



**HAL**  
open science

# Contribution à la recherche de spécifications pour la gestion des variations géométriques au plus tôt dans le cycle de conception

Renaud Costadoat

► **To cite this version:**

Renaud Costadoat. Contribution à la recherche de spécifications pour la gestion des variations géométriques au plus tôt dans le cycle de conception. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. Français. NNT : 2010DENS0022 . tel-00566221

**HAL Id: tel-00566221**

**<https://theses.hal.science/tel-00566221>**

Submitted on 15 Feb 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

présentée par

Monsieur Renaud Costadoat

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :

Génie mécanique

**Sujet de thèse :**

**Contribution à la recherche de spécifications pour la gestion des variations géométriques au plus tôt dans le cycle de conception**

Thèse présentée à Cachan, le 08 juillet 2010, devant le jury composé de :

Linares	Jean-Marc	Président
Ballu	Alex	Rapporteur
Villeneuve	François	Rapporteur
Mathieu	Luc	Directeur de Thèse
Falgarone	Hugo	Industriel



Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée  
ENS de Cachan/ EA 1385/Université de Paris Sud 11  
61 avenue du Président Wilson - 94235 Cachan Cedex



# Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Luc Mathieu, qui a su m'imposer sa rigueur, sans laquelle je n'aurais pas pu évoluer dans le domaine du tolérancement. Je le remercie de m'avoir aidé à travailler les diverses présentations de mes travaux pour mieux appréhender la communication scientifique. Je remercie aussi Hugo Falgarone pour sa disponibilité et tout le soutien qu'il a pu m'apporter durant ces trois années. Je les remercie tous les deux d'avoir fait de la rédaction de mon rapport une priorité afin de me permettre de soutenir dans les meilleures conditions. Je remercie Nicolas Chevassus pour m'avoir intégré au sein de l'équipe Innovation Works du groupe EADS à Suresnes et j'en remercie chacun des membres pour leur accueil. Je remercie plus particulièrement Benoît Fricero pour ses conseils et son assistance sans faille.

Je remercie Alex Ballu et François Villeneuve d'avoir accepté de rapporter ce manuscrit et de l'avoir lu en détail, leurs remarques et les discussions que nous avons eues ont contribué à son amélioration. Je remercie également Jean Marc Linares d'avoir accepté de faire partie du jury de ma soutenance et de l'avoir présidé.

J'ai effectué cette thèse, à la suite d'un Master 2, au sein de l'équipe Geo3D du Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée. Le travail au LURPA a été très agréable pendant ces quatre années grâce aux relations que j'ai pu entretenir avec l'ensemble de ses membres. Je remercie plus particulièrement Nico et Pierre, mes deux co-bureaux, sans qui j'aurais pu finir ma thèse en deux ans, je remercie également Robin, pour nos discussions autour du café du matin. Je remercie aussi les secrétaires toujours très efficaces et de "bonne humeur", Nathalie et Claudine.

J'ai pu pendant ces trois années de thèse effectuer un monitorat à l'IUT de Cachan, je remercie Véronique Depoutot pour m'avoir accueilli au sein de son département, je remercie tous les collègues avec qui j'ai travaillé et plus particulièrement François Thiébaud, Pierre-André Gouge et Jean-Luc Ricart. J'ai beaucoup apprécié l'ambiance qui règne au sein de l'IUT.

Je remercie tous les gens qui ont facilité mon travail de préparation de la rentrée

prochaine au Lycée Aubervilliers, notamment Luc Nadalon qui a su me rassurer pour la préparation de la rentrée prochaine ainsi que Jean-Charles Moreno pour s'être, très gentiment, déplacé au LURPA pour partager ses ressources et son expérience. Je remercie tous les membres de ma promo de B123 de 2003 et surtout les 3B3 de 2005 (ceux qui ont fait le bon choix!). Je remercie Jojo, mon petit colocataire, (qui, même s'il ne l'admet pas, ne s'appellerait pas Jojo sans moi) et Clément, mon grand colocataire, qui m'ont permis de garder un pied dans le sud-ouest pendant ces sept années de vie parisienne. Je remercie Xabi, parce qu'il est tout le temps content et parce qu'il ne sait pas boire (il n'est pas étanche). Je remercie tous les gens que j'ai côtoyés lors de mes différentes activités comme le BDE (un petit paquito pour l'équipe Kokarde), l'Aspique et le PORC. Je remercie Milouse et Angélique pour les McDo du dimanche soir, même si maintenant, ça traîne jusqu'au lundi matin (à cause d'Emma). Je remercie Ayman, mais je ne sais pas non plus pourquoi. Je remercie Jeane et ses deux jambons, Carla qui ne s'est pas tachée à mon pot de thèse (incroyable!) et Clémence, Julie et Marion, pour s'être occupées d'Emma quand j'étais pas disponible (vous ne me remplacerez jamais). Je remercie tous ceux qui m'ont filé un coup de main pour organiser le pot. Je remercie enfin tous les cachanais qui font vivre le campus et qui font que le BDE de Cachan est et restera (même si c'était mieux avant) le plus grand BDE de France.

Je remercie toute l'équipe de Pouy (Amandine " Constantin ", Sophie, Marie, Dorine, Camille, Tintin, Rémy, Paul, Nico et les autres). A chacune de nos retrouvailles, je n'ai jamais l'impression d'être parti plus d'une semaine.

Je remercie mes parents qui ont accepté que je les délaisse, surtout cette dernière année et qui m'ont beaucoup aidé pour la préparation du pot. Je remercie mon frère " Naz de Guit " qui a daigné venir me voir, malgré son implication dans l'organisation les fêtes de Pouy.

Je remercie Emma (Et bonjour!) qui a commencé cette année de travail en même temps que moi et qui a commencé ses vacances en même temps que moi (8ème à l'agreg, ça s'applaudit).

# Notations

---

Un vecteur est noté :

$$\vec{x} \quad (1)$$

Un torseur, exprimé au point O, est noté :

$$\{T_{1/2}\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1/2} & u_{1/2} \\ \beta_{1/2} & v_{1/2} \\ \gamma_{1/2} & w_{1/2} \end{array} \right\}_O \quad (2)$$

Les composantes de ce torseur peuvent être :

– des petits déplacements, ils sont représentés par une lettre minuscule :

$$\{\alpha, \beta, \gamma, u, v, w\} \quad (3)$$

– des grands déplacements, ils sont représentés par une lettre majuscule :

$$\{A, B, \Gamma, U, V, W\} \quad (4)$$

Les grands déplacements exprimés dans les torseurs de petits déplacements respectent l'hypothèse des petites rotations comme les petits déplacements. Ils sont appelés grand déplacements, car ils ne sont pas limités par la composante en question, ils peuvent ensuite devenir des petits déplacements si un contact les modifie, ou bien une mobilité dans le cas contraire. Bourdet [[Bourdet \*et al.\* \(1996\)](#)] appelle les grands déplacements des indéterminées.



# Résumé

---

Les travaux présentés proposent une méthode appelée GeoSpecif. L'objectif de cette méthode est de proposer une assistance à la recherche de spécifications géométriques. Cette méthode doit, de plus, s'intégrer au cycle de conception. Ces travaux sur la spécification sont basés sur deux outils :

- le Torseur des Petits Déplacements, pour la simulation,
- le langage GeoSpelling, pour l'expression de la spécification.

Le produit est modélisé par deux vues, une première géométrique (correspondant aux pièces) et une seconde architecturale (correspondant à l'assemblage). La méthode peut être décomposée en plusieurs étapes :

- éprouver le mécanisme nominal afin de vérifier la robustesse de la conception,
- générer une architecture avec défauts afin de trouver des solutions pour gérer les mécanismes hyperstatiques,
- mettre en place une spécification, sur les éléments influents, exprimée dans le langage GeoSpelling.

Un mécanisme industriel a servi d'application à ces résultats, il s'agit d'un manchon d'hélicoptère Eurocopter®. La méthode permet ainsi de passer d'une simulation des variations géométriques des pièces grâce à l'outil Torseur des Petits Déplacements à une spécification exprimée dans le langage GeoSpelling. Elle peut être appliquée sur toute sorte de mécanisme hyperstatique, sans changer son comportement, grâce à l'introduction des interfaces à l'issue de la définition de la séquence de mise en position. Elle propose une assistance au concepteur à toutes les étapes de la conception. La spécification qui résulte de la simulation est, grâce à cette méthode, plus proche du besoin fonctionnel des pièces.



The present work introduces a method called GeoSpecif. The aim of this method is to have a helping role in the research of geometrical specifications. Moreover, this method has to be integrated to the design cycle. These studies on specification are based on two tools :

- The Small Displacements Torsor, for the simulation
- The GeoSpelling language, for the expression of specification.

The product is modelled by two views : first, the geometry (which corresponds to the parts) and second, the architecture (which corresponds to the assembly). The method can be decomposed into several stages :

- Testing the nominal mechanism in order to check the robustness of the design,
- Generating a flawed architecture to find solutions to manage overconstraint mechanisms,
- Defining a specification on influential elements, expressed with the GeoSpelling language.

As an industrial application of these results, a specific mechanism was used : a Eurocopter ® sleeve. The method allows to go from a simulation of the geometrical variations of parts thanks to the Small Displacements Torsor tool to a specification expressed with the language GeoSpelling. It can be applied to any kind of overconstraint mechanism without modifying its behaviour, with the introduction of interfaces after the positioning sequence has been created. Its purpose is to help the designer for all those steps. The specification that results from the simulation with this method is close to the functional need of parts.

# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Objet des travaux</b>	<b>1</b>
1 Contexte . . . . .	1
2 Le contexte de la spécification géométrique actuelle et ses limites . . . . .	2
3 Contexte de la thèse . . . . .	3
4 Objectif de la thèse . . . . .	4
5 Organisation de la thèse . . . . .	5
<b>1 État de l’art sur la synthèse des spécifications</b>	<b>9</b>
1 Introduction . . . . .	10
2 Spécification géométrique . . . . .	10
2.1 Spécification géométrique par le langage GeoSpelling . . . . .	11
2.2 Les modèles d’expression des spécifications géométriques . . . . .	22
2.3 Les normes de spécifications . . . . .	36
2.4 Des nouvelles tendances pour les spécifications . . . . .	38
2.5 Conclusion . . . . .	38
3 Incertitudes . . . . .	39
3.1 La problématique du passage fonctionnel/géométrique . . . . .	42
3.2 Impacts des incertitudes sur la spécification géométrique des produits . . . . .	44
3.3 Modèles de définition de l’incertitude . . . . .	45
4 Outils mathématiques de simulation . . . . .	51
4.1 Description des modèles . . . . .	51

4.2	Le modèle torseur des petits déplacements . . . . .	52
5	Synthèse . . . . .	60
<b>2</b>	<b>Assistance aux choix de conception</b>	<b>63</b>
1	Introduction . . . . .	64
2	Le FAST pour l'évaluation de solutions . . . . .	65
2.1	Cycle de conception . . . . .	65
2.2	L'enrichissement du produit . . . . .	69
3	La représentation d'une solution . . . . .	73
3.1	Squelette . . . . .	73
3.2	Graphe . . . . .	75
3.3	La représentation d'une solution par ces outils . . . . .	80
4	Les choix impactés par les variations géométriques . . . . .	83
4.1	La conception robuste . . . . .	83
4.2	Les paramètres architecturaux . . . . .	87
4.3	Les paramètres géométriques . . . . .	91
5	Le résultat de l'analyse fonctionnelle . . . . .	93
6	Synthèse . . . . .	93
<b>3</b>	<b>La Gestion des Variations Géométriques</b>	<b>95</b>
1	Introduction . . . . .	96
2	La géométrie des mécanismes avec défauts . . . . .	96
2.1	Le squelette avec défauts . . . . .	97
2.2	La peau avec défauts . . . . .	98
3	Les configurations de contacts . . . . .	99
3.1	Les types de contacts . . . . .	99
3.2	La simulation d'un système hyperstatique . . . . .	102
3.3	Le concept de séquence de mise en position . . . . .	104
4	L'architecture avec défauts . . . . .	108
4.1	Les paramètres influents sur l'architecture avec défauts . . . . .	109
4.2	La construction de l'architecture avec défauts . . . . .	114
4.3	La gestion des interfaces . . . . .	117
4.4	La représentation de l'architecture avec défauts . . . . .	121
5	Synthèse . . . . .	126

---

<b>4</b>	<b>La spécification géométrique des pièces</b>	<b>129</b>
1	Introduction . . . . .	130
2	La mise en place de la spécification . . . . .	130
2.1	Les éléments géométriques pour la spécification . . . . .	131
2.2	Les caractéristiques pour la spécification . . . . .	141
3	Les conditions fonctionnelles . . . . .	153
3.1	Les conditions géométriques . . . . .	154
3.2	Les conditions de montabilité . . . . .	159
4	L'exploitation des résultats . . . . .	168
4.1	Le passage à GeoSpelling . . . . .	168
4.2	Le passage à l'ISO . . . . .	169
5	Synthèse . . . . .	172
<b>5</b>	<b>Cas d'application</b>	<b>175</b>
1	Introduction . . . . .	176
2	Cas académique : La liaison glissière . . . . .	176
2.1	Besoin et première solution . . . . .	177
2.2	Enrichissement du mécanisme . . . . .	183
2.3	Intégration des surfaces au modèle . . . . .	202
2.4	Synthèse sur le premier cas . . . . .	204
3	Cas industriel . . . . .	205
3.1	Présentation du mécanisme . . . . .	206
3.2	Synthèse sur le cas industriel . . . . .	217
	<b>Conclusion &amp; Perspectives</b>	<b>219</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>222</b>



# Table des figures

---

1	Processus de sous-traitance . . . . .	4
2	Méthode GeoSpecif de spécification . . . . .	5
3	Construction d'une géométrie avec défauts à partir du nominal . . . . .	6
4	Association du mécanisme de substitution au mécanisme avec défauts . . . . .	7
5	Cas d'application 1 : La liaison glissière . . . . .	7
6	Cas d'application 2 : Le manchon d'hélicoptère . . . . .	7
1.1	Modèle nominal et « skin model » . . . . .	11
1.2	La définition d'une spécification . . . . .	12
1.3	Échelle du niveau de connaissance d'une surface, types de défauts . . . . .	16
1.4	Surface intégrale . . . . .	16
1.5	Surface filtrée . . . . .	17
1.6	Surface de substitution et surface limitée . . . . .	18
1.7	Les 6 opérations de GeoSpelling . . . . .	20
1.8	Les types de défauts . . . . .	22
1.9	Les spécifications dimensionnelles . . . . .	27
1.10	Spécification d'orientation . . . . .	28
1.11	Système de référence norme ISO GPS . . . . .	29
1.12	Orientation entre un élément idéal et un élément non-idéal . . . . .	29
1.13	Orientation entre un élément idéal et un élément limité . . . . .	30
1.14	Orientation entre éléments idéaux . . . . .	31
1.15	Spécification de position . . . . .	31
1.16	Position entre un élément idéal et un élément non-idéal . . . . .	32
1.17	Position entre un élément idéal et un élément limité . . . . .	33
1.18	Position entre des éléments idéaux . . . . .	34
1.19	Expression d'une spécification avec un gabarit virtuel [Pairel <i>et al.</i> (2007)] . . . . .	35

---

1.20	Expression d'une spécification d'orientation avec un calibre à mobilités internes [Dantan <i>et al.</i> (2005)] . . . . .	35
1.21	Ensemble de spécifications géométrique et dimensionnelle . . . . .	37
1.22	Les classes d'incertitudes et leurs imbrications [Mathieu et Ballu (2003)] . . . . .	42
1.23	Assemblage étudié . . . . .	42
1.24	Spécification non-normalisée . . . . .	43
1.25	Spécification de position . . . . .	45
1.26	Calcul de la distance point-droite . . . . .	48
1.27	Exemples de repères sur surfaces . . . . .	54
1.28	Liens entre les différentes géométries . . . . .	58
2.1	L'ingénierie des exigences . . . . .	66
2.2	Déroulement de l'analyse fonctionnelle . . . . .	68
2.3	Diagramme pieuvre . . . . .	68
2.4	Relations entre les fonctions du FAST . . . . .	69
2.5	Une solution technologique pour « guider en translation » . . . . .	71
2.6	Extrait d'un diagramme FAST . . . . .	72
2.7	Graphe des liaisons . . . . .	76
2.8	Extraction de données du FAST . . . . .	81
2.9	Exemples de solutions du FAST . . . . .	82
2.10	Deux solutions technologique pour « guider en translation » . . . . .	87
2.11	Solution hyperstatique pour une liaison glissière . . . . .	88
2.12	Degrés d'hyperstatisme de la solution . . . . .	90
2.13	Nouvelle modélisation isostatique du mécanisme . . . . .	90
2.14	Modification de paramètres de la géométrie . . . . .	92
2.15	Organigramme du chapitre 2 . . . . .	94
3.1	Le squelette avec défauts . . . . .	98
3.2	La peau avec défauts . . . . .	98
3.3	Contact fixe . . . . .	101
3.4	Contact glissant . . . . .	101
3.5	Contact flottant . . . . .	102
3.6	Différence entre ajustement et contact simple . . . . .	102
3.7	Mécanisme hyperstatique . . . . .	103

3.8	Exemple démonstration Anselmetti [Anselmetti (2008)] . . . . .	104
3.9	Représentation des configurations . . . . .	105
3.10	Mauvais montage . . . . .	107
3.11	Impact de la fixation de liaison sur les cycles fonctionnels . . . . .	107
3.12	Influence de la géométrie sur l'architecture de substitution . . . . .	110
3.13	Mécanisme exemple . . . . .	113
3.14	Mécanisme et graphe multi-cycles . . . . .	116
3.15	Exemple de la liaison glissière [Ballu <i>et al.</i> (2008)] . . . . .	118
3.16	Graphe orienté . . . . .	122
3.17	Orientation du graphe indéfinie . . . . .	122
3.18	Représentation d'interfaces sur un graphe . . . . .	123
3.19	Simplification sérielle [Giordano <i>et al.</i> (2009)] . . . . .	124
3.20	Simplification parallèle [Giordano <i>et al.</i> (2009)] . . . . .	124
3.21	Graphe non réductible par Giordano [Giordano <i>et al.</i> (2009)] . . . . .	125
3.22	Graphe de la figure 3.21 simplifié par la méthode des interfaces . . . . .	125
3.23	Interfaces successives . . . . .	125
3.24	Organisation de la Gestion des Variations Géométriques . . . . .	126
4.1	Intersection de surfaces . . . . .	133
4.2	Élément géométrique limité . . . . .	134
4.3	Contact avec un contour extrait convexe . . . . .	135
4.4	Construction de l'extraction . . . . .	136
4.5	Incertitude liée à la partition . . . . .	137
4.6	La montabilité grâce à l'association d'éléments « extérieurs matière » . . . . .	138
4.7	Influence de la séquence des opérations . . . . .	139
4.8	De la géométrie nominale à la géométrie avec défauts . . . . .	140
4.9	De la géométrie réelle à la géométrie de substitution . . . . .	140
4.10	Caractéristiques entre des éléments géométriques et de situation . . . . .	141
4.11	Surface d'équation $z = A - B \times x^2 - C \times y^2$ . . . . .	142
4.12	Traductions de conditions et de spécifications . . . . .	144
4.13	Construction du repère à partir de deux points . . . . .	146
4.14	Construction du repère à partir d'un point et d'une droite . . . . .	146
4.15	Construction du repère à partir d'un point et un plan . . . . .	147



4.16	Construction du repère à partir de deux droites parallèles . . . . .	147
4.17	Construction du repère à partir de deux droites quelconques . . . . .	148
4.18	Construction du repère à partir d'une droite et d'un plan parallèles . . . . .	149
4.19	Construction du repère à partir d'une droite et un plan quelconques . . . . .	150
4.20	Construction du repère à partir de deux plans parallèles . . . . .	151
4.21	Construction du repère à partir de deux plans quelconques . . . . .	152
4.22	Construction du repère à partir de deux droites parallèles . . . . .	152
4.23	Les conditions géométriques . . . . .	155
4.24	Condition locale d'écart en orientation . . . . .	156
4.25	Condition locale d'écart en position . . . . .	156
4.26	Condition globale d'écart en orientation . . . . .	157
4.27	Condition globale d'écart en position . . . . .	157
4.28	Condition locale de débattement . . . . .	158
4.29	Condition globale de débattement . . . . .	159
4.30	Non-contact entre deux plans . . . . .	161
4.31	Non-contact entre deux cylindres . . . . .	161
4.32	Influence du nombre de points . . . . .	162
4.33	Extraction des points de contacts pour la simulation . . . . .	165
4.34	Configuration non réaliste . . . . .	167
4.35	Construction d'une référence ISO . . . . .	171
4.36	Spécification dimensionnelle . . . . .	171
4.37	Construction d'une zone de tolérance . . . . .	172
4.38	Organigramme du chapitre 4 . . . . .	173
5.1	Organigramme de la méthode GeoSpecif . . . . .	176
5.2	Cas d'application 1 : La liaison glissière . . . . .	176
5.3	Diagramme pieuvre et schéma cinématique du cas académique . . . . .	177
5.4	Diagramme FAST de la première solution . . . . .	178
5.5	Graphe et squelette de la première solution . . . . .	179
5.6	Représentation du cycle lié à la condition sur le graphe . . . . .	181
5.7	Premier enrichissement de la solution . . . . .	183
5.8	Graphe et squelette de la solution enrichie . . . . .	184
5.9	Cycle d'hyperstatisme sur le graphe . . . . .	186

---

5.10 Cycles de condition sur le graphe . . . . .	187
5.11 FAST de l'enrichissement lié à la nouvelle méthode . . . . .	188
5.12 Intégration des interfaces sur le graphe . . . . .	189
5.13 Géométrie de l'enrichissement lié à la nouvelle méthode . . . . .	190
5.14 Extrait du graphe de la figure 5.12 (Pièce <i>I</i> ) . . . . .	191
5.15 Condition de montabilité . . . . .	192
5.16 Simulation sur le logiciel Anatole . . . . .	193
5.17 Discrétisation des contours continus . . . . .	194
5.18 Intégration des interfaces sur le graphe . . . . .	198
5.19 Construction de la spécification . . . . .	202
5.20 Intégration des surfaces sur le FAST . . . . .	203
5.21 Graphe intégrant les surfaces . . . . .	203
5.22 Lieu des centres des sections des cylindres . . . . .	203
5.23 Focalisation sur une partie de la méthode pour l'étude de ce cas . . . . .	205
5.24 Le manchon et son intégration sur un hélicoptère . . . . .	206
5.25 Diagrammes pieuvre et FAST du manchon . . . . .	206
5.26 Graphe des liaisons globales du manchon . . . . .	207
5.27 Solution technique pour réaliser un encastrement . . . . .	208
5.28 Graphe des contacts du manchon . . . . .	208
5.29 Surfaces fonctionnelles des pièces levier de pas et flasque inférieur . . . . .	209
5.30 Graphe des contacts du manchon modifié . . . . .	209
5.31 Sous-graphes fonctionnels sur le graphe du manchon . . . . .	212
5.32 FAST après enrichissement . . . . .	216
5.33 Graphe après enrichissement . . . . .	216
5.34 Simulation des contacts . . . . .	217
5.35 Organigramme de la méthode GeoSpecif . . . . .	221



# Liste des tableaux

---

1.1	Classes d'invariance [Ballu <i>et al.</i> (2007)] . . . . .	14
1.2	Exemples d'éléments de situation [Ballu <i>et al.</i> (2007)] . . . . .	15
1.3	Caractéristiques entre éléments idéaux . . . . .	19
1.4	Formes des torseurs d'écart . . . . .	56
1.5	Formes des torseurs de lien . . . . .	57



# Objet des travaux

---

”[...] celui qui construit des prisons s’exprime moins bien que celui qui bâtit la liberté.” [Notre besoin de consolation est impossible à rassasier (1952), Stig DAGERMAN (1923-1954)]. A priori, cela est incontestable, pourtant, pendant ces trois années de thèse, il a fallu que je spécifie au mieux les limites de prisons, frontières à l’intérieur desquelles les pièces et assemblages avaient peu de liberté pour se mouvoir ou s’agrandir.

## 1 Contexte

« L’activité de conception désigne les efforts collectifs destinés à créer des objets, des équipements, des techniques, voire des systèmes sociaux qui soient à la fois inédits et conformes aux valeurs et aux désirs de l’époque ». Cette définition issue de l’encyclopédie en ligne Wikipedia [[Wikipédia \(2010\)](#)] va servir de base à l’introduction de cette thèse, elle n’est évidemment pas la seule, mais plusieurs aspects très importants peuvent être extraits de cette définition.

Tout d’abord, le fruit de la conception doit être « inédit », cela paraît naturel. Cependant, dans le contexte de la mécanique, un produit inédit peut provenir de la modification d’un produit existant (reconception). En effet, la conception d’un avion ne repart pas de zéro pour chaque nouveau modèle, les travaux antérieurs doivent pouvoir être réutilisés. Ce critère est donc à prendre en compte pour traiter de la conception.

Ensuite, comme le dit la définition, une conception doit être « conforme aux valeurs ou aux désirs de l’époque », cela signifie que le produit doit répondre au besoin pour lequel il a été créé. Ainsi, il est très important de définir le besoin à partir duquel le produit est conçu. A partir de ce besoin, une série d’exigences que devra respecter le produit peut être mise en place. La qualité du mécanisme passera par le respect de ces exigences.

Enfin, le dernier point important de cette définition est le mot « collectif ». En effet,

une conception n'est pas le fruit d'une seule personne « le concepteur », mais le travail collaboratif de plusieurs équipes, qui peuvent être réparties dans des lieux différents. Cet aspect de collaboration est important car la conception ne doit pas être dégradée à cause d'un problème de communication.

Une fois cette conception terminée, les fruits de cette conception sont un ensemble de documents (dessins de définition, modèles C.A.O.,...) caractérisants un mécanisme nominal répondant parfaitement aux exigences. Ces documents sont ensuite transmis aux responsables de la production qui tenteront de fournir un produit correspondant à celui issu de la phase de conception.

Le problème qui se présente alors vient du fait que la fabrication implique une certaine quantité de défauts qui font que l'obtention d'une géométrie parfaite est impossible. Par conséquent, le résultat de la production n'est jamais identique au produit souhaité. Pour palier ce genre de problème, les spécifications géométriques ont été introduites. Elles permettent de définir un ensemble de mécanismes sensiblement différents du nominal mais qui pourront répondre tout de même au besoin et satisfaire le client. Toute la difficulté consiste à définir et exprimer quelle sera la condition qui fera qu'un mécanisme pourra être considéré comme acceptable ou pas.

## **2 Le contexte de la spécification géométrique actuelle et ses limites**

Il existe à l'heure actuelle plusieurs moyens qui permettent d'établir des spécifications géométriques sur un mécanisme, ils seront présentés dans un premier chapitre sur l'état de l'art. Depuis quelques années, leurs limites sont montrées du doigt et des travaux tentent de les faire évoluer.

Tout d'abord, le domaine de la définition des spécifications géométriques sur les mécanismes est réservé à des experts. En effet, il n'existe pas vraiment de méthode structurée permettant une assistance à leur définition. Ces experts, à partir de leur expérience personnelle, choisissent un ensemble de spécifications qui est sensé permettre de garantir la validité du mécanisme. Cela a pour résultat une spécification qui peut être utilisée directement pour la fabrication mais qui empêche toute évolution de la conception par quelqu'un d'autre que cet expert. Cet aspect peut devenir très problématique

si ce savoir faire se perd au sein d'une entreprise. De plus, dans le cas de mécanismes complexes (grand nombre de pièces,...), les experts montrent leurs limites et les résultats de la conception ne permettent pas toujours d'obtenir des produits qui répondent aux besoins énoncés.

Ensuite, une autre problématique liée à la spécification géométrique des produits peut apparaître, au travers de son expression. En effet, dans le but de permettre un travail collaboratif, les spécifications géométriques ont fait l'objet de la définition de normes internationales qui ont abouti au langage GPS (Geometrical Product Specification) au sein de l'ISO. Même si ces normes sont très largement utilisées, elles ne sont pas sans défauts. En effet, certaines lacunes dans leur définition peuvent prêter à confusion et entraîner des problèmes de mauvaise lecture. Par conséquent, d'autres moyens d'expression (langage GeoSpelling) et de prise en compte de la sémantique des symboles ont été définis afin de proposer des solutions pour limiter ces problèmes.

Enfin, un dernier point négatif peut être mis en avant en ce qui concerne l'étape de mise en place des spécifications sur un mécanisme. De tout temps, en réponse aux besoins des industriels, celle-ci n'intervenait qu'à la fin de la phase de conception, lorsque le produit était entièrement conçu. L'objectif de cette étape est, à partir d'un mécanisme nominal répondant parfaitement au besoin de trouver l'ensemble des mécanismes avec défauts qui pourront tout de même répondre au besoin. Ce point de vue a souvent été contesté car étant donné que l'apparition de défauts liés à la fabrication est systématique, il peut paraître dommageable de ne pas en tenir compte dès le début de la conception. En effet, ces variations géométriques font partie du cycle de vie du produit et leur prise en compte pourrait permettre l'amélioration de la solution proposée à l'issue de la conception. Cette évolution est confortée par une nouvelle approche issue des besoins industriels comme le montre la figure 1. En effet, ceux-ci ont changés, les grands groupes (EADS,...) sont devenus des architectes industriels qui sous-traitent une partie de la conception. Ils sont très demandeurs de moyens de communication et d'expression des spécifications géométriques sur des mécanismes dont la géométrie n'a pas été complètement définie.

### **3 Contexte de la thèse**

Ce travail s'inscrit dans le prolongement des travaux de thèses du LURPA et des travaux communs entre EADS et l'ENS Cachan. Il s'appuiera plus particulièrement sur



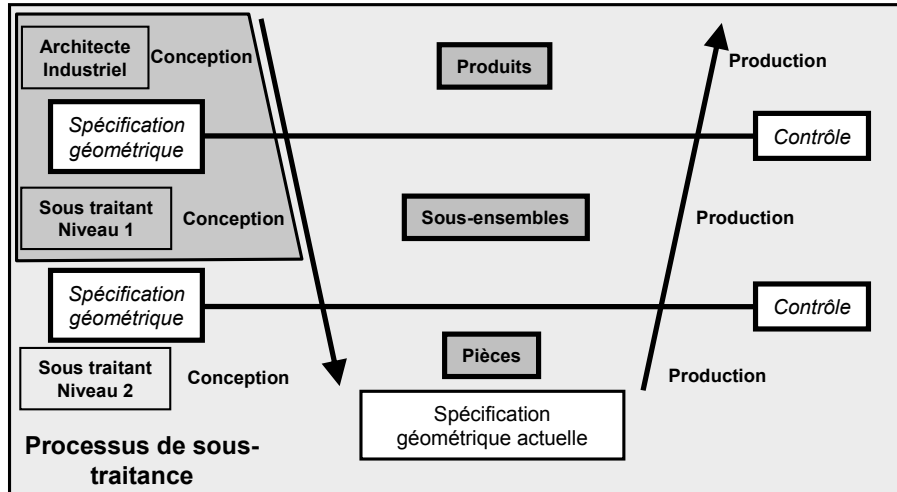


Figure 1 – Processus de sous-traitance

les résultats des thèses de Benoît Marguet [Marguet (2001)] et Eric Ballot [Ballot (1995)] qui ont fait l'objet du développement de l'outil Anatole® pour l'analyse des variations géométriques des assemblages par la méthode des indéterminées des torseurs jeux des liaisons.

Il s'appuiera également sur les travaux de François Thiebaut [Thiebaut (2001)], qui a déterminé les chaînes des écarts influents sur une exigence, où les équations formelles de comportement géométrique sont établies dans une hypothèse de corps rigides sans défauts de forme.

La partie expérimentale de ce travail se fera dans l'environnement d'une plate-forme logicielle composée du modéleur géométrique Catia V5 ® auquel est ajouté le module Gaia® pour récupérer et organiser les données géométriques utiles à la simulation.

## 4 Objectif de la thèse

L'objectif de la thèse, figure 2 est de proposer une méthode, appelée GeoSpecif, qui permette à un ou plusieurs concepteurs, sans qu'ils aient une grande expérience de la génération de spécifications, de générer une spécification géométrique, d'un produit qui pourra être complexe en terme de nombre de pièces et de liaisons et dont la conception pourra être aboutie ou en cours. Les spécifications géométriques seront définies le plus tôt possible dans la phase de conception et pourront être appliquées sur un mécanisme sans que sa description géométrique soit aboutie. Les spécifications géométriques dans

le but d'être communiquées seront univoques. Tout produit respectant les spécifications géométriques qui lui sont imposées devra respecter le cahier des charges initial et donc le besoin du client.

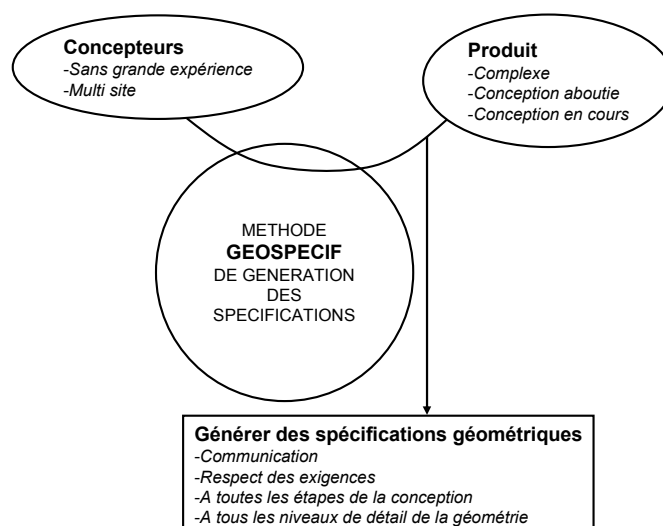


Figure 2 – Méthode GeoSpecif de spécification

## 5 Organisation de la thèse

Dans une première partie (chapitre 1), un état de l'art concernant la spécification géométrique sera effectué. La présentation d'un certain nombre de moyen d'expression de la spécification géométrique s'appuiera sur le langage GeoSpelling proposé par Mathieu et Ballu [Mathieu et Ballu (2003)]. Cela permettra de montrer quels sont les types de défauts qu'il est possible de spécifier et comment se construit une spécification. Ensuite, une seconde partie de l'état de l'art présentera les méthodes les plus connues qui ont permis de quantifier et de gérer les incertitudes. Cela servira à mettre en évidence une partie des sources d'incertitudes qui peuvent apparaître au cours de la spécification géométrique des pièces. Enfin, une dernière partie présentera des méthodes de simulation qui permettent la simulation mathématique d'un mécanisme avec défauts. De cette partie se dégagera l'outil qui sera utilisé dans cette thèse.

Une seconde partie (chapitre 2) consistera en la prise en compte des variations géométriques le plus tôt possible dans le cycle de conception. L'objectif sera de montrer dans quelle mesure cela peut avoir une influence sur la géométrie nominale dans le but

de rendre la conception du mécanisme plus robuste. Il faudra pour cela montrer comment décrire le mécanisme quand sa conception n'est pas terminée. Des outils seront proposés dans cette optique. Enfin, certains choix du concepteur pourront être impactés en utilisant la gestion des variations géométriques en tant que critère d'évaluation de solution.

Une troisième partie (chapitre 3) traitera de la simulation d'un mécanisme avec défauts. Des défauts (orientation et position) seront intégrés, figure 3, à la géométrie nominale des mécanismes.

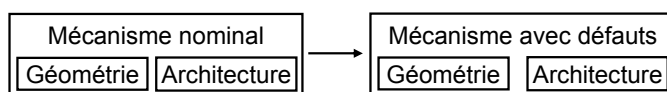


Figure 3 – Construction d'une géométrie avec défauts à partir du nominal

L'objectif sera de déterminer les équations liées à la montabilité et au respect des exigences. Cette partie servira à montrer comment à partir de tout système, quelle que soit sa complexité, et dont la résolution n'est pas toujours possible à l'aide des méthodes de simulation actuelles, il est possible de revenir à un système plus simple et dont la résolution devient possible. Une architecture avec défauts sera associée à la géométrie avec défauts. Cette mise en équations gèrera deux types de conditions : de montabilité et géométrique. Cette mise en équations sera structurée par une démarche qui fera que ces études pourront être effectuées par un concepteur sans une grande expérience. De plus, tous les choix et tous les apports de cette étude seront collectés sur un outil afin de garder la traçabilité dans l'hypothèse d'une reconception future (capitalisation).

Une quatrième partie (chapitre 4) montrera comment la géométrie avec défauts présentée dans le chapitre 3 peut être connectée au réel. A la géométrie de substitution extraite du réel sera associée, figure 4, une architecture de substitution. Elles seront respectivement associées à la géométrie et à l'architecture avec défauts développées dans le chapitre 3.

Ce chapitre montrera comment les conditions de montabilité et géométriques doivent être traduites en spécifications sur les pièces. Afin d'être la plus générique possible, cette partie présentera les cas les plus courants de conditions géométriques.

Dans une dernière partie (chapitre 5), deux cas d'applications seront utilisés pour valider la méthode GeoSpecif. Le premier des cas est un cas académique : une version de

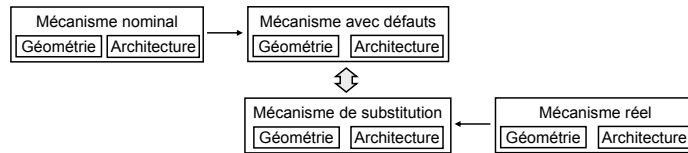


Figure 4 – Association du mécanisme de substitution au mécanisme avec défauts

la liaison glissière, figure 5, exemple fréquemment utilisé dans le milieu du tolérancement en France.

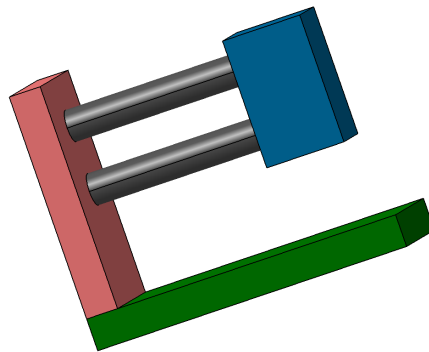


Figure 5 – Cas d'application 1 : La liaison glissière

Le second cas d'application sera issu du milieu industriel : cas d'un manchon d'hélicoptère Eurocopter, figure 6, du groupe EADS.

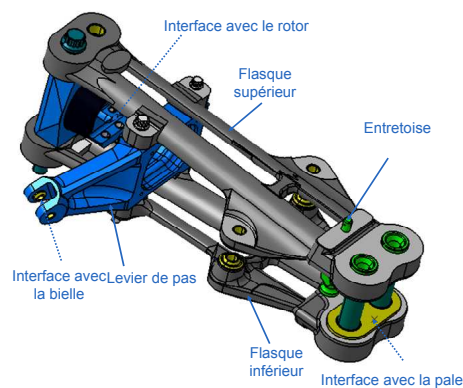


Figure 6 – Cas d'application 2 : Le manchon d'hélicoptère

Enfin, en conclusion, la réponse de la méthode au besoin de départ sera présentée. Les limites des travaux seront décrites et des perspectives quant à la continuité des travaux seront proposées.



# Chapitre 1

## État de l'art sur la synthèse des spécifications

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Spécification géométrique</b>	<b>10</b>
2.1	Spécification géométrique par le langage GeoSpelling	11
2.2	Les modèles d'expression des spécifications géométriques	22
2.3	Les normes de spécifications	36
2.4	Des nouvelles tendances pour les spécifications	38
2.5	Conclusion	38
<b>3</b>	<b>Incertitudes</b>	<b>39</b>
3.1	La problématique du passage fonctionnel/géométrique	42
3.2	Impacts des incertitudes sur la spécification géométrique des produits	44
3.3	Modèles de définition de l'incertitude	45
<b>4</b>	<b>Outils mathématiques de simulation</b>	<b>51</b>
4.1	Description des modèles	51
4.2	Le modèle torseur des petits déplacements	52
<b>5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>60</b>

---

## 1 Introduction

Un des buts de ce travail de thèse a été de proposer une aide au concepteur pour le choix des spécifications géométriques avec pour objectif la minimisation des incertitudes de spécification. Ce terme d'incertitudes sera expliqué dans la suite du chapitre sur l'état de l'art.

Préalablement à la présentation d'une méthode d'assistance à leur construction, il convient d'introduire le concept de spécification géométrique. En effet, derrière ce terme il existe plusieurs méthodes qui permettent plus ou moins bien de limiter les variations géométriques des pièces. Une première partie de l'étude bibliographique va donc consister à donner une définition à la spécification géométrique et à en présenter différents exemples, afin de déterminer leur limites et montrer comment s'en inspirer. Pour répondre à cet objectif, les travaux issus de la méthode GeoSpelling qui définissent des critères pour la mise en place d'une spécification vont être présentés. Ensuite, cette définition servira de base pour la description des méthodes actuelles de définition de la spécification.

## 2 Spécification géométrique

Un des premiers exemples de spécification géométrique fonctionnelle date de 1765, lorsque Jean-Baptiste Vaquette a proposé de fabriquer les pièces des mousquets et des pistolets de manière à ce quelles soient interchangeables. L'idée était de pouvoir réparer son arme en récupérant les pièces sur des pistolets trouvés sur le champs de bataille. C'est l'origine de la spécification géométrique. C'est à ce moment là que les notions de géométrie idéale et de réalisation imparfaite ont pris tout leur sens. La méthode utilisée à l'époque pour vérifier la validité des pièces était l'utilisation de calibres « entre/n'entre pas ».

Par la suite, les fonctions du produit ont commencé à être prises en compte grâce aux spécifications fonctionnelles. L'objectif était de définir les fonctions et les contraintes du produit et d'en déduire les spécifications géométriques qu'il devait respecter car le but de tout produit est de satisfaire un client. Celui-ci exprime son besoin et un fournisseur doit répondre à ce besoin. Les méthodes de formalisation et d'analyse fonctionnelle du besoin qui permettent d'aboutir à ces spécifications géométriques seront exprimées plus

tard dans ce document.

Le concept de spécification géométrique a donc été introduit dans le but de garantir que les pièces comportant des défauts géométriques pouvaient tout de même satisfaire les exigences fonctionnelles des concepteurs. Dans cette thèse, le terme exigence est défini comme une condition issue du besoin du client. A partir de ces exigences sont construites les conditions géométriques. Par contre, tout ce qui est lié à la montabilité des mécanismes n'entre pas dans le cadre des exigences, ce n'est pas un besoin issu du client, cela permet de définir les conditions de montabilité. La spécification géométrique est donc étroitement liée aux défauts géométriques. Pourtant, aux débuts de la spécification seule la géométrie nominale était considérée. Ce n'est qu'en 1995 que sont apparues les premières approches ([Ballu et Mathieu (1995)], [Srinivassan (2001)]) intégrant le modèle non-idéal. Cette façon de penser issue de la vision des métrologues a permis de mettre en évidence l'ambiguïté des normes de spécification en dessin technique.

C'est ainsi qu'est né GeoSpelling, [Mathieu et Ballu (2003)], le langage qui va être utilisé dans la prochaine partie afin de structurer l'approche de l'étude bibliographique sur les différents moyens d'expression de la spécification. Il va permettre de mettre en avant leurs atouts et leurs défauts. Afin de le présenter, il faut introduire ses deux principaux apports.

## 2.1 Spécification géométrique par le langage GeoSpelling

Le premier apport de GeoSpelling est l'intégration de la géométrie avec défaut dans la spécification. C'est pour cela que le « skin model », figure 1.1 a été introduit. Il s'agit d'une représentation mentale d'une pièce avec défauts. Il est mis en parallèle avec le modèle nominal qui représente la pièce avec une géométrie parfaite.

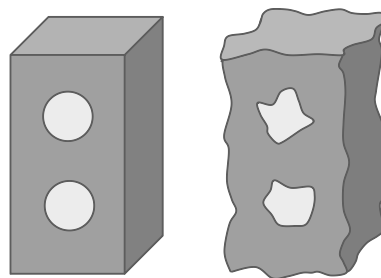


Figure 1.1 – Modèle nominal et « skin model »



Le second apport du langage GeoSpelling a été d'établir une définition d'une spécification géométrique. Elle est issue d'un processus de déclaration des éléments géométriques pour décrire la dimension faisant l'objet du tolérancement ou de la métrologie. La définition d'une spécification est donc : « Une spécification est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques identifiés par des opérations à partir du « skin model » », elle a été mise sous la forme d'un diagramme présenté à la figure 1.2.

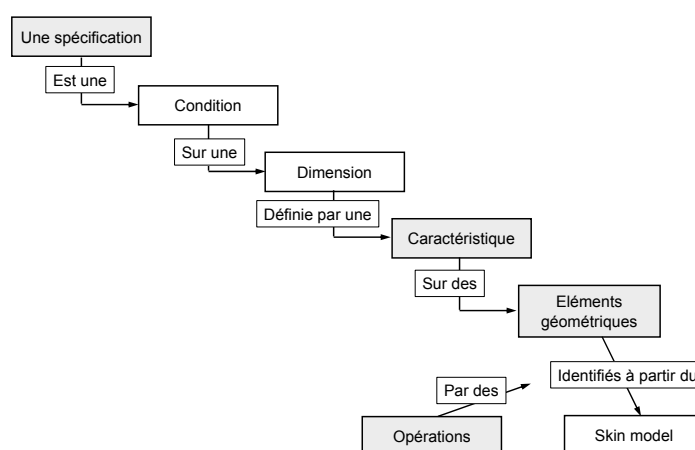


Figure 1.2 – La définition d'une spécification

Le modèle GeoSpelling a fait l'objet de la parution à l'ISO d'un document intitulé « Spécification géométrique des produits (GPS) - Concepts généraux - Modèles pour la spécification et la vérification géométriques » [ISO TS 17450-1 (2008)].

Plusieurs concepts forts, issus de GeoSpelling, vont être tour à tour illustrés :

- les éléments géométriques
- les caractéristiques
- les conditions
- les opérations

De même, durant cette description, un parallèle sera fait avec plusieurs expressions de spécifications géométriques qui seront présentées selon ce processus de déclaration.

### 2.1.1 Les éléments géométriques

Les éléments géométriques susceptibles d'être spécifiés sont multiples, ils peuvent varier de par leur nature (ponctuelle, linéique, surfacique ou volumique), mais aussi de part le niveau de prise en compte des défauts. En effet, les éléments géométriques vont

être répartis en classes : les éléments idéaux et les éléments non-idéaux. Ils pourront ensuite être limités si leurs dimensions sont connues. Le paragraphe suivant pose des définitions sur ces classes d'éléments géométriques.

### 2.1.1.1 Les éléments idéaux

Le langage GeoSpelling définit l'élément idéal comme un « élément défini par une équation paramétrée (L'expression de l'équation paramétrée dépend du type de l'élément idéal et des caractéristiques intrinsèques) ». Cet élément est défini à un nombre fini près de caractéristiques. Par exemple, le plus grand cylindre inscrit dans un alésage est un élément idéal, sa forme est connue, seule sa position, son orientation et son diamètre dépendent de la pièce fabriquée. En revanche, la surface réelle de l'alésage n'est à priori pas connue, et sa paramétrisation complète nécessite un nombre infini de paramètres.

Une méthode développée par Clément [Clément *et al.* (1997)], propose de classer les éléments idéaux. Pour chaque classe, il existe deux types de déplacements possibles :

- un déplacement qui transforme réellement la surface, déplacement « significatif »
- un déplacement qui laisse la surface invariante, déplacement « identité ».

Ainsi, il existe 7 classes de surfaces présentées sur le tableau 1.1, définies par les déplacements qui les laissent invariantes.

Classe d'invariance	Degrés d'invariance	Exemples
Complexe	Aucun	Ellipsoïde
Prismatique	Une translation selon une direction	Deux cylindres parallèles et non confondus
De révolution	Une rotation autour d'une droite	Cercle, cône, tore
Hélicoïdale	Une rotation autour d'une droite et une translation combinée parallèle à cette droite	Surface hélicoïdale
Sphérique	Trois rotations autour d'un point	Sphère
Cylindrique	Une rotation autour d'une droite et une translation parallèle à cette droite	Cylindre

Plane	Une rotation autour d'une droite et deux translations perpendiculaires à cette droite	Plan
-------	---	------

 Tableau 1.1 – Classes d'invariance [Ballu *et al.* (2007)]

Clément a ensuite introduit le concept de EGRM (Élément Géométrique de Référence Minimum) [Gaunet (1993)]. Il permet de définir le paramétrage nécessaire et suffisant pour chacune des classes de S.A.T.T. (Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement). Cette notion a servi de base à la création des éléments de situation, présentés à la figure 1.2. Ballu [Ballu *et al.* (2001)] ainsi que la norme [ISO TS 17450-1 (2008)] les définissent comme des « éléments de type point, droite, plan ou hélice qui permettent de définir la position et/ou l'orientation d'un élément géométrique ». Les éléments de situations donnés dans la colonne de droite du tableau 1.2 sont des exemples pour chaque classe d'invariance.

La notion de surface proposée par A. Clément a été étendue à celle d'éléments comportant les points, les lignes et les surfaces. Mathieu et Ballu ont ajouté aux EGRM l'hélice pour les éléments de classe hélicoïdale.

Classe d'invariance	Élément géométrique	Exemples d'éléments de situation
Complexe	Ellipse	Plan de l'ellipse Deux plans de symétrie de l'ellipse Point, centre de l'ellipse Droites, deux axes de l'ellipse
Prismatique	Deux cylindres parallèles	Droites, axes des deux cylindres Plan passant par les deux axes
De révolution	Cône	Droite, axe du cône Point, sommet du cône Plans de jauge du cône
Hélicoïdale	Surface hélicoïdale	Hélice
Cylindrique	Cylindre	Droite, axe du cylindre

Plane	Plan	Plan lui-même
Plane	Deux plans parallèles	Les deux plans Le plan de symétrie
Sphérique	Point	Point lui-même
Sphérique	Sphère	Point, centre de la sphère

Tableau 1.2 – Exemples d'éléments de situation [Ballu *et al.* (2007)]

L'intérêt des éléments de situation par rapport aux EGRM, vient de la liberté qu'ils laissent au concepteur. En effet, pour une classe donnée (ex : prismatique), alors que les EGRM sont déterminés de manière unique (un plan et une droite), les éléments de situation peuvent être multiples (un plan et une droite ou deux droites parallèles, etc...) à condition que le sous-ensemble retenu conserve la classe d'invariance. La solution peut alors être choisie pour exprimer la fonction de l'élément, une solution technologique, etc...

### 2.1.1.2 Les éléments non-idéaux

Un élément non idéal est défini comme un « élément imparfait totalement dépendant du modèle de la surface non idéale (« skin model ») ». Il dépend entièrement de la pièce réalisée ou imaginée. Chaque point de cet élément est défini par un paramètre dépendant de la pièce.

Par exemple, les éléments suivants sont des éléments non-idéaux :

- le « skin model »,
- un axe réel,...

### 2.1.1.3 Les éléments limités

Les éléments limités peuvent être des éléments idéaux et non-idéaux. La différence vient du fait que le nombre de points, la longueur, l'aire ou le volume de ces éléments sont finis.

Après avoir étudié ces classes d'éléments géométriques, nous allons présenter leur utilisation dans les études de tolérancement. Il faut à présent définir le lien entre la géométrie idéale et le skin model.

## 2.1.2 La représentation du réel

GeoSpelling définit le passage du réel au nominal comme une succession d'opérations de filtration (réduction du niveau de connaissance d'une surface) des défauts géométriques. L'impact de chacun de ces défauts est différent sur le comportement du mécanisme. Cela signifie que, afin de pouvoir répondre au plus près aux besoins du cahier des charges, il faut être capable de pouvoir isoler ces défauts, afin de les spécifier indépendamment les uns des autres si besoin est. Il faut donc commencer par établir une définition univoque pour chacun d'eux.

Une échelle de connaissance des surfaces [Ballu *et al.* (2001)] va nous servir à ordonner la description de tous ces défauts géométriques. Elle présente les différents niveaux de description des défauts géométriques. Chaque franchissement de niveau correspond au filtrage d'un défaut géométrique. Ainsi, la définition d'un défaut se ramène à la différence entre l'état de la surface avec et sans sa prise en compte.

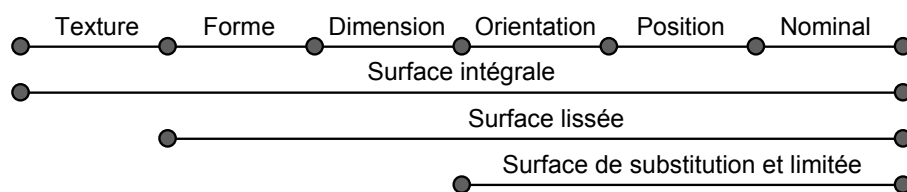


Figure 1.3 – Échelle du niveau de connaissance d'une surface, types de défauts

### 2.1.2.1 La surface intégrale

Pour cette première description, aucun filtre n'a été appliqué à la géométrie réelle. Le modèle est censé contenir l'ensemble des défauts géométriques utiles pour son application. Ce modèle est appelé surface intégrale, figure 1.4.

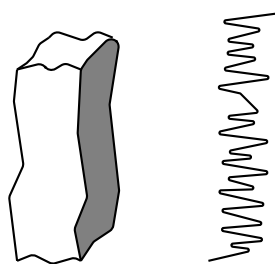


Figure 1.4 – Surface intégrale

### 2.1.2.2 La surface lissée

Le modèle à cette étape est filtré, en effet, les défauts de texture (ondulation, rugosité et irrégularités) ne font plus partie du modèle présenté à la figure 1.5. Seuls les défauts de forme sont préservés, le résultat dépend du réglage du filtre utilisé. La limite entre la forme et les trois défauts précédents n'est pas clairement définie et la séparation est subjective.

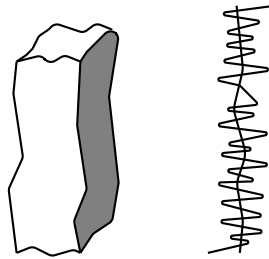


Figure 1.5 – Surface filtrée

### 2.1.2.3 La surface de substitution

Afin de ne pas tenir compte des défauts de forme des surfaces des pièces, le modèle de la surface est représenté par une surface idéale dite de substitution sur laquelle figurent encore les défauts d'orientation et/ou de position. Il s'agit de l'élément idéal intégral associé au modèle géométrique de la pièce, image de gauche de la figure 1.6. Elle peut être associée au réel de plusieurs manières :

- Une contrainte : Tangent extérieur matière,...
- Un objectif :
  - Critère des moindres carrés,
  - Critère de Pafnouti Tchebychev,...

Le choix de la contrainte d'association est important. Par exemple, le modèle tangent extérieur matière est utile lorsque l'on cherche à déterminer la montabilité des pièces. En effet, si le mécanisme peut être assemblé en modélisant les surfaces de liaison à l'aide de surfaces de substitution tangentes extérieures à la matière, alors, les défauts négligés n'empêchent pas la montabilité. Cependant, dans le cas du respect des exigences, un défaut de forme négligé peut être à l'origine d'une augmentation du déplacement relatif de deux pièces et être pénalisant. Le choix du critère d'association dépend de l'application. Des études ont été menées afin de les comparer et des mesures sur les

incertitudes qu'ils engendrent ont été proposées [Jalid *et al.* (2007)]. Le principal intérêt du critère des moindres carrés est la simplicité mathématique de son utilisation. La surface de substitution peut dans certains cas être contrainte en orientation, dans ce cas, seuls les défauts de position sont inclus dans le modèle.

De plus, la surface de substitution utilisée afin de modéliser une surface peut être limitée, c'est à dire avoir une étendue finie.



Figure 1.6 – Surface de substitution et surface limitée

#### 2.1.2.4 *Le nominal*

Un dernier niveau de filtration peut être défini, il s'agit du nominal de la pièce, niveau où tous les défauts ont été éliminés.

Après avoir vu les trois types de surface qui permettront de mettre en évidence les défauts possibles sur une pièce, nous allons proposer des solutions pour limiter leurs variations. Comme nous l'avons dit précédemment, ces défauts nécessitent de pouvoir être caractérisés séparément. C'est pourquoi la suite du travail va consister à montrer comment chaque défaut peut être limité en utilisant le langage GeoSpelling. En parallèle, différentes expressions de spécifications vont être analysées. Des travaux [Ballu *et Mathieu* (1993)] ont permis de rassembler une partie de ces méthodes, d'autres plus récentes ont été ajoutées à cette étude.

### 2.1.3 Les caractéristiques

Les caractéristiques sont utilisées dans l'expression des spécifications :

- directement, pour caractériser le défaut spécifié,
- dans le critère d'une opération (contrainte ou objectif).

Elles peuvent être intrinsèques (liées à un élément idéal) ou de situation (entre deux éléments). A partir de la mise en place des SATT, A. Clément a mis en place une série de 13 contraintes orientées :

- C1 : point-point, coïncidence,
- C2 : point 1, point 2, distance,
- C3 : point, plan, distance,
- C4 : point, droite, coïncidence,
- C5 : point, droite, distance,
- C6 : plan 1, plan 2, parallèles, distance,
- C7 : plan 1, plan 2, angle,
- C8 : plan, droite, perpendiculaires,
- C9 : plan, droite, parallèles, distance,
- C10 : plan, droite, angle,
- C11 : droite, droite, coïncidence,
- C12 : droite 1, droite 2, parallèles, distance,
- C13 : droite 1, droite 2, angle et distance.

Cette série de contraintes a permis la mise en place de caractéristiques de situation représentées dans le tableau 1.3.

<b>Caractéristique</b>	<b>Typologie</b>
Angle	1 droite et 1 plan
	2 droites
	2 plans
Distance	2 points
	1 point et 1 droite
	1 point et 1 plan
	2 droites
	1 droite et 1 plan parallèles
	2 plans parallèles

Tableau 1.3 – Caractéristiques entre éléments idéaux

Ces caractéristiques peuvent être considérées individuellement ou par groupe. Cela engendre des fonctions de distances qui peuvent être le maximum, le minimum, la racine



carrée de la somme des carrés ou d'autres fonctions.

Ainsi, il est possible d'établir des caractéristiques entre d'autres types d'éléments comme :

- entre un élément limité et un élément idéal,
- entre un élément non-idéal et un élément idéal,
- entre des éléments non-idéaux.

Ces caractéristiques sont des grandeurs dimensionnelles définies sur un ou entre des éléments géométriques. Il faut maintenant fournir au concepteur des moyens de définir ces éléments géométriques.

### 2.1.4 Les opérations

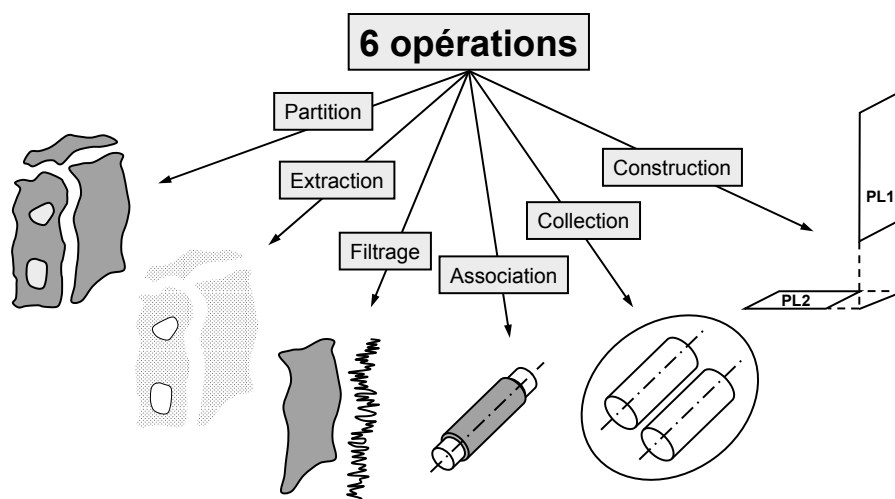


Figure 1.7 – Les 6 opérations de GeoSpelling

Précédemment, les grandes familles d'éléments géométriques ont été introduites. Le paragraphe suivant va servir à présenter les opérations, présentées à la figure 1.7, qui permettent de générer ces éléments géométriques à partir du réel, de constructions, etc...

#### *Partition*

L'opération de partition est la première, elle permet d'identifier les éléments géométriques. Elle permet de définir des parties du skin model. Les critères pour définir cette opération ne suffisent pas à garantir un résultat univoque car l'opération n'a pas été correctement définie.

### *Extraction*

L'opération d'extraction permet d'identifier un nombre fini de points à partir de n'importe quel élément géométrique. Les critères pour définir cette opération ne suffisent pas à garantir un résultat univoque car l'opération n'a pas été correctement définie.

### *Filtrage*

L'opération de filtrage permet d'identifier des éléments géométriques non idéaux en appliquant des filtres et des critères. Cette opération est très utilisée dans le domaine de la spécification et de la mesure de micro-géométrie. Les critères pour définir cette opération ne suffisent pas à garantir un résultat univoque.

### *Collection*

L'opération de collection permet d'identifier un élément formé à partir d'un groupe de plusieurs éléments.

### *Association*

L'opération d'association permet d'identifier des éléments idéaux à partir d'éléments non-idéaux et de critères. Elle est très utilisée en métrologie dans l'objectif de définir des références spécifiées, par exemple. Mathématiquement, il s'agit d'un problème d'optimisation consistant à minimiser ou à maximiser une fonction objectif avec ou sans contrainte.

### *Construction*

L'opération de construction identifie des éléments idéaux à partir d'autres éléments idéaux. Elle est très utilisée dans le contexte de la C.A.O. Mathématiquement, elle se traduit par un ensemble de contraintes.

Toutes ces opérations sont des outils qui vont permettre aux utilisateurs du langage GeoSpelling de définir, de manière autant univoque que possible, les spécifications géométriques dont ils auront besoin.

### 2.1.5 Conclusion pour le modèle GeoSpelling

La description du langage GeoSpelling a permis de donner une définition au terme de spécification qui inclue la prise en compte de plusieurs éléments :

- condition,
- dimension,
- caractéristique,
- éléments géométriques,
- opérations.

Le langage GeoSpelling a été mis en place afin de donner un moyen de décrire toute sorte de spécification. L'objectif était de structurer les éléments nécessaires et suffisants qui constituent la base d'une spécification. A partir de ce point, une analyse de plusieurs modèles de spécification va être possible en s'appuyant sur cette base.

## 2.2 Les modèles d'expression des spécifications géométriques

Avant de décrire les modèles d'expression des spécifications géométriques, il est nécessaire de rappeler les défauts qu'elles limitent. Pour cela, un extrait de l'échelle de la figure 1.3 présente les types de défauts à spécifier sur la figure 1.8.

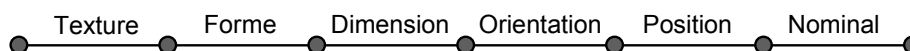


Figure 1.8 – Les types de défauts

Ainsi, la spécification doit limiter les variations de :

- l'état de surface (ou texture),
- la forme,
- les dimensions intrinsèques,
- l'orientation,
- la position.

Tous ces défauts peuvent être spécifiés de manière indépendante (défauts indépendants), il existe toutefois des spécifications qui mêlent les précédents modes de représentation (défauts cumulés).

En parallèle de cette description, des approches permettant l'expression des spécification vont être étudiées notamment pour les imprécisions qu'elles génèrent.

### 2.2.1 La texture

Les surfaces réelles présentent toujours des irrégularités par rapport à la surface idéale. Elles pourraient être décrites en utilisant une fonction continue  $z(x,y)$  donnant l'altitude de chaque point par rapport à la surface idéale.

Connaître l'influence de la texture ou (état de surface) sur le fonctionnement d'une pièce et son comportement dans le temps nécessite de pouvoir caractériser l'échelle de détail de la description de sa géométrie (macro, micro, voire même nano-géométrie dans certain cas).

La caractérisation des états de surface effectuée sur un profil est proposée dans la norme [ISO 4287 :1997 (1997)], tout comme celle sur une surface [NF ISO 25178 (2009)]. Il est donc possible de mesurer et de caractériser une surface avec une représentation tridimensionnelle, en utilisant la topographie [Dong *et al.* (1992), Dong *et al.* (1993), Dong *et al.* (1994a), Dong *et al.* (1994b)]. Cette technique commence à être reconnue et son application envisageable. Ensuite des travaux ont permis de mettre en place un système permettant de relier les conditions fonctionnelles d'une surface avec la spécification de sa micro-géométrie [Yan *et al.* (2005)]. La démonstration de la non-ambiguïté et de la stabilité des mesurandes définis ont fait l'objet d'autres travaux [Scott (2006)].

Les spécifications d'état de surface sont indiquées à l'aide de symboles graphiques et d'indications textuelles. Les symboles doivent être accompagnés d'informations concernant le procédé de fabrication, les conditions de mesure, etc..

Une description précise de l'état de l'art de ces travaux est donnée par Smith [Smith (2002)].

Selon la définition issue du langage GeoSpelling, le défaut de texture (rugosité, ondulation, etc...) est obtenu par filtrage à partir du skin model. Le degré de filtrage permet d'isoler les défauts afin de les spécifier séparément. Le degré de filtrage utilisé pour la spécification doit être précisé avec la spécification. La description de l'état de l'art dans le domaine des défauts de texture n'a pas été très développée car elle n'est pas primordiale pour l'étude qui nous intéresse.

### 2.2.2 La forme

La forme idéale d'une surface est donnée par sa géométrie nominale. Cependant de la même manière que pour la rugosité mais à l'échelle macro-géométrique, les surfaces réelles présentent toujours des défauts de forme qui pourraient être décrits comme précédemment en utilisant une fonction continue  $z(x,y)$  donnant l'altitude de chaque point par rapport à la surface idéale. La caractéristique est une caractéristique entre une surface non-idéale et une surface idéale. Il existe plusieurs moyens de limiter un défaut de forme.

En effet, les limites des variations de la surface peuvent être générées de plusieurs manières :

- une zone dont la nature dépend de la spécification,
- une définition générique par offset ou par le balayage d'une sphère,
- un espace de faisabilité,
- un « torseur dimension »,
- une association d'élément idéal.

Dans le cas d'une limitation par zone [ISO 1101 (2005)], celle-ci dépend de la forme à spécifier, ainsi on choisira une rectitude pour une ligne, une planéité pour un plan, une cylindricité pour un cylindre, etc... Cela revient à définir un élément idéal à partir de la surface spécifiée, sans contraindre aucun de ses paramètres (orientation, position et dimensions intrinsèques), la caractéristique est la distance entre cet élément et la surface réelle. La condition limite les variations de cette caractéristique à la moitié de la zone. Cette forme de spécification peut être génératrice d'incertitude, par exemple, dans le cas d'une spécification de rectitude sur un cylindre, la définition de la zone de tolérance n'est pas univoque. Des travaux permettent de minimiser ces incertitudes en améliorant la définition du défaut de forme pour les nouvelles générations de normes GPS [Lu *et al.* (2009)].

