



**HAL**  
open science

# Etude du comportement dynamique et du transfert de matière et de chaleur entre des particules sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent

Yazid Belkhef

► **To cite this version:**

Yazid Belkhef. Etude du comportement dynamique et du transfert de matière et de chaleur entre des particules sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent. Génie des procédés. INSA de Rouen, 2008. Français. NNT : 2008ISAM0013 . tel-00560879

**HAL Id: tel-00560879**

**<https://theses.hal.science/tel-00560879v1>**

Submitted on 31 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Présentée à

## L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE ROUEN

En vue de l'obtention du titre de Docteur de l'Institut National des  
Sciences Appliquées de Rouen

Discipline : Energétique  
Spécialité : Génie des Procédés

Par

**Yazid BELKHELFA**

Etude du comportement dynamique et du transfert  
de matière et de chaleur entre des particules  
sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent

Soutenue le 2 juillet 2008

Jury

I. NIKOV	Professeur, Polytech'Lille (Rapporteur)
K. DIMITROV	Directeur de recherche, I.G.C Sofia (Rapporteur)
A. SABONI	Professeur, I.N.S.A de Rouen (Directeur de thèse)
M. MORY	Professeur, E.N.S.G.T.I. Pau (Examineur)
F. PIT	Professeur Associé, E.N.S.G.T.I. Pau (Examineur)
E. RIVOALEN	Professeur, LMGP du Havre (Examineur)
S. ALEXANDROVA	Professeur, E.N.S.G.T.I. Pau (Examineur)
J. M. COSMAO	M. C. F. – H. C., I.N.S.A de Rouen (Examineur)

# Sommaire

---

---

<b>Introduction générale.....</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre 1 : Etude bibliographique.....</b>	<b>10</b>
1. Introduction .....	11
2. Aspects dynamiques de l'écoulement .....	12
2. 1. Forme des particules.....	12
2. 2. Paramètres affectant les formes des particules.....	13
2. 3. Hydrodynamique d'une particule sphérique isolée .....	14
➤ Equation de continuité.....	15
➤ Equation de quantité de mouvement .....	15
2. 4. Ecoulement autour et à l'intérieur d'une sphère fluide .....	15
3. Equation de la particule .....	18
4. Etudes sur le coefficient de traînée.....	21
4. 1. Sphère rigide isolée .....	21
4. 2. Généralisation de l'étude pour une sphère fluide isolée .....	22
4. 3. Coefficient de traînée de plusieurs particules en interaction.....	25
5. Etude de l'évaporation de gouttelettes liquides.....	29
5. 1. Evaporation d'une goutte stagnante dans un milieu stagnant .....	29
5. 1. 1. La loi en $D^2$ et ses hypothèses .....	30
5. 1. 2. Le modèle standard basé sur la loi en $D^2$ .....	31
5. 1. 3. Les insuffisances du modèle standard .....	33
5. 1. 4. Les modifications du modèle standard .....	34
5. 2. Evaporation d'une goutte en mouvement:.....	35
5. 3. Les investigations expérimentales sur l'évaporation des gouttes.....	41
6. Dispersion de particules dans un écoulement turbulent .....	46
7. Conclusion.....	49
<b>Chapitre 2 : Etude de l'évaporation d'une gouttelette en chute libre dans l'air.....</b>	<b>51</b>
1. Introduction .....	52
2. Equation du mouvement.....	53
3. Evaporation de la goutte.....	54
4. Dispositif expérimental .....	58
4. 1. Générateur de gouttelettes .....	60
4. 2. Dispositif d'acquisition et mesure de diamètre .....	61
4. 3. Dispositif de mesure de la vitesse .....	63
4. 4. Dispositif du traitement d'air .....	64
5. Résultats et discussions .....	66
5. 1. Evaporation d'une gouttelette d'eau.....	66
5. 2. Evaporation d'une gouttelette de 2-éthyl-1-hexanol .....	68
5. 3. Evaporation d'une gouttelette d'éthanol .....	69
5. 4. Paramètres influents sur l'évaporation .....	71
➤ Humidité relative de l'air .....	71
➤ Température initiale de la gouttelette.....	73
➤ Propriétés physico-chimiques de la goutte.....	74
6. Conclusion.....	79

<b>Chapitre 3 : Etude numérique de l'interaction entre les particules .....</b>	<b>80</b>
1. Introduction .....	81
2. Ecoulement autour d'une particule .....	83
2. 1. Méthode de résolution .....	83
2. 2. Coefficient de traînée .....	84
3. Validation du modèle pour une particule isolée .....	85
3. 1. Domaine de calcul et conditions aux limites .....	85
3. 2. Résultats et analyse .....	88
➤ Coefficient de traînée .....	88
➤ Ecoulement autour de la particule .....	90
4. Interaction entre les particules .....	95
4. 1. Validation du modèle .....	95
4. 2. Généralisation de l'étude .....	99
➤ Evolution du coefficient de traînée .....	100
➤ Etude du rotationnel .....	104
➤ Etude de l'évolution de la pression de surface .....	110
5. Conclusion .....	118
<b>Chapitre 4 : Dispersion de particules dans un écoulement turbulent .....</b>	<b>119</b>
1. Introduction .....	120
2. Déplacements lagrangiens de particules dans un écoulement de gaz .....	122
3. La sélection des fluctuations de vitesse turbulente de l'écoulement fluide .....	124
3. 1. Décomposition de la fonction de probabilité par la méthode des aires .....	125
3. 2. Lien entre le découpage des aires et les fluctuations de vitesse turbulente .....	127
3. 3. Calcul de la fluctuation de vitesse turbulente .....	129
4. Description du cas de calcul, analyse et résultats .....	132
4. 1. Ecoulement en négligeant les fluctuations .....	134
4. 2. Ecoulement en présence de fluctuations .....	135
4. 2. 1. Prise en compte des fluctuations de vitesse turbulente .....	135
4. 2. 2. Influence des paramètres physiques sur une trajectoire turbulente fixée .....	136
➤ Influence de la masse volumique .....	136
➤ Influence de la gravité .....	138
4. 2. 3. Influence des conditions initiales sur une trajectoire turbulente fixée .....	138
➤ Influence de la vitesse initiale .....	138
➤ Influence de la position d'injection de la particule .....	141
4. 2. 4. Influence des paramètres de la discrétisation des équations .....	143
➤ Le renouvellement de fluctuations de vitesse turbulente .....	143
➤ Evolution du temps caractéristique de la turbulence .....	146
4. 2. 5. Etude des résultats .....	147
➤ Evolution du nombre Reynolds et du coefficient de traînée .....	147
➤ Etude probabiliste des trajectoires .....	148
➤ Influence de la turbulence .....	152
5. Conclusion .....	155
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>157</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>161</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>193</b>

## Nomenclature

$a$	Grand rayon de l'ellipsoïde	[m]
$A$	Première particule en interaction	[-]
$a_0$	Rayon équivalent de sphéroïde	[m]
$a_T$	Diffusivité thermique de la goutte	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$B$	Deuxième particule en interaction	[-]
$b$	Petit rayon de l'ellipsoïde	[m]
$B_T$	Nombre de Spalding thermique ou massique	[-]
$C$	Troisième particule en interaction	[-]
$Cd$	Coefficient de traînée	[-]
$Cp$	Capacité calorifique	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$d$	Diamètre de la goutte	[m]
$D_{gaz}$	Diffusivité de la vapeur dans l'air	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$E_0$	Nombre d'Eötvös	[-]
$F$	Facteur correctif de l'épaisseur du film thermique ou massique	[-]
$F_A$	Force de la masse ajoutée	[N]
$F_D$	Force de traînée	[N]
$F_g$	Force de flottabilité	[N]
$F_H$	Force de Basset	[N]
$F_p$	Force due au gradient de pression	[N]
$F_v$	Force volumique	[N]
$g$	Accélération de la pesanteur	[m.s <sup>-2</sup> ]
$H$	Hauteur	[m]
$Hr$	Humidité	[%]
$k$	Energie cinétique de turbulence	[m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$K$	Taux d'évaporation (pente de la loi du $D^2$ )	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$l/d$	Paramètre de distance	[-]
$Le$	Nombre de Lewis	[-]
$Lin$	Distance délimitant l'écoulement et le bord d'attaque de la particule	[m]
$Lout$	Distance entre le bord de fuite et le sortie de l'écoulement	[m]
$L_v$	Chaleur latente de vaporisation	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$m$	Masse de la goutte	[kg]
$M$	Masse molaire	[kg.mol <sup>-1</sup> ]
$\dot{m}$	Débit de vapeur s'échappant de la goutte	[kg.s <sup>-1</sup> ]
$M_0$	Nombre Morton	[-]
$\vec{n}$	Vecteur normal	[-]
$Nu$	Nombre de Nusselt	[-]
$p$	Pression	[Pa]
$Pe$	Nombre de Peclet	[-]
$Pr$	Nombre de Prandtl	[-]
$Q_{gaz}$	Flux de chaleur convectif entre l'air et la surface de la goutte	[W]

$Q_{goutte}$	Flux de chaleur entrant dans la goutte	[W]
$Q_v$	Flux de chaleur latente prélevé pour l'évaporation	[W]
$r$	Rayon de la goutte	[m]
$Re$	Nombre de Reynolds	[-]
$Rmax$	Limite radiale maximale du domaine numérique	[m]
$S$	Surface de la goutte	[m <sup>2</sup> ]
$Sc$	Nombre de Schmidt	[-]
$Sh$	Nombre de Sherwood	[-]
$T$	Température	[K]
$t$	Temps	[s]
$\vec{t}$	Vecteur tangentiel	[-]
$Tc$	Température critique	[K]
$Tr$	Température réduite	[K]
$u$	Composante instantanée du vecteur vitesse suivant l'axe x	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\bar{u}$	Composante moyenne du vecteur vitesse suivant l'axe x	[m.s <sup>-1</sup> ]
$U$	Vecteur de vitesse instantanée	[m.s <sup>-1</sup> ]
$u'$	Fluctuation de vitesse turbulente suivant l'axe x	[m.s <sup>-1</sup> ]
$U_r$	Vitesse radiale	[m.s <sup>-1</sup> ]
$U_\theta$	Vitesse tangentielle	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v$	Composante instantanée du vecteur vitesse suivant l'axe y	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\bar{v}$	Composante moyenne du vecteur vitesse suivant l'axe y	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v'$	Fluctuation de vitesse turbulente suivant l'axe y	[m.s <sup>-1</sup> ]
$V$	Volume de la goutte	[m <sup>3</sup> ]
$Y$	Fraction massique	[-]
$y$	Fraction molaire	[-]
$z$	Coordonnée logarithmique radiale	[m]

## *Symbole grecs*

$\kappa$	Rapport des viscosités	[-]
$\sigma_\psi$	Ecart-type de la distribution de probabilité turbulente	[-]
$\bar{\psi}$	Moyenne de la distribution de probabilité turbulente	[-]
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$	Nombres aléatoires	[-]
$\bar{T}$	Tenseur totales des contraintes	[Pa]
$\gamma$	Rapport des masses volumiques	[-]
$\delta$	Epaisseur de la couche limite thermique ou massique	[m]
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	[-]
$\varepsilon$	Taux de dissipation de la turbulence	[m <sup>2</sup> .s <sup>-3</sup> ]
$\zeta$	Paramètre de la règle du « 1/3 » pour établir les propriétés physiques du gaz	[-]
$\theta$	Composante angulaire	[°]
$\lambda$	Conductivité thermique	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$\mu$	Viscosité dynamique	[Pa.s]
$\nu$	Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\rho$	Masse volumique	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_m$	Masse volumique de vapeur saturante	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\sigma$	Tension superficielle	[N.m <sup>-1</sup> ]
$\Psi$	Fonction courant	[-]
$\omega = \text{rot } U$	Rotationnel, vorticité	[-]

## *Indices*

*	Adimensionnel
0	Initiale
$\infty$	Loin de la surface de la goutte
Aire	Aire calculée pour la décomposition de la fonction de probabilité
c	Phase continue
d	Phase dispersée
exp	Expérimentale
gaz	Lié au gaz (milieu extérieur entourant la goutte)
goutte	Lié à la goutte
i	Interface
iso	Particule isolée
it	Itération
M	Massique
moy	Moyenne
$N_{it}$	Indices de comptage du changement de la fluctuation
réf	Conditions de référence pour les propriétés physiques du gaz
rel	Relatif
s	Surface de la goutte
sat	à saturation
sat	Conditions de saturation en vapeur
T	Thermique
tot	Total
turb	Turbulence
v	Vapeur



# **Introduction générale:**

---

---

## **Introduction générale**

Les écoulements de particules dans un milieu extérieur sont présents dans de diverses applications. La connaissance du comportement de ces particules (liquides ou éventuellement solides) dans un milieu environnant est primordiale pour le traitement et l'amélioration de plusieurs procédés industriels aussi bien dans le domaine du génie des procédés (le séchage par atomisation, l'agitation, le mélange et la séparation, les tours de refroidissement et les fours à charbon pulvérisé, ...) que pour le domaine météorologique, à savoir la pollution atmosphérique et la qualité de l'air intérieur qui peut être altérée par la présence de polluants gazeux ou de particules, ou encore les questions de contamination en bioclimatologie, en particulier par des particules biotiques telles que les spores de champignons ou les grains de pollen, enfin pour le domaine aéronautique et automobiles (injection, atomisation, cavitation, ...).

Toutefois l'évaporation d'une particule liquide qui est entraînée par un mouvement relatif du fluide extérieur est soumise à un ensemble de forces. L'analyse de ces phénomènes, nécessite la maîtrise de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent), de l'évolution des caractéristiques physico-chimiques des particules et du milieu environnant, de l'évolution et aussi de l'influence des échanges thermiques et massiques entre les deux phases, de l'influence des interactions éventuelles entre les particules et surtout de l'effet qu'elles engendrent sur la variation des propriétés physiques de l'écoulement (force de traînée, vitesse relative, ...) mais aussi de l'influence des propriétés de transport du milieu environnant sur la prédiction des trajectoires des particules, enfin du comportement qu'adoptent ces particules inertielles en réponse aux sollicitations turbulentes environnantes.

La présente thèse s'inscrit comme une contribution à l'étude de l'écoulement, du transfert de chaleur et de masse entre un gaz et des gouttelettes.

L'objectif de ce travail est :

1. L'étude expérimentale de l'évaporation de gouttelettes en chute libre dans l'air au repos.
2. L'étude par simulation numérique de l'écoulement autour d'une particule sphérique, l'analyse des différents paramètres de l'écoulement ainsi que les phénomènes d'interaction entre les particules.

3. La proposition d'un modèle de prédiction des trajectoires de particules dans un écoulement turbulent en absence d'évaporation et d'interaction.

Par conséquent, et pour atteindre ces objectifs, il est important de décrire l'état de l'art concernant ces phénomènes et de faire une étude bibliographique exposée au premier chapitre afin de mieux situer notre contribution. Cette synthèse se compose de :

- La représentation et l'analyse de l'ensemble des études sur le mouvement de particules dans un écoulement uniforme. L'étude de l'écoulement autour et à l'intérieur des particules sphériques. L'analyse de l'ensemble des paramètres et des phénomènes caractérisant cet écoulement.
- L'ensemble d'études sur le transfert de matière et de chaleur affectant les caractéristiques de l'écoulement ainsi que les propriétés physiques des particules ainsi que l'analyse des différents modèles d'évaporation de gouttelettes.
- La présentation des différentes approches du suivi des trajectoires ainsi que les mécanismes de prise en compte de la turbulence pour la prédiction de ces trajectoires.

Le deuxième chapitre concerne l'étude de l'évaporation de gouttelettes en chute libre dans l'air. Pour cela nous avons mis en œuvre un dispositif expérimental pour l'étude de ce phénomène au sein du laboratoire. Cette étude repose sur les perspectives des investigations expérimentales déjà menées par GUELLA (2006). Par conséquent, nous avons mené cette étude expérimentale dans une colonne étanche afin de bien maîtriser les caractéristiques hygrométriques de l'air, nous avons mesuré la vitesse de la goutte à différentes hauteurs de son point d'émission (10 à 170) cm et dans plusieurs configurations expérimentales (variation de la température de la gouttelette, variation de l'humidité de l'air,...). Pour la modélisation du phénomène d'évaporation, nous avons utilisé un modèle prédictif, proposé et validé par GUELLA (2006) dans des conditions opératoires bien définies ( $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20 \text{ °C}$ ,  $H_r = 80 \%$ ).

Dans le troisième chapitre, nous avons étudié par simulation numérique tout d'abord, l'écoulement autour d'une particule isolée (bulle et d'une sphère rigide). Nous avons validé nos résultats en faisant une comparaison avec ceux des études antérieurs (coefficient de traînée, profil du rotationnel et pression de surface, angle de séparation). Par la suite, nous avons mené une analyse plus complète des paramètres de l'écoulement en faisant une étude sur l'interaction des particules sphériques. Nous avons commencé cette étude par une validation de notre travail en faisant une comparaison avec les études numériques et

expérimentales de LIANG et al. (1996) dans le cas de l'écoulement autour de trois sphères rigides identiques et co-alignées pour un seul nombre de Reynolds (53.42) et en variant le paramètre de distance entre les particules (0.25, 0.5 et 3). Enfin, nous avons étudié l'effet de la variation du nombre de Reynolds (10 à 400) et de la distance entre les particules dans le cas des bulles et des sphères rigides.

Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation du suivi de trajectoires de gouttelettes liquides, en absence de toutes interactions entre elles, injectées dans un écoulement turbulent, homogène et isotrope, en négligeant tout phénomène de transfert de chaleur et de masse entre la gouttelette et le milieu environnant. Notre objectif est de proposer une méthode probabiliste de prédiction et de calcul des fluctuations de la vitesse turbulente et d'étudier leurs impacts sur les trajectoires en fonction des conditions initiales d'injection, de la masse volumique et du diamètre des gouttes. Par ailleurs nous avons analysé les différents paramètres influents sur les trajectoires, nous avons suivi également l'évolution des paramètres importants dans notre modélisation, enfin nous avons étudié statistiquement la dispersion de ces gouttes en sortie du domaine. Pour cela, nous avons choisi un écoulement environnant très simple dont nous avons décrit de façon analytique le profil de l'écoulement moyen, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation. La production de la turbulence choisie correspond à la configuration expérimentale de WARHAFT (1984). Tout d'abord, nous avons supposé que les caractéristiques de l'écoulement environnant sont connues et que les trajectoires de la goutte seront calculées en introduisant l'équation de la particule. Ensuite, nous avons introduit une procédure de génération et de sélection des fluctuations de vitesse turbulente par une méthode probabiliste gaussienne.

La conclusion générale regroupe les différentes analyses, les résultats obtenus et enfin les perspectives pour la suite de cette contribution.

# Chapitre 1 :

---

---

## Etude bibliographique

1.	Introduction .....	11
2.	Aspects dynamiques de l'écoulement .....	12
2. 1.	Forme des particules.....	12
2. 2.	Paramètres affectant les formes des particules.....	13
2. 3.	Hydrodynamique d'une particule sphérique isolée .....	14
➤	Equation de continuité.....	15
➤	Equation de quantité de mouvement .....	15
2. 4.	Écoulement autour et à l'intérieur d'une sphère fluide .....	15
3.	Equation de la particule.....	18
4.	Études sur le coefficient de traînée .....	21
4. 1.	Sphère rigide isolée .....	21
4. 2.	Généralisation de l'étude pour une sphère fluide isolée .....	22
4. 3.	Coefficient de traînée de plusieurs particules en interaction.....	25
5.	Étude de l'évaporation de gouttelettes liquides.....	29
5. 1.	Évaporation d'une goutte stagnante dans un milieu stagnant .....	29
5. 1. 1.	La loi en $D^2$ et ses hypothèses .....	30
5. 1. 2.	Le modèle standard basé sur la loi en $D^2$ .....	31
5. 1. 3.	Les insuffisances du modèle standard .....	33
5. 1. 4.	Les modifications du modèle standard .....	34
5. 2.	Évaporation d'une goutte en mouvement: .....	35
5. 3.	Les investigations expérimentales sur l'évaporation des gouttes.....	41
6.	Dispersion de particules dans un écoulement turbulent .....	46
7.	Conclusion.....	49

## **1. Introduction**

Cette synthèse bibliographique a pour objectif de représenter et d'analyser l'ensemble des études sur le mouvement de gouttes dans un écoulement uniforme. L'étude d'écoulement autour et à l'intérieur de gouttes sphériques a fait l'objet de plusieurs analyses. Nous allons examiner l'ensemble des paramètres et des phénomènes caractérisant cet écoulement.

Nous exposerons par la suite l'ensemble des études sur le transfert de matière et de chaleur affectant les caractéristiques de l'écoulement ainsi que les propriétés physiques des particules et nous analyserons les différents modèles d'évaporation de particules fluide.

Enfin, l'influence de la turbulence sur les différents paramètres de l'écoulement sera étudiée. Nous verrons en particulier la prédiction des trajectoires d'une gouttelette liquide en absence d'évaporation dans un écoulement turbulent. Nous exposerons les différentes approches du suivi des trajectoires et pour finir nous allons examiner la prise en compte de la turbulence dans la prédiction de ces trajectoires.

## 2. Aspects dynamiques de l'écoulement

### 2.1. Forme des gouttes

Plusieurs études ont été entreprises dans le cas d'une chute libre de gouttes dans l'air. La détermination de la vitesse terminale de chute a été l'objet de plusieurs études. BEARD & PRUPPACHER (1969) et CLIFT et al. (1978) ont observé les formes de gouttes chutant avec la vitesse terminale de chute, pour des diamètres inférieurs au millimètre. Ils ont remarqué que la forme reste presque sphérique. Ces résultats expérimentaux coïncident avec la relation empirique établie par IMAI (1950), et cette corrélation considère que la goutte a une forme d'un sphéroïde schématisé sur la figure I. 1.

$$\frac{b}{a} = \left( 1 - \frac{9}{16} a_0 \rho_m \frac{U_\infty^2}{\sigma} \right)^{1/2} \quad \text{I.1}$$

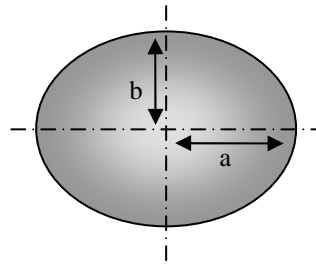


Figure I. 1 : Forme d'une goutte fluide, IMAI (1950).

$\rho_m$  représente la masse volumique de la vapeur saturante,  $\sigma$  est la tension superficielle,  $U_\infty$  est la vitesse terminale de chute,  $a_0$  est le rayon équivalent,  $a$  et  $b$  sont respectivement le grand et le petit rayon de l'ellipsoïde. Dans cette étude,  $(b/a)$  reste supérieur à 0.97, l'auteur considère que la goutte reste pratiquement sphérique. Par contre pour des gouttes de diamètre supérieur au millimètre, BEARD & PRUPPACHER (1969) proposent une correction, déduite de leurs résultats expérimentaux, les auteurs donnent la corrélation empirique suivante :

$$\frac{b}{a} = 1.03 - 0.124 a_0 \quad (a_0 \text{ en } mm) \quad \text{I.2}$$

La forme des particules fluides, leurs déformations font l'objet de plusieurs études. Elles sont caractérisées par plusieurs paramètres affectant leurs formes. Nous allons les exposer dans la partie qui va suivre.

## 2. 2. Paramètres affectant les formes des gouttes

En 1978, CLIFT et al, montrent dans leurs études que le nombre de Morton, le nombre d'Eötvös, le rapport des viscosités, des masses volumiques de la phase dispersée sur la phase continue et le nombre de Reynolds, jouent un rôle très important dans l'écoulement d'une bulle ou d'une goutte d'eau ainsi que sur la forme de particule :

- Le nombre Morton (ou nombre de Kapitza)

$$M_0 = \frac{g\mu^4\Delta\rho}{\rho^2\sigma^3} \quad \text{I.3}$$

- Le nombre d'Eötvös, compare l'importance des effets de flottabilité à celle des effets capillaires,

$$E_0 = \frac{g\Delta\rho d^2}{\sigma} \quad \text{I.4}$$

Les auteurs montrent sur la figure I. 2, les différentes formes d'une bulle et sa déformation pour un nombre de Reynolds et d'Eötvös donné.

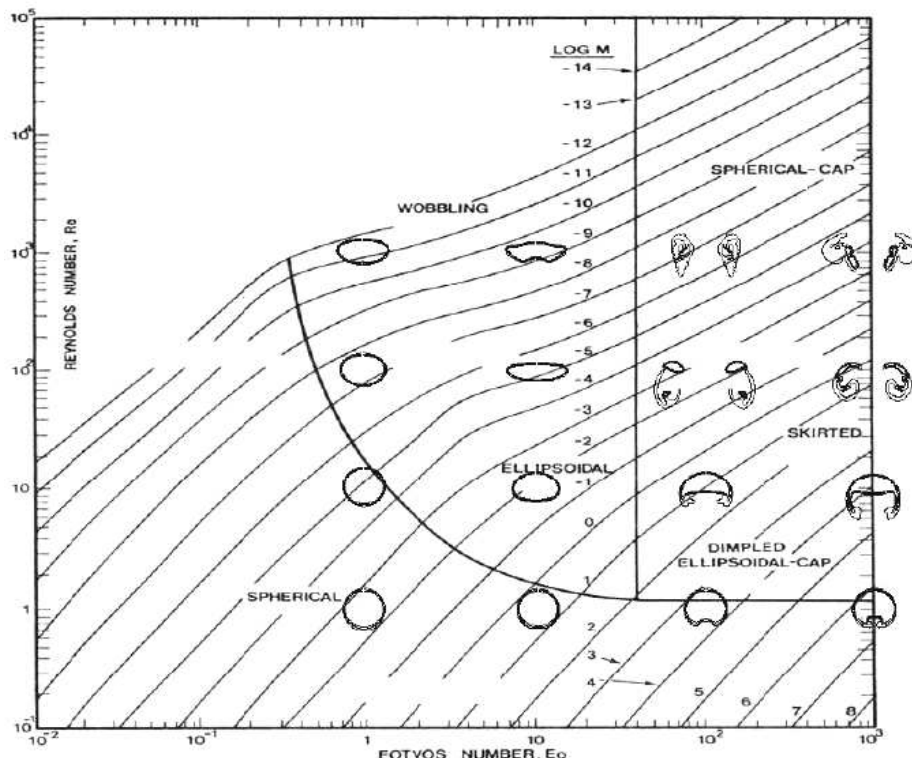


Figure I. 2 : Diagramme de CLIFT et al. (1978) et formes de bulles simulées.

Sous l'effet de la gravité, pour des grands nombres d'Eötvös, la bulle commence à monter et se déforme, l'arrière se déformant plus que l'avant, à tel point que l'arrière rejoint l'avant et

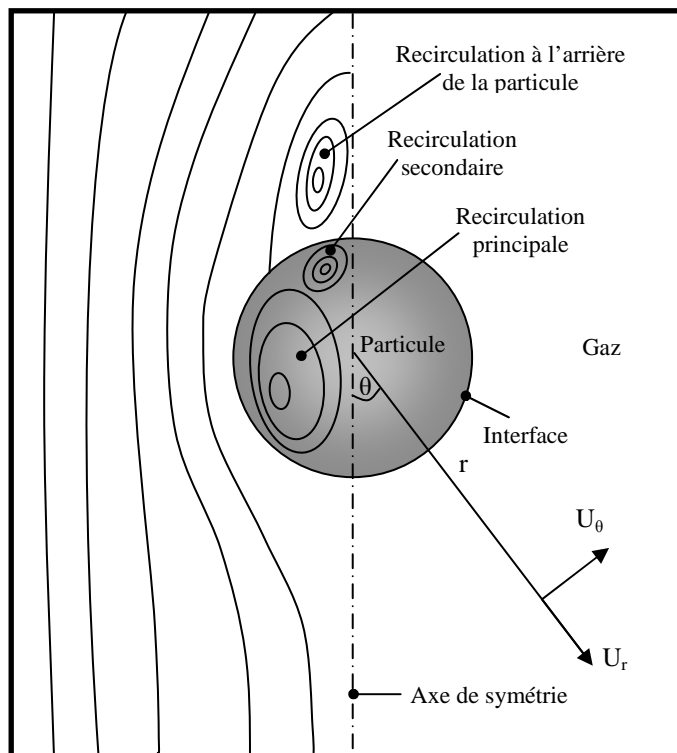


perce l'interface au niveau de l'axe de symétrie, formant ainsi une bulle torique. Le rayon du tore augmente au fur et à mesure que la bulle monte tandis que le rayon de la section gazeuse diminue pour garder le volume de la bulle constant, jusqu'à atteindre la longueur capillaire.

L'étude de l'écoulement autour de ces gouttes est très délicate, du fait des déformations. Nous allons voir que la plupart des auteurs négligent ces déformations, et par cette hypothèse nous allons avoir une particule fluide sphérique.

### 2. 3. Hydrodynamique d'une goutte sphérique isolée

A partir de cette étape, nous allons considérer que les particules à étudier sont sphériques, indéformables, l'écoulement environnant est permanent, axisymétrique et incompressible. En 1991, SABONI a mis au point, un modèle numérique permettant de calculer les champs de vitesses à l'intérieur et à l'extérieur d'une particule fluide en écoulement laminaire à sa vitesse terminale de chute, comme montré sur la figure I. 3.



*Figure I. 3 : Schéma de l'écoulement à l'intérieur et à l'extérieur d'une particule fluide, SABONI (1991).*

Cet écoulement est décrit par les équations de Navier-Stokes qui s'appliquent séparément dans chaque phase (continue et dispersée), dans un système de coordonnées sphériques :

➤ **Equation de continuité**

$$\frac{\partial U_r}{\partial R} + \frac{2}{r} U_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_\theta}{r} \cotg \theta = 0 \quad \text{I.5}$$

➤ **Equation de quantité de mouvement**

$$\begin{cases} \frac{\partial U_r}{\partial t} + U \nabla U_r - \frac{U_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \nabla^2 U_r - \frac{2}{r^2} U_r - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial U_\theta \sin \theta}{\partial \theta} \right) \\ \frac{\partial U_\theta}{\partial t} + U \nabla U_\theta - \frac{U_\theta U_r}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left( \nabla^2 U_\theta - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \end{cases} \quad \text{I.6}$$

## 2. 4. Ecoulement autour et à l'intérieur d'une sphère fluide

La résolution des équations de Navier-Stokes est quasiment inévitable lorsqu'il s'agit de traiter des écoulements en mécanique des fluides. Cependant pour un écoulement incompressible, axisymétrique autour et à l'intérieur d'une particule fluide, les équations de Navier-Stokes peuvent s'écrire en termes de la fonction courant et du rotationnel. CLIFT et al. (1978), SADHAL et al. (1996) et SABONI et al. (2004) utilisent cette méthode de résolution dans leurs investigations.

Dans cette résolution en variables d'Helmoltz, sous forme adimensionnelle, la fonction courant ( $\Psi$ ) et la vorticité ( $\omega$ ) sont définies par :

$$\begin{cases} U_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \\ U_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \end{cases} \quad \text{I.7}$$

$$\omega = \text{rot} U \quad \text{I.8}$$

Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes s'écrivent en coordonnées sphériques sous la forme adimensionnelle suivante :

$$E^2 \Psi_d = \omega_d r \sin \theta \quad \text{I.9}$$

$$\frac{\gamma}{k} \frac{\text{Re}}{2} \left[ \frac{\partial \Psi_d}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\omega_d}{r \sin \theta} \right) - \frac{\partial \Psi_d}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\omega_d}{r \sin \theta} \right) \right] \sin \theta = E^2 (\omega_d r \sin \theta) \quad \text{I.10}$$

( $k = \mu_d / \mu_c$ ) et ( $\gamma = \rho_d / \rho_c$ ) sont, respectivement, le rapport de viscosité et de masse volumique de la phase dispersée sur la phase continue.

Dans la phase continue, SABONI et al. (2004) montrent que l'équation **I. 10** est encore valable, mais pour des raisons numériques, la coordonnée radiale est transformée par l'intermédiaire de  $r = e^z$ , où  $z$  est la coordonnée logarithmique radiale.

$$E^2 \Psi_c = \omega_c r \sin \theta \quad \text{I.11}$$

$$\frac{\text{Re}}{2} \left[ \frac{\partial \Psi_c}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\omega_c}{e^z \sin \theta} \right) - \frac{\partial \Psi_c}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\omega_c}{e^z \sin \theta} \right) \right] e^z \sin \theta = e^{2z} E^2 (\omega_c r \sin \theta) \quad \text{I.12}$$

Les lignes de courant à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère fluide, calculées par les auteurs, sont représentées sur la figure I. 3 pour des nombres de Reynolds inférieurs à 400 et un rapport des viscosités compris entre 0 et 1000. Pour les faibles rapports de viscosités, les auteurs concluent que la circulation interne est suffisamment rapide pour empêcher la formation d'une recirculation à l'arrière de la sphère fluide. Par contre pour les rapports de viscosités élevés, ils observent une région de recirculation à l'arrière de la sphère.

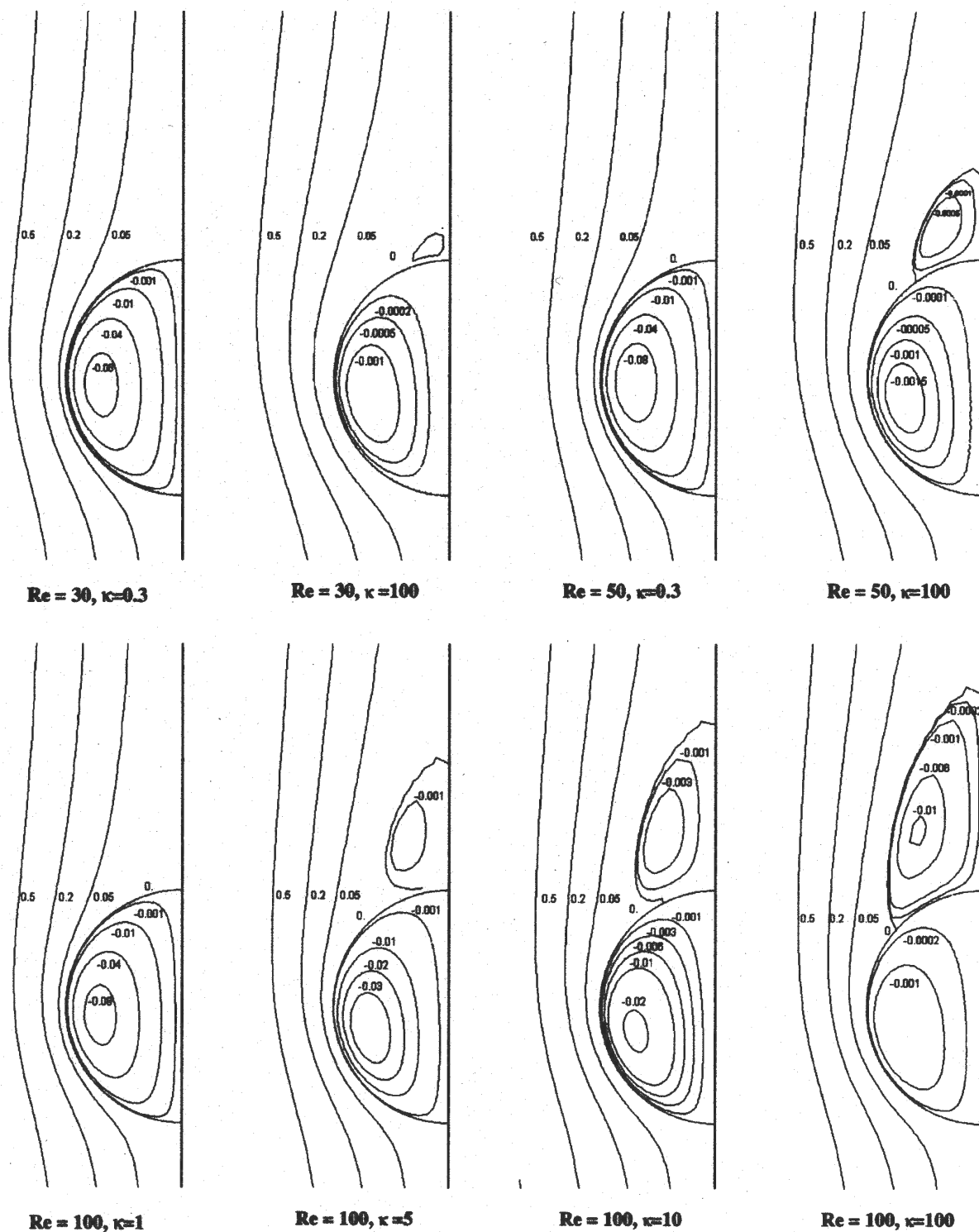


Figure I. 4 : Evolution du champ de fonction courant à l'intérieur et à l'extérieur d'une sphère fluide en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de viscosité, SABONI et al (2004).

### 3. Equation de la particule

L'étude du mouvement d'une particule dans un écoulement fluide consiste à décrire l'ensemble des forces exercées sur cette particule. La résultante des forces s'exprime en fonction des propriétés du champ de vitesse de l'écoulement en présence de la particule. Suivant l'approche lagrangienne, RILEY (1971) décrit l'équation de mouvement d'une particule sphérique, indéformable, sans rotation sur elle-même, isolée (absence des interactions entre les particules) dans un écoulement fluide homogène. Dans ces conditions, l'équation de la particule s'écrit :

$$\rho_d V_d \frac{d\vec{U}_d}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_A + \vec{F}_g + \vec{F}_p + \vec{F}_H \quad \text{I.13}$$

$V_d$  est le volume de la particule. Les différents termes à droite de l'équation **I. 13** représentent respectivement :

- La force de traînée,
- La force de la masse ajoutée,
- La flottabilité,
- Les forces dues au gradient de pression,
- La force de Basset,

➤ **La force de traînée :**

La force de traînée est liée aux contraintes visqueuses exercées par le fluide sur la surface de la particule. Le coefficient de traînée dépend en particulier du nombre de Reynolds liée à la particule. La force de traînée s'exprime sous la forme suivante :

$$\vec{F}_D = -\frac{3}{4} \frac{V_d}{d} \rho_c C_d (\vec{U}_d - \vec{U}_c) |\vec{U}_d - \vec{U}_c| \quad \text{I.14}$$

➤ **La force de la masse ajoutée :**

La force de masse ajoutée a pour origine les accélérations et décélérations successives de la particule qui entraînent des accélérations et décélérations du fluide environnant.

Cette force s'exprime de la manière suivante :

$$\vec{F}_A = -\rho_c V_d C_A \frac{d(\bar{U}_d - \bar{U}_c)}{dt} \quad \text{I.15}$$

$C_A$  est donné par ODAR & HAMILTON (1964).

$$\text{Avec } \begin{cases} C_A = 1.05 - 0.0066 / (A_c^2 + 0.12) \\ A_c = \frac{|\bar{U}_d - \bar{U}_c|^2}{d \left| \frac{d(\bar{U}_d - \bar{U}_c)}{dt} \right|} \end{cases} \quad \text{I.16}$$

➤ **La flottabilité :**

Cette force est due à la présence de la force de pesanteur et s'écrit :

$$\vec{F}_g = V_d (\rho_d - \rho_c) \vec{g} \quad \text{I.17}$$

➤ **La force due au gradient de pression :**

Il s'agit de l'ensemble des gradients de pression et du cisaillement exercé sur un élément fluide qui serait à la place de la particule, l'ensemble de ces forces s'écrit :

$$\vec{F}_p = \rho_c V_d \frac{D\bar{U}_c}{Dt} \quad \text{I.18}$$

$$\text{Sachant que } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad \text{I.19}$$

➤ **La force de Basset :**

La force de Basset est liée à l'histoire des accélérations passées de la particule. Elle résulte du retard de l'écoulement par rapport aux changements des conditions dans la couche limite et la particule. La force de Basset est très importante dans le cas d'une forte accélération du fluide, elle révèle le caractère instationnaire de l'écoulement. PICART et al. (1982) expriment cette force sous la forme :

$$\vec{F}_H = -\frac{3}{2d} V_d C_H \frac{\sqrt{\rho_c \mu}}{\pi} \int_{-\infty}^t \frac{d(\bar{U}_d - \bar{U}_c)}{dt} (t - \tau)^{-1/2} d\tau \quad \text{I.20}$$

$$\text{Avec } C_H = 2.86 - 3.12 / (A_c^2 + 1)^3 \quad \text{I.21}$$

La constante  $C_H$ , est donnée par ODAR & HAMILTON (1964) pour des nombres de Reynolds modérés ( $Re < 60$ )

Dans ces conditions, l'équation de la particule s'écrit (GOUESBET & BERLEMONT (1999)) :

$$\begin{aligned}
 \rho_d V_d \frac{d\vec{U}_d}{dt} = & -\frac{3}{4} V_d \rho_c C_d (\vec{U}_d - \vec{U}_c) |\vec{U}_d - \vec{U}_c| \\
 & - \rho_c V_d C_A \frac{d(\vec{U}_d - \vec{U}_c)}{dt} \\
 & + V_d (\rho_d - \rho_c) \vec{g} \\
 & + \rho_c V_d \frac{D\vec{U}_c}{Dt} \\
 & - \frac{3}{2d} V_d C_H \frac{\sqrt{\rho_c \mu}}{\pi} \int_{-\infty}^t \frac{d(\vec{U}_d - \vec{U}_c)}{dt} (t - \tau)^{-1/2} d\tau
 \end{aligned} \tag{I.22}$$

Dans le cas des particules denses ( $\rho_d / \rho_c \succ 700$ ), la particule est supposée indéformable, par conséquent, le terme du gradient de pression dans l'équation **I. 22** est négligeable. De plus le terme de masse ajoutée et le terme de Basset restent très faibles devant le terme de gravité, donc négligeables. Avec ses hypothèses, l'équation de la particule s'écrit :

$$\rho_d \frac{d\vec{U}_d}{dt} = -\frac{3}{4} \rho_c C_d (\vec{U}_d - \vec{U}_c) |\vec{U}_d - \vec{U}_c| + \frac{\pi d^3}{3} (\rho_d - \rho_c) \vec{g} \tag{I.23}$$

Cette équation va nous renseigner sur l'évolution de la trajectoire d'une particule dans un écoulement uniforme. La prédiction de ses trajectoires dépend de plusieurs paramètres, à savoir ; la nature de la particule, les propriétés physiques de la phase continue et dispersée et le nombre de Reynolds qui est directement liée au coefficient de traînée. Nous allons exposer, dans la partie suivante, les principales études antérieures concernant le coefficient de traînée.

## 4. Etudes sur le coefficient de traînée

Plusieurs études analytiques, expérimentales et numériques conduisent à des corrélations standards du coefficient de traînée. Nous allons exposer, premièrement quelques corrélations importantes qui sont applicables dans le cas d'une particule isolée sans la prise en charge des effets de voisinage aérodynamique entre les particules. Ensuite nous allons montrer l'influence des interactions entre les particules sur l'évolution du coefficient de traînée. Pour une particule fluide isolée ou en interaction, les phénomènes d'évaporation modifient l'évolution du coefficient de traînée car ce dernier est directement lié au nombre de Reynolds et de fait au diamètre de la particule qui diminue en conséquence de l'évaporation.

### 4.1. Sphère rigide isolée

En effet, dès 1880, STOKES affirme que le coefficient de traînée d'une particule solide isolée en mouvement est inversement proportionnel au nombre de Reynolds, il propose pour la première fois une corrélation linéaire pour ce coefficient,

$$C_d = \frac{24}{Re} \quad \text{avec } Re < 1 \quad \text{I.24}$$

Cette corrélation reste encore utilisée et vérifiée pour des écoulements rampants. Une première approximation du régime de Stokes est établie par OSSEEN (1910). Néanmoins, le coefficient de traînée est non linéairement dépendant du nombre de Reynolds. Cette corrélation s'écrit :

$$C_d = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re\right) \quad \text{avec } Re < 0.1 \quad \text{I.25}$$

Cependant, ISHII & ZUBER (1978) proposent une modification de la corrélation d'OSSEEN pour des nombres de Reynolds modérés. Dans ces conditions, nous avons :

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.1 Re^{0.75}) \quad Re < 16 \quad \text{I.26}$$

Cette corrélation est ajustée par SCHILLER & NAUMANN (1933) qui utilisent une corrélation empirique en apportant une correction à l'équation d'OSSEEN.

$$\begin{aligned} C_d &= \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) && \text{pour } Re < 1000 \\ C_d &= 0.438 && \text{pour } Re > 1000 \end{aligned} \quad \text{I.27}$$



Pour  $Re < 500$ , TURTON & LEVENSPIEL (1986), proposent la corrélation suivante :

$$Cd \frac{Re^2}{24} = 1 + 0.173Re^{0.657} + \frac{0.01721Re}{1 + 16.300Re^{-1.09}} \quad I.28$$

## 4. 2. Généralisation de l'étude pour une sphère fluide isolée

Les écoulements à l'intérieur et autour d'une particule fluide, se déplaçant à sa vitesse terminale de chute, ont été obtenus analytiquement par HADAMARD, (1911) et RYBCZINSKI, (1911) dans le cas d'un écoulement rampant :

$$Cd = \frac{8}{Re} \frac{3k+2}{1+k} \quad I.29$$

Pour des Reynolds plus élevés, il n'existe aucune solution analytique et des solutions numériques sont envisagées. En effet, HAPPEL & MOORE (1968), présentent une solution asymptotique du premier ordre :

$$Cd = \frac{48}{Re} \left( 1 + \frac{3}{2}k \right) \quad I.30$$

En 1976, RIVKIND & RYSKIN, estiment que le coefficient de traînée, pour des nombres de Reynolds ( $0.5 < Re < 200$ ), peut être corrélé par :

$$Cd = \frac{1}{k+1} \left[ k \left( \frac{24}{Re} + 4Re^{-\frac{1}{3}} \right) + 14.9Re^{-0.78} \right] \quad I.31$$

Juste après, CLIFT et al. (1978) recommandent les corrélations suivantes, données en fonction du nombre de Reynolds.

$$\begin{aligned} Cd &= (3/16) + 24/Re && Re < 0.01 \\ Cd &= (24/Re) \left( 1 + 0.1315Re^{(0.82w-0.05w)} \right) && 0.01 \leq Re \leq 20 \\ Cd &= (24/Re) \left( 1 + 0.1935Re^{0.6305} \right) && 20 \leq Re \leq 260 \\ \log_{10} Cd &= 1.64335 - 1.1242w + 0.1558w^2 && 260 \leq Re \leq 1500 \\ \log_{10} Cd &= -2.4571 + 2.558w - 0.9295w^2 + 0.1049w^3 && 1.5 \times 10^3 \leq Re \leq 1.2 \times 10^4 \\ \log_{10} Cd &= -1.9181 + 0.6370w - 0.0636w^2 && 1.2 \times 10^4 \leq Re \leq 4.4 \times 10^4 \\ \log_{10} Cd &= -4.3390 + 1.5809w - 0.1546w^2 && 4.4 \times 10^4 \leq Re \leq 3.38 \times 10^5 \\ \log_{10} Cd &= 29.78 - 5.3w && 3.38 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^5 \end{aligned} \quad I.32$$

Avec  $w = \log_{10} Re$

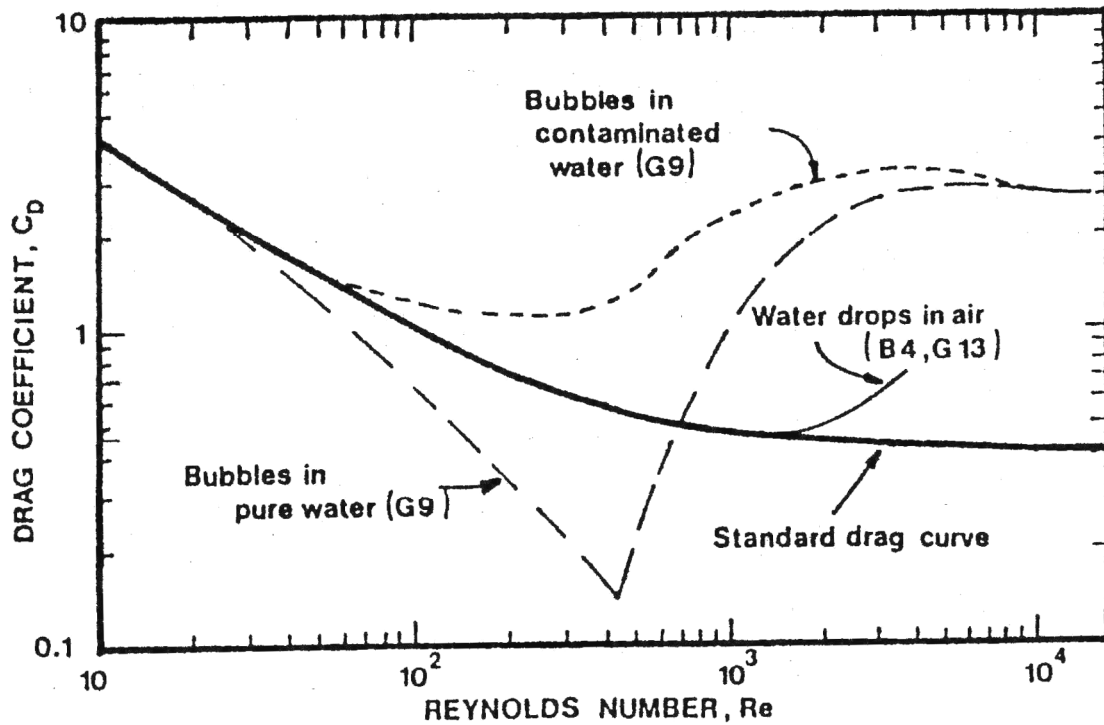


Figure I. 5 : Evolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds et de la nature de la particule, CLIFT et al. (1978).

OLIVER & CHUNG (1987) utilisent une méthode de différence finies avec un développement en séries de fonctions de Legendre pour des nombres de Reynolds modérés ( $Re < 50$ ). A partir des solutions numériques, ils proposent la corrélation suivante :

$$Cd = Cd_{H-R} + 0.4 \left( \frac{3k+2}{1+k} \right)^2 \quad \text{I.33}$$

$Cd_{H-R}$  correspond à la corrélation I. 29 donnée par HADAMARD.

Dans la même optique, ZHIGANG et al. (2000) et MICHAELIDES (2003) utilisent un schéma de différences finies. Leur méthode numérique est applicable pour une large gamme de Reynolds ( $0.5 \leq Re \leq 1000$ ) et plusieurs rapports de viscosité ( $0 \leq k \leq \infty$ ), ils proposent deux corrélations, suivant la valeur du nombre de Reynolds :

- Pour  $0 \leq Re \leq 5$ , ils proposent la corrélation suivante:

$$Cd = \frac{8}{Re} \frac{3k+2}{k+1} \left( 1 + 0.05 \frac{3k+2}{k+1} Re \right) - 0.01 \frac{3k+2}{k+1} Re \ln(Re) \quad \text{I.34}$$

- Pour  $5 < Re \leq 1000$ , ils proposent la corrélation suivante:

$$\begin{aligned}
 Cd &= \frac{2-k}{2} Cd(Re, 0) + \frac{4k}{6+k} Cd(Re, 2) & 0 \leq k \leq 2 \\
 Cd &= \frac{4}{k+2} Cd(Re, 2) + \frac{k-2}{k+2} Cd(Re, \infty) & 2 \leq k \leq \infty \\
 Cd &= \frac{4}{k+2} Cd(Re, 2) + \frac{k-2}{k+2} Cd(Re, \infty) & 2 \leq k \leq \infty
 \end{aligned} \tag{I.35}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} Cd(Re, 0) = \frac{48}{Re} \left( 1 + \frac{2.21}{\sqrt{Re}} - \frac{2.14}{Re} \right) \\ Cd(Re, 2) = 17.0 Re^{-2/3} \\ Cd(Re, \infty) = \frac{24}{Re} \left( 1 + \frac{1}{6} Re^{2/3} \right) \end{cases} \tag{I.36}$$

Dans la même démarche que les études antérieures, SABONI et al. (2004) proposent de corréler leurs résultats numériques par une équation qui serait valable à la fois pour les faibles et les grands nombres de Reynolds ( $0 \leq Re \leq 400$ ). L'étude numérique effectuée est satisfaisante pour une large gamme de rapports de viscosités ( $0 < k < 1000$ ), et aussi pour des cas extrêmes (écoulement autour d'une bulle ( $k=0$ ) et écoulement autour d'une sphère rigide ( $k = \infty$ )). L'équation obtenue est la suivante :

$$Cd = \frac{\left[ k \left( \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{0.36}} \right) + \frac{15}{Re^{0.82}} - \frac{0.02k Re^{0.5}}{(1+k)} \right] Re^2 + 40(3k+2)/Re + 15k + 10}{(1+k)(5 + 0.95 Re^2)} \tag{I.37}$$

Sur la figure I. 6, nous avons regroupé les résultats de la corrélation **I. 37**. Nous observons pour un rapport de viscosité donné, que le coefficient de traînée diminue au fur et à mesure que le Reynolds augmente. D'autre part, pour un nombre de Reynolds donné, le coefficient de traînée augmente au fur et à mesure que le rapport des viscosités augmente, pour atteindre une valeur proche du coefficient de traînée d'une particule rigide.

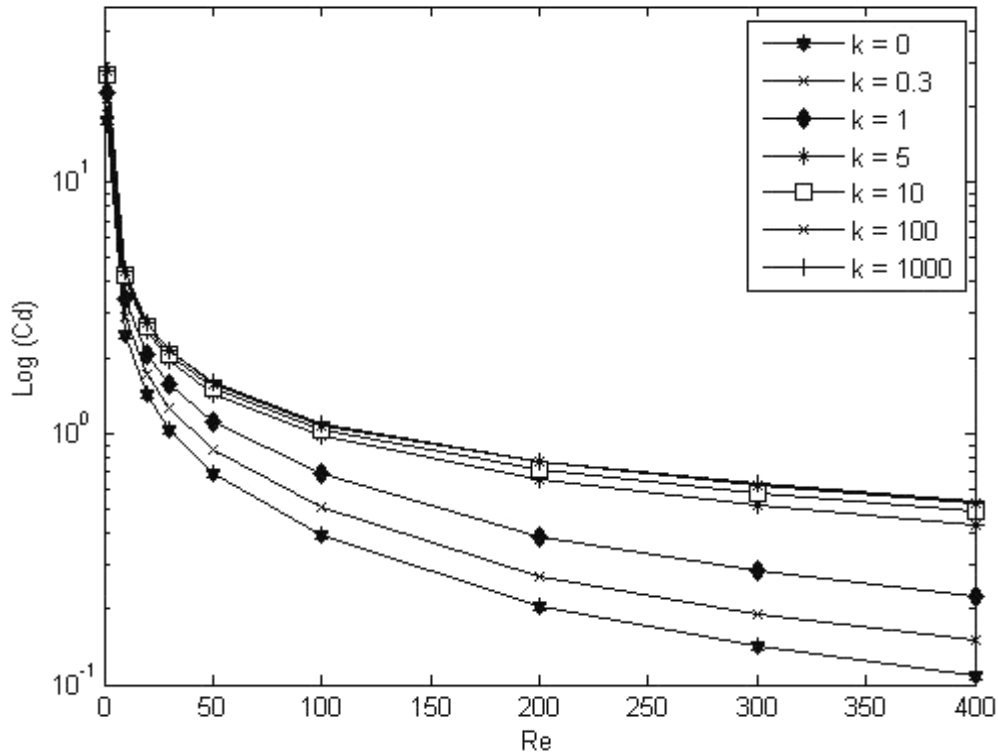


Figure I. 6: Evolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds et influence du rapport des viscosités, selon SABONI et al. (2004).

### 4. 3. Coefficient de traînée de plusieurs particules en interaction

ROWE & HENWOOD (1961) ont mesuré expérimentalement la traînée de deux sphères rigides identiques et placées l'une derrière l'autre (co-alignées), comme représentées sur la figure I. 7.

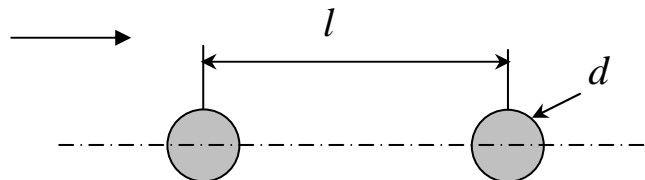


Figure I. 7 : Représentation de deux sphères rigides co-alignées.

Cette étude à été menée pour plusieurs nombres de Reynolds (32, 64 et 96). Les auteurs remarquent que le coefficient de traînée des deux sphères en interaction est plus petit que celui d'une sphère isolée. De plus, cette diminution est plus importante pour la sphère

suiveuse que pour la sphère en tête. Ils ont corrélés leurs résultats en fonction de la distance qui sépare ces deux sphères ( $l/d$ ) :

- Pour la sphère en tête, leurs résultats sont corrélés par :

$$C_d = \left( 1 - \frac{0.15}{(l/d) - 1} \right) C_{d_{\text{iso Schiller}}} \quad \text{I.38}$$

- Pour la sphère suiveuse, ils obtiennent :

$$C_d = \left( 1 - \frac{0.85}{(l/d) - 1} \right) C_{d_{\text{iso Schiller}}} \quad \text{I.39}$$

Le coefficient de traînée de la sphère rigide isolée ( $C_{d_{\text{iso Schiller}}}$ ) est donné par la corrélation de SHILLER & NAUMANN.

TAL et al. (1984) calculent numériquement le coefficient de traînée de deux sphères rigides co-alignées, en interaction dans un écoulement bidimensionnel axisymétrique. Les auteurs ont fixé le nombre de Reynolds à 40 et la distance entre les particules à 1.2 et à 2.5. Les auteurs comparent leurs résultats numériques avec ceux obtenus expérimentalement par ROWE & HENWOOD (1961). Nous représentons sur le tableau I.1 les résultats des études numériques de TAL et al. (1984).

	$l/d = 1.2$			$l/d = 2.5$		
	$C_d$	$C_d/C_{d_{\text{iso Schiller}}}$	$(C_d/C_{d_{\text{iso Schiller}}})_{\text{exp}}$ ROWE & HENWOOD	$C_d$	$C_d/C_{d_{\text{iso Schiller}}}$	$(C_d/C_{d_{\text{iso Schiller}}})_{\text{exp}}$ ROWE & HENWOOD
1 <sup>ère</sup> sphère	1.54	0.74	0.71	1.82	0.88	0.80
2 <sup>ème</sup> sphère	0.76	0.37	0.41	1.11	0.53	0.54
sphère isolée Schiller	2.07	-	-	2.07	-	-

Tableau I. 1: Evolution du coefficient de traînée de deux sphères co-alignées en interaction en fonction de la distance et comparaison avec une sphère isolée, TAL et al. (1984).

Les auteurs concluent que pour  $l/d = 1.2$  le coefficient de traînée de la sphère suiveuse est réduit considérablement. Par contre, lorsque cet espacement passe à  $l/d = 2.5$ , la diminution du coefficient de traînée de cette sphère suiveuse est moins importante. Ceci est dû à l'effet de

la zone de recirculation à l'arrière de la sphère amont qui diminue en augmentant la distance entre les particules.

ZHU et al. (1993) ont étudié expérimentalement l'évolution du coefficient de traînée de deux sphères rigides suspendues, comme montré à la figure I. 5. Ces deux sphères sont placées dans un écoulement d'eau et de glycérine. Les auteurs mesurent avec une balance de précision la force de traînée exercée sur les deux sphères en fonction de la vitesse du liquide environnant (Reynolds allant de 20 à 150). En fonction de la distance entre les particules, les auteurs ont corrélés leurs résultats expérimentaux avec une équation empirique pour le calcul du coefficient de traînée de la sphère en interaction en fonction du paramètre de distance ( $l/d$ ) :

$$C_d = \left(1 - \exp\left(A+B\left(\frac{l}{d}\right)-1\right)\right) C_{d_{\text{iso Schiller}}} \quad \text{I.40}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} A = 1 - \exp\left(-0.483 + 3.45 \times 10^{-3} \text{Re} - 1.07 \times 10^{-5} \text{Re}^2\right) \\ B = -0.115 - 8.75 \times 10^{-4} \text{Re} + 5.61 \times 10^{-7} \text{Re}^2 \end{cases} \quad \text{I.41}$$

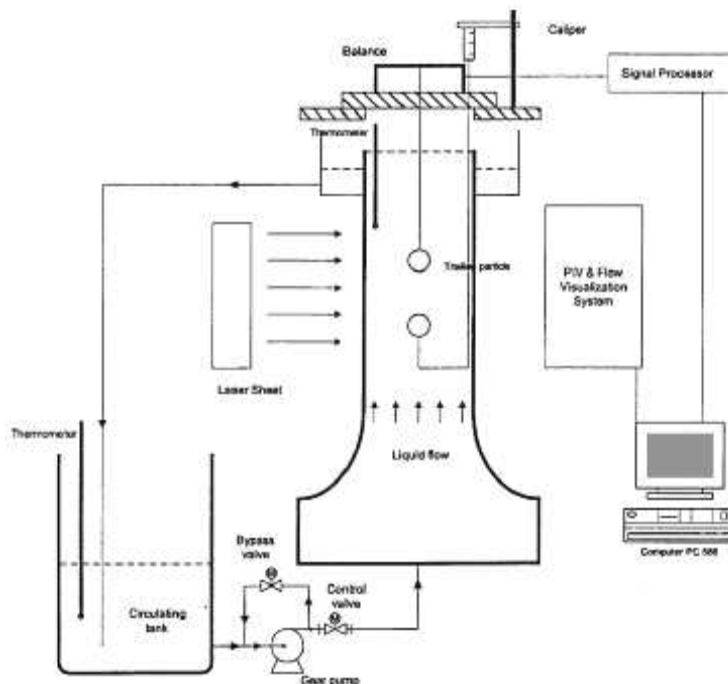


Figure I. 8 : Dispositif expérimental de ZHU et al.(1993).

En 1996, LIANG et al. ont modélisé l'écoulement autour des trois sphères rigides. Les auteurs ont étudié l'influence de la disposition de ces particules et de la distance de séparation (0.25 ; 0.5 et 3) sur l'évolution coefficient de traînée. Cette étude numérique est complétée par des résultats expérimentaux en utilisant le même dispositif expérimental que

ZHU et al., en rajoutant d'autres configurations pour les particules, comme montré sur la figure I. 6. Les auteurs concluent que pour un nombre de Reynolds donné (53.42), le coefficient de traînée des deux particules suiveuses est plus affecté par l'interaction. En augmentant la distance entre les particules, l'effet de l'interaction diminue.

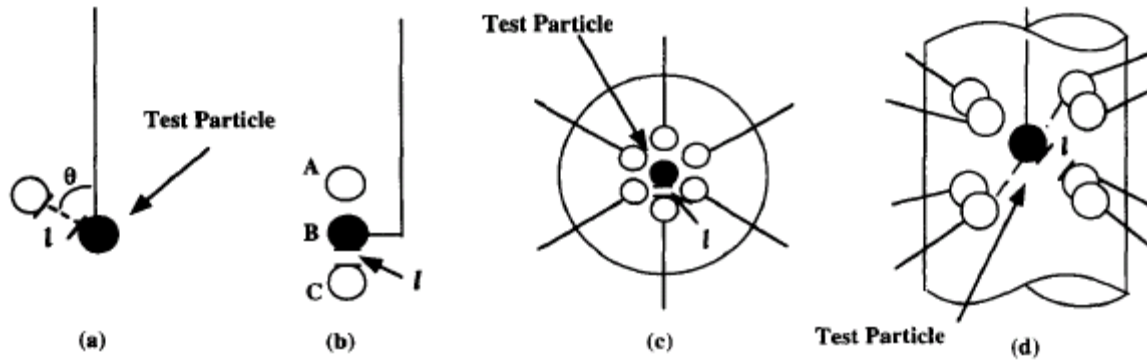


Figure I. : Configurations expérimentales de LIANG et al. (1996), a) : deux sphères en interaction, b) : trois sphères co-alignées, c) : configuration hexagonale, d) : configuration cubique.

Comme déjà évoqué, la prise en compte des phénomènes d'évaporation modifie l'évolution du coefficient de traînée. Pour une particule en évaporation, les corrélations exposées qui sont fonction du rapport des viscosités ( $k$ ), comme celle de SCHILLER & NAUMANN (1933) ou bien celle obtenue par SABONI et al. (2004), sont encore valides en présence de l'évaporation.

Dans la partie qui va suivre, nous allons faire un inventaire sur les différentes études théoriques et expérimentales concernant l'évaporation de gouttelettes liquides.

## 5. Etude de l'évaporation de gouttelettes liquides

### 5.1. Evaporation d'une goutte stagnante dans un milieu stagnant

L'évaporation d'une goutte mono-composante, isolée et immobile dans un milieu stagnant, est le modèle le plus simple. La température à la surface du liquide ( $T_s$ ) est initialement inférieure à la température du milieu environnant et la pression du milieu est inférieure à la pression critique de la goutte. Dans ces conditions, deux phénomènes interviennent :

- Un transfert de chaleur par conduction du milieu ambiant vers la surface de la goutte qui provoque une augmentation de la température de la goutte et une évaporation partielle de celle-ci.
- Un transfert de masse par diffusion produit par le gradient de concentration de vapeur entre la surface de la goutte et le milieu environnant, qui permet la poursuite du phénomène de vaporisation de la goutte.

Le processus est à symétrie sphérique comme montré sur la figure I. 10.

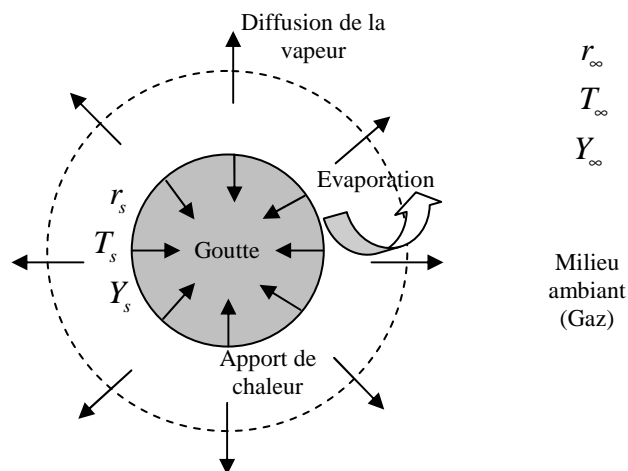


Figure I. 10 : Représentation du phénomène de l'évaporation d'une goutte stagnante dans un milieu stagnant.



