



**HAL**  
open science

# Modélisation et Optimisation d'un ensemble convertisseur-machine. Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse.

Xavier Jannot

► **To cite this version:**

Xavier Jannot. Modélisation et Optimisation d'un ensemble convertisseur-machine. Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse.. Energie électrique. Supélec, 2010. Français. NNT: . tel-00565693v1

**HAL Id: tel-00565693**

**<https://theses.hal.science/tel-00565693v1>**

Submitted on 14 Feb 2011 (v1), last revised 2 Jul 2013 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2010-04-TH

THÈSE DE DOCTORAT

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

École Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des  
Télécommunications et des Systèmes »

Présentée par :

Xavier JANNOT

Sujet :

MODÉLISATION ET OPTIMISATION D'UN ENSEMBLE  
CONVERTISSEUR-MACHINE  
Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse

Soutenue le 2 décembre 2010 devant les membres du jury :

Mme Afef LEBOUC	G2Elab	Présidente
M. Pascal BROCHET	L2EP	Rapporteur
Mme Juliette SOULARD	KTH Royal Institute of Technology	Rapporteur
M. Mircea RADULESCU	Universitatea Tehnică Cluj-Napoca	Examineur
M. Adel RAZEK	LGEP	Examineur
M. Daniel SADARNAC	Supélec	Directeur de thèse
M. Jacques SAINT-MICHEL	Moteurs Leroy-Somer	Examineur
M. Jean-Claude VANNIER	Supélec	Co-encadrant



*Point n'est besoin d'espérer pour entreprendre ni de réussir pour persévérer.*  
Guillaume le Taciturne

*Il faut commencer.*  
Inconnu



# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier en premier lieu M. J.-C. VANNIER, directeur du département d'Électrotechnique et de Systèmes d'Énergie de Supélec, pour m'avoir accueilli au sein de son département et dans le cadre de l'union de laboratoires SPEE LABS et pour son implication dans la recherche d'un sujet de recherche qui s'est avéré être une passion.

Cette thèse n'aurait pas eu lieu sans le concours de la société Moteurs Leroy-Somer qui a proposé et financé ce sujet d'étude. Ce fut un très grand plaisir d'avoir pu travailler dans ce contexte d'échange industriel et scientifique de très grande qualité et avec beaucoup de liberté dans l'exploration de différentes voies. Je suis donc extrêmement reconnaissant à MM. F. PELTIER, C. PETIT, C. PLASSE, J. SAINT-MICHEL, C. ANDRIEUX et M. TIENTCHEU. C'est également avec beaucoup d'enthousiasme que je les rejoins à l'issue de cette thèse avec la volonté de continuer à apprendre de leurs grandes expériences.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à M. D. SADARNAC, mon directeur de thèse, ainsi qu'à MM. M. GABSI (SATIE ENS Cachan), C. MARCHAND (LGEP) et J.-C. VANNIER, mes encadrants, pour leur disponibilité et pour les réponses et conseils qu'ils ont su m'apporter lors de nos discussions tout au long de ces années de travail. Ils m'ont donné le goût et la passion des machines électriques ainsi que la rigueur dans le travail.

Je souhaite également associer à ce travail les enseignants de Supélec MM. P. DESSANTE et P. LEFRANC pour les multiples échanges fructueux de fichiers, d'idées et de points de vue.

Je veux maintenant faire part de toute ma reconnaissance aux membres de mon jury de thèse et particulièrement à Mme A. LEBOUIC (G2ELAB) pour m'avoir fait l'honneur de le présider. Que Mme J. SOULARD (KTH) et M. P. BROCHET (L2EP) trouvent ici mes plus vifs remerciements pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant la lourde tâche d'en être les rapporteurs. Ainsi que MM. M.M. RADULESCU (UNIVERSITATEA TEHNICĂ CLUJ-NAPOCA) et A. RAZEK (LGEP) pour m'avoir fait le plaisir d'examiner cette thèse.

Il est temps maintenant de remercier ceux qui font partie des « à côtés » du doctorat mais qui ont une contribution inestimable de part l'ouverture scientifique et les moments de détente qu'ils m'ont apportés. Je veux remercier tout particulièrement Pierre qui a d'abord été mon collègue de bureau puis mon ami pendant ces trois années. Nous avons partagé ensemble de très nombreuses idées et progressé dans notre construction intellectuelle ainsi que dans notre pratique de la pêche sportive ! Je dois exprimer à reconnaissance à Amir qui m'a mis le pied à l'étrier en ce qui concerne l'enseignement et pour m'avoir transmis une part de ses grandes qualités pédagogiques. Je remercie tous mes camarades doctorants : Ange, Delphine, Maialen, Natalie, Soukayna, Wilfried, Hermann, Miguel, Adel, Jing, Christophe, Mathieu, Nicolas, Haitham, Christophe, Nam, Gilbert et Benjamin (qui reprend le flambeau) pour les discussions agréables lors de nos pauses café.

Je conclus cet exercice difficile en remerciant ma famille et ma compagne, Sandra, pour m'avoir encouragé à faire cette thèse tant que j'étais dans la continuité de ma formation initiale ; pour m'avoir supporté (dans plusieurs des sens de ce terme) toutes ces années.



# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>11</b>
------------------------------	-----------

---

<b>PARTIE I ÉTAT DE L'ART SUR LA CONCEPTION, SUR LA MODELISATION ET SUR LES SYSTEMES D'ENTRAINEMENT A HAUTE VITESSE</b>	<b>17</b>
---	-----------

---

<b>I. INTRODUCTION</b>	<b>18</b>
<b>II. CONCEPTION DE SYSTEMES</b>	<b>19</b>
II.A. UNE DEFINITION DE LA CONCEPTION	19
II.B. APPROCHE SCIENCE DES SYSTEMES : LES INTERACTIONS ENTRE ELEMENTS	24
II.C. LA CONCEPTION PAR OPTIMISATION DE SYSTEMES	31
<b>III. LA MODELISATION DES ELEMENTS DU SYSTEME</b>	<b>33</b>
III.A. LES TYPES DE MODELES	33
III.B. EXEMPLES DE COUPLAGES DE MODELES ET DE METHODES D'OPTIMISATION	35
<b>IV. LA PROBLEMATIQUE DE LA HAUTE VITESSE</b>	<b>39</b>
IV.A. COTE MACHINE	39
IV.B. COTE ONDULEUR	53
<b>V. NOTRE APPROCHE, NOTRE APPLICATION</b>	<b>58</b>

---

<b>PARTIE II MODELISATION ANALYTIQUE MULTIPHYSIQUE</b>	<b>61</b>
--	-----------

---

<b>I. MODELISATION ANALYTIQUE GLOBALE DU SYSTEME</b>	<b>62</b>
<b>II. MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE DE LA MACHINE</b>	<b>64</b>
II.A. INTRODUCTION	64
II.B. EXPRESSIONS DES GRANDEURS ELECTROMAGNETIQUES	66
II.C. VALIDATION DES PARAMETRES ELECTROMAGNETIQUES PAR SIMULATION EF	78
II.D. CONCLUSION SUR LA MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE	84
<b>III. MODELISATION ELECTRIQUE</b>	<b>85</b>
III.A. RESOLUTION HARMONIQUE DES COURANTS	85
III.B. VERIFICATION PAR COMPARAISON A UNE SIMULATION TEMPORELLE	95
III.C. VERIFICATION PAR COMPARAISON A DES SIMULATIONS PAR ELEMENTS FINIS	98
III.D. VERIFICATION PAR COMPARAISON A UNE MESURE EXPERIMENTALE	102
III.E. CONCLUSION SUR L'APPROCHE DE RESOLUTION HARMONIQUE	104
<b>IV. EXPRESSION DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE</b>	<b>105</b>
IV.A. EXPRESSION ANALYTIQUE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE	105
IV.B. VERIFICATION PAR ELEMENTS FINIS	110
IV.C. CONCLUSION SUR LE CALCUL DU COUPLE	118
<b>V. MODELISATION DES PERTES DU SYSTEME</b>	<b>119</b>
V.A. PERTES DANS LES ONDULEURS	119
V.B. PERTES PAR EFFET JOULE	123
V.C. PERTES FER	127
V.D. PERTES DANS LES AIMANTS	138
V.E. PERTES AERODYNAMIQUES	148
V.F. CONCLUSION SUR LA MODELISATION DES PERTES DU SYSTEME	150
<b>VI. MODELISATION THERMIQUE</b>	<b>152</b>

VI.A.	MODELISATION THERMIQUE PAR APPROCHE NODALE	152
VI.B.	MODELE THERMIQUE DE L'ONDULEUR EN REGIME PERMANENT	153
VI.C.	MODELE THERMIQUE DE LA MACHINE EN REGIME PERMANENT	154
VI.D.	CONCLUSION SUR LA MODELISATION THERMIQUE	164
<b>VII.</b>	<b>MODELISATION MECANIQUE DU ROTOR</b>	<b>166</b>
VII.A.	CONTRAINTES MECANQUES DANS LE MOYEU	166
VII.B.	CONTRAINTE MECANIQUE SUR L'ARBRE	170
VII.C.	CALCUL DES DEFORMATIONS STATIQUES ET DYNAMIQUES	171
VII.D.	CONCLUSION SUR LA MODELISATION MECANIQUE	172
<b>VIII.</b>	<b>MODELISATION TECHNICO-ECONOMIQUE</b>	<b>173</b>
VIII.A.	COUT DE LA MACHINE	173
VIII.B.	COUT DE L'ONDULEUR	174
VIII.C.	CONCLUSION SUR LA MODELISATION DU COUT DU SYSTEME	175
<b>IX.</b>	<b>CONCLUSION SUR LA MODELISATION ANALYTIQUE DU SYSTEME</b>	<b>176</b>

### **PARTIE III MISE EN ŒUVRE DE LA DEMARCHE DE CONCEPTION PAR OPTIMISATION ET APPLICATION** **177**

<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION : COUPLAGE DE LA MODELISATION MULTIPHYSIQUE A UNE APPROCHE DE CONCEPTION PAR OPTIMISATION</b>	<b>178</b>
<b>II.</b>	<b>MISE EN ŒUVRE DE LA DEMARCHE DE CONCEPTION PAR OPTIMISATION</b>	<b>179</b>
II.A.	PRESENTATION DE L'APPROCHE SEQUENTIELLE	179
II.B.	DESCRIPTION DE LA METHODE D'OPTIMISATION : L'ALGORITHME GENETIQUE	182
II.C.	OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS : FRONT DE PARETO	185
II.D.	DIFFICULTES DANS L'APPROCHE SEQUENTIELLE	187
II.E.	CONCLUSION SUR LA MISE EN ŒUVRE DE L'APPROCHE DE CONCEPTION OPTIMALE SEQUENTIELLE	187
<b>III.</b>	<b>APPLICATION A LA CONCEPTION DE SYSTEMES D'ENTRAINEMENT</b>	<b>188</b>
III.A.	UN EXEMPLE DE DEMARCHE DE CONCEPTION TYPE « INGENIEUR »	188
III.B.	PREMIERE APPLICATION	189
III.C.	DEUXIEME APPLICATION	203
<b>IV.</b>	<b>CONCLUSION SUR L'APPLICATION DE LA METHODOLOGIE A LA CONCEPTION</b>	<b>211</b>

### **CONCLUSION GENERALE** **213**

### **ANNEXES** **219**

<b>I.</b>	<b>CALCUL DES INDUCTANCES DE FUITES</b>	<b>220</b>
<b>II.</b>	<b>RESOLUTION HARMONIQUE DES EQUATIONS ELECTRIQUES DE PARK</b>	<b>222</b>
<b>III.</b>	<b>EXPRESSION DES DERIVEES DES FLUX INTERVENANT DANS LE CALCUL DU COUPLE</b>	<b>225</b>
<b>IV.</b>	<b>CARACTERISATION D'UNE MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS EN SURFACE</b>	<b>228</b>
<b>V.</b>	<b>RESULTATS DE LA MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE PAR ELEMENTS FINIS</b>	<b>232</b>
V.A.	CALCUL DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE POUR LA PREMIERE APPLICATION	232
V.B.	CALCUL DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE POUR LA DEUXIEME APPLICATION	236

**NOMENCLATURE** **239**

---

**REFERENCES** **247**

---



# **INTRODUCTION GENERALE**

---

## I. Introduction Générale

---

L'apparition de circuits électroniques de puissance fiables ces dernières décennies a permis d'élargir le domaine des possibilités des systèmes de conversion électromécanique. La mise en commun de ces convertisseurs statiques avec les machines de conversion électromécanique a fait apparaître des phénomènes et des comportements qui jusque là étaient peu considérés. Il pouvait s'agir entre autres d'augmentation des pertes, de pollution électromagnétique et sonore, d'ondulations de couple ou encore de diminution de la durée de vie du système. Il existe donc des phénomènes propres au système, et non aux composants pris séparément, qui nécessitent une approche de conception plus élaborée et qui contribuent à l'émergence d'une nouvelle discipline de l'ingénierie : la science des systèmes.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés à la manière de concevoir un système d'entraînement en y intégrant les interactions entre ses constituants dès les premières étapes du processus de conception. Les entraînements que nous considérons plus en détail dans ce manuscrit auront la particularité de fonctionner à vitesse élevée. Ce travail a été réalisé en partenariat avec la société Moteurs Leroy-Somer qui s'intéresse au développement de compresseurs centrifuges à haute vitesse.

Un système d'entraînement est généralement constitué d'un convertisseur statique qui alimente une machine électrique. Il s'agit bien d'un système dans le sens où il est composé de plusieurs éléments (un convertisseur statique et un convertisseur électromécanique). Dès lors qu'on souhaite concevoir un ensemble onduleur-machine, quelle que soit sa vitesse de fonctionnement, il est judicieux de considérer le système dans sa totalité. Cela est d'autant plus nécessaire si on désire obtenir un système globalement optimal. Si les éléments du système sont conçus séparément de manière optimale, puis réunis, le système complet n'est pas nécessairement optimal ; il peut être qualifié de sous-optimal.

Concevoir un système nécessite de connaître son fonctionnement. Ainsi la première étape du processus de conception consiste à analyser le système, puis ensuite à le modéliser. La phase de modélisation a pour objet d'en décrire mathématiquement le comportement physique. Dans l'approche « système » qui doit être développée, la modélisation doit porter sur le comportement des éléments du système mais également, et au même niveau, sur leurs interactions. Lorsqu'il s'agit de concevoir un composant le concepteur doit identifier les champs de la physique qu'il est pertinent de considérer. De la même manière, lors de la conception d'un système, le concepteur doit modéliser les interactions significatives entre les différents éléments. Ainsi la délimitation des domaines de la physique et des interactions à considérer font appel à l'expérience et au savoir faire du concepteur.

Pour illustrer ce propos, nous pouvons donner un premier exemple d'interaction. Lorsque la machine est alimentée par un onduleur piloté en modulation de largeur d'impulsions, la fréquence de découpage doit alors être choisie avec précaution. Une fréquence de découpage trop élevée conduirait à un échauffement excessif des semi-conducteurs de l'alimentation. D'un autre côté, une faible fréquence de découpage induirait des formes d'ondes de courant distordues qui pourraient dégrader les performances de la machine électrique. La fréquence de découpage constitue donc un paramètre de conception de premier ordre pour le système complet.

Ce premier constat montre bien les interactions qui peuvent exister au sein du système onduleur-machine ainsi que l'importance de considérer tous les éléments du système lors de

sa conception. Les interdépendances évoquées ci-avant peuvent être d'autant plus marquées que la fréquence de découpage est proche de la fréquence du fondamental. Or il se trouve que les systèmes d'entraînement de très forte puissance ou à vitesse élevée sont dans cette situation. En raison des particularités de l'application visée, il semble alors nécessaire d'adopter une approche « système » afin de concevoir ce type d'entraînement.

Les systèmes d'entraînement électriques à haute vitesse sont intéressants car ils permettent d'améliorer certaines performances des procédés dans lesquels ils sont intégrés. Leur utilisation peut permettre d'augmenter la puissance massique – donc l'amélioration de la compacité – ou encore d'accroître le rendement de la chaîne de conversion. Par exemple, un compresseur centrifuge fonctionne d'autant mieux qu'il tourne vite et il est possible de diminuer le temps de cycle d'une machine outil et d'en augmenter sa précision en élevant sa vitesse de rotation.

Le domaine de fonctionnement de ce type d'entraînement génère des contraintes particulières sur le convertisseur et sur la machine. De ce fait, la conception d'un tel système présente un certain nombre de difficultés. Ainsi, une vitesse de rotation élevée peut impliquer des tensions et fréquences importantes. Ceci conduit à deux développements. Des niveaux de tensions élevés amènent à s'interroger sur le choix de la topologie du convertisseur d'alimentation la plus adaptée à ces niveaux de tensions. Au-delà de la question structurelle sur l'alimentation se pose la réflexion sur ses aspects fonctionnels. Comme il l'a été écrit précédemment, à haute vitesse, la fréquence de découpage de l'onduleur peut être proche de celle du fondamental. Ce mode de fonctionnement s'éloigne de celui idéalisé, dans lequel les formes d'ondes de courant ne sont plus strictement contrôlées, et présente des conséquences sur les harmoniques de couple, sur les pertes ainsi que sur les échauffements dans le système. Il faut alors étudier plus en détail le fonctionnement du système, ce qui peut conduire à piloter l'onduleur en modulation de largeur d'impulsions ou en pleine onde.

En plus des particularités de la haute vitesse sur le fonctionnement du système, il y a également des contraintes inhabituelles qui s'exercent sur les composants du système. La machine électrique est le lieu de pertes aérodynamiques importantes et de contraintes thermiques et mécaniques marquées. L'onduleur pour sa part fonctionne à des niveaux de fréquences élevés qui se traduisent par des pertes importantes, notamment en commutation, qui conduisent les puces semi-conductrices à travailler à leur limite thermique. Les considérations évoquées à propos de la machine et de l'onduleur nécessitent de caractériser le système à l'aide d'une modélisation multiphysique. Ceci afin de concevoir des systèmes d'entraînement qui vérifient les performances demandées et qui soient pérennes thermiquement et mécaniquement.

La modélisation multiphysique du système permet de passer à la suite du processus de conception où il faut établir les caractéristiques du système qui vont permettre d'atteindre les performances désirées. Il est alors souvent souhaité que la conception d'un système se fasse au mieux suivant des objectifs de coût, de masse, de performances ... La quantité de matière alors nécessaire et suffisante à la réalisation des performances doit être employée. Cette nécessité de concevoir au plus juste implique l'utilisation de modèles relativement précis et de méthodes de conception par optimisation.

Finalement, la problématique initialement posée nous conduit à adopter une approche système, basée sur une modélisation multiphysique, et à utiliser des procédés de dimensionnement par optimisation. Cette démarche de conception n'est pas propre aux entraînements à vitesse élevée, elle est applicable dès lors qu'il s'agit de la conception d'un système. Simplement, le domaine de la haute vitesse, où les couplages sont particulièrement

marqués, justifie davantage la nécessité d'une telle approche pour obtenir de bons résultats au niveau systémique.

### ***Objectifs de cette thèse***

La conception de systèmes ainsi que la modélisation des interactions entre leurs différents composants constituent un verrou scientifique important qu'il est proposé de lever en partie dans ce mémoire. L'objectif de cette thèse est alors de proposer une démarche de conception optimale d'un système d'entraînement à haute vitesse basée sur une modélisation multiphysique des composants de cet ensemble et sur une description fine de leurs interactions.

Le cœur de la modélisation des interactions que nous proposons réside dans le modèle électrique du système car c'est le couplage principal entre l'onduleur et la machine. Celui-ci permet de déterminer, en régime permanent, la forme d'onde des courants dans la machine à partir de la forme d'onde des tensions délivrées par l'onduleur. Cette approche présente un degré de précision supplémentaire par rapport aux modèles classiques qui ne considèrent que les fondamentaux des formes d'ondes des grandeurs électriques. Il est ensuite possible de déterminer l'influence de ces grandeurs électriques sur la qualité du couple et sur les pertes dans le système. Les modèles estimant lesdites grandeurs seront développés de manière à être suffisamment précis pour caractériser avec sens les interdépendances entre les composants du système et pour apporter des éléments de réponse à des questions telles que :

*Les pertes du système doivent-elles être reportées dans l'onduleur (fréquence de découpage élevée) ou dans la machine (fréquence de découpage faible) ? Et quels sont les impacts sur les ondulations de couple, le rendement ou encore le coût du système ?*

En raison du fonctionnement à haute vitesse, nous développerons une modélisation multiphysique de l'onduleur et de la machine. Ces modèles sont nécessaires car il y a des précautions à prendre lors du dimensionnement d'une machine rapide ; précautions qui ne sont pas toujours nécessaires lors de la conception de machines plus conventionnelles. Un de nos objectifs est ainsi d'établir des modèles, pour certains couplés : électromagnétique, thermique, mécanique ou encore technico-économique.

Dans l'objectif de concevoir par optimisation, une contrainte de modélisation est de développer des modèles analytiques légers qui s'intègrent aisément dans une procédure de conception itérative sans pénaliser les temps de calcul. Les modèles analytiques, développés sur la base d'hypothèses simplificatrices, ne conduiront probablement pas à la solution réellement optimale. Ainsi, dans l'idée de réduire les écarts entre la réalité et la modélisation, des outils plus précis sont employés dans une seconde phase de la conception. L'ensemble du processus de conception par optimisation en deux étapes est dit « hybride » et fait appel successivement à des modèles analytiques puis à une combinaison de modèles analytiques et par éléments finis.

La méthode élaborée sera alors appliquée à la conception de deux systèmes d'entraînement pour des applications devant respecter les conditions définies par un cahier des charges tout en prenant en compte des aspects technico-économiques. Finalement l'analyse des résultats obtenus nous permettra de faire ressortir des caractéristiques importantes des systèmes d'entraînement à haute vitesse.

Nous nous efforcerons donc d'atteindre les objectifs suivants :

- développer une modélisation analytique multiphysique d'un système d'entraînement onduleur-machine à haute vitesse ;
- mettre en œuvre une démarche de conception par optimisation mêlant modèles analytiques et modèles numériques ;
- appliquer cette approche de dimensionnement à deux cas et tirer des conclusions sur les entraînements à vitesse élevée.

### ***Plan du manuscrit***

Ce manuscrit est composé de la présente introduction, de trois parties correspondant au corps de ces travaux de recherche, et d'une conclusion générale.

Afin d'atteindre les objectifs de cette thèse, une première partie bibliographique analyse l'état de l'art en matière de conception optimale de systèmes, elle aborde ensuite les différents types de modélisation à la disposition du concepteur, et enfin elle présente les particularités des systèmes d'entraînement à haute vitesse. Ces spécificités sont relatives à la machine électrique comme à l'onduleur et concernent les aspects électrique, magnétique, thermique et mécanique. À l'issue de cette partie, nous pouvons établir les topologies de systèmes d'entraînement adaptées aux hautes vitesses, définir la nature des modèles que nous devons développer et décider de l'approche de conception optimale à mettre en œuvre.

La seconde partie du mémoire est dédiée à la modélisation analytique multiphysique du système en prenant soin de caractériser finement les interactions entre les éléments. En premier lieu, une modélisation électromagnétique de la machine permet de déterminer les paramètres électriques de la machine (inductances synchrones et force électromotrice) dans la théorie des deux axes de Blondel, en fonction des caractéristiques de la machine. Ces paramètres sont utilisés dans le modèle électrique, mettant en œuvre une approche harmonique originale, afin de déterminer les formes d'ondes des courants et du couple en régime permanent, à partir de la connaissance des tensions appliquées à la machine ; donc en fonction du pilotage de l'onduleur, car c'est ce dernier qui impose les tensions aux bornes de la machine. Ensuite, différents postes de pertes dans la machine (effet Joule, fer, aérodynamiques) et dans l'onduleur (conduction et commutation) sont modélisés en intégrant les formes d'onde des grandeurs électriques en régime permanent. Ces multiples pertes sont à l'origine d'échauffements dans le système qu'une modélisation thermique permettra d'évaluer. Le comportement mécanique de la machine est modélisé du point de vue des contraintes statiques et également des contraintes dynamiques. Enfin la modélisation technico-économique du système, qui donne une évaluation du coût du système en fonction des caractéristiques de ses composants, vient clôturer cette seconde partie.

La dernière partie du mémoire est consacrée à la mise en œuvre de la modélisation multiphysique au sein d'une démarche de conception hybride et à son application à la conception de deux systèmes d'entraînement. Le premier fonctionne à 20 000 tr/min et doit développer 30 kW ; il faudra maximiser le rendement global de la conversion et minimiser simultanément le coût global du système. Le second système à dimensionner doit tourner à 7 200 tr/min pour un encombrement limité ; il s'agira de maximiser le couple dans l'espace disponible. Ces deux dimensionnements, dont les variables d'optimisation sont relatives à la machine (dimensions géométriques, propriétés des matériaux, constitution du bobinage), à l'onduleur (caractéristiques de la modulation de largeur d'impulsions) et à la commande du système (angle de pilotage), seront effectués en régime permanent et sous contraintes thermique, électromagnétique et mécanique.

Enfin la conclusion générale reprendra les principaux apports de ce travail de recherche et évoquera certaines perspectives et d'éventuels axes de développement.



## **PARTIE I**

# **ÉTAT DE L'ART SUR LA CONCEPTION, SUR LA MODELISATION ET SUR LES SYSTEMES D'ENTRAINEMENT A HAUTE VITESSE**

---

## I. Introduction

---

L'objectif de ce travail de recherche est de proposer une démarche de conception adaptée aux systèmes d'entraînement à haute vitesse.

Le premier des objectifs est de concevoir. À cet effet, il faut s'intéresser aux différentes méthodes de conception car elles peuvent conditionner la suite de la démarche. Etant donné qu'il s'agit de concevoir un système, nous aborderons les particularités de conception liées à une approche système, notamment celles qui concernent les interactions entre les différents éléments d'un système.

L'élaboration d'un système passe en premier lieu par la connaissance de son comportement, c'est la phase d'analyse. Celle-ci doit déboucher sur une description mathématique des phénomènes physiques qui régissent le comportement des éléments du système, c'est la phase de modélisation. Cette dernière sert de support à la conception car elle permet de prédire les performances du système en fonction de ses caractéristiques. Nous verrons alors quels sont les types de modélisation qui peuvent être impliqués dans la conception et comment ceux-ci peuvent être combinés avec différentes méthodes d'optimisation. À ce stade il est possible d'établir différentes combinaisons possibles entre les types de modèle et les approches de conception.

Ces généralités sur la conception et la modélisation de systèmes seront complétées par une présentation des caractéristiques des systèmes d'entraînement à haute vitesse. Une analyse des particularités de ce type de fonctionnement est menée car celles-ci peuvent influencer notablement la topologie du système, le contenu de la modélisation des éléments du système, et la description des interactions entre les composants.

Cette partie est donc consacrée à une revue de l'art en ce qui concerne, premièrement, les problématiques de conception de systèmes, puis les types de modélisation disponibles pour caractériser le comportement d'un composant, et enfin les particularités liées au fonctionnement des entraînements à vitesse élevée.

---

## II. Conception de systèmes

---

### *II.A. Une définition de la conception*

La conception de systèmes est l'activité permettant de définir les caractéristiques de ces mêmes systèmes afin de répondre à un besoin, à des performances spécifiques. Celles-ci sont souvent formulées dans un cahier des charges qui définit les performances attendues du système et les diverses contraintes qu'il doit satisfaire. La frontière est parfois ténue entre ce qui est formulé comme une contrainte et ce qui l'est comme un objectif à atteindre en termes de performances.

Plusieurs étapes jalonnent l'action de conception comme le définit [Mak06] : le choix d'une structure de système potentiellement intéressante, la modélisation de la structure élue, le dimensionnement et enfin l'analyse et la validation des solutions. Si l'une de ces étapes ne peut être menée à terme, la procédure de conception doit être reprise en revenant aux étapes précédentes.

Cette approche classique de conception peut être nuancée par ce qui est connu sous le nom d'*optimisation topologique*. Dans l'approche classique, une structure est choisie puis ses dimensions sont optimisées. L'optimisation topologique consiste, à partir d'une feuille blanche, à laisser l'optimiseur remplir l'espace de dimensionnement avec les matériaux et propriétés physiques qui vont conduire à optimiser les caractéristiques du dispositif. Au cours du processus d'optimisation, la structure optimale se dessine. Cette approche a été employée dans la conception optimale de pièces polaires rotoriques [Ile05], dans la conception de butées magnétiques [Lab09] ou encore dans l'élaboration de pompes électromagnétiques [Den09].

Nous focaliserons le propos sur l'approche de conception usuelle où le choix d'une structure est un préalable. Le problème de conception devient alors un problème de dimensionnement optimal. Pour le résoudre il faut être en mesure de relier les caractéristiques du système à ses performances, c'est l'étape de modélisation. La plupart du temps il est plus aisé d'effectuer l'opération inverse : exprimer les performances en fonction des caractéristiques du système. La relation qui permet cela est appelée modèle direct ou modèle d'analyse. L'écriture de ce type de modèles est plus naturelle que la définition de la relation réciproque, qui n'est pas toujours univoque : une infinité de solutions peuvent alors satisfaire les spécifications du système [Esp99] [Vid04] [Mes08].

#### **II.A.1) La méthode essai-erreur**

Il n'est pas nécessaire de déterminer explicitement la relation réciproque évoquée précédemment. En effet, il est possible, à partir du modèle direct, de tester des jeux de paramètres ou caractéristiques du système et d'observer si les performances qui en découlent satisfont le cahier des charges. Cette approche est du type essai-erreur. Elle peut être plus ou moins longue en fonction de l'expérience du concepteur. Une approche plus rationnelle consiste tout de même à déterminer la relation entre performances et caractéristiques.

## II.A.2) L’inversion du modèle d’analyse

Une procédure d’inversion du *modèle direct* permet alors de trouver les caractéristiques qui vérifient le cahier des charges. L’inversion peut être effectuée *à la main*, dans le cas où le modèle est écrit sous forme d’un ensemble d’équations analytiques. Dans ce cas le concepteur formule son modèle directement dans le sens de la conception [Bri03]. Ceci dit, l’inversion n’est pas une tâche évidente, on est parfois conduit à n’inverser qu’une partie du système d’équations car ce dernier n’est pas complètement explicite. Dans le cas où le *modèle direct* est formulé par une méthode numérique (type éléments finis par exemple), l’inversion manuelle devient impossible. Dans tous les cas précités, une autre approche consiste à inverser le modèle direct par l’utilisation d’une méthode d’optimisation.

## II.A.3) La conception par optimisation

L’inversion du modèle direct par une méthode d’optimisation est souvent qualifiée de conception par optimisation. Cette approche est maintenant largement diffusée et employée dans la conception de systèmes électrotechniques [Esp99] [Rég03] [Vid04] [Mak06] [[Fon07] Mes07] [Hli08] [Bom09] [Leg09] ou électroniques de puissance [Lar02] [Hel06] [Man09]. Elle nécessite de transformer le problème de conception – formulé par un cahier des charges – en un problème d’optimisation. Nous avons vu qu’un cahier des charges précise les performances d’un système et les contraintes qu’il doit satisfaire. Il a été écrit également que la frontière peut être tenue entre contraintes et performances. Le problème d’optimisation consiste alors à optimiser (maximiser ou minimiser) une ou plusieurs performances du système sous contraintes. Dans le langage des optimiseurs, il s’agit d’optimiser une ou plusieurs *fonctions* sous des *contraintes d’optimisation*. Les performances du cahier des charges peuvent être traduites comme fonctions à optimiser mais il est parfois plus judicieux de les transformer en contraintes d’optimisation. Il en va de même pour les contraintes du cahier des charges. Il est naturel de les traduire en contraintes d’optimisation mais il est parfois plus intéressant de les considérer comme fonctions à optimiser.

Finalement le cahier des charges est transformé en un problème d’optimisation sous contraintes. Dans cette thèse nous emploierons cette approche de conception par optimisation car elle permet d’inverser des modèles d’analyse complexes, de maximiser ou minimiser certaines performances du système et d’en rationaliser la conception.

### *Optimisation mono ou multi-objectifs*

Suivant le nombre d’objectifs à satisfaire on se trouve dans le cas d’optimisations mono ou multi-objectifs. L’optimisation mono-objectif s’entend bien. L’optimisation multi-objectifs consiste à optimiser simultanément plusieurs objectifs, parfois antinomiques. Dans l’industrie, par exemple, il est commun de chercher à obtenir les meilleures performances au meilleur prix, ce qui est contradictoire la plupart du temps. L’optimisation mono-objectif ne pose pas de problème particulier dès lors que la fonction objectif est définie et que l’algorithme a été choisi. L’optimisation multi-objectifs pose le problème de la représentation des solutions. Deux approches philosophiquement différentes existent : la méthode d’agrégation des objectifs et la représentation des objectifs sous forme de surface de Pareto [Col02].

La méthode d’agrégation des objectifs consiste à passer d’une optimisation multi-objectifs à une optimisation monodimensionnelle où la fonction à traiter est une somme pondérée des multiples objectifs initiaux plus facile à résoudre. Cette méthode suppose de connaître au préalable le poids relatif des différents objectifs afin de construire la fonction d’agrégation.

La seconde approche prend comme principe que le concepteur ne sait pas fixer *a priori* les poids des différents objectifs. La représentation par une surface de Pareto permet de reporter la pondération entre les différents objectifs une fois les différentes solutions connues. Une surface de Pareto est un espace de dimension  $n-1$ ,  $n$  étant le nombre d'objectifs.

### Surface de Pareto

Une solution est dite Pareto-optimale si l'amélioration d'un des objectifs se fait au détriment d'au moins un seul des autres objectifs. Si nous prenons le cas d'une optimisation bi-objectifs du rendement et du coût du système de conversion, une solution sera dite Pareto-optimale si l'augmentation du rendement conduit à une augmentation du coût. Si on peut à la fois accroître le rendement et baisser le coût de revient, la solution n'est pas optimale au sens de Pareto. Le concept de domination est alors posé et la Figure 1 illustre sa mise en pratique.

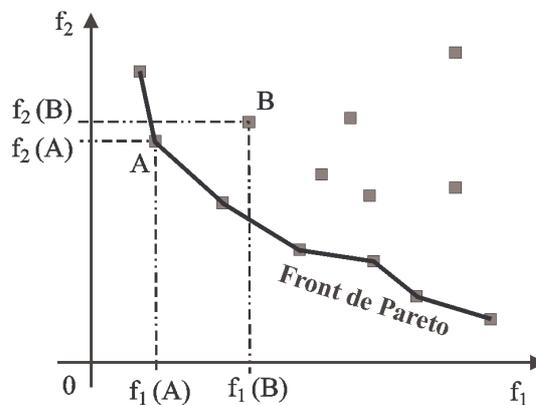


Figure 1 - Exemple de front de Pareto : si les situations préférables sont celles où  $f_1$  et  $f_2$  sont les plus faibles, le point B n'est pas sur le front de Pareto parce qu'il est dominé par le point A. Le point A est dit Pareto-optimal [Mét10].

On peut matérialiser l'ensemble des solutions Pareto-optimales par une frontière. En deux dimensions cela revient à tracer dans le plan un objectif en fonction du second. Si on effectue une optimisation de 3 fonctions objectif, la frontière qui représente l'ensemble des solutions Pareto-optimales, correspondra à une surface.

Finalement, le concepteur effectue son choix parmi l'ensemble des solutions Pareto-optimales. Ceci correspond à une pondération des objectifs après coup. La question du choix d'une solution ne possède pas de réponse unique et dépend de l'application, de son contexte et d'autres considérations annexes (durée de vie, facilité de recyclage...). Par la suite nous ne traiterons que de cas d'optimisations bi-objectifs et nous parlerons donc de *fronts* de Pareto.

Le problème d'optimisation, qu'il soit formulé sous forme uni- ou multidimensionnelle, nécessite l'emploi d'un algorithme d'optimisation afin d'en trouver les solutions. Il existe une grande variété de ces algorithmes que nous allons classer et décrire succinctement.

## II.A.4) Les algorithmes d’optimisation

Il est fréquent de trouver une classification des algorithmes d’optimisation suivant leur caractère déterministe ou stochastique [Hel06] [Mak06]. La différence entre ces deux familles réside dans l’évolution du procédé d’optimisation. En partant d’un point de départ défini, un algorithme déterministe poursuivra toujours la même évolution alors qu’un algorithme stochastique n’aura jamais exactement le même comportement et ne conduira pas exactement à la même solution.

### *Les algorithmes déterministes*

Dans la famille des algorithmes déterministes, on peut réaliser une sous-classification suivant le caractère *direct* ou *indirect* de l’algorithme. On parle également de *l’ordre* de la méthode. Les algorithmes directs, ou d’ordre 0, sont des algorithmes qui utilisent le résultat de la fonction objectif pour déterminer les paramètres d’optimisation du pas suivant. Dans cette catégorie se retrouvent l’algorithme du simplexe de Nelder-Mead [Nel65], les algorithmes de recherche directe [Tor97], la méthode de la mire [Oks00] et d’autres. Ces méthodes ont l’avantage de ne nécessiter que la connaissance de la valeur de la fonction objectif. Par ailleurs ils se comportent mieux que les méthodes indirectes dans les cas où la fonction est bruitée ou discontinue.

On trouve ensuite les méthodes indirectes d’ordre 1 ou 2. Ces algorithmes utilisent les dérivées partielles, d’ordres 1 ou 2 (on comprend alors pourquoi les algorithmes directs sont également qualifiés d’algorithmes d’ordre 0, ils n’ont pas recours au calcul des dérivées partielles), des fonctions objectifs pour converger vers l’optimum. On retrouve dans cette catégorie les méthodes du gradient (descente ou montée) à pas fixe ou variable, la méthode de Newton, le gradient conjugué, la méthode de Levenberg-Marquardt, et d’autres [Oks00]. Ces méthodes nécessitent de connaître – formellement ou numériquement – les dérivées partielles de la fonction. Ceci constitue une difficulté supplémentaire et un des désavantages de ces méthodes. Au rang des inconvénients, on peut également citer la restriction de ces méthodes aux espaces de recherche et de solutions continus. Elles n’ont pas non plus un bon comportement lorsque la fonction est bruitée (fonction numérique par exemple). Elles ont par contre l’avantage de converger rapidement et de permettre d’évaluer la précision du résultat optimal obtenu.

### *Les algorithmes stochastiques*

Les algorithmes stochastiques incluent une part d’aléa dans la recherche de l’optimum, d’où le qualificatif de stochastique. C’est pour cette raison que deux exécutions d’un algorithme sur le même problème ne conduisent pas à la même évolution du processus de convergence. Ils ne nécessitent que la connaissance de la fonction objectif pour progresser. On trouve dans cette catégorie principalement deux classes : les algorithmes traitant des populations de solutions et les algorithmes travaillant sur l’évolution d’une solution dans l’espace de recherche.

#### *Algorithmes à base de population*

Dans les algorithmes à base de population, on trouve principalement des algorithmes évolutionnaires et des algorithmes multi-agents. Ils prennent essence pour la plupart de l’observation de la nature. Ainsi on trouve les algorithmes génétiques, les essais particuliers, les colonies de fourmis, les algorithmes à estimation de distribution, et d’autres [Dré06].

#### *Algorithmes travaillant sur le parcours*

On trouve principalement dans cette catégorie la recherche tabou et le recuit simulé.

Ces méthodes, qui sont en fait des métaheuristiques, ont l'avantage d'œuvrer pour la recherche de l'optimum global là où les méthodes déterministes peuvent conduire à des optima locaux. Elles permettent également, plus ou moins aisément selon les méthodes, de traiter les variables d'optimisation discrètes et les fonctions complexes (non dérivables, non continues, bruitées...). Ces méthodes évoluent selon deux procédés : un procédé de diversification et un procédé d'intensification des recherches. Le premier permet d'explorer l'ensemble de l'espace de recherche et éventuellement de s'échapper d'un extremum local alors que le second processus permet d'intensifier les recherches dans une zone prometteuse de l'espace de recherche. Une difficulté dans l'utilisation de ces algorithmes est de bien régler le curseur entre ces deux tendances. Au rang des inconvénients, on peut relever la relative lenteur de ces méthodes pour atteindre l'extremum – due au nombre d'évaluation – et le manque d'information sur la qualité de cet extremum.

#### *Aptitude des algorithmes à l'optimisation multi-objectifs*

On trouve de nombreuses méthodologies qui permettent de converger vers un front de Pareto [Col02]. On trouve des méthodes mettant en œuvre une succession d'optimisations mono-objectif par agrégation des objectifs (les différentes optimisations correspondent à différentes agrégations des objectifs) et d'autres utilisant des algorithmes stochastiques qui permettent de traiter tous les objectifs simultanément.

Le premier type de méthodes nécessite de procéder en deux temps. L'un des objectifs est transformé en contrainte d'égalité. Pour une valeur du premier objectif, le second objectif est optimisé. On répète ce processus en changeant la valeur de la contrainte d'égalité du premier objectif. Finalement, on sélectionne les solutions non dominées pour constituer le front. Cette mise en œuvre est lourde en calculs et nécessite autant de routines d'optimisation que de points espérés sur le front de Pareto.

On peut réduire la complexité de l'obtention du front de Pareto en utilisant un procédé de type *Multiobjective Optimization Evolutionary Approach* (MOEA). Ces approches basées sur des algorithmes évolutionnaires permettent, en un seul processus, de converger vers le front de Pareto [Zit00]. Avec ce type de méthodes – parmi lesquelles on trouve les algorithmes NSGA-II [Deb02], SPEA2 [Zit01] ou encore NPGA2 [Eri01] –, la population de solutions « s'étale » au cours des itérations le long du front de Pareto.

#### *Choix d'une méthode d'optimisation*

Le choix de la méthode d'optimisation dépend du problème d'optimisation à traiter. Il n'existe pas de méthode d'optimisation plus efficace qu'aucune autre pour traiter tous les problèmes d'optimisation. Il s'agit des conclusions du théorème du *no free lunch* (pas de repas gratuit) [Dré06]. Nous pouvons tout de même constater que lorsqu'il s'agit de traiter des problèmes d'optimisation multi-objectifs les MOEA sont les plus indiquées.

Dans ce travail où nous aborderons des problèmes mono et multi-objectifs, nous n'emploierons qu'un algorithme de type évolutionnaire. Le choix de ce type de méthode sera justifié en partie III de ce mémoire.

### **II.A.5) Gestion des contraintes**

Les contraintes du problème d'optimisation sont de deux natures différentes : celles relatives aux variables d'optimisation (l'espace de recherche est limité) et celles relatives aux grandeurs de sortie du modèle (l'espace des solutions est limité). Les problèmes d'optimisation que nous serons amenés à traiter seront contraints par différents aspects de la Physique (magnétique, thermique, mécanique...), par des contraintes d'industrialisation ainsi que par certaines performances qui pourront être traduites en contraintes.

La formulation des contraintes sur le papier est aisée, il faut ensuite les intégrer à l’algorithme d’optimisation. Nous avons écrit précédemment que nous utiliserons des algorithmes évolutionnaires. Nous allons présenter une manière de prendre en compte les contraintes dans ce type d’algorithmes.

Une façon de procéder est d’utiliser les fonctions pénalités. Ces dernières servent à la gestion des contraintes sur les paramètres d’optimisation tout comme elles peuvent être employées dans la gestion des contraintes sur les grandeurs de sortie. Le principe consiste à altérer la fonction objectif (dite fonction de *fitness*) des solutions qui ne respectent pas les contraintes imposées ; la fonction de fitness étant ce qui permet de classer les éléments d’une population. Cela peut se traduire sous la forme mathématique suivante :

$$f(x) = \phi(x) + \sum_{i=1}^{N_{con}} r_i (\max[0, g_i]) \quad \text{Éq. 1}$$

Avec  $\phi(x)$  la fonction objectif,  $r_i$  le multiplicateur de pénalité, et  $g_i$  une fonction de contrainte. Ainsi un élément de population qui viole une contrainte se verra attribuer une mauvaise fitness et aura une influence toute relative sur la prochaine itération. Il peut cependant être intéressant de conserver les éléments ne possédant pas de bonnes fitness car ils peuvent mener à des éléments admissibles de bonne qualité.

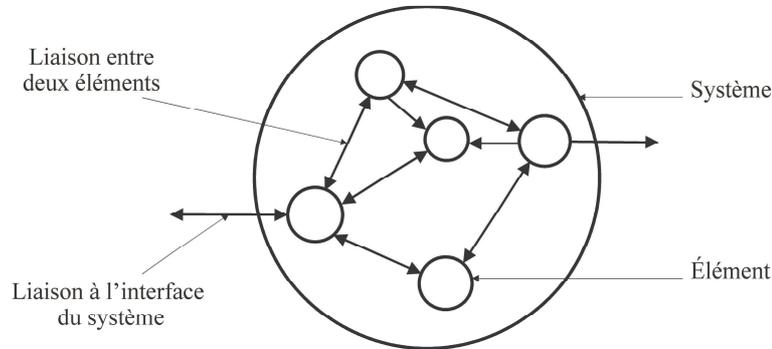
Il faut préciser que pour de nombreux problèmes, l’optimum est atteint lorsque l’une au moins des contraintes de séparation est saturée, c’est-à-dire que celle-ci est située sur la frontière de l’espace admissible. À travers cette observation, il apparaît que la gestion des contraintes en pénalisant la fonction fitness nécessite un certain « dosage ». Ceci afin de ne pas favoriser la recherche de solutions admissibles au détriment de la recherche de l’optimum ou inversement.

## ***II.B. Approche science des systèmes : les interactions entre éléments***

L’approche présentée dans le paragraphe précédent est majoritairement mise en œuvre dans la conception optimale de composants. Pour illustrer l’intérêt de considérer le système dans son ensemble dès la phase de conception, nous pouvons citer les travaux de [Ark05]. Les auteurs se sont intéressés à la combinaison optimale entre la fréquence de découpage de l’onduleur et les pertes dans la machine électrique. Ils ont alors constaté qu’il était préférable, dans le cas étudié, d’alimenter les machines (asynchrones et à aimants permanents) en pleine onde plutôt qu’avec une MLI comportant 6 ou 7 impulsions par période car cela permettait de réduire les pertes dans les machines (il est alors évident que les pertes dans l’onduleur sont aussi réduites). Ces constatations montrent que la conception d’une machine puis le dimensionnement de l’onduleur ne conduit pas à l’optimum global du système, au moins du point de vue des pertes. Seule la prise en compte du système complet dès la phase de conception est à même de conduire vers un système globalement optimal.

L’application de la démarche de conception par optimisation à un système complexe, et non plus à un composant, nécessite des aménagements. D’une manière générale lorsqu’on considère un système formé de plusieurs éléments – cf. Figure 2 – le comportement individuel de chaque élément peut être dépendant de celui des ses voisins. Ainsi l’étude d’un système passe par l’analyse du comportement interne de chaque élément et par la compréhension des interactions entre les différents éléments. Suite à l’analyse, une

modélisation du système – de ses éléments et de leurs interactions – doit être réalisée afin de mener à bien la phase de conception optimale.



**Figure 2 - Représentation d'un système composé d'éléments et de leurs interactions**

L'analyse du comportement interne de chaque élément du système sera discutée plus loin dans le document. Concernant les interactions entre éléments, deux approches existent : la description complète des interactions ou alors la considération de l'influence d'un élément sur un autre comme une contrainte.

À titre d'exemple pour éclaircir le propos, considérons une machine électrique alimentée par un convertisseur électronique. En se plaçant du point de vue de la machine, nous pouvons admettre que les grandeurs électriques fournies par le convertisseur électronique sont parfaites (sinusoïdales dans la plupart des cas). Cette considération impose des contraintes de dimensionnement sur l'alimentation électronique (notamment sur la fréquence de découpage) afin de fournir ces formes d'ondes. Comme exposé dans [Mek01], cette approche de conception séquentielle conduit à optimiser la machine puis à concevoir au plus juste l'alimentation. La mise en commun de ces deux composants optimaux pris séparément ne conduit pas nécessairement à l'optimalité globale du système, le système peut alors être qualifié de sous-optimal.

À partir de cet exemple, on peut comprendre que les interactions entre éléments peuvent être parfois simplifiées et formulées sous forme de contraintes ou d'hypothèses sur certains éléments du système. Toute la difficulté pour le concepteur du système est de situer la limite d'étude du système et de savoir quelles contraintes ou hypothèses peuvent être formulées raisonnablement sans pénaliser excessivement la solution finale.

La modélisation complète (fine) des interactions permet de s'affranchir de la formulation de contraintes relatives aux interactions. En effet ces dernières, comme on l'a dit précédemment, pourraient pénaliser excessivement la solution finale car elles font appel à l'expertise du concepteur. Libérer ces contraintes en réalisant une modélisation complète (fine) des interactions permettrait d'ouvrir de nouveaux horizons au concepteur et de rationaliser le travail de conception.

Un second exemple, centré sur une machine électrique, peut également illustrer le propos. Nous pouvons considérer la machine comme composée d'un sous-système électromagnétique et d'un sous-système thermique. Il est bien connu des électrotechniciens que le niveau d'échauffement de la machine dépend des pertes, notamment des pertes par effet Joule. Il est alors fréquent, pour éviter des élévations de température trop importantes,

de limiter la densité de courant dans les conducteurs à  $5 \text{ A/mm}^2$ . Cette limitation provient des habitudes de conception et elle résulte également de l'absence de modélisation thermique qui permette de traduire la relation entre échauffement et pertes par effet Joule. Une modélisation couplée du système électromagnétique et thermique lèverait cette contrainte et libérerait la solution finale. Ceci peut conduire à une solution possédant aussi bien une densité de courant supérieure à  $5 \text{ A/mm}^2$  qu'inférieure. Ceci a été montré par [Leg09] en comparant les résultats optimaux de deux machines, la modélisation thermique étant réalisée par une contrainte sur la densité de courant maximale dans le premier cas et par un modèle thermique nodal dans le second cas.

### *Quelles interactions considérer?*

Lors de la phase de dimensionnement d'un système, le concepteur doit identifier les domaines de la physique qui régissent le comportement du système et les inclure dans la modélisation. Il doit également identifier les interactions entre éléments à considérer dans cette étape de modélisation. La modélisation de toutes les physiques et de toutes les interactions peut être une tâche complexe, ce qui amène souvent le concepteur à ne retenir que les physiques et couplages pertinents à son sens et au regard de son application.

Lorsqu'on s'intéresse à un système formé d'une électronique de puissance et d'une machine électrique, plusieurs couplages – concernant différentes physiques – existent. On peut citer des interactions entre l'onduleur et la machine électrique concernant les vibrations et le bruit [LeB08] [Oje09], les pertes par effet Joule [Nan03] [Iwa09] et fer [Kac96] [Bog03], les performances dynamiques (ondulations de couple) [Hol96] [Fer98] [Par08], les pertes dans les aimants [Yam09a] [Yam10], etc.

### *Finesse de la modélisation des interactions*

Ce qui a été écrit conduit finalement à classer la modélisation des interactions suivant la finesse de leur description. Dans ce qui suit nous présentons une revue des différents degrés de modélisation des interactions entre éléments d'un système complexe, en vue de la conception, sans prétention d'exhaustivité.

## **II.B.1) L'interaction comme une contrainte ou une hypothèse**

La modélisation des interactions entre éléments d'un système par l'intermédiaire d'une contrainte ou d'une hypothèse constitue un découplage des interactions, on se retrouve dans une situation de couplage « faible ». Dans les systèmes électrotechniques qui nous concernent, on trouve des interactions modélisées par contraintes lors de la phase de conception. Ceci se retrouve, que l'on se place du point de vue de la conception de la machine électrique ou de l'alimentation électronique en tant qu'élément d'un système.

Lorsqu'il s'agit de machines électriques, il est courant que l'alimentation soit considérée comme une contrainte de tension maximale que ne doit pas dépasser la tension nécessaire aux bornes de la machine, ou encore comme une limite de courant [Vid04] [Rag08]. Les électroniciens de puissance procèdent parfois de la même manière en imposant des contraintes électriques sur la sortie des convertisseurs statiques pour traduire la présence de la machine électrique en aval [Ejj10a].

Cette approche de modélisation des interactions par contrainte simplifie la modélisation des interactions. Il faut cependant veiller à ce que ce type de modélisation corresponde à des hypothèses réalistes sur l'ensemble du système.

## II.B.2) Modélisation au premier ordre des interactions

Une étape intermédiaire dans la modélisation des interactions entre l'onduleur et la machine est de considérer les fondamentaux des signaux électriques. Dans une approche de conception optimale d'un système d'entraînement pour un moteur roue, [Esp99] propose de modéliser les interactions entre onduleur et machine par l'intermédiaire des grandeurs fondamentales des courants et tensions. Le but est d'estimer les pertes dans l'onduleur et de vérifier les contraintes limites en courant et tension admissibles par le système.

On retrouve également cette approche de modélisation des interactions entre la machine et son électronique de puissance, au premier ordre, dans le dimensionnement optimal d'une chaîne de conversion éolienne [Lop08].

Dans [Leg09], l'auteur propose une conception optimale d'un ensemble constitué d'un transformateur tournant et de son électronique associée (onduleur amont/fixe et redresseur aval/tournant). La fonction à maximiser est le rendement total du système. Trois structures d'alimentation sont considérées. Une modélisation électrique de l'ensemble est réalisée avec un logiciel de calcul numérique afin d'établir le comportement en régime permanent. Certaines hypothèses simplificatrices sont faites : la charge est modélisée par une source de courant continue et la fréquence de découpage est arbitrairement fixée à 10 fois la fréquence du fondamental. Ces deux hypothèses ne permettent pas de modéliser finement les interactions entre l'alimentation, le transformateur tournant, et la charge. Le concepteur ne peut agir sur la fréquence de découpage, grandeur fondamentale du dimensionnement, tout en évaluant les conséquences sur les formes d'ondes électriques.

Cette approche de conception où l'interaction entre la machine et l'onduleur est quantifiée à l'aide d'un critère qualitatif sur la forme d'onde des grandeurs électriques peut se retrouver dans [Rég03]. Un système de traction automobile impliquant un convertisseur électronique et une machine électrique est optimisé. La modélisation des interactions entre l'onduleur et le moteur de ce système suppose que la fréquence de découpage doit être au moins 20 fois supérieure à la fréquence du fondamental afin d'assurer un contenu spectral qualitativement admissible.

## II.B.3) La modélisation fine des interactions

À l'analyse de la littérature, très peu de travaux font état d'une modélisation fine – qui permette une description quantitative – des couplages électriques et électromagnétiques entre une électronique de puissance et une machine électrique et ce en vue d'une conception optimale.

***Une première réalisation de conception optimale d'un ensemble onduleur-machine avec une modélisation fine des interactions [Bie98, Bie99]***

### *Résumé court*

Au travers de ces deux articles les auteurs présentent dans un premier temps un modèle d'analyse d'un moteur à aimants montés en surface alimenté en mode *brushless trapezoidal* pour une application basse tension de type scooter électrique. À cette date déjà, le besoin de considérer le système d'entraînement dans son ensemble dès la phase de conception s'est fait ressentir. Le système est alors modélisé analytiquement dans sa globalité. Dans le second article, une procédure de conception optimale mettant en œuvre le modèle d'analyse est exposée. L'inversion du modèle d'analyse est alors réalisée avec un algorithme de type SQP. La prise en compte du système d'entraînement dans sa globalité conduit à

considérer les variables géométriques de la machine au même niveau que les variables de commande de l'onduleur.

L'analyse détaillée de ces travaux permettra de présenter des couplages multidisciplinaires pertinents et les modèles associés (pour l'application considérée) ainsi qu'une option de méthodologie de conception qu'il est possible d'employer.

#### *Arguments en faveur d'une analyse système pour l'application visée*

Les auteurs avancent deux arguments – d'une part la dynamique en courant et d'autre part les échauffements en régime transitoire – afin de justifier la nécessité d'une approche de conception impliquant une modélisation fine des interactions :

- La dynamique en courant dépend principalement de la réactance du moteur et de la différence de tension entre la source de puissance et la tension induite aux bornes du moteur. On conçoit que lorsque la tension de la source de puissance est basse cela puisse nuire à la réponse en courant.
- De manière générale, les échauffements de la machine vont modifier les propriétés physiques des matériaux et par conséquent les valeurs de résistance et de force électromotrice. Ces deux grandeurs sont en lien direct avec le comportement que doit tenir l'onduleur.

#### *Description des modèles*

Le modèle d'analyse du système {batterie+onduleur+machine} est pluridisciplinaire et intègre une modélisation des interactions. Les différents modèles employés sont listés ci-après.

##### *Modélisation de la batterie*

La batterie est modélisée par une source de tension et une résistance. Ces deux grandeurs sont prises constantes.

##### *Modélisation de la machine*

La machine est modélisée du point de vue électrique, magnétique et thermique. Dès lors qu'on s'intéresse au couplage avec l'onduleur, les courants doivent être déterminés précisément avant qu'on puisse en déduire le couple. Le calcul de ce dernier fait intervenir les courants et les forces électromotrices qui, elles, sont intrinsèques à la machine. Un modèle électromagnétique de calcul de champ à constantes localisées (réseau de réductances) permet de déterminer analytiquement l'amplitude de la force électromotrice. Ce modèle intègre l'effet de la réaction d'induit sur l'état de saturation magnétique de la machine.

##### *Modélisation de l'onduleur – modèle électrique*

Une fois les sorties du modèle électromagnétique déterminées (inductance, résistance et f.é.m.) le modèle électrique est appliqué afin de calculer le courant de phase au cours du temps. Ceci est obtenu par une résolution temporelle des équations électriques de la machine à laquelle est appliquée la tension découpée de sortie d'onduleur. L'application étant sensible aux faibles niveaux de tension, une attention particulière a été portée sur les chutes de tensions dues aux composants électroniques de l'onduleur. L'onduleur est commandé en régulation de courant avec un comparateur à hystérésis. Finalement cette stratégie de régulation est caractérisée par 4 paramètres : le courant de référence, la demi-largeur d'hystérèse, l'angle d'avance à la commutation et la durée de conduction.

Les formes d'ondes de f.é.m. et de courant étant connues en régime permanent, la forme d'onde du couple peut alors être déterminée.

*Modèles de pertes*

Les pertes considérées sont localisées dans la résistance série de la batterie, dans les semi-conducteurs de l'onduleur et dans la machine. Les pertes modélisées dans la machine sont : les pertes par effet Joule (connaissant l'évolution temporelle du courant), les pertes fer et les pertes mécaniques.

*Modèle thermique*

La connaissance des pertes est essentielle à l'application du modèle thermique de la machine qui est de type circuit. Il permet alors d'évaluer la température en régimes transitoires et permanents à différents points du stator et du rotor. Les températures d'aimants et de bobinage sont alors connues et permettent de réaliser le couplage entre les modèles thermique, électromagnétique et électrique.

Les différentes étapes du modèle d'analyse (dans le cas d'un régime thermique permanent) sont récapitulées dans le diagramme de la Figure 3.

*Explication du diagramme*

La boucle principale est la boucle thermique et magnétique. Le champ de température est initialisé puis le modèle électromagnétique est exécuté. Les paramètres électriques de la machine ( $R$ ,  $L$ ,  $E$ ) sont obtenus et permettent d'appliquer le modèle électrique de l'onduleur. La résolution temporelle des courants est alors menée. À chaque pas de temps, le courant, les pertes dans les semi-conducteurs, et le couple sont calculés. La résolution temporelle est effectuée jusqu'à l'obtention du régime permanent (environ 4 périodes d'après les auteurs). Ensuite le courant moyen et le couple moyen sont déduits. Le courant moyen permet ensuite d'actualiser l'effet de la réaction magnétique d'induit sur l'état magnétique de la machine. Les différentes pertes dans la machine et l'onduleur sont évaluées et permettent l'application du modèle thermique en régime permanent. Cela conduit à la fin de la boucle thermique. Cette boucle est itérée jusqu'à atteindre l'équilibre thermique et magnétique.

*Conception par optimisation*

Le modèle d'analyse développé est un modèle direct. Il permet, à partir de la connaissance des paramètres d'entrée, de définir les performances du système d'entraînement. La seconde partie des travaux est une conception par optimisation d'un moteur de scooter électrique. Le problème de conception est formulé sous la forme d'un problème d'optimisation : il s'agit de minimiser la longueur axiale de la machine sous des contraintes de couple minimal, de diamètre extérieur, de rendement minimal, d'échauffement maximal, et sous diverses autres contraintes. Ce problème est résolu en employant un algorithme de type SQP.

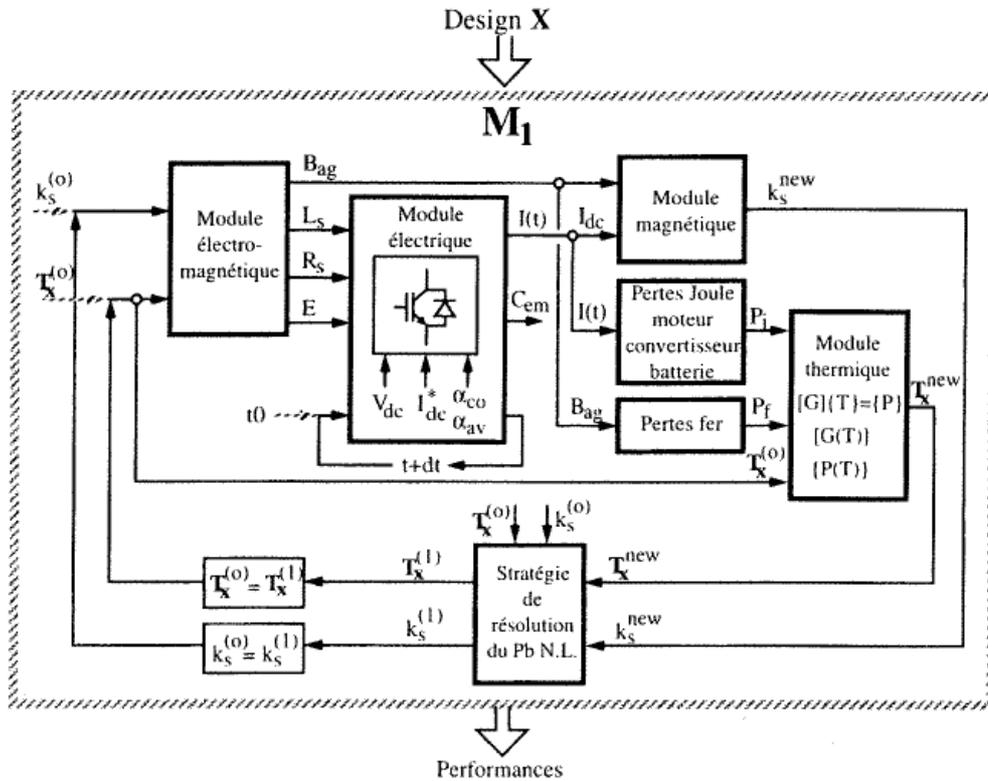


Figure 3 - Synoptique de couplage des modèles mis en œuvre dans le cas de l'optimisation d'un moteur de scooter en régime permanent. Les détails concernant les modèles et variables se trouvent dans [Bie98].

### Conclusion – récapitulatif

Les travaux de Messieurs Biedinger et Vilain ont menés à l'écriture d'un modèle d'analyse multiphysique d'un système onduleur-machine fonctionnant en mode *brushless trapezoidal*. Les deux composants du système sont couplés par l'intermédiaire d'un modèle électrique qui fournit les formes d'ondes de tension, de courant et du couple dans le cas d'un pilotage par hystérésis du système d'entraînement. Les performances du système d'entraînement dépendent alors des paramètres d'entrée du modèle : les paramètres de commande du convertisseur au même titre que les paramètres géométriques de la machine.

Dans la problématique qui nous concerne, nous nous inspirerons de la structure de modélisation décrite par les travaux présentés ci-avant en l'adaptant à nos besoins de modélisation et d'optimisation.

### II.B.4) Conclusion sur la modélisation des interactions

Nous avons présenté divers degrés de caractérisation des interactions qui existent entre une machine électrique et son alimentation électronique. Souvent, le dimensionnement d'une machine se fait en admettant que la source de puissance fournit des grandeurs électriques idéales ; ce qui occulte certaines interdépendances. Cependant, dès qu'on s'intéresse au dimensionnement simultané et optimal de l'électronique d'alimentation et de la machine électrique, il est nécessaire de modéliser finement les interactions entre ces deux composants. Une manière de faire est de déterminer les formes d'ondes réelles des grandeurs électriques fournies par l'électronique de puissance à la machine électrique. Celles-ci sont à la

source des interactions qui vont permettre de localiser le compromis optimal vis-à-vis des caractéristiques de l'électronique d'alimentation et de la machine.

### ***II.C. La conception par optimisation de systèmes***

Les concepts relatifs à l'approche de conception par optimisation et aux aspects systèmes ont été brièvement présentés. Ces deux concepts lorsqu'ils sont considérés simultanément peuvent donner lieu à différentes approches de conception par optimisation de systèmes. Les références [Gil10] et [Kre08a] ont réalisé une synthèse pertinente des approches de conception multidisciplinaire à un niveau – elles n'impliquent qu'un seul processus d'optimisation – qui est reprise ici.

#### **II.C.1) L'approche MDF : *MultiDisciplinary Feasibility***

Dans cette approche tous les couplages sont calculés et le modèle multidisciplinaire est inclus dans un processus d'optimisation : toutes les interactions sont traitées à l'intérieur de la boucle d'optimisation. Ceci assure qu'à toutes les itérations, le système complet est réalisable. Cette approche présente quelques inconvénients dont celui de ne pas permettre de paralléliser les calculs.

#### **II.C.2) L'approche IDF : *Individual Discipline Feasibility***

Dans l'approche IDF, certaines disciplines sont découplées et optimisées indépendamment par le même processus d'optimisation. L'optimiseur gère les variables d'optimisation de toutes les disciplines simultanément ainsi que des variables supplémentaires qui sont les variables de couplage entre les disciplines. L>IDF assure la faisabilité de chaque discipline. Afin d'assurer que le système complet est réalisable, l>IDF nécessite d'introduire des contraintes d'optimisation supplémentaires par rapport au problème MDF. Ces contraintes viennent assurer que les nouvelles variables de couplage aux interfaces des différentes disciplines sont en accord avec les résultats des divers modèles d'analyse.

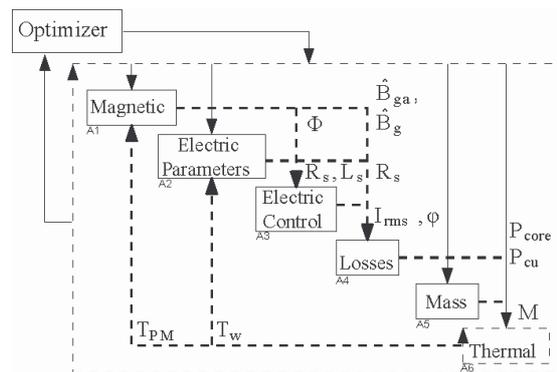
Cette approche est tout à fait semblable aux méthodes de travail actuelles comme l'a exposé [Gil10]. La conception d'un système complexe fait appel à plusieurs experts de disciplines différentes travaillant indépendamment. Ces experts s'échangent des informations afin de pouvoir optimiser séparément les diverses caractéristiques du système (= les disciplines sont optimisées individuellement). Au cours du processus de conception les experts s'entendent pour que les informations (= variables) qu'ils s'échangent convergent vers un état qui convient à tous. Ceci permet de paralléliser certains calculs des différentes disciplines.

#### **II.C.3) L'approche AAO : *All At Once***

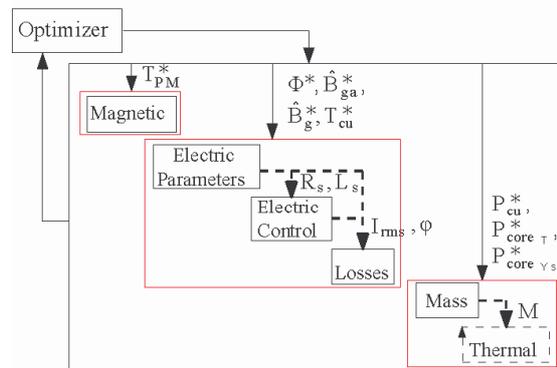
La dernière approche, qui donne encore plus de travail au processus d'optimisation, consiste à faire résoudre par ce dernier non seulement les variables de couplage (comme dans l>IDF) mais également les modèles d'analyse eux-mêmes. Ceci nécessite d'introduire de nouvelles variables et de nouvelles contraintes. Prenons le cas où les modèles d'analyse nécessiteraient, par exemple, la résolution itérative pour un système implicite (boucle thermique, système magnétique non linéaire) par l'usage d'une méthode itérative. Désormais l'optimiseur converge vers la solution des modèles d'analyse au même titre qu'il converge vers la solution du problème de conception. À chaque itération du processus d'optimisation,

il n'y a plus de boucle interne pour assurer la convergence (thermique, magnétique...) des modèles d'analyse des éléments du système.

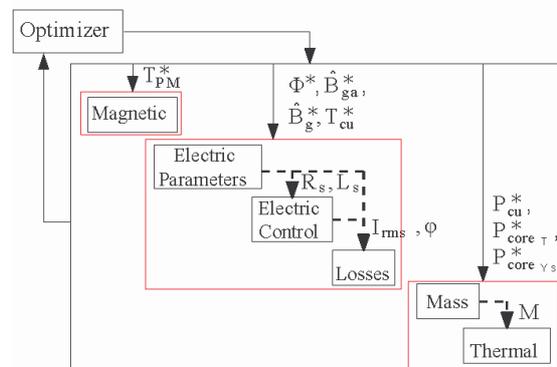
Le passage des approches MDF à IDF puis à AAO, reporte de plus en plus la difficulté sur l'optimiseur qui doit traiter davantage de variables et de contraintes. Ces trois approches sont illustrées sur la Figure 4 dans le cas d'une conception par optimisation d'un moteur à aimants permanents [Kre08b] modélisé magnétiquement, électriquement et thermiquement. Le passage du problème MDF au problème IDF est clair : les différentes disciplines ne communiquent plus directement les unes avec les autres. L'optimiseur gère désormais les grandeurs à l'interface des diverses disciplines. Le passage du problème IDF au problème AAO se fait en reportant la convergence du modèle thermique au niveau de l'optimiseur.



(a)



(b)



(c)

Figure 4 - Flux de données du problème d'optimisation d'un moteur à aimants permanents par les approches MDF (a), IDF (b), AAO (c) [Kre08b].

### III. La modélisation des éléments du système

Il a été traité précédemment de la conception de systèmes. Il faut désormais descendre au niveau des composants qui constituent le système et s'intéresser à leur modélisation intrinsèque. Nous décrivons ici les différents types de modèles qui peuvent être employés pour décrire les comportements des composants.

#### III.A. Les types de modèles

L'étape de modélisation nécessite de décrire les comportements du système par un formalisme mathématique. La précision de la description des comportements peut être qualifiée par le terme de *granularité* du modèle [Mak06]. Suivant ses besoins, le concepteur est amené à sélectionner la granularité qui va lui permettre de décrire avec suffisamment de précision les comportements qu'il souhaite observer.

Nous pouvons classer les modèles en trois catégories, rangées par précision croissante: les modèles analytiques, les modèles semi-numériques ou semi-numériques et finalement les modèles numériques. Suivant le type de modèle, le temps d'exécution est plus ou moins court. La référence [Bri07] a établi le front de Pareto entre la précision de modélisation et le temps de calcul des modèles. Ce dernier est représenté en Figure 5.

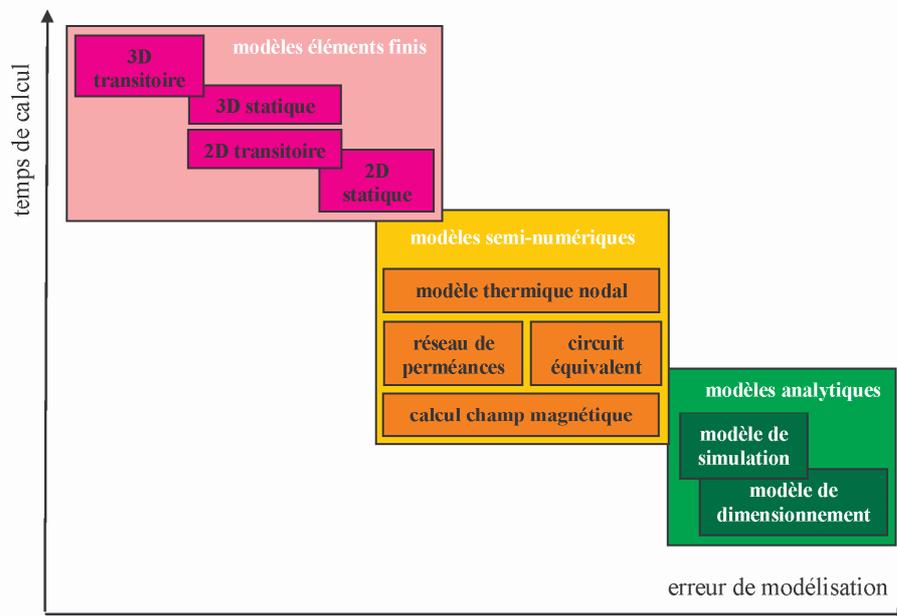


Figure 5 - Front de Pareto des modèles utilisés pour la conception des machines électriques [Bri07]

### III.A.1) Modèles analytiques

Historiquement, on trouve d'abord les modèles analytiques, qui de part leur légèreté et leur maniabilité permettent d'être traités à la main lorsqu'ils sont simplifiés à l'extrême. Avant l'essor des moyens de calcul informatiques, ils formaient le gros de l'offre en modélisation. De ce fait, il existe une variété de modèles analytiques pour différents systèmes de conversion. Ils permettent de traiter des comportements simples mais également, selon l'intensité de l'effort de modélisation, des phénomènes complexes, non-linéaires. Ces modèles nécessitent souvent (ce n'est pas une obligation) de formuler certaines hypothèses simplificatrices pour mener à bien (plus facilement) les calculs.

Il est souvent reproché aux modèles analytiques leur précision relative due aux hypothèses formulées ainsi que l'effort nécessaire à leur établissement. On peut opposer à cela l'intérêt procuré par la phase de modélisation analytique, précédée par une phase d'analyse, qui permet une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu. Ce dernier point est tout à fait essentiel au travail du concepteur pour lui permettre de prendre du recul sur la solution optimale.

#### *Origine des modèles analytiques*

Les modèles analytiques peuvent avoir une origine physique ou être uniquement mathématiques. La première catégorie provient de la mise en équation des phénomènes physiques, alors que la seconde a pour objectif de représenter au plus juste le comportement par des formulations mathématiques qui n'ont pas toujours de réalité physique.

On retrouve des modèles analytiques dans tous les domaines de la physique : magnétique, électrique, thermique, mécanique, acoustique, aérodynamique, etc. On les retrouve également dans beaucoup de disciplines du génie électrique : électrotechnique, électronique de puissance, réseaux, etc.

#### *Utilisation des modèles analytiques*

Les modèles analytiques sont souvent employés en phase de faisabilité car ils permettent d'explorer rapidement l'espace des solutions et l'espace de recherche. Ils sont à certaines occasions suffisamment précis pour justifier leur utilisation sans aller chercher des modèles de plus faible granularité qui n'apporteraient pas de connaissances supplémentaires.

### III.A.2) Modèles semi-analytiques ou semi-numériques

Nous regroupons dans cette catégorie les modèles se situant entre les modèles analytiques et les modèles numériques.

#### *Nature des modèles intermédiaires*

Il est parfois possible d'écrire un modèle analytiquement mais sous une forme compliquée à évaluer. Ceci est le cas des modèles écrits sous forme de séries. Ils sont complètement définis analytiquement mais leur évaluation est fastidieuse et l'utilisation de moyens de calcul intensifs vient pallier cette difficulté.

L'écriture d'un modèle sous forme analytique ne signifie pas toujours qu'il soit évident d'en tirer les grandeurs d'intérêt. Nous faisons allusion ici à certaines intégrales ou encore aux équations transcendantes qui doivent être résolues numériquement.

Nous rangeons également dans cette catégorie les modèles à constantes localisées. Ceux-ci peuvent être des modèles thermiques nodaux [Ber87] [Thi97] [Ren03], des réseaux de perméances magnétiques [Hec06] [Hli08], des circuits électriques, etc. Souvent ces

modèles peuvent s'écrire sous forme matricielle qu'il faut manipuler pour en extraire les quantités utiles.

#### *Utilisation des modèles intermédiaires*

Les modèles semi-analytiques ou semi-numériques, tout comme les modèles analytiques, nécessitent parfois certaines hypothèses pour pouvoir être construits. Ces modèles sont employés lorsque le degré de précision exigé se situe au-delà de ce qui pourrait être obtenu avec un modèle analytique. Ils sont capables de gérer les non-linéarités, tout comme les modèles analytiques, certainement avec plus de précision.

### **III.A.3) Modèles numériques**

Dans cette dernière catégorie nous plaçons les méthodes basées sur la discrétisation d'un espace continu. Cet espace pouvant être spatial, temporel ou encore une combinaison des deux. Ces modèles permettent de résoudre les équations comportementales du système, localement, en discrétisant l'espace de définition du problème à modéliser. Ceci confère aux modèles numériques une précision bien supérieure à celle des modèles des deux catégories précédemment évoquées.

Les modèles numériques spatiaux mettent en œuvre des méthodes de discrétisation de l'espace variées : différences finies, éléments finis, volumes finis. Parmi celles-ci la méthode des éléments finis est aujourd'hui la plus populaire pour le calcul de grandeurs électromagnétiques.

#### *Utilisation des modèles numériques*

Les modèles numériques peuvent traiter quasiment toutes les physiques dès lors qu'on sait écrire les lois de comportement locales du système. Ainsi on trouve communément des modèles numériques thermique, magnétique, électrique, mécanique, ou encore aérodynamique.

Ces modèles s'écrivent sous forme matricielle (tout comme peuvent l'être les modèles à constantes localisées ; la frontière est mince et concerne la taille des matrices) qu'il faut manipuler. Afin de réduire les tailles conséquentes des matrices et donc le temps d'analyse, il est souvent recommandé d'user de toutes les symétries disponibles pour réduire la portion du modèle numérique à calculer.

### ***III.B. Exemples de couplages de modèles et de méthodes d'optimisation***

Il est possible de combiner les différents types de modèles évoqués dans le paragraphe précédent avec une méthode d'optimisation. Ce couplage doit être réalisé en prenant garde aux comportements des modèles et des méthodes d'optimisation. En effet la combinaison d'un modèle qui possède des sorties bruitées avec une méthode de type gradient pourrait ne pas converger vers un résultat satisfaisant.

#### **III.B.1) Modèles analytiques et méthode d'optimisation déterministe**

Le couplage de modèles analytiques et de méthodes d'optimisation déterministes dans le cas de conceptions optimales de systèmes a été réalisé par bon nombre d'auteurs. Ceci a été mis en œuvre dans le cadre de la conception d'une gamme de machine [Ses09], dans le

cas d’un moteur-roue [Esp99] [Bri03], dans le cas d’un moteur de traction pour un avion (*Solar Impulse*) [Rag08], ou encore dans le cas de l’optimisation d’un moto-réducteur [Bel07].

### **III.B.2) Modèles analytiques et méthode d’optimisation stochastique**

On trouve des combinaisons de modèles analytiques et de méthodes d’optimisation stochastiques aussi bien en électronique de puissance [Hel06] que dans le cas du dimensionnement optimal de machines électriques [Bel07] [Ber10] [Gut10]. La conception de systèmes peut également faire appel à de telles d’associations [Abd07] [Lop08]. Ce type de combinaison se justifie souvent par la recherche d’optima globaux, par la mise en œuvre d’optimisations multi-objectifs, ou encore par la nature des modèles analytiques impliqués (discontinus, bruités, non-dérivables...).

### **III.B.3) Modèles numériques et méthode d’optimisation déterministe**

Il est possible d’associer des modèles numériques avec des méthodes d’optimisation déterministes. Afin d’éviter des problèmes de convergence dus au caractère numérique des modèles, il faut prendre des précautions dans le choix de la méthode d’optimisation. Ainsi on trouve souvent des méthodes déterministes d’ordre 0. C’est le cas, par exemple, de l’optimisation d’une machine de traction par [Leg09], d’actionneur linéaire en employant des réseaux de réductances et un algorithme du simplexe [Viv09], ou encore de l’optimisation d’un alerno-démarrreur par [Ché03]. Cependant, on peut trouver des optimisations à base de SQP pour la conception d’un système de traction électrique, par [Mes07], faisant appel à des modèles analytiques et numériques.

### **III.B.4) Modèles numériques et méthode d’optimisation stochastique**

L’optimisation de systèmes électrotechniques en employant des modèles fins, numériques, couplés à des méthodes d’optimisation stochastiques est en plein essor. On peut trouver des approches de conception optimale d’actionneurs [Wan00], de machines électriques à aimants [Kan08], ou encore de machines à réductance variable [Mor05].

### **III.B.5) Approches hybrides**

Les approches décrites précédemment résultaient du couplage d’un modèle avec une méthode d’optimisation. Il existe dans la multitude des problèmes du génie électrique une variété d’approches originales combinant plusieurs types de modèles ou plusieurs types d’optimisation. Nous en avons retenu certaines dans ce paragraphe que nous nommons *approches hybrides*.

#### **(a) Approche séquentielle**

Ce type de démarche met en œuvre deux étapes successives d’optimisation. Les deux étapes peuvent différer dans la granularité du modèle comme dans la méthode d’optimisation employée.

[Mak06] utilise une approche hybride dans laquelle un modèle analytique multiphysique est optimisé par un algorithme de type SQP dans une première phase. Le premier résultat optimal sert ensuite de point de départ à une deuxième phase d’optimisation où certains modèles de comportement (magnétique notamment) sont remplacés par des

modèles plus fins, de type éléments finis. Cette deuxième phase d'optimisation est gérée par un algorithme du simplexe. Le synoptique global de cette approche est décrit sur la Figure 6.

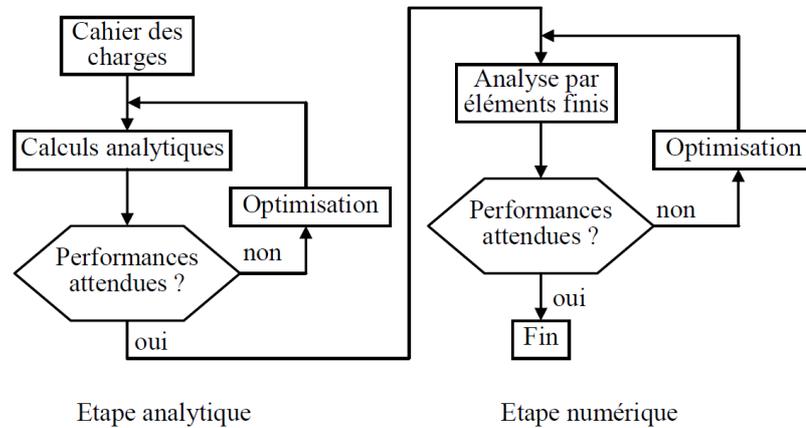


Figure 6 - Séquence des problèmes d'optimisation dans une approche de conception par optimisation séquentielle [Mak06]

### (b) Optimisation sur surface de réponse

Une seconde approche d'hybridation de modèles consiste à approcher la réponse d'un modèle numérique par un modèle analytique. La surface de réponse est obtenue en évaluant le modèle numérique sur un nombre réduit de jeux de paramètres d'entrée. Une seconde étape consiste à mener une optimisation sur la surface de réponse. Ce type d'approche est qualifié d'*optimisation indirecte* car elle ne porte pas sur le modèle initial mais sur une représentation de celui-ci.

On trouve des travaux concernant l'optimisation par surfaces de réponses de machines électriques [Gil97] [Viv02] [Bom09] et des travaux sur l'optimisation électro-magnéto-acoustique de machines à aimants [Ait05] [Mes07].

### (c) Technique de Space Mapping

Les techniques de *Space Mapping* [Tra07] combinent l'emploi de modèles *grossiers* rapides à évaluer (souvent analytiques) et de modèles *fins* plus long à calculer (souvent par éléments finis). La méthode consiste à mener une première optimisation basée sur le modèle grossier. Le premier résultat optimal est ensuite évalué avec le modèle fin qui fournit les valeurs de référence des grandeurs de sortie. L'écart entre les résultats du modèle grossier et du modèle fin sert à réajuster le modèle grossier entre l'espace (*space*) des grandeurs d'entrée (*input*) et celui des grandeurs de sortie (*output*) afin d'établir une correspondance (*mapping*) [Viv09]. Une nouvelle optimisation est conduite sur la base du modèle grossier qui est désormais corrigé. Les étapes présentées sont itérées jusqu'à ce que les modèles grossiers et fins fournissent sensiblement les mêmes résultats. Le principe d'*Output Space Mapping* est représenté sur la Figure 7.

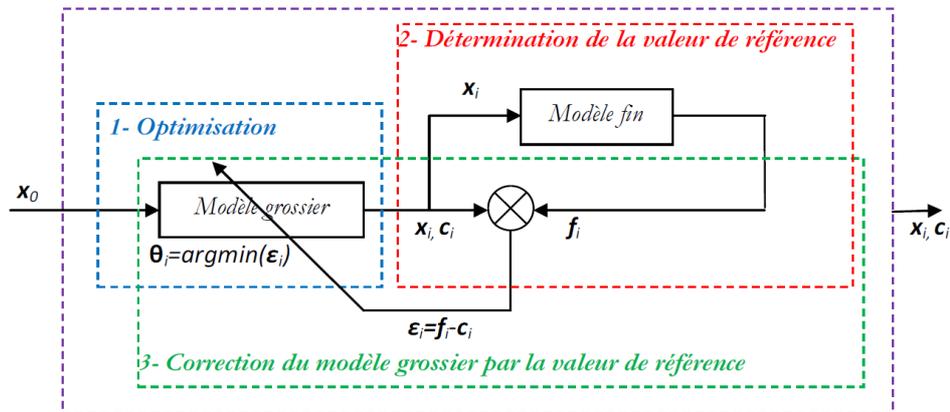


Figure 7 - Schéma de principe des techniques de *Output Space Mapping* [Viv09]

### III.B.6) Conclusion sur le couplage de modèles et de méthodes d'optimisation

Nous avons présenté plusieurs combinaisons possibles entre des méthodes d'optimisation de différentes natures et divers types de modèles. Les couplages classiques entre un modèle et une méthode d'optimisation sont présentés dans un premier temps. Ensuite, des approches plus sophistiquées peuvent permettre de combiner avantageusement plusieurs types de modèles avec une ou plusieurs méthodes d'optimisation. Il est alors possible d'améliorer la qualité de la solution obtenue sans pénaliser excessivement le temps de calcul.

Finalement, le choix du couplage dépend en partie du type de modèle à disposition, du type d'optimum recherché et du temps alloué à la résolution du problème d'optimisation.

---

## IV. La problématique de la haute vitesse

---

La démarche de conception par optimisation que nous souhaitons mettre en œuvre a pour but de permettre le dimensionnement d'un système d'entraînement à haute vitesse. Ce paragraphe a pour objet d'identifier les conditions particulières imposées sur l'ensemble convertisseur-machine par ce type de fonctionnement. Ces particularités se retrouvent sur la machine électrique ainsi que sur l'électronique d'alimentation.

### *IV.A. Côté machine*

Ce paragraphe situe la notion de machine rapide et présente les intérêts de ce type de fonctionnement. Ensuite les points caractéristiques et critiques de ces machines sont évoqués. Enfin une analyse de différentes topologies est réalisée et permet de choisir une machine spécifique, à même de répondre à la problématique de la haute vitesse.

#### IV.A.1) Notion de machine rapide

La définition de machine rapide s'entend souvent du point de vue mécanique et ce par rapport à la vitesse périphérique du rotor et non vis-à-vis de la vitesse angulaire de rotation. Ainsi, des machines à faible vitesse de rotation et grands diamètres peuvent-être classées dans cette catégorie de machine.

Les machines rapides sont également des machines où les fréquences électriques sont importantes. Par conséquent, une machine rapide peut être considérée, d'un point de vue électrique, comme une machine à haute fréquence.

Dans les machines classiques constituées de tôles feuilletées, la vitesse maximale admise (à cause de contraintes mécaniques) est de l'ordre de 120-150 m/s. Cette vitesse constitue la limite entre les machines classiques et les machines dites rapides. Ce critère varie selon les auteurs considérés. Ainsi [Bin08] suggère qu'on puisse parler de haute vitesse lorsque la vitesse périphérique du rotor est comprise entre 100 et 250 m/s.

