



**HAL**  
open science

# Fatigue biaxiale à grand nombre de cycles : étude expérimentale et modèle d'endommagement à deux échelles probabiliste

Grégory Barbier

► **To cite this version:**

Grégory Barbier. Fatigue biaxiale à grand nombre de cycles: étude expérimentale et modèle d'endommagement à deux échelles probabiliste. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. NNT: 2009DENS0067 . tel-00572928

**HAL Id: tel-00572928**

**<https://theses.hal.science/tel-00572928>**

Submitted on 2 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°ENSC-2009n°208



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

**Grégory Barbier**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine :

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse :

**Fatigue biaxiale à grand nombre de cycles :  
étude expérimentale  
et modèle d'endommagement à deux échelles probabiliste.**

Thèse présentée et soutenue publiquement à Cachan le 14 Décembre 2009 devant le jury  
composé de :

<b>Mme V. DOQUET</b>	Directrice de Recherche LMS-X	Présidente
<b>Mme S. DEGALLAIX</b>	Professeur des Universités EC Lille	Rapporteuse
<b>M. S. CALLOCH</b>	Professeur des Universités ENSIETA Brest	Rapporteur
<b>M. F. GALLERNEAU</b>	Ingénieur de Recherche ONERA	Examineur
<b>M. J.-C. LE ROUX</b>	Ingénieur de Recherche EDF	Examineur
<b>M. R. DESMORAT</b>	Professeur des Universités ENS Cachan	Directeur de thèse
<b>M. S. COURTIN</b>	Ingénieur AREVA	Invité
<b>M. A. DU TERTRE</b>	Ingénieur SNECMA	Invité

---

**LMT-Cachan**

ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris  
61, avenue du Président Wilson  
94235 CACHAN CEDEX



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Fatigue multiaxiale des matériaux métalliques</b>	<b>7</b>
1 Le phénomène de fatigue . . . . .	7
1.1 Définitions et grandeurs générales . . . . .	7
1.2 Endommagement et amorçage . . . . .	11
2 La fatigue sous sollicitation multiaxiale . . . . .	14
2.1 Sollicitations mécaniques . . . . .	14
2.1.1 Généralités . . . . .	14
2.1.2 Historique des essais biaxiaux sur matériaux métalliques	15
2.2 Sollicitations complexes . . . . .	16
2.2.1 Essais sur structures / mini-structures représentatives .	17
2.3 Critères de fatigue multiaxiale . . . . .	19
2.3.1 Modèles en amplitude – Critères en déformations . . .	19
2.3.2 Critères en contraintes . . . . .	21
2.3.3 Critères énergétiques . . . . .	22
2.3.4 Difficultés sous chargements complexes . . . . .	23
2.4 La fatigue par la mécanique de l’endommagement incrémental . .	24
2.4.1 Modèle initial d’endommagement à deux échelles . . .	25
2.4.2 Autres modèles d’endommagement incrémentaux . . .	28
3 Conclusions . . . . .	31
<b>2 Campagne expérimentale : amorçage en fatigue biaxiale polycyclique</b>	<b>33</b>
1 Présentation des matériaux étudiés . . . . .	33
1.1 Acier inoxydable austénitique 304L CLI . . . . .	33
1.2 Alliage titane . . . . .	37
2 Démarche expérimentale . . . . .	38
2.1 Machine ASTREE . . . . .	38
2.2 Éprouvette de fatigue biaxiale . . . . .	39
2.3 Mesures . . . . .	41
2.3.1 Choix techniques . . . . .	41

	2.3.2	Mise en oeuvre des appareils de mesure . . . . .	43
	2.3.3	Validation du dispositif expérimental . . . . .	49
3		Présentation, description d'un essai biaxial sur 304L et sur alliage de titane	51
	3.1	Préparation d'essai . . . . .	51
	3.2	Durant l'essai . . . . .	52
	3.3	Dépouillement d'un essai sur 304L CLI (Essai H) . . . . .	52
	3.4	Dépouillement d'un essai sur alliage de titane (Essai B) . . . . .	60
4		Synthèse des résultats de la campagne expérimentale biaxiale . . . . .	63
	4.1	Acier 304L CLI . . . . .	63
	4.2	Alliage de titane . . . . .	70
5		Conclusions sur la campagne expérimentale de fatigue biaxiale . . . . .	75
<b>3</b>		<b>Modèle d'endommagement probabiliste à deux échelles</b>	<b>77</b>
1		Modèle d'endommagement à deux échelles . . . . .	77
	1.1	Présentation . . . . .	77
	1.1.1	Historique des études réalisées avec le modèle . . . . .	78
2		Prise en compte de la contrainte moyenne en incrémental . . . . .	79
	2.1	Effet d'une contrainte ou d'une déformation moyenne . . . . .	79
	2.2	Fonction critère pour prise en compte de la contrainte moyenne . . . . .	81
	2.3	Identification du paramètre de Drucker-Prager . . . . .	83
	2.3.1	Résumé de l'identification du terme de Drucker-Prager . . . . .	89
	2.3.2	Diagramme de Haigh via le modèle à deux échelles . . . . .	92
	2.4	Comparaison avec d'autres critères issus de la littérature . . . . .	95
3		Post-processeur de fatigue probabiliste DAMAGE_2009 . . . . .	98
	3.1	Problématique de la dispersion des données en fatigue . . . . .	98
	3.2	Méthodes statistiques/probabilistes retenues . . . . .	98
	3.2.1	Méthodes statistiques . . . . .	99
	3.2.2	Méthodes probabilistes . . . . .	104
	3.3	Synthèse des résultats . . . . .	106
	3.4	Description du post-processeur de fatigue probabiliste . . . . .	107
	3.4.1	Méthode Gaussienne . . . . .	108
	3.4.2	Méthode Gaussienne avec taux de confiance . . . . .	111
	3.4.3	Méthode du noyau d'Epanechnikov . . . . .	113
4		Conclusions sur le modèle d'endommagement probabiliste à deux échelles	116
<b>4</b>		<b>Estimation de la durée de vie en fatigue multiaxiale</b>	<b>119</b>
1		Identification des paramètres du modèle à deux échelles . . . . .	119
	1.1	Procédures d'identifications . . . . .	119
	1.2	Identification pour l'acier 304L CLI . . . . .	120
2		Obtention des fichiers de chargements utiles au post-processeur . . . . .	123
	2.1	Fichier 'chargement' via les données expérimentales . . . . .	124
	2.2	Fichier 'chargement' via les données par calculs EF . . . . .	125
	2.2.1	Comportement élasto-plastique pour l'alliage de titane . . . . .	125

---

2.2.2	Comportement élasto-plastique pour le 304L . . . . .	126
2.2.3	Simulations à partir des déplacements expérimentaux . . . . .	127
3	Estimation des durées de vie des essais biaxiaux . . . . .	129
4	Conclusions sur l'estimation des durées de vie . . . . .	135
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>141</b>
<b>Annexe A : Eprouvette de fatigue biaxiale</b>		<b>145</b>
<b>Annexe B : Formules relatives au paramètre de Drucker-Prager</b>		<b>147</b>
<b>Annexe C : Calculs éléments finis sur croix de Malte</b>		<b>149</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>151</b>



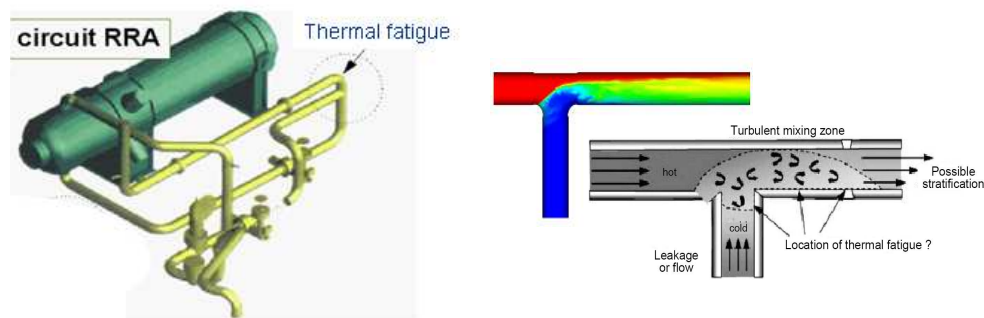
Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan (LMT-Cachan) et au Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables d'EDF Clamart (LaMSID), en partenariat avec les sociétés AREVA et SNECMA. Je remercie tout particulièrement Rodrigue Desmorat d'avoir dirigé cette thèse. Il me faut aussi remercier mes encadrants industriels Jean-Christophe Le Roux (EDF), Stephan Courtin (AREVA) et Alban du Tertre (SNECMA) pour leurs conseils et aide précieuse. Je remercie vivement Madame Véronique Doquet, Directrice de Recherche au LMS de l'école Polytechnique, d'avoir présidé le jury de thèse. Madame le Professeur Suzanne Degallaix du LML de l'École Centrale de Lille et Monsieur le Professeur Sylvain Calloch de l'ENSIETA de Brest, m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ce mémoire, je leur exprime ma sincère gratitude. J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Franck Gallerneau, Ingénieur de Recherche à l'ONERA, d'avoir accepté d'examiner ce travail. Je tiens à remercier Boumedjen Raka et Martin Poncelet qui ont participé à la bonne réalisation des investigations expérimentales. Enfin, une salutation amicale à tous mes collègues-amis avec qui j'ai passé ces trois années.





# Introduction

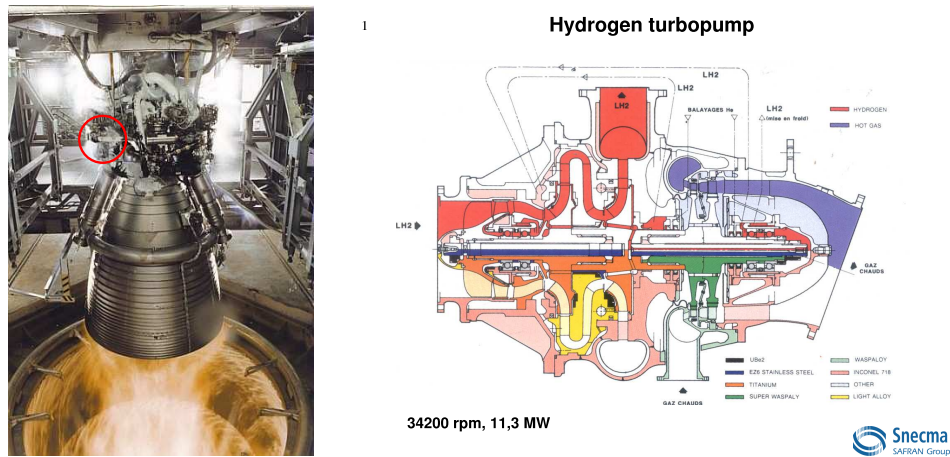
Les structures industrielles, bien souvent complexes et originales, sont soumises à des sollicitations mécaniques ayant diverses origines (efforts, pression, dilatations thermiques, centrifugation, etc) pouvant être concomitantes. L'endommagement et la rupture (lorsqu'ils ont lieu) de pièces de telles structures interviennent la plupart du temps en fatigue. Citons par exemple l'incident sur la centrale de type Réacteur à Eau Pressurisée (REP) de Civaux en 1998. Une fissure traversante, ainsi que deux réseaux de faïençage ont été observés à proximité d'un cordon de soudure, dans un coude situé dans une zone de mélange de fluides chaud et froid du circuit de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt (RRA) (fig.1). Cette fissuration a été attribuée à un phénomène de fatigue thermique pou-



**FIGURE 1:** Circuit RRA où a eu lieu l'incident de Civaux. Modélisation du mélange de fluides, l'un chaud, l'autre froid dans un té de mélange FATHER (EDF, CEA).

vant s'assimiler à de la fatigue biaxiale si l'on considère les dilatations et les contractions localisées contrariées par la tenue globale de la structure. Ce travail s'inscrit pleinement dans la compréhension et la modélisation de la tenue à la fatigue (surtout) biaxiale du matériau métallique prépondérant dans ces centrales REP (acier inoxydable austénitique 304L).

L'industrie aérospatiale est également confrontée à la justification à la tenue en fatigue de certains composants sollicités de manière multiaxiale. Nous pouvons citer les turbo-pompes "hydrogène" équipant des moteurs de fusée réalisées en alliage de titane (fig.2). De ce fait, ce travail sera dédié à deux matériaux : l'acier inoxydable austénitique 304L employé dans l'industrie nucléaire et un alliage de titane utilisé dans le domaine aérospatial.



**FIGURE 2:** Vue d'un moteur Vulcain II et d'une turbopompe soumise à de la fatigue multiaxiale (SNECMA).

Les courbes de fatigue illustrent clairement l'influence de l'intensité d'une sollicitation sur la durée de vie et sont à la base d'un dimensionnement d'une pièce à la fatigue. Les essais de fatigue sont effectués de manière courante par les industriels ou les laboratoires pour étudier ce phénomène, y compris en multiaxial. Du fait de considérations économiques et techniques, les essais de fatigue uniaxiaux et dans une moindre mesure les essais de traction-torsion sont les plus réalisés. Les essais biaxiaux et triaxiaux de traction-compression sont quant à eux rares, voire très rares bien qu'ils soient les plus représentatifs de nombreuses sollicitations complexes réelles. L'obtention de courbes de fatigue sous sollicitations biaxiales est donc une première étape, à effectuer en prenant soin de mesurer finement les déformations appliquées.

Parallèlement à ces considérations expérimentales, la modélisation du phénomène de fatigue est encore un sujet ouvert. Même si de nombreux modèles ou critères existent dans ce domaine (cf. Chapitre 1), la complexité du phénomène, de ses sources (d'origine mécanique, thermique), de ses types d'application (avec ou sans contrainte moyenne, à amplitude variable, aléatoire, avec multiaxialité, etc) en font un sujet complexe, difficile à modéliser dans le cas général. De plus, tous les matériaux ne se comportent pas nécessairement de la même manière lors d'une sollicitation de fatigue (existence d'une plasticité voire d'une visco-plasticité, observation du phénomène de rochet, de durcissement primaire, de durcissement secondaire, etc) et augmentent ainsi la difficulté de la modélisation du phénomène.

Outre ces aspects, l'une des caractéristiques du phénomène de fatigue est la dispersion des résultats. En effet, pour la plupart des matériaux, la rupture ne se fera jamais au même instant, pour une même sollicitation. Un rapport 10 (voire plus) peut être constaté. La dispersion est en général d'autant plus importante que la durée de vie est grande. Introduites depuis les années 1960, les approches stochastiques / probabilistes trouvent un

essor certain ces dernières années pour prendre en compte les dispersions et méconnaissances lors du dimensionnement de structures (dispersions sur les propriétés "matériau", méconnaissances des chargements, de la géométrie). La limite de fatigue en dessous de laquelle il n'y aura "jamais" rupture, dite limite de fatigue asymptotique, est une notion avec laquelle le modélisateur et le concepteur travaillent. Ils la considèrent comme une propriété "matériau" sur laquelle le concept de non déterminisme prend toute sa valeur du fait que cette limite asymptotique est difficile à déterminer expérimentalement, compte tenu des nombreux essais à plusieurs millions de cycles (ou plus) à effectuer, et du caractère aléatoire de sa valeur constaté expérimentalement (l'existence même d'une limite de fatigue asymptotique est réfutée par certains auteurs).

Le but de ce travail est ainsi de caractériser et de modéliser la tenue en fatigue de deux matériaux sous sollicitations biaxiales à grand nombre de cycles. Pour ce faire, la machine triaxiale ASTREE du LMT-Cachan est utilisée. Des moyens de mesure fins utilisant la corrélation d'images permettent de caractériser au mieux les chargements appliqués et d'observer l'amorçage de fissure en partie centrale de l'éprouvette. Parallèlement à cette partie expérimentale, le modèle d'endommagement et de fatigue à deux échelles du LMT-Cachan est amélioré pour prendre en compte l'influence de la contrainte moyenne du chargement multiaxial. Ce modèle est *in fine* appliqué aux essais biaxiaux sur acier 304L et alliage de titanes. La prise en compte de la dispersion sur la limite de fatigue est introduite dans le modèle et un nouveau post-processeur d'endommagement et de fatigue DAMAGE\_2009 est proposé.

Le présent document s'articule donc naturellement autour de quatre chapitres.

Un premier chapitre exposera de manière globale la problématique de la fatigue multiaxiale en présentant les caractéristiques inhérentes à de telles sollicitations, ainsi que les modèles et critères de fatigue multiaxiaux existant dans la littérature. Les quelques résultats d'essais de fatigue biaxiale à grand nombre de cycles de la littérature sont également exposés.

Le second chapitre est dédié à la campagne expérimentale menée au LMT Cachan et visant à obtenir un amorçage en fatigue biaxiale à grand nombre de cycles. Le dimensionnement de l'éprouvette biaxiale est présenté, ainsi que les moyens techniques et de mesure mis en oeuvre pour ces essais (machine d'essai triaxiale, caméras, appareils photo, corrélation d'images, acquisition stroboscopique). Un essai sera clairement détaillé pour chaque matériau acier 304L et alliage de titane, puis la synthèse des essais sera exposée.

Un troisième chapitre sera consacré au modèle d'endommagement à deux échelles. La modification fondamentale de la fonction critère de plasticité à l'échelle microscopique visant à une meilleure considération de l'effet de contrainte moyenne sera développée : il s'agit de la considération d'un domaine élastique à l'échelle "microscopique" des défauts représenté par le critère de Drucker-Prager. Le modèle sera rendu probabiliste via la prise en compte de manière phénoménologique de la dispersion des données de fatigue : les méthodes utilisées et le nouveau post-processeur de fatigue DAMAGE\_2009 sont exposés.

Un dernier chapitre comparera les durées de vie calculées par le modèle à deux échelles aux résultats d'essais biaxiaux réalisés durant cette étude. Les conclusions finales et perspectives de ce travail seront finalement proposées.

Ce travail de thèse ayant été effectué dans un cadre industriel, de nombreuses données ne sont pas mentionnées dans ce manuscrit, et de nombreux graphiques sont adimensionnés pour des raisons de confidentialité.

# Chapitre 1

## Fatigue multiaxiale des matériaux métalliques

---

*Cette première partie axée sur une étude bibliographique de la fatigue multiaxiale des matériaux métalliques a pour objectifs de présenter dans un premier temps les définitions et grandeurs générales liées à ce domaine, puis dans un second temps d'exposer succinctement les principaux critères (exprimés en déformations, contraintes, ou énergétiques) et modèles d'endommagement existants. Des notions concernant l'endommagement et l'amorçage de fissures seront également exposées afin de mieux comprendre la base théorique de ces modèles d'endommagement pour la fatigue des matériaux. La présentation de différents essais de fatigue multiaxiale réalisés sur des structures complexes permettront d'illustrer l'importance de ce phénomène, qui, comme il pourra être constaté, a finalement été assez peu étudié de manière expérimentale.*

### 1 Le phénomène de fatigue

#### 1.1 Définitions et grandeurs générales

Les ruptures mécaniques dues au phénomène de fatigue ont engendré de nombreuses catastrophes. Toutefois, il convient de relativiser le nombre de structures ayant rompues par rapport au nombre de celles ne présentant pas de rupture grâce à un dimensionnement adapté. Les ruptures par fatigue sont bien souvent le fruit de l'interaction pénalisante de plusieurs éléments (chargements complexes, temps, environnement, multiaxialité etc). C'est l'accident, en 1842, d'un train reliant Paris à Versailles (dans lequel une cinquantaine de personnes périrent), dû à la rupture d'un essieu de locomotive, qui déclencha le début des études sur ce phénomène. Historiquement, le mot "fatigue" a été introduit dans les années 1840-1850 pour qualifier les ruptures apparaissant suite à des sollicitations répétées. August Wöhler fut le premier à étudier de manière scientifique la rupture d'axes d'essieu de train sous sollicitations répétées [Wöhler, 1858]. En représentant ses résultats d'essais sur des diagrammes "amplitude de contrainte appliquée - nombre de

cycles à rupture” (diagramme S-N, S pour ”Stress”, N pour ”Number of cycles to failure”), il montra que la durée de vie diminuait lorsque l’on augmentait l’amplitude de contrainte, et qu’il semblait exister une amplitude de contrainte en dessous de laquelle les éprouvettes ne rompent pas (la limite de fatigue). Ce diagramme appelé par la suite diagramme de Wöhler, est usuellement scindé en deux domaines : le domaine de la fatigue oligocyclique (dite aussi fatigue à faible nombre de cycles) et le domaine de fatigue polycyclique (dite aussi fatigue à grand nombre de cycles). Du point de vue comportemental, le domaine des faibles nombres de cycles correspond habituellement pour les métaux à une plasticité non négligeable, tandis que pour le domaine des grands nombres de cycles, la plasticité est habituellement nulle ou quasi-nulle. La transition entre les deux domaines est donc fonction du matériau, mais en général, elle se produit vers les  $10^5$  cycles.

On peut également trouver le terme d’endurance illimitée pour qualifier la zone des très grands nombres de cycles ( $> 10^7$  ou  $10^8$  cycles), même si certains auteurs pensent que la limite de fatigue des matériaux est nulle pour les très grands nombres de cycles (fatigue giga-cyclique) [Bathias *et al.*, 2001, Nishijima, 1997]. La limite de fatigue à  $10^6$  cycles est conventionnellement notée  $\sigma_f$  et est la valeur utilisée en ingénierie ; la limite de fatigue asymptotique est notée  $\sigma_f^\infty$  (figure 1.1). Nous pouvons d’ores et déjà pointer du doigt la dispersion expérimentale des valeurs de limite asymptotique. La courbe de Wöhler retenue pour caractériser et modéliser le comportement en fatigue du matériau est la courbe passant au mieux dans ce nuage de points. De ce fait, il est évident que certains points expérimentaux (ceux situés loin de la courbe de modélisation) seront mal pris en compte lors d’une modélisation du phénomène de fatigue. Rendre probabiliste cette courbe de fatigue (comme présenté chapitre 3) permet de résoudre en partie ce problème.

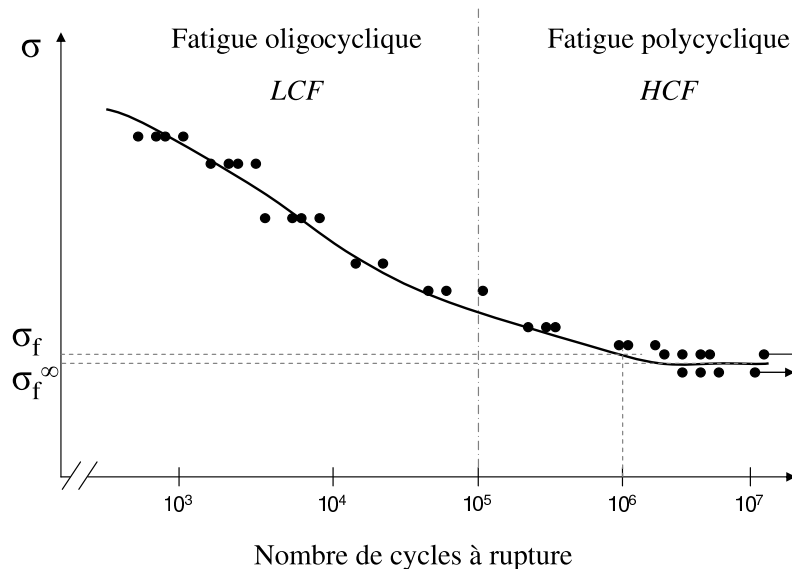


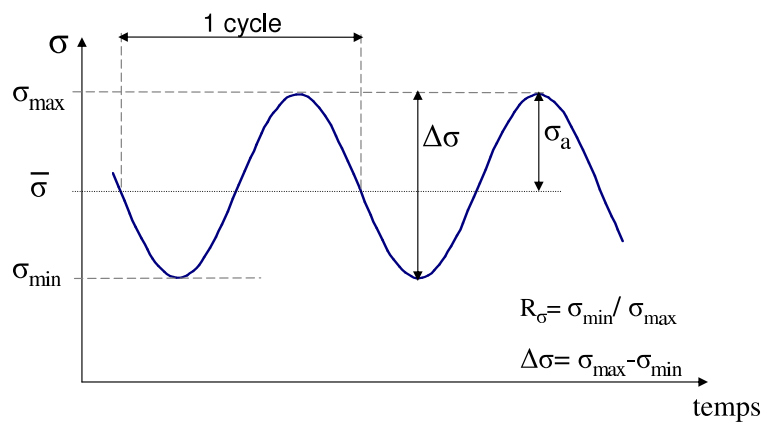
FIGURE 1.1: Représentation classique d’un diagramme S-N de Wöhler

Les contraintes périodiques qui existent en service sont schématisées figure 1.2. Cette

figure illustre les quantités descriptives de ces cycles, grandeurs qui seront grandement utilisées dans ce manuscrit, à savoir notamment,

- $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{max}$  les contraintes minimales et maximales pour un chargement cyclique
- $\sigma_a$  l'amplitude de la contrainte ( $\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$ ),
- $\Delta\sigma$  la variation de contrainte sur un cycle ( $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ ), ou amplitude crête à crête de la contrainte,
- $\bar{\sigma}$  la contrainte moyenne ( $\bar{\sigma} = (\sigma_{min} + \sigma_{max})/2$ ).

Nous pouvons aussi définir le rapport de charge en contrainte ( $R_\sigma$ ) comme étant le rapport  $\sigma_{min}/\sigma_{max}$  (de manière similaire, les rapports de charge en déformation  $R_\epsilon$  ou force  $R_F$  seront le rapport de la valeur minimale sur la valeur maximale).



**FIGURE 1.2:** Nomenclature usuelle pour un chargement de fatigue d'amplitude constante

Différents contributeurs participèrent à la compréhension du phénomène de fatigue. Nous pouvons noter les travaux fondamentaux suivants qui donnèrent lieu à des concepts et/ou un vocable que nous emploierons largement dans la suite de ce manuscrit. Tout d'abord, même si les travaux expérimentaux de Wöhler traitent de l'amplitude de contrainte appliquée, de nombreux essais furent par la suite réalisés en déformation contrôlée. Toujours dans la même optique, les résultats sont consignés dans un diagramme représentant l'amplitude de déformation appliquée, fonction du nombre de cycles à rupture. Ce diagramme est dit diagramme de Manson-Coffin [Manson, 1962, Tavernelli et Coffin, 1962]. Outre la représentation de l'influence de l'amplitude de sollicitation sur la durée de vie, de nombreux travaux furent (et sont toujours) consacrés à l'influence de la contrainte moyenne [Gerber, 1874, Goodman, 1899, Soderberg, 1930] définie comme étant

$$\bar{\sigma} = (\sigma_{min} + \sigma_{max})/2 \quad (1.1)$$

où  $\sigma_{max}$  et  $\sigma_{min}$  sont les contraintes maximales et minimales sur un cycle de sollicitation. Ainsi, de nombreux auteurs ont cherché à représenter et à modéliser l'influence de la contrainte moyenne et celle de la contrainte appliquée sur la durée de vie. Les représentations les plus couramment exploitées sont :



**Le diagramme de Haigh** – Sur ce diagramme (figure 1.3), l'amplitude de la contrainte  $\sigma_a$  est portée en fonction de la contrainte moyenne  $\bar{\sigma}$  à laquelle a été réalisé l'essai de fatigue. Tracé en général pour un nombre de cycles à rupture donné (par exemple  $10^6$ ), deux points particuliers sont à noter :

- le point A qui représente la limite de fatigue  $\sigma_f$ , en sollicitation alternée symétrique ( $\bar{\sigma} = 0$ );
- le point B qui représente le comportement limite du matériau pour une amplitude de contrainte nulle ( $\sigma_a = 0$ ). Ce point correspond schématiquement à la contrainte maximale de rupture (ou contrainte ultime)  $\sigma_u$  du matériau au cours d'un essai quasi-statique monotone.

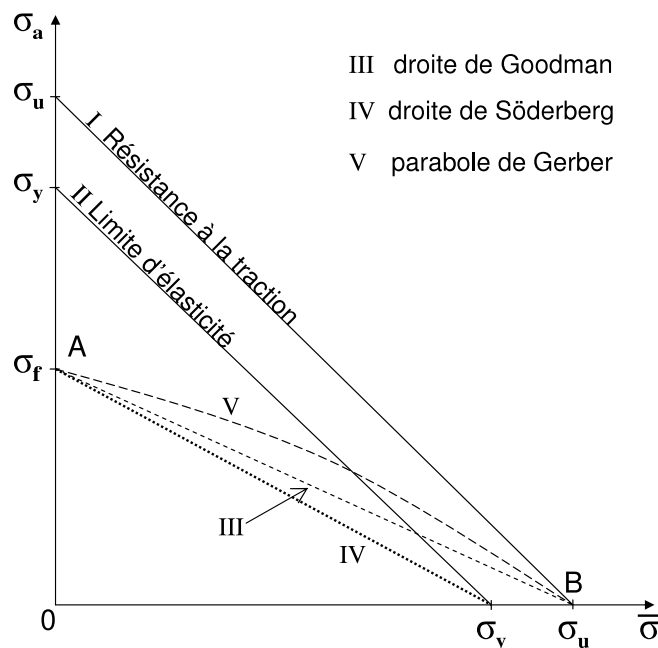


FIGURE 1.3: Représentation classique d'un diagramme de Haigh

Le domaine limité par la courbe AB et les deux axes de coordonnées représente le domaine de d'endurance illimitée (ou tout du moins supérieur à la limite de fatigue considérée). Plusieurs modélisations ont été proposées qui permettent de construire un diagramme d'endurance approché lorsque l'on ne connaît que la limite de fatigue sous sollicitation symétrique et les caractéristiques mécaniques statiques (contrainte ultime  $\sigma_u$ , limité d'élasticité  $\sigma_y$ ) du matériau :

- Droite de Goodman (III)

$$\sigma_a = \sigma_f^\infty \left( 1 - \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_u} \right) \quad (1.2)$$

- Droite de Söderberg (IV)

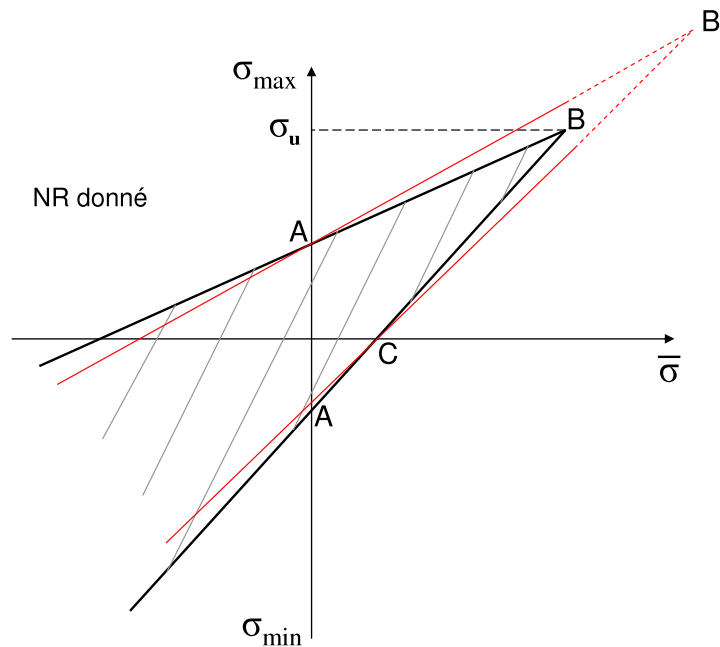
$$\sigma_a = \sigma_f^\infty \left( 1 - \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_y} \right) \quad (1.3)$$

- Parabole de Gerber (V)

$$\sigma_a = \sigma_f^\infty \left[ 1 - \left( \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_u} \right)^2 \right] \quad (1.4)$$

**Le diagramme de Goodman-Smith** [Goodman, 1899, Smith, 1942]– Les contraintes maximale et minimale sont représentées en fonction de la contrainte moyenne  $\bar{\sigma}$ , pour un nombre de cycles à rupture donné (figure 1.4). Nous pouvons mentionner les points particuliers suivants :

- les points A à contrainte moyenne nulle  $\bar{\sigma} = 0$  (cas d'un chargement symétrique) ;
- le point B à amplitude de contrainte nulle  $\sigma_a = 0$  ;
- le point C à contrainte minimum nulle  $\sigma_{min} = 0$  (cas d'une contrainte répétée).



**FIGURE 1.4:** Représentation classique d'un diagramme de Goodman-Smith pour un  $N_R$  donné (les points situés dans la zone hachurée ont une durée de vie supérieure au  $N_R$  donné).

On remarque toutefois, que le faisceau ne converge pas toujours en B ( $\sigma_u; \sigma_u$ ), mais en un point B' situé plus loin.

## 1.2 Endommagement et amorçage

La rupture par fatigue est un processus lent qui s'amorce à l'échelle microscopique pour finir à l'échelle macroscopique (celle de la structure) lorsque la pièce rompt et/ou est

mécaniquement altérée par une fissure de taille telle que le fonctionnement de la structure n'est plus optimal (i.e. une fissure que nous pourrions décrire comme étant "visible à l'oeil nu").

**Endommagement**– C'est en 1958 avec les travaux de Kachanov que naît la mécanique de l'endommagement continu via l'introduction de la variable d'endommagement  $D$  (variable d'état telle que  $0 \leq D \leq 1$ ) qui représente la densité surfacique de micro-cavités ou de micro-fissures dans un plan d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Quelques années plus tard la notion de contrainte effective est introduite par Rabotnov (1969),

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (1.5)$$

En 1971, Lemaitre propose un principe d'équivalence en déformation : la contrainte réelle  $\sigma = \text{force/surface}$  est celle à utiliser pour écrire l'équilibre mécanique (en 3D,  $\text{div} \boldsymbol{\sigma} = 0$  si les forces de volume sont négligées), la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  est employée pour écrire le comportement du matériau endommagé (ainsi  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}/(1 - D) = \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon}^e$  si  $\mathbf{E}$  est le tenseur d'élasticité et  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  la déformation élastique). Ceci conduit notamment à la mesure de l'endommagement comme une perte de raideur élastique [Dufailly et Lemaitre, 1977]. Cette notion de contrainte effective permet ainsi de décrire l'endommagement et son effet sur le comportement de manière macroscopique.

Le potentiel thermodynamique est l'énergie spécifique de Helmholtz  $\psi$  qui dépend des variables d'état observables (déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , température  $T$ ) et des variables internes (écrouissements, endommagement). Les lois d'état en découlent. La variable thermodynamique associée à l'endommagement  $D$  est la variable  $\bar{Y}$  définie comme étant l'opposée du taux de restitution de densité d'énergie  $Y = -\bar{Y}$ . Le potentiel d'évolution  $F$  fournit, par normalité, les lois d'évolution des variables internes décrivant les processus irréversibles.

On obtient ainsi la loi d'évolution de l'endommagement [Lemaitre et Chaboche, 1985],

$$\dot{D} = \lambda \frac{\partial F}{\partial Y} \quad (1.6)$$

avec,

- $F$ , le potentiel d'évolution. Pour un modèle non associé, il est la somme de la fonction seuil  $f$  (définissant le domaine d'élasticité par  $f < 0$ ), d'un potentiel d'évolution de l'écrouissage cinématique ( $\mathbf{X}$ )  $F_X$  et d'un potentiel d'endommagement  $F_D$ .
- $Y$ , le taux de restitution de densité d'énergie dérive de l'énergie spécifique de Helmholtz  $\psi$  comme  $Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D}$ .

Les jeux d'équations sont alors,

$$F = f + \frac{3}{4X_\infty} \mathbf{X} : \mathbf{X} + F_D \quad (1.7)$$

$$F_D = \frac{S}{(s+1)(1-D)} \left( \frac{Y}{S} \right)^{s+1} \quad (1.8)$$

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} R_v \quad (1.9)$$

où  $R_v = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2$  est la fonction de triaxialité dans laquelle  $\sigma_H$  est la contrainte hydrostatique et  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente de von Mises. On pourra noter par la suite le taux de triaxialité des contraintes comme le rapport  $T_x = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}$ . Finalement, la loi d'évolution (1.6) prend la forme de la loi de Lemaitre,

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p} \quad si \quad p \geq p_D \quad (1.10)$$

où  $p_D$  est le seuil d'endommagement par exemple lié à l'énergie stockée dans le matériau [Sermage *et al.*, 2000].  $S$  et  $s$  sont des paramètres caractéristiques du matériau.

D'un point de vue physique, l'endommagement des métaux s'accompagne de déformations plastiques. Initialement représenté par un scalaire  $D$ , l'endommagement a par la suite pris l'expression d'un tenseur d'ordre 4 [Chaboche, 1978, Krajcinovic 1981, Leckie et Onat 1981] ou, plus simple, d'ordre 2 [Cordebois et Sidoroff, 1982, Ladevèze, 1983] pour exprimer l'anisotropie. La mécanique de l'endommagement a depuis été largement utilisée pour prédire la rupture en fatigue.

**Amorçage d'une fissure**– Tout d'abord, il convient de préciser que nous parlons ici de quelque chose de relativement difficile à quantifier, dépendant de l'échelle d'observation. Même s'il semble largement admis que l'amorçage correspond à l'apparition d'une fissure d'une longueur équivalente à quelques grains du matériau, il est néanmoins dépendant du moyen d'observation. Il sera plus facile de quantifier cet amorçage lors d'essais de laboratoire sur petites éprouvettes, que sur des structures industrielles massives. Ceci s'illustre parfaitement via les propos de Kujawski et Ellyin (1992) qui résumant la situation en disant que "habituellement, on définit l'amorçage de fissure par une taille de fissure spécifique arbitraire. Cette taille de fissure varie de la taille de grain à environ 50-100mm, cela dépend du matériau et de l'échelle observée".

L'amorçage peut être considéré à l'échelle cristallographique si l'on s'intéresse précisément à la naissance des fissures trans-granulaires; l'amorçage peut aussi être considéré comme la naissance de méso-fissures que l'on peut conceptuellement relier à la notion d'endommagement (c'est le choix fait lors de cette étude).

La mécanique de l'endommagement permet d'estimer la taille de la première fissure amorcée au sens d'une transition entre mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture. L'énergie dissipée par l'amorçage d'une méso-fissure en termes de mécanique de l'endommagement continu peut aussi être quantifiée par la mécanique de la rupture ou de la fissuration. La longueur de la première fissure amorcée ( $\delta_0$ ) vérifiant les deux

mécanismes est [Lemaitre et Desmorat, 2005] :

$$\delta_0 \approx \frac{G_c}{\frac{\sigma_u^2}{2E} D_c + \sigma_u \varepsilon_{pR}} \quad (1.11)$$

avec  $E$  le module d'Young,  $\sigma_u$  la contrainte ultime,  $G_c$  le taux de restitution d'énergie critique du matériau,  $\varepsilon_{pR}$  la déformation plastique à rupture.

Si on applique cette relation (1.11) à notre matériau alliage de titane, nous obtenons  $\delta_0 \approx 10$  à 30 microns. Pour l'acier 304L CLI, l'avancée de fissure se fait par déchirure ductile progressive. On réalise alors des essais de propagation de fissure par déchirure sous chargement monotone, et on trouve des taux de restitution d'énergie critique de plusieurs centaines de  $kJ/m^2$ . Une estimation de la première taille d'amorce est pour le 304L  $\delta_0 \approx 100$  à 500 microns.

## 2 La fatigue sous sollicitation multiaxiale

### 2.1 Sollicitations mécaniques

#### 2.1.1 Généralités

Lorsque l'on s'intéresse à la fatigue multiaxiale, il est fondamental de connaître et de pouvoir prendre en compte les six composantes du tenseur des contraintes ou déformations (i.e.  $\sigma_{ij}$  ou  $\varepsilon_{ij}$ ), ces six composantes ainsi que leurs évolutions ayant une influence sur la durée de vie de la pièce ainsi sollicitée. Lors d'une étude de fatigue, les données prépondérantes sont les contraintes principales  $\sigma_I$ , déformations principales  $\varepsilon_I$  et/ou cisaillements maximaux. Introduisons les plans octaédriques comme les huit plans faisant des angles égaux avec les trois directions principales des contraintes. La contrainte de cisaillement sur ces plans est ;

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1.12)$$

La contrainte normale à un plan octaédrique est la contrainte hydrostatique ;

$$\sigma_{oct} = \sigma_H = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.13)$$

et la déformation de cisaillement oeuvrant sur un plan octaédrique est :

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (1.14)$$

Comme nous l'avons déjà sous entendu plus haut, les déformations plastiques cycliques peuvent jouer un rôle prépondérant dans les phénomènes de fatigue. De fait, leur compréhension et leur prise en compte sont des points clés. Un critère usuel utilisé pour définir le

domaine élastique des métaux isotropes est le critère de von Mises dont l'expression est :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}^D : \boldsymbol{\sigma}^D} = \sqrt{\frac{1}{2} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} \leq \sigma_y \quad (1.15)$$

où  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité du matériau,  $\boldsymbol{\sigma}^D$  le déviateur des contraintes.

### 2.1.2 Historique des essais biaxiaux sur matériaux métalliques

Les essais de fatigue uniaxiaux, même s'ils ne sont (par définition) pas représentatifs des chargements multiaxiaux réels, sont encore de nos jours largement réalisés du fait de leur simplicité d'exécution et d'analyse. Ils permettent à moindre coût d'obtenir des informations quant au comportement du matériau étudié. Toutefois, le besoin d'étudier le comportement des matériaux sous des chargements complexes multiaxiaux (auxquels ils sont réellement soumis lors de l'exploitation) devient de plus en plus courant. Les premiers essais multiaxiaux furent des essais de traction-compression/torsion ou traction-compression/pression interne effectués sur des éprouvettes tubulaires cylindriques [Lanza, 1886, Mason, 1886]. Ce genre de sollicitation est en général non alterné (à rapport de charge  $R_\sigma$  positif). Les essais de traction-compression biaxiale sur éprouvette en croix nécessitant un appareillage constitué de quatre vérins orthogonaux et des moyens importants sont plus complexes (en terme surtout d'asservissement) mais aussi de mesures. Ils sont encore relativement rares mais en plein essor. Principalement trois types d'essais sont réalisés sur ce genre d'éprouvette cruciforme :

- **des essais de caractérisation.** Ce sont les plus réalisés : ils présentent l'avantage de s'affranchir d'un dimensionnement fastidieux de l'éprouvette du fait que l'amorçage en zone soumise exclusivement à une sollicitation biaxiale n'est pas nécessaire. En outre, la durée d'essai est courte puisqu'une (ou quelques) charge-décharge est suffisante. Nous pouvons par exemple citer [Shiratori et Ikegami, 1968, Dawicke et Pollock, 1997] qui s'intéressent aux surfaces d'élasticité en biaxial. De même [Doudard et al., 2007] utilisent des mesures thermiques pour valider un critère de fatigue multiaxiale. Enfin, la propagation de fissure sous sollicitation biaxiale a été étudiée par exemple par [Truchon *et al.*, 1981].
- **des essais de fatigue à faible nombre de cycles.** Ils sont assez courants et nombre d'entre eux s'intéressent au double phénomène de fatigue-fluage. Les premiers essais biaxiaux à faible nombre de cycles ont été menés par [McClaren et Terry, 1963]. Par la suite d'autres auteurs ont proposé des géométries d'éprouvettes biaxiales et ont réalisé des essais du même type [Wilson et White, 1971, Pascoe et de Villiers, 1967, Itoh et al., 1994]. Des études sur le comportement de joints soudés soumis à des sollicitations multiaxiales ont été également menées sur éprouvettes cruciformes [Sonsino, 1995]. Citons encore [Sermage, 1998] qui a effectué des essais de fatigue à faible nombre de cycles, pour différents types de sollicitations (proportionnelles, non proportionnelles, isothermes ou anisothermes jusqu'à 600C), sur une

éprouvette en forme de croix de Malte en acier de type 30CD9-10.

- **des essais de fatigue à grand nombre de cycles.** Ils sont peu courants. [Bedkowski, 1994] a fait des essais biaxiaux de fatigue entre  $10^5$  et  $10^6$  cycles sur de l'acier 10HNAP. [Wu et al., 2006] a réalisé des essais à grand nombre de cycles sur un matériau représentatif d'une soudure aluminium. Récemment [Bonnand et al., 2009] ont réalisé de tels essais sur un matériau caractéristique des pièces rotatives de moteurs aéronautiques. La machine ASTREE a également permis à J.-M. Virely de réaliser des essais de ce genre [Batisse *et al.*, 1994]. Tout comme les essais à faible nombre de cycles, leur réalisation s'explique par la volonté de compléter les bases de données expérimentales (aux rapports de charge négatifs par exemple) et de pouvoir prolonger la durée de vie des composants tout en assurant une sécurité optimale vis à vis de leur résistance.

Des essais triaxiaux peuvent aussi permettre de caractériser le comportement multiaxial d'un matériau. Toutefois, compte tenu de la rareté des machines d'essai triaxiales, et de la difficulté d'analyse des résultats de mesure (sans parler de la difficulté de réalisation) ce sont des essais très rares [Hayurst et Felce, 1986, Calloch, 1997, Canto, 2007].

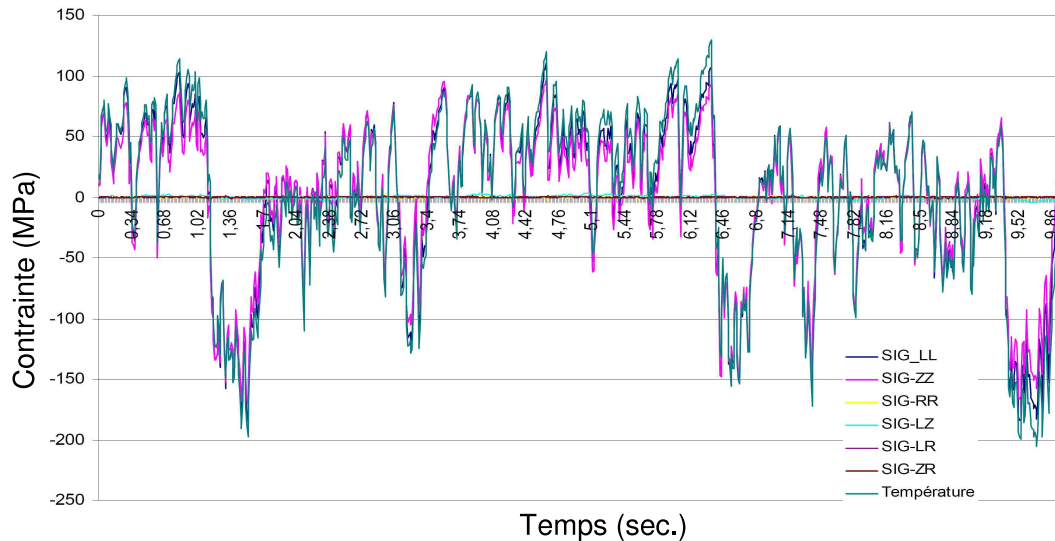
## 2.2 Sollicitations complexes

Comme mentionné en introduction, l'incident de Civaux (fuite d'eau détectée sur le circuit de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt RRA) est à l'origine de nombreuses études de fatigue sous chargement complexe. Cette partie sera majoritairement consacrée à la présentation d'essais sur structures représentatives visant à recréer des sollicitations de fatigue multiaxiale.

Donnons deux exemples de cas réels sur structures :

**Civaux (EDF, AREVA)**– Exposons plus précisément l'incident de Civaux ayant donné lieu à de nombreuses analyses. Cet incident de mai 1998 se présente comme une fuite d'eau sur le circuit RRA via une fissure débouchante de 180mm (350mm en peau interne) localisée en pied de cordon d'une soudure non arasée, sur un coude de la structure en acier inoxydable austénitique 304L. L'expertise a montré que cette fissure unique, était accompagnée de deux réseaux de faïençage situés de part et d'autre de la soudure. Dans le circuit RRA, le refroidissement de l'eau chaude venant du circuit primaire est obtenu par mélange avec de l'eau froide dans une tuyauterie ayant la forme d'un T ("té de mélange"). L'eau de mélange est ensuite refoulée dans le circuit primaire, contribuant ainsi à refroidir le coeur du réacteur. La portion de tuyauterie où, après le té, circulent eau chaude et eau froide avant de se mélanger, subit des sollicitations thermiques. La fissuration est donc due à un phénomène de fatigue thermique. Les chocs thermiques en peau interne de tube introduisent de fortes variations de contraintes d'origine thermique dans le sens radial et

transversal, d'où le caractère biaxial, mais aussi aléatoire, de la sollicitation localement vue par le matériau (fig. 1.5).



**FIGURE 1.5:** Illustration des fortes variations de contraintes radiales et transversales dans le coude de mélange de fluides FATHER.

**Turbopompes de moteur de fusée (SNECMA)–** Ces composants de moteur sont étudiés afin d'optimiser au maximum leur dimensionnement sous des sollicitations complexes :

- sollicitations dynamiques hautes fréquences (chargement à amplitude variable ou constante, aléatoire ou non),
- superposition d'une haute contrainte moyenne (due à la pression (parties statiques), centrifugation (parties rotoriques)) pouvant éventuellement mener à de la plastification locale,
- environnement thermique stable (pas de fatigue thermique ici) à haute (<1000K) ou très basse température (20K). Les éléments rotoriques sont habituellement réalisés en alliage de titane.

### 2.2.1 Essais sur structures / mini-structures représentatives

Dans le domaine nucléaire, plusieurs maquettes ont servi à mieux caractériser ces phénomènes de fatigue.

**Maquette Father–** Une maquette à l'échelle 1 (fig.1.6) d'un té de mélange a été réalisée afin de caractériser, via des mesures de température, les caractéristiques du mélange des

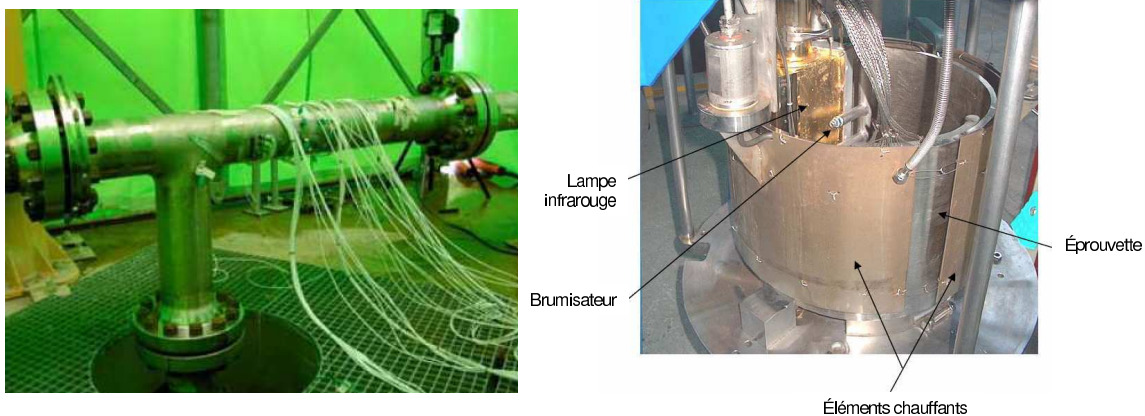


fluides et d'étudier également l'influence de l'état de surface sur l'amorçage (différents types de soudure sont réalisés le long de la maquette) [Stephan, 2005].

**Maquette Intherpol**– Une portion de tuyauterie en acier inoxydable 304L (soit 406 mm de diamètre externe et 9,53 mm d'épaisseur nominale) comportant un délardage et une soudure circonférentielle non arasée est soumise à des chargements thermiques cycliques d'amplitude 120C et de fréquence connue 0.2Hz [Curtit, 2004]. Comme illustré fig.1.6, la rotation de la tuyauterie place la zone étudiée tantôt devant une source de chaleur, tantôt devant une source froide (brumisation d'eau).

Les essais Father et Intherpol ont également été décrits et calculés par la mécanique de l'endommagement [Desmorat *et al.*, 2007].

D'autres essais sur maquettes réalisés au CEA peuvent être trouvés dans [Ancelet, 2005]. Citons brièvement les essais SPLASH [Maillot, 2003], durant lesquels des chargements de fatigue thermique ont permis d'obtenir et de caractériser (entre autres) le faïençage thermique.



**FIGURE 1.6:** Maquettes : té de mélange Father (*gauche*), tuyauterie soumise à un chargement thermique Intherpol (*droite*).

Nous avons décrit différents essais sur structures ayant pour but d'être représentatifs des phénomènes de fatigue thermo-mécanique. Nous allons par la suite décrire la réalisation et l'analyse d'essais de fatigue biaxiale, menés de manière mécanique sans aspect de thermique (bien que ce travail s'inscrive dans le projet "Fatigue Thermique" mené à EDF). Ceci s'explique en partie par le fait que, comme l'ont montré les travaux expérimentaux de [Haddar, 2003], il y a peu de différence, en termes de tenue à la fatigue uniaxiale du 304L, entre fatigue mécanique et fatigue thermo-mécanique.

## 2.3 Critères de fatigue multiaxiale

Nous nous proposons ici de décrire de manière succincte, les principales approches et les principaux critères permettant de justifier une pièce à la tenue en fatigue. Une présentation plus détaillée et plus complète peut être trouvée par exemple dans [Papadopoulos, 1987, Hénaff et Morel, 2005]. Généralement, les approches en contraintes sont appliquées à la fatigue polycyclique où les essais sont réalisés en contrainte imposée. Les approches en déformations sont issues de la fatigue oligocyclique via des essais en déformation contrôlée principalement. Finalement, les approches énergétiques présentent l'avantage de considérer à la fois contrainte et déformation dans leur formulation, et peuvent donc s'appliquer aux deux domaines de la fatigue.

### 2.3.1 Modèles en amplitude – Critères en déformations

La base commune aux modèles en amplitude provient du formalisme de Manson-Coffin [Manson, 1953, Coffin et Schenectady, 1954] où, lorsque l'on se trouve dans la zone oligocyclique, les déformations plastiques sont prépondérantes et le nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ) est relié à l'amplitude de déformation plastique par une loi puissance :

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_R)^c \quad (1.16)$$

avec  $\varepsilon'_f$  la ductilité en fatigue, et l'exposant  $c$  un paramètre.

Pour les grands nombres de cycles, les déformations plastiques étant négligeables, on a alors sur le même principe que précédemment le modèle de Basquin (1910) :

$$\frac{\Delta \sigma_p}{2} = \sigma'_f (2N_R)^b \quad (1.17)$$

avec  $b$  un paramètre et  $\sigma'_f$  la limite à rupture du matériau en traction monotone.

L'équation de Manson-Coffin-Basquin est alors basée sur la décomposition entre amplitudes de déformations élastiques et plastiques et s'écrit sous la forme :

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^b + \varepsilon'_f (2N_R)^c \quad (1.18)$$

Cette équation a ensuite été modifiée par Morrow [Morrow, 1965] afin de tenir compte de l'influence de la contrainte moyenne.

Les critères présentés par la suite sont donc basés sur l'équation de Manson-Coffin où l'amplitude de déformation plastique uni-axiale est remplacée par une amplitude de déformation totale ou plastique équivalente.

**Modèle de Manson-Halford**– Dans ce modèle, les auteurs [Manson et Halford, 1977] proposent une expression de la déformation équivalente dépendant du taux de triaxialité, rapport de la contrainte hydrostatique sur la contrainte de von Mises  $T_x$  ;

$$\Delta \varepsilon_{eq}^t = \Delta \varepsilon_{eq}^e + \beta \Delta \varepsilon_{eq}^p \quad (1.19)$$

avec :

$$\beta = T_x \quad si \quad T_x \geq 1 \quad (1.20)$$

$$\beta = \frac{1}{2 - T_x} \quad si \quad T_x < 1 \quad (1.21)$$

**Critère de Brown-Miller**– Les auteurs ont établi leur critère de résistance à la fatigue [Brown et Miller, 1973] sur le principe que l'amplitude de cisaillement maximum ( $\Delta \gamma_{max}$ ) gouverne l'amorçage de fissure et que la propagation de celle-ci est pilotée par l'amplitude de déformation normale  $\varepsilon_n$  au plan de cisaillement maximum (approche de type plan critique) ;

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + S \varepsilon_n \leq cste \quad (1.22)$$

avec  $S$  un paramètre "matériau".

Par la suite, une modification fut introduite par [Wang et Brown, 1993] conduisant au modèle suivant :

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + S \varepsilon_n = [1 + v + (1 - v)s] \frac{\sigma_f' - 2\bar{\sigma}^o}{E} (2N_R)^b + (1.5 + 0.5s) \varepsilon_f' (2N_R)^c \quad (1.23)$$

avec  $\bar{\sigma}^o$  la contrainte moyenne normale,  $\sigma_f'$ ,  $\varepsilon_f'$ ,  $b$ ,  $c$  et  $s$  des paramètres de fatigue du matériau.

En faisant la distinction entre les matériaux sensibles à une contrainte de cisaillement et ceux sensibles à une contrainte normale en terme d'amorçage, les deux critères suivant sont exposés.

**Modèle de Fatemi-Socie**– Ce modèle [Fatemi et Socie, 1988] s'applique aux matériaux sensibles à la contrainte de cisaillement (cas de l'Inconel 718 par exemple), et est défini par ;

$$\frac{\Delta \gamma_n^{max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_n^{max}}{\sigma_y}\right) = \frac{\tau_f'}{G} (2N_R)^b + \gamma_f' (2N_R)^c \quad (1.24)$$

avec  $\frac{\Delta \gamma_n^{max}}{2}$  l'amplitude maximale de cisaillement dans le plan de normale  $\vec{n}$ ,  $\sigma_n^{max}$  le maximum de la contrainte normale à ce plan,  $\sigma_y$  la limite d'élasticité,  $k$  une constante déterminée expérimentalement,  $G$  le module de cisaillement et  $\tau_f'$ ,  $\gamma_f'$ ,  $b$ ,  $c$  les coefficients de la loi de Manson-Coffin-Basquin (coefficients et exposants liés à la limite de fatigue et à la ductilité).

**Modèle SWT**– Ici les auteurs [Smith et al., 1970] proposent l’expression suivante pour les matériaux sensibles à la contrainte normale ;

$$\sigma_n^{max} \frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_R)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_R)^{b+c} \quad (1.25)$$

avec  $\sigma_{max}$  le maximum de la contrainte normale dans le plan de normale  $\vec{n}$ ,  $E$  le module d’Young, et  $\sigma_f'$ ,  $\varepsilon_f'$ ,  $b$ ,  $c$  coefficients et exposants liés à la limite de fatigue et à la ductilité.

### 2.3.2 Critères en contraintes

Ces critères sont quant à eux indiqués pour les cas de fatigue à grand nombre de cycles, où il n’y a pas de déformation plastique. Le formalisme commun à ces critères est une inégalité où intervient une variable fonction du chargement cyclique et une variable fonction du chargement moyen. Si la combinaison de ces deux termes est inférieure à une valeur donnée, la structure reste dans le domaine de l’endurance illimitée. Parmi les principaux critères, nous trouvons les suivants :

**Critère de Sines, critère de Crossland**– Ces deux critères sont fonction de l’amplitude de la contrainte de cisaillement octaédrique ( $\tau_{oct}$ ), et de la pression hydrostatique moyenne ( $\bar{\sigma}_H$ ) au cours du cycle dans le critère de Sines [Sines, 1959], ou de la pression hydrostatique maximum ( $\sigma_{Hmax}$ ) dans le critère de Crossland [Crossland, 1956]. Ces critères ont la forme :

$$\tau_{oct} + \alpha(P^*) \leq b \quad (1.26)$$

avec  $P^* = \bar{\sigma}_H$  ou  $\sigma_{Hmax}$ .

**critère de Dang Van**– Ce critère considère que, lors d’un chargement devant conduire à la ruine de la structure, le matériau polycristallin s’adapte à l’échelle macroscopique, mais que certains grains sont le siège d’une déformation plastique cyclique stabilisée qui conduira à l’amorçage. La première définition du critère est la suivante [Dang Van, 1973] :

$$\forall \vec{n}, \forall t, \quad \tau(\vec{n}, t) + \alpha \sigma_H^t \leq b \quad (1.27)$$

avec  $\tau(\vec{n}, t)$  la contrainte microscopique de cisaillement sur le plan de normale  $\vec{n}$  à l’instant  $t$ , et  $\sigma_H^t$  la pression hydrostatique à l’instant  $t$ .