Requicha [Requicha (1993)] propose de modéliser les limites de la zone de tolérance en utilisant un offset de la surface nominale. Cette notion d'offset a été adaptée par Etesami [Etesami (1993)], qui a proposé de réaliser une zone de tolérance à partir du nominal en le parcourant avec une sphère. La différence avec la première partie vient du fait que la géométrie idéale permettant la caractérisation du défaut de forme a ses dimensions intrinsèques imposées par le nominal, ainsi, les défauts de dimensions intrinsèques sont limités par cette spécification. Ces travaux ont été liés à ceux d'André Clément

[Clément *et al.* (1991)] afin de mettre en place une méthode [Tang (2010)] intégrée de modélisation unifiée de la représentation des tolérances, basée sur les éléments influents (Keys Features KFs) et les graphes orientés pour synthétiquement représenter des dimensions géométriques et des tolérances pour la montabilité de produits complexes.

Dans le cas de la méthode proposée par Turner [Turner (1993)], un élément idéal est posé sur la surface non-idéale en se basant sur les extrémités de la surfaces (points du contour d'un plan, centre des cercles extrémités d'un cylindre,...). Ensuite, les distances maximales (positive et négative) de points de l'élément non-idéal à l'élément idéal sont caractérisées. La somme des deux ne doit pas être plus grande que la taille de la zone de tolérance. Cette méthode impose le choix des extrémités de la surface comme points de contrôle, cela peut générer des incertitudes car ces points ne sont pas forcément caractéristiques des défauts

De la même façon, Gaunet [Gaunet (1993)] associe à l'élément non-idéal, un élément idéal (EGRM Élément Géométrique de Référence Minimum), cet élément lui permet de positionner une zone de tolérance qui lui permet de limiter les variations dues au défaut de forme. Cette spécification du défaut de forme limite aussi les dimensions intrinsèques.

Une dernière technique [ISO TS 17450-1 (2008)] consiste à associer à l'élément non-idéal un élément idéal de même nature, et de limiter l'écart entre cet élément idéal et l'élément non idéal.

D'autres travaux [Samper et Formosa (2007)], proposent un nouveau langage d'expression du défaut de forme. Celui-ci est basé sur les modes naturels d'éléments discrétisés. Le défaut est projeté dans cette base et les coordonnées issues de cette projection le représentent. La spécification passe donc par la limitation des variations de ces coordonnées. Cette caractérisation est assez récente mais des travaux permettent de la prendre en compte pour étudier le comportement des mécanismes [Samper *et al.* (2009)].

### 2.2.3 Les dimensions intrinsèques

Les dimensions intrinsèques sont des caractéristiques géométriques sur des éléments idéaux et non-idéaux. L'objectif de cette thèse est de proposer une méthode pour bâtir une spécification sur des éléments géométriques par la simulation. La nature des éléments simulés est par conséquent très importante. C'est pour cela que la classification des spécifications est réalisée selon la nature de l'élément géométrique et non selon la caractéristique.

### 2.2.3.1 Éléments non-idéaux

Une condition sur une dimension définie par une caractéristique linéaire limite uniquement des dimensions locales réelles (mesure entre deux points) d'un élément mais pas ses écarts de forme (par exemple, écarts de circularité et de rectitude d'un élément cylindrique, ou écarts de planéité de deux surfaces planes parallèles). Les points sont obtenus par *extraction* à partir du skin model de la pièce. Cette *extraction* doit être définie sinon cela génère des incertitudes. Pourtant, certains travaux utilisent cette approche sans avoir défini de critères d'extraction pour les bi-points [Hillyard et Braid (1978)] [Chiabert *et al.* (1998)], [ISO8015 (2006)], solution 1 de la figure 1.9.

Gaunet [Gaunet (1993)] propose, quant à lui, un moyen univoque de réaliser cette extraction, solution 2 de la figure 1.9. Ainsi, il associe à l'élément non-idéal, un élément idéal (le même que celui proposé pour limiter le défaut de forme), cet élément lui permet de positionner des paires de points qui servent à déterminer les dimensions locales. Par exemple, l'EGRM d'un cylindre est son axe idéal, en plusieurs points  $M_i$  de la surface passe un vecteur normal à l'EGRM  $n_i$ , en soustrayant le rayon de l'élément idéal, il est alors possible de déterminer le défaut de la surface (incluant le défaut de forme). D'autres méthodes, similaires [Roy et Li (1999)], [Roy *et al.* (2001)] ou [Rivest *et al.* (1994)] proposent d'utiliser un élément de référence afin de déterminer la direction de mesure. C'est le cas lors de la spécification de plans en vis à vis, un des deux sert de référence et les directions de spécifications sont projetées sur la normale à ce plan.

Une condition sur une dimension définie par une caractéristique angulaire, spécifiée en unité de mesure angulaire, limite uniquement l'orientation générale des lignes ou des éléments linéaires de surfaces mais pas leurs écarts de forme. L'orientation générale de la ligne dérivée de la surface réelle est l'orientation de la ligne en contact de forme géométrique parfaite. La distance maximale entre cette ligne en contact et la ligne réelle doit être la plus faible possible.

### 2.2.3.2 Éléments idéaux

D'autres approches [Henzold (1993)], solution 3 de la figure 1.9, proposent d'associer à l'élément non-idéal un élément idéal. Ensuite, la dimension intrinsèque peut être déterminée grâce à cet élément idéal de manière univoque. Par exemple, il est possible d'associer un cylindre des moindres carrés à une surfaces non-idéale nominalement cylin-

drique, la valeur du diamètre de l'élément idéal est celle de l'élément idéal associé. Ainsi, ce modèle ne spécifie pas le défaut de forme et les deux défauts peuvent être spécifiés indépendamment.

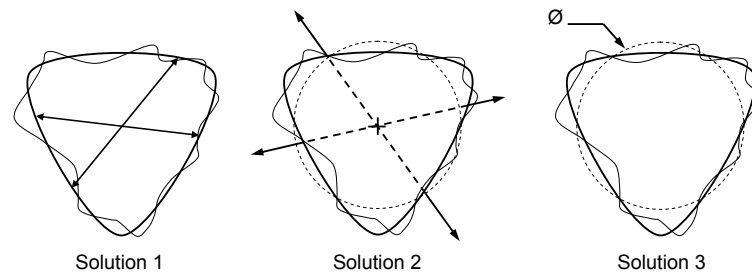


Figure 1.9 – Les spécifications dimensionnelles

De manière générale, la notion de dimension intrinsèque est en général liée aux éléments simples (cylindre, cercle,...). Le langage GeoSpelling introduit deux cas de figure où ce type de caractéristique intervient. C'est le cas lors de la spécification d'éléments discontinus (diamètre d'une surface constituée de trois portions d'un cylindre) ou pour les éléments obtenus par collection de plusieurs éléments (angle entre deux droites).

La prise en compte des dimensions intrinsèques n'est donc pas du tout générique. En effet, dès que l'élément géométrique n'est plus usuel (surface complexe) n'importe quelle variation est considérée comme du défaut de forme [Savio *et al.* (2007)]. Cela rend impossible le lien avec les conditions fonctionnelles puisque tous les défauts sont mélangés. Cependant, certains travaux commencent à intégrer des éléments plus complexes en terme de caractéristiques intrinsèques. C'est le cas de travaux [Dantan *et al.* (2008)] qui intègrent des caractéristiques comme le déport de denture ou l'angle de pression dans la cotation des engrenages. Cette approche paraît logique car une variation de ces paramètres ne remet pas en cause la typologie de la surface nominale, donc ce n'est pas du défaut de forme.

#### 2.2.4 L'orientation

Les méthodes de spécification de l'orientation, figure 1.10, peuvent être regroupées en fonction des éléments géométriques mis en relation. En effet, trois classes de spécification d'orientation peuvent être représentées entre :

- un élément idéal et élément non-idéal,
- un élément idéal et élément limité,



- des éléments idéaux.

Comme pour le paragraphe précédent, c'est ce critère qui servira de base à la classification des expressions de spécifications.

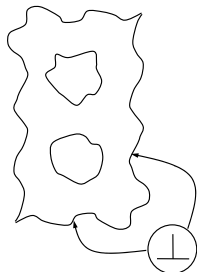


Figure 1.10 – Spécification d'orientation

Les figures qui servent d'exemple à la démonstration sont issues de travaux [Ballu *et al.* (2001)], cependant elles ont été complétées pour faciliter leur compréhension.

#### 2.2.4.1 Entre un élément idéal et un élément non-idéal

La première partie de l'expression de cette spécification en langage GeoSpelling concerne la définition de la référence : une *partition* à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S1), suivie d'une *association*, à partir de la surface (S1) d'un plan (P1), avec un critère d'association.

La méthode proposée par Rivest [Rivest *et al.* (1994)] ne donne aucune indication quant à la construction de cette référence et ne permet pas de gérer les systèmes de référence, c'est à dire les associations séquentielles de références. La norme ISO [ISO 1101 (2005)] permet de construire des systèmes de références en utilisant un ordre d'importance pour les références spécifiées, pour le système de références de la figure 1.11, la référence spécifiée A est référence principale, puis la B est secondaire, elle est positionnée par rapport à A enfin la C est tertiaire, elle complète le système de référence mais est positionnée par les deux autres. Les éléments idéaux construits sur les éléments non-idéaux utilisent le critère de construction tangent extérieur matière avec pour objectif de construction de minimiser l'écart maximum.

La seconde partie de l'expression concerne l'élément tolérancé : une *partition*, à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S2), puis une *construction*, d'un plan (P2) avec une contrainte de construction ((P2) perpendiculaire à (P1)) et un objectif de

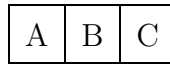


Figure 1.11 – Système de référence norme ISO GPS

construction (minimiser la distance maxi entre (S2) et (P2)).

La construction de la contrainte est propre à chaque méthode. Rivest utilise un vecteur  $V_E = (R_A, R_B, R_C, T_A, T_B, T_C)$  qui définit l'orientation du plan (P2) en fonction de (P1). La norme [ISO 1101 (2005)] à partir du système de références construit un plan en utilisant des dimensions angulaires encadrées définies sur le nominal.

La caractéristique est une caractéristique entre deux éléments idéaux. C'est une *évaluation* de la caractéristique suivante : la distance entre la surface (S2) et le plan (P2) (projetée sur la normale au plan (P2)).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

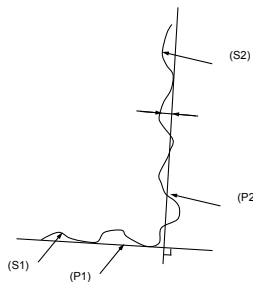


Figure 1.12 – Orientation entre un élément idéal et un élément non-idéal

#### 2.2.4.2 Entre un élément idéal et un élément limité

Dans ce second cas de figure, la référence est toujours modélisée par un élément idéal mais un élément idéal limité modélise l'élément tolérancé.

Cette méthode est utilisée par plusieurs travaux [Gaunet (1993)], [Turner (1993)], même s'ils ne proposent ni contraintes, ni objectifs de construction.

En ce qui concerne l'élément tolérancé, la première opération est une *partition*, à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S2), puis, une *construction* d'un plan (P2) avec une contrainte de construction ((P2) perpendiculaire à (P1)) et un objectif de minimisation de la distance maximale avec (S2). Ces opérations sont suivies d'une *association*, à partir de la surface (S2), d'un plan limité (P3), avec une contrainte de

construction tangent extérieur matière et un objectif de construction. Enfin, la dernière étape est une *extraction*, des points  $(M_i)$ , extrémités du plan (P2).

La caractéristique est une caractéristique entre deux éléments idéaux. C'est une *évaluation* des caractéristiques suivantes : les distances entre les points  $M_i$  et le plan (P2), projetées sur la normale au plan (P2).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

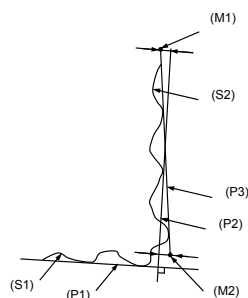


Figure 1.13 – Orientation entre un élément idéal et un élément limité

### 2.2.4.3 Entre des éléments idéaux

Ce troisième cas de figure définit la référence de la même manière. La seconde partie de l'expression concerne l'élément tolérancé. Cela commence par une *partition*, à partir du « skin model », d'une surface nominale plane (S2), puis, une *association*, à partir de la surface (S2), d'un plan limité (P2), avec une contrainte d'association tangent extérieur matière et un objectif d'association.

La caractéristique est une caractéristique entre deux éléments idéaux. C'est une *évaluation* de la caractéristique suivante : angle entre les deux plans (P1) et (P2).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

Cette méthode est utilisée par la méthode des domaines [Giordano *et al.* (1992)], les caractéristiques utilisées dans ces travaux sont les composantes des torseurs de petits déplacements [Bourdet *et al.* (1996)] entre les deux éléments géométriques. Ces caractéristiques en orientation correspondent à l'angle entre les deux éléments projeté sur un repère en trois dimensions. La condition est ensuite l'appartenance de toutes les variations de ces caractéristiques à un espace appelé domaine. L'incertitude de ce langage de spécification vient du choix de ce repère, en effet, il doit être posé de manière uni-

voque sur la géométrie de la pièce. Cependant, l'expression de la spécification ne propose pas de solutions pour la définition de cette construction. Cette modélisation est aussi utilisée dans le cas des polytopes [Teissandier *et al.* (1999)], variante des domaines et de l'Union Pondérée des Espaces de Libertés (U.P.E.L.) [Teissandier (1995)], expression des spécifications par des torseurs limites.

Les T-Maps [Davidson et Sha (2009)] utilisent elles aussi cette expression des spécifications géométriques. La différence vient du modèle mathématique qui utilise les matrices pluckeriennes. Les caractéristiques considérées par cette expression sont les composantes de ces matrices. La condition est alors définie par l'appartenance à un domaine exprimé dans l'espace des coordonnées barycentriques à partir de limites sur ces composantes. Le problème d'incertitudes lié au précédent langage est le même pour celui-ci.

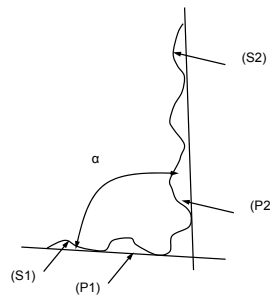


Figure 1.14 – Orientation entre éléments idéaux

### 2.2.5 La position

La spécification de position est souvent considérée de la même manière par les approches d'expression de la spécification que l'orientation. Dans cet état de l'art, nous allons exprimer la position d'un plan par rapport à un autre, figure 1.15.

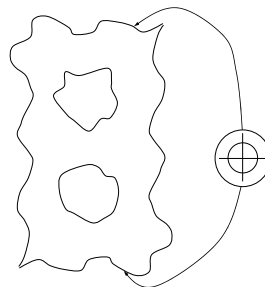


Figure 1.15 – Spécification de position

Les trois classes qui existaient dans la description de l'orientation se retrouvent dans

cette partie sur la position, il est ainsi possible de retrouver des spécifications de position entre :

- un élément idéal et un élément non-idéal,
- un élément idéal et un élément limité,
- des éléments idéaux.

Les opérations de définition des références pour toutes les expressions précédentes sont les mêmes pour une spécification d'orientation ou de position, elles ne seront donc pas répétées.

### 2.2.5.1 Entre un élément idéal et un élément non-idéal

Les expressions de spécification regroupées dans cette catégorie utilisent un élément idéal pour représenter la référence mais utilisent un élément non-idéal afin de modéliser l'élément tolérancé.

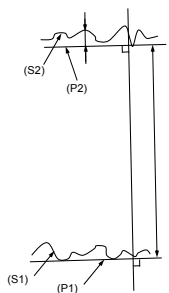


Figure 1.16 – Position entre un élément idéal et un élément non-idéal

La différence par rapport à l'expression de la spécification d'orientation vient de la seconde partie du processus de spécification. En effet, la contrainte de position s'ajoute aux autres.

Ainsi, l'expression de l'élément tolérancé devient : une *partition*, à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S2), suivie d'une *construction*, d'un plan (P2), avec une contrainte de construction ((P2) parallèle à (P1) et distant de (P1) d'un paramètre  $l$ ).

Pour Rivest [Rivest *et al.* (1994)], c'est toujours le vecteur  $V_E$  qui définit l'orientation et la position du plan (P2) en fonction de (P1).

La caractéristique est une caractéristique entre un élément idéal et un élément non-idéal. C'est une *évaluation* de la caractéristique suivante : la distance entre la surface (S2) et le plan (P2), projetée sur la normale au plan (P2).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

### 2.2.5.2 Entre un élément idéal et un élément limité

La définition dans ce cas de l'élément tolérancé est une *partition*, à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S2), puis, une *construction* d'un plan (P2) avec une contrainte de construction ((P2) parallèle à (P1) et distant de l avec (P1)). Ces opérations sont suivies d'une *association*, à partir de la surface (S2), d'un plan limité (P3), avec une contrainte de construction tangent extérieur matière et un objectif de construction. La dernière étape est une *extraction*, des points ( $M_i$ ), extrémités du plan (P2).

La caractéristique est une caractéristique entre deux éléments idéaux. C'est une *évaluation* des caractéristiques suivantes : les distances entre les points  $M_i$  et le plan (P2), projetées sur la normale au plan (P2).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

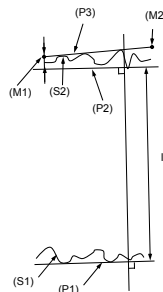


Figure 1.17 – Position entre un élément idéal et un élément limité

### 2.2.5.3 Entre des éléments idéaux

Pour cette dernière approche, l'élément tolérancé est défini par une *partition*, à partir du skin model, d'une surface nominale plane (S2), puis, une *association*, à partir de la surface (S2), d'un plan limité (P2), avec une contrainte de construction tangent extérieur matière ainsi qu'un objectif de construction.

La caractéristique est une caractéristique entre deux éléments idéaux. C'est une *évaluation* de la caractéristique suivante : distance entre les deux plans (P2) et (P3).

La dernière partie de l'expression est la condition, la valeur de la caractéristique doit être inférieure à la valeur de la moitié de la tolérance.

Le problème de cette méthode vient du fait que les deux plans n'étant pas parallèles et qu'il faut définir un moyen de déterminer la distance entre ces plans.

Les méthodes basées sur les torseurs de petits déplacements ou sur les matrices à coordonnées pluckeriennes qui utilisent cette technique proposent de définir un point caractéristique de la surface qui servira à déterminer le déplacement de celle-ci. Elles ne proposent pas de critère de choix mais ce point peut être le barycentre de la surface, une extrémité,... C'est le cas pour les domaines [Giordano *et al.* (1992)], les T-Maps [Davidson *et Sha* (2009)], etc... L'intérêt de cette modélisation vient du fait que les caractéristiques linéaires et angulaires peuvent être spécifiées indépendamment. Par contre, il faut définir comment est positionné le repère de la surface et le centre de ce repère qui servent à définir le petit déplacement entre les deux plans.

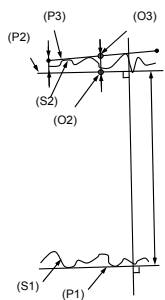


Figure 1.18 – Position entre des éléments idéaux

### 2.2.6 Un ensemble de défauts

Cette partie présente les équations des spécifications qui limitent plusieurs défauts, il s'agit du concept de gabarit ou de calibre. Il consiste à définir un état virtuel en simulant les limites tolérées d'une surface d'une pièce qui a une influence sur la liaison. Les gabarits sont définis par des surfaces de géométrie idéale. Le gabarit prend en compte plusieurs défauts d'après le degré de filtration appliqué [Etesami (1991), Jayaraman *et Srinivasan* (1989), Srinivassan *et Jayaraman* (1989), Bennis *et al.* (1999)].

De nouvelles voies de recherche concernant le concept de gabarit ont été proposées ces dernières années. Tout d'abord une première voie [Pairel *et al.* (2007)] définit les gabarits virtuels comme des entités géométriques de la pièce qui sont représentés sur le modèle 3D de la pièce. La topologie du gabarit dépend de celle de la pièce. La figure

1.19 décrit une spécification d'orientation décrite avec le modèle du gabarit virtuel. Elle présente les deux éléments issus du gabarit virtuel : la zone du gabarit et la surface du gabarit.

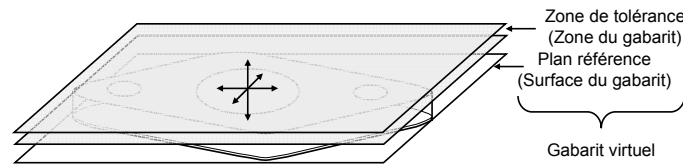


Figure 1.19 – Expression d'une spécification avec un gabarit virtuel [Pairel *et al.* (2007)]

Les avantages de cette représentation sont sa simplicité, la garantie de la cohérence sémantique, son indépendance vis à vis des normes (de leurs limites et de leurs évolutions), et l'augmentation des possibilités de tolérancement. Grâce à cette expression, il est possible de spécifier des défauts de forme, d'orientation et de position.

D'autres travaux ont été proposés par Dantan lors de sa thèse [Dantan (2000)]. Il a introduit l'approche par calibres à mobilités internes. Elle établit des domaines de variation fonctionnellement admissibles de la géométrie non idéale de la pièce à partir de trois concepts :

- l'interface calibre/pièce positionnant les surfaces non idéales de la pièce par rapport aux surfaces idéales du calibre,
- la structure du calibre modélisant l'environnement de la pièce, l'environnement étant constitué des pièces influençant la condition fonctionnelle,
- la caractérisation de la fonction définissant la caractéristique géométrique liée à la fonction du produit.

Ces concepts permettent d'écrire la spécification optimale d'une pièce.

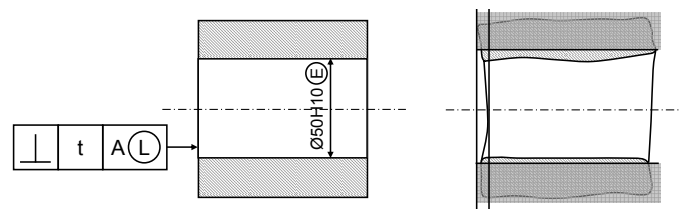


Figure 1.20 – Expression d'une spécification d'orientation avec un calibre à mobilités internes [Dantan *et al.* (2005)]

La figure 1.20 présente l'expression d'une spécification exprimée dans le langage ISO



(langage décrit dans le paragraphe suivant) avec les calibres à mobilités internes.

Cette méthode [Dantan et Ballu (2002)] permet à la fois la synthèse et l'analyse des tolérances [Dantan *et al.* (2005)].

La spécification par l'enveloppe décrite dans la norme [ISO8015 (2006)] utilise ce principe en limitant les défauts de forme et de dimensions intrinsèques. Afin de respecter la condition, la pièce doit se trouver à l'intérieur d'un demi espace. Il en est de même pour les spécifications au maximum de matière décrites dans la norme [ISO 2692 (2007)] qui limitent en plus les défauts de position et d'orientation. Ce concept permet de garantir la montabilité, car il permet une spécification de tous les défauts en simultanée.

A partir des gabarits virtuels une méthode de contrôle utilisant cette fois un gabarit physique a été mise en place. Ce contrôle est fait en utilisant un gabarit (pièce supposée parfaite) et en regardant si l'assemblage s'effectue, si c'est le cas, la pièce est bonne. Trois autres avantages sont alors liés à ce contrôle [Chiabert *et al.* (1998)] :

- il est économique à produire,
- il est rapide,
- il ne demande aucune expertise.

Cependant, la géométrie des gabarits physiques est limitée à des formes simples et ne permet pas le contrôle de l'ensemble des pièces.

### 2.3 Les normes de spécifications

Dans cette partie la définition des spécifications par les normes va être présentée. En effet, un ensemble de normes ([ISO 1101 (2005)], [ASME Y14.5M (1994)],...) définissent le mode de représentation de spécifications normalisées sur les plans de définition des pièces. Elles ont été mises en place en collaboration avec l'industrie. Le résultat est donc un ensemble de documents qui permettent une spécification de la géométrie. Lorsque les premières normes de spécification ont été établies, les seuls cahiers des charges à respecter lors de la fabrication des pièces étaient les dessins de définition. A l'heure actuelle ces normes travaillent sur la mise en place de spécifications sur des modèles 3D ([ISO 1101 A1 (2008)], [ASME Y14.41 (2003)]). Ce paragraphe propose une synthèse du contenu des normes pour en extraire la sémantique sur laquelle il faut s'appuyer pour définir une spécification dans ce langage. Les spécifications peuvent être de deux natures : les spécifications dimensionnelles et géométriques.

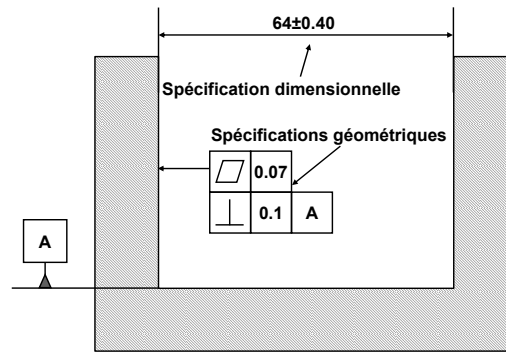


Figure 1.21 – Ensemble de spécifications géométrique et dimensionnelle

Les spécifications dimensionnelles n'existent que dans deux cas de figure :

- distance entre deux plans nominalement parallèles en vis à vis,
- rayon/diamètre d'un cylindre droit de révolution.

Toutes les autres spécifications sont géométriques et dans ce cas :

- les éléments tolérancés sont des éléments géométriques réels de la pièce,
- les zones de tolérances sont des zones limitées par des éléments géométriques parfaits, bi ou tri-dimensionnels,
- les éléments de référence sont des éléments géométriques réels de la pièce,
- les références spécifiées sont composées d'un ou de plusieurs éléments géométriques idéaux construits par association de leurs éléments de situation aux éléments de référence.

La condition pour qu'une spécification géométrique soit vérifiée correspond au fait que les éléments tolérancés soient inclus dans les zones de tolérances, elles même pouvant être contraintes par rapport au système de références spécifiées.

Lorsque l'élément tolérancé ne concerne qu'une zone, la zone de tolérance est dite simple. Lorsque plusieurs éléments sont concernés, la zone est constituée de zones simples positionnées/orientées à l'aide de caractéristiques. Les contraintes sont exprimées entre les éléments de situation des zones simples. Il s'agit de spécification d'un groupe de surfaces. Ces zones de tolérance peuvent être orientées et/ou positionnées par rapport à d'autres surfaces que sont les références spécifiées.

Les références spécifiées sont identifiées à partir de surfaces de référence. Elles peuvent être composées d'une surface (référence simple) ou d'un ensemble de surfaces. La référence spécifiée est alors construite soit sous la forme d'une référence commune (les surfaces sont alors considérées simultanément) soit sous la forme d'un système de références (les

surfaces sont alors considérées séquentiellement).

L'interprétation d'une spécification géométrique passe par la description des positions relatives des zones de tolérance par rapport aux références spécifiées d'une part et d'autre part par la méthode d'association des surfaces de référence spécifiées aux surfaces réelles.

Des indicateurs peuvent être ajoutés à ces spécifications normalisées afin de répondre à des conditions de montabilité (l'indicateur de maximum de matière) ou géométriques (l'indicateur de minimum de matière).

L'inconvénient des normes actuelles est de ne pas définir explicitement le vocabulaire et la grammaire du langage. Il n'existe pas de définition mathématique univoque des spécifications. Celle-ci n'est basée que sur des exemples sur lesquels le concepteur s'appuie pour spécifier la géométrie des pièces. Des travaux, se basant sur le modèle GeoSpelling décrit précédemment, ont mis en place une définition précise pour la signification des spécifications géométriques ([ISO TS 17450-1 (2008)], [ISO TS 17450-1 (2008)]). De plus des travaux cherchent à faire évoluer les normes pour les adapter aux besoins industriels et aux outils de communication utilisés [Srinivasan (2008)].

## 2.4 Des nouvelles tendances pour les spécifications

Certains travaux proposent de nouvelles tendances pour la spécification géométrique des pièces. Ainsi, Wang [Wang et Nnaji (2007)], [Wang (2008)], propose différentes façons d'exprimer des tolérances *proper* (pièces rigides) ou *improper* (pièces flexibles) et en différenciant les tolérances *priori* (tolérances prédéterminées) et les tolérances *posteriori* (tolérances qui dérivent des variations des autres pièces). Ces nouveautés sont en perpétuelle évolution.

## 2.5 Conclusion

Le but de cette partie était de considérer la définition d'une spécification proposée par le langage GeoSpelling et de la comparer aux expressions issues de la littérature. La définition du langage de spécification GeoSpelling est la suivante : « une spécification est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques identifiés par des opérations à partir du « skin model » ». Ce processus ainsi que tous les termes de cette définition ont été définis. En appliquant cette définition à quelques expressions de spécifications issues d'une recherche bibliographique, une com-

paraison de ces approches a pu être menée.

Tout au long du paragraphe précédent des imprécisions quant à la définition de certaines opérations, caractéristiques, etc. sont apparues. Les imprécisions sont très pénalisantes dans tous les domaines car elles pénalisent la qualité du résultat de la simulation. C'est pourquoi des travaux ont été menés dans le but de mesurer et si possible de minimiser l'impact de ces imprécisions. Elles ont été caractérisées par la notion d'incertitude et le paragraphe suivant a pour objectif de présenter ces travaux qui traitent de ces incertitudes et en particulier ceux effectués dans le cadre du tolérancement des pièces mécaniques.

### 3 Incertitudes

Comme nous l'avons vu précédemment, l'expression du tolérancement repose sur des modèles plus ou moins réalistes. En effet, la modélisation du réel (par les surfaces de substitution) impose de négliger plus ou moins les défauts des pièces. C'est pourquoi, afin de réaliser un modèle du réel, le concepteur est forcé de poser des hypothèses de modélisation. Ces hypothèses sont génératrices d'incertitudes. Ce terme est défini comme un « doute » dans la norme [NF X 07-020 (1999)].

Les hypothèses qui génèrent de l'incertitude sont de deux types :

- soit elles viennent du fait que l'influence d'un phénomène n'a que très peu d'effet sur le problème et qu'en conséquence il peut être négligé,
- soit elles sont liées à un manque de connaissance sur un phénomène, qui pousse le concepteur à supposer que négliger l'effet de ces hypothèses ne sera pas trop préjudiciable au mécanisme.

La première catégorie d'hypothèses n'est pas réellement problématique car même si elles éloignent le modèle du réel, il est démontré que leur impact ne perturbera pas les résultats. Par exemple, dans le cas de l'étude du comportement cinématique des mécanismes, l'impact de la micro-géométrie des pièces est tellement faible que sa simulation peut être négligée. L'impact de cette hypothèse ne modifie pas beaucoup le résultat.

Par contre, en ce qui concerne la deuxième catégorie d'hypothèses, il est risqué de fermer les yeux sur leur impact. Par exemple, dans le cas de l'étude du comportement cinématique des mécanismes, l'impact du défaut de forme peut ne pas être négligeable.

Cependant, sa prise en compte étant difficile, certaines méthodes de simulation choisissent de négliger son influence. Ainsi, la simulation est simplifiée, par contre les incertitudes engendrées par cette hypothèse peuvent être importantes. L'idéal serait d'arriver à supprimer ces hypothèses en améliorant la description du réel. En attendant, il existe des techniques permettant de vérifier leur impact.

Les premiers travaux visant à prendre en compte l'incertitude sont apparus dans deux domaines. Tout d'abord, Frank Knight [Knight (1921)] a proposé des travaux dans le domaine de l'économie afin de prendre en compte les incertitudes des modèles visant à prévoir l'avenir. A peu près à la même époque, dans le milieu de la mécanique quantique, Werner Heisenberg [Heisenberg (1932)] a énoncé son principe d'incertitude qui énonce donc que, de façon assez contre-intuitive du point de vue de la mécanique classique, pour une particule massive donnée, il est impossible de connaître simultanément sa position et sa vitesse. Le terme de doute se retrouve dans ces deux théories. Plus récemment, la mise en évidence et la quantification des incertitudes ont fait l'objet de nouveaux travaux. En effet, des études ont proposé de modéliser ces incertitudes, afin de déterminer leur influence sur le résultat, en utilisant la théorie des méconnaissances qui permet de représenter des dispersions réelles (la rigidité mécanique par exemple [Enjalbert (2009)]). Les résultats ont montré une amélioration du résultat de la simulation.

Des travaux [Srinivassan (2001)] ainsi que la norme ISO [ISO TS 17450-2 (2004)] ont défini trois classes d'incertitudes en fonction de leurs origines :

- Les incertitudes de corrélation,
- Les incertitudes de spécification,
- Les incertitudes de mesure.

Avant de passer à la définition des incertitudes il convient d'introduire un vocabulaire propre à leur définition. Tout d'abord, un opérateur de spécification considéré est un ensemble ordonné d'opérations de spécification, opérations formulées en n'utilisant que des expressions et/ou algorithmes mathématiques et/ou géométriques. Un opérateur fonctionnel est quant à lui un ensemble d'opérations ayant une corrélation parfaite avec la fonction prévue de la pièce ou de l'élément. Ces définitions servent de base à la construction des définitions des incertitudes suivantes.

### *L'incertitude de corrélation*

A partir de ces deux éléments, une première définition peut être apportée : une incertitude de corrélation provient de la différence entre l'opérateur de spécification considéré et l'opérateur fonctionnel qui définit la fonction prévue de la pièce, exprimée dans les termes et unités de l'opérateur de spécification considéré.

### *L'incertitude de spécification*

Cette incertitude est inhérente à un opérateur de spécification considéré, appliqué sur une pièce considérée ou à un élément.

### *L'incertitude de mesure*

L'*incertitude de mesure* est égale à la somme (dans le sens donné par la norme [NF X 07-020 (1999)]) de l'*incertitude de méthode* (incertitude provenant de la différence entre l'opérateur de spécification considéré et l'opérateur de vérification considéré) et de l'*incertitude de mise en œuvre* (provenant de la divergence entre les caractéristiques métrologiques de l'opérateur de vérification considéré et les caractéristiques métrologiques idéales définies par l'opérateur de vérification parfait, parfois appelée de moyen comme sur la figure 1.22 ). Cette dernière étant entièrement liée au contrôle en métrologie, elle ne sera pas traitée.

L'objectif de ce paragraphe sur les incertitudes est de présenter un éventail de travaux qui ont été réalisés dans le cadre du tolérancement et qui traitent des incertitudes, que ce soit du point de vue qualitatif (montrer qu'une spécification peut être mal interprétée) ou quantitatif (montrer l'erreur engendrée par une hypothèse de modélisation). Cela aura pour but de guider la mise en place de la méthode afin d'avoir des bases de réflexion concernant les incertitudes au moment où des choix devront être faits ou bien lorsque des modèles devront être mis en place.

La première catégorie d'incertitudes (*corrélation*) doit être présentée séparément des deux autres, en effet, elle mêle d'une part les fonctions attendues du mécanisme et les spécifications géométriques. Ainsi, elle mêle le domaine fonctionnel et le domaine géométrique. Les travaux concernant cette classe d'incertitudes ne sont pas nombreux. Par contre, plusieurs études ont proposé de simuler l'impact des deux autres sources d'incertitudes qui ont trait à la géométrie. C'est pourquoi la première catégorie d'incertitude

fera l'objet d'un paragraphe indépendant.

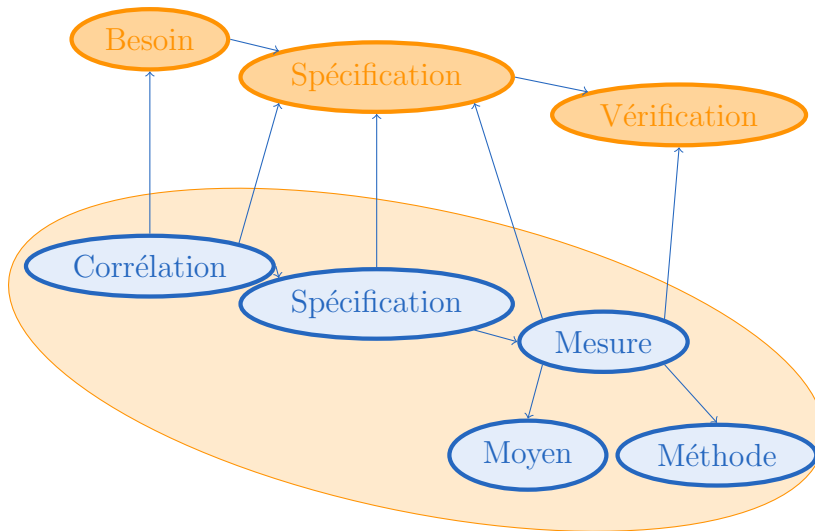


Figure 1.22 – Les classes d'incertitudes et leurs imbrications [Mathieu et Ballu (2003)]

### 3.1 La problématique du passage fonctionnel/géométrique

Plusieurs travaux [Dantan *et al.* (2003)] ont permis de mettre en évidence l'incapacité de certains langages de spécification à définir de manière univoque les besoins issus de l'étude fonctionnelle.

L'objectif de ces travaux est de montrer qu'une mauvaise description du besoin fonctionnel ne permet pas une bonne spécification géométrique.

L'exemple pris dans ce cas de figure est l'assemblage représenté à la figure 1.23.

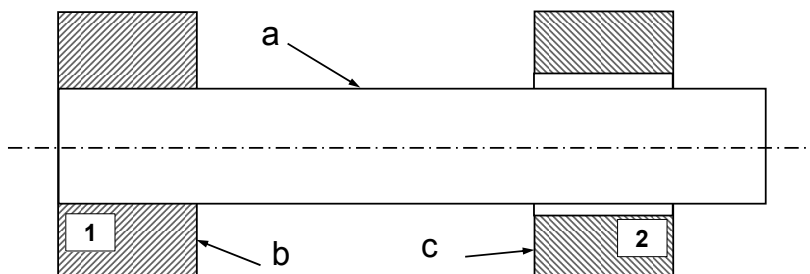


Figure 1.23 – Assemblage étudié

La caractéristique fonctionnelle pour ce mécanisme concerne l'orientation relative des deux plans 1b et 2c. Dans cette optique, il existe une spécification proposée dans le

langage de spécification choisi. Une représentation de cette spécification dans un langage de spécification non-normalisé est proposée à la figure 1.24.

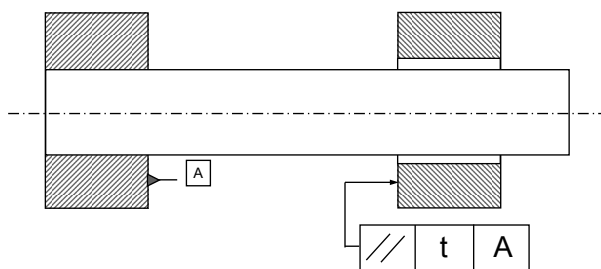


Figure 1.24 – Spécification non-normalisée

Le besoin fonctionnel défini au départ prévoit de garantir cette orientation pour toutes les configurations. Cependant, cette information n'est pas disponible sur la spécification proposée à la figure 1.24. Ainsi, cette spécification ne permet pas de traduire le besoin exprimé dans cette notion de configuration.

Si la personne qui doit effectuer la spécification des pièces n'est pas celle qui a établi le besoin, elle n'a pas suffisamment d'informations pour effectuer son étude. En effet, deux solutions s'offrent à elle :

- l'objectif est le respect de l'exigence pour au moins une configuration,
- l'objectif est le respect de l'exigence pour toutes les configurations.

Dans le premier cas de figure, il suffit de garantir le respect de l'exigence pour la solution la plus défavorable du point de vue des jeux, cela impliquera la validité du mécanisme pour les autres solutions. Le cas le plus défavorable correspond à la configuration comprenant le moins de jeu. En effet, si une configuration du mécanisme est atteignable avec un jeu minimal, alors elle l'est avec un jeu plus important. Dans ce cas de figure, Anselmetti [Anselmetti (2008)] se place dans une configuration de « jeu favorable ».

Dans le second cas de figure, il faut garantir le respect de l'exigence pour toutes les configurations, cela signifie qu'il faut que pour la solution avec le plus de jeu, la tolérance soit respectée. Si elle l'est dans ce cas, alors la diminution de la valeur du jeu dans le mécanisme ne sera pas préjudiciable au respect de l'exigence. Dans ce cas de figure, Anselmetti [Anselmetti (2008)] se place dans une configuration de « jeu défavorable ». Cette solution est beaucoup plus difficile à réaliser et sera donc plus coûteuse. Ce travail de thèse reviendra sur ces notions de configurations ultérieurement.



Ce cas d'application a permis de mettre en évidence un problème de corrélation entre le besoin fonctionnel et son expression dans un langage de spécification géométrique.

La suite va traiter des incertitudes qui apparaissent lors de la spécification géométrique des mécanismes. Les incertitudes concernées par cette étape sont les incertitudes de spécification et de mesure (qui ne sont décrites ici que dans l'objectif de compléter la définition d'incertitudes mais qui ne seront pas prises en compte dans ce travail de thèse).

### **3.2 Impacts des incertitudes sur la spécification géométrique des produits**

Dans le cas de la spécification géométrique des produits, l'impact de certains paramètres a été montré [ISO TS 17450-2 (2004)] :

- définition incomplète du mesurande,
- réalisation imparfaite de la définition du mesurande,
- échantillonnage non-représentatif, l'échantillon mesuré ne peut pas représenter le mesurande défini,
- connaissance insuffisante des effets des conditions d'environnement sur le mesurage ou mesurage imparfait des conditions d'environnement,
- biais dû à l'observateur pour la lecture des instruments analogiques,
- résolution finie de l'instrument ou seuil de mobilité,
- valeurs inexactes des étalons et matériaux de référence,
- valeurs inexactes des constantes et autres paramètres obtenus de sources extérieures et utilisés dans l'algorithme de traitement des données,
- approximations et hypothèses introduites dans la méthode et dans la procédure de mesure,
- variations entre les observations répétées du mesurande dans des conditions apparemment identiques.

Bien sûr, beaucoup de ces définitions sont issues du domaine de la métrologie, mais, comme nous avons pu le constater précédemment, l'approche du métrologue doit être intégrée au tolérancement. Ainsi, le travail de cette partie de la thèse va consister à estimer l'influence des incertitudes sur le tolérancement afin de pouvoir prendre les précautions nécessaires quant aux choix faits lors du processus de conception.

Afin de démontrer l'impact des incertitudes sur le mécanisme, une spécification de position va être étudiée et les impacts de certaines incertitudes vont être déterminés afin de trouver un moyen de les minimiser.

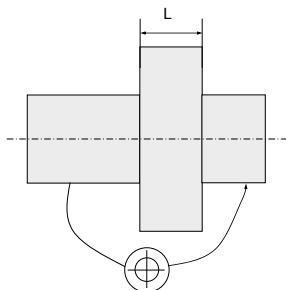


Figure 1.25 – Spécification de position

Dans le cas de la figure 1.25, la surface de gauche est considérée comme référence, sa définition peut être définie comme suit : *partition* à partir du skin model, d'une surface nominale cylindrique (S1), *association*, à partir de la surface (S1) d'un cylindre (C1), avec un critère d'association.

Afin de montrer l'influence de la méconnaissance sur le tolérancement du mécanisme, ce phénomène va être modélisé par un effet aléatoire (approche globale). Une modélisation de l'incertitude par une méthode statistique va être étudiée dans un premier temps. Elle permettra par la suite de conclure quant à leur impact.

### 3.3 Modèles de définition de l'incertitude

Dans cette partie, cette étude bibliographique s'est appuyée sur des travaux concernant les incertitudes liées au tolérancement qui ont été réalisées par Linares [Linares (2004)] afin de modéliser l'incertitude causée par les procédés de fabrication et de contrôle. L'objectif étant de montrer une approche de la détermination des incertitudes qui a trait au domaine du tolérancement. Cela a pour objectif de trouver quels sont les impacts liés à certaines hypothèses, quels sont les moyens de quantifier leur influence et quels sont les moyens de les minimiser.

Dans le cadre de ses travaux Linares a décrit l'apparition des défauts (fabrication et contrôle) grâce à une loi gaussienne de répartition des défauts. Il a ainsi introduit le concept d'Enveloppe Limite Statistique (E.L.S.) basé sur la modélisation des variations par un vecteur aléatoire. Cela correspond à une zone spatiale dans laquelle l'élément

géométrique étudié se situe.

Ce modèle prend en compte :

- la variabilité de la surface (défaut d'état de surface, variabilité des procédés, etc),
- les paramètres intrinsèques de la surface définissant l'étendue de la surface,
- les paramètres définissant la position et l'orientation de l'estimation de l'élément géométrique dérivé.

Les caractéristiques de l'E.L.S. peuvent être déterminées par une modélisation par vecteur aléatoire. Cela revient à modéliser l'incertitude par de la variabilité sur les composantes du vecteur modélisant la surface.

### 3.3.1 Variance d'association d'un élément

Nous allons revenir au cas de la figure 1.25, et aux incertitudes liées à la description de la référence. Afin de simplifier la modélisation le problème sera considéré comme plan. Ainsi, il est possible d'écrire le vecteur directeur  $\vec{a}$  de la droite, dont les composantes explicatives sont  $(a_0, a_1)$ . Le point caractéristique de la droite est C. Le vecteur espérance est noté  $\overline{E(a)}$  et la matrice de variance covariance  $Cov(a)$ .

$$\begin{aligned} \vec{a} &= [a_0, a_1]^T, \overline{E(a)} = [E(a_0), E(a_1)]^T \\ Cov(a) &= \begin{pmatrix} Var(a_0) & Cov(a_0, a_1) \\ Cov(a_0, a_1) & Var(a_1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.1)$$

La méthode d'analyse statistique s'effectue en utilisant un modèle de statistique gaussien de variance égale à  $\sigma^2$  (homocédasticité), classique dans le cas des défauts dûs à la fabrication et au contrôle. Le but de l'approche statistique est de maximiser le produit des probabilités conditionnelles des points d'appartenir à la surface associée par la méthode du maximum de vraisemblance. Ainsi, la probabilité qu'un point de coordonnées  $(x_k, y_k)$  appartienne à la droite s'écrit :

$$f(y_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y_k - (a_0 + a_1 x_k)}{\sigma} \right)^2} \quad (1.2)$$

La probabilité que tous les points appartiennent à la droite s'écrit :

$$f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \prod_{k=1}^N f(y_k) = \left( \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^N e^{-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left( \frac{y_k - (a_0 + a_1 x_k)}{\sigma} \right)^2} \quad (1.3)$$

Afin d'obtenir le maximum de vraisemblance, il faut maximiser le résultat précédent, ce qui revient à minimiser le terme de l'exposant.

Le calcul du moment d'ordre 1 du vecteur aléatoire donne donc :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{N \sum x_k^2 - (\sum x_k)^2} \times \begin{pmatrix} \sum x_k^2 \sum y_k - \sum x_k \sum x_k y_k \\ N \sum x_k y_k - \sum x_k \sum y_k \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

En prenant comme hypothèses l'indépendance des mesures ( $cov(y_k, y_i) = 0, \forall i \neq k$ ) et une variance constante pour tous les  $y_k$ , la covariance du vecteur  $\mathbf{a}$  peut être déterminée.

$$Cov(a) = \frac{\sigma_p^2}{N \sum x_k^2 - (\sum x_k)^2} \times \begin{pmatrix} \sum x_k^2 & -\sum x_k \\ -\sum x_k & N \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

L'incertitude, selon l'axe  $\vec{y}$ , liée à la droite peut alors être déterminée en n'importe quel point de l'élément géométrique en utilisant le modèle de propagation classique  $Var(y) = J(y).Cov(a).J^t(y)$

Avec :

$$Cov(a) = \begin{pmatrix} Var(a_0) & Cov(a_0, a_1) \\ Cov(a_0, a_1) & Var(a_1) \end{pmatrix} \quad J(y) = (1 \ X_j) \quad (1.6)$$

Ainsi, on obtient :

$$Var(y) = Var(a_0) + 2.X_j.Cov(a_0, a_1) + X_j^2.Var(a_1) \quad (1.7)$$

C'est pourquoi, dans le cas de la droite, plus un point est éloigné du point caractéristique de la surface ( $X_j$  augmente), plus l'incertitude ( $Var(y)$ ) augmente.

De plus, grâce à ces résultats, plusieurs constatations peuvent être effectuées. Tout d'abord, la minimisation de l'incertitude liée à l'association d'un élément idéal sur un élément non-idéal passe par la minimisation des composantes de la matrice covariante du vecteur directeur  $Cov(a)$ , 1.5. En prenant  $\sum x_k = 0$  (équirépartition des points extraits par rapport au point caractéristique), la matrice prend la forme de la matrice 1.8. La

minimisation se poursuit en augmentant le nombre de points  $N$  et l'écartement des points  $\sum x_k^2$ . Ainsi, la variance n'intégrera plus le défaut de forme de l'élément géométrique mais seulement la répétabilité du moyen de mesurage. Il faut donc utiliser ce résultat avec parcimonie, et s'appliquer à répartir les points d'extraction dans le cas de pièces avec défauts de forme [Weckenmann *et al.* (1995)].

$$\text{Cov}(a) = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_p^2}{N} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_p^2}{\sum x_k^2} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

En conclusion, afin de mesurer le défaut de forme d'un élément, il convient de répartir les points extraits. Par contre, dans le but de minimiser les incertitudes liées à l'association d'un élément idéal à une surface, il vaut mieux répartir les points extraits aux extrémités de l'élément et d'en prendre un grand nombre.

Après avoir montré comment minimiser l'impact des incertitudes sur l'association d'un élément idéal à un élément non-idéal, la suite va s'intéresser aux incertitudes qui apparaissent lors de la détermination d'une caractéristique. Pour cela, la spécification de la figure 1.25 sera utilisée comme exemple.

### 3.3.2 Variance d'une caractéristique

La spécification de position est caractérisée par une distance entre une droite (élément de référence) et un point M (appartenant à l'élément référencé), quels que soient les éléments géométriques utilisés afin de modéliser le réel. La géométrie de la pièce étant issue d'un processus de fabrication, la répartition des défauts est toujours considérée gaussienne.

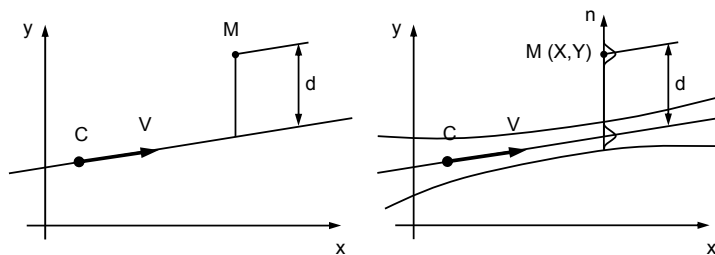


Figure 1.26 – Calcul de la distance point-droite

La différence avec le modèle précédent vient du point M caractérisé par les données

suivantes :

$$Cov(M) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Var(Y) \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

La distance projetée sur l'axe y est donnée par  $d = Y - (a_0 + a_1X)$ . Il faut

$$J = \left[ \frac{\partial(d/y)}{\partial a_0}, \frac{\partial(d/y)}{\partial a_1}, \frac{\partial(d/y)}{\partial X}, \frac{\partial(d/y)}{\partial Y} \right] = [-1 \quad -X \quad -a_1 \quad 1] \quad (1.10)$$

La matrice des variations est alors la suivante :

$$J = \begin{pmatrix} Var(a_0) & Cov(a_0, a_1) & 0 & 0 \\ Cov(a_0, a_1) & Var(a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Var(Y) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

La formule de propagation nous renvoie enfin le résultat suivant qui ressemble à celui de l'équation 1.7 auquel on a ajouté l'influence des incertitudes liées au point M.

$$Var(d) = Var(Y) + [Var(a_0) + 2.X.Cov(a_0, a_1) + X^2.Var(a_1)] \quad (1.12)$$

Cette équation permet de constater que plus le point mesuré est éloigné du point caractéristique de la droite (plus X est grand), plus les incertitudes sont importantes. Dans le contexte du tolérancement, cela signifie que, une réduction lors de la conception du paramètre L de la figure 1.25 permettra de minimiser les incertitudes. De la même manière, les quatre distances fondamentales peuvent être modélisées et la conclusion précédente peut être étendue à leur cas.

### 3.3.3 Variance due à des constructions

Dans cette troisième partie, le concept de construction va être abordé. Dans un premier temps, un parallèle sera fait avec la métrologie, puis une conclusion liée au tolérancement sera apportée.

En métrologie, une série d'expériences ont été menées afin de déterminer l'impact de l'enchaînement des opérations sur les incertitudes [Bachmann (2003)]. Une fonction de transfert a été définie, elle permet le passage de l'incertitude de mesure à celle sur

la distance. Elle doit être minimale afin de ne pas propager d'incertitudes. Cela signifie que le nombre de constructions augmente l'incertitude.

Par exemple, dans le cas de la spécification de position de la figure 1.25, il existe plusieurs gammes de mesurage disponibles, par exemple, il est possible d' :

- *associer* deux cercles aux extrémités de la surface cylindrique dont le rayon est le plus petit et de *construire* la droite passant par le centre de ces deux cercles et de l'utiliser en référence spécifiée,
- *associer* un cylindre idéal et d'utiliser son axe en référence spécifiée.

Ensuite, les distances entre les centres des deux cercles (aux extrémités de la surface cylindrique dont le rayon est le plus grand) et la référence spécifiée sont calculées . La simulation montre que les écarts types constatés sur ces distances sont deux fois plus importants avec la première solution ce qui confirme le fait qu'augmenter le nombre de constructions augmente les incertitudes.

De la même manière, dans une étude de tolérancement, le nombre d'opérations de constructions qui permettent l'association d'un élément idéal à un élément non-idéal doit être minimisé. Cela montre que le fait de ne pas définir de manière univoque la construction qui associe des éléments idéaux au skin model est générateur d'incertitudes.

### 3.3.4 Conclusion

Dans la première partie qui traitait des incertitudes de corrélation, l'importance de la traduction univoque du besoin fonctionnel a été présentée. Elle permet de constater qu'il est inutile d'améliorer la spécification des mécanismes si les spécifications géométriques ne correspondent pas au besoin fonctionnel. Une des conséquences de cette remarque sera qu'il faudra utiliser dans cette étude un langage de spécification qui diminue ces ambiguïtés.

Dans la seconde partie, trois grandes remarques ont été faites à propos de l'impact des incertitudes sur le tolérancement, elles concernaient :

- l'impact de l'étendue des éléments géométriques,
- l'impact de l'espacement des éléments géométriques,
- l'impact du défaut de forme des éléments de référence,
- l'impact des opérations de construction.

Cette étude ne permet pas de lister l'ensemble des incertitudes qui peuvent apparaître lors d'une étude de tolérancement mais cela permet de mettre en évidence le fait que

le problème des incertitudes doit être pris en considération. Ainsi, dans la suite de ce travail, à chaque étape de la méthode, la mise en évidence de l'apparition d'incertitudes sera montrée. Quant cela est possible, leur impact sera minimisé. Notamment lors de l'utilisation des opérateurs définis par le langage GeoSpelling.

Un des moyens proposés par ce travail de thèse afin de réduire ces incertitudes, est la prise en compte du tolérancement au plus tôt dans le cycle de conception. En effet, cela permettrait de tenir compte des spécifications (et des incertitudes qui vont avec) lors de la définition des paramètres du mécanisme (étendue des surfaces, dimensions intrinsèques,...). Ce nouveau principe de conception sera introduit dans le chapitre 2.

Jusqu'ici, l'état de l'art a permis de mettre en avant le contexte des spécifications géométriques et des incertitudes car l'objectif de ce travail de thèse est de fournir une méthode d'assistance à la conception qui minimise les incertitudes. La suite de cette étude bibliographique va consister à présenter différents travaux qui ont proposé des méthodes de simulation du comportement des mécanismes avec la prise en compte des variations géométriques. Ils serviront de base à la modélisation mathématique proposée dans les chapitres suivants.

## 4 Outils mathématiques de simulation

Les modèles mathématiques utilisés pour simuler le comportement des variations géométriques des mécanismes sont nombreux. Dans cette étude bibliographique, nous allons nous contenter d'en présenter les principaux.

### 4.1 Description des modèles

La première méthode [[Anselmetti \(2008\)](#)] décrite est celle proposée par Anselmetti. Les variations simulées par cette méthode sont des variations d'éléments géométriques. Une exigence est exprimée entre deux surfaces. Ces deux surfaces sont reliées par une boucle de contacts qui passe par toutes les surfaces fonctionnelles. Même s'il n'est pas utilisé dans cette méthode, les boucles de contact apparaissent sur le graphe. Une présentation de cet outil sera faite dans le chapitre 2. L'exigence définit une direction d'analyse  $\vec{u}$ , qui permet de mettre en place des droites d'analyse de direction  $\vec{u}$  en chacune des extrémités des surfaces terminales. Ainsi, les positions extrêmes des points



caractéristiques des surfaces terminales sont déterminées en fonction de la boucle de contact, en générant un offset sur les surfaces influentes des pièces. Cet offset correspond à un extremum (maximum ou minimum matière) si l'étude est faite au pire des cas ou a une valeur aléatoire dans le cas d'une étude statistique. Le problème de cette étude vient du fait qu'elle a besoin des surfaces pour être menée, elle ne peut être utilisée pour intégrer le tolérancement en début de conception comme c'est l'objectif dans ce travail de thèse.

D'autres méthodes peuvent être regroupées sous le terme d'approche variationnelle. Il existe plusieurs modèles mathématiques utilisés pour cette approche (vecteur, matrice, torseur,...). Les différences entre ces modèles ne sont pas significatives, le choix pour cette thèse va se porter sur les torseurs de petits déplacements, modèle utilisé historiquement au LURPA et adopté, par de nombreux chercheurs, en France.

## 4.2 Le modèle torseur des petits déplacements

Le torseur de petits déplacements est utilisé en métrologie depuis environ 35 ans. Il a au début été mis en place par Bourdet et Clément pour résoudre le problème de l'association d'un modèle surfacique sur un nuage de points [Bourdet et Clément (1976)], [Bourdet (1988)]. Son domaine d'application s'est depuis élargi puisqu'il est maintenant utilisé dans le domaine de la fabrication et du tolérancement. Dans la suite, les méthodes de simulations proposées dans chacun de ces domaines seront présentées.

### 4.2.1 Le torseur des petits déplacements pour la fabrication

Le torseur des petits déplacements a fait l'objet de travaux qui ont permis la mise en équations des problèmes d'analyse des variations géométriques dans le cadre de la fabrication. En effet, il existe dans ce domaine un besoin de simuler la production et de développer des modèles tridimensionnels des pièces avec défauts. Villeneuve a proposé un tel modèle baptisé MMP (Model of Manufactured Part) [Vignat et Villeneuve (2007)] autorisant la simulation 3D d'un processus de fabrication et l'analyse du respect de spécifications fonctionnelles. Le torseur des petits déplacements est utilisé afin de décrire les variations des surfaces du MMP qui peuvent être regroupées en quatre catégories [Nejad *et al.* (2009)] :

- Les variations liées à la machine  $(rx_i, ry_i, tz_i, \dots)$ ,

- Les variations liées aux éléments de fixation  $(rx_iS_j, tx_iS_j, \dots)$ ,
- Les variations des paramètres de lien  $(lr_xS_j, lt_xG_j, \dots)$ ,
- Les variations de la surface par rapport au nominal de la pièce  $(rx_{P,P_i}, ry_{P,P_i}, \dots)$ .

Un des objectifs de cette méthode est d'identifier le pire des cas lors d'une analyse des tolérances afin de conclure quant à la validité d'une gamme de fabrication.

#### 4.2.2 Le torseur des petits déplacements pour le tolérancement

Une autre application du torseur des petits déplacement existe dans le domaine du tolérancement pour la conception. Les premiers travaux proposant l'utilisation des torseurs de petits déplacements comme outils de modélisation sont ceux de Ballot [Ballot (1995)]. Ils ont ensuite été suivis par ceux de Thiébaud [Thiébaud (2001)] qui ont permis de générer des lois de comportement du mécanisme.

Les torseurs de petits déplacements apparaissent dans trois cas de figure, qui seront décrits dans la suite :

- pour modéliser les défauts des surfaces (torseur d'écart),
- pour modéliser le déplacement relatif de deux éléments de substitution (torseur de lien),
- pour modéliser le déplacement relatif de deux composants (torseur de liaison).

Cette application étant la plus en rapport avec le contexte de l'étude, elle fait l'objet d'une description plus détaillée dans la suite.

#### 4.2.3 Mise en place du modèle

##### 4.2.3.1 Hypothèses du modèle

Les éléments manipulés par le modèle des torseurs de petits déplacements sont des éléments idéaux. La raison a été présentée dans la première partie sur les spécifications géométriques, elle vient du fait que la définition d'éléments non-idéaux nécessite une infinité de paramètres. C'est pourquoi l'influence du défaut de forme n'est pas prise en compte dans cette approche. Cette hypothèse est comme cela a été dit précédemment génératrice d'incertitude, nous allons montrer dans ce travail de thèse comment l'influence de ces incertitudes est maîtrisée.

Une seconde hypothèse est imposée au modèle, elle stipule que les pièces ne sont pas déformables. Cela signifie que les déformations qui peuvent apparaître durant le

fonctionnement d'un mécanisme (dilatation, déformations dues à des efforts, usure,...) ne seront pas considérées. L'étude sera donc valide tant que les variations géométriques dues à ces effets resteront négligeables.

Enfin, une troisième et dernière hypothèse vient directement du modèle mathématique utilisé pour la modélisation. L'intérêt de l'utilisation des torseurs de petits déplacements vient de sa simplicité d'écriture due à l'étape de linéarisation des composantes de la matrice de transformation. Cette linéarisation ne peut avoir lieu qu'en prenant l'hypothèse des petites rotations. L'écart entre le modèle mathématique et le réel engendre des incertitudes, afin de limiter leur influence, les hypothèses doivent être respectées.

#### 4.2.3.2 La définition du repère

La définition d'un torseur de petits déplacements nécessite la mise en place d'un repère. Il faut donc attribuer un repère à chaque élément (surface, groupe de surfaces, élément de substitution,...) sur lequel est basé un torseur. Si la géométrie de cet élément le permet, le repère doit être positionné de manière univoque. Cependant, dans certains cas, la géométrie n'est pas suffisante pour définir la mise en place de ce repère. L'usage veut que le repère soit complété par des informations issues du repère global de la pièce. Dans la suite, il sera montré que la définition d'un repère complet n'est pas tout le temps nécessaire pour générer la spécification d'un mécanisme. Ainsi, sur la figure 1.27, la surface de droite (en trait fin), ayant pour élément de situation l'axe (trait épais) ne suffit pas à définir complètement le repère. Par contre, la surface de droite et ses éléments de situation (point, droite, plan) suffisent à définir complètement la position du repère.

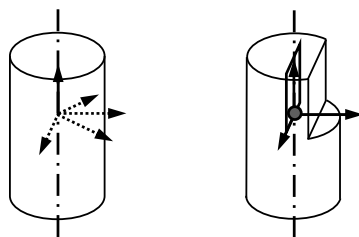





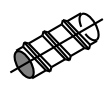

Figure 1.27 – Exemples de repères sur surfaces

## 4.2.3.3 La génération des torseurs

Comme cela a été dit précédemment, il existe trois types de torseurs. Leur forme dépend de chaque application, cependant, la sémantique est la même, une lettre minuscule correspond à un petit déplacement et une lettre majuscule correspond à un grand déplacement le long des degrés de liberté [Ballu *et al.* (2008)] ou une indéterminée [Ballot (1995)].

## a Le torseur d'écart

Le torseur d'écart représente le petit déplacement entre la surface nominale et l'élément idéal tangent extérieur matière minimisant les écarts maximum avec la surface réelle. Cet élément, dans le cadre de la simulation, est appelé élément de substitution. Sa forme dépend de la géométrie de la surface ou des éléments de situation qui la décrivent. La table 1.4 présente la forme des torseurs en fonction de la classe d'invariance de la surface ou de ses éléments de situation.

Classe d'invariance	Schémas	Torseur
Complexe		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
De révolution		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Prismatique		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Hélicoïdale		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$ , avec $\Gamma_{1/2,O} = k \times W_{1/2,O}$ .
Cylindrique		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$









Sphérique		$\left\{ \begin{array}{l} A_{1/2} u_{1/2,O} \\ B_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Plane		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} U_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} V_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$

Tableau 1.4 – Formes des torseurs d'écart

### b Le torseur de lien

Le torseur de lien permet de décrire le petit déplacement entre deux éléments (surfaces ou éléments de situation) de deux pièces en vis à vis. Il est défini en fonction du type de liaison choisi, comme le montre le tableau 1.5. Il est décrit entre les deux éléments de situation idéaux associés au réel de la surface.

Type de liaison	Schémas	Torseur
Encastrement		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Pivot		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Glissière		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Hélicoïdale		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Pivot glissant		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$
Rotule à doigt		$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} u_{1/2,O} \\ B_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{array} \right\}_O$






Rotule		$\begin{Bmatrix} A_{1/2} u_{1/2,O} \\ B_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{Bmatrix}_O$
Appui plan		$\begin{Bmatrix} \alpha_{1/2} U_{1/2,O} \\ \beta_{1/2} V_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{Bmatrix}_O$
Linéaire annulaire		$\begin{Bmatrix} A_{1/2} u_{1/2,O} \\ B_{1/2} v_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} W_{1/2,O} \end{Bmatrix}_O$
Linéaire rectiligne		$\begin{Bmatrix} \alpha_{1/2} U_{1/2,O} \\ B_{1/2} V_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{Bmatrix}_O$
Ponctuelle		$\begin{Bmatrix} A_{1/2} U_{1/2,O} \\ B_{1/2} V_{1/2,O} \\ \Gamma_{1/2} w_{1/2,O} \end{Bmatrix}_O$

Tableau 1.5 – Formes des torseurs de lien

La valeur des composantes dépend de la nature du contact, c'est pourquoi Dantan [Dantan (2000)] a proposé une classification des contacts en trois catégories : contact fixe, glissant ou flottant. La nature du contact avec cette méthode peut évoluer en fonction de la séquence d'assemblage, ainsi, si une liaison cylindrique possède un jeu interne radial, le contact est considéré comme flottant, si l'ajout d'une pièce dans le mécanisme supprime ce jeu, alors le contact devient glissant. De son côté Anselmetti [Anselmetti (2008)] a proposé une classification un peu différente puisqu'il considère le mécanisme assemblé, cela signifie que la nature des contacts ne peut évoluer, il a donc du ajouter des classes de contacts comme par exemple le jeu forcé. La description de ces types de contacts est détaillée dans le chapitre 3. Les composantes du torseur lien traduisent l'écart entre deux surfaces, si les deux surfaces n'ont aucun mouvement relatif alors ce torseur aura toutes ses composantes constantes. Par contre, la mise en place de jeu dans la liaison entraînera des variations sur les composantes du torseur.