#### IV.A.2) Intérêt des machines rapides

Les machines rapides sont employées dans de nombreuses applications. Dans ce qui suit nous listons les applications courantes :

- les machines-outils [Sch00b] ;
- les compresseurs centrifuges [Jan07] ;
- les turbo-compresseurs [Bae03] [Cho06] [Pyr10] ;
- les pompes à vide et turbo-pompes moléculaires [Var10] ;
- le stockage d'énergie par volants d'inertie [The03] [Nag06] ;
- la génération d'énergie couplée à des turbines à gaz [Zwy05] ;
- la génération d'énergie embarquée [Ama85].

Les machines rapides sont employées dans ces applications car elles présentent des intérêts certains vis-à-vis de ces procédés. Elles permettent ainsi d'améliorer les performances des applications de type machine-outils (l'usinage à haute vitesse est plus facile et les cadences plus élevées), les volants d'inertie (l'énergie stockée est d'autant plus

importante que la vitesse est élevée), les turbo-compresseurs (la compression est meilleure à haute vitesse), les pompes à vide (le vide est d'autant plus prononcé que la pompe tourne vite). L'augmentation de la vitesse de rotation permet d'accroître la compacité des dispositifs électromécaniques et donc d'augmenter les performances massiques. Cette caractéristique peut être intéressante dans les applications embarquées.

L'utilisation de machines rapides à accouplement direct peut remplacer les solutions à base de machines à vitesse classique couplées à un réducteur. Cela permet de supprimer la boîte de vitesse donc de réduire le volume [Bia06], le coût et les pertes du système [Ark05], mais également d'en améliorer la fiabilité et d'en faciliter la maintenance. La suppression d'un étage mécanique permet de réduire le bruit et il peut être possible de supprimer l'utilisation d'huile (pour la boîte de vitesse et pour les roulements) qui peut être gênante dans certaines applications [Bin08].

### IV.A.3) Performances théoriques limites

L'augmentation de la vitesse ne peut pas se faire indéfiniment en gardant la puissance constante. Il apparaît alors des limites mécaniques, électriques, magnétiques et thermiques. La limitation prépondérante à haute vitesse est d'ordre mécanique. Ainsi on définit la puissance de coin qui est la puissance maximale que pourrait délivrer une machine. Elle est donc définie par :

$$P_{coin} = C_{max} \Omega_{max} \quad \text{Éq. 2}$$

On peut ensuite déterminer la puissance maximale qu'il est possible d'atteindre à une vitesse donnée. La relation entre ces deux quantités est la traduction des contraintes mécaniques maximales admissibles. La référence [Rah04] fournit une loi, pour les technologies usuelles, entre la puissance maximale et la vitesse angulaire maximale correspondante :

$$P_{coin} = 6,2 \cdot 10^6 N^{-3,3} \quad \text{Éq. 3}$$

Avec la puissance en kilowatts et la vitesse de rotation en milliers de tours par minute.

Une autre formulation est donnée par [Ben03]. Elle lie la vitesse de rotation maximale à la puissance maximale avec pour paramètre la vitesse périphérique maximale (caractéristique des types de matériaux employés et de la structure du rotor) :

$$\Omega_{max} \propto (v_{p\_max})^{7/5} (P_{coin})^{-2/5} \quad \text{Éq. 4}$$

Avec la vitesse périphérique en mètre par seconde et la puissance de coin en watt.

Les deux formulations (Éq. 3) et (Éq. 4) fournissent des résultats comparables pour une vitesse périphérique d'environ 100 m/s. Ces expressions montrent qu'il existe une limite théorique dans le plan puissance-vitesse. Aussi [Rah04] propose de qualifier de machines rapides les machines qui sont en deçà (mais proches) de la limite théorique.

La référence [Rah04] superpose sur un même graphique, donné en Figure 8, les réalisations de machines à haute vitesse avec la limitation théorique donnée par (Éq. 3). On constate que cette limite théorique donne un ordre d'idée de ce qu'il est possible de réaliser. Cependant, on constate aussi que certaines machines vont au-delà de la limitation théorique, elles sont dites à très haute vitesse.

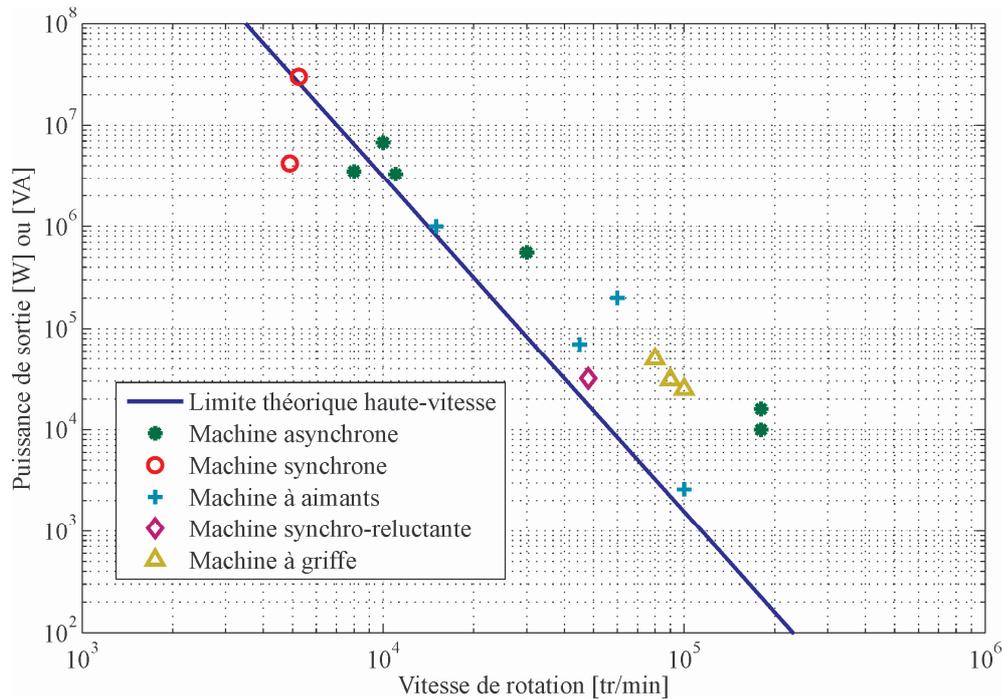


Figure 8 - Limite théorique dans le plan vitesse-puissance de sortie et position de machines existantes [Rah04]

Finalement, il est possible d'évaluer rapidement la puissance maximale que pourrait fournir une machine à une vitesse donnée en utilisant les formulations (Éq. 3) et (Éq. 4).

#### IV.A.4) Les particularités de la haute vitesse

La conversion d'énergie par des dispositifs électromécaniques à haute vitesse présente certaines particularités dont on ne s'enquiert pas souvent lors du dimensionnement de machines tournant à des vitesses habituelles. Mais dès lors que la vitesse de rotation s'accroît, les problèmes mécaniques, électriques et thermiques apparaissent avec plus d'intensité. Nous présentons ici certains de ces points inhabituels.

##### *Influence des contraintes mécaniques*

La vitesse de rotation élevée du rotor nécessite de prévoir les comportements mécaniques car les risques de destruction génèrent des dangers importants pour les personnes. Il est ainsi nécessaire de réaliser un dimensionnement dont les modes de vibrations sont éloignés des vitesses de fonctionnement pour éviter une destruction du rotor par résonance mécanique [Ede02]. La Figure 9 présente un exemple des dégâts causés par une résonance mécanique.



Figure 9 - Rotor endommagé (arbre déformé) par une résonance mécanique [Ede02]

Suivant la topologie du rotor, il est aussi nécessaire d'estimer les contraintes mécaniques de toutes sortes (traction, flexion,...) dans les pièces rotoriques pour éviter de concevoir des rotors dont les pièces se satelliseraient à haute vitesse. Ainsi les rotors à aimants montés en surface sont souvent encadrés d'une frette qui permet de maintenir les aimants en place. Le dimensionnement de cette frette doit faire partie intégrante de la phase initiale de conception de la machine [Bin06]. Lorsqu'il s'agit d'aimants insérés au rotor, une estimation des contraintes mécaniques dans les pièces de maintien des aimants doit être menée [Lov04] [Bin06]. Si ces pièces sont mal dimensionnées cela peut conduire à la destruction du rotor comme sur le cas présenté en Figure 10.

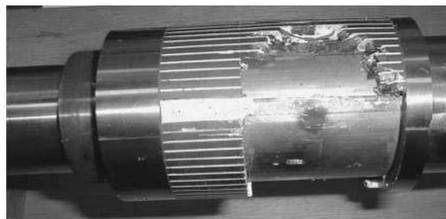


Figure 10 - Rotor à aimants en surface endommagé après une rupture du frettage [Bin06]

Idéalement, une étude complète des contraintes mécaniques et des modes de résonance du rotor, comme dans [Mek01], doit être réalisée dès la phase de dimensionnement.

#### *Choix des paliers*

Les vitesses de rotation élevées imposent de choisir les paliers de l'arbre avec précaution. Si on s'oriente vers le choix de paliers à billes, les vitesses de rotation élevées mènent à opter pour des roulements de faibles diamètres. La tendance à choisir des arbres de faibles diamètres n'est pas toujours compatible avec les contraintes sur les modes de vibrations. Un diamètre d'arbre important contribue à rigidifier le rotor et à repousser les modes de vibrations du rotor vers des fréquences plus élevées.

Des technologies alternatives peuvent devenir intéressantes lorsqu'on se trouve en haute vitesse [Bin08] : les paliers à air pressurisé, les paliers à huile, ou encore les paliers magnétiques. Ces derniers sont particulièrement attrayants car ils permettent de guider des arbres de fort diamètre sans difficultés. De plus, à travers un contrôle particulier des paliers magnétiques, il est possible de faire tourner le rotor au-delà de ses vitesses critiques. Ceci donne un degré de liberté supplémentaire lors du dimensionnement. Cependant la rigidité mécanique est réduite par rapport à des roulements à billes.

### Choix des matériaux magnétiques

Les différentes contraintes électriques, mécaniques, thermiques liées à la haute vitesse influencent grandement le comportement des matériaux magnétiques doux et durs. Les particularités relatives à ces deux types de matériaux, lorsqu'ils sont employés dans des machines rapides, sont présentées dans les paragraphes suivants.

#### Matériaux magnétiques doux

L'aspect haute fréquence lié aux machines rapides se traduit sur les matériaux magnétiques par des pertes fer importantes, qui peuvent devenir prépondérantes [Bia06] par rapport aux autres postes de pertes. Ainsi la problématique est de réduire les pertes fer dans les matériaux. Deux leviers peuvent être actionnés : la baisse des niveaux d'induction dans les matériaux magnétiques et le choix de matériaux magnétiques à faibles niveaux de pertes magnétiques. Ces deux possibilités peuvent bien sûr être combinées pour de meilleures performances.

Comme le montrent [Hua07] et [Mis08], il est nécessaire de baisser les niveaux d'induction pour réduire les pertes fer. La Figure 11 montre les niveaux d'induction dans une machine rapide à aimants optimisée sous contraintes thermiques. La conclusion souvent formulée dans la littérature est que les machines à haute vitesse sont des machines non saturées, qui fonctionnent en régime linéaire.

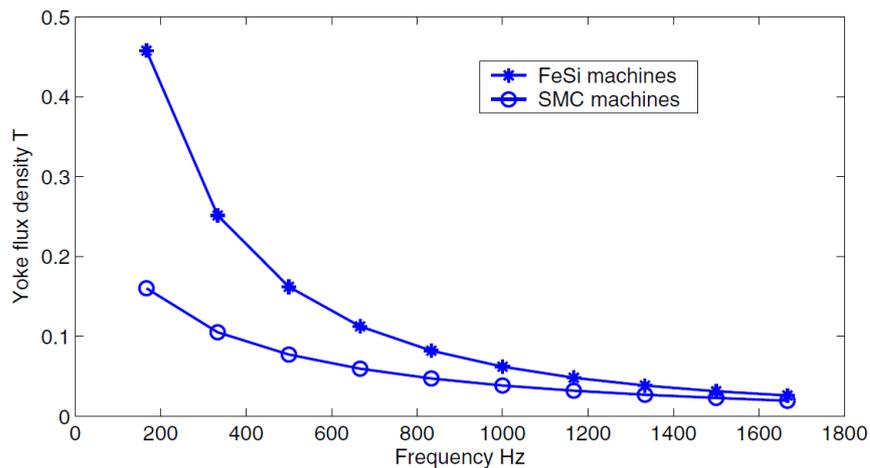


Figure 11 - Induction maximale dans la culasse d'une MSAP optimisée sous contraintes thermiques. Comparaison entre une solution à Fe-Si et une solution à SMC pour une machine à 10000 tr/min [Mis08].

La deuxième approche consiste à jouer sur la qualité des matériaux magnétiques. Dans un premier temps l'utilisation de tôles Fe-Si de faible épaisseur, typiquement 0,35 et 0,2 mm, peut être envisagée comme l'ont fait [Ark05] [Hua07] [Bin08] [Hoa09] [Cen10].

Il est possible ensuite d'utiliser des alliages à base de Fe-Co qui présentent des performances attrayantes mais à un coût plus élevé. La référence [Cen10] présente le dimensionnement de deux machines pour la même application en utilisant des tôles Fe-Si 0,35 mm et des tôles Fe-Co 0,2 mm (environ 2 fois plus chères). La comparaison porte sur les aspects électromagnétique, vibratoire, thermique et sur le rendement. L'utilisation de Fe-Co à plus haut niveau de polarisation permet d'augmenter l'induction d'entrefer et de réduire les densités de courant au stator ; donc globalement les pertes sont réduites dans cette application.

Au-delà des matériaux magnétiques classiques, certains auteurs jugent bon de s'intéresser de près aux *Soft Magnetic Composites* (SMC) pour les machines rapides. Ces matériaux présentent moins de pertes que les ferro-alliages laminés lorsqu'ils fonctionnent à haute fréquence. La référence [Alh05] mène une comparaison entre des machines rapides synchro-reluctantes dont les stators sont en tôles à base d'alliages de fer ou réalisés en SMC. La référence [Hua07] mène également une comparaison entre deux machines rapides à aimants permanents tournant à 20 000 tr/min et utilisant des tôles en Fe-Si de 0,35 mm ou des SMC. La conclusion avancée est que les SMC sont plus performants que les tôles pour des fréquences de travail supérieures à 1 500 Hz et que l'induction doit être inférieure à 1 T pour éviter l'augmentation excessive des pertes fer. Cette frontière entre les zones de performances des aciers laminés et des SMC est effectivement classiquement située entre 1 000 et 2 000 Hz.

#### *Aimants permanents*

À vitesse élevée, les aimants doivent satisfaire des critères mécaniques et électromagnétiques. En effet, ce sont des matériaux friables dont le comportement n'est pas encore parfaitement connu et ils doivent être convenablement maintenus au rotor par le biais de colles ou de frettes. Ensuite la composition des aimants peut être un sujet de discussion vis-à-vis des performances magnétiques, des contraintes thermiques et du coût. Ainsi [Bia06] effectue une comparaison entre des machines à aimants à base de ferrite ou à base de NdFeB. Il en résulte que les aimants à haute énergie (NdFeB) permettent de réduire la taille des rotors de sorte qu'il n'est plus nécessaire de prévoir un système de frettage, ce qui constitue un avantage structurel important. Par ailleurs, à rayon extérieur fixé, l'augmentation du rayon d'arbre suite à l'emploi de ferrites impliquerait une réduction de l'espace consacré au bobinage et donc une augmentation des pertes par effet Joule si on souhaite maintenir la puissance constante.

La référence [Bia05a] confirme l'intérêt des NdFeB comparés aux ferrites en fonctionnement à haute vitesse mais montre également qu'entre différentes nuances de NdFeB (NdFeB *fritté* et NdFeB *lié*) il n'est pas toujours judicieux de choisir la nuance d'induction rémanente la plus élevée. On constate à travers ces travaux l'importance du choix de l'induction rémanente des aimants qui peut alors être considérée comme une variable de conception de la machine.

Enfin la nature des aimants peut être choisie en fonction de leur température de fonctionnement. Les aimants SmCo permettent d'atteindre des températures de fonctionnement (300 °C) plus élevées que celles autorisées par des aimants NdFeB (200 °C) mais en contrepartie leur induction rémanente est plus faible et leur coût plus élevé.

#### *Choix du type de bobinage et dimensions des conducteurs*

Une des particularités des machines rapides est d'être sujettes à des niveaux de tension potentiellement élevés car la fréquence électrique peut être importante. Ainsi l'adaptation du niveau de tension à la source d'alimentation par le choix du nombre de spires peut devenir problématique comme l'explique [Bia06]. On peut être amené à choisir peu de spires pour s'adapter au niveau de tension ce qui suggère que les conducteurs puissent avoir une section importante. D'autre part une vitesse de rotation importante correspond à une fréquence électrique élevée. Cette situation où la section est grande et la fréquence élevée est favorable à l'apparition de courants de Foucault et à la création de pertes par effet Joule supplémentaires. Une solution employée par plusieurs auteurs [Mek99] [Ark05] [Bin08] est de réaliser des conducteurs avec plusieurs fils élémentaires en parallèle ou avec des fils de Litz. Ce problème est d'autant plus marqué lorsque le stator de la machine est sans encoches et que le bobinage est soumis à toutes les variations d'induction générées par le rotor.

*Pertes inhabituelles à haute vitesse*

En plus du cas des pertes fer déjà évoquées, les pertes situées au rotor et les pertes aérodynamiques dans l'entrefer ont une importance particulière à haute vitesse.

Concernant les pertes au rotor leurs origines sont diverses : elles peuvent être dues aux variations de perméance d'entrefer, aux harmoniques d'espace ou aux harmoniques de temps vus au rotor [Mek01]. Ces pertes peuvent avoir lieu dans les circuits magnétiques, dans les aimants ou encore dans les pièces de maintien mécanique telles que les frettes. Ces dernières, parfois nécessaires à haute vitesse, peuvent être sources de pertes et de plus se comporter comme une barrière thermique en limitant l'évacuation de la chaleur produite au rotor. Une attention particulière doit alors être portée à la minimisation des pertes au rotor par un choix pertinent du nombre de dents au stator, du pas de bobinage – qui permet de réduire les harmoniques d'espace – ou encore de l'ouverture d'encoche.

L'autre poste de pertes à surveiller concerne les pertes aérodynamiques dans l'entrefer dues au cisaillement de la lame d'air dans l'entrefer. Celles-ci dépendent de la géométrie de l'entrefer, de la vitesse de rotation et du type d'écoulement. La référence [Ark05] indique qu'au-delà de vitesses périphériques de l'ordre de 300 m/s, les pertes aérodynamiques deviennent les pertes prépondérantes dans la machine. Ces pertes doivent alors être évaluées lors de la phase de conception et notamment en fonction de la géométrie du rotor.

*Importance du choix du nombre de pôles*

Le choix du nombre de pôles est également un élément clé du dimensionnement d'une machine rapide. Comme le suggère [Ark05], le nombre de paires de pôles doit être relativement faible afin de réduire la fréquence électrique et par là limiter les pertes fer. En contrepartie, un faible nombre de paires de pôles conduit à des culasses plus épaisses qui freinent l'évacuation du flux de chaleur dû aux pertes.

D'un point de vue de l'alimentation, une faible polarité (donc une fréquence de fondamental basse) permet une fréquence de découpage relativement élevée, donc une meilleure qualité des formes d'ondes électriques.

*Mode de refroidissement*

La haute vitesse permet d'accroître la puissance massique des machines électriques. Cela signifie également que les pertes volumiques croissent et qu'il faut extraire la chaleur produite de manière efficace. Le refroidissement par chemise à eau est alors une solution pertinente. On peut alors profiter de la disposition du circuit hydraulique pour refroidir simultanément l'électronique d'alimentation et la machine électrique. Cette solution est d'ailleurs mise en œuvre dans nombre d'applications [Mek99] [Mek01] [Bin08]. Lorsque la machine est employée dans un processus de réfrigération, le fluide réfrigérant peut également être employé pour refroidir la machine électrique [Soo00] [Pyr10]. Un refroidissement à air est également possible comme le prouvent [Bia04] et [Ark05].

**IV.A.5) Comparaison de machines pour la haute vitesse**

Nous avons présenté dans le paragraphe précédent certaines particularités relatives aux machines rapides. Dans la suite nous nous intéressons aux structures de machines à même de satisfaire les contraintes particulières évoquées auparavant. La référence [Rah04] présente les avantages et inconvénients des principales structures de machines lorsqu'il s'agit de haute vitesse. Ces caractéristiques sont reprises dans le Tableau I.

Le Tableau I ne fait pas apparaître les machines synchrones à rotor bobiné. Les machines de ce type à pôles saillants ne sont pas adaptées à la haute vitesse car le maintien des bobines y est problématique. En revanche les machines à pôles lisses sont utilisées dans

les turbo-alternateurs de forte puissance (dizaines de MW) ayant des vitesses périphériques de l'ordre de 200 m/s. Ces machines sont employées dans des applications très spécifiques et de fortes puissances, elles ne seront donc plus considérées par la suite.

**TABLEAU I - AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES PRINCIPAUX TYPES DE MACHINES [RAH04]**

Type de machine	Avantages	Inconvénients
Moteur asynchrone	Démarrage facile Pilotage de vitesse en boucle ouverte	Pertes au rotor Faible facteur de puissance à haute vitesse
Moteur à aimants permanents au rotor	Entrefer important Facteur de puissance élevé Faibles pertes au rotor	Rotor complexe Pertes fer à vide Défluxage
Moteur à griffes	Facteur de puissance élevé Réglage de l'excitation	Rotor complexe Pertes au rotor
Moteur homopolaire	Facteur de puissance élevé Réglage de l'excitation Rotor simple	Pertes aérodynamiques Pertes fer
Moteur à aimants à flux axial	Facteur de puissance élevé Faibles pertes au rotor Entrefer important	Défluxage Structure complexe
Moteur synchro-reluctant	Rotor simple Faibles pertes au rotor Réglage du champ	Faible facteur de puissance Pertes aérodynamiques Entrefer faible
Moteur à réluctance	Rotor simple Réglage du champ	Vibrations élevées Pertes aérodynamiques Entrefer faible

### Choix d'une structure de machine et caractéristiques des machines à haute vitesse

Les références [Ark05] et [Cen10] ont effectué une recherche bibliographique respectivement en 2005 et 2010, concernant les machines à haute vitesse dans la base IEEE/IEE et sur internet. Les auteurs indiquent que les anciennes références sont plutôt des machines à induction, les nouvelles plutôt des machines à aimants. On constate que la majorité des machines sont à induction ou à aimants permanents. Les machines à réluctance variable sont aussi présentes, mais en plus faible proportion. La Figure 12 présente des réalisations de machines à haute vitesse dans le plan puissance-vitesse.

L'analyse bibliographique que nous avons pu faire concernant les machines à haute vitesse fait apparaître principalement quatre familles : les machines à aimants permanents, les machines à induction, les machines à réluctance et finalement les machines homopolaires mais en moindre quantité. Nous présentons les caractéristiques de ces quatre types de machines dans la suite.

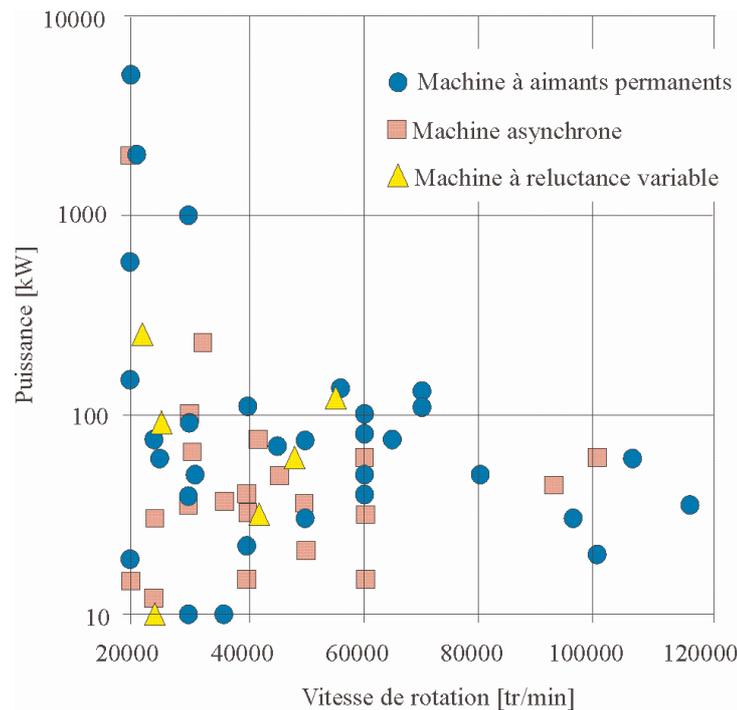


Figure 12 - Bibliographie IEEE/IEE et internet, réalisée par [Ark05], répertoriant les différentes machines rapides. Les anciennes références sont plutôt des machines à induction, les nouvelles plutôt des machines à aimants.

### *Machines à induction*

La machine asynchrone est de constitution robuste à tel point que son rotor peut être simplement constitué de fer massif. Cette simplicité de constitution lui confère des avantages mécaniques indéniables à haute vitesse. Un rotor massif permet de monter jusqu'à des vitesses périphériques de l'ordre de 400 m/s [Ark05]. La rigidité mécanique qu'apporte un rotor massif permet de repousser les vitesses critiques, ce qui donne une marge supplémentaire dans la conception de la machine. Les matériaux employés dans la construction de machines asynchrones permettent de faire fonctionner le matériel à des niveaux de température élevés [Mek99], ce que ne permettraient pas des machines comportant des aimants. De par leur nature les machines à induction possèdent de petits entrefers, ce qui conduit à des pertes aérodynamiques qui peuvent devenir prépondérantes à haute vitesse.

Les caractéristiques classiques des machines asynchrones sont toujours valables à vitesse élevée. À savoir que le facteur de puissance n'est pas élevé, et le principe de fonctionnement de ces machines induit des pertes par effet Joule inévitables au rotor qui viennent gréver le rendement.

### *Machines à aimants permanents*

De manière générale, les machines à aimants permanents présentent des performances électromagnétiques supérieures à celles des autres machines [Ark05] : leur puissance massique et leur facteur de puissance sont souvent élevés. Les aimants assurant l'excitation de la machine – qu'ils soient situés au rotor ou au stator – il est possible de réaliser des entrefers importants qui permettent de réduire les pertes aérodynamiques dans l'entrefer et les pertes dans les aimants dues aux variations de perméances statoriques [Bin08]. Il est également possible de réaliser des rotors géométriquement ronds qui favorisent également la

réduction des pertes aérodynamiques [Hip92]. Les machines à aimants présentent certains inconvénients parmi lesquels une limitation thermique liée aux aimants. Par ailleurs ces derniers sont également le lieu de pertes dues aux harmoniques qui leur sont préjudiciables. La présence des aimants rend le flux d'excitation plus difficilement contrôlable, ce qui peut être pénalisant dans certaines applications. De plus, ce flux, présent en permanence, est la source de pertes fer dans toutes les conditions de fonctionnement, même à vide, ce qui peut prévenir l'emploi de machines à aimants dans certaines applications. Les machines à aimants au rotor représentent la grande majorité des machines à aimants à haute vitesse. Ces machines sont de composition plus complexe que les machines à induction (pièces polaires, pièces de maintien des aimants...) ce qui rend leur conception plus délicate pour les hautes vitesses.

### ***Machines à réluctance variable***

Les machines à réluctance variable sont le troisième représentant des machines à haute vitesse. Ces machines sont employées principalement en raison de leur rotor extrêmement robuste capable de supporter de fortes contraintes mécaniques et thermiques. En contrepartie, le principe de fonctionnement de ces machines impose des entrefers de faible épaisseur et des rotors mécaniquement saillants qui sont pénalisants du point de vue des pertes aérodynamiques [Soo00]. L'augmentation de l'entrefer pour réduire les pertes aérodynamiques pénaliserait fortement les performances électromagnétiques. De plus ce type de machine est susceptible de générer des vibrations et bruits incommodes dans certaines applications (ventilation domestique [Mek99] par exemple).

### ***Machines homopolaires***

Les machines homopolaires peuvent offrir un intérêt à haute vitesse. Ces machines présentent l'inconvénient dans les applications usuelles de ne pas utiliser pleinement le circuit magnétique et de fonctionner à des niveaux d'induction relativement faibles par rapport aux machines à aimants. Cet inconvénient en basse vitesse n'en est plus un à haute vitesse où les niveaux d'induction dans les matériaux magnétiques sont bas [Bin08]. Les machines homopolaires ont l'avantage de permettre de contrôler le flux d'excitation. Cependant l'entrefer est petit et le rotor mécaniquement saillants, ce qui pose encore le problème des pertes aérodynamiques. Tout comme les machines à induction, cette structure de machine possède un rotor robuste [Hip92] et peut être utilisée dans une application de type volant d'inertie où seules les pertes aérodynamiques viennent faire baisser le niveau d'énergie stockée.

### ***Conclusion sur les machines***

Le choix d'une machine électrique pour une application haute vitesse dépend des caractéristiques du cahier des charges à satisfaire. Il se dégage une tendance en faveur des machines asynchrones et des machines à aimants. Globalement, les premières présentent des qualités de robustesse et les secondes des performances électromagnétiques supérieures. Nous souhaitons répondre à des applications de type compresseur centrifuge. Or, ce type de procédé fonctionne en continu. Il est alors souhaitable que le rendement du système d'entraînement soit élevé. Pour cette raison, nous choisissons une machine à aimants permanents.

## **IV.A.6) Machines synchrones à aimants pour la haute vitesse**

La plupart des machines à aimants rencontrées en haute vitesse sont des machines à flux radial et à aimants situés au rotor. On peut cependant observer des applications mettant en œuvre des machines à flux axial [Sah01] [Zhe05]. Une des raisons pour lesquelles les machines à flux axial sont peu usitées réside dans leur diamètre de rotor important. Ce dernier est alors le lieu de fortes contraintes mécaniques [Sah01].

Dans la suite nous ne nous intéresserons qu'aux machines à flux radial possédant des aimants au rotor. Nous présentons différentes structures de stators et de rotors qui semblent pertinentes à vitesse élevée.

### (a) Topologies de stators

On trouve dans la littérature trois types de stators qui diffèrent par la réalisation de leur bobinage :

- les stators à bobinage réparti ;
- les stators à bobinage concentré ;
- les stators sans encoches à bobinage dans l'entrefer.

Les stators à bobinages concentrés sont généralement écartés en haute vitesse à cause du fort taux d'harmoniques d'espace qu'ils introduisent et par conséquent des pertes qu'ils induisent [Bin08].

Les stators sans encoches présentent certains intérêts par rapport à ceux possédant des dents. L'entrefer magnétique des stators sans encoches est plus important ; par conséquent les risques de démagnétisation des aimants sont plus faibles, mais les fuites magnétiques sont elles plus importantes notamment aux extrémités de la machine. Le risque moindre de démagnétisation permet de surcharger la machine temporairement plus facilement. Ce grand entrefer magnétique permet également de réduire les pertes dues aux harmoniques de force magnétomotrice au rotor et les pertes fer au stator [San07].

Cependant, les stators sans encoches possèdent en revanche de moins bonnes propriétés thermiques car ils ne possèdent pas de dents qui se comporteraient comme des puits thermiques et évacueraient la chaleur vers l'extérieur du stator plus efficacement [Bia06]. Par ailleurs les conducteurs se trouvent dans l'entrefer et subissent toutes les variations du champ d'entrefer. Celles-ci sont à la source de courants induits et de pertes supplémentaires importantes à haute fréquence [San07]. L'emploi de fils de Litz ou de conducteurs protégés par un blindage magnétique [San07] est quasiment obligatoire pour la réalisation du bobinage.

Finalement restent les stators encochés à bobinage réparti qui sont les plus utilisés en haute vitesse. Il est possible de réduire l'amplitude de certains harmoniques d'espace en choisissant un bobinage adéquat ; notamment à deux couches. Comme il a été écrit précédemment, ces stators présentent un intérêt certain du point de vue thermique. Ils permettent par ailleurs de maintenir facilement les bobines.

### (b) Topologies de rotors

Le choix d'aimants permanents pour la réalisation de machines synchrones à rotors excités offre de vastes possibilités dans la sélection de la topologie du rotor [Sai06]. Les rotors peuvent être :

- à aimants montés en surface ;
- à aimants intérieurs à aimantation radiale ;
- à aimants intérieurs à aimantation orthoradiale ;
- à aimants insérés ;
- à aimants sous des pièces polaires ;
- ou encore toute combinaison imaginable.

La Figure 13 montre une diversité de rotors à aimants, à pôles lisses ou saillants.

Parmi toutes ces structures, certaines sont plus adaptées que d'autres pour des applications à haute vitesse. Plusieurs travaux se sont intéressés au choix optimal de la structure du rotor [Ama85], [Hip92b] ou encore [Nag05].

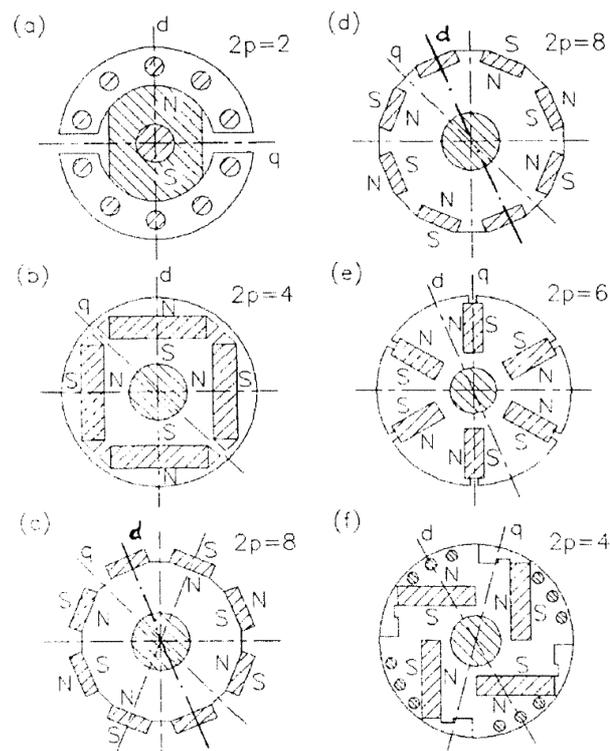


Figure 13 - Configurations de rotors : (a) à aimants sous des pièces polaires, (b) rotor à aimants intérieurs à aimantation radiale, (c) rotor à aimants montés en surface, (d) rotor à aimants insérés, (e) rotor à aimants intérieurs à aimantation orthoradiale, (f) rotor à aimants intérieurs à distribution asymétrique [Gie02].

[Hip92b] s'est intéressé à la sélection d'un rotor optimal pour la réalisation d'une machine à 4 pôles de 10 kVA à 40 000 tr/min. Les différentes topologies de rotor considérées sont représentées à la Figure 14.

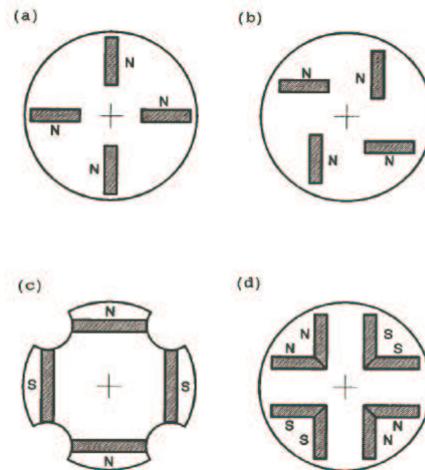


Figure 14 - Configurations de rotors à aimants permanents pour machines synchrones [Hip92b]

Les différentes structures présentent des difficultés mécaniques dans le maintien des aimants. Les structures (a), (b) et (d) présentent des ponts magnétiques qu'il faut dimensionner mécaniquement pour retenir les aimants et magnétiquement pour limiter les fuites magnétiques. Afin de réduire les fuites, on peut réduire les différents court-circuits de flux en introduisant des fentes d'air (dites de « Pistoye »). Ce faisant, on affaiblit mécaniquement la structure. La structure (c) possède des pièces polaires qui chapeautent les aimants. Ces pièces sont fixées à l'aide de vis qui réduisent significativement la résistance mécanique (l'utilisation de ponts magnétiques était également envisageable). Le rotor présente des irrégularités de surface qui génèrent des pertes aérodynamiques importantes à haute vitesse. La conclusion concernant ces rotors est que les contraintes mécaniques sont importantes sur les quatre structures et qu'aucune ne se distingue nettement.

[Ama85] s'intéresse au dimensionnement de machines fonctionnant sur une plage de vitesse allant de 10 000 à 100 000 tr/min et pour une puissance de 0,25 à 10 kW. Les structures à aimants en surface, à concentration de flux et à griffes sont comparées sur la base de modèles analytiques et d'optimisations vis-à-vis de critères relatifs à des applications aéronautiques. En ce qui concerne le critère de puissance volumique, l'étude conclut que les rotors à griffes sont en retrait par rapport aux rotors à aimants en surface et à concentration de flux. Ces deux dernières structures ne se démarquent pas nettement l'une de l'autre.

[Nag05] réalise une comparaison des rotors à aimants montés en surface, à aimants intérieurs à aimantation orthoradiale, et à aimants intérieurs à aimantation radiale. L'objectif était de concevoir un moteur tournant entre 25 000 et 50 000 tr/min pour une puissance de 7,6 kW, fonctionnant sous vide, à paliers magnétiques et refroidissement passif. Cela suggère de minimiser les pertes au rotor qui seront extrêmement difficiles à évacuer. La comparaison est effectuée en gardant constants certains paramètres ; ce qui ne permet pas d'optimiser complètement chacune des structures. Malgré tout, en comparant la puissance délivrée et le spectre de la f.é.m., la structure à aimants en surface a été retenue.

Les différents travaux de comparaison de machines à aimants pour la haute vitesse n'ont pas fait apparaître de structure privilégiée. Toutes les structures sont soumises à des efforts mécaniques importants et possèdent leurs particularités en ce qui concerne le système de maintien des aimants. Ces dispositifs peuvent être à l'origine de pertes

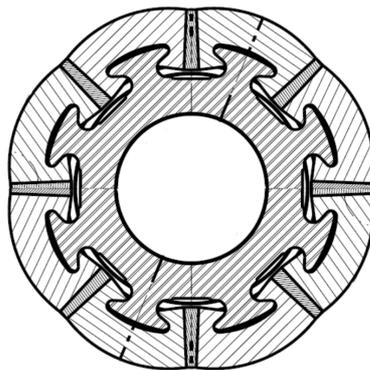
supplémentaires (c'est le cas des frettes métalliques des lesquelles sont induits des courants) ou à l'origine de fuites magnétiques (cas des ponts de saturation dans les machines où les aimants sont à l'intérieur du rotor) [Bin06]. Ainsi on retrouve fréquemment les structures de rotors suivantes:

- à aimants en surface [Sch00a] [Ark05] [Bia05a] [Lim07] [Jan07] [Bin08] [Mis08] ;
- à aimants insérés [Hél06] ;
- à aimants intérieurs à aimantation radiale [Lov04] [San07] ;
- à aimants à aimantation orthoradiale [Rah04] [Smi06].

#### IV.A.7) Conclusion sur le choix de la machine

Au vu des contraintes spécifiques liées à la haute vitesse et aux comportements inhérents à chaque type de machine, nous orientons notre choix vers les machines synchrones à aimants permanents pour des raisons de performances électromagnétiques et de rendement. En effet le type d'application qui nous intéresse est susceptible de fonctionner en permanence. Bien qu'initialement plus onéreuse, cette solution permet d'économiser de l'énergie électrique. Or cette dernière correspond parfois à plus de 98 % du coût du système sur sa durée de vie [LSN10].

Nous avons voulu étudier une MSAP possédant un rotor avec des aimants à aimantation orthoradiale et un stator à bobinage réparti. Ce choix va de pair avec les orientations stratégiques de notre partenaire industriel qui s'interroge sur le potentiel de ce type de structure à haute vitesse. L'analyse bibliographique réalisée a montré que les machines à aimants sont généralement de bonnes candidates pour la haute vitesse. En particulier, la topologie qui nous intéresse a déjà fait l'objet de réalisations dans ce domaine de fonctionnement. Elle ne semble pas présenter de contre-indication majeure ni être en net retrait par rapport à d'autres MSAP. La structure développée par notre partenaire industriel semble posséder par ailleurs des avantages mécaniques en haute vitesse. En effet, le système de maintien des aimants ne nécessite pas de colle ni de frette mécanique. Le rotor est représenté sur la Figure 15.



**Figure 15 - Rotor à aimants insérés à aimantation orthoradiale. Maintien des aimants trapézoïdaux purement mécanique [Cou02].**

Les aimants sont de forme trapézoïdale et viennent s'encastrent, sous l'effet de la force centrifuge, entre les pièces polaires qui possèdent des formes adéquates. Ces pièces polaires sont retenues par l'intermédiaire d'un moyeu amagnétique portant des queues d'aronde. En plus de posséder un maintien purement mécanique des pièces rotoriques, cette structure ne présente pas de fuites magnétiques à travers d'éventuels ponts de maintien.

## ***IV.B. Côté onduleur***

La haute vitesse possède des particularités qui font que l'approche système est à préconiser pour le dimensionnement du système d'entraînement. De plus, comme cela a été dit précédemment, le dimensionnement indépendant de chacun des deux sous-ensembles pris séparément n'est pas nécessairement à même de répondre au mieux aux spécifications et contraintes globales auxquelles est soumis l'ensemble du système. Fort de cette constatation, le dimensionnement global du système semble s'imposer. Les références [Bie98, Bie99] avaient également fait le constat qu'une application très particulière devait conduire à prendre en compte simultanément les différents composants du système. Avant de proposer des architectures pour le système global il est nécessaire de présenter les contraintes appliquées à l'électronique de puissance qui découlent des spécificités de la haute vitesse.

### **IV.B.1) Les particularités de la haute vitesse**

Lorsqu'il s'agit de concevoir des systèmes d'entraînement à haute vitesse, les circuits d'électronique de puissance doivent être conçus pour des tensions à haute fréquence comme l'indique [Rah04]. Nous pouvons ajouter à cela qu'une vitesse importante conduit à des forces électromotrices importantes. Tout comme [Bin08] le suggère, il faut choisir un faible nombre de spires afin d'avoir un niveau de tension compatible avec celui fourni par l'onduleur. En conséquence, l'inductance de la machine est faible et les ondulations de courant sont plus importantes. En effet, si on ne souhaite pas déclasser les modules d'électronique de puissance, il n'est pas toujours possible d'assurer une fréquence de découpage suffisamment importante (habituellement, au moins une dizaine de fois la fréquence du fondamental) pour obtenir des formes d'ondes de courants propres. Ces ondulations sont à l'origine de pertes supplémentaires dans la machine, notamment dans les aimants du rotor. Le faible nombre de spires pose également le problème de la section des conducteurs et des phénomènes à haute fréquence – sources de pertes par effet Joule supplémentaires – qui peuvent apparaître dans les conducteurs.

On saisit bien ici une interaction entre la machine (nombre de spires, section des conducteurs, niveau de f.é.m.) et l'onduleur (fréquence de découpage limitée par la thermique des semi-conducteurs, tension de sortie limitée). Le choix du nombre de spires obéit toujours aux règles classiques telles que celle conduisant à choisir le plus grand nombre de spires – à tension fixée – afin de réduire le courant et par incidence le volume du convertisseur. Une autre interaction concerne les pertes fer. Il est admis de tous que les pertes fer dans une machine alimentée en MLI sont plus élevées que lorsque la tension d'alimentation est purement sinusoïdale. Afin de réduire les pertes fer dans une machine alimentée par un onduleur, déjà intrinsèquement importantes à haute vitesse, plusieurs auteurs [Bog96] [Kho99] [Mth05] [Sag06] suggèrent de faire fonctionner l'onduleur avec une profondeur de modulation unitaire et d'augmenter la fréquence de découpage [Bog96] [Mth05]. Si on souhaite vérifier ces caractéristiques à n'importe quel point de fonctionnement, cela suppose d'être en mesure d'adapter en continu la tension de bus DC et d'accroître la fréquence de découpage. Nous allons voir quelles sont les structures capables d'assurer au mieux ces deux fonctions.

### **IV.B.2) Les structures potentiellement adaptées à la haute vitesse**

Dans les niveaux de puissance qui nous intéressent les semi-conducteurs qui constituent les modules de commutation seront des IGBT. La structure qui sera prise pour référence est constituée d'un pont redresseur à diodes connecté à un réseau industriel 400 V, d'un bus continu et d'un onduleur à 3 bras (Figure 16). Cette structure est la plus

communément utilisée dans les systèmes d’entraînement à vitesse variable industriels. Elle est aussi indiquée lorsqu’il s’agit d’alimenter des machines électriques à des fréquences différentes de la fréquence du réseau. Cette topologie servira de référence vis-à-vis des différentes caractéristiques que nécessite une électronique de puissance alimentant une machine électrique à haute vitesse.

Concernant l’élévation de la tension de sortie du convertisseur électronique, les structures suivantes sont pertinentes (par rapport à la structure de base):

- le redresseur commandé – constitué de composants semi-conducteurs actifs et d’une self triphasée d’entrée – permet d’élèver la tension du bus DC par rapport au niveau de tension obtenu avec un redresseur à diodes (Figure 17) ;
- à tension de bus fixée, l’utilisation de ponts monophasés alimentant séparément chacune des phases de la machine permet d’élèver la tension aux bornes des enroulements (Figure 18). En prenant comme référence le cas où la machine est triphasée, connectée en étoile et alimentée par un pont triphasé, la solution à 3 ponts monophasés permet en première approche de doubler la tension disponible aux bornes des enroulements [Lab98].
- l’ajout d’un hacheur élévateur sur le bus continu [Che01] [Sas03] permet d’élèver la tension de sortie de l’onduleur (Figure 19).

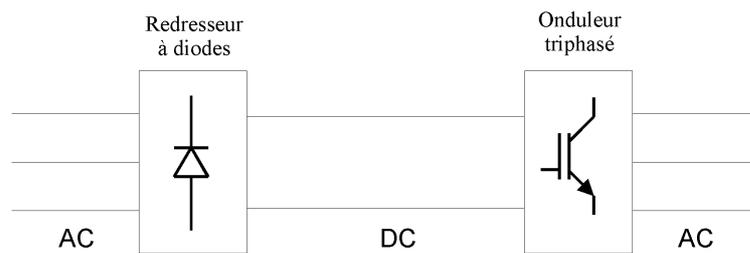


Figure 16 - Schéma de principe de la structure de base de l’alimentation électronique composée d’un pont redresseur à diodes, d’un bus continu et d’un onduleur triphasé à IGBT

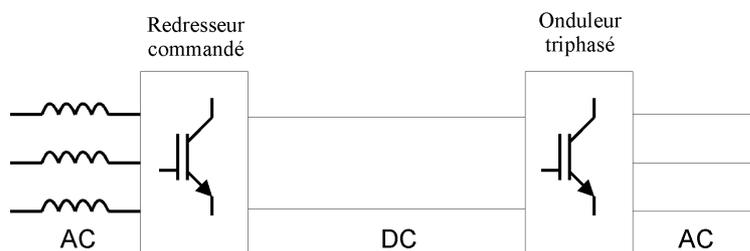


Figure 17 - Schéma de principe de la structure d’alimentation électronique composée d’un pont redresseur commandé à IGBT, d’un bus continu et d’un onduleur triphasé à IGBT

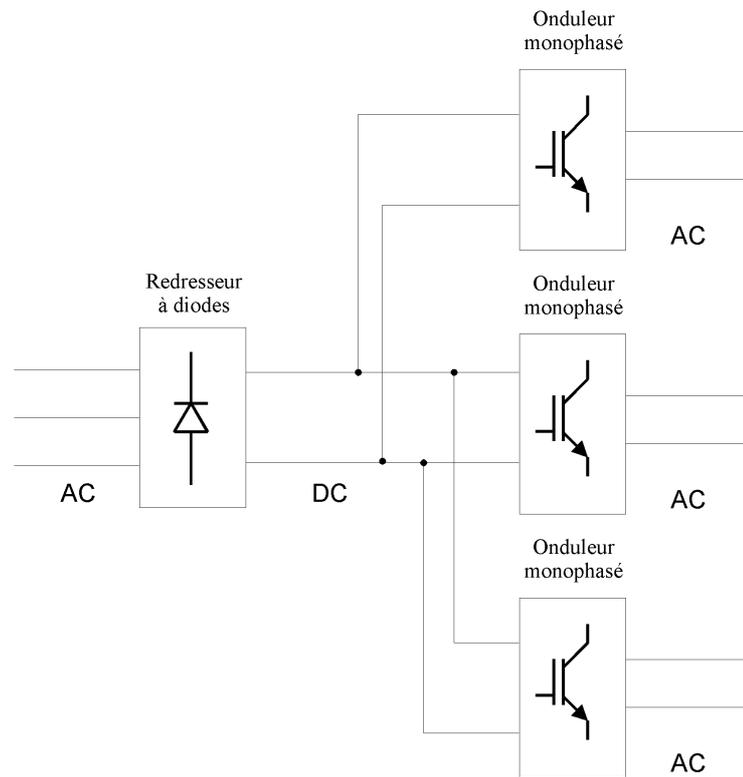


Figure 18 - Schéma de principe de la structure d'alimentation électronique composée d'un pont redresseur à diodes, d'un bus continu et de trois onduleurs monophasés à IGBT alimentant séparément chaque enroulement de la machine

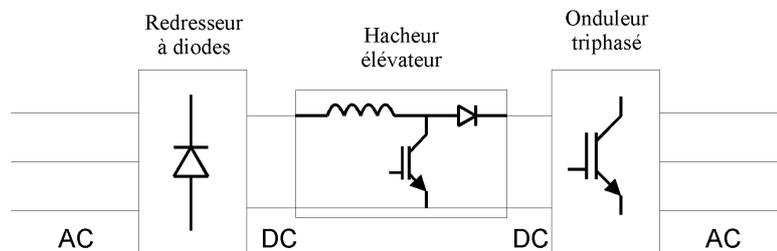


Figure 19 - Schéma de principe de la structure d'alimentation électronique composée d'un pont redresseur à diodes, d'un hacheur élévateur sur le bus continu et d'un onduleur triphasé à IGBT

Concernant l'amélioration de la qualité de la tension de sortie, on peut comparer les diverses solutions à fréquence de découpage fixée (par rapport à la structure de base) :

- l'utilisation de filtres passe-bas ou de filtres à résonance réglables – dans le cas de vitesse variable [Bin08] – permettrait de supprimer les harmoniques vus par la machine. Cependant les pertes dans les filtres ne doivent pas être négligées tout comme le surcoût engendré par l'ajout d'un élément dans le système ;
- les onduleurs multiniveaux [Tou99] [Ruf06] [Bin08] qu'ils soient utilisés en modulation de fréquence ou en modulation du niveau d'amplitude permettent d'améliorer le contenu spectral de la tension de sortie. La référence [Bin08]

indique qu’un onduleur à 3 niveaux permet une réduction des ondulations de courant, à fréquence de découpage fixée, d’environ 50 % par rapport à un onduleur à 2 niveaux ;

- enfin une solution employant 3 onduleurs monophasés permet de repousser les premiers rangs harmoniques, dus à la fréquence de découpage, vus par la charge [Kar10]. Il y a un rapport deux sur la fréquence d’apparition des premières raies harmoniques entre une alimentation employant trois ponts monophasés et une alimentation avec un pont triphasé.

Concernant le fonctionnement à profondeur de modulation unitaire les solutions suivantes peuvent être employées :

- un redresseur commandé assurant la fonction d’élévation de tension suivi d’un hacheur abaisseur sur le bus continu (Figure 20), permet d’ajuster la tension de bus et de travailler à profondeur de modulation unitaire au niveau de l’onduleur ;
- un pont redresseur à diodes suivi d’un convertisseur DC/DC assurant les fonctions d’élévation et d’abaissement de la tension de bus (mise en cascade d’un abaisseur et d’un élévateur) permet de réaliser la même fonction que précédemment (Figure 21);
- enfin un redresseur à diodes suivi d’un pont monophasé, d’un transformateur élévateur et d’un second étage de redressement permet de faire varier la tension de bus (Figure 22). L’onduleur peut alors travailler à profondeur de modulation unitaire.

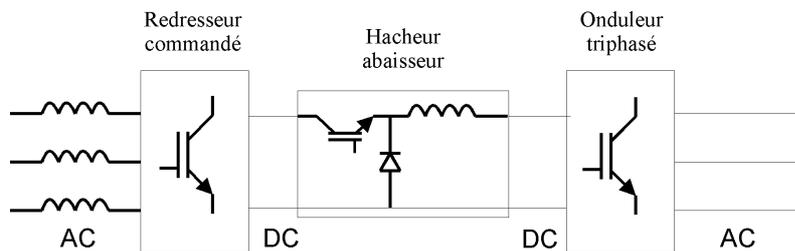


Figure 20 - Schéma de principe de la structure d’alimentation électronique composée d’un pont redresseur commandé, d’un hacheur abaisseur sur le bus continu et d’un onduleur triphasé à IGBT

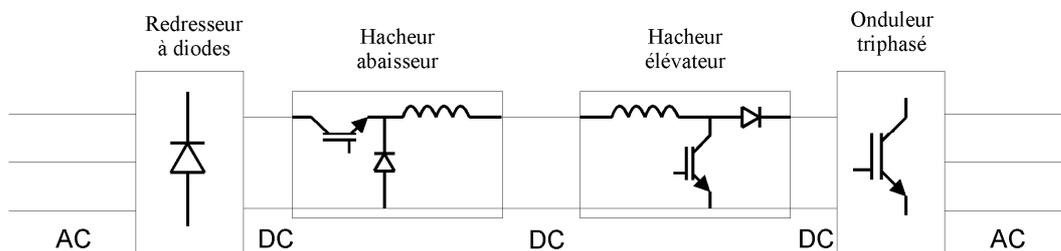


Figure 21 - Schéma de principe de la structure d’alimentation électronique composée d’un pont redresseur à diodes, d’un hacheur abaisseur puis d’un hacheur élévateur sur le bus continu et d’un onduleur triphasé à IGBT

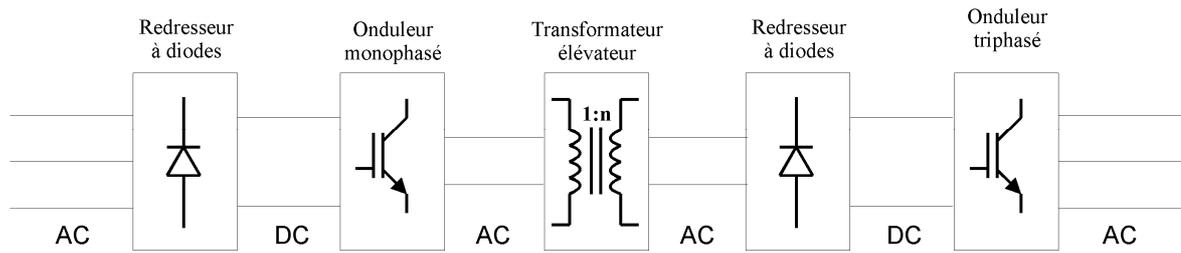


Figure 22 - Schéma de principe de la structure d'alimentation électronique composée d'un pont redresseur à diodes, d'un pont en H, d'un transformateur élévateur, d'un pont de diodes et d'un onduleur triphasé à IGBT

### IV.B.3) Conclusion sur le choix de l'électronique de puissance

Les différentes topologies d'alimentation incluant un convertisseur DC/DC en amont de l'étage DC/AC peuvent présenter des avantages certains dans les applications embarquées dans la mesure où elles permettent de dimensionner différemment d'autres éléments sensibles telles que les batteries et donc de minimiser le coût global du système. Nous ne nous placerons dans le cas d'applications *in situ*. Parmi les différentes solutions évoquées nous retiendrons donc la solution usuelle {pont de diodes + bus DC constant + onduleur 3 bras) et la solution {pont de diodes + bus DC constant + 3 onduleurs monophasés}. En effet, parmi les solutions évoquées dans le paragraphe précédent, seule cette dernière est susceptible de ne pas engendrer de surcoût démesuré par rapport à la solution usuelle bien qu'elle ait deux fois plus de semi-conducteurs. Lorsqu'on fonctionne en MLI sinus-triangle, cette dernière structure offre une tension de sortie topologiquement deux fois plus élevée que celle fournie par un onduleur à 3 bras. De ce fait à puissance égale, les courants sont deux fois moins importants dans les ponts monophasés que dans le pont triphasé. Il s'en suit une division par deux du calibre des IGBT nécessaires pour la réalisation des ponts monophasés. La réduction du calibre et l'augmentation du nombre de semi-conducteurs ont tendance à conduire à un coût identique à celui d'un onduleur à 3 bras.

## V. Notre approche, notre application

Afin de répondre aux spécificités des applications à haute vitesse, nous avons porté notre choix sur une machine synchrone à aimants situés au rotor et à aimantation orthoradiale. Le stator possédera un bobinage réparti. La structure de la machine étudiée est représentée sur la Figure 23.

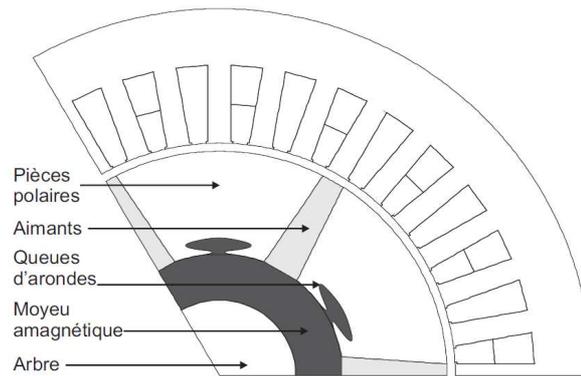


Figure 23 – Schéma d'une topologie de machine. Représentation des pièces constitutives du rotor.

Du côté de l'alimentation électronique, nous avons choisi de nous limiter à l'étude d'onduleurs triphasés à 3 bras et à la structure mettant en application trois onduleurs monophasés, en considérant que dans les deux cas la tension de bus est parfaitement continue. Ces deux structures sont illustrées sur la Figure 24 et la Figure 25.

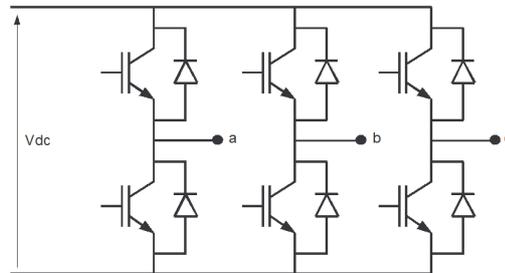


Figure 24 - Onduleur triphasé alimentant les trois phases de la machine

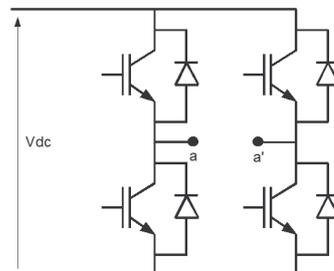


Figure 25 - Onduleur monophasé alimentant chacune des phases de la machine

Tout comme l'ont remarqué Messieurs Biedinger et Vilain [Bie98] [Bie99], les particularités de certaines applications mènent à considérer simultanément la machine et son convertisseur électronique associé. Les applications qui nous concernent sont de type compresseur à haute vitesse. Dans ce type de procédé, nous pouvons admettre que le système d'entraînement possède un unique point de fonctionnement qui sera le point de dimensionnement.

Comme nous l'avons mis en lumière il existe de nombreuses interactions entre la machine et l'électronique d'alimentation lorsque le système d'entraînement est à haute vitesse. Elles concernent les harmoniques de courant, de tension, les pertes et les performances électromagnétiques. L'approche système nécessite la modélisation des éléments du système et des interactions. Ces dernières doivent être correctement modélisées afin de situer précisément l'optimum global. Nous le ferons en déterminant les formes d'ondes des grandeurs électromagnétiques en régime permanent.

Cela conduit à complexifier les modèles et à augmenter les temps de calcul. Donc, dans un premier temps et afin de garder des temps de calcul raisonnables, une modélisation basée sur des modèles analytiques et semi-analytiques est entreprise pour décrire complètement le système. Cette phase de modélisation analytique précédée d'une phase d'analyse permet une compréhension des différents phénomènes physiques mis en jeu.

Sur la base de ces modèles analytiques, une optimisation sera menée. Les modèles seront pilotés par une procédure d'optimisation de type *MultiDisciplinary Feasibility* où le couplage multiphysique est résolu complètement dans la boucle d'optimisation. Compte tenu de la nature des variables et des fonctions à traiter, la méthode d'optimisation employée sera de type stochastique (algorithme génétique) qui de plus est bien adaptée à la recherche d'optima globaux et à la détermination de fronts de Pareto dans le cas d'optimisations multi-objectifs.

Une fois le résultat obtenu, on pourra alors raisonnablement se poser la question de la validité de cet optimum compte tenu des hypothèses simplificatrices supposées lors de l'écriture des modèles. L'utilisation de modèles analytiques, relativement « légers », permet d'explorer un vaste espace de recherche et de situer, aux approximations des modèles analytiques près, l'optimum global. Dans un deuxième temps, à partir de la solution obtenue en utilisant les modèles analytiques, une deuxième passe d'optimisation sera menée en remplaçant certains modèles par des descriptions plus fines. Cette approche correspond à l'optimisation hybride séquentielle que nous avons détaillée auparavant. Elle nous permet, à partir de la connaissance de la zone où devrait se situer l'optimum global – obtenue sur la base des modèles analytiques – de préciser la position effective de cet optimum.



## **PARTIE II**

### **MODELISATION ANALYTIQUE MULTIPHYSIQUE**

## I. Modélisation analytique globale du système

Avant toute chose, les frontières du système étudié doivent être fixées. En amont de la chaîne de conversion de l'énergie nous admettons que nous disposons d'un bus parfaitement continu. En aval du système, nous admettons que la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est constante. Le synoptique du système étudié est donné en Figure 26. La machine que nous étudions ainsi que les topologies de convertisseurs électroniques l'alimentant ont été décrites dans la partie précédente.

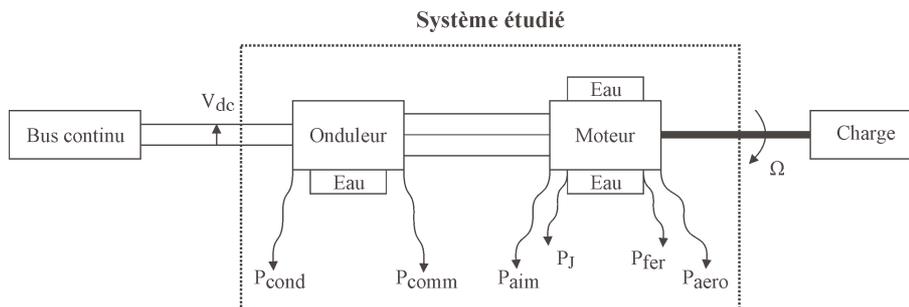


Figure 26 - Synoptique du système étudié et de ses frontières

Nous allons présenter dans cette partie la modélisation analytique multiphysique du système convertisseur-machine que nous avons développée en détaillant finement certaines interactions entre l'onduleur et le moteur. Le cœur de la modélisation concerne les performances électromagnétiques du système et, compte tenu des particularités de la haute vitesse, une attention particulière sera portée aux phénomènes à haute fréquence. De plus une modélisation complémentaire des phénomènes thermique et mécanique sera réalisée.

Afin d'éclaircir la démarche de modélisation nous présentons, en Figure 27, un synoptique des modèles développés ainsi que leurs différentes relations.

### *Séquence des modèles*

Nous détaillons brièvement l'enchaînement des modèles qui sont mis en œuvre dans notre modélisation. Le premier modèle à être exécuté est le modèle électromagnétique. Il permet de déterminer les paramètres de la machine dans la théorie des axes  $dqo$ , à partir de la connaissance de sa géométrie et des propriétés des matériaux. Le modèle électrique vient ensuite appliquer une tension MLI à la machine caractérisée par ses paramètres électromagnétiques. L'approche harmonique adoptée pour ce modèle permet, avec la connaissance des paramètres de la machine, de déterminer les formes d'ondes du courant et du couple en régime permanent.

Les formes d'ondes des grandeurs électriques en régime permanent (tension et courant), obtenues grâce au modèle électrique, permettent de déterminer les pertes du système : pertes dans l'onduleur, pertes dans les aimants, pertes par effet Joule et pertes fer. Au moment de calculer les pertes, il faut également déterminer les pertes aérodynamiques dans la machine qui peuvent devenir importantes à haute vitesse. Les différents items calculés permettent de déterminer le rendement global de la chaîne de conversion et servent également à évaluer les échauffements dans les éléments du système. Cela est réalisé par les

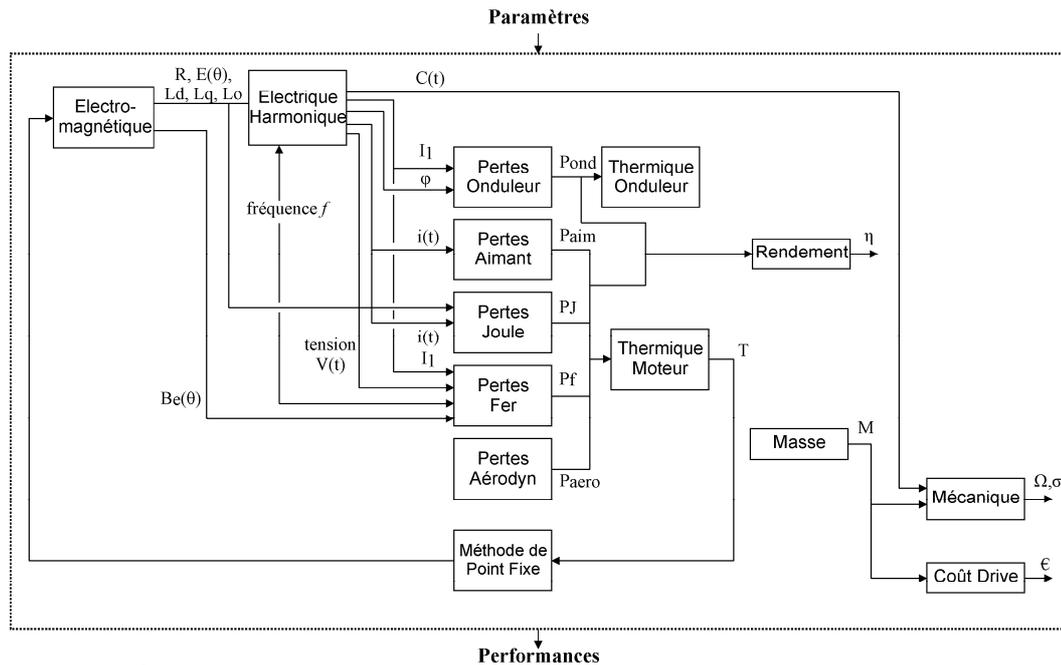


Figure 27 - Synoptique des modèles multiphysiques développés et de leurs couplages

modèles thermiques de l'onduleur et de la machine permettant d'évaluer les températures aux points critiques de ces composants.

Tous les modèles décrits précédemment sont inclus dans une boucle thermique itérative permettant de mettre à jour certaines propriétés physiques des matériaux jusqu'à l'équilibre thermique. Lorsque la boucle a convergé, il est alors temps de déterminer la masse de la machine, les contraintes d'ordre mécanique appliquées au rotor et le coût du système complet.

#### *Plan de cette partie*

Cette partie est organisée de la même manière que le synoptique qui vient d'être présenté. Elle débute par la modélisation électromagnétique de la machine, suivie par la modélisation électrique en régime permanent. Cette dernière constitue le cœur de la modélisation des interactions. En effet, il s'agit de déterminer les formes d'ondes en régime permanent des grandeurs électriques qui sont l'interface entre les deux éléments du système et qui contiennent toutes les informations pour caractériser l'interdépendance de la machine et de son électronique d'alimentation.

Ensuite vient une étape de modélisation des différentes pertes présentes dans le système. Cela conduit logiquement à une modélisation thermique du système. Puis un modèle mécanique est décrit avant de conclure sur une modélisation des coûts du système.

## II. Modélisation électromagnétique de la machine

### II.A. Introduction

#### II.A.1) Description de la machine

La machine étudiée est une machine synchrone constituée d'un rotor comportant des aimants à aimantation orthoradiale et d'un stator encoché où le bobinage est réparti. Le stator est séparé du rotor par un entrefer considéré constant qui peut être d'épaisseur importante du fait qu'il s'agit d'une machine synchrone excitée par des aimants. Le rotor est constitué d'un arbre souvent magnétique – pour des raisons économiques –, d'un moyeu magnétique pour éviter de court-circuiter les aimants, de pièces polaires et d'aimants.

Les pièces polaires possèdent une double fonctionnalité. Elles facilitent la circulation du champ dans le rotor et leur forme est étudiée de manière à retenir les aimants trapézoïdaux dans le rotor et éviter ainsi leur satellisation. Ces pièces sont également en liaison mécanique avec le moyeu, qui les supporte par l'intermédiaire de queues d'arondes.

La forme des aimants est rendue parallélépipédique afin d'alléger les calculs, ceci sans changer le comportement électromagnétique général de la machine. La Figure 28 montre la géométrie qui est considérée pour le développement du modèle.

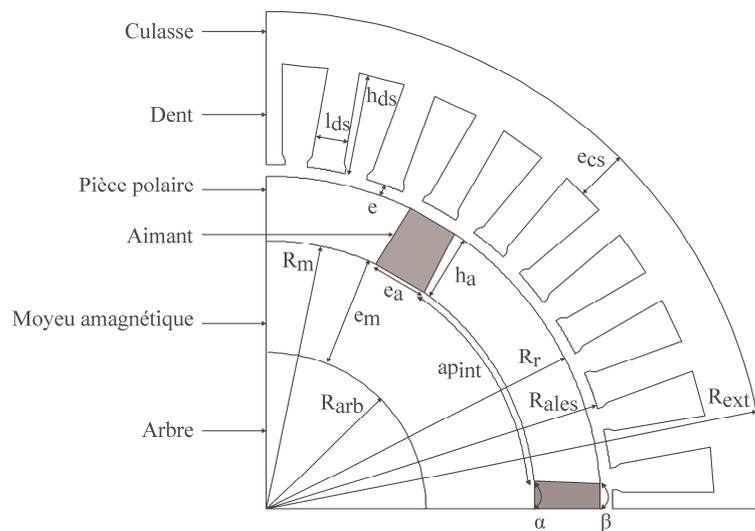


Figure 28 - Géométrie employée pour la modélisation électromagnétique. Les variables géométriques sont indiquées.

#### II.A.2) Objectifs de cette modélisation

L'objectif de cette modélisation est de déterminer les expressions analytiques des paramètres électromagnétiques – résistance, inductances et force électromotrice – de la machine électrique en fonction de ses dimensions, des propriétés physiques des matériaux et du bobinage du stator. La machine à modéliser possède un rotor magnétiquement saillant. Nous optons donc pour une modélisation électromagnétique basée sur la théorie de la machine équivalente diphasée de Blondel.

### II.A.3) Théorie de la machine diphasée de Blondel

En considérant des régimes de fonctionnement linéaires pour les matériaux magnétiques, les machines à pôles saillants peuvent être décomposées en deux machines équivalentes à pôles lisses qui sont la projection de la machine saillante sur deux axes privilégiés : l'axe direct aligné avec les pôles rotoriques et un axe en quadrature décalé de  $90^\circ$  électriques.

Cette décomposition, comme expliqué dans [Ben06], permet de simplifier l'étude des machines à pôles saillants. Il est alors nécessaire de ne déterminer que 4 paramètres :

- $L_d$ , inductance cyclique d'axe  $d$  par phase ;
- $L_q$ , inductance cyclique d'axe  $q$  par phase ;
- $L_o$ , inductance homopolaire cyclique par phase ;
- $E$ , la force électromotrice (f.é.m.) par phase – ou  $\psi_f$ , le flux magnétique par phase.

Plusieurs travaux ont été menés en utilisant le concept de machine diphasée et en adoptant une représentation par réseaux de réductance [Cha98] [Mi04] [Vid06]. Nous adoptons ici une représentation continue des formes d'ondes des champs magnétiques. Ceci permet une plus grande précision dans la description du champ dans la machine et dans la détermination des paramètres électromagnétiques. Pour tous ces calculs, nous nous plaçons dans le cas de figure où il n'y a pas de saturation et nous négligerons la circulation du champ dans les matériaux magnétiques. Cette hypothèse est raisonnable car les machines rapides fonctionnent avec de faibles niveaux d'induction comme cela a été dit dans la première partie.

Nous nous basons sur le calcul du flux magnétique à travers une phase pour déterminer les paramètres de la machine diphasée équivalente :

- Nous nous dotons d'un stator lisse où l'encoche statorique est considéré par le biais du coefficient de Carter,  $k_c$ .
- Nous déterminons le champ d'entrefer dû aux aimants seuls, dû à la réaction magnétique d'induit (RMI) d'axe  $d$ , d'axe  $q$  et d'axe  $o$ . Pour cela nous résolvons les systèmes d'équations donnés par l'application du théorème d'Ampère et de la loi de conservation du flux.
- Enfin nous déterminons le flux à travers le bobinage d'une phase en tenant compte du nombre de spires effectives. Le cas échéant, il suffit de diviser le flux à travers le bobinage par la valeur du courant d'alimentation afin de déterminer les valeurs des inductances. Dans les calculs qui suivent, toutes les spires d'une phase seront considérées comme connectées en série. Les expressions établies seront facilement transposables aux bobinages comportant plusieurs voies d'enroulement en parallèle.

En ce qui concerne les inductances, elles possèdent une composante due au flux principal (à travers le rotor) et une composante due aux divers flux de fuites. Nous traiterons dans un premier temps les composantes des inductances dues aux flux à travers le rotor et dans un dernier paragraphe celles dues aux flux de fuites.

## II.B. Expressions des grandeurs électromagnétiques

Nous allons présenter les équations régissant les grandeurs électromagnétiques dans le repère  $(d,q,o)$  dit de Park. Pour cela, il est nécessaire de préciser les transformations utilisées pour effectuer les changements de repères. Ceci afin de conférer plus de clarté à l'exposé.

### Repère utilisé

Le repère utilisé par la suite est celui présenté Figure 29. C'est le repère le plus classiquement utilisé.

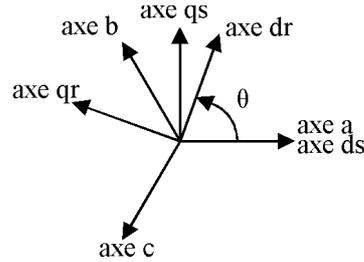


Figure 29 - Représentation des repères  $abc$ ,  $dsq$ , statorique et  $dqo$  rotorique

Le passage des grandeurs du repère  $abc$  au repère de Park  $dqo$  s'effectue à l'aide de la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix} d \\ q \\ o \end{bmatrix} = [P(\theta)] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \text{Éq. 5}$$

La matrice de Park,  $P(\theta)$ , associée au repère de la Figure 29 et utilisée dans toute la suite de l'étude est la suivante :

$$[P(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Éq. 6}$$

La transformation inverse associée est alors :

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Éq. 7}$$

### II.B.1) Force électromotrice à vide

Nous allons déterminer le flux inducteur ainsi que la force électromotrice en fonction des paramètres géométriques de la machine étudiée.

Les aimants génèrent un flux magnétique qui possède deux composantes. Le flux principal, participant à la conversion d'énergie, est le flux du champ circulant via le stator. On considère également le flux de fuite (qui ne participe pas à la conversion électromécanique) à travers le moyeu (amagnétique) et l'arbre (magnétique). Ces fuites à travers le moyeu s'observent sur la Figure 30.

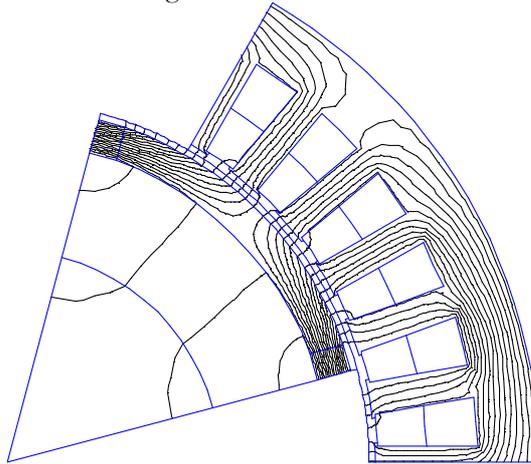


Figure 30 - Lignes de champ magnétique à vide dues aux aimants

Conformément à la théorie de l'électromagnétisme et à ce que montre les simulations par éléments finis, nous choisissons des lignes de champs radiales dans l'entrefer et circulaires puis radiales dans le moyeu amagnétique. Par ailleurs les deux entrefers sont considérés comme constants. Un schéma de principe de calcul du flux inducteur est donné en Figure 31.

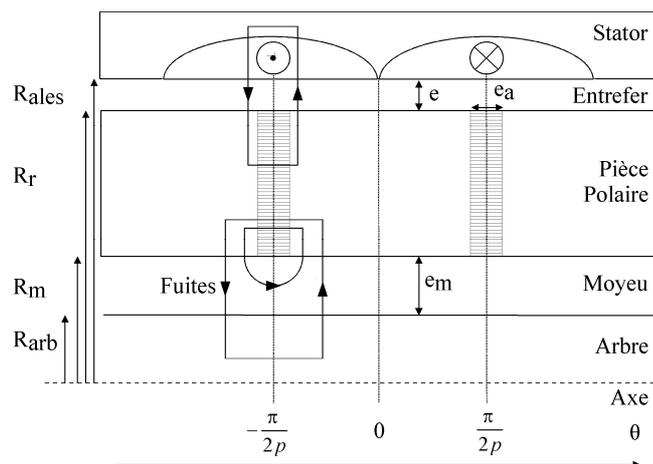


Figure 31 - Schéma de principe du calcul de l'induction d'entrefer à vide

La démarche de calcul présentée précédemment est appliquée en considérant le circuit d'induit ouvert.

Les pièces magnétiques n'étant pas saturées, nous supposons que la surface des pièces polaires est une équipotentielle. De plus nous supposons une décroissance linéaire du champ magnétique au niveau des aimants, entre deux pôles, en fonction de la position angulaire dans l'entrefer (voir Figure 32).

### (a) Champ inducteur dans l'entrefer

Fort des hypothèses faites précédemment, nous écrivons le théorème d'Ampère et la loi de conservation du flux :

Théorème d'Ampère

Relations constitutives des milieux

$$\begin{cases} H_a e_a + 2H_m(\theta)e_m(\theta) = 0 \\ H_a e_a + 2H_e k_C e = 0 \end{cases} \quad \text{Éq. 8} \quad \begin{cases} B_a = B_r + \mu_0 \mu_a H_a \\ B_e = \mu_0 H_e \\ B_m = \mu_0 H_m \end{cases} \quad \text{Éq. 9}$$

### Conservation du flux

$$\begin{cases} \phi_{aim} = \phi_{fuites} + \phi_{entrefer} \\ \phi_{aim} = B_a h_a L_{act} \\ \phi_{fuites} = -\mu_0 H_a e_a L_{act} \left\{ \frac{\alpha}{2\pi} + R_m \int_{\alpha}^{\frac{2e_m}{\pi R_m}} \frac{1}{\pi R_m x} dx + R_m \int_{\frac{2e_m}{\pi R_m}}^{\frac{\pi}{2e_m}} \frac{1}{2e_m} dx \right\} \\ \phi_{entrefer} = B_e R_r L_{act} \frac{\beta}{2} - \mu_0 H_a e_a L_{act} R_r \int_{\beta}^{\frac{\pi}{2k_C e}} \frac{1}{2k_C e} dx \end{cases} \quad \text{Éq. 10}$$

Avec  $\begin{cases} \alpha = \frac{1}{R_m} \frac{e_a}{2} \\ \beta = \frac{1}{R_r} \frac{e_a}{2} \end{cases}$

Les variables géométriques apparaissant dans les équations précédentes sont représentées sur la Figure 28.  $L_{act}$  est la longueur active de la machine et  $p$  le nombre de paires de pôles de la machine. En combinant ces équations avec les relations géométriques, nous arrivons à l'expression de la valeur maximale de l'induction d'entrefer due aux aimants :

$$B_f = \frac{2B_r e_a e_m h_a p \pi}{-4k_C e e_a e_m p + 2\beta k_C e e_a e_m p + 2\alpha k_C e e_a e_m p + 4k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + k_C e e_a \pi^2 R_m - 2\beta e_a e_m p \pi R_r + e_a e_m \pi^2 R_r + 4e_a k_C e e_m p \log\left(\frac{2e_m}{\alpha \pi R_m}\right)} \quad \text{Éq. 11}$$

Lorsque les fuites sont purement circulaires à travers le moyeu – cela dépend de l'épaisseur du moyeu et de celle des aimants –, l'expression de la valeur du « plateau » d'induction due aux aimants s'écrit :

$$B_f = \frac{2B_r e_a h_a p \pi}{2\alpha k_C e e_a p + 4k_C e h_a \mu_a p \pi - \beta e_a p \pi R_r + e_a \pi^2 R_r + 4e_a k_C e p \log\left(\frac{\pi}{2\alpha p}\right)} \quad \text{Éq. 12}$$

La forme d'onde de l'induction dans l'entrefer, à vide, pour une configuration géométrique particulière, est représentée sur la Figure 32.

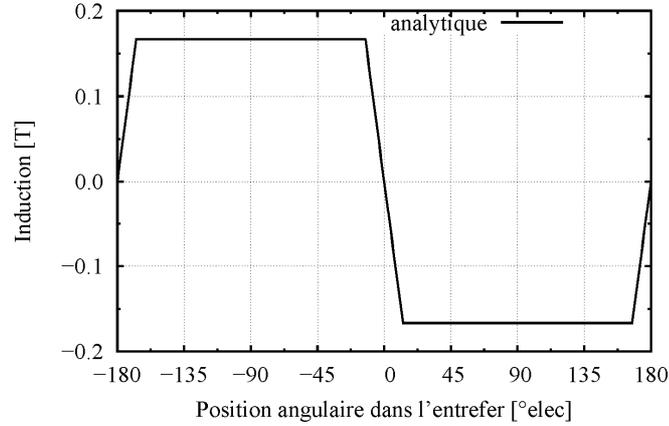


Figure 32 - Forme d'onde de l'induction d'entrefer à vide avec  $B_r=1,05$  T

### (b) Calcul de la force électromotrice

Nous allons déterminer la forme d'onde de la force électromotrice en incluant les harmoniques d'espace du champ d'entrefer et du bobinage. La forme d'onde de l'induction d'entrefer à vide peut s'écrire sous forme d'une décomposition en série de Fourier [Gie04] :

$$B_f(v, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{fk} \sin(kp(v - \theta)) \quad \text{Éq. 13}$$

$v$  est l'angle repérant un point dans l'entrefer par rapport au repère statorique fixe et  $\theta$  repère la position du rotor dans le repère statorique.  $B_{fk}$  est l'amplitude de l'harmonique de rang  $k$  de l'induction d'entrefer. À partir du champ d'entrefer, nous calculons ensuite le flux embrassé par le bobinage en fonction de la position du rotor. Pour cela nous mettons en œuvre la théorie des fonctions de bobinage [Sai01]. Le bobinage est distribué et capte le fondamental du flux ainsi que certains harmoniques. Le bobinage peut être représenté par une fonction qui intègre les harmoniques d'espace du bobinage :

$$N_a(v) = \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(npv)}{2n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} N_n \sin(npv) \quad \text{Éq. 14}$$

Les particularités du bobinage sont prises en compte à travers le coefficient de distribution  $K_{dn}$ , le coefficient de raccourcissement  $K_{pn}$ , le coefficient d'inclinaison  $K_{sn}$  et le coefficient d'ouverture d'encoche  $K_{cn}$ . Les expressions de ces différents coefficients peuvent être trouvées dans [Fud83] [Jok99] [Sai01] [Lip04]. Ensuite le flux capté par le bobinage s'écrit :

$$\psi_f(\theta) = pR_{ales} L_{act} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} B_f(v, \theta) N_a(v) dv \quad \text{Éq. 15}$$

Après tous calculs faits, le flux capté par une phase s'écrit :

$$\psi_f(\theta) = \pi L_{act} R_{ales} \sum_{k=2p+1}^{\infty} B_{fk} N_k \cos(kp\theta) \quad \text{Éq. 16}$$

Il ne comporte que des termes impairs dans le cas d'une machine équilibrée. Finalement la force électromotrice aux bornes d'une phase de la machine, en fonction de la position du rotor, est obtenue en appliquant la loi de Faraday:

$$e_a(t) = p\pi L_{act} R_{ales} \Omega \sum_{k=2p+1}^{\infty} k B_{fk} N_k \sin(k\omega_e t) \quad \text{Éq. 17}$$

Ces expressions intègrent les fuites de flux à travers le moyeu. Nous avons donc établi les expressions du flux inducteur à travers une phase ainsi que la f.é.m. d'une phase. Ces expressions prennent en compte les harmoniques d'espace du champ d'entrefer et du bobinage.

### II.B.2) Inductance cyclique d'axe $d$ : $L_d$

Nous étudions la configuration où un système triphasé équilibré de courants est injecté dans les bobines de telle manière que le vecteur courant résultant possède une unique composante sur l'axe  $d$ . En outre, l'induction rémanente des aimants est prise nulle. Il existe alors des fuites à travers le moyeu amagnétique car la circulation du champ à travers l'épaisseur des aimants n'est pas toujours le chemin le plus favorable. Ces fuites sont visibles sur la Figure 33.

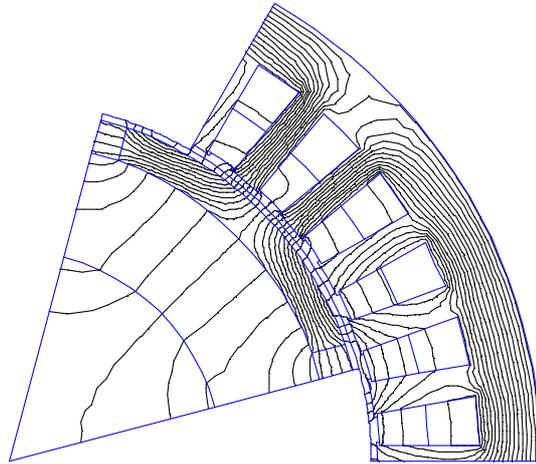


Figure 33 - Lignes de champ magnétique dues à la réaction magnétique d'induit d'axe  $d$

Le schéma de principe du calcul du champ de réaction magnétique d'induit d'axe  $d$  est donné en Figure 34.

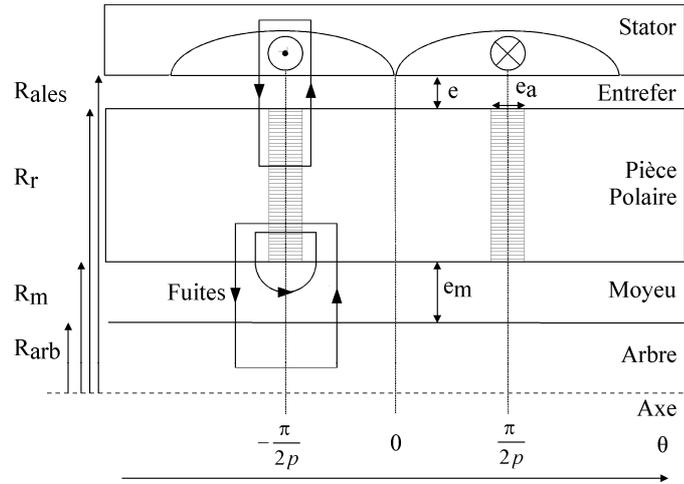


Figure 34 - Schéma de principe de calcul de l'induction d'entrefer dans l'axe  $d$

Nous observons un phénomène de « recouvrement » de l'induction magnétique : sous un pôle, le champ magnétique change de signe. Ce phénomène est dû à la distribution du bobinage et à la traversée de l'espace réservé aux aimants qui consomme des ampères-tours comme expliqué dans [Hon82]. Nous supposons encore une décroissance linéaire du champ magnétique d'entrefer aux niveaux des aimants, en fonction de la position angulaire dans l'entrefer.

