



**HAL**  
open science

# Système multi-capteurs et traitement des signaux associé pour l'imagerie par courants de Foucault de pièces aéronautiques

Vincent Thomas

► **To cite this version:**

Vincent Thomas. Système multi-capteurs et traitement des signaux associé pour l'imagerie par courants de Foucault de pièces aéronautiques. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. Français. NNT: 2010DENS0039 . tel-00561478

**HAL Id: tel-00561478**

**<https://theses.hal.science/tel-00561478>**

Submitted on 1 Feb 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



*N° ENSC-2010/252*

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par  
Monsieur Vincent THOMAS

**Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine :  
**ÉLECTRONIQUE-ÉLECTROTECHNIQUE-AUTOMATIQUE**

**Sujet de la thèse :  
Système multi-capteurs et traitement des signaux associé pour  
l'imagerie par courants de Foucault de pièces aéronautiques**

Thèse soutenue et présentée à Cachan le 26 novembre 2010 devant le jury composé de :

Mme	Danielle Nuzillard	Professeur des universités	Rapporteur
M.	Gérard Berthiau	Professeur des universités	Rapporteur
M.	Francisco Alvès	Professeur des universités	Examineur
M.	Pierre-Yves Joubert	Maître de conférences	Examineur
M.	Éric Vourc'h	Maître de conférences	Examineur
M.	Pascal Larzabal	Professeur des universités	Directeur de thèse
M.	Hervé Trétout	Ingénieur Dassault Aviation	Membre invité

Laboratoire des Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Énergie  
ENS CACHAN - CNRS - UMR 8029  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)

## **Titre : SYSTÈMES MULTICAPTEURS ET TRAITEMENT DES SIGNAUX ASSOCIÉ POUR L'IMAGERIE PAR COURANTS DE FOUCAULT DE PIÈCES AÉRONAUTIQUES**

### **Résumé :**

Le vieillissement du parc aéronautique, mais aussi la volonté de prolonger le cycle de vie des appareils, impose aux techniques de maintenance des exigences de contrôle accrues en termes de fiabilité et de rapidité. Les principaux enjeux étant la détection, et surtout la caractérisation des micro-fissures pouvant apparaître dans les pièces sensibles des appareils. Cette caractérisation pouvant aller jusqu'à la reconstruction qualitative, voire quantitative du profil des fissures, ce qui suppose la résolution du problème inverse consistant, à partir des signaux mesurés, à remonter à certaines caractéristiques de la pièce inspectée, notamment géométriques, qui en sont en partie la cause.

Ce manuscrit présente une approche originale de conception de sonde d'imagerie par courants de Foucault. Cette approche, ici appliquée à l'imagerie de pièces aéronautiques cylindriques, consiste à concevoir la sonde de façon à satisfaire la double contrainte d'une instrumentation performante et d'une résolution possible du problème inverse. Ainsi, la conception de la sonde est-elle faite de manière à ce que d'une part les signaux mesurés, résultant de ses interactions avec la pièce contrôlée, soient d'amplitude la plus élevée possible, et d'autre part, afin que ces interactions soient modélisables au moyen d'un modèle qui se prête bien à l'inversion.

Dans un premier temps, une méthodologie de conception de sonde est présentée, qui vise à optimiser le dimensionnement et l'agencement de ses éléments en se fixant des contraintes de sensibilité et de résolution. Un prototype, conçu d'après cette méthodologie, est réalisé, mis en œuvre et caractérisé. Les résultats expérimentaux obtenus, qui s'avèrent en accord avec une modélisation par éléments finis, offrent une validation du fonctionnement de la sonde, celle-ci permettant effectivement de mettre en évidence les défauts types (microfissures) recherchés dans la pièce inspectée.

Dans un second temps, la configuration des interactions sonde-pièce inspectée, choisie à dessein, est mise à profit pour élaborer un modèle direct. Celui-ci repose sur l'hypothèse selon laquelle, les défauts étant de faibles dimensions, il est possible de considérer que la perturbation de signal qu'ils engendrent est équivalente à celle que génèreraient des sources virtuelles de courants localisées uniquement dans le volume du défaut. Outre sa simplicité, cette modélisation offre l'avantage d'être adaptée à une mise en œuvre au moyen de la méthode des points sources distribués. Or celle-ci permet de formuler le problème direct sous forme matricielle ce qui constitue une base de nature à faciliter la résolution du problème inverse.

C'est à ce problème qu'est consacrée la dernière partie du mémoire. Des méthodes d'inversion y sont proposées, visant à traiter progressivement la complexité du problème. Ainsi un algorithme d'inversion mono-fréquence est-il proposé, qui se montre efficace pour reconstruire des défauts sur de faibles profondeurs. Pour une meilleure reconstruction en profondeur, des algorithmes multifréquence faisant appel à des méthodes de régularisation sont ensuite conçus et appliqués à des signaux correspondant à des défauts de géométries diverses.

**Mots clés : courants de Foucault, imagerie, multi-capteurs, DPSM, problème inverse, caractérisation de défauts**

**Title :** SENSOR ARRAY AND SIGNAL PROCESSING FOR THE EDDY CURRENT IMAGING OF AERONAUTICAL PARTS

**Abstract :**

The ageing of the aeronautical fleet and the will to increase the aircrafts lifetime require the maintenance techniques to be made always more reliable and fast. In this context, the detection and characterization of the microscopic cracks likely to appear in some sensitive parts of the aircrafts is an important issue to be faced.

This work deals with an original approach for the design of an eddy current imaging probe dedicated to the non destructive evaluation of cylindrical fastener parts. This approach consists in designing the probe in such a way that it both satisfies the constraint of an efficient sensing and that of enabling the inverse problem to be solved with a view to the defects reconstruction.

Firstly, a probe design methodology is presented that optimizes the emission/reception topology, the choice of the probe elements and their arrangement according to sensitivity and resolution constraints. A prototype is built, implemented and characterized and validation of the design is obtained as the researched defects are displayed with experimental performances that agree with finite elements modelling simulations.

Secondly, since the probe relies on a uniform eddy current flow interacting with small defects, a rather simple forward model is proposed based on virtual defect current sources (VDCS). The model implementation is carried out using the distributed point source method leading to a matrix formulation that can facilitate the resolution of the inverse problem.

Finally, mono-frequency and multi-frequency methods are proposed for inverting the VDCS forward model and promising defect reconstruction results are obtained.

**Key words :** eddy current, imaging, inverse problem, sensor array probe, signal processing

# Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier mes encadrants, Pierre-Yves Joubert et Éric Vourc'h, non seulement pour m'avoir guidé pendant ces trois années de thèse (et même plus) mais aussi pour leur bonne humeur dont eux seuls ont le secret pour parfaire l'ambiance de travail. Je remercie Pascal Larzabal pour avoir accepté d'être mon chef à 0% ainsi que pour m'avoir permis de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions au sein du laboratoire SATIE (je pense entre autre aux hecto litres de café Nespresso...).

Merci et surtout félicitations à Mme Danielle Nuzillard et M. Gérard Berthiau pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Merci à M. Francisco Alvès pour en avoir présidé le jury.

Merci aux membres de Dassault aviation avec lesquels j'ai pris plaisir à travailler (et à déjeuner) : Hervé Trétou pour avoir accepté de faire parti du jury de thèse, Marc Dessendre pour avoir assisté à ma soutenance et Luc Boyer parce qu'on ne m'ôtera pas de l'idée qu'il ressemble au père Noël.

Merci à Sébastien Bausson pour les discussions *passionnées* et très enrichissantes sur les méthodes d'inversions et de traitement du signal. Je lui souhaite bonne continuation dans sa future vie professionnelle.

Merci à Dominique Placko et Thierry Bore pour l'élaboration du modèle DPSM et l'aide qu'ils m'ont apportée lorsque je m'y suis intéressé. Merci à Jean-Pierre Barbot pour les discussions scientifiques interminables sur des sujets variés mais qui finissaient toujours par aboutir à l'explication de sa thèse ou du fonctionnement de la PLL (le lecteur attentif notera que mon sujet de thèse ne porte absolument pas sur la PLL...).

Merci à mes collègues de Ville d'Avray : Françoise Schmitt, Franck Daout, Guillaume Ginolhac, Philippe Forster que j'ai eu l'honneur de rencontrer pendant ma thèse et avec qui j'ai la chance de travailler aujourd'hui en tant que PRAG. Merci à mes collègues de bureau *open space* : Jonathan Bosse, Tarek Menni, Mojtaba Amiri, Long Cung Thanh et Tien Anh Nguyen pour avoir fait vivre cet endroit de souffrance et de torture de thésard. Une mention spéciale à ces deux derniers pour m'avoir ramené à plusieurs reprises du Vietnam ces petits gâteaux *fascinants* qui ont ponctué mon aventure. Merci à mes anciens collègues Yohan Le Diraison, Cyril Ravat et Léa Maurice pour m'avoir accompagné pendant mes premiers temps au SATIE.

Merci à mes collègues de l'IUT de Vélizy que j'ai côtoyé pendant mon monitorat : les chefs du département GEII Stéphane Delaplace pour m'avoir accepté en tant que moniteur puis Pascal Ruaux pour s'être intéressé de près à ma carrière d'enseignant, Florent Basset pour m'avoir fait vivre une expérience inoubliable avec Protel, Frédéric Géraldo pour m'avoir confié des heures d'enseignement, ainsi que tout le reste du département...

Merci aux collègues de l'équipe d'en face : Sylvain Pietranico, Fabien Adam et surtout Denis Labrousse pour l'aide qu'ils m'ont apportée en répondant à toutes mes questions que ce soit en enseignement ou en recherche. Je rajouterais : on se sera bien marré.

Merci à leurs chefs Bertrand Revol, François Costa, Éric Labouret et Frédéric Mazaleyrat pour avoir pris le temps de répondre à mes questions (ou j'aime poser beaucoup de questions). Merci au Professeur "je vois trois solutions" pour avoir pimenté mon expérience au sein du laboratoire.

Merci à Dominique Bach et Gwenaël Robin pour leur disponibilité (et les discussions informatiques qui sont essentielles pour l'épanouissement d'un homme). Merci aussi à madame la gestionnaire Sophie Abriet et ses drôles de secrétaires.

Merci à Cécile Durieu et Gilles Feld pour leur dévouement à assurer la formation d'excellente qualité que j'ai pu recevoir lors de mes années à l'ENS.  
Merci à Jean-Marie Désagulier pour les bons moments passés et Jean-Pierre Madrange pour sa bonne humeur et son aide lors de la réalisation de mes prototypes de laboratoire.

Merci aux gens du laboratoire d'en face, le LURPA (qui existe encore bel et bien) : Renaud Costadoat pour les discussions techniques d'ordre mécanique, Nicolas Guillemot parce qu'il est face de lui dans le bureau, mais aussi Pierre Mons, Robin (et Manue) Chavanne, et tous les autres qui m'ont toléré lors de mes nombreuses pauses café *chez eux*.

Merci à Ayman Moussa, d'une part parce qu'il est chauve et d'autre part pour avoir à plus de mille et une occasions réinventé pour moi *les mathématiques pour les nuls*.  
Merci à Christophe Kassiotis parce qu'il est grec.  
Merci à Jonathan Lecompte parce qu'il est grand.  
Merci à toute l'équipe des Sémimiams pour ces formidables expériences culinaires (dont certaines étaient pour le moins étranges...)  
Merci à Jeane Concon, Julie Murat, Emma Garbe, Carole Treibich (et j'en oublie sûrement) pour les encouragements le jour de ma soutenance et pour avoir participé pour la HUGE télé!

Merci au docteur Rafalowicz pour les pilules miracle qui rendent tout mou.

Merci à mes parents "sans qui rien de tout cela n'aurait été possible". Merci d'avoir été si (trop ?) fier le jour de ma soutenance. Merci à ma soeur et son futur mari (Oh mon dieu ! Ma soeur se marie !) pour avoir fait le déplacement. Merci à eux pour avoir préparé en grande partie le pot de thèse. Merci à mon frère pour les encouragements depuis son lieu de villégiature (ah ces fonctionnaires...)  
Merci à mes grands-parents pour avoir pris régulièrement de mes nouvelles durant ces trois années même s'ils n'ont pas encore vraiment tout compris à "cette histoire de thèse" : mais tu as un travail maintenant ou tu étudies toujours ? T'es ingénieur ? C'est quoi tes horaires ? Mais t'enseignes ou tu fais de la recherche ? Mais tu cherches quoi ? Tu travailles sur des animaux pour voir ce que ça leur fait ? T'as un bureau ? Ils te font bien manger là bas ? Bref...

À ceux que j'ai oublié : pardon mais surtout merci.

Merci enfin à celle qui m'a soutenu, qui a supporté mes états d'âme ou mes nervous breakdown, qui a fait preuve d'une patience infinie (surtout pendant la période de rédaction), *my first, my last, my everything* Angélique.

---

*Si les faits ne correspondent pas à la théorie, changez les faits.*

ALBERT EINSTEIN

*Si l'on peut trouver moins que rien, c'est que rien vaut déjà quelque chose.*

RAYMOND DEVOS

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Problématiques</b>	<b>13</b>
1.1	Du contrôle non destructif à l'imagerie pour l'évaluation non destructive . . .	13
1.1.1	Le contrôle non destructif . . . . .	13
1.1.2	L'évaluation non destructive . . . . .	13
1.1.3	Les techniques d'évaluation non destructive . . . . .	14
1.1.3.1	Les principes généraux de l'évaluation non destructive . . .	14
1.1.3.2	Le ressuage . . . . .	14
1.1.3.3	La magnétoscopie . . . . .	15
1.1.3.4	Les ultrasons . . . . .	15
1.1.3.5	La radiographie . . . . .	15
1.1.3.6	Les courants de Foucault . . . . .	15
1.1.3.7	Les méthodes couplées . . . . .	16
1.1.4	L'imagerie pour l'évaluation non destructive . . . . .	16
1.2	L'imagerie pour l'évaluation non destructive par courants de Foucault . . . .	17
1.2.1	Les principes du CND par courants de Foucault . . . . .	17
1.2.2	L'imagerie par courants de Foucault . . . . .	19
1.2.3	Le problème de l'instrumentation . . . . .	19
1.2.4	La modélisation . . . . .	20
1.2.5	Le problème inverse . . . . .	21
1.3	Contexte applicatif des travaux de thèse . . . . .	21
1.3.1	Les défauts . . . . .	22
1.3.2	Sonde tournante . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Conception et dimensionnement</b>	<b>25</b>
2.1	Principe général . . . . .	25
2.1.1	Structure . . . . .	25
2.1.2	Système d'émission globale . . . . .	26

2.1.3	Systèmes de réception multiéléments . . . . .	27
2.2	Modélisation par éléments finis . . . . .	27
2.2.1	Contraintes de simulation liées au problème considéré . . . . .	28
2.2.1.1	La géométrie du problème . . . . .	28
2.2.1.2	Les paramètres des matériaux . . . . .	28
2.2.1.3	Considérations sur les éléments et le maillage . . . . .	29
2.2.1.4	Choix de l'intensité et de la fréquence du courant dans l'inducteur . . . . .	30
2.2.2	Analyse . . . . .	30
2.2.2.1	Étude des composantes de champ . . . . .	30
2.3	Dimensionnement du système de réception . . . . .	32
2.3.1	Considérations sur le récepteur élémentaire . . . . .	32
2.3.2	Performances des récepteurs élémentaires . . . . .	35
2.3.2.1	Influence du type de récepteur élémentaire sur la cartographie CF . . . . .	37
2.3.2.2	Influence du récepteur élémentaire sur la résolution spatiale de l'image CF d'un défaut . . . . .	39
2.3.2.3	Influence de l'échantillonnage d'un capteur multiéléments sur la qualité de la mesure . . . . .	40
2.3.2.4	Influence du bruit sur la mesure effectuée par un multicapteur et sur la capacité de reconstruction . . . . .	42
2.3.2.5	Synthèse du choix des récepteurs élémentaires . . . . .	46
2.4	Dimensionnement de l'inducteur . . . . .	47
2.4.1	Le modèle du transformateur . . . . .	47
2.4.2	Le modèle résonant . . . . .	49
2.4.2.1	Considérations sur la résistance . . . . .	51
2.4.2.2	Considérations sur l'inductance . . . . .	51
2.4.2.3	Considérations sur la capacité . . . . .	53
2.4.3	Modélisation du bobinage d'excitation . . . . .	58
2.4.3.1	Considérations sur la géométrie de l'inducteur . . . . .	60
2.4.3.2	Conclusion sur le dimensionnement de l'inductance . . . . .	62
2.5	Réalisation d'un dispositif expérimental . . . . .	64
2.5.1	La cible . . . . .	65
2.5.2	Le dispositif d'induction . . . . .	66
2.5.3	Bras robotisé et dispositif de réception . . . . .	67

2.5.4	L'impédancemètre . . . . .	68
2.5.5	Le Contrôleur . . . . .	68
2.5.6	Cartographies obtenues . . . . .	68
2.5.6.1	Pré-traitement des cartographies expérimentales . . . . .	69
2.5.6.2	Comparaison avec les simulations ANSYS . . . . .	69
2.5.6.3	Estimation du bruit . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Modélisation des interactions sonde/défaut</b>	<b>76</b>
3.1	Modèle des courants équivalents basé sur une hypothèse de superposition . . . . .	77
3.1.1	Hypothèse simplificatrice de superposition . . . . .	77
3.1.2	Implantation du modèle par la méthode DPSM . . . . .	77
3.1.3	Vérification de la validité de l'hypothèse de superposition . . . . .	82
3.1.3.1	Analyse de la distribution des CF dans la cible . . . . .	82
3.1.3.2	Analyse de la distribution de champ magnétique . . . . .	83
3.2	Mise en œuvre et validation de la modélisation par courants équivalents . . . . .	85
3.2.1	Distribution des sources virtuelles de courants $C_d$ , $C_{12}$ et $C_{21}$ . . . . .	85
3.2.2	Validation du modèle "courants équivalents" à partir de l'analyse des cartographies de champ magnétique . . . . .	87
3.2.3	Validation du modèle courants équivalents par l'analyse des cartographies de FEM . . . . .	88
3.3	Étude en fréquences du modèle courants équivalents . . . . .	89
3.4	Application du modèle courants équivalents à deux géométries de défauts . . . . .	91
3.4.1	Défauts en forme de lunule . . . . .	92
3.4.2	Défauts de forme parallélépipédique . . . . .	93
<b>4</b>	<b>Reconstruction de défauts par résolution du problème inverse</b>	<b>95</b>
4.1	Problème complet . . . . .	95
4.2	Problème simplifié . . . . .	96
4.2.1	Type de défaut considéré . . . . .	97
4.2.2	Inversion monofréquence . . . . .	97
4.2.2.1	Plan par plan . . . . .	97
4.2.2.2	Inversion mono fréquence sur un pavage de sources . . . . .	100
4.2.3	Inversion multi fréquences . . . . .	102
4.2.3.1	Amélioration du système d'équations . . . . .	103
4.2.3.2	Choix des fréquences . . . . .	103

4.2.3.3	Résolution matricielle par Décomposition en Valeurs Singulières Tronquées . . . . .	103
4.2.3.4	Résolution par DVS tronquée avec contraintes . . . . .	107
4.3	Prise en compte de l'erreur de modèle . . . . .	108
4.3.1	Limites de la DVST Contrainte . . . . .	109
4.3.2	Tikhonov . . . . .	110
4.3.3	Variation Totale . . . . .	110
4.3.4	Conclusion sur l'inversion . . . . .	110
4.4	Perspectives d'inversion . . . . .	111
4.4.1	Le remaillage . . . . .	111
4.4.2	Estimation du coefficient de correction des champs . . . . .	111
4.4.3	Prise en compte de l'interface . . . . .	112

**Références**

# Introduction

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au laboratoire des Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Énergie (SATIE) de l'ÉNS de Cachan, et plus précisément au sein de l'équipe Traitement de l'Information et Multi-capteurs (TIM) et en collaboration avec Dassault Aviation. L'étude porte sur la conception d'une sonde multi-éléments à courant de Foucault (CF) dédiée à l'imagerie de pièces aéronautiques dans le cadre de contrôle non destructif.

L'objectif du contrôle non destructif (CND) est de détecter des dégradations ou inhomogénéités dans les matériaux sans les altérer. Le CND est par conséquent un enjeu crucial dans le milieu industriel et notamment lors des opérations de maintenance. Parmi le panel de procédés (optique, électromagnétique, thermique, chimique, ultra-sonores, etc...), ceux basés sur les courants de Foucault (CF) se distinguent dès lors que l'on a affaire à des matériaux électriquement conducteurs. Leur robustesse et leur simplicité de mise en œuvre en font une des méthodes les plus utilisées.

Le vieillissement du parc aéronautique impose aux techniques de maintenance des exigences de contrôles en termes de fiabilité et rapidité accrues. Les principaux enjeux sont la détection et la caractérisation, au plus tôt dans le cycle de vie d'un produit, de micro fissures dans les pièces sensibles. Les pièces les plus souvent concernées sont les structures rivetées de fuselage ou, comme dans notre cas, des pièces d'attache de voilure.

Les méthodes de détection ont largement été développées au cours du siècle dernier, l'enjeu aujourd'hui est à la caractérisation des défauts détectés et l'optimisation des méthodes. Ainsi des techniques d'imagerie CF ont fait leur apparition afin de produire des images de cartographies de champ à la surface des pièces à contrôler. Le principe repose généralement sur un large inducteur visant à exciter la structure à inspecter et l'utilisation conjointe d'un système d'acquisition destiné à mesurer le champ de réaction en surface. Parmi les systèmes d'acquisition on peut citer ceux mettant en œuvre des matrices de récepteurs comme les magnéto-résistances géantes ou des éléments bobinés, ou des systèmes magnéto-optiques comme décrits dans [Dec03, LD08]. Celles-ci permettent de gagner en temps de contrôle en couvrant une large zone d'inspection avec un nombre réduit de déplacements. La fiabilité et la reproductibilité sont aussi améliorées offrant alors la possibilité de réaliser un suivi des pièces.

L'optimisation de ces techniques passe par la modélisation et la simulation des phénomènes et structures mises en œuvre. L'élaboration d'un modèle de simulation décrivant le comportement de la sonde offre la possibilité d'estimer des caractéristiques physiques des matériaux ou pièces comme leurs dimensions ou leur conductivité locale.

Cette étude se place dans le cadre applicatif des techniques d'imagerie CF à la détection et la caractérisation de défauts submillimétriques pouvant apparaître dans et à la surface interne d'alésages. Afin de répondre à cette problématique, une structure de sonde d'imagerie

---

multi-éléments adaptée à la géométrie est proposée.

Le chapitre 1 fait un rapide tour d’horizon des enjeux du CND et présente les grandes familles de méthodes et leurs principes. Il se focalise ensuite sur les méthodes à courants de Foucault et les problèmes d’imagerie. Enfin il situe le contexte de l’étude.

Le chapitre 2 porte sur la conception et le dimensionnement de la sonde. Des méthodologies de dimensionnement sont proposées et utilisées afin d’optimiser la configuration des dispositifs d’excitation et de réception en s’appuyant sur des modélisations par éléments finis (EF). Un dispositif expérimental est décrit et mis en œuvre et des mesures expérimentales sont confrontées aux résultats issus de simulations EF.

Nous proposons dans le chapitre 3 une méthode de modélisation originale par courants équivalents décrivant les interactions courants de Foucault/défaut de notre problème. Ce modèle est implémenté par la méthode des points sources distribués. Les résultats de simulation issus de cette modélisation sont confrontés à ceux issus de simulations EF et de mesures expérimentales. Les performances et la validité de cette modélisation sont ensuite caractérisées.

Le chapitre 4 est consacré à la reconstruction des défauts par inversion du modèle courants équivalents. Cette opération consiste à estimer les positions des sources de courants équivalents situées à l’intérieur du volume du défaut à partir de cartographies de champ magnétique, ou idéalement à partir des cartographies de FEM mesurées. En utilisant un *a priori* fort sur les valeurs des sources à estimer, trois méthodes de régularisation du problème sont proposées et leurs performances sont comparées.

# Chapitre 1

## Problématiques

### 1.1 Du contrôle non destructif à l'imagerie pour l'évaluation non destructive

#### 1.1.1 Le contrôle non destructif

On désigne par contrôle non destructif (CND) l'ensemble des procédés permettant de caractériser l'intégrité de structures ou de matériaux sans les altérer. L'emploi de ces méthodes intervient à différentes étapes de la vie d'un produit, que ce soit au cours de sa fabrication, de son utilisation ou dans le cadre d'opérations de maintenance. Le CND intervient pour répondre à différents enjeux. En premier lieu, pour répondre à des enjeux liés à la sécurité de fonctionnement, qui touchent les domaines industriels sensibles tels que le nucléaire ou l'aéronautique. En second lieu, pour répondre à des objectifs de qualité, comme par exemple dans le domaine de la métallurgie avec le contrôle des aciers ou la radiographie des soudures, où l'on recherche des défauts d'aspect et des corps étrangers nuisibles. Enfin, pour des enjeux économiques, où l'on cherche à optimiser les coûts de fabrication et d'exploitation, mais aussi à optimiser le cycle de vie des systèmes et des structures, dans un contexte de développement durable.

#### 1.1.2 L'évaluation non destructive

Alors qu'à ses débuts le CND pouvait se contenter de répondre *binairement* quant à l'état d'intégrité d'un produit, l'augmentation des contraintes économiques, principalement, et des exigences de qualité ont fait évoluer les attentes des industriels vers des diagnostics plus fins, qui leur permettent d'optimiser les cycles de maintenance et de mieux programmer et dimensionner les réparations éventuelles. Aujourd'hui, les objectifs sont à la caractérisation et au dimensionnement des défauts détectés. Les techniques doivent être capables de mettre en évidence de façon quantitative les propriétés constitutives des structures inspectées : on parle alors d'évaluation non destructive (END).

On attend désormais des procédures de CND qu'elles répondent à des critères de fiabilité et de reproductibilité. L'END impose comme critères supplémentaires de fournir une information quantitative, et ce, si possible, sans augmentation des temps d'inspection. Cette exigence nécessite de faire évoluer les techniques de CND. Cette évolution est envisageable en particulier grâce aux progrès réalisés ces dernières années à la fois dans le domaine de

l'intégration instrumentale (électronique, capteurs, microsystèmes) mais également dans les outils algorithmiques et informatiques. Malgré ces progrès, avec la complexité croissante des structures à inspecter et des contraintes opératoires, elle reste plus que jamais un enjeu scientifique, technologique et industriel.

### 1.1.3 Les techniques d'évaluation non destructive

#### 1.1.3.1 Les principes généraux de l'évaluation non destructive

Un luthier voulant fabriquer un violon, va naturellement rechercher le bois de la meilleure qualité possible. Afin d'en contrôler la qualité, il va **exciter** le matériau par un léger impact mécanique, les propriétés intrinsèques du bois vont **transformer** cette énergie d'excitation en onde acoustique. Le luthier **écoute** alors le son renvoyé par le bois, puis analyse les données reçues et conclut quant à la qualité du bois. Cette procédure est en réalité générale et commune à toutes les techniques d'END. Leur processus opératoire peut se décomposer en plusieurs étapes :

- l'excitation, dans laquelle une énergie d'excitation est transmise à la pièce à inspecter, afin de l'*éclairer*,
- l'interaction au cours de laquelle l'énergie transmise interagit avec les propriétés du milieu constitutif de la pièce,
- la réception, dans laquelle un dispositif ad hoc réceptionne des signaux résultant de ces interactions,
- le traitement et l'interprétation des signaux émis afin d'en déduire les propriétés de la pièce.

Dans l'exemple précédent, l'excitation est fournie sous forme d'un impact mécanique, l'interaction avec les propriétés du milieu est d'ordre mécanique, la grandeur mesurable est une onde sonore reçue par l'oreille de l'opérateur, qui joue le rôle de récepteur, et l'analyse des propriétés de la pièce ainsi inspectée est effectuée par le luthier qui forme son diagnostic par référence à une base d'apprentissage que constitue son expérience.

Dans le cas général, l'énergie d'excitation et les signaux d'interaction du milieu excité peuvent être de même nature (par exemple une onde électromagnétique, si l'on prend le cas d'un système de radiographie à rayons X) ou bien de nature différente (mécanique et acoustique, si l'on prend le cas du luthier). Dans la suite, nous présentons le principe général de quelques techniques couramment exploitées en CND.

#### 1.1.3.2 Le ressuage

Le ressuage est une méthode optico-chimique consistant à enduire les surfaces à contrôler d'un liquide réactif qui s'introduit dans les éventuelles discontinuités. Après lavage de la surface à contrôler, un produit révélateur est utilisé afin de mettre en évidence les défauts débouchants, à l'ouverture desquels le liquide réactif est présent. Cette méthode est largement employée, car elle présente une très forte capacité pour révéler des fissures de très faible ouverture. Elle n'est toutefois opérationnelle que pour les défauts débouchant en surface de la pièce inspectée : elle trouve donc ses limites dans la détection de défauts enfouis, mais aussi dans le cas de fissures masquées par une couche de peinture ou de protection des surfaces... Un second inconvénient de la méthode est le caractère polluant des produits utilisés. Les normes anti-pollution devenant de plus en plus exigeantes, la tendance actuelle est la recherche d'alternatives à ces méthodes.

### 1.1.3.3 La magnétoscopie

La magnétoscopie consiste à créer un flux magnétique intense à l'intérieur d'un matériau ferromagnétique. En présence d'un défaut sur son chemin, le flux magnétique est dévié et il se crée une "fuite magnétique". Des particules colorées ou fluorescentes de type limaille de fer faisant office de révélateur (par analogie avec le ressuage) sont projetées dans la zone inspectée. Si leur répartition est homogène, la pièce inspectée est saine, sinon celle-ci fournit une signature caractéristique de la présence d'un défaut. Cette méthode fournit de bons résultats concernant la détection de défauts de surface mais atteint elle aussi rapidement ses limites dès lors que le défaut devient enfoui. Elle présente le même type d'inconvénient que la méthode de ressuage, en outre elle n'est applicable qu'aux matériaux magnétiques.

### 1.1.3.4 Les ultrasons

Le contrôle par ultrasons (US) exploite les propriétés de propagation des ondes ultrasonores (transmission, réflexion et absorption) dans les milieux et consiste à émettre une onde acoustique dans la pièce à contrôler et à en analyser l'écho de retour. Le dispositif se compose d'un ou plusieurs transducteurs, jouant le rôle d'émetteur et/ou de récepteur, qui génèrent un train d'ondes acoustiques. Ce train d'ondes rencontre différents éléments sur son trajet (fond de la pièce, défauts) qu'il est possible de localiser ou de caractériser en interprétant le signal reçu. Ceci constitue le principe de fonctionnement de base des US mais il existe par ailleurs des méthodes plus élaborées permettant d'améliorer les capacités de détection et de caractérisation des objets (phased array).

Dans le cas général il est nécessaire d'adapter les impédances acoustiques des différents milieux rencontrés afin d'assurer une bonne transmission de l'énergie d'excitation : une couche de liant (eau, huile) est appliquée entre le transducteur et la cible inspectée.

### 1.1.3.5 La radiographie

A l'instar de l'imagerie médicale, la radiographie est exploitée pour le CND des pièces industrielles. Un flux de rayons X ou rayons  $\gamma$  balaye et traverse la cible à inspecter. Ce flux de rayons est atténué en fonction des caractéristiques des objets se trouvant sur son trajet. Le rayonnement émergent de la pièce est ensuite recueilli à l'aide de détecteurs sensibles (film, écran). Le résultat obtenu représente l'image de la structure interne de la pièce et est directement interprétable. La radiographie présente en outre une excellente résolution spatiale. Cette technique se présente comme la méthode idéale en terme de qualité de diagnostic. Toutefois, elle est coûteuse à mettre en œuvre, nécessite l'intervention d'opérateurs de haute qualification et est peu adaptée au contrôle d'objets de grandes dimensions. Aussi les méthodes de radiographie ne représentent-elles pas la majorité des techniques utilisées en contexte industriel.

### 1.1.3.6 Les courants de Foucault

Dans un dispositif de CND à courants de Foucault (CF) l'émetteur génère un champ magnétique variable qui excite la pièce à inspecter, et le récepteur qui est sensible aux champs magnétiques résultant des interactions entre la cible et le champ d'excitation. La méthode des CF n'est applicable qu'aux matériaux électriquement conducteurs qui, soumis au champ magnétique d'excitation, vont voir apparaître une circulation de courants induits,

dits courants de Foucault, à leur surface. Ces courants induisent à leur tour, selon la loi de Lenz, un champ magnétique qui s'oppose au champ d'excitation qui leur a donné naissance. Il apparaît alors un champ magnétique résultant qui dépend directement de la circulation des courants de Foucault, et donc des propriétés électriques et géométriques du matériau, et qui vient modifier le champ originel. Dans le cas où des défauts sont présents dans la zone excitée, la circulation des CF est modifiée localement, et par suite le champ résultant est également localement affecté. C'est donc au travers de l'analyse de la mesure de cette modification de champ que pourra être établi un diagnostic sur la présence voire la caractérisation du défaut. Les techniques à CF présentent une bonne sensibilité aux défauts de type manque de matière ou rupture de conductivité (fissures). En outre, ces techniques sont simples à mettre en œuvre, sans danger, et non polluantes. C'est pourquoi elles sont largement utilisées dans l'industrie et représentent près de 50% du chiffre d'affaire des techniques d'évaluation non destructive.

Néanmoins, elles présentent quelques inconvénients, tels que la diffusion de l'onde dans le matériau, qui a pour effet de limiter la pénétration de l'onde dans la profondeur du matériau (effet de peau) et donc la détectabilité des défauts profonds, la faible résolution spatiale ou encore la dépendance à des paramètres multiples (électriques, géométriques) qui rendent l'interprétation des données CF particulièrement difficile.

### 1.1.3.7 Les méthodes couplées

Les méthodes conventionnelles que nous venons de présenter, et dont la liste n'est pas exhaustive, constituent les briques de bases de méthodes plus complexes élaborées en couplant différentes techniques afin d'enrichir les données d'observation, de combiner leurs avantages en cherchant à s'affranchir de leurs inconvénients. Parmi ces méthodes dites couplées, on peut citer celles utilisant les laser-ultrasons qui permettent de s'affranchir du couplant nécessaire en ultrasons [KFKA00, Zan01], les méthodes électromagnétiques ultra-sonores, [DEP01] magnéto-optiques [JLDP07] ou encore thermo-optiques [HJJP03]. Ces techniques font actuellement l'objet d'intenses recherches.

## 1.1.4 L'imagerie pour l'évaluation non destructive

Différents types de représentations des données sont couramment employés en fonction du mode d'acquisition. On peut en citer trois, venant du domaine des US : A-scan, B-scan et C-scan (figure 1.1).

La dénomination A-scan représente l'amplitude du signal d'écho ultra-sonore reçu par un récepteur fixe, en fonction du temps. La dénomination B-scan consiste à mesurer le signal pour différentes positions du récepteur déplacé le long d'une ligne. Le maximum du signal pour chaque position est représenté en fonction de l'abscisse correspondante. On peut ainsi obtenir, selon la méthode utilisée, une représentation en coupe de la pièce inspectée. Enfin, la représentation C-scan représente elle aussi le maximum du signal mesuré pour une position donnée mais cette fois le capteur est déplacé sur un espace en deux dimensions  $(\vec{x}, \vec{y})$  correspondant à la surface de la pièce. Cette dernière représentation offre une image à part entière de la pièce.

La représentation des données issues des capteurs sous forme 2D (images) est séduisante car elle en facilite l'interprétation. Les méthodes de type ressuage et magnétoscopie fournissent des représentations de type C-scan et sont très répandues dans l'industrie quoi-

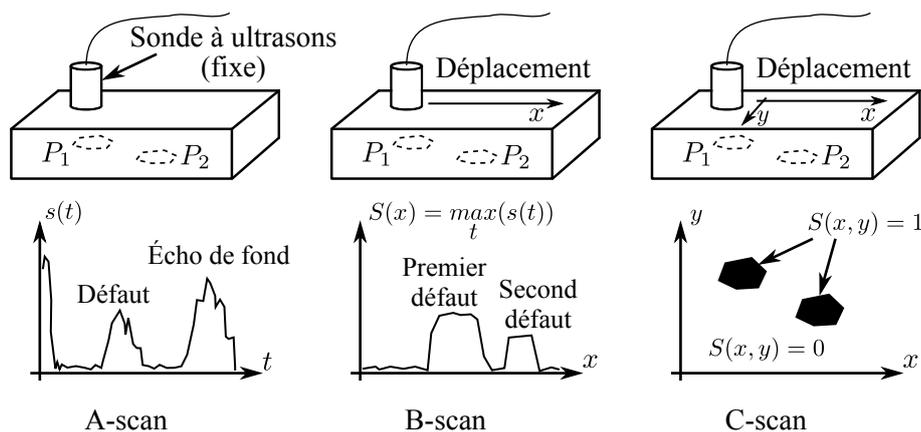


FIGURE 1.1 – Dénomination des représentations A-scan, B-scan et C-scan par ultrasons

qu'elles n'aient pas connu d'évolution ces dernières années et semblent avoir tendance à être délaissées au profit de méthodes permettant une meilleure caractérisation de défauts comme la radiographie. Celle-ci tire son épingle du jeu car bien que fournissant des images de type C-scan en 2D, il est possible par un jeu de rotation autour de l'objet inspecté d'appliquer des techniques de tomographie similaires à celles utilisées dans le corps médical et ainsi de construire des images 3D représentant la structure interne d'une pièce.

Concernant les ultrasons, les points de mesures peuvent être effectués moyennant un balayage mécanique permettant ainsi de construire à partir de signaux en 1D des images en 2D ou même d'effectuer des reconstructions en 3D. Ce type de balayage étant lent et les contraintes de productivité imposant des cadences de contrôle toujours plus élevées, les méthodes multi-éléments ont fait leur apparition. Cela a ouvert la voie à d'autres types de balayages comme le balayage électronique linéaire ou le balayage par déphasage (phased array) qui mettent en œuvre des barrettes de récepteurs[SSK<sup>+</sup>10].

A l'instar des ultrasons, les techniques CF ont permis de développer des sondes d'imagerie multi-éléments. En CF, l'obtention de représentations C-scan est aussi possible. Elle se fait couramment par le balayage selon  $(\vec{x}, \vec{y})$  à l'aide d'un capteur unique, ou encore par utilisation d'un ensemble multicapteur, ce qui permet de réduire les déplacements du système expérimental et donc les temps d'acquisition. Grâce aux techniques multi-éléments, il est possible d'obtenir une image numérique des pièces contrôlées. Les contrôles gagnent ainsi en traçabilité, rapidité et simplicité [Rav08, DWP07, Dec03]. La reconstruction de défauts 3D en imagerie CF est plus difficile à mettre en œuvre à cause de problèmes de diffusion de l'onde électromagnétique ou de problèmes d'accès à plus d'une face de la pièce, comme nous allons le voir par la suite.

## 1.2 L'imagerie pour l'évaluation non destructive par courants de Foucault

### 1.2.1 Les principes du CND par courants de Foucault

Le fonctionnement des sondes à CF repose sur le phénomène d'induction électromagnétique. Ces sondes sont composées de deux éléments assurant deux fonctions : l'excitation (ou induction) et la réception. Le phénomène d'induction est un phénomène électromagnétique complexe et non linéaire [Lib71]. Généralement on utilise une bobine parcourue par un

courant d'excitation ce qui produit un champ électromagnétique régi par les lois de Maxwell :

$$\vec{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (1.4)$$

avec  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  vecteurs champ et induction magnétiques,  
 $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  vecteurs champ et induction électriques,  
 $\vec{J}$  densité de courant.

Ici  $\rho$  est la densité de charge du matériau, nous la supposons nulle par la suite (absence de charges libres). De plus dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-statiques, qui permet de négliger les temps de propagation des ondes électromagnétiques si les dimensions considérées sont faibles devant les longueurs d'ondes, nous négligerons le terme  $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ .

Enfin, en considérant les matériaux sains comme étant linéaires, homogènes et isotropes, de conductivité électrique  $\sigma$ , de permittivité diélectrique  $\epsilon$  et de perméabilité magnétique  $\mu$ , les équations suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu\vec{H} \\ \vec{D} &= \epsilon\vec{E} \\ \vec{J} &= \sigma\vec{E} \end{aligned}$$

Dans la configuration la plus simple, l'onde plane électromagnétique générée par un dispositif d'excitation (bobine), se propage orthogonalement à une surface plane d'un matériau. Il a été montré [Lib71, LD08] que la résolution des équations de Maxwell conduit alors à exprimer la densité de courants de Foucault induits dans la cible  $\vec{J}$  en fonction de la profondeur  $z$  comme suit :

$$J_x(z, t) = J_0 e^{-z\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \cos(\omega t - z\sqrt{\pi f \mu \sigma}) \quad (1.5)$$

Cette relation montre que l'évolution du module et de la phase de la densité de courants induits sont fonction de la profondeur  $z$  et de la fréquence d'excitation  $f$ . Selon 1.5, plus  $z$  est grand, c'est à dire plus on pénètre en profondeur dans la cible, plus le module de la densité de courant est faible.

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (1.6)$$

Cette profondeur  $\delta$  est fonction de la fréquence. Plus la fréquence est importante, plus la densité de CF induits dans la cible est importante et limitée à la surface. Il en résulte que la profondeur à laquelle un capteur CF permet d'inspecter un cible est dépendante

de la fréquence d'excitation. Les courants induits ayant une amplitude inférieure à 95% de l'amplitude maximale au delà de  $3\delta$ , il est quasiment impossible de détecter des défauts à cette profondeur.

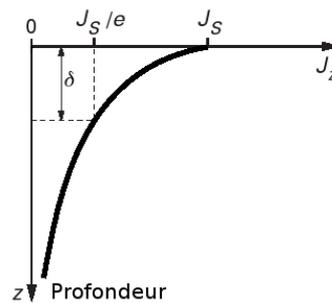


FIGURE 1.2 – Répartition des courants de Foucault sous une surface plane

Ces notions, en particulier l'effet de peau, sont primordiales pour l'application des techniques CF. Elles vont déterminer, en fonction des objectifs à atteindre, le choix, le dimensionnement et la stratégie de commande du dispositif.

## 1.2.2 L'imagerie par courants de Foucault

L'imagerie par CF est par nature un problème complexe. A la différence des US ou de la radiographie dont la grandeur mesurée représente une altération de la grandeur physique émise, en CF, la grandeur mesurée a subi une *transformation*. En effet, selon la théorie de l'onde plane, la grandeur physique émise par le dispositif d'excitation est une onde électromagnétique qui se propage dans l'air, se diffuse dans le métal où elle subit les perturbations liées au défaut éventuel, puis se propage à nouveau dans l'air jusqu'au dispositif de réception. Généralement, avec une sonde CF on ne peut accéder qu'à une face de la pièce à inspecter. Par ailleurs, la pénétration de l'onde subissant des limitations imposées par le phénomène d'effet de peau, la zone *éclairée* se trouve d'autant plus réduite que la fréquence est élevée. Ces contraintes font que les données mesurées se trouvent être *incomplètes* et rendent l'interprétation des signaux délicate.

Élaborer un système de CND à CF revient à répondre simultanément aux trois problématiques suivantes :

- Le choix et la conception du dispositif d'instrumentation qui excite la pièce et reçoit les interactions ondes/milieu
- La modélisation directe consistant à simuler les interactions sonde/pièce afin de prédire les images CF obtenues avec le milieu inspecté
- La résolution du problème inverse qui consiste en l'estimation des paramètres de la pièce inspectée à partir des données fournies par le système industriel utilisé

## 1.2.3 Le problème de l'instrumentation

Le problème de l'instrumentation consiste d'une part à générer des ondes devant interagir avec la pièce à inspecter et d'autre part à mesurer l'onde en retour. Avec l'utilisation de capteurs multi-éléments, l'organisation des récepteurs en barrette ou en matrice autorise à varier les stratégies d'émission/réception. On retrouve classiquement la fonction double, i.e.

un même élément faisant office à la fois d'émetteur et récepteur, qui permet une acquisition rapide de l'image. On peut aussi combiner l'utilisation des différents éléments pour effectuer des mesures absolues, différentielles ou des émissions/réceptions alternées au sein même de la matrice de récepteurs [RJLB<sup>+</sup>09, MMS08]. Viennent enfin les dispositifs à émission globale pour lesquels l'excitation vise à assurer une répartition localement uniforme des courants induits dans la pièce. Les récepteurs mesurent alors localement le champ résultant [VAGP07, DWP07]. Outre les stratégies d'émission/réception, se pose parfois le problème d'accès aux zones à inspecter, notamment dans les pièces complexes. Des sondes conformées ou conformables sont alors utilisées pour répondre à cette problématique [DPM<sup>+</sup>06].

Lorsque l'on cherche à retrouver  $N$  paramètres à partir de données mesurées, il est nécessaire d'avoir  $N$  mesures. Pour pallier le manque d'information inhérent aux mesures CF, une méthode d'enrichissement des données consiste à exploiter différents modes d'excitation. On rencontre alors essentiellement deux autres modes d'excitation qui viennent s'ajouter au mode mono-fréquence :

**Le mode multi-fréquence :** Les fréquences d'excitation sont judicieusement choisies afin d'obtenir des mesures dé-corrélées/complémentaires/non redondantes permettant de remonter aux  $N$  paramètres recherchés.

**Le mode pulsé :** Ce mode de fonctionnement en courants de Foucault Pulsés (CFP) offre une alternative aux signaux multi-fréquences qui consiste à émettre un signal large bande en excitant la sonde avec des signaux impulsionnels ou quasi-impulsionnels contenant un spectre riche en fréquences. Ces signaux peuvent avoir un contenu fréquentiel varié en fonction des propriétés du matériau inspecté et des défauts recherchés.

Du point de vue instrumental la difficulté tient au fait qu'émetteurs et récepteurs doivent être capables de fonctionner sur les gammes de fréquences balayées. A trop basses fréquences, l'amplitude des CF est faible et la mesure est bruitée, à trop hautes fréquences, des phénomènes de capacités parasites font apparaître des résonances qui perturbent la mesure. Par ailleurs, ces modes nécessitent des appareils d'alimentation plus complexes permettant de fournir une forte puissance sur une large bande fréquentielle et les appareils d'acquisition doivent être rapides et précis. En outre, à notre connaissance, la résolution du problème inverse associé aux techniques CFP reste assez empirique et consiste généralement à paramétrer la réponse impulsionnelle et à déduire quelques caractéristiques du milieu inspecté à partir de l'évolution de ces paramètres [ESDT08, STTR02].

## 1.2.4 La modélisation

La modélisation directe vise à établir un modèle d'interactions entre le dispositif de contrôle et la cible à inspecter. On peut distinguer différentes méthodes de modélisation. Une première modélisation, de type comportemental, consiste à considérer le problème comme une boîte noire et fait souvent appel à des réseaux de neurones ou à des modèles polynomiaux. Ce type de modèle ne nécessite pas de connaître la nature des interactions physiques internes à la pièce inspectée.

Viennent ensuite les modèles reposant sur les lois physiques de l'électromagnétisme. Tout d'abord les modèles analytiques, utilisés dans des configurations canoniques simples. Puis des méthodes semi-analytiques basées sur l'utilisation des dyades de Green [Mad98, Dec03,

BPL<sup>+</sup>04, Pai07]. Les dyades de Green permettent de décrire complètement le champ électrique créé par une source ponctuelle dans un milieu. L'inconvénient est que leur utilisation se limite à des géométries simples (plans ou cylindres) bien que des méthodes en vue de pallier ce problème voient le jour (approximation locale des surfaces complexes par les plans ou cylindres) [Pai07]. Enfin, les méthodes numériques de type éléments finis [AR97, Ida94, RTV<sup>+</sup>07]. Celles-ci ont l'avantage de pouvoir traiter toutes sortes de géométries mais au prix d'un maillage d'autant plus fin que les exigences sur l'exactitude des résultats est forte. Cet aspect peu limiter la souplesse d'utilisation de ces modèles, notamment dans le cadre de simulations paramétriques.

### 1.2.5 Le problème inverse

La démarche de résolution du problème inverse va consister, à partir de mesures obtenues expérimentalement, à estimer les paramètres du milieu qui sont à l'origine des données expérimentales recueillies. La résolution quantitative du problème inverse doit conduire à l'estimation d'un ou de plusieurs paramètres du milieu inspecté, comme par exemple la conductivité en tout point du matériau inspecté ; dans cet exemple, la résolution permettrait de caractériser une zone de corrosion et son intensité. Une résolution qualitative permet de remonter à une variation d'un ou plusieurs paramètres, sans nécessairement en connaître la valeur absolue. Une reconstruction qualitative de la conductivité dans le matériau permettrait de localiser une inclusion ou une zone de corrosion, sans nécessairement pouvoir remonter à la nature de l'inclusion ou l'intensité de la dégradation due à la corrosion.

En électromagnétisme, et plus particulièrement en CF, les modèles sont fortement non-linéaires et le problème inverse est dit *mal posé* [DIGMD01]. Ceci rend souvent sa résolution très difficile. Dans le cas général, elle nécessite de mettre en œuvre des algorithmes d'optimisation dans lesquels la solution est obtenue en minimisant un critère de proximité entre les données expérimentales et la sortie d'une modèle direct dont on fait varier les paramètres d'entrée jusqu'à convergence de l'algorithme. La convergence s'obtient souvent difficilement d'autant que les données disponibles sont le plus souvent insuffisantes et que le modèle direct ne reproduit pas parfaitement les interactions système CF/milieu inspecté. De nombreuses techniques destinées à faciliter la convergence des résultats, tels que l'ajout de contraintes ou d'a priori permettent toutefois de réduire l'espace des solutions possibles de façon à aboutir à une solution unique [Bau03] et dont l'exactitude est satisfaisante.

L'approche d'imagerie à CF s'inspire des techniques d'imagerie tomographiques : quand bien même les images CF ne sont obtenues qu'à la surface de la pièce inspectée, on cherche toutefois à reconstruire les paramètres recherchés selon, par exemple, un ensemble de voxels du matériau inspecté.

## 1.3 Contexte applicatif des travaux de thèse

Les présents travaux de thèse constituent une contribution au développement des techniques d'imagerie par CF. Ils ont été effectués dans un contexte applicatif particulier, celui de l'imagerie de pièces aéronautiques de géométrie cylindrique. Quoique la démarche adoptée soit liée à ce contexte applicatif, nous avons néanmoins cherché à mettre en place une méthodologie de résolution du problème de l'imagerie CF qui soit tout à fait généralisable à d'autres contextes applicatifs. Pour autant, il a paru intéressant de développer ce travail en tenant compte non seulement des contraintes liées à la physique du problème traité, mais

également de celles particulières liées à un problème industriel.