En modifiant légèrement cette expression, pour la rendre plus aisée à calculer, le critère est réécrit suivant la forme [Dang Van et al., 1989] :

$$\forall t, \quad \tau(t) + \alpha \sigma_H^t \leq b \quad (1.28)$$

avec l’expression du cisaillement maximum  $\tau(t)$  tel que  $\tau(t) = \frac{\sigma_I(t) - \sigma_{III}(t)}{2}$  où  $\sigma_I$  (resp.  $\sigma_{III}$ ) est la contrainte principale maximale (resp. minimale).

Dans la même lignée, nous pouvons citer le critère de Papadopoulos [Papadopoulos, 1987] qui diffère de l'approche de Dang Van par le type de critère de plasticité décrivant le comportement du grain (Tresca pour Dang Van, von Mises pour Papadopoulos) et en ne considérant plus la valeur maximale de la contrainte de cisaillement, mais sa moyenne quadratique sur toutes les facettes du chargement.

Morel utilise les mêmes approches mésoscopiques de type plan critique en introduisant le concept d'adaptation élastique pour décrire le non amorçage de fissure [Morel, 2000]. La déformation plastique mésoscopique cumulée est considérée comme étant le paramètre d'endommagement. Cette approche a récemment été rendue probabiliste via la prise en compte des hétérogénéités structurales [Nguyen Thi Thu, 2008].

**Critère de Matake**– Ce critère prend la forme suivante [Matake, 1977] :

$$\tau(\vec{n}) + \alpha\sigma(\vec{n}) \leq b \quad (1.29)$$

avec  $\tau(\vec{n})$  la demi amplitude de cisaillement sur un plan de normale  $\vec{n}$  et  $\sigma(\vec{n})$  la contrainte normale maximale sur le plan de normale  $\vec{n}$ .

### 2.3.3 Critères énergétiques

Ces critères sont basés sur la densité d'énergie dissipée par cycle (cas des faibles nombres de cycles où il y a dissipation), ou sur la densité d'énergie de distorsion élastique [Macha et Sonsino., 1999].

**Critère de Park-Nelson**– [Park and Nelson, 2000] ont proposé un critère dont la fonction d'évaluation s'exprime sous la forme d'une énergie totale équivalente qui se décompose de la façon suivante :

$$W_t^* = W_e^* + W_p^* \leq c \quad (1.30)$$

avec  $W_e^*$  une énergie de déformation élastique modifiée, prenant en compte l'effet de contrainte moyenne, et  $W_p^*$  l'énergie de déformation plastique modifiée afin de prendre en compte l'effet de la triaxialité des contraintes.

**Critère de Varvani-Farahani**– Le critère proposé par [Varvani-Farahani, 2000] borne la somme des variations d'énergies normale et tangentielle au plan critique, où les cercles de Mohr sont les plus grands, durant le chargement.

**Modèle de Amiable**– Ce modèle [Amiable, 2006] est basé sur la densité d'énergie dissipée à chaque cycle  $W_{cy}$ , et prend en compte l'effet de la triaxialité. En s'inspirant des travaux de Dang Van, la densité d'énergie dissipée par cycle est pondérée par un terme fonction de la pression hydrostatique maximum  $\sigma_{Hmax}$  de type Crossland :

$$W^* = (W_{cy} + \alpha\sigma_{Hmax})N_R^\beta \leq c \quad (1.31)$$

avec  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $c$  des paramètres "matériau".

**Critère de Banvillet**– Ce critère énergétique [Banvillet et al., 2003] de fatigue à grand nombre de cycles est basé sur la densité volumique de travail des déformations plastiques fourni par cycle. L'hypothèse principale est (dans un cadre thermodynamique) que le micro-endommagement ne peut s'amorcer ni augmenter, de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique, sans donner d'énergie à chaque volume élémentaire du matériau. Ce critère reprend les hypothèses de [Palin-Luc and Lasserre, 1998] en les étendant aux cas non proportionnels, avec ou sans contrainte moyenne.

### 2.3.4 Difficultés sous chargements complexes

On peut dire qu'un chargement de fatigue est complexe dès lors qu'il n'est pas uniaxial périodique. Il est donc évident que la plupart des pièces en service sont soumises à des chargements complexes.

Précédemment, plusieurs critères et modèles ont été présentés, exprimés en déformation, en contrainte ou encore énergétiques. Nous présentons ici des modèles incrémentaux ou par cycle qui, contrairement aux critères et modèles précédents, permettent de quantifier la durée de vie avant rupture sous chargement d'amplitude variable. Au sein de ces méthodes, plusieurs sources de complexité peuvent être observées.

Dans le cas des modèles d'endommagement par cycles, il est parfois nécessaire de faire appel à une méthode de simplification (et de comptage) des cycles afin d'en extraire une information représentative. Nous pouvons citer les méthodes suivantes : comptage des temps de maintien, comptage des extrêmes, comptage des dépassements de niveaux, comptage des étendues, comptage des étendues appariées et la plus utilisée, comptage de cycles "Rainflow". Cette dernière méthode fait l'objet d'une norme française et américaine (via l'ASTM). Son but est de traduire le chargement d'amplitude variable en contraintes, en cycles de contraintes simples, caractérisés par une contrainte minimum et une contrainte maximum. Dans son principe, il s'agit de décomposer le chargement en associant par paires les minima croissants et les maxima décroissants. Un algorithme associe des paires de minima et maxima pour obtenir des cycles partiels au cours du chargement. Dans le cas multiaxial, on peut utiliser la contrainte de von Mises affectée du signe de la trace du tenseur de contraintes pour caractériser le chargement. Wang et Brown (1996) ont utilisé une telle méthode en calculant une déformation équivalente de von Mises. Toutefois, les principaux écueils de ces méthodes sont la non prise en compte de l'ordre d'apparition des cycles, la forme du cycle de chargement et la grande difficulté de gérer les chargements

non proportionnels et/ou anisothermes.

Une autre difficulté inhérente à ces chargements complexes, est la transcription de l'évolution de l'endommagement. L'évolution de l'endommagement est fonction du chargement et n'est pas linéaire en nombre de cycles (linéarité prévue par la règle de cumul des dommages de Palmgreen-Miner [Palmgreen, 1924, Miner, 1945] largement utilisée pour des raisons de simplicité). Plusieurs modèles retranscrivent toutefois cette non linéarité.

En premier lieu, suite aux travaux de [Grover, 1960] qui séparait les durées de vie pré et post amorçage, la règle du double endommagement linéaire (DLDR) a été élaborée pour rendre compte de la non linéarité du cumul des dommages en fatigue à 2 niveaux de chargement [Manson, 1965, Manson, 1966]. Comme son nom l'indique, au lieu d'avoir une droite linéaire entre  $D = 0$  et  $D = 1$ , cette règle prévoit une partie linéaire entre  $D = 0$  et  $D = D_a$ , puis une autre (avec une pente différente) entre  $D = D_a$  et  $D = 1$  (avec  $D_a$  correspondant à l'endommagement à l'amorçage). Dans la même catégorie d'approche pré post amorçage, nous pouvons aussi citer les modèles de [Miller et Zachariah, 1977, Ibrahim et Miller, 1980].

De plus [Subramanyan, 1976] suppose l'existence de courbes iso-dommage convergeant, dans un diagramme S-N, au point d'inflexion de la courbe de Wöhler. Ce point est souvent défini comme le point de coordonnées  $(N_R = 5.10^6 ; \sigma_{Max} = \sigma_f)$ .

On trouve aussi des modèles pour lesquels est utilisée la réduction de la limite de fatigue [Henry, 1955, Gatts, 1961, Valluri, 1961, Bui-Quoc, 1971] consécutive au développement de microfissures dues à la fatigue. Cette diminution de la limite de fatigue est utilisée pour mesurer le dommage et se retrouve dans les modèles d'endommagement utilisant le concept de contrainte effective.

Enfin, nous pouvons citer le modèle d'endommagement par cycle (parfois appelé modèle ONERA) où le chargement du cycle est considéré comme intégré, donc réduit à des quantités caractéristiques comme l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte ou bien rapport de charge et contrainte maximale [Chaboche, 1974]. Ce modèle est écrit en contrainte et une version adaptée aux cas multiaxiaux peut être trouvée dans [Chaboche, 1993]. L'idée principale de ce modèle est d'exprimer le taux de croissance (par cycle) du dommage par une équation différentielle de la forme ;

$$\frac{dD}{dN} = \frac{D^\alpha}{(1 - \alpha)F_1(\sigma_{a_{eff}})} \quad \text{ou} \quad \frac{dD}{dN} = \frac{D}{F_2(\sigma_{a_{eff}})} \quad (1.32)$$

où on utilise la première égalité pour un chargement en dessous de la limite de fatigue, et la seconde pour un chargement au dessus de la limite de fatigue. Et avec  $F_1$  une fonction libre (à déterminer ou à choisir parmi les expressions de Bastenaire, ou bien Sines, Crossland ou autre) et  $F_2$  une fonction puissance comme dans [Cailletaud et Chaboche, 1982].

## 2.4 La fatigue par la mécanique de l'endommagement incrémental

Contrairement aux modèles de fatigue précédents, exprimés en cycles, les modèles abordés ici sont de types incrémentaux et permettent de suivre directement les charge-

ments réels appliqués aux structures sans avoir recourt à la définition préalable de cycles. Nous les présentons de manière plus ou moins synthétique ici. Ce type d’approche est détaillé notamment dans [Lemaitre, 1992, Lemaitre *et al.*, 2009].

### 2.4.1 Modèle initial d’endommagement à deux échelles

Nous présentons ici le modèle à deux échelles développé au LMT Cachan initialement par [Lemaitre and Doghri, 1994]. Des travaux ont par la suite enrichi ce modèle avec l’ajout d’un seuil d’endommagement en énergie stockée [Sermage, 1998], la considération de chargements anisothermes [Desmorat *et al.*, 2007], l’étude de l’effet de surface (inclusion en surface), l’effet de l’anisotropie de l’endommagement [Sauzay, 2000], l’effet du gradient de contrainte sur la limite de fatigue [Desmorat, 2001].

Le principe du modèle est défini sur la figure 1.7. Les contraintes sont notées  $\sigma_{ij}$ , les déformations totales, élastiques et plastiques,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}^e$ ,  $\varepsilon_{ij}^p$ . Deux échelles sont considérées : l’une ”mésoscopique” ou échelle de l’élément de volume (VER) de la mécanique des milieux continus, la seconde ”microscopique” ou échelle des micro-défauts. Les grandeurs à l’échelle ”micro” ont un exposant  $\mu$ . Pour les chargements de fatigue à grand nombre de cycles la plasticité et l’endommagement sont supposés n’exister qu’à l’échelle micro. L’endommagement micro est ainsi noté  $D$  au lieu de  $D^\mu$ .

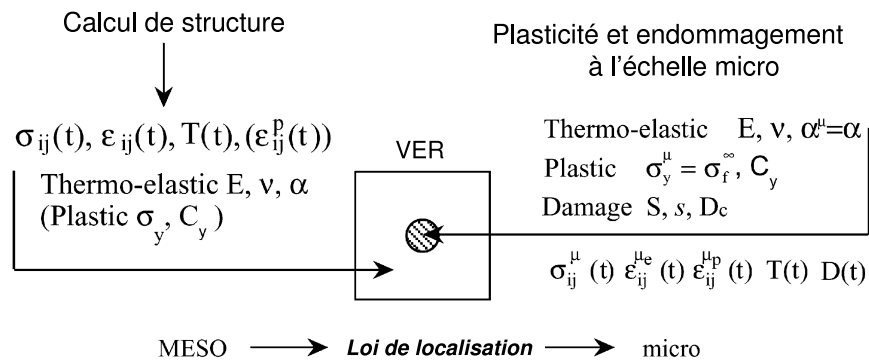


FIGURE 1.7: Micro-élément au sein d’un VER thermo-élastique

**Comportement ”méso” thermo-élastique**– A l’échelle mésoscopique de l’élément de volume le comportement est gouverné par la loi de thermo-élasticité,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \alpha(T - T_{ref}) \delta_{ij} \tag{1.33}$$

où  $E$  est le module d’Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $\alpha$  le coefficient de dilatation thermique et  $T_{ref}$  la température de référence.



**Comportement à l'échelle "micro"**– A l'échelle microscopique est introduite une loi de thermo-élasto-plasticité couplée à l'endommagement,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\mu e} = \frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma_{ij}^{\mu}}{1-D} - \frac{\nu}{E} \frac{\sigma_{kk}^{\mu}}{1-D} \delta_{ij} + \alpha^{\mu} (T - T_{ref}) \delta_{ij} \quad (1.34)$$

où le coefficient de dilatation thermique "micro" est pris égal au coefficient "méso" ( $\alpha^{\mu} = \alpha$ ).

Dans le critère de plasticité "micro", l'écoulement  $\mathbf{X}^{\mu}$  est cinématique linéaire et la limite d'élasticité est la limite de fatigue à "l'infini" du matériau.

$$f^{\mu} = (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{\mu} - \mathbf{X}^{\mu})_{eq} - \sigma_f^{\infty} \quad (1.35)$$

où  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{\mu} = \boldsymbol{\sigma}^{\mu} / (1-D)$  est la contrainte effective.

Le système d'équations décrivant le comportement à l'échelle "micro" est alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\mu} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\mu e} + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\mu p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\mu e} = \frac{1+\nu}{E} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}^{\mu} - \frac{\nu}{E} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{kk}^{\mu} \delta_{ij} + \alpha (T - T_{ref}) \delta_{ij}, \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}^{\mu} = \frac{\sigma_{ij}^{\mu}}{1-D} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^{\mu p} = \frac{3}{2} \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}^{\mu D} - X_{ij}^{\mu}}{(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{\mu} - \mathbf{X}^{\mu})_{eq}} \dot{p}^{\mu} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{X_{ij}^{\mu}}{C_y} \right) = \frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^{\mu p} (1-D) \\ \dot{D} = \left( \frac{Y^{\mu}}{S} \right)^s \dot{p}^{\mu} \text{ si } p^{\mu} > p_D \end{array} \right. \quad (1.36)$$

avec  $(\cdot)^D$  la partie déviatorique d'un tenseur et des paramètres dépendant de la température (le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ , la limite de fatigue asymptotique  $\sigma_f^{\infty}$ , le module plastique  $C_y$  défini comme la pente des points issus d'essais cycliques dans un diagramme  $\Delta\boldsymbol{\sigma} = f(\Delta\varepsilon^p)$ , la contrainte ultime  $\sigma_u$ , le seuil d'endommagement  $p_D$   $p^{\mu}$  étant la déformation plastique cumulée à l'échelle micro). une évolution de l'endommagement (dernière équation du système précédent), plus faible en compression qu'en traction est représentée en considérant

$$Y^{\mu} = \frac{1+\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle^+ : \langle \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle^+}{(1-D)^2} + h \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle^- : \langle \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle^-}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{2E} \left[ \frac{\langle tr \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle_+^2}{(1-D)^2} + h \frac{\langle tr \boldsymbol{\sigma}^{\mu} \rangle_-^2}{(1-hD)^2} \right] \quad (1.37)$$

où  $h$  est le paramètre de refermeture des micro-défauts et pour la plupart des métaux est pris  $\approx 0.2$ .  $\langle \cdot \rangle^+$  et  $\langle \cdot \rangle^-$  représentent les parties positives et négatives en termes de valeurs principales du tenseur  $\boldsymbol{\sigma}$  ou du scalaire  $tr \boldsymbol{\sigma}^{\mu}$ .

Le multiplicateur plastique  $\dot{\lambda} = \dot{p}^{\mu} (1-D)$  est calculé par la condition de cohérence  $f^{\mu} = 0$ ,  $\dot{f}^{\mu} = 0$ .

**Loi de localisation couplée à la température**– Le changement d'échelle méso  $\rightarrow$  micro est gouverné par la loi de localisation de type Eshelby-Kröner suivante (valable pour une inclusion noyée dans une matrice) [Seyedi *et al.*, 2004] :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}^{\mu D} &= \frac{1}{1-bD} \left[ \varepsilon_{ij}^D + b \left( (1-D)\varepsilon_{ij}^{\mu p} - \varepsilon_{ij}^p \right) \right] \\ \varepsilon_H^\mu &= \frac{1}{1-aD} \left[ \varepsilon_H + a \left( (1-D)\alpha^\mu - \alpha \right) (T - T_{ref}) \right]\end{aligned}\quad (1.38)$$

encore réécrite en considérant  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^D + \varepsilon_H \mathbf{1}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^\mu = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu D} + \varepsilon_H^\mu \mathbf{1}$  :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}^\mu &= \frac{1}{1-bD} \left[ \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{(a-b)D}{3(1-aD)} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{1} + b \left( (1-D)\boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} - \boldsymbol{\varepsilon}^p \right) \right] \\ &\quad + \frac{a \left( (1-D)\alpha^\mu - \alpha \right)}{1-aD} (T - T_{ref}) \mathbf{1}\end{aligned}\quad (1.39)$$

$a$  et  $b$  sont les paramètres d'Eshelby pour une inclusion sphérique,

$$a = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}, \quad b = \frac{2}{15} \frac{4-5\nu}{1-\nu}\quad (1.40)$$

Au final, les paramètres caractéristiques du modèle sont : le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ , la limite de fatigue asymptotique  $\sigma_f^\infty$ , le module plastique  $C_y$ , la contrainte ultime  $\sigma_u$ , le seuil d'endommagement  $p_D$ , et les paramètres d'endommagement  $S$ ,  $s$ ,  $h$ ,  $D_c$ .

Les variables internes  $\varepsilon_{ij}^{p\mu}$ ,  $p^\mu$ ,  $D^\mu = D$  sont usuellement supposées nulles à  $t = 0$ . Une pré-plastification ou un pré-endommagement correspond à des valeurs initiales  $\varepsilon_{ij}^{p0}$ ,  $p_0$ ,  $D_0$  non nulles pour l'intégration des équations différentielles de (1.36).

**Identification des paramètres**– Pour cette identification, il est nécessaire d'avoir un essai de traction et une courbe de Wöhler. A partir de l'essai de traction, on détermine  $E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ ,  $C$  et  $\sigma_u$ . Grâce à la courbe de Wöhler, on peut trouver les paramètres  $\sigma_f^\infty$ ,  $s$  et  $S$ . Le terme  $s$  est lié à la pente,  $S$  translate horizontalement la courbe de Wöhler et  $\sigma_f^\infty$  est lié à l'asymptote de la courbe de Wöhler passant au mieux dans les points expérimentaux à disposition (l'interface graphique du post-processeur de fatigue DAMAGE permet une identification aisée). Le paramètre de refermeture des micro-défauts  $h$  et l'endommagement critique  $D_c$  sont usuellement pris comme valant respectivement  $h = 0,2$  et  $D_c = 0,3$  pour les métaux. Le seuil d'endommagement est pris nul dans toute notre étude ( $p_D = 0$ ).

**Formules approchées pour la fatigue mécanique**– L'intégration analytique des équations du modèle sans la thermique (à  $T = T_{ref}$ ) conduit à une expression approchée pour

le nombre de cycles à rupture [Desmorat, 2000]. Une formule encore plus simple pour la fatigue alternée ( $\sigma_{min} = -\sigma_{Max}$ ) peut être obtenue en négligeant le seuil d'endommagement  $p_D \approx 0$ ,

$$N_R \approx \frac{(2ES)^s 3G_c(1-b)D_c}{4\sigma_f^{\infty 2s} [\sigma_{Max} - \sigma_f^{\infty}] R_{vMax}^s} \quad (1.41)$$

avec S et s les paramètres de la loi d'endommagement, Gc le taux de restitution d'énergie critique du matériau,  $D_c$  l'endommagement critique,  $C_y$  le module de plasticité,  $b$  le paramètre d'Eshelby et  $R_{vMax}$  défini comme :

$$R_{vMax} = \frac{2}{3}(1+\nu) + \frac{1}{3}(1-2\nu) \left[ \frac{\sigma_{Max}}{\sigma_f^{\infty}} \right]^2 \quad (1.42)$$

Cette formule approchée nous servira à identifier de manière rapide les paramètres d'endommagement (chapitre 4).

Le modèle à deux échelles tel que présenté ici, est tout à fait adapté aux cas de fatigue polycyclique lorsque la plasticité mésoscopique est nulle. Toutefois, la fatigue oligocyclique (i.e. plasticité importante à l'échelle mésoscopique) a également été étudiée avec des modèles d'endommagement incrémentaux sur aciers de nuance 10 CD9-10 constituant des collecteurs de chaudière à charbon pulvérisé d'EDF [Sermage *et al.*, 2000], et sur un matériau (Haynes 188) constituant les chambres de combustion des moteurs d'avions [Otin, 2007]. Dans le cas d'une plasticité généralisée, la notion de "modèle à deux échelles" n'est plus pertinente, du fait que les deux échelles deviennent difficiles à séparer, l'approche classique à une échelle est alors à préférer [Lemaitre, 1992].

#### 2.4.2 Autres modèles d'endommagement incrémentaux

**Modèle incrémental de Palin-Luc**— L'accroissement de dommage par cycle est explicité via le cumul de l'énergie élastique [Palin-Luc and Lasserre, 1998, Banvillet et al., 2003]. L'expression est définie de telle manière que l'énergie ne peut qu'augmenter au cours des cycles élastiques.

$$w_f(C_i) \leq w_f^D(C_i) \quad (1.43)$$

où  $w_f(C_i)$  est la moyenne volumique du travail endommageant fourni dans le volume d'influence et  $w_f^D(C_i)$  la valeur limite admissible de  $w_f(C_i)$  pour tout point critique  $C_i$ .

**Modèle incrémental de Jiang**— Ce modèle d'endommagement incrémental [Jiang 2000] est de type plan critique. L'endommagement se développe sur chaque plan, via les deux

expressions :

$$dD = \langle \sigma_{mr} - \sigma_f \rangle^m \left( 1 + \frac{\sigma}{\sigma_u} \right) dW_p \quad (1.44)$$

$$\text{avec} \quad dW_p = a\sigma d\varepsilon^p + \frac{1}{2}(1-a)\tau d\gamma_p \quad (1.45)$$

où  $\sigma$  (resp.  $\tau$ ) est la contrainte normale (resp. tangentielle),  $\varepsilon_p$ ,  $\gamma_p$  les déformations plastiques correspondantes.  $W_p$  est une énergie plastique dissipée sur la plan matériel,  $\sigma_f$  la limite d'endurance et  $\sigma_u$  la contrainte à rupture.  $\sigma_{mr}$  est une mémoire de la valeur maximale de la contrainte de von Mises définie de façon globale (et non pas sur chaque plan matériel) via l'expression de la surface mémoire,

$$f = \sigma_{eq} - \sigma_{mr} \leq 0 \quad (1.46)$$

ainsi que de l'équation d'évolution suivante,

$$d\sigma_{mr} = H(f) \langle d\sigma_{eq} \rangle - c[1 - H(f)](\sigma_{mr} - \sigma_f)dp \quad (1.47)$$

où  $H$  est la fonction de Heaviside,  $\sigma^D$  la contrainte déviatorique,  $c$  et  $a$  des constantes "matériau". L'expression de  $\sigma_{mr}$  dépend du signe de l'incrément de contrainte de von Mises.

**Modèle incrémental de Flacelière**— Ce modèle [Flacelière et al., 2007] est écrit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, à variables internes, dans le cas isotherme. Deux échelles sont également considérées ; celle "mésos" de l'élément de volume et celle "micro" des défauts ( $(\cdot)^\mu$ ). La loi de changement d'échelle est de type Lin-Taylor et considère les évolutions matériau à l'échelle microscopique via :

$$\sigma^\mu = \sigma - 2G\varepsilon^{\mu p} \quad (1.48)$$

Le potentiel thermodynamique est (à l'échelle micro),

$$\begin{aligned} \rho\psi = & \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}^\mu - \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p}) : \underline{\underline{E}} : (\boldsymbol{\varepsilon}^\mu - \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p}) + \frac{1}{3} C_y \boldsymbol{\alpha}^\mu : \boldsymbol{\alpha}^\mu \\ & + \tilde{r}_\infty p^\mu \exp(-sD) + \frac{\tilde{r}_\infty}{b} \exp(-bp^\mu) \exp(-sD) + \frac{1}{2} q\beta^2 \end{aligned} \quad (1.49)$$

où  $p^\mu$  est la déformation plastique cumulée à l'échelle "micro", sa force thermodynamique associée est l'écroutissage isotrope  $R^\mu$ , où  $\boldsymbol{\alpha}^\mu$  traduit l'écroutissage cinématique.

La variable  $D$  rend compte de l'effet de l'endommagement par la diminution des propriétés plastiques du matériau, la variable  $\beta$  retranscrit quant à elle le dommage cumulé.

La dissipation intrinsèque, à l'échelle des grains, est de la forme :

$$\phi = \sigma^\mu : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p} - \mathbf{X}^\mu : \dot{\boldsymbol{\alpha}}^\mu - R^\mu \cdot \dot{p}^\mu + Y^\mu \dot{D} - B^\mu \dot{\beta} \geq 0 \quad (1.50)$$

où les deux derniers termes rendent compte de l'endommagement via les deux variables d'endommagement  $D$  et  $\beta$ . On a  $Y^\mu$  la force thermodynamique associée à la variable  $D$  et  $k$  la force conjuguée à  $\beta$ .

$$Y^\mu = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = \tilde{r}_\infty s \left( p^\mu + \frac{\exp(-bp^\mu)}{b} \right) \exp(-sD) \quad (1.51)$$

$$B^\mu = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} = q\beta \quad (1.52)$$

La fonction critère est de la forme :

$$f^\mu = (\boldsymbol{\sigma}^\mu - \mathbf{X}^\mu)_{eq} - R^\mu - \sigma_y^\mu \quad (1.53)$$

L'érouissage est décrit via la combinaison d'un érouissage isotrope  $R^\mu$  et d'un érouissage cinématique  $\mathbf{X}^\mu$ .

$$R^\mu = \tilde{r}_\infty (1 - \exp(-bp^\mu)) \exp(-sD) \quad (1.54)$$

$$\mathbf{X}^\mu = C_y \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} \quad (1.55)$$

où  $s$ ,  $b$  et  $C_y$  sont des paramètres.

La formulation des évolutions des variables de dommage est sous forme non associée,  $f_D \leq 0$  gouvernant l'activation de l'endommagement,

$$f_D(Y^\mu, B^\mu; \boldsymbol{\sigma}_H) = Y^\mu (1 + a_f \boldsymbol{\sigma}_H^\mu) - (B^\mu + Y_0) \leq 0 \quad (1.56)$$

et le potentiel d'évolution  $F_D$  gouvernant (par normalité) l'évolution de l'endommagement,

$$F_D(Y^\mu, B^\mu; \boldsymbol{\sigma}_H) = Y^\mu (1 + a_F \boldsymbol{\sigma}_H^\mu) - B^\mu \quad (1.57)$$

où des facteurs  $a_f$  et  $a_F$  retranscrivant l'effet d'une contrainte hydrostatique doivent être introduits, car le fait que l'énergie élastique ne soit pas affectée par  $D$  fait que la variable  $Y^\mu$  ne dépend pas de la contrainte hydrostatique.  $Y_0$  est le seuil d'endommagement initial,  $B^\mu$  est la force gouvernant l'évolution du seuil d'endommagement.

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^\mu = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p} = -\dot{\lambda}_p \frac{\partial f^\mu}{\partial \mathbf{X}^\mu} = \frac{1}{2} \dot{\lambda}_p \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\mu D} - \mathbf{X}^\mu}{R^\mu + \sigma_y^\mu} \quad (1.58)$$

$$\dot{p}^\mu = -\dot{\lambda}_p \frac{\partial f^\mu}{\partial R^\mu} = \dot{\lambda}_p \quad (1.59)$$

$$\dot{D} = -\dot{\lambda}_d \frac{\partial F_D}{\partial Y^\mu} = \dot{\lambda}_p (1 + a_F \boldsymbol{\sigma}_H^\mu) \quad (1.60)$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}_d \frac{\partial F_D}{\partial B^\mu} = \dot{\lambda}_p \quad (1.61)$$

Finalement, onze paramètres "matériau" sont nécessaires pour ce modèle.

**Modèle incrémental de Monchiet-Charkaluk-Kondo**— Fondée sur les approches de Dang Van et Papadopoulos, l'approche micro-macro des auteurs [Monchiet et al., 2006] est basée sur l'introduction d'une plasticité et d'un endommagement à l'échelle du grain. Les mécanismes d'endommagement, localisés le long des bandes de glissement persistantes (PSB) sont de deux types : la naissance des microcavités et la croissance de ces microcavités sous l'action combinée du phénomène de plasticité locale (et d'intrusion extrusion notamment en surface) et de la contrainte hydrostatique. Une adaptation à la fatigue de la loi de croissance ductile des cavités de [Rice et D.M.Tracey, 1969] décrit l'évolution de l'endommagement et aboutit au critère de fatigue.

D'autres modèles d'endommagement existent, citons [Bhattacharya et Ellingwood, 1998], ou bien tout récemment, le modèle d'endommagement de Lemaitre-Chaboche amélioré par [Marmi *et al.*, 2009] via l'introduction des effets de gradients des contraintes.

### 3 Conclusions

Nous avons vu dans cette première partie que les sollicitations multiaxiales sont présentes dans de nombreuses pièces industrielles. Les ruptures par fatigue ont été étudiées pour la première fois dans les années 1840. De nombreux contributeurs ont tenté, et tentent toujours de cerner les facteurs aggravants ou bénéfiques entrant en jeu dans les phénomènes de fatigue. Plusieurs critères (présentés en trois grandes classes) permettent de prédire l'amorçage de fissure ou non dans une pièce. Des modèles d'endommagement de fatigue existent dans la littérature. Certains ont l'avantage d'être incrémentaux (donc de suivre les séquences de chargement réel) et de prédire un nombre de cycles à amorçage sous chargement non proportionnel, en anisotherme.

La justification à la fatigue de pièces industrielles reste un problème ouvert, du fait principalement de la concomitance d'événements intervenant et rendant ce phénomène difficile à cerner. On trouve dans la littérature de nombreux essais réalisés sur éprouvettes tubulaires pour tenter de mieux comprendre le phénomène de fatigue multiaxiale : or les sollicitations appliquées sur ce genre d'éprouvette sont difficilement représentatives des sollicitations réellement perçues par la majorité des structures. Il apparaît que des essais de fatigue biaxiale (dans le plan) à grand nombre de cycles sont en revanche peu courants. Le second chapitre à venir s'attache donc à présenter une campagne expérimentale menée sur éprouvettes en croix soumises à des sollicitations de fatigue biaxiale et ainsi à caractériser l'influence de la multiaxialité sur l'amorçage de fissures.



## Chapitre 2

# Campagne expérimentale : amorçage en fatigue biaxiale à grand nombre de cycles

---

*Deux matériaux (un acier inoxydable austénitique 304L CLI, un alliage de titane) sont soumis à des sollicitations de traction-compression biaxiales à grand nombre de cycles sur la machine triaxiale ASTREE du LMT Cachan. Des calculs éléments finis, ainsi que l'utilisation du post-processeur de fatigue DAMAGE, permettent de dimensionner une éprouvette cruciforme pour obtenir l'amorçage en zone centrale effectivement soumise aux sollicitations biaxiales. La technique de corrélation d'images est mise en oeuvre via différents modes et appareils de mesure afin de caractériser au mieux l'état de sollicitation de la zone sollicitée (déformations permanentes, amplitudes de déformations, suivi de l'amorçage et propagation de fissure).*

*Un diagramme de Haigh multiaxial peut permettre une représentation pertinente des essais réalisés. De même, il est possible de comparer les courbes de fatigue biaxiale aux courbes de fatigue uniaxiale et ainsi caractériser l'influence de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie. Des analyses MEB sur éprouvettes post mortem donnent enfin la caractérisation du réseau de fissuration sous ce type de sollicitation.*

## 1 Présentation des matériaux étudiés

### 1.1 Acier inoxydable austénitique 304L CLI

**Caractéristiques principales** – L'acier austénitique 304L, approvisionné auprès de Creusot Loire Industries (nuance CLI) dans des tôles de 30mm d'épaisseur est utilisé. La composition chimique de cet acier est donnée tableau 2.1 et ses caractéristiques mécaniques tableau 2.2 [Akamatsu et Chevallier, 2001].

Des analyses menées par EDF montrent que la taille de grain de cet acier vaut 150 microns dans le sens de laminage, 125 microns dans le sens transverse. De même, des mi-



<i>C</i>	<i>Mn</i>	<i>Si</i>	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>Ni</i>	<i>Cr</i>	<i>Mo</i>	<i>Cu</i>	<i>N<sub>2</sub></i>
0.029	1.86	0.37	0.004	0.029	10.0	18.0	0.04	0.02	0.056

FIGURE 2.1: Composition chimique de l'acier 304L CLI utilisé (mesuré par EDF MMC, en % de poids)

<i>Temp.</i>	<i>Limite d'élasticité Rp0,2 (MPa)</i>	<i>Résistance à la traction Rm (MPa)</i>	<i>Allongement à rupture A (%)</i>	<i>Module d'élasticité E (GPa)</i>	<i>Striction Z (%)</i>
ambiante	220	550	68	196	78
150°C	159	423	53	182	77
300°C	138	401	48	168	70

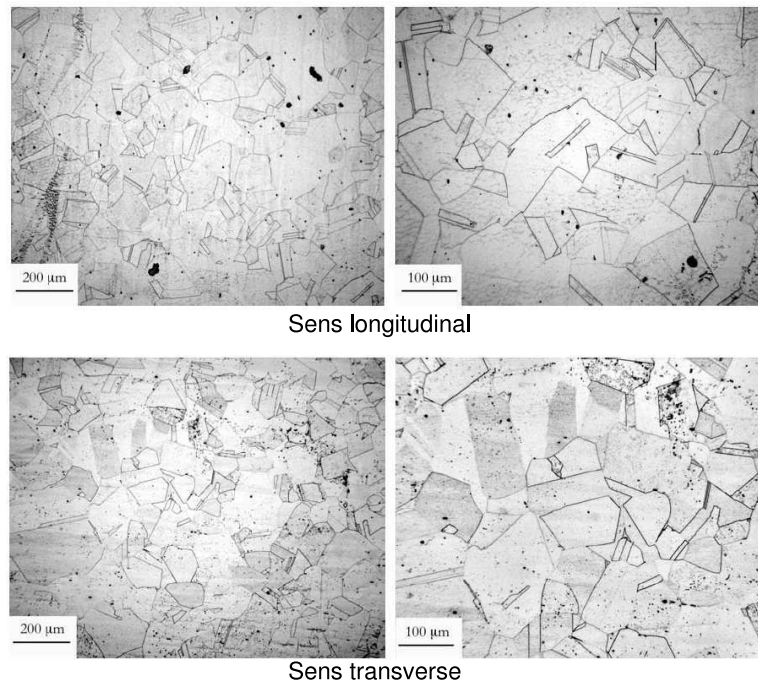
FIGURE 2.2: Caractéristiques conventionnelles de traction de l'acier 304L CLI dans le sens du laminage.

crographies [Haddar, 2003] révèlent une microstructure hétérogène avec des lamelles de ferrite dans le sens de laminage (fig.2.3). Quoiqu'il en soit, le comportement du matériau peut être considéré comme isotrope. A titre informatif, lors des essais biaxiaux, le sens de laminage était indiqué sur les éprouvettes, et il correspondait toujours à un axe de sollicitation, et l'amorçage n'a jamais été influencé par cette direction de laminage du fait d'une orientation à environ 45 de la fissure amorcée.

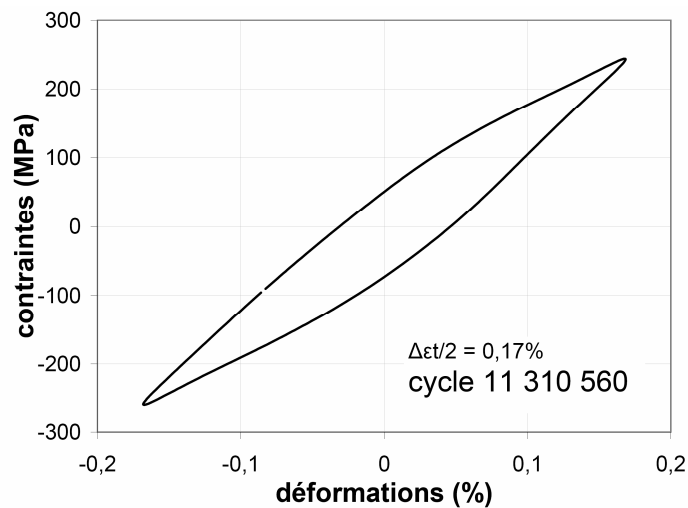
**Spécificités du 304L** – De nombreux essais de fatigue à grand nombre de cycles ont été réalisés (par EDF, CEA, AREVA et d'autres laboratoires) sur les acier 304L (dont le CLI utilisé ici). Même si les essais à déformation imposée sont les plus réalisés, des essais à contraintes imposées (plus représentatifs de sollicitations de fatigue thermique) ont également été réalisés afin de mettre en évidence l'influence éventuelle du mode de pilotage sur le comportement du matériau.

L'une des principales observations faites à température ambiante, est que le comportement de l'acier 304L, en fatigue à grand nombre de cycles, évolue au fil des cycles, et ne se stabilise pas (même au delà de plusieurs millions de cycles où une plasticité non négligeable est observée (fig.2.4)). Après quelques cycles durant lesquels un durcissement est observé, un adoucissement cyclique apparaît pendant plusieurs milliers de cycles. Finalement, un durcissement secondaire peut se produire pour les essais à forte déformation imposée. Cette évolution cyclique est observée lors d'essais aussi bien en déformations qu'en contraintes imposées.

Des observations micrographiques indiquent qu'à température ambiante et à fort niveau de déformation, ce durcissement secondaire est lié à une transformation de l'austénite



**FIGURE 2.3:** Micrographies 304L CLI dans les sens longitudinaux et transversaux. Justification de l'isotropie de comportement du matériau [Haddar, 2003].

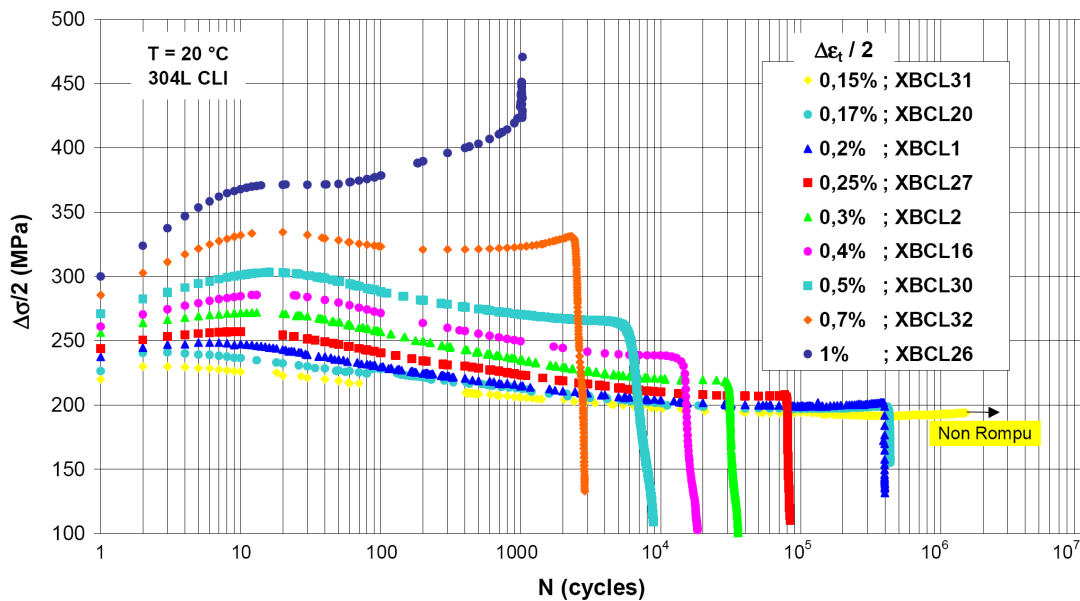


**FIGURE 2.4:** Comportement plastique du matériau 304L dans les grands nombres de cycles.

métastable en martensite au sein du matériau [Bayerlein et al., 1989, Chrysochoos et al., 1996]. Cette transformation s'accompagne d'une augmentation de volume et entraîne l'introduction de contraintes résiduelles de compression qui peuvent retarder l'amorçage de

fissure [Stolarz et al., 2001]. Pour les essais à température élevée ce durcissement est lié au développement d'une microstructure de dislocations appelée 'corduroy' [Gerland et al., 1997].

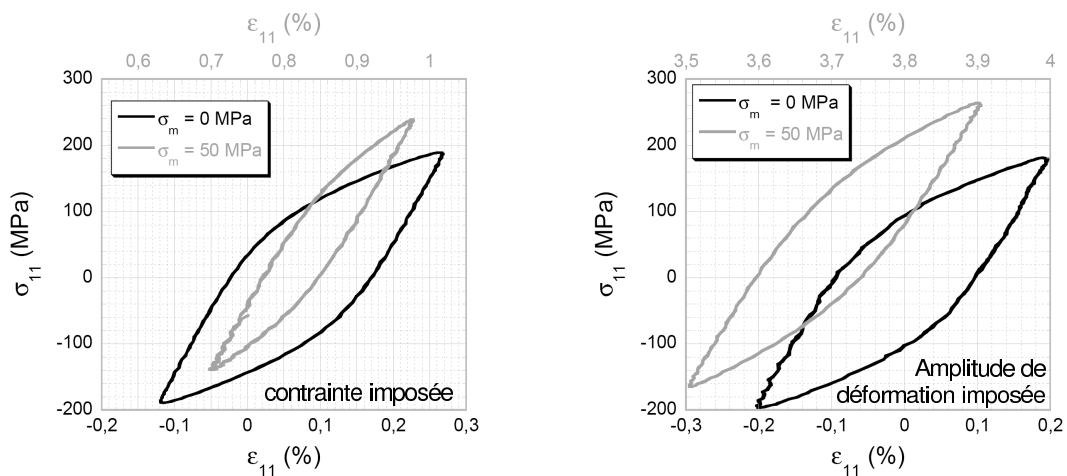
L'allure des courbes de fatigue obtenues en déformations imposées [LeRoux, 2004] est donnée fig. 2.5. Les phases de durcissements sont clairement visibles.



**FIGURE 2.5:** Évolution des amplitudes de contrainte en fonction du nombre de cycles pour différents niveaux de déformation à 20 C pour l'acier 304L CLI de l'étude.

Le comportement non stabilisé de ce matériau entraîne des difficultés à réaliser des calculs Éléments Finis de structures soumises à des chargements de fatigue. En effet, il est clairement impossible pour une structure de calculer tous les cycles de chargements pour suivre l'évolution du matériau. Seuls quelques cycles peuvent être simulés, le choix d'un comportement mécanique équivalent de ce matériau est encore une question ouverte. Une autre caractéristique de ce matériau est l'apparition du phénomène de rochet lors de chargement avec contrainte moyenne (fig.2.6). Ce phénomène a été grandement étudié sur l'acier austénitique 316L [Delobelle *et al.*, 1995, Portier *et al.*, 2000, Bocher *et al.*, 2001], et les résultats sont transposables à l'acier 304L, tout du moins d'un point de vue qualitatif. On observe ainsi qu'en présence d'une contrainte moyenne de 50MPa, la limite d'endurance en contrainte n'est pas modifiée (ou très peu), tandis que la limite d'endurance en déformation est nettement plus basse (environ 30%) que lors d'essais sans contrainte moyenne. Une possible explication à ceci peut être apportée en gardant à l'esprit trois spécificités du comportement du matériau. D'abord, le nombre de cycles à rupture par fatigue pour un acier 304L peut être corrélé à l'amplitude de déformation plas-

tique. Ensuite, en présence d'une contrainte moyenne, un sur-écrouissage apparaît. Enfin, la présence d'une contrainte moyenne engendre une hausse du nombre des glissements irréversibles pour une amplitude de déformation plastique macroscopique équivalente et accélère l'amorçage. De fait, pour des essais en contrainte imposée, les déformations plastiques sont plus faibles en présence d'une contrainte moyenne que lors d'essais sans contrainte moyenne avec la même amplitude de contrainte. Le bénéfice lié à la baisse de la déformation plastique est toutefois compensé par l'influence négative de la contrainte moyenne sur le temps à l'amorçage, ce qui explique que la limite d'endurance en contrainte n'est pas (ou peu) affectée par la présence d'une contrainte moyenne. Dans le cas d'essais en déformation imposée, la réduction de la déformation plastique par sur-écrouissage est très limitée. Dans ce cas, l'influence négative de la contrainte moyenne sur la condition d'amorçage ne peut pas être compensée si l'amplitude de déformation totale est inchangée. L'amplitude de déformation doit donc être réduite (d'environ 30%) pour que l'amplitude de déformation plastique soit suffisamment faible pour compenser l'influence néfaste de la contrainte moyenne sur l'amorçage. L'influence de la contrainte moyenne est également visible sur la partie courbe de fatigue du matériau pour  $N_R \geq 5.10^4$  cycles. Des études sont actuellement menées dans cette direction.



**FIGURE 2.6:** Effet d'une contrainte moyenne sur le comportement stabilisé de l'acier 304L en contrainte et déformation imposée [Vincent et Perez, 2005].

## 1.2 Alliage titane

Un alliage de titane est utilisé. Même si nous pouvons trouver dans la littérature de nombreuses études (cristallographiques, mécaniques) menées sur ce matériau, il s'avère que l'alliage de titane de la présente étude est obtenu après un traitement thermique particulier qui le distingue des autres alliages de titane de la littérature (780C pendant 50min,

puis refroidissement à l'air). Afin de travailler avec des données provenant de cet alliage en particulier, ici et dans la suite du manuscrit, nous nous attacherons (souhait de l'industriel SNECMA) à n'utiliser que les données mécaniques obtenus sur cette nuance précise (non communiquées ici pour cause de confidentialité).

Là encore, si nous comparons les caractéristiques mécaniques (déterminées par le fournisseur) dans les sens longitudinaux et transversaux, nous obtenons un écart inférieur à 3%. Des observations micrographiques (fig.2.7) réalisées sur un alliage de titane différent du matériau de cette étude, révèlent un matériau très peu texturé. L'hypothèse d'isotropie de comportement semble être justifiée.

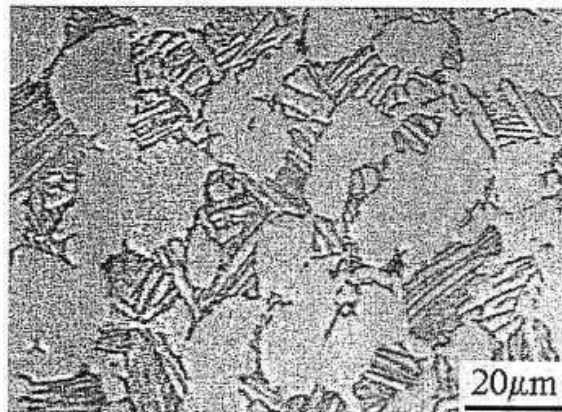


FIGURE 2.7: Observations micrographiques sur un alliage de titane [LeBiavantGuerrier, 2000].

## 2 Démarche expérimentale

### 2.1 Machine ASTREE

Les essais biaxiaux de fatigue sont réalisés sur une machine triaxiale. C'est une machine électro-hydraulique asservie, constituée d'un bâti fixe, de quatre colonnes verticales et d'une traverse mobile verticalement. L'espace utile est délimité par six vérins installés selon trois directions orthogonales deux à deux. Les deux vérins verticaux ont une capacité de  $\pm 250kN$  pour une course de  $250mm$ . Les quatre vérins horizontaux ont une capacité de  $\pm 100kN$  pour une course de  $250mm$ . Le réglage des positions des vérins s'effectue hydrauliquement, des blocages mécaniques par goupilles assurent leur coplanéité. Concernant la traverse supérieure, le déplacement et le blocage sont hydrauliques. Les tiges des vérins sont guidées par des paliers hydrostatiques, dimensionnés pour supporter les efforts radiaux induits par les autres lignes de chargement en cours d'essai ou de rupture de l'éprouvette testée. Le pilotage des vérins peut s'effectuer de manière classique en régulation d'effort, position ou déformation mais peut également s'effectuer de

manière couplée. Dans ce cas, chaque vérin est dépendant de son opposé. Une ligne de vérins a ainsi besoin de deux variables de contrôle : la demi différence des déplacements des deux vérins (qui gère la position du centre de l'axe considéré), et la demi somme des efforts appliqués sur un axe (qui gère la moyenne des efforts appliqués sur un axe). Ce mode de pilotage peut être transposé en un mode de pilotage en déplacement où les variables de contrôle sont donc la position centrale d'un axe de vérin, et l'écartement des vérins. L'alimentation hydraulique est assurée par deux centrales hydrauliques communicantes, assurant un débit de  $660\text{l}/\text{min}$ , permettant d'atteindre un déplacement de  $0.2\text{m/s}$  (resp.  $0.28\text{m/s}$ ) pour les vérins verticaux (resp. horizontaux). Concernant l'électronique de commande, le système a été mis à jour en cours d'étude. Dans un premier temps, les essais ont été réalisés avec le système originel (datant des années 80) composé de deux armoires électro-numériques multifonctions Schenk Hydropuls Série 59. Le pilotage et l'acquisition sont alors effectués en externe, via le logiciel Labview pour générer les sinusoïdes et récupérer à la demande les efforts ou déplacements des vérins. Mi 2009, ces armoires ont été remplacées par une électronique Instron. Le pilotage et l'acquisition sont dès lors effectués via le logiciel interne (Wavematrix version 1.3). Il est également possible de venir se brancher directement à l'armoire de commande afin de récupérer les signaux émis pour par exemple commander la prise d'images.

Pratiquement, la période d'essais s'étant étendue sur les trois années de thèse, outre les deux électroniques, la configuration des essais a changé suivant les essais. En effet, ayant commencé à réaliser les essais avec les quatre vérins horizontaux, les essais ont dû poursuivre en position verticale avec deux vérins horizontaux et les deux vérins verticaux, compte tenu de la panne d'une cellule d'effort d'un vérin horizontal. Même si le pilotage reste identique, cette position n'est pas optimale du fait de la différence de capacité des vérins horizontaux et verticaux, de plus, cette situation nous empêche de stopper l'essai (poids du vérin supérieur important lorsque la machine est coupée, d'où risque de fluage de l'éprouvette). Après réparation, la configuration horizontale a été reprise pour la majeure partie des essais.

## 2.2 Éprouvette de fatigue biaxiale

Une éprouvette biaxiale a été dimensionnée afin d'obtenir un amorçage central sous sollicitations de fatigue biaxiale (traction-compression) à grand nombre de cycles (i.e. un amorçage en zone soumise réellement à la biaxialité du chargement). La géométrie de départ fut celle employée par Sermage (1998) pour des essais de fatigue-fluage à faible nombre de cycles réalisés sur la même machine d'essais. Cette géométrie n'avait pas pour but l'amorçage de fissure en zone centrale et était donc d'épaisseur uniforme. L'idée générale est donc ici d'affiner le centre de l'éprouvette pour y augmenter les contraintes donc y faciliter l'amorçage. Une attention toute particulière a également été apportée aux rayons de raccordement, où les fissures risquaient d'apparaître. Pour ce faire, le dimensionnement a été réalisé via des calculs par éléments finis avec un comportement élastique. Les contraintes équivalente d'endommagement ( $\sigma^*$ ) et de von Mises ( $\sigma_{eq}$ ) sont

comparées pour différentes géométries. Avec la définition de la contrainte d'endommagement telle que :

$$\sigma^* = \sigma_{eq} \left[ \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

L'avantage d'une telle expression est de prendre en compte l'influence de la triaxialité des contraintes via le rapport  $T_x = \sigma_H / \sigma_{eq}$  (rapport de la contrainte hydrostatique sur la contrainte équivalente de von Mises). Le dimensionnement optimal est tel que l'on a la valeur de la contrainte d'endommagement au centre largement supérieure à la contrainte d'endommagement aux raccords. Par la suite, des calculs avec le post processeur de fatigue DAMAGE sont effectués afin de s'assurer que le nombre de cycles à rupture théorique est bien inférieur en zone centrale par rapport au nombre de cycles aux raccords. Du fait des caractéristiques géométriques des mors, les paramètres modifiables, et à optimiser sont (fig.2.8) : le rayon de la zone de raccord, le rayon de la zone centrale affinée, l'épaisseur de la zone centrale affinée et l'épaisseur totale de l'éprouvette (bien que nous verrons par la suite que cette épaisseur est imposée à 5mm par le choix de réutiliser les mors originaux).

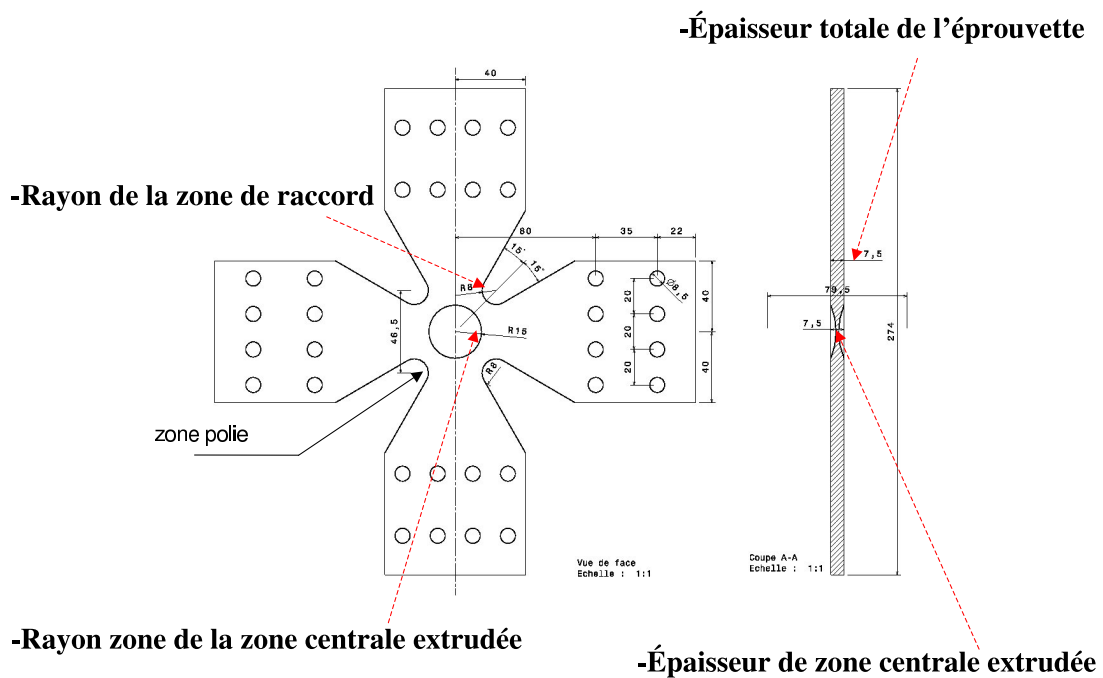


FIGURE 2.8: Paramètres à optimiser sur l'éprouvette cruciforme

Ayant obtenu avec A. Kane, post-doctorant au LMT, une première géométrie, un essai "cobaye" a été effectué (référéncé 304L1). Il a été observé un amorçage concurrentiel

entre centre et raccord. Dès lors, une modification du rayon de raccordement et le chanfreinage des arêtes de la zone de raccord ont permis de privilégier l'amorçage central. Le polissage des zones de raccord a été initialement prévu afin d'y retarder l'amorçage, cette opération a finalement été abandonnée pour cause de difficulté technique. Les dimensions caractéristiques de la géométrie finale sont les suivantes : épaisseur courante 5mm, épaisseur centrale 1mm, rayon de raccord 12mm. Le plan général et une vue de l'éprouvette sont fournis figures 2.8 et 2.9.

Concernant l'éprouvette en alliage de titane, une plastification la plus importante possible a été souhaitée en zone centrale. De fait, l'épaisseur de la partie courante a été abaissée. Toutefois, les essais ainsi réalisés ont montré un amorçage, là encore, quasi concomitant entre la zone centrale et la zone de raccord (avec malgré tout amorçage au centre d'abord). La géométrie classique (5mm zone courante) a par la suite été choisie afin d'observer plus nettement l'amorçage ainsi que la propagation de la fissure.



**FIGURE 2.9:** Vue de l'éprouvette biaxiale 304L avec sa géométrie finale. Vue d'ensemble de la machine triaxiale ASTREE.

## 2.3 Mesures

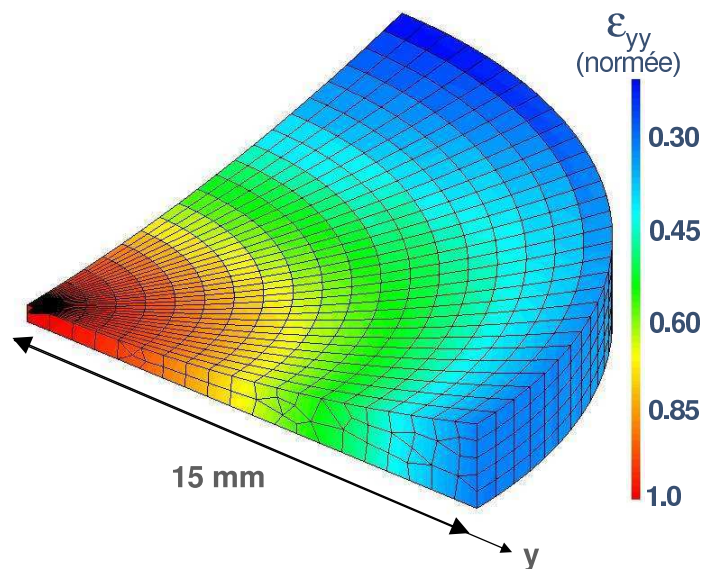
### 2.3.1 Choix techniques

Afin d'avoir le maximum d'informations caractéristiques (déformations permanentes, amplitudes de déformations, efforts appliqués, cinétique d'amorçage), différents types d'acquisitions sont effectués.

- Les efforts et déplacements des vérins sont enregistrés directement via le logiciel de la baie de commande (ou via le logiciel Labview).



- La zone d'intérêt étant la zone centrale soumise aux chargements biaxiaux, la mesure des efforts et des déplacements en bout de vérin n'a rien à voir avec les valeurs dans cette zone centrale. L'idée est alors de déterminer expérimentalement les déformations au centre. L'utilisation d'une jauge de déformation classique a été écartée compte tenu du fait que pour le matériau 304L les déformations résiduelles peuvent atteindre plusieurs pourcents, d'où des risques de décollement (sans compter que le collage de telles jauges sur une zone non plane est délicat). Le choix a donc été d'utiliser la corrélation d'images [Burt *et al.*, 1982, Peters et Ranson, 1982, Berthaud *et al.*, 1996]. L'intérêt est multiple : outre le fait d'avoir accès à des valeurs de déformation importantes, nous pourrions obtenir des champs de déformations, de déplacements sur toute la géométrie, ainsi que des informations lors de la propagation de fissure. Comme nous allons le voir, cette technique est utilisée pour déterminer les amplitudes de déformations et les déformations permanentes. L'option "jauge" du logiciel, qui consiste à faire la moyenne des déformations sur une zone tracée par l'utilisateur, est utilisée. La zone d'intérêt est un carré de  $16\text{mm}^2$ . Pour certains essais, où des objectifs microscopiques étaient mis en place, cette zone peut être légèrement plus faible et être de l'ordre de  $9\text{mm}^2$ . L'influence de la taille de la zone est, pour cette géométrie, très faible sur les résultats obtenus (de l'ordre de 5% au maximum). De plus, bien que la zone centrale soit d'épaisseur variable, nous pouvons constater (fig.2.10) que les variations de déformations sont très faibles dans la zone de  $16\text{mm}^2$  utilisée (variation de moins de 10%).