### (a) Calcul du champ d'entrefer

Afin de calculer une inductance cyclique, il est nécessaire de considérer l'ensemble des trois phases alimentées. En effet une inductance cyclique traduit la capacité du bobinage global à faire circuler un flux total sur un des axes privilégiés de la machine diphasée.

Le système équilibré de courants triphasés crée une force magnétomotrice (f.m.m.) s'écrivant [Mil89] :

$$Fmm_d(\theta) = \frac{3}{\pi} i_d k_w N_{spp} \cos(p\theta) \quad \text{Éq. 18}$$

Tout comme pour le calcul de l'induction à vide, le théorème d'Ampère et la loi de conservation du flux sont écrits. Les relations constitutives des milieux sont également exprimées afin de fermer le système d'équations régissant les champs magnétiques dans les entrefers. Nous faisons l'hypothèse simplificatrice que les lignes de champs sont radiales dans l'entrefer et circulaires puis radiales dans le moyeu.

Théorème d'Ampère

Relations constitutives des milieux

$$\begin{cases} H_a e_a - 2H_m(\theta) e_m(\theta) = 0 \\ H_a e_a + 2H_e(\theta) k_C e = Fmm_d(\theta) \end{cases} \quad \text{Éq. 19}$$

$$\begin{cases} B_a = \mu_0 \mu_a H_a \\ B_e = \mu_0 H_e \\ B_m = \mu_0 H_m \end{cases} \quad \text{Éq. 20}$$

Conservation du flux

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{entrefer} = \phi_{fuites} + \phi_{aim} \\ \phi_{aim} = B_a h_a L_{act} \\ \phi_{fuites} = \mu_0 H_a e_a L_{act} R_m \left\{ \int_{\frac{2p}{\pi} - \alpha}^{\frac{2p}{\pi}} \frac{1}{\frac{2e_m}{\pi R_m} \left( \frac{\pi}{2p} - x \right)} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2p}} \frac{1}{\frac{2e_m}{\pi R_m}} dx \right\} \\ \phi_{entrefer} = \frac{\mu_0 L_{act} R_r}{k_C e} \int_{\beta}^{\frac{\pi}{2p}} F_{mm_d}(x) - \frac{H_a e_a}{2} dx \end{array} \right. \quad \text{Éq. 21}$$

La résolution de ce système d'équations permet de déterminer l'expression du champ magnétique dans l'espace réservé aux aimants :

$$H_a = \frac{12 R_r e_m k_w N_{spp} i_d}{-4 k_C e e_m e_a p + 4 k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + e_m e_a \pi^2 R_r + \dots} \quad \text{Éq. 22}$$

$$e_a k_C e \pi^2 R_m + 4 k_C e e_a e_m p \log \left( \frac{4 e_m}{e_a \pi} \right)$$

On déduit alors l'induction d'entrefer :

$$B_d(\theta) = \frac{3 i_d \mu_0 k_w N_{spp}}{k_C e} \left[ \frac{\cos(p\theta)}{\pi} - \frac{2 e_a e_m R_r}{-4 k_C e e_m e_a p + 4 k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + e_m e_a \pi^2 R_r + \dots} \right. \quad \text{Éq. 23}$$

$$\left. e_a k_C e \pi^2 R_m + 4 k_C e e_a e_m p \log \left( \frac{4 e_m}{e_a \pi} \right) \right]$$

La forme d'onde de l'induction dans l'entrefer est représentée sur la Figure 35.

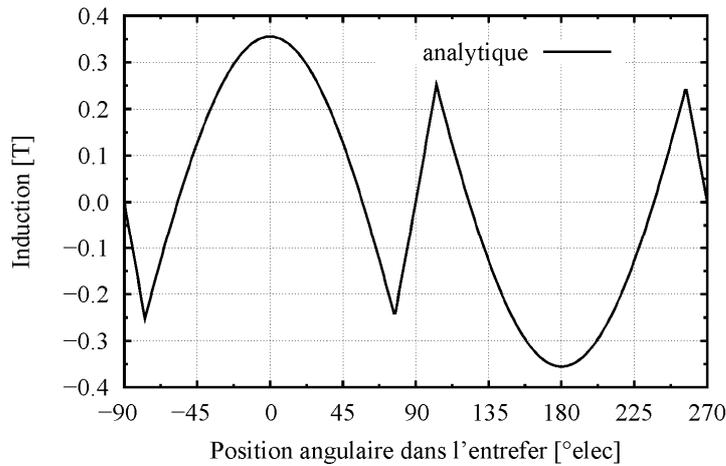


Figure 35 - Forme d'onde d'induction d'entrefer dans l'axe  $d$ , en fonction de  $\theta$

**(b) Calcul de l'inductance cyclique  $L_d$** 

L'inductance cyclique d'axe  $d$  que nous déterminons n'intègre que le flux capté par le fondamental du bobinage. À partir de la forme d'onde considérée et de l'expression qui vient d'être établie, nous déterminons l'amplitude du fondamental de l'induction dans l'entrefer à l'aide d'une décomposition en série de Fourier. Nous trouvons :

$$\hat{B}_{d1} = \frac{3i_d \mu_0 k_w N_{spp}}{\pi^2 k_C e} \left[ \frac{-2\beta p + \pi + \frac{4\sin(p\beta)^2}{p\beta} - \sin(2p\beta) - \dots}{8e_a e_m R_r \sin(p\beta)} \right] \quad \text{Éq. 24}$$

$$\left[ \frac{-4k_C e e_m e_a p + 4k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + e_m e_a \pi^2 R_r}{\beta \cdot p \left( + e_a k_C e \pi^2 R_m + 4k_C e e_a e_m p \log\left(\frac{4e_m}{e_a \pi}\right) \right)} \right]$$

Nous déduisons directement le fondamental du flux à travers le bobinage sous une paire de pôles :

$$\hat{\psi}_{d1} = N_{spp} k_w \frac{\pi 2 R_{ales} L_{act}}{2p} \frac{2}{\pi} \hat{B}_{d1} \quad \text{Éq. 25}$$

Lorsque les fuites sont circulaires puis radiales à travers le moyeu,  $L_d$  s'écrit :

$$L_d = \frac{6L_{act} \mu_0 k_w^2 N_s^2 R_{ales}}{\pi^2 k_C e p^2} \left[ \frac{-2\beta p + \pi + \frac{4\sin(p\beta)^2}{p\beta} - \sin(2p\beta) - \dots}{8e_a e_m R_r \sin(p\beta)} \right] \quad \text{Éq. 26}$$

$$\left[ \frac{-4k_C e e_m e_a p + 4k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + e_m e_a \pi^2 R_r}{\beta p \left( + e_a k_C e \pi^2 R_m + 4k_C e e_a e_m p \log\left(\frac{4e_m}{e_a \pi}\right) \right)} \right]$$

Finalement dans le cas où les fuites à travers le moyeu sont purement circulaires, les calculs sont repris et conduisent à exprimer  $L_d$  selon :

$$L_d = \frac{6L_{act} \mu_0 k_w^2 N_s^2 R_{ales}}{\pi^2 k_C e p^2} \left[ \frac{-2\beta p + \pi + \frac{4\sin(p\beta)^2}{p\beta} - \sin(2p\beta) - \dots}{8e_a e_m R_r \sin(p\beta)} \right] \quad \text{Éq. 27}$$

$$\left[ \frac{4k_C e e_m \mu_a h_a p + e_m e_a \pi R_r - \dots}{\beta p \left( 2\alpha k_C e e_a p R_m + e_a k_C e \pi R_m \right)} \right]$$

Nous avons finalement exprimé l'inductance cyclique d'axe  $d$  pour la machine diphasée en fonction des paramètres géométriques de la machine.

**II.B.3) Inductance cyclique d'axe  $q$  :  $L_q$** 

La démarche est reprise pour déterminer l'inductance cyclique d'axe  $q$ . Nous prenons la configuration où on injecte un système triphasé équilibré de courants dans les bobines de telle manière que le vecteur courant résultant possède une unique composante sur l'axe  $q$ . Dans cette position, on considère qu'il n'y a pas de fuites magnétiques car le champ circule

quasi-exclusivement dans les pièces magnétiques du rotor et du stator. On observe, sur le tracé de lignes de champ de la Figure 36, qu'il n'y a pas de fuites à travers le moyeu comme cela peut être le cas dans l'axe  $d$  (cf. paragraphe II.B.2), p. 70).

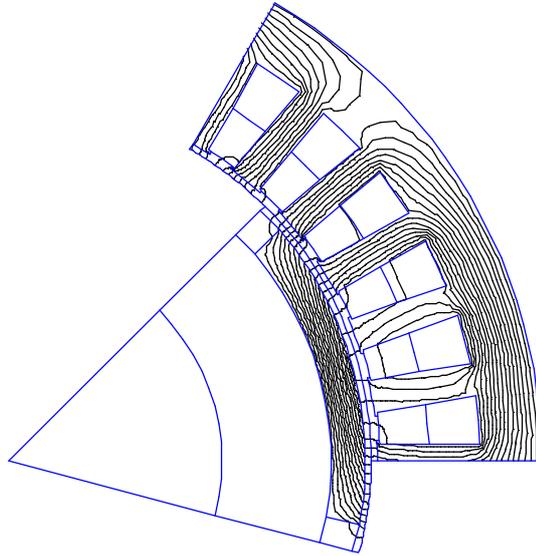


Figure 36 - Lignes de champ magnétique dues à la réaction magnétique d'induit d'axe  $q$

Le schéma de principe du calcul est donné en Figure 37.

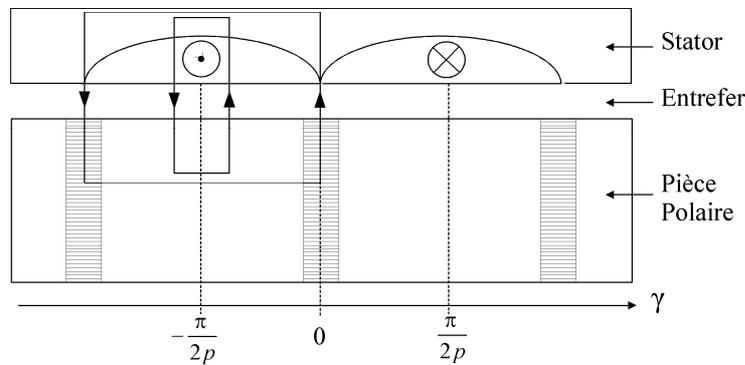


Figure 37 - Schéma de principe de calcul de l'induction d'entrefer dans l'axe  $q$

Nous supposons encore une décroissance linéaire du champ magnétique au niveau des aimants, en fonction de la position angulaire dans l'entrefer. Le champ décroît jusqu'à une valeur minimale que nous déterminerons. En effet les lignes de champ d'entrefer qui sont en face des aimants doivent parcourir un trajet plus important car elles circulent en partie dans les aimants.

#### (a) Calcul du champ d'entrefer

À l'instar de la f.m.m. d'axe  $d$ , nous pouvons écrire la f.m.m. d'axe  $q$  en décalant le repère de  $90^\circ$  électriques. Le système équilibré de courants triphasés crée une f.m.m. qui s'exprime comme suit:

$$Fmm_q(\gamma) = \frac{3}{\pi} i_q k_w N_{spp} \cos(p\gamma) \quad \text{Éq. 28}$$

On résout le système donné par le théorème d'Ampère et la loi de conservation du flux :

$$\begin{cases} Fmm_q(\gamma) = k_C e H_e(\gamma) \\ B_e = \mu_0 H_e \end{cases} \quad \text{Éq. 29}$$

Pour les lignes de champ ne traversant pas les aimants le calcul de l'induction dans l'entrefer est aisé. Le champ dans l'entrefer s'exprime simplement :

$$B_q(\gamma) = \frac{3i_q \mu_0 k_w N_{spp}}{k_C e \pi} \cos(p\gamma) \quad \text{Éq. 30}$$

En face des aimants, la valeur minimale du champ est :

$$B_{q,\min} = \frac{3i_q \mu_0 k_w N_{spp}}{\pi \left( k_C e + \frac{\beta \pi R_r}{2} \right)} \quad \text{Éq. 31}$$

À partir de la forme d'onde considérée (sinusoïdale et décroissance linéaire) et de l'expression qui vient d'être établie, nous déterminons l'amplitude du fondamental de l'induction dans l'entrefer à l'aide d'une décomposition en série de Fourier. Nous trouvons :

$$\hat{B}_{q1} = \frac{3i_q \mu_0 k_w N_{spp}}{k_C e \pi^2} \left[ \pi - 2\beta p - \sin(2\beta p) + \frac{2 \left( (6k_C e + \beta \pi R_{ales}) \cos(\beta p) + (2k_C e + \beta \pi R_{ales}) (\cos(2\beta p) + \beta p \sin(2\beta p)) \right)}{\beta p (2k_C e + \beta \pi R_{ales})} \right] \quad \text{Éq. 32}$$

La forme d'onde de l'induction dans l'entrefer est représentée sur la Figure 38.

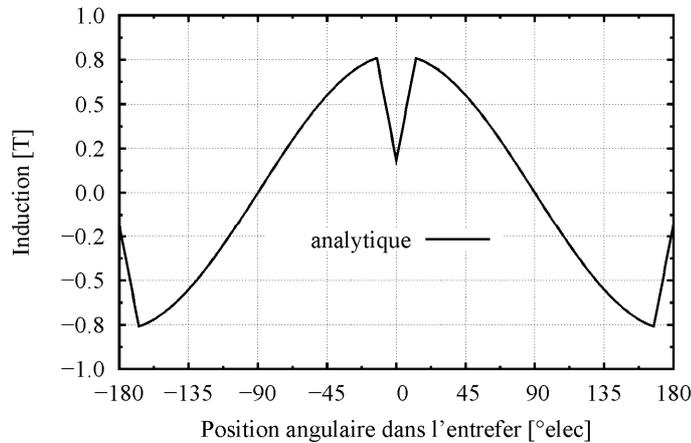


Figure 38 - Forme d'onde d'induction d'entrefer dans l'axe  $q$ , en fonction de  $\gamma$

**(b) Calcul de l'inductance cyclique  $L_q$** 

En procédant de la même manière que pour l'inductance d'axe  $d$ , on obtient l'inductance synchrone d'axe  $q$  :

$$L_q = \frac{6L_{act}\mu_0k_w^2N_s^2R_{ales}}{k_{Ce}\pi^2p^2} \left[ \frac{\pi - 2\beta p - \sin(2\beta p) + 2 \left( \frac{6k_{Ce} + \beta\pi R_{ales} - 2(4k_{Ce} + \beta\pi R_{ales})\cos(\beta p) + (2k_{Ce} + \beta\pi R_{ales})(\cos(2\beta p) + \beta p \sin(2\beta p))}{\beta p(2k_{Ce} + \beta\pi R_{ales})} \right)}{\beta p(2k_{Ce} + \beta\pi R_{ales})} \right] \quad \text{Éq. 33}$$

Nous avons finalement exprimé l'inductance cyclique d'axe  $q$  pour la machine diphasée en fonction des paramètres géométriques de la machine.

**II.B.4) Inductance homopolaire :  $L_o$** 

Le calcul de l'inductance homopolaire nécessite également le calcul du champ d'entrefer et du flux capté par le bobinage. À partir des fonctions de bobinage (Éq. 14), il est possible d'exprimer les forces magnétomotrices dues à l'alimentation par un système homopolaire. Elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} F_{mm_a}(\theta) &= i_o \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(np\theta)}{2n+1} \\ F_{mm_b}(\theta) &= i_o \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(np(\theta - 2\pi/3))}{2n+1} \\ F_{mm_c}(\theta) &= i_o \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(np(\theta - 4\pi/3))}{2n+1} \end{aligned} \quad \text{Éq. 34}$$

La force magnétomotrice résultante s'écrit :

$$F_{mm_o}(\theta) = 3i_o \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{\substack{n=3l \\ l=0}}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(np\theta)}{2n+1} \quad \text{Éq. 35}$$

En supposant que l'entrefer peut être pris constant – la périodicité étant triple de celle de la polarité rotor, on peut négliger en première approximation l'effet de la saillance rotorique – et que le champ est radial dans l'entrefer, ce dernier peut s'écrire :

$$\begin{aligned} B_o(\theta) &= \frac{\mu_o F_{mm_o}(\theta)}{k_{Ce}} \\ B_o(\theta) &= 3i_o \frac{\mu_o}{k_{Ce}} \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \sum_{\substack{n=3l \\ l=0}}^{\infty} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) K_{dn} K_{pn} K_{cn} K_{sn} \frac{\sin(np\theta)}{2n+1} \end{aligned} \quad \text{Éq. 36}$$

On peut ensuite calculer le flux capté par une bobine (tous les conducteurs étant en série):

$$\psi_{so} = pR_{ales}L_{act} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} B_o(\theta)N_k(\theta)d\theta$$

$$\psi_{so} = pR_{ales}L_{act}3i_o \frac{\mu_o}{k_{Ce}} \left( \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \right)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\substack{n=3l \\ l=0}}^{\infty} \frac{K(n)}{2n+1} \frac{K(k)}{2k+1} \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \sin(np\theta)\sin(kp\theta)d\theta \quad \text{Éq. 37}$$

L'intégrale ci-dessus est non nulle lorsque  $k=n$ . Il n'y a donc que les harmoniques 3 qui interviennent dans le calcul. On obtient :

$$\psi_{so} = pR_{ales}L_{act}3i_o \frac{\mu_o}{k_{Ce}} \left( \frac{4}{\pi} \frac{N_{spp}}{2} \right)^2 \frac{2\pi}{2p} \sum_{\substack{n=3l \\ l=0}}^{\infty} \left( \frac{K(n)}{2n+1} \right)^2 \quad \text{Éq. 38}$$

Finalement, la part de l'inductance homopolaire due à la circulation du flux à travers l'entrefer peut s'écrire :

$$L_o = 3pR_{ales}L_{act} \frac{\mu_o}{k_{Ce}} \left( \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2p} \right)^2 \frac{2\pi}{2p} \sum_{\substack{n=3l \\ l=0}}^{\infty} \left( \frac{K(n)}{2n+1} \right)^2 \quad \text{Éq. 39}$$

Cette inductance correspond aux inductances harmoniques du stator.

### II.B.5) Inductances de fuite

Les inductances de fuite possèdent plusieurs origines : les flux à travers les encoches, les flux aux extrémités de la machine, ou encore les flux de fuite zig-zag. Nous ne considérons que les flux de fuite à travers les encoches.

Le détail des calculs des inductances de fuite lorsque la machine est alimentée par un système triphasé équilibré est donné par plusieurs sources [Fog99] [Lip04] et est repris en annexe I (p. 220). Il faut intégrer l'éventuel pas de raccourcissement d'un bobinage à deux étages comme le fait [Lip04].

Lorsqu'on détermine l'inductance de fuite associée aux inductances synchrones d'axes  $d$  et  $q$ , la machine est alimentée par un système de courants équilibré. Ceci conduit à écrire, dans le cas d'un bobinage à deux étages dont le pas de raccourcissement est  $p_{rac}$ , l'inductance de fuite d'une phase :

$$L_{l,eq} = 12N_s^2 \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{pT}{4} + \frac{pB}{4} + \frac{pTB}{4} (3p_{rac} - 1) \right] \quad \text{Éq. 40}$$

Les différentes perméances spécifiques intervenant dans l'expression sont données en annexe I (p. 220).

Dans le cas de l'inductance homopolaire, la machine est alimentée par un système homopolaire et il faut prêter attention au calcul de l'inductance de fuite ramenée à une phase. La configuration des courants dans les encoches est tout à fait différente du cas où le système d'alimentation est équilibré. L'inductance de fuite d'une phase alimentée par un système homopolaire s'écrit :

$$L_{l,o} = 12N_s^2 \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{PT}{4} + \frac{PB}{4} + \frac{PTB}{4} (6p_{rac} - 5) \right] \quad \text{Éq. 41}$$

Finalement l'inductance de fuite sous alimentation équilibrée doit être ajoutée aux inductances  $L_d$  et  $L_q$  et celle sous alimentation par un système homopolaire doit être ajoutée à  $L_o$ .

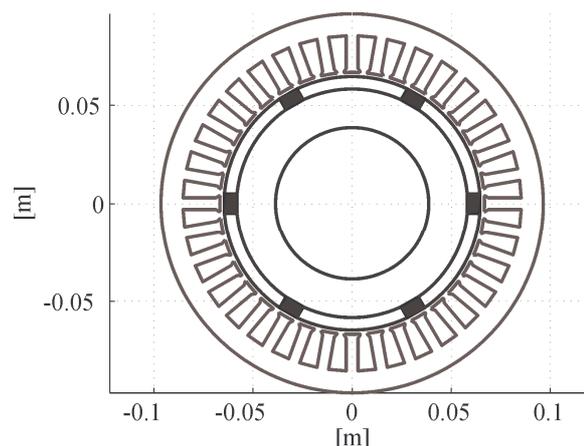
### ***II.C. Validation des paramètres électromagnétiques par simulation EF***

Nous souhaitons valider notre modélisation. Pour cela, nous comparerons nos résultats analytiques avec ceux fournis par un logiciel de calcul par éléments finis : Flux2D® [Flux2D] ou FEMM© [Femm]. Nous modéliserons des matériaux magnétiques linéaires dans le cas de calculs par la méthode des éléments finis. De même nous ne prendrons pas en compte les influences de la température sur les propriétés magnétiques.

Les comparaisons porteront sur les formes d'ondes de l'induction dans l'entrefer ainsi que sur les valeurs des fondamentaux des champs dans l'entrefer. Elle portera également sur la forme d'onde de la f.é.m. et sur les valeurs des inductances  $L_d$ ,  $L_q$  et  $L_o$ . Finalement la première grandeur utile du moteur, le couple moyen en charge, sera analysée.

#### **II.C.1) Machine de référence**

La machine qui sert de base aux comparaisons a été dimensionnée pour une application de type compresseur à haute vitesse, elle est représentée en Figure 39 et ses principales caractéristiques sont données dans le Tableau II.



**Figure 39 - Machine de référence pour la validation du modèle électromagnétique. Les aimants sont représentés en noir.**

TABLEAU II - CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DE LA MACHINE DE REFERENCE

Caractéristiques	Valeurs
$2p$	6
Nombre d'encoches	36
Pas de bobinage	5/6
Rayon extérieur	96,5 mm
Rayon d'alésage	66,8 mm
Entrefer	2,1 mm
Aimants ( $h_a \times e_a$ )	6,3 x 10 mm <sup>2</sup>
Rayon d'arbre	38,7 mm
Epaisseur culasse	11,1 mm
Largeur dent	5,9 mm
Longueur active	277,9 mm
Nb spires en série	12
$B_r$	1,05 T
Courant $I$	431,3 A

### II.C.2) À vide

Les formes d'onde du champ inducteur dans l'entrefer, obtenues analytiquement et par EF, sont illustrées en Figure 40. On observe une bonne cohérence entre les deux formes d'onde ainsi que l'apparition de l'effet de l'encoche statorique.

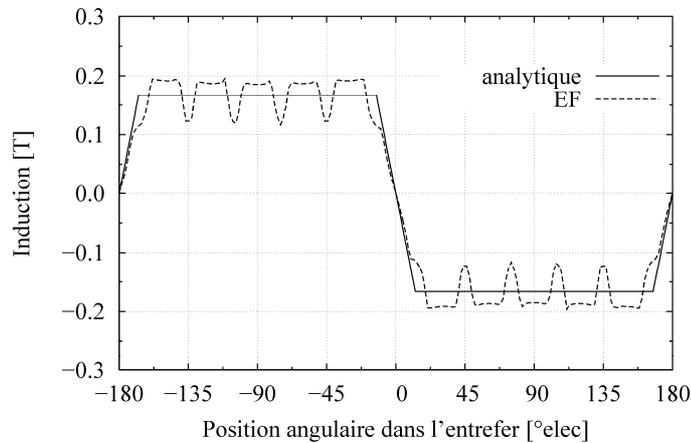
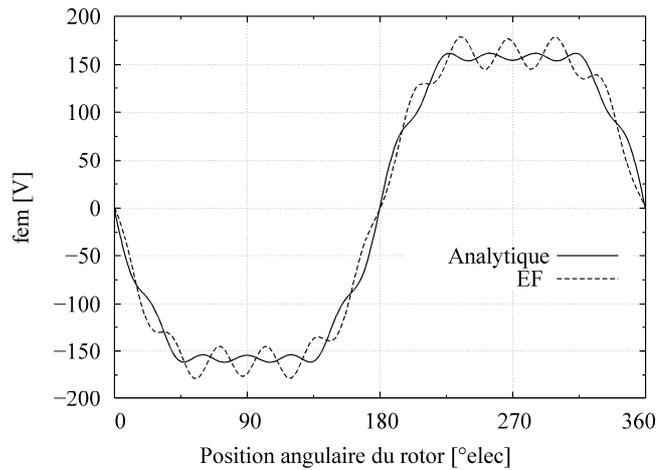


Figure 40 - Comparaison analytique-EF de l'induction d'entrefer due aux aimants

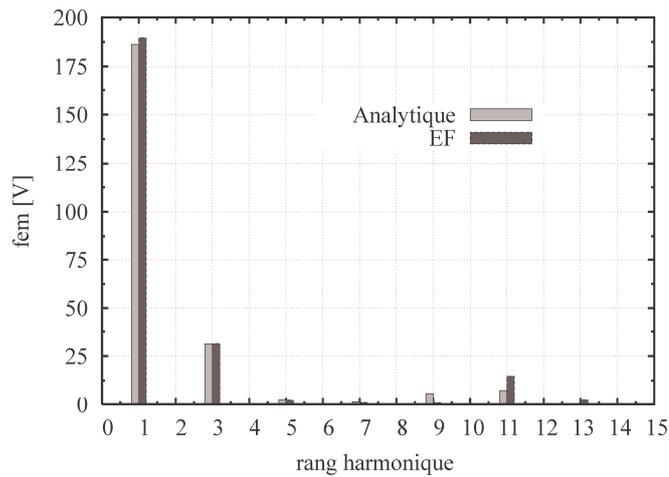
Les amplitudes des fondamentaux sont déterminées avec une décomposition en série de Fourier. On constate un écart de 1,89 % entre la valeur déterminée analytiquement (0,2205 T) et celle issue des éléments finis (0,2164 T).

Nous comparons ensuite la forme d'onde de la force électromotrice obtenue analytiquement et celle obtenue à partir du calcul par EF, voir Figure 41.



**Figure 41 - Forme d'onde de la force électromotrice à 21 000 tr/min : comparaison entre le calcul analytique et le calcul par EF.**

Une décomposition spectrale des formes d'ondes calculées analytiquement et par EF est effectuée. Les spectres sont donnés en Figure 42.



**Figure 42 - Spectre de la force électromotrice. Comparaison entre les résultats analytiques et par éléments finis.**

On constate que les différences de formes d'ondes peuvent être expliquées par les harmoniques de rangs 9, 11 et 13. Ces deux derniers harmoniques correspondent aux harmoniques de denture (dans notre cas, il y a 12 dents par paire de pôles). Ces derniers ne sont pas intégrés dans la modélisation analytique mais le sont de fait dans le calcul par EF. Par ailleurs le calcul par EF peut mésestimer les harmoniques de denture à cause des angles vifs des dents qui ne permettent pas de résoudre rigoureusement le champ magnétique en ces points.

### II.C.3) Analyse des grandeurs statoriques

Nous présentons dans cette section les résultats concernant les grandeurs d'axes  $d$ ,  $q$  et  $o$ .

#### (a) Formes d'ondes des inductions

Les inductions dans l'entrefer dues à une réaction magnétique d'axe  $d$  et d'axe  $q$  sont représentées sur la Figure 43 et la Figure 44. On constate une bonne cohérence entre les formes d'ondes analytiques et les formes d'ondes calculées par EF. On observe bien l'effet de l'encoche statorique et de la distribution du bobinage sur les formes d'ondes obtenues par EF.

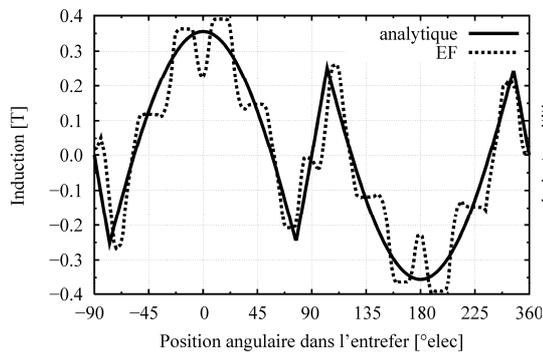


Figure 43 - Comparaison analytique-EF de l'induction d'entrefer due à la réaction magnétique d'axe  $d$

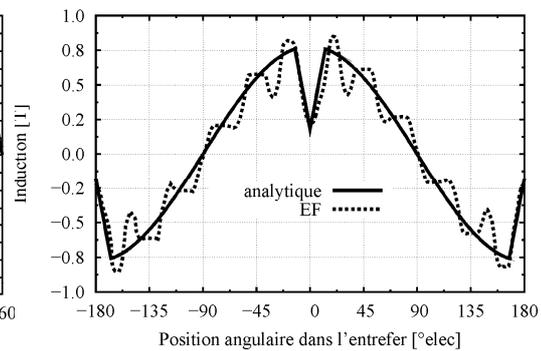


Figure 44 - Comparaison analytique-EF de l'induction d'entrefer due à la réaction magnétique d'axe  $q$

On constate que les formes d'onde analytiques reproduisent assez fidèlement les formes d'onde obtenues numériquement, au premier ordre. Les écarts sur les fondamentaux d'induction, que ce soit dans l'axe  $d$  (3,27 %) ou dans l'axe  $q$  (5,17 %), reflètent ce bon comportement.

#### *Cas de la réaction magnétique homopolaire*

Nous représentons la cartographie des lignes de champ lorsque la machine est alimentée par un système de courants homopolaires.

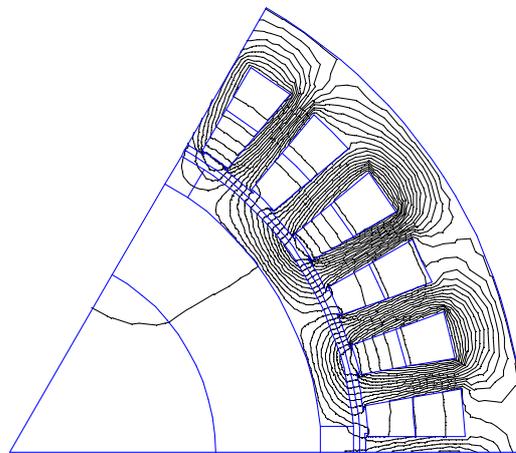
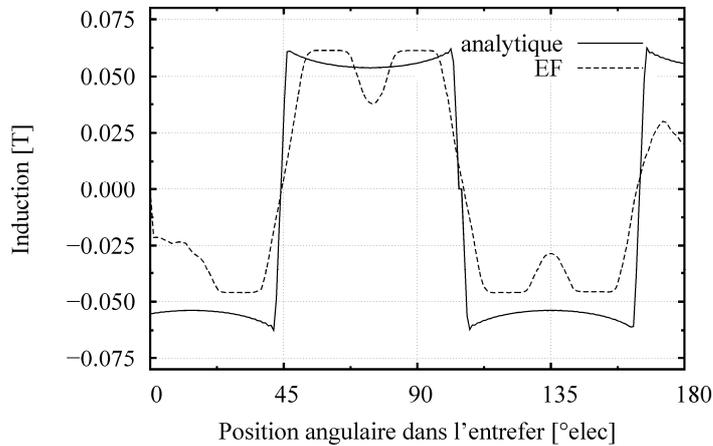


Figure 45 - Lignes de champ dues à la composante homopolaire des courants statoriques

On peut observer qu'il y a des lignes de champ qui se referment à travers l'espace réservé aux aimants. Ceci met en défaut l'hypothèse d'un entrefer constant que nous avons formulée. Nous pouvons en observer les répercussions sur la forme d'onde du champ d'entrefer sous un pôle, Figure 46.



**Figure 46 - Formes d'ondes de l'induction d'entrefer dues à la composante homopolaire des courants. Comparaison entre le calcul analytique et le calcul par EF.**

L'amplitude de la forme d'onde analytique surestime celle obtenue par éléments finis. En effet le trajet des lignes de champ à travers les aimants, que nous n'avons pas considéré, conduit à diminuer l'amplitude du champ. On note les effets de la saillance rotorique sur les extrémités de la forme d'onde calculée par éléments finis. Tout ceci conduit à un écart de 32 % entre le fondamental d'induction calculé par EF (53,4 mT) et celui calculé analytiquement (70,2 mT).

### (b) Inductances cycliques

Le calcul par EF fournit les inductances cycliques majorées des inductances de fuite d'encoches. Il se fait par la détermination du flux capté par le bobinage ; les détails du calcul des inductances par EF peuvent être trouvés dans [Bia05b] [Chi07]. Les comparaisons entre les résultats fournis par la modélisation analytique et ceux fournis par EF sont données dans le Tableau III.

TABLEAU III - INDUCTANCES D'AXE  $D$ ,  $Q$  ET  $O$

	Axe $d$	Axe $q$	Axe $o$
Inductance analytique [H]	$10,33 \cdot 10^{-5}$	$2,42 \cdot 10^{-4}$	$4,01 \cdot 10^{-5}$
Inductance EF [H]	$9,78 \cdot 10^{-5}$	$2,32 \cdot 10^{-4}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$
Écart [%]	5,62	4,21	43

La comparaison des inductances cycliques fondamentales,  $L_d$  et  $L_q$ , mène à des écarts relativement faibles, inférieurs à 10 %. L'écart sur l'inductance homopolaire est plus marqué pour les raisons que nous avons évoquées au paragraphe précédent.

Ces écarts justifient l'approche de conception hybride où certains modèles analytiques seront remplacés par des modèles plus fins afin de réduire les erreurs de modélisation.

### II.C.4) Calcul du couple moyen

Nous comparons enfin les performances de la machine au premier ordre. La machine étant alimentée par un système de courants équilibrés. Le couple électromagnétique moyen s'exprime alors :

$$C = \frac{3p}{2} (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad \text{Éq. 42}$$

Il est évalué analytiquement en considérant l'amplitude du fondamental du flux d'excitation et les inductances synchrones d'axe  $d$  et  $q$ . Par ailleurs le couple est calculé par EF sur une période temporelle. Le couple présente alors des ondulations dues aux harmoniques de flux et d'inductances. On tire la valeur moyenne du couple que l'on compare avec le couple calculé analytiquement. Le couple est ainsi calculé en fonction de l'angle de pilotage du courant ; sur une période électrique. La comparaison sur le couple permet également de vérifier la validité des paramètres électromagnétiques de la machine.

#### *Cas du couple de saillance*

Le couple de saillance estimé analytiquement et par éléments finis, en fonction du temps et de l'angle de pilotage, est représenté sur la Figure 47. Pour ce faire, les aimants sont démagnétisés et un système de courants équilibrés est injecté dans le bobinage. La comparaison entre le calcul analytique et la moyenne temporelle du couple obtenu par EF est faite en Figure 48.

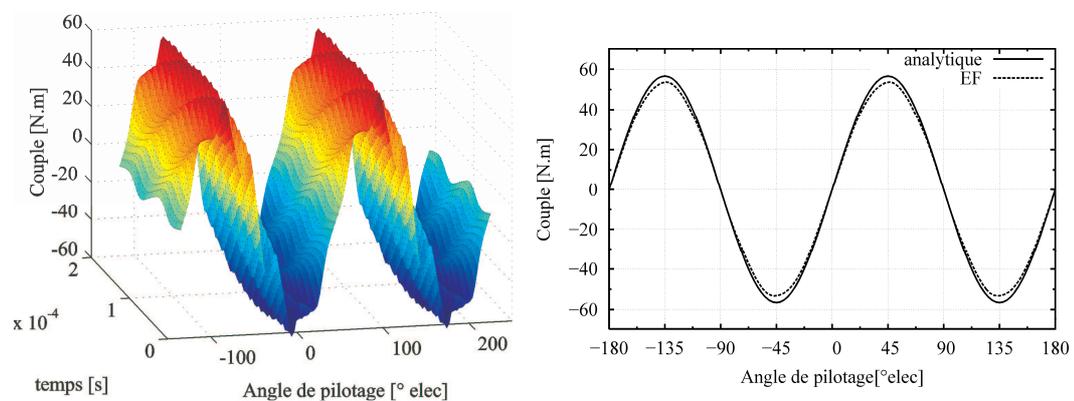


Figure 47 - Couple de saillance issu de simulations EF en fonction de l'angle de pilotage et du temps

Figure 48 - Comparaison analytique-EF (moyenné dans le temps) du couple de saillance en fonction de l'angle de pilotage

Le couple de saillance est convenablement estimé de manière analytique. En effet, on constate un écart de 8,5 % sur l'amplitude maximale du couple de saillance ce qui valide la démarche adoptée (machine diphasée équivalente) et les formulations établies pour les inductances synchrones  $L_d$  et  $L_q$ .

#### *Cas du couple en charge*

La courbe de couple en charge en fonction de l'angle de pilotage et du temps, Figure 49, est déterminée en utilisant le même principe que celui mis en œuvre pour le couple de

saillance. Les aimants sont maintenant magnétisés. Le même courant est injecté dans les bobines, on observe le couple moyenné dans le temps sur la Figure 50.

Le couple en charge est la superposition du couple hybride et du couple de saillance. La discussion sur l'induction à vide et sur le couple de saillance a mis en évidence la bonne estimation de ces grandeurs par le modèle analytique. Ceci se confirme sur la courbe du couple en charge, Figure 50, où on constate un écart de 4,41 % entre les amplitudes données par les deux modèles.

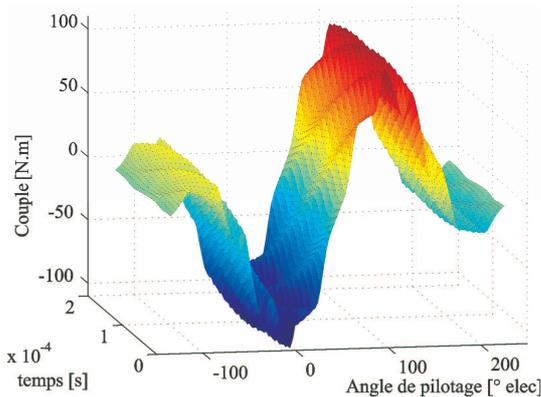


Figure 49 - Couple en charge issu de simulations EF en fonction de l'angle de pilotage et du temps

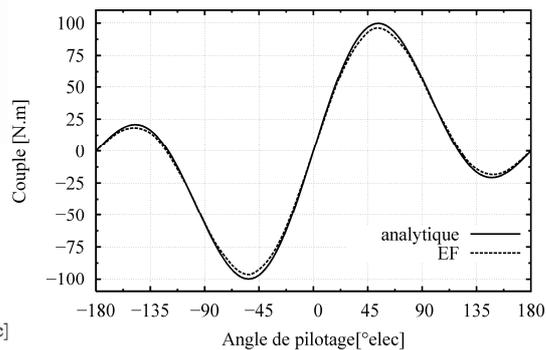


Figure 50 - Comparaison analytique-EF du couple (moyenné dans le temps) en charge en fonction de l'angle de pilotage

## II.D. Conclusion sur la modélisation électromagnétique

La modélisation analytique présentée a permis de déterminer les expressions analytiques des paramètres de la machine dans la théorie des axes  $dq0$ . Ainsi les inductances synchrones  $L_d$ ,  $L_q$ , et l'inductance homopolaire  $L_o$  d'une phase ont été déterminées en fonction de la géométrie de la machine, du bobinage et des propriétés des matériaux. Le dernier paramètre est la force électromotrice dont la forme d'onde a été déterminée en fonction de ces mêmes paramètres.

Les résultats de la modélisation analytique ont été comparés à ceux issus d'une modélisation par éléments finis. Les comparaisons ont été effectuées sur les grandeurs locales (champ magnétique d'entrefer) et sur les grandeurs électromagnétiques globales (f.é.m., inductances et couples). Les écarts observés sur ces grandeurs sont relativement faibles, ce qui permet de qualifier notre modélisation analytique ; excepté pour l'inductance homopolaire. En effet, nous avons certains écarts que l'utilisation de modèles plus fins permettrait de réduire. Ceci justifie l'approche de conception hybride par optimisation que nous mettrons en œuvre dans la prochaine partie.

---

### III. Modélisation électrique

---

L'objectif de la modélisation électrique que nous allons présenter est de déterminer les courants absorbés par la machine lorsqu'elle est alimentée en tension par un onduleur piloté en modulation de largeur d'impulsions (MLI). Plusieurs types de modulation peuvent être utilisées dont la MLI intersective synchrone ou asynchrone, la MLI vectorielle ou encore la MLI calculée. La MLI vectorielle est adaptée aux systèmes triphasés mais ne permettra pas de piloter les onduleurs monophasés et la MLI calculée, elle, complexifie le problème de dimensionnement global. Aussi nous ne retiendrons dans cette étude que la MLI intersective synchrone dans un souci de simplification et d'unicité. Etant donné que nous nous intéressons au dimensionnement du système sur un point de fonctionnement, seul son comportement en régime permanent nous intéresse. Ainsi les grandeurs que nous souhaitons déterminer sont les formes d'ondes des grandeurs électriques en régime permanent. Celles-ci constituent l'interface entre l'électronique d'alimentation et la machine, elles doivent donc intégrer toutes les informations nécessaires à la modélisation fine des interactions entre les éléments du système. Cela nous permettra de mieux dimensionner la machine et l'onduleur en déterminant plus précisément les diverses pertes dans le système ainsi que la qualité du couple fourni.

Lorsqu'on s'intéresse au régime électrique permanent, deux approches sont envisageables. La première approche est de résoudre pas à pas dans le temps les équations électriques différentielles de la machine. Cette méthode nécessite de résoudre les équations sur plusieurs périodes électriques car il y a une phase transitoire – qui ne nous est pas utile ici – qui doit être calculée avant d'atteindre le régime permanent. Une seconde méthode consiste à résoudre par une méthode harmonique ces mêmes équations électriques. Celle-ci ne permet que de connaître la forme d'onde du courant en régime permanent et nécessite certaines hypothèses supplémentaires par rapport à une résolution temporelle. Ces hypothèses, qui seront détaillées, sont toutefois raisonnables dans le cas de machines non saturées, qui sont celles qui nous concernent en haute vitesse. Cette seconde approche présente l'immense avantage d'être extrêmement rapide comparée à l'approche temporelle. Ceci constitue un atout considérable lorsqu'il s'agit d'intégrer la résolution des équations électriques dans une boucle d'optimisation. Nous choisissons d'effectuer une modélisation électrique basée sur la résolution harmonique des équations électriques.

Le calcul du courant en régime permanent sera traité en deux temps. Premièrement dans le cas où le système homopolaire n'existe pas, cas classique d'une machine connectée en étoile. Dans un deuxième temps, le système homopolaire est intégré à la résolution des courants.

#### ***III.A. Résolution harmonique des courants***

D'importants travaux sur la résolution harmonique des équations électriques, exprimées dans le repère de Park, ont été réalisés dans les années 1970. Ils ont débutés avec la méthode des *Multiple Reference Frames* développée par Monsieur Krause [Kra68]. Cette méthode définit plusieurs repères tournants  $dq$  dans lesquels les grandeurs électriques peuvent être résolues en utilisant la théorie des circuits en régime continu. Cette approche a été utilisée dans l'analyse d'un moteur à induction alimenté par un onduleur de tension dans [Kra74]. Par la suite Monsieur Kankam [Kan74] a développé une approche dans le repère  $dq$

tournant au synchronisme pour déterminer les courants dans une machine synchrone à rotor bobiné alimentée par un système de tensions équilibrées. Seul le fondamental du champ d'excitation était alors considéré. Ensuite, un travail plus général proposé par Monsieur Lipo [Lip79] contribue à la résolution des équations d'une machine synchro-réductante en régime permanent (synchrone ou non-synchrone) en utilisant la méthode *dq Harmonic Balance*. Cette méthode a l'avantage de n'utiliser qu'un seul repère  $dq$ , où les paramètres de la machine sont constants.

Il nous est apparu, à l'analyse des travaux antérieurs, que le cas d'une machine synchrone triphasée à aimants n'a pas encore été traité. Nous proposons ici une extension de la méthode *dq Harmonic Balance* au cas du régime permanent des machines synchrones excitées, alimentées par un système de tensions périodiques – voir Figure 51 –, en prenant en compte les harmoniques de flux d'excitation ou de force électromotrice.

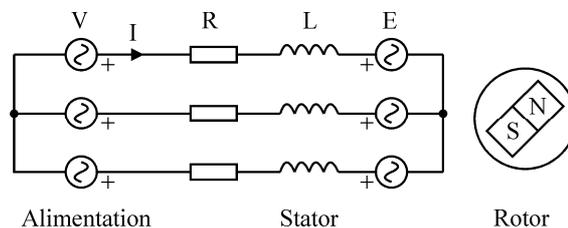


Figure 51 – MSAP alimentée par un système équilibré de tensions périodiques

### III.A.1) Hypothèses et équations de base

Afin de déterminer les courants absorbés par la machine, il est nécessaire de formuler certaines hypothèses :

- 1/ Les inductances sont à variation sinusoïdale ;
- 2/ La saturation du circuit magnétique est négligée ;
- 3/ La vitesse du rotor est constante ;
- 4/ Les pertes fer ne sont pas considérées.

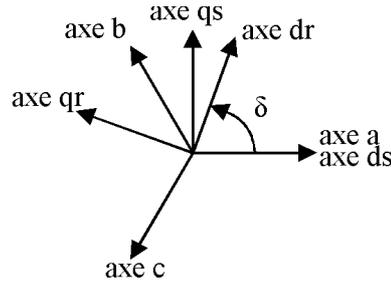
Les équations électriques de base, pour une machine synchrone sans amortisseurs, sont celles de Park exprimées dans le repère rotorique :

$$v_d = Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q + e_d \quad \text{Éq. 43}$$

$$v_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e L_d i_d + e_q \quad \text{Éq. 44}$$

On rappelle que les paramètres  $R$ ,  $L_d$  et  $L_q$  sont constants. Les équations des circuits rotoriques et amortisseurs peuvent être ajoutées si nécessaire. Les repères  $dq$  statorique et rotorique considérés sont ceux de la Figure 52.

On cherche à résoudre les courants dans la machine lorsque les tensions d'alimentation sont connues. Pour cela, on va exprimer dans un premier temps les tensions  $v_d$  et  $v_q$  en fonction des tensions d'alimentation – périodiques – de la machine.

Figure 52 - Schéma du repère  $dq$  considéré et du sens de rotation admis

### III.A.2) Représentation des tensions d'alimentation dans le repère $dq$ rotorique

Les formes d'ondes périodiques des tensions aux bornes de la machine sont supposées connues :  $v_a, v_b, v_c$ . Ces tensions d'alimentation, dans le repère  $abc$ , peuvent être décomposées en série de Fourier :

$$\begin{aligned} v_a &= \sum_{k=0}^{\infty} V_{ka\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{ka\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ v_b &= \sum_{k=0}^{\infty} V_{kb\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{kb\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ v_c &= \sum_{k=0}^{\infty} V_{kc\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{kc\gamma} \sin(k\omega_e t) \end{aligned} \quad \text{Éq. 45}$$

Où  $\omega_e$  est la pulsation électrique du fondamental de l'onde de tension. Les indices  $\alpha$  et  $\gamma$  sont relatifs aux termes en cosinus et sinus de la décomposition en série de Fourier. Cette notation est en accord avec celles de Messieurs Krause et Lipo. Nous précisons que nous optons pour un repère tournant dont les axes sont orientés différemment de celui défini par Monsieur Lipo car il nous est plus usuel. La décomposition en série de Fourier proposée sera applicable au cas de la MLI synchrone car les formes d'ondes sont périodiques.

Les tensions sont ensuite transformées dans le repère  $dqs$  fixé au stator en utilisant les relations suivantes :

$$\begin{aligned} v_d^s &= \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c \\ v_q^s &= -\frac{1}{\sqrt{3}}(v_c - v_b) \end{aligned} \quad \text{Éq. 46}$$

Les composantes de la tension dans le repère  $dq$  statorique fixe peuvent à leur tour s'écrire sous la forme d'une série de Fourier :

$$v_d^s = \sum_{k=0}^{\infty} V_{kd\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{kd\gamma} \sin(k\omega_e t) \quad \text{Éq. 47}$$

$$v_q^s = \sum_{k=0}^{\infty} V_{kq\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{kq\gamma} \sin(k\omega_e t) \quad \text{Éq. 48}$$

Où les coefficients des termes trigonométriques s'expriment selon :

$$\begin{aligned} V_{kd\alpha} &= \frac{2}{3}V_{ka\alpha} - \frac{1}{3}V_{kb\alpha} - \frac{1}{3}V_{kc\alpha} \\ V_{kd\gamma} &= \frac{2}{3}V_{ka\gamma} - \frac{1}{3}V_{kb\gamma} - \frac{1}{3}V_{kc\gamma} \\ V_{kq\alpha} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}(V_{kc\alpha} - V_{kb\alpha}) \\ V_{kq\gamma} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}(V_{kc\gamma} - V_{kb\gamma}) \end{aligned} \quad \text{Éq. 49}$$

Les tensions sont transformées une nouvelle fois pour être exprimées dans le repère  $dqr$  tournant au synchronisme. Le changement de repère s'effectue avec les équations suivantes :

$$\begin{aligned} v_d^r &= v_d^s \cos(\omega_e t + \delta) + v_q^s \sin(\omega_e t + \delta) \\ v_q^r &= -v_d^s \sin(\omega_e t + \delta) + v_q^s \cos(\omega_e t + \delta) \end{aligned} \quad \text{Éq. 50}$$

Où  $\delta$  est la position angulaire du repère  $dq$  rotorique par rapport au repère  $dq$  statorique à  $t=0$ . En substituant les expressions de  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  dans les équations de changement de repère cela conduit à écrire les tensions dans le repère tournant  $dq$  en une série de Fourier :

$$\begin{aligned} v_q^r &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2}(V_{kq\alpha} + V_{kd\gamma})\cos[(k\omega_e + \omega_e)t + \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2}(V_{kq\gamma} - V_{kd\alpha})\sin[(k\omega_e + \omega_e)t + \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2}(V_{kq\alpha} - V_{kd\gamma})\cos[(k\omega_e - \omega_e)t - \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2}(V_{kq\gamma} + V_{kd\alpha})\sin[(k\omega_e - \omega_e)t - \delta] \end{aligned} \quad \text{Éq. 51}$$

$$\begin{aligned} v_d^r &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2}(V_{kq\alpha} + V_{kd\gamma})\sin[(k\omega_e + \omega_e)t + \delta] \\ &\quad - \frac{1}{2}(V_{kq\gamma} - V_{kd\alpha})\cos[(k\omega_e + \omega_e)t + \delta] \\ &\quad - \frac{1}{2}(V_{kq\alpha} - V_{kd\gamma})\sin[(k\omega_e - \omega_e)t - \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2}(V_{kq\gamma} + V_{kd\alpha})\cos[(k\omega_e - \omega_e)t - \delta] \end{aligned} \quad \text{Éq. 52}$$

Soit

$$\begin{aligned}
 v_q^r = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} (V_{kq\alpha} + V_{kd\gamma}) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (V_{kq\gamma} - V_{kd\alpha}) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (V_{kq\alpha} - V_{kd\gamma}) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (V_{kq\gamma} + V_{kd\alpha}) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta]
 \end{aligned} \tag{Éq. 53}$$

$$\begin{aligned}
 v_d^r = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} (V_{kq\alpha} + V_{kd\gamma}) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & - \frac{1}{2} (V_{kq\gamma} - V_{kd\alpha}) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & - \frac{1}{2} (V_{kq\alpha} - V_{kd\gamma}) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (V_{kq\gamma} + V_{kd\alpha}) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta]
 \end{aligned} \tag{Éq. 54}$$

Il apparait dans la décomposition en série de Fourier des tensions, exprimées dans le repère  $dqr$ , des termes de pulsations électriques à  $(k+1)\omega_e$  et  $(k-1)\omega_e$ .

### III.A.3) Représentation des forces électromotrices dans le repère $dq$ rotorique

Les forces électromotrices générées par le flux d'excitation rotorique sont périodiques – non sinusoïdales, comme considéré dans la modélisation électromagnétique – et peuvent s'écrire sous la forme d'une série de Fourier :

$$\begin{aligned}
 e_a = & \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\gamma} \sin(k\omega_e t) \\
 e_b = & \sum_{k=0}^{\infty} E_{kb\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{kb\gamma} \sin(k\omega_e t) \\
 e_c = & \sum_{k=0}^{\infty} E_{kc\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{kc\gamma} \sin(k\omega_e t)
 \end{aligned} \tag{Éq. 55}$$

En appliquant les mêmes transformations que celles opérées sur les tensions d'alimentation, les f.é.m. peuvent s'exprimer dans le repère  $dq$  tournant :

$$\begin{aligned}
e_q^r = \sum_{k=0}^{\infty} & \frac{1}{2}(E_{kq\alpha} + E_{kd\gamma})\cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
& + \frac{1}{2}(E_{kq\gamma} - E_{kd\alpha})\sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
& + \frac{1}{2}(E_{kq\alpha} - E_{kd\gamma})\cos[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
& + \frac{1}{2}(E_{kq\gamma} + E_{kd\alpha})\sin[(k-1)\omega_e t - \delta]
\end{aligned} \tag{Éq. 56}$$

$$\begin{aligned}
e_d^r = \sum_{k=0}^{\infty} & \frac{1}{2}(E_{kq\alpha} + E_{kd\gamma})\sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
& - \frac{1}{2}(E_{kq\gamma} - E_{kd\alpha})\cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
& - \frac{1}{2}(E_{kq\alpha} - E_{kd\gamma})\sin[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
& + \frac{1}{2}(E_{kq\gamma} + E_{kd\alpha})\cos[(k-1)\omega_e t - \delta]
\end{aligned} \tag{Éq. 57}$$

### III.A.4) Résolution des courants électriques

Les équations de Park sont supposées linéaires donc chaque harmonique de tension excitera l'harmonique de courant de même rang. Les courants électriques sont alors résolus rang harmonique par rang harmonique. La méthode est détaillée pour le cas particulier où  $k=n$ . La solution du système constitué par les équations de Park sera alors la somme infinie des solutions pour  $k=n$ . Pour le cas particulier que nous décrivons, les tensions d'alimentation et les f.é.m. sont séparées en deux ondes tournantes dont les pulsations électriques sont  $(n+1)\omega_e$  et  $(n-1)\omega_e$ .

Pour l'onde tournant dans le sens horaire à  $(n+1)\omega_e$  :

$$v_{d(-n)}^r = -\frac{1}{2}(V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\cos[(n+1)\omega_e t + \delta] + \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\sin[(n+1)\omega_e t + \delta] \tag{Éq. 58}$$

$$v_{q(-n)}^r = \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\cos[(n+1)\omega_e t + \delta] + \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\sin[(n+1)\omega_e t + \delta] \tag{Éq. 59}$$

$$e_{d(-n)}^r = -\frac{1}{2}(E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\cos[(n+1)\omega_e t + \delta] + \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\sin[(n+1)\omega_e t + \delta] \tag{Éq. 60}$$

$$e_{q(-n)}^r = \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\cos[(n+1)\omega_e t + \delta] + \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\sin[(n+1)\omega_e t + \delta] \tag{Éq. 61}$$

Pour l'onde tournant dans le sens anti-horaire à  $(n-1)\omega_e$  :

$$v_{d(+n)}^r = \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] - \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \quad \text{Éq. 62}$$

$$v_{q(+n)}^r = \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] + \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \quad \text{Éq. 63}$$

$$e_{d(+n)}^r = \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] - \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \quad \text{Éq. 64}$$

$$e_{q(+n)}^r = \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] + \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \quad \text{Éq. 65}$$

Dans la suite nous détaillons la résolution dans le cas de l'onde tournant en sens anti-horaire (+n). Les courants générés par l'onde de tension dans le sens horaire (-n) seront obtenus en suivant la même procédure.

La vitesse étant considérée constante, et les paramètres électriques constants dans le repère de Park, les tensions harmoniques engendrent des courants harmoniques de même fréquence. Ils s'écrivent sous la forme :

$$i_{d(+n)}^r = I_{d\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{d\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] \quad \text{Éq. 66}$$

$$i_{q(+n)}^r = I_{q\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{q\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] \quad \text{Éq. 67}$$

Les expressions des courants ainsi que les tensions sources à la pulsation  $(n-1)\omega_e$  sont substituées dans les équations de Park. Les termes en sinus et cosinus de ces équations sont ensuite regroupés et séparés. Le détail de cette opération est donné en annexe II (p. 222). Cela conduit à 4 équations qui peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$V_{(+n)} = Z_{(+n)}I_{(+n)} + E_{(+n)} \quad \text{Éq. 68}$$

Avec

$$V_{(+n)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\cos(\delta) + (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\sin(\delta) \\ (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\sin(\delta) - (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\cos(\delta) \\ (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\cos(\delta) - (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\sin(\delta) \\ (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\sin(\delta) + (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\cos(\delta) \end{bmatrix}, \quad I_{(+n)} = \begin{bmatrix} I_{d\alpha(+n)} \\ I_{d\gamma(+n)} \\ I_{q\alpha(+n)} \\ I_{q\gamma(+n)} \end{bmatrix},$$

$$Z_{(+n)} = \begin{bmatrix} R & (n-1)\omega_e L_d & -\omega_e L_q & 0 \\ -(n-1)\omega_e L_d & R & 0 & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & 0 & R & (n-1)\omega_e L_q \\ 0 & \omega_e L_d & -(n-1)\omega_e L_q & R \end{bmatrix},$$

$$E_{(+n)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\cos(\delta) + (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\sin(\delta) \\ (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\sin(\delta) - (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\cos(\delta) \\ (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\cos(\delta) - (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\sin(\delta) \\ (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\sin(\delta) + (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\cos(\delta) \end{bmatrix}.$$

La résolution de ce système matriciel conduit à :

$$I_{(+n)} = Z_{(+n)}^{-1} [V_{(+n)} - E_{(+n)}] \quad \text{Éq. 69}$$

On procède de la même manière pour les ondes tournant dans le sens horaire (-n) :

$$I_{(-n)} = Z_{(-n)}^{-1} [V_{(-n)} - E_{(-n)}] \quad \text{Éq. 70}$$

Avec

$$I_{(-n)} = \begin{bmatrix} I_{d\alpha(-n)} \\ I_{d\gamma(-n)} \\ I_{q\alpha(-n)} \\ I_{q\gamma(-n)} \end{bmatrix}, \quad Z_{(-n)} = \begin{bmatrix} R & (n+1)\omega_e L_d & -\omega_e L_q & 0 \\ -(n+1)\omega_e L_d & R & 0 & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & 0 & R & (n+1)\omega_e L_q \\ 0 & \omega_e L_d & -(n+1)\omega_e L_q & R \end{bmatrix},$$

$$V_{(-n)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\cos(\delta) + (V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\sin(\delta) \\ (V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\sin(\delta) + (V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\cos(\delta) \\ (V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\cos(\delta) + (V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\sin(\delta) \\ -(V_{nq\alpha} + V_{nd\gamma})\sin(\delta) + (V_{nq\gamma} - V_{nd\alpha})\cos(\delta) \end{bmatrix},$$

$$E_{(-n)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\cos(\delta) + (E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\sin(\delta) \\ (E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\sin(\delta) + (E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\cos(\delta) \\ (E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\cos(\delta) + (E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\sin(\delta) \\ -(E_{nq\alpha} + E_{nd\gamma})\sin(\delta) + (E_{nq\gamma} - E_{nd\alpha})\cos(\delta) \end{bmatrix}.$$

Les courants, dans le repère rotorique, s'expriment alors comme une série de Fourier :

$$i_d^r = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{aligned} & I_{d\alpha(+k)} \cos[(k-1)\omega_e t] \\ & + I_{d\gamma(+k)} \sin[(k-1)\omega_e t] \\ & + I_{d\alpha(-k)} \cos[(k+1)\omega_e t] \\ & + I_{d\gamma(-k)} \sin[(k+1)\omega_e t] \end{aligned} \quad \text{Éq. 71}$$

$$\begin{aligned}
i_q^r = \sum_{k=0}^{\infty} & I_q \alpha_{(+k)} \cos[(k-1)\omega_e t] \\
& + I_q \gamma_{(+k)} \sin[(k-1)\omega_e t] \\
& + I_q \alpha_{(-k)} \cos[(k+1)\omega_e t] \\
& + I_q \gamma_{(-k)} \sin[(k+1)\omega_e t]
\end{aligned} \tag{Éq. 72}$$

En utilisant la transformation inverse pour passer du repère rotorique au repère statorique on peut écrire les courants selon :

$$i_d^s = -i_q^r \sin(\omega_e t + \delta) + i_d^r \cos(\omega_e t + \delta) \tag{Éq. 73}$$

$$i_q^s = i_q^r \cos(\omega_e t + \delta) + i_d^r \sin(\omega_e t + \delta) \tag{Éq. 74}$$

On peut finalement déterminer les courants de ligne  $abc$  en utilisant la transformation inverse qui nous permet de passer du repère  $dqs$  au repère  $abc$  :

$$\begin{aligned}
i_a &= i_d^s \\
i_b &= -\frac{i_d^s}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_q^s \\
i_c &= -\frac{i_d^s}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_q^s
\end{aligned} \tag{Éq. 75}$$

### III.A.5) Cas de la composante homopolaire

En plus des équations en  $d$  et  $q$  qui ont été abordées précédemment, lorsque la machine est couplée en triangle ou que les phases sont alimentées séparément – chacune par un onduleur monophasé – il faut considérer une équation supplémentaire. Celle-ci est l'équation électrique de Park pour la composante homopolaire :

$$v_0 = R i_0 + L_0 \frac{di_0}{dt} + e_0 \tag{Éq. 76}$$

Nous procédons de la même manière que pour les équations électriques relatives aux axes  $d$  et  $q$ .

*Représentation des tensions d'alimentation dans le repère  $dqo$*

À partir des tensions d'alimentation  $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$  données par (Éq. 45), la composante homopolaire des tensions d'alimentation s'écrit :

$$v_o^r = \frac{1}{3} v_a + \frac{1}{3} v_b + \frac{1}{3} v_c \tag{Éq. 77}$$

La tension homopolaire peut se décomposer en série de Fourier :

$$v_o^r = \sum_{k=0}^{\infty} V_{ko\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} V_{ko\gamma} \sin(k\omega_e t) \quad \text{Éq. 78}$$

Avec

$$V_{ko\alpha} = \frac{V_{ka\alpha} + V_{kb\alpha} + V_{kc\alpha}}{3}$$

$$V_{ko\gamma} = \frac{V_{ka\gamma} + V_{kb\gamma} + V_{kc\gamma}}{3}$$

*Représentation des forces électromotrices dans le repère dqo*

On peut procéder de la même manière que précédemment avec les composantes  $d$  et  $q$  des forces électromotrices. Ainsi, pour la composante homopolaire, on obtient :

$$e_o^r = \frac{1}{3}e_a + \frac{1}{3}e_b + \frac{1}{3}e_c \quad \text{Éq. 79}$$

La force électromotrice homopolaire peut s'écrire en série de Fourier :

$$e_o^r = \sum_{k=0}^{\infty} E_{o\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{o\gamma} \sin(k\omega_e t) \quad \text{Éq. 80}$$

Avec

$$E_{ko\alpha} = \frac{E_{ka\alpha} + E_{kb\alpha} + E_{kc\alpha}}{3}$$

$$E_{ko\gamma} = \frac{E_{ka\gamma} + E_{kb\gamma} + E_{kc\gamma}}{3}$$

Il est à noter qu'il ne reste que des harmoniques de rang trois dans (Éq. 80).

*Résolution harmonique du courant homopolaire*

Les courants électriques sont résolus harmonique par harmonique. La méthode est détaillée pour le cas particulier où  $k=n$ . La solution de l'équation électrique homopolaire sera alors la somme infinie des solutions pour  $k=n$ .

La vitesse étant considérée constante, et les paramètres électriques constants dans le repère de Park, les tensions harmoniques engendrent des courants harmoniques de même fréquence. Ils s'écrivent sous la forme :

$$i_o(n)^r = I_{o\alpha}(n) \cos(n\omega_e t) + I_{o\gamma}(n) \sin(n\omega_e t) \quad \text{Éq. 81}$$

Les expressions des courants ainsi que les tensions sources à la pulsation  $n\omega_e$  sont substituées dans l'équation homopolaire, ce qui conduit à :

$$V_{no\alpha} \cos(n\omega_e t) + V_{no\gamma} \sin(n\omega_e t) = R \{ I_{o\alpha}(n) \cos[n\omega_e t] + I_{o\gamma}(n) \sin[n\omega_e t] \} \\ + L_o n \omega_e \{ -I_{o\alpha}(n) \sin[n\omega_e t] + I_{o\gamma}(n) \cos[n\omega_e t] \} \\ + E_{no\alpha} \cos(n\omega_e t) + E_{no\gamma} \sin(n\omega_e t) \quad \text{Éq. 82}$$

Dans l'équation réécrite telle que précédemment, on observe des termes en  $\cos(n\omega_e t)$  et  $\sin(n\omega_e t)$ . Les équations sont vérifiées si les termes de gauche et de droite sont égaux et ils vérifient donc les équations suivantes (où les termes en cosinus et sinus sont équilibrés) :

$$V_{no\alpha} = RI_{o\alpha}(n) + L_o n \omega_e I_{o\gamma}(n) + E_{no\alpha} \quad \text{Éq. 83}$$

$$V_{no\gamma} = RI_{o\gamma}(n) - L_o n \omega_e I_{o\alpha}(n) + E_{no\gamma} \quad \text{Éq. 84}$$

Ces deux équations peuvent se mettre sous forme matricielle :

$$V_{(n)} = Z_{(n)} I_{(n)} + E_{(n)} \quad \text{Éq. 85}$$

$$V_{(n)} = \begin{bmatrix} V_{no\alpha} \\ V_{no\gamma} \end{bmatrix}, \quad I_{(n)} = \begin{bmatrix} I_{no\alpha} \\ I_{no\gamma} \end{bmatrix}, \quad Z_{(n)} = \begin{bmatrix} R & n\omega_e L_o \\ -n\omega_e L_o & R \end{bmatrix}$$

La résolution de ce système matriciel conduit à :

$$I_{(n)} = Z_{(n)}^{-1} [V_{(n)} - E_{(n)}] \quad \text{Éq. 86}$$

Les courants dans le repère rotorique s'expriment alors sous forme d'une série de Fourier :

$$i_o^r = \sum_{k=0}^{\infty} I_{o\alpha(+k)} \cos[k\omega_e t] + I_{o\gamma(+k)} \sin[k\omega_e t] \quad \text{Éq. 87}$$

Les courants dans le repère statorique se déduisent immédiatement :

$$i_o^s = i_o^r \quad \text{Éq. 88}$$

On peut finalement déterminer les courants de ligne  $abc$  – les composantes  $d$  et  $q$  du courant ont par ailleurs été calculées – en utilisant la transformation inverse entre les repères  $dqs$  et  $abc$  :

$$\begin{aligned} i_a &= i_d^s + i_o^s \\ i_b &= -\frac{i_d^s}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_q^s + i_o^s \\ i_c &= -\frac{i_d^s}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_q^s + i_o^s \end{aligned} \quad \text{Éq. 89}$$

### ***III.B. Vérification par comparaison à une simulation temporelle***

Dans ce paragraphe, nous comparons les résultats fournis par l'approche harmonique et ceux issus d'une résolution temporelle des équations électriques. Cette dernière est faite par intégration des équations électriques différentielles par la méthode du trapèze ou par une méthode de Runge-Kutta.

### III.B.1) Cas d'une machine connectée en étoile

La comparaison porte sur deux cas d'alimentation : une alimentation en tension pleine onde et une alimentation en tension MLI. Les simulations sont réalisées sous hypothèse de linéarité et seul le fondamental de f.é.m. est inclus dans un premier temps.

La machine simulée tourne à 20 000 tr/min, possède 3 paires de pôles et est connectée en étoile. Elle est alimentée par un onduleur triphasé connecté à un bus continu de 500 V. Les paramètres de la machine sont les suivants :  $R=32,5 \cdot 10^{-3} \Omega$ ,  $L_d = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ H}$ ;  $L_q = 1,96 \cdot 10^{-4} \text{ H}$ ;  $\hat{\psi}_{f1} = 39,6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$ . Le vecteur tension phase-neutre fait un angle de  $114,6^\circ$  elec avec l'axe  $dr$ .

#### Cas 1

La MSAP est alimentée par un système de tensions de forme pleine onde. La méthode harmonique effectue la résolution sur 100 rangs harmoniques et sur 1 000 points par période électrique. La résolution temporelle s'effectue avec 1 000 points par période et il faut 30 périodes pour atteindre le régime permanent. La comparaison entre les formes d'ondes de courant en régime permanent est donnée sur la Figure 53.

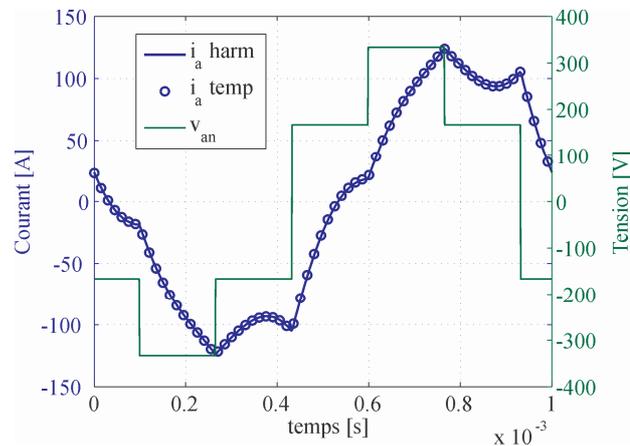


Figure 53 - Tension phase-neutre et courant de ligne sur une période électrique en régime permanent sous alimentation de forme pleine onde

#### Cas 2

La MSAP est alimentée par un système de tensions issues d'une MLI intersective sinus-triangle synchrone. La fréquence de la porteuse est 15 fois celle du fondamental ( $m=15$ ) et la profondeur de modulation est unitaire ( $r=1$ ). La résolution harmonique s'effectue toujours sur 100 harmoniques et 1 000 points par période, la résolution temporelle sur 30 périodes et 1 000 points par période. La tension phase neutre et les formes d'ondes de courant, calculées par les deux méthodes, sont représentées sur la Figure 54.

Les résultats fournis par les deux approches dans les deux cas d'étude présentés sont identiques. Concernant les temps de calcul, l'exécution de la méthode harmonique est 25 fois plus rapide que la résolution temporelle dans le cas de l'alimentation en pleine onde. Dans le cas de l'alimentation en MLI, ce rapport vaut 45.

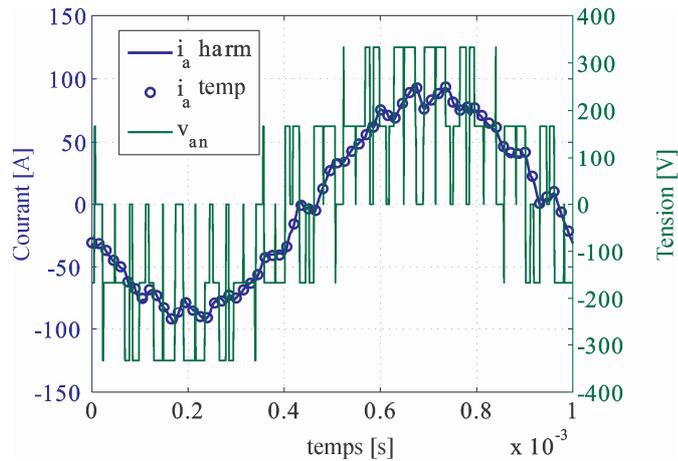


Figure 54 - Tension phase-neutre et courant de ligne sur une période électrique en régime permanent sous alimentation MLI

### III.B.2) Application à une machine dont les phases sont découplées

La méthode harmonique a montré son efficacité et sa précision sur les deux cas étudiés précédemment. Nous complexifions maintenant le problème en introduisant les harmoniques de f.é.m. et le système homopolaire dans la résolution des courants électriques. En effet, nous considérons cette fois une machine alimentée par trois onduleurs monophasés où chaque phase est alimentée de manière indépendante. Les inductances de la machine sont les suivantes :  $L_d = 1,15 \cdot 10^{-3}$  H,  $L_q = 1,53 \cdot 10^{-3}$  H et  $L_o = 3,75 \cdot 10^{-4}$  H. La force électromotrice est obtenue analytiquement et est représentée sur la Figure 55. Les tensions d'alimentation sont toujours périodiques et déphasées de  $\pm 2\pi/3$ . La Figure 56 présente la tension d'alimentation appliquée aux bornes d'un enroulement. Il s'agit toujours d'une MLI intersective sinus-triangle ( $r=1, m=2$ ).

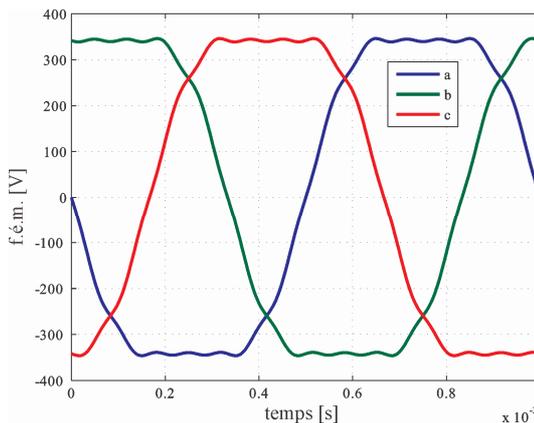


Figure 55 - Forces électromotrices, calculées analytiquement, aux bornes des enroulements

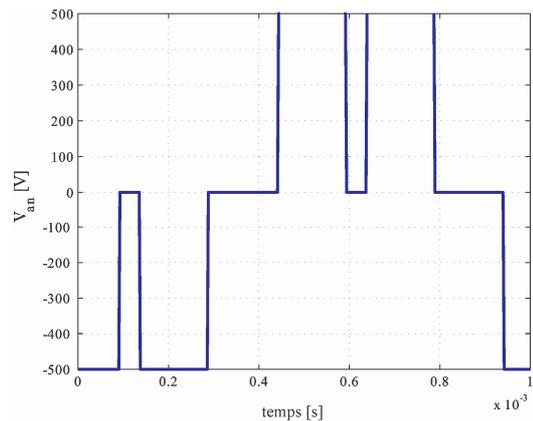


Figure 56 - Tension appliquée aux bornes d'un enroulement

Il est intéressant de représenter en particulier les composantes homopolaires des tensions d'alimentation et des forces électromotrices. On constate en observant la Figure 57 que ces composantes homopolaires sont loin d'être négligeables.

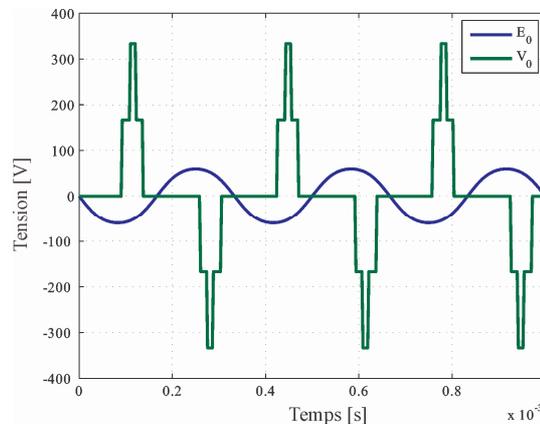


Figure 57 - Composantes homopolaires des tensions d'alimentation et des forces électromotrices

L'application de la méthode harmonique fournit les formes d'ondes des courants d'enroulement en régime permanent. La Figure 58 montre le courant dans la phase *a*. Cette forme d'onde est à comparer avec celle obtenue en négligeant le système homopolaire, Figure 59. Ceci montre la nécessité absolue de prendre en compte le système homopolaire, lorsqu'il existe, dans l'évaluation du courant, donc des performances.

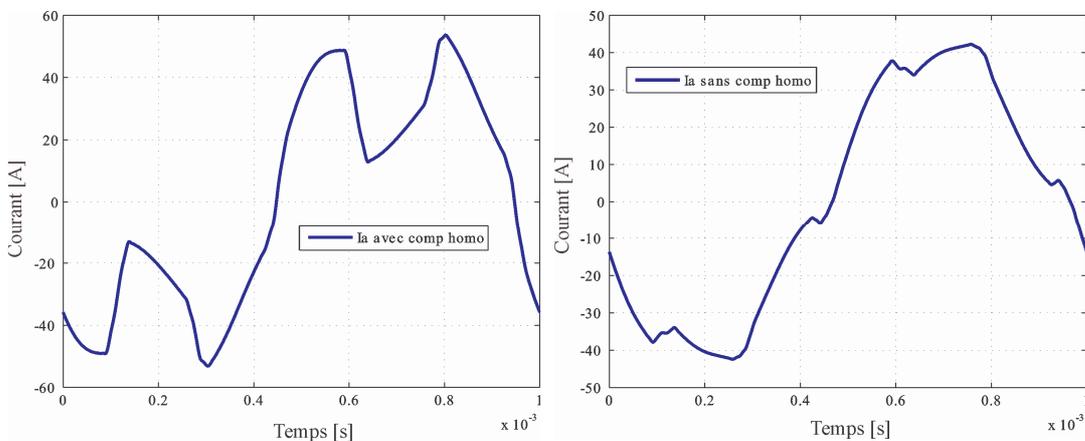


Figure 58 - Courant dans la phase *a* – système homopolaire inclus – Figure 59 - Courant dans la phase *a* – système homopolaire exclu

### III.C. Vérification par comparaison à des simulations par éléments finis

Ce paragraphe a pour objet de comparer les résultats issus d'une simulation temporelle par éléments finis à ceux obtenus par une approche analytique et une résolution harmonique. Deux cas sont abordés. Dans un premier temps, une machine « lisse » - sans variation de perméance d'entrefer – permet de n'intégrer que les harmoniques de f.é.m. et de vérifier le

comportement de la méthode harmonique. Puis le cas de la machine de référence, déjà évoquée dans la section II.C.1) (p. 78), est abordé.

### III.C.1) Cas d'une machine « lisse »

La machine « lisse » que nous étudions est représentée sur la Figure 60. Elle est triphasée et les phases sont connectées en étoile. Les aimants, montés en surface, ont une faible ouverture polaire afin d'accroître volontairement le taux d'harmoniques présents dans les f.é.m. Cette structure permet de ne conserver que les harmoniques de f.é.m, et nous permettra de qualifier la méthode harmonique.

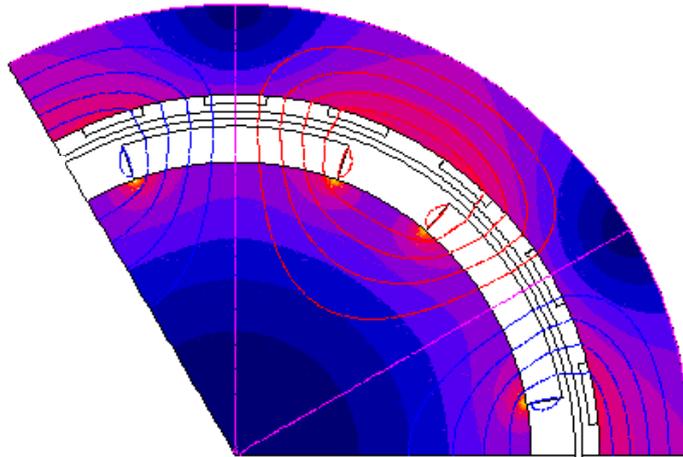


Figure 60 - Géométrie de la machine « lisse » considérée

La simulation EF est effectuée en régime linéaire et les paramètres de la machine sont :  $L_d = L_q = 226,3 \cdot 10^{-9}$  H et  $R = 1 \Omega$ . Le modèle par éléments finis est couplé à un circuit électrique ; ceci est effectué avec le logiciel Flux2D®. Cela permet de simuler l'alimentation de cette machine par un onduleur de tension. Les forces électromotrices, tirées de la simulation par éléments finis, sont présentées sur la Figure 61.

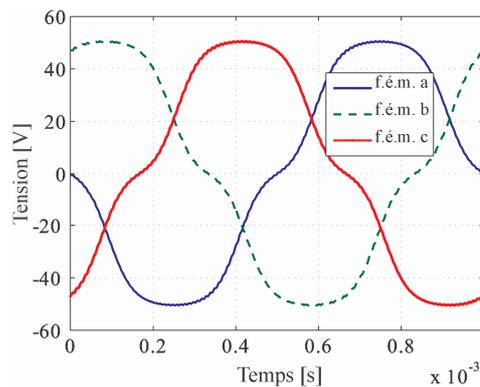
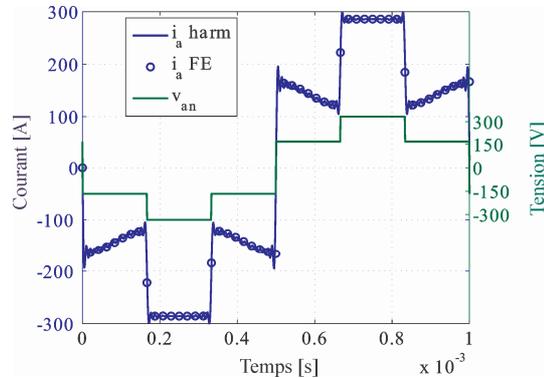


Figure 61 - Forces électromotrices à vide de la machine « lisse », à 20 000 tr/min

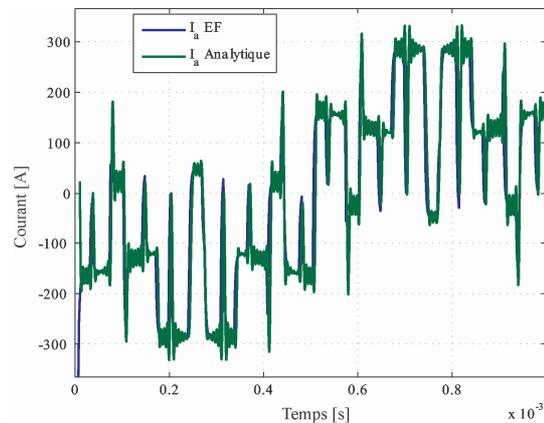
La référence de tension est prise colinéaire à l'axe  $q$  du repère  $dq$  tournant au synchronisme. Les f.é.m. obtenues par EF sont introduites dans le calcul harmonique des courants. Un premier cas est traité où l'onduleur fonctionne en pleine onde ( $m=1$ ,  $r=1$ ). La

comparaison entre la forme d'onde de courant obtenue par la méthode harmonique et celle issue de la simulation par EF est présentée Figure 62. Ces formes d'ondes intègrent l'influence des harmoniques de f.é.m. sur les courants et sont en bon accord.



**Figure 62 - Tension phase-neutre et courant de ligne sur une période électrique en régime permanent**

Un second cas est traité où l'alimentation est cette fois de type MLI intersective sinus-triangle ( $r=1, m=9$ ). La référence de tension est alignée sur l'axe  $q$  du repère  $dq$  tournant. Les formes d'ondes des courants calculées par EF et par la méthode harmonique sont représentées en Figure 63.



**Figure 63 - Formes d'ondes des courants calculées par EF et par la méthode harmonique. Cas de la machine « lisse » alimentée en MLI ( $r=1, m=9$ ).**

On observe une bonne cohérence entre les formes d'ondes obtenues par les deux approches. La forme d'onde calculée analytiquement présente des oscillations dues à la faible valeur des inductances. Il faut préciser que le nombre de spires et la résistance ont été choisis arbitrairement et ne constituent pas une combinaison réaliste. Nous avons cependant mis en évidence la bonne prise en compte des harmoniques de f.é.m. dans la détermination des courants par la méthode harmonique.

### III.C.2) Cas de la machine de référence

Nous traitons maintenant le cas de la machine à pôles saillants qui nous intéresse. La machine de référence est simulée par EF avec un couplage circuit et d'autre part en utilisant la méthode harmonique. La machine possède trois paires de pôles, est connectée en étoile, et tourne à 21 000 tr/min. La résistance phase-neutre est  $R = 8,7 \text{ m}\Omega$ . Nous testons le cas où la machine est alimentée en pleine onde avec une tension de bus de 600 V. La référence de tension fait un angle de  $172^\circ \text{elec}$  avec l'axe  $d$  du repère  $dq$  tournant au synchronisme. Tout comme dans le cas précédent, les f.é.m. sont déterminées par EF avec le logiciel Flux2D® et incluses dans la résolution harmonique. Elles sont représentées sur la Figure 64.

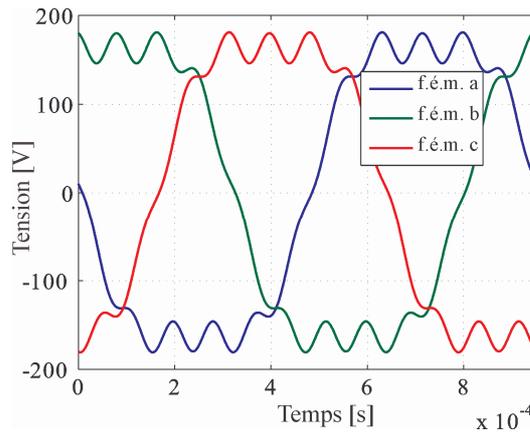


Figure 64 - Forces électromotrices de la machine de référence obtenues par EF, à 21 000 tr/min

Les formes d'ondes des courants obtenues par les deux méthodes sont représentées sur la Figure 65. On constate une bonne concordance entre les deux résultats avec toutefois quelques légers écarts.

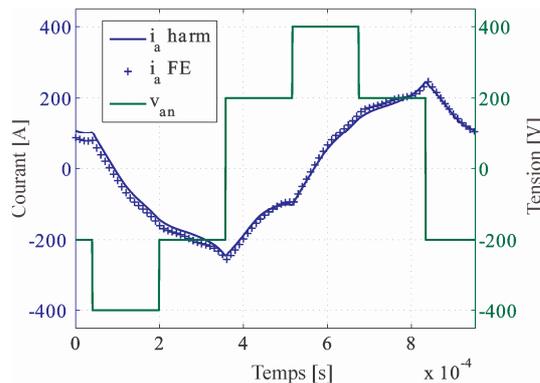


Figure 65 - Tension phase-neutre et courant de ligne de la machine de référence sur une période électrique en régime permanent. Comparaison entre les résultats obtenus par EF et par la méthode harmonique.

De cette étude nous pouvons constater que l'hypothèse concernant la variation sinusoïdale des inductances est acceptable en ce qui concerne la résolution des courants absorbés par la machine.

### III.D. Vérification par comparaison à une mesure expérimentale

Les études théoriques présentées dans les paragraphes précédents sont complétées par une comparaison entre les résultats issus d'un calcul harmonique et ceux obtenus expérimentalement.

Le schéma de principe du système d'entraînement expérimental est donné en Figure 66. L'onduleur est piloté par une carte de contrôle DSPACE® programmable à partir d'un programme développé sous Matlab/Simulink®.

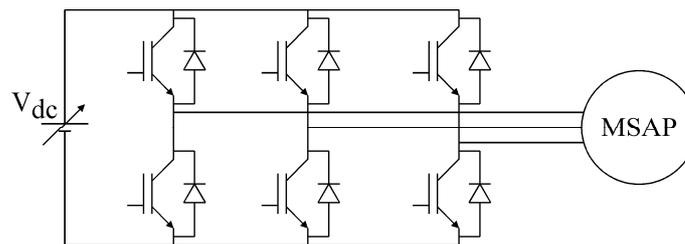


Figure 66 - Schéma du système d'entraînement testé : un bus continu variable, un onduleur triphasé, la MSAP.

Le système d'entraînement est testé dans deux configurations : une alimentation en pleine onde et une alimentation en MLI.

#### III.D.1) Caractéristiques de la machine

La machine à tester est une machine à aimants montés en surface, Leroy-Somer Unimotor 115E2C300BACAAA115190, connectée en étoile. Elle est chargée par une machine à courant continu qui débite sur une résistance. Les paramètres de la machine ont été déterminés expérimentalement selon la méthode détaillée en annexe IV (p. 228) et selon [Ohm09]. Cela conduit aux valeurs suivantes :  $R = 0,41 \Omega$ ,  $L_d = L_q = 2,32 \text{ mH}$ . Les formes d'ondes de f.é.m. sont présentées sur la Figure 67.