Dans le cas d'un ajustement, par exemple, une liaison cylindre-cylindre, les diamètres de l'alésage et de l'arbre sont responsables des limites des variations des composantes

du torseur lien. Certaines approches ont proposé d'intégrer les dimensions intrinsèques au torseur [Ballot (1995)], un problème de généralité de la méthodes apparaît alors. D'autres méthodes, [Thiébaud (2001)], ont choisi de ne pas les intégrer, c'est ce qui sera fait dans ce travail de thèse.

### c Le torseur de liaison

Le lien entre deux pièces peut être représenté par un torseur de liaison déterminé à partir des deux précédents. La figure 1.28 montre les liens entre deux surfaces en liaison. Le torseur de liaison apparaît entre les deux pièces, il est la somme du torseur lien et des deux torseurs d'écart des surfaces.

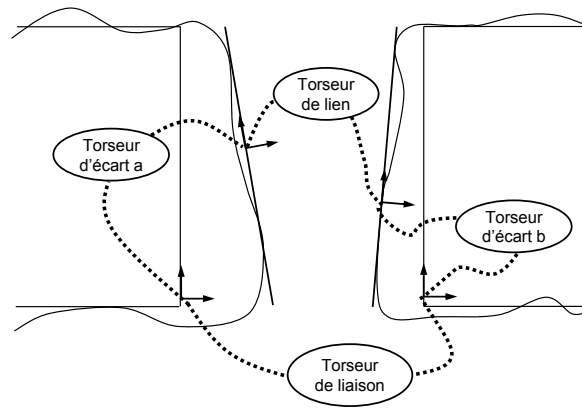


Figure 1.28 – Liens entre les différentes géométries

Cela revient à :

$$\{T_{1/2}\} = \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \quad (1.13)$$

## 4.2.4 Les loi de comportement des mécanisme

### 4.2.4.1 La montabilité

A chaque cycle de montabilité présenté dans le paragraphe précédent sur le graphe des liaisons élémentaires, correspond une équation de loi de composition des déplacements. Ainsi, pour un cycle  $1, 2, 3, \dots, n$ , on obtient l'équation suivante :

$$\{d_{1/1}\} = \{d_{1/2}\} + \dots + \{d_{i-1/i}\} + \{d_{i/i+1}\} + \dots + \{d_{n/1}\}, \text{ avec} \quad \{d_{1/1}\} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Cette écriture peut être élargie aux composantes des torseurs d'écart et de lien en remplaçant les torseurs de liaison par les torseurs d'écart et de lien, équation 1.13. Ensuite, la somme des torseurs est réalisée sur les composantes de ces torseurs afin d'obtenir un système d'équations. La résolution de ce système s'effectue en utilisant un pivot de Gauss. La mise en équation suivante permet de faire apparaître deux types d'équations qui seront décrits juste après :

$$\begin{aligned}
 a_{11}C_1 + a_{12}C_2 + \dots + a_{1n}C_n &= b_1 \\
 a_{22}C_2 + \dots + a_{2n}C_n &= b_2 \\
 &\vdots \\
 a_{kk}C_k + \dots + a_{kn}C_n &= b_k \\
 0 &= b_{k+1} \\
 &\vdots \\
 0 &= b_m
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

$\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  sont les  $n$  composantes des torseurs définies comme des grands déplacements et  $\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$  sont les expressions linéaires des écarts des surfaces et les petits déplacements des torseurs de lien.

Les équations de compatibilité  $b_{k+1}$  à  $b_m$  doivent être vérifiées pour que le système admette une solution. Elles correspondent aux expressions des hyperstatismes du mécanisme, comme définis dans la théorie des mécanismes.

Si  $k = m$ , le mécanisme est isostatique et il n'y a pas besoin de spécification pour garantir la montabilité.

Si  $k < m$ , le mécanisme a des mobilités.

#### 4.2.4.2 Le respect des exigences

La traduction des cycles fonctionnels, qui seront présentés dans le paragraphe sur les graphes, permet aussi de générer des équations liant les composantes des torseurs de petits déplacements.

Pour chaque condition fonctionnelle, il faut écrire la loi de composition pour les différents cycles, et cela pour les composantes concernant la condition. Le système ainsi obtenu permet de déterminer quelles sont les composantes influentes dans les fonctions du mécanisme.



#### 4.2.5 Application logicielle

Ces travaux ont débouché sur la réalisation d'une solution logicielle appelée Anatole<sup>®</sup>, développée par EADS IW. Des résultats similaires sont obtenus grâce au logiciel Mecamaster, développé par [Clozel (2001)].

Ce travail de thèse utilisera donc le modèle mathématique du torseur de petits déplacements. Ce modèle permet de modéliser le comportement du mécanisme. Il est capable de modéliser les écarts entre la surface réelle et la surface de substitution comme le lien entre deux surfaces en liaison. Il sert à calculer l'impact de ces écarts sur les deux critères permettant de juger de la qualité d'un mécanisme que sont la montabilité et le respect des exigences. Son exploitation dans le but de réaliser une spécification géométrique des produits est donc justifiée. Cependant, les approches qui utilisent cet outil dans le but de modéliser le comportement des mécanismes ne sont pas abouties et ne permettent pas l'application à tous les mécanismes. En effet, ces travaux se limitent à la résolution de problèmes isostatiques, c'est pourquoi plusieurs suites ont été proposées. La première solution consiste à modifier les liaisons impliquées dans les hyperstatismes afin de supprimer une à une les équations du système liées à la montabilité. La seconde consiste à prendre en compte la flexibilité des pièces [Breteau (2009)], ce qui permet de compenser les écarts qui gênent la montabilité par de la déformation. Une troisième possibilité, qui sera utilisée dans ce travail de thèse consistera à spécifier géométriquement les écarts influents dans ces équations afin de garantir la montabilité du mécanisme.

## 5 Synthèse

Ce premier chapitre a permis de mettre en avant les travaux effectués dans les domaines qui seront abordés dans cette thèse. Tout d'abord différents langages de spécification ont été présentés et critiqués. Il s'avère que même si le langage ISO GPS est le plus couramment utilisé, notamment dans l'industrie, il est générateur d'incertitudes. Le langage GeoSpelling qui est mieux adapté à la minimisation des incertitudes est quant à lui très peu connu du monde industriel. C'est pourquoi, l'approche qui sera proposée dans ce travail de thèse, afin de ne pas faire de choix prématuré quant au langage de spécification devra être compatible avec les deux langages. Une seconde partie de ce chapitre a permis de démontrer l'importance de la prise en compte des incertitudes et a montré dans certains cas de figure leur impact sur les résultats en terme de

spécification. La génération des spécifications devra donc être réalisée en tenant compte des constatations faites lors de l'étude des incertitudes et, afin de minimiser leur impact, des choix, quant à la conception, pourront être fait du point de vue tolérancement. Enfin, un modèle mathématique compatible avec tous ces critères a été introduit, il permet de simuler le comportement du mécanisme pour en déduire une spécification géométrique.



# Chapitre 2

## Assistance aux choix de conception

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>64</b>
<b>2</b>	<b>Le FAST pour l'évaluation de solutions</b>	<b>65</b>
2.1	Cycle de conception	65
2.2	L'enrichissement du produit	69
<b>3</b>	<b>La représentation d'une solution</b>	<b>73</b>
3.1	Squelette	73
3.2	Graphe	75
3.3	La représentation d'une solution par ces outils	80
<b>4</b>	<b>Les choix impactés par les variations géométriques</b>	<b>83</b>
4.1	La conception robuste	83
4.2	Les paramètres architecturaux	87
4.3	Les paramètres géométriques	91
<b>5</b>	<b>Le résultat de l'analyse fonctionnelle</b>	<b>93</b>
<b>6</b>	<b>Synthèse</b>	<b>93</b>

---

## 1 Introduction

Durant la phase d'analyse fonctionnelle, le concepteur réalise des choix qui enrichissent le mécanisme jusqu'à sa forme finale. Plusieurs domaines de compétences peuvent être concertés afin d'orienter ces choix :

- la mécanique des structures (résistance des matériaux,...),
- la dynamique (vibrations,...),
- la mécanique des fluides (aérodynamique,...),
- l'ergonomie,...

L'analyse des variations géométriques est rarement utilisée pour cette application. L'objectif de cette partie de la thèse est de fournir au concepteur les outils permettant l'utilisation de ce domaine de compétences comme critère afin de l'assister. Il ne s'agit pas d'une méthode permettant de proposer la meilleure conception. En effet, la définition de critères permettant d'optimiser la solution est très complexe et demande des connaissances dans de très nombreux domaines dont ceux cités au-dessus. Il s'agit plutôt de mettre en évidence les paramètres et caractéristiques du mécanisme pour lesquels la prise en compte des variations géométriques en tant que critère de choix peut être décisive. Il pourra aussi s'agir d'évaluer des solutions proposées par le concepteur afin de l'aider dans l'avancement de ses choix.

Il est à préciser que même si l'objectif de cette thèse est d'utiliser l'analyse des variations géométriques comme critère afin d'assister le concepteur durant la phase d'analyse fonctionnelle technique, le résultat de cette étape n'intègre aucun défaut, il s'agira d'une géométrie nominale et d'une architecture nominale, associées à des spécifications sous la forme de conditions géométriques. La notion de conditions (ou d'exigence) géométrique peut être vue comme une spécification (définie au paragraphe précédent) qui serait établie, sur tout ou une partie du mécanisme, et qui serait directement issue des conditions fonctionnelles. Une définition plus approfondie sera présentée dans le chapitre sur la spécification.

Afin de comprendre comment intégrer la prise en compte des variations géométriques plus tôt dans la conception, une présentation du cycle de conception et des travaux qui y sont liés sera effectuée dans le paragraphe suivant. A partir de cette étude et pour répondre aux besoins d'intégration des variations géométriques dans le cycle de conception, un modèle de structuration des choix technologiques a été proposé, il s'agit du

« FAST pour l'évaluation de solutions » [Costadoat *et al.* (2010)], il sera présenté dans une première partie. Ce FAST (Functional Analysis System Technic) montre l'enrichissement du mécanisme à partir des exigences fonctionnelles à la solution constructive finale. Il s'intègre au cycle de conception des mécanismes. Avant d'atteindre sa conception finale, le mécanisme passe par des états où les descriptions classiques ne sont pas utilisables. C'est pourquoi, dans une seconde partie, des modes de représentation du mécanisme qui permettent sa description le long de son enrichissement seront présentés. Ensuite, les choix qui peuvent être impactés par l'utilisation du critère des variations géométriques seront décrits. Cela permettra d'aboutir à une solution issue de l'analyse fonctionnelle qui pourra prendre plusieurs apparences selon les objectifs du concepteur et dont une description sera détaillée.

## 2 Le FAST pour l'évaluation de solutions

Avant de montrer l'apport de ce nouveau concept, une présentation du cycle de conception et des travaux qui y sont rattachés va être effectuée. En effet, comme le paragraphe précédent a permis de le montrer, de nombreux avantages apparaissent avec la prise en compte des variations géométriques au plus tôt dans la phase de conception des produits. Il paraît, alors, nécessaire de décrire ces étapes du processus pour déterminer dans quelle mesure elles peuvent être améliorées.

### 2.1 Cycle de conception

Une partie de cette thèse a consisté en l'étude des différentes étapes de la conception, en commençant par l'étude du cahier des charges. C'est le point de départ de toute conception, l'objectif final étant dans notre cas, une solution constructive spécifiée géométriquement. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de traiter ce genre de problème, avec différents points de vue. Deux de ces méthodes sont décrites dans la suite.

Une première méthode s'appelle l'ingénierie des exigences. Elle a beaucoup évolué grâce au domaine de l'informatique. Elle permet la génération de spécifications fonctionnelles afin de décrire le fonctionnement souhaité des logiciels. Une seconde méthode, plus utilisée dans le domaine de la conception de produit mécaniques s'appelle l'analyse

fonctionnelle. Une présentation de ces méthodes mettra en avant leurs objectifs et les étapes qui les composent.

### 2.1.1 L'ingénierie des exigences

L'ingénierie des exigences est une activité du processus de fourniture et d'acquisition, décrite par [Bujold (2004)]. Elle se déroule en quatre étapes :

- Mettre au jour les exigences : rassembler les exigences des parties prenantes,
- Analyser : vérifier la cohérence et l'exhaustivité,
- Définir : écrire les exigences sous une forme aisément compréhensible pour les utilisateurs et les développeurs,
- Spécifier : créer une interaction initiale entre les exigences et la conception.

Elle fait le lien entre le client et le fournisseur. Ses intrants sont les exigences brutes ou besoins spécifiés par le client. Ses extrants sont les documents d'exigences : norme, appel d'offres, contrat, devis, cahier des charges, spécification, etc.

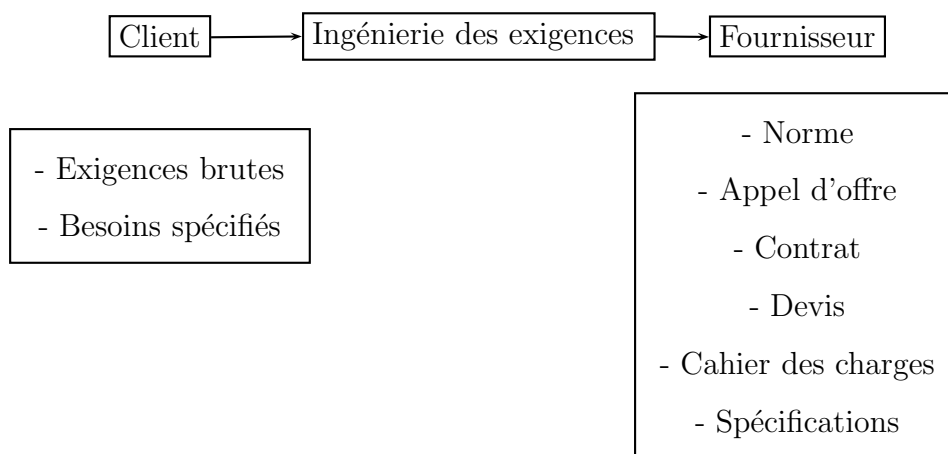


Figure 2.1 – L'ingénierie des exigences

Les notions de base de l'ingénierie des exigences se retrouvent dans de multiples documents de référence, dont les normes [IEEE Sd 1233 (1998)] et [IEEE Sd 830 (1998)]. Les plus importantes sont les suivantes :

1. Exigences de boîte noire : les exigences doivent être spécifiées d'un point de vue extérieur au produit/service, donc en faisant abstraction des moyens de réalisation.
2. Exigences pour clients et fournisseurs : les exigences doivent être spécifiées de façon à être compréhensibles autant par le client que par le fournisseur.

3. Exigences structurées : les exigences doivent être structurées de façon à faciliter leur compréhension et modification, et éviter leur répétition ou contradiction.
4. Exigences simples : les exigences doivent être simples, claires et concises.
5. Exigences identifiables : chacune des exigences doit être identifiable par un code ou un numéro de référence unique.
6. Exigences traçables : la source de chacune des exigences doit être identifiée.
7. Exigences priorisées : chacune des exigences doit être priorisée par rapport aux autres.

Certains de ces attributs liés aux exigences sont importants et doivent être respectés dans le cadre de la conception mécanique. Pourtant, d'autres comme l'exigence de boîte noire ne permettent pas une intégration des processus en aval dans cette analyse. C'est pourquoi, cette méthode n'est pas la plus couramment utilisée dans la culture de la conception mécanique.

### 2.1.2 L'analyse fonctionnelle

L'analyse fonctionnelle est apparue dans le milieu industriel. On peut dater son apparition vers les années 1940, avec l'apparition de l'analyse de la valeur proposée par Larry Miles [Miles (1972)]. Sa première application date de 1947, elle était utilisée afin de répertorier les différentes fonctions d'un produit chez la société américaine General Electric. Ensuite, dans les années 1960, la méthode APTE apparaît, elle a introduit la description actuelle du processus ainsi que certains outils comme les diagrammes SADT ou le diagramme « bête à cornes », ils sont standardisés par le label IDEF0 (Integration DEfinition for Function modeling). L'analyse fonctionnelle se compose de plusieurs étapes, comme le montre la figure 2.2.

La première étape de l'analyse fonctionnelle est l'« analyse du besoin », durant laquelle, le concepteur va exprimer à quel type de besoin le produit va devoir répondre. Le résultat est donc un besoin, exprimé et caractérisé. Cette étape ne sera pas détaillée dans ce travail, elle est beaucoup trop conceptuelle pour être traitée dans une étude ayant trait au tolérancement.

La seconde étape, appelée « analyse fonctionnelle du besoin », permet de traduire le besoin exprimé par des phrases dans un langage de communication utile pour la conception. Le but de cette étape est d'extraire les exigences fonctionnelles et les contraintes



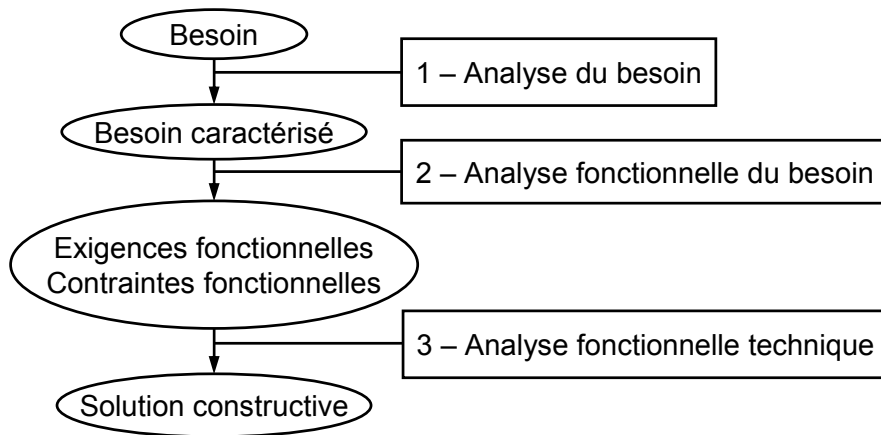


Figure 2.2 – Déroulement de l'analyse fonctionnelle

liées au produit. Ce sont toutes les caractéristiques que le produit devra vérifier afin d'être valide. L'outil lié à cette étape que le concepteur utilise est le diagramme pieuvre, présenté à la figure 2.3. Il permet au concepteur de trouver le lien entre le produit et les éléments du milieu extérieur. Le résultat de cette étape est une liste de fonctions principales (FP) et de fonctions contraintes (FC) qui doivent être satisfaites pour répondre au besoin du client. Comme précédemment, cette étape est trop conceptuelle pour être utilisée par cette étude.

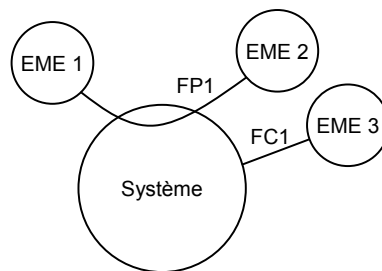


Figure 2.3 – Diagramme pieuvre

La troisième étape, appelée « analyse fonctionnelle technique » propose des solutions à ces exigences fonctionnelles. Les premières solutions ne sont pas forcément liées à de la géométrie, mais, peuvent correspondre à des concepts. L'outil utilisé durant cette étape s'appelle le diagramme FAST [Buckingham *et al.* (1987)], [Parker (1996)], [Wixson (1999)], [Kaufman (2003)], [Bytheway (2005)], [Yannou (2008)]. Son but est de collecter des solutions qui répondent à la question « Comment réaliser cette exigence fonctionnelle ? ». Le diagramme FAST est bâti de la gauche vers la droite. Il décrit l'en-

richissement du mécanisme par les choix qui le caractérisent. C'est une succession de fonctions techniques qui mènent à une solution constructive. Ces fonctions techniques sont soit liées par des opérateurs « ou », soit par des opérateurs « et », comme le montre la figure 2.4. La description de l'enrichissement du mécanisme est décrite dans le paragraphe 2.2.

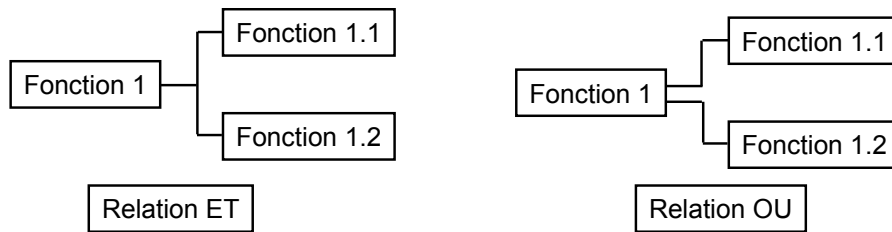


Figure 2.4 – Relations entre les fonctions du FAST

Le résultat final est à la fois, la géométrie du mécanisme, son architecture ainsi qu'un ensemble de spécifications géométriques bâties à partir des spécifications fonctionnelles. La forme de ce résultat dépend alors de la modélisation qui sera appliquée au mécanisme.

## 2.2 L'enrichissement du produit

L'analyse fonctionnelle technique permet d'enrichir le produit. L'enrichissement porte sur plusieurs critères : l'architecture, la géométrie, les exigences,... Cet enrichissement a été décrit par Pahl et Beitz [Pahl et Beitz (1996)], ils proposent de décomposer l'enrichissement du produit en quatre étapes :

- « Problem analysis » (Définir l'objectif, élaborer des exigences)
- « Conceptual design » (Identifier les problèmes essentiels, établir les fonctions de structure, rechercher des principes de solution, comparer et utiliser l'existant, évaluer la solution avec des critères économiques et techniques)
- « Embodiment design » (Esquisser les premières conceptions, choisir les meilleures, affiner avec des critères économiques et techniques, optimiser et compléter la conception, rechercher des erreurs et optimiser les coûts, préparer une liste préliminaire des pièces et des documents de production)
- « Detail design » (Finaliser les détails, compléter les détails de conception et les documents de production, vérifier tous les documents)

Les phases ne correspondent pas à celles présentées lors de l'Analyse Fonctionnelle car Pahl et Beitz regardent l'enrichissement du point de vue du produit et non pas des tâches. Ainsi, de leur point de vue, le concept est détaché de toute géométrie. Le principal apport de leur méthode pour l'application au tolérancement est le découpage de l'enrichissement du produit en quatre étapes :

- Solution principes *Un principe de conception*
- Preliminary layout *Un squelette*
- Completed form designs *Une peau fonctionnelle*
- Finalised details *Un modèle final*

Le produit passe par toutes ces étapes lors de l'analyse fonctionnelle technique, des modèles de représentation correspondants sont donc à prévoir. De nombreux travaux proposent des méthodes structurées qui permettent d'intervenir sur le projet durant l'étape de conceptual design [Stone et al. (2004)] (minimisation du nombre de pièces et du temps d'assemblage), [Olvander et al. (2009)] (évaluation de solution). Des méthodes ont aussi été proposées afin d'intégrer le tolérancement au plus tôt dans la conception, en mettant en avant ce problème de représentation du produit. Giordano [Giordano et Hernandez (2006)] a proposé une décomposition en trois étapes de modélisation correspondant à des vues : cinématique (seules les mobilités sont prises en compte, les sous-ensembles sont considérés comme des pièces), contacts (les interfaces entre les pièces sont modélisées), Tolérancement (tout est modélisé, les spécifications sont intégrées au modèle). Ainsi, à chaque étape, il est possible d'analyser le comportement du mécanisme.

Ce paragraphe sur le cycle de conception a permis de présenter quelques techniques visant à obtenir des exigences fonctionnelles à partir du besoin pour un produit. Puis, à en déduire les exigences géométriques, point de départ de l'analyse de tolérancement. Comme cela a été vu, ces exigences géométriques peuvent apparaître avant que le modèle géométrique soit complètement défini, c'est pourquoi certaines méthodes proposent de débiter plus tôt les études de tolérancement.

C'est ainsi que dans cette partie, l'outil permettant la description des choix du concepteur va être présenté, il s'agit du FAST pour l'évaluation des solutions. Il intervient durant l'étape d'analyse fonctionnelle technique, qui se trouve dans le processus de conception juste après l'analyse fonctionnelle du besoin. Ces processus sont décrits dans le chapitre 1 sur l'état de l'art. L'analyse fonctionnelle technique consiste à partir

d'exigences fonctionnelles (ou fonctions principales) à proposer des solutions techniques visant à répondre à ces fonctions. Le diagramme FAST se lit de gauche à droite en répondant à la question « Comment est réalisée cette fonction ? ». Ainsi, le concepteur enrichit le mécanisme en choisissant des solutions techniques qui répondent à des fonctions pour les intégrer à sa solution globale. Dans la majorité des cas, plusieurs solutions techniques peuvent être utilisées pour réaliser une fonction. Par exemple, si le concepteur souhaite guider une pièce par rapport à une autre en translation, plusieurs solutions s'offrent à lui, il peut utiliser : une liaison glissière (ajustement à section polygonale,...) ou deux liaisons pivots-glissant parallèles (ajustements à section circulaire,...). L'objectif du FAST est de permettre à partir d'une solution technique de décrire la succession de décisions qui a conduit à sa détermination. C'est pourquoi dans le cas de la figure 2.5, le FAST ressemblerait à celui à droite de la solution. Les fonctions techniques à l'étape  $i + 1$  répondent à la question « Comment est réalisée cette fonction : réaliser un guidage en liaison glissière ? »

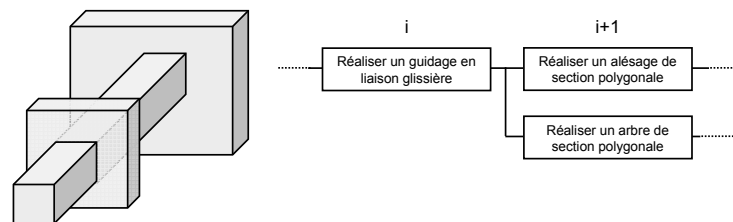


Figure 2.5 – Une solution technologique pour « guider en translation »

De plus, une seconde application du FAST est utilisée lorsque l'on cherche à modifier le mécanisme. En effet, le concepteur est alors dans une optique de recherche de l'origine des choix technologiques. Parcours de la droite vers la gauche, en répondant à la question « Pourquoi réaliser cette fonction ? ». C'est le cas sur la figure 2.5 : « Pourquoi réalise-t-on la fonction : réaliser un alésage de section polygonale ? ».

L'objectif du FAST dans notre cas est un peu différent puisqu'il permet de structurer la recherche de solutions, il ne s'agit plus seulement d'un outil de description mais c'est aussi un outil qui permet d'évaluer, de critiquer et d'expliquer des choix. Par exemple, dans le cas de la figure 2.5, une solution technique intermédiaire est choisie pour répondre à une fonction. L'objectif de cette étude est d'évaluer les solutions intermédiaires pour les comparer afin de choisir la meilleure. Il est donc important qu'elle paraisse sur le FAST

ainsi que les caractéristiques qui la décrivent (géométrie, architecture, exigences,...). De même, si deux solutions sont envisagées, même si seulement une des deux est retenue, il paraît important d’avoir accès aux solutions qui ont été proposées afin de pouvoir lors d’une reconception détecter directement des solutions qui pourraient satisfaire une fonction ou celles qu’il faut absolument éviter, c’est le concept de capitalisation des informations. C’est pourquoi non seulement les solutions intermédiaires sont affichées sur le FAST pour l’évaluation de solutions, mais, de plus, les solutions envisagées qui ont été écartées sont aussi visibles.

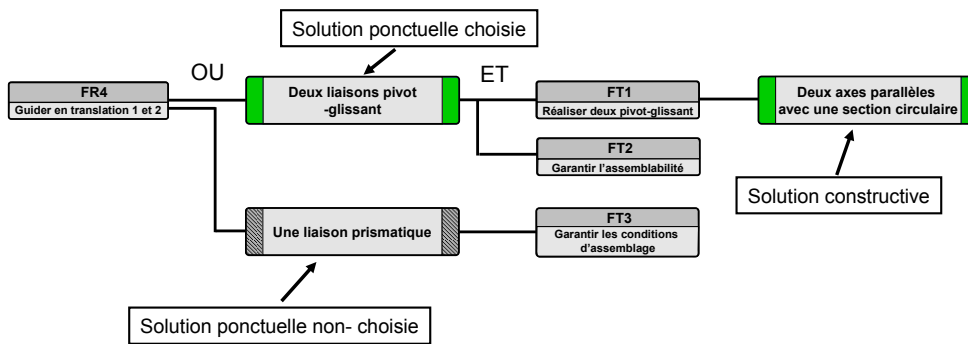


Figure 2.6 – Extrait d’un diagramme FAST

Afin de compléter la définition de ce graphe, deux règles ont dû être décrites.

Remarque 1 :

Les solutions intermédiaires apparaissent sur le graphe juste après les exigences fonctionnelles ou les fonctions techniques. Elles sont suivies par des fonctions techniques. Les solutions constructives sont terminales, elles sont le résultat final du diagramme FAST. Pour une exigence fonctionnelle ou une fonction technique, autant de solutions que possible peuvent être proposées, mais seulement une peut être validée. Ainsi, si les solutions choisies ne sont pas affichées, le FAST ressemble exactement au FAST de description.

Remarque 2 :

D’après les normes liées au FAST [NF X 50-153 (1985)], le concepteur est autorisé à intégrer ce qu’il souhaite dans les solutions constructives. De même, dans le cadre du FAST pour l’évaluation de solutions, il est possible d’intégrer toute sorte d’informations dans les solutions intermédiaires comme dans les solutions constructives. Parmi l’ensemble des informations qui peuvent être intégrées, dans le cadre de l’analyse des variations géométriques, seules sont importantes celle qui ont trait :

- à la géométrie (surfaces, paramètres,...),
- à l'architecture (liaisons,...),
- aux conditions fonctionnelles (conditions de montabilité et géométriques).

Le paragraphe suivant va présenter deux outils qui permettent de décrire ces solutions, afin qu'elles puissent être simulées par l'analyse des variations géométriques.

## 3 La représentation d'une solution

Un problème est alors soulevé : comment modéliser le mécanisme à toutes ces étapes ? Des pistes ont été proposées et des outils permettent de faire le lien entre le modèle fonctionnel et le physique [McKay *et al.* (2001)], [Tay et Gu (2002)]. D'autres outils vont être présentés dans la suite, ils permettent d'aider à la représentation de la géométrie et de l'architecture du mécanisme, ce sont : le squelette et le graphe.

### 3.1 Squelette

Le premier des modèles nommés au paragraphe précédent est le squelette, il sert à représenter la géométrie du mécanisme. Il est utilisé dans de nombreux travaux, c'est pourquoi il a plusieurs objectifs et plusieurs définitions. La définition propre à ce travail de thèse sera proposée ultérieurement.

Il est utilisé comme moyen de représentation de la géométrie partielle du mécanisme. En effet, le squelette est utilisé dans deux cas de figure : soit le mécanisme est en cours de conception et toute la géométrie n'a pas été définie, soit, le mécanisme complet existe, mais des éléments géométriques sont masqués. Il a donc deux facettes :

- représentation de la géométrie,
- communication de la géométrie.

Pour le premier aspect, Tichkiewitch [Tichkiewitch et Brissaud (1999)], décrit le squelette comme un moyen d'établir des relations entre les surfaces fonctionnelles d'un mécanisme. Il peut être « massif », lorsqu'il lie des surfaces fonctionnelles d'un même bloc ou « linéaire », s'il connecte une surface fonctionnelle à un bloc. C'est le support d'une spécification sur les positions et orientations des surfaces fonctionnelles d'un produit.

Dans certains cas (structure fondamentale [Aleixos *et al.* (2004)]), le squelette contient

tous les critères et les éléments fondamentaux, comme les conditions de montabilité des composants, les logements des différentes pièces et sous-ensembles, les paramètres, les surfaces et lignes de référence et le design des surfaces. Les éléments peuvent être volumiques mais sont clairement épurés par rapport au modèle 3D. L'objectif est de pouvoir simuler le mécanisme en réduisant les temps de calcul. De plus, les concepteurs de logiciel industriel, comme ProEngineer <sup>®</sup>, ont utilisé des travaux [Vila *et al.* (2000)] afin d'intégrer la notion de squelette dans la conception de produits. Désormais, ce logiciel qui est une des solutions de conception 3D les plus utilisées au monde, l'intègre à ses tutoriaux comme une solution de conception, un support paramétré de la géométrie des pièces. Il permet de piloter les dimensions et aide à la mise en place de la cinématique du mécanisme.

Enfin, des solutions encore plus simplifiées existent [Csabai *et al.* (2002)]. Deux catégories d'éléments sont considérées : les relations de contraintes et les types de connexions. Les concepts de paramètres de liaisons et d'éléments de situation dans le squelette sont pris en compte dans le modèle.

La seconde facette du squelette trouve toute son application dans le cas du travail collaboratif. En effet, il arrive souvent que des architectes industriels (Original Equipment Manufacturer (OEM)) délèguent une partie de la conception des composants à leurs sous-traitants. De plus, la propriété intellectuelle d'une entreprise participant à la conception d'un produit doit être protégée pendant le processus de conception. Selon [Mun *et al.* (2009)], le squelette est alors un outil de communication qui permet de donner les informations minimales nécessaires à la sous-traitance de la conception d'un produit ou bien de filtrer les données partagées. Il est des cas de figures où la représentation de la peau du mécanisme (Boundary REPresentation (B-rep)), est donnée avec une propriété intellectuelle. Chaque collaborateur a alors accès à une certaine partie du modèle, portée par le squelette. Il contient la structure CAD (Computer Aided Design) fondamentale qui doit être utilisée dans la phase de conception détaillée. Il est créé en convertissant la structure du produit et les fonctions spécifiées dans le cahier des charges en une collection de représentations géométriques primitives comme des plans et des axes.

La représentation du squelette, utilisée pour cette étude sera établie à partir des travaux précédents. En effet, dans le cas de ce travail de thèse, le squelette va être un moyen de description de la géométrie du produit en cours de conception. Les surfaces ne

seront pas forcément définies au moment du tolérancement, d'où l'intérêt de cet outil. La géométrie du mécanisme se limite alors aux éléments de situation des surfaces ou des liaisons. Au fur et à mesure de l'enrichissement du produit, des informations sont ajoutées (surfaces, paramètres intrinsèques, spécification,...), le squelette peut en être le support. Les éléments de situations peuvent eux aussi évoluer.

Ainsi, toute position ou orientation relative de surfaces peut être exprimée sur le squelette. De plus, il est également possible de décrire et de positionner toute zone de tolérance définie sur un mécanisme à l'aide de ces éléments.

## 3.2 Graphe

Comme le squelette, le graphe est un outil nécessaire à la description du mécanisme tout au long de sa phase de conception. Afin de déterminer la façon de l'utiliser, le paragraphe suivant va servir à le présenter.

### 3.2.1 Origine et évolution

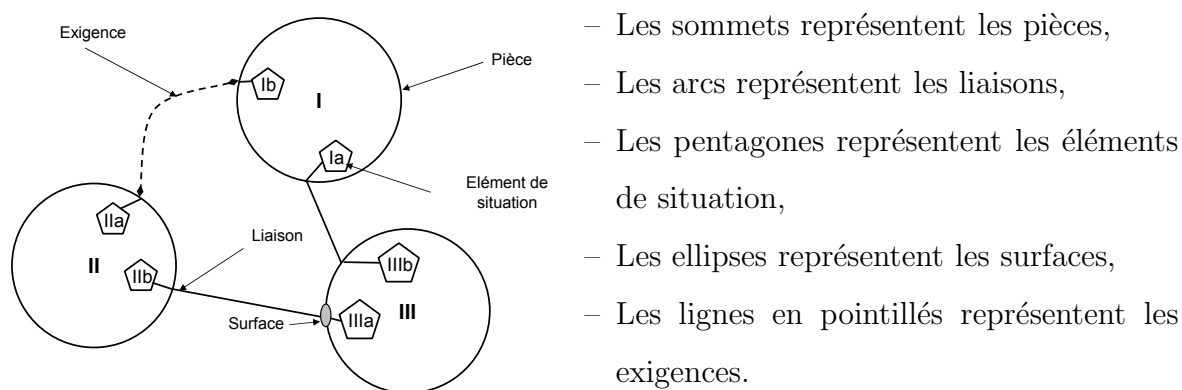
Le graphe permet d'étudier les propriétés de certaines architectures comme les réseaux (réseau social, réseau informatique, etc.) ou, plus largement, les relations binaires. Ils sont régis par une série de définitions et de propriétés mathématiques regroupées sous le nom de théorie des graphes.

L'article considéré comme fondateur de la théorie des graphes fut présenté en 1735 par le mathématicien suisse Leonhard Euler à l'Académie de Saint Pétersbourg, puis publié en 1741, et traitait du problème des sept ponts de Königsberg [Euler (1741)]. Le problème consistait à trouver une promenade à partir d'un point donné qui fasse revenir à ce point en passant une fois et une seule par chacun des sept ponts de la ville de Königsberg. Un chemin passant par toute arête exactement une fois fut nommé chemin eulérien, ou circuit eulérien s'il finit là où il a commencé. En 1845, Gustav Kirchhoff, a établi ses lois de Kirchhoff, publiées en France par Jules Raynaud [Raynaud (1873)]. En particulier, sa loi des nœuds stipule que la somme des intensités des courants entrant dans un nœud est égale à la somme de celles qui en sortent. Un circuit électrique peut se voir comme un graphe, dans lequel les sommets sont les nœuds du circuit, et les arêtes correspondent aux connexions physiques entre ces nœuds. Si l'on ajoute que le flot démarre à un certain sommet (la source) et qu'il se termine à un autre (le puits), on



obtient alors les principes fondamentaux de l'étude des flots dans un graphe, ce qui plus tard a mené aux graphes orientés. Ensuite, la théorie a beaucoup évolué, notamment grâce à Claude Berge [Berge (1969)] qui a introduit le concept de graphes parfaits et d'hypergraphes.

Le graphe a ensuite été intégré dans la théorie des mécanismes afin de représenter les liaisons entre les pièces qui constituent une partie de l'architecture du mécanisme. Il ne ressemblait pas au graphe actuel mais il permettait d'analyser les mécanismes et de rechercher les chaînes fermées. Quelques exemples ont été publiés par [Hunt (1978)] et [Borzec et Lotterie (1975)]. Cela correspond aux prémices du graphe des liaisons. Celui-ci s'est peu à peu développé pour finalement ressembler à celui utilisé maintenant, présenté à la figure 2.7. Dans cette représentation, chaque sommet correspond à une pièce et chaque arc correspond à une liaison.



- Les sommets représentent les pièces,
- Les arcs représentent les liaisons,
- Les pentagones représentent les éléments de situation,
- Les ellipses représentent les surfaces,
- Les lignes en pointillés représentent les exigences.

Figure 2.7 – Graphe des liaisons

### 3.2.2 Dans le tolérancement

Dans le prolongement de ces graphes de liaisons sont apparus les graphes en tolérancement. Ces objectifs, tout le long de la conception, sont :

- Représentation de l'architecture du produit,
- Aide à la collection d'informations,
- Support d'analyse

La description de l'outil graphe sera décomposée en fonction des informations portées, qui traitent :

- des composants, des surfaces et des éléments de situation,
- des liaisons,
- des exigences,

- des cycles et influences,
- des spécifications,
- de la mise en position ou de la séquence d'assemblage.

### 3.2.2.1 *Les composants, les surfaces et les éléments de situation*

Les composants du graphes sont les pièces et les sous-ensembles du mécanisme. Un composant est représenté par un sommet en forme de cercle, ils sont repérés par des nombres. Un sous-ensemble peut être développé en un sous-graphe composé de sous-ensembles et/ou de pièces. Une surface est représentée par un pôle en forme d'ellipse située en bordure d'un sommet. Les surfaces sont repérées par des lettres. Ainsi, la surface  $a$  de la pièce  $1$  sera appelée  $1a$ . Lorsque les surfaces sont intégrées au graphe, il devient le graphe des liaisons élémentaires. Certaines représentations [Teissandier (1995)], [Hernandez *et al.* (2004)], [Kandikjian *et al.* (2001)] choisissent de représenter les surfaces par des sommets reliés au sommet pièce. C'est en accord avec la théorie des graphes qui ne connaît pas la notion de pôle, mais la lecture en devient plus difficile. Les éléments de situation décrit précédemment sont représentés par des pentagones, connectés aux pièces ou aux surfaces. C'est pourquoi dans ce travail de thèse, le choix va se porter vers les graphes proposés par [Ballu et Mathieu (1999)], qui ont été utilisés dans la communauté du GRT (Groupe de Recherche en Tolérance) en France.

### 3.2.2.2 *Les liaisons*

Les liaisons sont représentées par une arête entre deux sommets, deux pôles ou deux pentagones. La condition d'existence d'une liaison est la suivante : une liaison existe entre deux composants ou deux surfaces si et seulement si, lors du fonctionnement normal du mécanisme, il peut y avoir contact entre eux. Ce contact peut être souhaité (dans le cas d'une liaison) ou non-souhaité (cas de surfaces proches qui ne doivent pas entrer en contact). La liaison est modélisée selon son type cinématique (liaison pivot,...). Dans le cadre de ce travail de thèse les mobilités des liaisons sont décrites en utilisant le torseur des petits déplacements. Certaines caractéristiques des liaisons sont parfois intégrées au graphe. Elles seront décrites dans la dernière partie de l'étude bibliographique.

Toutes ces informations concernant les liaisons sont regroupées sous le terme d'*architecture* du mécanisme. Les termes de *structure* et d'*architecture* sont des synonymes et

leur définition : « Manière dont les choses (abstraites ou concrètes) sont organisées pour former un ensemble. » correspond tout à fait. Le choix dans ce travail s'est porté sur le terme d'*architecture* car il est le plus utilisé dans le domaine de la mécanique robotique (robots à architecture parallèle ou série).

### 3.2.2.3 Les conditions géométriques

Les conditions géométriques représentées sur le graphe utilisé en tolérancement sont des exigences géométriques portant sur des débattements ou des écarts qui peuvent être angulaires ou linéaires. Elles sont représentées sur le graphe par des courbes en pointillés reliant deux composants. Elles seront décrites au chapitre 4.

### 3.2.2.4 Les cycles et influences

L'analyse des mécanismes pour leur tolérancement impose d'identifier des cycles sur les déplacements de manière similaire à la théorie des mécanismes. Deux types de cycles existent selon leur contenu :

1. Cycle de montabilité (composants et liaisons),
2. Cycle d'exigence (composants, liaisons et une exigence).

La première catégorie de cycle correspond à des risques d'hyperstatismes, il peuvent empêcher la montabilité du mécanisme. Une étude sur les degrés de libertés des liaisons qui les composent est nécessaire avant de conclure. Ce type d'étude est connu de la théorie des mécanismes, il sera détaillé dans le paragraphe suivant.

La seconde catégorie de cycle, les cycles fonctionnels, indique au concepteur quelles sont les liaisons et les pièces influentes sur l'exigence. A chaque cycle correspond une équation sur laquelle des coefficients d'influence sont alors attribués à chaque composant en fonction de paramètres (dimensions,...). L'étude de ces équations est présentée dans le chapitre suivant.

### 3.2.2.5 Les spécifications

Le graphe peut être le support de spécifications représentées de manière textuelle par des bulles sur des composants. Ces spécifications ne sont en général que qualitatives.

### 3.2.2.6 L'orientation des graphes

Certains travaux ont proposé d'utiliser l'orientation des graphes qui a été présentée précédemment dans le domaine du tolérancement. Marguet [Marguet (2001)] a utilisé cette représentation afin de décrire la séquence d'assemblage des structures aéronautiques.

### 3.2.2.7 Lexique issu de la théorie des graphes

A partir de la théorie des graphes une série de définitions applicables au graphe en tolérancement ont été dégagées :

- L'ordre d'un graphe d'assemblage est le nombre de pièces (ou de sous-ensembles), il dépend du niveau de décomposition du modèle,
- La taille d'un graphe d'assemblage est le nombre de liaisons,
- Un sommet et une arête sont incidents, lorsque le sommet est une extrémité de l'arête,
- Deux sommets voisins sont joints par une arête,
- Le degré ou la valence d'un sommet est son nombre de voisins,
- Le voisinage de  $u$  est ouvert (ensemble des sommets adjacents à  $u$ ) ou fermé (ensemble des sommets adjacents à  $u$ , plus  $u$ ),
- Un chemin  $P$  est un graphe  $P(V,E)$  de la forme  $V=v_1,v_2,\dots,v_n$  et  $E=v_1v_2,v_2v_3,\dots,v_{n-1}v_n$ , sans répétition d'arête, ni de sommet,
- Un graphe est connexe si pour chacune des paires,  $u$  et  $v$ , de sommets distincts, il existe un chemin de  $u$  à  $v$ ,
- Un graphe orienté est un digraphe, les sommets sont alors appelés nœuds, les arêtes sont appelées arcs et les nœuds correspondants extrémités initiale et finale,
- Le demi-degré extérieur de  $x_i$ ,  $d^+(x_i)$ , est le nombre d'arcs ayant  $x_i$  comme extrémité initiale, si  $d^+(x_i)=0$ , c'est un sommet puits, le demi-degré intérieur de  $x_i$ ,  $d^-(x_i)$ , est le nombre d'arcs ayant  $x_i$  comme extrémité finale, si  $d^-(x_i)=0$ , c'est un sommet source,
- Un cycle  $C$  dans un graphe est un chemin dont les extrémités coïncident sans répétition de sommets, ni d'arêtes, un graphe sans cycle et connexe est un arbre,
- Un arc  $(x_i, x_i)$  est appelé une boucle,
- Un point ou ensemble d'articulation est un sommet ou ensemble dont la suppres-

sion augmente le nombre de composantes connexes du graphe, un isthme ou pont est une arête dont la suppression augmente le nombre de composantes connexes du graphe.

### 3.2.2.8 *Les applications logicielles*

Les graphes font l'objet de plusieurs applications logicielles. Dans le cadre de ce travail de thèse le logiciel GAIA <sup>®</sup>, développé par EADS, a été mis en œuvre, il utilise les représentations précédentes. Il permet, de plus, d'ajouter des informations à chaque composant (matériau,...), à chaque arête (type de liaison, type de contact,...), à chaque exigence (point d'application,...). Il s'agit de connaissances métier qui peuvent être associées à chaque élément.

### 3.2.3 **Synthèse sur la présentation de l'outil graphe**

Le graphe est donc un très bon complément du squelette, il permet de combler les informations qui ne sont pas disponibles sur la géométrie, liées à l'architecture. Il permet à la fois la collecte d'informations, la représentation de ces informations et une ébauche d'analyse.

La présentation de ces deux outils permet de conclure quant à leur validité pour la description des solutions issues du FAST pour l'évaluation de solutions. Le squelette permet de décrire la géométrie du mécanisme si les surfaces n'ont pas été définies, le graphe permet de structurer les informations concernant l'architecture du mécanisme.

## 3.3 **La représentation d'une solution par ces outils**

Avec l'utilisation du FAST classique le produit n'apparaît qu'à la fin de la production, sous la forme d'une solution constructive. Dans le cas de ce travail de thèse, l'objectif a été de travailler sur le produit à diverses étapes de la conception. Cela signifie qu'il est possible que le produit soit étudié alors que sa conception n'est pas terminée et que certains choix n'ont pas encore été faits. Dans cette partie, l'étude porte sur la modélisation du produit à un instant  $t$  de la conception. Le produit peut être défini comme un agglomérat de solutions.

Par exemple, dans la conception d'un stylo bille, une solution constructive a été utilisée afin de répondre à la fonction « Déposer l'encre sur le papier », il s'agit d'une

bille. Une autre solution constructive a été choisie pour la fonction « Éviter que l'encre n'entre en contact avec des éléments du milieu extérieur lors du transport du stylo », il s'agit du capuchon. Les deux fonctions sont indépendantes, par contre, les deux solutions ne le sont pas forcément.

La notion d'indépendance des fonctions est issue de la théorie de l'« Axiomatic Design » proposé par Suh [Suh (2001)]. Ainsi, une bonne conception respecte les axiomes :

- Axiome 1 : Axiome d'indépendance : la meilleure conception est celle pour laquelle toutes les fonctions sont indépendantes,
- Axiome 2 : Axiome du minimum d'information : la meilleure conception est celle contenant le minimum d'information.

L'indépendance des solutions vient, quant à elle, du fait qu'elles n'impactent pas les mêmes éléments (composants, caractéristiques,...). Ainsi, le concepteur qui travaille sur le débit de l'encre n'est pas intéressé par la solution technique du capuchon, mais, la solution technique de la bille impacte directement son étude. Cette fonction ne crée pas de dépendance entre les solutions.

Cependant, dans le cas de la fonction « Éviter l'assèchement de l'encre » les deux solutions techniques doivent être considérées :

- le capuchon parce qu'il interagit avec l'air,
- la bille parce qu'elle interagit avec l'encre.

Elles ne sont pas indépendantes dans ce cas. Ainsi, il faut extraire du FAST l'information en fonction des besoins de l'étude. Dans le cas du diagramme FAST de la figure 2.8, chaque extrait intègre différentes solutions :

- Extrait 1 : Solutions 1.1 et 2.1,
- Extrait 2 : Solutions 1.1.1 et 2.1,
- Extrait 3 : Solution 1.1.1.

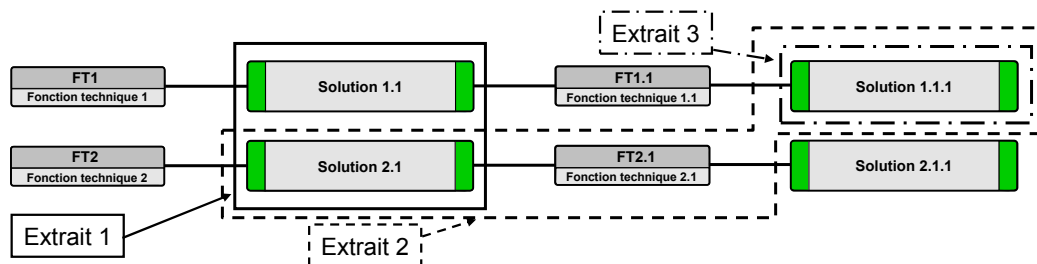


Figure 2.8 – Extraction de données du FAST

A chaque extrait correspond un paquet d'informations qui correspond à la collection des informations de chacune des solutions.

Comme cela a été dit précédemment, une solution ponctuelle peut prendre plusieurs formes, décrites à la figure 2.9 :

- une pièce ou un sous-ensemble,
- une liaison ou un type de contact,
- une exigence ou une spécification,
- un principe,...

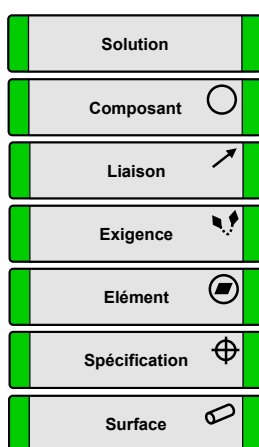


Figure 2.9 – Exemples de solutions du FAST

Cette solution ponctuelle est issue d'une réflexion du concepteur, elle est intégrée au produit qui s'enrichit au fur et à mesure de l'étude. Le concepteur doit faire en sorte que lorsqu'il rajoute une solution technique à sa conception dans le but de répondre à une fonction, il faut qu'elle soit compatible avec les solutions déjà utilisées par le produit.

La méthode GeoSpecif proposée par cette thèse permet d'évaluer les solutions, c'est à dire que le concepteur n'est pas forcé de simuler l'intégralité de sa conception. Il peut s'attacher à tester simplement la solution ponctuelle avant de l'intégrer au produit. Cette solution afin de pouvoir être testée doit contenir des informations suffisantes afin d'être utilisable dans une simulation. En effet, la solution ne peut être testée que si elle est constituée d'une géométrie et d'une architecture. Grâce à ces données, une analyse de l'hyperstaticité de la solution peut être menée. En ajoutant des données concernant les exigences, il est alors possible d'effectuer une analyse des contributeurs. C'est pour cela que l'étude ne peut intervenir que lorsque la solution intègre ces éléments.

Les choix qui peuvent être impactés par l'analyse des variations géométriques sont présentés dans le paragraphe suivant. Des directives concernant ces choix sont alors proposées au concepteur.

## 4 Les choix impactés par les variations géométriques

L'enrichissement du mécanisme génère plusieurs questions qui peuvent trouver des réponses grâce à l'analyse des variations géométriques. Certains de ces choix de conception, effectués grâce à l'expertise du concepteur, peuvent s'avérer ne pas être optimaux. Il faut alors proposer des critères qui permettent de juger de la valeur d'une solution. Cette pratique a fait l'objet de travaux dans le domaine de la conception robuste qui seront présentés dans une première partie. Ensuite, une application de ces travaux, aux résultats de cette thèse, sera présentée.

### 4.1 La conception robuste

L'objectif de cette thèse est de proposer une spécification géométrique des pièces afin de définir les limites acceptables de leur variations. En effet, toute conception est soumise à des variations. Ces variations peuvent entraîner des conceptions non-robustes, onéreuse et défailtantes.

La réduction des variations est reconnue universellement comme étant la clé de l'amélioration de la fiabilité et de la productivité. C'est cette solution qui sera proposée dans la suite de la thèse, en proposant une spécification des limites des variations pour garantir le respect des conditions fonctionnelles par le mécanisme.

Cependant, une autre voie propose non pas de réduire les variations mais de minimiser leur influence. En effet, selon Taguchi, « au lieu d'éliminer ou de réduire les causes de la variabilité des performances d'un produit, il est préférable d'ajuster sa conception afin de le rendre insensible aux causes des variations ». La conception robuste a pour objectif d'optimiser les paramètres de conception d'un produit et de son procédé de fabrication afin de réduire la sensibilité de ses performances aux variations.

Le concept de conception robuste a été introduit pour la première fois par Taguchi [Taguchi (1978)]. Il a proposé de transformer le contrôle de qualité en ligne en contrôle de qualité hors ligne. C'est cette étape qui est à l'origine du concept de qualité robuste.



Pourtant, ces méthodes n'ont été utilisées que plus tard dans l'industrie [Phadke (1989)], [Taguchi (1993)] et [Wu et Wu (2000)]. Cette nouvelle approche a été abordée par les industriels en parallèle avec la méthode de conception dite « six-sigma » [Thornton (2001)]. Cette dernière a finalement été abandonnée pour laisser toute la place aux méthodes de conception robuste.

La mise en équation d'un problème de conception robuste passe par la mise en place de trois ensembles :

- l'ensemble des variables de conception,
- l'ensemble des paramètres de conception,
- l'ensemble des fonctions performances.

Certains travaux [Al-Widyan et Angeles (2005)] introduisent les conceptions globalement ou localement robustes. Dans notre cas de figure, seules les conceptions locales seront traitées.

De plus, certains travaux [Caro (2004)] ont proposé de prendre en compte les dimensions des mécanismes afin de les rendre plus robustes. Ils ont ensuite proposé des méthodes permettant d'optimiser ses dimensions en passant par une étape de synthèse des tolérances [Caro *et al.* (2005)]. L'objectif de cette partie est de montrer comment une étude de conception robuste peut être menée sur un mécanisme grâce à la simulation de ses variations géométriques par le torseur des petits déplacements.

### *Les variables de conception*

Les variables de conception (VC) d'un système mécanique sont généralement ses dimensions (distances, angles,...). Les valeurs nominales sont contrôlables et calculées par le concepteur. Par contre, des variations sur ces caractéristiques existent. Ces variables sont regroupées dans le vecteur  $x$  de dimension  $l$ .

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_l]^T \quad (2.1)$$

Ces variables peuvent être limitées par la spécification géométrique des pièces.

### *Les paramètres de conception*

Les paramètres de conception (PC) décrivent l'environnement du système. Ils ne peuvent pas être maîtrisés car leurs variations sont aléatoires. Il peut s'agir de données

telles que la température, la pression ambiante, le niveau d'humidité ou même l'utilisateur du produit conçu. Ces paramètres sont groupés dans le vecteur  $p$  de dimension  $m$  :

$$p = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_m]^T \quad (2.2)$$

Ces paramètres ne peuvent pas être limitées. Dans le cas de cette thèse, même si l'influence de ces paramètres peut être limitée en modifiant des paramètres géométriques du mécanisme, ils ne seront pas étudiés. En effet, les conditions fonctionnelles afin de pouvoir être simulées sont traduites en condition de montabilité et géométriques. Cela signifie que les opérations de conception robuste qui concernent les paramètres de conception devront être menées lors du passage des conditions fonctionnelles aux conditions géométriques.

#### *Les fonctions performances*

Les fonctions performances (FP) d'un système mécanique peuvent être multiples. Elles sont regroupées dans le vecteur  $f$  de dimension  $n$ .

$$f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \dots \ f_n]^T \quad (2.3)$$

Les fonctions performances des systèmes mécaniques ne dépendent alors que des variables et des paramètres de conception :

$$f = f(x, p) \quad (2.4)$$

Dans cette thèse, les seules fonctions performances sont des conditions géométriques. Il s'agit de distances et d'angles entre des éléments géométriques et dans notre cas, elles ne dépendent que des variables de conception :

$$f = f(x) \quad (2.5)$$

L'objectif est alors de calculer  $x$  afin de minimiser  $f(x)$ . Pour cela, il faut s'appuyer sur les approches d'analyse de la sensibilité des performances d'un système mécanique [Zhu et Ting (2001)], [Al-Widyan et Angeles (2002)]. Les composantes de  $x$  sont supposées indépendantes, les variations de  $f$ ,  $\partial f = [\partial f_1 \ \dots \ \partial f_n]^T$  sont simulées en calculant

les termes du premier ordre du développement en séries de Taylor de la fonction  $f$  :

$$\partial f_i = \sum_{j=1}^l \left( \frac{\partial f_i(x, p)}{\partial x_j} \right) \partial x_j, \quad i \in [1, n] \quad (2.6)$$

Ce qui peut être mis sous forme de matrices,

$$\partial f = J_x \partial x \quad (2.7)$$

Dans le cas de la simulation des conditions géométriques à partir des composantes des torseurs de petits déplacements, les relations qui lient la variation de chaque condition géométrique  $f_i$  aux composantes  $x_i$  des torseurs des petits déplacements est une relation linéaire d'ordre 1.

$$f_i = c_1^i \times x_1 + c_2^i \times x_2 + \dots + c_l^i \times x_l \quad (2.8)$$

Les coefficients  $c_j^i$  sont donc des constantes, l'équation 2.7 permet d'établir la relation suivante :

$$J_x(i, j) = c_j^i, \quad \forall i, j \quad (2.9)$$

Ce résultat montre que dans les cas de figure étudiés dans cette thèse, pour la conception robuste, tous les coefficients des matrices Jacobiennes de sensibilité sont des constantes. L'objectif est de minimiser leur valeur, afin de minimiser l'influence des variations qui leurs sont associées. Ainsi, cela permettra de minimiser les variations liées à la condition géométrique.

L'étude précédente a montré que la mise en place de fonctions de performances, à partir des conditions géométriques qui portaient sur le mécanisme, permettait de réaliser une étude de robustesse. Ainsi, en modifiant certains choix de conception concernant les dimensions (angles ou distances) des pièces, il est possible d'améliorer la conception du mécanisme et de quantifier cette amélioration. Les paramètres impactés par ces choix de conception seront appelés paramètres géométriques, car ils ne concernent que la géométrie du mécanisme.

Une autre source de conditions existe sur le mécanisme, il s'agit des conditions de montabilité. Une condition de montabilité est binaire, LA montabilité est ou n'est pas possible. Ainsi, il ne peut pas être appliqué à ce type de problème la même simulation que celle proposée sur les conditions géométriques.

Pourtant, toute la problématique des conditions de montabilité est mathématiquement décrite par les équations de compatibilité. Elles montrent que les variations géométriques sont responsables de la non-montabilité des mécanismes. Il faut alors revenir à la définition proposée par Taguchi, « au lieu d'éliminer ou de réduire les causes de la variabilité des performances d'un produit, il est préférable d'ajuster sa conception afin de le rendre insensible aux causes des variations ». La modification de conception qu'il conseille peut être, dans le cas de figure des conditions de montabilité, la modification des liaisons en vue de rendre le système isostatique. La conséquence de ce choix serait la suppression des équations de compatibilité, ce qui traduirait la garantie de la montabilité du mécanisme. Les paramètres impactés par ces choix de conception seront appelés des paramètres architecturaux, car ils ne concernent que l'architecture du mécanisme.

Dans les deux cas de figure, il ne faut réaliser ces changements de conception que lorsqu'ils ne sont pas en contradiction avec d'autres conditions qui portent sur le mécanisme.

## 4.2 Les paramètres architecturaux

Les liaisons sont des choix technologiques qui évoluent au fur et à mesure de la conception. Au départ, seule la mobilité qu'elles permettent est un critère de sélection. Au fur et à mesure d'autres données et connaissances les enrichissent. Par exemple, afin de guider en translation deux éléments, il convient de les lier par une liaison prismatique ou glissière. Ce choix cinématique peut ensuite être réalisé technologiquement de plusieurs manières. On trouve des solutions permettant un guidage en translation sous la forme d'une liaison prismatique (téléphones à glissière), de liaisons pivots-glissant parallèles (trombones à coulisse), présentés à la figure 2.10. Dans ces cas précis, le choix des solutions techniques dépend de raisons autres que les variations géométriques : encombrement dans le cas du téléphone et nécessité du conduit pour le trombone.

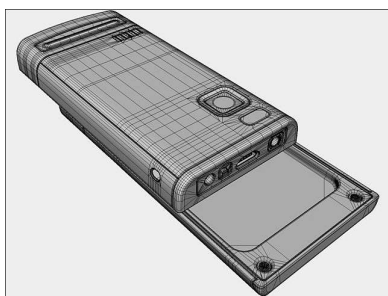


Figure 2.10 – Deux solutions technologique pour « guider en translation »

Ces choix peuvent provenir de problèmes d'encombrement, de répartition des efforts et ne sont pas équivalents du point de vue des variations géométriques. En effet, la construction d'une liaison glissière à partir de liaisons pivot-glissant est génératrice d'hyperstatisme ce qui mène à des problèmes de montabilité. Comme cela a été dit précédemment, si le choix technologique concernant la liaison n'est pas imposé par le respect d'une condition particulière, il peut être intéressant, afin de rendre le mécanisme plus robuste, d'adapter la solution en choisissant de modifier les paramètres architecturaux et ainsi rendre le mécanisme isostatique. L'exemple suivant introduit une liaison glissière représentée à la figure 2.11, afin de rendre sa conception plus robuste, il a été décidé de rendre la solution isostatique, la suite va montrer comment cela se met en place. Il s'agit du squelette du mécanisme car cette modélisation suffit pour l'étude de l'hyperstatisme dans le mécanisme. Le mécanisme est composé de deux pièces 1 et 2 mises en relation par deux liaisons pivot-glissant parallèles. Les deux symboles présentés sur le dessin de droite de la figure 2.11 représentent des liaisons pivots dans le logiciel Anatole® développé par EADS.

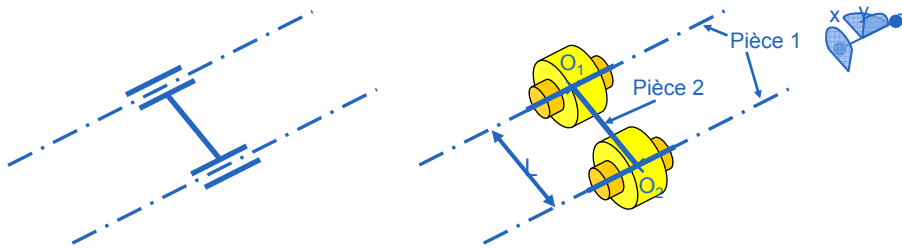


Figure 2.11 – Solution hyperstatique pour une liaison glissière

Les calculs qui suivent permettent :

- de déterminer la cinématique de la liaison globale à partir des liaisons élémentaires,
- de détecter les degrés d'hyperstatisme et les composantes à modifier afin de les supprimer.

Pour simplifier l'écriture des calculs, un changement de variables sera réalisé :

$$\begin{aligned}
 \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \\
 \{T'_{1/2}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/2b}\} + \{T_{2b/2}\}, \text{ avec} \\
 \{T_{1/2}\} + \{T'_{2/1}\} &= \{0\}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Les torseurs doivent être écrits au même point afin d'être sommés :

$$\{T_{1/2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1/2} & u_{1/2,O_1} \\ \beta_{1/2} & v_{1/2,O_1} \\ \Gamma_{1/2} & W_{1/2,O_1} \end{array} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1/2} & u_{1/2,O_1} \\ \beta_{1/2} & v_{1/2,O_1} \\ \Gamma_{1/2} & W_{1/2,O_1} \end{array} \right\} + \left( \begin{array}{c} L \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) \wedge \left( \begin{array}{c} \alpha_{1/2} \\ \beta_{1/2} \\ \Gamma_{1/2} \end{array} \right) \Bigg\}_{O_2}$$

$$\{T_{1/2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1/2} & u_{1/2,O_1} \\ \beta_{1/2} & v_{1/2,O_1} - L \times \Gamma_{1/2} \\ \Gamma_{1/2} & W_{1/2,O_1} + L \times \beta_{1/2} \end{array} \right\}_{O_2} \quad \{T'_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha'_{2/1} & u'_{2/1,O_2} \\ \beta'_{2/1} & v'_{2/1,O_2} \\ \Gamma'_{2/1} & W'_{2/1,O_2} \end{array} \right\}_{O_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} + \alpha'_{2/1} = 0 \\ \beta_{1/2} + \beta'_{2/1} = 0 \\ \Gamma_{1/2} + \Gamma'_{2/1} = 0 \\ u_{1/2,O_1} + u'_{2/1,O_2} = 0 \\ v_{1/2,O_1} - L \times \Gamma_{1/2} + v'_{2/1,O_2} = 0 \\ W_{1/2,O_1} + L \times \beta_{1/2} + W'_{2/1,O_2} = 0 \end{array} \right. , \text{ donc} \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{1/2} = -\Gamma'_{2/1} = \frac{v_{1/2,O_1} + v'_{2/1,O_2}}{L} \quad (2.12)$$

L'équation 2.12 montre que les deux composantes de grand déplacement  $\Gamma_{1/2}$  et  $\Gamma'_{2/1}$  sont égales à une fonction de petits déplacement, ce qui signifie que la combinaison des deux liaisons pivot-glissant parallèles bloque ce grand déplacement. Ainsi, la liaison globale est bien une prismatique. De plus, il existe trois degrés d'hyperstatisme, dans cette solution, liés à trois équations de compatibilité :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1/2} + \alpha'_{2/1} = 0 \\ \beta_{1/2} + \beta'_{2/1} = 0 \\ u_{1/2} + u'_{2/1} = 0 \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Ces trois équations montrent que les variations géométriques des pièces vont entraîner des difficultés à garantir les conditions de montabilité, ce qui diminue la robustesse de la conception. Une solution pour améliorer cette robustesse consiste à modifier les liaisons présentées dans les équations de compatibilité afin de relâcher les hyperstatismes.