### **5. 1. 1. La loi en $D^2$ et ses hypothèses**

Le modèle standard a été élaboré par GODSAVE (1953), SPALDING (1953), GOLDSMITH & PENNER (1954) et WISE et al. (1955), pour décrire les mécanismes de vaporisation d'une goutte isolée, mono-composante et stagnante dans une atmosphère au repos. Plusieurs études expérimentales et numériques y font référence.

Les hypothèses du modèle standard menant à la loi en  $D^2$  sont bien décrites dans la littérature (WILLIAMS en 1973, FAETH en 1977 et LAW en 1982). Ces hypothèses sont applicables pour l'évaporation de gouttes mono-constituantes, nous allons les rappeler brièvement :

- La symétrie sphérique car les effets de la convection naturelle et forcée sont négligés en supposant que la goutte est immobile par rapport au milieu ambiant.
- La goutte est isolée et plongée dans un environnement au repos.
- Les processus sont considérés comme spatialement isobares et la pression est égale à celle du milieu ambiant.
- Les propriétés de la phase gazeuse (capacité calorifique, conductivité thermique et coefficient de diffusion) sont constantes. Le nombre de Lewis est supposé égal à l'unité. Soit l'égalité entre le nombre de Schmidt et le nombre de Prandtl.
- Les phénomènes sont quasi-stationnaires dans la phase liquide. La température de la goutte est uniforme et constante.
- La phase gazeuse est quasi-stationnaire, ce qui signifie que l'écoulement s'adapte instantanément aux conditions aux limites et aux dimensions de la goutte. Tenant compte de cette hypothèse et de la précédente, on peut constater que le débit de vapeur est constant.
- Le changement de phase entre le liquide et sa vapeur est beaucoup plus rapide que le phénomène de transport dans la phase gazeuse, ce qui entraîne un équilibre liquide-vapeur à tout instant à la surface de la goutte, qui est à la pression de vapeur saturante correspondant à la température de surface de la goutte.
- Les phénomènes de décomposition de la phase gazeuse, le rayonnement, les effets de Soret (la diffusion massique provenant d'un gradient thermique), et de Dufour (flux de chaleur produit par un gradient de concentration) sont négligés.

## 5. 1. 2. Le modèle standard basé sur la loi en $D^2$

### ➤ Equation de continuité

$$\frac{d\dot{m}}{dr} = 0 \quad \text{I.42}$$

où  $\dot{m} = 4\pi r_s^2 \rho_{gaz} U_{r,s} = cste$  est le débit évaporé,  $r_s$  est le rayon de la goutte et  $U_{r,s}$  la vitesse radiale de la vapeur à sa surface.

### ➤ Equation de conservation de l'énergie

$$r^2 \rho_{gaz} U_{r,s} C_{p_{gaz}} \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} \left( r^2 \lambda_{gaz} \frac{dT}{dr} \right) \quad \text{I.43}$$

Cette équation traduit simplement le fait que la chaleur est transmise de la phase gazeuse (l'air ambiant) vers la surface de la goutte par conduction. Elle s'accompagne des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} T(r = r_s) = T_s \\ T(r = r_\infty) = T_\infty \end{cases} \quad \text{I.44}$$

et d'une condition à l'interface :

$$4\pi r_s^2 \lambda_{gaz} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_s} = \dot{m} L_v \quad \text{I.45}$$

où  $L_v$  représente la chaleur latente de vaporisation

La résolution de cette équation en tenant compte des conditions aux limites à l'interface, donne le profil de température dans la phase gazeuse et le débit évaporé:

$$T = \frac{(T_s - T_\infty)}{\exp\left(\frac{-\dot{m} C_{p_{gaz}}}{4\pi \lambda_{gaz} r_s}\right) - 1} \left[ \exp\left(\frac{-\dot{m} C_{p_{gaz}}}{4\pi \lambda_{gaz} r}\right) - 1 \right] + T_\infty \quad \text{I.46}$$

$$\dot{m} = 4\pi r_s \rho_{gaz} D_{gaz} \ln(1 + B_T) \quad \text{I.47}$$

$$\text{Avec } B_T = \frac{C_{p_{gaz}} (T_s - T_\infty)}{L_v} \quad \text{I.48}$$

Le nombre de transfert thermique de Spalding  $B_T$  indique le rapport entre l'enthalpie disponible dans le gaz (l'atmosphère ambiante) entourant la goutte et la chaleur nécessaire à l'évaporation de la goutte.

➤ **Equation de conservation des espèces**

$$\frac{d}{dr} \left[ r^2 \left( \rho_{gaz} U_{r,s} Y - \rho_{gaz} D_{gaz} \frac{dY}{dr} \right) \right] = 0 \quad \text{I.49}$$

Cette équation s'accompagne de la même manière des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} Y(r = r_s) = Y_s \\ Y(r = r_\infty) = Y_\infty \end{cases} \quad \text{I.50}$$

et d'une condition à l'interface :

$$4\pi r_s^2 \rho_{gaz} D_{gaz} \frac{dY}{dr} \Big|_{r=r_s} = \dot{m}(1 - Y_s) \quad \text{I.51}$$

Après résolution, nous obtenons la fraction massique de la vapeur dans la phase gazeuse et le débit évaporé:

$$Y = \frac{Y_s}{\exp\left(\frac{-\dot{m}}{4\pi\rho_{gaz} r_s D_{gaz}}\right) - 1} \left[ \exp\left(\frac{-\dot{m}}{4\pi\rho_{gaz} r D_{gaz}}\right) - 1 \right] \quad \text{I.52}$$

$$\dot{m} = 4\pi r_s \rho_{gaz} D_{gaz} \ln(1 + B_M) \quad \text{I.53}$$

$$\text{avec } B_M = \frac{Y_s - Y_\infty}{1 - Y_s}, \quad \text{I.54}$$

sachant que  $B_M$  représente le nombre de Spalding massique.

Par hypothèse, et pour une condition quasi-stationnaire du modèle standard, les deux nombres de Spalding, massique et thermique sont égaux ( $B_M = B_T = B$ ).

$$\text{Nous obtenons alors } \dot{m} = 4\pi r_s \rho_{gaz} D_{gaz} \ln(1 + B) \quad \text{I.55}$$

Sachant que la goutte est sphérique, sa masse est  $m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{goutte}$  nous avons alors

$$\dot{m} = 4\pi r^2 \rho_{goutte} \frac{dr}{dt} \quad \text{I.56}$$

Finalement en égalisant (I.55) et (I.56), nous retrouvons la loi en  $D^2$  qui traduit la décroissance linéaire du carré du diamètre de la goutte en fonction du temps :

$$d^2 - d_0^2 = -K.t \quad . \quad \text{I.57}$$

$d$  est le diamètre instantané de la goutte,  $d_0$  est son diamètre initial,  $t$  est le temps et  $K$  représente le taux de vaporisation défini par :

$$K = 8 \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{goutte}} D_{gaz} \ln(1+B) \quad \text{I.58}$$

Par hypothèse du modèle standard, le nombre de Lewis est égal à l'unité

( $Le = \frac{\lambda_{gaz}}{\rho_{gaz} C_{p,gaz} D_{gaz}} = 1$ ), le taux de vaporisation peut s'écrire encore sous la forme suivante :

$$K = 8 \frac{\lambda_{gaz}}{C_{p,gaz} \rho_{goutte}} \ln(1+B) \quad \text{I.59}$$

### 5. 1. 3. Les insuffisances du modèle standard

Nous allons montrer que le modèle standard basé sur la loi en  $D^2$  n'est pas à l'abri des critiques, nous allons exposer dans le paragraphe suivant les insuffisances de ce modèle :

- Le caractère instationnaire lié au chauffage de la goutte :

Le phénomène quasi-stationnaire de la phase liquide n'est pas vérifié. WALDMAN (1975) et LAW (1976) observent dans leurs études la présence d'une période transitoire de chauffage de la phase liquide.

- La variation des propriétés physico-chimiques :

Dans le modèle standard, la variation des propriétés physico-chimiques est indépendante de la température et de la fraction massique des espèces. HUBBARD et al. (1975) ont étudié numériquement l'influence de la variation de ces propriétés. LAZARD & FAETH (1971) montrent dans leurs études que ces propriétés sont dépendantes de la température. Ils considèrent que les capacités calorifiques et la conductivité thermique sont linéairement proportionnelles à la température.

- Accumulation de la vapeur :

Ce phénomène est transitoire et se situe entre la surface de la goutte et la phase gazeuse loin de la goutte. Cette accumulation de la vapeur a été traitée par LAW et al. (1980) et par BOTROS et al. (1980). Elle dépend essentiellement de la fraction massique de vapeur dans la phase gazeuse. LAW (1982) observe que le taux global de dégagement de chaleur de la goutte est différent de celui prédit par la loi en  $D^2$ .

- Influence de la convection :

Le modèle standard ne tient pas compte du mouvement relatif de la goutte dans son environnement. L'immobilité de la goutte et du milieu environnant n'est pas toujours facile à avoir. RANZ & MARSHALL (1952) ont montré de façon empirique que le taux d'évaporation est multiplié par un facteur qui dépend du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl.

#### 5. 1. 4. Les modifications du modèle standard

- prise en compte de l'évolution de la température de la goutte

Pour tenir compte du phénomène d'augmentation de la température de la goutte avant d'atteindre la valeur quasi-stationnaire décrite par la loi en  $D^2$ , LAW (1976) suppose que la température de la goutte est uniforme et évolue en fonction du temps. Il décrit un *modèle de conductivité thermique infinie* :

$$\frac{dT_{goutte,s}}{dt} = \frac{6}{\pi d^3} \frac{Q_{goutte}}{\rho_{goutte} C_{p_{goutte}}} \quad \text{I.60}$$

LAW & SIRIGNANO (1977) tiennent compte dans leur *modèle à conductivité thermique finie*, en plus de l'évolution de la température de la goutte en fonction du temps, de la non-uniformité de la température de la goutte :

$$\frac{dT_{goutte}}{dt} = \frac{a_T}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial T_{goutte}}{\partial r} \quad \text{I.61}$$

$a_T$  est la diffusivité thermique de la goutte.

- prise en compte des modifications des propriétés physico-chimiques

Comme déjà évoqué, les propriétés physico-chimiques de la phase gazeuse ne sont pas constantes. Les descriptions des échanges au sein de la phase gazeuse s'effectuent dans une couche proche de la surface de la goutte où les gradients de la fraction massique de la vapeur

et de la température évoluent dans le temps et dans l'espace en s'éloignant de la surface de la goutte. De nombreuses études recommandent de corriger les propriétés physico-chimiques de la phase gazeuse. HUBBARD et al. (1975) et YUEN & CHEN (1976) proposent une corrélation pour le calcul d'un état de référence de la température et de la fraction massique :

$$\begin{cases} T_{réf} = \zeta T_{\infty} + (1 - \zeta) T_s \\ Y_{réf} = \zeta Y_{\infty} + (1 - \zeta) Y_s \end{cases} \quad \text{I.62}$$

Avec  $\zeta = 1/3$

## 5. 2. Evaporation d'une goutte en mouvement:

La prise en compte de la convection dans le phénomène d'évaporation d'une goutte est très importante car les frottements visqueux engendrés par le mouvement relatif de la goutte provoquent une diminution de la fraction massique de la vapeur à sa surface. D'une part, la convection permet d'éviter le phénomène de cumul de la vapeur et d'autre part, elle permet d'accélérer l'évaporation de la goutte et de diminuer sa durée de vie.

### 5. 2. 1. Modèle basé sur la loi en $D^2$ en présence de la convection

Nous rappelons brièvement les études importantes sur l'évaporation de gouttes isolées en mouvement. Dans cette configuration, le nombre de Reynolds n'est pas nul et le taux de vaporisation augmente avec l'effet de la convection. La plupart des travaux découlent des études expérimentales et la régression du diamètre continue à suivre la loi en  $D^2$  mais exige une modification du taux de vaporisation. Cette régression est donnée par:

$$d^2 - d_0^2 = -K'.t \quad \text{I.64}$$

$K'$  représente le taux de vaporisation corrigé. L'une des expressions les plus fréquentes est celle de RANZ & MARSHALL (1952) :

$$K' = K \left( 1 + 0.3 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \right) \quad \text{I.65}$$

Les auteurs ont formulé leur corrélation à partir des expériences menées sur l'évaporation d'une sphère poreuse et humide qui est alimentée en continu par un liquide. D'autres corrélations similaires ont été proposées :

○ CHEN et al. (1997) :  $K' = K \left( 1 + 0.24 \text{Re}^{1/2} \right)$  I.66

o AGOSTON et al. (1957) :  $K' = K(1 + 0.3 \text{Re}^{1/2} \text{Sc}^{1/3})$  I.67

### 5.2.2. Modèle du double film

Dans cette approche, nous supposons que les transferts de chaleur et de masse s'effectuent au niveau d'un double film fictif (liquide et gazeux). Le film gazeux peut être assimilé à une couche thermique et massique (diffusion de la vapeur), le film liquide à une couche limite thermique car les échanges thermiques s'effectuent dans les deux films mais le transfert de masse a lieu seulement dans le film gazeux. L'épaisseur des deux films est ajustée de sorte que le flux de la conduction de la chaleur dans les deux films et la diffusion de la vapeur dans le film gazeux soit égal au flux réellement échangé par convection entre la goutte et son milieu environnant.

L'équilibre thermique s'effectue à l'interface comme montré sur la figure I. 11.

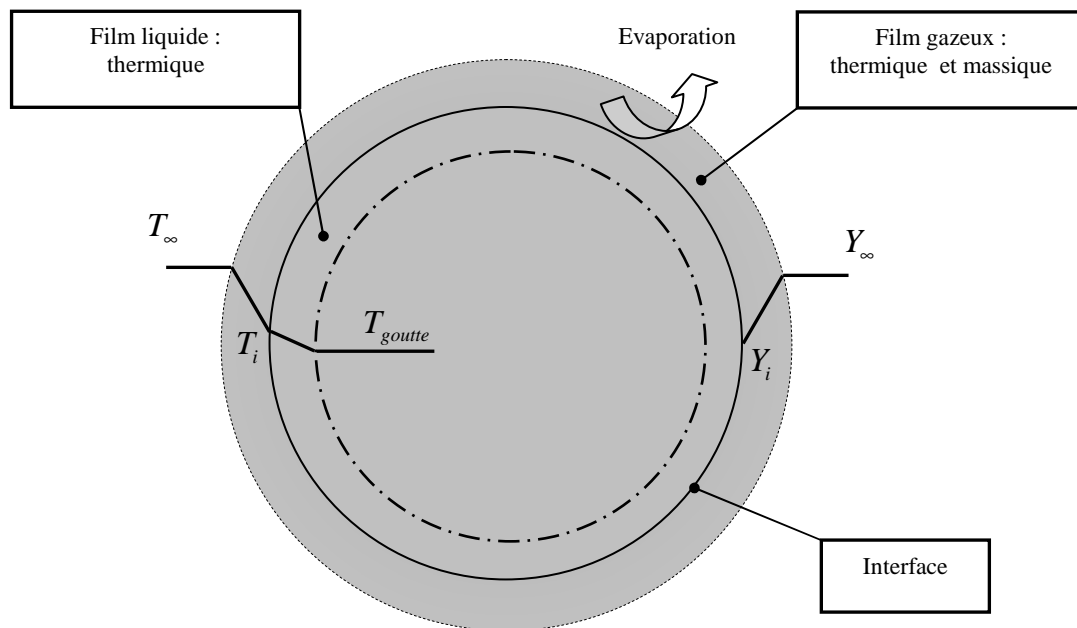


Figure I. 11 : Représentation du phénomène de l'évaporation d'une goutte, modèle du double film.

Si la résistance au transfert dans le film liquide est négligeable, nous revenons au cas de la théorie du film gazeux étudié par CLIFT et al. (1978) où la couche thermique et massique autour d'une goutte en mouvement est représentée par un film gazeux dont l'épaisseur ( $\delta_T$ ,  $\delta_M$ ) dépend des nombre de Nusselt et de Sherwood tout en respectant l'approche quasi-stationnaire de l'évaporation. De ce fait, la loi en  $D^2$  reste applicable. ABRAMZON & SIRIGNANO (1987) montrent dans leur étude sur le transfert de chaleur et

de masse à l'intérieur d'une couche limite pour un écoulement autour d'un dièdre en évaporation (tout en faisant varier l'angle au sommet de 0 à  $2\pi$ ) que les nombres de Nusselt et de Sherwood vont avoir une modification sensible due à l'évaporation et à l'écoulement de Stefan (vitesse radiale observée en conséquence du transfert de chaleur et de masse de la surface de la goutte vers le milieu environnant), ce qui implique une modification de l'épaisseur de la couche limite thermique et massique. Des facteurs correctifs ( $F_T$  et  $F_M$ ) qui représentent la variation relative de l'épaisseur du film due à l'écoulement de Stefan sont introduits :

$$\begin{cases} F_T = \frac{\delta'_T}{\delta_T} \\ F_M = \frac{\delta'_M}{\delta_M} \end{cases} \quad \text{I.68}$$

$\delta_T$  et  $\delta_M$  représentent, par définition de la théorie du film en absence d'évaporation (FRANK-KAMENETSKII (1969)), les épaisseurs de la couche limite thermique et massique, respectivement :

$$\begin{cases} \delta_T = \frac{2r_s}{Nu-2} \\ \delta_M = \frac{2r_s}{Sh-2} \end{cases}, \quad \text{I.69}$$

sachant que  $Nu$  et  $Sh$  représentent respectivement le nombre de Nusselt et de Sherwood de la goutte en absence d'évaporation. Pour calculer ces nombres adimensionnels, plusieurs corrélations sont proposées, la plus répandue dans la littérature est celle donnée par CLIFT et al. (1978) :

$$\begin{cases} Nu = 1 + (1 + Re.Pr)^{1/3} f(Re) \\ Sh = 1 + (1 + Re.Sc)^{1/3} f(Re) \end{cases} \quad \text{I.70}$$

Avec  $f(Re) = 1$  si  $Re \leq 1$  et  $f(Re) = Re^{0.077}$  si  $1 < Re \leq 40$

En présence de l'écoulement de Stefan, ABRAMZON & SIRIGNANO (1987) proposent la correction suivante:



$$\begin{cases} Nu' = 2 + \frac{Nu - 2}{F_T} \\ Sh' = 2 + \frac{Sh - 2}{F_M} \end{cases} \quad \text{I.71}$$

Pour calculer  $F_T$  et  $F_M$ , les auteurs considèrent que les propriétés physiques du liquide sont constantes et que la température est uniforme. Ils proposent alors d'approcher les facteurs correctifs comme suit :

$$\begin{cases} F_T = (1 + B_T)^{0.7} \frac{\ln(1 + B_T)}{B_T} \\ F_M = (1 + B_M)^{0.7} \frac{\ln(1 + B_M)}{B_M} \end{cases} \quad \text{I.72}$$

### **5. 2. 3.      Modèle traitant les équations de transfert d'une goutte en chute libre**

Dans le cadre de l'étude de l'évaporation d'une gouttelette en chute libre dans l'air, GUELLA (2006) propose, pour la modélisation de l'évaporation, un modèle de convection-diffusion couplé au modèle à conductivité infinie en posant l'hypothèse que la différence de température entre le volume et la surface de la goutte est négligeable. Ce mode de transfert de chaleur et de masse est couplé avec l'équation de mouvement de la particule. Il sera explicité dans le chapitre 2.

Pour la validation du modèle, l'auteur compare ses résultats avec les données expérimentales de SARTOR & ABBOT (1975), obtenues dans le cas de l'évaporation de gouttes d'eau de diamètre 68, 101 et 157  $\mu\text{m}$  en chute libre dans l'air ambiant (22 °C, 0.828 bar), comme représenté sur la figure I. 12. D'autre part, comme montré sur la figure I. 13, ce modèle donne une bonne concordance avec les expériences de SMOLIK et al. (2001) et avec les expériences menés par l'auteur sur plusieurs liquides (eau, éthanol, 2-Ethyl-1-hexanol, acétone) pour des conditions opératoires ( $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20$  °C, Hr = 80 %) comme observé, à titre d'exemple, sur les figures (I. 14 et I. 15).

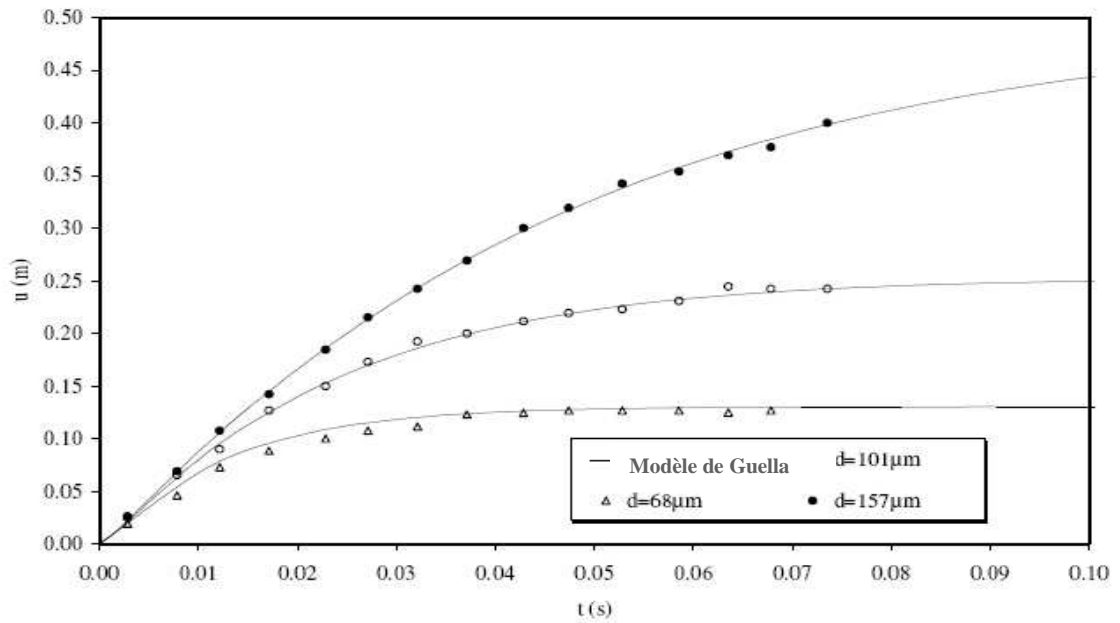


Figure I. 12 : Variation des vitesses de chute en fonction du temps pour des petites gouttes d'eau à 22 °C et 0.828 bar : Comparaison entre le modèle de GUELLA (2006) et les expériences de SARTOR & ABBOTT (1975).

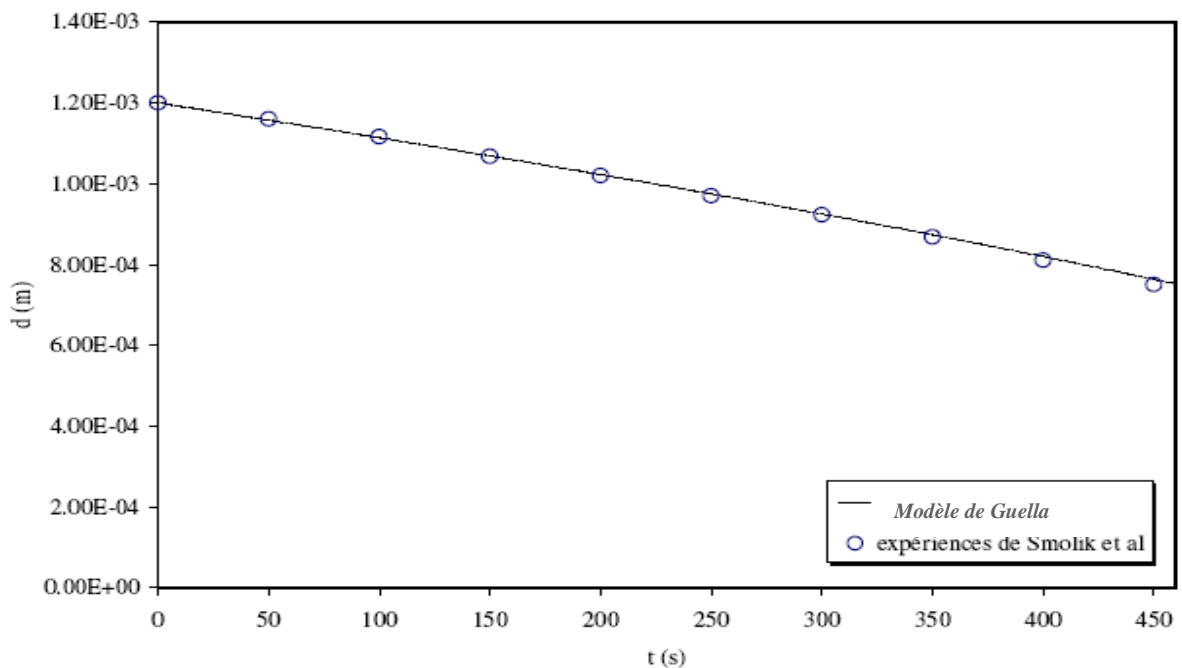


Figure I. 13 : Evolution du diamètre d'une goutte d'eau : Comparaison entre le modèle de GUELLA (2006) et les expériences de SMOLIK et al. (2001) :  $T_{gaz} = 297 K$ ,  $Hr = 35 \%$ ,  $u_{gaz} = 0.203 m/s$ ,  $T_{goutte,0} = 288 K$  et  $d_0 = 1200 \mu m$ .

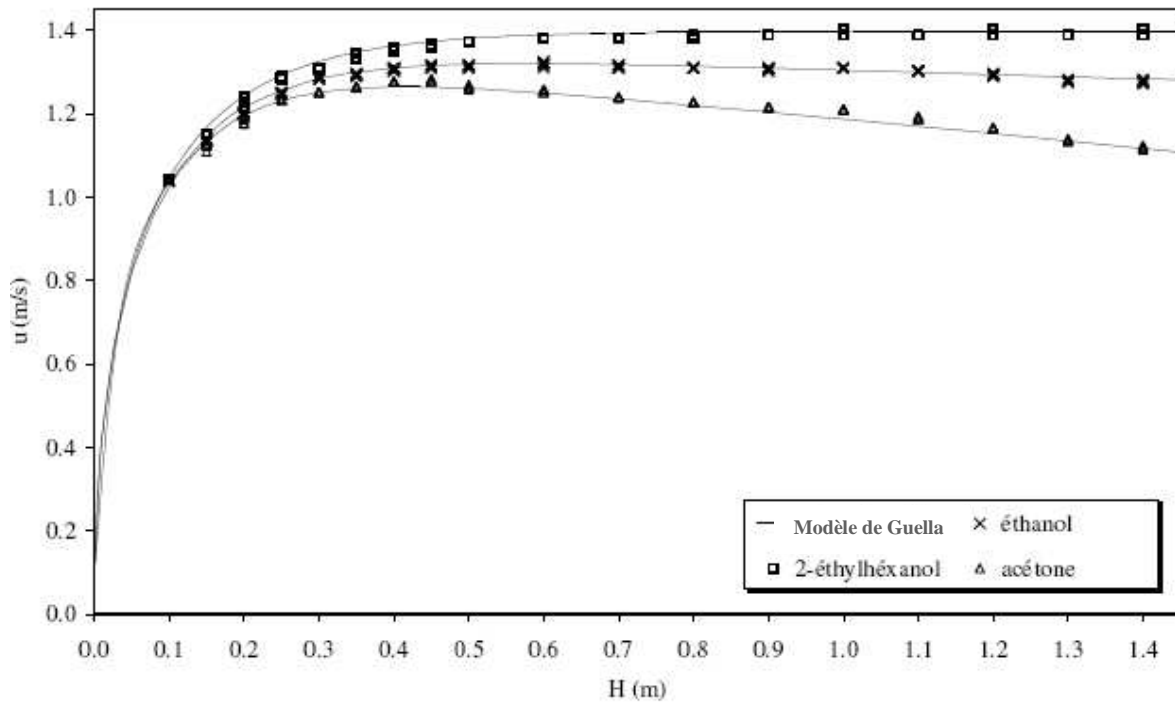


Figure I. 14 : Evolution de la vitesse d'une goutte de  $400 \mu\text{m}$  en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur,  $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 80 \%$  : Comparaison des résultats entre les expérimentaux et le modèle de GUELLA (2006).

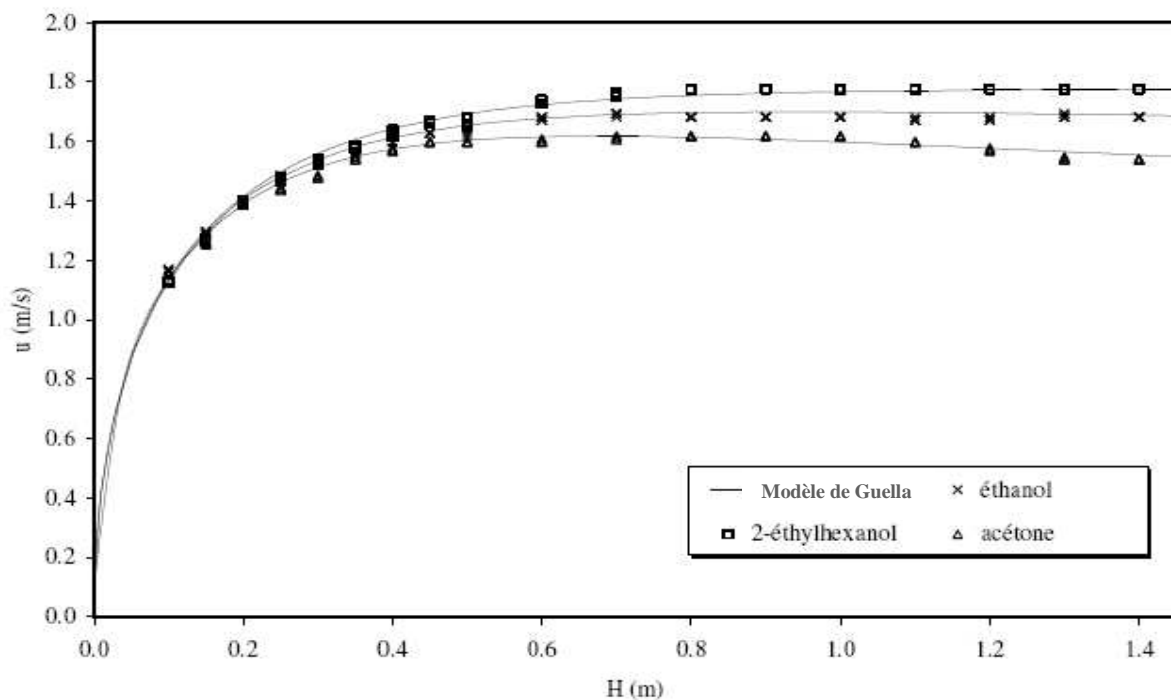


Figure I. 15 : Evolution de la vitesse d'une goutte de  $500 \mu\text{m}$  en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur,  $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 80 \%$  : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle de GUELLA (2006).

### 5.3. Les investigations expérimentales sur l'évaporation des gouttes

De nombreuses études expérimentales sur l'évaporation de gouttes existent. Parmi elles, trois principales techniques expérimentales sont utilisées :

- Une goutte suspendue au bout d'un filament fin.
- La méthode de la sphère poreuse
- La goutte en chute libre

#### 5.3.1. Une goutte suspendue au bout d'un filament fin.

La technique de l'évaporation d'une goutte suspendue est facile à réaliser et largement utilisée (voir la figure I. 16). La goutte est en position fixe par rapport à un filament et s'évapore dans une atmosphère au repos comme étudié par KOBAYASI (1955), KUMAGAI (1957), MONAGHAN et al. (1968), ou dans une atmosphère ventilée, à savoir les études de CHESNEAU (1994), SMOLIK et al. (1998), SMOLIK et al. (2001).

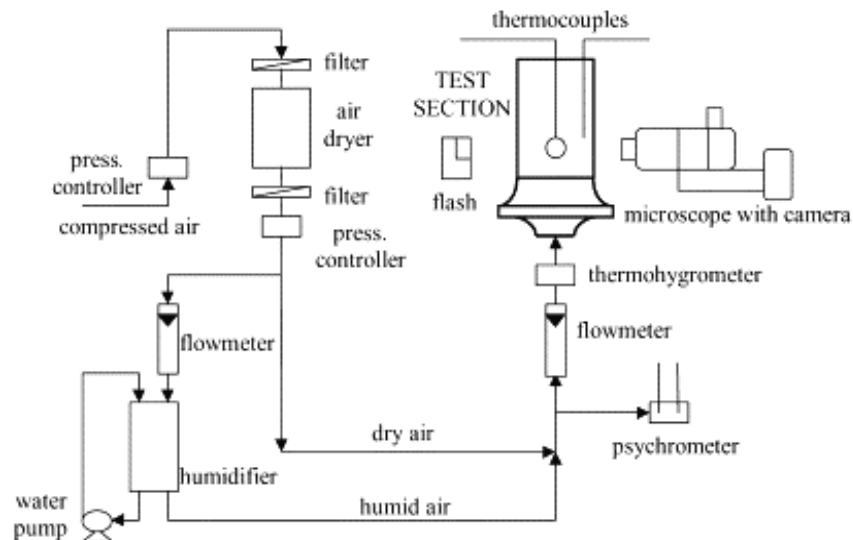


Figure I. 16 : Représentation de l'expérimentation sur l'évaporation d'une goutte suspendue au bout d'un filament fin, SMOLIK et al. (1998).

Cette méthode répond à la loi en  $D^2$  mais présente des inconvénients :

- L'existence du filament perturbe la symétrie sphérique de la goutte. Cette déformation devient de plus en plus importante à la fin de l'évaporation, et surtout quand la taille de la goutte devient presque égale à celle du filament. Par contre et pour un diamètre du filament inférieur à  $100 \mu m$ , LAW et al. (1980) montrent que l'influence

du filament devient négligeable sur une grande durée de vie de la goutte. MONAGHAN et al. (1968) ont montré que cette déformation de la goutte n'est pas contraignante et reste négligeable en connaissant la dépendance de la déformation par rapport au diamètre initiale de la goutte.

- La présence d'un champ gravitationnel qui induit des forces de flottabilité, provoque aussi une déformation de la goutte. Cependant, pour réduire cette influence de la gravité CHAUVEAU (1990) propose de faire des expérimentations à pression réduite. CHESNEAU (1994) a étudié l'influence de la variation de pression du phénomène d'évaporation. CHAUVEAU et al. (1993) ont adopté la méthode des vols paraboliques d'un avion laboratoire pour créer un environnement de micro gravité afin de remédier à la présence des forces de flottabilité.
- La présence du filament engendre une perturbation du champ de température de la goutte et de fait une modification du transfert de chaleur comme observé par OKAJIMA & KUMAGAI, (1975). Cette modification se traduit par une présence d'un phénomène de conduction de la goutte vers le filament et par conséquent, un ralentissement de l'évaporation de la goutte.
- La technique de la goutte suspendue est limitée à des liquides relativement peu volatils, car dans le cas contraire, l'évaporation peut débuter avant la formation de la goutte.

### **5. 3. 2. La méthode de la sphère poreuse**

La technique de l'évaporation de la sphère poreuse est conforme à la loi en  $D^2$ . La théorie quasi-stationnaire est obtenue grâce à l'alimentation en continu de la sphère en un film liquide. La mesure du débit d'alimentation en liquide compense la variation du diamètre due à l'évaporation en fonction du temps. KHALIK ET AL (1975), montrent que la présence d'un film liquide constant à la surface de la sphère, permet d'avoir une analyse détaillée du phénomène de transfert de chaleur et ainsi de l'évaporation. RENKSIZBULUT & YUEN (1983) ont étudié l'évaporation d'un film liquide d'épaisseur constante (eau, méthanol, heptane) entourant une sphère lisse de bronze plongé dans de l'air chaud en mouvement (soufflerie d'air) pour des nombres de Reynolds allant de 25 à 2000 (voir la figure I. 17). Les résultats de leurs expériences ont mis en évidence une corrélation basée sur la loi en  $D^2$ .

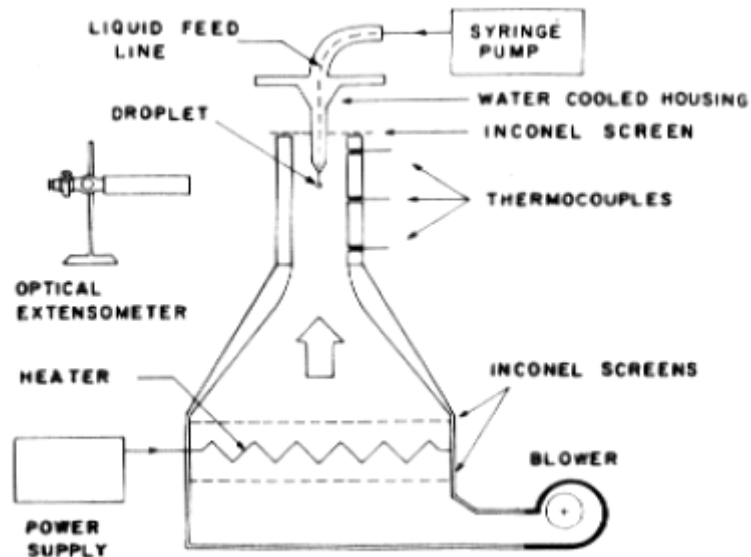


Figure I. 17 : Représentation de l'expérience sur l'évaporation d'une sphère poreuse, RENKSIZBULUT & YUEN (1983).

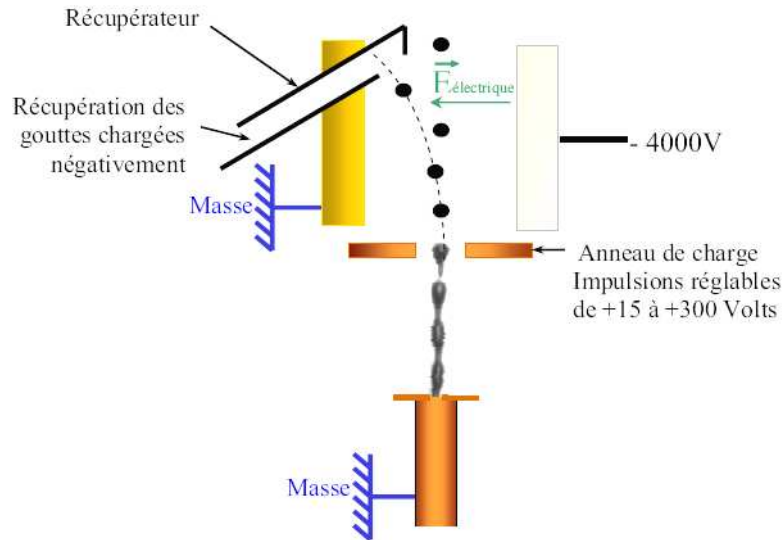
Malgré les bons résultats obtenus par cette méthode, son application présente des inconvénients, car la taille de la sphère est de l'ordre de quelques centimètres et de ce fait, il n'est pas possible d'étudier l'évaporation de petites sphères poreuses.

### 5. 3. 3. La goutte en chute libre

La technique d'évaporation de gouttes en chute libre dans l'air est une méthode très attractive. Elle permet de suivre l'évolution du transfert de chaleur et de masse de la goutte vers le milieu environnant. Ainsi, cette méthode nous offre l'avantage de suivre l'évolution de la température de la goutte et sa vitesse de chute. La multitude d'applications sur cette expérimentation, permet d'avoir des diamètres de gouttes nettement inférieurs à ce que les autres expérimentations peuvent offrir et, de plus, de traiter des produits volatils. Reste un problème majeur, la mise en place de cette technique, qui impose un choix complexe pour le générateur de gouttes et une méthode rigoureuse pour l'espacement entre les gouttes afin de ne pas avoir les phénomènes d'interaction. Afin de générer les gouttes en fonction de leurs tailles et de contrôler la distance qui sépare deux gouttes successives, nous distinguons dans la littérature deux types de méthodes.

La première méthode a été développée par ADAM ET AL. (1971). Cette méthode qui consiste à générer un jet de gouttes très dense, juste après la formation de micro goutte. Les auteurs ont utilisé un déviateur électrostatique qui permet d'augmenter la distance entre ces gouttes en éliminant certaines gouttes du jet sans pour autant perturber les autres. Cette technique est ensuite utilisée par SANGIOVANNI & KESTEN (1977). Puis par

ALTWICHER & LINDHJEM (1988) qui ont amélioré le dispositif afin de varier la distance entre les gouttes en fonction de la fréquence des impulsions électriques sur les gouttes à retirer. Récemment CASTANET ET AL. (2002), ont adopté ce dispositif pour l'étude de l'évaporation de gouttes mono-dispersées, comme montré sur la figure I. 18



*Figure I. 18 : Représentation de l'expérience sur l'évaporation d'une goutte en mouvement, dispositif de CASTANET et al. (2002).*

La deuxième méthode consiste à éviter de charger les gouttes avec un potentiel électrique. ABBOT & CANNON (1972) ont mis en place une autre manière de générer des gouttes isolées et sans interaction. Un haut parleur sous tension excite, avec une fréquence de pulsation et une amplitude déterminée, une tige rigide et interchangeable. Les vibrations correspondantes permettent des contacts périodiques entre la tige et une aiguille hypodermique. Le mouvement pulsé et périodique de la tige détache un filament horizontal de liquide. Lorsque on atteint une certaine résonance, le filament se contracte et donne naissance à une micro goutte. SAGIOVANNI & LABOWSKY (1982) ont utilisé ce principe pour générer des gouttes mono-dispersées afin d'étudier l'influence sur l'auto-inflammation de la distance entre des gouttes injectées dans une chambre de combustion.

Dans la même optique, PARK et al. (2002) utilisent dans leur étude un générateur de micro gouttes, en utilisant un système vibratoire qui est transformé en un mouvement périodique, permettant ainsi de générer des gouttes de même taille. Cette technique de génération de micro goutte a été adoptée par GUELLA (2006) ET GUELLA et al. (2007), dans le cadre de l'étude de l'évaporation et son influence sur la vitesse instantanée d'une goutte de diamètre inférieur au millimètre en chute libre dans l'air. Le dispositif expérimental représenté sur la figure I. 19 est constitué d'une colonne rectangulaire. La hauteur, la longueur et la largeur de

cette colonne sont respectivement 2.6, 0.6 et 0.56 m. Cette colonne se compose d'un générateur de gouttelettes permettant de générer des gouttes quasi identiques, d'un système d'acquisition composé d'une caméra, d'une carte d'acquisition et d'un micro-ordinateur afin d'assurer l'acquisition d'images, d'un dispositif permettant la mesure de la vitesse de la goutte au cours de sa chute, composé de deux diodes laser, deux photodiodes et un oscilloscope, et d'un dispositif assurant le suivi des conditions expérimentales (température, hygrométrie).

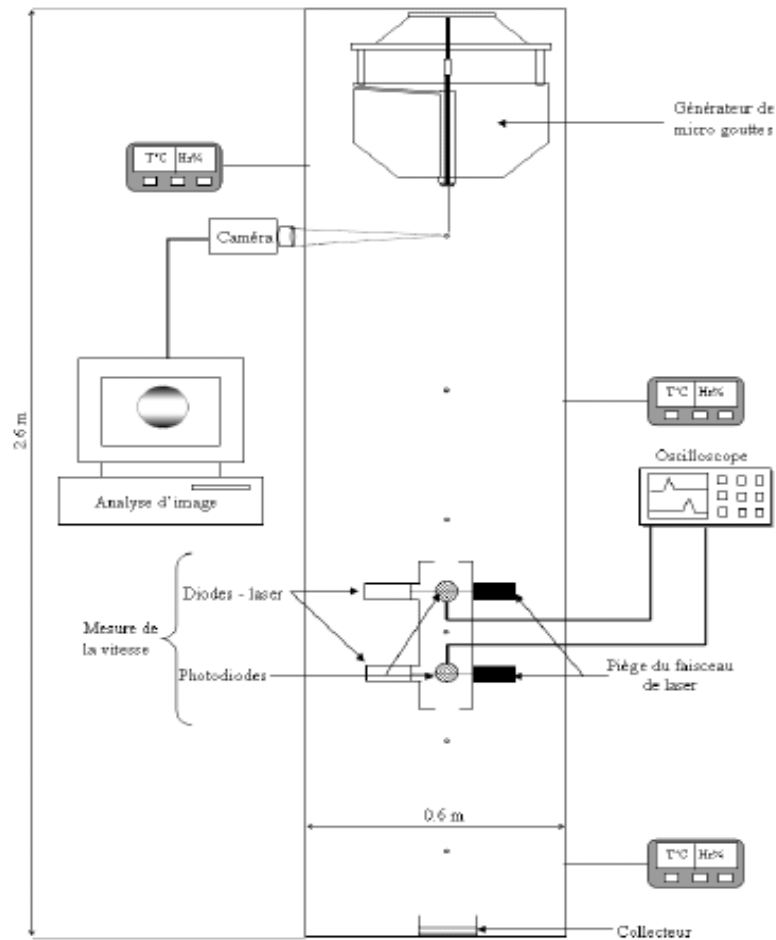


Figure I. 19 : Schéma du dispositif expérimental de GUELLA (2006).



Après avoir cerné l'étude de l'écoulement autour et à l'intérieur d'une particule isolée, l'interaction entre les particules et l'influence de l'évaporation sur les différents paramètres physico-chimiques de la particule fluide ainsi que les différentes études antérieures sur l'interaction fluide-particule, nous allons exposer l'ensemble des études sur l'influence de la turbulence sur la prédiction des trajectoires d'une gouttelette liquide en absence d'évaporation. Les différentes approches de suivi des trajectoires de ces particules seront discutées et commentées. Nous allons ensuite exposer les méthodes pour générer de la turbulence et enfin nous allons expliquer les mécanismes d'interactions entre la turbulence et les gouttelettes.

## **6. Dispersion de particules dans un écoulement turbulent**

La littérature relative à la dispersion des particules en écoulement turbulent constitue un ensemble assez impressionnant. Actuellement, les tentatives de prédiction de la dispersion de particules dans un écoulement fluide sont basées sur deux approches différentes, à savoir Eulérienne ou Lagrangienne. L'écoulement turbulent peut être décrit par l'une des deux approches et le comportement des particules peut alors être prédit dans cette turbulence. L'étude de la dispersion de ces particules dans un écoulement turbulent permet alors de déduire les échanges de quantité de mouvement et d'énergie entre la phase continue et la phase dispersée dans chaque volume de contrôle traversé par les particules.

### **6. 1. Approche Eulérienne :**

L'approche Eulérienne considère que la phase dispersée est formée par un champ continu de particules le long de leurs trajectoires. Cette approche est basée sur la résolution de l'équation de transport et a été utilisée dans les études de SIMONIN & VIOLLET (1990), HAN et al. (1991), LOUGE et al. (1993), BOULET et al. (2002) et BOURLOUTSKI et al. (2002). Cette approche est limitée dans son utilisation car la vitesse moyenne de la phase dispersée doit être égale à celle de la phase continue.

### **6. 2. Approche Lagrangienne :**

L'approche Lagrangienne est largement utilisée et considère que la phase dispersée est formée par des particules qui sont suivies une à une le long de leurs trajectoires. Il est important de souligner que dans cette approche, nous avons la possibilité d'introduire des modifications sur les caractéristiques physico-chimiques ainsi que sur la distribution en taille ou autre, et même d'introduire des particules de diverses natures.

Cette approche a été utilisée en 1984 par PICART et al. dans la modélisation et la discrétisation de la dispersion des particules aéroportées dans un écoulement turbulent. Les auteurs utilisent le code DISCO-2 (DISpersion COmputing) qui consiste à approximer tout d'abord un spectre Eulérien du fluide, en se donnant une méthode pour transformer des quantités Eulériennes en quantités Lagrangiennes. Pour cela, les auteurs ont déterminé une fonction de corrélation Lagrangienne pour le fluide afin d'obtenir un spectre Lagrangien par transformée de Fourier. Ils ont étudié l'influence de l'énergie cinétique turbulente sur l'écoulement. Leurs prédictions étaient comparées aux résultats expérimentaux de SNYDER & LUMLEY (1971), WELLS et al. (1982) et ARNASON (1982).

BERLEMONT et al. (1995) ont analysé par l'approche Lagrangienne la dispersion de gouttes de méthyle dans un écoulement tubulaire chauffé. Dans leurs travaux, les auteurs ont observé l'influence de l'interaction entre dispersion-vaporisation et le couplage entre les deux phases. GOUESBET & BERLEMONT (1999), BOURLOUTSKI et al. (2002) exposent les deux approches (Eulérienne et Lagrangienne) pour prédire et/ou simuler la dispersion des particules dans des écoulements turbulents. Les travaux de BOURLOUTSKI et al. (2002) effectuent une validation en comparant les résultats théoriques issus de leur approche aux données expérimentales de MULGI (1979) et de SHIMIZU et al. (1988).

### **Prédiction des mécanismes d'interaction particule-turbulence**

Dans l'étude de la dispersion des particules d'inertie quelconque, ORMANCEY (1984) utilise une méthode probabiliste pour générer de la turbulence. Cette étude conduit à l'élaboration d'un modèle de dispersion validé par TAYLOR (1921), SNYDER & LUMLEY (1971) et CALABRESE & MILDDLEMAN (1979). Cette approche a été validée à partir des simulations numériques de nuages de particules en interaction avec une turbulence homogène et isotrope dans le cadre du programme SCOPE-2 (décomposition de la phase dispersée en un champ instantané filtré et une distribution aléatoire, non corrélée en espace, des vitesses de des particules). Ce modèle a été modifié par MARMIGNON (1987) de façon à améliorer le tirage des fluctuations de vitesses. Cette méthode permet d'utiliser des grandeurs moyennes de l'écoulement et d'effectuer des tirages au sort de variables aléatoires afin de trouver au mieux les fluctuations de vitesses qui correspondent aux corrélations de la turbulence. KRAICHMAN (1970) a calculé les fluctuations à partir des vecteurs de distribution uniforme ou gaussienne en effectuant plusieurs tirages. DUKOWICZ (1980), GOSMAN & IOANNIDES (1981), SHUEN et al. (1983) utilisent un tirage au sort d'une fluctuation de vitesse suivant une loi gaussienne. Cette fluctuation est conservée durant un certain temps lié à la structure de la turbulence. Les résultats de GOSMAN & IOANNIDES et SHUEN et al.,

donnent une bonne concordance avec les expériences réalisées par SNYDER et LUMELY. Cette approche probabiliste fait aussi l'objet des études menées par GILBANK (1989), PIT et al. (1991) et PIT, (1993). Ces études consistent à suivre les trajectoires physiques par des particules fluides. Ces études font une extension du modèle PEUL développé par BORGHI & POURBAIX (1981) dans le cadre de la modélisation d'écoulement dans les chambres de combustions aéronautiques. Pour la production de la turbulence, PIT (1993) utilise une configuration expérimentale dite de turbulence de grille donnée par WARHAFT (1984). Cette configuration sera détaillée dans le chapitre 4.

## 7. Conclusion

Cette partie bibliographique représente un recensement de l'étude sur le mouvement des particules dans un écoulement uniforme. Nous avons examiné l'ensemble des paramètres et des phénomènes de transfert de matière et de chaleur affectant les caractéristiques de l'écoulement et les propriétés physiques des particules.

Nous avons exposé l'étude de SABONI (2001) portant sur la mise au point d'un modèle numérique sur l'hydrodynamique d'une particule sphérique isolée se déplaçant à sa vitesse terminale de chute. L'écoulement autour et à l'intérieur de la particule fluide est obtenu par la résolution des équations de Navier-Stokes. L'analyse des résultats de l'auteur nous a permis de comprendre l'influence de l'évolution du nombre de Reynolds et du rapport de viscosité sur le profil des lignes de courant et du rotationnel.

Nous avons montré que le mouvement d'une particule dans un écoulement fluide est décrit par un ensemble de forces exercées sur la surface de cette particule. Ensuite nous nous sommes intéressés au terme de la force de traînée exercée par le fluide à la surface de la particule, nous avons exposé une partie très dense de corrélations du coefficient de traînée. Nous avons vu que les phénomènes d'interaction modifient le comportement du coefficient de traînée et que la distance entre les particules est primordiale dans l'analyse de l'écoulement.

L'évaporation, qui est largement étudiée par plusieurs auteurs, suscite encore des interrogations, par le fait de la prise en compte de la variation des paramètres physiques des deux phases (continue et dispersée), les difficultés observées par les phénomènes instationnaire de la phase de chauffage de la gouttelette, et surtout le choix d'un mode de transfert de chaleur et de masse convenable à un cas spécifique d'une expérimentation donnée. Nous avons cité plusieurs méthodes expérimentales d'étude de l'évaporation de gouttelettes liquides. Nous avons montré que pour faire des études d'évaporation en présence d'un mouvement relatif, il est primordial de faire appel à la technique de la goutte en chute libre dans l'air.

Nous avons terminé notre synthèse par la prédiction des trajectoires d'une gouttelette liquide en absence d'évaporation dans un écoulement turbulent. Nous avons montré les différentes approches de suivi de trajectoires et ainsi les mécanismes de prise en compte de la turbulence dans la prédiction des trajectoires.

A partir de cette analyse bibliographique, nous avons conduit notre travail sur :

- Une étude expérimentale du transfert de chaleur et de masse entre une gouttelette en chute libre et l'air environnant. Nous avons utilisé le modèle prédictif, validé par GUELLA (2006). Ensuite, nous avons mis en place une expérimentation qui consiste à faire une extension des études expérimentales de l'auteur.
- Une étude numérique de l'écoulement (en absence d'évaporation) autour d'une particule sphérique isolée, afin de proposer et de valider un modèle numérique qui prend en compte les phénomènes d'interaction entre trois particules co-alignées.
- Une étude de la dispersion de particules sans interaction dans un écoulement turbulent. Dans cette étude, nous allons proposer et valider un modèle probabiliste de prise en compte des phénomènes de la turbulence pour la prédiction des trajectoires.

# Chapitre 2 :

---

---

## Etude de l'évaporation d'une gouttelette en chute libre dans l'air

1.	Introduction .....	52
2.	Equation du mouvement.....	53
3.	Evaporation de la goutte.....	54
4.	Dispositif expérimental .....	58
4. 1.	Générateur de gouttelettes .....	60
4. 2.	Dispositif d'acquisition et mesure de diamètre .....	61
4. 3.	Dispositif de mesure de la vitesse .....	63
4. 4.	Dispositif du traitement d'air .....	64
5.	Résultats et discussions .....	66
5. 1.	Evaporation d'une gouttelette d'eau .....	66
5. 2.	Evaporation d'une gouttelette de 2-éthyl-1-hexanol .....	68
5. 3.	Evaporation d'une gouttelette d'éthanol .....	69
5. 4.	Paramètres influents sur l'évaporation .....	71
➤	Humidité relative de l'air .....	71
➤	Température initiale de la gouttelette.....	73
➤	Propriétés physico-chimiques de la goutte.....	74
6.	Conclusion.....	79

## 1. Introduction

L'étude de l'évaporation de gouttes en mouvement exige une maîtrise de plusieurs phénomènes physiques impliquant les interactions, le transfert de chaleur et de masse entre le liquide et le milieu extérieur.

Ces phénomènes physiques de changement d'état et de transport de chaleur et de masse tant par diffusion que par convection régissant l'évaporation ont été largement étudiés par plusieurs auteurs. Ils suscitent encore des interrogations par le fait de la prise en compte de la variation des paramètres physiques des deux phases (continue et dispersée). Nous avons montré au chapitre 1 que pour faire des études d'évaporation en présence d'un mouvement relatif, il faut faire appel à la technique de la goutte en chute libre dans l'air. Pour cela nous avons mis en place un dispositif expérimental pour l'étude de l'évaporation de gouttes isolées en chute libre dans l'air. Cette étude consiste à faire une extension des investigations expérimentales menées par GUELLA (2006) afin d'observer, d'analyser et de déterminer les conditions et les phénomènes relatifs au mouvement de la goutte en évaporation. Nous avons mené ces études expérimentales dans une colonne étanche afin de bien maîtriser les caractéristiques hygrométriques de l'air. La mesure de la vitesse de la goutte est réalisée à différentes hauteurs de son point d'émission (10 à 170 cm). Nous avons réalisé la totalité du dispositif expérimental durant cette thèse. Nous avons augmenté la hauteur de chute (auteur d'étude) à 170 cm au lieu de 140 cm pour le dispositif expérimental de GUELLA (2006) et cela afin d'analyser le comportement de la goutte après cette distance de chute (perspectives de GUELLA). Contrairement aux conditions opératoires obtenues avec le dispositif expérimental de l'auteur ( $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , Hr = 80 %), le nôtre, permet de faire varier l'hygrométrie et la température de l'air par la mise en place d'un dispositif de traitement de l'air développée dans notre étude. De plus, nous avons la possibilité d'étudier l'influence de la température de la goutte (variation de la température initiale de la goutte) en installant un bain thermostaté au niveau de l'arrivée du liquide.

Pour la modélisation de l'évaporation, nous avons utilisé un modèle de convection-diffusion et un modèle à conductivité infinie en posant l'hypothèse que la température au centre de la goutte et à sa surface sont égales. Ce modèle prédictif a été proposé et validé par GUELLA (2006) dans des conditions opératoires bien définies ( $T_{\text{goutte}} = T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , Hr = 80 %). Dans cette étude, nous allons voir l'influence de la variation des températures et des caractéristiques hygrométriques de l'air sur le phénomène d'évaporation.

## 2. Equation du mouvement

Dans le cadre de cette étude, nous considérons des gouttelettes en chute libre dans l'air au repos. Elles sont supposées sphériques et de masses volumiques bien plus grandes que celle de l'air ( $\rho_{goutte} / \rho_{gaz} \gg 700$ ). Les forces de gradient de pression, de masse ajoutée et de Basset sont donc négligées. Ainsi, l'équation du mouvement **I.23**, appliquée à une gouttelette isolée en chute libre dans l'air (gaz), sera réduite à l'équilibre entre la force de traînée avec la force de flottabilité (poussée d'Archimède et force de pesanteur). Avec ces hypothèses nous obtenons l'équation suivante :

$$\rho_{goutte} \frac{\pi d^3}{6} \frac{d\vec{U}_{goutte}}{dt} = -\frac{\pi d^2}{8} \rho_{gaz} Cd (\vec{U}_{goutte} - \vec{U}_{gaz}) |\vec{U}_{goutte} - \vec{U}_{gaz}| + \frac{\pi d^3}{3} (\rho_{goutte} - \rho_{gaz}) \vec{g} \quad \text{II.1}$$

Où  $U_{goutte}$  et  $d$  désignent, respectivement la vitesse instantanée et le diamètre de la gouttelette,  $\rho_{goutte}$  et  $\rho_{gaz}$  sont les masses volumiques respectives de la gouttelette et de l'air.  $t$  est le temps de séjour.

Pour une gouttelette de diamètre inférieur au millimètre et pour un nombre de Reynolds modéré ( $Re < 400$ ), le coefficient de traînée ( $Cd$ ) s'écrit en fonction du nombre de Reynolds et du rapport des viscosités  $\kappa$  entre les phases dispersée et continue, en utilisant la corrélation proposée par SABONI et al. (voir équation I.37) :

$$Cd = \frac{\left[ k \left( 24/Re + 4/Re^{0.36} \right) + 15/Re^{0.82} - 0.02k Re^{0.5} / (1+k) \right] Re^2 + 40(3k+2)/Re + 15k + 10}{(1+k)(5+0.95Re^2)} \quad \text{II.2}$$



### 3. Evaporation de la goutte

Les différents flux thermiques sont: le flux d'échange convectif avec la phase gazeuse, le flux de chaleur contribuant au changement de température de la gouttelette et le flux de chaleur latente prélevée pour l'évaporation. Le transfert de chaleur caractérisé par les mouvements convectifs des circulations internes est négligé du fait que nous considérons que la température au centre et à la surface de la gouttelette est la même, cette hypothèse a été démontré expérimentalement par EL WALIK et al. (1956).

En considérant qu'il y a en permanence un équilibre liquide-vapeur à l'interface, les échanges de masse et de chaleur entre la gouttelette et l'environnement gazeux s'opèrent à l'interface. Les nombres adimensionnels caractérisant ce transfert de masse et de chaleur sont respectivement les nombres de Sherwood caractéristique de l'évaporation et le nombre de Nusselt caractéristique de l'échauffement convectif, ils sont déterminés en fonction des nombres de Reynolds caractérisant le régime d'écoulement relatif autour de la gouttelette, de Prandtl et de Schmidt caractérisant les propriétés physiques du film gazeux au voisinage de la gouttelette.

Le flux caractérisant la variation de la température de la gouttelette est donnée par :

$$Q_{goutte} = V_{goutte} \rho_{goutte} C_{p_{goutte}} \frac{dT_{goutte}}{dt} \quad \text{II. 3}$$

Avec  $V_{goutte}$  volume de la gouttelette,  $\rho_{goutte}$  masse volumique de la gouttelette,  $C_{p_{goutte}}$  la capacité calorifique et  $T_{goutte}$  la température de la gouttelette.

Le flux de chaleur latente prélevé pour l'évaporation :

$$Q_v = -\dot{m} L_v \quad \text{II. 4}$$

$L_v$  est la chaleur latente de vaporisation et  $\dot{m}$  le débit massique de la gouttelette évaporé, pour lequel OCHS (1990) propose l'équation suivante :

$$\dot{m} = S_{goutte} \frac{Sh_{gaz} D_{gaz}}{d} \rho_{gaz} (Y_s - Y_\infty) \quad \text{II. 5}$$

$S_{goutte}$  est la surface de la gouttelette,  $D_{gaz}$  est le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air,  $Y_s$  et  $Y_\infty$  sont les fractions massiques de la vapeur à la surface de la gouttelette et dans

la phase gazeuse loin de la surface.  $Sh_{gaz}$  est le nombre de Sherwood dans la phase gazeuse, il est calculé à partir de la corrélation donnée par PRUPPACHER & RASMUSSEN (1979) :

$$Sh_{gaz} = 1.61 + 0.718 Re^{0.5} Sc_{gaz}^{-0.33} . \quad \text{II. 6}$$

Re correspond au nombre de Reynolds de la phase gazeuse.  $Sc$  représente le nombre de Schmidt donné par :

$$Sc_{gaz} = \frac{\mu_{gaz}}{D_{gaz} \rho_{gaz}} . \quad \text{II. 7}$$

$\mu_{gaz}$  est la viscosité dynamique de phase gazeuse.

Par hypothèse, l'équilibre liquide-vapeur à l'interface nous conduit à la loi de Raoult donnant la fraction molaire de la vapeur à la surface de la gouttelette en fonction de la pression partielle de cette vapeur à la saturation (pression de vapeur saturante)  $p_{sat}$  et de la pression totale  $p_{tot}$  :

$$y_s = \frac{p_{sat}}{p_{tot}} \quad \text{II. 8}$$

Par conséquent, la fraction massique de la vapeur à la surface de la gouttelette est donnée par :

$$Y_s = y_s \frac{M_{goutte}}{M_{tot}} \quad \text{II. 9}$$

$M_{tot}$  est la masse molaire du mélange air-vapeur exprimée par :

$$M_{tot} = y_s M_{goutte} + (1 - y_s) M_{gaz} \quad \text{II. 10}$$

On remplaçant  $y_s$  donnée par l'équation (II. 8), on obtient :

$$Y_s = \frac{p_{sat}}{p_{sat} + (p_{tot} - p_{sat}) \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}}} \quad \text{II. 11}$$

D'autre part, le taux d'humidité relative de l'air est le rapport entre la pression partielle de la vapeur ( $p_v$ ) et la pression de vapeur saturante :

$$Hr(\%) = \frac{p_v}{p_{sat}} 100 \quad \text{II. 12}$$

Par analogie avec la phase liquide, la fraction molaire de la vapeur dans l'air (loin de la gouttelette) est donnée par :

$$y_{\infty} = \frac{P_{sat}}{P_v} \quad \text{II. 13}$$

D'où la fraction massique :

$$Y_{\infty} = y_{\infty} \frac{M_{gaz}}{M_{tot}} \quad \text{II. 14}$$

La masse totale est donnée en fonction de la fraction molaire de la vapeur dans l'air par :

$$M_{tot} = y_{\infty} M_{gaz} + (1 - y_{\infty}) M_{goutte} \quad \text{II. 15}$$

On remplace  $y_{\infty}$  donnée par l'équation (II. 13), on obtient :

$$Y_{\infty} = \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_v - P_{sat})} \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}} \quad \text{II. 16}$$

L'équation (II.5) devient alors :

$$\dot{m} = S_{goutte} \frac{Sh_{gaz} D_{gaz}}{d} \rho_{gaz} \left( \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_{tot} - P_{sat})} \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}} - \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_v - P_{sat})} \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}} \right) \quad \text{II. 17}$$

Enfin l'équation (II.4) devient :

$$Q_v = -S_{goutte} \frac{Sh_{gaz} D_{gaz}}{d} \rho_{gaz} \left( \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_{tot} - P_{sat})} \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}} - \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_v - P_{sat})} \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}} \right) L_v \quad \text{II. 18}$$

Le flux de chaleur convectif entre l'air et la surface de la gouttelette est donnée par :

$$Q_{gaz} = S_{goutte} \frac{Nu_{gaz} \lambda_{gaz}}{d} (T_{\infty} - T_s) \quad \text{II. 19}$$

Où  $T_{\infty}$  représente la température de l'air loin de la goutte et  $\lambda_{gaz}$  le coefficient de conductivité thermique de la phase gazeuse.  $Nu_{gaz}$  est le nombre de Nusselt de la phase gazeuse donné par la corrélation suivante :

$$Nu_{gaz} = 1.61 + 0.718 Re^{0.5} Pr_g^{0.33} . \quad \text{II. 20}$$

Le nombre de Prandtl calculé dans la phase gazeuse est donné par :

$$Pr_{gaz} = \frac{Cp_{gaz} \mu_{gaz}}{\lambda_{gaz}} . \quad \text{II. 21}$$

Le bilan énergétique à la surface de gouttelette montre que le flux de chaleur arrivant sur la gouttelette ( $Q_{gaz}$ ) sert d'une part à refroidir ou à réchauffer la gouttelette ( $Q_{goutte}$ ) et d'autre part au processus d'évaporation ( $Q_v$ ). L'équilibre entre ces différents flux thermiques est donné par :

$$Q_{goutte} = Q_v + Q_{gaz} . \quad \text{II.22}$$

Ce qui est équivalent à :

$$V_{goutte} \rho_{goutte} Cp_{goutte} \frac{dT_{goutte}}{dt} = S_{goutte} \frac{Nu_{gaz} \lambda_{gaz}}{d} (T_{\infty} - T_s) - S_{goutte} \frac{Sh_{gaz} D_{gaz}}{d} \rho_{gaz} \left( \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_{tot} - P_{sat}) \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}}} - \frac{P_{sat}}{P_{sat} + (P_v - P_{sat}) \frac{M_{gaz}}{M_{goutte}}} \right) L_v \quad \text{II. 23}$$

L'intégration de l'équation (II.1) permet de déterminer la vitesse instantanée de la goutte au cours de sa chute. Le diamètre est recalculé à chaque étape par la variation du débit massique évaporé donné par l'équation (II.17), la température de la gouttelette est obtenue à chaque instant par intégration de l'équation (II.23).

