



**HAL**  
open science

# GÉNÉRATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE GRANDE VITESSE 5 AXES PAR FLANC D'OUTIL : INTÉGRATION D'UN CRITÈRE DE FLUIDITÉ

Pierre-Yves Pechard

► **To cite this version:**

Pierre-Yves Pechard. GÉNÉRATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE GRANDE VITESSE 5 AXES PAR FLANC D'OUTIL : INTÉGRATION D'UN CRITÈRE DE FLUIDITÉ. Sciences de l'ingénieur [physics]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. NNT : . tel-00573186

**HAL Id: tel-00573186**

**<https://theses.hal.science/tel-00573186>**

Submitted on 3 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2009 n°167

THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

présentée par

Monsieur Pierre-Yves PECHARD

**pour obtenir le grade de**

DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Domaine :

Génie mécanique

**Sujet de thèse :**

**GENERATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE GRANDE VITESSE 5 AXES PAR  
FLANC D'OUTIL : INTEGRATION D'UN CRITERE DE FLUIDITE**

Thèse présentée à Cachan, prévue le 7 Juillet 2009, devant le jury composé de :

Jean-Yves HASCOET	Professeur, Ecole Centrale de Nantes (IRCCYN)	Président
Emmanuel DUC	Professeur, IFMA (LAMI)	Rapporteur
Jean-Claude LEON	Professeur, ENSE3 - Grenoble INP (G-SCOP)	Rapporteur
Jean-Pierre LUGARINI	Directeur Développement FAO, Missler Software	Examineur
Claire LARTIGUE	Professeur, Université Paris Sud XI (LURPA)	Directeur de Thèse
Christophe TOURNIER	Maître de Conférences, ENS de Cachan (LURPA)	Encadrant



Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée  
ENS de Cachan/ EA 1385/Université de Paris Sud 11  
61 avenue du Président Wilson - 94235 Cachan Cedex



A Mirana  
et mes parents.



# Remerciements

---

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire sous la direction de Madame le Professeur Claire LARTIGUE ont été effectués en partie au LURPA (Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée) de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, au sein l'équipe Géométrie tridimensionnelle des pièces et des mécanismes (Géo3D), et en partie dans le service de développement FAO de l'entreprise Missler Software.

Toute ma reconnaissance va tout d'abord à Madame Claire LARTIGUE et Monsieur Christophe TOURNIER qui m'ont permis de réaliser ces travaux dans les meilleures conditions possibles. Le travail important de relecture qu'ils ont fourni ainsi que les différentes corrections sous forme de pages remplies de rouge m'ont amené à fournir des documents de qualité. L'ambiance conviviale qu'ils ont instaurée ont contribué à la réalisation des travaux dans la durée impartie. Je tiens aussi à les remercier pour leurs qualités humaines grâce auxquelles nous avons passé, et passerons encore, de très bons moments en dehors du travail.

J'adresse également mes sincères remerciements à Monsieur Jean-Pierre LUGARINI pour m'avoir accueilli au sein du service de développement FAO de Missler Software et ainsi me proposer un environnement de développement industriel de qualité afin de mener à bien mes travaux. Je tiens aussi à saluer toute l'équipe de développement, sans laquelle je n'aurai pas pu exploiter au maximum les possibilités qui m'étaient offertes, et plus particulièrement Messieurs Anwar SAYED et Yvan ROCHE qui ont suivi de plus près mes travaux.

Ma gratitude va également à Monsieur Jean-Yves HASCOET qui a accepté de présider le jury de thèse, Messieurs Emmanuel DUC et Jean-Claude LEON qui ont consacré du temps à rapporter mes travaux.

Merci à l'ensemble des personnes du Département de Génie Mécanique qui m'ont aidé lors de la préparation des différents TD et TP que j'ai dispensés lors de mon monitorat. Je tiens à souligner la sympathie et la bonne humeur qui règne au sein de ce département. Une attention toute particulière aussi à Mademoiselle Danielle MARTIN, une " grande dame " qui mérite vraiment d'être connue. Merci pour sa générosité ainsi que les innombrables services qu'elle m'a rendus.

Merci aux membres du LURPA qui m'ont permis de passer de bons moments au laboratoire durant ces longues années. Les repas du jeudi, les parties de PB ainsi que les parties de pétanque m'ont permis de bien décompresser lors de la phase de rédaction. Respect à mes co-bureaux (Robin et Julien) ainsi qu'aux autres habitants de la mezzanine (Ped, Renaud, Nico, Under, Moun) pour avoir enduré ma présence 3 jours/semaine. Merci aussi à Xabi, le Bombé (allias T. Bonnemains) et Renaud pour leur aide précieuse concernant L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Enfin merci à tous pour ces journées, soirées et week-ends mémorables.

Merci à Mirana pour m'avoir soutenu pendant la phase de rédaction et pour la préparation du pot qui a suivi la soutenance. Merci à ma soeur et sa petite famille pour leur présence surprise le jour J. Merci aussi à mes parents qui m'ont épaulé et qui nous ont bien aidé pour préparer les festivités.

# Table des matières

---

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	ix
Introduction	1
<b>1 Usinage 5 axes par flanc d'outil</b>	<b>5</b>
1 Contexte . . . . .	6
2 Problématiques liées à la Chaîne numérique . . . . .	9
2.1 Génération de trajectoires : modèle CAO $\Rightarrow$ modèle FAO . . . . .	9
2.1.1 Gestion des écarts géométriques . . . . .	10
2.1.2 Complexité géométrique des surfaces . . . . .	10
2.2 Post-Processing : modèle FAO $\Rightarrow$ Programme CN . . . . .	11
2.2.1 Transformation géométrique inverse . . . . .	12
2.2.2 Gestion des positions singulières . . . . .	13
2.3 Génération des consignes : Programme CN $\Rightarrow$ Trajet outil . . . . .	15
2.3.1 Interpolation linéaire sur chaque axe . . . . .	15
2.3.2 Limite physique du processus . . . . .	15
2.4 Usinage : Trajet outil $\Rightarrow$ Pièce usinée . . . . .	17
2.5 Synthèse et domaine d'étude . . . . .	18
3 Méthodes de génération de trajectoires par flanc d'outil . . . . .	19
3.1 Méthode locale de positionnement direct . . . . .	20
3.2 Méthode de positionnement indirect . . . . .	24
3.2.1 Construction de la surface de substitution . . . . .	24
3.2.2 Méthode locale . . . . .	26
3.2.3 Méthode globale . . . . .	28

3.3	Synthèse . . . . .	31
4	Optimisation de la fluidité de la trajectoire . . . . .	31
4.1	Génération et modification de la trajectoire . . . . .	31
4.1.1	Espace de la pièce . . . . .	31
4.1.2	Espace de la machine . . . . .	32
4.2	Suivi de trajectoires et interpolation . . . . .	34
4.3	Conclusion sur les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire	35
	Conclusion . . . . .	35
<b>2</b>	<b>Présentation de la méthode Geo5xF et intégration du critère géométrique</b>	<b>39</b>
	Introduction . . . . .	40
1	Présentation de la méthode Geo5xF . . . . .	40
1.1	Positionnement initial de l'outil . . . . .	41
1.2	Création de la Surface d'Usinage initiale . . . . .	42
1.3	Évaluation des écarts géométriques . . . . .	43
1.3.1	Méthodes cinématiques de calcul de la surface enveloppe . . . . .	44
1.3.2	Calcul des écarts géométriques . . . . .	46
1.4	Optimisation du positionnement outil . . . . .	49
2	Optimisation de la trajectoire par un critère géométrique . . . . .	50
2.1	Intégration du critère d'écarts géométriques . . . . .	50
2.2	Premiers résultats . . . . .	52
3	Résolution des systèmes linéaires . . . . .	54
3.1	Conditionnement d'une matrice . . . . .	55
3.2	Inversion des systèmes linéaires . . . . .	56
3.3	Détermination d'une pseudo-inverse . . . . .	57
3.3.1	Méthode directe : Singular Value Decomposition (SVD) . . . . .	57
3.3.2	Méthode itérative : Algorithme de Greville . . . . .	58
3.4	Conclusion sur les méthodes de résolution . . . . .	59
4	Validation du critère géométrique . . . . .	59
4.1	Usinage de la surface "Two-Flipped" . . . . .	60
4.1.1	Génération de la trajectoire . . . . .	60
4.1.2	Evaluation de la méthode de calcul d'écarts . . . . .	62
4.2	Validation du critère géométrique sur une surface industrielle . . . . .	64

4.3	Conclusion sur la validation du critère géométrique . . . . .	65
	Conclusion . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Intégration du critère de fluidité</b>	<b>69</b>
1	Choix d'un critère de fluidité : critère énergétique . . . . .	70
1.1	Présentation de critères de fluidité . . . . .	70
1.2	Énergie de déformation de la SU . . . . .	71
1.2.1	Énergie associée aux courbes . . . . .	72
1.2.2	Énergie associée à la surface . . . . .	72
1.3	Choix de la méthode de calcul de l'énergie de déformation . . . . .	73
1.4	Validation du critère d'énergie de déformation . . . . .	77
1.4.1	Surface "Two-Flipped" . . . . .	78
1.4.2	Validation du critère énergétique sur l'aube de turbine . . . . .	81
1.5	Conclusion sur le choix du critère de fluidité . . . . .	86
2	Système intégrant les deux critères . . . . .	86
2.1	Intégration du critère énergétique . . . . .	87
2.2	Schéma d'optimisation . . . . .	90
3	Applications . . . . .	91
3.1	Application sur la surface "test 1" . . . . .	91
3.1.1	Influence du paramètre $\alpha$ sur les écarts géométriques . . . . .	92
3.1.2	Influence du paramètre $\alpha$ sur la fluidité de la trajectoire . . . . .	94
3.2	Étude de l'influence du paramètre $\alpha$ sur une surface industrielle . . . . .	96
	Conclusion . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Geo5xF : Implémentation et application</b>	<b>103</b>
	Introduction . . . . .	104
1	Implémentation dans TopSolid'Cam <sup>®</sup> . . . . .	104
1.1	Positionnement initial . . . . .	105
1.1.1	Calcul des courbes de bord de la surface de posage . . . . .	106
1.1.2	Discretisation des positions outil . . . . .	108
1.2	Construction de la surface d'usinage initiale . . . . .	109
1.3	Évaluation des écarts par double projection . . . . .	110
1.4	Etape d'optimisation de la surface d'usinage . . . . .	112
1.5	Geo5xF : point de vue utilisateur . . . . .	113

2	Application à une surface industrielle multi-carreaux non réglés . . . . .	115
2.1	La méthode vue par un utilisateur . . . . .	115
2.2	Synthèse de l'intégration de la méthode Geo5xF . . . . .	120
3	Résolution localisée du schéma d'optimisation . . . . .	121
3.1	Intégration des multiplicateurs de Lagrange . . . . .	123
3.2	Implémentation dans Topsolid'Cam® . . . . .	125
3.3	Conclusion sur le découpage du système . . . . .	126
4	Limite de la méthode Geo5xF . . . . .	126
	Conclusion . . . . .	130
	<b>Conclusion &amp; Perspective</b>	<b>131</b>
	<b>Annexes</b>	<b>134</b>
	Annexe 1 : Géométrie de la MIKRON UCP 710 . . . . .	137
	Annexe 2 : Calcul de la vitesse outil/pièce . . . . .	139
	Annexe 3 : Calcul complet de l'énergie de déformation . . . . .	141
	Annexe 4 : Application sur la surface proposée par Wu . . . . .	145
	Annexe 5 : Découpage de la surface d'usinage . . . . .	149
	<b>Bibliographie</b>	<b>150</b>

# Table des figures

---

1.1	Pièce de type aube . . . . .	6
1.2	Pièce de type poche 5 axes . . . . .	6
1.3	Architectures des machines 5 axes [Bohez, 2002] . . . . .	7
1.4	Chaîne numérique . . . . .	9
1.5	Interférence outil pièce [Pechard <i>et al.</i> , 2007] . . . . .	10
1.6	Enchaînement de carreaux . . . . .	11
1.7	Valeur de $C$ suivant le quotient $\frac{i}{j}$ et le domaine de solution [Lavernhe, 2006] . . . . .	13
1.8	Gestion des positions singulières . . . . .	14
1.9	Modification de la trajectoire dans le plan (i,j) . . . . .	14
1.10	Génération des écart à la trajectoire [Lavernhe, 2006] . . . . .	15
1.11	Rééchantillonnage de la trajectoire [Lavernhe, 2006] . . . . .	16
1.12	Modèle d'arrondissement d'une discontinuité en tangence . . . . .	17
1.13	Modèle de passage de discontinuités en tangence . . . . .	17
1.14	Déformation outil . . . . .	18
1.15	Modèle [Lorong <i>et al.</i> , 2008] . . . . .	18
1.16	Méthode SPO . . . . .	20
1.17	Positionnement Standard . . . . .	21
1.18	Positionnement Optimisé . . . . .	21
1.19	Positionnement outil [Bedi <i>et al.</i> , 2003] . . . . .	22
1.20	Positionnement outil en 3 étapes . . . . .	23
1.21	Méthode de positionnement [Chiou, 2004] . . . . .	24
1.22	Approximation d'une surface par deux carreaux de Bézier quadratiques . . . . .	25
1.23	Usinage d'une surface quelconque par flanc d'outil . . . . .	26
1.24	Approximation d'une surface quelconque par des surfaces réglées . . . . .	26
1.25	Méthode de positionnement [Tönshoff et Rackow, 2000] . . . . .	27
1.26	Méthode de calcul de positionnement outil . . . . .	28

1.27	Oscillation de la trajectoire générée artificiellement . . . . .	28
1.28	La surface d'usinage en 3 axes . . . . .	29
1.29	La surface d'usinage en flanc . . . . .	29
1.30	Positionnement deux points LURPA . . . . .	29
1.31	Déformation locale de la SU . . . . .	29
1.32	Méthode de positionnement [Lartigue <i>et al.</i> , 2003] . . . . .	30
1.33	Méthode de positionnement [Gong <i>et al.</i> , 2005] . . . . .	31
1.34	Lissage de l'orientation des axes outil par la méthode TOS . . . . .	32
1.35	Optimisation de la fluidité de la trajectoire par le concept DOA . . . . .	33
1.36	Splines définissant une trajectoire 5 axes [Fleisig et Spence, 2001] . . . . .	34
1.37	Interpolation polynomiale "5xNurbs" . . . . .	35
2.1	Methode Geo5xF . . . . .	41
2.2	Échantillonnage de la surface d'usinage . . . . .	43
2.3	Modélisation d'un outil conique . . . . .	45
2.4	Surface enveloppe [Chiou, 2004] . . . . .	45
2.5	Grazing curve . . . . .	46
2.6	Calcul d'écart par double projection . . . . .	47
2.7	Comparaison des 3 méthodes de calcul d'écart . . . . .	48
2.8	Comparaison des différentes erreurs avant et après optimisation . . . . .	49
2.9	Optimisation de l'écart par petit déplacement . . . . .	51
2.10	Ecarts géométriques obtenus avec la méthode de génération de trajectoires actuelle	53
2.11	Ecarts géométriques obtenus avec la méthode Geo5xF . . . . .	53
2.12	Projection de la colonne $j(n+1)$ sur l'espace des $n$ premières colonnes de la matrice	59
2.13	Surface Menzel two flipped . . . . .	60
2.14	Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés . . . . .	61
2.15	N-buffer analytique 5 axes par flanc d'outil cylindrique . . . . .	63
2.16	Comparaison entre la méthode de double projection et la simulation Nbuffer . . .	64
2.17	Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés . . . . .	65
2.18	Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés . . . . .	65
2.19	Choix de la valeur propre limite . . . . .	66
3.1	Surface de test . . . . .	74
3.2	Comparaison des différentes méthodes de calcul de l'énergie de déformation . . .	75

3.3	Trajectoire pour différentes valeurs propres . . . . .	76
3.4	Illustration du tangage et roulis de l'outil . . . . .	77
3.5	Détermination des trois trajectoires significatives de la surface "Two-Flipped" . . . . .	78
3.6	Evolution de $k$ . . . . .	80
3.7	Evolution de la vitesse outil/pièce pour la surface "Two Flipped" . . . . .	81
3.8	Choix des trois trajectoire pour l'aube de turbine . . . . .	82
3.9	Déformation de la courbe du haut . . . . .	82
3.10	Trajectoire pour différentes valeurs propres . . . . .	83
3.11	Etat de surface des pièces usinées . . . . .	83
3.12	Energie de déformation cumulée le long des trajectoires . . . . .	84
3.13	Evolution des axes rotatifs lors de l'usinage de l'aube . . . . .	85
3.14	Vitesse outil/pièce . . . . .	85
3.15	Surface "test 1" . . . . .	92
3.16	Ecarts géométriques par double projection . . . . .	93
3.17	Trajectoires calculées pour la surface "test 1" . . . . .	94
3.18	Evolution de $i$ en fonction du paramètre $\alpha$ "test 1" . . . . .	95
3.19	Evolution de l'axe $C$ en fonction du paramètre $\alpha$ "test 1" . . . . .	95
3.20	Vitesse outil/pièce en fonction du paramètre $\alpha$ "test 1" . . . . .	96
3.21	Aube de turbine . . . . .	97
3.22	Écarts géométriques pour l'aube de turbine . . . . .	98
3.23	Trajectoires calculées pour l'aube de turbine . . . . .	99
3.24	Énergie cumulée le long de la trajectoire usinant l'aube de turbine . . . . .	99
3.25	Influence de $\alpha$ sur la fluidité dans l'espace de la pièce "Impeller" . . . . .	100
3.26	Influence de $\alpha$ sur la fluidité dans l'espace de la machine "Impeller" . . . . .	100
3.27	Vitesse outil/pièce pour l'usinage de l'aube de turbine . . . . .	101
4.1	Construction des courbes de bord . . . . .	106
4.2	Pièces pour lesquelles la méthode automatique échoue . . . . .	107
4.3	Construction des courbes de bord . . . . .	108
4.4	Comparaison entre l'interapproximation et l'approximation classique . . . . .	110
4.5	Projection directe sur une surface multi-carreaux . . . . .	111
4.6	Méthode de projection adaptée à l'usinage multi-carreaux . . . . .	112
4.7	Curseur associé aux choix du compromis . . . . .	113

4.8	Implémentation de Geo5xF dans TopSolid'Cam®	114
4.9	Écarts géométriques pour l'aube de turbine	117
4.10	Distribution des écarts géométriques	117
4.11	Trajectoires d'usinage dans l'espace de la pièce	118
4.12	Evolution de l'orientation de l'axe de l'outil	118
4.13	Evolution des axes rotatifs de la machine	119
4.14	Vitesse outil/pièce en fonction du paramètre $\alpha$	120
4.15	Découpage du problème en zones caractéristiques	122
4.16	Minimisation globale sur l'ensemble de la surface	123
4.17	Minimisation découpée en 3 sous-systèmes	123
4.18	Raccordement des surfaces d'usinage	125
4.19	Surface proposée par Liu	126
4.20	Ecart géométriques dans l'espace paramétrique de la SU	127
4.21	Evolution des composantes $i$ , $j$ et $k$ en fonction des trajectoires optimisées	128
4.22	Calcul de l'évolution des axes rotatifs de la machine	128
4.23	Relevé des positions des axes rotatifs de la machine	129
4.24	Vitesse Outil/Pièce	129
4.25	Modélisation de la géométrie de la Mikron	137
4.26	Définition des rotations entre les bases	138
4.27	Surface de la littérature : Wu	145
4.28	Influence du paramètre $\alpha$ sur les écarts géométriques	146
4.29	Influence de $\alpha$ sur la fluidité dans l'espace de la pièce	146
4.30	Influence de $\alpha$ sur la fluidité dans l'espace de la machine	147
4.31	Influence de $\alpha$ sur la vitesse outil/pièce	147
4.32	Algorithme permettant de résoudre "localement"	149

# Liste des tableaux

---

1.1	Comparaison des deux modes d'usinage [Tönshoff et Rackow, 2000] . . . . .	8
1.2	Transformation géométrique inverse [Tournier <i>et al.</i> , 2006] . . . . .	12
2.1	Paramètre relatif à la génération de trajectoires "Two-Flipped" . . . . .	61
2.2	Comparaison des écarts géométriques avec les méthodes de la littérature . . . . .	62
3.1	Valeurs d'énergie de déformation . . . . .	76
3.2	Résultats de la méthode Geo5xF en terme d'énergie et d'écarts géométriques . . . . .	79
3.3	Temps d'usinage des différentes trajectoires associées à la surface "Two Flipped" . . . . .	81
3.4	Résultats de la méthode Geo5xF en termes d'énergie et d'écarts géométriques . . . . .	83
3.5	Temps d'usinage des différentes trajectoires associées à l'aube de turbine . . . . .	86
3.6	Paramètres relatifs à la génération de trajectoires de la surface "test 1" . . . . .	92
3.7	Paramètre relatif à la génération de trajectoires de la surface "test 1" . . . . .	93
3.8	Paramètres relatif à la génération de trajectoires de l'aube de turbine . . . . .	97
3.9	Influence de $\alpha$ sur les deux critères pour l'aube de turbine . . . . .	97
3.10	Influence de $\alpha$ sur les temps d'usinage de l'aube de turbine . . . . .	101
4.1	Energie de déformation des courbes approximées par les deux méthodes . . . . .	110
4.2	Paramètre relatif à la génération de trajectoires de la surface aube de turbine . . . . .	115
4.3	Valeurs des critères d'optimisation pour les trajectoires considérées . . . . .	116
4.4	Distribution des écarts géométriques pour les trois trajectoires optimisées . . . . .	117
4.5	Temps d'usinage pour les trajectoires considérées . . . . .	120
4.6	Ecarts géométriques résiduels engendrés par les méthodes de la littérature . . . . .	127
4.7	Influence du paramètre $\alpha$ sur les trajectoires optimisées . . . . .	127
4.8	Influence de $\alpha$ sur la pièce de Wu . . . . .	146



# Introduction

---

Ce travail de recherche a été réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE n° 171 / 2006, liant le LURPA de l'école normale supérieure de Cachan et la société Missler Software.

La réalisation des pièces de formes complexes par usinage passe par la génération de trajectoires dans un logiciel de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO), basée sur un modèle géométrique de référence, une stratégie d'usinage, des données technologiques et une machine outil à commande numérique donnée. Afin d'assurer les meilleures performances possibles en terme de qualité et de productivité, il est nécessaire d'intégrer un maximum de contraintes lors de la génération des trajets d'usinage.

Le cas le plus compliqué est celui du fraisage à grande vitesse 5 axes. L'usinage 5 axes est utilisé soit en bout pour la réalisation de pièces de formes complexes ayant de très grands rayons de courbure, soit en flanc pour la réalisation de surfaces réglées présentes dans le domaine de l'aéronautique par exemple. La possibilité d'orienter l'axe de l'outil offre des avantages par rapport à l'usinage 3 axes grâce aux deux degrés de liberté supplémentaires orientant l'axe de l'outil. Ces degrés de liberté donnent à l'outil une plus grande accessibilité permettant d'usiner les faces en contre dépouille durant la même phase d'usinage. De plus, l'utilisation du 5 axes en continu peut permettre de gérer l'engagement de l'outil dans la matière le long de la trajectoire, respectant ainsi les conditions de coupe.

De même, pour diminuer les coûts de production, les industriels ont de plus en plus recours à l'usinage 5 axes à grande vitesse qui engendre de grandes vitesses de coupe de l'outil et par conséquent des vitesses d'avance importantes.

D'une manière générale, l'objectif du calcul de trajectoires 5 axes dans un contexte usinage grande vitesse (UGV) est de générer des trajectoires hors collision, minimisant les erreurs entre le modèle CAO et la surface usinée, intégrant des contraintes cinématiques dite de fluidité de la trajectoire.

Dans ce contexte, le travail doctoral proposé consiste à améliorer les méthodes de calcul de trajectoires par flanc d'outil afin de prendre en compte les contraintes géométriques de minimisation des écarts géométriques et les contraintes cinématiques de fluidité dans un contexte

d'usinage grande vitesse. Dans le cadre de l'usinage par flanc d'outil, les méthodes de génération de trajectoires sont pour la plupart bien adaptées à l'usinage des surfaces réglées développables avec un outil cylindrique. Or, le contexte économique actuel pousse les industriels à combiner l'utilisation du mode d'usinage par flanc d'outil avec l'usinage à grande vitesse lors de la réalisation de surfaces multi-carreaux quelconques. L'usinage grande vitesse implique que les axes de la machines sont susceptibles d'être soumis à de grandes sollicitations. Ces nouvelles contraintes doivent donc être prises en compte lors de l'activité de génération de trajectoire. Par ailleurs, la complexité des pièces usinées entraîne des écarts géométriques résiduels importants. La minimisation des écarts géométriques sur les surfaces quelconques se fait au détriment de la fluidité de la trajectoire. En ce sens un compromis doit être trouvé afin de satisfaire aux mieux les exigences de l'industriel.

Ainsi dans les travaux proposés nous nous sommes particulièrement intéressés à la mise en place d'une méthode de génération de trajectoires optimisée intégrant les critères de précision géométrique et de fluidité. La méthode s'appuie sur le modèle surfacique de trajectoire développé au laboratoire, la surface d'usinage. A partir d'une surface d'usinage initiale, résultant d'un positionnement initial simple, une déformation de la trajectoire est réalisée de façon à répondre aux critères précédents. La méthode, une fois validée, est implémentée dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Le document est organisé comme suit.

Le chapitre 1 intitulé "Usinage par flanc d'outil", définit le cadre de l'étude proposée ainsi que les problématiques liées aux processus de réalisation de pièces de formes complexes 5 axes. Une attention particulière est portée aux méthodes de génération de trajectoires par flanc d'outil faisant apparaître les limites des méthodes actuelles qui ne prennent pas en compte les contraintes liées à l'UGV. De plus, les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire 5 axes sont présentées. L'étude réalisée met en avant que le modèle surfacique de la trajectoire permet d'intégrer des critères géométriques et cinématiques lors de la génération de trajectoires.

Le chapitre 2 présente la méthode que nous avons développée de Génération Optimisée de trajectoires en usinage 5 axes par le Flanc (Geo5xF). Cette méthode, basée sur la déformation de la surface d'usinage, s'attache à minimiser les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale. L'intégration du critère d'optimisation basée sur les moindres carrés conduit à la résolution d'un système linéaire mal conditionné. La méthode SVD (singular value decomposition) mise en place est validée au travers d'exemples de la littérature et d'un exemple plus industriel. La résolution conduit à une solution approchée qui ne satisfait pas les contraintes d'usinage à grande vitesse.

---

Le chapitre 3 présente l'intégration d'un critère de fluidité en génération de trajectoire permettant de prendre en compte les contraintes liées à l'UGV. Dans un premier temps, une étude est réalisée permettant de déterminer le critère le plus pertinent vis-à-vis de la fluidité de la trajectoire. Au travers d'exemples, on montre qu'il y a corrélation entre énergie de déformation minimale de la surface d'usinage et fluidité de la trajectoire. Une deuxième partie est consacrée à l'intégration du critère énergétique dans le schéma d'optimisation qui devient alors multi-critères. La meilleure fluidité étant obtenue au détriment de la précision géométrique, un compromis doit être trouvé.

Le dernier chapitre est consacré à l'étape d'implémentation de Geo5xF dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Les problématiques d'ordre algorithmique sont présentées ainsi que les solutions mise en place. Des améliorations sont aussi envisagées ainsi que les perspectives d'évolution.



# Chapitre 1

## Usinage 5 axes par flanc d'outil

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Contexte</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Problématiques liées à la Chaîne numérique</b> . . . . .	<b>9</b>
2.1	Génération de trajectoires : modèle CAO $\Rightarrow$ modèle FAO . . . . .	9
2.2	Post-Processing : modèle FAO $\Rightarrow$ Programme CN . . . . .	11
2.3	Génération des consignes : Programme CN $\Rightarrow$ Trajet outil . . . . .	15
2.4	Usinage : Trajet outil $\Rightarrow$ Pièce usinée . . . . .	17
2.5	Synthèse et domaine d'étude . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Méthodes de génération de trajectoires par flanc d'outil</b> . . . . .	<b>19</b>
3.1	Méthode locale de positionnement direct . . . . .	20
3.2	Méthode de positionnement indirect . . . . .	24
3.3	Synthèse . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Optimisation de la fluidité de la trajectoire</b> . . . . .	<b>31</b>
4.1	Génération et modification de la trajectoire . . . . .	31
4.2	Suivi de trajectoires et interpolation . . . . .	34
4.3	Conclusion sur les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire . . . . .	35
	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>35</b>

---

## 1 Contexte

Le développement de l'usinage 5 axes permet aux industriels de réaliser des pièces de plus en plus compliquées. Le triptyque Coût / Qualité / Délai étant primordial, il est nécessaire d'avoir un moyen rapide et sûr de réaliser des pièces pouvant être de type :

- aube, constituée de surfaces réglées développables ou non (Fig : 1.1),
- poche 5 axes, constituées d'un enchaînement de surfaces réglées développables (Fig : 1.2),
- complexe, constituées d'un enchaînement de surfaces quelconques.

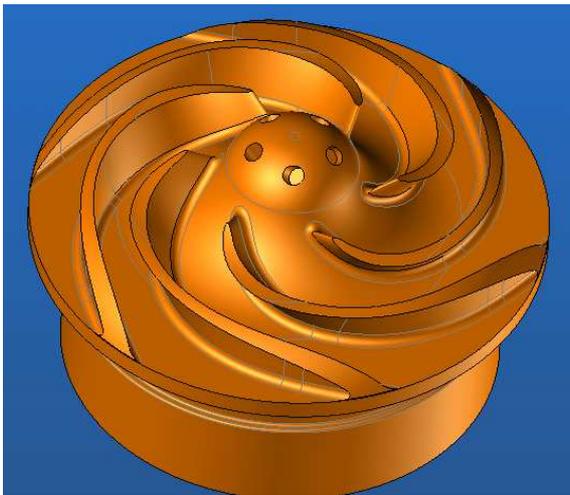


Figure 1.1 – Pièce de type aube

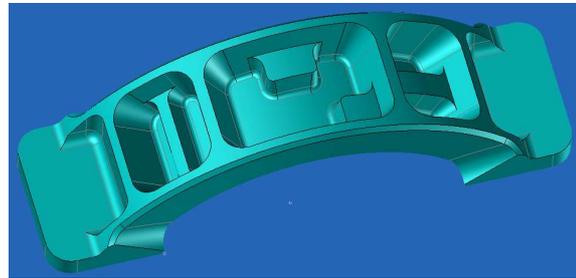


Figure 1.2 – Pièce de type poche 5 axes

Pour réaliser ce type de pièces, les industriels ont à leur disposition des logiciels de Fabrication Assistée par Ordinateur (F.A.O.) de plus en plus performants et des centres d'Usinage à Grande Vitesse (U.G.V.) 5 axes permettant d'augmenter la productivité tout en améliorant la flexibilité du processus, la rapidité de celui-ci et la qualité des pièces fabriquées.

Le recours à l'usinage 5 axes (3 translations et 2 rotations) permet d'orienter l'outil par rapport à la pièce. Ainsi les faces en contre dépouille peuvent être usinées dans une même phase d'usinage sans démontage de la pièce. Bohez classe les différentes architectures possibles des machines en trois familles [Bohez, 2002] (Fig : 1.3) :

- machine R'R' : 2 axes de rotations pour orienter la table
- machine RR : 2 axes de rotations pour orienter l'outil
- machine R'R : 1 axe de rotation pour orienter la table et un autre pour l'outil

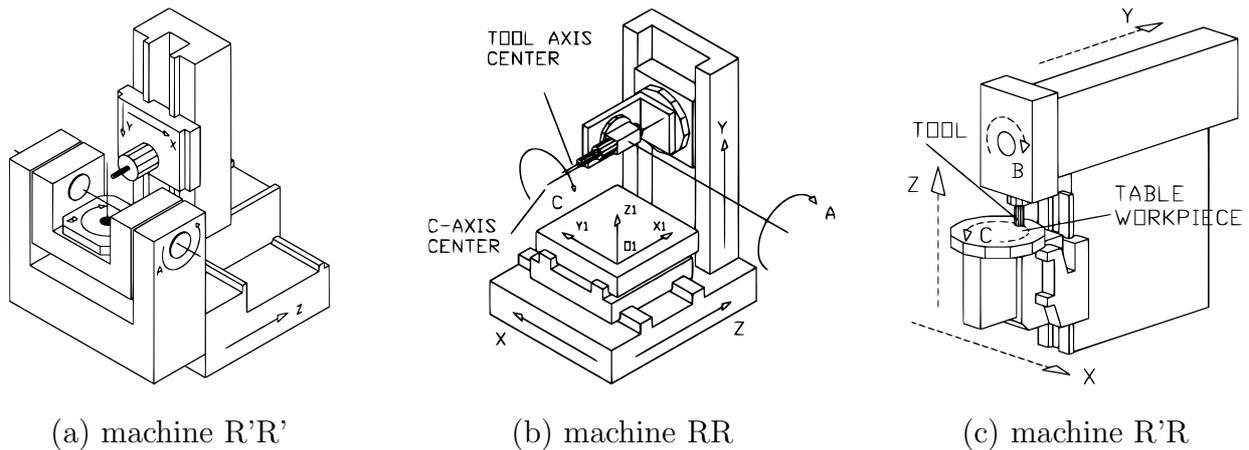


Figure 1.3 – Architectures des machines 5 axes [Bohez, 2002]

Bohez expose les différents avantages et inconvénients suivant les architectures. Il en ressort notamment que les machines R'R' sont rigides mais qu'elles ne peuvent être utilisées que pour usiner des pièces de taille modérée et que le changement de position des pièces sur la table engendre un recalcul de la trajectoire. Les machines RR quant à elles permettent d'usiner de grandes pièces; un changement de position n'engendre pas un recalcul de la trajectoire. Néanmoins, cette trajectoire doit être recalculée en cas de changement de la longueur de l'outil et la rigidité d'une telle machine est plus faible.

Ainsi, l'utilisation des machines 5 axes permet d'accroître les possibilités d'usinage des pièces de plus en plus compliquées.

L'Usinage à Grande Vitesse conduit à l'utilisation de machines de plus en plus performantes dynamiquement, ce qui permet d'augmenter significativement la productivité du processus d'usinage [Hock, 1997] [Bagard, 1997]. Ce moyen offre la possibilité de diminuer considérablement les temps de fabrication des produits car les vitesses d'avances sont supérieures à celles utilisées en usinage conventionnel et le phénomène de coupe est tel que la qualité de la surface usinée s'en trouve améliorée, diminuant ainsi les étapes de polissage. Compte tenu de la spécificité du procédé de coupe, l'UGV permet également d'usiner des pièces non réalisables sur machine outil auparavant. En effet, les efforts de coupe réduits par rapport à un usinage conventionnel rendent possible l'usinage de parois minces.

Lors de la phase de finition, deux modes d'usinage peuvent être utilisés : l'usinage en bout et l'usinage par flanc. Des travaux réalisés dans le but de comparer ces deux modes [Tönshoff et Rackow, 2000] montrent que le mode d'usinage par flanc d'outil augmente le taux d'enlèvement de matière (Tableau : 1.1). En effet le mode d'usinage en bout est consommateur de temps car il impose de faire un grand nombre de passes, générant une surface festonnée

nécessitant des opérations de parachèvement longues et difficilement reproductibles car souvent effectuées manuellement. En comparaison, l'utilisation de l'usinage par flanc d'outil apporte une réduction des coûts de production de la pièce pour une hauteur de crête identique.

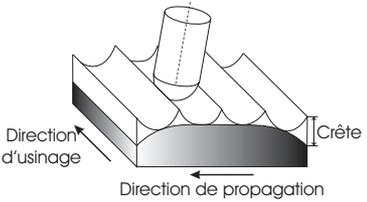
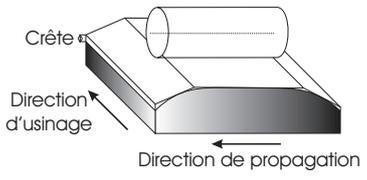
	Usinage en bout	Usinage par flanc
Mode d'usinage		
Temps	Explosion du temps d'usinage ⇒ grand nombre de passes	Réduction du nombre de passes ⇒ du temps d'usinage
Coût	Coûteux car temps de production très long et nécessite des opérations de polissage	Réduction des coûts
Qualité	Surface festonnée à cause du rayon de bout d'outil	Qualité de surface améliorée ⇒ réduction des opérations de polissage

Tableau 1.1 – Comparaison des deux modes d'usinage [Tönshoff et Rackow, 2000]

L'utilisation de l'usinage par flanc d'outil combiné avec l'Usinage à Grande Vitesse (UGV) rend le processus plus performant. C'est pourquoi les industriels veulent favoriser l'utilisation d'un tel mode d'usinage.

Néanmoins, les problématiques associées à l'usinage 5 axes par flanc d'outil dans un contexte UGV sont nombreuses et présentes dans l'ensemble des activités du processus d'élaboration des pièces de formes complexes. Ce processus peut être représenté par une chaîne numérique comprenant différentes activités (Fig : 1.4).

A partir d'un *Modèle CAO* des formes de la pièce, un *Modèle FAO*, contenant l'ensemble des positions et orientations de l'outil calculées dans l'espace pièce, est obtenu par l'activité de "**Génération des Trajectoires**". L'activité de "**Post-Processing**" consiste à exprimer les trajectoires outils précédemment calculées dans un langage adapté au directeur de commande numérique par l'intermédiaire du *Programme CN*. Elle peut éventuellement effectuer la transformation inverse pour exprimer la trajectoire dans l'espace articulaire de la machine. Pour obtenir le *Trajet outil*, il faut transmettre des consignes, calculées lors de la "**Génération**

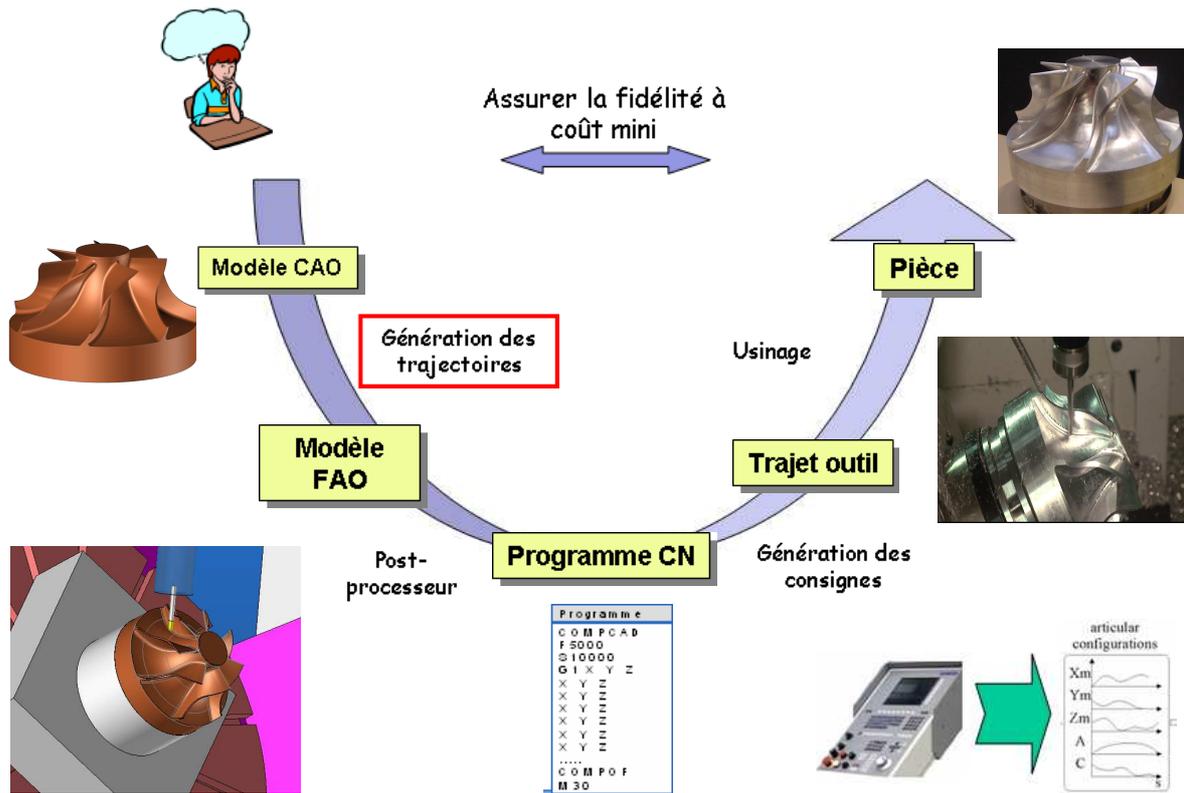


Figure 1.4 – Chaîne numérique

des consignes”, à chacun des axes de la machine pour enfin obtenir la *Pièce* après l’activité ”Usinage”. L’objectif de l’ensemble de la chaîne est d’assurer la fidélité entre la pièce usinée et le modèle CAO à coût minimum.

## 2 Problématiques liées à la Chaîne numérique

Les difficultés associées à l’usinage 5 axes par flanc d’outil au sein de la chaîne numérique se situent dans l’ensemble des activités de la chaîne numérique. Certaines difficultés sont exclusivement liées au mode d’usinage par flanc d’outil mais d’autres, plus générales, sont liées à l’utilisation du processus d’usinage 5 axes en grande vitesse.

### 2.1 Génération de trajectoires : modèle CAO $\Rightarrow$ modèle FAO

Les difficultés associées à la première activité qui concerne la génération de trajectoires dans l’espace de la pièce à partir d’un modèle CAO sont de deux ordres :

- la gestion des écarts géométriques,
- la complexité géométrique des surfaces.