Par exemple, le concepteur choisit de modifier la liaison  $\{T'_{2/1}\}$ . Ce choix peut être justifié si la liaison  $\{T_{1/2}\}$  est influente dans une exigence alors que  $\{T'_{2/1}\}$  ne l'est pas.

Dans ce cas :

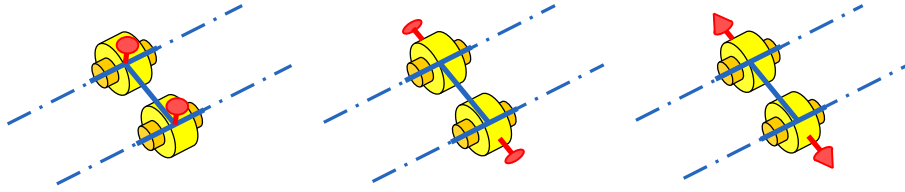


Figure 2.12 – Degrés d’hyperstatisme de la solution

- $\alpha'_{2/1}$  devient  $A'_{2/1}$
- $\beta'_{2/1}$  devient  $B'_{2/1}$
- $u'_{2/1}$  devient  $U'_{2/1}$

Donc,  $\left\{ T'_{2/1} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} A_{2/1} & U'_{2/1, O_2} \\ B_{2/1} & v'_{2/1, O_2} \\ \Gamma'_{2/1} & W'_{2/1, O_2} \end{array} \right\}_{O_2}$ , il s’agit d’une liaison ponctuelle d’axe Y et

de centre le point  $O_2$ .

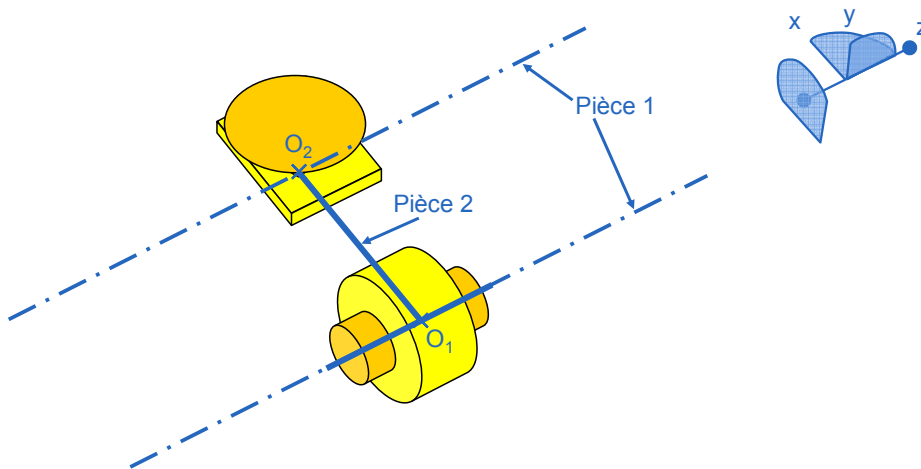


Figure 2.13 – Nouvelle modélisation isostatique du mécanisme

Le symbole au point  $O_2$  de la figure 2.13 correspond à une liaison ponctuelle décrite dans le logiciel Anatole®. Ainsi, le mécanisme devient isostatique et l’influence des variations géométriques n’est plus considérée dans la garantie des conditions de montabilité. La robustesse du mécanisme est ainsi augmentée.

Il est toute fois important de préciser que la solution technique choisie ici n’est pas seulement utilisée pour la simulation, il faut maintenant que le concepteur trouve une solution technologique qui lui permet d’obtenir cette cinématique, par exemple, il

peut modifier la forme d'une de ses liaisons afin d'obtenir une sphère ou ellipse qui lui permettrait d'obtenir ces caractéristiques en terme de comportement cinématique. Cette solution peut aussi passer par l'ajout d'une pièce intermédiaire qui jouerait le même rôle que cette modification de géométrie.

De plus, il faut rappeler que les choix effectués ici doivent être compatibles avec le respect des conditions fonctionnelles. Cela signifie que parfois, la modification de la conception dans le but de rendre un système isostatique n'est pas possible. Dans ce cas, le système reste hyperstatique. Le chapitre suivant montre comment les systèmes hyperstatiques sont gérés par la méthode GeoSpecif.

Cette partie a permis de voir l'assistance qui peut être apportée afin de garantir le respect des conditions de montabilité. Cet enrichissement du mécanisme est réalisé en effectuant des choix en ce qui concerne les paramètres architecturaux du mécanisme. La suite propose d'utiliser l'approche d'analyse de la sensibilité des performances d'un système mécanique afin d'optimiser la valeur des paramètres géométriques pour garantir le respect des conditions géométriques.

### 4.3 Les paramètres géométriques

Comme cela a été montré précédemment, la robustesse des mécanismes peut être améliorée en appliquant l'approche d'analyse de la sensibilité des performances d'un système mécanique. Cette optimisation passe par la minimisation de chacun des composants de la matrice  $J_x$ . Ces coefficients sont des fonctions de caractéristiques géométriques (distances ou angles) du mécanisme.

Un exemple d'amélioration de conception utilisant cette méthode est proposée dans la suite, en utilisant le cas de la figure 2.13. Il faut tout d'abord définir la condition géométrique qui permettra de mettre en place la fonction de performance.

Références :

- Le plan ( $PL_1$ ) créé par les deux droites de la pièce 1,
- La droite ( $DR_1$ ) de la pièce 1.

Élément tolérancé :

- Le plan ( $PL_2$ ) créé par les trois droites de la pièce 2.

Le modèle étant nominal, il existe un plan passant par les deux droites, ces constructions sont donc possibles.



Caractéristique :

- L'angle entre le plan  $(PL_1)$  et  $(PL_2)$  autour de la droite  $(DR_1)$ .

La fonction de performance  $f$  est donc, si l'on reprend les calculs de l'équation 2.12 :

$$f = \Gamma_{1/2} = -\Gamma'_{2/1} = \frac{v_{1/2,O_1} + v'_{2/1,O_2}}{L} \quad (2.14)$$

Les variables de conception du mécanisme sont les composantes  $v_{1/2}$   $v'_{2/1}$ . Le problème s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x &= \left[ v_{1/2,O_1} \quad v'_{2/1,O_2} \right]^T \\ f &= \frac{v_{1/2,O_1} + v'_{2/1,O_2}}{L} \\ \partial f &= \frac{\partial f(x)}{\partial v_{1/2,O_1}} \partial v_{1/2,O_1} + \frac{\partial f(x)}{\partial v'_{2/1,O_2}} \partial v'_{2/1,O_2} \\ \partial f &= J_x \partial x \\ J_x &= \left[ \frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right]^T \end{aligned} \quad (2.15)$$

L'amélioration de la robustesse du mécanisme passe par la minimisation des coefficients de la matrice  $J_x$ , ce qui se traduit par l'augmentation du paramètre géométrique  $L$ .

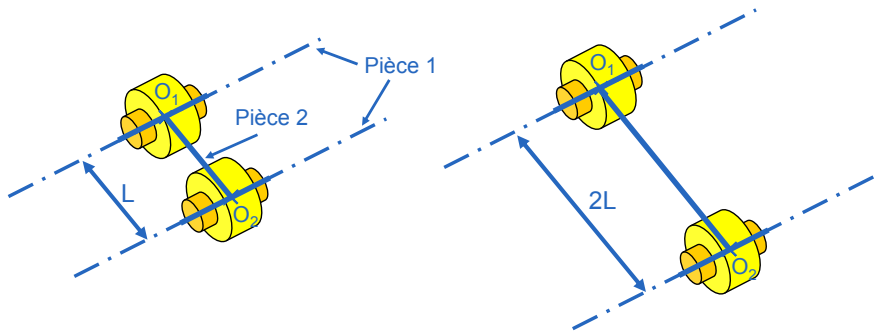


Figure 2.14 – Modification de paramètres de la géométrie

Ainsi, cette étude a permis de montrer comment améliorer la robustesse des mécanismes en faisant varier des paramètres géométriques. Ces opérations sont des choix de conception qui permettent d'améliorer certaines solutions qui participent à l'enrichissement du mécanisme.

## 5 Le résultat de l'analyse fonctionnelle

L'étude précédente a permis de montrer comment intervenir localement sur un mécanisme. Cependant, il faut préciser que l'étude fonctionnelle n'est pas unique dans la conception d'un produit. Il faut en effet tenir compte du niveau de détail que l'on considère. Ainsi, lorsqu'une équipe effectue un travail d'analyse fonctionnelle sur un hélicoptère, elle s'arrête aux principales fonctions et recherche les solutions globales. Ensuite, une nouvelle équipe s'occupe de la partie motrice, une autre de l'habitacle. Enfin, les derniers détails sont réglés par des équipes qui travaillent sur les derniers sous-ensembles et enfin sur les pièces. Chaque zone correspond à un sous-diagramme qui est fourni au sous-traitant concerné. Il est clair que les solutions issues des découpages les plus à gauche correspondent aux étapes en amont de la conception et que par conséquent, les solutions constructives qui en sont le résultat n'ont pas une géométrie détaillée. C'est pour cela que l'assistance aux choix de conception doit pouvoir avoir lieu à chaque étape, car si les paramètres issus des conceptions de haut niveau ne sont pas finement ajustés, l'optimisation de la conception des derniers détails sera négligeable.

C'est dans cette optique que le travail sur le squelette est proposé, il permet de fixer des paramètres sur la conception des produits alors qu'aucune solution ni géométrie de pièce n'est définie. Dans le cas de l'étude précédente, quelle que soit la solution technologique choisie pour réaliser la liaison pivot-glissant (un cylindre dans un cylindre, deux sphères dans un cylindre,...) la simulation reste valide et les choix effectués à ce niveau reste valables et permettent d'optimiser sereinement les niveaux inférieurs en sachant que l'étude au niveau supérieur garantit d'enrichir le produit à partir d'une base robuste.

## 6 Synthèse

Le résultat est donc une géométrie nominale et une architecture nominale. En effet, même si pour l'évaluation des solutions, cette méthode utilise l'analyse de variations géométriques et par conséquent intègre des variations, le mécanisme issu de cette étape ne contient aucun défaut. L'objectif de cette thèse étant la spécification des mécanismes, il faut maintenant intégrer ces défauts afin de mesurer leur impact et de pouvoir limiter leurs variations dans le but de garantir les exigences issues du cahier des charges, qu'elles

traitent de montabilité ou de conditions géométriques.

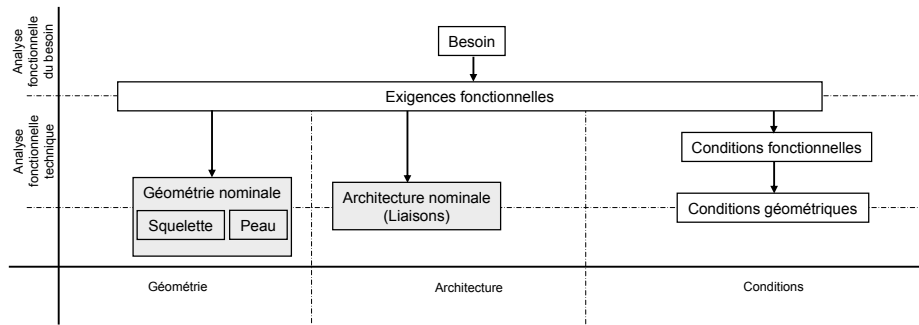


Figure 2.15 – Organigramme du chapitre 2

L'étude proposée au chapitre suivant, commencera par déterminer l'impact des variations géométriques sur la géométrie puis elle montrera l'influence des défauts géométriques sur l'architecture du mécanisme.

# Chapitre

# 3

## La Gestion des Variations Géométriques

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>96</b>
<b>2</b>	<b>La géométrie des mécanismes avec défauts</b> . . . . .	<b>96</b>
2.1	Le squelette avec défauts . . . . .	97
2.2	La peau avec défauts . . . . .	98
<b>3</b>	<b>Les configurations de contacts</b> . . . . .	<b>99</b>
3.1	Les types de contacts . . . . .	99
3.2	La simulation d'un système hyperstatique . . . . .	102
3.3	Le concept de séquence de mise en position . . . . .	104
<b>4</b>	<b>L'architecture avec défauts</b> . . . . .	<b>108</b>
4.1	Les paramètres influents sur l'architecture avec défauts . . . . .	109
4.2	La construction de l'architecture avec défauts . . . . .	114
4.3	La gestion des interfaces . . . . .	117
4.4	La représentation de l'architecture avec défauts . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Synthèse</b> . . . . .	<b>126</b>

---

Le résultat de l'analyse fonctionnelle technique, qui est le point de départ de la gestion des variations géométriques, est une solution technique modélisée par une géométrie nominale (sous la forme d'un squelette ou d'une peau), d'une architecture nominale (liaisons) et de conditions géométriques, comme le montre la figure 3.24.

L'architecture est nominale lorsque toutes les liaisons sont nominales, c'est à dire lorsque leurs torseurs de lien sont nuls et leurs éléments de situations confondus. Cette situation n'est possible que si la géométrie est nominale.

L'objectif de ce chapitre est d'intégrer des défauts à la géométrie, l'influence de ces défauts sur l'architecture sera étudiée puis, des règles montreront comment simuler le comportement de ces mécanismes.

## 1 Introduction

Les méthodes de simulation, sur lesquelles s'appuie cette recherche, ajoutent des défauts (orientation et position) au modèle nominal. Cette géométrie avec défauts peut prendre plusieurs formes qui seront présentées dans une première partie.

Ensuite, ces méthodes de simulation modélisent mathématiquement le comportement géométrique du mécanisme impacté par les variations géométriques. Les résultats de ces méthodes sont multiples, ils permettent :

- la détection des écarts des surfaces et liaisons influentes dans les cycles hyperstatiques,
- la détermination des contributeurs des surfaces et liaisons influentes dans la détermination des variations d'une exigence.

Par contre, ils ne permettent pas d'aboutir à une spécification du mécanisme car certaines données nécessaires à la spécification ne sont pas prises en compte. Ce travail montre comment obtenir ces données et comment les structurer afin de constituer ce que nous appelons une « architecture avec défauts ». Une partie de ce chapitre sera dédiée à ce nouveau concept et aux informations nécessaires à sa définition.

## 2 La géométrie des mécanismes avec défauts

Hillyard [Hillyard et Braid (1978)] a introduit le concept de surfaces de substitution avant que Wirtz [Wirtz (1991)] ne l'intègre à son tolérancement vectoriel. Cette

géométrie est issue du réel par l'association d'éléments idéaux. Dans sa thèse, Ballot [Ballot (1995)] a proposé de modéliser le comportement de la géométrie de substitution en la modélisant en ajoutant des défauts (position et orientation) au nominal. Cette construction va à l'encontre de la définition de la géométrie de substitution, c'est pourquoi dans cette thèse la géométrie issue de la mise en place des torseurs d'écarts sur les éléments géométriques nominaux sera appelée géométrie avec défauts. Seule la simulation du comportement du mécanisme est abordée dans ce chapitre, la géométrie issue du réel ne sera donc pas prise en compte.

La nouveauté dans ce travail vient des différents modes de représentation de la géométrie qui ont été introduits. En effet, l'étude des variations géométriques, comme cela a été montré dans le chapitre sur les choix de conception, peut avoir lieu alors que le mécanisme n'est décrit que par son squelette. Les défauts doivent alors être intégrés à cette représentation, c'est pourquoi il convient d'introduire un nouveau concept : le squelette avec défauts [Costadoat *et al.* (2009)].

Pour cela, la présentation de la géométrie avec défauts est découpée en deux parties :

- Le squelette avec défauts,
- La peau avec défauts.

## 2.1 Le squelette avec défauts

Comme cela a été dit dans le chapitre précédent, le squelette est composé de quatre types d'éléments :

- le point,
- la droite,
- le plan,
- l'hélice.

Ces éléments idéaux constituent les éléments de situation des liaisons du mécanisme. Pour définir une liaison, deux éléments géométriques sont nécessaires, par conséquent, deux ensembles d'éléments de situation sont définis, un pour chaque pièce. La mise en place de la géométrie avec défauts consiste à générer des éléments de situation avec défauts à partir des éléments nominaux, déplacés (en orientation et en position) selon les valeurs des composantes d'un torseur d'écart. De plus, les variations autorisées par la liaison permettent des déplacements (en orientation et en position) entre les deux

ensembles d'éléments de situation selon les valeurs des composantes d'un torseur de lien.

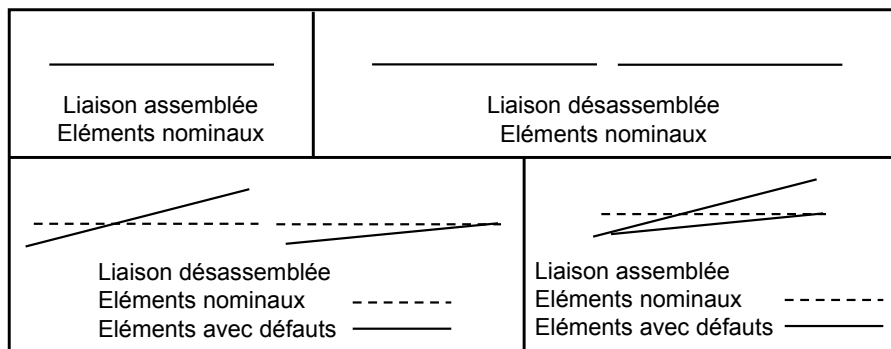


Figure 3.1 – Le squelette avec défauts

Les éléments de situation décrits par le modèle du squelette sont les éléments de situation des surfaces. Ainsi, il existe un lien direct entre le squelette et la peau.

## 2.2 La peau avec défauts

La description de la peau consiste à définir des surfaces à partir des éléments de situation décrits précédemment. Cependant, la description de la peau avec défauts décrit les variations de ses caractéristiques intrinsèques, ce qui permet d'intégrer une source supplémentaire de défauts.

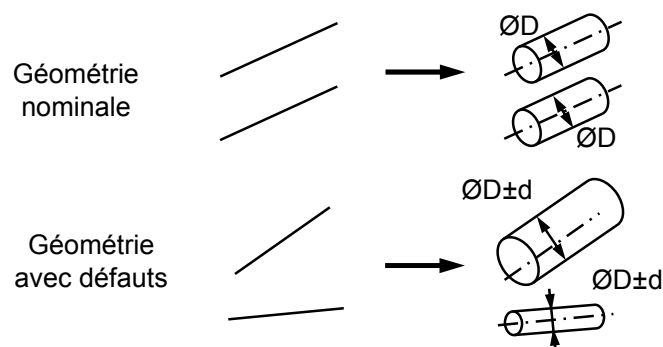


Figure 3.2 – La peau avec défauts

Ce modèle ne simule l'influence que de trois types de défauts (position, orientation et dimension). Le fait que les autres soient négligés (état de surface, forme) correspond aux hypothèses de travail et génère des incertitudes.

Le résultat de cette étape est une représentation du produit plus proche du réel que la représentation nominale. Les méthodes de simulation présentées dans le chapitre 1 sur l'état de l'art, permettent de modéliser le mécanisme en générant des équations de comportement. Celles-ci peuvent être groupées en deux catégories :

- les équations de compatibilité liées à la montabilité,
- les équations fonctionnelles liées aux exigences.

### 3 Les configurations de contacts

Tout d'abord, le premier travail consiste à montrer l'influence des écarts géométriques sur le comportement des assemblages. Ces défauts ont une influence sur les liaisons et sur l'architecture dans le cas des mécanismes hyperstatiques comme le montrent les équations de compatibilité, présentées au chapitre « Analyse bibliographique », qui lient les composantes des torseurs d'écarts aux torseurs de liens. L'expression ci-dessous est purement symbolique pour imaginer le concept.

$$\sum(\text{ecart}) + \sum(\text{lien}) = 0 \quad (3.1)$$

Cela signifie que les composantes des torseurs de lien sont directement, dans ces cas, impactées des défauts géométriques des pièces qui ont été introduits dans le paragraphe sur la géométrie avec défauts. Ils ne sont plus tous nuls et leur valeur dépend du type de contact défini dans la liaison. Une configuration de contacts correspond à un état du mécanisme pour lequel les valeurs des composantes des torseurs lien sont fixées.

Dans cette partie, nous allons décrire les types de contacts qui peuvent être définis, puis, nous allons montrer pourquoi les méthodes actuelles de simulation ne permettent pas de venir à bout de tous les problèmes de gestion des variations géométriques. Enfin, nous allons montrer comment construire un système d'équations qui permettra la spécification géométrique des pièces.

#### 3.1 Les types de contacts

En fonction des variations permises de leur comportement, il existe un nombre limité de type de torseurs liens. Ces types de contacts ont été introduits par Dantan [Dantan (2000)]. Dans ce travail, ils sont comparés avec l'approche de Anselmetti [Anselmetti (2008)] qui a lui introduit les types d'interfaces.



Dantan a proposé trois types de contacts :

- Les contacts flottants,

Un contact est considéré comme flottant lorsque les deux surfaces en contact ont des déplacements relatifs possibles (tangentiels et normaux).

- Les contacts glissants,

Un contact est considéré comme glissant lorsqu'il est contraint par une action mécanique et que cette action ne permet que des déplacements tangentiels lors d'une utilisation normale du mécanisme.

- Les contacts fixes.

Un contact est considéré comme fixe lorsqu'il est contraint par une action mécanique et que l'adhérence entre les deux surfaces, produite par cette action ne permet pas de déplacement relatif entre les deux surfaces lors d'une utilisation normale du mécanisme.

Anselmetti, a proposé d'autres dénominations pour ses interfaces :

- Un « contact flottant » devient une « interface avec jeu »,
- Un « contact glissant » devient une « interface avec contact »,
- Un « contact fixe » devient :
  - Une « interface serrée » si les éléments de situation sont confondus,
  - Une « interface avec jeu forcé » si les éléments de situation ne sont pas confondus.

Les deux modèles sont similaires mise à part la distinction proposée par Anselmetti sur le dernier type de contact. Dans cette thèse, les types de contacts sont introduits pour définir la forme des torseurs de lien correspondant. Or, la forme des torseurs ne varie pas entre les deux distinctions, seules les valeurs changent. Dans ce cas, pour ces travaux la définition proposée par Dantan sera celle qui sera utilisée.

La suite va présenter la forme des torseurs qui correspond à chaque type de contacts. Les travaux de Dantan n'ont pas intégré le squelette, cependant, dans cette thèse, les contacts seront traduits par des déplacements autorisés ou pas entre les éléments de situation des éléments géométriques avec défauts, ce qui permet d'associer le squelette à la représentation. Les torseurs ainsi que les éléments de situation utilisés pour illustrer les exemples suivants correspondent à une liaison prismatique ( $\vec{x}$ ).

*Torseur fixe*

$$\{D_{ia/ja}\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{ia/ja} & U_{ia/ja,O} \\ \beta_{ia/ja} & v_{ia/ja,O} \\ \gamma_{ia/ja} & w_{ia/ja,O} \end{array} \right\}_O, \left( \begin{array}{c} \alpha_{ia/ja} \\ \beta_{ia/ja} \\ \gamma_{ia/ja} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} v_{ia/ja,O} \\ w_{ia/ja,O} \end{array} \right) \text{ constants} \quad (3.2)$$

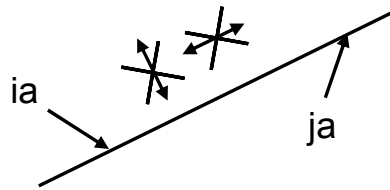


Figure 3.3 – Contact fixe

*Torseur glissant*

$$\{D_{ia/ja}\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & U_{ia/ja,O} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_O \quad (3.3)$$

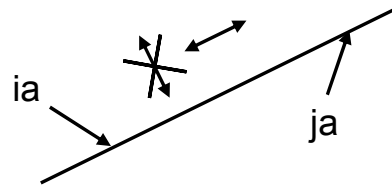


Figure 3.4 – Contact glissant

*Torseur flottant*

$$\{D_{ia/ja}\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{ia/ja} & U_{ia/ja,O} \\ \beta_{ia/ja} & v_{ia/ja,O} \\ \gamma_{ia/ja} & w_{ia/ja,O} \end{array} \right\}_O, \left( \begin{array}{c} \alpha_{ia/ja} \\ \beta_{ia/ja} \\ \gamma_{ia/ja} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} v_{ia/ja,O} \\ w_{ia/ja,O} \end{array} \right) \text{ variables} \quad (3.4)$$

Une autre différence notable vient du fait que Anselmetti distingue dans sa définition les contacts et les ajustements. En effet, dans le cas d'un ajustement, il faut tenir compte des dimensions intrinsèques qui limitent les variations des torseurs de liens, comme cela a été dit dans le chapitre 1.

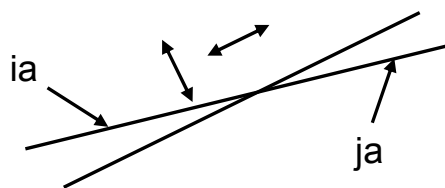


Figure 3.5 – Contact flottant

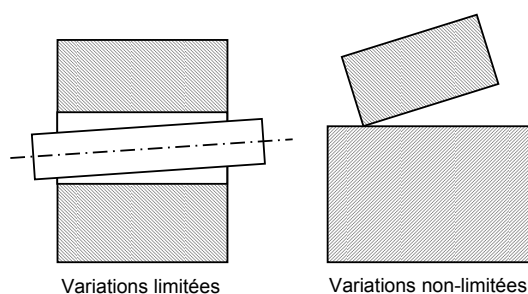


Figure 3.6 – Différence entre ajustement et contact simple

En prenant comme exemple, les deux cas de la figure 3.6, il est aisé de constater que, dans l'exemple de gauche, les dimensions intrinsèques de la liaison imposent une limite aux variations de certaines composantes du torseur de lien. Cette notion sera exprimée dans le chapitre « Spécifications ». Dans le cas de droite, aucune limite n'est imposée, cependant, les déplacements seront supposés faibles afin de rester dans l'hypothèse des petits déplacements.

Maintenant qu'ont été définis les torseurs de lien, la résolution d'un problème hyperstatique va être présentée afin de montrer les difficultés que rencontrent les méthodes actuelles.

## 3.2 La simulation d'un système hyperstatique

La suite va proposer la mise en évidence de la nécessité d'indiquer là où les contacts doivent avoir lieu dans un système composé de liaisons en parallèle. Le mécanisme de la figure 3.7 a été choisi comme exemple pour illustrer l'étude. Il s'agit d'un pion qui traverse deux disques percés au centre.

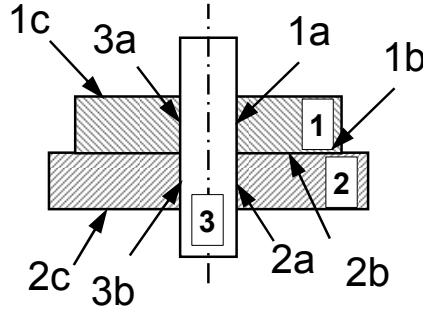


Figure 3.7 – Mécanisme hyperstatique

Les équations de comportement liées à ce mécanisme sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha_{1/1b} + \alpha_{1b/2b} + \alpha_{2b/2} + \alpha_{2/2a} + \alpha_{2a/3b} + \alpha_{3b/3} + \alpha_{3/3a} + \alpha_{3a/1a} + \alpha_{1a/1} &= 0 \\ \beta_{1/1b} + \beta_{1b/2b} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2a} + \beta_{2a/3b} + \beta_{3b/3} + \beta_{3/3a} + \beta_{3a/1a} + \beta_{1a/1} &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Pour la suite, afin de faciliter la compréhension, le problème va être considéré comme un problème plan (YZ).

Les valeurs des composantes des torseurs d'écart sont liées aux défauts de fabrication. Les composantes des torseurs de lien sont impactées par ces défauts.

Équations de comportement :

$$\alpha_{1b/2b} + \alpha_{2a/3b} + \alpha_{3a/1a} + \sum(\alpha_{ecart}) = 0 \quad (3.6)$$

Afin de définir la position relative des pièces 1 et 2, il est possible d'écrire les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/3a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{3b/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \\ \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/2b}\} + \{T_{2b/2}\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ce système est composé de deux équations pour une inconnue ( $\{T_{1/2}\}$ ), il est dit hyperstatique. Que ce passerait-il alors si la mise en équation était conservée en l'état ? Dans ce cas, il faudrait spécifier le mécanisme pour qu'il valide ces conditions quelle que soit la configuration de contacts. Si toutes les configurations n'existent pas sur le mécanisme réel, alors il est sur-contraint. C'est pourquoi il paraît nécessaire d'étudier maintenant le concept de configuration afin de voir comment il intervient sur le mécanisme et comment il est possible de le contrôler. Pour cela le concept de mise en position des pièces va être intégré à l'étude.

### 3.3 Le concept de séquence de mise en position

Au départ de la conception d'un mécanisme, afin de garantir la montabilité, tous les contacts sont considérés comme flottants, il acceptent tous des déplacements tangentiels et normaux.

Ensuite, il est nécessaire de trouver comment déterminer les configurations de contact des mécanismes. Il s'agit de trouver quels sont les contacts qui seront déclarés. La notion de contact déclaré a pour origine la fixation des contacts proposée par Dantan [Dantan (2000)], et qui exprime la fixation comme le fait de transformer un contact flottant en contact fixe. Le terme déclaré paraît plus approprié car un contact peut être déclaré fixe, mais il peut aussi être déclaré flottant ou glissant si le besoin le nécessite.

Dans les travaux de Whitney [Whitney *et al.* (1995)], repris par [Marguet (1995)] c'est la séquence d'assemblage qui a été choisie comme moyen de déterminer la configuration de contacts. Cette méthode s'applique très bien pour les assemblage aéronautiques mais elle ne peut être appliquée dans tous les cas. Par exemple, Anselmetti montre un exemple pour lequel cette méthode ne fonctionne plus.

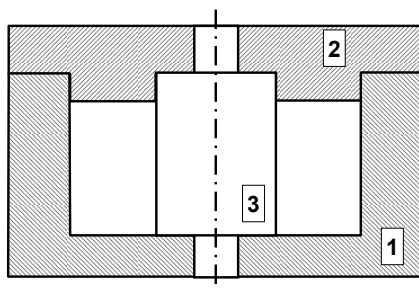


Figure 3.8 – Exemple démonstration Anselmetti [Anselmetti (2008)]

Dans le cas du mécanisme de la figure 3.8, si les contacts sont déclarés dans l'ordre suivant : 1, puis 2, puis 3, il est clair que cela ne peut pas correspondre à la séquence d'assemblage pour des raisons d'accessibilité. Il a par conséquent introduit la notion de mise en position, sa définition revient à l'ordre dans lequel sont déclarés les contacts. Afin d'être cohérent avec la séquence d'assemblage, dans le cadre de cette thèse, le terme de séquence de mise en position sera retenu.

Pour le mécanisme présenté, nous allons choisir plusieurs configurations de contacts. Pour cela, les contacts seront déclarés dans un ordre différent pour chacune des configurations :

- Configuration 1 : Contacts déclarés entre les pièces 1 et 3, puis 2 et 3,
- Configuration 2 : Contacts déclarés entre les pièces 1 et 3, puis 1 et 2,
- Configuration 3 : Contact déclaré entre les pièces 1 et 2.

Dans ce cas précis, les contacts sont déclarés fixes, les composantes de petits déplacements des torseurs liens sont donc des constantes, de plus, les éléments de situation étant confondus, ces composantes sont nulles. Les équations 3.8 montrent qu'il n'est pas possible de déclarer toutes les composantes des torseurs lien d'un cycle hyperstatique car certaines sont déduites des équations de compatibilité. Ainsi, au moins un contact par cycle hyperstatique ne peut être déclaré. Dans la suite, seront proposés des critères de choix permettant l'assistance à la déclaration des contacts.

Configuration 1 :	Configuration 2 :	Configuration 3 :	
$\alpha_{2a/3b} = \alpha_{3a/1a} = 0$	$\alpha_{1b/2b} = \alpha_{3a/1a} = 0$	$\alpha_{1b/2b} = 0$	(3.8)
$\alpha_{1b/2b} = \sum(\alpha_{ecart})$	$\alpha_{2a/3b} = \sum(\alpha_{ecart})$	$\alpha_{2a/3b} + \alpha_{3a/1a} = \sum(\alpha_{ecart})$	

Les configurations modélisées par ces équations sont représentées sur la figure 3.9.

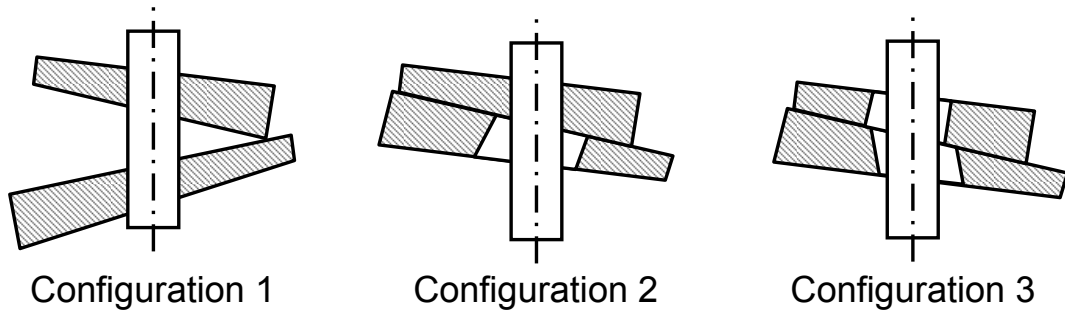


Figure 3.9 – Représentation des configurations

Sur ces exemples, la position relative des pièce 1 et 2, n'est pas définie de la même manière.

Configuration 1 :

$$\begin{aligned} \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/3a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{3b/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \\ \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{2a/2}\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Configuration 2 :

$$\begin{aligned} \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/2b}\} + \{T_{2b/2}\} \\ \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{2b/2}\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Si aucune configuration n'est choisie, il faut, comme cela a été dit précédemment, spécifier le mécanisme pour tous les cas de figures. C'est à dire que si une fois assemblé le mécanisme prend la configuration 2, ces pièces seront aussi spécifiées pour la configuration 1, ce qui est complètement inutile et engendre des coûts de fabrication plus élevés. Ainsi, dans l'optique de spécifier les pièces, le fait de connaître le besoin permet d'améliorer le résultat. L'objectif est donc de maîtriser le nombre de configurations de contact du mécanisme.

Il est cependant parfois nécessaire de garder plusieurs configurations. C'est le cas par exemple, lorsque le mécanisme passe par plusieurs configurations lors de changements de phase de fonctionnement. C'est pour cela qu'il faut au début de l'étude répertorier toutes les configurations comme le fait Anselmetti [Anselmetti (2008)] avec son tableau des configurations afin de les simuler chacune et ainsi obtenir un mécanisme qui respecte le cahier des charges quelle que soit sa phase de fonctionnement. De plus, il faut aussi faire attention au fait que les exigences changent souvent avec les phases de fonctionnement.

### 3.3.1 Les conséquences du choix d'une séquence de mise en position

Le choix de la séquence de mise en position des pièces d'un mécanisme impose plusieurs conséquences.

1. Respecter cette séquence de mise en position lors de l'assemblage du mécanisme contraint le montage. Dans le cas contraire, cela génère des incompatibilités. Par exemple, la figure 3.10 montre l'assemblage d'un mécanisme dont la mise en position correspond à celle de la configuration 1 et qui a été assemblé en suivant la séquence de mise en position 2, l'assemblage n'est pas réalisable.
2. Choisir une configuration revient à déduire la ou les liaisons qui, à la fin du processus de déclaration des liaisons, ne seront pas déclarées et qui par conséquent permettent de compenser les écarts des surfaces du cycle hyperstatique pour garantir la montabilité. Ces liaisons sont dites « déduites ». Une exigence se traduit par un flux ou un chemin entre les pièces. Dans le cas de liaisons hyperstatiques, une exigence se traduit par plusieurs flux. Afin de n'en garder qu'un, il faut forcer une configuration de contact. Comme le montre la figure 3.11, la liaison choisie pour être déduite ne doit pas modifier le comportement des liaisons déclarées précédemment, c'est pourquoi il ne peut y avoir de contact au niveau de cette

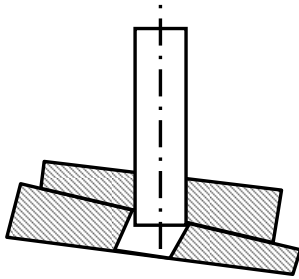


Figure 3.10 – Mauvais montage

Démonstration :

Choix issu de la configuration 1 :

$$\alpha_{2a/3b} = \alpha_{3a/1a} = 0$$

Si on assemble comme la configuration 2, on a :

$$\alpha_{3a/1a} = \alpha_{1b/2b} = 0, \text{ donc } \alpha_{2a/3b} = \sum(\alpha_{ecart})$$

Or  $\alpha_{2a/3b} = 0$ , donc non-montabilité

liaison. Par conséquent, cela signifie que cette liaison ne peut transmettre aucun déplacement.

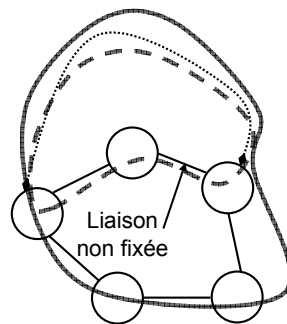


Figure 3.11 – Impact de la fixation de liaison sur les cycles fonctionnels

Cette solution ne peut pas être la seule manière de gérer les hyperstatismes, en effet, le fait de garantir le non contact sur une liaison définie par le concepteur revient à modifier la liaison et donc les choix de conception même si ceux-ci sont justifiés. C'est pourquoi dans cette thèse une nouvelle solution a été introduite, il s'agit des interfaces.

#### *La définition d'une interface*

Les interfaces sont une solution alternative pour garantir la montabilité dans un cycle hyperstatique et compenser les écarts. Elles interviennent lorsque deux liaisons sont fixées simultanément et qu'elles ferment le cycle hyperstatique. L'ensemble de ces deux liaisons constitue ce que l'on appelle une interface. Une définition de ce concept est proposée dans la suite.



Dans cette partie il a été montré l'intérêt de déterminer les configurations de contact qui apparaissent pour un mécanisme afin de mieux maîtriser son comportement. Ces résultats concernant les contacts sont à intégrer à l'architecture avec défauts qui sera présentée dans la section suivante.

Si le concepteur à ce niveau de l'étude souhaite modifier un choix concernant la mise en position du mécanisme, cela a un impact uniquement sur les cycles hyperstatiques dans lesquels la liaison était influente. Cela montre une certaine robustesse de l'étude.

Ces observations ayant été décrites, il convient maintenant de fournir au concepteur des critères et des voies à suivre afin de choisir une bonne configuration des contacts pour son mécanisme. Il faudra pour cela utiliser les informations disponibles afin de proposer une méthode qui conduise à une solution unique.

## 4 L'architecture avec défauts

Comme cela a été dit précédemment, l'objectif de la méthode GeoSpecif est d'assister le concepteur durant son étude de la définition des spécifications géométriques des pièces. L'étape précédente a montré l'intérêt de réduire le nombre d'équations en diminuant le nombre de configurations de contact. Elle a aussi permis d'introduire brièvement la notion d'interface.

C'est ainsi qu'à partir d'une géométrie et d'une architecture nominales, une géométrie avec défauts a été simulée, et son influence sur l'architecture a été montrée dans les paragraphes précédents. Les modifications qui ont eu lieu sur l'architecture ont été caractérisées et se résument à deux nouvelles données que sont la séquence de mise en position et les interfaces. Ces nouvelles données sont alors regroupées sous le terme d'architecture avec défauts.

L'objectif est maintenant de montrer comment aider le concepteur à déterminer l'architecture avec défauts de son produit en prenant en compte les informations dont il dispose. C'est à dire de déterminer la séquence de mise en position ainsi que la mise en place des interfaces.

Les données qui permettent d'orienter les choix du concepteur viennent de trois sources :

- la séquence d'assemblage,
- la géométrie,

- les exigences géométriques.

## 4.1 Les paramètres influents sur l'architecture avec défauts

Durant cette partie, les influences réciproques de ces éléments sur l'architecture avec défauts vont être présentées. Cela permet de mettre en place des règles et des critères afin d'assister le concepteur.

### 4.1.1 La séquence d'assemblage

La première source d'information qui influe le choix de l'architecture avec défauts est la séquence d'assemblage. Marguet [Marguet (2001)] la définit comme l'«*Ordre chronologique de réalisation de l'ensemble des liaisons d'assemblage existantes entre les composants du produit*». Le paragraphe sur la séquence de mise en position a permis de montrer la différence qui existe entre les deux séquences.

Dans de nombreux domaines industriels comme le domaine aéronautique, la séquence d'assemblage des pièces et des sous-ensembles n'est pas forcément régie par les variations géométriques, mais par d'autres règles liées à la logistique (sous-traitance, production multi-sites,...). Cela signifie qu'il arrive des cas où même si la configuration de contact n'est pas la plus propice à un bon comportement du mécanisme vis à vis des variations géométriques, il se peut qu'une séquence d'assemblage force une certaine architecture avec défauts pour un sous-ensemble.

Il faut donc dans le cadre de l'étude proposée par ce travail, tenir compte de la séquence d'assemblage afin de définir l'architecture avec défauts du mécanisme et donc son comportement.

Par ailleurs, l'avantage de la réciprocity évoquée plus tôt est que la méthode d'assistance à la détermination de l'architecture avec défauts peut être critique vis à vis d'une certaine séquence d'assemblage, jusqu'à proposer de la modifier en s'opposant aux critères logistiques.

Ainsi, la séquence d'assemblage est un paramètre dont il faut tenir compte afin de garantir la validité de l'architecture avec défauts.

### 4.1.2 La géométrie

Dans certains cas de figures, la géométrie du mécanisme peut être motrice en terme de configuration de contacts.

Dans l'exemple (a) de la figure 3.12, la surface de contact du cylindre dans l'alésage est longue, c'est habituellement une raison pour considérer que le premier contact fixé sera ce contact cylindre-cylindre. Dans l'exemple de gauche de la figure 3.12, la surface de contact du cylindre dans l'alésage est courte, le contact fixé en premier est alors l'appui plan.

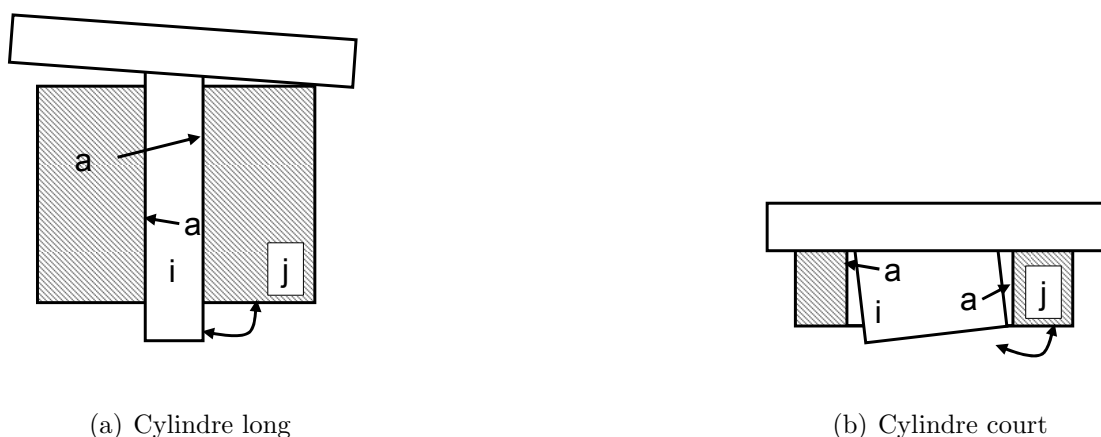


Figure 3.12 – Influence de la géométrie sur l'architecture de substitution

Certains travaux ont proposé des critères pour aider à la détection d'un cylindre court ou long. Par exemple, il est commun de dire que si la longueur du cylindre est supérieure au diamètre, le cylindre est prépondérant, si ce n'est pas le cas, alors le plan est prépondérant.

Pour le dernier critère impliquant le diamètre, son utilisation est impossible lorsque la géométrie est modélisée par le squelette du mécanisme.

D'autres règles peuvent être mises en place afin d'assister le concepteur dans la détermination de l'architecture avec défauts, elles n'ont pas fait l'objet d'une étude dans ce travail.

### 4.1.3 Les conditions géométriques

La définition précise des conditions géométriques est proposée dans le chapitre 4. Pour le moment, nous allons considérer qu'une exigence est une contrainte sur le mécanisme qui impose de limiter les variations entre deux pièces d'un mécanisme.

Il a été démontré précédemment que pour un mécanisme hyperstatique, selon la configuration choisie, la situation relative de la pièce peut être définie par plusieurs équations liants différents éléments et liaisons. Ces liens entre les pièces sont caractérisés par différents chemins sur le graphe. La notion de chemin a été définie dans le chapitre 2. L'idée de cette partie du travail de thèse est de trouver un critère pour juger si un chemin est meilleur qu'un autre.

Ce travail se déroule en plusieurs étapes :

1. Déterminer quel est le meilleur chemin pour faire passer une exigence,
2. Faire en sorte que l'exigence ne passe pas par un autre chemin.

#### 4.1.4 Le meilleur chemin

A chaque chemin correspond une équation qui implique certains éléments et liaisons. Afin de minimiser les variations sur un exigence, l'objectif est de déterminer quelle équation impliquera le moins de variations. A cette équation correspond un chemin pour lequel certains éléments et liaisons du mécanisme sont influents. Le choix de ce chemin implique la déclaration de certains contacts et par conséquent le choix d'une configuration de contacts.

Cependant, si l'étude d'une exigence amène à une certaine configuration de contacts, l'étude d'une autre exigence peut aboutir à un autre chemin qui ne serait pas compatible avec le premier.

Il faut alors que le concepteur choisisse quelle exigence est prioritaire. Ce travail s'appelle la hiérarchisation des caractéristiques et a fait l'objet de plusieurs travaux [Bréart (2006)] et d'une norme [XP E 04-009 (2003)].

Les critères qui permettent de hiérarchiser les exigences sont multiples, parmi eux, certains peuvent être extraits :

- la faisabilité :

Évaluation de l'aptitude à fabriquer un produit conforme à sa définition, en respectant les objectifs de coût, qualité et délais.

- la gravité :

Évaluation de l'effet ressenti par le client en cas de non-conformité.

- la criticité :

Évaluation correspondant à une classe de gravité et à un taux de non-conformité.

Cette classification a l'avantage de garantir que l'exigence la plus importante sera respectée et que les suivantes le seront tant qu'elles ne vont pas contre la première. Par contre, elle a l'inconvénient de nettement défavoriser celles qui n'orientent pas la configuration du mécanisme comme la première. En effet, afin de classer les exigences, il n'est possible d'utiliser qu'un critère, ce qui pose un problème lorsque deux exigences n'ont pas le même classement selon le critère. Si une exigence A est prioritaire avec le critère de la faisabilité mais passe derrière une exigence B avec le critère de la gravité, le choix n'est pas aisé et mènera à des sur-coûts de production. Un travail d'optimisation pourrait alors être mené afin d'améliorer la classification des exigences. Ce travail n'est pas abordé dans cette thèse.

Afin de montrer les critères de choix d'un chemin pour le passage d'une exigence, un graphe de  $n$  pièces contenant plusieurs cycles hyperstatiques va être décrit. Une exigence relie les pièces  $i$  et  $j$ . Il existe un nombre fini de chemins qui transmettent l'exigence entre les pièces  $i$  et  $j$ .

La première étape de la méthode consiste à suivre tous les chemins qui existent entre ces deux pièces. Il faut pour cela utiliser un algorithme de parcours de graphe. Deux types d'algorithmes existent en théorie des graphes afin de décider un parcours :

- l'algorithme de parcours en profondeur,
- l'algorithme de parcours en largeur.

L'algorithme de parcours en profondeur (ou DFS, pour Depth First Search) explore les chemins à fond un par un : pour chaque sommet, il prend le premier sommet voisin jusqu'à ce qu'un sommet n'ait plus de voisins (ou que tous ses voisins soient marqués), et revient alors au sommet père.

L'algorithme de parcours en largeur (ou BFS, pour Breadth First Search), à partir d'un sommet S, liste d'abord les voisins de S pour ensuite les explorer un par un. Ce mode de fonctionnement utilise donc une file FIFO (First In First Out) dans laquelle il prend le premier sommet et place en dernier ses voisins non encore explorés. Si le graphe est cyclique, il faudra en outre marquer les sommets déjà visités pour que l'algorithme puisse se terminer.

L'algorithme de parcours en largeur étant plus adapté aux graphes cycliques, c'est la méthode qui a été choisie pour ce travail. Le résultat de ce travail est une liste des chemins qui relient deux pièces liées par une exigence.

Une fois les cycles déterminés, l'étape suivante consiste à comparer les contributeurs

des surfaces et liaisons qui influent sur chacun des chemins issus de l'étape précédente.

La méthode d'assistance à la mise en place d'une architecture avec défauts à partir de l'analyse des exigences géométriques va maintenant être appliquée au mécanisme de la figure 3.13, sur lequel l'objectif est toujours le même, minimiser les variations de situation relative entre les pièce 1 et 2.

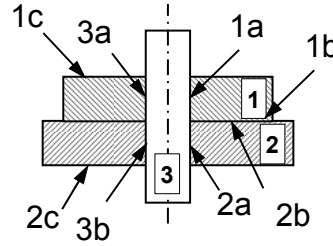


Figure 3.13 – Mécanisme exemple

Alors, deux chemins permettant de rallier les deux surfaces :

$$\begin{aligned} \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/3a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{3b/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \\ \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/2b}\} + \{T_{2b/2}\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

En considérant la première équation, la limitation des variations passe par la limitation des variations des torseurs  $\{T_{1a/3a}\}$  et  $\{T_{3b/2a}\}$ , ce qui peut être fait en les déclarant fixes. Par contre, en considérant la seconde équation, la meilleure solution est de déclarer  $\{T_{1b/2b}\}$  fixe. Les équations de compatibilité montrent que les deux solutions ne sont pas compatibles. Ainsi, selon le choix il est possible de se retrouver devant deux situations :

1.  $\{T_{1a/3a}\}$  et  $\{T_{3b/2}\}$  fixes,
2.  $\{T_{1b/2b}\}$  fixe.

Dans le cas du mécanisme étudié et en considérant que les éléments de situation sont confondus lorsque les liaisons sont fixées (les deux plans sont en contact, les cylindres sont montés serrés).

En extrayant une équation liée à une composante du torseur, les deux équations deviennent :

$$\begin{aligned} \alpha_{1/2} &= \alpha_{1/1a} + \alpha_{3a/3} + \alpha_{3/3b} + \alpha_{2a/2} \\ \alpha_{1/2} &= \alpha_{1/1b} + \alpha_{2b/2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La variation de chacune des composantes est due au procédé de fabrication. Aucune donnée n'a été définie à cette étape de la conception, il n'est donc pas encore possible de comparer les différentes capacités des procédés.. Ainsi, l'évaluation ne peut être effectuée qu'en considérant toutes les variations des composantes limitées dans le même intervalle  $[-c, c]$ . Cette hypothèse peut être problématique dans certains cas, pour ces cas, la méthode doit s'en remettre aux choix du concepteur. Cela donne pour l'équation 3.12 :

$$\begin{aligned} -4 \times c &\leq \alpha_{1/2} \leq 4 \times c \\ -2 \times c &\leq \alpha_{1/2} \leq 2 \times c \end{aligned} \tag{3.13}$$

Les variations sont plus faibles en utilisant la seconde solution, si le concepteur accepte ce choix, cette étape aura contribué à la mise en place de la séquence de mise en position et donc de l'architecture avec défauts.

Une amélioration de la méthode est possible ici en intégrant des critères afin de déterminer si les variations liées à certains processus seront plus importantes que d'autres afin de pondérer les intervalles de variations de chacune des composantes.

En conclusion, dans beaucoup de cas la méthode permet de conclure et assiste le concepteur, cependant, il existe certains cas particuliers pour lesquels les hypothèses posées par la méthode sont trop fortes et par conséquent pour lesquels la solution proposée par la méthode peut être contestée. En revanche, l'intégration de capacités sur les processus de fabrication permettra, de manière plus robuste, de fournir un résultat au concepteur. Cette étape permet de construire l'architecture avec défauts du mécanisme en testant les exigences hiérarchisées les unes après les autres.

## 4.2 La construction de l'architecture avec défauts

L'étape précédente a proposé des solutions pour choisir le chemin qui lie toutes les surfaces et toutes les liaisons influentes sur une exigence. Une fois ce chemin choisi, comme cela a été dit au début, il faut déclarer les contacts qui feront que l'exigence passe par ce chemin. En considérant les cycles hyperstatiques, une fois qu'un certain nombre de contacts auront été déclarés, ceux qui restent devront être automatiquement déduits des équations de compatibilité. Deux cas existent à ce moment là :

- il reste une seule liaison non déclarée,

Dans ce cas, cette liaison doit être modifiée, les composantes de cette liaison influentes dans les équations de compatibilité doivent être transformées, du point de vue de la simulation, en grand déplacements. En réalité, la liaison est conservée, ce qui signifie qu'il faut s'assurer qu'aucun contact n'existe entre les deux surfaces.

- il reste deux liaisons non déclarées.

Dans ce cas, la méthode GeoSpecif a mis en place un nouveau concept qui a été introduit précédemment, « l'interface », elle permet de considérer les deux liaisons simultanément, l'interface sera à la fois influente dans les exigences et sera utilisée pour compenser les écarts et garantir la montabilité.

Ces deux situations vont être décrites plus précisément dans la suite.

#### 4.2.1 La liaison simple

Si une seule liaison n'est pas déclarée durant la séquence de mise en position, alors, cela impose que ce soit elle qui compense les écarts des surfaces et qui garantisse ainsi les équations de compatibilité. Par conséquent, afin de garantir que, quelles que soient les valeurs des variations géométriques des éléments inclus dans le cycle hyperstatique, les équations de compatibilité sont toujours vérifiées, il faut garantir qu'elle ne transmet aucun petit déplacement.

La première conséquence revient, pour la simulation, à transformer les composantes de cette liaison influentes dans les équations concernées, en grands déplacements. Ainsi, le cycle hyperstatique est supprimé, ce qui facilite la résolution de la spécification pour les conditions géométriques. La résolution devient possible en utilisant les méthodes et les outils classiques (Anatole<sup>®</sup>, Mécamaster<sup>®</sup>).

La seconde conséquence exige qu'aucun contact n'existe sur la liaison réelle. Deux solutions peuvent être appliquées. La première consiste en la mise en place d'une nouvelle conception des pièces de la liaison afin que le contact ne soit pas possible (trou oblong,...). La seconde solution consiste à mettre en place une spécification qui garantie qu'aucun contact n'aura lieu sur la liaison, il s'agit d'une condition de non-contact entre les surfaces de la liaison.



### 4.2.2 L'interface

Le second cas de figure intervient lorsque deux liaisons d'un cycle ne sont pas déclarées. Dans ce cas, la modélisation passe par la mise en place d'une interface. Il peut y avoir plus de liaisons simultanées en considérant plusieurs cycles, cependant, pour un seul cycle hyperstatique au maximum deux liaisons peuvent être assemblées en simultané. La démonstration de ce principe vient du découpage du cycle.

Un cycle hyperstatique correspond à un certain assemblage de plusieurs pièces. Chaque étape de la séquence de mise en position permet de déclarer le contact entre deux pièces du cycle. Lorsqu'il ne reste qu'une seule liaison, son type de contact est déduit, c'est le cas des liaisons simples. Lorsqu'il reste deux liaisons, étant donné que la déclaration d'un des contacts impose la déduction du second, il est possible de considérer les deux simultanément, c'est le principe des interfaces. Dans le cas où plus de deux liaisons ne seraient pas déclarées, la déclaration d'une d'entre elle ne contraint pas les autres, c'est pour cela qu'elles ne peuvent être traitées en simultanée et que par conséquent seul les deux cas (la liaison simple et l'interface) doivent être traités.

Par contre, il est possible qu'une interface existe entre plus de deux liaisons lorsque plus d'un cycle hyperstatique est en jeu. Par exemple, dans le cas du graphe de la figure 3.14, soit le cycle entre les pièces 1, 3 et 4 hyperstatique, la construction de l'architecture avec défauts a conduit à la mise en place d'une interface sur les liaisons 1/4 et 1/3. De même, soit le cycle entre les pièces 1, 2 et 3 hyperstatique, la construction de l'architecture avec défauts a conduit à la mise en place d'une interface sur les liaisons 1/2 et 1/3. La présence de la liaison 1/3 dans les deux interfaces impose la génération d'une interface à partir des trois liaisons 1/2 et 1/3 et 1/4.

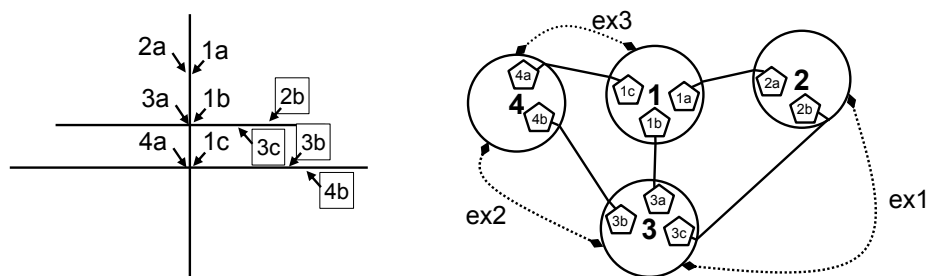


Figure 3.14 – Mécanisme et graphe multi-cycles

La nécessité d'exprimer cette simultanée est validée par l'utilisation d'une interface

dont la génération est décrite dans la prochaine section.

Cette étape a montré comment construire au fur et à mesure l'architecture avec défauts. La méthode consiste, pour chaque cycle hyperstatique à déclarer les contacts les uns après les autres en utilisant les méthodes décrites précédemment et qui se base sur trois sources de données (la séquence d'assemblage, la géométrie et les conditions géométriques). Le respect des équations de compatibilité impose que certains contacts soient déduits des équations. Deux cas de figures existent alors, il reste une liaison qui doit être modifiée (liaison simple), il reste deux liaisons qui doivent être traitées simultanément du point de vue de la séquence de mise en position (interface). Ce dernier et nouveau concept qui a été développé durant cette thèse est complexe car une interface doit permettre le respect des équations de compatibilité tout en garantissant le respect des conditions géométriques pour lesquelles elle est influente. C'est pourquoi la suite va s'attacher à préciser sa construction ainsi que son comportement.

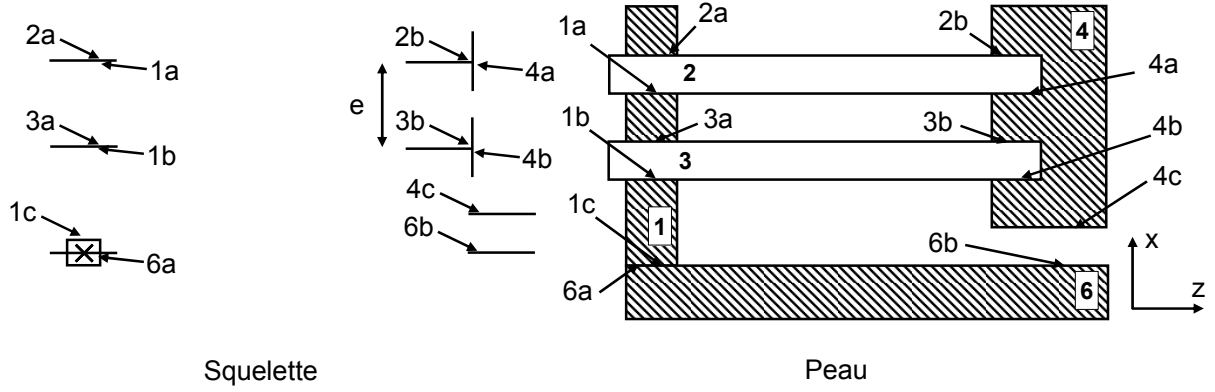
### **4.3 La gestion des interfaces**

Dans un premier temps, la construction des interfaces à partir des liaisons qui la composent va être présentée. Ensuite, l'influence des interfaces sur les équations liées à la montabilité puis sur les conditions géométriques sera présentée.

#### **4.3.1 La construction des interfaces**

Le concept d'interface a été introduit dans le chapitre précédent. Comme cela a été dit plus tôt, il intervient lorsque des liaisons doivent gérées simultanément du point de vue de la séquence de mise en position. C'est un élément géométrique construit à partir de plusieurs éléments géométriques qui peuvent être issus de pièces différentes. L'interface est la collection de ces éléments géométriques en situation relative nominale. La classe d'invariance de cette collection d'éléments géométriques permet de définir des éléments de situation pour l'interface. Le nom de l'interface correspond au nom de tous les éléments géométriques, qui la compose, accolés.

Pour montrer comme se construit une interface, nous allons utiliser l'exemple de la liaison glissière introduite par Ballu, qui est utilisé comme exemple dans le domaine du tolérancement en France et qui fera l'objet d'une étude complète dans le chapitre 5. Elle est présentée à la figure [3.15](#).


 Figure 3.15 – Exemple de la liaison glissière [Ballu *et al.* (2008)]

Ce mécanisme présente un cycle hyperstatique représenté par la relation de Chasles suivante :

$$\begin{aligned} \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/4a}\} + \{T_{4a/4}\} + \{T_{4/4b}\} \\ \{T_{4b/3b}\} + \{T_{3b/3}\} + \{T_{3/3a}\} + \{T_{3a/1b}\} + \{T_{1b/1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

De plus, une condition géométrique imposée sur le mécanisme va nécessiter la gestion des variations entre les pièces 1 et 4. Cette relation peut s'écrire de deux manières :

$$\begin{aligned} \{T_{1/4}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/4a}\} + \{T_{4a/4}\} \\ \{T_{1/4}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/3a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{3b/4b}\} + \{T_{4b/4}\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Afin de permettre la simulation du mécanisme, et sans détailler le processus d'assistance à la construction de l'architecture avec défauts, les interfaces sont générées au niveau des liaisons entre les éléments 1a et 2a et 1b et 3a. Deux interfaces sont générées, elles correspondent à deux cylindres parallèles distants de  $e$ , elles s'appellent 1a1b et 2a3a. La classe d'invariance de l'interface peut être déduite de l'égalité des torseurs d'écart de chacune des surfaces élémentaires.

$$\begin{aligned} \{T_{1a1b/2a3a}\} &= \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1a1b/2a3a} & u_{1a1b/2a3a, O_2} \\ \beta_{1a1b/2a3a} & v_{1a1b/2a3a, O_2} - e \times \Gamma_{1a1b/2a3a} \\ \Gamma_{1a1b/2a3a} & W_{1a1b/2a3a, O_2} + e \times \beta_{1a1b/2a3a} \end{array} \right\}_{O_1} \\ \{T'_{1a1b/2a3a}\} &= \left\{ \begin{array}{cc} \alpha'_{1a1b/2a3a} & u'_{1a1b/2a3a, O_1} \\ \beta'_{1a1b/2a3a} & v'_{1a1b/2a3a, O_1} \\ \Gamma'_{1a1b/2a3a} & W'_{1a1b/2a3a, O_1} \end{array} \right\}_{O_1} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Ce qui permet d'écrire l'équation suivante :

$$\begin{aligned} v_{1a1b/2a3a, O_2} - e \times \Gamma_{1a1b/2a3a} &= v_{1a1b/2a3a, O_1} \\ \Gamma_{1a1b/2a3a} = \gamma_{1a1b/2a3a} &= \frac{v_{1a1b/2a3a, O_2} - v_{1a1b/2a3a, O_1}}{e} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Le grand déplacement  $\Gamma_{1a1b/2a3a}$  devient un petit déplacement  $\gamma_{1a1b/2a3a}$ . Le torseur  $\{T_{1a1b/1a1b}\}$  a donc la forme suivante :

$$\{T_{1a1b/2a3a}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{1a1b/2a3a} & u_{1a1b/2a3a, O_1} \\ \beta_{1a1b/2a3a} & v_{1a1b/2a3a, O_1} \\ \gamma_{1a1b/2a3a} & W_{1a1b/2a3a, O_1} \end{array} \right\}_{O_1} \quad (3.18)$$

Sa classe d'invariance est donc une prismatique. Les éléments de situation doivent correspondre, par exemple, une droite dans la direction du grand déplacement et un plan passant par la droite peuvent convenir.

Comme cela a été dit précédemment, la génération de l'interface a des conséquences sur la montabilité et les cycles fonctionnels.

### 4.3.2 L'influence de l'interface sur la montabilité

Afin de déterminer l'influence de l'interface sur la montabilité, il suffit d'introduire l'interface dans les équations de compatibilité du mécanisme. L'équation 3.14 devient alors :

$$\begin{aligned} \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/1a1b}\} + \{T_{1a1b/2a3a}\} + \{T_{2a3a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} \\ + \{T_{2b/4a}\} + \{T_{4a/4}\} + \{T_{4/4b}\} + \{T_{4b/3b}\} + \{T_{3b/3}\} + \{T_{3b/3}\} \\ + \{T_{3/3a}\} + \{T_{3a/2a3a}\} + \{T_{2a3a/1a1b}\} + \{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ce qui revient à :

$$\begin{aligned} \{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} + \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/1a1b}\} &= \{0\} \\ \{T_{2a3a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/4a}\} + \{T_{4a/4}\} + \{T_{4/4b}\} \\ \{T_{4b/3b}\} + \{T_{3b/3}\} + \{T_{3/3a}\} + \{T_{3a/2a3a}\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ainsi, le problème de la montabilité est coupé en deux systèmes d'équations. Cela permet de simplifier sa résolution en cantonnant la simulation à des périmètres de taille plus petite, comprenant donc moins de variables. Comme cela a été démontré précédemment,

afin de garantir le comportement des liaisons qui ne font pas partie de l'interface, les liaisons liées à l'interface doivent compenser les variations des liaisons du cycle, comme le montre le calcul suivant :

$$\{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1a/1a1b}\} = -\{T_{1b/1}\} - \{T_{1/1a}\} \quad (3.21)$$

Donc, les composantes des torseurs  $\{T_{1a1b/1b}\}$  et  $\{T_{1a/1a1b}\}$  sont utilisées pour gérer les équations de comportement pour le premier sous-ensemble et les composantes des torseurs  $\{T_{2a3a/2a}\}$  et  $\{T_{3a/2a3a}\}$  sont utilisées pour l'autre.