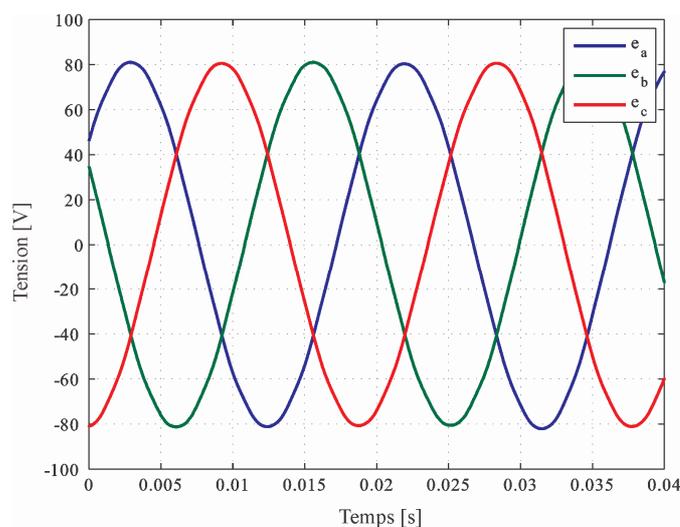


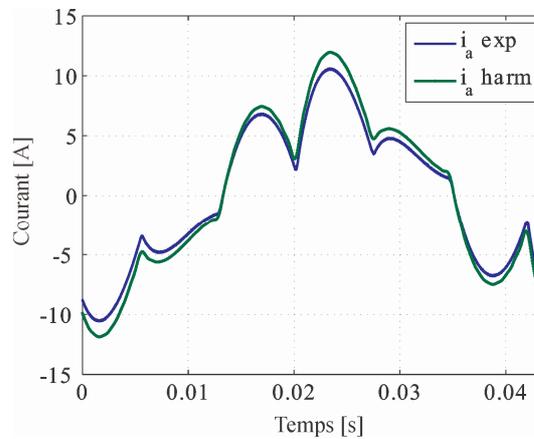
Figure 67 - Forme d'ondes des forces électromotrices de la machine Unimotor

On constate que ces formes d'ondes sont quasiment sinusoïdales, aussi nous n'avons considéré que leurs termes fondamentaux. Le flux d'excitation est alors  $\hat{\psi}_{f1} = 14,89 \cdot 10^{-3}$  Wb.

### III.D.2) Comparaison des formes d'onde de courant

#### *Comparaison des formes d'onde théorique et expérimentale sous alimentation pleine onde*

La tension du bus est fixée à 31 V, et la référence de tension est positionnée à  $104^\circ$ elec en avance par rapport à l'axe  $d$  du repère  $dq$  tournant au synchronisme. Dans ces conditions, avec la charge appliquée sur l'arbre de la MSAP, il en résulte une vitesse de rotation de 457 tr/min. Les courants mesurés sont comparés, en Figure 68, aux prédictions obtenues analytiquement par la méthode harmonique. Les formes d'ondes sont en bon accord. On note que l'amplitude du courant est légèrement surestimée par le calcul analytique.



**Figure 68 - Formes d'onde du courant obtenues expérimentalement et analytiquement par résolution harmonique. Cas d'une alimentation en tension pleine onde.**

#### *Comparaison des formes d'ondes théoriques et expérimentales sous alimentation MLI*

L'onduleur est maintenant piloté en MLI intersective sinus-triangle avec un indice de modulation de 9 et une profondeur de modulation unitaire. La référence de tension est positionnée à  $109^\circ$ elec en avance sur l'axe  $d$  du repère  $dq$  tournant au synchronisme et la tension de bus est fixée à 80 V. Dans ces conditions et avec la charge appliquée sur l'arbre de la machine, il en résulte une vitesse de 1 200 tr/min. Les formes d'onde des courants, obtenues expérimentalement et analytiquement, sont données sur la Figure 69.

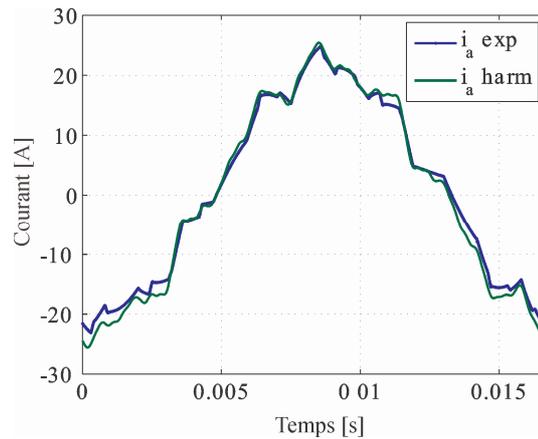


Figure 69 - Formes d'onde du courant obtenues expérimentalement et analytiquement par résolution harmonique. Cas d'une alimentation en tension MLI ( $r=1, m=9$ ).

On constate que le calcul harmonique permet de représenter d'une manière satisfaisante la forme d'onde du courant.

### *III.E. Conclusion sur l'approche de résolution harmonique*

La modélisation électrique proposée étend les travaux des années 1970 sur ce sujet, et notamment ceux de Monsieur T.A. Lipo, au cas des machines synchrones à aimants. Les différentes comparaisons qui ont été effectuées permettent de conclure positivement quant aux performances de l'approche harmonique. Sous hypothèse que les matériaux magnétiques fonctionnent en régime linéaire, et que les inductances soient à variation sinusoïdale, l'approche développée permet d'intégrer les harmoniques de f.é.m. dans le calcul de la forme d'onde du courant absorbé en régime permanent par la machine lorsque celle-ci est alimentée par un système quelconque de tensions triphasées périodiques. Une attention particulière a été portée sur la prise en compte du système homopolaire dans la résolution des équations électriques. La nécessité d'évaluer cette composante est apparue clairement au cours de ces derniers paragraphes.

Le temps d'exécution du modèle harmonique, de l'ordre de la seconde (qui dépend du nombre d'harmoniques et de la discrétisation temporelle demandés), constitue un atout important par rapport à une approche temporelle. Il est maintenant envisageable d'inclure le calcul de la forme d'onde du courant dans une boucle d'optimisation. Ceci permettra de caractériser finement les interactions entre la machine et son convertisseur d'alimentation pendant la phase de conception par optimisation.

---

## IV. Expression du couple électromagnétique

---

Nous avons, à ce stade, déterminé les forces électromotrices de la machine en incluant les harmoniques d'espace du champ d'excitation. Nous avons ensuite calculé les courants en régime permanent en y intégrant les harmoniques de tensions et de f.é.m. Afin de poursuivre la prise en compte des interactions entre la machine et l'onduleur, il serait intéressant d'exprimer l'influence des harmoniques de courants et de flux d'excitation sur la forme d'onde du couple. Nous présentons dans ce chapitre un développement menant à établir une expression du couple intégrant les différentes sources d'harmoniques précitées. Le développement est basé sur le calcul de la co-énergie magnétique du système en régime linéaire et sera réalisé dans le repère  $dqo$ . En effet les modélisations électromagnétique et électrique sont réalisées dans ce repère. Nous poursuivons la modélisation dans ce repère à des fins de cohérence et de simplicité.

Dans un premier temps, la composante du couple due aux composantes des grandeurs électromagnétiques des axes  $d$  et  $q$  est calculée. Puis la composante du couple due à la composante homopolaire est déterminée. Ces deux composantes forment finalement le couple total. Les expressions établies sont ensuite validées par comparaison avec des modèles par éléments finis.

### IV.A. Expression analytique du couple électromagnétique

Le couple d'origine électromagnétique va être exprimé à partir du principe des travaux virtuels et supposant des matériaux magnétiques linéaires. Il faut dans un premier temps calculer l'énergie magnétique (ou la co-énergie) pour ensuite en déduire le couple. Nous procéderons en deux étapes : la première concerne le couple produit par les composantes  $d$  et  $q$ , la seconde concerne le couple dû au système homopolaire. Les développements que nous mènerons concernent une machine bipolaire.

#### IV.A.1) Cas de la co-énergie et du couple dus aux composantes $d$ et $q$

Dans ce qui suit, un aimant est modélisé par une bobine équivalente d'inductance propre  $L_r$  parcourue par un courant constant  $i_r$  et par des mutuelles inductances avec le bobinage statorique :  $M_{af}$ ,  $M_{bf}$  et  $M_{cf}$ .

##### (a) Expression de la co-énergie magnétique pour les composantes $d$ et $q$

On écrit les relations entre les flux et les courants :

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ac} i_c + \psi_{fa} = \psi_{sa} + \psi_{fa} \\
 \psi_b &= M_{ab} i_a + L_b i_b + M_{bc} i_c + \psi_{fb} = \psi_{sb} + \psi_{fb} \\
 \psi_c &= M_{ac} i_a + M_{bc} i_b + L_c i_c + \psi_{fc} = \psi_{sc} + \psi_{fc} \\
 \psi_r &= L_r i_r + M_{af} i_a + M_{bf} i_b + M_{cf} i_c
 \end{aligned}
 \tag{Éq. 90}$$

Puis on calcule la co-énergie magnétique :

$$\begin{aligned}
 W' &= \frac{1}{2} [\psi_a i_a + \psi_b i_b + \psi_c i_c + \psi_r i_r] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} \psi_{sa} i_a + \psi_{sb} i_b + \psi_{sc} i_c + \\ \psi_{fa} i_a + \psi_{fb} i_b + \psi_{fc} i_c + \\ L_r i_r^2 + M_{af} i_a i_r + M_{bf} i_b i_r + M_{cf} i_c i_r \end{array} \right] \quad \text{Éq. 91}
 \end{aligned}$$

Or  $\psi_{fa} = M_{af} i_r$ ,  $\psi_{fb} = M_{bf} i_r$  et  $\psi_{fc} = M_{cf} i_r$ . La co-énergie magnétique peut alors s'écrire :

$$W' = \frac{1}{2} \left[ \psi_{sa} i_a + \psi_{sb} i_b + \psi_{sc} i_c + 2(\psi_{fa} i_a + \psi_{fb} i_b + \psi_{fc} i_c) + L_r i_r^2 \right] \quad \text{Éq. 92}$$

Nous posons  $\vec{i}$  le vecteur courant généré par les 3 courants de phase.  $\vec{i}$  s'exprime :

$$\vec{i} = \begin{cases} i_a \\ i_b \\ i_c \end{cases} \text{ dans l'espace abc} \qquad \vec{i} = \begin{cases} i_d \\ i_q \end{cases} \text{ dans l'espace dq}$$

De même  $\vec{\psi}_s$  et  $\vec{\psi}_f$  peuvent s'exprimer :

$$\begin{aligned}
 \vec{\psi}_s &= \begin{cases} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \end{cases} \text{ dans l'espace abc} & \vec{\psi}_f &= \begin{cases} \psi_{fa} \\ \psi_{fb} \\ \psi_{fc} \end{cases} \text{ dans l'espace abc} \\
 \vec{\psi}_s &= \begin{cases} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{cases} \text{ dans l'espace dq rotorique} & \vec{\psi}_f &= \begin{cases} \psi_{fd} \\ \psi_{fq} \end{cases} \text{ dans l'espace dq rotorique}
 \end{aligned}$$

La co-énergie magnétique peut alors être écrite sous forme d'un produit scalaire [Van02]:

$$W' = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{2} \vec{\psi}_s \vec{i} + 2 \frac{3}{2} \vec{\psi}_f \vec{i} + L_r i_r^2 \right] \quad \text{Éq. 93}$$

On écrit le couple comme la dérivée de la co-énergie par rapport à l'angle, à courants  $abc$  constants, à vecteur  $\vec{i}$  constant :

$$C = \left. \frac{\partial W'}{\partial \theta} \right|_{i_{abc}=cst} = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{2} \vec{i} \frac{\partial \vec{\psi}_s}{\partial \theta} + 2 \frac{3}{2} \vec{i} \frac{\partial \vec{\psi}_f}{\partial \theta} + i_r^2 \frac{\partial L_r}{\partial \theta} \right] \quad \text{Éq. 94}$$

Nous posons  $C_1 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} \vec{i} \frac{\partial \vec{\psi}_s}{\partial \theta}$ ,  $C_2 = \frac{1}{2} 2 \frac{3}{2} \vec{i} \frac{\partial \vec{\psi}_f}{\partial \theta}$  et  $C_{det} = \frac{1}{2} i_r^2 \frac{\partial L_r}{\partial \theta}$ .

$C_1$  correspond au couple de saillance,  $C_2$  au couple d'interaction des aimants avec le bobinage statorique et  $C_{det}$  est le couple de détente dû à la variation de perméance d'entrefer. Par la suite nous concentrerons la modélisation sur le couple de saillance et le couple

d'interaction, le couple de détente ne sera plus considéré car il ne participe pas à la création du couple moyen non nul.

### (b) Calcul de $C_1$ : couple de saillance

Nous développons maintenant l'expression du couple de saillance. Nous l'avons écrit :

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} i \frac{\partial \bar{\psi}_s}{\partial \theta} \quad \text{Éq. 95}$$

Le vecteur flux statorique peut s'exprimer comme suit :

$$\bar{\psi}_s = \psi_{sd} \bar{d} + \psi_{sq} \bar{q} \quad \text{Éq. 96}$$

Avec

$$\psi_{sd} = L_d i_d + M_{dq} i_q$$

$$\psi_{sq} = M_{qd} i_d + L_q i_q$$

La matrice d'inductance dans l'espace  $dq$  s'obtient à partir des inductances dans l'espace  $abc$  par la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix} L_d(\theta) & M_{dq}(\theta) \\ M_{qd}(\theta) & L_q(\theta) \end{bmatrix}_{dq} = [P][L_{abc}(\theta)][P]^{-1} \quad \text{Éq. 97}$$

$L_d$  et  $L_q$  correspondent aux inductances synchrones d'axe  $d$  et  $q$ , et  $M_{dq}$  et  $M_{qd}$  correspondent aux inductances mutuelles synchrones entre les axes  $d$  et  $q$ . Nous optons pour une notation avec un double indice pour marquer la possibilité d'un couplage entre les axes  $d$  et  $q$ .

La dérivée du flux statorique peut s'exprimer :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\psi}_s}{\partial \theta} &= \frac{\partial \psi_{sd}}{\partial \theta} \bar{d} + \psi_{sd} \frac{\partial \bar{d}}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_{sq}}{\partial \theta} \bar{q} + \psi_{sq} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \\ &= \frac{\partial \psi_{sd}}{\partial \theta} \bar{d} + \psi_{sd} \bar{q} + \frac{\partial \psi_{sq}}{\partial \theta} \bar{q} - \psi_{sq} \bar{d} \end{aligned} \quad \text{Éq. 98}$$

Or :

$$\frac{\partial \psi_{sd}}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} [L_d i_d + M_{dq} i_q] = L_d \frac{\partial i_d}{\partial \theta} + i_d \frac{\partial L_d}{\partial \theta} + M_{dq} \frac{\partial i_q}{\partial \theta} + i_q \frac{\partial M_{dq}}{\partial \theta} \quad \text{Éq. 99}$$

Pour le terme  $L_d \frac{\partial i_d}{\partial \theta}$  :

$$L_d \frac{\partial i_d}{\partial \theta} = L_d \frac{\partial \bar{i} \bar{d}}{\partial \theta} = L_d \bar{i} \frac{\partial \bar{d}}{\partial \theta} = L_d \bar{i} \bar{q} = L_d i_q$$

Pour le terme  $M_{dq} \frac{\partial i_q}{\partial \theta}$  :

$$M_{dq} \frac{\partial i_q}{\partial \theta} = M_{dq} \bar{i} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} = -M_{dq} i_d$$

$$\frac{\partial \psi_{sq}}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} [L_q i_q + M_{qd} i_d] = L_q \frac{\partial i_q}{\partial \theta} + i_q \frac{\partial L_q}{\partial \theta} + M_{qd} \frac{\partial i_d}{\partial \theta} + i_d \frac{\partial M_{qd}}{\partial \theta}$$

Pour le terme  $L_q \frac{\partial i_q}{\partial \theta}$  :

$$L_q \frac{\partial i_q}{\partial \theta} = L_q \bar{i} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} = -L_q i_d$$

Pour le terme  $M_{qd} \frac{\partial i_d}{\partial \theta}$  :

$$M_{qd} \frac{\partial i_d}{\partial \theta} = M_{qd} \bar{i} \frac{\partial \bar{d}}{\partial \theta} = M_{qd} i_q$$

Et finalement l'expression de  $C_1$ , après calculs :

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} \left[ i_d^2 \left( \frac{\partial L_d}{\partial \theta} - 2M_{dq} \right) + i_q^2 \left( \frac{\partial L_q}{\partial \theta} + 2M_{qd} \right) + i_d i_q \left( 2L_d - 2L_q + \frac{\partial M_{dq}}{\partial \theta} + \frac{\partial M_{qd}}{\partial \theta} \right) \right] \quad \text{Éq. 100}$$

En posant  $M_{dq}=M_{qd}$  (le couplage entre les axes  $d$  et  $q$  est réciproque concernant le flux statorique), on obtient :

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} \left[ i_d^2 \left( \frac{\partial L_d}{\partial \theta} - 2M_{dq} \right) + i_q^2 \left( \frac{\partial L_q}{\partial \theta} + 2M_{dq} \right) + 2i_d i_q \left( L_d - L_q + \frac{\partial M_{dq}}{\partial \theta} \right) \right] \quad \text{Éq. 101}$$

En faisant l'hypothèse d'une variation purement sinusoïdale des inductances – équivalant à  $M_{dq}=M_{qd}=0$  et les dérivées sont nulles – on retrouve :

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} [2i_d i_q (L_d - L_q)] \quad \text{Éq. 102}$$

qui est l'expression usuelle du couple de saillance habituellement utilisée pour le dimensionnement.

### (c) Calcul de $C_2$ : couple d'interaction des aimants et des courants statoriques

Nous développons maintenant l'expression du couple d'interaction des aimants avec le bobinage statorique. Nous l'avons écrit :

$$C_2 = \frac{1}{2} \frac{3}{2} \bar{i} \frac{\partial \bar{\psi}_f}{\partial \theta} = \frac{3}{2} \bar{i} \frac{\partial \bar{\psi}_f}{\partial \theta} \quad \text{Éq. 103}$$

La dérivée du flux rotorique peut se développer :

$$\frac{\partial \bar{\psi}_f}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} \bar{d} + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} \bar{q} + \psi_{fd} \bar{q} - \psi_{fq} \bar{d} \quad \text{Éq. 104}$$

Soit finalement l'expression de  $C_2$  :

$$C_2 = \frac{3}{2} \left[ \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} i_d + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} i_q + \psi_{fd} i_q - \psi_{fq} i_d \right] \quad \text{Éq. 105}$$

#### IV.A.2) Cas de la co-énergie et du couple d'origine homopolaire

Dans ce qui suit on considère que l'inductance homopolaire est constante. On commence par écrire les relations entre flux et courants :

$$\begin{aligned} \psi_r &= L_r i_r + (M_{af} + M_{bf} + M_{cf}) i_o \\ 3\psi_o &= \psi_a + \psi_b + \psi_c = (L_a + L_b + L_c) i_o + (M_{af} + M_{bf} + M_{cf}) i_r \\ &\quad + (M_{ab} + M_{ac} + M_{ba} + M_{bc} + M_{ca} + M_{cb}) i_o \end{aligned} \quad \text{Éq. 106}$$

Par ailleurs on a  $M_{ab}=M_{ba}$ ,  $M_{bc}=M_{cb}$  et  $M_{ac}=M_{ca}$ . En posant  $M_{or} = \frac{M_{af} + M_{bf} + M_{cf}}{3}$  et  $L_o = \frac{L_a + L_b + L_c}{3} + 2 \frac{M_{ab} + M_{bc} + M_{ca}}{3}$ , on peut réécrire :

$$\begin{aligned} \psi_r &= L_r i_r + 3M_{or} i_o \\ 3\psi_o &= 3M_{or} i_r + 3L_o i_o \end{aligned} \quad \text{Éq. 107}$$

On écrit ensuite la co-énergie magnétique due à la composante homopolaire et aux aimants :

$$\begin{aligned} W_o' &= \frac{1}{2} [\psi_a i_o + \psi_b i_o + \psi_c i_o + \psi_r i_r] = \frac{1}{2} [3\psi_o i_o + \psi_r i_r] \\ &= \frac{1}{2} [3L_o i_o^2 + 3M_{or} i_o i_r + L_r i_r^2 + 3M_{or} i_o i_r] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Éq.} \\ 108 \end{array}$$

Or  $M_{or} i_r = \psi_{fo}$ , la composante homopolaire du flux d'excitation rotorique. Tout comme précédemment, le couple de détente est négligé. On écrit le couple comme la dérivée de la co-énergie à courants abc constants, à vecteur  $\vec{i}$  constant (eg.  $i_o$  constant) :

$$C_o = \left. \frac{\partial W_o'}{\partial \theta} \right|_{i_{abc}=cst} = \frac{1}{2} \left[ 6i_o \frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta} \right] \quad \text{Éq. 109}$$

$$\text{Soit } C_o = 3i_o \frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta}$$

Nous avons donc exprimé le couple homopolaire en fonction de la composante homopolaire des flux à vide capté par les harmoniques de bobinage et de la composante homopolaire des courants.

### IV.A.3) Couple électromagnétique total

Les expressions établies précédemment font intervenir des dérivées par rapport aux angles électriques. Il faut en réalité effectuer ces dérivations par rapport aux angles mécaniques. Ceci conduit à multiplier les expressions établies par le nombre de paires de pôles  $p$ . Finalement le couple électromagnétique total s'écrit, dans le repère  $dqo$  rotorique :

$$C = \frac{3}{2} p \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} i_d^2 \left( \frac{\partial L_d}{\partial \theta} - 2M_{dq} \right) + i_q^2 \left( \frac{\partial L_q}{\partial \theta} + 2M_{dq} \right) + 2i_d i_q \left( L_d - L_q + \frac{\partial M_{dq}}{\partial \theta} \right) \right] \\ & + \psi_{fd} i_q - \psi_{fq} i_d + \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} i_d + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} i_q + 2 \frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta} i_o \end{aligned} \right\} \quad \text{Éq. 110}$$

Dans le cas de notre modélisation, nous n'avons pas considéré les termes de mutuelles inductances entre les axes  $d$  et  $q$  et nous avons supposé constantes les inductances d'axes  $d$  et  $q$ . La formulation du couple que nous emploierons dans notre modélisation analytique est la suivante :

$$C = \frac{3}{2} p \left\{ i_d i_q (L_d - L_q) + \psi_{fd} i_q - \psi_{fq} i_d + \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} i_d + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} i_q + 2 \frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta} i_o \right\} \quad \text{Éq. 111}$$

Il faut maintenant déterminer les flux des aimants, avec leurs harmoniques respectifs, effectuer les projections sur le repère  $dqo$  et les dériver. Ceci est détaillé en annexe III (p. 225). Nous avons donc exprimé le couple en fonction des harmoniques de flux d'excitation (déterminés par le modèle électromagnétique) et des harmoniques de courant. Ceci constitue un point de couplage entre la machine et l'onduleur à travers les harmoniques de courant qui dépendent directement des harmoniques de f.é.m. de la machine. Nous vérifions par éléments finis, dans le paragraphe suivant, la validité des expressions proposées.

## IV.B. Vérification par éléments finis

Trois études sont menées pour valider l'expression proposée pour le couple. Elles concernent :

- Une machine lisse : seuls persistent les harmoniques de couple dus aux harmoniques de f.é.m ;
- Une étude de la composante homopolaire du couple ;
- Une machine à pôles saillants.

### IV.B.1) Étude d'une machine « lisse »

La machine « lisse », que nous avons déjà étudiée (section III.C.1), p. 99) concernant les courants, est reprise ici afin de vérifier le comportement du modèle de calcul du couple. Dans cette machine, seuls persistent les harmoniques de couples dus aux harmoniques du flux à vide. Cette première étude nous permet de différencier le comportement des différentes composantes du couple.

Premièrement, la machine est alimentée en courants sinusoïdaux et tourne à 20 000 tr/min. Le flux à vide, obtenu par EF, est inclus dans le calcul analytique du couple. Une comparaison des formes d'onde de couple obtenues analytiquement et par EF est faite en Figure 70.

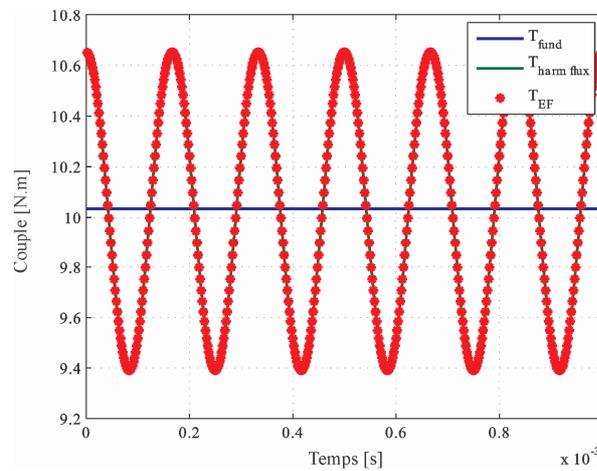


Figure 70 - Comparaison du couple calculé par EF et analytiquement avec prise en compte des harmoniques de flux. Alimentation en courant sinusoïdal,  $I=275,8$  A.

Dans un second temps la machine est alimentée en tension. À partir des f.é.m. calculées par EF, les courants sont déterminés par la méthode harmonique et ensuite le couple est estimé. Les courbes de courant et de couple calculées par EF et analytiquement sont reportées en Figure 71 et Figure 72.

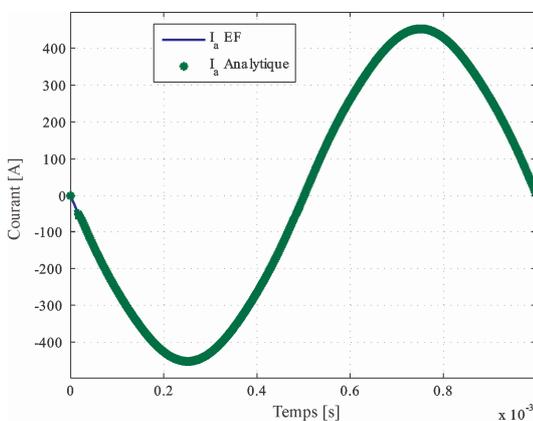


Figure 71 - Formes d'onde du courant obtenues analytiquement et par EF. Alimentation en tension sinusoïdale,  $V=500$  V.

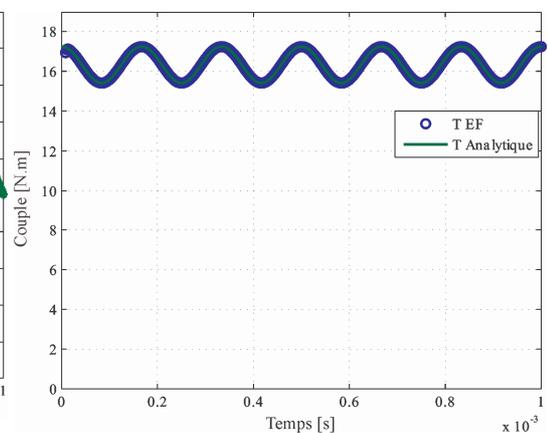


Figure 72 - Formes d'onde du couple obtenues analytiquement et par EF. Alimentation en tension sinusoïdale,  $V=500$  V.

Une dernière comparaison est menée avec une alimentation en tension MLI ( $r=1$ ,  $m=9$ ). La référence des tensions est alignée sur l'axe  $q$ . De la même manière que précédemment, les formes d'onde du courant et du couple sont données en Figure 73 et Figure 74.

Les trois cas traités montrent que l'expression déterminée pour le calcul du couple intègre parfaitement l'influence des harmoniques de flux (et de f.é.m.) sur la forme d'onde du couple. Nous testons ensuite l'expression du couple en présence de composantes homopolaires.

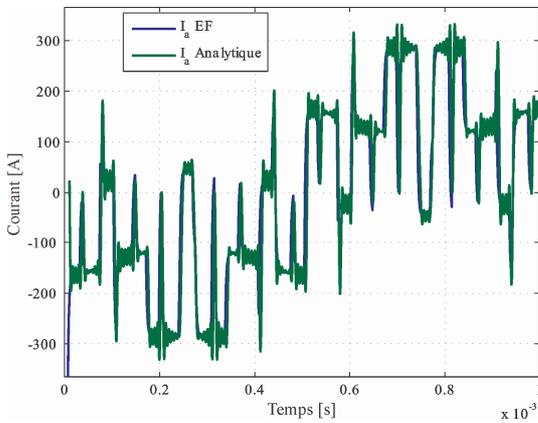


Figure 73 - Formes d'onde du courant obtenues analytiquement et par EF. Alimentation en tension MLI ( $r=1, m=9$ ),  $V_{dc}=500$  V.

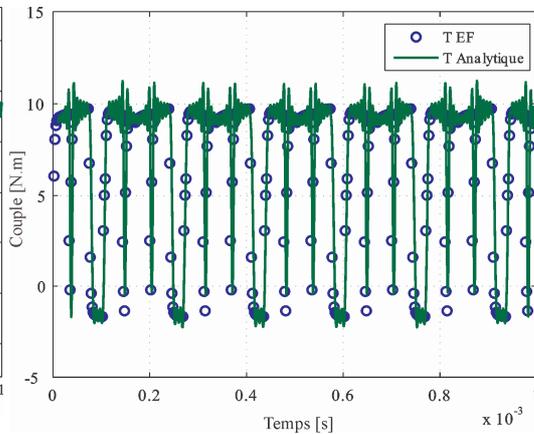


Figure 74 - Formes d'onde du couple obtenues analytiquement et par EF. Alimentation en tension MLI ( $r=1, m=9$ ),  $V_{dc}=500$  V.

#### IV.B.2) Étude du couple homopolaire

Une MSAP à aimantation orthoradiale, tournant à 20 000 tr/min, est considérée dans ce paragraphe. Les flux à vide sont relevés par EF et sont projetés dans le repère  $dqo$  tournant au synchronisme. Les formes d'ondes des flux  $d$ ,  $q$  et  $o$  sont illustrées en Figure 75.

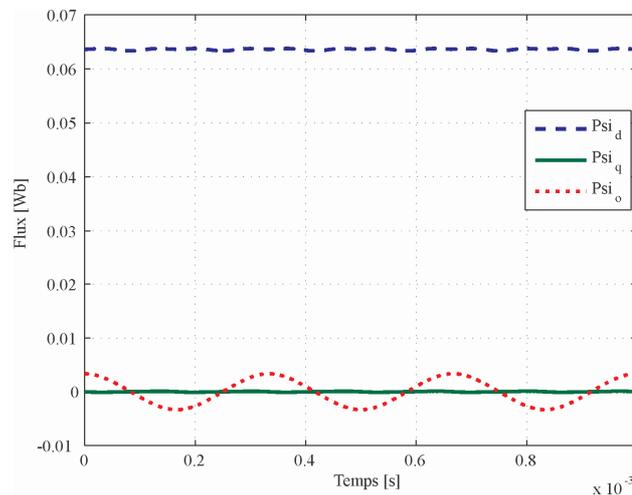
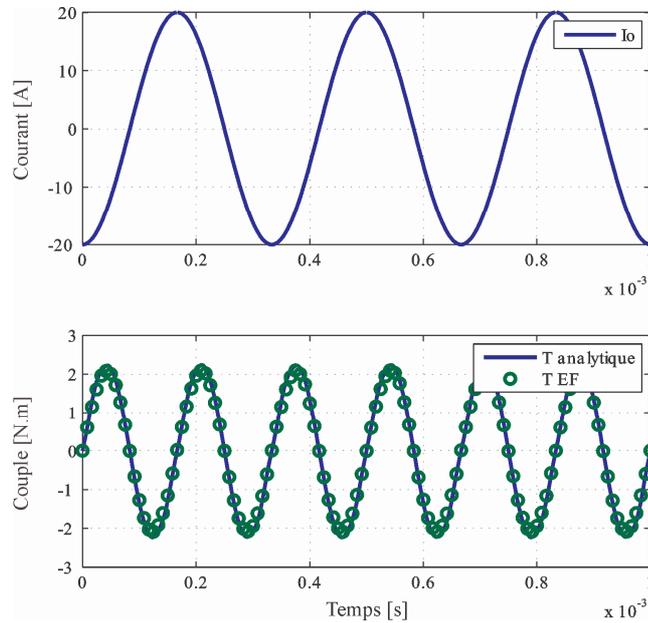


Figure 75 - Flux à vide d'une MSAP à aimantation orthoradiale projetés dans le repère  $dqo$  rotorique

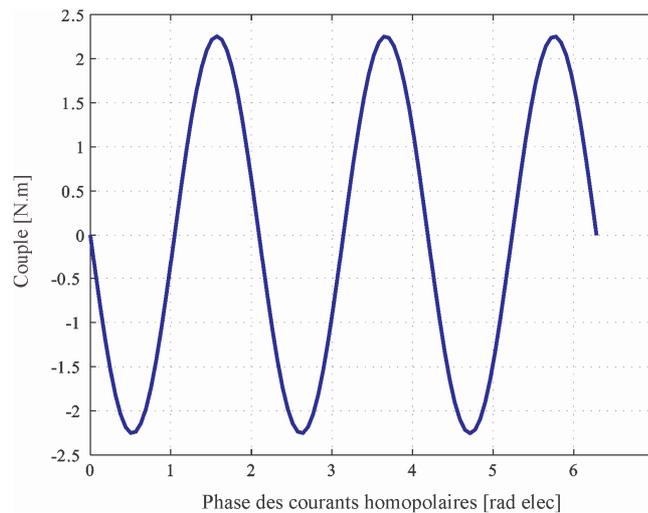
On observe des flux d'axes  $d$  et  $q$  sensiblement constants ainsi que la présence d'un flux homopolaire non négligeable. Nous injectons un courant homopolaire dans la machine afin de générer un couple homopolaire. Les courants injectés sont sinusoïdaux de fréquence

triple de celle du fondamental. Le couple résultant est déterminé analytiquement et par EF. Le courant injecté ainsi que les deux formes d'onde de couple sont reportées sur la Figure 76.



**Figure 76 - Haut : Forme d'onde du courant homopolaire injecté dans la MSAP.**  
**- Bas : Forme d'onde du couple homopolaire : comparaison entre les résultats obtenus analytiquement et par EF.**

On observe une bonne concordance entre les formes d'ondes obtenues analytiquement et par EF. Dans le cas qui vient d'être présenté, le calage des courants par rapport au rotor conduit à la production d'un couple moyen nul. Nous rendons la phase des courants homopolaires variable et nous calculons analytiquement la valeur du couple moyen généré. Le couple homopolaire moyen en fonction du déphasage est donné en Figure 77.



**Figure 77 - Couple homopolaire moyen en fonction de la phase des courants homopolaires**

Le couple moyen présente une fréquence triple de celle du fondamental. On observe que le couple moyen n'est pas constamment nul et qu'il est possible que la composante homopolaire du couple participe à l'augmentation ou à la diminution du couple moyen total. Cela dépend de la phase entre la composante homopolaire des f.é.m. et la composante homopolaire du courant injecté.

### IV.B.3) Étude du couple de la machine de référence

La machine dite « référence » que nous avons déjà présentée (section II.C.1), p. 78) est reprise ici afin d'analyser le couple qu'elle produit. L'expression du couple que nous allons employer est l'expression complète :

$$C = \frac{3}{2} p \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{1}{2} \left[ i_d^2 \left( i \frac{\partial L_d}{\partial \theta} - 2M_{dq} \right) + i_q^2 \left( \frac{\partial L_q}{\partial \theta} + 2M_{dq} \right) + 2i_d i_q \left( L_d - L_q + \frac{\partial M_{dq}}{\partial \theta} \right) \right] \right. \\ \left. + \psi_{fd} i_q - \psi_{fq} i_d + \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} i_d + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} i_q \right] \end{array} \right\} \quad \text{Éq. 112}$$

Cette expression fait intervenir les flux à vide. Nous emploierons ceux que nous avons déjà déterminés par éléments finis dans les paragraphes précédents. L'expression du couple fait intervenir les inductances de la machine exprimées dans le repère  $dq$ . Nous allons dans un premier temps déterminer ces inductances.

Les formes d'ondes des inductances propres et mutuelles dans le repère  $abc$  sont calculées par EF et sont tracées en Figure 78.

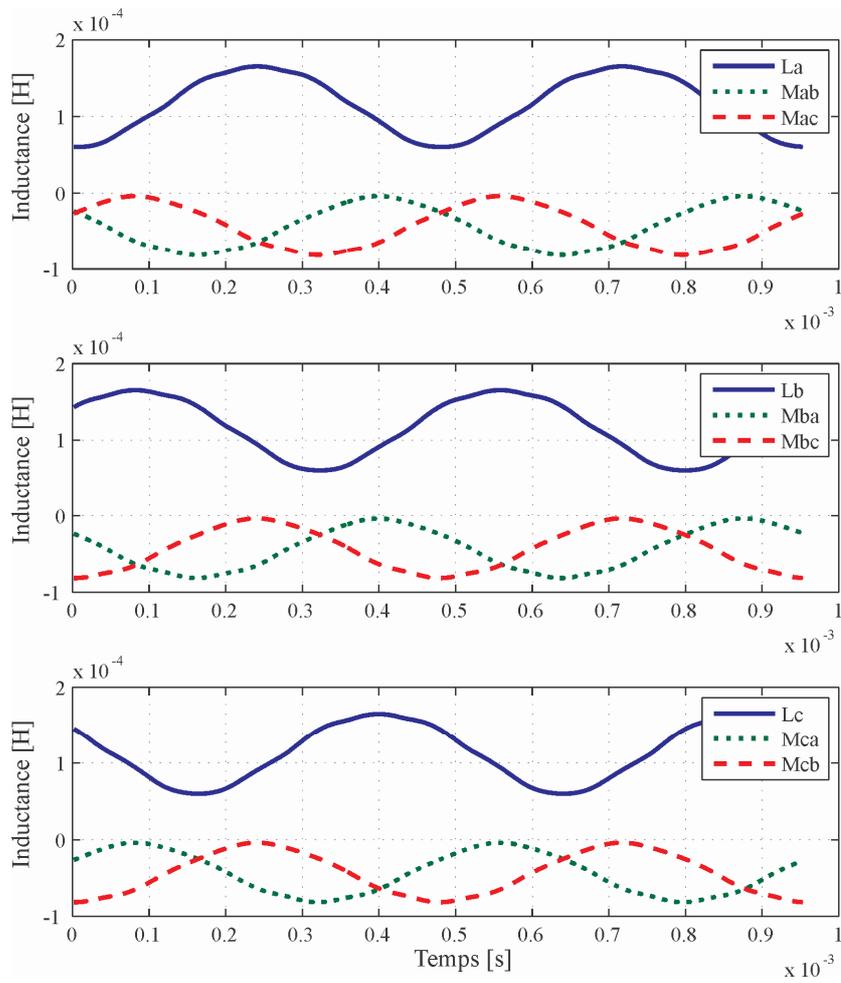


Figure 78 - Formes d'ondes des inductances propres et mutuelles de la machine de référence sur une période électrique

Les inductances sont ensuite transformées pour être exprimées dans le repère  $dq$ . Les formes d'ondes résultantes sont représentées en Figure 79.

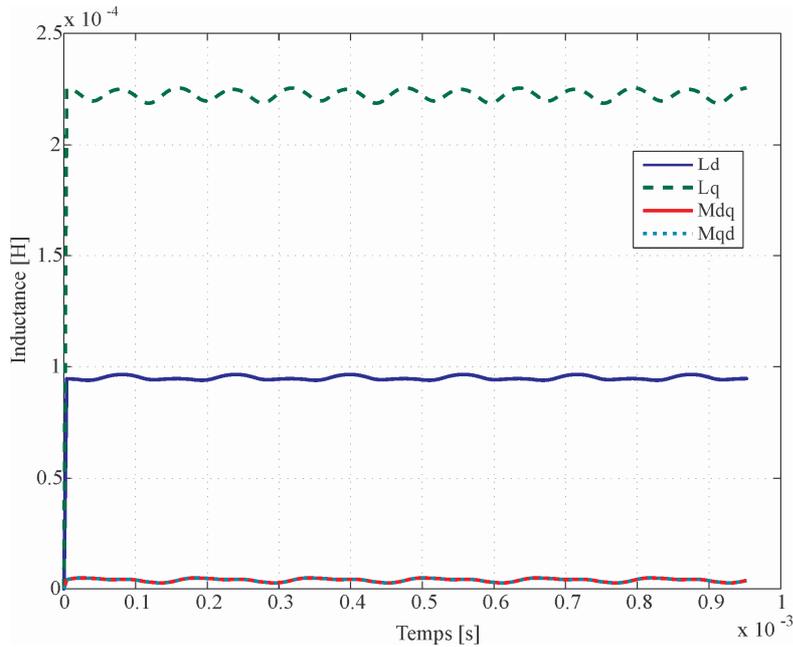


Figure 79 - Formes d'ondes des inductances de la machine « référence » exprimées dans le repère  $dq$ , sur une période électrique

Nous observons bien  $M_{dq}=M_{qd}$ , hypothèse que nous avons formulée pour le calcul analytique du couple. On constate également qu'il existe un couplage entre les axes  $d$  et  $q$  dû aux harmoniques d'inductance générés par la saillance rotorique et la distribution du bobinage. Les flux à vide et les inductances calculés par EF sont intégrés dans la formulation analytique du couple. Le couple est d'abord calculé en injectant des courants sinusoïdaux dans la machine. Les formes d'ondes du couple calculées par EF et analytiquement, sous différentes hypothèses, sont données Figure 80.

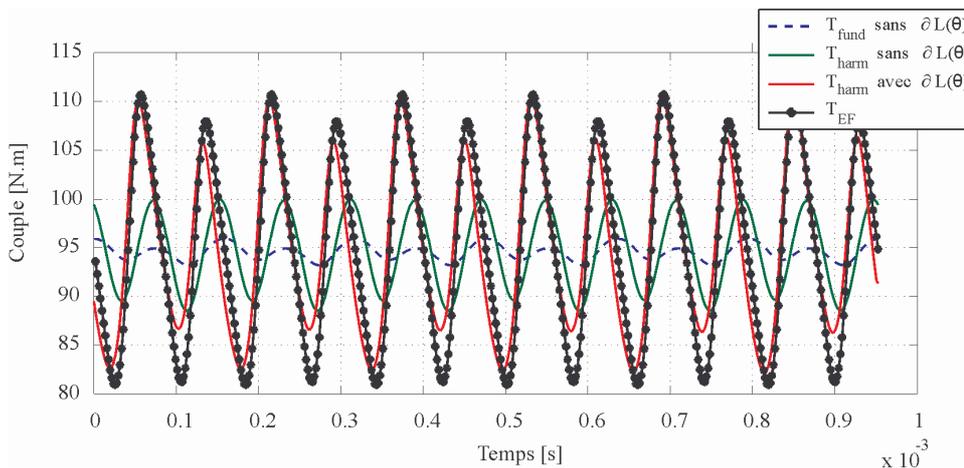
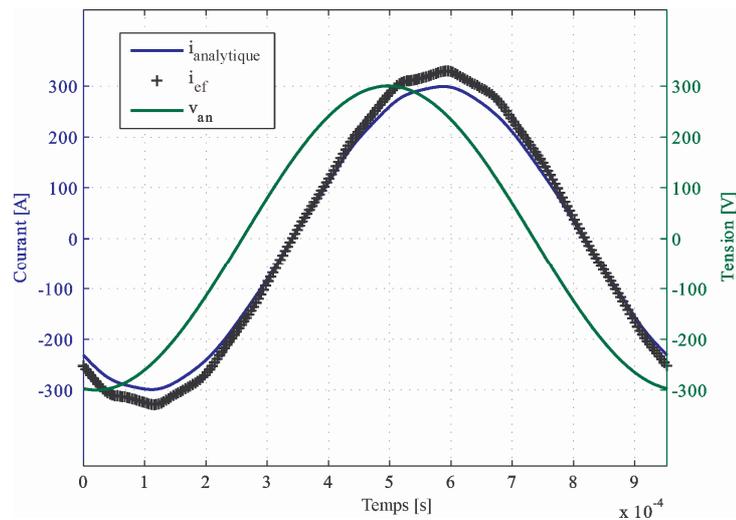


Figure 80 - Formes d'ondes du couple de la machine « référence » alimentée en courant – comparaison entre les résultats du calcul par EF et la formulation analytique intégrant diverses sources d'harmoniques :

- $T_{fund}$  intègre : le fondamental du flux à vide et  $L(\theta)$ ;
- $T_{harm}$  sans  $\partial L(\theta)$  intègre : les harmoniques du flux à vide et  $L(\theta)$ ;
- $T_{harm}$  avec  $\partial L(\theta)$  intègre : les harmoniques du flux à vide,  $L(\theta)$  et  $\partial L(\theta)$ .

Au fur et à mesure qu'on intègre les phénomènes secondaires dans le calcul du couple, on constate que la forme d'onde déterminée analytiquement s'approche de celle déterminée par EF. Bien que finalement le calcul analytique du couple et le calcul par EF ne se superposent pas exactement, on décèle l'influence des harmoniques d'inductance sur la forme d'onde du couple.

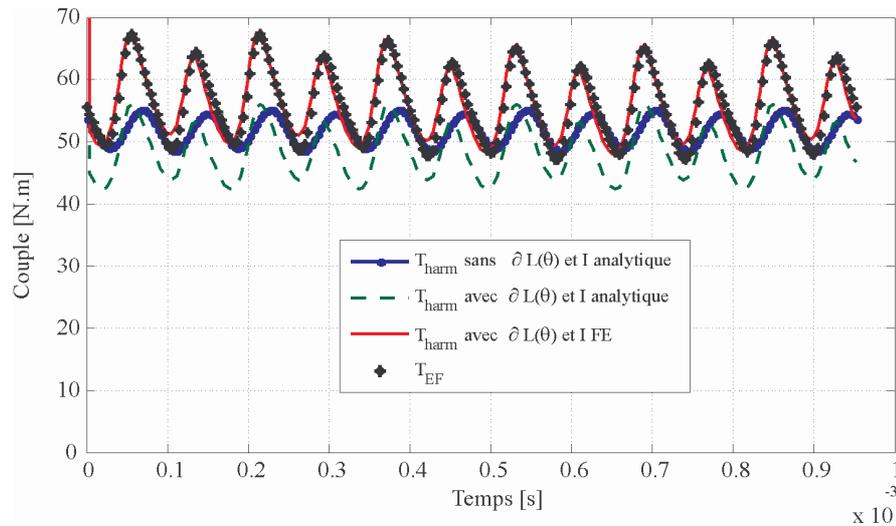
Dans un second temps, la machine est alimentée par des tensions sinusoïdales. Les courants sont calculés analytiquement en intégrant les harmoniques de f.é.m. (issus de simulations EF). La comparaison entre les formes d'ondes des courants calculés analytiquement et ceux issus de la résolution des équations électriques liées au modèle par éléments finis est faite Figure 81.



**Figure 81 - Formes d'onde de tension et de courants dans la machine « référence » alimentée en tension sinusoïdale. Comparaison entre les résultats analytiques et EF.**

On observe un écart entre le courant calculé analytiquement et celui calculé dans la résolution EF. Ceci est dû aux harmoniques d'inductance qui ne sont pas inclus dans l'approche harmonique analytique.

Le couple est ensuite calculé avec la formulation analytique, à partir des courants issus de la résolution analytique, puis avec les courants obtenus par la simulation numérique. La Figure 82 montre les formes d'onde du couple sous différentes hypothèses de calcul analytique et la forme d'onde obtenue par EF.



**Figure 82 - Formes d'onde du couple de la machine « référence » alimentée en tension. Comparaison entre les résultats du calcul par EF et la formulation analytique intégrant diverses sources d'harmoniques (flux, inductances, courants).**

La formulation du couple la plus complète, lorsqu'elle fait appel aux flux, aux courants et aux inductances « réels », se comporte convenablement vis-à-vis des résultats obtenus par EF. Elle permet d'intégrer la combinaison des harmoniques de courant avec les harmoniques d'inductances et de f.é.m. dans la création du couple moyen.

#### ***IV.C. Conclusion sur le calcul du couple***

Les différents cas traités nous permettent de conclure quant à la pertinence de la formulation du couple qui est basée sur le principe des travaux virtuels exprimés dans le repère  $dqo$ . L'expression établie pour le couple permet de caractériser l'influence du pilotage de l'onduleur (qui se répercute sur les harmoniques de courant) et de la constitution de la machine (qui se manifeste à travers les harmoniques de f.é.m.) sur la qualité de celui-ci. À travers le calcul du couple, nous avons donc décrit, avec plus de finesse qu'habituellement pour une phase de dimensionnement, une interaction majeure entre les éléments du système.

Pour ce qui est de notre modélisation globale, nous ne pourrions pas intégrer les harmoniques d'inductance dans le calcul des courants et du couple. D'une part parce que le calcul de la forme d'onde des inductances sur une période électrique est long, et d'autre part parce que dans le cas de la résolution des courants, cela rend les équations électriques plus complexes et leur résolution plus difficile. En conséquence, nous avons noté que cela pouvait conduire à sous estimer les harmoniques de courant et de couple et à mésestimer le couple moyen.

---

## V. Modélisation des pertes du système

---

Cette section a pour objet de déterminer les différentes pertes dans le système d'entraînement afin d'en déterminer le rendement et ensuite d'estimer les élévations de température de différents éléments du système. Les pertes seront évaluées dans l'onduleur puis dans la machine. Nous porterons une attention particulière à la caractérisation des pertes d'un élément du système en fonction des comportements des autres.

En ce qui concerne l'électronique de puissance, les pertes par conduction et par commutation sont déterminées pour les deux topologies de convertisseur que nous avons sélectionnées.

La machine électrique possède plusieurs postes de pertes parmi lesquels les pertes par effet Joule, les pertes fer, les pertes dans les aimants, ou encore les pertes aérodynamiques. Parmi ces pertes, certaines intégreront des caractéristiques liées aux contenus harmoniques des courants, aux tensions MLI, aux effets liés aux hautes fréquences et à la haute vitesse.

Des couplages entre l'onduleur et la machine au niveau des pertes sont modélisés et contribuent à la caractérisation fine des interactions entre les éléments du système.

### V.A. Pertes dans les onduleurs

Comme déjà signalé auparavant, seule la MLI intersective sinus-triangle, caractérisée par sa profondeur de modulation  $r$  et son indice de modulation  $m$ , est considérée dans nos travaux. De ce fait nous ne déterminerons les pertes dans le convertisseur électronique que sous ces conditions de fonctionnement. Nous étudions les pertes dans un bras de commutation d'un onduleur en pont complet dont les interrupteurs sont constitués d'IGBT et de leurs diodes anti-parallèles. Les formulations qui sont présentées ont été largement détaillées dans [Mes89] [Cas94] [Bie04] [Inf06]. Elles reposent sur les hypothèses suivantes :

- On suppose qu'on dispose d'une tension de bus constante et que le courant de sortie de l'onduleur est sinusoïdal déphasé d'un angle  $\varphi$  :  $i(t) = \hat{I} \sin(\omega_e t - \varphi)$  ;
- On choisit une référence de tension sinusoïdale :  $ref(t) = r \sin(\omega_e t)$  ;
- On suppose de plus que sur une période de découpage la référence de tension n'évolue pas trop rapidement et qu'on peut la considérer constante.

#### V.A.1) Pertes dans les connexions

L'amenée de courant, en cuivre, jusqu'aux semi-conducteurs, possède une résistivité électrique source de pertes par effet Joule. Ces pertes s'expriment, pour un IGBT et une diode, par :

$$P_{lead} = \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2} - \frac{\varphi}{\omega_e}}^{\frac{T}{2} + \frac{\varphi}{\omega_e}} R_{lead} i(t)^2 dt = R_{lead} \frac{\hat{I}^2}{4} \quad \text{Éq. 113}$$

### V.A.2) Pertes dans un IGBT

Les pertes dans les IGBT sont dues à la conduction et à la commutation du courant. Des expressions de ces deux types de pertes sont présentées dans les paragraphes qui suivent.

#### (a) Pertes par conduction

L'énergie perdue par conduction sur une période de découpage s'écrit :

$$W_{cond} = V_{ce}(t) \times i(t) \times \tau_{IGBT}(t) \quad \text{Éq. 114}$$

Où :

- $\tau_{IGBT}(t)$  est la fonction de conduction de l'IGBT ;
- $V_{ce}(t)$  est la chute de tension aux bornes de l'IGBT.

On choisit un modèle de type {source de tension + résistance} pour la chute de tension aux bornes de l'IGBT :

$$V_{ce}(t) = V_{ce0} + R_{ce} \cdot i(t) \quad \text{Éq. 115}$$

Compte tenu de l'hypothèse d'invariance de la référence de tension sur une période de découpage, on peut exprimer la durée de conduction d'un IGBT sur une période de découpage. À partir de considérations géométriques simples sur les formes d'onde de la porteuse et de la référence de tension (cf. Figure 83), on peut écrire la fonction de conduction selon :

$$\tau_{IGBT}(t) = \frac{1}{2} [1 + r \sin(t)] \quad \text{Éq. 116}$$

Avec  $t$  le temps.

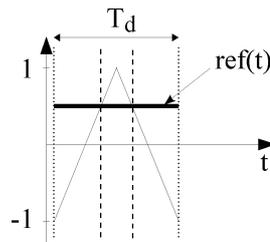


Figure 83 - Comparaison sinus-triangle sur une période de commutation. La référence de tension est supposée constante sur la période de découpage par hypothèse.

Connaissant l'énergie dissipée, on peut calculer les pertes par conduction :

$$P_{cond,IGBT} = \frac{1}{T} \int_0^T [V_{ce0} + R_{ce} \cdot i(t)] i(t) \frac{1}{2} [1 + r \sin(t)] dt \quad \text{Éq. 117}$$

L'IGBT ne conduisant que durant l'alternance positive du courant, on obtient après calculs :

$$P_{cond,IGBT} = \frac{\hat{I}}{2} \left[ \frac{V_{ce0}}{\pi} + \frac{\hat{I}R_{ce}}{4} \right] + r\hat{I} \cos(\varphi) \left[ \frac{V_{ce0}}{8} + \frac{\hat{I}R_{ce}}{3\pi} \right] \quad \text{Éq. 118}$$

### (b) Pertes par commutation

En ce qui concerne les pertes par commutation, il faut considérer les énergies perdues à chaque ouverture et fermeture des semi-conducteurs. Les *datasheets* des fournisseurs d'IGBT indiquent la quantité d'énergie perdue à chaque commutation en fonction du courant commuté et de la tension à couper. L'énergie perdue au point de fonctionnement nominal est également donnée. Une première approximation est de considérer que l'énergie perdue à la commutation est proportionnelle au courant et à la tension à commuter. On peut alors écrire :

$$W_{comm\_on} = E_{on} \frac{i(t)}{I_{nom}} \frac{V_{dc}}{V_{nom}} \quad \text{et} \quad W_{comm\_off} = E_{off} \frac{i(t)}{I_{nom}} \frac{V_{dc}}{V_{nom}}$$

La valeur moyenne de l'énergie perdue par commutation sur une période de découpage peut être calculée selon :

$$\langle W_{comm\_on} \rangle_{Td} = \frac{E_{on}}{T_d} \frac{i(t)}{I_{nom}} \frac{V_{dc}}{V_{nom}} \quad \text{et} \quad \langle W_{comm\_off} \rangle_{Td} = \frac{E_{off}}{T_d} \frac{i(t)}{I_{nom}} \frac{V_{dc}}{V_{nom}}$$

Puis la puissance des pertes par commutation se calcule alors :

$$P_{comm,IGBT} = \frac{1}{T} \int_{\frac{\varphi}{\omega_e}}^{\frac{T}{\omega_e} + \frac{\varphi}{\omega_e}} \langle W_{comm\_off} \rangle_{Td} + \langle W_{comm\_on} \rangle_{Td} dt \quad \text{Éq. 119}$$

Soit finalement :

$$P_{comm,IGBT} = \frac{mf}{\pi} \frac{\hat{I}V_{dc}}{I_{nom}V_{nom}} (E_{on} + E_{off}) \quad \text{Éq. 120}$$

Où  $f$  est la fréquence du fondamental et  $m=f_d/f$  l'indice de modulation.

Les pertes totales dans l'IGBT s'écrivent :

$$P_{IGBT} = P_{cond,IGBT} + P_{comm,IGBT} \quad \text{Éq. 121}$$

### V.A.3) Pertes dans une diode

Les expressions des pertes par conduction et commutation d'une diode se déduisent de celle de l'IGBT en pratiquant certaines modifications. Le modèle de chute de tension aux bornes de la diode est pris selon :

$$V_d(t) = V_{d0} + R_d i(t) \quad \text{Éq. 122}$$

La fonction de conduction de la diode est par définition le complément de la fonction de conduction de l'IGBT :

$$\tau_D(t) = 1 - \tau_{IGBT}(t) = \frac{1}{2} [1 - r \sin(\omega t)] \quad \text{Éq. 123}$$

#### (a) Pertes par conduction

De la même manière que dans le cas de l'IGBT, les pertes par conduction dans une diode s'écrivent alors, après calculs :

$$P_{cond,diode} = \frac{\hat{I}}{2} \left[ \frac{V_{d0}}{\pi} + \frac{\hat{I}R_d}{4} \right] - r\hat{I} \cos(\varphi) \left[ \frac{V_{d0}}{8} + \frac{\hat{I}R_d}{3\pi} \right] \quad \text{Éq. 124}$$

#### (b) Pertes par commutation

Les pertes par commutation, dans le cas d'une diode sont majoritairement les pertes à l'extinction dues au phénomène de recouvrement des charges. Nous ne considérons donc que les pertes à l'extinction de la diode :

$$P_{comm,diode} = \frac{mf}{\pi} \frac{\hat{I}V_{dc}}{I_{nom}V_{nom}} E_{rec} \quad \text{Éq. 125}$$

où  $E_{rec}$  est l'énergie perdue par recouvrement au point de fonctionnement nominal. Les pertes totales dans la diode sont :

$$P_{diode} = P_{cond,diode} + P_{comm,diode} \quad \text{Éq. 126}$$

### V.A.4) Pertes totales dans les interrupteurs du convertisseur électronique

Les expressions des pertes qui sont détaillées ci-avant correspondent aux pertes dans un interrupteur et elles sont également applicables au cas d'un onduleur monophasé en pont complet. Le calcul des pertes totales dans le convertisseur électronique s'obtient en sommant les différentes pertes évoquées et en les multipliant par le nombre d'interrupteurs utilisés :

$$P_{ond} = Nb_{int} (P_{lead} + P_{IGBT} + P_{diode}) \quad \text{Éq. 127}$$

L'étude de l'onduleur triphasé à 3 bras se déduit de celle de l'onduleur monophasé en pont complet. La mise en commun de 3 onduleurs monophasés dont les grandeurs électriques forment un système triphasé équilibré permet de supprimer la moitié des bras car la somme des courants est nulle au point neutre. On ne constate donc aucune différence sur les expressions des pertes dans les interrupteurs. Seules les valeurs des courants de sortie et le nombre d'interrupteurs du convertisseur varient. Les formulations proposées sont paramétrées par les caractéristiques des modules IGBT (constitué d'une puce IGBT et d'une diode antiparallèle). Nous avons répertorié dans une base de données les caractéristiques d'une série de modules EconoPack+ d'Infineon. Puis, en fonction du courant circulant dans l'onduleur, le module adéquat, et donc ses caractéristiques, sont sélectionnés suivant la règle suivante : le calibre d'IGBT à retenir est celui immédiatement supérieur à la valeur crête du courant circulant dans l'onduleur.

### **V.A.5) Conclusion sur le calcul des pertes dans l'onduleur**

Le modèle analytique présenté manque certainement de précision pour les indices de modulation faibles pour lesquels la forme d'onde du courant ne peut plus être approximée raisonnablement par une sinusoïde. De plus l'hypothèse sur la constance de la tension de référence sur une période de découpage ne peut pas être raisonnablement formulée dans ces conditions.

L'hypothèse d'une relation de proportionnalité sur les pertes par commutation est également une simplification qui peut s'avérer trop approximative selon les caractéristiques des interrupteurs utilisés.

Le modèle analytique proposé, bien que simple, permet de retracer assez fidèlement le comportement des pertes pour les indices de modulation élevés. Le modèle pourra tout de même être utilisé pour les indices de modulation faibles, sachant pertinemment que la précision est altérée. Ceci afin de mettre en œuvre la démarche d'optimisation globale. Comme pour chacune des briques de l'optimisation de l'ensemble onduleur-moteur, il est possible d'affiner le modèle, au prix d'une modification du rapport entre précision et temps de calcul.

## ***V.B. Pertes par effet Joule***

Les pertes par effet Joule sont classiquement estimées à partir du fondamental du courant. La prise en compte des pertes par effet Joule supplémentaires peut constituer un point de couplage entre le convertisseur et la machine. Les pertes supplémentaires qui apparaissent dans le bobinage sont de diverses origines comme le détaille précisément Monsieur Grellet [Gre89] : effet de peau, courants de circulation, conducteurs balayés par des franges de flux rotorique ...

Une sommation harmonique des pertes par effet Joule générées par chaque harmonique de courant peut être réalisée pour évaluer les pertes par effet Joule totales [Gre89] [Lu02] [Fre09]. Les harmoniques de courant dont il est question sont générés par l'alimentation en tension MLI et leur influence sur les pertes par effet Joule totales constitue un point de couplage important entre l'onduleur et la machine. Cependant ces pertes par effet Joule supplémentaires doivent être évaluées avec précaution à cause des phénomènes à haute fréquence qui existent dans les conducteurs ; tout particulièrement dans les machines rapides où la fréquence fondamentale est importante et où une décomposition en série de Fourier, pour le calcul des pertes par effet Joule totales, mettrait en œuvre des fréquences de plusieurs kilohertz.

Dans la première partie du mémoire nous avons mis en évidence que le nombre de conducteurs par encoche pouvait être relativement faible et conduire à réaliser des conducteurs avec plusieurs fils en main. De ce fait, des courants de circulation peuvent apparaître entre les fils élémentaires du conducteur. Nous focalisons la modélisation sur les pertes supplémentaires dues aux courants de circulation et aux phénomènes pelliculaires dans les conducteurs.

### **V.B.1) Description de la méthode**

L'objectif des travaux initiés par Monsieur Field fut de déterminer les pertes dans des conducteurs logés dans une encoche et soumis à un courant alternatif. La méthode alors développée consiste en la résolution des équations de Maxwell dans l'encoche. Monsieur

Field [Fie05] en a développé une solution théorique en considérant les phénomènes pelliculaires et les courants de circulation. Le résultat de ces travaux est d'exprimer les pertes par effet Joule, à une fréquence donnée par :

$$P_J = 3(K_{peau} + K_{circ})R_{dc}I^2 \quad \text{Éq. 128}$$

Où  $K_{peau}$  et  $K_{circ}$  sont des coefficients déterminés par la résolution des équations de Maxwell.  $K_{circ}$  permet de traduire l'effet des courants de circulation et  $K_{peau}$  relate l'augmentation des pertes due à l'effet de peau. Ces coefficients dépendent :

- De la fréquence ;
- Des dimensions de l'encoche ;
- Des dimensions des conducteurs ;
- De la constitution des conducteurs : conducteur massif ou subdivisé (dans ce cas, l'agencement des brins élémentaires intervient dans le calcul : fil de Litz, barre Roebel, retournement des têtes de bobines) ;
- Du pas de raccourcissement du bobinage.

La résistance en courant continu peut se calculer avec l'expression suivante :

$$R_{dc} = \rho_{Cu} L_{spire} \frac{N_s N_{cond} / enc}{N_{par} k_{remp} S_{enc}} \quad \text{Éq. 129}$$

### V.B.2) Effet de peau

Nous donnons ici l'expression du coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule due à l'effet de peau ; cela pour deux configurations de bobinage. Ces expressions peuvent être trouvées dans [Fie05] [Rot17] [Rot18] [Gre89].

Dans le cas où il n'y a qu'une phase par encoche et dans le cas d'un bobinage à pas diamétral comportant  $n$  conducteurs massifs par encoche, le coefficient  $K_{peau}$  s'exprime :

$$K_{peau}(\lambda) = A(\lambda) + \lambda \frac{n^2 - 1}{3} B(\lambda) \quad \text{Éq. 130}$$

Avec

$$A(\lambda) = \lambda \frac{sh(2\lambda) + \sin(2\lambda)}{ch(2\lambda) - \cos(2\lambda)} \quad \text{et} \quad B(\lambda) = 2\lambda \frac{sh(\lambda) - \sin(\lambda)}{ch(\lambda) + \cos(\lambda)}$$

Où  $\lambda = \frac{h}{\delta}$  (hauteur réduite), avec  $h$  la hauteur du conducteur et  $\delta$  l'épaisseur de peau.

Dans le cas où le bobinage est triphasé à 2 couches, à conducteurs massifs, à pas raccourci,  $K_{peau}$  s'exprime :

$$K_{peau}(\lambda) = A(\lambda) + \lambda \frac{13n^2 - 16}{48} B(\lambda) \quad \text{Éq. 131}$$

Ce coefficient s'applique alors aux conducteurs situés dans les encoches où deux phases sont bobinées. Les encoches où seule une phase est présente doivent être traitées avec l'expression (Éq. 130). Le bobinage que nous sélectionnerons est à pas raccourci donc les deux expressions (Éq. 130) et (Éq. 131) seront employées dans nos dimensionnements.

### V.B.3) Courants de circulation

Lorsque les conducteurs sont constitués de brins élémentaires mis en parallèle, des courants de circulation peuvent prendre naissance. Le coefficient  $K_{circ}$  dépend alors de l'agencement des brins élémentaires. Dans le cas d'un retournement des têtes de bobines – les conducteurs sont vrillés de  $180^\circ$  au niveau des têtes de bobine –, cas que nous considérons dans nos calculs, il s'exprime :

$$K_{circ} = A(\lambda') - 1 \quad \text{Éq. 132}$$

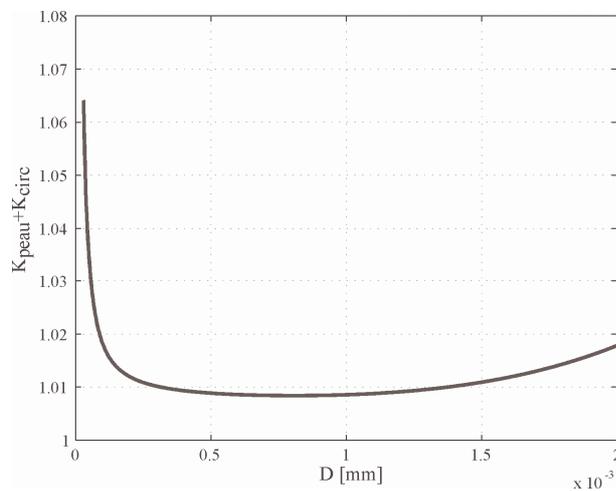
Où  $\lambda'$  est la hauteur réduite en prenant  $n$  fois la hauteur d'un brin pour valeur de  $h$ .

### V.B.4) Étude des pertes dans des conducteurs logés dans une encoche

Afin d'illustrer l'influence des pertes par effet de peau et par courants de circulation, nous considérons une encoche de dimensions fixées (largeur=5 mm, profondeur=15 mm) dans laquelle sont logés quatre conducteurs. Chacun des conducteurs est constitué de brins élémentaires. La section des conducteurs est gardée constante. Nous ferons varier le diamètre des brins élémentaires, donc le nombre de brins élémentaires par conducteur variera afin de garder la section des conducteurs constante. Pour chaque diamètre de fil élémentaire, le coefficient de pertes supplémentaires total est calculé. Deux fréquences de fonctionnement sont considérées : 100 Hz et 1 000 Hz.

*Pour une fréquence de 100 Hz*

Nous présentons l'évolution du coefficient d'augmentation des pertes,  $(K_{peau} + K_{circ})$ , en fonction du diamètre des fils élémentaires, à 100 Hz, en Figure 84.



**Figure 84 - Coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule pour une encoche de dimensions fixées, à  $f=100$  Hz. Effet de peau et des courants de circulation inclus.**

Pour les forts diamètres de fil, nous sommes dans la situation où il y a très peu de fils par conducteurs. Ceci signifie que les courants de circulation tendent vers zéro et que l'augmentation des pertes est due à l'effet de peau (section des fils importante). À l'opposé pour les faibles diamètres de fil, les pertes par effet de peau sont négligeables. Les pertes par

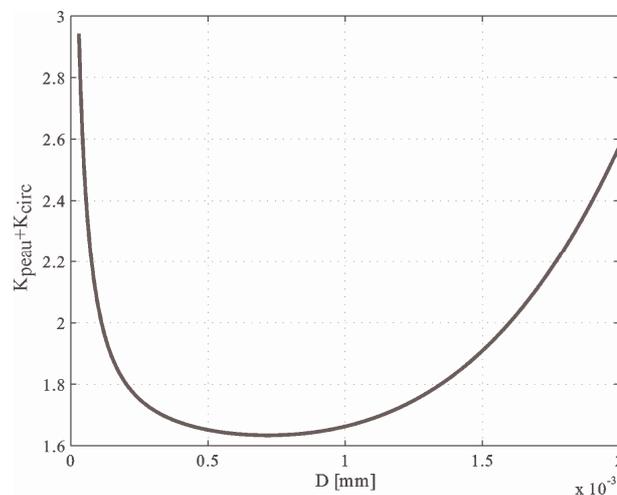
circulation sont importantes car il y a beaucoup de fils de faible section en parallèle pour constituer un conducteur.

Dans le cas qui vient d'être présenté on constate qu'entre les pertes DC et les pertes AC, il y a au moins 1 % (environ) d'écart. L'effet de peau possède une contribution très relative sur les pertes alors que l'influence des pertes par courants de circulation peut être plus marquée.

Il y a dans ce cas très peu d'écart, quelques pourcents, entre les pertes par effet Joule AC et les pertes par effet Joule DC.

*Pour une fréquence de 1 000 Hz*

Nous présentons l'évolution du coefficient d'augmentation des pertes en fonction du diamètre des fils élémentaires, à 1 000 Hz, en Figure 85.



**Figure 85 - Coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule pour une encoche de dimensions fixées, à  $f=1000$  Hz. Effet de peau et des courants de circulation inclus.**

On constate cette fois-ci que le coefficient d'augmentation des pertes est plus élevé à cause de la fréquence plus importante. Les pertes par effet Joule AC sont au moins 1,6 fois plus importantes que les pertes par effet Joule DC. L'augmentation du niveau des pertes à cause de l'effet de peau et des courants de circulation est bien plus importante qu'à 100 Hz.

On constate, sur les courbes retraçant l'évolution du coefficient d'augmentation des pertes dans les deux cas présentés, qu'il existe un diamètre de brin élémentaire optimal vis-à-vis des pertes par effet Joule. Il sera judicieux, dans la phase de conception par optimisation d'intégrer le diamètre du fil élémentaire dans les variables d'optimisation afin de situer le minimum du coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule.

### V.B.5) Application aux courants non sinusoïdaux

Les formules établies auparavant sont valables pour une fréquence donnée. Pour calculer les pertes par effet Joule causées par un courant non sinusoïdal, il suffira donc d'effectuer une décomposition harmonique de sa forme d'onde et d'appliquer le coefficient

d'augmentation des pertes pour chaque rang harmonique. Les pertes par effet Joule totales s'expriment alors :

$$P_J = 3 \sum_h (K_{peau,h} + K_{circ,h}) R_{dc} I_h^2 \quad \text{Éq. 133}$$

C'est cette dernière formulation que nous emploierons dans nos dimensionnements par la suite.

### V.B.6) Conclusion sur le calcul des pertes par effet Joule

Nous avons présenté une méthode de calcul des pertes par effet Joule supplémentaires développée par Monsieur Field. Cette approche nous permet de calculer un coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule dans le cas d'un bobinage où les têtes de bobines sont retournées. La modélisation inclut l'influence de l'effet de peau et des pertes par courants de circulation. Ces effets ne doivent en aucun cas être négligés à cause du caractère haute vitesse, haute fréquence, de notre application. Finalement la prise en compte des pertes générées par chaque harmonique de courant permet le couplage de l'onduleur et de la machine au moyen des pertes par effet Joule de la machine.

### V.C. Pertes fer

L'analyse bibliographique suggère que les machines rapides possèdent des matériaux magnétiques qui fonctionnent en régime linéaire. Nous ferons donc cette hypothèse dans la modélisation des pertes fer de la machine. La modélisation des pertes fer que nous proposons concerne uniquement les phénomènes de premier ordre. Les pertes fer dans les pièces polaires du rotor ne seront pas estimées. La machine étant excitée par des aimants et à haute vitesse, l'entrefer y sera relativement important et donc les pertes de denture au rotor, par ailleurs feuilleté, seront atténuées. Ainsi seules les pertes fer du stator seront modélisées.

Plusieurs approches peuvent être employées pour déterminer les pertes fer dans une machine électrique. Elles diffèrent dans la manière dont est calculé le champ magnétique et dans les modèles utilisés pour calculer les pertes ; pour plus de détails [Fas07] et [Kri10] font une revue des modèles de calcul des pertes fer. Étant donné que les calculs par éléments finis donnent des résultats plus précis que les calculs analytiques, plusieurs travaux [Che99] [Ma03] [Mag04] [Ion07] [Gmy08] [Yam09b] [Li10] ont réalisé des calculs de pertes fer à partir de cartographie de champs en 2D ou 3D. Il existe également des travaux sur le calcul des pertes fer à partir de modèles analytiques de calcul de champ [Sou02] [Mi03] [Tra09]. D'autres combinent des calculs par éléments finis et analytiques pour le calcul de l'induction magnétique dans la machine [Leg10]. Ensuite les modèles de pertes fer à appliquer vont des formulations de type Steinmetz à des modèles de type Preisach [Dup97] [Rov09], en passant par des modèles de complexité variable tels que les modèles basés sur le principe de séparation des pertes introduit par Monsieur Bertotti [Bog03] [Mi03] [Ion07] [Gmy08] [Yam09b] [Leg10] ou le modèle Loss Surface [Che99] [Li10]. Parmi les modèles cités, certains prennent en compte le caractère rotationnel du champ dans la culasse [Ma03] [Tra09]. Nous négligerons cet effet dans notre modélisation.

Nous rappelons que lors de la modélisation électromagnétique, les formes d'onde des inductions d'entrefer dues à l'excitation et aux réactions magnétiques d'induit ont été déterminées. Cette connaissance locale du champ d'entrefer va être le point de départ du calcul des pertes fer au stator. La méthodologie consistera, dans un premier temps, à

déterminer l'induction dans les dents et dans la culasse statorique lorsque la machine est alimentée par des courants sinusoïdaux. À partir des formes d'onde des inductions dans les parties ferromagnétiques, un modèle harmonique de calcul des pertes fer est appliqué. La modélisation proposée est ensuite comparée aux résultats fournis par un calcul EF et une évaluation des pertes fer à l'aide du modèle Loss Surface (LS). Enfin l'influence de la MLI de l'électronique de puissance est modélisée afin de décrire une interaction très souvent observée entre le comportement de l'onduleur et les pertes fer de la machine.

### V.C.1) Forme d'onde modélisée dans l'entrefer

L'induction dans l'entrefer,  $B_{ent}$ , s'écrit comme la somme – d'après l'hypothèse de linéarité des matériaux magnétiques – de l'induction due aux aimants,  $B_f$ , et de celles dues aux réactions magnétiques d'induit d'axes  $d$  et  $q$ ,  $B_d$  et  $B_q$ , représentées en Figure 86. Les formes d'ondes des différentes composantes ont été établies lors de la modélisation électromagnétique.

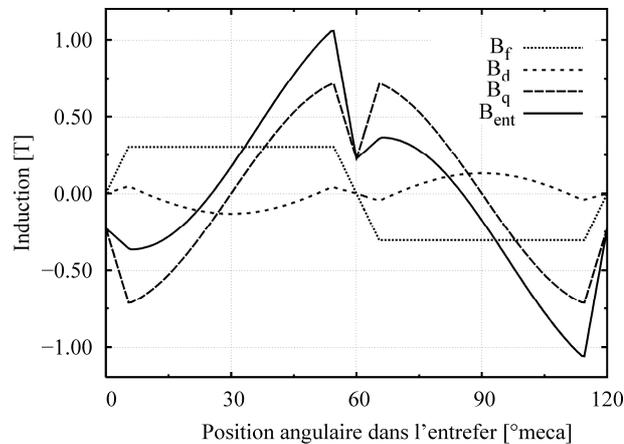


Figure 86 - Composantes de l'induction d'entrefer et induction résultante d'entrefer

La forme d'onde d'induction d'entrefer est obtenue en supposant une f.m.m. purement sinusoïdale. De plus l'effet des encoches sur l'induction dans l'entrefer n'est pas pris en compte.

### V.C.2) Forme d'onde modélisée dans les dents

L'induction dans les dents se déduit de celle dans l'entrefer en appliquant la loi de conservation du flux. On suppose que tout le flux dans l'entrefer est conduit par les dents du stator. Ainsi l'induction dans une dent, au cours de la rotation du rotor, peut s'écrire :

$$B_{ds}(\theta) = \frac{R_{ales}}{l_{ds}} \int_{\theta - \frac{\tau_s}{2}}^{\theta + \frac{\tau_s}{2}} B_{ent}(u) du \quad \text{Éq. 134}$$

L'intégrale glissante permettant de déterminer l'induction dans une dent au cours du temps est réalisée numériquement sous Matlab®. Un exemple de tracé est donné Figure 87.

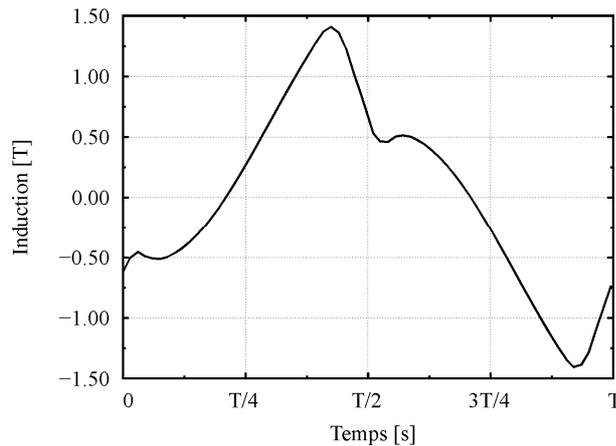


Figure 87 - Forme d'onde de l'induction dans une dent au cours du temps

L'induction dans les dents est canalisée jusqu'à la culasse statorique et constitue le point de départ du calcul de l'induction dans cette dernière.

### V.C.3) Calcul du champ dans la culasse de la machine

L'induction dans la culasse peut être calculée en faisant l'hypothèse usuelle que le champ  $y$  est purement tangentiel. Nous avons en premier lieu fait cette hypothèse et avons constaté des écarts importants avec les simulations par EF sur le niveau des pertes fer. La cause identifiée de cet écart est la négligence de la composante radiale de l'induction dans la culasse et des pertes fer associées. Aussi nous nous attachons ici à développer un modèle de calcul du champ en tout point de la culasse avant d'appliquer le modèle d'estimation des pertes fer.

L'approche que nous avons développée est une extension de [Tra09]. Le calcul est basé sur la résolution de l'équation de Laplace en 2D dans la culasse. La référence [Tra09] a réalisé ce calcul à vide pour une machine à pôles lisses. Nous traitons ici le cas de la machine en charge.

La résolution de l'équation de Laplace est faite en considérant la culasse comme étant une couronne lisse dont la courbure peut être négligée, voir Figure 88. La référence [Tra09] indique que ceci est valable à partir de 6 pôles. Faute de quoi la résolution du problème qui suit doit s'effectuer en coordonnées cylindriques pour plus de rigueur.

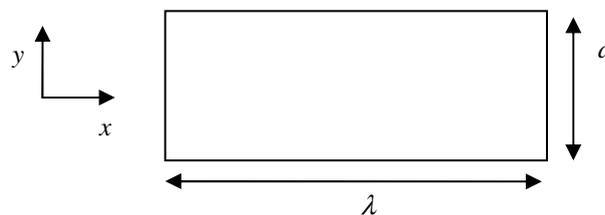


Figure 88 - Schéma de la culasse où  $\lambda$  est la longueur de l'onde (correspondant à deux pas polaires) qui excite la culasse et  $a$  l'épaisseur de la culasse

On suppose par ailleurs que la culasse est excitée uniquement au niveau de son rayon intérieur par l'intermédiaire du flux qui circule dans les dents. La distribution spatiale de l'excitation au niveau du rayon intérieur de la culasse peut s'écrire à partir de l'évolution temporelle de l'induction dans une dent. En faisant l'hypothèse simplificatrice que la distribution temporelle de l'induction dans une dent correspond à la distribution spatiale instantanée de l'induction au niveau de la culasse, il est possible d'écrire cette induction d'excitation selon :

$$B_{excitation\_culasse}(\theta) = \frac{1}{k_{ds}} \frac{R_{ales}}{R_{ales} + h_{ds}} B_{ds}(\theta) \quad \text{Éq. 135}$$

Cette écriture permet de prendre en compte l'augmentation de la surface d'un pas polaire au niveau de rayon intérieur de la culasse statorique. L'onde d'induction qui excite la culasse peut s'écrire sous forme d'une série de Fourier, exprimée dans un repère cartésien :

$$B_{excitation\_culasse}(x) = \sum_h B_{hc} \cos(hkx) + B_{hs} \sin(hkx) \quad \text{Éq. 136}$$

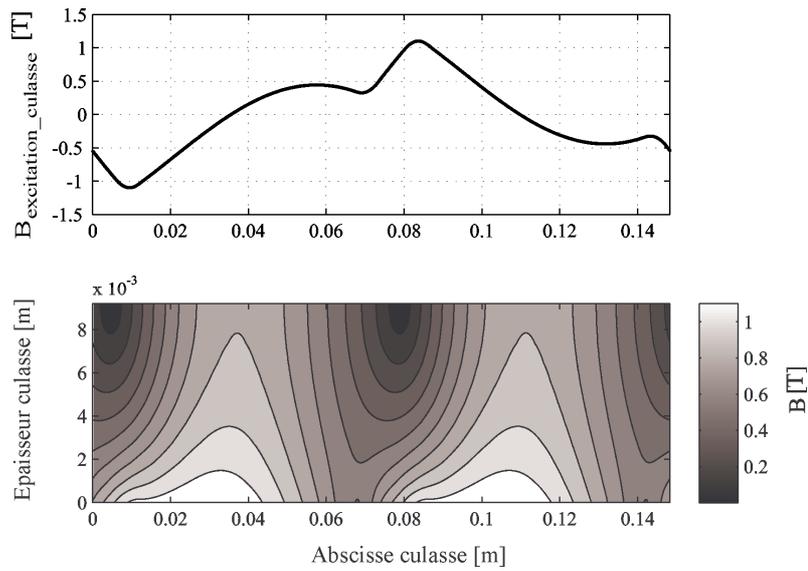
Où  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est le vecteur d'onde et  $x = \frac{\lambda}{2\pi} \theta$  est l'abscisse dans le repère cartésien.

Connaissant l'induction au niveau du rayon intérieur de la culasse, la résolution formelle de l'équation de Laplace en 2D [Asm05] conduit à :

$$B_x(x, y) = - \sum_h B_{hs} \frac{\cosh(hk(a-y))}{\sinh(hka)} \cos(hkx) + \sum_h B_{hc} \frac{\cosh(hk(a-y))}{\sinh(hka)} \sin(hkx) \quad \text{Éq. 137}$$

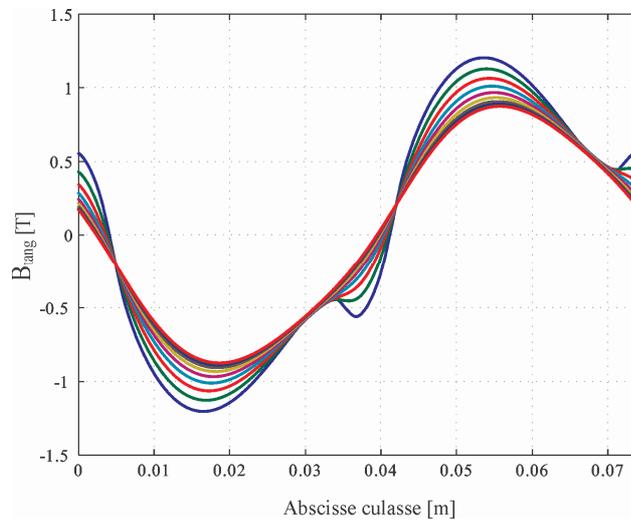
$$B_y(x, y) = \sum_h B_{hc} \frac{\sinh(hk(a-y))}{\sinh(hka)} \cos(hkx) + \sum_h B_{hs} \frac{\sinh(hk(a-y))}{\sinh(hka)} \sin(hkx) \quad \text{Éq. 138}$$

Une représentation de la cartographie du champ dans la culasse, qu'on peut obtenir avec cette méthode, est donnée en Figure 89.



**Figure 89 - Mise en œuvre du calcul de l'induction dans la culasse lorsque la machine est charge.**  
**Haut – Distribution spatiale de l'induction d'excitation au niveau du rayon intérieur de la culasse.**  
**Bas – Distribution du champ magnétique dans la culasse.**

Les composantes radiale et tangentielle de l'induction dans la culasse peuvent également être visualisées à différentes hauteurs de la culasse sur la Figure 90 et la Figure 91.



**Figure 90 - Composantes tangentielles de l'induction dans la culasse à différents rayons dans la culasse**

Les développements qui ont été menés montrent que la composante radiale de l'induction dans la culasse n'est pas négligeable et qu'elle a certainement une contribution dans l'évaluation des pertes fer.

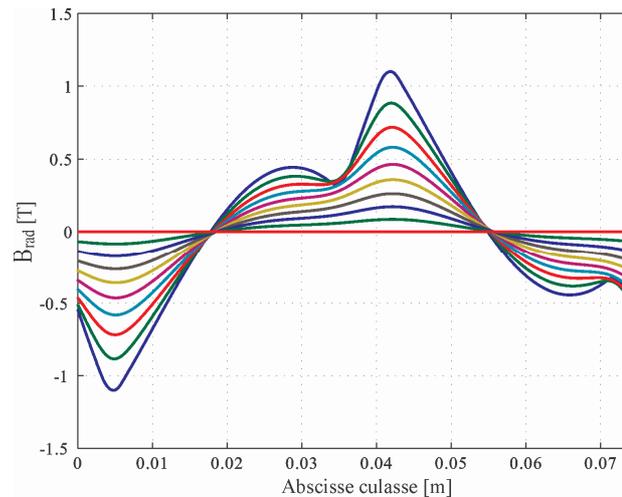


Figure 91 - Composantes radiales de l'induction dans la culasse à différents rayons dans la culasse

#### V.C.4) Modèle de pertes fer

L'induction magnétique a été déterminée dans les différentes zones du stator. Ces formes d'onde sont des distributions spatiales. Les évolutions temporelles des inductions dans les différentes parties magnétiques du stator s'obtiennent immédiatement à partir des distributions spatiales en remarquant que ces distributions tournent au synchronisme.

Il faut maintenant appliquer un modèle de calcul des pertes fer aux formes d'onde déterminées. Nous rappelons que la machine fonctionne en régime linéaire. Nous optons pour une modélisation des pertes par une approche harmonique. Nous soulignons ici l'effet de la haute fréquence qui tend à repousser le champ sur les bords des tôles magnétiques. Il faudra donc intégrer ce phénomène dans la modélisation des pertes fer à haute fréquence et en régime linéaire. Le modèle proposé est un modèle classique à trois composantes introduit par Monsieur Bertotti. Ce modèle inclut les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault (dites classiques) et les pertes supplémentaires. Une modification du terme des pertes par courants de Foucault est proposée par Monsieur Boglietti [Bog03] pour intégrer les effets dus à la haute fréquence. Pour une induction sinusoïdale, le modèle s'écrit :

$$P_{fer}(f, B) = k_H f B^{\alpha_{ir}} + k_{EC} f^2 B^2 \frac{\sinh(\gamma\sqrt{f}) - \sin(\gamma\sqrt{f})}{\cosh(\gamma\sqrt{f}) - \cos(\gamma\sqrt{f})} + k_{EXC} f^2 B^2 \quad [W/kg] \quad \text{Éq. 139}$$

Les cinq paramètres du modèle sont identifiés pour une tôle M330-35. L'identification se fait en utilisant les données fournies par les constructeurs. Celles-ci donnent les pertes pour plusieurs fréquences (50 à 700 Hz) et plusieurs niveaux d'induction (0,1 à 1,5 T). L'identification des paramètres est effectuée simultanément sur tous les points donnés par le constructeur. La minimisation des écarts entre le modèle et les données est effectuée par un algorithme génétique. Les valeurs obtenues pour les paramètres sont listées dans le Tableau IV.