### 2.1.1 Gestion des écarts géométriques

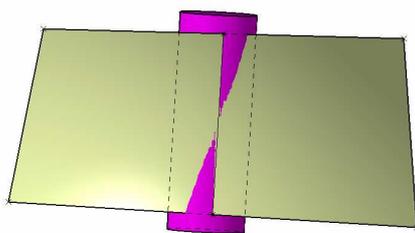
En usinage par flanc d'outil, on ne peut usiner parfaitement que les surfaces réglées développables. Pour de telles surfaces la courbure gaussienne, produit des deux courbures principales, est nulle :

$$\kappa_g = \kappa_u \cdot \kappa_v = 0 \quad (1.1)$$

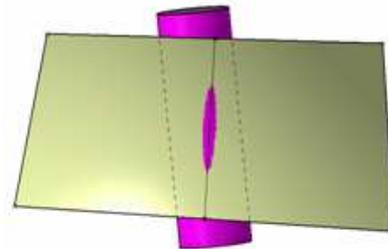
avec :

$$\kappa_u = \frac{\|S_u \times S_{uu}\|}{\|S_u\|^3} \quad \text{et} \quad \kappa_v = \frac{\|S_v \times S_{vv}\|}{\|S_v\|^3} \quad (1.2)$$

Des travaux ont montré qu'il est impossible d'usiner parfaitement une surface réglée non développable avec un outil de rayon non nul [Rehsteiner et Renker, 1993]. Quelle que soit la méthode utilisée pour positionner l'outil sur la surface à usiner, la gestion des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface usinée par le trajet outil est nécessaire. Lorsque les écarts sont positifs (correspondant à un surplus de matière) on parle de "undercut", alors que lorsqu'ils sont négatifs (i.e. un manque de matière), on parle de "overcut". En utilisant un positionnement outil en un point de contact [Liu, 1995] [Rubio *et al.*, 1998] ou en deux points de contact [Liu, 1995] [Bedi *et al.*, 2003] (Fig : 1.5) il y a toujours interférence entre l'outil et la surface complexe à usiner la plus générale. Ces interférences locales doivent être quantifiées et contrôlées dans le but de respecter les spécifications géométriques indiquées par le concepteur.



Positionnement 1 point



Positionnement 2 points

Figure 1.5 – Interférence outil pièce [Pechard *et al.*, 2007]

### 2.1.2 Complexité géométrique des surfaces

Les pièces de formes complexes sont souvent constituées d'un ensemble de carreaux raccordés suivant un degrés plus ou moins élevé sur l'ensemble de la pièce. Lors de l'usinage

d'une pièce mono-carreau, il est facile de s'appuyer sur les courbes isoparamétriques de la surface pour positionner l'outil en contrôlant les interférences outil/surface. Par contre, lorsque la pièce est constituée de plusieurs surfaces, il devient plus difficile d'utiliser les courbes isoparamétriques de chaque surface car elles sont rarement raccordées  $G^1$ , voire même  $G^0$ . En effet, comme nous pouvons le voir sur la figure 1.6, il n'est pas possible d'utiliser directement les isoparamétriques des surfaces pour usiner la pièce de la même manière qu'une pièce mono-surface. Deux méthodes sont alors envisageables :

- soit les surfaces sont usinées séparément et des conditions des raccords sont ajoutées entre chaque usinage pour générer une trajectoire continue,
- soit les surfaces sont usinées ensemble en utilisant des courbes (autres que les courbes isoparamétriques) appartenant au groupe de surfaces.

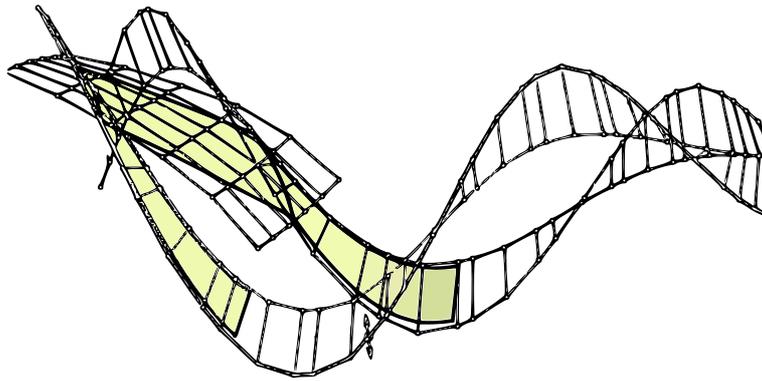


Figure 1.6 – Enchaînement de carreaux

A l'issue de cette activité, les positions outil ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ) et des cosinus directeurs des axes outil ( $i$ ,  $j$  et  $k$ ) des trajectoires sont déterminés dans l'espace de la pièce.

## 2.2 Post-Processing : modèle FAO $\Rightarrow$ Programme CN

Après avoir généré les trajectoires dans l'espace de la pièce, l'étape suivante consiste à calculer les positions de l'axe de l'outil dans l'espace articulaire de la machine. La Transformation Géométrique Inverse (TGI) est utilisée pour calculer les positions articulaires de chaque axe de la machine en fonction des positions ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ) et les orientations ( $i$ ,  $j$  et  $k$ ) de l'outil dans le repère pièce. Ainsi, plus le nombre d'axes de la machine est important et plus la TGI devient compliquée du fait des solutions multiples qui doivent être gérées par des critères d'optimisation.

### 2.2.1 Transformation géométrique inverse

Prenons l'exemple d'une machine 5 axes d'architecture RRTTT (A/C) identique à la machine du laboratoire (MIKRON UCP 710). Les résultats présentés par la suite sont les mêmes que pour une machine (B/C). La transformation géométrique inverse (Tableau : 1.2) permet de calculer dans un premier temps les valeurs de  $A$  et  $C$  en fonction de  $i$ ,  $j$  et  $k$ . Ensuite, les coordonnées articulaires  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont déterminées en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $z$ ,  $A$ ,  $C$  et des paramètres géométriques de la machine pour positionner l'outil par rapport à la surface.

	$i < 0$	$i = 0$	$i > 0$
$j < 0$	$A_1 = \arccos(k) \quad C_1 = -\arctan(\frac{i}{j})$		
	$A_2 = -\arccos(k) \quad C_2 = -\arctan(\frac{i}{j}) + \pi$		
$j = 0$	$A_1 = \arccos(k) \quad C_1 = -\frac{\pi}{2}$	$A = 0$	$A_1 = \arccos(k) \quad C_1 = \frac{\pi}{2}$
	$A_2 = \arccos(k) \quad C_2 = \frac{\pi}{2}$	$C$ non défini	$A_2 = \arccos(k) \quad C_2 = -\frac{\pi}{2}$
$j > 0$	$A_1 = \arccos(k) \quad C_1 = -\arctan(\frac{i}{j}) + \pi$		
	$A_2 = -\arccos(k) \quad C_2 = -\arctan(\frac{i}{j})$		

Tableau 1.2 – Transformation géométrique inverse [Tournier *et al.*, 2006]

Deux espaces de solutions sont considérés ( $A_1, C_1$ ) correspondant à  $A > 0$  et ( $A_2, C_2$ ) pour  $A < 0$ . Ainsi, suivant les courses de l'axe  $A$  la solution peut passer d'un espace à l'autre provoquant une discontinuité géométrique sur les consignes envoyées sur chaque axe. Lors de ce passage, une discontinuité de position apparaît sur  $C$  (Fig : 1.7) : lorsque le ratio  $\frac{i}{j}$  est négatif,  $C_1$  est proche de  $90^\circ$  alors que lorsqu'il est positif,  $C_2$  tend vers  $-90^\circ$  ; la discontinuité de l'axe  $C$  au changement du domaine de solution est de  $180^\circ$ . Suivant la fréquence de rééchantillonnage, effectuée en temps réel, l'amplitude du mouvement lié à la discontinuité est plus ou moins importante.

Ce phénomène doit donc être détecté au préalable pour, soit l'éviter en choisissant un espace dans lequel l'ensemble de la trajectoire peut être calculée, soit ajouter des mouvements de retrait et d'approche pour éviter les marques sur la pièce voire les collisions [Jung *et al.*, 2002].

Par ailleurs, le tableau 1.2 montre que le calcul aboutit à une indéterminée lorsque  $i = 0$  et  $j = 0$ , c'est à dire lorsque l'axe de l'outil est parallèle à l'axe de rotation du plateau (sur une structure RRTTT (AC)). Cette position non définie est alors dite "singulière" et d'autres moyens de calcul pour déterminer la solution sont utilisés.

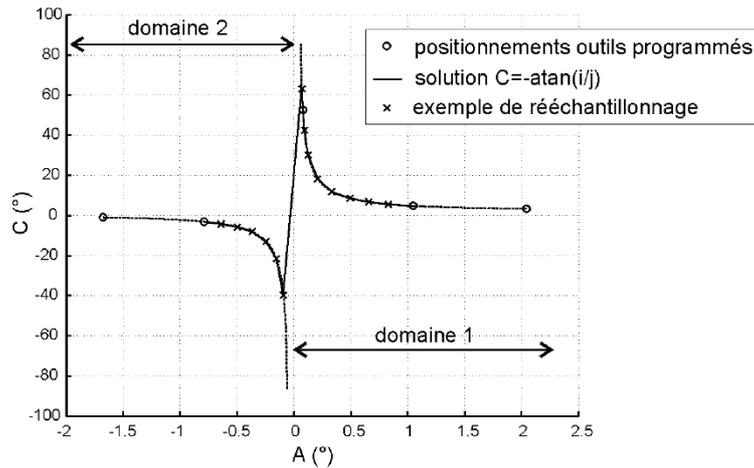


Figure 1.7 – Valeur de  $C$  suivant le quotient  $\frac{i}{j}$  et le domaine de solution [Lavernhe, 2006]

### 2.2.2 Gestion des positions singulières

Une des solutions les plus simples utilisée pour gérer cette indéterminée est de conserver la dernière solution trouvée sur l'axe  $C$  ou de prendre  $C = 0$  si l'usinage débute. Ainsi, lorsque l'axe outil n'est plus parallèle à l'axe  $C$ , une discontinuité apparaît sur l'axe  $C$  provoquant dans la plupart des cas de grands mouvements de plateau néfastes au comportement cinématique de la machine et à l'intégrité de la pièce. Le problème peut être atténué si l'on cherche par anticipation la prochaine valeur de l'axe  $C$  et que l'on répartisse linéairement cette valeur sur les positions antérieures en espérant qu'elles soient suffisamment nombreuses pour éviter les grands mouvements.

Des méthodes plus sophistiquées permettent de résoudre ces problèmes. La première approche consiste à éviter la singularité en déformant la trajectoire d'usinage. En ce sens, Affouard propose de définir une zone dans laquelle l'axe de l'outil ne doit pas se trouver pour éviter la singularité [Affouard *et al.*, 2004]. Étant donnée la précision de positionnement des axes de rotation, la notion de singularité est étendue à un volume délimité par un cône (Fig : 1.8-a). Le passage dans le cône est évité par une déformation des trajectoires initialement calculées ; lorsque les trajectoires sont décrites par des courbes B-splines, la déformation est réalisée par déplacement des points de contrôle au voisinage de la singularité (Fig : 1.8-b).

Une autre approche consiste à passer plus près du point de singularité car ce sont en fait les points au voisinage qui posent problème [Tournier *et al.*, 2006]. En effet, si on trace l'évolution de  $C$  en fonction des cosinus directeurs de l'orientation de l'axe de l'outil  $i$  et  $j$  (Fig : 1.9

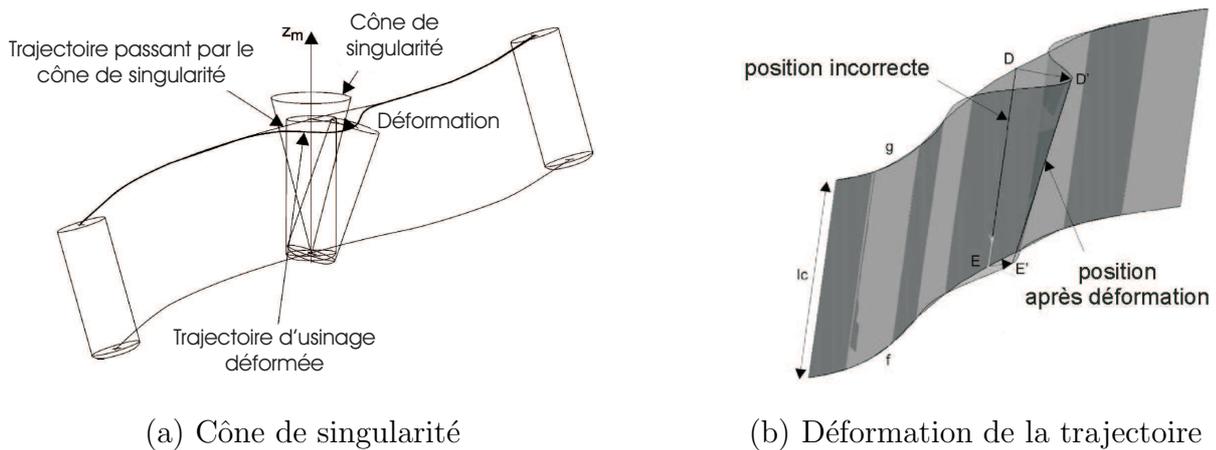


Figure 1.8 – Gestion des positions singulières

gauche), on peut voir qu'une petite variation de la position du point le plus proche de l'origine engendre un grand mouvement sur l'axe  $C$  (bleu). Le trajet bleu est déformé afin d'obtenir la trajectoire rouge qui évite la zone proche de la singularité en passant par celle-ci. Comme on le constate (Fig : 1.9 droite), la consigne de position de l'axe  $C$  ne présente plus de mouvement perturbant.

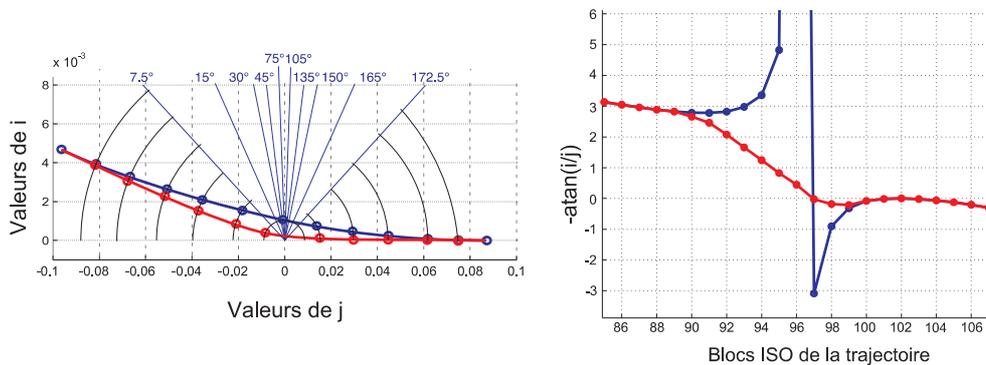


Figure 1.9 – Modification de la trajectoire dans le plan (i,j)

La plupart des méthodes de gestion des singularités propose de déformer la trajectoire en corrigeant l'orientation de l'axe de l'outil. Dans le cas de l'usinage 5 axes en bout avec un outil hémisphérique, l'orientation de l'outil est un degré de liberté permettant de gérer les conditions de coupe et les collisions outil/pièce. L'utilisation d'un outil torique oblige à recalculer la position du centre outil pour maîtriser les écarts géométriques. Ainsi, la variation angulaire de la position de l'axe de l'outil peut être très grande. Par contre, lors d'un usinage 5 axes par le flanc, le débattement angulaire de l'orientation de l'axe de l'outil est donné par la tolérance d'usinage. L'usinage par flanc d'outil étant un usinage de forme, une variation d'orientation de l'axe de l'outil provoque alors une variation d'écarts géométriques.

## 2.3 Génération des consignes : Programme CN $\Rightarrow$ Trajet outil

Le trajet outil est déterminé par l'activité de génération des consignes à partir du programme CN. Les consignes sur chaque axe sont calculées afin de respecter au mieux la vitesse outil/pièce programmée et la précision de la trajectoire.

### 2.3.1 Interpolation linéaire sur chaque axe

Le calcul de la trajectoire dans l'espace articulaire se fait par interpolation linéaire des positions articulaires calculées par la TGI. Cependant, le seul calcul des configurations articulaires correspondant aux positionnements outil est insuffisant pour réaliser un suivi sans erreur de la trajectoire. En effet, entre deux consignes de positions transmises aux cartes d'axes, le trajet dans l'espace articulaire peut être assimilé à un segment, ce qui se traduit par une courbe dans l'espace pièce conduisant à des écarts à la trajectoire programmée (Fig : 1.10).

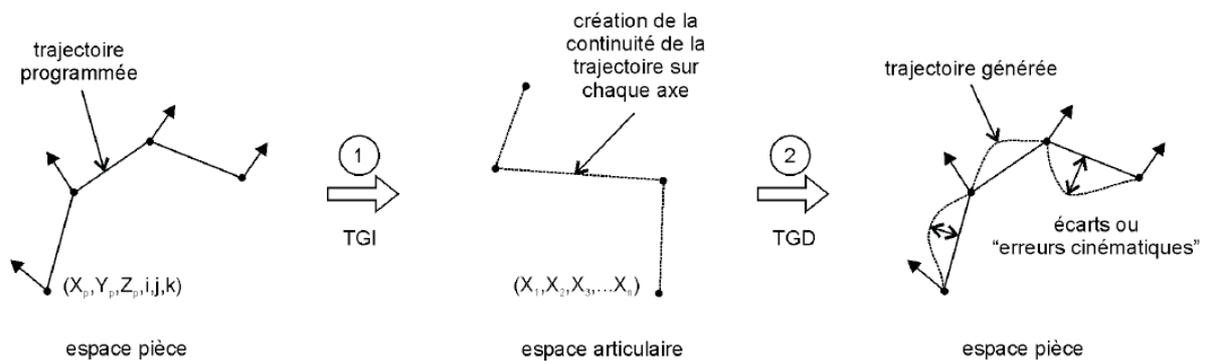


Figure 1.10 – Génération des écart à la trajectoire [Lavernhe, 2006]

La précision de la trajectoire générée est contrôlée par un rééchantillonnage de la trajectoire effectuée en temps réel : de nouveaux positionnements outils sont calculés dans l'espace pièce par interpolation des positionnements outils écrits du programme CN (Fig : 1.11) ; après la TGI, les configurations articulaires correspondantes permettent ainsi de réduire les erreurs géométriques [Terrier, 2005].

### 2.3.2 Limite physique du processus

Dans le contexte UGV, les vitesses d'avances sont nettement plus grandes que lors d'un usinage conventionnel (atteignant plusieurs  $m.min^{-1}$ ). Les capacités de la machine n'étant pas infinies, le passage d'une discontinuité en tangence de la trajectoire ne peut se faire sans arrêt de la machine. Cependant, cette possibilité n'est pas envisageable car elle augmente considérablement

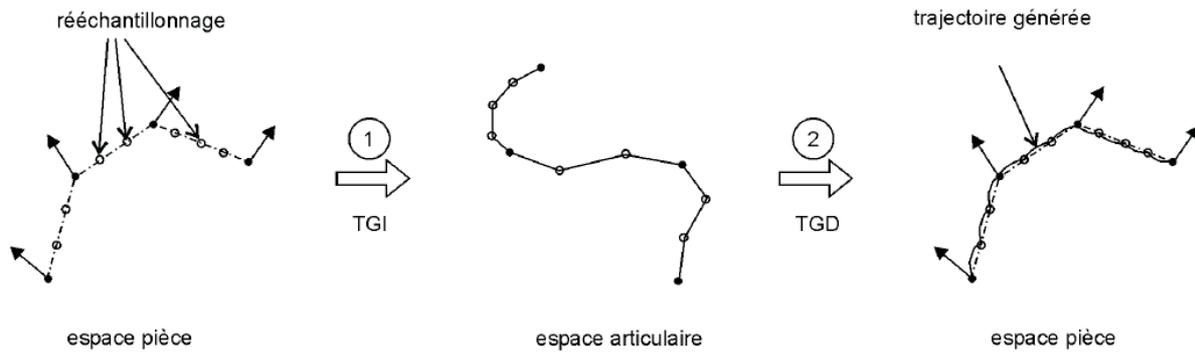


Figure 1.11 – Rééchantillonnage de la trajectoire [Lavernhe, 2006]

le temps d'usinage et peut conduire à des marques de l'outil sur la pièce par la modification des conditions de coupe. La méthode la plus couramment utilisée pour passer les discontinuités de la trajectoire consiste à les supprimer.

Pour cela, deux approches sont proposées dans la littérature. La première approche consiste à approximer la trajectoire à parcourir par un polynôme pour la rendre continue au moins en courbure. La CN réalise une interpolation polynomiale en temps réel de la trajectoire initiale, supprimant ainsi les discontinuités en tangence et courbure [Cheng *et al.*, 2002] [Müller *et al.*, 2004] [Timar *et al.*, 2005].

La seconde approche propose de modifier localement la trajectoire en supprimant les discontinuités en tangence par insertion de portions courbes ; un écart à la trajectoire apparaît au profit d'une vitesse de franchissement de la transition non nulle [Dugas *et al.*, 2002] [Monreal et Rodriguez, 2003] [Terrier, 2005].

Ainsi, Dugas a élaboré un modèle de passage de discontinuité en tangence en usinage 3 axes (Fig : 1.12). L'arrondissement de la trajectoire effectué au niveau des discontinuités en tangence est modélisé par un cercle de rayon  $R$  calculé à partir de la tolérance  $TIT$ , des longueurs  $l_1$  et  $l_2$  des blocs et de l'angle  $\beta$  formé par la discontinuité.

Dans ses travaux de thèse, Terrier propose une extension du modèle de Dugas qu'elle applique à une machine parallèle (Fig : 1.13). Les paramètres d'approximation de la trajectoire sont déterminés par le calcul de  $\Delta t$  qui est mené dans l'espace articulaire de la machine, en prenant en compte les caractéristiques de chaque axe, indépendamment de la structure et du nombre d'axes.

Pour utiliser au mieux les capacités machine apportées par le processus UGV, il est nécessaire

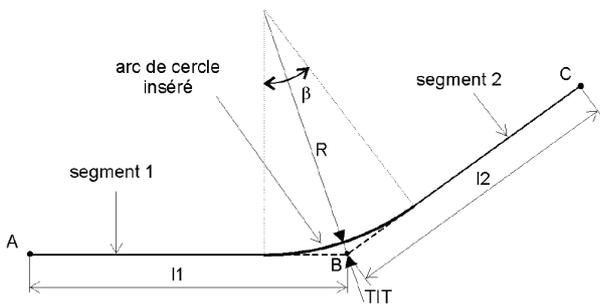


Figure 1.12 – Modèle d'arrondissement d'une discontinuité en tangence

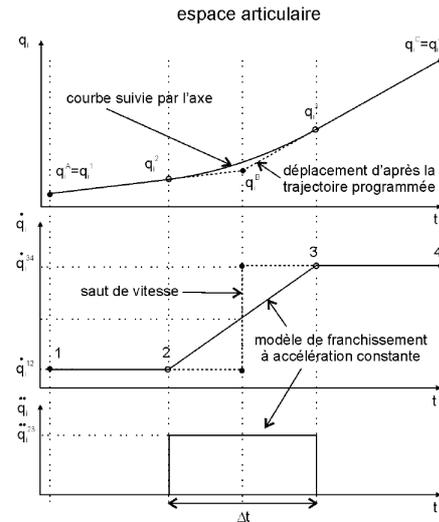


Figure 1.13 – Modèle de passage de discontinuités en tangence

de générer une trajectoire fluide dans l'espace pièce dans le but d'améliorer le comportement cinématique de la machine [Lavernhe *et al.*, 2008]. Cependant cette condition n'est pas suffisante car la transformation géométrique inverse peut générer des discontinuités de la trajectoire selon la structure de la machine utilisée. Par fluidité de la trajectoire, on entend une trajectoire sollicitant au minimum les axes et ne présentant pas de discontinuité dans l'espace articulaire. Une trajectoire au moins  $C_2$  par morceaux dans l'espace pièce serait idéale pour limiter les ralentissements de la machine. En effet, l'accélération de la machine n'étant pas infinie, toute discontinuité en courbure de la trajectoire provoque un ralentissement de la machine.

## 2.4 Usinage : Trajet outil $\Rightarrow$ Pièce usinée

La dernière activité du processus d'usinage de formes complexes est l'activité Usinage. Au cours de cette phase, les efforts de coupe entraînent une déformation de l'outil. Certains travaux se sont attachés à la mise en place d'un modèle d'efforts permettant d'analyser les écarts géométriques induits par la déformation d'un outil cylindrique au cours d'un usinage par flanc d'outil (Fig : 1.14) [Larue et Anselmetti, 2003]. Une extension de cette méthode est proposée dans le cas d'un usinage par flanc d'outil conique [Larue et Altintas, 2005] permettant de prédire la répartition des efforts de coupe sur l'outil et la pièce. Ainsi l'optimisation de la vitesse outil/pièce est effectuée de manière à ce que le couple, la puissance et les efforts soient maintenus à des niveaux acceptables.

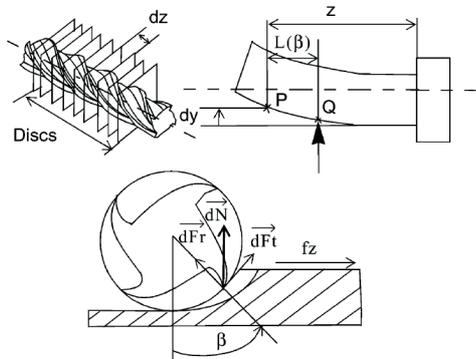


Figure 1.14 – Déformation outil

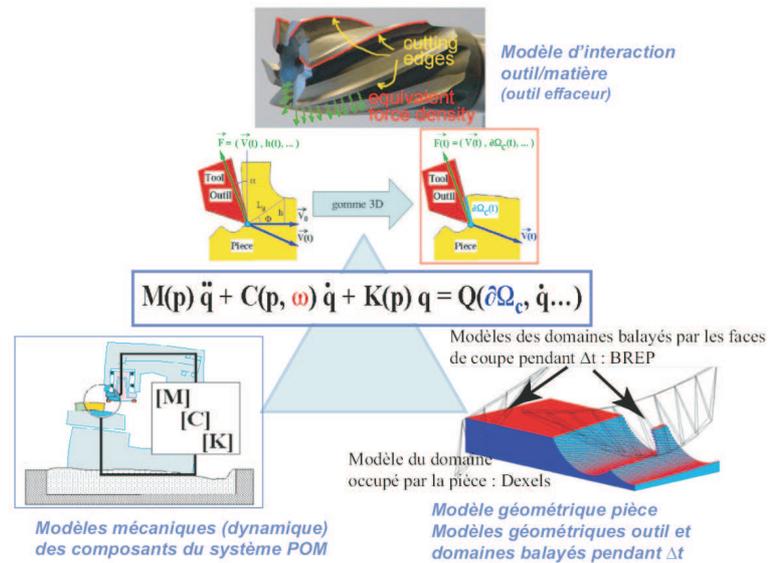


Figure 1.15 – Modèle [Lorong *et al.*, 2008]

Le processus de coupe UGV engendre moins d'efforts qu'un usinage conventionnel grâce au phénomène de cisaillement adiabatique irréversible lors de la formation des copeaux. Ainsi, les parois des pièces usinées sont de plus en plus minces, engendrant des phénomènes vibratoires qu'il faut alors maîtriser pour assurer l'usinage de la pièce. Pour cela, des travaux ont été réalisés dans le but d'identifier des plages de conditions de coupe appelées lobes de stabilité, dans lesquels le couple machine/outil est sensé avoir un comportement non vibratoire [Thusty, 1986] [Altintas et Budak, 1995] [Arnaud et Dessein, 2002]. Néanmoins, ces lobes de stabilité ne prennent pas en compte la déformation de la pièce usinée. Dans leur travaux [Lorong *et al.*, 2008] les auteurs s'intéressent à modéliser l'interaction outil/pièce en présence d'une pièce flexible. Cette interaction a pour particularité d'évoluer au cours du temps suite à une modification régulière de la frontière du domaine pièce qui correspond à l'enlèvement progressif de matière. La flexibilité de la pièce complique très nettement son évaluation. Un modèle de déformation est mis en place se basant sur la notion d'outil effaceur de matière et en utilisant un modèle Éléments-Finis de la pièce (Fig : 1.15).

## 2.5 Synthèse et domaine d'étude

L'ensemble des problématiques relatives à l'usinage par flanc d'outil 5 axes liées au processus d'élaboration de pièces de formes complexes a été présenté ci-dessus. On peut voir qu'au sein des quatre activités de la chaîne numérique des difficultés apparaissent et ont fait l'objet de

nombreux travaux dans la littérature. Certaines de ces problématiques sont liées exclusivement à l'utilisation du mode d'usinage par flanc d'outil. La gestion des undercut et overcut ainsi que les modèles d'efforts présentés sont des problématiques se rapportant à l'usinage 5 axes par flanc d'outil. La problématique de la transformation géométrique inverse est quant à elle présente quel que soit le mode d'usinage. Néanmoins, la gestion des positions singulières ne se traite pas de la même façon en usinage en bout ou en flanc. Concernant la problématique de fluidité de la trajectoire, celle-ci est liée à l'utilisation de l'UGV. Afin d'utiliser au mieux les possibilités UGV, les trajectoires doivent être fluides pour que l'outil reste dans les mêmes conditions de coupe au cours de l'usinage, évitant ainsi les marques et apportant un gain de temps significatif.

Ainsi, la mise en place d'une méthode de génération de trajectoires intégrée doit tenir compte des problématiques présentées ci-dessus.

Cependant, nous ne pouvons nous permettre d'intégrer l'ensemble des modèles que nous avons abordés jusque là. Afin de limiter le cadre de notre étude, nos travaux s'inscrivent essentiellement dans l'activité "Génération de trajectoires". Les problématiques que nous aborderons se limiteront aux trois suivantes :

- calcul et gestion des écarts géométriques entre la surface usinée et la surface à usiner,
- complexité géométrique des surfaces à usiner,
- fluidité de la trajectoire outil.

Nous allons maintenant nous intéresser aux différentes approches proposées dans la littérature pour aborder les problématiques précédentes.

## **3 Méthodes de génération de trajectoires par flanc d'outil**

La majorité des travaux portant sur la génération de trajectoires par flanc d'outil se focalise sur la gestion des écarts overcut (-) et undercut (+). Deux approches se distinguent et consistent soit à positionner directement l'outil sur la surface nominale par des méthodes locales, soit à utiliser une surface de substitution et des méthodes de positionnement locales ou globales. Peu de travaux mettent en avant la fluidité de la trajectoire qui est pourtant un des points clef de l'UGV.

### 3.1 Méthode locale de positionnement direct

La méthode "Simple Point Offset" (SPO) proposée par Liu permet d'usiner par flanc des surfaces réglées non-développables avec des outils cylindriques [Liu, 1995]. Elle consiste à répartir l'interférence positive (undercut) et l'interférence négative (overcut) le long des règles de la surface à usiner. Pour cela, les axes de l'outil initialement placés parallèles aux règles de la surface à usiner sont ensuite translatés suivant la normale à la surface au point milieu de la règle (Fig : 1.16).

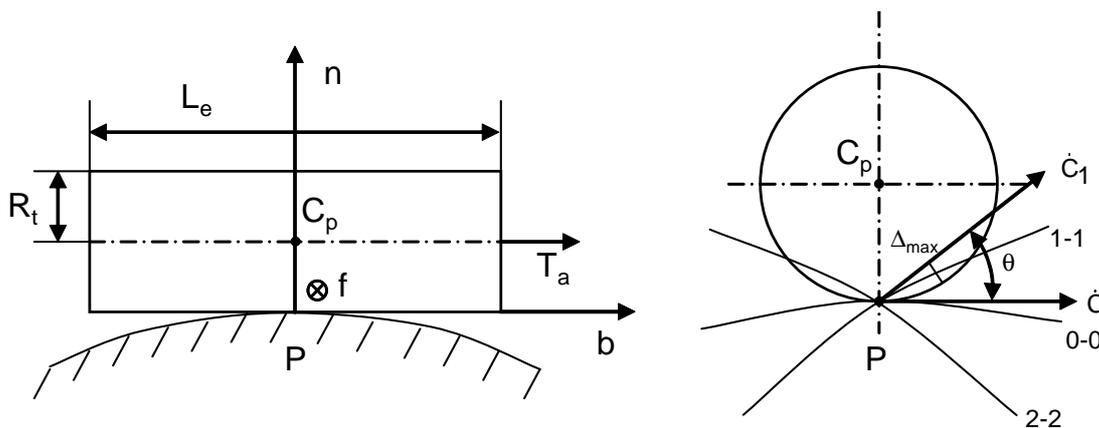


Figure 1.16 – Méthode SPO

L'avantage de cette méthode est qu'elle est simple à implémenter et qu'elle donne toujours des résultats exploitables. Dans cet article, une deuxième méthode de positionnement outil/surface appelée "Double Point Offset" (DPO) est présentée. Celle-ci consiste à déterminer deux points de contact entre l'outil et la surface à usiner situés à  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{4}$  de la longueur de la règle. A partir de ces deux points, deux points centre outil sont calculés pour définir l'axe de l'outil en minimisant les interférences au milieu de la règle et aux extrémités.

Une étude menée par Rubio a abouti à la définition d'un "positionnement standard" d'un outil cylindrique sur la surface à usiner [Rubio *et al.*, 1998]. Cette méthode consiste à répartir les interférences par rotation de l'outil autour de la règle considérée. L'axe est également positionné parallèlement à la règle. Un point de l'axe est calculé de telle manière que les interférences positives et négatives entre la pièce et l'outil sur la directrice soient égales (Fig : 1.17).

Dans le but de réduire les interférences engendrées par ce positionnement une méthode de "positionnement optimisé" utilisant 3 points de contact a été mise en place [Redonnet *et al.*, 1998]. L'outil cylindrique est positionné initialement parallèle à la règle considérée à une distance  $R_{outil}$ . Puis une rotation d'axe  $\vec{y}_1$  (normale à la surface au centre de la règle) (Fig : 1.18) est

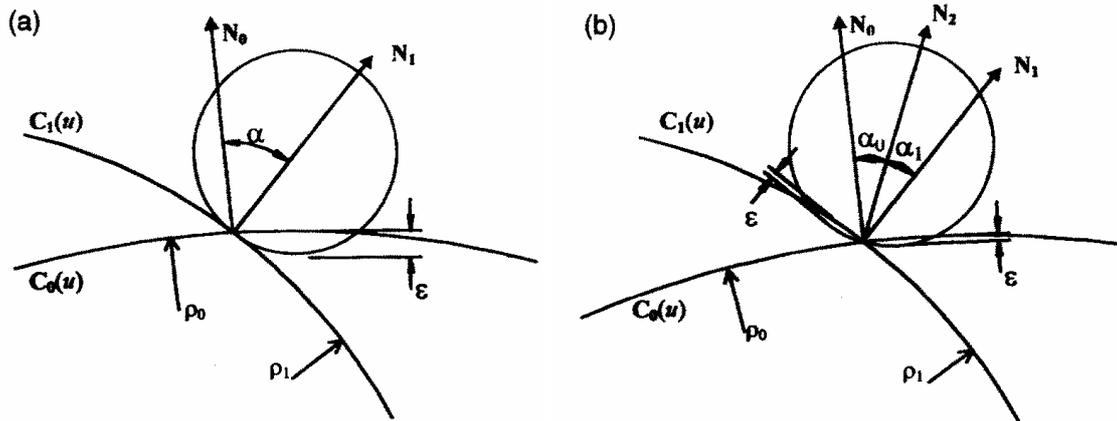


Figure 1.17 – Positionnement Standard

effectuée de façon à ce que l'outil soit tangent aux 2 directrices et ait un point de contact sur une règle. Cette méthode donne lieu à la résolution d'un système de 7 équations à 7 inconnues. Une extension au positionnement d'un outil conique est proposée dans [Monies *et al.*, 2000].

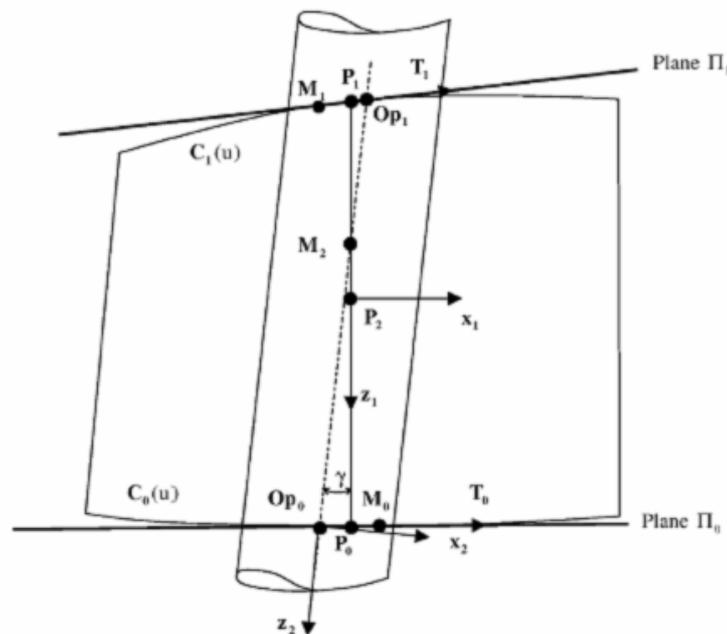


Figure 1.18 – Positionnement Optimisé

Une étude du "positionnement optimisé" a été menée en prenant en compte une approche cinématique [Senatore *et al.*, 2005]. Les auteurs proposent d'analyser les écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner. Les points de contacts outil/surface sont calculés à partir de la surface enveloppe. Après avoir usiné une pièce, celle-ci est mesurée et les causes d'erreurs sont analysées. Récemment, une amélioration de la méthode de "positionnement optimisé" a été apportée par les travaux de Senatore [Senatore *et al.*, 2007]. L'axe

de rotation  $\vec{y}_1$  est défini comme une des variables du système de 7 équations et le point de contact outil/surface est défini au milieu de la règle considérée. Une analyse des écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner est conduite sur une surface test. Les deux variantes du "positionnement optimisé" y sont comparées et il se trouve que le "positionnement centré" donne de meilleurs résultats quand l'angle de vrille augmente.

Dans le même esprit, des travaux menés par Bedi ont abouti à une méthode de positionnement d'outils cylindriques sur la surface nominale par deux points de contacts [Bedi *et al.*, 2003]. L'outil est placé tangent aux extrémités de chaque règle considérée de la surface à usiner (Fig : 1.19). Ces relations géométriques se traduisent par un système de 4 équations à 4 inconnues.

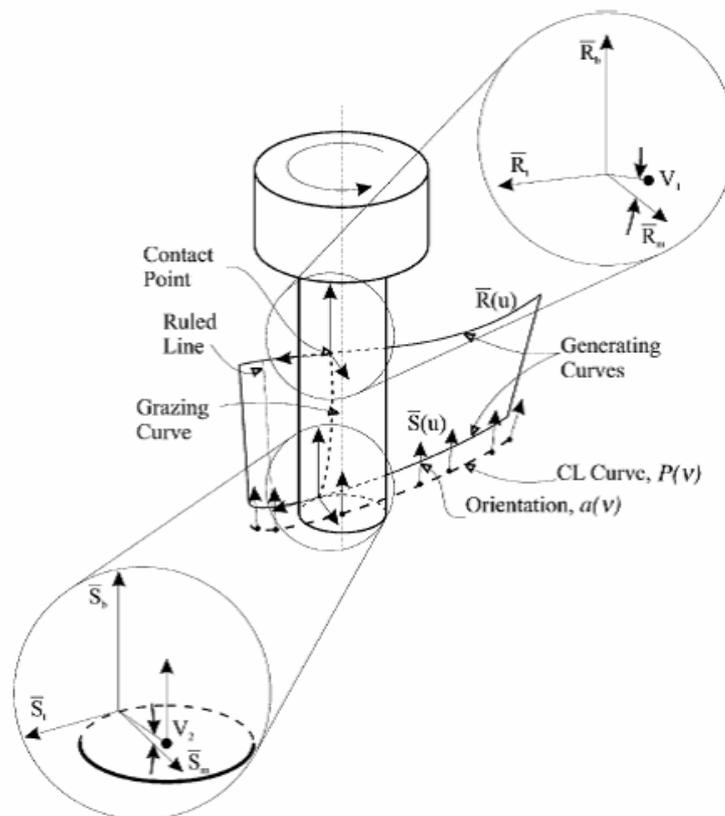


Figure 1.19 – Positionnement outil [Bedi *et al.*, 2003]

Dans cet article, le concept de "grazing curve" qui est la courbe passant par l'ensemble des "grazing points", points appartenant à la surface enveloppe du mouvement de l'outil est présenté. Une évaluation des écarts entre la "grazing curve" et la surface à usiner montre que l'erreur maximum se trouve au milieu de la règle considérée. Ainsi, pour réduire les écarts géométriques Menzel propose une méthode d'optimisation de trajectoires en 3 étapes basée sur la méthode de Bedi [Menzel *et al.*, 2004]. Un premier positionnement initial est calculé

à partir des courbes de bord de la surface nominale. La deuxième étape consiste à répartir les interférences en translatant les points de contacts outil/surface réglée le long de la règle considérée. Enfin, la troisième et dernière étape conduit à translater les deux points de contact suivant le paramètre  $u$  pour obtenir un troisième point de contact entre l'outil et la surface réglée (Fig : 1.20). A chaque étape de cette optimisation la solution de positionnement de l'outil est calculée par la résolution d'un système de 4 équations à 4 inconnues.