**FIGURE 2.10:** Déformations (normées) pour un essai equibiaxial "classique" réalisé dans cette étude. Variation inférieure à 10% dans la zone centrale utilisée avec l'option "jauge".

### 2.3.2 Mise en oeuvre des appareils de mesure

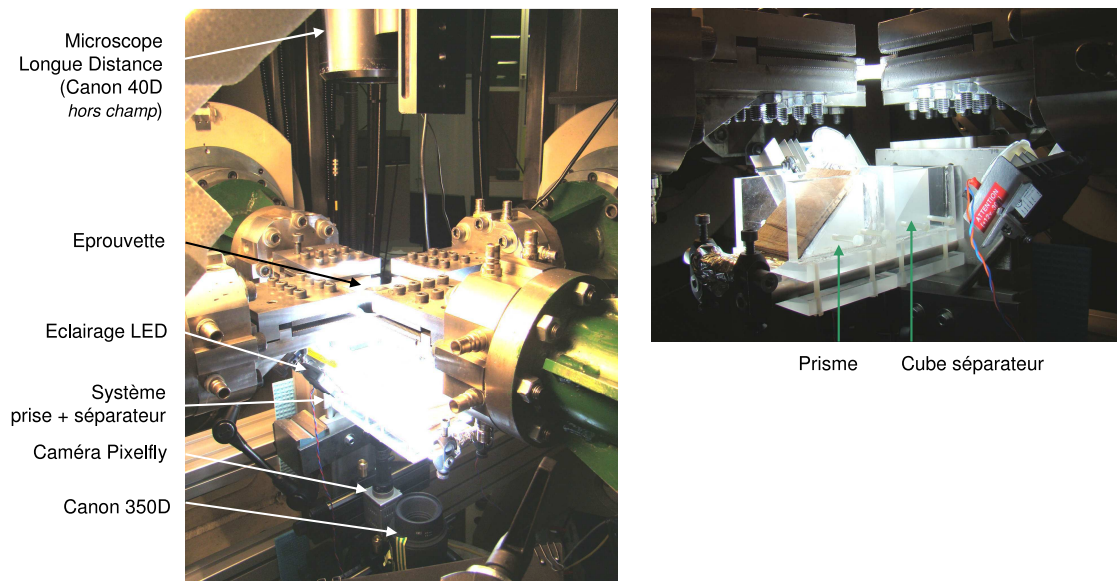
Mesures des efforts et déplacements des vérins. Les efforts et déplacements de chaque vérin sont enregistrés. Cette étape s'effectue directement via les écrans de contrôle de la baie de commande (dans le cas de la nouvelle électronique), ou via l'utilisation du Logiciel Labview qui récupère les données sortant de la baie (cas de l'ancienne électronique). Dans les deux cas, la fréquence d'acquisition (100 ou 200Hz) est choisie dix fois plus importante que la fréquence de sollicitation (10 ou 20Hz).

Mesures des déformations permanentes. On souhaite caractériser le chargement appliqué à la zone centrale de l'éprouvette réellement soumise aux chargements biaxiaux. Cette mesure est faite via la corrélation d'images, et une moyenne des déformations est réalisée sur une zone de  $9\text{mm}^2$  environ. Pour ce faire, il est nécessaire d'avoir une photo de référence (éprouvette vierge) et une photo à charge nulle au cycle voulu. De fait, la prise de photo à charge nulle ne pose aucune difficulté technique et est prise lorsque l'éprouvette est en place, serrée, prête à être soumise aux sollicitations de fatigue. Les éventuels "jeux" de montage qui pourraient être gommés dès les tout premiers cycles ne posent pas de problème du fait que le logiciel de corrélation d'images Correli<sup>Q4</sup> [Besnard *et al.*, 2006, Hild et Roux, 2008] détecte les mouvements de corps rigide et peut les éliminer.

Pratiquement, nous utilisons un appareil photo Canon EOS 350D (3456 x 2304 pixels), avec un objectif SIGMA (105mm F2,8 DG Macro EX) permettant d'observer une large zone d'environ 8cm sur 8cm. La photo de référence est prise avant le premier cyclage, et les photos à charge nulle sont prises typiquement tous les 10000 cycles. Un système de déclenchement automatique a été mis en place afin d'automatiser ces prises d'images. Le logiciel de pilotage permet d'envoyer un pic (de 5Volts) lorsqu'un bloc de 10000 cycles est terminé, afin de déclencher l'appareil photo. Un ordinateur est dédié au stockage des photos et à la gestion de cet appareil photo. Nous pouvons noter ici qu'une caméra infrarouge a été utilisée pour deux essais sur acier 304L CLI afin d'obtenir des informations supplémentaires quant aux déformations plastiques [Chrysochoos, 2002]. La lourdeur de mise en place, et surtout le manque de place autour de l'éprouvette nous ont poussés à ne pas utiliser systématiquement ce montage (les deux essais ainsi équipés n'ayant pas rompu à  $10^6$  cycles, aucune information pertinente n'a pu être obtenue via ce dispositif).

Mesures des amplitudes de déformations. Là encore, le but est ici d'avoir la valeur des amplitudes des déformations (suivant les deux directions de traction) réellement appliquées à la zone centrale ( $9\text{mm}^2$ ). Plusieurs méthodes ont été utilisées : mesure sur un cycle lent, mesure via caméra rapide, acquisition stroboscopique. Les voici présentées plus en détail.

a). Au cours des premiers essais, un seul appareil photo était utilisé (Canon350D). Les capacités techniques de cet appareil (temps de prise de vue) ne permettent pas de faire une acquisition rapide (i.e. le temps minimum entre chaque image est d'une seconde, donc impossibilité de suivre la fréquence de sollicitation expérimentale de 10 ou 20Hz). De



**FIGURE 2.11:** Montage expérimental avec appareils de mesures - Descriptif du système prisme + cube séparateur.

fait, afin d'avoir un nombre suffisant de points (de photos) pour décrire un cycle de chargement, 18 images espacées d'une seconde sont prises. Le schéma 2.12 illustre ce mode de prise de vue ainsi que les prises de vue (à force nulle) dédiées aux déformations permanentes. Pour ce faire, un cycle de chargement est imposé (avec des efforts identiques à la sollicitation à 10 ou 20Hz) d'une durée totale de 19 secondes. Pratiquement, une photo est prise avant essai (état vierge), puis un bloc de 10000 cycles est effectué avant le cycle lent (avec 18 prises d'images), puis une redescente à charge nulle où une photo est prise pour l'évolution des déformations permanentes. On effectue alors une analyse de corrélation d'images entre les 18 images et l'image de référence sur la zone centrale de  $9\text{mm}^2$ . Nous obtenons alors les valeurs des déformations suivant les deux directions de sollicitation. La différence entre les photos 5 et 14 ( $F_{\max}$  et  $F_{\min}$  du cycle lent) nous donne alors la variation de déformation  $\Delta\varepsilon$  appliquée.

*b).* Afin de s'affranchir du passage (manuel) du mode de pilotage entre cyclages lent et rapide, nous souhaitons effectuer les prises de vue lors du cyclage à fréquence d'essai (10 ou 20Hz suivant matériau). Nous optons pour l'utilisation d'une caméra. Dans un premier temps nous utilisons une caméra rapide APX RS Photon. La fréquence d'acquisition est choisie au minimum de la gamme, soit 250 images/seconde. Cette technique n'ayant été utilisée que pour des essais à 10Hz, nous obtenons un nombre d'images plus que suffisant pour bien décrire un cycle (25 images/cycle). Toutefois, du fait de l'espace d'essai restreint, il est délicat de mettre en place la caméra. De plus, celle-ci ne peut pas être mise directement face à l'éprouvette, si bien que nous devons utiliser un miroir.

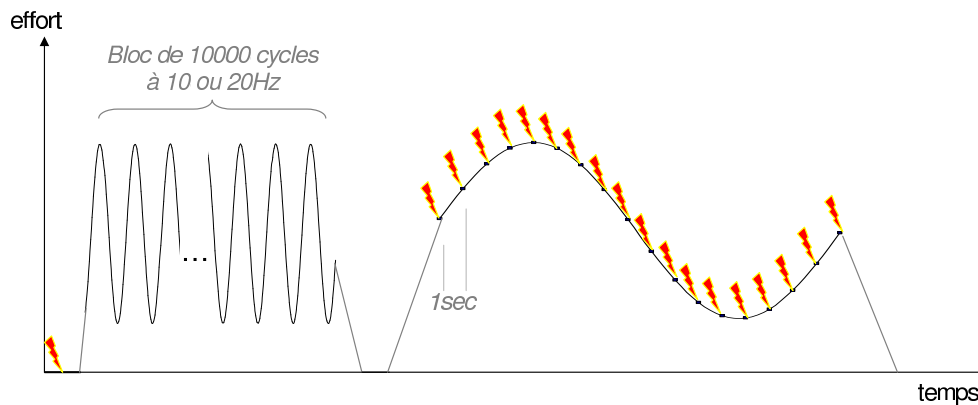


FIGURE 2.12: Mesure expérimentale des amplitudes de déformations - "cycle lent"

Le schéma 2.13 illustre ce mode de prise de vue ainsi que les prises de vues dédiées aux déformations permanentes : la caméra rapide est déclenchée manuellement au cours d'un bloc de 10000 cycles pendant quelques secondes. Puis on effectue une analyse de corrélation d'images avec 25 ou 50 images (pour reconstruire 1 ou 2 cycles), l'amplitude  $\Delta\epsilon$  est alors déterminée graphiquement entre le min et le max de la sinusoïde obtenue (car on ne sait pas à quelle image correspond le maximum de la force).

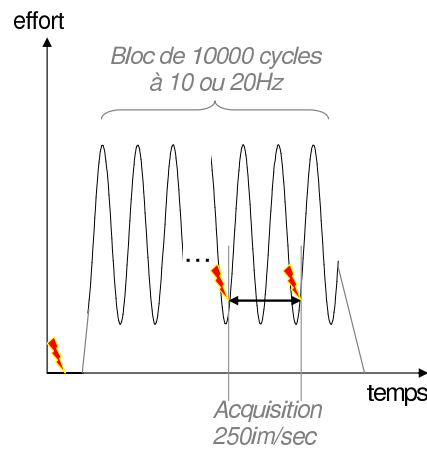
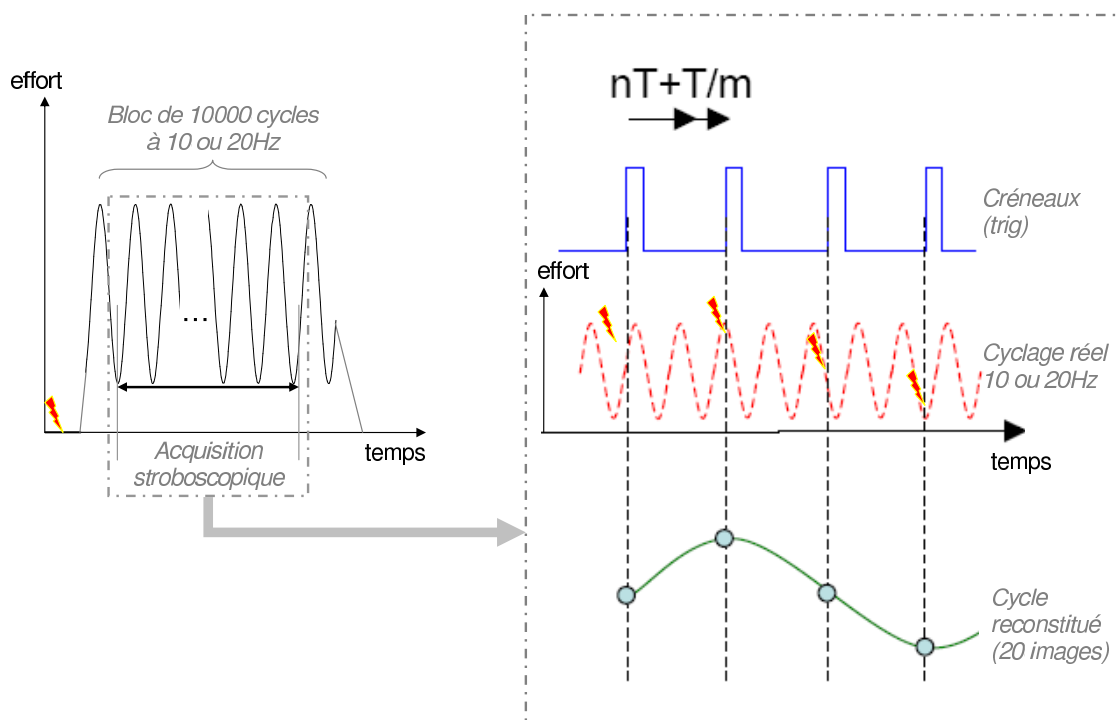


FIGURE 2.13: Mesure expérimentale des amplitudes de déformations - "cycle caméra rapide"

c). Une dernière technique plus facile à mettre en oeuvre a donc été adoptée. L'idée est toujours d'acquérir les images lors du cyclage à fréquence d'essai normale. Nous utilisons dès lors une caméra CCD (PCO, Pixelfly, 1360x1024 pixels, 12 bits) munie d'un objectif télécentrique x1 (Edmunds Optique). La taille réduite de cette caméra nous permet de la mettre en place relativement facilement, dans l'axe direct de la zone à observer, et de plus, la zone observée étant d'environ  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ , la précision des calculs de corrélation est accrue.

La fréquence de sollicitation est malgré tout trop rapide pour suivre en temps réel (et prendre des photos) un cycle de sollicitation. Toutefois, le temps d'intégration pouvant être très bref pour cette caméra, un système de prise de vue stroboscopique est mis en place avec l'aide du post-doctorant M.Poncelet (fig. 2.14). Lors du cyclage réel, un programme Labview calcule la vraie période du signal  $f$ , et dans le cas de  $n$  photos voulues (ici 21), déclenche la prise de vue tous les  $mf + f/n$  où  $m$  est le nombre de cycles sautés entre chaque prise de vue (ici 10 afin d'avoir un laps de temps de 1sec entre chaque prise d'image). Au final, nous obtenons donc un cycle équivalent reconstruit à partir d'informations sur plusieurs cycles (fig. 2.15). Le passage à force nulle, associé à une prise d'image via le Canon350D nous permet également de mesurer l'évolution des déformations permanentes. Un système de prisme et cube séparateur (TECHSPEC cube et prisme de 50mm, Edmund Optique) est mis en place afin que les deux appareils de mesure viennent observer la même zone de la même face, et ce de manière perpendiculaire à la section observée. Pour un éclairage optimal, deux spots (DEDOLIGHT 400D) et deux faisceaux LED (Luxeon 3x3W) sont utilisés.



**FIGURE 2.14:** Mesure expérimentale des amplitudes de déformations - "cycle acquisition stroboscopique"

La mesure des amplitudes des déformations va permettre de comparer ces essais de fatigue biaxiale entre eux, et d'essayer d'observer des tendances comparatives entre ces essais réalisés en force imposée, et des essais uniaxiaux déjà réalisés en déformations imposées, disponibles pour les deux matériaux. En première approximation, les essais

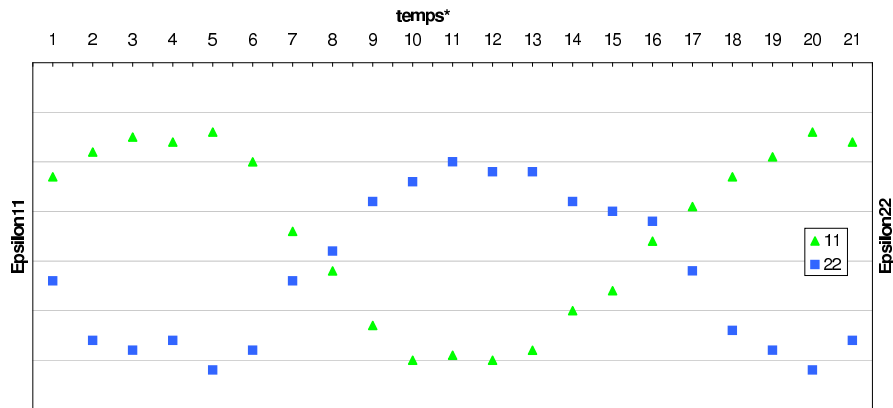


FIGURE 2.15: Amplitudes de déformations - cycle équivalent reconstruit à partir de prises d'images stroboscopiques (cas d'un essai non equibiaxial hors phase sur alliage de titane).

biaxiaux réalisés en efforts imposés peuvent s'apparenter à des essais en déformations locales imposées. Cette hypothèse est parfaitement justifiée pour les essais sur l'alliage de titane, elle est discutable pour les essais sur l'acier 304L (toutefois cette hypothèse est utilisée seulement pour la comparaison à la base de données uniaxiales). On peut se demander la raison d'effectuer des essais en force imposée, plutôt que des essais en déformation imposée. Compte tenu des effets de structure sur l'éprouvette en croix, les déplacements en bout de vérin, pour nos conditions expérimentales, s'avèrent être extrêmement faibles et correspondent au bruit machine (sur matériau 304L, une force maximale de 90kN, à rapport de charge 0.1 aboutit à une amplitude de déplacement de vérin de l'ordre de 0.5mm). L'asservissement en déplacement est donc ici quasi impossible (tout du moins avec l'ancienne électronique de la machine ASTREE, cela n'a pas été testé avec la nouvelle).

La valeur utilisée, pour représenter les essais biaxiaux ainsi que pour tenter une comparaison aux essais uniaxiaux en déformation imposée, est l'amplitude de déformation maximale dans une direction. Dans le cas d'un essai équi-biaxial à force imposée (suivant les directions 1 et 2, la direction 3 étant le direction hors-plan), nous avons, tout d'abord dans le cas d'un comportement purement élastique :

$$\Delta \sigma_{11} = \Delta \sigma_{22} \quad \text{et} \quad \Delta \sigma_{33} = 0 \quad (2.2)$$

d'où,

$$\Delta \epsilon_{33} = -\frac{2\nu}{E} \Delta \sigma_{11} \quad \text{et} \quad \Delta \epsilon_{11} = \Delta \epsilon_{22} = \frac{1-\nu}{E} \Delta \sigma_{11} \quad (2.3)$$

soit,

$$\Delta \epsilon_{33} = 2 \frac{\nu}{\nu-1} \Delta \epsilon_{11} \quad (2.4)$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson valant  $\nu = 0.3$ . Nous obtenons donc, pour un essai équi-biaxial, une borne inférieure à la valeur de  $\Delta \epsilon_{33}$  :

$$0.85 \Delta \epsilon_{11} \leq \Delta \epsilon_{33} \quad (2.5)$$

Ensuite, dans le cas d'un comportement purement plastique, l'hypothèse d'incompressibilité nous donne directement :

$$\Delta \epsilon_{33} \leq \Delta \epsilon_{11} \quad (2.6)$$

Au final, lors d'un essai équi-biaxial, la variation de déformation maximale est comprise entre  $\Delta \epsilon_{11}$  et  $2 \Delta \epsilon_{11}$ . Pour un essai non équi-biaxial, un raisonnement similaire permet d'obtenir une approximation de  $\Delta \epsilon_{33}$ ,

La corrélation d'images employée ici nous donne accès aux valeurs des variations des déformations suivant les deux axes de sollicitations (notées  $\Delta \epsilon_{11}, \Delta \epsilon_{22}$  ici). Les expressions (2.5) et (2.6) nous donnent une estimation de la variation de déformation dans la troisième direction. Contrairement aux essais uniaxiaux, on voit ici que dans le cas d'essais multiaxiaux, la direction non sollicitée peut être celle subissant la déformation maximale.

Nous avons donc choisi dans cette étude de tenter de comparer les essais uniaxiaux aux essais biaxiaux via le maximum de l'amplitude de déformation, on aurait pu très bien imaginer choisir un autre critère de comparaison, comme une déformation équivalente (au sens de von Mises par exemple <sup>1</sup>).

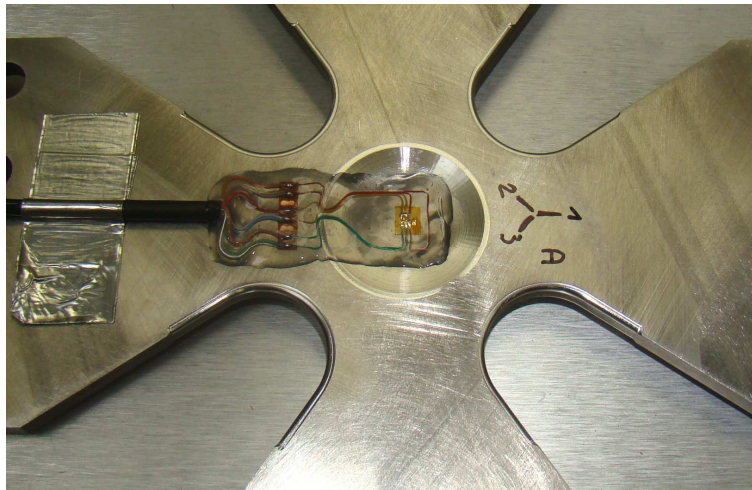
Observation de l'amorçage. Sur certains essais, une face de l'éprouvette est dédiée à l'observation de l'amorçage. Quand les deux appareils de mesure utilisant la corrélation d'images sont braqués sur la même face, recouverte d'un mouchetis, la seconde face de l'éprouvette peut alors être observée directement. Un microscope longue distance (MLD, Questar QM100, grossissement x100 ici), équipé là encore d'un appareil Canon (EOS 400D) permet de venir prendre des clichés à différents moments des essais. La zone observée a une taille inférieure à  $5mm^2$ . Notons que la profondeur de champ de ce microscope étant extrêmement faible (environ 30microns), la géométrie arrondie de la zone centrale ne permet pas d'avoir une netteté optimale sur toute la zone observée. La mise au point sur la zone la plus centrale est privilégiée. Ceci entraîne également des problèmes de netteté lorsque l'éprouvette est en charge (léger déplacement hors plan). Seules des photos à charge nulle peuvent être exploitables (en revanche, ce problème n'est pas observé sur l'objectif télécentrique équipant la caméra Pixelfy ; toute la zone observée est nette). S'il est évident que cette méthode permet de définir précisément le nombre de cycles à amorçage, cette observation microscopique n'a pas été effectuée pour tous les essais. C'est grâce aux mesures de corrélation d'images que l'estimation du nombre de cycles à l'amorçage est faite via les images prises durant les essais à charge maximale. Compte tenu de la large zone observée, le critère d'amorçage considéré ici (et noté par

1. ce critère a été utilisé, mais non présenté, les résultats étant très proches de ceux obtenus ici par la suite.

la suite  $N_R$ ), correspond à une fissure millimétrique. Des répliques, la technique du ressuage ainsi que des mesures par variations de champs électriques auraient également pu être entreprises. Le choix de la corrélation d'images a été fait pour une raison de temps (rapidité d'une prise d'images automatique par rapport à une réplique ou un ressuage pour des essais déjà très longs).

### 2.3.3 Validation du dispositif expérimental

Un essai a été réalisé afin de valider les prises de d'images, ainsi que la phase de chargement de l'éprouvette (montage et essai à proprement dit).



**FIGURE 2.16:** Validation du protocole expérimental sur éprouvette équipée de rosettes.

Une éprouvette en acier 304L a ainsi été équipée de rosettes delta à 60 (Vishay, 015YD) sur les deux faces en zone centrale (fig. 2.16).

Durant la phase de montage de l'éprouvette, cet équipement permet de s'assurer qu'il n'y a pas de moment de flexion dans l'éprouvette entraînant des déformations importantes. Pour l'essai ainsi réalisé (aucune disposition particulière n'a été prise pour le montage de cet essai par rapport aux autres essais), il s'avère que l'ordre de grandeur des déformations est de  $10^{-4}$ , ce qui correspond à une contrainte d'environ 20MPa pour ce matériau, d'où, aucune plasticité introduite dans le matériau durant la phase de montage. Une fois montée, l'éprouvette a été cyclée avec un rapport de charge de  $R_F = -1$  pour trois valeurs de force maximale (19kN, 21kN, 28kN) puis avec un rapport de charge  $R_F = 0.1$  pour une force maximale de 28kN. Chacun des chargements à  $R_F = -1$  a été appliqué durant 1000 cycles, le chargement à  $R_F = 0.1$  à été appliqué jusqu'à rupture. La fréquence de sollicitation est de 10HZ.

En analysant l'essai à rapport de charge  $R_F = -1$  à  $F_{max}=21kN$  (les autres cas de chargement présentent les mêmes conclusions), nous constatons que :



- les efforts injectés (mesurés en interne par la machine) sont conformes à la consigne. La différence de forces entre deux vérins d'un même axe de sollicitation est inférieure à 2.5%, l'équibiaxialité est donc bien respectée (fig. 2.17 gauche).
- les variations de déformations (suivant les axes de sollicitation de l'éprouvette) sont illustrées sur la figure 2.17 de droite. Nous constatons une bonne cohérence entre chargement appliqué et déformations mesurées par jauges. Toutefois, le rapport de déformations expérimental n'est pas égal à  $-1$  mais varie ici de  $-0.55$  à  $1.73$  (suivant la face et la direction observée). Ceci peut s'expliquer par la légère flexion engendrée au montage et la géométrie de l'éprouvette qui répartit les forces de manière complexe. De même, nous observons une différence non négligeable (de l'ordre de 15%) entre les amplitudes de déformations mesurées sur les deux faces de l'éprouvette. Ceci s'explique par la flexion de l'éprouvette qui a tendance à "tendre" une face, et à "comprimer" l'autre. Même si des précautions de montage ont été prises (alignement des vérins, planéité des mors avec niveau à bulle mécanique) il conviendra pour les essais futurs de bien quantifier les états de sollicitations des deux faces, et non pas d'une seule face comme dans la présente étude. Un dispositif "lourd" pourrait toutefois permettre d'éviter ou de contrôler la flexion de l'éprouvette : réaliser le montage sur éprouvette équipée de rosette, puis une fois serrée, réaliser le mouchetis utile à la corrélation d'images dans la machine [Doudard *et al.*, 2005].

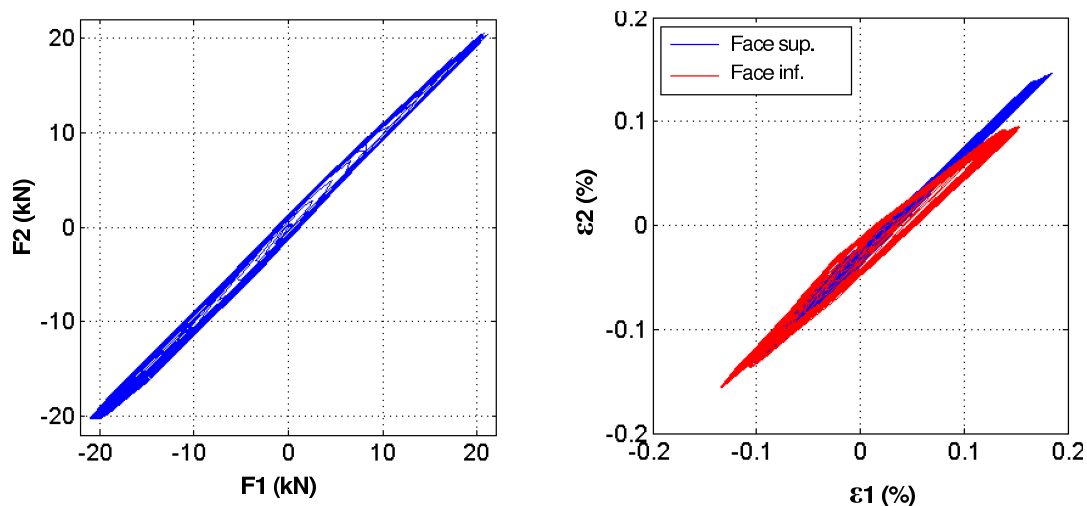


FIGURE 2.17: Efforts et déformations mesurés sur l'essai instrumenté de rosettes.

La pertinence des prises d'images est vérifiée via un chargement (sur une autre éprouvette que celle présentée précédemment) pour lequel nous avons appliqué une sollicitation à faible fréquence (0.055Hz) durant quelques cycles. De ce fait, nous avons pu prendre des images avec deux moyens d'observations : l'appareil Canon EOS 350D, la caméra Pixelfly. Les deux appareils ont été réglés pour prendre des images aux mêmes instants (20 images pour décrire un cycle), et le système de prisme a été utilisé afin que les

images soient prises sur la même zone et sans biais des faisceaux optiques. Par la suite, la corrélation d'images a été effectuée sur la même zone de  $3\text{mm} \times 3\text{mm}^2$  (la pertinence des résultats obtenus par corrélation d'images n'est pas remise en cause ici, il s'agit simplement de valider les modes de prise d'images). Il ressort de cette analyse (fig. 2.18), que les amplitudes de déformations mesurées par les deux appareils sont identiques. De plus, le chargement ainsi réalisé est similaire à un des chargements réalisé sur l'éprouvette munie de rosettes (sur laquelle aucune corrélation d'image n'a pu être faite compte tenu de la présence des rosettes), et il s'avère que les amplitudes de déformations sont identiques là encore (incertitude de mesure inférieure à  $10^{-5}$ ). Les phases de montage, d'essai et de mesures sont donc validées.

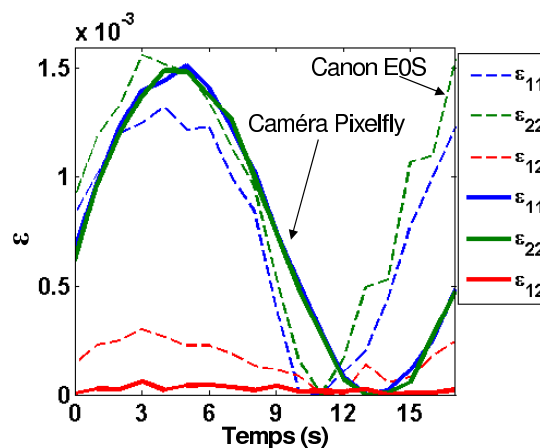


FIGURE 2.18: Validation des mesures d'amplitudes de déformations par l'appareil photographique et par la caméra Pixelfly (acquisition stroboscopique).

La section suivante explicite concrètement un essai avec utilisation de ces moyens de mesure.

### 3 Présentation, description d'un essai biaxial sur 304L et sur alliage de titane

#### 3.1 Préparation d'essai

La mise en température de la machine est effectuée en actionnant à vide les vérins durant plusieurs dizaines de minutes. Ensuite, l'éprouvette (sur laquelle un mouchetis a été appliqué pour la corrélation d'images) est mise en place en mode déplacement ("Modal Déplacement"). Une fois l'éprouvette positionnée avec les vis, le serrage d'icelles s'effectue en mode force ("Modal Force" consigne 0kN), le serrage pouvant en effet conduire à des efforts de traction de quelques kN (notons que le passage "Modal Déplacement" →

”Modal Force” s’effectue de façon automatique et sans à-coup avec la nouvelle électronique). L’éprouvette étant en position définitive, le réglage des appareils de mesure est effectué et les photos initiales (éprouvette vierge et chargement nul) sont prises.

### 3.2 Durant l’essai

Le programme de pilotage (Labview pour l’ancienne électronique, WaveMatrix pour la nouvelle électronique) est alors lancé. Celui-ci déclenchant automatiquement les prises de vue, l’expérimentateur n’a qu’à surveiller le bon déroulement de l’essai (i.e. non surchauffe des groupes hydrauliques, bon déclenchement des prises de vue, etc). Des analyses de corrélation d’images sont effectuées au cours de l’essai afin d’essayer d’anticiper l’amorçage de la fissure et ainsi pouvoir raffiner la prise d’images au moment de cet amorçage.

### 3.3 Dépouillement d’un essai sur 304L CLI (Essai H)

Ce matériau ayant un comportement élasto-visco-plastique à température ambiante, les déformations plastiques s’étant révélées être importantes, la fréquence de sollicitation est fixée à 10Hz afin de ne pas trop avoir d’élévation de la température en zone centrale (la température dans l’espace confiné de la zone d’essais a été mesurée à environ 30C, et la température de l’éprouvette sollicitée, mesurée par thermomètre infrarouge à 39C pour un essais à rapport de charge 0.1).

L’essai analysé ici est effectué dans le plan horizontal, avec la nouvelle électronique. Les appareils de mesure sont : la caméra pixelfly (acquisition stroboscopique), un appareil photo Canon EOS350D (déformations permanentes) et un microscope longue distance (MLD) doté d’un appareil photo Canon 40D braqué sur la face dépourvue de mouchetis. De fait, le système de prisme est mis en place pour le Canon 350D et la Pixelfly (fig. 2.19). Les zones observées par les différents appareils sont présentées figure 2.20 : l’appareil Canon 350D observe une vue globale incluant toute la zone affinée ainsi que les rayons de raccordement, la caméra Pixelfly observe la même face, mais est focalisée sur une petite zone centrale. Sur la face opposée (sans mouchetis), le microscope longue distance permet une observation fine de la zone centrale (on constate la présence de stries d’usinages).

Les caractéristiques de cet essai sont indiquées dans le tableau 2.21. Y sont mentionnés les efforts maximum et minimum de chacun des quatre vérins (vérins 1 et 2 suivant chacun des deux axes), les rapports de charge expérimentaux correspondants.

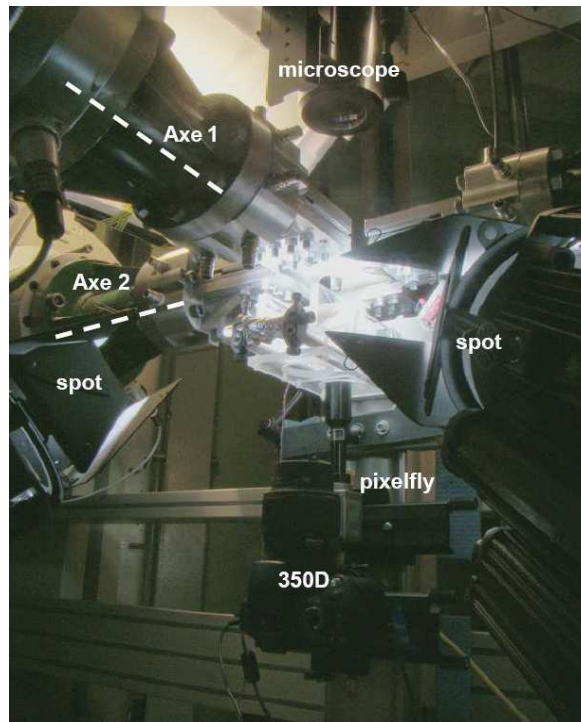


FIGURE 2.19: Montage expérimental essai biaxial 304L CLI.

Axe	Force vérin1 [kN]	Force vérin2 [kN]
[1] max	31.5	30.5
[1] min	1.8	2.6
[2] max	31.4	30.6
[2] min	2.2	2.8
$R_F$ vertical	0.06	0.08
$R_F$ horizontal	0.07	0.09
T=40C	f=10Hz	non rompu

FIGURE 2.21: Conditions d'essai sur 304L (equibiaxial  $R_F = 0.1$  en phase, essai H)

Ce chargement est appliqué durant  $10^6$  cycles sans qu'il y ait rupture.

**Déformations permanentes** – Les déformations permanentes au cours de l'essai sont évaluées par prises d'images ponctuelles espacées de quelques milliers de cycles à charge nulle (fig. 2.22). Nous constatons une déformation résiduelle non nulle, qui évolue durant le premier 1/5 de l'essai, puis semble se stabiliser et augmenter très peu par la suite. Cette déformation résiduelle est quasi identique suivant les deux directions de sollicitation.

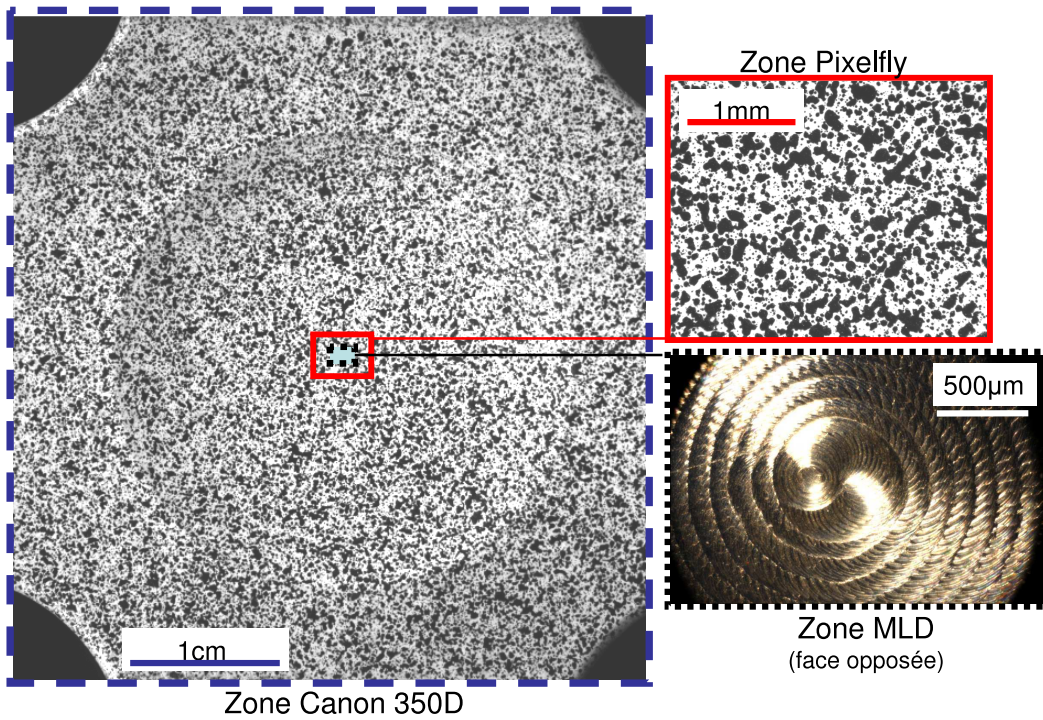


FIGURE 2.20: Différentes zones observées in situ par les appareils optiques.

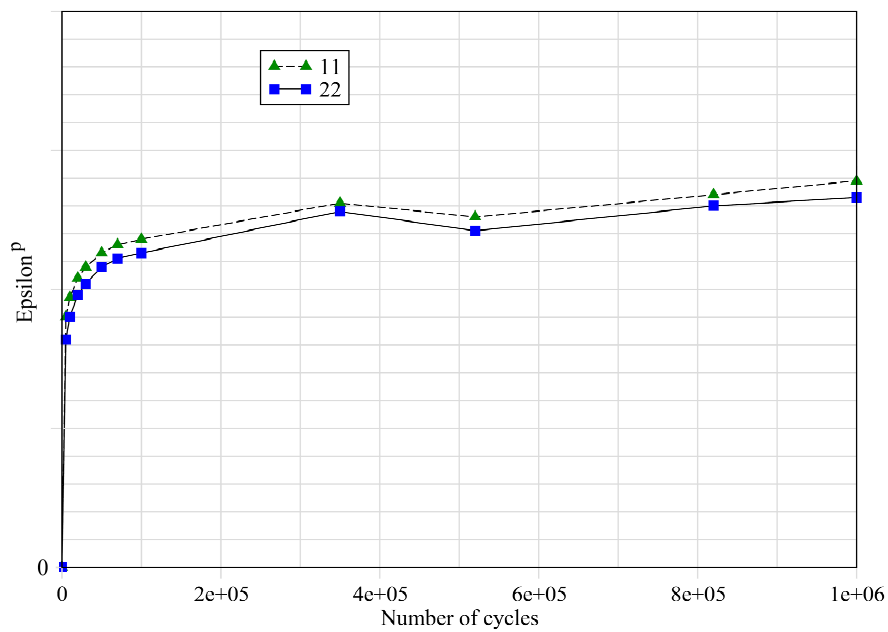
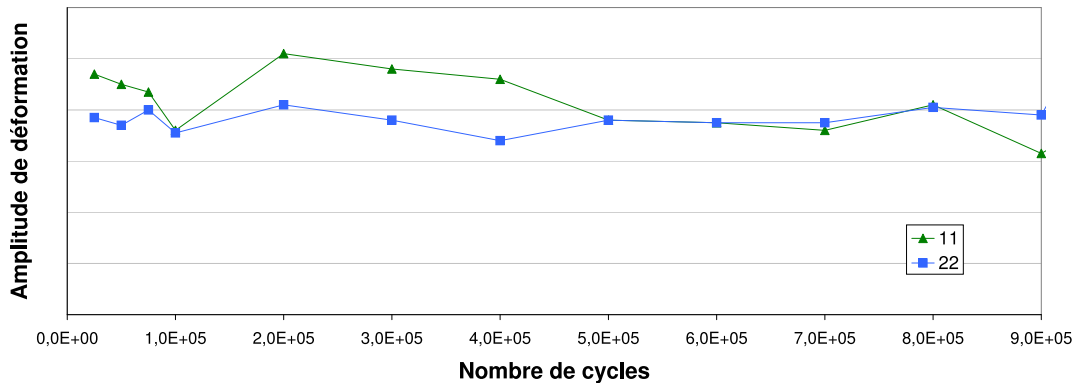


FIGURE 2.22: Déformations permanentes 304L, essai H

**Amplitudes des déformations** – Elles sont mesurées tout au long de l'essai, durant les sollicitations à 10Hz via la technique stroboscopique. On y constate (fig. 2.23) que l'amplitude suivant la direction 22 reste quasi constante tout au long de ce premier chargement. L'amplitude de déformation suivant l'axe 11 semble un peu moins constante, diminuant légèrement tout au long de ce million de cycles.



**FIGURE 2.23:** Amplitudes de déformations durant la première partie de chargement 304L, essai H

Au bout de  $10^6$  cycles l'essai a été arrêté du fait du non amorçage. L'éprouvette a été observée au MEB de laboratoire, et il n'a été observé aucune fissure dans la zone utile, ni aucun effet du chargement (peau d'orange par exemple). Bien que l'éprouvette n'ait présenté aucun signe visible de fatigue après ces  $10^6$  cycles, nous ne pouvons rien dire quant à l'évolution interne de la structure (on pense ici notamment au durcissement secondaire affectant ce matériau aux faibles amplitudes de chargement que nous aurions pu toutefois quantifier via mesure magnétique). Par la suite, l'éprouvette a été rechargée avec les conditions données tableau 2.24.

Axe	Force vérin1 [kN]	Force vérin2 [kN]
(1) max	38.1	38.1
(1) min	3.8	3.8
(2) max	38.1	38.1
(2) min	3.8	3.8
$R_F$ (11)	0.1	0.1
$R_F$ (22)	0.1	0.1
T=40C	f=10Hz	N=[105000, 115000]

**FIGURE 2.24:** Conditions d'essai 304L, essai H (suite)

**Déformations permanentes** – Comme précédemment, les déformations permanentes ont été mesurées et sont présentées fig. 2.25. Nous constatons tout d'abord que nous re-

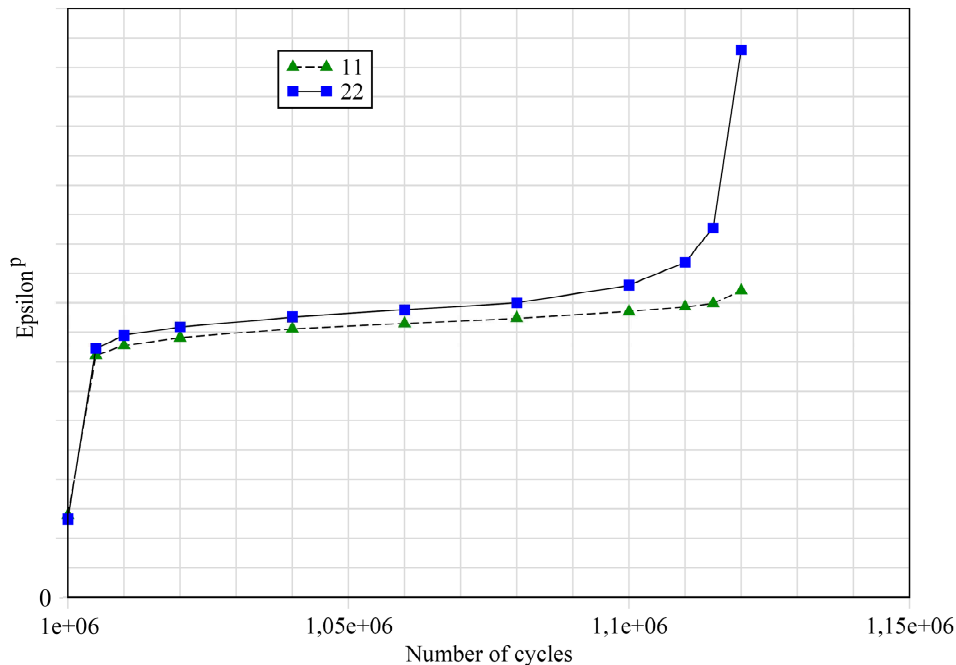


FIGURE 2.25: Déformations permanentes 304L, essai H suite

partons d'une valeur de déformation permanente non nulle, logiquement égale aux valeurs obtenues en fin du premier chargement. Nous observons aussi, une bonne symétrie entre les deux axes (hormis sur la fin de l'essai). Les valeurs de ces déformations augmentent très rapidement (de plusieurs pourcents) au cours des 10000 premiers cycles. Par la suite, l'évolution est très faible avant de réaugmenter fortement sur la fin de l'essai lors de l'amorçage. Nous pouvons alors, au vue de cette élévation des déformations résiduelles suivant l'axe 2, estimer l'amorçage à environ 100000 cycles (la corrélation d'images dédiée à cette mesure sera plus précise).

La figure 2.26 illustre l'évolution des déformations résiduelles lors des deux phases de chargement. L'influence de l'augmentation du chargement à  $10^6$  cycles est nettement visible.

**Amplitudes des déformations** – Tout comme précédemment, les amplitudes des déformations sont évaluées par corrélation d'images (toujours sur la zone centrale). On observe d'emblée le caractère bruité des résultats (fig. 2.27). Outre le fait que la valeur des amplitudes n'est pas stabilisée, on constate que la valeur est maximale tantôt suivant une direction, tantôt suivant l'autre. Si l'on observe la cinétique d'amorçage de cette éprouvette (exposée par la suite fig. 2.28), nous pouvons voir une première fissure à 50000 cycles lors de ce second chargement (soit 1050000 cycles totaux). Du fait que la corrélation est

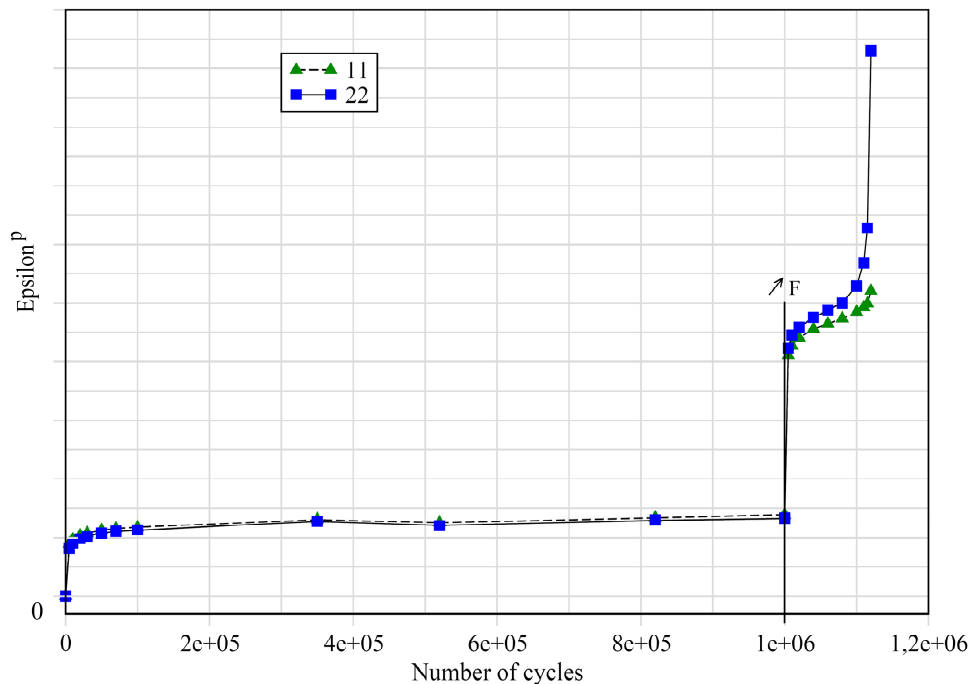


FIGURE 2.26: Déformations permanentes 304L, essai H

effectuée sur la zone centrale où apparaît cette fissure, l'analyse en est forcément affectée. On constate d'ailleurs que l'évolution des amplitudes des déformations devient très chahutée à partir de ce moment. C'est donc l'apparition d'une fissure (qui ne se propagera pas) qui perturbe l'analyse d'images. L'inversion entre les deux directions constatée en début de cyclage peut s'expliquer par l'effet de rochet ayant lieu durant les premiers cycles de ce chargement élevé. Il semble au final raisonnable de dire que les amplitudes subies par l'éprouvette correspondent aux deux points analysés aux alentours des 20000 cycles (après rochet, et avant amorçage d'une fissure). L'incertitude des mesures est évaluée à  $2.10^{-5}$ , c'est à dire bien plus faible que les valeurs de déformations mesurées ici. Le caractère même bruité des mesures reflète donc bien le comportement du matériau.

**Observation de l'amorçage** – Des clichés de la zone centrale sont pris au cours de l'essai (à charge nulle) avec un microscope longue distance (MLD) et permettent d'observer les conditions d'amorçage et de propagation de fissure. Les photos (fig. 2.28) illustrent ceci.

Plusieurs choses sont à noter sur cette série d'images :

- nous constatons d'abord que l'état de surface initial comporte de nombreuses stries d'usinage (le choix a été fait de garder la surface brute d'usinage). La photo 0 correspond à l'état vierge de l'éprouvette avant tout cyclage, l'état de surface après les  $10^6$  cycles de la première série de chargement étant identique. On y constate



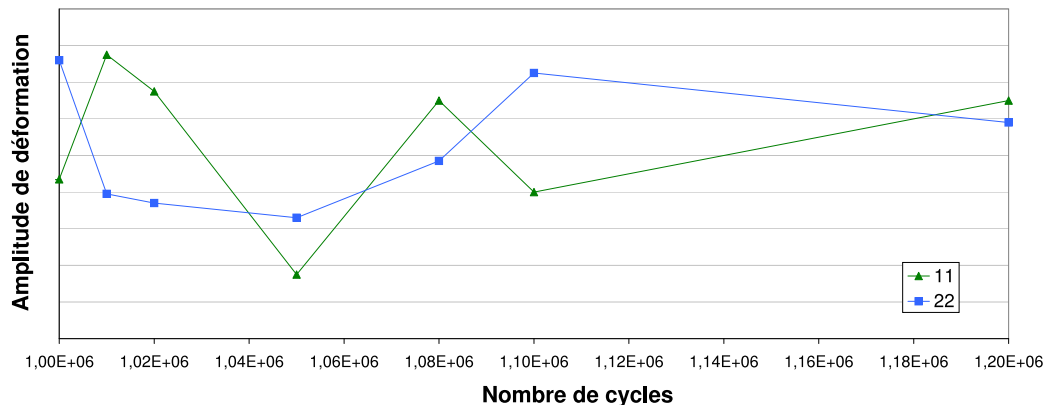
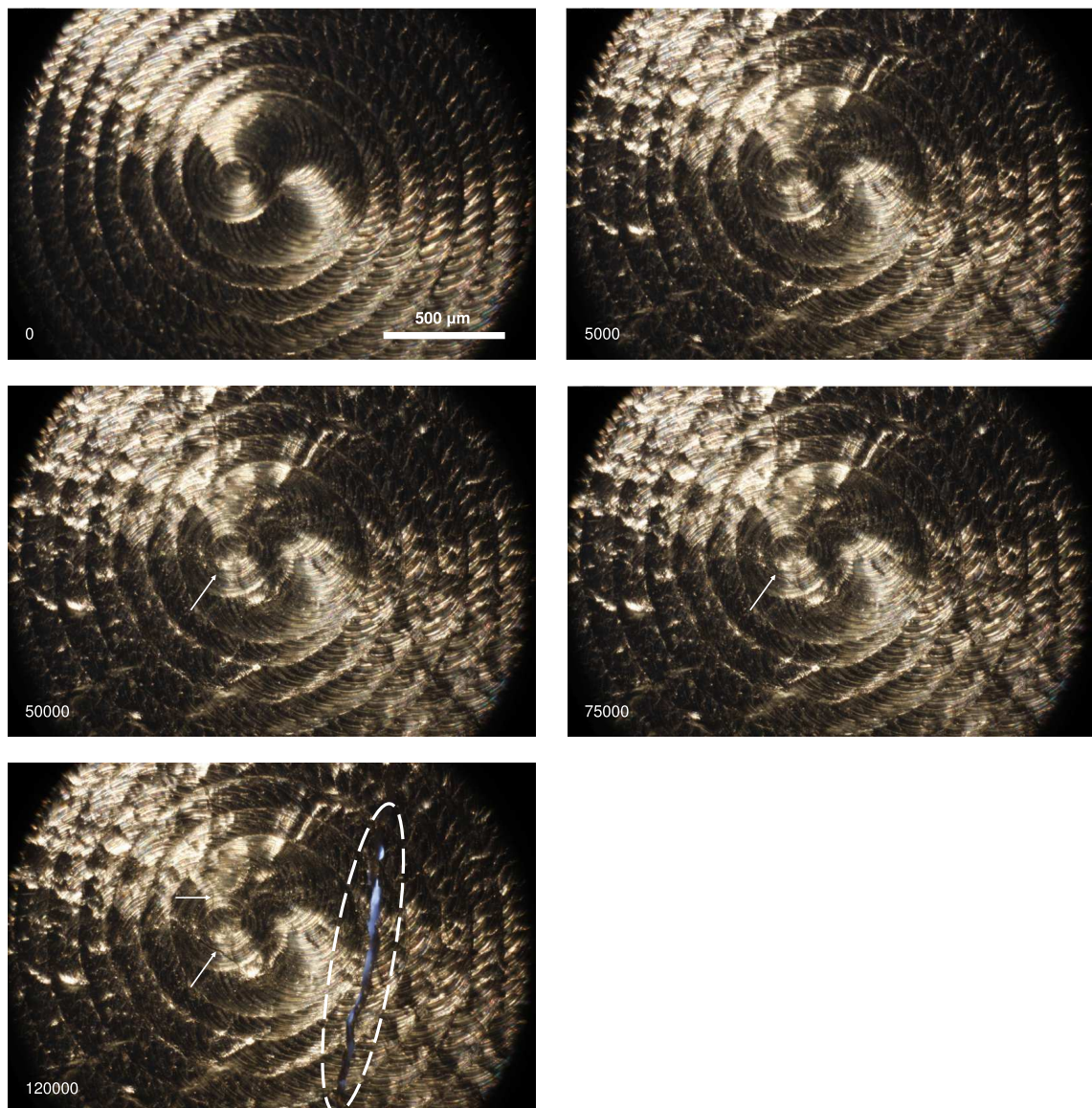


FIGURE 2.27: Amplitudes de déformations durant la seconde partie de chargement 304L, essai H suite

une forme en "coquille d'escargot" correspondant aux cercles réalisés par la fraise utilisée pour l'usinage : une rotation de la fraise sur elle même engendrant des petites stries, et le déplacement de la fraise vers le centre de la zone utile produisant les grandes stries. Cet état de surface n'est pas anodin lorsque l'on s'intéresse à l'amorçage de fissure en fatigue sur acier inoxydable 304L puisque la limite de fatigue chute lorsque la rugosité est sévère, et augmente par exemple sur éprouvettes polies ou meulées précrouies [Petitjean, 2003, Lehericy, 2007]. L'état de surface est le même pour toutes les éprouvettes en 304L testées dans cette étude et se caractérise par une rugosité définie par des  $R_a$  et  $R_t$  de 1,1 et 9,0 micromètres. Ceci est proche d'un état de surface tourné, se situant entre un état meulé et un état poli. De fait, en se basant sur les travaux précédemment cités, relatifs à l'étude de l'état de surface en fatigue pour ce matériau, nous pouvons dire que l'état de surface des éprouvettes biaxiales a faiblement influencé le nombre de cycles à amorçage, mais a contribué à perturber la propagation des fissures, celles-ci suivant les stries d'usinages.

- sur le cliché à 5000 cycles du second chargement, nous constatons un fort effet de peau d'orange de la surface. Ceci est à mettre en lien avec la forte valeur de déformation plastique résiduelle de cette zone (plusieurs pourcents).
- aux alentours du cycle 50000, nous observons la présence d'une fissure (repérée par une flèche blanche) proche du centre, et suivant une strie. La taille de cette fissure est d'environ 0,2mm.
- au cycle 120000 après ouverture de la fissure principale, nous constatons que la fissure précédemment signalée s'est ouverte et propagée (environ 0,5mm) mais n'est pas celle ayant menée à la ruine de l'éprouvette. Aucune micro-fissure n'a été observée pour expliquer la fissure macroscopique d'environ 2mm (rappelons qu'une



**FIGURE 2.28:** Multi-amorçage sous sollicitation equibiaxiale sur acier inoxydable austénitique 304L (seconde partie de chargement, efforts perpendiculaires aux bords des images).

seule face est observée et que celle ci peut très bien s'être amorcée sur l'autre face). Nous observons une autre petite fissure (repérée également par une flèche) qui semble s'être amorcée vers le cycles 100000.

Pour synthétiser cette observation de l'amorçage, nous constatons l'apparition d'une microfissure très tôt au cours de l'essai (0,2mm au cycle 35000). Celle ci suit d'abord les stries

d'usinage, se développe (0,5mm au cycle 75000), puis bifurque pour prendre une direction verticale (sur la photo). Toutefois, une autre fissure, dont l'amorçage n'a pas été observé, mène à la ruine (2mm au cycle 120000). Une troisième micro-fissure s'est également développée dans la direction verticale.

En observant ces multiples amorçages, nous pouvons dire que deux micro-fissures se sont amorcées en périphérie du cercle central correspondant au dernier mouvement de la fraise. De même, la macro-fissure semble s'être amorcée (ou tout du moins passe) par une strie correspondant au passage de la fraise. Il est donc évident que les conditions d'usinage jouent un rôle important dans la propagation de ces fissures. Il convient toutefois de nuancer ces propos par le fait que seule une face de l'éprouvette est observée dans ces conditions.