Une préoccupation majeure des constructeurs aéronautiques est la fiabilité des appareils, aussi font-ils appel aux techniques de CND tout au long de leur cycle de vie afin de s'assurer de leur intégrité. Que ce soit durant la phase de réalisation (inspection de fabrication) ou périodiquement, lorsqu'il s'agit de pièces dites sensibles et présentant un risque d'apparition de défauts (inspections en service). Dans notre étude, nous nous intéressons au problème particulier de l'évaluation de défauts de type fissures de fatigue qui sont susceptibles d'apparaître dans des ferrures d'attaches de voilures d'aile d'avions, dans le cadre d'une collaboration avec le Laboratoire Central d'essai de Dassault Aviation (situé à Argenteuil).

### 1.3.1 Les défauts

Parmi tous les problèmes rencontrés dans le CND aéronautique, la fatigue mécanique est à l'origine de l'apparition de défauts. Les constructeurs aéronautiques s'attachent lors de la conception de leurs appareils à dimensionner chacune des pièces de sorte qu'elles puissent supporter les contraintes mécaniques d'une utilisation normale durant tout un cycle de vie sans voir apparaître de défauts de fatigue. Or les contraintes économiques tendent à accroître la durée de vie des appareils au-delà de leur premier cycle [TS01]. Dans ce cas, pour un second voire un troisième cycle de vie, il devient nécessaire, par mesure de sécurité, d'effectuer des contrôles d'usure plus approfondis. C'est le cas en ce qui concerne les ferrures d'attache de voilure d'avions de chasse (figure 1.3) Des simulations et tests de fatigue mécanique menés par Dassault Aviation ont permis d'identifier un risque éventuel d'apparition de défauts de type fissures de fatigue, ainsi que leurs caractéristiques. C'est cette problématique qui fait l'objet de notre étude.

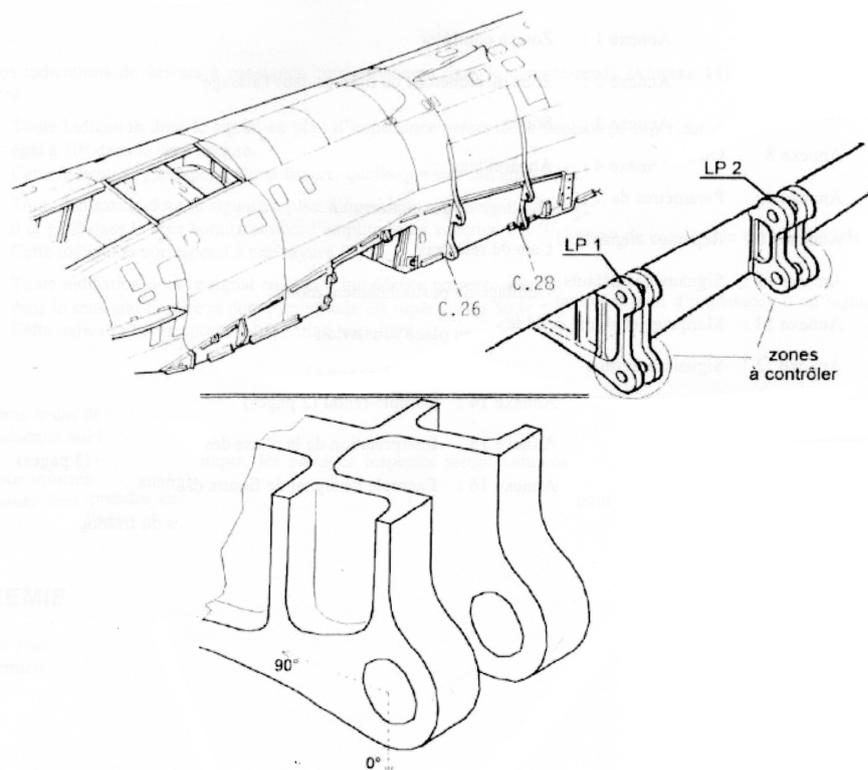


FIGURE 1.3 – Pièce d'attache de voilure à contrôler

Les défauts potentiels peuvent avoir comme première origine la fatigue due aux importantes contraintes mécaniques imposées aux liaisons lors des manœuvres de l'avion. Mais par ailleurs, les manipulations des pièces lors de l'assemblage de l'avion ou du montage et démontage lors d'opérations de maintenance telles que celles de CND elles même peuvent engendrer des rayures qui peuvent fragiliser les matériaux et favoriser l'apparition de défauts. Des études prévoient les allures et dimensions génériques de défauts, elles sont répertoriées dans le benchmarkgroup de la Confrend [Con] et présentées dans le tableau de la figure 1.4. Les défauts de type *lunule* ont une épaisseur de 0.2mm.

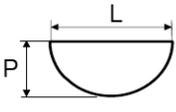
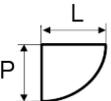
Fissures			
		<b>P (mm)</b>	<b>L (mm)</b>
	<b>fissure L5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
	<b>fissure L4</b>	<b>0.5</b>	<b>1</b>
		<b>P (mm)</b>	<b>L (mm)</b>
	<b>fissure C1</b>	<b>0.5</b>	<b>0.5</b>
	<b>fissure C2</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>
		<b>P (mm)</b>	<b>L (mm)</b>
	<b>rayure</b>	<b>0.2</b>	<b>10</b>

FIGURE 1.4 – spécifications techniques des dimensions des défauts hypothétiques

### 1.3.2 Sonde tournante

La technique actuellement utilisée par le constructeur pour contrôler ses pièces repose sur le principe des sondes tournantes.

Le système est constitué d'une bobine faisant office à la fois d'émetteur et de récepteur, placée au bout d'une tige (figure 1.5).

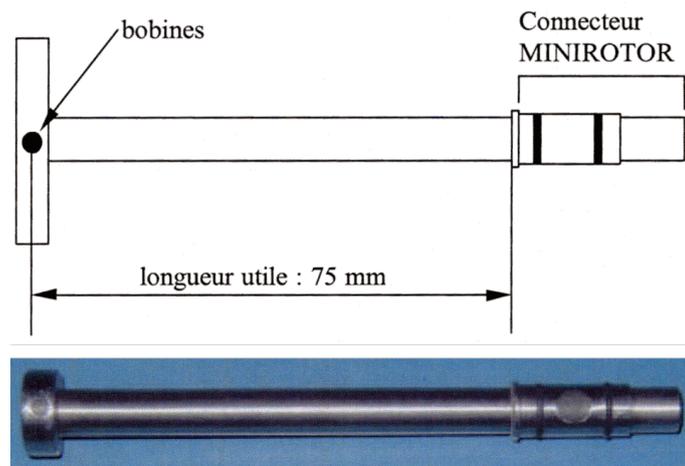


FIGURE 1.5 – Schéma et photo d'une sonde rotative utilisée chez Dassault Aviation

L'opérateur en charge du contrôle vient placer la sonde dans la pièce ou le tube à contrôler en respectant un protocole complexe : équilibrage de la sonde, repérage du zéro, étalonnage

(réglage de la phase, réglage de la sensibilité). Puis un moteur entraîne en rotation la sonde à une vitesse de l'ordre de  $6000 \text{ tr/min}$ . Le signal en sortie du capteur est mesuré au moyen d'un oscilloscope dont la fréquence de balayage est synchronisée avec la fréquence de rotation de la sonde.

Quant à l'interprétation des signaux, elle est tout aussi délicate que la mise en œuvre et demande à l'opérateur un relativement haut niveau d'expertise afin d'appliquer les procédures de vérification avant de conclure sur les caractéristiques et le type de défaut détecté (figure 1.6).

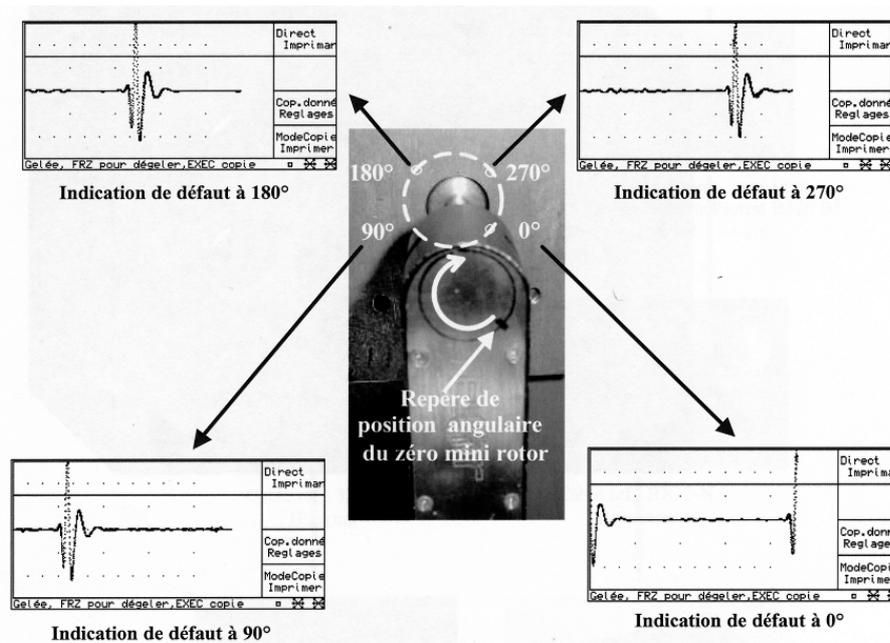


FIGURE 1.6 – Sonde rotative en situation et relevés de signaux de défauts

Ce protocole de mise en œuvre complexe ainsi que les possibilités restreintes de caractérisation des défauts poussent le responsable CND à chercher des solutions alternatives à ce type de sonde. Pour répondre à cette problématique, nous proposons de concevoir une structure de sonde innovante à base de multi-éléments dédiée à l'imagerie par CF et permettant, moyennant un traitement des images, de caractériser les défauts potentiellement détectés, de manière automatique.

## Conclusion

C'est dans ce contexte que nous proposons une approche originale d'imagerie à CF de pièces axisymétriques dans laquelle une sonde sera conçue de manière à ce que les images obtenues se prêtent à la résolution du problème inverse. Pour cela, la configuration des CF générés par la sonde sera choisie afin que leurs interactions avec les défauts éventuels de la pièce inspectée puissent être représentées par un modèle adapté à l'inversion des signaux.

# Chapitre 2

## Conception et dimensionnement

Dans ce chapitre nous allons nous attacher à la conception d'une sonde multi-capteurs à courants de Foucault adaptée à l'imagerie de défauts dans des pièces d'attaches de voilures d'avions.

Concevoir une telle sonde implique dans un premier temps de proposer pour l'emplacement, l'orientation, les dimensions (etc...) des récepteurs, une configuration qui soit adaptée à la géométrie de la cible à inspecter et à celle des défauts qu'elle est susceptible de comporter. Il faudra en particulier, s'agissant de bobines de réception par nature sensibles au champ magnétique normal à leur axe, déterminer leur orientation optimale, c'est-à-dire celle selon laquelle elles seront le plus sensibles aux perturbations de champ magnétique engendrées par un défaut.

Il faudra également dimensionner l'inducteur de la sonde de façon à ce qu'il produise l'excitation la plus homogène possible dans la pièce inspectée tout en cherchant à optimiser le niveau de signal utile mesuré par les récepteurs. Au-delà de l'optimisation du niveau de signal mesuré, il sera également tenu compte dans le dimensionnement du récepteur multi-éléments de la résolution spatiale de l'image. Pour cela il sera fait une étude comparée des performances des éléments récepteurs dont l'emploi est envisageable pour nos besoins. Cette étude portera également sur la façon d'arranger ces éléments en matrice de capteurs.

Une fois étudiées ces différentes questions, une méthodologie sera proposée et mise en œuvre pour dimensionner l'inducteur. Une réalisation de sonde en découlera qui sera suivie d'une mise en œuvre dont les résultats viendront valider le dimensionnement.

### 2.1 Principe général

#### 2.1.1 Structure

La pièce d'attache de voilure que nous prendrons comme étalon dans notre étude est un cylindre de  $52\text{ mm}$  de diamètre interne, long d'une dizaine de centimètres et d'épaisseur  $15\text{ mm}$ . Typiquement, de micro-défauts débouchants en formes de demi-disques ou de quart de disques de faible ouverture, que par la suite nous désignerons par le terme de lunule, peuvent y apparaître, soit sur la surface interne du cylindre, soit en son embouchure, comme

illustré figure 2.1.

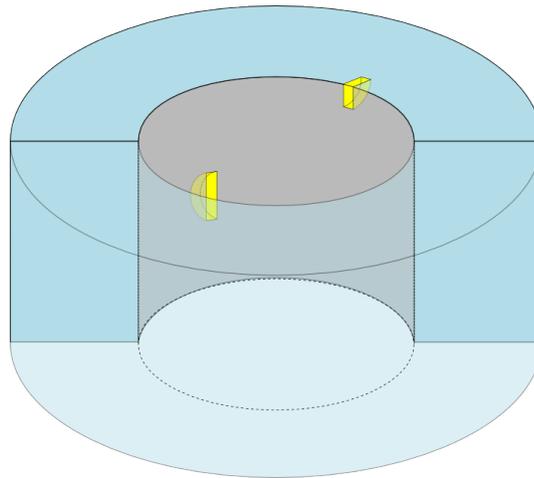


FIGURE 2.1 – Cible et défauts

La sonde à concevoir doit être capable de fournir, moyennant un nombre réduit de déplacements, une cartographie du champ magnétique à l'interface capteur / alésage qui soit suffisamment résolue pour procéder à l'inversion des images et permettre une caractérisation quantitative des défauts rencontrés.

Les éléments de cette sonde ont deux principales fonctions ; d'une part il s'agit, à l'aide d'une ou plusieurs bobines excitatrices, d'induire un champ magnétique dans la pièce à inspecter (cible) et d'autre part, de mesurer à l'aide de récepteurs idoines (bobines, GMR etc.) les variations de champ magnétique engendrées par les défauts.

Comme nous l'avons vu à la section 1.1.3.6, le champ magnétique d'excitation induit des courants de Foucault dans la cible. La présence d'un défaut dans la cible modifie le trajet des courants et par voie de conséquence, le champ magnétique à proximité de la cible. Pour des raisons que nous développerons plus loin, nous avons ici opté pour le mesurer pour des bobines de petites dimensions. C'est donc par le biais de la FEM dérivant du champ magnétique capté et mesurée aux bornes des récepteurs que nous pourrions détecter et caractériser les éventuels défauts de la cible.

## 2.1.2 Système d'émission globale

Le niveau de signal obtenu en présence d'un défaut est directement lié à la densité des courants induits localement, et donc indirectement à la densité de courants d'excitation. La bobine d'excitation doit être conçue de façon à assurer le meilleur couplage possible avec la cible et à générer des courants d'amplitude suffisante pour que le niveau de champ magnétique de réaction soit exploitable par un récepteur. La géométrie de l'inducteur a été choisie de manière à répartir les courants induits uniformément dans la cible, de sorte qu'en absence d'un défaut la composante du champ magnétique normale à la surface interne de l'alésage soit nulle.

Les caractéristiques de cette bobine d'excitation doivent satisfaire à certaines exigences géométriques et électriques. Une étape d'optimisation du dimensionnement de l'inducteur est donc nécessaire. Elle sera, entre autres moyens, effectuée à l'aide de simulations par éléments finis.

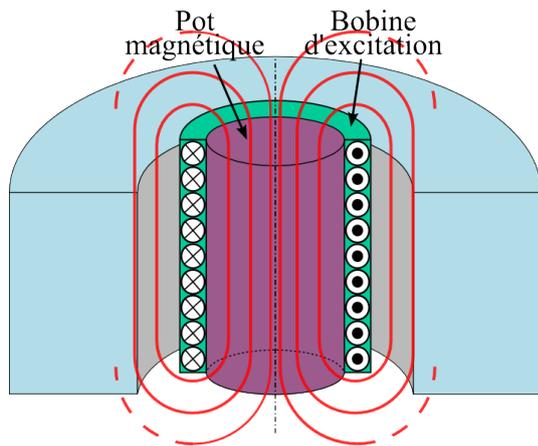


FIGURE 2.2 – Principe de génération du champ d'excitation.

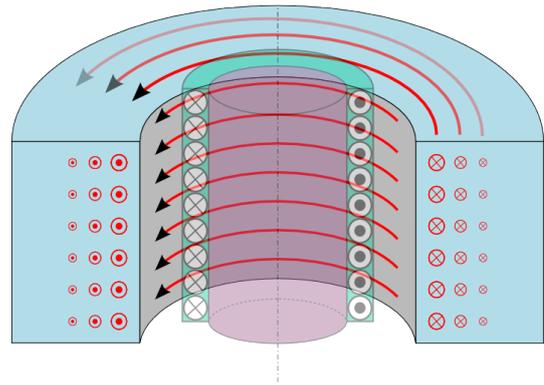


FIGURE 2.3 – Orientation des lignes de courants induits.

### 2.1.3 Systèmes de réception multiéléments

Outre l'inducteur, la sonde est constituée en réception d'une matrice de bobines de petites dimensions. La configuration du dispositif d'excitation permet d'induire des courants uniformément orientés dans la cible, et dont la déviation en présence d'un défaut engendre des composantes de champ magnétique radiales et orthoradiales (figure 2.4) qu'il peut être avantageux de mesurer. Par contre, les variations de la composante parallèle à l'axe de la cible n'est pas exploitable car noyée dans l'unique composante du champ d'excitation.

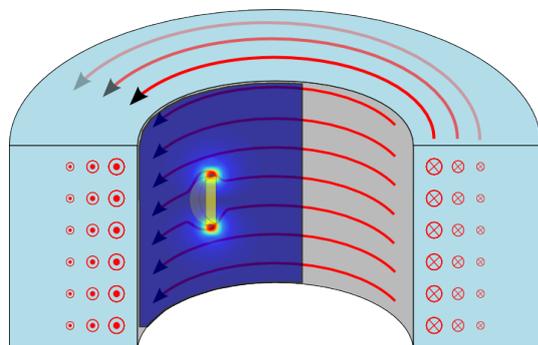


FIGURE 2.4 – Exemple de cartographie de la composante de champ radiale générée par la déviation des courants.

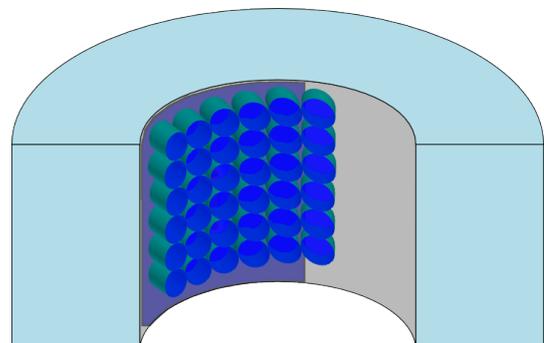


FIGURE 2.5 – Illustration de la matrice de récepteurs dédiée à l'imagerie du champ.

Une matrice de récepteurs placée à proximité de la surface interne de la cible doit être capable de fournir la cartographie du champ magnétique dû à la présence d'un défaut. L'étude des composantes radiale et orthoradiale de champ dira laquelle de ces composantes, ou combinaison de ces composantes, il est le plus intéressant de mesurer.

## 2.2 Modélisation par éléments finis

Il est nécessaire, avant de réaliser une sonde d'en étudier les caractéristiques afin d'optimiser le dimensionnement. Or, les variations de champ magnétique découlant des interactions entre les courants induits et les défauts recherchés ne peuvent pas être obtenues par

un calcul analytique. Nous aurons donc recours à des techniques de simulations numériques par éléments finis (EF).

## 2.2.1 Contraintes de simulation liées au problème considéré

Sans entrer dans les détails des différentes étapes d'une simulation par éléments finis (sur ce sujet nous renvoyons le lecteur à [LD08, LB00]), nous allons décrire les spécificités et les difficultés liées à notre problème et la manière dont nous les traiterons dans sa simulation par modélisation EF.

### 2.2.1.1 La géométrie du problème

La modélisation que nous avons adoptée est une modélisation en trois dimensions (3D). En effet, bien que la géométrie du problème possède une symétrie de révolution, une modélisation en deux dimensions (2D) axisymétrique n'était pas envisageable compte tenu de la nécessité de tenir compte du volume des défauts considérés. Néanmoins, étant données les symétries du problème, le domaine d'étude a pu être réduit à un quart du domaine complet (ce qui a permis d'économiser les ressources informatiques nécessaires à la résolution du calcul), soit à une portion de cylindre d'environ  $3.5\text{ mm}$  d'arc de cercle, ce qui correspond à un angle d'environ  $3.86^\circ$  (le rayon de la cible étant de  $52\text{ mm}$ ) pour une hauteur prise égale à 5 fois celle du défaut (figure 2.6). Aux limites et au delà de ce domaine, les composantes de champ magnétique liées aux interactions CF/défaut sont nulles. Notons qu'à partir des grandeurs ainsi simulées, leurs valeurs sur la totalité de la structure peuvent être reconstituées en tenant compte des symétries.

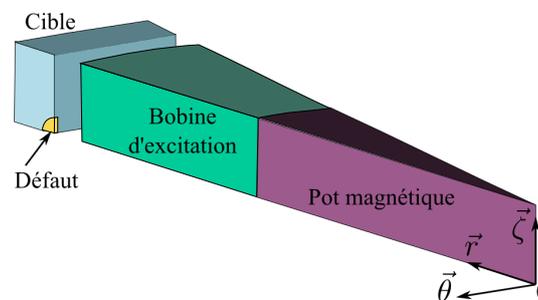


FIGURE 2.6 – Géométrie simulée sous ANSYS

Il est à noter que bien que notre problème se trouve posé dans un repère cylindrique, nous affichons souvent les résultats sur des plans en coordonnées cartésiennes correspondant à la mise à plat de la surface cylindrique considérée. Pour cela, nous définissons dès à présent deux repères distincts :

- Un repère global en coordonnées cylindriques  $(\vec{r}, \vec{\theta}, \vec{\zeta})$  représenté figures 2.6 et 2.7(a)
- Un repère local en coordonnées cartésiennes  $(\vec{X}_l, \vec{Y}_l, \vec{Z}_l)$  représenté figure 2.7(b)

### 2.2.1.2 Les paramètres des matériaux

La résolution du problème impose naturellement de définir les propriétés électromagnétiques de chacun des volumes constituant le domaine d'étude. Nous leur avons affecté les valeurs caractéristiques de notre prototype et de notre cale étalon, données ci-après :

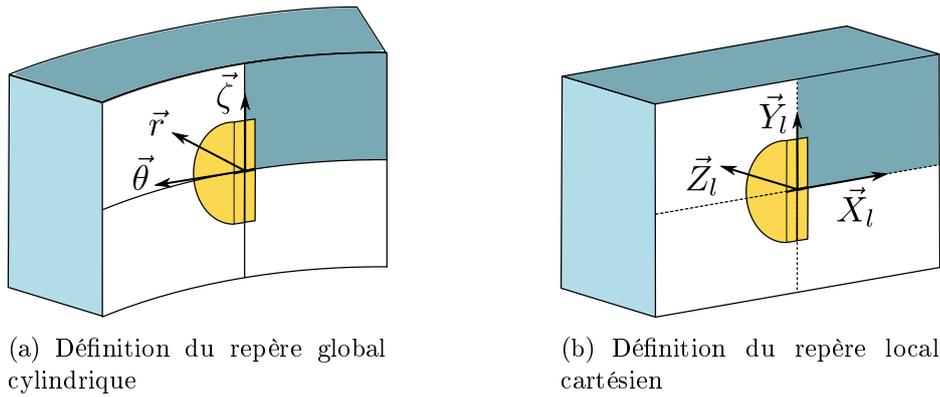


FIGURE 2.7 – Définitions des repères utilisés par la suite

- Cible : la cale étalon est en AU4G de conductivité électrique  $\sigma = 17.7 \text{ MS.m}^{-1}$  et de perméabilité magnétique  $\mu_r = 1$ .
- Inducteur : la bobine d'excitation en cuivre possède une conductivité électrique  $\sigma = 60 \text{ MS.m}^{-1}$  et une perméabilité magnétique  $\mu_r = 1$ .
- Pot magnétique : le pot magnétique est affecté d'une perméabilité magnétique  $\mu_r = 1000$  et d'une conductivité électrique  $\sigma = 0$
- L'entrefer (espace vide entre l'inducteur et la cible destiné à accueillir les récepteurs) est affecté d'une perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 1$  et  $\sigma = 0$ .

### 2.2.1.3 Considérations sur les éléments et le maillage

Toute modélisation EF comporte nécessairement une étape de maillage. Celle-ci consiste en un découpage du domaine d'étude en mailles élémentaires. Lors du maillage, le choix du type d'éléments (mailles où le calcul des grandeurs d'intérêt est fait selon une méthode de résolution donnée), de leur taille, de leur répartition, conditionne la qualité et la précision des résultats. Un maillage fin, par exemple, permettra d'obtenir des résultats précis mais au détriment du temps de calcul et de la consommation de mémoire informatique. Le type d'élément choisi ici est SOLID117 (élément propre au logiciel ANSYS). Ce type d'éléments permet de simuler des matériaux de perméabilités différentes [LD08] ce qui dans notre cas est nécessaire étant donnés les matériaux utilisés. Le maillage consiste tout d'abord à découper les lignes de chacun des volumes de façon à faire apparaître des nœuds de calcul. On comprend naturellement que le nombre de nœuds conditionne la précision des calculs. Mais face à l'important facteur d'échelle de la géométrie considérée (les défauts sont très petits comparés à la taille de l'alésage), cette opération s'avère délicate. Classiquement la pratique consiste à mailler finement la périphérie du défaut, là où les grandeurs d'intérêt sont susceptibles de varier significativement, et de relâcher progressivement le maillage à mesure que l'on s'éloigne de cette zone.

Le maillage de l'ensemble des volumes découpés nécessite de choisir pour chacun d'eux une certaine forme de mailles. Dans notre cas deux choix s'offrent à nous, soit une forme hexaédrique soit une forme tétraédrique (figure 2.8). Les premières sont préconisées dans les simulations faisant intervenir les courants de Foucault. Elles permettent une meilleure maîtrise de la taille des mailles et rendent les calculs plus rapides et plus économes des ressources informatiques. Cependant, leur mise en œuvre devient complexe dès lors que les volumes à mailler comportent plus de six *aires*. C'est ce qui, compte tenu de l'enchevêtrement de formes cylindriques et du fort facteur d'échelle de notre géométrie, nous a poussés à opter

pour des mailles tétraédriques.

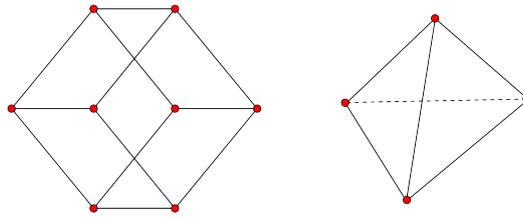


FIGURE 2.8 – Élément hexaédrique à gauche et tétraédrique à droite

Ces dernières sont des éléments pyramidaux qui ont l'avantage de permettre un maillage automatique des volumes, sans que cela ne pose de problème quant à la découpe des lignes. En contrepartie, la taille des mailles n'est pas parfaitement maîtrisée. Cela explique en partie le bruit de calcul qui entache les résultats de simulations. Notons qu'un moyen de s'affranchir dans une certaine mesure de ce bruit consiste à soustraire au champ magnétique calculé lorsque l'alésage comporte un défaut, celui calculé dans le cas où le volume de ce dernier, maillé de manière identique, au lieu d'être constitué d'air, est constitué de métal.

#### 2.2.1.4 Choix de l'intensité et de la fréquence du courant dans l'inducteur

Nous avons choisi les fréquences des courants d'excitation en nous référant à l'équation 1.5 relative à l'épaisseur de peau, de manière à ce que les CF pénètrent dans la cible à une profondeur de l'ordre de celle des défauts recherchés. Par exemple, pour la simulation d'un défaut de rayon  $0.5\text{ mm}$ , nous avons en première approximation fixé la fréquence à  $F = 100\text{ kHz}$ , ce qui correspond à une épaisseur de peau  $\delta \approx 0.4\text{ mm}$ . La valeur de la densité de courant parcourant les spires de la bobine inductrice a quant à elle été fixée à  $J_{bobine} = 100\text{ kA.m}^{-2}$ . Cette valeur a été choisie afin que la puissance soit du même ordre de grandeur que la puissance maximum de l'alimentation qui sera par la suite utilisée expérimentalement. En cas d'erreur sur cette valeur, les grandeurs *correctes* seront obtenues par simple rapport de proportionnalité.

Une fois les simulations EF effectuées, les données obtenues sont exportées vers un logiciel (en l'occurrence Matlab) permettant de les analyser et de les traiter. Le premier traitement consistant à reconstruire les cartographies de champs en tenant compte des symétries ayant permis de réduire le volume simulé par EF 2.2.1.1. Une fois ces traitements effectués, il devient possible de visualiser le champ magnétique présent dans l'entrefer, là où doivent être placés les capteurs. C'est ce qu'illustre la figure 2.9

## 2.2.2 Analyse

### 2.2.2.1 Étude des composantes de champ

La présence d'un défaut se traduit par l'apparition d'une distribution de champ de perturbation présentant trois composantes. Celle selon  $\zeta$  (figure 2.9) est noyée dans le champ d'excitation et est de ce fait impropre à la détection d'un défaut. En revanche, les composantes radiale et orthoradiale  $B_{radial}$  et  $B_{\theta}$  étant, elles, nulles en l'absence de défaut, leur mesure semble pertinente pour la détection de ces derniers. Pour cette raison, nous avons

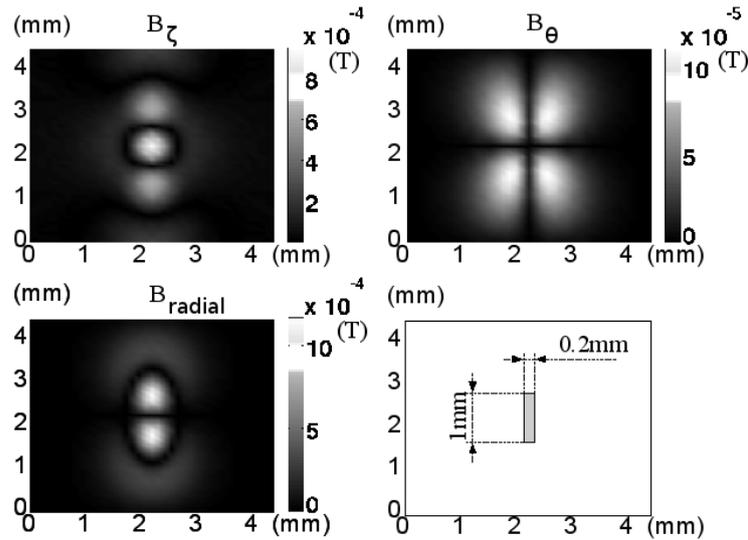
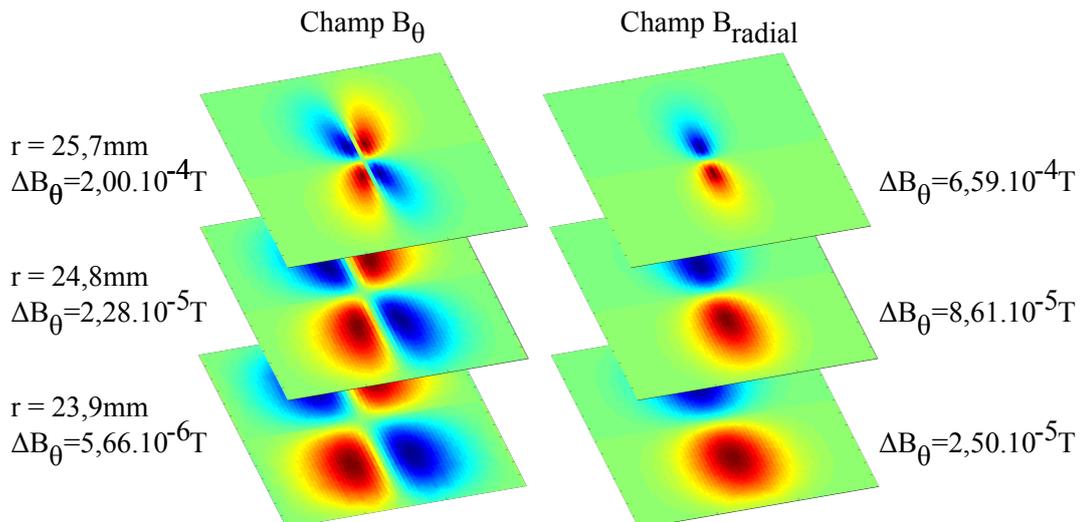


FIGURE 2.9 – Cartographie des 3 composantes de champ en périphérie de défaut.

extrait les composantes de champ  $B_{radial}$  et  $B_{\theta}$  à diverses élévations  $r$  dans l'entrefer (figure 2.10) et mesuré leurs variations d'amplitudes maximales. Parmi les capteurs de champ possibles, les bobines, les sondes de Hall ou encore les magnétorésistances géantes (GMR) sont toutes susceptibles d'être exploitées dans des configurations multi-capteurs[DWP07]. Toutefois, la réalisation de microbobines juxtaposées sur un substrat unique implique une sensibilité à la composante de champ magnétique perpendiculaire au substrat. En revanche, les contraintes de réalisation des GMR ou des sondes de Hall sur un substrat unique impliquent, elles, une sensibilité au champ parallèle au plan du substrat. Ainsi, selon le choix du récepteur, notre sonde sera sensible ou à la perturbation de la composante radiale du champ (bobines), ou bien à celle de la composante orthoradiale (GMR).

FIGURE 2.10 – Cartographies des composantes  $B_{radial}$  et  $B_{\theta}$  à plusieurs hauteurs dans l'entrefer.

Compte tenu de la configuration d'inducteur choisie on constate d'après les simulations figure 2.10 que l'amplitude de la composante radiale du champ magnétique engendrée par un défaut est supérieure d'un facteur 4 à celle de la composante orthoradiale et ce, quelle

que soit l'élévation  $r$  dans l'entrefer considérée par rapport à l'alésage. Dans cette étude, nous nous intéressons donc à la mesure de la composante radiale du champ magnétique, car non seulement celle-ci est supérieure à la composante orthoradiale, mais d'un point de vue pratique, les systèmes multibobines sont plus simples à intégrer dans un système multi-éléments, notamment parce qu'elles ne nécessitent pas d'électronique de conditionnement in situ. Néanmoins, des solutions à base d'autres types d'éléments sensibles, permettant par exemple de travailler à basses fréquences ou bien de mesurer d'autres composantes de champ, pourront faire l'objet de développements futurs.

## 2.3 Dimensionnement du système de réception

L'étude des interactions CF/défaut dans l'alésage ayant permis de déterminer quelle composante de champ il est le plus pertinent de mesurer ( $B_{radial}$ ) et quel type de détecteur élémentaire utiliser (bobines), nous allons maintenant nous attacher au dimensionnement du système de réception. Cette étude implique tout d'abord de considérer le dimensionnement des récepteurs élémentaires, mais aussi leur agencement au sein du système de réception complet.

### 2.3.1 Considérations sur le récepteur élémentaire

Pour être sensibles à la composante normale du champ de perturbation à imager, les bobines réceptrices doivent être disposées de façon à ce que la normale à la surface de leurs spires soit orientée selon l'axe radial de la géométrie considérée (figure 2.5). La mesure de la distribution du champ magnétique de perturbation dû à la présence d'un défaut s'effectue via la mesure de la F.E.M apparaissant aux bornes des bobines réceptrices, due à la variation locale de flux magnétique embrassé par celles-ci.

A partir des distributions de champ magnétique simulées par EF il est possible de déterminer également les cartographies de FEM que donneraient différents types de bobines. C'est ce que nous avons fait pour trois types de bobines réceptrices réalisées dans trois technologies différentes et choisies telles qu'une matrice multi-éléments soit techniquement réalisable. Ces bobines que nous avons prises les plus petites possibles dans chacune des technologies considérées sont les suivantes :

- Bobine sur circuit imprimé PCB (bobine PCB) :  $3\text{ mm} \times 3\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ , 4 spires par plan, 8 couches. Ces bobines représentent ce qui peut se faire de plus fin (largeur de piste et intégration multicouche en réalisation circuit imprimé conventionnel). De telles bobines ont pu être réalisées par la société Lineaconcept, à partir de fichier Gerber élaborés au laboratoire, et exploitées dans [RJLB<sup>+</sup>09, JVTLD10].
- Bobine micromoulée sur silicium (microbobine ou bobine MM) :  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ , 40 spires, 1 couche. Ce type de bobine a été réalisé par l'IEF<sup>1</sup> et exploité au laboratoire dans [RJLB<sup>+</sup>09]
- Mini bobine (bobine B) :  $1,4\text{ mm}$  de diamètre, 450 spires réparties sur  $1,4\text{ mm}$  de longueur. Ce type de bobine est réalisé par la société Statice<sup>2</sup>.

En tenant compte des grandeurs caractéristiques de chacune de ces bobines (dimensions (longueur, largeur et épaisseur), nombre de spires et nombre de couches) nous en avons

---

1. IEF : Institut d'Électronique Fondamentale de l'université paris-sud

2. Statice Études et Développement est un prestataire d'études et de production en micromécatronique de petite et moyenne série

calculé la sensibilité (en  $V/T$ ) à la fréquence de  $4\text{kHz}$  et le bruit (avant la chaîne de mesure et la détection synchrone) attendus (2.1).

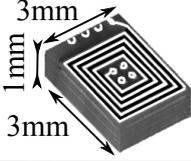
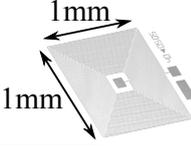
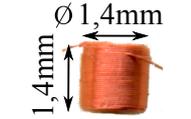
Bobine PCB		4 tours 8 couches	R : $3.5\ \Omega$ S : $142.5\text{V/T}@100\text{kHz}$ fc : $>10\text{Mhz}$
Bobine MM		40 tours	R : $50\ \Omega$ S : $12\text{V/T}@100\text{kHz}$ fc : $>10\text{Mhz}$
Bobine B		450 tours	R : $32\ \Omega$ S : $357.5\text{V/T}@100\text{kHz}$ fc : $>5\text{Mhz}$

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif de la sensibilité et du bruit attendu pour chaque bobine.

Le calcul de la FEM repose sur les deux formules suivantes :

$$\underline{\phi}_{\text{capteur}} = \oint_S \underline{B} \cdot dS \quad (2.1)$$

$$\underline{e} = \frac{d\phi}{dt} = j\omega \underline{\phi}_{\text{capteur}} \quad (2.2)$$

Avec :

- B : le champ embrassé par toutes les spires du capteur
- $dS$  : élément de surface du capteur
- $\omega = 2\pi f_{\text{excitation}}$

La discrétisation de ces équations nous a amenés à utiliser les formules suivantes :

$$\underline{\phi}_{\text{couche}} = N_{\text{spires}} dS_{\text{element}} \sum_{i=0}^{n_{\text{elements}}} \underline{B}_i \quad (2.3)$$

$$\underline{e}_{\text{capteur}} = j \sum_{N_{\text{couches}}} \omega \underline{\phi}_{\text{couche}} \quad (2.4)$$

Avec :

- $\underline{\phi}_{\text{couche}}$  : le flux capté sur une couche de spires
- $\underline{e}_{\text{capteur}}$  : la FEM créée aux bornes du capteur
- $B_i$  : le champ traversant un élément de surface du capteur
- $dS_{\text{element}}$  : la surface élémentaire
- $n_{\text{elements}}$  : le nombre de surfaces élémentaires par couche du capteur
- $N_{\text{couches}}$  : le nombre de couches sur lesquelles s'étend la bobine

Selon l'élévation (i.e. l'éloignement)  $r$  dans l'entrefer des points considérés par rapport à l'alésage, les éléments de surface n'ont pas les mêmes dimensions et une bobine réceptrice simulée ne comporte donc pas le même nombre de surfaces élémentaires.

Le calcul effectué en tient compte.

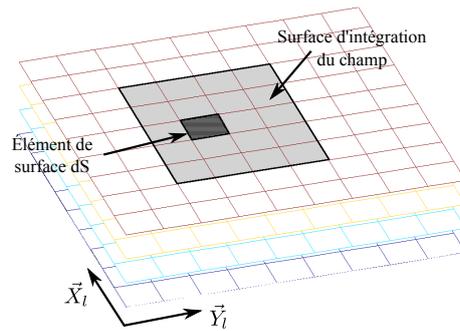
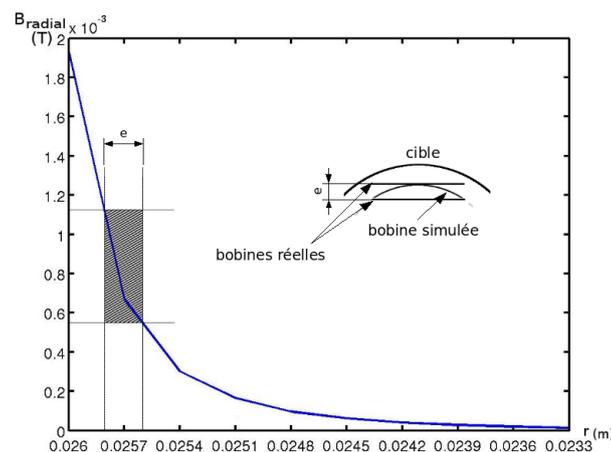


FIGURE 2.11 – Représentation de la surface d'intégration.

Enfin, pour le calcul de la FEM, nous nous sommes intéressés à l'erreur commise lors de l'approximation faite sur la géométrie de la bobine réceptrice. En effet, nous intégrons le flux du champ  $\vec{B}$  sur chaque couche cylindrique, ce qui implicitement suppose des bobines courbes. Or, les bobines réelles que nous envisageons d'utiliser sont planes. Pour quantifier l'erreur commise nous avons tracé l'évolution de l'amplitude du champ magnétique en fonction de l'élévation  $r$  (figure 2.12), et à titre d'exemple calculé quelle serait l'erreur commise sur une couche d'un capteur située à  $0,3\text{ mm}$  de la cible (la décroissance du champ  $y$  étant importante).

FIGURE 2.12 – Variation de l'amplitude du champ  $\vec{B}$  en fonction du rayon.

Par souci de simplification, nous avons considéré que cette courbe pouvait être vue comme deux portions de droites affines contiguës : l'une qui serait vue par une bobine plate située à une élévation supérieure à celle de la bobine courbe et l'autre par à une bobine plate située à une élévation inférieure.

**Cas d'une bobine située à une élévation supérieure à celle de la bobine simulée :**

L'équation de la composante radiale du champ  $\vec{B}$  (repère cylindrique) s'écrit :

$$B_r(r) = -4,23r + 1,94 \cdot 10^{-3} \quad (2.5)$$

Afin d'apprécier l'erreur engendrée par l'approximation, nous n'avons calculé le flux qu'au travers d'une seule spire.

En posant :

$$\begin{aligned} r &= R_0 - \sqrt{x^2 + y^2} \\ dS &= l dx \end{aligned}$$

avec

- $R_0$  : rayon de la cible
- $dS$  : élément de surface de l'intégration en considérant le champ  $\vec{B}$  constant sur la direction  $\vec{\zeta}$
- $l$  : largeur de la bobine réceptrice carrée.

On obtient alors l'équation 2.6 dont l'intégration sur la surface de la bobine donne l'équation 2.7 :

$$B(x, y) = -4,23 (R_0 - \sqrt{x^2 + y^2}) + 1,94.10^{-3} \quad (2.6)$$

$$\phi = \oint_{-l/2}^{l/2} \vec{B}(x, y) d\vec{S} = 2 \int_0^{l/2} [-4,23 (R_0 - \sqrt{x^2 + y_0^2}) + 1,94.10^{-3}] l dx \quad (2.7)$$

Nous avons effectué ce calcul dans le cas de deux types de bobines : l'une de  $3\text{ mm}$  de côtés et l'autre de  $1\text{ mm}$ . Ensuite nous avons estimé l'erreur commise par rapport à notre calcul avec une bobine courbe. Les résultats sont donnés dans le tableau 2.2.

**Cas d'une bobine située à une élévation inférieure à celle de la bobine simulée :**

L'équation de la composante radiale du champ  $\vec{B}$  (repère cylindrique) s'écrit :

$$B_r(r) = -1,23 r + 1,04.10^{-3} \quad (2.8)$$

Avec les mêmes hypothèses que précédemment, nous arrivons à l'équation du flux :

$$\phi = \oint_{-l/2}^{l/2} \vec{B}(x, y) d\vec{S} = 2 \int_0^{l/2} [-1,23 (R_0 - \sqrt{x^2 + y_0^2}) + 1,04.10^{-3}] l dx \quad (2.9)$$

Compte tenu de ses petites dimensions, la faible valeur de l'erreur commise avec une bobine de  $1\text{ mm}$  de côtés ( $0,48\%$ ) était prévisible. En revanche, on observe une erreur de presque  $10\%$  avec la bobine de  $3\text{ mm}$  dans le cas où elle serait située dans la zone comprise entre  $r = 25,7\text{ mm}$  et  $r = 26\text{ mm}$ .

Nous venons de voir à partir de l'allure de la décroissance du champ en fonction du rayon, que la variation de champ la plus importante se produit dans la zone située autour de  $25,7\text{ mm}$ . En pratique, nous travaillerons dans la zone de rayon inférieur à  $25,7\text{ mm}$ . L'erreur que nous commettrons par rapport aux simulations sera donc dans le pire des cas inférieure à  $1,8\%$ . Nous pouvons en conclure qu'en utilisant cette approximation l'erreur commise reste tolérable. Nous pouvons donc la conserver pour la suite de l'étude.

### 2.3.2 Performances des récepteurs élémentaires

Nous considérons dans un premier temps l'effet de "convolution" produit par le détecteur élémentaire, qui est dû à l'intégration de la distribution du champ à mesurer sur le volume

		Au dessus	En dessous
Bobine PCB	$\phi_{reel}$	6,59.10 <sup>-9</sup> Wb	6,14.10 <sup>-9</sup> Wb
	$\phi_{simule}$	6,03.10 <sup>-9</sup> Wb	6,03.10 <sup>-9</sup> Wb
	$\epsilon\%$	9,3	1,8
Bobine MM	$\phi_{reel}$	6,73.10 <sup>-10</sup> Wb	6,67.10 <sup>-10</sup> Wb
	$\phi_{simule}$	6,70.10 <sup>-10</sup> Wb	6,70.10 <sup>-10</sup> Wb
	$\epsilon\%$	0,48	0,45

Avec  $\phi_{reel}$  : le flux d'une bobine plate

$\phi_{simule}$  : le flux d'une bobine courbe

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif du calcul du flux et de l'erreur commise pour deux types de bobines plates suivant leur position par rapport à la bobine courbe simulée

de la bobine. L'image CF est obtenue en déplaçant le capteur face à la zone d'étude et en mesurant la FEM. Nous allons considérer dans un premier temps que les déplacements des bobines sont effectués de manière "quasi-continue", en d'autres termes qu'avec un pas très faible entre deux positions de mesure, le capteur image de façon exhaustive le voisinage d'un défaut. Nous allons ainsi caractériser l'influence du volume non nul du capteur sur la cartographie mesurée, et de l'éventuel recouvrement qui peut résulter de leur agencement au sein du récepteur matriciel et de la technique d'acquisition envisagée. Le taux de recouvrement des capteurs (illustré figure 2.13) est lié à l'écart entre deux positions de mesure. Nous l'explicitons en pourcentage. Un taux recouvrement de 0% correspond à un écart entre deux positions supérieur à la taille de la bobine réceptrice. À l'inverse, un taux de recouvrement de 100% correspond à un écart nul entre deux positions de mesures. Nous allons donc caractériser les cartographies de FEM obtenues en présence d'un défaut par les 3 technologies de capteur considérées, en commençant par le cas où le taux de recouvrement est de l'ordre de 100%.

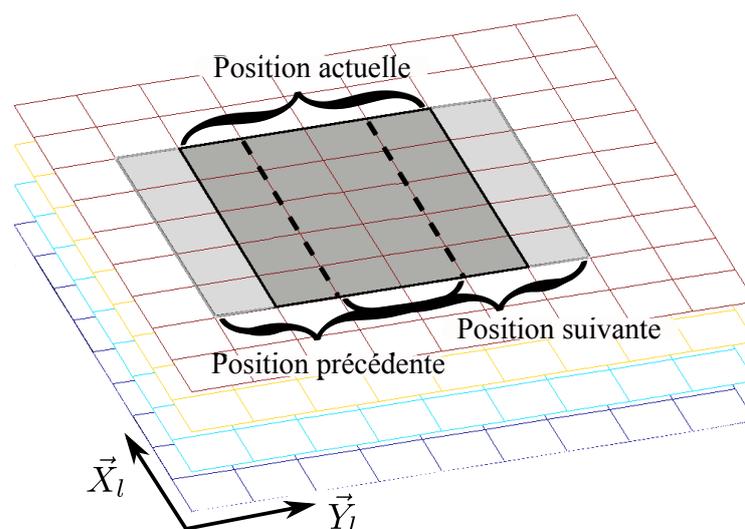
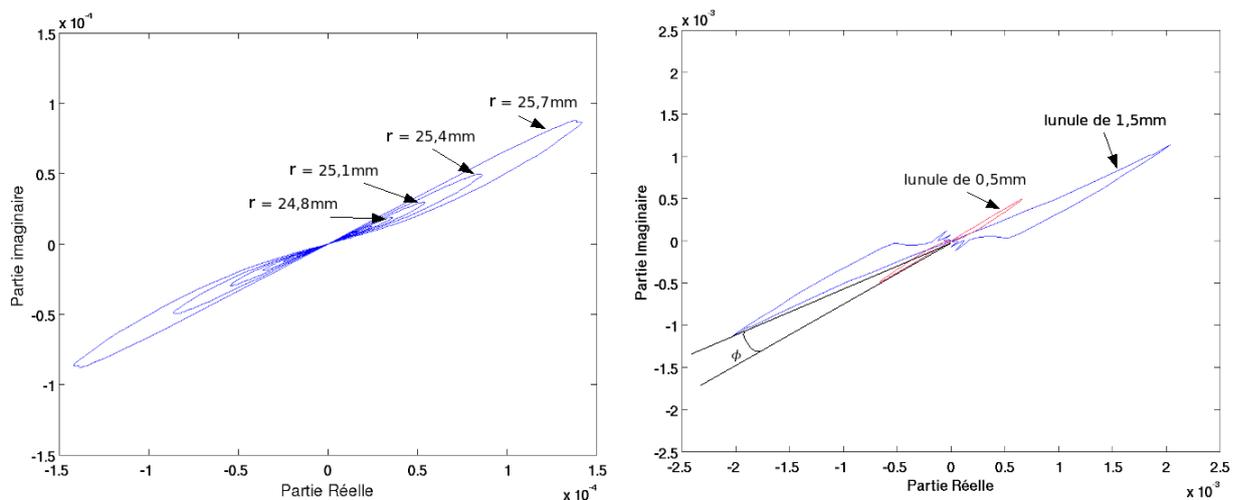


FIGURE 2.13 – Illustration du recouvrement lors d'un déplacement de capteur.