## **4. Dispositif expérimental**

Nous avons réalisé un dispositif expérimental pour l'étude de la vaporisation de gouttelettes en chute libre. Ce dispositif nous permet de déterminer l'évolution du diamètre et de mesurer la vitesse de la goutte en fonction du temps. D'autre part, notre installation expérimentale, nous permet d'étudier l'influence de la variation des caractéristiques physico-chimiques de la goutte et l'hygrométrie du milieu extérieur sur la variation de la vitesse de chute.

Les expérimentations sont effectuées à l'intérieur d'une colonne en plexiglas, de hauteur 269 cm et de base rectangulaire de 95 x 51.5 cm (voir la figure II. 1). Le banc de mesure mis en place ainsi que les méthodes optiques employées pour déterminer le diamètre, la vitesse et la température des gouttes seront explicités ultérieurement. L'installation est composée des éléments suivants :

- ◆ Un générateur de gouttelettes.
- ◆ Un dispositif d'acquisition et mesure de diamètre.
- ◆ Un dispositif de mesure de la vitesse de chute.
- ◆ Un dispositif du traitement de l'air.

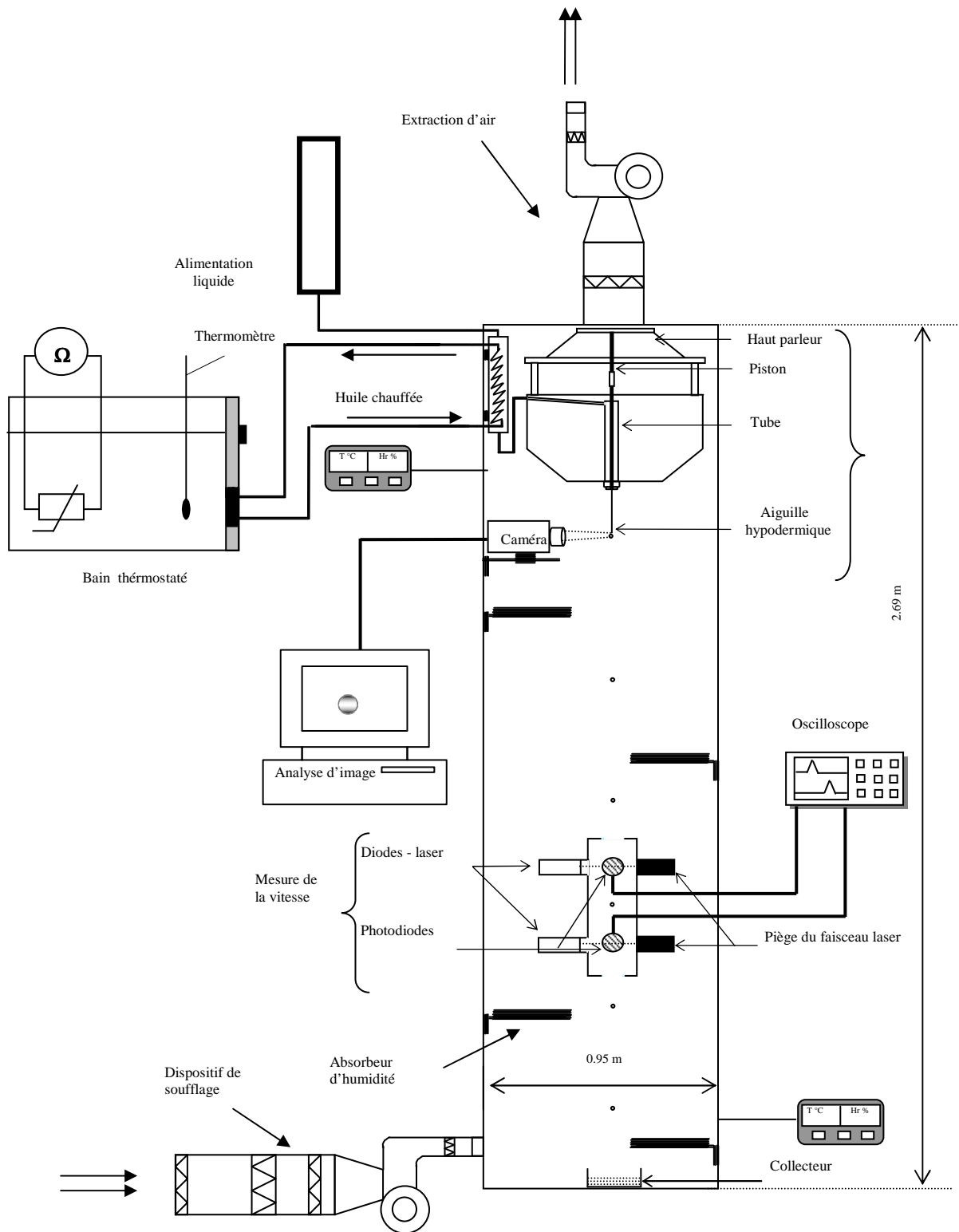
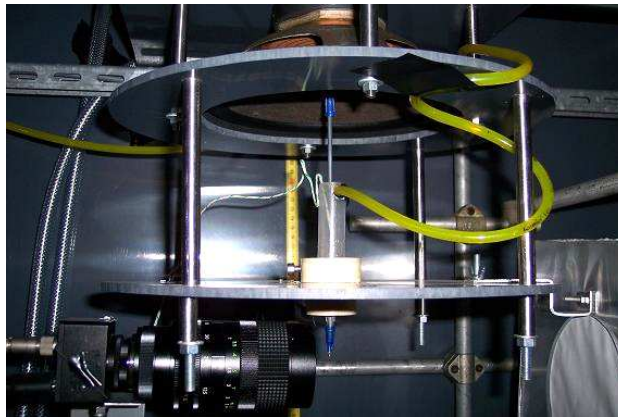


Figure II. 1 : Schéma du dispositif expérimental.

## **4. 1. Générateur de gouttelettes**

Le générateur de gouttelettes que nous avons développé durant la thèse nous a permis d'obtenir des gouttes émises avec une fréquence de chute bien déterminée et un diamètre quasi identique. Le générateur de gouttelettes se compose d'une partie rigide (haut parleur, piston, seringue et aiguille hypodermique) placé en haut de la colonne (figure II. 2), d'un générateur de tension (figure II. 3), d'un pousse seringue (figure II. 4) et d'un réservoir de liquide.



*Figure II. 2 : Générateur de gouttelettes.*



*Figure II. 3 : Générateur de tension de type TG210.*



*Figure II. 4 : Pousse seringue.*

Le générateur de tension TG210, excite la membrane du haut parleur par un signal électrique carré de fréquence et amplitude variables. Le mouvement vibratoire vertical bidirectionnel de la membrane est transmis à un piston rigide, léger et interchangeable qui est fixé au centre de la membrane du haut parleur d'un côté. L'autre côté glisse dans un tube d'une seringue immobile. Cette seringue est percée sur le côté pour être raccordé à l'arrivée du liquide. Son extrémité est fixée à une aiguille creuse. L'arrivée du liquide est assurée par un pousse seringue RAZEL, qui nous permet de garder un débit constant. Un réservoir de liquide nous permet d'alimenter régulièrement le pousse seringue. Un bain thermostaté nous permet de chauffer le liquide à une température donnée (figure II. 5).



Figure II. 5 : Bain thermostaté.

L'ensemble de ce dispositif donne naissance à une gouttelette dont le diamètre est directement lié aux caractéristiques vibratoires du générateur de tension, aux dimensions de l'aiguille hypodermique et du diamètre du piston.

## 4. 2. Dispositif d'acquisition et mesure de diamètre

La goutte ainsi formée, tombe sans vitesse initiale. La mesure du diamètre des gouttelettes est assurée par une installation équipée d'un dispositif vidéo. Une caméra CCD 12 bits à capteur CMOS progressif (SI-640HF(RGB)-CL, ELVITEC®<sup>1</sup>), focalisée sur l'extrémité de l'aiguille hypodermique (figure II. 6) et équipée d'une source lumineuse intense placée en arrière plan, permet de réaliser une image nette de la goutte.

Ce dispositif nous permet de visualiser la formation de la gouttelette ainsi que le début de sa chute grâce à un logiciel d'acquisition (STREAMPIX®<sup>2</sup>). Une carte d'acquisition (Grablink Value), nous permet de faire des sauvegardes des images sélectionnées. La caméra est

---

<sup>1</sup> [www.elvitec.fr](http://www.elvitec.fr)

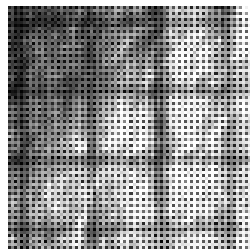
<sup>2</sup> [www.norpix.com](http://www.norpix.com)



connectée à un ordinateur et l'image est analysée par le logiciel DAVIS-LAVISION®<sup>3</sup>, le diamètre réel (figure II. 8) étant déterminé par calibration préalable en utilisant une mire (figure II. 7).



*Figure II. 6 : Dispositif d'acquisition, caméra CCD.*



*Figure II. 7 : Image d'une mire, calibration pixels-millimètres.*



*Figure II. 8 : Images de gouttelettes obtenues.*

---

<sup>3</sup> [www.lavision.com](http://www.lavision.com)

### 4. 3. Dispositif de mesure de la vitesse

Un montage optique à double niveau de détection (figure II. 8), développé dans le cadre d'une précédente étude (GUELLA), permet de mesurer la vitesse locale de la goutte. Pour chaque niveau de détection, un faisceau de lumière est généré par une diode laser. Lorsqu'une goutte traverse ce faisceau, la lumière (diffusion de Mie) émise par cette dernière est captée par une photodiode. L'ensemble optique est placé dans une chambre noire munie d'orifices pour le passage des gouttes. Le signal émis par chaque photodiode est transmis à un oscilloscope. L'enregistrement de deux pics consécutifs permet de connaître le temps de passage de la goutte entre les deux détecteurs (figure II. 9). Le calcul de la vitesse locale de la goutte est alors possible puisque la distance entre les deux niveaux de détections est connue avec précision. La mesure de la vitesse instantanée d'une goutte est réalisée à différentes hauteurs de chute. L'ensemble des mesures décrit ainsi l'évolution complète de la vitesse d'une goutte, de zéro à sa vitesse terminale de chute.



Figure II. 8 : Dispositif de mesure de la vitesse instantanée de la goutte.

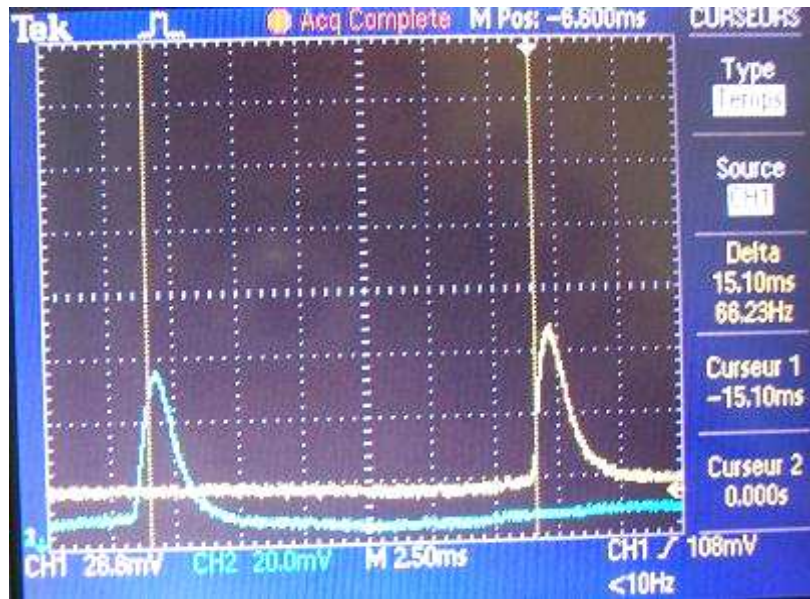


Figure II. 9 : Enregistrement de deux pics consécutifs par un oscilloscope.

#### 4. 4. Dispositif du traitement d'air

Afin de bien contrôler les caractéristiques de l'air (hygrométrie et température), nous avons mis en place un dispositif qui se compose :

- D'une installation de soufflage d'air (figure II. 10) équipée d'un ventilateur et d'une résistance chauffante qui nous permet la régulation de la température de l'air, d'apporter de l'air chaud et d'augmenter le taux d'humidité relative, si besoin, avant de commencer l'exploitation.



Figure II. 10 : Dispositif de soufflage d'air.

- D'un absorbeur d'humidité (gel de silice) qui sert si besoin à diminuer le taux d'humidité avant de commencer l'étude.
- De deux sondes EL USB 2 Easy log, qui nous permettent de mesurer la température et l'humidité de l'air. Elles sont installées en haut et en bas de la colonne (voir la figure II. 1). L'enregistrement et le traitement des données se fait par l'intermédiaire d'un PC.
- D'un système d'extraction de l'air positionné en haut de la colonne (figure II. 11).



*Figure II. 11 : Dispositif d'extraction d'air.*

## 5. Résultats et discussions

Nous avons étudié l'évaporation de gouttelettes (eau, 2-éthyl-1-hexanol, éthanol) ayant initialement des diamètres allant de 200 à 900  $\mu\text{m}$  avec une précision sur les mesures de 10  $\mu\text{m}$  et des températures comprises entre 21°C et 33 °C pour une précision de 0.5 °C. La température de l'air est fixée à 20 °C et le taux d'humidité relative est compris entre 35 % à 65 % obtenu avec une précision de 3 %. Les caractéristiques physico-chimiques de la goutte et de l'air sont données par le logiciel ProSim®<sup>4</sup> (annexe I).

### 5. 1. Evaporation d'une gouttelette d'eau

Nous avons étudié expérimentalement l'évaporation des gouttelettes d'eau, dans plusieurs configurations expérimentales. Le diamètre de la goutte est compris entre 364  $\mu\text{m}$  et 863  $\mu\text{m}$ . La température initiale de la goutte est comprise entre 21 °C et 33 °C, l'humidité relative de l'air est comprise entre 35 % et 65 %. Sur la figure II. 12, nous représentons l'évolution de la vitesse de chute en fonction de la hauteur. Le modèle simule correctement l'évolution de la vitesse instantanée issue de nos résultats expérimentaux.

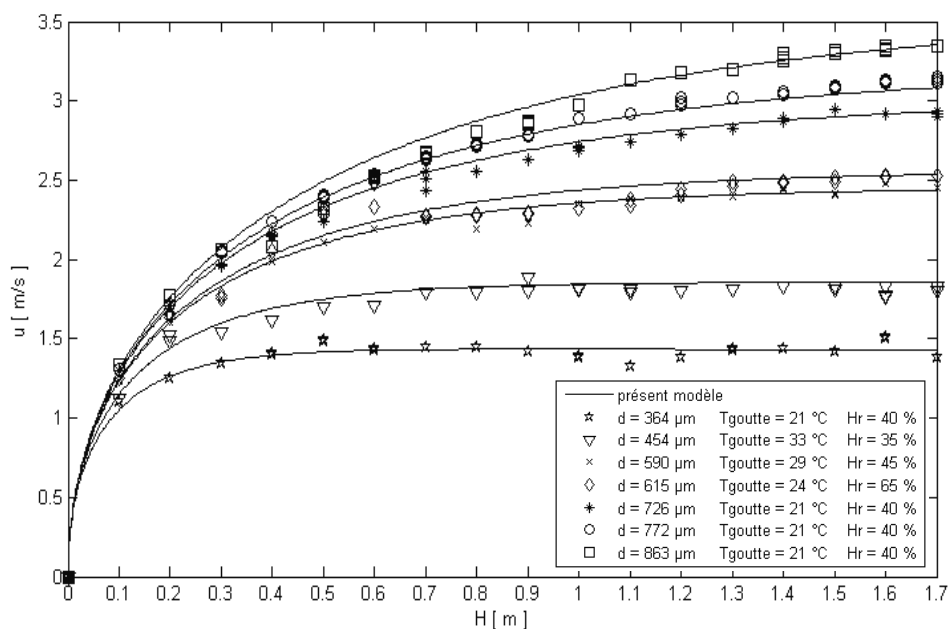


Figure II. 12: Evolution de la vitesse d'une goutte d'eau en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}33\text{ °C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20\text{ °C}$ ,  $Hr = 35\text{-}65\text{ \%}$ .

Nous observons que la goutte de diamètre de 364  $\mu\text{m}$ , atteint sa vitesse terminale de chute sur une distance de 50 cm du point de chute et la goutte de diamètre 454  $\mu\text{m}$  l'atteint vers 100 cm.

<sup>4</sup> [www.prosim.fr](http://www.prosim.fr)

L'analyse des deux cas (364  $\mu\text{m}$  et 454  $\mu\text{m}$ ) montre que la vitesse terminale de chute reste presque constante après 50 cm et 100 cm, respectivement. On conclut donc que l'évaporation de la goutte d'eau, dans ces conditions expérimentales, est presque négligeable.

Pour mieux analyser le phénomène d'évaporation, nous avons calculé la régression du diamètre de la goutte en fonction de sa distance de chute. De ce fait, nous observons que l'évaporation est très faible. Effectivement, après 170 cm du point d'émission, nous observons une décroissance très faible du diamètre (0.004, 0.007, 0.022 et 0.033)% pour une goutte de diamètre initial (863, 726, 364 et 454)  $\mu\text{m}$ , respectivement.

Sur la figure II. 13, nous représentons, à titre d'exemple, l'évolution du temps de chute, pour les gouttes de diamètre 364, 454, 726 et 863  $\mu\text{m}$ , en fonction de la hauteur. Nous remarquons que le temps de séjour (temps calculé à 170 cm du point de chute) est compris entre 0.6 s et 1.4 s. Il est de 0.748 s pour une goutte de diamètre 863  $\mu\text{m}$  et passe à 1.305 s pour une goutte de 364  $\mu\text{m}$ .

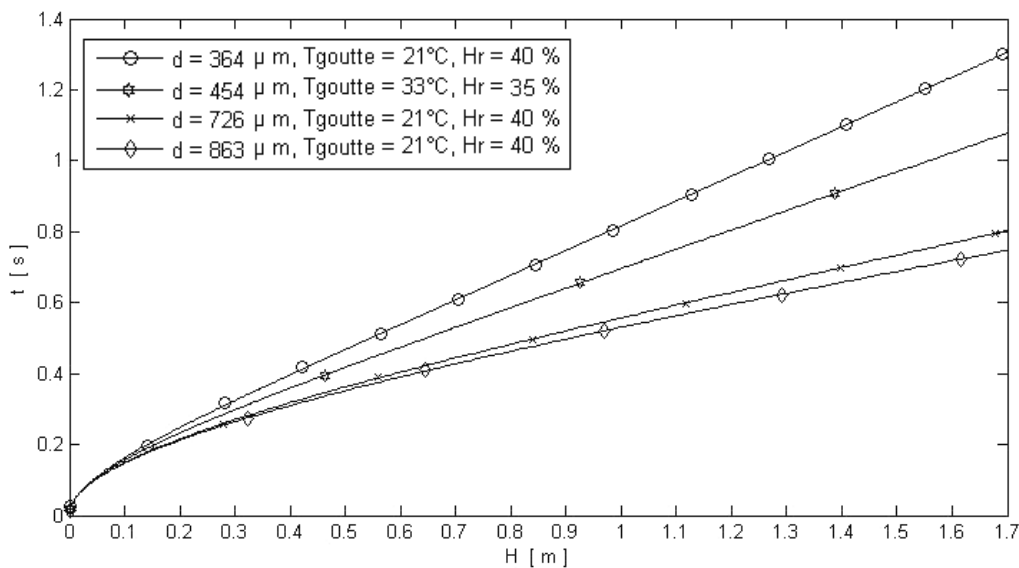


Figure II. 13: Evolution du temps de chute d'une goutte d'eau en fonction de la hauteur :  
 $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}33\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $H_r = 35\text{-}65\text{ }%$ .

## 5. 2. Evaporation d'une gouttelette de 2-éthyl-1-hexanol

La figure II. 14, représente nos résultats expérimentaux et simulés pour l'évolution de la vitesse de chute d'une goutte de 2- éthyl-1-hexanol de diamètre initial (485, 645 et 756)  $\mu\text{m}$ . La viscosité d'une goutte de 2- éthyl-1-hexanol est dix fois plus importante que celle de l'eau. Les propriétés du 2- éthyl-1-hexanol (enthalpie de vaporisation, capacité calorifique, pression de vapeur saturante, ...) favorisent une faible évaporation. L'examen de la figure II. 14 montre que la goutte de diamètre 485  $\mu\text{m}$  atteint sa vitesse terminale de chute après 70 cm du point de chute, et la goutte de diamètre 645  $\mu\text{m}$  atteint presque sa vitesse terminale à 170 cm.

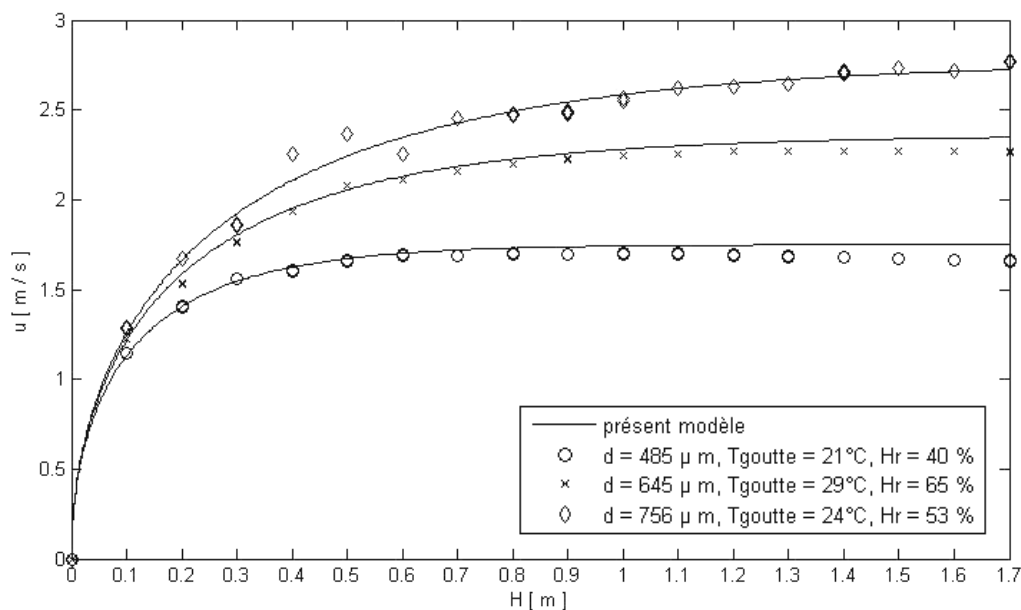


Figure II. 14: Evolution de la vitesse d'une goutte de 2- éthyl-1-hexanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}29^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 40\text{-}65\%$ .

Par ailleurs, nous remarquons bien que la goutte de 2- éthyl-1-hexanol favorise une petite évaporation. En effet, pour une goutte de diamètre initial 756  $\mu\text{m}$ , nous observons sa régression de 0.07 % à 170 cm du point d'émission, de 0.13 % pour une goutte de diamètre de 645  $\mu\text{m}$ , et de 0.14 % pour une goutte de diamètre de 485  $\mu\text{m}$ .

Sur la figure II. 15, nous représentons l'évolution du temps de chute de gouttes de 2-éthyl-1-hexanol, de diamètre 485, 645 et 756  $\mu\text{m}$  respectivement, dans les conditions expérimentales citées ci-dessus ( $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}29^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 40\text{-}65\%$ ). Le temps de chute est de 0.8355 s pour une goutte de diamètre 756  $\mu\text{m}$ , de 0.9135 s pour 645  $\mu\text{m}$ , et de 1.1775 s pour une goutte de diamètre 485  $\mu\text{m}$ .

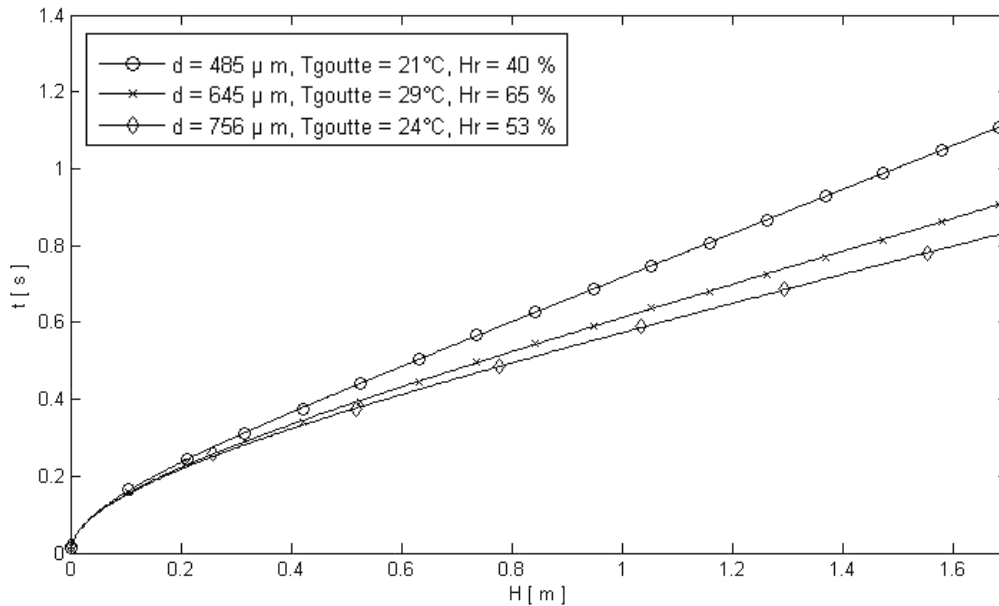


Figure II. 15: Evolution du temps de chute d'une goutte de 2-éthyl-1-hexanol en fonction de la hauteur :  $T_{goutte} = 21-29\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{gaz} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $Hr = 40-65\text{ }%$ .

Pour mieux visualiser le phénomène d'évaporation de gouttes en chute libre dans l'air, nous avons effectué des expériences avec un liquide encore plus volatil, l'éthanol.

### 5. 3. Evaporation d'une gouttelette d'éthanol

La figure II. 16 représente l'évolution de la vitesse instantanée de chute de gouttes d'éthanol de diamètre 420, 590, 670 et 710  $\mu\text{m}$ , en fonction de la hauteur. Le modèle d'évaporation simule bien nos résultats expérimentaux. Nous observons que la goutte de diamètre 420  $\mu\text{m}$  atteint rapidement sa vitesse maximale de chute. Par contre, les vitesses des autres gouttes (590, 670 et 710)  $\mu\text{m}$  continuent à augmenter, tout en observant une petite évaporation qui engendre une décroissance du diamètre des gouttes.



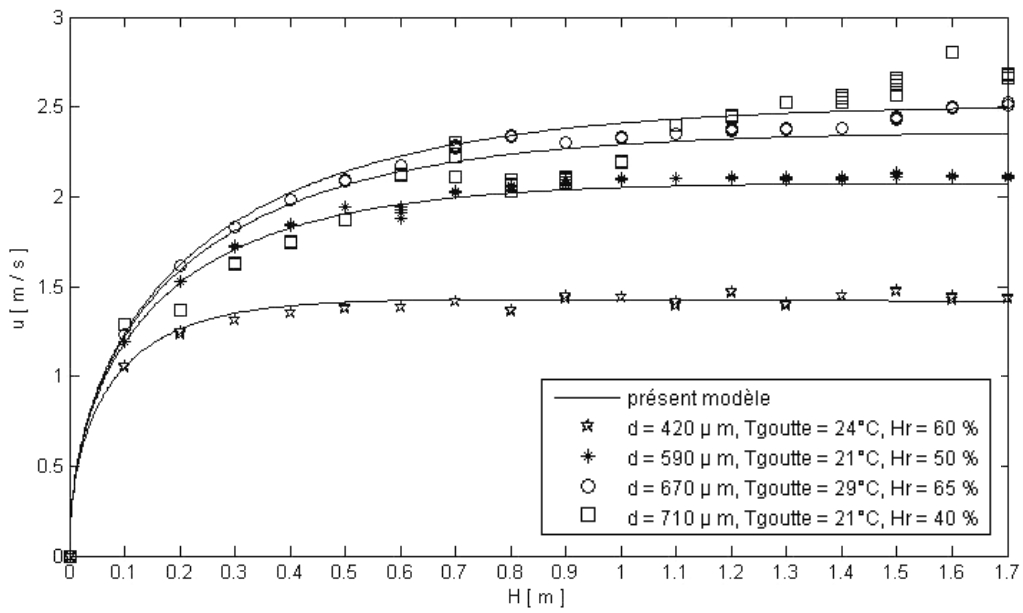
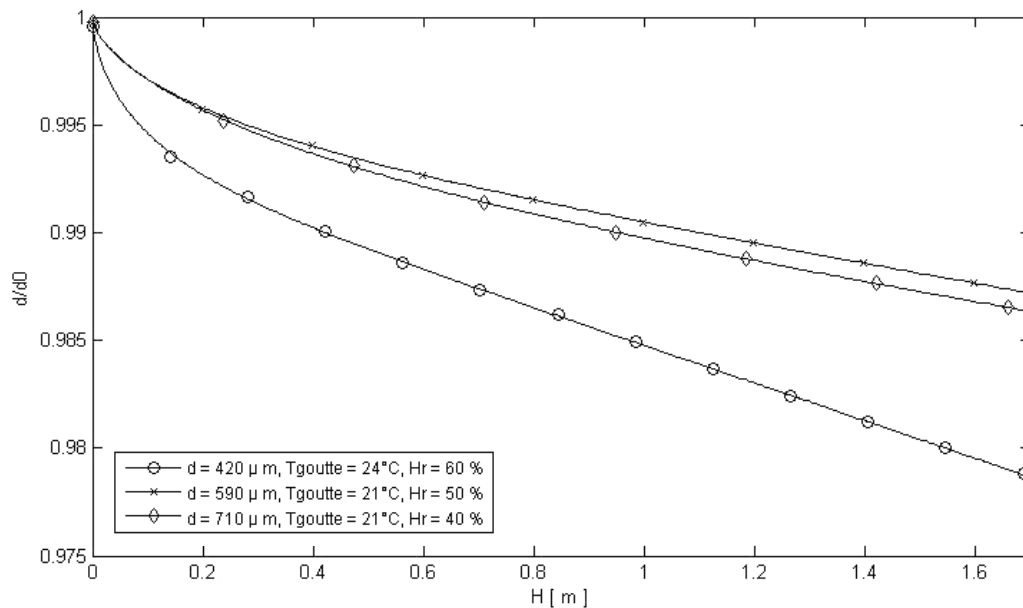


Figure II. 16: Evolution de la vitesse d'une goutte d'éthanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $T_{goutte} = 21-29\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{gaz} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $Hr = 40-65\%$ .

Sur la figure II. 17, nous représentons la décroissance du diamètre des gouttes d'éthanol qui est due à l'évaporation. A 170 cm du point d'émission des gouttes, nous observons une diminution de 1.28 % pour un diamètre initial de 710  $\mu\text{m}$ , qui passe à 1.365 % pour une goutte de 590  $\mu\text{m}$ , et enfin à 2.14 % pour 420  $\mu\text{m}$ .



II. 17: Décroissance du diamètre d'une goutte d'éthanol au cours de sa chute en fonction de la hauteur :  $T_{goutte} = 21-29\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{gaz} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $Hr = 40-65\%$ .

Pour chaque goutte (de diamètre initial 420, 590 et 710  $\mu\text{m}$ ), nous avons représenté, sur la figure II. 18, l'évolution du temps de chute en fonction de la hauteur.

Nous observons que le temps de séjour de la goutte de diamètre 710  $\mu\text{m}$  est de 0.8782 s, de 0.9873 s pour une goutte de 590  $\mu\text{m}$ , et de 1.3105 s pour une goutte de 420  $\mu\text{m}$ .

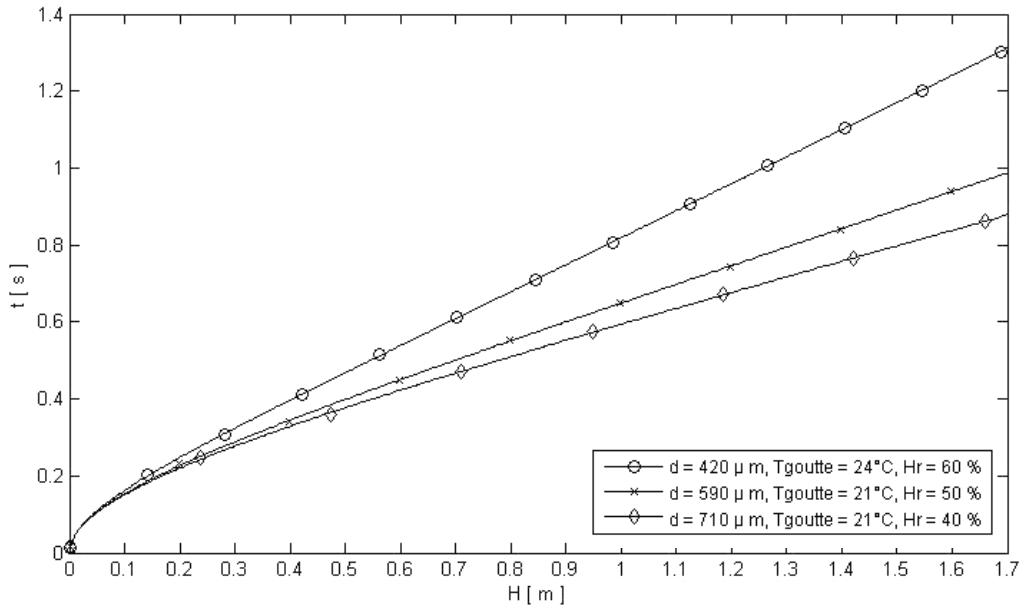


Figure II. 18: Evolution du temps de chute d'une goutte d'éthanol en fonction de la hauteur :  
 $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}29^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $H_r = 40\text{-}65\%$ .

## 5. 4. Paramètres influents sur l'évaporation

### ➤ Humidité relative de l'air

Nous avons simulé l'influence de l'hygrométrie sur l'évolution de la vitesse de chute. Sur la figure II. 19, nous représentons, à titre d'exemple, pour une goutte d'éthanol de diamètre initial 420  $\mu\text{m}$  d'une température initiale de 24  $^\circ\text{C}$ , l'évolution de sa vitesse de chute pour différentes humidités relative de l'air (10, 40, 60 et 80) % tout en les comparant avec nos résultats expérimentaux ( $T_{\text{goutte}} = 24^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $H_r = 60\%$ ). Nous observons une légère augmentation de l'évaporation en diminuant l'humidité relative de l'air. Ceci s'explique par une diminution de la vitesse de chute, comme montré sur la figure II. 19. Cette tendance se vérifie aussi pour d'autres configurations. On le montre sur la figure II. 20, à titre d'exemple pour une goutte d'éthanol de diamètre initial de 590  $\mu\text{m}$  avec  $T_{\text{goutte}} = 21^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20^\circ\text{C}$  et des humidités relative de l'air (10, 30, 50 et 80) %. Afin de mieux évaluer l'influence de l'hygrométrie de l'air, nous avons calculé le diamètre de la goutte à 170 cm de son point d'émission pour chacune des configurations représentées sur les figures II. 19 et II. 20.

Pour la goutte de diamètre initial  $420 \mu\text{m}$ , à la fin de la chute, le diamètre passe à  $392.2$ ,  $403.4$  et à  $414.4 \mu\text{m}$  pour des humidités respectives  $10$ ,  $40$  et  $80 \%$ . Pour celle de diamètre initial de  $590 \mu\text{m}$ , il est de  $568.6$ ,  $574.6$  et de  $585.9 \mu\text{m}$  pour les humidités respectives  $10$ ,  $30$  et  $80 \%$  à  $170 \text{ cm}$  du point de chute.

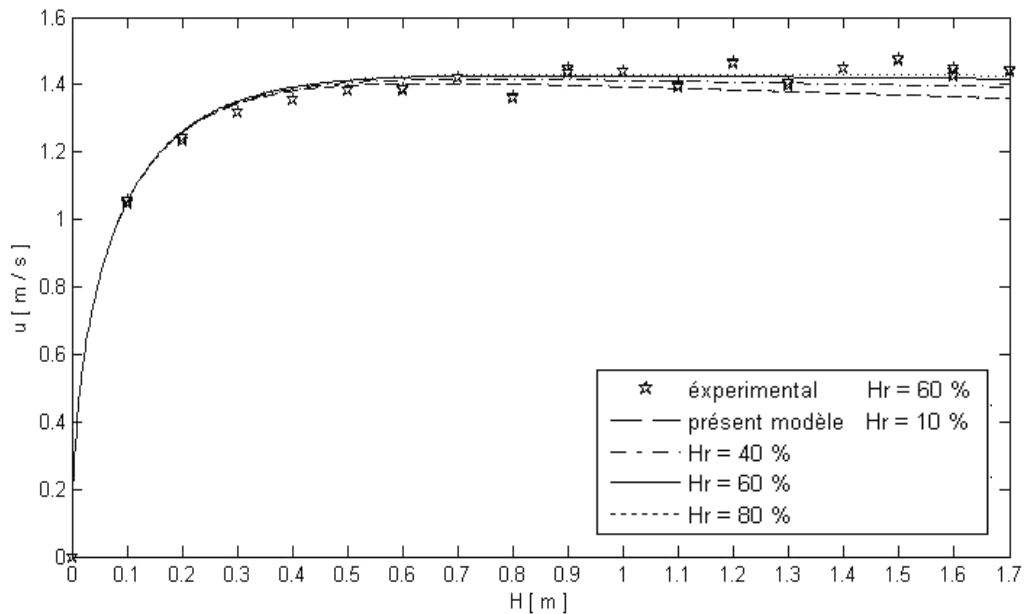


Figure II. 19: Evolution de la vitesse d'une goutte d'éthanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $d = 420 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 10\text{-}80 \%$ .

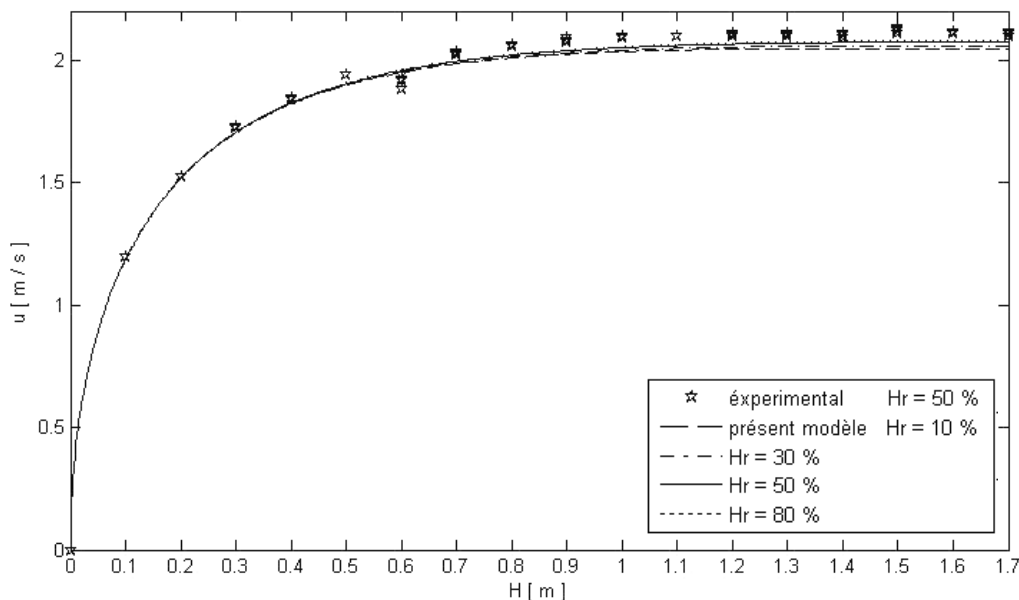


Figure II. 20: Evolution de la vitesse d'une goutte d'éthanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $d = 590 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 21 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 10\text{-}80 \%$ .

## ➤ Température initiale de la gouttelette

De la même manière, nous avons analysé l'influence de la température initiale de la goutte sur l'évaporation. Pour cela, nous avons simulé l'évolution de la vitesse de chute pour plusieurs températures initiales de la goutte. A titre d'exemple, nous avons représenté l'évolution de la vitesse de chute d'une goutte d'éthanol pour une humidité relative de 60 % et plusieurs températures initiales (20, 24, 30 et 40 °C), que nous avons comparée avec nos résultats expérimentaux ( $T_{\text{goutte}} = 24$  °C,  $T_{\text{gaz}} = 20$  °C,  $Hr = 60$  %). Nous avons constaté qu'une température initiale élevée ( $T_{\text{goutte}} = 40$  °C) favorise un peu plus l'évaporation. Ce qui se vérifie par une légère diminution de la vitesse de chute, comme observé sur la figure II. 21. Cette observation se vérifie aussi pour d'autres configurations. On le montre sur la figure II. 22, à titre d'exemple pour une goutte d'éthanol de diamètre initial de 590  $\mu\text{m}$  avec  $T_{\text{goutte}} = 21$  °C et des températures initiales (21, 30 et 40 °C).

Nous avons étendu l'analyse sur la régression des diamètres afin de mieux évaluer l'influence de la température initiale sur l'évaporation des gouttes. Pour cela, nous avons calculé le diamètre final de chute à 170 cm du point d'émission. Il est de 410.5, 409.3, 407.4 et 404.1  $\mu\text{m}$  pour une goutte de diamètre initial de 420  $\mu\text{m}$ , d'humidité de 60 % et, respectivement, pour des températures initiales (20, 24, 30 et 40 °C). Pour la goutte de 590  $\mu\text{m}$ , le diamètre passe à 579.6, 575.7 et 571.1 pour des températures initiales (21, 30 et 40°C), respectivement.

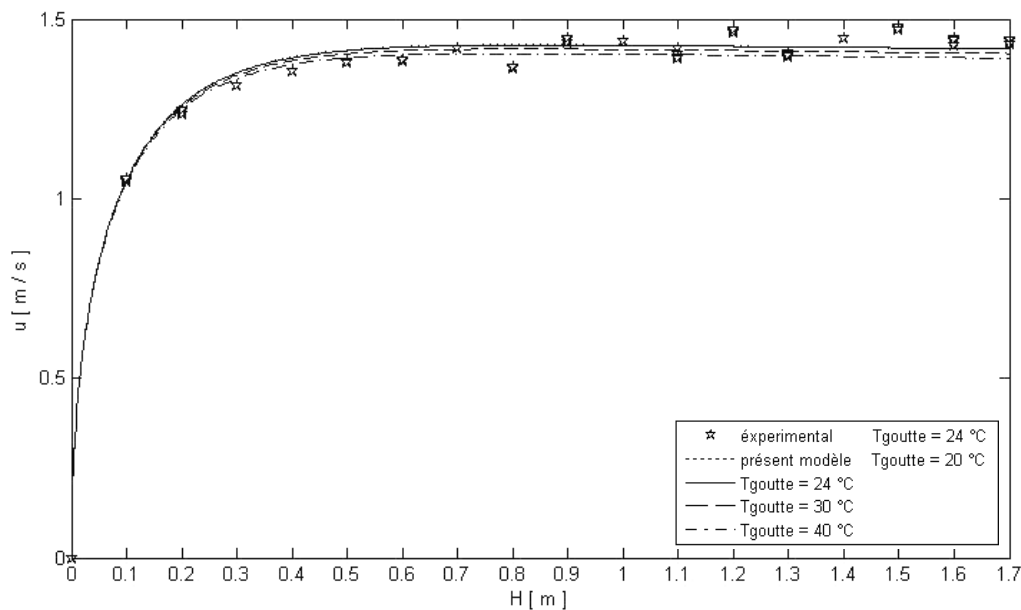


Figure II. 21: Evolution de la vitesse d'une goutte d'éthanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $d = 420$   $\mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 20\text{-}40$  °C,  $T_{\text{gaz}} = 20$  °C,  $Hr = 60$  %.

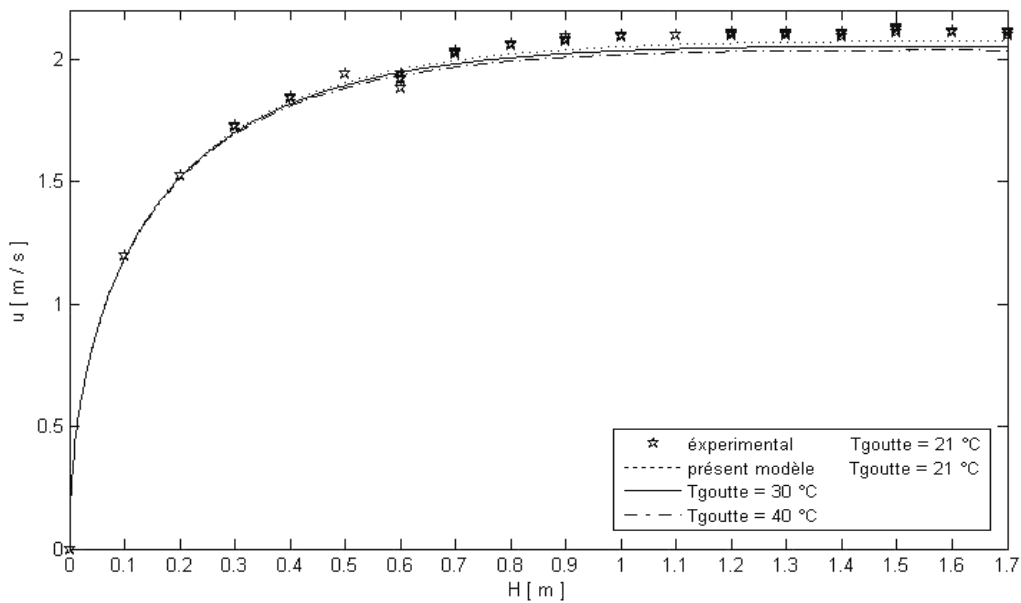


Figure II. 22: Evolution de la vitesse d'une goutte d'éthanol en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur :  $d = 590 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 21\text{-}40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $H_r = 50 \%$ .

### ➤ Propriétés physico-chimiques de la goutte

Afin de bien cerner le phénomène d'évaporation de gouttelettes liquides en chute libre dans l'air, nous avons étudié l'influence des propriétés physico-chimiques du liquide sur l'évaporation. Nous avons comparé l'évaporation d'une goutte de diamètre  $200 \mu\text{m}$  pour les trois liquides étudiés (eau, 2-éthyl-1-hexanol et éthanol) dans les mêmes conditions ( $T_{\text{goutte}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $H_r = 40 \%$ ).

La figure II. 23, représente l'influence de la nature de la goutte (masse volumique et viscosité) sur l'évolution de la vitesse de chute en fonction de la hauteur. Nous observons que la goutte d'eau atteint rapidement sa vitesse terminale de chute qui reste presque constante. Ceci montre que l'évaporation est très faible. L'évaporation de la goutte de 2-éthyl-1-hexanol, qui ralentit un peu la goutte, est petite. L'évaporation de la goutte d'éthanol est plus importante, se traduisant par une chute progressive de sa vitesse après avoir atteint sa vitesse maximale.

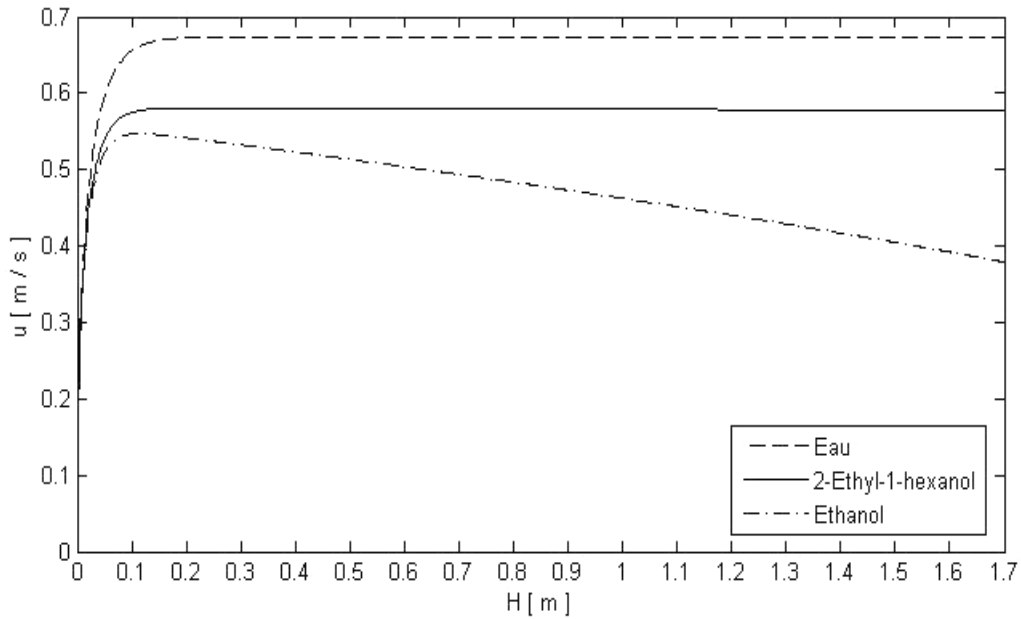


Figure II. 23: Influence de la nature de la goutte sur l'évolution de la vitesse de chute en fonction de la hauteur :  $d = 200 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 40 \%$ .

Nous observons sur la figure II. 24, que le temps de séjour des gouttes n'est pas le même. Il augmente au fur et à mesure que la viscosité du liquide diminue. Il est de 2.5835 s pour une goutte d'eau, passe à 2.9863 s pour le 2-éthyl-1-hexanol, et enfin à 3.6694 s pour l'éthanol.

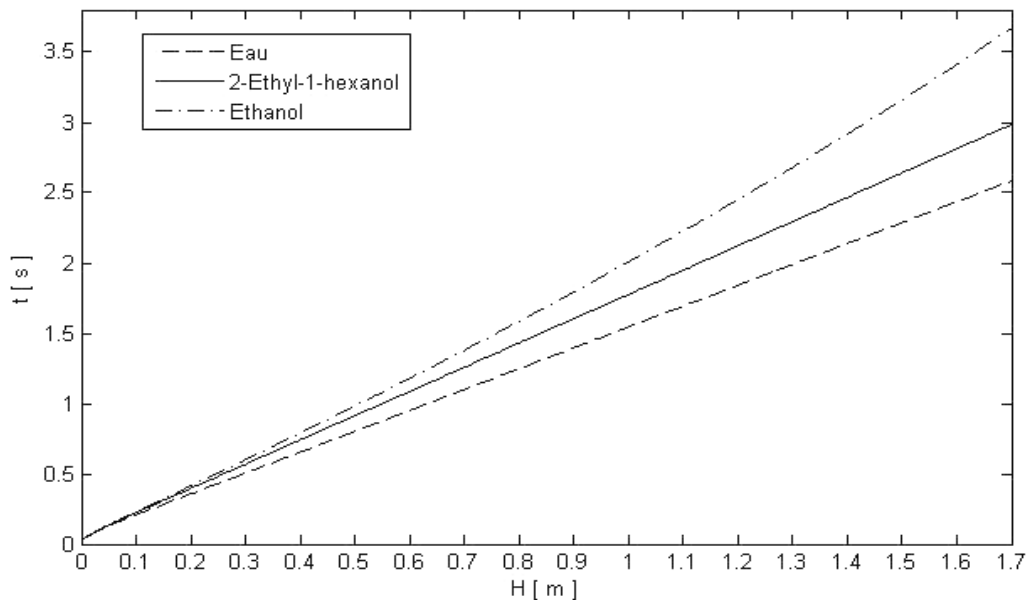


Figure II. 24: Influence de la nature de la goutte sur l'évolution du temps de chute en fonction de la hauteur :  $d = 200 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 40 \%$ .

Nous avons montré sur la figure II. 24 que le temps de séjour le plus long est calculé pour une goutte d'éthanol. Nous avons représenté, sur la figure II. 25, l'évolution du nombre de Peclet caractérisant le transfert de chaleur en fonction du temps de chute. Nous avons observé une même allure que l'évolution de la vitesse des gouttes. Ceci est tout a fait logique puisque le nombre de Reynolds est proportionnel à la vitesse et que  $Pe = Re Pr$ .

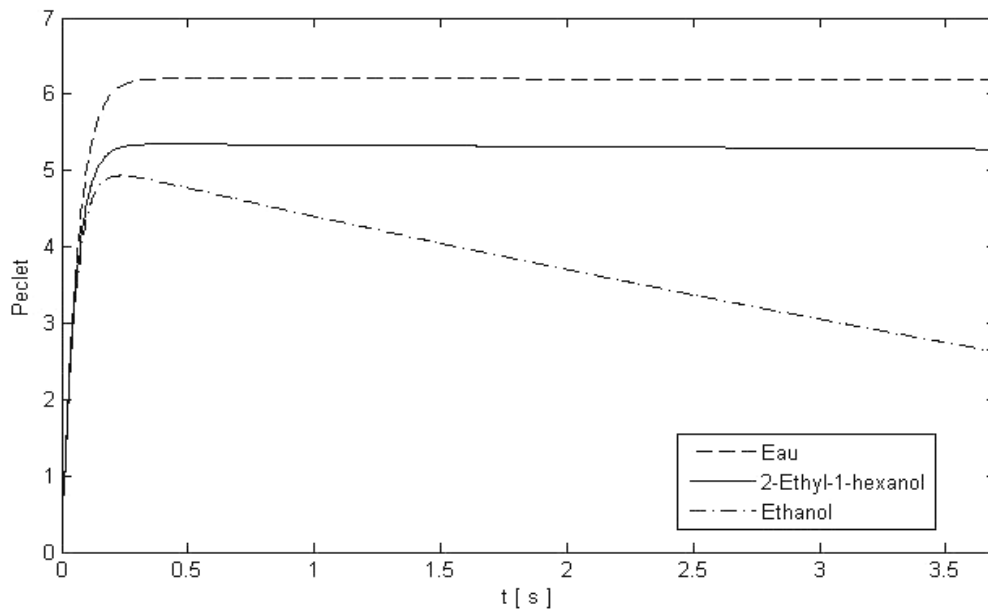


Figure II. 25: Influence de la nature de la goutte sur l'évolution du nombre de Peclet en fonction du temps de chute :  $d = 200 \mu m$ ,  $T_{goutte} = 20 \text{ }^\circ C$ ,  $T_{gaz} = 20 \text{ }^\circ C$ ,  $Hr = 40 \%$ .

Sur la figure II. 26, nous avons représenté l'évolution du nombre de Nusselt caractérisant l'intensité des échanges de matière en fonction du temps de chute. Nous avons observé une augmentation du nombre de Nusselt à partir de sa valeur initiale 1.61 jusqu'à sa valeur maximale qui dépend de la nature du liquide. Elle est de 3.508 pour une goutte d'eau, passe à 3.371 pour une goutte de 2-éthyl-1-hexanol et enfin à 3.303 pour une goutte d'éthanol. Après avoir atteint une valeur maximale, le nombre de Nusselt reste presque constant pour la goutte d'eau, ce qui montre que le transfert de matière est quasi nul. Il diminue légèrement pour une goutte de 2-éthyl-1-hexanol et diminue progressivement pour atteindre 2.837 à 170 cm du point de chute. Cette diminution est due à l'évaporation de la gouttelette.

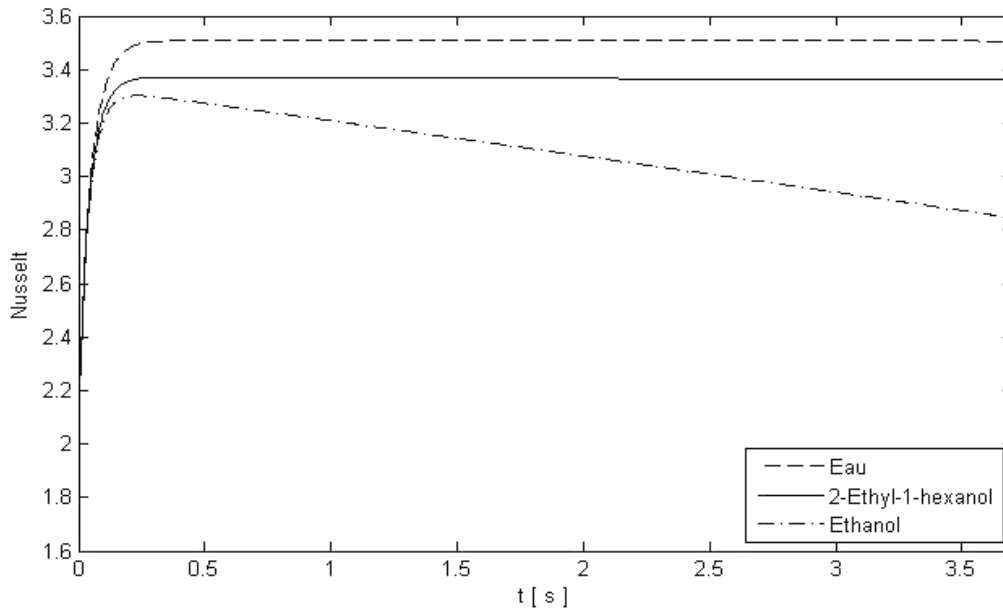


Figure II. 26: Influence de la nature de la goutte sur l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du temps de chute :  $d = 200 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Hr = 40 \%$ .

Nous avons regroupé dans le tableau II. 1, l'évolution de quelques paramètres du modèle d'évaporation en fonction de la nature de la goutte et du taux d'humidité relative de l'air environnant ( $Hr = 10$  et  $90$  %). Nous avons calculé ces paramètres (vitesse de chute, débit évaporé et diamètre) pour une goutte de diamètre  $300 \mu\text{m}$ , à trois positions de chute ( $60$ ,  $110$  et  $170$ ) cm.

Nous avons observé, pour un même liquide, qu'un faible taux d'humidité favorise l'évaporation. De plus nous avons remarqué une très faible évaporation pour la goutte d'eau, 5 fois plus en moyenne d'évaporation pour une goutte de 2-éthyl-1-hexanol et 140 fois plus d'évaporation pour une goutte d'éthanol.



## Résultats et discussions

résultats du modèle Nature du liquide		60 [cm]			110 [cm]			170 [cm]		
		u [m/s]	$\dot{m}$ [10 <sup>-10</sup> kg/s]	d [μm]	u [m/s]	$\dot{m}$ [10 <sup>-10</sup> kg/s]	d [μm]	u [m/s]	$\dot{m}$ [10 <sup>-10</sup> kg/s]	d [μm]
Eau	10 %	1.1471	0.1253	299.9494	1.1481	0.1249	299.9108	1.1479	0.1246	299.8646
	90 %	1.1473	0.0140	299.9943	1.1485	0.0140	299.990	1.1485	0.0139	299.9848
2-Ethyl-1-hexanol	10 %	0.8735	0.4849	299.9369	0.9974	0.49671	299.5097	0.9963	0.4959	299.2538
	90 %	0.9989	0.0554	299.9688	0.99902	0.0553	299.9455	0.9989	0.0553	299.9173
Ethanol	10 %	0.9169	19.2902	283.7649	0.8730	18.0730	273.1209	0.8164	16.5684	259.4416
	90 %	0.9610	1.6536	298.6841	0.9580	1.6464	297.9087	0.9542	1.6375	296.9759

Tableau II. 1: Influence de l'humidité relative de l'air extérieur sur le phénomène d'évaporation en fonction de la nature de la goutte :  $d = 300 \mu\text{m}$ ,  $T_{\text{goutte}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{gaz}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 6. Conclusion

Dans cette étude, nous avons réalisé une installation expérimentale pour étudier l'évaporation de gouttelettes mono-dispersées en chute libre dans l'air. Ce dispositif nous a permis de mesurer le diamètre de la goutte, de suivre l'évolution de la vitesse instantanée en fonction de la hauteur de chute. Ces mesures nous permettent de prédire l'évaporation de la gouttelette en fonction des caractéristiques physico-chimiques et de l'hygrométrie du milieu extérieur. Pour la modélisation du transfert de chaleur et de masse nous avons utilisé un modèle simple (validé par GUELLA) qui tient compte du couplage entre le mouvement et les phénomènes de transferts. Nous avons montré l'influence des propriétés de la goutte sur l'évaporation ; pour une goutte d'eau nous avons observé une très faible évaporation quelque soit le diamètre initial, la température de la goutte ainsi que le taux d'humidité de l'air. Pour une goutte de 2-éthyl-1-hexanol, nous avons montré que l'évaporation est faible, elle est de cinq fois plus que l'évaporation de l'eau et enfin pour une goutte d'éthanol, nous avons observé une évaporation importante surtout pour des taux d'humidité faible. Hélas, nous n'avons pas pu montrer avec nos résultats expérimentaux les limites du modèle de GUELLA, bien que notre dispositif expérimental permette de travailler dans des conditions favorables.

# Chapitre 3 :

---

---

## Etude numérique de l'interaction entre les particules

1.	Introduction .....	81
2.	Ecoulement autour d'une particule .....	83
2. 1.	Méthode de résolution .....	83
2. 2.	Coefficient de traînée .....	84
3.	Validation du modèle pour une particule isolée.....	85
3. 1.	Domaine de calcul et conditions aux limites.....	85
3. 2.	Résultats et analyse .....	88
➤	Coefficient de traînée .....	88
➤	Ecoulement autour de la particule .....	90
4.	Interaction entre les particules.....	95
4. 1.	Validation du modèle .....	95
4. 2.	Généralisation de l'étude.....	99
➤	Evolution du coefficient de traînée .....	100
➤	Etude du rotationnel .....	104
➤	Etude de l'évolution de la pression de surface .....	110
5.	Conclusion.....	118

## 1. Introduction

L'écoulement à l'intérieur et à l'extérieur d'une particule fluide sphérique et isolée en mouvement, en régime stationnaire, à été obtenu analytiquement par HADAMARD & RYBCZYNSKI (1911) pour des faibles nombres de Reynolds. À grand nombres de Reynolds, aucune solution analytique n'existe et des solutions numériques doivent être utilisées. ABDEL-ALIM & HAMIELEC (1975) ont utilisé une méthode de différences finies en écoulement stationnaire, à des nombres de Reynolds inférieurs à 50 et un rapport de viscosité inférieur à 1.4. Ce travail a été étendu à des nombres de Reynolds allant jusqu'à 200 par RIVKIND & RYSKIN (1976), RIVKIND et al. (1976). Les auteurs proposent une corrélation pour le calcul du coefficient de traînée. Cette corrélation est donnée pour des nombres de Reynolds variables ( $0.5 < Re < 200$ ) et plusieurs rapports de viscosité.

OLIVIER & CHUNG (1987) utilisent un développement en série de fonctions de Legendre et proposent une corrélation du coefficient de traînée pour des nombres de Reynolds modérés ( $Re \leq 50$ ).

Dans la même optique, ZHIGANG & EFSTATHIOS (2000) utilisent une méthode de différences finies et proposent une corrélation de la force de traînée exercée sur une particule fluide en mouvement.

SABONI et al. (2004) proposent une nouvelle corrélation applicable sur une large gamme de Reynolds ( $0 \leq Re \leq 400$ ) et pour différents rapports de viscosité ( $0 \leq k \leq 1000$ ). Cette corrélation, se réduit à la solution analytique d'HADAMARD & RYBCZYNSKI (1911) pour  $Re \approx 0$ .

Cependant, l'interaction entre les particules suscite plusieurs interrogations, notamment sur l'effet d'un ensemble de particules sur l'écoulement. Il s'agit de l'effet engendré sur la variation du coefficient de traînée, mais surtout de déterminer à quelle distance entre les particules cette influence devient négligeable, en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de viscosité.

ZHU et al. (1994) ont étudié expérimentalement et numériquement, pour de faibles nombres de Reynolds ( $Re \leq 23$ ) et des petites distances inter-particules, l'écoulement autour de deux sphères rigides co-alignées et de même diamètre. Leurs investigations ont, essentiellement, porté sur l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule. Les auteurs expliquent que

la présence d'une zone de recirculation entre ces deux sphères engendre une diminution du coefficient de traînée des deux particules.

LIANG et al. (1996) ont étudié l'effet de l'interaction entre trois sphères rigides sur la force de traînée dans plusieurs configurations expérimentales et numériques. Les auteurs expliquent, dans le modèle numérique, que le coefficient de traînée de chaque particule évolue différemment en fonction de la position des autres particules et surtout avec la distance entre ces sphères en interaction.

Nous voulons approfondir la compréhension de l'interaction entre les particules, en particulier l'influence de la présence de trois particules sphériques, identiques et co-alignées dans un écoulement laminaire, sur l'évolution du coefficient de traînée, en fonction de la distance et de la nature des particules ( sphères rigides ou bulles), et sur l'évolution des profils du rotationnel et des pressions à la surface de chaque particule.

Tout d'abord, nous allons étudier l'écoulement autour d'une particule sphérique isolée, nous allons établir et proposer un modèle numérique simple et complet. Ce modèle va nous permettre d'évaluer les coefficients de traînée, en fonction de la nature de la particule (bulle ou sphère rigide) et en fonction du nombre de Reynolds. Nous allons représenter les lignes de courant, et analyser l'évolution des profils du rotationnel et de la pression à la surface de la particule. Par la suite nous allons déterminer les angles de séparation. Enfin, nous allons comparer nos résultats avec les études antérieures afin de valider le modèle.