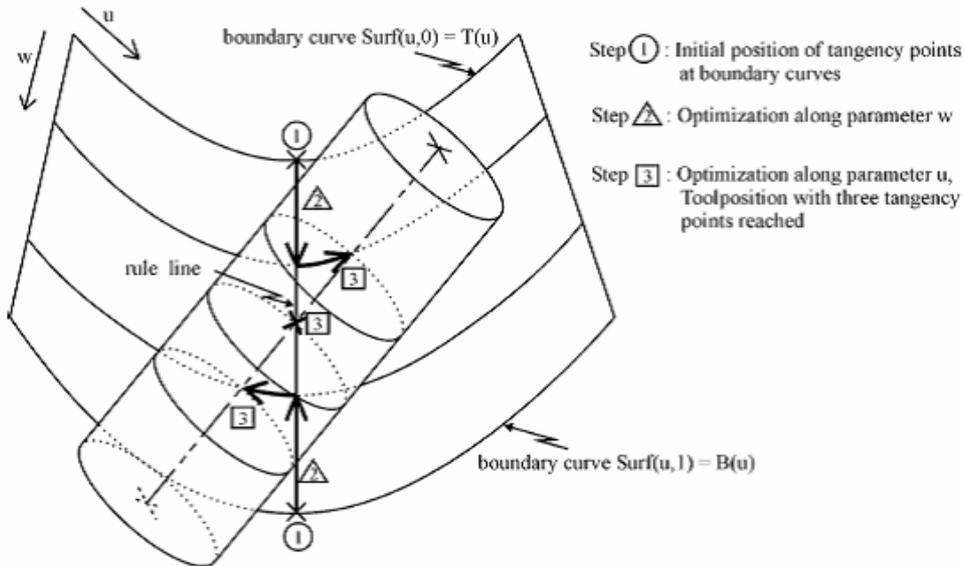


Figure 1.20 – Positionnement outil en 3 étapes

Une autre étude, basée sur une approche cinématique, propose de positionner un outil générique (cylindrique ou conique) sur une surface en assurant un écart positif entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner [Chiou, 2004]. Dans cet article l'auteur propose de générer deux types de trajectoire, une trajectoire d'ébauche et une trajectoire de finition, basées sur la même approche. Pour cela un positionnement initial est calculé en plaçant l'outil tangent aux extrémités de la règle considérée. La surface enveloppe du mouvement de l'outil est ensuite déterminée par une approche cinématique puis les écarts entre cette surface et la surface à usiner sont calculés pour chaque position outil. Enfin, pour générer une trajectoire d'ébauche les deux points extrémités sont translatés de la valeur de l'écart mini suivant les normales respectives. Concernant la trajectoire de finition, l'auteur propose de décomposer la surface en bandelettes qui seront usinées en plusieurs passes. Pour chaque passe le point du bas est en contact avec la surface et l'outil est basculé pour éliminer l'overcut (Fig : 1.21). L'inconvénient de cette méthode est que la surface est marquée par ces différentes bandelettes.

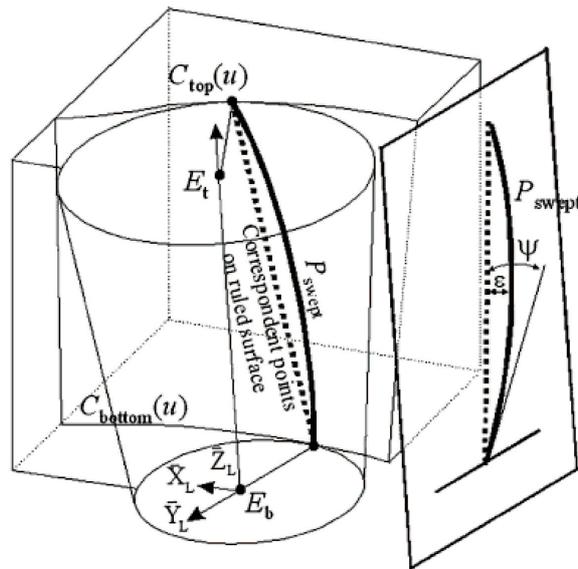


Figure 1.21 – Méthode de positionnement [Chiou, 2004]

## 3.2 Méthode de positionnement indirect

Le paragraphe précédent montre que la gestion des écarts géométriques est difficile lors de l'usinage d'une surface réglée non développable par flanc d'outil. En effet les méthodes ne cessent de se complexifier en ajoutant au fil des années des points de contacts outil/pièce. Dans la littérature, d'autres méthodes permettent de gérer les écarts différemment par l'intermédiaire d'une autre surface appelée surface de substitution. Cette surface peut être :

- une approximation de la surface à usiner, plus facile à usiner,
- une surface décalée sur laquelle les axes outils sont positionnés dans le but de minimiser localement les écarts géométriques,
- une surface décalée comprenant l'ensemble des axes outils qui est déformée de manière à minimiser globalement les écarts géométriques.

### 3.2.1 Construction de la surface de substitution

Chu et Chen proposent de décomposer une surface réglée non développable en carreaux de Bézier réglés développables et raccordés  $G^1$  [Chu et Chen, 2006]. Pour cela, les conditions géométriques de développabilité des carreaux de bézier sont combinées aux propriétés géométriques de l'algorithme de de Casteljau pour éviter de résoudre un système non-linéaire par rapport aux points de contrôle du carreau [Chu et Sequin, 2002]. La condition de continuité  $G^1$  est exprimée en fonction des points de contrôle et on obtient le résultat (Fig : 1.22).

L'erreur d'approximation est évaluée par projection d'un point  $q$  appartenant à la surface

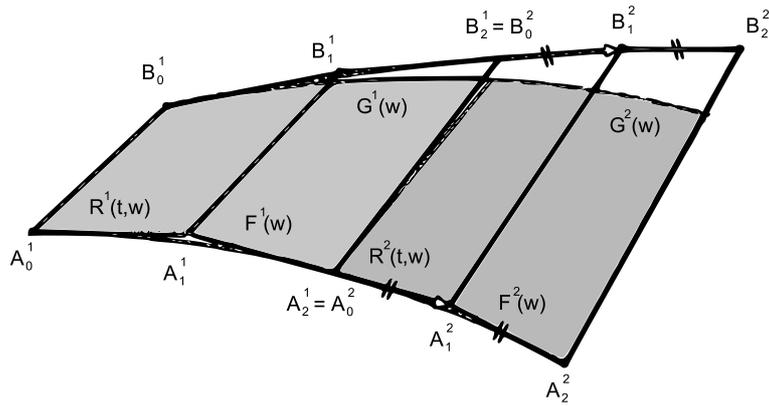


Figure 1.22 – Approximation d'une surface par deux carreaux de Bézier quadratiques

développable approximante sur la surface nominale selon la normale à la surface développable en  $q$ . Les carreaux de Bézier sont subdivisés si l'erreur d'approximation est supérieure à la tolérance d'usinage. Ainsi, plus la tolérance d'usinage est élevée, moins la surface d'approximation comporte de carreaux.

La génération de la trajectoire consiste alors à calculer un offset des points appartenant à la courbe du bas de chaque carreau, l'axe de l'outil étant parallèle à la règle considérée. Les carreaux étant raccordés  $G^1$ , l'évolution des plans tangents des deux carreaux est donc continue. Ainsi, l'évolution de la normale suivant laquelle les points sont décalés l'est aussi. Donc la trajectoire de l'outil est géométriquement continue au passage de deux carreaux. Ainsi, l'usinage de la surface réglée non-développable à la tolérance d'usinage voulue est alors respecté car l'usinage d'une surface réglée développable peut se faire sans interférence si le rayon outil est inférieur au rayon de courbure minimal de la surface.

D'autres travaux portent sur la décomposition de surfaces quelconques en surfaces réglées développables ou non. Elber et Fish proposent de décomposer une surface quelconque en un ensemble de surfaces réglées raccordées  $C_0$  en s'appuyant sur les courbes de bord de la surface [Elber et Fish, 1997]. La tolérance d'approximation  $\tau$  est donnée pour stopper la subdivision (Fig : 1.23 (a)). Le calcul de la trajectoire se fait de la même manière que précédemment à la différence que cette fois-ci les carreaux usinés ne sont pas forcément développables (Fig : 1.23 (b)).

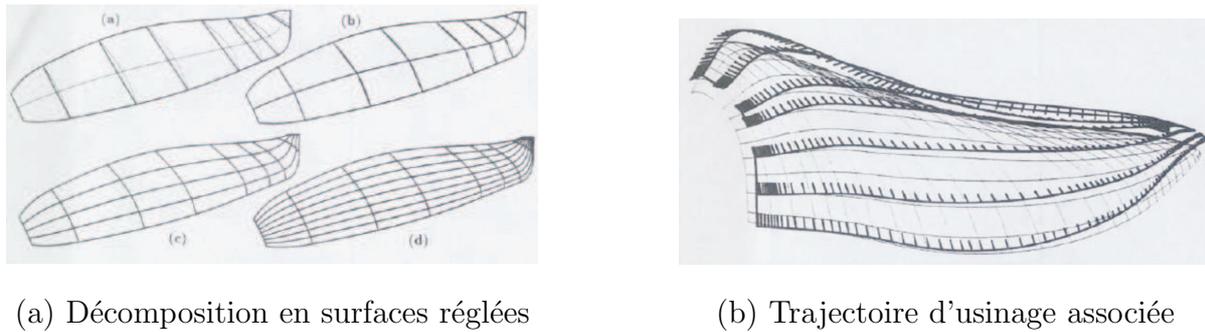


Figure 1.23 – Usinage d'une surface quelconque par flanc d'outil

Han et al proposent une méthode d'approximation de surfaces quelconques basée sur les isophotes de celles-ci [Han *et al.*, 2001]. Une isophote est une région dans laquelle l'angle entre la normale à la surface et une direction donnée par l'utilisateur varie dans une plage admissible (Fig : 1.24 (a)). Les isophotes de la surface sont approximées par des surfaces réglées s'appuyant sur les bords des isophotes appelés "iso-inclinaison" (Fig : 1.24 (b)). Cependant, les auteurs n'expliquent pas comment sont calculées les trajectoires d'usinage.

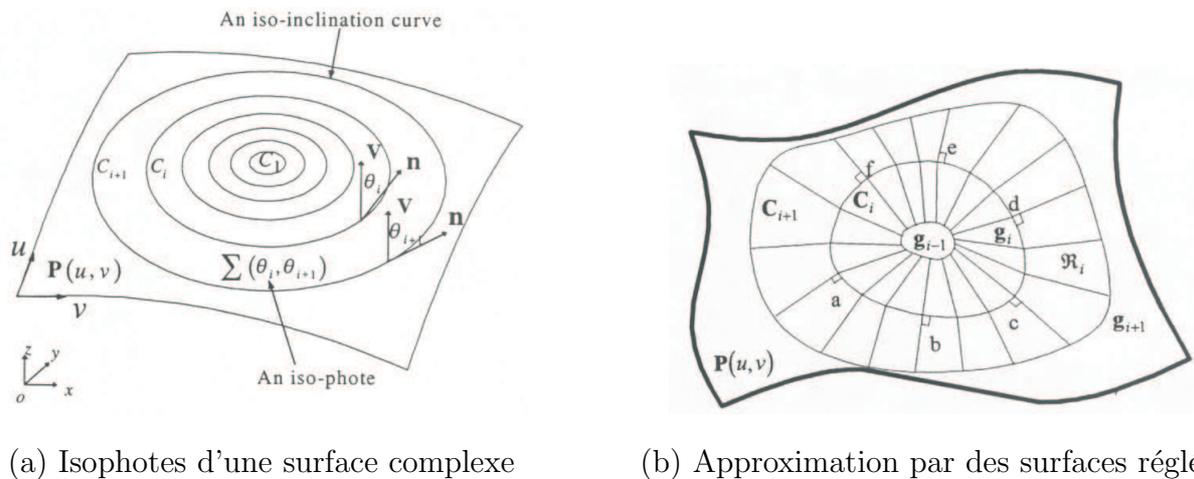


Figure 1.24 – Approximation d'une surface quelconque par des surfaces réglées

Ainsi, ces différentes méthodes permettent d'usiner un plus grand nombre de surfaces en contrôlant les écarts géométriques entre l'outil et la pièce. Néanmoins, le fait de découper les surfaces à usiner en plusieurs carreaux peut provoquer des difficultés lors de la génération de trajectoires au niveau des raccordements.

### 3.2.2 Méthode locale

Une autre approche consiste à utiliser une surface de substitution non pas pour approximer la surface nominale mais pour positionner les axes de l'outil. L'un des premiers à utiliser cette

technique lors de la génération de trajectoires par flanc d'outil est Thönshoff dans le projet FLAMINGO [Tönshoff et Rackow, 2000]. Ce projet consiste à générer une trajectoire pour un outil cylindrique sur une surface quelconque. Pour cela une surface offset de la surface à usiner est créée en utilisant le rayon outil comme distance de décalage. Ensuite, la surface offset est approximée par un ensemble de surfaces réglées en utilisant l'algorithme développé par Elber [Elber et Fish, 1997]. Un algorithme de positionnement itératif de l'axe de l'outil sur la surface offset en 4 étapes est proposé et utilisé sur chaque surface réglée (Fig : 1.25). L'utilisation de cette procédure assure le non repliement de la trajectoire car la distance entre deux axes outils ne peut jamais être nulle.

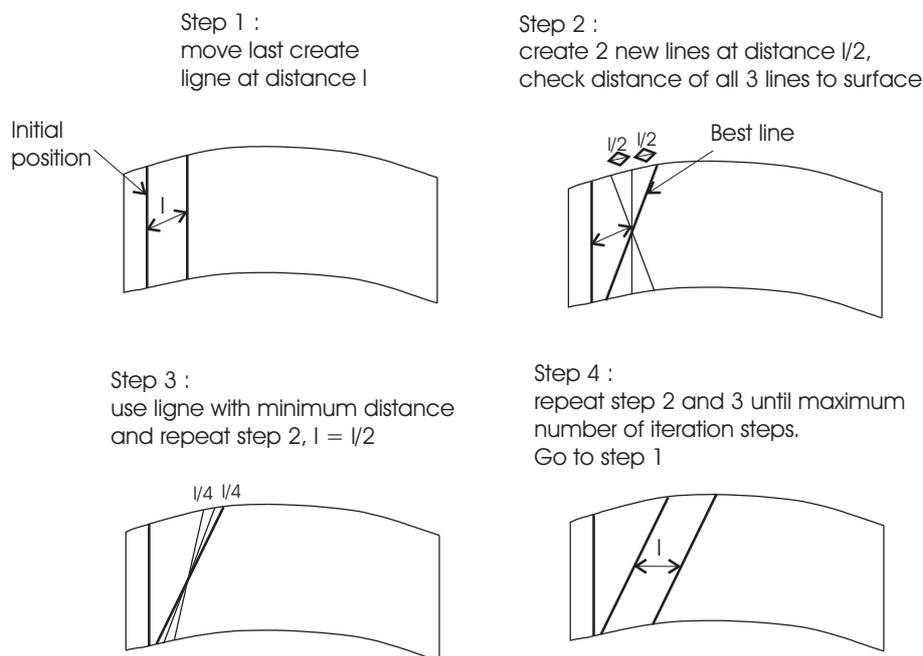


Figure 1.25 – Méthode de positionnement [Tönshoff et Rackow, 2000]

Dans [Wu *et al.*, 2008], les auteurs génèrent une trajectoire d'usinage 5 axes par flanc d'outil par l'intermédiaire d'un algorithme de programmation dynamique. La première étape consiste à discrétiser les courbes de bord de la surface réglée à usiner étendues aux extrémités ou non. Ces points sont ensuite décalés de la valeur du rayon d'outil suivant la normale à la surface à usiner. L'optimisation de la trajectoire est basée sur le calcul de l'interférence outil pièce à l'aide d'un N-Buffer. La trajectoire obtenue est la solution qui minimise localement les écarts en considérant que le minimum global est la somme des minima locaux. Ainsi, pour calculer les positions outils, différentes possibilités (Fig : 1.26) sont évaluées en fonction des écarts engendrés. Soit les positions outils restent synchronisées en haut et en bas **(a)**, soit l'une des extrémités des axes outil avance plus vite sur l'une ou l'autre des courbes directrices **(b)** **(c)**

(d). L'évolution de la direction de l'axe de l'outil présente alors du tangage. A priori, ce type de trajectoire n'est pas adapté à l'usinage grande vitesse car il introduit de fréquentes variations d'orientation de l'axe de l'outil (Fig : 1.27) et des arrêts. Il est donc susceptible de générer des marques sur la pièce dues à des variations de section de copeau non continues.

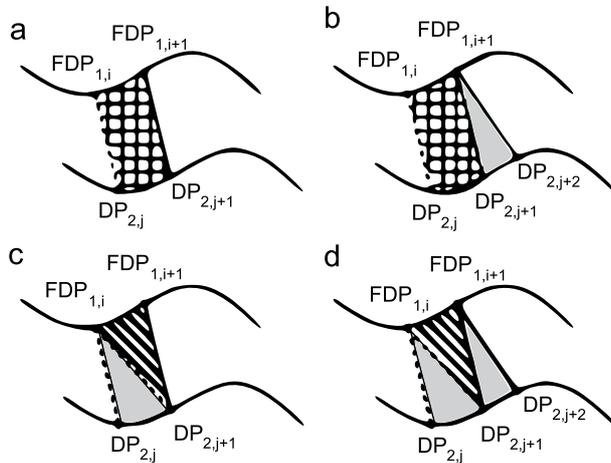


Figure 1.26 – Méthode de calcul de positionnement outil

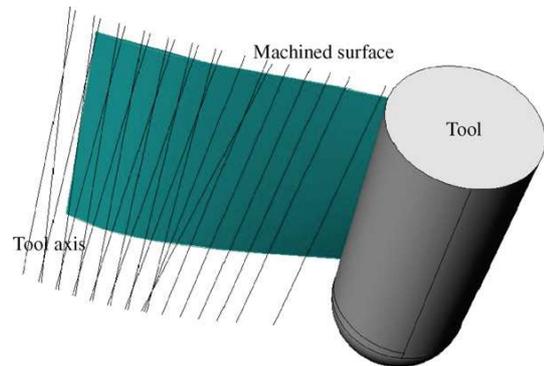


Figure 1.27 – Oscillation de la trajectoire générée artificiellement

### 3.2.3 Méthode globale

La méthode développée au laboratoire [Affouard, 2001] [Lartigue *et al.*, 2003] s'appuie sur le concept de la surface d'usinage. Par définition, "la surface d'usinage est une surface qui contient l'ensemble des caractéristiques géométriques nécessaires au pilotage de l'outil, telle que la surface enveloppe du mouvement de l'outil couvrant cette surface donne la forme attendue" (Fig : 1.28) [Duc *et al.*, 1999]. En usinage 3 axes en bout avec un outil hémisphérique, la surface d'usinage est l'offset de la surface à usiner du rayon d'outil, lieu des centres outil. "En usinage à cinq axes par le flanc, la surface d'usinage est la surface réglée qui contient à chaque instant l'extrémité et l'axe de l'outil" (Fig : 1.29) [Duc *et al.*, 1999].

La méthode proposée consiste à minimiser les écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner par déformation de la surface d'usinage. Pour cela, l'outil est positionné à l'aide d'une méthode de positionnement par 2 points développée au LURPA (Fig : 1.30), qui permet de positionner un outil conique ou cylindrique sur une surface réglée. Deux directrices sont considérées ( $v = 0.5$  et  $v = 1$ ) et deux points offset  $p_0$  et  $q_1$  sont calculés en fonction des rayons outil déterminés aux points  $m_0$  et  $m_1$ . Enfin, l'axe outil est déterminé par l'intermédiaire du point  $p_0$  et du point  $me_1$ , intersection entre le plan  $A$  (passant par  $m_1$

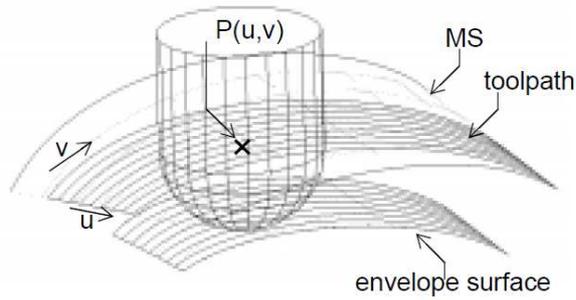


Figure 1.28 – La surface d'usinage en 3 axes

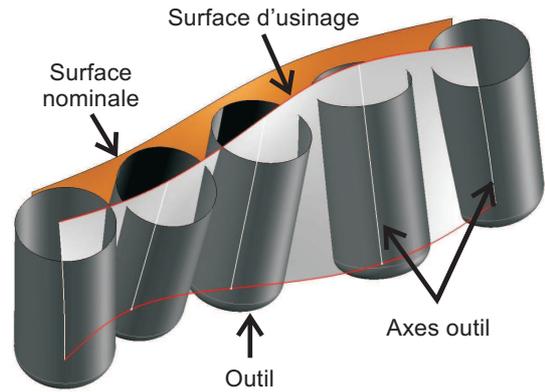


Figure 1.29 – La surface d'usinage en flanc

de normale  $\vec{m}_0\vec{m}_1$ ) le plan  $B$  (passant par  $p_1$  de normale  $\vec{n}_0$ ) et le plan  $C$  (passant par  $q_1$  de normale  $\vec{n}_1$ ). Cette méthode est basée sur l'approximation de l'offset de la courbe  $C_1$  de la valeur  $r_1$ . Les extrémités de chaque axe outil définissent les directrices de la surface d'usinage initiale, courbes approximées par des B-splines cubiques. L'étape suivante consiste à minimiser l'écart entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner. Les erreurs de positionnement de l'outil par rapport à la surface à usiner sont déterminées par une méthode de double projection. L'écart maximal est alors minimisé par déformation d'une des courbes génératrices. Une translation selon la normale à la surface d'usinage est appliquée aux deux points de contrôle les plus influents sur le point considéré (Fig : 1.31). Cette opération est répétée jusqu'à ce que l'écart maximum soit dans la tolérance d'usinage. L'inconvénient de cette méthode est le caractère local de l'optimisation qui peut engendrer des oscillations sur la trajectoire outil, néfaste au comportement cinématique de la machine.

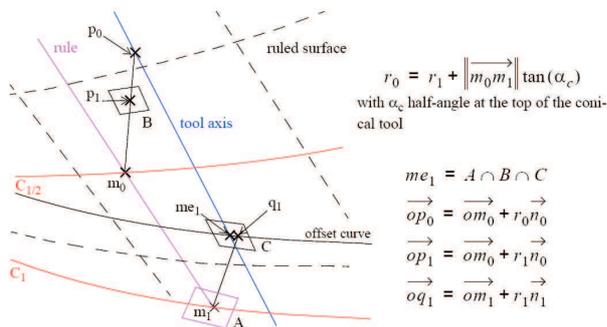


Figure 1.30 – Positionnement deux points LURPA

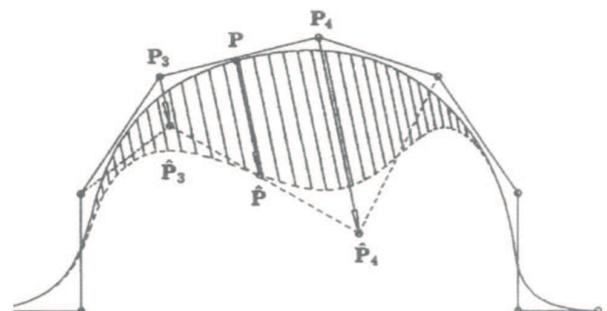


Figure 1.31 – Déformation locale de la SU

Pour pallier ce problème, une optimisation globale des écarts géométriques est proposée (Fig : 1.32) [Lartigue *et al.*, 2003]. La méthode consiste à minimiser les écarts géométriques

entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale selon le critère des moindres carrés. Le calcul de la surface enveloppe du mouvement de l'outil est effectué selon une approche cinématique. Une approximation du calcul de la surface enveloppe propose de calculer les écarts par une méthode de double projection. La minimisation des écarts est réalisée par déplacement des points de contrôle des directrices déterminées à l'aide du torseur des petits déplacements [Bourdet *et al.*, 1996]. Cette minimisation est faite selon le critère des moindres carrés, ce qui conduit à résoudre un système linéaire avec ( $3 \times$  nombres de points de contrôle) équations à autant d'inconnues.

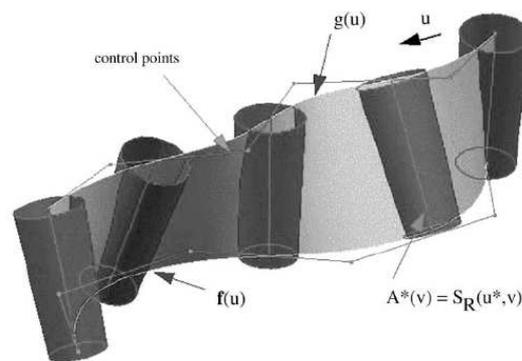
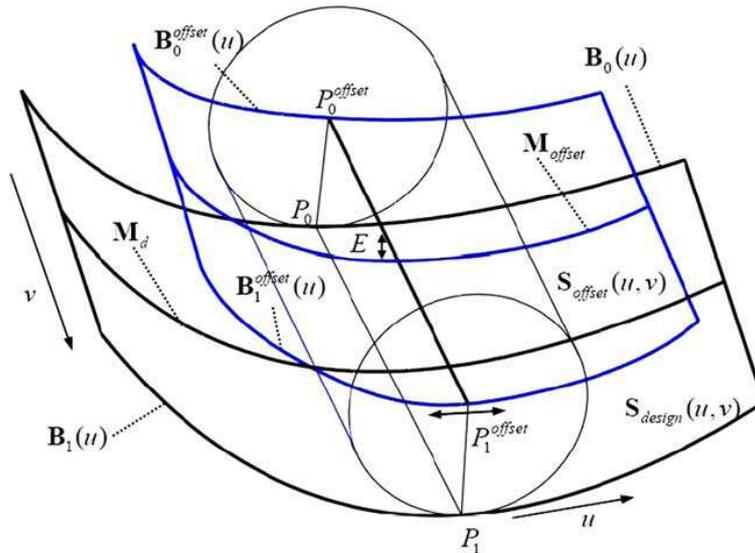


Figure 1.32 – Méthode de positionnement [Lartigue *et al.*, 2003]

Plus récemment, des travaux menés par Gong proposent d'utiliser une méthode similaire à la méthode précédente permettant cette fois-ci d'optimiser les écarts géométriques entre la surface d'usinage et la surface offset de la surface à usiner [Gong *et al.*, 2005]. La méthode "three point offset" (TPO) présentée dans cet article permet de positionner chaque axe outil sur la surface offset de la surface à usiner au moyen de 3 courbes appartenant à cette surface offset. La position initiale est donnée par 2 points de paramètre  $u$  sur les courbes extrémités puis, un des deux points se déplace sur la courbe jusqu'à ce que l'écart entre l'axe outil et la troisième courbe soit inférieur à une valeur fixée (Fig : 1.33). La surface d'usinage est alors construite par interpolation des extrémités des axes outil par des B-splines, puis déformée par une méthode des moindres carrés avec pour objectif la minimisation des écarts entre la surface offset de la surface à usiner et la surface d'usinage. Cette méthode est cependant uniquement développée pour le cas des outils cylindriques.

Figure 1.33 – Méthode de positionnement [Gong *et al.*, 2005]

### 3.3 Synthèse

Dans la littérature, les méthodes que l'on peut rencontrer se classent selon deux approches. Concernant la première approche les travaux se focalisent sur l'écart entre l'outil et la surface usinée. La mise en place de méthodes de positionnement outil plus ou moins sophistiquées permettent de gérer cet écart localement. Néanmoins, la fluidité de la trajectoire est rarement évoquée. De ce fait ces méthodes peuvent conduire à des oscillations de la trajectoire, voire même des repliements de la trajectoire. La deuxième approche quant à elle s'appuie sur une surface de substitution qui est dans certains cas la surface d'usinage. Soit l'axe de l'outil est posé sur la surface de substitution et les écarts entre l'outil et la surface à usiner sont gérés localement, soit la surface d'usinage est déformée en minimisant globalement les écarts.

## 4 Optimisation de la fluidité de la trajectoire

### 4.1 Génération et modification de la trajectoire

#### 4.1.1 Espace de la pièce

Concernant les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce nous retiendrons essentiellement la méthode TOS (Tool Orientation Smoothing) proposée par Ho *et al.* [Ho *et al.*, 2003]. Cette méthode a pour objectif principal d'éviter les collisions outil/pièce. En effet, lors de la génération de la trajectoire, les interférences outil/pièce sont

repérées et l'interférence maximum est annulée par basculement de l'outil dans le plan orthogonal à la trajectoire. Ainsi, une position "obligatoire" de passage est calculée. L'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil est alors lissée par une interpolation entre les positions obligatoires à l'aide d'un algorithme basé sur les quaternions (Fig : 1.34). Ceci est répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'interférence. Des essais sur une machine RRTTT(BC) ont montré, par l'intermédiaire d'un critère de temps d'usinage, que le lissage dans l'espace de la pièce permet d'utiliser au mieux les capacités de la machine.

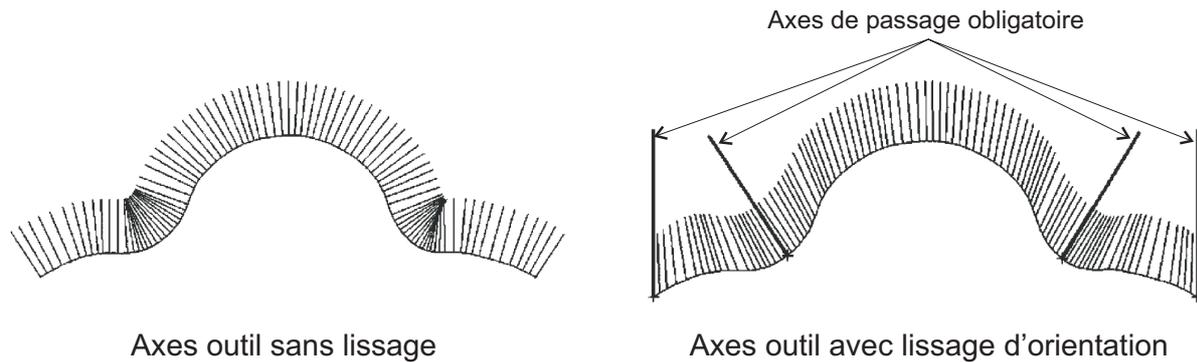


Figure 1.34 – Lissage de l'orientation des axes outil par la méthode TOS

#### 4.1.2 Espace de la machine

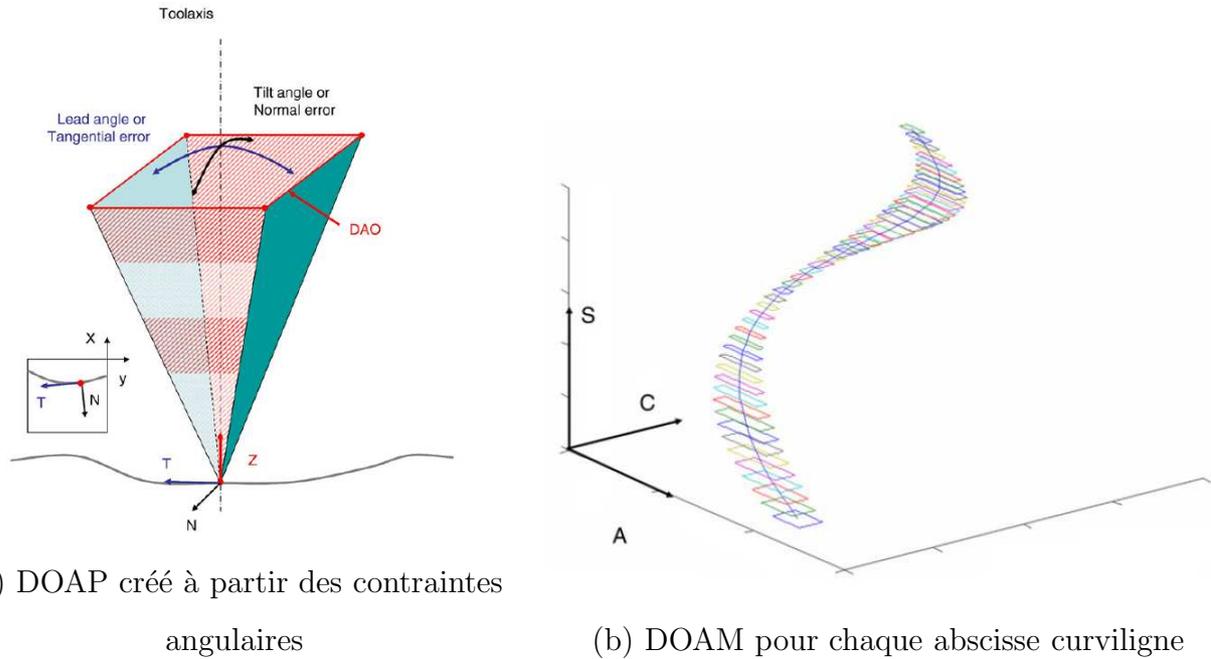
Dans le domaine de la robotique, la problématique de fluidité de trajectoires est aussi importante. Nous citerons ici Gasparetto et Zanotto qui ont mis en place une méthode de génération de trajectoires minimisant une fonction objectif composée de deux termes de poids  $k_T$  et  $k_J$  [Gasparetto et Zanotto, 2007] :

$$\min \left( k_T \cdot N \cdot \sum_{i=1}^{vp-1} h_i + k_J \cdot \sum_{j=1}^N \int_0^{t_f} (\ddot{q}_j(t))^2 dt \right) \quad (1.3)$$

Le premier terme est proportionnel au temps total d'exécution de la trajectoire. Le second terme est proportionnel à l'intégrale du carré du jerk (dérivée de l'accélération par rapport au temps) le long de la trajectoire considérée. La trajectoire est définie par une B-Spline de degré 5 interpolant un certain nombre ( $vp$ ) de points de passage et respectant la minimisation de la fonctionnelle présentée ci dessus. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle est dédiée à une trajectoire décrite par une B-Spline de degré 5.

Une autre méthode proposée par Castagnetti et al. permet d'éviter les collisions outil/pièce et de lisser la trajectoire dans l'espace de la machine en utilisant le concept de Domaine d'Orienta-tion Admissible (DOA) [Castagnetti et al., 2008]. La méthode se limite ici aux machines 5

axes. Le but de cette méthode est de définir un domaine d'orientation admissible de l'axe de l'outil dans l'espace de la machine (DOAM) (Fig : 1.35 (b)). Pour cela un domaine d'orientation admissible dans l'espace de la pièce (DOAP) est calculé grâce aux contraintes géométriques spécifiées par le concepteur (Fig : 1.35 (a)).



(a) DOAP créé à partir des contraintes  
angulaires

(b) DOAM pour chaque abscisse curviligne

Figure 1.35 – Optimisation de la fluidité de la trajectoire par le concept DOA

Une méthode de passage du DOAP vers le DOAM est détaillée permettant d'éviter les problèmes dus aux positions singulières. Le lissage de la trajectoire au sein du DOAM est effectué à l'aide d'une optimisation sous contrainte visant à minimiser deux critères éq. (1.4) : de l'évolution de la courbure  $A$  et  $C$  et la variation angulaire sur  $A$  et  $C$  entre deux positions de la trajectoire.

$$\min_i \left[ \sum_i \left( \left( \frac{\partial^2 A_i}{\partial S_i^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial S_i^2} \right)^2 + ((A_{i+1} - A_i)^2 + (C_{i+1} - C_i)^2) \right) \in (DAO) \right] \quad (1.4)$$

Des travaux récemment effectués au sein du laboratoire par Lavernhe [Lavernhe, 2006] se sont attachés à analyser le processus de réalisation des trajectoires sur une machine 5 axes UGV. Ces travaux ont mis en avant les limites associées au suivi de trajectoires lors de l'usinage grande vitesse. Un modèle d'évaluation des performances cinématiques lors du suivi de trajectoires est développé. Il permet de détecter les portions critiques des trajets ainsi que les éléments limitants de la machine. Une structure d'optimisation, basée sur la surface d'usinage est ensuite présentée. L'optimisation de l'orientation de l'axe de l'outil intégrant des contraintes cinématiques est proposée par déformation de la surface d'usinage.

## 4.2 Suivi de trajectoires et interpolation

A partir des positionnements outils calculés en FAO, Flesig et Spence génèrent trois splines afin de décrire une trajectoire 5 axes [Fleisig et Spence, 2001] : la première est une spline de degré 5 décrivant la position du point extrémité de l'outil (Fig : 1.36 (a)) ; la deuxième décrivant l'orientation de l'axe de l'outil est une "Spherical Bézier Spline" qui est introduite dans cet article et qui peut ressembler à une spline de degré 5 située sur une sphère de rayon unité (Fig : 1.36 (b)). Ces deux courbes sont paramétrées suivant la longueur de corde. Enfin, la synchronisation entre les courbes est effectuée à l'aide d'une troisième spline de reparamétrisation (Fig : 1.36 (c)).

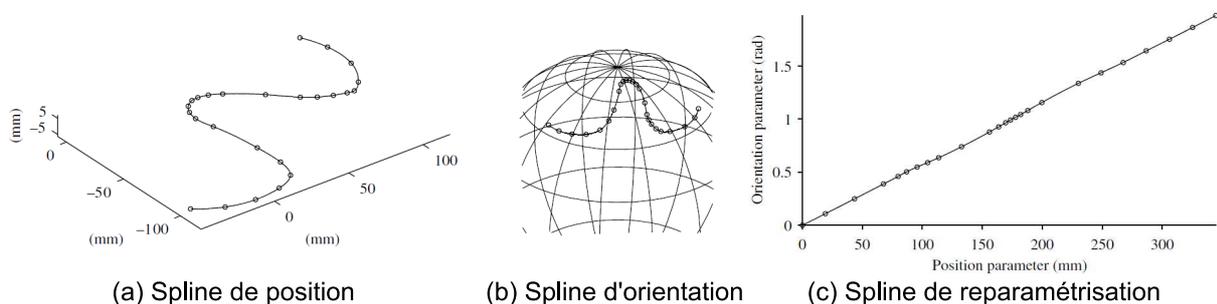


Figure 1.36 – Splines définissant une trajectoire 5 axes [Fleisig et Spence, 2001]

Leur méthode permet de maintenir une vitesse d'avance quasi constante tout en contenant l'accélération angulaire de l'orientation de l'axe de l'outil par rapport à la pièce. L'intérêt de cette méthode est qu'elle est applicable à n'importe quelle architecture machine (série, parallèle) et n'est pas dépendante du nombre d'axes.

Langeron et al. proposent un format d'interpolation "5xNurbs" basé sur deux courbes polynomiales [Langeron *et al.*, 2004]. La première courbe  $P(u)$  décrit la position du point extrémité de l'outil. La seconde courbe  $Q(u)$  décrit la position d'un point appartenant à l'axe de l'outil et situé à une longueur donnée de  $C_L$ . Ces deux courbes sont décrites dans le programme CN par les coordonnées de leurs points de contrôle dans le repère pièce. Ces deux courbes possèdent la même paramétrisation selon la longueur de corde, assurant leur synchronisation. Le couple  $(P(u), Q(u))$  permet ainsi de définir la position et l'orientation de l'axe de l'outil le long d'une trajectoire polynomiale 5 axes (Fig : 1.37 (a)). Le calcul de la trajectoire est effectué par association de courbes polynomiales sur les positionnements outils obtenus par échantillonnage de la trajectoire théorique. La courbe contrôlant la position de l'extrémité de l'outil doit rester dans un tuyau enveloppe d'une sphère parcourant la trajectoire théorique, le rayon de la sphère définit alors la zone de tolérance de la trajectoire (Fig : 1.37 (b)).

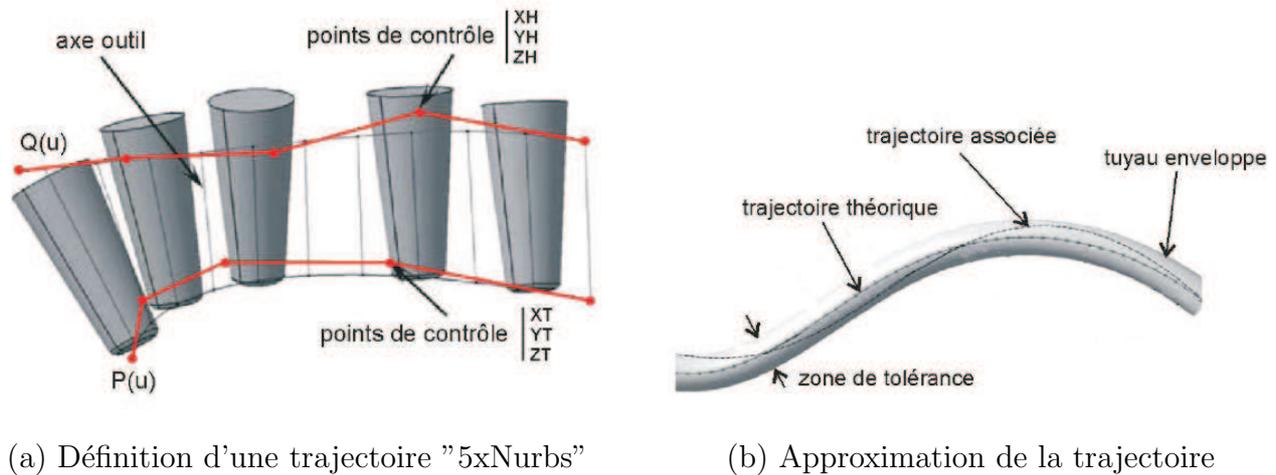


Figure 1.37 – Interpolation polynomiale "5xNurbs"

### 4.3 Conclusion sur les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire

Les méthodes d'optimisation de la fluidité de la trajectoire peuvent se regrouper en deux approches qui consistent à :

- modifier la trajectoire calculée à partir d'un logiciel FAO,
- modifier le format d'interpolation pour que la machine suive plus facilement la trajectoire calculée.

La première approche est envisagée dans l'espace de la pièce par l'intermédiaire d'un lissage de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil. D'autres méthodes proposent de minimiser une fonction objectif, comportant des caractéristiques du comportement de la machine, en recalculant les positions outil. Enfin, une dernière méthode propose d'optimiser la surface d'usinage par l'intermédiaire de contraintes cinématiques associées aux capacités cinématiques de la machine. La seconde approche consiste à traduire la trajectoire dans un format permettant à la machine de mieux suivre la trajectoire.

## Conclusion

Dans le contexte actuel, les industriels souhaitent utiliser l'usinage par flanc d'outil grande vitesse pour la réalisation de surfaces complexes quelconques.