### 2.3.2.1 Influence du type de récepteur élémentaire sur la cartographie CF

Pour mener cette étude, nous choisissons de considérer les signaux issus des récepteurs dans le plan d'impédance complexe. Nous représentons dans ce plan la partie imaginaire de la FEM aux bornes de la bobine réceptrice en fonction de sa partie réelle, pour un déplacement longitudinal de cette bobine selon l'axe (à définir), au droit du défaut. Cette représentation (figure de Lissajous) permet d'analyser l'influence du choix de la bobine réceptrice sur l'amplitude, la phase et l'allure de la FEM obtenue.

Pour ce faire, nous traçons tout d'abord les courbes de Lissajous relatives à un récepteur élémentaire idéal, parfaitement ponctuel et dont la fonction de transfert  $FEM = f(B) = 1$  (figure 2.14). Cela revient à représenter la partie imaginaire du champ magnétique  $\vec{B}_{radial}$  à mesurer en fonction de sa partie réelle. A titre d'exemple l'évolution de l'allure du champ  $\vec{B}_{radial}$  au droit du défaut est représentée figure 2.14 (a) pour différentes élévations au-dessus du défaut et (b) pour deux défauts profondeurs respectives  $0,5\text{ mm}$  et  $1,5\text{ mm}$ . Nous constatons tout d'abord que la position en élévation du détecteur par rapport à l'interface métal-air influence fortement l'observation de la grandeur d'intérêt : un capteur volumique sera donc sensible à des composantes de champs magnétiques différentes selon sa "hauteur". D'autre part on remarque que l'amplitude et la phase de la figure de Lissajous contiennent toutes deux des informations relatives aux paramètres du défaut (ici le rayon de la lunule considérée).



(a) Figures de lissajous de la composante radiale du champ  $\vec{B}$  en fonction du rayon  $r$  dans l'entrefer (b) Comparaison des figures de lissajous de  $\vec{B}_{radial}$  de deux défauts de profondeurs différentes

FIGURE 2.14 –

Prenons maintenant en compte le volume du récepteur élémentaire réel. L'observation du champ  $\vec{B}_{radial}$  va maintenant se faire au travers de la FEM mesurée aux bornes de la bobine réceptrice et donc par intégration du champ magnétique sur le volume du récepteur. Il en résulte un étalement spatial que l'on peut observer sur les courbes représentant les parties réelles et imaginaires des FEM (figure 2.15) apparaissant aux bornes des bobines de réception. Ce phénomène va engendrer une diminution de résolution pour des récepteurs élémentaires de hauteur non nulle, et de surface non nulle.

Comparons à présent les courbes de Lissajous des FEM calculées pour les trois récepteurs élémentaires bobinés considérés (2.1). La figure 2.16 montre nettement la différence

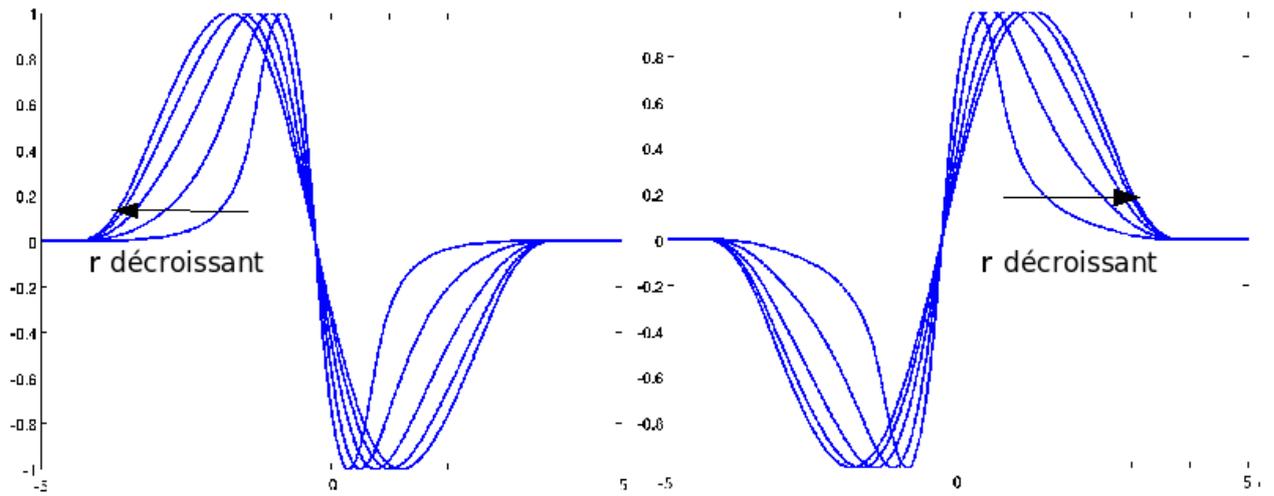


FIGURE 2.15 – Partie réelle (à gauche) et partie imaginaire (à droite) de la FEM normalisée d'une bobine plate suivant différents rayon (ou élévation) dans l'entrefer.

d'amplitude des FEM obtenues aux bornes des trois bobines. On voit en effet que la bobine comportant le plus grand nombre de spires génère une FEM au moins 10 fois supérieure à celles des deux autres. Outre le nombre de spires, la surface embrassée par les capteurs influence aussi sur l'amplitude de la FEM mesurée. Or l'amplitude des signaux est une caractéristique primordiale, puisqu'elle conditionne la capacité du capteur à détecter un défaut. Et en effet, le risque que les signaux ne puissent être distingués du bruit de mesure sera d'autant plus élevé que la surface du récepteur sera petite.

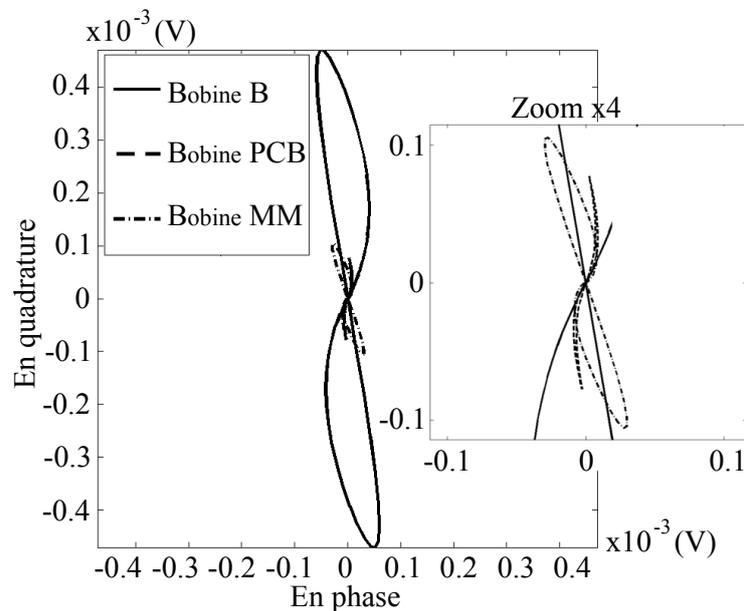


FIGURE 2.16 – Comparaison des figures de lissajous des FEM aux bornes des trois bobines de réception considérées pour un même défaut ( $0,5\text{ mm}$ ).

On pourrait s'attendre à ce qu'avec une surface plus élevée la bobine PCB permette de capter plus de champ et donc fournisse une FEM plus grande que les micro et minibobines, mais la perturbation de champ créée par des défauts aussi petits que ceux considérés ne couvre pas l'intégralité de la surface de cette bobine, si bien qu'une grande partie de cette

Type de capteur	Bobine PCB	Bobine MM	Bobine B	Bobine B'	Champ $B_{radial}$
Surface ( $mm^2$ )	29,4	15,5	24	22,3	9,3
Étalement (%)	315	166	257	238	100
minibobine' : mini bobine de 1,4 mm de diamètre, 1 mm de long et 225 spires.					

TABLE 2.3 – Récapitulatif des surfaces occupées par 98% du signal suivant différents capteurs.

surface s'avère inutile. En outre, des dimensions trop importantes conduisent à un effet d'intégration préjudiciable à la résolution spatiale.

### 2.3.2.2 Influence du récepteur élémentaire sur la résolution spatiale de l'image CF d'un défaut

Les bobines réceptrices n'étant pas ponctuelles, la FEM induite à leurs bornes résulte de l'intégration des composantes de champ magnétique  $B_{radial}$  embrassées par les surfaces de toutes leurs spires. Ceci engendre, par rapport à la surface occupée par le champ magnétique au voisinage d'un défaut, un étalement de la surface occupée par la FEM imagée. La résolution du multi-capteur de réception sera naturellement d'autant meilleure que cet étalement sera faible. Afin de le quantifier et de comparer les trois technologies de bobines, nous avons calculé dans chaque cas la surface occupée par 98% de la FEM mesurée et par 98% de l'énergie de la composante de champ  $B_{radial}$  prise sur la couche de 25,7 mm d'élévation par rapport à l'interface métal-air. Le rapport de ces deux grandeurs est ce que nous définissons comme le facteur "d'étalement" de la mesure du à la bobine. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.3.

Il apparaît clairement que la bobine présentant le plus grand support spatial (PCB, support spatial de 3 mm de côté) possède une résolution très inférieure aux autres, son facteur d'étalement étant de 315%. Quant à la bobine la plus petite (bobine MM), son facteur d'étalement est de 166%. La hauteur de la bobine ayant une influence sur le phénomène d'étalement, nous avons, pour le quantifier, introduit une minibobine supplémentaire, que nous nommerons bobine B', de même hauteur que la bobine PCB. Il s'avère qu'à surface égale, une diminution du tiers de la hauteur engendre une réduction du facteur d'étalement de près de 20%. Et à hauteur égale, une diminution du quart de la surface du récepteur élémentaire engendre, elle, une réduction du facteur d'étalement de près de 80%. Pour la résolution de la sonde d'imagerie c'est donc la surface des capteurs utilisés qui est prépondérante.

Nous avons jusqu'à présent considéré des cartographies de champ mesurées par le biais de FEM, en considérant que le taux de recouvrement des capteurs était voisin de 100%. En pratique un pareil taux de recouvrement nécessiterait de faire des mesures avec un pas d'échantillonnage très fin devant les dimensions des récepteurs, ce qui induit des temps d'acquisition importants. Pour des raisons pratiques, il nous faut donc considérer des techniques d'acquisition plus réalistes et en conséquence analyser la dégradation induite par des pas d'échantillonnage plus conforme à la mise en œuvre expérimentale.

Le tableau 2.4 présente sous deux formes, en deux et trois dimensions, les cartographies de FEM correspondant aux trois bobines considérées et à un taux de recouvrement égal cette

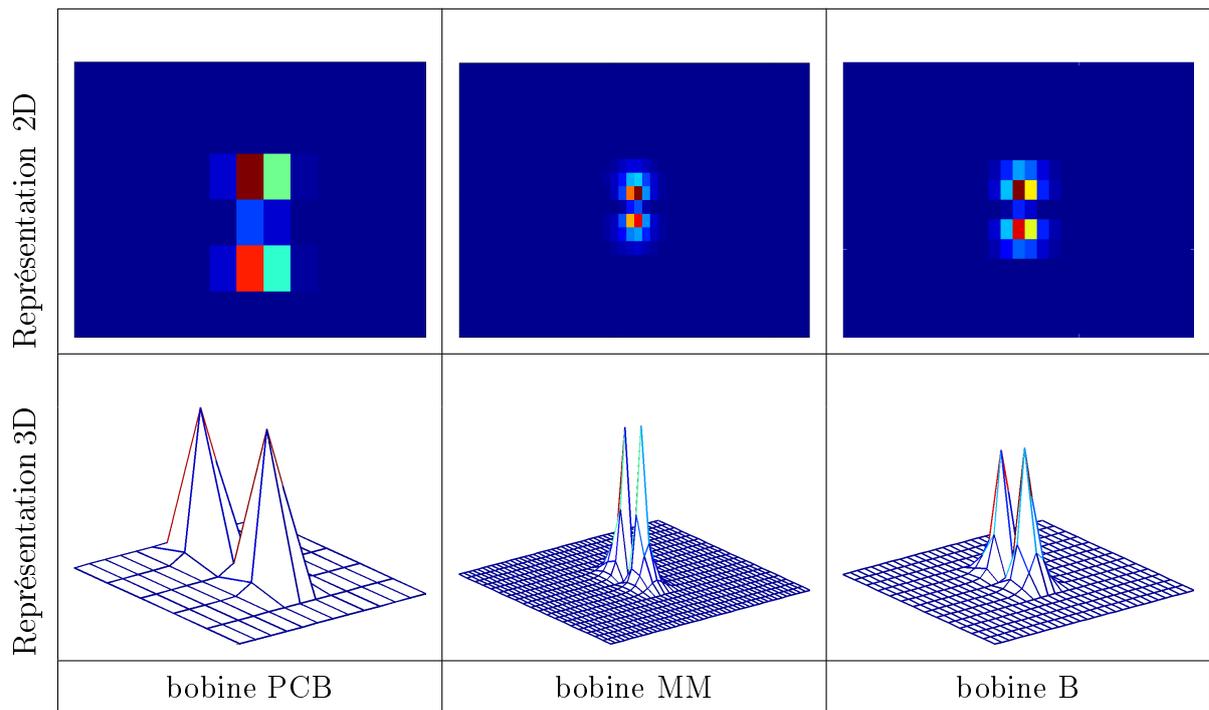


TABLE 2.4 – Allures des FEM pour les 3 bobines avec un recouvrement de 0%

fois à 0%, qui correspond au cas où l'échantillonnage du champ magnétique se fait à l'aide d'une matrice de récepteur sans mouvement mécanique (par souci de lisibilité les échelles ne sont pas représentées mais elles sont les mêmes que celles des courbes de Lissajous données à la figure 2.16). Du point de vue de l'étalement des signaux, ces résultats tendent aux mêmes conclusions que ceux obtenus avec un taux de recouvrement de 100%, à savoir que plus la surface de la bobine est petite, meilleure est la résolution de l'image obtenue. Quant à la résolution numérique de l'image obtenue, que nous définirons comme le nombre de pixels par unité de longueur, un pixel correspondant à un point de mesure de FEM, pour un taux de recouvrement des capteurs de 0%, elle se calcule tout simplement en considérant que les dimensions d'un pixel sont celles de la bobine utilisée.

Avec un taux de recouvrement des bobines de 50%, la résolution numérique est multipliée par quatre. C'est d'ailleurs bien ce qu'illustre la figure 2.5.

Si, comme nous venons de le voir, le taux de recouvrement des capteurs influe sur la résolution spatiale de la sonde d'imagerie, il influe également sur l'amplitude du signal mesuré en fonction du centrage ou du décentrage du multi-capteur relativement au défaut, comme nous le montrons au paragraphe suivant.

### 2.3.2.3 Influence de l'échantillonnage d'un capteur multiéléments sur la qualité de la mesure

Le récepteur élémentaire effectuant l'intégration du champ magnétique qu'il embrasse, il réalise une opération de moyennage spatial de la distribution de champ auquel il est sensible. La sortie du récepteur dépendra également de sa position par rapport au défaut. Il en va de même d'une barrette multi-récepteurs.

Contrairement au récepteur seul qui pour réaliser une cartographie de FEM doit être déplacé selon deux directions, une barrette permet de réaliser une cartographie par déplacements

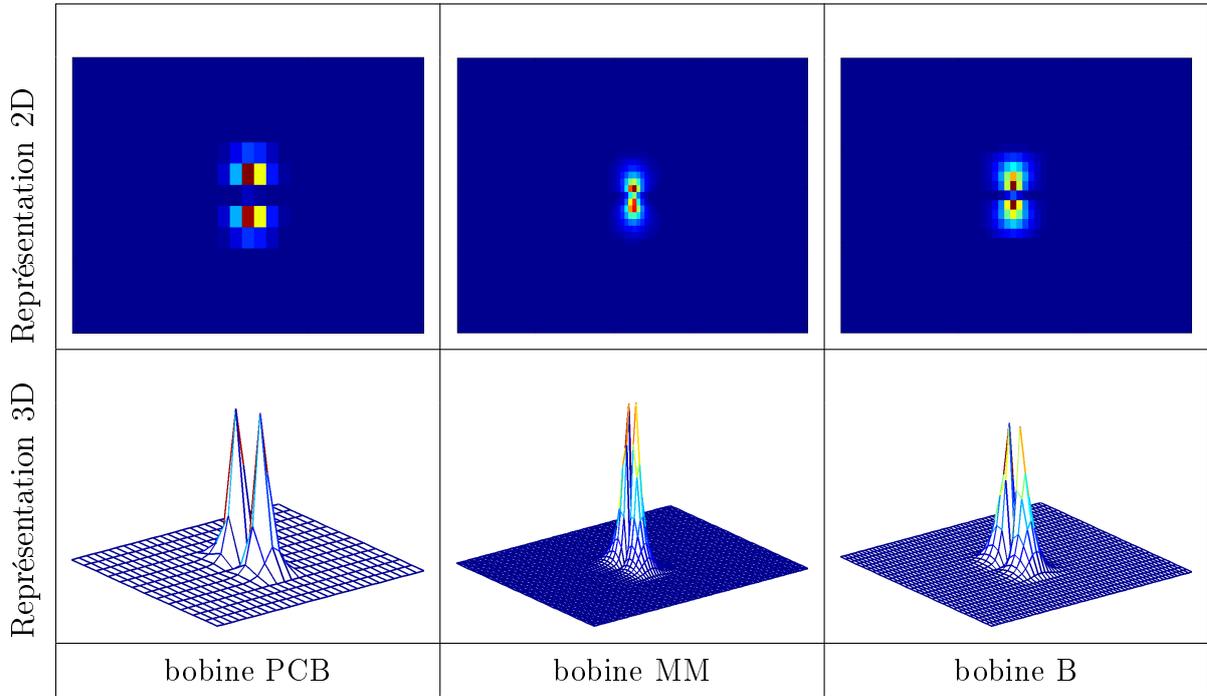


TABLE 2.5 – Allures des FEM pour les 3 bobines avec un recouvrement de 50%.

selon une seule direction (on pourrait également envisager la solution plus coûteuse d'une matrice de capteurs étendue sur deux dimensions et ne nécessitant pas d'être déplacée), l'autre dimension étant échantillonnée spatialement par les récepteurs juxtaposés.

Deux paramètres influent sur le signal mesuré, d'une part le taux de recouvrement des récepteurs agencés en matrice, et d'autre part la position de celle-ci par rapport au défaut dont on veut mesurer la signature magnétique. Pour un taux de recouvrement des récepteurs donné, c'est-à-dire pour un agencement de matrice donné, et pour une position donnée de la matrice, on obtient une certaine cartographie de FEM qui présente un certain maximum  $fem_{max}$ . La position optimale d'une matrice est celle qui donne la valeur  $fem_{max}$  la plus grande (appelons la  $fem_{max\_opt}$ ), la position la plus défavorable à la détection d'un défaut étant à contrario celle qui donne la valeur  $fem_{max}$  la plus petite (appelons la  $fem_{max\_pire}$ ) pour une même cartographie de champ à mesurer.

Ce point est illustré à la figure 2.6 dans laquelle deux cas de positions du multicapteur par rapport au défaut, l'un favorable et l'autre non, sont représentés.

Afin d'optimiser la probabilité de détection d'un défaut, il faut que le niveau maximum mesuré soit le moins sensible possible à la position de la matrice de récepteurs, ce qui veut dire que l'agencement matriciel doit être tel que l'écart  $\epsilon$  entre l'amplitude maximum de la FEM mesurée dans la position la plus favorable (optimale) et l'amplitude max de la FEM mesurée dans le cas le plus défavorable (pire), c'est à dire  $\epsilon = fem_{max\_opt} - fem_{max\_pire}$ , soit le plus réduit possible.

Nous avons quantifié cet écart pour différents agencements matriciels des trois bobines considérées (tableau 2.7). Ces calculs ont été effectués pour des taux de recouvrement de 0% ou de 50% dans les deux directions, de 0% selon  $\vec{X}_l$  et de 50% selon  $\vec{Y}_l$  et inversement. Il apparaît que la bobine PCB est celle dont les FEM mesurées sont les plus faibles et dont les écarts  $\epsilon$  mesurés sont les plus grands. Pour un taux de recouvrement nul, l'écart  $\epsilon$  est de l'ordre de 80% alors que tous recouvrements considérés confondus, avec les deux autres bobines, il n'excède pas 29%.

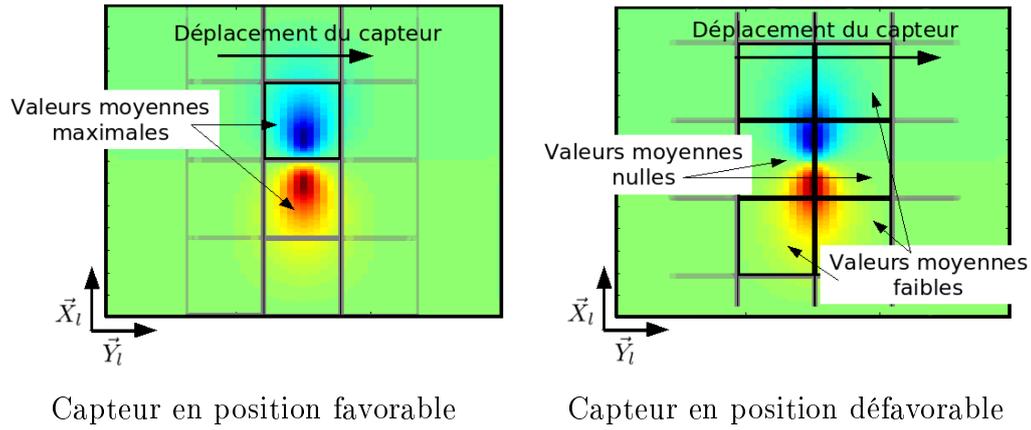


TABLE 2.6 – Illustration d’une position favorable du multicapteur et d’une position défavorable.

Par ailleurs, on constate que par rapport à un taux de recouvrement nul, un taux de 50% dans les deux directions réduit d’un facteur 2 l’écart  $\epsilon$  pour la bobine PCB et d’un facteur proche de 6 pour la microbobine.

Quant à la minibobine, sa nature interdisant de réaliser un taux de recouvrement de 50% dans les deux directions, les calculs concernant ce cas de figure restent théoriques et ne sont donnés qu’à titre indicatif.

En ce qui concerne l’agencement des capteurs avec un taux de recouvrement nul dans une direction, et de 50% dans l’autre, on constate pour chaque bobine, toujours par rapport au cas d’un recouvrement nul dans les deux directions, une diminution de l’écart  $\epsilon$ . En outre, il apparaît que l’orientation de la barrette de capteurs, c’est à dire le choix de la direction selon laquelle le recouvrement est nul, influe sur les valeurs de  $\epsilon$ . Ceci est particulièrement vrai pour les bobines PCB et les bobines MM. L’effet est moindre avec les bobines B, pour lesquelles, malgré le changement d’orientation,  $\epsilon$  demeure approximativement égal à 20%.

#### 2.3.2.4 Influence du bruit sur la mesure effectuée par un multicapteur et sur la capacité de reconstruction

Nous venons d’étudier l’influence du positionnement relatif de la matrice de récepteur par rapport au défaut ainsi que celle du recouvrement des mesures élémentaires sur la l’amplitude de la cartographie obtenue, qui conditionne la détectabilité des défauts à partir de la cartographie fournie par le multicapteur. En pratique, cette cartographie de FEM, notée  $FEM_{ch}$ , correspond à l’échantillonnage spatial 2D d’une cartographie  $FEM_{ref}$  qui serait une cartographie infiniment bien résolue, c’est à dire dont le pas d’échantillonnage serait infiniment fin, ou, comme nous l’avons évoqué, avec un taux de recouvrement proche de 100%.

Pour se rapprocher de la cartographie  $FEM_{ref}$  à partir de  $FEM_{ech}$ , une interpolation cubique ou spline peut-être une solution. Toutefois, l’exactitude de l’interpolation envisagée dépend de la configuration des capteurs, de leur disposition dans la matrice (i.e. du pas d’échantillonnage  $d\theta$  et  $d\zeta$  ou  $dY_l$  et  $dX_l$ ) et du niveau de bruit venant entacher les mesures. La figure 2.17 illustre ce point.

Afin de caractériser l’influence du bruit sur l’erreur d’interpolation en fonction de l’échantillonnage, nous avons considéré les cartographies échantillonnées spatialement par un récepteur matriciel, avec un pas et un recouvrement variables, en présence d’un bruit additionnel

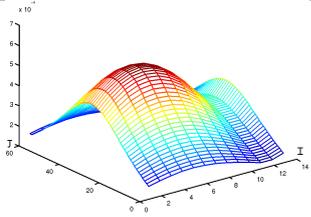
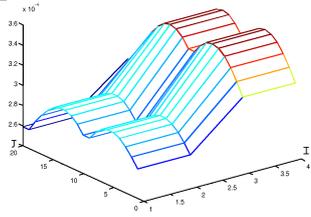
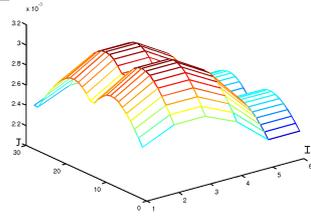
	Bobine PCB	Microbobine	Minibobine
Recouvrement de 0%			
	min : $1,17 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,59 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,2 \cdot 10^{-3}V$
	max : $5,61 \cdot 10^{-4}V$	max : $3,52 \cdot 10^{-4}V$	min : $3,1 \cdot 10^{-3}V$
	$\epsilon\%$ : 79,35	$\epsilon\%$ : 26,4	$\epsilon\%$ : 28,53
50% sur $X_I$ et $Y_I$	min : $3,39 \cdot 10^{-4}V$	min : $3,36 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,7 \cdot 10^{-3}V$
	max : $5,61 \cdot 10^{-4}V$	max : $3,52 \cdot 10^{-4}V$	min : $3,1 \cdot 10^{-3}V$
	$\epsilon\%$ : 39,6	$\epsilon\%$ : 4,56	$\epsilon\%$ : 10,83
50% sur $Y_I$ 0% sur $X_I$	min : $1,59 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,98 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,4 \cdot 10^{-3}V$
	max : $5,61 \cdot 10^{-4}V$	max : $3,52 \cdot 10^{-4}V$	min : $3,1 \cdot 10^{-3}V$
	$\epsilon\%$ : 71,7	$\epsilon\%$ : 15,2	$\epsilon\%$ : 20,5
0% sur $Y_I$ 50% sur $X_I$	min : $2,29 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,78 \cdot 10^{-4}V$	min : $2,4 \cdot 10^{-3}V$
	max : $5,61 \cdot 10^{-4}V$	max : $3,52 \cdot 10^{-4}V$	min : $3,1 \cdot 10^{-3}V$
	$\epsilon\%$ : 59,2	$\epsilon\%$ : 20,9	$\epsilon\%$ : 22,7

TABLE 2.7 – Comparaison entre le minimum et le maximum de FEM mesurée en fonction de la position relative du capteur par rapport au défaut, en fonction du taux de recouvrement et du type de bobine.

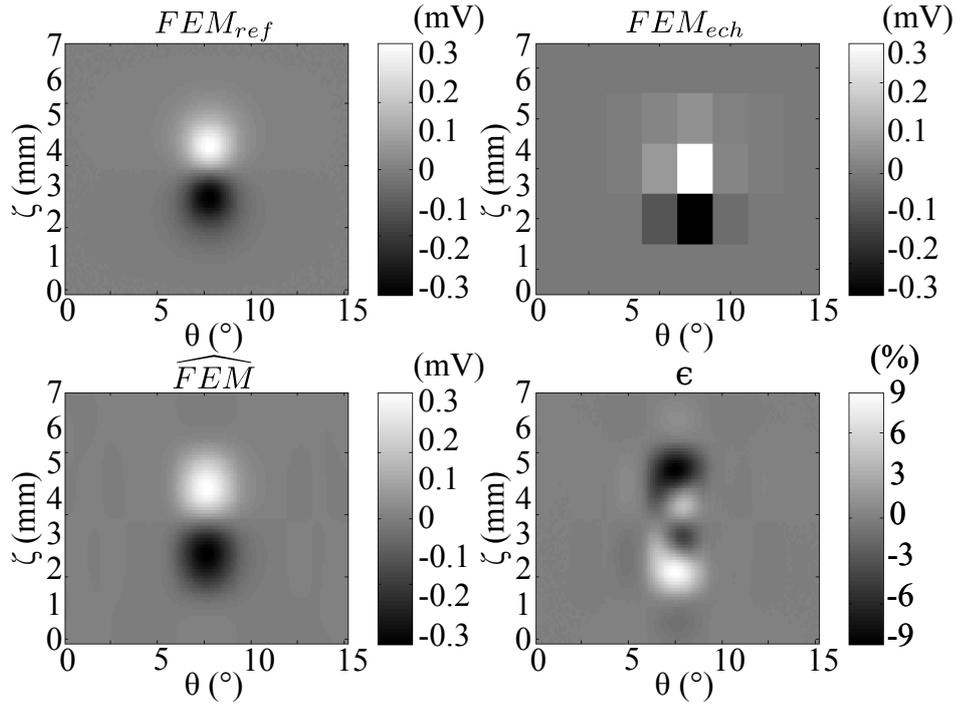


FIGURE 2.17 – Cartographies de FEM obtenues par simulation avec des bobines B ; cartographie de référence ( $FEM_{ref}$ ), cartographie échantillonnée ( $FEM_{ech}$ ), cartographie interpolée ( $\widehat{FEM}$ ), et erreur d'interpolation  $\epsilon$

présentant différentes puissances. Le bruit additionnel est considéré comme blanc, complexe et de distribution gaussienne pour les parties réelle (en phase) et imaginaire (en quadrature) de la cartographie. Ce type de bruit est destiné à simuler un bruit instrumental comprenant le bruit “électronique” de la mesure mais encore le bruit inhérent à un positionnement inexact du récepteur (décollement et inclinaison, [JLB04]). Les cartographies de  $FEM_{ech}$  considérées présentent alors des rapports signal/bruit  $RSB$ , variant de  $20\text{ dB}$  à  $40\text{ dB}$ , le  $RSB$  étant défini par :

$$RSB = 20 \log \frac{\max(|FEM|)}{\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_q^2}} \quad (2.10)$$

où  $\max(|FEM|)$  est l'amplitude maximale de la signature du défaut, et  $\sigma_p^2$  et  $\sigma_q^2$  sont les écarts-types respectifs du bruit en phase et du bruit en quadrature. Cette définition du  $RSB$  se rapproche en réalité de celle du PSNR (*Pick signal-to-noise ratio*, rapport signal maximal sur bruit) et s'applique à un signal de valeur moyenne nulle. Un inconvénient de cette méthode de caractérisation du bruit est que celle-ci accorde une grande importance à un seul point de l'image (le point maximal). Le calcul du  $RSB$  sera donc particulièrement sensible à la valeur obtenue en ce point particulier. Cependant, il est question ici d'ajouter un niveau de bruit donné à une cartographie non bruitée et *infiniment bien résolue*, nous ne serons donc pas sensibles à cet inconvénient.

On nomme  $\widehat{FEM}$  la cartographie interpolée à partir de  $FEM_{ech}$  et on définit l'erreur d'interpolation  $\epsilon_{int}$  par :

$$\epsilon_{int} = FEM_{ref} - \widehat{FEM} \quad (2.11)$$

Dans un but de comparaison, nous définissons l'erreur quadratique moyenne comme :

$$\epsilon_{RMSE} = \frac{\sum_{n,m} |\epsilon_{int_{n,m}}|^2}{\sum_{n,m} |FEM_{ref}|^2} \quad (2.12)$$

Où  $m$  et  $n$  sont respectivement les indices des positions du capteur le long des axes  $\vec{\theta}$  et  $\vec{\zeta}$ . L'erreur  $\epsilon_{RMSE}$  est donc fonction du pas d'échantillonnage, de la position du capteur par rapport au défaut et du bruit, et de la technologie du récepteur.

Les figure 2.18 représentent l'évolution de cette erreur  $\epsilon_{RMSE}$ . Pour chaque technologie de bobine, le pas d'échantillonnage maximal pour maintenir une erreur  $\epsilon_{RMSE}$  inférieure ou égale à 10% est représenté par les point A, B et C, respectivement pour les cas où le  $RSB = 20\text{ dB}$ ,  $30\text{ dB}$  et  $60\text{ dB}$ .

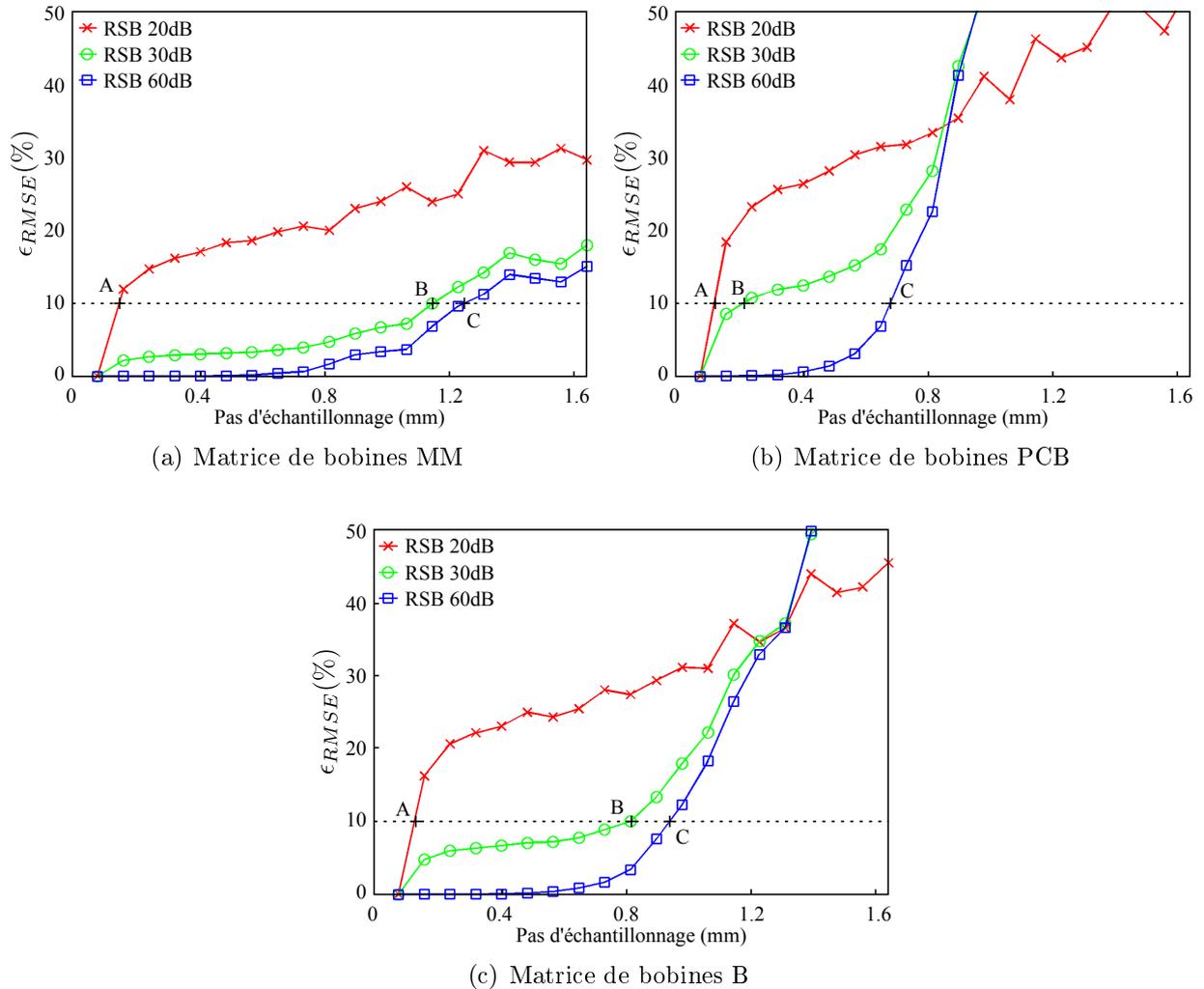


FIGURE 2.18 – Évolution de l'erreur quadratique moyenne relative, en fonction du pas d'échantillonnage ( $d\theta = d\zeta$ , exprimé dans un repère cylindrique).  $RSB = 20\text{ dB}$ ,  $30\text{ dB}$  et  $60\text{ dB}$  et  $f = 100\text{ kHz}$ .

L'étude montre que dans chaque cas le pas minimal requis est plus petit que la taille de l'élément sensible. Il est donc nécessaire d'effectuer un recouvrement des capteurs adjacents, soit au moment de la réalisation de la matrice de capteurs (lorsqu'il est possible de le faire

par construction), soit en opérant un recouvrement au moment de l'acquisition en effectuant des pas de mesures inférieurs à la taille des récepteurs.

Les pas minimaux d'échantillonnage et de recouvrement vérifiant la condition sont rassemblés dans le tableau 2.8.

	Pas min RSB = 20dB Point A	Pas min RSB = 30dB Point B	Pas min RSB = 60dB Point C
Bobine MM (recouvrement)	0,173 mm (82,7%)	0,291 mm (70,9%)	0,789 mm (7,03%)
Bobine PCB (recouvrement)	0,145 mm (95,2%)	1,16 mm (61,3%)	1,26 mm (58%)
Bobine B (recouvrement)	0,134 mm (90,9%)	0,830 mm (44,3%)	0,937 mm (37,5%)

TABLE 2.8 – Disposition des capteurs (pas d'échantillonnage et recouvrement) nécessaires pour maintenir  $\epsilon_{RMSE} < 10\%$ , pour les bobines MM, PCB et B dans le cas d'un  $RSB = 20\text{ dB}$ ,  $30\text{ dB}$  et  $60\text{ dB}$ .

D'après ces critères, l'utilisation de la bobine MM semble être le meilleur choix puisque le recouvrement est limité à 7% dans le cas d'un  $RSB=60\text{ dB}$  et pourrait être évité pour des  $RSB$  supérieurs. D'un autre côté, ce type de bobine est difficile à intégrer en matrice et est de faible sensibilité (Tableau 2.1). Pour satisfaire les mêmes critères d'erreur, les bobines PCB requièrent le recouvrement le plus important des trois technologies (58% dans le meilleur des cas de  $RSB=60\text{ dB}$ ). Néanmoins, l'erreur est limitée à 30% dans le pire des cas ( $SNR = 20\text{ dB}$ , figure 2.18(b)) et présente une plus grande sensibilité que les bobines MM. De plus, étant donné que ces bobines sont multi-couches, il est possible d'imaginer d'imbriquer les couches de bobines adjacentes, de manière à réaliser un recouvrement physique des capteurs visant à réduire les erreurs entre les FEM. Cette configuration permettrait d'éviter un déplacement de la sonde lors des acquisitions.

Enfin, les bobines B nécessitent un pas d'échantillonnage minimal d'environ  $1\text{ mm}$  et un recouvrement de 37% pour satisfaire le critère de 10% d'erreur pour un  $RSB = 60\text{ dB}$  (Tableau 2.1). De telles performances peuvent être atteintes grâce à un agencement des bobines en ligne associé à une rotation adéquate autour de l'axe principal de la sonde. Étant donné que les bobines B sont de loin les plus sensibles des trois technologies, cette configuration a notre préférence : elle offre un compromis intéressant entre la vitesse d'acquisition, l'erreur d'interpolation et de rapport signal/bruit à atteindre. Elle permet en outre une réalisation pratique plus aisée en terme de montage et de connectique.

### 2.3.2.5 Synthèse du choix des récepteurs élémentaires

Comme nous venons de le voir, les microbobines sont celles qui présentent la meilleure résolution spatiale. Néanmoins de ce point de vue les performances de la minibobine sont également intéressantes et offrent un bon compromis entre celles de la bobine PCB et de la microbobine.

Par ailleurs, avec les microbobines il est techniquement possible de réaliser un multicapteur dont le taux de recouvrement soit non nul dans les deux directions de la zone à cartographier,

ce qui permet à la mesure de FEM de peu varier en fonction de la position relative du capteur et du défaut.

De par leur technologie et leur volume la bobine PCB et la minibobine ne permettent pas quant à elles de réaliser une barrette de capteurs ayant un taux de recouvrement non nul. Néanmoins, de ces deux bobines c'est la minibobine qui est la moins sujette aux variations de mesure dues à un positionnement défavorable par rapport au défaut.

En ce qui concerne maintenant la sensibilité, c'est la minibobine qui grâce à son nombre important de spires est la plus performante (2.1). En contrepartie, nous pouvons nous attendre à ce que la minibobine, mais également la microbobine, introduisent un bruit thermique important, ce qui obligera probablement pour s'en affranchir, soit à utiliser une chaîne de mesure plus complexe (avec traitement du signal) que pour la bobine PCB, soit à ralentir la cadence d'acquisition.

Si la bobine PCB s'avère la plus avantageuse en termes de bruit thermique celui-ci n'est pas la pas la seule source de perturbation des mesures. L'effet d'une variation de l'entrefer (lift off) capteur-cible en est une autre, a priori prépondérante.

Enfin, nous avons vu dans la partie 2.3.2.1, que la microbobine et la bobine PCB génèrent une FEM nettement plus faible que la minibobine. Celle-ci permet donc d'obtenir le meilleur rapport signal sur bruit (nonobstant la variation d'entrefer).

Les caractéristiques d'imagerie que nous venons de considérer (résolution spatiale, sensibilité au positionnement, sensibilité, bruit thermique, niveau de signal) dépendent naturellement de celles intrinsèques des bobines mais également d'autres facteurs. Ainsi, une amélioration du RSB pourra être obtenue en augmentant le temps d'intégration de la détection synchrone, et une meilleure résolution spatiale en augmentant le taux de recouvrement des capteurs, par exemple grâce à des solutions de réalisation "interdigitées" ou au moyen de motifs en quinconce.

Ajoutons qu'au delà des caractéristiques précitées, les critères de rapidité d'acquisition, liés aussi bien à l'agencement de la matrice de capteurs (influant sur le balayage) qu'à l'instrumentation et au traitement du signal associés, entreront également en ligne de compte dans le choix du capteur.

## 2.4 Dimensionnement de l'inducteur

La distribution spatiale du champ magnétique dû à la présence d'un défaut, ou encore la signature CF d'un défaut, est directement liée à la densité locale de courant induit dans la cible. C'est pourquoi il est nécessaire d'étudier l'influence des paramètres intrinsèques à la bobine inductrice, tels que ses dimensions, la structure de son bobinage ou encore sa position relative à la cible, afin de s'attacher à optimiser la distribution des CF induits dans la cible.

### 2.4.1 Le modèle du transformateur

Il est établi que la densité des CF induits dans la cible est liée au courant d'excitation dans la bobine inductrice, mais aussi au couplage entre cet inducteur et la cible. En effet, la sonde CF couplée à la cible 2.2 peut-être considérée comme un transformateur chargé [Lib71], dont la bobine d'excitation constitue le circuit primaire et la cible le circuit secondaire, dont la charge représente les propriétés constitutives de la cible. Apparaît ainsi la notion de couplage entre le primaire et le secondaire, grâce auquel les propriétés de la cible

peuvent être observées à travers l'impédance du transformateur vue du primaire. Une telle modélisation peut paraître intéressante dans la mesure où l'on souhaite connaître l'influence de la cible sur la valeur de l'inductance, laquelle est à dimensionner afin de maximiser le couplage.

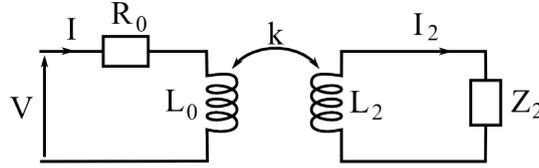


FIGURE 2.19 – Modèle transformateur équivalent

Dans le modèle du transformateur illustré figure 2.19,  $R_0$  et  $L_0$  représentent la résistance et l'inductance à vide, i.e. en l'absence cible, de la bobine inductrice,  $L_2$  représente l'inductance propre du secondaire,  $Z_2$  l'impédance de charge et enfin  $k$  le coefficient de couplage. Ces trois derniers paramètres dépendent à la fois de la cible et du positionnement de l'inducteur [Duf93]. De ce schéma peuvent être tirées les équations électriques 2.13 :

$$\begin{cases} V = R_0 I + jL_0\omega I + jkL_2\omega I_2 \\ 0 = Z_2 I_2 + jL_2\omega I_2 + jkL_0\omega I \end{cases} \quad (2.13)$$

En injectant dans la première équation l'expression de  $I_2$ , l'impédance en charge  $Z$  vue du primaire s'écrit :

$$Z = \frac{V}{I} = R_0 + jL_0\omega - \frac{jk^2 L_0 L_2 \omega^2}{Z_2 + jL_2\omega} \quad (2.14)$$

En posant  $Z_0 = R_0 + X_0$ , impédance à vide du dispositif, avec  $X_0 = L_0\omega$ , on peut exprimer l'impédance normalisée  $Z_n$  :

$$Z_n = \frac{Z - R_0}{X_0} = j + \frac{k^2 L_2 \omega}{Z_2 + jL_2\omega} \quad (2.15)$$

L'étude du lieu de l'impédance normalisée est un moyen communément utilisé pour déduire différents paramètres, certains autres étant connus et fixés [LB02b]. Deux cas extrêmes méritent d'être distingués :

- celui où la cible est d'épaisseur finie et faible  $e$ ,
- celui où celle-ci peut-être considérée comme *infinie*.

La figure 2.20 fournit des représentations canoniques du lieu des impédances normalisées dans ces deux cas de figures lorsque la fréquence varie.

Dans le premier cas, ce lieu est un cercle centré en  $(0, 1 - \frac{k^2}{2})$  et de rayon  $\frac{k^2}{2}$ . Dans le second, qui correspond à notre problème, le cercle est centré en  $(-\frac{k^2}{2}, 1 - \frac{k^2}{2})$  et a pour rayon  $\frac{k^2}{\sqrt{2}}$ . L'effet du couplage y apparaît. À une cible située infiniment loin de l'inducteur, ou absente, correspond à un couplage nul  $k = 0$ . À contrario, avec un couplage optimal,  $k$  tend vers 1.

Dans notre cas il a été montré [LB00] que l'impédance  $Z_2$  pouvait s'exprimer uniquement en fonction de  $\sigma$  et  $\delta$  (épaisseur de peau) dans le cadre de l'approximation de l'onde plane :

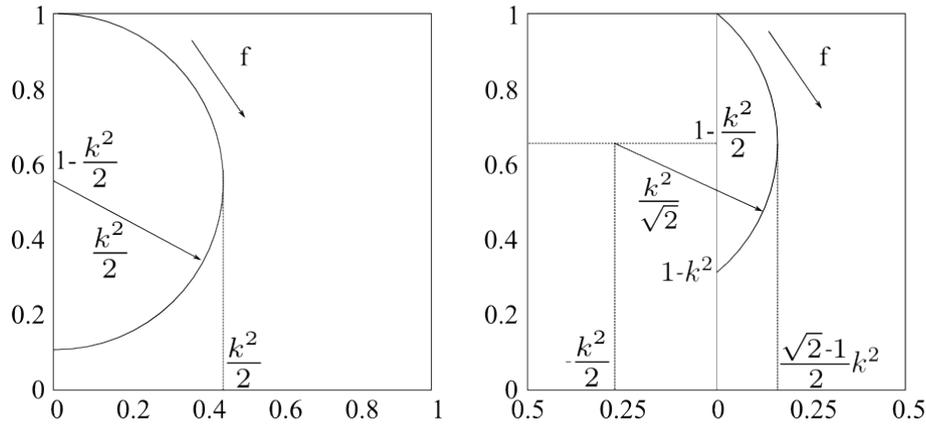


FIGURE 2.20 – Lieu de l'impédance normalisée dans le cas d'une cible de faible épaisseur à gauche et dans le cas d'une épaisseur *infinie* à droite

$$Z_2 = \frac{1 + j}{\sigma \delta} \quad (2.16)$$

La valeur de l'inductance  $L_2$  peut être déduite de l'énergie magnétique  $W_m$  et de celle du courant induit dans la cible  $I_2$ .

$$I_2 = \int_z \left( \int_y^\infty J(y) dy \right) dz \approx \int_z \left( \int_y^\delta J(y) dy \right) dz \quad (2.17)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 = \frac{\iiint_{\text{espace}} \mu_0 \|\vec{H}_i\|^2 dv}{2} \quad (2.18)$$

$$\|\vec{H}_i\| = \frac{\int_y^\delta J(y) dy}{2} \quad (2.19)$$

Avec  $\vec{H}_i$  le champ d'induction magnétique créé par  $I_2$ , lequel se calcule au moyen du théorème d'ampère.

Cette modélisation basée sur l'hypothèse de propagation de l'onde plane n'est valable que dans les cas restreints où l'on peut considérer que le champ émis dans la cible se propage en temps que tel, et où les effets de bords sont négligeables devant la géométrie du problème [Mil98].

Lorsque chacun des éléments de ce modèle simplifié est identifié, le modèle du transformateur chargé permet de caractériser le couplage excitation/cible et donc de déterminer une géométrie garantissant une induction optimale. Il permet encore, lorsque la structure de l'inducteur est arrêtée, d'évaluer la densité des CF effectivement induits, à partir de la mesure de l'impédance vue du primaire, pour une configuration de cible et des conditions opératoires données.

## 2.4.2 Le modèle résonant

Nous venons de voir un modèle de type *transformateur* qui permet de caractériser le comportement du capteur en fonction de paramètres géométriques et de la fréquence. La sonde ayant vocation à une utilisation multi-fréquentielle, nous proposons de modéliser notre

inducteur par un circuit résonant, afin de tenir compte également des imperfections de la bobine émettrice. En effet, jusqu'à présent dans nos modélisations éléments finis par exemple, nous avons considéré l'inducteur comme étant parfait, i.e. un conducteur massif inductif. En réalité il est constitué de bobinages de fils dont la résistance n'est pas nulle et entre lesquels existent des effets de proximité donnant lieu à des capacités parasites. Nous allons voir que la présence de la cible conductrice autour de la bobine donne elle aussi lieu à des effets capacitifs qu'il va falloir prendre en considération dès lors que la fréquence de travail dépassera la centaine de kHz. Nous modéliserons donc le système inductance/cible (ou impédance de la sonde chargée par la cible, vue du primaire) par le schéma électrique équivalent de la figure 2.21.