En deuxième partie, nous allons étudier l'influence de la présence de deux autres particules identiques et co-alignées. Nous allons valider le modèle en faisant une comparaison avec le modèle numérique de LIANG et al. (1996) pour le cas de l'écoulement autour de trois sphères rigides ( $Re = 53.42$ ). Par la suite, nous allons généraliser l'étude et nous allons faire varier la distance qui sépare les trois particules (de 2 à 12 fois le diamètre des particules) et nous allons varier le nombre de Reynolds (de 10 à 400), dans le cas de bulles et de sphères rigides.

De ce fait, nous allons analyser l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule. Ensuite nous allons étudier l'évolution des profils du rotationnel et de la pression à la surface de chaque particule en interaction, et nous allons expliquer l'influence de l'interaction sur les différents paramètres de l'écoulement.

## 2. Écoulement autour d'une particule

L'écoulement autour d'une particule sphérique peut être décrit par l'équation de continuité et l'équation de conservation des quantités de mouvement. Pour un fluide newtonien quelconque, en écoulement laminaire incompressible, la densité et la viscosité sont supposées constantes. Ces équations sont résolues pour un écoulement incompressible autour d'une particule en mouvement qui atteint sa vitesse terminale de chute. Les forces de pesanteur sont négligeables. Dans ces conditions, les équations de Navier-Stokes, dans les deux directions spatiales, s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{cases} \nabla \cdot U = 0 \\ \rho \frac{\partial U}{\partial t} + \rho(U \cdot \nabla)U = -\nabla p + \mu \nabla^2 U + F \end{cases} \quad \text{III.1}$$

$\mu$  représente la viscosité dynamique,  $U = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$  le vecteur vitesse,  $\rho$  la masse volumique,  $p$  la pression et  $F$  la résultante des forces s'exerçant sur le fluide.

### 2. 1. Méthode de résolution

La structure de l'écoulement autour d'une particule dépend généralement du nombre de Reynolds, du rapport des viscosités  $k = \mu_d / \mu_c$  ainsi que du rapport des masses volumiques  $\gamma = \rho_d / \rho_c$  entre la phase dispersée et la phase continue.

En introduisant les grandeurs sans dimension ( $r^* = r / r_s$ ,  $x^* = x / r_s$ ,  $U^* = U / U_\infty$ ,  $p^* = p / \rho U_\infty^2$ ), données par correspondance avec l'échelle caractéristique de longueur  $r_s$ , de vitesse  $U_\infty$ , et de pression  $\rho U_\infty^2$ , la forme adimensionnelle de ces équations en tenant compte de ces paramètres, s'écrit dans la phase continue (l'écoulement autour de la particule) de la manière suivante :

$$\begin{cases} Re(U^* \cdot \nabla)U^* = -\nabla p^* + \nabla^2 U^* \\ \nabla \cdot U^* = 0 \end{cases} \quad \text{III.2}$$

La méthode numérique utilisée pour la résolution du système d'équations **III. 1**, est celle des éléments finis. Le modèle a été mis en place à l'aide du code de calcul COMSOL®<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> [www.comsol.fr](http://www.comsol.fr)

## 2. 2. Coefficient de traînée

La force de traînée d'une particule sphérique en mouvement est simplement l'intégrale des contraintes le long de la surface de cette particule :

$$\vec{F}_x = \int_s \vec{T} ds \quad \text{III.3}$$

$\vec{T}$  est le tenseur des contraintes donné par  $\vec{T} = [-p\delta_{ij} + \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)] \cdot \vec{n}$ . Ainsi l'équation

III. 3 peut être formulée par :

$$\vec{F}_x = 2\pi r_s^2 \int_0^\pi [-p\delta_{ij} + \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)] \vec{n} \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad \text{III.4}$$

sachant que  $\delta_{ij}$  est le delta de Kronecker,  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$

Le coefficient de traînée est alors donné par la formule suivante :

$$Cd = \frac{F_x}{\left(\frac{1}{2} \pi \rho r_s^2 U_\infty^2\right)} \quad \text{III.5}$$

En introduisant les variables adimensionnelles, le coefficient de traînée peut être calculé en écrivant la force de traînée sous sa fore adimensionnelle  $F_x^*$ .

Avec ces conditions on obtient :

$$Cd = \frac{4F_x^*}{\pi Re} \quad \text{III.6}$$

L'évolution du coefficient de traînée d'une sphère fluide dépend de plusieurs paramètres, à savoir, le nombre de Reynolds, la viscosité et la densité de la particule (bulle ou sphère rigide) et la distance entre une particule et une autre. L'effet de ces paramètres sur le coefficient de traînée sera discuté ultérieurement.

### 3. Validation du modèle pour une particule isolée

Au début de cette étude, nous nous intéressons à l'évolution du coefficient de traînée d'une particule isolée. Dans la partie suivante, nous allons expliquer le choix du domaine numérique de calcul, la détermination et le choix des conditions initiales et aux limites, le choix du maillage ainsi que le nombre de mailles. Nous effectuons une validation de notre modèle pour plusieurs nombre de Reynolds (de 10 à 400).

Pour cela, nous avons étudié l'évolution du coefficient de traînée d'une particule isolée (bulle et sphère rigide). Les valeurs numériques obtenues par notre simulation sont comparées avec celles des études antérieures. Ensuite, nous avons analysé l'écoulement autour de la particule et nous avons comparé les profils du rotationnel et de la pression adimensionnelle à la surface de la particule, issus de notre modélisation, avec ceux présentés par MAGNAUDET et al., (1995).

#### 3. 1. Domaine de calcul et conditions aux limites

Nous considérons une particule se déplaçant à sa vitesse terminale de chute dans un canal cylindrique de rayon  $R_{\max}$ . Le problème physique en 3-D sera alors simplifié et ramené à un problème 2-D, car il présente une axi-symétrie comme représenté sur la figure III. 1. Le domaine en entier dans les trois directions spatiales est obtenu par rotation de  $2\pi$  sur l'axe de symétrie du plan  $r-x$ .  $L_{in}$  représente la distance à l'amont du domaine délimitant l'écoulement et le bord d'attaque de la particule et  $L_{out}$  représente la distance entre le bord de fuite et la sortie du domaine délimitant l'écoulement.

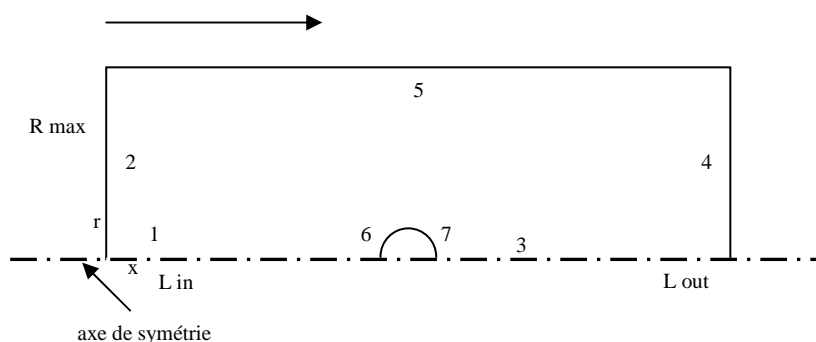


Figure III. 1 : Représentation du domaine de calcul pour l'écoulement autour d'une particule isolée.



L'écoulement étant laminaire, nous supposons que le nombre de Reynolds ne dépasse pas 400, qui est la limite pour que l'écoulement autour d'une sphère rigide soit axisymétrique, et qu'une bulle d'air dans l'eau reste quasi-sphérique.

La valeur du rayon maximum du cylindre  $R_{\max}$  délimitant la zone fluide examinée est fixée à 80 fois le rayon de la particule pour les nombres de Reynolds de l'ordre de l'unité, et à 15 fois le rayon de celle-ci pour les nombres de Reynolds supérieurs à 20 (pour lesquels l'épaisseur de la couche limite est beaucoup plus faible).

Les frontières du domaine considéré pour la résolution des équations de Navier-Stokes, sont divisées en sept segments indexés selon la figure III. 1. Les conditions aux limites sont imposées à ses frontières pour les différentes configurations (bulle ou sphère rigide) de la manière suivante :

#### Frontière 1 et 3 :

Ces frontières coïncident avec l'axe de révolution de l'écoulement, la condition de symétrie des champs de vitesses est imposée. La composante normale de la vitesse ainsi que la composante tangentielle du tenseur des contraintes visqueuses (suivant le vecteur tangent  $\vec{t}$ ) sont nulles. Ce qui se traduit par :

$$\begin{aligned}\vec{U} \cdot \vec{n} &= 0 \\ \mu(\nabla \cdot \vec{U} + (\nabla \cdot \vec{U})^T) \cdot \vec{t} &= 0\end{aligned}\tag{III.7}$$

#### Frontière 2 et 4 :

Sur les frontières 2 et 4, la composante tangentielle de la vitesse est nulle et la composante normale du tenseur total des contraintes sera égale à la pression atmosphérique. Cette condition se traduit par :

$$\begin{aligned}\vec{U} \cdot \vec{t} &= 0 \\ [-p\delta_{ij} + \mu(\nabla \cdot \vec{U} + (\nabla \cdot \vec{U})^T)] \cdot \vec{n} &= -p_0\end{aligned}\tag{III.8}$$

#### Frontière 5 :

Au niveau de cette frontière, la condition de vitesse à l'infini est imposée :

$$U = U_\infty\tag{III.9}$$

Avec  $U_\infty = \begin{pmatrix} u_\infty \\ v_\infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

**Frontière 6 et 7 :**

Ces deux frontières représentent la surface de la particule fluide, de normale sortante  $\vec{n}$  orientée vers l'extérieur de la particule. Les conditions aux limites sur ces frontières diffèrent selon la nature de la particule. Pour une sphère rigide, la condition de non glissement se traduit par :

$$U = 0 \quad \text{III.10}$$

Pour une bulle, cette condition au limite est la même que la condition de glissement (identique à la condition de symétrie donnée en **III. 7**) :

$$\begin{aligned} \vec{U} \cdot \vec{n} &= 0 \\ \mu(\nabla \cdot \vec{U} + (\nabla \cdot \vec{U})^T) \cdot \vec{t} &= 0 \end{aligned} \quad \text{III.11}$$

Nous avons discrétisé le domaine physique par la méthode des éléments finis. Le maillage choisi répond à certaines exigences. Il est souhaitable d'avoir une maille plus fine près de la surface de la particule, où les gradients sont forts. Le maillage est plus grossier dans les zones où les gradients sont faibles. Le choix est fait afin d'obtenir des résultats stables et précis, en utilisant un temps de calcul minimal. La sélection du maillage a été obtenue en s'inspirant des études antérieures et en faisant des tests avec des maillages différents (BOUCHET et al. (2005), WAHEED et al. (2004), LIANG et al. (1996), SABONI et al. (2004)).

L'optimisation du maillage, doit respecter et garantir le contrôle de la qualité du résultat, l'étape de remaillage constitue l'étape finale du processus. Nous représentons sur la figure III. 2, les éléments de maillages triangulaires utilisés dans la configuration de l'écoulement autour de la particule sphérique.

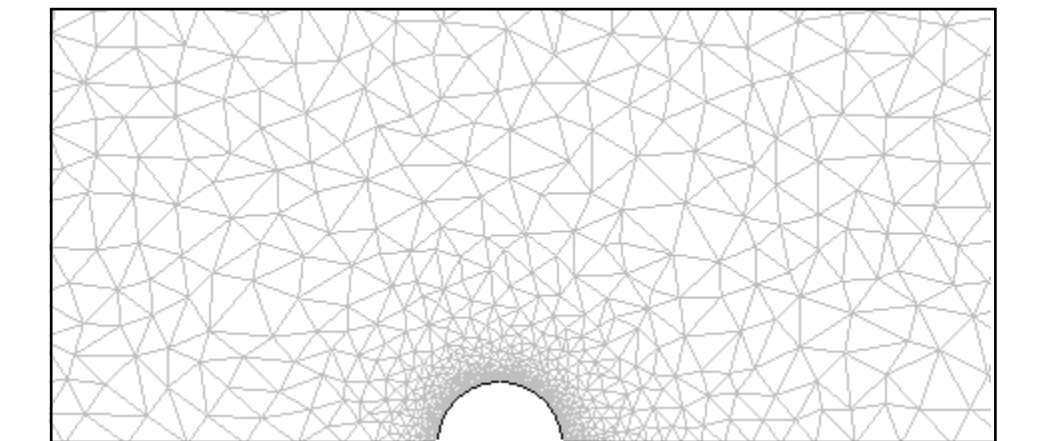


Figure III. 2. Représentation des éléments de maillage.

## 3. 2. Résultats et analyse

### ➤ Coefficient de traînée

Afin de valider le modèle numérique, nous avons calculé les valeurs du coefficient de traînée pour différents nombres de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 400$ ) dans le cas de l'écoulement autour d'une bulle et celui autour d'une sphère rigide. Nos résultats sont comparés avec ceux de la littérature.

Nos résultats numériques, dans le cas de l'écoulement autour d'une bulle d'air, sont comparés avec les résultats obtenus par BLANCO et MAGNAUDET (1995), BRABSTON et KELLER (1975), MAGNAUDET et al. (1995), RIVKIND et al. (1976), ZHIGANG & EFSTATHIOS (2000), RYSKIN & LEAL (1984) et SABONI et al. (2004). Nous observons une bonne concordance.

Dans le cas correspondant à un écoulement autour d'une sphère rigide, les résultats de notre étude correspondent bien avec ceux des données expérimentales de LECLAIR et al. (1970), et les études numériques de MAGNAUDET et al. (1995), ZHIGANG et EFSTATHIOS (2000), la corrélation de SCHILLER et NAUMANN (1933), celle de RIVKIND et al. (1976), et enfin la corrélation de SABONI et al. (2004).

Les résultats sont présentés dans les tableaux III. 1 et III. 2 pour une bulle et une sphère rigide, respectivement. Nous observons sur ces deux tableaux un bon accord entre les résultats de notre simulation et ceux des études numériques, expérimentales et les corrélations citées précédemment.

*Validation du modèle pour une particule isolée*

Auteurs \ Re	10	20	30	50	100	200	300	400
BLANCO et MAGNAUDET (1995)	-	-	-	0.664	0.369	0.200	0.138	0.104
BRABSTON et KELLER (1975)	2.350	1.362	-	-	-	0.197	-	-
MAGNAUDET et al. (1995)	2.411	1.322	-	-	0.369	0.200	0.138	-
RIVKIND et al. (1976)	2.430	1.410	-	0.690	0.400	-	-	-
ZHIGANG et EFSTATHIOS (2000)	2.441	1.404	1.027	0.685	0.379	0.206	0.143	0.110
RYSKIN et LEAL (1984)	2.430	1.410	-	0.670	0.380	0.220	-	-
SABONI et al. (2004)	2.490	1.429	1.035	0.690	0.391	0.206	0.143	0.108
Ce travail	2.487	1.420	1.039	0.687	0.391	0.206	0.141	0.107

*Tableau III. 1: Représentation et comparaison des valeurs du coefficient de traînée pour une bulle isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute.*

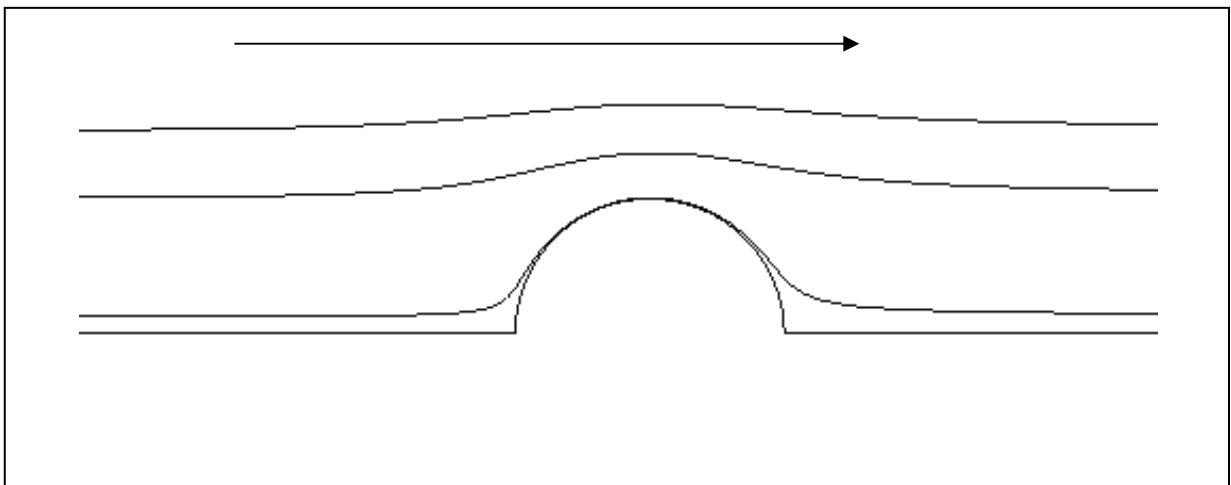
Auteurs \ Re	10	20	30	50	100	200	300	400
SCHILLER et NAUMANN (1933)	4,151	2,610	2,042	1,538	1,092	0,806	0,684	0,612
RIVKIND et al. (1976)	4.280	2.710	-	1.580	1.110	-	-	-
ZHIGANG et EFSTATHIOS (2000)	4.301	2.710	2.107	1.562	1.090	0.775	0.650	0.579
LECLAIR et al. (1970)	4.337	2.736	2.126	-	1.096	0.772	0.632	0.552
MAGNAUDET et al. (1995)	4.317	2.707	-	-	1.092	0.765	0.645	-
SABONI et al. (2004)	4.424	2.768	2.148	1.589	1.084	0.776	0.629	0.534
Ce travail	4.434	2.779	2.128	1.518	1.066	0.761	0.616	0.530

*Tableau III. 2: Représentation et comparaison des valeurs du coefficient de traînée pour une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute.*

### ➤ **Ecoulement autour de la particule**

Nous avons représenté les lignes de courant pour les différentes particules à différents nombres de Reynolds ( $Re = 10 ; 100$  et  $300$ ). Cette étude nous renseigne sur l'évolution du champ de vitesses, l'influence du rapport des viscosités et du nombre de Reynolds, sur la présence ou pas d'une zone de recirculation à l'arrière de la particule, son influence sur l'écoulement et surtout sur la distribution des profils du rotationnel et de la pression de surface.

Pour le cas d'une bulle, le rapport des viscosités est presque négligeable, nous observons une petite dissymétrie de l'écoulement à l'amont et à l'aval près de cette particule quelque soit le nombre de Reynolds, comme nous l'observons sur la figure III. 3 et en annexe II, pour des nombres de Reynolds 10 et 300. Pour les faibles rapports de viscosité, SABONI et al. (2004) confirment que la présence d'une recirculation interne est suffisamment rapide pour empêcher la formation d'une recirculation à l'arrière de cette particule, dans cette configuration.



*Figure III. 3: Représentation des lignes de courant autour d'une bulle isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 100$ .*

Pour le cas d'une sphère rigide, le rapport des viscosités est suffisamment grand. Nous observons sur la figure III. 4 la formation d'une recirculation à l'arrière de la sphère. Cette région de recirculation augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds (annexe II).

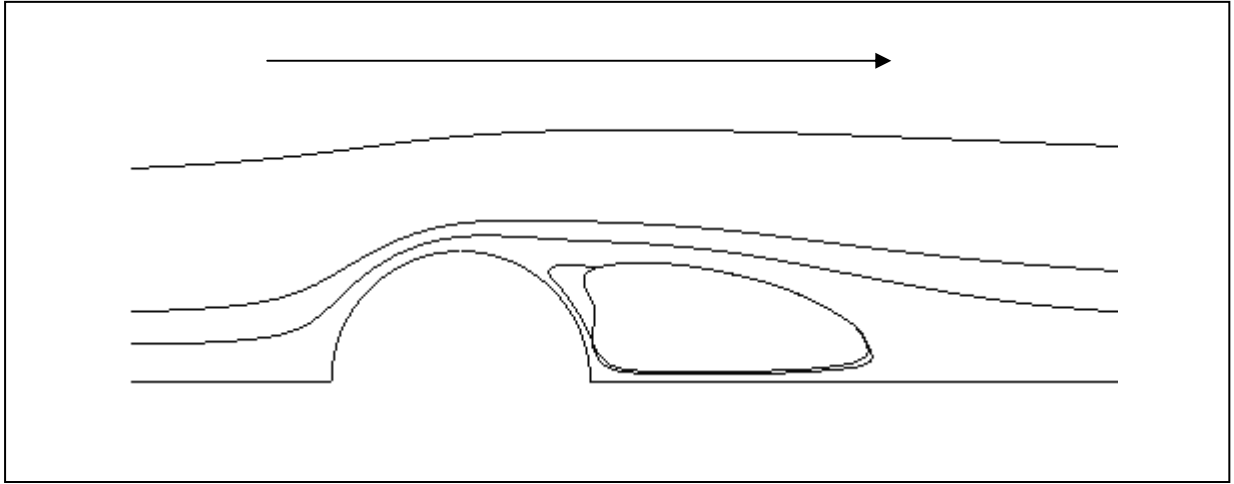


Figure III. 4: Représentation des lignes de courant autour d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 100$ .

Le comportement des écoulements sera mieux analysé en représentant les rotationnels et les pressions de surface de chaque particule dans les deux configurations, à savoir l'écoulement autour d'une bulle d'air ou bien l'écoulement autour d'une sphère rigide. Les profils du rotationnel ( $\omega$ ) sont comparés avec les résultats numériques de MAGNAUDET et al. (1995), LECLAIR et al. (1970), DENNIS & WALKER (1971), BRABSTON & KELLER (1975), RIMON & CHENG (1969) et les résultats de l'écoulement potentiel. La distribution de la pression adimensionnelle de surface pour chaque particule est définie en fonction de la pression de surface de la particule considérée ( $p_s$ ) et de la pression à l'entrée du domaine physique ( $p_0$ ). Cette pression adimensionnelle s'écrit :

$$p^* = 2(p_s - p_0) / \rho U_\infty^2 \quad \text{III.12}$$

Les profils du rotationnel confirment les observations sur l'allure des lignes de courant et les conclusions portées sur la présence ou pas d'une recirculation à l'arrière de la particule (voir la figure III. 5 et annexe II). La distribution du rotationnel sur la surface de la particule est représentée pour les différentes particules en fonction du nombre de Reynolds ( $Re = 10 ; 100$  et  $300$ ). Ces tracés sont calculés en fonction de la coordonnée angulaire  $\theta^\circ$ . A première vue, nous constatons que le rotationnel augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds (voir annexe II). Sur la figure III. 5, nous observons une différence entre les profils du rotationnel, tracés dans les deux cas (l'écoulement autour d'une bulle et l'écoulement autour d'une sphère rigide). Nous observons effectivement que la distribution du rotationnel à la surface d'une bulle est presque symétrique par rapport à

l'équateur ( $\theta = 90^\circ$ ). Pour le cas d'un écoulement autour d'une sphère rigide, nous observons des valeurs négatives pour des nombres de Reynolds  $Re \geq 20$ . De plus, une asymétrie apparaît entre la partie amont et aval de la surface de la sphère rigide. Cette dissymétrie augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds (voir annexe II).

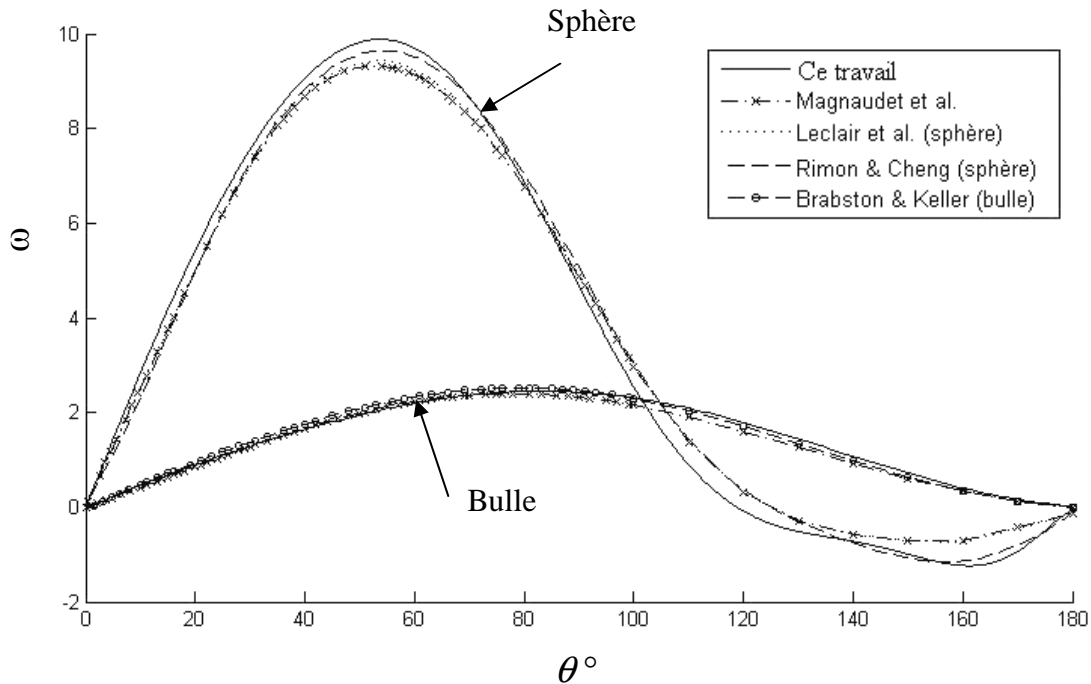


Figure III. 5: Rotationnel à la surface d'une bulle d'air et d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 100$ .

Cette dissymétrie de l'écoulement et la présence de valeurs négatives du rotationnel indiquent la présence d'une recirculation à l'arrière de la particule (comme observé sur la figure III. 4 et en annexe II). Ainsi, nous pouvons déterminer l'angle de séparation pour chaque particule. Pour le nombre de Reynolds  $Re = 100$ , sa valeur est de  $\theta = 119^\circ$  pour une sphère rigide. Il passe à  $\theta = 111^\circ$  pour un  $Re = 300$ . Les angles de séparation sont donnés dans le tableau III. 3, pour les différentes configurations et différents nombres de Reynolds.

Nous avons comparé les résultats de notre modèle avec ceux des études théoriques et les résultats numériques antérieurs. Nous observons une bonne concordance dans les deux cas, comme montré sur la figure III. 5 et en annexe II.

		$\theta_{sep} (\text{°})$		
		10	100	300
Particule	Re			
	Bulle		-	-
Sphère rigide		-	119	111

Tableau III. 3: Représentation des angles de séparation de chaque particule pour les différents nombre de Reynolds.

Nous avons tracé les profils de pression à la surface de la particule isolée dans une configuration d'écoulement autour d'une bulle et d'une sphère rigide isolée. La comparaison de notre modèle avec les études numériques précédentes donne une bonne concordance, comme le montrent, à titre d'exemple pour  $Re = 100$ , les figures III. 6 et III. 7.

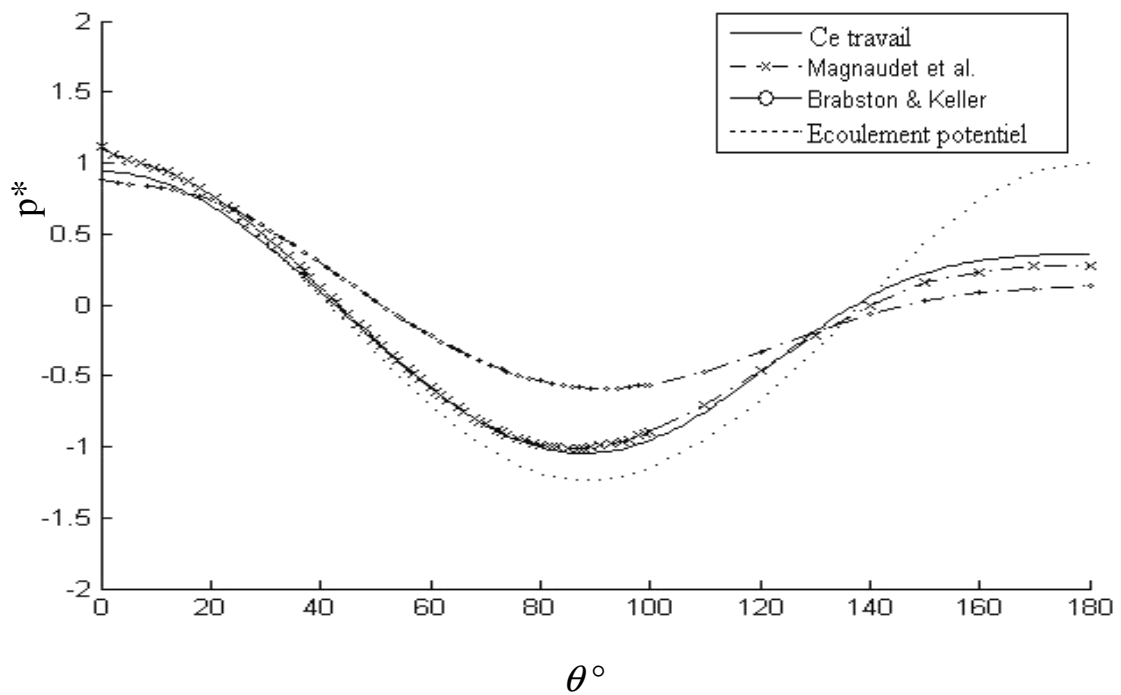


Figure III. 6: Pression à la surface d'une bulle d'air isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 100$ .



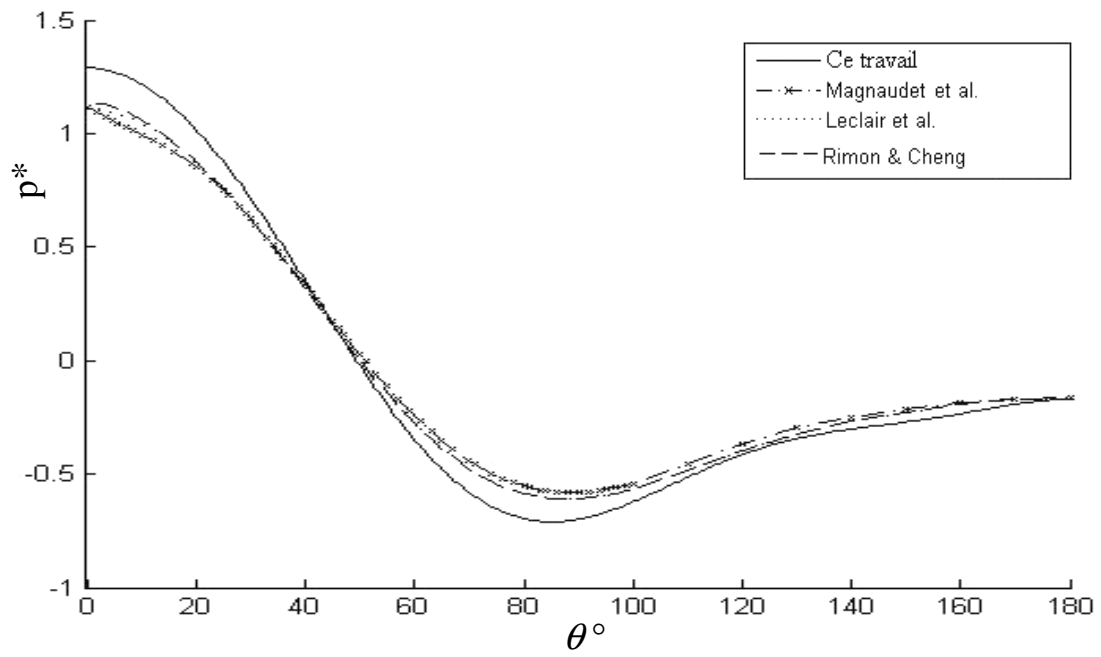


Figure III. 7: Pression à la surface d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 100$ .

## **4. Interaction entre les particules**

Dans cette partie, nous allons étudier l'interaction entre trois particules identiques et co-alignées. Tout d'abord, afin de valider notre modèle, nous allons établir une configuration numérique semblable à celle utilisée par LIANG et al. (1996) pour l'étude de l'interaction entre trois sphères rigides, qu'on va présenter dans le paragraphe qui va suivre. Ensuite nous allons généraliser l'étude sur l'interaction entre trois particules (bulles ou sphères rigides) identiques et co-alignées et nous allons étudier l'influence de la distance entre les particules (de 2 à 12 fois le diamètre de la particule) sur l'évolution des différentes caractéristiques de l'écoulement (coefficient de traînée, rotationnel et pression de surface) et nous allons comparer ces caractéristiques à celle obtenues pour le cas de l'écoulement autour d'une particule isolée.

### **4. 1. Validation du modèle**

Dans cette partie, nous allons comparer nos résultats concernant l'écoulement autour des trois sphères rigides avec l'étude de LIANG et al. (1996).

Les auteurs ont étudié expérimentalement et numériquement l'influence de la disposition des particules rigides sphériques sur le coefficient de traînée. Pour le dispositif expérimental, les auteurs utilisent une colonne de plexiglas, à l'intérieur de laquelle circule une solution de glycérine/eau. Nous nous intéressons à une configuration particulière de la disposition des particules présentée dans leur expérience et leur modélisation. Les « particules tests » sont suspendues une à une par un fil inextensible et plongé dans la solution d'un côté, l'autre côté est fixé à une balance qui détecte les actions sur le coefficient de traînée. Un système vidéo relié à un ordinateur, enregistre les résultats pour différentes distances entre les trois particules co-alignées.

La solution numérique et les conditions aux limites sont exposées dans les paragraphes qui suivent. Le domaine de calcul et les éléments de maillage sont représentés sur la figure III. 8. Pour valider notre modélisation, nous avons choisi le même domaine numérique de calcul et les mêmes conditions aux limites que LIANG et al. (1996). La résolution des équations de Navier-Stokes dans cette partie (validation de notre modèle) se fera sous forme dimensionnelle. Pour la généralisation de l'étude sur l'interaction entre trois particules (bulles ou sphères rigides) identiques et co-alignées et nous allons revenir à la résolution sous sa

forme adimensionnelle comme utilisé dans l'étude de l'écoulement autour de la particule isolée.

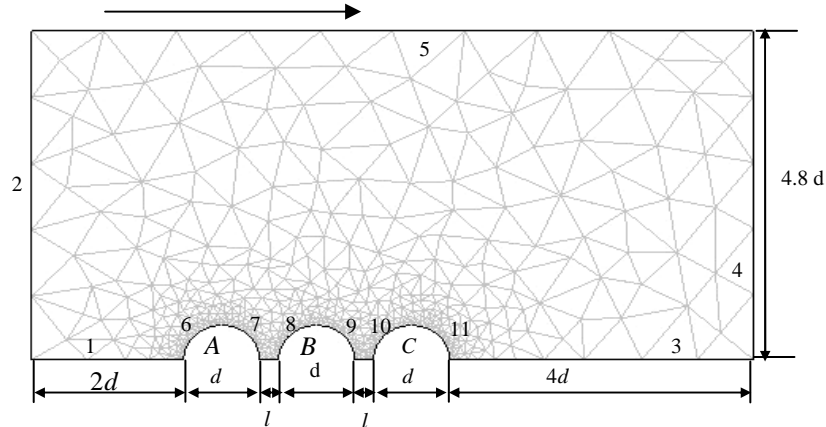


Figure III. 8: Représentation du domaine de calcul et maillage.

Le domaine de calcul est délimité radialement par  $R_{\max}$  et horizontalement par  $L$ . Les trois particules sont disposées selon l'axe  $x$ , comme représenté sur la figure III. 8 et séparées par une distance  $l/d$  égale à 0.25 ; 0.5 et 3. Les propriétés physico-chimiques de l'écoulement extérieur et de la particule sont regroupées dans le tableau III. 4.

$\rho_c (g/cm^3)$	$\mu_c (g/cm.s)$	$d (cm)$	$R_{\max} (cm)$	$U_0 (cm/s)$
1.206	0.57	1.5875	7.62	16

Tableau III. 4: Caractéristiques physico-chimiques.

Nous calculons les coefficients de traînée de chaque particule pour différente distance  $l/d$ . Les résultats de notre simulation sont comparés avec les résultats numériques et expérimentaux des auteurs et sont représentés sur le tableau III. 5, pour un nombre de Reynolds de 53.42.

Les conditions aux limites sont données dans ce qui suit.

### Frontière 1 et 3 :

Ces deux frontières coïncident avec l'axe de symétrie, ce qui se traduit par :

$$v = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

III.13

**Frontière 2 :**

À l'entrée du domaine, la distribution de la vitesse est donnée par:

$$u = U_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R_{\max}^2} \right) \quad \text{III.14}$$
$$v = 0$$

où  $U_0$  est la vitesse de l'écoulement sur l'axe de symétrie de la particule.

**Frontière 5 et de 6 à 11 :**

À la surface de la sphère et sur les parois de la colonne :

$$u = 0 \quad \text{III.15}$$
$$v = 0$$

**Frontière 4 :**

À la sortie du domaine la condition au limite se traduit par :

$$v = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{III.16}$$

Sur le tableau III. 5, nous représentons pour le même nombre de Reynolds ( $Re = 53.42$ ) les différents coefficients de traînée et les rapports entre la force de traînée de chaque sphère rigide et celle d'une sphère isolée. Nos résultats sont comparés avec les résultats numériques et expérimentaux de LIANG et al. (1996), et nous observons une bonne concordance. En effet, nos résultats numériques présentent un écart de 4% par rapport aux résultats expérimentaux des auteurs et un écart maximal de 2.1% avec leurs analyses numériques sur les coefficients de traînée de chaque particule.

sphère	$l/d$	$Cd$	$Cd/Cd_0$	$Cd$ LIANG et al. 1995	$Cd/Cd_0$ LIANG et al. 1995	$Cd/Cd_0$ LIANG et al. 1995 experimental
A	0.25	1.370	0.880	1.375	0.894	0.90
B		0.447	0.287	0.437	0.284	0.26
C		0.584	0.375	0.571	0.371	0.39
A	0.5	1.387	0.891	1.378	0.896	0.91
B		0.518	0.333	0.497	0.323	0.31
C		0.629	0.404	0.611	0.397	0.41
A	3	1.528	0.982	1.527	0.993	0.97
B		0.947	0.609	0.933	0.607	0.60
C		0.856	0.550	0.841	0.547	0.59

Tableau III. 5: Représentation et comparaison des valeurs du coefficient de traînée pour chaque particule solide.

## 4. 2. Généralisation de l'étude

Afin de mieux comprendre l'évolution des différents paramètres influençant l'écoulement, nous allons généraliser l'étude de l'interaction entre trois particules (bulles ou sphères rigides) identiques et co-alignées. La distance qui sépare ces particules varie entre 2 et 12 fois le diamètre de la particule. Cette étude vient compléter les résultats numériques de LIANG et al. (1996) portant sur l'interaction de trois sphères rigides pour un seul nombre de Reynolds (53.42).

Nous allons établir une configuration numérique semblable au cas d'une particule isolée (conditions initiales et aux limites,  $R_{max}$ , ...) et nous allons rajouter deux autres particules semblables à la première, identiques et co-alignées comme montré sur la figure III. 9. Nous allons étudier l'influence de la distance inter-particulaire sur l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule.

Nous allons voir ensuite l'influence de cette interaction sur les profils du rotationnel et sur les pressions de surface au niveau de chaque particule. Pour cela nous allons étudier l'écoulement autour des trois particules, en faisant varier la distance inter-particulaire ( $2 \leq l/d \leq 12$ ) pour différents nombres de Reynolds (10 à 400) dans le cas des bulles et des sphères rigides.

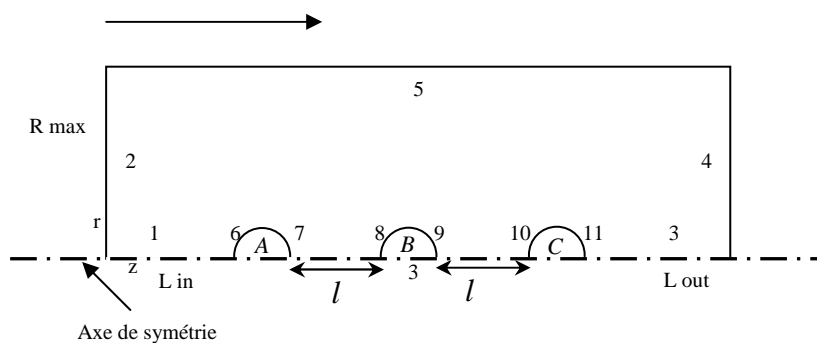


Figure III. 9 : Représentation du domaine de calcul pour l'écoulement autour de plusieurs particules

### ➤ Evolution du coefficient de traînée

Sur les tableaux III. 6 et III. 7, nous représentons pour les trois bulles et les trois sphères rigides, respectivement, l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule (A, B et C) en interaction pour différents nombres de Reynolds (10 à 400) et différentes distances  $l/d$  (2 à 12).

Nous constatons que le coefficient de traînée de chaque particule (A, B, C) est plus petit que celui de la particule isolée. Cela est dû aux phénomènes d'interaction entre ces particules. Le vortex généré entre ces particules affecte le coefficient de traînée, les distributions du profil du rotationnel et de la pression à la surface de chaque particule.

Pour le cas de l'interaction entre les bulles, nous observons sur le tableau III. 6 et dans toutes les configurations (nombre de Reynolds, distance de séparation), que le coefficient de traînée de la bulle en tête (A) est plus grand que les deux autres bulles (B et C). De plus, pour les petites valeurs de la distance entre ces particules ( $l/d < 3$ ) et pour des  $Re \geq 100$ , la valeur du coefficient de traînée de la particule B est plus petite que celle de la particule C, cela est certainement dû à la présence d'une zone d'interaction importante à l'arrière de la particule A. Cette interaction modifie de moins en moins le comportement de sa traînée, qui est la conséquence de la position de la deuxième particule (B), qui s'éloigne de plus en plus de cette zone. Pour  $l/d > 3$ , le coefficient de traînée de la particule B dépasse celui de la particule C et les deux coefficients augmentent avec l'augmentation de  $l/d$ . D'autre part, nous observons que l'interaction entre les bulles est quasiment négligeable lorsque nous dépassons une distance de dix fois le diamètre de la bulle. De plus, les coefficients de traînée des trois bulles (A, B et C) se rejoignent pour s'approcher de celui d'une bulle isolée.

$l/d$	bulle	Re					
		10	50	100	200	300	400
2	A	2.162	0.614	0.348	0.186	0.125	0.095
	B	1.719	0.521	0.316	0.172	0.119	0.092
	C	1.616	0.497	0.314	0.182	0.123	0.094
3	A	2.215	0.636	0.363	0.189	0.128	0.096
	B	1.844	0.548	0.326	0.177	0.122	0.094
	C	1.730	0.515	0.312	0.174	0.123	0.096
4	A	2.251	0.646	0.369	0.194	0.131	0.099
	B	1.931	0.566	0.333	0.180	0.124	0.095
	C	1.820	0.531	0.316	0.174	0.121	0.094
5	A	2.279	0.651	0.370	0.195	0.132	0.100
	B	1.998	0.580	0.337	0.182	0.124	0.095
	C	1.893	0.546	0.320	0.175	0.121	0.093
6	A	2.303	0.656	0.372	0.196	0.134	0.102
	B	2.052	0.589	0.342	0.183	0.127	0.097
	C	1.954	0.558	0.325	0.176	0.122	0.094
7	A	2.322	0.659	0.373	0.197	0.134	0.102
	B	2.096	0.597	0.343	0.185	0.128	0.097
	C	2.004	0.568	0.329	0.178	0.123	0.094
8	A	2.339	0.661	0.375	0.198	0.135	0.103
	B	2.133	0.604	0.347	0.186	0.128	0.098
	C	2.047	0.576	0.333	0.179	0.124	0.095
9	A	2.355	0.663	0.375	0.198	0.135	0.103
	B	2.164	0.610	0.349	0.187	0.128	0.098
	C	2.085	0.584	0.336	0.180	0.124	0.095
10	A	2.367	0.665	0.376	0.199	0.136	0.103
	B	2.191	0.615	0.352	0.188	0.129	0.099
	C	2.117	0.591	0.339	0.182	0.126	0.096
11	A	2.379	0.666	0.376	0.199	0.136	0.103
	B	2.216	0.620	0.354	0.189	0.129	0.099
	C	2.146	0.599	0.342	0.183	0.126	0.096
12	A	2.390	0.668	0.376	0.200	0.136	0.103
	B	2.236	0.623	0.355	0.189	0.129	0.099
	C	2.171	0.602	0.343	0.184	0.126	0.096
bulle isolée		2.487	0.687	0.391	0.206	0.141	0.107

*Tableau III. 6 : Evolution du coefficient de traînée de trois bulles (A, B, C) en interaction, comparaison à celui de la bulle isolée.*



Nous observons sur le tableau III. 7, dans le cas de l'écoulement autour des trois sphères rigides, comme observé dans le cas de l'interaction entre les trois bulles, que le coefficient de traînée de la sphère en tête est plus grand que les deux autres. De plus, le coefficient de traînée de la sphère rigide ( $B$ ), est toujours supérieur à celui de la sphère rigide ( $C$ ). Nous constatons qu'avec l'augmentation de la distance qui sépare les trois sphères, la valeur de chaque coefficient de traînée augmente et que l'interaction entre ces sphères diminue de plus en plus. Nous observons qu'à cause de la présence de la recirculation à l'arrière de chaque sphère (surtout pour les grands nombres de Reynolds) et qui est plus importante que celle de la configuration d'écoulement autour des trois bulles, que le phénomène d'interaction reste encore visible sur l'écoulement même pour  $l/d=12$ . De plus les valeurs du coefficient de traînée tendent de plus en plus vers celle d'écoulement autour d'une sphère rigide isolée mais sans les atteindre, sans doute à cause des zones de recirculation à l'arrière des sphères.

$l/d$	sphère	Re					
		10	50	100	200	300	400
2	A	3.760	1.220	0.834	0.560	0.412	0.411
	B	2.440	0.658	0.409	0.304	0.220	0.211
	C	2.319	0.628	0.408	0.283	0.202	0.177
3	A	3.878	1.260	0.862	0.567	0.417	0.367
	B	2.742	0.760	0.479	0.347	0.248	0.228
	C	2.545	0.690	0.435	0.307	0.215	0.192
4	A	3.959	1.288	0.887	0.577	0.424	0.395
	B	2.964	0.835	0.533	0.377	0.267	0.260
	C	2.739	0.747	0.468	0.333	0.235	0.227
5	A	4.021	1.311	0.908	0.586	0.431	0.431
	B	3.135	0.896	0.576	0.402	0.288	0.288
	C	2.904	0.799	0.503	0.358	0.252	0.252
6	A	4.070	1.333	0.915	0.596	0.444	0.436
	B	3.272	0.947	0.608	0.423	0.305	0.326
	C	3.043	0.847	0.532	0.380	0.268	0.272
7	A	4.111	1.349	0.926	0.603	0.444	0.436
	B	3.386	0.990	0.636	0.441	0.316	0.327
	C	3.164	0.880	0.557	0.400	0.282	0.270
8	A	4.147	1.364	0.937	0.611	0.456	0.449
	B	3.484	1.028	0.663	0.461	0.337	0.347
	C	3.270	0.927	0.583	0.417	0.300	0.300
9	A	4.179	1.379	0.942	0.624	0.464	0.464
	B	3.567	1.062	0.685	0.475	0.349	0.349
	C	3.363	0.963	0.602	0.437	0.317	0.317
10	A	4.207	1.396	0.950	0.632	0.472	0.465
	B	3.640	1.093	0.703	0.490	0.348	0.352
	C	3.446	0.995	0.624	0.449	0.315	0.324
11	A	4.235	1.406	0.958	0.645	0.486	0.468
	B	3.705	1.120	0.721	0.510	0.370	0.365
	C	3.522	1.027	0.644	0.470	0.336	0.339
12	A	4.259	1.421	0.969	0.654	0.487	0.469
	B	3.764	1.148	0.740	0.524	0.380	0.366
	C	3.590	1.055	0.662	0.487	0.342	0.342
sphère isolée		4.434	1.518	1.066	0.761	0.616	0.530

*Tableau III. 7 : Evolution du coefficient de traînée de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction, comparaison à celui de la sphère isolée.*

➤ **Etude du rotationnel**

Dans le cas de l'écoulement autour des trois bulles, nous représentons sur les figures III. 10, III. 11, III. 12 et III. 13, les profils du rotationnel à la surface de chaque particule ( *A* , *B* et *C* ) pour un nombre de Reynolds 100 et différentes distances  $l/d$  (2, 5, 10 et 12). Nous observons, dans toutes ses figures et en annexe III (dans le cas des bulles), que le rotationnel est toujours positif. Nous constatons que l'écart entre les profils des deux particules *B* et *C* est petit. Le rotationnel de la bulle en tête (*A*) est plus proche de celui d'une bulle isolée. Cet aspect se confirme avec l'augmentation de la distance entre les particules. De même avec l'augmentation de cette distance, l'écart entre les trois profils du rotationnel des trois bulles (*A*, *B* et *C*) diminue pour tendre vers celui de la bulle isolée. En annexe III, nous représentons l'évolution de ces profils pour d'autres nombre de Reynolds (10 et 300) et pour des distances  $l/d$  différentes. Nous observons que l'évolution et le comportement des trois bulles, quelque soit le nombre de Reynolds, s'approche de celui d'une bulle isolée en augmentant la distance entre les bulles. Ceci confirme, comme observé sur la figure III. 13, que pour une distance  $l/d = 12$ , l'interaction entre ces trois bulles est faible. Nous pouvons montrer que la différence entre les trois profils est moins importante que celle observée pour  $l/d = 2$  et que les trois particules suivent le comportement d'une bulle isolée.

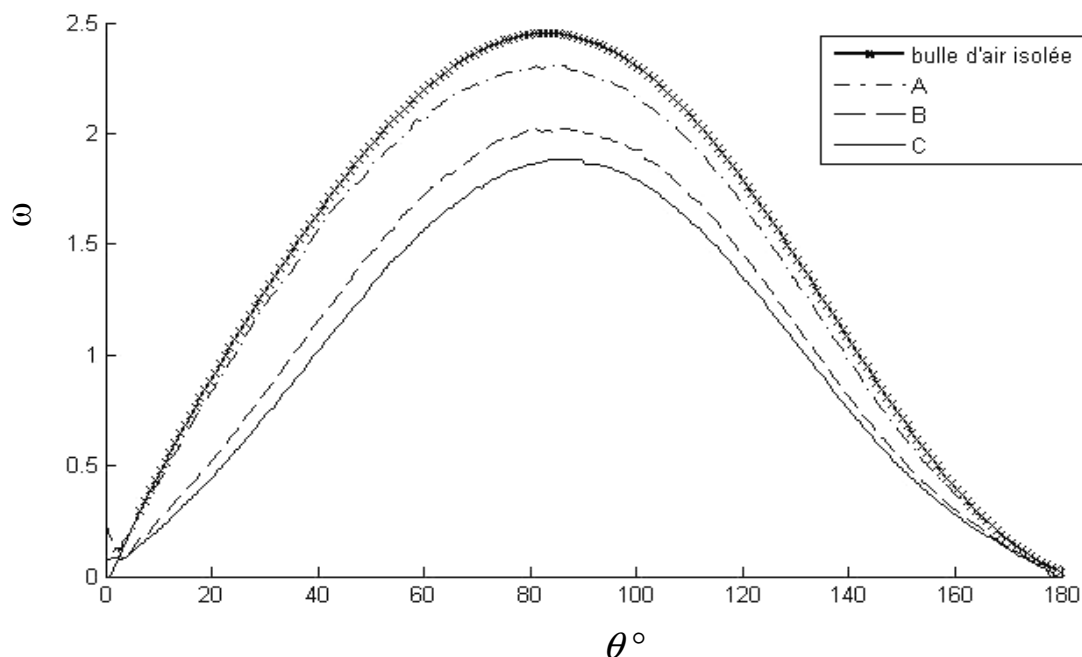


Figure III. 10: Rotationnel des trois bulles (*A*, *B*, *C*) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 2$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

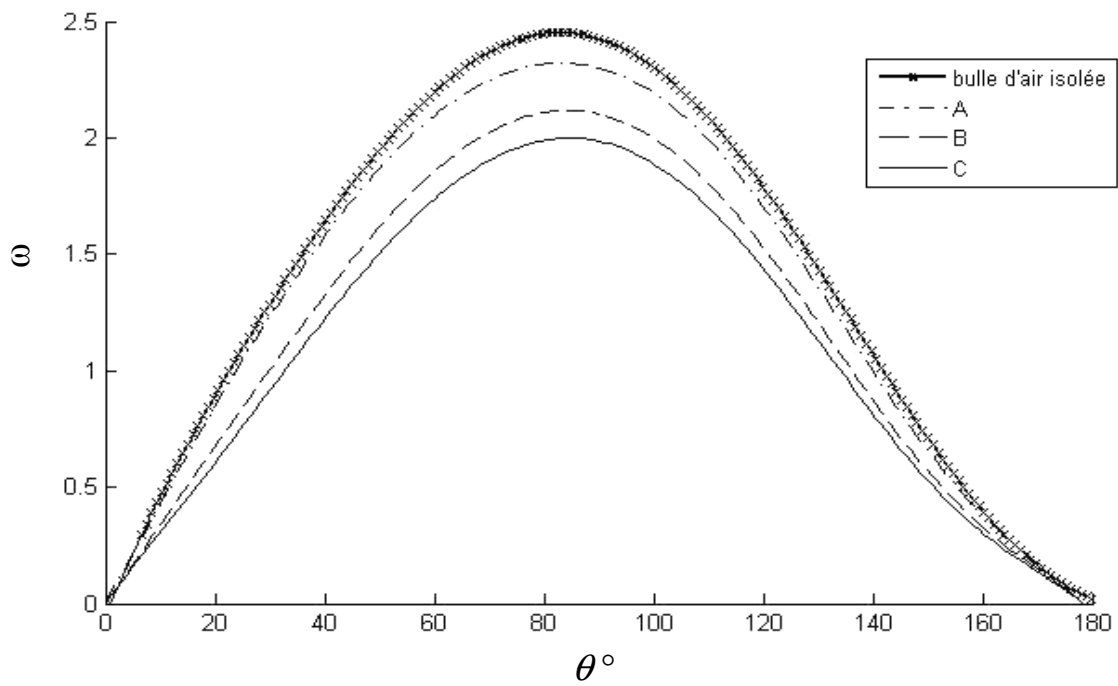


Figure III. 11: Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 5$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

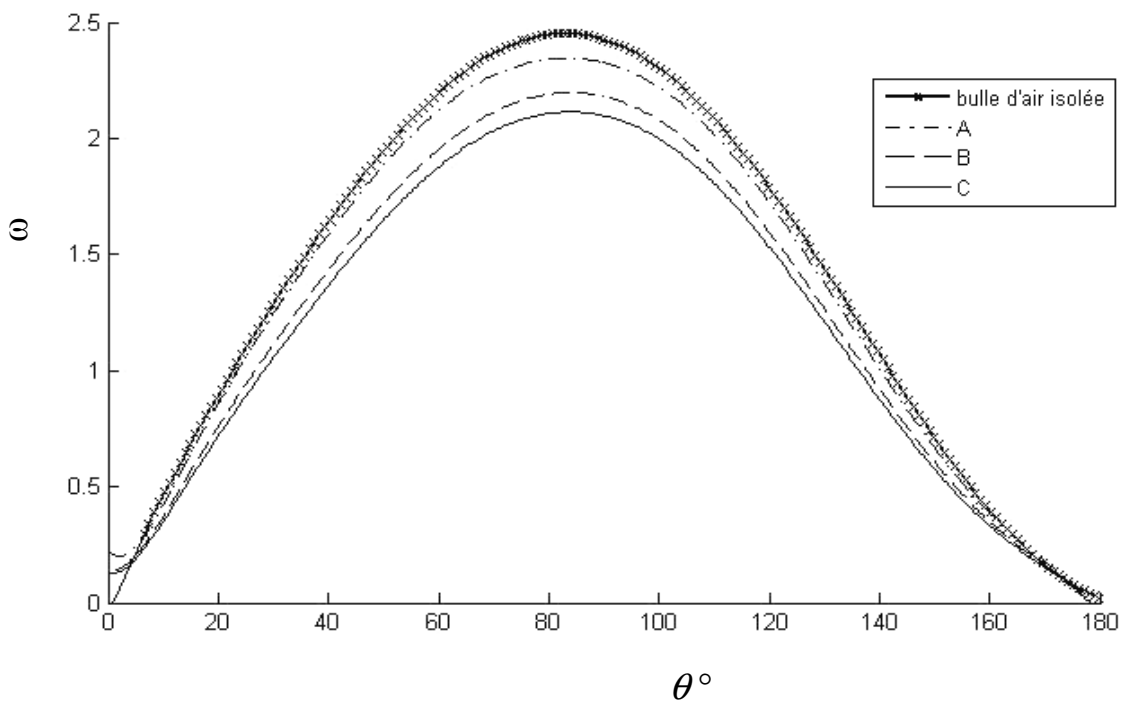


Figure III. 12: Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 10$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

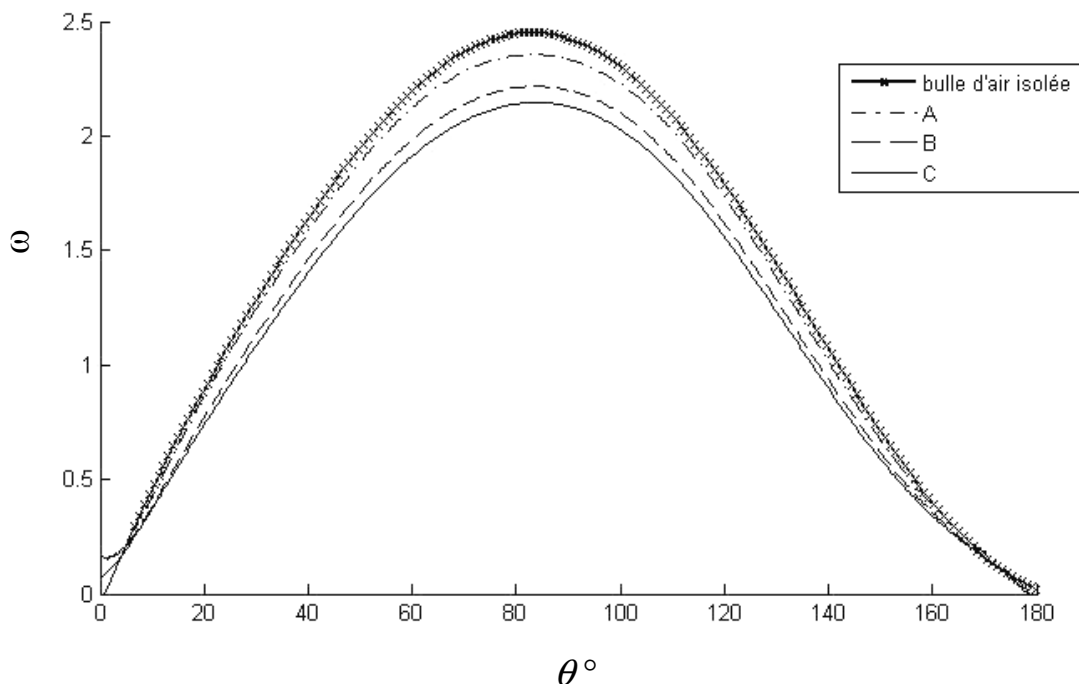


Figure III. 13: Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 12$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

Dans le cas de l'écoulement autour des trois sphères rigides, nous représentons sur les figures III. 14, III. 15, III. 16 et III. 17 le rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) pour un nombre de Reynolds 100 et différentes distances  $l/d$  (2, 5, 10 et 12). Nous observons que les profils du rotationnel sont très différents de ceux calculés pour l'écoulement autour des trois bulles. Nous remarquons que celui de la sphère rigide en tête (A) se rapproche de celui de la sphère isolée, par contre les profils des deux autres sphères (B et C) sont différents de celui d'une sphère isolée, surtout pour des petites distances  $l/d$ . L'apparition des valeurs négatives pour les trois profils, montrent la présence d'une recirculation à l'arrière de chaque sphère. De plus, pour des petites valeurs de  $l/d$ , comme observé sur la figure III. 14 et en annexe III pour un nombre de Reynolds 300, d'autres valeurs négatives du rotationnel des deux sphères B et C apparaissent pour  $\theta < 50^\circ$  car la particule B se situe dans la zone de recirculation de la sphère rigide A et la sphère C est influencée par la zone de recirculation de B (apparition d'une recirculation en amont de la sphère C) comme représenté plus loin à la figure III. 28 et III. 30.

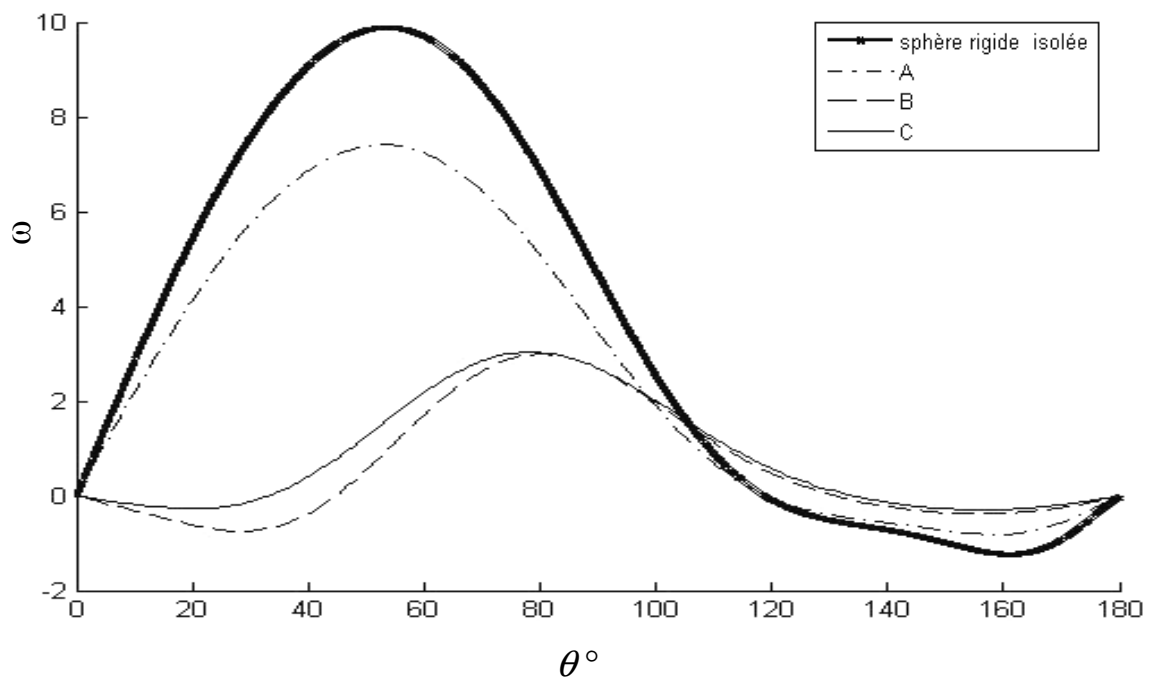


Figure III. 14: Rotationnel des trois sphères rigides ( A , B , C ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 2$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

En augmentant la distance qui sépare ces sphères ( $l/d > 2$ ), l'influence de cette zone de recirculation est moins importante, comme observé à titre d'exemple sur les figure III. 15, III. 16 et III. 17 et en annexe III. Dans ce cas, les valeurs négatives observées à des petites valeurs de la coordonnée angulaire ( $\theta^\circ$ ) disparaissent et la différence entre les profils du rotationnel des trois sphères diminue au fur et à mesure que  $l/d$  augmente. De plus en augmentant la distance  $l/d$ , les profils du rotationnel des trois sphères (A, B, C) s'approchent de celui de la sphère rigide isolée.

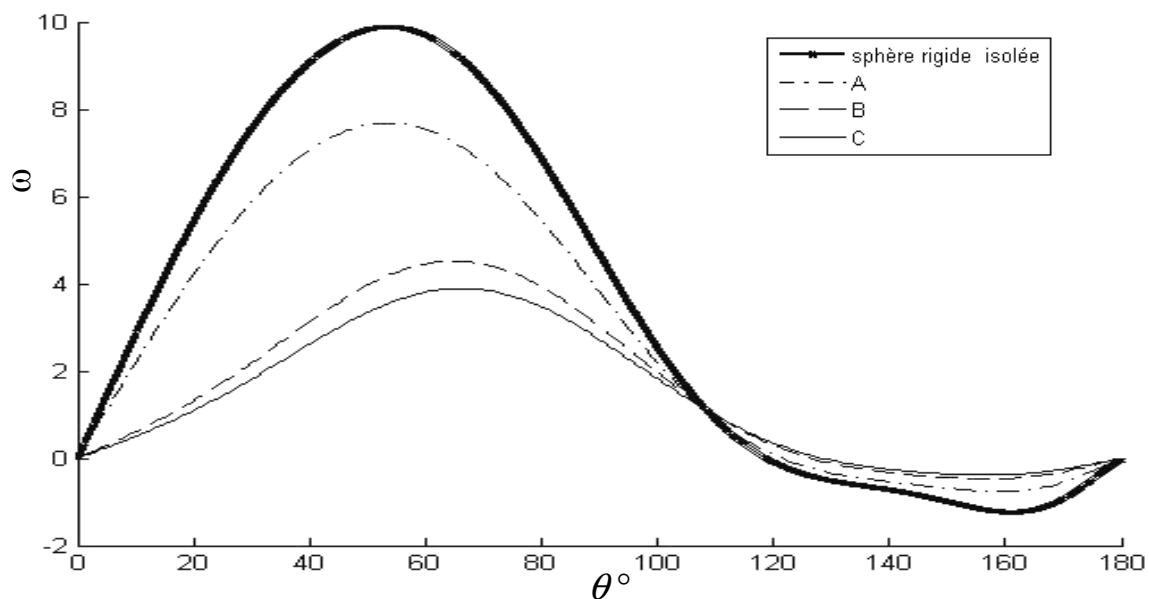


Figure 15 : Rotationnel des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 5$  comparaison avec celui de la sphère isolée.