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté les problématiques de la chaîne numérique d'élaboration de pièces de formes complexes par flanc d'outil. Celles-ci font apparaître que les difficultés majeures de l'usinage par flanc d'outil UGV résident dans la gestion

des écarts géométriques entre la surface usinée et le modèle CAO, le maintien des conditions de coupe en cours d'usinage ainsi que le phénomène de vibration néfaste à l'intégrité de la surface usinée.

L'activité génération de trajectoires étant le point d'entrée du processus, nous nous concentrons sur cette activité avec pour objectif l'amélioration des méthodes de calcul de trajectoires. Les problématiques que nous traiterons se limiteront aux trois suivantes :

- la gestion des écarts géométriques entre la surface usinée et la surface nominale,
- la complexité géométrique des surfaces à usiner,
- la fluidité de la trajectoire outil dans le contexte UGV.

La problématique de gestion des écarts géométriques est largement abordée dans la littérature mais uniquement selon un point de vue géométrique. Par ailleurs la complexité géométrique des surfaces est rarement prise en compte, mis à part le caractère non-développable des surfaces à usiner. On peut noter en particulier que peu d'études s'intéressent aux cas de pièces industrielles.

De nombreux travaux se sont intéressés au problème de la fluidité de la trajectoire. Une première approche consiste à modifier les positions outils calculées afin d'améliorer le comportement de la machine. Pour cela les opérations de lissage de la trajectoire sont effectuées soit dans l'espace de la pièce, soit dans l'espace de la machine. Une deuxième approche consiste à améliorer le suivi de la trajectoire en changeant le format de la trajectoire exécutée par la machine.

Dans des études précédentes nous avons proposé un modèle de trajectoire surfacique, la surface d'usinage qui sert de support au calcul de trajectoires. Ce modèle a été utilisée en particulier dans le cadre de l'usinage par flanc d'outil pour la gestion des écarts géométriques : la déformation de la surface d'usinage permet d'améliorer localement les écarts géométriques dans un premier temps puis globalement par l'utilisation d'un critère des moindres carrés [Lartigue *et al.*, 2003]. Par ailleurs, dans le cadre d'études autour de la gestion de la fluidité de la trajectoire, une méthode d'optimisation basée sur la surface d'usinage intégrant des contraintes cinématiques a été développée. L'objectif de ces travaux est d'améliorer le suivi de trajectoire pour utiliser au mieux les capacités cinématiques de la machine.

Les travaux proposés dans le cadre de cette thèse s'inspirent de la méthode développée dans [Lartigue *et al.*, 2003] en intégrant de plus la notion de fluidité. Ainsi, la déformation de cette surface d'usinage par une minimisation globale des écarts permettrait d'assurer la fluidité de la trajectoire si les déformations sont contrôlées par l'intermédiaire d'un critère. Le concept de

surface d'usinage permet de prendre en compte la complexité des pièces à usiner. La méthode de génération de trajectoires développée est intégrée au logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Cette intégration apporte de nouvelles contraintes qui nous ont conduit à faire des choix que nous expliquons par la suite.



# Chapitre 2

## Présentation de la méthode Geo5xF et intégration du critère géométrique

---

### Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>1 Présentation de la méthode Geo5xF</b> . . . . .	<b>40</b>
1.1 Positionnement initial de l'outil . . . . .	41
1.2 Création de la Surface d'Usinage initiale . . . . .	42
1.3 Évaluation des écarts géométriques . . . . .	43
1.4 Optimisation du positionnement outil . . . . .	49
<b>2 Optimisation de la trajectoire par un critère géométrique</b> . . . . .	<b>50</b>
2.1 Intégration du critère d'écarts géométriques . . . . .	50
2.2 Premiers résultats . . . . .	52
<b>3 Résolution des systèmes linéaires</b> . . . . .	<b>54</b>
3.1 Conditionnement d'une matrice . . . . .	55
3.2 Inversion des systèmes linéaires . . . . .	56
3.3 Détermination d'une pseudo-inverse . . . . .	57
3.4 Conclusion sur les méthodes de résolution . . . . .	59
<b>4 Validation du critère géométrique</b> . . . . .	<b>59</b>
4.1 Usinage de la surface "Two-Flipped" . . . . .	60
4.2 Validation du critère géométrique sur une surface industrielle . . . . .	64
4.3 Conclusion sur la validation du critère géométrique . . . . .	65
<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>66</b>

---

## Introduction

Le premier chapitre a mis en avant que dans la littérature, de nombreux travaux ont été réalisés dans le domaine de l'usinage de surfaces réglées développables ou non, par flanc d'outil. Deux grandes approches sont proposées : soit le positionnement de l'outil est calculé sur la surface à usiner, soit ce positionnement est déterminé grâce à une surface de substitution. La minimisation globale des écarts entre la surface nominale et la surface enveloppe du mouvement de l'outil par déformation de la surface d'usinage [Lartigue *et al.*, 2003] est l'approche que nous avons retenue. En effet, des travaux précédemment réalisés au laboratoire ont montré la possibilité d'intégrer des critères et des contraintes lors de la déformation d'une surface d'usinage initiale.

Nous présentons dans ce chapitre les étapes de l'approche et les évolutions que nous proposons. Certaines de ces évolutions sont en particulier liées à l'implémentation de la méthode dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Le premier point sur lequel nous nous attardons est celui de la construction de la surface d'usinage initiale. Ce calcul était réalisé par une méthode de positionnement en deux points de contact élaborée au LURPA, plus coûteuse en temps de calcul qu'un positionnement de type SPO qui est plus adapté pour l'implémentation dans un logiciel commercial. Le deuxième point abordé est celui de la validation du calcul des écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale. Ce calcul est réalisé à l'aide d'une approximation de la surface enveloppe du mouvement de l'outil que nous validerons par une simulation N-buffer. Le dernier point traité est l'optimisation des écarts géométriques par déformation de la surface d'usinage. L'application aux surfaces industrielles possédant plusieurs carreaux conduit à résoudre des systèmes linéaires de grandes tailles mal conditionnés. Les problèmes numériques associés à cette résolution sont alors présentés ainsi que la mise en place d'une méthode de résolution par S.V.D. (Singular Value Decomposition).

## 1 Présentation de la méthode Geo5xF

La méthode de Génération Optimisée de trajectoires en usinage 5 axes par le Flanc (Geo5xF) est une méthode s'inspirant de la méthode de Lartigue et al. s'appuyant sur le concept de surface d'usinage. Elle en reprend les quatre étapes majeures (Fig : 2.1) :

- positionnement initial de l'outil sur la surface,
- construction des courbes guides aux extrémités des axes outil par association de courbes

- B-splines définissant la surface d'usinage initiale,
- évaluation des écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner,
- optimisation du positionnement outil par déformation de la surface d'usinage.

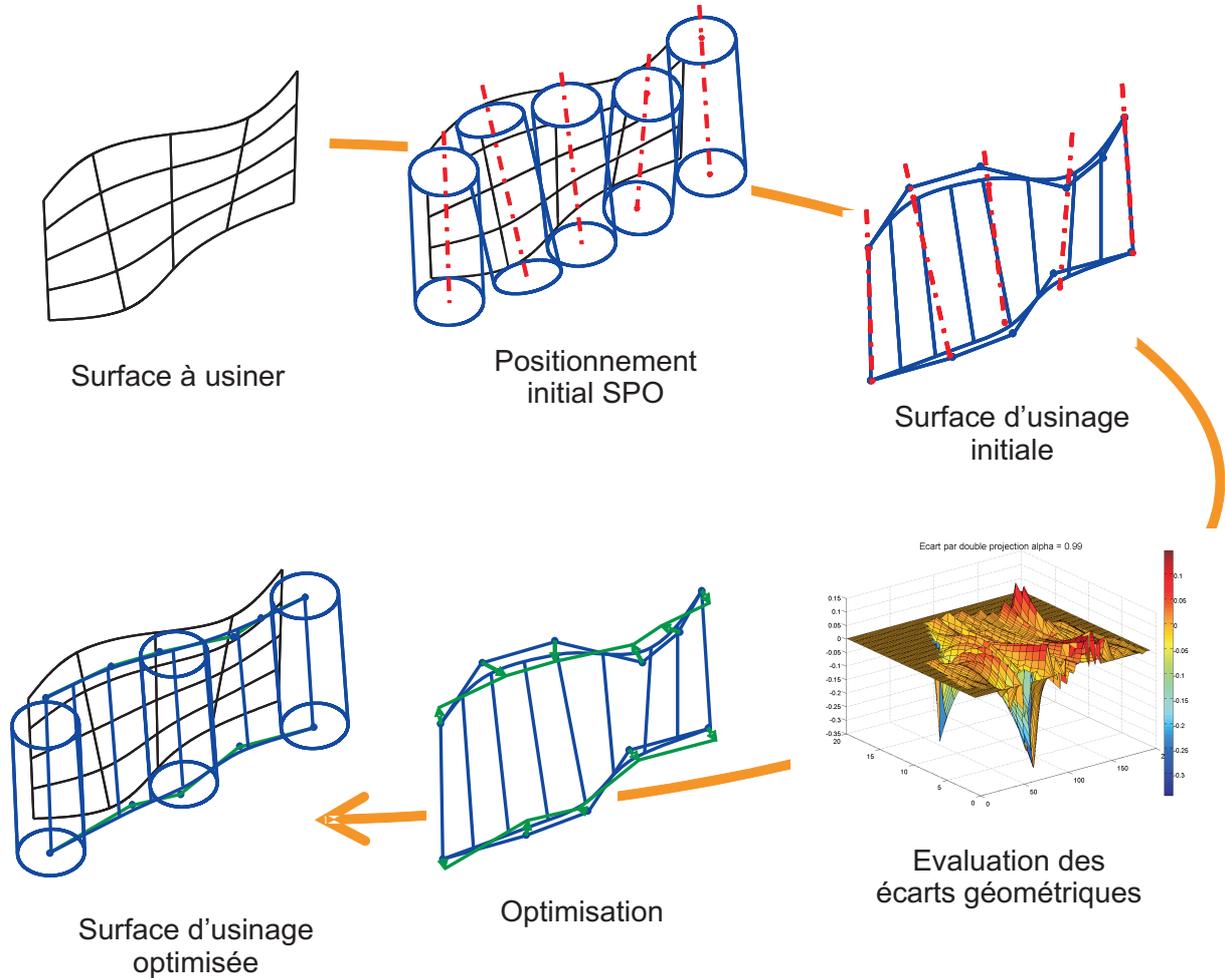


Figure 2.1 – Methode Geo5xF

Nous allons détailler dans les paragraphes suivants chacune des quatre étapes et exposer les améliorations apportées à la méthode initiale dans le cas de l'industrialisation de la méthode Geo5xF.

## 1.1 Positionnement initial de l'outil

Dans cette première étape, nous cherchons à définir le positionnement outil initial définissant la surface d'usinage qui est par la suite déformée. Comme nous l'avons évoqué au Chapitre 1, les méthodes de la littérature s'attachent à positionner l'outil sur la surface par minimisation des écarts géométriques entre la surface usinée et la surface nominale. Au cours des années ces

méthodes se sont complexifiées, augmentant ainsi le nombre de points de contact entre l'outil et la surface à usiner dans le but de mieux gérer les écarts géométriques, mais au détriment de la fluidité de la trajectoire et du temps de calcul.

Pour diminuer le temps de calcul, paramètre essentiel dans le cadre de l'industrialisation de la méthode et afin de minimiser le risque d'oscillation de la solution initiale, nous avons choisi d'utiliser une variante de la méthode "SPO" [Liu, 1995]. Cette méthode consiste à positionner l'axe de l'outil parallèlement à la règle considérée de la surface à usiner à une distance  $R_{outil}$  du point milieu de cette même règle (Fig :1.16). Une évaluation de l'interférence maximum entre l'outil et la surface à usiner est donnée par l'équation (2.1).

$$\Delta_{max} = R_{outil} \cdot (1 - \cos(\theta)) \quad (2.1)$$

Afin d'éliminer l'interférence positive, l'axe de l'outil est translaté de la valeur  $T = \frac{\Delta_{max}}{\cos(\theta)}$ , suivant la direction  $\vec{n}$ , normale à la surface à usiner au point milieu de la règle. A noter que dans la méthode "SPO" la valeur de la translation est  $T/2$  afin de partager les écarts en undercut et overcut. Dans notre cas, nous ne cherchons pas à obtenir une solution initiale qui optimise les écarts géométriques. La méthode doit être robuste pour conduire à un résultat. Un ensemble de positions outil est alors calculé, par discrétisation des courbes de bord, définissant un trajet initial, succession d'axes outil pour lesquels les points extrémités de l'outil sont appelés "points du bas" et "points du haut".

## 1.2 Création de la Surface d'Usinage initiale

La surface d'usinage initiale est construite à partir des positions outil calculées précédemment. Chaque ensemble de points est approximé par une courbe B-spline de degré 3. Nous avons choisi une méthode d'association par approximation en erreur de corde car, pour décrire au mieux la surface d'usinage nous avons besoin d'un grand nombre de positionnements outil/surface, soit un grand nombre de points à approximer. En effet, pour éviter de manquer un détail sur la surface nominale, par exemple une variation de courbure créant une bosse sur la surface à usiner, il faut que le positionnement initial soit assez dense. De plus, plus le nombre de points de contrôle est grand et plus le nombre de degrés de liberté lors de la déformation de la surface d'usinage est grand. Ainsi la déformation globale de la surface d'usinage peut avoir un caractère plus localisé. Or, l'interpolation d'un grand nombre de points par une courbe peut provoquer des oscillations qui ne nous permettraient pas de construire une surface d'usinage initiale aussi

lisse que possible. Partir d'une solution pour laquelle les courbes de bord sont déjà lisses facilite les traitements suivants.

Le choix de courbe B-spline de degré 3 est donc lié aux raisons suivantes :

- le degré 3 est suffisant pour éviter toute discontinuité en courbure, néfaste au comportement cinématique de la machine [Dugas *et al.*, 2002],
- un degré faible implique que le mouvement d'un point de contrôle a une action localisée sur la surface d'usinage car il influe au maximum sur quatre arcs des courbes guides (degré + 1).

Le résultat obtenu est une surface d'usinage réglée décrite par l'équation (2.2).

$$SU(u, v) = (1 - v) \cdot Cb(u) + v \cdot Ch(u) \quad [u, v] \in [0, 1]^2 \quad (2.2)$$

avec  $Cb(u)$  et  $Ch(u)$  (éq 2.3) respectivement la courbe du bas et la courbe du haut de la surface d'usinage,  $n_1$  et  $n_2$  étant le nombre des points de contrôle du bas  $Cb_l$  et du haut  $Ch_m$ .

$$Cb(u) = \sum_{l=1}^{n_1} N_{l,3}(u)Cb_l \quad \text{et} \quad Ch(u) = \sum_{m=1}^{n_2} N_{m,3}(u)Ch_m \quad (2.3)$$

La surface  $S(u, v)$  sert de support au positionnement des axes outil. Les deux courbes guides sont paramétrées par abscisse curviligne. Ainsi  $S(u^*, v)$  représente l'axe de l'outil pour une position de la trajectoire (Fig : 2.2).

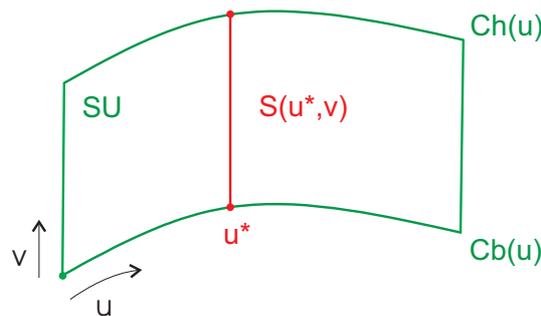


Figure 2.2 – Échantillonnage de la surface d'usinage

### 1.3 Évaluation des écarts géométriques

L'étape suivante est le calcul des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface usinée. Chaque auteur propose généralement une méthode de calcul des écarts propre à sa méthode de calcul de trajectoires. Dans la littérature, les méthodes de calcul des écarts

géométriques entre la surface nominale et la surface usinée sont le plus souvent basées sur le calcul de la surface enveloppe du mouvement de l'outil.

Le calcul de la surface enveloppe est réalisé soit par les méthodes dites analytiques qui s'attachent à calculer les équations implicites de la surface enveloppe, soit par les méthodes dites cinématiques qui sont en général une approximation de la surface enveloppe du mouvement de l'outil.

Les méthodes analytiques telles que "Jacobian Rank Deficiency" (JRD) [Abdel-Malek et Yeh, 1997] [Yang et Abdel-Malek, 2005], "Sweep Differential Equation" (SDE) [Blackmore et al., 1994] ou "Sweep-Envelope Differential Equation" (SEDE) [Blackmore et al., 1997] permettent de calculer les surfaces ou les volumes engendrés par le mouvement d'une surface ou d'un solide. Ces méthodes sont en général complexes, difficiles à implémenter et coûteuses en temps de calcul. Elles ne sont donc pas utilisables dans notre cas. Nous nous intéressons donc essentiellement aux méthodes cinématiques approchées.

### 1.3.1 Méthodes cinématiques de calcul de la surface enveloppe

Les méthodes dites cinématiques sont utilisées dans de nombreux travaux de génération de trajectoires par flanc d'outil de par leur simplicité de mise en oeuvre. Elles sont toutes basées sur la définition suivante :

$$M \in S_{env} \Leftrightarrow \vec{V}_M \cdot \vec{n}_M = 0 \quad (2.4)$$

Un point  $M$  appartient à la surface enveloppe du mouvement de l'outil si la vitesse de l'outil est perpendiculaire à la normale à la surface de l'outil en ce point. Peu de méthodes proposent de calculer la surface enveloppe pour un outil conique. Parmi ces méthodes, la méthode de [Lartigue et al., 2003] consiste à déterminer la vitesse de l'outil et la normale à la surface de l'outil par l'équation (2.5) en utilisant le paramétrage défini sur la figure 2.3 :

$$\vec{V}_M = \vec{V}_E + \vec{ME} \times \overrightarrow{\Omega}_{outil/0} \quad \text{et} \quad \vec{n}_M = -R(k) \cdot \vec{n}_\theta + \Delta R \cdot R(k) \cdot \vec{w} \quad (2.5)$$

Une difficulté concerne la détermination du vecteur instantané de rotation  $\overrightarrow{\Omega}_{outil/0}$  qui s'exprime par l'équation 2.6 :

$$\overrightarrow{\Omega}_{outil/0} \times \vec{w} = \frac{d\vec{w}}{dt} \quad (2.6)$$

Ce vecteur peut se déterminer à l'aide d'une division vectorielle en supposant qu'il y ait unicité de la solution.

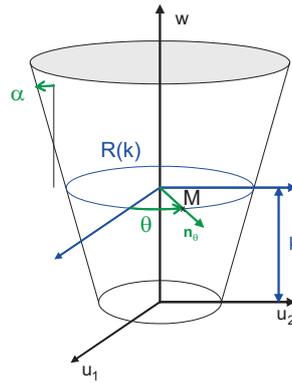


Figure 2.3 – Modélisation d'un outil conique

La méthode proposée dans [Chiou, 2004] utilise la "Tangency fonction" définie ainsi :

$$F(u, v) = \vec{V}(u, v) \cdot \vec{N}(u, v) \quad (2.7)$$

avec :

- $\vec{V}(u, v) = \frac{\partial E_b}{\partial u} + \vec{\Omega} \times \overline{E_b M}$  la vitesse de chaque point de l'outil
- $\vec{N}(u, v)$  l'ensemble des normales

Après avoir déterminé ces deux vecteurs, l'ensemble des points de la surface enveloppe du mouvement de l'outil est déterminé pour  $F(u, v) = 0$ . Ainsi, si  $F(u, s^*) < 0$  on parle de "ingress points", si  $F(u, s^*) > 0$  on parle de "egress points" et si  $F(u, s^*) = 0$  on obtient les "grazing points" (appartenant à la surface enveloppe du mouvement de l'outil) (Fig :2.4).

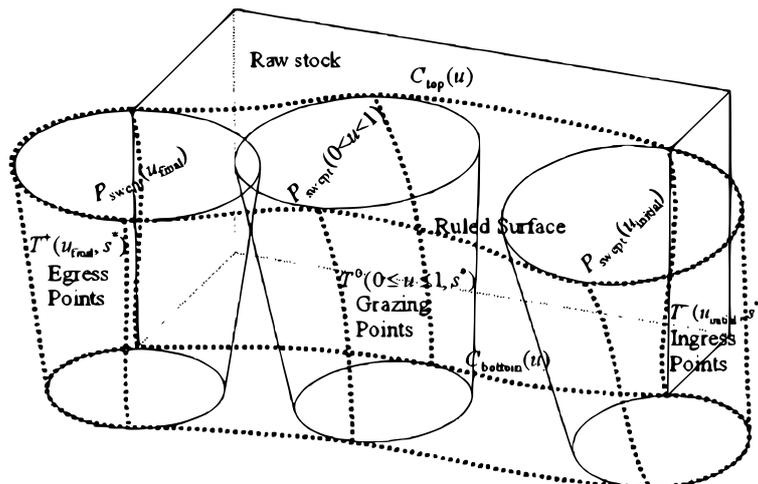


Figure 2.4 – Surface enveloppe [Chiou, 2004]

La difficulté de cette méthode se situe, comme pour la méthode précédente, dans la détermination du vecteur instantané de rotation de l'outil  $\vec{\Omega}$ .

Une dernière méthode, utilisable pour les outils cylindriques, propose de décrire la surface enveloppe du mouvement de l'outil par la "Grazing Surface" qui est l'ensemble des "Grazing Curve" [Bedi *et al.*, 2003] déterminées par l'équation (2.8) :

$$G(v) = P(v) + \frac{\vec{Axe} \times \vec{V}(v)}{\|\vec{Axe} \times \vec{V}(v)\|} \cdot R_{outil} \quad \text{avec} \quad \vec{V}(v) = (1-v) \cdot \vec{V}_B + v \cdot \vec{V}_T \quad (2.8)$$

Une représentation (Fig :2.5) montre que la normale à la surface enveloppe varie angulairement le long de l'axe de l'outil du fait de la variation linéaire de la vitesse.

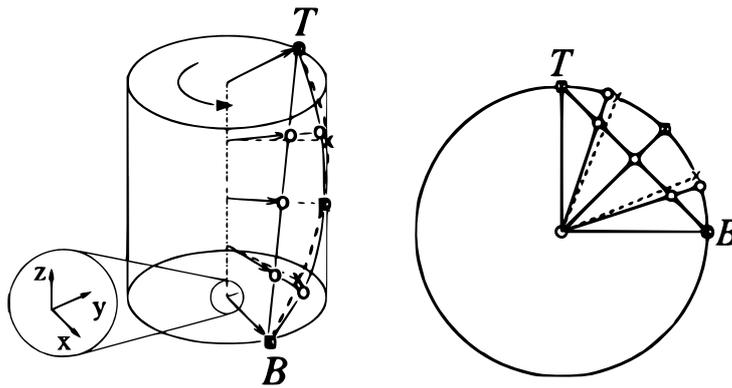


Figure 2.5 – Grazing curve

La difficulté de calculer le vecteur instantané de rotation de l'outil est contournée ici par la variation linéaire de la vitesse. Néanmoins, il faut dans ce cas déterminer les deux vitesses  $\vec{V}_B$  et  $\vec{V}_T$  respectivement au point de contact en bas et en haut de la surface à usiner.

Les méthodes cinématiques permettent d'obtenir assez rapidement la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Elles sont basées soit sur le calcul du vecteur instantané de rotation soit sur la détermination des vitesses de l'outil aux deux points de contacts. La détermination des ces vitesses peut être assez longue et numériquement instable si l'on considère des voisinages de chaque position outil. C'est pourquoi nous utilisons, comme dans [Lartigue *et al.*, 2003], les instances statiques du mouvement de l'outil. Ainsi, les écarts géométriques sont calculés pour ces instances par la méthode de double projection.

### 1.3.2 Calcul des écarts géométriques

La méthode de calcul de l'écart géométrique par double projection permet d'approximer l'écart entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale (Fig :2.6). Pour chaque position outil  $A(u^*)$  (où  $u^*$  représente le paramètre associé à la position outil considérée), l'axe de l'outil est discrétisé en  $k$  points  $A_k(u^*)$ . Chaque point est projeté sur la

surface à usiner dans la direction de la normale à la surface à usiner donnant  $k$  points  $B_k(u^*)$ . Ces points sont à leur tour projetés sur l'axe outil considéré pour donner les  $k$  points  $B_k^p(u^*)$ . L'écart en chaque point discrétisé  $\xi_k(u^*)$  est alors donné par :

$$\xi_k(u^*) = \|\overrightarrow{C_k(u^*)B_k(u^*)}\| = \|\overrightarrow{B_k^p(u^*)B_k(u^*)}\| - R_{outil} \quad (2.9)$$

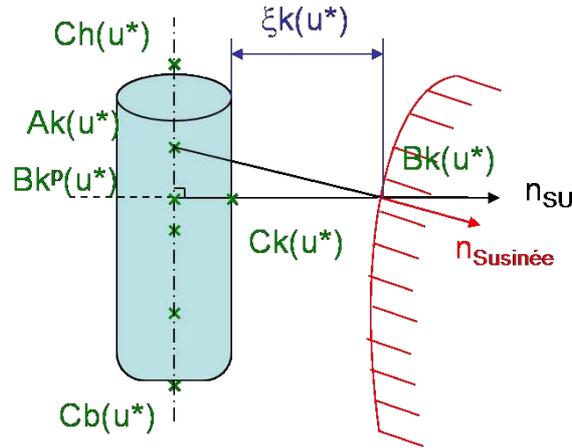


Figure 2.6 – Calcul d'écart par double projection

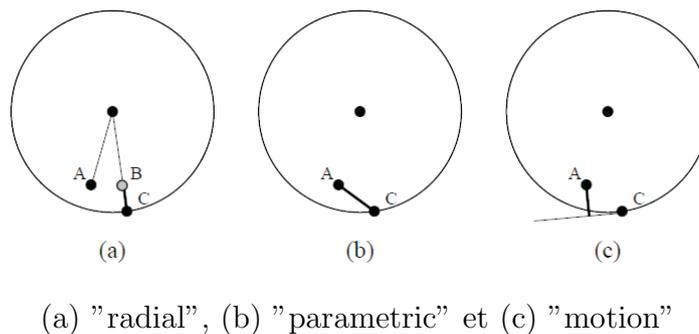
La méthode, "Parametric method", utilisée dans [Bedi *et al.*, 2003] et [Menzel *et al.*, 2004], consiste à calculer la distance entre un point de la surface réglée et le point de la "Grazing curve" de même paramètre. Ainsi, l'erreur au point  $S(u_i, v_j)$  est donnée par

$$\epsilon = S(u_i, v_j) - G(u_i, v_j) \quad (2.10)$$

Cet écart n'est déterminé ni suivant la normale à la surface, ni suivant la normale à la surface enveloppe donc n'est pas satisfaisant en terme de contrôle géométrique.

La méthode présentée dans [Li *et al.*, 2005], "Motion method" semble être celle qui se rapproche le plus de l'erreur effective lors de l'usinage. En effet elle s'attache à calculer l'écart entre un point appartenant à la règle considérée, et une droite passant par le point correspondant de la "Grazing curve" de direction le déplacement de ce point. Dans la méthode présentée, la direction de déplacement est orthogonale au segment décrit par le point de la "Grazing curve" et son projeté sur l'axe de l'outil.

Li propose une étude permettant de comparer les 3 méthodes de calcul d'écarts présentées ci-dessus (Fig :2.7). Pour comparer ces méthodes, Li utilise deux surfaces tests réglées définies par deux courbes de Bézier respectivement de degré 2 et 3 usinées par un outil conique de caractéristiques  $R_1 = 19,252mm$ ,  $R_2 = 3.175mm$ ,  $h_1 = 3mm$  et  $h_0 = 60mm$ .



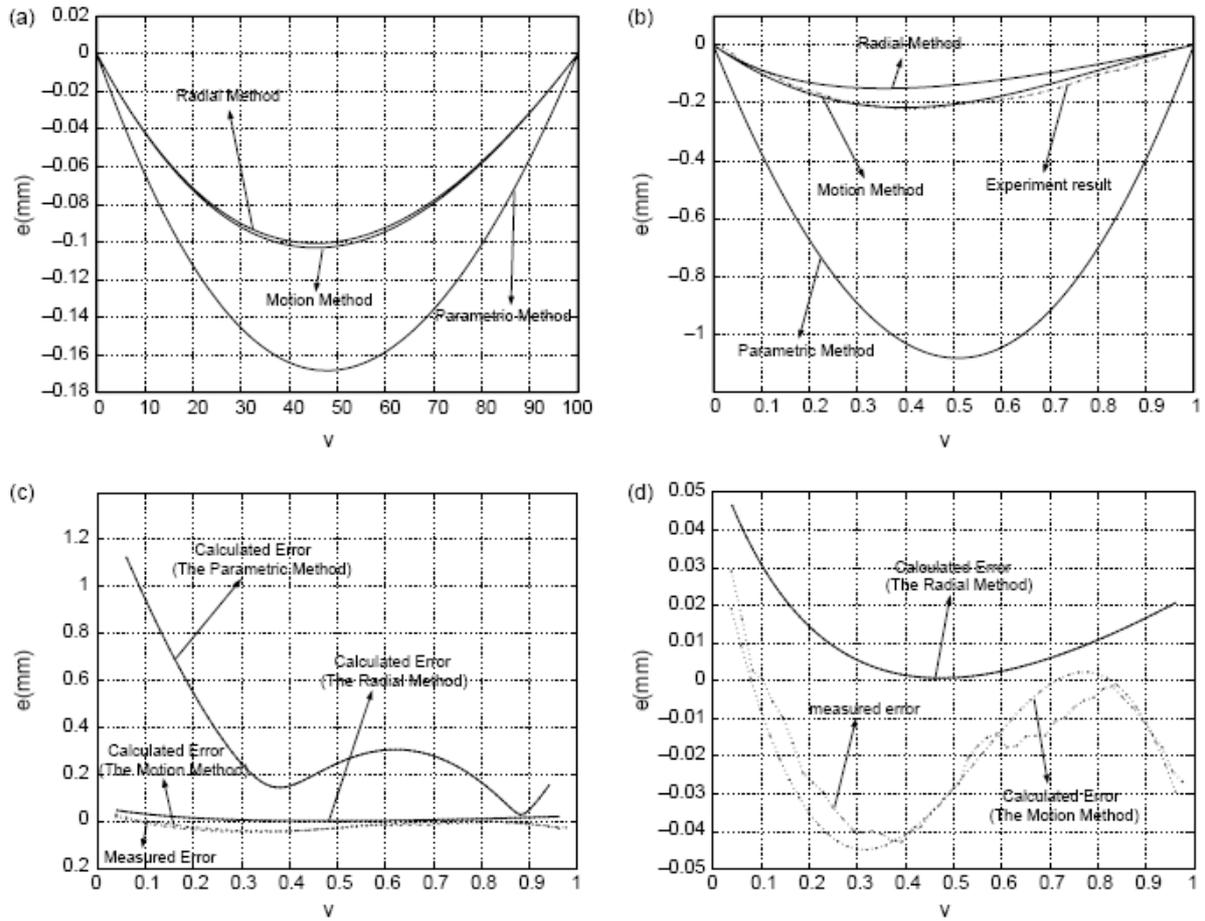
A appartenant à la surface réglée et C appartenant à la surface enveloppe

Figure 2.7 – Comparaison des 3 méthodes de calcul d'écart

Un premier calcul d'écarts est effectué entre la surface usinée par un trajet non optimisé et la surface à usiner. Celui-ci est comparé à un résultat expérimental et présenté (Fig :2.8 (a)) et (Fig :2.8 (b)). On constate que la méthode de double projection, "radial method", est très proche de la "motion method" et du résultat expérimental. Par contre la méthode paramétrique, "parametric method", ne reflète pas du tout le résultat expérimental. Après optimisation (Fig :2.8 (c)) et (Fig :2.8 (d)), la même comparaison est effectuée et montre effectivement que la méthode de calcul d'écarts par une méthode paramétrique ne peut être satisfaisante. Cette comparaison nous montre aussi les limites du calcul d'écarts par double projection. En effet la différence entre les écarts mesurés et les écarts calculés après optimisation sont de l'ordre de grandeur de l'erreur commise lors de l'usinage (plusieurs centièmes de *mm*).

En conclusion, il apparaît dans cette étude que la "motion method" reflète le mieux les écarts entre la surface usinée et la surface à usiner. La méthode de calcul par double projection, qui est la plus simple à implémenter, reste proche des résultats expérimentaux. Néanmoins il faudrait porter attention au protocole expérimental de mesure de la pièce (non mentionné dans cet article) pour valider ou non cette méthode. La méthode paramétrique quant à elle ne convient pas à une telle utilisation.

Ainsi dans notre application nous proposons d'utiliser la méthode de double projection pour évaluer les écarts géométriques entre la surface usinée et la surface nominale pour sa simplicité de mise en œuvre et ses résultats satisfaisants. Nous proposerons en effet une validation par simulation N-buffer sur des exemples.



(a)  $u=0,25$ ; (b)  $u=0,9$ ; (c)  $u=0,9$  (optimisé); (d)  $u=0,9$  (optimisé)

Figure 2.8 – Comparaison des différentes erreurs avant et après optimisation

## 1.4 Optimisation du positionnement outil

La dernière étape de la méthode Geo5xF consiste à optimiser le positionnement initial par déformation de la surface d'usinage initiale en déplaçant les points de contrôle des courbes de bord de celle-ci. Les critères d'optimisation couramment utilisés pour ce type de problème sont la norme  $L_0$  et le critère des moindres carrés.

L'utilisation du premier critère consiste à trouver la surface d'usinage telle que la surface enveloppe soit tangente extérieure à la surface à usiner. Autrement dit, l'ensemble des écarts optimisés  $e_k(u^*)$  seront tous positifs évitant alors les zones d'overcut. Pour cela, il faut résoudre le système sous contraintes suivant :

$$\text{minimiser}(e_{max} - e_{min}) \quad \text{en respectant :} \quad \begin{cases} e_{max} \geq e_k(u^*) \geq 0 \\ e_k(u^*) \geq e_{min} \geq 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

L'utilisation du critère des moindres carrés a pour effet de déterminer la surface d'usinage

telle que la surface enveloppe du mouvement de l'outil passe au mieux de la surface nominale, engendrant des écarts positifs et négatifs. L'écriture du problème d'optimisation par les moindres carrés devient :

$$\text{Trouver } \delta C b_l \text{ et } \delta C h_m \text{ tels que } W = \sum_{u^*} \sum_k e_k^2(u^*) \text{ soit minimum} \quad (2.12)$$

avec  $\overrightarrow{\delta C b_l}$  et  $\overrightarrow{\delta C h_m}$  respectivement déplacements des points de contrôle de la courbe guide du bas et du haut. Ceci conduit à résoudre un système linéaire de grande taille car le nombre des points de contrôle du haut et du bas est grand (1.2).

Cette méthode est préférée à la première car l'implémentation de la résolution d'un système linéaire est plus aisée qu'une résolution sous contraintes. Nous présentons dans le paragraphe suivant l'intégration du critère géométrique dans le schéma d'optimisation.

## 2 Optimisation de la trajectoire par un critère géométrique

La trajectoire générée par Geo5xF est le résultat d'une optimisation à partir du critère d'écarts géométriques. Le schéma d'optimisation peut alors s'écrire de la manière suivante :

*Trouver les déplacements des points de contrôle de la surface d'usinage tels que*

$$W = \sum_{u^*} \sum_k e_k^2(u^*) \text{ soit minimum.}$$

Dans cette partie nous présentons la mise en équations de ce problème.

### 2.1 Intégration du critère d'écarts géométriques

Pour intégrer le critère d'écarts géométriques dans le schéma d'optimisation nous devons tout d'abord l'exprimer en fonction des déplacements des points de contrôle. Pour cela, nous déterminons l'influence du déplacement des points de la surface enveloppe sur l'écart optimisé  $e_k(u^*)$  (Fig :2.9). Cet écart peut s'exprimer par la méthode des petits déplacements [Bourdet *et al.*, 1996] :

$$e_k(u^*) = \xi_k(u^*) - \overrightarrow{D}_{C_k(u^*)} \cdot \overrightarrow{n}_{SV}(k, u^*) \quad (2.13)$$

Du fait du mouvement de corps rigide de l'outil, on peut considérer que  $\overrightarrow{D}_{C_k(u^*)}$  (déplacement du point  $C_k(u^*)$ ) est égal à  $\overrightarrow{D}_{B_k^p(u^*)}$  (déplacement du point  $B_k^p(u^*)$ ). Ainsi, et en exprimant

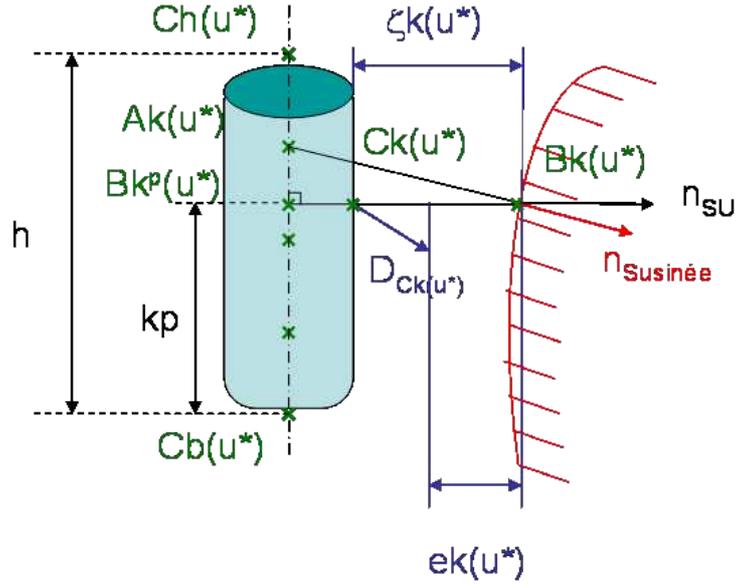


Figure 2.9 – Optimisation de l'écart par petit déplacement

$\vec{D}_{B_k^p(u^*)}$  par le déplacement des points de contrôle des courbes guides de la surface d'usinage, on obtient l'expression des écarts optimisés par l'équation (2.14) :

$$e_k(u^*) = \xi_k(u^*) - \left(1 - \frac{k_p(u^*)}{h(u^*)}\right) \cdot \sum_{l=1}^{n1} [N_{l,3}(u^*) \cdot \overrightarrow{\delta C b_l}] \cdot \vec{n}_{SU}(k, u^*) + \left(\frac{k_p(u^*)}{h(u^*)}\right) \cdot \sum_{m=1}^{n2} [N_{m,3}(u^*) \cdot \overrightarrow{\delta C h_m}] \cdot \vec{n}_{SU}(k, u^*) \quad (2.14)$$

En regroupant les termes fonction de  $k$  et  $u^*$  dans les sommes sur  $l$  et  $m$ , on obtient l'équation (2.15) :

$$e_k(u^*) = \xi_k(u^*) + \sum_{i=0}^{n1} \left[ \left( \frac{k_p(u^*)}{h(u^*)} - 1 \right) \cdot N_{i,3}(u^*) \cdot \vec{n}_{SU}(k, u^*) \cdot \overrightarrow{\delta C b_i} \right] + \sum_{i=n1+1}^{n1+n2} \left[ \left( \frac{k_p(u^*)}{h(u^*)} \right) \cdot N_{i-n1-1,3}(u^*) \cdot \vec{n}_{SU}(k, u^*) \cdot \overrightarrow{\delta C h_{i-n1-1}} \right] \quad (2.15)$$

L'optimisation par les moindres carrés consiste à minimiser la fonctionnelle éq.(2.12) par rapport aux déplacements des points de contrôle  $\overrightarrow{\delta C b_l}$  et  $\overrightarrow{\delta C h_m}$ . En considérant que  $X = [\overrightarrow{\delta C b_0}, \dots, \overrightarrow{\delta C b_{n1}}, \overrightarrow{\delta C h_0}, \dots, \overrightarrow{\delta C h_{n2}}]^T$ , on peut écrire :

$$e_k(u^*) = \xi_k(u^*) + M^T \cdot X \quad (2.16)$$

La fonctionnelle  $W$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 W &= \sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*) + M^T \cdot X)^2 \\
 &= \sum_{u^*} \sum_k \left( (\xi_k(u^*) + M^T \cdot X)^T \cdot (\xi_k(u^*) + M^T \cdot X) \right) \\
 &= \sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*)^2 + X^T \cdot M^T \cdot \xi_k(u^*) + \xi_k(u^*) \cdot M \cdot X + X^T \cdot M^T \cdot M \cdot X) \quad (2.17) \\
 &= \sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*)^2) + X^T \cdot \sum_{u^*} \sum_k (M^T \cdot \xi_k(u^*)) \\
 &\quad + \sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*) \cdot M) \cdot X + X^T \cdot \sum_{u^*} \sum_k (M^T \cdot M) \cdot X
 \end{aligned}$$

La minimisation de cette fonctionnelle par rapport à  $X$  revient à calculer :

$$\begin{aligned}
 \frac{dW}{dX} = 0 &\Rightarrow \sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*) \cdot M) \cdot dX + X^T \cdot \sum_{u^*} \sum_k (M^T \cdot M) \cdot dX = 0 \\
 &\Rightarrow dX^T \left( \underbrace{\sum_{u^*} \sum_k (M^T \cdot M)^T \cdot X}_A + \underbrace{\sum_{u^*} \sum_k (\xi_k(u^*) \cdot M)^T}_{-B} \right) = 0 \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

Ainsi la minimisation de la somme des carrés des écarts géométriques par rapport aux déplacements des points de contrôle conduit à la résolution d'un système linéaire de taille  $3 \cdot (n1 + n2)$  :

$$\min_X(W) \Rightarrow A \cdot X = B \quad (2.19)$$

## 2.2 Premiers résultats

Actuellement dans TopSolid'Cam<sup>®</sup>, l'usinage sur le flanc se fait en utilisant la méthode "SPO" [Liu, 1995]. L'intérêt de cette méthode est de calculer une trajectoire lisse en un minimum de temps. L'inconvénient est que la gestion des interférences outil/matière reste sommaire et donc on peut obtenir des écarts importants entre la surface usinée et la surface à usiner. Prenons par exemple l'usinage d'une pale d'aube de turbine (Fig :2.10 (a)). Cette pale est décrite par un ensemble de cinq surfaces réglées non développables, non usinables parfaitement, qui sont enchaînées lors de l'usinage par flanc d'outil. L'outil utilisé pour réaliser cette pièce est un outil hémisphérique de diamètre  $6mm$ . Le choix du diamètre est piloté par le rayon du congé en pied de pale. Une zone de fort overcut s'étendant de  $0mm$  à  $-1mm$  et une autre de fort undercut de  $0mm$  à  $1.5mm$  apparaissent sur la pièce usinée (Fig :2.10 (b)).