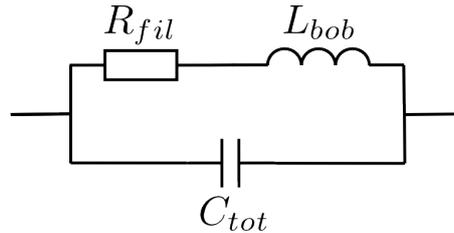


FIGURE 2.21 – Schéma électrique équivalent de l'impédance de l'inducteur de la sonde, chargé par la cible, vue du primaire

La fonction de transfert du modèle équivalent de la bobine 2.20, fait apparaître deux pulsations particulières  $\omega_0$  et  $\omega_1$  qui devront être situées en dehors de la plage d'utilisation de la bobine (figure 2.22).

$$F(j\omega) = \frac{1}{R_{fil}} \frac{1 + j \frac{\omega}{R_{fil}/L_{bob}}}{1 + R_{fil} C_{tot} j\omega + \left( \frac{j\omega}{\sqrt{L_{bob} C_{tot}}} \right)^2} = K_0 \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + \left( \frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2} \quad (2.20)$$

La pulsation  $\omega_0$  représente la limite basse à partir de laquelle la bobine devient inductive tandis que  $\omega_1$  représente la pulsation de résonance vers laquelle l'impédance devient si élevée que le dispositif d'alimentation risque d'atteindre ses limites. Au delà de cette pulsation, le comportement du dispositif devient capacitif. On veillera donc à se placer suffisamment loin de  $\omega_1$  pour ne pas pâtir des effets liés à résonance, et aux limitations du systèmes d'alimentation de l'inducteur.

Connaissant ces pulsations nous pouvons établir les conditions que la fréquence d'utilisation  $f_u$  doit satisfaire compte tenu des éléments équivalents électriques de la sonde :

$$\frac{R_{fil}}{L_{bob}} < 2\pi f_u \ll \frac{1}{\sqrt{L_{bob} C_{tot}}} \quad (2.21)$$

Le dimensionnement d'une telle bobine se révèle relativement complexe car il n'existe pas à proprement parler de méthode analytique de modélisation des éléments R, L, et C qui soit valable quelle que soit la configuration de la bobine d'induction et ses conditions d'utilisation. Les méthodes existantes sont d'ailleurs souvent semi-empiriques et sont associées le plus souvent à des cas particuliers [MKG96, GKMR99]. Dans ce qui suit nous allons toutefois nous attacher à étudier l'influence de la structure de la sonde sur les caractéristiques des éléments électriques de la bobine excitatrice de manière à dimensionner sa topologie.

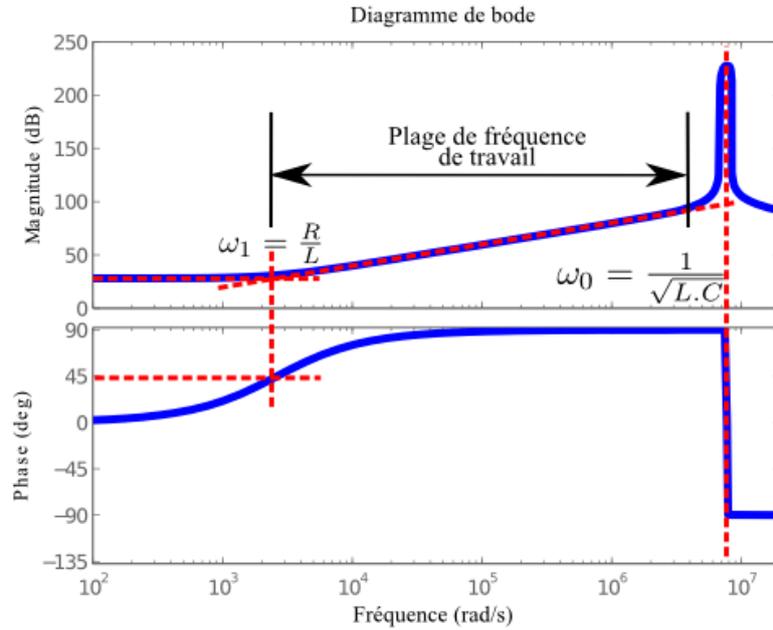


FIGURE 2.22 – Diagramme de bode

### 2.4.2.1 Considérations sur la résistance

L'influence de la résistance sur l'impédance, bien qu'augmentant en  $\sqrt{f}$ , n'intervient qu'aux basses fréquences (inférieures à quelques  $Hz$ ) [Mil98, FF06].

Le rapport entre la résistance  $R_{fil}$  et l'inductance  $L_{bob}$  détermine la fréquence de travail minimale à partir de laquelle le dispositif devient inductif. En se plaçant en basse fréquence, la résistance du bobinage peut être calculée simplement à l'aide de la classique formule :

$$R_{fil} = \rho \frac{l_{fil}}{S_{fil}} \quad (2.22)$$

où  $l_{fil}$  est la longueur de fil du bobinage,  $\rho$  et  $S_{fil}$  sa résistivité et sa section.

Comme il vient d'être dit,  $R_{fil}$  conditionne avant tout la fréquence minimale de travail. En hautes fréquences l'effet de peau va induire une diminution de la section de câble effectivement parcourue par le courant et augmenter ainsi la résistance apparente de la bobine. Il faudra donc veiller à ce que cette résistance demeure négligeable devant l'impédance totale de la bobine afin de limiter la consommation d'énergie de la source d'alimentation et l'échauffement de l'ensemble, le but étant de faire en sorte que le dispositif soit le plus inductif possible.

### 2.4.2.2 Considérations sur l'inductance

#### 2.4.2.2.1 Analogie circuit magnétique et circuit électrique

Considérons pour commencer une sonde munie d'un noyau magnétique. Ayant affaire à un circuit magnétique, la loi de Hopkinson nous permet de raisonner sur le circuit électrique équivalent donné à la figure 2.23 :

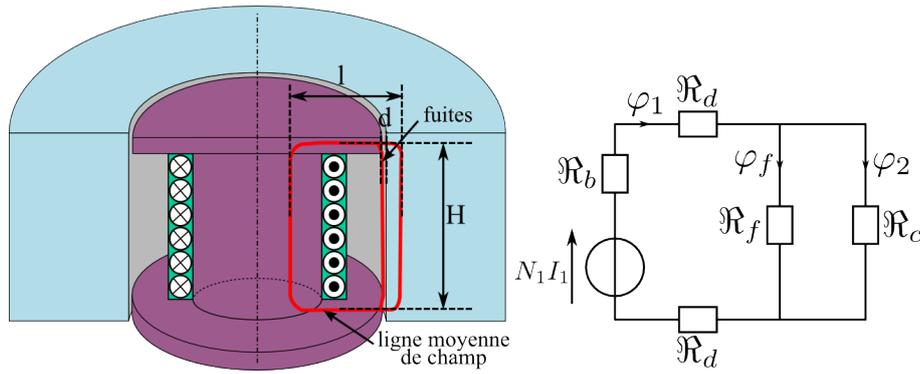


FIGURE 2.23 – Circuit électrique équivalent du circuit magnétique du dispositif

Les paramètres  $\mathfrak{R}_b$ ,  $\mathfrak{R}_d$ ,  $\mathfrak{R}_f$  et  $\mathfrak{R}_c$  de ce circuit sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_b &= \frac{H + R_t - d}{\mu\pi R_b^2} \\ \mathfrak{R}_d &= \frac{d}{\mu\pi h(R_t - d)^2} \\ \mathfrak{R}_f &= \frac{H}{\mu\pi(R_t^2 - R_b^2)} \\ \mathfrak{R}_c &= \frac{H}{\mu\pi\delta(1 + 2R_t\delta)}\end{aligned}$$

Compte tenu de ce modèle, la valeur de l'inductance vue du primaire peut s'écrire :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{tot}} \text{ avec } \mathfrak{R}_{tot} = \mathfrak{R}_b + 2\mathfrak{R}_d (\mathfrak{R}_f \parallel \mathfrak{R}_c) \quad (2.23)$$

L'inconvénient de cette modélisation est qu'en absence de noyau magnétique la section des lignes de champ, notamment dans l'entrefer entre la bobine et la cible, n'est plus constante et le calcul de la réluctance équivalente  $\mathfrak{R}_d$  devient complexe.

Nous allons néanmoins retenir l'expression 2.23 pour la suite de notre étude.

#### 2.4.2.2.2 Considérations sur l'alimentation

La valeur de l'inductance est proportionnelle à  $N^2$ ,  $N$  étant le nombre de spires et  $\mathfrak{R}_{tot}$  étant considérée constante pour une géométrie donnée. L'impédance du bobinage dans sa phase inductive croît donc en  $N^2$ . En revanche, le théorème d'Ampère nous donne l'induction comme proportionnelle à  $N$ . À puissance d'alimentation limitée, il faut donc trouver un compromis entre la valeur de l'impédance, qui limite le courant débité et qui incline à choisir  $N$  petit, et celle de l'induction, proportionnelle à  $N$ , et qui tend à choisir  $N$  grand.

Une étude du dispositif d'alimentation utilisé pour réaliser le prototype de laboratoire (Amplificateur de puissance rapide NF4055 opérant dans la bande 0-10 MHz) a donné pour différentes bobines et pour différentes fréquences, les caractéristiques tension/courant présentées à la (figure 2.24).

Nous pouvons en déduire une première relation bornant le choix de la valeur de l'inductance, connaissant les tension et courant maximum  $V_{max}$  et  $I_{max}$  que peut fournir l'alimentation 2.24 :

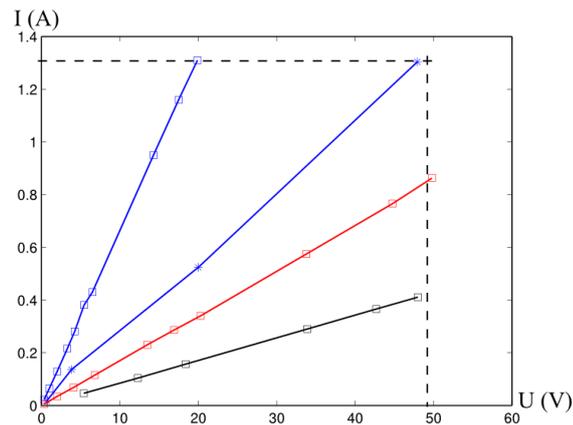


FIGURE 2.24 – Tracé des relevés tension/courant pour différentes bobines et à plusieurs fréquences

$$L \leq \frac{V_{max}}{I_{max} \omega_{max}} \quad (2.24)$$

Dans le cas de l'amplificateur de puissance utilisé, il vient :  $V_{max} = 50V$  et  $I_{max} = 1,3A$ .

### 2.4.2.3 Considérations sur la capacité

Les spires étant conductrices et parcourues par un courant, différentes capacités parasites vont apparaître dont les localisations sont représentées sur la figure 2.25 [Jac].

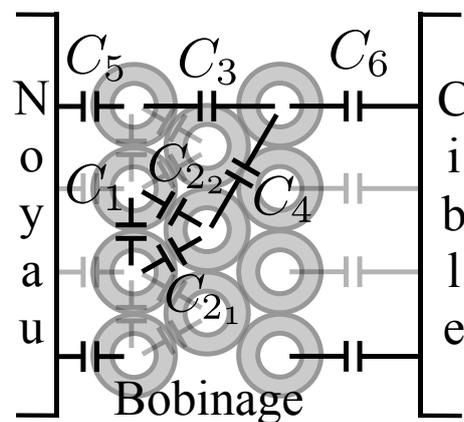


FIGURE 2.25 – Localisation des capacités du bobinage

Nous pouvons distinguer les capacités :

- $C_1$  : existant entre deux spires adjacentes appartenant à une même couche
- $C_2$  : existant entre deux spires adjacentes de deux couches consécutives
- $C_3$  : existant entre deux spires situées sur des couches éloignées
- $C_4$  : existant entre deux spires situées sur deux couches éloignées
- $C_5$  : existant entre une spire adjacente au noyau magnétique et celui-ci (les capacités entre le noyau et les spires des couches éloignées sont négligées)
- $C_6$  : existant entre la cible et une spire en vis à vis

Dans la suite nous négligeons les capacités  $C_3$  et  $C_4$  devant les capacités  $C_1$  et  $C_2$ . Ainsi, considérant un bobinage de  $N$  spires réparties sur  $p$  couches, le modèle électrique équivalent prend la forme décrite figure 2.26.

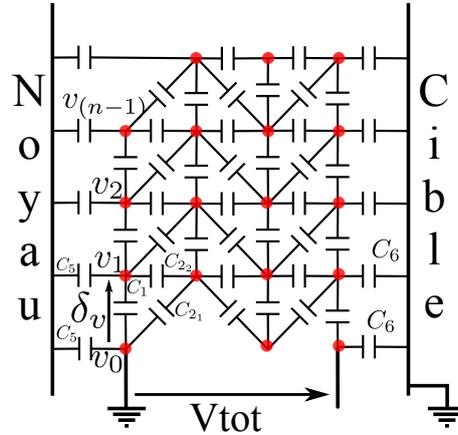


FIGURE 2.26 – Schéma électrique équivalent des capacités du bobinage

La capacité totale du bobinage peut se calculer à partir de l'énergie électrostatique globale répartie dans l'ensemble noyau/bobinage/cible :

$$\frac{1}{2} C_{tot} V_{tot}^2 = \sum \frac{1}{2} C_i V_i^2 \quad (2.25)$$

où les tensions  $V_i$  désignent les potentiels élémentaires des spires. Pour faire ce calcul, nous avons supposé que la tension était uniformément répartie entre les spires et évoluait de l'une à l'autre d'un pas de potentiel  $\delta v$  tel que :

$$\delta v = \frac{V_{tot}}{N_{intervalles}} \text{ avec } \begin{cases} \text{si } p \text{ paire} & N_{intervalles} = \frac{p}{2} \cdot (2n - 3) \\ \text{si } p \text{ impaire} & N_{intervalles} = \frac{p-1}{2} \cdot (2n - 3) + (n - 1) \end{cases} \quad (2.26)$$

où  $n$  est le nombre de spires contenues sur la première couche.

Dès lors, l'énergie de chacune des capacités peut s'écrire plus ou moins simplement en fonction de la tension totale  $V_{tot}$  appliquée au bornes de la bobine [Jac].

### Énergie stockée dans les capacités $C_1$

L'hypothèse d'une répartition uniforme des potentiels entre les spires nous permet d'écrire que chacune des capacités  $C_1$  est soumise à la même différence de potentiel  $\delta V$ , d'où l'expression de l'énergie :

$$W_{C_{1tot}} = \frac{1}{2} \sum_{N_{intervalles}} C_1 \delta V^2 = \frac{1}{2} (N_{intervalles}) C_1 \delta V^2 = \frac{1}{2} C_1 \frac{V_{tot}^2}{N_{intervalles}}$$

Selon qu'il s'agit d'une couche paire ou impaire, il vient :

si p paires ( $p = 2k$ )	si p impaire ( $p = 2k + 1$ )
$W_{C_1 tot} = \frac{1}{2} C_1 V_{tot}^2 \frac{1}{k(2n-3)}$	$W_{C_1 tot} = \frac{1}{2} C_1 V_{tot}^2 \frac{1}{k(2n-3)+(n-1)}$

### Énergie stockée dans les capacités $C_{2_1}$

La différence de potentiel entre deux spires adjacentes situées sur des couches différentes est plus complexe à exprimer. Détaillons les calculs de l'énergie en fonction des potentiels :

$$\begin{aligned}
W_{C_{2_{1_0}}} &= \frac{1}{2} C_2 1 (V_{2(n-1)-1} - V_0)^2 &= \frac{1}{2} C_2 1 (2(n-1)\delta V - 1 \delta V)^2 \\
W_{C_{2_{1_1}}} &= \frac{1}{2} C_2 1 (V_{2(n-1)-2} - V_1)^2 &= \frac{1}{2} C_2 1 (2(n-1)\delta V - 3 \delta V)^2 \\
W_{C_{2_{1_2}}} &= \frac{1}{2} C_2 1 (V_{2(n-1)-3} - V_2)^2 &= \frac{1}{2} C_2 1 (2(n-1)\delta V - 5 \delta V)^2 \\
&\dots \\
W_{C_{2_{1_{n-2}}}} &= \frac{1}{2} C_2 1 (V_{2(n-1)-(n-1)} - V_{(n-1)-1})^2 &= \frac{1}{2} C_2 1 (2(n-1)\delta V - (2n-3)\delta V)^2
\end{aligned}$$

il s'ensuit pour l'énergie entre deux couches :

$$\begin{aligned}
W_{C_{2_{1_2} couches}} &= \frac{1}{2} C_2 1 \delta V^2 \sum_i^{n-2} [(2n-3-2i)^2] \\
W_{C_{2_{1_2} couches}} &= \frac{1}{2} C_2 1 \delta V^2 (2n-3)(n-1) \left(\frac{2n-1}{3}\right)
\end{aligned}$$

Étant donné qu'il y a (p-1) fois cette énergie, l'énergie totale vaut :

$$W_{C_{2_{1 tot}}} = \frac{1}{2} C_2 1 \delta V^2 (p-1)(2n-3)(n-1) \left(\frac{2n-1}{3}\right)$$

Enfin, selon qu'il s'agit d'une couche paire ou impaire, il vient :

si p paires ( $p = 2k$ )	si p impaire ( $p = 2k + 1$ )
$W_{C_{2_1 tot}} = \frac{1}{2} C_{2_1} V_{tot}^2 \frac{2k-1}{k^2} \frac{(n-1)(2n-1)}{3(2n-3)}$	$W_{C_{2_1 tot}} = \frac{1}{2} C_{2_1} V_{tot}^2 \frac{2k}{[k(2n-3)+(n-1)]^2} \frac{(2n-3)(n-1)(2n-1)}{3(2n-3)}$

### Énergie stockée dans $C_{2_2}$

Un calcul similaire à celui concernant  $C_{2_1}$  aboutit pour  $C_{2_2}$  aux expressions suivantes :

si p paires ( $p = 2k$ )	si p impaire ( $p = 2k + 1$ )
$W_{C_{2_2 tot}} = \frac{1}{2} C_{2_2} V_{tot}^2 \frac{2k-1}{k^2} \frac{2(n-1)(n-2)}{3(2n-3)}$	$W_{C_{2_2 tot}} = \frac{1}{2} C_{2_2} V_{tot}^2 \frac{2k}{[k(2n-3)+(n-1)]^2} \left[ \frac{2(2n-3)(n-1)(n-2)}{3} \right]$

### Énergie stockée dans $C_5$

Le potentiel du noyau est égal à la moyenne de la tension des spires de la première couche :  $V_{noyau} = \frac{(n-1)\delta V}{2}$ .

L'énergie entre les différentes spires et le noyau s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
W_{C_{5_0}} &= \frac{1}{2}C_5 (V_{noyau} - V_0)^2 = \frac{1}{2}C_5 \left(\frac{n-1}{2}\delta V - 0.\delta V\right)^2 \\
W_{C_{5_1}} &= \frac{1}{2}C_5 (V_{noyau} - V_1)^2 = \frac{1}{2}C_5 \left(\frac{n-1}{2}\delta V - 1.\delta V\right)^2 \\
&\dots \\
W_{C_{5_{n-1}}} &= \frac{1}{2}C_5 (V_{noyau} - V_{n-1})^2 = \frac{1}{2}C_5 \left(\frac{n-1}{2}\delta V - (n-1)\delta V\right)^2
\end{aligned}$$

D'où l'expression de l'énergie globale :

$$W_{C_{5_{tot}}} = \frac{1}{2}C_5 \sum_i^{n-1} (V_{noyau} - i\delta V)^2 = \frac{1}{2}C_5 \delta V \frac{n(n-1)(n+1)}{12}$$

On distingue deux cas :

si p paire ( $p = 2k$ )	si p impaire ( $p = 2k + 1$ )
$W_{C_{5_{tot}}} = \frac{1}{2}C_5 V_{tot}^2 \frac{1}{k^2} \frac{n(n-1)(n+1)}{12(2n-3)^2}$	$W_{C_{5_{tot}}} = \frac{1}{2}C_5 V_{tot}^2 \frac{1}{[k(2n-3)+(n-1)]^2} \frac{n(n-1)(n+1)}{12}$

Notons que du fait de la faible conductivité du pot, l'énergie emmagasinée entre lui et les spires de la première couche peut souvent être négligée.

### Énergie stockée dans $C_6$

Pour le calcul de l'énergie stockée entre les spires de la dernière couche et la cible, nous allons distinguer deux cas supplémentaires : celui où la dernière spire de la couche est au potentiel  $V_{tot}$  et celui où elle est à la masse.

#### Dernière spire au potentiel $V_{tot}$

$$\begin{aligned}
W_{C_{6_0}} &= \frac{1}{2}C_6 (V_{tot} - 0)^2 = \frac{1}{2}C_6 (N_{intervalles}\delta V - 0.\delta V)^2 \\
W_{C_{6_1}} &= \frac{1}{2}C_6 ((V_{tot} - 1\delta V) - 0)^2 = \frac{1}{2}C_6 (N_{intervalles}\delta V - \delta V)^2 \\
&\dots \\
W_{C_{6_{(n-1)}}} &= \frac{1}{2}C_6 ((V_{tot} - (n-1)\delta V) - 0)^2 = \frac{1}{2}C_6 (N_{intervalles}\delta V - (n-1)\delta V)^2
\end{aligned}$$

Si p paire :

$$W_{C_{6_0}} = \frac{1}{2}C_6 V_{tot}^2 \frac{4}{p^2(2n-3)^2} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{p}{2}(2n-3) - i\right]^2$$

Si p impaire :

$$W_{C_{6_0}} = \frac{1}{2}C_6 V_{tot}^2 \frac{4}{[(p-1)(2n-3) + (n-1)]^2} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{p}{2}(2n-3) - i\right]^2$$

### Dernière spire à la masse

$$\begin{aligned}
 W_{C_{6_0}} &= \frac{1}{2} C_6 (0 - 0)^2 \\
 W_{C_{6_1}} &= \frac{1}{2} C_6 (\delta V - 0)^2 \\
 &\dots \\
 W_{C_{6_{(n-1)}}} &= \frac{1}{2} C_6 ((n-1)\delta V - 0)^2
 \end{aligned}$$

Si p paire :

$$W_{C_{6_0}} = \frac{1}{2} C_6 V_{tot}^2 \frac{4}{p^2(2n-3)^2} \sum_{i=0}^{n-1} [i]^2$$

Si p impaire :

$$W_{C_{6_0}} = \frac{1}{2} C_6 V_{tot}^2 \frac{4}{[(p-1)(2n-3) + (n-1)]^2} \sum_{i=0}^{n-1} [i]^2$$

### Énergie stockée totale

L'énergie totale étant la somme des contributions de chacune des capacités, et celles-ci ayant toutes été exprimées en fonction du potentiel total appliqué aux bornes de la bobine, il est possible de déduire la valeur de la capacité totale à partir de l'équation 2.25.

Cette approche permet de prédire la valeur de la capacité globale de l'inducteur. Toutefois, si l'on cherche à optimiser le bobinage de l'inducteur afin de réduire la capacité globale, il est nécessaire d'exprimer chacune des capacités parasites en fonction des dimensions des paramètres de bobinage. A ce titre, plusieurs formules ont été proposées pour calculer les différentes capacités en fonction des caractéristiques géométriques du bobinage [MKG96, Mil98]. Par exemple, la capacité inter-spire  $C_1$  peut-être explicitée par la relation :

$$C_1 = \epsilon_0 l_t \frac{2 \epsilon_r \arctan \left[ \frac{(-1+\sqrt{3}) (2 \epsilon_r + \ln(\frac{D_0}{D_c}))}{(1+\sqrt{3}) \sqrt{\ln(\frac{D_0}{D_c}) (2 \epsilon_r + \ln(\frac{D_0}{D_c}))}} \right]}{\sqrt{2 \epsilon_r \ln \left( \frac{D_0}{D_c} \right) + \left( \ln \left( \frac{D_0}{D_c} \right) \right)^2}} \quad (2.27)$$

où  $D_0$  et  $D_c$  représentent respectivement les diamètres du fil avec isolant et du fil conducteur seul, où  $l_t$  est la longueur moyenne d'une spire et  $\epsilon_r$  la permittivité diélectrique relative de l'isolant. Si ce type de formule est relativement fiable lorsque les isolants sont épais, elle atteint ses limites de validité lorsqu'ils sont fins et en particulier pour les fils émaillés. En effet, le rapport  $\frac{D_0}{D_c}$  tendant vers 1, des singularités apparaissent dans les calculs.

Le calcul de la capacité globale est possible analytiquement moyennant quelques approximations supplémentaires comme  $C_{2_0} = C_{2_1} = C_1$  puisque ces capacités représentent toutes des capacités entre spires jointives. Enfin, la capacité  $C_6$  peut-être approchée par l'utilisation de l'expression du condensateur cylindrique.

## Épilogue

Les expressions analytiques existantes des capacités parasites ont été établies dans des domaines de validités trop réduits, ou en faisant des approximations trop réductrices pour envisager, dans notre cas, une optimisation du bobinage qui soit exploitable. Compte tenu de ces limites nous nous sommes tournés vers une modélisation par éléments finis des effets capacitifs liés à l'inducteur et à ses interactions avec la cible et son noyau magnétique. Alors que pour nos précédentes études basées sur des simulations EF nous n'avions modélisé l'inducteur que par un unique conducteur cylindrique, nous avons cette fois simulé l'intégralité des spires du bobinage inductif de la sonde afin de rendre compte des différents effets capacitifs. Ainsi, plutôt que de passer par un calcul analytique approché de chacune des contributions à la capacité totale, nous avons déduit cette dernière de l'énergie électrostatique totale calculée par EF.

### 2.4.3 Modélisation du bobinage d'excitation

La modélisation de l'inducteur par la méthode des EF a été effectuée à l'aide du logiciel commercial ANSYS en utilisant des éléments de type PLANE53. Le terme "d'élément" rappelons le, désigne pour ce simulateur EF le type de maille et la méthode de résolution électromagnétique utilisée. Les éléments PLANE53 sont ceux préconisés pour la modélisation en 2-D des phénomènes magnétiques dans des problèmes axisymétriques. Les mailles qui leurs sont associées sont définies par 8 nœuds auxquels la résolution par EF confère les 4 degrés de liberté suivants :

- la composante selon  $\vec{z}$  du potentiel vecteur
- le potentiel électrique scalaire
- le courant, utile dans notre cas pour les CF
- la force électromotrice

Concernant la modélisation de la bobine inductrice, notons que les éléments utilisés sont aptes à représenter des bobines multispaires pour peu que l'on spécifie l'aire de la fenêtre de bobinage, leur coefficient de foisonnement et le nombre de spires. Quant au type d'analyse effectuée, il s'agit d'une analyse harmonique où le potentiel électrique est fixé à la même valeur sur chacune des spires modélisées afin qu'il y circule la même densité de courant. Par ailleurs notons également que les éléments de la cible ont la propriété d'admettre une circulation de CF.

Grâce à ces modélisation on peut obtenir la valeur de l'inductance globale à vide et en charge :

$$L = \frac{2W_{mag}}{I^2}$$

Avec  $W_{mag}$  l'énergie électromagnétique stockée dans l'espace :

$$W_{mag} = \Re \left( \frac{1}{4} \int_{espace} \vec{B} \vec{H}^* dv \right) \quad (2.28)$$

La résistance de bobinage peut être déduite du calcul de la puissance dissipée dans le volume de la bobine :

$$R_0 = \frac{P_{j_{rms}}}{I^2}$$

Avec :

$$P_{j_{rms}} = \frac{1}{2} \int_{vol} \rho \|J_t\|^2 dv \quad (2.29)$$

Le calcul des capacités parasites a été effectué toujours en géométrie axisymétrique mais avec des éléments de type PLANE121 et une analyse statique. Les éléments PLANE121 sont préconisés pour la modélisation 2-D axisymétrique de charges électriques. Ils sont définis par 8 nœuds ayant la tension pour seul degré de liberté. Quant à la tension, nous avons cette fois distribué uniformément sur chacune des spires le potentiel total appliqué à la bobine, et fixé par ailleurs le potentiel de la cible à zéro. La capacité totale s'exprime en fonction de l'énergie  $W_{elec}$  électrostatique stockée dans l'espace simulé et de la tension totale  $V_{tot}$  :

$$C_{tot} = \frac{2 W_{elec}}{V_{tot}^2}$$

où  $W_{elec}$  vaut :

$$W_{elec} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{espace} \vec{E} \vec{E} dv \quad (2.30)$$

Afin de valider cette modélisation et de l'utiliser par la suite à des fins d'optimisation, des comparaisons ont été faites entre des simulations et des mesures portant sur des bobinages de différentes dimensions et avec différents types de fils (tableau 2.9).

Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.10.

Bobines	$N_{bre}$ spires/couche	$N_{bre}$ couches	$\varnothing$ fil (mm)	$\varnothing$ Cond. (mm)	$\varnothing$ bobine (mm)	Hauteur bobine (mm)
B 1	21	1	1,24	1,24	42,3	27,85
B 2	23	2	1,28	0,46	44,6	31,2
B 3	40	3	0,89	0,89	45	37,2
B 4	40	1	0,89	0,89	41,9	37,2
B 5	36	3	1,24	1,24	40,5	51,6
B 6	52	1	1,28	0,46	44,7	67,7

TABLE 2.9 – Tableau récapitulatif des caractéristiques géométriques des bobines de test.

Les résultats de simulations d'inductances sont conformes aux mesures expérimentales. On constate cependant de légères différences sur les valeurs des capacités. Elles s'expliquent très vraisemblablement par les imperfections du bobinage. Plutôt que de pratiquer l'opération à la main comme ce fut le cas, un bobinage à la machine eut été préférable afin d'éviter les irrégularités. L'expérience montre en effet qu'un bobinage manuel introduit des irrégularités

		Simulations				Mesures			
	Bobines	$L_{bob}$ ( $\mu H$ )	$C_{tot}$ ( $pF$ )	$R_{fil}$ ( $\Omega$ )	$f_r$ ( $MHz$ )	$L_{bob}$ ( $\mu H$ )	$C_{tot}$ ( $pF$ )	$R_{fil}$ ( $\Omega$ )	$f_r$ ( $MHz$ )
A vide	B 1	15,2	1	0,038	40	15,3	0,88	0,038	43,2
	B 2	71,4	20	0,68	4,21	69,8	33	0,038	3,3
	B 3	434,5	251,5	0,44	0,482	418	215	0,038	0,531
	B 4	44,8	0,92	0,14	24,79	46,8	0,69	0,038	27,9
	B 5	211,6	196	0,18	0,781	214	151	0,038	0,885
	B 6	59	0,78	0,8	23,46	60	0,9	0,038	21,3
Charge	B 1								
	B 2	26,2	33,7	0,9	5,3	36,1	29,2	0,98	4,9
	B 3	270	186,3	0,82	0,710	222,6	163,6	0,71	0,834
	B 4	6	23,3	0,1	13,6	12	21,9	0,28	9,8
	B 5	120	203	0,18	1,02	119	151	0,038	1,19
	B 6	25,4	5,1	0,8	14,3	25	2,23	0,038	21,3

TABLE 2.10 – Tableau récapitulant les caractéristiques électriques issues de simulations et de mesures expérimentales des bobines de test.

prononcées à partir de la deuxième couche de spires. En outre, le fait de mal maîtriser la tension du fil lors de cette opération influe fortement sur la qualité de la bobine en provoquant l'écrasement de l'isolant et en créant des spires imparfaitement jointives entre les différentes couches, toutes choses qui influent sur la valeur de la capacité de la bobine. On peut toutefois conclure de la bonne adéquation entre mesures et simulations que celles-ci sont suffisamment fiables pour être utilisées pour dimensionner l'inducteur.

### 2.4.3.1 Considérations sur la géométrie de l'inducteur

La sonde doit permettre d'induire un maximum de CF dans la cible pour un courant d'excitation donné. Pour optimiser ce couplage, il est nécessaire de réduire autant que possible l'entrefer bobine d'excitation/cible. Par ailleurs, l'entrefer doit être suffisamment large afin de laisser la place à un nombre suffisant de couche (spires) des bobines réceptrices élémentaires, afin que la sensibilité à un défaut donné soit suffisante. Ces deux contraintes sont antagonistes mais liées par le même paramètre d'ajustement : il s'agit de définir le diamètre externe de l'inducteur, paramètre déterminant pour le couplage inductif et l'épaisseur de l'entrefer. Pour ce dimensionnement il nous faut, à l'aide de données simulées, considérer la décroissance du champ magnétique (en l'espèce celle de la composante radiale captée par les bobines réceptrices) à mesure que l'on s'éloigne de la cible dans l'entrefer. Nous verrons ensuite comment déterminer l'encombrement maximal que puisse prendre la bobine inductrice. La figure 2.27 représente les variations à mesure que  $r$  augmente (en s'éloignant de la cible) du maximum du champ magnétique pris sur la surface définie par  $r$  constante. Ces données correspondent à une fréquence de  $100\text{ kHz}$ . On constate que le champ décroît exponentiellement et qu'il devient infime dès les premiers millimètres d'éloignement de la cible. En nous fixant comme critère que l'amplitude du champ magnétique ne descende pas à moins de 1% de sa valeur au voisinage de la cible, nous allons fixer l'épaisseur d'entrefer

limite au delà de laquelle la mesure du champ devient inutile. D'après les relevés effectués à plusieurs fréquences cette distance est constante et égale à  $1,6\text{ mm}$ . En conséquence, nous pouvons considérer que le rayon extérieur de la bobine inductrice ne doit pas dépasser  $R_{interne\_cible} - 1.6\text{ mm}$ .

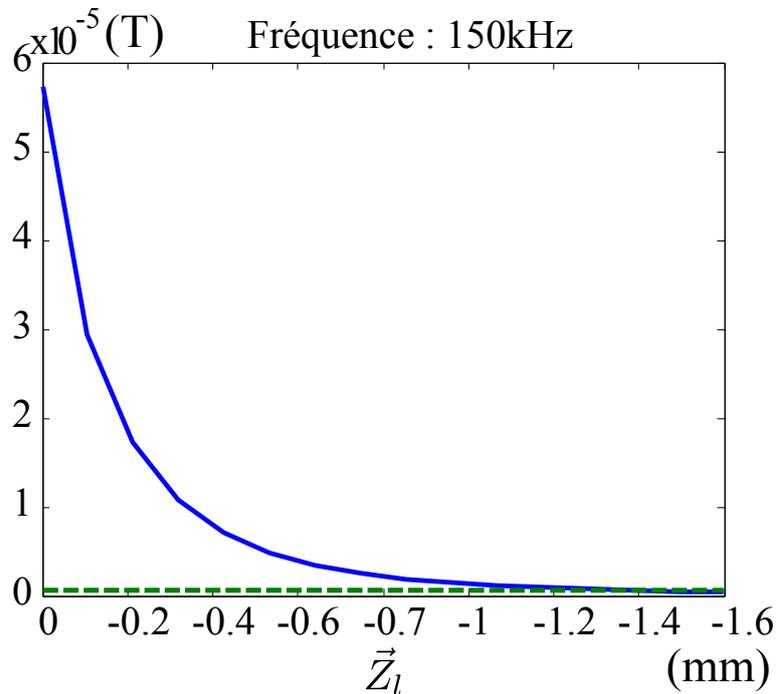


FIGURE 2.27 – Décroissance du maximum du champ en chaque couche de l'entrefer

Sachant que pour des questions pratiques il peut être intéressant d'utiliser une même structure d'inducteur pour l'inspection de cibles de diamètres différents, nous avons voulu quantifier, lorsque les dimensions de la bobine sont fixées, l'impact d'une variation d'entrefer sur les courants induits dans la cible. Nous avons effectué cette étude (figure 2.28) pour une bobine de  $48,8\text{ mm}$  de diamètre pourvue ou non d'un pot magnétique, et pour des entrefers compris entre  $1,6\text{ mm}$  et  $4,6\text{ mm}$ , c'est à dire pour un diamètre de cible compris entre  $52\text{ mm}$  et  $60\text{ mm}$  (conformément au cahier des charges de l'applications industrielle visée) et ce, aux fréquences comprises entre  $1\text{ kHz}$  et  $800\text{ kHz}$ . Il apparaît qu'avec un circuit magnétique, les lignes de champ étant canalisées, le couplage est sensiblement meilleur qu'en l'absence de circuit (l'intensité des CF étant dans tous les cas au moins supérieure d'un tiers). De plus, si en l'absence de circuit le dispositif est relativement sensible à la variation d'entrefer qui, dans la gamme de diamètres de cible et de fréquences considérées, provoque une variation d'intensité allant jusqu'à près de 25%, cela n'est pas le cas avec un circuit magnétique. La variation de courants ne dépassant pas 1% à  $1\text{ kHz}$  (par souci de clarté, cette courbe n'a pas été représentée).

D'après ces données, un inducteur le diamètre de  $48,8\text{ mm}$  peut être utilisé pour l'imagerie d'alésages de diamètres compris entre  $52\text{ mm}$  et  $60\text{ mm}$ .

En ce qui concerne la hauteur de l'inducteur, elle est soumise à des contraintes d'encombrement et de mise en œuvre de la sonde. Les inconvénients liés à l'utilisation d'une bobine trop courte sont les effets de bords qui risquent de perturber la mesure des récepteurs. Il faut donc s'assurer d'une hauteur minimale afin de s'en affranchir dans la zone de mesure. Par ailleurs, pour des questions de coût et des considérations pratiques (dans l'application aéronautique étudiée, l'accès à l'orifice des alésages est difficile et l'espace pour introduire la

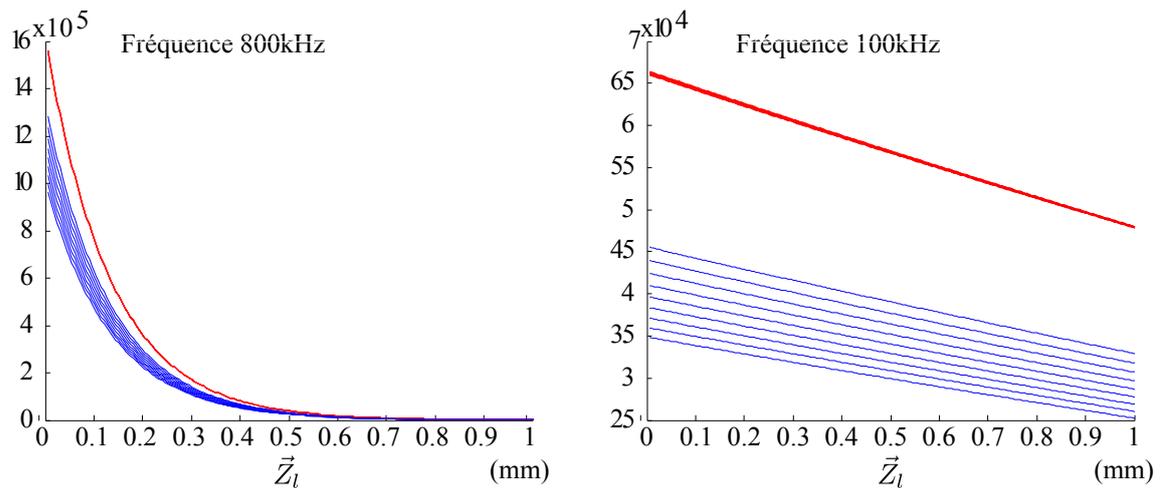


FIGURE 2.28 – Variations de la densité de courant dans la cible entre 0 *mm* et 1 *mm* de profondeur.

sonde est réduit), nous avons opté pour une mesure faite en deux passes afin de cartographier les alésages : seule une demi-hauteur d'alésage est explorée à la fois. Il faut dans ces conditions que la hauteur de l'inducteur soit supérieure à la demi hauteur de l'alésage, soit à 25 *mm*. D'après les lignes de champ magnétique obtenues par simulations (figure 2.29), il apparaît qu'une bobine de 40 *mm* de hauteur suffit à garantir que le champ varie au plus de 5% sur une hauteur de 25 *mm*.

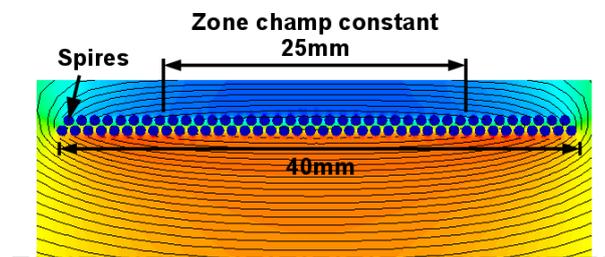


FIGURE 2.29 – Zone où le champ est considéré comme constant, loin des effets de bord

Ayant étudié les contraintes auxquelles est soumis le dimensionnement de l'inducteur (en dernier lieu son diamètre et sa hauteur), et fixé en conséquence les bornes que ses différents paramètres ne doivent pas dépasser, il nous reste à déterminer la section du fil de bobinage, étant entendu que l'inducteur ne sera constitué que d'une seule couche de fil, afin de limiter les capacités parasites du bobinage (section 2.4.2.3).

### 2.4.3.2 Conclusion sur le dimensionnement de l'inductance

Le dimensionnement de l'inducteur recouvre le choix de son inductance  $L$ , de son diamètre et de sa hauteur, du nombre de spires et du diamètre du fil dont elles sont faites. Nous allons dérouler ici les étapes de ce dimensionnement. Plusieurs contraintes le conditionnent. Pour commencer nous pouvons fixer la puissance maximum appliquée à la bobine, ce que nous faisons en nous basant sur les caractéristiques de la source de courant à notre disposition, laquelle peut être considérée comme bien appropriée pour notre application. Ensuite, compte tenu des dimensions des défauts à imager, qui conditionnent la profondeur à laquelle doivent

pénétrer les CF, nous pouvons fixer la gamme de fréquences de travail, fixée en l'occurrence à  $[f_{min}, f_{max}] = [1 kHz, 800 kHz]$ . Ces contraintes, nous l'avons vu section 2.4.2.2, imposent une borne maximum à l'inductance L.

$$L \leq \frac{V_{max}}{I_{max} \omega_{max}} = \frac{50}{1,3 \cdot 2\pi \cdot 800e^3} \quad (2.31)$$

D'où :

$$L_{bob_{max}} \leq 7,6 \mu H \quad (2.32)$$

Par ailleurs, la modélisation de l'inducteur sous forme d'un circuit RLC conduit, compte tenu des fréquences limites de travail, à minorer les valeurs de la capacité et de l'inductance de la bobine (2.33) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{bob}C_{tot}}} > f_{lim_{max}} \\ \frac{R_{fil}}{L_{bob}} \leq 2\pi f_{lim_{min}} \end{array} \right. \quad (2.33)$$

D'où

$$\boxed{L_{bob} \geq \frac{R_{fil}}{2\pi f_{lim_{min}}}} \quad (2.34)$$

$$\boxed{C_{tot} \geq \frac{1}{(2\pi f_{lim_{max}})^2 L_{bob}}} \quad (2.35)$$

Ensuite, il est possible d'exprimer la résistance du fil de bobinage (à basse fréquence) en fonction du nombre de spires que l'on souhaite se fixer et du rayon maximum  $r_{be_{max}}$  que la bobine ne doit pas dépasser. Ce dernier étant contraint par la dimension des alésages à imager et par l'entrefer nécessaire au placement des récepteurs (voir 2.4.3.1)

$$R_{fil} = \rho \frac{l_{bobine}}{S_{cond}}$$

$$\boxed{R_{fil} = \rho \frac{2\pi R_{be_{max}} N_{spires}}{\pi R_{cond}^2}} \quad (2.36)$$

En combinant les équations 2.34 et 2.36, on obtient un majorant du nombre maximum de spires qui dépend en particulier de la hauteur maximum de bobine  $H_{bob_{max}}$  que l'on souhaite fixer :

$$N_{spires_{max}} \leq \sqrt[3]{\frac{L_{bob_{max}} \pi H_{bob_{max}}^2 f_{min}}{4\rho R_{be_{max}}}} \quad (2.37)$$

D'après la relation 2.23 portant sur la réluctance, à géométrie de sonde et de cible données, l'inductance est proportionnelle à  $N_{spires}^2$ . Or nous pouvons, d'après le cahier des charges de l'application visée, fixer la hauteur et le rayon maximums de la bobine, et, en injectant ces paramètres dans la relation 2.23, réexprimer le majorant de  $N_{spires_{max}}$  comme suit :

$$N_{spires_{max}} \leq \frac{\pi H_{bob_{max}}^2 f_{min}}{4\mathfrak{R}\rho R_{be_{max}}} \quad (2.38)$$

Le mieux étant de choisir le nombre  $N_{spires}$  de spires aussi grand que possible afin de maximiser le nombre d'ampères-tours, le meilleur choix est :  $N_{spires} = N_{spires_{max}}$ . Il est alors possible de déterminer le diamètre du fil de bobinage  $D_{fil}$  :

$$D_{fil} = \frac{H_b}{N_{spires}} \quad (2.39)$$

Ceci conduit pour notre inducteur à choisir les dimensions suivantes :

- nombre de spires :  $N_{spires} \approx 28$
- diamètre du fil de bobinage :  $D_{fil} = 1,4mm$
- hauteur de la bobine :  $H_b = 40mm$
- rayon externe de la bobine :  $R_{be} = 24,4mm$

La simulation par éléments finis de cette géométrie de bobine donne une inductance de  $6,8\mu H$ , une résistance de  $0,04\Omega$  et une capacité de  $11,1pF$ . Ces valeurs sont bien en accord avec les relations que nous venons d'énoncer vérifiant ainsi :

- $L_{bob} < 7,6\mu H$
- $C_{tot} < 33pF$
- $\frac{1}{2\pi\sqrt{L_{bob}C_{tot}}} = 18MHz > 10MHz$
- $\frac{R_{fil}}{2\pi L_{bob}} = 938Hz < 1kHz$

Pour des raisons pratiques, nous n'avons pas strictement respecté ce dimensionnement lors de la réalisation de l'inducteur du prototype de laboratoire, mais nous avons cherché à nous en approcher. Si la forme d'une véritable attache de voileure d'avion limite l'espace pour introduire la sonde, ce qui en contraint la hauteur (idéalement à environ  $40mm$  d'après nos calculs), en laboratoire nous n'avons pas pareille contrainte. Ainsi, pour des questions de commodité, nous avons construit un inducteur d'une hauteur supérieure à celle de la cible à notre disposition, soit  $68mm$ . Quant au fil de bobinage, nous avons utilisé un fil de cuivre émaillé de diamètre  $1,25mm$  bobiné sur une seule couche de  $76$  spires. D'après les mesures faites à l'analyseur d'impédance, les caractéristiques du modèle équivalent RLC de l'inducteur prototype de laboratoire sont :  $R_{fil} = 0,21\Omega$ ,  $L_{bob} = 44,2\mu H$  et  $C_{tot} = 28,8pF$ , ce qui nous donne une fréquence de résonance théorique  $f_R = 4,46MHz$  et une fréquence basse  $f_B = 738Hz$ .

Nous venons d'étudier les différents paramètres à prendre en compte dans le dimensionnement de l'inducteur et leur influence sur ses caractéristiques électriques. Ces paramètres ayant des degrés de liberté différents il n'existe pas dans l'absolu de dimensionnement optimal. Les solutions que nous avons retenues ont été élaborées en nous fixant certaines contraintes, liées notamment à la volonté de tirer le meilleur parti des moyens du laboratoire (source de courant etc...). Dans la perspective de la réalisation d'un prototype industriel, d'autres solutions sont naturellement envisageables, qui seront fonction de l'utilisation qui en sera faite, d'une géométrie de circuit magnétique éventuellement différente, de la source d'alimentation utilisée, etc..

## 2.5 Réalisation d'un dispositif expérimental

D'après l'étude théorique qui précède, et les choix de topologie et de dimensionnement qui en résultent, la sonde multicapteur envisagée devrait être à même de réaliser la cartographie d'imagerie souhaitée. Pour le vérifier nous avons réalisé et mis en œuvre un prototype de laboratoire. Le montage expérimental illustré figure 2.30 comporte :

- **une cale étalon** comportant les défauts à contrôler,
- **la bobine d'excitation** décrite à la section 2.4.3.2, émettant le champ inducteur,
- **un ensemble de bras robotisés (CharlyRobot)** servant à déplacer une minibobine de mesure,
- **un impédancemètre (HP4192A)** qui mesure la transimpédance du dispositif,
- **une source de puissance (NF4055 Electric Instrument)** pour alimenter l'inducteur,
- **un contrôleur (PC sous Matlab)** qui gère les déplacements du bras de robot ainsi que l'impédancemètre.



FIGURE 2.30 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental

### 2.5.1 La cible

Nous disposons d'une cale étalon en alliage AU4G 2017A, de dimensions  $170\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 50\text{ mm}$  et comportant deux alésages (figure 2.31). Le premier est de diamètre  $52\text{ mm}$ , soit le diamètre standard des ferrures d'attaches de voilures considérées, le second est de diamètre  $58\text{ mm}$ , ce qui correspond à une ferrure devant accueillir une bague de renfort dans le cas où une rectification de l'alésage a été effectuée suite à la présence antérieure d'un défaut.

Dans cette cale étalon, des défauts calibrés ont été usinés par électro-érosion en bordure de chanfrein et à mi-hauteur de l'alésage (figure 2.31).

		P (mm)	L (mm)			P (mm)	L (mm)
	L2	1	2		C1	1	1
	L4	2	4		C2	2	2
	L5	4	8		C3	3	3
	M2	0,2	0,4		D1	0,3	0,3
	M4	0,5	1		D2	0,5	0,5
	M5	1	2		Rainure (prof./long.)	4	20

TABLE 2.11 – Tableaux regroupant les différents types de défauts présents dans la cale étalon

Notons par ailleurs qu'afin de corriger d'éventuelles erreurs de parallaxe, et ainsi éviter l'arc-boutement du support du récepteur et de l'alésage de la cible, cette dernière est placée sur une plaque trépied réglable par des vis micrométriques (figure 2.32).

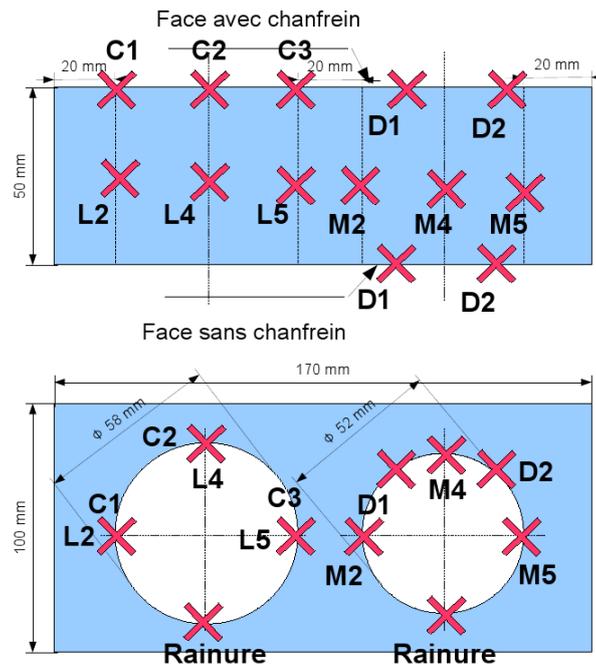


FIGURE 2.31 – Position des défauts électro-érodés.