TABLEAU IV - PARAMETRES DU MODELE DE CALCUL DES PERTES FER

Coefficient	Value
Paramètre $\alpha_{ir}$	2
Coefficient de pertes par hystérésis $k_H$	0,0220
Coefficient de pertes par courants de Foucault $k_{EC}$	0,3873
Coefficient des pertes par excès $k_{EXC}$	$1,39 \cdot 10^{-14}$
Paramètre $\gamma$	$6,04 \cdot 10^{-4}$

La Figure 92 montre les écarts entre le modèle et les données constructeurs pour plusieurs fréquences et plusieurs niveaux d'induction.

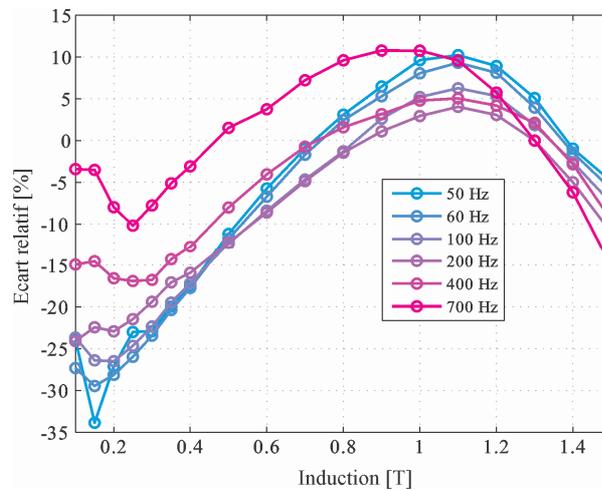


Figure 92 - Écart relatif entre le modèle de pertes fer et les données constructeur

Le modèle présente des écarts compris entre -35 % et +12 %. Les écarts sont plus importants pour les basses inductions. Ces écarts portent sur de petites valeurs de pertes. L'effet sur les pertes totales est donc relativement moins important. Il eut été possible de choisir une modélisation de type polynôme pour décrire les pertes fer. Ceci aurait permis de se rapprocher davantage des données fournies. Mais l'origine physique des pertes fer, qu'il est important de garder à cause des phénomènes à haute fréquence, aurait été perdue.

Pour ce matériau particulier le coefficient des pertes par excès,  $k_{EXC}$ , est négligeable est peut être pris nul. Ce choix de le prendre nul est également celui fait par d'autres auteurs [Bog03]. Dans ces conditions particulières, le modèle peut s'écrire :

$$P_{fer}(f, B) = k_H f B^{\alpha_{ir}} + k_{EC} f^{\frac{3}{2}} B^2 \frac{\sinh(\gamma\sqrt{f}) - \sin(\gamma\sqrt{f})}{\cosh(\gamma\sqrt{f}) - \cos(\gamma\sqrt{f})} \quad [W/kg] \quad \text{Éq. 140}$$

Le modèle proposé est valable pour une induction sinusoïdale. Cependant, en admettant que les courants de Foucault de différentes fréquences peuvent se superposer et que les pertes par hystérésis dépendent de l'amplitude de l'induction, le modèle proposé peut être étendu aux formes d'ondes non-sinusoïdales déterminées dans les parties magnétiques du stator. Le modèle des pertes par unité de masse s'écrit alors :

$$P_{fer}(f, B) = k_H f \hat{B}^{\alpha_{ir}} + k_{EC} \sum_{k=1}^{\infty} (kf)^{\frac{3}{2}} B_k^2 \frac{\sinh(\gamma\sqrt{kf}) - \sin(\gamma\sqrt{kf})}{\cosh(\gamma\sqrt{kf}) - \cos(\gamma\sqrt{kf})} [W/kg] \quad \text{Éq. 141}$$

$B_k$  est l'amplitude du  $k^e$  terme de la décomposition en série de Fourier,  $\hat{B}$  est l'amplitude de l'induction, soit dans les dents soit dans la culasse.

Enfin, le modèle de pertes est appliqué sur la forme d'onde de l'induction dans les dents. Concernant la culasse, cette dernière est divisée en 10 couches dans lesquelles les pertes fer sont calculées pour les composantes radiale et tangentielle de l'induction. Finalement les différentes contributions sont ajoutées pour donner les pertes fer totales dans la culasse.

### V.C.5) Validation du modèle de pertes fer

Les résultats fournis par le modèle proposé sont comparés avec ceux obtenus par une simulation par éléments finis couplée au modèle de pertes fer Loss Surface [Gau05]. Ce modèle est le fruit de plusieurs années de recherche qui ont conduit à l'élaboration d'un modèle de pertes fer dépendant de la forme d'onde de l'induction au cours du temps et de sa dérivée temporelle. Ce modèle est intégré dans le logiciel Flux2D®. C'est donc avec cet outil que nous faisons notre comparaison. Celle-ci est effectuée sur la machine de référence (section II.C.1), p. 78) qui tourne à 21 000 tr/min et qui est alimentée par des courants sinusoïdaux. Elle porte sur les formes d'onde de l'induction puis sur les niveaux de pertes fer.

La forme d'onde de l'induction dans les dents, obtenue par le calcul analytique et par le calcul EF, est représentée sur la Figure 93. On constate une très bonne cohérence entre les deux formes d'onde.

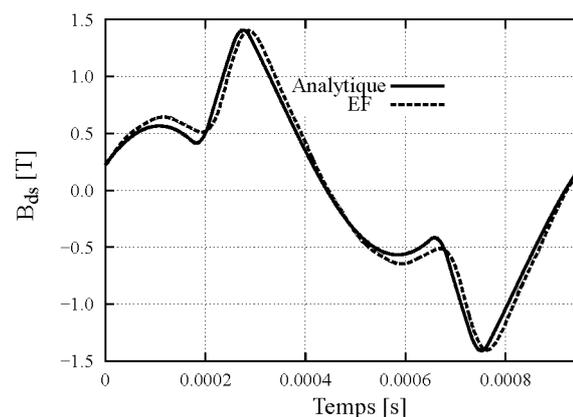


Figure 93 - Forme d'onde de l'induction dans le milieu des dents statoriques sur une période électrique : comparaison entre le calcul analytique et le calcul par éléments finis.

Il est difficile de comparer des distributions de champ en deux dimensions, aussi nous ne représentons, sur la Figure 94, que la distribution de champ dans la culasse obtenue analytiquement.

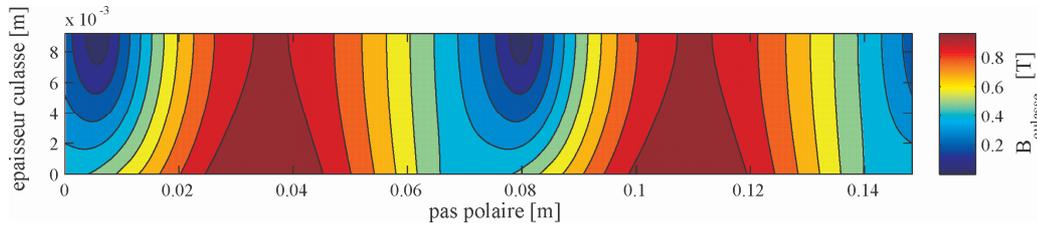


Figure 94 - Distribution du champ d'induction, calculé analytiquement, dans la culasse en 2D

Les pertes fer évaluées dans les dents et dans la culasse, par les deux méthodes, sont présentées dans le Tableau V.

TABLEAU V - CALCUL DES PERTES FER DANS LES DENTS ET LA CULASSE DU STATOR : COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS PAR EF ET LES CALCULS ANALYTIQUES.

	Calcul EF – Modèle LS	Calcul analytique – Modèle LS	Calcul analytique – Modèle harmonique
Pertes dans les dents [W]	2565	2400 (-6,43 %)	2441 (-4,83 %)
Pertes dans la culasse [W]	2211	1798 (-18,7 %)	1780 (-19,5 %)
Pertes totales au stator [W]	4776	4198 (-12 %)	4221 (-11 %)

En comparant les deux dernières colonnes du Tableau V, on constate que les deux modèles de pertes (harmonique et LS) fournissent sensiblement les mêmes résultats lorsqu'ils sont excités par les mêmes entrées. La comparaison avec la première colonne montre une bonne cohérence sur les pertes calculées dans les dents. Dans cette zone, le champ magnétique est quasiment unidirectionnel et le calcul analytique de l'induction est proche du calcul par EF comme l'atteste la Figure 93. Dans la culasse, la situation est plus compliquée. La courbure de la culasse a été négligée ce qui introduit un premier biais dans la modélisation. Et plus important, la culasse n'est pas excitée uniformément sur son rayon intérieur, elle est excitée par le flux arrivant des dents, donc de manière discontinue dans l'espace. Or nous avons fait l'hypothèse que l'excitation de la culasse était uniforme – c'est une hypothèse forte car on sait que le flux qui provient des dents excite la culasse de manière discontinue – ceci peut également être à l'origine des écarts observés. Finalement la dernière source d'écart peut être l'écart entre le modèle harmonique et les données constructeurs comme illustré par la Figure 92.

L'écart entre les résultats fournis par les deux approches (~ 10-15 % d'écart sur les pertes totales) peut être considéré comme raisonnable pour un modèle de dimensionnement, surtout lorsqu'on compare les temps de calcul des deux modèles (ceci renvoie au front de Pareto entre la précision des modèles et leur temps d'exécution, Figure 5). Le modèle harmonique s'exécute en 50 ms pour l'évaluation des pertes dans la culasse à partir du calcul analytique du champ alors que le modèle LS est évalué en 698 s, dans les mêmes conditions. Le temps de calcul de ce dernier est prohibitif pour qu'il puisse être employé dans une procédure d'optimisation avec des calculs intensifs comme celle qui est envisagée par la suite.

### V.C.6) Influence de l'alimentation en MLI

Nous avons décrit dans les paragraphes précédents le modèle permettant d'évaluer les pertes fer lorsque la machine est alimentée en courant sinusoïdal. Dans l'approche système que nous développons, la machine est alimentée en tension par un onduleur. Il est connu que ce type de fonctionnement induit une augmentation des pertes fer dans la machine. Afin de caractériser l'influence de fonctionnement de l'onduleur sur les pertes fer, une modélisation de cette interaction est nécessaire.

On trouve plusieurs approches dans ces tentatives de modélisation : une approche phénoménologique se basant sur les formes d'ondes réelles et une approche macroscopique où l'origine des pertes et le comportement du matériau ne sont pas analysés.

La première approche consiste à déterminer l'évolution temporelle des courants dans la machine et à déterminer les formes d'ondes d'induction dans les dents et dans la culasse au cours du temps. Ceci peut être fait analytiquement ou numériquement en couplant un modèle EF avec un circuit électrique modélisant un onduleur. La modélisation analytique proposée permet de déterminer l'évolution temporelle des courants dans la machine grâce au modèle électrique. L'étape suivante consiste à déterminer les formes d'onde de l'induction dans les dents et la culasse à chaque instant et ce sur une période électrique. Ceci alourdit considérablement les temps de calcul et est rédhibitoire pour l'inclusion de cette approche dans une conception par optimisation. Aussi la seconde approche, macroscopique, certes moins fine mais plus malléable, est préférable. On trouve au rang de ce type de modélisation les travaux effectués par Messieurs Kaczmarek, Barbisio et Boglietti [Bog03]. Les deux premières approches, très semblables, nécessitent une connaissance précise du matériau considéré. La troisième, proposée par Monsieur Boglietti permet de prendre en compte l'influence d'une alimentation par MLI sur les pertes fer quelque soit la forme d'onde de l'alimentation. L'approche consiste à déterminer les pertes fer sous alimentation sinusoïdale puis dans un second temps à corriger ces pertes par des coefficients qui dépendent du schéma de MLI de la tension d'alimentation. Le modèle de calcul des pertes fer sous induction sinusoïdale comporte deux composantes : des pertes par hystérésis et des pertes par courants de Foucault classiques. Le calcul des pertes fer sous alimentation MLI, sous hypothèse qu'il n'y ait pas de cycles d'hystérésis mineurs, s'effectue avec le modèle suivant :

$$P_{fer} = \eta^{\alpha_r} P_{h,sin} + \chi^2 P_{cf,sin} \quad \text{Éq. 142}$$

$$\text{Avec } \eta = \frac{V_{av}}{V_{av,fund}} \text{ et } \chi = \frac{V_{rms}}{V_{rms,fund}}.$$

- $P_{h,sin}$  correspond à la composante des pertes hystérésis sous alimentation sinusoïdale
- $P_{cf,sin}$  correspond à la composante des pertes par courants de Foucault sous alimentation sinusoïdale
- $V_{av}$  est la valeur moyenne de la tension MLI redressée
- $V_{rms}$  est la valeur efficace de la tension
- $V_{av,fund}$  est la valeur moyenne du fondamental de tension redressée
- $V_{rms,fund}$  est la valeur efficace du fondamental de tension

Connaissant alors les formes d'ondes des grandeurs électriques, nous pouvons évaluer l'influence du schéma de la MLI sur les pertes fer. L'approche proposée à été appliquée au

calcul des pertes fer dans un transformateur triphasé et dans une machine asynchrone tournant au synchronisme [Bog03]. Les écarts observés entre mesures et prédictions sont alors respectivement de 5 et 15-20%.

Nous traçons, sur la Figure 95 et la Figure 96, l'évolution des coefficients  $\eta$  et  $\chi$  en fonction des différents paramètres de la MLI.

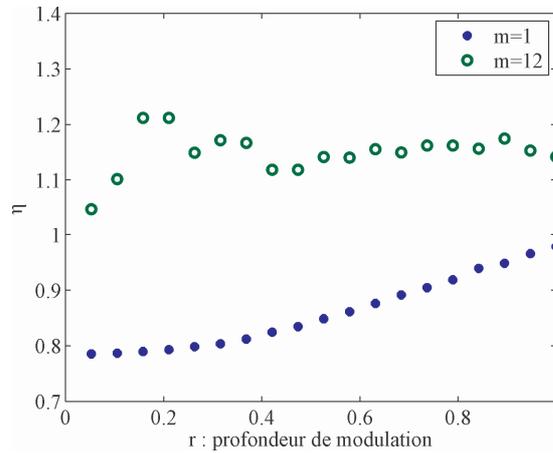


Figure 95 - Évolution du paramètre  $\eta$  en fonction de la profondeur de modulation pour deux indices de modulation ( $m=1$  et  $m=12$ )

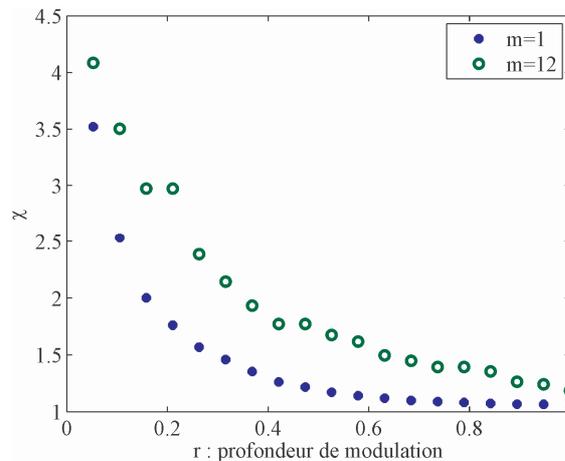


Figure 96 - Évolution du paramètre  $\chi$  en fonction de la profondeur de modulation pour deux indices de modulation ( $m=1$  et  $m=12$ )

Nous constatons qu'à indice de modulation fixé ( $m$ ), l'évolution des coefficients  $\eta$  et  $\chi$  en fonction de la profondeur de modulation est opposée. Il semble judicieux de diminuer la profondeur de modulation pour réduire les pertes par hystérésis (influence de  $\eta$ , Figure 95) alors qu'*a contrario*, l'augmentation de la profondeur de modulation tend à réduire les pertes par courants de Foucault (influence de  $\chi$ , Figure 96). Ces deux tendances opposées doivent mener à établir un compromis sur la profondeur de modulation afin de réduire les pertes fer sous alimentation MLI. L'influence de l'électronique sur la machine, au travers des pertes fer, se traduit ici par l'augmentation du niveau global des pertes fer et par l'existence d'un compromis qui minimiserait ces pertes.

### V.C.7) Conclusion sur la modélisation des pertes fer

Nous avons établi un modèle d'évaluation des pertes fer basé sur le calcul de la distribution du champ dans les dents dans la culasse du stator. Le modèle employé tient compte de l'effet de la haute fréquence sur la composante des pertes par courants de Foucault. Les paramètres du modèle sont facilement identifiables à partir des données provenant des constructeurs, ce qui le rend rapidement adaptable à d'autres matériaux. Les résultats fournis par notre approche de calcul complètement analytique du champ et des pertes ont été comparés à ceux obtenus par une méthode numérique couplée à un modèle de pertes plus élaboré (le modèle Ls). La comparaison montre un écart de l'ordre de 10 à 15 % sur l'évaluation des pertes, ce que nous jugeons acceptable pour un modèle de dimensionnement et compte tenu de la difficulté chronique à estimer les pertes fer. Enfin l'influence du comportement de l'onduleur sur la machine, à travers les pertes fer dans cette dernière, a été introduite en utilisant une méthode macroscopique issue de la littérature. Celle-ci, légère à mettre en œuvre, constitue un bon compromis dans la modélisation des interactions entre la machine et l'onduleur en vue d'une procédure d'optimisation du système.

### V.D. Pertes dans les aimants

La conception de machines électriques rapides, à aimants, doit être attentive aux aspects thermiques, spécialement vis-à-vis de la démagnétisation des aimants due à une surchauffe. Pour éviter ces problèmes, les pertes dans les aimants doivent être évaluées et limitées, et ce durant la phase de conception de la machine. Cela est d'autant plus vrai car il est plus difficile d'évacuer les pertes générées au rotor que celles produites au stator.

Les machines rapides mettent en œuvre des fréquences électriques élevées. Lorsqu'on emploie un onduleur de tension piloté en MLI pour alimenter une machine rapide, la fréquence de découpage maximale peut être rapidement limitée à cause de l'échauffement des semi-conducteurs. Cela peut conduire à générer des harmoniques de courant significatifs. Ces derniers liés à la vitesse de rotation du rotor, vont générer des pertes par courants de Foucault dans les aimants. En effet, plusieurs études ont montré l'influence de la MLI sur les pertes par courants de Foucault dans les aimants des rotors de machines synchrones [Yam09a] [Hua10].

Les pertes dans les aimants des rotors de machines synchrones ont pour origine les variations macroscopiques de l'induction magnétique dans des matériaux conducteurs. Ces variations d'induction peuvent être dues aux variations de la perméance statorique, aux harmoniques d'espace de f.m.m. ou encore aux harmoniques de temps de f.m.m. La structure de rotor que nous étudions « protège » les aimants des harmoniques d'espace et des variations de perméance statorique. Dans cette configuration, les aimants sont davantage sensibles aux harmoniques temporels de f.m.m.

Le calcul des pertes par courants de Foucault dans les aimants, dans la littérature, est fait en supposant que le comportement des aimants est linéaire et qu'ils peuvent être modélisés comme des conducteurs électriques solides [Pol97] [Ish05] [Ede07] [Kat09]. Cette hypothèse a été vérifiée dans le cas d'aimants soumis à un flux magnétique alternatif dans une gamme de fréquence de 100 Hz à 100 kHz [Ben08]. Des approches analytiques [Pol97] [Van06] aussi bien que des approches par éléments finis 2D [Alt00] [Tod04] ou 3D [Ede07] [Kat09] permettent de déterminer les pertes dans les aimants.

Notre objectif est de proposer un modèle analytique d'évaluation des pertes par courants de Foucault dans les aimants dues aux seules variations temporelles du champ dans les aimants. Une attention particulière sera portée à la modélisation de l'effet de peau et à ses conséquences sur les pertes. Le champ dans les aimants est calculé dans un premier temps puis un modèle de calcul des courants induits et des pertes subséquentes est présenté.

### V.D.1) Analyse de la réaction d'induit

Les harmoniques de temps sont typiquement de rangs 5, 7, 11, 13... L'harmonique de rang 5 au stator se traduit par un harmonique de rang 6 au rotor. Il en est de même pour l'harmonique de rang 7. Aussi, il n'est pas correct de déterminer les pertes dues à l'harmonique 5 puis celles dues à l'harmonique 7 et enfin de sommer les pertes. Il faut d'abord déterminer les harmoniques de champ présents au rotor. Ceci correspond en fait à déterminer les courants dans un repère rotorique. C'est ce que nous avons fait avec la modélisation électrique en déterminant les courants dans le repère  $dq$  tournant au synchronisme. Ces courants présentent des harmoniques de rangs 6, 12... Aussi une analyse des cartographies de champ dans les aimants en fonction de la réaction magnétique d'induit d'axe  $d$  et d'axe  $q$  est menée. Une condition de flux nul vers le moyeu a été considérée pour simplifier la situation. L'analyse de la répartition des lignes de champ va permettre de faciliter la résolution du problème des pertes par courants de Foucault dans les aimants. La cartographie des lignes de champ lorsque la RMI est sur l'axe  $q$  est donnée en Figure 97 et celle obtenue lorsque la RMI est sur l'axe  $d$  est montrée en Figure 98.



Figure 97 - Lignes de champ magnétique dues à la réaction magnétique d'induit d'axe  $q$

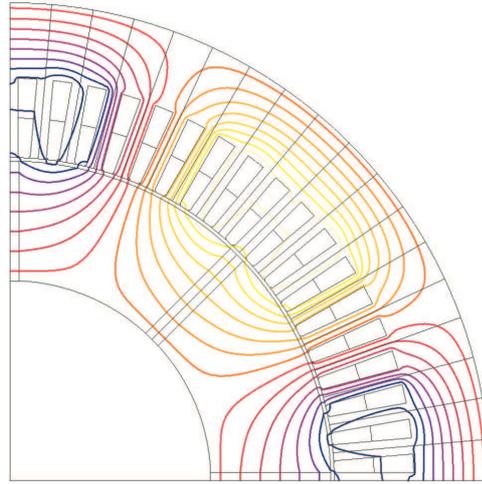


Figure 98 - Lignes de champ magnétique dues à la réaction magnétique d'induit d'axe  $d$

Les lignes de champ qui traversent les aimants sont dues en très grande partie à la RMI d'axe  $d$ . Le champ dans l'axe  $d$  est dû au courant d'axe  $d$  et le champ dans l'axe  $q$  est dû au courant d'axe  $q$ . Ainsi nous considérons par la suite que le champ dans l'aimant est dû à la réaction magnétique d'induit dans l'axe  $d$  et donc que les pertes dans les aimants ne dépendent que de ce courant. Cette approche ne requiert pas d'effort supplémentaire car nous avons déjà déterminé le courant d'axe  $d$ .

## V.D.2) Calcul des pertes dans les aimants

### (a) Calcul du champ dans les aimants

Le calcul des pertes dans les aimants débute avec le calcul du champ dans les aimants. Ceci a déjà été fait dans la modélisation électromagnétique lorsqu'il s'agissait de déterminer l'inductance synchrone d'axe  $d$ . Nous rappelons l'expression du champ dans les aimants, supposé uniforme dans l'épaisseur des aimants, en fonction de l'harmonique de rang  $h$  du courant :

$$H_{a,h} = \frac{12R_r e_m k_w N_{spp} i_{d,h}}{-4k_C e e_m e_a p + 4k_C e e_m h_a \mu_a p \pi + e_m e_a \pi^2 R_r + e_a k_C e \pi^2 R_m + 4k_C e e_a e_m p \log\left(\frac{4e_m}{e_a \pi}\right)} \quad \text{Éq. 143}$$

Nous avons considéré des fuites, dans le moyeu amagnétique, circulaires près des aimants puis radiales ensuite. Le champ dans les aimants étant connu il nous faut maintenant déterminer les pertes générées.

Dans le cas où les fuites sont purement circulaires, le champ dans les aimants peut s'écrire :

$$H_{a,h} = \frac{12R_r k_w N_{spp} i_{d,h}}{4k_C e h_a \mu_a p \pi + e_a \pi^2 R_r + 4k_C e e_a p \log\left(\frac{\pi R_m}{e_a p}\right)} \quad \text{Éq. 144}$$

Nous avons obtenu à ce stade l'expression du champ dans les aimants en fonction des paramètres géométriques de la machine et du courant d'axe  $d$ .

### (b) Formulation des pertes dans les aimants

L'aimant est soumis à une induction variable et sera le siège de courants de Foucault. Nous considérons la situation de la Figure 99 où un matériau conducteur est excité par un champ uniforme sur ses faces extérieures.

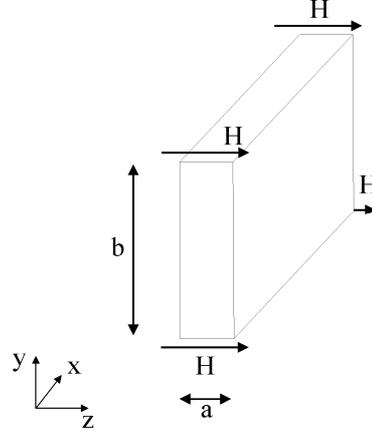


Figure 99 - Conducteur parallélépipédique excité par un champ magnétique extérieur uniforme et orienté suivant  $z$

En admettant que la distribution du champ est la même dans tous les plans de l'épaisseur de l'aimant. Il s'agit alors, dans la situation de la Figure 99, de résoudre l'équation de diffusion en régime linéaire, en 2D (dans les dimensions axiales et radiales) :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = \sigma\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad \text{Éq. 145}$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$H_z(x,0,t) = H_z(x,b,t) = H_0 \sin(\omega_e t) \quad \text{Éq. 146}$$

$$H_z(0,y,t) = H_z(a,y,t) = H_0 \sin(\omega_e t) \quad \text{Éq. 147}$$

Les détails de la résolution de cette équation peuvent être trouvés dans [Sto74] [Ash05]. La solution en régime permanent s'écrit :

$$H_z(x,y,t) = H_0 \sin(\omega_e t) - \sum_{\substack{m \\ \text{impair}}} \sum_{\substack{n \\ \text{impair}}} \left[ \cos(\omega_e t) + \frac{\omega_e \sigma\mu}{\alpha(m,n)} \sin(\omega_e t) \right] \frac{16H_0\omega_e}{mn\pi^2} \frac{\frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu}}{\left( \frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu} \right)^2 + \omega_e^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \text{Éq. 148}$$

Avec

$$\alpha(m,n) = \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2}$$

Cette formulation inclut l'effet de la fréquence (effet de peau) et des dimensions géométriques sur la répartition des lignes de courant.

On peut ensuite calculer les pertes volumiques, générées par les courants de Foucault, avec la formulation suivante :

$$P_{aim} = \frac{1}{2} \sum_m \sum_n \frac{4\omega_e H_0}{mn\pi^2} \frac{16\mu H_0 \omega_e}{mn\pi^2} \frac{\frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu}}{\left(\frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu}\right)^2 + \omega_e^2} \quad \text{Éq. 149}$$

Finalement, les pertes totales, dans les aimants de la machine, en incluant la contribution de tous les rangs harmoniques, peuvent se calculer avec :

$$P_{aim} = \frac{1}{2} \sum_h \sum_m \sum_n \frac{4\omega_e H_{a,h}}{mn\pi^2} \frac{16\mu H_{a,h} \omega_e}{mn\pi^2} \frac{\frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu}}{\left(\frac{\alpha(m,n)}{\sigma\mu}\right)^2 + \omega_e^2} \quad \text{Éq. 150}$$

Nous avons établi une méthodologie analytique de calcul du champ magnétique et des pertes par courants de Foucault dans les aimants d'une machine à aimants radiaux au rotor. Celle-ci tient compte des éventuelles hautes fréquences qui peuvent exister à vitesse élevée. Nous vérifions par la suite la modélisation proposée. Dans un premier temps la formulation des pertes est testée sur un cas simple – un matériau conducteur parallélépipédique excité par un champ uniforme – puis dans le cas d'un aimants situé dans une machine complète.

### V.D.3) Application à un aimant seul excité par un champ uniforme

Dans un premier temps, un matériau conducteur, possédant les propriétés physiques d'un aimant de type SmCo (caractérisé par une conductivité électrique et une perméabilité magnétique), est simulé par éléments finis 3D – avec le logiciel ANSYS® – alors qu'il est soumis à un champ magnétique extérieur uniforme, unidirectionnel et alternatif. La Figure 100 montre la répartition des courants induits dans l'aimant considéré (hauteur 47,5 mm, épaisseur 7 mm, profondeur 50 mm), à une fréquence de 8 kHz.

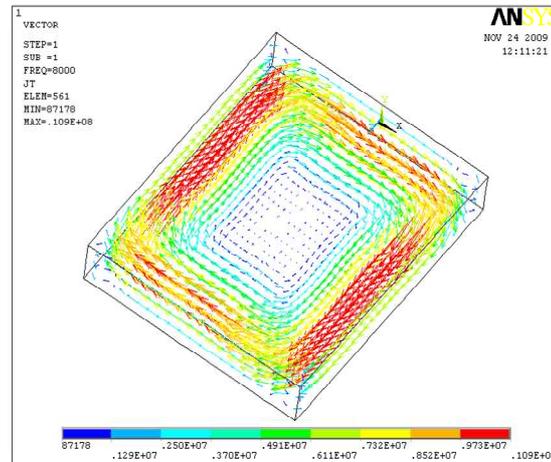


Figure 100 - Représentation de l'aimant et des courants induits. Le calcul est effectué à 8 kHz et met en évidence l'effet de peau sur la distribution des courants.

Nous comparons ensuite les grandeurs électromagnétiques locales obtenues par EF 3D et analytiquement. La comparaison porte sur l'induction et les courants induits le long d'un segment axial passant par le milieu de l'aimant. Les comparaisons sont rapportées respectivement sur la Figure 101 et la Figure 102.

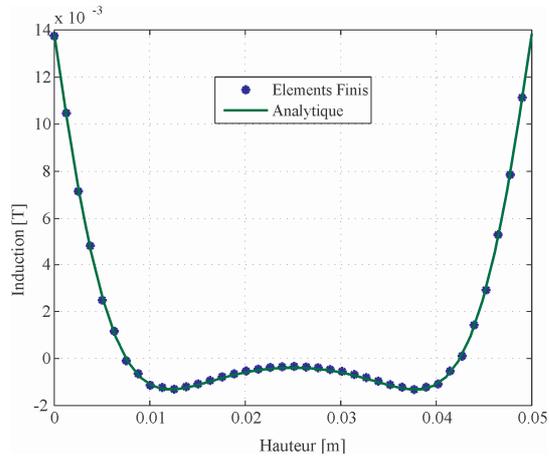


Figure 101 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis de l'induction magnétique sur un segment axial passant par le milieu de l'aimant, à 8 kHz

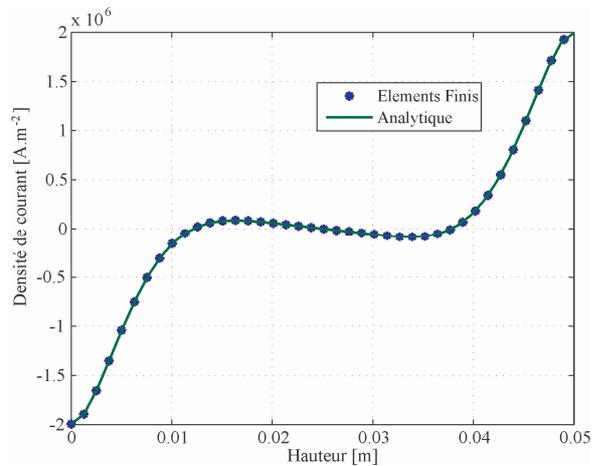


Figure 102 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis des courants induits le long d'un segment axial passant par le milieu de l'aimant, à 8 kHz

L'analyse de la Figure 101 et de la Figure 102 montre le très bon comportement de la formulation analytique qui a été présentée auparavant. Le modèle de calcul des pertes par courants de Foucault est ensuite appliqué. Il est comparé au résultat obtenu par éléments finis 3D. Les valeurs fournies par les deux approches sont listées dans le Tableau VI.

TABLEAU VI - PERTES DANS UN AIMANT SEUL EXCITE PAR UN CHAMP UNIFORME

Fréquence [Hz]	Formulation analytique [W]	Calcul par éléments finis [W]
1	$4,03.10^{-6}$	$4,03.10^{-6}$
300	$3,37.10^{-1}$	$3,37.10^{-1}$
1 333	2,96	2,96
1 800	3,77	3,77
2 700	4,93	4,93
8 000	9,52	9,53
16 000	14,12	14,15

Après avoir constaté le bon comportement de la formulation analytique pour le calcul des grandeurs locales, l'analyse du Tableau VI montre également la bonne évaluation des pertes dues aux courants induits par cette méthode.

#### V.D.4) Application à un aimant dans un rotor

La méthode de calcul des pertes dans les aimants soumis à un champ extérieur uniforme alternatif a été validée sur le cas simple d'un aimant isolé. Nous appliquons maintenant l'approche développée au cas d'un aimant au sein d'une machine. La situation traitée est représentée en Figure 103.

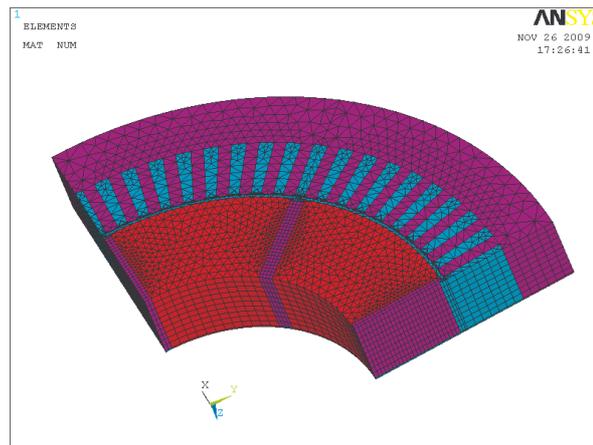


Figure 103 - Représentation du cas où les aimants sont insérés dans une machine complète. Illustration du maillage réalisé pour les calculs EF 3D.

Une paire de pôles de la machine est considérée. Des conditions de flux nul sont imposées sur le rayon extérieur du stator et sur le rayon intérieur des pôles et des aimants. Finalement des conditions de périodicité sont imposées sur les directions axiales et orthoradiales.

#### *Méthode de calcul du champ et des pertes par éléments finis*

La méthode employée est la méthode dite « harmonique à rotor bloqué » [Van06]. Elle est employée dans le cas des éléments finis 3D linéaires afin de valider la modélisation analytique proposée. Avec cette méthode, le principe de superposition des champs harmoniques peut être appliqué et chaque harmonique, dans le repère rotorique, génère des courants de Foucault de même rang dans les aimants. Pour cela, le rotor est bloqué et un

champ tournant équivalent est créé par le bobinage [Kaw00]. Les pertes totales, par courants induits, sont données par la somme des pertes dues aux rangs harmoniques qu'il y a lieu de considérer. Cette approche permet de calculer les pertes dues aux harmoniques de temps ; celles causées par les harmoniques de denture ne sont pas évaluées par cette méthode.

Les caractéristiques de la machine qui sert de référence à cette comparaison sont données dans le Tableau VII.

TABLEAU VII - PARAMETRES ET DIMENSIONS DE LA MACHINE DE REFERENCE POUR LE CALCUL DES PERTES DANS LES AIMANTS

Grandeur	Valeur
Nombre de pôles	8
Nombre de dents	72
Longueur du paquet de tôles [mm]	200
Entrefer [mm]	1,4
Largeur de l'aimant [mm]	7
Hauteur de l'aimant [mm]	47,5
Rayon d'alésage [mm]	130
Ouverture d'encoche [mm]	5,03
Largeur des dents [mm]	6,4
Résistivité des aimants $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ à 20°C [ $\Omega\text{m}$ ]	$90 \cdot 10^{-8}$
Densité de courant au stator [ $\text{A}/\text{m}^2$ ]	1

La première grandeur à analyser est le champ à la surface des aimants. Afin de vérifier l'hypothèse selon laquelle le champ est uniforme dans l'épaisseur de l'aimant, nous représentons le champ le long d'un segment orthoradial, de longueur égale à l'épaisseur de l'aimant. Ceci est effectué sur la machine de référence (section II.C.1), p. 78) alimentée par son courant nominal. La comparaison entre l'induction calculée analytiquement (constante) et celle relevée dans le modèle EF est faite sur la Figure 104.

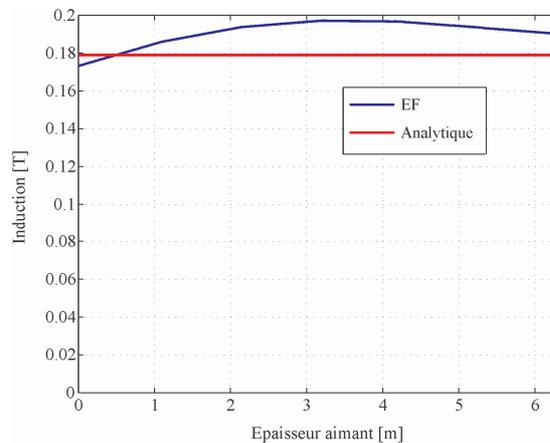
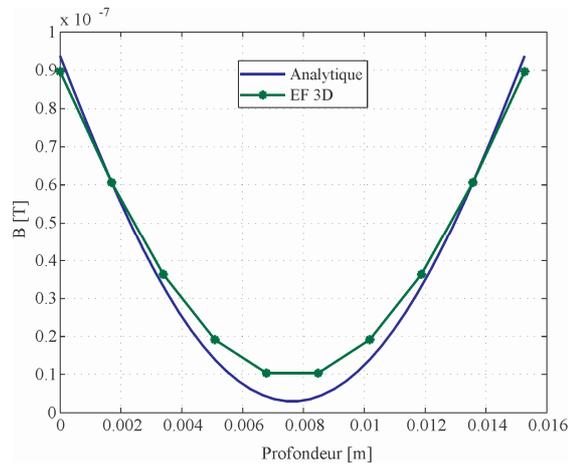


Figure 104 - Induction magnétique le long de l'épaisseur de l'aimant, sur une face extérieure. Comparaison entre le calcul analytique (supposé constant) et le calcul par EF.

L'analyse concernant les inductions calculées analytiquement et par EF nous apprend que l'hypothèse de constance du champ dans l'épaisseur de l'aimant n'est pas irrationnelle bien qu'on observe quelques effets de bord. Et d'autre part, cette comparaison montre la bonne estimation de l'amplitude du champ dans les aimants. Ayant vérifié la pertinence du calcul du champ dans les aimants, nous pouvons maintenant comparer la distribution des inductions et des courants dans les aimants. Nous présentons les comparaisons pour une

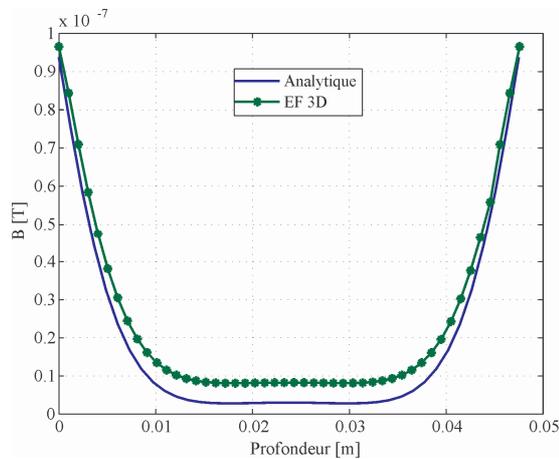
fréquence de 8 kHz. Les temps de calcul étant importants en EF, la longueur de la machine est réduite dans un premier temps, afin, à nombre d'éléments raisonnable, de bien capturer l'effet de peau dans l'aimant.

D'abord nous analysons l'induction le long d'un segment axial passant par le milieu de l'aimant. La comparaison entre le calcul analytique et celui par EF est reportée en Figure 105.



**Figure 105 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis de la composante orthoradiale de l'induction magnétique suivant la profondeur de l'aimant, à 8 kHz**

L'induction est ensuite analysée sur un chemin radial passant par le milieu de l'aimant. La comparaison est faite en Figure 106.



**Figure 106 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis de la composante orthoradiale de l'induction magnétique suivant la hauteur de l'aimant, à 8 kHz**

L'analyse de la distribution locale de l'induction magnétique dans l'aimant, suivant deux directions perpendiculaires, montre que l'approche analytique reproduit fidèlement le comportement de l'induction dans un aimant conducteur soumis à un champ harmonique d'origine statorique.

Les comparaisons portent ensuite sur les distributions de densités de courant, selon les mêmes directions que celles prises pour l'analyse des inductions. Elles sont représentées sur la Figure 107 et la Figure 108.

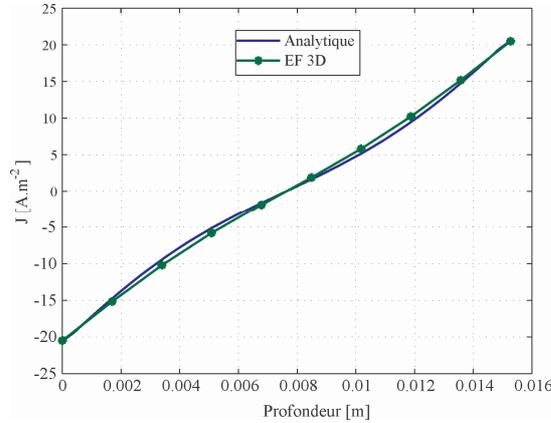


Figure 107 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis des densités de courant suivant la profondeur de l'aimant, à 8 kHz

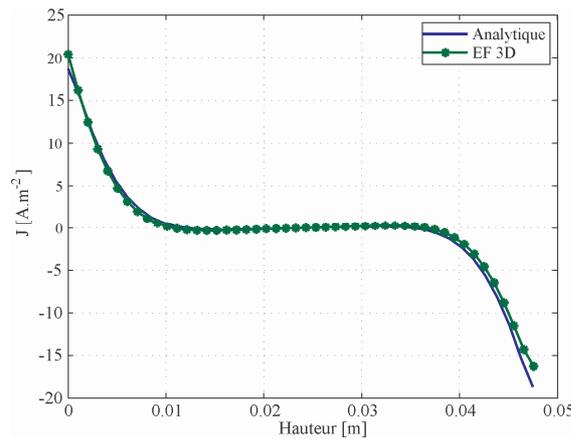


Figure 108 - Comparaison entre les calculs analytiques et par éléments finis des densités de courant suivant la hauteur de l'aimant, à 8 kHz

Nous constatons encore la bonne cohérence entre les modèles analytiques et par éléments finis. Finalement les pertes totales dans les aimants de la machine sont calculées avec les deux approches et listées dans le Tableau VIII.

TABLEAU VIII - PERTES DANS LES AIMANTS DE LA MACHINE DE REFERENCE

Fréquence [Hz]	Modèle analytique [W]	Modèle éléments finis [W]	Écart [%]
8 000	$13,34 \cdot 10^{-10}$	$17,26 \cdot 10^{-10}$	-22,67
16 000	$19,16 \cdot 10^{-10}$	$24,29 \cdot 10^{-10}$	-21,11

L'analyse des pertes totales dans les aimants montre des écarts de l'ordre de 20-25 % entre les résultats fournis par les deux modèles. Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer cet écart. Premièrement, la contribution des courants d'axe  $q$  dans la génération de courants induits dans les aimants a été négligée dans notre approche analytique. Celle-ci est

bien plus complexe à estimer que celle de l'axe d. En effet, lorsque les courants sont dans l'axe  $q$ , le champ magnétique dans les aimants n'est plus unidirectionnel et la distribution des courants induits devient plus complexe à déterminer analytiquement. Ensuite, le champ magnétique dans les aimants a été calculé analytiquement sous certaines hypothèses simplificatrices, ce qui conduit à des imprécisions sur la valeur du champ. Finalement, l'hypothèse faite sur l'homogénéité du champ dans l'épaisseur de l'aimant n'est pas complètement satisfaite, on observe effectivement des effets de bord sur la forme d'onde de l'induction.

### **V.D.5) Conclusion sur le calcul des pertes dans les aimants**

Nous avons présenté dans cette section une approche complètement analytique de calcul des pertes dans les aimants dues aux harmoniques des courants statoriques. La modélisation analytique a été établie de telle sorte que l'effet de peau soit intégré dans le calcul des pertes. La modélisation proposée a été comparée à une approche par éléments finis 3D, avec une bonne cohérence. Les écarts observés entre les deux modèles sont de l'ordre de 20-25 %. Malgré cet écart, nous admettons que le modèle proposé permet de situer l'ordre de grandeur des pertes par effet Joule dans les aimants. De plus on peut encore noter la différence de temps d'exécution des deux modèles : le modèle analytique s'exécute en quelques millisecondes et le modèle EF 3D en quelques heures. Le modèle développé s'applique également au cas des aimants segmentés sans hypothèses supplémentaires. Les dimensions à considérer pour le calcul des pertes dans un aimant élémentaire sont alors celles de cet aimant.

Nous avons ici modélisé une interaction, avec une finesse relative, entre l'onduleur et la machine. En effet, si on est tenté de piloter l'onduleur avec une faible fréquence de découpage – afin de réduire les pertes dans l'onduleur – on introduit des harmoniques de courants à l'origine de pertes dans les aimants.

L'évaluation des pertes dans les aimants du rotor est importante à haute vitesse car comme il a été écrit, les pertes au rotor sont encore plus difficiles à évacuer dans les machines rapides à cause de leur potentiel grand entrefer qui joue le rôle d'une barrière thermique.

### ***V.E. Pertes aérodynamiques***

Les pertes aérodynamiques correspondent à l'énergie absorbée par le fluide en mouvement qui entoure le rotor. Le fluide est mis en mouvement à plusieurs endroits dans la machine : dans l'entrefer, au niveau des extrémités planes du rotor et enfin sur les extrémités d'arbre. Les pertes dépendent des propriétés physiques du fluide, des types d'écoulement et de la géométrie de la pièce en mouvement.

À haute vitesse de rotation, les pertes par frottement visqueux du fluide environnant le rotor deviennent non négligeables. Il est alors nécessaire de pouvoir estimer ces pertes qui peuvent influencer de manière importante sur le dimensionnement de la machine. En effet ces pertes sont prélevées sur l'arbre et viennent donc abaisser le rendement de la conversion [Vra71]. De plus ces pertes peuvent conduire à élever la température de la machine. Elles doivent donc être évaluées pour s'assurer que les performances de la conversion électromécanique et du système de refroidissement sont satisfaisantes.

On notera toutefois que le fait d'utiliser des machines excitées au rotor par des aimants permet d'avoir un entrefer relativement important, ce qui va dans le sens de la réduction des pertes aérodynamiques.

Comme pour les autres domaines, nous optons pour une modélisation analytique des pertes aérodynamiques.

Parmi les travaux présents dans la littérature concernant la modélisation analytique des pertes aérodynamiques, nous pouvons commencer par citer ceux réalisés par Monsieur Vrancik [Vra71]. L'auteur propose une modélisation analytique des pertes dans l'entrefer, en absence d'écoulement axial, dans le cas de rotors lisses ou saillants. Le type d'écoulement dans l'entrefer, qu'il soit laminaire ou turbulent, est pris en compte dans l'approche présentée.

Monsieur Saari [Saa98] propose une modélisation analytique qui inclut les pertes au niveau des extrémités du rotor et des extrémités d'arbre. De plus, le cas où il existe un écoulement axial – écoulement d'un fluide réfrigérant dans l'entrefer par exemple – y est présenté.

### V.E.1) Modèle de calcul des pertes aérodynamiques

Dans l'étude qui nous concerne, nous évaluerons uniquement les pertes au niveau de l'entrefer. Les pertes au niveau des extrémités du rotor et des bouts d'arbre sont difficiles à évaluer à ce stade de la conception car la géométrie des flasques rotoriques et la géométrie de l'arbre ne sont pas parfaitement connues.

La majorité des modélisations rencontrées dans la littérature proposent de calculer les pertes par cisaillement dans l'entrefer avec la formulation suivante :

$$P_{cis} = C_f \rho_{air} \frac{V_p^3}{2} S_{rot} \quad \text{Éq. 151}$$

$C_f$  : Coefficient de frottement, fonction du nombre de Reynolds

$\rho_{air}$  : Masse volumique de l'air

$V_p$  : Vitesse périphérique du rotor

$S_{rot}$  : Surface du rotor en contact avec l'entrefer

Le coefficient de frottement permet de tenir compte du type de régime. Il dépend de la zone où est situé l'écoulement (confinée – entrefer par exemple – ou libre – bouts d'arbre par exemple) et du type d'écoulement. Monsieur Saari [Saa98] a recensé nombre d'expressions pour ce coefficient en fonction des caractéristiques évoquées ci-avant. Nous utilisons la modélisation présentée par Monsieur Vrancik [Vra71]. Le Tableau IX regroupe les expressions du coefficient de frottement en fonction de la nature de l'écoulement, pour un entrefer lisse.

TABLEAU IX - EXPRESSIONS DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT EN FONCTION DU TYPE D'ÉCOULEMENT

Nombre de Reynolds	Coefficient de frottement
Régime laminaire ( $Re < 2\,000$ )	$C_f = \frac{2}{Re}$
Régime turbulent ( $Re > 2\,000$ )	$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = B + 1,768 \cdot \ln(Re \sqrt{C_f})$ , $B=2,04$

Le nombre de Reynolds se calcule selon :

$$\text{Re} = \frac{\rho_{air} V_{pe}}{\mu_{air}} \quad \text{Éq. 152}$$

$\mu_{air}$  : viscosité dynamique de l'air

Dans le cas d'un écoulement en régime turbulent, le coefficient de frottement est régi par une équation transcendante qu'il faut résoudre numériquement pour chaque configuration.

### V.E.2) Conclusion sur la modélisation des pertes aérodynamiques

La modélisation employée pour l'évaluation des pertes aérodynamiques est de type analytique et sa formulation est très légère. Elle a été vérifiée expérimentalement par [Vra71] jusqu'à des vitesses périphériques de 150 m/s. La modélisation proposée ne prend pas en compte l'effet de l'encoche statorique sur le comportement de l'écoulement dans l'entrefer dont dépendent les pertes. Les effets des encoches ne sont pas encore bien identifiés dans la littérature. On trouve cependant certains chiffres tels que celui donné par Monsieur Saari [Saa98] : la présence d'une armature encochée au stator augmenterait les pertes de l'ordre de 10 %.

### V.F. Conclusion sur la modélisation des pertes du système

Nous avons présenté dans cette section une modélisation analytique de différents postes de pertes du système onduleur-machine. La connaissance de ces pertes permet d'évaluer la qualité de la conversion d'énergie effectuée par le système d'entraînement. Le rendement du système complet peut alors être calculé selon :

$$\eta_{sys} = \frac{\langle C_{MLI} \rangle \Omega - P_{cis} - P_{aim,MLI}}{\langle C_{MLI} \rangle \Omega + P_{ond,MLI} + P_{J,MLI} + P_{fer,MLI}} \quad \text{Éq. 153}$$

Excepté pour les pertes aérodynamiques, un effort de modélisation a été fait pour quantifier les interactions entre les éléments du système à travers leurs pertes respectives. Ceci est figuré dans l'expression du rendement par l'indice  $MLI$ . Ainsi les pertes au sein de l'onduleur sont dépendantes de la constitution de la machine. Celle-ci influe sur le déphasage courant-tension et sur le niveau de courant dans l'onduleur, donc nécessairement sur les pertes en conduction dans ce dernier. Les inductances de la machine interviennent dans le lissage du courant et par conséquent influent sur la fréquence de découpage minimale de l'onduleur vis-à-vis des ondulations de courant (et de couple) autorisées. Cela affecte directement les pertes par commutation dans l'onduleur. D'autre part, le pilotage en MLI de l'onduleur influence les niveaux de pertes par effet Joule, fer et de pertes dans les aimants de la machine. Nous avons présenté une formulation des pertes par effet Joule qui intègre l'effet des harmoniques de courant générés par la MLI ainsi que les effets à haute fréquence du fait d'une vitesse de fonctionnement élevée. La modélisation des pertes fer prend en compte l'influence du pilotage en MLI par le biais d'une formulation macroscopique légère, adaptée à des procédés de dimensionnement par optimisation. C'est une approche générique qui intègre deux coefficients, qui correspondent à l'augmentation des pertes par hystérésis et par

courants de Foucault classiques, définis à partir de la forme d'onde de la tension découpée. Enfin nous avons proposé une modélisation originale – facilitée par notre modélisation électrique dans le repère de Park – des pertes dans les aimants dues aux harmoniques de temps introduits par la MLI et qui inclut le phénomène d'effet de peau intervenant à haute fréquence.

Les pertes estimées sont à l'origine d'échauffements dans le système. Le prochain chapitre aura donc pour objet de modéliser le comportement thermique des éléments du système.

---

## VI. Modélisation thermique

---

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé différents postes de pertes dans le système. Ceux-ci conduisent à des élévations de température qu'il faut évaluer et maîtriser dès la phase de conception. Aussi l'objet de cette partie est de présenter une modélisation thermique du système. Les éléments du système sont considérés thermiquement indépendants et nous proposons donc deux modélisations thermiques : une pour l'onduleur, une pour la machine. Cela permettra de déterminer les températures en des points critiques des composants tels que les jonctions semi-conductrices, la température de bobinage ou encore la température des aimants.

La connaissance du champ de température dans la machine permettra également un couplage des phénomènes thermiques, électriques et magnétiques. Cela se fait à travers la résistivité du cuivre et l'induction rémanente des aimants qui dépendent de la température de ces deux matériaux.

Nous optons pour une modélisation nodale afin de décrire les comportements thermiques de l'onduleur et de la machine.

### *VI.A. Modélisation thermique par approche nodale*

La modélisation thermique nodale permet de déterminer le champ de température d'un système (1, 2 ou 3D) à partir d'une discrétisation spatiale. Celui-ci peut alors être déterminé en régime permanent comme en régime transitoire. Cette approche a été largement employée dans la modélisation thermique de machines électriques [Ner08]. Elle a été appliquée à des machines à induction [Ber87] [Mel91] [Saa98] [Ren03], des machines synchrones à rotors bobinés [Mej08], divers types de machines à aimants [Thi97] [Agl03] [Soo07] [Dor08] [Leg09] [Dem10], ou encore des machines à réluctance variable [Lam06].

Le principe de cette approche est de discrétiser l'espace en cellules élémentaires et de les modéliser par des résistances thermiques correspondant aux transferts thermiques au sein de ces cellules. La modélisation thermique nodale présente des analogies avec les circuits électriques :

- les sources de flux thermique correspondent à des sources de courant ;
- les températures aux nœuds du réseau sont équivalentes à des tensions.

L'approche thermique nodale offre des possibilités de modélisation intéressantes telles que [Saa98] :

- la possibilité d'inclure facilement les pertes par friction dans l'entrefer ;
- la facilité de paramétrer les coefficients de convection en fonction de la géométrie ;
- la modélisation facile du système de refroidissement ;
- la facilité de construction du réseau thermique ;
- un faible temps de calcul.

Les caractéristiques précédemment citées constituent un avantage important dans la conception par optimisation de systèmes que nous développons.

Par la suite, nous nous intéressons uniquement au cas du régime permanent, de ce fait le modèle thermique ne comportera que des éléments résistifs et nous modéliserons uniquement les transferts par conduction et par convection. Le refroidissement du système onduleur-machine sera réalisé par des boîtes à eau. En effet dans l'environnement d'applications de type compresseur, la présence de fluide de refroidissement permet d'implémenter plus aisément ce mode de refroidissement.

### VI.B. Modèle thermique de l'onduleur en régime permanent

Concernant l'onduleur, la problématique est de déterminer l'élévation de température au niveau des jonctions semi-conductrices des modules électroniques de puissance. En effet une température trop élevée entraînerait la destruction du composant.

Les modules IGBT, de type EconoPack+ d'Infineon, sont constitués de six interrupteurs comportant une puce IGBT et une puce diode. La modélisation thermique que nous adoptons est tirée de [Inf06] et concerne une puce IGBT et une puce diode. Au sein de cet interrupteur nous avons déterminé les pertes dans la diode, dans l'IGBT et dans les connexions. Les flux thermiques générés dans les modules doivent traverser les semi-conducteurs puis le boîtier avant d'être évacués par le système de refroidissement. Ces différentes couches de matériaux sont modélisées par des résistances thermiques agencées suivant le circuit décrit en Figure 109.

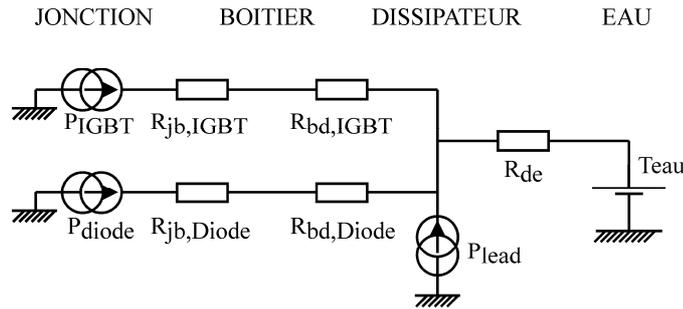


Figure 109 - Circuit thermique relatif à un interrupteur {IGBT + diode} en régime permanent [Inf06]

La résolution symbolique de ce circuit permet de trouver les expressions des températures de jonction de la diode et de l'IGBT en fonction des différentes résistances et de la température de l'eau. Les expressions obtenues pour la température de jonction de la diode et de l'IGBT sont les suivantes :

$$T_{jD} = (P_{diode} + P_{IGBT} + P_{lead}) \cdot R_{de} + P_{diode} (R_{jb,Diode} + R_{bd,Diode}) + T_{eau} \quad \text{Éq. 154}$$

$$T_{jI} = (P_{diode} + P_{IGBT} + P_{lead}) \cdot R_{de} + P_{IGBT} (R_{jb,IGBT} + R_{bd,IGBT}) + T_{eau} \quad \text{Éq. 155}$$

Pour les applications numériques, on prendra  $R_{de}=0,012$  K/W qui est une valeur de résistance thermique pour une bonne boîte à eau refroidissant des modules d'IGBT.

Les autres paramètres dépendent des puces considérées et leurs valeurs se trouvent dans les *datasheets* des constructeurs. Afin de mener à bien la procédure de dimensionnement par optimisation, les résistances thermiques des différents modules Econopack+ sont tabulées en fonction du calibre des modules. Nous pouvons alors déterminer la température

des jonctions semi-conductrices, en fonction du calibre d'IGBT qui sera sélectionné et des pertes dans les puces.

### ***VI.C. Modèle thermique de la machine en régime permanent***

La nécessité d'estimer le champ de température dans la machine, afin de s'assurer qu'aucune des températures n'est hors des limites acceptables, nécessite la mise en place d'une modélisation thermique. L'estimation de la température des différents constituants de la machine permettra également de réaliser un couplage entre les domaines électrique (résistivité du bobinage), magnétique (performances des aimants) et thermique (intensité des sources de chaleur).

La machine est supposée fermée et refroidie par eau au niveau de la surface extérieure du stator. Les transferts thermiques sont supposés radiaux, aussi la modélisation sera 2D. Nous développerons le modèle en trois parties correspondant au stator, au rotor et à l'entrefer. De plus nous ferons l'hypothèse qu'il n'y a aucun flux thermique qui transite par l'arbre du rotor. Cette hypothèse est prudente, ce qui sied à notre démarche de dimensionnement ; elle justifie le choix d'une modélisation 2D et peut correspondre au cas d'une machine montée sur paliers magnétiques.

#### **VI.C.1) Résistances thermiques**

Les résistances thermiques qui interviennent dans la modélisation dépendent du mode d'échange thermique ainsi que de la géométrie considérée. Le Tableau X résume les expressions des résistances thermiques mises en œuvre dans notre modèle.

TABLEAU X - EXPRESSIONS DES RESISTANCES THERMIQUES EN FONCTION DU TYPE D'ECHANGE ET DE LA GEOMETRIE DES REGIONS CONSIDEREES

Type de transfert – géométrie considérée	Résistance thermique
Conduction dans un matériau de conductivité thermique $\lambda_{th}$ – région parallélépipédique	$R_{th} = \frac{1}{\lambda_{th}} \frac{L}{S}$
Conduction dans un matériau de conductivité thermique $\lambda_{th}$ – portion de couronne d'ouverture $\alpha$ , de rayon extérieur $R_2$ et de rayon intérieur $R_1$	$R_{th} = \frac{1}{\lambda_{th} \alpha L} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$
Convection avec un coefficient de convection $h_{conv}$ – surface lisse	$R_{th} = \frac{1}{h_{conv} S}$

Où  $L$  est la longueur du trajet du flux thermique et  $S$  la surface traversée par ce même flux thermique. Une difficulté rencontrée dans la modélisation concerne les propriétés thermiques à attribuer à chaque zone de la machine. Il existe d'autres points délicats relatifs à la détermination des coefficients d'échange par convection ainsi qu'à la valeur des résistances de contact entre différents composants.

#### **VI.C.2) Propriétés thermiques des matériaux**

Le choix des conductivités thermiques à affecter aux différentes zones est relativement délicat. En effet, il est parfois difficile de connaître précisément leurs valeurs. La conductivité

du bobinage est la plus difficile à déterminer car cette zone n'est pas homogène puisqu'elle est composée de cuivre, de l'émail des fils de bobinage, de la résine d'enrobage et de poches d'air piégées. Plusieurs études ont été menées [Ber99] [Ren03] [Ido09] pour déterminer la valeur de la conductivité thermique en fonction de l'ensemble de ces constituants, mais aussi en fonction du taux de remplissage des encoches et de l'agencement des fils. Nous emploierons la modélisation présentée dans [Ido09] pour homogénéiser la zone de bobinage, en fonction du coefficient de remplissage. Cette approche conduit à exprimer la conductivité thermique de la zone homogène par :

$$\lambda_{bob} = \lambda_{res} \frac{(1 + k_{rem})\lambda_{cu} + (1 - k_{rem})\lambda_{res}}{(1 - k_{rem})\lambda_{cu} + (1 + k_{rem})\lambda_{res}} \text{ [W/K/m]} \quad \text{Éq. 156}$$

Où  $k_{rem}$  est le coefficient de remplissage en cuivre de l'encoche,  $\lambda_{res}$  la conductivité thermique de la résine et  $\lambda_{cu}$  la conductivité thermique du cuivre.

Le bobinage est une zone qui possède un intérêt particulier d'un point de vue thermique. L'équation (Éq. 156) nous permet de déterminer une conductivité thermique équivalente à la zone de bobinage dans l'encoche. Cette formulation fait intervenir le coefficient de remplissage de l'encoche. Nous allons montrer l'importance du coefficient de bobinage dans l'élévation de la température dans le bobinage. Prenons le cas d'étude d'une encoche de dimensions fixées dans laquelle nous faisons varier le coefficient de remplissage. En gardant constants les ampère-tours dans l'encoche, il est aisé de montrer que la densité de courant évolue comme l'inverse du coefficient de remplissage. Les pertes par effet Joule dans l'encoche peuvent se calculer rapidement avec :

$$P_J = \rho_{Cu} S_{enc} k_{rem} L_{act} J^2 \quad \text{Éq. 157}$$

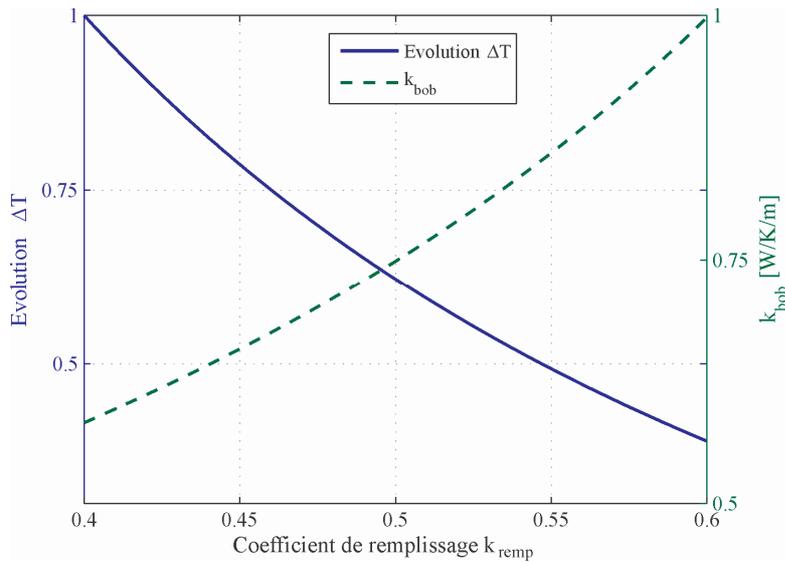
À ampère-tours constants, on peut écrire que les pertes par effet Joule évoluent selon :

$$P_J \propto \rho_{Cu} S_{enc} k_{rem} L_{act} \frac{1}{k_{rem}^2} \propto \rho_{Cu} S_{enc} L_{act} \frac{1}{k_{rem}} \quad \text{Éq. 158}$$

Dans l'encoche, l'élévation de température est dépendante de la résistance thermique du bobinage,  $R_{th} = L / (\lambda_{bob} S_{enc})$ , et évolue donc selon :

$$\Delta T \propto \frac{1}{k_{rem} \lambda_{bob}} \quad \text{Éq. 159}$$

Nous donnons l'évolution de la conductivité thermique homogénéisée du bobinage et l'élévation de température en fonction du coefficient de remplissage dans l'encoche, en Figure 110.



**Figure 110 - Évolution du coefficient de conduction de la zone de bobinage homogénéisée et de l'élévation relative de température dans une encoche, en fonction du coefficient de remplissage de l'encoche**

L'élévation de la température au sein d'une encoche décroît avec l'augmentation du coefficient de remplissage, ce qui montre l'intérêt, d'un point de vue thermique, d'augmenter ce facteur.

Les propriétés physiques des autres matériaux employés dans la construction de la machine sont répertoriées dans le Tableau XI.

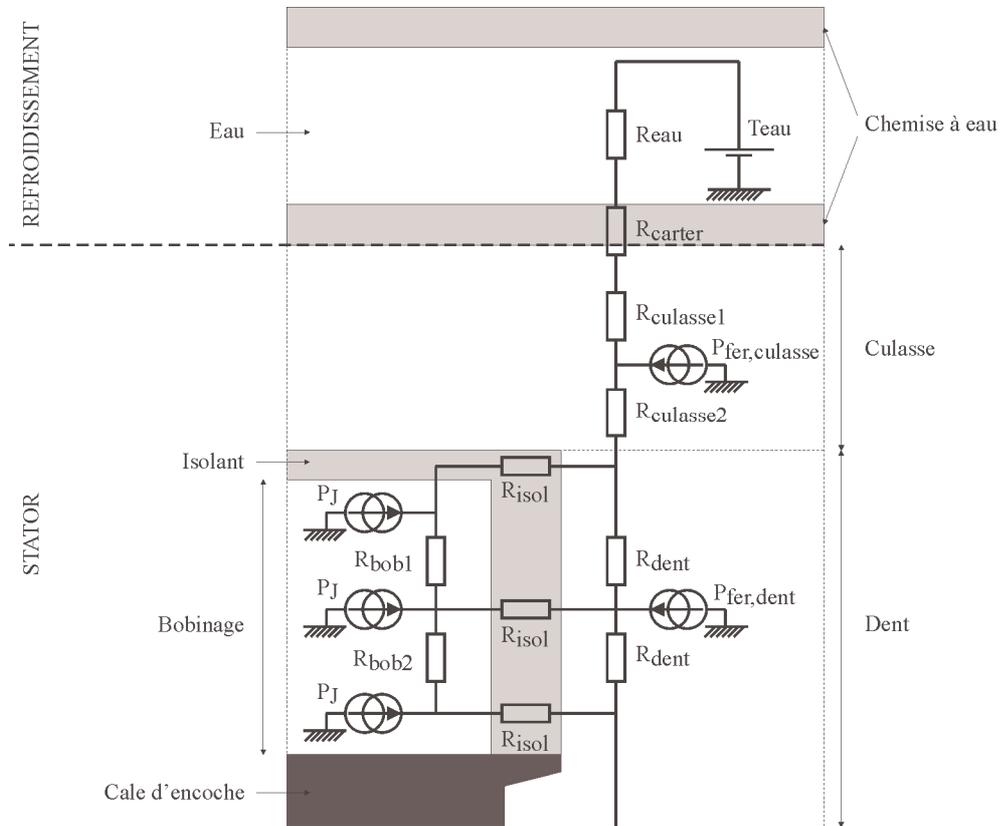
**TABLEAU XI - PROPRIETES THERMIQUES DES DIFFERENTES REGIONS MODELISEES**

Matériaux / zones de la machine	Conductivité thermique ou Coefficient d'échange thermique
Bobinage	$\lambda_{bob}$ = variable avec le remplissage
Isolant d'encoche	$\lambda_{isolant}$ = 0,27 W/K/m
Cuivre	$\lambda_{cu}$ = 400 W/K/m
Résine	$\lambda_{res}$ = 0,25 W/K/m
Fer (stator et rotor)	$\lambda_{fer}$ = 28 W/K/m
Aimant	$\lambda_{aimant}$ = 8,5 W/K/m
Carter	$\lambda_{carter}$ = 50 W/K/m
Boite à eau	$h_{conv}$ = 1 500 W/m <sup>2</sup> /K

### VI.C.3) Modèle thermique du stator

Nous allons élaborer ici le modèle thermique du stator. Pour des raisons de symétrie, il est possible de ne modéliser qu'un demi-pas dentaire : une moitié de dent et une moitié d'encoche. Les entrées du modèle thermique sont les pertes (par effet Joule et fer) et elles sont données par les modèles de pertes présentés précédemment. Le modèle est linéaire et on détermine les températures et les flux par la résolution d'un système linéaire, dont la représentation de type circuit est donnée Figure 111.

Une difficulté rencontrée concerne la modélisation du contact entre le stator et le système de refroidissement. La résistance de contact dépend de la pression entre les deux pièces et des matériaux. D'après [Thi97] [Ber99] [Ren03] une conductance thermique de  $1\,500\text{ W/m}^2/\text{K}$  est une valeur raisonnable pour modéliser ce contact.



**Figure 111 - Schéma de type circuit représentant le modèle thermique du stator en régime permanent**

Dans les conditions de flux nul au niveau du rayon d'alésage (pas d'échanges avec l'entrefer) et des côtés, une comparaison entre le modèle analytique et un modèle par éléments finis sous Comsol® est menée et les résultats sont reportés dans le Tableau XII.

**TABLEAU XII - COMPARAISON ENTRE LES ELEVATIONS DE TEMPERATURE DU STATOR ESTIMEES PAR LE MODELE ANALYTIQUE ET PAR LE CALCUL AUX ELEMENTS FINIS.**

Élévation de température	Analytique [°C]	EF [°C]	Ecart [%]
Bas d'encoche	62	60,5	+2,48
Bas de dent	59,3	56,5	+4,96
Milieu de culasse	25,7	23,9	+7,53

Nous déduisons de cette comparaison que le circuit adopté pour le stator traduit convenablement le transfert thermique dans le stator. Ceci indique que les chemins supposés pour l'écoulement du flux thermique en 2D sont effectivement radiaux comme le montrent les isothermes de la Figure 112.

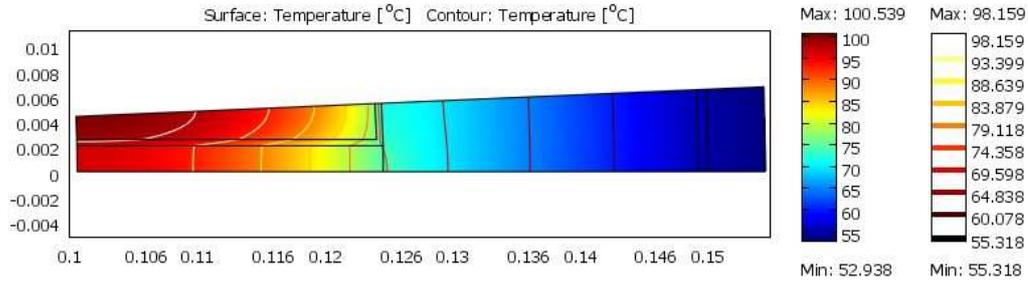


Figure 112 - Champ de température au stator calculé par EF. Les lignes isothermes sont indiquées et les abscisses et ordonnées sont les dimensions géométriques du modèle, en mètres.

#### VI.C.4) Modèle thermique du rotor

De même que pour le stator, le schéma thermique du rotor est établi, dans un premier temps, en supposant un échange convectif au niveau de la surface extérieure du rotor et un flux thermique nul vers l'arbre. En outre les contacts entre les différentes pièces sont supposés parfaits. Le rotor est discrétisé et conduit au schéma de type circuit que nous proposons en Figure 113.

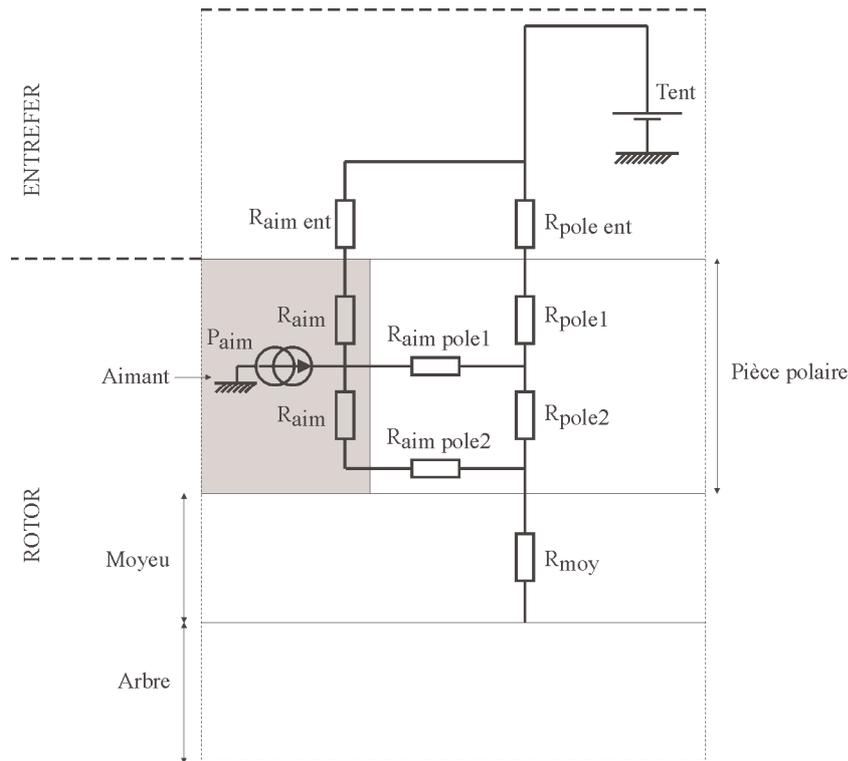


Figure 113 - Schéma de type circuit représentant le modèle thermique du rotor en régime permanent

Ce modèle permet de déterminer le champ de température au rotor en incluant la source thermique due aux pertes dans les aimants et répartie uniformément dans les aimants. Dans les conditions de flux nul au niveau de l'arbre et d'échange convectif au niveau du

rayon extérieur du rotor, une comparaison entre le modèle analytique et un modèle par éléments finis est effectuée. Celle-ci est reportée dans le Tableau XIII.

TABLEAU XIII - COMPARAISON ENTRE LES ELEVATIONS DE TEMPERATURE DU ROTOR ESTIMEES PAR LE MODELE ANALYTIQUE ET PAR LE CALCUL AUX ELEMENTS FINIS.

Élévation de température	Aimant			Pole		
	Haut	Milieu	Bas	Haut	Milieu	Bas
Circuit [°C]	1,77	2,95	2,59	2,04	2,47	2,49
Ef [°C]	1,95	2,63	2,76	1,98	2,28	2,41
Écart [%]	-9,23	12,2	-6,16	3,03	8,33	3,32

Les écarts observés sur les résultats fournis par les deux modèles sont plus importants que ceux concernant le stator car la propagation du flux de chaleur est davantage bidirectionnelle comme le montre la Figure 114.

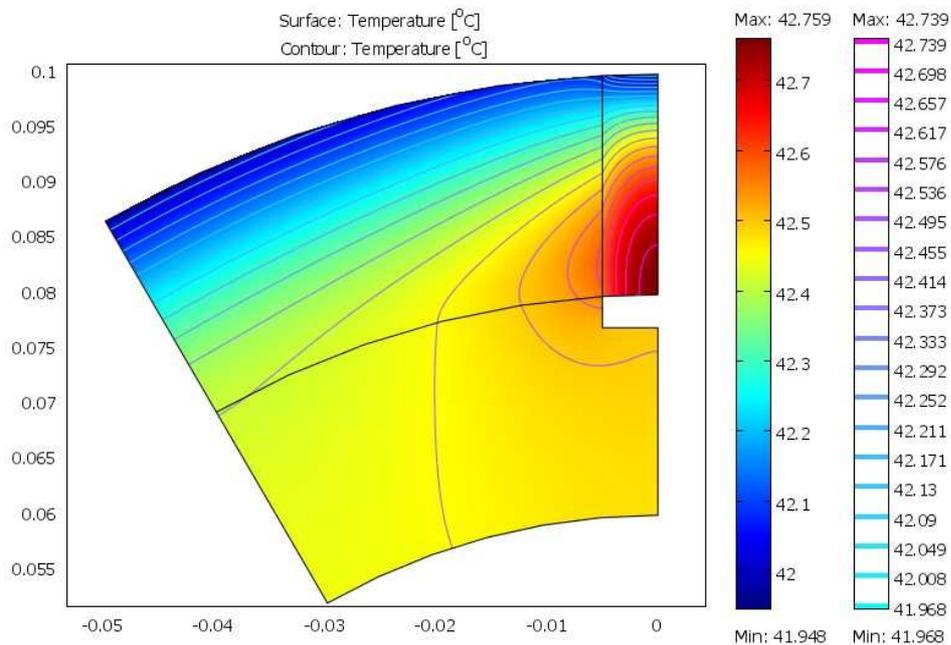


Figure 114 - Champ de température au rotor calculé par EF. Les lignes isothermes sont indiquées.

Nous jugeons que les écarts relevés restent acceptables pour une procédure de pré-dimensionnement.

### VI.C.5) Couplage des modèles thermiques rotor et stator : modélisation thermique de l'entrefer

L'étape suivante est de relier les modèles thermiques du stator et du rotor. Cela se fait par la modélisation des échanges au niveau de l'entrefer. Une attention particulière doit être apportée à la connexion des deux modèles stator et rotor, via l'entrefer, car ils sont de tailles (d'ouverture angulaire) différentes [Ber87] [Thi97]. De plus, on considère que seule la dent du stator est connectée à l'entrefer comme l'illustre la Figure 115 ; car on admet que les cales d'encoche ont une conductivité thermique faible et donc par conséquent que le flux de

chaleur à travers ces cales est négligeable. Cette hypothèse a été formulée et validée par [Ber87].

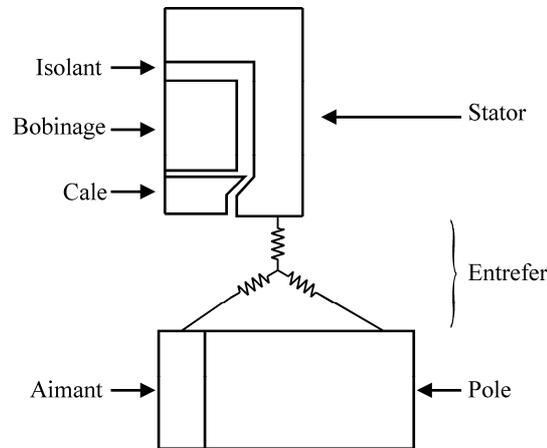


Figure 115 - Connexion du stator et du rotor par la modélisation de l'entrefer. Du côté stator, seule la dent est connectée.

L'entrefer est modélisé par 3 résistances thermiques, cf. Figure 115, qui traduisent des échanges convectifs. Pour déterminer ces trois résistances, il faut évaluer le coefficient d'échange convectif dans l'entrefer.

#### (a) Calcul du coefficient de convection dans l'entrefer

Le coefficient d'échange dans l'entrefer dépend de la nature de l'écoulement, de la présence ou non de débit axial et de la nature des surfaces de part et d'autre de l'entrefer.

Nous nous plaçons dans le cas où il n'y a pas d'écoulement axial. La référence [Gir09] propose une revue de littérature des différentes situations et des formulations du coefficient d'échange convectif qui en résultent. La formulation proposée par Messieurs Becker et Kaye, employée par [Thi97] [Ren03] [Leg09], est utilisée dans notre modélisation. Elle propose une série de relations entre le nombre de Nusselt et le nombre de Taylor en fonction de la valeur de ce dernier. Ces relations sont :

$$Nu = 2 \text{ si } Ta < Ta_c \quad \text{Éq. 160}$$

$$Nu = 0,128Ta^{0,367} \text{ si } Ta_c < Ta < 10^4 \quad \text{Éq. 161}$$

$$Nu = 0,409Ta^{0,241} \text{ si } 10^4 < Ta < 10^7 \quad \text{Éq. 162}$$

Dans ces relations, le nombre de Taylor critique  $Ta_c$  est pris égal à 1 700. Le nombre de Taylor s'exprime :

$$Ta = \frac{Re^2 e}{R_r} \quad \text{Éq. 163}$$

Avec le nombre de Nusselt, il est ensuite possible d'estimer le coefficient d'échange convectif, dans un espace annulaire, avec :

$$h_{conv} = \frac{Nu \lambda_{ent}}{2e} \quad \text{Éq. 164}$$

$\lambda_{ent}$  est la conductivité thermique du fluide présent dans l'entrefer. Dans notre cas il s'agit d'air.

Le coefficient de convection déterminé est ensuite utilisé pour calculer les trois résistances thermiques d'entrefer [Ber87]. Il est possible, lors de la modélisation de l'entrefer, d'intégrer les pertes aérodynamiques. Elles sont injectées au niveau du nœud thermique de l'entrefer.

**(b) Modèle complet**

La mise en commun des modèles thermiques du stator et du rotor par l'intermédiaire de l'entrefer conduit au modèle complet représenté en Figure 116. Il convient de rappeler que le stator est refroidi à l'extérieur par une boîte à eau et que nous avons considéré l'absence d'échange thermique vers l'arbre du rotor.

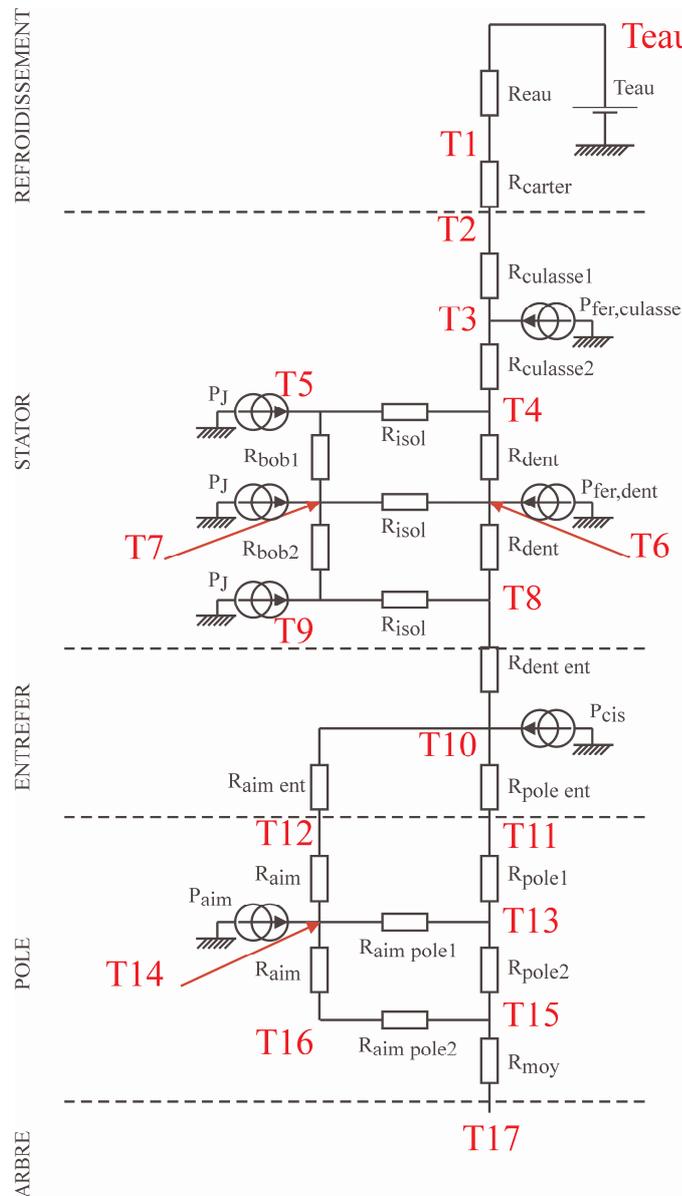
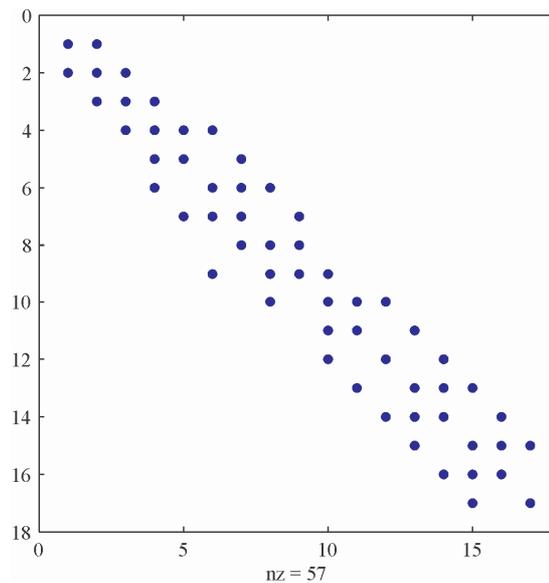


Figure 116 - Modèle thermique complet de la machine en régime permanent

La taille du circuit ne permet plus d'établir simplement les expressions littérales des températures aux différents nœuds du circuit comme cela avait été fait dans le cas du modèle thermique de l'onduleur. Nous écrivons alors le système d'équations lié au circuit de la machine sous forme matricielle :

$$\mathbf{GT} = \mathbf{P} \quad \text{Éq. 165}$$

Où  $\mathbf{G}$  est la matrice des conductances thermiques,  $\mathbf{T}$  le vecteur des températures aux différents nœuds du circuit et  $\mathbf{P}$  le vecteur des termes sources (les pertes). La matrice des conductances est relativement creuse comme le montre la Figure 117.



**Figure 117 - Représentation de la matrice des conductances. Les axes des abscisses et ordonnées correspondent aux colonnes et lignes de la matrice. Les éléments non nuls ( $nz=57$ ) sont figurés par des points.**

La résolution du champ de température se fait en inversant numériquement le système matriciel (Éq. 165). Cette opération est très rapide, ce qui est un point positif en vue de l'intégration de la modélisation dans un processus d'optimisation.

### (c) Exemple d'application

Nous présentons un exemple d'application du modèle thermique. Les paramètres d'entrée du modèle (pour toute la machine) sont les suivants :

- $T_{eau}=40$  °C ;
- $P_j=474$  W
- $P_{fer,dent}=272$  W ;
- $P_{fer,culasse}=245$  W ;
- $P_{cis}=106$  W ;
- $P_{aim}=6,3$  W ;
- $h_{conv}= 297$  W/m<sup>2</sup>/K.

La cartographie des températures dans ce cas est illustrée en Figure 118.