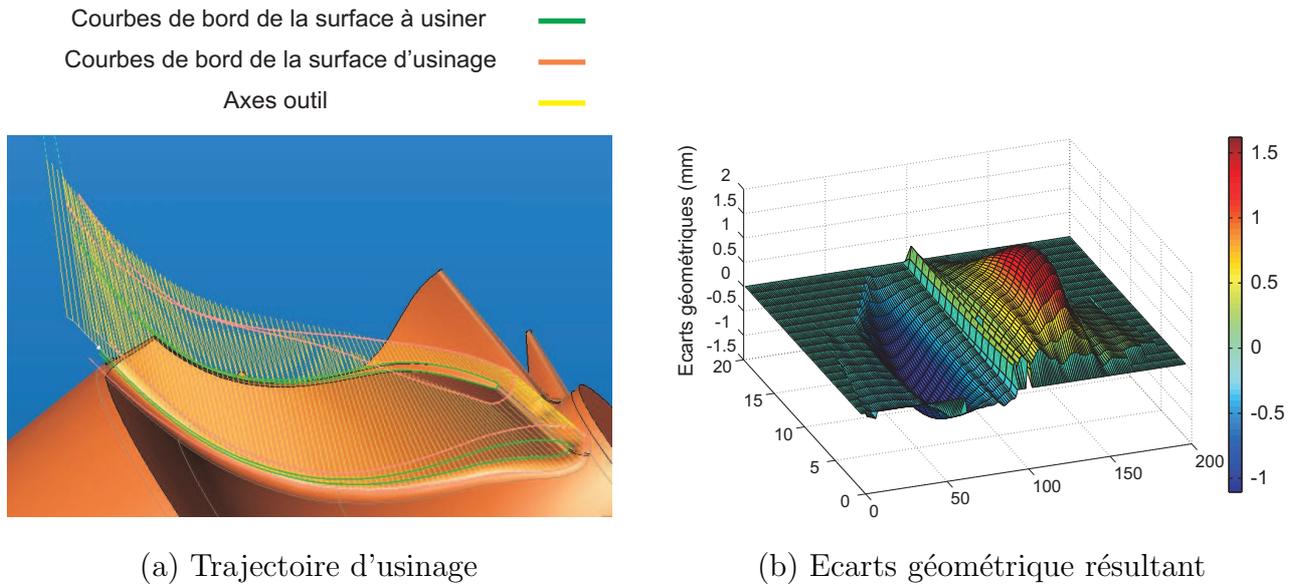


Figure 2.10 – Ecart géométrique obtenu avec la méthode de génération de trajectoires actuelle

Nous avons implémenté dans TopSolid'Cam® la méthode Geo5xF telle que décrite précédemment. L'application de la méthode Geo5xF à la pale de l'aube de turbine (Fig :2.11) ne donne cependant pas un résultat exploitable. En effet, les courbes de bords de la Surface d'Usinage obtenues après optimisation sont fortement oscillantes.

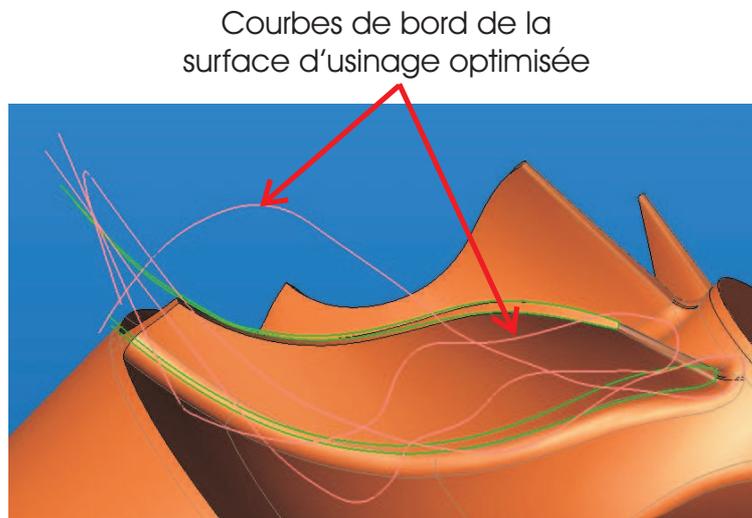


Figure 2.11 – Ecart géométrique obtenu avec la méthode Geo5xF

Pour expliquer ce comportement reprenons chacune des étapes de l'usinage. Lors de la phase de positionnement initial, les courbes de bords de la surface à usiner sont discrétisées par une erreur de corde de  $0.01\text{mm}$ . Cette valeur, faible, est contrainte par l'enchaînement des différents carreaux, en particulier de façon à décrire au mieux le bord d'attaque de la pale. Ceci conduit à obtenir 650 positions initiales.

Les extrémités des axes outils correspondant sont approximées par deux courbes B-spline de degré 3 avec une erreur de corde de  $0.01mm$  pour obtenir une surface d'usinage avec un nombre de points de contrôle suffisant pour permettre de déformer localement la surface d'usinage. Pour cette application, le nombre de points de contrôle est de 61 pour la courbe du haut et 61 pour la courbe du bas. Le système est alors de dimension  $366 \times 366$ .

L'échantillonnage de la surface d'usinage en points  $A_k(u^*)$  est réalisé par une répartition homogène des points. Ainsi, toutes les zones de la pièce portent le même poids. Pour cela nous prenons un ensemble de 200 règles régulièrement réparties sur la SU. La plus longue est échantillonnée en 20 points, déterminant ainsi la distance d'échantillonnage entre deux points sur chacune des règles.

Après analyse, il s'avère que la résolution du système linéaire est en cause. Malgré sa taille, relativement petite par rapport à celle qu'on peut trouver en calcul par Éléments-Finis, le système est dit mal conditionné et donc on ne peut pas le résoudre directement par une méthode de décomposition classique. Le "condition number" (présenté paragraphe 3.1) est de l'ordre de  $1.9 \cdot 10^{24}$ , ce qui s'explique par le mélange de valeurs dont les ordres de grandeur sont très différents dans la matrice  $M$ . Ces différences d'ordre de grandeur sont liées à la nature de la déformation que l'on peut qualifier de "libre", chaque point de contrôle pouvant se déplacer dans n'importe quelle direction. De plus, du fait de la nature des fonctions de base des B-Splines, un petit déplacement de l'outil peut engendrer un grand déplacement du point de contrôle le plus éloigné.

La méthode de résolution étant en cause, une méthode de recherche de pseudo-solution doit donc être mise en place pour résoudre le problème d'optimisation.

### 3 Résolution des systèmes linéaires

Le paragraphe précédent ayant montré les limites associées à la résolution du système, nous nous intéressons dans ce paragraphe aux méthodes de résolution des systèmes linéaires. Après une présentation du conditionnement d'une matrice et une brève étude bibliographique des différentes méthodes de résolutions de grands systèmes linéaires, une solution de calcul direct d'une pseudo-solution est proposée.

### 3.1 Conditionnement d'une matrice

Soit le système suivant  $A \cdot x = b$ ,

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 23 \\ 33 \\ 31 \end{bmatrix}, \text{ dont la solution est } x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Nous allons considérer successivement l'effet d'une perturbation sur  $b$  puis sur  $A$  et étudier l'influence de celles-ci sur la solution  $x$ .

- Remplaçons tout d'abord  $b$  par  $b + \delta b = [32, 1 \quad 22, 9 \quad 33, 1 \quad 30, 9]^T$  correspondant à une erreur de  $\pm \frac{1}{200}$  sur chacun des termes. La solution du système devient  $x(A, b + \delta b) = [9, 2 \quad -12, 6 \quad 4, 5 \quad -1, 1]^T$  correspondant à une erreur de 10 sur  $x$ .

- De la même manière, si l'on remplace  $A$  par  $A + \Delta A = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 8,1 & 7,2 \\ 7,08 & 5,04 & 6 & 5 \\ 8 & 5,98 & 9,89 & 9 \\ 6,99 & 4,99 & 9 & 9,98 \end{bmatrix}$ , on obtient la solution  $x(A + \Delta A, b) = [-81 \quad 137 \quad -34 \quad 22]^T$ .

Ces petites variations, pouvant être dues aux erreurs d'approximation ou de mesure, entraînent de grandes variations sur la solution du système. Pourtant la matrice  $A$  est symétrique de déterminant égal à 1 donc favorable à une résolution directe.

Il existe un moyen de prévoir ce comportement par calcul du conditionnement de la matrice  $A$ . On définit le conditionnement de  $A$  par l'équation (2.20) en utilisant n'importe quelle norme matricielle.

$$\text{cond}(A) = \| A \| \cdot \| A^{-1} \| \quad (2.20)$$

Ce nombre, appelé "condition number", mesure la sensibilité de la solution d'un système linéaire vis-à-vis des variations sur les données. Une matrice sera dite bien conditionnée si ce nombre est proche de 1.

Pratiquement, nous prendrons comme norme de matrice la norme de Hölder avec  $p = 2$ ,  $\| A \|_{(2)} = \sqrt{\rho(A^T \cdot A)}$  où  $\rho(A^T \cdot A)$  est le rayon spectral de  $A^T \cdot A$ , c'est-à-dire le plus grand module des valeurs propres de  $A^T \cdot A$ . Ainsi, dans le cas où  $A$  est symétrique définie positive, nous obtenons l'équation (2.21) :

$$\text{cond}_2(A) = \frac{\lambda_{\max}(A)}{\lambda_{\min}(A)} \quad (2.21)$$

avec  $\lambda$  valeur propre du système.

A titre d'exemple, la valeur du "condition number" de l'exemple ci-dessus est 2984, valeur nettement supérieure à 1.

Dans la littérature, plusieurs méthodes numériques de résolutions de systèmes linéaires existent et peuvent se classer en 2 familles :

- la résolution par inversion du système linéaire,
- la résolution par recherche d'une pseudo-inverse.

### 3.2 Inversion des systèmes linéaires

Les méthodes d'inversion de systèmes sont les plus simples à implémenter. Ces méthodes peuvent se classer en deux types : les méthodes directes et les méthodes indirectes.

Les méthodes directes consistent à décomposer la matrice  $A$  pour calculer facilement l'inverse de  $A$ . La matrice  $A$  est généralement décomposée en un produit de matrices triangulaires dans le but d'utiliser une méthode de résolution par le pivot de Gauss. Les méthodes les plus connues sont les méthodes de LU, Cholesky ou la décomposition QR [Press *et al.*, 1992]. Toutes ces méthodes donnent une solution exacte lorsque les composantes de la matrice  $A$  sont bien ordonnées. En effet, lors de la décomposition de la matrice, des divisions sont effectuées sur les composantes de cette matrice. Ainsi, des composantes nulles à certains endroits peuvent faire échouer le calcul de la décomposition.

Les méthodes itératives quant à elle donnent une solution approchée par convergence vers la solution du système. Le but est de construire une suite dont la limite sera la solution du problème. Afin que l'utilisation d'une méthode itérative soit rentable aussi bien du point de vue temps calcul que du point de vue stockage, il faut que chaque itération soit peu coûteuse. La base des méthodes itératives est l'utilisation de la décomposition régulière des matrices inversibles qui donne pour une matrice  $A$  de  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$  inversible deux matrices  $M$  et  $N$  de  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$  telle que  $M$  soit inversible et que  $A = M - N$ . Cette décomposition est très utile quand la matrice  $M$  est facilement inversible. En effet, dans ce cas on peut espérer que l'algorithme (éq. (2.22)) converge vite.

$$\begin{cases} x_0 \in \mathbb{R}^n, \\ M \cdot x_{k+1} = N \cdot x_k + b, \forall k \in \mathbb{N}^* \end{cases} \quad (2.22)$$

L'algorithme précédent peut fonctionner et donner la solution du système, à la limite, si le rayon spectral de  $M^{-1} \cdot N$  est inférieur à 1. Cette condition semble difficile à vérifier a priori. Il

existe par contre des conditions suffisantes données par différents théorèmes assurant que cette méthode peut être utilisée. Ainsi, nous noterons ici les méthodes itératives du Jacobi, de Gauss Seidel, la méthode SQR (Successive Over Relaxation) et les différentes méthodes du Gradient.

Les méthodes directes d'inversion de systèmes donnent de bons résultats lorsque la matrice est bien conditionnée. Néanmoins elles sont coûteuses en temps de calcul et en mémoire allouée. Les méthodes itératives permettent de diminuer le temps de calcul et surtout de ne pas stocker tous les termes de la matrice. Cependant elles ne convergent pas toujours, surtout dans le cas d'une matrice mal conditionnée. Les méthodes de recherche d'une pseudo-inverse ou pseudo-solution sont plus adaptées à la résolution de systèmes mal conditionnés.

### 3.3 Détermination d'une pseudo-inverse

Dans le cas de systèmes mal conditionnés, deux types de méthode de résolution sont proposées : la méthode directe et la méthode indirecte.

#### 3.3.1 Méthode directe : Singular Value Decomposition (SVD)

La décomposition en valeurs singulières permet d'introduire la notion de pseudo-inverse. Cette notion est en particulier utilisée pour les problèmes de reconstruction avec des données incomplètes ou encore de détermination dans le cas de problèmes surdéterminés, autrement dit lorsque la matrice  $A$  n'est pas carrée. Cette méthode consiste à décomposer une matrice  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$  en un produit de 3 matrices (éq. (2.23)) :

$$A = U \cdot \Sigma \cdot V^T \quad (2.23)$$

où :

- $U \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  et  $V \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  sont orthonormées
- $\Sigma_{(m \times n)} = \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  avec  $\Sigma_r = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_r \end{bmatrix}$ ,  $\sigma_i$  étant les valeurs singulières de  $A$  telles que  $\sigma_1 > \dots > \sigma_r \geq 0$ . Les valeurs singulières d'une matrice  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$  sont les racines des  $r$  valeurs propres de  $A^T \cdot A$  :  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(A^T \cdot A)}$ .

Dans le cas d'une matrice  $A$ , symétrique définie positive, les valeurs singulières sont simplement les valeurs propres de la matrice  $A$  et donc  $A = U \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_r \end{bmatrix} \cdot V^T$ . On détermine alors la pseudo-inverse de la matrice  $A$  de la manière suivante :

$$\hat{A}^{-1} = V \cdot \hat{\Sigma}^{-1} \cdot U^T \quad \text{avec} \quad \hat{\Sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \frac{1}{\lambda_k} & & \\ & & & 0 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

où  $\lambda_k$  est la valeur limite pour laquelle la pseudo-solution  $\hat{x}(A, b)$  donnée par l'équation (2.25) ne diverge pas.

$$\hat{x}_l = \sum_{j=1}^k \left[ \sum_{i=1}^k \left( \frac{v_{li} \cdot u_{ij}}{\lambda_i} \right) \cdot b_j \right] \quad l \in [1; n] \quad (2.25)$$

Ainsi, la pseudo-solution  $\hat{x}$  diverge lorsque le terme  $\frac{v_{li} \cdot u_{ij}}{\lambda_i}$  deviennent trop grand. Autrement dit il faut trouver  $\lambda_k$  permettant de supprimer toutes les valeurs propres dont l'inverse tend vers l'infini et donc correspondant au rang réel  $k$  de la matrice.

*Remarques :*

- Pour une matrice bien conditionnée et si  $\lambda_k = \lambda_r$  la méthode donne l'inverse de la matrice  $A$ .
- Cette méthode est rapidement implémentable sous matlab par le biais de la fonction « [U,S,V] = svd(A) » qui renvoie directement les 3 matrices.

### 3.3.2 Méthode itérative : Algorithme de Greville

La recherche du rang réel  $k$  d'une matrice consiste à déterminer le nombre de colonnes (ou de lignes) qui ne sont pas linéairement indépendantes à une valeur de critère donnée près. Pour cela, on peut utiliser une méthode qui consiste à projeter la colonne  $j(n+1)$  sur l'espace décrit par les  $n$  premières colonnes de la matrice (Fig : 2.12). Si  $\sin(\alpha) \simeq 0$  alors la colonne  $j(n+1)$  n'augmente pas le rang de la matrice et donc on l'enlève de celle-ci.

Une méthode efficace de calcul itératif de la pseudo-inverse d'une matrice, utilisant l'approche présentée ci-dessus, est donnée par l'algorithme de Greville qui ne demande pas de

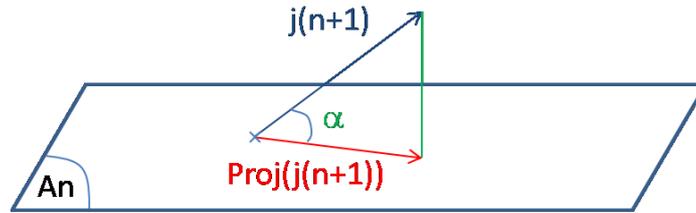


Figure 2.12 – Projection de la colonne  $j(n+1)$  sur l'espace des  $n$  premières colonnes de la matrice

traitement préalable de la matrice. Cet algorithme est très utile pour 3 raisons :

- il permet de calculer de façon récurrente, en un nombre fini de pas, la pseudo-inverse d'une matrice,
- il est indépendant du conditionnement de la matrice,
- il ne demande pas d'inversion de matrices, seules des quantités scalaires sont inversées.

### 3.4 Conclusion sur les méthodes de résolution

Les méthodes de détermination de pseudo-inverse permettent de résoudre tous les systèmes linéaires, qu'ils soient bien ou mal conditionnés. Deux approches existent à savoir l'approche directe avec la méthode SVD et l'approche itérative avec par exemple une méthode utilisant l'algorithme de Gréville. L'inconvénient est qu'il faut utiliser un critère dont la valeur n'est pas toujours facile à déterminer pour connaître le rang réel de la matrice. Néanmoins la détermination de ce rang paraît plus aisée en utilisant la méthode directe SVD. En effet, une fois la décomposition effectuée, l'ensemble des valeurs propres limites peut être "testé" afin de déterminer la trajectoire minimisant le critère des moindres carrés.

## 4 Validation du critère géométrique

La méthode Geo5xF telle qu'elle a été présentée est implémentée dans TopSolid'Cam<sup>®</sup> en utilisant la méthode de décomposition en valeurs singulières (SVD) pour rechercher une pseudo-solution au système. Cette partie est consacrée à valider l'implémentation de cette méthode par l'intermédiaire de l'usinage d'une surface de la littérature appelée "Two-Flipped" (Fig : 2.13) [Menzel *et al.*, 2004] et de la surface industrielle présentée au paragraphe 2.2.

## 4.1 Usinage de la surface "Two-Flipped"

La surface "Two-Flipped" est l'une des surfaces utilisées dans [Menzel *et al.*, 2004] pour comparer les méthodes de génération de trajectoires par flanc d'outil de [Bedi *et al.*, 2003] et [Menzel *et al.*, 2004]. Cette surface est une surface réglée dont les courbes de bords sont deux courbes de Bézier de degré 2 appelées  $B(u)$  et  $T(u)$ . Les points de contrôle de ces courbes sont les suivants :

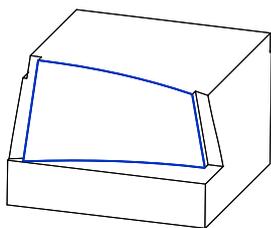
$$- B_0 = (75, 15, -45) \quad B_1 = (45, 45, -45) \quad B_2 = (0, 60, -45)$$

$$- T_0 = (60, 0, -5) \quad T_1 = (45, 45, -5) \quad T_2 = (15, 75, -5)$$

L'équation de cette surface est  $S(u, v) = (1 - v) \cdot B(u) + v \cdot T(u)$  avec :

$$\overrightarrow{B(u)} = \sum_{i=0}^m \mathbb{B}_i^m(u) \cdot \overrightarrow{B_i} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{T(u)} = \sum_{i=0}^m \mathbb{B}_i^m(u) \cdot \overrightarrow{T_i}$$

Ce qui conduit à :



$$S(u, v) = \begin{pmatrix} -15u^2 - 60u + 75 + (-15 + 30u) \cdot v \\ -15u^2 + 60u + 75 + (-15 + 30u) \cdot v \\ -45 + 40 \cdot v \end{pmatrix} \quad (u, v) \in [0, 1]^2$$

Figure 2.13 – Surface Menzel two flipped

### 4.1.1 Génération de la trajectoire

La trajectoire d'usinage est générée avec un outil identique à celui utilisé dans l'article, à savoir un outil cylindrique de diamètre 20 mm. Pour obtenir la trajectoire outil nous devons définir une pseudo-solution au système par l'intermédiaire du rang de la pseudo-solution (valeur propre limite  $\lambda_k$ ). N'ayant pas de critère d'arrêt a priori pour déterminer ce rang, nous évaluons les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale (éq. 2.6), pour chaque pseudo-solution du système. Le tableau 2.1 récapitule l'ensemble des paramètres nécessaires à la génération de la trajectoire.

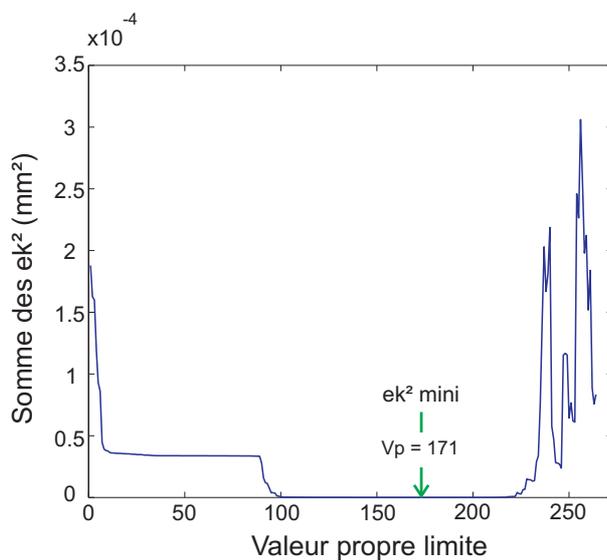
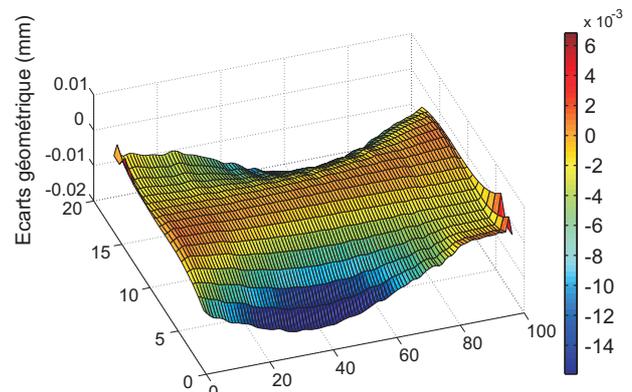
Le paramètre de tolérance sur courbe représente l'erreur de corde associée à la discrétisation des courbes de bords de la surface à usiner. La tolérance d'approximation est le paramètre utilisé lors de l'approximation des deux courbes B-splines. Ces valeurs d'approximation sont très faibles pour permettre d'avoir un maximum de degrés de liberté lors de la déformation et ainsi obtenir la meilleure répartition des écarts. Les nombres de points de contrôle des courbes

Tolérance sur courbe de bord ( <i>mm</i> )	0.001
Tolérance d'approximation ( <i>mm</i> )	0.001
Nombre de points de contrôle du haut	44
Nombre de points de contrôle du bas	44
Dimension de la matrice	264
Nombre de positions outil	100
Nombre de points par règle	20
"Condition number" du système	$1.694 \cdot 10^{15}$

Tableau 2.1 – Paramètre relatif à la génération de trajectoires "Two-Flipped"

du haut et du bas résultant de l'approximation des ensembles de points sont identiques et la dimension de la matrice est de 264. La trajectoire d'usinage comporte 100 positions comme dans [Menzel *et al.*, 2004] et le nombre de points servant à calculer les écarts géométriques est de 20 points par axe soit 2000 points au total.

Le "condition number" du système calculé est nettement supérieur à 1. La méthode de résolution par SVD est donc bien appropriée. La figure 2.14 représente la valeur du critère géométrique pour chaque valeur propre limite définissant le rang du système et les écarts géométriques calculés par double projection résultant de la trajectoire optimale.

(a) Choix de la  $V_p$  limite

(b) Ecart géométriques résultants

Figure 2.14 – Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés

Sur la figure 2.14 (a) nous avons représenté l'évolution de  $W$  (somme des carrés des écarts)

en fonction de la valeur propre limite. L'évolution de  $W$  en fonction de la valeur propre limite choisie n'est pas monotone. En effet, les écarts diminuent fortement entre les  $V_p$  limite 1 et 10. Puis deux zones dans lesquelles  $W$  n'évolue presque pas apparaissent entre 10 et 90 et entre 100 et 220. Au delà de cette valeur propre les valeurs de  $W$  deviennent nettement plus grandes ; ceci est dû au fait que les solutions obtenues commencent à diverger. La valeur propre minimisant la fonctionnelle est unique et correspond à la valeur propre 171. La trajectoire associée à cette pseudo-solution engendre les écarts géométriques représentés dans l'espace paramétrique de la surface nominale (Fig. : 2.14 (b)).

Le tableau 2.2 permet de comparer les résultats obtenus par Geo5xF aux méthodes de Bedi et Menzel évaluées dans [Menzel *et al.*, 2004]. Ces résultats ne peuvent être exploités que qualitativement car les écarts ne sont pas calculés avec la même méthode. En effet, les deux autres méthodes utilisent un calcul paramétrique des écarts géométriques. Ainsi, d'après les ordres de grandeurs des différentes valeurs on peut dire que les résultats obtenus par Geo5xF sont comparables à ceux obtenus dans la littérature.

Surface usinée	"Two-Flipped"			
Méthode	[Liu, 1995]	[Bedi <i>et al.</i> , 2003]	[Menzel <i>et al.</i> , 2004]	Geo5xF ( $V_p$ 171)
Undercut maxi (mm)	0.273	0.2876	0.0061	0.007
Overcut maxi (mm)	0.274	0	0.0091	0.016

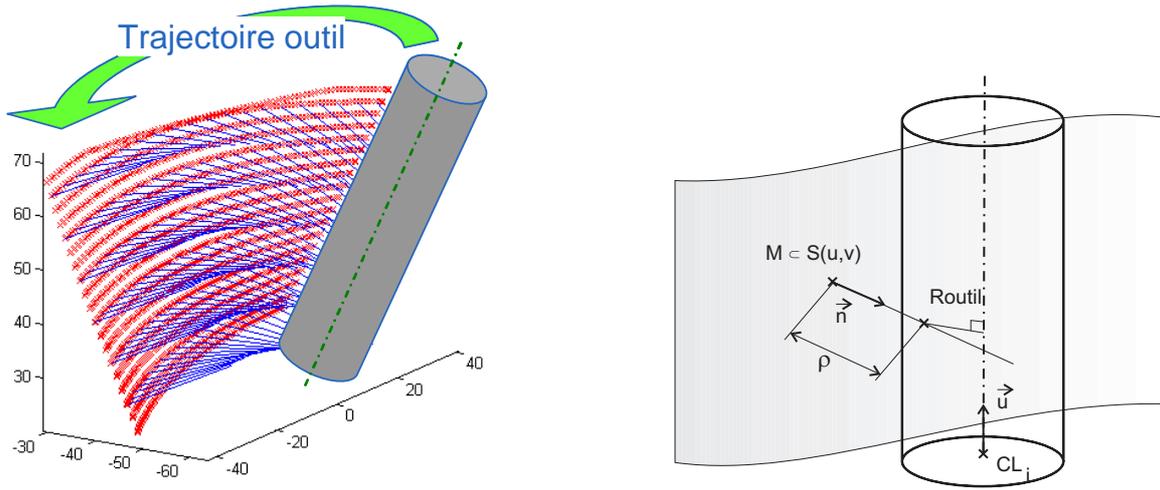
Tableau 2.2 – Comparaison des écarts géométriques avec les méthodes de la littérature

Dans le paragraphe suivant, nous nous attachons à valider la méthode de calcul des écarts géométriques, de façon à ce qu'ils puissent être exploités quantitativement.

#### 4.1.2 Evaluation de la méthode de calcul d'écarts

La paragraphe 1.3 montre que d'après la littérature la méthode de double projection donne une bonne représentation de la surface enveloppe du mouvement de l'outil. De plus, sa rapidité d'exécution est un atout majeur dans notre cas car elle est implémentée dans un logiciel commercial. Dans le but de vérifier si cette méthode convient lors de l'utilisation de Geo5xF nous avons réalisé plusieurs essais numériques sur différentes pièces de la littérature. Ces essais consistent à calculer l'ensemble des écarts géométriques par la méthode de double projection et de simuler l'enlèvement de matière par une méthode de type N-Buffer [Jerard *et al.*, 1989]. Le fonctionnement du N-Buffer consiste à "tondre" un flot de normales appartenant à la surface à usiner par l'outil suivant la trajectoire d'usinage calculée (Fig : 2.15 (a)). L'ensemble des deux

milles normales, représentées en bleu, est déterminé lors du calcul de l'écart par double projection. Les points sur lesquels les écarts géométriques sont évalués sont représentés en rouge. Ces points sont les mêmes dans les deux simulations. L'application que nous avons codée en langage C permet d'échantillonner la trajectoire linéairement et angulairement, telle que le fait la CN. De ce fait nous avons un aperçu réaliste de la surface enveloppe du mouvement de l'outil au cours de l'usinage.



(a) Principe de fonctionnement du Nbuffer

(b) Mise en place du problème

Figure 2.15 – N-buffer analytique 5 axes par flanc d'outil cylindrique

La formulation analytique du N-buffer pour un outil cylindrique revient à déterminer la longueur restante  $\rho$  de la demi-droite passant par un point  $M \in S(u, v)$  de direction  $\vec{n}$ . La valeur de  $\rho$  est le minimum de la solution de l'équation du second degré (éq. (2.26)) calculée pour l'ensemble des positions outils (Fig : 2.15 (b)) :

$$\rho^2 \cdot \|\vec{n} \times \vec{u}\|^2 + 2 \cdot \rho \cdot (\overline{CL_i M} \times \vec{u}) \cdot (\vec{n} \times \vec{u}) + \|\overline{CL_i M} \times \vec{u}\|^2 = R_{outil}^2 \cdot \|\vec{u}\|^2 \quad (2.26)$$

La carte d'écarts de la surface "Two-Flipped" évaluée par simulation N-buffer (Fig : 2.16 (a)) est représentée dans l'espace paramétrique de la surface. Les paramètres d'échantillonnage utilisés pour réaliser cette simulation sont : échantillonnage linéaire  $1 \mu m$  et échantillonnage angulaire  $0.01^\circ$  entre deux positions outil. On remarque que cette carte d'écarts est sensiblement identique à la carte présentée (Fig : 2.14 (b)). En effet, les écarts entre la simulation N-buffer et le calcul des écarts par double projection sont inférieurs en valeur absolue à  $5 \cdot 10^{-6} mm$  soit 0.07% d'erreur (Fig : 2.16 (b)).

Ainsi, la méthode de calcul des écarts par double projection est représentative des écarts entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale à usiner.

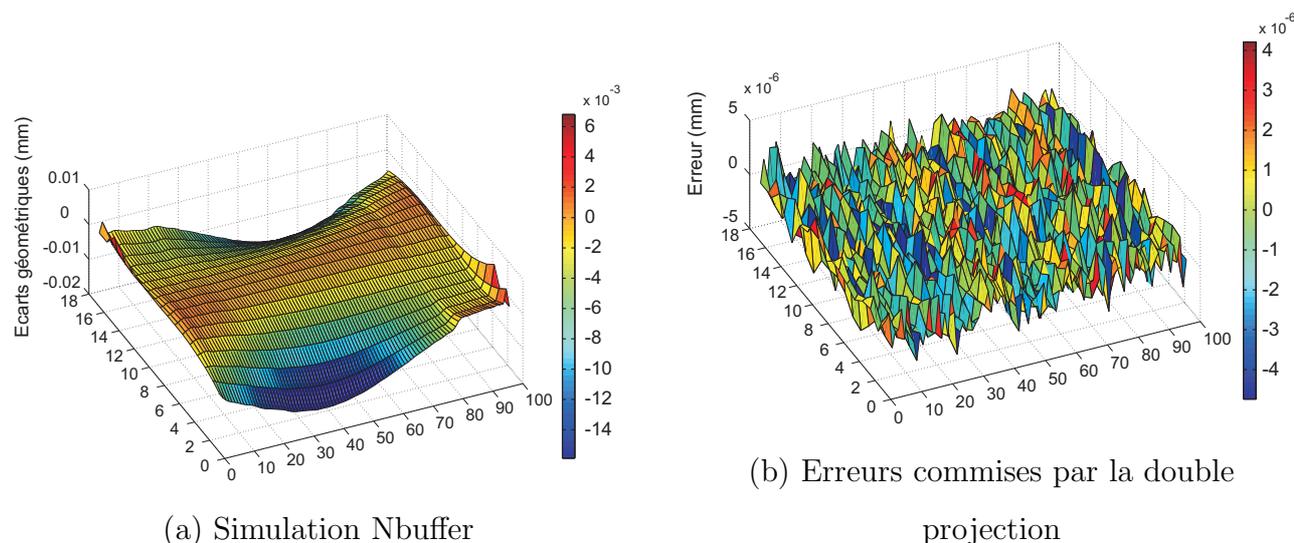


Figure 2.16 – Comparaison entre la méthode de double projection et la simulation Nbuffer

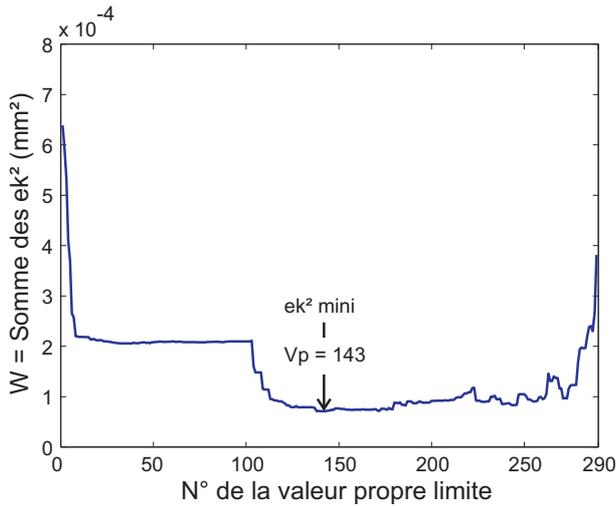
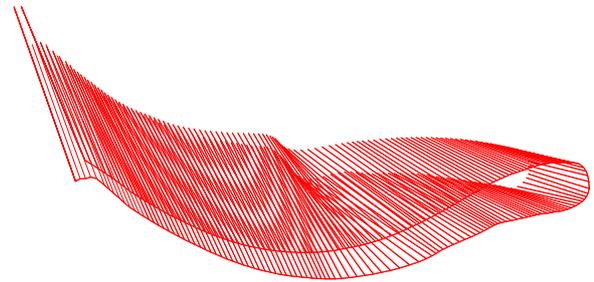
La méthode Geo5xF donne des résultats pertinents pour la pseudo-solution minimisant le critère géométrique. L'amélioration du positionnement est significative par rapport à une méthode de positionnement en un point, telle la méthode SPO.

## 4.2 Validation du critère géométrique sur une surface industrielle

Dans le paragraphe 2.2 nous avons appliqué la méthode directement sur l'aube de turbine. Cette aube est constituée de cinq surfaces réglées non-développables et la trajectoire obtenue n'est pas exploitable. La décomposition en valeurs singulières nous permet de générer l'ensemble des trajectoires associées aux différentes valeurs propres limites. Les valeurs de  $W$  pour chaque trajectoire sont représentées (Fig : 2.17 (a)). Comme pour l'exemple précédent, l'évolution de  $W$  n'est pas monotone. La valeur propre minimisant  $W$  est la valeur propre 143 et la trajectoire associée à celle-ci est représentée (Fig : 2.17 (b)).

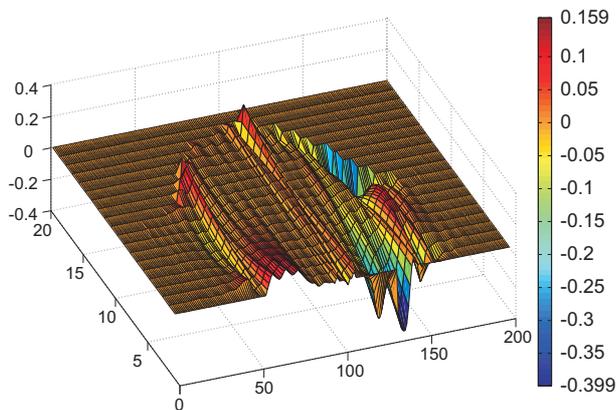
Les écarts géométriques engendrés par la trajectoire optimisée ont été calculés par la méthode de double projection (Fig : 2.18 (a)) et par une simulation N-buffer (Fig : 2.18 (b)). Les paramètres associés à la simulation N-buffer sont identiques à ceux utilisés précédemment.

Les deux cartes d'écarts sont représentées dans l'espace paramétrique de la surface à usiner. On peut remarquer que les principales différences entre les deux cartes sont au niveau du passage du bord d'attaque de la pôle. Cette zone est celle dans laquelle la courbure est maximale. Ainsi, nous pouvons considérer que l'approximation de la surface enveloppe est réaliste tant que la courbure n'est pas trop élevée.

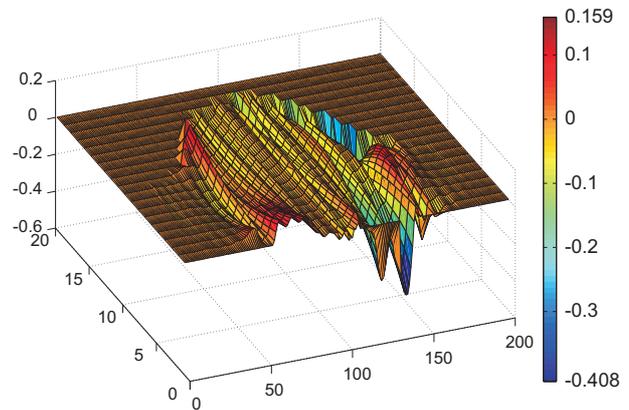
(a) Choix de la  $V_p$  limite

(b) Trajectoire optimisée

Figure 2.17 – Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés



(a) Écarts géométriques résultant par double projection



(b) Écarts géométriques résultant par N-buffer

Figure 2.18 – Génération de trajectoires par optimisation par les moindres carrés

### 4.3 Conclusion sur la validation du critère géométrique

Comme nous l'avons montré précédemment, l'optimisation de la surface d'usinage par le critère géométrique donne de bons résultats en terme d'écarts sur la surface "Two-Flipped". Une des difficultés concerne le choix de la valeur propre limite qui doit être affiné. En effet, dans la zone 100 - 220, le critère géométrique est sensiblement identique. Prenons par exemple la valeur propre limite 148. On peut voir que les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale sont quasiment identiques, écarts inférieurs au micron, aux écarts résiduels de la trajectoire précédente (Fig : 2.19 (a)). Par contre, la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce est meilleure pour  $V_p$  148 que pour  $V_p$  171. En effet,

si on regarde l'évolution de  $k$  (Fig : 2.19 (b)), composante suivant  $z$  de l'orientation de l'axe de l'outil dans l'espace pièce, on voit que l'évolution pour Vp 171 oscille plus que pour Vp 148.

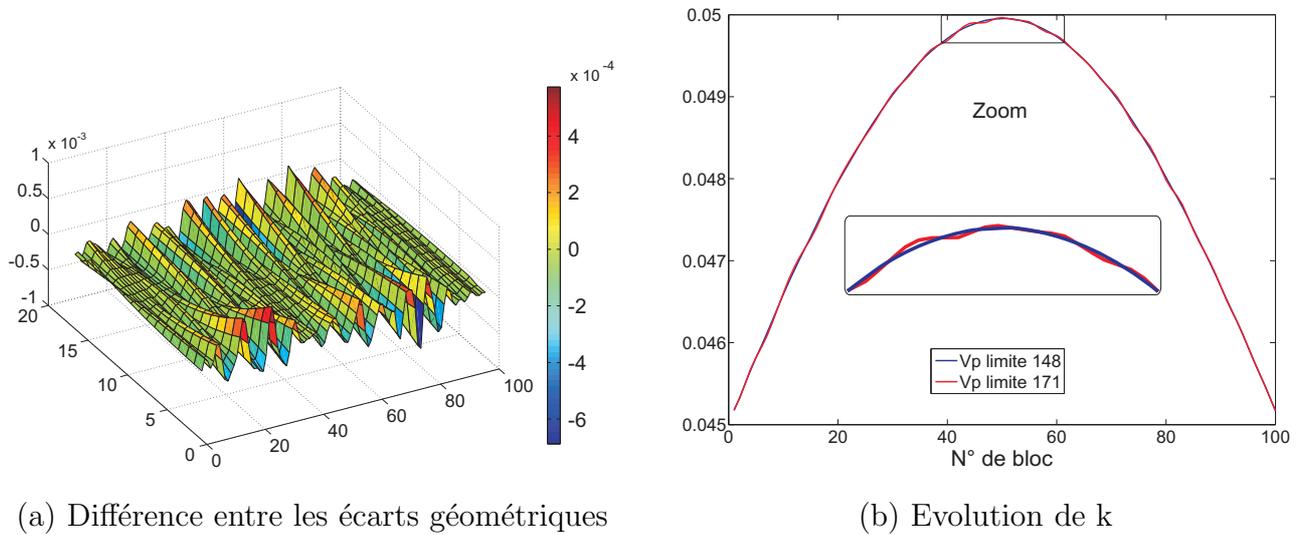


Figure 2.19 – Choix de la valeur propre limite

Ainsi l'utilisation d'un second critère en relation avec la fluidité de la trajectoire permettrait de contourner le problème évoqué, en intégrant ce critère dans le schéma d'optimisation.