Ainsi, la mise en équation du problème de montabilité est complètement modifiée. Elle est simplifiée par le découpage qui génère des systèmes d'équations qui contiennent moins de variables. La résolution de ce problème est proposée dans le chapitre spécification.

### 4.3.3 L'influence des interfaces sur les conditions géométriques

L'influence de l'utilisation des interfaces sur la simulation des conditions géométriques doit être présentée. Pour cela, les équations 3.22, qui décrivent la situation relative des pièces 1 et 4 vont être étudiées.

$$\begin{aligned} \{T_{1/4}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/4a}\} + \{T_{4a/4}\} \\ \{T_{1/4}\} &= \{T_{1/1b}\} + \{T_{1b/3a}\} + \{T_{3a/3}\} + \{T_{3/3b}\} + \{T_{3b/4b}\} + \{T_{4b/4}\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

La mise en équation de ce système revient à un système de deux équations à une inconnue, le mécanisme est hyperstatique.

La mise en équation du problème, en utilisant les interfaces, va faciliter sa résolution. A chaque sous-ensemble généré par l'interface une base est associée 1(1a1b) et 4(2a3a). La mise en équation propose de définir le torseur d'écart de l'interface par rapport à la base de son sous-ensemble. Ainsi, les torseurs  $\{T_{1a1b/1}\}$  et  $\{T_{2a3a/4}\}$  sont définis.

La mise en place de ce torseur d'écart lié à l'interface permet la simplification des équations 3.15 :

$$\{T_{1/4}\} = \{T_{1/1a1b}\} + \{T_{1a1b/2a3a}\} + \{T_{2a3a/4}\} \quad (3.23)$$

Cette mise en équation permet de résoudre le système comme si le mécanisme était isostatique. Le travail restant consiste à décomposer en deux étapes qui seront décrites dans le chapitre spécification :

1. limitation des variations des composantes d'écart de l'interface,

2. répartition des limites de ces variations sur les pièces liées à l'interface.

Comme l'a montré cette partie, la construction d'interfaces, dans les mécanismes hyperstatiques comportant un seul cycle hyperstatique, permet une mise en équation plus simple à résoudre, le nombre de variables par système d'équations à gérer diminuant. L'objectif du paragraphe suivant est de montrer comment la mise en équation se déroule lorsque le mécanisme est constitué de plusieurs cycles hyperstatiques. La représentation de ce genre de mécanisme étant complexe, une première partie va définir la représentation de l'architecture avec défauts sur les graphes.

## 4.4 La représentation de l'architecture avec défauts

Les résultats précédents concernant la construction de l'architecture avec défauts nécessitent, en effet, d'être représentés sur un graphe (outil de description de l'architecture). La représentation de deux informations générées durant la construction de l'architecture avec défauts doit être définie :

- la séquence de mise en position,
- la mise en place des interfaces.

### 4.4.1 La représentation de la séquence de mise en position

Afin de représenter les liaisons qui ont été fixées le choix de la représentation s'est porté vers l'orientation des graphes. Marguet [Marguet (2001)] a utilisé cette représentation dans sa thèse afin de décrire la séquence d'assemblage.

Ainsi, la représentation est très simple. Lorsqu'un contact est déclaré, l'arête correspondante est orientée. Le sens de l'orientation de la flèche de la pièce  $i$  vers la pièce  $j$ , signifie  $i$  positionne  $j$ .

Comme cela a été dit précédemment, il existe dans tout cycle hyperstatique une base (pièce non positionnée par les autres pièces du cycle). Le demi-degré intérieur de la base sur le cycle est nul (dans le cas contraire, une boucle apparaît sur le cycle, ce qui n'est pas permis). L'objectif de l'orientation des graphes est de permettre de retrouver rapidement le chemin utilisé pour relier deux pièces afin de déterminer leur situation relative, comme le montre l'exemple de la figure 3.16, pour laquelle la situation relative des pièces 2 et 3 est exprimée en étudiant le chemin  $\{2, 1, 3\}$ .

Si l'orientation est aisée en ce qui concerne les voisins de la base (l'arc est orienté

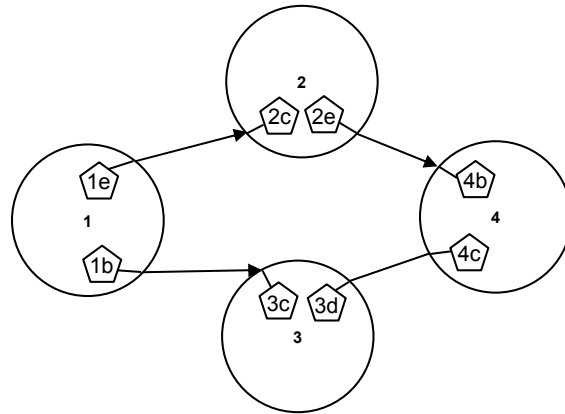


Figure 3.16 – Graphe orienté

de la base vers le voisin), l'orientation peut être problématique pour les autres liaisons. En effet, lorsque l'orientation du graphe n'est pas complète, l'orientation de liaisons qui ont été déclarées ne peut être définie. Sur le premier graphe de la figure 3.17, la liaison entre 2 et 4 a été déclarée, cela signifie que la situation relative des pièces 2 et 4 passe par la liaison entre 2 et 4 et non pas par le reste du cycle. En revanche, il n'est pas possible de dire quelle pièce des deux sera reliée à la base, et donc si 2 positionnera 4 ou l'inverse. Il faut attendre l'une des déclarations proposées sur les deux graphes suivants afin de déterminer quelle sera la pièce positionnée par l'autre. En attendant, une liaison déclarée mais dont l'orientation est inconnue est modélisée par un arête orientée dont les deux extrémités sont des flèches.

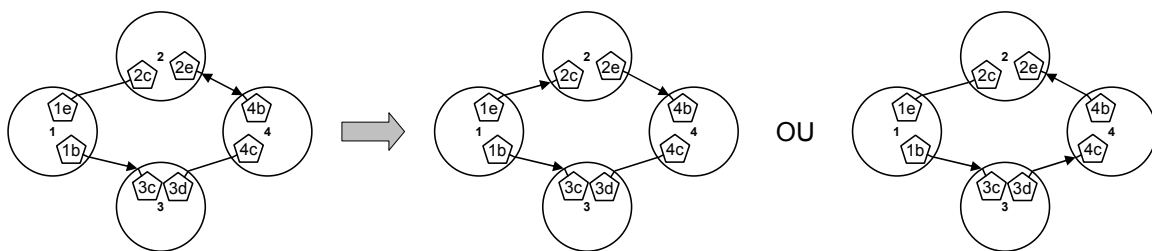


Figure 3.17 – Orientation du graphe indéfinie

#### 4.4.2 La représentation des interfaces

Les interfaces sont des éléments géométriques (surfaces ou éléments de situation), ce ne sont pas des pièces, la représentation par un cercle ne peut être utilisée. Dans le cadre du GRT, André Clément a proposé l'utilisation de pentagone afin de représenter des

repères, des EGRM (Eléments Géométriques de Référence Minimum) ou des éléments de situation associés aux composants et aux surfaces. Ces éléments sont appelés éléments de repérage. Les éléments étant de nature similaire, cette représentation a donc été choisie afin de représenter les interfaces. Ainsi, une interface est représentée par un pentagone, elle est reliée à sa base par une arête continue, et aux éléments dont elle dépend par des arêtes en pointillés. Cette description est visible sur la figure 3.18.

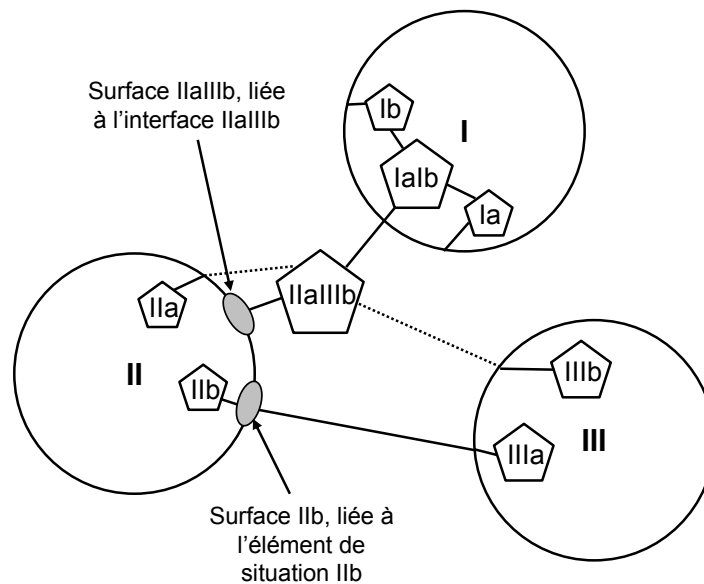


Figure 3.18 – Représentation d'interfaces sur un graphe

Lorsque la peau est définie, celle-ci est représentée par une ellipse à l'intersection de la pièce et de l'élément de situation. De même, pour la représentation des interfaces, une ellipse est définie à l'intersection de l'interface et de sa base.

#### 4.4.3 La simplification des graphes

Le principe de la simplification des graphes a déjà été proposé par certains travaux de Giordano [Giordano *et al.* (2009)]. Il a développé un modèle de représentation des graphes pour lequel un cercle, dont le contour est gras, représente une pièce et un cercle, dont le contour est fin, représente une surface. Il a de plus défini une méthode, afin de limiter les variations géométriques, à base de domaines qui limitent les variations des composantes des torseurs d'écart (défaut « D ») et de lien (jeu « J »). Grâce à cette modélisation, il a mis en place une méthode de simplification des graphes par deux voies :

- la simplification sérielle,



– la simplification parallèle.

La simplification sérielle montre qu'un ensemble de pièces en liaison série peut être modélisée par un lien global entre les deux pièces extrêmes. Le lien, au pire des cas, correspond à la somme de Minkowski des domaines d'écart et de lien des pièces et des liaisons intermédiaires. Cette simplification est présentée à la figure 3.19.

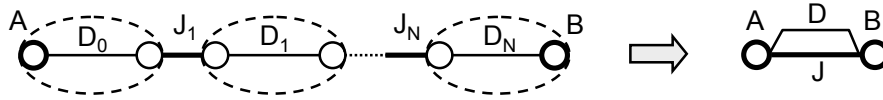


Figure 3.19 – Simplification sérielle [Giordano *et al.* (2009)]

La simplification parallèle montre qu'un ensemble de liaisons parallèles entre deux pièces peut être modélisé par une liaison globale. Pour le pire des cas, l'assemblabilité doit alors être vérifiée par la simulation. Cette simplification est disponible à la figure 3.20.

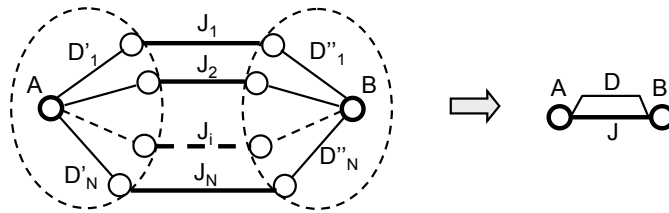


Figure 3.20 – Simplification parallèle [Giordano *et al.* (2009)]

Les limites de cette simplification font que certains graphes complexes ne peuvent pas être simplifiés et par conséquent, l'étude des mécanismes correspondants n'est pas possible. Giordano propose un graphe qui ne peut pas être simplifié par sa méthode, figure 3.21.

Une simplification possible de ce graphe par la méthode des interfaces est disponible à la figure 3.22, cette simplification ne correspond qu'à une seule architecture avec défauts, les étapes de construction ne sont pas détaillées ici.

Pour aller plus loin dans la simplification des graphes, la mise en place d'interfaces successives pour simplifier les graphes va être appliquée sur un exemple, visible à la figure 3.23.

La méthode de parcours du graphe nous permet de détecter trois cycles sur ce mécanisme :

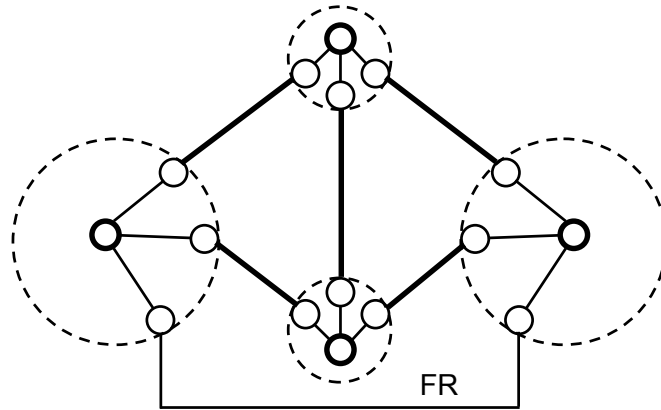


Figure 3.21 – Graphe non réductible par Giordano [Giordano *et al.* (2009)]

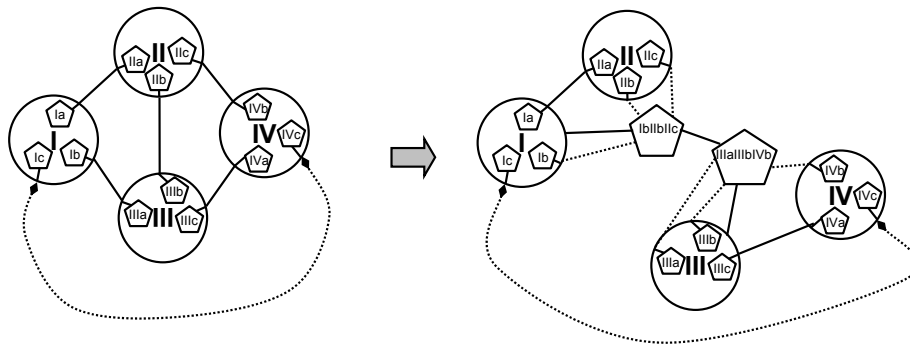


Figure 3.22 – Graphe de la figure 3.21 simplifié par la méthode des interfaces

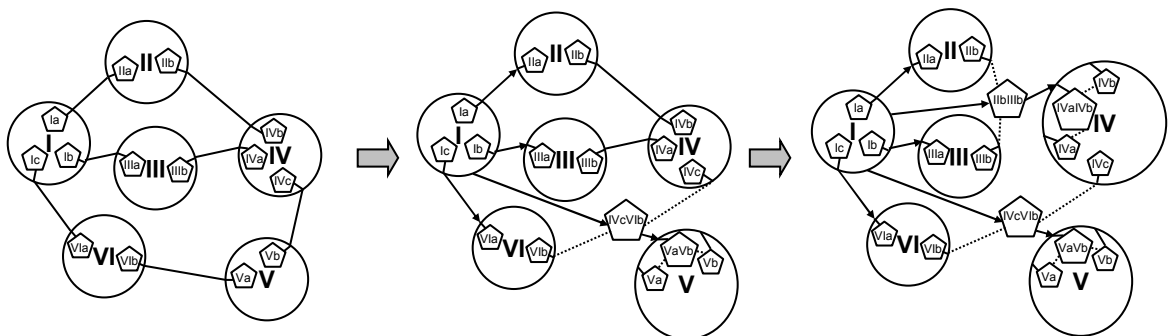


Figure 3.23 – Interfaces successives

- Cycle 1 : I-II-IV-III-I,
- Cycle 2 : I-III-IV-V-VI-I,
- Cycle 3 : I-II-IV-V-VI-I.

Une première simulation, qui ne sera pas détaillée ici, a permis de déclarer les liaisons  $\{I/II\}$ ,  $\{I/III\}$  et  $\{I/VI\}$ . Le premier graphe de la figure 3.23 a ainsi pu être établi.

Par conséquent, sur chacun des cycles, les liaisons pouvant être déduites ont changé :

- $\{II/IV\}$  et  $\{III/IV\}$  pour le cycle 1,
- $\{III/IV\}$ ,  $\{IV/V\}$  et  $\{V/VI\}$  pour le cycle 2,
- $\{II/IV\}$ ,  $\{IV/V\}$  et  $\{V/VI\}$  pour le cycle 3.

Dans le premier cycle, il reste deux liaisons, soit le concepteur décide de mettre en place une interface, soit il choisit de modifier une des deux liaisons. Il choisit la solution de l'interface  $\{IIbIIIb/IVaIVb\}$ . Cette nouvelle modélisation correspond au troisième graphe de la figure 3.23. Il ne reste qu'un seul cycle hyperstatique et ses liaisons pouvant être déduites sont les suivantes :

- $\{IV/V\}$  et  $\{V/VI\}$  pour le cycle 2.

Le concepteur choisit de mettre en place une interface  $\{IVcVIb/IVaVb\}$ , le troisième graphe est ainsi défini. La mise en équation du mécanisme est ainsi simplifiée.

Ainsi, grâce au concept des interfaces en série, toutes les architectures de mécanismes peuvent être traitées. Cela montre la généralité de la méthode GeoSpecif. En effet, la création d'interfaces est répétable à l'infini, donc tous les graphes hyperstatiques peuvent être mis en équations grâce aux interfaces. La dernière étape de la définition de l'architecture avec défauts consiste en sa représentation.

## 5 Synthèse

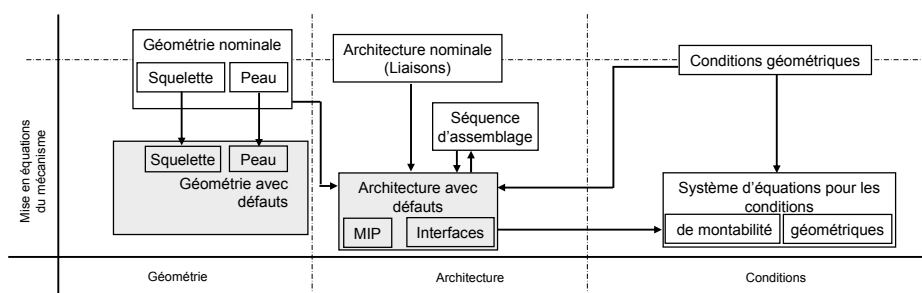


Figure 3.24 – Organisation de la Gestion des Variations Géométriques

La problématique globale de ce chapitre était la mise en équations du comportement d'un mécanisme avec défauts. Le point de départ était une géométrie ainsi qu'une architecture nominales issues de l'analyse fonctionnelle technique. Cette géométrie pouvait être décrite à l'aide d'un squelette ou bien en intégrant les surfaces fonctionnelles pour représenter la peau.

La première étape a consisté à introduire des défauts sur cette géométrie. Les surfaces avec défauts ont permis d'intégrer les variations des caractéristiques intrinsèques, d'orientation et de position sur la peau du mécanisme. Il a ensuite fallu définir le concept de squelette avec défauts afin de montrer qu'il pouvait intégrer les défauts d'orientation et de position.

Une seconde étape a consisté à étudier les assemblages de pièces mécaniques afin de constater l'impact des défauts de la géométrie sur le comportement des mécanismes. Cela a permis de mettre en évidence la nécessité d'étudier les contacts et de les relier aux torseurs de lien, nécessaires à la simulation. Des difficultés sont apparues lors de la résolution de problèmes hyperstatiques à cause de l'apparition de configurations de contacts qui mènent à une spécification trop coûteuse. Ce problème a été résolu en effectuant des choix de contacts afin de réduire le nombre de configurations possibles. Ces choix qui permettent de déterminer la mise en position des pièces ont été guidés par plusieurs ressources : l'étude de la séquence d'assemblage, l'étude de la géométrie des surfaces de la liaison et l'étude des conditions géométriques. Cette notion de mise en position a permis de réduire les problèmes liés à l'hyperstatisme à deux cas de figure : les liaisons sans-contact et les liaisons interface. L'impact de ces deux situations sur les conditions géométriques ainsi que sur les conditions de montabilité du mécanisme ont été étudiés, ce qui a permis de valider la mise en équation. En effet, elle permet de cantonner les problèmes de montabilité à des sous-ensembles du mécanisme, réduisant ainsi le nombre de variables. De plus, elle garantit que le comportement relatif de deux pièces du mécanisme est régi par un système d'équations comme si le mécanisme était isostatique. Toutes ces évolutions concernant les contacts et les liaisons sont regroupées sous le concept d'architecture avec défauts.

Une dernière partie de ce chapitre a consisté en la proposition de moyens de représentation de cette architecture avec défauts sur les graphes d'assemblage par l'orientation des arêtes. Le prochain chapitre va utiliser ces résultats afin de générer une spécification géométrique des pièces, issue des conditions géométriques et de montabilité qui régissent le mécanisme.



# Chapitre

# 4

## La spécification géométrique des pièces

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>130</b>
<b>2</b>	<b>La mise en place de la spécification</b>	<b>130</b>
2.1	Les éléments géométriques pour la spécification	131
2.2	Les caractéristiques pour la spécification	141
<b>3</b>	<b>Les conditions fonctionnelles</b>	<b>153</b>
3.1	Les conditions géométriques	154
3.2	Les conditions de montabilité	159
<b>4</b>	<b>L'exploitation des résultats</b>	<b>168</b>
4.1	Le passage à GeoSpelling	168
4.2	Le passage à l'ISO	169
<b>5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>172</b>

---

## 1 Introduction

L'objectif du chapitre précédent a été de proposer une mise en équation du mécanisme en intégrant une partie des défauts via une géométrie avec défauts. Ensuite, il a permis de favoriser la résolution du système d'équations lié à la gestion de ces variations géométriques en utilisant une architecture avec défauts.

L'architecture avec défauts permet de simplifier la mise en équation en simulant le petit déplacement entre deux pièces à l'aide d'un système d'équations comme si le mécanisme était isostatique (le système d'équations a une solution). En contrepartie, l'architecture avec défauts génère de nouvelles exigences de non-contact sur certaines liaisons et propose la génération d'interfaces qui permettent de contenir, dans des petits périmètres d'étude, les problèmes liés à la montabilité.

L'objectif de ce nouveau chapitre est de proposer une spécification des pièces du mécanisme afin de garantir sa validité du point de vue des conditions géométriques et de montabilité.

Le premier objectif de cette partie est de montrer que le modèle pour la simulation est compatible avec une spécification géométrique des pièces. Durant cette étude les étapes du processus de mise en place de la spécification seront présentées et mettront en avant les incertitudes qui peuvent apparaître. Des solutions pour limiter l'impact de ces incertitudes seront proposées.

Ensuite, une seconde partie de ce chapitre montrera comment la méthode de spécification s'applique sur les formats de conditions (géométriques et de montabilité) les plus classiques. L'objectif est de montrer la genericité de la méthode GeoSpecif pour la résolution des cas usuels.

Enfin, une dernière partie proposera de faire le lien entre les spécifications générées par la méthode et les langages usuels de spécification. L'objectif étant de proposer une solution de spécification adaptée pour toutes les applications.

## 2 La mise en place de la spécification

La première étape de ce chapitre consiste à montrer quels sont les types de spécifications qui pourront être générés par la méthode GeoSpecif. En effet, le modèle de description de la géométrie (éléments idéaux,...) comme le modèle de simulation (torseur

des petits déplacements,...) ont un impact sur ce résultat.

La définition d'une spécification qui a été présentée dans le chapitre 1, issue du langage GeoSpelling [Mathieu et Ballu (2003)] et qui sert de base à ces travaux stipule qu'une « spécification est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques identifiés par des opérations à partir du skin model ». Un point fort de cette définition vient du fait que la spécification s'appuie sur le réel ce qui permet de diminuer les incertitudes de spécification par rapport aux autres langages. D'un autre côté, un des aspects de cette thèse est de proposer une spécification des mécanismes au plus tôt dans la phase de conception. Le skin model est une représentation du réel qu'il est impossible d'avoir aux étapes de la conception où la spécification est appliquée. Ainsi, une seconde définition d'une spécification pour la simulation est proposée à partir de la définition originelle : « une spécification pour la simulation est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques idéaux simulés ». Par la suite, l'objectif consiste à montrer que si un mécanisme simulé qui respecte cette spécification pour la simulation satisfait le besoin du client, alors, le mécanisme réel répondant aux spécifications sur le réel satisfera aussi le besoin du client.

Ainsi, la mise en place de la spécification sera découpée en trois étapes correspondant aux mots clefs de la définition :

1. Les éléments géométriques

- Quels ont les éléments géométriques liés à la simulation ?
- Comment ces éléments sont-ils reliés au réel du mécanisme pour la spécification ?
- Quelles sont les incertitudes liées à leur mise en place ?

2. Les caractéristiques

- Quelles caractéristiques portent sur les éléments géométriques précédents ?
- Quelles sont les possibilités du torseur de petits déplacements ?

3. Les conditions

- Quelles conditions peuvent être mises en place sur un mécanisme ?

## 2.1 Les éléments géométriques pour la spécification

Les éléments géométriques utilisés dans le chapitre 3 sont construits à partir du nominal en y ajoutant des défauts (orientation, position et dimension). Dans une première partie, ce paragraphe va consister à montrer quels types d'éléments peuvent être extraits



du nominal et comment est construite la géométrie de situation qui permet de simuler leur déplacement relatif. Ensuite, dans une seconde partie, le passage du « skin model », image du réel, à la géométrie de substitution, proposée par Wirtz [Wirtz (1991)], va être montré. Une comparaison des deux représentations (géométrie avec défauts et géométrie de substitution) permettra de conclure quant à la validité de ce modèle pour la spécification.

### 2.1.1 Les éléments géométriques pour la simulation

Les éléments géométriques pour la simulation sont issus des éléments nominaux. Ce sont des éléments idéaux qui peuvent être limités, par exemple lorsque le modèle nominal est représenté sur un modèle C.A.O., mais qui peuvent tout aussi bien ne pas l'être lorsque par exemple la géométrie est constituée des éléments de situation des liaisons. Certaines opérations définies par le langage GeoSpelling sont définies pour manipuler des éléments autres que les éléments idéaux. C'est pourquoi dans cette partie, seules quatre d'entre elles vont nous intéresser, les opérations de :

- partition,
- extraction,
- collection,
- construction.

De plus, l'outil mathématique utilisé pour la simulation (le torseur de petits déplacements) ne permet des liens qu'entre des éléments de situation illimités (point, droite et plan). Cela signifie que des moyens de transformation pour simuler le comportement de toute la géométrie avec défauts à partir de ces éléments doivent être mis en place.

#### 2.1.1.1 Construction

L'opération de construction identifie un ou plusieurs éléments idéaux à partir d'éléments idéaux. Elle est parfaitement définie mathématiquement et de manière univoque. Elle n'est donc pas à l'origine de l'apparition d'incertitudes.

Elle est utilisée pour construire la géométrie avec défauts à partir du modèle nominal à l'aide des opérations mathématiques liées au torseur des petits déplacements. Elle sert aussi à bâtir les éléments de situation à partir des surfaces.

### 2.1.1.2 Collection

L'opération de collection identifie un élément formé à partir d'un groupe d'éléments. Elle est parfaitement définie mathématiquement de manière univoque, elle ne génère par conséquent aucune incertitude.

### 2.1.1.3 Partition

La partition d'un élément intégral sur des éléments idéaux est univoque. Par contre, la partition d'un élément limité à partir de la géométrie idéale doit être définie de manière claire. Elle est utilisée lorsque seule une partie de la surface doit être spécifiée. En effet, il est des cas de figures où l'intégralité de la surface n'est pas influente dans une condition. Par exemple, lorsque deux surfaces sont en vis à vis, seules les parties de surfaces situées à l'intersection des deux surfaces sont influentes sur le comportement du mécanisme, elles seules doivent être simulées.

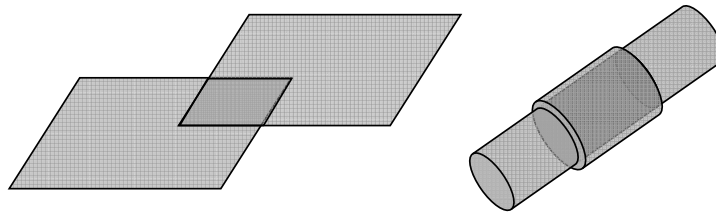


Figure 4.1 – Intersection de surfaces

Il faut alors limiter l'étendue de l'élément simulé. Dans ce cas, la définition de la zone à limiter doit être établie de manière univoque. La figure 4.2 décrit un exemple de mise en place d'une zone limitée. Cette identification fait intervenir des opérations (association et construction) définies dans le chapitre 1.

La partition de l'élément limité, présenté à la figure 4.2 est décrite par les opérations suivantes :

- *partition* de la surface  $S1$ ,
- *construction* du plan  $PL1$  parallèle à  $S1$  et distant de  $L1$ ,
- *construction* du plan  $PL2$  parallèle à  $S1$  et distant de  $L1 + L2$ ,
- la surface  $S2$  est la partie de la surface  $S1$  incluse entre les plans  $PL1$  et  $PL2$ .

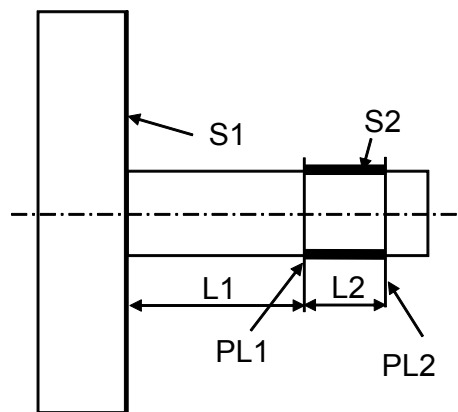


Figure 4.2 – Élément géométrique limité

Des précautions doivent être prises avant d'utiliser des éléments limités. En effet, les travaux de mise en évidence des incertitudes présentés dans le chapitre 1 ont mis en avant l'impact de l'étendue des surfaces sur l'apparition d'incertitudes. Le résultat signifiait que plus l'étendue d'une surface était faible, plus l'influence de certains défauts de la surface négligés (forme,...) avait de l'importance. Aussi, la définition de la spécification sur l'intégralité de la surface peut être avantageuse dans certains cas, même si une partie de cette surface n'est pas influente.

La notion de surface limitée existe dans plusieurs langages de spécification, notamment la norme ISO [ISO 1101 (2005)], qui définit le terme de restriction de surface pour la construction de références spécifiées (§9) ou de zones de tolérances restreintes (§12). Par contre, aucun mécanisme de construction de la zone de restriction n'est défini par la norme et, par conséquent, dans ce cas là, cette opération est génératrice d'incertitudes.

Même si l'intérêt de cette géométrie limitée est clair, dans l'objectif de simuler le comportement du mécanisme grâce au torseur des petits déplacements, son utilisation directe n'est pas possible. En effet, le torseur ne permet de manipuler que des points, des droites infinies et des plans infinis. Le seul moyen de gérer un élément limité est alors de discrétiser son contour et de ne manipuler que des points. Pour cela, l'opération d'extraction doit être appliquée.

### 2.1.2 Extraction

L'opération d'extraction consiste à discrétiser l'élément géométrique afin d'en extraire un nombre fini de points. Comme cela a été dit précédemment, les éléments limités ne peuvent être simulés directement par le torseur de petits déplacements. Dans ce cas

de figure, un certain nombre de points doivent être extraits de l'élément géométrique afin de le caractériser. Le choix de ces points peut s'avérer difficile. Ainsi, afin de garantir une bonne extraction de la surface, il faut s'assurer que les résultats obtenus (aux points extraits), en terme de spécification, permettront de conclure pour le reste de la surface. Selon la géométrie de la surface, il ne peut y avoir de règle générale quant au choix des points. Cependant, pour certains cas de figure, le choix des points peut être assisté. C'est le cas, par exemple, lorsque les surfaces sont des surfaces planes. En effet, pour ce type de surface, les points caractéristiques seront ceux issus du contour de la surface à étudier. La raison vient du fait que l'étude du comportement des points caractéristiques doit permettre de déterminer le comportement global de la surface. Ce comportement global est défini par le torseur d'écart de la surface. Le fait d'utiliser les points du contour revient à utiliser les plus grandes distances pour impacter les défauts.

De plus, dans certains cas comme lors de l'étude du contact entre deux surfaces, tous les points ne présentent pas un intérêt pour la simulation. En effet, les points simulés doivent avoir la possibilité d'être en contact. Cette propriété dépend des surfaces à mettre en contact, cependant, on peut donner quelques règles. Par exemple, dans le cas d'un contact plan/plan, il faut que le contour tracé par les points extraits soit un polygone convexe. Dans le cas de la figure 4.3, il est impossible que le point du milieu entre en contact avec le plan, sauf si les deux surfaces sont confondues. Ainsi, l'étude du contour convexe (triangle) de la surface suffit à gérer le comportement du non-contact.

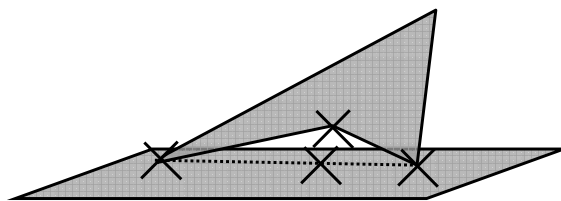


Figure 4.3 – Contact avec un contour extrait convexe

Enfin, lorsque le contour des surfaces est continu, même si certaines méthodes utilisent un modèle mathématique continu [Giordano *et al.* (2009)], dans une optique de généralité, il a été décidé pour la méthode GeoSpecif de les discrétiser. L'augmentation du nombre de points fait tendre l'élément simulé discrétisé vers l'élément continu ce qui tend à rapprocher le modèle du réel. Une simulation quant à l'influence du nombre de points va être menée dans la suite. De la même manière, dans le cas des cylindres,

l'étude des points situés aux extrémités est suffisante.

Cette étape peut aussi être génératrice d'incertitudes. Si les points extraits ne sont pas définis de manière univoque. Une étape de construction des points extraits doit être proposée. Par exemple, dans le cas de la figure 4.4, une construction permet de définir les points à extraire de manière univoque.

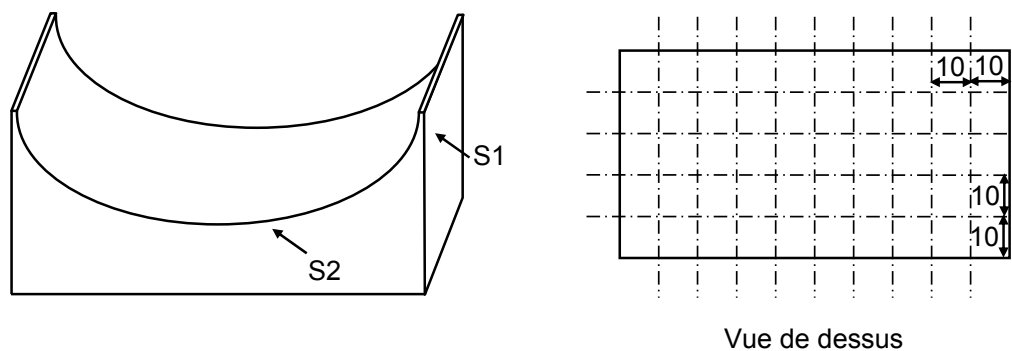


Figure 4.4 – Construction de l'extraction

- *Partition* de la surface S1,
- *Partition* de la surface S2,
- *Construction* d'un plan PL1 à partir de la surface S1,
- *Construction* d'un plan PL2 à partir de la surface S2,
  - Contrainte : perpendiculaire au plan PL1,
  - Objectif : minimisant l'écart maximum.
- *Extraction* des points dont les coordonnées (à partir de PL1 et PL2) sont définies sur la vue de dessus.

Dans le cas de cette thèse, l'opération d'extraction est utilisée afin de simuler les éléments limités, c'est pour cela que seul les points du contour sont importants.

Ainsi se termine cette partie sur les opérations utilisées pour définir les éléments géométriques utilisés lors de la simulation. L'objectif de la suite est de montrer comment est construite la géométrie de substitution qui correspond à une géométrie idéale issue du réel. Dans le cas de cette thèse, le réel est modélisé par le « skin model ».

### 2.1.3 Les éléments géométriques de substitution

Les éléments géométriques de substitution ont été introduits dans les travaux de Wirtz. Ils constituent un modèle du réel à partir d'éléments idéaux. Là encore, les

opérations issues du langage GeoSpelling permettent de définir cette géométrie. L'objectif de cette partie est de mettre en place une géométrie constituée d'éléments idéaux sur le réel. Ainsi, seules les opérations qui lient les éléments idéaux et les éléments non-idéaux sont concernées dans cette partie. Il s'agit des opérations de :

- partition,
- extraction,
- collection,
- association.

### 2.1.3.1 La partition

L'opération de partition permet d'identifier des éléments géométriques de la pièce à spécifier. Si l'élément est défini à partir de l'intégralité d'une surface nominale, l'opération de partition peut être génératrice d'incertitudes. En effet, sur la figure 4.5, les deux partitions du skin model (au milieu et à droite) correspondent à la partition du nominal (à gauche). Il n'existe pas de critère qui permette de définir de manière univoque cette partition, cela constitue une source d'incertitudes.

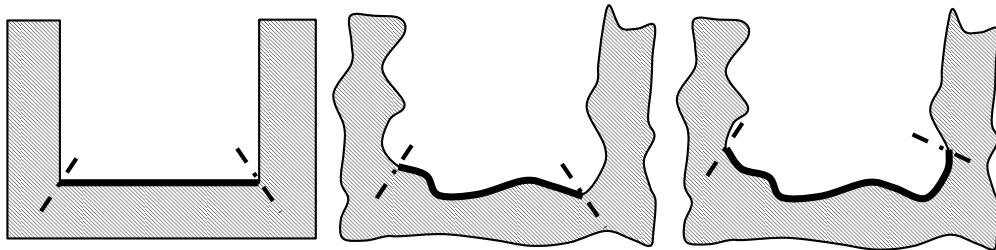


Figure 4.5 – Incertitude liée à la partition

Cette problématique est bien connue des concepteurs et des métrologues, la solution qui est utilisée consiste à éviter lors du contrôle de mesurer les bords de la pièce. En effet, lors de l'utilisation d'une machine à mesurer tridimensionnelle équipée d'un palpeur, le contrôleur prend soin de ne pas palper des points au bord de la surface. De même, lors du contrôle d'un nuage de points, les points situés à la frontière de deux surfaces ne sont pas considérés. Ces solutions utilisées lors du contrôle ne diminuent pas l'incertitude de spécification mais limitent son impact sur la validité d'une pièce. La partition d'éléments non-idéaux limités est possible, elle n'est pas décrite ici car sa définition est identique à la partition d'éléments idéaux limités.

### 2.1.3.2 Extraction

L'extraction a été décrite dans le chapitre précédent, elle est utilisée de la même manière dans le cadre de la géométrie de substitution.

### 2.1.3.3 Collection

La collection a été décrite dans le chapitre précédent, elle est utilisée de la même manière dans le cadre de la géométrie de substitution.

### 2.1.3.4 Association

L'opération d'association est essentielle car c'est elle qui permet d'associer au réel un élément idéal pour la simulation des variations géométriques. Tous les éléments de substitution sont associés en utilisant la contrainte d'association « tangent extérieur matière » afin de garantir la montabilité du mécanisme réel. En effet, comme le montre la figure 4.6, l'utilisation de cette contrainte pour l'association d'éléments idéaux permet de garantir la montabilité des pièces du mécanisme. Lorsque la surface réelle est à la limite de ses variations autorisées, elle ne peut pas dépasser la surface de substitution et donc, si la montabilité de la géométrie de substitution est garantie, alors, elle l'est dans tous les cas.

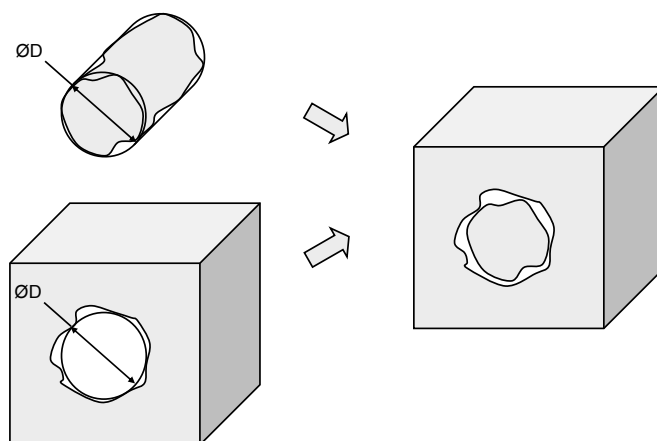


Figure 4.6 – La montabilité grâce à l'association d'éléments « extérieurs matière »

L'utilisation d'un objectif d'association permet de complètement définir l'opération d'association mathématiquement et, par conséquent, de garantir qu'aucune incertitude n'apparaît durant cette étape. La nature de cet objectif dépend de la classe de la surface,

pour citer les plus courantes : minimisation de l'écart maxi, moindres carrés, plus grand cylindre inscrit pour un alésage, plus petit cylindre circonscrit pour un arbre.

#### 2.1.4 Ordonnement des opérations

Précédemment, la liste des opérations disponibles pour la définition d'une géométrie de substitution a été présentée. Au delà de ces opérations, une attention particulière doit être apportée à leur ordonnancement. En effet, sur la figure 4.7, deux opérations sont effectuées : une *partition* et une *association*. La séquence 1 commence par la partition puis finit par l'association. Alors que la séquence 2 fait l'inverse. Le résultat n'est pas le même, ce qui montre que ne pas imposer l'ordre des opérations est générateur d'incertitudes.

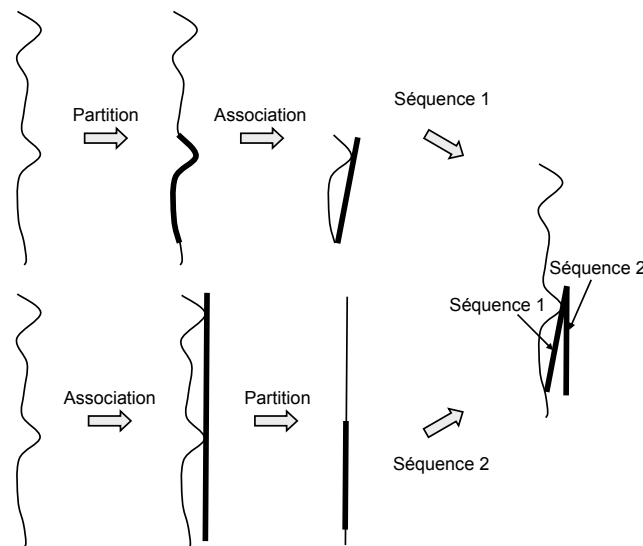


Figure 4.7 – Influence de la séquence des opérations

#### 2.1.5 La modélisation de la géométrie de substitution par la géométrie simulée avec défauts

L'objectif de ce travail est de proposer une spécification des mécanismes. Pour cela, un modèle de géométrie avec défauts a été simulé. Ensuite, il a fallu montrer comment cette géométrie pouvait être reliée au réel afin que les spécifications issues de la simulation puissent être connectées au réel afin de répondre à la définition de la spécification proposée par le langage GeoSpelling. Une première partie a permis de montrer le passage du nominal à la géométrie avec défauts :



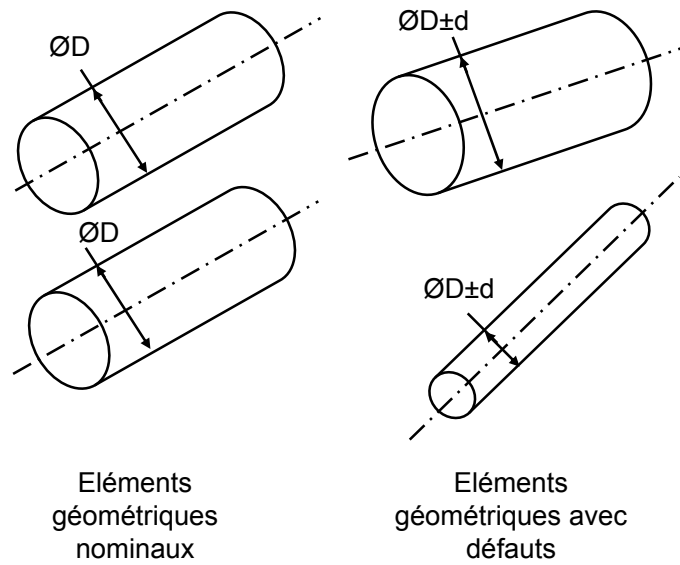


Figure 4.8 – De la géométrie nominale à la géométrie avec défauts

Une seconde partie a permis de montrer le passage de la géométrie réelle, représentée par le « skin model » à une géométrie de substitution.

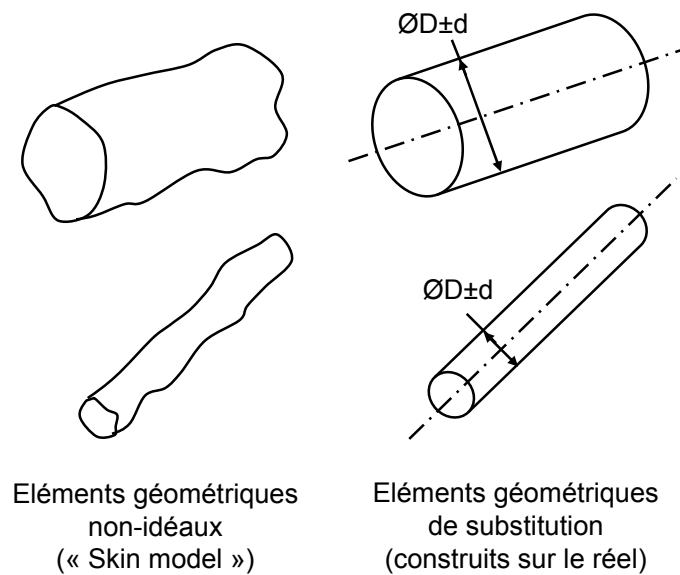


Figure 4.9 – De la géométrie réelle à la géométrie de substitution

La géométrie de substitution et la géométrie avec défauts sont constituées des mêmes éléments. De plus, les mêmes hypothèses existent sur les deux modèles (non-interpénétration, rigidité, défaut de forme nul,...). Cela permet de valider l'utilisation de la géométrie avec défauts pour la simulation du comportement et la spécification de la géométrie de substitution. Celle-ci constitue quant à elle une spécification du réel, aux hypothèses de

modélisation près (rigidité, défaut de forme nul,...).

## 2.2 Les caractéristiques pour la spécification

Après avoir présenté les éléments géométriques définis pour la simulation, ce paragraphe va permettre d'établir les caractéristiques qui les lient. Le langage GeoSpelling les classe en deux types :

- les caractéristiques intrinsèques,
- les caractéristiques de situation.

Comme le montre la figure 4.10, des fonctions de caractéristiques intrinsèques permettent de relier les éléments géométriques à leurs éléments de situation. Les caractéristiques de situation, quant à elles, permettent de relier les éléments de situation entre eux, qu'ils soient sur la même pièce ou non.

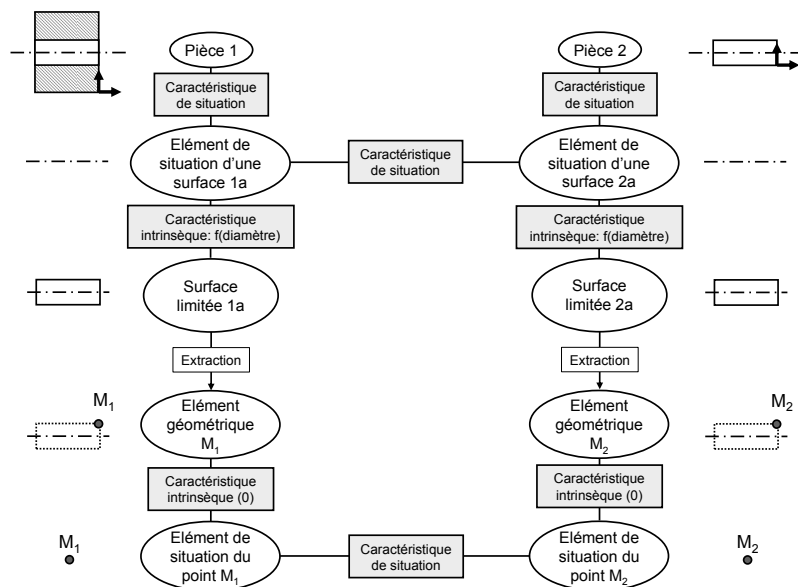


Figure 4.10 – Caractéristiques entre des éléments géométriques et de situation

Dans cette partie, l'objectif sera de montrer que l'utilisation des torseurs de petits déplacements permet la génération de caractéristiques qui servent à établir une spécification au sens de la définition proposée par GeoSpelling.

### 2.2.1 Caractéristiques intrinsèques

La définition proposée pour les caractéristiques intrinsèques par le langage GeoSpelling la décrit comme une caractéristique géométrique sur un élément idéal. Dans le

cas de cette méthode de simulation et de spécification, des fonctions de caractéristiques intrinsèques permettent de relier les éléments géométriques à leurs éléments de situation. Parfois, l'élément géométrique peut être son propre élément de situation, dans ces cas là, il n'existe pas de paramètre intrinsèque. Dans les autres cas, des caractéristiques intrinsèques doivent être définies car elles sont influentes dans le comportement des surfaces. Les caractéristiques intrinsèques, les plus usuelles, sont : le diamètre d'un élément simple (cylindre, sphère), une collection de plusieurs éléments (un entre-axe entre deux cylindres, etc...).

Dans d'autres cas, les paramètres intrinsèques peuvent être beaucoup plus difficiles à gérer. Par exemple, dans le cas d'une surface complexe, celle-ci peut être définie par rapport à ses éléments de situation par une équation, c'est le cas de la surface présentée à la figure 4.11.

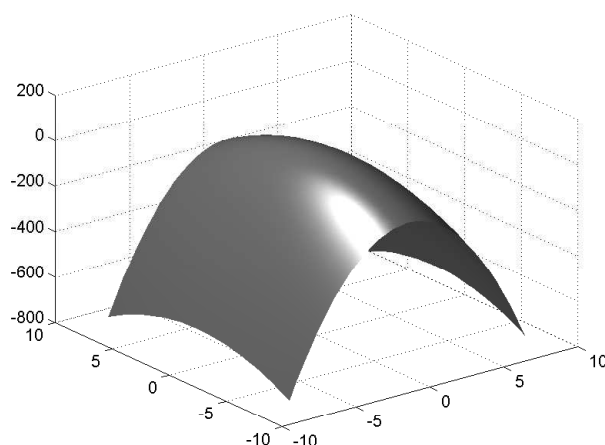


Figure 4.11 – Surface d'équation  $z = A - B \times x^2 - C \times y^2$

L'équation de la surface  $z = A - B \times x^2 - C \times y^2$  introduit des paramètres intrinsèques  $\{A, B, C\}$ , une variation des ces paramètres ne modifie pas le type de surface, donc cela ne doit pas être défini comme un défaut de forme. La surface étant de classe complexe, la seule façon de la simuler en utilisant des éléments idéaux revient à extraire des points sur toute la surface. La petite variation de la position de ces points due à la variation des paramètres intrinsèques peut être déterminée mathématiquement. Ainsi, une limite à la variations des caractéristiques intrinsèques de la surface peut être déterminée à partir des limites des variations imposées à ces points extraits. L'étude des caractéristiques intrinsèques est importante car une variation de celles-ci peut entraîner la variation

d'un point d'une surface sans que les caractéristiques de situation ne varient.

Comme cela a déjà été dit, les dimensions intrinsèques lient les éléments de situation aux surfaces, c'est pourquoi elles apparaissent sur la peau des mécanismes mais jamais sur le squelette. En effet, celui-ci n'implique que les éléments de situation, ils sont liés par des caractéristiques de situation.

Ainsi, dans cette partie l'impact des dimensions intrinsèques sur la géométrie a été montré. Une façon de les prendre en compte pour la spécification a été proposée. La suite concernera donc la deuxième catégorie de caractéristiques, les caractéristiques de situation.

### 2.2.2 Caractéristiques de situation

Comme cela a été dit précédemment, les caractéristiques de situation sont définies entre deux éléments de situation. Ces éléments de situation sont tous non-limités (point, droite infinie, plan infini). Les caractéristiques liées à ces éléments seront développées dans ce paragraphe. La mise en place de relations entre ces éléments géométriques par les caractéristiques est, de plus, compatible avec la modélisation mathématique des torseurs de petits déplacements.

L'objectif de ce paragraphe est de relier mathématiquement les torseurs de petits déplacements utilisés pour la simulation aux caractéristiques définies par le langage GeoSpelling pour la spécification, et cela de manière univoque et générique. Ces travaux sont issus de deux approches. Tout d'abord, Bourdet [Bourdet (1987)] a proposé une méthode qui après avoir défini les torseurs d'écart propres à la nature des deux éléments géométriques nominaux, leur choisit un référentiel commun tel que son choix entraîne un maximum d'écart nuls sur les torseurs, tout en privilégiant par convention le premier élément géométrique nommé. Cela revient à définir des paramètres de situation minimaux entre deux éléments géométriques idéaux, qui pourront être transformés par la suite en caractéristiques.

Ces travaux ont été repris dans la thèse de Ballu [Ballu (1993)] qui a proposé de définir des caractéristiques entre les éléments idéaux simples. Ensuite, dans une optique de résolution du comportement des mécanismes, il a proposé de simuler les variations géométriques des pièces en utilisant les torseurs de petits déplacements, afin de caractériser les petits déplacements relatifs des pièces. Il a pu ainsi définir les petites variations des caractéristiques, directement liées aux composantes des torseurs de petits

déplacements. L'objectif de ses travaux revient à celui de Bourdet dans sa thèse d'état, sauf que la description mathématique est beaucoup plus développée et que l'amplitude des variations géométriques par rapport à la valeur des caractéristiques est prise en compte. De plus, Ballu ne cherche pas à trouver un référentiel visant à rendre certaines composantes des torseurs nulles, en effet, il conserve une description mathématique qui fait que la mise en place du nominal par rapport aux surfaces de substitution peut être considérée comme un objectif d'optimisation, ce qui ne sera pas utilisé dans ces travaux.

Ces opérations sont utiles pour deux raisons dans ce travail :

- passer des conditions géométriques exprimées sous la forme de caractéristiques GeoSpelling à des inéquations sur des fonctions de composantes de torseurs de petits déplacements, il s'agit de la traduction de condition,
- passer de spécifications géométriques exprimées sous la forme d'inéquations sur des fonctions de composantes de torseurs de petits déplacements à des caractéristiques entre des éléments géométriques, il s'agit de la traduction de spécifications.



Figure 4.12 – Traductions de conditions et de spécifications

Le passage des caractéristiques utilisées pour exprimer des conditions sur le mécanisme doit s'effectuer en tenant compte des quantificateurs développés dans les travaux de Dantan [Dantan *et al.* (2003)] qui permettent d'ajouter des informations afin de limiter les incertitudes de corrélation.

La traduction des spécifications est plus amplement développée car elle a fait l'objet d'une amélioration durant ces travaux. En effet, les approches décrites par Bourdet et Ballu répondent aux deux traductions. Cependant, aucune des deux ne traite de la dépendance des composantes des torseurs des petits déplacements. Il s'agit d'un problème très important et très utile lorsque la spécification porte sur une fonction de composantes.

La spécification de fonctions de composantes utilise le principe du déplacement d'un torseur afin de générer sur la composante déplacement du torseur la fonction des composantes souhaitée. Cette solution n'est possible que pour certaines paires d'éléments, en effet, il est nécessaire d'avoir des caractéristiques basées sur plusieurs composantes

de torseur (ce n'est pas le cas si un des élément est un point), de plus, la variation du point d'application doit entraîner une modification de la caractéristique (dans le cas de deux droites quelconques, la caractéristique est définie comme la longueur de la perpendiculaire commune, elle n'est pas définie en un point).

Ainsi, un certain nombre de caractéristiques peuvent être définies entre des éléments idéaux simples et infinis. La suite va présenter ces relations issues des travaux de Bourdet, en ajoutant, le cas échéant, les équations liées au principe de la dépendance des caractéristiques. Ainsi, l'ensemble des relations suivantes entre des éléments de situation vont être établies :

- point/point,
- point/droite,
- point/plan,
- droite/droite parallèles,
- droite/droite quelconques,
- droite/plan parallèles,
- droite/plan quelconques,
- plan/plan parallèles,
- plan/plan quelconques.

Pour chaque caractéristique, entre deux éléments  $e_1$  et  $e_2$ , le torseur d'écart entre  $e_1$  et  $e_2$  est défini, ensuite à grâce à l'opération de construction un référentiel est construit, il est alors possible de définir des caractéristiques. Chaque caractéristique est un scalaire signé.

#### a Caractéristique point/point

Soit  $e_1$  un point ( $O_1$ ) et  $e_2$  un point ( $O_2$ ) distants de  $d_0$ .

Le torseur d'écart entre les deux points est exprimé en  $O_1$ . Il s'écrit :

$$\{T_{e_2/e_1}\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \\ \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \end{array} \right\}_{O_1} \quad (4.1)$$

Les éléments de situation permettent de construire le vecteur  $\vec{x}$  suivant :

Mise en place du repère :

- Définition du vecteur  $\vec{x}$ , normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ .

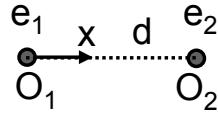


Figure 4.13 – Construction du repère à partir de deux points

La seule caractéristique est alors :

$$d = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \cdot \vec{x} \quad (4.2)$$

### b Caractéristique point/droite

Soit  $e_1$  une droite ( $DR_1$ ) et  $e_2$  un point ( $O_2$ ) distants de  $d_0$ .

Comme précédemment, les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

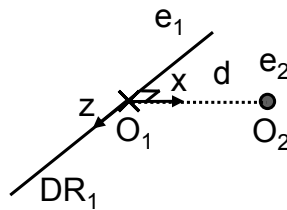


Figure 4.14 – Construction du repère à partir d'un point et d'une droite

Mise en place du repère :

- *Construction* du point  $O_1$ , projection du point  $O_2$  sur la droite  $DR_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ , défini en  $O_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{y}$  à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère ortho-normé direct.

La seule caractéristique est alors :

$$d = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \cdot \vec{x} \quad (4.3)$$

### c Caractéristique point/plan

Soit  $e_1$  un plan ( $PL_1$ ) et  $e_2$  un point ( $O_2$ ) distants de  $d_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire le vecteur  $\vec{z}$ .

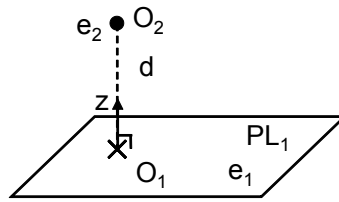


Figure 4.15 – Construction du repère à partir d'un point et un plan

Mise en place du repère :

- *Construction* du point  $O_1$ , projection du point  $O_2$  sur le plan  $PL_1$ ,
- Définition du vecteur  $\vec{z}$  normé colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ .

La seule caractéristique est alors :

$$d = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}}_{O_1} \cdot \vec{z} \quad (4.4)$$

#### d Caractéristiques droite/droite parallèles

Soit  $e_1$  une droite ( $DR_1$ ) et  $e_2$  une droite ( $DR_2$ ) parallèles et distantes de  $d_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

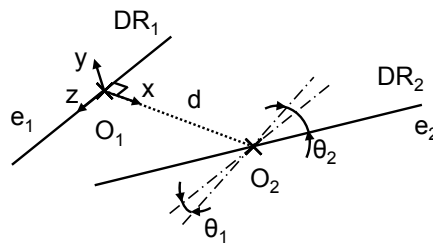


Figure 4.16 – Construction du repère à partir de deux droites parallèles

Mise en place du repère :

- *Extraction* d'un point  $O_2$  (point d'application du torseur) sur la droite  $DR_2$ , l'extraction de ce point  $O_2$  doit être effectuée en utilisant des critères qui la rende univoque,
- *Construction* du point  $O_1$ , projection du point  $O_2$  sur la droite  $DR_1$ ,
- Définition du vecteur  $\vec{z}$  normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,



- Définition du vecteur  $\vec{x}$  normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ ,
- Définition du vecteur  $\vec{y}$  normé à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère orthonormé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \\ \theta_2 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \\ d &= d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x}\end{aligned}\tag{4.5}$$

Le déplacement de la caractéristique en un point  $A_2$ , sur la droite  $DR_2$ , permet de générer la caractéristique suivante :

$$d_{A_2} = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x} + (\overrightarrow{A_2O_2} \cdot \vec{z}) \times \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y}\tag{4.6}$$

Cela permet de gérer la dépendance des composantes.

#### e Caractéristiques droite/droite quelconques

Soit  $e_1$  une droite ( $DR_1$ ) et  $e_2$  une droite ( $DR_2$ ) formant un angle  $\theta_0$  et distantes de  $d_0$  le long de leur perpendiculaire commune.

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

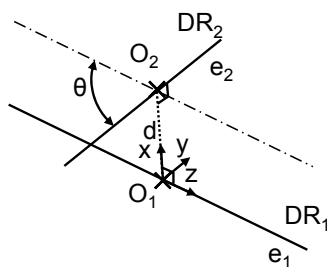


Figure 4.17 – Construction du repère à partir de deux droites quelconques

Mise en place du repère :

- *Extraction* d'un point  $O_2$  situé à l'intersection de la droite  $DR_2$  et de la perpendiculaire commune aux droites  $DR_1$  et  $D_2$ ,
- *Construction* du point  $O_1$ , situé à l'intersection de la droite  $DR_1$  et de la perpendiculaire commune aux droites  $DR_1$  et  $D_2$ ,

- Définition du vecteur  $\vec{z}$  normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur  $\vec{x}$  normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ ,
- Définition du vecteur  $\vec{y}$  normé à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère ortho-normé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \\ d &= d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \cdot \vec{x} \end{aligned} \tag{4.7}$$

#### f Caractéristique droite/plan parallèles

Soit  $e_1$  un plan ( $PL_1$ ) et  $e_2$  une droite ( $DR_2$ ) parallèles et distantes de  $d_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

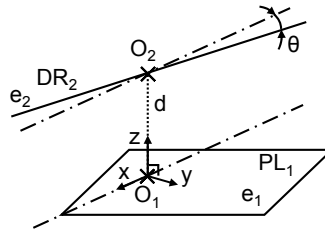


Figure 4.18 – Construction du repère à partir d'une droite et d'un plan parallèles

Mise en place du repère :

- *Extraction* d'un point  $O_2$  sur la droite  $DR_2$ , l'extraction de ce point  $O_2$  doit être effectuée en utilisant des critères qui la rende univoque,
- *Construction* du point  $O_1$ , projection du point  $O_2$  sur le plan  $PL_1$ ,
- *Construction* de la droite  $D1$ , projection de la droite  $D2$  sur le plan  $PL_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{y}$  à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère ortho-normé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\begin{aligned} \theta &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \\ d &= d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x} \end{aligned} \quad (4.8)$$

La construction de la caractéristique à un point  $A_2$ , sur le plan PL2, permet de générer la caractéristique suivante :

$$d_{A_2} = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x} - (\overrightarrow{A_2O_2} \cdot \vec{y}) \times \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \quad (4.9)$$

### g Caractéristique droite/plan quelconques

Soit  $e_1$  un plan ( $PL_1$ ) et  $e_2$  une droite ( $DR_2$ ) formant un angle  $\theta_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

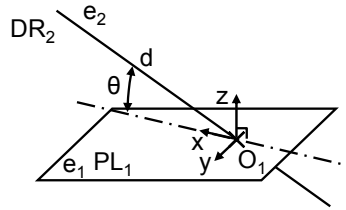


Figure 4.19 – Construction du repère à partir d'une droite et un plan quelconques

Mise en place du repère :

- *Construction* du point  $O_1$  intersection de la droite  $DR_2$  et du plan  $PL_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , perpendiculaire au plan  $PL_1$  défini en  $O_1$ ,
- *Construction* de la droite D1, projection de la droite  $DR_2$  sur le plan  $PL_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ n, défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- *Construction* du vecteur normé  $\vec{y}$  à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère orthonormé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\theta = \theta_0 + \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \quad (4.10)$$

### h Caractéristique plan/plan parallèles

Soit  $e_1$  un plan ( $PL_1$ ) et  $e_2$  un plan ( $PL_2$ ) parallèles et distants de  $l_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

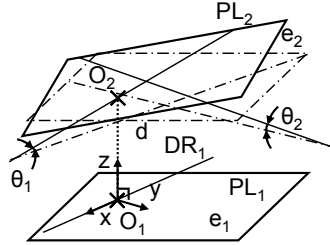


Figure 4.20 – Construction du repère à partir de deux plans parallèles

Mise en place du repère :

- *Extraction* d'un point  $O_2$  sur le plan  $PL_2$ , l'extraction de ce point  $O_2$  doit être effectuée en utilisant des critères qui la rende univoque,
- *Construction* du point  $O_1$ , projection du point  $O_2$  sur le plan  $PL_1$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $O_1O_2$ , défini en  $O_1$  et orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ ,
- *Extraction* de la droite  $DR_1$  sur le plan  $PL_1$ , l'extraction de cette droite  $DR_1$  doit être effectuée en utilisant des critères qui la rende univoque,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur normé  $\vec{y}$  à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère orthonormé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \\ \theta_2 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \\ d &= d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \cdot \vec{z}\end{aligned}\quad (4.11)$$

La construction de la caractéristique à un point  $A_2$ , sur la droite  $D_2$ , permet de générer la caractéristique suivante :

$$d_{A_2} = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1 O_1}} \cdot \vec{z} + (\overrightarrow{A_2 O_2} \cdot \vec{x}) \times \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} - (\overrightarrow{A_2 O_2} \cdot \vec{y}) \times \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \quad (4.12)$$

i Caractéristique plan/plan quelconques

Soit  $e_1$  un plan ( $PL_1$ ) et  $e_2$  un plan ( $PL_2$ ) formant un angle  $\theta_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

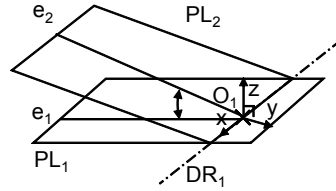


Figure 4.21 – Construction du repère à partir de deux plans quelconques

Mise en place du repère :

- *Construction* de la droite  $DR_1$  intersection des deux plans  $PL_1$  et  $PL_2$ ,
- *Extraction* d'un point  $O_1$  sur  $DR_1$ , l'extraction de ce point  $O_1$  doit être effectuée en utilisant des critères qui la rende univoque,
- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , perpendiculaire au plan  $PL_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , colinéaire au vecteur directeur de la droite  $D_1$ , défini en  $O_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur normé  $\vec{y}$  à partir de  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour réaliser un repère ortho-normé direct.