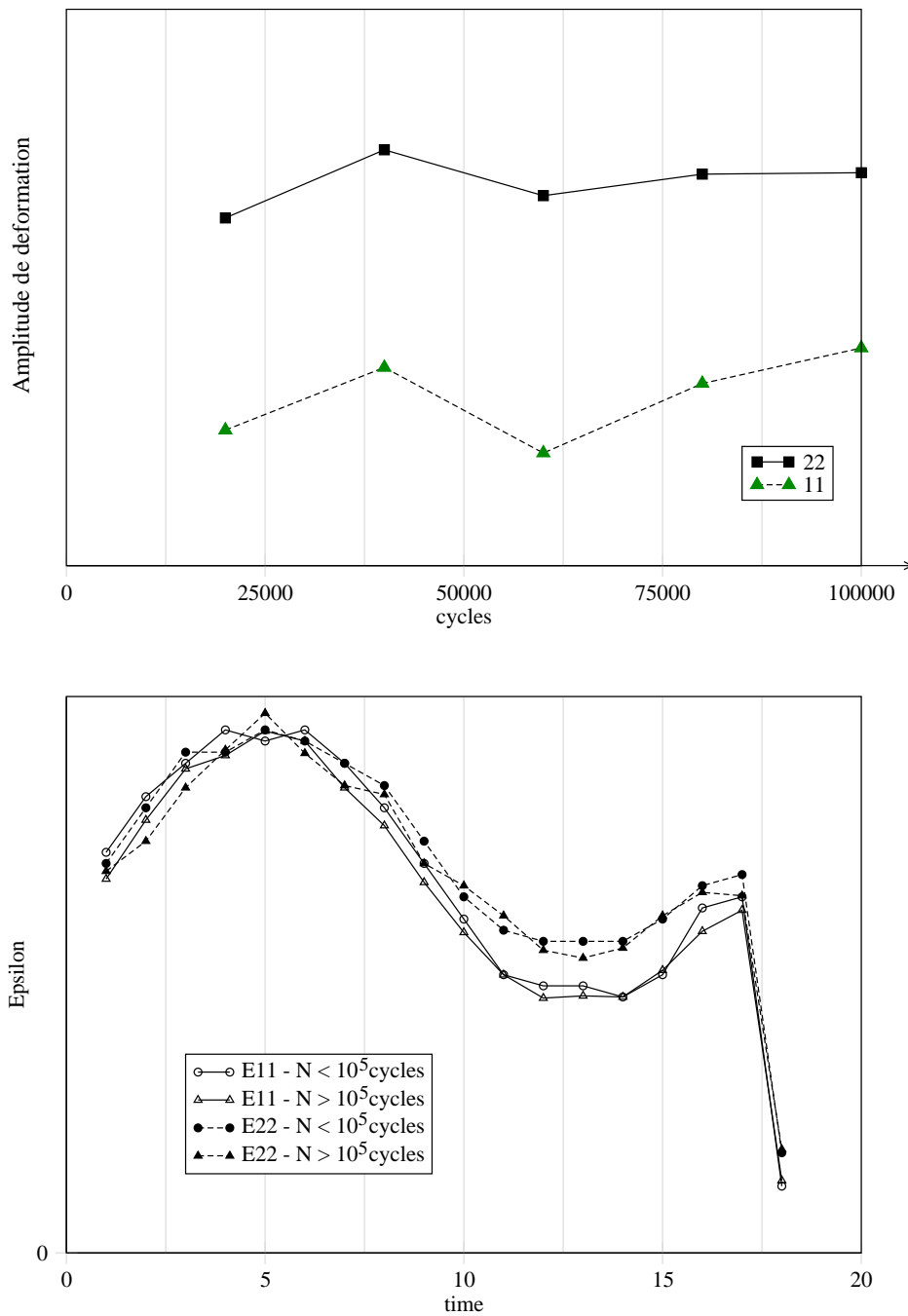
### 3.4 Dépouillement d'un essai sur alliage de titane (Essai B)

Ce matériau ayant un comportement quasi-élastique pour les plages de sollicitations appliquées, une fréquence de 20Hz est choisie, à température ambiante (avec l'ancienne électronique d'ASTREE). Le dispositif expérimental de mesure est composé d'un unique appareil Canon350D avec lequel nous effectuons des prises d'images "cycle lent" (de période 18s). L'essai présenté ici est un essai equibiaxial en phase, pour lequel le nombre de cycles à rupture est supérieur à  $10^5$  cycles.

La rupture de l'éprouvette est arrivée de manière brutale, aucun amorçage net n'a pu être détecté (l'acquisition des images se faisant tous les 10000 cycles, l'amorçage a pu être très rapide et de fait non photographié). Des séries de 10000 cycles étaient effectuées en les chronométrant (pas de compteur de cycles sur ancienne électronique), nous pouvons donc estimer la fraction de bloc effectuée à la rupture. On peut estimer à  $\pm 1000$  l'erreur faite sur le nombre de cycles à rupture donné ici.

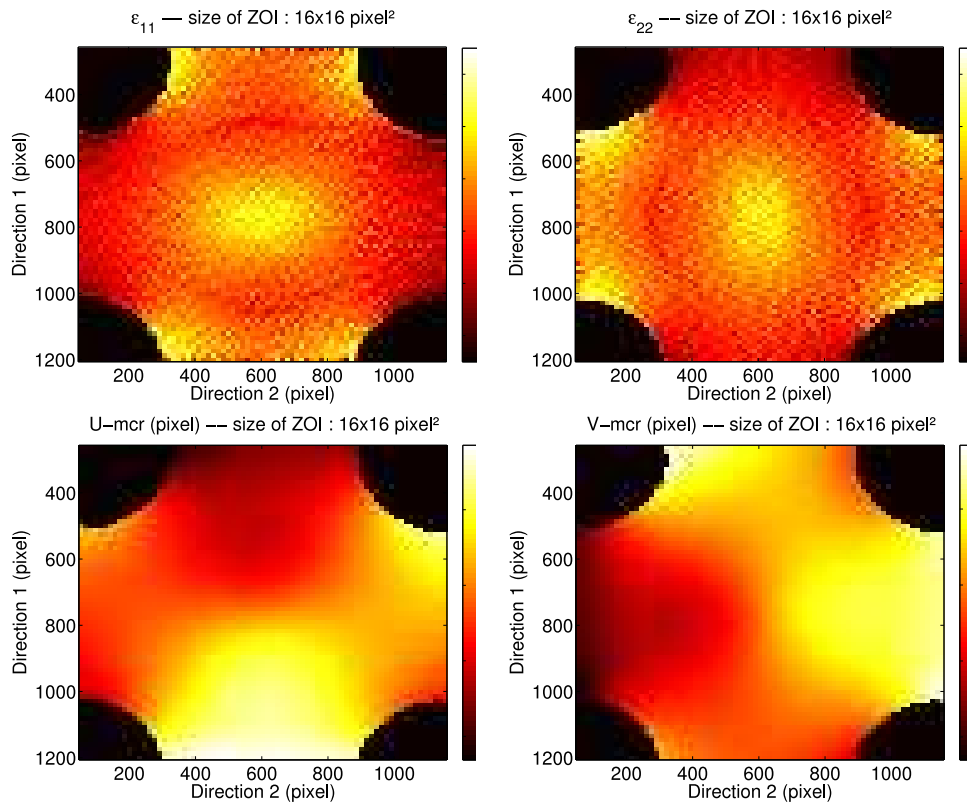
Les cycles d'acquisition lents, ainsi que des prises de vue à charge nulle permettent de déterminer les amplitudes de déformations vues au centre de l'éprouvette, et les déformations permanentes. En ce qui concerne les déformations permanentes, celles-ci sont nulles pour cet essai. Les variations de déformations au cours d'un cycle de chargement sont présentées fig 2.29 a un cycle  $N < 10^5$  cycles, et à un cycle proche de l'amorçage (au delà des  $10^5$  cycles). Nous constatons la qualité de la mesure, ainsi que la répétabilité du cycle de chargement au cours de l'essai. Nous observons également une différence d'amplitude de déformation entre les deux directions de chargement. La direction 1 présente un rapport de chargement légèrement plus faible que la direction 2. La figure 2.30 illustre les champs de déformations et de déplacements sur toute la géométrie de la structure. Pour les déformations, nous constatons la localisation de celles ci en zone centrale et moins en zone de raccord. Pour les déplacements (les mouvements de corps rigides sont éliminés dans la représentation), nous observons la bonne symétrie des champs.

Des analyses MEB sur éprouvette post-mortem ont été effectuées. Nous observons en zone centrale, un réseau de micro-fissures de part et d'autre de la macro-fissure principale.



**FIGURE 2.29:** Évolution des amplitudes de déformation pour les 100000 premiers cycles - Allure des amplitudes pour 2 cycles particuliers.

Ces micro-fissures sont en grande majorité dirigées dans la même direction, et sont nor-



**FIGURE 2.30:** Champs de déformations (haut), de déplacements (bas) horizontaux et verticaux à charge maximum 70kN.

males à la direction d'une des deux sollicitations. Comme indiqué plus haut, cet essai était voulu equibiaxial en phase, mais nous avons pu constater une amplitude de déformation légèrement supérieure dans une des deux directions<sup>2</sup>. Les micro-fissures sont normales à cette direction. La taille de ces micro-fissures est ici assez variable, pouvant aller d'une dizaine à plusieurs centaines de microns (la taille de grain étant d'environ 30 microns).

2. la nouvelle électronique d'ASTREE permet une meilleure précision quant à l'application d'un état equibiaxial.

## 4 Synthèse des résultats de la campagne expérimentale biaxiale

### 4.1 Acier 304L CLI

**Résultats et discussions** Dix essais de fatigue biaxiale ont été réalisés sur acier 304L CLI. Contrairement aux essais menés sur alliage de titane, une seule géométrie a été utilisée (géométrie 3 de caractéristiques 5mm en zone courante, 1mm en zone centrale (Annexe C)). Les différentes conditions d'essais en termes d'efforts appliqués et de rapports de charge expérimentaux sont indiqués de manière chronologique dans le tableau (2.31).

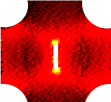
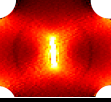
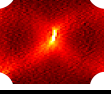
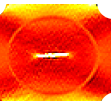
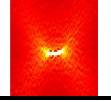
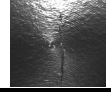
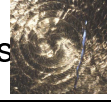
Essai	Géo.	F1 <sub>max</sub> (kN)	R <sub>F1</sub>	F2 <sub>max</sub> (kN)	R <sub>F2</sub>	N <sub>R exp</sub>
A 	géo3	37.5	0.11	38.1	0.11	120000 - 125000
B 	géo3	37.7	0.11	36.9	0.11	80000 - 83000
C 	géo3	30.0	0.08	30.2	0.06	465000 - 470000
D	géo3	27.4	0.15	28.6	0.13	1.5 10 <sup>6</sup> nr
Dbis	-	51.0	0.12	5.21	0.1	immédiat
E 	géo3	38.6	0.14	39.5	0.97	50000 - 55000
F 	géo3	38.0	0.1	19.3	0.97	60000 - 65000
G 	géo3	38.0	0.1	0.0	1.0	275000 - 280000
H	géo3	31.0	0.07	31.0	0.08	10 <sup>6</sup> nr
Hbis 	-	38.0	0.1	38.0	0.1	105000-115000
I	géo3	19.0	-1.0	18.5	-1.0	10 <sup>6</sup> nr
Ibis	-	21.0	-1.0	21.0	-1.0	10 <sup>6</sup> nr
Iter	-	25.0	-1.0	25.0	-1.0	Hors Zone Utile

FIGURE 2.31: Conditions expérimentales des essais biaxiaux sur acier 304L

Nous constatons que plusieurs essais ont été arrêtés à 10<sup>6</sup> cycles (ou au delà, essais alors notés *nr* pour non rupture), aucun amorçage n'ayant été détecté au cours de l'essai

par corrélation d'images. Les éprouvettes ainsi concernées ont été démontées puis analysées au microscope en laboratoire. A chaque fois, aucune fissure microscopique n'était visible. De fait, les éprouvettes ont été sollicitées de nouveau pour les essais numérotés "bis" (voire "ter"). Nous gardons quand même à l'esprit que même si ces éprouvettes ne présentent pas de microfissure visible, elles ont subi plus d'un million de cycles. L'essai référencé *I* pour lequel nous avons "réutilisé" trois fois la même éprouvette, en incrémentant la force appliquée, doit être analysé dans cette optique. En effet, nous avons sollicité cette éprouvette durant  $2 \times 10^6$  cycles sans qu'il n'y ait de trace d'amorçage visible au MEB. Or nous savons que le comportement de cet acier est tel qu'il peut présenter un durcissement secondaire. Compte tenu que la zone centrale est la plus sollicitée (du fait de sa faible épaisseur), nous pouvons penser que les  $2 \times 10^6$  cycles ont conduit à un durcissement du matériau dans cette zone centrale. De fait, lors de la troisième hausse de chargement (*I ter*), les zones hors du disque central, qui auparavant étaient peu sollicitées (car le dimensionnement est fait pour solliciter au maximum la zone centrale), ont été les plus sollicitées lors de la phase "ter" du chargement du fait du durcissement du matériau en zone centrale. L'amorçage s'est réalisé hors zone centrale. L'essai *I ter* n'est donc pas exploitable dans une courbe de résistance à la fatigue.

Tout comme pour l'alliage de titane, les chiffres indiqués pour déterminer le nombre de cycles à rupture correspondent aux cycles encadrant l'observation d'une micro-fissure via la corrélation d'images.

Les essais biaxiaux sur acier 304L peuvent être classés en trois séries :

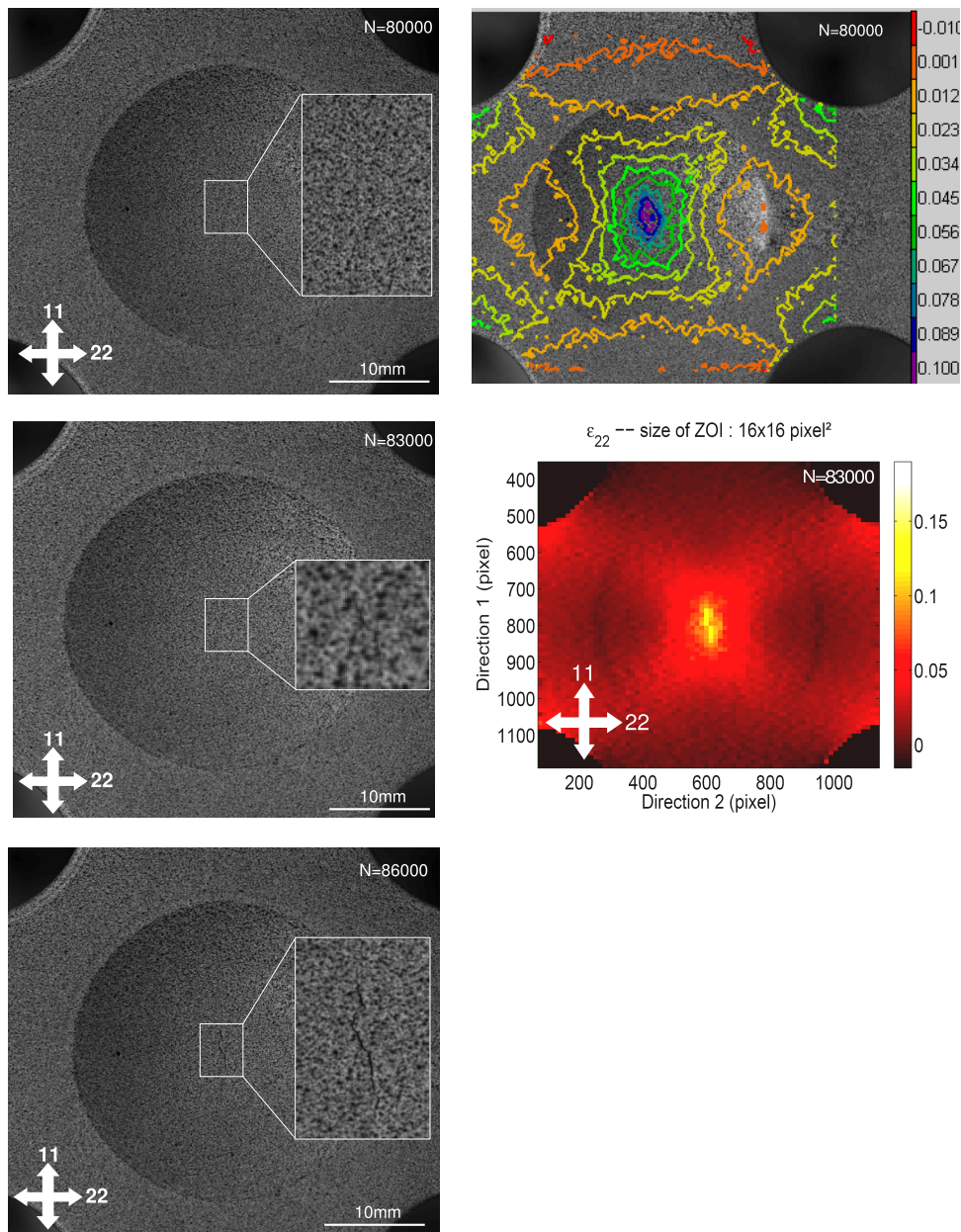
- Les essais A, B, C, D, D bis, H et H bis correspondent à des essais equibiaxiaux en phase, de même rapport de charge  $R_F = 0.1$ .
- Les essais E, F, G correspondent à des essais pour lesquels on applique la sollicitation suivante ( $F_{1Max} = 38.0kN, R_F = 0.1$ ) suivant un axe, la sollicitation orthogonale étant constante de force valant respectivement  $F_{2max} = F_{1Max}, F_{2max} = 0.5F_{1Max}$  et  $F_{2max} = 0$ .
- Les essais I et I bis correspondent à des essais equibiaxiaux en phase, de rapport de charge  $R_F = -1$ .

La base de données d'essais uniaxiaux sur 304L fournie par EDF contient des résultats d'essais réalisés en déformation imposée à rapport de déformation  $R_\epsilon = -1$  sans contrainte moyenne<sup>3</sup>. Il est alors possible de placer les points correspondant aux essais biaxiaux sur les courbes de fatigue uniaxiale (via le choix de représenter le chargement biaxial par la valeur de l'amplitude de déformation principale maximale) avec pour l'amplitude hors-plan, les bornes correspondant à un comportement purement élastique ou purement plastique. Concernant les valeurs correspondant aux nombres de cycles à rupture (ou plus justement, nombres de cycles à amorçage), ils sont en fait définis de manière différente pour les deux types d'essais. Pour les présents essais biaxiaux, l'amorçage est caractérisé par corrélation d'images. Le moment de l'amorçage est pris comme étant le moment où nous obtenons une forte augmentation de la déformation permanente au centre de l'éprouvette (de l'ordre de 5%). Du fait des prises d'images à intervalles réguliers de 5000 ou 10000

3. elle contient de plus des résultats d'essais réalisés à amplitude de déformation constante avec une contrainte moyenne de 60 MPa.

cycles en général, cet amorçage ne peut pas être obtenu de manière extrêmement précise (au cycle prêt) mais avec une précision de quelques milliers de cycles. Compte tenu de la zone observée, nous pouvons dire que le nombre de cycles à l'amorçage correspond à une longueur de fissure de l'ordre de 1mm (observé sur une seule face). Ainsi, pour un essai équibiaxial (l'essai B), nous observons, via la corrélation d'images, la présence en zone centrale d'un amorçage de fissure d'une taille d'environ 1mm, invisible à l'oeil nu (fig. 2.32). Au cycle 83000, l'analyse d'images montre clairement une fissure que l'on peut commencer à distinguer à l'oeil nu. En traçant l'évolution des déformations permanentes, nous observons bien que cet instant correspond à la brusque augmentation de la valeur de la déformation, donc à l'amorçage (fig.2.33). Nous pouvons observer sur ce graphique que le fait de tracer l'évolution des déformations résiduelles à charge nulle ou charge maximale a une très faible influence, négligeable en terme de caractérisation de l'amorçage. C'est pourquoi, pour des raisons de commodités expérimentales, toutes ces courbes sont tracées à charge nulle.





**FIGURE 2.32:** Amorçage via corrélation d'images. A gauche, observation de l'éprouvette à différents cycles. A droite, corrélation d'images (déformations suivant la direction 2), et détermination de l'amorçage pour l'essai B réalisé sur acier 304L.

En ce qui concerne les essais uniaxiaux, le nombre de cycles à rupture indiqué correspond au nombre de cycles correspondant à une diminution (ou augmentation) de 25% de la valeur de la contrainte extrapolée sur la courbe contrainte de traction - nombre de cycles. L'amorçage des essais biaxiaux réalisés dans cette étude est donc défini d'un point de vue local, tandis que pour les essais uniaxiaux, il est défini d'un point de vue global.

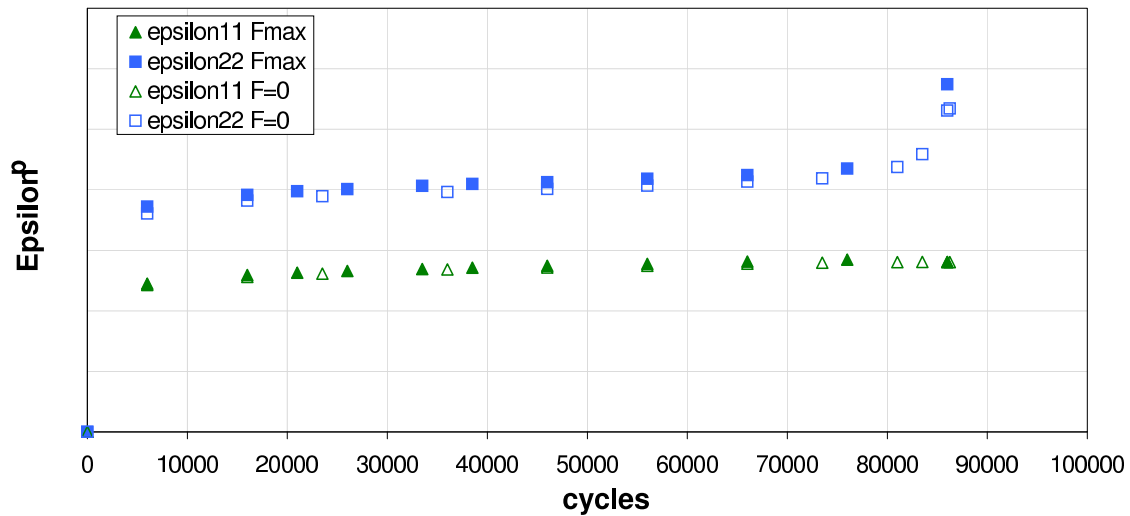


FIGURE 2.33: Évolution des déformations résiduelles calculées à charge maximale et nulle via corrélation d'images pour l'essai B réalisé sur acier 304L.

**Résultats des essais sous sollicitations à rapport de charge  $R_F = -1$**  – Deux essais biaxiaux à rapports de charge égal à  $-1$  ont été réalisés, aucun des deux n'ayant rompu à  $10^6$  cycles. Comparés aux essais uniaxiaux réalisés en déformation imposée à  $R_\epsilon = -1$ , nous observons que les deux essais biaxiaux se trouvent dans le nuage des points uniaxiaux (fig.2.34). Ceci tendrait à montrer que la biaxialité du chargement a peu d'influence sur la durée de vie. Toutefois, ceci est à nuancer par le fait que seuls deux essais biaxiaux à  $R_F = -1$  ont été réalisés, et qu'ils n'ont pas rompu. De plus, la barre d'erreur relative au comportement (hypothèse élastique ou plastique) encadre le nuage de points uniaxiaux, si bien que les points biaxiaux peuvent, selon la dispersion expérimentale, se trouver sous les points uniaxiaux, ou au-dessus.

**Résultats des essais sous sollicitations à rapport de charge  $R_F = 0.1$**  – Plusieurs essais biaxiaux à rapports de charge  $R_F = 0.1$  ont été réalisés. Ils sont placés sur un diagramme où figure la courbe synthétisant les résultats d'essais uniaxiaux à déformation imposée  $R_\epsilon = -1$  (avec contrainte moyenne nulle), et où figurent également les points correspondant aux résultats des essais réalisés à amplitude de déformation imposée et à contrainte moyenne positive de 60 MPa (fig.2.35). Nous observons pour les points uniaxiaux, que la contrainte moyenne a un effet néfaste sur la durée de vie. Cette observation est également faite pour les points biaxiaux si nous comparons les essais équi-biaxiaux à  $R_F = -1$  aux essais équi-biaxiaux à  $R_F = 0.1$  présentant de fait une contrainte moyenne (biaxiale) non connue.

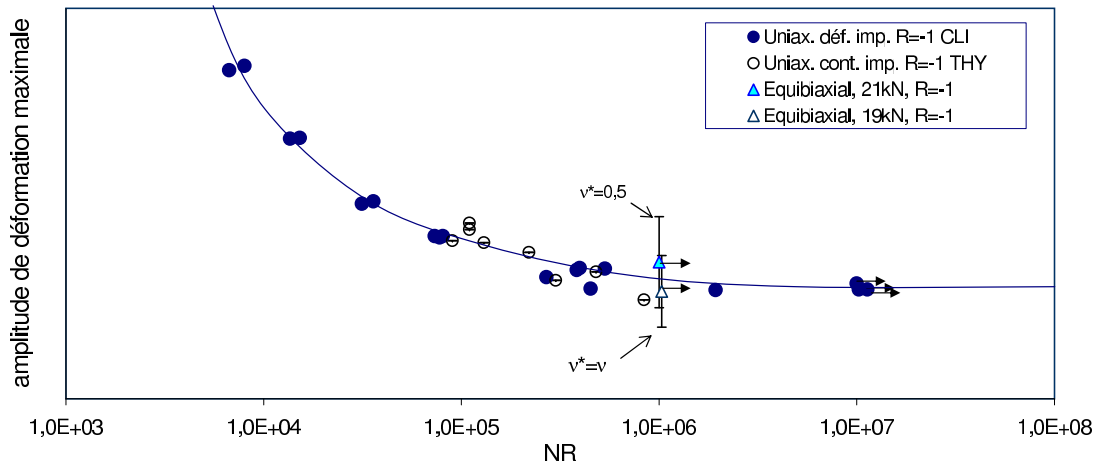


FIGURE 2.34: Essais de fatigue biaxiale 304L à  $R_F = -1$  (triangles)- Comparaison avec les essais uniaxiaux.

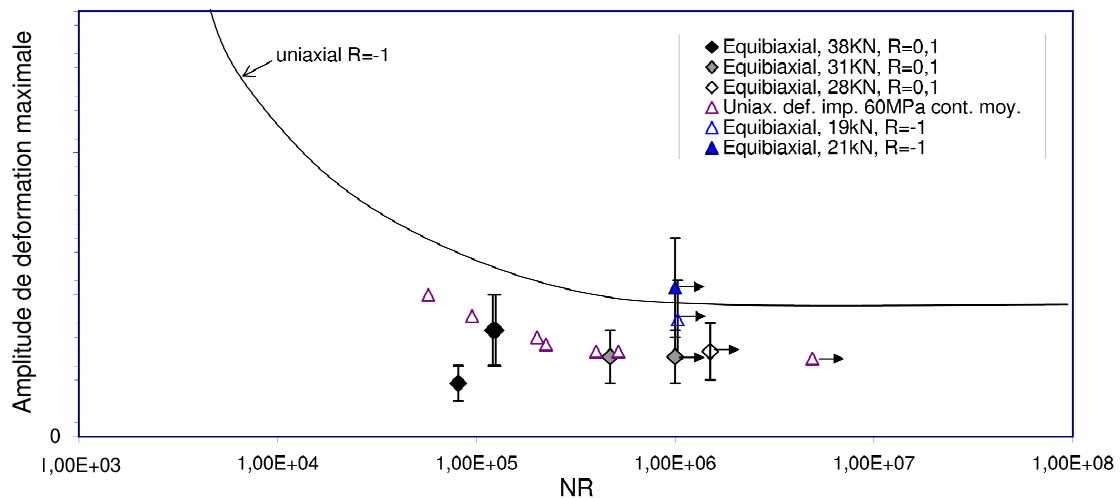


FIGURE 2.35: Essais de fatigue biaxiale 304L à  $R_F = 0,1$  (losanges) - Comparaison aux essais uniaxiaux avec et sans contrainte moyenne, comparaison aux essais biaxiaux à  $R_F = -1$ .

**Résultats de sollicitations avec chargement constant dans une direction** – Trois essais biaxiaux ont été réalisés avec une force constante dans une direction (latérale). Ce type de sollicitation est difficilement comparable avec des essais uniaxiaux, si ce n'est

le point biaxial avec une force constante nulle dans une direction, qui peut quasiment s'assimiler à un essai uniaxial (fig.2.36). On retrouve sans surprise une durée de vie plus importante pour le point biaxial sollicitée de façon uniaxiale (carré blanc). Les deux essais ayant subi une force latérale constante non nulle, sont quant à eux très proches l'un de l'autre. On peut donc dire que le passage de 19kN à 38kN n'a pas d'influence sur la durée de vie, tandis que le passage de 0kN à 19kN est néfaste pour la durée de vie. Ceci peut s'expliquer pour ce matériau par la présence de la martensite apparaissant à partir d'une certaine valeur de déformation, et ayant pour conséquence un durcissement du matériau. De plus, il est intéressant de remarquer que pour l'essai (E) avec force latérale constante maximale, les déformations plastiques sont maximales suivant la direction de sollicitation constante, et les amplitudes de déformations maximales suivant la direction de sollicitation cyclique. En revanche, pour les deux autres essais, les amplitudes de déformations et la déformation permanente sont maximales suivant l'axe de sollicitation cyclique.

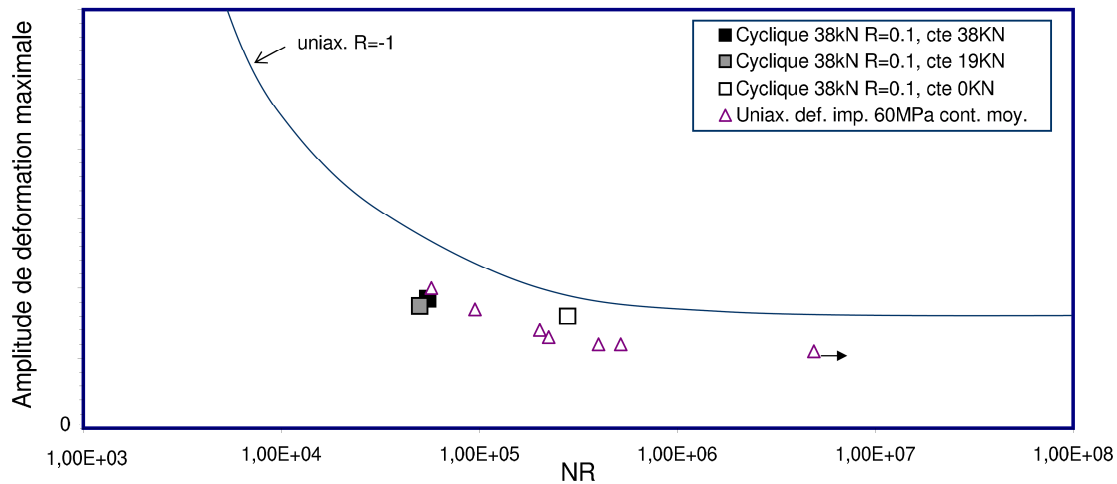


FIGURE 2.36: Essais de fatigue biaxiale 304L avec force constante dans une direction (carrés) - Comparaison avec les essais uniaxiaux avec et sans contrainte moyenne.

**Observations MEB** – Des analyses MEB sur éprouvettes post mortem ont été effectuées par M. Poncelet, post-doctorant CEA (Laboratoire LC2M).

Pour l'essai référencé B (équibiaxial en phase,  $R_F = 0.1$ ,  $F_{max} = 38kN$ ,  $N_R = 81000$ ), nous observons sur les clichés BSE (électrons rétro diffusés) la fissuration principale dans laquelle des stries de fatigue, d'un espacement de l'ordre de 1micron. Si l'on observe la zone proche de cette fissure, nous pouvons distinguer des fissures secondaires, peu nombreuses, majoritairement parallèles à la fissure principale, non traversantes.

Il est intéressant de comparer les précédentes observations à l'essai référencé D (équibiaxial en phase,  $R_F = 0.1$ ,  $F_{max}=28kN$ , non rupture ; puis  $F_{max}=50kN$  pour rupture

quasi immédiate). Cette fois-ci nous observons dans la zone proche de la fissure principale, des stries de l'ordre du micron ainsi qu'une fissuration secondaire non débouchante, sans stries. Dans une zone plus éloignée, on observe une multifissuration importante semblant être répartie de façon radiale et où certaines de ces fissures secondaires suivent les stries d'usinage. Compte tenu des observations faites sur le précédent essai, pour lequel une très faible fissuration secondaire était visible, il semble judicieux d'associer l'importante multifissuration de cet essai à l'augmentation du chargement à 50kN effectuée durant l'essai.

Enfin, l'essai référencé E (force cyclique dans une direction, constante dans l'autre) est analysé. Les deux faces de l'éprouvette sont observées. Nous y observons la fissure principale et quelques fissures secondaires, perpendiculaires à cette fissuration principale dont certaines suivent clairement les stries d'usinage.

## 4.2 Alliage de titane

**Résultats et discussions** – Neuf essais de fatigue biaxiale ont été réalisés sur ce matériau. Trois géométries d'éprouvette ont été successivement utilisées. Les conditions d'essais en terme d'efforts appliqués et de rapports de charge expérimentaux ont permis d'explorer des conditions de chargement différentes (equibiaxial, non equibiaxial, chargements en phase, hors phase).

La série d'essais ainsi définie avec l'industriel SNECMA est telle que chaque essai correspond à un type de sollicitation unique. Seuls deux essais ont les mêmes sollicitations (un défaut d'usinage en zone centrale de l'éprouvette C a engendré un amorçage précoce et non voulu). Les nombres de cycles à rupture expérimentaux indiqués sont parfois doubles :

- lorsque l'amorçage a eu lieu de manière lente, visible via corrélation d'images, deux nombres sont en effet indiqués. Les prises de vue étant effectuées tous les 5000 ou 10000 cycles, les deux valeurs correspondent à deux instants de prises de vue, la seconde valeur correspond à l'instant où une micro fissure est visible par la corrélation d'images tandis que rien n'était visible pour la prise d'image précédente.
- lorsqu'un seul nombre de cycles à rupture est donné, ceci signifie que la rupture d'éprouvette a eu lieu de manière très rapide sans détection de l'amorçage via l'analyse d'images. Les blocs de cycles étant chronométrés durant les essais, le nombre de cycles à rupture peut être estimé de manière fine. On peut juger que ces nombres annoncés sont précis à  $\pm 1000$  cycles près. Nous précisons ici que les essais A, B ont mené à un amorçage concomitant en zone centrale et en zone de raccord (sur l'éprouvette la plus fine). Même si ces essais vont être analysés et commentés par la suite, il convient de les considérer à part.

**Courbes de Wöhler.** Pour tous les essais, les dispositifs de mesure de déformations

permanentes et de mesure d'amplitudes des déformations étaient mis en place. De ce fait, nous pouvons appliquer les relations (2.5) et (2.6) pour déterminer l'amplitude de déformation maximale et reporter les points présentement obtenus dans un diagramme de Wöhler sur lequel sont rappelés également les points de fatigue uniaxiaux (fig.2.37). Nous observons, sur la figure du haut, la présence de barre d'erreur pour un seul essai (la valeur haute correspond à l'hypothèse de comportement purement plastique ( $\nu = 0.5$ ), et la valeur basse correspond à l'hypothèse d'un comportement purement élastique ( $\nu = 0.3$ )). Pour ce matériau, les mesures de déformations permanentes nous indiquent que, pour tous les essais, sauf pour l'essai *G* où une force latérale était maintenue constante, le matériau est resté élastique (pas de déformation permanente au cours des essais). De fait, l'amplitude de déformation est prise comme celle correspondant à un comportement élastique (sauf pour le point *G*), et nous obtenons le nouveau diagramme figure 2.37.

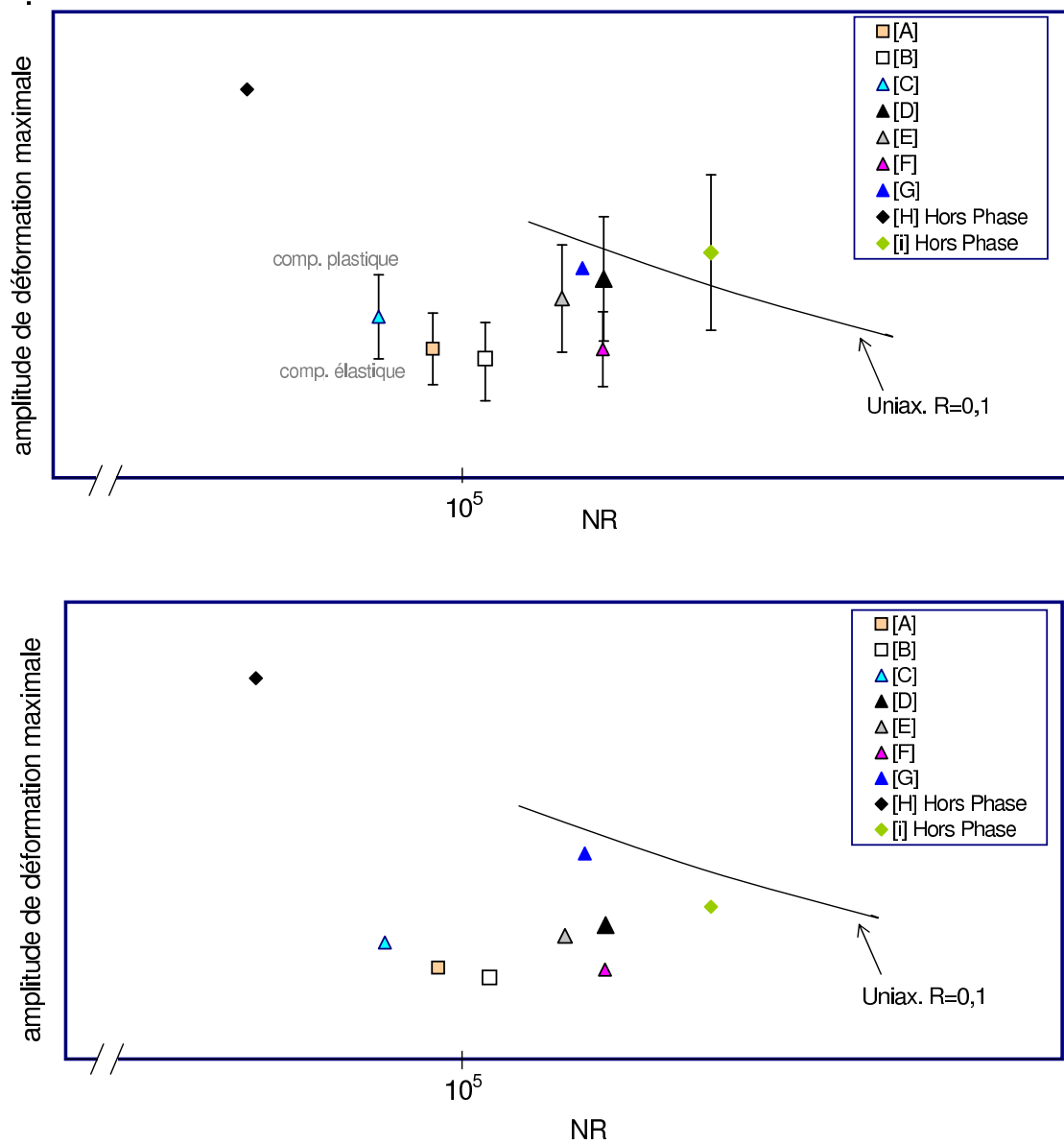
Compte tenu de la diversité des chargements explorés, il est difficile de comparer les données uniaxiales aux essais biaxiaux. De même, compte tenu des trois géométries utilisées, des différences de sollicitations, la comparaison des essais biaxiaux entre eux n'est pas évidente non plus. Ces comparaisons se feront au travers de la modélisation (et plus précisément du modèle à deux échelles) au chapitre suivant.

Quoi qu'il en soit, nous pouvons dire que :

- l'effet du hors phase sur le chargement (déphasage de 180 entre les deux axes) est nettement visible entre les essais *D* et *H*, un rapport 50 est constaté entre les deux durées de vie,
- si nous comparons l'essai *A* aux essais 1D réalisés à rapport de charge  $R_F=0.1$ , nous constatons un effet pénalisant de la multiaxialité (rapport environ 20). Toutefois, le rapport de charge en déformation réellement appliqué au centre de l'éprouvette n'est pas égal au rapport de charge des efforts imposés 0.1. Des rapports de charge en déformation expérimentaux de  $R_\epsilon \approx 0$  et  $R_\epsilon=0.1$  sont en effet mesurés par corrélation d'images.

Si nous calculons maintenant par simulations numériques les contraintes au centre de l'éprouvette, nous pouvons tracer le même genre de diagramme que précédemment, mais exprimé en amplitude de contrainte appliquée (fig.2.38). Les points expérimentaux uniaxiaux sont quant à eux exprimés en contrainte via l'hypothèse de comportement élastique. Comme précédemment, nous observons bien le caractère pénalisant d'un chargement hors-phase. Compte tenu de l'état de surface de l'éprouvette de l'essai *B*, il semble prématuré de conclure quant à un faible effet de la biaxialité du chargement sur la durée de vie par rapport à l'uniaxial.

Nous pouvons également placer dans un même graphique les amplitudes de déformations maximales des essais biaxiaux, obtenues expérimentalement par corrélation d'images, et obtenues par simulations numériques (figure 2.39). Nous constatons un écart significatif entre les amplitudes de déformations obtenues expérimentalement et numériquement pour les essais *A* et *B*. Pour les autres essais nous observons un bon accord. Cet écart



**FIGURE 2.37:** Résultats de fatigue biaxiale de l'alliage de titane, amplitudes de déformations obtenues expérimentalement par corrélation d'images. En haut : hypothèses de comportement élastique et plastique. En bas : comportement réel du matériau.

peut se justifier par plusieurs éléments. Tout d'abord, ces essais ont été effectués sur des géométries dont la zone centrale a été obtenue par une technique de fraisage boule ayant mené à un état de surface présentant de légères stries (les autres éprouvettes sont obtenues par tournage avec un meilleur état de surface). De plus, pour l'essai B, le montage expérimental a engendré un mouvement de corps rigide dans l'éprouvette. Les conditions

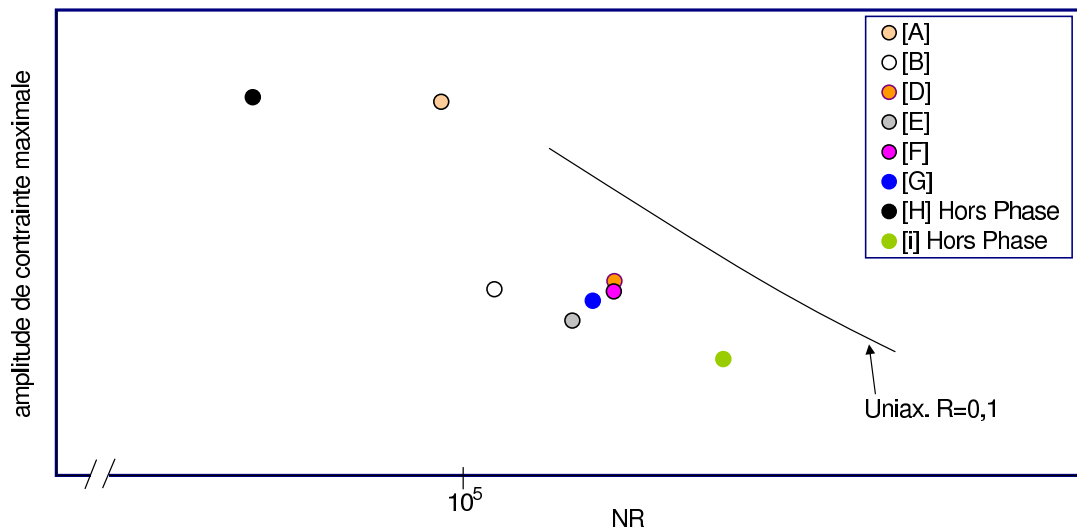


FIGURE 2.38: Résultats de fatigue biaxiale sur alliage de titane. Amplitudes de contraintes obtenues par simulations numériques éléments finis.

d'essais étant dès lors particulières, la simulation éléments finis ne peut la prendre en compte simplement. La corrélation d'images, elle en revanche, caractérise parfaitement le chargement réel appliqué.

**Diagramme de Haigh multiaxial.** Un diagramme usuel utilisé pour représenter des résultats de fatigue est le diagramme de Haigh (présenté au chapitre 1) dans lequel on trace pour un nombre donné de cycles à rupture la contrainte alternée en fonction de la contrainte moyenne. Les résultats des essais biaxiaux sont placés dans un diagramme de Haigh multiaxial (fig. 2.40) dans lequel la contrainte octaédrique  $A_{II}$  est représentée en fonction de la trace de la contrainte moyenne  $Tr(\bar{\sigma}) = Tr \frac{1}{2}(\sigma_{min} + \sigma_{Max})$ , avec

$$A_{II} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma'_{ijMax} - \sigma'_{ijmin}) : (\sigma'_{ijMax} - \sigma'_{ijmin})} \quad (2.7)$$

Dans ce diagramme, le critère Sines est une droite, comme détaillé au chapitre suivant. L'obtention de ces données nécessite les valeurs du tenseur des contraintes en différents instants de la sollicitation (à force minimale et à force maximale). Nous utilisons ici les résultats de calculs par éléments finis (la partie simulation sera exposée au chapitre 4).

Nous constatons que,

- tout d'abord, la limite asymptotique définie de manière expérimentale (de pente  $-k$ ), semble bien en accord avec les essais biaxiaux du fait que les points à grand nombre de cycles sont proches de cette asymptote, sans jamais être en dessous (ce qui signifierait un  $N_R$  calculé infini). On pourrait toutefois se demander si, au



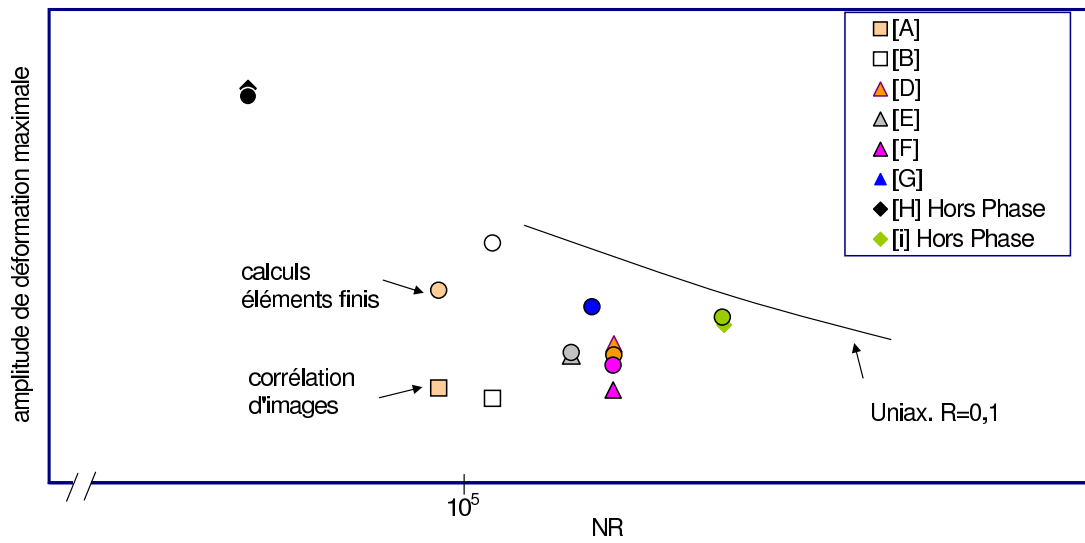


FIGURE 2.39: Résultats de fatigue biaxiale sur alliage de titane. Amplitudes de déformations obtenues par simulations numériques éléments finis et par modélisation éléments finis.

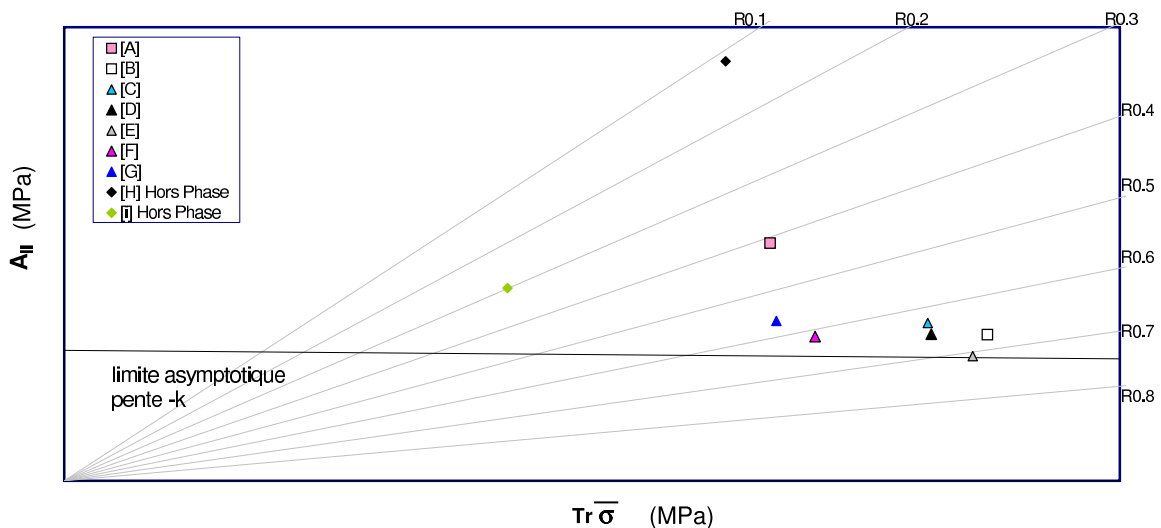


FIGURE 2.40: Diagramme de Haigh multiaxial pour l'alliage de titane.

vu de l'essai *E* rompu expérimentalement à 320000 cycles, nous ne pourrions pas augmenter la pente de l'asymptote (donc la valeur du paramètre  $k$ ). Toutefois, il

est difficile de conclure sur cet aspect, ce point se trouvant dans la zone des grands rapports de charge où les lignes à iso-durées de vie sont très proches et, de plus, un seul essai a été fait dans cette configuration, ce qui ne permet pas d'appréhender la dispersion éventuelle des résultats.

- ensuite, l'effet d'un chargement hors phase (points  $H$  et  $I$ ) est nettement visible par rapport au même chargement en phase (point  $D$ ). Même si les trois essais n'ont pas rompu pour les mêmes nombres de cycles (515000 cycles pour  $D$ , 9000 pour  $H$  et 1740000 pour  $i$ ), on voit que le déphasage du chargement a pour conséquence de limiter la valeur moyenne de la trace du tenseur des contraintes  $Tr(\bar{\sigma})$ .

**Observations MEB.** Des observations au microscope électronique à balayage sont effectuées sur éprouvettes post mortem. Il ressort de toutes les analyses effectuées que le réseau de fissures secondaires est peu important, qu'il est orienté dans le sens de la fissure principale. De plus, en ce qui concerne l'amorçage, nous pouvons observer sur tous les échantillons une propagation de fissure par cycle de longueur de l'ordre du micron. Pour ces essais sur ce matériau, l'orientation de la fissuration n'a pas pu être influencée par l'état de surface qui s'est révélé être très propre. Nous avons vu au chapitre 1 que la mécanique de l'endommagement permet de prédire la taille de la plus petite fissure amorcée (de l'ordre de 10 microns pour l'alliage de titane). L'observation MEB laisse apparaître l'une des plus petites fissures observée, d'une taille d'environ 10 microns (environ 1/3 de la taille de grain).

## 5 Conclusions sur la campagne expérimentale de fatigue biaxiale

Une campagne expérimentale d'essais de fatigue biaxiale à grand nombre de cycles a été menée sur deux matériaux, l'un très ductile avec des boucles d'hystérésis en fatigue même à grand nombre de cycles (l'acier inoxydable austénitique 304L CLI), l'autre plus raide demeurant élastique en fatigue (l'alliage de titane). Une éprouvette en forme de croix de Malte, affinée en son centre, a été dimensionnée afin de permettre l'amorçage de fissures de fatigue en zone centrale. Des moyens de mesures divers et modernes (appareils photographiques numériques, caméra rapide, caméra Pixelfly avec acquisition stroboscopique) ont été mis en place pour suivre au cours des essais, via la technique de la corrélation d'images, les valeurs des amplitudes des déformations, ainsi que l'évolution des déformations permanentes dans la zone centrale réellement soumise à un chargement biaxial. Un encadrement de la valeur de l'amplitude de déformation suivant la direction hors plan est proposé, fonction du comportement du matériau, afin de placer tous les résultats d'essais biaxiaux sur un même diagramme, et de tenter d'observer l'influence de la multiaxialité du chargement par rapport aux chargements uniaxiaux.

De ces essais, il ressort que sur acier austénitique 304L, l'effet de la multiaxialité du chargement ne semble pas être pénalisante (même si les essais réalisés à  $R_F$  imposé à  $-1$  ou  $0.1$  ne présentent pas ces rapports en déformation dans la zone centrale). Tout comme les

essais 1D, l'effet d'une contrainte moyenne est néfaste. L'effet de la fréquence de sollicitation (entre 0,0055Hz et 10Hz) n'influence pas beaucoup le comportement du matériau. Des observations microscopiques ont montré un réseau de fissuration assez peu présent. Une attention particulière doit être portée à l'état de surface des éprouvettes en 304L, celles testées présentaient des stries d'usinage relativement marquées semblant avoir influencé la propagation des fissures (mais assez peu la durée de vie).

Concernant les essais sur le matériau alliage de titane, l'effet de la multiaxialité semble là bien visible, avec une forte diminution de la durée de vie dans ces cas de chargement. Concernant les observations microscopiques, un réseau de fissuration très peu important a été observé, et l'amorçage en surface est quant à lui bien visible. L'usinage de ces éprouvettes engendrant un état de surface très soigné (proche d'un état poli). Concernant les réseaux de fissuration observés au MEB sur éprouvettes post mortem, nous avons pu observer pour les deux matériaux des espacements entre stries d'une longueur proche du micron (correspondant à la phase de propagation). Quant au réseau de fissuration secondaire, il est quasi inexistant sur l'alliage de titane et orienté dans le sens de la fissuration principale. En revanche, sur l'acier austénitique, nous avons pu observer dans certains cas un réseau secondaire très dense, avec des directions de fissures aléatoires (l'état de surface est la cause de l'orientation d'un certain nombre de fissures secondaires). Les essais ainsi équipés et réalisés ont l'avantage de conduire à des conditions expérimentales connus (tout au moins pour ce qui est des déformations dans le plan). Ces essais vont pouvoir être simulés via le modèle d'endommagement à deux échelles modifié et présenté au chapitre suivant.

# Chapitre 3

## Modèle d'endommagement à deux échelles probabiliste pour le calcul de la durée de vie en fatigue

---

*Proposé dans les années 1990, le modèle d'endommagement à deux échelles, rappelé au paragraphe 2.4.1 du chapitre 1, a été utilisé pour de nombreuses études résumées dans un premier temps ici. Afin de prendre en compte de façon quantitative l'effet de la contrainte moyenne des chargements dans les calculs, la fonction critère du modèle est modifiée via l'ajout du premier invariant des contraintes à l'échelle microscopique paramétré par un coefficient  $k$  dit de Drucker-Prager. L'identification aisée de ce coefficient, est faite via un diagramme de Haigh.*

*Parallèlement, l'identification d'un des paramètres de la loi de fatigue (la limite de fatigue asymptotique) peut s'avérer difficile du fait de la dispersion expérimentale constatée. Plusieurs approches probabilistes sont proposées afin de prendre en compte cette dispersion. Trois méthodes (méthode Gaussienne avec ou sans taux de confiance, méthode du noyau) sont implantées dans le nouveau post-processeur de fatigue DAMAGE\_2009 qui, via ses interfaces graphiques, propose une mise en oeuvre conviviale de ces méthodes. Les nombres de cycles à rupture ainsi obtenus sont alors associés à une probabilité de rupture.*

### 1 Modèle d'endommagement à deux échelles

#### 1.1 Présentation

Le modèle initial a été présenté au chapitre 1. Nous rappelons simplement ici qu'il s'agit d'un modèle incrémental utilisant une loi d'évolution de l'endommagement de type Lemaitre à l'échelle microscopique des défauts. L'élément de volume se comporte de manière élastique en fatigue à grand nombre de cycles. Les contraintes et déformations d'un calcul mené en élasticité (ou élasto-plasticité) sont alors les données d'entrée du post-processeur DAMAGE\_2009 issu de cette thèse. Le nombre de cycles à rupture (à amorçage) est atteint lorsque l'endommagement atteint la valeur critique  $D = D_c$ .

### 1.1.1 Historique des études réalisées avec le modèle

Depuis les années 90, date à laquelle a été formulé le modèle à deux échelles, différentes études ont permis d'appliquer ce concept à des cas de structures et de chargements variés.

La première application [Doghri, 1989] fut faite sur un cas 'simple' de traction monotone croissante sur une éprouvette entaillée en alliage d'aluminium AUG4, à température ambiante. Le modèle d'endommagement incrémental associé à un critère de localisation de type perte d'ellipticité a permis de déterminer, de manière conforme à l'expérience, les déformations à l'amorçage d'une fissure.

L'approche localement couplée, avec loi d'évolution de l'endommagement de type Lemaitre fut appliquée sur un alliage d'aluminium-silicium-cuivre AS5U3G sollicité comme suit [Cano, 1996] :

- Essais cycliques isothermes à 20, 100, 200, 250 et 300C pour plusieurs déformations imposées 0,3%, 0,5%, 0,8%. Essai de fluage à 200C sous une contrainte de 120MPa.
- Essais cycliques anisothermes entre les températures  $T_{min} = 150C$  et  $T_{max} = 300C$  avec chargement à déformation imposée hors ou en-phase.

Les résultats sont en général satisfaisants sur les nombres de cycles à rupture en isotherme et anisotherme, même si pour ces derniers, l'écart est plus important. En revanche, le modèle ne permet pas le calcul des conditions de rupture en fluage du fait de la déformation viscoplastique cumulée.

Un seuil en énergie stockée fut introduit dans les travaux de [Sermage, 1998] pour de la fatigue biaxiale complexe sur une éprouvette en forme de croix de Malte (non amincie) en acier 10CD9-10. Six types d'essais biaxiaux ont été réalisés (fatigue équibiaxiale pure, fatigue-fluage, chargement non proportionnel hors phase, fatigue thermique, chargement non-proportionnel séquentiel) et les résultats sont dans une bande de dispersion d'un facteur 2.

Une autre application [Sauzay, 2000] fut faite sur un acier USIDUR380 ferritique laminé à froid soumis à deux types de chargements (torsion pure et traction-torsion sur tube aminci localement). Les différences calculs/essais sont de l'ordre de grandeur des dispersions expérimentales observées en fatigue. Le rapport  $NR_{calcul}/NR_{expérimental}$  reste inférieur au rapport (de l'ordre de 5 au maximum) accepté lors de l'identification du modèle ayant auparavant été uniquement identifié à partir de deux courbes de Wöhler.

Une application sur structure représentative en acier AISI 304L (maquettes Father et Intherpol) fut entreprise [Desmorat *et al.*, 2007]. L'application fut faite pour différents points des deux structures. Dans les deux cas, les lieux d'amorçage expérimental et théorique sont identiques et il y a une bonne corrélation entre les nombres de cycles expérimentaux et calculés.

Afin de prédire l'amorçage dans des structures soudées représentatives de structures navales soumises à des chargements d'amplitudes variables (dus à la houle), le modèle à

deux échelles a été appliqué à l'ENSIETA de Brest [Lautrou, 2007]. L'écart entre nombres de cycles expérimentaux et théoriques est inférieur à un facteur 10.

Notons qu'en parallèle de ces travaux, la version une échelle avec endommagement isotrope a été développé [Sermage, 1998]. La version une échelle avec endommagement anisotrope du modèle a quant à elle été implantée dans le code éléments finis Zébulon en vue d'applications en fatigue et fatigue-fluage à faible nombre de cycles [Otin, 2007]. Un seuil d'endommagement en énergie stockée a été introduit pour application sur un essai de fatigue thermique sur éprouvette multiperforée en HaynesI88 chauffée cycliquement au chalumeau et refroidie par circulation d'air. La simulation sur maillage complet donne un résultat calculé sensiblement égal (facteur 2) au nombre de cycles à amorçage expérimental.