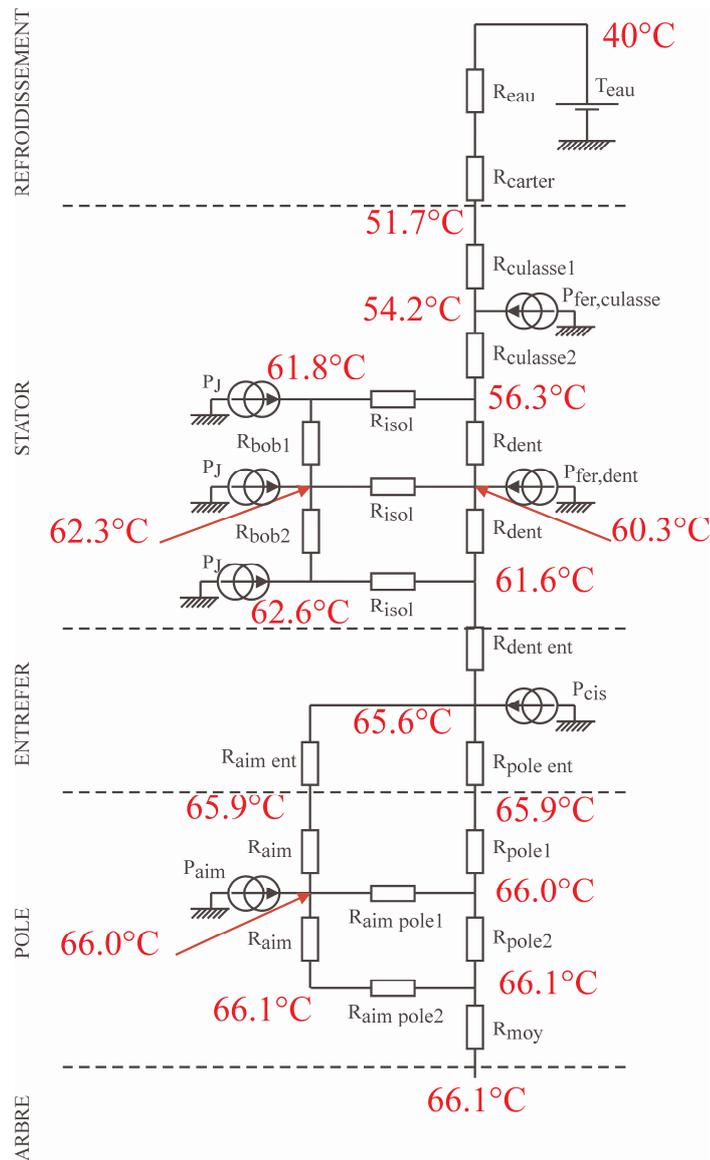


Figure 118 - Exemple de cartographie de température obtenue avec la modélisation thermique adoptée

### VI.C.6) Couplage des modèles magnétique, électrique et thermique

Le champ de température calculé permet de coupler les modèles électriques, magnétiques et thermiques : la résistivité du cuivre, l'induction rémanente et le champ coercitif des aimants dépendront alors des températures de ces matériaux selon les lois suivantes :

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha_{Cu} (T - T_0)] \quad \text{Éq. 166}$$

$$B_r(T) = B_{r0} [1 + \alpha_{B_r} (T - T_0)] \quad \text{Éq. 167}$$

$$H_{cj} = H_{cj0} [1 + \alpha_{H_{cj}} (T - T_0)] \quad \text{Éq. 168}$$

Le couplage des modèles est résolu en employant une méthode de point fixe décrit sur le synoptique de la Figure 119.

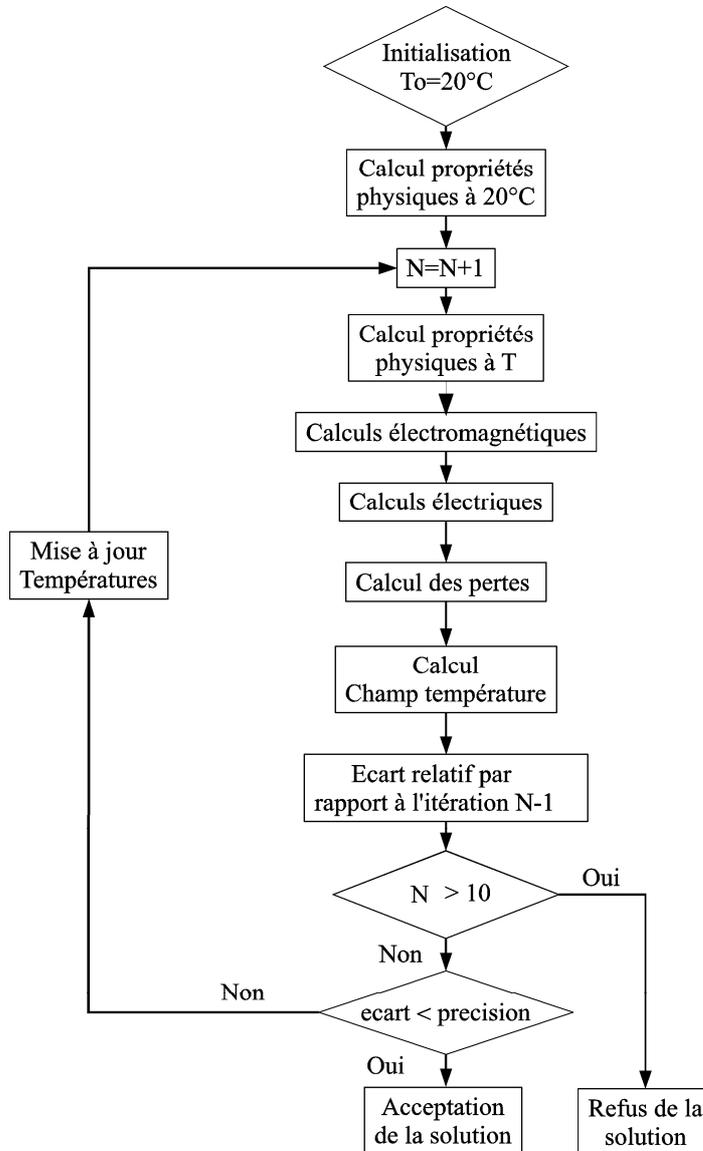


Figure 119 - Organigramme de résolution du couplage des modèles magnétique, électrique et thermique

La résolution de la boucle thermique s'effectue généralement en 4 ou 5 itérations. Cette boucle englobe les modèles magnétique, électrique ainsi que les calculs de pertes. À la fin de la boucle, la machine se trouve alors à l'équilibre thermique.

### ***VI.D. Conclusion sur la modélisation thermique***

Nous avons présenté dans cette partie les modèles thermiques des éléments du système. Nous avons opté pour une modélisation nodale 2D simplifiée et paramétrée : le modèle de l'onduleur est paramétré par une tabulation des paramètres thermiques en

fonction du calibre des modules électroniques, et le modèle de la machine est paramétré par la géométrie de la machine et ses matériaux constitutifs.

Les températures déterminées vont servir dans le procédé d'optimisation : elles devront rester en deçà de températures maximales.

Certains phénomènes n'ont pas été pris en compte dans la modélisation tels que certains flux 3D ou encore l'effet de l'encoche sur le coefficient d'échange thermique par convection dans l'entrefer. D'après la littérature [Saa98] [Ber99], la présence d'encoches aurait tendance à augmenter les échanges thermiques à haute vitesse. En négligeant cet effet, nous surestimons donc les échauffements ce qui est acceptable pour le dimensionnement.

## VII. Modélisation mécanique du rotor

À haute vitesse, les contraintes mécaniques qui s'exercent sur la machine sont particulièrement marquées au rotor. Il est nécessaire de pouvoir estimer les contraintes mécaniques sur les pièces pour éviter de se diriger vers des topologies de machines irréalistes.

La modélisation qui est présentée dans ce chapitre a pour objet de définir les niveaux de contraintes mécaniques dans les pièces du rotor ainsi que les déformations de ce dernier. Nous nous attacherons à estimer ces contraintes dans les queues d'aronde, le moyeu et finalement dans l'arbre. La modélisation proposée permettra également d'évaluer les déformations statiques et dynamiques du rotor. Toutes ces grandeurs doivent impérativement être calculées lorsqu'il s'agit de haute vitesse car les aspects mécaniques peuvent contraindre fortement le dimensionnement de la machine. La modélisation présentée est analytique et est comparée à des calculs par éléments finis pour validation.

Le rotor est constitué d'un arbre sur lequel est fixé, par des clavettes, un moyeu possédant des queues d'aronde. Ces queues d'aronde viennent porter les pièces polaires entre lesquelles sont finalement insérés les aimants de forme trapézoïdale.

### VII.A. Contraintes mécaniques dans le moyeu

Dans ce qui suit, nous considérons que l'effort principal porté sur le moyeu est dû aux forces centrifuges s'exerçant sur la masse des pièces polaires. Pour l'étude, et compte tenu des symétries du système, un pôle est isolé. La Figure 120 représente le système mécanique à étudier et les différentes forces s'exerçant sur le moyeu.

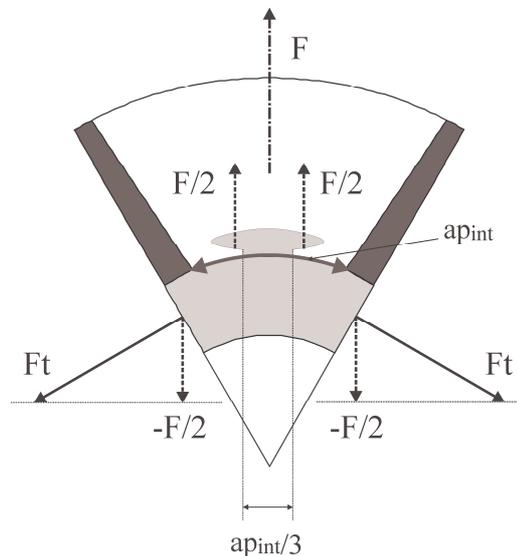


Figure 120 - Schéma mécanique représentant les efforts centrifuges sur la pièce polaire et les efforts impliqués dans le calcul des contraintes mécaniques dans le moyeu

La contrainte dans le pied de la queue d'aronde est calculée dans un premier temps, puis les contraintes s'exerçant dans l'épaisseur du moyeu sont traitées. Dans l'objectif de dimensionnement qui est le nôtre, seules les contraintes maximales seront évaluées.

### VII.A.1) Contrainte dans le pied de la queue d'aronde

La base du calcul des différentes contraintes repose sur la force centrifuge s'exerçant sur un pôle. Les aimants sont encastrés entre les pièces polaires donc la force centrifuge à laquelle ils sont soumis se reporte sur la queue d'aronde. Ainsi la force centrifuge à considérer pour le dimensionnement de la queue d'aronde correspond à celle subie par le système aimants-pièce polaire. Les aimants ont une densité de matière proche de celle du fer (7,5 contre 7,8) aussi elle sera prise égale à celle du fer. Avec ces considérations, on peut exprimer la force centrifuge sur un pôle par :

$$F = \frac{2\pi}{2p} \rho_{Fer} L_{act} \Omega^2 \left( \frac{R_r^3 - R_m^3}{3} \right) \quad \text{Éq. 169}$$

Nous considérons que les queues d'aronde ont une largeur de pied égale au tiers de la longueur de l'arc interne des pièces polaires, voir Figure 120. Ceci est dû aux contraintes de réalisation industrielles. Nous pouvons alors estimer la contrainte de traction dans le pied de la queue d'aronde :

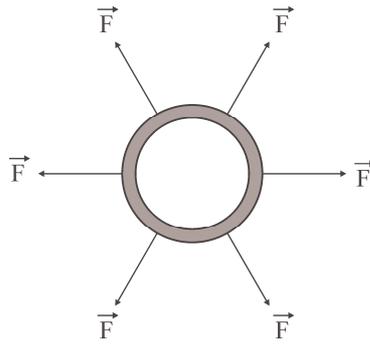
$$\sigma_{queue} = \frac{F}{L_{act} \frac{ap_{int}}{3}} \quad \text{Éq. 170}$$

### VII.A.2) Contrainte dans l'épaisseur du moyeu

Il s'agit ensuite de déterminer les contraintes mécaniques dans l'épaisseur du moyeu. La contrainte dans le moyeu est maximale exactement sous les aimants, entre deux pôles [Roa65]. À cet endroit, le moyeu est soumis à une contrainte de traction ainsi qu'à un moment de flexion. De ce fait, le calcul est plus complexe. Pour le calcul de la contrainte de traction, il est possible de procéder comme dans le cas de la queue d'aronde. Il suffit alors de considérer les forces  $F_t$  – qui vérifient la condition d'équilibre statique du moyeu – s'exerçant perpendiculairement à la section du moyeu. Cela conduit à exprimer la contrainte de traction – constante dans l'épaisseur du moyeu – selon :

$$\sigma_{moyeu\_t} = \frac{1}{L_{act}(R_m - R_{arb})} \frac{F}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)} \quad \text{Éq. 171}$$

En ce qui concerne la contrainte due au moment de flexion, nous utilisons les résultats des calculs fournis par Roark [Roa65] dans le cas d'un anneau soumis à un système équilibré de forces symétriques tel que représenté sur la Figure 121.



**Figure 121 - Modélisation du moyeu par un anneau soumis à un système équilibré de forces**

Dans cette situation, le champ de contrainte dû au moment de flexion décroît linéairement en partant du rayon intérieur de l'anneau jusqu'à son rayon extérieur et est nul au milieu du moyeu. La contrainte maximale générée par le moment de flexion s'écrit alors :

$$\sigma_{moyeu\_f} = \frac{3F.R_{moy}}{L_{act}(R_{moy} - R_{arb})^2} \left( \frac{1}{\sin(\pi/2p)} - \frac{2p}{\pi} \right) \quad \text{Éq. 172}$$

La contrainte combinée totale dans l'épaisseur du moyeu est finalement la somme de ces deux contraintes :

$$\sigma_{moyeu} = \sigma_{moyeu\_t} + \sigma_{moyeu\_f} \quad \text{Éq. 173}$$

### VII.A.3) Validation par comparaison à un calcul par éléments finis

Les résultats donnés par les formulations présentées ci-avant sont comparés à ceux fournis par un calcul par éléments finis où seules les forces volumiques centrifuges dans les pièces polaires sont modélisées. Le moyeu n'est soumis à aucune force volumique interne et se trouvera donc soumis uniquement aux forces de traction extérieures dues aux pôles. Le modèle par éléments finis comporte, de manière simplifiée, le moyeu avec ses queues d'aronde et les pièces polaires. Les aimants ne sont pas modélisés mais la densité des pièces polaires est augmentée afin que la force centrifuge résultante soit identique au cas réel. La résolution est menée en linéaire et toutes les frontières extérieures sont libres de leur mouvement. La cartographie des contraintes de Von Mises obtenue est présentée en Figure 122.

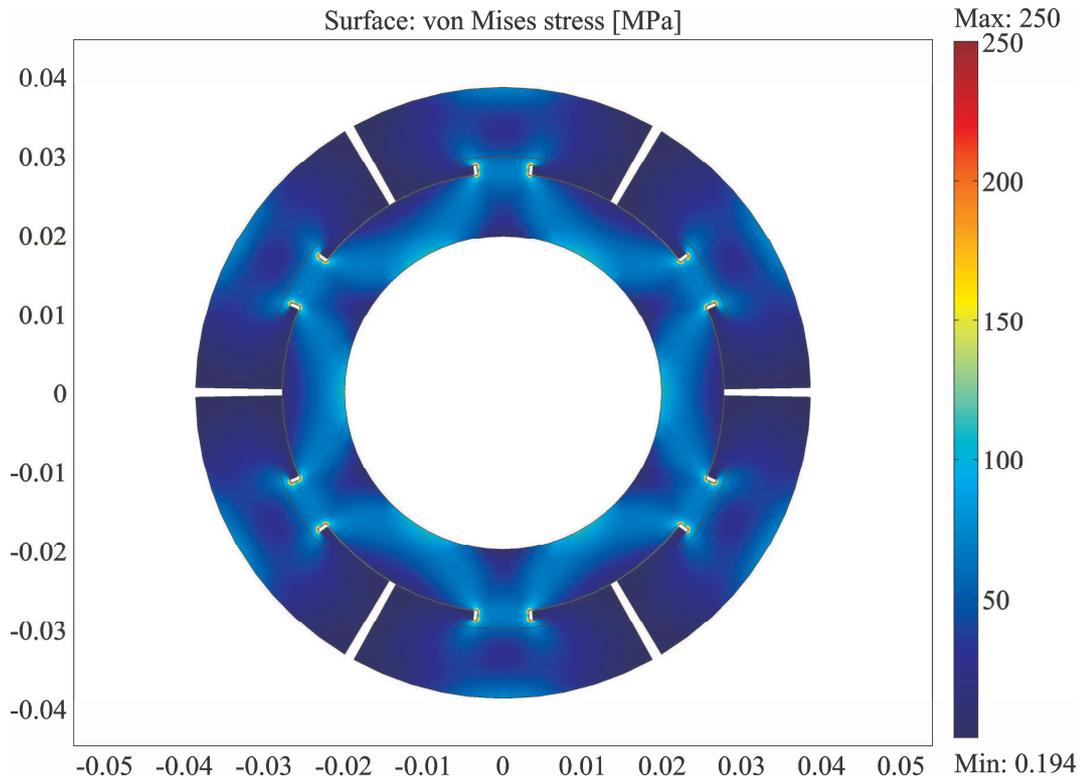


Figure 122 - Cartographie des contraintes de Von Mises, calculées par EF, dans le moyeu et les pôles sous l'effet d'efforts centrifuges dans les pôles

*Contrainte de traction sur la queue d'aronde*

La contrainte calculée analytiquement est constante dans l'épaisseur du pied de la queue d'aronde (par hypothèse). Elle est comparée au profil de contrainte relevé par EF sur la Figure 123.

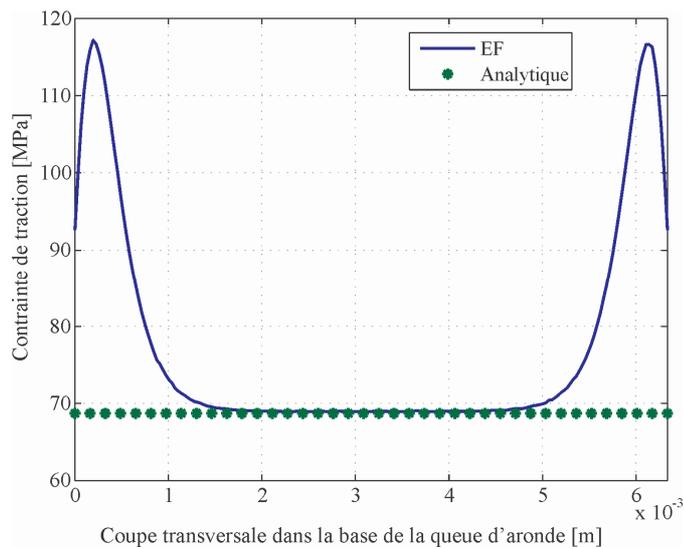
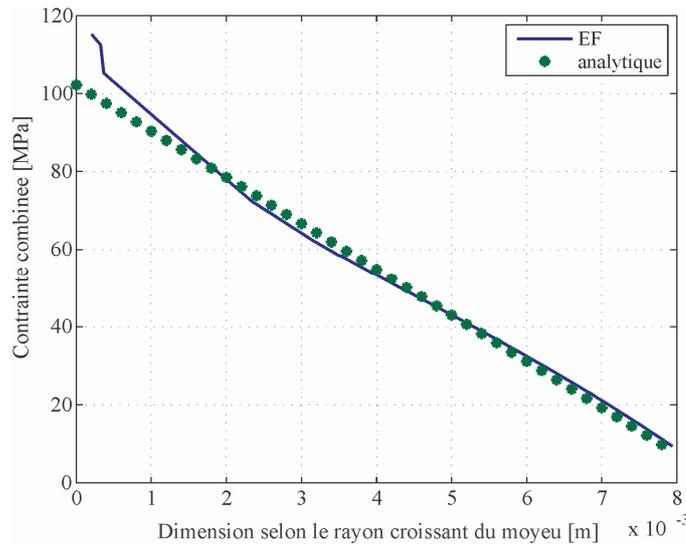


Figure 123 - Profil de la contrainte de traction dans le pied de la queue d'aronde. Comparaison du calcul analytique et du calcul par EF.

Un écart de -0,3 % est observé au centre du pied de la queue d'aronde. Le calcul EF présente des effets de concentration de contraintes sur les bords de la queue d'aronde.

#### *Contrainte combinée dans l'épaisseur du moyeu*

La contrainte combinée de traction et de flexion est relevée dans le calcul par EF et est comparée à celle calculée analytiquement. La comparaison est portée en Figure 124.



**Figure 124 - Profil de la contrainte combinée (traction+flexion) dans l'épaisseur du moyeu. Comparaison du calcul analytique et du calcul par EF.**

Un écart de -11,3 % est observé sur la contrainte maximale. On peut noter que la distribution de la contrainte calculée analytiquement est cohérente avec la répartition relevée par EF.

#### **VII.A.4) Conclusion**

Le calcul analytique des contraintes donne satisfaction, comparé aux résultats obtenus par éléments finis. Le modèle analytique, sur le cas traité, présente un écart de l'ordre de 10 % par rapport aux calculs EF. Par ailleurs, un coefficient de sécurité (x 2) sera introduit sur la conception mécanique pour intégrer les effets de concentration de contraintes.

#### **VII.B.      *Contrainte mécanique sur l'arbre***

L'arbre du rotor doit être dimensionné pour transmettre le couple généré par la machine. Son diamètre doit être suffisamment important pour ne pas rompre sous l'effet du couple. Nous estimerons ici la valeur de la contrainte de torsion sur l'arbre afin de la limiter à une valeur raisonnable lors de la phase de conception.

Une approche simplifiée et l'affectation d'un coefficient de sécurité choisi égal à 9 – traduisant la fragilisation de l'arbre due au clavetage et aux contraintes combinées – conduisent à l'expression de la contrainte de torsion :

$$\sigma_{arbre} = \max(C) \frac{9}{\frac{\pi}{2} R_{arb}^3} \quad \text{Éq. 174}$$

Cette contrainte ne devrait pas être trop contraignante dans le dimensionnement du rotor. En effet, afin de repousser les vitesses critiques, le diamètre de l'arbre tend à augmenter et donc à faciliter la transmission du couple.

## VII.C. Calcul des déformations statiques et dynamiques

### VII.C.1) Calcul de la flèche de l'arbre

Sous l'effet de son propre poids, le rotor s'infléchit. Il est nécessaire d'estimer ce fléchissement pour s'assurer que la déformation statique ne modifie pas excessivement l'entrefer donc n'affecte pas exagérément les performances électromagnétiques. Un schéma représentatif de la déformation statique est illustré sur la Figure 125.

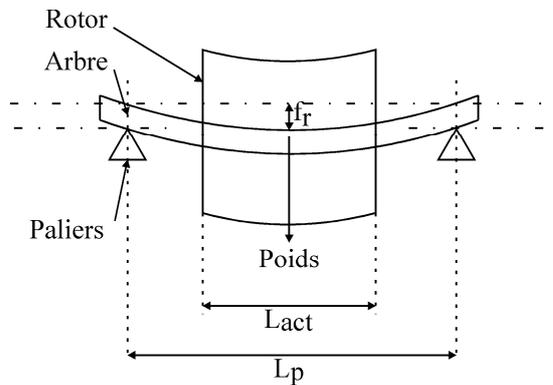


Figure 125 - Schéma de principe du calcul de la déformation statique du rotor

Des calculs classiques de mécanique [Roa65] [Spi98] mènent à l'expression de la déformée statique en fonction des dimensions géométriques du rotor. Les références [Roa65] et [Spi97] décrivent le cheminement pour établir l'expression de la flèche. En supposant que le poids de l'arbre est réparti sur la longueur de l'arbre et que le poids du rotor est ramené au centre de l'arbre, on obtient :

$$f_r = \frac{5M_{arb} + 8M_{rot}}{384EY} \frac{\pi}{4} R_{arb}^4 g L_p^3 \quad \text{Éq. 175}$$

Nous choisirons une longueur entre paliers,  $L_p$ , égale à la longueur active du rotor majorée de 60 mm pour laisser de la place aux têtes de bobines.

### VII.C.2) Vitesses critiques

La flèche qui vient d'être déterminée conditionne le calcul de la première vitesse critique du rotor. Pour cette vitesse le rotor « fouette », l'excentration du centre de gravité étant à l'origine de ce phénomène. Il est donc nécessaire de rester en deçà de la vitesse critique. La référence [Spi97] montre que nous pouvons la calculer de la manière suivante :

$$\Omega_{c1} = \sqrt{\frac{g}{f_r}} \quad \text{Éq. 176}$$

Le dimensionnement de la machine sera réalisé de telle sorte que le rotor fonctionne en régime sous-critique. Ce régime est défini par [Spi98] :

$$\Omega_{c1} \geq \frac{\Omega}{\beta} \quad \text{Éq. 177}$$

Avec  $\beta=0,7$ .

### VII.D. *Conclusion sur la modélisation mécanique*

La modélisation mécanique proposée permet de calculer les contraintes statiques et dynamiques. Nous avons pu établir des expressions – validées par un calcul par éléments finis – pour les contraintes mécaniques qui s'exercent sur le moyeu et sur l'arbre du rotor. Cela nous permettra de fixer une limite aux contraintes dans ces pièces. La modélisation des déformations statiques et dynamiques permet d'évaluer la flèche du rotor et sa première vitesse critique. Ces deux grandeurs seront également contraintes dans l'optimisation pour éviter de détériorer les performances électromagnétiques d'une part, et éviter une résonance mécanique destructrice, d'autre part.

---

## VIII. Modélisation technico-économique

---

La dernière partie de la modélisation du système onduleur-machine consiste à évaluer son coût. Celui-ci pourra être un objectif à optimiser ou encore une contrainte. Le coût du système est considéré comme étant le coût des matières premières de la machine et de l'onduleur.

### VIII.A. Coût de la machine

Les dimensions géométriques étant toutes connues, il est facile d'estimer la masse de toutes les parties actives : cuivre, fer, aimants. Connaissant le prix au kilogramme de chaque matière, il suffit de pondérer les masses des matières actives pour obtenir le coût des matières actives de la machine.

Étant donné que la tôle de laquelle est extrait le stator est de forme carrée, nous considérerons que les chutes sont inutilisables. Ainsi le coût des matières premières pour le stator et les pièces polaires est pris comme étant celui d'une tôle carrée circonscrite au diamètre extérieur du stator. D'où :

$$Cout\_fer = C_{fer} L_{act} (2R_{ext})^2 \rho_{fer} \quad \text{Éq. 178}$$

$C_{fer}$  étant le prix du fer au kilogramme.

Le coût du cuivre est calculé de la manière suivante :

$$Cout\_cuivre = C_{cuivre} M_{cuivre} \quad \text{Éq. 179}$$

$C_{cuivre}$  étant le prix du cuivre au kilogramme.

Le coût des aimants est obtenu de la même manière :

$$Cout\_aimant = C_{aimant} M_{aimant} \quad \text{Éq. 180}$$

$C_{aimant}$ , le prix des aimants au kilogramme, dépend de l'induction rémanente et de la tenue en température des aimants. Aussi la modélisation du coût des aimants, de forme trapézoïdale, intègre ces deux dépendances. Une interpolation par des splines du coût des aimants NdFeB, en fonction de l'induction rémanente, est développée ; elle est présentée en Figure 126.

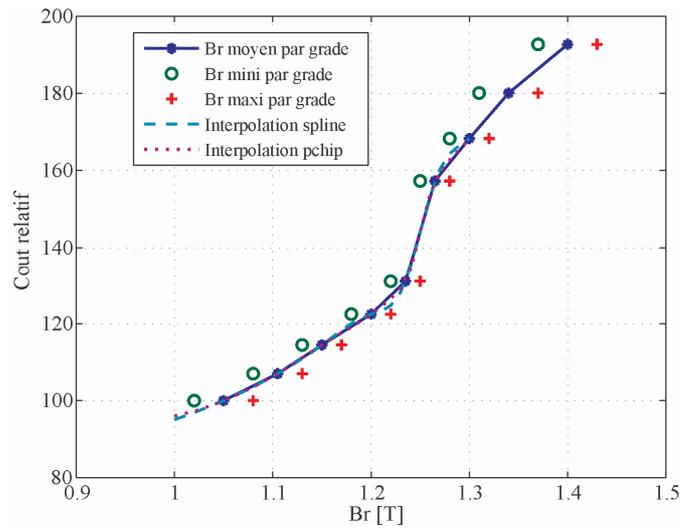


Figure 126 - Évolution du coût relatif des aimants NdFeB en fonction de l'induction rémanente

L'interpolation présentée en Figure 126 est valable pour une qualité d'aimant donnée, ce qui correspond à une température maximale de fonctionnement donnée. Ensuite en fonction de la température maximale de fonctionnement, on peut appliquer les indices de prix donnés dans le Tableau XIV.

TABLEAU XIV - ÉVOLUTION DU COUT DES AIMANTS EN FONCTION DE LEUR TEMPERATURE MAXIMALE DE FONCTIONNEMENT

MAXIMALE DE FONCTIONNEMENT	
Qualité	Indice des prix
SHT (150 °C)	100
UHT (180 °C)	120
EHT (200 °C)	150
AHT (230 °C)	200

Finalement le coût des matières premières pour la machine se calcule :

$$Cout\_machine = Cout\_fer + Cout\_aimant + Cout\_cuivre \quad \text{Éq. 181}$$

### VIII.B. Coût de l'onduleur

La modélisation du coût de l'onduleur est un aspect sensible parce que directement lié à la confidentialité requise par les industriels. Cependant, nous pouvons dire qu'il est possible d'estimer le coût des composants nécessaires à la réalisation d'un onduleur connaissant la puissance en sortie du convertisseur et sa fréquence de découpage. La relation entre ces grandeurs est affine et peut s'écrire :

$$Cout\_onduleur = a + b \cdot f_d \quad \text{Éq. 182}$$

Où  $a$  et  $b$  sont deux paramètres constants. Cette formulation est indépendante du type d'onduleur (à trois bras ou à trois ponts monophasés). On voit alors apparaître un couplage entre la fréquence de découpage,  $f_a$ , de l'onduleur et son coût.

### ***VIII.C. Conclusion sur la modélisation du coût du système***

Le coût des matières du système complet s'obtient en sommant les différents coûts individuels, soit :

$$Cout\_systeme = Cout\_machine + Cout\_onduleur \quad \text{Éq. 183}$$

Ce coût intègre la dépendance à certaines variables du système telles que l'induction rémanente des aimants ou encore la fréquence de découpage de l'onduleur.

---

## IX. Conclusion sur la modélisation analytique du système

---

Nous avons présenté et détaillé dans cette partie la modélisation multiphysique du système onduleur-moteur que nous avons élaborée durant cette thèse. L'approche de modélisation multiphysique nous a semblé nécessaire eu égard au domaine de fonctionnement particulier qu'est la haute vitesse et aux phénomènes à haute fréquence qui lui sont liés. Cela permet de lever des contraintes de dimensionnement classiques, car désormais il est possible d'apprécier l'influence des couplages entre les différents champs de la physique mis en jeu. En particulier l'influence des échauffements sur les comportements magnétiques et électriques a été mise en lumière. Par ailleurs la modélisation multiphysique permettra au concepteur de se libérer de certaines contraintes usuelles et ainsi d'explorer de nouveaux espaces de recherche prometteurs.

La modélisation proposée a mis l'accent sur les interactions entre l'électronique de puissance et la machine électrique. Nous pouvons faire un bilan des différentes interactions modélisées. En particulier, le modèle électrique permet d'établir la forme d'onde du courant en fonction du comportement de l'onduleur. Il en va de même pour la forme d'onde du couple donnée par la formulation que nous en avons proposée. Le modèle électrique constitue le cœur de la modélisation des interactions, et un apport principal, car il manipule les grandeurs électriques (tensions et courants) qui sont à l'interface des éléments du système. Les formes d'ondes déterminées par ce modèle sont ensuite employées dans différents modèles de pertes qui ont été développés de manière à intégrer autant que possible les effets de la MLI sur ces différents postes de pertes. Ainsi les pertes par effet Joule, fer, et par courants de Foucault dans les aimants, dépendent fortement du schéma de la MLI implémenté. Par ailleurs, les pertes dans l'onduleur intègrent nécessairement les caractéristiques de la MLI mais dépendent également de la constitution de la machine.

Cette partie a permis également la modélisation des performances globales du système tels que le rendement global de la chaîne de conversion et son coût. Ces grandeurs sont parmi celles qui pourront constituer des objectifs à optimiser lors de la conception. D'autre part, nous avons établi des modèles de calcul de grandeurs devant être limitées lors de la conception. Les contraintes mécaniques qui s'exercent au rotor ainsi que les températures critiques de l'onduleur ou de la machine font partie de ces grandeurs à limiter. Grâce à la modélisation proposée, nous pouvons également implémenter une contrainte originale concernant le couple. Du fait que nous déterminons les formes d'ondes des grandeurs électromagnétiques en régime permanent, dont le couple, nous pouvons déterminer les ondulations de couple et donc les contraindre à une valeur maximale lors de la conception.

L'effort de modélisation qui a été réalisé l'a été dans l'objectif d'une conception par optimisation. Le choix de modèles analytiques va dans le sens de la rapidité d'exécution des calculs. Ceci est nécessaire dès lors qu'il s'agit de la conception d'un système comportant plusieurs éléments, comme cela est le cas dans la partie qui suit et qui concerne la conception optimale de systèmes d'entraînement à haute vitesse.

## **PARTIE III**

### **MISE EN ŒUVRE DE LA DEMARCHE DE CONCEPTION PAR OPTIMISATION ET APPLICATION**

---

## **I. Introduction : couplage de la modélisation multiphysique à une approche de conception par optimisation**

---

Dans cette partie nous allons mettre en œuvre une démarche de conception optimale basée sur la modélisation analytique multiphysique que nous avons présentée dans la partie précédente.

Dans un premier temps nous détaillerons l'approche de conception hybride et séquentielle pour laquelle nous avons opté. Elle se décompose en deux séquences : la première est basée sur la modélisation analytique détaillée précédemment et la seconde permet d'affiner les résultats de la première étape en employant des modèles plus précis. Les changements de modélisation et les difficultés dues au passage d'une phase à la suivante seront présentés. Nous avons sélectionné un algorithme génétique afin de mener à bien le dimensionnement optimal. Le principe de fonctionnement de la méthode d'optimisation sélectionnée sera explicité.

Ensuite, l'approche de conception choisie, basée sur la modélisation analytique et couplée à un algorithme génétique, sera appliquée à la conception de deux systèmes d'entraînement. Le premier doit fonctionner à 20 000 tr/min et développer 30 kW. Il faudra, pour cette application, maximiser le rendement global et minimiser le coût global du système. Le second système d'entraînement doit être dimensionné pour fournir le couple le plus élevé possible pour un encombrement fixé, pour une vitesse de 7 200 tr/min. L'analyse des solutions de ces deux dimensionnements montrera les caractéristiques particulières de la machine en haute vitesse et les limites de notre modélisation à vitesse plus faible. Cette phase d'analyse soulignera également l'importance de considérer l'onduleur et la machine simultanément lors de la conception ; tout comme la nécessité d'une modélisation multiphysique et d'une description des interactions entre onduleur et machine dans la recherche de solutions globalement optimales.

## II. Mise en œuvre de la démarche de conception par optimisation

La modélisation que nous avons détaillée dans la partie précédente est intégrée dans un processus d'optimisation afin de mener à bien la conception optimale de systèmes d'entraînement. Dans un premier temps, l'approche de conception qui a été choisie est expliquée ainsi que la méthode retenue pour résoudre le problème d'optimisation. Puis cette méthodologie est appliquée au dimensionnement de deux applications : la première, dont le rendement et le coût doivent être optimisés, développe 30 kW à 20 000 tr/min, et la seconde, dont le couple doit être maximisé pour un encombrement donné, tourne à 7 200 tr/min. Enfin, les résultats de ces deux cas applicatifs seront analysés et permettront d'établir certaines propriétés en ce qui concerne les structures d'entraînement étudiées.

### II.A. Présentation de l'approche séquentielle

Lorsqu'une conception optimale est menée sur la base de modèles simplifiés, il en ressort un premier résultat « optimal ». Il faut alors, à ce stade, se questionner sur la validité de la solution : une première solution a été obtenue, mais à cause des hypothèses, elle ne correspond pas exactement à la solution réelle. Afin de se rapprocher de la solution réelle, on peut partir de la première solution obtenue et la préciser à l'aide d'une modélisation plus fine. Cela correspond à la seconde étape de conception par optimisation. La séquence de ces deux optimisations est illustrée en Figure 127 et peut être qualifiée d'*optimisation séquentielle*.

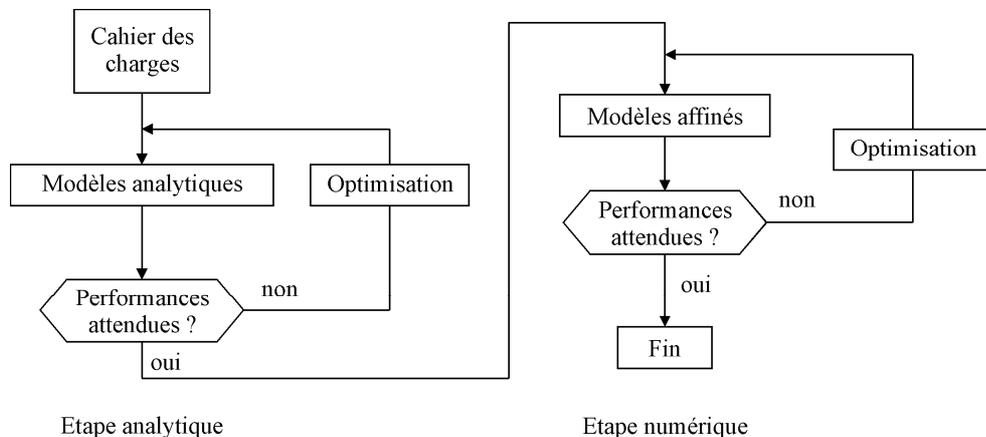


Figure 127 - Synthèse de l'approche de conception optimale hybride et séquentielle, inspiré de [Mak06]. La première étape utilise des modèles analytiques et la seconde des modèles plus fins.

Dans le cas d'une modélisation multiphysique, plusieurs modèles interviennent. Lors de la seconde étape d'optimisation, il faut identifier les modèles qui nécessitent d'être remplacés par des descriptions plus précises. Il peut ne pas être pertinent de changer tous les modèles initiaux par des modèles aux éléments fins : soit parce que ce remplacement n'apporterait aucun gain, soit parce que les grandeurs calculées par ces modèles ne sont pas critiques et que les modèles initiaux sont déjà suffisamment précis vis-à-vis de ce qui leur est

demandé. Un autre critère peut permettre de décider des modèles à faire évoluer : le temps d'exécution. Dans le cas qui nous concerne et afin d'assurer un équilibre raisonnable entre le temps de calcul et la précision des résultats, seul le modèle électromagnétique sera modifié, voir la Figure 128. Le modèle électrique est inchangé, pour la raison évoquée du temps de calcul. Les autres modèles ne sont pas améliorés car ils sont jugés suffisamment précis pour cette étape de dimensionnement.

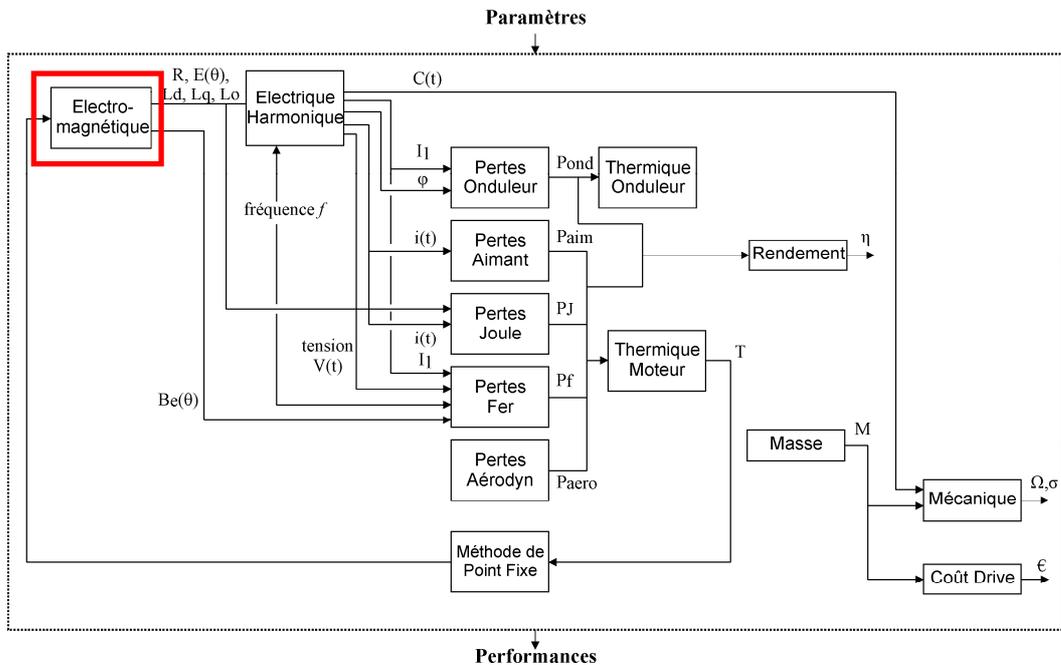


Figure 128 - Synoptique des modèles multiphysiques développés et de leurs couplages pour la première phase d'optimisation. Le modèle électromagnétique encadré sera remplacé par un modèle plus précis pour la seconde étape d'optimisation.

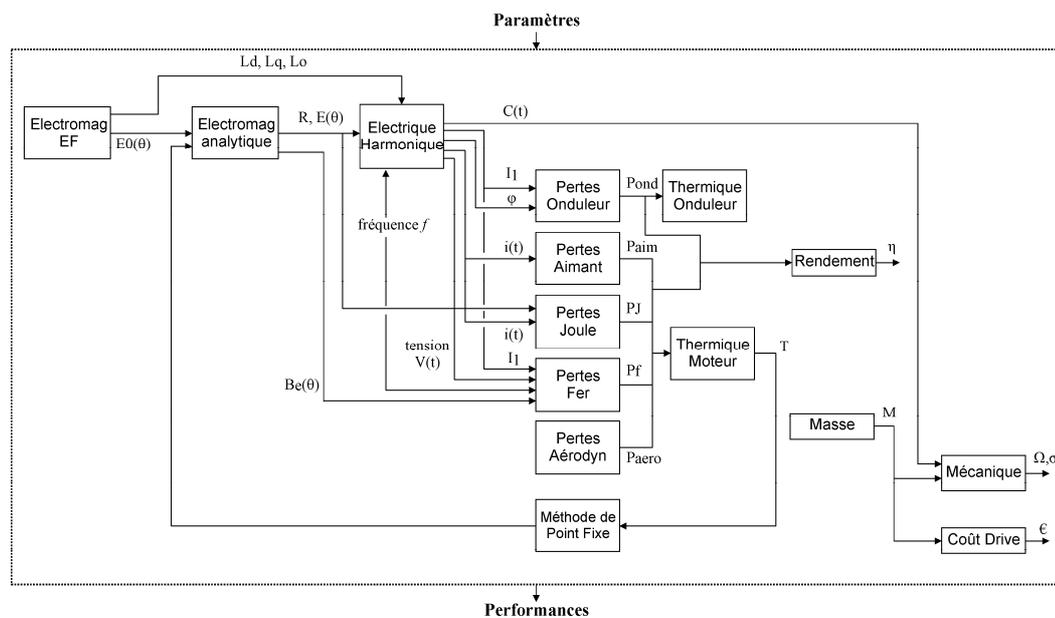
Le modèle électromagnétique a pour objet de déterminer les inductances synchrones d'axe  $d$  et  $q$ , l'inductance homopolaire et la forme d'onde du flux à vide des aimants. Ces calculs initialement réalisés par un modèle analytique seront, dans la seconde phase d'optimisation, effectués par éléments finis. Le calcul des trois inductances nécessite alors trois calculs par éléments finis en magnétostatique 2D. Le cas de la forme d'onde du flux à vide des aimants est plus délicat. Le calcul par éléments finis de la forme d'onde nécessite plusieurs calculs EF pour retranscrire fidèlement l'évolution du flux au cours de la rotation du rotor. Aussi nous avons opté pour une solution intermédiaire : nous admettons que la forme d'onde calculée analytiquement est acceptable et que le calcul par EF va nous permettre d'en ajuster l'amplitude. De cette manière, il n'est nécessaire d'effectuer qu'un seul calcul par EF. Celui-ci est réalisé dans la position où un pôle est en face de la bobine dont nous calculons le flux capté. Ce calcul permet de déterminer un rapport entre le flux estimé analytiquement et celui obtenu par EF.

Lorsqu'on observe le synoptique de la Figure 128, on constate que le modèle électromagnétique est exécuté plusieurs fois dans la boucle thermique. Ceci ne pose pas de problème de temps de calcul lorsque que le modèle électromagnétique est analytique car son exécution est alors très rapide. Maintenant que des calculs par EF sont inclus, il n'est pas envisageable d'effectuer plusieurs fois le calcul (par EF) des inductances dont nous considérons qu'elles sont indépendantes de la température. En ce qui concerne le flux des

aimants cela est différent. Nous avons intégré la dépendance de l'induction rémanente avec la température dans la boucle thermique. Il faut donc actualiser, à chaque itération thermique, l'amplitude du flux. La manière dont nous procédons est la suivante :

- 1/ Un calcul par EF est mené initialement pour déterminer le rapport entre le flux calculé analytiquement et celui calculé par EF. Ce calcul est mené en dehors de la boucle thermique. En effet, ce rapport est indépendant du niveau de température auquel il est calculé.
- 2/ Nous entrons maintenant dans la boucle thermique où la forme d'onde du flux à vide (obtenue analytiquement), le modèle électrique et les pertes sont évalués.
- 3/ Le champ de température est calculé et les propriétés physiques, dont l'induction rémanente, sont mises à jour. L'itération thermique suivante se produit et une partie du modèle électromagnétique est reprise à l'étape 2.

De cette façon, il n'est nécessaire d'effectuer que quatre calculs par éléments finis en considérant des matériaux magnétiques linéaires. Les niveaux d'induction dans la machine, déterminés analytiquement, seront contraints à ne pas dépasser un certain seuil afin d'éviter la saturation. Ceci autorise l'utilisation de matériaux magnétiques linéaires pour le calcul par EF. Le synoptique résultant pour la seconde phase d'optimisation est donné en Figure 129. Le cas de la résistance électrique est toujours traité analytiquement.



**Figure 129 - Synoptique des modèles multiphysiques développés et de leurs couplages. Le modèle électromagnétique est remplacé par un modèle plus précis pour la seconde étape d'optimisation.**

Le passage du modèle analytique au modèle par EF linéaire pour la description des phénomènes électromagnétiques correspond à une multiplication du temps de calcul, pour le modèle complet, par un coefficient de l'ordre de 5 (0,8 s contre 3,9 s).

## ***II.B. Description de la méthode d'optimisation : l'algorithme génétique***

Comme cela a été écrit dans la première partie de ce mémoire, la résolution du problème d'optimisation se fera en employant un algorithme évolutionnaire, plus particulièrement de type génétique.

Ce choix est dicté par la nécessité de déterminer l'optimum global d'un problème de conception possédant des variables continues ou discrètes, et dont le modèle direct comporte des fonctions parfois non linéaires, non continues, non dérivables ou ne possédant pas d'expression analytique. Un autre argument en faveur du choix d'un algorithme génétique réside dans la représentation des solutions sous forme de front de Pareto lorsque des optimisations multi-objectifs sont réalisées. Généralement ce type de problème est traité avec plus de facilité lorsqu'un *Multi Objective Evolutionary Algorithm* (MOEA) est utilisé.

Nous présentons dans une première partie l'algorithme utilisé. Puis nous détaillerons sa mise en œuvre dans le cas d'optimisations multi-objectifs avec l'approche de Pareto.

### **II.B.1) Principe général**

L'algorithme génétique agit sur une « population d'individus ». Chaque individu est composé de « gènes ». Un gène correspond dans notre algorithme à une variable d'optimisation, car nous utilisons un codage réel des variables d'optimisation.

La fonction objectif est évaluée pour chacun des individus et ces derniers sont ensuite classés en fonction de leur pertinence. Puis les meilleurs individus de la population sont choisis et reconduits dans la prochaine population, les moins bons sont éliminés. À partir des meilleurs individus, la population complète est reconstruite à l'aide d'opérateurs génétiques. Ce processus est répété jusqu'à la convergence de l'algorithme ou jusqu'à la vérification d'un critère d'arrêt. Le synoptique de l'algorithme est décrit sur la Figure 130.

Nous apportons quelques précisions sur le fonctionnement de notre mouture d'algorithme génétique. Dans un premier temps, la version mono-objectif de l'algorithme est détaillée. Puis la version multi-objectifs sera exposée. Elle ne diffère de la première version que par le processus de classement des solutions. C'est donc cette unique étape qui sera décrite pour l'algorithme génétique multi-objectifs.

### **II.B.2) Population initiale**

Comme tout algorithme, il est nécessaire d'initialiser le processus. Dans notre cas d'étude, nous effectuons une optimisation sous contraintes qui rend difficile le choix d'une population initiale. En effet, on ne peut se permettre de choisir complètement aléatoirement la population initiale car il est peu probable d'obtenir des individus répondant positivement à toutes les contraintes qui sont imposées. Nous choisissons d'initialiser aléatoirement la population et d'y inclure quelques individus qui respectent les contraintes du problème. Ces individus ont été obtenus au préalable grâce au savoir-faire du concepteur.

### **II.B.3) Processus itératif**

#### **(a) Évaluation**

Le but de la routine est de converger vers l'optimum global de la fonction objectif. Pour atteindre ce dessein, il faut évaluer la fonction objectif (ou fonction de *fitness*) pour chaque individu. Cette étape constitue la phase d'évaluation de la fonction et correspond à l'exécution du modèle multiphysique. La fonction de *fitness* traduit la qualité des individus.

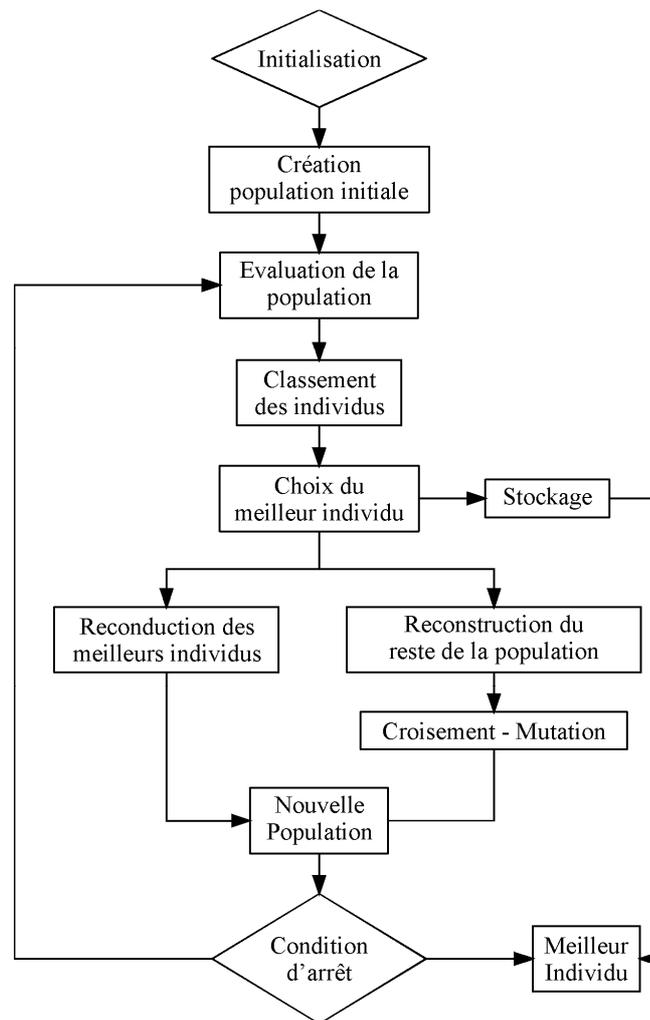


Figure 130 - Synoptique de l'algorithme génétique

Dans notre cas d'étude, ce peut être le rendement global du système, son coût en matières actives, le couple ou encore la masse de la machine du système...

### (b) Classement - Sélection

Ensuite, il faut mettre en œuvre un processus de sélection qui permet d'élire les individus qui vont participer à la formation de la population suivante. Avant de sélectionner les individus, il faut les classer suivant un critère, la fonction de *fitness*, qui dans notre cas est simplement la valeur de la fonction à optimiser.

Il existe ensuite plusieurs procédés de sélection qui sont employés par différents auteurs. Nous pouvons citer entre autres la sélection par tournoi (*tournament selection*) ou par roue biaisée.

[Zit00] a introduit un nouveau concept lors de l'étape de sélection : *l'élitisme*. L'élitisme est le fait d'intégrer dans une même population les meilleurs individus « parents » et les individus « enfants ». Il a été montré que cette pratique permet d'accélérer la convergence du processus d'optimisation. Nous mettons en œuvre ce principe dans notre routine d'algorithme génétique. La meilleure moitié de la population est conservée et la seconde

moitié éliminée. La partie éliminée est remplacée par des enfants créés par le jeu des croisements et mutations.

### (c) Croisement

Le croisement permet de générer la population suivante, à partir de la portion de population sélectionnée, en combinant les gènes des individus choisis. À l'origine, l'algorithme génétique utilisait des opérateurs génétiques binaires. Notre routine utilise des opérateurs génétiques qui agissent directement sur la valeur des gènes. On évite ainsi un transcodage dans le domaine binaire.

Le croisement a lieu à partir de deux ou plusieurs individus parents. Un individu fils est créé à partir d'une combinaison des gènes des parents. Cette opération permet de se rapprocher de l'optimum ; il s'agit de la phase d'*intensification* de la recherche.

Le croisement est géré par le seul coefficient de croisement. Un tirage aléatoire est réalisé et s'il est inférieur au coefficient de croisement alors un croisement a lieu entre deux individus de la population parente. Classiquement, le coefficient de croisement est compris entre 0,7 et 0,9 pour un algorithme codé en réel. Dans le cas contraire les enfants sont des copies des parents.

### (d) Mutation

Les mutations sont primordiales dans le processus de convergence vers l'optimum global. Elles permettent d'aller explorer l'espace des solutions de manière aléatoire. Ainsi, on évite de rester piégé par un optimum local ; il s'agit de la phase de *diversification* de la recherche. La mutation consiste à créer un individu fils à partir d'un individu parent en faisant évoluer aléatoirement tout ou partie des gènes de ce dernier. Théoriquement, les mutations permettent à elles seules de faire converger l'algorithme.

Elles sont gérées par le seul coefficient de mutation. Son principe d'application est le même que celui du coefficient de croisement. Classiquement, le coefficient de mutation est compris entre 0,01 et 0,1 dans le cas d'un algorithme codé en réel.

## II.B.4) Bilan

Les principes présentés ci-dessus sont communs à tous les algorithmes génétiques qu'on peut trouver dans la littérature. Nous appliquons tous ces principes dans notre routine génétique. On peut conclure en présentant les atouts et points faibles de ces algorithmes.

### *Avantages*

- Aucune hypothèse à formuler sur l'espace de recherche ;
- Solutions intermédiaires interprétables ;
- Adaptation rapide à de nouveaux environnements ;
- Coévolution (tournoi), parallélisme et distribution aisés ;
- Les représentations – dans les cas bi- et tri-objectifs – facilitent la compréhension ;
- La convergence de l'algorithme a été démontrée.

### *Inconvénients*

- Aucune garantie de solution optimale en un temps fini ;
- Initialisation de plusieurs paramètres ;
- Coût d'exécution important.

## II.B.5) Gestion des contraintes

Les problèmes d'optimisation que nous devons traiter seront contraints par les intervalles d'évolution des variables d'optimisation et par les valeurs autorisées pour les grandeurs de sortie des modèles. Nous avons opté pour une gestion simplifiée des contraintes : lorsqu'un individu ne respecte pas les contraintes, il se voit attribuer une mauvaise *fitness*, définie à l'avance. Ceci conduit à éliminer cet individu de la prochaine génération.

## II.C. Optimisation multi-objectifs : front de Pareto

Nous avons établi dans la Partie I que les problèmes d'optimisation multi-objectifs seront représentés sous la forme de fronts de Pareto et que les algorithmes génétiques constituent une solution pertinente. Il s'agit ici de décrire le principe de classement des solutions dans ce type d'algorithme lors d'une optimisation multi-objectifs.

### II.C.1) Principe de classement des individus

Notre algorithme est basé sur le NSGA-II de [Deb02] dont nous avons repris tous les principes en en simplifiant certains. L'algorithme NSGA-II fait partie de la famille des MOEA. La principale différence entre les divers MOEA réside dans le processus de classement des individus. Nous utilisons le principe de « non-dominance rangée », propre au NSGA-II. Pour chaque individu, nous déterminons s'il est dominé ou non-dominé. Nous rappelons qu'un individu est dominé s'il existe au moins un autre individu dont les fonctions de *fitness* sont au moins aussi bonnes et si au moins une des fonctions est strictement meilleure. En cas de non-dominance, nous admettons alors l'individu comme faisant partie du front de Pareto. L'objectif n'est pas uniquement de déterminer des individus appartenant au front de Pareto. En effet un problème qui n'apparaît pas immédiatement lorsqu'on traite de fronts de Pareto est la répartition uniforme des individus sur le front. Pour pallier ce problème, l'algorithme NSGA-II a introduit les notions de *crowding distance* et de *crowd comparison operator* pour classer les individus. Ces deux concepts sont expliqués ci-après.

#### (a) « Crowding distance »

Cette grandeur permet de donner une image de la densité d'individus sur le front de Pareto. Pour chaque individu, on calcule la distance euclidienne entre les individus à son voisinage, basée sur les  $m$  objectifs d'optimisation. Le principe de calcul de cette grandeur, pour un individu  $i$  est illustré sur la Figure 131.

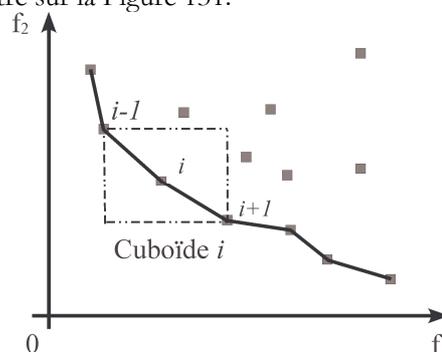


Figure 131 - Principe de calcul de la *crowding distance* pour un individu  $i$  ; les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont à minimiser. Elle correspond à la somme des longueurs des arêtes du cuboïde représenté.

Les individus aux frontières du front se voient assigner une distance infinie, de telle sorte qu'ils soient constamment reconduits dans la population suivante. Ceci participe évidemment à « l'étalement » du front de Pareto et à la recherche de solutions aux extrémités du front.

### (b) Classement suivant le principe de non-dominance rangée

Le classement s'effectue en deux étapes qui correspondent au principe du *crowd comparison operator*. Dans un premier temps on classe par ordre croissant les individus suivant le rang du front de Pareto auquel ils appartiennent :

- Lorsqu'une solution est non-dominée au sens de Pareto et qu'elle satisfait toutes les contraintes, on lui assigne le rang 0 ;
- Lorsqu'une solution est dominée par  $x$  individus et qu'elle satisfait toutes les contraintes, on lui assigne le rang  $x$  ;
- Dans le cas où la solution ne satisfait pas toutes les contraintes, on lui assigne le rang  $\infty$ .

Le classement suivant le rang du front est représenté sur la Figure 132.

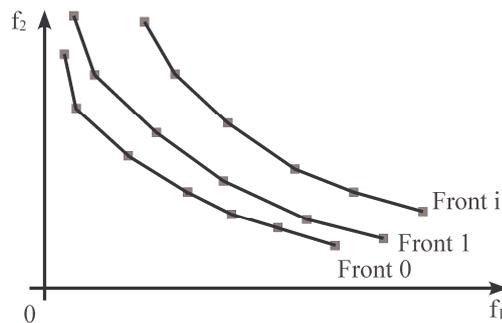


Figure 132 - Principe de rangement des différents fronts de Pareto ; les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont à minimiser.

Une fois que les individus sont classés suivant leur rang, les individus sont reclassés, à l'intérieur de chaque rang, par ordre décroissant suivant le critère de densité locale (*crowding distance*). De cette manière, les individus les plus isolés sur un front auront davantage de chance de se reproduire et de densifier le front à leur proximité. Lorsque le classement est effectué, on procède ensuite à la sélection et aux autres opérations classiques de l'AG.

L'algorithme tel que détaillé ne nécessite aucun paramètre de partage (*sharing parameter*) entre les différents objectifs à optimiser qui générerait la répartition uniforme des individus sur le front. Ceci constitue une évolution considérable par rapport aux premiers MOEA. Le principe de *crowding distance* a permis de remédier à ce problème de manière plus simple.

### II.C.2) Différence entre les versions mono et multi-objectifs

Dans les principes d'initialisation, d'évaluation, de reproduction, d'élitisme et de gestion des contraintes, rien ne change par rapport à l'optimisation mono-objectif. Seule l'étape de classement change et devient plus complexe dans le cas multi-objectifs.

### ***II.D. Difficultés dans l'approche séquentielle***

L'approche de conception optimale séquentielle trouve sa justification dans les écarts qui existent entre les résultats obtenus avec certains modèles simplifiés de la première phase et ceux fournis par des modèles plus fins utilisés lors de la seconde phase d'optimisation. Ces écarts peuvent être problématiques lors du passage de la première à la seconde phase. À la fin de la première phase, la solution possède des caractéristiques calculées sur la base des modèles analytiques et vérifie toutes les contraintes. Lorsqu'on traite cette solution avec les modèles de la seconde phase, il est possible qu'elle ne présente plus les mêmes performances et qu'elle ne respecte plus toutes les contraintes. On peut se retrouver, à la fin de la première phase, avec un (des) individu(s) qui n'est (ne sont) pas bon(s) pour la seconde étape. Ceci peut poser des problèmes de convergence pour la seconde séquence d'optimisation.

Nous avons mis en place un mécanisme permettant de surmonter cette difficulté. Il consiste à relâcher légèrement les contraintes – les solutions qui violent les contraintes le font légèrement ; les écarts entre les modèles analytiques et EF ne changent pas radicalement les performances des solutions – ce qui permet aux premières solutions optimales de respecter les contraintes. Les bornes sont ensuite resserrées progressivement jusqu'à revenir aux contraintes initiales. Ce faisant, la population peut se diversifier aux abords des premières solutions optimales et générer de nouveaux individus proches des solutions optimales mais qui vérifient les contraintes. Cette approche nécessite de doser la vitesse à laquelle les bornes se resserrent sous peine de ne pas trouver de solutions.

### ***II.E. Conclusion sur la mise en œuvre de l'approche de conception optimale séquentielle***

Nous avons détaillé les changements entre les modèles utilisés dans la première étape de la conception optimale séquentielle et ceux employés lors de la seconde phase. Le modèle électromagnétique, initialement analytique, est remplacé par une modélisation par EF. Ce faisant, la séquence des différents modèles au sein de la boucle thermique a été légèrement modifiée afin de limiter le nombre de calculs par EF. Cette attention particulière permet d'effectuer un nombre limité de calculs par EF, donc de ne pas faire croître démesurément les temps de calcul. Le passage de la première étape à la suivante peut poser quelques difficultés que nous avons mises en lumière. Une méthode permettant de respecter les contraintes, au moment du passage à la deuxième phase d'optimisation, a été proposée et sera employée dans les prochains dimensionnements.

La méthode d'optimisation qui sera utilisée dans la résolution de nos problèmes d'optimisation est un algorithme génétique mono ou multi-objectifs. Les qualités intrinsèques de ce type d'algorithme ont été présentées et justifient son choix vis-à-vis du type de variables et de fonctions que nous avons à traiter. La recherche d'optimum global va également dans le sens de ce choix. Les versions mono et multi-objectifs de l'algorithme employé ont été exposées afin que le lecteur puisse se familiariser avec la taxinomie et le principe de fonctionnement de ce type d'algorithme. La suite concerne l'application de la méthode de conception optimale hybride séquentielle qui vient d'être exposée au dimensionnement de systèmes d'entraînement rapides.

---

## III. Application à la conception de systèmes d'entraînement

---

Dans ce chapitre nous appliquons la méthodologie présentée précédemment au dimensionnement de deux systèmes d'entraînement.

Le premier système d'entraînement correspond à une application de type compresseur centrifuge qui fonctionne à 20 000 tr/min et développe 30 kW. L'objectif dans ce dimensionnement est de maximiser le rendement total du système et d'en réduire le coût. Il s'agit donc d'optimisations multi-objectifs qui déboucheront sur un ensemble de solutions représentées sous forme d'un front de Pareto. Ce système est composé d'un onduleur triphasé à 3 bras associé à une machine connectée en étoile. Ceci est le cas le plus classique. Il est inutile dans ces conditions de considérer la composante homopolaire dans la modélisation électrique.

Le second système d'entraînement est conçu pour des applications génériques. La machine doit alors tourner à 7 200 tr/min. L'objectif de la conception est de maximiser le couple (dans un volume donné) qu'il est possible de produire. Le système sera composé de la machine associée soit à 3 onduleurs monophasés, soit à un onduleur triphasé à 3 bras.

Avant d'aborder ces deux dimensionnements, nous présentons une démarche de conception de type « ingénieur » appliquée à une machine rapide. Cela permettra de mettre en lumière la nécessité d'une conception du système complet telle que celle que nous proposons.

### ***III.A. Un exemple de démarche de conception type « ingénieur »***

Nous détaillons ici les problèmes que peuvent rencontrer les concepteurs de machines électriques lorsqu'il s'agit de haute vitesse. Dans un premier temps, nous présentons un cahier des charges réel. Puis nous détaillerons un type de réponse qui peut être apportée par le concepteur.

#### **III.A.1) Cahier des charges pour une application de type compresseur**

Dans ce cahier des charges, seule la machine est concernée. En simplifiant le cahier des charges, les caractéristiques de la machine sont les suivantes. Elle doit être capable de fournir 108 kW à 20 600 tr/min, être à aimants et refroidie par une chemise à huile. Le bobinage sera préférentiellement connecté en étoile et la tension nominale est de 385 V. L'onduleur de tension qui alimente la machine est déjà spécifié : il est à 3 bras et sa fréquence de découpage maximale est 3 kHz.

#### **III.A.2) La démarche de conception usuelle**

Le concepteur confronté à ce problème commence par vérifier les fréquences électriques mises en jeu. Une vitesse de rotation de 20 600 tr/min correspond à une fréquence électrique de 343 Hz dans le cas d'une machine à 2 pôles. Les habitudes de conception suggèrent que la fréquence de découpage soit au moins égale à 12 fois la fréquence du fondamental afin d'assurer une forme d'onde de courant sans distorsion excessive. Or  $12 \cdot 343 = 4120$  Hz. Nous constatons à ce stade une incompatibilité entre la

fréquence de découpage maximale donnée par le cahier des charges et les habitudes de conception de machines. Nous n'avons évoqué pour le moment que le cas de la fréquence. Les autres particularités de la haute vitesse n'ont pas été abordées que déjà des difficultés de conception apparaissent. Cela peut conduire dans une impasse et mettre fin au processus de conception. Ce problème ne peut être résolu que par une approche de conception globale de l'onduleur et de la machine.

### III.B. Première application

Dans ce paragraphe, nous appliquons la méthodologie de conception développée au cas d'un système d'entraînement devant fournir 30 kW à 20 000 tr/min et destiné à une application de type compresseur centrifuge. La machine possèdera une voie d'enroulement, sera connectée en étoile et l'onduleur, triphasé à 3 bras, sera connecté à un bus continu de 500 V.

Les objectifs de ce dimensionnement sont de minimiser le coût total du système et de maximiser le rendement total du système. Il s'agit d'un problème d'optimisation multi-objectifs dont nous fournirons la solution sous forme d'un front de Pareto en deux dimensions.

#### III.B.1) Variables d'optimisation

Les variables du problème d'optimisation concernent les grandeurs géométriques de la machine, l'angle de calage du vecteur tension dans le repère  $dq$ , l'induction rémanente des aimants, le nombre de conducteurs par encoche et par couche de bobinage, le diamètre du fil élémentaire et enfin les paramètres caractérisant la MLI – la profondeur et l'indice de modulation. Ces variables évoluent dans des intervalles bornés qui sont donnés dans le Tableau XV.

TABLEAU XV - VARIABLES D'OPTIMISATION ET LEURS BORNES DANS LE CAS DE LA PREMIERE APPLICATION

Paramètre	Borne inf.	Borne sup.
$k_{alesage}$	0,2	0,8
$k_{dent}$	0,2	0,8
$k_{enc}$	0,2	0,8
$R_{ext}$	0,040	0,100
$L_{act}$	0,050	0,250
$e$	0,001	0,010
$e_a$	0,0005	0,010
Angle tension	0	180
$B_{r0}$	1,05	1,30
$k_{aim}$	0,2	0,8
$k_{moy}$	0,2	0,8
$k_{pied\_dent}$	0,2	0,8
Conducteur/enc/etage	1	40
$m$	1	40
$r$	0	1
$D$	$0,03 \cdot 10^{-3}$	0,005

Les variables d'optimisation continues puis discrètes sont détaillées dans ce qui suit.

*Variables continues*

$$k_{alesage} = \frac{R_{ales}}{R_{ext}}$$

$$k_{dent} = \frac{l_{dent}}{p_{dent}}$$

$$k_{enc} = \frac{h_{dent}}{R_{ext} - R_{ales}}$$

$$k_{aim} = \frac{R_{moy}}{R_r}$$

$$k_{moy} = \frac{R_{arb}}{R_{moy}}$$

$$k_{pied\_dent} = \frac{2l_{pied\_dent}}{p_{dent} - l_{dent}}$$

$R_{ext}$ ,  $R_{ales}$ ,  $R_{moy}$ ,  $R_{arb}$ ,  $L_{act}$ ,  $e$ ,  $e_a$  : correspondent respectivement au rayon extérieur, au rayon d'alésage, au rayon du moyeu, au rayon d'arbre, à la longueur active, à l'entrefer et à l'épaisseur des aimants.

$B_{r0}$  : correspond à l'induction rémanente des aimants à 20 °C.

*Angle tension* : correspond à l'angle entre le vecteur tension et l'axe  $d$  du repère  $dq$  tournant au synchronisme.

$r$  : correspond à la profondeur de modulation (amplitude de la sinusoïde de référence).

*Variables discrètes*

*Conducteur/enc/etage* : correspond au nombre de conducteurs par encoche et par couche de bobinage.

$D$  : correspond au diamètre du fil élémentaire. Cette variable prend ses valeurs parmi les diamètres normalisés par la norme CEI 60317.

$m$  : correspond au rapport entre la fréquence de découpage et la fréquence du fondamental.

### III.B.2) Paramètres fixés

Certaines grandeurs du système sont fixées en début d'optimisation. Le nombre de paires de pôles, selon ce qui est décrit dans la littérature, doit être relativement faible. Néanmoins le système de maintien des pièces polaires ne permet pas de descendre en deçà de six pôles, car les pièces polaires risquent alors de s'infléchir au point de libérer les aimants. Le nombre de paires de pôles est donc fixé à 3.

Afin de réduire les perturbations (pertes et ondulations de couple) dues aux harmoniques d'espace, un bobinage à pas raccourci est choisi. Avant de fixer le pas de bobinage, il faut connaître le nombre d'encoches. Ce type de bobinage est souvent inséré à la main dans les encoches. Afin de faciliter le travail d'insertion manuelle par les opérateurs, une ouverture d'encoche importante est requise. En conséquence, on évitera de choisir un trop grand nombre d'encoches par pôle, pour ne retenir que deux encoches par pôle et par phase. Ceci est la configuration minimale pour réaliser un bobinage à pas raccourci. Dans cette situation, nous choisissons un pas 5/6 qui permet de réduire l'amplitude des premiers harmoniques d'espace significatifs, les harmoniques de rangs 5 et 7.

Le dernier paramètre fixé est le nombre de circuits en parallèle. Il n'y aura qu'une seule voie d'enroulement, tous les conducteurs seront connectés en série dans une phase.

### III.B.3) Contraintes d'optimisation

Le problème d'optimisation est contraint par plusieurs aspects de la physique : thermique, mécanique, magnétique et électrique. Les diverses contraintes sont répertoriées dans le Tableau XVI.

TABLEAU XVI - DEFINITION DES CONTRAINTES D'OPTIMISATION DANS LE CAS DE LA PREMIERE APPLICATION

Paramètre	Contrainte
$T_{cu}$ [°C]	< 130
$T_{IGBT}$ [°C]	< 120
$T_{Diode}$ [°C]	< 120
$\sigma_{queue}$ [MPa]	< 300
$\sigma_{arbre}$ [MPa]	< 300
$\sigma_{moyeu}$ [MPa]	< 300
$f_r$ [m]	< $e/10$
$\Omega_{c1}$ [tr/min]	> $1,25\Omega$
$Ha_{dem}$ [A/m]	> $H_g$
$B_{culasse}$ [T]	< 1,4
$B_{dent}$ [T]	< 1,5
Ondulation couple [N.m]	< 4,5

Les contraintes thermiques assurent que la température des puces semi-conductrices est en deçà d'un niveau à partir duquel un phénomène d'emballement thermique conduirait à leur destruction ; la température maximale du bobinage quant à elle, est fixée en accord avec le grade des isolants utilisés. Concernant les aspects mécaniques, il y a des contraintes d'optimisation posées sur les contraintes mécaniques dans les pièces du rotor afin d'éviter leur destruction. La contrainte de déformation statique sur la flèche impose que la variation de l'entrefer ne soit pas trop importante afin de ne pas détériorer excessivement les performances électromagnétiques. La contrainte de déformation dynamique (première vitesse critique) évite de concevoir un rotor proche de sa première vitesse critique, donc prévient les résonances mécaniques destructrices. Viennent ensuite les contraintes magnétiques. La contrainte de démagnétisation des aimants assure que les aimants ne soient pas démagnétisés par la réaction magnétique d'induit dans le cas où celle-ci est en opposition du flux des aimants. Les contraintes d'induction maximale dans les dents et la culasse sont fixées afin d'assurer un comportement linéaire des matériaux et donc de veiller à ce que les hypothèses des modèles électromagnétique et électrique soient vérifiées. La dernière contrainte imposée concerne la qualité du couple et fixe les ondulations de couple admissibles.

### III.B.4) Résultats d'optimisation

L'implémentation de la modélisation analytique multiphysique et de la méthode d'optimisation est faite sous Matlab®. Les calculs par éléments finis du modèle électromagnétique sont réalisés par le logiciel FEMM© qui peut être piloté par Matlab®. La méthodologie de conception adoptée nécessite donc de faire de la co-simulation entre les deux logiciels précédemment cités.

Le problème présenté ci-avant est résolu par l'utilisation d'un algorithme génétique. La première étape d'optimisation met en œuvre 300 individus sur 500 générations. Le temps d'exécution de cette phase est de l'ordre de 27 heures. Le temps de calcul de la seconde phase d'optimisation est de l'ordre de 6,5 jours pour une population de 300 individus sur 150 générations. L'algorithme converge vers un ensemble de solutions représentées par le front de Pareto de la Figure 133.

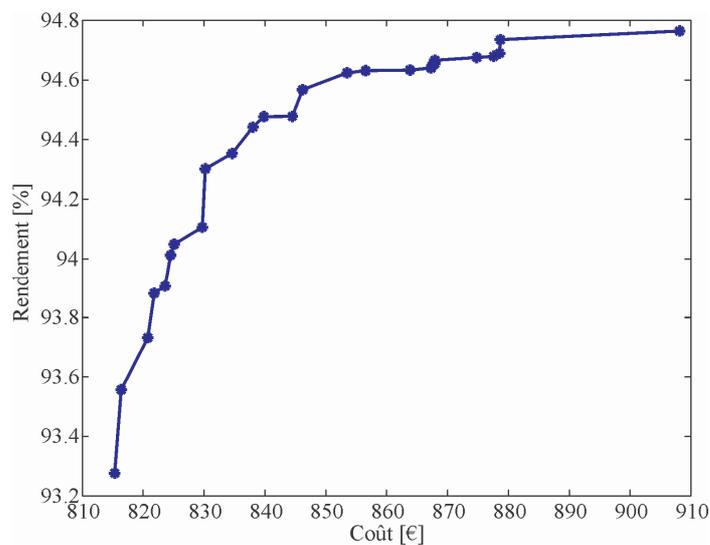
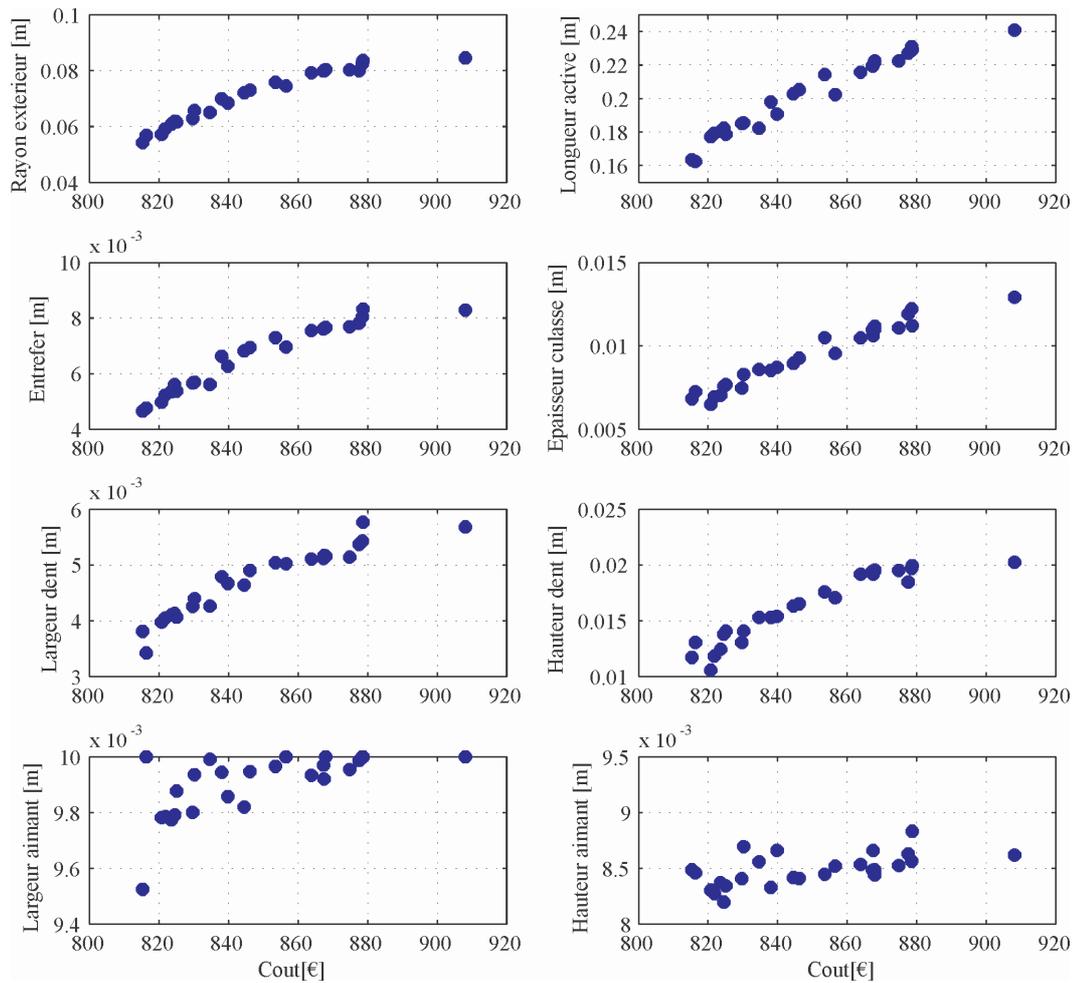


Figure 133 - Front de Pareto à l'issue du processus d'optimisation

La première constatation est que l'algorithme a effectivement convergé vers un front de Pareto dont l'allure est satisfaisante. Ceci indique le bon comportement de la méthodologie adoptée. Le front présente deux asymptotes et un « coude » dans sa zone centrale. Comme on s'y attendait, une augmentation du rendement passe nécessairement par une augmentation du coût. L'ensemble des solutions trouvées est borné par les solutions extrêmes {815 € ; 93,28 %} et {908 € ; 94,76 %}.

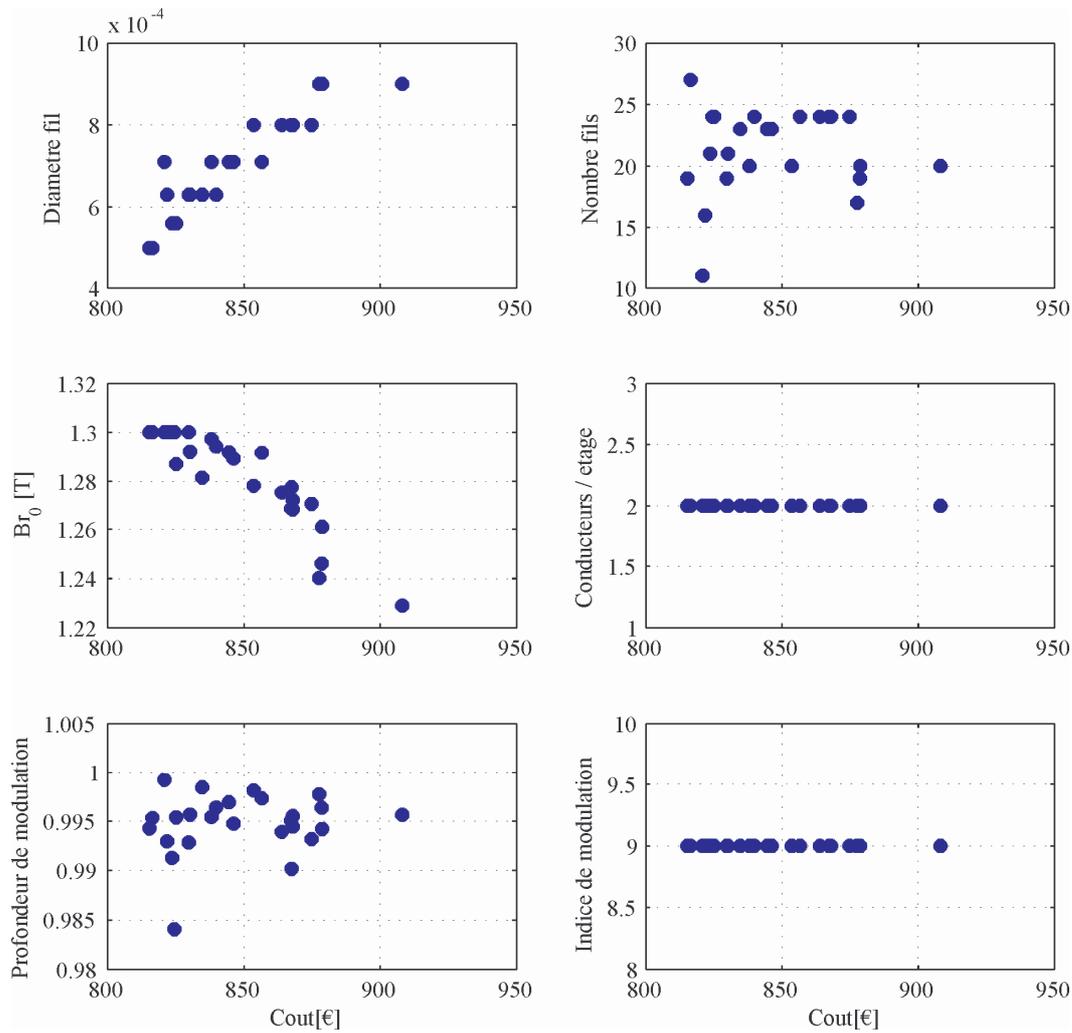
#### *Évolution des variables et des contraintes le long du front de Pareto*

La Figure 134 présente l'évolution des variables géométriques les plus intéressantes le long du front de Pareto, en fonction du coût.



**Figure 134 - Évolution des variables d'optimisation (de nature géométriques) d'intérêt le long du front de Pareto**

On constate qu'afin d'accroître le rendement, les dimensions des machines ont tendance à croître. Ainsi l'augmentation des dimensions du stator permet de réduire l'induction magnétique et les pertes fer associées. L'accroissement de l'épaisseur d'entrefer tend à produire le même effet et à réduire les pertes aérodynamiques. L'augmentation de la hauteur des dents, donc de la surface d'encoche, autorise une réduction de la densité de courant et des pertes par effet Joule dans le bobinage. En revanche, on note que la largeur des aimants atteint la borne haute de son intervalle d'évolution pour l'ensemble des solutions du front. La hauteur des aimants, elle, reste dans une bande comprise entre 8 et 9 mm.



**Figure 135 - Évolution de variables d'optimisation (non géométriques) d'intérêt le long du front de Pareto**

L'analyse des variables constituant le bobinage mène aux constatations suivantes. En se rappelant que le diamètre du fil élémentaire est variable, à nombre de conducteurs et surface d'encoche fixés, le nombre de fils constituant un conducteur varie en conséquence. Ces deux grandeurs sont représentées en Figure 135. On y constate le caractère discret du diamètre de fil et on observe que le nombre de fils trouve un équilibre entre 11 et 27. Le nombre de fils ne tend pas vers l'infini car il y aurait alors une augmentation des pertes par effet Joule due à une augmentation des courants de circulation entre les fils élémentaires. L'induction rémanente des aimants se retrouve en butée pour les faibles coûts et baisse avec l'augmentation du rendement. Cette dernière passe par une diminution des niveaux d'induction (pour réduire les pertes fer), qui peut être obtenue par une augmentation des dimensions géométriques ou par une diminution de l'induction rémanente des aimants.

Le nombre de conducteurs par encoche et par couche de bobinage est invariant le long du front de Pareto et vaut 2. Cela correspond à 24 spires par phase. L'analyse du nombre de spires doit être menée conjointement avec celle de la profondeur de modulation de la MLI. Celle-ci atteint sa limite haute (1) sur l'ensemble du front de Pareto. Une profondeur de modulation plus faible induirait des pertes fer plus importantes comme

expliqué dans la Partie II. Le nombre de spires ne peut pas être augmenté davantage sinon la tension aux bornes de la machine ne pourrait pas être fournie par l'onduleur. Il peut être divisé, au maximum, par deux mais cela entraînerait une diminution de la profondeur de modulation et une augmentation des pertes fer comme expliqué précédemment. Finalement, on peut noter qu'il y a peu de marge sur le nombre de spires vis-à-vis du niveau de tension. C'est là une des difficultés dans la conception de machines rapides. On peut se retrouver dans une situation où le nombre de spires ne peut excéder l'unité. La dernière variable, l'indice de modulation, est invariante le long du front et vaut 9. Celle-ci doit être analysée de pair avec la contrainte sur les ondulations de couple.

Les grandeurs contraintes les plus intéressantes sont illustrées sur la Figure 136.