Les caractéristiques sont alors :

$$\theta = \theta_0 + \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \quad (4.13)$$

j Application sur un exemple de la dépendance des composantes

Soient  $e_1$  une droite ( $D_1$ ) et  $e_2$  une droite ( $D_2$ ) parallèles et distantes de  $d_0$ .

Les éléments de situation permettent de construire les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

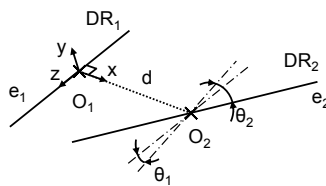


Figure 4.22 – Construction du repère à partir de deux droites parallèles

Les caractéristiques sont alors :

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{x} \\ \theta_2 &= \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \\ d &= d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x}\end{aligned}\tag{4.14}$$

Soit, par exemple, une spécification issue de la simulation représentée par l'inéquation suivante, où  $k_1$  est une fonction des paramètres géométriques du mécanisme :

$$-t \leq \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x} + k_1 \times \theta_2 \leq t\tag{4.15}$$

La première possibilité pour définir cette spécification consiste à limiter les variations des premières caractéristiques définies ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $d$ ) indépendamment. Cela donne :

$$-\frac{t}{2} + d_0 \leq d \leq \frac{t}{2} + d_0\tag{4.16}$$

$$-\frac{t}{2 \times k_1} \leq \theta_2 \leq \frac{t}{2 \times k_1}\tag{4.17}$$

$$\tag{4.18}$$

La caractéristique  $d_{A_2}$ , permet de limiter les variations de la fonction des deux composantes dépendantes. Avec  $\overrightarrow{A_2O_2} \cdot \vec{z} = k_1$ .

$$-t + d_0 \leq d_{A_2} \leq t + d_0\tag{4.19}$$

Cette partie a permis de montrer le passage des caractéristiques issues du langage GeoSpelling aux composantes des torseurs de petits déplacements. Ensuite, une avancée concernant la mise en place de caractéristiques sur des fonctions de composantes des torseurs de petits déplacements a été proposée.

### 3 Les conditions fonctionnelles

Le paragraphe précédent a permis de montrer que la modélisation par les torseurs de petits déplacements pouvait être reliée à la définition de caractéristiques intrinsèques et de situation sur le mécanisme.

Ce nouveau paragraphe a pour objectif de montrer l'impact des conditions imposées au mécanisme sur les pièces. Pour cela, il faut tenir compte de l'ensemble des conditions imposées. Une définition des différents types de conditions a été proposée dans

la thèse de Dantan [Dantan (2000)]. Suite aux travaux de Schneider [Schneider (1994)] et de Constant [Constant (1996)], il a établi deux sources de conditions imposées au mécanisme, les conditions d'assemblage et les conditions de position.

Dans cette définition, une condition de position intègre des conditions de débattement, c'est pour cela que dans cette thèse le terme de conditions géométriques sera utilisé. De plus le terme d'assemblage pouvant prêter à confusion, le second type de conditions a été renommé conditions de montabilité. Ainsi, deux types de conditions seront étudiées pour générer des spécifications :

- les conditions de montabilité,
- les conditions géométriques.

### 3.1 Les conditions géométriques

La première catégorie étudiée concerne les conditions géométriques, afin d'être la plus générique possible, la méthode GeoSpecif va s'appuyer sur les conditions géométriques les plus rencontrées en conception mécanique. Elles sont listées dans les travaux de thèse de Thiébaud [Thiébaud (2001)] :

- les conditions locales,
- les conditions globales,
- les conditions d'interface,
- les conditions de débattement.

Les définitions de ces conditions ont été conservées, cependant, elles ont été renommées pour plusieurs raisons. Tout d'abord, le terme d'interface prête à confusion avec le concept d'interface développé dans le chapitre précédent. Ensuite, ces termes ne montrent pas la généralité des définitions, en effet, la condition d'interface est à la condition de débattement ce que la condition locale est à la condition globale. Ainsi, ces quatre définitions ont été renommées :

- les conditions locales d'écart,
- les conditions globales d'écart,
- les conditions locales de débattement,
- les conditions globales de débattement.

Les conditions d'écarts doivent être différenciées en fonction du fait qu'elles soient d'orientation ou de position. En effet, lorsqu'elles définissent une orientation, les dimen-





### 3.1.1.1 Condition locale d'écart en orientation

Une condition locale d'écart en orientation entre deux surfaces (ou éléments de situation) est définie par une caractéristique de situation angulaire entre les éléments de situation  $ia$  et  $ib$  des deux surfaces d'une même pièce  $i$ , comme le montre la figure 4.24.

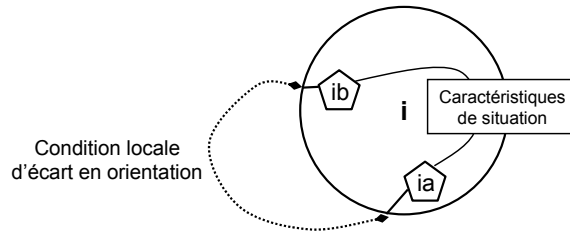


Figure 4.24 – Condition locale d'écart en orientation

La caractéristique peut être un angle maximum ou minimum. Elle est définie par un scalaire. Elle est modélisée par une projection de la résultante du torseur  $\{T_{ib/ia}\}$ .

### 3.1.1.2 Condition locale d'écart en position

Une condition locale d'écart en position entre deux surfaces (ou éléments de situation) est définie par une caractéristique de position entre les éléments géométriques  $ia$  et  $ib$  d'une même pièce  $i$ , comme le montre la figure 4.25.

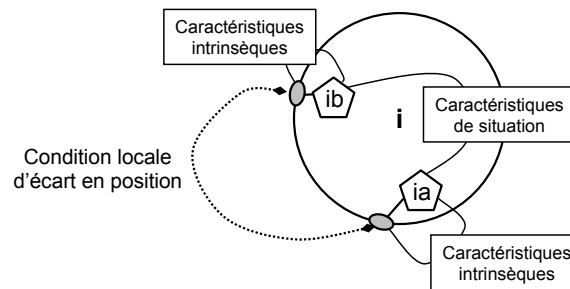


Figure 4.25 – Condition locale d'écart en position

La condition peut être un maximum ou un minimum sur une caractéristique de situation en distance entre les éléments.

La caractéristique de situation qui existe entre les deux éléments est alors répartie sur les caractéristiques de situation et les caractéristiques intrinsèques. Elle est modélisée par une projection du moment du torseur  $\{T_{ib/ia}\}$ , ainsi que par une fonction des caractéristiques intrinsèques des éléments  $ia$  et  $ib$ .

### 3.1.2 Conditions globales d'écart

Les conditions globales d'écart sont exprimées entre des éléments de pièces différentes. Les conditions globales mènent à deux types de relations, les conditions globales d'écart en orientation et en position.

#### 3.1.2.1 Condition globale d'écart en orientation

Une condition globale d'écart en orientation entre deux surfaces (ou éléments de situation) caractérise une variation angulaire entre les éléments de situation  $ib$  et  $ja$  des deux pièces  $i$  et  $j$ , comme le montre la figure 4.26. La condition peut être caractérisée par un angle maximum, minimum ou imposé entre les deux éléments.

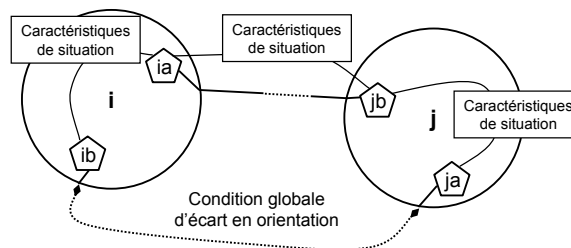


Figure 4.26 – Condition globale d'écart en orientation

Cette étape permet de définir les limites des variations des caractéristiques de situation entre les éléments géométriques influents dans la condition. Elle est modélisée par la résultante du torseur  $\{T_{ib/ja}\}$ .

#### 3.1.2.2 Condition globale d'écart en position

Une condition globale d'écart en position entre deux surfaces (ou éléments de situation) caractérise une variation de position entre les surfaces  $ia$  et  $ib$  de deux pièces  $i$  et  $k$ , comme le montre la figure 4.25.

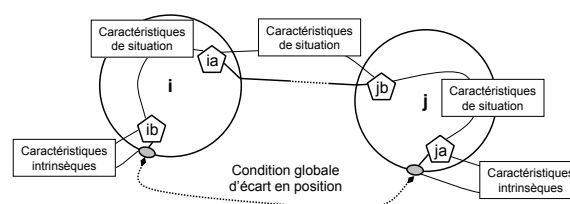


Figure 4.27 – Condition globale d'écart en position

La caractéristique peut être un maximum, un minimum ou une valeur imposée sur une caractéristique de situation en distance. Elle est modélisée par une fonction de caractéristiques intrinsèques et de situation. Elle est modélisée par le moment du torseur  $\{T_{ib/ja}\}$ , ainsi que par les caractéristiques intrinsèques des éléments  $ib$  et  $ja$ .

### 3.1.3 Conditions locales de débattement

Les conditions locales de débattement sont exprimées entre des éléments mis en liaison.

Une condition locale de débattement entre deux surfaces (ou éléments de situation) caractérise une variation des caractéristiques de situation relative des deux pièces  $i$  et  $j$ , comme le montre la figure 4.28.

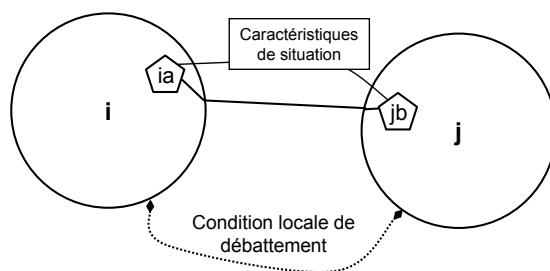


Figure 4.28 – Condition locale de débattement

La caractéristique peut être une variation d'angle minimum ou maximum et/ou une variation de distance minimum ou maximum entre les deux éléments de situation. Elle est caractérisée par une projection de la résultante ou du moment de torseur  $\{T_{i/j}\}$ .

### 3.1.4 Conditions globales de débattement

Une condition globale de débattement entre deux surfaces (ou éléments de situation) caractérise une variation d'orientation et de position entre deux pièces  $i$  et  $j$ , comme le montre la figure 4.29.

Cette condition peut être caractérisée par un maximum, un minimum ou une valeur imposée sur une fonction des caractéristiques qui lient les éléments. Elle est caractérisée par une projection de la résultante ou du moment de torseur  $\{T_{i/j}\}$ .

Ce dernier type de condition clôt la partie sur les conditions géométriques. Ce paragraphe a permis de montrer que les cas les plus généraux de conditions géométriques pouvaient être simulés par des fonctions sur des composantes de torseurs. Ainsi à partir

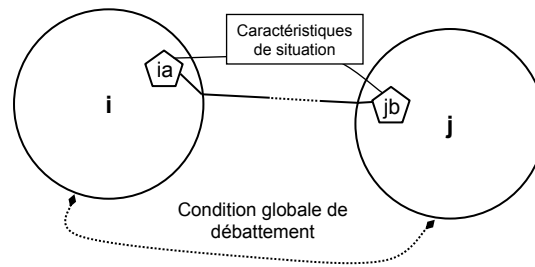


Figure 4.29 – Condition globale de débattement

de conditions sur un mécanisme complet, il est possible de manière univoque de se ramener à des conditions globales, ce qui traduit une spécification des pièces individuelles.

La prochaine étape consiste en l'étude de la seconde catégorie de conditions qui régissent le comportement du mécanisme, c'est à dire les conditions de montabilité.

## 3.2 Les conditions de montabilité

Comme l'a montré le chapitre précédent, les problématiques de montabilité, grâce à l'architecture de substitution ont été classées en deux sous-problèmes :

- les conditions de non-contact sur les liaisons simples,
- les interfaces

Les conditions de montabilité ne devront être étudiées que pour ces deux sous-problèmes. L'objectif de cette partie est de montrer comment les conditions de montabilité ont un impact sur les limites des variations géométriques des pièces dans ces deux cas de figures.

### 3.2.1 Les conditions de non-contact

La condition de non-contact a été mise en place sur certaines liaisons afin de garantir qu'elles n'auraient aucune influence sur le comportement du mécanisme. C'est pourquoi aucun contact n'est autorisé entre les deux surfaces de la liaison. De plus, afin de garantir que ces liaisons n'aient aucun impact sur les autres liaisons du cycle, elles ne doivent pas modifier les mobilités autorisées pour les autres liaisons. L'objectif de cette partie est d'exprimer le non-contact entre ces deux surfaces caractérisées par des éléments géométriques idéaux. Cette condition est une condition globale en position, elle permet d'établir une spécification des pièces du cycle hyperstatique fermé par cette liaison.

Le non-contact entre deux éléments géométriques est défini par un ensemble de distances strictement positives entre ces deux éléments. Cependant, la notion de distance et de caractéristique n'existe qu'entre les éléments géométriques suivants : point, droite infinie et plan infini. Le problème va donc consister à associer aux éléments géométriques dont dépend la condition de non-contact un de ces éléments géométriques. De plus, la notion de contact ne peut pas être étudiée sur des éléments infinis, c'est pourquoi, pour chaque distance définie, un des éléments sera forcément un point comme l'a montré le paragraphe sur les caractéristiques entre les éléments limités. Ainsi, les trois types de distance suivants seront considérés :

- point/point,
- point/droite,
- point/plan.

La problématique de la gestion de ce type de liaison se résume donc à choisir comment modéliser les deux surfaces de la liaisons afin de garantir le non-contact.

Par exemple, dans le cadre d'un contact entre deux surfaces planes, la modélisation peut être celle d'une distance point/plan. Dans ce cas, une surface sera modélisée par un plan et l'autre par un ensemble de points. Le plan est utilisé dans la définition de la distance pour définir sa direction de projection. Ainsi, la surface qui sera modélisée par un plan pourra être considérée comme une référence pour la définition de la distance. Sur la figure 4.30, le plan  $PL_1$  a été choisi comme référence, et quatre points ont été extraits du plan  $PL_2$  afin de déterminer la distance entre les deux éléments. La distance est ensuite définie entre ce plan et l'ensemble des points. La condition définie précise que les caractéristiques (les distances  $d1$ ,  $d2$ ,  $d3$ ,  $d4$ ) sont strictement positives.

De même, dans le cas d'une liaison entre deux surfaces cylindriques, comme sur la figure 4.31, les distances doivent être exprimées comme des distances point/point. Il faut alors extraire des points d'un élément, qui sera défini comme référence (ici le cylindre CYL2). Ensuite, ces points sont projetés sur le cylindre CYL1 le long de la normale à CYL2. Les caractéristiques correspondent à l'ensemble des distances entre les points en vis à vis. Comme cela a été dit, les caractéristiques sont mises en place pour étudier une condition globale de position, ainsi, les caractéristiques de position et les caractéristiques intrinsèques (rayon) interviennent.

La particularité de cet exemple par rapport au précédent vient du fait que le contour des surfaces étudiées est continu. Certains travaux [Giordano *et al.* (2009)] conservent la

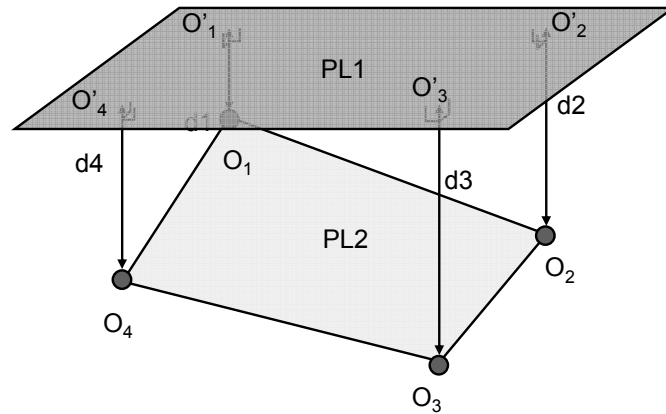


Figure 4.30 – Non-contact entre deux plans

continuité de ces éléments pour la modélisation. Cependant dans un soucis de généralité pour tous les types de géométrie, il a été décidé d'extraire des points de la géométrie pour simuler son comportement. Un autre argument pour cette justification vient du fait que ce choix permet de conserver tout le long de la simulation le même type de problème mathématique, à savoir des équations du premier ordre.

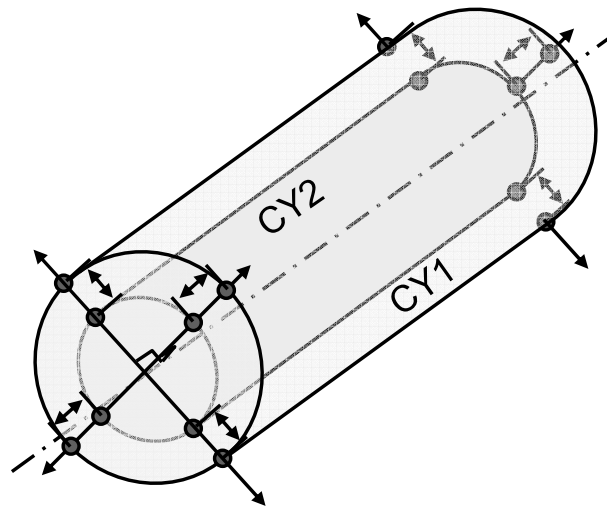


Figure 4.31 – Non-contact entre deux cylindres

Comme cela a été dit dans le paragraphe sur l'opération d'extraction, l'augmentation du nombre de points de discrétisation permet de rapprocher le modèle simulé du modèle idéal continu, cela a un impact sur la spécification. Afin de le montrer, un exemple est présenté figure 4.32.

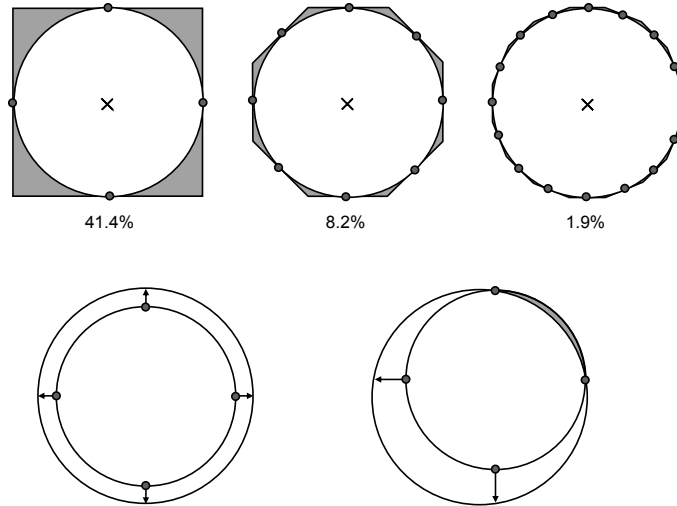


Figure 4.32 – Influence du nombre de points

Dans la configuration de droite, le contact est détecté trop tard, les deux cercles s'interpénètrent. Les trois schémas du haut de la figure 4.32 montrent alors la variation relative des deux centres avec en foncé la variation autorisée par la simulation avec la géométrie discrétisée et en blanc la simulation avec la géométrie de l'élément continu. Pour une extraction de 4 points répartis autour de la surface, au pire des cas, une erreur de 41.4% du rayon apparaît, 8.2% pour 8 points et 1.9% pour 16 points. D'un autre côté, l'effet néfaste de l'augmentation du nombre de points vient de la lourdeur du calcul.

Une fois la définition du contact effectuée, il est possible de spécifier les éléments influents sur la condition en écrivant la chaîne torsorielle qui lie les deux points sur les deux surfaces de la liaison.

L'équation suivante présente la chaîne de torseurs qui lie les deux surfaces de la liaison sans-contact  $\{T_{ia/kb}\}$  :

$$\{T_{ia/kb}\} = \{T^{i_{ia}}\} + \{T_{ia/i}\} + \{T_{i/ib}\} + \{T_{ib/ja}\} + \dots + \{T_{k/kb}\} + \{T^{i_{kb}}\} \quad (4.20)$$

Cela revient à gérer une condition globale comme cela a été montré dans le paragraphe précédent. Cette étape permet de définir les limites des variations des composantes des torseurs d'écart, des torseurs de lien et des caractéristiques intrinsèques influents dans la condition. Ainsi, les conditions de non-contact pour garantir la montabilité peuvent être ramenées à un ensemble de conditions globales d'écart dont l'étude a été proposée dans le chapitre précédent. La suite va montrer comment la spécification des interfaces doit être gérée.

### 3.2.2 La spécification des interfaces

La mise en place d'une interface permet de transformer un problème de montabilité qui existe entre deux sous-ensembles  $I$  et  $II$ , en deux problèmes de montabilité, l'un entre le sous-ensemble  $I$  et la partie de l'interface liée à l'ensemble  $I$ , l'autre entre le sous-ensemble  $II$  et la partie de l'interface liée à l'ensemble  $II$ . La suite consiste donc à garantir la montabilité dans les deux systèmes disjoints. De plus, la définition de la situation relative entre deux pièces du mécanisme peut toujours être exprimée par un système d'équations comme si le mécanisme était isostatique, cet aspect sera présenté juste après.

#### 3.2.2.1 La montabilité

Les interfaces ont été mises en place afin de simplifier la résolution des problèmes de montabilité. Soit le cycle hyperstatique suivant :

$$\{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} = \{0\} \quad (4.21)$$

La mise en place de l'interface  $1a1b/2a2b$  permet de modifier l'équation précédente comme suit :

$$\begin{aligned} & \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/1a1b}\} + \{T_{1a1b/2a2b}\} + \{T_{2a2b/2a}\} + \{T_{2a/2}\} \\ & + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/2a2b}\} + \{T_{2a2b/1a1b}\} + \{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Et ainsi de générer le système d'équations suivant :

$$\{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} + \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/1a1b}\} = \{0\} \quad (4.23)$$

$$\{T_{2a2b/2a}\} + \{T_{2a/2}\} + \{T_{2/2b}\} + \{T_{2b/2a2b}\} = \{0\} \quad (4.24)$$

Ceci montre que le problème de la montabilité a été réparti sur chacune des pièces. La suite va montrer que ces équations ne suffisent pas à établir une spécification pour garantir la montabilité des mécanismes.

En effet, le système d'équations de compatibilité ne traduit pas directement le problème de montabilité. Par exemple, il existe des équations de compatibilité dans l'assemblage d'une chaise (à quatre pieds) sur le sol, c'est un système hyperstatique. En revanche, il n'y aura aucun problème de montabilité et 100% des chaises pourront être assemblées sur le sol. Cela montre que des informations complémentaires concernant la problématique de la montabilité doivent être apportées par le concepteur.



La problématique de la montabilité est associée à la notion de non-interpénétration des pièces. Il y a en effet un risque que certaines zones d'une pièce à cause d'une mauvaise limitation des défauts interpenètrent une autre pièce. Ces points seront appelés points de contacts car la limite de la montabilité en ces points correspond au contact des deux surfaces. L'information concernant la position de ces zones n'est pas portée par les équations de compatibilité car celles-ci ne manipulent que les éléments de situation des surfaces de la liaison. Il est alors nécessaire de déterminer en quels points de la pièce cette interpénétration peut avoir lieu. L'opération d'extraction de ces points, peut être assistée, dans certains cas, la position des points à extraire est connue (point du contour d'un plan, extrémités d'un cylindre,...). Dans d'autres cas, aucune règle ne s'applique et c'est au concepteur de définir la position des points qu'il veut étudier.

Les choix du concepteur ont une influence sur la spécification. En effet, si un point où le contact est possible est oublié cela peut entraîner des problèmes de montabilité sur le mécanisme spécifié, en revanche, si un point où le contact n'est pas possible est utilisé, alors cela peut entraîner une spécification trop contraignante de la pièce.

La position de ces points étant définie, il faut maintenant établir pour ces points des conditions de montabilité liées à leur position. Dans le cas de la montabilité par les interfaces, les conditions de montabilité sont exprimées en mettant une limite sur la position de ces points de contact par rapport à l'interface. Ces limites sont imposées par la géométrie des surfaces en vis à vis dans la liaison dans le cas de la modélisation par la peau, dans le cas du squelette, ces limites sont imposées par un choix du concepteur.

L'objectif de la simulation est ensuite de déterminer les variations de situation relative des deux éléments qui constituent l'interface qui garantissent la montabilité. Dans le cas du cycle hyperstatique précédent, en extrayant la pièce 1, le cycle suivant est étudié :

$$\{T_{1a1b/1b}\} + \{T_{1b/1}\} + \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/1a1b}\} = \{0\} \quad (4.25)$$

Dans ce cas l'objectif de la simulation est de déterminer les limites des variations des composantes du torseur  $\{T_{1b/1a}\}$  pour que la montabilité soit garantie. Pour cela, le concepteur doit déterminer quels sont les points de contact. Entre l'élément 1a et l'interface, il s'agit des extrémités de l'élément limité lié à 1a. Entre l'élément 1b et l'interface, il s'agit des extrémités de l'élément limité lié à 1b. Il s'agit des points ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ) présentés à la figure 4.33.

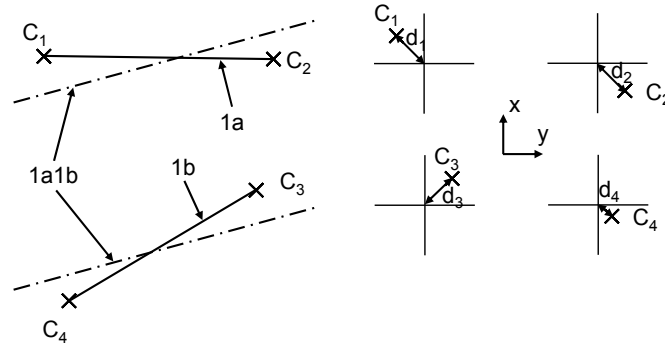


Figure 4.33 – Extraction des points de contacts pour la simulation

Lorsqu'une simulation concernant l'analyse des spécifications pour la montabilité est effectuée, l'objectif est de montrer que pour un torseur  $\{T_{1b/1a}\}$  donné, il existe au moins une solution de montabilité pour le mécanisme. Cette thèse s'intègre dans une étude de synthèse des tolérances, l'objectif est de trouver les limites des variations du torseur  $\{T_{1b/1a}\}$ .

Lorsqu'un mécanisme hyperstatique est assemblé, il prend naturellement une configuration de contacts élémentaire qui peut être modélisée par un système isostatique. La simulation de la montabilité doit afin de garantir la montabilité dans tous les cas, garantir la montabilité du mécanisme pour chacune des configurations. L'objectif de la simulation est donc de rechercher toutes les configurations de contact possibles entre l'interface  $1a1b$  et les éléments  $1a$  et  $1b$ . Dans le cas de la simulation de la figure 4.33, pour la configuration 1, le premier contact est défini au point  $C_1$ , il bloque deux degrés de liberté (contact sphère cylindre), le second contact  $C_2$  bloque aussi deux degrés de liberté (contact sphère cylindre), enfin, un dernier point  $C_3$  bloque le dernier degré de liberté pour obtenir les cinq degrés qui caractérisent la classe prismatique de l'interface. La simulation pour cette configuration va déterminer les équations qui régissent le petit déplacement du point  $C_4$  en fonction des composantes du torseur  $\{T_{1b/1a}\}$ . Associées aux conditions de non-interpénétration établies précédemment, une spécification de ces éléments pour la montabilité peut ainsi être établie. La résolution complète de ce cas de figure est détaillée dans le chapitre 5.

Ainsi, la méthode de génération des équations liées à la montabilité a permis de déterminer une spécification pour la montabilité. La suite consiste donc à établir une spécification pour le respect des exigences géométriques.

### 3.2.2.2 Les conditions géométriques

Le chapitre précédent a permis de montrer comment générer une mise en équations, comme si le mécanisme était isostatique, pour la situation relative de deux pièces dans un mécanisme. Ensuite, dans le paragraphe concernant les conditions géométriques, il a été proposé une décomposition de la condition sur les composantes des torseurs de petits déplacement (écart et lien) liés à la condition. Pour la suite, le torseur  $\{T_{i/ibla}\}$  va être considéré, ses composantes ont été bornées par une étude antérieure liée à une condition géométrique.

La suite revient à répartir les limites des variations du torseur d'écart  $\{T_{i/ibla}\}$  sur les éléments qui composent l'interface, c'est à dire, déterminer les torseurs  $\{T_{i/ib}\}$  et  $\{T_{i/la}\}$ .

La technique proposée consiste donc à extraire des points de contact sur les éléments géométriques à partir desquels l'interface est définie puis à déterminer des limites des variations géométriques de ces points pour garantir que les variations de l'interface restent dans les limites définies. Ainsi, comme dans le cas de l'assemblage, les liaisons entre les surfaces qui composent l'interface et l'interface sont définies par des contacts en un seul point. La spécification liée à l'interface est une condition sur une fonction des composantes du torseur des petits déplacements  $f(\alpha_{i/ibla}, \dots)$ .

En reprenant l'exemple précédent, trois points de contacts sont à mettre en place sur la géométrie, comme cela a déjà été montré, deux correspondent à des liaisons linéaires annulaires  $M_1, M_2$  et un correspond à une ponctuelle  $M_3$ .

A chacune de ces liaison élémentaires, des paramètres de variation sont attribués  $\{t_1(M_1), t_2(M_1), t_3(M_2), t_4(M_2), t_5(M_3)\}$ . La simulation génère donc  $n$  équations, pour  $n$  configurations, de la forme suivante :

$$f_i(\alpha_{i/ibla}, \beta_{i/ibla}, \gamma_{i/ibla}, u_{i/ibla}, v_{i/ibla}) = g_i(t_1(M_1), t_2(M_1), t_3(M_2), t_4(M_2), t_5(M_3)) \quad (4.26)$$

Ainsi, les limites des variations du torseur  $\{T_{i/ibla}\}$  sont reportées sur les composantes  $\{t_1(M_1), t_2(M_1), t_3(M_2), t_4(M_2), t_5(M_3)\}$ . Chaque paramètre est limité plusieurs fois, c'est pour cela qu'une synthèse doit être appliquée afin de ne conserver que la spécification la plus sévère. Ainsi, le respect de la condition est garanti pour toutes les configurations. Pour chaque point extrait de la géométrie, une ou plusieurs variations peuvent être exprimées sur des directions différentes. Il faut alors regrouper les résultats par élément géométrique pour pouvoir revenir à la description des spécifications sous

la forme d'un torseur de petits déplacements. Et ainsi, déterminer les limites des variations des composantes des torseurs  $\{T_{i/ib}\}$  et  $\{T_{i/la}\}$ . Les détails de la résolution sont présentés, sur un exemple, dans le chapitre 5.

Dans certains cas de figures, il est possible de supprimer des configurations de contact qui ne sont pas réalistes et qui dégraderaient le résultat. Ainsi, dans le cas de la figure 4.34, le contact présenté n'est pas réaliste puisque la logique voudrait que les trois plans élémentaires soient en contact avec l'interface, il est alors possible de supprimer dans l'ensemble des configurations de contact celles qui sont les plus aberrantes.

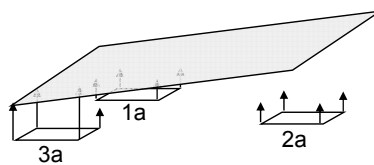


Figure 4.34 – Configuration non réaliste

Cette partie sur les conditions de montabilité a permis de montrer comment la simulation prenait en compte les problématiques liées à la montabilité des pièces dans le mécanisme. En effet, cette partie a permis de définir comment, à partir des deux solutions utilisées pour gérer les hyperstatismes et la montabilité par l'architecture de substitution, il était possible de déterminer des conditions globales entre des éléments idéaux, problèmes dont la résolution a été démontrée dans le paragraphe précédent sur les conditions géométriques. D'un autre côté, une spécification des interfaces dont la mise en place a été proposée afin de gérer les problèmes de montabilité a été menée pour traiter les conditions de montabilité et géométriques.

Ce travail a permis de montrer comment générer une spécification des pièces d'un mécanisme à partir de conditions géométriques et de montabilité. Cependant, étant donné que chaque élément géométrique est influent sur plusieurs conditions, il est nécessaire d'effectuer une spécification sur chaque élément. Cette opération de synthèse va consister à limiter les variations d'une surface avec les contraintes les plus sévères. Cette opération va sur-contraindre l'élément géométrique pour les conditions où ses variations étaient peu limitées. Elle pourrait être améliorée en optimisant la répartition des tolérances. Ce travail n'a pas été abordé durant cette thèse. La suite va consister à montrer ce qu'il est possible de générer à partir de ce résultat.

## 4 L'exploitation des résultats

Le langage qui a servi de support à ces travaux est le langage GeoSpelling, il a été utilisé pour structurer tous les modèles de cette thèse. Il paraît évident que c'est par cette représentation qu'il faut commencer. Ensuite, une méthode d'expression des spécifications sur le squelette sera proposée afin de montrer les possibilités et les limites de cette représentation de la géométrie comme support des spécifications géométriques. Enfin, une méthode qui permet le passage au langage de la norme ISO sera proposée, c'est le langage le plus utilisé dans l'industrie, il fallait montrer l'aptitude de la méthode GeoSpecif à s'adapter à cette expression.

### 4.1 Le passage à GeoSpelling

Durant ce chapitre, le langage GeoSpelling a été utilisé afin de construire la spécification. Une synthèse quant à la spécification associée à ce langage doit être faite. Tout d'abord, deux solutions de spécification ont été proposées. La première concerne la géométrie simulée. La définition qui lui est associée est la suivante :« une spécification pour la simulation est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques idéaux simulés ».

Ces éléments géométriques simulés sont construits à partir du réel et sont utilisés pour représenter une vue de la géométrie avec défauts. Ils intègrent des défauts de position, d'orientation et de dimensions. Ces éléments, afin d'être compatibles avec le modèle de simulation qu'est le torseur de petits déplacements, sont des plans infinis, des droites infinies ou des points. Ces éléments géométriques sont bâtis à partir des opérations définies par le langage de spécification GeoSpelling.

Ensuite, des caractéristiques ont du être définies, elles peuvent être regroupées en deux catégories : les caractéristiques intrinsèques (internes au éléments géométriques) et les caractéristiques de situation. Les caractéristiques de situation étudiées dans ces cas de figure, correspondent aux caractéristiques GeoSpelling pour ces types d'éléments, ainsi les caractéristiques suivantes ont été proposées :

- point/point,
- point/droite,
- point/plan,
- droite/droite parallèles,

- droite/droite quelconques,
- droite/plan parallèles,
- droite/plan quelconques,
- plan/plan parallèles,
- plan/plan quelconques.

Les conditions étudiées sont issues de conditions de montabilité ou de conditions géométriques déduites du besoin fonctionnel du mécanisme. Elles correspondent à des limites sur les variations des caractéristiques de situation ou intrinsèques.

Cette spécification pour la simulation est ensuite connectée au réel afin de réduire le nombre d'incertitudes de spécification. Cette étape passe par la définition d'une architecture de substitution issue du réel et qui supplantera la géométrie avec défauts dans la spécification pour la simulation.

Le résultat issu de cette méthode correspond bien à une spécification selon la définition issue du langage GeoSpelling : « une spécification pour la simulation est une condition sur une dimension définie par une caractéristique sur des éléments géométriques identifiés à partir du « skin model » par des opérations ».

Toutes ces spécifications peuvent être exprimées sur la peau du mécanisme. De plus, une partie d'entre elles peut être exprimée sur le squelette. En effet, les caractéristiques qui peuvent être mises en place sur le squelette sont, comme cela a été dit précédemment, toutes les caractéristiques de situation. Cela signifie qu'à l'exception des caractéristiques intrinsèques, le squelette peut être le support de cette spécification exprimée dans le langage GeoSpelling.

## 4.2 Le passage à l'ISO

Le passage à la norme ISO n'est pas aussi direct que le passage au langage GeoSpelling. En effet, la construction n'est pas du tout la même. Les défauts pris en compte et spécifiés par la méthode sont des défauts d'orientation, de position et de dimension. Pour les deux premiers défauts, la spécification selon le langage ISO passe par la mise en place de zones de tolérances. Dans le cas du troisième type de défaut, la spécification ISO a ses propres règles pour spécifier le dimensionnel. Le passage des résultats de cette méthode au langage ISO se fait donc en trois étapes :

1. Construction d'un système de références,

2. Spécification dimensionnelle,
3. Spécification par zones de tolérances.

Le passage au langage ISO n'a pas fait l'objet d'une étude approfondie lors de cette thèse. En effet, les imperfections de ce langage de spécification ont été montrées, de plus, il existe des méthodes permettant la génération de spécifications ISO avec certaines hypothèses [Anselmetti (2008)]. Par conséquent, une présentation du passage au langage ISO va être présentée ici, mais la construction d'un post-processeur qui effectuerait ce passage de manière automatique demanderait des travaux supplémentaires.

### 4.2.1 Construction d'un système de références

Dans cette partie, l'objectif est de montrer comment s'effectue le passage des caractéristiques GeoSpelling au langage ISO. Le résultat précédent pour une pièce est un ensemble de conditions locales exprimées par des caractéristiques. Afin d'utiliser le langage ISO, il convient de mettre en place un système de références sur la pièce qui permet de positionner toutes les spécifications liées à la pièce. La mise en place d'un système de références sur une pièce revient pour les torseurs de petits déplacements à construire un référentiel sur la pièce à partir des éléments idéaux et grâce à ces constructions de rendre nulles certaines composantes des torseurs d'écart. Cela revient à définir la position du nominal par rapport à la géométrie avec défauts à partir de certaines surfaces de la pièce. Les habitudes de conception font que en général, les surfaces de mise en position sont définies comme références, cependant, dans le cas de ces travaux, la spécification ISO découle de spécifications ou des éléments idéaux sont spécifiés via des caractéristiques GeoSpelling, par conséquent, la définition de références n'a plus le même sens.

La construction de la référence de la figure 4.35, revient à définir les composantes du torseur  $\{T_{1b/1}\}$  comme suit :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{1b/1, O_1}} \cdot \vec{x} &= 0 \\
 \overrightarrow{R_{1b/1}} \cdot \vec{y} &= 0 \\
 \overrightarrow{R_{1b/1}} \cdot \vec{z} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.27}$$

### 4.2.2 Spécification dimensionnelle

Le chapitre 1 a montré quels étaient les moyens disponibles pour spécifier les dimensions. Globalement, dans le cas de cette approche, la spécification des dimensions

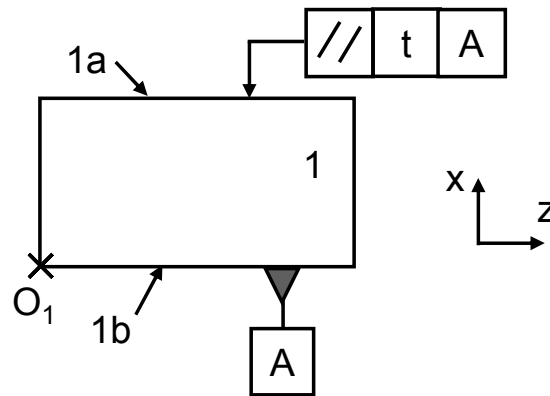


Figure 4.35 – Construction d'une référence ISO

intrinsèques passe par les caractéristiques intrinsèques des éléments idéaux associés. Ces éléments étant associés avec une contrainte de tangence extérieur matière, la spécification dimensionnelle la plus proche est celle de l'enveloppe.

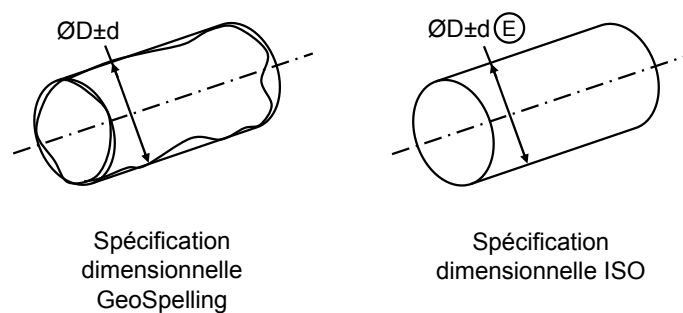


Figure 4.36 – Spécification dimensionnelle

### 4.2.3 Zones de tolérance

A la différence du langage GeoSpelling, le langage ISO définit les limites des variations géométrique d'éléments et non de caractéristiques. Cela signifie que tous les éléments géométriques tolérancés seront des éléments limités. Ensuite, les limites des variations de leurs caractéristiques de situation seront bornées par des zones de tolérance. Comme cela a été dit précédemment, la simulation du comportement d'éléments limités avec la méthode n'est possible qu'en extrayant des points de ces éléments limités et de travailler avec des ensembles de distances. L'objectif de la simulation est de traduire les variations des points extraits des éléments limités portés par les éléments de situation des surfaces (qui tiennent compte de l'étendue des surfaces) en un ensemble de distances entre ces



points et les éléments de situation qui constituent la référence spécifiée de la pièce tolérancée. Les bornes de cet ensemble de distances permettent de construire les limites de la zone de tolérance.

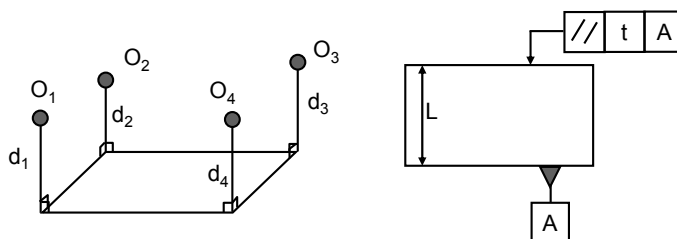


Figure 4.37 – Construction d’une zone de tolérance

Les limites des caractéristiques issues du langage GeoSpelling sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \min(d_1) &\leq d_1 \leq \max(d_1) \\
 \min(d_2) &\leq d_2 \leq \max(d_3) \\
 \min(d_3) &\leq d_3 \leq \max(d_3) \\
 \min(d_4) &\leq d_4 \leq \max(d_4)
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

Ce qui donne sur la tolérance ISO :

$$\begin{aligned}
 L - \frac{t}{2} &= \max(\min(d_1), \min(d_3), \min(d_3), \min(d_4)) \\
 L + \frac{t}{2} &= \min(\max(d_1), \max(d_2), \max(d_3), \max(d_4))
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

Des principes du passage à la spécification ISO ont ainsi été proposées. La traduction des spécifications dans le langage ISO n’est pas générique mais ce travail n’a pas été une priorité de cette thèse.

## 5 Synthèse

Ce chapitre a donc permis la mise en place de spécifications sur les pièces isolées des mécanismes à partir de conditions de montabilité et géométriques qui portaient sur tout le mécanisme. La géométrie et l’architecture de substitution ont permis de relier la géométrie avec défauts, étudiée dans le chapitre précédent, au réel, tout en mettant en évidence l’apparition des incertitudes.

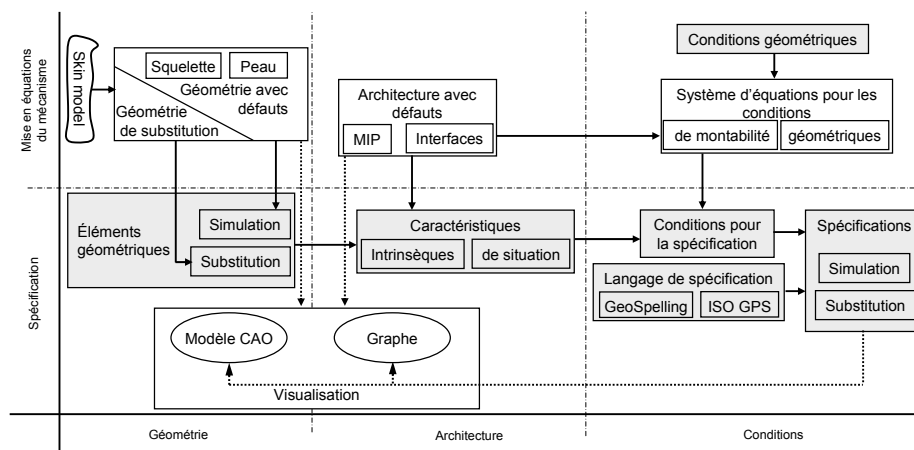


Figure 4.38 – Organigramme du chapitre 4

La mise en place de traductions de conditions et de spécifications a montré comment la modélisation à partir des torseurs de petits déplacements pouvait être combinée à une méthode basée sur le langage de spécification GeoSpelling.

La présentation de l'ensemble des conditions fonctionnelles disponibles pour la méthode GeoSpecif a été effectuée que ce soit du point de vue de la montabilité ou du respect des conditions géométriques.

La génération de spécifications au format GeoSpelling a été montrée et des pistes quant à l'expression de ces spécifications à l'aide de la norme ISO, langage de spécification le plus utilisé dans l'industrie, a été ébauché avec quelques règles simples.



# Chapitre 5

## Cas d'application

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>176</b>
<b>2</b>	<b>Cas académique : La liaison glissière</b>	<b>176</b>
2.1	Besoin et première solution	177
2.2	Enrichissement du mécanisme	183
2.3	Intégration des surfaces au modèle	202
2.4	Synthèse sur le premier cas	204
<b>3</b>	<b>Cas industriel</b>	<b>205</b>
3.1	Présentation du mécanisme	206
3.2	Synthèse sur le cas industriel	217

---

# 1 Introduction

Deux cas d'application vont être présentés dans cette partie. Chacun a des particularités qui permettent de montrer la genericité des travaux. Ces deux études vont être articulées sur la structure de la méthode GeoSpecif, c'est pourquoi l'organigramme général en est rappelé à la figure 5.1.

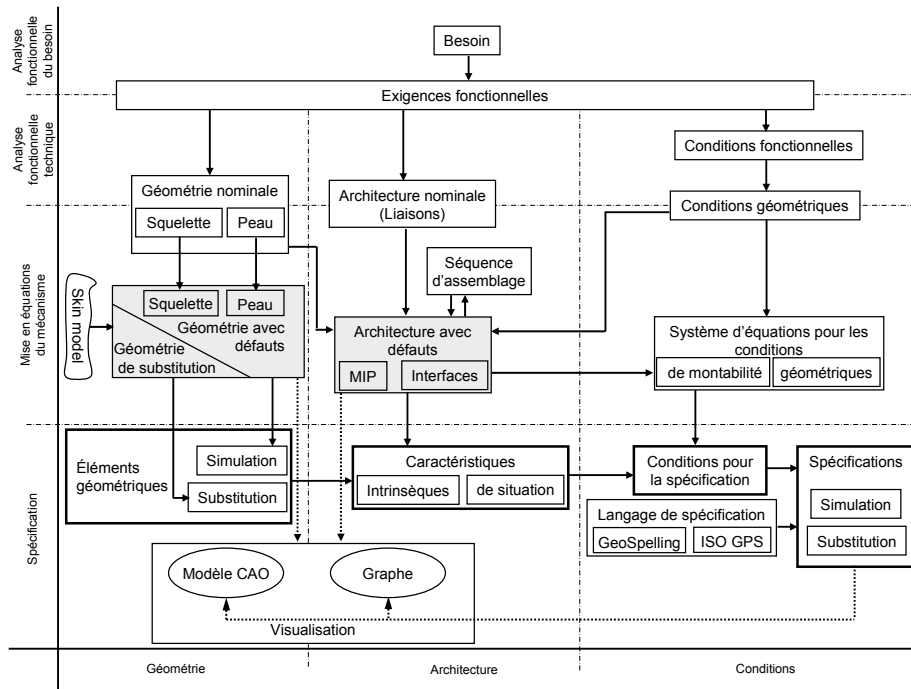


Figure 5.1 – Organigramme de la méthode GeoSpecif

## 2 Cas académique : La liaison glissière

Ce mécanisme est issu des travaux de Ballu [Ballu *et al.* (2008)].

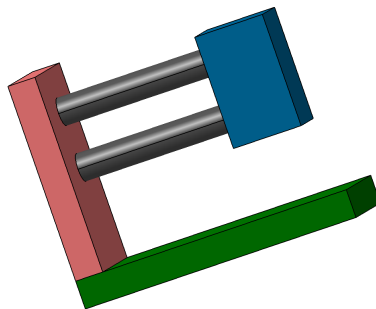


Figure 5.2 – Cas d'application 1 : La liaison glissière

Son principal intérêt est de présenter un cycle d'hyperstatisme. Son second intérêt vient de sa simplicité, ainsi, il peut faire l'objet d'une étude depuis le début de la conception sans que celle-ci ne prenne de trop grandes proportions. Le point de départ du travail sur ce cas est l'étude du besoin fonctionnel afin de montrer l'intégration de la méthode GeoSpecif dans le cycle de conception.

## 2.1 Besoin et première solution

La première étape de la conception consiste à traduire le besoin lié au mécanisme en plusieurs exigences fonctionnelles. Il s'agit de « l'Analyse fonctionnelle du besoin », elle ne sera pas traitée. Pour ce cas plusieurs exigences fonctionnelles peuvent être mises en place. Elles sont traduites en fonctions principales sur le diagramme pieuvre.

- La première Fonction Principale (FP1) est : « Guider en translation I et II ». Il s'agit de guider deux pièces *I* et *II* en translation sur une course  $L$ .
- La seconde Fonction Principale (FP2) est : « Limiter le déplacement relatif de I et II ». Il s'agit d'une condition de débattement locale maximum ( $D_{max}$ ) imposée entre les deux éléments I et II au point le plus éloigné du centre de la liaison sur une direction perpendiculaire à la direction du déplacement. Il existe une seule condition géométrique, ce qui ne permet pas d'exprimer de hiérarchisation. L'expression de la condition doit être mise sous la forme d'une spécification issue du langage GeoSpelling afin de limiter les incertitudes.

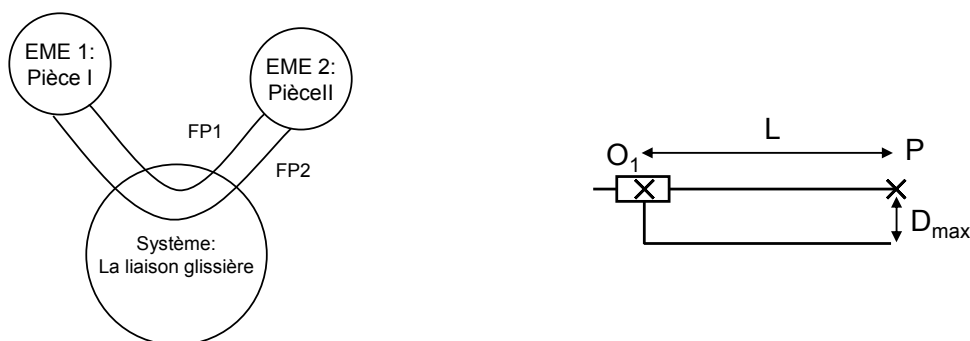


Figure 5.3 – Diagramme pieuvre et schéma cinématique du cas académique

Pour cet exemple, le besoin défini ne va pas évoluer au cours de la conception. Une telle évolution est toutefois possible, c'est pour cela que le FAST est important, il permet de constater les choix impactés par un changement de solution.

Dans la suite, le mécanisme va subir plusieurs évolutions de conception. Une évolution de conception revient à une modification de la géométrie et de l'architecture nominale. La capitalisation des données permet autant que possible de réutiliser les résultats des conceptions précédentes. Pour chacune d'entre elles, une étude des variations géométriques jusqu'à la spécification est effectuée. C'est pour cela que ce document est scindé en plusieurs parties. Le premier découpage de l'étude correspond à l'évolution de la solution. Le second découpage représente les étapes de la méthode présentées dans l'organigramme global.

### 2.1.1 Analyse fonctionnelle technique

Le diagramme FAST sert à collecter les informations liées à l'Analyse Fonctionnelle Technique. Ainsi, son point de départ correspond aux Fonctions Principales (FP1 et FP2) issues du diagramme pieuvre, il est visible sur la figure 5.4.

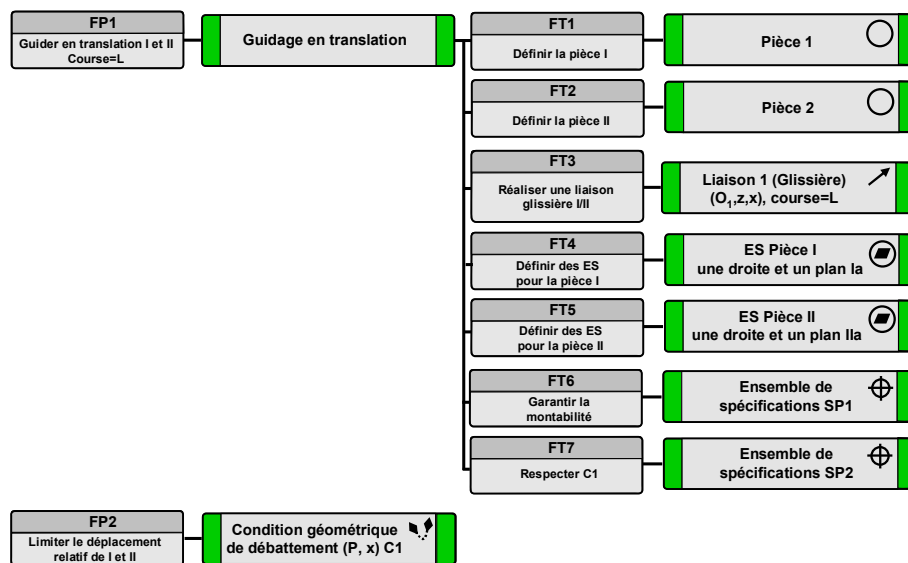


Figure 5.4 – Diagramme FAST de la première solution

Cette étape permet de définir une géométrie et une architecture nominales ainsi qu'un ensemble de conditions géométriques. Pour le moment, la géométrie du mécanisme se limite à son squelette. A partir de cette solution, des représentations de la géométrie et de l'architecture nominale peuvent être définies.

- L'architecture (FT3) est présentée sur le graphe de la figure 5.5,
- La géométrie (FT4 et FT5) est présentée sur le squelette de la figure 5.5.

La liaison glissière est définie par les éléments  $Ia$  et  $IIa$ . L'élément  $Ia$  est composé des éléments géométriques suivants :

- $DR_1$  droite définissant la direction de la glissière,
- $PL_1$  plan de la glissière.

Des éléments identiques existent pour l'élément  $IIa$ . Les deux éléments  $Ia$  et  $IIa$  sont superposés sur la vue du squelette à la figure 5.5.

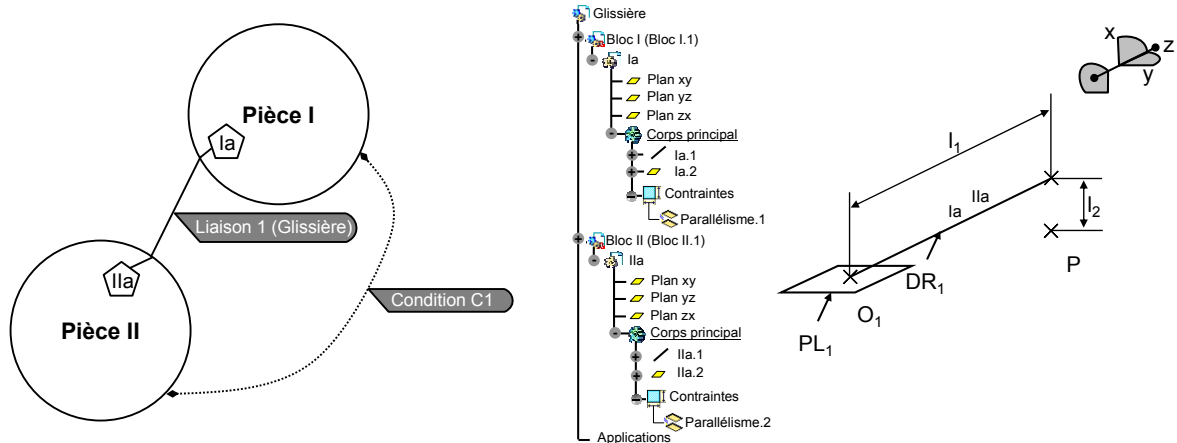


Figure 5.5 – Graphe et squelette de la première solution

### 2.1.2 Mise en équations du mécanisme

Le squelette du mécanisme permet de définir un repère de définition pour les torseurs de petits déplacements. Il existe plusieurs solutions pour définir ce repère, la méthode favorise la définition du grand déplacement d'une liaison (s'il n'y en a qu'un) selon l'axe  $\vec{z}$ .

- Définition du vecteur normé  $\vec{z}$ , porté par la droite  $DR_1$ , orienté de  $O_1$  vers  $P$ ,
- Définition du vecteur normé  $\vec{x}$ , normal au plan  $PL_1$ , défini en  $O_1$  et orienté en utilisant les critères d'orientation définis au chapitre 4,
- Définition du vecteur normé  $\vec{y}$  pour que le repère  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  soit orthonormé direct.

Ces informations permettent de construire la géométrie avec défauts en ajoutant des défauts d'orientation et de position au nominal par l'intermédiaire des torseurs de petits déplacements  $\{T_{I/Ia}\}$  pour la pièce  $I$  et  $\{T_{II/IIa}\}$  pour la pièce  $II$ . Le torseur  $\{T_{Ia/IIa}\}$  permet quant à lui d'exprimer le lien entre les deux éléments géométriques  $Ia$  et  $IIa$ .

$$\{T_{I/Ia}\} + \{T_{Ia/IIa}\} + \{T_{IIa/II}\} = \{T_{I/II}\} \quad (5.1)$$



Cet ensemble d'informations sert à décrire la géométrie avec défauts.

Le point P est le point d'application de la condition locale de débatement, celle ci est définie sur la direction  $\vec{x}$ . Le torseur du petit déplacement peut alors être écrit dans le repère (P,x,y,z).

$$\{T_{I/II}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{I/II}} \\ \overrightarrow{D_{I/II,O_1}} \end{array} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/II} & u_{I/II,O_1} \\ \beta_{I/II} & v_{I/II,O_1} \\ \gamma_{I/II} & W_{I/II,O_1} \end{array} \right\}_{O_1} \quad (5.2)$$

$$\{T_{I/II}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/II} & u_{I/II,O_1} \\ \beta_{I/II} & v_{I/II,O_1} \\ \gamma_{I/II} & W_{I/II,O_1} \end{array} + \begin{pmatrix} l_2 \\ 0 \\ -l_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \alpha_{I/II} \\ \beta_{I/II} \\ \gamma_{I/II} \end{pmatrix} \right\}_P \quad (5.3)$$

$$\{T_{I/II}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/II} & u_{I/II,O_1} + l_1 \beta_{I/II} \\ \beta_{I/II} & v_{I/II,O_1} - l_1 \times \alpha_{I/II} - l_2 \times \gamma_{I/II} \\ \gamma_{I/II} & W_{I/II,O_1} + l_2 \times \beta_{I/II} \end{array} \right\}_P \quad (5.4)$$

La liaison étant isostatique, il n'y a aucune équation de compatibilité sur ce mécanisme.

L'expression de la condition  $C_1$  sous la forme du langage GeoSpelling pour les éléments simulés est la suivante. Elle commence par la définition des éléments géométriques simulés :

- Extraction du point P sur la pièce II. Cette extraction est définie par les coordonnées du point P dans le repère  $(O_1,x,y,z)$ ,  $\overrightarrow{O_1P} = l_2 \cdot \vec{x} + l_1 \cdot \vec{z}$ ,
- Partition du plan  $PL_1$ .

La caractéristique est une caractéristique de position entre le point P et le plan  $PL_1$ . Elle correspond à la projection du déplacement relatif des deux pièces sur la droite perpendiculaire au plan  $PL_1$  défini en P.

La condition stipule que la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la caractéristique ne doit pas excéder la valeur  $D_{max}$ . De plus, la relation doit être vérifiée dans tous les cas de figures, un quantificateur  $\forall$  est par conséquent ajouté à l'expression de la condition.

Cette expression a été traduite grâce à l'opération de traduction des conditions, elle a permis de déterminer l'inéquation suivante sur les composantes des torseurs de petits

déplacements :

$$\begin{aligned} \max(\overrightarrow{D_{I/II,P}} \cdot \vec{x}) - \min(\overrightarrow{D_{I/II,P}} \cdot \vec{x}) &\leq D_{max} \\ \max(u_{I/II,O_1} + l_1 \times \beta_{I/II}) - \min(u_{I/II,O_1} + l_1 \times \beta_{I/II}) &\leq D_{max} \end{aligned} \quad (5.5)$$

De plus, comme il s'agit d'une condition de débattement, elle s'applique sur un mécanisme donné. Les variations des composantes des torseurs d'écart pour un mécanisme sont nulles. C'est pour cela que seules les composantes des torseurs de liens interviennent dans la condition C1 :

$$\begin{aligned} \max(\overrightarrow{D_{Ia/IIa,P}} \cdot \vec{x}) - \min(\overrightarrow{D_{Ia/IIa,P}} \cdot \vec{x}) &\leq deb_{max} \\ \max(u_{Ia/IIa,O_1} + l_1 \times \beta_{Ia/IIa}) - \min(u_{Ia/IIa,O_1} + l_1 \times \beta_{Ia/IIa}) &\leq deb_{max} \end{aligned} \quad (5.6)$$

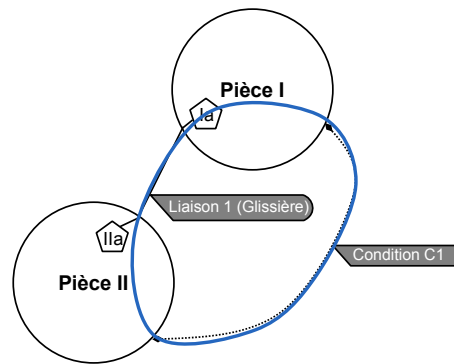


Figure 5.6 – Représentation du cycle lié à la condition sur le graphe

### Analyse de la robustesse

L'analyse de la robustesse peut être exécutée à chaque évolution de la solution. Comme cela a été dit dans le chapitre 2, elle nécessite la définition de la géométrie et de l'architecture avec défauts afin de simuler l'impact des variations géométriques mais elle n'influence que la géométrie et l'architecture nominales.

L'analyse de la robustesse des mécanismes peut être appliquée sur deux types de paramètres : les paramètres architecturaux et les paramètres géométriques.

Les paramètres architecturaux concernent les liaisons et l'architecture du mécanisme. Sur ce cas d'application, aucune amélioration n'est possible, le système étant isostatique.

Les paramètres géométriques concernent les paramètres qui pilotent la géométrie du mécanisme (ici  $l_1$  et  $l_2$ ). Dans le but d'augmenter la robustesse du mécanisme, il est

possible d'utiliser la méthode des fonctions de performance. Il n'y a qu'une condition géométrique (C1) sur ce cas d'application, elle permet de définir la seule fonction de performance qui sera étudiée, la fonction  $f_1$ .

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \overrightarrow{D_{I/II}P} \cdot \vec{x} = u_{I/II} + l_1 \times \beta_{I/II} \\
 x &= [u_{I/II} \ \beta_{I/II}]^T; \quad f = [f_1]^T \\
 \frac{\partial f_1}{\partial u_{I/II}} &= 1; \quad \frac{\partial f_1}{\partial \beta_{I/II}} = l_1 \\
 \partial f &= J_x \partial x; \quad J_x = [1 \ l_1]
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

La minimisation des composants de la matrice  $J_x$  revient à minimiser  $l_1 = (L + l_0)$ , or, le paramètre  $L$  est la course de la liaison et ne peut être minimisé. Un choix de conception judicieux, en vue de l'augmentation de la robustesse du mécanisme, serait donc de minimiser  $l_0$  (la distance minimale entre  $O_1$  et  $P$ ).

### 2.1.3 Spécification

Comme cela a été dit précédemment, le système est isostatique, il n'y a donc pas de spécification liée à la montabilité (FT6), l'ensemble de spécification (SP1) est donc vide.

La seule condition géométrique sur le mécanisme est la condition géométrique de débattement C1 (FT7) entre les deux pièces. La spécification limite les variations du torseur de lien de la liaison.

$$\max(u_{Ia/IIa} + (L + l_0) \times \beta_{Ia/IIa}) - \min(u_{Ia/IIa} + (L + l_0) \times \beta_{Ia/IIa}) \leq deb_{max} \tag{5.8}$$

Une opération de traduction de la spécification permet de traduire cette spécification en une condition sur des caractéristiques GeoSpelling. Les deux éléments dont la position varie à cause des composantes  $u_{Ia/IIa}$  et  $\beta_{Ia/IIa}$  sont les deux droites  $DR_1$  de l'élément  $Ia$  et  $DR_2$  de l'élément  $IIa$ . Il s'agit de deux droites nominalement parallèles, il est donc possible de rechercher une expression de dépendance des caractéristiques pour la spécification.

Dans le cas de deux droites parallèles, la mise en place de la caractéristique en un point A, sur la droite  $DR_2$ , permet de générer la caractéristique suivante, fonction de plusieurs composantes dépendantes :

$$d_A = d_0 + \overrightarrow{D_{e_2/e_1}O_1} \cdot \vec{x} - (\overrightarrow{AO_2} \cdot \vec{z}) \times \overrightarrow{R_{e_2/e_1}} \cdot \vec{y} \tag{5.9}$$

Cela revient à choisir le point A comme suit :

$$\overrightarrow{PO_2} \cdot \vec{z} = -l_1 \quad (5.10)$$

Donc, le point A est la projection du point P sur la droite  $DR_2$ . Dans le cas de cette spécification, cela a pour effet de revenir à la condition de débattement locale exprimée précédemment. Ce n'est pas surprenant étant donné que la condition était déjà locale.

## 2.2 Enrichissement du mécanisme

Cette évolution correspond à un choix technologique du concepteur qui consiste à réaliser la liaison glissière à l'aide de deux liaisons pivot-glissant parallèles. Ce choix peut être guidé par des conditions mécaniques qui imposent certains efforts à la liaison. Parfois, ce choix peut être issu d'habitudes de conception. La méthode va permettre de montrer les conséquences de ce choix sur la spécification des pièces. Une évolution du FAST de la figure 5.4 est présentée à la figure 5.7. Cette évolution constitue une modification de la géométrie et de l'architecture nominales. C'est pourquoi une analyse de la robustesse de la solution sera effectuée par la suite.