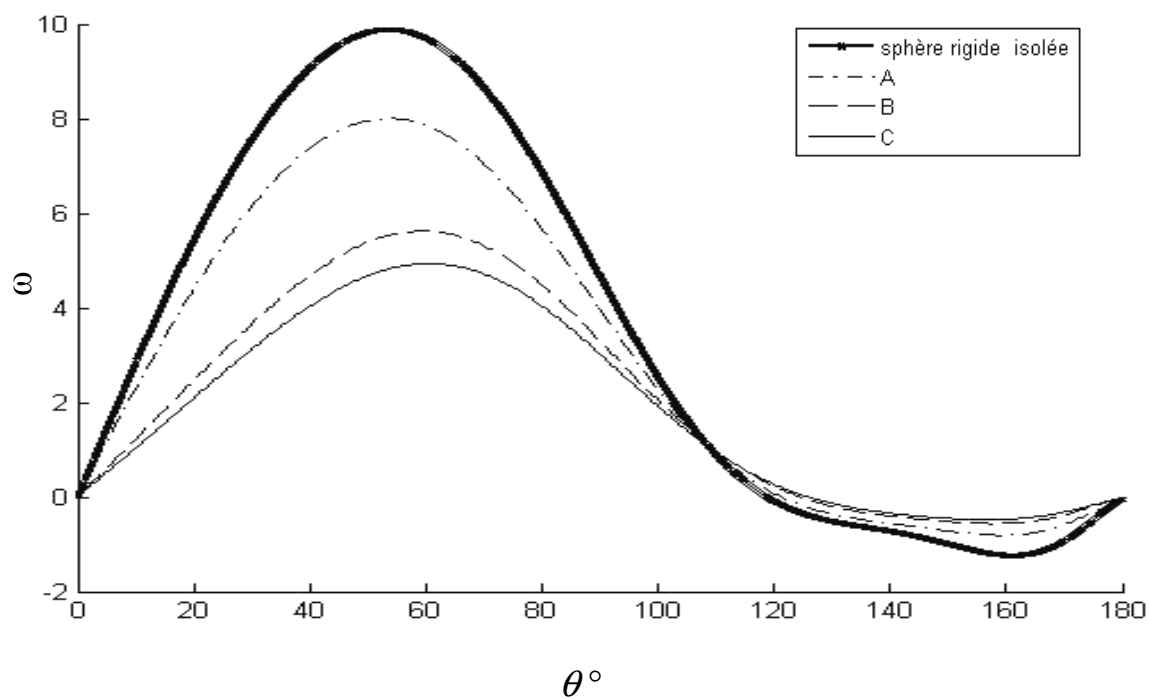


Figure 16 : Rotationnel des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 10$  comparaison avec celui de la sphère isolée.

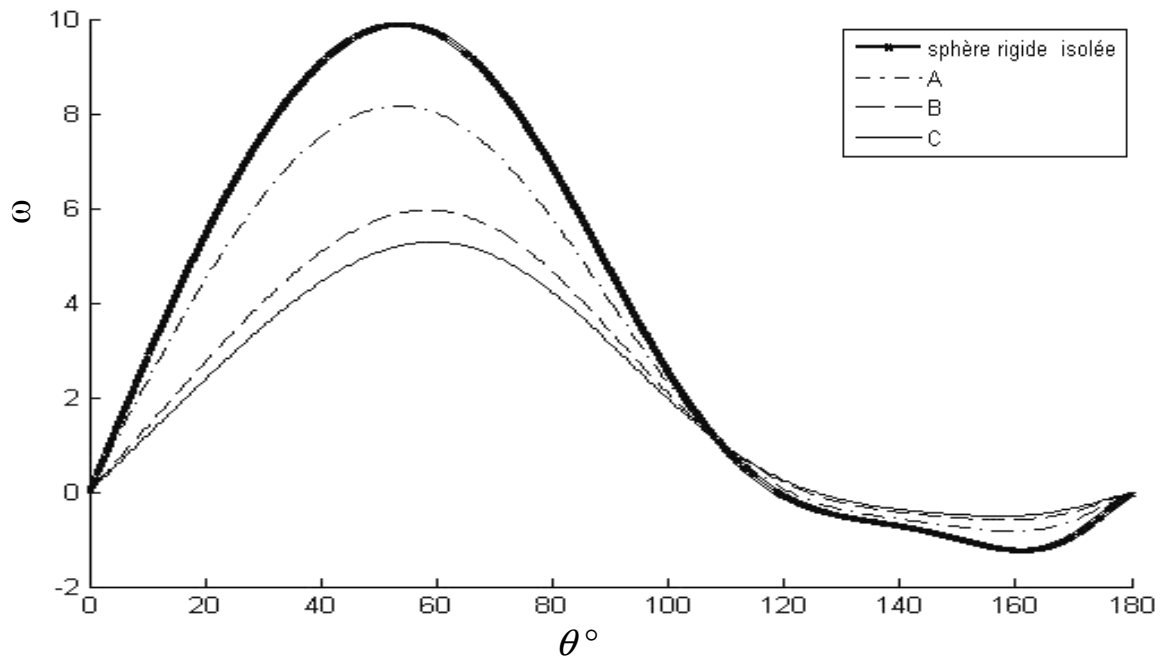


Figure III. 17: Rotationnel des trois sphères rigides ( A , B , C ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 12$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

L'angle de séparation est aussi modifié par la présence d'autres particules. Sur le tableau III. 8, nous représentons les valeurs de ces angles pour plusieurs distances  $l/d$  dans le cas de l'interaction entre les sphères rigides. En augmentant la distance  $l/d$ , et pour un même nombre de Reynolds, l'angle de séparation tend vers la valeur d'une particule isolée car l'influence de l'interaction entre les particules diminue de plus en plus. Cette observation est valable dans toutes les configurations sauf pour la particule A à Reynolds 300, sans doute à cause de la persistance du phénomène d'interaction. En augmentant le nombre de Reynolds ( $Re = 300$ ), l'angle de séparation diminue car la longueur de décollement et la zone de recirculation augmentent avec l'augmentation du nombre de Reynolds.



		$\theta_{sep} (\text{°})$			
Re	$l/d$ Sphère	2	5	12	Sphère isolée
100	A	119	119	119	119
	B	130	126	124	
	C	132	128	125	
300	A	109	107	106	111
	B	120	113	109	
	C	121	116	110	

Tableau III. 8: Représentation des angles de séparation des sphères solides en interaction (A, B, C), Re = 100 et 300, pour les différentes distances inter-particules.

### ➤ Etude de l'évolution de la pression de surface

Nous avons représenté les profils de pression adimensionnelle sur la surface de chaque particule, dans les deux configurations d'écoulement (bulles et sphères rigides) pour un nombre de Reynolds  $Re = 100$  et pour différentes distances  $l/d$  (2, 5, 10 et 12). Sur les figures III. 18, III. 19, III. 20 et III. 21, nous représentons l'évolution de la pression sur la surface des bulles (A, B, C) en augmentant la distance  $l/d$ .

Pour des petites valeurs de la coordonnée angulaire ( $\theta \leq 50^\circ$ ), nous observons que la pression sur la particule A est plus importante que celle des particules (B, C). Le maximum de la valeur de la pression à la surface de chaque particule est donné pour  $\theta = 0^\circ$  et son minimum est localisé près de  $\theta = 90^\circ$ . Nous observons dans toutes les configurations que la distribution des pressions à la surface des deux particules B et C est presque quasi-identique. L'évolution de la pression de la particule en tête est plus proche de celle d'une particule isolée pour les deux particules B et C.

De plus, nous constatons que les pressions à la surface des bulles sont plus proches de celle de la bulle isolée à partir de distances avoisinante à  $l/d = 10$ . La différence entre les profils de pression à la surface à chaque bulle confirme l'évolution des coefficients de traînée et clarifie leur rapprochement du cas de l'écoulement autour d'une bulle isolée.

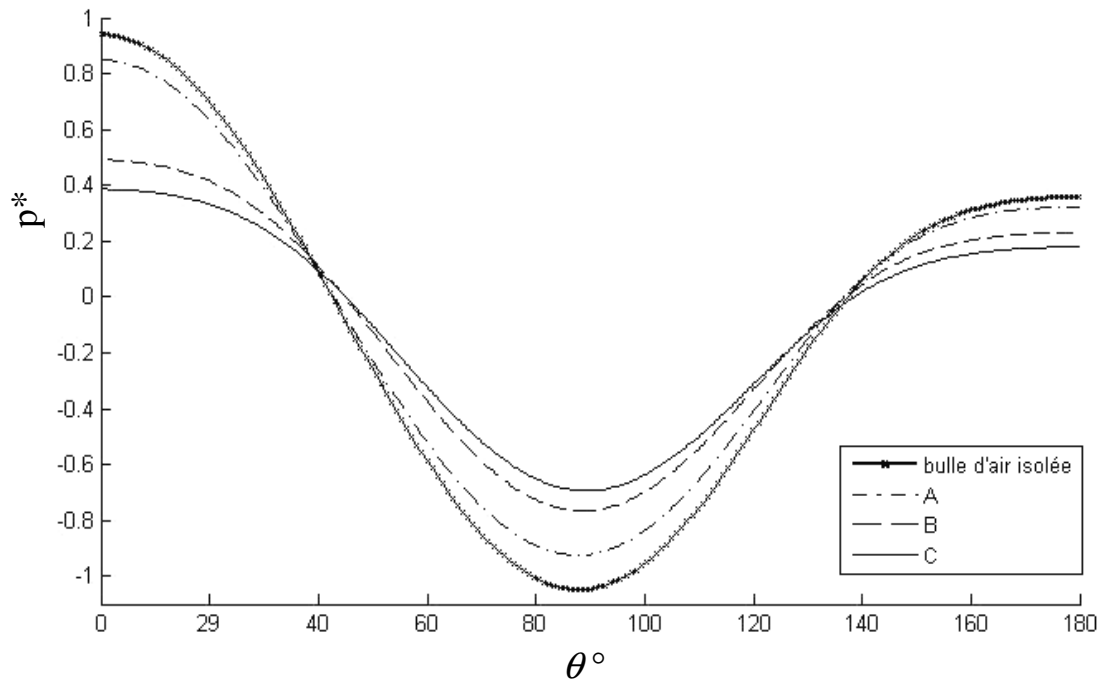


Figure III. 18: Pression à la surface des trois bulles ( A , B , C ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l / d = 2$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

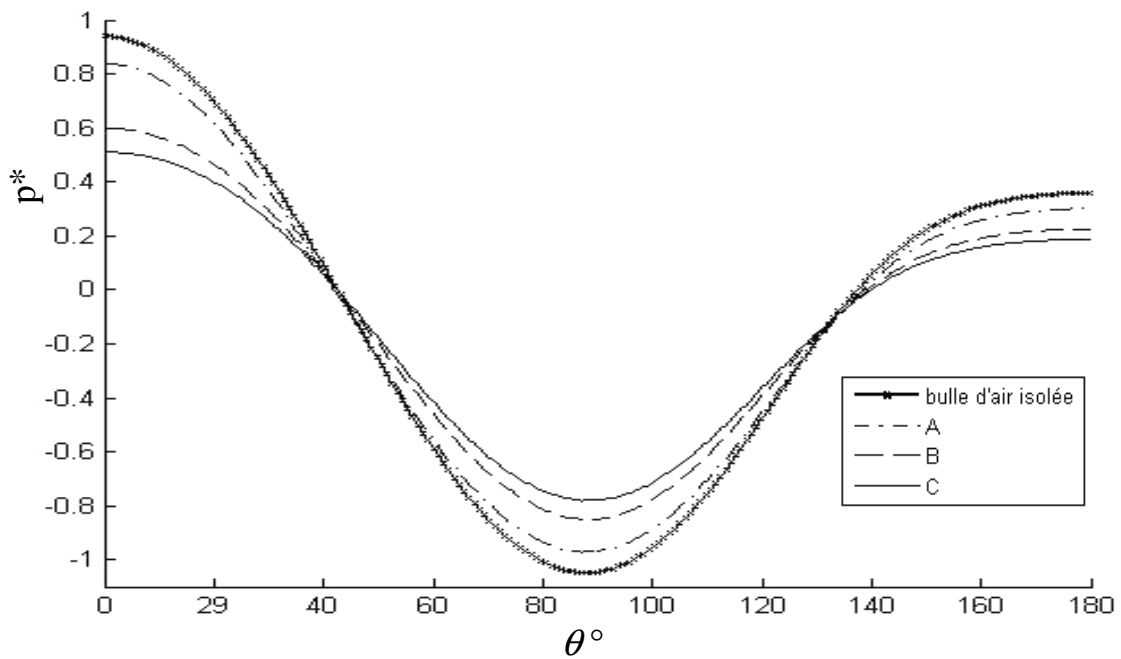


Figure 19 : Pression à la surface des trois bulles ( A , B , C ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l / d = 5$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

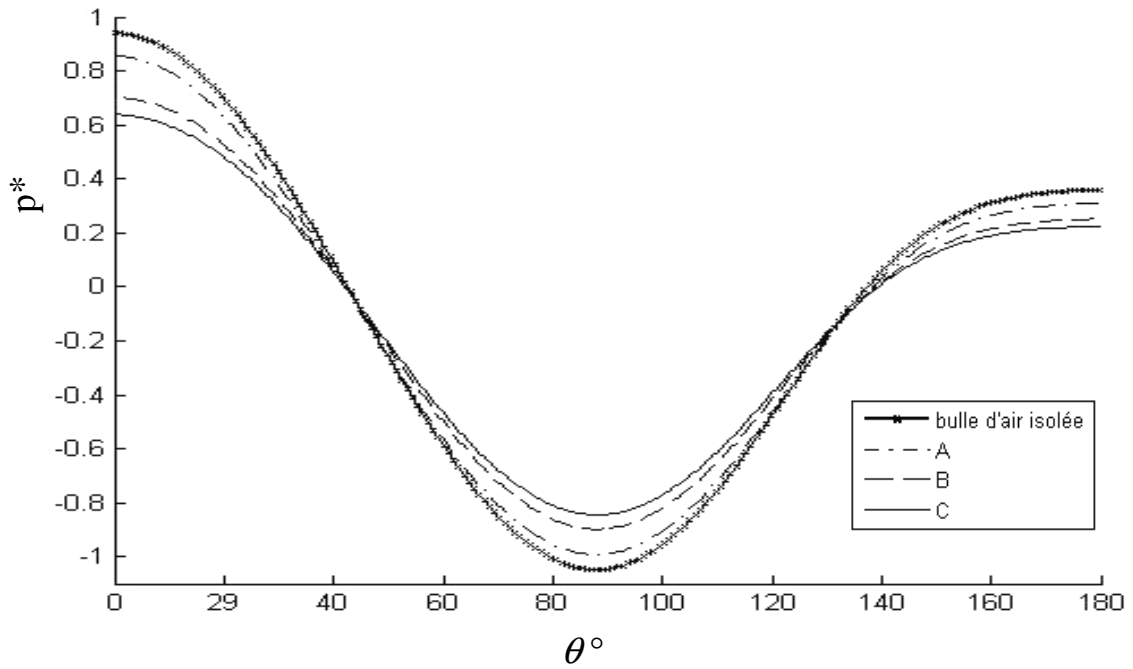


Figure 20 : Pression à la surface des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 10$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

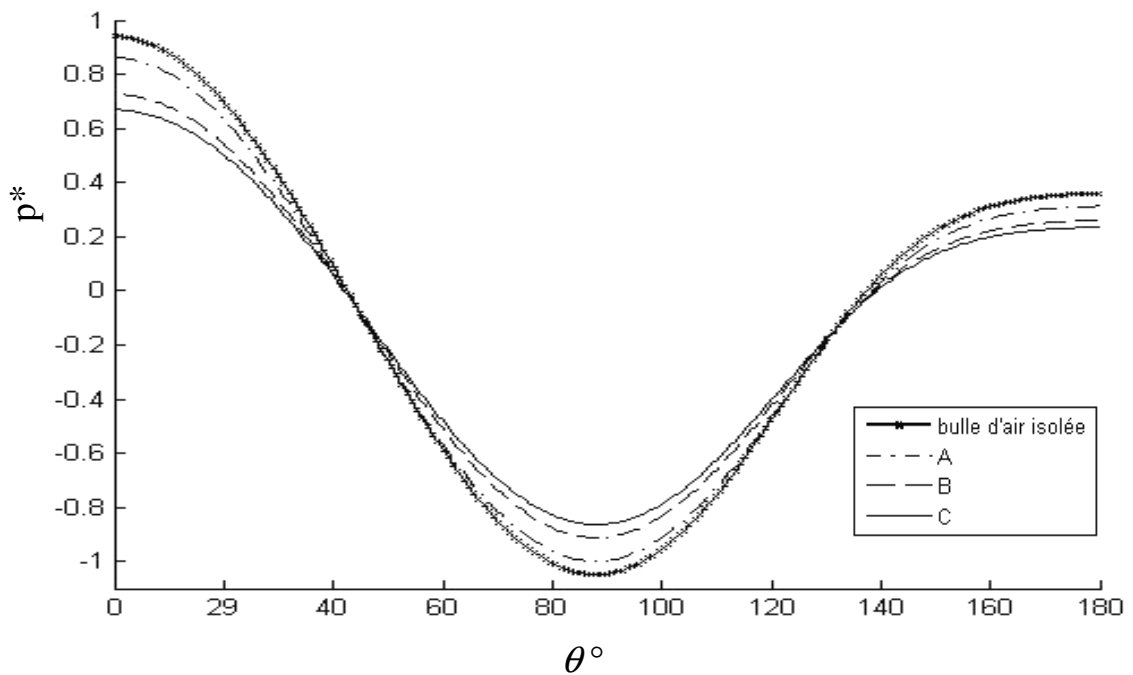


Figure III. 21: Pression à la surface des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 12$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

Dans le cas de l'écoulement autour des trois sphères rigides, nous observons sur les figures III. 22, III. 23 et III. 24 et III. 25 que la distribution de pression à la surface de la première particule ne varie pas beaucoup avec la variation de la distance entre les particules de  $l/d = 2$  à  $l/d = 12$ . Nous observons aussi que les profils de pression sur les deux particules  $B$  et  $C$  sont assez proches quelque soit  $l/d$ . Tout de même, les pressions sur les deux sphères  $B$  et  $C$  ne vont pas se rapprocher de celles appliquées sur la sphère rigide isolée, quelque soit la distance entre les particules.

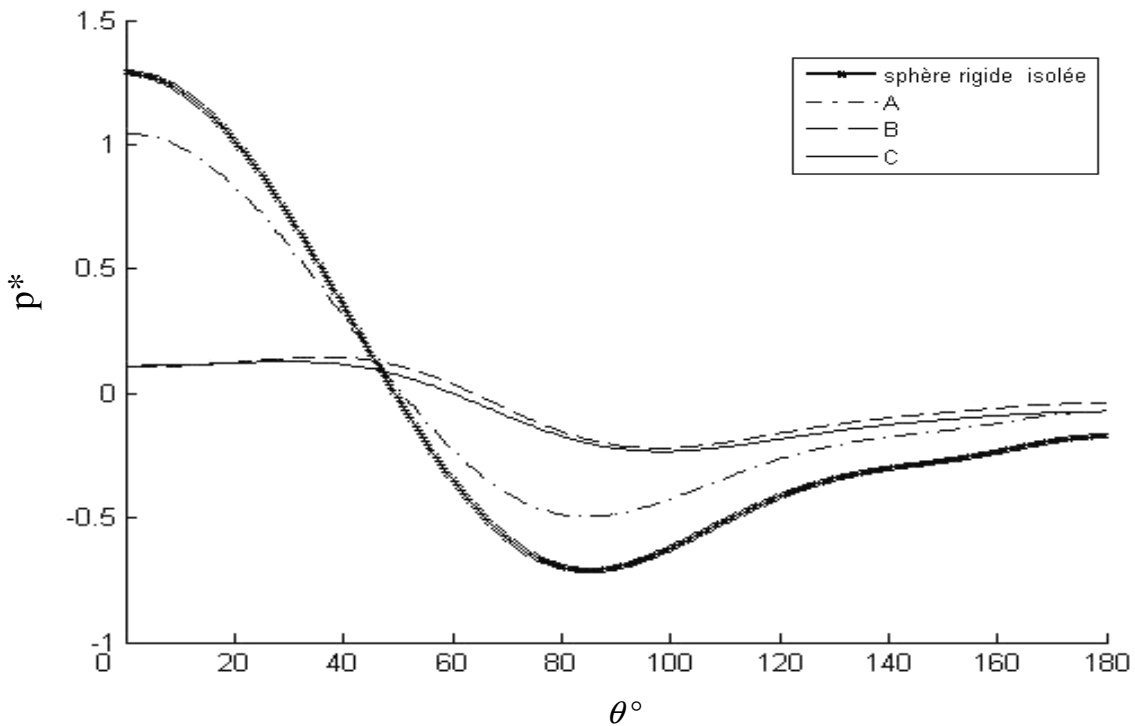


Figure III. 22: Pression à la surface des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 2$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

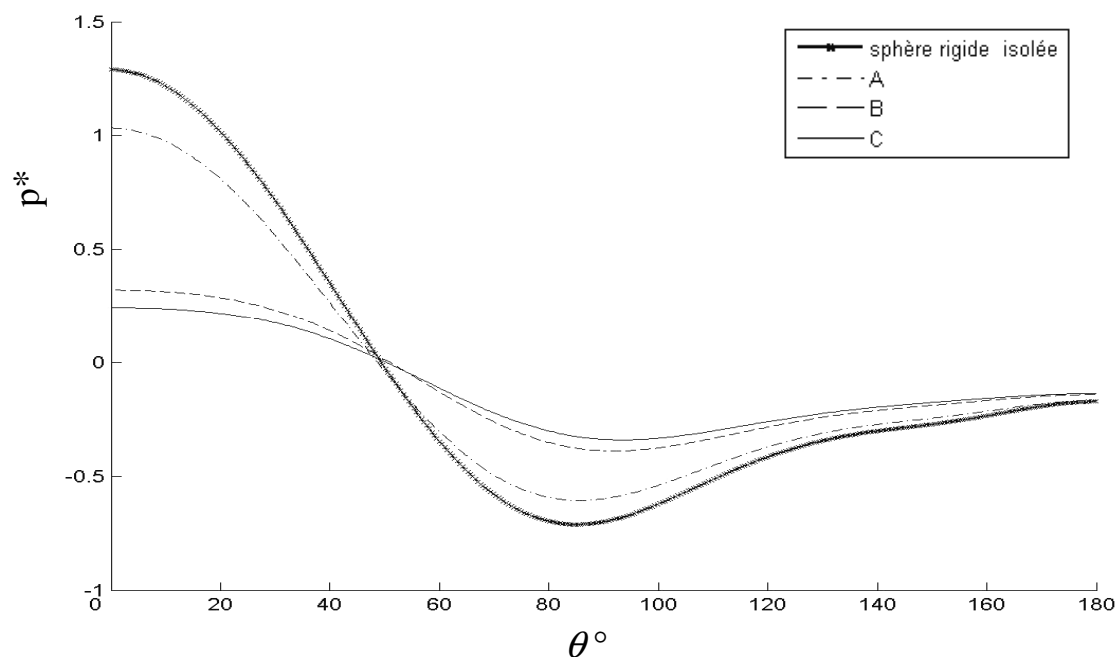


Figure 23: Pression à la surface des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 5$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

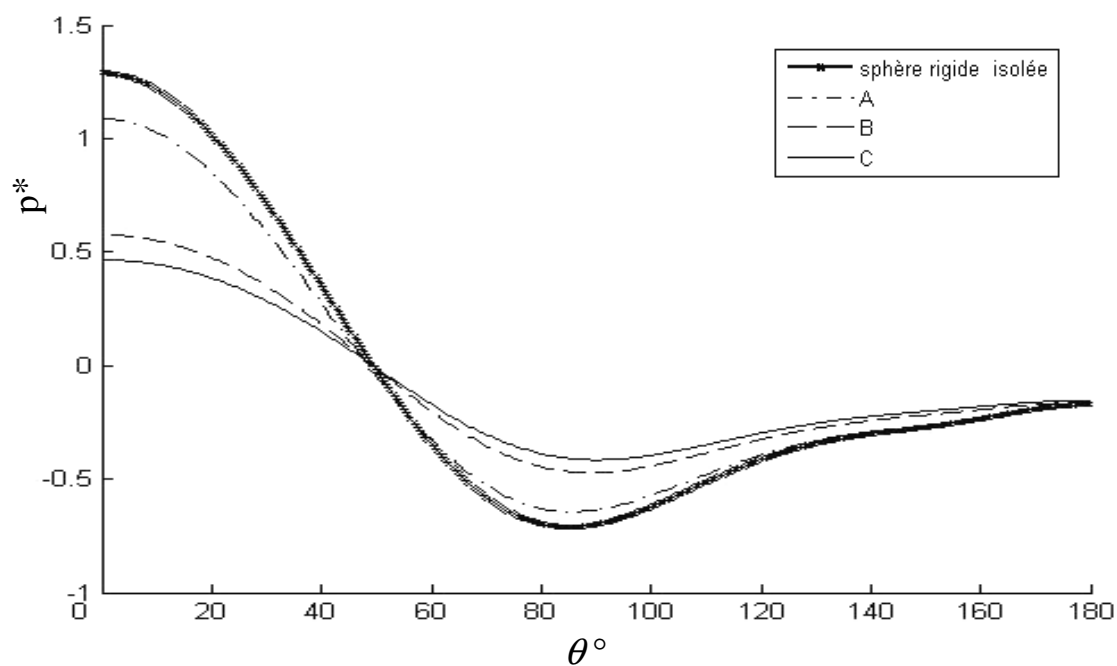


Figure 24: Pression à la surface des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 10$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

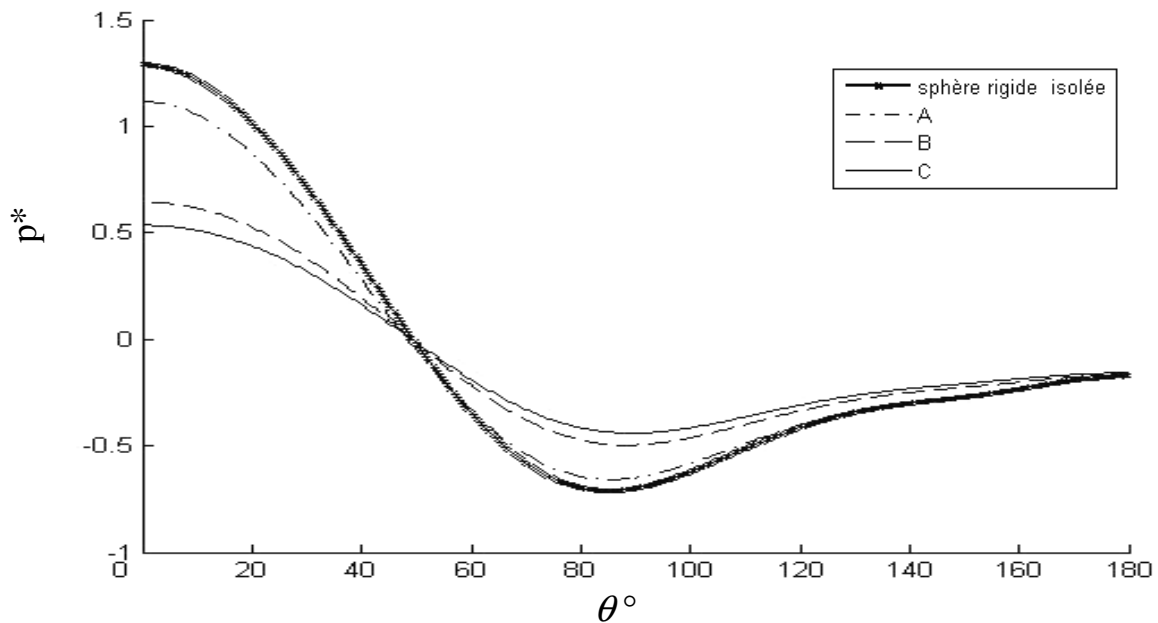


Figure III. 25: Pression à la surface des trois sphères rigides ( $A, B, C$ ) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 12$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

L'évolution des pressions montre que l'influence de la particule en tête ( $A$ ) sur la particule  $B$  est plus importante que l'influence inverse. Il est clair que la distribution des pressions à la surface des particules a une influence très importante sur l'évolution des coefficients de traînée de chaque particule. Nous avons observé aussi que la distribution de la plus grande iso-valeur de pression est placée à la zone d'arrêt à l'amont de la première particule, comme observé par TAL et al. (1984) et LIANG et al. (1996).

Sur les figures qui suivent, nous représentons, les lignes de courant autour des trois bulles et des trois sphères rigides, pour différents nombres de Reynolds et différentes distances entre les particules. Sur la figure III. 26, nous représentons les lignes de courant autour des trois bulles pour un nombre de Reynolds 100 et une distance  $l/d = 2$ , nous observons une petite dissymétrie de l'écoulement à l'amont et à l'aval près de chaque bulle. Cette observation est encore valable quelque soit le nombre de Reynolds et quelque soit la distance entre les particules. Pour les sphères rigides, nous observons sur la figure III. 27, que pour un petit nombre de Reynolds ( $Re = 50$ ), une recirculation à l'arrière de chaque sphère apparaît. Cette région de recirculation augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, comme observé sur les figures III. 28 et III. 29 pour un nombre de Reynolds de 150 et 300 respectivement, jusqu'à ce qu'elle touche la sphère suivante. De plus, nous observons sur la figure III. 28 une recirculation à l'amont de la troisième sphère, comme sur la figure III. 30 pour un nombre de Reynolds 200 et une distance  $l/d = 3$ . Ceci explique les valeurs négatives observées sur les profils du rotationnel. En augmentant la distance ( $l/d = 4$  à titre d'exemple),

la zone de recirculation observée à l'arrière de chaque sphère ne touche plus la sphère suivante (figures III. 31 à III. 33).

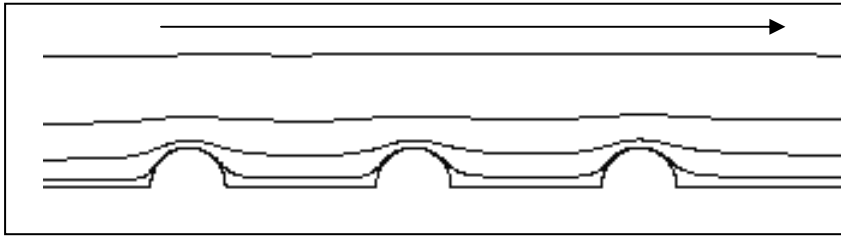


Figure III. 26: Représentation des lignes de courant autour de trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 2$

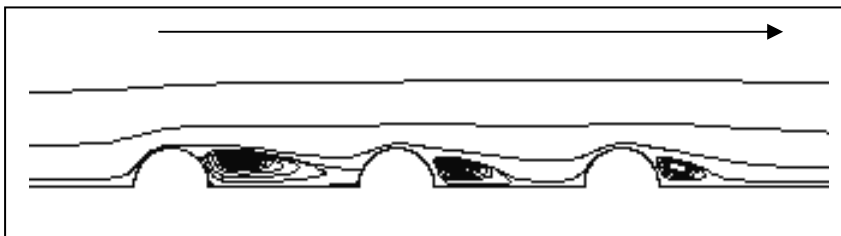


Figure III. 27: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 50$ ,  $l/d = 2$

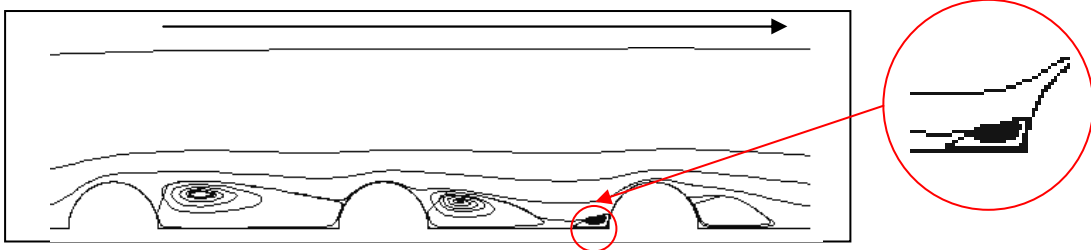


Figure III. 28: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 150$ ,  $l/d = 2$

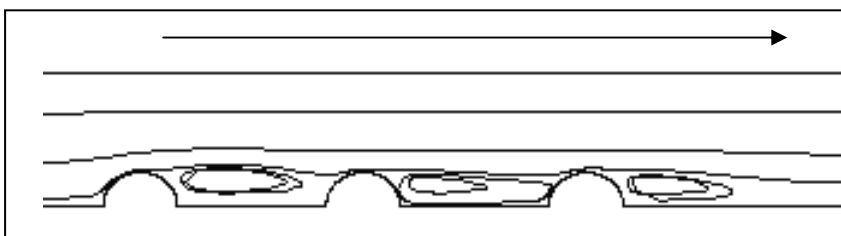


Figure III. 29: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d = 2$

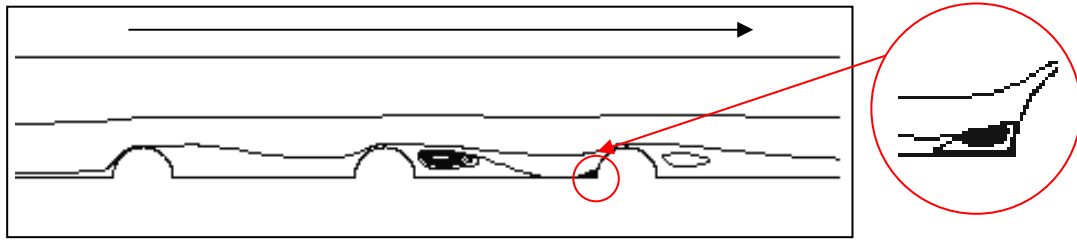


Figure III. 30: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 200$ ,  $l/d = 3$



Figure III. 31: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 50$ ,  $l/d = 4$

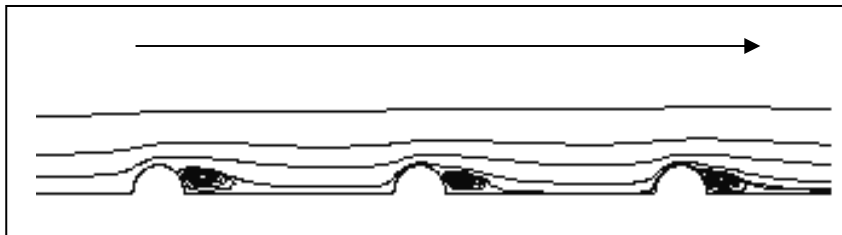


Figure III. 32: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 100$ ,  $l/d = 4$

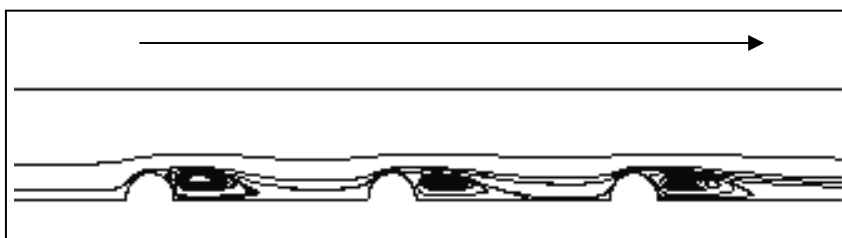


Figure III. 33: Représentation des lignes de courant autour de trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d = 4$



## **5. Conclusion**

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés aux écoulements laminaires autour d'une particule sphérique isolée. Nous avons calculé les coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds dans les deux configurations d'écoulement (bulle et sphère rigide). Nous avons étudié les profils du rotationnel ainsi que la pression à la surface de la particule isolée. Nous avons comparé nos résultats avec ceux de la littérature et nous avons observé une bonne concordance.

Nous avons étudié par la suite l'influence de l'interaction entre trois particules, identiques et co-alignées dans un écoulement laminaire. Nous avons calculé l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule que nous avons comparé à la configuration de la particule isolée en fonction de la distance qui sépare ces particules. Ensuite nous avons observé l'évolution des profils du rotationnel pour les particules en interaction et la distribution des pressions adimensionnelles à la surface de chaque particule en fonction du nombre de Reynolds, de la nature de la particule et surtout de la distance qui sépare ces particules.

# Chapitre 4

---

---

## Dispersion de particules dans un écoulement turbulent

1.	Introduction .....	120
2.	Déplacements lagrangiens de particules dans un écoulement de gaz .....	122
3.	La sélection des fluctuations de vitesse turbulente de l'écoulement fluide .....	124
3. 1.	Décomposition de la fonction de probabilité par la méthode des aires.....	125
3. 2.	Lien entre le découpage des aires et les fluctuations de vitesse turbulente.....	127
3. 3.	Calcul de la fluctuation de vitesse turbulente.....	129
4.	Description du cas de calcul, analyse et résultats.....	132
4. 1.	Écoulement en négligeant les fluctuations .....	134
4. 2.	Écoulement en présence de fluctuations .....	135
4. 2. 1.	Prise en compte des fluctuations de vitesse turbulente .....	135
4. 2. 2.	Influence des paramètres physiques sur une trajectoire turbulente fixée.....	136
➤	Influence de la masse volumique .....	136
➤	Influence de la gravité .....	138
4. 2. 3.	Influence des conditions initiales sur une trajectoire turbulente fixée.....	138
➤	Influence de la vitesse initiale .....	138
➤	Influence de la position d'injection de la particule .....	141
4. 2. 4.	Influence des paramètres de la discrétisation des équations .....	143
➤	Le renouvellement de fluctuations de vitesse turbulente .....	143
➤	Evolution du temps caractéristique de la turbulence.....	146
4. 2. 5.	Etude des résultats .....	147
➤	Evolution du nombre Reynolds et du coefficient de traînée .....	147
➤	Etude probabiliste des trajectoires.....	148
➤	Influence de la turbulence .....	152
5.	Conclusion.....	155

## 1. Introduction

Les mécanismes de dispersion des particules en écoulement turbulent suscitent un intérêt grandissant dans divers domaines scientifiques et industriels. En effet, nous trouvons des applications dans le domaine de l'aéronautique, comme la compréhension de la structure de l'écoulement et de la dispersion des particules dans les propulseurs, dans le domaine météorologique, à savoir la pollution atmosphérique et la qualité de l'air intérieur qui peut être altérée par la présence de polluants gazeux ou de particules, ou encore les questions de contamination en bioclimatologie en particulier par des particules biotiques telles que spores de champignons ou grains de pollen. Le comportement de ces particules est aussi l'objet d'étude dans les procédés de séchage par atomisation, les tours de refroidissement ainsi que les fours à charbon pulvérisé.

La multitude des phénomènes mis en jeu dans de telles études nécessite une approche méthodique et rigoureuse. L'écoulement est caractérisé par la présence à la fois d'une phase dispersée et d'une phase continue. Le suivi des particules couplé au calcul du champ aérodynamique de l'écoulement nécessite la détermination de l'ensemble des forces agissant sur les particules. Ces forces sont combinées avec les vitesses instantanées des particules afin d'être juxtaposées avec le mouvement du fluide caractérisant la phase continue.

Nous voulons approfondir la compréhension que nous avons du comportement qu'adopte une particule inertielle en réponse aux sollicitations turbulentes environnantes, en particulier celles générées par une grille à l'amont d'un domaine physique. Les sillages des barreaux se transforment rapidement en turbulence et l'intensité de celle-ci est progressivement dissipée par frottement visqueux. La question qui reste posée est de trouver un moyen qui permettrait de prendre en compte l'effet de la turbulence de cette phase continue sur la trajectoire des particules. Pour cela, nous avons choisi un écoulement fluide très simple (dit turbulence de grille) dont nous décrivons, de façon analytique, le profil de l'écoulement moyen, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation. La production de la turbulence choisie correspond à la configuration expérimentale de WARHAFT (1984), cette configuration sera expliquée ultérieurement.

Notre objectif est de prédire les trajectoires de ces particules en supposant qu'elles sont sans interaction et d'inertie différentes. Injectées à différentes vitesses à l'amont de cet écoulement turbulent, elles sont suivies, une à une, le long de leurs trajectoires. Nous avons utilisé un modèle probabiliste Eulérien Lagrangien. Nous allons nous focaliser sur la partie

lagrangienne du modèle. Pour prendre en compte la turbulence dans le déplacement de ces particules, nous sélectionnons pour chaque particule une fluctuation de vitesse turbulente à l'endroit où se situe cette particule, en utilisant une loi de probabilité dépendant des caractéristiques de la turbulence. Cette fluctuation sera conservée durant un certain temps lié à turbulence et ensuite elle sera renouvelée au cours du calcul.

Tout d'abord, nous avons supposé que les caractéristiques de l'écoulement fluide sont connues et que les trajectoires de la goutte seront calculées en introduisant l'équation de la particule. Cette résolution fait intervenir des échelles de temps qui seront expliquées ultérieurement.

Ensuite, nous avons introduit une procédure de génération et de sélection des fluctuations de vitesse turbulente par une méthode probabiliste gaussienne. Cette procédure, nous permettra par la suite de faire une étude simple et complète à la fois de la dispersion Lagrangienne des particules dans un écoulement turbulent homogène et isotrope. Nous expliquerons, par ailleurs, la production de la turbulence par une grille de maillage carré de caractéristiques données par PIT (1993). Dans cette étude de dispersion de particules, nous allons évoquer les différents paramètres influents sur les trajectoires. Enfin nous allons étudier statistiquement la dispersion de ces gouttes en sortie du domaine.

## 2. Déplacements lagrangiens de particules dans un écoulement de gaz

Dans cette étude, nous allons prédire les trajectoires de particules fluides indéformables, de diamètre constant, injectées horizontalement à l'amont d'un canal à la position  $(x_{0,goutte}, y_{0,goutte})$  avec une vitesse initiale  $\vec{U}_{0,goutte} = \begin{pmatrix} u_{0,goutte} \\ 0 \end{pmatrix}$  dans un écoulement turbulent de gaz en 2D cartésien. Le champ de turbulence est supposé homogène et isotrope. Nous supposons que les interactions entre ces gouttes sont négligeables. Le champ gravitationnel  $\vec{g}$  est orienté vers le bas dans la direction  $(O, y)$ .

La trajectoire d'une goutte est déterminée par l'équation cinématique

$$\begin{cases} \frac{d x_{goutte}}{d t} = u_{goutte} \\ \frac{d y_{goutte}}{d t} = v_{goutte} \end{cases} \quad \text{IV. 1}$$

Pour résoudre cette équation la vitesse de la goutte est déterminée par l'équation dynamique de la goutte, suivante :

$$\begin{cases} \frac{d u_{goutte}}{d t} = -\frac{3}{4} \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{goutte}} \frac{C d}{d_{goutte}} (u_{goutte} - u_{gaz}) U_{rel} \\ \frac{d v_{goutte}}{d t} = -\frac{3}{4} \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{goutte}} \frac{C d}{d_{goutte}} (v_{goutte} - v_{gaz}) U_{rel} + g_y \left( 1 - \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{goutte}} \right) \end{cases} \quad \text{IV. 2}$$

Le coefficient de traînée  $Cd$  qui apparaît dans l'équation **IV. 2** est fonction des propriétés des fluides, en particulier, le rapport des viscosités dynamiques ( $\kappa = \mu_{goutte} / \mu_{gaz}$ ) et le nombre de Reynolds calculé sur la valeur instantanée de la vitesse :

$$Re = \frac{U_{rel} d}{\nu_{gaz}} \quad \text{avec} \quad U_{rel} = \left[ (u_{goutte} - u_{gaz})^2 + (v_{goutte} - v_{gaz})^2 \right]^{1/2} \quad \text{IV. 3}$$

Les variations de  $Cd(\kappa, Re)$  sont calculées à chaque pas de temps en utilisant la relation établie par SABONI *et al.* pour  $0 \leq Re \leq 400$  (voir équation I.37).

$$Cd = \frac{\left[ \kappa \left( \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{0.36}} \right) + \frac{15}{Re^{0.82}} - \frac{0.02 \kappa Re^{0.5}}{(1+\kappa)} \right] Re^2 + 40(3\kappa+2)/Re + 15\kappa + 10}{(1+\kappa)(5+0.95Re^2)} \quad \text{IV. 4}$$

ou la corrélation de SCHILLER & NEUMANN pour  $Re > 400$

$$Cd = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad \text{pour } Re < 1000$$

$$Cd = 0.438 \quad \text{pour } Re > 1000$$

Nous cherchons à déterminer les trajectoires d'une goutte dans un écoulement de gaz dont les caractéristiques suivantes sont supposées connues, soit comme le résultat d'un code CFD, d'une solution analytique ou de l'expérience :

- Vitesse moyenne du gaz  $\bar{u}_{gaz}(x, y)$  et  $\bar{v}_{gaz}(x, y)$ .
- Energie cinétique turbulente et taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente  $k(x, y)$ ,  $\varepsilon(x, y)$ .

Les fluctuations de la vitesse turbulente ( $u'_{gaz}(x, y, t)$  et  $v'_{gaz}(x, y, t)$ ) sont liées aux caractéristiques de la turbulence.

Dans **IV. 2**, la vitesse instantanée du gaz est donnée par la vitesse moyenne du gaz à laquelle se superpose des fluctuations de vitesse selon les deux directions de l'espace.

$$\begin{cases} u_{gaz}(x, y, t) = \bar{u}_{gaz}(x, y) + u'_{gaz}(x, y, t) \\ v_{gaz}(x, y, t) = \bar{v}_{gaz}(x, y) + v'_{gaz}(x, y, t) \end{cases} \quad \text{IV. 5}$$

La résolution de l'équation **IV. 2** fait intervenir l'échelle de temps  $t_{goutte}$  qui est l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour que la vitesse relative de la goutte par rapport au fluide (vitesse moyenne et vitesse fluctuante) devienne égale à la seule vitesse de sédimentation.

$$t_{goutte} = \frac{4}{3} \frac{\rho_{goutte}}{\rho_{gaz}} \frac{d}{Cd} \frac{1}{U_{rel}} \quad \text{IV. 6}$$

Pour chaque goutte, le tirage aléatoire de nouvelles fluctuations de vitesse turbulente  $u'_{gaz}(x, y, t)$  et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  est renouvelé avec une périodicité donnée par le temps caractéristique de la turbulence noté  $t_{turb}(x_a, y_a)$ . Il est donnée par :

$$t_{turb}(x_a, y_a) = 0.4 \frac{k(x_a, y_a)}{\varepsilon(x_a, y_a)} \quad \text{IV. 7}$$

où  $(x_a, y_a)$  sont les coordonnées de la goutte au moment où le tirage aléatoire est effectué.

### 3. La sélection des fluctuations de vitesse turbulente de l'écoulement fluide

La turbulence générée est homogène, isotrope et gaussienne. Les fluctuations de la vitesse turbulente sont caractérisées par une loi de probabilité de forme gaussienne. La reconstitution du champ de vitesse instantané de la phase continue nécessite une détermination minutieuse et une bonne utilisation d'outils permettant le choix des fluctuations de vitesse turbulente  $u'_{gaz}(x, y, t)$  et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  à partir d'un processus de sélection qui doit respecter cette distribution de probabilité turbulente. Elle est décrite par sa moyenne  $\bar{\psi}$  et son écart type  $\sigma_{\psi}$ . Cette loi est représentée comme suit :

$$P(\psi) = \frac{1}{\sigma_{\psi} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\psi - \bar{\psi}}{\sigma_{\psi}} \right)^2 \right] \quad \text{IV. 8}$$

Pour arriver à respecter ce choix de distribution, nous utilisons un générateur de nombres aléatoires dans l'intervalle [0,1] de distribution uniforme noté **G1**. Son fonctionnement est décrit en annexe IV. 1. Dans la procédure nous avons tiré successivement six nombres aléatoires à partir de **G1** (3 pour chaque composante de vitesse) :

- le premier pour sélectionner un intervalle dans lequel va se situer la composante de vitesse fluctuante (cette procédure permet de faire un tirage tout en vérifiant la répartition gaussienne), que nous notons  $\beta$ .
- Le deuxième ( $\gamma$ ) pour déterminer le module de la vitesse fluctuante dans l'intervalle.
- le troisième ( $\delta$ ) pour déterminer le signe de la vitesse fluctuante.

### 3. 1. Décomposition de la fonction de probabilité par la méthode des aires

Nous avons décomposé la fonction de densité de probabilité donnée dans l'équation IV. 8, par la technique des rectangles. La hauteur sera calculé comme la moyenne entre  $P(\psi_{Aire,i})$  et  $P(\psi_{Aire,i} + d\psi)$ , la largeur est donnée par  $d\psi = 0.1$

De ce fait, les aires successives sont calculées par l'équation suivante :

$$Aire(\psi_{Aire,i}) = \frac{P(\psi_{Aire,i}) + P(\psi_{Aire,i} + d\psi)}{2} d\psi \quad \text{IV. 9}$$

Nous posons :  $Aire(\psi_{Aire,i}) = Aire_{,i}$

Sur la figure IV. 1, nous avons représenté l'évolution de ces aires données par l'équation IV. 9 pour un écart type  $\sigma_\psi = 0.5$  .

En annexe IV. 2, nous constatons que l'aire  $Aire_{,i}$  diminue rapidement quand l'écart type de la gaussienne décroît ( $\sigma_\psi = 0.1, 0.3$ ).

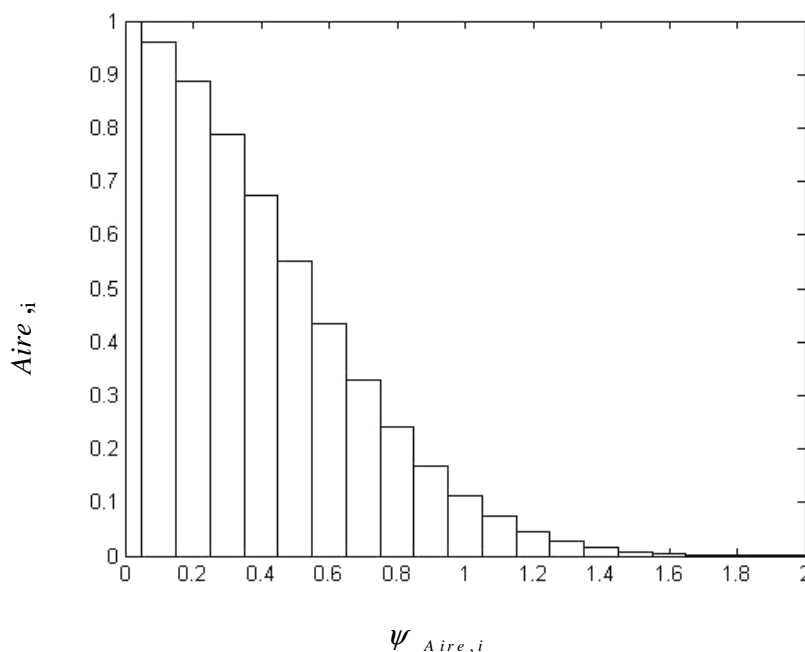


Figure IV. 1. Représentation des aires de la fonction de probabilité avec  $\sigma_\psi = 0.5$



L'estimation successive de ces aires va nous permettre de déterminer des intervalles de fluctuations de vitesse ( $[u'_i, u'_{i+1}]$ ), auxquels nous allons faire correspondre la valeur d'un premier nombre aléatoire tiré, mais tout d'abord nous avons associé un nombre réel  $\alpha$  au aires cumulées. Cet outil est représenté comme suit :

- Nous associons un nombre réel  $\alpha_1$  à l'aire  $S_1$  donnée par l'équation **IV. 9** avec

$$\psi_{Aire,1} = 0 \text{ tel que } \alpha_1 = \frac{Aire,1}{Aire,tot} \text{ et } Aire,tot = \sum_{i=1}^n Aire,i .$$

- Nous associons un deuxième nombre réel  $\alpha_2$  à l'aire cumulée par  $Aire,1$  et  $Aire,2$  de telle façon à avoir  $\alpha_2 = \frac{Aire,1 + Aire,2}{Aire,tot}$  .

Sachant que  $\psi_{Aire,2} = \psi_{Aire,1} + d\psi$  ,  $Aire,2$  est donnée par l'équation **IV. 9**.

- Nous continuons jusqu'au nombre réel  $\alpha_{n-1}$  associé à l'aire cumulée par

$$Aire,1, Aire,2, \dots \text{ et } Aire,n-1 \text{ tel que } \alpha_{n-1} = \frac{Aire,1 + Aire,2 + \dots + Aire,n-1}{Aire,tot}$$

avec  $Aire,n-1$  donnée par l'équation **IV. 9** et  $\psi_{Aire,n-1} = \psi_{Aire,n-2} + d\psi$  .

- Enfin  $\alpha_n = \frac{Aire,1 + Aire,2 + \dots + Aire,n-1 + Aire,n}{Aire,tot} = 1$  .

Cette méthode est appliquée pour différents écarts-types. Les aires cumulées tendent vers l'aire totale ( $Aire,tot$ ) plus rapidement lorsque nous diminuons l'écart-type de la gaussienne représenté dans l'équation **IV. 8**. Sur la figure IV. 2, nous représentons l'intégrale de cette loi de probabilité donnée en aires cumulées pour un écart-type  $\sigma_\psi = 0.5$  .

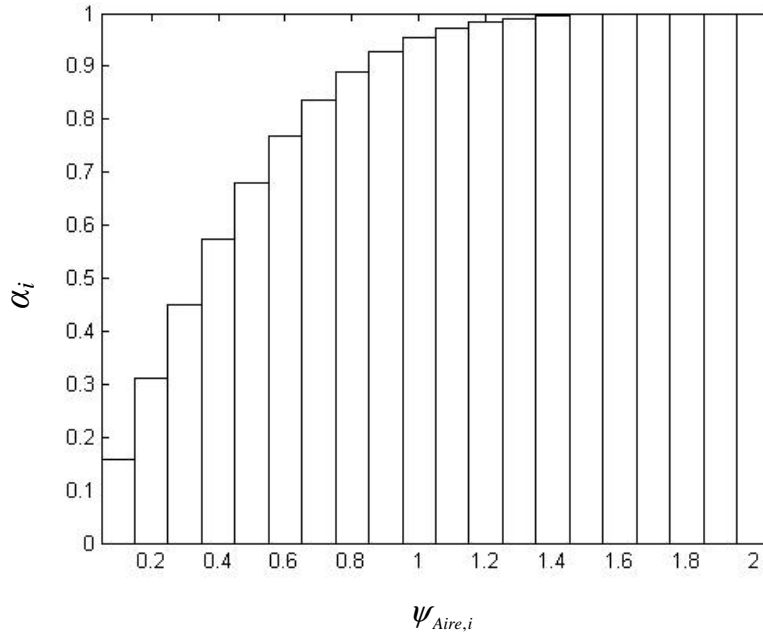


Figure IV. 2. Représentation des aires cumulées de la fonction de probabilité avec  $\sigma_\psi = 0.5$

### 3. 2. Lien entre le découpage des aires et les fluctuations de vitesse turbulente

Après avoir associé un nombre réel  $\alpha$  aux aires cumulées, nous avons fait correspondre à chaque intervalle  $[\alpha_i, \alpha_{i+1}]$  un intervalle de vitesse fluctuante correspondant à  $[u'_i, u'_{i+1}]$ . Ce passage est très important car c'est le seul outil qui nous permet de positionner les fluctuations de vitesse turbulente suivant des nombres réels  $\alpha \in [0, 1]$  donnés en correspondance avec les aires cumulées. Nous avons représenté, dans les tableaux suivants, ce lien pour un écart type  $\sigma_\psi = 0.5$ .

Les valeurs des  $\alpha$ , calculées dans le tableau IV. 1, justifient l'allure et les explications portées sur les figures (IV. 1 et IV. 2).

$\alpha \in [\alpha_i, \alpha_{i+1}]$	$u' \in [u'_i, u'_{i+1}]$
[ 0 , 0.1580 ]	[ 0 , 0.1 ]
] 0.1580 , 0.3099 ]	] 0.1 , 0.2 ]
] 0.3099 , 0.4502 ]	] 0.2 , 0.3 ]
] 0.4502 , 0.5747 ]	] 0.3 , 0.4 ]
] 0.5747 , 0.6811 ]	] 0.4 , 0.5 ]
] 0.6811 , 0.7683 ]	] 0.5 , 0.6 ]
] 0.7683 , 0.8371 ]	] 0.6 , 0.7 ]
] 0.8371 , 0.8892 ]	] 0.7 , 0.8 ]
] 0.8892 , 0.9272 ]	] 0.8 , 0.9 ]
] 0.9272 , 0.9538 ]	] 0.9 , 1.0 ]
] 0.9538 , 0.9717 ]	] 1.0 , 1.1 ]
] 0.9717 , 0.9832 ]	] 1.1 , 1.2 ]
] 0.9832 , 0.9904 ]	] 1.2 , 1.3 ]
] 0.9904 , 0.9947 ]	] 1.3 , 1.4 ]
] 0.9947 , 0.9972 ]	] 1.4 , 1.5 ]
] 0.9972 , 0.9986 ]	] 1.5 , 1.6 ]
] 0.9986 , 0.9993 ]	] 1.6 , 1.7 ]
] 0.9993 , 0.9997 ]	] 1.7 , 1.8 ]
] 0.9997 , 0.9998 ]	] 1.8 , 1.9 ]
] 0.9998 , 0.9999 ]	] 1.9 , 2.0 ]
] 0.9999 , 1 ]	] 2.0 , 2.1 ]

Tableau IV. 1. Représentation du lien entre le découpage des aires et les fluctuations de vitesse turbulente,  $\sigma_\psi = 0.5$

### 3. 3. Calcul de la fluctuation de vitesse turbulente

#### 3. 3. 1. Tirage au sort d'un premier nombre aléatoire $\beta$

Maintenant nous allons faire un tirage au sort d'un nombre aléatoire  $\beta$  avec le générateur **G1**.

Ce nombre aléatoire  $\beta$  sera ensuite positionné dans l'intervalle  $[0,1]$  et en particulier :

$$\alpha_i \leq \beta \leq \alpha_{i+1} \quad \text{IV. 10}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$u_i' \leq |u'(\beta)| \leq u_{i+1}' \quad \text{IV. 11}$$

#### 3. 3. 2. Tirage au sort du deuxième nombre aléatoire $\gamma$

Comme nous avons borné la valeur de la fluctuation  $u'(\beta)$  dans l'équation **IV. 11**. Un deuxième tirage du nombre aléatoire  $\gamma$  à partir du générateur **G1**, va nous permettre de trouver la fluctuation de vitesse en valeur absolue et d'affiner la valeur de la fluctuation de vitesse turbulente dans l'intervalle. Par conséquent nous pouvons conclure que :

$$|u'(\beta)| = u_i' + \gamma(u_{i+1}' - u_i') \quad \text{IV. 12}$$

L'évolution de cette fluctuation en valeur absolue est représentée sur la figure **IV. 3** et par la suite, comparée avec la gaussienne mathématique donnée par l'équation **IV. 8**. Une bonne concordance entre les deux distributions est observée.

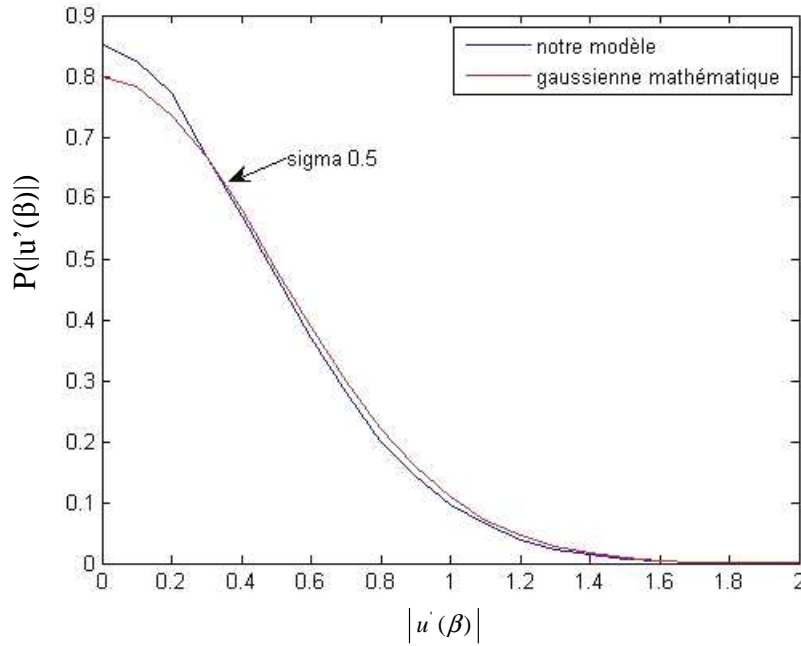


Figure IV. 3. Reconstitution en demi-gaussienne des fluctuations de vitesse turbulente

### 3. 3. 3. Tirage au sort du troisième nombre aléatoire $\delta$

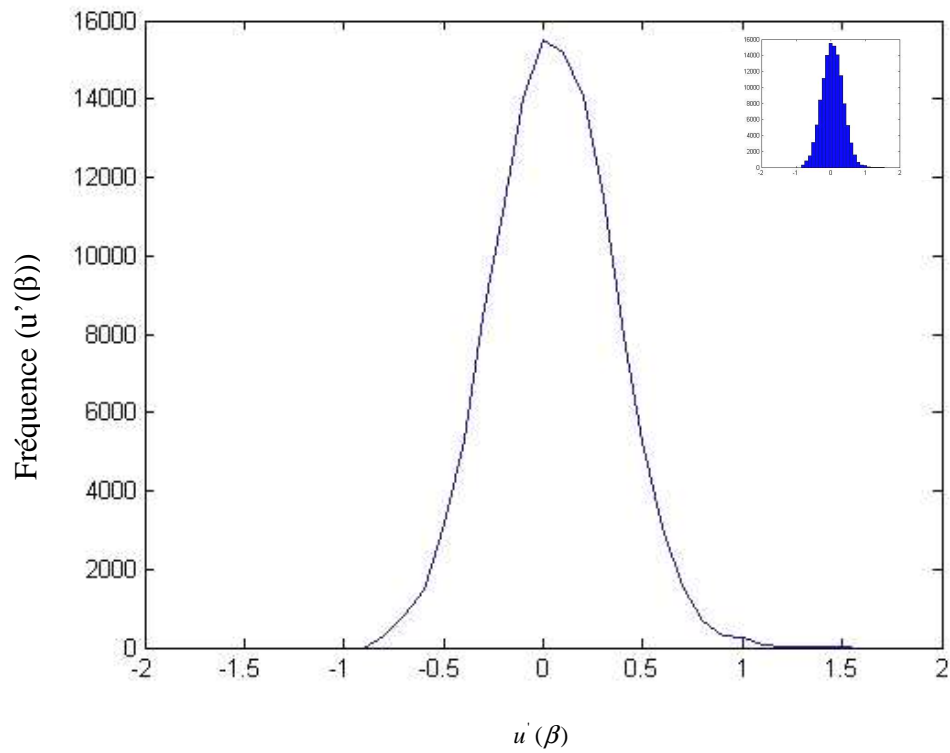
Pour connaître la valeur réelle de la fluctuation  $u'(\beta)$ , nous devons mettre une condition supplémentaire qui nous permettra de déterminer le signe de la fluctuation de cette vitesse turbulente. Pour cela, nous allons faire un troisième tirage de nombre aléatoire  $\delta$  à partir du générateur **G1**. Le paramétrage du signe de la fluctuation a été établi et étendu sur plusieurs conditions permettant la reconstitution de la gaussienne mathématique. Les détails figurent en annexe IV. 3. Une meilleure reconstitution de la gaussienne mathématique est donnée par la formulation suivante :

$$u'(\beta) = \xi * |u'(\beta)|$$

$$\xi = -1 \text{ si } \begin{cases} \delta < 0.05 \\ 0.1 < \delta < 0.15 \\ 0.2 < \delta < 0.25 \\ \dots\dots\dots \\ 0.9 < \delta < 0.95 \end{cases} \quad \text{et} \quad \xi = +1 \text{ si } \begin{cases} 0.05 \leq \delta \leq 0.1 \\ 0.15 \leq \delta \leq 0.2 \\ 0.25 \leq \delta \leq 0.3 \\ \dots\dots\dots \\ 0.95 < \delta < 1 \end{cases} \quad \text{IV. 13}$$

Cette décomposition de la gaussienne mathématique va nous permettre de bien générer des fluctuations et de faire une meilleure répartition des tirages au sort du troisième nombre

aléatoire  $\delta$  . Sur la figure IV. 4, nous représentons la reconstitution en gaussienne de ces fluctuations de vitesses turbulentes issues des différents tirages dans **G1**, tout en respectant le processus de sélection des fluctuations données par les équations **IV. 8** jusqu'à **IV. 13**.



*Figure IV. 4. Reconstitution en gaussienne des fluctuations de vitesse turbulente*

## 4. Description du cas de calcul, analyse et résultats

Dans cette partie, nous avons considéré un écoulement de gaz dans un canal. Pour simplifier notre étude, la troisième composante spatiale n'est pas prise en compte dans la prédiction des trajectoires des particules. Nous avons supposé alors, que le mouvement des particules se résume à un déplacement dans les deux directions (x, y). Ce domaine physique est représenté sur la figure IV. 5. nous proposons d'étudier l'influence de la turbulence sur la dispersion des particules injectées dans ce domaine, en particulier la mise en évidence des fluctuations de vitesse turbulente dans la prédiction des trajectoires. Nous supposons que l'influence de la présence de ses particules dans l'écoulement ne perturbe en aucun cas l'écoulement fluide (gaz), et que l'interaction entre les particules est négligée.

Les dimensions de ce domaine sont  $L_x = 2\text{ m}$  et  $L_y = 0.6\text{ m}$ . Nous avons choisi un maillage régulier de **20** mailles dans chaque direction, soient un total de **400** éléments.

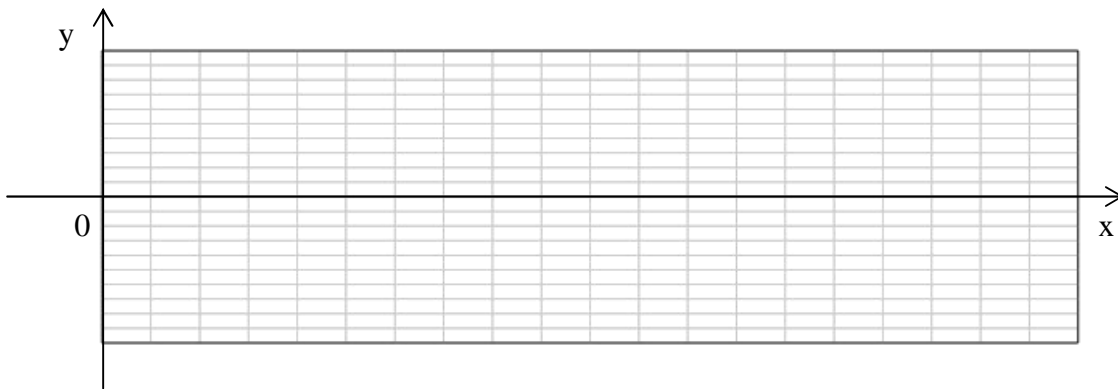


Figure IV. 5. Représentation du domaine de calcul

A l'amont de ce domaine, nous supposons une production de la turbulence par une condition de turbulence de grille. Nous avons choisi la configuration expérimentale de WARHAFT (1984), utilisée numériquement par PIT (1993).