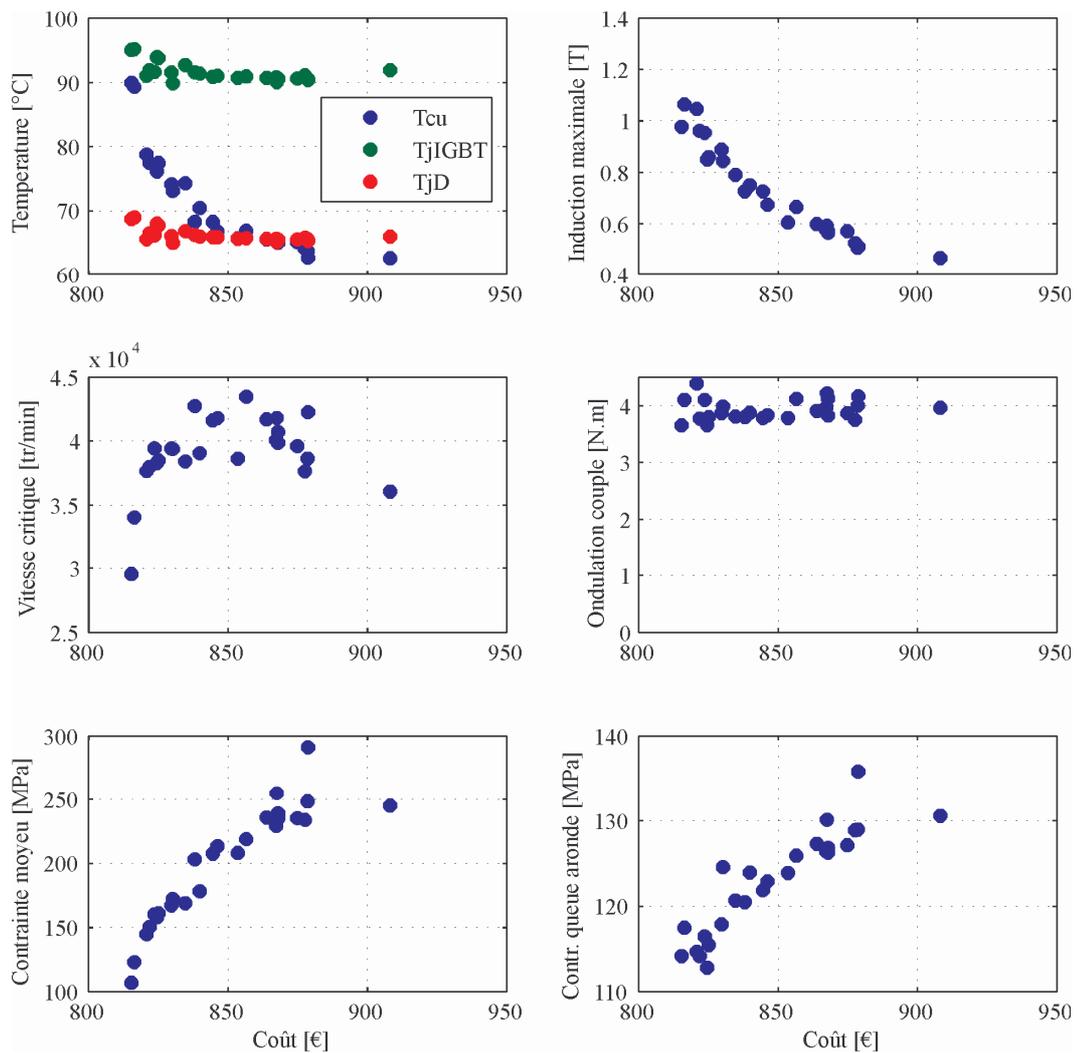


Figure 136 - Évolution des contraintes d'optimisation d'intérêt le long du front de Pareto

Débutons par la contrainte sur les ondulations de couple. Celles-ci sont très proches de leur limite haute sur tout le front. On conçoit qu'une diminution de la fréquence de découpage induirait des harmoniques de courant et des ondulations de couple plus importants. Voici la raison pour laquelle la fréquence de découpage, relativement peu élevée (9 fois celle du fondamental), ne peut être choisie plus faible. La température maximale dans

le cuivre diminue lorsque le rendement augmente le long du front de Pareto. L'augmentation du rendement, donc la diminution des pertes, permet de réduire l'échauffement de la machine. C'est un constat classique. Les températures de jonction des semi-conducteurs sont sensiblement constantes sur l'ensemble des solutions. La contrainte de vitesse critique décroît lorsqu'on se rapproche des coûts les plus faibles – cela correspond à la diminution des dimensions radiales et axiales de la machine –, arrive en butée et contraint le dimensionnement. Les contraintes mécaniques dans le moyeu et dans la queue d'aronde sont croissantes avec l'augmentation du coût – donc des dimensions – car les pièces polaires grossissent et la force centrifuge croît. La contrainte sur la queue d'aronde reste à un niveau intermédiaire alors que la contrainte dans le moyeu peut atteindre sa limite haute et contraindre le dimensionnement. Finalement, il faut noter le niveau d'induction maximal dans le circuit magnétique. Celui-ci est inférieur au niveau de saturation des matériaux magnétiques. La machine fonctionne en régime linéaire, comme cela est habituellement le cas dans les machines rapides.

### Évolution de grandeurs de sortie d'intérêt

Nous pouvons visualiser la répartition des pertes dans le système. Les pertes dans la machine (par effet Joule, fer, aérodynamiques et par courants de Foucault dans les aimants) et les pertes dans l'onduleur sont données en Figure 137.

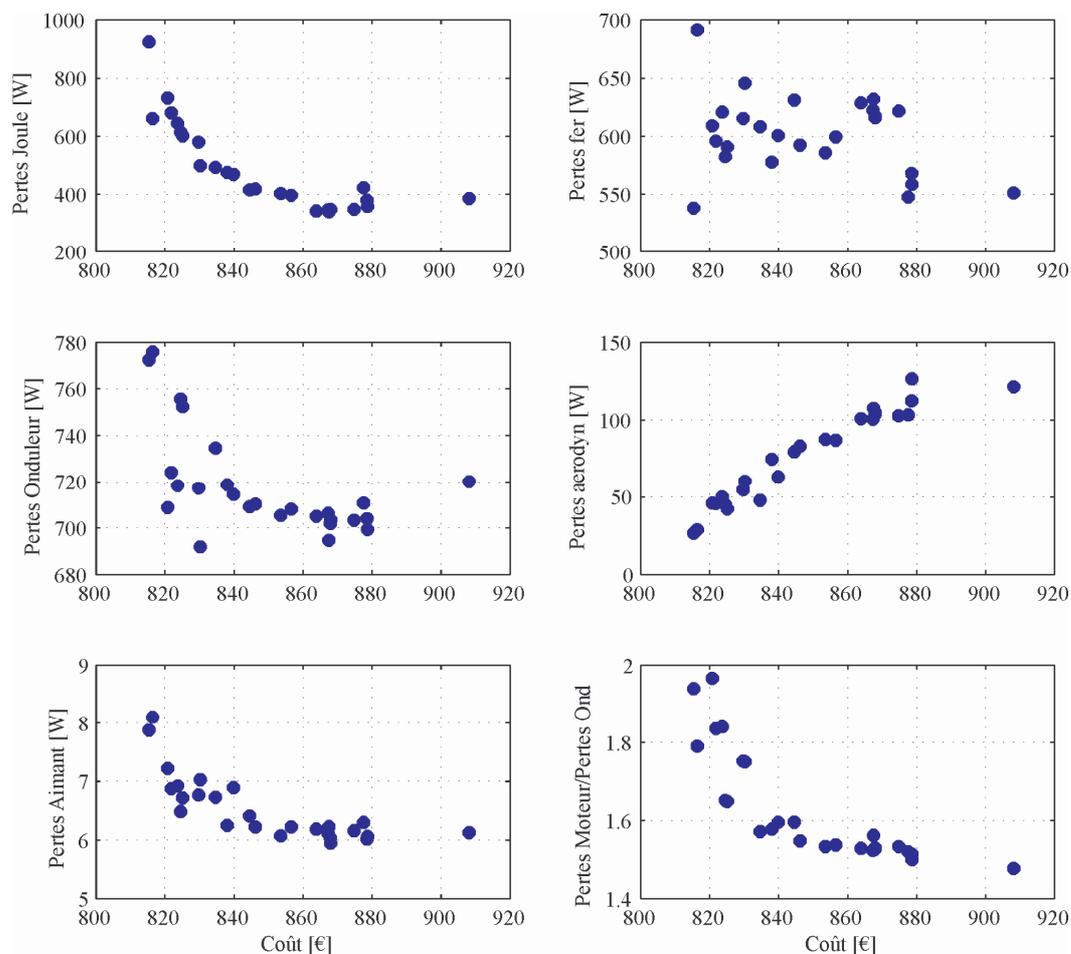


Figure 137 - Évolution des pertes dans le système le long du front de Pareto

On peut noter le rapport entre les pertes par effet Joule et fer (compris entre 0,5 et 1,8), qui est largement supérieur à ce qu'on peut observer sur des machines à faible vitesse de rotation. Les pertes aérodynamiques sont à un niveau non négligeable malgré un entrefer important ; ce qui justifie leur évaluation pour estimer leur influence sur le rendement et sur l'échauffement de la machine. Les pertes dans les aimants sont à un niveau relativement faible. Elles n'impactent pas significativement le rendement mais elles sont essentielles dans l'évaluation du champ de température de la machine. Sur l'ensemble des solutions du front de Pareto, l'élévation de température des aimants due aux pertes dans ces derniers est approximativement de 2°C. Finalement, les pertes dans l'onduleur présentent des valeurs sensiblement constantes et importantes. En effet, elles représentent 30 à 40 % des pertes totales du système. Cette proportion importante justifie à elle seule la nécessité de considérer le système dans son ensemble lors de la phase de conception pour répartir de manière optimale les pertes entre la machine et l'onduleur.

Ensuite, nous pouvons observer le comportement des différentes composantes du coût des matières premières du système. Celles-ci sont données en Figure 138.

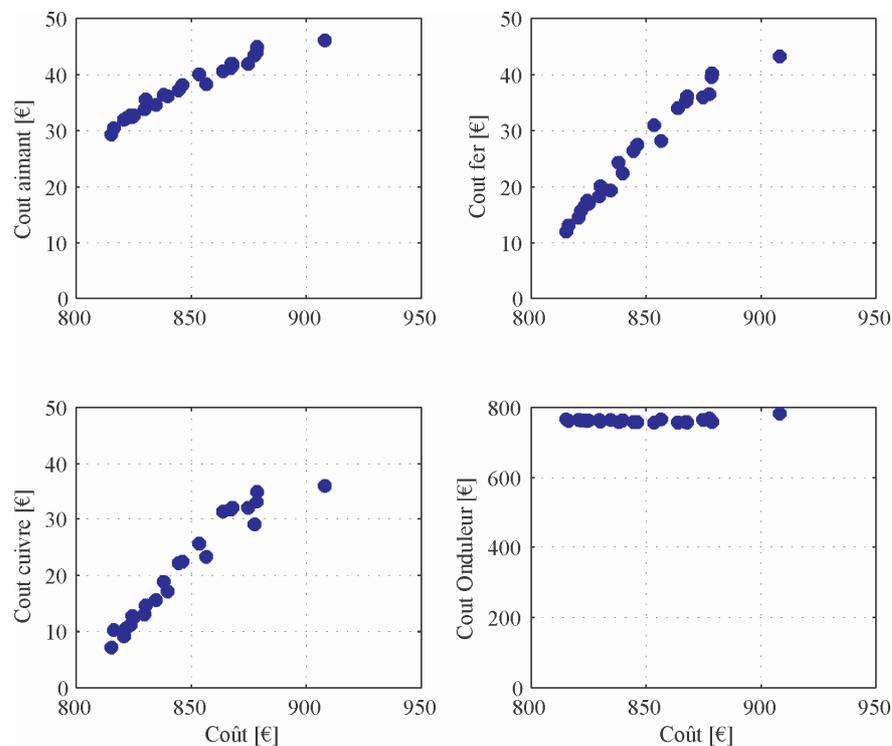
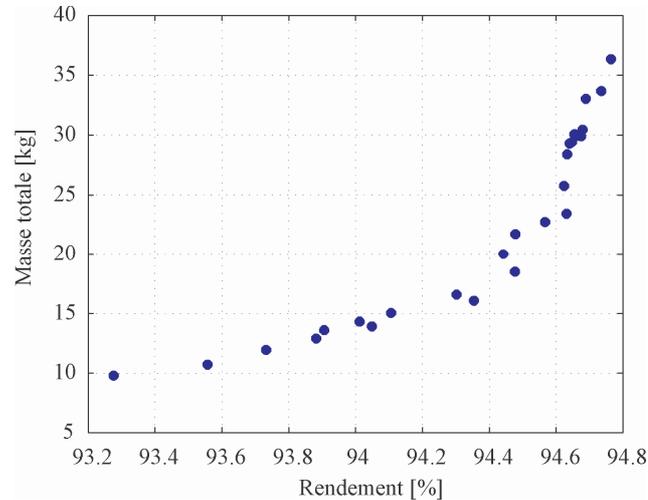


Figure 138 - Évolution des coûts du système le long du front de Pareto

On constate que le coût de l'onduleur est quasi-constant. Ceci était attendu étant donné que son coût dépendant de la puissance de sortie du système d'entraînement et de la fréquence de découpage. Or ces deux grandeurs sont constantes dans les résultats que nous obtenons. Le coût des matières actives de la machine croît avec les dimensions de la machine et l'augmentation du rendement. Ce constat est logique. Finalement, on peut remarquer le poids relativement faible du moteur dans le coût des matières premières du système, au maximum 15 % du coût total.

En dernier lieu, il est possible d'observer l'évolution de la masse des machines le long du front de Pareto. À cet effet, nous représentons en Figure 139 la masse en fonction du rendement et non en fonction du coût comme présenté précédemment.



**Figure 139 - Évolution de la masse des machines en fonction du rendement du système**

L'analyse de la Figure 139 illustre un résultat bien connu qui est l'augmentation du rendement conjointement à l'augmentation de la masse de la machine. On note une évolution lente de la masse de la machine pour les faibles rendements alors que cette évolution est plus prononcée pour les hauts rendements. La masse peut être choisie comme objectif d'optimisation dans le cas d'applications sensibles sur ce point telles que les applications embarquées aéronotiques et aérospatiales.

### **Remarques générales**

Les résultats optimaux relatifs à cette première application présentent des caractéristiques usuelles des machines synchrones à aimants rapides : l'entrefer est important et les niveaux d'induction sont peu élevés. Ce dimensionnement met également en lumière le problème du niveau de tension et l'importance des contraintes mécaniques.

La modélisation du système complet et de certaines interactions a permis d'ajouter une contrainte sur les ondulations de couple. Cette contrainte inhabituelle se trouve être très proche de la saturation (on peut considérer la contrainte comme saturée) et limite l'espace des solutions.

Le rapport entre les pertes par effet Joule et fer est à noter car il est tout à fait différent de ce qui s'observe dans les machines plus classiques ; la proportion de pertes fer est plus importante à haute vitesse. Concernant la répartition des pertes, il convient de souligner que les pertes dans l'onduleur représentent une part importante des pertes totales du système. À ce titre, il est nécessaire de considérer les deux éléments, onduleur et moteur, simultanément afin de trouver l'optimum global vis-à-vis du rendement du système.

Le coût des matières premières du système est en grande partie dépendant du coût de l'onduleur. L'augmentation de la vitesse de rotation des machines permet d'augmenter la puissance massique. Or à puissance de sortie égale, une machine rapide sera plus petite, et moins chère, qu'une machine lente. En revanche, l'onduleur sera toujours de même calibre et son prix restera constant. Dans les systèmes d'entraînement à haute vitesse, le coût des matières premières de la machine est faible devant celui de son électronique d'alimentation. Toutefois le fonctionnement à haute vitesse de la machine impose des opérations de

fabrication plus onéreuses (équilibrage plus précis, roulements à haute vitesse ou paliers magnétiques...) qui font remonter la participation de la machine dans le coût final du système.

### III.B.5) Choix et analyse de solutions particulières

Le front de Pareto obtenu rassemble l'ensemble des compromis entre le rendement global du système et son coût. Le concepteur doit ensuite faire un choix parmi cet ensemble de solutions. Ce choix final peut se faire en ne considérant que le front de Pareto et les contraintes de coût et de rendement que peut se fixer le concepteur. La décision peut également se faire en observant simultanément le front de Pareto et l'évolution de certaines autres grandeurs le long du front. Ainsi pour deux solutions très proches sur le front, l'une peut présenter un ratio *coût fer/coût cuivre* plus élevé que la seconde et obtenir la préférence du concepteur. L'argument de ce dernier est de privilégier le fer car son cours est moins fluctuant que celui du cuivre. Le raisonnement qui vient d'être tenu sur le coût de la machine peut être tenu de la même manière sur d'autres grandeurs et avec des critères différents.

Dans la suite nous choisissons de présenter plus en détail les deux solutions aux extrémités du front : le système {815 € ; 93,28 %} et celui {908 € ; 94,76 %}.

#### ***Machine de coût minimal {815€ ; 93.28%}***

La machine du système d'entraînement de plus faible coût est présentée en Figure 140. Nous donnons également, en Figure 141, les formes d'ondes des grandeurs électriques, interfaces entre onduleur et machine. Les résultats du calcul du modèle électromagnétique, réalisé par EF, sont donnés en annexe V.A.1) (p. 232).

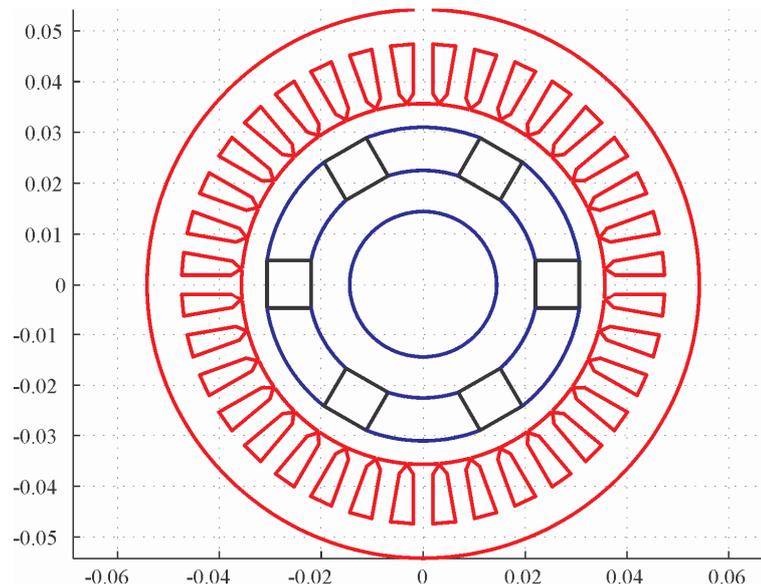
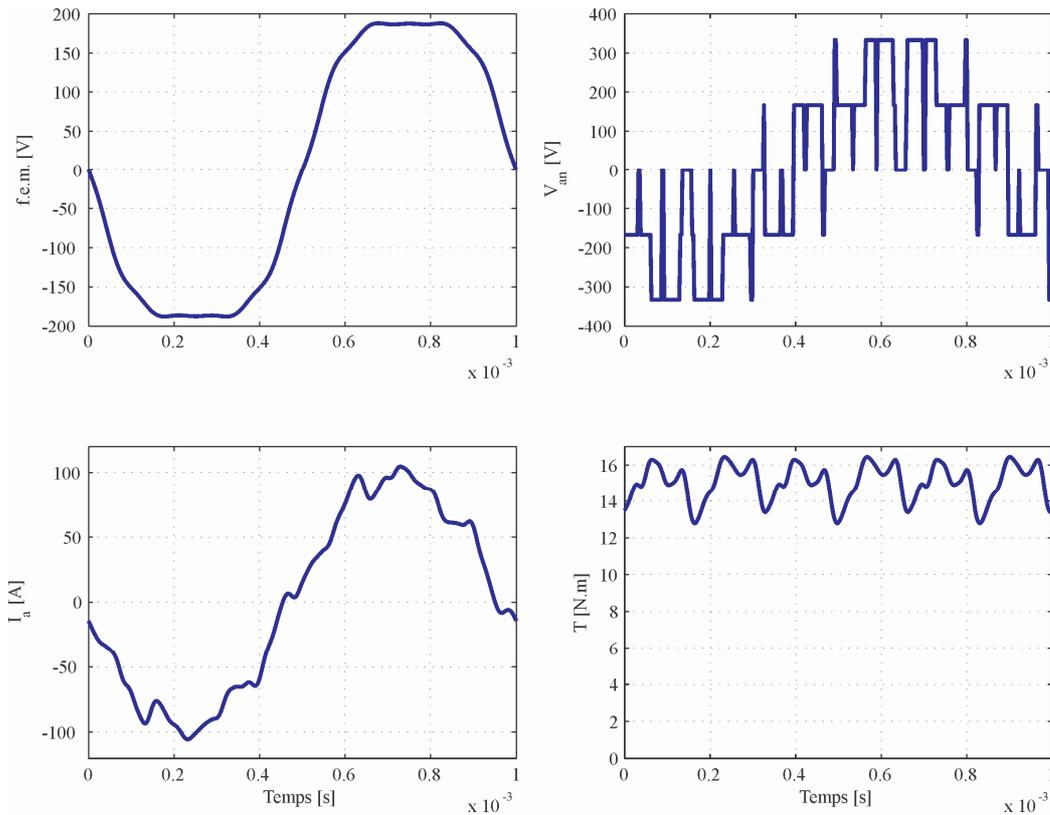


Figure 140 - Coupe radiale de la machine du système d'entraînement de plus faible coût



**Figure 141 - Formes d'ondes de la f.é.m., de la tension, du courant d'une phase et du couple sur une période électrique, obtenues par exécution des modèles électromagnétique et électrique.**

La forme d'onde de la f.é.m. n'est pas sinusoïdale, ce qui conforte l'approche choisie – l'intégration des harmoniques de f.é.m. dans le calcul du courant et du couple – lors de la modélisation électrique et de la formulation du couple. On peut observer la tension MLI (phase-neutre) appliquée à la machine et le courant résultant qui est absorbé. Ce dernier possède des harmoniques qui peuvent contribuer à créer des ondulations de couple. Par ailleurs le couple de détente a été calculé *a posteriori* et présente une amplitude inférieure à 0,1 N.m, il est donc complètement négligeable.

Nous pouvons analyser les interactions entre les éléments du système du point de vue des pertes. L'augmentation des pertes par effet Joule due aux harmoniques de courant est de 1,1 %, ce qui est tout à fait négligeable ; d'où l'intérêt d'avoir inclus le diamètre du fil élémentaire dans les variables d'optimisation. Les coefficients d'augmentation des pertes fer due à la MLI valent respectivement 1,21 et 1,14 pour  $\chi$  (coefficient d'augmentation des pertes par courants de Foucault) et  $\eta$  (coefficient d'augmentation des pertes par hystérésis). Finalement, les pertes dans les aimants, dues aux harmoniques de temps des courants, valent 7,9 W. Elles n'auraient pu être calculées sans une modélisation électrique fine.

### ***Machine de rendement maximal {908 € ; 94,76 %}***

La machine du système d'entraînement de rendement maximal est présentée en Figure 142. Nous donnons également, en Figure 143, les formes d'ondes des grandeurs électriques, interfaces entre l'onduleur et la machine. Les résultats du calcul du modèle électromagnétique, réalisé par EF, sont donnés en annexe V.A.2) (p. 234).

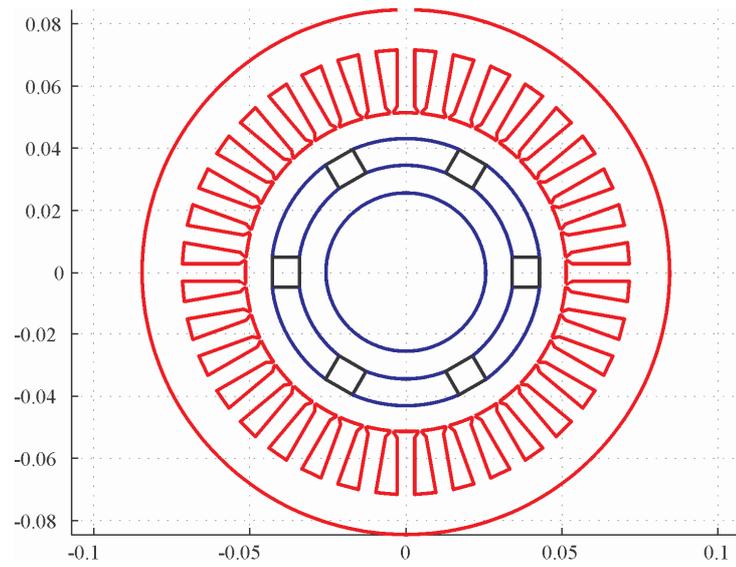


Figure 142 - Coupe radiale de la machine du système d'entraînement de plus fort rendement

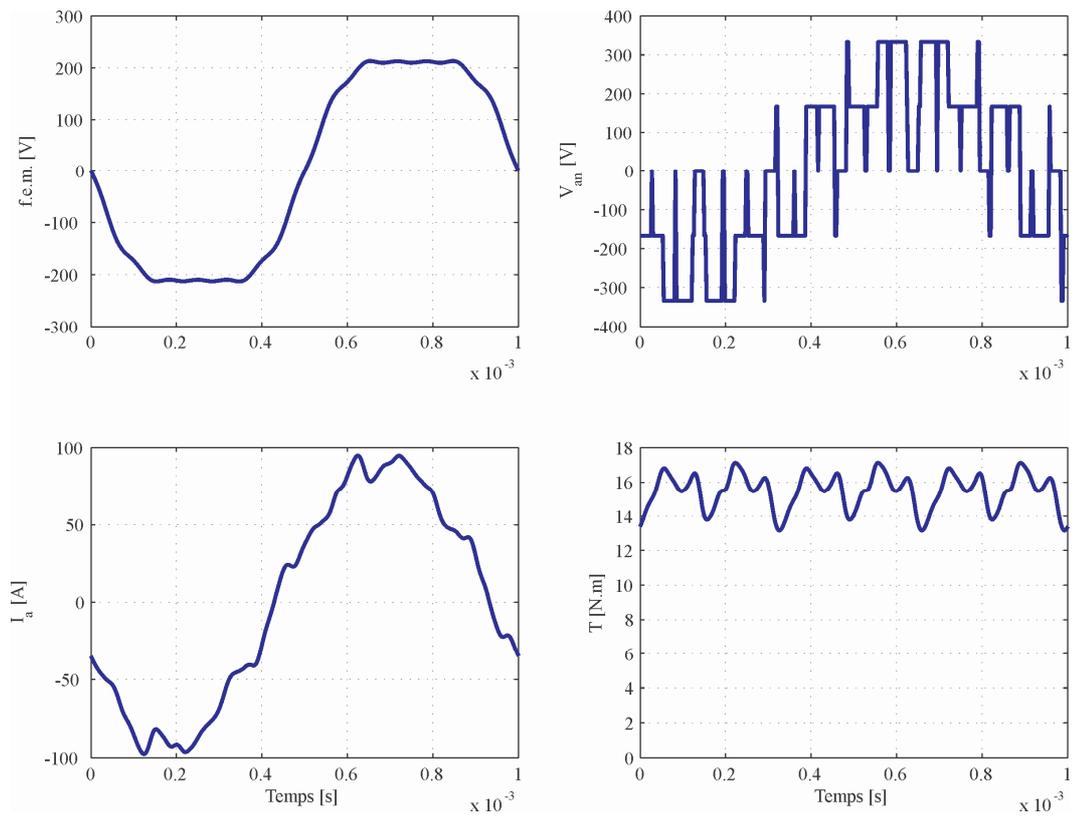


Figure 143 - Formes d'ondes de la f.é.m., de la tension, du courant d'une phase et du couple sur une période électrique, obtenues par les modèles électromagnétique et électrique.

Nous pouvons faire les mêmes remarques que pour le système d'entraînement précédent. Le couple de détente présente une amplitude inférieure à 0,1 N.m. L'augmentation des pertes par effet Joule due aux harmoniques de courant est de 2,1 %. Les coefficients d'augmentation des pertes fer due à la MLI valent respectivement 1,21 et 1,14 pour  $\chi$  (coefficient d'augmentation des pertes par courants de Foucault) et  $\eta$  (coefficient d'augmentation des pertes par hystérésis). Finalement, les pertes dans les aimants, dues aux harmoniques de temps des courants, valent 6,1 W.

### III.B.6) Conclusion sur le dimensionnement optimal de la première application

La méthodologie de conception optimale adoptée, associée à la modélisation développée, a convergé vers un ensemble de solutions. Ces solutions présentent des caractéristiques spécifiques aux machines synchrones excitées à haute vitesse. L'entrefer y est important, les contraintes mécaniques et les pertes fer également (dans un niveau comparable aux pertes par effet Joule). D'un autre côté, les inductions sont faibles et justifient l'utilisation de modèles électromagnétique et électrique linéaires. La topologie à aimants insérés à aimantation orthoradiale présente certains intérêts dans la réalisation de ces faibles niveaux d'induction. La structure fonctionne en « déconcentration » de flux à haute vitesse : la hauteur des aimants est faible devant le demi-pas polaire. Comparativement à une machine à aimants en surface, ceci présente plusieurs atouts :

- Lorsque les aimants sont montés en surface, ils doivent s'étaler sur quasiment tout le pôle. Ils sont donc potentiellement plus volumineux, à induction d'entrefer égale, que ceux employés dans notre structure ;
- Afin de réduire l'induction d'excitation dans une machine à aimants en surface, on peut augmenter l'entrefer ou réduire l'épaisseur des aimants. Cette dernière ne peut être diminuée en deçà d'une épaisseur limite dictée par la contrainte de démagnétisation. Dans le cas de notre machine, il existe un degré de liberté supplémentaire (le facteur de « concentration » ou « déconcentration » du flux) qui permet d'éviter d'être bloqué par une épaisseur d'aimants trop faible ;
- Finalement, dans notre topologie, les aimants ne sont pas dans l'entrefer et ne subissent pas les variations de flux dues à la variation de perméance statorique, et les pertes par courants de Foucault subséquentes y sont réduites.

La modélisation des interactions entre l'onduleur et la machine a permis de mettre en place une contrainte sur les ondulations de couple. Lorsque ces ondulations deviennent trop élevées (limite haute), il n'est plus possible de baisser la fréquence de découpage, à cause de son impact sur ces ondulations. La fréquence de découpage peut désormais être choisie suivant des critères quantitatifs tels que les harmoniques de courants ou de couple que la MLI génère. Les interactions se manifestent également au niveau des pertes. Les pertes fer sont majorées de 14 à 21 % alors que les pertes par effet Joule sont peu sensibles à la MLI. L'ajustement du nombre de fils élémentaires, et de leur diamètre, ainsi que le nombre de conducteurs, permet d'atténuer les effets de la haute fréquence sur les pertes par effet Joule.

La modélisation complète du système permet de déterminer la répartition des pertes entre les composants du système, sous contraintes, qui conduit à la solution optimale. L'analyse du coût du système, dans cette application, montre que le coût des matières actives de la machine est plus faible que celui de l'électronique de puissance – ce qui est particulier aux entraînements à vitesse élevée.

### III.C. Deuxième application

La seconde application que nous traitons consiste à maximiser le couple dans un volume fixé. Ce volume correspond à celui d'une machine de série à 6 pôles de Leroy-Somer. Nous souhaitons connaître le couple maximal qu'il est possible de produire dans ce volume en utilisant un refroidissement par chemise à eau. La machine doit fonctionner à la vitesse de 7 200 tr/min. Nous considérerons quatre configurations pour ce système d'entraînement : d'une part l'alimentation peut être constituée d'un onduleur triphasé (Figure 16) ou de trois onduleurs monophasés (Figure 18) tous connectés à un bus continu de 500 V, d'autre part les paires de pôles de la machine peuvent être connectés en série ou en parallèle ; pour une machine de six pôles cela correspond à une ou trois voies d'enroulement. Il s'agit donc de réaliser quatre optimisations mono-objectif du couple, sous contrainte de volume. Pour les mêmes raisons que précédemment, le nombre d'encoches est fixé à 36 et le bobinage est à pas raccourci 5/6.

#### III.C.1) Variables et contraintes d'optimisation

Les variables et contraintes d'optimisation sont de la même nature que dans le cas de la première application. Seules changent les valeurs numériques des bornes. Celles-ci sont données dans le Tableau XVII et le Tableau XVIII.

TABLEAU XVII - VARIABLES D'OPTIMISATION ET LEURS BORNES DANS LE CAS DE LA DEUXIEME APPLICATION

Paramètre	Borne inf.	Borne sup.
$k_{alesage}$	0,2	0,9
$k_{dent}$	0,2	0,9
$k_{enc}$	0,2	0,9
$R_{ext}$	0,040	0,120
$L_{act}$	0,050	0,200
$e$	0,0005	0,010
$e_a$	0,0005	0,015
<i>Angle tension</i>	90	180
$B_{r0}$	1,05	1,40
$k_{aim}$	0,2	0,9
$k_{moy}$	0,2	0,9
$k_{pied\_dent}$	0,2	0,9
<i>Conducteur/enc/etage</i>	1	30
$m$	1	55
$r$	0	1
$D$	0,0005	0,0010

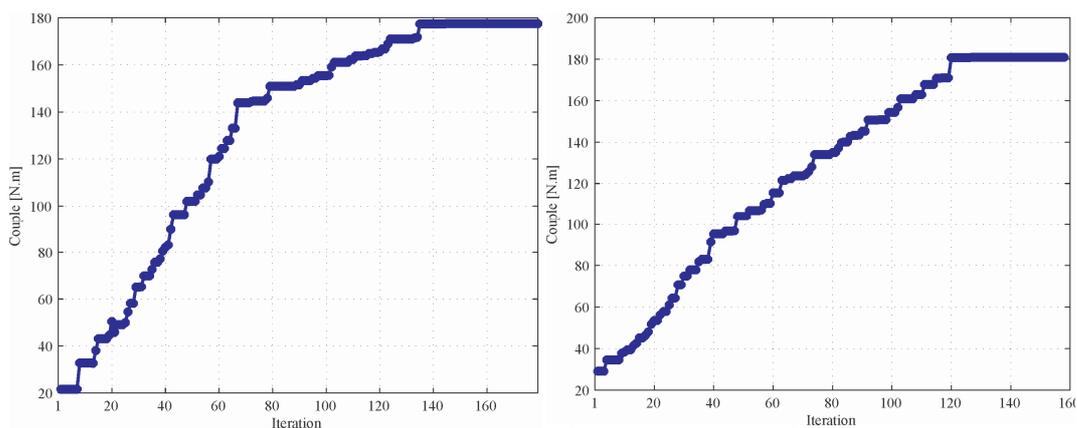
TABLEAU XVIII - DEFINITION DES CONTRAINTES D'OPTIMISATION DANS LE CAS DE LA DEUXIEME APPLICATION

Paramètre	Contrainte
$T_{cu}$ [°C]	< 130
$T_{IGBT}$ [°C]	< 120
$T_{Diode}$ [°C]	< 120
$\sigma_{queue}$ [MPa]	< 300
$\sigma_{arbre}$ [MPa]	< 300
$\sigma_{moyeu}$ [MPa]	< 300
$f_r$ [m]	< $e/10$
$\Omega_{cl}$ [tr/min]	> $1,25\Omega$
$Ha_{dem}$ [A/m]	> $H_{cj}$
$B_{culasse}$ [T]	< 1,4
$B_{dent}$ [T]	< 1,5
Ondulation couple [N.m]	< 20

### III.C.2) Démarche et résultats d'optimisation

L'approche de conception séquentielle a pour objet d'affiner la solution fournie en premier lieu par une modélisation qui ne retrace pas parfaitement le comportement réel. Pour cette application, nous traiterons les quatre configurations évoquées auparavant avec la modélisation analytique. Ensuite, seule la meilleure des quatre solutions sera traitée par la seconde phase d'optimisation. Cette démarche peut se justifier par la volonté de réduire le temps de conception.

L'algorithme génétique est à nouveau employé pour résoudre ce problème. Il met en œuvre 300 individus sur 500 générations pour la première phase d'optimisation. Le temps d'exécution de la première phase est compris entre 5 et 19 heures. La convergence de l'algorithme sur les quatre configurations est montrée sur la Figure 144.



Configuration 1: Onduleur triphasé - 1 voie d'enroulement

Configuration 2: Onduleur triphasé - 3 voies d'enroulement

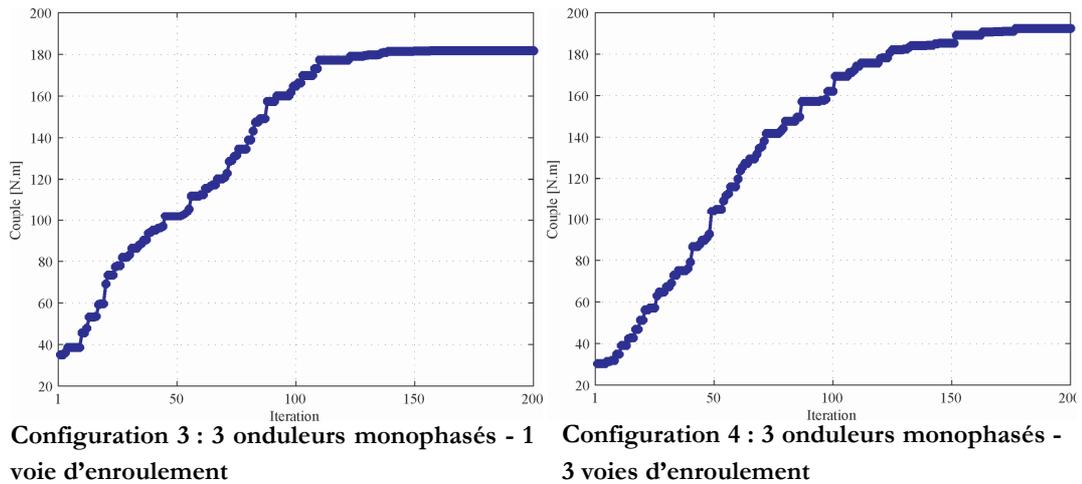


Figure 144 - Évolution de la fonction objectif (maximisation du couple) au cours des itérations de l'algorithme pour les quatre configurations considérées

À l'analyse des quatre solutions obtenues après la première phase d'optimisation, nous constatons que la configuration 4 (3 onduleurs monophasés-3 voies d'enroulement) fournit le meilleur résultat : 192,5 N.m.

Pour la seconde étape d'optimisation, seule la configuration 4 est retenue. La deuxième phase d'optimisation met en œuvre 200 individus et au maximum 200 générations. Le temps de calcul est alors de l'ordre de l'ordre de 4,5 jours. L'évolution de la fonction objectif au cours des itérations de ce second processus d'optimisation est donnée en Figure 145.

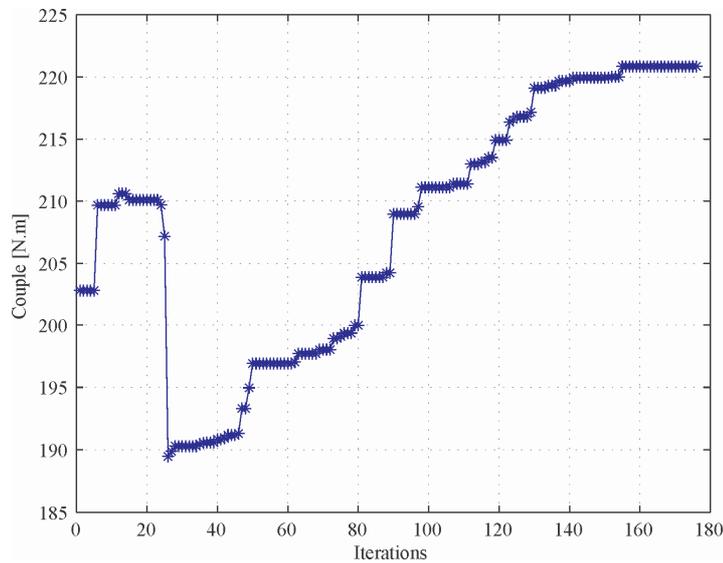


Figure 145 - Évolution de la fonction objectif (maximisation du couple) au cours des itérations de la seconde phase d'optimisation pour la configuration 4

### III.C.3) Analyse de la solution optimale

Nous présentons dans cette partie les caractéristiques du système d'entraînement de couple optimal. Il est composé d'une alimentation à trois ponts monophasés et d'une machine possédant 3 voies d'enroulement. La coupe radiale de la machine est présentée en Figure 146.

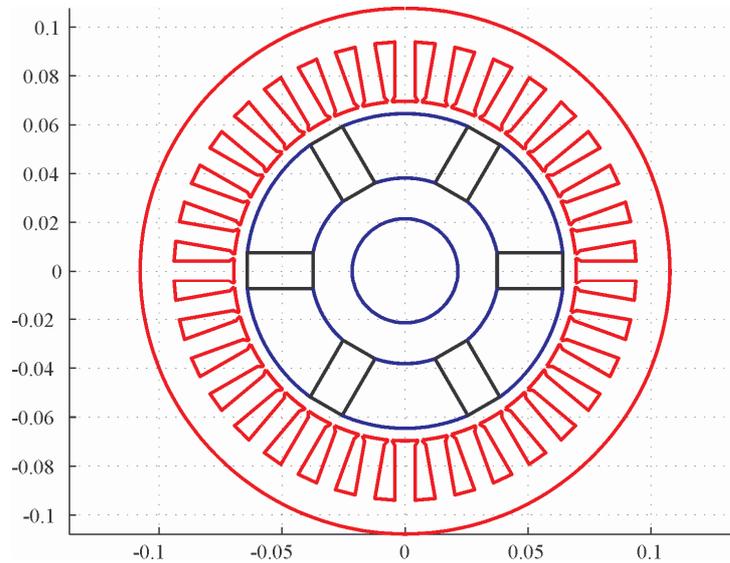


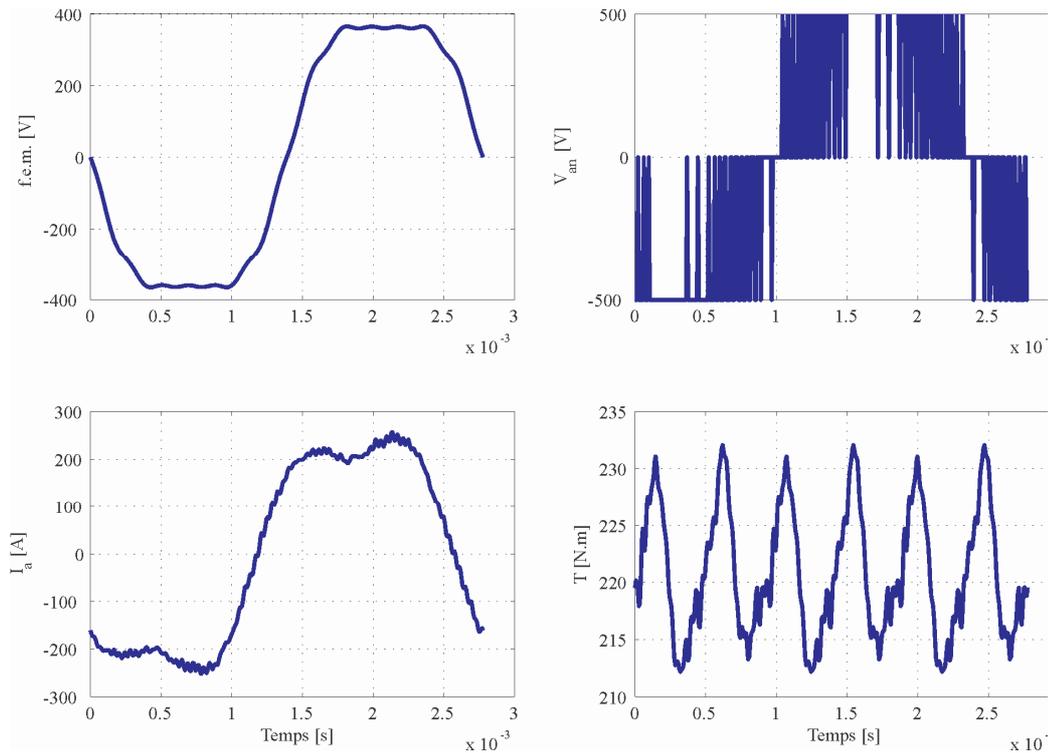
Figure 146 - Coupe radiale de la machine du système d'entraînement présentant un couple optimal

La machine optimale présente des proportions plus habituelles que celles que nous avons pu observer dans le cas de la première optimisation. Les aimants, notamment, possèdent un rapport *hauteur/largeur* supérieur à l'unité. On constate également, en observant la hauteur des aimants et l'arc des pièces polaires, que cette machine « concentre » le flux ; à l'opposé du comportement des machines de la première application.

Les formes d'ondes de f.é.m., de tension d'alimentation, de courant et de couple du système d'entraînement optimal sont données en Figure 147. Les résultats de l'exécution du modèle électromagnétique, réalisé par EF, sont donnés en annexe V.B.1) (p. 236).

L'allure générale de la f.é.m. ne change pas car la configuration électrique et magnétique est la même que dans la première application. En revanche, on peut noter la forme d'onde de la tension d'enroulement qui est typique d'une alimentation en pont monophasé. L'allure du courant présente un fort harmonique 3. On rappelle qu'une alimentation avec trois ponts monophasés nécessite de découpler les phases de la machine et donc autorise la circulation des harmoniques de courant de rang 3.

L'objectif de l'optimisation est de maximiser le couple. Celui-ci peut être considéré comme le produit de la force électromotrice et du courant. La forme d'onde de la force électromotrice présente des harmoniques. Or, pour maximiser le produit  $e.i$ , il faut que le courant possède les mêmes harmoniques que la f.é.m. pour qu'ils se combinent afin de participer à la création de couple. L'idéal est donc d'avoir un courant ayant la même forme d'onde que la f.é.m. On constate que la forme d'onde du courant, non-sinusoïdale, s'approche de celle de la f.é.m.



**Figure 147 - Formes d'ondes de la f.é.m., de la tension, du courant d'une phase et du couple sur une période électrique pour la machine optimale, obtenues par les modèles électromagnétique et électrique**

La MLI intersective sinus-triangle que nous employons permet de contrôler le fondamental de tension et donc le fondamental de courant. En revanche l'harmonique 3 de tension est une conséquence de la MLI et n'est pas contrôlé. Une perspective intéressante serait de modifier la MLI pour tenter de régler le niveau de l'harmonique 3 et sa phase dans le but d'ajuster sa participation au couple, en valeur moyenne et également en ondulation. Dans nos résultats, le couple homopolaire moyen est quasiment nul et ses ondulations valent 16 N.m : il ne participe qu'à détériorer la qualité du couple.

L'analyse des variables et des contraintes d'optimisation, listées dans le Tableau XIX et le Tableau XX, conduit aux constats suivants. Les dimensions extérieures tendent vers leur butée haute ; la contrainte en longueur active est d'ailleurs saturée. On observe que la machine est davantage chargée magnétiquement : les niveaux d'induction sont plus importants, l'entrefer est plus faible et le rotor fonctionne en « concentration » de flux. La vitesse réduite allège le problème des pertes fer et permet d'accroître l'induction tout en respectant les contraintes thermiques.

TABLEAU XIX - VALEURS OPTIMALES DES VARIABLES D'OPTIMISATION POUR LE SYSTEME D'ENTRAINEMENT DE COUPLE MAXIMAL

Paramètre	Borne inf.	Valeur Optimale	Borne sup.
$k_{alesage}$	0,2	0,647	0,9
$k_{dent}$	0,2	0,67	0,9
$k_{enc}$	0,2	0,637	0,9
$R_{ext}$	0,040	0,1076	0,120
$L_{act}$	0,050	0,200	0,200
$e$	0,0005	0,0051	0,010
$e_a$	0,0005	0,015	0,015
Angle tension	90	142,2	180
$B_{r0}$	1,05	1,25	1,40
$k_{aim}$	0,2	0,563	0,9
$k_{moy}$	0,2	0,591	0,9
$k_{pied\_dent}$	0,2	0,527	0,9
Conducteur/enc/etage	1	8	30
$m$	1	36	55
$r$	0	0,983	1
$D$	0,0005	$8.10^{-4}$	0,0010

TABLEAU XX - VALEURS DES CONTRAINTES D'OPTIMISATION POUR LE SYSTEME D'ENTRAINEMENT DE COUPLE MAXIMAL

Paramètre	Contrainte	Valeur
$T_{cu}$ [°C]	< 130	130
$T_{IGBT}$ [°C]	< 120	119
$T_{Diode}$ [°C]	< 120	96,5
$\sigma_{queue}$ [MPa]	< 300	97
$\sigma_{arbre}$ [MPa]	< 300	134
$\sigma_{moyeu}$ [MPa]	< 300	72
$f_r$ [m]	< $e/10$	$1,69.10^{-6}$
$\Omega_{cl}$ [tr/min]	> $1,25\Omega$	$1,97.10^4$
$Ha_{dem}$ [A/m]	> $H_j$	$-4,23.10^5$
$B_{culasse}$ [T]	< 1,4	1,23
$B_{dent}$ [T]	< 1,5	1,48
Ondulation couple [N.m]	< 20	19,9

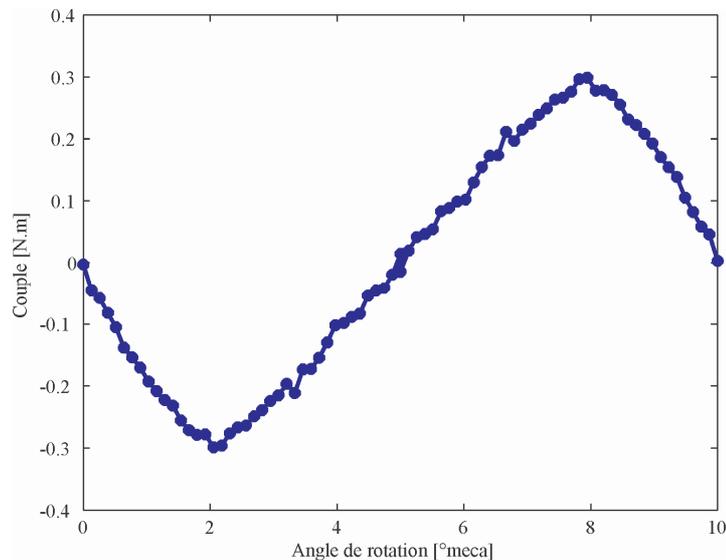
### Analyse des pertes

Concernant les pertes dans la machine, on constate que les pertes par effet Joule (4 182 W) sont nettement supérieures aux pertes fer (1 023 W) comme c'est le cas habituellement dans les machines lentes. Les harmoniques de courant contribuent à augmenter les pertes par effet Joule de 4.82 %. L'influence de la MLI sur les pertes fer se fait surtout ressentir sur le terme des pertes par courants de Foucault. Le coefficient d'augmentation des pertes par courants de Foucault,  $\chi$ , vaut 1,13 alors que le coefficient d'augmentation des pertes par hystérésis,  $\eta$ , vaut 1,002. Les pertes dans les aimants sont à un niveau très faible 1,63 W. La baisse du niveau des pertes fer peut s'expliquer par la baisse de la fréquence. Les pertes aérodynamiques sont désormais tout à fait négligeables (29,8 W) devant les pertes totales alors qu'elles pouvaient en représenter jusqu'à environ 10 % dans l'application précédente. Finalement les pertes dans l'onduleur (5 153 W) représentent 50 % des pertes totales du système. Cela conduit à rendement de conversion global de 94,13 %.

D'autre part, le coût de l'onduleur est de l'ordre de 95 % du coût total des matières premières du système.

#### *Analyse des contraintes*

Les contraintes thermiques posées sur le système d'entraînement sont saturées au niveau de la machine et de l'électronique. La température maximale du bobinage est de 130 °C et celle des IGBT de 119 °C. L'augmentation de la puissance dans un volume donné coïncide avec l'augmentation des pertes et donc avec l'élévation de la température de la machine. La température élevée des puces semi-conductrices est due à un fort indice de modulation. Concernant la mécanique, aucune des contraintes n'est saturée. La vitesse de rotation moins importante que dans la première application en est la raison. La baisse de la vitesse correspond également à une augmentation des niveaux d'induction qui deviennent proches de leur limite haute ; nous pouvons même considérer que l'induction dans les dents est en butée. La contrainte sur le niveau d'induction a été formulée afin de s'assurer que les hypothèses des modèles électromagnétique et électrique soient vérifiées. Avec cet artifice, elles le sont mais le résultat n'est alors pas nécessairement optimal. Nous voyons là une des limites de notre modélisation linéaire. Elle est valable à haute vitesse, car les machines ne sont pas saturées, mais dès lors que la vitesse est relativement faible, les machines sont saturées et nos hypothèses de modélisation ne sont plus valables. La dernière contrainte notable concerne les ondulations de couple qui atteignent leur limite haute, ce qui montre encore une fois l'intérêt d'étudier le convertisseur et la machine simultanément dès la phase de conception. Nous pouvons vérifier *a posteriori* le couple de détente de la machine. Il est représenté sur la Figure 148 pour un pas dentaire.



**Figure 148 - Forme d'onde du couple de détente de la machine optimale**

La forme d'onde du couple de détente n'est pas lisse, ce qui est dû au re-maillage à chaque pas de rotation du rotor. On peut néanmoins relever l'amplitude crête à crête du couple de denture qui vaut 0,6 N.m. Cette valeur est négligeable devant les ondulations de couple dues à la combinaison des harmoniques de f.é.m. et des harmoniques de courant.

### **III.C.4) Conclusion sur le dimensionnement optimal de la deuxième application**

Cette deuxième application a permis de valider une seconde fois la démarche adoptée et d'observer la convergence de l'algorithme d'optimisation vers une solution convenable. La solution optimale de cette seconde application, fonctionnant à une vitesse plus lente que la première, présente des traits différents de ceux des solutions optimales du cas applicatif précédent. D'un côté les contraintes mécaniques ne sont plus dimensionnantes et de l'autre la machine est plus sollicitée magnétiquement. Cette dernière caractéristique montre les limites de notre modélisation linéaire : elle ne peut être appliquée sans restrictions aux machines lentes car elles ont tendance à être saturées. La machine optimale possède une morphologie plus classique : les aimants sont davantage allongés selon la direction radiale et le rotor fonctionne en « concentration » de flux.

Nous avons également mis en lumière la nécessité d'estimer la composante homopolaire car elle modifie notablement la forme d'onde du courant ainsi que celle du couple. Ceci a pour effet d'une part d'accroître les pertes par effet Joule dues aux harmoniques de courant et d'autre part de détériorer la qualité du couple.

Finalement, la modélisation du système montre toujours un intérêt, même à des vitesses moins élevées, car elle permet d'évaluer le surplus de pertes (par effet Joule, fer) générées par la MLI, et par conséquent de prévoir plus rigoureusement les performances du système. Elle permet également de mieux situer l'optimum du système, en termes de répartition des pertes. On se rend compte que les pertes dans l'onduleur peuvent constituer jusqu'à la moitié des pertes du système et doivent être considérées au même niveau que celles de la machine pour concevoir un système globalement performant. Ceci peut amener à travailler davantage sur le composant onduleur pour réduire ses pertes quitte à accroître légèrement celles de la machine. Finalement, la modélisation de l'influence de la MLI sur la qualité du couple permet d'évaluer ses ondulations, qui sont en butée, et qui limitent le dimensionnement de cette seconde application.

---

## IV. Conclusion sur l'application de la méthodologie à la conception

---

Dans cette partie nous avons mis en œuvre une démarche de conception optimale « hybride » qui se compose de deux séquences d'optimisation. La première fait appel à la modélisation purement analytique présentée en partie II, et la seconde utilise une modélisation électromagnétique affinée. Une difficulté concernant le respect des contraintes au passage d'une étape à l'autre a été évoquée et nous y avons apporté une réponse. Nous avons également détaillé le principe de fonctionnement de l'algorithme génétique employé qui est la méthode d'optimisation utilisée pour résoudre les deux problèmes de conception que nous avons étudiés.

La première application que nous avons considérée concerne le dimensionnement d'un système d'entraînement à 20 000 tr/min pour 30 kW dont il faut maximiser le rendement et minimiser le coût. La seconde application consiste à maximiser le couple d'un entraînement tournant à 7 200 tr/min, dans un volume donné.

Un premier point à noter est la convergence de l'approche proposée vers des solutions réalistes. Nous avons constaté que les solutions optimales sont souvent contraintes thermiquement ou mécaniquement. Ceci justifie la nécessité de pratiquer une modélisation multiphysique de la machine et de son électronique. Étant donné que ces grandeurs sont en butée, leur modélisation doit être réalisée avec attention.

La répartition des pertes dans le système montre qu'il peut y avoir autant de pertes dans l'onduleur que dans la machine. Afin de concevoir un système globalement optimal du point de vue de l'efficacité de la conversion électromécanique, il est nécessaire de considérer l'ensemble onduleur-machine lors de la conception. La modélisation de ce système et de leurs interactions permet d'évaluer l'influence du pilotage du convertisseur sur les pertes dans la machine ; dans les deux applications que nous avons traitées, nous avons observé une augmentation des pertes fer jusqu'à environ 15 % et une augmentation des pertes par effet Joule jusqu'à environ 5 %. La description des interactions permet aussi de quantifier les ondulations de couple, dues notamment au fonctionnement en MLI de l'onduleur, dont nous avons noté qu'elles atteignent leur limite haute dans les dimensionnements réalisés.

Enfin nous avons analysé les morphologies des machines issues de nos deux dimensionnements optimaux. Nous avons relevé les caractéristiques particulières des machines rapides qui sont de posséder un entrefer important, de fonctionner en déconcentration de flux et en régime linéaire pour réduire les niveaux d'induction et les pertes fer associées. La seconde conception a mis en lumière le domaine de validité restreint de la modélisation multiphysique proposée. La baisse de vitesse correspond à l'augmentation de l'induction dans la machine, ce qui met en défaut les hypothèses de linéarité des modèles électromagnétique et électrique.



## **CONCLUSION GENERALE**

---

## I. Conclusion générale

---

Nous avons présenté dans ce mémoire les travaux de recherche que nous avons effectués sur la conception d'un ensemble onduleur-machine pour des applications à haute vitesse. La conception d'un tel système doit reposer sur une démarche bien définie afin de mener au mieux cette étape. Après l'analyse de la littérature relative à ce sujet, nous avons opté pour une démarche de conception par optimisation. Cette approche nécessite de modéliser le système à concevoir puis à l'optimiser vis-à-vis de critères qui peuvent être définis à partir du cahier des charges de l'application dont il est question. La première étape consiste donc à analyser le système afin de pouvoir le modéliser. Il faut alors établir des modélisations des éléments du système ainsi que des interactions entre ces éléments. Ceci est nécessaire si on souhaite obtenir une solution globalement optimale. La seconde étape a pour objet d'inverser les modèles réalisés afin de déterminer les caractéristiques du système à partir des performances qui en sont attendues. Nous avons opté pour une inversion par optimisation. Un algorithme stochastique a été retenu car cette famille permet de rechercher plus sûrement l'optimum global du problème de dimensionnement et certains membres de cette famille peuvent s'accommoder aisément des variables discrètes et des fonctions objectifs complexes. Cependant, ils ont la réputation d'être plus lents que les algorithmes déterministes. Aussi, afin de maintenir des temps de calcul raisonnables et compte tenu du fait qu'un système nécessite la modélisation de plusieurs composants, nous nous sommes attachés à effectuer une modélisation analytique. Les modèles de cette nature reposent souvent sur des hypothèses simplificatrices. La solution optimale issue de la modélisation est alors potentiellement différente de la solution réellement optimale. Afin de réduire les écarts entre la solution théorique et la réalité, une seconde phase d'optimisation peut être effectuée, en remplaçant certains modèles analytiques par des modèles plus fins. La séquence de ces deux optimisations est connue sous le nom d'optimisation hybride séquentielle. La deuxième étape d'optimisation peut être ralentie par la mise en jeu de modèles dont les temps d'exécution sont importants. Suivant la nature de l'application et les objectifs associés, le concepteur pourra alors choisir d'effectuer uniquement la première phase ou la totalité du processus d'optimisation.

Nous avons appliqué cette démarche de conception optimale à la conception de systèmes d'entraînement à haute vitesse. Une analyse de la littérature a mis en lumière leurs particularités et les difficultés qui peuvent être rencontrées lors de la conception. Ces dernières concernent les aspects électriques – aussi bien le niveau de tension que la fréquence électrique –, les aspects mécaniques et finalement des considérations thermiques qui, elles, sont communes à l'ensemble des machines électriques. Ce type d'application nécessite clairement une approche système dès la première phase de conception. De cette revue bibliographique, nous avons pu conclure que la machine synchrone à aimants insérés au rotor et à aimantation orthoradiale ne montrait pas d'inaptitudes pour des applications à haute vitesse et nous l'avons retenue pour la suite des travaux. Concernant la topologie du convertisseur électronique de puissance alimentant la machine, suite à une analyse des besoins et contraintes imposés par la haute vitesse, nous avons déterminé deux structures dignes d'intérêt scientifique et économique : l'onduleur triphasé à trois bras et une alimentation par trois ponts monophasés où les phases de la machine sont découplées.

Dans la seconde partie de ce mémoire, une modélisation analytique multiphysique des éléments (onduleur et machine) du système a été proposée. La machine est modélisée du point de vue électromagnétique, électrique, énergétique, thermique, mécanique et technico-

économique. Concernant l'onduleur, une modélisation des pertes et des échauffements a été effectuée. Finalement, nous avons développé un modèle électrique en régime permanent, basé sur une approche harmonique et donc rapide à exécuter, qui est le cœur de la modélisation des interactions au sein du système et qui fait le lien entre l'onduleur et la machine. Il permet, dès lors que la machine est caractérisée et que la tension de sortie de l'onduleur est imposée, de calculer la forme d'onde du courant de phase – y compris la composante homopolaire qui peut exister lorsque les phases de la machine sont découplées. On peut ensuite en déduire la forme d'onde du couple produit par la machine. Nous disposons alors d'informations – contenues dans les formes d'ondes de tensions, de courants et de couple – permettant de déterminer l'influence de l'onduleur et de son pilotage sur la machine, et inversement. Les influences que nous avons modélisées concernent les pertes du système et la qualité du couple produit. La modélisation multiphysique établie permet de rationaliser le processus de conception notamment par la prise en compte plus judicieuse des contraintes de dimensionnement. Certaines contraintes habituellement posées arbitrairement par le concepteur (de par son expérience) sont maintenant réglées par les multiples physiques du système et cela peut lui ouvrir de nouveaux espaces de solutions.

Dans la troisième partie de ce mémoire, la démarche de conception développée a été appliquée au dimensionnement optimal de deux systèmes d'entraînement fonctionnant respectivement à 20 000 tr/min et 7 200 tr/min. La seconde phase d'optimisation diffère de la première au niveau de la modélisation électromagnétique. Elle est désormais locale et de type numérique, par la méthode des éléments finis, afin d'apporter plus de précision sur les calculs des grandeurs globales (inductances et flux par exemple ; ces éléments étant fondamentaux dans le calcul des grandeurs électriques, donc des interactions, une précision accrue par rapport à la première phase est demandée). Le gain de précision permet alors d'analyser avec plus d'exactitude le comportement du système complet. La mise en œuvre de la méthodologie sur ces deux applications a été probante dans le sens où nous avons pu observer la convergence des processus d'optimisation et où les solutions trouvées sont cohérentes avec les particularités des applications. L'analyse des résultats optimaux des deux applications font apparaître des morphologies de machines différentes en fonction de la vitesse de fonctionnement et confirment le besoin d'une description multiphysique du système. Les machines rapides que nous avons obtenues présentent de faibles niveaux d'induction dans les parties magnétiques et de grands entrefers, ce dont nous informait déjà la bibliographie au sujet des machines à aimants. Par ailleurs, cela autorise une modélisation linéaire des phénomènes électromagnétiques et électriques. Ce qui nous est apparu, à l'analyse des machines optimales à haute vitesse, est le mode de fonctionnement du rotor en « déconcentration de flux » qui est à l'opposé de l'idée originelle ayant donné lieu à cette structure. Contrairement aux machines à aimants montés en surface très largement utilisées à haute vitesse, la structure que nous avons étudiée permet de réduire le volume des aimants, donc le coût, et ce sans craindre de démagnétisation irréversible. Elle possède également un système de maintien des aimants astucieux et potentiellement plus efficace que le collage des aimants en surface du rotor. De plus les aimants sont davantage éloignés des dents du stator et présentent moins de surface au niveau de l'entrefer : ils sont donc moins sensibles aux pertes de denture que ceux des machines synchrones à aimants permanents montés en surface. La seconde application, à vitesse moins importante, conduit à une machine de morphologie plus usuelle : le ratio *hauteur d'aimant/largeur d'aimant* est supérieur à l'unité et le rotor fonctionne en « concentration de flux ». La réduction de la vitesse correspond également à une augmentation des niveaux d'induction dans la machine. L'hypothèse et contrainte de fonctionnement en régime linéaire n'est alors plus judicieuse. Nous avons montré là une limite de notre approche et de notre modélisation qui est destinée aux machines en régime linéaire dont font partie les machines rapides et celles à haute fréquence.

Les résultats optimaux des deux applications traitées arrivent en butée de certaines contraintes parmi lesquelles les contraintes mécaniques, électriques ou d'ondulation de couple. Cela montre que la modélisation multiphysique joue bien son rôle, à savoir contraindre les dimensionnements dans un espace de solutions pérennes. Cependant, puisqu'elle limite les solutions possibles, cela implique que la modélisation multiphysique soit précise ; en effet il ne faut pas contraindre de manière déraisonnée, à cause d'une modélisation trop approximative, les solutions faisables, sous peine d'une consommation de matières premières excessive.

Concernant l'influence des interactions entre les éléments des systèmes que nous avons dimensionnés, nous avons observé que les pertes par effet Joule pouvaient être augmentées jusqu'à 5 % et les pertes fer jusqu'à 15 %. Ces interactions se manifestent également au niveau des ondulations de couple dont nous avons noté qu'elles atteignent leur limite haute et qu'elles sont donc dimensionnantes. L'onduleur pouvant être le siège de la moitié des pertes totales du système, il est nécessaire de considérer les deux éléments simultanément pour maximiser le rendement de la chaîne de conversion d'énergie. La conclusion peut être différente en ce qui concerne le coût des matières actives dans la mesure où, à haute vitesse, celui-ci est principalement dicté par l'onduleur. La machine ne représente en effet qu'une dépense marginale dans le système – jusqu'à 15 % du coût total des matières premières dans notre dimensionnement à plus haute vitesse.

Ce travail a été l'occasion de prospecter le domaine de la haute vitesse et d'identifier les contraintes supplémentaires propres à ce type d'application. Il a également permis de situer la machine à aimants à aimantation orthoradiale comme une solution pertinente pour les systèmes d'entraînement rapides. La réalisation de prototypes (dernière étape du processus de conception), basée sur les résultats d'optimisation, permettra de vérifier le comportement des modèles employés lors de ces travaux. Ceux-ci se prêtent volontiers à certaines améliorations et ouvrent d'autres perspectives dont nous pouvons donner certains éléments.

D'une manière générale, l'amélioration des travaux peut être réalisée à deux niveaux : sur les modèles analytiques et sur la méthodologie de conception. Au rang de la modélisation analytique, tous les modèles sont sujets à des améliorations afin d'étendre leur domaine de validité et de réduire le nombre de leurs hypothèses. Ainsi il serait intéressant de voir dans quelle mesure les modèles électromagnétiques et électriques peuvent être améliorés pour traiter les machines saturées et inclure l'effet des harmoniques d'inductance. Le modèle thermique pourrait être amélioré pour traiter les machines courtes où les effets 3D sont importants. D'autres modèles peuvent également s'ajouter pour préciser le dimensionnement. Ainsi l'ajout d'une modélisation vibro-acoustique permettrait d'intégrer une interaction supplémentaire souvent observée entre l'onduleur et la machine. Également, une estimation du couple de détente et des pertes de denture pourrait compléter la description des phénomènes électromagnétiques dans la machine. S'il est difficile d'établir des modèles analytiques fiables de ces phénomènes, il est possible de les prendre en compte par le biais de calculs numériques ; au détriment du temps de calcul. L'autre levier concerne la méthodologie de conception. Une ouverture sur les techniques récentes de *Space Mapping* – évoquées dans la première partie du mémoire – pourrait être une voie vers la réduction du temps de calcul global. Ceci à condition de s'assurer de la convergence de ce type d'approche lorsque les modèles analytiques se comportent suffisamment différemment des modèles fins qui leurs servent de référence.

Le système que nous avons étudié est réduit au plus petit ensemble possible : il est composé de deux éléments. Le chemin pris par ces travaux de recherche pourrait être étendu à un système plus complexe qui intégrerait en aval la charge mécanique et en amont le bus

DC ou encore le redresseur. L'ensemble étudié peut également inclure le dimensionnement du système de refroidissement.

Au-delà des améliorations et extensions qui peuvent être apportées, une perspective intéressante serait de modifier le pilotage de l'onduleur et d'en observer l'influence sur le dimensionnement global. Nous n'avons considéré pour le moment qu'un pilotage par MLI intersective sinus-triangle. L'injection d'un harmonique 3 ou l'utilisation d'une MLI vectorielle ou encore calculée pourrait fournir de meilleures solutions que celles que nous avons obtenues jusqu'à présent et permettrait de tirer encore meilleur parti des interactions entre l'onduleur et la machine dans cette conception globale. Il est également possible d'inclure des aspects relatifs à la commande du système lors de sa conception comme cela est initié par Monsieur Ejjabraoui [Ejj10b] dans le domaine de l'électronique de puissance.

La démarche de conception de systèmes et la modélisation des interactions que nous avons proposées pourraient être transposées avec intérêt à d'autres machines, à aimants ou synchro-reluctantes, ou encore à d'autres structures d'alimentation telles que les onduleurs multiniveaux.



## **ANNEXES**

## I. Calcul des inductances de fuites

Le calcul des inductances de fuite d'encoche est repris dans cette section. Il met en œuvre la notion de perméance spécifique, dans le cas d'une encoche comportant deux étages, comme illustré en Figure 149.

### Calcul des perméances spécifiques

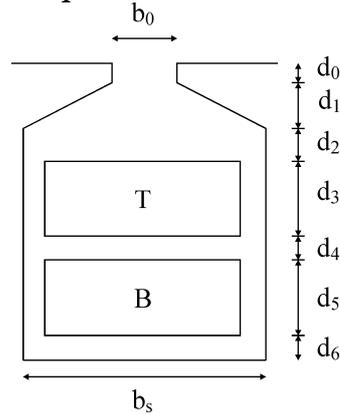


Figure 149 - Schéma d'encoche comportant 2 phases, en vue du calcul d'inductance de fuite d'encoche [Lip04]

Dans un premier temps, les perméances spécifiques « propres » des deux bobines sont calculées.

Perméance spécifique de la bobine du haut (*top*) :

$$p_T = \mu_o \left[ \frac{d_3}{3b_s} + \frac{d_2}{b_s} + \frac{d_1}{b_s - b_0} \log\left(\frac{b_s}{b_0}\right) + \frac{d_0}{b_0} \right] \quad \text{Éq. 184}$$

Perméance spécifique de la bobine du bas (*bottom*) :

$$p_B = \mu_o \left[ \frac{d_5}{3b_s} + \frac{d_2 + d_3 + d_4}{b_s} + \frac{d_1}{b_s - b_0} \log\left(\frac{b_s}{b_0}\right) + \frac{d_0}{b_0} \right] \quad \text{Éq. 185}$$

Dans le cas où les deux bobines appartiennent à la même phase, il existe une perméance de couplage mutuelle :

$$p_{TB} = \mu_o \left[ \frac{d_0}{b_0} + \frac{d_1}{b_s - b_0} \log\left(\frac{b_s}{b_0}\right) + \frac{d_2}{b_s} + \frac{d_3}{2b_s} \right] \quad \text{Éq. 186}$$

### Calcul de l'inductance de fuite

Dans ce qui suit, toutes les spires d'une phase sont considérées comme connectées en série. L'introduction de circuits en parallèle se fera sans difficulté excessive.

*Cas d'un coefficient de raccourcissement unitaire :*

L'inductance « propre » du bobinage s'écrit :

$$L_{lp} = 12N_s^2 \cdot \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{PT}{4} + \frac{PB}{4} + 2 \frac{PTB}{4} \right] \quad \text{Éq. 187}$$

*Cas d'un coefficient de raccourcissement  $2/3 < p_{rac} < 1$  :*

L'inductance « propre » du bobinage s'écrit :

$$L_{lp} = 12N_s^2 \cdot \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{PT}{4} + \frac{PB}{4} + 2 \frac{PTB}{4} (3p_{rac} - 2) \right] \quad \text{Éq. 188}$$

Dans le cas où le coefficient de raccourcissement est différent de 1, il existe des encoches où plusieurs phases cohabitent donc il existe des couplages entre phases. L'inductance « mutuelle » du bobinage s'écrit :

$$L_{lm} = -12N_s^2 \cdot \frac{L_{act}}{N_{enc}} \frac{PTB}{4} (3 - 3p_{rac}) \quad \text{Éq. 189}$$

Dans le schéma monophasé équivalent intervient le flux de fuite d'une phase. Les phases étant couplées, il faut écrire :

$$\lambda_{la} = L_{lp}i_a + L_{lm}i_b + L_{lm}i_c \quad \text{Éq. 190}$$

*Inductance de fuite pour un système équilibré*

Dans le cas d'une machine couplée en étoile à neutre non relié, la somme des courants est nulle et conduit à écrire :

$$\begin{aligned} \lambda_{la} &= (L_{lp} - L_{lm})i_a \\ \lambda_{la} &= L_{l,eq}i_a \end{aligned} \quad \text{Éq. 191}$$

Donc l'inductance de fuite d'encoche synchrone est :

$$L_{l,eq} = 12N_s^2 \cdot \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{PT}{4} + \frac{PB}{4} + \frac{PTB}{4} (3p_{rac} - 1) \right] \quad \text{Éq. 192}$$

*Inductance de fuite pour un système homopolaire*

Dans le cas d'une alimentation homopolaire le courant est le même dans toute les phases, ce qui mène à :

$$\begin{aligned} \lambda_{la} &= (L_{lp} + 2L_{lm})i_a \\ \lambda_{la} &= L_{l,o}i_a \end{aligned} \quad \text{Éq. 193}$$

Donc l'inductance de fuite d'encoche homopolaire est :

$$L_{l,o} = 12N_s^2 \cdot \frac{L_{act}}{N_{enc}} \left[ \frac{PT}{4} + \frac{PB}{4} + \frac{PTB}{4} (6p_{rac} - 5) \right] \quad \text{Éq. 194}$$

---

## II. Résolution harmonique des équations électriques de Park

---

On rappelle les équations électriques de Park dans le repère  $dq$  :

$$v_d = Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q + e_d \quad \text{Éq. 195}$$

$$v_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e L_d i_d + e_q \quad \text{Éq. 196}$$

Comme cela est décrit dans le paragraphe III.A.4) (p. 90), ces équations peuvent s'écrire sous forme harmonique. Nous considérons par la suite uniquement l'onde tournant à  $(n-1)\omega_e$ . Lorsqu'on remplace dans ces équations les tensions  $v_{dq}$ , les forces électromotrices  $e_{dq}$ , et les courants  $i_{dq}$  par leurs expressions respectives (Éq. 62) (Éq. 63), (Éq. 64) (Éq. 65), et (Éq. 66) (Éq. 67) on obtient :

Pour l'équation en  $v_d$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] - \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] = \\ & R\{I_{d\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{d\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t]\} \\ & + L_d \left\{ -(n-1)\omega_e I_{d\alpha(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] + (n-1)\omega_e I_{d\gamma(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] \right\} \\ & - \omega_e L_q \left\{ I_{q\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{q\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] \right\} \\ & + \left\{ \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] - \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \right\} \end{aligned} \quad \text{Éq. 197}$$

Pour l'équation en  $v_q$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] + \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] = \\ & R\{I_{q\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{q\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t]\} \\ & + L_q \left\{ -(n-1)\omega_e I_{q\alpha(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] + (n-1)\omega_e I_{q\gamma(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] \right\} \\ & + \omega_e L_d \left\{ I_{d\alpha(+n)}\cos[(n-1)\omega_e t] + I_{d\gamma(+n)}\sin[(n-1)\omega_e t] \right\} \\ & + \left\{ \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma})\cos[(n-1)\omega_e t - \delta] + \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha})\sin[(n-1)\omega_e t - \delta] \right\} \end{aligned} \quad \text{Éq. 198}$$

En développant les termes trigonométriques, on obtient :

Pour l'équation en  $v_d$  :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) [\cos((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) + \sin((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \\
 & - \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) [\sin((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) - \cos((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] = \\
 & R \{ I_{d\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + I_{d\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \} \\
 & + L_d \{ -(n-1)\omega_e I_{d\alpha(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] + (n-1)\omega_e I_{d\gamma(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \} \quad \text{Éq. 199} \\
 & - \omega_e L_q \{ I_{q\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + I_{q\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) [\cos((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) + \sin((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \\ & - \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) [\sin((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) - \cos((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Pour l'équation en  $v_q$  :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) [\cos((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) + \sin((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \\
 & + \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) [\sin((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) - \cos((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] = \\
 & R \{ I_{q\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + I_{q\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \} \\
 & + L_q \{ -(n-1)\omega_e I_{q\alpha(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] + (n-1)\omega_e I_{q\gamma(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \} \quad \text{Éq. 200} \\
 & + \omega_e L_d \{ I_{d\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + I_{d\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) [\cos((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) + \sin((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \\ & + \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) [\sin((n-1)\omega_e t) \cos(\delta) - \cos((n-1)\omega_e t) \sin(\delta)] \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Dans les équations de Park réécrites telles que précédemment, on observe des termes en  $\cos((n-1)\omega_e t)$  et  $\sin((n-1)\omega_e t)$ . Les équations sont vérifiées si les termes de gauche et de droite sont égaux et ils vérifient donc les équations suivantes (où les termes en cosinus et sinus sont équilibrés) :

Pour l'équation en  $v_d$  :

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{1}{2}(V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \cos(\delta) + \frac{1}{2}(V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \sin(\delta) \right] \cos((n-1)\omega_e t) = \\
 & R I_{d\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + L_d (n-1)\omega_e I_{d\gamma(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \\
 & - \omega_e L_q I_{q\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \quad \text{Éq. 201} \\
 & + \left[ \frac{1}{2}(E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \cos(\delta) + \frac{1}{2}(E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \sin(\delta) \right] \cos((n-1)\omega_e t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{1}{2} (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \sin(\delta) - \frac{1}{2} (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \cos(\delta) \right] \sin((n-1)\omega_e t) = \\
& RI_{d\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] - L_d (n-1)\omega_e I_{q\alpha(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \\
& - \omega_e L_q I_{q\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \\
& + \left[ \frac{1}{2} (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \sin(\delta) - \frac{1}{2} (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \cos(\delta) \right] \sin((n-1)\omega_e t)
\end{aligned} \tag{Éq. 202}$$

Pour l'équation en  $v_q$  :

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{1}{2} (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \cos(\delta) - \frac{1}{2} (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \sin(\delta) \right] \cos((n-1)\omega_e t) = \\
& RI_{q\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] + L_q (n-1)\omega_e I_{q\gamma(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \\
& + \omega_e L_d I_{d\alpha(+n)} \cos[(n-1)\omega_e t] \\
& + \left[ \frac{1}{2} (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \cos(\delta) - \frac{1}{2} (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \sin(\delta) \right] \cos((n-1)\omega_e t)
\end{aligned} \tag{Éq. 203}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{1}{2} (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \sin(\delta) + \frac{1}{2} (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \cos(\delta) \right] \sin((n-1)\omega_e t) = \\
& RI_{q\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] - L_q (n-1)\omega_e I_{q\alpha(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \\
& + \omega_e L_d I_{d\gamma(+n)} \sin[(n-1)\omega_e t] \\
& + \left[ \frac{1}{2} (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \sin(\delta) + \frac{1}{2} (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \cos(\delta) \right] \sin((n-1)\omega_e t)
\end{aligned} \tag{Éq. 204}$$

On peut finalement réécrire les équations électriques, pour la pulsation  $(n-1)\omega_e$ , sous forme matricielle :

$$V_{(+n)} = Z_{(+n)} I_{(+n)} + E_{(+n)} \tag{Éq. 205}$$

Avec

$$\begin{aligned}
V_{(+n)} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \cos(\delta) + (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \sin(\delta) \\ (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \sin(\delta) - (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \cos(\delta) \\ (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \cos(\delta) - (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \sin(\delta) \\ (V_{nq\alpha} - V_{nd\gamma}) \sin(\delta) + (V_{nq\gamma} + V_{nd\alpha}) \cos(\delta) \end{bmatrix} I_{(+n)} = \begin{bmatrix} I_{d\alpha(+n)} \\ I_{d\gamma(+n)} \\ I_{q\alpha(+n)} \\ I_{q\gamma(+n)} \end{bmatrix} \\
Z_{(+n)} &= \begin{bmatrix} R & (n-1)\omega_e L_d & -\omega_e L_q & 0 \\ -(n-1)\omega_e L_d & R & 0 & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & 0 & R & (n-1)\omega_e L_q \\ 0 & \omega_e L_d & -(n-1)\omega_e L_q & R \end{bmatrix} \\
E_{(+n)} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \cos(\delta) + (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \sin(\delta) \\ (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \sin(\delta) - (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \cos(\delta) \\ (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \cos(\delta) - (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \sin(\delta) \\ (E_{nq\alpha} - E_{nd\gamma}) \sin(\delta) + (E_{nq\gamma} + E_{nd\alpha}) \cos(\delta) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

### III. Expression des dérivées des flux intervenant dans le calcul du couple

On rappelle l'expression du couple développée et utilisée pour le dimensionnement :

$$C = \frac{3}{2} \left\{ i_d i_q (L_{dd} - L_{qq}) + \psi_{fd} i_q - \psi_{fq} i_d + \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} i_d + \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} i_q + 2 \frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta} i_o \right\} \quad \text{Éq. 206}$$

Afin d'expliciter le calcul du couple, il faut déterminer les flux des aimants, avec leurs harmoniques respectifs, effectuer les projections sur le repère  $dqo$  et les dériver.

Les f.é.m. calculées par le modèle électromagnétique s'écrivent dans l'espace  $abc$  :

$$\begin{aligned} e_a &= \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ e_b &= \sum_{k=0}^{\infty} E_{kb\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{kb\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ e_c &= \sum_{k=0}^{\infty} E_{kc\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{kc\gamma} \sin(k\omega_e t) \end{aligned} \quad \text{Éq. 207}$$

Les flux des aimants à travers les phases peuvent être obtenus par intégration des f.é.m. :

$$\begin{aligned} \psi_{fa} &= \int_t e_a dt = \int_t \left[ \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} E_{ka\gamma} \sin(k\omega_e t) \right] dt \\ &= \sum_{k=0_t}^{\infty} \int E_{ka\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0_t}^{\infty} \int E_{ka\gamma} \sin(k\omega_e t) \end{aligned} \quad \text{Éq. 208}$$

$$\begin{aligned} \psi_{fa} &= \sum_k \frac{E_{ka\alpha}}{k\omega_e} \sin(k\omega_e t) - \sum_k \frac{E_{ka\gamma}}{k\omega_e} \cos(k\omega_e t) = \sum_k \Psi_{kfa\gamma} \sin(k\omega_e t) + \sum_k \Psi_{kfa\alpha} \cos(k\omega_e t) \\ \psi_{fb} &= \sum_k \frac{E_{kb\alpha}}{k\omega_e} \sin(k\omega_e t) - \sum_k \frac{E_{kb\gamma}}{k\omega_e} \cos(k\omega_e t) = \sum_k \Psi_{kfb\gamma} \sin(k\omega_e t) + \sum_k \Psi_{kfb\alpha} \cos(k\omega_e t) \\ \psi_{fc} &= \sum_k \frac{E_{kc\alpha}}{k\omega_e} \sin(k\omega_e t) - \sum_k \frac{E_{kc\gamma}}{k\omega_e} \cos(k\omega_e t) = \sum_k \Psi_{kfc\gamma} \sin(k\omega_e t) + \sum_k \Psi_{kfc\alpha} \cos(k\omega_e t) \end{aligned} \quad \text{Éq. 209}$$

En appliquant les mêmes transformations que celles opérées sur les tensions d'alimentation les flux des aimants peuvent s'exprimer dans le repère  $dq$  statorique :

$$\begin{aligned}\psi_{fd}^s &= \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfd\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfd\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ \psi_{fq}^s &= \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfq\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfq\gamma} \sin(k\omega_e t) \\ \psi_{fo} &= \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfo\alpha} \cos(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{kfo\gamma} \sin(k\omega_e t)\end{aligned}\quad \text{Éq. 210}$$

Où les coefficients des termes trigonométriques s'expriment selon :

$$\begin{aligned}\Psi_{kfd\alpha} &= \frac{2}{3} \Psi_{kfa\alpha} - \frac{1}{3} \Psi_{kfb\alpha} - \frac{1}{3} \Psi_{kfc\alpha} \\ \Psi_{kfd\gamma} &= \frac{2}{3} \Psi_{kfa\gamma} - \frac{1}{3} \Psi_{kfb\gamma} - \frac{1}{3} \Psi_{kfc\gamma} \\ \Psi_{kfq\alpha} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} (\Psi_{kfc\alpha} - \Psi_{kfb\alpha}) \\ \Psi_{kfq\gamma} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} (\Psi_{kfc\gamma} - \Psi_{kfb\gamma}) \\ \Psi_{kfo\alpha} &= \frac{1}{3} \Psi_{kfa\alpha} + \frac{1}{3} \Psi_{kfb\alpha} + \frac{1}{3} \Psi_{kfc\alpha} \\ \Psi_{kfo\gamma} &= \frac{1}{3} \Psi_{kfa\gamma} + \frac{1}{3} \Psi_{kfb\gamma} + \frac{1}{3} \Psi_{kfc\gamma}\end{aligned}\quad \text{Éq. 211}$$

On peut finalement exprimer les composantes  $d$  et  $q$  des flux des aimants dans le repère  $dq$  rotorique :

$$\begin{aligned}\psi_{fq} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} + \Psi_{kd\gamma}) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} - \Psi_{kd\alpha}) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} - \Psi_{kd\gamma}) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} + \Psi_{kd\alpha}) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta]\end{aligned}\quad \text{Éq. 212}$$

$$\begin{aligned}\psi_{fd} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} + \Psi_{kd\gamma}) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\ &\quad - \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} - \Psi_{kd\alpha}) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\ &\quad - \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} - \Psi_{kd\gamma}) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} + \Psi_{kd\alpha}) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta]\end{aligned}\quad \text{Éq. 213}$$

Les dérivées des flux dans le repère rotorique, qui nous sont utiles pour le calcul du couple, s'écrivent finalement :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \psi_{fq}}{\partial \theta} = & \sum_{k=0}^{\infty} -\frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} + \Psi_{kd\gamma}) (k+1) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} - \Psi_{kd\alpha}) (k+1) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & - \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} - \Psi_{kd\gamma}) (k-1) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} + \Psi_{kd\alpha}) (k-1) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta]
 \end{aligned} \tag{Éq. 214}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \psi_{fd}}{\partial \theta} = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} + \Psi_{kd\gamma}) (k+1) \cos[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & + \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} - \Psi_{kd\alpha}) (k+1) \sin[(k+1)\omega_e t + \delta] \\
 & - \frac{1}{2} (\Psi_{kq\alpha} - \Psi_{kd\gamma}) (k-1) \cos[(k-1)\omega_e t - \delta] \\
 & - \frac{1}{2} (\Psi_{kq\gamma} + \Psi_{kd\alpha}) (k-1) \sin[(k-1)\omega_e t - \delta]
 \end{aligned} \tag{Éq. 215}$$

$$\frac{\partial \psi_{fo}}{\partial \theta} = \sum_{k=0}^{\infty} -k\Psi_{kfo\alpha} \sin(k\omega_e t) + \sum_{k=0}^{\infty} k\Psi_{kfo\gamma} \cos(k\omega_e t) \tag{Éq. 216}$$

Le couple peut maintenant être calculé à partir des amplitudes des flux et des courants.

---

## IV. Caractérisation d'une machine synchrone à aimants en surface

---

La machine de test est un servomoteur à aimants en surface de type Unimotor de Leroy-Somer.

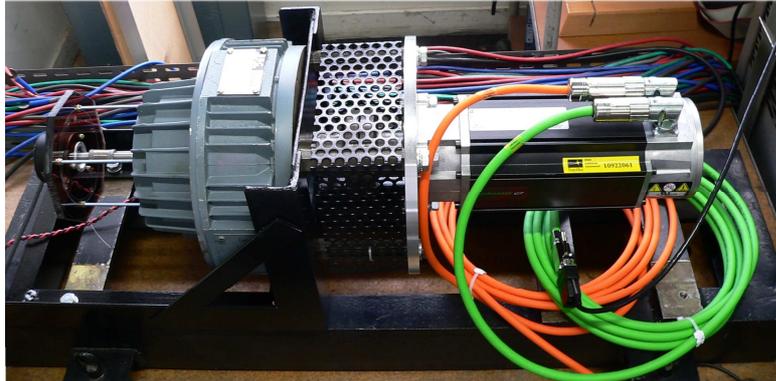


Figure 150 - Photographie du banc expérimental pour la validation du calcul analytique des formes d'ondes de courant. La machine de charge est à gauche, la machine de test à droite.

### Mesure de la résistance

La mesure de la résistance a été réalisée en utilisant plusieurs méthodes :

- alimentation en tension continue
- mesure avec un ohmmètre de précision

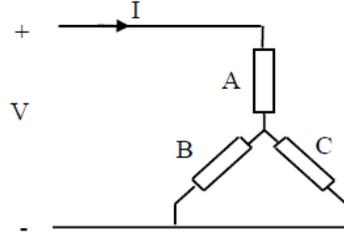
La résistance mesurée correspond à la résistance de la machine majorée de la résistance du câble d'alimentation. La mesure en alimentation continue donne une valeur de résistance entre phases de :  $0,8109 \Omega$ . La mesure à l'ohmmètre de précision (précision 1 %) donne une valeur de résistance entre phases de :  $0,82 \Omega$ . Prenons alors  $R=0,41 \Omega$ .