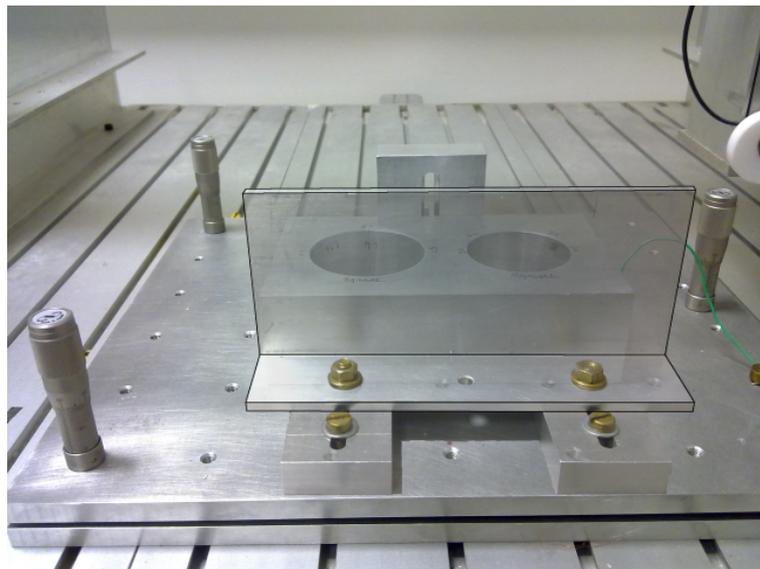


FIGURE 2.32 – Support de positionnement réglable par trois vis micrométriques.

## 2.5.2 Le dispositif d'induction

La bobine d'excitation est alimentée par un générateur de tension commandé par une tension comprise entre 0 et 1V et piloté par l'intermédiaire de l'oscillateur de sortie de l'analyseur d'impédance. Le générateur ne permettant pas de délivrer un courant constant, nous avons travaillé à la puissance maximale disponible pour chacune des fréquences utilisées. Nous avons relevé les différentes valeurs de courant injecté (2.12) afin d'ajuster les mesures aux données obtenues par simulations, elles mêmes réalisées à courant d'excitation constant.

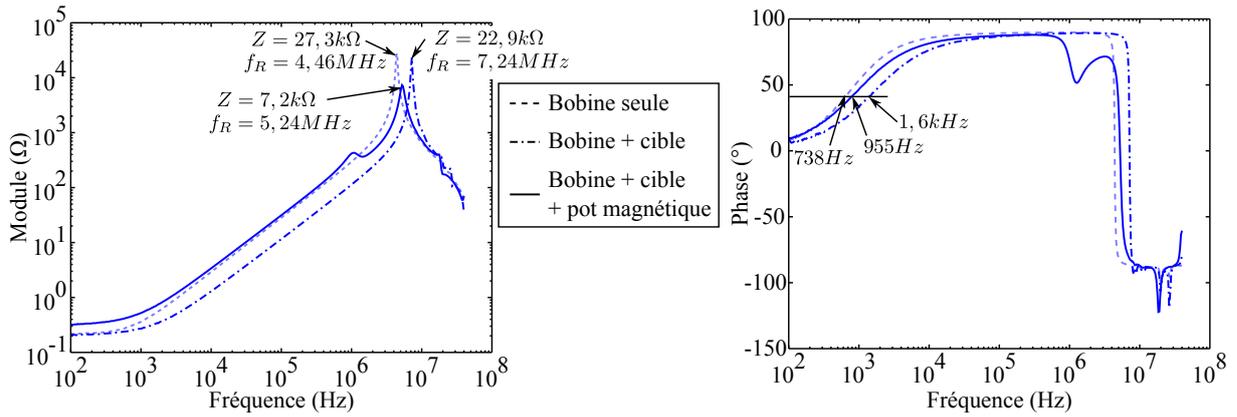


FIGURE 2.33 – Diagrammes de Bode de la bobine d'induction seule, puis avec la cible sans circuit magnétique, puis avec la cible et le circuit magnétique.

$F_{excitation}$	40 kHz	55 kHz	90 kHz	150 kHz	350 kHz	800 kHz
$I_{excitation}$	1,04 A	954 mA	1,07 A	750 mA	328 mA	81,6 mA

TABLE 2.12 – Relevé des valeurs efficaces de courant injecté dans la bobine d'excitation

### 2.5.3 Bras robotisé et dispositif de réception

Le récepteur du prototype de laboratoire n'est pas une matrice de capteurs, il est constitué d'une seule minibobine que l'on déplace à l'aide d'un bras robotisé. Il y a à cela évidemment des raisons de coût, mais aussi de flexibilité des mesures. En effet, le fait de pouvoir relever la cartographie de champ en présence d'un défaut dans l'alésage en déplaçant le capteur d'un pas très réduit permet de vérifier expérimentalement ce que mesureraient des matrices de capteurs diversement agencées. Ainsi, l'unique récepteur est placé sur un tube cylindrique piloté en rotation par un moteur pas à pas placé sur un bras de robot trois axes.

À chaque position de la mini-bobine correspond virtuellement un élément différent de la matrice de récepteurs : ceci a l'avantage de simuler plusieurs espacements entre les mini-bobines constituant la matrice (et ainsi permettre d'étudier l'espacement optimal des récepteurs...) Le robot trois axes et l'axe rotatif sont pilotés via une liaison série. Les trois axes sont des liaisons roue et vis sans fin reliées à des moteurs pas à pas de déplacement minimal  $1/80\text{ mm}$ , soit  $12,5\ \mu\text{m}$ . L'axe rotatif est lui aussi connecté à un moteur pas à pas dont le pas de discrétisation vaut 0,09 ce qui, pour un rayon de cible de  $26\text{ mm}$ , correspond à un déplacement orthoradial de  $40,8\ \mu\text{m}$ . Notons au passage la difficulté qu'il y a à obtenir un positionnement précis de la bobine de mesure qui se trouve à l'extrémité de ce rayon de cible. Une erreur ou un lift-off sur la position radiale entraînera non seulement une mauvaise réception du flux mais aussi une erreur sur l'exactitude du déplacement orthoradial  $R.\theta$  et donc de l'échantillonnage spatial.

Une fois le dispositif de réception mis en place, nous avons relevé le diagramme de bode de la transimpédance du dispositif complet défini comme le rapport entre la FEM aux bornes de la bobine de réception et du courant circulant dans la bobine inductrice (figure 2.34). Les capacités des câbles coaxiaux abaissent la fréquence de résonance du dispositif aux alentours de  $1\text{ MHz}$  ce qui empêche d'effectuer des mesures à des fréquences guère plus élevées que  $800\text{ kHz}$ . Pour des mesures effectuées à des fréquences proches de cette limite, il est possible de compenser les distorsions de mesures introduites en se référant à la fonction de transfert précédente. Nous avons choisi d'utiliser cette méthode pour les mesures à  $800\text{ kHz}$  car un dispositif industriel bénéficiera de meilleures conditions expérimentales avec des appareils de

mesures disposés au plus près des bobines.

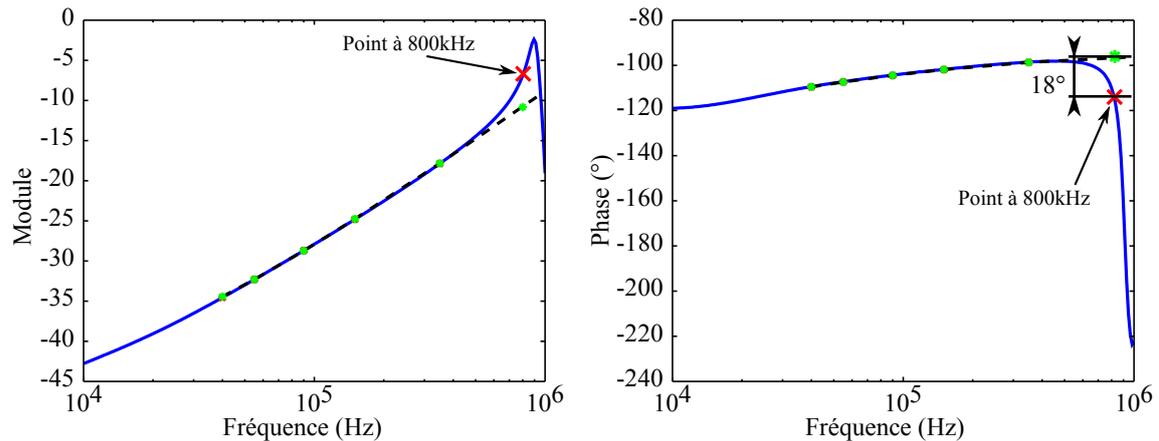


FIGURE 2.34 – Diagramme de bode de la transimpédance du dispositif d’excitation et de réception. Les courbes théoriques de module et phase sont représentées en pointillés.

## 2.5.4 L’impédancemètre

Les mesures de trans-impédance sont effectuées à l’aide d’un impédancemètre Hewlett Packard HP4192-A dont la bande passante s’étend de  $5\text{Hz}$  à  $13\text{MHz}$ . En pratique, nous nous cantonnerons à la bande de fréquences  $40\text{kHz}$  et  $800\text{kHz}$ . Un oscillateur attaque en tension la source de puissance qui alimente l’inducteur tant que l’impédancemètre effectue une mesure *2 voies* ou *B/A* par détection synchrone et calcule la trans-impédance de la sonde définie précédemment.

## 2.5.5 Le Contrôleur

L’ensemble des appareils est contrôlé par l’intermédiaire d’un ordinateur et du logiciel Matlab au travers de liaisons séries et GPIB. Les scripts de pilotages ont été en partie repris ou adaptés de scripts existant au laboratoire [Rav08] et assurent plusieurs fonctions :

- **L’interface avec l’impédancemètre**

Envoi des réglages (fréquence, tension, mode de mesure), prise de mesure (ordre de mesure, récupération de l’impédance complexe)

- **L’interface avec le bras robotisé**

Gestion des déplacement selon les axes  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{\theta})$  en absolu ou relatif, attente de retour d’état sans temporisation, mise à zéro des coordonnées.

Gestion des zones à contrôler en fonction des dimensions demandées. Gestion des pas de déplacement et de plusieurs modes de balayage.

- **La gestion des données**

Formatage et enregistrement des mesures sous forme de matrices et possibilité d’affichage les résultats.

## 2.5.6 Cartographies obtenues

Afin de valider la modélisation et de caractériser le fonctionnement de la sonde, des cartographies de FEM ont été réalisées pour trois types de défaut (M2, M4, M5, voir 2.11) et pour des fréquences allant de  $40\text{kHz}$  à  $800\text{kHz}$  (2.13).

Fréquences (kHz)	40	55	90	150	350	800
Épaisseur de peau $\delta$ (mm)	0,6	0,51	0,4	0,31	0,2	0,133

TABLE 2.13 – Jeu de fréquences utilisé pour le relevés expérimentaux et variation de l'épaisseur de peau correspondante

Les cartographies effectuées ont pour dimensions de  $4,4\text{ mm} \times 4,4\text{ mm}$  pour un pas d'échantillonnage de  $0,1\text{ mm} \times 0,1\text{ mm}$  selon les deux directions  $\vec{z}_l$  et  $\vec{x}_l$ . Cela correspond donc à des images  $44 \times 44$ , ce qui semble être un bon compromis entre résolution et temps d'acquisition dans une phase de validation.

Sur les exemples de cartographies présentées figure 2.35, les valeurs des FEM mesurées sont centrées autour d'une valeur non nulle, contrairement à ce que prévoit la structure théorique de la sonde. Ceci traduit un mauvais positionnement de la bobine réceptrice qui par conséquent *capte* une composante non nulle de champ en l'absence de défaut (composante selon  $\vec{z}$  du champ d'excitation). On peut imaginer qu'un prototype industriel comportera un système de recalage axial ainsi qu'un positionnement précis des bobines réceptrices en vue d'éliminer cet offset de tension sur les cartographies. Un procédé d'auto-zéro matériel ou logiciel pourrait également être envisagé.

Sur les images 2.35(a) et 2.35(b), on peut voir apparaître assez distinctement les lobes dus à la présence du défaut. En revanche, pour un défaut de type M2, plus petit, la distinction entre la composante résiduelle non nulle et la signature de défaut devient moins évidente 2.35(c). Dans le but d'exploiter les images expérimentales et de les comparer à celles issues de simulations, nous avons effectué un pré-traitement de ces cartographies *brutes*.

### 2.5.6.1 Pré-traitement des cartographies expérimentales

Afin de pallier le problème d'imprécision du positionnement de la bobine de réception, et de la composante de champ non nulle qui en résulte, nous avons soustrait à la cartographie mesurée une cartographie dite "de fond", estimée par interpolation à partir des lignes et colonnes constituant les bords de l'image. Cette cartographie de fond correspond donc à la cartographie de FEM qui aurait été mesurée par le dispositif en l'absence de défaut. Un exemple de cartographie interpolée est présentée figure 2.36.

Cette méthode a logiquement ses limites dans le cas où l'occupation spatiale du signal du défaut est trop importante et atteint les bords de l'image (cas rencontré avec le défaut de type M5). Dans ce cas on lui préférera une méthode de soustraction de la valeur moyenne de l'image à condition que le défaut, et par conséquent sa signature, soit symétrique.

Après traitement, les cartographies sont centrées autour d'une valeur moyenne nulle et les pixels en dehors de la zone comportant la signature du défaut sont à zéro, comme attendu (figure 2.37). Les cartographies expérimentales traitées ont alors la même configuration que celles issues de simulations et il est alors possible de confronter les résultats pratiques et théoriques.

### 2.5.6.2 Comparaison avec les simulations ANSYS

Sur les figures 2.38, 2.39 et 2.40 sont représentées les cartographies de FEM traitées ainsi que celles issues de simulations, extraites dans le plan  $\widehat{x_l O z_l}$  du repère local, pour des défauts

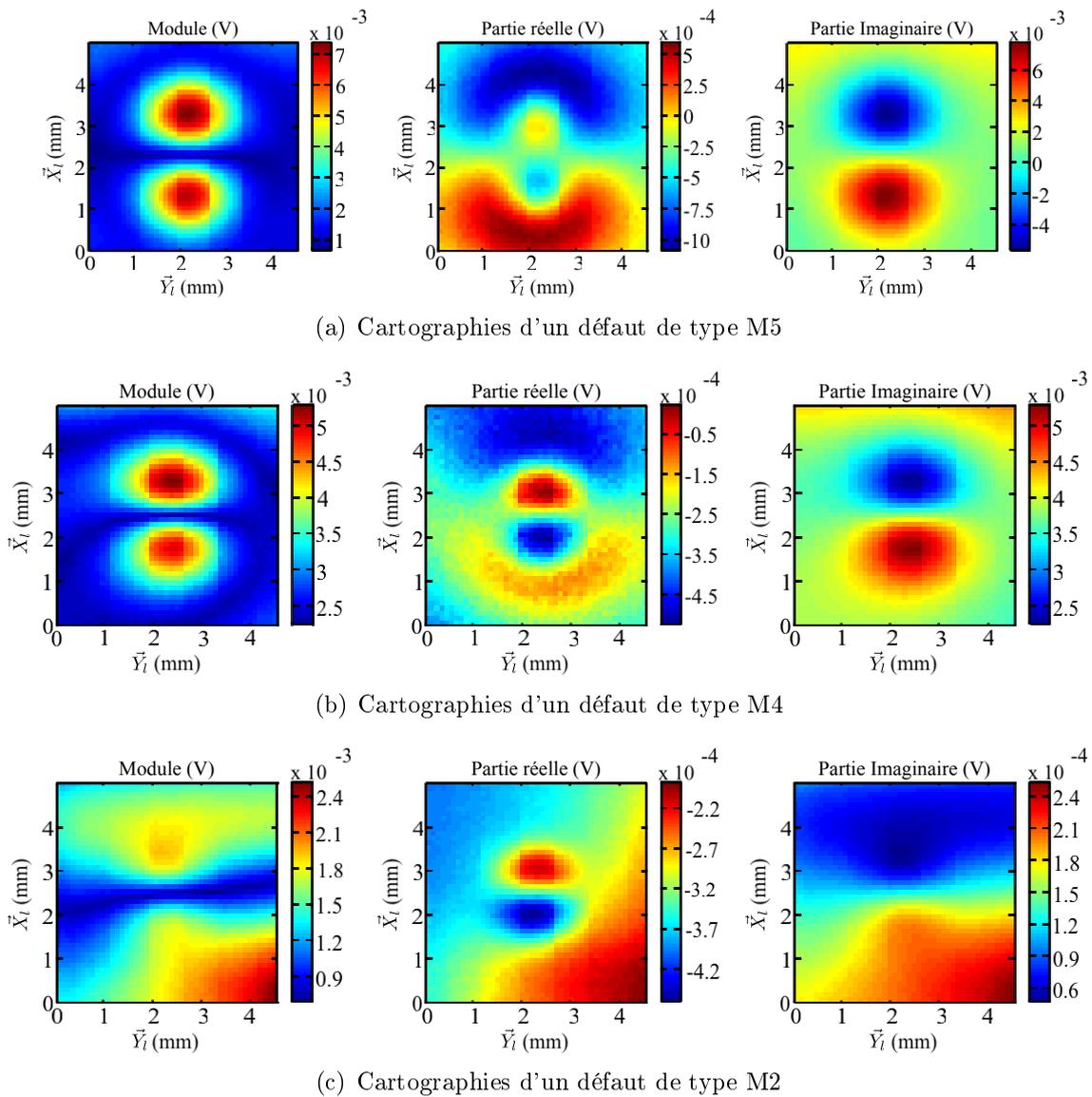


FIGURE 2.35 – Cartographies expérimentales de trois types de défauts réalisées à une fréquence de  $90\text{ kHz}$

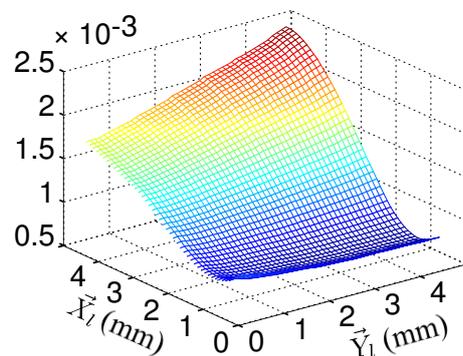


FIGURE 2.36 – Cartographie de FEM “de fond” interpolée à partir des bords d’une cartographie comportant un défaut de type M2 à une fréquence de  $90\text{ kHz}$ .

de type M5, M4 et M2 respectivement, et pour une fréquence de courant d’excitation de  $90\text{ kHz}$ . Pour chaque type de défaut, la modélisation correspond assez bien aux mesures, aussi bien en module qu’en phase. Les légers écarts de module ou de phase résiduels, notamment

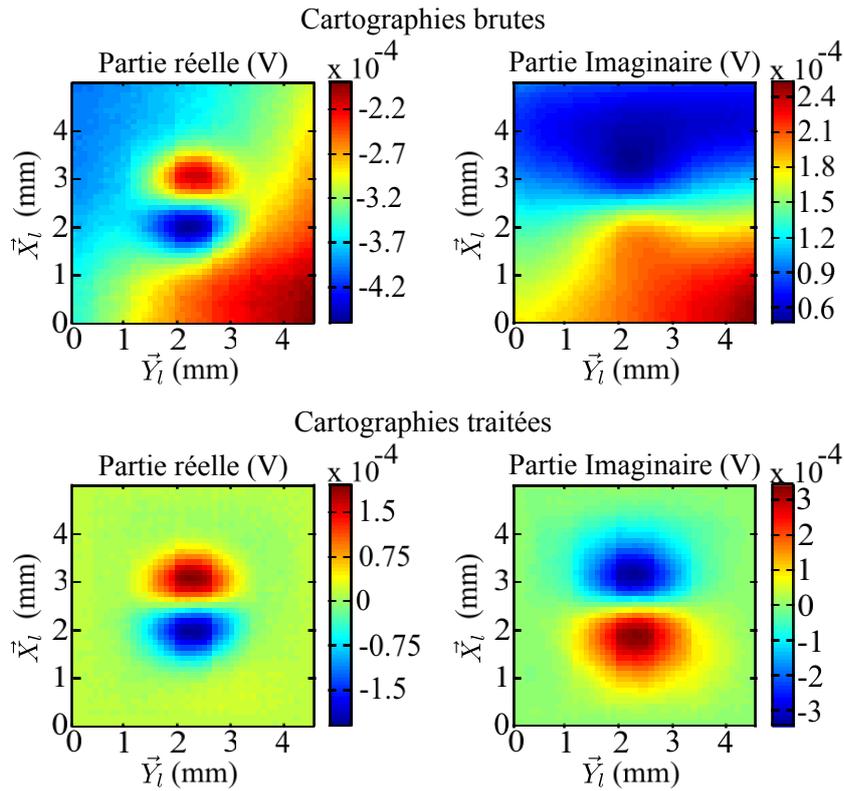


FIGURE 2.37 – Cartographie de FEM brute (en haut) et après traitement (en bas) pour un défaut de type M2

pour le défaut M2, peuvent provenir d'un mauvais positionnement (ici, le *décollement ou lift-off* [GLD01, LB02a]) de la bobine réceptrice. Pour les plus petits défauts, l'écart peut également être attribué à la tolérance sur la réalisation des défauts.

### 2.5.6.3 Estimation du bruit

L'estimation du bruit de mesure est effectuée à l'aide du PSNR défini en 2.10. Les données considérées sont à présent expérimentales et bruitées, nous sommes alors confrontés au problème de l'exactitude de la mesure du max de la FEM sur les données expérimentales. Une manière de pallier ce problème consiste prendre comme valeur une moyenne des points adjacents au pic de signal [Rav08]. Les écarts-types des valeurs du bruit pour chaque fréquence et chaque défaut sont mesurés sur des zones à côté de celles contenant le signal des défauts.

Le tableau 2.14 regroupe les PSNR calculés pour les trois types de défaut et pour chacune des fréquences considérées. La valeur plus élevée du PSNR pour la fréquence de  $800\text{ kHz}$  est due à la résonance de la fonction de transfert de la transimpédance du système bobine d'excitation/bobine de réception qui entraîne une amplitude du signal plus élevée sans augmenter le niveau de bruit.

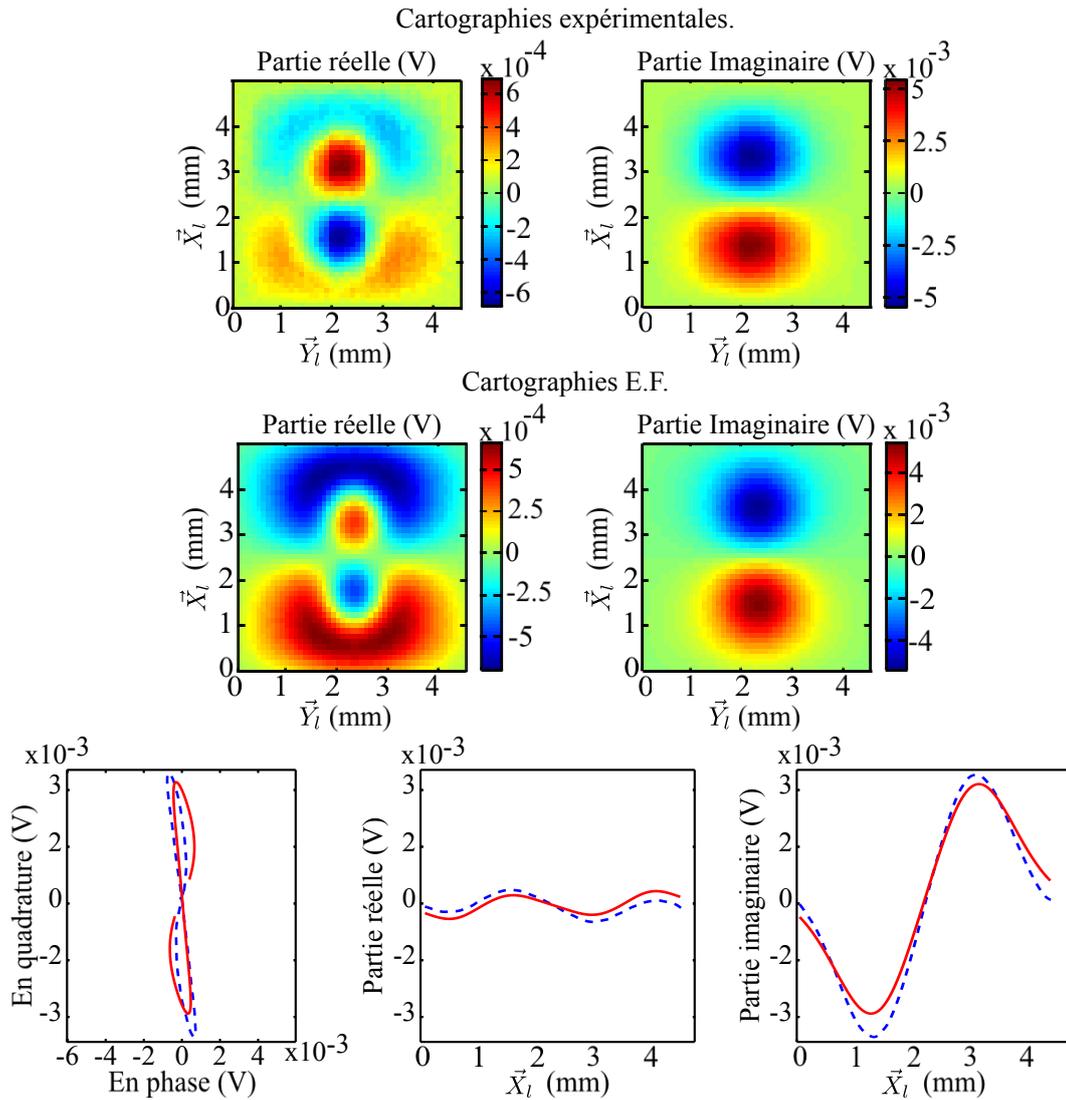


FIGURE 2.38 – Cartographies de FEM traitées et issues de simulations (en haut) d'un défaut de type M5. Comparaison des figures de Lissajous, des parties réelles et imaginaires de ces mêmes FEM. En pointillés bleus la FEM expérimentale et en trait plein rouge la FEM simulée.

	40 kHz	55 kHz	90 kHz	150 kHz	350 kHz	800 kHz
Défaut M2	40,7 dB	44,9 dB	45,2 dB	44,8 dB	50,8 dB	62,4 dB
Défaut M4	50,3 dB	54,5 dB	55,1 dB	55,7 dB	50,3 dB	61,6 dB
Défaut M5	51,9 dB	56,5 dB	57,3 dB	58,1 dB	58,1 dB	63,6 dB

TABLE 2.14 – Tableau regroupant les PSNR des mesures de FEM expérimentales

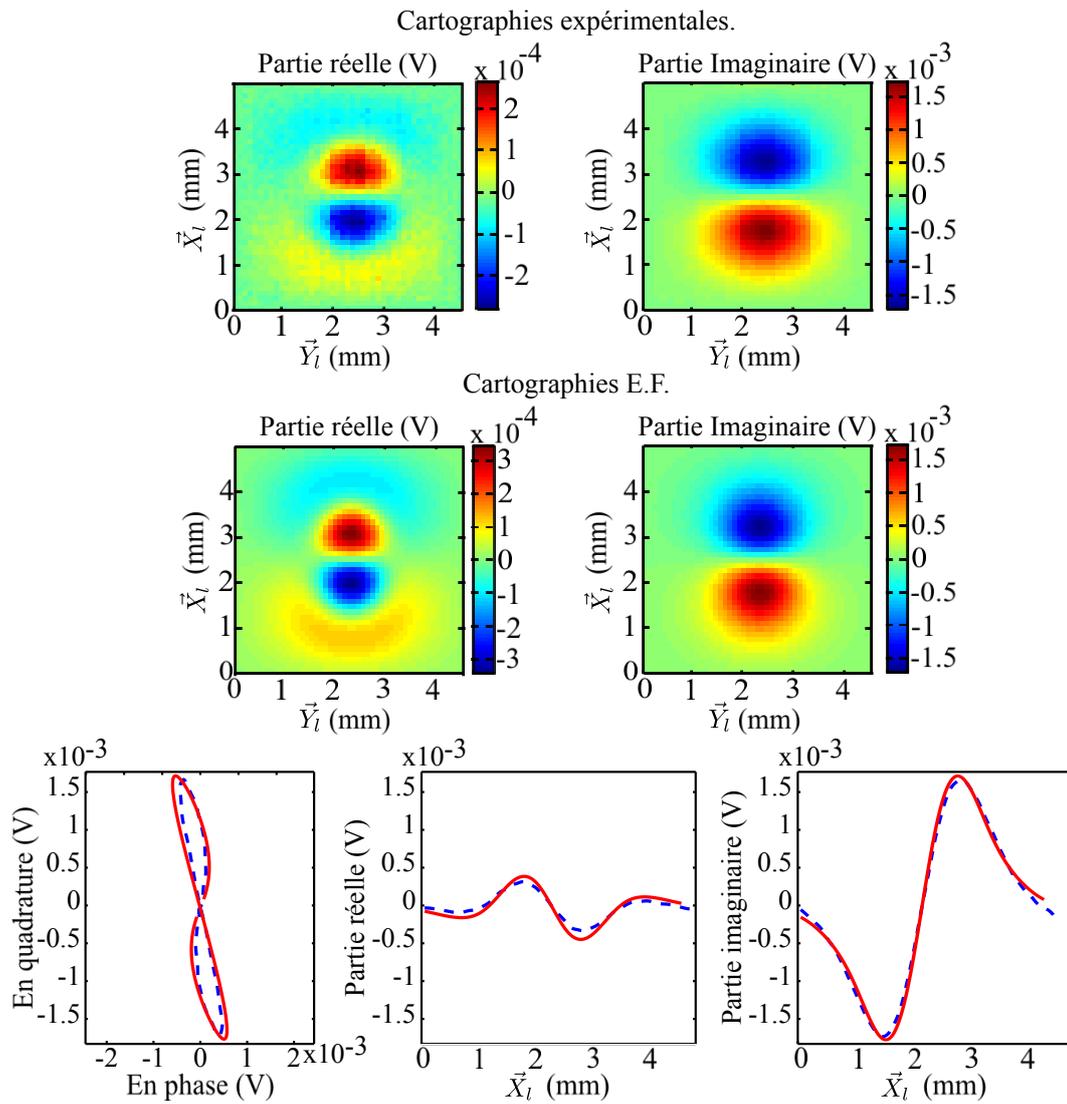


FIGURE 2.39 – Cartographies de FEM traitées et issues de simulations (en haut) d'un défaut de type M4. Comparaison des figures de Lissajous, des parties réelles et imaginaires de ces mêmes FEM. En pointillés bleus la FEM expérimentale et en trait plein rouge la FEM simulée.

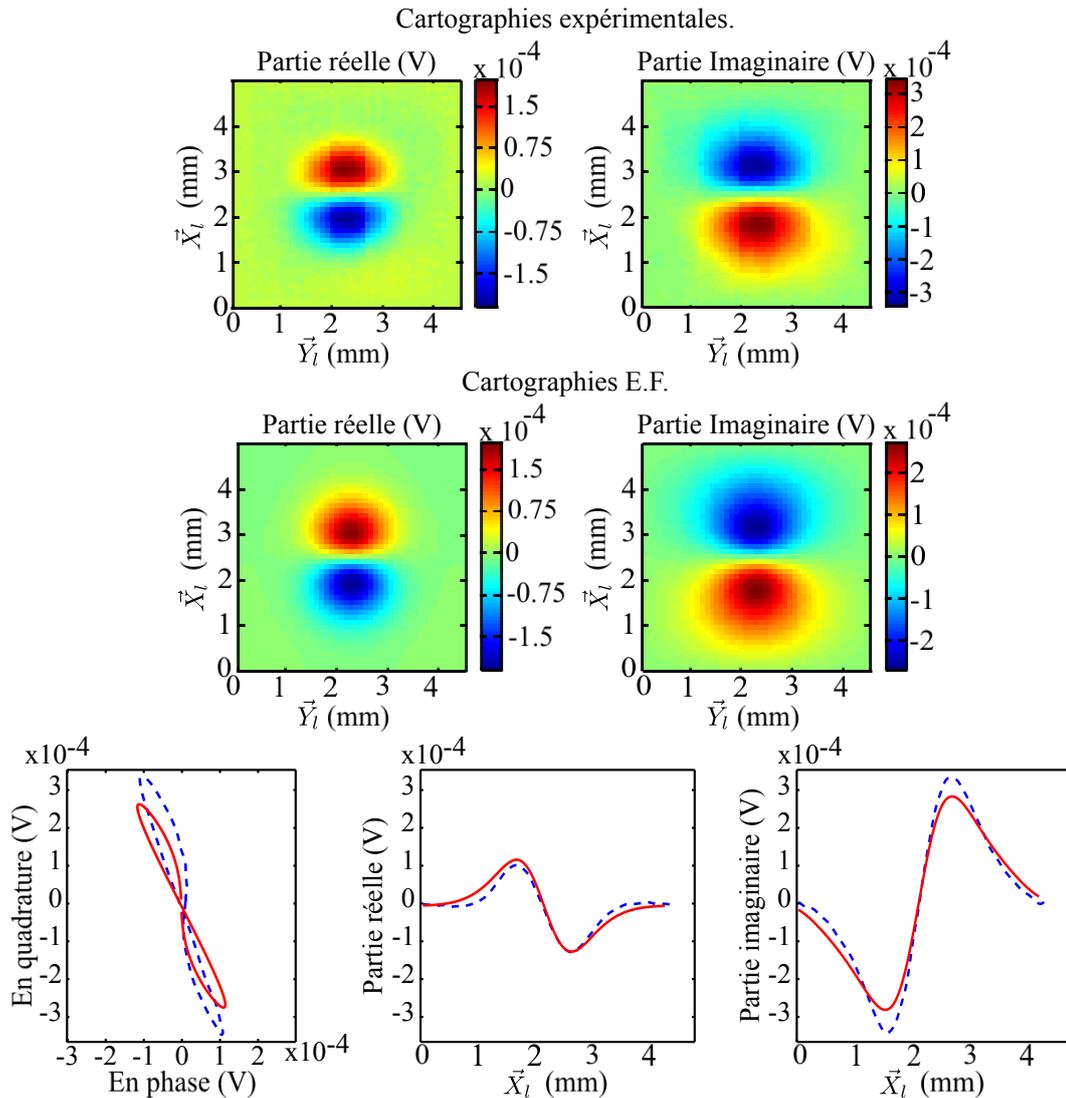


FIGURE 2.40 – Cartographies de FEM traitées et issues de simulations (en haut) d'un défaut de type M2. Comparaison des figures de Lissajous, des parties réelles et imaginaires de ces mêmes FEM. En pointillés bleus la FEM expérimentale et en trait plein rouge la FEM simulée.

## Conclusion

L'étude menée dans ce chapitre décrit les méthodes de dimensionnement employées dans la conception et la mise en œuvre du prototype de sonde que nous proposons. Nous nous sommes intéressés tour à tour à l'étude du système de réception et du système d'émission de la sonde proposée, puis enfin à une réalisation pratique d'un prototype de sonde afin d'en valider expérimentalement le concept et le dimensionnement.

Pour ce faire, nous avons mené un ensemble de simulations par éléments finis dans le but non seulement de simuler le comportement électro-magnétique de la sonde mais aussi d'en déterminer les caractéristiques électriques (R,L,C de la bobine d'excitation) en fonction de ses paramètres constitutifs.

Par ailleurs, trois technologies différentes de récepteurs ont été analysées en vue d'établir le meilleur compromis entre sensibilité, résolution et précision de la sonde ainsi que d'établir une stratégie d'agencement au sein d'une configuration multi-éléments. Notre choix s'est

porté vers des éléments de type bobinés organisés en quinconce avec un pas d'échantillonnage spatial de 0,5 fois leur rayon.

Enfin, la mise en œuvre d'un prototype de sonde a permis de valider la faisabilité du système ainsi que la fiabilité de sa modélisation. Cette dernière décrit le problème et le comportement de la sonde dans sa globalité, ce qui est nécessaire dans l'étude que nous venons de présenter mais rend son utilisation complexe dans le cadre de l'inversion des signaux. En effet, dans ce contexte, la simplicité d'un modèle s'avère essentielle si l'on veut gagner en temps de calcul. Dans le chapitre à venir nous allons nous intéresser à une modélisation visant à reproduire les interactions locales CF/défaut en vue d'en favoriser l'inversion.

# Chapitre 3

## Modélisation des interactions sonde/défaut

La résolution du problème inverse consistant à remonter aux caractéristiques de défauts à partir de mesures n'est généralement pas triviale du fait que les données dont on dispose sont insuffisantes ou incomplètes [YHM07]. Pour faire face à ce problème différentes approches sont possibles. On peut utiliser des méthodes itératives combinant d'une part la modélisation des interactions des défauts recherchés et de la sonde CF utilisée et d'autre part une connaissance a priori destinée à pallier les lacunes des mesures. Ce type de méthode peut par exemple être mis en œuvre dans un cadre Bayésien [PB02]. On peut également citer les méthodes qui utilisent des bases de données inverses pour accélérer les calculs d'inversion [PG07] ou pour ramener le problème inverse à une reconnaissance de classe de défaut [LS00, SDK05, LDJP09].

L'approche que nous proposons pour faciliter l'inversion consiste quant à elle à concevoir la sonde CF de manière à ce qu'elle se prête à une modélisation simple de ses interactions avec les défauts présents dans la pièce à contrôler. Plus précisément, en faisant en sorte que ces sondes induisent une nappe de CF uniformément orientée dans la pièce examinée, il devient possible de modéliser les interactions des CF avec les défauts de façon satisfaisante en ne considérant que les variations locales des grandeurs électromagnétiques induites par la présence d'un défaut.

Ce que nous proposons précisément, c'est de modéliser la présence d'un défaut dans l'alésage inspecté par un ensemble de sources de courant virtuelles, placées dans le volume du défaut considéré, égales en module et opposées en phase aux CF qui circulerait dans le même volume en l'absence de défaut (i.e. s'il était rempli de métal). [BJLF09].

Afin d'en illustrer le principe, prenons l'exemple des défauts débouchant présentés au chapitre 2.5, lesquels sont susceptibles d'apparaître dans les alésages de ferrures d'attache de voilures aéronautiques. Pour commencer nous analyserons les interactions de ces défauts avec les CF créés par notre sonde. Ensuite, nous en expliciterons une modélisation simplifiée reposant sur des sources de courant virtuelles, ou de courants équivalents comme nous les appellerons par la suite. Pour finir, nous mettrons en œuvre cette modélisation à l'aide de la méthode des points sources distribués (DPSM) et nous la validerons en en comparant les résultats à ceux donnés par une modélisation par éléments finis (EF) mais aussi par comparaison à des données expérimentales.

## 3.1 Modèle des courants équivalents basé sur une hypothèse de superposition

L'estimation des dimensions des défauts présents dans une structure est un problème qui peut être considéré comme relevant des techniques de localisation de sources. Pour le traiter sous cet angle il est utile de disposer d'un modèle des interactions entre les CF et un défaut qui puisse s'exprimer à partir de la superposition de sources électromagnétiques rayonnantes dont l'estimation des caractéristiques permette de déduire celles des défauts. Pour cette raison nous avons élaboré, pour le cas de figure décrit au chapitre 2.1, un modèle simplifié des interactions CF/défaut exploitant la configuration particulière de la sonde CF développée et pouvant s'appuyer sur la méthode (DPSM).

### 3.1.1 Hypothèse simplificatrice de superposition

Le modèle que nous proposons s'appuie sur l'hypothèse simplificatrice selon laquelle les interactions CF / défaut peuvent être modélisées par des sources de courant virtuelles situées dans le volume du défaut, et dont les intensités sont égales en module et opposées en phase à celles des courants circulant dans le même volume en l'absence de défaut. Cette hypothèse s'apparente à l'hypothèse de Born qui postule que l'existence d'un défaut de petites dimensions ne modifie pas la distribution du champ électrique à son voisinage [SS86]. Elle permet de linéariser notre problème et de traiter isolément les interactions CF/défaut qui se "superposent" aux interactions sonde/cible saine. Cette hypothèse simplificatrice de "superposition" revient ici à négliger une partie des CF déviés autour du défaut. C'est certes faire une approximation, mais elle peut s'avérer acceptable et même particulièrement séduisante au regard du gain en efficacité d'implantation procuré.

### 3.1.2 Implantation du modèle par la méthode DPSM

La méthode DPSM, qui est basée sur le rayonnement de points sources distribués [PK07], se prête particulièrement bien à la mise en œuvre numérique de notre modèle simplifié d'interaction CF/défaut, que nous désignerons par modèle des courants équivalents (CE). Cette méthode s'applique à des domaines aussi variés que l'électrostatique, les ultrasons, l'électromagnétisme, à condition naturellement d'utiliser dans chaque cas les sources rayonnantes appropriées. Ici, il s'agit des sources de courant rayonnant suivant une loi s'exprimant par une fonction de Green. Outre les sources virtuelles situées dans le volume du défaut, la modélisation par DPSM en requiert d'autres, que nous appellerons sources d'interfaces, destinées à reproduire les conditions aux limites et à traduire les effets de réflexion et de transmission aux passages des différents milieux. Les sources de défaut et les sources d'interface suffisent pour calculer le potentiel vecteur en tout point de l'espace, et par conséquent le champ magnétique et le champ électrique qui en dérivent. La méthode DPSM évite donc de mailler la totalité de la géométrie du problème.

Notons que les sources de courant classiquement utilisées en modélisation DPSM sont homogènes à des circulations de courant sur des longueurs élémentaires ( $dy$  dans notre exemple, voir équation 3.12). Leur unité est par conséquent l'A.m [PK07]. Dans notre problème nous noterons  $\vec{C}_d$  les sources de courant situées à l'intérieur du défaut, et  $\vec{C}_{21}$  et  $\vec{C}_{12}$  les sources d'interface rayonnant respectivement dans le milieu 1 (air) et le milieu 2 (métal), comme

indiqué figure 3.1.

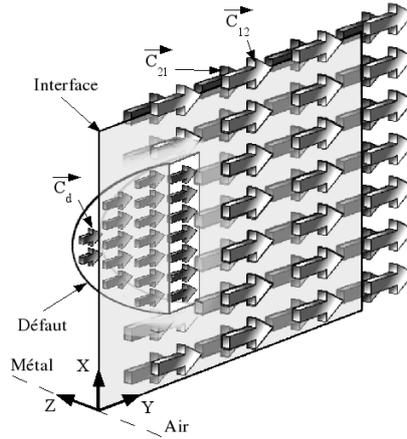


FIGURE 3.1 – Disposition des sources de courant virtuelles pour la modélisation DPSM des interactions CF/défaut. Défaut en forme de lunule de rayon  $500 \mu m$  et d'ouverture  $200 \mu m$ .

Tout au long de ce chapitre et du suivant nous aurons à manipuler des grandeurs vectorielles, scalaires et matricielles. Fixons dès à présent les conventions d'écriture que nous adopterons. Un champ, un courant ou un potentiel vecteur en un point donné de l'espace sera désigné par une lettre majuscule en italiques, éventuellement affectée d'un indice, coiffée d'une flèche (par exemple  $\vec{C}_d$  pour une circulation de courant en un point donné d'un défaut) et ses composantes le seront par la même lettre majuscule en italiques, éventuellement affectée d'un indice (par exemple  $C_{dx}$ ,  $C_{dy}$  et  $C_{dz}$  pour la circulation  $\vec{C}_d$ ). Un vecteur formé de la concaténation des valeurs de l'une des composantes d'un champ, courant ou potentiel vecteur, prises en différents points de l'espace, sera désigné par une lettre droite, la même que celle désignant la composante considérée, mais écrite en minuscule (par exemple  $c_x$ , désignera de la concaténation des valeurs prises en différents points de l'espace par la composante  $C_{dx}$  de la circulation  $\vec{C}_d$ ). Sur le même principe, la concaténation d'un vecteur champ, d'un courant ou d'un potentiel vecteur pris en différents points de l'espace, sera désignée par une lettre minuscule coiffée d'une flèche (ainsi  $\vec{c}_d$  désignera la concaténation lexicographique des vecteurs  $\vec{C}_d$  pris en différents points).

Dans un premier temps, les valeurs des sources virtuelles  $\vec{C}_d$  peuvent être obtenues facilement si l'on connaît les caractéristiques de l'inducteur axisymétrique et de la cible : elles sont égales à l'opposé des CF que l'inducteur y induirait si cette dernière était saine. Une fois ces sources déterminées les sources d'interface  $\vec{C}_{21}$  et  $\vec{C}_{12}$  se déduisent des conditions aux limites imposées aux potentiels vecteurs 3.1 :

$$\begin{cases} \vec{A}_1 = \vec{A}_2 \\ \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial \vec{A}_1}{\partial \vec{n}} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial \vec{A}_2}{\partial \vec{n}} \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $\vec{A}_1$  et  $\vec{A}_2$  désignent les potentiels vecteurs des milieux 1 (air) et 2 (métal), dont  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les perméabilités magnétiques et  $\vec{n}$  la normale à la surface qui dans notre cas est confondue avec  $\vec{z}$ . Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  est solution de l'équation de Green :

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.2)$$

dans laquelle  $\vec{J}$  est la densité de courant,  $\mu$  la perméabilité magnétique du milieu, et  $k$  le vecteur d'onde, tel que :

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon - j \omega \sigma \mu \quad (3.3)$$

où enfin  $\omega$  est la pulsation des courants et  $\epsilon$  et  $\sigma$  désignent respectivement la permittivité diélectrique et la conductivité du milieu.

Compte tenu du principe de superposition, le potentiel vecteur  $\vec{A}$  peut être calculé en chaque point de l'espace par addition des contributions des sources virtuelles appropriées (3.4). Dans l'air (milieu 1),  $\vec{A}_1$  est ainsi créé par les sources  $\vec{C}_{21}$  tandis que dans le métal (milieu 2),  $\vec{A}_2$  résulte à la fois des sources  $\vec{C}_d$  et  $\vec{C}_{12}$  [PK07].

$$A(\vec{r}) = \begin{cases} a_x(\vec{r}) \\ a_y(\vec{r}) \\ a_z(\vec{r}) \end{cases} = \sum_i \begin{cases} \frac{\mu}{4\pi} C_{xi} \cdot \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} \\ \frac{\mu}{4\pi} C_{yi} \cdot \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} \\ \frac{\mu}{4\pi} C_{zi} \cdot \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $\vec{r}$  est la position où l'on calcule  $A$ , où l'indice  $i$  référence les sources de courant contribuant à  $\vec{A}(\vec{r})$ , où  $R_i$  est la distance entre le point source et le point de calcul, aussi appelé point test, où  $(C_{xi}, C_{yi}, C_{zi})$  sont les composantes des sources de courant d'indice  $i$  et  $(A_x, A_y, A_z)$  les composantes de  $\vec{A}$ , les unes et les autres étant exprimées dans le repère local.

Quant à la dérivée du potentiel vecteur, qui intervient dans les conditions aux limites, elle vérifie l'équation 3.5 :

$$\frac{\partial \vec{A}(\vec{r})}{\partial \vec{z}} = \begin{cases} \frac{\partial A_x(\vec{r})}{\partial \vec{z}} \\ \frac{\partial A_y(\vec{r})}{\partial \vec{z}} \\ \frac{\partial A_z(\vec{r})}{\partial \vec{z}} \end{cases} = \sum_i \begin{cases} \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} (z - Z_{21i}) C_{xi} \\ \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} (z - Z_{21i}) C_{yi} \\ \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} (z - Z_{21i}) C_{zi} \end{cases} \quad (3.5)$$

où

$$\alpha_i = \frac{-e^{-jkR_i}}{R_i^2} \left[ jk + \frac{1}{R_i} \right] \quad (3.6)$$

Les deux formules qui précèdent peuvent être exprimées sous forme matricielle. Conformément aux conventions définies plus haut, notons  $\vec{a}$  le vecteur concaténant sous forme lexicographique les potentiels vecteurs  $\vec{A}$  aux différents points considérés, et notons  $d\vec{a}$  sa dérivée première par rapport à  $z$ . Nous pouvons écrire :

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & W_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & W_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix} = W \cdot \vec{c} \quad (3.7)$$

$$d\vec{a} = \begin{bmatrix} da_x \\ da_y \\ da_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix} = Y \cdot \vec{c} \quad (3.8)$$

Il apparaît intéressant à présent d'exprimer l'équation 3.1 sous forme matricielle :  $\vec{a}_1 = W_{21} \cdot \vec{c}_{21}$  et  $\vec{a}_2 = W_{2d} \cdot \vec{c}_d + W_{12} \cdot \vec{c}_{12}$  (et de la même manière  $d\vec{a}_1$  et  $d\vec{a}_2$ ).

Nous obtenons donc le système :

$$\begin{aligned} W_{2d} \vec{c}_d + W_{12} \vec{c}_{12} - W_{21} \vec{c}_{21} &= 0 \\ \frac{1}{\mu_2} Y_{2d} \vec{c}_d + \frac{1}{\mu_2} Y_{12} \vec{c}_{12} - \frac{1}{\mu_1} Y_{21} \vec{c}_{21} &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les perméabilités magnétiques relatives des milieux 1 et 2. Ici, nous avons affaire à des matériaux conducteurs amagnétiques ou à de l'air. Par conséquent  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ .

Il vient donc, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \vec{c}_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ W_{2d} & W_{12} & -W_{21} \\ Y_{2d} & Y_{12} & -Y_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{c}_d \\ \vec{c}_{12} \\ \vec{c}_{21} \end{bmatrix} = M_{interface} \cdot \begin{bmatrix} \vec{c}_d \\ \vec{c}_{12} \\ \vec{c}_{21} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Avec  $I$  la matrice identité destinée à rendre carrée la matrice  $M_{interface}$ . Si  $\vec{c}_d$  concatène  $Ns$  sources, alors la matrice  $I$  est de dimension  $3Ns \times 3Ns$ . De plus, si l'on a  $Np$  sources d'interface, les matrices  $W_{2d}$ ,  $W_{12}$  et  $W_{21}$  sont de dimensions respectives  $3Np \times 3Ns$ ,  $3Np \times 3Np$  et  $3Np \times 3Np$ , ce qui rend la matrice  $M_{interface}$  de dimension  $3(Ns + Np + Np) \times 3(Ns + Np + Np)$ .

On voit que l'on peut rapidement se trouver confronté au problème qui souvent se pose en modélisation : celui d'avoir à manipuler des vecteurs et des matrices de très grandes tailles. Or, ceci implique que les opérations effectuées seront consommatrices de ressources informatiques, et notamment de mémoire.

C'est pourquoi nous avons tiré parti des hypothèses de notre modèle afin de réduire autant que possible la tailles des matrices. Le fait que seule la composante des sources de courant selon l'axe  $\vec{y}$  soit non nulle nous permet ainsi de diviser par 9 la taille de  $M_{interface}$  et de limiter les composantes manipulées à  $a_y$  et  $da_y$ .