La turbulence générée avec cette méthode est supposée homogène et isotrope. L'espacement entre les barreaux parallèles de la grille turbulente est de  $M = 0.025\text{ m}$ . Nous avons supposé que l'écoulement est 2D et donc, nous négligeons l'évolution dans la troisième dimension. La production et la dissipation de la turbulence dans le canal sont déduites à partir des équations suivantes :

- La vitesse moyenne du gaz qui traverse la grille est donnée par :

$$\begin{aligned}\bar{u}_{gaz}(x, y) &= \bar{u}_{gaz} \\ \bar{v}_{gaz}(x, y) &= 0\end{aligned}\tag{IV. 14}$$

- L'énergie cinétique de turbulence  $k(x, y)$  pour un cas de turbulence homogène et isotrope, en particulier dans le cas de la turbulence de grille (voir annexe IV. 4), est donnée par :

$$k(x, y) = \frac{\overline{u'^2} + 2\overline{v'^2}}{2}\tag{IV. 15}$$

$\overline{u'^2}, \overline{v'^2}$  sont les vitesses turbulentes moyennes calculées expérimentalement par WARHAFT, qui suppose que la turbulence dépend seulement de la géométrie de la grille et de la direction  $x$  du canal:

$$\begin{cases} \overline{u'^2} = 0.121\bar{u}_{gaz}^2 \left(\frac{x}{M}\right)^{-1.4} \\ \overline{v'^2} = 0.076\bar{u}_{gaz}^2 \left(\frac{x}{M}\right)^{-1.32} \end{cases}\tag{IV. 16}$$

Cette hypothèse, nous conduit donc à avoir une énergie cinétique et un taux de dissipation dépendant seulement de la direction  $x$  du canal. Nous pouvons désormais simplifier l'évolution de la turbulence en connaissant  $k(x)$ . La turbulence générée est supposée homogène et isotrope et cela nous permet d'écrire après simplification que :

- Le taux de dissipation  $\varepsilon(x)$  est calculé à partir de l'équation suivante (à partir de l'équation IV. 14 et les analyses données en annexe IV. 4) :

$$\bar{u}_{gaz} \frac{\partial k(x)}{\partial x} = -\varepsilon(x)\tag{IV. 17}$$

Dans cette étude, nous allons prédire les trajectoires de particules liquides sphériques, de diamètre fixe, en absence de toute interaction, injectées à température ambiante et à l'amont d'un écoulement turbulent homogène et isotrope. Afin de bien cerner le problème, nous allons commencer notre analyse par l'étude de l'influence de la prise en compte dans nos équations, de la présence ou de l'absence des fluctuations de la vitesse turbulente dans la prédiction de ces trajectoires.



Ensuite nous allons étudier l'effet de différents paramètres sur la dispersion des particules comme :

- Vitesse d'injection des particules :  $u_{0, goutte} = 0 \text{ m/s}, 7 \text{ m/s}$  et  $14 \text{ m/s}$ ,  $v_{0, goutte} = 0$
- Diamètre des particules :  $10 \mu\text{m}$  et  $100 \mu\text{m}$ .
- L'influence de la gravité
- La masse volumique des gouttes et pour cela nous allons comparer les trajectoires d'une goutte d'eau, de 2-éthyl-1-hexanol et d'éthanol.

L'écoulement du gaz est donné à son état initial par la connaissance de sa vitesse moyenne  $\bar{u}_{gaz} = 7 \text{ m/s}$ , qui reste constante le long du calcul mais aussi par l'énergie cinétique de la turbulence et le taux de dissipation.

Nous allons faire ensuite un inventaire sur les différents paramètres de la modélisation afin de mieux comprendre les échelles de turbulence, le changement de fluctuation ainsi que l'évolution du nombre de Reynolds et le coefficient de traînée. Et pour terminer cette analyse par une étude probabiliste qui va nous permettre de déterminer la dispersion des gouttes à la sortie.

## 4. 1. Ecoulement en négligeant les fluctuations

La trajectoire de la particule est directement liée à son diamètre, au nombre de Reynolds, au rapport des viscosités (gaz / particule) et enfin à la position initiale de la particule à son injection.

Dans cette configuration, nous avons tracé (voir la figure IV. 6) la trajectoire d'une goutte d'eau, de diamètre  $d=100 \mu\text{m}$ , injectée avec une vitesse horizontale  $u_{0, goutte}=7 \text{ m/s}$  pour différentes positions ( $x_{0, goutte} = 0.2, 0.3, 0.4$  et  $0.5$ ) à l'entrée du domaine, dans un écoulement moyen turbulent ( $\bar{u}_{gaz} = 7 \text{ m/s}$ ) sans prise en compte des fluctuations de la vitesse turbulente. Nous observons que les trajectoires sont quasi parallèles et que la particule ne subit aucune modification de trajectoire. La goutte est simplement conditionnée par sa vitesse d'injection, sa position initiale et son diamètre.

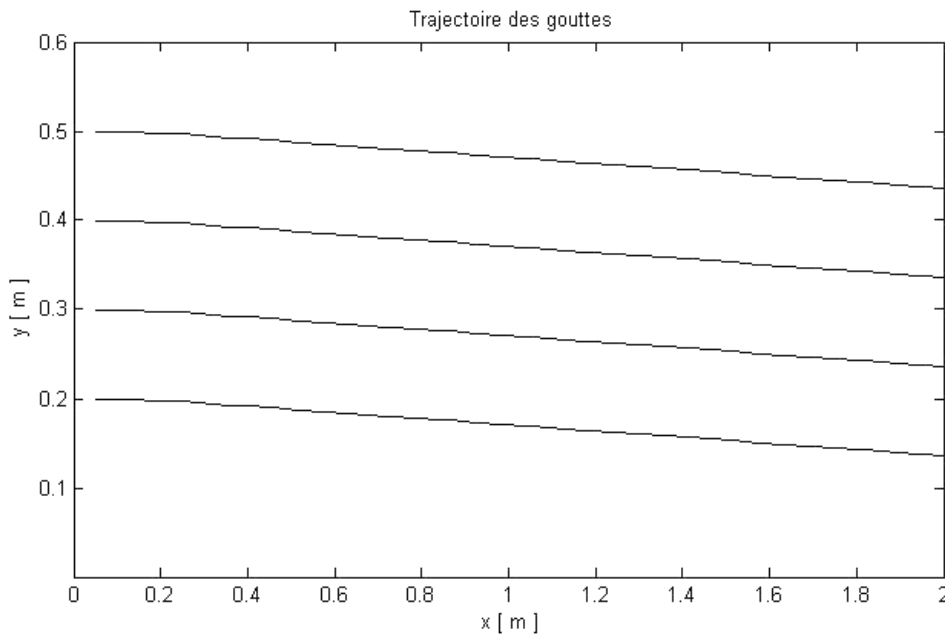


Figure IV. 6. Trajectoire de gouttes en négligeant les fluctuations de la vitesse turbulente,  $d = 100 \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 7 m/s$ ,  $\bar{u}_{gaz} = 7 m/s$

## 4. 2. Ecoulement en présence de fluctuations

### 4. 2. 1. Prise en compte des fluctuations de vitesse turbulente

Nous avons maintenant étudié l'influence de la présence des fluctuations sur la trajectoire de la goutte. Pour cela, nous avons repris le cas explicité à la configuration de la figure IV. 6 et nous avons tracé dans les mêmes conditions, la trajectoire de la goutte avec la prise en compte des fluctuations de vitesse dans l'écoulement turbulent. Nous avons représenté sur la figure IV. 7, les trajectoires de la goutte en tenant compte de ces fluctuations. Nous observons une légère modification de sa trajectoire par rapport à un écoulement sans présence de fluctuations (écoulement moyen). De plus, nous remarquons que les trajectoires de trois gouttes identiques, injectées à la même position avec les mêmes conditions initiales, n'est pas les mêmes en présence des fluctuations. Nous obtenons trois trajectoires différentes à chaque fois. Cette différence est due au tirage au sort aléatoire à partir du générateur **G1** de fluctuations différentes à chaque fois comme représenté sur la figure IV. 7.

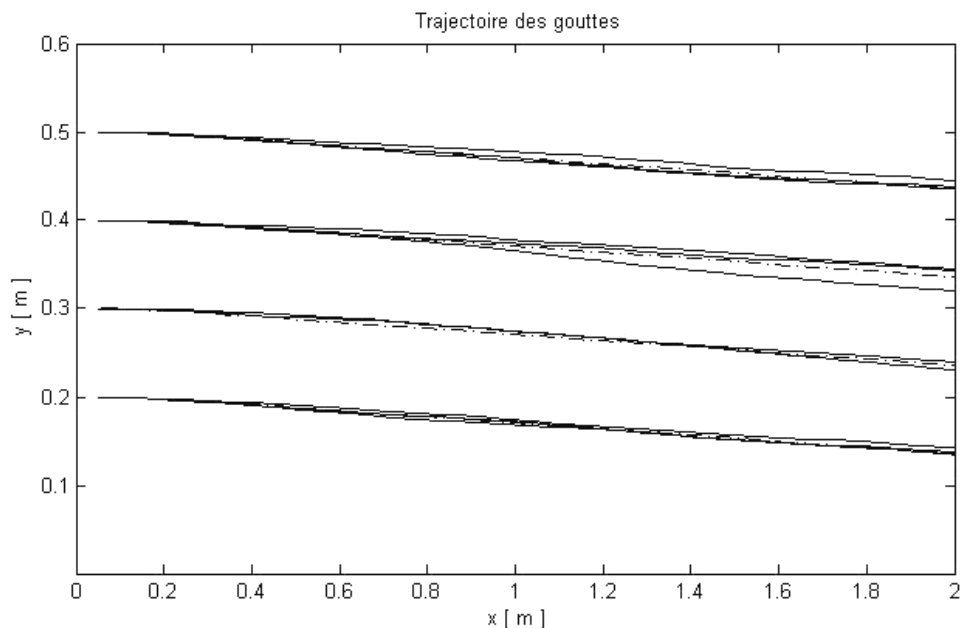


Figure IV. 7. Trajectoire de gouttes en écoulement turbulent,  $d=100\mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}}=7\text{ m/s}$ ,  $\bar{u}_{\text{gaz}}=7\text{ m/s}$ , a) : (.....), écoulement turbulent moyen, b) : (\_\_\_\_), écoulement turbulent moyen et fluctuations.

#### 4. 2. 2. Influence des paramètres physiques sur une trajectoire turbulente fixée

Dans cette partie, nous avons effectué des comparaisons avec un même tirage aléatoire (vitesse turbulente fixée). Au cours du calcul, la fluctuation est conservée un certain temps et renouvelée avec une périodicité donnée par le temps de turbulence (suivant cette condition, nous faisons d'autres tirages qui correspondent aux renouvellements de la fluctuation). Cette condition de renouvellement sera expliquée ultérieurement. Nous allons voir l'influence de la masse volumique et du champ gravitationnel sur ces trajectoires.

##### ➤ Influence de la masse volumique

Nous avons étudié l'influence de la masse volumique de la goutte sur la prédiction de sa trajectoire. Pour cela nous avons comparé la trajectoire fixée d'une goutte d'eau avec celle d'une goutte de 2-éthyl-1-hexanol et d'une goutte d'éthanol. Nous avons injecté ces gouttes de diamètre  $100\mu\text{m}$  à la même position initiale et à différentes vitesses ( $u_{0, \text{goutte}} = 0\text{ m/s}$  ;  $7\text{ m/s}$  et  $14\text{ m/s}$ ). Par hypothèse, nous négligeons la gravité afin de bien cerner le rapport des masses volumiques ( $\rho_{\text{gaz}}/\rho_{\text{goutte}}$ ) qui apparaît dans l'équation **IV. 2**.

Nous observons, comme montré sur la figure IV. 8, premièrement que pour une vitesse  $u_{0, \text{goutte}} = 7\text{ m/s}$ , qui implique une vitesse relative presque nulle (présence des fluctuations) que les trajectoires des gouttes, quelque soient leurs masses volumiques, sont

presque confondues. Cela s'explique par le fait que le terme de vitesse relative de l'équation IV. 2, l'emporte sur le rapport des masses volumiques. Deuxièmement, lorsque la valeur absolue de la vitesse relative est largement supérieure à zéro ( $u_{0, goutte} = 0 \text{ m/s}$  et  $14 \text{ m/s}$ ), l'influence du rapport des masses volumiques devient importante. De ce fait, les calculs montrent que, pour une même vitesse initiale, les deux gouttes de 2-éthyl-1-hexanol et d'éthanol suivent presque la même trajectoire. Cela est dû au fait que leurs masses volumiques sont proches (voir le tableau IV. 2). Ce qui n'est pas le cas de la goutte d'eau qui a une masse volumique plus importante et un rapport ( $\rho_{gaz} / \rho_{goutte}$ ) plus petit, ce qui implique une trajectoire un peu plus différente des deux autres. Nous avons constaté que quelle que soit la masse volumique, les fluctuations de vitesse turbulence ne changent pas d'un liquide à un autre mais avec la variation de la vitesse initiale d'injection, nous avons obtenu des fluctuations différentes dans chaque cas.

$\rho_{goutte} [Kg / m^3]$			$\rho_{gaz} [Kg / m^3]$
Eau	2-Ethyl-1-hexanol	Ethanol	
997	833	790	1.185

Tableau IV. 2. Masse volumique de la gouttelette et du gaz

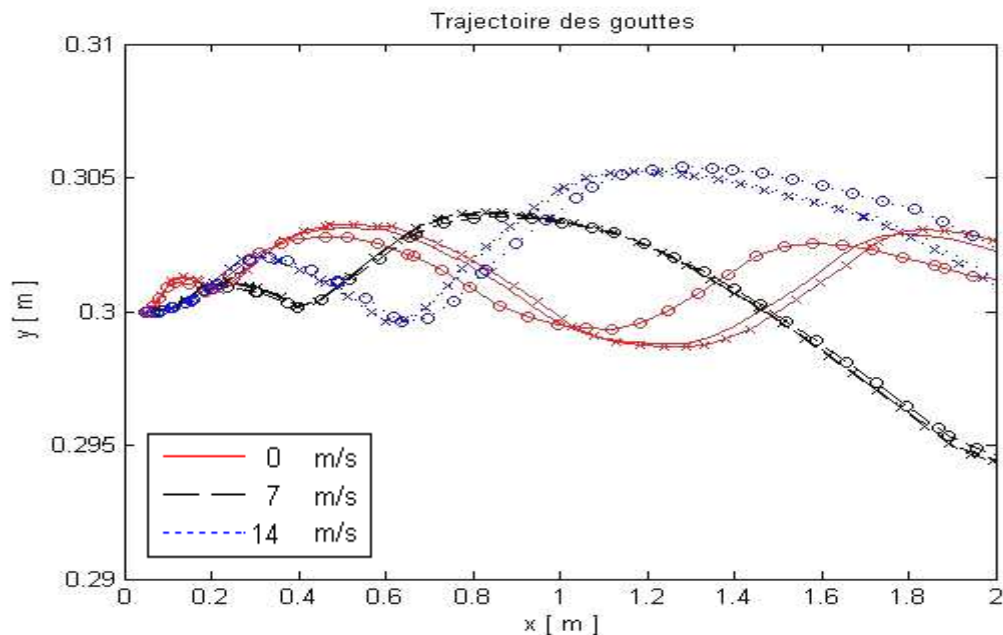


Figure IV. 8. Influence de la masse volumique de la goutte ; a) : (O), goutte d'eau, b) : (x), éthanol, c) : (.), 2-éthyl-1-hexanol.

➤ **Influence de la gravité**

Nous allons maintenant, nous intéresser à un cas particulier afin de mieux cerner l'effet de la gravité en fonction de la taille des gouttes. Nous allons nous pencher encore sur l'équation IV. 2, et nous comparons la trajectoire de plusieurs gouttes d'eau de différents diamètres, injectées à une vitesse horizontale  $u_{0,goutte} = 7 \text{ m/s}$ , avec une particule fluide (nous posons  $Cd=0$  et nous supprimons le terme de gravité dans l'équation I .2). Nous observons que de plus en plus que les gouttes sont petites, leurs trajectoires s'approchent de celle d'une particule fluide. De plus, pour une même trajectoire turbulente fixée, nous avons les mêmes fluctuations de vitesse quelque soit le diamètre de la goutte. Le résultat de cette comparaison est représenté sur la figure IV. 9.

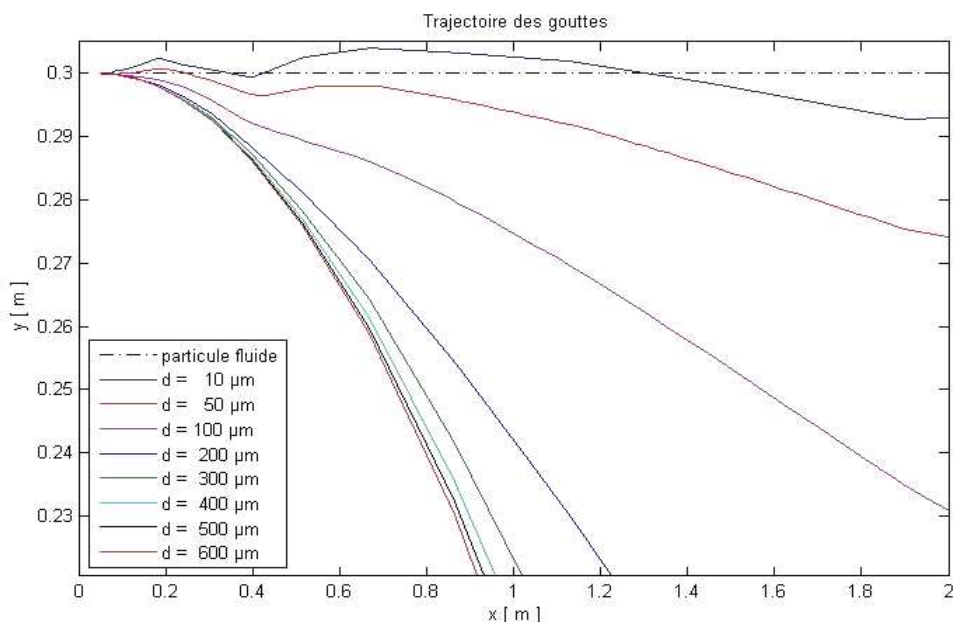


Figure IV. 9. Influence de la gravité en fonction de la taille des gouttes

**4. 2. 3. Influence des conditions initiales sur une trajectoire turbulente fixée**

➤ **Influence de la vitesse initiale**

Pour un régime turbulent, les fluctuations de vitesses jouent un rôle primordial dans la détermination des trajectoires. Nous avons effectué des comparaisons avec le même tirage aléatoire. Nous allons montrer que la trajectoire fixée d'une goutte dépend de la vitesse initiale et que le transfert de la turbulence n'est pas le même (d'une vitesse initiale à une autre), à savoir les échelles de turbulence et le renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente. Pour cela, nous avons injecté des gouttes d'eau à plusieurs vitesses initiales

( $u_{0, \text{goutte}} = 0 \text{ m/s} ; 7 \text{ m/s et } 14 \text{ m/s}$ ) dans un écoulement d'air de vitesse moyenne  $\bar{u}_{\text{gaz}} = 7 \text{ m/s}$ . L'influence des conditions initiales dépend étroitement du diamètre de la gouttelette. Pour cela, nous avons tenté d'estimer pour chaque diamètre ( $d = 10 ; 50 ; 100 \mu\text{m}$ ), la part d'importance de ces conditions initiales sur les trajectoires. En effet, sur la figure IV. 10, nous représentons la trajectoire d'une goutte de diamètre  $d = 10 \mu\text{m}$ , nous constatons que la variation de la vitesse initiale n'a pas une influence importante sur sa position. Nous voyons très clairement que les trajectoires de ces gouttes sont quasi-identiques quelle que soit la vitesse d'injection et de plus, nous avons les mêmes fluctuations de vitesse. Comme les gouttes sont très petites, elles sont rapidement entraînées par le mouvement de l'air.

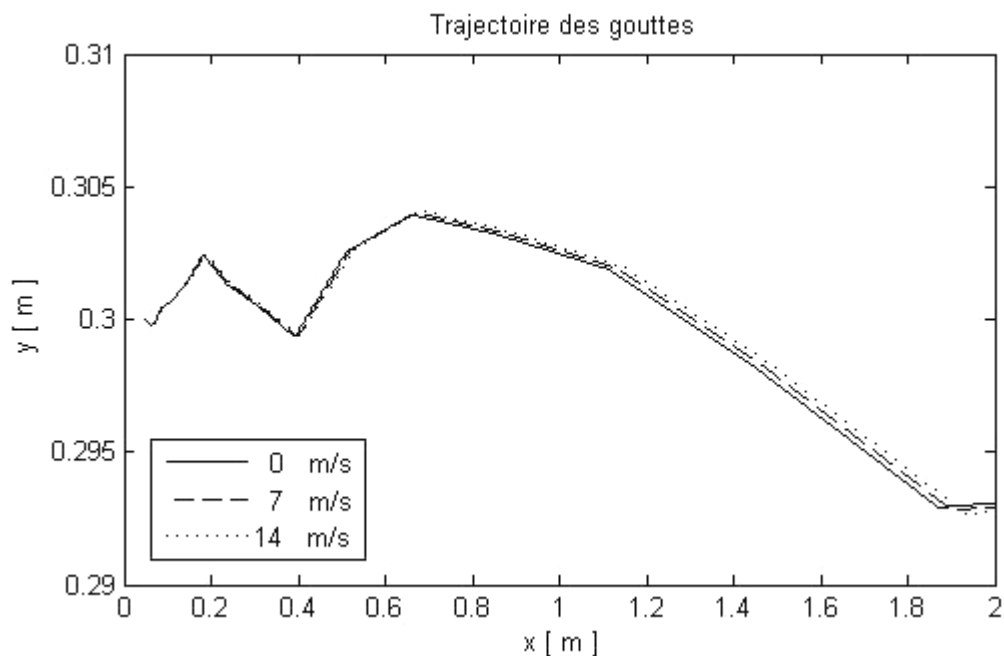


Figure IV. 10. Trajectoire de gouttes en régime turbulent sans gravité,  $d = 10 \mu\text{m}$

Par contre, en augmentant légèrement le diamètre de la goutte ( $d = 50 \mu\text{m}$ ), nous observons sur la figure IV. 11 qu'une légère modification de la trajectoire apparaît avec la variation de la vitesse initiale. Cette influence des conditions initiales s'accroît pour un diamètre de goutte encore plus grand (voir la figure IV. 12 pour  $d = 100 \mu\text{m}$ ), cela s'explique par la présence du terme inertielle à l'équation IV. 2. Le ralentissement ou même l'accélération de la gouttelette, suivant le signe de la vitesse relative (voir l'équation IV. 3) rattrape plus au moins vite les conditions de l'écoulement.

Sur les figures IV. 11 et IV. 12, Nous avons observé une modification des fluctuations de vitesse avec la variation de la vitesse initiale d'injection. Cela montre que le transfert de la

turbulence (que nous allons analyser dans les prochaines parties) n'est pas le même suivant la vitesse d'injection pour des gouttes de diamètre supérieur à  $50\ \mu\text{m}$ .

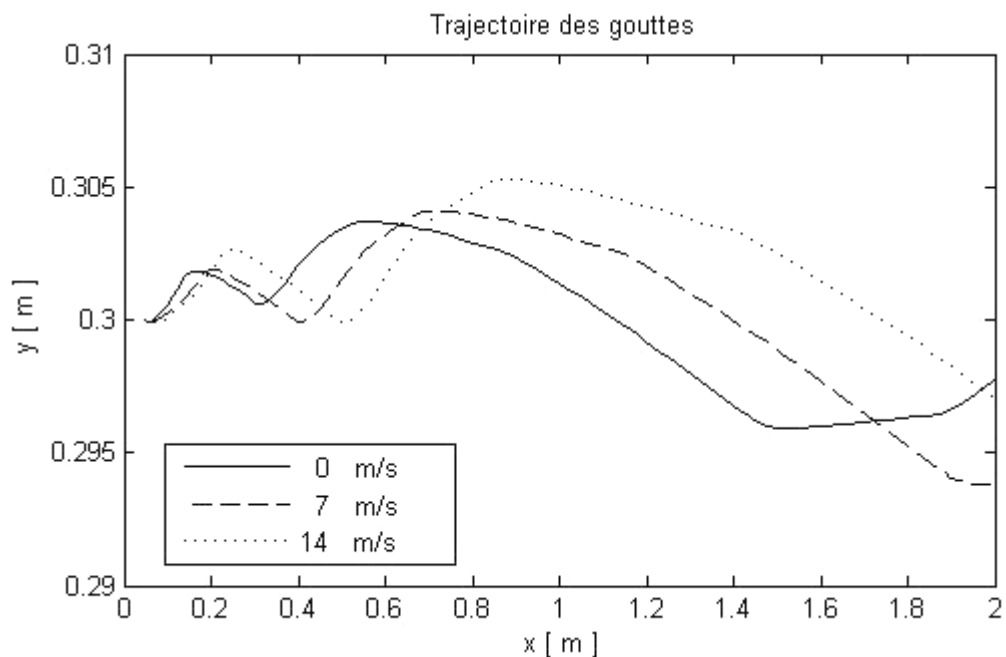


Figure IV. 11. Trajectoire de gouttes en régime turbulent sans gravité,  $d=50\ \mu\text{m}$

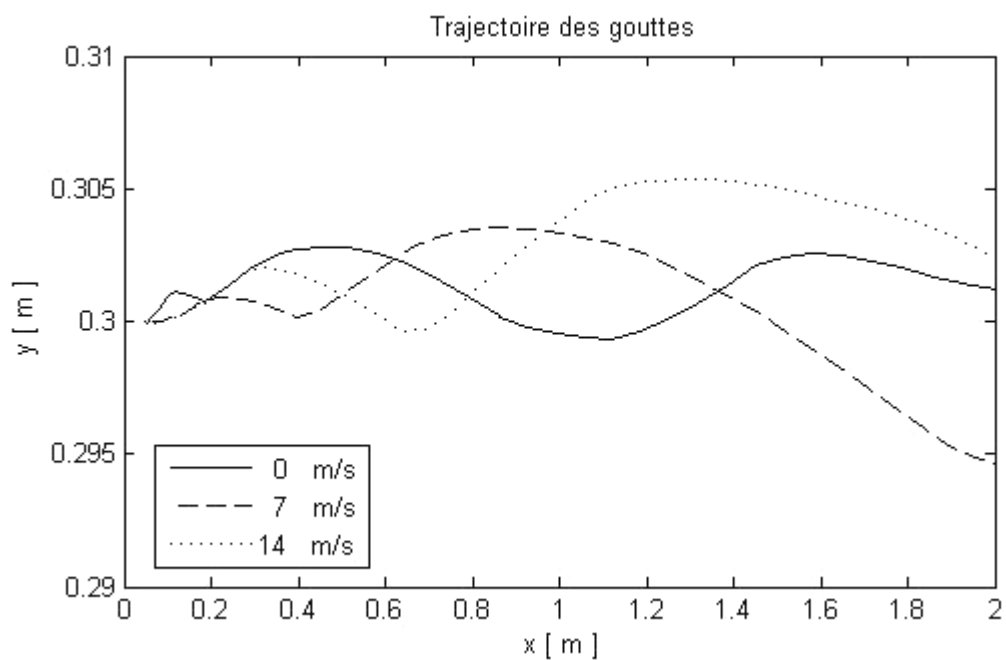


Figure IV. 12. Trajectoire de gouttes en régime turbulent sans gravité,  $d=100\ \mu\text{m}$

➤ **Influence de la position d'injection de la particule**

La connaissance de la production et la propagation de la turbulence a une importance capitale sur la détermination des trajectoires d'une particule. Nous allons montrer que la position d'injection de la gouttelette est très importante sur l'influence de la turbulence et de ce fait sur la dispersion des gouttelettes. Sur la figure IV. 13, nous représentons l'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence en fonction de la distance.

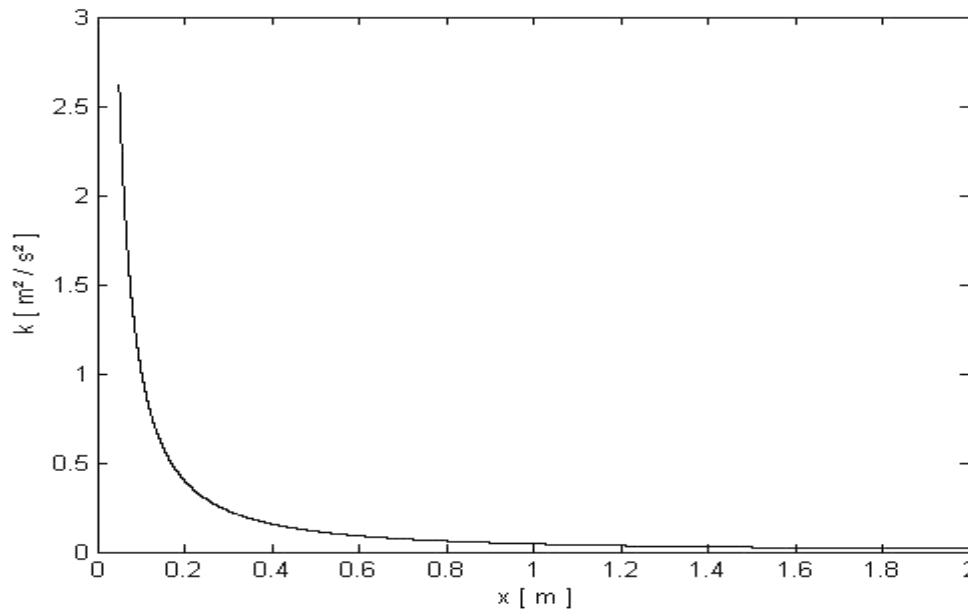


Figure IV. 13. Evolution de l'énergie cinétique turbulente le long du canal.

Pour mieux cerner cette évolution de la turbulence ainsi que son influence sur les trajectoires, nous avons injecté les particules dans des positions différentes, situées dans les trois zones explicitées. De ce fait, pour une gouttelette de diamètre, injectée avec une vitesse initiale  $u_{0, goutte} = 7 \text{ m/s}$  à  $x_{0, goutte} = 0.05; 0.15$  et  $1$ , nous avons obtenu les différentes trajectoires représentées à la figure IV. 14. De plus, nous avons remarqué que toutes les fluctuations de vitesse sont différentes pour chacune des trois positions d'injection ( $x_{0, goutte} = 0.05; 0.15$  et  $1$ ).



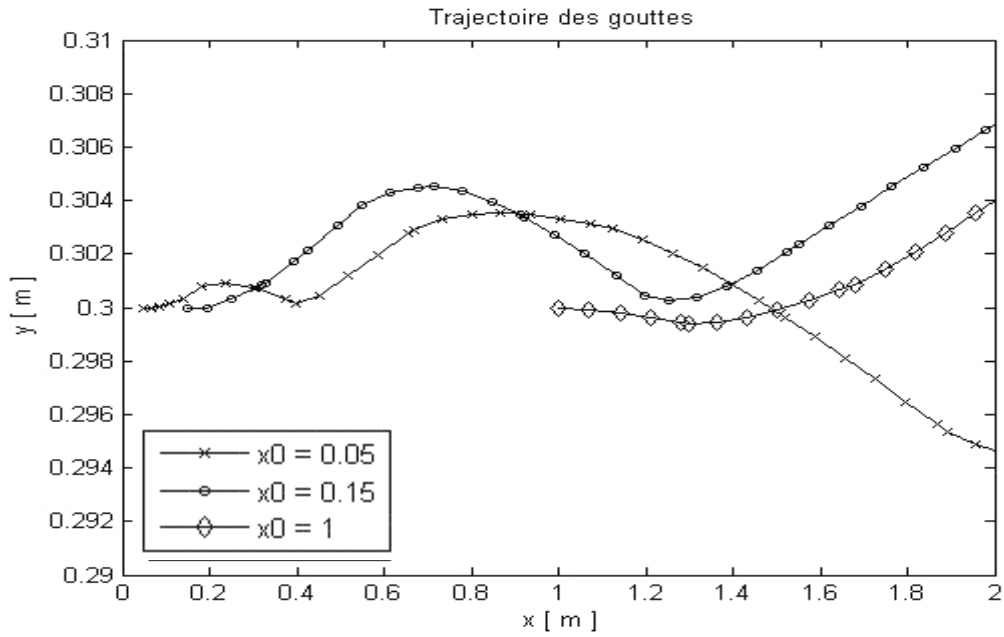


Figure IV. 14 : Influence de la position d'injection de la gouttelette,  $d = 100 \mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 7 \text{ m/s}$   
 $x_{0, \text{goutte}} = 0.05; 0.15 \text{ et } 1$ .

Pour mieux comprendre la figure IV. 14 ainsi que l'influence de la position d'injection et de ce fait, l'influence de la turbulence le long du canal, nous avons tracé l'évolution de l'écart-type de la gaussienne.

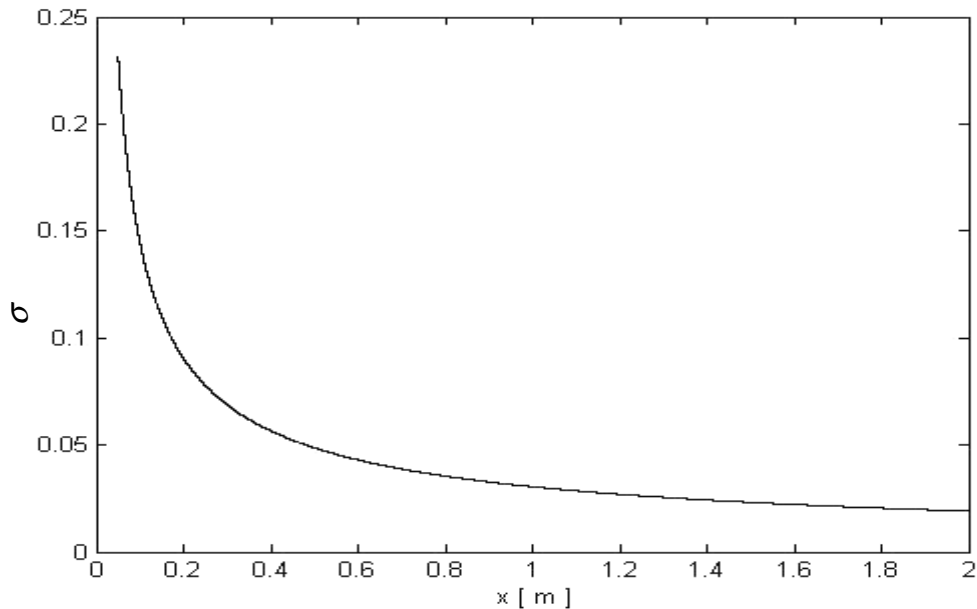


Figure IV. 15 : Evolution de l'écart-type de la gaussienne le long du canal.

Nous obtenons une décroissance exponentielle de l'écart-type ce qui explique que la gaussienne devient de plus en plus étroite le long du canal et en particulier à chaque différente position d'injection ( $x_{0,goutte} = 0.05; 0.15$  et  $1$ ) comme montré sur la figure IV. 16. Ceci explique que nous observons de moins en moins les grandes fluctuations de vitesse turbulente, ce qui montre que lorsque nous injectons la gouttelette de plus en plus loin de l'entrée du domaine, la turbulence a de moins en moins d'impact sur les trajectoires.

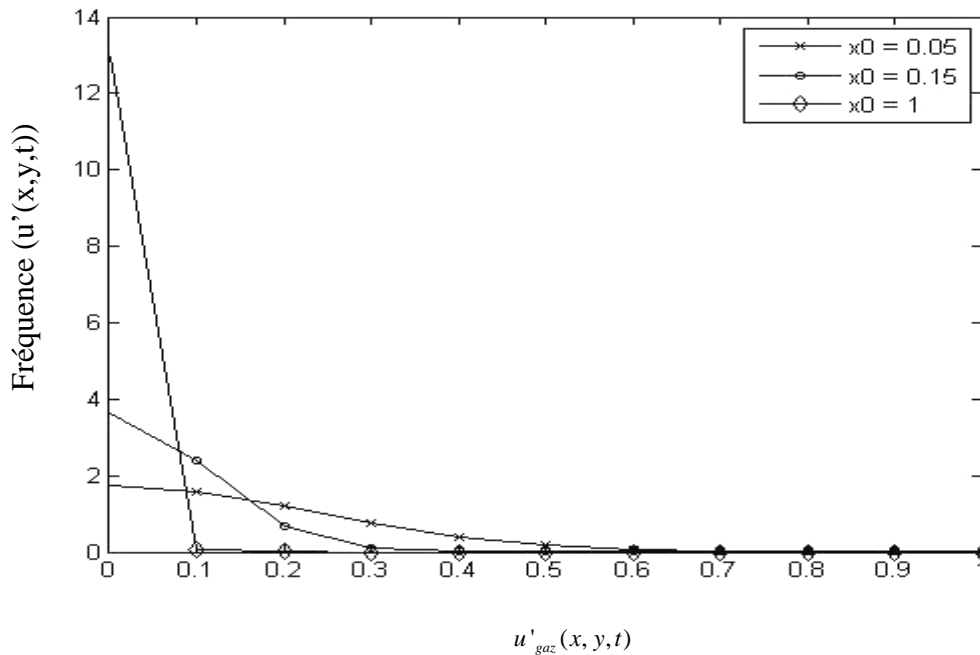


Figure IV. 16 : Evolution de la gaussienne sur  $x_{0,goutte} = 0.05; 0.15$  et  $1$ .

#### 4. 2. 4. Influence des paramètres de la discrétisation des équations

Nous avons choisi de suivre l'évolution de quelques paramètres importants au cours du calcul. Ces paramètres sont variables d'une goutte à une autre et dépendent de la vitesse initiale et du diamètre.

##### ➤ Le renouvellement de fluctuations de vitesse turbulente

Les fluctuations de vitesse turbulente sont renouvelées avec une périodicité donnée par le temps caractéristique de la turbulence (équation IV. 7).

Ce temps de turbulence dépend de la position  $x$  le long du canal. Sur la figure IV. 17, nous représentons son évolution et nous remarquons qu'il devient de plus en plus grand. Le tirage des fluctuations de vitesse turbulente se fait de moins en moins souvent le long du canal.

La nouvelle position de la goutte se trouvant au point (x,y) à l'instant  $t$ , dépend de la vitesse initiale d'injection, du diamètre de la goutte et aussi de la présence ou l'absence de la gravité.

Le pas de temps ( $dt_i(x, y, t)$ ) pour effectuer l'ième itération de résolution des équations **IV. 1** et **IV. 2**, est donné en fonction du temps  $t_{goutte}$ . Lorsque  $t_{goutte}(x, y, t) < t_{turb}(x_a, y_a)$ , nous utilisons un pas de temps  $dt_i(x, y, t)$  donné par :

$$dt_i(x, y, t) = \frac{t_{goutte}(x, y, t)}{3} \quad \text{IV. 18}$$

Dans ce cas, les caractéristiques de la goutte sont plus grandes par rapport à celles du gaz. La position de la goutte est modifiée par le temps  $t_{goutte}(x, y, t)$  et le coefficient de traînée (équation **IV. 4**) est fortement modifié.

Dans la procédure, un compteur compte les itérations de résolution des équations **IV. 1** et **IV. 2** et dès que  $\sum_{j=1}^i dt_j > t_{turb}(x_a, y_a)$ , nous ferons un tirage des fluctuations.

En plus, lorsque  $t_{goutte}(x, y, t) > t_{turb}(x_a, y_a)$ , le pas de temps  $dt_i(x, y, t)$  est donné par :

$$dt_i(x, y, t) = t_{turb}(x_a, y_a) \quad \text{IV. 19}$$

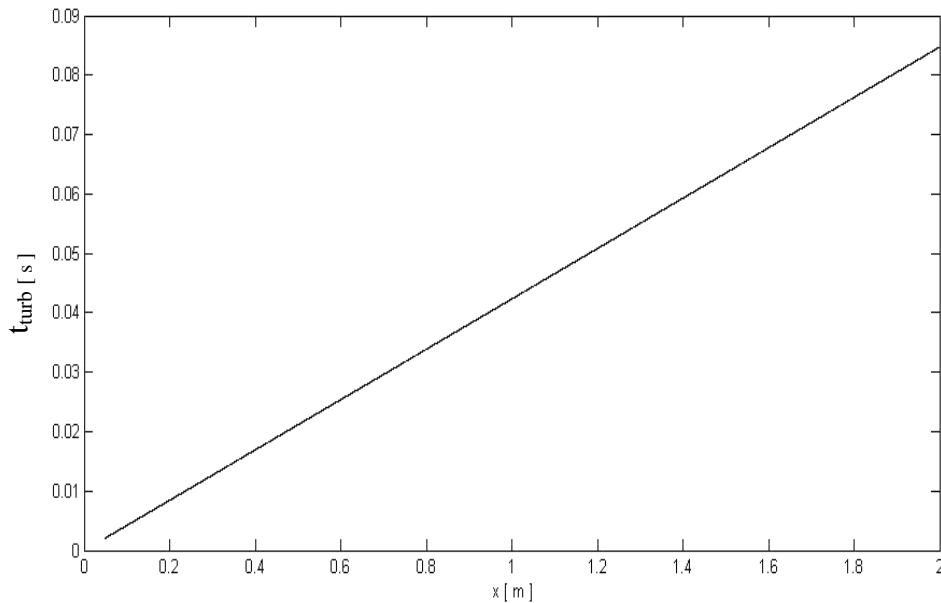


Figure IV. 17 : Evolution du temps de turbulence ( $t_{turb}$ ) le long du canal.

Le tableau IV. 3 représente les variations du temps de turbulence ( $t_{turb}(x_a, y_a)$ ), les indices de comptage du changement de la fluctuation ( $N_{it}$ ) ainsi que les fluctuations de la vitesse turbulente ( $u'_{gaz}(x, y, t)$ ,  $v'_{gaz}(x, y, t)$ ) pour une goutte de diamètre  $d=100 \mu m$ , injectés dans le domaine physique en présence de la gravité à la vitesse  $u_{0, goutte} = 14 m/s$ . Nous observons que le renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente s'effectue presque à chaque itération au début du calcul. Cette reproduction est moins réalisée pour les dernières itérations, cela est dû, sans doute à la dispersion des particules à la sortie du domaine.

$t_{turb}(x_a, y_a)$	$N_{it}$	$u'_{gaz}(x, y, t)$	$v'_{gaz}(x, y, t)$
0.002109578	1	0.208932598	-0.123540443
0.003231338	2	-0.006775887	0.248846848
0.004724804	3	0.056594698	0.084170527
0.006648955	5	-0.117812691	0.142827985
0.009066906	7	0.069066818	0.094412275
0.012108416	9	-0.047394305	-0.138938724
0.01593125	11	-0.05403665	-0.076968636
0.020775005	14	-0.034459506	-0.091220002
0.026980322	17	0.088820149	0.194432062
0.035053769	21	0.048997017	0.068758378
0.045540524	26	0.069428653	-0.023720891
0.059178137	32	-0.021392163	-0.032765236
0.076749438	40	-0.053984141	-0.07271543

*Tableau IV. 3 : Récapitulatif du renouvellement des fluctuations de la vitesse turbulente,  $d=100 \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 14 m/s$ , écoulement en présence de gravité.*

➤ Evolution du temps caractéristique de la turbulence

Afin de bien comprendre la reproduction et le renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente, nous nous sommes intéressés à la variation du temps de turbulence  $t_{turb}(x_a, y_a)$ , des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  ainsi que de  $dt_i(x, y, t)$  en fonction du nombre d'itérations ( $it$ ). Nous avons constaté, en plus de l'augmentation du temps de turbulence au cours du calcul comme représenté sur le tableau IV. 4, que la fréquence de renouvellement des fluctuations est plus importante au début du calcul et que l'écart entre le pas de temps ( $dt_i(x, y, t)$ ) et le temps de turbulence  $t_{turb}(x_a, y_a)$  augmente au fur et à mesure que nous avançons dans le calcul, ce qui explique que les échelles de turbulence sont plus petites au début. Au fur et à mesure de l'avancement de la goutte dans le domaine, nous observons que ces échelles de turbulence augmentent, ce qui explique une dispersion des particules à la sortie du domaine, comme nous l'observons sur la figure IV. 18, ce qui est valable dans plusieurs configurations (voir annexe IV. 5).

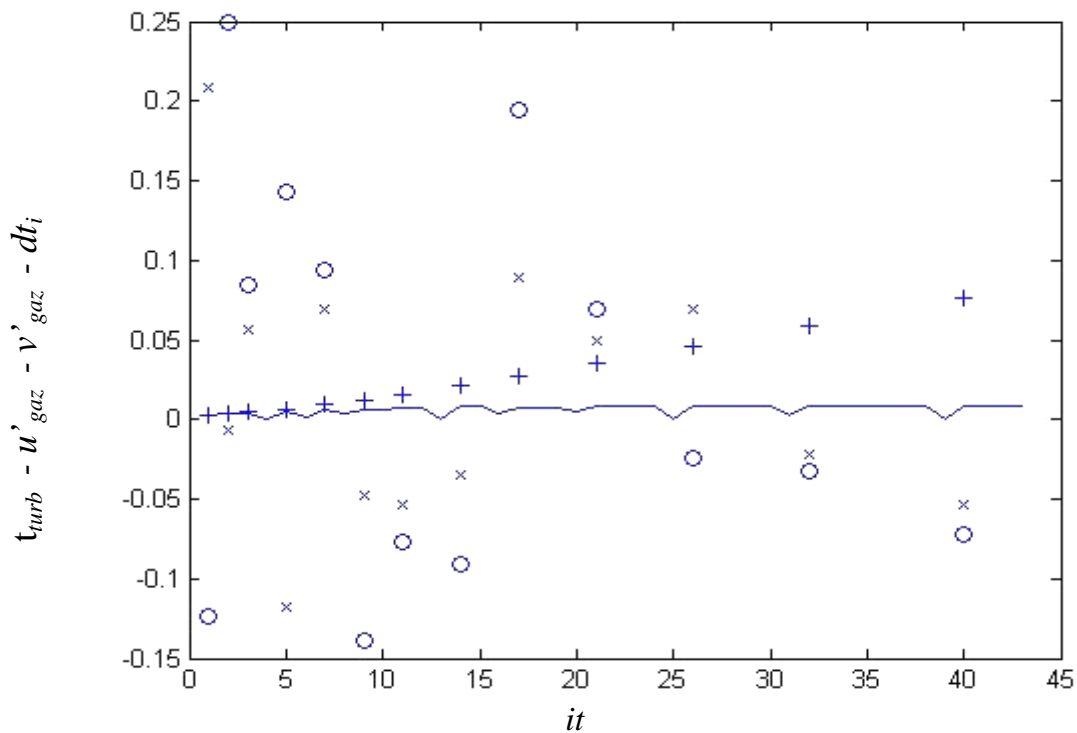


Figure IV. 18. Variation en fonction du nombre d'itérations : du temps turbulence (+), des valeurs des fluctuations ; (x) :  $u'_{gaz}(x, y, t)$  et (o) :  $v'_{gaz}(x, y, t)$  ainsi que du pas de temps (ligne continue),

$$d = 100 \mu\text{m} \quad u_{0, \text{goutte}} = 14 \text{ m/s}$$

#### 4. 2. 5. Etude des résultats

##### ➤ Evolution du nombre Reynolds et du coefficient de traînée

Sur la figure IV. 19, nous représentons l'évolution du nombre de Reynolds et du coefficient de traînée à chaque itération. A chaque renouvellement de la fluctuation, nous observons une modification de l'allure des deux courbes, cette modification de l'allure est plus discrète pour le nombre de Reynolds et cette conclusion est encore valable dans plusieurs configurations, comme présenté en annexe IV. 6.

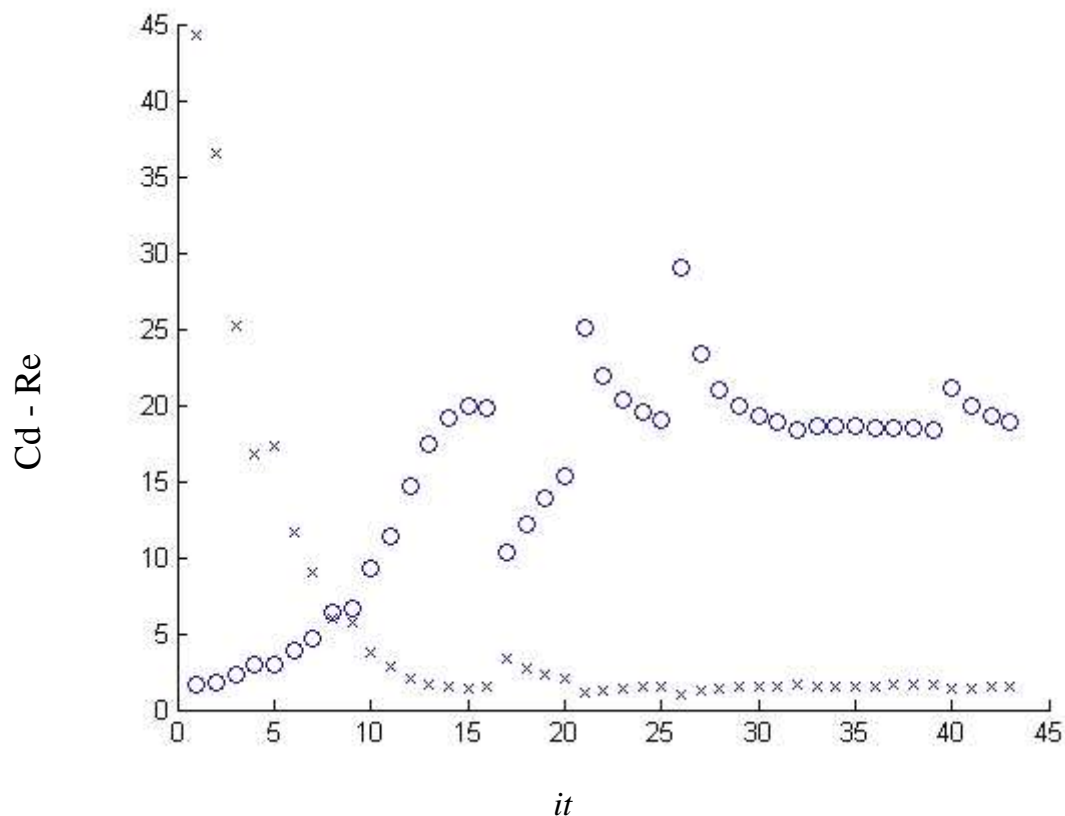


Figure IV. 19. Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (o),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, goutte} = 14 \text{ m/s}$

➤ **Etude probabiliste des trajectoires**

Sur les figures IV. 20 et IV. 21, nous représentons le suivi des trajectoires de 100 gouttes identiques et injectées à la même vitesse et position initiale dans un écoulement turbulent en l'absence et en présence d'un champ gravitationnel, respectivement. Nous observons que toutes les gouttes n'ont pas les mêmes trajectoires et qu'aucune goutte ne va suivre la trajectoire d'une autre. De plus la dispersion des gouttes augmente à la sortie du domaine. Cela est dû, sans doute à l'influence de la distribution des fluctuations de vitesse turbulente qui provoque un panache turbulent à la sortie.

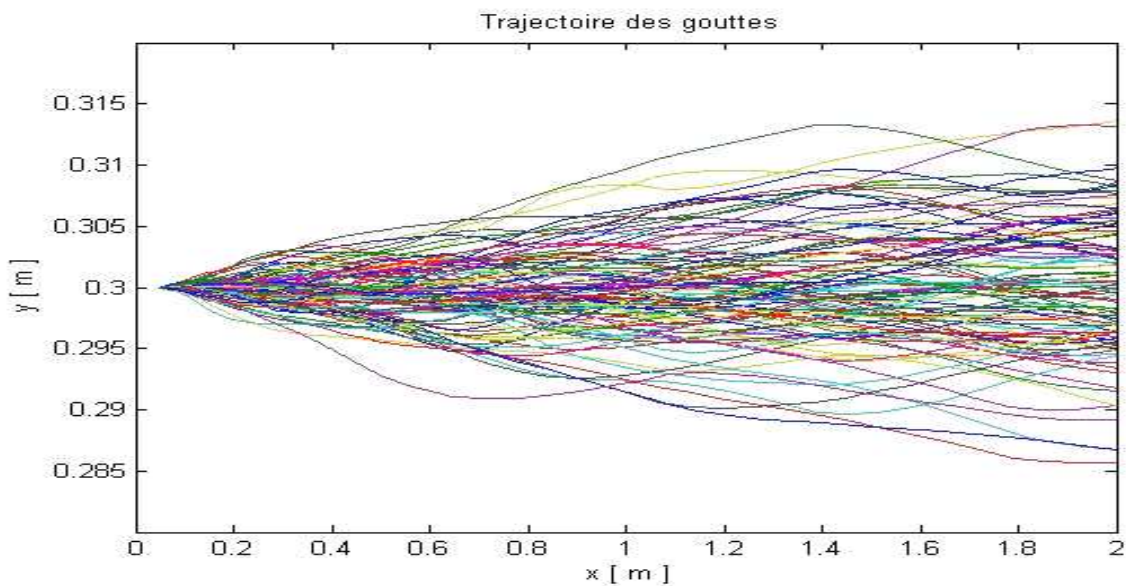


Figure IV. 20. Trajectoire de gouttes d'eau, sans gravité,  $d=100\ \mu\text{m}$ ,  $u_{0,\text{goutte}}=14\ \text{m/s}$

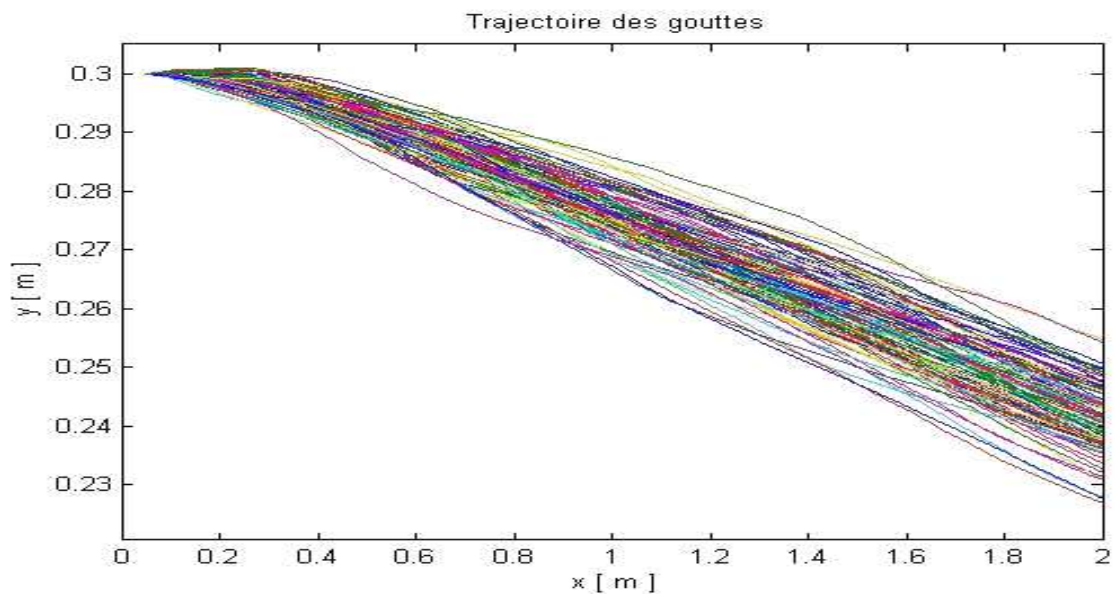


Figure IV. 21. Trajectoire de 100 gouttes d'eau, avec gravité,  $d=100\ \mu\text{m}$ ,  $u_{0,\text{goutte}}=14\ \text{m/s}$

L'analyse statistique des deux figures IV. 20 et IV. 21, va nous permettre de bien comprendre la dispersion des particules à la sortie du domaine. Pour cela, nous avons tracé les histogrammes de probabilités d'une goutte qui quitte le domaine sur une ordonnée ( $y$ ) donnée. Cette analyse vient aussi compléter les résultats des tableaux IV. 1 et 2. Nous observons sur la figure IV. 22 que le pourcentage des probabilités qu'une goutte d'eau de diamètre  $d=100\mu m$ , injectée avec une vitesse initiale  $u_{0, goutte} = 14 m/s$  sur l'ordonnée  $y = 0.3 m$ , quitte le domaine est maximal sur l'intervalle  $[ 0.295 ; 0.305 ] m$ .

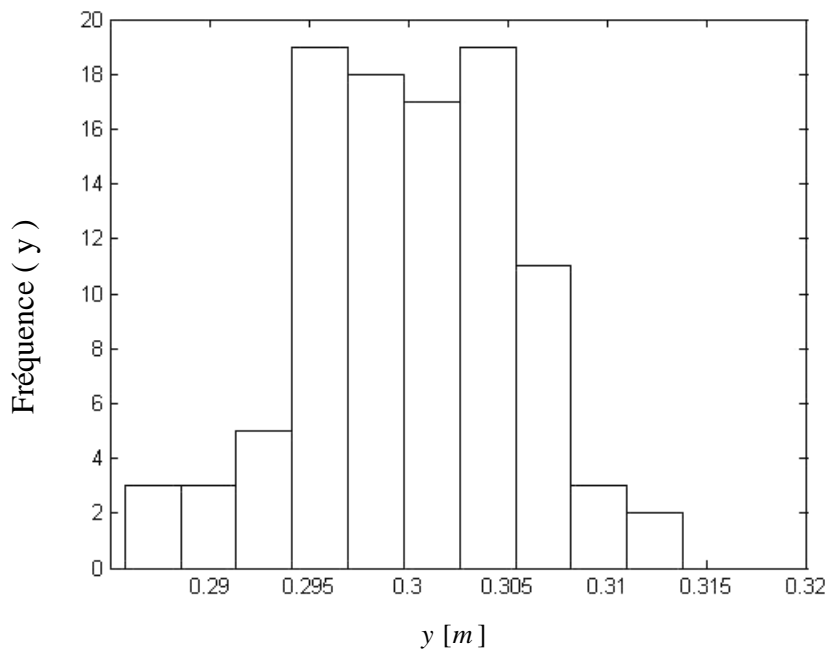


Figure IV. 22. Dispersion des gouttes d'eau à la sortie du domaine, sans gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 14 m/s$

En présence d'un champ gravitationnel, la probabilité que cette goutte quitte le domaine change. Sur la figure IV. 23, nous observons que cette goutte quitte le domaine sur un intervalle  $[ 0.247 ; 0.255 ] m$ . La probabilité qu'elle se trouve dans l'intervalle  $[ 0.247 ; 0.255 ] m$ , est plus importante.



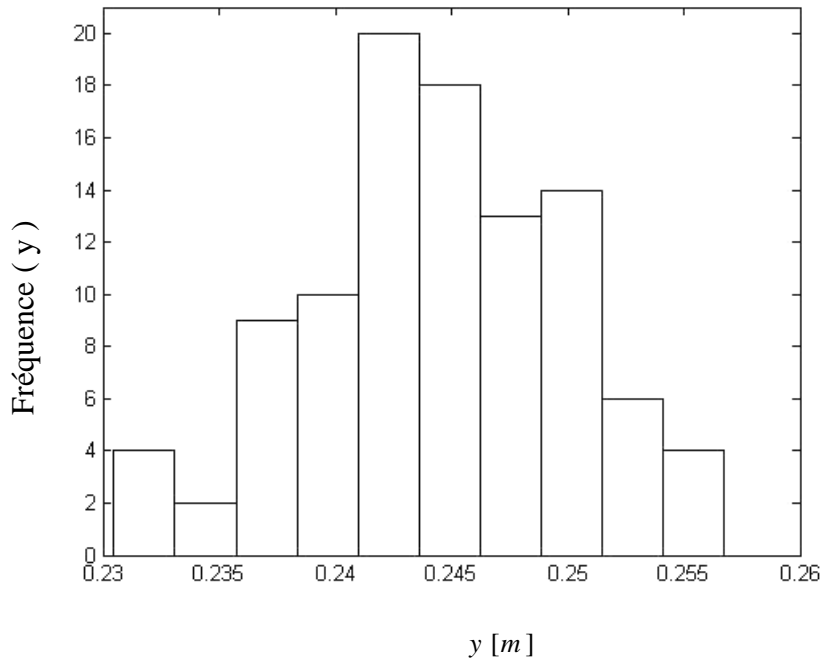


Figure IV. 23. Dispersion des gouttes d'eau à la sortie du domaine, avec gravité,  $d=100\mu m$ ,  
 $u_{0, goutte} = 14 m/s$

Cette dispersion probabiliste à la sortie du domaine dépend du diamètre de la goutte et de sa vitesse (voir annexe IV. 7).

Le renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente dans les configurations de la figure IV. 20 et la figure IV. 21 est représenté en histogramme et nous constatons que ces fluctuations dépendent de la position de la goutte, de sa vitesse initiale ainsi que de la présence ou absence d'un champ gravitationnel.

Sur les figures IV. 24 et IV. 25, nous représentons les probabilités des tirages et du renouvellement d'une fluctuation de vitesse donnée en présence ou en absence d'un champ gravitationnel. Dans cette configuration, l'effet de la gravité, n'a pas beaucoup d'influence sur les probabilités de tirage et de renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente, ce qui n'est pas toujours le cas, voir les autres configurations en annexe IV. 8.

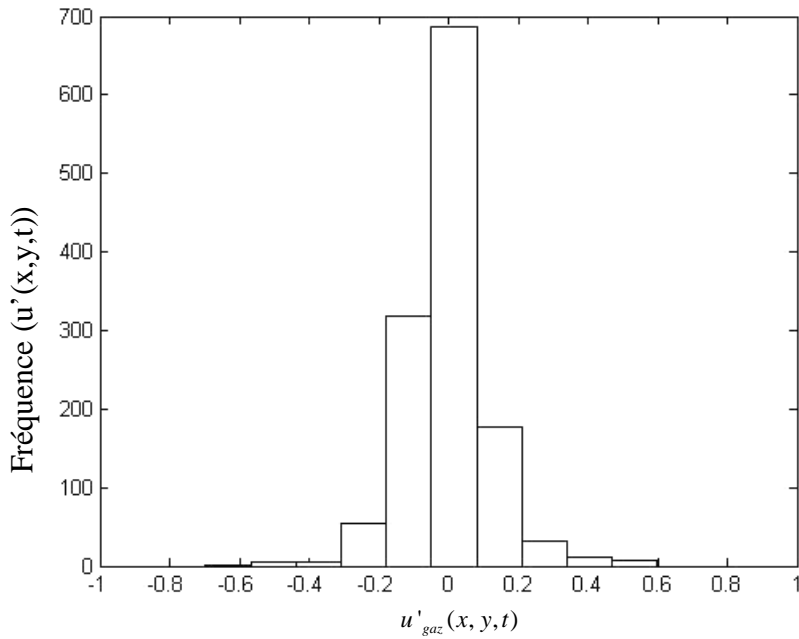


Figure IV. 24. Renouvellement des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, en présence ou en absence de gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 14 m/s$

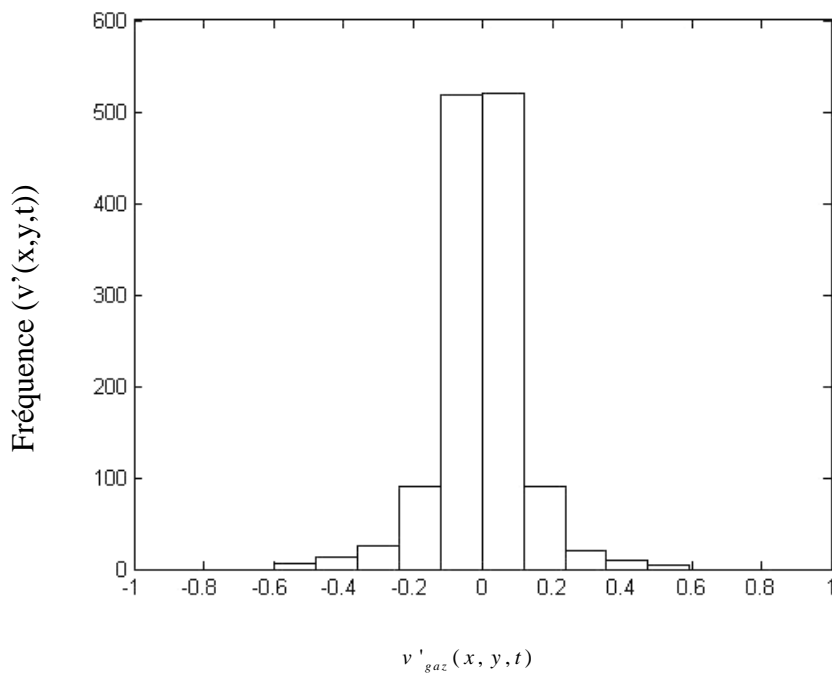


Figure IV. 25. Renouvellement des fluctuations  $v'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques en présence ou en absence de gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 14 m/s$ .

➤ **Influence de la turbulence**

Nous avons montré à la partie 4. 2. 3., que la position de la position d’injection d’une particule est importante sur la détermination de sa trajectoire. La décroissance de l’énergie cinétique de la turbulence le long du canal, engendre une diminution de l’écart-type de la gaussienne obtenue.

Sur les figures IV. 26 à IV. 30, nous représentons les trajectoires de 100 gouttes identiques ( $d=100\mu m$ ) et injectées à la même vitesse ( $u_{0,goutte}=7 m/s$ ) à des positions initiales différentes ( $x_{0,goutte}=0.05, 0.15, 0.5$  et  $1$ ) dans un écoulement turbulent en l’absence de la gravité. Nous observons que l’enveloppe en forme de **V**, diminue de plus en plus que nous injectons la goutte plus loin de l’entrée du domaine. Cela est du fait que nous sélectionnons, de plus en plus, de petites fluctuations car l’écart-type de la gaussienne diminue de plus en plus (voir la figure IV. 15 de la partie 4. 2. 3.). Cette diminution de l’enveloppe, montre que les caractéristiques de la turbulence ont de moins en moins d’influence sur la dispersion des particules. Sur la figure IV. 30, cette enveloppe diminue relativement vite pour atteindre un écart maximum pour former des directions quasi-parallèles où la turbulence n’a aucune influence sur les trajectoires des particules. Et à partir de cet instant, les trajectoires sont dictées simplement par les caractéristiques de la goutte.