## 2 Prise en compte de la contrainte moyenne dans le modèle incrémental

### 2.1 Effet d'une contrainte ou d'une déformation moyenne

La contrainte moyenne est définie comme étant la moyenne temporelle  $\bar{\sigma} = (\sigma_{min} + \sigma_{Max})/2$  pour un chargement cyclique entre les contraintes  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{Max}$ . Il est observé expérimentalement depuis fort longtemps que la contrainte moyenne a un effet sur la durée de vie des structures soumises à un chargement de fatigue [Crossland, 1956, Sines et editors, 1959]. De manière plus récente, pour des matériaux proches de ceux étudiés ici, [Morrissey et al., 1999] observe par exemple l'influence de la contrainte moyenne et de la fréquence sur un alliage de titane, [Leax, 1999], [Doquet et Taheri, 2000] sur acier austénitique. Une contrainte moyenne positive aura tendance à ouvrir les micro-fissures d'un matériau, d'où un effet pénalisant sur la durée de vie. Au contraire, une contrainte moyenne négative aura tendance à refermer les micro-fissures, d'où un effet bénéfique. Lors de chargement de cisaillement, il a en revanche été observé que l'influence de la contrainte moyenne avait peu d'influence sur la durée de vie [Sines, 1959, Shigley et Mischke, 1989]. La prise en compte des effets de contrainte moyenne est un axe de recherche pour de nombreux auteurs, du fait de la complexité croissante des pièces à modéliser [Susmel et al., 2005, Monchiet et al., 2008]. Elle est aisée lors de fatigue en amplitude, délicate dans les modèles incrémentaux.

Dans l'ancienne version du modèle à deux échelles, l'influence de la contrainte moyenne est introduite via le paramètre de refermeture des micro-défauts  $h$  [Ladevèze et Lemaitre, 1984, Lienard, 1989] dans l'expression du taux de restitution de densité d'énergie  $Y$  introduit dans la loi d'endommagement (à l'échelle micro du modèle à deux échelles) :

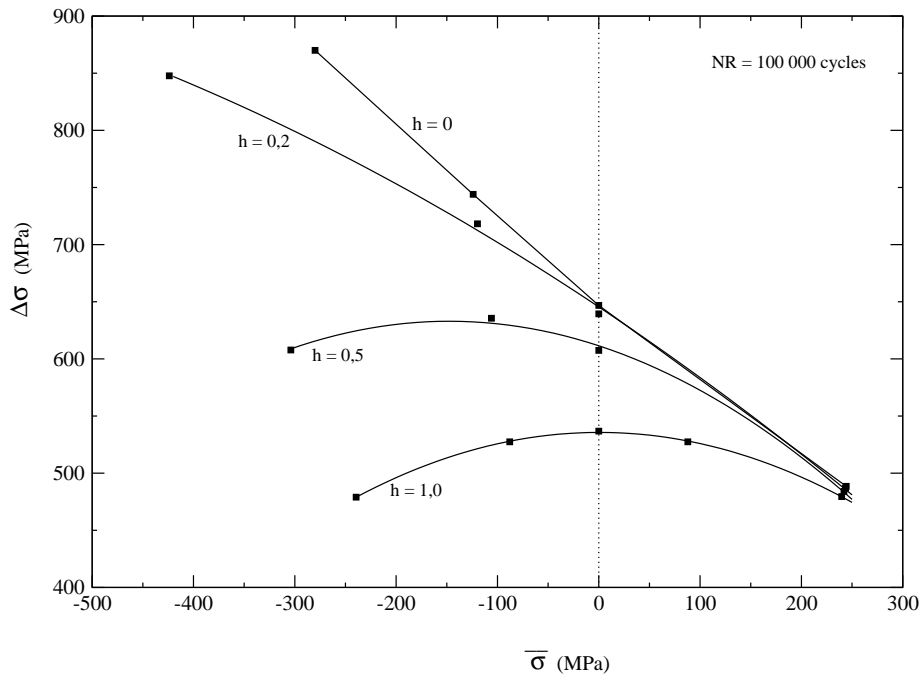
$$\dot{D} = \left( \frac{Y^\mu}{S} \right)^s \dot{p}^\mu \quad (3.1)$$

où  $p^\mu$  est la déformation plastique cumulée à l'échelle micro et où  $Y^\mu$  est donc, à l'échelle micro toujours,

$$Y^\mu = \frac{1+\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle^+ : \langle \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle^+}{(1-D)^2} + h \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle^- : \langle \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle^-}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{2E} \left[ \frac{\langle tr \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle_+^2}{(1-D)^2} + h \frac{\langle tr \boldsymbol{\sigma}^\mu \rangle_-^2}{(1-hD)^2} \right] \quad (3.2)$$

où  $\langle . \rangle^+$  et  $\langle . \rangle^-$  représentent les parties positives et négatives en termes de valeurs principales du tenseur  $\boldsymbol{\sigma}$  ou du scalaire  $tr \boldsymbol{\sigma}^\mu$ .

Le paramètre  $h$  permet de traduire la dissymétrie traction-compression (toujours via le concept de refermeture ou ouverture des micro-fissures). Usuellement ce terme est de l'ordre de grandeur de  $D_c$ , en général 0.2 pour les métaux [Desmorat, 2006]. La figure 3.1 illustre l'influence de ce terme pour un acier 304L (calculs par DAMAGE.2009). Sont représentées, en abscisse la contrainte moyenne, et en ordonnée, la variation de contrainte pour un nombre de cycle à rupture ( $N_R$ ) de  $10^5$ . Les courbes sont tracées pour différentes



**FIGURE 3.1:** Influence du paramètre  $h$  à  $N_R=10^5$ . Application à l'acier 304L.

valeurs de  $h$ . Nous constatons que pour  $h = 1$ , la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, d'où aucune différence entre un état de contrainte moyenne positive ou négative sur le nombre de cycles à rupture. En revanche, plus  $h$  tend vers 0, plus il faut

une variation de contrainte  $\Delta\sigma$  importante dans la zone des  $\bar{\sigma}$  négatifs pour avoir rupture à  $10^5$  cycles. Le paramètre  $h$  pris proche de 0 introduit bien un caractère d'autant plus pénalisant que la contrainte moyenne du chargement est élevée.

Quoi qu'il en soit, ce terme  $h$  n'est en fait pas suffisant et n'introduit pas assez de différence entre une contrainte moyenne positive et une contrainte moyenne négative, en tout cas d'une manière pas assez forte. En effet, en nous référant à un diagramme de Haigh ( $\frac{\Delta\sigma}{2}$  vs  $\bar{\sigma}$ ) et si l'on se réfère à l'effet reproduit par la droite de Goodman, il ressort que dans la zone des contraintes moyennes positives, la droite délimitant la zone d'endurance illimitée ( $N_R = \infty$ ) devrait partir du point  $(0; \frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f^\infty = 180MPa)$  situé sur l'axe vertical, (ce qui est le cas pour la figure 3.2) et rejoindre approximativement le point  $(\sigma_u = 550MPa; 0)$  situé sur l'axe horizontal. Or nous pouvons constater figure 3.2 que l'ajout d'un terme  $h$  ne permet pas de rejoindre, loin s'en faut, ce dernier point. Il convient donc d'introduire un autre paramètre pour accentuer la pente de la courbe délimitant la zone d'endurance illimitée (zone située sous la courbe à  $N_R$  fixé).

## 2.2 Fonction critère de plasticité pour prise en compte de la contrainte moyenne dans le modèle à deux échelles

En fatigue, il est admis que la pression (ou contrainte) hydrostatique influence la limite de fatigue d'un matériau. Plusieurs critères font intervenir ce terme ([DangVan, 1973, Drucker et Prager, 1952]). Le modèle à 2 échelles considérant le critère de plasticité  $f^\mu < 0$  à l'échelle microscopique comme critère de fatigue, l'ajout du premier invariant des contraintes dans la fonction critère permet, nous allons le montrer, de prendre en compte les effets de la contrainte moyenne.

La fonction critère à l'échelle micro dans le modèle à deux échelles devient alors (critère de type Drucker-Prager couplé à l'endommagement) :

$$f^\mu = (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^\mu - \mathbf{X}^\mu)_{eq} - \sigma_f^\infty + kTr\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^\mu \quad (3.3)$$

équivalant à

$$f^\mu = (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^\mu - \mathbf{X}^\mu)_{eq} - (\sigma_f^\infty - 3k\tilde{\sigma}_H) \quad (3.4)$$

ou encore, avec la définition de la contrainte effective,

$$f^\mu = \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}^\mu}{1-D} - \mathbf{X}^\mu \right)_{eq} + kTr\left( \frac{\boldsymbol{\sigma}^\mu}{1-D} \right) - \sigma_f^\infty \quad (3.5)$$

avec  $Tr\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^\mu$  le premier invariant des contraintes effectives à l'échelle micro et  $k$  un paramètre dit *de Drucker-Prager* à identifier [Barbier *et al.*, 2008b, Barbier *et al.*, 2008a].

La fonction critère ainsi exprimée conduira à aucun effet de contrainte moyenne lors de chargements purement déviatoriques (car dans ce cas  $\sigma_H = 0$ ). Une solution analytique



proposée(annexe A) dans le cas de chargements proportionnels permet de représenter l'influence de ce paramètre  $k$  dans un diagramme Haigh. Sur la figure 3.2, sont représentées les courbes uniaxiales à  $N_R = 10^7$  pour différentes valeurs de  $h$  et avec ou sans ajout du terme de Drucker-Prager.

Nous constatons que :

- avec ou sans le terme de Drucker-Prager, l'influence du paramètre de refermeture des micro-défauts  $h$  est inchangée.
- pour un  $h$  donné, les courbes à  $k = 0$  ou à  $k \neq 0$  (ici  $k = 0,32$ ) coupent l'axe vertical au même point en  $\bar{\sigma} = 0$ , soit aucune influence de  $k$  lorsque la contrainte moyenne est nulle.
- l'ajout du terme  $k$  permet bien d'amplifier la différence entre l'influence d'une contrainte moyenne positive et celle d'une contrainte moyenne négative sur la durée de vie.

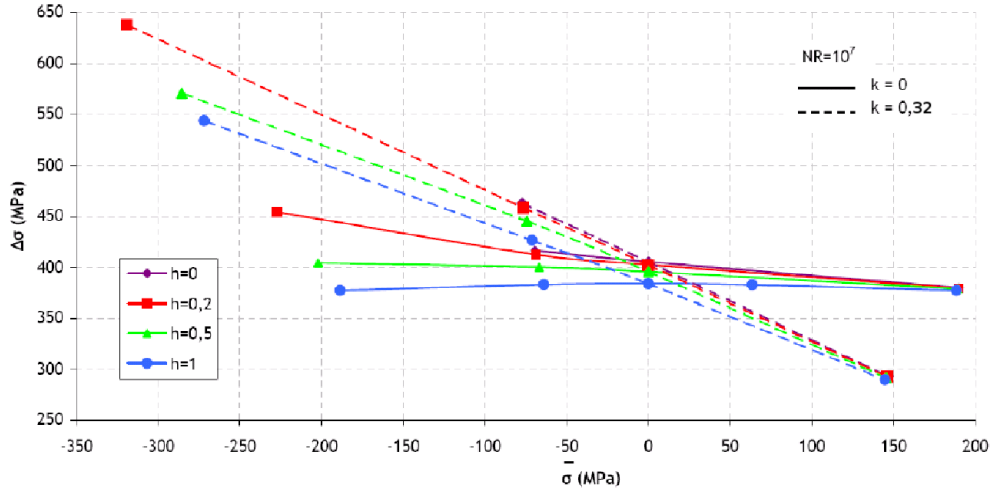


FIGURE 3.2: Influence des paramètres  $k$  et  $h$  à  $N_R=10^7$ . Application à l'acier 304L.

Les équations du modèle à deux échelles sont désormais,

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{ij}^{\mu} = \epsilon_{ij}^{\mu e} + \epsilon_{ij}^{\mu p} \\ \epsilon_{ij}^{\mu e} = \frac{1+\nu}{E} \tilde{\sigma}_{ij}^{\mu} - \frac{\nu}{E} \tilde{\sigma}_{kk}^{\mu} \delta_{ij} + \alpha(T - T_{ref}) \delta_{ij}, \quad \tilde{\sigma}_{ij}^{\mu} = \frac{\sigma_{ij}^{\mu}}{1-D} \\ f^{\mu} = (\tilde{\sigma}^{\mu} - \mathbf{X})_{eq} + kTr\tilde{\sigma}^{\mu} - \sigma_f^{\infty} \\ \dot{\epsilon}_{ij}^{\mu p} = \frac{3}{2} \frac{\tilde{\sigma}_{ij}^{\mu D} - X_{ij}^{\mu}}{(\tilde{\sigma}^{\mu} - \mathbf{X}^{\mu})_{eq}} \dot{p}^{\mu} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{X_{ij}^{\mu}}{C_y} \right) = \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{\mu p} (1-D) \\ \dot{D} = \left( \frac{Y^{\mu}}{S} \right)^s \dot{p}^{\mu} \text{ si } p^{\mu} > p_D \end{array} \right. \quad (3.6)$$

où  $p^\mu$  est la déformation plastique cumulée à l'échelle micro, et  $Y^\mu$  le taux de restitution de densité d'énergie défini par (3.2).

On notera que la plasticité à l'échelle micro est supposée non associée et gardant son caractère incompressible comme dans le modèle initial.

## 2.3 Identification du paramètre de Drucker-Prager

### Identification sur diagramme de Haigh

**Préambule** – Pour une plus grande clarté, il convient de se placer dans un diagramme de Haigh (fig.3.3). Rappelons que sur ce diagramme, uniaxial dans un premier temps, l'amplitude de la contrainte  $\sigma_a = \Delta\sigma/2$  est portée en fonction de la contrainte moyenne  $\bar{\sigma}$ . Deux points particuliers sont à considérer :

- le point A qui représente habituellement la limite d'endurance 'ingénieur'  $\sigma_f$  au nombre de cycles à rupture considéré, en sollicitation alternée symétrique ( $R_\sigma = -1$ ).
- le point B qui représente le comportement limite du matériau pour une amplitude de contrainte nulle. Ce point correspond selon la modélisation de Goodman à la contrainte maximale de rupture  $\sigma_u$  du matériau pour un essai de traction simple.

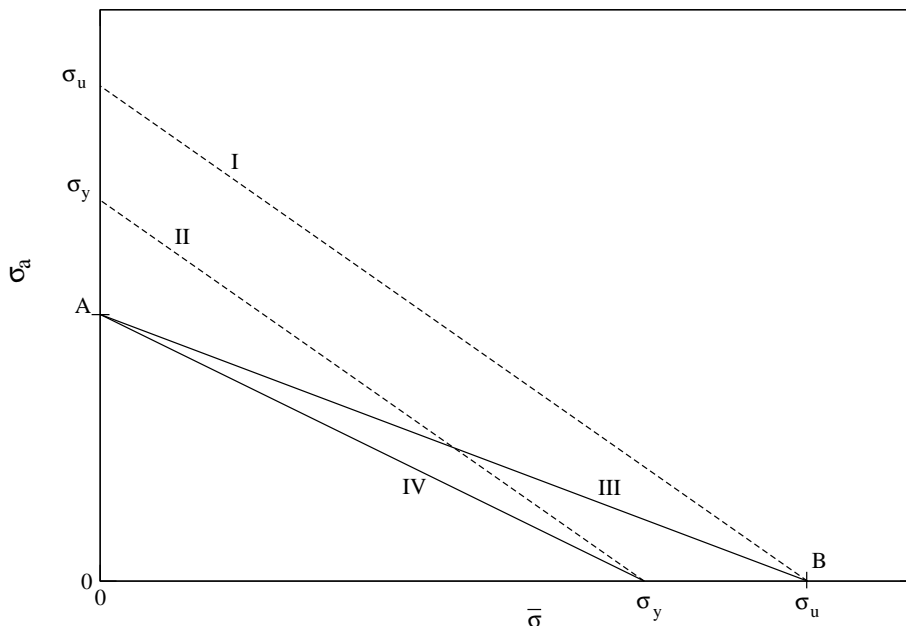


FIGURE 3.3: Exemple de diagramme de Haigh ( I : résistance à la traction ; II : limite d'élasticité).

L'ensemble des limites de fatigue à l'endurance obtenues pour diverses valeurs de la contrainte moyenne se placent sur une courbe reliant A à B. Expérimentalement, on

constate souvent que cette courbe est une sorte de parabole qui part de A avec une asymptote horizontale et vient tangenter la droite I pour les faibles valeurs de  $\sigma_a$ . Plusieurs auteurs ont tenté de définir la zone de non rupture de manière simple (cette zone peut être obtenue expérimentalement en traçant la courbe  $\sigma_a$  vs  $\bar{\sigma}$  à  $N_R \approx 10^7$  par exemple) :

- Droite de Goodman (III) : elle relie les points A à B.
- Droite de Söderberg (IV) : elle relie les points A à  $(\sigma_y, 0)$ .
- Parabole de Gerber : elle relie les points A à B via une parabole décroissante.

Nous voyons donc clairement qu'un essai dont les contraintes alternée et moyenne le situent au dessus de la droite I, correspondra à une rupture immédiate. Plus ce point se rapprochera de l'origine du graphique, plus sa durée de vie sera longue, jusqu'à être infinie si il se place en dessous des droites III ou IV selon le modèle.

Plaçons maintenant dans ce diagramme de Haigh les droites correspondant à des chargements à rapports de charge  $R_\sigma = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  donnés, variant de -1 à 1. Plaçons-y également la droite horizontale passant par le point A  $(0, \sigma_f)$ , figure 3.4. Dans l'expression analytique du nombre de cycles à rupture issue du modèle à deux échelles sans modification de la fonction critère (sans prise en compte de la contrainte hydrostatique), nous avons un nombre de cycles à rupture inversement proportionnel au terme  $\Delta\sigma - 2\sigma_f^\infty$  (Annexe A). Lorsque  $\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_a < \sigma_f^\infty$  (qui correspond à  $f^\mu < 0$ ) et  $N_R$  est infini, l'endommagement reste nul.

En observant le diagramme 3.4, nous constatons que les cas de chargement à  $R_\sigma$  élevés sont en dessous de la droite horizontale ( $k = 0$ ) passant par A. S'ils devaient être calculés par le modèle à deux échelles, tous ces points aboutiraient à un nombre de cycles à l'amorçage infini, car  $D = 0$ . Dans l'exemple donné ici, les points situés sous la droite I de rupture monotone et pour des rapports de charge  $R_\sigma > -0.1$  donneraient des nombres de cycles à rupture infinis (évidemment, ceci est à nuancer suivant la valeur de A (donc de la limite asymptotique  $\sigma_f^\infty$ ); plus  $\sigma_f^\infty$  sera faible, plus la droite sera abaissée et plus les droites à  $R_\sigma$  élevé seront accessibles par la modélisation incrémentale).

Au final, nous voyons clairement que les chargements à rapport de charge élevé sont donnés non rompus avec l'expression de la fonction de charge du modèle initial (travaillant, rappelons le, avec le critère de von Mises à l'échelle micro).

**Application –** L'ajout du terme de Drucker-Prager a pour conséquence de modifier le dénominateur de l'expression analytique du nombre de cycles à rupture  $N_R$  qui devient inversement proportionnel à  $\Delta\sigma - 2\sigma_f + 2k\bar{\sigma}$  (Annexe A). La droite passant par A, auparavant horizontale, possède maintenant une pente  $-k$  (fig.3.5). Il est dès lors possible de faire passer cette droite au plus proche des droites III ou IV délimitant la zone de non rupture afin que le modèle permette de rendre compte de la rupture ou de la non rupture des points. Figure 3.5, nous voyons que l'ajout du terme  $k$ , a ici permis, de rendre à durée de vie finie les points situés dans la zone hachurée, c'est à dire subissant un certain endommagement jusqu'à rupture.

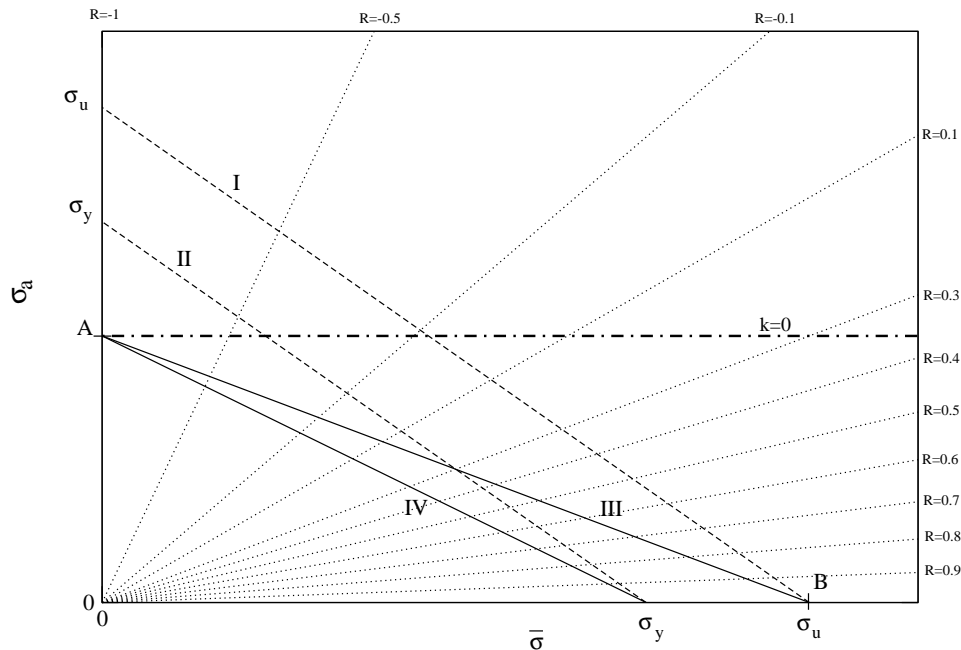


FIGURE 3.4: Exemple de diagramme de Haigh avec droites à  $R = R_{\sigma} = cste$

Concrètement, on vient de voir que nous pouvons déterminer  $k$  comme la valeur de la pente pour approcher au mieux les droites de Goodman ou Söderberg. Or expérimentalement, même si cela dépend des matériaux, les points à iso durée de vie ne se répartissent pas sur une droite, mais plutôt sur une sorte de parabole. Or, une telle allure n'est pas modélisable avec le seul terme  $k$ . L'idéal est alors d'avoir à disposition des essais réalisés à différents rapports de charge, de les placer dans ce diagramme de Haigh en différenciant les points rompus de ceux non rompus. Il convient alors de choisir  $k$  pour que la droite ainsi tracée corresponde à la délimitation des éprouvettes rompues et non rompues.

En guise d'illustration, des applications à deux matériaux sont données.

- Pour un premier matériau (confidentiel), des essais ont été effectués à différentes contraintes moyennes fixées. Nous pouvons voir figure 3.6 que la zone entre éprouvettes rompues et non rompues ne peut être délimitée par une seule droite en raison de la dispersion des résultats. Notons toutefois que les essais ont été interrompus à  $10^6$  cycles. Les éprouvettes dites non rompues sont donc celles qui n'ont pas cassé à  $10^6$  cycles. En tout état de cause, pour conclure sur une valeur de  $k$  par cette méthode, il faudrait des données à  $10^7$  cycles.

Une première valeur de  $k = 0,26$  semble être un bon compromis pour tous les nuages de points, sauf pour celui situé à environ  $\bar{\sigma} = 700\text{MPa}$ . La conséquence sera que les essais rompus situés sous cette droite, seront annoncés non rompus par le modèle.

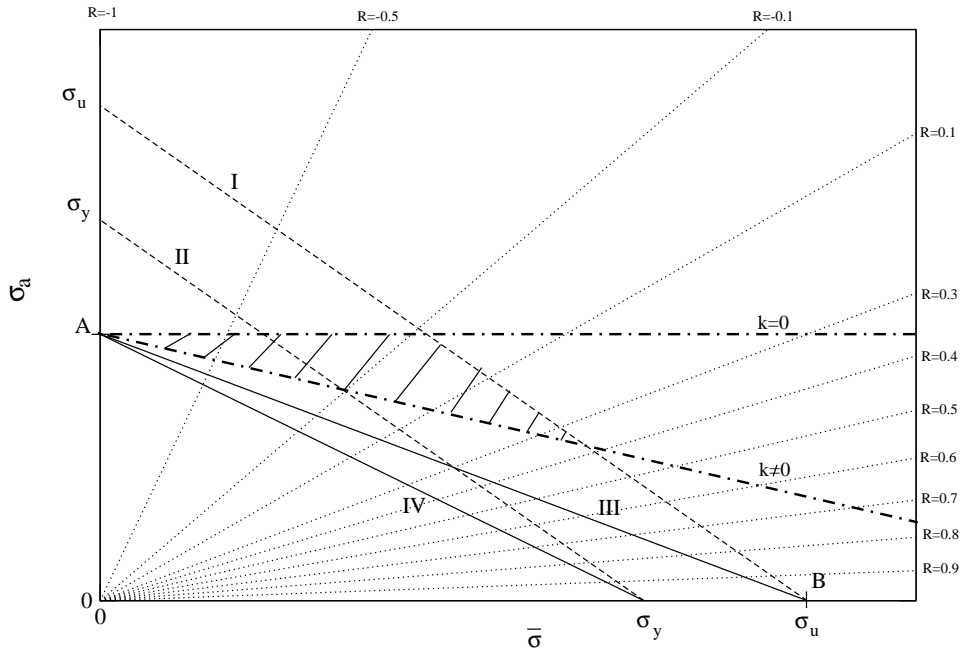


FIGURE 3.5: Influence du paramètre  $k$  sur le domaine de non rupture obtenu via la fonction critère (3.3).

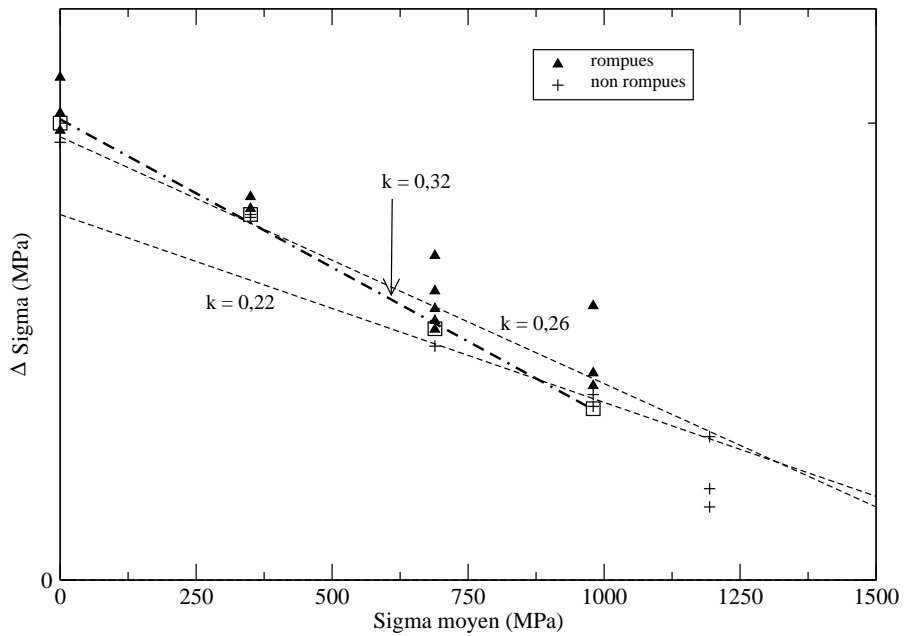


FIGURE 3.6: Limites de domaines de non rupture pour trois valeurs possibles de  $k$ .

Une seconde droite  $k = 0,22$  permet de bien approximer les nuages de points situés au delà de  $\bar{\sigma} = 700\text{MPa}$ . Toutefois, les points situés à  $\bar{\sigma} = 300\text{MPa}$  seront tous annoncés rompus pour un certain nombre de cycles (assez faible, car ils sont situés loin de la droite), alors qu'expérimentalement, deux points sont non rompus.

Notons que ces droites coupent l'axe des ordonnées en  $2\cdot\sigma_f^\infty$ . Dans l'exemple proposé, ceci aboutit à deux valeurs différentes de  $\sigma_f^\infty$ .

Remarquons enfin, que dans la version initiale du modèle correspondant à  $k = 0$  (droite horizontale), on perçoit d'emblée que des points peuvent être annoncés rompus alors qu'expérimentalement il n'en est rien (et réciproquement pour des points rompus) si la pente de la frontière entre les points rompus et non rompus expérimentalement est forte.

Une manière plus élégante de déterminer la limite entre les deux zones est de placer les points expérimentaux obtenus à plusieurs contraintes moyennes  $\bar{\sigma}$  dans un diagramme  $\Delta\sigma=f(\text{NR})$ . Ensuite, on trace la courbe moyenne des points ayant le même  $\bar{\sigma}$ . L'intersection de ces droites avec la droite à  $N_R = 10^6$  nous donne des valeurs de  $\Delta\sigma$  associées. Il nous reste à placer les couples  $(\bar{\sigma}; \Delta\sigma)$  dans le diagramme de type Haigh. Ceci a été réalisé et les points sont placés sur la figure 3.6. Nous pouvons alors constater que ces points ( $\square$ ) sont bien alignés, et une régression linéaire nous fournit une valeur de  $k = 0,32$  et de  $\sigma_f^\infty = 504\text{MPa}$  "optimaux".

- Une seconde illustration est donnée pour un autre matériau (confidentiel également). La base de données à disposition présente des essais de fatigue menés à contrainte moyenne fixée pour lesquels les chargements à rapport de charge élevé n'ont pas été explorés expérimentalement. Sur la figure 3.7 nous pouvons voir que différentes valeurs de  $k$  permettent de délimiter les deux zones (rupture / non rupture).

La droite à  $k = 0$  donnerait également de bons résultats puisque tous les points rompus sont au dessus de celle-ci. L'influence du paramètre  $k$  est faible pour les chargements ayant un rapport de charge compris entre  $-1$  et  $0,1$  environ et donc que le modèle à 2 échelles initial ( $k = 0$ ) est bien adapté à ce domaine de validité.

Toujours sur ce graphique, introduisons un aspect probabiliste. Nous avons vu que pour représenter au mieux la réalité expérimentale, il faut faire passer la droite de pente  $-k$  au mieux entre les points rompus et non rompus. Ceci s'effectue en agissant sur la valeur de  $k$ . On peut également agir sur l'ordonnée à l'origine pour translater cette droite. Or, nous avons vu que cette valeur n'est autre que  $\sigma_f^\infty$  dans un diagramme de Haigh ou  $2\cdot\sigma_f^\infty$  dans les diagrammes précédents. L'introduction d'un caractère probabiliste sur  $\sigma_f^\infty$  et sur  $k$  peut permettre de rendre graduelle la transition entre la zone de non rupture et la zone de rupture en rendant endommageables les points désormais situés au dessus de l'asymptote du modèle à deux échelles (donc pouvant aboutir à une rupture via le modèle). Sur la figure 3.8, nous pouvons voir l'impact d'une variation de 10% sur  $\sigma_f^\infty$  et de 20% sur  $k$  (toutes les courbes à  $k$  intermédiaire passant par le point  $(\bar{\sigma} = 200\text{MPa}; \Delta\sigma = 300\text{MPa})$ ). Dans cette illustration, le faisceau s'élargit beaucoup dans la zone des  $R_\sigma$  forts mais reste

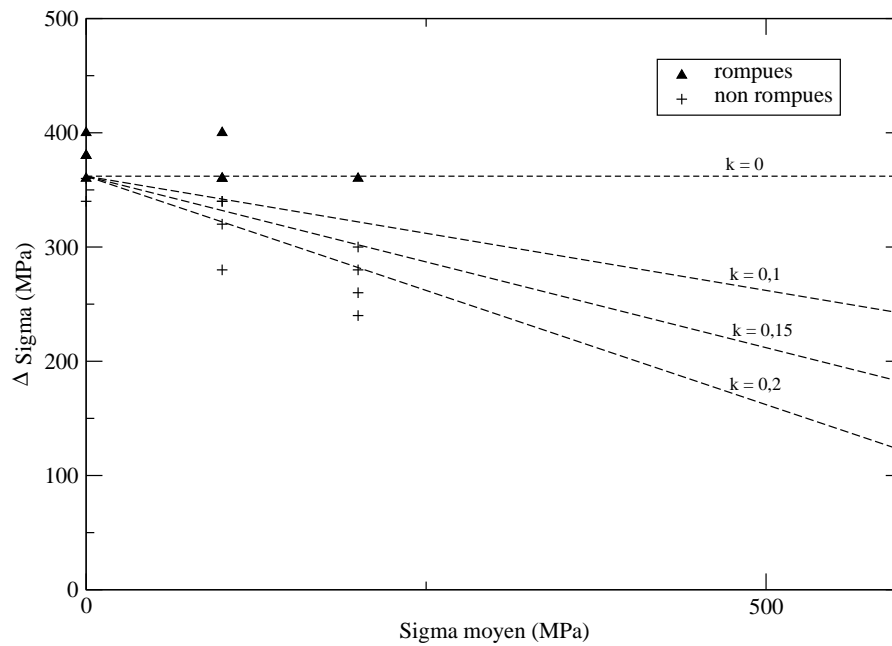


FIGURE 3.7: Influence du paramètre  $k$  pour délimiter les points rompus et non rompus expérimentaux.

relativement serré pour les  $R_\sigma$  faibles. Ceci n'est pas en accord avec ce que nous observons en fatigue (à savoir un faisceau resserré pour les sollicitations à rapport de charge proche de 1, et un faisceau écarté pour les sollicitations à rapport de charge proche de -1). Avec d'avantages de données, il conviendrait de choisir de manière optimale le paramètre  $k$  pour que le faisceau soit resserré dans les zones de contraintes moyennes élevées (par exemple en le reliant à la valeur de  $\sigma_f^\infty$  (probabilisée) via la relation de Goodman  $k = \sigma_f^\infty / \sigma_u$ ).

**Identification du paramètre  $k$  sur diagramme de Goodman-Smith** – Cette identification s'effectue à partir de formule approchée du nombre de cycles à rupture obtenues par le modèle à 2 échelles (Annexe A). L'identification nécessite de connaître les paramètres du modèle à deux échelles ( $S, s, \sigma_f^\infty$ ), la contrainte à rupture du matériau  $\sigma_u$ . Plaçons nous dans un diagramme de Goodman-Smith pour un nombre de cycle à rupture donné, de l'ordre de  $10^7$ .

Le terme  $k$  a en effet pour conséquence de faire se resserrer le faisceau de la zone de non rupture comme nous pouvons le constater figure 3.9 où sont représentées deux courbes  $\sigma_{max}(\bar{\sigma})$  et  $\sigma_{min}(\bar{\sigma})$ , à  $k = 0,1$  et  $k = 0,2$ . On comprend bien que  $k$  doit être choisi de telle sorte que la zone de non rupture ne dépasse pas la droite horizontale d'ordonnée la contrainte ultime  $\sigma_u$ . Dans cet exemple, on voit que la valeur de  $k$  optimale sera entre 0,1

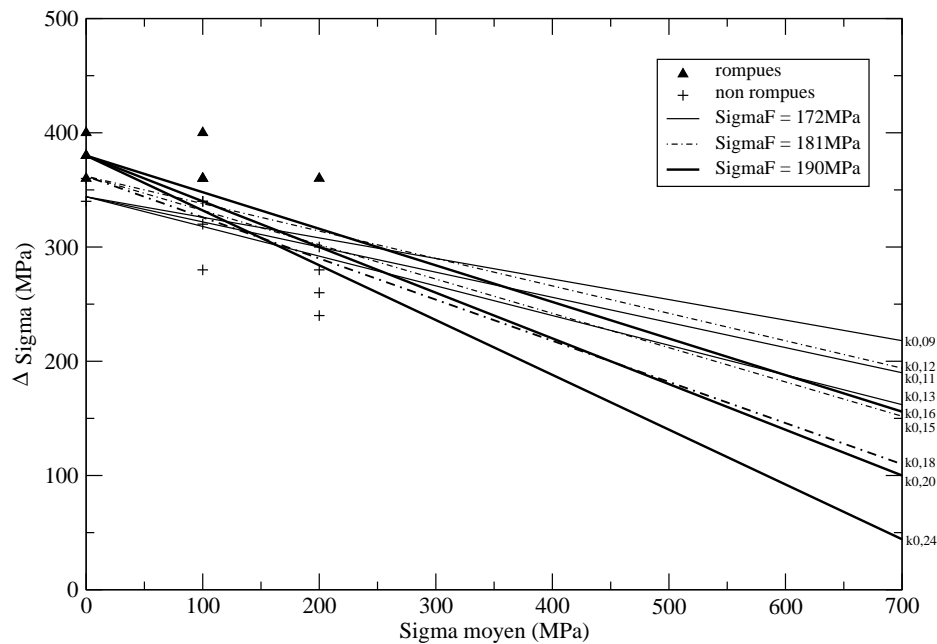


FIGURE 3.8: Aspects probabilistes sur  $k$  et  $\sigma_{\infty}^f$ .

et 0,2.

Cette méthode d'identification considère que le faisceau doit se refermer sur la droite à  $\sigma_u$  (comme dans la relation de Goodman). Or, nous pouvons voir dans plusieurs références [Lemaitre et Chaboche, 1985, Rabbe *et al.*, 2000] que le faisceau peut en fait s'ouvrir légèrement au-delà du point  $(\sigma_u, \sigma_u)$ .

Cette méthode permet ainsi de déterminer rapidement une valeur approximative de  $k$ .

### 2.3.1 Résumé de l'identification du terme de Drucker-Prager

Il convient de faire une distinction entre les cas élastiques (éprouvette lisse faiblement sollicitée par exemple) et les cas avec plasticité éventuellement forte (concentration de contrainte sur éprouvette entaillée par exemple).

**Cas élastique** – Pour les calculs avec contrainte moyenne, il est recommandé d'effectuer l'identification des paramètres comme suit.

1. Les paramètres meso ( $E, \nu, \alpha, \sigma_y, C_y$ ) sont identifiés pour chaque température à partir de courbes de traction monotone.
2. Les valeurs par défaut des paramètres  $h$  et  $D_c$  sont pour les métaux,  $h = 0,2$ ,  $D_c = 0,3$ .



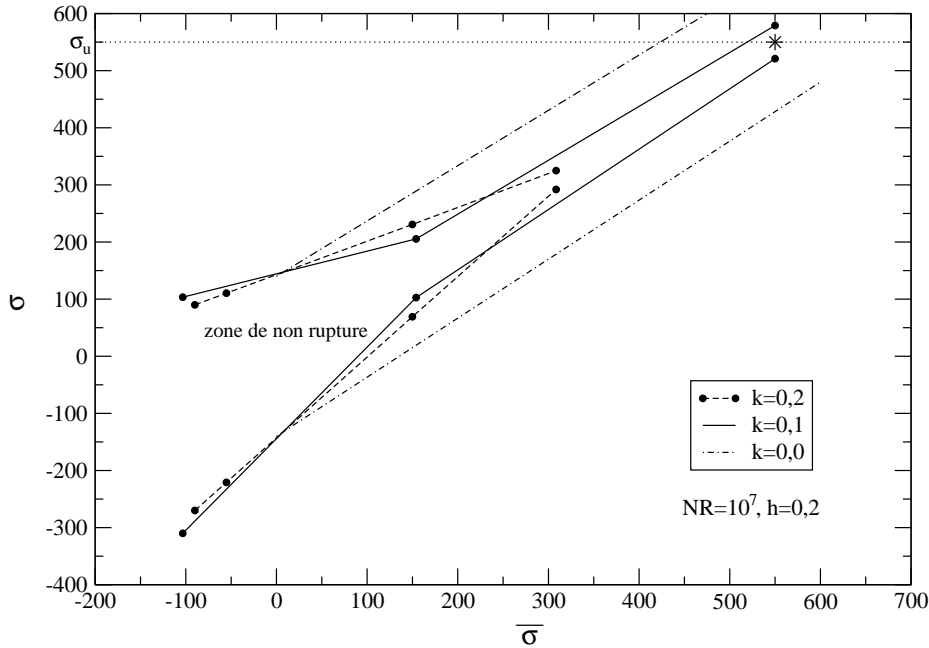


FIGURE 3.9: Influence du paramètre  $k$  à  $NR=10^7$ , diagramme de Goodman-Smith (Application à l'acier 304L. \* = point  $(\sigma_u, \sigma_u)$ )

3. Les identifications de la limite de fatigue asymptotique et du paramètre de Drucker-Prager  $k$  sont liées et dépendent du rapport de charge  $R_\sigma$  de la courbe de Wölher à disposition pour cette identification .

- Si  $R_\sigma = \sigma_{min}/\sigma_{max} = -1$ . La limite de fatigue asymptotique est directement l'asymptote expérimentale aux très grands nombres de cycles.  $k$  est alors calculé d'après l'expression de Goodman :  $k = \sigma_f^\infty/\sigma_u$ .
- Si  $R_\sigma = \sigma_{min}/\sigma_{max} \neq -1$ . L'asymptote expérimentale  $\sigma_\infty^{R_\sigma} = \sigma_{max}^\infty$  et la limite de fatigue du matériau  $\sigma_f^\infty$  sont reliées via l'expression (issue du critère  $f^\mu \leq 0$ ) :

$$\sigma_f^\infty = \frac{1}{2} \sigma_\infty^{R_\sigma} [(1 - R_\sigma) + k(1 + R_\sigma)] \quad (3.7)$$

En remplaçant  $k$  par son expression (de Goodman), l'équation (3.7) donne l'expression finale de la limite de fatigue du matériau  $\sigma_f^\infty$  :

$$\sigma_f^\infty = \frac{0,5 \sigma_\infty^{R_\sigma} (1 - R_\sigma) \sigma_u}{\sigma_u - (1 + R_\sigma) 0,5 \sigma_\infty^{R_\sigma}} \quad (3.8)$$

Ensuite,  $k$  est obtenu via l'expression de Goodman  $k = \sigma_f^\infty/\sigma_u$ .

4. Les paramètres d'endommagement  $S$  et  $s$  sont pré-identifiés avec une régression non linéaire automatique dans DAMAGE\_2009 : la courbe de Wöhler expérimentale et l'expression approchée du nombre de cycles à rupture permettent d'obtenir automatiquement  $S$  et  $s$ .

Tout comme pour ces paramètres, l'interface graphique du post-processeur permet de rentrer directement la valeur du paramètre de Drucker-Prager  $k$  (fig.3.10).

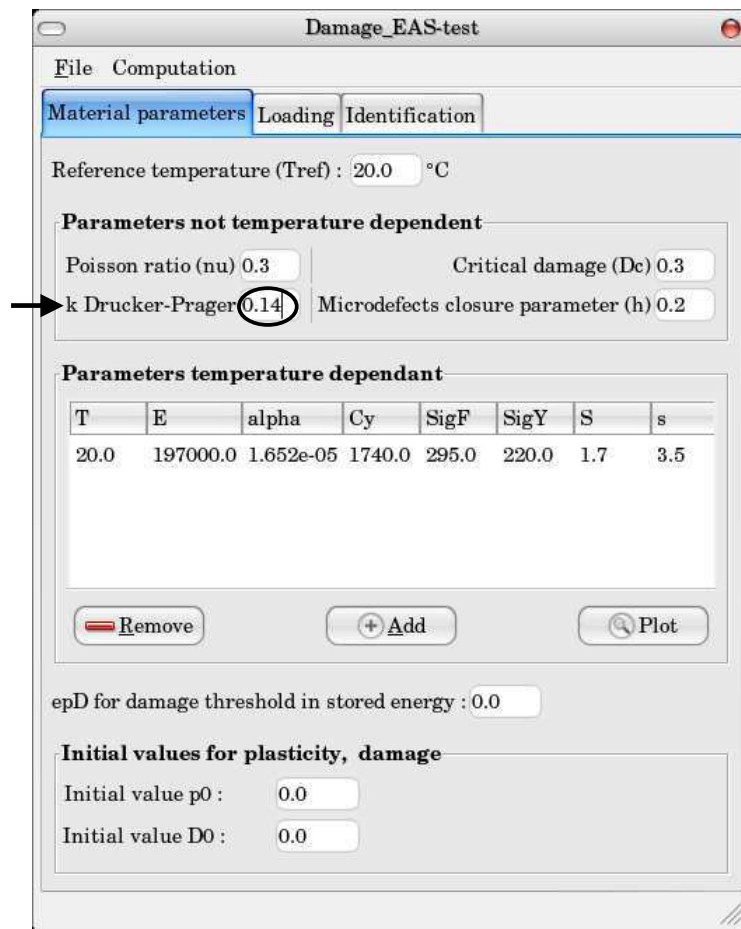


FIGURE 3.10: Boîte de dialogue modifiée pour prise en compte du paramètre  $k$  (DAMAGE\_2009).

**Cas plastique** – Pour les géométries entaillées l'expérience montre qu'il faut avoir à disposition le diagramme de Haigh expérimental du matériau étudié (dans les conditions de plasticité),  $k$  est la pente de la droite délimitant les éprouvettes rompues et non rompues dans un diagramme de Haigh ( $\sigma_a = f(\bar{\sigma})$  en uniaxial,  $A_{II} = f(tr(\bar{\sigma}))$  en multiaxial), et  $\sigma_f^\infty$  l'ordonnée à l'origine de cette droite. L'identification des autres paramètres s'effectue

comme précédemment.

En guise d'illustration, la figure 3.11 représente les nouvelles allures des limites asymptotiques et droites à  $N_R$  fixé ( $10^6$  cycles) obtenues par le modèle. On y voit nettement les pentes des limites asymptotiques ainsi que les droites à  $10^6$  cycles qui viennent tangenter ces asymptotes. Il est dès lors évident que via un paramètre  $k$  non nul, les points correspondants à des rapports de charge proches de 1 ont désormais par le modèle une durée de vie finie.

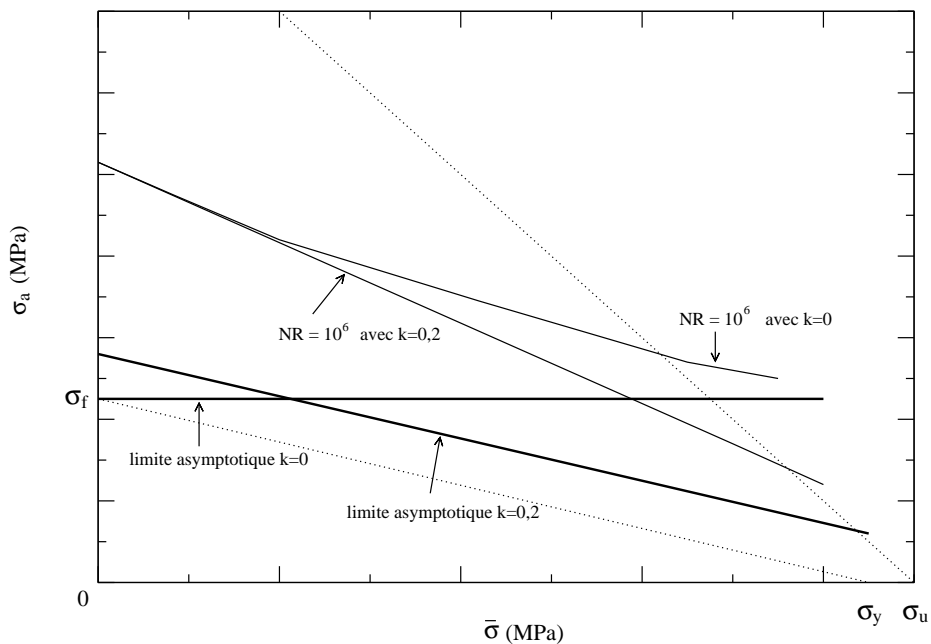


FIGURE 3.11: Influence de  $k$  sur les limites asymptotiques et sur les droites à  $N_R$  fixé.

### 2.3.2 Diagramme de Haigh via le modèle à deux échelles

Maxwell et Nicholas [1999] proposent une méthode rapide d'obtention de diagramme de Haigh en fatigue à grand nombre de cycles. La méthode consiste à solliciter une éprouvette durant  $10^7$  cycles puis à augmenter la charge jusqu'à rupture. Une contrainte équivalente, non donnée ici, permet alors de construire un diagramme de Haigh pour différents rapports de charge testés. Ils ont appliqué leur méthode à un alliage de titane dont les caractéristiques usuelles sont fournies. De même, des courbes de fatigue à différents rapports de charge sont fournies ( $R=0.8, 0.5, 0.1$  et  $-1$ ) et ce, pour des durées de vie allant jusqu'à  $10^8$  cycles (fig.3.12). Il est dès lors possible d'appliquer le modèle à deux échelles pour retrouver le diagramme de Haigh de cet alliage de titane, notam-

ment aux rapports de charge élevés et de mettre en évidence l'intérêt du paramètre de Drucker-Prager  $k$ .

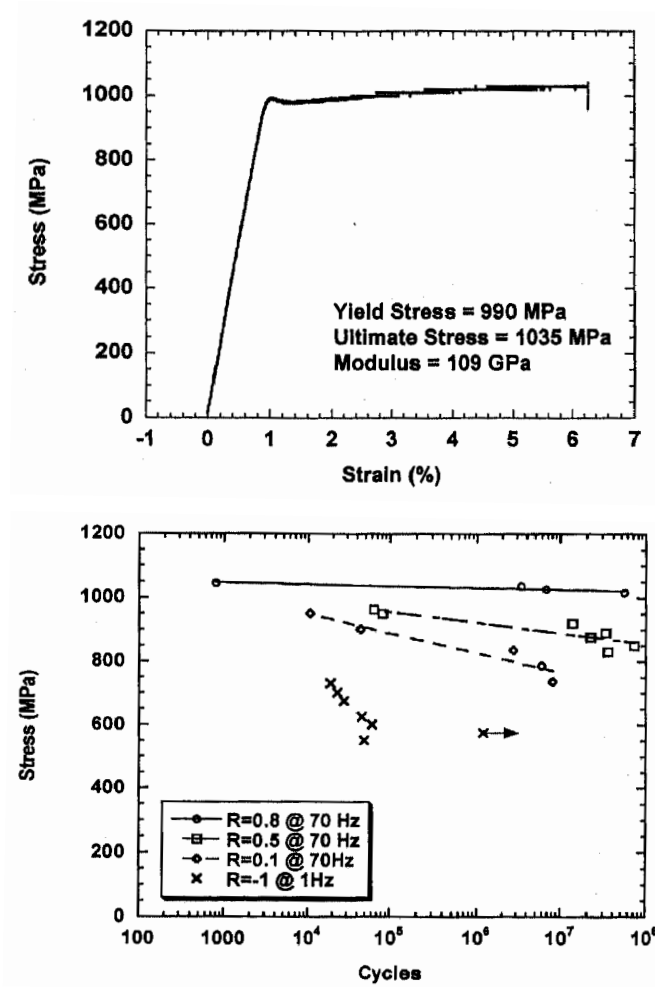


FIGURE 3.12: Données, courbes de fatigue issues de [Maxwell et Nicholas, 1999].

**Paramètres "matériau"** – Les paramètres "matériau" usuels sont fournis dans [Maxwell et Nicholas, 1999]. Les essais étant réalisés sur éprouvettes uniaxiales, le paramètre  $k$  est défini comme le rapport de la limite d'endurance ( $\sigma_f^\infty$ ) sur la limite ultime de traction ( $\sigma_u$ ) soit,

$$k = \frac{\sigma_f^\infty}{\sigma_u} = \frac{580}{1035} = 0,56 \quad (3.9)$$

Les paramètres du modèle à deux échelles sont identifiés à partir de la courbe de fatigue expérimentale obtenue à rapport de charge  $R_F = -1$ , la limite de fatigue asymptotique étant estimée aux alentours de 580MPa (fig.3.12 du bas). Par la suite, le post-processeur

DAMAGE\_2009 est utilisé pour déterminer les paramètres  $s$  et  $S$  à partir de la courbe de fatigue.

Les paramètres "matériau" sont résumés tableau 3.13.

E (GPa)	$\nu$	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$C_y$ (MPa)	$s$	$S$ (MPa)	$\sigma_f^\infty$ (MPa)	$k$
109	0.3	990	1035	110	1	300	580	0.56

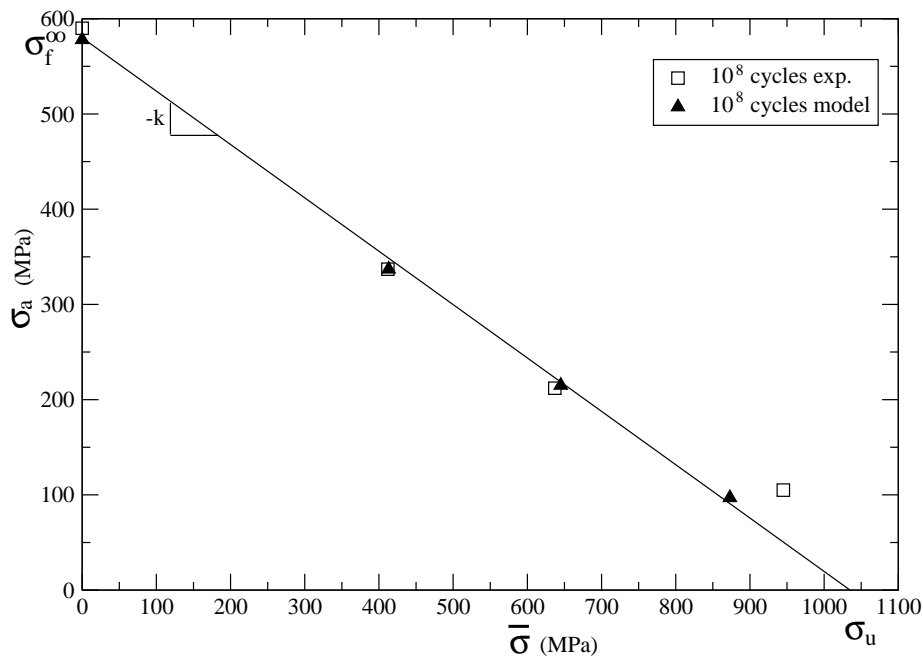
FIGURE 3.13: Caractéristiques de l'alliage de titane de la littérature.

**Chargements** – Nous souhaitons simuler, par la nouvelle version du post-processeur d'endommagement DAMAGE\_2009 (prenant en compte  $k$ ), des nombres de cycles à rupture dans un premier temps sous sollicitation uniaxiale à grand nombre de cycles (donc sans plasticité). Nous construisons donc simplement les fichiers chargements en calculant la déformation principale  $\epsilon_{11}$  comme valant  $\sigma/E$ , les deux déformations  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  valant simplement  $-\nu\epsilon_{11}$ . Les termes hors diagonale et le tenseur des déformations plastiques à l'échelle macroscopique sont pris égaux à zéro. Il suffit ensuite, pour différents rapports de charge, de trouver les valeurs des contraintes amenant à des nombres de cycles théoriques compris entre  $10^6$  et  $10^7$  et de les placer dans un diagramme de Haigh.

**Résultats** – Des simulations ont été effectuées pour les rapports de charge  $R_\sigma = -1.0, 0.1, 0.5$  et  $0.8$  afin d'explorer toute la partie des contraintes moyennes positives du diagramme de Haigh. Les cas de chargement correspondants à des  $N_R$  théoriques de  $10^8$  cycles sont placés sur le diagramme de Haigh de la figure 3.14. Figurent également sur ce graphique les points expérimentaux à  $10^8$  cycles issus des courbes de fatigue expérimentales tirées de l'article.

On observe la bonne superposition des points expérimentaux et des points obtenus par le modèle à  $10^8$  cycles. Un léger écart peut être observé pour le rapport de charge le plus élevé. Toutefois, on peut se demander si cet écart n'est pas lié à la dispersion expérimentale inhérente au matériau, sachant qu'un unique point sert de référence. De plus, nous pouvons constater que les contraintes testées à ce rapport de charge sont peu ou prou égales à la contrainte ultime de ce matériau, ce qui devrait aboutir à une rupture quasi immédiate. En traçant la droite reliant tous les points théoriques à  $10^8$  cycles, nous observons qu'elle coupe parfaitement l'axe des abscisses en  $\sigma_u$  et l'axe des ordonnées en  $\sigma_f^\infty$  et valide clairement la nouvelle fonction critère du modèle à deux échelles.

Identifié à partir de la courbe de fatigue à rapport de charge  $R_\sigma = -1$ , nous pouvons appliquer le modèle à deux échelles pour tracer les courbes de fatigue à rapports de charge  $-1, 0.1, 0.5$  et  $0.8$  (fig.3.15). Nous observons que les courbes de fatigue obtenues via le post-processeur de fatigue DAMAGE (avec les caractéristiques fournies tableau 3.13) passent bien dans les points expérimentaux, si ce n'est pour les points à rapport de charge



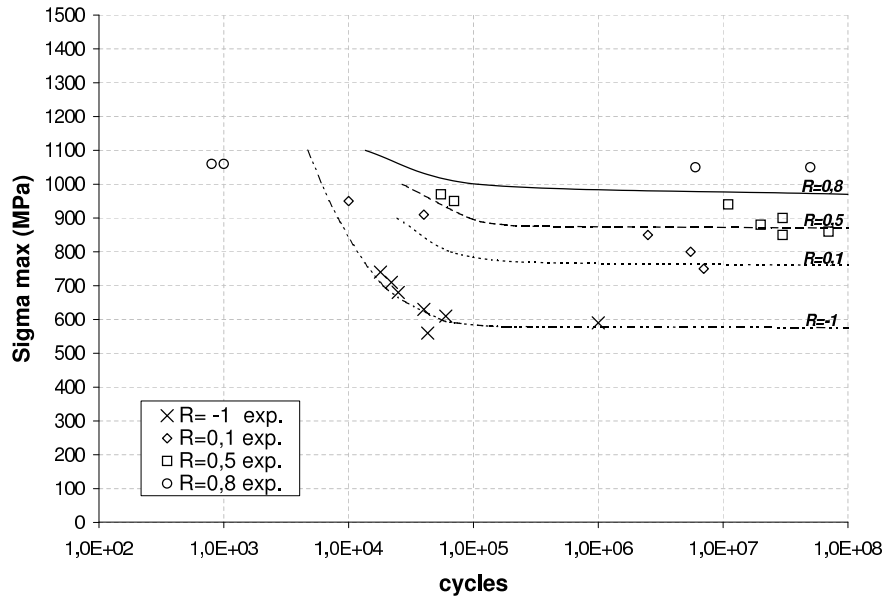
**FIGURE 3.14:** Validation de la relation  $k = \sigma_f^{\infty} / \sigma_u$  dans le diagramme de Haigh (à  $10^8$  cycles). Comparaison aux points expérimentaux obtenus par [Maxwell et Nicholas, 1999].

0,8, où la courbe de fatigue théorique est légèrement en dessous des points expérimentaux (tout comme nous le voyions fig.3.14). Le modèle (incrémental rappelons le) permet donc d'obtenir des courbes de fatigue conformes aux données expérimentales pour une large plage de rapports de charges à partir de la simple expression  $k = \frac{\sigma_f^{\infty}}{\sigma_u}$ .

## 2.4 Comparaison avec d'autres critères issus de la littérature

Il existe un lien, en chargement proportionnel, entre l'expression de la surface de plasticité de Drucker-Prager, faisant intervenir le premier invariant des contraintes et les critères de fatigue. Ce lien semble traduire le caractère confiné de la plasticité en fatigue à grand nombre de cycles et est utilisé à l'échelle microscopique des défauts lors de l'écriture du modèle d'endommagement et de fatigue à deux échelles.

C'est pourquoi nous notons ici  $\sigma_y = \sigma_y^H = \sigma_f^{\infty}$  considérant (comme c'est le cas dans le modèle à deux échelles) que la limite d'élasticité à l'échelle des défauts est égale à la limite de fatigue asymptotique du matériau. Rappelons brièvement l'expression de deux critères de fatigue usuels que sont les critères de Sines et de Crossland. Ces critères sont fonctions de l'amplitude de cisaillement octaédrique ( $\tau_{oct}$  aussi notée  $A_{II}$ ), et de la pression hydrostatique moyenne ( $\bar{\sigma}_H = \frac{1}{3}tr\bar{\sigma}$ ) au cours du cycle dans le critère de Sines (éq.3.10), et de la pression hydrostatique maximum ( $\sigma_{Hmax}$ ) dans le critère de Crossland (éq.3.11).



**FIGURE 3.15:** Courbes de fatigue obtenues avec le nouveau modèle à deux échelles, comparaison avec les points expérimentaux obtenus par Maxwell et Nicholas (1999) pour des rapports de charge variant de -1 à 0,8.

$$\text{Sines : } A_{II} = \sigma_f(1 - 3b)\bar{\sigma}_H \quad (3.10)$$

$$\text{Crossland : } A_{II} = \sigma_f \frac{1 - 3b\sigma_{Hmax}}{1 - 3b\sigma_f} \quad (3.11)$$

avec  $b$  un paramètre matériau, et  $\sigma_f$  la limite de fatigue du matériau.