## Conclusion

Dans cette partie, les quatre étapes de la méthode Geo5xF, basée sur le concept de surface d'usinage, ont été présentées :

- le calcul du positionnement initial de l'outil,
- la construction de la surface d'usinage initiale,
- le calcul des écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement outil et la surface nominale,
- l'optimisation de la surface d'usinage.

Une étude bibliographique est menée pour déterminer la méthode de calcul des écarts géométriques la plus adaptée à notre problème. La méthode de calcul d'écarts par double projection est retenue et le critère des moindres carrés est utilisé pour optimiser la trajectoire.

L'intégration du critère géométrique dans le schéma d'optimisation conduit à résoudre un système linéaire de grande taille mal conditionné. Une méthode de calcul d'une pseudo-solution est alors mise en place par l'intermédiaire de la méthode SVD.

Après implémentation de cette méthode dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>, nous avons montré la validité du critère géométrique sur un exemple de la littérature et sur un exemple industriel. La recherche de la pseudo-solution optimale vis-à-vis du seul critère géométrique montre ses limites par rapport à la fluidité de la trajectoire.

Dans le chapitre suivant nous présentons le choix d'un critère permettant de contrôler la fluidité de la trajectoire lors de l'optimisation. L'intégration de celui-ci dans le schéma d'optimisation est ensuite présenté et la pertinence du critère est validée au travers d'exemples.



# Chapitre

# 3

## Intégration du critère de fluidité

---

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Choix d'un critère de fluidité : critère énergétique</b>	<b>70</b>
1.1	Présentation de critères de fluidité	70
1.2	Énergie de déformation de la SU	71
1.3	Choix de la méthode de calcul de l'énergie de déformation	73
1.4	Validation du critère d'énergie de déformation	77
1.5	Conclusion sur le choix du critère de fluidité	86
<b>2</b>	<b>Système intégrant les deux critères</b>	<b>86</b>
2.1	Intégration du critère énergétique	87
2.2	Schéma d'optimisation	90
<b>3</b>	<b>Applications</b>	<b>91</b>
3.1	Application sur la surface "test 1"	91
3.2	Étude de l'influence du paramètre $\alpha$ sur une surface industrielle	96
	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>

---

# 1 Choix d'un critère de fluidité : critère énergétique

Dans le chapitre 1 nous avons montré que deux approches sont envisagées dans les travaux concernant la fluidité de la trajectoire. En effet certains travaux s'attachent à analyser le comportement de la trajectoire dans l'espace de la pièce. Ainsi, la fluidité de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil est considérée. Les variations brusques sont éliminées par un lissage de la trajectoire dans l'espace de la pièce [Ho *et al.*, 2003]. D'autres travaux quant à eux s'intéressent au comportement de la machine lors de l'exécution de la trajectoire [Castagnetti *et al.*, 2008]. Ainsi des critères d'optimisation dans l'espace de la machine sont mis en place, ce qui permet de générer une trajectoire fluide qui sollicite au minimum les axes de la machine.

Nous proposons ici d'intégrer un critère de fluidité dans le schéma d'optimisation prenant en compte le lissage de la trajectoire dans l'espace de la pièce. Si la TGI n'apporte pas de singularité ou de changement d'espace de solutions au cours de l'exécution de la trajectoire on peut considérer qu'une trajectoire fluide dans l'espace de la pièce l'est aussi dans l'espace de la machine. Une première étude est menée pour déterminer le critère le plus représentatif de la fluidité de la trajectoire. Le critère d'énergie de déformation est alors retenu puis intégré au schéma d'optimisation. La validation de l'optimisation multi-critères est montrée au travers d'exemples de la littérature et plus industriel et l'utilité du choix d'un compromis y est présentée.

Un autre approche pourrait consister à intégrer une boucle de retour dans la phase de génération de trajectoires après avoir effectué la TGI. Cette solution n'a pas été adoptée pour permettre à l'utilisateur d'obtenir la même trajectoire dans l'espace de la pièce quelle que soit la machine utilisée. Ainsi, le lissage de la trajectoire peut être le résultat d'un problème d'optimisation sous contraintes dans l'espace de la pièce.

## 1.1 Présentation de critères de fluidité

La question qui se pose est de savoir quel est le critère qui rend le mieux compte de la fluidité de la trajectoire. La notion de fluidité se traduit par une évolution continue au moins  $C^2$  ( $G^2$  dans le cas de l'utilisation de la surface d'usinage) de la trajectoire apportant ainsi une continuité en accélération de l'outil suivant la trajectoire [Dugas *et al.*, 2002]. De plus, la notion de fluidité de la trajectoire est associée à un comportement sans oscillation de la position de l'outil et surtout de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil [Ho *et al.*, 2003]. Par oscillation on entend variation de concavité, ou points d'inflexion, des courbes représentatives du mouvement de l'outil ( $x, y, z, i, j, k$ ). La trajectoire étant représentée par une surface, la

notion de fluidité peut être associée à la notion de lissage de la surface, que l'on traduit en anglais par "smoothness". Des techniques d'analyse de surfaces existent dans le domaine de la CAO. Elles sont basées sur le tracé de différentes cartes faisant intervenir les dérivées premières de la surface pour l'analyse des lignes de niveau, les normales ainsi que les dérivées secondes pour les techniques d'ombrages ou les cartes de courbure [Léon, 1991]. Dans le domaine de la reconstruction de surfaces, la contrainte de fluidité de surface est prise en compte lors de l'association de courbes et de surfaces à des nuages de points. Des méthodes d'interapproximation avec minimisation d'énergie sont mises en place. Dans cette optique, Park et al. ont mis au point une méthode d'association de courbes NURBS à un nuage de points en utilisant un critère d'écart géométrique et un critère d'énergie de déformation [Park et al., 2000].

Cette approche semble intéressante pour l'optimisation de la trajectoire. Le choix du critère d'énergie de déformation minimale semble pertinent pour quantifier le lissage de la surface et donc la fluidité de la trajectoire. Le choix du critère énergétique est présenté par la suite.

## 1.2 Énergie de déformation de la SU

De nombreux travaux dans le domaine de la reconstruction de courbes ou surfaces s'intéressent au lissage des entités créées lors de cette opération. Deux approches se distinguent. La première consiste à modifier le paramétrage de l'entité interpolée. Par exemple, lors de l'interpolation d'une courbe B-spline, un paramétrage approprié de la séquence nodale permet d'éviter certaines oscillations ou boucles [Lee, 1989]. La deuxième approche consiste à minimiser un critère d'énergie de déformation au cours de l'interpolation. Il existe différents critères énergétiques et le choix de celui-ci peut s'avérer compliqué.

Wang et al. ont montré dans leur travaux que lors des opérations d'association de courbes ou surfaces à des nuages de points, le critère le plus influent sur le lissage de l'entité n'est pas le paramétrage mais bien l'énergie de déformation des entités associées [Wang et al., 1997]. En effet une variation de l'énergie de déformation a un impact plus important sur l'aspect de l'entité qu'un changement de paramétrage. Ainsi, lors de l'approximation d'un nuage de points, si la solution ne prend pas en compte l'énergie de déformation elle risque de ne pas être optimale.

Pour représenter au mieux la fluidité de la SU, l'énergie de déformation doit faire intervenir les dérivées premières et secondes de la SU. Or, la surface d'usinage est une surface réglée définie par deux courbes guides  $C_b(u)$  et  $C_h(u)$  paramétrées par l'abscisse curviligne, que nous avons appelées respectivement courbe du bas et courbe du haut éq.(2.2). Ainsi, l'énergie de déformation

de la surface d'usinage peut donc être calculée soit à partir des énergies de déformation des courbes de bord, soit directement par une énergie surfacique.

### 1.2.1 Énergie associée aux courbes

L'énergie de déformation d'une courbe paramétrée  $C(u)$  avec  $u \in [0, 1]$  est définie par l'intégrale du carré de la courbure le long de la courbe [Faux et Pratt, 1979] éq.(3.1).

$$E_{def}(C) = \int \kappa^2(s) ds = \int_0^{U_{max}} \left( \frac{|\dot{C}(u) \times \ddot{C}(u)|}{|\dot{C}(u)|^3} \right)^2 \cdot |\dot{C}(u)| du \quad (3.1)$$

Ce calcul étant coûteux en temps, quelques méthodes d'approximation de l'énergie de déformation ont été développées [Wang et al., 1997]. Lorsque la dérivée première de la courbe est petite devant la valeur de la dérivée seconde, l'énergie de déformation est approximée par la formule définie dans éq. (3.2) pour éviter de faire diverger l'intégrale.

$$E_{def}(C) = \int_0^{U_{max}} |\dot{C}(u) \times \ddot{C}(u)|^2 du \quad (3.2)$$

Par contre, si la dérivée première de la courbe est perpendiculaire à la dérivée seconde, seule le terme en dérivée seconde est conservé éq.(3.3).

$$E_{def}(C) = \int_0^{U_{max}} |\ddot{C}(u)|^2 du \quad (3.3)$$

D'autres travaux proposés par Vassilev consistent à interpoler ou approximer des points par une B-spline par minimisation d'une énergie décrite par la fonction énergie éq.(3.4) [Vassilev, 1996] :

$$E_{def}(C) = \int_{u_a}^{u_b} \left( \alpha \cdot |\dot{C}(u)|^2 + \beta \cdot |\ddot{C}(u)|^2 \right) du \quad (3.4)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  deux coefficients permettant de privilégier soit la dérivée première ( $\alpha > \beta$  donnant une courbe plus allongée), soit la dérivée seconde ( $\alpha < \beta$  donnant une courbe plus cintrée).

### 1.2.2 Énergie associée à la surface

L'énergie de déformation est aussi un critère utilisé lors de l'approximation de nuages de points par une surface. Vassilev propose d'évaluer l'énergie de déformation d'une surface par la formule éq.(3.5) intégrant les dérivées seconde, troisième et quatrième d'une surface paramétrique  $S(u,v)$  [Vassilev, 1996].

$$E_{def}(S) = \iint_{(u,v)} \left( c_1 \cdot \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} \right| + c_2 \cdot \left| \frac{\partial^3 S}{\partial u^2 \partial v} \right| + c_3 \cdot \left| \frac{\partial^3 S}{\partial u \partial v^2} \right| + c_4 \cdot \left| \frac{\partial^4 S}{\partial u^2 \partial v^2} \right| \right) dudv \quad (3.5)$$

Wang et al. définissent l'énergie de déformation par l'équation (3.6) qui est l'intégrale de la somme des courbures principales au carré sur le domaine  $D$  (espace paramétrique) [Wang et al., 1997].

$$E_{def}(S) = \iint_D (\kappa_u^2 + \kappa_v^2) dudv \quad (3.6)$$

Compte tenu de la difficulté du calcul de l'énergie de déformation surfacique éq. (3.6), les auteurs en proposent plusieurs approximations. La première approximation appelée "thin plate model" éq. (3.7), intégrant les dérivées secondes principales et croisée, constitue une approximation de la courbure de la surface.

$$E_{def}(S) = \iint_D \left( \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} \right|^2 + \left| \frac{\partial^2 S}{\partial v^2} \right|^2 \right) dudv \quad (3.7)$$

Une autre formulation appelée "membrane model" éq.(3.8), consiste à calculer la somme des carrés des dérivées principales correspondant à l'approximation de l'aire de la surface.

$$E_{def}(S) = \iint_D \left( \left| \frac{\partial S}{\partial u} \right|^2 + \left| \frac{\partial S}{\partial v} \right|^2 \right) dudv \quad (3.8)$$

Dans le paragraphe suivant nous proposons de comparer quelques unes des méthodes présentées ci-dessus afin de déterminer l'énergie de déformation la plus représentative de la fluidité de la trajectoire.

### 1.3 Choix de la méthode de calcul de l'énergie de déformation

Nous avons retenu quatre méthodes de calcul d'énergie de déformation, deux méthodes linéiques et deux méthodes surfaciques.

Les méthodes linéiques ont été choisies pour leur rapidité de calcul. Pour adapter le calcul linéique à la caractérisation de la fluidité de la surface d'usinage, la somme des deux énergies de déformation des courbes est envisagée. La méthode 1 consiste à calculer l'énergie de déformation des courbes de bord par l'équation (3.2). Cette méthode est celle qui se rapproche le plus du calcul de la courbure. La méthode 2 propose d'utiliser l'équation (3.4) qui est l'intégrale de la somme pondérée de la dérivée première au carré et de la dérivée seconde au carré. Dans notre cas, nous n'avons pas d'intérêt majeur à privilégier l'une ou l'autre des dérivées c'est pourquoi nous choisissons  $\alpha = \beta = 1$ .

Les méthodes surfaciques retenues sont quant à elles les deux seules approximations que nous avons trouvées dans la littérature. Ainsi, la méthode 3 reprendra l'équation (3.7) et la méthode 4 l'équation (3.8).

Dans le but de déterminer la méthode de calcul la plus adaptée pour quantifier la fluidité de la surface d'usinage, nous avons généré l'ensemble des trajectoires associées au spectre des valeurs propres du système minimisant les écarts géométriques par le critère des moindres carrés lors de l'usinage d'une surface test (Fig : 3.1). La surface usinée est la face extrados d'une aube de turbine. C'est une surface mono-carreau réglée convexe, usinée avec un outil cylindrique de diamètre 6 mm. 100 positions outil sont calculées et les tolérances d'approximation des courbes de bords sont de 0.01 mm. Le nombre de points de contrôle des courbes du haut et du bas est de 18 pour les 2 courbes. Ainsi, le système résultant de l'optimisation est de taille  $108 \times 108$ .

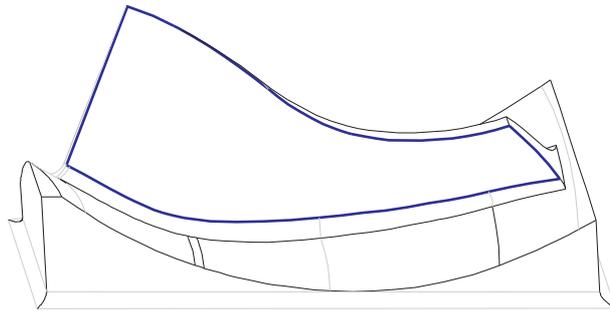


Figure 3.1 – Surface de test

Pour chaque trajectoire nous avons évalué les écarts géométriques par double projection. La figure 3.2 (a) représente l'évolution de la somme des carrés des écarts,  $W = \sum e_k^2$  pour chaque pseudo-solution, en fonction des valeurs propres limites associées. Comme précédemment, on remarque que la courbe des écarts possède deux zones dans lesquelles les écarts ne varient pas beaucoup en fonction de la valeur propre limite. La zone d'écarts minimum, correspondant à la zone dans laquelle les écarts sont compris entre le minimum et 1.2 fois le minimum, se trouve entre les valeurs propres 52 et 57.

Pour chaque trajectoire correspondant à toutes les pseudo-solutions, la valeur de l'énergie de déformation a été calculée par les quatre méthodes présentées ci-dessus. L'ensemble des dérivés (courbe ou surface) est calculé par l'intermédiaire des dérivées des fonctions de base. Les intégrales sont ensuite évaluées numériquement par la méthode des trapèzes. Pour faciliter l'analyse, les valeurs des énergies de déformation ont été normalisées afin que la dernière valeur étudiée soit la même pour toutes les méthodes de calcul (Fig : 3.2(b)).

On peut remarquer (Fig : 3.2) que toutes les énergies de déformation sont minimum pour la solution initiale, correspondant à la valeur propre limite 0. Ceci est dû au fait que le carreau usiné est relativement régulier et que la tolérance d'approximation des courbes du haut et du bas est assez faible (0.01 mm), conduisant à des courbes de bords de la surface d'usinage initiale lisses.

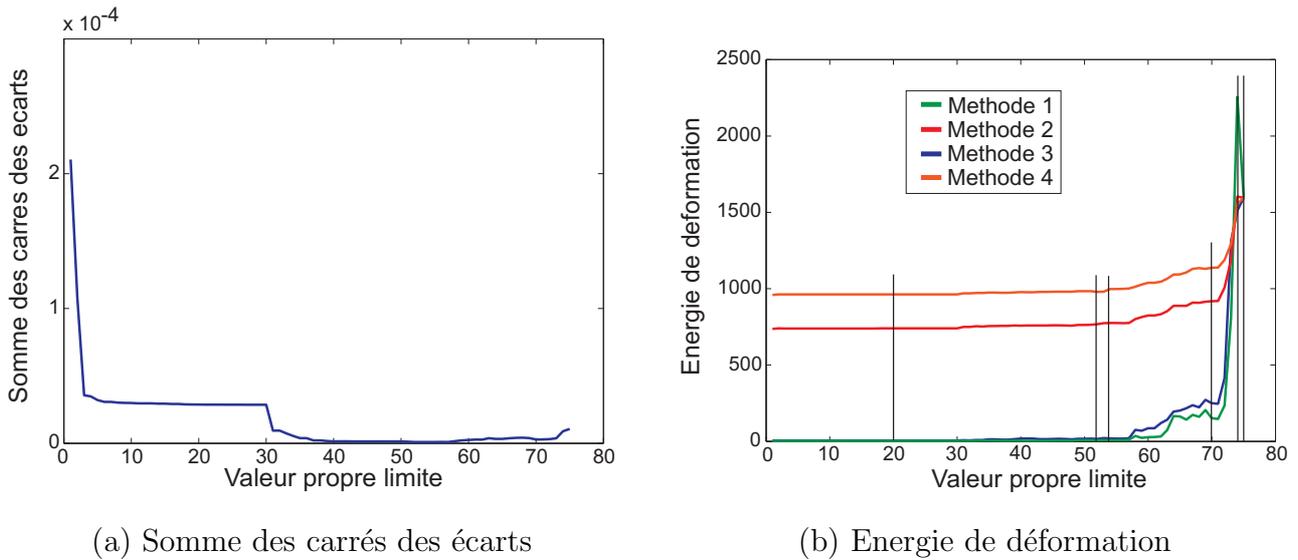


Figure 3.2 – Comparaison des différentes méthodes de calcul de l'énergie de déformation

Les valeurs de l'énergie de déformation commencent à évoluer à partir de la pseudo-solution associée à la valeur propre limite 55. A partir de la valeur propre 71 l'énergie de déformation augmente franchement. Ainsi, pour analyser les différentes méthodes de calcul d'énergie, nous considérons quelques trajectoires caractéristiques (Fig : 3.3) associées aux valeurs propres :

- Vp 20 : trajectoire dont l'énergie de déformation est faible engendrant des écarts modérés,
- Vp 52 : trajectoire correspondant à la borne inférieure de la zone d'écarts minimum,
- Vp 54 : trajectoire correspondant au minimum de la somme des carrés des écarts,
- Vp 70 : trajectoire dont la valeur de l'énergie de déformation est moyenne et engendrant de faibles écarts,
- Vp 74 : trajectoire dont l'énergie de déformation est maximum pour les méthodes linéiques,
- Vp 75 : trajectoire dont l'énergie de déformation est maximum pour les méthodes surfaciques.

Le Tableau 3.1 récapitule l'ensemble des valeurs des énergies de déformation ainsi que la valeur du critère géométrique pour les 6 trajectoires.

Les résultats obtenus par les différentes méthodes de calcul reflètent globalement le comportement de chacune des trajectoires. En effet, plus le rang de la pseudo-solution augmente et plus les valeurs d'énergie de déformation augmentent au même titre que les oscillations des trajectoires (Fig : 3.3).

Toutefois, les méthodes linéiques de calcul d'énergie de déformation ne donnent pas une valeur maximale pour la même trajectoire que pour les méthodes surfaciques. En effet, la trajectoire associée à la valeur propre 75 est plus oscillante que la trajectoire associée à la

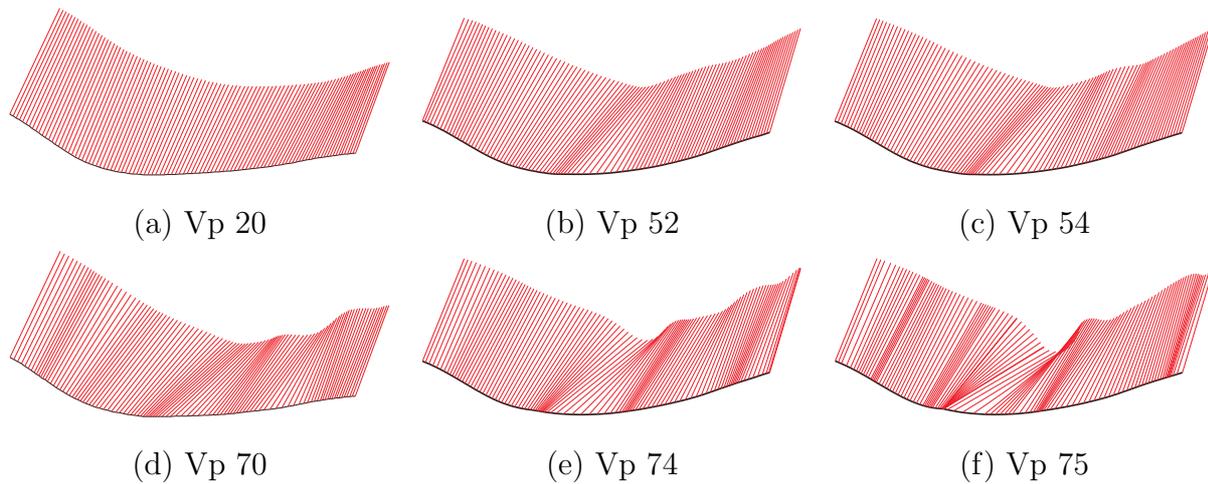


Figure 3.3 – Trajectoire pour différentes valeurs propres

	Valeur propre	20	52	54	70	74	75
	$\sum e^2$ ( $10^{-7}mm^2$ )	287	9.088	9.086	28	89	107
Edef linéique	Méthode 1 ( $mm^{-2}$ )	3.4	8.3	9.2	151.6	2256	1596
	Méthode 2 ( $mm^{-2}$ )	740	767	775	919	1602	1596
Edef surfacique	Méthode 3 ( $mm^{-2}$ )	5.5	16.6	19.8	250	1512	1596
	Méthode 4 ( $mm^{-2}$ )	963	979	998	1137	1555	1596

Tableau 3.1 – Valeurs d'énergie de déformation

valeur propre 74 (Fig : 3.3 (e)) et (Fig : 3.3 (f)), mais possède une énergie de déformation inférieure. De ce fait, les méthodes de calcul d'énergie de déformation linéiques sont écartées.

Pour différencier les méthodes de calcul surfacique, nous nous intéressons à la zone d'écart minimal puisque l'on recherche une trajectoire fluide qui minimise les écarts géométriques. En effet, le choix de la valeur propre limite s'effectuera le plus souvent dans cette zone et donc le critère énergétique doit clairement rendre compte des différences de comportement de la surface d'usinage même si celles-ci sont très proches. Si l'on considère les valeurs propres limites 52 et 54, (Fig : 3.3 (b)) et (Fig : 3.3 (c)), il apparaît que la trajectoire associée à la valeur propre 54 oscille plus que celle associée à la valeur propre 52. Ceci est en concordance avec les valeurs d'énergie de déformation. Or, il se trouve que les différences de valeur d'énergie de déformation sont plus marquées pour la méthode 3 (16%) que pour la méthode 4 (2%). Ainsi, lors du choix de la valeur propre limite, il sera plus facile de détecter les oscillations de la trajectoire (Fig : 3.3 (c)) par la méthode 3.

La méthode surfacique 3, basée sur le calcul de l'énergie de déformation d'après l'équation (3.7), semble la plus appropriée pour quantifier la fluidité de la trajectoire. Dans notre cas, la

trajectoire est représentée par la surface d'usinage qui est une surface réglée donc  $\frac{\partial^2 S}{\partial v^2} = 0$ . Le calcul de l'énergie de déformation de la surface paramétrée  $S(u, v)$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_{def}(S) &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv \\ &= \iint_{u,v} \left( \left| (1-v) \cdot \ddot{C}b(u) + v \cdot \ddot{C}h(u) \right|^2 + 2 \cdot \left| \dot{C}h(u) - \dot{C}b(u) \right|^2 \right) dudv \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ainsi, le calcul fait intervenir la dérivée seconde de la surface suivant  $u$  et la dérivée seconde croisée. L'énergie de déformation calculée peut traduire géométriquement l'effet du tangage et du roulis de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil. En effet, la dérivée croisée, égale à la différence des tangentes aux courbes du haut et du bas, quantifie le phénomène de tangage de l'outil (Fig : 3.4 gauche). La dérivée seconde par rapport à  $u$ , calculée à partir de la dérivée seconde des courbes de bords, caractérise plutôt le phénomène de roulis (Fig : 3.4 droite).

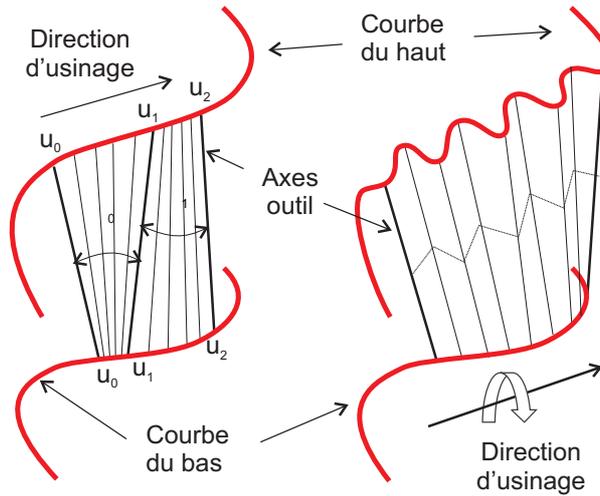


Figure 3.4 – Illustration du tangage et roulis de l'outil

## 1.4 Validation du critère d'énergie de déformation

Dans le but de valider la pertinence du critère énergétique vis-à-vis de la fluidité de la trajectoire nous utilisons les deux exemples présentés au chapitre 2 : la surface "Two-Flipped" (Fig : 2.13) et l'aube de turbine (Fig : 2.10) [Pechard *et al.*, 2009]. Pour chacune de ces surfaces nous allons calculer le système résultant de l'optimisation de la surface d'usinage vis-à-vis du critère géométrique. L'ensemble des trajectoires correspondant au spectre du système est calculé et l'énergie de déformation des différentes trajectoires est évaluée par la méthode présentée ci-dessus. Le comportement cinématique de trois pseudo-solutions correspondant à trois tra-

jectoires particulières est alors analysé dans l'espace de la pièce au travers de l'évolution des cosinus directeur ( $i, j, k$ ) de l'axe de l'outil. Une analyse dans l'espace machine est ensuite effectuée par l'intermédiaire de relevés cinématiques sur la machine.

Les trajectoires caractéristiques sont :

- la trajectoire qui minimise la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage, pseudo-solution appelée  $E_{def} mini$ ,
- la trajectoire qui minimise la somme des carrés des écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement outil et la surface nominale, pseudo-solution appelée  $W mini$ ,
- la trajectoire résultant d'un compromis entre ces deux critères ; cette pseudo-solution, appelée  $Comp$ , est déterminée par la valeur propre limite appartenant à la zone d'écarts minimum dont l'énergie de déformation de la surface d'usinage associée est minimale.

#### 1.4.1 Surface "Two-Flipped"

L'usinage de la surface "Two-Flipped" est effectué avec un outil cylindrique de diamètre  $20\text{ mm}$ . Les paramètres associés à la génération de trajectoires sont identiques à ceux présentés dans le chapitre 2 (Tab : 2.1). Nous calculons l'ensemble des pseudo-solutions du système, l'énergie de déformation de la surface d'usinage ainsi que la somme des carrés des écarts géométriques engendrés par la surface enveloppe du mouvement de l'outil pour chaque valeur propre limite. Les deux courbes résultantes sont normées puis superposées (Fig : 3.5).

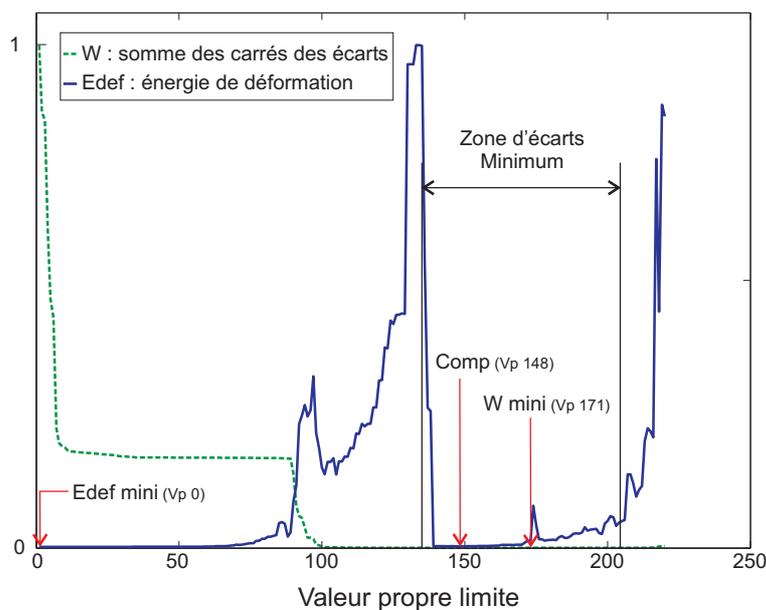


Figure 3.5 – Détermination des trois trajectoires significatives de la surface "Two-Flipped"

La trajectoire minimisant le critère géométrique correspond à la valeur propre 171. La

trajectoire dont l'énergie de déformation est minimum correspond à la solution initiale, soit la valeur propre 0. Pour déterminer un compromis, nous nous intéressons à la zone d'écart minima, correspondant à la zone pour laquelle les écarts restent inférieurs à 120% de l'écart minimum. Cette zone se situe entre les valeurs propres 136 et 212. La trajectoire *compromis* est celle qui possède une énergie de déformation minimum dans la zone d'écart minima, soit la valeur propre 148. Le tableau 3.2 récapitule l'ensemble des résultats associés aux trajectoires étudiées.

Surface	"Two flipped"		
Pseudo-solution	$E_{defmini}$	$Comp$	$Wmini$
Undercut (mm)	0.57	0.0086	0.0086
Overcut (mm)	0.035	0.016	0.016
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	163	0.0470	0.0468
Energie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	1.60	2.22	4.68

Tableau 3.2 – Résultats de la méthode Geo5xF en terme d'énergie et d'écarts géométriques

Concernant l'évolution des écarts géométriques, les résultats restent conformes aux conclusions que nous avons exposées dans le chapitre précédent puisque la méthode de calcul n'a pas changé.

Si l'on s'intéresse aux valeurs d'énergie de déformation on peut remarquer que les différences de valeurs ne sont pas très marquées. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la méthode de calcul de l'énergie de déformation a été choisie de telle sorte qu'une petite variation de l'orientation de l'axe de l'outil soit détectée par une évolution importante de la valeur de l'énergie de déformation. Cependant, dans ce cas, seule l'évolution de la composante  $k$  de l'orientation de l'axe de l'outil révèle des différences (Fig : 3.6).

Comme on peut le constater, l'évolution de  $k$  est lisse pour la trajectoire dont l'énergie est minimum. L'évolution de  $k$  pour la trajectoire résultant du compromis et pour la trajectoire minimisant le critère géométrique laisse apparaître des oscillations plus importantes. Le zoom montre que les oscillations sont plus importantes pour la trajectoire dont l'énergie de déformation est supérieure. Ainsi, plus l'énergie de déformation augmente et plus l'évolution de  $k$  oscille. Bien que les différences ne soient pas très significatives, les résultats obtenus valident la pertinence de la méthode de calcul de l'énergie de déformation pour quantifier la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce.

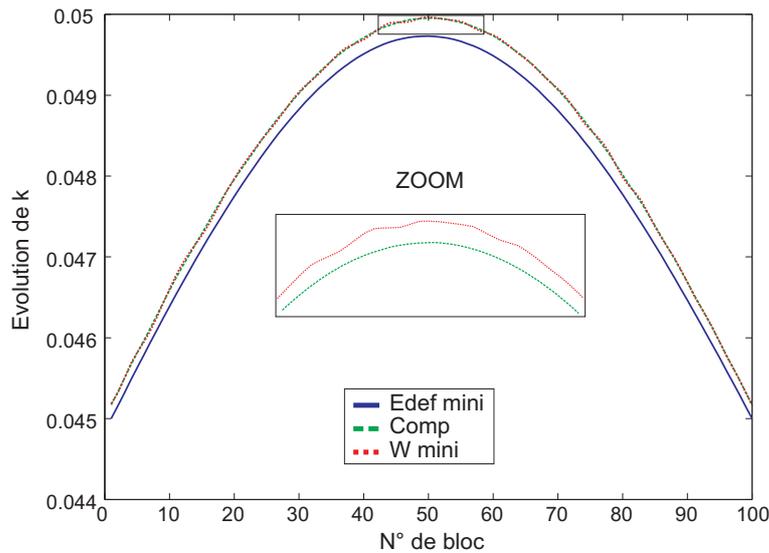


Figure 3.6 – Evolution de k

La pertinence du critère énergétique dans l'espace de la machine est envisagée au travers du temps d'usinage [Ho *et al.*, 2003]. Si les trajectoires évoluent dans le même espace de solution articulaire et qu'il n'y a pas de changement d'espace de solution en cours d'usinage, la trajectoire dont le temps est minimum est la plus fluide. Les trajectoires présentées ci-dessus ont été exécutées sur la machine du laboratoire (MIKRON UCP 710). Les trajectoires sont décrites en TRAORI (ijk)<sup>1</sup> avec les paramètres FFWON<sup>2</sup>, G642<sup>3</sup>, ORIVECT<sup>4</sup> et une vitesse programmée de 5 m/min. Nous avons relevé les vitesses et positions de chaque axe à la volée et par combinaison des vitesses (Annexe 2) nous avons calculé le profil des vitesses outil/pièce au cours de l'usinage (Fig : 3.7).

On remarque que la vitesse outil/pièce n'est pas uniforme au cours de la trajectoire et que la vitesse programmée n'est jamais atteinte lors de l'usinage. Le tableau 3.3 récapitule les temps d'usinage des différentes trajectoires.

La trajectoire d'énergie minimum est la plus rapide, 4.8 sec contre 5.0 sec pour la trajectoire compromis et 5.1 sec pour la trajectoire minimisant les écarts géométriques. Malgré les faibles gains de temps d'usinage, dus au fait que les trajectoires sont sensiblement les mêmes, on peut considérer qu'il y a corrélation entre énergie de déformation et fluidité dans l'espace machine : plus l'énergie de déformation est faible, plus les temps d'usinage le sont. Il nous reste désormais à valider ces résultats sur un exemple industriel.

1. Activation de la première transformation : TGI calculée directement par la machine

2. Commande anticipatrice pour limiter l'écart de traînage

3. Arrondissement avec tolérancement individuel des axes : axes linéaires (0.01 mm), axes rotatifs (0.05 °)

4. Interpolation du vecteur d'orientation dans un plan (interpolation d'un grand cercle)

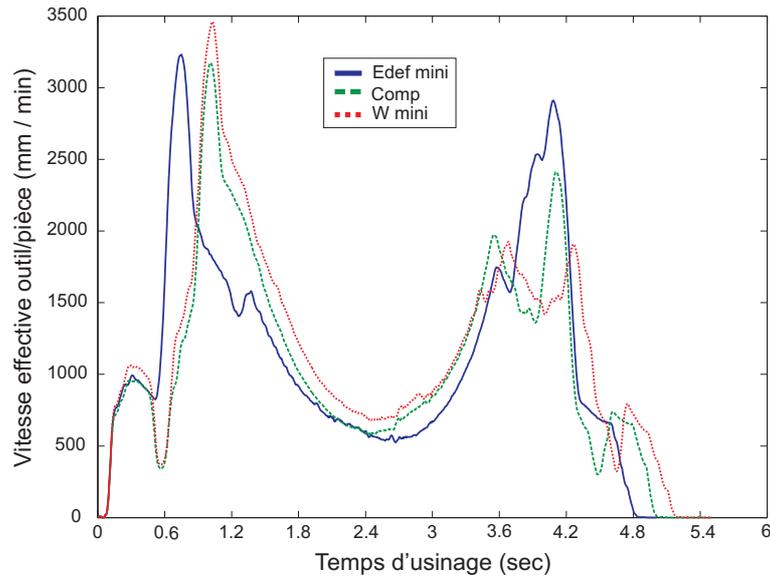


Figure 3.7 – Evolution de la vitesse outil/pièce pour la surface "Two Flipped"

Surface	"Two flipped"		
	$E_{def\ mini}$	$Comp$	$W\ mini$
Pseudo-solution			
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	163	0.0470	0.0468
Énergie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	1.60	2.22	4.68
Temps d'usinage (s)	4.8	5.0	5.1

Tableau 3.3 – Temps d'usinage des différentes trajectoires associées à la surface "Two Flipped"

### 1.4.2 Validation du critère énergétique sur l'aube de turbine

Les paramètres associés à la génération de trajectoires dans le cas de l'usinage de l'aube de turbine sont identiques aux paramètres utilisés dans le chapitre 2. L'outil utilisé est un outil cylindrique de diamètre 6 mm et nous calculons 200 positions outil. Comme précédemment, pour valider la pertinence du critère énergétique nous comparons les trois trajectoires d'énergie de déformation mini, d'écart mini et celle résultant d'un compromis entre les deux critères. La figure 3.8 représente les valeurs des deux critères pour l'ensemble des valeurs propres limites du système.

Les pseudo-solutions retenues sont associées à la valeur propre 81 pour la trajectoire d'énergie de déformation minimum, la valeur propre 137 pour la trajectoire *compromis* et la valeur propre 143 pour la trajectoire minimisant  $W$ . Contrairement à la surface "Two-Flipped", la solution initiale n'est pas la trajectoire qui minimise l'énergie de déformation de la surface d'usinage. La tolérance d'approximation de la courbe étant faible (0.01 mm) au regard de la forme à ap-

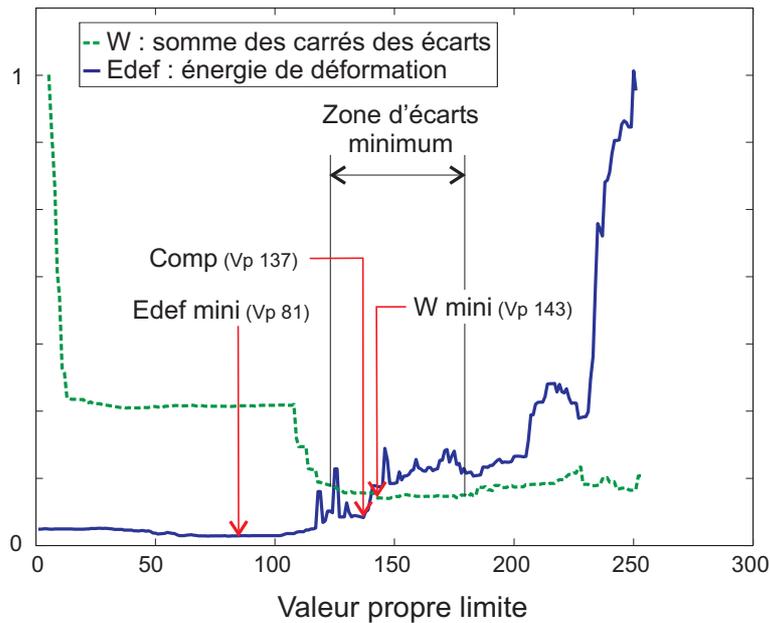


Figure 3.8 – Choix des trois trajectoire pour l’aube de turbine

proximer, le nombre de points à approximer grand (650) ; la déformation de la courbe entraîne un relâchement des contraintes au bord d’attaque (Fig : 3.9).

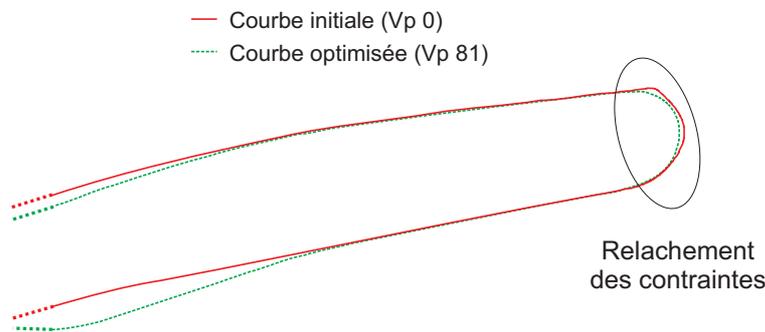


Figure 3.9 – Déformation de la courbe du haut

Ainsi dans cette zone la trajectoire est plus fluide que la trajectoire initiale. Cependant, on remarque également que dans les zones plutôt tendues, telles que les intrados et extrados de l’aube, la courbe optimisée est moins lisse que la courbe initiale, ce qui est en accord avec les résultats de l’exemple précédent.

Le tableau 3.4 récapitule l’ensemble des résultats associés aux trajectoires étudiées.