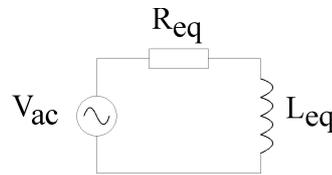
Figure 151 - Mesure de la résistance d'induit avec un ohmmètre de précision

### Mesure de l'inductance

Afin de mesurer les inductances de la machine, le rotor est bloqué dans une position (la saillance due à la perméabilité relative des aimants étant faible, elle sera négligée) et le montage utilisé est le suivant [Ohm99] :



Dans ces conditions le schéma équivalent est :



La résistance du circuit équivalent vaut :  $R_{eq} = \frac{3}{2}R$ ,  $R$  étant la résistance phase-neutre d'un enroulement.

L'inductance du circuit équivalent vaut :  $L_{eq} = \frac{3}{2}L_{d,q}$ ,  $L_{d,q}$  étant l'inductance cyclique de la machine ( $L_d = L_q$ , la machine étant à pôles lisses).

### Démonstration

$$\begin{aligned} v_a &= Ri_a + L \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_c}{dt} \\ v_b &= Ri_b + L \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_c}{dt} \\ v_c &= Ri_c + L \frac{di_c}{dt} + M \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_b}{dt} \end{aligned} \quad \text{Éq. 217}$$

$$\begin{aligned} v &= v_a - v_b \\ &= Ri_a + L \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_c}{dt} - Ri_b - L \frac{di_b}{dt} - M \frac{di_a}{dt} - M \frac{di_c}{dt} \end{aligned} \quad \text{Éq. 218}$$

Or

$$i_a = -\frac{i_b}{2} = -\frac{i_c}{2} \quad \text{Éq. 219}$$

D'où

$$v = \frac{3}{2}Ri_a + \frac{3}{2}(L - M) \frac{di_a}{dt} = \frac{3}{2}Ri_a + \frac{3}{2}L_{d,q} \frac{di_a}{dt} \quad \text{Éq. 220}$$

La tension alternative appliquée au montage est obtenue par l'amplification du signal sinusoïdal d'un GBF à l'aide d'un amplificateur linéaire.

### Conditions expérimentales

La mesure est effectuée à rotor bloqué et à une fréquence relativement basse, 40 Hz, pour éviter de générer des courants de Foucault important dans les aimants, ce qui perturberait la mesure de l'inductance.

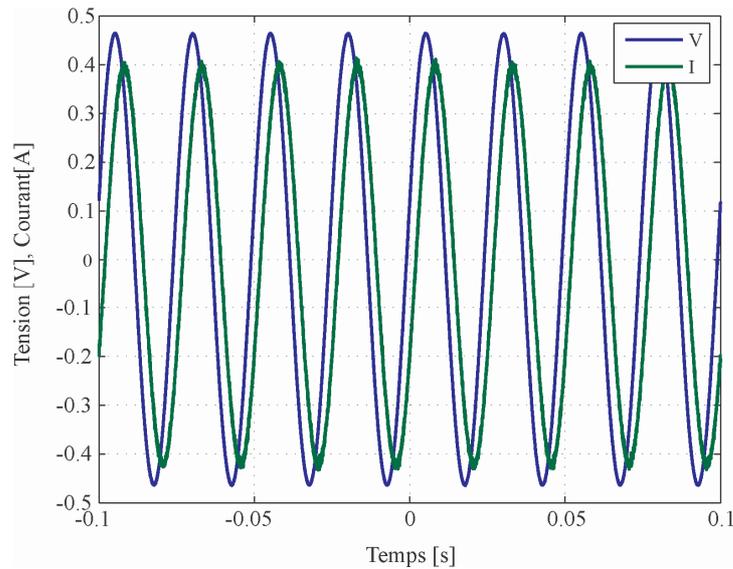


Figure 152 - Relevé expérimental du courant et de la tension, à 40 Hz

L'inductance du circuit équivalent vu des bornes de la machines est déterminée avec la relation suivante :

$$L_{eq} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{\hat{v}}{\hat{i}}\right)^2 - R_{eq}^2} \quad \text{Éq. 221}$$

Finalement :

$$L_{d,q} = \frac{2}{3} L_{eq} \quad \text{Éq. 222}$$

Les mesures donnent les valeurs suivantes :

$$L_{d,q} = 2,32 \text{ mH}$$

### Mesure de la f.é.m.

La machine est entraînée à vide par un moteur à courant continu. Le relevé de tension à vide, à 1 042 tr/min, est donné en Figure 153.

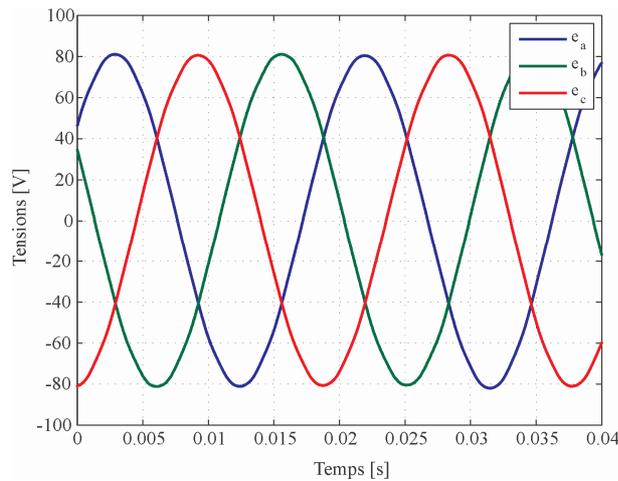


Figure 153 - Relevé expérimentaux de forces électromotrices à vide à 52 Hz

Le flux des aimants à vide, dans un enroulement, peut alors être calculé à partir de la tension à vide entre phases :

$$\hat{\psi}_{f1} = \frac{\hat{U}}{2\pi f \sqrt{3}} = \frac{\hat{U}}{2\pi p N \sqrt{3}} \quad \text{Éq. 223}$$

Soit

$$\hat{\psi}_{f1} = 14,89 \text{ mWb}$$

Une comparaison entre les paramètres de la machine donnés dans sa *datasheet* et ceux mesurés est effectuée dans le Tableau XXI.

TABLEAU XXI – PARAMETRES ELECTRIQUES DE LA MACHINE UNIMOTOR : COMPARAISON ENTRE DATASHEET ET MESURES

	<i>Datasheet</i>	Mesure
Résistance phase-neutre [ $\Omega$ ]	0,365	0,41
Inductance synchrone [mH]	2,41	2,32
Flux des aimants à vide [mWb]	14,81	14,89

---

## V. Résultats de la modélisation électromagnétique par éléments finis

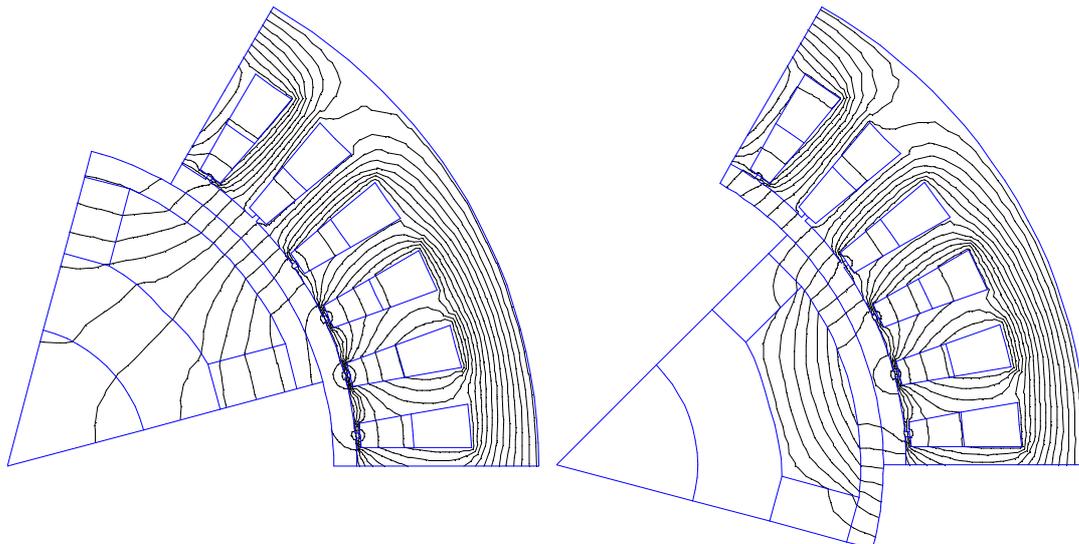
---

### *V.A. Calcul du modèle électromagnétique pour la Première application*

Les résultats des calculs par éléments finis effectués dans le cadre de la modélisation électromagnétique sont donnés pour les deux configurations extrêmes du front de Pareto de la Figure 133.

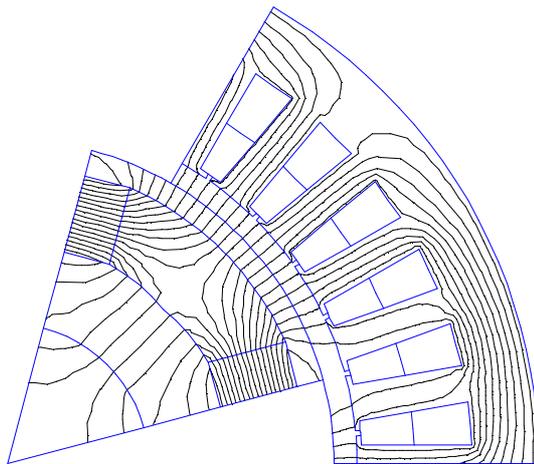
#### **V.A.1) Entraînement de coût minimal**

Nous donnons, en Figure 154, les lignes de champ dans les trois configurations nous permettant de déterminer les paramètres électromagnétiques nécessaires à notre modélisation. Le modèle par EF, dans le cas présenté ici, comprend 4 500 éléments. Ce nombre est un ordre de grandeur car le maillage est paramétré en fonction de la géométrie et par conséquent le nombre d'éléments varie.



Réaction Magnétique d'Induit d'axe  $d$ ,  
 $L_d = 2,10 \cdot 10^{-4}$  H

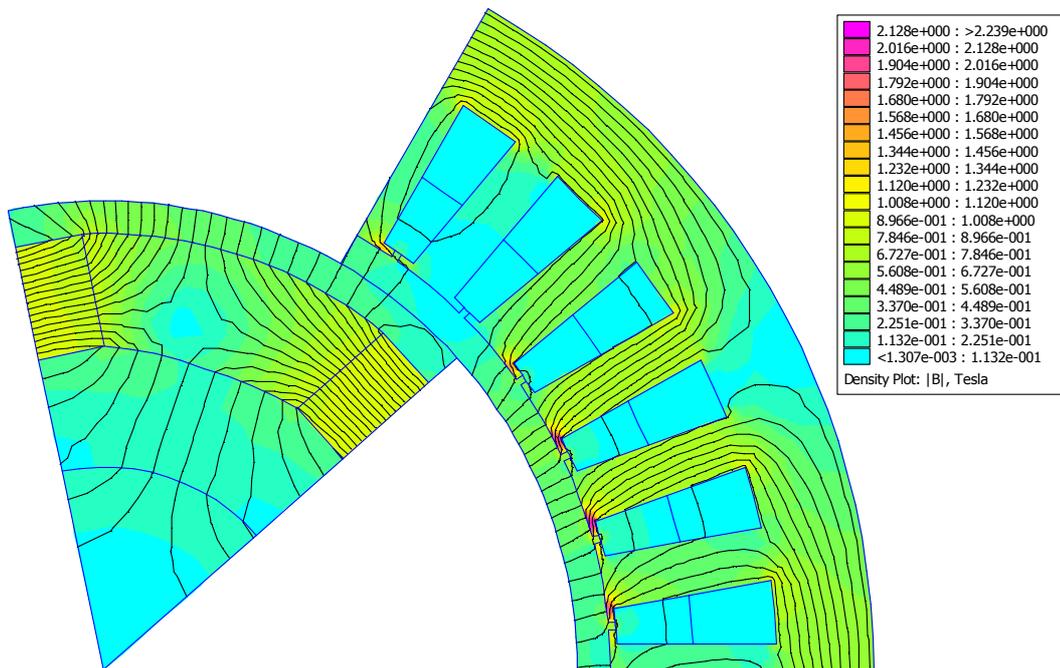
Réaction Magnétique d'Induit d'axe  $q$ ,  
 $L_q = 2,47 \cdot 10^{-4}$  H



Flux des aimants à vide,  
 $\psi_f = 34,7$  mWb

**Figure 154 - Représentations des lignes de champ dans la machine de meilleur coût pour les trois configurations permettant de déterminer les inductances synchrones et le flux à vide**

La Figure 155 montre la cartographie de l'induction dans la machine en charge. La simulation est effectuée avec des matériaux magnétiques non-linéaires.

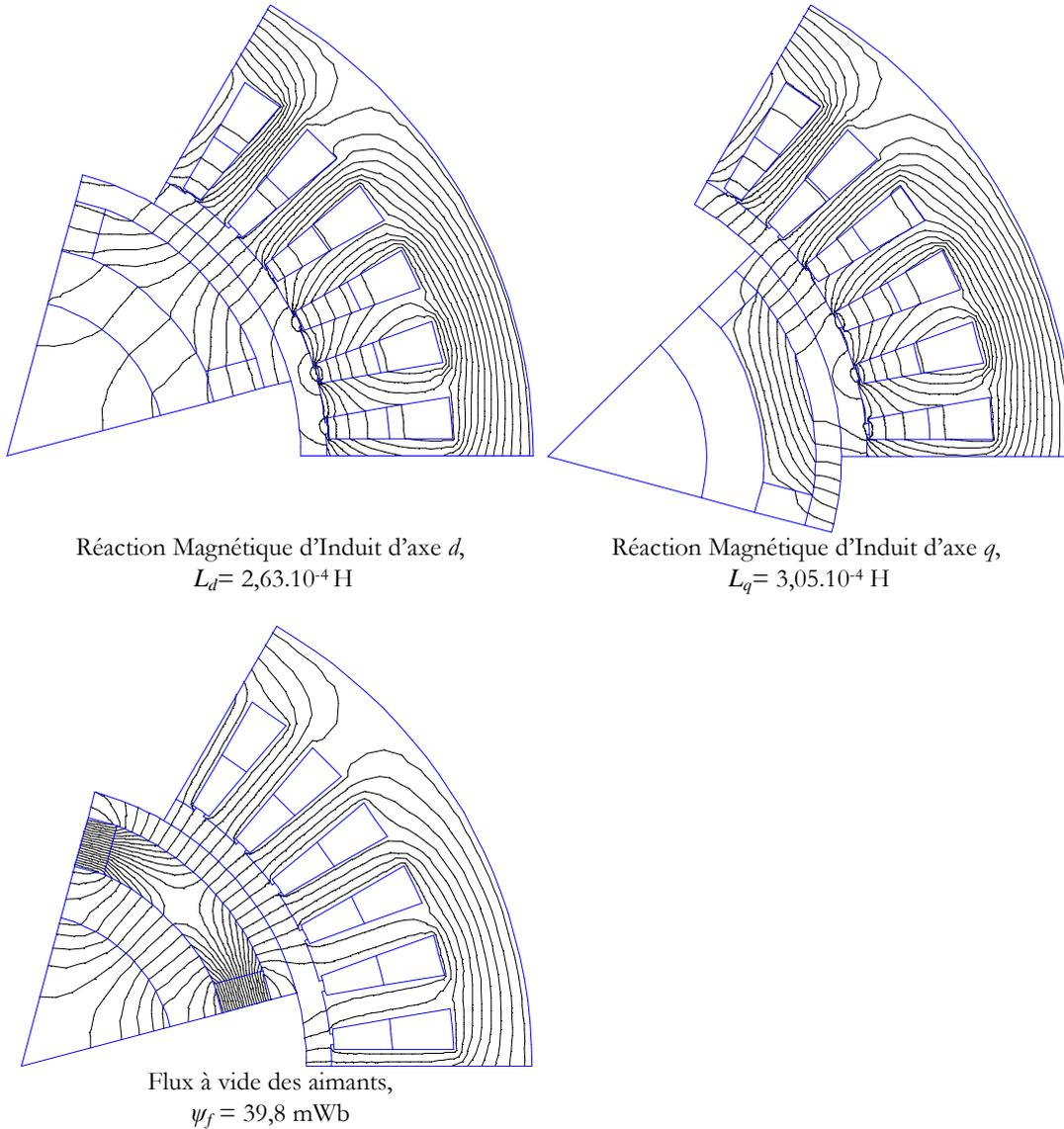


**Figure 155 - Cartographie d'induction de la machine du système d'entraînement présentant le plus faible coût, en charge**

L'induction maximale relevée dans la dent est 0,77 T et celle dans la culasse 0,85 T. Les écarts par rapport à leur estimation analytique sont respectivement de +7,2 % et +3,5 %.

### V.A.2) Entraînement de rendement maximal

Nous donnons en Figure 156 les lignes de champ dans les trois configurations nous permettant de déterminer les paramètres électromagnétiques nécessaires à notre modélisation.



**Figure 156 - Représentations des lignes de champ dans la machine de plus fort rendement pour les trois configurations permettant de déterminer les inductances synchrones et le flux à vide**

La Figure 157 montre la cartographie de l'induction dans la machine en charge. La simulation est effectuée avec des matériaux magnétiques non-linéaires.

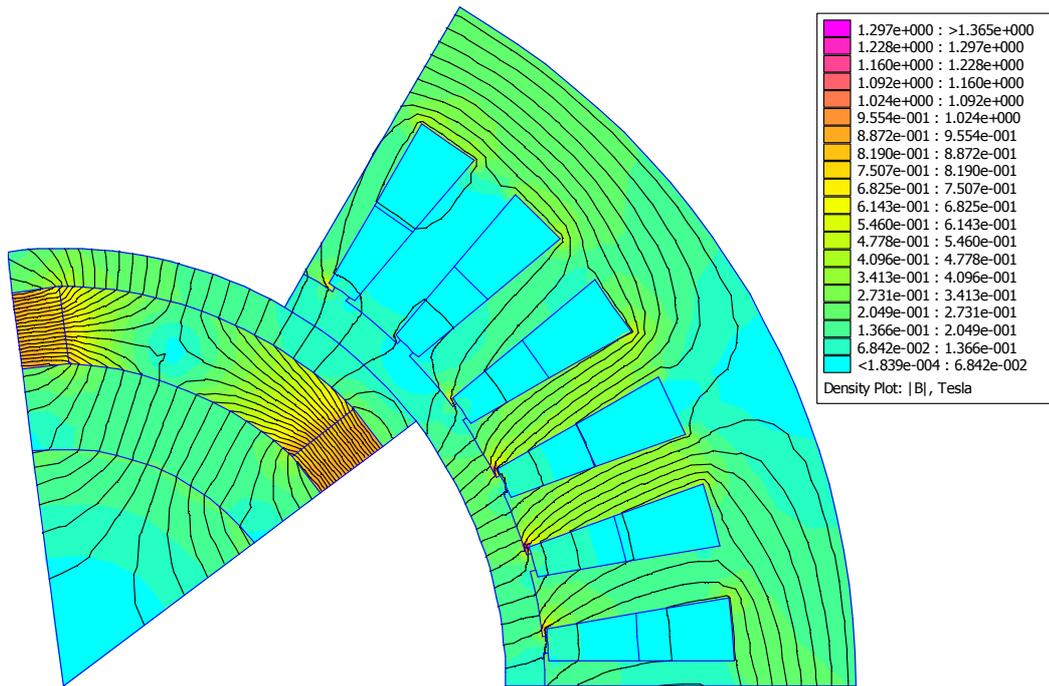


Figure 157 - Cartographie d'induction de la machine du système d'entraînement présentant le meilleur rendement, en charge

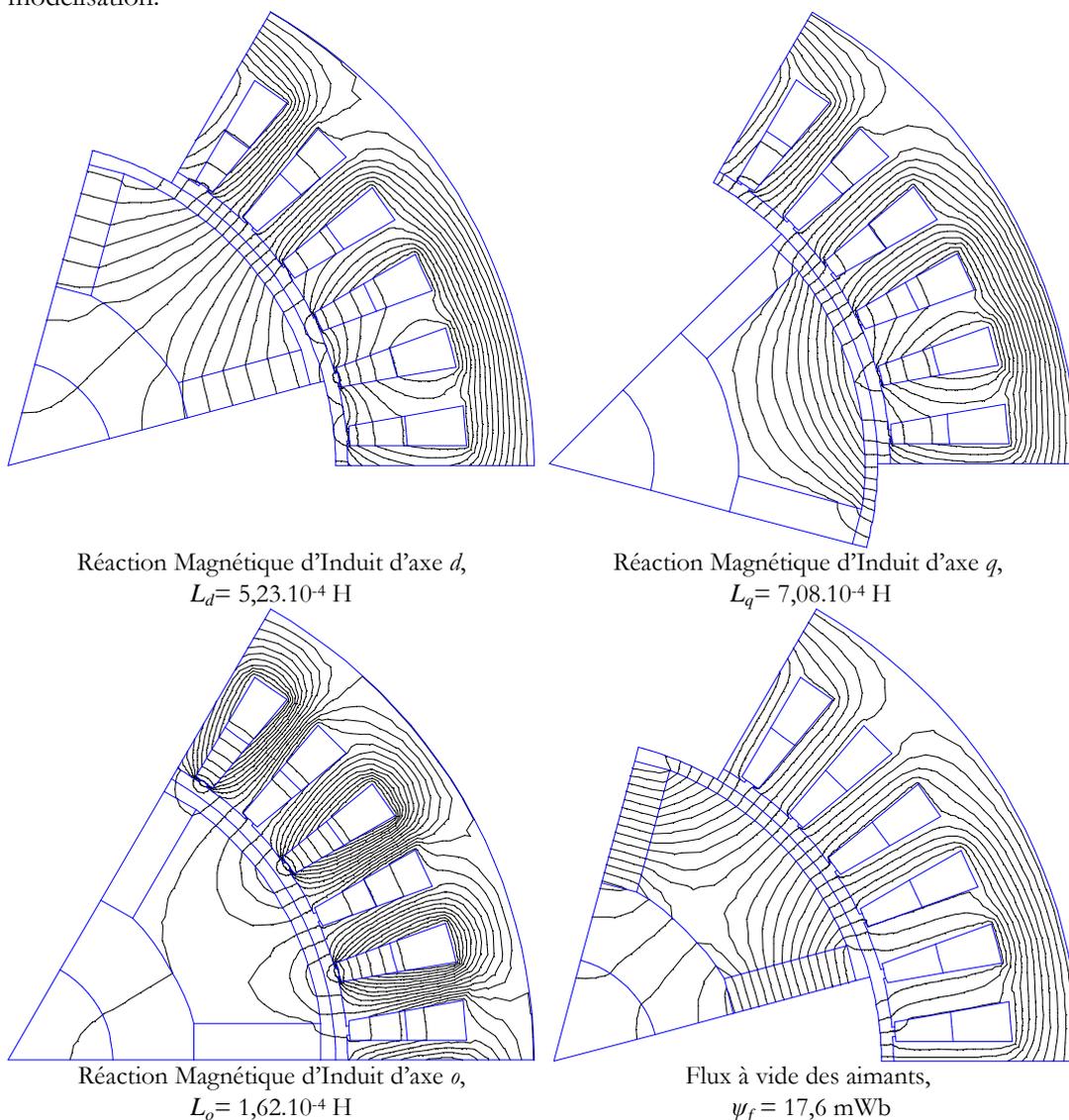
L'induction maximale relevée dans la dent est 0,39 T et celle dans la culasse 0,31 T. Les écarts par rapport à leur estimation analytique sont respectivement de -10 % et -15 %.

### ***V.B. Calcul du modèle électromagnétique pour la Deuxième application***

Les résultats des calculs par éléments finis effectués dans le cadre de la modélisation électromagnétique sont donnés pour la machine du système d'entraînement présentant le couple le plus élevé.

#### **V.B.1) Entraînement de couple maximal**

Nous donnons en Figure 158 les lignes de champ dans les quatre configurations nous permettant de déterminer les paramètres électromagnétiques nécessaires à notre modélisation.



**Figure 158 - Représentations des lignes de champ dans la machine optimale pour les quatre configurations permettant de déterminer les inductances synchrones et le flux à vide**

La Figure 159 montre la cartographie de l'induction dans la machine en charge. La simulation est effectuée avec des matériaux magnétiques non-linéaires.

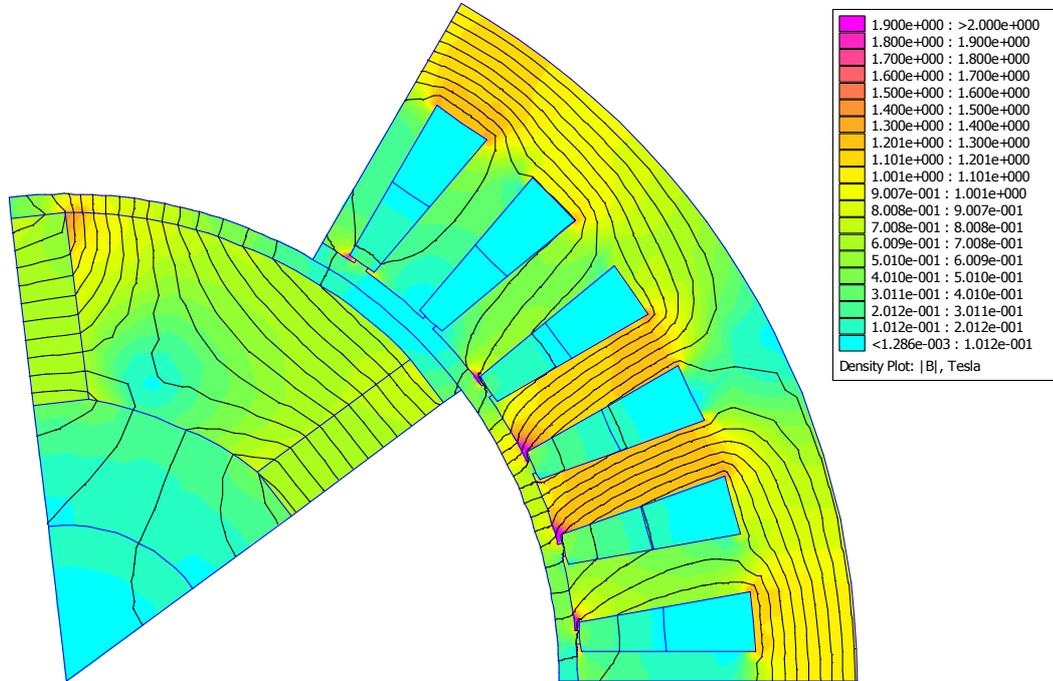


Figure 159 - Cartographie d'induction de la machine du système d'entraînement présentant un couple optimal, en charge (la composante homopolaire n'est pas incluse dans ce calcul)

L'induction maximale relevée dans la dent est 1,35 T et celle dans la culasse 1,21 T. Les écarts par rapport à leur estimation analytique sont respectivement de -9,5 % et -1,3 %.



## **NOMENCLATURE**

$ap_{\text{int}}$  : longueur de l'arc intérieur des pièces polaires  
 $B$  : induction magnétique dans les parties magnétiques  
 $\hat{B}$  : amplitude de  $B$   
 $B_a$  : induction magnétique dans les aimants  
 $B_q$  : induction d'entrefer due à la réaction magnétique d'induit d'axe  $q$   
 $B_{q,\text{min}}$  : minimum de l'induction d'entrefer, en face des aimants, due à la réaction magnétique d'induit d'axe  $q$   
 $\hat{B}_{q1}$  : amplitude du fondamental de  $B_q$   
 $B_d$  : induction d'entrefer due à la réaction magnétique d'induit d'axe  $d$   
 $B_{ds}$  : forme d'onde de l'induction magnétique dans les dents du stator  
 $\hat{B}_{d1}$  : amplitude du fondamental de  $B_d$   
 $B_e$  : induction magnétique dans l'entrefer  
 $B_{\text{ent}}$  : forme d'onde de l'induction magnétique dans l'entrefer en charge  
 $B_{\text{excitation\_culasse}}$  : induction magnétique excitant la culasse statorique à son rayon intérieur  
 $B_f$  : induction d'entrefer due aux aimants  
 $B_{fk}$  : amplitude du  $k^{\text{e}}$  terme de la décomposition en série de Fourier de  $B_f$   
 $B_k$  : amplitude du  $k^{\text{e}}$  terme de la décomposition en série de Fourier de  $B$   
 $B_m$  : induction magnétique dans le moyeu  
 $B_o$  : induction d'entrefer due à la composante homopolaire des courants  
 $B_r$  : induction rémanente des aimants  
 $B_x, B_y$  : composantes tangentielle et radiale de l'induction magnétique dans la culasse du stator  
 $C$  : couple électromagnétique  
 $C_o$  : couple homopolaire  
 $C_1$  : couple de saillance  
 $C_2$  : couple d'interaction des aimants avec le bobinage statorique  
 $C_{\text{det}}$  : couple de détente dû à la variation de perméance statorique  
 $C_f$  : coefficient de frottement  
 $C_{\text{fer}}, C_{\text{cuivre}}, C_{\text{aimant}}$  : prix au kilogramme du fer, du cuivre et des aimants  
 $D$  : diamètre du fil élémentaire  
 $e$  : épaisseur de l'entrefer  
 $e_a$  : épaisseur des aimants  
 $e_a, e_b, e_c$  : amplitude des forces électromotrices des phases  $a, b$  et  $c$   
 $e_{cs}$  : épaisseur de la culasse statorique  
 $e_d, e_q$  : amplitude des forces électromotrices projetées sur les axes  $d$  et  $q$   
 $e_m$  : épaisseur du moyeu  
 $e_o$  : composante homopolaire de la force électromotrice  
 $E$  : force électromotrice d'une phase  
 $E_{\text{on}}, E_{\text{off}}$  : énergie de commutation à la fermeture et à l'ouverture d'un IGBT  
 $E_{\text{rec}}$  : énergie de recouvrement d'une diode  
 $E_Y$  : module de Young

$f$  : fréquence électrique  
 $f_d$  : fréquence de découpage  
 $f_r$  : flèche du rotor  
 $F$  : force centrifuge s'exerçant sur un pôle  
 $F_t$  : force tangentielle s'exerçant sur la section du moyeu  
 $F_{mm_a}, F_{mm_b}, F_{mm_c}$  : forces magnétomotrices produites par les bobines  $a, b$  et  $c$   
 $F_{mm_d}, F_{mm_q}$  : force magnétomotrice d'axe  $d$  et d'axe  $q$   
 $F_{mm_o}$  : force magnétomotrice générée par le courant homopolaire  
 $g$  : accélération de la gravité  
 $\mathbf{G}$  : matrice des conductances thermiques  
 $h_a$  : hauteur des aimants  
 $h_{conv}$  : coefficient de convection  
 $h_{ds}, h_{dent}$  : hauteur des dents statoriques  
 $H_a$  : champ magnétique dans les aimants  
 $H_{cj}$  : champ coercitif  
 $H_e$  : champ magnétique dans l'entrefer  
 $H_m$  : champ magnétique dans le moyeu  
 $H_z$  : champ magnétique dans les aimants sous l'action de la réaction magnétique d'axe  $d$   
 $\vec{i}$  : vecteur courant généré par les courants statoriques  
 $i_a, i_b, i_c$  : amplitude des courants des phases  $a, b$  et  $c$   
 $i_d, i_q$  : amplitude des courants électromagnétiques d'axes  $d$  et  $q$   
 $i_o$  : amplitude de la composante homopolaire du courant  
 $i_r$  : courant constant équivalent parcourant  $L_r$   
 $\hat{I}$  : amplitude du courant électrique d'une phase  
 $I$  : valeur efficace du courant électrique d'une phase  
 $I_1$  : amplitude du fondamental du courant  
 $I_{nom}$  : courant nominal des composants semi-conducteurs  
 $J$  : densité de courant  
 $k$  : vecteur d'onde associé à l'onde d'excitation de la culasse statorique  
 $k_C$  : coefficient de Carter  
 $k_{ds}$  : facteur de concentration de l'induction entre l'entrefer et les dents du stator  
 $k_{rempl}$  : coefficient de remplissage des encoches  
 $k_w$  : coefficient de bobinage global pour le fondamental  
 $K$  : coefficient de bobinage global  
 $K_{circ}$  : coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule dû aux courants de circulation  
 $K_{cn}$  : coefficient d'ouverture d'encoche  
 $K_{dn}$  : coefficient de distribution du bobinage  
 $K_{peau}$  : coefficient d'augmentation des pertes par effet Joule dû à l'effet de peau  
 $K_{pn}$  : coefficient de raccourcissement du bobinage  
 $K_{sn}$  : coefficient d'inclinaison des encoches  
 $l_{ds}$  : largeur des dents statoriques  
 $L_{act}$  : longueur active du paquet de tôles  
 $L_a, L_b, L_c$  : inductances propres des bobines  $a, b$  et  $c$

- $L_d$  : inductance synchrone d'axe  $q$   
 $L_q$  : inductance synchrone d'axe  $d$   
 $M_{dq}, M_{qd}$  : inductances mutuelles synchrones entre les axes  $d$  et  $q$   
 $L_{l,eq}$  : inductance de fuite d'une phase sous alimentation équilibrée  
 $L_{l,o}$  : composante de l'inductance synchrone homopolaire due au flux de fuite d'encoche  
 $L_o$  : inductance synchrone homopolaire  
 $L_p$  : longueur axiale entre les paliers  
 $L_r$  : bobine équivalente d'inductance propre des aimants  
 $L_{spire}$  : longueur d'une spire  
 $m$  : indice de modulation de la MLI intersective sinus-triangle  
 $M_{ab}, M_{bc}$  et  $M_{ac}$  : mutuelles inductances entre les bobines statoriques  
 $M_{af}, M_{bf}$  et  $M_{cf}$  : mutuelles inductances entre les aimants et le bobinage statorique  
 $M_{aimant}$  : masse des aimants  
 $M_{arb}$  : masse de l'arbre  
 $M_{cuivre}$  : masse du cuivre constituant le bobinage  
 $M_{or}$  : mutuelle inductance synchrone homopolaire entre les aimants et le bobinage statorique  
 $M_{rot}$  : masse du rotor  
 $N_a$  : fonction de bobinage  
 $N_{cond/enc}$  : nombre de conducteurs par encoche  
 $N_{enc}$  : nombre d'encoches  
 $N_k$  : amplitude du  $k^e$  terme de la décomposition en série de Fourier de  $N_a$   
 $N_{par}$  : nombre de circuits en parallèle  
 $N_s$  : nombre de spires en série par phase  
 $N_{spp}$  : nombre de spires par phase et par paire de pôle = nombre de conducteurs par pôle et par phase  
 $N_{b_{int}}$  : nombre d'interrupteur de l'onduleur  
 $Nu$  : nombre de Nusselt  
 $p$  : nombre de paires de pôles  
 $p_{rac}$  : pas de raccourcissement du bobinage  
 $p_T, p_B, p_{TB}$  : perméances spécifiques  
 $\mathbf{P}$  : vecteur des termes sources thermiques  
 $P_{aim}$  : pertes par courants de Foucault dans les aimants  
 $P_{cf,sin}$  : composante des pertes par courants de Foucault sous alimentation sinusoïdale  
 $P_{cis}$  : pertes par cisaillement de la lame d'air dans l'entrefer  
 $P_{comm,diode}$  : pertes de puissance par commutation dans une diode  
 $P_{comm,IGBT}$  : pertes de puissance par commutation dans un IGBT  
 $P_{cond,diode}$  : pertes de puissance par conduction dans une diode  
 $P_{cond,IGBT}$  : pertes de puissance par conduction dans un IGBT  
 $P_{diode}$  : pertes de puissance totale dans une diode  
 $P_{fer}$  : pertes fer

$P_{fer,dent}$ ,  $P_{fer,culasse}$  : pertes fer dans les dents et dans la culasse statoriques  
 $P_{h,sin}$  : composante des pertes hystérésis sous alimentation sinusoïdale  
 $P_{IGBT}$  : pertes de puissance totale dans un IGBT  
 $P_J$  : pertes par effet Joule  
 $P_{lead}$  : pertes de puissance dans l'amenée de courant (*lead*)  
 $P_{ond}$  : pertes de puissance totale dans l'onduleur  
 $r$  : profondeur de modulation de la MLI intersective sinus-triangle  
 $ref$  : référence de tension de la MLI  
 $R$  : résistance électrique d'une phase  
 $R_{ales}$  : rayon d'alésage du stator  
 $R_{arb}$  : rayon de l'arbre  
 $R_{bd,Diode}$  : résistance thermique boîtier-dissipateur pour la diode  
 $R_{bd,IGBT}$  : résistance thermique boîtier-dissipateur pour l'IGBT  
 $R_{dc}$  : résistance électrique en courant continu  
 $R_{de}$  : résistance thermique dissipateur-eau  
 $R_{ext}$  : rayon extérieur du stator  
 $R_{jb,Diode}$  : résistance thermique jonction-boîtier pour la diode  
 $R_{jb,IGBT}$  : résistance thermique jonction-boîtier pour l'IGBT  
 $R_{lead}$  : résistance électrique de l'amenée de courant aux puces semiconductrices  
 $R_m$  : rayon du moyeu  
 $R_r$  : rayon du rotor  
 $R_{th}$  : résistance thermique  
 $Re$  : nombre de Reynolds  
 $S_{enc}$  : section d'encoche  
 $S_{rot}$  : surface du rotor en contact avec l'entrefer  
 $t$  : temps  
 $T$  : période électrique  
 $\mathbf{T}$  : vecteur des températures  
 $T_d$  : période de découpage  
 $T_{eau}$  : température de l'eau  
 $T_{jD}$  : température de jonction de la diode  
 $T_{jt}$  : température de jonction de l'IGBT  
 $Ta$  : nombre de Taylor  
 $v_a, v_b, v_c$  : amplitude des tensions des phases  $a$ ,  $b$  et  $c$   
 $v_d, v_q$  : amplitude des tensions d'axes  $d$  et  $q$   
 $v_o$  : composante homopolaire de la tension  
 $V_{av}$  : valeur moyenne de la tension MLI redressée  
 $V_{av,fund}$  : valeur moyenne du fondamental de tension redressé  
 $V_{ce}$  : chute de tension aux bornes d'un IGBT  
 $V_d$  : chute de tension aux bornes d'une diode  
 $V_{dc}$  : tension du bus continu  
 $V_{nom}$  : tension nominale des composants semi-conducteurs

$V_p$  : vitesse périphérique du rotor  
 $V_{rms}$  : valeur efficace de la tension  
 $V_{rms, fund}$  : valeur efficace du fondamental de tension  
 $W_m^*$  : co-énergie magnétique  
 $W_{mo}^*$  : composante homopolaire de la co-énergie magnétique  
 $\alpha$  : demie ouverture angulaire de l'aimant au rayon du moyeu  
 $\alpha_{Cu}, \alpha_{B_r}, \alpha_{H_{cj}}$  : coefficients de température  
 $\beta$  : demie ouverture angulaire de l'aimant au rayon du rotor  
 $\delta$  : angle initial entre les repère  $dq$  rotorique et  $dq$  statorique  
 $\eta$  : coefficient d'augmentation des pertes fer par hystérésis  
 $\eta_{sys}$  : rendement global du système  
 $\lambda$  : longueur d'onde de la forme d'onde excitant la culasse statorique  
 $\lambda_{th}$  : conductivité thermique du milieu  
 $\mu$  : perméabilité magnétique du milieu  
 $\mu_0$  : perméabilité du vide  
 $\mu_a$  : perméabilité relative des aimants  
 $\mu_{air}$  : viscosité dynamique de l'air  
 $\rho_{air}$  : masse volumique de l'air  
 $\rho_{Cu}$  : résistivité électrique du cuivre  
 $\rho_{Cu_0}, B_{r_0}, H_{cj_0}$  : propriétés physiques à la température  $T_0$   
 $\rho_{Fer}$  : masse volumique du fer  
 $\sigma$  : conductivité électrique du milieu  
 $\sigma_{arbre}$  : contrainte mécanique dans l'arbre (torsion)  
 $\sigma_{moyeu\_t}, \sigma_{moyeu\_f}$  : contrainte mécanique dans le moyeu (traction et flexion)  
 $\sigma_{queue}$  : contrainte mécanique dans la queue d'aronde (traction)  
 $\tau_D$  : fonction de conduction d'une diode  
 $\tau_{IGBT}$  : fonction de conduction d'un IGBT  
 $\tau_s$  : ouverture angulaire du pas dentaire  
 $\varphi$  : déphasage courant-tension  
 $\phi_{aim}$  : flux des aimants  
 $\phi_{entrefer}$  : flux à travers l'entrefer  
 $\phi_{fuites}$  : flux de fuite à travers le moyeu  
 $\chi$  : coefficient d'augmentation des pertes fer par courants de Foucault  
 $\psi_a, \psi_b, \psi_c$  : flux captés par les phases  $a, b$  et  $c$   
 $\hat{\psi}_{d1}$  : amplitude du fondamental du flux d'axe  $d$  à travers le bobinage  
 $\psi_f$  : flux des aimants à vide par phase  
 $\vec{\psi}_f$  : flux d'origine rotorique  
 $\hat{\psi}_{f1}$  : amplitude du fondamental du flux des aimants à vide à travers le bobinage  
 $\psi_{fa}, \psi_{fb}, \psi_{fc}$  : flux à vide captés par les phases  $a, b$  et  $c$   
 $\psi_{fd}, \psi_{fq}$  : flux des aimants à vide projetés dans le repère  $dq$  tournant  
 $\psi_{fo}$  : flux homopolaire à vide dû aux aimants

$\psi_o$  : flux homopolaire capté par une phase  
 $\psi_r$  : flux capté par la bobine équivalente à un aimant  
 $\vec{\psi}_s$  : flux d'origine statorique  
 $\psi_{so}$  : flux homopolaire d'origine statorique  
 $\omega_e$  : pulsation électrique  
 $\Omega$  : vitesse de rotation mécanique du rotor  
 $\Omega_{c1}$  : première vitesse critique



## REFERENCES

- [Abd07] A. ABDELLI, *Optimisation multicritère d'une chaîne éolienne passive*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [Agl03] O. AGLÉN, A. ANDERSSON, "Thermal analysis of a high-speed generator", *Conference Record of the 2003 IEEE Industry Applications Conference*, p. 547-54, vol.1, 2003.
- [Ait05] A. AIT-HAMMOUDA, *Pré-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatif et à vitesse variable*, Thèse de l'École Centrale de Lille-Université des Sciences et Technologies de Lille, 2005.
- [Alh05] Y. ALHASSOUN, *Étude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
- [Alt00] K. ATALLAH, D. HOWE, P.H. MELLOR, D.A. STONE, "Rotor loss in permanent-magnet brushless AC machines", *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 36, n° 6, p. 1612-1617, Nov. 2000.
- [Ama85] G.A.J. AMARATUNGA, P.P. ACARNLEY, P.G. MCLAREN, "Optimum magnetic circuit configurations for permanent magnet aerospace generators", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-21, n° 2, p. 230-55, March 1985.
- [Ark05] A. ARKKIO, T. JOKINEN, E. LANTTO, "Induction and permanent-magnet synchronous machines for high-speed applications", *Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems*, p. 871-6, vol. 2, 2005.
- [Asm05] N.H. ASMAR, *Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems*, second edition, Pearson Education, Inc., 2005.
- [Bae03] BON-HO BAE, SEUNG-KI SUL, JEONG-HYECK KWON, JI-SEOB BYEON, "Implementation of sensorless vector control for super-high-speed PMSM of turbo-compressor", *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 39, n° 3, p. 811-18, May-June 2003.
- [Bel07] N. BELLEGARDE, P. DESSANTE, P. VIDAL, J.-C. VANNIER, "Optimisation of a drive system and its epicyclic gear set", *International Symposium on Electromagnetic Fields (ISEF) 2007*, Prague, République Tchèque, 13-16 September 2007.
- [Ben03] H. BEN AHMED, N. BERNARD, M. GABSI, F. BOUMENDIL, M.I. LAMGHRI-JAMAL, M.E. ZAIM, N. TAKORABET, « Machines électriques haute vitesse : analyse topologique et limites de faisabilité », *CD-ROM des actes du congrès Électrotechnique du Futur EF'2003*, Supélec, Gif-sur-Yvette, 9-10 décembre 2003.
- [Ben06] H. BEN AHMED, N. BERNARD, G. FELD, B. MULTON, « Machines synchrones : Modélisation en régime permanent », *Techniques de l'ingénieur*, D 3 521, 2006.
- [Ben08] A. BENABOU, S. GEORGES, S. CLENET, "Permanent magnet modeling for dynamic applications", *Journal of Magnetism and Magnetic Material*, vol. 320, n° 6, p. 830-835, 2008.
- [Ber10] N. BERNARD, M.E. ZAÏM, F. MARTIN, H. BEN AHMED, « Méthodologie d'optimisation des machines synchrones à aimants permanents, application aux machines rapides », *Journée Méthodologies et outils d'optimisation en génie électrique du GdR Seeds-SEE*, Paris, 1 avril 2010.

- [Ber87] Y. BERTIN, *Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone. Développement d'un environnement C.A.O. et modélisations thermoaérauliques*, Thèse de l'ENSMA-Université de Poitiers, 1987
- [Ber99] Y. BERTIN, « Refroidissement des machines électriques tournantes », *Techniques de l'Ingénieur*, D 3 460, 1999.
- [Bia04] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, F. LUISE, “Potentials and limits of high-speed PM motors”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 40, n° 6, p 1570-8, Nov.-Dec. 2004.
- [Bia05a] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, F. LUISE, “Analysis and design of a PM brushless motor for high-speed operations”, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 20, n° 3, p. 629-37, Sept. 2005.
- [Bia05b] N. BIANCHI, *Electrical machine analysis using finite elements*, Boca Raton: CRC Press, p. 167-184, 2005.
- [Bia06] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, F. LUISE, “High speed drive using a slotless PM motor”, *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 21, n° 4, p. 1083-90, July 2006.
- [Bie98] J.-M. BIEDINGER, J.-P. VILAIN, “Design of low-voltage variable-frequency electrical motors. I. Analysis of the magnetic-thermal-electric coupled problem”, *European Physical Journal, Applied Physics*, vol. 3, n° 1, p. 101-18, 1998.
- [Bie99] J.-M. BIEDINGER, J.-P. VILAIN, “Design of low-voltage variable-frequency electrical motors. II. Optimisation with magnetical-thermal-electrical coupled problem”, *European Physical Journal, Applied Physics*, vol. 7, n° 3, p. 247-61, 1999.
- [Bie04] M.H. BIERHOFF, F.W. FUCHS, “Semiconductor losses in voltage source and current source IGBT converters based on analytical derivation”, *35<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Aachen, Germany, 2004.
- [Bin06] A. BINDER, T. SCHNEIDER, M. KLOHR, “Fixation of buried and surface-mounted magnets in high-speed permanent-magnet synchronous machines”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 42, n° 4, p. 1031-7, July-Aug. 2006.
- [Bin08] A. BINDER, T. SCHNEIDER, “High-speed inverter-fed AC drives”, *2007 International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP '07)*, p. 748-55, 2008.
- [Bog96] A. BOGLIETTI, P. FERRARIS, M. LAZZARI, M. PASTORELLI, “Influence of the inverter characteristics on the iron losses in PWM inverter-fed induction motors”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 32, n° 5, p. 1190-4, Sept.-Oct. 1996.
- [Bog03] A. BOGLIETTI, A. CAVAGNINO, M. LAZZARI, M. PASTORELLI, “Predicting iron losses in soft magnetic materials with arbitrary voltage supply: an engineering approach”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 39, n° 2, p. 981-989, March 2003.
- [Bom09] E. BOMME, *Modélisation et Optimisation des machines électriques discoïdes à double entrefer*, Thèse de l'Institut Polytechnique de Grenoble, 2009

- [Bri03] S. BRISSET, C. ESPANET, P. BROCHET, « Modèle de pré-dimensionnement d'un moteur à courant continu, aimant permanent, commutation électronique et bobinage concentré », *CD-ROM des actes du congrès Électrotechnique du Futur EF'2003*, Supélec, Gif-sur-Yvette, 9-10 décembre 2003.
- [Bri07] S. BRISSET, *Démarches et outils pour la conception optimale des machines électriques*, Habilitation à diriger des recherches de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, décembre 2007.
- [Cas94] F. CASANELLAS, "Losses in PWM inverters using IGBTs", *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 141, n° 5, p. 235-9, Sept. 1994.
- [Cen10] M. CENTNER, U. SCHAFER, "Optimized design of high-speed induction motors in respect of the electrical steel grade", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, n° 1, p. 288-95, Jan. 2010.
- [Cha98] F. CHABOT, M. LAJOIE-MAZENC, "Analytical models for the design of permanent magnet machines", *SPEEDAM 98, Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Advanced Machines*, Sorrento, Italy, June 1998.
- [Che01] Z. CHEN, E. SPOONER, "Voltage source inverters for high-power, variable-voltage DC power sources", *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, vol. 148, n° 5, p. 439-47, Sept. 2001.
- [Che99] T. CHEVALIER, A. KEDOUS-LEBOUC, B. CORNUT, C. CESTER, "Estimation of magnetic loss in an induction motor fed with sinusoidal supply using finite element software and a new approach to dynamic hysteresis", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 35, n° 5, p. 3400-3402, Sept. 1999.
- [Ché03] L. CHÉDOT, G. FRIEDRICH, "Optimal control of interior permanent magnet synchronous integrated starter generator", *European Power Electronics and Drive Conference (EPE 03)*, Toulouse, France, Septembre 2003.
- [Chi07] O. CHIVER, C. OPREA, M. HORGOS, L. NEAMT, C. BARZ, "The computation of reaction and homopolar inductances of a synchronous machine, with 2D numerical analysis software", *6<sup>th</sup> International Conference on Electromechanical and Power Systems*, Chisinau, Rep. Moldova, October 4-6, 2007.
- [Cho06] HAN-WOOK CHO, SEOK-MYEONG JANG, SANG-KYU CHOI, "A design approach to reduce rotor losses in high-speed permanent magnet machine for turbo-compressors", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 42, n° 10, p. 3521-3, Oct. 2006.
- [Col02] Y. COLLETTE, P. SIARRY, *Optimisation multiobjectif*, éditions Eyrolles, 2002.
- [Cou02], E. COUPART, P. GAUTHIER, J. SAINT-MICHEL *et al.*, « Rotor de machine électrique tournante », *European Patent 1 249 919 A1*, October 16, 2002.
- [Deb02] K. DEB, A. PRATAB, S. AGRAWAL, T. MEYARIVAN, "A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: Nsga-II", *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 6, n° 2, p. 182-197, April 2002.

- [Dem10] G.D. DEMETRIADES, H.Z. DE LA PARRA, E. ANDERSSON, H. OLSSON, “A real-time thermal model of a permanent-magnet synchronous motor”, *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 25, n° 2, p. 463-74, Feb. 2010.
- [Den09] J. DENIES, H. BEN AHMED, B. DEHEZ, “Design of a ferrofluid micropump using a topology optimization method”, *8th International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems & Electric Drives Joint Symposium (ELECTROMOTION 2009)*, 6 p., 2009.
- [Dor08] D.G. DORRELL, “Combined thermal and electromagnetic analysis of permanent-magnet and induction machines to aid calculation”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 55, n° 10, p. 3566-74, Oct. 2008.
- [Dré06] J. DRÉO, A. PETROWSKI, E. TAILLARD, P. SIARRY, *Metaheuristics for hard optimization*, Springer Editions, January 2006.
- [Dup97] L. DUPRÉ, R. VAN KEER, J. MELKEBEEK, “An iron loss model for electrical machines using the Preisach theory”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 33, n° 5, p. 4158-4160, September 1997.
- [Ede02] J.D. EDE, Z.Q. ZHU, D. HOWE, “Rotor resonances of high-speed permanent-magnet brushless machines”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 38, n° 6, p. 1542-8, Nov.-Dec. 2002.
- [Ede07] J.D. EDE, K. ATTALAH, G.W. JEWELL, J.B. WANG, D. HOWE, “Effect of axial segmentation of permanent magnets on rotor loss in modular permanent-magnet brushless machines”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 43, n° 5, p. 1207-1213, September 2007.
- [Ejj10a] K. EJJABRAOUI, C. LAROUCI, P. LEFRANC, C. MARCHAND, “Pre-sizing of dc-dc converters by optimization under constraints – Influence of the control constraint on the optimization results”, *IEEE-ICIT' 10*, Valparaiso, Chili, 14-17 Mars 2010.
- [Ejj10b] K. EJJABRAOUI, *Contribution à la conception de systèmes mécatroniques automobiles ; Méthodologie de pré-dimensionnement multi-niveau, multi-physique de convertisseurs statiques*, Thèse de l'Université Paris-Sud XI, 2010.
- [Eri01] M. ERICKSON, A. MAYER, J. HORN, “The niched pareto genetic algorithm 2 applied to the design of groundwater remediation systems”, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization. First International Conference, EMO 2001*. Proceedings (Lecture Notes in Computer Science Vol.1993), p. 681-95, 2001.
- [Esp99] C. ESPANET, *Modélisation et conception optimale de moteurs sans balais à structure inverse – application au moteur roue*, Thèse de l'Université de Franche-Comté, 1999.
- [Fas07] A. FASQUELLE, *Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction*, Thèse de l'École Centrale de Lille, 2007.
- [Femm] D.C. MEEKER, *Finite Element Method Magnetics*, Version 4.2.
- [Fer98] G. FERRETTI, G. MAGNANI, P. ROCCO, “Modeling, identification, and compensation of pulsating torque in permanent magnet AC motors”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 45, n° 6, p. 912–920, Dec. 1998.

- [Fie05] A.B. FIELD, “Eddy currents in large slot-wound conductors”, *Trans. AIEE*, p. 761-788, 1905.
- [Flux2D] CEDRAT, *Flux 2D*, Version 9.2.
- [Fog99] A. FOGGIA, « Méthode de calcul des inductances de fuites », *Techniques de l'Ingénieur*, D 3 440, 1999.
- [Fon07] J. FONTCHASTAGNER, *Résolution du problème inverse de conception d'actionneurs électromagnétiques par association de méthodes déterministes d'optimisation globale avec des modèles analytiques et numériques*, Thèse de l'Institut Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [Fre09] W. FRELIN, L. BERTHET, M. PETIT, J.-C. VANNIER, “Transformer winding losses evaluation when supplying non linear load”, *CD-Rom Proceedings of The 44th International Universities' Power Engineering Conference, UPEC 2009*, Scotland, Sept. 2009.
- [Fud83] H.R. FUDEH, C.M. ONG, “Modeling and analysis of induction machines containing space harmonics”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, n° 8, p. 2608-2628, August 1983.
- [Gau05] T. GAUTREAU, *Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis Loss Surface et application aux machines synchrones à aimants*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2005.
- [Gie02] J.F. GIERAS, M. WING, *Permanent magnet motor technology*, CRC Press; 2nd edition, January, 2002.
- [Gie04] J.F. GIERAS, “Analytical approach to cogging torque calculation of PM brushless motors”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 40, n° 5, p. 1310–1316, Sept./Oct. 2004.
- [Gil97] F. GILLON, *Modélisation et optimisation par plans d'expériences d'un moteur à commutations électroniques*, Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 1997.
- [Gil10] F. GILLON, « Conception optimale multidisciplinaire appliquée au génie électrique », *Journée Méthodologies et outils d'optimisation en génie électrique, GdR Seeds-SEE*, Paris, 1 avril 2010.
- [Gir09] A. GIRET, *Transfert thermique convectifs dans le cadre de machines tournantes*, Thèse de l'École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique-Université de Poitiers, 2009.
- [Gmy08] Z. GMYREK, A. BOGLIETTI, A. CAVAGNINO, “Estimation and analysis of iron losses in induction motors under sinusoidal and PWM excitation”, *Proceedings of International Conference on Electrical Machines*, 2008.
- [Gre89] G. GRELLET, « Pertes dans les machines tournantes », *Techniques de l'ingénieur*, D 3450, 1989.
- [Gut10] C. GUTFRIND, X. JANNOT, J.-C. VANNIER, P. VIDAL, D. SADARNAC, “Analytical and FEM magnetic optimization of a limited motion actuator for automotive application”, *International Conference on Electrical Machines (ICEM'10)*, Rome, Italie, 6-8 Septembre 2010.

- [Hec06] M. HECQUET, *Contribution à l'instrumentation de la démarche de conception des machines électriques*, Habilitation à diriger des recherches de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, décembre 2006.
- [Hel06] H. HELALI, *Méthodologie de pré-dimensionnement de convertisseurs de puissance. Utilisation des techniques d'optimisation multi-objectifs et prise en compte de contraintes CEM*, Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006.
- [Hél06] E. HÉLÈNE, A. TZVETKOV, "S2M high speed motors for turbomachines", *Compressors Users & Manufacturers Symposium*, St-Petersbourg, May 24-26th 2006.
- [Hip92a] M. HIPNER, R.G. HARLEY, "High speed synchronous homopolar and permanent magnet machines comparative study", *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, vol.1, p. 74-8, 1992.
- [Hip92b] M. HIPNER, R.G. HARLEY, "Looking for an optimal rotor for high speed permanent magnet synchronous machine", *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, vol.1, p. 265-70, 1992.
- [Hli08] S. HLIOUI, *Étude d'une machine synchrone à double excitation - Contribution à la mise en place d'une plate-forme de logiciels en vue d'un dimensionnement optimal*, Thèse de l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard et de l'Université de Besançon, 2008.
- [Hoa09] E. HOANG, S. HLIOUI, M. LECRIVAIN, M. GABSI, "Experimental comparison of lamination material case of switching flux synchronous machine with hybrid excitation", *13th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE)*, 7 p., 2009.
- [Hol96] J. HOLTZ, L. SPRINGOB, "Identification and compensation of torque ripple in high-precision permanent magnet motor drives", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 43, n° 2, p. 309-320, April 1996.
- [Hon82] V.B. HONSINGER, "The fields and parameters of interior type AC permanent magnet machines", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, n° 4, p. 867-875, April 1982.
- [How92] D. HOWE, Z.Q. ZHU, "The influence of finite discretisation on the prediction of cogging torque in permanent magnet excited motors", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 28, n° 2, p. 1080-1083, March 1992.
- [Hua07] YUNKAI HUANG, QIANSHENG HU, JIANFENG ZHAO, JIANGUO ZHU, YOUGUANG GUO, "Comparative study of high-speed PM motors with laminated steel and soft magnetic composite cores", *Conference Record of the 2007 IEEE Industry Applications Conference - Forty-Second IAS Annual Meeting*, p. 67-72, 2007.
- [Hua10] W.-Y. HUANG, A. BETTAYEB, R. KACZMAREK, J.-C. VANNIER, "Optimization of magnet segmentation for reduction of eddy-current losses in permanent magnet synchronous machine", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 25, n° 2, p. 381-7, June 2010.
- [Ido09] L. IDOUGHI, X. MININGER, F. BOUILLAUT, « Modèle thermique équivalent d'une encoche statorique basé sur la méthode FIT », *Electrotechnique du Futur*, Compiègne, 24 Septembre 2009.

- [Ile05] D. ILES-KLUMPNER, M. RISTICEVIC, I. BOLDEA, “Advanced optimization design techniques for automotive interior permanent magnet synchronous machines”, *International Electric Machines and Drives Conference*, p. 8, 2005.
- [Inf06] INFINEON, *Dimensioning program IPOSIM for loss and thermal calculation of Infineon IGBT modules*, Technical Documentation, 2006.
- [Ion07] D.M. IONEL, M. POPESCU, M.I. MCGILP, T.J.E. MILLER, S.J. DELLINGER, R.J. HEIDEMAN, “Computation of core losses in electrical machines using improved models for laminated steel”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 43, n° 6, p. 1554-1564, Nov./Dec. 2007.
- [Ish05] D. ISHAK, Z.Q. ZHU, D. HOWE, “Eddy-current loss in the rotor magnets of permanent-magnet brushless machines having a fractional number of slots per pole”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 41, n° 9, p. 2462-2469, September 2005.
- [Iwa09] S. IWASAKI, R.P. DEODHAR, Y. LIU, A. PRIDE, Z.Q. ZHU, J.J. BREMNER, “Influence of PWM on the proximity loss in permanent-magnet brushless AC machines”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 45, n° 4, p. 1359–1367, July/August 2009.
- [Jan07] SEOK-MYEONG JANG, HAN-WOOK CHO, SANG-KYU CHOI, “Design and analysis of a high-speed brushless DC motor for centrifugal compressor”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 43, n° 6, p. 2573-5, June 2007.
- [Jok99] M.G. JOKSIMOVIĆ, D.M. DUROVIC, B.A. OBRADOVIĆ, “Skew and linear rise of mmf across slot modelling – winding function approach”, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 14, n° 3, September 1999.
- [Kac96] R. KACZMAREK, M. AMAR, F. PROTAT, “Iron losses under PWM voltage supply on Epstein frame and in induction motor core”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 32, n° 1, p. 189-194, Jan. 1996.
- [Kan74] M.D. KANKAM, G.R. SLEMON, “Time-harmonic analysis of synchronous motors”, *IEEE Trans. on Power Apparatus Systems*, vol. PAS-93, n° 5, p. 1589-1594, Sept./Oct. 1974.
- [Kan08] Y. KANO, N. MATSUI, “A design approach for direct-drive permanent-magnet motors”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 44, n° 2, p. 543-54, March-April 2008.
- [Kar10] C. KARIMI, *Onduleurs*, Polycopié Supélec, 2010.
- [Kat09] Y. KATSUMI, A. ATSUSHI, “Loss investigation of interior permanent-magnet motors considering carrier harmonics and magnet eddy currents”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 45, n° 4, p. 659-665, April 2009.
- [Kaw00] Y. KAWASE, T. OTA, H. FURKUNAGA, “3-D eddy current analysis in permanent magnet of interior permanent magnet motors”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 36, n° 4, p. 1863-1866, July 2000.

- [Kho99] S. KHOMFOI, V. KINNARES, P. VIRIYA, "Investigation into core losses due to harmonic voltages in PWM fed induction motors", *Proceedings of the IEEE 1999 International Conference on Power Electronics and Drive Systems PEDS'99*, vol.1, p. 104-9, 1999.
- [Kra68] P.C. KRAUSE, "Method of multiple reference frames applied to analysis of symmetrical induction machinery", *IEEE Trans. on Power Apparatus Systems*, vol. PAS-87, n° 1, p. 218-227, Jan. 1968.
- [Kra74] P.C. KRAUSE, J.R. HAKE, "Method of multiple reference frames applied to the analysis of a rectifier-inverter induction motor drive", *IEEE Trans. on Power Apparatus Systems*, vol. PAS-88, no 1, p. 1635-1641, Nov. 1969.
- [Kre08a] S. KREUAWAN, *Modelling and optimal design in railway applications*, Thèse de l'École Centrale de Lille, 2008.
- [Kre08b] S. KREUAWAN, F. GILLON, P. BROCHET, "Optimal design of permanent magnet motor using multidisciplinary design optimization", *International Conference on Electrical Machines (ICEM'08)*, 6 p., 2008.
- [Kri10] A. KRINGS, J. SOULARD, "Overview and comparison of iron loss models for electrical machines", *International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies*, 8 p., 2010.
- [Lab98] F. LABRIQUE, G. SEGUIER, R. BAUSIERE, *Les convertisseurs de l'électronique de puissance – La conversion continu-alternatif*, Tec & Doc Lavoisier, 1998.
- [Lab09] T. LABBE, F. GLINEUR, B. DEHEZ, "Topology optimization method applied to the design of electromagnetic devices: focus on convexity issues", *8th International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems & Electric Drives Joint Symposium (ELECTROMOTION 2009)*, p. 6, 2009.
- [Lam06] M.-I. LAMGHARI-JAMAL, J. FOULADGAR, E.-H. ZAIM, D. TRICHET, "A magneto-thermal study of a high-speed synchronous reluctance machine", *IEEE Trans on Magnetics*, vol. 42, n° 4, p. 1271-4, April 2006.
- [Lar02] C. LAROUCI, *Conception et optimisation de convertisseurs statiques pour l'électronique de puissance. Application aux structures à absorption sinusoïdale*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.
- [LeB08] J. LE BESNERAIS, V. LANFRANCHI, M. HECQUET, P. BROCHET, "Multiobjective optimization of induction machines including mixed variables and noise minimization", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 44, n° 6, p. 1102–1105, June 2008.
- [Leg10] J. LEGRANGER, G. FRIEDRICH, S. VIVIER, J.-C. MIPO, "Combination of finite-element and analytical models in the optimal multidomain design of machines: application to an interior permanent-magnet starter generator", *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 46, n° 1, p. 232-239, Jan./Feb. 2010.
- [Leg09] J. LEGRANGER, *Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués*, Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 2009.

- [Li10] L. LI, A. KEDOUS-LEBOUC, A. FOGGIA, J.-C. MIPO, “Influence of magnetic materials on claw pole machines behaviour”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 46, n° 2, p. 574-577, Feb. 2010.
- [Lim07] LIMEI ZHAO, CHAN HAM, LIPING ZHENG, T. WU, K. SUNDARAM, J. KAPAT, L. CHOW, “A highly efficient 200 000 RPM permanent magnet motor system”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 43, n° 6, p. 2528-30, June 2007.
- [Lip79] T.A. LIPO, “Performance calculations of a reluctance motor drive by dq harmonic balance”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. IA-15, n° 1, January/February 1979.
- [Lip04] T.A. LIPO, *Introduction to AC machine design*, Madison: University of Wisconsin, p. 61-96, 2004.
- [Lop08] M. LOPEZ, *Contribution à l'optimisation d'un système de conversion éolien pour une unité de production isolée*, Thèse de l'Université Paris-Sud XI, 2008.
- [Lov04] E.C. LOVELACE, T.M. JAHNS, T.A. KEIM, J.H. LANG, “Mechanical design considerations for conventionally laminated, high-speed, interior PM synchronous machine rotors”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 40, n° 3, p. 806-12, May-June 2004.
- [LSN10] *Leroy-Somer News*, n° 23, p.10, Octobre 2009.
- [Lu02] T. LU, A. BINDER, “Analytical and experimental analysis of losses in inverter-fed permanent-magnet high-speed machines with surface-mounted magnets”, *CD-ROM Proc. of the Int. Conf. ICEM*, 6 p., Bruges, Belgium, 2002.
- [Ma03] L. MA, M. SANADA, S. MORIMOTO, Y. TAKEDA, “Prediction of iron loss in rotating machines with rotational loss included”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 39, n° 4, p. 2036-2041, July 2003.
- [Mag04] F. MAGNUSSEN, Y.K. CHIN, J. SOULARD, A. BRODDEFALK, S. ERICKSSON, C. SADARANGANI, “Iron losses in salient permanent magnet machines at field-weakening operations”, *Proceedings of IEEE Industrial Application Society Annual Meeting*, p. 40-47, 2004
- [Mak06] Z. MAKNI, *Contribution au développement d'un outil d'analyse multiphysique pour la conception et l'optimisation d'actionneurs électromagnétiques*, Thèse de l'Université Paris-Sud XI, 2006.
- [Man09] S. MANDRAY, *Optimisation des convertisseurs d'électronique de puissance selon des critères thermiques et CEM – Application aux dispositifs dédiés à l'aéronautique*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2009.
- [Mej08] C. MEJUTO, M. MUELLER, M. SHANEL, A. MEBARKI, M. REEKIE, D. STATON, “Improved synchronous machine thermal modelling”, *2008 International Conference on Electrical Machines (ICEM'08)*, 6 p., 2008.
- [Mek99] M. MEKHICHE, J.L. KIRTLEY, M. TOLIKAS, E. OGNIBENE, J. KILEY, E. HOLMANISKY, F. NIMBLETT, “High speed motor drive development for industrial applications”, *IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC'99*, p. 244-8, 1999.

- [Mek01] M. MEKHICHE, S. NICHOLS, J.L. KIRTLEY, J. YOUNG, D. BOUDREAU, R. JODOIN, "High-speed, high-power density PMSM drive for fuel cell powered HEV application", *IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC*, p. 658-63, 2001.
- [Mel91] P.H. MELLOR, D. ROBERTS, D.R. TURNER, "Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design", *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, vol. 138, n° 5, p. 205-18, Sept. 1991.
- [Mes07] V. MESTER, *Conception optimale systémique des composants des chaînes de traction électrique*, Thèse de l'École Centrale de Lille, 2007.
- [Mes08] V. MESTER, F. GILLON, P. BROCHET, F. WURTZ, "Multimodel sizing for the optimal design of electric machines. Optimal design method", *Revue Internationale de Génie Electrique*, vol. 11, n° 6, p. 695-715, 2008.
- [Mes89] L.K. MESTHA, P.D. EVANS, "Analysis of on-state losses in PWM inverters", *IEE Proceedings*, vol. 136, pt. B, n° 4, July 1989.
- [Mét10] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Métaheuristique>, site web consulté le 05/05/2010.
- [Mi03] C. MI, G.R. SLEMON, R. BONERT, "Modeling of iron losses of permanent-magnet synchronous motors", *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 39, n° 3, p. 734-742, May/June 2003.
- [Mi04] C. MI, M. FILIPPA, W. LIU, R. MA, "Analytical method for predicting the air-gap of interior-type permanent-magnet machines", *IEEE Trans. on Magnetism*, vol. 40, n° 1, p. 50-58, January 2004.
- [Mil89] T.J.E. MILLER, *Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives*, Oxford Science Publication, Clarendon Press – Oxford, 1989.
- [Mis08] R. MISSOUM, N. BERNARD, M.E. ZAIM, J. BONNEFOUS, "Optimization of high speed surface mounted permanent magnet synchronous machines", *2007 International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP '07)*, p. 590-5, 2008.
- [Mor05] L. MOREAU, *Modélisation, conception et commande de génératrices à réluctance variable basse vitesse*, Thèse de l'Université de Nantes, 2005.
- [Mth05] T.L. MTHOMBENI, P. PILLAY, "Lamination core losses in motors with nonsinusoidal excitation with particular reference to PWM and SRM excitation waveforms", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 20, n° 4, p. 836-43, Dec. 2005.
- [Nag05] A.S. NAGORNY, N.V. DRAVID, R.H. JANSEN, B.H. KENNY, "Design aspects of a high speed permanent magnet synchronous motor/generator for flywheel applications", *International Electric Machines and Drives Conference*, p. 635-41, 2005.
- [Nag06] A.S. NAGORNY, R.H. JANSEN, D.M. KANKAM, "Experimental performance evaluation of a high speed permanent magnet synchronous motor and drive for a flywheel application at different frequencies", *CD-ROM Proc. of the Int. Conf. ICEM*, Chania, Greece, 6 p., 2006.

- [Nan03] XI NAN, C.R. SULLIVAN, “An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors”, *IEEE Power Electronics Conference*, p. 853-860, June 2003.
- [Nel65] J. NELDER, R. MEAD, “A simplex method for function minimization”, *Computer Journal*, vol. 7, n° 4, p. 308-313, 1965.
- [Ner08] J. NERG, M. RILLA, J. PYRHONEN, “Thermal analysis of radial-flux electrical machines with a high power density”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 55, n° 10, p. 3543-54, Oct. 2008.
- [Ohm09] D.Y. OHM, “Dynamic model of PM synchronous motors”, *www.drivetechnic.com, Drivetech Inc.*, Blacksburg, Virginia, site web consulté le 17/11/09
- [Oje09] J. M. OJEDA, *Dimensionnement et commande d'actionneurs piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des machines à réluctance variable rapides*, Thèse de l'École Normale Supérieure de Cachan, 2009.
- [Oks00] J. OKSMAN, *Méthodes numériques et d'optimisation*, Polycopié Supélec, 2000.
- [Par08] L. PARSA, L. HAO, “Interior permanent magnet motors with reduced torque pulsation”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 55, n° 2, p. 602–609, Feb. 2008.
- [Pol97] H. POLINDER, M.J. HOEIJMAKERS, “Eddy-current losses in the permanent magnets of a PM machine”, *EMD97*, p.138-142, Sep. 1997.
- [Pyr10] J. PYRHONEN, J. NERG, P. KURRONEN, U. LAUBER, “High-speed high-output solid-rotor induction-motor technology for gas compression”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, n° 1, p. 272-80, Jan. 2010.
- [Rag08] P. RAGOT, *Modélisation analytique multiphysique pour la conception optimale de moteurs synchrones à aimants permanents*, Thèse de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2008.
- [Rah04] M.A. RAHMAN, A. CHIBA, T. FUKAO, “Super high speed electrical machines – summary”, *2004 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol.2, p. 1272-5, 2004.
- [Rég03] J. REGNIER, *Conception de systèmes hétérogènes en génie électrique par optimisation évolutionnaire multicritère*, Thèse de l'Institut Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [Ren03] B. RENARD, *Étude expérimentale et modélisation du comportement thermique d'une machine électrique multi-fonctions. Application à un alterno-démarrreur intégré*, Thèse de l'École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique-Université de Poitiers, 2003.
- [Roa65] R.J. ROARK, *Formulas for stress and strain*, Tokyo, McGraw-Hill, Fourth edition, 1965.
- [Rot17] E. ROTH, « Études des pertes supplémentaires dans les barres câblées », *RGE*, p. 323-336, sept. 1917.
- [Rot18] E. ROTH, « Barres câblées subdivisées dans les machines à courant alternatif », *RGE*, p. 192-198, août 1918.

- [Rov09] P.G. ROVOLIS, A. KLADAS, J. TEGOPOULOS, "Numerical and experimental analysis of iron core losses under various frequencies", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 45, n° 3, p. 1206-1209, March 2009.
- [Ruf06] A. RUFER, « Les onduleurs multinationaux : évolution de la recherche et applications futures », *Bulletin de l'Association pour l'électrotechnique, les technologies de l'énergie et de l'information et de l'Association des entreprises électriques suisses (SEV/AES)*, p. 25-30, 2006.
- [Saa98] J. SAARI, *Thermal analysis of high-speed induction machines*, Thesis of Helsinki University of Technology (Espoo, Finland), Acta Polytechnica Scandinavica, 1998.
- [Sag06] J. SAGARDUY, A.J. MOSES, F.J. ANAYI, J. CLARE, P.W. WHEELER, "Iron losses under voltage excitation by novel and classical frequency converters", *12th International Power Electronics & Motion Control Conference*, p. 131-6, 2006.
- [Sah01] F. SAHIN, A.M. TUCKEY, A.J.A. VANDENPUT, "Design, development and testing of a high-speed axial-flux permanent-magnet machine", *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference*, vol.3, p. 1640-7, 2001.
- [Sai01] J. SAINT-MICHEL, « Bobinage des machines tournantes à courant alternatif », *Techniques de l'ingénieur*, D 3 420, 2001.
- [Sai06] J. SAINT-MICHEL, "Electric machines for hybrid vehicles applications", *AEA 06, Futuroscope, Poitiers*, 5-6 April, 2006.
- [San07] M. SANADA, S. MORIMOTO, "Efficiency improvement in high speed operation using slot-less configuration for permanent magnet synchronous motor", *2007 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 7 p., 2007.
- [Sas03] S. SASAKI, E. SATOH, M. OKAMURA, "The motor control technologies for the hybrid electric vehicle", Toyota Motor Corporation, 2003.
- [Sch00a] C. SCHATZER, A. BINDER, "Design optimization of a high-speed permanent magnet machine with the VEKOPT algorithm", *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference*, vol.1, p. 439-44, 2000.
- [Sch00b] C. SCHATZER, A. BINDER, W. MULLER, "Vector optimization of a high-speed drive using two-dimensional numerical field calculation", *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 19, n° 2, p. 646-50, 2000.
- [Ses09] B. SESANGA, F. WURTZ, A. FOGGIA, "Analytical modeling and optimization of a radial permanent magnets synchronous machine", *ISEF 2009 – XIV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, Arras, France, September 10-12, 2009.
- [Smi06] J.S. SMITH, A.P. WATSON, "Design, manufacture, and testing of a high speed 10MW permanent magnet motor and discussion of potential applications", *Proc. 2006 The thirty-fifth turbomachinery symposium*, p. 19-24., 2006.

- [Soo00] W.L. SOONG, G.B. KLIMAN, R.N. JOHNSON, R.A. WHITE, J.E. MILLER, “Novel high-speed induction motor for a commercial centrifugal compressor”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 36, n° 3, p. 706-13, May-June 2000.
- [Soo07] G. SOORIYAKUMAR, R. PERRYMAN, S.J. DODDS, “Analytical thermal modelling for permanent magnet synchronous motors”, *42nd International Universities Power Engineering Conference (UPEC '07)*, p. 192-6, 2007.
- [Sou02] J. SOULARD, S. MEIER, Y.K. CHIN, “Modeling of iron losses in permanent magnet motors with field-weakening capability”, *Proceedings of the Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics (NORPIE 2002)*, 2002.
- [Spi97] G. SPINLER, *Conception des machines – Principes et applications, 2 Dynamique*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1997.
- [Spi98] G. SPINLER, *Conception des machines – Principes et applications, 3 Dimensionnement*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1998.
- [Sto74] R.L. STOLL, *The analysis of eddy current*, Oxford University press, chap. 4, p. 35-44, 1974.
- [The03] R.F. THELEN, J.D. HERBST, M.T. CAPRIO, “A 2 MW flywheel for hybrid locomotive power”, *Vehicular Technology Conference VTC 2003*, vol.5, p. 3231-5, 2003.
- [Thi97] S. THIEBLIN, *Analyse et modélisation du comportement thermique d'un moteur électrique soumis à des régimes de charge et de vitesse variables. Application au moteur de traction d'un véhicule électrique*, Thèse de l'ENSMA-Université de Poitiers, 1997.
- [Tod04] H. TODA, ZHENGPING XIA, JIABIN WANG, K. ATALLAH, D. HOWE, “Rotor eddy-current loss in permanent magnet brushless machines”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 40, n° 4, p. 2104-2106, July 2004.
- [Tor97] V. TORCZON, “On the convergence of pattern search algorithms”, *SIAM Journal on Optimization*, vol. 7, n° 1, p. 1-25, 1997.
- [Tou99] F. TOURKHANI, P. VIAROUGE, T.A. MEYNARD, “A simulation-optimization system for the optimal design of a multilevel inverter”, *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 14, n° 6, p. 1037-45, Nov. 1999.
- [Tra07] T.V. TRAN, S. BRISSET, D. ECHEVERRIA, D. LAHAYE, P. BROCHET, “Space-mapping techniques applied to the optimization of a safety isolating transformer”, *ISEF 2007*, Prague, République Tchèque, 13-16 September 2007.
- [Tra09] G. TRAXLER-SAMEK, G. ARDLEY, “Iron losses in salient pole synchronous machines considering unidirectional and elliptic magnetization”, *CD-ROM Proceedings Electromotion 2009 – EPE Chapter 'Electric Drives' Joint Symposium*, Lille, France, 1-3 July 2009.
- [Van02] J.-C. VANNIER, *Conversion électromécanique*, Polycopié Supélec, 2002.

- [Van06] J.-C. VANNIER, R. KACZMAREK, Z. WANG, A. RANDRIA, “Rotor loss in PMSM by calculation, simulation and measurements, mutual verification of methods”, *Electrical Power Quality and Utilization*, vol. XII, n° 2, p. 113-116, 2006.
- [Var10] *www.varianinc.com*, site web consulté le 07/05/2010.
- [Vid04] L. VIDO, *Étude d'actionneurs électriques à double excitation destinées au transport. Dimensionnement de structures synchrones*, Thèse de l'École Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Vid06] L. VIDO, M. GABSI, F. CHABOT, M. LECRIVAIN, “Interior permanent-magnet synchronous machine design by reluctants networks approach for hybrid vehicle applications”, *PEMD'06*, Dublin, Ireland, p. 541-545, 2006.
- [Viv02] S. VIVIER, *Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis*, Thèse de l'École Centrale de Lille-Université des Sciences et Technologies de Lille, 2002.
- [Viv09] S. VIVIER, D. LEMOINE, G. FRIEDRICH, « Dimensionnement d'un actionneur linéaire à haute dynamique pour pompe à membranes », *EF 2009*, Compiègne, France, 24-25 septembre 2009.
- [Vra71] J.E. VRANCIK, “Prediction of windage power loss in alternators”, Nasa Glenn Research Center, USA, Technical Note D-4849, April 1971.
- [Wan00] H.T WANG, Z.J. LIU, T.S. LOW, S.S. GE, C. BI, “A genetic algorithm combined with finite element method for robust design of actuators”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 36, n° 4, pt. 1, p. 1128-31, July 2000.
- [Yam09a] K. YAMAZAKI, A. ABE, “Loss investigation of interior permanent-magnet motors considering carrier harmonics and magnet eddy currents”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 45, n° 2, p. 659-665, March/April 2009.
- [Yam09b] K. YAMAZAKI, Y. FUKUSHIMA, M. SATO, “Loss analysis of permanent-magnet motors with concentrated windings-variation of magnet eddy-current loss due to stator and rotor shapes”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 45, n° 4, p. 1334-1342, July/August 2009.
- [Yam10] K. YAMAZAKI, H. ISHIGAMI, “Rotor-shape optimization of interior-permanent-magnet motors to reduce harmonic iron losses”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, n° 1, p. 61-69, Jan. 2010.
- [Zhe05] L. ZHENG, T.X. WU, K.B. SUNDARAM, J. VAIDYA, L. ZHAO, D. ACHARYA, C.H. HAM, J. KAPAT, L. CHOW, “Analysis and test of a high-speed axial flux permanent magnet synchronous motor”, *International Electric Machines and Drives Conference*, p. 119-24, 2005.
- [Zit00] E. ZITZLER, K. DEB, L. THIELE, “Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results”, *Evolutionary Computation 8, EC2000*, p. 173-195, 2000.
- [Zit01] E. ZITZLER, M. LAUMANN, L. THIELE, “*Spea2: improving the strength pareto evolutionary algorithm*”, Technical report 103, Department of Electrical Engineering, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, 2001.

[Zwy05] C. ZWYSSIG, J.W. KOLAR, W. THALER, M. VOHRER, “Design of a 100 W, 500 000 rpm permanent-magnet generator for mesoscale gas turbines”, *Conference Record of the 2005 IEEE Industry Applications Conference Fortieth IAS Annual Meeting*, vol. 1, p. 253-60, 2005.

# PRODUCTION SCIENTIFIQUE

## Revue internationale :

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, C. MARCHAND, M. GABSI, J. SAINT-MICHEL, D. SADARNAC, “Multiphysic modeling of a high-speed interior permanent magnet synchronous machine for a multiobjective optimal design”, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, accepté pour publication.

## Chapitre de livre :

X. JANNOT, P. DESSANTE, P. VIDAL, J.-C. VANNIER, “Optimization of wound rotor synchronous generators based on genetic algorithms”, *Computational Methods for the Innovative Design of Electrical Devices*, chap. 6, éditions Springer, 2010.

## Conférences internationales :

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, J. SAINT-MICHEL, M. GABSI, C. MARCHAND, D. SADARNAC, “An analytical model for interior permanent-magnet synchronous machine with circumferential magnetization design”, *Proceedings of the ELECTROMOTION 2009 – EPE Chapter ‘Electric Drives’*, Lille, France, 2009.

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, C. MARCHAND, M. GABSI, J. SAINT-MICHEL, D. SADARNAC, “Analytical computation of IPMSM air gap magnetic flux density and electrical parameters considering space harmonics”, *Proceedings of the XIV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering-ISEF 2009*, Arras, France, 2009.

X. JANNOT, K. GAUDEFROY, N. VINEL, P. VIDAL, P. DESSANTE, “Optimal design of a wound rotor synchronous generator using genetic algorithm”, *Proceedings of the XIV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering-ISEF 2009*, Arras, France, 2009.

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, M. GABSI, C. MARCHAND, J. SAINT-MICHEL, D. SADARNAC, “Steady state performance computation of a synchronous machine using harmonic resolution”, *Proceedings of the 2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Bari, Italie, 2010.

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, A. KEDOUS-LEBOUC, C. MARCHAND, M. GABSI, J. SAINT-MICHEL, “Analytical computation of stator iron losses in interior permanent-magnet synchronous machine”, *Proceedings of the XIX IEEE International Conference on Electrical Machines*, Rome, Italie, 2010.

C. GUTFRIND, X. JANNOT, J.-C. VANNIER, P. VIDAL, D. SADARNAC, “Analytical and FEM magnetic optimization of a limited motion actuator for automotive application”, *Proceedings of the XIX IEEE International Conference on Electrical Machines*, Rome, Italie, 2010.

A. BETTAYEB, X. JANNOT, J.-C. VANNIER, “Analytical calculation of rotor magnet eddy-current losses for high speed IPMSM”, *Proceedings of the XIX IEEE International Conference on Electrical Machines*, Rome, Italie, 2010.

## Conférences nationales :

X. JANNOT, J.-C. VANNIER, C. MARCHAND, M. GABSI, J. SAINT-MICHEL, D. SADARNAC, « Influence des convertisseurs électroniques sur le dimensionnement optimal de machines hautes vitesses », *Actes de Electrotechnique du Futur 2009-EF 2009*, Compiègne, France, 2009.



## RESUME

Les travaux présentés dans cette thèse concernent la modélisation et l'optimisation d'un ensemble Convertisseur-Machine devant fonctionner à haute vitesse pour des applications de type compresseur centrifuge. La première partie établit un état de l'art des méthodologies de conception relatives au dimensionnement optimal de systèmes d'entraînement et analyse les particularités du fonctionnement à haute vitesse. Puis, une modélisation analytique multiphysique des éléments du système est réalisée. Afin de mener une conception globalement optimale, les interactions significatives entre les éléments du système doivent être modélisées. Cela est effectué à l'aide d'une modélisation électrique fine – qui est le cœur de la caractérisation des interactions – mettant en œuvre une approche harmonique originale. Il en découle alors une modélisation des interdépendances entre onduleur et machine au niveau des pertes dans le système et de la qualité du couple. La modélisation est ensuite couplée à un algorithme génétique selon une méthodologie de conception hybride faisant intervenir des modèles analytiques puis par éléments finis. Enfin, cette démarche est appliquée au dimensionnement de deux systèmes d'entraînement dont le moteur est une MSAP à aimantation orthoradiale. Ces deux cas d'application ont été traités avec succès et ont mis en avant l'intérêt d'une approche « Système » dans la conception de systèmes d'entraînement. Par ailleurs nous avons analysé les morphologies des machines en fonction de la vitesse de rotation. Ceci a fait ressortir des capacités intéressantes de ce type de machines – pour la haute vitesse – d'un point de vue magnétique, mécanique, et des pertes au rotor.

## MOTS CLES

Modélisation, optimisation, système d'entraînement, interaction convertisseur-machine, haute vitesse, algorithme génétique, MSAP.

---

## TITLE

### MODELLING AND OPTIMISATION OF A SET CONVERTER-MACHINE

Application to High-Speed Drives

## ABSTRACT

The work presented in this thesis aims at the modelling and optimisation of a set Converter-Machine that is intended to run at high speeds for centrifugal compressor applications. The first part is a state of the art of the conception methodologies related to the optimal design of drives and investigates the particularities of high speed operations. Then, an analytic and multiphysic modelling of the elements of the system is performed. But, in order to carry out a global optimal conception, the significant interactions between the various elements of the system must be modelled. This is achieved through a precise electrical model – that is the core of the characterization of the interactions – involving an original harmonic approach. From this follows a modelling of the interdependences between inverter and machine in the system losses and in the torque quality. The models are then associated with a genetic algorithm according to a hybrid methodology of conception involving analytical and finite-element models. Finally, this procedure is applied to the design of two drives of which the motor is a PMSM with circumferentially magnetised magnets. These two cases have been successfully handled and clearly show the assets of a “System” approach for the design of drives. In addition, the morphologies of the optimal machines are analysed according to their rotation speed. This analysis highlights some interesting abilities of this kind of machines – in high speed – regarding the magnetic and mechanical behaviours, and the rotor losses.

## KEYWORDS

Modelling, optimisation, AC drive, interaction converter-machine, high-speed, genetic algorithm, PMSM.

Travaux réalisés dans les laboratoires:  
Supélec E3S – Département Energie, LGEP, SATIE.