Le critère d'endurance du modèle à deux échelles modifié peut s'écrire sous la forme (avant endommagement) :

$$f^\mu(\boldsymbol{\sigma}^\mu, \mathbf{X}^\mu) < 0 \quad (3.12)$$

avec  $f^\mu$  la fonction critère de plasticité de type Drucker-Prager, et avec  $\mathbf{X}^\mu$  un écrouissage cinématique constant (par exemple dû à la première montée en charge) lors du chargement de fatigue :

$$f^\mu = (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}^\mu)_{eq} + ktr\boldsymbol{\sigma} - \sigma_y^\mu = (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}^\mu)_{eq} + 3k\sigma_H - \sigma_f^\infty = 0 \quad (3.13)$$

Sans endommagement ni micro-plasticité, la loi de changement d'échelle conduit dans ce cas à  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^\mu = \boldsymbol{\sigma}^\mu = \boldsymbol{\sigma}$ . Si l'on considère un chargement à la limite du domaine élastique pour les contraintes maximales  $\boldsymbol{\sigma}_M$ , de von Mises  $\sigma_{eqM}$  et hydrostatique  $\sigma_{HM}$ , et pour des contraintes minimales  $\boldsymbol{\sigma}_m$ , de von Mises  $\sigma_{eqm}$  et hydrostatique  $\sigma_{Hm}$

$$(\boldsymbol{\sigma}_M - \mathbf{X}^\mu)_{eqM} = \sigma_f^\infty - 3k\sigma_{HM} \quad \text{et} \quad (\boldsymbol{\sigma}_m - \mathbf{X}^\mu)_{eqm} = \sigma_f^\infty - 3k\sigma_{Hm} \quad (3.14)$$

soit, par sommation et en remarquant que pour un chargement radial  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^D$  (déviatorique,  $\mathbf{X}^\mu$  constant dans le domaine élastique) est justement proportionnel à  $\boldsymbol{\sigma}^D$  et ainsi que  $(\boldsymbol{\sigma}_M - \mathbf{X}^\mu)_{eqM} + (\boldsymbol{\sigma}_m - \mathbf{X}^\mu)_{eqm} = (\Delta\boldsymbol{\sigma})_{eq} = 2A_{II}$ , on observe par moyennation des deux équations (3.14) :

$$A_{II} = \sigma_f^\infty - 3k\bar{\sigma}_H \quad \bar{\sigma}_H = \frac{1}{2}(\sigma_{Hm} + \sigma_{HM}) \quad (3.15)$$

On observe qu'en posant :

$$\sigma_f = \sigma_f^\infty \quad k = b\sigma_f^\infty \quad (3.16)$$

on retrouve le critère de Sines. En guise d'illustration (fig. 3.16), le critère de Sines et la surface seuil du modèle à deux échelles sont tracés pour différentes valeurs du paramètre  $k$  (i.e. de  $b\sigma_f^\infty$ ), la superposition des courbes est parfaite.

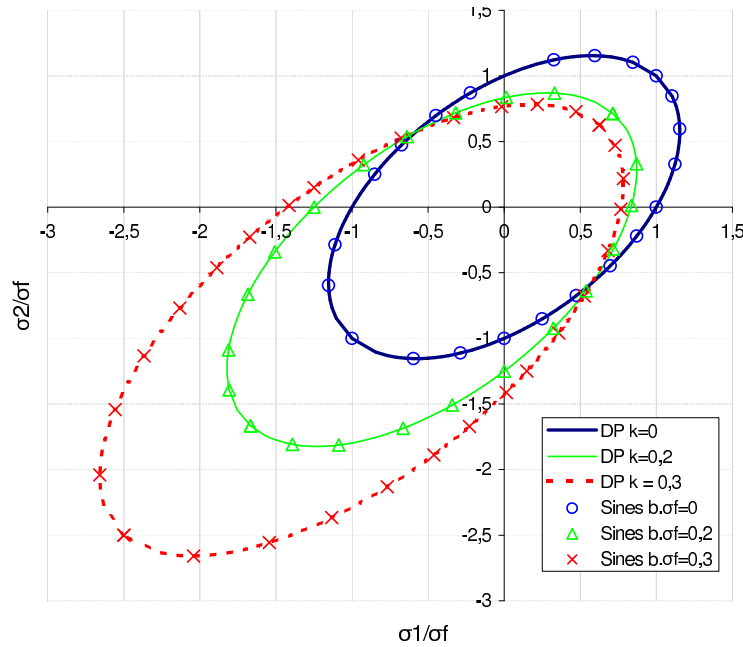


FIGURE 3.16: Comparaison critère de Sines - surface seuil modèle à deux échelles modifié.

Si l'on s'intéresse désormais au critère de Crossland, les considérations suivantes sont à prendre en compte pour la surface seuil afin d'obtenir ledit critère :

$$f^\mu = (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})_{eq} + k\langle tr\boldsymbol{\sigma} \rangle_+ - \sigma_y^\mu = (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})_{eq} + 3k\langle \sigma_H \rangle_+ - \sigma_f^\infty = 0 \quad (3.17)$$

où  $\langle \cdot \rangle_+$  désigne la partie positive.

Alors, si  $\sigma_{HM} \geq 0$  et  $\sigma_{Hm} \leq 0$  :

$$(\boldsymbol{\sigma}_M - \mathbf{X})_{eqM} = \sigma_f^\infty - 3k\sigma_{HM} \quad \text{et} \quad (\boldsymbol{\sigma}_m - \mathbf{X})_{eqm} = \sigma_f^\infty \quad (3.18)$$



soit :

$$A_{II} = \sigma_f^\infty - \frac{3k}{2}\sigma_{HM} \quad (3.19)$$

qui redonne le critère de Crossland en posant :

$$\frac{\sigma_f}{1 - 3b\sigma_f} = \sigma_f^\infty \quad k = 2b\sigma_f^\infty \quad (3.20)$$

### 3 Post-processeur de fatigue probabiliste DAMAGE 2009

#### 3.1 Problématique de la dispersion des données en fatigue

L'un des éléments déterminants pour le calcul de la durée de vie en fatigue est la limite de fatigue du matériau. On constate toutefois que les essais expérimentaux fournissent des valeurs de limites de fatigue assez dispersées. Ce phénomène est étudié depuis les années 1960 [Bastenaire, 1960, Bastenaire, 1971, Brand, 1980], et fait même l'objet de réglementations [AFNOR, 1991]. La prise en compte de cette dispersion est l'objet de cette étude afin de pouvoir quantifier le degré d'incertitude quant à la prévision du nombre de cycles à rupture par calcul (associé à une valeur de limite de fatigue dans le cas du modèle à deux échelles).

En guise d'illustration et afin de comparer par la suite différentes méthodes, utilisons le nuage de points de la fig.3.17. L'idée est ici d'avoir un maximum de points issus de données expérimentales, représentatifs de la dispersion.

Il s'agit d'un matériau 304L pour lequel des essais de fatigue uniaxiale ont été effectués à différentes températures, en déformation imposée. Afin d'avoir un nombre de points le plus grand possible dans les grands nombres de cycles, nous avons regroupé tous ces essais sur un même graphique en calculant une pseudo contrainte (i.e. contrainte maximale de chaque essai multipliée par le rapport du module d'Young à la température de référence sur le module d'Young à la température d'essai). Les points situés au delà de  $10^5$  cycles sont par la suite considérés comme typiques d'une courbe de fatigue présentant une dispersion de la limite de fatigue et plusieurs méthodes statistiques leur sont appliquées.

#### 3.2 Méthodes statistiques/probabilistes retenues

Il existe tout d'abord des méthodes d'analyse (dites statistiques) qui permettent d'étudier les caractéristiques d'un groupe de points sans prendre en compte les autres points de la courbe de Wöhler [Weibull, 1939, Leax, 1999]. Ensuite, il existe certaines méthodes (dites probabilistes) plus globales qui traitent le nuage de points en entier et permettent de tracer des courbes de Wöhler à différentes probabilités de rupture [Bastenaire, 1960, AFNOR, 1991, Pascual et Pascual-Meeker, 1997, Guedé, 2005, Perrin, 2008].

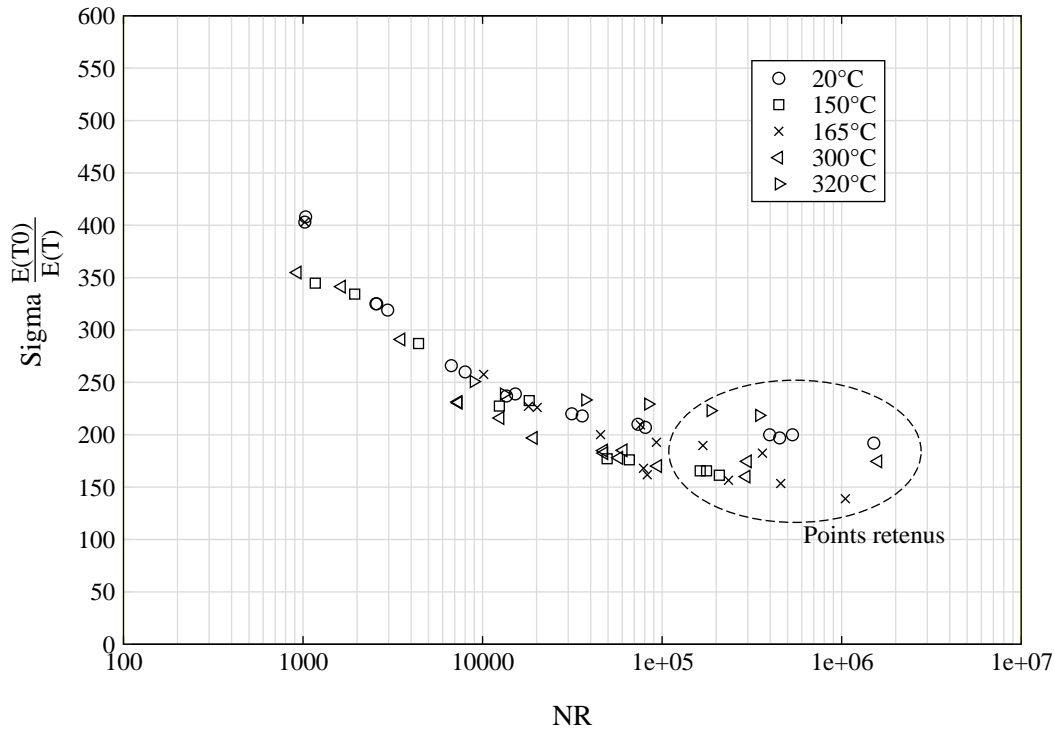
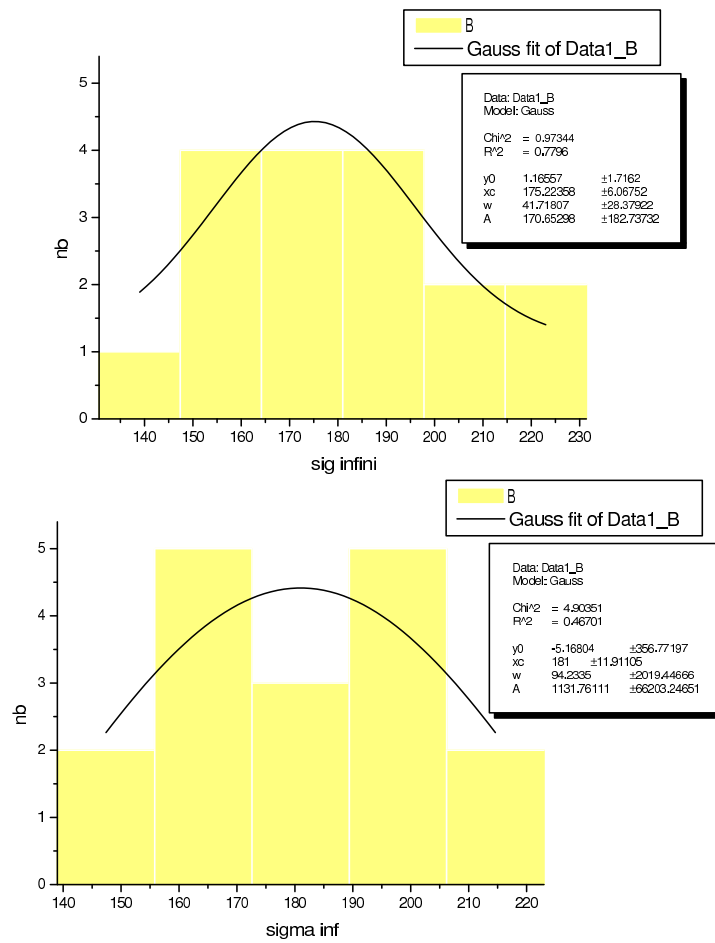


FIGURE 3.17: Points expérimentaux retenus pour appliquer diverses approches probabilistes/statistiques.

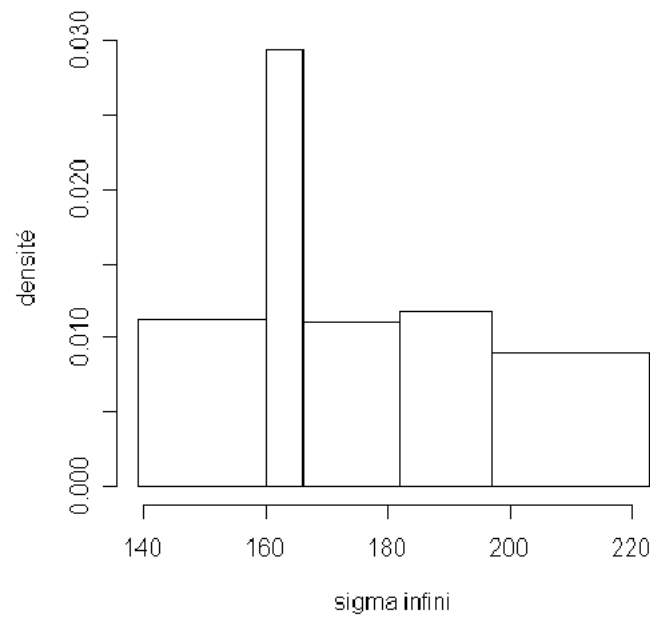
### 3.2.1 Méthodes statistiques

**Histogramme à pas fixe** – En suivant les règles usuelles pour la construction des histogrammes, un histogramme à pas fixe est réalisé afin de rendre compte de la dispersion de la limite de fatigue. Deux bornes de départ sont testées, puis les histogrammes sont approchés par une Gaussienne pour déterminer la valeur moyenne de la contrainte. Comme nous le constatons figure 3.18, l’allure de ces histogrammes est assez chaotique, d’où des Gaussiennes assez éloignées entre les deux cas envisagés. Les valeurs moyennes correspondant alors à la limite asymptotique de fatigue pour une probabilité de rupture de 50% valent 181 et 175 MPa : l’influence de la borne de départ des histogramme, choisie arbitrairement, est clairement mise en lumière.



**FIGURE 3.18:** Histogrammes à pas fixes. Gaussienne obtenue à partir de ces histogrammes pour deux bornes initiales de bandes.

**Histogramme à pas aléatoire –** Dans la même optique, un histogramme à pas aléatoires (plus élaboré que l’histogramme à pas fixe) est calculé avec le logiciel R [LOG, R]. Nous constatons figure 3.19 que l’allure de cet histogramme est encore très chaotique avec un pic prédominant, et très différent des deux précédents histogrammes. La valeur moyenne obtenue est ici de  $\bar{\sigma}_f^\infty = 177\text{MPa}$ . La méthode des histogrammes est donc trop dépendante de la borne initiale et aussi des largeur de bandes.



**FIGURE 3.19:** Histogrammes à pas aléatoires.

**Méthode du noyau** – Pour éviter les problèmes de borne initiale et de largeur de bandes, la méthode du noyau d'Epanechnikov [Epanechnikov, 1969] est appliquée à notre échantillon. L'estimation par noyau a pour principal intérêt de représenter la distribution d'un paramètre observable à partir de réalisations mesurées de manière à obtenir une courbe de densité de probabilité plus lisse que celle obtenue par histogrammes, i.e. avec une dérivée première continue. La densité de probabilité  $P$  est, par définition, la dérivée de la fonction de répartition. On peut donc approcher  $P_{\sigma_f^\infty}$  par  $\hat{P}_{\sigma_f^\infty}$  défini comme suit lors de la généralisation à plusieurs noyaux :

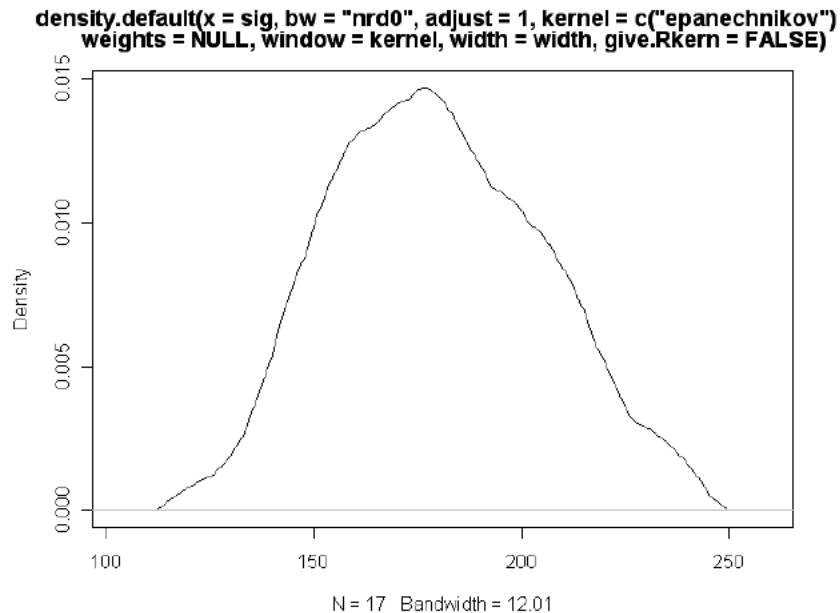
$$\hat{P}_{\sigma_f^\infty} = \frac{1}{Qh} \sum_{q=1}^Q K \left( \frac{\sigma_f^\infty - \sigma_f^{\infty(q)}}{h} \right) \quad (3.21)$$

où  $K$  est un noyau pouvant être triangulaire, gaussien ou d'Epanechnikov par exemple. Ici le choix se porte sur ce dernier dont l'expression est la suivante :

$$K_E(u) = \frac{3}{4\sqrt{5}} \left( 1 - \frac{u^2}{5} \right) \mathbf{1}_{-\sqrt{5};\sqrt{5}}(u) \quad (3.22)$$

avec  $\mathbf{1}$  la fonction indicatrice.

Le logiciel R propose la largeur de bande optimale ( $h$ ) et nous indique les valeurs de la médiane et des quartiles à 25 et 75%. Les résultats sont portés en figure 3.20 avec comme valeurs de contraintes ;  $\sigma_{f50\%}^\infty = 181$  MPa ;  $\sigma_{f25\%}^\infty = 142$  MPa ;  $\sigma_{f75\%}^\infty = 220$  MPa.



**FIGURE 3.20:** Densité de probabilité  $P_{\sigma_f^\infty}$  par la méthode du noyau d'Epanechnikov.

**Méthode Weibull / Maximum de vraisemblance** – Afin de comparer les valeurs de contraintes précédemment trouvées, une autre méthode probabiliste est appliquée au nuage de points. Nous appliquons ici une méthode de type Weibull via la relation,

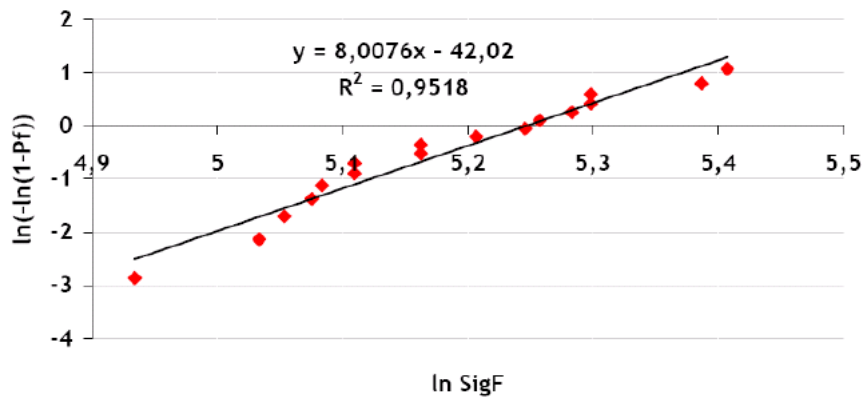
$$\frac{\ln(1 - P_R)}{\ln(1 - 0,5)} = \left[ \frac{\sigma_f^\infty(P_R)}{\sigma_f^\infty(0.5)} \right]^m \tag{3.23}$$

où  $m$  est le module de Weibull,  $P_R$  la probabilité de rupture,  $\sigma_f^\infty(P_R)$  (resp.  $\sigma_f^\infty(0.5)$ ) la limite de fatigue asymptotique pour la probabilité de rupture  $P_R$  (resp. pour la probabilité de rupture 0.5) [Doudard *et al.*, 2005].

Il nous faut donc déterminer les deux paramètres de Weibull,  $m$  et  $\sigma_f^\infty(0.5)$ .

D’après l’analyse via les histogrammes réalisés précédemment, la valeur de  $\sigma_f^\infty(0.5)$  est de l’ordre de 180MPa (nous avons 181, 175 ou 177 MPa suivant les méthodes). Nous choisissons de retenir la valeur obtenue à partir de la méthode dite la plus évoluée, *i.e.* la valeur de  $\sigma_f^\infty(0.5)$  obtenue via la méthode du noyau d’Epanechnikov. D’où,  $\sigma_f^\infty(0.5) = 181\text{MPa}$ . Pour la détermination de  $m$ , nous traçons  $\ln(-\ln(1-P_R))=f(\sigma_f^\infty(\text{exp.}))$  où  $P_R$  est pris comme égal à l’estimateur  $1/(n+1)$  avec  $n$  le nombre de points de l’échantillon donné (soit ici 17). Nous obtenons la figure 3.21 sur laquelle nous pouvons déterminer  $m$  comme la pente de la droite, soit 8.

Par suite, via l’équation 3.23 , nous déterminons la valeur de la limite de fatigue asymp-



**FIGURE 3.21:** Détermination du module de Weibull.

totique  $\sigma_f^\infty(P_F)$  pour une probabilité de rupture  $P_R$  valant 0.25 et 0.75.

Toutefois, la méthode précédemment utilisée a pour inconvénient d’avoir comme donnée d’entrée la valeur de  $\sigma_f^\infty(0,5)$  obtenue via la méthode du noyau. Pour éviter cet écueil, nous avons alors effectué une analyse de Weibull via la méthode du maximum de vraisemblance à nouveau avec le logiciel R pour ne pas avoir d’a priori sur  $\sigma_f^\infty(0,5)$ . Les résultats obtenus s’avèrent être les mêmes que ceux via la méthode de Weibull précédente.

Les valeurs de limites de fatigue asymptotiques obtenues sont finalement tracées sur le diagramme de Wöhler du matériau en figure 3.22.

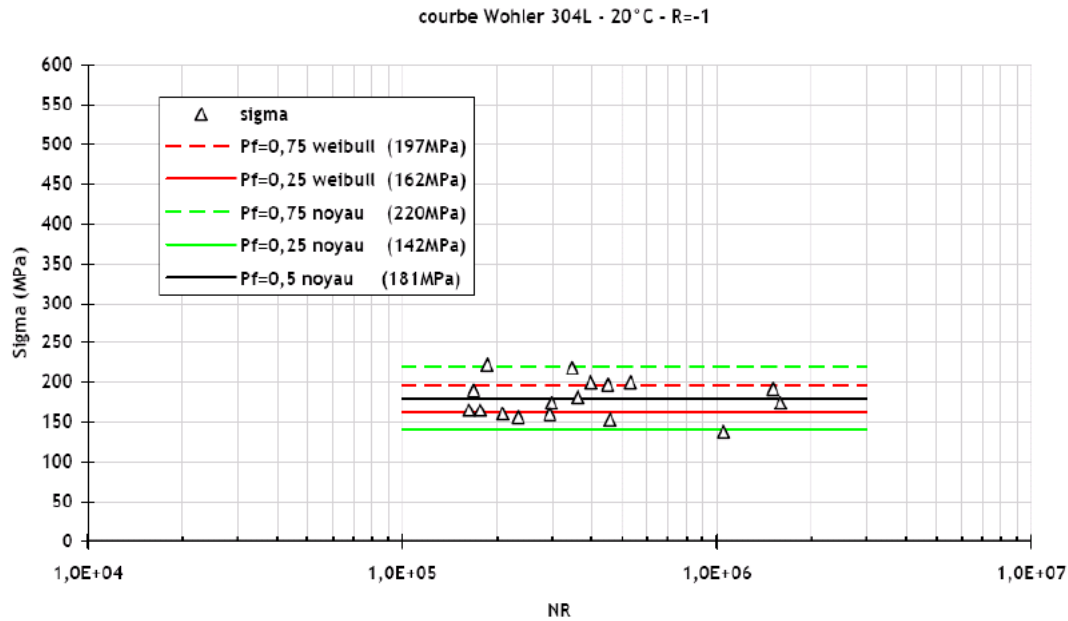


FIGURE 3.22: Comparaison des limites asymptotiques avec les 2 méthodes employées.

Nous constatons un fort écart des contraintes entre les deux méthodes (de Weibull et du noyau). Nous observons que la valeur  $\sigma_f^\infty(0,5)$  passe bien par le centre des points, en revanche, les valeurs de  $\sigma_f^\infty(0,25)$  et  $\sigma_f^\infty(0,75)$  semblent soit trop à l'intérieur du groupe de points pour la méthode de Weibull, soit au contraire trop excentrés pour la méthode du noyau.

Dans ces méthodes qui utilisent les lois de Weibull, nous pouvons citer deux approches permettant de traiter statistiquement les limites d'endurance d'un matériau. Plusieurs auteurs se sont attachés à expliquer la dispersion expérimentale via la prise en compte de répartition initiale de défauts (engendrant rupture) dans le matériau considéré [Hild *et al.*, 1992, Bomas *et al.*, 1999, Chantier *et al.*, 2000]. D'autres auteurs (dont certains utilisant un modèle d'endommagement à deux échelles) appliquent l'hypothèse d'un processus de Poisson sur la limite d'élasticité à l'échelle micro pour obtenir des modèles d'endommagement probabilistes [Doudard *et al.*, 2005, Flacelière, 2004]. Une méthode originale de mesures thermographiques d'échauffement dû au chargement permet également d'obtenir à moindre frais, une estimation rapide des propriétés en fatigue HCF d'un matériau métallique [Doudard, 2005, Poncelet, 2007].

### 3.2.2 Méthodes probabilistes

**Méthode CETIM Bastenaire** – Cette méthode [Brand, 1980] basée sur les travaux de Bastenaire [Bastenaire, 1960, Bastenaire, 1971] permet de placer des points dans le diagramme de Wöhler à différentes contraintes pour un niveau de probabilité et un indice de confiance donnés. Cette approche est basée sur les hypothèses suivantes :

- dans la zone d'endurance illimitée, pour un nombre de cycles donné, la distribution des contraintes peut être décrite par une loi normale,
- dans la zone d'endurance limitée, pour une contrainte donnée, la distribution des nombres de cycles à rupture peut suivre une loi normale. (figure 3.23)

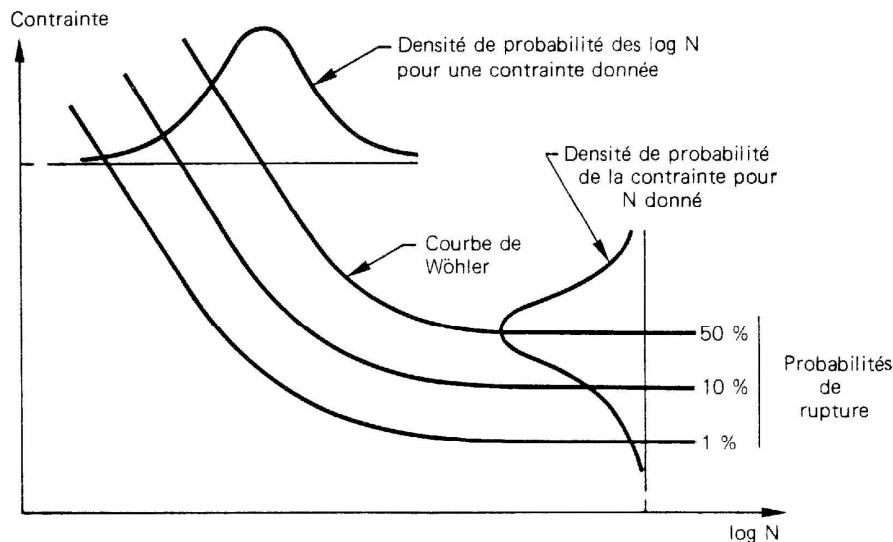


FIGURE 3.23: Courbes d'isoprobabilité de rupture (d'après Bastenaire).

**Méthodes Guédé, ESOPE (norme AFNOR), Meeker** – Contrairement aux méthodes statistiques présentées précédemment qui consistaient à analyser une partie du nuage de points, ces méthodes traitent les points sur la totalité des nombres de cycles à rupture explorés. L'avantage est de pouvoir prédire une limite asymptotique "indépendamment" du nuage de points, dans le sens où on ne donne pas de bornes à la limite asymptotique (dans les méthodes présentées précédemment, on a une valeur minimale de la contrainte, et du fait du genre d'analyses faites, la valeur asymptotique est supérieure à la valeur minimale du nuage de points). Ces méthodes permettent d'obtenir des courbes très proches dans le cas d'une étude à une probabilité de rupture  $P_R = 0,5$ . Toutefois, des études ont montré que l'obtention des courbes à quantiles autres que 0,5 pouvait donner des résultats aberrants (surtout la méthode ESOPE) [Perrin et Sudret, 2006]. Ces méthodes, assez complexes, ne permettent donc pas forcément une étude fiable de points quelconques. D'ailleurs, de nombreux tests doivent être effectués pour valider les résultats de ces méthodes.

On trouve dans [Guedé, 2005] une autre étude sur le 304L réalisée avec une de ces méthodes probabilistes. L'auteur obtient une valeur asymptotique de 185,8MPa avec un nuage de points dont le nombre est conséquent (figure 3.24). La méthode développée par cet auteur est celle qui donne les meilleurs résultats parmi les trois méthodes citées.



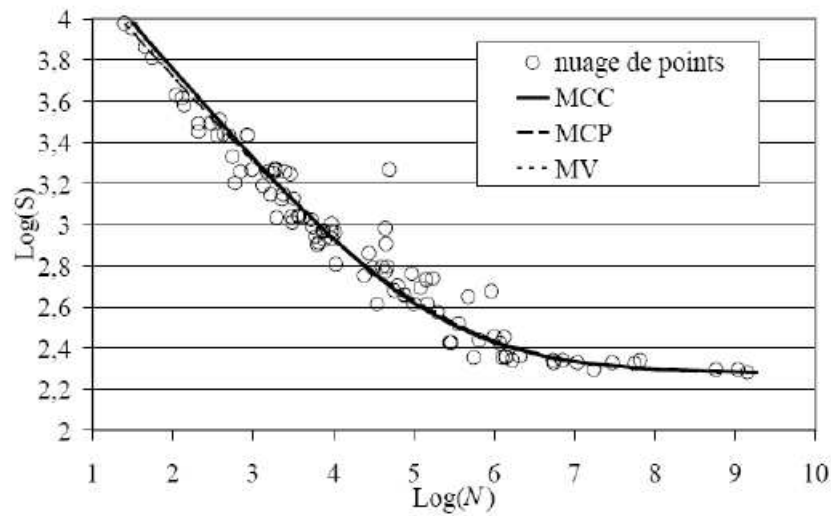


FIGURE 3.24: Étude sur 304L (d'après [Guedé, 2005], *MCC* : méthode des moindres carrés, *MCP* : méthode des moindres carrés modifié, *MV* : méthode du maximum de vraisemblance).

$P_R$	Weibull – Maximum vraisemblance	Noyau	CETIM Bastenaire
0,75	197 MPa	220 MPa	195,7 MPa
0,5	181,7 MPa	181 MPa	179,6 MPa
0,25	163,5 MPa	142 MPa	163,5 MPa

FIGURE 3.25: Résultats des méthodes sur la valeur de la limite de fatigue asymptotiques  $\sigma_f^\infty(P_R)$  pour différentes probabilités de rupture.

### 3.3 Synthèse des résultats

Nous avons présenté quelques méthodes statistiques et probabilistes issues de la littérature. Il en existe d'autres, toutefois aucune ne permet d'obtenir dans tous les cas des courbes de fatigue à iso-probabilité de rupture  $P_R$ .

Les valeurs des limites asymptotiques ( $\sigma_f^\infty(P_R)$  en MPa) obtenues sur le même nuage de points via les méthodes précédemment citées sont regroupées dans le tableau 3.25 (nous pouvons comparer ces valeurs à celle de [Guedé, 2005] valant 185,8MPa (à  $P_R=0,5$ ) pour le même matériau mais avec un nuage de points plus étoffé).

Aucune méthode probabiliste ne pouvant s'appliquer universellement et simplement à un nuage de points quelconque, nous garderons par la suite deux méthodes en fonction des données à disposition :

- si nous possédons peu de points expérimentaux à grands nombres de cycles (typiquement moins de 30), alors les méthodes probabilistes risquent d'être biaisées par ce faible échantillonnage. La solution est alors de suivre la recommandation de la norme et de supposer une répartition Gaussienne de la limite de fatigue. Dans

ce cas, une valeur moyenne et un écart-type sont à calculer (et considérés comme données d'entrée du post-processeur de fatigue DAMAGE\_2009).

- si nous possédons beaucoup de points, alors la méthode du noyau d'Epanechnikov semble être la meilleure solution afin de déterminer la densité des points puisqu'aucun *a priori* n'est fait sur la forme de la densité.

Ces deux manières de rendre probabiliste le paramètre "limite de fatigue asymptotique  $\sigma_f^\infty$ " vont donc être mises en oeuvre dans le post-processeur de fatigue probabiliste DAMAGE\_2009.

### 3.4 Description du post-processeur de fatigue probabiliste

Pour des raisons de commodité et de clarté, la description du post-processeur désormais probabiliste DAMAGE\_2009 va être faite à partir d'un nuage de points correspondant à des données de fatigue légèrement différent du précédent nuage. En effet, les points situés au-delà de  $10^6$  cycles vont par la suite être obtenus de manière mathématique. Pour ce faire, nous prenons 30 points obtenus via un générateur de nombres, de telle sorte que leur répartition soit Gaussienne, de moyenne 200MPa et d'écart-type 10. Le nouveau nuage de points ainsi construit est présenté fig. 3.26. De plus, les simulations de nombres de cycles à rupture seront faites à partir d'un même chargement "simple" fictif. Trois méthodes statistiques pour prendre en compte la dispersion de la limite de fatigue ont été programmées, de complexité graduée.

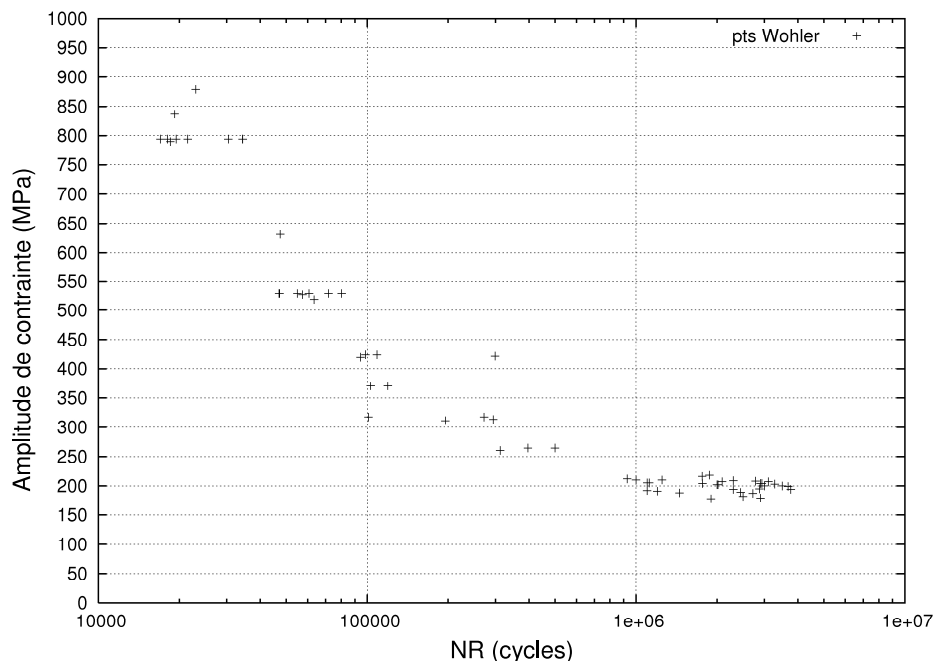
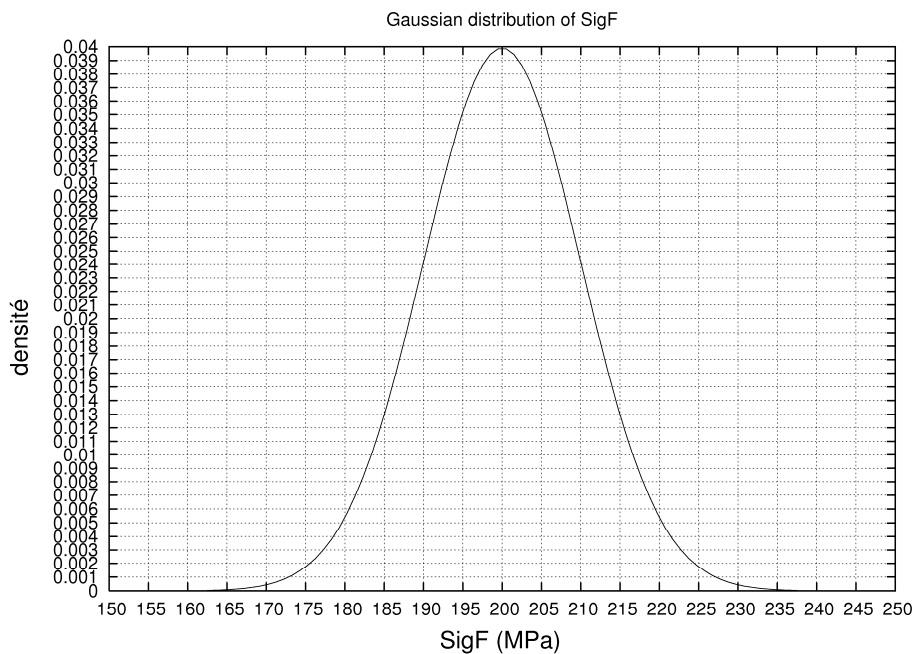


FIGURE 3.26: Courbe de Wöhler représentative construite pour la description du post-processeur probabiliste.

### 3.4.1 Méthode Gaussienne

La première méthode proposée dans le post-processeur est la méthode Gaussienne. Les données d'entrées connues (ou estimées) sont la moyenne  $\overline{\sigma_f^\infty}$  et l'écart type  $\overline{\sigma_f^\infty}$  de la limite de fatigue asymptotique. Pour l'application nous aurons donc évidemment les valeurs ayant servi à la construction du nuage de points (Gaussienne de la fig. 3.27). La nouvelle fenêtre graphique du logiciel (fig. 3.28) propose le calcul de neuf valeurs de nombres de cycles à rupture  $N_R$  correspondant à 9 valeurs de limite de fatigue  $\sigma_f^\infty$  (SigF) dont la probabilité cumulée est donnée en entrée.



**FIGURE 3.27:** Gaussienne illustrant la répartition théorique utilisée pour les valeurs de contrainte infinie au-delà de  $10^6$  cycles- Moyenne  $\overline{\sigma_f^\infty}=200\text{MPa}$ , écart-type  $\overline{\sigma_f^\infty}=10\text{MPa}$ .

Pour calculer la valeur de  $\sigma_f^\infty$  associée à une probabilité de rupture souhaitée, la fonction de répartition de la Gaussienne, définie par la moyenne et l'écart type renseignés, est utilisée afin d'avoir la concordance " $P(\sigma_f^\infty)$  probabilité de SigF" = " $P_R$  Probabilité de rupture". Pour déterminer la valeur de  $\sigma_f^\infty$  associée à une probabilité laissée au choix de l'utilisateur, une expression approximée ( $G(\sigma_f^\infty)$ ) de la fonction de répartition de la loi Normale est utilisée [Lamberton et Lapeyre, 1996]. Pratiquement, ceci est programmé de telle manière qu'une minimisation de  $G(\sigma_f^\infty)$  est effectuée pour des incréments de probabilité valant 0.01.

Le calcul probabiliste par DAMAGE 2009 lance à la suite les 9 calculs. Les nombres de cycles obtenus sont affichés au fur et à mesure. L'interface graphique proposée offre également la possibilité de tracer ces nombres de cycles, fonction de la probabilité de

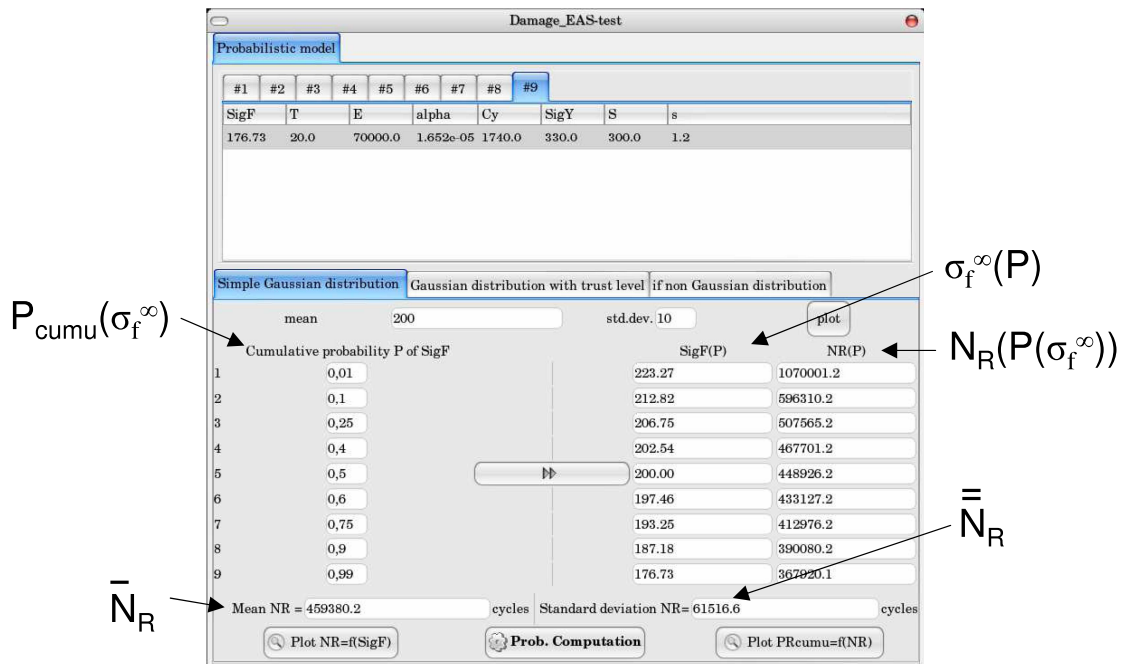
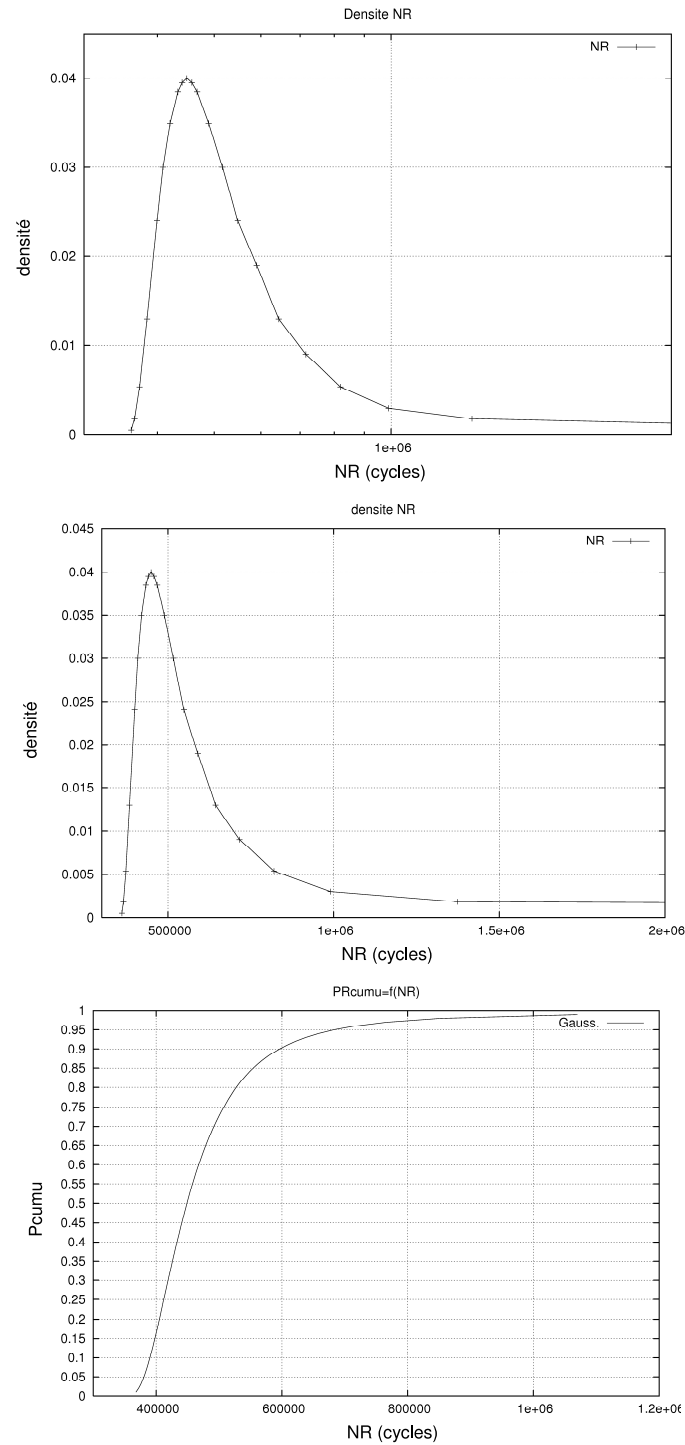


FIGURE 3.28: Interface DAMAGE\_2009 - Calculs probabilistes dans le cas d'une répartition Gaussienne de la limite de fatigue.

$P(\sigma_f^\infty)$  associée, qui est donc la probabilité de rupture ( $P_R$ ). Si l'on trace cette courbe  $P_R = f(N_R)$ , nous constatons que l'allure n'est pas Gaussienne (fig. 3.29) bien que la densité d'entrée de  $\sigma_f^\infty$  l'est (rappelons que le problème n'est évidemment pas linéaire).



**FIGURE 3.29:** Résultats DAMAGE\_2009 - Densité du nombre de cycles à rupture (échelle logarithmique et linéaire), fonction de répartition de NR.

### 3.4.2 Méthode Gaussienne avec taux de confiance

Une seconde méthode est proposée dans un second onglet du post-processeur. Elle diffère de la précédente en introduisant un taux de confiance  $q$ . Celui-ci a pour effet de retranscrire le degré de confiance que l'on accorde aux valeurs de moyenne et d'écart-type proposées.

Cette seconde méthode programmée consiste ainsi à dire que plus on aura d'éprouvettes pour déterminer les deux grandeurs, plus on pourra avoir confiance en leurs valeurs. Une illustration est proposée fig. 3.30. Dans les deux cas exposés (avec 10 et 1000 éprouvettes testées), la moyenne, écart-type, taux de confiance ( $q = 0,9$ ) et probabilités souhaitées sont identiques. Seul change le nombre d'éprouvettes servant à déterminer les caractéristiques précédentes (fictif ici). On constate sur les valeurs de  $\sigma_f^\infty = \text{SigF}$  que plus ce nombre d'éprouvettes est important, plus la valeur de  $\sigma_f^\infty(0,5)$  se rapproche de  $200\text{MPa}$  i.e. la valeur d'entrée.

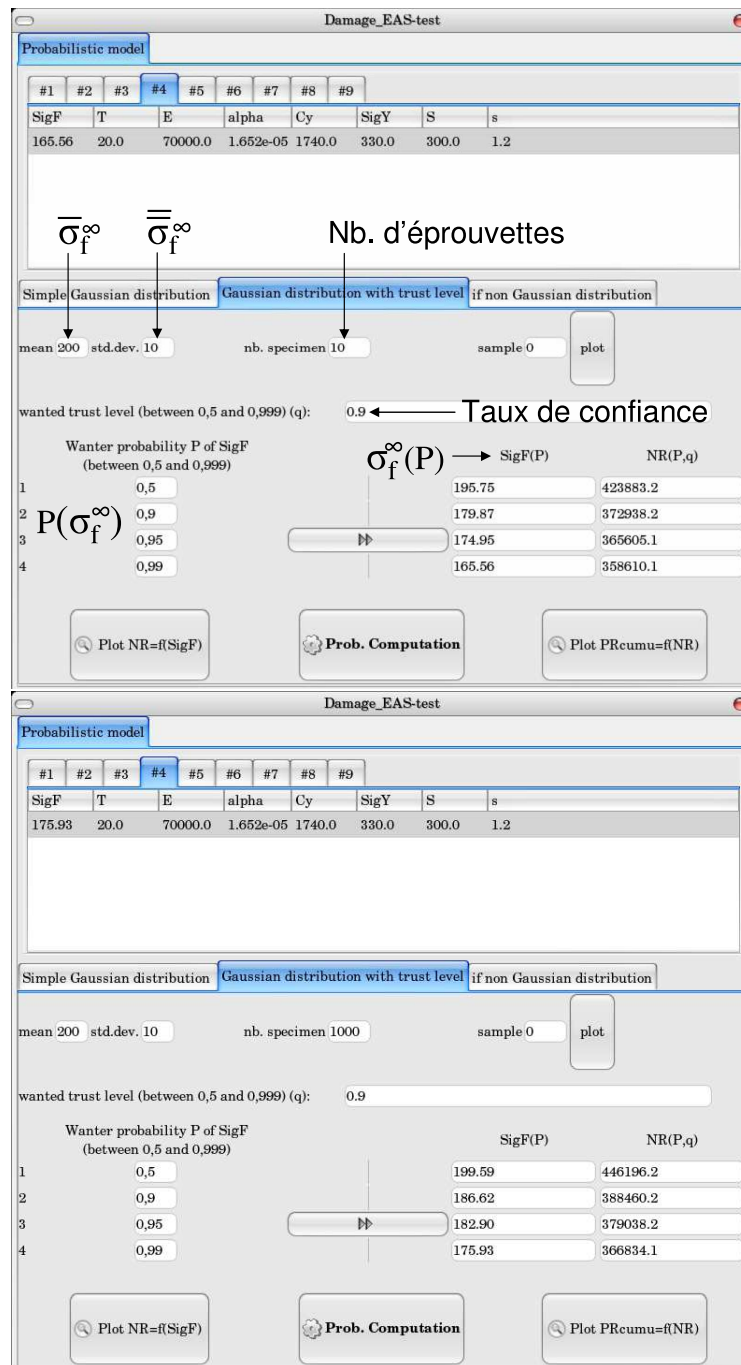


FIGURE 3.30: Interface DAMAGE\_2009 - Répartition Gaussienne avec taux de confiance.

### 3.4.3 Méthode du noyau d'Epanechnikov

La troisième et dernière méthode d'analyse proposée est celle du noyau d'Epanechnikov. Comme évoqué précédemment, il est nécessaire de passer par un logiciel de statistique pour déterminer la densité du groupe de points étudié (ici le Logiciel R [LOG, R]). En guise d'illustration, cette méthode est appliquée aux 30 valeurs de notre nuage de points. Il en ressort que la densité obtenue n'est pas Gaussienne, avec une moyenne située à 198,8MPa (fig. 3.31). Cet écart à une véritable Gaussienne est à nuancer compte tenu du nombre limité de points utilisés pour appliquer cette méthode du noyau. Une fois la fonction densité obtenue, il est nécessaire de discrétiser cette courbe. La discrétisation obtenue servira de données d'entrée au post-processeur dans lequel sont indiquées les bornes et les poids des barres d'histogramme ainsi obtenues. Le poids de chaque barre correspond à l'aire de la barre normée par l'aire totale de histogramme. On construit ainsi une fonction de répartition de  $\sigma_f^\infty$  (fonction de répartition qui comprendra dans DAMAGE\_2009 neuf points au maximum) figure 3.32.

Par la suite, sont automatiquement calculées les valeurs de  $\text{SigF}=\sigma_f^\infty$  (valeur médiane

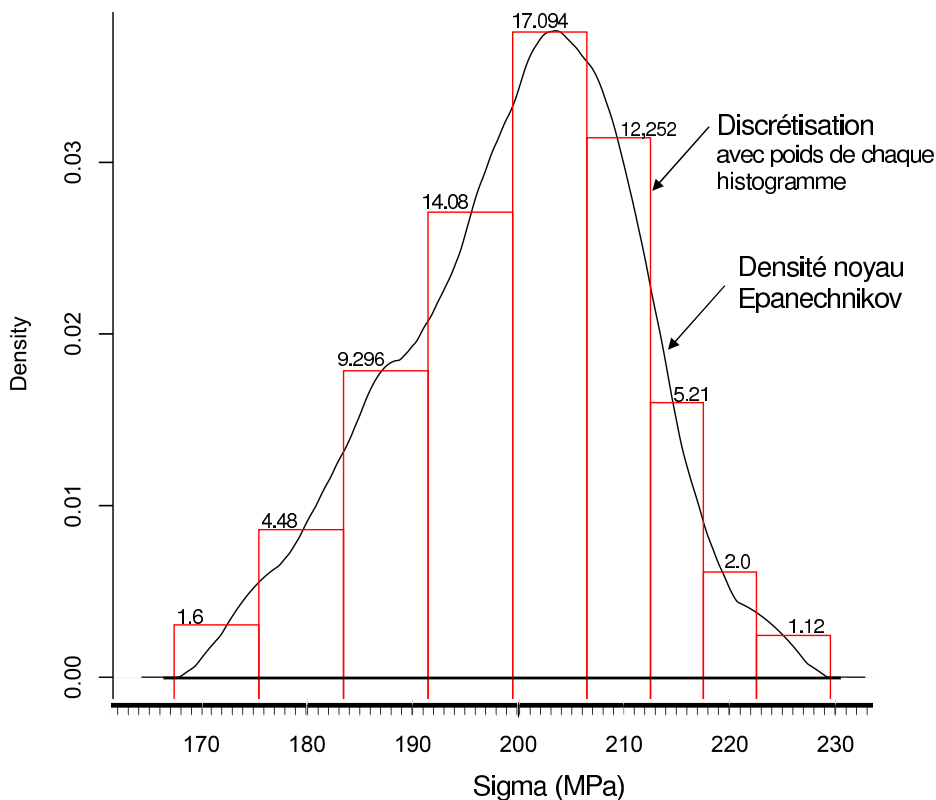
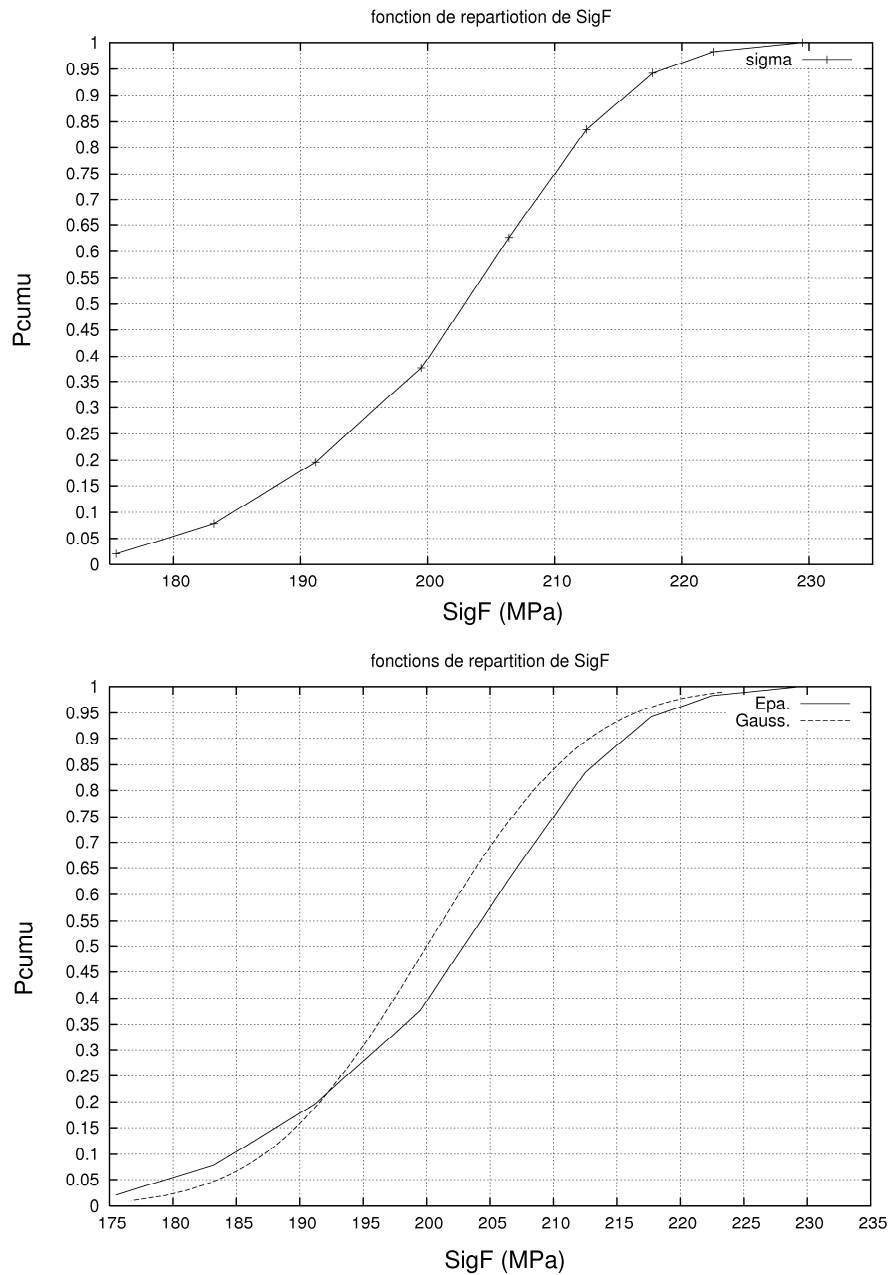


FIGURE 3.31: Densité de  $\sigma_f^\infty$  obtenue via la méthode du noyau d'Epanechnikov et discrétisation associée.





**FIGURE 3.32:** Fonction de répartition obtenue à partir de la densité de SigF via le noyau d'Epanechnikov. Comparaison avec la fonction de répartition d'une Gaussienne.

de chaque barre) et les probabilités cumulées d'occurrence de chaque valeur centrale de barre (fig. 3.33). Le calcul probabiliste est ensuite lancé automatiquement, (chacun pour une valeur différente de  $\sigma_f^\infty$ ) les nombres de cycles à rupture sont indiqués et peuvent être tracés (fig. 3.34).