Les trajectoires présentées (Fig : 3.10) montrent l’évolution de l’orientation de l’axe de l’outil. On constate que sur la trajectoire associée à l’énergie de déformation minimum (Fig : 3.10 (a)) les axes outil sont presque tous parallèles. Par contre sur la trajectoire résultant du compromis (Fig : 3.10 (b)) les axes outil commencent à basculer dans la zone médiane de

Surface usinée	Aube de turbine		
	$E_{def\ mini}$	$Comp$	$W\ mini$
Undercut (mm)	0.63	0.19	0.2
Overcut (mm)	0.8	0.42	0.39
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	208	85.2	79.3
Energie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	686	1870	3350

Tableau 3.4 – Résultats de la méthode Geo5xF en termes d'énergie et d'écart géométriques

l'intrados de l'aube. La trajectoire relative à la minimisation des écarts géométriques (Fig : 3.10 (c)) oscille quant à elle dans la zone médiane de l'intrados et également sur le bord d'attaque de l'aube.

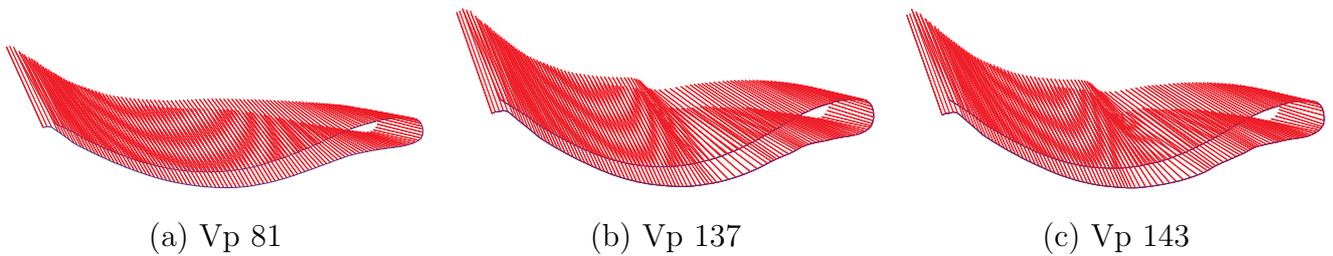


Figure 3.10 – Trajectoire pour différentes valeurs propres

Ces basculements des orientations des axes outils se retrouvent sur la pièce usinée (Fig : 3.11). Ainsi, l'état de surface des pièces usinées se dégrade en fonction de la valeur de l'énergie de déformation. En effet, des marques sont présentes sur l'intrados de l'aube de turbine pour la trajectoire compromis et celle d'écarts mini alors que la trajectoire minimisant l'énergie de déformation ne génère pas de marques. De plus, ces marques sont plus importantes pour la trajectoire dont l'énergie de déformation est la plus grande.

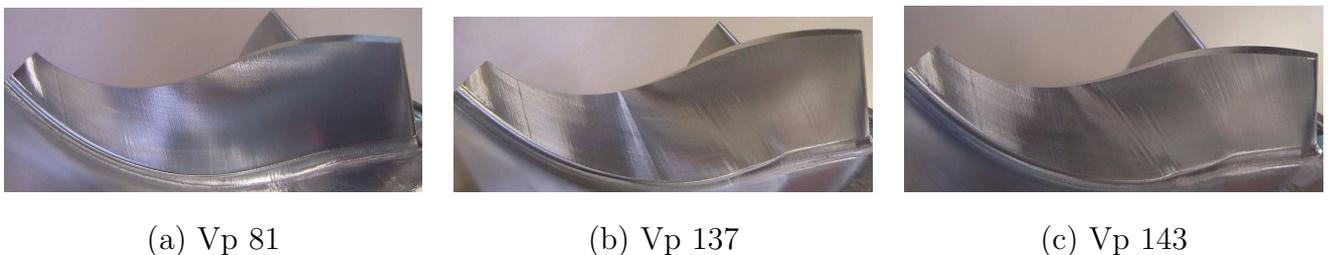


Figure 3.11 – Etat de surface des pièces usinées

Dans le but de mieux apprécier les différences entre les trajectoires dans l'espace de la pièce, nous avons calculé les énergies de déformation cumulées le long des trajectoires (Fig : 3.12). Les

blocs correspondent aux positions outil transmises à la machine. Pour chaque courbe on peut remarquer qu'il y a un saut d'énergie au niveau du bloc 100, correspondant au passage du bord d'attaque de l'aube, zone pour laquelle la courbure de la surface d'usinage est maximale. Les oscillations des orientations de l'axe de l'outil sont représentées au niveau des blocs 50 et 150 par les différents sauts sur les courbes relatives au compromis et au minimum d'écarts. Enfin, on peut voir que le passage du bord d'attaque est mieux géré pour la trajectoire résultant du compromis que pour celle minimisant les écarts géométriques (saut d'énergie plus petit).

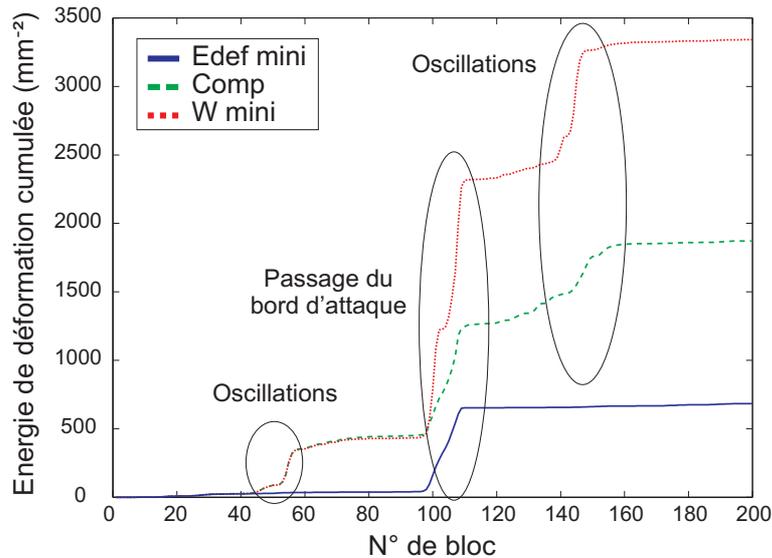


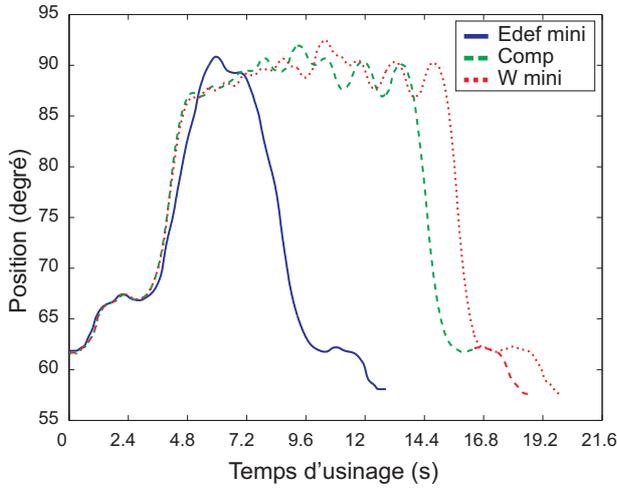
Figure 3.12 – Energie de déformation cumulée le long des trajectoires

Ces résultats confirment que les conclusions précédemment établies s'appliquent aux surfaces industrielles multi-carreaux : il y a corrélation entre la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce et la valeur de l'énergie de déformation.

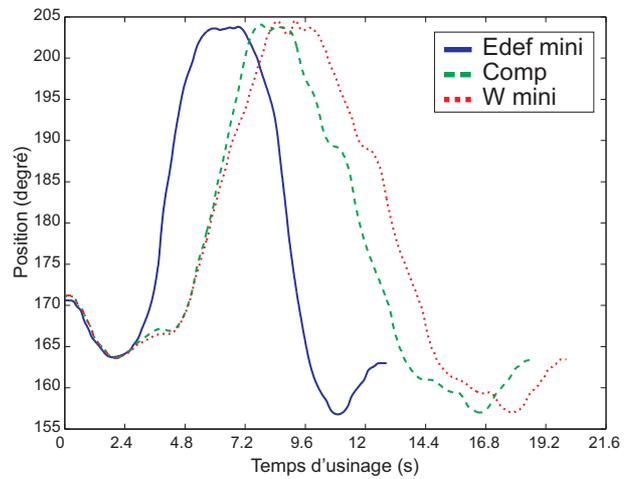
Les différentes trajectoires sont exécutées sur la machine du laboratoire avec une vitesse programmée de 5 m/min, le format de description de la trajectoire est le même que précédemment : la trajectoire est exprimée dans l'espace de la pièce (TRAORI (i,j,k)) et c'est le DCN qui calcule la TGI.

Pour valider la pertinence du critère énergétique dans l'espace de la machine on s'intéresse au comportement des axes rotatifs au cours de l'usinage. Les différents essais effectués au laboratoire ont montré que la technologie des axes rotatifs est telle que dans le cadre de l'usinage 5 axes ce sont souvent les axes *A* et *C* qui sont limitants. Ainsi, la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la machine peut être évaluée par le comportement des axes *A* et *C*. La figure 3.13 présente le comportement des axes rotatifs au cours de l'usinage de l'aube de turbine par les trajectoires calculées précédemment. Les positions des axes rotatifs sont relevées à la volée

par le DCN en fonction du temps d'usinage. On constate que plus l'énergie de déformation est grande et plus les courbes d'évolution de  $A$  et  $C$  oscillent.



(a) Evolution de l'axe A



(b) Evolution de l'axe C

Figure 3.13 – Evolution des axes rotatifs lors de l'usinage de l'aube

En calculant la vitesse outil/pièce, on remarque que plus l'énergie de déformation est grande et moins la machine arrive à suivre la consigne qui lui est donnée (Fig : 3.14).

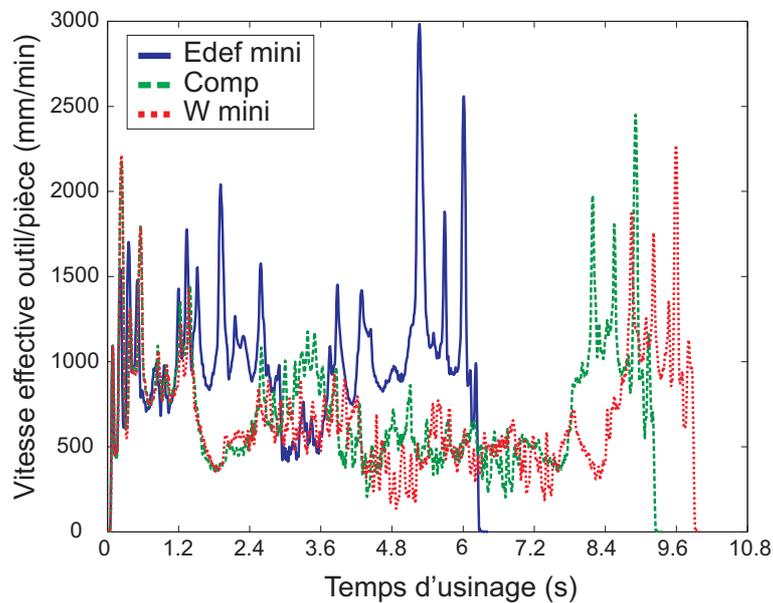


Figure 3.14 – Vitesse outil/pièce

Le tableau 3.5 montre qu'il y a corrélation entre le temps d'usinage et la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage associée à la trajectoire. Ainsi le critère d'énergie de déformation tel que nous le calculons reflète bien le comportement de la trajectoire quelle que soit la pièce usinée. Les résultats sont néanmoins plus significatifs lors de l'usinage de pièces industrielles multi-carreaux fortement non-développables.

Surface usinée	Aube de turbine		
	$E_{def\ mini}$	$Comp$	$W\ mini$
Pseudo-solution			
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	208	85.2	79.3
Energie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	686	1870	3350
Temps d'usinage (s)	12.5	18.5	19.8

Tableau 3.5 – Temps d'usinage des différentes trajectoires associées à l'aube de turbine

Au travers de ces essais on peut voir que la combinaison des deux critères donne des résultats satisfaisants en termes d'écarts géométriques et de fluidité dans l'espace de la machine. Cependant, l'énergie de déformation est calculée ici a posteriori et le choix de la trajectoire la plus fluide n'est pas optimisé. L'intégration du critère énergétique dans le schéma d'optimisation devrait conduire à des trajectoires fluides d'écarts minimum.

## 1.5 Conclusion sur le choix du critère de fluidité

Le choix du critère d'énergie de déformation nous paraît pertinent vis-à-vis du comportement de la trajectoire. En effet, sur les essais que nous avons réalisés il y a corrélation entre valeur de l'énergie de déformation et fluidité dans l'espace de la pièce que nous appréhendons au travers de l'évolution de l'orientation de l'axe de l'outil. Par ailleurs, les essais sur machine ont montré que la fluidité dans l'espace de la pièce engendre la fluidité dans l'espace de la machine que nous analysons au travers du temps d'usinage.

## 2 Système intégrant les deux critères

La trajectoire générée par Geo5xF est le résultat d'une optimisation selon deux critères : un critère d'écarts géométriques et un critère énergétique caractérisant la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. Le schéma d'optimisation conduit à recalculer les déplacements des points de contrôle  $\delta Cb_l$  et  $\delta Ch_m$ , de la courbe du bas et de la courbe du haut, qui minimisent

une fonctionnelle  $G$  dépendant de la somme des carrés des écarts géométriques et de l'énergie de déformation de la surface d'usinage.

$$G = \alpha \cdot \sum e_k^2(u) + \beta \cdot E_{def}(SU) \quad (3.10)$$

La minimisation de la fonctionnelle  $G$  consiste à résoudre le problème suivant :

*Trouver les déplacements des points de contrôle  $\delta Cb_l$  et  $\delta Ch_m$  tels que*

$$\frac{\partial G}{\partial \delta C} = \alpha \cdot \frac{\partial W}{\partial \delta C} + \beta \cdot \frac{\partial E_{def}(SU)}{\partial \delta C} = 0 \quad (3.11)$$

La première partie de l'équation (3.11) a été présentée dans le chapitre 2. Cette partie donne lieu à la résolution d'un système linéaire par rapport aux déplacements des points de contrôle. Dans le paragraphe suivant nous présentons la mise en équations du système complet intégrant le critère de fluidité au schéma d'optimisation.

## 2.1 Intégration du critère énergétique

Le critère énergétique retenu est l'énergie de déformation surfacique de la surface d'usinage calculée par la formulation définie par l'équation (3.12).

$$\begin{aligned} E_{def}(S) &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv \\ &= \iint_{u,v} \left( \left| (1-v) \cdot \ddot{C}b(u) + v \cdot \ddot{C}h(u) \right|^2 + 2 \cdot \left| \dot{C}h(u) - \dot{C}b(u) \right|^2 \right) dudv \end{aligned} \quad (3.12)$$

L'optimisation de la trajectoire vis-à-vis du critère énergétique seul consiste à minimiser l'énergie de déformation par rapport aux déplacements des points de contrôle éq.(3.13).

$$\frac{\partial E_{def}(S)}{\partial \delta C} = 0 \quad (3.13)$$

Or, l'écriture de ce système est complexe et non linéaire par rapport aux déplacements des points de contrôle. Il semble préférable d'utiliser une solution initiale proche de la solution visée et de minimiser la variation d'énergie de déformation engendrée par la déformation de la surface d'usinage.

Dans cette optique, les courbes directrices de la surface d'usinage initiale sont associées aux points extrémités des axes outil avec un critère de minimisation d'énergie de déformation [Park *et al.*, 2000]. Le critère énergétique retenu est un critère linéique éq.(3.2). Cependant l'orientation des règles de la surface d'usinage pourrait être fortement différente de celle de la

surface à usiner. Dans ce cas, la solution initiale serait loin de la solution et la méthode Geo5xF ne pourrait pas donner de bons résultats.

Après avoir déterminé la solution initiale nous exprimons la variation d'énergie de déformation  $\Delta E_{def}(S)$  de la surface paramétrée  $S(u, v)$ . Soit  $S$  la surface d'usinage résultant de l'optimisation et  $S_{init}$  la surface d'usinage initiale, on notera  $E_{def}(S)$  l'énergie de déformation de la surface d'usinage optimisée et  $E_{def}(S_{init})$  l'énergie de déformation de la surface initiale. La surface optimisée  $S$ , est une surface réglée qui résulte du déplacement des courbes initiales du bas et du haut  $\Delta Cb$  et  $\Delta Ch$ . Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} S &= (1 - v) \cdot (Cb + \Delta Cb) + v \cdot (Ch + \Delta Ch) \\ &= S_{init} + \underbrace{(1 - v) \cdot \Delta Cb + v \cdot \Delta Ch}_{\Delta S} \end{aligned} \quad (3.14)$$

La variation d'énergie de déformation notée  $\Delta E_{def}$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= E_{def}(S) - E_{def}(S_{init}) \\ &= E_{def}(S_{init} + \Delta S) - E_{def}(S_{init}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 (S_{init} + \Delta S)}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 (S_{init} + \Delta S)}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv - \iint_D \left( \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv \\ &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv + \iint_D \left( 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u^2} \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2} \right| + 4 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u \partial v} \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} \right| \right) dudv \end{aligned} \quad (3.16)$$

En première approximation nous considérons que le terme de droite est négligeable devant l'autre. Le calcul global est mené en Annexe 3. Cette approximation permet d'approximer le critère énergétique par :

$$\Delta E_{def} \approx E_{def}(\Delta S) = \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv \quad (3.17)$$

En intégrant éq.(3.14), cela donne :

$$\frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2}(u, v) = (1 - v) \cdot \Delta \ddot{C}b(u) + v \cdot \Delta \ddot{C}h(u) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} = \Delta \dot{C}h(u) - \Delta \dot{C}b(u) \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (3.18)$$

avec

$$\Delta Cb(u) = \sum_{l=0}^{n1} N_{l,3}(u) \cdot \delta Cb_l \quad \text{et} \quad \Delta Ch(u) = \sum_{m=0}^{n2} N_{m,3}(u) \cdot \delta Ch_m \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (3.19)$$

Or les dérivées des courbes B-splines s'écrivent de la manière suivante :

$$\dot{C}(u) = \frac{dC(u)}{du} = \sum_{i=0}^n \dot{N}_{i,p}(u) \cdot P_i \quad \text{et} \quad \ddot{C}(u) = \frac{d^2C(u)}{du^2} = \sum_{i=0}^n \ddot{N}_{i,p}(u) \cdot P_i \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (3.20)$$

avec [Piegl et Tiller, 1997] :

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \cdot \left( \frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (3.21)$$

Ainsi,  $\Delta E_{def}$  s'exprime par :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} = & \iint_{u,v} \left| (1-v) \sum_{l=0}^{n1} \ddot{N}_{l,3}(u) \delta C b_l + v \sum_{m=0}^{n2} \ddot{N}_{m,3}(u) \delta C h_m \right|^2 \\ & + 2 \cdot \left| \sum_{m=0}^{n2} \dot{N}_{m,3}(u) \delta C h_m - \sum_{l=0}^{n1} \dot{N}_{l,3}(u) \delta C b_l \right|^2 dudv \end{aligned} \quad (3.22)$$

En considérant toujours que  $X = [\delta C b_0, \dots, \delta C b_{n1}, \delta C h_0, \dots, \delta C h_{n2}]^T$ , l'expression de  $\Delta E_{def}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\Delta E_{def} = \iint_{u,v} \left| \ddot{N}^T(u, v) \cdot X \right|^2 + 2 \left| \dot{N}^T(u, v) \cdot X \right|^2 dudv \quad (3.23)$$

avec

$$\ddot{N}_i(u, v) = \begin{cases} (1-v) \cdot \ddot{N}_{i,3}(u) & \text{si } i \in [0, n_1] \\ v \cdot \ddot{N}_{i-n_1-1,3}(u) & \text{si } i \in [n_1 + 1, n_1 + n_2 + 1] \end{cases} \quad (3.24)$$

et

$$\dot{N}_i(u, v) = \begin{cases} -\dot{N}_{i,3}(u) & \text{si } i \in [0, n_1] \\ \dot{N}_{i-n_1-1,3}(u) & \text{si } i \in [n_1 + 1, n_1 + n_2 + 1] \end{cases} \quad (3.25)$$

Or  $\left| \ddot{N}^T \cdot X \right|^2 = X^T \ddot{N} \ddot{N}^T X$  donc :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= X^T \cdot \underbrace{\iint_{u,v} \ddot{N} \ddot{N}^T + 2 \cdot \dot{N} \dot{N}^T}_{K} dudv \cdot X \\ &= X^T \cdot K^T \cdot X \end{aligned} \quad (3.26)$$

La minimisation du critère énergétique seul par rapport aux déplacements des points de contrôle s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta E_{def}}{dX} = 0 &\Rightarrow X^T \cdot K^T \cdot dX = 0 \\ &\Rightarrow dX^T \cdot K \cdot X = 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

La solution du système  $K \cdot X = 0$  permet d'obtenir la trajectoire optimisée en ne considérant que le critère énergétique. Ce système est simple à mettre en oeuvre car il ne possède pas de second membre. Une phase de test consistera à évaluer l'effet du second membre qui a été négligé.

## 2.2 Schéma d'optimisation

Le schéma d'optimisation consiste à minimiser la fonctionnelle  $G$  par rapport aux deux critères présentés précédemment. Rappelons que la fonctionnelle  $G$  s'exprime par une combinaison linéaire du critère géométrique et du critère énergétique :

$$G = \alpha \cdot \sum e_k^2(u) + \beta \cdot \Delta E_{def} \quad (3.28)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les poids accordés à chacun des critères.

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2, la minimisation de la fonctionnelle d'après le critère géométrique seul par rapport aux déplacements des points de contrôle conduit à résoudre le système linéaire :

$$\left. \frac{dG}{dX} \right|_{\alpha=1, \beta=0} = 0 \Rightarrow dX^T (AX - B) = 0 \quad (3.29)$$

La minimisation de la fonctionnelle d'après le critère énergétique seul par rapport aux déplacements des points de contrôle conduit à résoudre le système linéaire :

$$\left. \frac{dG}{dX} \right|_{\alpha=0, \beta=1} = 0 \Rightarrow dX^T (KX) = 0 \quad (3.30)$$

Ainsi, la minimisation de la fonctionnelle intégrant les deux critères s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dG}{dX} \right|_{\alpha, \beta} = 0 &\Rightarrow dX^T (\alpha AX - \alpha B + \beta KX) = 0 \\ &\Rightarrow (\alpha A + \beta K)X = \alpha B \end{aligned} \quad (3.31)$$

Le chapitre 2 a mis en avant les problèmes de résolution numérique liés au conditionnement de la matrice  $A$ . Ce mauvais conditionnement est lié aux différents ordres de grandeur des termes de la matrice. Afin de ne pas dégrader le conditionnement du système, les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  doivent être choisies de telle sorte que l'ordre de grandeur des termes de la fonctionnelle soit sensiblement les mêmes. Pour information, les valeurs des termes de la matrice  $K$  sont proches de  $10^6$  alors que ceux de la matrice  $A$  sont plutôt proches de l'unité. Par ailleurs, dans le but d'étudier plus facilement l'influence d'un critère par rapport à l'autre sur le comportement de la trajectoire, l'utilisation d'un seul paramètre est envisagé. Ainsi, pour homogénéiser les valeurs des deux critères, le paramètre  $\beta$  est remplacé par  $(1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|}$ .

La minimisation de la fonctionnelle  $G$  conduit alors à résoudre le système suivant :

$$\min(G) \Rightarrow \left[ \alpha \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot K \right] X = \alpha \cdot B \quad \text{avec } \alpha \in [0, 1] \quad (3.32)$$

L'écriture du schéma d'optimisation sous la forme proposée éq.(3.32) permet de privilégier l'influence soit du critère géométrique en prenant  $\alpha$  proche de 1 soit du critère énergétique si  $\alpha$  est proche de 0. Une trajectoire résultant de l'optimisation de la fonctionnelle pour  $\alpha = 1$  engendre des écarts plus faibles qu'une trajectoire pour  $\alpha = 0$  contrairement à la fluidité de la trajectoire. Néanmoins, le cas  $\alpha = 0$  n'a pas d'utilité car il implique que la somme des carrés des écarts géométriques ne sera pas minimisée.

### 3 Applications

Pour valider l'intégration du critère énergétique dans le schéma d'optimisation de la surface d'usinage nous avons tout d'abord appliqué la méthode Geo5xF sur de nombreuses surfaces de la littérature [Menzel *et al.*, 2004] [Senatore *et al.*, 2005] [Senatore *et al.*, 2007] [Wu *et al.*, 2008]. Les résultats obtenus pour ces surfaces sont sensiblement identiques et montrent l'influence de l'intégration du critère de fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce sur la surface optimisée. Les résultats de la surface "Two Flipped" étant très proches de ceux présentés ci-dessus, nous présentons dans le paragraphe suivant les résultats associés à la surface de test utilisée dans [Senatore *et al.*, 2005]. Les résultats relatifs à la surface de test proposée dans [Wu *et al.*, 2008] sont reportés en annexe 4.

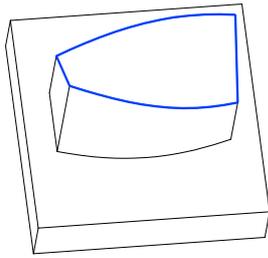
Dans le but de valider la pertinence du critère énergétique dans le cas d'une surface industrielle multi-carreaux, nous présentons les résultats obtenus par Geo5xF sur l'aube de turbine déjà utilisée dans ce chapitre.

#### 3.1 Application sur la surface "test 1"

La surface représentée (Fig : 3.15) que nous appellerons surface "test 1" est la surface utilisée dans [Senatore *et al.*, 2005] pour comparer les méthodes "standard" et "optimisée" de positionnement outil développées par les auteurs. Cette surface est une surface réglée non-développable dont la particularité est d'avoir un angle de vrille constant égal à  $45.45^\circ$ .

Dans le but de valider l'intégration du critère énergétique dans le schéma d'optimisation, trois trajectoires sont générées pour trois valeurs significatives de  $\alpha$  :

- $\alpha = 0.5$  correspondant à une solution résultant de l'optimisation de la fonctionnelle donnant un poids identique aux deux critères,
- $\alpha = 1$  correspondant à la solution donnée par le système déjà mis en place, c'est à dire



$$S(u, v) = \begin{pmatrix} 20 \cdot (2v - 1) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}(1 - 2u)\right) \\ 37.5 \cdot (2u - 1) \\ 20 \cdot (2v - 1) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}(1 - 2u)\right) \end{pmatrix} \quad (u, v) \in [0, 1]^2$$

Figure 3.15 – Surface ”test 1”

sans le terme en énergie,

- $\alpha = 0.9$  correspondant à une trajectoire résultant d’un compromis entre la valeur des écarts résultant et la fluidité de la trajectoire.

Les trajectoires issues de ces optimisations correspondent aux pseudo-solutions obtenues par résolution du système (3.32) pour lequel on choisit la valeur propre qui minimise la fonctionnelle  $G$ .

Pour générer la trajectoire par flanc d’outil de cette surface nous utilisons un outil cylindrique de diamètre 20 *mm* et la machine du laboratoire. Le tableau 3.6 récapitule l’ensemble des paramètres nécessaires à la génération de la trajectoire.

Tolérance sur courbe de bord ( <i>mm</i> )	0.001
Tolérance d’approximation ( <i>mm</i> )	0.001
Nombre de points de contrôle de la courbe du haut	12
Nombre de points de contrôle de la courbe du bas	12
Dimension de la matrice (carrée)	72
Nombre de positions outil	100
Nombre de points par règle	20

Tableau 3.6 – Paramètres relatifs à la génération de trajectoires de la surface ”test 1”

### 3.1.1 Influence du paramètre $\alpha$ sur les écarts géométriques

Pour assurer l’usinage complet de la pièce, les positions du premier et du dernier axe outil sont fixées tout au long de l’optimisation. Ainsi, les écarts géométriques sont identiques à ceux calculés par la méthode initiale. Pour réduire ces écarts, l’utilisateur peut extrapoler la face à usiner pour limiter ces effets de bords.

De ce fait, dans la suite du paragraphe nous n’analyserons que les axes outils entre les positions outil (blocs) n°10 et n°90. Les cartes d’écarts dans l’espace paramétrique de la surface

d'usinage sont représentées figure 3.16. L'espace paramétrique étudié de la surface d'usinage  $S(u, v)$  est  $(u, v) \in [10, 90] \times [0, 16]$ .

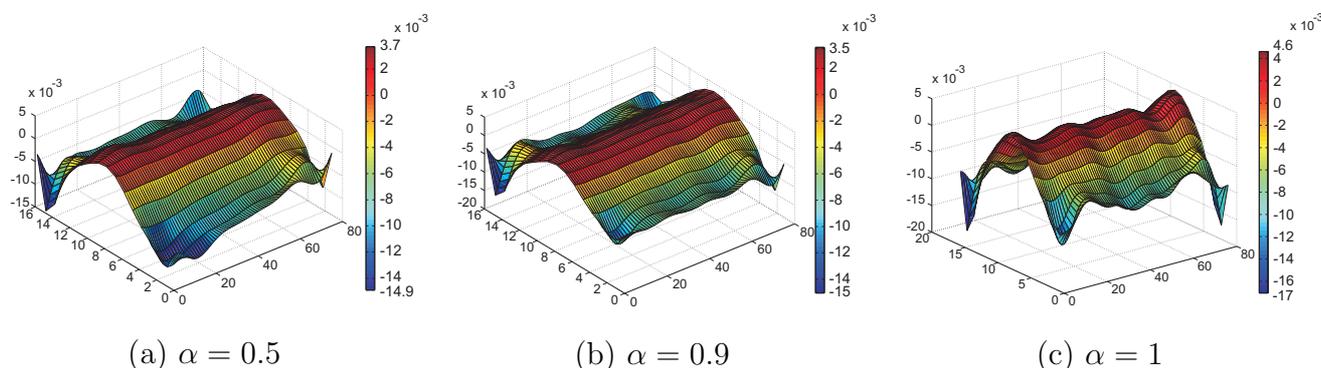


Figure 3.16 – Ecart géométrique par double projection

Le tableau 3.7 récapitule les valeurs des undercut et overcut maximum ainsi que la valeur du critère géométrique et le "condition number" du système résultant de l'optimisation.

	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 1$	"SPO"	[Senatore <i>et al.</i> , 2005]
Undercut maxi ( $\mu m$ )	3.7	3.5	4.6	839	0
Overcut maxi ( $\mu m$ )	14.9	15	17	0	16.5
$\sum e_k^2$ ( $mm^2$ )	0.345	0.307	0.345	534	
$E_{def}$ ( $mm^{-2}$ )	10.58	10.90	11.03	1.29	
"Condition Number"	$1.25 \cdot 10^6$	$1.76 \cdot 10^6$	$2.11 \cdot 10^9$		

Tableau 3.7 – Paramètre relatif à la génération de trajectoires de la surface "test 1"

Les résultats en terme d'écart géométrique montrent que les trajectoires résultant des optimisations pour différentes valeurs de  $\alpha$  génèrent des écarts résiduels nettement inférieurs à la solution initiale qui est proche du résultat donné par la méthode SPO. De plus, ces résultats sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus par la méthode de positionnement optimisée proposée dans [Senatore *et al.*, 2005].

La trajectoire correspondant à  $\alpha = 1$  est la trajectoire résultant de l'optimisation de la fonctionnelle ne comprenant que le terme en écarts géométriques. Cette solution concorde avec la solution présentée au chapitre 2 et conduit alors à résoudre un système mal conditionné, pour lequel le "condition number" est de  $2.11 \cdot 10^9$ . Il est intéressant de noter que l'intégration de l'énergie de déformation dans la fonctionnelle améliore le "condition number" du système. En effet, plus la part de l'énergie de déformation dans le système est grande et meilleur est le conditionnement du système : les ordres de grandeur du "condition number" sont ainsi divisés

par 1000. Les résultats associés à la valeur  $\alpha = 1$  peuvent être erronés compte tenu de la difficulté de résolution du système. Ainsi, en ne s'intéressant qu'aux valeurs  $\alpha = 0.5$  et  $\alpha = 0.9$ , on s'aperçoit que plus  $\alpha$  augmente et plus la somme des carrés des écarts géométriques diminue.

### 3.1.2 Influence du paramètre $\alpha$ sur la fluidité de la trajectoire

Pour évaluer l'influence du paramètre  $\alpha$  sur la fluidité de la trajectoire nous considérons dans un premier temps la fluidité dans l'espace de la pièce. Les différences des valeurs des énergies de déformation ne sont pas significatives sur cet exemple. Néanmoins on peut tout de même remarquer que la solution initiale à une énergie de déformation presque dix fois plus faible que l'énergie de déformation des solutions optimisées.

Sur les trajectoires représentées figure 3.17, on ne remarque pas de différences significatives dans le comportement de l'évolution de l'axe de l'outil. Les énergies de déformation mises en jeu sont faibles puisque la surface usinée est une surface mono-carreau ne présentant pas de variation de courbure.

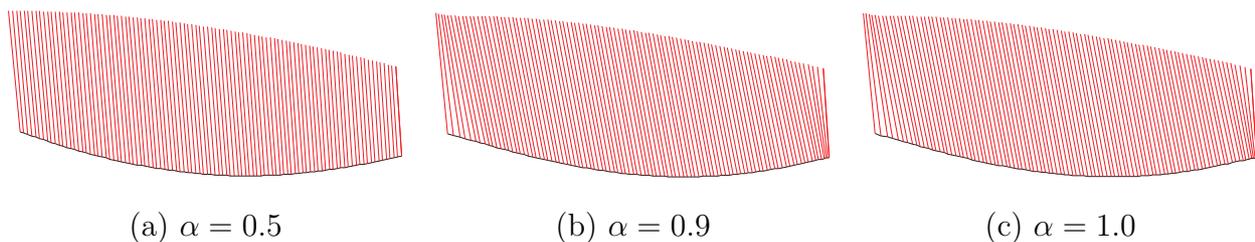


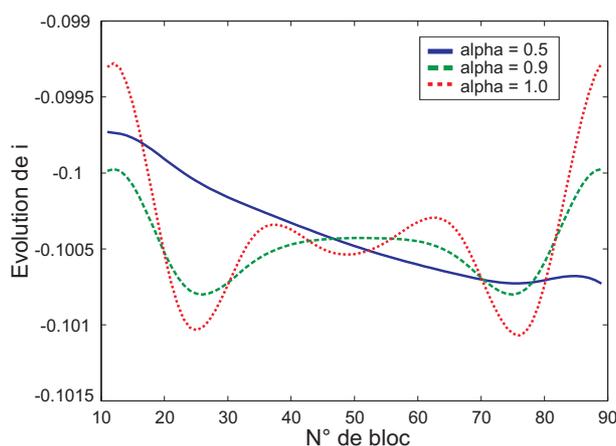
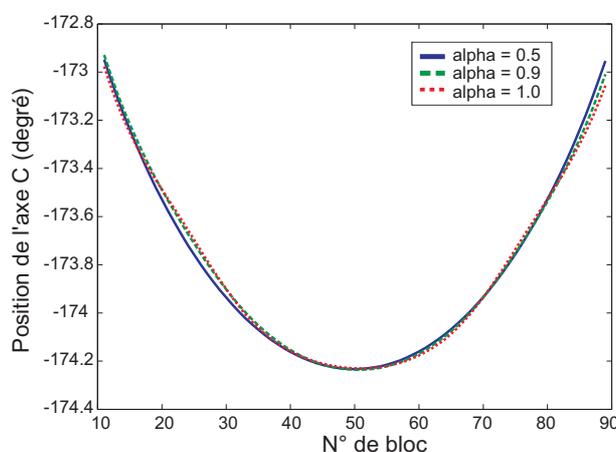
Figure 3.17 – Trajectoires calculées pour la surface "test 1"

Néanmoins, on peut évaluer l'influence du paramètre  $\alpha$  sur la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce au travers de l'évolution de la première composante  $i$  de l'orientation de l'axe de l'outil (Fig : 3.18). Seule cette composante est étudiée car l'influence de  $\alpha$  sur  $j$  et  $k$  est négligeable.

L'évolution des courbes est conforme à nos attentes. En effet, plus  $\alpha$  est grand et plus l'orientation de l'axe de l'outil dans l'espace de la pièce oscille. Cependant l'amplitude des oscillations est assez faible, probablement en raison de la nature de la surface usinée.

L'évaluation de la fluidité dans l'espace de la machine est réalisée au travers de l'analyse du comportement des axes rotatifs, axes limitants de la machine MIKRON UCP 710. L'axe étudié est l'axe  $C$  (Fig : 3.19) dont les positions sont calculées à partir des composantes  $i$  et  $j$  de l'orientation de l'axe de l'outil (Tab : 1.2).

Dans l'espace machine, les oscillations ne sont pas aussi marquées que sur la courbe d'évolution

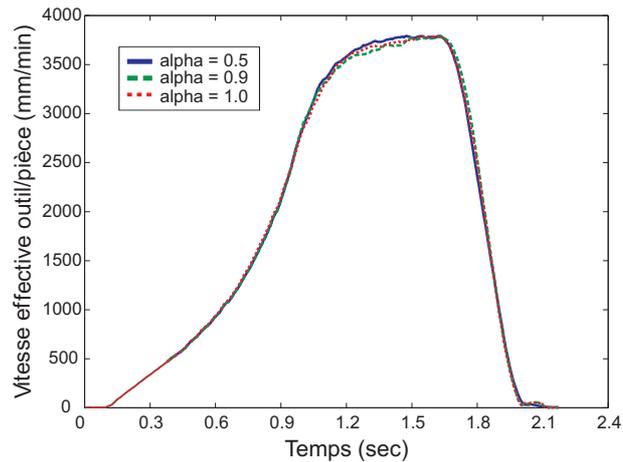
Figure 3.18 – Evolution de  $i$  en fonction du paramètre  $\alpha$  "test 1"Figure 3.19 – Evolution de l'axe  $C$  en fonction du paramètre  $\alpha$  "test 1"

de  $i$ ; la courbe correspondant à  $\alpha = 1$  oscille autour des deux autres, mais pas de manière significative.

Des relevés cinématiques ont été effectués lors de l'exécution des trajectoires sur la machine à l'aide du DCN. Les trajectoires sont décrites en TRAORI (ijk) avec les paramètres FFWON, G642, ORIVECT et une vitesse programmée de 5 m/min. La vitesse outil/pièce représentée figure 3.20 montre qu'il n'y a pas de différences significatives.

On ne remarque aucune variation notable en relation avec  $\alpha$  : les temps d'usinage sont quasiment identiques à 2.1 secondes et les allures des profils de vitesse sont sensiblement les mêmes. Ceci s'explique par les différents paramètres utilisés lors de l'exécution de la trajectoire et notamment par l'utilisation du paramètre G642 qui lisse la trajectoire en utilisant une tolérance sur les axes linéaires de 0.01 mm et sur les axes rotatifs de  $0.05^\circ$ . Ainsi le cumul de ces différentes tolérances gomme les oscillations non significatives remarquées précédemment.

En conclusion partielle, le paramètre  $\alpha$  influe sur le critère géométrique : plus  $\alpha$  aug-

Figure 3.20 – Vitesse outil/pièce en fonction du paramètre  $\alpha$  "test 1"

mente et plus la somme des carrés des écarts géométriques diminue. Ce constat est vrai sauf pour  $\alpha = 1$ , valeur pour laquelle le système est nettement moins bien conditionné. Nous avons remarqué d'ailleurs que l'intégration du critère énergétique dans la fonctionnelle améliore considérablement le conditionnement du système, et sa résolution en est améliorée. C'est pourquoi dans la suite, le cas  $\alpha = 1$  ne sera plus envisagé.

Concernant la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce, l'influence du paramètre  $\alpha$  se remarque sur l'évolution de  $i$ . Les faibles amplitudes des oscillations ne reflètent pas l'influence sur le comportement cinématique de la machine lors des essais que nous avons réalisés. La surface à usiner est trop régulière pour que les différences soient significatives. Cependant, pour évaluer l'influence du paramètre  $\alpha$  sur le comportement de la trajectoire nous allons utiliser un exemple industriel constitué de plusieurs carreaux réglés non développables d'angle de vrille évolutif.

### 3.2 Étude de l'influence du paramètre $\alpha$ sur une surface industrielle

La surface industrielle considérée est l'aube de turbine utilisée au chapitre précédent (Fig : 3.21). Cette aube est constituée de cinq carreaux raccordés  $G^1$  dont l'intrados et l'extrados sont fortement non développables. Par fortement non développable nous entendons que l'angle de vrille évolue fortement. En effet, concernant l'intrados par exemple, l'angle de vrille évolue de  $10^\circ$  à  $36^\circ$  environ.

L'outil utilisé pour réaliser cette pièce est un outil hémisphérique de diamètre  $6\text{mm}$ . La machine utilisée est la machine du laboratoire et le tableau 3.8 récapitule l'ensemble des paramètres nécessaires à la génération de la trajectoire.

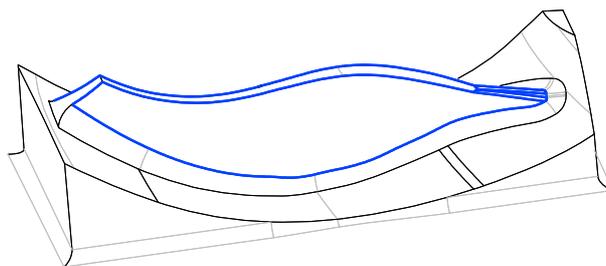


Figure 3.21 – Aube de turbine

Tolérance sur courbe de bord ( $mm$ )	0.01
Tolérance d'approximation ( $mm$ )	0.01
Nombre de points de contrôle de la courbe du haut	40
Nombre de points de contrôle de la courbe du bas	42
Dimension de la matrice (carrée)	246
Nombre de positions outil	200
Nombre de points par règle	20

Tableau 3.8 – Paramètres relatif à la génération de trajectoires de l'aube de turbine

Pour évaluer l'influence du paramètre  $\alpha$  sur la trajectoire, nous avons généré des trajectoires pour  $\alpha = 0.5$ ,  $0.9$  et  $0.9999$ . La dernière valeur est différente de 1 car l'intégration des termes d'énergie de déformation, aussi minime soit-elle, améliore le conditionnement de la matrice. Pour simplifier l'écriture nous considérons la valeur de  $\alpha \approx 1$ . Les résultats en terme d'écart géométriques ainsi que la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage sont présentés dans le tableau 3.9.