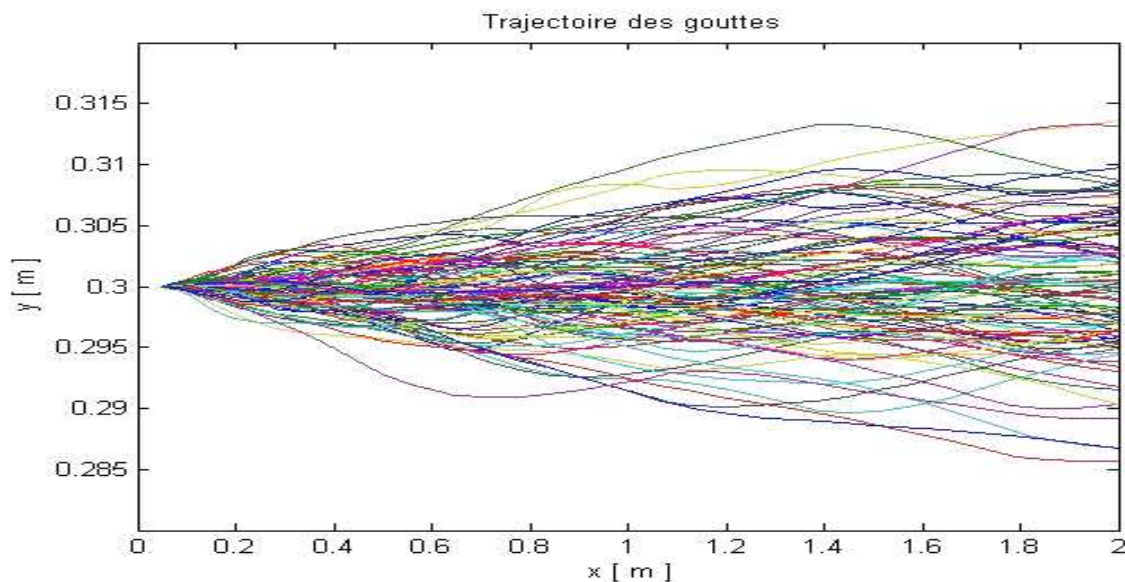


Figure IV. 26. Trajectoire de gouttes d’eau, sans gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0,goutte}=7 m/s$ ,  
 $x_{0,goutte}=0.05 m$

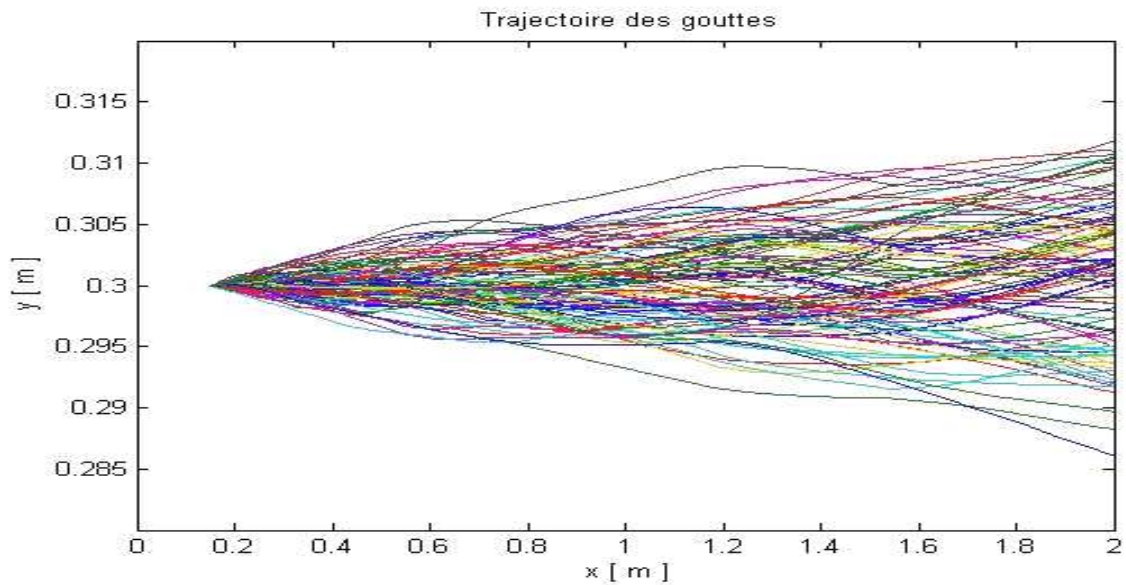


Figure IV. 27. Trajectoire de gouttes d'eau, sans gravité,  $d=100\mu\text{m}$ ,  $u_{0,goutte}=7\text{ m/s}$ ,  
 $x_{0,goutte}=0.15\text{ m}$

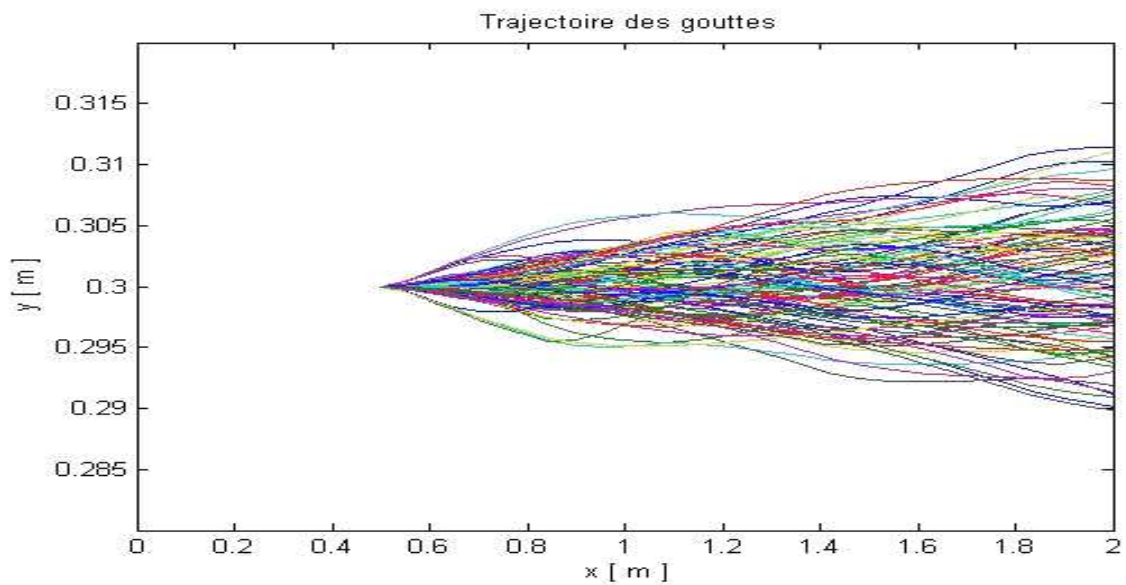


Figure IV. 28. Trajectoire de gouttes d'eau, sans gravité,  $d=100\mu\text{m}$ ,  $u_{0,goutte}=7\text{ m/s}$ ,  
 $x_{0,goutte}=0.5\text{ m}$

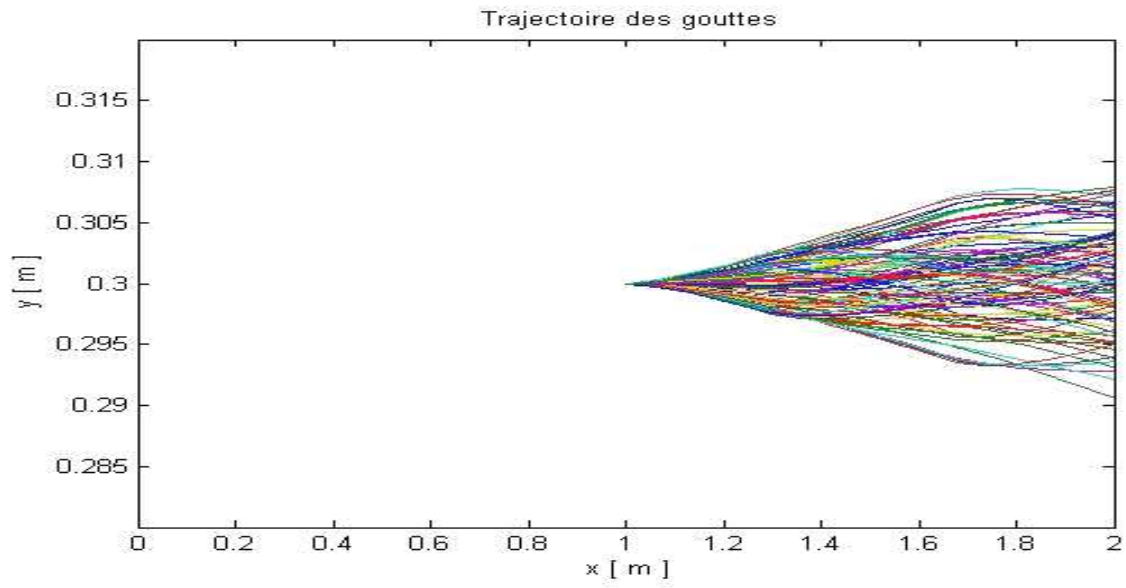


Figure IV. 29. Trajectoire de gouttes d'eau, sans gravité,  $d=100\mu\text{m}$ ,  $u_{0,goutte}=7\text{ m/s}$ ,  
 $x_{0,goutte}=1\text{ m}$

## 5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons utilisé une méthode Lagrangienne pour le suivi des trajectoires des particules dans un écoulement turbulent homogène et isotrope. La production de la turbulence est assurée par une condition de turbulence de grille que nous supposons à l'amont de l'écoulement fluide. Nous avons considéré que les caractéristiques moyennes de l'écoulement fluide sont connues.

Une méthode probabiliste est utilisée pour la sélection des fluctuations de vitesse turbulente et le couplage entre cet écoulement fluide et la phase dispersée a été réalisé dans plusieurs configurations.

Nous avons étudié l'influence de la masse volumique des gouttes sur les trajectoires et aussi dans certains cas, l'influence de la vitesse initiale d'injection et la présence d'un champ gravitationnel dans l'écoulement fluide. Ensuite, nous avons montré que l'influence de la turbulence sur la trajectoire des gouttelettes est liée à la position initiale d'injection des gouttelettes.

Nous avons analysé la reproduction et le renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente, et l'évolution du temps caractéristique de turbulence au cours du calcul.

Nous avons représenté l'allure du nombre de Reynolds et le coefficient de traînée à chaque renouvellement de fluctuations.

Enfin nous avons analysé statistiquement la dispersion des gouttes en étudiant les probabilités spatiales à la sortie du domaine et les histogrammes probabilistes des tirages au sort et du renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente dans les deux directions.

# Conclusion générale

---

---

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est centré essentiellement sur la caractérisation de l'écoulement et du transfert de chaleur et de masse lors du déplacement de gouttelettes dans un milieu extérieur. Nous avons présenté les principaux résultats théoriques et expérimentaux des comportements aérodynamiques ainsi que les mécanismes de transfert thermiques et massiques intervenant entre une phase dispersée et une phase continue.

Afin de qualifier ces phénomènes, nous avons représenté dans la partie bibliographique les paramètres importants qui caractérisent le mouvement des particules. Nous avons examiné l'ensemble de ces paramètres et des phénomènes de transfert de matière et de chaleur affectant les caractéristiques de l'écoulement et les propriétés physiques des particules. Nous avons terminé cette synthèse par les différentes analyses sur la prédiction des trajectoires de particules liquides dans un écoulement turbulent. Par conséquent, et pour mieux contribuer à l'étude de l'écoulement et des phénomènes de transferts, nous avons orienté notre travail comme suit :

- ◆ Etude de l'évaporation d'une gouttelette en chute libre dans l'air,
- ◆ Etude numérique de l'interaction entre les particules,
- ◆ Dispersion de particules dans un écoulement turbulent,

Concernant le transfert de matière et de chaleur, nous avons mis en place un dispositif expérimental pour étudier l'évaporation de gouttelettes mono-dispersées en chute libre dans l'air. Ce dispositif nous a permis de mesurer le diamètre de la goutte et de suivre l'évolution de la vitesse instantanée en fonction de la hauteur de chute. Ces mesures nous permettent de prédire l'évaporation de la gouttelette en fonction des caractéristiques physico-chimiques et de l'hygrométrie du milieu extérieur. Pour la modélisation du transfert de chaleur et de masse nous avons utilisé un modèle simple, validé par GUELLA (2006), qui tient compte du couplage entre le mouvement et les phénomènes de transferts. Nous avons montré l'influence des propriétés de la goutte sur l'évaporation ; pour une goutte d'eau nous avons observé une très faible évaporation quelque soit le diamètre initiale, la température de la goutte ainsi que le taux d'humidité de l'air ( $200 < d (\mu\text{m}) < 900$ ,  $21 \leq T_{\text{goutte}} (\text{°C}) \leq 33$ ,  $35 \leq \text{Hr} (\%) \leq 65$ ). Pour une goutte de 2-éthyl-1-hexanol, nous avons montré que l'évaporation est faible mais un peu plus que celle de l'eau. Et enfin pour une goutte d'éthanol, nous avons observé une



évaporation importante surtout pour des taux d'humidité faibles. Nous avons montré que la diminution du diamètre et le temps de chute dépendent des caractéristiques physico-chimiques des gouttes.

Concernant l'étude numérique de l'interaction entre les particules, tout d'abord, nous nous sommes intéressés aux écoulements laminaires autour d'une particule sphérique, isolée. Pour cela nous avons simulé cet écoulement par un code de calcul COMSOL®. Pour la validation de notre travail, nous avons calculé les coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds dans deux configurations d'écoulement (bulle et sphère rigide) que nous avons comparé avec ceux de la littérature. Nous avons étudié les profils du rotationnel ainsi que la pression à la surface de la particule, nous avons comparé nos résultats avec les études antérieures et nous avons observé un bon accord. Par la suite, nous avons étudié l'influence de l'interaction entre trois particules, identiques et co-alignées dans un écoulement laminaire. Nous avons comparé les résultats de notre travail avec les études numériques de LIANG et al. (1996) dans le cas de l'interaction entre trois sphères rigides pour un nombre de Reynolds 53.42 et trois distances entre les particules (0.25, 0.5 et 3). Nous avons calculé l'évolution du coefficient de traînée de chaque particule que nous avons comparé à la configuration de la particule isolée en fonction de ces trois distances qui séparent les sphères et nous avons observé un bon accord. Nos résultats présentent au maximum un écart de 2.1% avec les résultats numériques de LIANG et al et 4% par rapport à leurs résultats expérimentaux. Nous avons généralisé l'étude de l'interaction des particules pour des nombres de Reynolds de 10 à 400 et des distances séparant les trois particules de 2 à 12 fois le diamètre de la particule, enfin nous avons étendu cette étude au cas de l'interaction entre trois bulles.

Nous avons calculé le coefficient de traînée de chaque particule en interaction dans plusieurs configurations (nature des particules, nombre de Reynolds, distance de séparation). Nous avons montré que le coefficient de traînée de chaque particule en interaction est plus petit que celui de la particule isolée. Nous avons constaté que le coefficient de traînée de la particule en tête est plus important que celui des deux autres. En augmentant la distance entre les particules, le coefficient de traînée augmente pour s'approcher de celui de la particule isolée. A dix fois le diamètre, Cette tendance se vérifie presque pour tout les nombres de Reynolds dans le cas de l'interaction entre les bulles. Par la suite, nous avons analysé les profils du rotationnel pour les particules en interaction et la distribution des pressions à la surface de chaque particule en fonction du nombre de Reynolds, de la nature de la particule et surtout de la distance qui sépare ces particules. Nous avons montré que le rotationnel des trois bulles

reste toujours positif, par contre, pour les sphères rigides, nous avons observé une apparition de valeurs négatives. De plus, le rotationnel de la sphère en tête tend plus rapidement vers celui de la sphère isolée que celui des deux autres sphères. Avec l'augmentation de la distance entre les particules, le rotationnel et les pressions au niveau de chaque particule s'approchent de ceux de la particule isolée.

Concernant la prédiction des trajectoires de particules, nous avons utilisé une méthode Lagrangienne pour le suivi des trajectoires dans un écoulement turbulent homogène et isotrope. La production de la turbulence est assurée par une condition de turbulence de grille que nous supposons à l'amont de l'écoulement fluide. Nous avons considéré que les caractéristiques moyennes de l'écoulement fluide sont connues. La sélection des fluctuations de vitesse turbulente est assurée par une méthode probabiliste gaussienne que nous avons développée. La fluctuation est conservée durant un certain temps lié à la turbulence, elle est renouvelée au cours du calcul. Ce renouvellement est donné par le temps caractéristique de turbulence. Nous avons analysé l'influence de plusieurs paramètres (masse volumique, vitesse initiale et gravité) sur les trajectoires. Nous avons analysé les paramètres importants caractérisant la reproduction et le renouvellement des fluctuations de la vitesse turbulente. Par la suite, nous avons étudié l'évolution du temps caractéristique de turbulence au cours du calcul. Enfin nous avons analysé la dispersion des gouttes à la sortie du domaine. Nous avons remarqué que toutes les gouttes identiques, injectées avec les mêmes conditions initiales, n'ont pas les mêmes trajectoires et que la dispersion augmente à la sortie et tout en s'éloignant du point d'injection, provoquant un panache turbulent à la sortie. Nous avons représenté différents histogrammes probabilistes des tirages au sort et du renouvellement des fluctuations de vitesse turbulente dans les deux directions. Et enfin, nous avons déterminé l'importance de la turbulence sur la prédiction des trajectoires en analysant les différentes formes de l'enveloppe provoquée par le panache turbulent.

A la lumière de nos résultats et analyses, plusieurs perspectives par la suite de cette étude sont envisageables. Tout d'abord, d'un point de vue expérimental, il serait intéressant d'étudier l'évaporation de gouttelettes multi-constituantes et l'influence des interactions entre les gouttelettes. Par la suite, il serait intéressant de mettre en place un dispositif expérimental pour l'étude de la dispersion de particules dans un écoulement turbulent.

Il pourrait être également intéressant d'élargir l'étude numérique de l'interaction entre les particules afin d'analyser l'influence de la viscosité de la phase dispersée en tenant compte de

l'écoulement à l'intérieur des particules fluides. Ce travail peut être complété par l'étude du transfert de matière et/ou de chaleur au niveau de plusieurs particules.

En ce qui concerne la dispersion des particules dans un écoulement turbulent et en s'appuyant sur nos résultats et conclusions, il est envisageable de développer un modèle plus complet, qui prend en compte le couplage entre les mécanismes de turbulence et de transfert de chaleur et de masse ainsi que les phénomènes d'interaction entre les particules. Le modèle complet permettra de simuler la dispersion des particules solides ou fluides dans des écoulements turbulents complexes comme les jets diphasiques réactifs ou le transport de particules dans des locaux ventilés.

# Annexes

---

---

- Annexe I Caractéristiques physico-chimiques des substances.
- Annexe II Ecoulement autour d'une particule isolée.
- Annexe III Interaction entre les particules.
- Annexe IV. 1 Générateur des nombres aléatoires.
- Annexe IV. 2 Décomposition de la fonction de probabilité par la méthode des aires.
- Annexe IV. 3 Calcul de la fluctuation de vitesse turbulente.
- Annexe IV. 4 Turbulence homogène et isotrope.
- Annexe IV. 5 Evolution du temps caractéristique de turbulence.
- Annexe IV. 6 Evolution du nombre Reynolds et du coefficient de traînée.
- Annexe IV. 7 Dispersion des gouttes en sortie.
- Annexe IV. 8 Probabilité de renouvellement des fluctuations de vitesse.

**Annexe I : Caractéristiques physico-chimiques des substances**

Nous exposerons ici, les propriétés physico-chimiques des différentes substances (eau, 2-éthyl-1-hexanol, éthanol et air) utilisé dans les équations d'évaporation.

**Eau**

$$\begin{aligned}
 T_c &= 647.13 && [K] \\
 T_b (1 \text{ atm}) &= 373.15 && [K] \\
 P_c &= 217.66 && [atm] \\
 M &= 18 && [g / mol] \\
 \lambda &= -0.432 + 0.0057255T - 8.078 \cdot 10^{-6} T^2 + 1.86110^{-9} T^3 && [W / m / K] \\
 \sigma &= 0.18548 (1 - (T / T_c))^{(2.717 - 3.554(T / T_c) + 2.047(T / T_c)^2)} && [N / m] \\
 \rho &= \frac{5.459}{0.30542 \left( 1 + (1 - (T / T_c))^{0.081} \right)} M && [kg / m^3] \\
 \mu &= \exp \left( -52.843 + \left( \frac{3703.6}{T} \right) + 5.866 \ln(Tl) - 5.879 \cdot 10^{-29} T^{10} \right) && [Pa.s] \\
 C_p &= 276370 - 2090.1T + 8.125 T^2 - 0.014116 T^3 + 9.3701 \cdot 10^{-6} T^4 && [J / kmol / K] \\
 P_v^{sat} &= \exp \left( 73.649 - \frac{7258.2}{T} - 7.3037 \ln(T) + 4.1653 \cdot 10^{-6} T^2 \right) && [Pa] \\
 L_v &= 52.053 \cdot 10^6 (1 - (T / T_c))^{(0.3199 - 0.212(T / T_c) + 0.25795(T / T_c)^2)} && [J / kmol]
 \end{aligned}$$

**Ethanol**

$$\begin{aligned}
 T_c &= 513.92 && [K] \\
 T_b (1 \text{ atm}) &= 329.21 && [K] \\
 P_c &= 60.67 && [atm] \\
 M &= 46.069 && [g / mol] \\
 \lambda &= 0.2426 - 0.000264T && [W / m / K] \\
 \sigma &= 0.03764 - 2.157 \cdot 10^{-5} T - 1.025 \cdot 10^{-7} T^2 && [N / m] \\
 \rho &= \frac{1.648}{0.27627 \left( 1 + (1 - (T / T_c))^{0.2331} \right)} M && [kg / m^3] \\
 \mu &= \exp \left( 7.875 + \frac{781.98}{T} - 3.0418 \ln(Tl) \right) && [Pa.s] \\
 C_p &= 102640 - 139.63T - 0.03T^2 + 2.038 \cdot 10^{-3} T^3 && [J / kmol / K] \\
 P_v^{sat} &= \exp \left( 74.475 - \frac{7164.3}{T} - 7.327 \ln(Tl) + (3.134 \cdot 10^{-6} T^2) \right) && [Pa] \\
 L_v &= 56.90 \cdot 10^6 (1 - (T / T_c))^{0.3359} && [J / kmol]
 \end{aligned}$$

**2-Ethyl-1-hexanol**

$$\begin{aligned}
 T_c &= 640.25 && [K] \\
 P_c &= 26.94 && [atm] \\
 M &= 130.23 && [g/mol] \\
 \lambda &= 0.21345 - 0.0002412T && [W/m/K] \\
 \sigma &= 0.05552 (1-(T/T_c))^{1.188} && [N/m] \\
 \rho &= \frac{0.5387}{0.26127(1+(1-(T/T_c)))^{0.2773}} M && [kg/m^3] \\
 \mu &= \exp\left(-12.037 + \frac{2838.8}{T} - 0.41553 \ln(T)\right) && [Pa.s] \\
 C_p &= 23.5 \cdot 10^4 - 537T + 2.706T^2 && [J/kmol/K] \\
 P_v^{sat} &= \exp\left(425.12 - \frac{22952}{T} - 63.556 \ln(T) + 5.66 \cdot 10^{-2}T\right) && [Pa] \\
 L_v &= 9.132 \cdot 10^7 (1-(T/T_c))^{0.53} && [J/kmol]
 \end{aligned}$$

**Air**

$$\begin{aligned}
 \rho &= 3.88066 - 0.0159448T + 0.286392 \cdot 10^{-4}T^2 - 0.189838 \cdot 10^{-7}T^3 && [kg/m^3] \\
 \mu &= 0.1005 + 0.07848T - 0.6696 \cdot 10^{-4}T^2 + 0.3376 \cdot 10^{-7}T^3 && [Pa.s] \\
 C_p &= 0.244388 - 4.20419 \cdot 10^{-5}T + 9.61128 \cdot 10^{-8}T^2 - 1.16383 \cdot 10^{-11}T^3 && [J/kmol/K] \\
 D_g &= \frac{0.425T^{(3/2)}}{P\left(\frac{MT_b}{\sigma}\right)} && [cm^2/s]
 \end{aligned}$$

**Annexe II : Écoulement autour d'une particule isolée**

Ces figures représentent et complètent l'analyse ainsi que la validation de notre modèle pour une particule isolée (bulle et sphère rigide) à différents nombres de Reynolds ( $Re = 10$  et  $300$ ).

Nous représentons les lignes de courant et la distribution des profils du rotationnel.

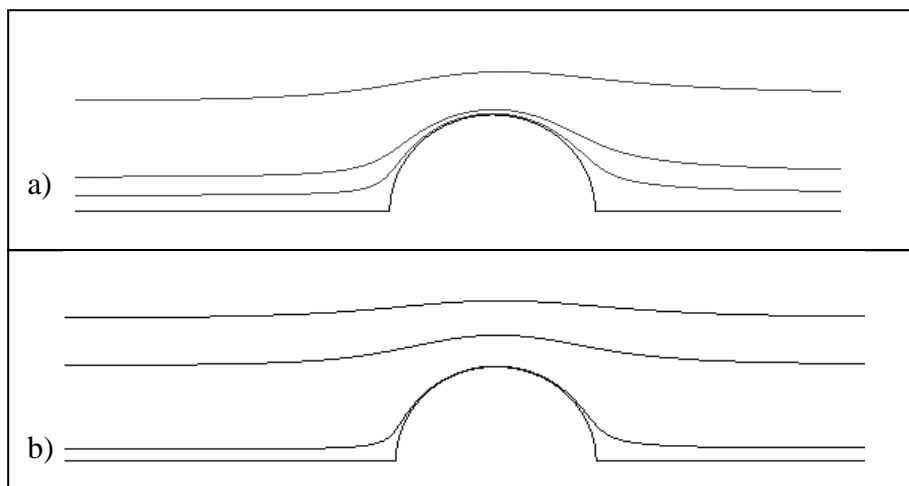


Figure AII.1 : Représentation des lignes de courant autour d'une bulle isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute. a)  $Re = 10$ , b)  $Re = 300$ .

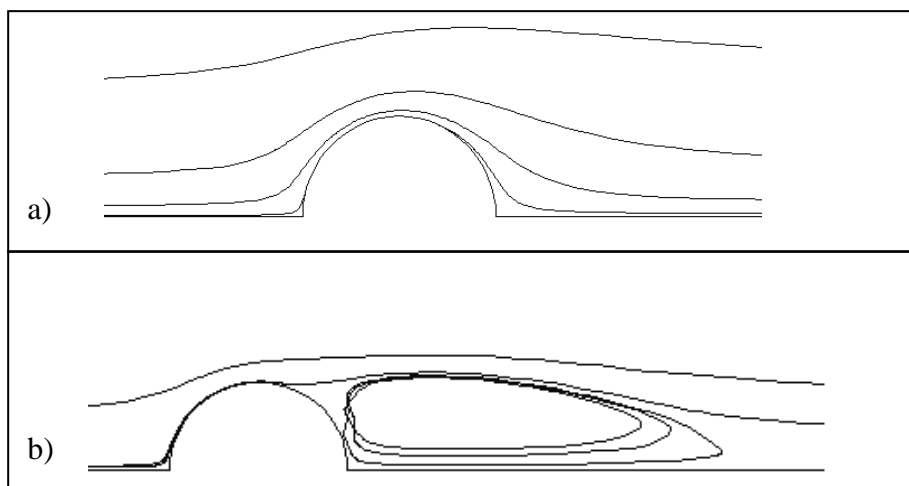


Figure AII.2 : Représentation des lignes de courant autour d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute. a)  $Re = 10$ , b)  $Re = 300$ .

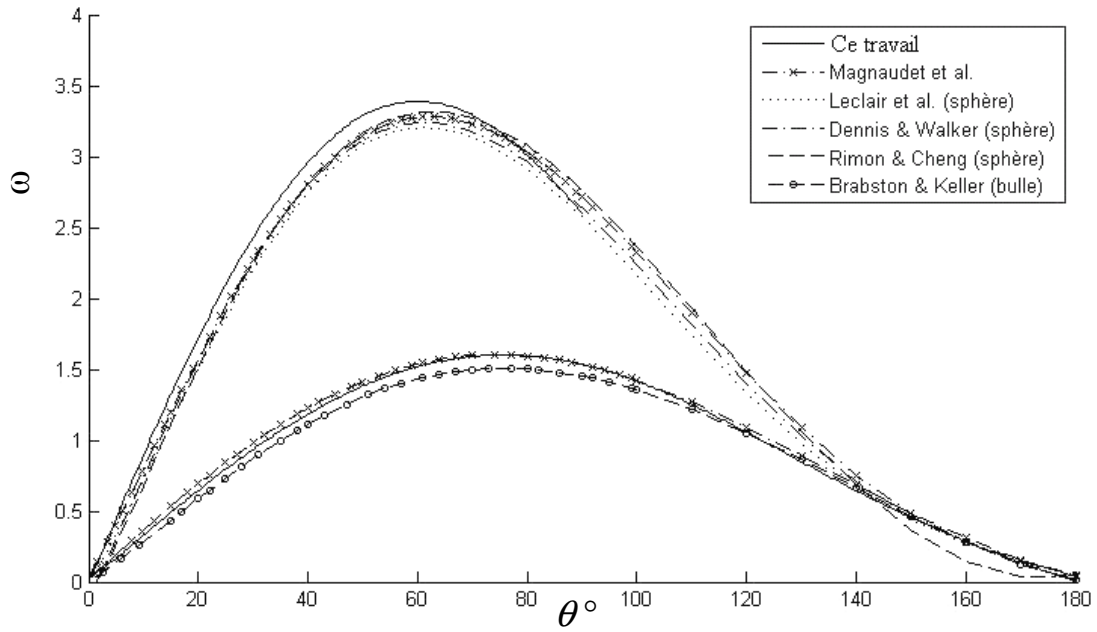


Figure AII.3 : Rotationnel à la surface d'une bulle d'air et d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 10$ .

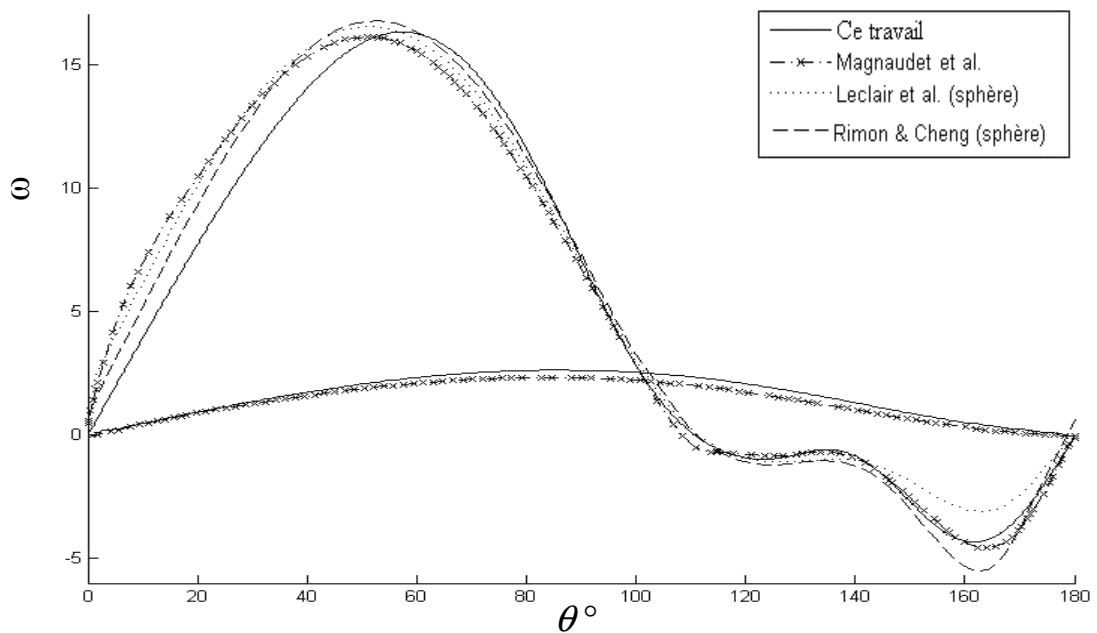


Figure AII.4 : Rotationnel à la surface d'une bulle d'air et d'une sphère rigide isolée en mouvement à sa vitesse terminale de chute,  $Re = 300$ .



### Annexe III : Interaction entre les particules

Ces figures représentent et complètent les résultats sur l'étude du rotationnel pour les particules en interaction (bulle et sphère rigide) à différents nombres de Reynolds ( $Re = 10$  et  $300$ ) et différentes distances  $l/d$  (1, 5 et 12).

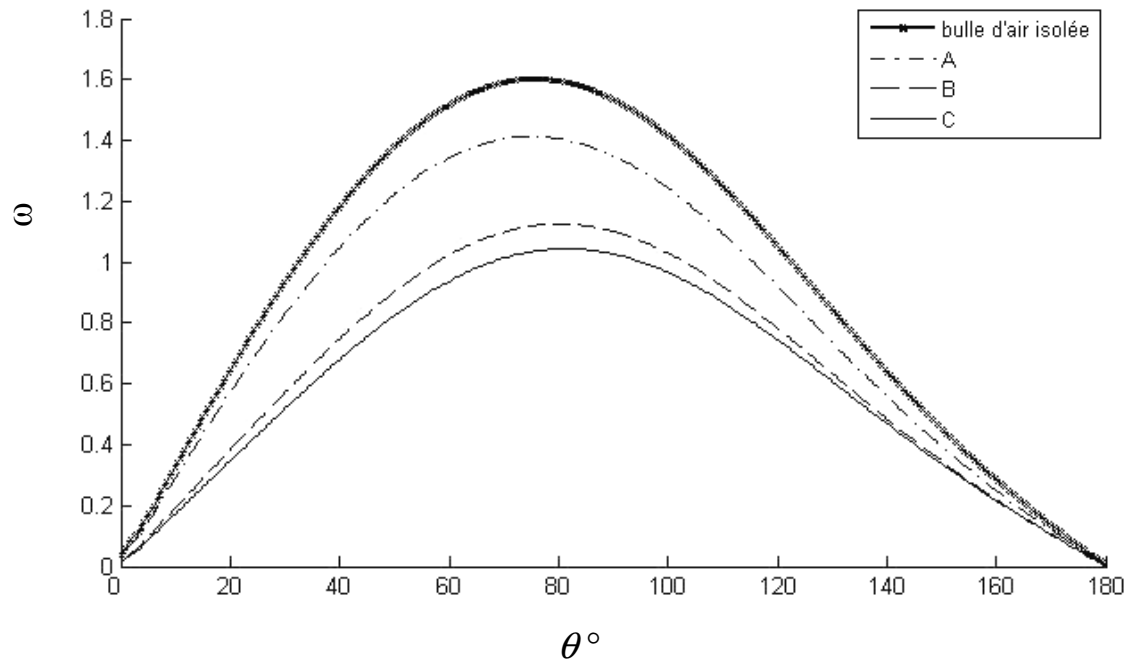


Figure AIII.1 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 10$ ,  $l/d=2$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

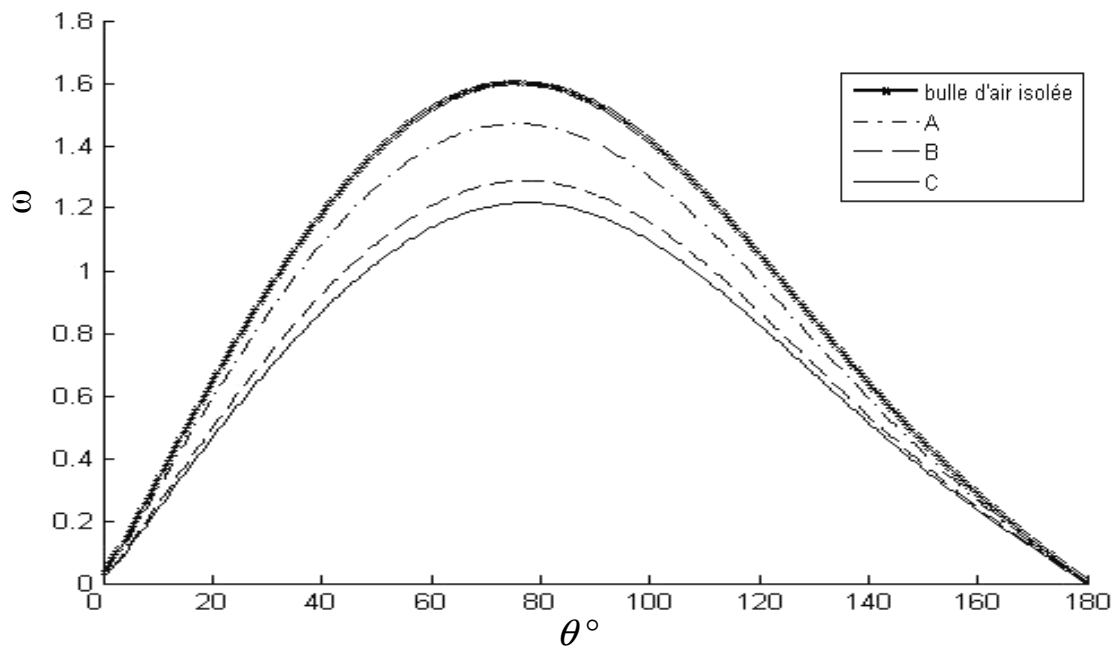


Figure AIII.2 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 10$ ,  $l/d=5$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

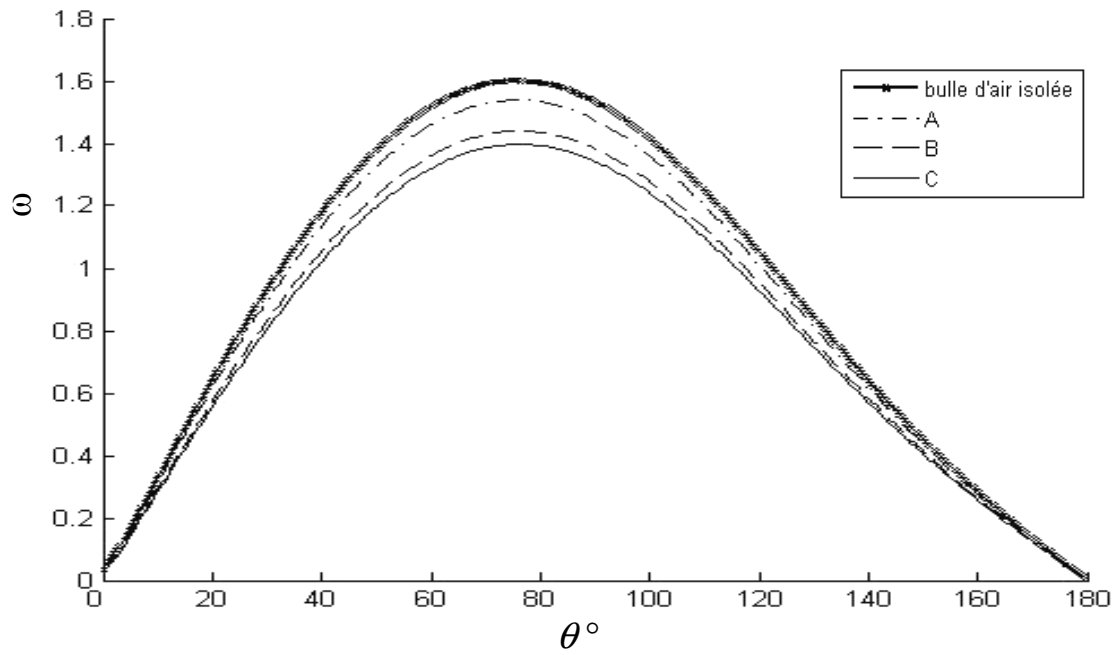


Figure AIII.3 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 10$ ,  $l/d=12$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

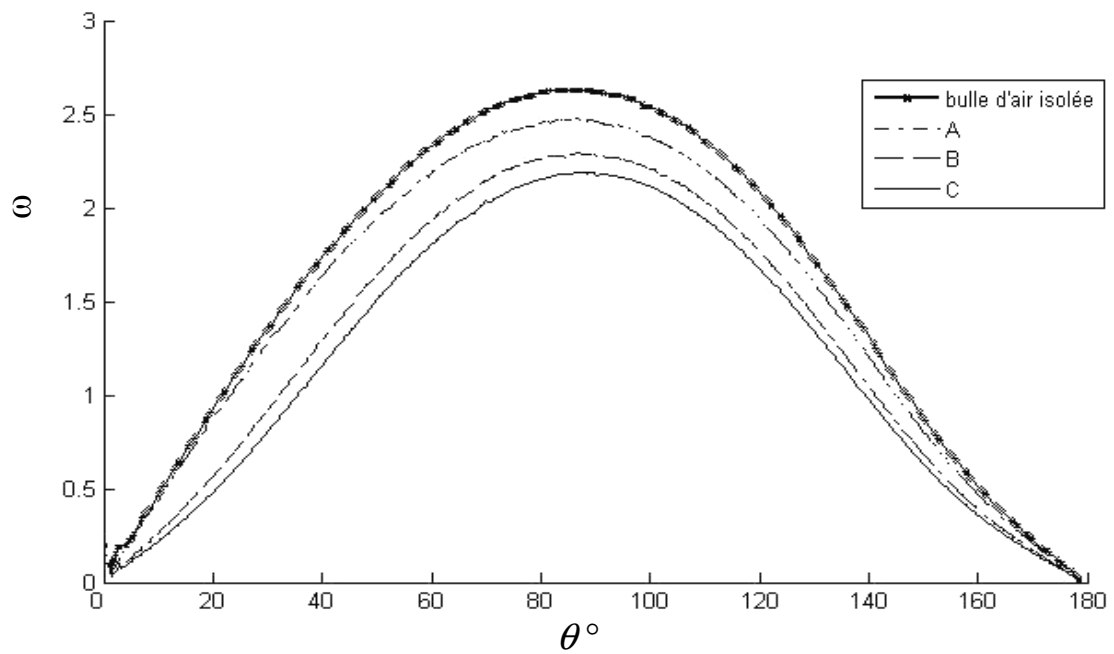


Figure AIII.4 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d=2$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

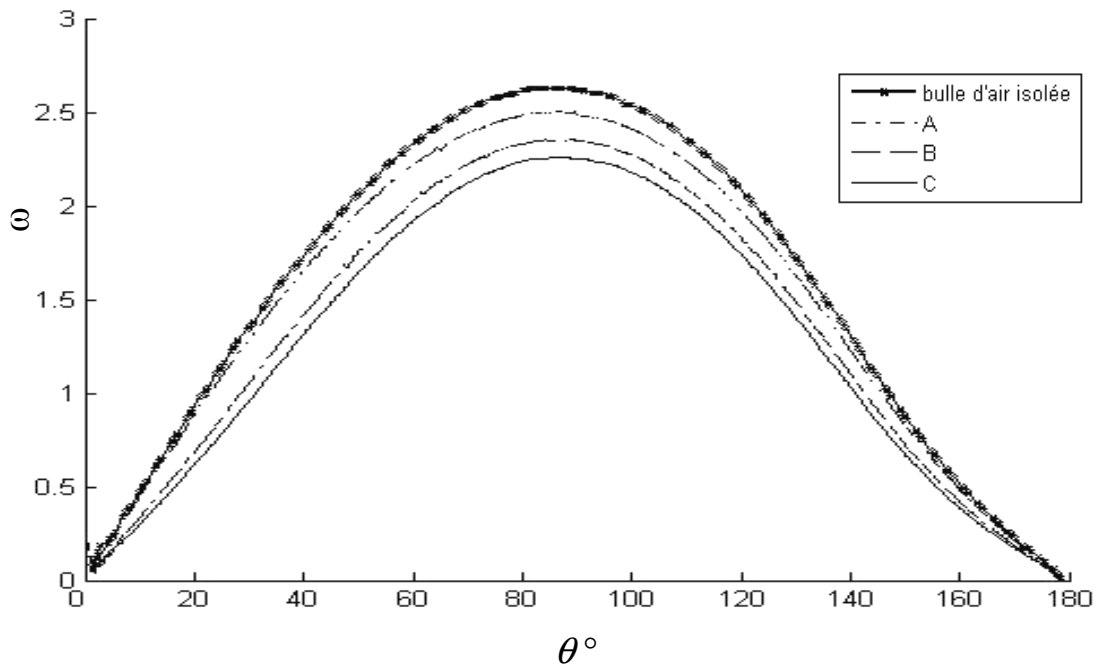


Figure AIII.5 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d=5$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

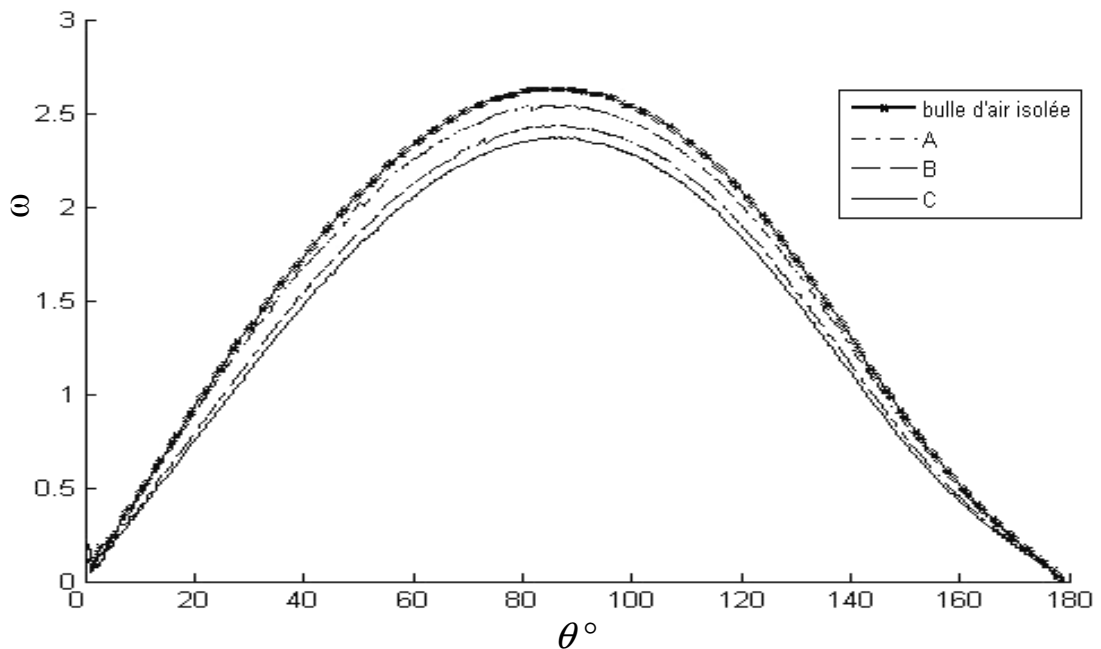


Figure AIII.6 : Rotationnel des trois bulles (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d=12$ , comparaison avec celui de la bulle isolée.

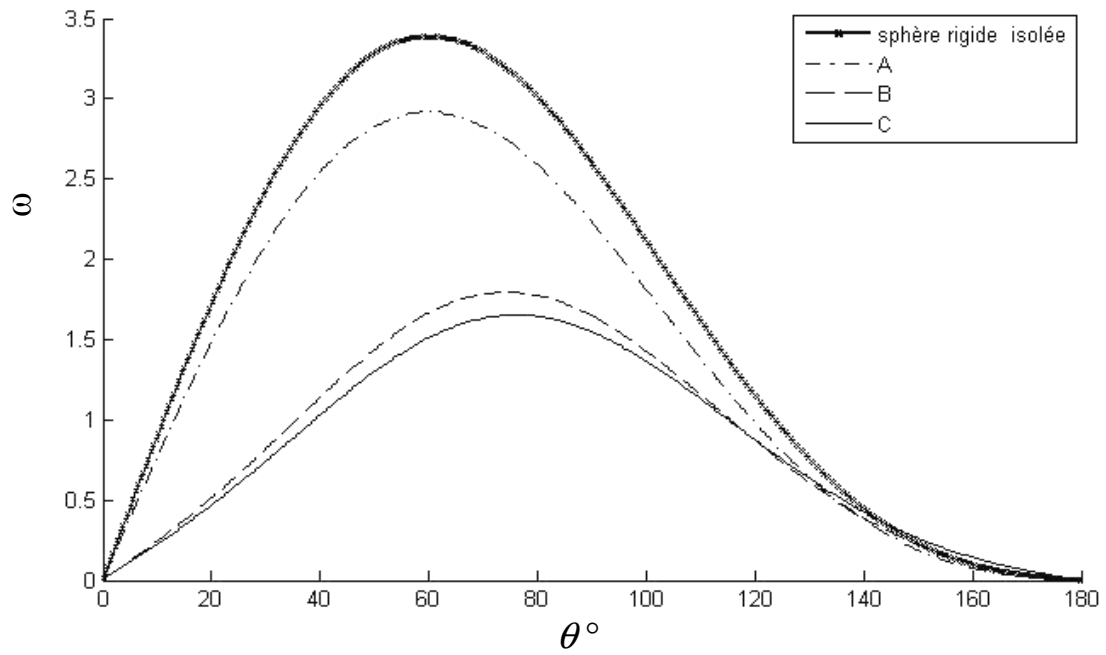


Figure AIII.7 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 10$ ,  $l/d=2$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

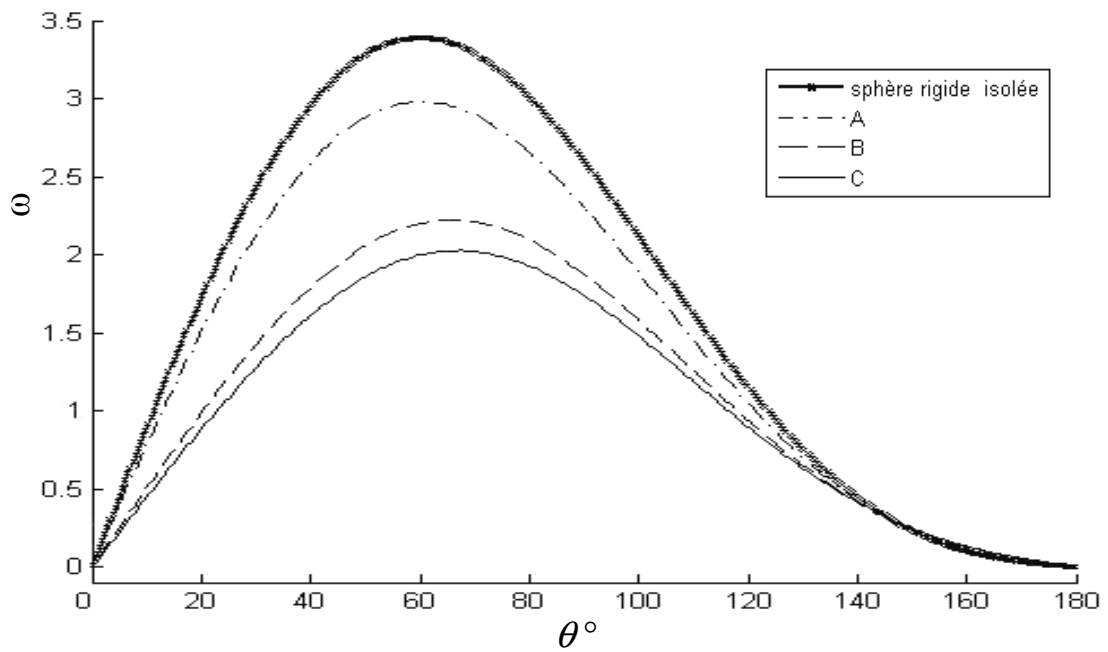


Figure AIII.8 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction  $Re = 10$ ,  $l/d=5$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

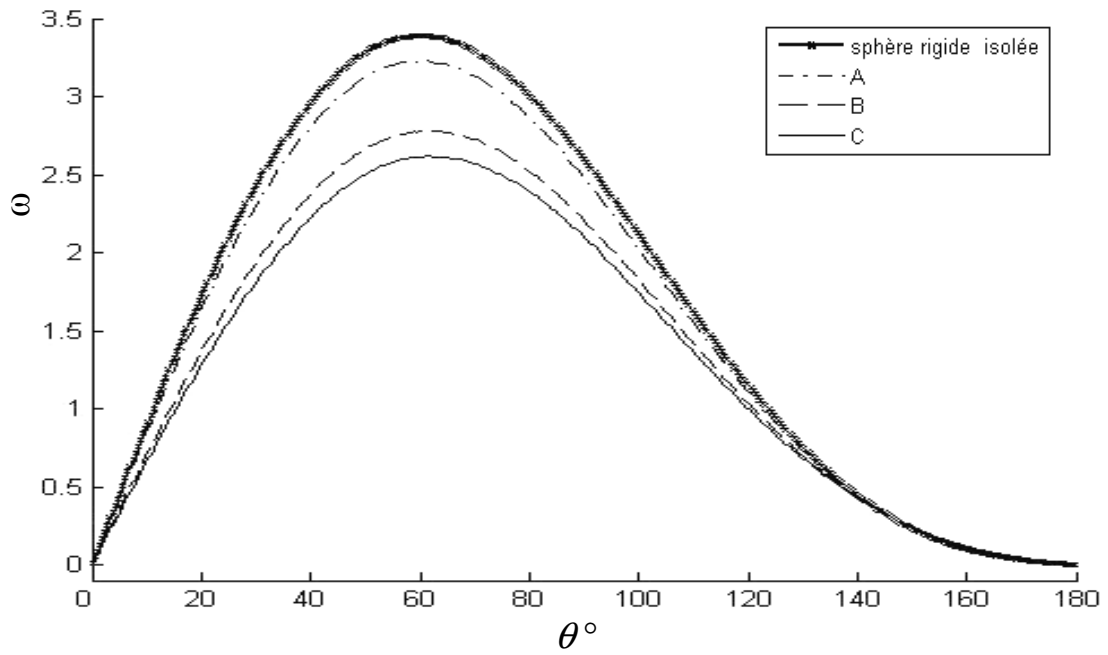


Figure AIII.9 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 10$ ,  $l/d=12$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

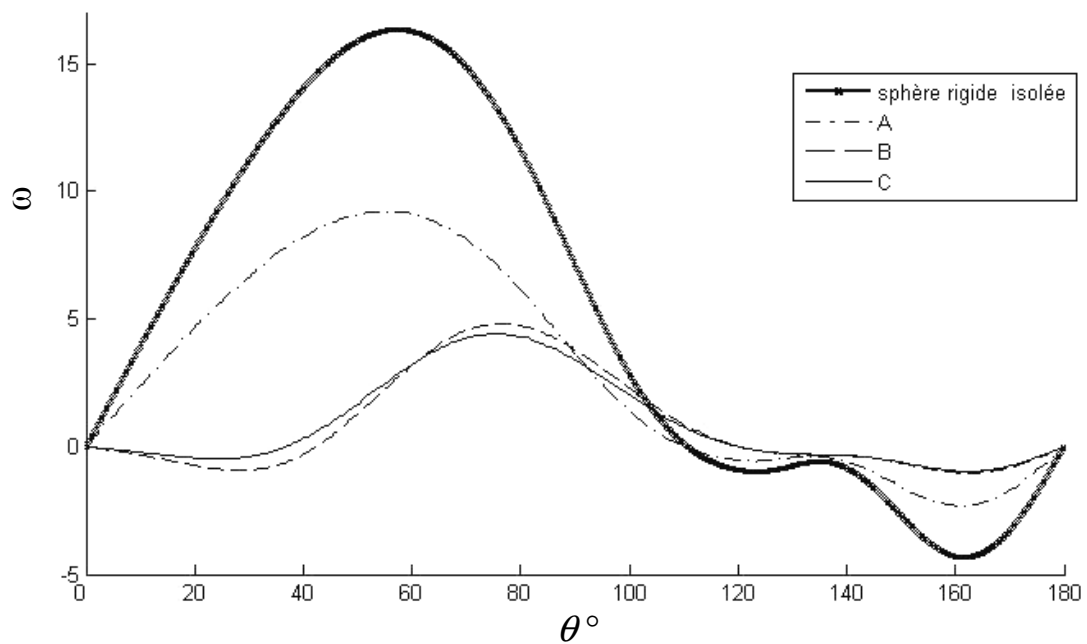


Figure AIII.10 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d=2$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

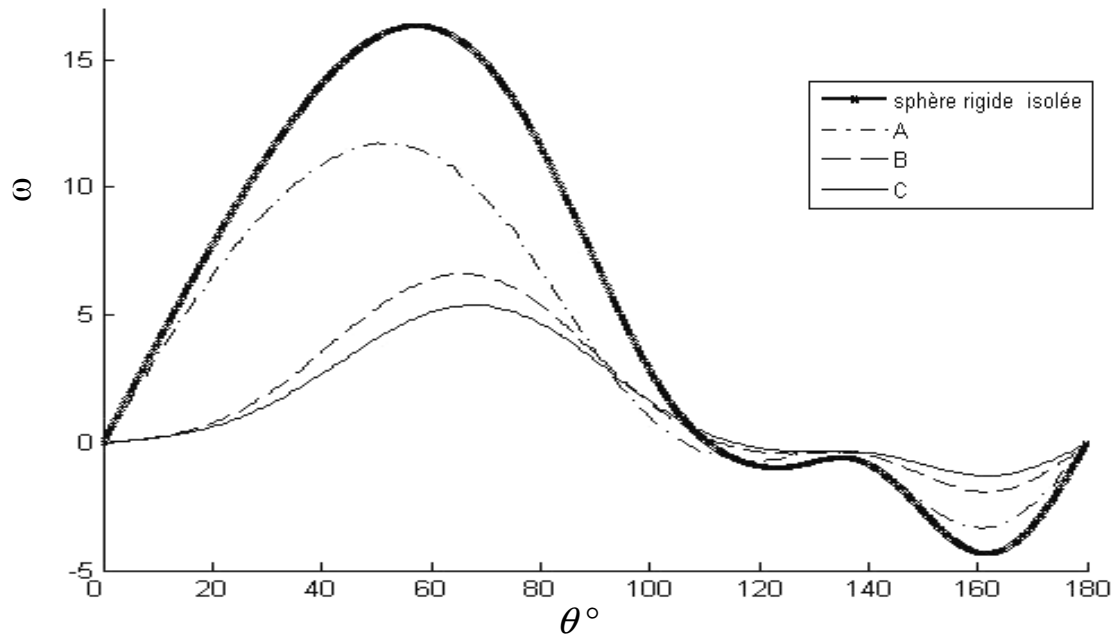


Figure AIII.11 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction  $Re = 300$ ,  $l/d=5$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

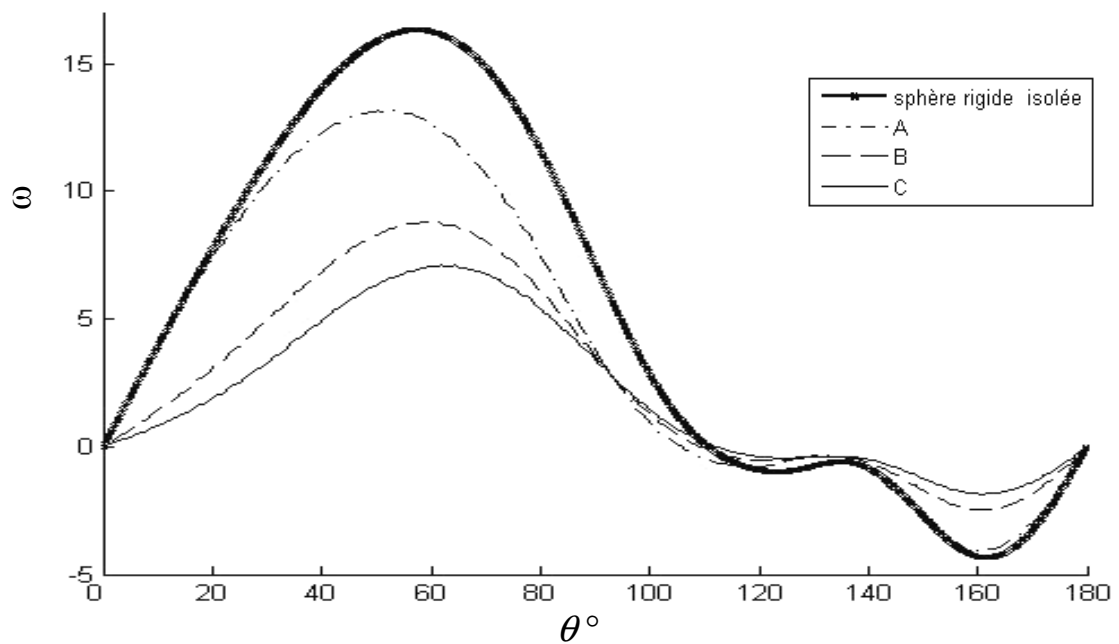


Figure AIII.12 : Rotationnel des trois sphères rigides (A, B, C) en interaction,  $Re = 300$ ,  $l/d=2$ , comparaison avec celui de la sphère isolée.

## Annexe IV. 1 : Générateur des nombres aléatoires

La réalisation de variables aléatoires uniformément distribuées sur un segment  $[0 ; 1]$  est généralement obtenue à partir d'une suite de récurrence. Cette méthode est la plus courante, basé sur la méthode des congruences linéaires proposée en 1949 par LEHMER .Ce dernier défini ce générateur de la manière suivante :

On choisit un entier  $k$  et on travaille dans le groupe  $\mathbb{Z}_k$  des entiers modulo  $k$  .

Soient  $a , b \in \mathbb{Z}_k$ . Le générateur linéaire est donné par la relation de récurrence suivante :

$$x_{N+1} = (a x_N + b) [k] \quad \text{IV annexe. 1}$$

Avec  $k$  est le module du générateur,  $a$  est son multiplicateur,  $b$  est son incrément et  $x_0$  est son germe. Ces entiers sont convenablement choisis, le choix est effectué de façon à assurer l'indépendance et la distribution uniforme de  $x_N$ , ainsi qu'une période la plus grande possible. Lorsque  $b = 0$ , on parle d'un générateur multiplicatif à congruences linéaires. Ce choix va nous ramener à générer des nombres aléatoires réels, nous avons utilisé la formulation suivante :

$$x_{N+1} = a x_N [2^m] \quad \text{IV annexe. 2}$$

Avec :  $a = 3$ ,  $x_0 = 1$  et  $m = 120$

Les nombres aléatoires sont représentés sur le segment  $[0 , 1]$ , ces nombres sont calculés en divisant le résultat de l'équation (IV annexe. 2) sur le module du générateur, ce qui donne

$$r_N = \frac{x_N}{2^m} \quad \text{IV annexe. 3}$$

Nous avons cherché à évoquer l'uniformité de la distribution donnée à l'équation (IV annexe. 2), ainsi nous avons testé ce générateur pour un  $N$  nombre aléatoire donné. Nous représentons ces  $N = 2000 ; 10\ 000 ; 60\ 000$  premières valeurs du générateur respectivement. Nous avons remarqué que le générateur se stabilise après  $N = 1000$ , de ce fait nous avons enlevé les premières 1000 valeurs.

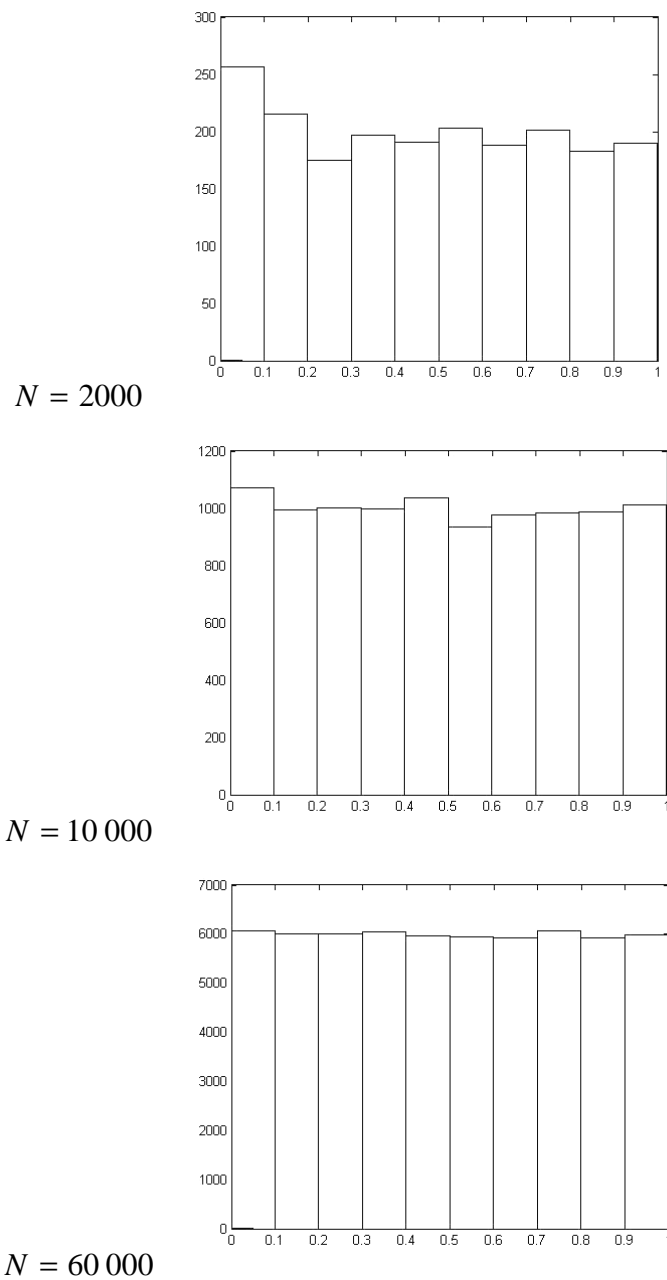


Figure AVI.1 : Histogramme de la distribution uniforme des  $N=2000$ ;  $10000$ ;  $60000$  respectivement

Nous constatons que l'uniformité de la distribution se matérialise en augmentant le volume des nombres aléatoires, ceci dit que pour  $N = 60\ 000$ , la distribution est quasi-normalisée et nous considérons que pour ce nombre donné d'éléments, le générateur utilisé est uniforme ainsi il répond à nos exigences.