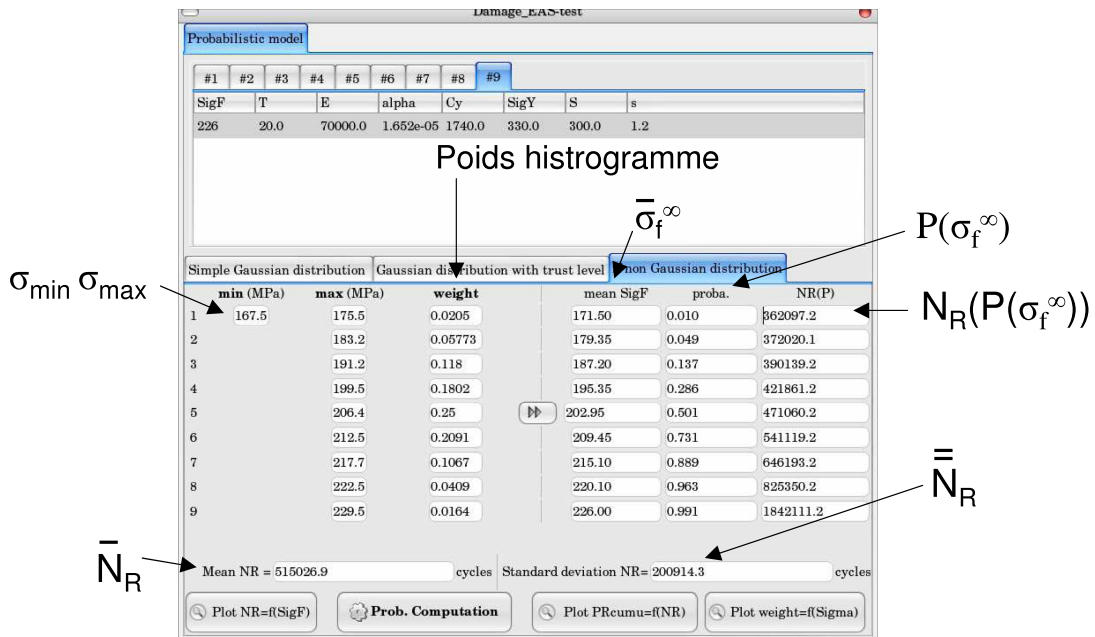


FIGURE 3.33: Interface DAMAGE\_2009 - Fonction de répartition via noyau Epanechnikov.

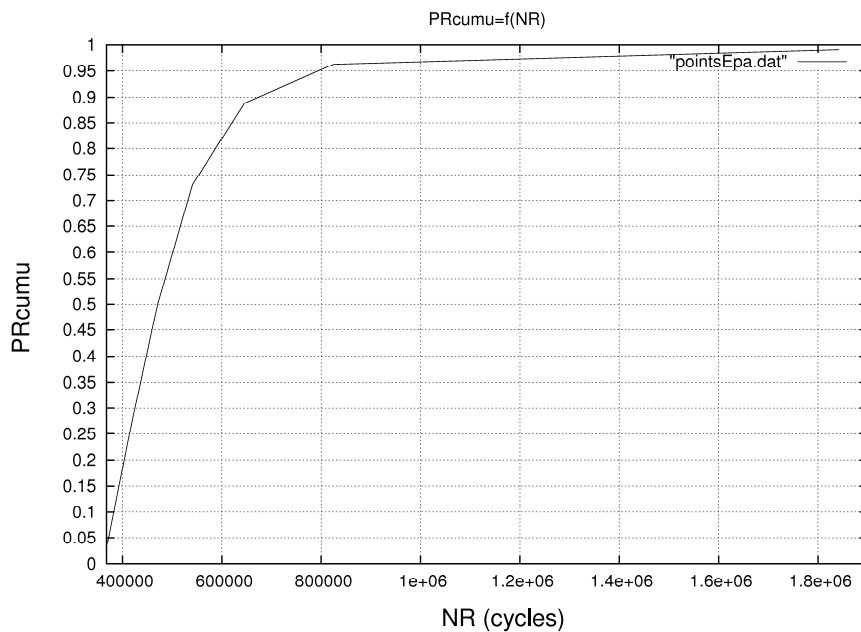


FIGURE 3.34: Résultats DAMAGE\_2009 - Probabilité de rupture fonction du nombre de cycles à rupture via la méthode du noyau d'Epanechnikov.

En conclusion, nous voyons que les calculs via les deux méthodes (Gaussienne sans taux de confiance et méthode du noyau d'Epanechnikov) sur un même nuage de trente points (construit avec une répartition Gaussienne) nous permettent d'obtenir des résultats sensiblement identiques en termes de courbes de probabilités cumulées de rupture  $P_{Rcumu} = f(N_R)$  (fig. 3.35). On y constate toutefois que dans la zone des faibles nombres de cycles à rupture, l'écart entre les deux méthodes est nettement plus faible que pour les grands nombres de cycles à rupture.

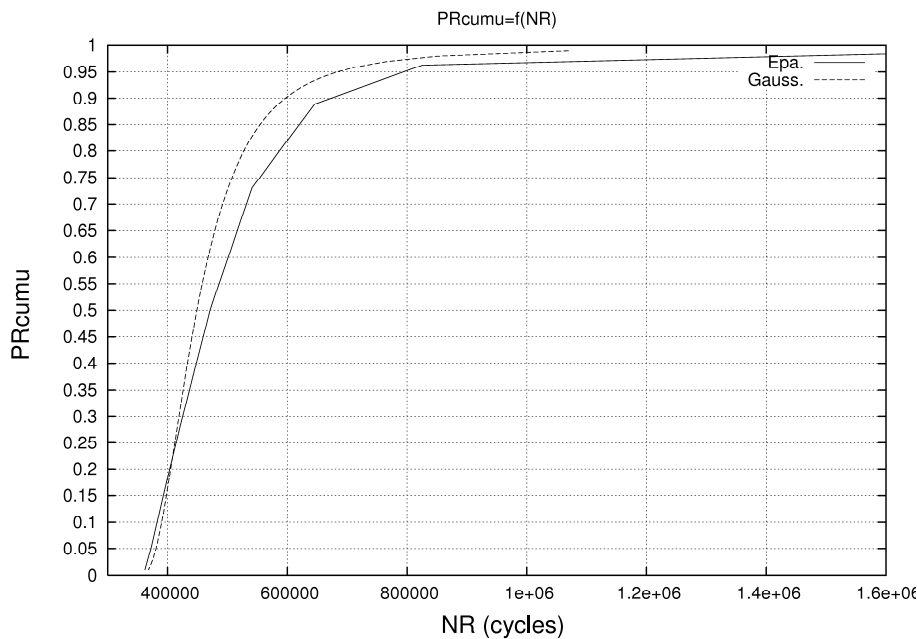


FIGURE 3.35: Comparaison des probabilités cumulées de rupture fonctions du nombre de cycles à rupture par la méthode Gaussienne et par celle du noyau d'Epanechnikov.

## 4 Conclusions sur le modèle d'endommagement probabiliste à deux échelles

Dans ce chapitre, une amélioration du modèle à deux échelles a d'abord été présentée. L'ajout d'un terme de type Drucker-Prager dans la fonction critère de plasticité pondérée par un nouveau paramètre  $k$  permet une meilleure prise en compte des effets de contrainte moyenne. Le paramètre  $k$  correspond à la pente du domaine de transition rupture-non rupture dans un diagramme de Haigh. Cette nouvelle fonction critère permet de retrouver (en chargement proportionnel) les critères de Sines ou Crossland. Un exemple tiré de la littérature nous permet d'obtenir un diagramme de Haigh théorique parfaitement superposable avec les données expérimentales obtenues par les auteurs [Maxwell et Nicholas,

1999], y compris dans la zone à fort rapport de charge (pour le titane de la littérature étudié). Parallèlement à cette nouveauté, le modèle à deux échelles et le post-processeur associé sont rendus probabilistes via la prise en compte de la dispersion d'une donnée fondamentale en fatigue, la limite de fatigue asymptotique ( $\sigma_f^\infty$ ). Le nouveau post processeur DAMAGE\_2009 permet de prendre en compte cette dispersion via deux approches : une approche Gaussienne (avec ou sans taux de confiance) si l'on suppose que la répartition de la limite de fatigue suit une loi normale ; une approche type noyau d'Epanechnikov si l'on ne souhaite pas faire d'a priori sur cette répartition. Des exemples de calculs sont fournis et il est observé qu'une répartition Gaussienne de la limite de fatigue aboutit à une répartition non Gaussienne du nombre de cycles à rupture. Le présent post-processeur peut dès lors être utilisé pour calculer par le modèle à deux échelles probabiliste les nombres de cycles des essais biaxiaux.



# Chapitre 4

## Estimation de la durée de vie en fatigue multiaxiale

---

*Dans ce chapitre, le modèle d'endommagement probabiliste à deux échelles est appliqué à plusieurs essais multiaxiaux. Tout d'abord aux essais de fatigue biaxiaux réalisés dans la présente étude. Pour ce faire, les identifications des paramètres du modèle pour les deux matériaux 304L CLI et alliage de titane sont effectuées dans un premier temps. De même, différents moyens d'obtention des conditions de chargements locaux sont illustrés : simulations éléments finis, analyse par corrélation d'images, combinaison des deux techniques. Les comparaisons entre nombres de cycles à l'amorçage expérimentaux et calculés sont exposées et montrent la pertinence des résultats obtenus par le modèle. L'influence du caractère probabiliste des calculs est nettement visible pour certains cas de chargements et permet de retrouver de manière quantitative les résultats expérimentaux.*

### 1 Identification des paramètres du modèle à deux échelles

#### 1.1 Procédures d'identifications

Nous rappelons que les paramètres "matériau" à identifier pour le modèle d'endommagement à deux échelles sont obtenus à partir d'un essai de traction et d'une courbe de Wöhler uniaxiale (peu importe le rapport de charge auquel sont obtenus les points).

A partir de l'essai de traction, on détermine les caractéristiques mécaniques usuelles que sont :  $E$  le module d'Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $C_y$  le module d'écrouissage et  $\sigma_u$  la contrainte ultime à rupture. Le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  doit aussi être déterminé si l'on a en vue des applications anisothermes.

A partir de la courbe de Wöhler, on peut déterminer les paramètres de la loi relative à l'évolution de l'endommagement  $\sigma_f^\infty$ ,  $s$  et  $S$ . L'exposant  $s$  est lié à la pente, la résistance à l'endommagement  $S$  est liée à la translation horizontale et  $\sigma_f^\infty$  à l'asymptote de la courbe de Wöhler calculée passant au mieux dans les données expérimentales. L'identification

de ces paramètres s'effectue via l'interface du post-processeur de fatigue en deux étapes. Tout d'abord, on détermine la valeur de la contrainte asymptotique, puis une régression non linéaire sur la courbe de Wöhler (en utilisant la formule approchée (1.41) avec  $h = 1$  notamment) donne la valeur de l'exposant  $s$  et une estimation du paramètre  $S$ .

Ensuite, les paramètres  $s$  et surtout  $S$  sont ajustés en calculant la courbe de Wöhler sans approximation (avec  $h = 0,2$ ) par résolution numérique par DAMAGE\_2009 des équations du modèle à deux échelles.

Quant aux paramètres de refermeture des micro-défauts  $h$ , et endommagement critique  $D_c$ , ils sont usuellement pris comme valant respectivement 0,2 et 0,3 pour les métaux.

L'identification pour l'alliage de titane (non présentée ici pour raison de confidentialité) s'effectue sur des caractéristiques "matériau" obtenues à température ambiante. La courbe de fatigue expérimentale à disposition provient d'essais de fatigue uniaxiaux réalisés en déformation imposée.

## 1.2 Identification pour l'acier 304L CLI

Pour ce matériau, dans l'optique d'une application sur des cas de fatigue thermo-mécanique, l'identification est réalisée pour les températures de 20C, 150C et 300C. Pour chacune de ces températures, une courbe de traction et une courbe de Wöhler sont donc utilisées. Là encore, les essais de fatigue uniaxiaux à disposition ont été réalisés en déformation imposée. Contrairement au matériau alliage de titane (et à la plupart des métaux d'ailleurs), l'acier inoxydable austénitique 304L présente un comportement plastique (voire visco-plastique) au delà de  $10^6$  cycles. La relation de Hooke ne permet donc pas d'obtenir les contraintes correspondant aux déformations totales appliquées que si on leur retranche les déformations plastiques.

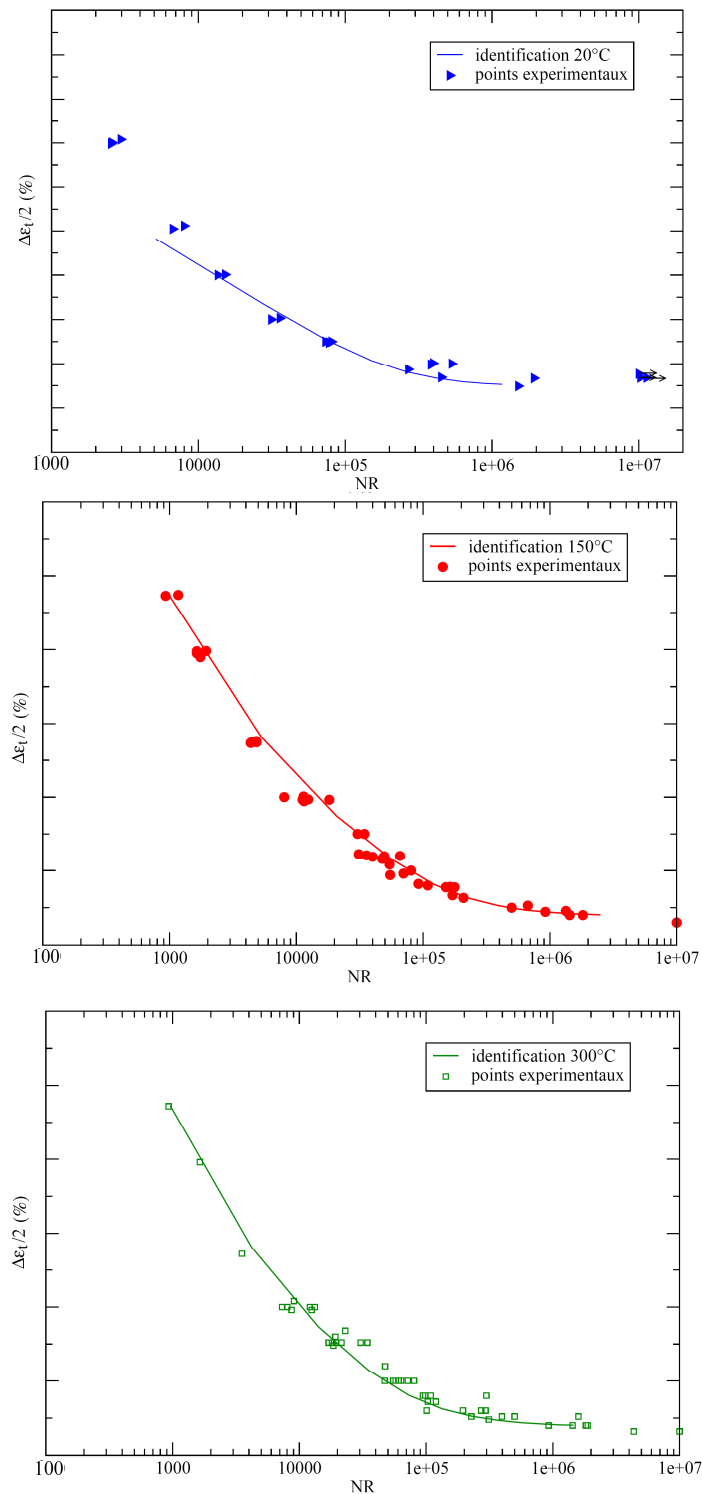
Cela introduit dès à présent une perspective importante à ce travail, non entièrement résolue encore : celle de prendre en compte la plasticité macroscopique. Nous en reparlerons en fin de document. Nous proposons ici une méthodologie cohérente d'identification et de calcul sur composants : en travaillant avec les déformations tant comme données d'entrée pour l'identification que comme données d'entrées du post-processeur : ce sont elles qui sont mesurées lors des essais biaxiaux, ce sont elles qui seront sauvegardées à l'issue des calculs éléments finis 3D à post-traiter.

Si le comportement plastique de ce matériau a un rôle au delà de  $10^6$  cycles sur les essais uniaxiaux, il l'a aussi pour les essais multiaxiaux et les structures. De fait, il est cohérent de dire que si de la plasticité se manifeste à l'échelle mésoscopique du matériau, elle est indirectement prise en compte dans les paramètres de la loi d'endommagement à l'échelle micro. Il est dès lors possible d'identifier les paramètres de la loi d'endommagement sur cette courbe de Wöhler obtenue à partir de données expérimentales pour lesquelles le comportement plastique est pris en compte.

La base d'essais uniaxiaux sur ce matériau étant très riche, les paramètres sont choisis de telle manière qu'ils passent au mieux au milieu des nuages de points fig.4.1. Nous pouvons remarquer que le comportement uniaxial de ce matériau est très proche pour les

températures de 150C et 300C, alors que le comportement à température ambiante est sensiblement différent. Pour cette température, le jeu de paramètres retenu est celui qui représente au mieux les points expérimentaux au delà de  $10^4$  cycles (les calculs de durées de vie aux grands nombres de cycles étant la cible du modèle). Les coefficients de l'acier inoxydable austénitique 304L CLI présentement étudié sont présentés tableau 4.2 (on peut être étonné de voir une valeur de  $\sigma_f^\infty$  de 295MPa à température ambiante, bien que usuellement elle soit prise égale à 180MPa ; ceci s'explique par l'hypothèse d'élasticité faite pour obtenir une courbe de fatigue en contrainte à partir des essais uniaxiaux réalisés en déformation imposée).





**FIGURE 4.1:** Identification des paramètres de la loi d'endommagement via résolution numérique DAMAGE\_2009. Cas du 304L CLI pour trois températures.

TC	E (GPa)	$\nu$	$C_y$ (MPa)	$\alpha$ ( $C^{-1}$ )	$\sigma_y$ (MPa)	s	S (MPa)	$\sigma_f^\infty$ (MPa)	k
20	197	0.3	1740	$1.65 \cdot 10^{-5}$	220	3.5	1.7	295	0.01
150	188	0.3	1824	$1.76 \cdot 10^{-5}$	160	1.2	50	187	0.01
300	176	0.3	1910	$1.88 \cdot 10^{-5}$	140	1.0	100	175	0.01

FIGURE 4.2: Paramètres du 304L CLI pour trois températures.

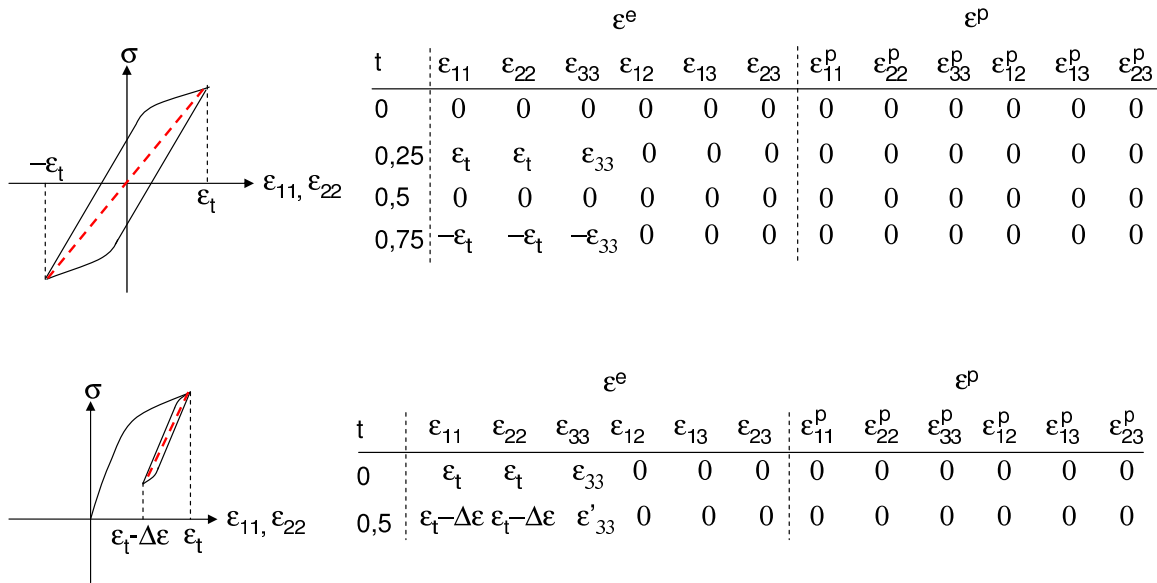
## 2 Obtention des fichiers de chargements utiles au post-processeur

Parallèlement aux données "matériau" traitées précédemment, le calcul des durées de vie par le post-processeur d'endommagement DAMAGE\_2009 nécessite également un fichier 'chargement' correspondant au tenseur des déformations au point étudié (le centre de la zone centrale de l'éprouvette de cette étude). Celui-ci est constitué de blocs (ou cycles complexes) décrivant, sur une durée unitaire en temps, une séquence de chargement. Ce bloc unitaire peut actuellement être constitué de plusieurs milliers de points et ainsi représenter la fatigue (quasi) aléatoire (le modèle à deux échelles étant incrémental). Chaque bloc (ou cycle) est répété un grand nombre de fois (nombre renseigné par l'utilisateur), l'endommagement lié à ce bloc étant calculé de manière incrémentale et s'ajoutant à chaque répétition par résolution des équations du modèle. Pour le matériau acier 304L, l'identification étant fondée sur une hypothèse de comportement élastique, il conviendra, lors de la construction des fichiers chargements utiles au post-processeur DAMAGE de rester cohérent avec cette hypothèse. La prise en compte de la plasticité du matériau 304L est traitée comme suit :

- Pour les essais à rapport de charge -1 (fig.4.3 haut). Les déformations résiduelles sont nulles, mais les boucles de comportements présentent une plasticité non nulle (boucles tracées via l'utilisation de jauges pour l'essai ainsi équipé). Le fichier chargement est alors construit en considérant simplement les déformations maximales et minimales, en faisant une hypothèse d'élasticité entre les deux valeurs.
- Pour les essais à rapport de charge positifs (fig.4.3 bas). Les déformations résiduelles sont non nulles, et le comportement est élastique ou très peu plastique. La encore, le fichier chargement est construit en considérant les déformations maximales et minimales. La déformation résiduelle est prise en compte en construisant un cycle démarrant à une déformation  $\epsilon_r$  non nulle.

Dans le cas des essais réalisés ici, la séquence de chargement est constituée d'un 'simple' cycle correspondant à une période de sinusoïde ('simple' comparé à des cas de chargements aléatoires ou anisothermes où le bloc doit retranscrire de manière fine le chargement réel).

Nous discutons ci-après l'obtention des valeurs des déformations obtenues de deux manières : par corrélation d'images ou par calculs par éléments finis. Les boîtes de dialogue



**FIGURE 4.3:** Prise en compte de la plasticité et des déformations résiduelles du matériau 304L dans les fichiers chargements DAMAGE. Cas des chargements à rapport de charge -1 et 0.1.

correspondantes sont identiques à celles de la version DAMAGE\_2005 précédente et ont été décrites dans [Desmorat *et al.*, 2006].

## 2.1 Fichier 'chargement' via les données expérimentales (corrélation d'images)

Comme décrit au chapitre 2, la corrélation d'images est utilisée pour déterminer (via différents moyens de mesures) les amplitudes de déformations au cours des essais et l'évolution des déformations permanentes. Ces données exprimées en déformations peuvent donc être utilisées comme entrées directes pour le post-processeur d'endommagement et donc pour construire le tenseur des déformations utile à la construction du fichier de chargement (on rappelle qu'il est nécessaire d'avoir les composantes  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{33}$  (les autres composantes étant nulles)). Pratiquement, l'analyse d'images nous donne accès aux deux valeurs de déformations (en termes d'amplitude et de déformation résiduelle) suivant les deux axes de sollicitation. Nous avons vu au chapitre 2, que les relations (2.5) et (2.6) permettent une approximation de la valeur hors plan  $\varepsilon_{33}$ . Considérant finalement que les termes non diagonaux du tenseur des déformations sont nuls, nous pouvons ainsi construire les fichiers de chargement à partir des mesures expérimentales des variations crête à crête  $\Delta\varepsilon_{11}$  et  $\Delta\varepsilon_{22}$ .

## 2.2 Fichier 'chargement' via les données issues de simulations par éléments finis

Le code de calcul par éléments finis Cast3m (CEA) est utilisé afin de calculer la réponse de l'éprouvette. Tout comme pour la phase de conception de l'éprouvette, un soin particulier est apporté au maillage. Le raffinement est important au centre de la zone amincie, ainsi que dans les rayons de raccordement. Des études de sensibilité au maillage sont effectuées pour obtenir le meilleur compromis entre raffinement et sensibilité des résultats. Du fait des symétries de l'éprouvette et du chargement, en règle générale, seul 1/8 de celle-ci est utilisée pour les simulations. Dans ce cas, la moyenne des efforts expérimentaux injectés dans une direction de sollicitation (donc par 2 vérins en vis à vis) est appliquée à l'éprouvette ainsi modélisée. Dans le cas de comportements purement élastiques (cas de l'alliage de titane ici), nous avons pu nous permettre de mailler une demi éprouvette (dans le sens de l'épaisseur). Dans ce cas de modélisation, les quatre efforts expérimentaux avec leurs rapports de charge respectifs ont pu être entrés. Au final, nous obtenons directement les tenseurs des déformations au point central de l'éprouvette. Contrairement au paragraphe précédent, où la corrélation d'images est faite sur une zone d'environ  $16\text{mm}^2$  (une moyenne est donc réalisée sur cette zone), dans le cas présent des calculs par éléments finis, nous extrayons le tenseur des déformations au point géométrique central (Annexe B).

### 2.2.1 Comportement élasto-plastique pour l'alliage de titane

Nous utilisons ici un modèle de comportement visco-plastique [Doquet et Bertolino, 2006]. C'est une loi de type Nouaillas, à écrouissages cinématique et isotrope (non présentée pour raison de confidentialité).

**Cartographies des déformations** – Afin de valider les résultats issus de cette loi, nous effectuons un calcul par éléments finis avec les efforts appliqués réellement sur une éprouvette lors d'un essai biaxial, à savoir ceux mesurés sur les vérins (les efforts appliqués étant relativement faibles, l'éprouvette reste alors élastique). Nous obtenons des cartographies des déformations dans les deux directions horizontales et verticales. Les cartographies issues des calculs par éléments finis sont comparées aux cartographies obtenues via la corrélation d'images entre la photo initiale et la photo sous chargement. La figure 4.4 illustre les champs des déformations dans l'éprouvette. Les échelles de déformations ayant les mêmes bornes, nous constatons une bonne ressemblance entre les champs et nous validons ainsi les résultats des calculs éléments finis.

Pratiquement, pour la construction des fichiers 'chargement', nous simulons donc quelques alternances de chargement puis extrayons le tenseur des déformations au centre de l'éprouvette pour l'instant de charge maximale, et celui de charge minimale. Le fichier

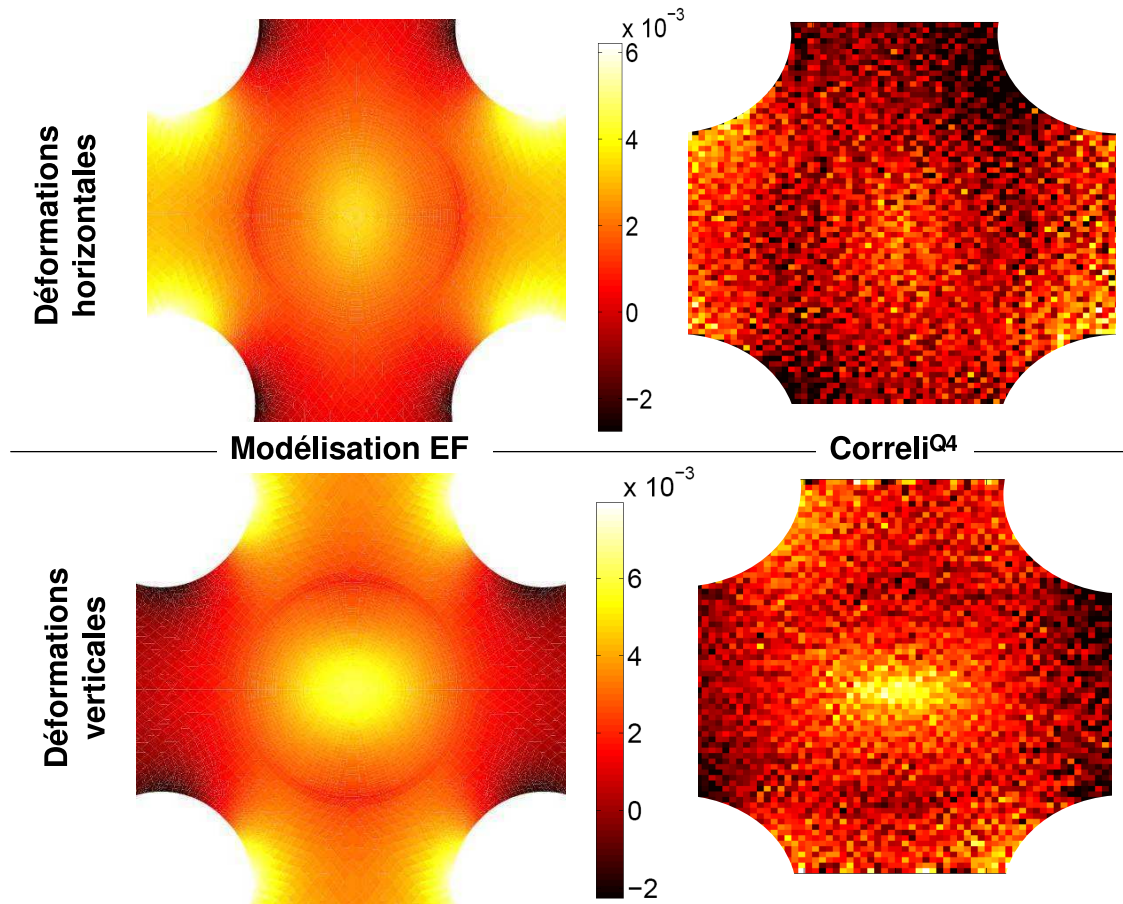


FIGURE 4.4: Déformations verticales et horizontales obtenues par calcul EF, et par Correli

'chargement' comporte ainsi un bloc préliminaire (répété une seule fois) de deux lignes permettant de prendre un compte l'endommagement correspondant au passage de l'état vierge (tenseur des déformations nul) à l'état de chargement minimal, ainsi qu'un bloc de deux lignes correspondant aux déformations à charges minimale et maximale qui sera numériquement répété  $n$  fois.

### 2.2.2 Comportement élasto-plastique pour le 304L

Comme nous l'avons vu lors de la présentation de ce matériau, l'une de ses particularités comportementales est la non stabilisation du cycle contrainte-déformation. Des modèles complexes ont été élaborés pour tenter de représenter ce comportement [Maillot, 2003, Curtit et Le Pecheur, 2008]. Les calculs de structures sont dès lors rendus très lourds, voire quasi impossibles en fatigue, si l'on doit simuler tous les cycles. Afin de s'affranchir en partie de telles lourdeurs, nous décidons ici d'utiliser un modèle de comportement très (trop) simple constitué d'un unique écrouissage cinématique linéaire (mieux

adapté qu'un écrouissage isotrope dans les cas de fatigue). L'identification de l'écrouissage cinématique est réalisé à partir des points expérimentaux à disposition dans la base de données EDF (essais cycliques uniaxiaux à température ambiante, à rapport de charge  $-1$ ). Les points (pris en fin d'essais) sont placés dans un diagramme  $\sigma = f(\varepsilon^p)$ , une régression linéaire donne alors la pente correspondant à la valeur du module d'écrouissage, l'ordonnée à l'origine renseigne sur la valeur de la limite d'élasticité. Dans le cas présent, nous obtenons  $C_y = 28192$  MPa (valeur voisine de celle fournie dans [Leax, 1999] qui synthétise un grand nombre d'essais,  $C_y = 24010$  MPa) et une limite d'élasticité  $\sigma_y = 171$  MPa (fig.4.5).

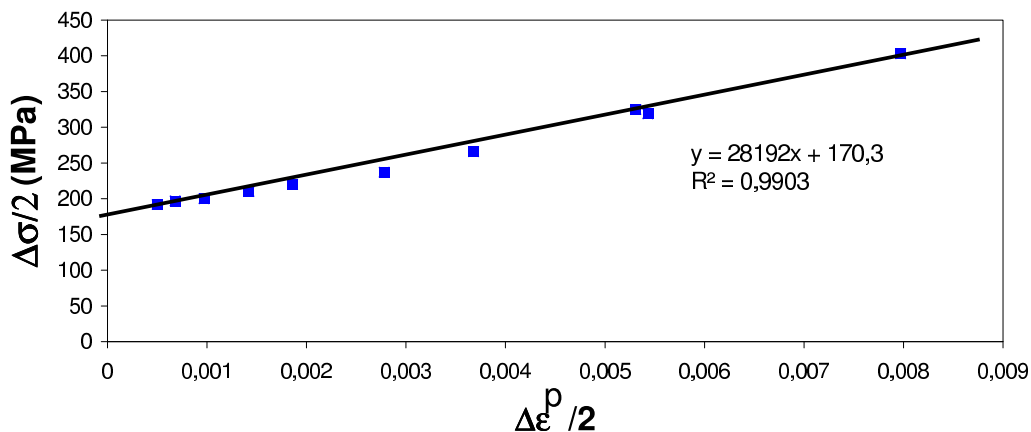
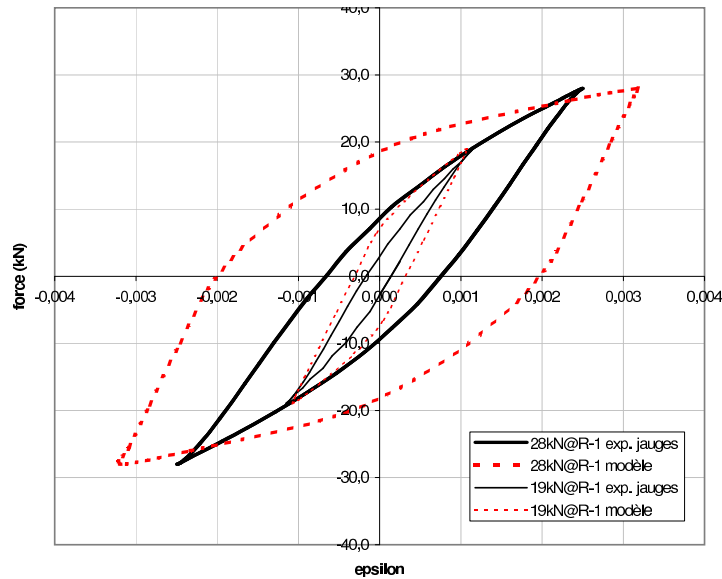


FIGURE 4.5: Détermination des paramètres d'écrouissage et de limite d'élasticité pour la loi de comportement 304L.

L'essai biaxial instrumenté (304L essai J) nous a permis d'obtenir les boucles d'hystérésis force-déformation au centre de l'éprouvette. Nous pouvons dès lors, à partir des calculs par éléments finis réalisés avec le modèle précédemment exposé, extraire les déformations au centre de l'éprouvette et comparer les boucles calculées aux boucles expérimentales (fig. 4.6). Nous constatons d'emblée l'effet de structure puisque même si le modèle utilisé est constitué d'un simple écrouissage cinématique linéaire, la réponse au centre de l'éprouvette n'est pas bi-linéaire. Il s'avère cependant que le modèle utilisé surestime beaucoup la plasticité réelle du matériau. Cette surestimation n'est évidemment pas satisfaisante et le modèle simple avec écrouissage cinématique linéaire seul ne peut suffire. Les calculs avec lois de comportement complexes ([Curtit et LePecheur, 2008]), ainsi que la prise en compte de la plasticité macroscopique dans le modèle à deux échelles sont donc des perspectives essentielles à ce travail. Conscient de la faiblesse de la loi à écrouissage cinématique unique, des simulations ont tout de même été menées.

### 2.2.3 Simulations à partir des déplacements expérimentaux

La corrélation d'images nous renseigne sur les déplacements dans les deux directions de chargement. La valeur de ces déplacements est indiquée en pixels, mais est facilement



**FIGURE 4.6:** Comparaison modèle à simple écrouissage cinématique linéaire / expérience sur boucles d'hystérésis force-déformation au centre de l'éprouvette en acier 304L.

transposable en millimètres connaissant la correspondance pixel  $\longleftrightarrow$  mm (facilement obtenue, du fait que le diamètre de la zone centrale est connu). En effectuant une analyse de corrélation d'images sur une zone englobant les bras de notre éprouvette, nous pouvons déterminer expérimentalement la valeur des déplacements appliqués en mm. Une simulation par éléments finis réalisée, sur la même géométrie que celle analysée en corrélation d'images (i.e. géométrie quasi complète), avec pour conditions aux limites des bords du maillage, les valeurs de déplacements expérimentaux permet ainsi d'obtenir le tenseur des déformations au centre de notre éprouvette. Cette méthode, plus longue du fait des étapes intermédiaires, a été appliquée à un essai effectué sur alliage de titane, et est présentée maintenant.

**Cartographie des déplacements** – Ici, les déplacements obtenus via l'analyse par corrélation d'images sur la zone centrale (i.e. géométrie totale tronquée des bras au niveau de leur plus faible section, car comme nous le constatons figure 4.7, les déplacements  $y$  sont quasi uniformes, donc aisés à modéliser), sont les données d'entrée pour la simulation par EF. Dans le calcul par EF, nous imposons ainsi des déplacements sur les 4 axes de la géométrie. Ces déplacements sont calculés pour la charge max et pour la charge min afin de reconstruire une alternance pour la construction du fichier chargement utile au post-processeur DAMAGE. Les champs de déplacements obtenus via Correli<sup>Q4</sup> sont présentés figure 4.7 pour les deux directions et pour les deux instants de charge ( $F_{max}$  et  $F_{min}$ ). Les déplacements appliqués à notre éprouvette sont schématiquement résumés figure 4.8 pour les deux instants de calculs. Nous pouvons constater à la charge max que nous sommes bien dans le cas d'un essai de traction biaxiale, avec un déplacement prépondérant dans

une direction (dû à la dissymétrie des efforts inhérente au montage expérimental et à l'asservissement). En revanche à la charge min, même si les efforts appliqués sont positifs, nous constatons que les déplacements horizontaux sont négatifs.

Ces valeurs de déplacements sont donc les conditions aux limites pour le calcul par EF (en déplacements imposés). De ce calcul EF nous extrayons les déformations au centre de l'éprouvette pour construire le tenseur utile à DAMAGE\_2009.

Pour cet essai nous avons donc trois valeurs de nombres de cycles à rupture :

- le nombre de cycles à rupture expérimental noté  $NR_{exp}$
- le nombre de cycles à rupture obtenu par DAMAGE\_2009 via un calcul par éléments finis réalisé en déplacements imposés (issus de la corrélation d'images) noté  $NR_{dep}$
- le nombre de cycles à rupture obtenu par DAMAGE\_2009 via un calcul par éléments finis réalisé en efforts expérimentaux imposés noté  $NR_F$

Les nombres de cycles théoriques obtenus via DAMAGE\_2009 sont très bons, puisque nous obtenons pour l'essai sur alliage de titane  $F$  ainsi traité les résultats suivants :

$$\bullet \frac{NR_{dep}}{NR_{exp}} = 1.04$$

$$\bullet \frac{NR_F}{NR_{exp}} = 1.01$$

Compte tenu que les efforts appliqués à l'éprouvette le sont à des rapports de charge importants, il peut sembler surprenant en observant les figures (4.7) et (4.8) que lors de la charge min (qui correspond quand même à une traction de plus de 10 kN horizontalement), nous ayons des déplacements qui correspondent à de la compression. Or ceci est également visible lorsque l'on observe l'évolution des déformations permanentes au cours de l'essai dans la zone centrale (zone de  $4 \times 4 \text{ mm}^2$ ) figure 4.9. En effet, nous observons que les déformations suivant l'axe horizontal (notées 22) sont très légèrement négatives. Nous pouvons donc dire que l'effort appliqué verticalement entraîne un effet de compression dans le sens horizontal (effet Poisson) et que même si nous appliquons un effort non négligeable de traction horizontalement, celui ci n'est pas suffisant pour contrecarrer l'effet de compression lors de la charge min. Il n'est donc finalement pas aberrant d'avoir un déplacement de compression dans le sens horizontal.

### 3 Estimation des durées de vie des essais biaxiaux via le post-processeur DAMAGE\_2009 probabiliste

Enfin, la version probabiliste du post-processeur est appliquée aux essais biaxiaux réalisés. Les paramètres "matériau" utilisés sont ceux identifiés précédemment (tableaux 4.2 pour l'acier 304L, confidentiel pour l'alliage de titane), et les fichiers chargements utilisés proviennent des calculs par éléments finis et des analyses par corrélation d'images. Pour chaque matériau, nous effectuons une analyse probabiliste nécessitant la détermination des propriétés statistiques des nuages de points uniaxiaux. Pour l'alliage de titane, la



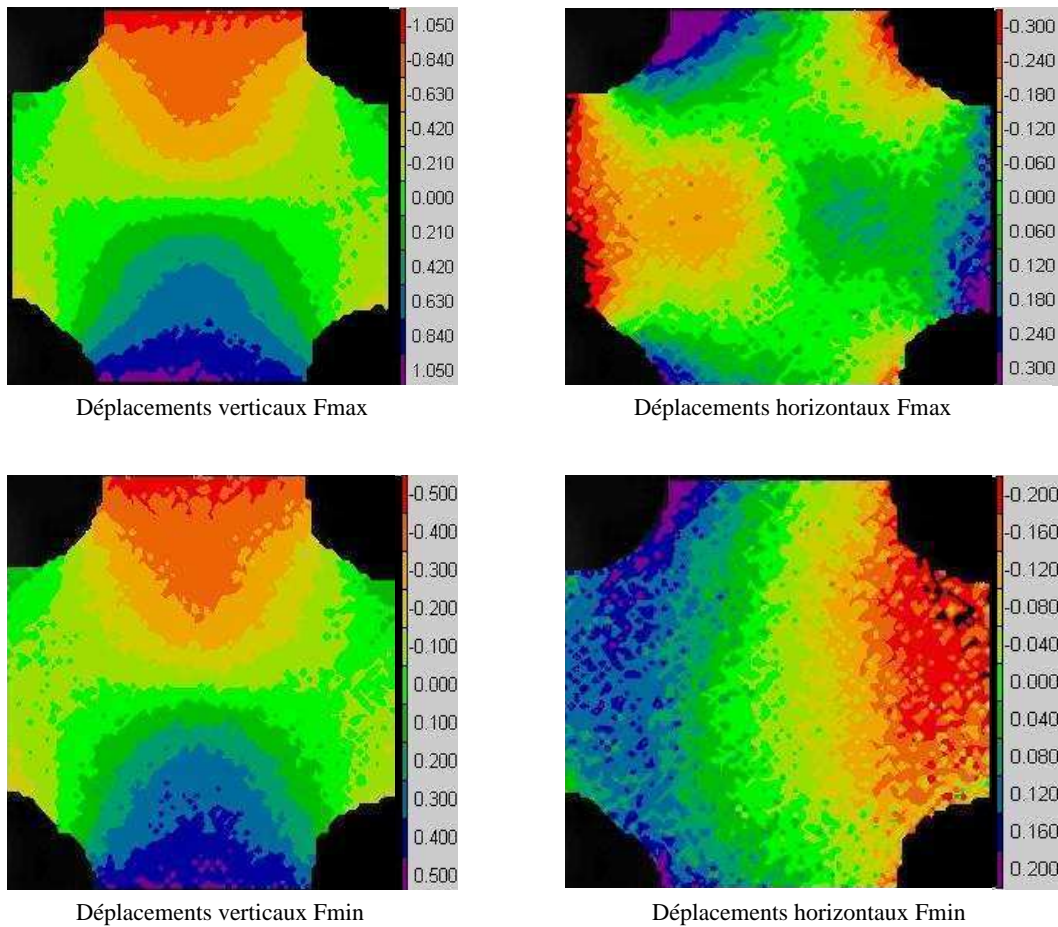


FIGURE 4.7: Déplacements en pixels (1pixel  $\approx$  100microns)

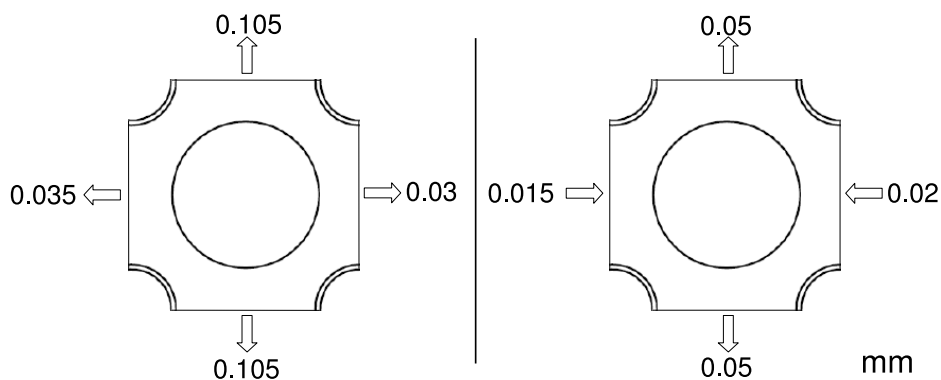


FIGURE 4.8: Déplacements imposés pour les deux instants de chargement (en mm)

base n'est pas suffisamment étoffée pour appliquer la méthode du noyau ni pour déterminer l'écart type de la limite de fatigue (nous faisons abstraction ici des données issues de la

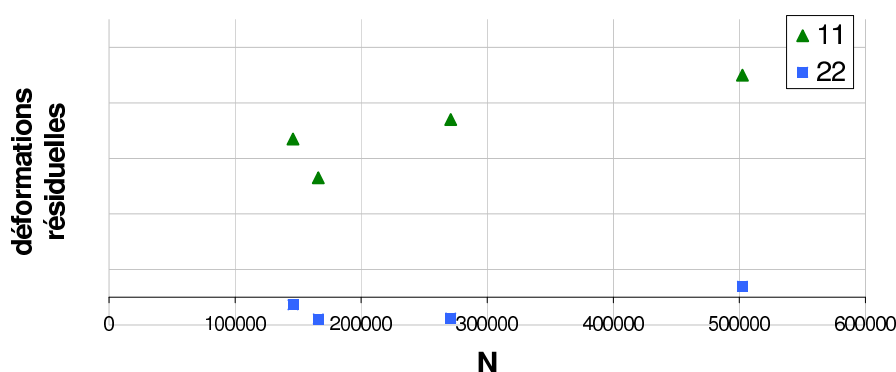


FIGURE 4.9: Déformations permanentes expérimentales pour l'essai  $F$  sur alliage de titane.

littérature sur des alliages de titane potentiellement différents de celui étudié ici). De fait, nous utilisons la méthode Gaussienne du post-processeur de fatigue pour laquelle nous prendrons comme valeur moyenne de la limite de fatigue, la valeur précédemment identifiée. L'écart type est quant à lui choisi relativement faible (quelques dizaines de MPa) du fait que nous constatons sur le nuage de points uniaxiaux une faible dispersion des résultats. Pour différentes probabilités de rupture ( $P_R$ ), nous avons des valeurs des contraintes asymptotiques elles aussi évidemment différentes (issues des formules relatives aux propriétés de la loi Normale). L'écart type choisi étant assez faible, les valeurs de calculs à  $P_R = 0,9$  et  $P_R = 0,1$  sont choisies afin de mettre en évidence au maximum l'influence d'un calcul probabiliste pour ce matériau.

Pour l'acier inoxydable, nous disposons de données de fatigue à trois températures, si bien que nous pouvons (comme décrit chapitre 3, paragraphe 3.1) constituer un nuage de points équivalents correspondant à une température de 20C. La méthode du noyau d'Epanechnikov est appliquée aux points situés au-delà de  $10^5$  cycles afin d'avoir un nombre conséquent de points. De la sorte, et même s'il est évident que la limite de fatigue ne correspond pas à la contrainte à  $10^5$  cycles (surtout pour ce matériau dont le comportement évolue même pour les très grands nombres de cycles) nous obtenons 34 points. L'analyse du noyau d'Epanechnikov nous fournit les valeurs de contraintes asymptotiques suivantes :  $\sigma_{f, P_R=0,25}^\infty = 384.3\text{MPa}$ ,  $\sigma_{f, P_R=0,5}^\infty = 271\text{MPa}$ ,  $\sigma_{f, P_R=0,75}^\infty = 157.6\text{MPa}$ . Nous constatons que la valeur de  $\sigma_{P_R=0,5}^\infty = 271\text{MPa}$  est différente de celle déterminée à partir des uniques points à température ambiante (295MPa). Quoiqu'il en soit, pour l'analyse probabiliste suivante, nous garderons les valeurs issues de l'analyse via le noyau d'Epanechnikov afin de privilégier des valeurs issues de points expérimentaux, plutôt que des valeurs de contraintes obtenues à partir d'un écart type arbitraire. Une base de données expérimentales contenant de nombreux essais est évidemment une chose prépondérante lorsque l'on souhaite faire une analyse probabiliste.

**Alliage de titane - calculs par EF.** Comme nous l'avons dit précédemment, le modèle à disposition pour le calcul par éléments finis correspond bien au comportement du matériau,

et de plus, ce matériau se comportant de manière élastique dans les essais biaxiaux, les résultats de calculs ont toute raison de s'avérer pertinents. La comparaison des nombres de cycles à l'amorçage expérimentaux et théoriques (chargements obtenus par calculs par éléments finis) est présentée dans le tableau 4.10 (et synthétisée fig.4.11) pour des probabilités de rupture  $P_R$  de 10, 50 et 90 pourcents.

Essai	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.1$	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.5$	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.9$
A	0.81	0.82	0.83
B	0.52	0.65	0.77
D	1.74	2.09	2.38
E	0.34	0.71	1.00
F	1.00	1.27	1.50
G	0.79	0.90	1.00
H (hors phase)	0.26	0.26	0.25
i (hors phase)	2.15	2.17	2.17

**FIGURE 4.10:** Nombres de cycles à rupture expérimentaux et prédits par le modèle pour différentes probabilités de rupture  $P_R$  à partir de calculs par éléments finis sur essais biaxiaux sur alliage de titane.

Les résultats sont situés dans une bande de facteur 2 pour les calculs à  $P_R=50\%$ . Seuls les essais réalisés en hors phase sont légèrement en dehors de cette bande. Toutefois, nous pouvons noter que le modèle permet de nettement retranscrire le caractère néfaste d'un chargement hors phase (essai H VS essai D) et qui plus est, il convient de garder à l'esprit que les paramètres du modèle ont été identifiés pour les grands nombres de cycles, tandis que l'essai H correspond à un essai à faible nombre de cycles (l'écart type  $\overline{\sigma}_f^\infty$  est faible). Nous observons également que les résultats diffèrent très peu pour les trois probabilités de rupture présentées (commentaire plus nuancé pour l'essai E).

**Alliage de titane - corrélation d'images.** Les simulations faites avec le modèle à deux échelles à partir de fichiers de chargement provenant d'analyses par corrélation d'images sont présentés dans la tableau 4.12 (et synthétisés fig.4.13) pour des probabilités de rupture  $P_R$  de 10, 50 et 90 pourcents.

Essai	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.1$	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.5$	$NR_{exp}/NR_{theo} P_R = 0.9$
A	0	0	0
B	0	0	0
D	5.00	5.58	6.12
E	0	0.26	0.98
F	0	0	0
G	0	1.06	1.66
H (hors phase)	5.21	5.30	5.40
i (hors phase)	6.85	7.23	7.53

**FIGURE 4.12:** Nombres de cycles à rupture expérimentaux et prédits par le modèle pour différentes probabilités de rupture  $P_R$  à partir de corrélations d'images sur essais biaxiaux sur alliage de titane.

Bien que le comportement du matériau soit élastique, que les analyses par corrélation d'images n'aient pas présentées de problème particulier, on constate une bien plus forte dispersion par rapport aux calculs issus de calculs par éléments finis. Quoiqu'il en soit, l'analyse probabiliste permet ici de bien mettre en évidence que certains points prédits non rompus par le modèle pour une probabilité de rupture de 10%, peuvent avoir une parfaite prédiction pour une probabilité de rupture de 90% (essai E par exemple). L'atout de l'analyse probabiliste est ici clairement appréciable, rendant "floue" une asymptote délimitant de manière trop tranchée le domaine des durées de vie infinies du domaine des durées de vie finies. Toutefois, nous constatons que certains essais (A et F) sont affichés non rompus par le modèle quelle que soit la probabilité de rupture, tandis que ces essais ont rompu expérimentalement relativement vite (moins de  $10^6$  cycles). Un rapport supérieur à 10 entre les durées de vie théorique et expérimentale est donc observé ici pour ces deux points de chargement. Nous pouvons toutefois tempérer ces propos en remarquant que l'essai A a abouti à un amorçage concurrentiel entre zone centrale et zone de raccord (les observations MEB illustrent clairement l'amorçage en zone de raccord); et l'essai F n'a pas été mené jusqu'à rupture totale (du fait d'une erreur de manipulation machine), seules des observations MEB réalisées en fin d'essai et révélant des microfissures permettent de qualifier l'amorçage.

**Acier inoxydable 304L - calculs EF.** Le tableau 4.14 et la figure 4.16 donnent les résultats des simulations, pour une probabilité de rupture de  $P_R=50\%$ , effectuées à partir de chargements obtenus par calculs EF.

Essai F(kN)@ $R_F$	$NR_{exp}$	$NR_{theo} P_R = 0.5$
A 38@0.1;38@0.1	120000-125000	$> 10^7$
B 38@0.1;38@0.1	80000-83000	$> 10^7$
Hbis 38@0.1;38@0.1	105000-115000	$> 10^7$
H 31@0.1;31@0.1	$10^6_{nr}$	$> 10^7$
C 30@0.1;30@0.1	465000-470000	$> 10^7$
D 29@0.1;29@0.1	$1.5 \cdot 10^6_{nr}$	$> 10^7$
i 19@ - 1;19@ - 1	$10^6_{nr}$	$> 10^7$
i bis 21@ - 1;21@ - 1	$10^6_{nr}$	$> 10^7$
E 31@0.1;39 $cste$	50000-55000	13832
F 39@0.1;19 $cste$	60000-65000	90790
G 39@0.1;0 $cste$	275000-280000	121590

**FIGURE 4.14:** Nombres de cycles à rupture théoriques pour une probabilité de rupture  $P_R = 0.5$  à partir de calculs par éléments finis sur essais biaxiaux sur 304L CLI.

On rappelle que le modèle de plasticité utilisé est très simple (écrouissage cinématique linéaire) et que le comportement de ce matériau est très difficile à modéliser en fatigue. Pour les trois essais avec même sollicitation (essais A, B et Hbis à 38kN pour un rapport de charge  $R_F=0,1$ ) nous constatons que le modèle prédit une non rupture, tandis qu'expérimentalement ces essais cassent pour  $10^5$  cycles environ. Comme nous sommes loin de la zone des grands nombres de cycles, l'aspect probabiliste ne peut s'appliquer. En effet, dans cette zone des faibles nombres de cycles, la courbe de Wöhler définie par le triplet  $(s, S, \sigma_f^\infty)$  s'avère être grandement modifiée par rapport à la courbe optimale initiale, car seul  $\sigma_f^\infty$  (asymptote de la courbe de fatigue) est modifiée<sup>1</sup>. Les calculs probabilistes aux probabilité 0,75 et 0,25 sont sans influence sur les résultats de simulations (i.e. le modèle prévoit pour chaque probabilité une non rupture). Il semble clair ici que les simulations EF réalisées sur ces essais à rapport de charge  $R_F=0,1$  ne sont pas en accord avec le comportement réel du matériau.

Les essais E, F et G sont dans une bande de facteur 10. Les autres essais sont quant à eux non rompus expérimentalement et prédits non rompus par le modèle (essais D, H, i2).

**Acier inoxydable 304L - corrélation d'images.** Le tableau 4.15 et la figure 4.17 illustrent les simulations avec une probabilité de rupture de  $P_R = 50\%$  faites à partir de chargements obtenus par corrélation d'images.

1. pour l'alliage de titane, la variation faible des contraintes aux probabilités 0,9 et 0,1 affecte de manière négligeable les courbes de Wöhler correspondantes, tandis qu'ici, du fait du fort écart type (et donc de la forte variation de  $\sigma_f^\infty$ ), il n'en est pas de même.

Essai F(kN) $@R_F$	$NR_{exp}$	$NR_{theo} P_R = 0.5$
A 38@0.1;38@0.1	120000-125000	86476
B 38@0.1;38@0.1	80000-83000	86476
Hbis 38@0.1;38@0.1	105000-115000	86476
H 31@0.1;31@0.1	$10^6 nr$	$> 10^7$
C 30@0.1;30@0.1	465000-470000	$> 10^7$
D 29@0.1;29@0.1	$1.5 \cdot 10^6 nr$	$> 10^7$
i 19@ - 1; 19@ - 1	$10^6 nr$	748642
i bis 21@ - 1; 21@ - 1	$10^6 nr$	62187
E 31@0.1;39 $cste$	50000-55000	1445
F 39@0.1;19 $cste$	60000-65000	2087
G 39@0.1;0 $cste$	275000-280000	1447

FIGURE 4.15: Nombres de cycles à rupture théoriques pour une probabilité de rupture  $P_R = 0.5$  à partir de corrélation d'images sur essais biaxiaux sur 304L CLI.

Nous observons une bonne cohérence pour les essais équibiaxiaux A, B et Hbis réalisés à rapport de charge  $R_F=0,1$  puisque ceux ayant rompu expérimentalement sont prédits rompus par le modèle pour un nombre de cycles très proche de la valeur expérimentale. Les essais H et D n'ayant pas rompu expérimentalement sont également annoncés non rompus par le modèle.

Pour les essais i, ibis et C, l'écart entre théorie et expérience est à nuancer du fait que ces essais ont rompu à un grand nombre de cycles et non rompus par le modèle, ou réciproquement. L'approche probabiliste a été appliquée à ces 3 points, il en ressort que les points se retrouvent toujours non rompus quelle que soit la probabilité de rupture. Seul le point [i] (non rompu expérimentalement) est sensible à l'étude statistique puisque nous obtenons :  $NR_{PR=0,5} = 748642$  et  $NR_{PR=0,9} = nr$  (non rupture). On retrouve alors bien le résultat expérimental.

En revanche, pour les essais avec force constante (E, F et G), le modèle sous estime largement le nombre de cycles à rupture.

## 4 Conclusions sur l'estimation des durées de vie

Les paramètres "matériau" pour le modèle à deux échelles ont été identifiés pour les deux matériaux, l'acier 304L CLI et l'alliage de titane via des données expérimentales uniaxiales. Pour l'alliage de titane étudié dans cette étude, les données à disposition étant trop peu nombreuses pour appliquer une méthode statistique, la dispersion sur la limite de fatigue a été estimée avec un écart type de quelques dizaines MPa. Pour l'acier 304L, la méthode du noyau d'Epanechnikov a été appliquée afin de déterminer les contraintes asymptotiques pour différentes probabilités de rupture.

Le modèle à deux échelles ainsi probabilisé est appliqué aux essais biaxiaux réalisés dans cette étude. Les conditions de chargement sont obtenues soit par calculs par éléments finis, le modèle de comportement (élasto-plastique) de l'acier inoxydable 304L étant beaucoup moins précis que celui de l'alliage de titane, et par corrélation d'images.

Les résultats pour des probabilités de rupture à 10, 50 et 90% sont donnés pour l'alliage de titane. Les prévisions obtenues à partir de calculs par éléments finis aboutissent à des valeurs comprises dans une bande de facteur 2 par rapport aux nombres de cycles expérimentaux. Le modèle permet de retranscrire l'aspect pénalisant sur la durée de vie d'un chargement hors phase (déphasage de phase) par rapport à un chargement en-phase de même intensité. L'aspect probabiliste a peu d'influence dans ces cas. Pour le même matériau mais avec des données d'entrée de chargement obtenues par corrélation d'images, les résultats du modèle sont davantage dispersés, mais l'aspect probabiliste, nettement visible, permet de retrouver en partie des valeurs comprises là encore dans une bande de facteur 2. Finalement comme ce qui est fait en bureau d'étude industriel, les déformations fournies par calculs éléments finis donnent les meilleurs résultats de durées de vies estimées par le modèle à deux échelles.