Ceci étant posé, les valeurs selon  $\vec{y}$  des sources virtuelles d'interface  $\vec{C}_{12}$  et  $\vec{C}_{21}$  s'obtiennent au moyen de 3.11 :

$$\begin{bmatrix} c_{dy} \\ c_{y12} \\ c_{y21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ W_{yy2d} & W_{yy12} & -W_{yy21} \\ Y_{yy2d} & Y_{yy12} & -Y_{yy21} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c_{dy} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = M_{interface}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c_{dy} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Avec  $c_{dy}$  est la concaténation de la composante  $C_{dy}$  du courant de défaut selon  $\vec{y}$ , calculée pour chacune des profondeurs  $z_i$  et intégrée dans son élément de volume conformément à :

$$C_{dy}(z_i) = \int_{z_i - \frac{dz}{2}}^{z_i + \frac{dz}{2}} J_0 \cdot e^{-j k z + \phi_0} dx dy dz \quad (3.12)$$

où  $J_0$  et  $\phi_0$  sont le module et la phase de la densité de courant en  $z = 0$ .

La cartographie du champ magnétique  $B$  dans le milieu 1, noté  $B_1$ , à laquelle sont sensibles les récepteurs de la sonde, peut être déduite, en tout point  $M(x, y, z)$ , du potentiel vecteur  $\vec{A}$  dans le milieu 1, noté  $\vec{A}_1$  :

$$\vec{B}_1(\vec{M}) = \text{rot} \vec{A}_1(\vec{M}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial A_{1z}}{\partial y} - \frac{\partial A_{1y}}{\partial z} \\ \frac{\partial A_{1x}}{\partial z} - \frac{\partial A_{1z}}{\partial x} \\ \frac{\partial A_{1y}}{\partial x} - \frac{\partial A_{1x}}{\partial y} \end{vmatrix} = \sum_i \begin{vmatrix} \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [-(z - Z_{21i})C_{21yi} + (y - Y_{21i})C_{21zi}] \\ \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [-(x - X_{21i})C_{21zi} + (z - Z_{21i})C_{21xi}] \\ \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [-(y - Y_{21i})C_{21xi} + (x - X_{21i})C_{21yi}] \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

où  $X_{21i}$ ,  $Y_{21i}$  et  $Z_{21i}$  sont les coordonnées des sources  $C_{21i}$ . D'après les hypothèses du modèle simplifié considéré, seule la composante selon  $y$  des  $C_{21}$  est non nulle. Il s'ensuit dans ce cas que :

$$\vec{B}_1(\vec{M}) = \sum_i \begin{vmatrix} \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [-(z - Z_{21i})c_{21yi}] \\ 0 \\ \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [(x - X_{21i})c_{21yi}] \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Ici aussi, 3.14 peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\vec{B}_1(\vec{M}) = \begin{bmatrix} b_{1x} \\ b_{1y} \\ b_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{21X2} \\ 0 \\ M_{21z2} \end{bmatrix} \cdot c_{21y} \quad (3.15)$$

Contrairement à ce qui est fait en modélisation par éléments finis, le calcul des grandeurs électromagnétiques d'intérêt s'effectue ici de manière analytique sans découpage en mailles du domaine d'étude. La seule discrétisation qui soit faite concerne la distribution finie des sources virtuelles de défaut et d'interface, dont le nombre et le positionnement influencent le résultat. Une contrainte spatiale impose de discrétiser suffisamment le volume du défaut afin d'en restituer fidèlement la géométrie (dans le cas présent : un demi disque). Une contrainte de propagation électromagnétique impose un espacement minimal entre les sources minimisant les possibles erreurs des calculs. Ceci est d'autant plus important que nous traitons de sources de courant dans le métal décroissant selon une exponentielle complexe. Il ne faut pas oublier que les calculs effectués sont équivalents à des intégrales discrètes qui peuvent nous confronter à des problèmes d'intégration numérique [CM84]. La prudence est donc de rigueur quand au choix du pas de discrétisation. Pour une propagation d'onde plane *simple*, il est communément admis ([PK07]) qu'un pas inférieur à  $\lambda/\pi$  garantit une précision de calcul suffisante. Nous tiendrons compte de cette condition dans notre étude.

Les choix effectués dans le cadre de notre application seront explicités au paragraphe 3.2. Auparavant, nous allons analyser la validité de l'hypothèse de superposition que nous souhaitons exploiter dans la modélisation simplifiée.

### 3.1.3 Vérification de la validité de l'hypothèse de superposition

Nous allons ici analyser la validité de l'hypothèse de superposition sur laquelle repose notre modélisation, en examinant tour à tour la distribution des CF et les cartographies de champ magnétique générées par les interactions CF/défaut.

#### 3.1.3.1 Analyse de la distribution des CF dans la cible

Intéressons nous dans un premier temps aux distributions de CF que donne une simulation EF 3D faite dans les conditions décrites au paragraphe 2.2 et extrayons en les amplitudes ainsi que les coordonnées des éléments de courants associés aux mailles 3D présentes dans un volume d'étude. Considérons en particulier la surface plane située dans le plan  $(x,y)$  à la profondeur  $\delta_z = 0,1\text{ mm}$  sous la surface du matériau et s'étendant sur un carré de  $4,4\text{ mm}$  de côté centré sur le défaut. Nous pouvons représenter ces éléments de courant, ou densités de courant, sous forme de vecteurs de norme proportionnelle à leur intensité et de direction parallèle à la circulation des CF. Les distributions de CF ainsi obtenues dans le cas de cibles présentant ou non un défaut, sont représentées respectivement figures 3.2.a) et 3.2.b). À l'examen de ces figures, on constate qu'en dépit du bruit de discrétisation relativement élevé (bruit de maillage des simulations EF) les CF sont dans l'ensemble uniformément distribués et orientés selon  $y$  dans les zones situées hors du défaut. Par ailleurs, ils sont nuls dans le défaut et changent de direction à son voisinage immédiat.

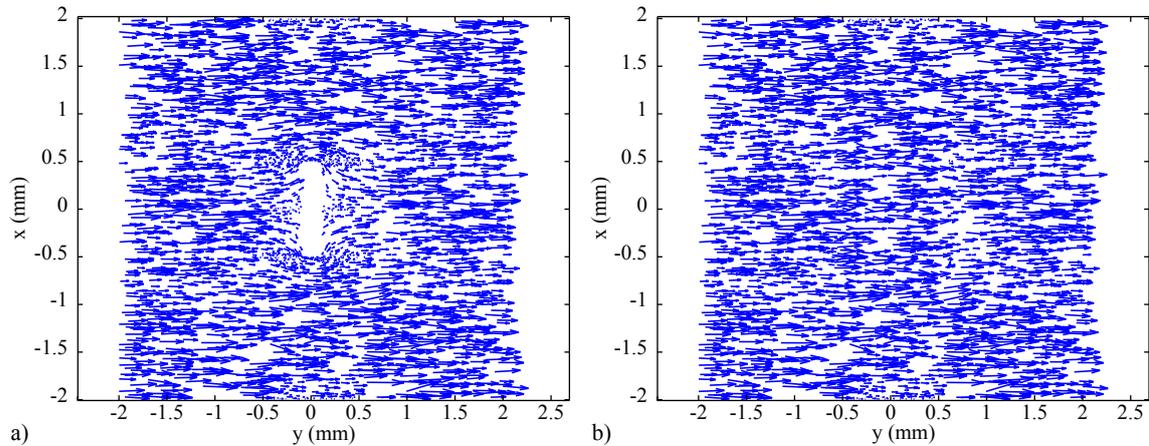


FIGURE 3.2 – Distribution des densités de CF à la surface de la cible (nappe d'épaisseur  $0,1\text{ mm}$ ), issues de simulations EF 3D : a) cible avec défaut en forme de lunule de rayon  $500\text{ }\mu\text{m}$ , b) cible sans défaut. (échelles de densités de courants arbitraires)

La figure 3.3 représente la soustraction des distributions de CF obtenues lorsque la cible présente un défaut et lorsqu'elle n'en présente pas. Ceci nous donne la distribution des CF virtuels situés dans le volume du défaut ayant, selon notre modélisation simplifiée, un effet semblable à celui des interactions sonde/défaut. Cette distribution virtuelle correspond bien en effet à l'hypothèse de superposition formulée au paragraphe 3.1.1 : les CF évoluant à l'intérieur du défaut sont uniformément orientés selon  $y$ , ont la même intensité et sont de sens opposé à ceux circulant dans le même volume, en absence de défaut (figure 3.2.b).

Les CF circulant en surface aux abords externes immédiats du défaut possèdent quant à eux des composantes selon  $x$  et  $y$  (tournoiement autour des extrémités du défaut) et selon  $z$  (les courants plongent sous le défaut). La différence entre le modèle simplifié proposé et

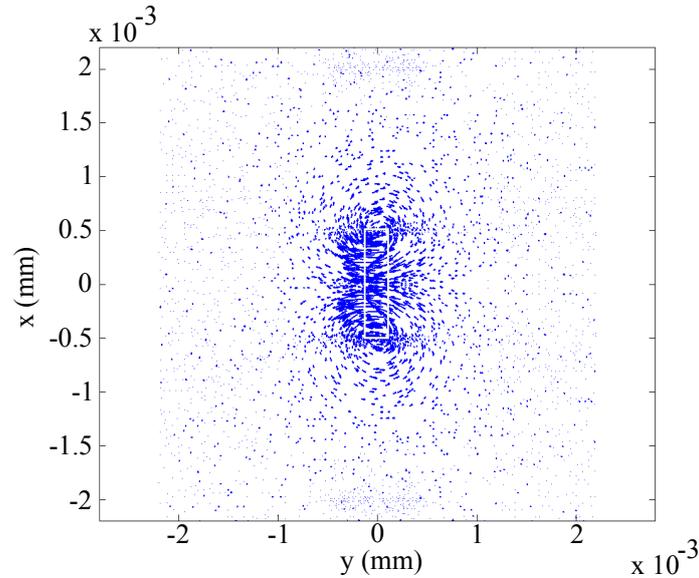


FIGURE 3.3 – Distribution des densités de CF à la surface du matériau (nappe d’épaisseur  $0,1\text{ mm}$ ) en présence de défaut selon l’hypothèse de superposition (sources de courant virtuelles de défaut) pour un défaut en forme de lunule de rayon  $500\mu\text{m}$  (échelles de densité de courants arbitraires). La position du défaut est matérialisée par un rectangle blanc. Distribution obtenue par soustraction des distributions des figures 5a) et 5b)

le modèle complet tient au fait que ces éléments de courants ne sont pas pris en compte dans l’hypothèse de superposition. Toutefois, ceux-ci présentent un module réduit qui tend rapidement vers 0 dans les 100 premiers  $\mu\text{m}$  autour du défaut. A première vue, cette analyse “qualitative” conforte l’hypothèse de superposition proposée.

### 3.1.3.2 Analyse de la distribution de champ magnétique

Les distributions de CF obtenues par modélisation EF ayant conforté l’hypothèse de superposition sur laquelle repose notre modèle courants équivalents des interactions CF/défaut, étendons l’analyse aux cartographies de champ magnétique générées.

Pour juger dans quelle mesure le fait de considérer des sources de courants virtuelles placées uniquement dans le volume du défaut est conforme à une modélisation complète de notre problème il faut comparer les cartographies de champ magnétique obtenues dans les deux cas.

Disposant d’une simulation par EF des interactions sonde/alésage sain et d’une simulation des interactions sonde/alésage défectueux, nous pouvons en réalité comparer non pas deux, mais trois cartographies de champ magnétique. La première (figure 3.4.a) est celle relative aux CF d’interaction sonde/cible défectueuse, c’est à dire au cas exhaustif, que nous appellerons le *cas a*. La seconde (figure 3.4.b) est celle engendrée par la soustraction entre les CF présents dans la cible saine et ceux provenant du cas exhaustif, les CF résultants étant principalement situés dans le volume du défaut et dans une moindre mesure à proximité. Nous appellerons ce cas le *cas b*. Enfin, nous restreignons la simulation au champ engendré par les seuls courants situés dans le volume du défaut (figure 3.5.b.), *cas c*, qui correspond à notre modèle simplifié des interactions sonde/alésage défectueux. Dans chacun des cas, les sources de courants sont injectées dans une simulation DPSM et la distribution de champ magnétique est calculée en  $z = 0\text{ mm}$  à l’aide de la relation 3.14. La comparaison des 3 cartographies de la composante  $B_z$  du champ magnétique (normale à la surface de l’alésage)

ainsi obtenue révèle une grande similarité, au bruit de maillage près. Dans le cas b, ce bruit se trouve fortement diminué du fait de l'opération de soustraction dont résulte la cartographie. Ceci est particulièrement visible si l'on représente la composante  $B_z$  le long d'une ligne de la cartographie. Extrayons par exemple de la cartographie présentée (figure 3.4.b) la ligne d'équation  $y = 2,3 \text{ mm}$  passant au droit du défaut. Les parties réelle et imaginaire du champ prélevées le long de cette ligne sont respectivement représentées figure 3.4.c et figure 3.4.d (ces composantes sont définies par référence aux courants circulant dans la bobine d'excitation lequel est pris comme origine des phases). La bonne adéquation constatée entre les grandeurs représentées (figure 3.4) confirme que l'on peut considérer comme une bonne approximation l'hypothèse selon laquelle seuls les courants virtuels contribuent à générer la composante  $B_z$  au voisinage du défaut.

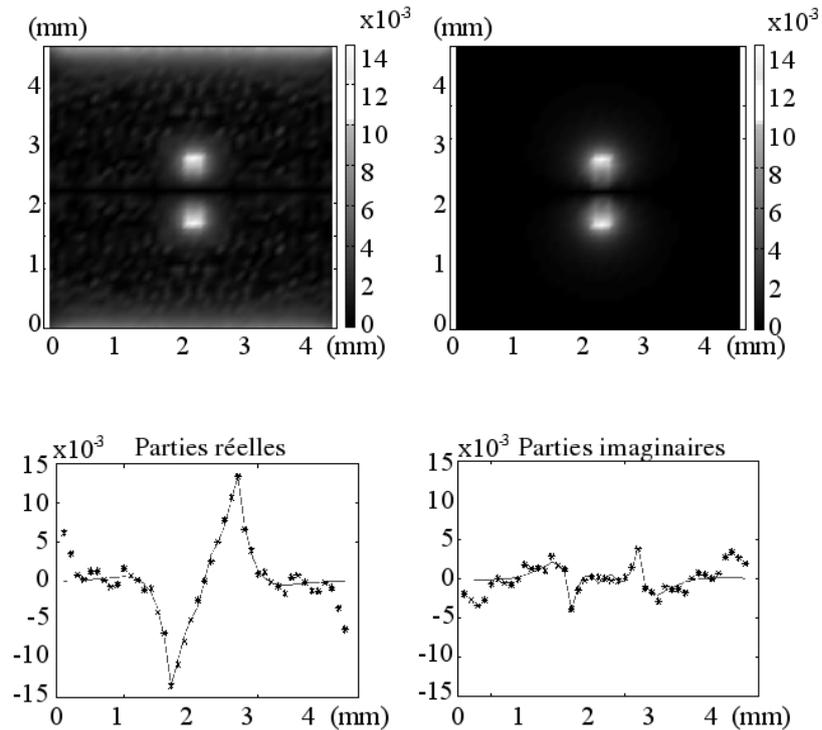


FIGURE 3.4 – Cartographies du module de la composante  $B_z$  du champ magnétique à l'élévation  $z = 0 \text{ mm}$  : a) générée par la distribution de CF issue de simulation EF 3D de la cible avec défaut, b) générée par la distribution de CF virtuels circulant dans et hors défaut, issue de simulation EF 3D dans des conditions identiques à celles de la figure 3.3. Extraits des distributions présentées en a) (étoiles) et en b) (traits pleins) le long de la ligne  $y = 2,3 \text{ mm}$  : c) parties réelles, d) parties imaginaires

Si maintenant nous comparons la distribution de  $B_z$  induite par la totalité des CF virtuels (à la fois ceux présents dans et en dehors du défaut (figure 3.5.a), à celle induite par les CF virtuels pris uniquement dans le volume du défaut (figure 3.5.b.), nous constatons également une grande similitude. C'est ce qu'atteste très nettement la comparaison des parties réelles et imaginaires de  $B_z$  extraites comme précédemment sur la ligne de coordonnée  $y = 2,3 \text{ mm}$  située au droit du défaut. Ces signaux figure 3.5.c et 3.5.d sont très proches en allure et en phase (au bruit de maillage près).

Notons toutefois qu'il a été nécessaire de multiplier l'amplitude du champ  $B_z$  engendré par les CF virtuels situés dans le volume du défaut par un facteur  $\alpha = 4,08$  pour qu'elle atteigne la même valeur que celle de la cartographie engendrée par la totalité des CF virtuels.

Cet écart s'explique par le fait d'avoir négligé les CF virtuels situés hors du volume du défaut. Force est cependant de constater qu'ils contribuent eux aussi à l'amplitude de  $B_z$ . Ces premières comparaisons nous inclinent à penser que l'hypothèse fondatrice de notre modèle simplifié des interactions sonde/cible, hypothèse de "superposition" exprimée au paragraphe 3.1.1, est valide, à un coefficient près dont il faudra tenir compte. Nous allons néanmoins pousser l'étude plus avant.

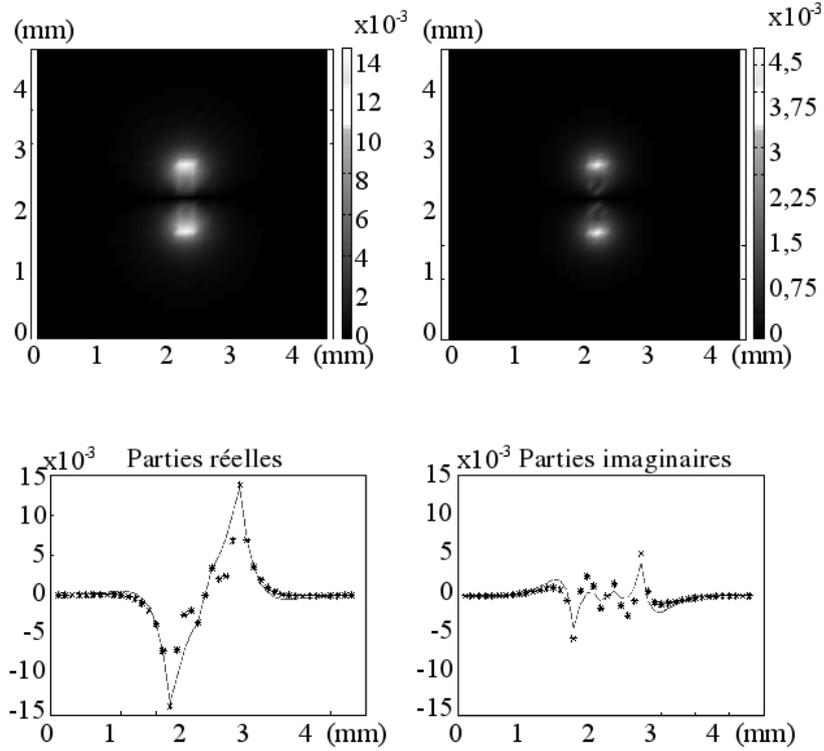


FIGURE 3.5 – Cartographies (module) de la composante  $B_z$  du champ magnétique à  $z = 0 \text{ mm}$  : a) générée par la distribution de CF virtuels dans et hors défaut issue d'une simulation EF 3D, b) générée par la distribution de CF virtuels circulant uniquement dans le défaut, issue des simulations EF 3D. Extraits des distributions a) (étoiles) et b) (traits pleins) selon une ligne  $y = 2,3 \text{ mm}$ , c) parties réelles, d) parties imaginaires. Un facteur = 4,08 a été appliqué aux données correspondant au cas b)

## 3.2 Mise en œuvre et validation de la modélisation par courants équivalents

Ici, nous nous intéressons à la mise en œuvre, à l'aide de la méthode DPSM décrite au paragraphe 3.1.2, du modèle simplifié basé sur l'hypothèse de superposition faite au paragraphe 3.1.1. Notons que les notations restent celles définies en 3.1.2.

### 3.2.1 Distribution des sources virtuelles de courants $C_d$ , $C_{12}$ et $C_{21}$

Nous avons choisi de distribuer, à l'intérieur du défaut 244 sources virtuelles de courants  $\vec{C}_d$  (figure 3.1) espacées de  $\delta_z = 0,025 \text{ mm}$  dans le sens de la profondeur et de  $\delta_x = \delta_y = 100 \mu\text{m}$  dans les autres directions.

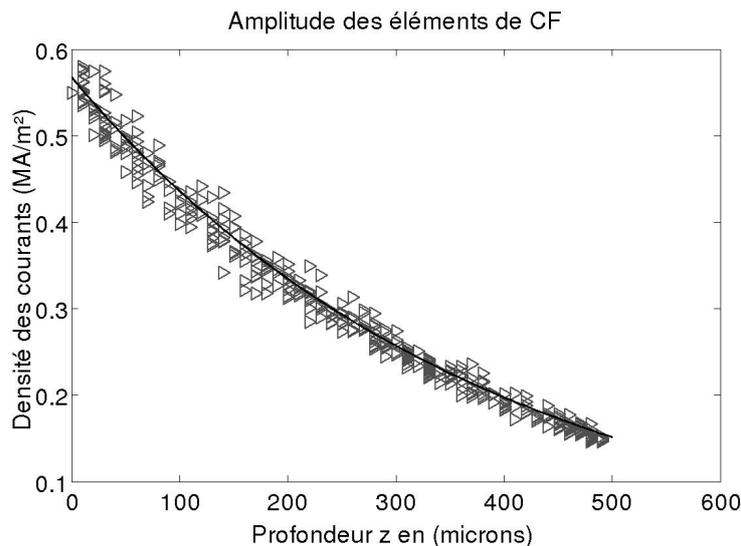


FIGURE 3.6 – Module des éléments de CF issus des simulations EF 3D (triangles) et lissé (trait plein), en fonction de la profondeur  $z$

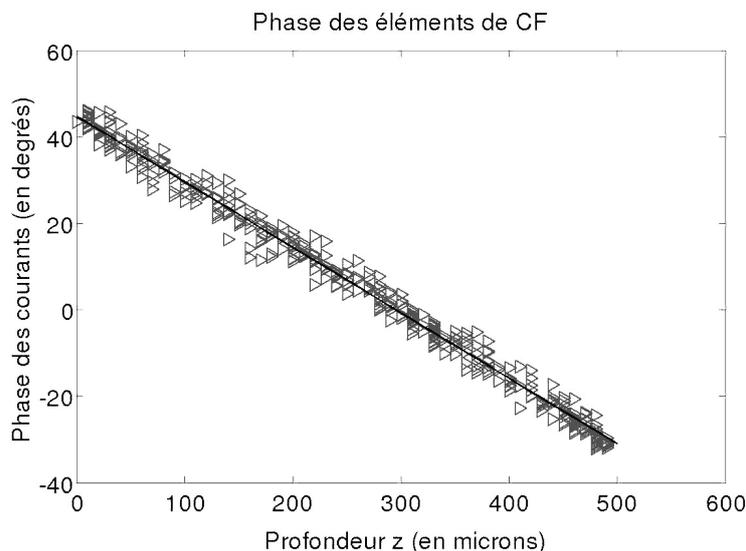


FIGURE 3.7 – Phase des éléments de CF issus des simulations EF 3D (triangles) et lissé (trait plein), en fonction de la profondeur  $z$

La valeur que nous attribuons à ces sources est égale en amplitude et opposée en phase aux CF calculés par simulations EF 3D dans le même volume en absence de défaut. De plus, afin de réduire le bruit de maillage constaté sur les résultats de ces simulations, nous lissons la valeur des amplitudes et phases des éléments de CF simulés, par interpolation aux moindres carrés (figure 3.6 et 3.7).

Par ailleurs, nous distribuons  $45 \times 45$  sources  $C_{12}$  et  $45 \times 45$  sources  $C_{21}$  de part et d'autre de l'interface air/cible. Ces sources qui couvrent une surface de  $4,5 \times 4,5 \text{ mm}^2$ , sont espacées les unes des autres d'une distance  $dx = dy = 100 \mu\text{m}$  dans le plan  $(x, y)$ , et d'une distance  $2r$  de part et d'autre de l'interface, avec  $r$  telle que [PK07] :

$$r = \sqrt{\frac{\delta x \delta y}{2\pi}} \quad (3.16)$$

### 3.2.2 Validation du modèle “courants équivalents” à partir de l’analyse des cartographies de champ magnétique

Afin de valider le modèle d’interaction CF/défaut proposé, comparons la cartographie de champ  $B_z$  à l’interface air/cible ( $z = 0$ ), calculée à l’aide de ce modèle à celle donnée par une simulation EF 3D telle qu’exposée au paragraphe 2.2. L’une et l’autre de ces cartographies sont calculées avec une résolution spatiale de  $dx = dy = 100 \mu m$ . Nous remarquons (figure 3.8) qu’elles sont proches aussi bien en module qu’en phase, une fois l’amplitude du modèle simplifié multipliée par le facteur correctif (4,08), qui compense le fait que seuls les courants virtuels présents dans le défaut sont pris en compte par le modèle simplifié.

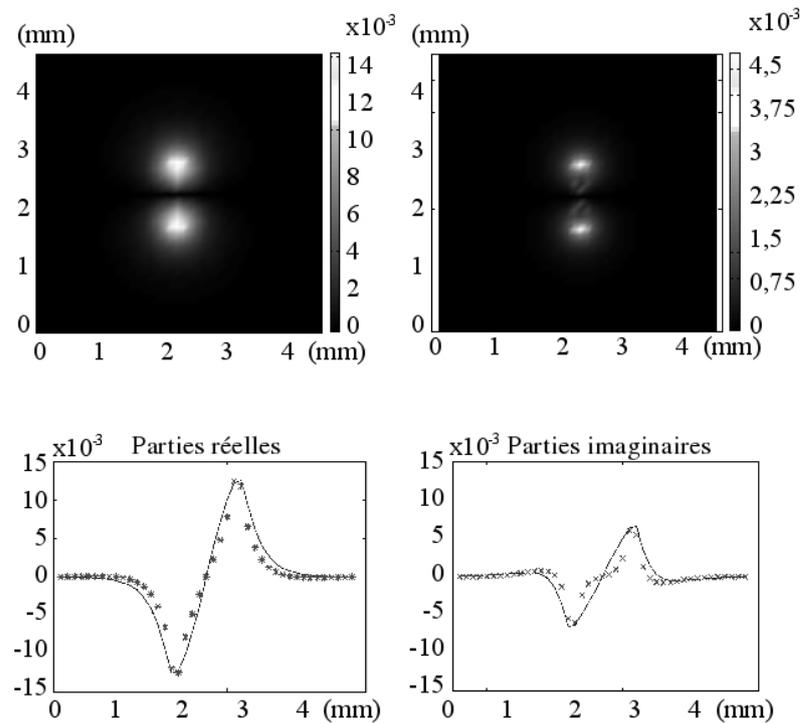


FIGURE 3.8 – Cartographies (module) de la composante  $B_z$  du champ magnétique à  $z = 0 \text{ mm}$  : a) calculée par simulation EF 3D, b) générée par le modèle simplifié implanté par DPSM. Extraits des distributions a) (étoiles) et b) (traits pleins) selon une ligne  $y = 2,3 \text{ mm}$  : c) parties réelles, d) parties imaginaires. Un facteur = 4,08 a été appliqué aux données correspondant au modèle CE DPSM

La même comparaison a été faite pour les cartographies de  $B_z$  à différentes élévations dans l’entrefer cible/bobine d’excitation. Pour chacune d’elles nous relevons l’amplitude et la phase des maxima obtenus et traçons leur évolution en fonction de l’élévation  $z$  dans l’entrefer cible/bobine inductrice. Nous constatons là aussi une grande similitude tant sur les variations des modules que sur les phases des extrema des 2 cartographies de  $B_z(z)$  (figure 3.9).

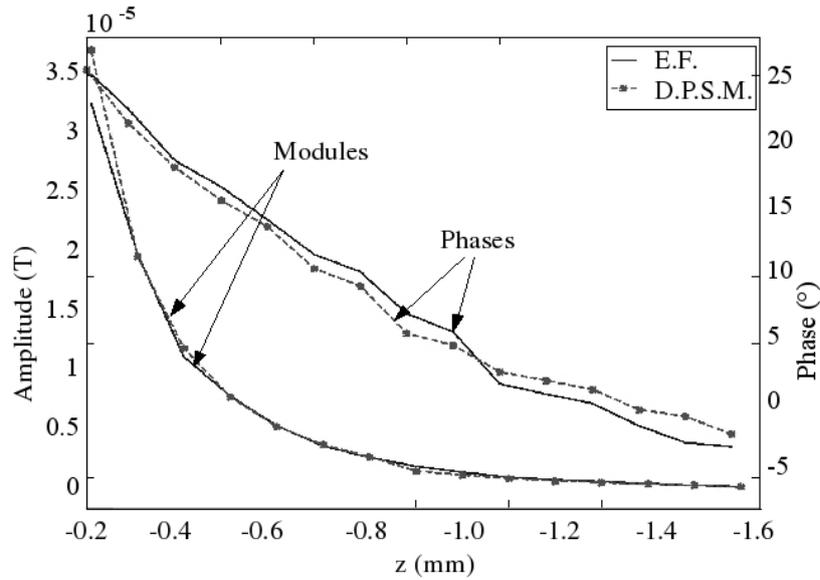


FIGURE 3.9 – Evolution du module et de la phase des maximums des cartographies de champ magnétique  $B_z$  d'interaction CF/ défaut, obtenue par simulation EF 3D (pointillés) et par le modèle CE DPSM (trait plein), en fonction de l'élévation  $z$  dans l'entrefer cible / bobine d'excitation

### 3.2.3 Validation du modèle courants équivalents par l'analyse des cartographies de FEM

Pour compléter l'étude de notre modèle, procédons à une validation expérimentale au moyen du prototype de sonde CF présenté à la section 2.1. Chaque bobine réceptrice, de longueur et de diamètre  $1,4\text{ mm}$ , est constituée d'un empilement de  $N_e = 46$  couches, comportant chacun  $N_s = 10$  spires concentriques, soit au total 460 spires.

Afin d'obtenir une cartographie mesurée de résolution spatiale  $\delta x = \delta y = 100\mu\text{m}$ , nous effectuons au voisinage du défaut et sur une surface de  $4,5 \times 4,5\text{ mm}^2$  un balayage de l'entrefer par la bobine réceptrice, avec un pas de  $100\mu\text{m}$  dans les directions  $x$  et  $y$ . La sonde est mise en œuvre à la fréquence de  $100\text{ kHz}$  dans la maquette d'alésage présentée en section 2.5.

A titre de comparaison, nous calculons les cartographies de FEM à partir des cartographies de champ  $B_z$  issues de la simulation EF 3D et du modèle courants équivalents. Pour ce faire, il est nécessaire d'intégrer le flux de  $B_z$  embrassé par la totalité des spires de la bobine réceptrice :

$$F.E.M = j\omega \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{e=1}^{N_e} \phi_{s,e} \quad (3.17)$$

où  $\phi_{s,e}$  représente le flux du champ  $B_z$  à travers la spire d'indice  $s$  située sur la couche  $e$  de la bobine et défini par :

$$\phi_{s,e} = \sum_{s,e} B_z(x, y, z) \delta x \delta y \quad (3.18)$$

En considérant une bobine réceptrice identique à celle du dispositif expérimental, nous avons calculé, à l'aide de l'expression 3.17, les cartographies de FEM correspondant d'une part au modèle courants équivalents, et d'autre part à la simulation EF 3D des interactions

sonde/défaut.

On constate que les cartographies simulées dans ces deux cas et celle mesurée sont très proches aussi bien en module qu'en phase, moyennant correction de l'amplitude de la FEM du modèle courants équivalents d'un facteur  $\alpha' = 4,2$  proche du facteur  $\alpha = 4,08$  utilisé précédemment. La similitude des cartographies de FEM est confirmée par le tracé des FEM complexes obtenues le long de la ligne  $y = 2,5$  mm dans les 3 cas considérés, représentées dans le plan de Lissajous figure 3.10. On remarque une bonne adéquation en allure, en phase et en module des trois figures de Lissajous obtenues (après ajustement par  $\alpha'$  de la FEM issue du modèle courants équivalents).

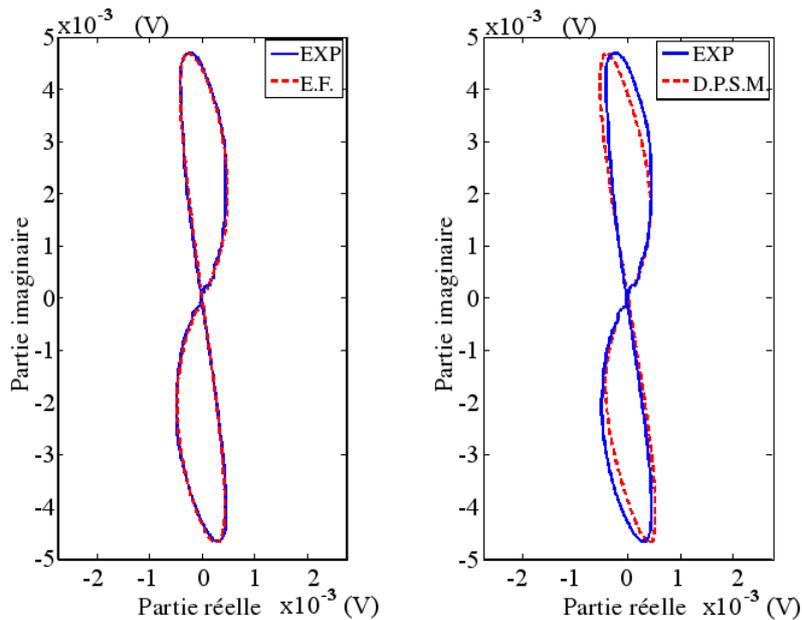


FIGURE 3.10 – FEM complexes dans le plan de Lissajous relatives à un défaut de type lunule, simulée par EF 3D (E.F.), modélisée par le modèle CE (DPSM), et expérimentale (EXP). Les données DPSM ont été multipliées par un facteur correctif de  $\alpha' = 3,2$

### 3.3 Étude en fréquences du modèle courants équivalents

Notre modèle n'ayant jusqu'ici été validé qu'à  $100\text{ kHz}$ , étudions le à présent à différentes fréquences. Pour cela, reprenons les mêmes conditions de simulation par DPSM et par modélisation EF que précédemment (géométrie de l'inducteur, densité de courant d'excitation, entrefer...) et simulons aux fréquences  $\{800\text{ kHz}, 350\text{ kHz}, 150\text{ kHz}, 90\text{ kHz}, 55\text{ kHz}, 40\text{ kHz}\}$  les FEM générées à différentes élévations dans l'entrefer. Pour chaque fréquence considérée nous devons à nouveau recourir à un coefficient correcteur  $\alpha$  afin de faire coïncider en module et en phase les cartographies simulées et les mesures.

Ces coefficients sont présentés figure 3.11.

Pour une élévation donnée, la valeur du module de  $\alpha$  évolue approximativement comme la racine carrée de la fréquence. Ceci peut s'expliquer une fois de plus par l'erreur qu'introduit le modèle en négligeant les courants circulant en périphérie du défaut. L'énergie apportée par cette densité de courant *externe* augmente avec la fréquence dans la zone que délimite

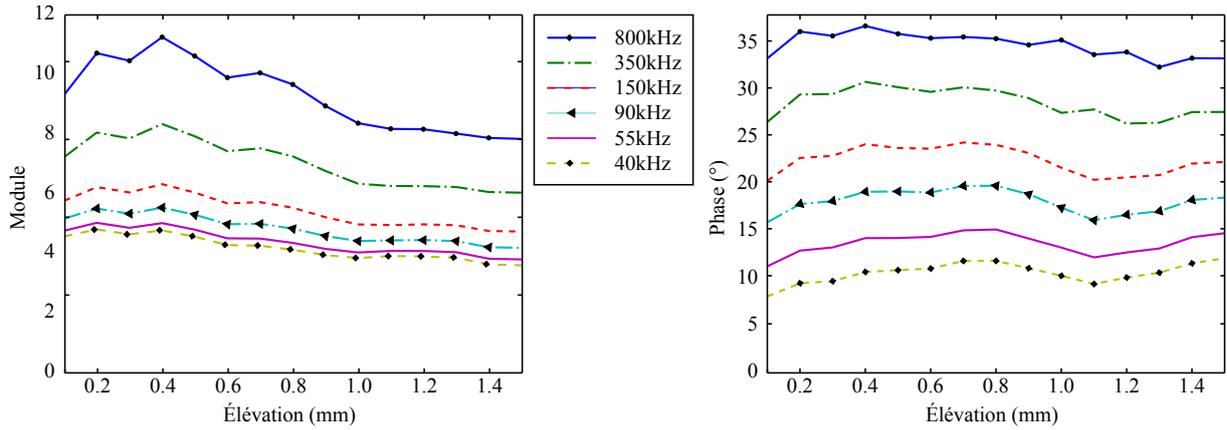


FIGURE 3.11 – Évolution du rapport des modules et des phases entre les cartographies EF et DPSM pour différentes élévations dans l'entrefer et pour un défaut de type M4.

l'épaisseur de peau  $\delta$ . Les mêmes remarques relatives aux courants *externes* négligés peuvent être faites au sujet des corrections à apporter à la phase.

Le modèle proposé n'en reste pas moins intéressant, dans la mesure où, comme nous allons le voir, une fois le coefficient de correction appliqué, la cartographie de FEM calculée à partir du modèle CE et celle issue de simulations EF sont semblables à une erreur près inférieure à 0,8 %.

Tout comme en 3.2.3, confrontons les figures de Lissajous correspondant aux FEM simulées à celles des données expérimentales (figure 3.12). Les coefficients de correction appliqués aux données du modèle CE figurent au tableau 3.1. Comme il était prévisible, la correction à apporter au module et à la phase est, pour chaque fréquence, sensiblement égale à la valeur moyenne des coefficients de correction à appliquer aux différentes élévations dans l'entrefer (figure 3.11).

		800 kHz	350 kHz	150 kHz	90 kHz	55 kHz	40 kHz
$EF/DPSM$	$\  \ $	9,31	6,98	5,35	4,72	4,29	4,08
	$\phi$	35,4	29,9	22,9	18,28	13,5	11,34
$EF/Exp$	$\  \ $	0,2	0,83	0,96	1,01	1,02	1,04
	$\phi$	20,45	2,06	0,03	0,17	0,62	1,6

TABLE 3.1 – Coefficient de correction  $\alpha$  à appliquer d'une part entre les FEM calculées à partir des données des simulations DPSM du modèle CE et celles calculées à partir des simulations EF, et d'autre part entre les FEM calculées à partir des données des simulations EF et les FEM expérimentales.

Un moyen de juger de l'adéquation des deux types de simulations consiste à en calculer l'erreur, ou écart quadratique moyen, à l'aide de la formule suivante :

$$\epsilon = \frac{\sum_i \|FEM_{EF_i} - FEM_{DPSM_i}\|^2}{\sum_i \|FEM_{EF}\|^2} \quad (3.19)$$

Où  $FEM_{EF_i}$  et  $FEM_{DPSM_i}$  désignent les FEM calculées au pixel d'indice  $i$  de la carto-

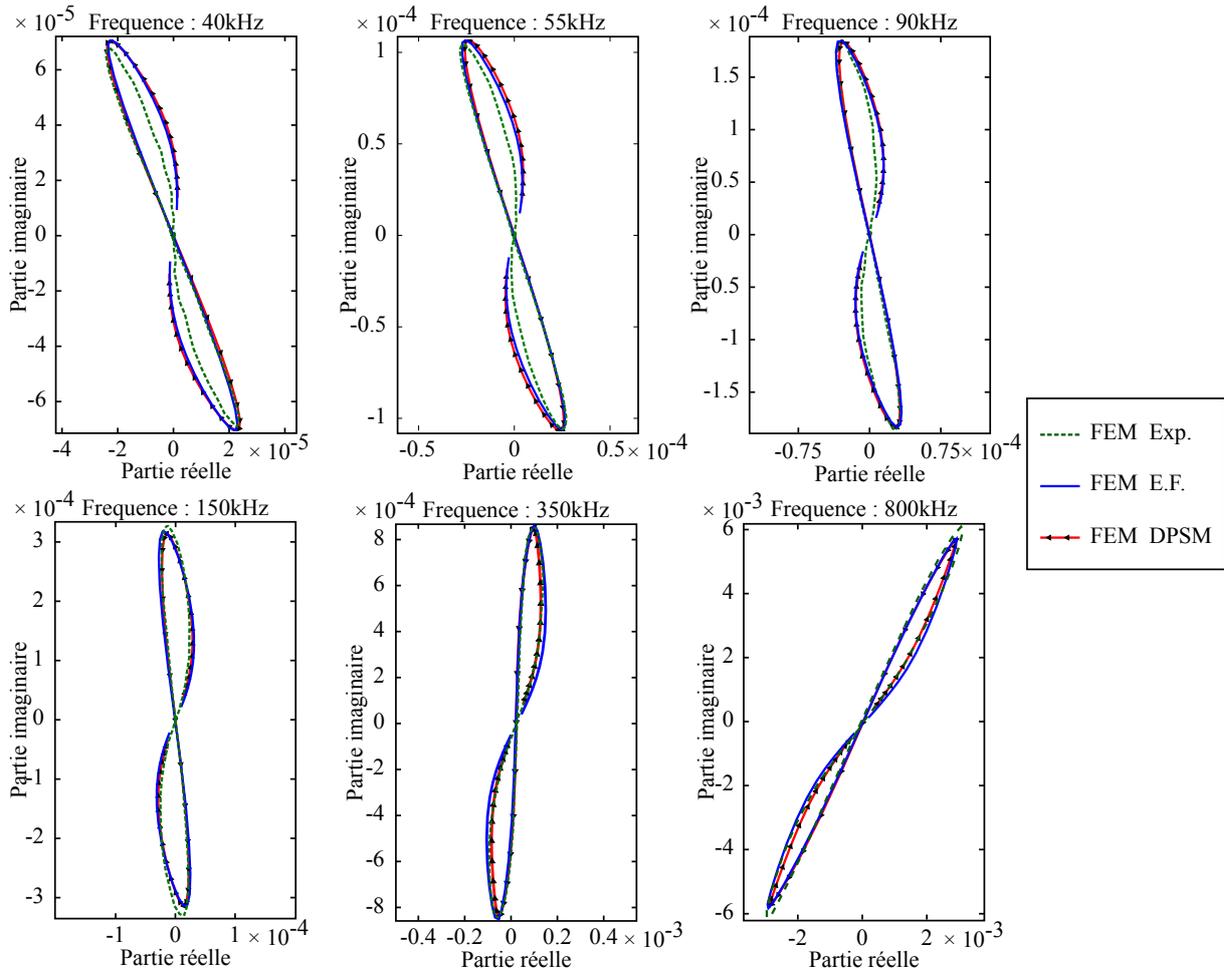


FIGURE 3.12 – Figures de lissajous des FEM complexes obtenues pour un défaut de type M4 à partir de simulations EF, de simulations DPSM du modèle CE et de mesures expérimentales.

graphie respectivement à partir de simulations par modélisation EF et à partir de simulations DPSM du modèle CE.

La distance entre les cartographies croît avec la fréquence mais, comme le montre le tableau 3.2, elle n'excède pas 0,8 %, ce qui tend à valider le modèle proposé.

	800 kHz	350 kHz	150 kHz	90 kHz	55 kHz	40 kHz
$\epsilon$ (%)	0,73	0,49	0,29	0,27	0,30	0,37

TABLE 3.2 – Tableau récapitulatif des erreurs entre les cartographies de FEM calculées par EF et DPSM.

### 3.4 Application du modèle courants équivalents à deux géométries de défauts

Étudions maintenant l'influence de la géométrie du défaut considéré sur l'écart entre les cartographies issues de simulations par EF et issues du modèle CE. Nous considérons le même jeu de fréquences que précédemment.

### 3.4.1 Défauts en forme de lunule

Soient deux défauts en forme de lunule dont la taille encadre celle du défaut étudié précédemment, à savoir les défauts désignés par M2 et M5 dans la nomenclature du tableau 2.11. Notons que les épaisseurs de peaux correspondant au jeu de fréquences utilisé ne couvrent pas toute la profondeur du défaut de type M5, laquelle est de  $1\text{ mm}$  ( $\delta_{40\text{kHz}} = 0,6\text{ mm}$  et  $\delta_{800\text{kHz}} = 0,13\text{ mm}$ ). Nous le conserverons néanmoins.

Pour une élévation donnée dans l'entrefer, l'écart  $\epsilon$  (3.19) des modules de FEM aux différentes fréquences diffère pour un *grand* et un *petit* défaut. Lorsque celui-ci est petit, aux basses fréquences (telles que l'effet de peau permette aux CE de pénétrer à une profondeur relativement importante devant la celle du défaut), le coefficient de correction  $\alpha$  à appliquer diffère peu d'une fréquence à l'autre. Mais lorsqu'il est profond,  $\alpha$  augmente sensiblement avec la fréquence. Le fait qu' $\alpha$  augmente avec la taille des défauts incline à penser que l'hypothèse fondatrice du modèle CE (selon laquelle il serait possible de linéariser le problème et de traiter isolément des interactions CF/défaut qui se superposeraient aux interactions sonde/cible saine) est d'autant moins juste que les défauts sont grands. Ceci est logique puisque l'hypothèse qui est faite s'apparente, comme nous l'avons dit (3.1.1), à l'hypothèse de Born, selon laquelle la présence d'un défaut de petites dimensions ne modifie pas la distribution du champ électrique à son voisinage.

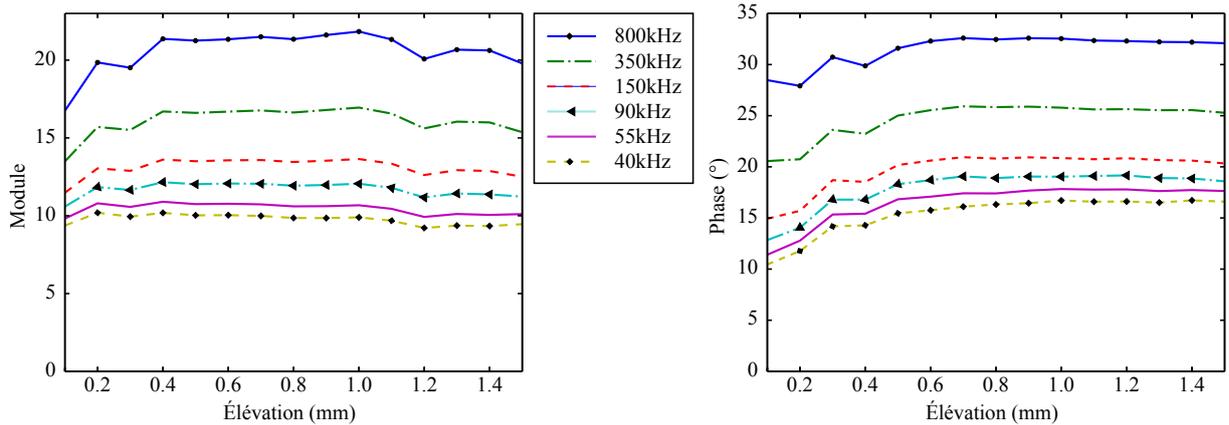


FIGURE 3.13 – Évolution du rapport des modules et des phases entre les cartographies EF et DPSM pour différentes élévations dans l'entrefer et pour un défaut de type M5.

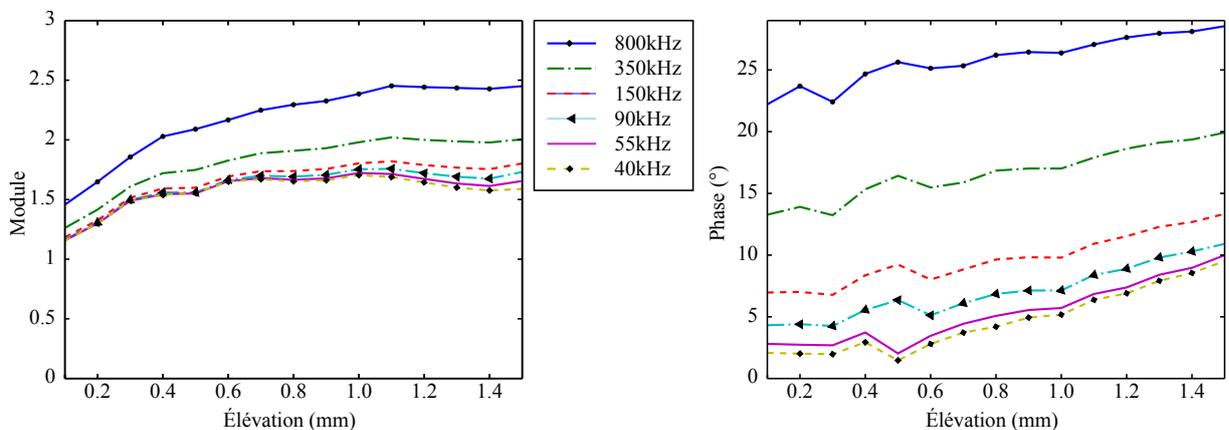


FIGURE 3.14 – Évolution du rapport des modules et des phases entre les cartographies EF et DPSM pour différentes élévations dans l'entrefer et pour un défaut de type M2.

### 3.4.2 Défauts de forme parallélépipédique

Le profil des lunules est tel que la circulation des CF et leur déviation évoluent avec la profondeur. Afin d'étudier l'influence de l'épaisseur de peau sur le coefficient de correction  $\alpha$  à appliquer aux FEM issues des simulations du modèle CE pour qu'elles coïncident avec celles obtenues par simulations EF du problème complet tout en s'affranchissant de l'effet du profil variable des défauts sur la circulation des courants, considérons des défauts parallélépipédiques. Deux cas,  $M'4$  et  $M'5$ , qui peuvent être considérés comme les pendants des cas  $M4$  et  $M5$  vus précédemment sont étudiés :

- $M'4$  : de dimensions  $1\text{ mm} \times 0,2\text{ mm} \times 0,5\text{ mm}$
- $M'5$  : de dimensions  $2\text{ mm} \times 0,2\text{ mm} \times 1\text{ mm}$

Pour le défaut  $M'4$  comme pour le défaut  $M'5$ , on constate, à fréquence donnée, que le module moyen des courbes de  $\alpha$  variant en fonction de l'élévation est respectivement du même ordre de grandeur que celui du défaut  $M4$  et du défaut  $M5$ . Leur évolution pour une élévation donnée dans l'entrefer semble identique. Les mêmes constats peuvent être faits concernant la phase de  $\alpha$ . On peut néanmoins noter que pour les défauts rectangulaires, à fréquence donnée, les variations de  $\alpha$  autour de la valeur moyenne sont relativement plus faibles.