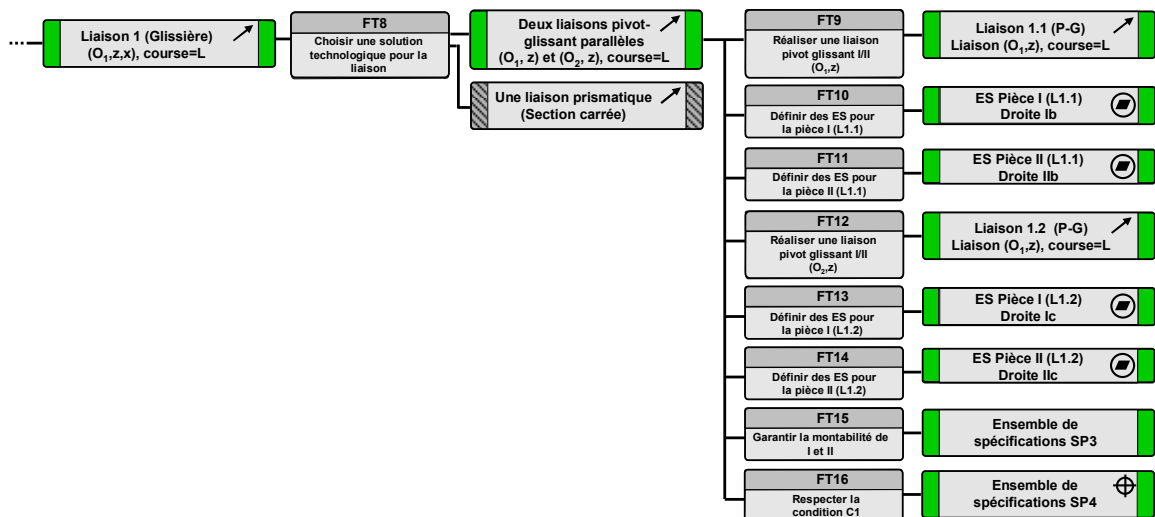


Figure 5.7 – Premier enrichissement de la solution

Le graphe (FT9, FT12) et le squelette (FT10, FT11, FT13, FT14) sont présentés à la figure 5.8.

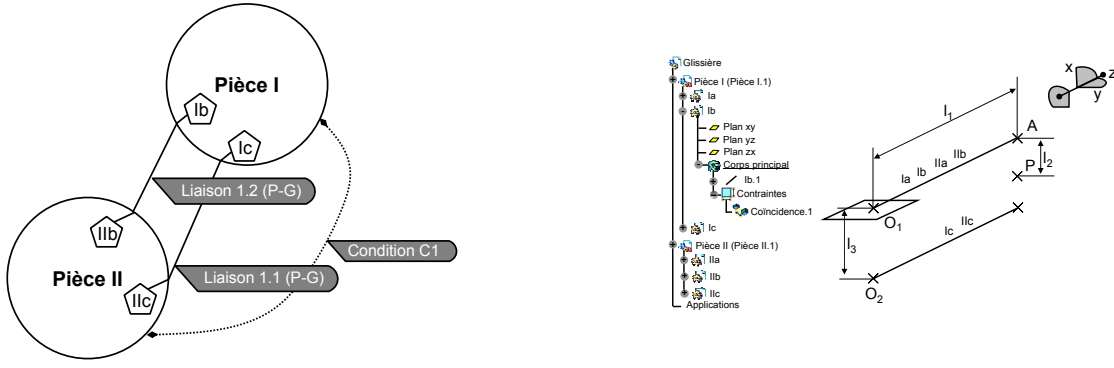


Figure 5.8 – Graphe et squelette de la solution enrichie

### 2.2.1 Mise en équation du mécanisme

Le torseur qui lie les pièces  $I$  et  $II$  peut alors être décomposé de deux façons différentes selon le chemin choisi sur le graphe.

$$\begin{aligned}
 \{T_{I/II}^b\}_{O_2} &= \{T_{I/II}^c\}_{O_2} \\
 \{T_{I/II}^b\}_{O_1} &= \{T_{I/Ib}\}_{O_1} + \{T_{Ib/IIb}\}_{O_1} + \{T_{IIb/II}\}_{O_1} \\
 \{T_{I/II}^c\}_{O_2} &= \{T_{I/Ic}\}_{O_2} + \{T_{Ic/IIc}\}_{O_2} + \{T_{IIc/II}\}_{O_2}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Les notations  $^b$  et  $^c$  ne sont utilisées ici que pour limiter la taille des équations, elle ne sont pas définies par la méthode.

$$\{T_{I/II}^b\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/II}^b & u_{I/II,O_1}^b \\ \beta_{I/II}^b & v_{I/II,O_1}^b \\ \Gamma_{I/II}^b & W_{I/II,O_1}^b \end{array} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/II}^b & u_{I/II,O_1}^b \\ \beta_{I/II}^b & v_{I/II,O_1}^b - e \times \Gamma_{I/II}^b \\ \Gamma_{I/II}^b & W_{I/II,O_1}^b + e \times \beta_{I/II}^b \end{array} \right\}_{O_2} \tag{5.12}$$

$$\{T_{I/II}^c\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{I/IIb}^c & u_{I/IIb,O_2}^c \\ \beta_{I/IIb}^c & v_{I/IIb,O_2}^c \\ \Gamma_{I/IIb}^c & W_{I/IIb,O_2}^c \end{array} \right\}_{O_2}, \text{ donc } \left\{ \begin{array}{l} \underline{\alpha_{I/II}^b = \alpha_{I/II}^c} \\ \underline{\beta_{I/II}^b = \beta_{I/II}^c} \\ \underline{\Gamma_{I/II}^b = \Gamma_{I/II}^c} \\ \underline{u_{I/II,O_1}^b = u_{I/II,O_2}^c} \\ v_{I/II,O_1}^b - e \times \Gamma_{I/II}^b = v_{I/II,O_2}^c \\ W_{I/II,O_1}^b + e \times \beta_{I/II}^b = W_{I/II,O_2}^c \end{array} \right. \tag{5.13}$$

Trois équations de compatibilité, soulignées sur le système d'équations 5.13, sont

extraites :

$$\begin{aligned}
 (\alpha_{I/Ib} + \alpha_{Ib/IIb} + \alpha_{IIb/II}) + (\alpha_{II/IIc} + \alpha_{IIc/Ic} + \alpha_{Ic/I}) &= 0 \\
 (\beta_{I/Ib} + \beta_{Ib/IIb} + \beta_{IIb/II}) + (\beta_{II/IIc} + \beta_{IIc/Ic} + \beta_{Ic/I}) &= 0 \\
 (u_{I/Ib} + u_{Ib/IIb} + u_{IIb/II}) + (u_{II/IIc} + u_{IIc/Ic} + u_{Ic/I}) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Elles traduisent une problématique de montabilité qui devra être garantie par l'ajout de spécifications.

Une équation principale 5.15 montre que la collection des deux liaisons bloque un degré de liberté, en effet, les composantes  $\Gamma_{I/II}^b$  et  $\Gamma_{I/II}^c$  ne sont fonctions que de petits déplacements, comme le montre l'équation 5.15, par conséquent, elles deviennent des petits déplacements  $\gamma_{I/II}^b$  et  $\gamma_{I/II}^c$ .

$$\Gamma_{I/II}^b = \Gamma_{I/II}^c = \frac{v_{I/II}^b - v_{I/II}^c}{e} \tag{5.15}$$

### *Analyse de la robustesse*

En ce qui concerne les paramètres architecturaux, comme cela a été montré dans le chapitre 2, la modification du mécanisme dans le but de le rendre isostatique augmente la robustesse de la conception. Les modifications suivantes peuvent alors être appliquées, elles consistent à lever les degrés d'hyperstatisme sur les équations soulignées du système 5.13 :

$$\begin{aligned}
 \alpha_{I/II}^b &= A_{I/II}^b \text{ ou } \alpha_{I/II}^c = A_{I/II}^c \\
 \beta_{I/II}^b &= B_{I/II}^b \text{ ou } \beta_{I/II}^c = B_{I/II}^c \\
 u_{I/II}^b &= U_{I/II}^b \text{ ou } u_{I/II}^c = U_{I/II}^c
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Pourtant, pour la suite de la résolution le choix sera fait de conserver une architecture hyperstatique (par exemple pour respecter une condition mécanique).

L'étude des paramètres géométriques montre que la condition est influente sur deux cycles, les variations géométriques liées à ces deux cycles ont donc un impact sur la condition. Dans le but d'augmenter la robustesse du mécanisme, il faut appliquer la méthode des fonctions de performances sur chacune des fonctions suivantes qui doivent être traitées séparément :

$$\begin{aligned}
 \max(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) - \min(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) &\leq D_{max} \\
 \max(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) - \min(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) &\leq D_{max}
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Le vecteur  $x$  et la matrice  $J_x$  ont la forme suivante :

$$x = \begin{bmatrix} \beta_{I/II}^b & u_{I/II}^b & \beta_{I/II}^c & u_{I/II}^c \end{bmatrix}$$

$$J_x = \begin{bmatrix} 1 & l_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Il n'y a donc pas de changement quant à l'objectif à atteindre afin de rendre le mécanisme plus robuste, il faut minimiser  $l_0$ .

### 2.2.2 Introduction de la spécification

Deux conditions introduisent de la spécification :

- la montabilité (FT15),
- le respect de la condition géométrique (FT16).

En ce qui concerne la montabilité et comme cela a été montré dans le chapitre 3, les torseurs de lien servent à compenser les écarts des surfaces du cycle hyperstatique.

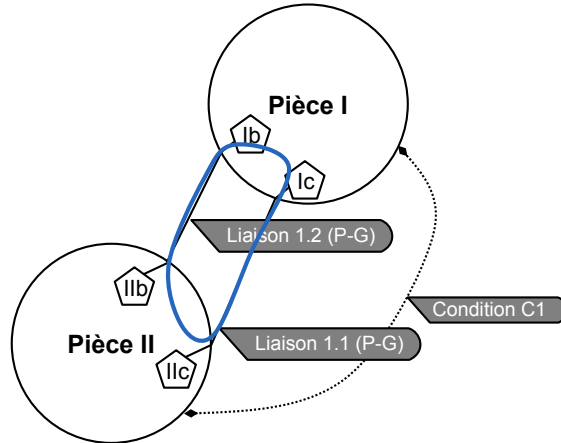


Figure 5.9 – Cycle d'hyperstatisme sur le graphe

Les équations de compatibilité doivent être modifiées afin de séparer les composantes des torseurs d'écart (à gauche du système d'équations) et de lien (à droite) :

$$\alpha_{I/Ib} + \alpha_{IIb/II} + \alpha_{II/IIc} + \alpha_{Ic/I} = -\alpha_{Ib/IIb} - \alpha_{IIc/Ic}$$

$$\beta_{I/Ib} + \beta_{IIb/II} + \beta_{II/IIc} + \beta_{Ic/I} = -\beta_{Ib/IIb} - \beta_{IIc/Ic}$$

$$u_{I/Ib} + u_{IIb/II} + u_{II/IIc} + u_{Ic/I} = -u_{Ib/IIb} - u_{IIc/Ic} \quad (5.19)$$

Il y a ici trop d'inconnues ( $\alpha_{Ib/IIb}, \alpha_{IIc/Ic}, \dots$ ) par rapport au nombre d'équations. C'est pourquoi les méthodes classiques d'assistance à la spécification ne savent pas gérer

ces équations, en effet, il manque des informations afin de pouvoir aller plus loin, comme cela a été montré dans le chapitre 3. Ces informations doivent être apportées par le concepteur qui, avant de continuer, doit choisir comment gérer les contacts. En effet, soit le torseur  $\{T_{Ib/IIb}\}$  compense les écarts, soit  $\{T_{Ic/IIc}\}$ , soit les deux. Les méthodes habituelles de simulation du comportement des mécanismes, en utilisant les torseurs de petits déplacements, ne proposent aucune solution pour aider le concepteur dans son choix. Par exemple, le logiciel Anatole ne permet pas de continuer la simulation si les hyperstatismes ne sont pas enlevés. Les travaux proposés dans cette thèse fournissent une assistance pour ce choix.

La seconde partie de la spécification concerne la condition géométrique. L'hyperstativité du mécanisme génère deux cycles pour cette même condition. Comme précédemment pour la montabilité, il faut enrichir le modèle afin de continuer la résolution, c'est ce que propose la méthode GeoSpecif.

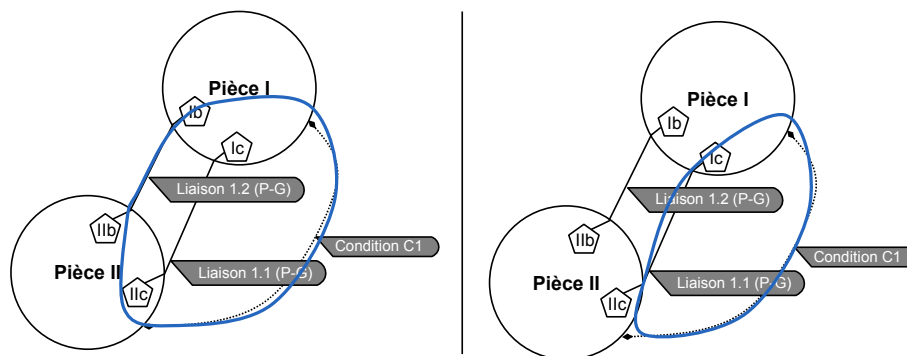


Figure 5.10 – Cycles de condition sur le graphe

### 2.2.3 Définition de l'architecture avec défauts

Comme le montre le chapitre 3, il existe trois moyens qui permettent au concepteur d'effectuer les choix visant à enrichir son mécanisme pour la résolution :

1. la séquence d'assemblage :

Dans cet exemple, seules deux pièces sont assemblées, donc il n'existe qu'une séquence d'assemblage. Si le mécanisme avait compté plus de pièces et si pour des raisons de logistique, une séquence d'assemblage était imposée, cela aurait un impact direct sur la configuration des contacts.

2. la géométrie :



La géométrie des liaisons n'est pas définie, mais s'il avait été dit qu'une des deux liaisons pivot-glissant était plus courte que l'autre, cela aurait pu être un critère pour définir les contacts.

3. les conditions géométriques :

Une étude concernant la condition va être menée dans la suite.

L'expression de la condition sur les composantes des torseurs de petits déplacements est la suivante pour chacun des cycles :

$$\begin{aligned} \max(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) - \min(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) &\leq D_{max} \\ \max(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) - \min(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) &\leq D_{max} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Les coefficients d'influence sont les mêmes ce qui signifie que les deux liaisons ont strictement la même influence sur la condition.

Ainsi, aucun des critères de choix ne suffit, dans ce cas, le concepteur doit décider. Ici, le choix est fait de considérer les deux liaisons de la même manière. Les torseurs  $\{T_{Ib/IIb}\}$  et  $\{T_{Ic/IIc}\}$  sont, alors, gérés de manière simultanée, ce qui est possible grâce au concept d'interface introduit dans le chapitre 3. L'interface générée est  $IbIc/IIbIIc$ , les bases des deux sous-ensembles sont les pièces I(IbIc) et II(IIbIIc). Toutes ces évolutions sont ce qui mène à la définition de la séquence de l'architecture avec défauts. Cet enrichissement du mécanisme est lui aussi représenté sur le FAST pour l'évaluation de la solution, à la figure 5.11. Ainsi, si le concepteur change d'avis ou si les données du problème changent, il est possible de trouver sur le FAST l'endroit où ce choix a été effectué et quel était l'état de la solution juste avant (capitalisation des données). De plus, il est également possible de remonter des spécifications issues de ce choix jusqu'au choix lui même, ce qui permet une connexion directe entre les spécifications et la fonction qu'elles garantissent.

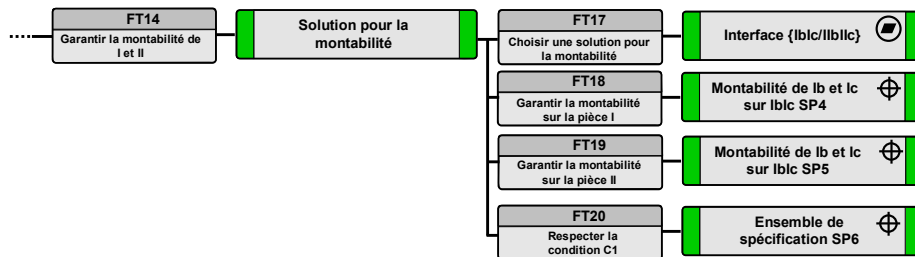


Figure 5.11 – FAST de l'enrichissement lié à la nouvelle méthode

Les informations concernant l'enrichissement du mécanisme sont liées à l'architecture (modification des liaisons due à l'interface) (FT17), à la géométrie (mise en place des éléments de situation de l'interface) et aux spécifications (spécification des éléments de l'interface pour respecter la montabilité (FT18, FT19) et les conditions géométriques (FT20)).

Cette évolution entraîne la génération du graphe de la figure 5.12 qui représente les interfaces.

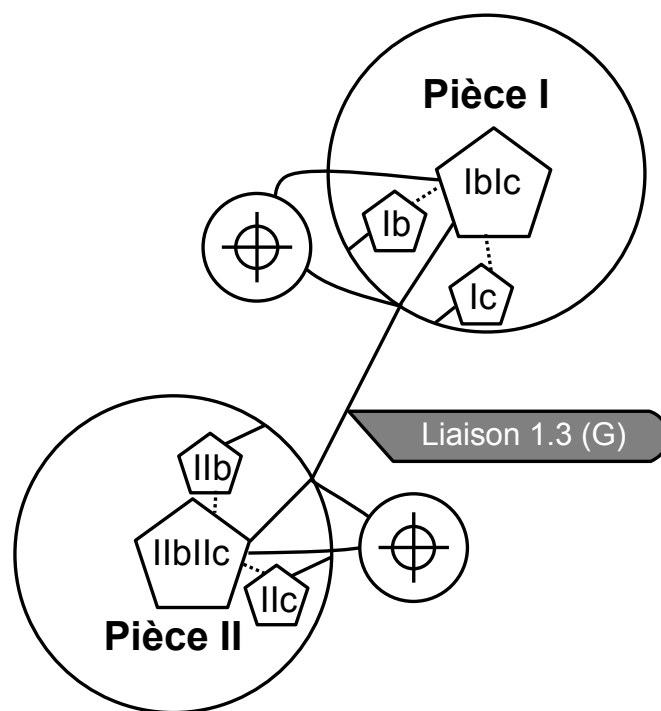


Figure 5.12 – Intégration des interfaces sur le graphe

L'interface est définie par les deux droites  $Ib$  et  $Ic$  en position nominale. Pour la suite, la droite élément de situation de  $IbIc$  est confondue avec la droite  $Ib$ , comme le montre la figure 5.13. L'ensemble des spécifications imposées sur les éléments de situation  $Ia$  et  $IIa$  peut alors être répercuté sur les interfaces  $IbIc$  et  $IIbIIc$ .

Cette nouvelle modélisation entraîne une modification des équations du mécanisme. Il faut commencer par traiter les équations de compatibilité liées à la montabilité, les inéquations liées aux conditions géométriques seront traitées par la suite.

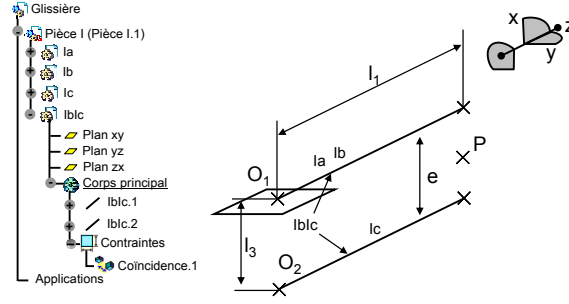


Figure 5.13 – Géométrie de l'enrichissement lié à la nouvelle méthode

### 2.2.4 Système d'équations pour les conditions de montabilité

L'intégration des interfaces permet de décomposer la montabilité en trois conditions.

Pour que la montabilité du mécanisme soit garantie, il faut assurer :

- la montabilité entre les éléments  $Ib$ ,  $Ic$  et  $IbIc$ ,
- la montabilité entre les éléments  $IIb$ ,  $IIc$  et  $IIbIIc$ ,
- la montabilité entre  $IbIc$  et  $IIbIIc$ .

La montabilité entre  $IbIc$  et  $IIbIIc$  est garantie par le fait que les éléments soient en position nominale, ce qui garantit l'isostatisme de la liaison et donc la montabilité entre les deux interfaces.

La démonstration peut être faite en considérant les éléments  $IbIc^1$  partition de  $IbIc$  nominalement confondue avec  $Ib$  et  $IbIc^2$  partition de  $IbIc$  nominalement confondue avec  $Ic$ . De même pour  $IIbIIc$ , les éléments  $IIbIIc^1$  et  $IIbIIc^2$  sont construits. La relation de Chasles suivante peut alors être écrite :

$$\{T_{IbIc^1/IbIc}\} + \{T_{IbIc/IbIc^2}\} + \{T_{IbIc^2/IIbIIc^2}\} + \{T_{IIbIIc^2/IIbIIc}\} + \{T_{IIbIIc/IIbIIc^1}\} + \{T_{IIbIIc^1/IbIc^1}\} = \{0\} \quad (5.21)$$

De par la construction de ces éléments, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \{T_{IbIc^1/IbIc}\} &= \{T_{IbIc/IbIc^2}\} = \{0\} \\ \{T_{IIbIIc^2/IIbIIc}\} &= \{T_{IIbIIc/IIbIIc^1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Donc,

$$\{T_{IbIc^2/IIbIIc^2}\} + \{T_{IIbIIc^1/IbIc^1}\} = \{0\} \quad (5.23)$$

L'équation 5.23 montre une somme de torseurs liens nulles, le système a toujours une solution, ce qui prouve qu'il n'y a pas d'hyperstatisme.

Les autres conditions peuvent être groupées dans le système d'équations suivant.

$$\begin{cases} \alpha_{I/Ib} + \alpha_{Ib/IbIc} + \alpha_{IbIc/Ic} + \alpha_{Ic/I} = 0 \\ \beta_{I/Ib} + \beta_{Ib/IbIc} + \beta_{IbIc/Ic} + \beta_{Ic/I} = 0 \\ u_{I/Ib,O_1} + u_{Ib/IbIc,O_1} + u_{IbIc/Ic,O_1} + u_{Ic/I,O_1} = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

$$\begin{cases} \alpha_{II/IIb} + \alpha_{IIb/IIbIIc} + \alpha_{IIbIIc/IIc} + \alpha_{IIc/II} = 0 \\ \beta_{II/IIb} + \beta_{IIb/IIbIIc} + \beta_{IIbIIc/IIc} + \beta_{IIc/II} = 0 \\ u_{II/IIb,O_1} + u_{IIb/IIbIIc,O_1} + u_{IIbIIc/IIc,O_1} + u_{IIc/II,O_1} = 0 \end{cases} \quad (5.25)$$

Ce découplage de la condition de montabilité est visible sur le graphe. Par exemple, la figure 5.14 montre le cycle hyperstatique lié à la condition de montabilité pour la pièce  $I$ . Il est bien indépendant de la pièce  $II$ .

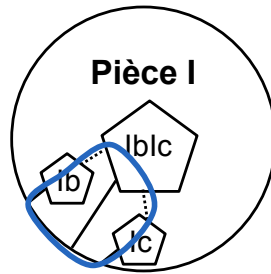


Figure 5.14 – Extrait du graphe de la figure 5.12 (Pièce  $I$ )

La suite ne va traiter du problème de montabilité que pour la pièce  $I$ . Comme cela a été montré dans le chapitre 3, les équations de compatibilité ne permettent pas directement d'établir une spécification de la montabilité. Il faut, comme l'exprime la partie du chapitre 3 qui traite de la montabilité des interfaces déterminer les points où le contact peut avoir lieu entre, dans ce cas précis, l'interface  $IbIc$  et les éléments  $Ib$  et  $Ic$ .

La condition de montabilité se traduit alors par une limite sur la caractéristique de position en distance ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  et  $d_4$ ) entre chacun des points ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$ ) et l'élément de l'interface correspondant, comme le montre la figure 5.15. Les points extraits correspondent aux extrémités de la liaison ce qui montre la nécessité d'introduire l'étendue des surfaces et par conséquent d'introduire des éléments limités qui la représente. Ces éléments limités sont portés par les éléments de situation de la liaison. La condition doit être respectée pour toutes les configurations du mécanisme.

Pour cela, toutes les configurations de contact isostatiques doivent être générées en chaque point sachant qu'il y a 4 points de contacts ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$ ), chacun

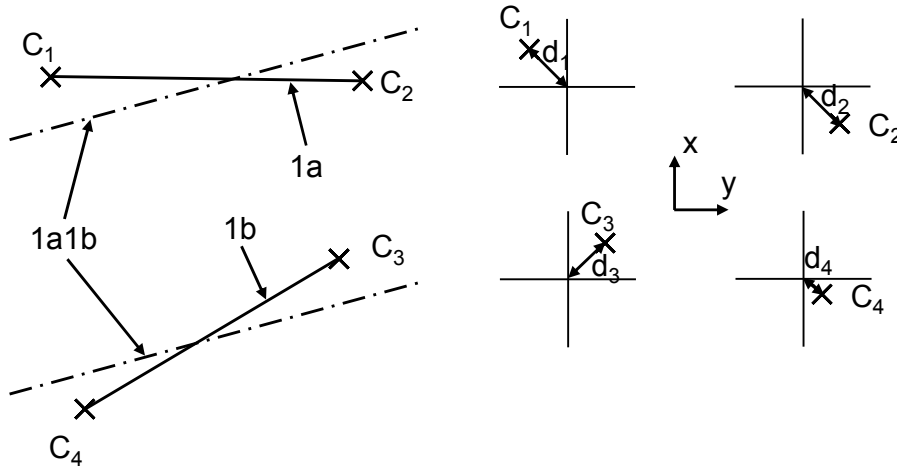


Figure 5.15 – Condition de montabilité

bloquant  $n_i$  degré de liberté. Chaque contact étant modélisé par un point et une droite, la liaison équivalente est une liaison linéaire annulaire, la configuration de contact étant isostatique, toutes les liaisons ne seront pas complètes ( $\max(n_i) = 2$ ). Il existe au moins une liaison qui ne soit pas en contact (s'il y a contact partout, la montabilité est garantie) ( $\exists n_i = 0$ ). La liaison globale est une liaison prismatique, 5 degrés de liberté sont bloqués ( $\sum n_i = 5$ ).

Cela donne les combinaisons suivantes :

	$n_1(C_1)$	$n_2(C_2)$	$n_3(C_3)$	$n_4(C_4)$
Combinaison n=°1	0	1	2	2
Combinaison n=°2	0	2	1	2
Combinaison n=°3	1	2	0	2
Combinaison n=°4	1	0	2	2
Combinaison n=°5	2	0	2	1
Combinaison n=°6	2	1	2	0
Combinaison n=°7	2	2	0	1
Combinaison n=°8	2	2	1	0

La configuration 8 est utilisée comme exemple pour décrire la simulation. Elle a été modélisée dans le logiciel Anatole développé par EADS, figure 5.16. Dans cette configuration, aux points  $C_1$  et  $C_2$  des liaisons linéaires annulaires ont été définies, au point  $C_3$  c'est une ponctuelle. Ces liaisons ne sont créées que pour la simulation, elles

gènèrent de nouveaux éléments de situation. Ainsi, à partir des points ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$ ), les éléments ( $Id$ ,  $Ie$ ,  $If$  et  $Ig$ ) sont mis en place, ce qui permet de définir les liaisons ( $\{T_{Id/IbIc}^8\}$ ,  $\{T_{Ie/IbIc}^8\}$  et  $\{T_{If/IbIc}^8\}$ ) pour la simulation 8. La spécification de montabilité va consister à limiter la variation de la distance  $d_4$ . Les équations suivantes ont été extraites de la simulation. Les torseurs et les composantes sont indicées d'un <sup>8</sup> car il s'agit de la simulation de la configuration 8.

De plus, les éléments  $Id$  et  $Ie$  appartiennent à l'élément  $Ib$  et l'élément  $If$  appartient à l'élément  $Ic$ , ce qui mathématiquement se traduit par  $\{T_{Id/Ib}^8\} = \{T_{Ie/Ib}^8\} = \{0\}$  et  $\{T_{If/Ic}^8\} = \{0\}$ .

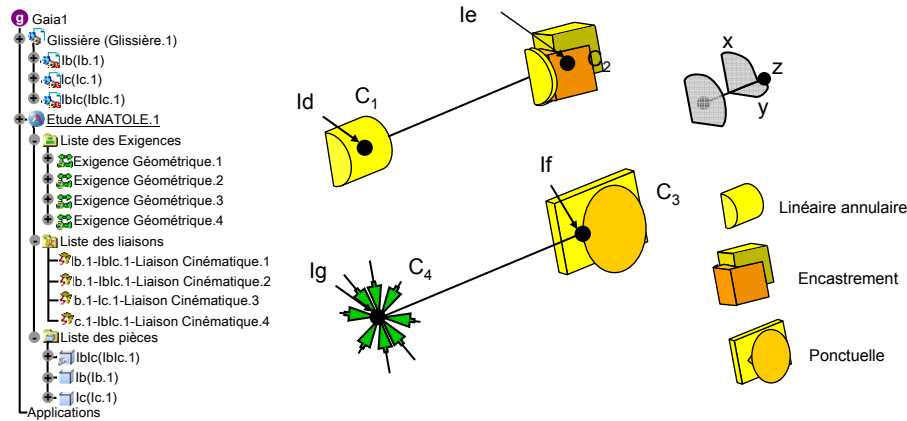


Figure 5.16 – Simulation sur le logiciel Anatole

Les relations suivantes peuvent alors être écrites :

$$\begin{aligned} \{T_{Ic/IbIc}^8\} &= \{T_{Ic/Ib}^8\} + \{T_{Ib/IbIc}^8\} \\ \{T_{Ib/IbIc}^8\} &= \{T_{Id/IbIc}^8\} = \{T_{Ie/IbIc}^8\} \\ \{T_{Ic/IbIc}^8\} &= \{T_{If/IbIc}^8\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

La condition de montabilité stipule que la valeur absolue de chacune des distances doit être inférieure à la valeur  $r$ . Cela signifie que :

$$d_1^2 \leq r^2; \quad d_2^2 \leq r^2; \quad d_3^2 \leq r^2; \quad d_4^2 \leq r^2$$

Donc, dans le cas de la configuration 8,

$$\begin{aligned} -r &\leq \overrightarrow{D_{Id/IbIc,C_1}^8} \cdot \vec{k}_1 \leq r, \quad \vec{k}_1 \cdot \vec{z} = 0 \\ -r &\leq \overrightarrow{D_{Ie/IbIc,C_2}^8} \cdot \vec{k}_2 \leq r, \quad \vec{k}_2 \cdot \vec{z} = 0 \\ -r &\leq \overrightarrow{D_{If/IbIc,C_3}^8} \cdot \vec{k}_3 \leq r, \quad \vec{k}_3 \cdot \vec{z} = 0 \end{aligned} \quad (5.27)$$

Comme cela a été dit précédemment, les équations liées à des contours continus qui génèrent des équations du second ordre, sont simplifiées par la discrétisation de ces contours, comme le montre la figure 5.17. Cela impose le système d'inéquations suivant :

$$\begin{aligned}
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Id/IbIc,C_1}^8} \cdot \vec{x} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Id/IbIc,C_1}^8} \cdot \vec{y} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Id/IbIc,C_1}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Id/IbIc,C_1}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ie/IbIc,C_2}^8} \cdot \vec{x} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ie/IbIc,C_2}^8} \cdot \vec{y} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ie/IbIc,C_2}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ie/IbIc,C_2}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{If/IbIc,C_3}^8} \cdot \vec{y} \leq r
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

De même, afin de valider les conditions de montabilité sur le squelette, les variations du torseur  $\{T_{Ic/IbIc}\}$  au point  $C_4$  doivent être limitées par les intervalles suivants :

$$\begin{aligned}
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \vec{x} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \vec{y} \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r \\
 -r &\leq \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}\right) \leq r, \dots
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

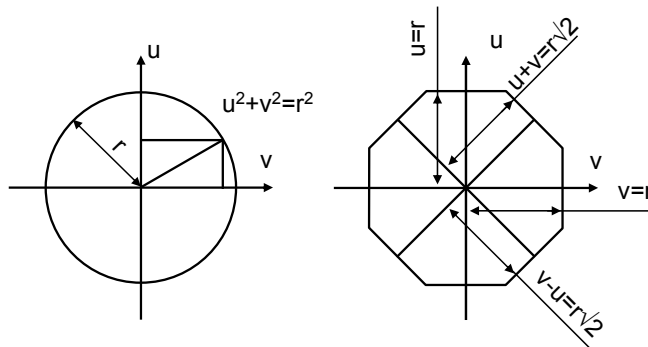


Figure 5.17 – Discretisation des contours continus

Cette mise en équation permet de déterminer les écarts permis entre les deux éléments géométriques  $Ib$  et  $Ic$ , modélisés par les intervalles suivants :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_4}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_4}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_4}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \quad (5.30)
 \end{aligned}$$

Ces spécifications correspondent à la simulation de la configuration 8, la simulation montre que les résultats sont les mêmes pour la simulation 6. La simulation des autres cas de figures permet d'établir les intervalles suivants :

Configurations 1 et 2

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r]
 \end{aligned}$$

Configurations 3 et 7

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_3}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_3}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_3}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_3}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r]
 \end{aligned}$$

Configurations 4 et 5

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}^8} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \quad (5.31)
 \end{aligned}$$

L'aspect symétrique des résultats est du à la configuration symétrique des points de contact. Une étape de synthèse est nécessaire elle permet de prendre en compte les résultats de toutes les configurations. La construction de la géométrie fait que  $C_4$  est la



projection de  $C_1$  sur  $Ic$  et  $C_3$  est la projection de  $C_2$  sur  $Ic$ . Les caractéristiques en  $C_1$  et  $C_4$  puis en  $C_2$  et  $C_3$  seront donc les mêmes ce qui permet la simplification suivante du système 5.31 :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}\right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}\right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}^8} \cdot \vec{x} &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}^8} \cdot \vec{y} &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}\right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}^8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}\right) &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \quad (5.32)
 \end{aligned}$$

Les intervalles 5.32 constituent une spécification des variations des éléments géométriques de la pièce  $I$  afin de garantir la montabilité (FT18). La valeur des limites dépend du paramètre  $r$ . Comme le montrent ces équations, afin d'augmenter les tolérances de variations des pièces ( $\{T_{Ib/Ic}\}$ ), il faut augmenter la valeur du paramètre  $r$  et donc la limite de la condition pour la montabilité.

Ce paramètre  $r$  a été construit pour limiter la variation des torseurs  $\{T_{Ib/IbIc}\}$  et  $\{T_{Ic/IbIc}\}$ , plus  $r$  est grand, plus les variations de ces torseurs le sont.

La suite va consister à simuler le comportement du mécanisme pour l'étude du respect des conditions. L'objectif est de générer une autre série de spécifications.

### 2.2.5 Système d'équations pour les conditions géométriques

Avant la mise en place de l'interface, deux inéquations traduisaient la condition de débattement :

$$\begin{aligned}
 \max(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) - \min(u_{I/II}^b + l_1 \times \beta_{I/II}^b) &\leq D_{\max} \\
 \max(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) - \min(u_{I/II}^c + l_1 \times \beta_{I/II}^c) &\leq D_{\max} \quad (5.33)
 \end{aligned}$$

Grâce à la mise en place des interfaces, la relation entre les pièces  $I$  et  $II$  change,

les équations 5.34 deviennent les équations 5.35, ce qui mène à l'équation 5.36 :

$$\begin{aligned}\{T_{I/II}^b\} &= \{T_{I/Ib}\} + \{T_{Ib/IIb}\} + \{T_{IIb/II}\} \\ \{T_{I/II}^c\} &= \{T_{I/Ic}\} + \{T_{Ic/IIc}\} + \{T_{IIc/II}\}\end{aligned}\quad (5.34)$$

$$\begin{aligned}\{T_{I/II}^b\} &= \{T_{I/Ib}\} + \{T_{Ib/IbIc}\} + \{T_{IbIc/IIbIIc}\} + \{T_{IIbIIc/IIb}\} + \{T_{IIb/II}\} \\ \{T_{I/II}^c\} &= \{T_{I/Ic}\} + \{T_{Ic/IbIc}\} + \{T_{IbIc/IIbIIc}\} + \{T_{IIbIIc/IIc}\} + \{T_{IIc/II}\}\end{aligned}\quad (5.35)$$

$$\{T_{I/II}^b\} = \{T_{I/II}^c\} = \{T_{I/IbIc}\} + \{T_{IbIc/IIbIIc}\} + \{T_{IIbIIc/II}\} \quad (5.36)$$

Ainsi, la situation relative des pièces  $I$  et  $II$  peut s'écrire de manière isostatique par l'équation suivante :

$$\{T_{I/II}\} = \{T_{I/IbIc}\} + \{T_{IbIc/IIbIIc}\} + \{T_{IIbIIc/II}\} \quad (5.37)$$

L'objectif de la spécification de débattement est de limiter les variations relatives des deux pièces, ainsi, le torseur lien  $\{T_{IbIc/IIbIIc}\}$  sera considéré fixe, ses variations pour la condition de débattement sont, par conséquent, nulles.

Ce choix de conception permet de répartir la tolérance comme suit :

$$\begin{aligned}max((u_{I/IbIc} + u_{IIbIIc/II}) + l_1 \times (\beta_{I/IbIc} + \beta_{IIbIIc/II})) \\ -min((u_{I/IbIc} + u_{IIbIIc/II}) + l_1 \times (\beta_{I/IbIc} + \beta_{IIbIIc/II})) \leq D_{max}\end{aligned}\quad (5.38)$$

La spécification est répartie sur les deux interfaces :

$$\begin{aligned}max(u_{I/IbIc} + l_1 \times \beta_{I/IbIc}) - min(u_{I/IbIc} + l_1 \times \beta_{I/IbIc}) \leq \frac{D_{max}}{2} \\ max(u_{IIbIIc/II} + l_1 \times \beta_{IIbIIc/II}) - min(u_{IIbIIc/II} + l_1 \times \beta_{IIbIIc/II}) \leq \frac{D_{max}}{2}\end{aligned}\quad (5.39)$$

Les variations des deux interfaces étant indépendantes (les composantes peuvent être à leur maximum indépendamment les unes des autres), cette décomposition est possible. Ainsi, deux spécifications peuvent être mises en place sur le graphe comme le montre la figure 5.18.

Les deux problèmes étant identiques, la suite ne va traiter que de la spécification issue de la pièce  $I$ .

L'écriture de la spécification sur la pièce  $I$  peut s'écrire :

$$max(u_{I/IbIc} + l_1 \times \beta_{I/IbIc}) - min(u_{I/IbIc} + l_1 \times \beta_{I/IbIc}) \leq \frac{D_{max}}{2} \quad (5.40)$$

A la différence de l'étude sur la montabilité, il n'est pas tout le temps nécessaire de rechercher toutes les configurations de contact. En effet, si par exemple, la liaison entre

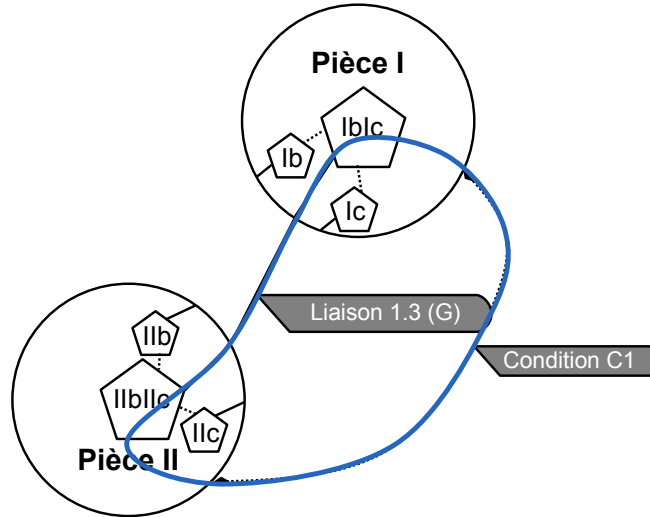


Figure 5.18 – Intégration des interfaces sur le graphe

$Ib$  et  $IIb$  limite de manière suffisante le débattement, cela suffit pour dire que quelle que soit la configuration du mécanisme, la condition de débattement sera respectée. Afin de ne pas privilégier une liaison par rapport à l'autre les deux seront considérées équivalentes, cependant, elles seront considérées indépendantes.

Si le choix avait été fait de ne considérer qu'une des deux liaisons, il aurait fallu faire attention à faire le même choix pour les deux pièces. En effet, le fait de limiter  $\{T_{Ib/IbIc}\}$  pour la pièce  $I$  et  $\{T_{IIc/IIbIIc}\}$  pour la pièce  $II$ , ne permet pas de garantir le respect de la condition sur  $\{T_{I/II}\}$

L'inéquation 5.40 s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 & \max(u_{I/Ib} + u_{Ib/IbIc} + l_1 \times (\beta_{I/Ib} + \beta_{Ib/IbIc})) \\
 & - \min(u_{I/Ib} + u_{Ib/IbIc} + l_1 \times (\beta_{I/Ib} + \beta_{Ib/IbIc})) \leq \frac{D_{max}}{2} \\
 & \max(u_{I/Ic} + u_{Ic/IbIc} + l_1 \times (\beta_{I/Ic} + \beta_{Ic/IbIc})) \\
 & - \min(u_{I/Ic} + u_{Ic/IbIc} + l_1 \times (\beta_{I/Ic} + \beta_{Ic/IbIc})) \leq \frac{D_{max}}{2} \quad (5.41)
 \end{aligned}$$

Comme précédemment, la condition de débattement s'exerçant sur un seul mécanisme, les variations des composantes d'écart sont nulles, donc,  $\max(u_{I/Ib}) - \min(u_{I/Ib}) = 0$

Donc, le système d'inéquations devient :

$$\begin{aligned}
 & \max(u_{Ib/IbIc} + l_1 \times \beta_{Ib/IbIc}) \\
 & -\min(u_{Ib/IbIc} + l_1 \times \beta_{Ib/IbIc}) \leq \frac{D_{max}}{2} \\
 & \max(u_{Ic/IbIc} + l_1 \times \beta_{Ic/IbIc}) \\
 & -\min(u_{Ic/IbIc} + l_1 \times \beta_{Ic/IbIc}) \leq \frac{D_{max}}{2}
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

Cette spécification sur les composantes des torseurs de lien doit être mise en relation avec les spécifications issues de la montabilité lors d'une opération de synthèse des spécifications.

### 2.2.6 Synthèse des spécifications

L'étude de la montabilité a permis de définir les intervalles 5.32. Elles montrent que les défauts relatifs des surfaces  $Ib$  et  $Ic$  sont bornés par des fonctions du paramètre  $r$ . L'augmentation de ce paramètre permet d'augmenter les variations de ces défauts.

L'étude de la condition de débattement a permis de définir le système d'inéquations 5.42.

Afin de pouvoir effectuer une synthèse des spécifications, il faut utiliser les mêmes composantes, c'est pourquoi les torseurs  $\{T_{Ib/IbIc}\}$  et  $\{T_{Ic/IbIc}\}$  présents dans l'expression de la condition seront modifiés pour intégrer les torseurs  $\{T_{Id/IbIc}\}$ ,  $\{T_{Ie/IbIc}\}$ ,  $\{T_{If/IbIc}\}$ ,  $\{T_{Ig/IbIc}\}$ . Ainsi, les inéquations précédentes s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 & \max(u_{Id/IbIc} + (l_1 + \frac{l}{2}) \times (\frac{u_{Ie/IbIc} - u_{Id/IbIc}}{l})) \\
 & -\min(u_{Id/IbIc} + (l_1 + \frac{l}{2}) \times (\frac{u_{Ie/IbIc} - u_{Id/IbIc}}{l})) \leq \frac{D_{max}}{2} \\
 & \max(u_{Ig/IbIc} + (l_1 + \frac{l}{2}) \times (\frac{u_{If/IbIc} - u_{Ig/IbIc}}{l})) \\
 & -\min(u_{Ig/IbIc} + (l_1 + \frac{l}{2}) \times (\frac{u_{If/IbIc} - u_{Ig/IbIc}}{l})) \leq \frac{D_{max}}{2}
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

Les variations de  $u_{Id/IbIc}$ ,  $u_{Ie/IbIc}$ , ... sont limitées par la variable  $r$  comme dans la partie sur la montabilité. Ainsi, les inéquations 5.43 peuvent être simplifiées comme suit :

$$\begin{aligned}
 4 \times r \times \frac{l_1}{l} & \leq \frac{D_{max}}{2} \\
 r & \leq \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

Ceci permet de donner une borne supérieure à la valeur du paramètre  $r$ .

Cette limitation a pour effet de limiter indirectement les variations de situation relative des éléments  $Ib$  et  $Ic$ .

Cela se traduit pas les intervalles suivants :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}} \cdot \vec{x} &= \left[ -\frac{l \times D_{max}}{4 \times l_1}, \frac{l \times D_{max}}{4 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_1}} \cdot \vec{y} &= \left[ -\frac{l \times D_{max}}{2 \times l_1}, \frac{l \times D_{max}}{2 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1}, (2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_1}} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1}, (2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}} \cdot \vec{x} &= \left[ -\frac{l \times D_{max}}{4 \times l_1}, \frac{l \times D_{max}}{4 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/Ib,C_2}} \cdot \vec{y} &= \left[ -\frac{l \times D_{max}}{2 \times l_1}, \frac{l \times D_{max}}{2 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1}, (2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1} \right] \\
 \overrightarrow{D_{Ic/IbIc,C_2}} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y} \right) &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1}, (2 + \sqrt{2}) \frac{l \times D_{max}}{8 \times l_1} \right] \quad (5.45)
 \end{aligned}$$

La suite va consister à traduire les spécifications définies sur la géométrie de la pièce  $I$  à partir des composantes des torseurs de petits déplacements en spécifications sur des caractéristiques du langage GeoSpelling, cette opération s'appelle la traduction des spécifications. Pour la suite, les expressions des limites des variations de situation relative des éléments  $Ib$  et  $Ic$  seront celles utilisant le paramètre  $r$ .

### 2.2.7 Expression de la spécification par le langage GeoSpelling

La spécification sur les éléments géométriques concerne les composantes du torseur  $\{T_{Ib/Ic}\}$ . Il faut alors construire les caractéristiques GeoSpelling correspondantes pour établir une spécification sur la géométrie.

La construction revient, alors, à la définition de caractéristiques entre des points ( $C_1$  et  $C_2$ ) et une droite liée à l'élément  $Ic$ . Les points ( $C_1$  et  $C_2$ ) sont liés car ils appartiennent au même élément. De plus, ces caractéristiques ne sont pas continues mais discrétisées du fait de la modélisation. Ainsi, la projection de la caractéristique entre un point et une droite sur un certain nombre d'axes sera nécessaire.

Le choix a précédemment été effectué de prendre les points  $C_1$  et  $C_2$  pour exprimer la spécification. Le passage des composantes des torseurs de petits déplacements aux

caractéristiques permet de rendre certaines composantes des torseurs nulles le choix est fait de prendre :

$$\overrightarrow{D_{Ib/Ic,C_2}} \cdot \vec{y} = 0 \quad (5.46)$$

La construction devient la suivante :

- *Extraction* du point  $C_2$ ,
- *Extraction* du point  $C_1$ ,
- *Association* de la droite  $DR_2$  à l'élément  $Ic$ ,
- *Construction* de la droite  $DR_1$ , parallèle à  $DR_2$ , défini en  $C_2$ ,
- *Construction* du point  $C'_2$ , projection du point  $C_2$  sur la droite  $DR_2$ ,
- Définition du vecteur  $z$  normé, colinéaire au vecteur directeur de la droite  $DR_2$ , défini en  $O'_1$ , orienté en utilisant les critères d'orientation,
- Définition du vecteur  $x$ , normé colinéaire au vecteur directeur de la droite  $C_2C'_2$ , défini en  $C'_2$  et orienté de  $C'_2$  vers  $C_2$ ,
- Définition du vecteur  $y$ , normé à partir de  $x$  et  $z$  pour réaliser un repère orthonormé direct.
- *Construction* du point  $C'_1$ , projection du point  $C_1$  sur la droite  $DR_1$ ,
- *Construction* de la droite  $DR_3$ , parallèle à  $\vec{x}$ , défini en  $C'_1$ ,
- *Construction* de la droite  $DR_4$ , parallèle à  $\vec{y}$ , défini en  $C'_1$ ,
- *Construction* de la droite  $DR_5$ , parallèle à  $(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \vec{y})$ , défini en  $C'_1$ ,
- *Construction* de la droite  $DR_6$ , parallèle à  $(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \vec{y})$ , défini en  $C'_1$ ,
- *Construction* du point  $C'_{11}$ , projection de  $C_1$  sur la droite  $DR_3$ ,
- *Construction* du point  $C'_{12}$ , projection de  $C_1$  sur la droite  $DR_4$ ,
- *Construction* du point  $C'_{13}$ , projection de  $C_1$  sur la droite  $DR_5$ ,
- *Construction* du point  $C'_{14}$ , projection de  $C_1$  sur la droite  $DR_6$ ,

Les caractéristiques sont les suivantes :

- $d_1$ , distance de  $O_2$  à  $DR_2$ ,
- $d_2$ , distance de  $C'_{11}$  à  $C'_1$ ,
- $d_3$ , distance de  $C'_{12}$  à  $C'_1$ ,
- $d_4$ , distance de  $C'_{13}$  à  $C'_1$ ,
- $d_5$ , distance de  $C'_{14}$  à  $C'_1$ ,

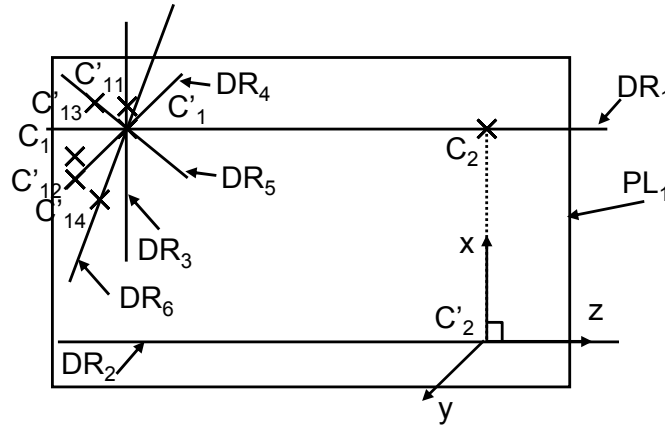


Figure 5.19 – Construction de la spécification

Les conditions stipulent enfin :

$$\begin{aligned}
 d_1 &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 d_2 &= [-2 \times r, 2 \times r] \\
 d_3 &= [-4 \times r, 4 \times r] \\
 d_4 &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r] \\
 d_5 &= [-(2 + \sqrt{2}) \times r, (2 + \sqrt{2}) \times r]
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

Ces résultats constituent la spécification pour la garantie de la montabilité. Le respect des conditions est quant à lui garanti par l'inéquation 5.44, qui lie la valeur du débattement et le paramètre  $r$ . Afin de relier ce paramètre à la technologie de la liaison, il faut encore enrichir le mécanisme en intégrant les surfaces au modèle géométrique.

### 2.3 Intégration des surfaces au modèle

La mise en place de la peau correspond à l'attribution à chaque élément de situation d'une surface. Ainsi, certaines solutions du FAST qui appartiennent à la catégorie « Élément » deviennent des solutions de type « Surface ». A chaque surface sont associées, le cas échéant, des dimensions intrinsèques. Le diagramme FAST évolue comme le montre la figure 5.20.

Cet enrichissement apparaît de même sur la géométrie et l'architecture, figure 5.21, du mécanisme.

Dans ce cas d'étude, l'intégration des surfaces n'a un impact que sur les variations des composantes des torseurs de lien. Elles vont permettre de caractériser les contacts entre

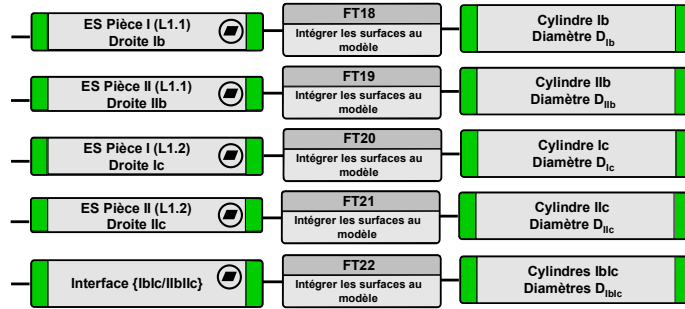


Figure 5.20 – Intégration des surfaces sur le FAST

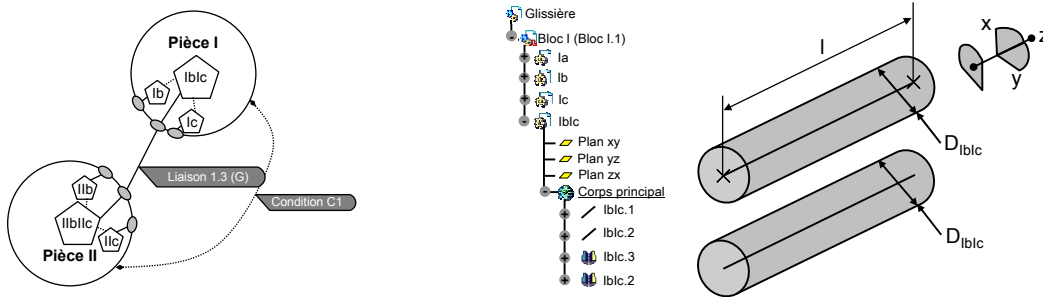


Figure 5.21 – Graphe intégrant les surfaces

les deux pièces. Sur le modèle du squelette une simulation pour la montabilité a consisté à définir des caractéristiques sur certains points de contact et à limiter ces caractéristiques par un paramètre  $r$ . Le lien peut être fait entre la valeur du paramètre  $r$  et les dimensions intrinsèques des surfaces  $Ib$ ,  $Ic$  et l'interface  $IbIc$ . Ce lien est directement visible sur la figure 5.22 qui représente la situation relative, sur une section, d'un cylindre  $Ib$  ou  $Ic$  et un des cylindres de l'interface  $IbIc$ .

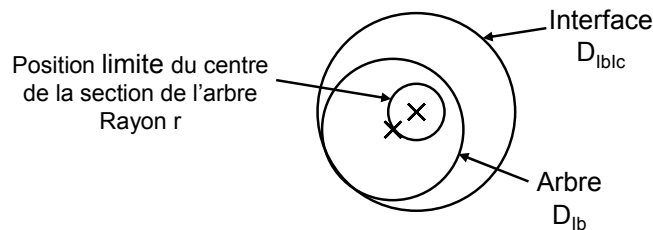


Figure 5.22 – Lieu des centres des sections des cylindres

Ainsi, il est possible d'exprimer le paramètre  $r$  comme suit :

$$r = \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{D_{Ib}}{2} \tag{5.48}$$

Le diamètre  $D_{IbIc}$  est celui des cylindres idéaux de l'interface. Aucune variation



n'existe sur cette dimension intrinsèque. Les diamètres  $D_{Ib}$  et  $D_{Ic}$  correspondent aux cylindres idéaux liés aux éléments géométriques  $Ib$  et  $Ic$ , ces dimensions intrinsèques subissent des variations dues à la production. Les deux éléments ont la même influence sur la condition comme cela a été dit dans le paragraphe précédent, ainsi, pour la suite de la résolution seul l'élément  $Ib$  sera traité.

En fonction des variations du diamètre  $D_{Ib}$ , il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \max(r) &= \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\min(D_{Ib})}{2} \\ \min(r) &= \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\max(D_{Ib})}{2} \end{aligned} \quad (5.49)$$

Les inéquations 5.47, liées à la montabilité doivent être vérifiées quel que soit  $D_{Ib}$ , ainsi, elles sont limitées par la borne inférieure de  $r$ , soit :

$$\begin{aligned} d_1 &= [-D_{IbIc} + \max(D_{Ib}), D_{IbIc} - \max(D_{Ib})] \\ d_2 &= [-D_{IbIc} + \max(D_{Ib}), D_{IbIc} - \max(D_{Ib})] \\ d_3 &= [-2 \times (D_{IbIc} - \max(D_{Ib})), 2 \times (D_{IbIc} - \max(D_{Ib}))] \\ d_4 &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \times \left( \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\max(D_{Ib})}{2} \right), (2 + \sqrt{2}) \times \left( \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\max(D_{Ib})}{2} \right) \right] \\ d_5 &= \left[ -(2 + \sqrt{2}) \times \left( \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\max(D_{Ib})}{2} \right), (2 + \sqrt{2}) \times \left( \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{\max(D_{Ib})}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.50)$$

L'équation 5.48 permet de définir la valeur des limites de variation des caractéristiques intrinsèques des éléments  $Ib$  et  $Ic$ .

$$\begin{aligned} r &\leq \frac{l \times deb_{max}}{8 \times l_1} \\ \frac{D_{IbIc}}{2} - \frac{D_{Ib}}{2} &\leq \frac{l \times D_{max}}{8 \times (l_1)} \\ \min(D_{Ib}) &= 2 \times \frac{l \times D_{max}}{8 \times (l_1)} - \frac{D_{IbIc}}{2} \end{aligned} \quad (5.51)$$

Ainsi, les variations des dimensions intrinsèques des éléments  $Ib$  et  $Ic$  sont bornées. Si la borne inférieure des diamètres  $D_{Ib}$  et  $D_{Ic}$  est connue, la borne supérieure dépend des variations liées aux défauts de fabrication des éléments  $Ib$  et  $Ic$ . Une estimation de ces défauts permettrait de fixer la borne supérieure des diamètres. Cette étude n'a pas été menée durant cette de thèse.

## 2.4 Synthèse sur le premier cas

Cette dernière spécification conclut l'étude de cette liaison glissière. Ce travail a permis de montrer comment la méthode de conception pouvait être améliorée par la prise en

compte du tolérancement. Les valeurs des paramètres géométriques ont été optimisées ce qui a permis d'obtenir une conception plus robuste. Les connaissances ont été capitalisées au fur et à mesure de l'étude ce qui permet des modifications aisées, le chemin reliant chaque spécification à sa fonction associée est tracé. Une spécification complète des pièces a été proposée. Le contrôle de ces spécifications s'effectue en considérant les surfaces de substitution comme des éléments géométriques idéaux à partir desquels les éléments de situation sont définis. La suite de ce chapitre propose l'étude d'un cas industriel.

### 3 Cas industriel

Le cas d'application s'intitule « manchon d'hélicoptère ». Il est intégré aux hélicoptères entre le rotor et les pales. Le choix de ce cas pour illustrer la méthode vient du fait qu'il soit issu du milieu industriel, ce qui permet de confronter la méthode à un cas réaliste. De plus, alors que le cas précédent consistait en un mécanisme ouvert pour lequel les hyperstatismes apparaissaient au niveau des liaisons élémentaires, ce cas représente un mécanisme fermé. L'objectif de cette étude est de montrer que la résolution de ce genre de mécanisme mène à un mécanisme du type du précédent valorisant ainsi la genericité de la méthode. Ce mécanisme a un cahier des charges assez bien formalisé car il a fait l'objet de plusieurs études au sein du groupe EADS. A la différence de l'exemple précédent, l'étude ne sera pas menée dès le début de la conception, mais à partir d'un produit déjà conçu, comme le montre l'extrait de l'organigramme de la méthode GeoSpecif.

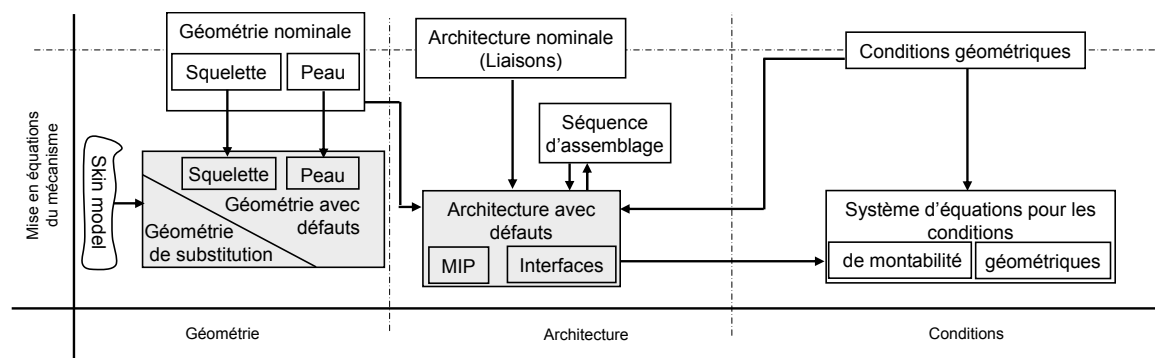


Figure 5.23 – Focalisation sur une partie de la méthode pour l'étude de ce cas

### 3.1 Présentation du mécanisme

La figure 5.24 montre le modèle C.A.O. du manchon et, sur la photo de droite, son intégration sur un hélicoptère fabriqué par Eurocopter une filiale du groupe EADS. L'étape d'analyse fonctionnelle technique n'est pas étudiée ici, le point de départ est une géométrie et une architecture nominales. Les résultats de l'analyse fonctionnelle technique sont toutefois présentés car ils seront utilisés pour justifier certains choix de conception.

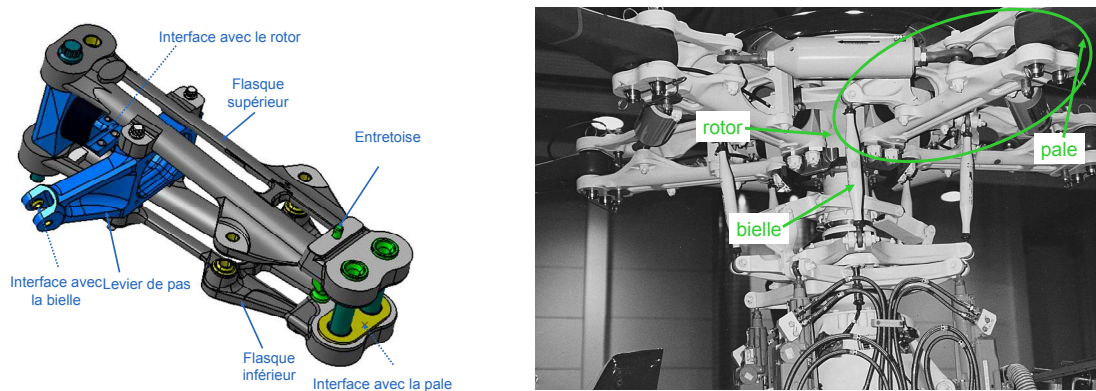


Figure 5.24 – Le manchon et son intégration sur un hélicoptère

Des extraits du diagramme pieuvre et du FAST correspondant au manchon sont présentés à la figure 5.25. Ils ne sont pas utilisés ici pour faire évoluer la conception nominale du mécanisme mais, afin de fournir des informations qui permettent d'assister les choix du concepteur en terme de tolérancement.

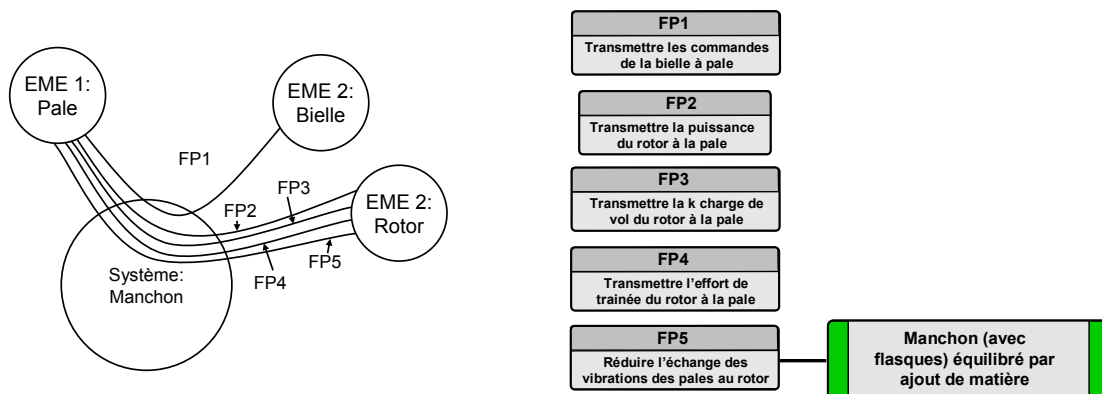


Figure 5.25 – Diagrammes pieuvre et FAST du manchon

Comme le montre le diagramme FAST de la figure 5.25, la solution technique pour l'architecture du manchon est déjà connue. Le graphe, introduit à la figure 5.26, montre

les liaisons globales qui existent entre les pièces de ce mécanisme (E signifie Encastrement, P signifie Pivot). Il présente aussi les conditions géométriques issues des fonctions principales (FP1, FP2, FP3, FP4 et FP5) qui ont été extraites de l'analyse fonctionnelle du manchon afin d'être traitées dans cette étude. La première fonction (FP1) est « Transmettre les commandes de la bielle à la pale ». La pièce du manchon en lien avec la bielle est le levier de pas, les pièces en lien avec la pale sont les pièces flasque supérieur et inférieur. Ainsi, de la première fonction (FP1) découle deux conditions géométriques globales d'écart C1 et C2, qui seront traduites mathématiquement dans la suite :

- C1 : entre le levier de pas et le flasque supérieur au point  $P_2$ ,
- C2 : entre le levier de pas et le flasque inférieur au point  $P_3$ .

Les autres fonctions (FP2, FP3, FP4 et FP5) concernent globalement la transmission de charges, d'efforts ou la réduction de la transmission de vibration. Elle se traduisent pas un contact forcé sur les surfaces (1*b*, 1*e*, 2*b*, 2*e*, 3*b*, 3*e*, 4*b* et 4*d*, présentées sur le graphe de la figure 5.28) qui transmettent les efforts. Cela signifie que si le mécanisme est hyperstatique et que par conséquent la définition d'une architecture avec défauts doit être définie, celle-ci doit garantir au moins un contact ponctuel sur les surfaces qui transmettent un effort, il s'agit d'une condition C3, elle concerne plusieurs liaisons et pour plus de clarté ne sera pas présentée sur le graphe.

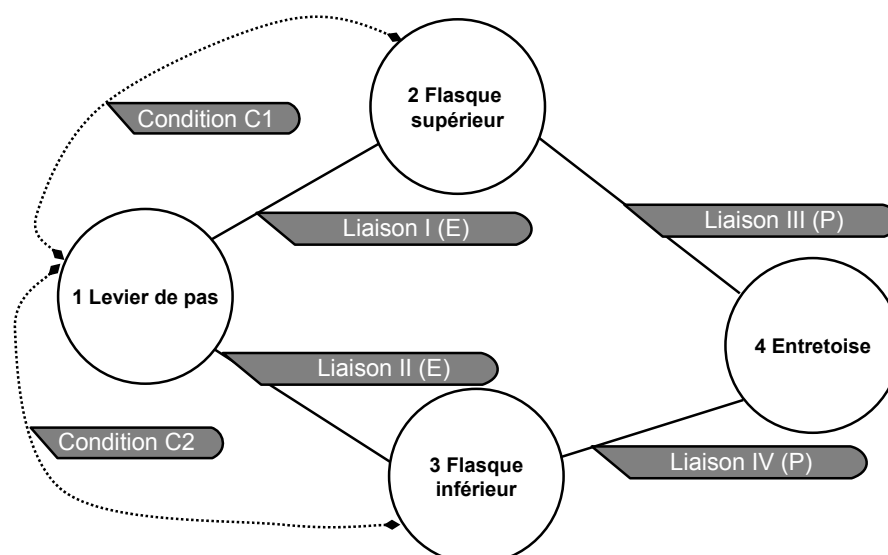


Figure 5.26 – Graphe des liaisons globales du manchon

Comme cela a été dit dans le chapitre 4, lorsque plusieurs conditions existent sur un mécanisme, alors, elles doivent être hiérarchisées. Ainsi, la condition prioritaire est

la condition C3 (la transmission d'efforts est privilégiée), la seconde est C1 (la pale est d'abord positionnée par le flasque supérieur), enfin, la dernière est la condition C2.