En ce qui concerne l'acier inoxydable 304L, les résultats obtenus avec le modèle à deux échelles à partir de calculs par éléments finis montrent que hormis 3 essais (essais A, B et Hbis correspondant à un même chargement de 38kN à rapport de charge 0,1), les simulations sont en relativement bon accord avec l'expérience (facteur 2 pour trois essais et facteur environ 10 pour deux autres essais) avec néanmoins une surestimation de la durée de vie pour des conditions de sollicitation biaxiales à rapport de charge proches de 0.1 et à faible amplitude de force (conditions des essais C, D et H). Le modèle de plasticité "trop simple" utilisé ne permet pas de simuler les essais avec forte sollicitation à rapport de charge 0,1. Concernant les résultats issus de la corrélation d'images, nous avons là aussi 3 essais (F, E et G correspondant à des essais avec force constante dans une direction) qui sont hors de la zone de facteur 10. Que ce soit par calculs par éléments finis ou par corrélation d'images, seuls les résultats de simulations avec une probabilité de rupture  $P_R=50\%$  sont indiqués, du fait que pour ce matériau, les calculs probabilistes ont très peu d'influence sur les résultats. La qualité des résultats obtenus pour ce matériau 304L et les pistes d'amélioration seront discutées dans les perspectives.

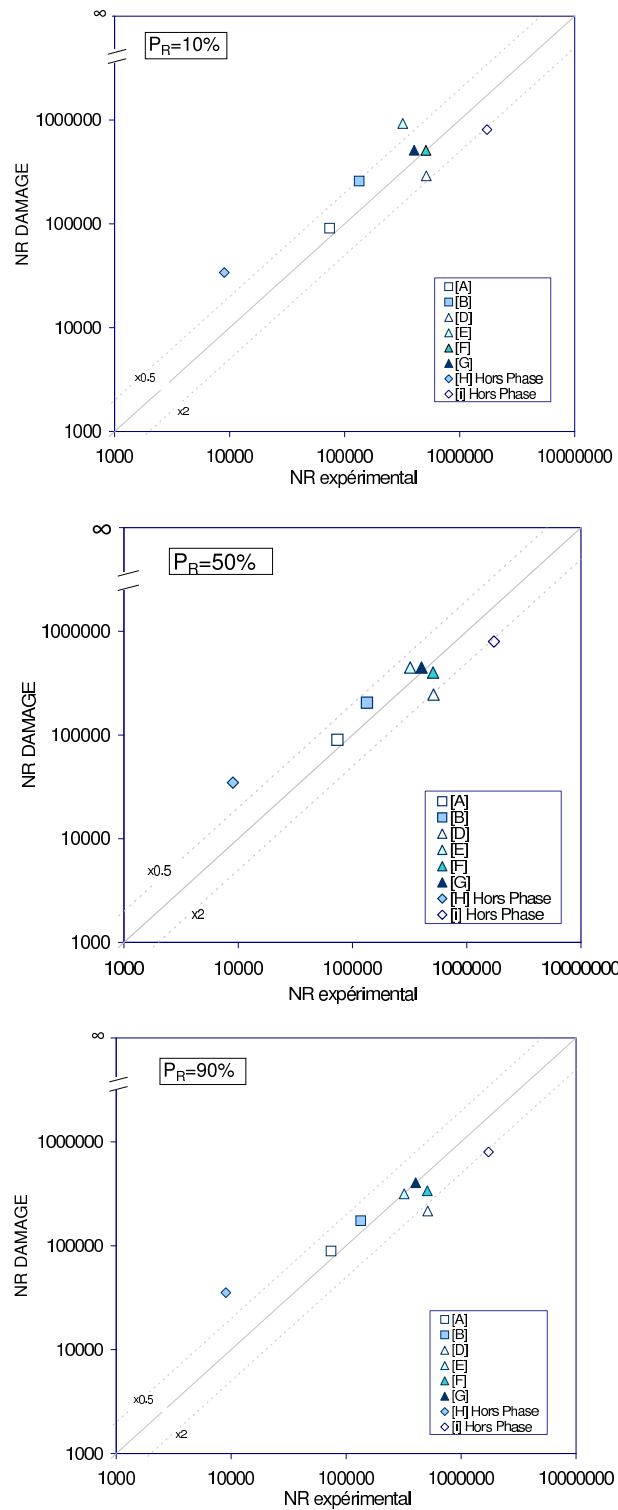
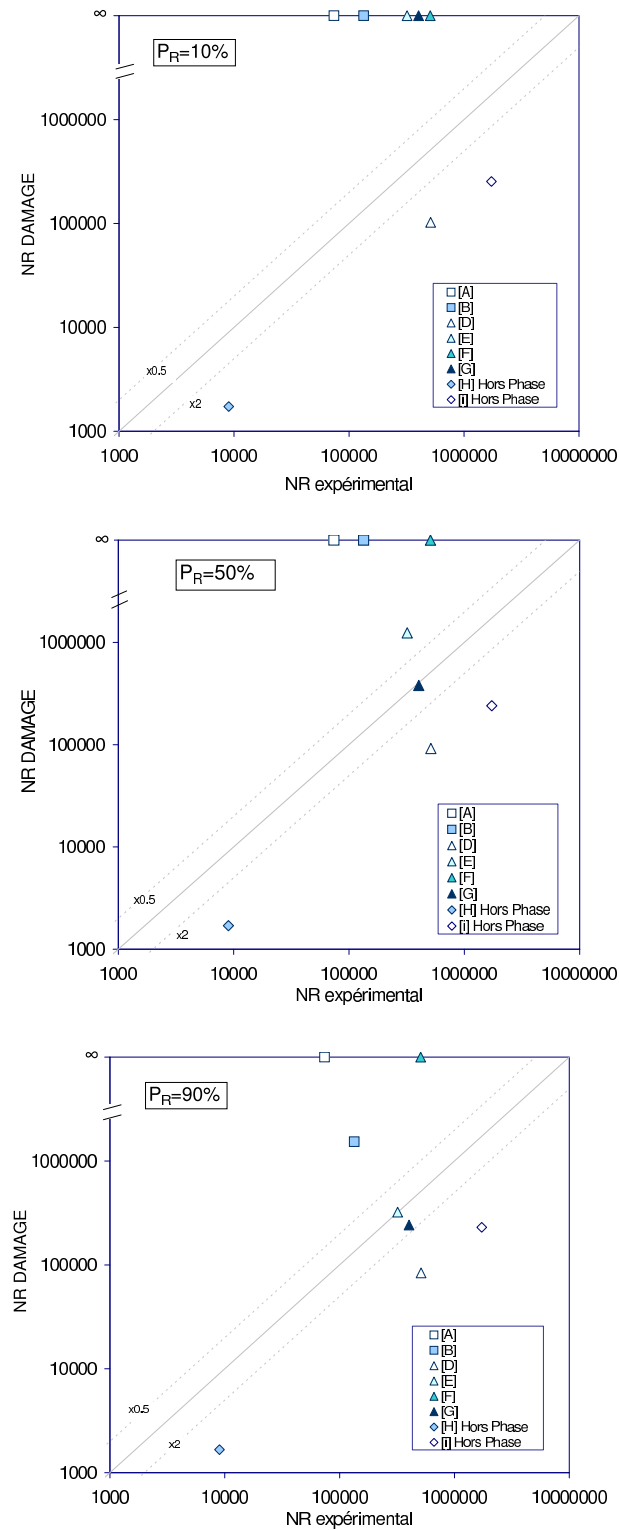


FIGURE 4.11: Comparaison  $N_R$  expérimental  $N_R$  DAMAGE via calculs EF - essais biaxiaux alliage de titane pour des probabilités de rupture de 10, 50 et 90 pourcents.





**FIGURE 4.13:** Comparaison  $N_R$  expérimental  $N_R$  DAMAGE via corrélation d'images - essais biaxiaux alliage de titane pour des probabilités de rupture de 10, 50 et 90 pourcents.

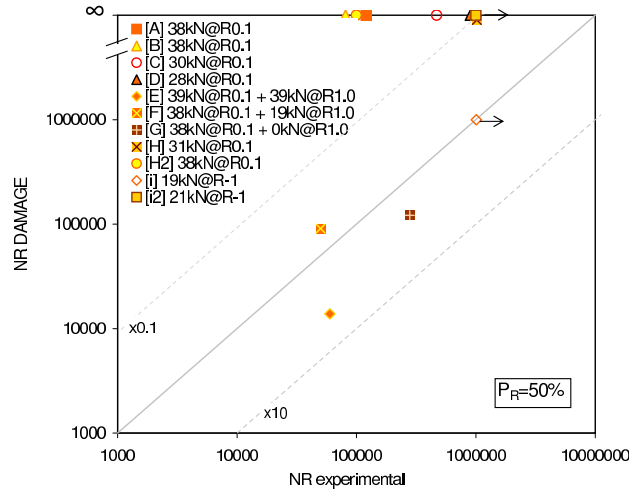


FIGURE 4.16: Comparaison  $N_R$  expérimental  $N_R$  DAMAGE via calculs EF - essais biaxiaux 304L pour une probabilité de rupture de 50 pourcents.

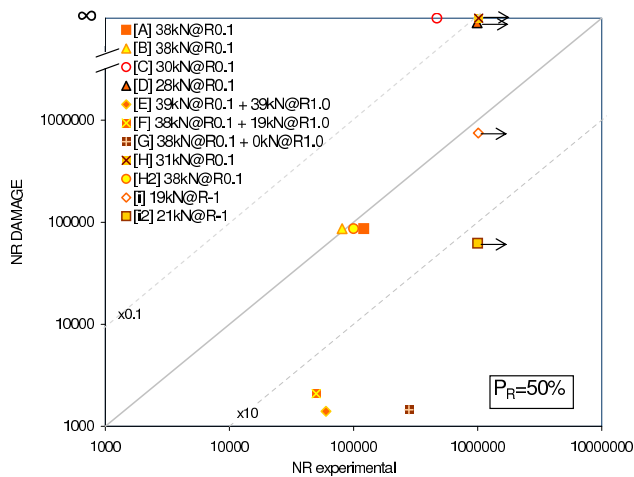


FIGURE 4.17: Comparaison  $N_R$  expérimental  $N_R$  DAMAGE via corrélation d'images - essais biaxiaux 304L pour une probabilité de rupture de 50 pourcents.



# Conclusions et perspectives

La fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles est rencontrée dans de nombreuses structures et peut aboutir à l'amorçage de fissures. Afin de mieux comprendre ce phénomène, des essais de fatigue biaxiale à grand nombre de cycles ont été menés sur acier inoxydable 304L CLI et alliage de titane (jusqu'à  $1,5 \cdot 10^6$  cycles) sur la machine triaxiale du LMT Cachan.

Une géométrie optimisée (par des calculs par éléments finis et un post-processeur de fatigue DAMAGE\_2005) d'éprouvette en croix amincie au centre, a permis d'obtenir des amorçages de fissure en fatigue biaxiale à grand nombre de cycles. Afin de caractériser les conditions d'essais, des observations fines ont été faites par mesures de champs. Des moyens perfectionnés de prises de vues ont été utilisés (caméra rapide ; 250 images/secondes, acquisition stroboscopique, microscope longue distance) pour déterminer les amplitudes de déformations présentes au centre de l'éprouvette, les déformations permanentes ainsi que l'état de surface, l'amorçage et la propagation de fissure au cours des essais. Les mesures de déformations se sont avérées difficiles sur matériau 304L (qui rappelons le est visco-plastique à température ambiante et dont les déformations plastiques sont loin d'être négligeables, y compris pour la fatigue à grands nombres de cycles). De ces essais, il ressort que :

- **pour l'acier inoxydable 304L**, si nous comparons tout d'abord les deux essais (non rompus) réalisés à rapport de charge  $R_F = -1$  en efforts imposés (les amplitudes de déformation au centre de l'éprouvette se révèlent être quasiment constantes), aux points uniaxiaux à même rapport de charge réalisés en déformation imposée, nous n'observons pas d'influence de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie. Les essais réalisés à rapport de charge 0.1 mettent en évidence l'influence néfaste d'une contrainte biaxiale moyenne positive sur la durée de vie et ce, de manière sensiblement équivalente à ce qui est observé sur les essais uniaxiaux. D'un point de vue microstructural, des observations MEB mettent en avant un réseau de fissuration secondaire peu dense. L'effet de surface semble jouer un rôle sur l'orientation des fissures observées dans la zone centrale.
- **pour l'acier alliage de titane**, contrairement au matériau précédent, la finalité expérimentale n'était pas de réaliser une base de données biaxiales, mais d'explorer plusieurs cas de chargements (essais équilibrés, non équilibrés, en phase, hors phase) et de voir dans quelle mesure le modèle d'endommagement à deux échelles permettait de rendre compte des durées de vie dans ces conditions. De fait,

la comparaison avec des essais uniaxiaux n'est pas possible. Des observations microscopiques permettent de caractériser la fissuration sur ce matériau. Le réseau de fissuration secondaire est quasi inexistant et les fissures sont toutes orientées dans une direction perpendiculaire aux axes de chargements.

Le modèle d'endommagement à deux échelles développé dans les années 1990 au LMT Cachan (étendu lors de cette thèse aux contraintes moyennes élevées et rendu probabiliste) permet de prédire le nombre de cycles à amorçage en tout point d'une structure. De type incrémental, ce modèle est implémenté sous forme d'un post-processeur de fatigue DAMAGE\_2009 à l'issue de cette thèse. Afin de mieux prendre en compte les effets de la contrainte moyenne de chargement, la fonction critère du modèle a été améliorée par l'ajout d'un terme de Drucker-Prager. Le paramètre associé (noté  $k$ ) est la pente délimitant les zones de rupture et non rupture dans un diagramme de Haigh. La fonction critère ainsi modifiée s'avère être équivalente au critère de Sines en chargement proportionnel en définissant de manière adéquate les paramètres. L'application du modèle à deux échelles ainsi modifié est faite sur des données d'un alliage de titane issues de la littérature [Maxwell et Nicholas, 1999]. La simple définition de  $k = \sigma_u / \sigma_f^\infty$  permet de retrouver les courbes de fatigue expérimentales du matériau pour des rapports de charge allant de -1 à 0,8.

Il est expérimentalement observé une dispersion de la limite de fatigue asymptotique d'un matériau métallique. Cette limite étant un des paramètres "matériau" nécessaire au modèle, le post-processeur de fatigue a été rendu probabiliste. Trois méthodes (répartition Gaussienne avec ou sans taux de confiance, méthode du noyau d'Epanechnikov) ont été implantées dans le post-processeur pour représenter la répartition expérimentale de la limite de fatigue et ainsi introduire des probabilités de rupture sur les nombres de cycles théoriques annoncés.

Des jeux de paramètres d'endommagement ont été identifiés pour les deux matériaux. Le modèle probabiliste à deux échelles a ensuite été appliqué aux essais biaxiaux réalisés dans cette étude. Différentes approches ont été utilisées pour déterminer les conditions de chargement (corrélation d'images, calculs par éléments finis, combinaison des deux). Les résultats issus du modèle sont de l'ordre de grandeur des résultats expérimentaux dans le cas de l'alliage de titane. Pour les calculs sur acier inoxydable 304L, le modèle de plasticité (trop) simple utilisé pour les simulations numériques ne permet pas une prédiction correcte des essais réalisés à rapport de charge  $R_F=0,1$  avec une sollicitation de 38kN. De même, les essais avec force constante dans une direction ne sont pas en accord avec l'expérience dans le cas de simulations réalisées à partir de données issues d'analyses d'images (mais relativement bien simulées à partir des données par calculs par éléments finis).

En perspectives, de nombreuses images d'essais restent à être exploitées, puisqu'entre 100 et plusieurs milliers de photos ont été prises pour chaque essai. Ensuite, il est évident

que d'autres essais de fatigue biaxiale sont à réaliser. Afin de clarifier l'effet de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie, il semble nécessaire d'avoir à disposition des points expérimentaux réalisés suivant le même mode opératoire (*i.e.* en force ou déformation imposée). Ensuite, la base d'essais biaxiaux est à enrichir pour d'une part explorer les rapports de charge non testés et d'autre part obtenir des points balayant deux décades de durées de vie, et enfin caractériser la dispersion expérimentale pouvant intervenir. D'autres aspects seraient également à étudier de manière plus systématique, comme déjà fait en uniaxial : l'effet de surface, l'effet d'une contrainte moyenne, l'effet de chargements aléatoires, l'effet de la température, l'effet de chargements anisothermes, l'effet de contraintes résiduelles. A moindre frais, une montée en charge lente avec prises d'images, les surfaces de plasticité pourraient être déterminées expérimentalement. A plus long terme, on peut aisément imaginer coupler le pilotage d'ASTREE à des calculs de corrélations d'images pour ainsi avoir des essais réellement pilotés en déformation imposée, et pour piloter la propagation de fissure comme souhaité.

La plasticité du matériau acier inoxydable ainsi que le durcissement secondaire observé aux grands nombres de cycles conduisent à des difficultés bien connues de modélisation du comportement de ce matériau. Nous n'avons pas voulu rendre compte de cette complexité lors de ce travail (en nous concentrant sur les aspects expérimentaux et sur le développement d'un modèle d'endommagement pour la fatigue) et nous nous sommes volontairement limités à une modélisation plastique à écrouissage cinématique linéaire. Ce modèle de comportement a montré ses limites dans les cas de forts chargements à rapport de charge  $R_F=0,1$ . L'utilisation d'un modèle plus complexe pour la bonne prise en compte de la plasticité est dès lors inévitable. Outre l'amélioration des calculs éléments finis, ce modèle de comportement servira également à quantifier la degré de plasticité du matériau, et donc de mieux estimer l'amplitude de déformation expérimentale dans la direction hors-plan (estimée entre un comportement purement élastique et purement plastique). Dans les cas de forte plasticité, des modifications du post-processeur doivent être entreprises pour bien prendre en compte ces données. En effet, même si la loi d'endommagement de type Lemaitre s'applique très bien à des cas de fatigue oligocyclique, l'interface du post-processeur DAMAGE\_2009 est pour l'instant dédiée à des calculs polycycliques.



# Annexe A : Eprouvette de fatigue biaxiale

La géométrie d'éprouvette biaxiale 304L testée est présentée ici. Les dimensions principales sont (en mm) :

géométrie	ép. centrale	ép. zone courante	ép.bras	rayon de racc.
304L	1.0	5.0	5.0	12.0

FIGURE 4.18: Dimensions caractéristiques de l'éprouvette biaxiale standard 304L testée.

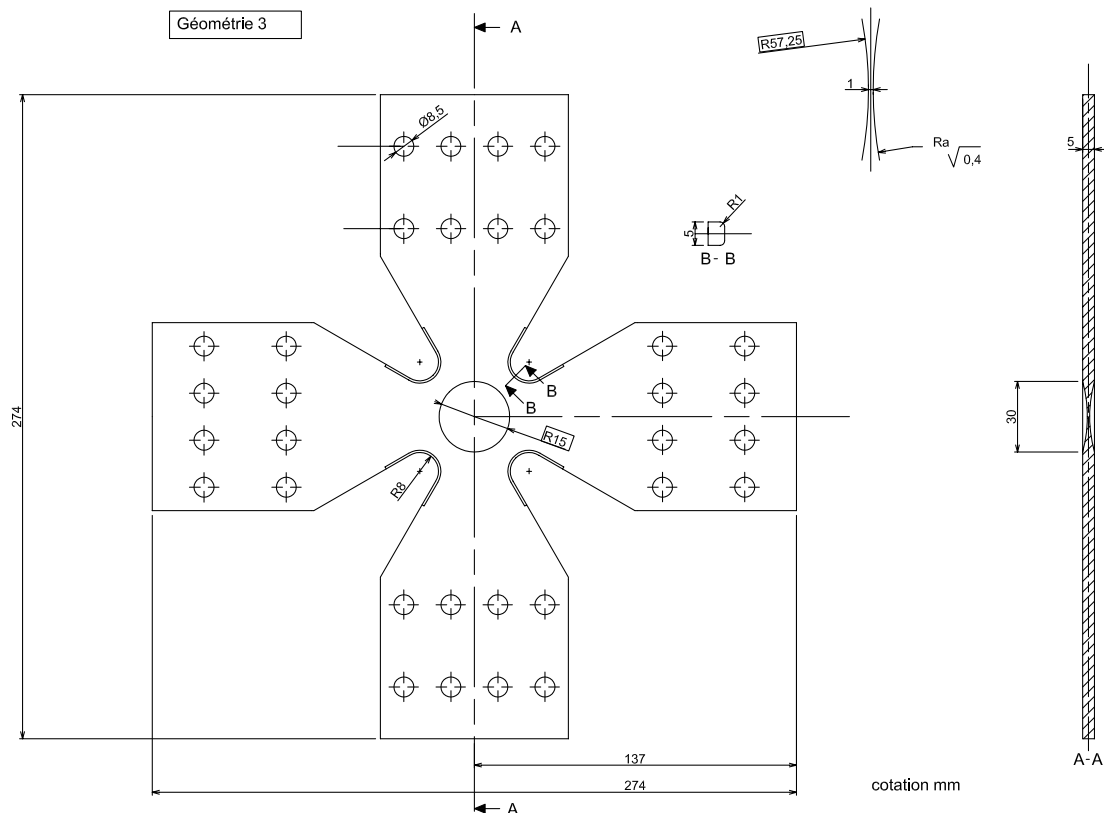


FIGURE 4.19: Plan de l'éprouvette biaxiale 304L





# Annexe B : Formules relatives au paramètre de Drucker-Prager

Soit la fonction critère de la forme :  $f^\mu = |\tilde{\sigma}^\mu - \mathbf{X}| - \sigma_f^\infty + kTr\tilde{\sigma}^\mu$

A l'échelle mesoscopique du modèle à deux échelles, un chargement proportionnel de fatigue à grand nombre de cycles est caractérisé par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_\Sigma(t)\boldsymbol{\Sigma}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^p = 0 \quad (4.1)$$

avec  $\sigma_\Sigma(t)$  compris entre  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{max}$ .

A l'échelle micro, la proportionnalité du chargement est conservée seulement pour les contraintes et déformations déviatoriques,

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mu D} = \sigma_\Sigma^\mu(t)\boldsymbol{\Sigma}^D, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} = \frac{3}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_{p\Sigma}^\mu(t)\boldsymbol{\Sigma}^D, \quad \mathbf{X}^\mu = X_\Sigma^\mu(t)\boldsymbol{\Sigma}^D \quad (4.2)$$

Avec la fonction critère modifiée, nous obtenons aux limites du domaine d'élasticité à  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{Max}$ ,

$$\begin{cases} \sigma_{Max} - X_{max} + k\sigma_{Max} - \sigma_f^\infty = 0 \\ -(\sigma_{min} - X_{min}) + k\sigma_{min} - \sigma_f^\infty = 0 \end{cases}$$

d'où, par sommation,

$$\Delta \sigma = 2\sigma_f^\infty - k(\sigma_{min} + \sigma_{Max}) \quad (4.3)$$

ou encore réécrit sous la forme finale,

$$\Delta \sigma - 2\sigma_f^\infty + 2k\bar{\sigma} = 0 \quad (4.4)$$

L'incrément de déformation plastique sur un cycle est donc :

$$\frac{\delta p^\mu}{\delta N} = \frac{2(\Delta \sigma - 2\sigma_f^\infty + 2k\bar{\sigma})}{G} \quad \text{en traction-compression.}$$

Au final, Le nombre de cycles à amorçage  $N_R$  est :

en cisaillement ( $\sigma_{kk} = 0$ ) :

$$N_R \approx \left[ \frac{3ES}{\sigma_f^{\infty 2} (1 + \nu)} \right]^s \frac{GDc}{2(\sqrt{3}\Delta\tau - 2\sigma_f^{\infty})} \quad (4.5)$$

(4.6)

et en traction-compression ( $\sigma_{kk} \neq 0$ ) :

$$N_R \approx \frac{(2ES)^s}{(\sigma_f^{\infty} - k\sigma_{min})^{2s} R_{vmin}^s + (\sigma_f^{\infty} - k\sigma_{Max})^{2s} R_{vMax}^s} \frac{GDc}{\Delta\sigma + 2k\bar{\sigma} - 2\sigma_f^{\infty}} \quad (4.7)$$

(4.8)

avec :

$$\mathcal{G} = \frac{C_y(1-D)}{(1+k\Sigma_{kk})} + 3G_c(1-b) \quad (4.9)$$

$$R_{vmin} = \frac{2}{3}(1+\nu) + \frac{1}{3}(1-2\nu) \left[ \frac{\sigma_{min}}{\sigma_f^{\infty} - k\sigma_{min}} \right]^2 \quad (4.10)$$

$$R_{vMax} = \frac{2}{3}(1+\nu) + \frac{1}{3}(1-2\nu) \left[ \frac{\sigma_{Max}}{\sigma_f^{\infty} - k\sigma_{Max}} \right]^2 \quad (4.11)$$

où  $S$  et  $s$  les paramètres de la loi d'endommagement,  $G_c$  la raideur du matériau,  $D_c$  l'endommagement critique,  $C_y$  le module de plasticité et  $b$  le paramètre d'Eshelby.

## Annexe C : Calculs éléments finis sur croix de Malte

Les simulations éléments finis sont réalisées sur 1/8 de la géométrie totale. Les conditions limites sont illustrées figure 4.20. La géométrie ainsi définie contient 26179 noeuds.

Le chargement simulé consiste en deux cycles de chargement. Pour le matériau titane, du fait du comportement élastique, ceci est suffisant. Le fichier chargement utile au post processeur est construit à partir des données du tenseur au moments t1 et t2. Ce tenseur est extrait au point géométrique correspondant à la surface de la zone centrale. Des simulations ont été faites en extrayant le tenseur au noeud centrale de la géométrie. Un très faible écart à été noté (figure 4.21).

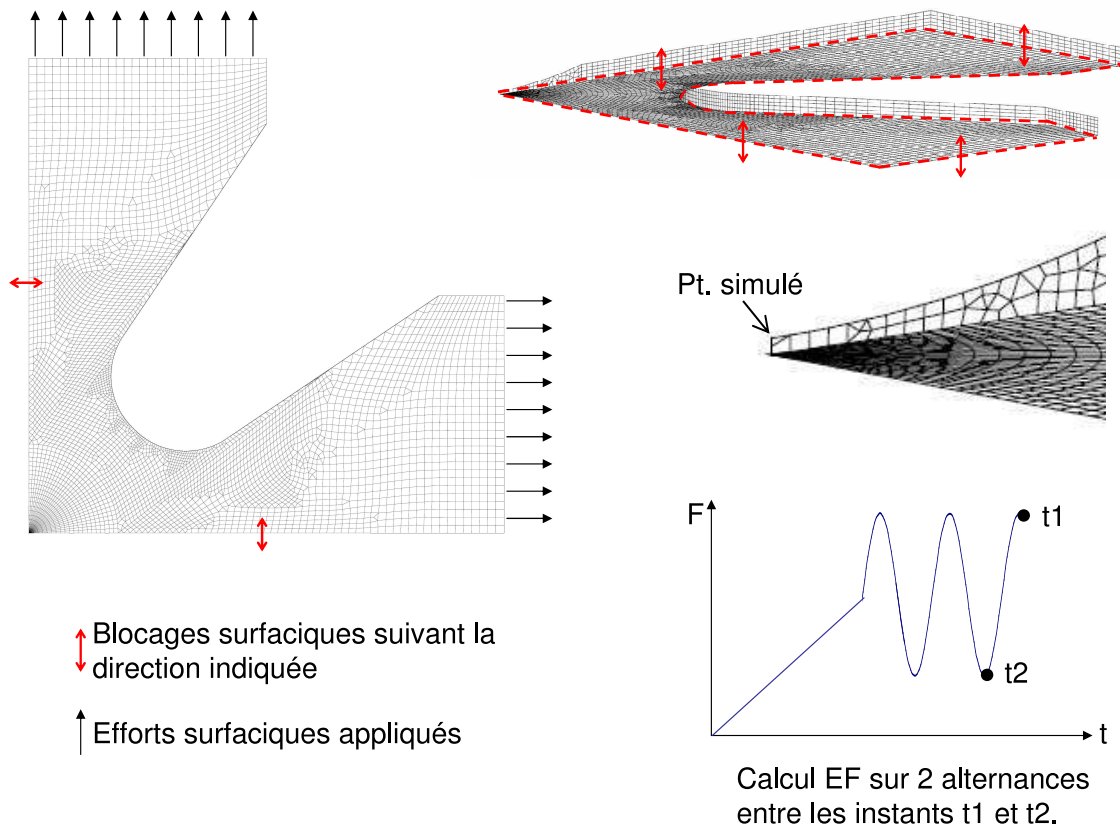


FIGURE 4.20: Conditions limites appliquées lors des simulations EF sur croix de malte. Obtention du fichier chargement.

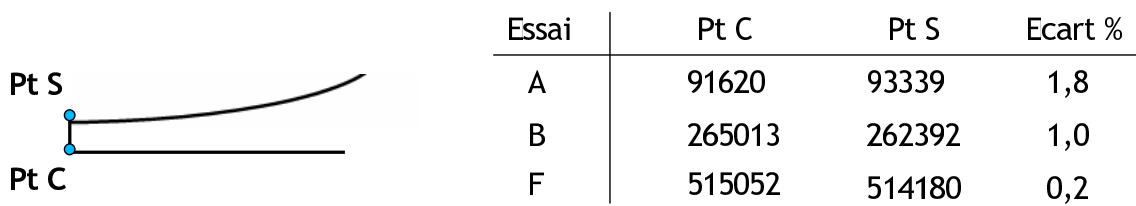


FIGURE 4.21: Simulations DAMAGE\_2009 au point central et au point en surface.

# Bibliographie

- [LOG, R] (R). Logiciel R. <http://www.r-project.org/>.
- [AFNOR, 1991] AFNOR (1991). Produits métalliques : essais de fatigue : traitement statistique des données, norme a 03-405.
- [Akamatsu et Chevallier, 2001] AKAMATSU, M. et CHEVALLIER, E. (2001). Caractérisation chimique et mécanique des matériaux approvisionnés pour l'étude du comportement en fatigue des aciers inoxydables austénitiques. *Note EDF*, HT-42/00/020/A.
- [Amiable, 2006] AMIABLE, S. (2006). *Prédiction de durée de vie de structures sous chargement de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines.
- [Ancelet, 2005] ANCELET, O. (2005). *Etude de l'amorçage et de la propagation des fissures sous chargement thermique cyclique 3D*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [Banvillet *et al.*, 2003] BANVILLET, A., PALIN-LUC, T. et LASSERRE, S. (2003). A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion. *Int. Journ. of Fatigue*, 25.
- [Barbier *et al.*, 2008a] BARBIER, G., DESMORAT, R. et RAKA, B. (2008a). Mean stress effect and bi-axial fatigue of structures from two scale damage model. *In ICTAM 2008 -22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*.
- [Barbier *et al.*, 2008b] BARBIER, G., DESMORAT, R., SERMAGE, J., DUTERTRE, A., COURTIN, S., DEHOUE, J. et TCHOU-KIEN, D. (2008b). Mean stress effect by incremental two scale damage model. *In LCF6 - 6th international conference on low cycle fatigue*.
- [Bastenaire, 1960] BASTENAIRE, F. (1960). *Etude statistique et physique de la dispersion des résistances et des durées à la fatigue*. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de l'université de Paris.
- [Bastenaire, 1971] BASTENAIRE, F. (1971). Estimation et prévision statistique de la résistance et de la durée de vie des matériaux en fatigue. *In Conférence faite au stage Fiabilité, Centre de fiabilité du CENT, Paris*.
- [Bathias *et al.*, 2001] BATHIAS, C., DROUILLAC, L. et FRANÇOIS, P. L. (2001). How and why the fatigue s–n curve does not approach a horizontal asymptote. *ASME J. of Basic Engng.*, pages 143–155.

- [Batisse *et al.*, 1994] BATISSE, R., DIFANT-JAECKELS, H., CURIE, H. et VIRELY, J. (1994). Biaxial high cycle fatigue test on a gas transmission pipeline stell. *Proceedings of Fourth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue, St Germain en Laye*, pages 129–142.
- [Bayerlein *et al.*, 1989] BAYERLEIN, M., CHRIST, H.-J. et MUGHRABI, H. (1989). Plasticity induced martensitic transformation during cyclic deformation of aisi 304l stainless steel. *Mat. Sc. and Eng.*, (114):11–16.
- [Bedkowski, 1994] BEDKOWSKI, W. (1994). Determination of the critical plane and effort criterion in fatigue life evaluation for materials under multiaxial random loading experimental verification based on fatigue tests of cruciform specimens. *Fourth Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fat.*
- [Berthaud *et al.*, 1996] BERTHAUD, Y., SCHOLTZ, J. et THESING, J. (1996). Méthodes optiques et acoustiques de mesures des caractéristiques mécaniques. *Proc. colloque Mecamat, Aussois (France)*, pages 77–80.
- [Besnard *et al.*, 2006] BESNARD, G., HILD, F. et ROUX, S. (2006). "finite-element" displacement fields analysis from digital images : application to portevin-le châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6):789–804.
- [Bhattacharya et Ellingwood, 1998] BHATTACHARYA, B. et ELLINGWOOD, B. (1998). Continuum damage mechanics analysis of fatigue crack initiation. *Int. J. of Fat.*, 20(9): 631–639.
- [Bocher *et al.*, 2001] BOCHER, L., DELOBELLE, P., ROBINET, P. et FEUGAS, X. (2001). Mechanical and microstructural investigations of an austenitic stainless steel under non-proportional loadings in tension-torsion- internal and external pressure. *Int. Jal of Plasticity*, 17:1491–1530.
- [Bomas *et al.*, 1999] BOMAS, H., LINKEWITZ, T. et MAYR, P. (1999). Application of a weakest link concept to the fatigue limit of the earing steel sae 52100 in a bainitic condition. *Fat. Fract. Engng Mater.*, 22:733–741.
- [Bonnand *et al.*, 2009] BONNAND, V., CHABOCHE, J., CHEROUALI, H., GOMEZ, P., KANOUTÉ, P., PACOU, D., PAULMIER, P., OSTOJA-KUCZYNSKI, E. et VOGEL, F. (2009). Experimental and theoretical comparison of some multiaxial fatigue design criteria in the context of life assessment of rotating parts in turboengines. *in, ICAF 2009, Proceedings of the 25th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue, Rotterdam, The Netherlands, 27–29 May 2009.*
- [Brand, 1980] BRAND, A. (1980). *Données technologiques sur la fatigue*. Editions CETIM.
- [Brown et Miller, 1973] BROWN, M. et MILLER, K. (1973). A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *In Proc. of the Institute of Mech. Eng.*, 187(745-755).
- [Bui-Quoc *et al.*, 1971] BUI-QUOC, T., DUBUC, J., BAZERGUI, A. et BIRON, A. (1971). Cumulative fatigue damage under stress-controlled conditions. *ASME J. of Basic Engng.*, 20:691–698.

- [Burt *et al.*, 1982] BURT, P., YEN, C. et XU, X. (1982). Local correlation measures for motion analysis : a comparative study. *Proc. IEEE Conf. on Pattern Recognition and Image Processing*, pages 269–274.
- [Cailletaud et Chaboche, 1982] CAILLETAUD, G. et CHABOCHE, J. (Orlando 1982). Lifetime predictions in 304 s.s. by damage approach. *Cof. ASME, Pressure Vessel and Piping Division*.
- [Calloch, 1997] CALLOCH, S. (1997). *Essais triaxiaux non proportionnels et ingénierie des modèles de plasticité cyclique*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Cano, 1996] CANO, V. (1996). *Instabilité et rupture dans les solides élastoviscoplastiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Canto, 2007] CANTO, R. (2007). *Étude théorique et expérimentale du procédé de compaction et frittage du polytétrafluoroéthylène (PTFE)*. Thèse de doctorat, Université de Sao Paulo.
- [Castillo *et al.*, 2008] CASTILLO, E., RAMOS, A., KOLLER, R., LOPEZAENLLE, M. et FERNADEZCANTELI, A. (2008). A critical comparison of the two models for assessment of fatigue data. *Int. J. Fat.*, 30:45–57.
- [Chaboche, 1 82] CHABOCHE, J.-L. (1974, volume = 50-51, number = , pages = 71-82). Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non-linéaire. *Revue Française de Mécanique*.
- [Chantier *et al.*, 2000] CHANTIER, I., BOBET, V., BILLARDON, R. et DOUDARD, F. (2000). A probabilistic approach to predict the very high cycle fatigue behaviour of cast iron structures. *Fatigue Fract. Engng Mater Struct*, 23:173–180.
- [Chopra et Shack, 2006] CHOPRA, O. et SHACK, W. (ASME 2006). The effect of low coolant environments on the fatigue life of reactor materials. *Proceedings of PVP2006-ICPVT-11*.
- [Chrysochoos, 2002] CHRYSOCHOOS, A. (2002). La thermographie infrarouge, un outil en puissance pour étudier le comportement des matériaux. *Meca. Ind.*, 3:3–14.
- [Chrysochoos *et al.*, 1996] CHRYSOCHOOS, A., PHAM, H. et MAISONNEUVE, O. (1996). Energy balance of thermoelastic martensite transformation under stress. *Nuclear Engineering and Design*, 162(1):1–16.
- [Coffin et Schenectady, 1954] COFFIN, L. et SCHENECTADY, N. (1954). A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. *Transactions of the ASME*, 76(931-950).
- [Cordebois et Sidoroff, 1982] CORDEBOIS, J. et SIDOROFF, F. (1982). Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. *J.M.T.A., numéro spécial*, pages 45–60.
- [Crossland, 1956] CROSSLAND, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. *Proceeding of the international Conference of Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London*.



- [Curtit, 2004] CURTIT, F. (2004). Projet européen therfat : résultats de l'essai edf intherpol 01 d'endommagement par fatigue thermique d'un tronçon de tuyauterie en acier inoxydable austénitique. *Note EDF*, HT-26/03/035/A.
- [Curtit et LePecheur, 2008] CURTIT, F. et LEPECHEUR, A. (2008). Identification d'une loi de comportement de type chaboche avec effet de mémoire d'écrouissage pour l'acier 304I à 20c et 300c. *Note EDF*, H-T26-2007-03264-FR.
- [DangVan, 1973] DANGVAN, K. (1973). *Sciences et techniques de l'armement (mémorial de l'artillerie Française)*, 47(3).
- [DangVan et al., 1989] DANGVAN, K., GRIVEAU, B. et MESSAGE, O. (1989). *On a new multiaxial fatigue limit criterion : Theorie and application, Biaxial and multiaxial fatigue*. EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London.
- [Dawicke et Pollock, 1997] DAWICKE, D. S. et POLLOCK, W. D. (1997). Biaxial testing of 2219-t87 a. *NASA/CR-4782*.
- [Delobelle et al., 1995] DELOBELLE, P., ROBINET, P. et BOCHER, L. (1995). Experimental study and phenomenological modelization of ratchet under uniaxial and biaxial loading on an austenitic stainless steel. *Int. Jal of Plasticity*, 11:295–330.
- [Desmorat, 2000] DESMORAT, R. (2000). Modélisation et estimation rapide de la plasticité et de l'endommagement. *Habilitation à Diriger des Recherches, Université Pierre et Marie Curie*.
- [Desmorat, 2001] DESMORAT, R. (2001). Two-scale damage model for fatigue representation of gradient effects. *In : 6th Greek National Congress on Mechanics*, 2:318–327.
- [Desmorat, 2006] DESMORAT, R. (2006). Damage and fatigue. continuum damage mechanics modeling for fatigue of materials and structures. *Revue Européenne de Génie Civil*, 10:849–878.
- [Desmorat et al., 2007] DESMORAT, R., KANE, A., SEYEDI, M. et SERMAGE, J. (2007). Two scale damage model and related numerical issues for thermo-mechanical high cycle fatigue. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 26(6)(909-935).
- [Desmorat et Otin, 2008] DESMORAT, R. et OTIN, S. (2008). Cross-identification isotropic/anisotropic damage and application to anisothermal structural failure. *Eng. Fracture Mechanics.*, 75(11):3446–3463.
- [Desmorat et al., 2006] DESMORAT, R., PAUGET, F. et SERMAGE, J. (ASME 2006). Damage-2005 : a post-processor for high cycle fatigue under complex thermomechanical loading. *Proceedings of PVP2006-ICPVT-11*.
- [Doghri, 1989] DOGHRI, I. (1989). *Etude de la localisation de l'endommagement*. Thèse de doctorat, Thèse Université Paris 6.
- [Doquet et Bertolino, 2006] DOQUET, V. et BERTOLINO, G. (2006). Etude de la fissuration en mode mixte de l'alliage ta6v. *Rapport interne Snecma*, (FLTW 0121/07/CI).
- [Doquet et Taheri, 2000] DOQUET, V. et TAHERI, S. (2000). Effet d'un pré-écrouissage ou d'un sur-écrouissage sur la durée de vie en fatigue de divers aciers à contrainte ou déformation imposées. *Bulletin S.F.M., Revue Française de Mécanique*, 1:27–33.

- [Doudard, 2005] DOUDARD, C. (2005). *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Doudard *et al.*, 2005] DOUDARD, C., CALLOCH, S., CUGY, P., GALTIER, A. et HILD, F. (2005). A probabilistic two scale model for high-cycle fatigue life prediction. *Fatigue Fract. Engng Mater Struct*, 28(279-288).
- [Doudard *et al.*, 2007] DOUDARD, C., PONCELET, M., CALLOCH, S., BOUE, C., HILD, F. et GALTIER, A. (2007). Determination of an hcf criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading. *Int. J. of Fat.*, 29:748–757.
- [Drucker et Prager, 1952] DRUCKER, D. et PRAGER, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis for limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, 10(2):157–165.
- [Dufailly et Lemaitre, 1977] DUFAILY, J. et LEMAITRE, J. (1977). Modélisation et identification de l'endommagement plastique des métaux. *3ème Congrès Français de Mécanique*.
- [Epanechnikov, 1969] EPANECHNIKOV, V. (1969). Nonparametric estimation of a multidimensional probability density. *Theory Prob. Appl.*, 14(153-158).
- [Fatemi et Socie, 1988] FATEMI, A. et SOCIE, D. (1988). A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 11(149-165).
- [Flaceliere *et al.*, 2007] FLACELIERE, L., MOREL, F. et DRAGON, A. (2007). Competition between mesoplasticity and damage under hcf – elasticity/damage shakedown concept. *Int. Journ. of Fatigue*, 29.
- [Flacelière, 2004] FLACELIÈRE, L. (2004). *Modélisation de l'endommagement en fatigue polycyclique*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [Gatts, 1961] GATTS, R. (1961). Application of a cumulative damage concept of fatigue. *ASME J. of Basic Engng.*, pages 529–540.
- [Gerber, 1874] GERBER, H. (1874). Bestimmung des zulässigen spannungen in eisenkonstruktionen. *Zeit. Bayer. Architekten Ing. Vereins*, 6(422-451).
- [Gerland *et al.*, 1997] GERLAND, M., ALAIN, R., SAADI, B. A. et MENDEZ, J. (1997). Low cycle fatigue behaviour in vacuum of a 316l-type austenitic stainless steel between 20 and 600c – part ii : Dislocation structure evolution and correlation with cyclic behaviour. *Mat. Sc. and Eng.*, 229:68–86.
- [Goodman, 1899] GOODMAN, J. (1899). *Mechanics applied to engineering*. Longmans Green, London.
- [Grover, 1960] GROVER, H. (1960). An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage. *Symp. on Fatigue of Aircraft Structures*, ASTM STP 274:120–124.
- [Guedé, 2005] GUEDÉ, Z. (2005). *Approche probabiliste de la durée de vie des structures sollicitées en fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Thèse Université Clermont II.

- [Haddar, 2003] HADDAR, N. (2003). *Fatigue thermique d'un acier inoxydable austénitique 304L : simulation de l'amorçage et de la croissance des fissures courtes en fatigue isotherme et anisotherme*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris.
- [Hayurst et Felce, 1986] HAYURST, P. et FELCE, I. (1986). Creep rupture under triaxial tension. *Engng. Fract. Mech.*, 25:645–664.
- [Henry, 1955] HENRY, D. (1955). A theory of fatigue damage accumulation in steel. *Trans. ASME*, 77.
- [Hild et al., 1992] HILD, F., BILLARDON, R. et MARQUIS, D. (1992). Hétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles. *Compte rendu de l'Académie des sciences*, 315(11):1293–1298.
- [Hild et Roux, 2008] HILD, F. et ROUX, S. (2008). Correliq4 : A software for "finite element" displacement field measurement by digital image correlation. *Rapport interne LMT Cachan*, 269.
- [Hénaff et Morel, 2005] HÉNAFF, G. et MOREL, F. (2005). *Fatigue des structures : Endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture*. Ellipses, Paris (France).
- [Ibrahim et Miller, 1980] IBRAHIM, M. et MILLER, K. (1980). Determination of fatigue crack initiation life. *Fat. of Engng. Mat. and Struct.*, 2:351–360.
- [Itoh et al., 1994] ITOH, T., SAKANE, M. et OHNAMI, M. (1994). High temperature multi-axial low cycle fatigue of cruciform specimen. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116(91):90–98.
- [Jiang, 2000] JIANG, Y. (2000). A fatigue criterion for general multi-axial loading. *Fatigue Fract. Engng. Mat. Struct.*, 23.
- [Kujawski et Ellyin, 1992] KUJAWSKI, D. et ELLYIN, F. (1992). Crack initiation and total fatigue life of a carbon steel in vacuum and air. *Journal of Testing and Evaluation*, 20(6):391–395.
- [Ladevèze, 1983] LADEVÈZE, P. (1983). Sur une théorie de l'endommagement anisotrope. *Rapport interne 34, LMT-Cachan*,.
- [Ladevèze et Lemaitre, 1984] LADEVÈZE, P. et LEMAITRE, J. (1984). Damage effective stress in quasi unilateral conditions. *Proc. 16th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Lyngby, Denmark*.
- [Lamberton et Lapeyre, 1996] LAMBERTON, D. et LAPEYRE, B. (1996). *Introduction to stochastic calculus applied to finance*. Chapman & Hall/CRC.
- [Lanza, 1886] LANZA, G. (1886). Strength of shafting subject to both twisting and bending. *trans. ASME*, 8:130.
- [Lautrou, 2007] LAUTROU, N. (2007). *Amorçage de fissure de fatigue dans un joint soudé de type naval : étude expérimentale et numérique*. Thèse de doctorat, Thèse Université Bretagne.

- [Leax, 1999] LEAX, T. (1999). Statistical models of mean stress and water environment effects on the fatigue behavior of 304 stainless steel. *Probabilistic and Environmental Aspects Of Fracture and Fatigue ASME*, 386:229–239.
- [LeBiavantGuerrier, 2000] LEBIAVANTGUERRIER, K. (2000). *Etude de l'amorçage de fissures de fatigue dans le Ti-6Al-4V*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- [Lehericy, 2007] LEHERICY, Y. (2007). *Endommagement et cumul de dommage en fatigue dans le domaine de l'endurance limitée d'un acier inoxydable austénitique 304L*. Thèse de doctorat, Université Poitiers.
- [Lemaitre, 1992] LEMAITRE, J. (1992). *A course on Damage Mechanics*. Springer Verlag.
- [Lemaitre et Chaboche, 1985] LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J. (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [Lemaitre et al., 2009] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J., BENALLAL, A. et DESMORAT, R. (2009). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [Lemaitre et Desmorat, 2005] LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics : Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Springer.
- [Lemaitre et Doghri, 1994] LEMAITRE, J. et DOGHRI, I. (1994). Damage 90 : a post processor for crack initiation. *Comput. Methods Appl. Eng.*, 101(284-292).
- [LeRoux, 2004] LEROUX, J.-C. (2004). Influence de paramètres métallurgiques et d'essai sur l'amorçage des fissures de fatigue en déformation imposée des aciers inoxydables austénitiques. projet t2-00-04 (domzone). *Note EDF R&D HT-26/03/056/B*.
- [Lienard, 1989] LIENARD, C. (1989). *Plasticité couplée à l'endommagement en conditions quasi-unilatérales pour la prévision de l'amorçage de fissures*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- [Macha et Sonsino., 1999] MACHA, E. et SONSINO., C. (1999). Energy criteria of multiaxial fatigue failure. *Fat. Fract. Engng*, 22:1053–1070.
- [Maillot, 2003] MAILLOT, V. (2003). *Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-09 (AISI 304L)*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille.
- [Manson, 1953] MANSON, S. (1953). Behaviour of materials under conditions of thermal stresses. *ZTN 2933, NACA*.
- [Manson, 1962] MANSON, S. (1962). Discussion of ref.24. *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 84(537).
- [Manson, 1965] MANSON, S. (1965). Fatigue : a complex subject - some simple approximations. *Exper. Mechs.*, pages 193–226.
- [Manson, 1966] MANSON, S. (1966). Interfaces between fatigue, creep, and fracture. *Int. J. of Fract. Mechs.*, 2:328–363.
- [Manson et Halford, 1977] MANSON, S. et HALFORD, R. (1977). Multiaxial low cycle fatigue of type 304 stainless steel. *Jour. Eng. Mat. and Tech.*, (183-185).

- [Marco et Starkey, 1954] MARCO, S. et STARKEY, W. (1954). A concept of fatigue damage. *Trans. ASME*, 76(4):627–632.
- [Marmi *et al.*, 2009] MARMI, A., HABRAKEN, A. et DUCHENE, L. (2009). Multiaxial fatigue damage modelling at macro scale of ti–6al–4v alloy. *Int. Journ. of Fat.*, 31: 2031–2040.
- [Mason, 1886] MASON, W. (1886). Alternating stress experiments. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 1:187–190.
- [Matake, 1977] MATAKE, T. (1977). An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 20(141).
- [Maxwell et Nicholas, 1999] MAXWELL, D. et NICHOLAS, T. (1999). A rapid method for generation of a haigh diagram for high cycle fatigue. *Fatigue and Fracture Mechanics ASTM*, 29 STP 1332.
- [Mazars et Pijaudier-Cabot, 1996] MAZARS, J. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1996). From damage to fracture mechanics and conversely : a combined approach. *Inf. J. Solids Structures*, 33(20-22):3327–3342.
- [McClaren et Terry, 1963] MCCLAREN, S. et TERRY, E. (1963). Characteristics of aerospace materials subjected to biaxial static and fatigue loading conditions. *A.S.M.E.*
- [Miller et Zachariah, 1977] MILLER, K. et ZACHARIAH, K. (1977). Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage 1 propagation. *J. Strain Analysis*, 12(4):57–64.
- [Miner, 1945] MINER, A. (1945). Cumulative damage in fatigue. *J. Applied Mechs.*, 67:159–164.
- [Monchiet *et al.*, 2006] MONCHIET, V., CHARKALUK, E. et KONDO, D. (2006). A plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(2).
- [Monchiet *et al.*, 2008] MONCHIET, V., CHARKALUK, E. et KONDO, D. (2008). A micromechanical explanation of the mean stress effect in high cycle fatigue. *Mechanics Research Communications*, 35:383–391.
- [Morel, 2000] MOREL, F. (2000). A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Int. Jour. of Fatigue*, 22.
- [Morrissey *et al.*, 1999] MORRISSEY, R., MCDOWELL, D. et NICHOLAS, T. (1999). Frequency and stress ratio effects in high cycle fatigue of ti–6al–4v. *Int. J. of Fat.*, 21:679–685.
- [Morrow, 1965] MORROW, J. (1965). Low cycle fatigue behavior of quenched and tempered sae 1045 steel. *Tech. Report University of Illinois*.
- [Nishijima, 1997] NISHIJIMA, K. K. . S. (1997). Fatigue fracture of low alloy steel at ultra-high cycle regime under elevated temperature conditions. *Soc Mater Sci*, 46(12): 1396–1401.

- [Otin, 2007] OTIN, S. (2007). *Lois d'endommagement incrementales isotrope/anisotropes pour applications thermomécaniques complexes*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure Cachan.
- [Palin-Luc et Lasserre, 1998] PALIN-LUC, T. et LASSERRE, S. (1998). An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 27(2).
- [Palmgren, 1924] PALMGREN, A. (1924). Die lebensdauer von kuellagern. *Verfahrenstechnik*, 58:339–341.
- [Papadopoulos, 1987] PAPADOPOULOS, I. (1987). *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Park et Nelson, 2000] PARK, J. et NELSON, D. (2000). Evaluation of an energy-based approach and a critical plane approach for predicting constant amplitude multiaxial fatigue life. *Int. Journ. of Fatigue*, 22.
- [Pascoe et de Villiers, 1967] PASCOE, K. et de VILLIERS, J. (1967). Low cycle fatigue of steels under biaxial straining. *Journal of Strain Analysis*, 2(2):117–126.
- [Pascual et Pascual-Meeker, 1997] PASCUAL, F. et PASCUAL-MEEKER, W. (1997). Analysis of fatigue data with runouts based on a model with non constant standard deviation and a fatigue limit parameter. *Journal of Testing and Evaluation*, 25(292-301).
- [Perrin, 2008] PERRIN, F. (2008). *Prise en compte des données expérimentales dans les modèles probabilistes pour la prévision de la durée de vie des structures*. Thèse de doctorat, Université Clermont II.
- [Perrin et Sudret, 2006] PERRIN, F. et SUDRET, B. (2006). Comparaison de deux traitements statistiques d'essais de fatigue sur des éprouvettes en acier austénitique 304L. *Note EDF R&D HT-26/05/038/A*.
- [Peters et Ranson, 1982] PETERS, W. et RANSON, W. (1982). Digital imaging techniques in experimental stress analysis. *Opt. Eng.*, 21:427–431.
- [Petitjean, 2003] PETITJEAN, S. (2003). *Influence de l'état de surface sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycle de l'acier inoxydable austénitique 304L*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [Poncelet, 2007] PONCELET, M. (2007). *Multiaxialité, hétérogénéités intrinsèques et structurales des essais d'auto-échauffement et de fatigue à grand nombre de cycles*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Portier et al., 2000] PORTIER, L., CALLOCH, S., MARQUIS, D. et GEYER, P. (2000). Ratchetting under tension-torsion loadings : Experiments and modelling. *Int. Jal of Plasticity*, 16:303–335.
- [Rabbe et al., 2000] RABBE, F., LIEURADE, H. et GALTIER, A. (2000). Essais de fatigue - partie 1. *Techniques de l'Ingénieur, traité Matériaux Métalliques*, M 4 170.
- [Rice et D.M.Tracey, 1969] RICE, J. et D.M.TRACEY (1969). On a ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J. mech. Phys. Solids*, 17.

- [Samir *et al.*, 2006] SAMIR, A., SIMON, A., SCHOLZ, A. et BERGER, C. (2006). Service-type creep-fatigue experiments with cruciform specimens and modelling of deformation. *Int. Jour. of Fat.*, 28:643–651.
- [Sauzay, 2000] SAUZAY, M. (2000). *Effets de surface et d'anisotropie en fatigue multiaxiale*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Sermage, 1998] SERMAGE, J.-P. (1998). *Fatigue thermique multiaxiale à température variable*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie Paris6.
- [Sermage *et al.*, 2000] SERMAGE, J.-P., LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2000). Multiaxial creep-fatigue under anisothermal conditions. *Fat. Fracture of Engineering Materials and Structures*, 23:241–253.
- [Seyedi *et al.*, 2004] SEYEDI, M., DESMORAT, R. et SERMAGE, J.-P. (2004). A two scale model for thermo-mechanical high cycle fatigue failure. *In : European Conference on Fracture ECF 15, Advanced Fracture Mechanics for Life and Safety, Stockholm, Sweden*.
- [Shigley et Mischke, 1989] SHIGLEY, J. et MISCHKE, C. (1989). *Mechanical engineering design, 5th ed.* McGraw-Hill.
- [Shiratori et Ikegami, 1968] SHIRATORI, E. et IKEGAMI, K. (1968). Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens. *Int. J. of Solids and Structures*, 16:373–394.
- [Sines et editors, 1959] SINES, G. et EDITORS, J. W. (1959). *Behaviour of metals under complex stresses*. Metal Fatigue New York Mc Graw Hill.
- [Smith, 1942] SMITH, J. (1942). Influence de l'écart limite sur la résistance à la fatigue des métaux. *Bull. Un. Illinois*, 26.
- [Smith *et al.*, 1970] SMITH, R., WATSON, P. et TOPPER, T. (1970). A stress-strain function for the fatigue of metals. *Journal of Mat.*, 5(767-778).
- [Soderberg, 1930] SODERBERG, C. (1930). Factors of safety and working stress. *Trans. ASME*, 52(1).
- [Sonsino, 1995] SONSINO, C. (1995). Multiaxial fatigue of welded joints under inphase and out-of-phase local strains and stresses. *Int. J. Fatigue*, 17(1):55–70.
- [Stephan, 2005] STEPHAN, J. (2005). Projet domzome t2 00 04 – validation des développements réalisés sur le cas de l'essai d'endurance de la maquette father. *Note EDF*, HT-26/04/071/A.
- [Stolarz *et al.*, 2001] STOLARZ, J., BAFFIE, N. et MAGNIN, T. (2001). Fatigue short crack behaviour in metastable austenitic stainless steels with different grain sizes. *Mat. Sc. and Eng.*, 319-321:521–526.
- [Subramayan, 1976] SUBRAMAYAN, S. (1976). A cumulative damage rule based on the knee point of the sn curve. *Trans. ASME J. Materials Techn.*, pages 316–321.
- [Susmel *et al.*, 2005] SUSMEL, L., TOVO, R. et LAZZARIN, P. (2005). The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view. *Int. J. of Fat.*, 27:928–943.

- [Tavernelli et Coffin, 1962] TAVERNELLI, J. et COFFIN, L. (1962). Experimental support for generalized equation prediction low cycle fatigue. *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 84(533).
- [Thu, 2008] THU, H. N. T. (2008). *Effets des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [Truchon *et al.*, 1981] TRUCHON, M., AMESTOY, M. et DANGVAN, K. (1981). Experimental study of fatigue crack growth under biaxial loading. *Int. Conf. on Fract.* 5, 4:1841–1849.
- [Valluri, 1961] VALLURI, S. (1961). A unified theory of high stress level fatigue. *Aerospace Engng.*, 20:68–89.
- [Varvani-Farahani, 2000] VARVANI-FARAHANI, A. (2000). A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions. *Int. Journ. of Fatigue*, 22.
- [Vincent et Perez, 2005] VINCENT, L. et PEREZ, G. (2005). Etude de la fatigue d'un acier inoxydable austénitique aux faibles niveaux de chargement. *Document Technique DMN CEA, DMN/SRMA/LC2M/NT/2005-2742/A*.
- [Wang et Brown, 1993] WANG, C. et BROWN, M. (1993). A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 16(1285-1298).
- [Wang et Brown, 1996] WANG, C. et BROWN, M. (1996). Fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Nuclear Eng. and Design*, 162(1):75–84.
- [Weibull, 1939] WEIBULL, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. *Roy. Swed. Inst. Eng. Res.*, 151.
- [Wilson et White, 1971] WILSON, I. et WHITE, D. (1971). Cruciform specimens for biaxial fatigue tests : an investigation using finite-element analysis and photoelastic-coating techniques. *J. of Strain Analysis*, 6(1):27–37.
- [Wu *et al.*, 2006] WU, B., ZAKRZEWSKI, D., ROBIN, C., MESMACQUE, G. et DECOOPMAN, X. (2006). Multi axial fatigue in welded components. *International Institute of Welding*.
- [Wöhler, 1858] WÖHLER, A. (1858). Report on tests of the königl. niederschleesisch-märkkischen eisenbahn made with apparatus for the measurement of the bending and torsion of railway axles in service. *Zeitsch. Bauwesen*, 8(642-651).