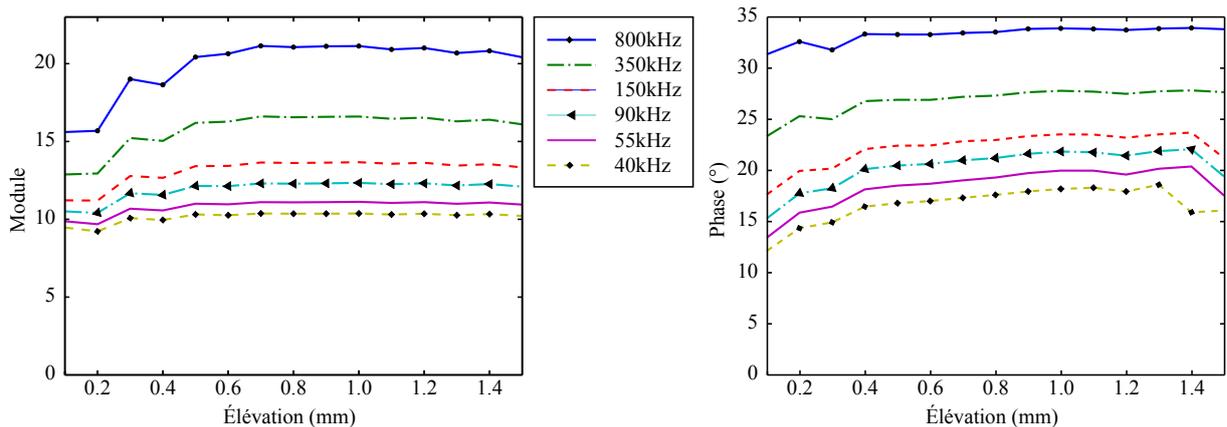


FIGURE 3.15 – Variation en module et en phase du facteur de correction  $\alpha$  (appliqué aux résultats des simulations par DPSM du modèle EC pour qu'ils coïncident avec ceux des simulations EF du problème complet) en fonction de l'élévation dans l'entrefer et pour un défaut de type  $M'5$ .

## Conclusion

Les résultats de l'étude menée dans ce chapitre tendent à valider le modèle CE proposé. Celui-ci permet d'obtenir une représentation approchée des interactions CF/défaut pour une complexité de calcul fortement réduite par rapport à une modélisation par EF.

En outre, pour des géométries canoniques, telles que l'ensemble sonde/alésage axisymétrique traité ici, il est possible de construire le modèle CE à l'aide de sources virtuelles  $\vec{C}_d$  dont l'amplitude et la phase soient déterminées analytiquement. Mais c'est le cas également pour d'autres problèmes, par exemple pour celui de la localisation de défauts dans des pièces planes [BJLF09], pour lequel la valeur des sources  $\vec{C}_d$  a été déterminée en exprimant analytiquement l'évolution de la densité des CF dans la pièce en considérant une onde plane. Pour les

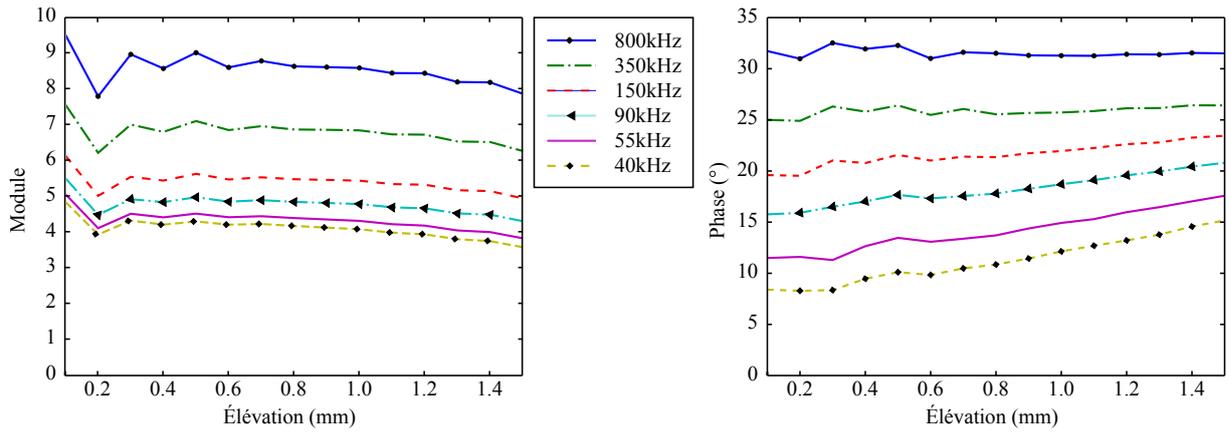


FIGURE 3.16 – Variation en module et en phase du facteur de correction  $\alpha$  (appliqué aux résultats des simulations par DPSM du modèle EC pour qu'ils coïncident avec ceux des simulations EF du problème complet) en fonction de l'élévation dans l'entrefer et pour un défaut de type  $M'4$ .

géométries canoniques, le modèle CE est d'autant plus intéressant qu'il est particulièrement simple à élaborer.

# Chapitre 4

## Reconstruction de défauts par résolution du problème inverse

L'inversion des signaux issus d'un capteur, consiste à remonter aux paramètres de la situation qui les a créés. Le procédé d'inversion fait souvent appel à la connaissance d'un modèle dit direct reproduisant plus ou moins fidèlement le comportement du capteur en fonction de ses paramètres d'entrée.

Nous nous intéressons ici à des signaux qui sont des images, ou cartographies en deux dimensions, dont l'intérêt réside en particulier dans la corrélation des informations interlignes et intercolonnes.

Or, les problèmes électromagnétiques sont bien souvent non linéaires et requièrent de ce fait des modèles non linéaires dont l'inversion peut rapidement devenir complexe. Ce type de problèmes est fréquemment rencontré en CF, notamment avec les problèmes dits "mal posés". Un problème est dit mal posé s'il ne satisfait pas chacune des trois conditions définies par Hadamard [Had02] :

- **Existence** : à toute donnée introduite dans le processus d'inversion doit exister une solution
- **Unicité** : si une solution existe, elle doit être unique
- **Stabilité** : la résolution du problème inverse doit être robuste aux perturbations liées à la mesure

Généralement ce sont les deux dernières conditions qui ne sont pas respectées : deux types de défauts différents pouvant en effet très bien produire des signaux identiques, invalidant ainsi la condition d'unicité. Quant au critère de stabilité, il est bien souvent lié à des problèmes de conditionnement de modèle comme nous le verrons plus loin.

Afin de tâcher d'estimer au mieux la solution d'un tel problème, les méthodes de résolution font généralement appel à des techniques de régularisation. C'est ce que nous verrons également.

### 4.1 Problème complet

Nous avons présenté dans chapitre précédent un modèle électromagnétique simplifié, dit modèle des courants équivalents (CE), permettant de rendre compte, à un coefficient correcteur près, des interactions CF/défaut, et de fournir la cartographie de champ électromagnétique à n'importe quelle hauteur dans l'entrefer. Nous disposons donc d'un modèle direct

sur lequel nous pouvons nous appuyer pour inverser les images acquises. Sa formulation étant matricielle, il est tentant de chercher à en obtenir la solution par une *simple* inversion matricielle.

Toutefois, dans le cas de la sonde d'imagerie que nous avons développée, la mesure de champ est effectuée par une opération d'intégration sur le volume des bobines réceptrices, ce qui constitue une opération de "convolution" du champ. L'inversion des signaux issus de la sonde revient donc dans un premier temps à effectuer une opération de déconvolution, puis dans un second temps, une inversion matricielle afin de remonter à la valeur des sources virtuelles d'interface. Enfin, à partir des sources d'interface, il s'agit de remonter aux sources  $C_d$  du défaut qui permettent d'en déduire les caractéristiques.

Chacune de ces opérations vise à estimer une information dont une partie a été *perdue* dans le sens direct du problème. Ces opérations sont d'ailleurs elles-mêmes sources potentielles d'erreurs qui sont susceptibles de se propager tout au long du processus d'inversion, au point éventuellement d'aboutir à une solution très éloignée de la solution réelle. Nous allons nous intéresser à l'inversion du modèle direct, dit modèle à *courants équivalents*, et décomposer le problème en étapes que nous étudierons progressivement jusqu'à étudier l'inversion du problème complet.

## 4.2 Problème simplifié

Dans un premier temps, et afin de simplifier le problème, nous allons considérer l'inversion de cartographies de champ à proximité immédiate de l'interface. Dans ce cas, celles-ci peuvent être considérées comme des cartographies du champ à l'interface air/métal, ce qui autorise à simplifier le modèle en faisant abstraction des sources virtuelles d'interface : la cartographie de champ à inverser pouvant alors être considérée comme la somme des contributions des sources virtuelles de défaut  $C_{dy}$ .

En tenant compte des hypothèses liées à notre modèle, ce problème peut être formulé comme suit :

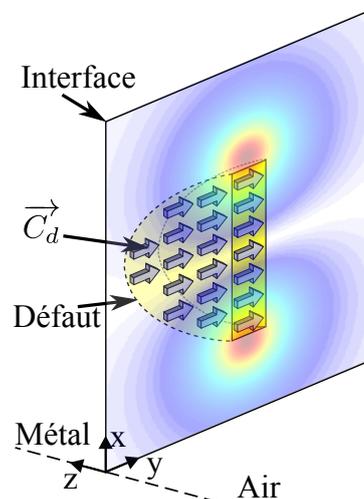
$$b_{2z}(\vec{M}) = \sum_i \frac{\alpha_i \mu}{4\pi} [(x - X_{di})] c_{dyi} \quad (4.1)$$

Exprimé sous une forme matricielle nous avons :

$$b_{2z} = M_{z2} c_{dy} \quad (4.2)$$

avec :

- $B_{2z}$  la composante du champ  $\vec{B}$  mesurée selon  $\vec{z}$
- $C_{dy}$  la valeur des sources virtuelles de courant de défaut
- $M_{z2}$  la matrice de *passage*, fonction des coordonnées des sources et des pixels de l'image, c'est à dire des points de mesure.



### 4.2.1 Type de défaut considéré

Considérons l'inversion de cartographies de champ produites par un défaut de type M4 (tableaux 2.11) et basons-nous sur des cartographies *synthétiques*, c'est à dire issues de simulations DPSM du modèle direct CE. Pour cela, prenons un défaut virtuel comportant 5 couches de sources de courant régulièrement distribuées dans les directions  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$  avec un pas de  $\delta x = \delta y = \delta z = 0,1\text{ mm}$  (figure 4.1). Les composantes  $c_{dx}$  et  $c_{dz}$  des sources sont donc nulles tandis que la composante  $c_{dy}$  satisfait en module et phase à l'équation de diffusion dans le métal, telle que développée en 3.12.

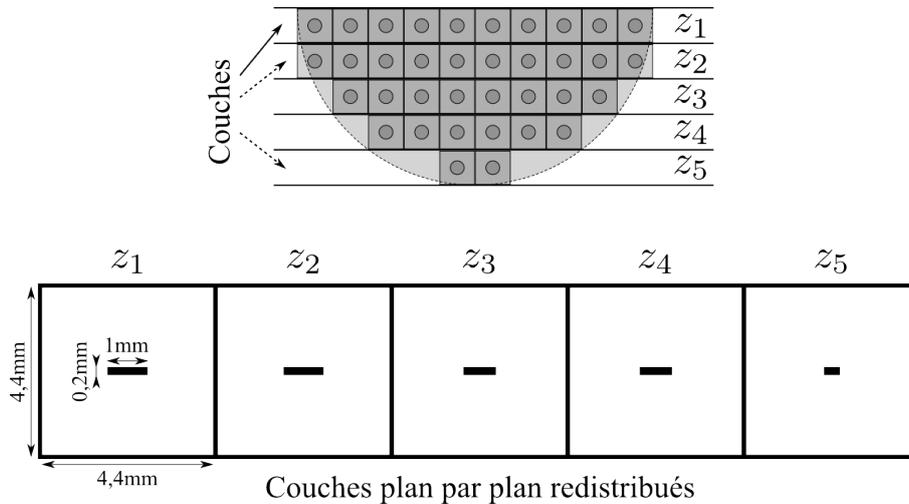


FIGURE 4.1 – Discrétisation du défaut de type M4 en 5 couches de sources virtuelles de courant, et représentation des plans de coupe (x,y) du défaut aux cinq profondeurs auxquelles sont placées les sources.

## 4.2.2 Inversion monofréquence

### 4.2.2.1 Plan par plan

Lors de l'opération d'inversion, les positions et valeurs des sources ne sont pas connues *a priori*.

Chaque élément de la matrice  $M_{z_2}$  que l'on souhaite inverser est fonction, entre autres, des distances géométriques entre les sources virtuelles de défaut et les points tests que constituent les pixels de la cartographie. Si celle-ci est de dimension  $M \times N$ , une première méthode d'inversion peut consister à rechercher la valeur des sources réparties sur des quadrillages plans situés à diverses profondeurs dans la cible et comportant eux aussi  $M \times N$  points (figure 4.2).

Ceci revient à résoudre 4.3 pour chacune des profondeurs  $z$ .

$$c_{dy}(z) = M_{z_2}(z)^{-1} b_{z_2} \quad (4.3)$$

où  $z$  est la profondeur du plan où sont situées les sources considérées.

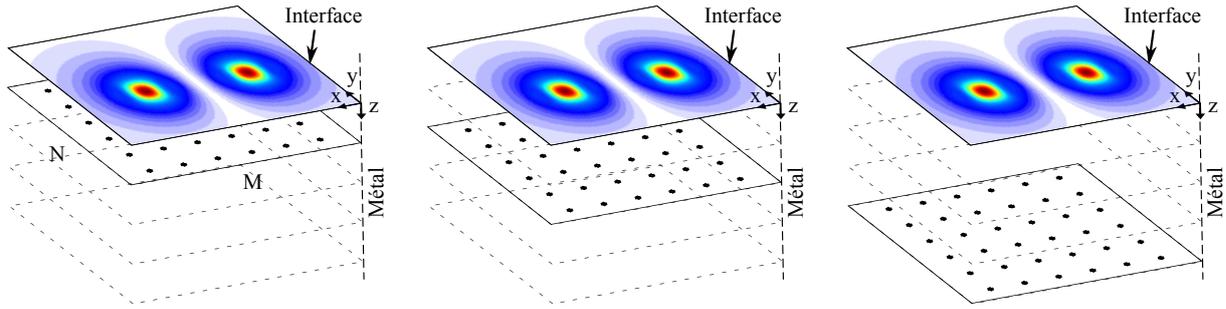


FIGURE 4.2 – Représentation des plans où les valeurs des sources inconnues sont recherchées

Cette approche permet d'avoir des systèmes bien déterminés, c'est à dire ayant autant d'équations que d'inconnues et une matrice de passage carrée. Notons qu'avec cette méthode, les valeurs calculées pour les sources situées sur les différents plans ne peuvent pas être exactes. En effet, chaque calcul ne prend en compte que la contribution de la couche considérée située à la profondeur  $z$ . Une telle inversion reste donc avant tout qualitative puisqu'elle permet, au mieux, de retrouver la position des sources porteuses du même courant dans des plan  $(x,y)$  de profondeurs  $z$ .

Par ailleurs, dans le modèle direct, les sources  $C_{dy}$  sont définies comme des densités de courants intégrées sur un élément de volume  $\delta x \times \delta y \times \delta z$ . Or, dans l'équation 4.3, les dimensions des éléments de volume n'interviennent nulle part (on pourra se référer aux équations 3.14 et 3.15 pour la construction de  $M_{z2}$ ). Si les dimensions  $\delta x$  et  $\delta y$  sont implicitement prises en compte via la distribution des points sources sur les plans de recherche, la hauteur  $\delta z$  de la surface d'intégration par contre ne l'est pas. Cependant, on peut supposer que les éléments de courant calculés correspondent à la densité de courant intégrée sur deux fois la profondeur  $z_i$  du plan en question 4.4 :

$$c_{dy}(z_i) = \begin{cases} \left( \int_0^{2z_i} J_0 e^{-j(kz-\phi_0)} dz \right) \delta x \delta y & \text{si sources} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.4)$$

Où  $z_i$  est la profondeur de la couche considérée.

Le fait que l'intégrale soit effectuée sur un intervalle de largeur  $2z_i$  a tendance à dégrader la résolution des résultats, les valeurs des sources de défaut potentiellement présentes se retrouvant rapidement noyées et se distinguant difficilement dans toute la profondeur d'intégration  $2z_i$ .

De plus, ce calcul qui ne prend en compte que la contribution d'une seule couche impose aux sources du plan considéré des valeurs plus ou moins aberrantes afin de compenser le déficit d'énergie lié au fait d'avoir négligé les autres couches de sources potentielles.

On peut toutefois choisir d'exprimer  $C_{dy}(z_i)$  en contraignant l'épaisseur d'intégration à  $\delta z$  et modifier la matrice  $M_{z2}$  en y injectant l'information qui y manquait sur cette épaisseur. En reprenant 4.2 et en explicitant  $C_{dy}$  d'après 4.4, on peut changer les bornes d'intégration et écrire :

$$\begin{aligned} b_{2z}(z_i) &= M_{z2}(z_i) \left( \int_{z_i-\frac{\delta z}{2}}^{z_i+\frac{\delta z}{2}} J_0 e^{-j(kz-\phi_0)} dz \right) \delta x \delta y \\ &= M_{z2}(z_i) \frac{j}{k} \left( e^{-j(z_i+\frac{\delta z}{2})} - e^{-j(z_i-\frac{\delta z}{2})} \right) J_0 e^{j\phi_0} \delta x \delta y \end{aligned}$$

En utilisant non plus  $M_{z2}$  mais la nouvelle matrice de passage  $MI_{z2}$  (4.5) contenant le

terme d'intégration, la résolution du problème inverse permet d'estimer des sources ayant toutes la valeur  $J_0 e^{j\phi_0} \delta x \delta y$  dans le volume du défaut, et 0 ailleurs.

$$MI_{z_2} = M_{z_2} \frac{j}{k} \left( e^{-j(z_i + \frac{\delta z}{2})} - e^{-j(z_i - \frac{\delta z}{2})} \right) \quad (4.5)$$

Si par ailleurs on connaît  $J_0$  et  $\phi_0$  pour une fréquence donnée, on peut pousser plus avant cette démarche et injecter dans la matrice de passage la valeur de la densité de courant attendue à la profondeur considérée.

En s'appuyant sur l'équation du transformateur 2.13 présentée à la section 2.4, on peut écrire :

$$\underline{I}_2 = -\frac{j k L_0 \omega \underline{I}_1}{\underline{Z}_2 + j L_2 \omega} \quad (4.6)$$

Une mesure à vide de l'impédance de la bobine inductrice nous en donnera la résistance  $R_0$  et l'inductance  $L_0$ , et le relevé du plan d'impédance normalisée du système sonde/cible nous fournira la valeur du coefficient de couplage  $k$ . Enfin, nous pouvons déduire des mesures en charge et des équations 2.15 et 2.16, l'impédance de charge  $Z_2$  et l'inductance propre du secondaire  $L_2$ . Lors d'une acquisition de l'intensité au primaire  $\underline{I}_1$ , l'équation 2.13 nous donnera la valeur du courant induit  $\underline{I}_2$  dans le secondaire. Or,  $\underline{I}_2$  étant l'intégration de la densité de courant dans la profondeur de peau de la cible, il est possible, connaissant la loi d'évolution du courant dans le métal, de déterminer les éléments  $J_0$  et  $\phi_0$  pour une fréquence donnée et de définir pour la profondeur  $z_i$  une nouvelle matrice de passage  $M_{C_{z_2}}(z_i)$  :

$$M_{C_{z_2}}(z_i) = M_{z_2}(z_i) c_{dy}(z_i) \quad (4.7)$$

Pour estimer si des sources sont présentes ou non, on cherchera donc à résoudre :

$$s(z_i) = M_{C_{z_2}}(z_i)^{-1} b_{2z} \quad (4.8)$$

Les éléments du vecteur  $s$ , qui traduisent la présence ou l'absence de source aux différents points sources du plan considéré, ne peuvent prendre théoriquement que les valeurs 0 ou 1. Cette propriété sera très utile par la suite pour discriminer parmi les résultats les sources qui sont pertinentes de celles qui sont manifestement erronées.

Nous présentons à la figure 4.2.2.1 les résultats de l'estimation des sources obtenus en appliquant cette méthode aux fréquences de  $40 \text{ kHz}$  et  $800 \text{ kHz}$ , en prenant un défaut de type  $M4$ , et en répartissant 6 plans de sources dans et au-delà de la profondeur du défaut. Le dernier plan, à la profondeur  $z_6$  étant le seul à ne pas appartenir au défaut.

On remarque que les résultats obtenus pour les sources situées dans le plan de profondeur  $z_1$  concordent avec la géométrie du défaut. Notons qu'à  $40 \text{ kHz}$  l'épaisseur de peau est de  $\delta \approx 0,6 \text{ mm}$  et qu'elle est de  $\delta \approx 0,1 \text{ mm}$  à  $800 \text{ kHz}$ . Le fait qu'à  $800 \text{ kHz}$   $\delta$  corresponde environ à l'épaisseur de la première couche de sources (plan à la profondeur  $z_1$ ) et que presque toute l'énergie du signal y soit contenue explique que les sources obtenues prennent effectivement les valeurs attendues, à savoir 0 ou 1, et soient réelles. À  $40 \text{ kHz}$  par contre, l'épaisseur de peau correspond à la profondeur couverte par les 6 plan de sources. Les valeurs de  $s(z_1)$  obtenues à cette fréquence sont plus diffuses que celles obtenues à  $800 \text{ kHz}$ . Leur partie réelle dépassent 1 et elles comportent une composante imaginaire qui n'est pas négligeable. Par ailleurs, à mesure que la profondeur augmente, les sources détectées prennent des valeurs qui concordent de moins en moins bien avec le profil du défaut considéré. Mais cette limite est inhérente à la méthode d'inversion plan par plan utilisée.

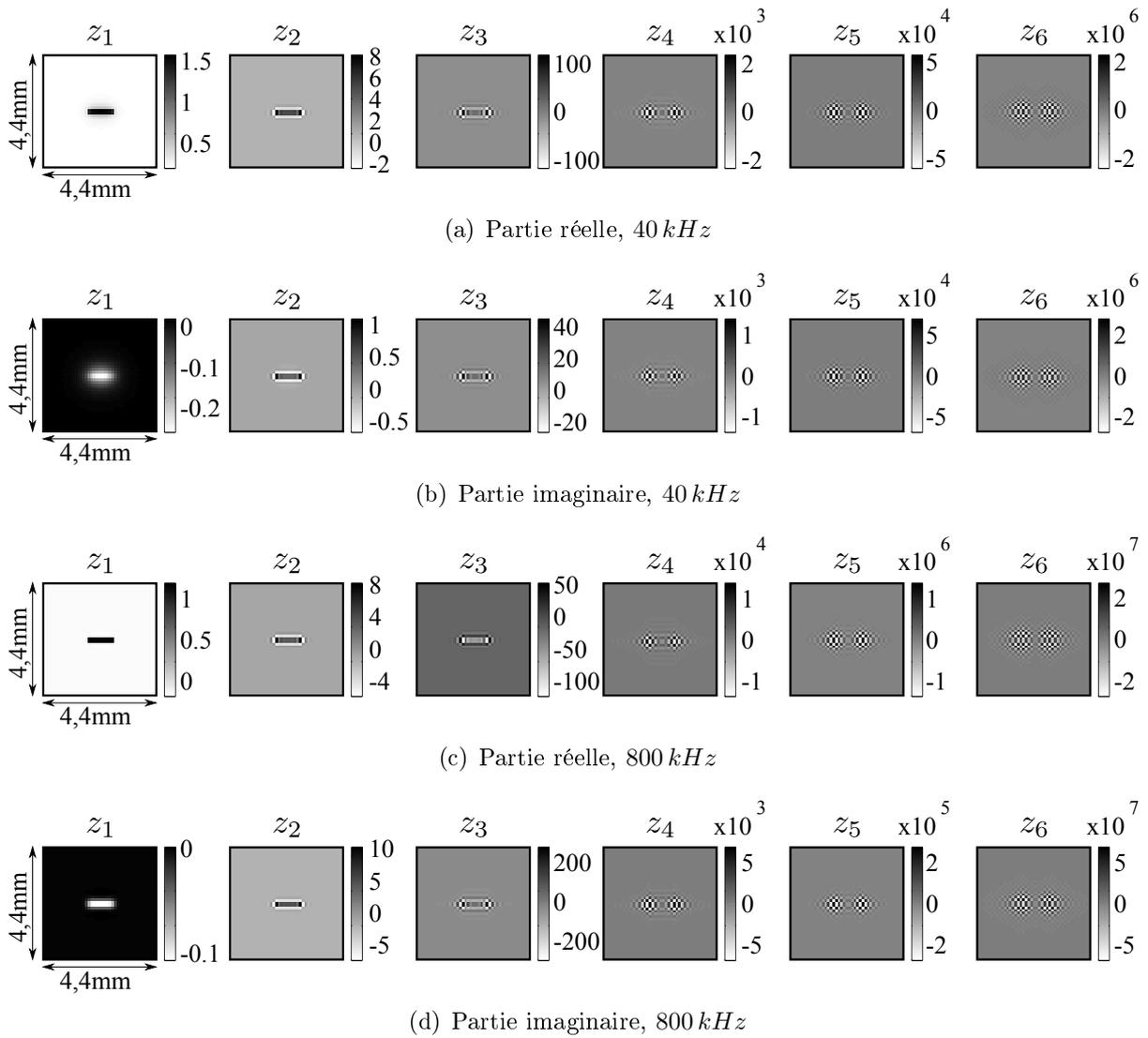


FIGURE 4.3 – Parties réelles et imaginaires des sources estimées pour des cartographies de champ à 40  $kHz$  et 800  $kHz$

La méthode d'inversion plan par plan peut constituer une solution satisfaisante pour la reconstruction de la forme des défauts sur de faibles profondeurs. Elle est une première étape dans la résolution du problème inverse.

#### 4.2.2.2 Inversion mono fréquence sur un pavage de sources

Afin de mieux reconstruire les défauts dans leur profondeur, il apparaît utile de rechercher les sources non plus plan par plan à diverses profondeurs, mais sur un pavage tri-dimensionnel de points tests (figure 4.4).

A partir d'une image de dimensions  $M \times N$  il semble une fois de plus logique de rechercher des sources sur des plans en comportant  $M \times N$ . Si l'on recherche ces sources sur  $P$  plans, cela donne un pavage de dimension  $M \times N \times P$ . En considérant l'équation 4.2, on obtient un système sous-déterminé à  $M \times N$  équations et  $M \times N \times P$  inconnues ; système qui, en

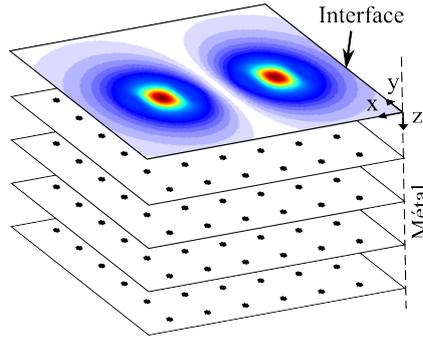


FIGURE 4.4 – Pavage tri-dimensionnel des points sources à estimer

utilisant le formalisme de 4.8 s'écrit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{c_{z2}}(z_1) & M_{c_{z2}}(z_2) & \dots & M_{c_{z2}}(z_p) \end{bmatrix}}_{M_{c_{zp}}} \begin{bmatrix} s(z_1) \\ s(z_2) \\ \vdots \\ s(z_p) \end{bmatrix} = b_{2z} \quad (4.9)$$

La concaténation des  $p$  matrices  $M_{c_{z2}}$  forme la matrice  $M_{c_{zp}}$ . La résolution d'un tel système ne peut comme précédemment s'effectuer par une simple inversion matricielle mais peut toutefois l'être au sens des moindres carrés, en utilisant la pseudo inverse. Pour ce faire, il suffit d'effectuer une décomposition en valeurs singulières (DVS) de  $M_{c_{zp}}$  :

$$M_{c_{zp}} = U \Lambda V^H \quad (4.10)$$

où  $U$  et  $V$  sont des matrices unitaires,  $V^H$  est la matrice adjointe à  $V$  et où  $\Lambda$  est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières  $\lambda_i$  de  $M_{c_{zp}}$ .

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{M \times N} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

La matrice pseudo-inverse  $M_{c_{zp}}^\dagger$  de  $M_{c_{zp}}$  s'obtient en effectuant :

$$M_{c_{zp}}^\dagger = V \Lambda^\dagger U^H \quad (4.12)$$

où  $\Lambda^\dagger$  est la matrice pseudo-inverse de  $\Lambda$ , diagonale elle aussi, dont les éléments sont obtenus en inversant chacun des éléments non-nuls de  $\Lambda$ . La pseudo inverse  $M_{c_{zp}}^\dagger$  permet d'estimer les valeurs des sources au sens des moindres carrés :

$$\tilde{s} = M_{c_{zp}}^\dagger b_{2z} \quad (4.13)$$

Appliquons cette méthode aux cartographies de champ utilisées précédemment. Les résultats de l'inversion par pseudo-inverse sont donnés figure 4.5. La distribution de sources virtuelles ainsi obtenue concorde avec le profil effectif du défaut. Cette fois, les valeurs des

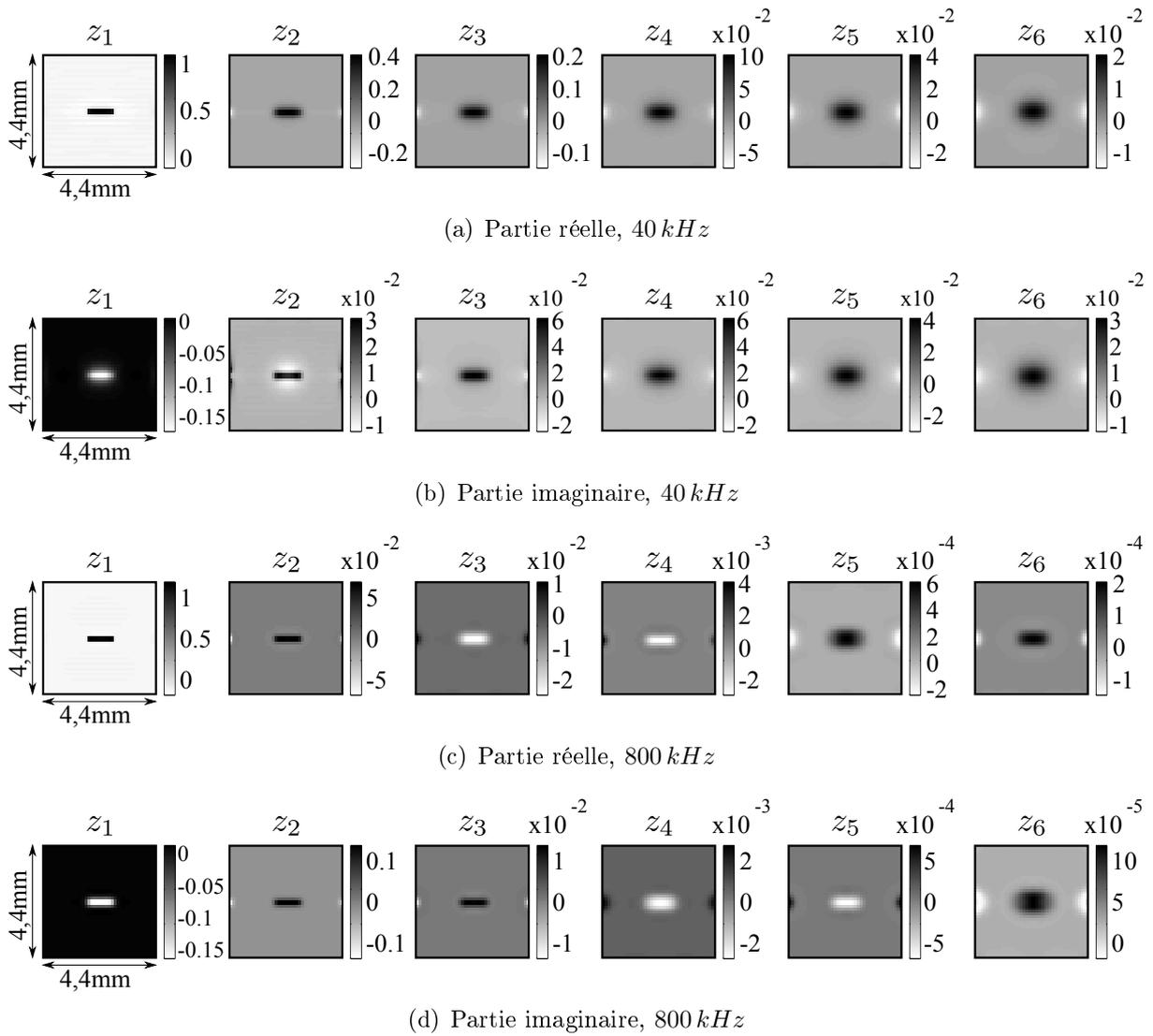


FIGURE 4.5 – Parties réelles et imaginaires des sources estimées par méthode des moindres carrés pour des cartographies de champ à 40  $kHz$  et 800  $kHz$ .

sources n'excèdent plus 1 et deviennent négligeables sur les couches les plus enfouies. En revanche, à mesure que l'on s'éloigne de la surface, la distribution des sources estimées tend à s'étaler, la résolution et la précision tendent donc à se dégrader avec la profondeur.

Cette première technique d'inversion en 3 dimensions par pseudo-inverse constitue une étape encourageante, d'autant que l'on peut espérer en améliorer la précision en enrichissant les données par une approche multifréquence. C'est l'objet de la partie suivante.

### 4.2.3 Inversion multi fréquences

La méthode d'inversion que nous venons de présenter semble relativement efficace sur les plans de recherche peu enfouis, mais lorsque l'on cherche à retrouver les sources sur les plans plus profonds, la résolution spatiale se dégrade.

Ceci est dû à la sous-détermination du système utilisé, du fait que le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues. Cela revient à dire que nous ne disposons pas d'assez d'informations pour retrouver toutes les sources, et plus particulièrement en profondeur. Le

nombre d'équations étant lié au nombre de pixels de l'image de champ utilisée, un moyen d'augmenter le nombre d'équations sans modifier la résolution de l'image est d'enrichir le jeu de données en effectuant des mesures à plusieurs fréquences (ce qui revient à augmenter le nombre d'images).

#### 4.2.3.1 Amélioration du système d'équations

Dans cette approche, les sources recherchées ont des valeurs différentes selon la fréquence utilisée et le fait d'effectuer des mesures à  $q$  fréquences différentes, donne  $q$  systèmes indépendants du type 4.9.

Pour retrouver ces sources et reconstituer le profil du défaut en 3 dimensions nous allons injecter dans notre système le même a-priori que celui considéré dans l'inversion dite plan par plan, et qui consiste à injecter le terme d'intégration des sources de courant dans la matrice de passage. Ceci nous permet d'écrire le système à résoudre sous la forme suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{c_{z2}}(f_1, z_1) & M_{c_{z2}}(f_1, z_2) & \dots & M_{c_{z2}}(f_1, z_p) \\ M_{c_{z2}}(f_2, z_1) & M_{c_{z2}}(f_2, z_2) & \dots & M_{c_{z2}}(f_2, z_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{c_{z2}}(f_q, z_1) & M_{c_{z2}}(f_q, z_2) & \dots & M_{c_{z2}}(f_q, z_p) \end{bmatrix}}_{M_{Ctot}} \begin{bmatrix} s(x_i, y_j, z_1) \\ s(x_i, y_j, z_2) \\ \dots \\ s(x_i, y_j, z_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{2z}(f_1) \\ b_{2z}(f_2) \\ \dots \\ b_{2z}(f_q) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

où  $M_{c_{z2}}(f_i, z_j)$  est définie comme le produit de la matrice de passage  $M_{z2}$  par la valeur que prendrait une source *a priori*, si elle existait, à la fréquence et à la profondeur considérées :

$$M_{c_{z2}}(f_i, z_j) = M_{z2}(f_i, z_j) c_{dy}(f_i, z_j) \quad (4.15)$$

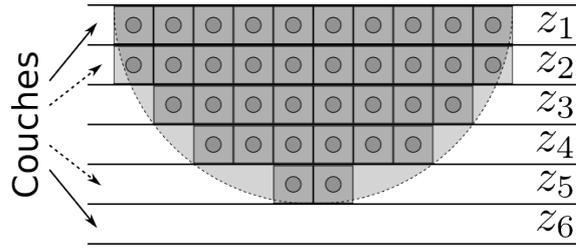
Comme dans la méthode d'inversion plan par plan, les composantes du vecteur  $s$ , qui servent ici aussi à traduire la présence ou non d'une source aux coordonnées  $(x_i, y_j, z_k)$  du pavage, ne peuvent théoriquement prendre que les valeurs 0 ou 1.

#### 4.2.3.2 Choix des fréquences

Une cartographie de champ multifréquence synthétique a été créée avec des sources réparties sur cinq couches (de profondeurs  $z_1$  à  $z_5$ ). Nous allons chercher à retrouver la présence de sources sur six couches (de profondeurs  $z_1$  à  $z_6$ ) à l'aide de cartographies réalisées à six fréquences différentes (la couche  $z_6$  ne comportant théoriquement pas de source). Les profondeurs auxquelles on recherche les sources, les fréquences utilisées et les épaisseurs de peau correspondantes sont précisées figure 4.6 .

#### 4.2.3.3 Résolution matricielle par Décomposition en Valeurs Singulières Tronquées

Nous cherchons à résoudre matriciellement le système 4.14 pour  $p = 6$  et  $q = 6$ . Bien que la matrice  $M_{Ctot}$  soit à présent carrée cela ne signifie pas pour autant que son inversion ne présente pas de difficultés. La difficulté à réaliser l'inversion dépend du conditionnement de la matrice qui est lié à ses valeurs singulières  $\lambda_i$ . Elles sont présentées figure 4.7.



Profondeurs (mm)	$f_{excit}$ (kHz)	$\delta$ (mm)
$z_1 = 0,1$	800	0,133
$z_2 = 0,2$	350	0,2
$z_3 = 0,3$	150	0,31
$z_4 = 0,4$	90	0,4
$z_5 = 0,5$	55	0,51
$z_6 = 0,6$	40	0,6

FIGURE 4.6 – Profondeurs des couches de discrétisation, fréquences et épaisseur de peau correspondante

On constate que de nombreuses valeurs singulières sont très petites et que la dynamique (écart entre les valeurs singulières les plus grandes et les plus petites) est importante, ce qui se traduit par un très mauvais conditionnement (4.16)[Dem89].

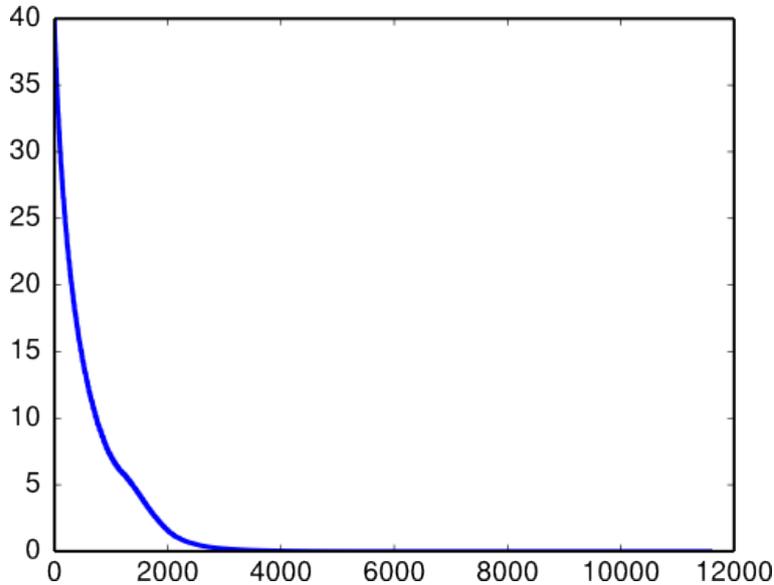


FIGURE 4.7 – Valeurs propres de la matrice  $M_{c_{tot}}$

$$\text{cond}(M_{c_{tot}}) = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} > 10^{14} \quad (4.16)$$

Du fait de cette forte singularité, le système ne peut être résolu par une *simple* inversion matricielle. Un moyen de résoudre un système mettant en jeu une matrice proche de la singularité consiste à en calculer la pseudo-inverse tronquée. Pour ce faire on effectue une DVS de  $M_{c_{tot}}$  conformément à 4.10 et on construit comme suit une matrice  $\tilde{M}_{c_{tot}}$  devant approximer au mieux la matrice  $M_{c_{tot}}$  :

$$\tilde{M}_{c_{tot}} = U \tilde{\Lambda} V^H \quad (4.17)$$

où  $\tilde{\Lambda}$  est construite en ne conservant que les  $r$  plus grandes valeurs singulières de  $M_{c_{tot}}$ , celles inférieures à un certain seuil étant mises à zéro de façon à minimiser la distance  $\|M_{c_{tot}} - \tilde{M}_{c_{tot}}\|$  (4.18). La diagonale de  $\tilde{\Lambda}$  est donc de la forme :

$$\tilde{\Lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0] \quad (4.18)$$

La pseudo-inverse  $\tilde{M}_{C_{tot}}^\dagger$  peut à présent être calculée comme suit :

$$\tilde{M}_{C_{tot}}^\dagger = V \tilde{\Lambda}^\dagger U^H \quad (4.19)$$

Avec  $\tilde{\Lambda}^\dagger$  la pseudo-inverse de  $\Lambda$  telle que chaque coefficient non-nul est remplacé par son inverse.

Enfin, l'équation 4.20 permet de résoudre le système 4.14 au sens des moindres carrés. On parle alors de décomposition en valeurs singulières tronquées (ou Décomposition en Valeurs Singulières Tronquées : DVST).

$$s = \tilde{M}_{C_{tot}}^\dagger b_{2z} \quad (4.20)$$

En considérant nulles les données dont l'énergie est inférieure à un certain seuil, on réalise un filtrage de l'espace de départ en ne conservant que l'information dominante. En ne conservant que les valeurs singulières supérieures à 0,3, l'inversion, comme le montre la (figure 4.8), donne de bons résultats. Il reste à présent à déterminer, sinon la valeur optimale du seuil, du moins à s'en approcher.

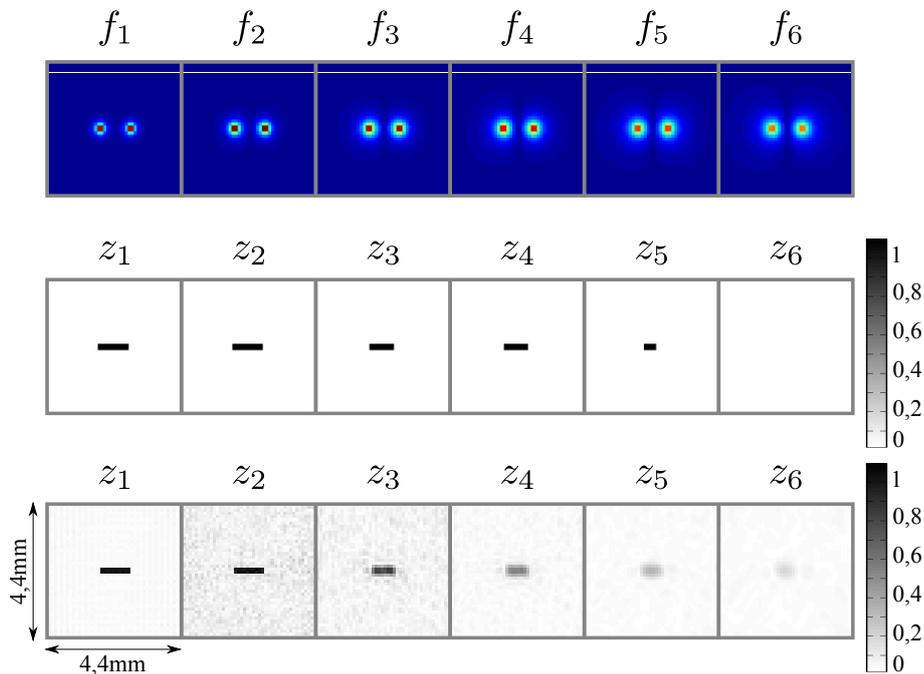


FIGURE 4.8 – Cartographies de champ magnétique pour 6 fréquences du champ à inverser et pour un RSB de 60 dB, et répartition d'une part des sources à retrouver et d'autre part de celles qui l'ont été par DVS tronquée ; la troncature des valeurs singulières ayant été faite en dessous d'un seuil fixé à 0,3.

### Réglage de la valeur de seuil

Un moyen d'optimiser le seuillage des valeurs singulières est d'exploiter la courbe en L qui représente en échelle log-log l'écart aux données  $\|b_{2z} - \tilde{M}_{C_{tot}} s\|$  en fonction de la norme de la solution  $\|s\|$  (figure 4.9). Le seuil optimal se situe au niveau du coude de la courbe. Suivant le RSB des cartographies de mesures du champ, la valeur optimale de  $\lambda_r$  varie entre 0,0014 et 2,7. L'évolution des valeurs de  $\lambda$  dans le coude de la courbe est très rapide, rendant la détermination de la valeur du seuil difficile.

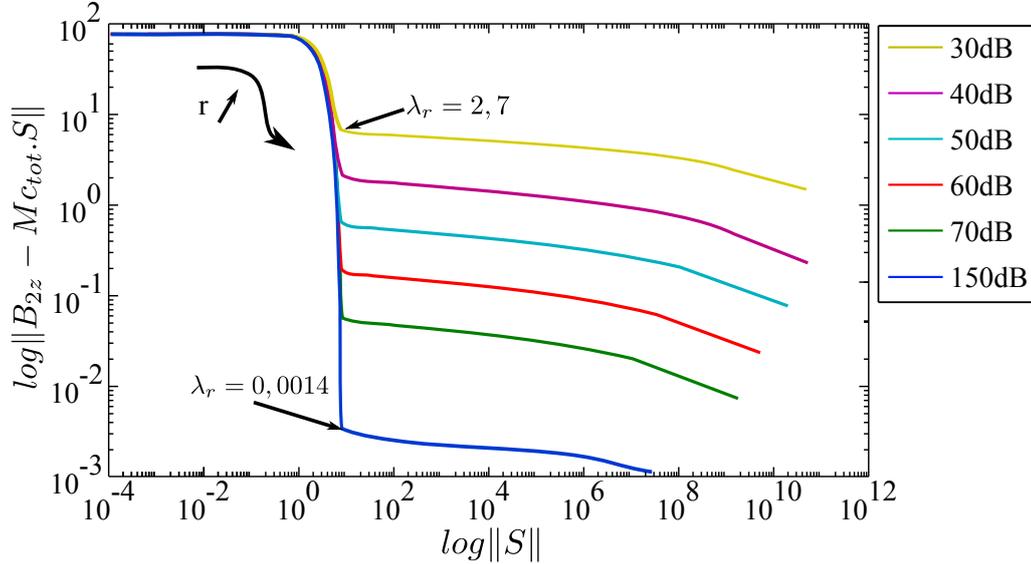


FIGURE 4.9 – Courbes en L obtenues pour différents RSB de cartographies de champ

Étant donné que nous utilisons des cartographies synthétiques dont nous connaissons la solution  $S_c$ , il paraît plus intéressant dans notre cas d'étudier la courbe représentant l'erreur quadratique moyenne  $\epsilon_s$  (4.21) en fonction des valeurs singulières  $\lambda$ .

$$\epsilon_s = \frac{\|s - s_c\|^2}{\|s_c\|^2} \quad (4.21)$$

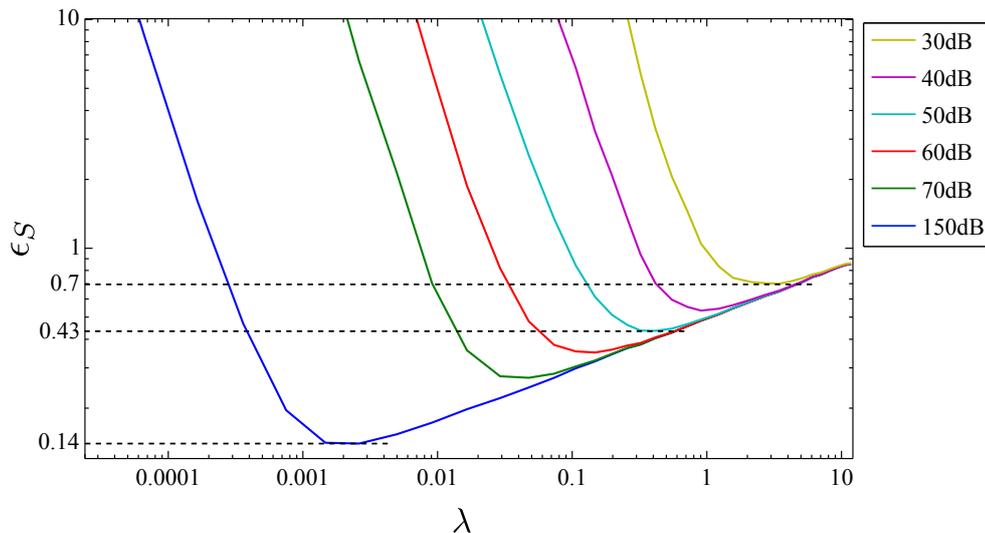


FIGURE 4.10 – Variations des erreurs quadratiques moyennes  $\epsilon_s$  (4.21) obtenues pour différents RSB de cartographies de champ et représentées en fonction du seuil de troncature des valeurs singulières  $\lambda_r$ .