Ensuite, les liaisons globales sont décomposées en liaisons élémentaires en fonction des solutions technologiques utilisées pour les réaliser. Un exemple de solution technique utilisée afin de réaliser une de ces liaisons globales est présentée sur le FAST de la figure 5.27.

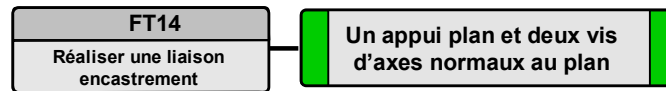


Figure 5.27 – Solution technique pour réaliser un encastrement

La modélisation de l'architecture du mécanisme en considérant ces nouvelles solutions techniques est présentée à la figure 5.28 (L.A signifie Linéaire Annulaire et A.P signifie Appui Plan). Comme le montre cette représentation, le mécanisme est bien un mécanisme fermé.

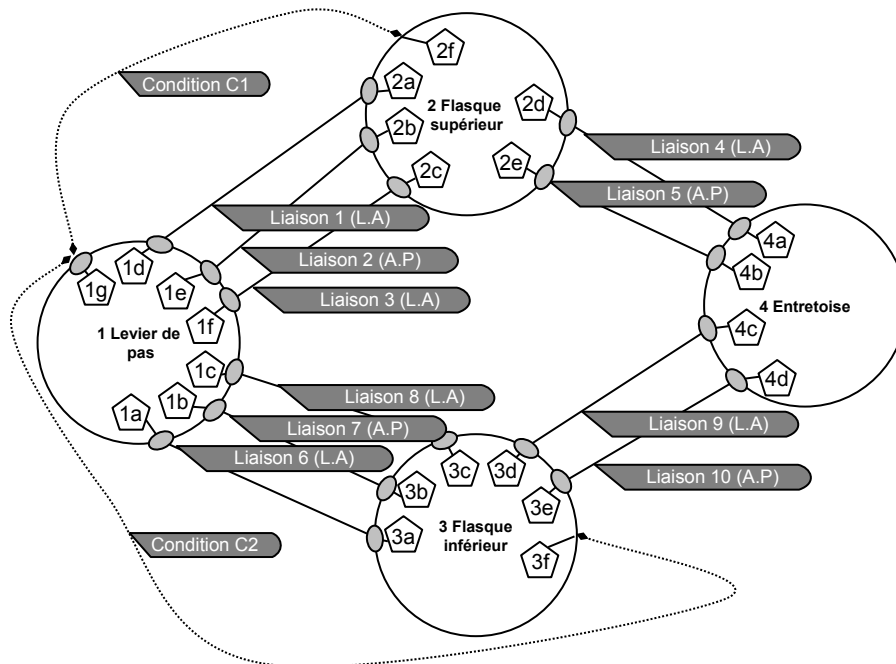


Figure 5.28 – Graphe des contacts du manchon

Les surfaces fonctionnelles des pièces 1 (Lever de pas) et 3 (Flasque inférieur) sont aussi présentées à la figure 5.29, ainsi que les paramètres ( $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ ). Seules ces pièces

ont été représentées car le flasque supérieur est le symétrique du flasque inférieur et la géométrie de l'entretoise est très simple et n'a pas grand intérêt. De plus, ces deux pièces portent tous les paramètres géométriques nécessaires à la résolution.

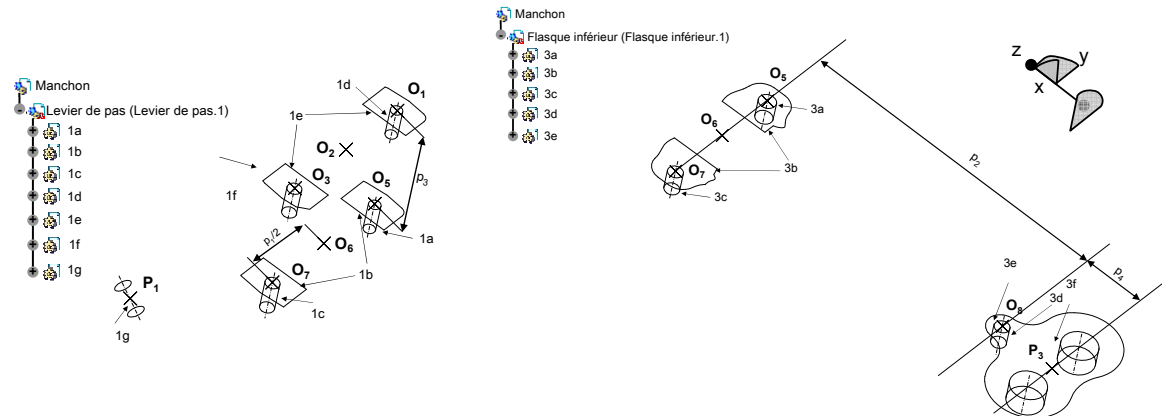


Figure 5.29 – Surfaces fonctionnelles des pièces levier de pas et flasque inférieur

La modélisation de l'architecture nominale, telle qu'elle est représentée à la figure 5.28 intègre des hyperstatismes au niveau des liaisons élémentaires. La résolution d'un problème de ce type a été effectuée lors de l'étude du cas de la liaison glissière, c'est pourquoi, afin de seulement présenter l'étude d'un mécanisme fermé, les liaisons élémentaires vont être modifiées afin d'être isostatiques. Cela mène au graphe présenté à la figure 5.30.

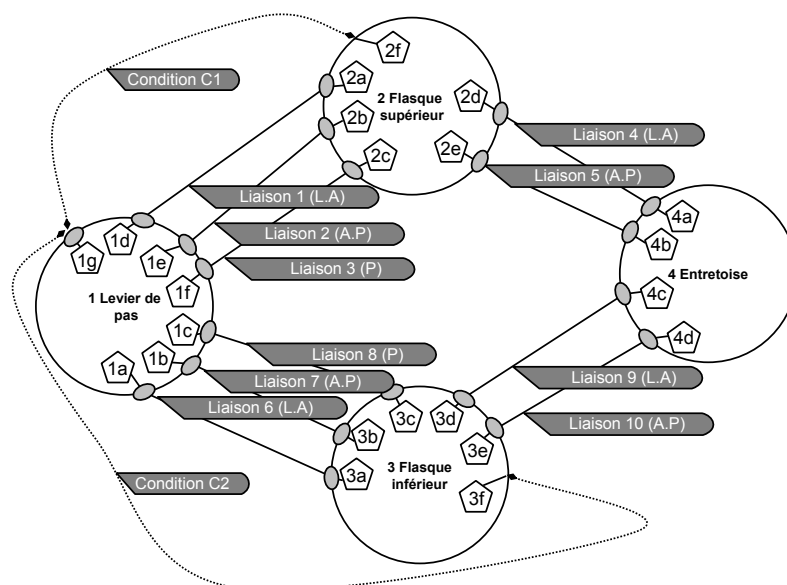


Figure 5.30 – Graphe des contacts du manchon modifié

La géométrie et l'architecture nominales ont ainsi été décrites, la suite va consister à intégrer des défauts au modèle afin de générer la géométrie et l'architecture avec défauts.

### 3.1.1 Mise en équations du mécanisme

La modélisation de l'architecture proposée sur le graphe de la figure 5.28 permet la mise en place des torseurs de petits déplacements entre les pièces, projetés dans le repère disponible sur la figure 5.29. Les torseurs liés à ces liaisons s'écrivent, en fonction des composantes des torseurs de liaisons élémentaires, de la manière suivante (ils sont tous écrits au point  $O_1$ ) :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{R}_{1/2} &= \left\{ \begin{array}{c} \frac{w_{1/1f,O_3} + w_{1f/2c,O_3} + w_{2c/2,O_3} - w_{1/1d,O_1} - w_{1d/2a,O_1} - w_{2a/2,O_1}}{p_1} \\ \beta_{1/1e} + \beta_{1e/2b} + \beta_{2b/2} \\ \gamma_{1/1e} + \gamma_{1e/2b} + \gamma_{2b/2} \end{array} \right\} \\
 \overrightarrow{D}_{1/2,O_1} &= \left\{ \begin{array}{c} u_{1/1e,O_2} + u_{1e/2b,O_2} + u_{2b/2,O_2} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{1/1e} + \gamma_{1e/2b} + \gamma_{2b/2}) \\ v_{1/1d,O_1} + v_{1d/2a,O_1} + v_{2a/2,O_1} \\ w_{1/1d,O_1} + w_{1d/2a,O_1} + w_{2a/2,O_1} \end{array} \right\}_{O_1} \\
 \overrightarrow{R}_{2/4} &= \left\{ \begin{array}{c} A_{2/2d} + A_{2d/4a} + A_{4a/4} \\ \beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4} \\ \gamma_{2/2e} + \gamma_{2e/4b} + \gamma_{4b/4} \end{array} \right\} \\
 \overrightarrow{D}_{2/4,O_1} &= \left\{ \begin{array}{c} u_{2/2e,O_{10}} + u_{2e/4b,O_{10}} + u_{4b/4,O_{10}} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{2/2e} + \gamma_{2e/4b} + \gamma_{4b/4}) \\ -p_2 (\beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4}) \\ v_{2/2d,O_{10}} + v_{2d/4a,O_{10}} + v_{4a/4,O_{10}} + p_2 (A_{2/2d} + A_{2d/4a} + A_{4a/4}) \\ w_{2/2d,O_{10}} + w_{2d/4a,O_{10}} + w_{4a/4,O_{10}} - \frac{p_1}{2} (A_{2/2d} + A_{2d/4a} + A_{4a/4}) \end{array} \right\}_{O_1} \\
 \overrightarrow{R}_{4/3} &= \left\{ \begin{array}{c} A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3} \\ \beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3} \\ \gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3} \end{array} \right\} \\
 \overrightarrow{D}_{4/3,O_1} &= \left\{ \begin{array}{c} u_{4/4d,O_8} + u_{4d/3e,O_8} + u_{3e/3,O_8} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3}) \\ -p_2 (\beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3}) \\ v_{4/4c,O_8} + v_{4c/3d,O_8} + v_{3d/3,O_8} + p_3 (\gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3}) \\ +p_2 (A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3}) \\ w_{4/4c,O_8} + w_{4c/3d,O_8} + w_{3d/3,O_8} - p_3 (\beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3}) \\ -\frac{p_1}{2} (A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3}) \end{array} \right\}_{O_1} \quad (5.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{R}_{3/1} &= \left\{ \begin{array}{c} \frac{w_{3/3c,O_7} + w_{3c/1c,O_7} + w_{1c/1,O_7} - w_{3/3a,O_5} - w_{3a/1a,O_5} - w_{1a/1,O_5}}{p_1} \\ \beta_{3/3b} + \beta_{3b/1b} + \beta_{1b/1} \\ +\gamma_{3/3b} + \gamma_{3b/1b} + \gamma_{1b/1} \end{array} \right\} \\
\overrightarrow{D}_{3/1,O_1} &= \left\{ \begin{array}{c} u_{3/3b,O_6} + u_{3b/1b,O_6} + u_{1b/1,O_6} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{3/3b} + \gamma_{3b/1b} + \gamma_{1b/1}) \\ v_{3/3a,O_5} + v_{3a/1a,O_5} + v_{1a/1,O_5} \\ w_{3/3a,O_5} + w_{3a/1a,O_5} + w_{1a/1,O_5} \end{array} \right\}_{O_1} \quad (5.53)
\end{aligned}$$

La relation de Chasles  $\{T_{1/2}\} + \{T_{2/4}\} + \{T_{4/3}\} + \{T_{3/1}\} = 0$  permet de générer les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{1/1f,O_3} + w_{1f/2c,O_3} + w_{2c/2,O_3} - w_{1/1d,O_1} - w_{1d/2a,O_1} - w_{2a/2,O_1}}{p_1} + A_{2/2d} + A_{2d/4a} \\ + A_{4a/4} + A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3} \\ + \frac{w_{3/3c} + w_{3c/1c} + w_{1c/1} - w_{3/3a} - w_{3a/1a} - w_{1a/1}}{p_1} = 0 \\ \beta_{1/1e} + \beta_{1e/2b} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4} \\ + \beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3} + \beta_{3/3b} + \beta_{3b/1b} + \beta_{1b/1} = 0 \\ \gamma_{1/1e} + \gamma_{1e/2b} + \gamma_{2b/2} + \gamma_{2/2e} + \gamma_{2e/4b} + \gamma_{4b/4} \\ + \gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3} + \gamma_{3/3b} + \gamma_{3b/1b} + \gamma_{1b/1} = 0 \\ u_{1/1e,O_2} + u_{1e/2b,O_2} + u_{2b/2,O_2} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{1/1e} + \gamma_{1e/2b} + \gamma_{2b/2}) + u_{2/2e,O_{10}} + u_{2e/4b,O_{10}} \\ + u_{4b/4,O_{10}} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{2/2e} + \gamma_{2e/4b} + \gamma_{4b/4}) - p_2 (\beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4}) + u_{4/4d,O_8} \\ + u_{4d/3e,O_8} + u_{3e/3,O_8} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3}) - p_2 (\beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3}) \quad (5.54) \\ + u_{3/3b,O_6} + u_{3b/1b,O_6} + u_{1b/1,O_6} + \frac{p_1}{2} (-\gamma_{3/3b} - \gamma_{3b/1b} - \gamma_{1b/1}) = 0 \\ v_{1/1d,O_1} + v_{1d/2a,O_1} + v_{2a/2,O_1} + v_{2/2d,O_{10}} + v_{2d/4a,O_{10}} + v_{4a/4,O_{10}} \\ + p_2 (A_{2/2d} + A_{2d/4a} + A_{4a/4}) + v_{4/4c,O_8} + v_{4c/3d,O_8} + v_{3d/3,O_8} \\ + p_3 (\gamma_{4/4d} + \gamma_{4d/3e} + \gamma_{3e/3}) + p_2 (A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3}) \\ + v_{3/3a,O_5} + v_{3a/1a,O_5} + v_{1a/1,O_5} = 0 \\ w_{1/1d,O_1} + w_{1d/2a,O_1} + w_{2a/2,O_1} + w_{2/2d,O_{10}} + w_{2d/4a,O_{10}} + w_{4a/4,O_{10}} \\ - \frac{p_1}{2} (A_{2/2d} + A_{2d/4a} + A_{4a/4}) + w_{4/4c,O_8} + w_{4c/3d,O_8} + w_{3d/3,O_8} \\ - p_3 (\beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3}) - \frac{p_1}{2} (A_{4/4c} + A_{4c/3d} + A_{3d/3}) \\ + w_{3/3a,O_5} + w_{3a/1a,O_5} + w_{1a/1,O_5} = 0 \end{array} \right.$$

La transformation des liaisons élémentaires hyperstatiques en liaisons élémentaires isostatiques aurait pu retirer tout l'hyperstatisme de la conception. Les équations 5.54 montrent que ce n'est pas le cas et que le mécanisme est bien un mécanisme fermé



hyperstatique. Il conserve donc tout son intérêt vis à vis de l'objectif de l'étude de ce cas.

L'expression des conditions C1 et C2, est définie mathématiquement par les inéquations :

$$\begin{aligned} -ex_1 &\leq \overrightarrow{D_{1g/2f,P_2}} \cdot \vec{x} \leq ex_1 \\ -ex_2 &\leq \overrightarrow{D_{1g/3f,P_3}} \cdot \vec{x} \leq ex_2 \end{aligned} \quad (5.55)$$

### 3.1.2 Introduction de la spécification

Deux conditions introduisent de la spécification :

- la montabilité,
- le respect des conditions géométriques.

En ce qui concerne la montabilité, Le problème est représenté par le système d'équations 5.54. Comme cela a déjà été dit, les équations de compatibilité ne suffisent pas à traduire le problème de montabilité. Donc, la résolution passe par l'étude des configurations de contacts du mécanisme. Il est donc nécessaire de déterminer l'architecture avec défauts du mécanisme (qui intègre la séquence de mise en position ainsi que les solutions pour la montabilité (exigences de non-contact, interfaces)).

En ce qui concerne les conditions géométriques, l'hyperstatisme du mécanisme génère deux sous-graphes pour chaque condition C1 et C2, comme le montre la figure 5.31.

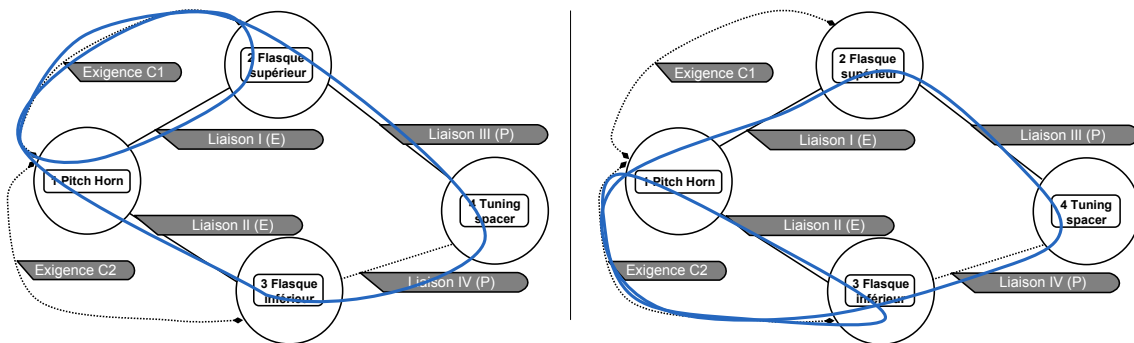


Figure 5.31 – Sous-graphes fonctionnels sur le graphe du manchon

Comme précédemment, la définition d'une architecture avec défauts est nécessaire pour traiter le problème.

### 3.1.3 Mise en place d'une architecture avec défauts

Afin de déterminer l'architecture avec défauts, les trois sources usuelles de connaissance doivent être utilisées afin d'assister le concepteur dans ses choix.

A la différence du cas précédent, une séquence d'assemblage aurait pu être fournie au concepteur à cet étape. Par exemple, pour des raisons de logistique, les deux flasques inférieur et supérieur ainsi que le levier de pas pourraient être fabriqués et assemblés par une filiale de l'industriel Eurocopter avant d'être assemblés avec l'entretoise. Un tel processus aurait des conséquences sur la détermination de l'assemblage. En effet, dans ce cas, les contacts entre les flasques et le levier de pas seraient des contacts fixes et les éléments de situation pouvant être confondus, les torseurs de lien seraient nuls. Pour cette étude, il sera considéré qu'aucune donnée n'est fournie au concepteur concernant la séquence d'assemblage.

La seconde source de connaissances est la géométrie, mais là encore, le système étant symétrique, aucune information ne permet d'assister le concepteur.

La troisième et dernière source d'informations est l'étude des conditions géométriques, elle est traitée dans la suite.

La hiérarchisation des conditions a permis d'identifier la condition C3 comme étant la principale. Celle-ci exprime le fait qu'un contact devait exister sur chacune des surfaces (1*b*, 1*e*, 2*b*, 2*e*, 3*b*, 3*e*, 4*b* et 4*d*). Cela signifie qu'aucune exigence de non contact ne pouvait être exprimée entre chaque paire d'éléments géométriques. Par conséquent, aucune des liaisons 1*e*/2*b*, 2*e*/4*b*, 4*d*/3*e* et 3*b*/1*b* ne pourra être supprimée. Cette information ne permet pas directement de faire avancer la séquence de mise en position, cependant, elle doit être conservée pour la suite de la construction de l'architecture avec défauts.

La seconde condition C1, peut être décrite mathématiquement par différentes inéquations selon la séquence de mise en position choisie :

$$-ex_1 \leq \overrightarrow{D_{1g/2f,P_2}} \cdot \vec{x} \leq ex_1 \quad (5.56)$$

Comme cela a été montré précédemment, le vecteur  $\overrightarrow{D_{1g/2f,P_1}}$  peut s'écrire :

$$\overrightarrow{D_{1g/2f,P_1}} = \overrightarrow{D_{1g/1,P_1}} + \overrightarrow{D_{1/2,P_1}} + \overrightarrow{D_{2/2f,P_1}} \quad (5.57)$$

$$\overrightarrow{D_{1g/2f,P_1}} = \overrightarrow{D_{1g/1,P_1}} + \overrightarrow{D_{1/3,P_1}} + \overrightarrow{D_{3/4,P_1}} + \overrightarrow{D_{4/2,P_1}} + \overrightarrow{D_{2/2f,P_1}} \quad (5.58)$$

L'expression traduisant le moins de variations est l'inéquation 5.57, c'est ce chemin qui va donc être choisit pour faire passer l'exigence, dans ce cas, les contacts influents

sur l'exigence vont être considérés fixes afin de minimiser les variations et les éléments de situation de chacun des éléments vont être confondus, ce qui impose des torseurs de lien nuls.

Cette étape mène à une simplification des équations, l'exemple sera montré sur une seule équation, en prenant  $\beta_{1e/2b} = 0$  :

$$\begin{aligned} & \beta_{1/1e} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4} \\ & + \beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3} + \beta_{3/3b} + \beta_{3b/1b} + \beta_{1b/1} = 0 \end{aligned} \quad (5.59)$$

Enfin, la troisième condition C2, peut être décrite mathématiquement par différentes inéquations selon la séquence de mise en position choisie :

$$-ex_2 \leq \overrightarrow{D_{1g/3f,P_3}} \cdot \vec{x} \leq ex_2 \quad (5.60)$$

Comme cela a été montré précédemment, le vecteur  $\overrightarrow{D_{1g/3f,P_3}}$  peut s'écrire :

$$\overrightarrow{D_{1g/3f,P_3}} = \overrightarrow{D_{1g/1,P_3}} + \overrightarrow{D_{1/3,P_3}} + \overrightarrow{D_{3/3f,P_3}} \quad (5.61)$$

$$\overrightarrow{D_{1g/3f,P_3}} = \overrightarrow{D_{1g/1,P_3}} + \overrightarrow{D_{1/2,P_3}} + \overrightarrow{D_{2/4,P_3}} + \overrightarrow{D_{4/3,P_3}} + \overrightarrow{D_{3/3f,P_3}} \quad (5.62)$$

L'expression traduisant le moins de variations est l'équation 5.61, c'est ce chemin qui va donc être choisit pour faire passer l'exigence, dans ce cas, les contacts influents sur l'exigence vont être considérés fixes afin de minimiser les variations et les éléments de situation de chacun des éléments vont être confondus, ce qui impose des torseurs de lien nuls.

Cette étape mène à une simplification des équations, l'exemple sera montré sur la même équation que précédemment, en prenant  $\beta_{3b/1b} = 0$  :

$$\begin{aligned} & \beta_{1/1e} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2e} + \beta_{2e/4b} + \beta_{4b/4} \\ & + \beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3} + \beta_{3/3b} + \beta_{1b/1} = 0 \end{aligned} \quad (5.63)$$

Les composantes des torseurs d'écart sont constantes pour un mécanisme donné, ainsi,

$$\beta_{2e/4b} + \beta_{4d/3e} = Cst_1 \quad (5.64)$$

De même,

$$\begin{aligned} & \gamma_{2e/4b} + \gamma_{4d/3e} = Cst_2 \\ & u_{2e/4b,O_{10}} + u_{4d/3e,O_8} = Cst_3 \end{aligned} \quad (5.65)$$

La condition de contact au point  $A$ , au niveau des surfaces  $2e/4b$  et  $4d/3e$  s'écrit :

$$\begin{aligned} u_{2e/4b, O_{10}} + \overrightarrow{O_8 \dot{A}} \cdot \vec{y} \times \beta_{2e/4b} - \overrightarrow{O_8 \dot{A}} \cdot \vec{y} \times \gamma_{2e/4b} &= 0 \\ u_{4d/3e, O_8} + \overrightarrow{O_8 \dot{A}} \cdot \vec{y} \times \beta_{2e/4b} - \overrightarrow{O_8 \dot{A}} \cdot \vec{y} \times \gamma_{2e/4b} &= 0 \end{aligned} \quad (5.66)$$

Ce système d'équations n'admet pas toujours une condition, ce qui signifie qu'il existe des cas où le contact n'est pas garanti. Par conséquent, le choix va être fait de ne pas déclarer le contact entre les pièces 1 et 3 comme fixe.

Par contre, le choix de déclarer (arbitrairement) la liaison entre 2 et 4 comme un contact fixe est fait par le concepteur. Cette étape mène à une simplification des équations, l'exemple sera montré sur la même équation que précédemment, en prenant  $\beta_{2e/4b} = 0$  :

$$\beta_{1/1e} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2e} + \beta_{4b/4} \quad (5.67)$$

$$+ \beta_{4/4d} + \beta_{4d/3e} + \beta_{3e/3} + \beta_{3/3b} + \beta_{3b/1b} + \beta_{1b/1} = 0 \quad (5.68)$$

Ainsi,

$$\beta_{2e/4b} + \beta_{3b/1b} = Cst_1 \quad (5.69)$$

De même,

$$\gamma_{2e/4b} + \gamma_{4d/3e} = Cst_2$$

$$u_{2e/4b, O_8} - p_2 \beta_{2e/4b} + u_{4d/3e} = Cst_3 \quad (5.70)$$

Ainsi, grâce à la variabilité permise par la variable de lien  $\beta_{2e/4b}$ , le contact est toujours permis (dans les limites des petites rotations).

Ce choix est donc validé, ainsi, certaines équations du système précédent sont simplifiées.

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{1/1e} + \beta_{2b/2} + \beta_{2/2e} + \beta_{4b/4} + \beta_{4/4d} + \beta_{3e/3} + \beta_{3/3b} + \beta_{1b/1} = -\beta_{4d/3e} - \beta_{3b/1b} \\ \gamma_{1/1e} + \gamma_{2b/2} + \gamma_{2/2e} + \gamma_{4b/4} + \gamma_{4/4d} + \gamma_{3e/3} + \gamma_{3/3b} + \gamma_{1b/1} = -\gamma_{4d/3e} - \gamma_{3b/1b} \\ u_{1/1e, O_2} + u_{2b/2, O_2} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{1/1e} + \gamma_{2b/2}) + u_{2/2e, O_{10}} + u_{4b/4, O_{10}} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{2/2e} + \gamma_{4b/4}) \\ - p_2 (\beta_{2/2e} + \beta_{4b/4}) + u_{4/4d, O_8} + u_{3e/3, O_8} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{4/4d} + \gamma_{3e/3}) \\ - p_2 (\beta_{4/4d} + \beta_{3e/3}) + u_{3/3b, O_6} + u_{1b/1, O_6} + \frac{p_1}{2} (-\gamma_{3/3b} - \gamma_{3b/1b} - \gamma_{1b/1}) = \\ - u_{4d/3e, O_8} - \frac{p_1}{2} (\gamma_{4d/3e}) + p_2 (\beta_{4d/3e}) - u_{3b/1b, O_6} + \frac{p_1}{2} (\gamma_{3b/1b}) \end{array} \right. \quad (5.71)$$

La définition de la mise en équations ne peut aller plus loin pour ces équations, il est donc nécessaire de mettre en place une interface entre les surfaces  $1b$  et  $3b$  puis  $4d$  et  $3e$ , ainsi, l'interface  $1b4d/3b3e$  est créée.

Le reste des équations peut encore être simplifié en choisissant de modifier la liaison entre  $4c$  et  $3d$ . Ce choix ne va pas à l'encontre des exigences fonctionnelle, ainsi, à la place de la liaison, une condition de non-contact est mise en place. Ainsi, le graphe de la figure 5.30 devient le graphe de la figure 5.33. De plus, les choix effectués pour définir cette solution sont présentés sur le FAST 5.32.

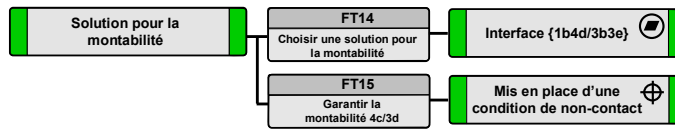


Figure 5.32 – FAST après enrichissement

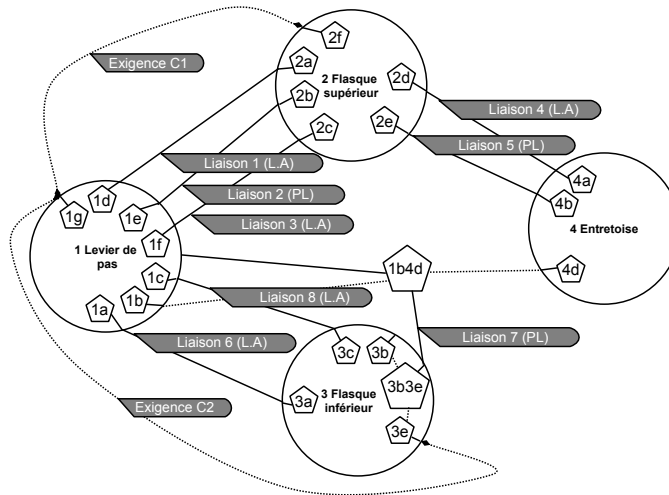


Figure 5.33 – Graphe après enrichissement

Cette modélisation permet la mise en équations du mécanisme afin de générer les équations liées aux conditions.

$$\begin{aligned}
 \{T_{1/2}\} &= \{T_{1/1a}\} + \{T_{1a/2a}\} + \{T_{2a/2}\}, \text{ avec} \\
 \{T_{1a/2a}\} &= 0, \text{ afin de limiter les variations} \\
 \{T_{1/3}\} &= \{T_{1/1b4d}\} + \{T_{1b4d/3b3e}\} + \{T_{3b3e/3}\}, \text{ avec} \\
 \{T_{1b4d/3b3e}\} &= 0, \text{ afin de limiter les variations}
 \end{aligned}
 \tag{5.72}$$

Les conditions s'écrivent alors :

$$-ex_1 \leq (\overrightarrow{D_{1g/1P_1}} + \overrightarrow{D_{1/1eP_1}} + \overrightarrow{D_{2b/2P_1}} + \overrightarrow{D_{2/2fP_1}}) \cdot \vec{x} \leq ex_1 \quad (5.73)$$

$$-ex_2 \leq (\overrightarrow{D_{1g/1P_1}} + \overrightarrow{D_{1/1b4dP_1}} + \overrightarrow{D_{3b3e/3P_1}} + \overrightarrow{D_{3/3fP_1}}) \cdot \vec{x} \leq ex_2 \quad (5.74)$$

La spécification de la montabilité comme l'étude du respect des conditions géométriques passent, comme dans le cas précédent, par la discrétisation des surfaces.

La figure 5.34 montre l'ensemble des éléments géométriques construits sur les éléments limités. Il permettent d'exprimer les points de contact possibles entre l'interface  $1b4d$  et les deux plans  $1b$ ,  $4d$ . Chaque contact est une liaison ponctuelle, il bloque un degré de liberté, c'est pourquoi, il faut trois contacts pour générer la liaison entre l'interface et les éléments qui la compose. La méthode combinatoire est sensiblement la même que dans le cas précédent, à la différence que les contacts sont tous des liaisons ponctuelles, ce qui a le mérite de diminuer le nombre de combinaisons mais aussi de faciliter la définition des limites des variations de chacun des éléments, il n'y a pas besoin de projeter la distance, il s'agit d'un ensemble de caractéristiques entre des points et un plan.

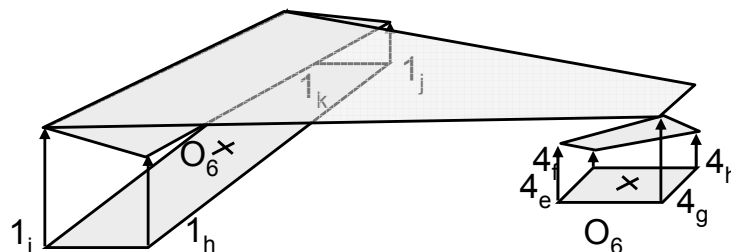


Figure 5.34 – Simulation des contacts

Comme précédemment une étape de synthèse des spécifications est nécessaire pour homogénéiser les résultats de toutes les simulations. Comme cela a été annoncé dans l'introduction, l'intérêt de la résolution de ce cas résidait dans la définition de l'architecture avec défauts.

## 3.2 Synthèse sur le cas industriel

L'étude de ce second cas a donc permis de montrer que la méthode GeoSpecif pouvait s'appliquer sur un mécanisme fermé. Elle a permis de montrer comment l'étude de

tolérancement pouvait se greffer sur une conception avancée, en modélisant toute l'architecture du mécanisme en fonction des besoins (suppression des hyperstatismes dans les liaisons globales). Ensuite, la définition d'une architecture avec défauts a été proposée, cette étape a été majoritairement guidée par les conditions, ce qui permet de justifier les choix qui ont été proposés en terme de configuration de contacts. La démonstration sur ce cas d'application a permis de montrer comment la méthode était utilisée pour traiter avec des mécanismes fermés pour lesquels la problématique de l'hyperstatisme est complémentaire de cas comme celui de la liaison glissière. Cette étude clôt ce chapitre sur les cas d'applications.

# Conclusion

---

L'objet de cette thèse était de proposer la méthode GeoSpecif d'assistance à la génération de spécifications intégrée dans le processus de conception. Pour parvenir à cet objectif, différentes problématiques ont été présentées. Tout d'abord, une recherche sur les différentes propositions d'expression et de gestion des spécifications géométriques a été menée, elle a permis de mettre en avant des principes de spécification qui ont été utilisés durant ces travaux. Le langage de spécification GeoSpelling a été choisi comme moyen de représentation. Une étude des outils mathématiques a permis, quant à elle, de choisir le torseur des petits déplacements en tant que moyen de simulation.

Après avoir montré comment représenter le mécanisme durant toute la phase de conception, l'utilisation de l'outil de simulation a permis d'orienter la conception vers une solution plus robuste en modifiant certains choix en terme de paramètres géométriques et architecturaux, dans l'objectif de respecter les conditions de montabilité et d'exigences. Cette opération a permis, à partir des conditions fonctionnelles issues du cahier des charges et du besoin du client, d'obtenir une géométrie et une architecture nominale ainsi qu'un ensemble de conditions géométriques à respecter.

A partir de ce mécanisme nominal, un mécanisme avec défauts a été défini. Il intègre entre chaque élément géométrique avec défauts et l'élément nominal auquel il correspond des défauts d'orientation et de position exprimés à l'aide d'un torseur d'écart. Entre chaque paire d'éléments géométriques avec défauts en vis à vis dans une liaison, il existe un torseur de lien permettant de simuler leur position et orientation relative. A partir de cette modélisation, un système d'équations permet de représenter la montabilité du mécanisme et le respect des exigences. Grâce à l'utilisation d'une architecture avec défauts, la prise en compte des contacts a été intégrée à la résolution. Ainsi, par l'intermédiaire d'interfaces et de liaisons sans contacts, il a été montré que pour tout mécanisme, aussi complexe soit-il, la situation relative de deux éléments (pièce ou élément géométrique) peut être caractérisée par un système isostatique, auquel s'ajoutent des équations liées à la montabilité limités à des petits périmètres d'étude, ce



qui facilite leur traitement.

Cette mise en équations a, tout d'abord, dû être reliée au réel par l'intermédiaire d'opérations. Ces opérations, définies par le langage de spécification GeoSpelling, ont été dans ce travail complétées par des critères afin de les rendre univoques. Grâce à ces opérations, la géométrie avec défauts a été remplacée par une géométrie de substitution issue du réel. Une fois ces éléments géométriques définis, des caractéristiques ont été mises en place à partir des composantes des torseurs de petits déplacements. Une fois ce travail effectué, la traduction des conditions géométriques et de montabilité en inéquations sur les composantes des torseurs de petits déplacements a permis la répartition des variations de chacune des exigences sur chacune des pièces. En intégrant pour la spécifications les défauts d'orientation, de position et de dimension.

Enfin, cette méthode a été appliquée sur deux exemples. Le premier cas d'application, la liaison glissière, a permis de montrer comment la méthode s'articulait dans le cycle de conception du mécanisme. Sa simplicité a permis de détailler la représentation de la collection des informations sur le FAST pour l'évaluation de solutions. Le résultat est une spécification des pièces de l'assemblage pour la garantie de la montabilité comme pour le respect des exigences. Le second cas d'application, le manchon d'hélicoptère, a permis de montrer comment la méthode se comportait lorsque le mécanisme devenait plus complexe et comment la méthode pouvait s'appliquer sur un mécanisme dont la conception était avancée.

Au delà des résultats acquis, ces travaux ont ouvert aussi de nouvelles perspectives de développement et de recherche. La partie développement concerne l'intégration de la méthode GeoSpecif aux logiciels de la suite Anatole<sup>®</sup>/GAIA<sup>®</sup>, développée par EADS IW, en permettant les échanges de données entre les deux. Ces outils pourraient alors constituer une solution complète, pour le concepteur, de la C.A.O. au graphe, en permettant la génération automatique des équations et donc des spécifications.

Ces travaux ont quelques limites, en effet, certaines hypothèses utilisées par ces travaux (défaut de forme nul, pièces rigides,..) génèrent des incertitudes sur le résultat.

Ces limites sont la sources de perspectives qui permettront de compléter la méthode. Une première évolution peut être proposées, elle devra permettre la prise en compte de la flexibilité des pièces. Celle-ci permet de compenser les défauts de forme en traduisant le petit déplacement d'un point par une déformation et donc un effort local sur la pièce. Certains travaux [Breteau (2009)] ont proposé des modèles, leur intégration dans

la méthode pourrait s'avérer intéressante. De même, la prise en compte du défaut de forme peut être envisagée, que ce soit en intégrant un nouveau torseur de défaut de forme sur chacune des surfaces en utilisant un modèle modal [Favrelière (2009)], soit en ajoutant aux spécifications par des caractéristiques des spécifications par les gabarits [Pairel *et al.* (2007)] ou des calibres [Dantan *et al.* (2005)] qui englobent tous les défauts.

L'organigramme de la méthode qui a été établi dans cette thèse est proposé à la figure 5.35.

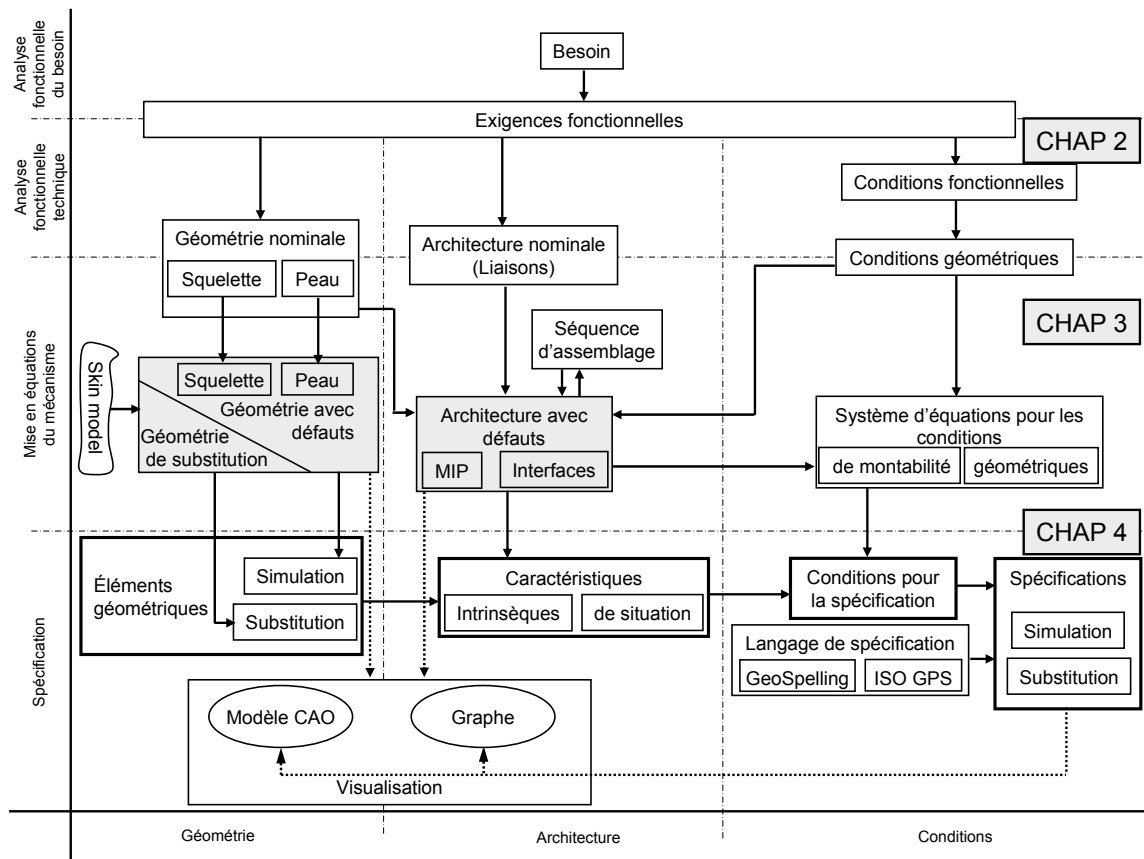


Figure 5.35 – Organigramme de la méthode GeoSpecif

## Bibliographie

- [Al-Widyan et Angeles (2002)] K. AL-WIDYAN et J. ANGELES : A model-based framework for robust design. *Dans IDMME*, 2002.
- [Al-Widyan et Angeles (2005)] K. AL-WIDYAN et J. ANGELES : A model-based formulation of robust design. *ASME Journal of Mechanical Design*, 127:388–396, 2005.
- [Aleixos *et al.* (2004)] N. ALEIXOS, P. COMPANY et M. CONTERO : Integrated modeling with top-down approach in subsidiary industries. *Computers in Industry*, 53:97–116, 2004.
- [Anselmetti (2008)] B. ANSELMETTI : *Manuel de tolérancement - Volume 2, Bases de la cotation fonctionnelle*. Hermes Science Publications, 2008.
- [Bachmann (2003)] J. BACHMANN : *Contribution à la maîtrise des incertitudes dans les gammes de mesure des machines à mesurer par coordonnées*. Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée, 2003.
- [Ballot (1995)] E. BALLOT : *Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1995.
- [Ballu (1993)] A. BALLU : *Identification des modèles géométriques composés pour la spécification et la mesure par coordonnées des caractéristiques fonctionnelles des pièces mécaniques*. Thèse de doctorat, Université de Nancy 1, Nancy, FRANCE, 1993.
- [Ballu *et al.* (2007)] A. BALLU, J.-Y. DANTAN et L. MATHIEU : Langage de spécification : Geospelling. *Tolérancement géométrique des produits*, 2:19–67, 2007.
- [Ballu et Mathieu (1993)] A. BALLU et L. MATHIEU : Analysis of dimensional and geometric specifications : Standard and model. *Dans CIRP CAT, Cachan, France*, 1993.
- [Ballu et Mathieu (1995)] A. BALLU et L. MATHIEU : Univocal expression of functional and geometrical tolerances for design, manufacturing and inspection. *Dans CIRP CAT, Tokyo, Japan*, 1995.
- [Ballu et Mathieu (1999)] A. BALLU et L. MATHIEU : Choice of functional specifications using graphs within the framework of education. *Dans CIRP CAT, Twente, Netherlands*, 1999.

- [Ballu *et al.* (2001)] A. BALLU, L. MATHIEU et J.-Y. DANTAN : Global view of geometrical specifications. *Dans CIRP CAT, Cachan, France, 2001.*
- [Ballu *et al.* (2008)] A. BALLU, J.-Y. PLANTEC et L. MATHIEU : Geometrical reliability of overconstrained mechanisms with gaps. *Dans CIRP Assembly*, vol. 1, p. 1, 2008.
- [Bennis *et al.* (1999)] F. BENNIS, L. PINOS et C. FORTIN : Analysis of positional tolerance based on the assembly virtual state. *Dans CIRP CAT, Twente, Netherlands, 1999.*
- [Berge (1969)] C. BERGE : *Graphes et Hypergraphes.* Dunod, 1969.
- [Borzec et Lotterie (1975)] R. L. BORZEC et J. LOTTERIE : *Principes de la théorie des mécanismes.* Dunod, 1975.
- [Bourdet (1987)] P. BOURDET : Contribution à la mesure tridimensionnelle : Modèle d'indentification géométrique des surfaces, métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques, correction géométrique des machines à mesurer tridimensionnelles. Mémoire de H.D.R., Université de Nancy 1, 1987.
- [Bourdet (1988)] P. BOURDET : A study of optimal-criteria indentation based on the small-displacement screw model. *CIRP Annals*, 37:503–506, 1988.
- [Bourdet et Clément (1976)] P. BOURDET et A. CLÉMENT : Controlling a complex surface with a 3 axis measuring machine. *Annals of the CIRP*, 25:359–364, 1976.
- [Bourdet *et al.* (1996)] P. BOURDET, L. MATHIEU, C. LARTIGUE et A. BALLU : The concept of small displacement torsor in metrology. *World Scientific Publishing Company, Series Advances in Mathematics for Applied Sciences*, 40:110–122, 1996.
- [Bréart (2006)] J.-C. BRÉART : Identifier et traiter les risques produit-process en relation avec les spécifications fonctionnelles. *Dans Journée Européenne sur le tolérancement géométrique*, 2006.
- [Breteau (2009)] P. BRETEAU : *Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique.* Thèse de doctorat, ENS Cachan, 2009.
- [Buckingham *et al.* (1987)] R. A. BUCKINGHAM, R. A. HIRSCHHEIM, F. F. LAND et C. J. TULLY : *Information systems curriculum : A basis for course design. Information systems education : recommendations and implementation.* Cambridge University Press., 1987.
- [Bujold (2004)] R. BUJOLD : Ingénierie des exigences - une méthode simple et systématique. *IEEE Canadian Review*, 48:6–10, 2004.

- [Bytheway (2005)] C. W. BYTHEWAY : Genesis of fast. *Value W O R L D*, 28-2:2-7, 2005.
- [Caro (2004)] S. CARO : *Conception robuste de mécanismes*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2004.
- [Caro *et al.* (2005)] S. CARO, F. BENNIS et P. WENGER : Tolerance synthesis of mechanisms a robust design approach. *ASME Journal of Mechanical Design*, 127:86-94, 2005.
- [Chiabert *et al.* (1998)] P. CHIABERT, F. LOMBARDI et M. ORLANDO : Benefits of geometric dimensioning and tolerancing. *Journal of Materials Processing Technology*, 78:29-35, 1998.
- [Clément *et al.* (1991)] A. CLÉMENT, A. DESROCHERS et A. RIVIÈRE : Theory and practice of 3d tolerancing for assembly. *Dans CIRP CAT, Penn State University, USA*, 1991.
- [Clément *et al.* (1997)] A. CLÉMENT, C. VALADE et A. RIVIÈRE : The ttrss 13 oriented constraints for dimensioning, tolerancing and inspection. *Advanced Mathematical Tools in Metrology III*, 1:24-42, 1997.
- [Clozel (2001)] P. CLOZEL : 3d tolerances analysis, from preliminary study. *Dans CIRP CAT, Cachan, France*, 2001.
- [Constant (1996)] D. CONSTANT : *Contribution à la spécification d'un modèle fonctionnel des produits pour la conception intégrée de systèmes mécaniques*. Thèse de doctorat, Université Grenoble I, 1996.
- [Costadoat *et al.* (2010)] R. COSTADOAT, L. MATHIEU et H. FALGARONE : Design method taking into account geometric variations management along the design process. *Dans CIRP Design, Nantes, France*, 2010.
- [Costadoat *et al.* (2009)] R. COSTADOAT, L. MATHIEU, H. FALGARONE et B. FRICERO : Integrated design method based on geometric variations to generate specification since the beginning of the product life-cycle. *Dans CIRP CAT, Annecy, France*, 2009.
- [Csabai *et al.* (2002)] A. CSABAI, I. STROUD et P. C. XIROUCHAKIS : Container spaces and functional features for top-down 3d layout design. *Computer Aided Design*, 34:1011-1035, 2002.

- [Dantan (2000)] J.-Y. DANTAN : *Synthèse des spécifications géométriques : modélisation par Calibre à Mobilités Internes*. Thèse de doctorat, L'université bordeaux 1 : Ecole doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur, 2000.
- [Dantan et Ballu (2002)] J. Y. DANTAN et A. BALLU : Assembly specification by gauge with internal mobilities (gim) - a specification semantics deduced from tolerance synthesis. *Journal of Manufacturing Systems*, 21:218–235, 2002.
- [Dantan *et al.* (2008)] J.-Y. DANTAN, J. BRUYERE, J.-P. VINCENT et R. BIGOT : Vectorial tolerance allocation of bevel gear by discrete optimization. *Mechanism and Machine Theory*, 43:1478–1494, 2008.
- [Dantan *et al.* (2003)] J.-Y. DANTAN, L. MATHIEU et A. BALLU : Geometrical product requirement : Uncertainty and expression. *Dans CIRP Seminar, Charlotte, North Carolina*, 2003.
- [Dantan *et al.* (2005)] J.-Y. DANTAN, L. MATHIEU, A. BALLU et P. MARTIN : Tolerance synthesis : quantifier notion and virtual boundary. *Computer Aided Design*, 1:231–240, 2005.
- [Davidson et Sha (2009)] J. K. DAVIDSON et J. J. SHA : The method of isosceles triangulation validated for constructing t-maps for size of parts having round and rectangular cross-sections. *Dans CIRP CAT, Annecy, France*, 2009.
- [Dong *et al.* (1992)] W. P. DONG, P. J. SULLIVAN et K. J. STOUT : Comprehensive study of parameters for characterizing three-dimensional surface topography. i some inherent properties of parameter variation. *Wear*, 159:161–171, 1992.
- [Dong *et al.* (1993)] W. P. DONG, P. J. SULLIVAN et K. J. STOUT : Comprehensive study of parameters for characterizing three-dimensional surface topography. i statistical properties of parameter variation. *Wear*, 167:9–21, 1993.
- [Dong *et al.* (1994a)] W. P. DONG, P. J. SULLIVAN et K. J. STOUT : Comprehensive study of parameters for characterizing three-dimensional surface topography. iii parameters for characterising amplitude and some functional properties. *Wear*, 178:29–43, 1994a.
- [Dong *et al.* (1994b)] W. P. DONG, P. J. SULLIVAN et K. J. STOUT : Comprehensive study of parameters for characterizing three-dimensional surface topography. iv parameters for characterising spatial and hybrid properties. *Wear*, 178:45–60, 1994b.

- [Enjalbert (2009)] P. ENJALBERT : *Sur la théorie des méconnaissances en conception robuste*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2009.
- [Etesami (1991)] F. ETESAMI : Position tolerance verification using simulated gaging. *The international Journal of Robotics Research*, 10-4:358–370, 1991.
- [Etesami (1993)] F. ETESAMI : A mathematical model for geometric tolerances. *Journal of mechanical design*, 115-1:81–86, 1993.
- [Euler (1741)] L. EULER : Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 8:128–140, 1741.
- [Favrelière (2009)] H. FAVRELIÈRE : *Tolérancement modal de la métrologie vers les spécifications*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, 2009.
- [Gaunet (1993)] D. GAUNET : Vectorial tolerancing model. *Dans CIRP CAT, Cachan, France*, 1993.
- [Giordano et al. (1992)] M. GIORDANO, D. DURET, S. TICHADOU et R. ARRIEUX : Clearance space in volumic dimensioning. *CIRP Annals, Manufacturing Technology*, 41:565–568, 1992.
- [Giordano et Hernandez (2006)] M. GIORDANO et P. HERNANDEZ : Mechanical system representation by hyper-graphs application to geometrical tolerances in the design process. *Dans IDMME, Grenoble, France*, 2006.
- [Giordano et al. (2009)] M. GIORDANO, P. HERNANDEZ et D. DENIMAL : Synthesis and statistical analysis for three-dimensional tolerancing. *Dans CIRP CAT, Annecy, France*, 2009.
- [Heisenberg (1932)] W. HEISENBERG : *Les principes physiques de la théorie des quanta*. Gauthier-Villars, 1932.
- [Henzold (1993)] G. HENZOLD : Comparison of vectorial tolerancing and conventional tolerancing. *Dans International Forum on Dimensional Tolerancing and Metrology, CRTD-Vol 27*, p. 147–160, 1993.
- [Hernandez et al. (2004)] P. HERNANDEZ, M. GIORDANO et G. LEGRAIS : A new method of design integrated tolerancing. *Dans CIRP Design, Le Caire, Egypte*, 2004.
- [Hillyard et Braid (1978)] R. HILLYARD et I. BRAID : Characterizing non-ideal shapes in term of dimensions and tolerances. *Computer Graphics*, 12-3:234–238, 1978.

- [Hunt (1978)] K. H. HUNT : *Kinematic geometry of mechanisms*. Clarendon Press, Oxford, UK, 1978.
- [Jalid *et al.* (2007)] A. JALID, S. HARIRI, J. P. SENELAER et A. E. GHARAD : Un algorithme pour l'estimation des paramètres de courbes (ou surfaces) et leurs incertitudes en mesure tridimensionnelle. *Dans CPI 2007, Rabat, Morocco*, 2007.
- [Jayaraman et Srinivasan (1989)] R. JAYARAMAN et V. SRINIVASAN : Virtual boundary requirements. *IBM Journal of Research and Development*, 33-2:90–104, 1989.
- [Kandikjian *et al.* (2001)] T. KANDIKJIAN, J. J. SHAH et J. K. DAVIDSON : A mechanism for validating dimensioning and tolerancing schemes in cad systems. *Computer Aided Design*, 33:721–737, 2001.
- [Kaufman (2003)] J. J. KAUFMAN : *Building FAST Models Based on Issues of Concern*. SAVE International, 2003.
- [Knight (1921)] F. KNIGHT : *Risk, Uncertainty and Profit*. Boston, MA. Hart, Schaffner & Marx. Houghton Mifflin Co., 1921.
- [Linares (2004)] J. M. LINARES : Contribution à l'amélioration de la tenue en service des systèmes mécaniques par une meilleure caractérisation de la géométrie fonctionnelle. Mémoire de H.D.R., Université de la Méditerranée, 2004.
- [Lu *et al.* (2009)] W. LU, X. JIANG, P. J. SCOTT et X. LAN : A host system for form tolerance specification in the next-generation gps based on autocad. *Dans CIRP CAT, Annecy, France*, 2009.
- [Marguet (1995)] B. MARGUET : Modélisation des tolérances pour l'assemblage : bibliographie. *Aérospatiale-Matra, document interne AEROSPATIALE*, 1:61, 1995.
- [Marguet (2001)] B. MARGUET : *Contribution à l'analyse des variations géométriques dans les ensembles structuraux en aéronautique : Démarche et Outils*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2001.
- [Mathieu et Ballu (2003)] L. MATHIEU et A. BALLU : Geospelling : a common language for geometrical product specification and verification to express method uncertainty. *Dans CIRP Seminar, Charlotte, North Carolina*, 2003.
- [McKay *et al.* (2001)] A. MCKAY, A. de PENNINGTON et J. BAXTER : Requirements management : a representation scheme for product specifications. *Computer-Aided Design*, 33:511–520, 2001.



- [Miles (1972)] L. D. MILES : *Techniques of Value Analysis and Engineering*. McGraw-Hill, 1972.
- [Mun *et al.* (2009)] D. MUN, J. HWANG et S. HAN : Protection of intellectual property based on a skeleton model in product design collaboration. *Computer Aided Design*, A paraitre:A paraitre, 2009.
- [Nejad *et al.* (2009)] M. K. NEJAD, F. VIGNAT et F. VILLENEUVE : Tolerance analysis in manufacturing using the mmp : comparison and evaluation of three different approaches. *Dans CIRP CAT, Annecy, France*, 2009.
- [Olvander *et al.* (2009)] J. OLVANDER, B. LUNDÉNA et H. GAVEL : A computerized optimization framework for the morphological matrix applied to aircraft conceptual design. *Computer-Aided Design*, 41:187–196, 2009.
- [Pahl et Beitz (1996)] G. PAHL et W. BEITZ : *Engineering design - A systematic approach*. Springer-Verlag, 1996.
- [Pairel *et al.* (2007)] E. PAIREL, P. HERNANDEZ et M. GIORDANO : Virtual gauge representation for geometric tolerances in cad-cam systems. *Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing*, 1:3–12, 2007.
- [Parker (1996)] G. J. PARKER : Product fast diagram. *Dans Society of American Value Engineers International Conference*, 1996.
- [Phadke (1989)] M. S. PHADKE : *Quality Engineering Using Robust Design*. PTR Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
- [Raynaud (1873)] J. RAYNAUD : Courants dérivés, lois de kirchhoff. *Journal de Physique Théorique Appliquée*, 2:86–98, 1873.
- [Requicha (1993)] A. A. G. REQUICHA : Mathematical definition of tolerance specifications. *ASME Manufacturing Review*, 6:269–274, 1993.
- [Rivest *et al.* (1994)] L. RIVEST, C. FORTIN et C. MOREL : Tolerancing a solid with a kinematic formulation. *Computer Aided Design*, 36-6:465–476, 1994.
- [Roy et Li (1999)] U. ROY et B. LI : Representation and interpretation of geometric tolerances for polyhedral objects ii. size, orientation and position tolerances. *Computer Aided Design*, 31-4:273–285, 1999.
- [Roy *et al.* (2001)] U. ROY, N. PRAMANIK, R. SUDARSAN, R. D. SRIRAM et K. W. LYONS : Function-to-form mapping : model, representation and applications in design synthesis. *Computer Aided Design*, 33:699–719, 2001.

- [Samper *et al.* (2009)] S. SAMPER, P.-A. ADRAGNA, H. FAVRELIERE et M. PILLET : Modeling of 2d and 3d assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 4-9:1–12, 2009.
- [Samper et Formosa (2007)] S. SAMPER et F. FORMOSA : Form defects tolerancing by natural modes analysis. *Journal of computing and information science in engineering*, 7:44–51, 2007.
- [Savio *et al.* (2007)] E. SAVIO, L. D. CHIFFRE et R. SCHMITT : Metrology of freeform shaped parts. *Annals of the CIRP*, 56-2:810–835, 2007.
- [Schneider (1994)] F. SCHNEIDER : *Aspect géométrique de la définition tridimensionnelle des mécanismes*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 1994.
- [Scott (2006)] P. J. SCOTT : The case of surface texture parameter rsm. *Institute of Physics Publishing*, 17:559–564, 2006.
- [Smith (2002)] G. T. SMITH : *Industrial Metrology*. Springer, Chapter 5, N° ISBN 1-85233-507-6, 2002.
- [Srinivasan (2008)] V. SRINIVASAN : Standardizing the specification, verification, and exchange of product geometry : Research, status and trends. *Computer Aided Design*, 40:738–749, 2008.
- [Srinivassan (2001)] V. SRINIVASSAN : An integrated view of geometrical product specification and verification. *Dans CIRP CAT, Cachan, France*, 2001.
- [Srinivassan et Jayaraman (1989)] V. SRINIVASSAN et R. JAYARAMAN : Conditional tolerances. *IBM Journal of Research and Development*, 33-2:105–124, 1989.
- [Stone *et al.* (2004)] R. B. STONE, D. A. MCADAMS et V. J. KAYYALETHEKKEKEL : A product architecture-based conceptual dfa technique. *Design Studies*, 25:301–325, 2004.
- [Suh (2001)] N. P. SUH : *Axiomatic Design, Advances and Applications*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2001.
- [Taguchi (1978)] G. TAGUCHI : Off-line and on-line quality control systems. *Dans International conferences on quality control, Tokyo, Japan*, 1978.
- [Taguchi (1993)] G. TAGUCHI : *On Robust Technology Development, Bringing Quality Engineering Upstream*. Asme Press Series on International Advances in Design Productivity, 1993.

- [Tang (2010)] K. Z. . Y. L. . S. TANG : An integrated modeling method of unified tolerance representation for mechanical product. *International Journal of Advanced Manufacture Technology*, 46:217–226, 2010.
- [Tay et Gu (2002)] F. E. H. TAY et J. GU : Product modeling for conceptual design support. *Computers in industry*, 48:143–155, 2002.
- [Teissandier (1995)] D. TEISSANDIER : *Union Pondérée d’espaces de Liberté : un nouvel outil pour la cotation fonctionnelle tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, University Bordeaux I, France, 1995.
- [Teissandier *et al.* (1999)] D. TEISSANDIER, V. DELOS et Y. COUÉTARD : Operations on polytopes : Application to tolerance analysis. *Dans CIRP Seminar*, p. 425–434, 1999.
- [Thiébaud (2001)] F. THIÉBAUD : *Contribution à la définition d’un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportement des mécanismes*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2001.
- [Thornton (2001)] A. C. THORNTON : Optimism vs pessimism design decisions in the face of process capability uncertainty. *ASME Journal of Mechanical Design*, 123: 313–320, 2001.
- [Tichkiewitch et Brissaud (1999)] S. TICHKIEWITCH et D. BRISSAUD : Diverse aspects of tolerancing on an integrated design context. *Annals of the CIRP*, 48:107–110, 1999.
- [Turner (1993)] J. U. TURNER : A feasibility space approach for automated tolerancing. *Journal of Engineering for Industry*, 115:341–346, 1993.
- [Vignat et Villeneuve (2007)] F. VIGNAT et F. VILLENEUVE : Simulation of the manufacturing process, generation of a model of the manufactured parts. *Dans Conference on Digital Enterprise Technology, Bath*, 2007.
- [Vila *et al.* (2000)] C. VILA, M. CONTERO et P. COMPANY : Extended modelling : a tool for cooperative design. *Dans Conference on Concurrent Enterprising*, 2000.
- [Wang (2008)] Y. WANG : Semantic tolerance modeling with generalized intervals. *Journal of Mechanical Design*, 130:1–7, 2008.
- [Wang et Nnaji (2007)] Y. WANG et B. O. NNAJI : Solving interval constraints by linearization in computer-aided design. *Reliable Computing*, 13:211–244, 2007.

- [Weckenmann *et al.* (1995)] A. WECKENMANN, H. EITZERT, M. GARNER et H. WEBER : Functionality-oriented evaluation and sampling strategy in coordinate metrology. *Precision Engineering*, 17:244–252, 1995.
- [Whitney *et al.* (1995)] D. WHITNEY, M. ANDERSON, C. CADET, C. FINE, D. GOSARD, A. THORNTON, M. GROOVER, R. NAGEL, T. OZSOY, H. STENGER, M. A. ANDERSON, M. CHANG, T. CUNNINGHAM, P. GUTWALD, G. HARDY, J. J. LAUKAITIS, D. LEE, R. MANTRIPRAGADA, R. POMPONI, N. SOMAN, E. BAYKAN, P. GREIF, T. JOHNSTON, D. KIM, D. MARQUETTE, M. MEIXELL et S. ROTH : Agile pathfinders in the aircraft and automobile industries - a progress report. *Dans 4th Agility Forum, Atlanta*, 1995.
- [Wikipédia (2010)] WIKIPÉDIA : Conception de produit — Wikipédia, l'encyclopédie libre, 2010.
- [Wirtz (1991)] A. WIRTZ : Vectorial tolerancing for production quality control and functional analysis in design. *Dans CIRP International Working Seminar on Tolerancing, PennState*, 1991.
- [Wixson (1999)] J. R. WIXSON : Function analysis and decomposition using function analysis systems technique. *Dans International Council on Systems Engineering (INCOSE 99), Brighton, England*, 1999.
- [Wu et Wu (2000)] Y. WU et A. WU : *Taguchi methods for robust design*. American Society of Mechanical Engineers Press, New York, 2000.
- [Yan *et al.* (2005)] W. YAN, P. J. SCOTT et X. JIANG : The structure of surface texture knowledge. *Journal of Physics*, 13:1–4, 2005.
- [Yannou (2008)] B. YANNOU : Le fast, mode d'emploi. *Dans Ecole Centrale Paris*, 2008.
- [Zhu et Ting (2001)] J. ZHU et K.-L. TING : Performance distribution analysis and robust design. *ASME Journal of Mechanical Design*, 123:11–17, 2001.

## Normes

- [ASME Y14.41 (2003)] ASME Y14.41. Digital Product Definition Data Practices, 2003.
- [ASME Y14.5M (1994)] ASME Y14.5M. Dimensioning and Tolerancing, 1994.

- [IEEE Sd 1233 (1998)] IEEE Sd 1233. IEEE Guide for developing system requirement specifications, 1998.
- [IEEE Sd 830 (1998)] IEEE Sd 830. IEEE Recommended practice for software requirements specifications (SRS), 1998.
- [ISO 1101 (2005)] ISO 1101. Spécification géométrique des produits (GPS) Tolérancement géométrique Tolérancement de forme, orientation, position et battement, 2005.
- [ISO 1101 A1 (2008)] ISO 1101 A1. Projet d'amendement 1 à la norme : Représentation des spécifications sous forme d'un modèle 3D, 2008.
- [ISO 2692 (2007)] ISO 2692. Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique - Exigence du maximum de matière (MMR) et exigence du minimum de matière, 2007.
- [ISO 4287 :1997 (1997)] ISO 4287 :1997. Spécification géométrique des produits (GPS) - État de surface : Méthode du profil - Termes, définitions et paramètres d'état de surface, 1997.
- [ISO TS 17450-1 (2008)] ISO TS 17450-1. Geometric Product Specification - General concepts - Part 1 : Model for geometrical specification and verification, 2008.
- [ISO TS 17450-2 (2004)] ISO TS 17450-2. Spécification géométrique des produits - Concepts généraux - Partie 2 : Principes de base, spécifications, opérateurs et incertitudes, 2004.
- [ISO8015 (2006)] ISO8015. Dessins techniques Principe de tolérancement de base, 2006.
- [NF ISO 25178 (2009)] NF ISO 25178. Spécification géométrique des produits (GPS) - État de surface : surfacique, 2009.
- [NF X 07-020 (1999)] NF X 07-020. Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, 1999.
- [NF X 50-153 (1985)] NF X 50-153. Analyse de la valeur, 1985.
- [XP E 04-009 (2003)] XP E 04-009. Spécification géométrique des produits (GPS) Hiérarchisation des caractéristiques produit-processus, 2003.