## Annexe IV. 2 : Décomposition de la fonction de probabilité par la méthode des aires

La décomposition de la fonction de densité de probabilité par la technique des rectangles est représentée référence chapitre 4. Les figures suivantes représentent :

- les aires de la fonction de probabilité pour différent écarts-types ( $\sigma_\psi = 0.1$  et  $0.3$ ).

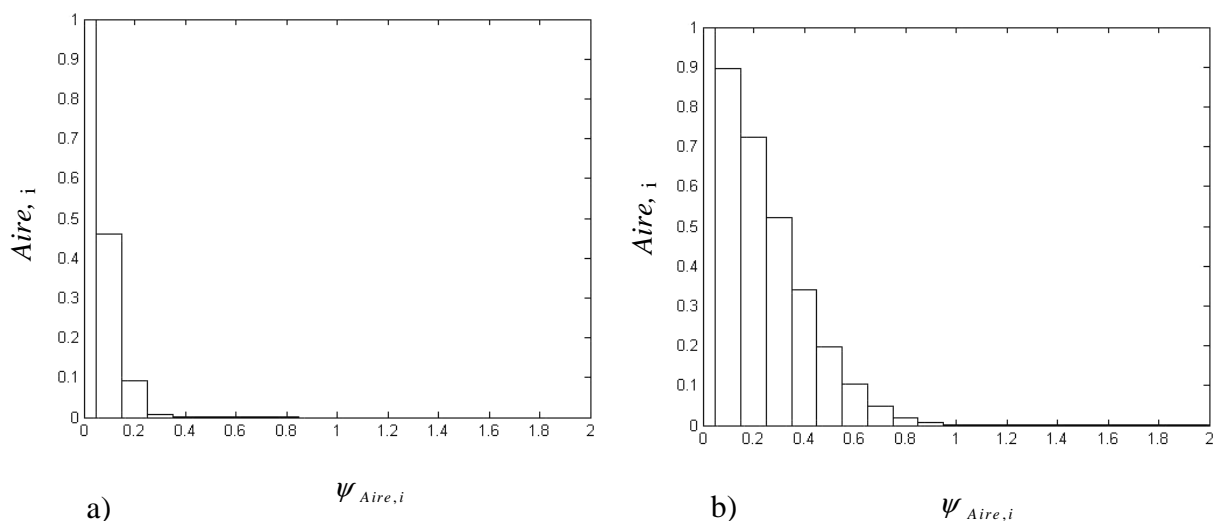


Figure AVI.2 : Représentation des aires de la fonction de probabilité :

a) :  $\sigma_\psi = 0.1$  , b) :  $\sigma_\psi = 0.3$

- et les aires cumulées successivement associées.

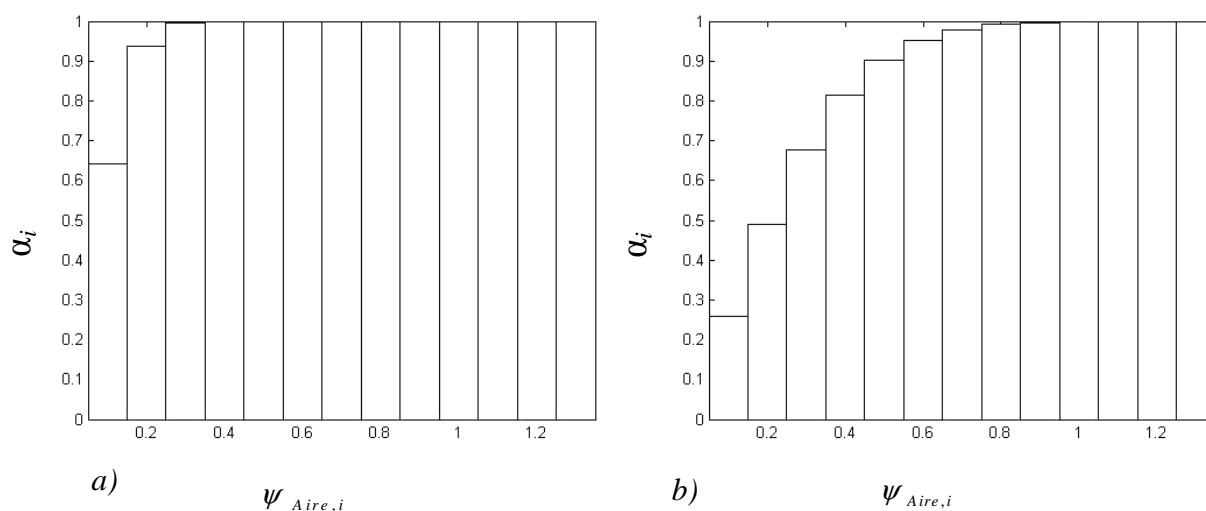


Figure AVI.3 : Représentation des aires cumulées de la fonction de probabilité :

a) :  $\sigma_\psi = 0.1$  , b) :  $\sigma_\psi = 0.3$

### Annexe IV. 3 : Calcul de la fluctuation de vitesse turbulente

L'équation IV. 13, donnée au chapitre 4 (paragraphe 3. 3. 3) paramètre le signe de la fluctuation de vitesse turbulente aussi nous avons étudié l'influence du signe de la fluctuation sur la forme de la gaussienne : nous avons essayé de voir l'influence du troisième nombre aléatoire  $\delta$ .

Avant notre choix, nous avons représenté d'autres cas de tirages de la troisième variable aléatoire  $\delta$  qui conduisent à des formes différentes de distributions. Nous avons retenu de présenter quatre cas de paramétrage et les distributions sont représentées sur les figures suivantes.

$$\begin{aligned}
 & u'(\beta) = \xi * |u'(\beta)| \\
 - & \xi = -1 \quad \text{si } 0 \leq \delta < 0.5 \\
 & \xi = +1 \quad \text{si } 0.5 \leq \delta \leq 1
 \end{aligned}
 \qquad \text{IV annexe. 4 a}$$

$$\begin{aligned}
 & u'(\beta) = \xi * |u'(\beta)| \\
 - & \xi = -1 \quad \text{si } \begin{cases} \delta < 0.3 \\ \delta > 0.7 \end{cases}
 \end{aligned}
 \qquad \text{IV annexe. 4 b}$$

$$\begin{aligned}
 & u'(\beta) = \xi * |u'(\beta)| \\
 - & \xi = -1 \quad \text{si } \begin{cases} \delta < 0.1 \\ 0.2 < \delta < 0.3 \\ 0.4 < \delta < 0.5 \\ 0.6 < \delta < 0.7 \end{cases}
 \end{aligned}
 \qquad \text{IV annexe. 4 c}$$

$$\begin{aligned}
 & u'(\beta) = \xi * |u'(\beta)| \\
 - & \xi = -1 \quad \text{si } \begin{cases} \delta < 0.15 \\ 0.4 < \delta < 0.6 \\ \delta > 0.85 \end{cases}
 \end{aligned}
 \qquad \text{IV annexe. 4 d}$$

Nous avons remarqué que la forme des gaussiens est directement lié à la segmentation du signe de la fluctuation. En augmentant le nombre de segments, nous avons observé une meilleur distribution de la gaussienne comme représenté sur les figures ci-dessous qui représente les équations IV annexe. 4 (a, b, c et d).

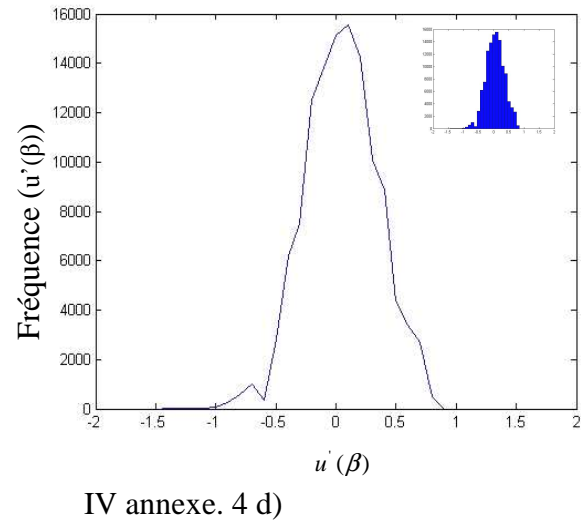
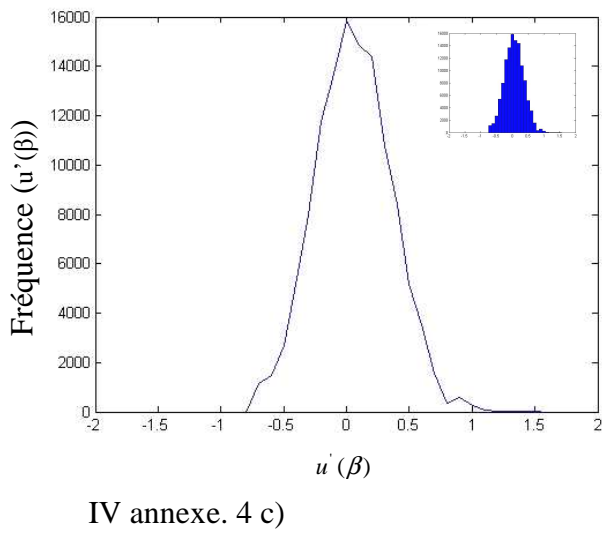
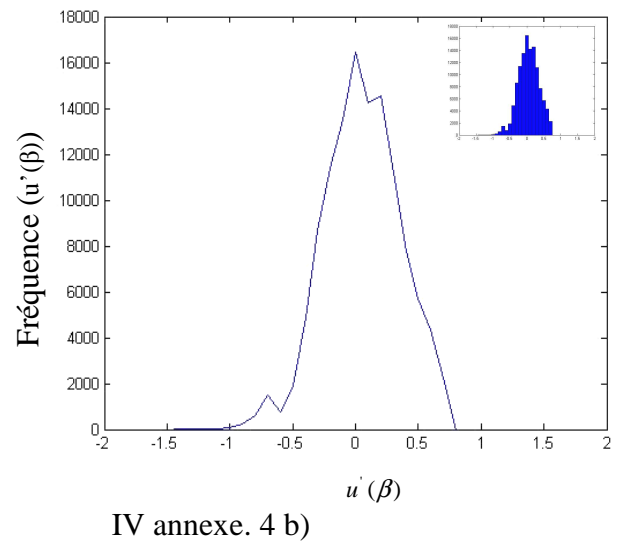
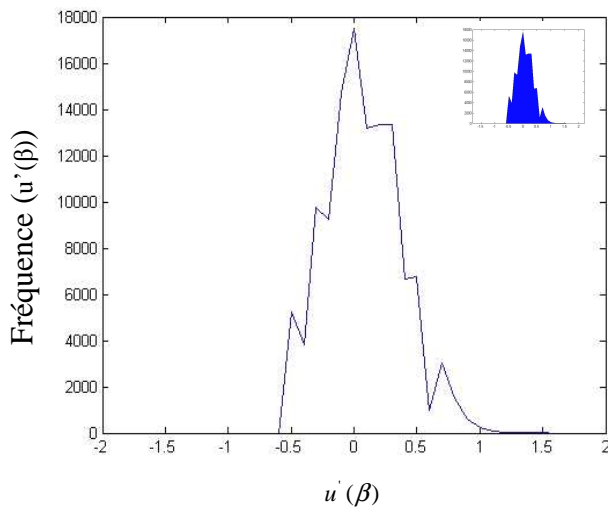


Figure AVI.4 : Reconstitution en gaussienne des fluctuations de vitesse turbulente en correspondance avec les conditions sur le signe du troisième nombre aléatoire  $\delta$ .

## Annexe IV.4 : Turbulence homogène et isotrope

La turbulence homogène et isotrope permet de mettre en évidence certaines caractéristiques essentielles. Nous rappelons ici, les propriétés importantes d'un écoulement turbulent homogène et isotrope. Par définition (BAILLY & COMTE-BELLOT), toutes les moyennes d'ensemble associées à l'état turbulent sont invariantes vis-à-vis de toute translation, rotation par rapport à un axe de symétrie par rapport à un plan. En exprimant les composantes du champ de vitesse telle que :  $(u, v, w) = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) + (u', v', w')$

Les principales conséquences de la turbulence homogènes et isotrope sont :

- ◆  $\overline{v'^2} = \overline{w'^2}$
- ◆  $\overline{u'v'} = 0$
- ◆  $\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = 0$

L'énergie cinétique de turbulence est donnée par KOLMOGOROV :  $k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2}$ .

Et d'autre part, l'équation exacte pour l'énergie cinétique de turbulence peut être écrite sous sa forme tensorielle où  $i$  variant de 1 à 3 pour désigner les trois dimensions d'espace, et les termes faisant intervenir l'indice  $j$  sont sommés dans chaque équation pour les trois valeurs de  $j$  peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_i u_j}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u_j p'}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon \quad \text{IV annexe. 8}$$

$$\text{Sachant que : } \begin{cases} u(x, y, z) = \bar{u}(x, y, z) + u'(x, y, z) & i=1 \\ v(x, y, z) = \bar{v}(x, y, z) + v'(x, y, z) & i=2 \\ w(x, y, z) = \bar{w}(x, y, z) + w'(x, y, z) & i=3 \end{cases} \quad \text{IV annexe. 9}$$

Grace à l'hypothèse de la turbulence homogène et isotrope, nous pouvons déduire que les termes  $\overline{u_i u_j}$ ,  $\frac{\partial \overline{u_i u_i u_j}}{\partial x_j}$  et  $\frac{\partial \overline{u_j p'}}{\partial x_j}$  sont nuls et de plus, nous supposons que l'écoulement est permanent, ce qui donne alors que  $\partial k / \partial t = 0$ . Enfin, une dernière approximation, dans le cas de la turbulence de grille, qui nous conduit à négliger le terme des effets visqueux pour des grands nombres de Reynolds. L'équation de l'énergie cinétique de

turbulence devient  $u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\varepsilon$ .

### Annexe IV. 5 : Evolution du temps caractéristique de turbulence

Nous avons poursuivi notre analyse sur l'évolution du temps de turbulence  $t_{turb}(x_a, y_a)$ , des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  ainsi que le  $dt_i(x, y, t)$  en fonction du nombre d'itérations  $it$ . Cette étude est réalisée dans plusieurs configurations : diamètres différents ( $d=10$  et  $100 \mu m$ ), vitesse initiale d'injection différente ( $u_{0, goutte} = 0; 7$  et  $14 m/s$ ), présence ou absence du champ de gravité pour une trajectoire.

Nous avons représenté la variation en fonction du nombre d'itérations :

- du temps turbulence  $t_{turb}(x_a, y_a)$  (+),
- des valeurs des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  (X) et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  (O),
- ainsi que du pas de temps  $dt_i(x, y, t)$  (ligne continue),  $d=10$  et  $100 \mu m$   
 $u_{0, goutte} = 0; 7; 14 m/s$ , écoulement avec et sans gravité.

Comme analysé dans le chapitre 4 (paragraphe 4. 2. 4), l'écart entre le pas de temps ( $dt_i(x, y, t)$ ) et le temps de turbulence  $t_{turb}(x_a, y_a)$  augmente au fur et à mesure que nous avançons dans le calcul de plus la fréquence de renouvellement des fluctuations est plus importante au début du calcul, ce qui confirme que les échelles de turbulence sont plus petites au début et augmentent fur et à mesure de l'avancement de la goutte dans le domaine qui justifie la dispersion des particules à la sortie du domaine.

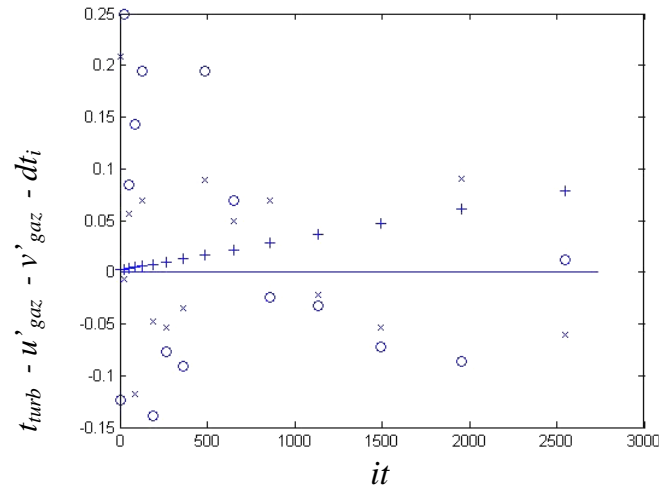


Figure AVI.5 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a, y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x, y, t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  (O),  $dt_i(x, y, t)$  (ligne continue),  $d=10 \mu\text{m}$   $u_{0, goutte} = 0; 7; 14 \text{ m/s}$ , écoulement avec et sans gravité.

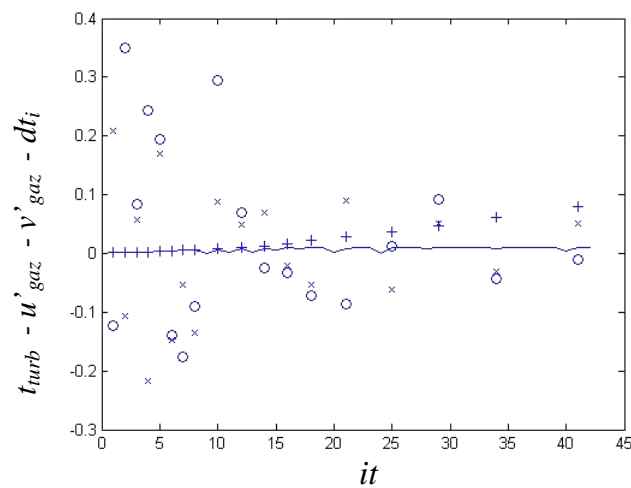


Figure AVI.6 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a, y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x, y, t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  (O),  $dt_i(x, y, t)$  (ligne continue),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, goutte} = 0 \text{ m/s}$ , écoulement en absence de gravité.

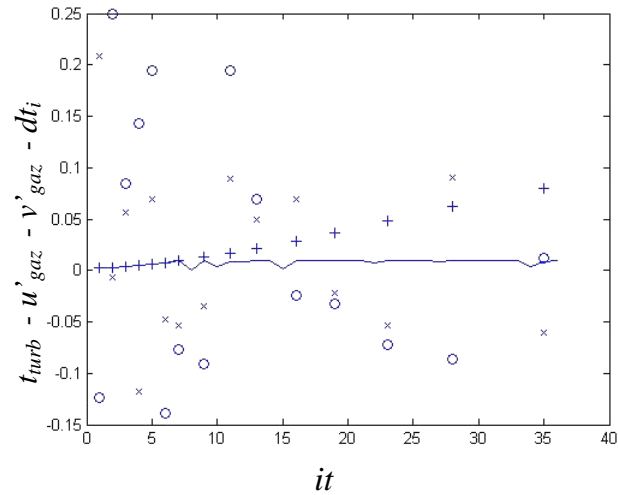


Figure AVI.7 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x,y,t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x,y,t)$  (O),  $dt_i(x,y,t)$  (ligne continue),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0,goutte} = 7 \text{ m/s}$ , écoulement en absence de gravité.

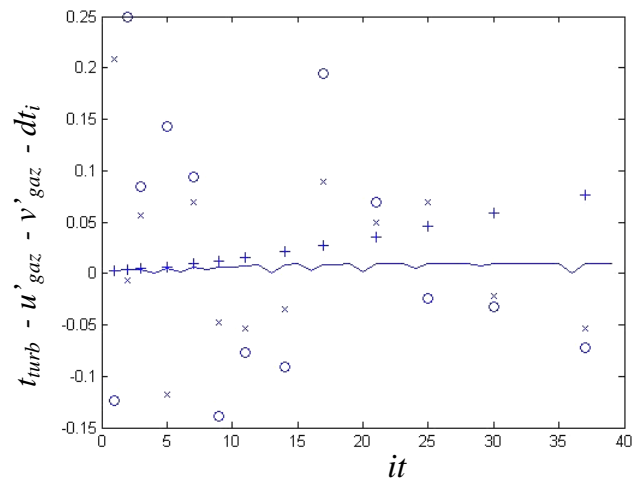


Figure AVI.8 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x,y,t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x,y,t)$  (O),  $dt_i(x,y,t)$  (ligne continue),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0,goutte} = 14 \text{ m/s}$ , écoulement en absence de gravité.

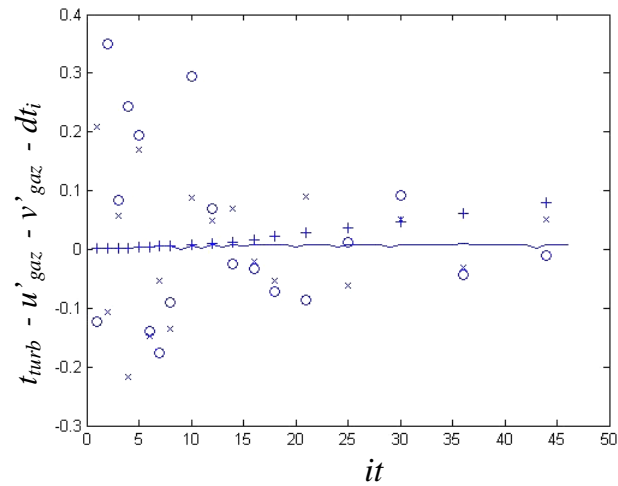


Figure AVI.9 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a, y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x, y, t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  (O),  $dt_i(x, y, t)$  (ligne continue),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, goutte} = 0 \text{ m/s}$ , écoulement en présence de gravité.

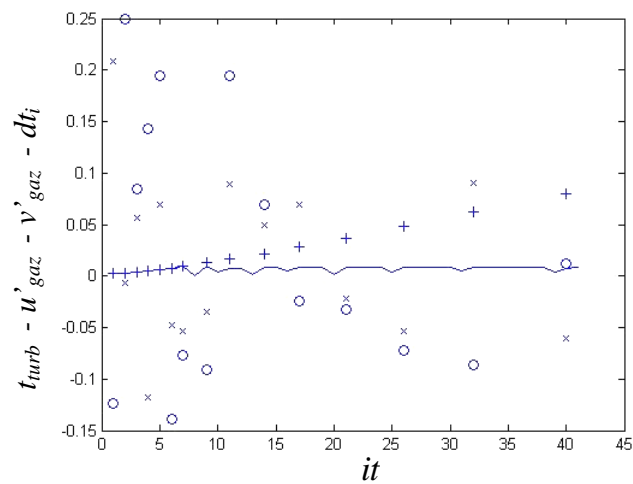


Figure AVI.10 : Variation en fonction du nombre d'itérations :  $t_{turb}(x_a, y_a)$  (+),  $u'_{gaz}(x, y, t)$  (x) et  $v'_{gaz}(x, y, t)$  (O),  $dt_i(x, y, t)$  (ligne continue),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, goutte} = 7 \text{ m/s}$ , écoulement en présence de gravité.



## Annexe IV. 6 : Evolution du nombre Reynolds et du coefficient de traînée

Sur les figures suivantes, nous représentons l'évolution du nombre de Reynolds et du coefficient de traînée à chaque itération dans plusieurs configurations : diamètres différents ( $d=10$  et  $100 \mu m$ ), vitesse initiale d'injection différente ( $u_{0, goutte} = 0; 7$  et  $14 m/s$ ), présence ou absence du champ de gravité pour une trajectoire turbulente fixée.

Nous avons représenté la variation en fonction du nombre d'itérations :

- du nombre de Reynolds ( $\times$ ),
- du coefficient de traînée ( $O$ ),  $d=10$  et  $100 \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 0; 7; 14 m/s$ , écoulement avec et sans gravité.

Sur les deux premières figures, nous avons obtenu pour une trajectoire turbulente fixée que le coefficient de traînée est de l'ordre de  $10^{16}$  et de  $10^4$  respectivement, ce qui nous conduit à trouver un nombre de Reynolds très faible. De ce fait, les valeurs sont superposées sur l'axe des abscisses.

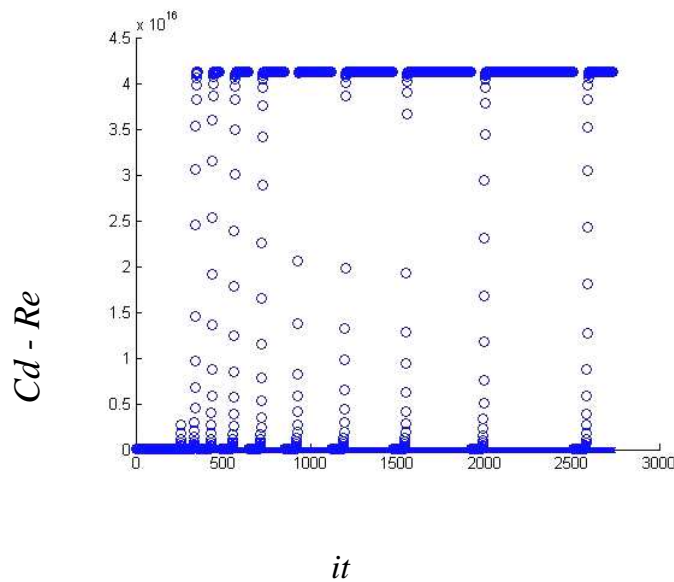


Figure AVI.11 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds ( $\times$ ) et du coefficient de traînée ( $O$ ),  $d=10 \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 0; 7$  et  $14 m/s$ , écoulement sans présence de gravité.

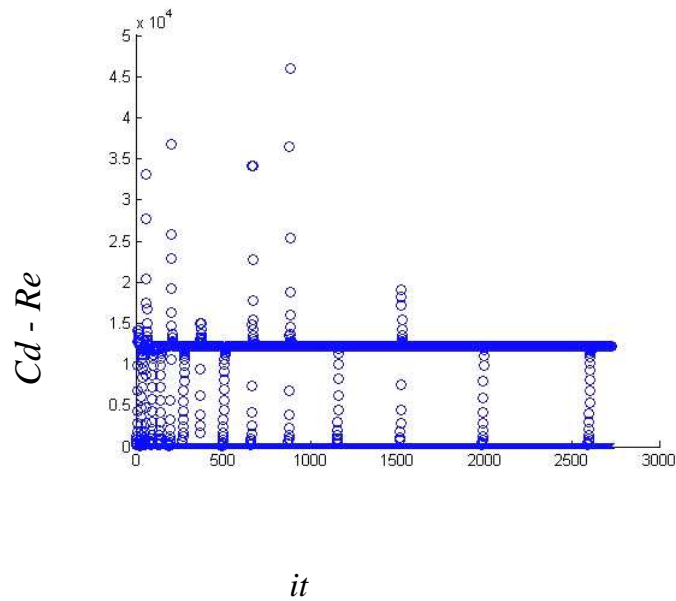


Figure AVI.12 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=10 \mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 0; 7 \text{ et } 14 \text{ m/s}$ , écoulement en présence de gravité.

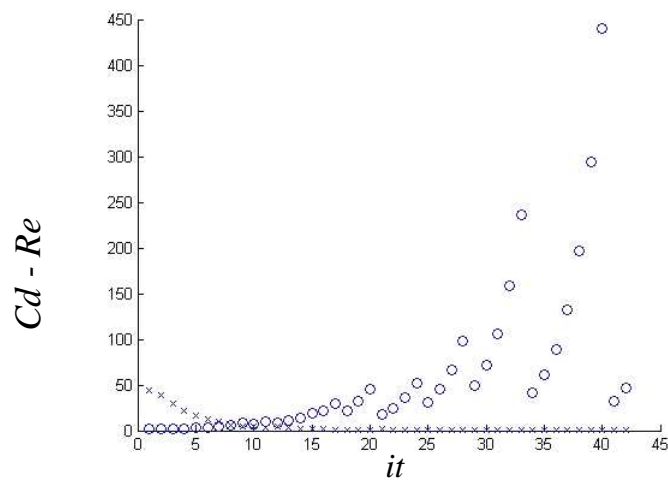


Figure AVI.13 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=100 \mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 0 \text{ m/s}$ , écoulement sans présence de gravité.

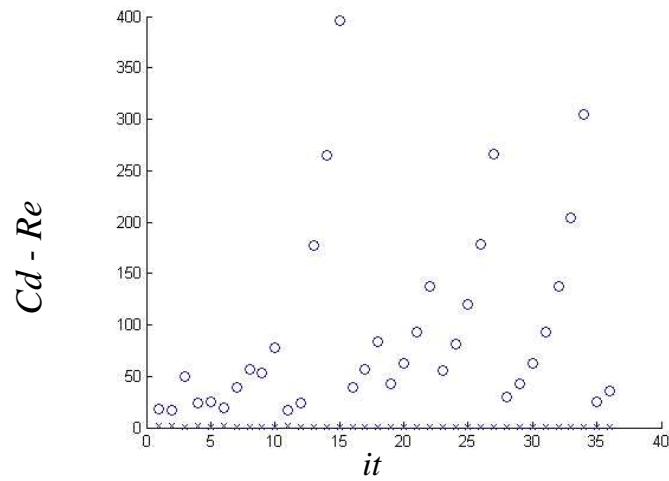


Figure AVI.14 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, \text{goutte}} = 7 \text{ m/s}$ , écoulement sans présence de gravité.

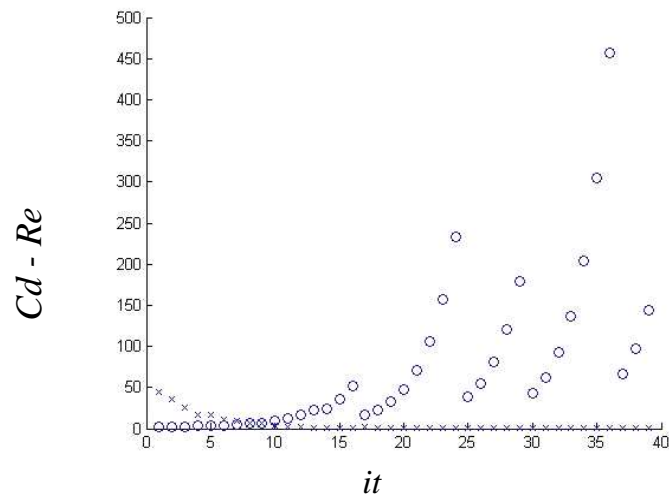


Figure AVI.15 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0, \text{goutte}} = 14 \text{ m/s}$ , écoulement sans présence de gravité.

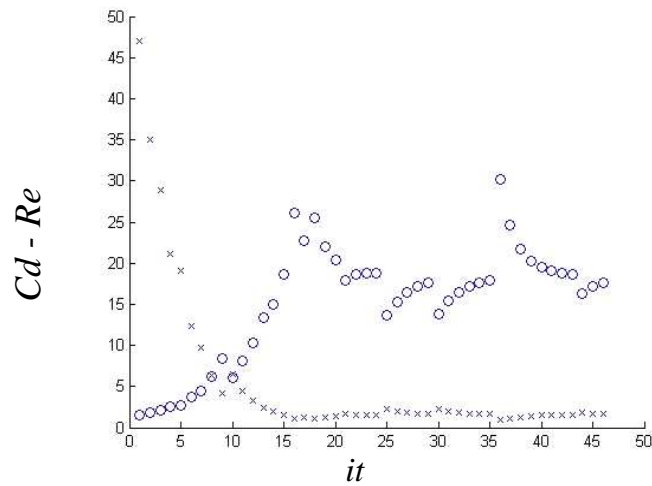


Figure AVI.16 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0,goutte} = 0 \text{ m/s}$ , écoulement en présence de gravité.

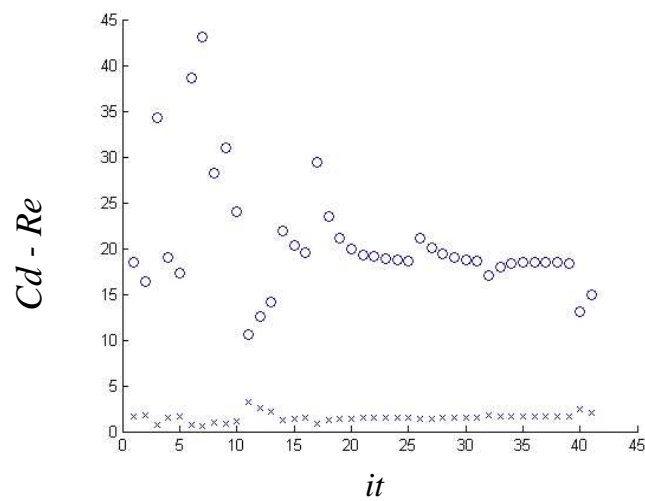


Figure AVI.17 : Variation en fonction du nombre d'itérations : du nombre de Reynolds (x) et du coefficient de traînée (O),  $d=100 \mu\text{m}$   $u_{0,goutte} = 7 \text{ m/s}$ , écoulement en présence de gravité.

### Annexe IV. 7 : Dispersion des gouttes en sortie

Sur ces figures, nous représentons la suite de l'analyse statistique de la dispersion à la sortie du domaine des gouttelettes d'eau de diamètre 10 et 100  $\mu\text{m}$ . nous avons analysé l'influence de la vitesse d'injection (0, 7 et 14) m/s et de la présence ou l'absence de la gravité sur nos résultats.

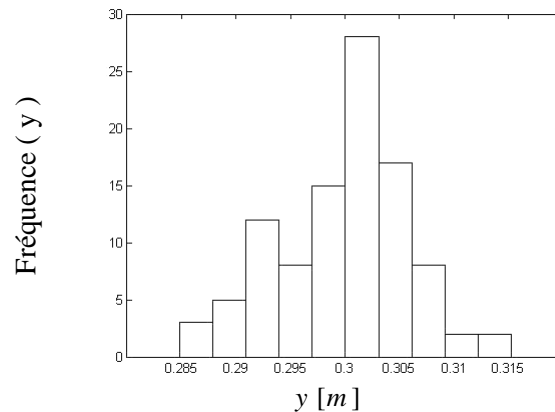


Figure AVI.18 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, présence ou en absence de gravité,  $d=10\mu\text{m}$ ,  $u_{0,goutte}=0\text{ m/s}$

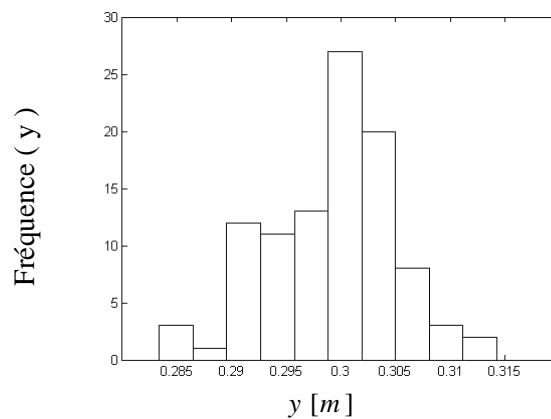


Figure AVI.19 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, présence ou en absence de gravité,  $d=10\mu\text{m}$ ,  $u_{0,goutte}=7\text{ m/s}$

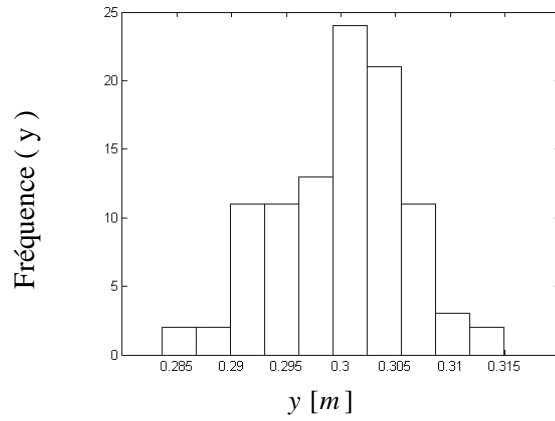


Figure AVI.20 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, présence ou en absence de gravité,  $d=10\mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 14 \text{ m/s}$

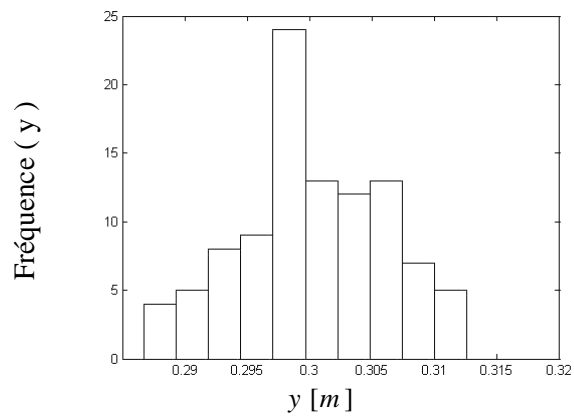


Figure AVI.21 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, en absence de gravité,  $d=100\mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 0 \text{ m/s}$

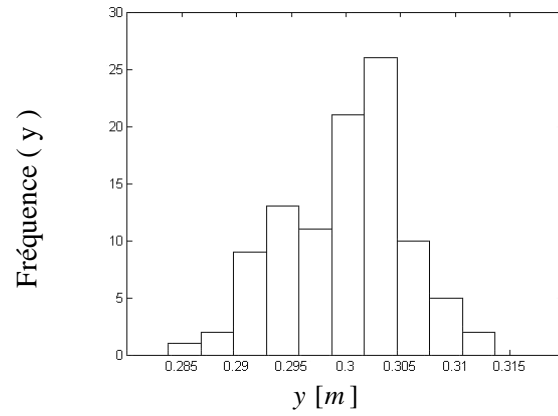


Figure AVI.22 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, en absence de gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0,goutte} = 7 m/s$

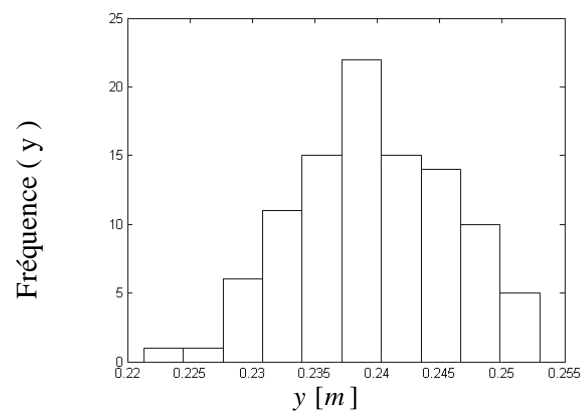


Figure AVI.23 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, en présence de gravité,  $d=100\mu m$ ,  $u_{0,goutte} = 0 m/s$

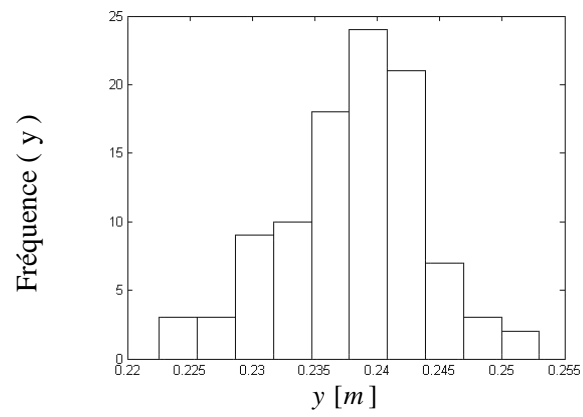


Figure AVI.24 : Dispersion de la trajectoire des gouttes d'eau à la sortie du domaine, en présence de gravité,  $d = 100 \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 7 m/s$



## Annexe IV. 8 Probabilité de renouvellement des fluctuations de vitesse

Sur ces figures, nous avons les probabilités de tirage d'une fluctuation de vitesse turbulente donnée en présence ou en absence de la gravité pour des gouttelettes d'eau de diamètre 10 et 100  $\mu\text{m}$ . nous avons analysé l'influence de la vitesse d'injection (0, 7 et 14) m/s et de la présence ou l'absence de la gravité sur nos résultats. Cette étude vient compléter nos résultats présentés dans le chapitre 4.

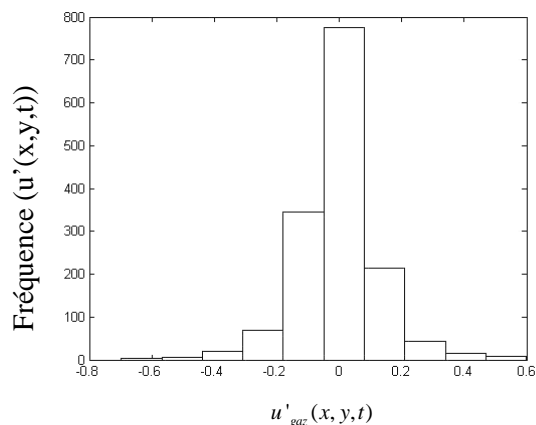


Figure AVI.25 : Renouvellement des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, en présence ou en absence de gravité,  $d=10\mu\text{m}$ ,  $u_{0, goutte} = 0 ; 7 ; 14 \text{ m/s}$

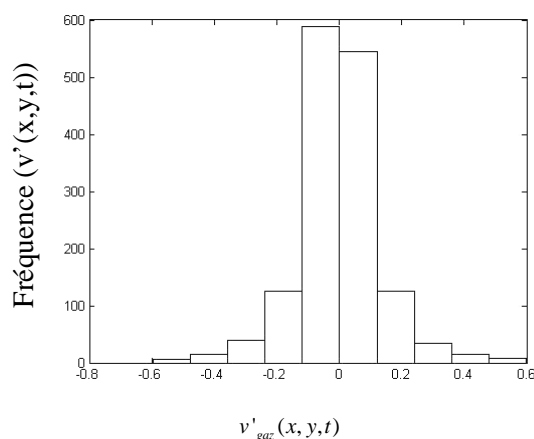


Figure AVI.26 : Renouvellement des fluctuations  $v'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, en présence ou en absence de gravité,  $d=10\mu\text{m}$ ,  $u_{0, goutte} = 0 ; 7 ; 14 \text{ m/s}$

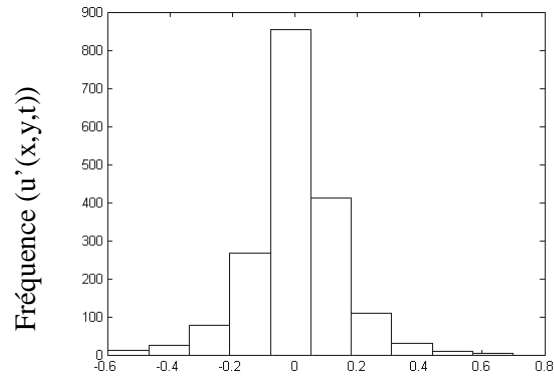


Figure AVI.27 : Renouvellement des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, présence ou en absence de gravité,  $d=100\ \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 0\ m/s$

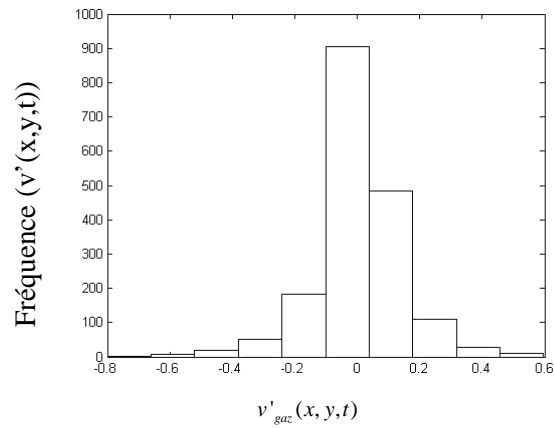


Figure AVI.28 : Renouvellement des fluctuations  $v'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, présence ou en absence de gravité,  $d=100\ \mu m$ ,  $u_{0, goutte} = 0\ m/s$

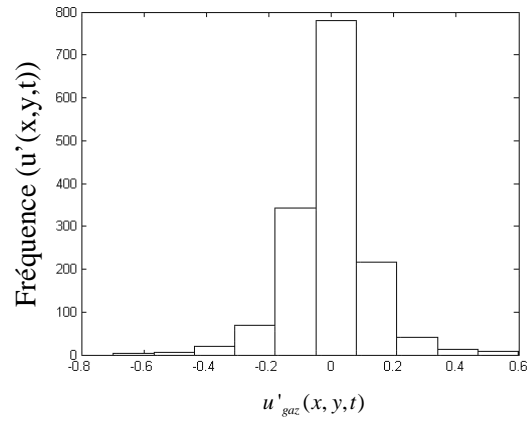


Figure AVI.29 : Renouvellement des fluctuations  $u'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, présence ou en absence de gravité,  $d=100\ \mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 7\ \text{m/s}$

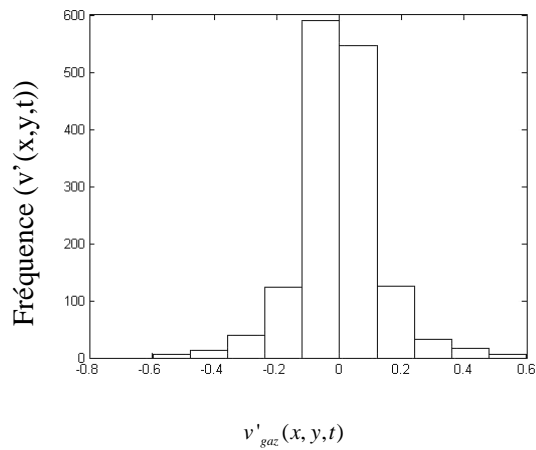


Figure AVI.30 : Renouvellement des fluctuations  $v'_{gaz}(x, y, t)$  pour 100 gouttes d'eau identiques, présence ou en absence de gravité,  $d=100\ \mu\text{m}$ ,  $u_{0, \text{goutte}} = 7\ \text{m/s}$

# Références bibliographiques

---

---

- [ 1 ] Abbot C., E., Cannon T., W., « A droplet generator with electronic control size, production rate, and charge », National Center for Atmospheric Research, Colorado, 1972.
- [ 2 ] Abdel-Alim, A. H., & Hamielec A-E., « A Theoretical and Experimental Investigation of the Effect of Internal Circulation on the Drag of Spherical Droplets Falling at Terminal Velocity in Liquid. Media », *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 14, 308, 1975.
- [ 3 ] Abramzon B. & Sirignano W. A., « Approximate theory of a single droplet vaporization in a convective field: effects of variable properties, Stefan flow and transient liquid heating », presented at 2nd ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, 1987.
- [ 4 ] Adam J. R., Cataneo R., Semonin R. G., « The production of equal and unequal size droplet pairs », Illinois State Water Survey, Urbana, 1971.
- [ 5 ] Agoston G. A., Wise H., Rosser W. A., « Dynamic factors affecting the combustion of liquid spheres », presented at sixth International Symposium on combustion, Reinhold N.Y., 1957.
- [ 6 ] Altwicker E.R., Lindhjem C.E., « Absorption of gases into drops », *AIChE J.* 34, pp. 329, 1988.
- [ 7 ] Arnason G., « Measurements of particle dispersion in turbulent pipe flow », PhD Thesis Washington State University 1982.
- [ 8 ] Bailly, C. & Comte-Bellot, G., « Turbulence », CNRS éditions, Paris, 2003.
- [ 9 ] Beard K.V. and Pruppacher H. R., « Determination of the Terminal Velocity and Drag of Small Water Drops by Means of a Wind Tunnel », *J. Atmos. Sci.*, 26, pp. 1066-1072., 1969.
- [ 10 ] Berlemont A., Grancher M. S., Gouesbet G., « Heat and mass transfer coupling between vaporizing droplets and turbulence using a Lagrangian approach», *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, pp. 3023-3034, 1995.
- [ 11 ] Blanco A, Magnaudet J., « The structure of the high Reynolds number flow around an ellipsoidal bubble of fixed shape », *Phys. Fluids* 7, 1265–1274, 1995.
- [ 12 ] Borghi R., Pourbaix E., « Physical-chemical Hydrodynamics », 1981.
- [ 13 ] Botros P., Law C. K., Law H. K., « Quasi-steady diffusion flame theory with variable specific heats and transport coefficients », *Combustion Sci. Tech.*, 12, pp. 207-216, 1980.
- [ 14 ] Bouchet G., Mebarek M., Dušek, « Hydrodynamic forces Acting on a Grid Fixed Spher in Early transitional Regimes », *European J. of Fluid Mechanics*, 2005.
- [ 15 ] Boulet P., Moissette S., « Influence of the particle-turbulence modulation modelling in the simulation of a non-isothermal gas-solid flow », *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45, pp. 4201-4216, 2002.

- [ 16 ] Bourloutski E. S., Bubenchikov A. M., Starchenko A. V., « The comparison of two approaches to numerical modelling of gas-particles turbulent flow and heat transfer in a pipe », *Mechanics Research Communications*, 29, pp. 437-445, 2002.
- [ 17 ] Brabston, D-C., and H-B. Keller, « Viscous Flows past Spherical Gas Bubbles », *J. Fluid Mech.*, 69, 179, 1975.
- [ 18 ] Calabrese R. V., Middleman S., « The dispersion of discrete particles in turbulent fluid fields », *A.I.Ch.E., J.*, 25, pp. 1025-1035, 1979.
- [ 19 ] Castanet G., « Etude aérothermique d'un jet de gouttes monodispersé en évaporation et en combustion à l'aide de méthodes optiques », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2002.
- [ 20 ] Chauveau C., « Vaporisation et combustion de gouttes isolées de n-heptane : étude en microgravité et influence de la convection forcée », Thèse, Université d'Orléans, 1990.
- [ 21 ] Chauveau C., Chesneau X., Gökalp I., « Burning characteristics of N-heptane droplets under different regimes », *AIAA paper*, pp. 93-824, 1993.
- [ 22 ] Chen G., Aggarwal S. K Jackson T. A., Switzer G. L., « Experimental Study of Pure and Multicomponent Fuel Droplet Evaporation in Heated Air Flow », *Atomization and Sprays*, 7, pp. 317-337, 1997.
- [ 23 ] Chesneau X., « Vaporisation et combustion de gouttes isolées de combustibles liquides », Thèse IUSTI-Marseille, 1994.
- [ 24 ] Clift, R., J. R. Grace, M. E. Weber, « *Bubbles, Drops and Particles* », Academic Press, New York, 1978.
- [ 25 ] Dennis S. C. R. & Walker J. D. A., « Calculation of the steady flow past a sphere at low and, moderate Reynolds numbers », *J. Fluid Mech.* 48, pp. 771, 1971.
- [ 26 ] Dukowicz J. K., « A particle-fluid numerical model for liquid sprays », *J. of Computational Physics*, 35, pp. 229-253, 1980.
- [ 27 ] El Walik MM., Priem R. J., Brikowski H. J., Myers P. S., Uyehara O. A., « Experimental and calculated temperature and mass histories for vaporizing fuel drops », National advisory Committee For Aeronautics, Technical note 3490, 1956.
- [ 28 ] Faeth G. M., « Current status of droplet and liquid combustion », *Prog. Energy Combust. Sci.*, 3, pp. 191-224, 1977.
- [ 29 ] Frank-Kamenetskii D. A., « *Diffusion and Heat Transfer in Chemical Kinetics* », (2<sup>nd</sup> Edition). Plenum Press, New York, 1969.
- [ 30 ] Gilbank P., Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 1989.
- [ 31 ] Godsave G. A. E., « Studies of the combustion of drops in a fuel spray: The burning of single drops of fuel », presented at Fourth Symposium international on combustion, Baltimore, 1953.

- [ 32 ] Golsmith M., Penner S. S., « On the burning of single drops of fuel in an oxidizing atmosphere », *Jet propulsion*, 24, pp. 245-251, 1954.
- [ 33 ] Gosman A. B., Ioannides E., « Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors », *AIAA, 19<sup>th</sup> Aerospace Science Meeting 81-0323*, pp. 1-10, 1981.
- [ 34 ] Gouesbet G., Berlemont A., « Eulerian and Lagrangian approaches for predicting the behaviour of discrete particles in turbulent flows », *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 25, pp. 133–159, 1999.
- [ 35 ] Gouesbet G., Berlemont A., « Eulerian and Lagrangian approaches for predicting the behaviour of discrete particles in turbulent flows », *Progress in Energy and Combustion Science*, 25, pp. 133–159, 1999.
- [ 36 ] Guella S., « Contribution à l'étude du transfert de matière et de chaleur entre un gaz et des gouttes », Thèse, INSA-Rouen, 2006
- [ 37 ] Guella S., Alexandrova S., Saboni A., « Evaporation d'une gouttelette en chute libre dans l'air », *International Journal of Thermal Sciences*, 2007.
- [ 38 ] Hadamard, J., « Mouvement Permanent lent d'une Sphère Liquide et Visqueuse dans un Liquide Visqueux », *C.R. Acad. Sci.*, 152, pp. 1735 –1738 1911.
- [ 39 ] Han K. S., Sung H. J., Chung M. K., « Analysis of heat transfer in pipe carrying two phase gas-particle suspension », *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, pp. 69-78, 1991.
- [ 40 ] Happel, J.F. & Moore, D.W., « The motion of a spherical liquid drop at high Reynolds number », *Journal of Fluid Mechanics*, 32, pp.367-391, 1968.
- [ 41 ] Happel, J.F. and Moore, D.W., « The motion of a spherical liquid drop at high Reynolds number », *Journal of Fluid Mechanics*, 32, pp.367-391, 1968.
- [ 42 ] Hubbard G. L., Denny V. E., Mills A. F., « Droplet evaporation: effects of transient and variable properties », *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 18, pp. 1003-1008, 1975.
- [ 43 ] Imai I., « On the velocity of falling rain drops », *J. Meteor. Soc. Japan*, 28, pp. 113-118. 1950.
- [ 44 ] Ishii M. & Zuber N., « Relative motion and interfacial drag coefficient in dispersed two - phase flow of bubbles, drops and particles », Paper 56 a, *AICHe 71st Ann. Meet.*, Miami, 1978.
- [ 45 ] Khalik SIA. , Tamaru T., EL Walik, « Achromatographie and interferometric study of the diffusion flame around a simulated fuel drop », *Fifteenth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute*, pp. 389-399, 1975.
- [ 46 ] Kobayasi K., « An experimental study on the combustion of fuel droplet », *Fifth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute*, pp. 141-148, 1955.

- [ 47 ] Kolmogorov, A.N., « Equations of turbulent motion on an incompressible fluid », Izv. Akad. Nauk. SSSR, Seria fizicheska Vi., 56–58, 1942 (English translation: Imperial College, Mech. Eng. Dept. Rept. ON/6, 1968).
- [ 48 ] Kraichnan R. H., « Diffusion by a random velocity field », Phys. Fluids, 13, 1970.
- [ 49 ] Kumagai S., « Evaporation and combustion of droplet and sprays », Sixth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute, pp. 668-674, 1957.
- [ 50 ] Law C. K. & Sirignano W. A., « Unsteady droplet combustion with droplet heating II: conduction limit », Combustion and flames, 29, pp., 175-186, 1977.
- [ 51 ] Law C. K., « Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion », Progress in Energy and Combustion Science, vol. 8, pp. 171-201, 1982.
- [ 52 ] Law C. K., « Unsteady droplet combustion with droplet heating », Combustion and flames, 26, pp., 17-22, 1976.
- [ 53 ] Law C. K., Chung S. H., Srinivasan N., « Gas-phase quasi-steadiness and fuel vapor accumulation effects in droplet burning », Combustion and flame, 38, pp. 173-198, 1980.
- [ 54 ] Lazard R. S., Faeth G. M., « Bipropellant droplet combustion in the vicinity of the critical point », Thirteenth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute, pp. 801-811, 1971.
- [ 55 ] LeClair B-P., Hamielec A. E., Pruppacher H. R., « A Numerical Study of the Drag on a Sphere at Intermediate Reynolds Numbers », J. Atmos. Sci., 27, pp. 308 1970.
- [ 56 ] Lehmer D. H., « On the converse of Fermat's theorem II », AMM 56, pp. 300-309, 1949.
- [ 57 ] Liang S-C. Hong T. and Fan L-S. « Effects of Arrangements on the Drag Force of a Particle in the Intermediate Flow Regime », Int. J. Flow, 22, 285-306, 1996.
- [ 58 ] Louge M., Yusof J. M., Jenkins J. T., « Heat transfer in the pneumatic transport of massive particles », Int. J. Heat Mass Transfer, 36, pp. 265-275, 1993.
- [ 59 ] Magnaudet J. Rivero M. Fabre J., « Accelerated flows Past a Rigid Sphere or a Spherical Bubble. Part 1. Steady Straining Flow », J. Fluid Mech., 284, pp. 97-135 1995.
- [ 60 ] Marmignon C., « Modélisation de l'interaction particule-écoulement dans un écoulement turbulent », Thèse de Docteur-Ingénieur, ENSMP, 1987.
- [ 61 ] Michaelides E.E., « Hydrodynamic force and heat/mass transfer from particles, bubbles and drops », The Freeman Scholar Lecture, ASME Journal of Fluids Engineering, 125, pp. 209-238, 2003.
- [ 62 ] Monaghan M. T., Siddal R. G., Thring M. W., « The influence of initial diameter on the combustion of single drops of liquid fuel », Combustion and flames, 12, pp., 45-53, 1968.



- [ 63 ] Mulgi A. S., « Experimental research of gas flow with homogeneous sphere particles in pipe, turbulent phase flow », Tallin 47, (Russe), 1979
- [ 64 ] Ochs M., « Verdunstung monodisperser frei beweglicher Brennstoff-Tropfen in einer turbulenten Heissluftströmung », Abhandlung, Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich, 1990.
- [ 65 ] Odar F, Hamilton W. S., « Forces on a sphere accelerating in a viscous fluid », J Fluid Mech, 18, pp. 302–314, 1964.
- [ 66 ] Okajima S., Kumagai S., « Further investigations of combustion of free droplets in freely falling chamber including moving droplets », Fifteenth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute, pp. 401-417, 1975.
- [ 67 ] Oliver, D-L-R. & Chung J-N-C., « Flow about a Fluid Sphere at Low to Moderate Reynolds Numbers », J. Fluid Mech., 177, pp. 1-18, 1987.
- [ 68 ] Ormancey A., « Simulation du comportement de particules dans des écoulements turbulents », Thèse de Docteur-Ingénieur, 1984.
- [ 69 ] Oseen C.W., « Über die Stokessche Formel und über eine verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik », Ark. F. Math. Astron. Och. Fys., vol 6, 1910.
- [ 70 ] Park S., Cho H., Yoon I., Min K., « Measurement of droplet size distribution of gasoline direct injection spray by droplet generator and planar image technique », Measurement Sci. Tech., 13, pp. 859-864, 2002.
- [ 71 ] Picart A, Berlemont A, Gouesbet G., « De l'influence du terme de Basset sur la dispersion de particules discrètes dans le cadre de la théorie de Tchen ». C R Acad Sci, Paris, Série II, pp. 305–308, 1982.
- [ 72 ] Picart A., Berlemont A. and Gouesbet G., « Modelling and predicting turbulence fields and the dispersion of discrete particles transported by turbulent flows », Int. J. of Multiphase Flow 12, pp. 237-261, 1986.
- [ 73 ] Pit F., « Modélisation du mélange pour la simulation d'écoulement réactifs turbulents: essais de modèles probabilistes Eulériens Lagrangiens », Thèse de Doctorat, Université de Rouen, 1993.
- [ 74 ] Pit F., Tichtinsky H., Gilbank P., Dupoireux F., « Three dimensional calculations of reactive flows within aircraft combustion chambers including some combustion models», 77th PEP-AGARD, , (San Antonio), 1991.
- [ 75 ] ProSim S.A., ProPhy, « Calcul de propriétés thermodynamiques et d'équilibres entre phases », 1993.
- [ 76 ] Pruppacher H.R., Rasmussen R., « A wind tunnel investigation of the rate of evaporation of large drops falling at terminal velocity in air », J. Atmos. Sci. 36, pp. 1255–1260, 1979.

- [ 77 ] Ranz W. E. & Marshall W. R., « Evaporation from drops », *Chemical Engineering Progress*, 48, pp. 141-180, 1952.
- [ 78 ] Renksizbulut M., Yuen M.C., « Experimental. Study of Droplet Evaporation in a High Temperature Stream », *Journal of Heat Transfer*, 105, pp. 384-388, 1983.
- [ 79 ] Riley J.J., Ph.D. Thesis, The Johns Hopkins University, Baltimore, MD, 1971.
- [ 80 ] Rimon Y. & Cheng S., « Numerical solution of a uniform flow over a sphere at intermediate Reynolds numbers », *Phys. Fluids* 12, 949, 1969.
- [ 81 ] Rivkind, V. Y. & Ryskin G. M., « Flow Structure in Motion of Spherical Drop in Fluid Medium at Intermediate Reynolds Numbers », *Fluid Dyn.*, 11, pp. 5-12, 1976.
- [ 82 ] Rowe P. N. & Henwood G. A., « Drag forces in a hydraulic model of a fluidised bed part 1. », *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 39, pp.43-54, 1961.
- [ 83 ] Rybczynski, W., « Translatory Motion of a Fluid Sphere in a Viscous Medium », *Bull. Int. Acad. Pol. Sci. Lett., CI Sci. Nat., Ser. A.*, pp. 40- 46, 1911.
- [ 84 ] Ryskin, G., & Leal L-G., « Numerical Solution of Free-Boundary Problems in Fluid Mechanics. Part 2. Buoyancy-Driven Motion of Gas Bubble through a Quiescent Liquid », *J. Fluid Mech.*, 148, pp. 19-35, 1984.
- [ 85 ] Saboni A., « Contribution à la modélisation du transfert de masse entre un gaz et une goutte d'eau », Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 1991.
- [ 86 ] Saboni A., Alexandrova S. and Gourdon C., « Détermination de la traînée engendrée par une sphère fluide en translation », *Chemical Engineering Journal*, Vol. 98, pp. 175-182, 2004.
- [ 87 ] Sadhal S. S., Ayyaswamy P. S., Chung J. N. C., «Transport phenomena with drops and bubbles », Springer, Berlin, 1996.
- [ 88 ] Sangiovanni J. J., Kesten A. S., « A Theoretical and Experimental Investigation of the Ignition of Fuel Droplets », *Combustion Sci. Tech.*, 16, pp. 59-70, 1977.
- [ 89 ] Sangiovanni J. J., Labowsky M., « Burning times of linear fuel droplet arrays: A comparison of experiment and theory », *Combustion and flames*, 47, pp. 15-30, 1982.
- [ 90 ] Sartor J.D., Abbott C.E., « Prediction and measurement of the accelerated motion of water drops in air », *J. Appl. Meteor.* 14, pp. 232–239, 1975.
- [ 91 ] Schiller L. & Naumann A., « Über die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraf-taufbereitung », *Vereines Deutscher Ingenieure*, 77, pp. 318-320, 1933.
- [ 92 ] Shimizu A., Hasegawa S., Tanaka H., « Flow and heat transfer characteristics of gaseous solid suspension medium within circular riser tubes », *JSME Int. J. Series 2*, 31, pp. 451-460, 1988.

- [ 93 ] Shuen J. S., Chen L. D., Faeth G. M., « Evolution of a stochastic model of particle dispersion in a turbulent round jet », *A.I.Ch.E.*, 29, pp. 167-170, 1983.
- [ 94 ] Simonin O., Viollet P. L., « On computation turbulent tow phase flow in the Eulerien formulation », 5th Workshop on Tow Phase Flow Prediction Erlangen, pp. 19-22, 1990.
- [ 95 ] Smolík J., Dzumbova L., Schwarz J., Kulmala M., « Evaporation of ventilated water droplet: connection between heat and mass transfer », *Aerosol Science*, 32, pp.739-748, 2001.
- [ 96 ] Smolík J., Schwarz J., Kulmala M., « Experimental determination of ventilation coefficient for 1-hexanol drops in air », *Atmospheric Research*, 46, pp. 361–369, 1998.
- [ 97 ] Snyder W. H., Lumley J. L., « Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in a turbulent flow », *J. Fluid. Mech.*, 48, pp. 41-71, 1971.
- [ 98 ] Spalding D. B., « The Combustion of Liquid Fuels », presented at Fourth International Symposium on Combustion, the Combustion Institute, U.S.A., 1953.
- [ 99 ] Stokes G.G., *Mathematical and physical papers*, 1, Cambridge University Presse, London, 1980.
- [ 100 ] TAL R., Dah N-L. & Sirignano W-A., « Heat and Transfer around a Pair of Spheres in Viscous flow », *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, pp. 1953-1962, 1984.
- [ 101 ] Taylor G. I., « Diffusion by continuous movements », *Proc. London Math., Soc.*, 20, pp. 196-211, 1921.
- [ 102 ] Turton R. & Levenspiel O., « A short note on the drag correlation for spheres», *Powder Technology*, Vol. 47, pp. 1-102 , 1986.
- [ 103 ] Waheed M-A., Henschke M., Pfennig A., « Simulating Sedimentation of Liquid Drops», *Int. J. Num Method in Engng.*, Vol. 59, pp. 1821-1837, 2004.
- [ 104 ] Waldman C. h., « Theory of non steady state droplet combustion », Fifteenth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute, Bittsburg, pp. 429-442, 1975.
- [ 105 ] Warhaft Z., «The interference of thermal fields from line sources in grid turbulence », *J of Fluid Mech.*, 144, pp. 363 – 387, 1984.
- [ 106 ] Wells M. R., Stock D. E., « The effect of crossing trajectories on the diffusion of particles in a turbulent flow », *J. Fluid. Mech.*, 136, pp. 31-62, 1982.
- [ 107 ] Williams A., « Combustion of droplet of liquid fuel », *Combustion and flame*, 21, pp. 1-31, 1973.
- [ 108 ] Wise H., Lorell J., Wood B. J., « The effects of chemical and physical parameters on the burning rate of a liquid droplet », Fifth Symposium International on Combustion, the Combustion Institute pp. 132-141, 1955.

- [ 109 ] Yuen C., & CHen L. W., « On drag of evaporating liquid droplet », *Combustion Science and technology*, 14, pp. 147-154, 1976.
- [ 110 ] Zhigang Feng & Efstathios E. Michaelides « Drag Coefficients of a Viscous Drops », *Proceedings of IMECE*, 2000.
- [ 111 ] Zhu C., Liang S-C., Fan L-S., « Particle Wake Effects on the Drag Force of an Interactive Particle », *Int. J. Flow*, 20, 117-129, 1993.