Si l'on fixe une valeur de seuil commune à tous les RSB, cela se traduit par :

- une perte en résolution si  $\lambda_r$  est supérieur au seuil optimal
- une amplification du bruit si  $\lambda_r$  est inférieur au seuil optimal

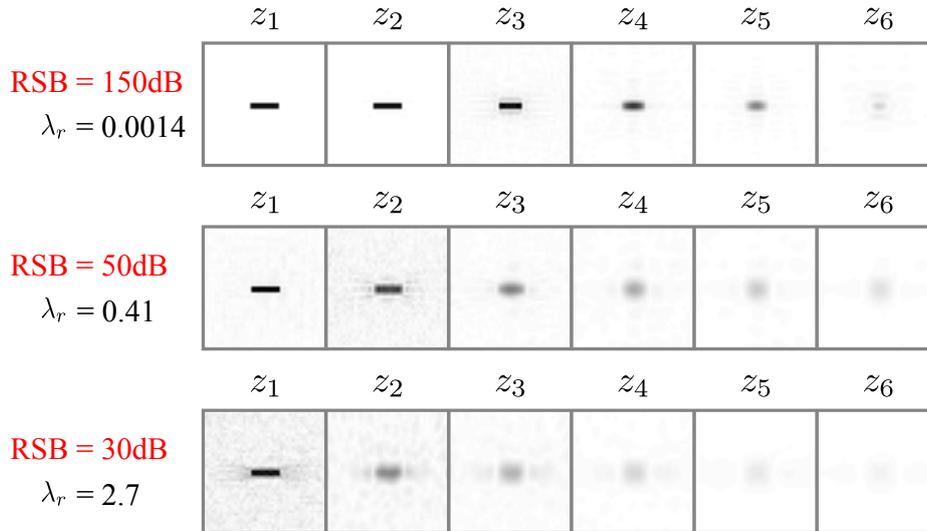


FIGURE 4.11 – Sources  $c_{dy}$  estimées par DVS tronquée après inversion d'une cartographie de champ synthétique bruitée pour trois niveaux de RSB et trois valeurs de seuil de troncature.

### Conclusion sur la résolution matricielle par Décomposition en Valeurs Singulières Troncquées

La résolution du système par DVST s'effectue de manière non itérative puisqu'elle ne nécessite *que* le calcul de la matrice  $\tilde{M}_{c_{tot}}^\dagger$ . Elle nécessite en revanche un seuillage des valeurs singulières dont le réglage reste une opération délicate car il n'existe pas de règle systématique permettant de fixer a priori le compromis entre précision de reconstruction et fidélité aux données.

De plus, l'opération de DVS requiert un temps de calcul très important. Dans le cas que nous avons considéré, avec une matrice à décomposer telle que  $p = q = 6$  et  $M = N = 44$ , le temps de calcul est d'environ 2h10 avec un processeur Intel Xeon X5680 3.33GHz employant en moyenne 12 cœurs. En ce qui concerne la valeur à laquelle fixer le seuil, elle dépend uniquement de la matrice du modèle direct et non des mesures. Il est donc possible de la choisir en fonction du bruit de mesure et du compromis que l'on souhaite faire.

#### 4.2.3.4 Résolution par DVS tronquée avec contraintes

La résolution du problème par DVST multi-fréquentielle a amélioré de façon significative la reconstruction des sources de défaut, particulièrement sur les premières couches. Si nous avons enrichi le système à résoudre en y apportant de l'information supplémentaire en augmentant le nombre de mesures, et si nous avons également tenu compte de l'a priori de la valeur théorique des courants à chacune des profondeurs considérées, nous n'avons pas encore utilisé l'information forte concernant la valeur des sources recherchées  $s$ . Celles-ci ne pouvant théoriquement prendre que les valeurs 0 ou 1 nous avons toutefois cherché à contraindre les résultats **entre** 0 et 1. Le passage de la contrainte  $s \in \{0, 1\}$  à  $s \in [0, 1]$  (ou  $0 \leq s \leq 1$ ) relâche la complexité du problème. Relâcher la contrainte sur la valeurs des éléments de  $s$  semble d'autant plus juste que, ne connaissant pas a priori la localisation des sources, et les voxels de recherche étant forcément placés arbitrairement, il se peut que certains d'entre eux

soient situés à cheval sur une zone saine et une zone de défaut, ce qui au lieu de donner à la solution une valeur de 0 ou de 1 pourrait lui donner une valeur comprise entre 0 et 1. La minimisation du critère 4.23 a été effectuée avec un algorithme par descente de Newton.

$$\hat{s} = \arg \min_{s \in [0,1]} \|\tilde{M}_{ctot} s - b_{2z}\|_2^2 \quad (4.22)$$

$$= \arg \min_{s \in [0,1]} s^T \mathbb{R} \left( \tilde{M}_{ctot}^H \tilde{M}_{ctot} \right) s - 2 s^T \mathbb{R} \left( \tilde{M}_{ctot}^H b_{2z} \right) \quad (4.23)$$

Afin de réduire les temps de calcul, nous nous sommes appuyés sur les résultats de la partie 4.2.2. L'inversion sur la première couche de sources étant fiable, la zone de recherche a été réduite à 4 voxels autour des sources estimées par cette méthode (figure 4.12).

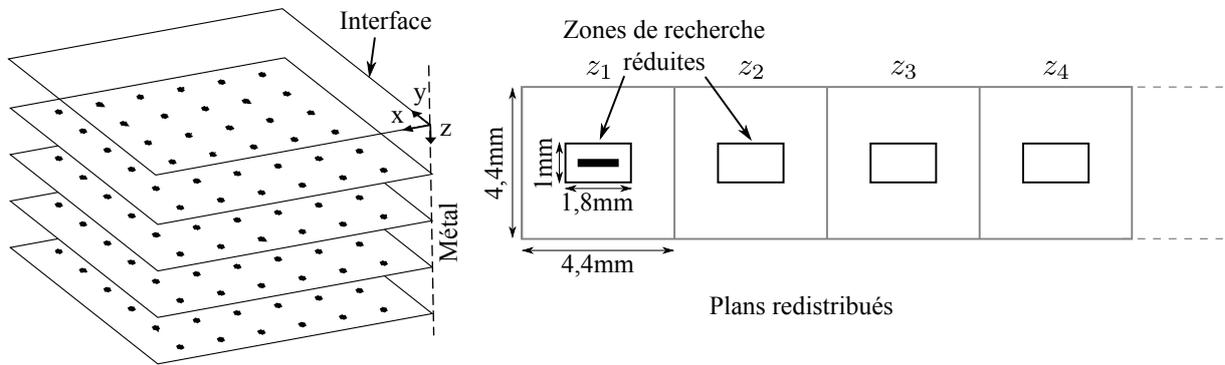


FIGURE 4.12 – Illustration de la réduction de la zone de recherche des sources après estimation de la première couche.

La figure 4.13 présente les estimées des sources obtenues sur les 6 profondeurs de recherche. Quel que soit le niveau de bruit, on constate que la contrainte  $s \in [0, 1]$  est opérante puisque les sources estimées sont exactement celles attendues.

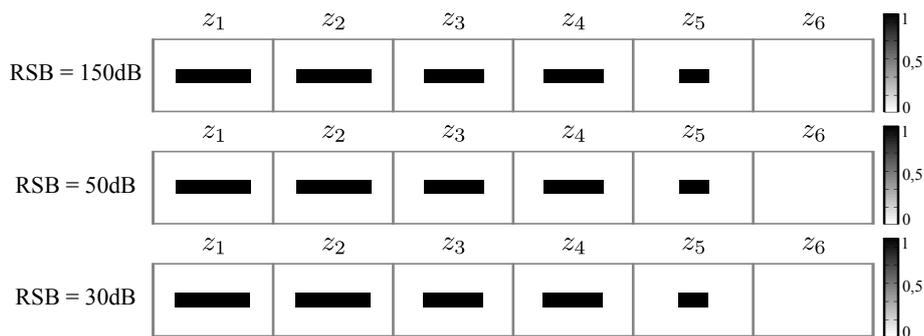


FIGURE 4.13 – Sources trouvées après inversion du système par DVST avec contrainte sur la valeur des sources, pour trois valeurs de RSB.

### 4.3 Prise en compte de l'erreur de modèle

Nous avons jusqu'ici considéré des cartographies de champ générées à partir de sources réparties sur 5 profondeurs alors qu'en réalité leur distribution est continue. Bien que pour chaque source la valeur de la densité de courant soit intégrée sur son élément de volume,

un bruit de quantification ou de discrétisation apparaît lorsque l'on fait varier le nombre de couches de sources. Pour tester la robustesse de l'inversion à l'erreur de modèle liée à la distribution des sources nous allons traiter deux cas supplémentaires :

- **cas 2** : sources distribuées avec le même pas que précédemment selon  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , seul le pas selon  $\vec{z}$  change :  $\delta x = \delta y = 0,1 \text{ mm}$  et  $\delta z = 0,001 \text{ mm}$ .
- **cas 3** : sources distribuées selon  $\vec{z}$  avec le même pas dans que le cas 2 et un pas plus fin selon les autres directions :  $\delta x = \delta y = 0,05 \text{ mm}$  et  $\delta z = 0,001 \text{ mm}$

À titre d'exemple, la figure 4.14 donne d'une part les cartographies des modules des champs  $B_{2z}$  générées dans le *cas 1* aux 6 fréquences considérées, et d'autre part les différences entre ces cartographies et celles générées dans les *cas 2* et *3*. On constate que les écarts obtenus ne sont pas uniformes et qu'ils peuvent, en ce qui concerne la comparaison des *cas 1* et *3*, approcher sur certains pixels les 40% d'erreur.

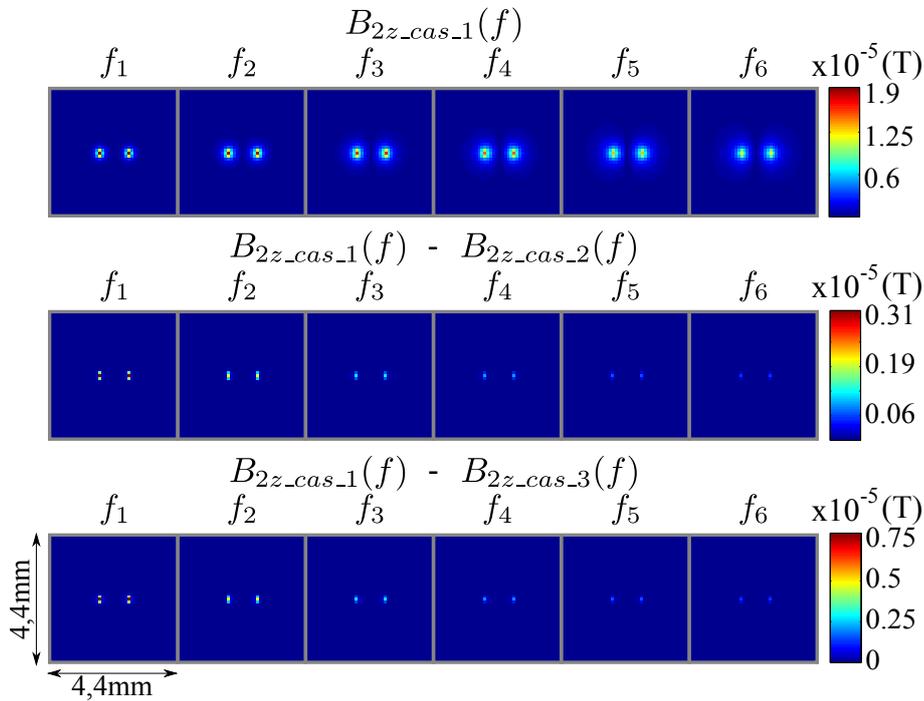


FIGURE 4.14 – Cartographies du module du champ  $b_{2z}$  pour les 6 fréquences utilisées, dans le cas 1 (a), cartographies des différences des modules du champ entre le cas 1 et le cas 2 (b), cartographies des différences des modules du champ entre le cas 1 et le cas 3 (c).

Comme au chapitre 3, après avoir considéré des défauts ayant un profil de lunule, considérons à présent des cartographies de champ données par des défauts de forme carrée. Ceci afin de vérifier que l'erreur de discrétisation constatée avec les défauts en forme de lunule n'est pas liée à leur géométrie.

### 4.3.1 Limites de la DVST Contrainte

Nous venons de voir que l'estimation faite avec des sources discrétisées de la même façon dans les sens direct et indirect donnait de très bons résultats en présence de bruit blanc. Or, dans les cas 2 et 3 le bruit de modèle n'est plus blanc. Nous voyons sur la figure 4.15 les sources estimées à partir de cartographies de champ magnétique correspondant aux cas 2 et 3 pour des défauts de type lunule et carré et pour 3 bruits blancs additifs. Dès la couche de profondeur  $z_3$  des erreurs commencent à apparaître. Cela montre que l'on atteint les limites

de la régularisation par DVST contrainte, le bruit de modèle devenant prépondérant sur le bruit blanc de mesure.

Nous allons alors nous orienter vers d'autres méthodes de régularisation.

Une seconde famille de méthodes de régularisation consiste à réaliser un compromis entre la fidélité aux données mesurées d'une part (comme pour la DVST), et la fidélité à une information a priori désignant un critère de régularité  $\mathcal{R}(s)$  d'autre part. La solution trouvée ne sera alors pas exacte mais *admissible* et physiquement raisonnable en fonction de l'a priori introduit par  $\mathcal{R}(s)$ . Le critère à minimiser s'écrit :

$$\hat{s}_\gamma = \arg \min_{s \in [0,1]} \frac{\gamma}{2} \|\tilde{M}c_{tot} s - b_{2z}\|_2^2 + \mathcal{R}(s) \quad (4.24)$$

où  $\gamma \in \mathbb{R}_+^*$  permet de pondérer l'importance accordée soit au terme de fidélité aux données, soit à celui de régularité.

Il existe un grand nombre de techniques de régularisation [HT87, Wei08]. Nous en avons retenu deux dont nous allons présenter les performances : celle basée sur la fonction de régularisation de Tikhonov, et la technique de régularisation par variation totale.

### 4.3.2 Tikhonov

La fonction de régulation de Tikhonov est classiquement utilisée pour la résolution de problèmes inverses et de problèmes mal-posés. Elle porte sur la minimisation de la norme  $L_2$  de la solution du problème :

$$\mathcal{R}(s) = \frac{1}{2} \|s\|_2^2$$

Cette méthode a été implantée sous **Matlab** par Sébastien Bausson. Le choix du coefficient de régulation  $\gamma$  a été effectué selon la méthode appliquée en 4.2.3.3.  $\gamma$  a été choisi de manière à minimiser  $\|\hat{s} - s_c\|_2^2$  où  $s_c$  désigne les sources connues et attendues. Les figures 4.16 et 4.17 présentent les résultats obtenus par cette méthode pour les cas 1 et 2.

### 4.3.3 Variation Totale

Les méthodes basées sur la variation totale sont utilisées en imagerie, notamment dans le domaine de la restauration d'images [ROF92], pour régulariser des problèmes inverses. La régularisation par variation totale s'effectue en minimisant le terme :

$$\mathcal{R}(s) = \sum_{1 \leq i \leq M} (\|\nabla s\|_2^2 + \epsilon)^{1/2} \quad (4.25)$$

La minimisation de ce terme permet de lisser les images sans pour autant dégrader les bords des objets, ce qui convient parfaitement à notre application. Les figures 4.18 et 4.19 présentent les résultats obtenus par cette méthode dans les cas 1 et 2.

### 4.3.4 Conclusion sur l'inversion

Nous venons de mettre en œuvre 3 méthodes de régularisation dans le cadre de l'estimation de sources rayonnantes sur des plans répartis sur 6 profondeurs. Les figures 4.20 et 4.21 présentent les erreurs quadratiques exprimées en pixels des sources estimées dans les trois

cas de discrétisation considérés, pour trois niveaux de bruit blanc et pour trois méthodes de régularisations dans le cas de défauts de type carré et lunule.

Dans le cas 1, quel que soit le bruit de blanc, la méthode par DVST contrainte est sans conteste la meilleure. En revanche, dès que le bruit de modèle devient important la DVST atteint ses limites et les deux autres méthodes de régularisation proposées donnent de meilleurs résultats. Sur les exemples traités, la régularisation par variation totale présente des performances légèrement meilleures que celle portant sur la norme  $L_2$ .

## 4.4 Perspectives d'inversion

### 4.4.1 Le remaillage

Nous avons vu que le bruit de modèle doit être pris en compte dans la résolution du problème inverse. Une possibilité à envisager consisterait en la mise en place d'un processus itératif visant à re-discrétiser plus finement les voxels de sources qui auront été estimés lors de la première étape d'inversion. Raffiner ainsi la zone de recherche pourrait permettre d'améliorer significativement la précision de l'inversion. Un problème risque cependant de se poser dans le cas où se produirait une erreur d'estimation sur une source. Si au cours de la première étape une source est estimée de façon erronée, l'erreur commise risque de se perpétuer lors des itérations suivantes. A contrario, si lors de la première itération une source existant effectivement n'est pas détectée, celle-ci ne pourra plus l'être aux itérations suivantes.

Si les méthodes de résolution de type DVST contrainte ou de type Tikhonov restent simples à mettre en œuvre même associées à une re-discrétisation, le calcul du gradient des sources estimées pour la mise œuvre de la régularisation par variation totale devrait par contre s'avérer plus complexe car en cas de sources isolées il est nécessaire de tenir compte des valeurs nulles des pixels voisins qui auront été exclus de la zone de recherche.

### 4.4.2 Estimation du coefficient de correction des champs

Les cartographies de champ utilisées jusqu'à présent dans les procédures d'inversion sont des cartographies synthétisées à partir du modèle direct utilisé pour résoudre le problème inverse. Ce modèle, basé sur l'hypothèse des courants équivalents, constitue un modèle approché. Nous avons montré au chapitre 3 que l'application d'un coefficient multiplicatif  $\alpha$  était nécessaire pour corriger l'amplitude et la phase des cartographies de champ générées par le modèle CE afin qu'elles coïncident avec celles issues de modélisations EF, ce coefficient étant fonction de la fréquence et de l'élévation dans l'entrefeuille. L'étude du problème inverse pourrait être complétée par l'inversion d'images provenant de simulations par EF, dans un premier temps en connaissant le coefficient de correction, puis, dans un second temps, en essayant de l'estimer à chaque fréquence. Ceci amènerait à résoudre le système :

$$b_{2z} = \mathcal{D}(\alpha_f) M c_{tot} s \text{ avec } \mathcal{D}(\alpha_f) = \alpha_f \otimes I_{NM} \quad (4.26)$$

où  $\alpha_f = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_q]$  est le vecteur contenant les coefficients de correction pour les  $q$  fréquences considérées.

Cette fonction n'étant plus convexe, une solution pourrait consister à minimiser alternativement le terme  $\alpha_f$  et les sources  $s$ .

### 4.4.3 Prise en compte de l'interface

Nous avons utilisé jusqu'à présent des cartographies de champ situées à l'interface métal/air de la pièce inspectée et nous n'avons pas tenu compte des phénomènes de réflexion et de transmission dûs au changement de milieu. Étant données les équations du modèle direct liant la composante selon  $\vec{z}$  du champ magnétique  $\vec{B}_1$  prise à une élévation donnée dans l'entrefer aux sources virtuelles d'interface  $c_{21y}$  (3.15) d'une part, et l'équation traduisant les conditions aux limites entre les sources virtuelles d'interface  $c_{21y}$  et  $c_{12y}$  aux sources CE du défaut  $c_{dy}$  (3.10) d'autre part, il est possible de prendre en compte l'interface dans la résolution du problème inverse. Cette prise en compte peut être faite de deux manières :

- **soit en effectuant une résolution en deux temps** consistant à estimer la valeur des sources virtuelles d'interface  $c_{21y}$  à partir de  $b_{1z}$  (équation 4.27), puis, connaissant  $c_{21y}$ , à estimer grâce aux conditions aux limites les valeurs des sources  $c_{dy}$  (équation 4.28).

$$c_{21y} = M_{21z_2}^{-1} b_{1z} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} c_{dy} \\ c_{12y} \\ c_{21y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{yy2d} & W_{yy12} & -W_{yy21} \\ Y_{yy2d} & Y_{yy12} & -Y_{yy21} \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{21y} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

- **soit en effectuant une résolution en un temps** consistant à estimer les sources de défaut  $c_{dy}$  directement à partir de  $b_{1z}$  en injectant la matrice  $M_{21z_2}$  dans la matrice traduisant les conditions aux limites (équation 4.29).

$$\begin{bmatrix} c_{dy} \\ c_{12y} \\ c_{21y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{yy2d} & W_{yy12} & -W_{yy21} \\ Y_{yy2d} & Y_{yy12} & -Y_{yy21} \\ 0 & 0 & M_{21z_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{1z} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Le conditionnement de la matrice à *inverser* pourrait influencer sur le choix de l'une ou l'autre de ces méthodes.

Comme nous l'avons vu en 3.1.2, ces matrices sont de très grandes dimensions et leur inversion requiert des ressources informatiques conséquentes. Une alternative à étudier, et qui permettrait de n'avoir pas à manipuler des matrices de dimensions trop importantes, consisterait à résoudre le problème inverse en deux étapes : il s'agirait de partir du champ  $b_{1z}$  à une élévation donnée dans l'entrefer et d'en déduire, toujours par modélisation DPSM, la valeur de  $B_{1z}$  au niveau de l'interface ( $z = 0$ ) *côté air*. Si l'on fait abstraction des effets de transmission et réflexion à l'interface on peut considérer que cette cartographie de champ est l'image, à un coefficient complexe près, de celle située à l'interface *côté métal*. Dès lors, les méthodes d'inversion présentées dans ce chapitre peuvent être appliquées. Et puisque l'erreur liée au modèle CE peut être corrigée elle aussi à l'aide d'un coefficient complexe, on peut envisager de confondre ces deux coefficients en un seul et de l'estimer comme exposé plus haut (4.26).

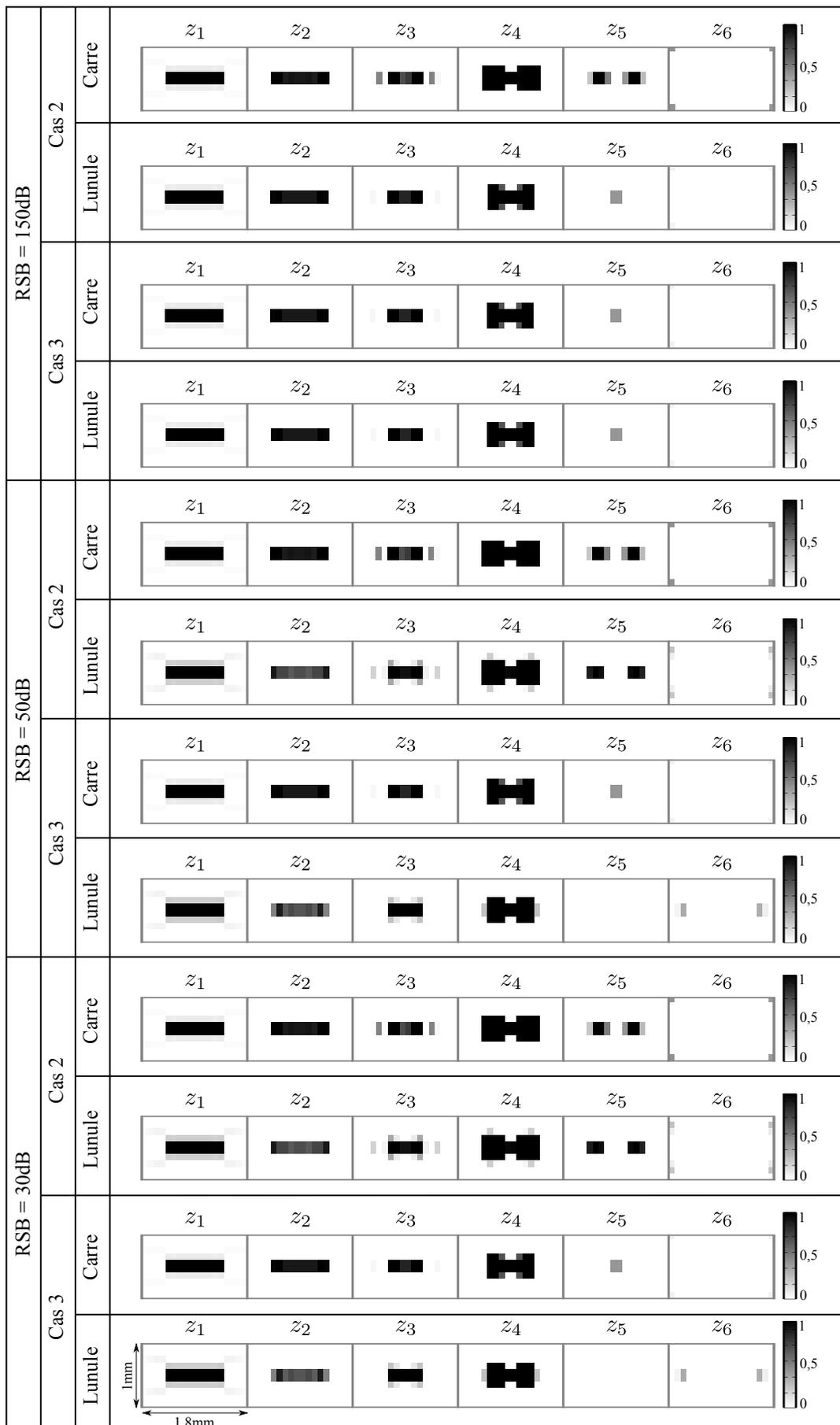


FIGURE 4.15 – Sources trouvées après inversion du système par DVST avec contrainte sur la valeur des sources, pour trois valeurs de RSB, pour les cas 2 et 3.



FIGURE 4.16 – Sources estimées dans le cas 1, après inversion du système par descente de Newton et régularisation de la norme L2 avec contrainte sur la valeur des sources, pour trois valeurs de RSB.

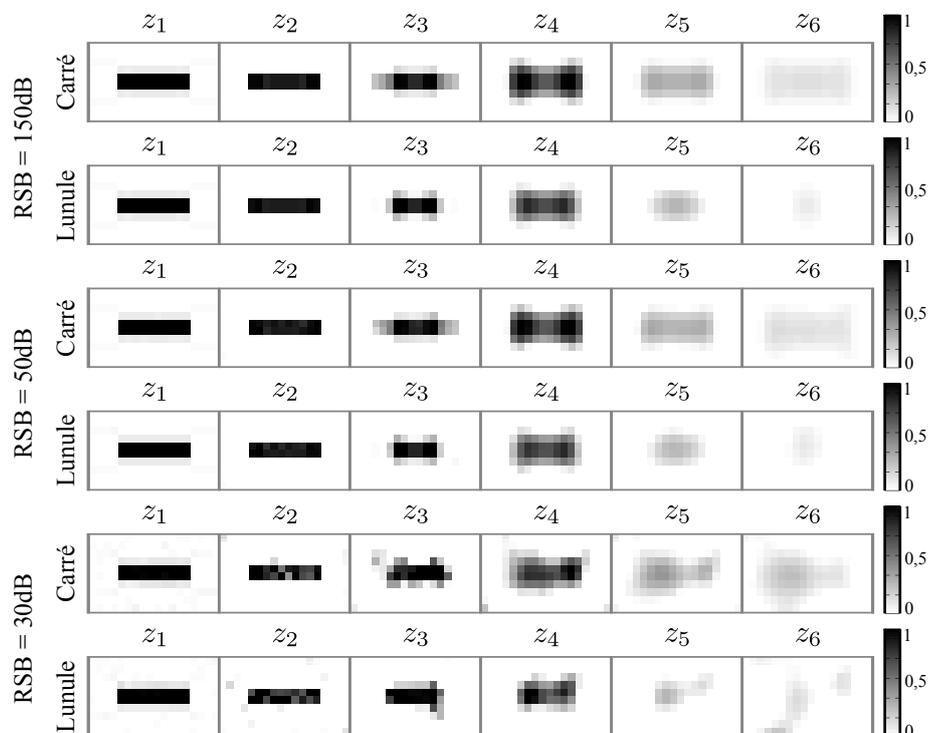


FIGURE 4.17 – Sources estimées dans le cas 2, après inversion du système par descente de Newton et régularisation de la norme L2 avec contrainte sur la valeur des sources, pour trois valeurs de RSB.

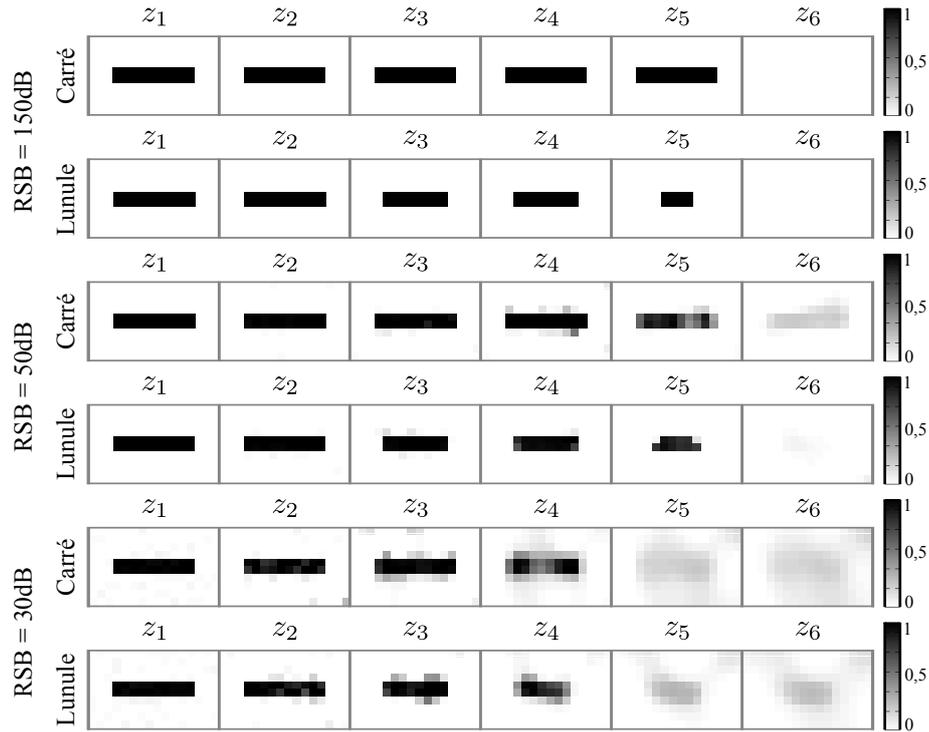


FIGURE 4.18 – Sources estimées dans le cas 1 et pour trois niveaux de RSB, après inversion du système par descente de Newton et régularisation par variation totale en contraignant la valeur des sources.



FIGURE 4.19 – Sources estimées dans le cas 2 et pour trois niveaux de RSB, après inversion du système par descente de Newton et régularisation par variation totale en contraignant la valeur des sources.

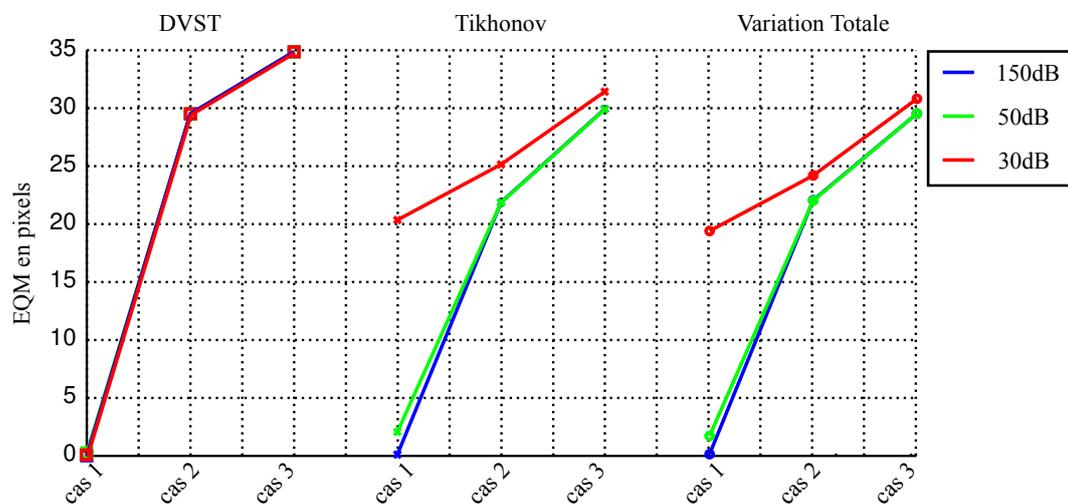


FIGURE 4.20 – Erreurs quadratiques en pixels pour un défaut de forme carrée.

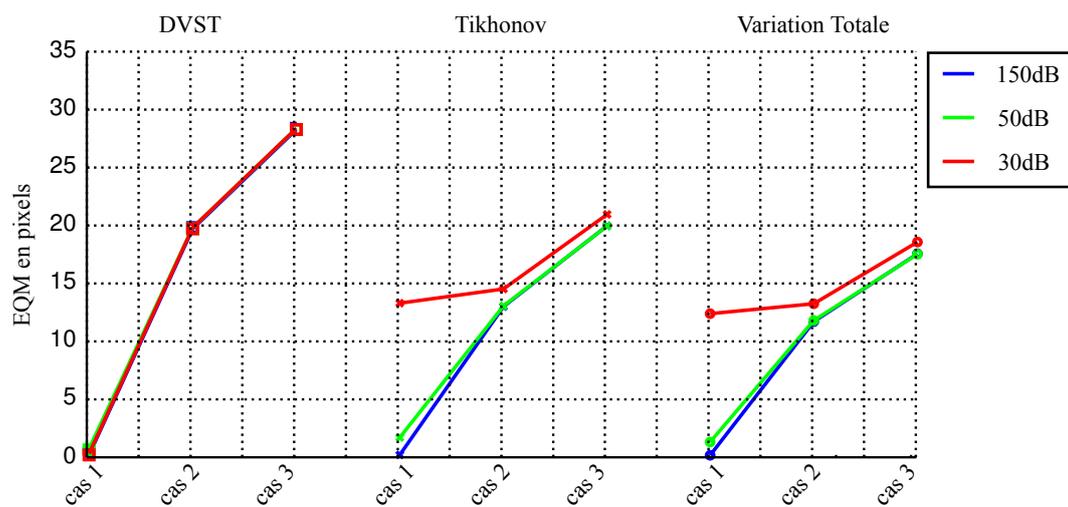


FIGURE 4.21 – Erreurs quadratiques en pixels pour un défaut de type lunule.

# Conclusion

Les travaux présentés dans ce manuscrit décrivent une approche originale de conception d'une sonde d'imagerie CF de pièces aéronautiques. Nous nous sommes attachés à concevoir une géométrie de sonde répondant aux contraintes imposées par les problèmes d'instrumentations tout en simplifiant la modélisation du système, cela afin de favoriser la résolution du problème inverse.

Nous avons tout d'abord décrit les méthodes de dimensionnement utilisées pour modéliser le problème complet en nous intéressant tour à tour au système d'émission puis au système de réception de la sonde proposée. Un ensemble de simulations EF a été mené afin d'une part de dimensionner les caractéristiques géométriques et électriques des éléments constitutifs de la sonde et d'autre part de valider le comportement des interactions sonde/cible.

Trois technologies de récepteurs ont été étudiées en vue de choisir celle offrant le meilleur compromis entre sensibilité, résolution et précision et d'optimiser la stratégie d'agencement au sein d'une matrice multi-éléments.

Un prototype a ensuite été réalisé et mis en œuvre afin de valider les travaux de conception, de dimensionnement et de modélisation.

La modélisation globale du système dans son ensemble a permis d'obtenir les résultats que nous venons de présenter mais elle s'avère trop complexe dans une optique d'inversion de signaux. C'est pourquoi nous avons proposé une modélisation des interactions CF/défaut visant à réduire la complexité du modèle et les temps de calculs pour favoriser la résolution du problème inverse.

Une modélisation approchée des interactions CF/défaut par des *courants équivalents* situés à l'intérieur du volume du défaut est proposée. Ces sources de courant virtuelles sont égales en module et opposées en phase aux CF qui circuleraient dans la cible en l'absence de défaut. Cette modélisation approchée a été mise en œuvre au moyen de la méthode des points sources distribués pour diverses fréquences de signaux et des géométries de défauts. Les résultats de ce modèle sont valides à un coefficient correcteur complexe près, lui même fonction de la fréquence des courants d'excitation et de la taille du défaut.

La dernière partie de ce manuscrit concerne la résolution du problème inverse. Nous avons mis en œuvre trois méthodes de régularisation en vue d'estimer les sources virtuelles de défaut réparties sur six profondeurs dans notre modèle CE. La méthode par décomposition en valeurs singulières tronquées et avec contraintes sur la valeur des sources donne d'excellents résultats dans le cas de simulation le plus simple, que nous avons nommé le cas 1 et ce, quel que soit le niveau de bruit blanc. En revanche, dès que nous traitons des cas se rapprochant plus de la réalité (cas 2 et 3), le bruit de modèle oblige à délaissier la DVST contrainte au profit des méthodes de régularisation de type Tikhonov ou par variation totale. Ces deux dernières autorisent des reconstructions de défaut acceptables pour des RSB allant jusqu'à 30 dB.

En termes de perspectives, l'utilisation d'un circuit magnétique de géométrie adaptée au prototype expérimental devrait améliorer grandement la qualité de la circulation des lignes de champ et diminuer les fuites, notamment aux extrémités de la bobine d'excitation. De plus, une source d'alimentation pilotée en courant capable de fournir un courant élevé jusqu'aux "hautes" fréquences considérées pourrait s'avérer intéressante. Du point de vue du modèle CE et de son inversion, la méthode de remaillage proposée devrait raffiner la résolution de la reconstruction tout en diminuant le bruit de modèle. Enfin, la prise en compte de l'interface et une estimation du coefficient de correction robuste sont nécessaires si l'on veut obtenir des résultats fiables quelle que soit la configuration de la cible et dans le traitement de données expérimentales.

# Bibliographie

## Publications personnelles

### Revue Internationale à comité de lecture

- [TJV09] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT et Eric VOURCH : Comparative Study Of Sensing Elements For The Design Of An Eddy Current Probe Dedicated To The Imaging Of Aeronautical Fastener Holes. *Sensor Letter*, 7(3):460–465, 2009.

### Revue Nationale à comité de lecture

- [TJVP09a] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Eric VOURCH et Dominique PLACKO : *Modèle électromagnétique à sources distribuées pour la localisation de défauts en imagerie par courants de Foucault : Application à la localisation de défauts dans les alésages d'attache de voilures aéronautiques*, volume 9, pages 192–212. Hermès lavoisier édition, 2009.

### Communications à des congrès internationaux avec actes

- [BTJ<sup>+</sup>10] Sébastien BAUSSON, Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Laure BLANC FÉRAUD, Jérôme DARBON et Gilles AUBERT : Regularized inversion of a distributed point source model for the reconstruction of defects in eddy current imaging. *In 14th international IGTE symposium on numerical field calculation in electrical engineering*, Graz, 19 septembre 2010.
- [TJVP10a] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Eric VOURCH et Dominique PLACKO : Distributed point source modeling for the multi-frequency eddy current imaging of surface breaking defects. *In 14th international IGTE symposium on numerical field calculation in electrical engineering*, Graz, Austria, 19 septembre 2010.
- [TJVP10c] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Eric VOURCH et Dominique PLACKO : A novel modeling of surface breaking defects for eddy current quantitative imaging. *In IEEE Sensor Applications Symposium*, Limerick, Ireland, 23 février 2010.

## Communications à des congrès nationaux avec actes

- [Tho08] Vincent THOMAS : Étude comparative de capteurs pour la conception d'une sonde à courants de Foucault dédiée à l'imagerie de pièces aéronautiques. *In Congrès Jeunes Chercheurs en Génie Electrique - JCGE '08*, EC Lyon, Ecully, France, 17 décembre 2008.
- [TJVP10b] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Eric VOURCH et Dominique PLACKO : Modèle électromagnétique simplifié pour les problèmes d'imagerie quantitative par courants de Foucault de fissures débouchantes. *In ACTES DU VIÈME COLLOQUE INTERDISCIPLINAIRE EN INSTRUMENTATION*, éditeur : *Hermès-Lavoisier*, pages p. 709–716, janvier 2010.

## Conférence sans acte

- [TJVP09b] Vincent THOMAS, Pierre-Yves JOUBERT, Eric VOURCH et Dominique PLACKO : Modèle simplifié d'interactions sonde/défaut pour l'imagerie en CND par courants. Réunion plénière GDR Ondes, GT3, 2 novembre 2009.

## Références bibliographiques

- [AR97] R. ALBANESE et G. RUBINACCI : Finite element methods for the solution of 3D eddy current problem. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 102:1–86, 1997.
- [Bau03] Alexandre BAUSSARD : *Résolution de problèmes inverses non linéaires : applications en imagerie à ondes électromagnétiques*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 27 mars 2003.
- [BJLF09] J. BOSSE, P.-Y. JOUBERT, P. LARZABAL et A. FERRÉOL : Localisation de sources en imagerie par courants de Foucault : application à l'estimation de défauts enfouis dans des structures métalliques. *I2M*, 9(3-4), 2009.
- [BPL<sup>+</sup>04] Fabrice BUVAT, Grégoire PICHENOT, Dominique LESSELIER, Marc LAMBERT, Hubert VOILLAUME et Jean-Pierre CHOFFY : Modélisation de sondes à courants de Foucault avec noyau magnétique. *Instrumentation Mesure Métrologie*, 4(1-2):63–82, 2004.
- [CM84] M. CROUZEIX et A.L. MIGNOT : *Analyse numérique des équations différentielles*. Masson, 1984.
- [Con] CONFÉDÉRATION FRANÇAISE POUR LES ESSAIS NON DESTRUCTIFS : <http://www.cofrend.com>.
- [Dec03] Jean-Marc DECITRE : *Modélisation électromagnétique et réalisation d'un dispositif d'imagerie magnéto-optique quantitatif*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, juillet 2003.
- [Dem89] Guy DEMOMENT : Image Reconstruction and Restoration : Overview of Common Estimation Structures and Problems. *IEEE transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(12):2024–2036, décembre 1989.

- [DEP01] S. DIXON, C. EDWARDS et S.B. PALMER : High accuracy non-contact ultrasonic thickness gauging of aluminium sheet using electromagnetic acoustic transducers. *Ultrasonics*, 39(6):445–535, octobre 2001.
- [DIGMD01] Guy DEMOMENT, Jérôme IDIER, Jean-François GIOVANNELLI et Ali MOHAMMAD-DJAFARI : Problèmes inverses en traitement du signal et de l’image. volume TE 5 235 de *Traité Télécoms*, pages 1–25. Techniques de l’Ingénieur, Paris, 2001.
- [DPM<sup>+</sup>06] Jean-Marc DECITRE, Denis PREMEL, Gérard MANGENET, Etienne JULIAC et Wolf Dieter FEIST : Flexible EC array probes for the inspection of complex parts developed within the European VERDICT Project. *ECNDT*, 2006.
- [Duf93] Isabelle DUFOUR : *Contribution à l’évolution des procédés de contrôle non destructif par capteurs inductifs : application au cas des matériaux composites carbone*. Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 28 avril 1993.
- [DWP07] C DOLABDJIAN, G WACHE et L PEREZ : Improvement in the detection of subsurface cracks under airframe fasteners using improved rotating giant magnetoresistance magnetometer head. *INSIGHT*, 49(3):133–136, 2007.
- [ESDT08] R.S. EDWARDS, A. SOPHIAN, S. DIXON et G.Y. TIAN : Data fusion for defect characterisation using a dual probe system. *Sensors and Actuators A*, 144:222–228, 3 janvier 2008.
- [FF06] Jean-Paul FERRIEUX et François FOREST : *Alimentations à découpage : Convertisseurs à résonance, principes, composants, modélisation*. 2006.
- [GKMR99] Gabriele GRANDI, Marian K. KAZIMIERCZUK, Antonio MASSARINI et Ugo REGGIANI : Stray Capacitances of Single-Layer Solenoid Air-Core Inductors. *IEEE Transactions on industry applications*, 35(5):1162–1168, octobre 1999.
- [GLD01] S. GIGUERE, B. LEPINE et J.M.S. DUBOIS : Pulsed eddy current technology : characterizing material loss with gap and lift-off variations. *Res Nondestructive Eval*, 13(3):119–129, 2001.
- [Had02] Jacques HADAMARD : Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, pages 49–52, 1902.
- [HIJP03] S. HERMOSILLA-LARA, P.-Y. JOUBERT et D. PLACKO : Identification of thermal and optical effects for the detection of open-crack in photo-thermal non destructive testing. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, 24(3):223–229, décembre 2003.
- [HT87] Peter HALL et D. M. TITTERINGTON : Common Structure of Techniques for Choosing Smoothing Parameters in Regression Problems. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 49(2):184–198, 1987.
- [Ida94] Nathan IDA : Numerical modeling for electromagnetic non-destructive evaluation. *Kluwer Academic Publisher*, 1994.
- [Jac] Nicolas JACQUES : Optimisation volumique des filtres CEM et des dissipateurs utilisés dans une alimentation à découpage, prise en compte des effets parasites. Rapport technique, Schneider Electric.
- [JLB04] P.-Y. JOUBERT et Y. LE BIHAN : Eddy Current Data Fusion for the Enhancement of Defect Detection in Complex Metallic Structures. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 19(1-4):647–651, 2004.
- [JLDP07] Pierre-Yves JOUBERT, Yohan LE DIRAISON et Jean PINASSAUD : A linear magneto-optical imager for non-destructive evaluation. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 25(1-4):297–305, 2007.

- [JVTLD10] P.-Y. JOUBERT, E. VOUREC'H, A. TASSIN et Y. LE DIRAISON : Source separation techniques applied to the detection of subsurface defects in the eddy current ndt of aeronautical lap-joints. *NDT & E International*, 43(7):606 – 614, 2010.
- [KFKA00] A.K. KROMINE, P.A. FOMITCHOV, S. KRISHNASWAMY et J.D. ACHENBACH : Laser ultrasonic detection of surface breaking discontinuities : scanning laser source technique. *Materials Evaluation*, 58(2), février 2000.
- [LB00] Yann LE BIHAN : *Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aubes de turbine creuses*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2000.
- [LB02a] Yann LE BIHAN : Lift-off and tilt effects on eddy current sensor measurements : A 3-D finite element study. *EPJ Applied Physics*, 17(1):25–28, janvier 2002.
- [LB02b] Yann LE BIHAN : Study on the transformer equivalent circuit of eddy current nondestructive evaluation. *NDT&E international*, 36(2003):297–302, 13 novembre 2002.
- [LD08] Yohan LE DIRAISON : *Imagerie à courants de Foucault pour l'évaluation non-destructive de structures rivetées aéronautiques*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, novembre 2008.
- [LDJP09] Y. LE DIRAISON, P.-Y. JOUBERT et D. PLACKO : Characterization of subsurface defects in aeronautical riveted lap-joints using multi-frequency eddy current imaging. *NDT&E Int*, 40:133–140, 2009.
- [Lib71] H.L. LIBBY : Introduction to electromagnetic nondestructive test methods. *New York : Wiley*, 1971.
- [LS00] F. LINGVALL et T STEPINSKI : Automatic detecting and classifying defects during eddy current inspection of riveted lap joints. *NDT&E Int*, 33(1):47–55, 2000.
- [Mad98] Nadia MADAOUÏ : *Conception et modélisation d'un dispositif expérimental pour la reconstruction tomographique d'images 3D par courants de Foucault*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud, juillet 1998.
- [Mil98] Dominique MILLER : *Contribution à l'étude et à la réalisation d'une sonde multiéléments à courants de Foucault et de l'instrumentation associée, destinée à la détection et à la reconstruction tomographique de défauts dans les tubes de générateurs de vapeur*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 16 décembre 1998.
- [MKG96] A. MASSARINI, M.K. KAZIMIERCZUK et G. GRANDI : Lumped Parameter Models for Single- and Multiple-Layer Inductors. *IEEE*, 1996.
- [MMS08] Gerhard MOOK, Fritz MICHEL et Jouri SIMONIN : Low Frequency Eddy Current Arrays With Video Clock. 2008.
- [Pai07] Séverine PAILLARD : *Développement d'un modèle pour le contrôle non destructif par courants de Foucault de structures rivetées en aéronautique*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud XI, 6 décembre 2007.
- [PB02] D. PRÉMEL et A. BAUSSARD : Eddy current evaluation of 3D flaws in flat conductive materials using a bayesian approach. *Inverse Problems*, 18(6):1873–1889, 2002.
- [PG07] J. PÁVÓ et S. GYIMÓTHY : Adaptive inversion database for electromagnetic non-destructive evaluation. *NDT&E Int*, 40:192–202, 2007.

- [PK07] Dominique PLACKO et Tribikram KUNDU : *DPSM for modeling engineering problems*. 2007.
- [Rav08] Cyril RAVAT : *Conception de multicapteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif*. Thèse de doctorat, Faculté des sciences d'Orsay, Université Paris-sud 11, 15 décembre 2008.
- [RJLB<sup>+</sup>09] Cyril RAVAT, Pierre-Yves JOUBERT, Yann LE BIHAN, Claude MARCHAND, M WOYTASIC et E DUFOUR-GERGAM : Non-destructive evaluation of small defects using an eddy current microcoil sensor array. *Sensor Letters*, 7:400–405, 2009.
- [ROF92] Leonid I. RUDIN, Stanley OSHER et Emad FATEMI : Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 60(1-4):259 – 268, novembre 1992.
- [RTV<sup>+</sup>07] G. RUBINACCI, A. TAMBURRINO, S. VENTRE, Pierre-Yves JOUBERT et J. PINASSAUD : Numerical modeling of a continuous level Eddy Current Imager. *ENDE*, pages 33–40, 2007.
- [SDK05] R. SMID, A. DOCEKAL et M. KREIDL : Automated classification of eddy current signatures during manual inspection. *NDT&E Int*, 38:462–470, 2005.
- [SS86] H.A. SABBAGH et L.D. SABBAGH : Verification of an eddy current flaw inversion algorithm. *IEEE Trans on Magnetics*, (6):1881–1886, 1986.
- [SSK<sup>+</sup>10] Henri SEPPÄNEN, Robert SCHÄFER, Ivan KASSAMAKOV, Peter HAUPTMANN et Edward HAEGGSTRÖM : Automated optical method for ultrasonic bond pull force estimation. *Microelectronic Engineering*, 87(9):1796 – 1804, novembre 2010. 11th SEMATECH Surface Preparation and Cleaning Conference.
- [STTR02] Ali SOPHIAN, Guy Yun TIAN, David TAYLOR et John RUDLIN : A feature extraction technique based on principal component analysis for pulsed Eddy current NDT. *NDT&E International*, 36:37–41, 10 septembre 2002.
- [TS01] Hans TREY et Hans-Juergen SCHMIDT : Programme for Life Extension and Widespread Fatigue Damage Evaluation to Ensure Continued Structural Integrity of Airbus Large Transport Category Airplanes. Rapport technique, EADS Airbus GmbH, 2001.
- [VAGP07] F. VACHER, F. ALVES et C. GILLES-PASCAUD : Eddy current non destructive testing with giant magneto-impedance sensor. *NDT & E International*, 40(6): 439–442, septembre 2007.
- [Wei08] Pierre WEISS : *Algorithmes rapides d'optimisation convexe. Applications à la restauration d'images et à la détection de changements*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 21 novembre 2008.
- [YHM07] N. YUSA, H. HUANG et K. MIYA : Numerical evaluation of the ill-posedness of eddy current problems to size real cracks. *NDT&E Int*, 40:185–191, 2007.
- [Zan01] M.-L. ZANI : CND par ultrasons : le "sans contact" est prêt mais... *Mesures*, avril 2001.