Surface industrielle	"Impeller"			
	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1$	SPO
Valeur de $\alpha$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1$	SPO
Undercut (mm)	0.148	0.148	0.211	1.452
Overcut (mm)	0.335	0.297	0.290	0.954
$\sum e_k^2$ ( $10^{-6}mm^2$ )	6.9	4.4	4.9	531
Energie de déformation ( $mm^{-2}$ )	1004	1151	3304	1075
"Condition number"	$1.89 \cdot 10^7$	$2.31 \cdot 10^7$	$4.30 \cdot 10^{10}$	

Tableau 3.9 – Influence de  $\alpha$  sur les deux critères pour l'aube de turbine

L'évolution du comportement de la trajectoire en fonction du paramètre  $\alpha$  est conforme aux

conclusions faites pour l'exemple précédent. En effet, plus la valeur du paramètre  $\alpha$  augmente, plus la valeur du critère géométrique diminue et plus l'énergie de déformation de la surface d'usinage augmente. En comparant le critère géométrique par rapport à celui de la solution initiale, on remarque que la somme des carrés des écarts géométriques est divisée par 10. Le gain apporté vis-à-vis de ce critère est donc non négligeable. Néanmoins, on peut remarquer que pour la solution  $\alpha \approx 1$  la somme des carrés des écarts est supérieure à celle obtenue pour  $\alpha = 0.9$ . Les valeurs du "condition number" montrent que le système est nettement moins bien conditionné pour  $\alpha \approx 1$  que pour les autres valeurs de  $\alpha$ , ce qui rejoint la conclusion de l'exemple précédent qui insiste sur le fait que plus  $\alpha$  est petit et meilleur est le conditionnement de la matrice, impliquant une meilleure résolution du système. Concernant l'énergie de déformation, on remarque que l'énergie de déformation de la solution initiale est supérieure à la solution optimisée pour  $\alpha = 0.5$ . Ceci s'explique de la même manière que dans le paragraphe 1 de ce chapitre. L'optimisation de la trajectoire gomme les différentes oscillations liées à la construction de la surface d'usinage.

L'évolution des écarts géométriques reflète ce que nous avons vu précédemment (Fig : 3.22 (a)) (Fig : 3.22 (b)) et (Fig : 3.22 (c)).

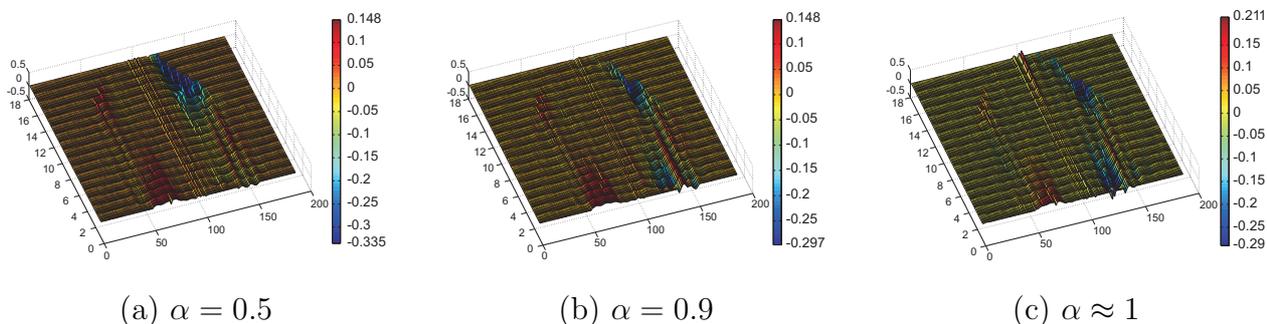


Figure 3.22 – Écarts géométriques pour l'aube de turbine

En effet, hormis la zone d'écarts élevés au passage du bord d'attaque de l'aube pour la trajectoire correspondant à  $\alpha \approx 1$ , plus la valeur de  $\alpha$  augmente et plus les écarts géométriques diminuent. Les écarts géométriques restent néanmoins de l'ordre de quelques dixièmes, mais ils sont nettement moins importants que ceux obtenus par la méthode initiale qui est une méthode proche de la méthode "SPO". Les valeurs importantes des écarts sont liées au fait que l'usinage de l'aube se fait en une seule passe. Les faces intrados et extrados ayant un angle de vrille important, les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale sont grands. Dans le but de diminuer ces écarts, la surface à usiner pourrait être découpée puis usiner en bandelettes, ce qui peut conduire à la dégradation de la qualité de

l'état de surface au niveau des raccordements des différentes bandelettes. Ce mode d'usinage doit s'accompagner d'une modification de la géométrie de l'outil pour usiner les faces concaves telles que la face intrados.

Concernant la fluidité de la trajectoire, plus  $\alpha$  est grand, plus l'énergie de déformation est grande et moins la trajectoire est fluide. Cette remarque est corroborée par les différentes trajectoires générées par Geo5xF (Fig : 3.23).

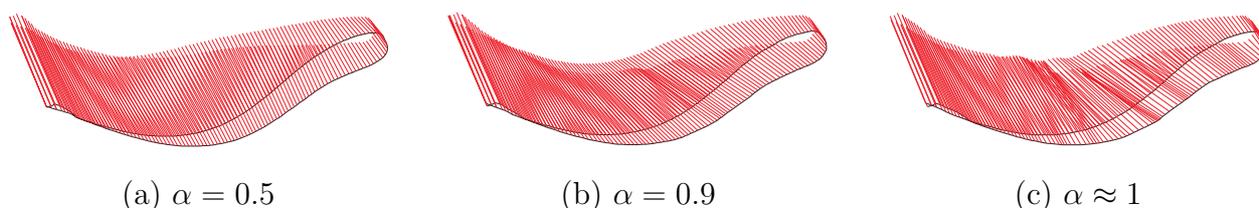


Figure 3.23 – Trajectoires calculées pour l'aube de turbine

On remarque en effet que plus  $\alpha$  augmente et plus les règles s'inclinent. Le passage du bord d'attaque est la zone dans laquelle ce phénomène est le plus marqué puisque l'énergie de déformation augmente nettement en fonction de  $\alpha$  (Fig : 3.24).

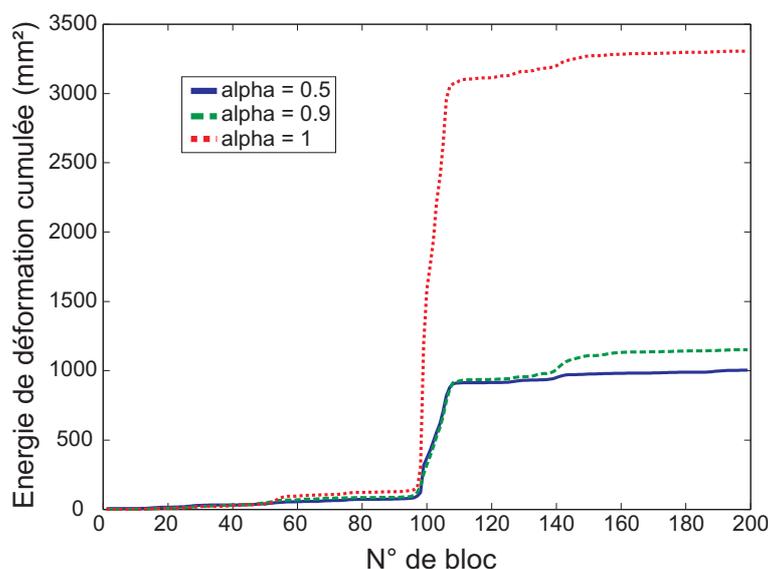


Figure 3.24 – Énergie cumulée le long de la trajectoire usinant l'aube de turbine

L'évolution de la fluidité est cette fois-ci significative car l'énergie de déformation de la surface d'usinage est 3 fois plus élevée pour  $\alpha \approx 1$  que pour  $\alpha = 0.5$ . Ainsi, une petite diminution du paramètre  $\alpha$  permet à la trajectoire de mieux négocier le passage du bord d'attaque, surface la plus importante de l'aube de turbine. Une élévation de l'énergie de déformation se produit aussi au milieu des faces extrados puis intrados, conséquence du basculement de l'outil pour permettre de diminuer les zones d'overcut et d'undercut.

Ainsi l'évolution des cosinus directeurs du vecteur orientation outil  $i$  (Fig : 3.25 (a)),  $j$  (Fig : 3.25 (b)) et  $k$  (Fig : 3.25 (c)) oscille de plus en plus dans le sens de l'augmentation de la valeur de  $\alpha$ .

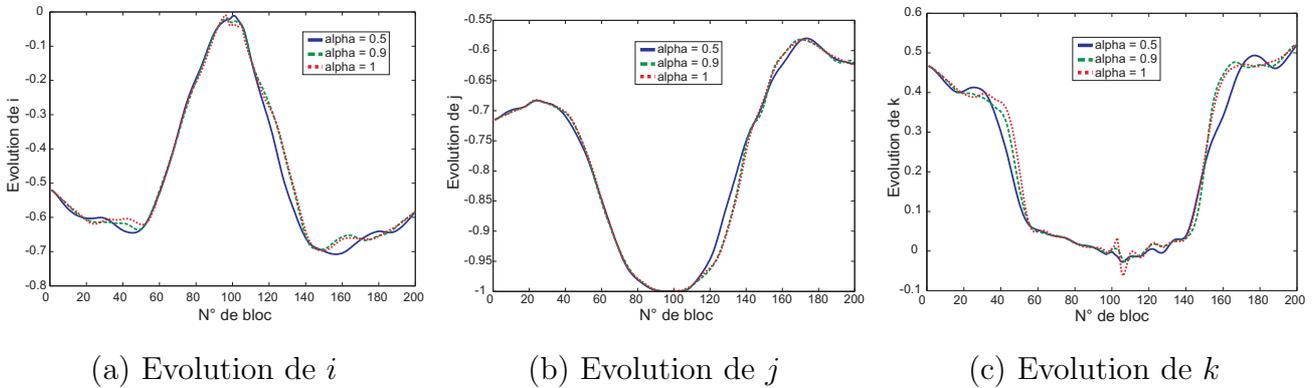


Figure 3.25 – Influence de  $\alpha$  sur la fluidité dans l'espace de la pièce "Impeller"

Les difficultés associées au passage du bord d'attaque sont visibles sur les évolutions de  $i$  et de  $k$ . Concernant le basculement de l'outil sur les intrados et extrados, ce comportement est visible sur  $i$  et  $j$  pour l'intrados et sur  $k$  pour l'extrados.

Concernant la fluidité dans l'espace de la machine on peut remarquer que l'évolution des axes  $A$  et  $C$  (Fig : 3.26) est en accord avec les commentaires précédents. Ainsi, plus  $\alpha$  augmente et plus les courbes oscillent. La trajectoire dans l'espace de la pièce risque donc d'être moins fluide pour les grandes valeurs de  $\alpha$ .

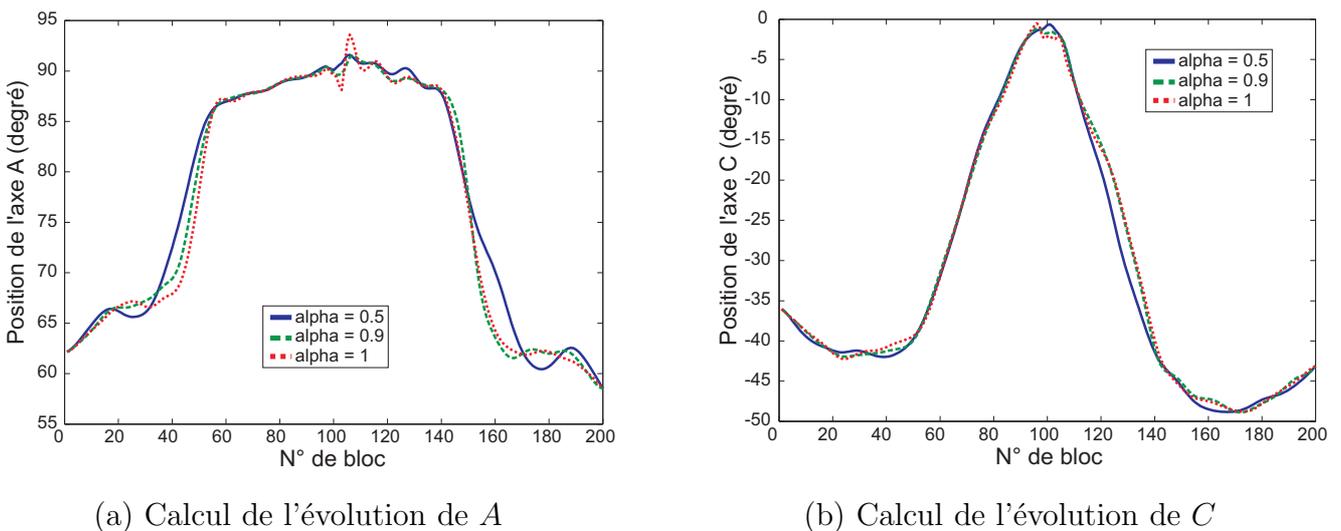


Figure 3.26 – Influence de  $\alpha$  sur la fluidité dans l'espace de la machine "Impeller"

Des relevés cinématiques ont été effectués lors de l'exécution des trajectoires sur la machine avec le protocole précédent. La vitesse outil/pièce est représentée figure 3.27.

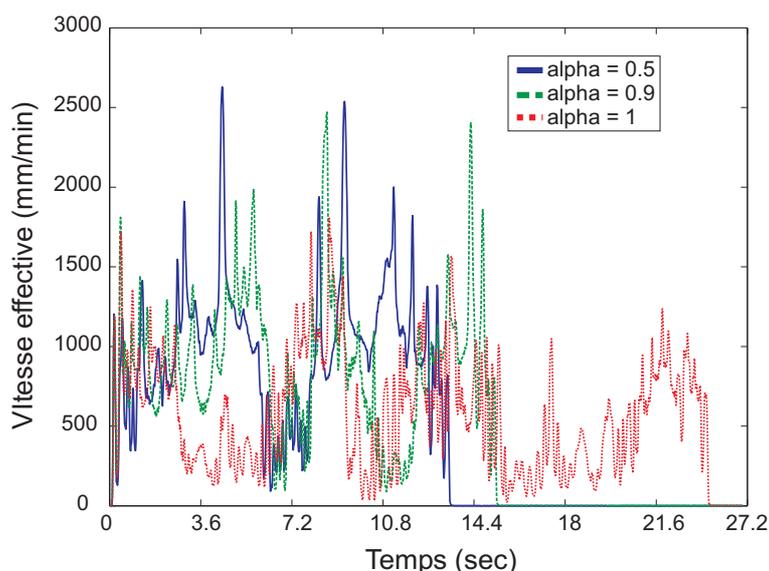


Figure 3.27 – Vitesse outil/pièce pour l’usinage de l’aube de turbine

On constate que les temps d’usinage sont nettement différents (Tab : 3.10), puisqu’ils varient du simple au double entre la trajectoire la plus fluide et la trajectoire la moins fluide. L’influence du paramètre  $\alpha$  sur la fluidité de la trajectoire est donc très significatif sur cet exemple.

Surface industrielle	”Impeller”		
Valeur de $\alpha$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1$
Temps d’usinage (sec)	13.7	15.5	23.9

Tableau 3.10 – Influence de  $\alpha$  sur les temps d’usinage de l’aube de turbine

Ainsi, au travers de cet exemple industriel nous pouvons évaluer l’influence du paramètre  $\alpha$  sur les trajectoires résultant de l’optimisation. L’augmentation de  $\alpha$  permet de diminuer les écarts géométriques au détriment de la fluidité de la trajectoire. Le choix de ce paramètre doit donc résulter d’un compromis entre écarts géométriques et temps d’usinage. Sur l’exemple présenté ci dessus, le choix du paramètre  $\alpha = 0.9$  semble être un bon compromis entre écarts géométriques et fluidité.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré que l’énergie de déformation de la surface d’usinage est représentative de la fluidité de la trajectoire dans l’espace de la pièce et de la machine lorsque l’ensemble des trajectoires comparées sont dans le même espace de solutions.

Le choix de calculer une énergie de déformation surfacique approchée, telle que nous la trouvons dans la littérature, s'est fait par l'intermédiaire d'essais sur une surface représentative de l'utilisation industrielle de la méthode Geo5xF.

Lors de l'intégration du critère de fluidité dans le schéma d'optimisation, une première approche consiste à enlever le second membre qui est fonction de la surface d'usinage initiale. Cette approximation semble être justifiée mais des essais doivent être réalisés dans le but d'observer l'influence de ce terme. Le schéma d'optimisation fait intervenir un paramètre  $\alpha$  permettant de pondérer l'importance des écarts vis-à-vis de la fluidité.

Des tests sur les différentes surfaces de la littérature ainsi que sur une aube de turbine montrent que l'influence du paramètre  $\alpha$  est conforme aux résultats attendus. Plus  $\alpha$  est grand, plus les écarts diminuent au détriment de la valeur de l'énergie de déformation et donc la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. De plus, les différents relevés cinématiques montrent qu'il y a corrélation entre énergie de déformation de la surface d'usinage et le temps d'usinage représentatif de la fluidité dans l'espace machine. Le choix de la valeur du paramètre  $\alpha$  résulte d'un compromis entre écarts et fluidité que l'utilisateur devra choisir en fonction de tolérances d'usinage.

Ces résultats encourageants ont conduit à l'implémentation du schéma d'optimisation dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Lors de cette phase nous avons rencontré des difficultés de nature algorithmique associées à l'intégration dans un logiciel commercial. Les attentes des utilisateurs en terme de robustesse, rapidité et simplicité d'utilisation doivent être prises en compte. Ces aspects sont développés dans le chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Geo5xF : Implémentation et application

---

### Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>104</b>
<b>1 Implémentation dans TopSolid'Cam®</b> . . . . .	<b>104</b>
1.1 Positionnement initial . . . . .	105
1.2 Construction de la surface d'usinage initiale . . . . .	109
1.3 Évaluation des écarts par double projection . . . . .	110
1.4 Etape d'optimisation de la surface d'usinage . . . . .	112
1.5 Geo5xF : point de vue utilisateur . . . . .	113
<b>2 Application à une surface industrielle multi-carreaux non réglés</b> .	<b>115</b>
2.1 La méthode vue par un utilisateur . . . . .	115
2.2 Synthèse de l'intégration de la méthode Geo5xF . . . . .	120
<b>3 Résolution localisée du schéma d'optimisation</b> . . . . .	<b>121</b>
3.1 Intégration des multiplicateurs de Lagrange . . . . .	123
3.2 Implémentation dans TopSolid'Cam® . . . . .	125
3.3 Conclusion sur le découpage du système . . . . .	126
<b>4 Limite de la méthode Geo5xF</b> . . . . .	<b>126</b>
<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>130</b>

---

## Introduction

Dans les chapitres précédents nous avons vu la faisabilité de la méthode Geo5xF permettant de générer une trajectoire par optimisation d'un critère géométrique et d'un critère énergétique représentant la fluidité de la trajectoire. La pertinence du critère mis en place a été validée par l'intermédiaire d'essais réalisés sur des surfaces de la littérature et des surfaces industrielles.

Dans ce chapitre nous nous attachons à présenter l'implémentation de la méthode Geo5xF dans TopSolid'Cam<sup>®</sup>. Une des problématiques à laquelle nous devons répondre est celle de l'industrialisation de la méthode développée. Nous verrons dans la première partie que la phase d'implémentation apporte son lot de problèmes que nous avons dû résoudre en répondant aux deux contraintes majeures suivantes :

- la robustesse des algorithmes,
- la rapidité du calcul.

Une application sur une surface industrielle est proposée pour montrer quels sont les moyens donnés à l'utilisateur pour déterminer une valeur de  $\alpha$ , permettant de pondérer les deux critères d'optimisation, satisfaisant à la fois les tolérances qu'il s'est fixées et la fluidité de la trajectoire.

Une évolution de la méthode est ensuite proposée afin d'améliorer les résultats obtenus par la méthode Geo5xF en termes d'écarts géométriques par découpage de la surface.

Une étude est ensuite conduite sur la difficulté de choix de la valeur du paramètre  $\alpha$  résultant d'un compromis sur une pièce de la littérature.

## 1 Implémentation dans TopSolid'Cam<sup>®</sup>

L'implémentation de la méthode Geo5xF dans un logiciel commercial apporte de nouvelles contraintes.

La première est une contrainte de robustesse. En effet, l'application doit donner un résultat exploitable quelle que soit la pièce à usiner. La trajectoire générée doit donc respecter au mieux les contraintes géométriques indiquées par l'utilisateur par l'intermédiaire de la tolérance d'usinage. Si ces contraintes géométriques ne sont pas respectées, une trajectoire doit quand même être générée en indiquant que celle-ci est hors tolérance par exemple. Des cartes d'écarts et des simulations dans l'espace de la pièce ou de la machine sont mises à la disposition de l'utilisateur pour vérifier le bon comportement de la trajectoire générée.

La contrainte de robustesse implique que le caractère multi-carreaux des surfaces doit être

pris en compte au même titre que les problèmes de raccordement de carreaux. Avec la méthode mise en place, nous verrons que les surfaces non réglées peuvent aussi être usinées. L'utilisation du concept de surface d'usinage présenté au Chapitre 1 permet de contourner le problème de l'usinage multi-carreaux. En effet, l'ensemble des carreaux couverts par l'enveloppe du mouvement de l'outil appartenant à la surface d'usinage sont usinés. Le point clé est la construction d'une surface d'usinage couvrant l'ensemble des carreaux à usiner. Dans ce paragraphe nous présenterons les difficultés associées à la construction de la surface d'usinage.

La deuxième contrainte que nous devons satisfaire est une contrainte de rapidité. En effet, l'utilisateur du logiciel refuse d'utiliser une fonction si les temps de calcul associés paraissent trop long, c'est à dire s'ils dépassent 10 minutes. Cette contrainte de temps nous a poussé à ne nous intéresser qu'aux problématiques liées aux écarts géométriques et à la fluidité de la trajectoire. Les problématiques de vibrations, coupe, déformation d'outil qui sont importants lors de l'usinage par flanc d'outil ont donc été écartées. De plus, comme nous l'avons vu Chapitre 2, les choix de la méthode de positionnement initial et de calcul des écarts géométriques présentés au chapitre 2 ont été faits en réponse à cette contrainte.

La méthode Geo5xF est implémentée dans le logiciel TopSolid'Cam® sous le nom de "New-Miroll". Le langage de programmation utilisé est le langage C++ qui permet de mettre en place des projets de taille importante tels que le logiciel TopSolid®. Dans cette partie nous présentons les difficultés que nous avons rencontrées pour implémenter les 4 étapes de la méthode Geo5xF. Nous finirons cette partie par la présentation d'une technique qui permettrait de choisir la meilleure valeur de  $\alpha$  pour générer la trajectoire optimisée. Cette technique n'est pour le moment qu'à l'état de réflexion.

## 1.1 Positionnement initial

L'étape de positionnement initial de l'outil est réalisée par une méthode proche de la méthode "SPO" (Fig : 1.16). La méthode présentée au Chapitre 2 consiste à positionner l'outil parallèlement à la règle de la surface réglée à usiner et de le décaler d'une valeur  $T = \frac{\Delta_{max}}{\cos(\theta)}$  (éq : 2.1) suivant la normale à la surface au point milieu de la règle.

La difficulté majeure rencontrée au cours de cette étape est la construction de la surface sur laquelle l'ensemble des outils doivent être positionnés. Cette surface, dite surface de posage, est une surface réglée, donc entièrement définie par ses courbes de bord. Nous nous intéressons donc à la construction de ces courbes de bord à partir de la surface à usiner. Comme nous

l'avons évoqué dans les chapitres précédents, dans le but de construire une surface d'usinage nous permettant d'avoir un nombre de points de contrôle plus important dans les zones de forte courbure, une méthode de discrétisation des courbes de bord de la surface nominale est mise en place.

### 1.1.1 Calcul des courbes de bord de la surface de posage

La méthode de construction des courbes de bord telle qu'elle est implémentée propose à l'utilisateur d'usiner la pièce soit directement à partir des faces qu'il a sélectionnées constituant la surface à usiner, soit à partir de deux courbes que l'utilisateur aura construites au préalable.

La première possibilité est entièrement automatique. Pour cela nous avons mis en place un algorithme permettant de construire automatiquement les courbes de bord de la surface de posage à partir des faces sélectionnées. Dans ce cas l'utilisateur indique selon quelle isoparamétrique il souhaite usiner, donnant ainsi la direction d'usinage et il indique également l'orientation de l'axe de l'outil. Une illustration de l'algorithme est présentée figure 4.1.

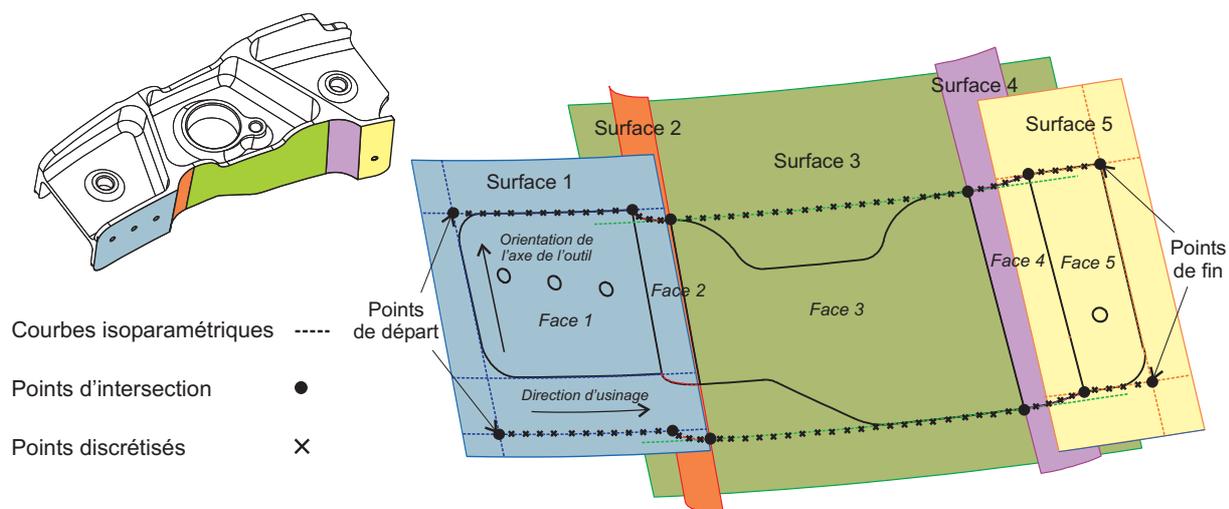


Figure 4.1 – Construction des courbes de bord

Dans cet exemple, l'usinage d'un bord extérieur d'une ferrure aéronautique est considéré. La surface à usiner est constituée de cinq faces. Par face nous entendons la restriction d'une surface porteuse par un contour. Connaissant l'orientation de l'axe de l'outil, on détermine pour chaque face les isoparamétriques supérieures et inférieures correspondant à la direction d'usinage. On ne conserve que les isoparamétriques extrêmes qui sont :

- l'isoparamétrique supérieure de la face 1, 2, 3, 4 ou 5 pour la courbe du haut,
- l'isoparamétrique 3, 4 ou 5 pour la courbe du bas.

Considérons par exemple les isoparamétriques extremum de la face 3. Chaque isoparamétrique intersecte les surfaces porteuses adjacentes aux points d'intersections. Les isoparamétriques des surfaces porteuses sont calculées en ces points et l'opération est répétée jusqu'à ce que les surfaces porteuses extrémités soient traitées. Dans ce cas, les points de début et de fin sont calculés par intersection avec l'isoparamétrique extremum selon la direction de l'orientation de l'outil. Le résultat de l'algorithme mis en place est l'ensemble des isoparamétriques, du haut et du bas, délimitées par les points d'intersection. Pour obtenir les courbes de bord de la surface de posage, on échantillonne les différentes isoparamétriques entre les points d'intersection par une tolérance d'erreur de corde donnée par l'utilisateur. Les deux ensembles de points échantillonnés sont alors interpolés par deux courbes B-spline.

La méthode présentée ci-dessus donne de bons résultats dans la plupart des cas. Par contre dans les cas où les contours des faces ne sont pas orientés suivant les isoparamétriques des surfaces porteuses (Fig : 4.2 (a)), ou lors de l'usinage de pièces de formes complexes dont les faces ne sont pas forcément réglées comme lors de l'usinage de l'aube de turbine multi-carreaux (Fig : 4.2 (b)), cette méthode ne donnera pas de résultat exploitable par la méthode Geo5xF.

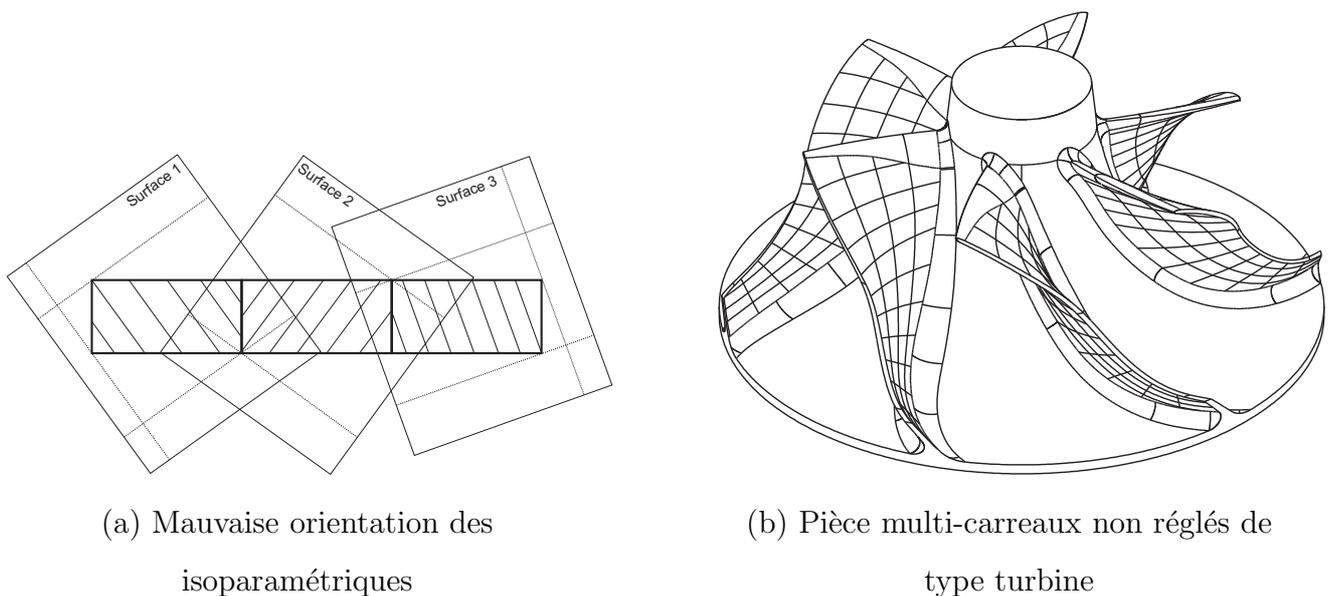


Figure 4.2 – Pièces pour lesquelles la méthode automatique échoue

Ainsi, dans tous ces cas l'utilisateur est invité à construire lui-même les deux courbes de bords de la surface de posage. L'usinage est donc effectué à partir de ces courbes et l'optimisation est calculée soit à partir des faces sélectionnées, soit à partir de la surface de posage.

A l'issue de cette étape, quelle que soit la méthode utilisée, automatique ou non, les deux courbes définissant la surface de posage sont déterminées. Le positionnement initial de l'outil

est alors effectué.

### 1.1.2 Discrétisation des positions outil

Les positions initiales de l'outil sont calculées à partir de la surface de posage précédemment décrite. Dans le but d'améliorer la trajectoire optimisée, la surface d'usinage doit posséder un nombre de points de contrôle augmentant en fonction de la valeur de la courbure de la surface. Les zones de fortes courbures, qui sont celles où le positionnement outil engendre les plus grands écarts géométriques et où les oscillations de la trajectoire apparaissent, doivent être décrites par un nombre de points de contrôle plus important que les zones où la courbure est modérée. Ainsi, le nombre de degrés de liberté, donné par le nombre de points de contrôle, plus important dans ces zones permet à l'outil de se positionner au mieux.

Les courbes de bord de la surface d'usinage initiale sont construites par approximation des nuages de points extrémités des axes outils positionnés par la méthode en un point. Pour obtenir un nombre de points de contrôle suffisant dans les zones de fortes courbures nous discrétisons les courbes de bords de la surface de posage selon un critère en erreur de corde. La valeur de cette tolérance est la même que celle utilisée lors de la phase de construction des courbes de bord. Cette technique est rapide à mettre en œuvre mais elle ne permet pas d'obtenir la même finesse de description sur les zones concaves ou convexes de la surface d'usinage (Fig : 4.3).

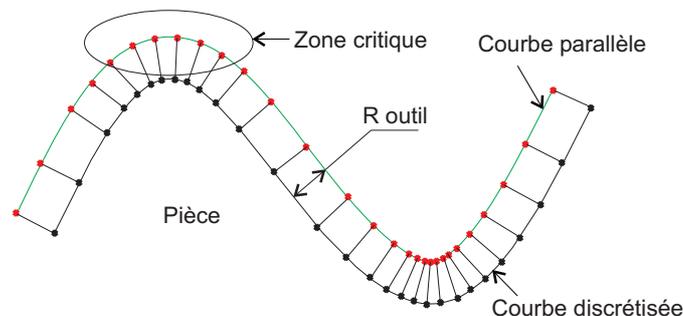


Figure 4.3 – Construction des courbes de bord

En effet, la densité du nombre de points sur la surface d'usinage est plus faible dans les zones convexes que dans les zones concaves. Ainsi, le nombre de points de contrôle risque d'être moins important dans les zones convexes. Une réapproximation par erreur de corde est alors effectuée sur le profil décalé. Les points trouvés sont reprojétés sur les courbes de bords et les positions outil sont calculées, par la méthode de type "SPO", sur chaque règle de la surface de posage passant par ces points.

Les deux ensembles de points, du haut et du bas, extrémités des axes outil sont alors

construits. La construction de la surface d'usinage initiale à partir des approximations des points par deux courbes B-spline de degré 3 est décrite dans le paragraphe suivant.

## 1.2 Construction de la surface d'usinage initiale

Dans le chapitre précédent nous avons montré l'importance de minimiser la variation d'énergie de déformation au cours de l'optimisation. Ceci se justifie par le fait que l'énergie de déformation de la surface d'usinage initiale doit être la plus faible possible. En considérant la formulation de l'énergie de déformation présentée au chapitre précédent (éq. 3.7), seules les dérivées premières et secondes des courbes de bords influent sur la valeur de l'énergie de déformation.

L'interapproximation avec minimisation de l'énergie de déformation des courbes de bords d'après la méthode proposée par [Park *et al.*, 2000] suffit alors pour construire la surface d'usinage initiale d'énergie minimum. La méthode d'interapproximation des courbes consiste à approximer un nuage de points par une courbe en minimisant une fonctionnelle constituée d'un critère des moindres carrés et d'un critère énergétique.

$$E^{l+e}(X) = \underbrace{\int_t \alpha \|\dot{C}(t)\|^2 + \beta \|\ddot{C}(t)\|^2 dt}_{\text{critère énergétique}} + \gamma \underbrace{\sum_{i=0}^m \|P_i - C(t_i)\|^2}_{\text{critère des moindres carrés}} \quad (4.1)$$

Cette méthode d'approximation conduit à résoudre un système linéaire ayant trois coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  relatifs à l'énergie de déformation de la courbe et  $\gamma$  relatif à la proportion des écarts dans la fonctionnelle. L'automatisation du choix de ces coefficients est compliquée pour donner un résultat satisfaisant dans tous les cas de figure. De plus, le conditionnement de la matrice est mauvais et nécessite une méthode de résolution par pseudo-solution. Le mauvais conditionnement est lié au terme énergétique qui fait intervenir des termes de différents ordres de grandeur. Nous avons comparé l'interapproximation à une méthode classique d'approximation sur un ensemble de 50 points approximés par une courbe B-spline de degré 3. La tolérance d'approximation est de 0.001 mm et les paramètres de la fonctionnelle est  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0.2$  comme dans l'article proposé par Park *et al.*. La figure 4.4 représente deux exemples pour lesquels la valeur de  $\gamma$  est différente. La courbe verte est la courbe interapproximée et la courbe rouge est la courbe approximée.

La figure 4.4 (a) montre que la résolution du système conduit à des oscillations aux bords. Par contre, la figure 4.4 (b) donne les résultats attendus. Le choix du paramètre  $\gamma$  est donc essentiel. Néanmoins il est difficile de choisir cette valeur quel que soit le nuage de points à interapproximer. Le tableau 4.1 récapitule les valeurs des énergies de déformation des courbes

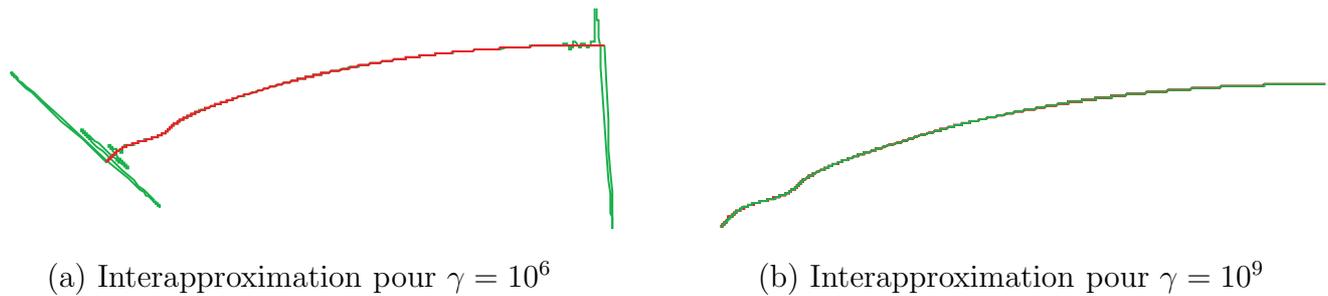


Figure 4.4 – Comparaison entre l’interapproximation et l’approximation classique

calculées par le critère énergétique de l’interapproximation. La valeur de l’énergie de déformation de la courbe interapproximée est inférieure mais la différence n’est pas significative sur cet exemple.

	Méthode d’interapproximation	Méthode d’approximation
Nombre de points de contrôle	12	12
Energie de déformation ( $mm^{-2}$ )	0,00221496	0,00221513

Tableau 4.1 – Energie de déformation des courbes approximées par les deux méthodes

De ce fait, la méthode d’approximation classique est préférée à la méthode d’interapproximation pour des raisons de stabilité numérique et de temps de calcul. Les courbes approximées sont paramétrées par abscisse curviligne pour construire la surface d’usinage initiale.

### 1.3 Évaluation des écarts par double projection

La troisième étape de la méthode Geo5xF consiste à calculer l’ensemble des écarts entre la surface nominale et la surface enveloppe du mouvement de l’outil. Ce calcul est réalisé par une méthode de double projection dont le choix a été motivé par sa rapidité. Néanmoins, lors d’un usinage multi-carreaux, la projection de l’ensemble des points de la surface d’usinage peut prendre beaucoup de temps.

Initialement la méthode consistait à calculer l’ensemble des projections d’un point de la SU sur les carreaux de la surface nominale à usiner. La méthode de projection utilisée est une des méthodes proposées par Parasolid<sup>®</sup> utilisé par Topsolid<sup>®</sup>. Cette méthode consiste à utiliser un algorithme de Newton Raphson sur la différence entre la normale au point appartenant à la surface à usiner et le vecteur directeur du segment [point de la surface à usiner, point à projeter]. Cette méthode rapide avait été développée pour des exemples de la littérature mono-carreau. Ainsi, lors de l’usinage d’une pièce multi-carreaux telle que la turbine (Fig : 4.2 (b)), les temps

de projection sont trop longs pour être utilisée industriellement. En effet, chaque aube de la turbine est constituée de 94 faces non réglées. Le déroulement de la phase de projection est illustré figure 4.5.

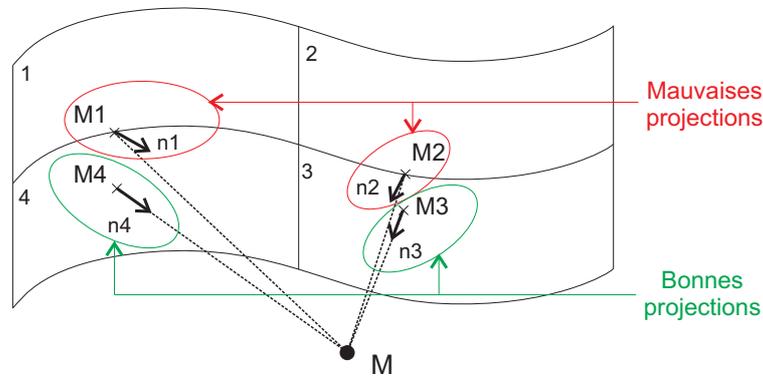


Figure 4.5 – Projection directe sur une surface multi-carreaux

Soit  $M$  le point à projeter sur la surface nominale constituée des 4 faces 1, 2, 3 et 4. Ce point est projeté sur l'ensemble des carreaux constituant la surface nominale à usiner. Une vérification de la direction de la normale à la face au point projeté est effectuée dans un premier temps pour éliminer les points se situant sur les bords par exemple ou les points dont la projection a échoué. Les "bonnes projections" sont conservées et seule celle qui donne une distance minimale est gardée. Sur l'exemple de la figure 4.5, le point conservé est le point  $M3$ . Ainsi, dans le cas de la turbine multi-carreaux, le temps de projection des 2000 points appartenant à la surface d'usinage est de 4 minutes et 10 secondes. Or, cette opération doit être effectuée pour chaque valeur propre du spectre du système d'optimisation. Le temps de calcul devient alors inacceptable.

Une méthode de projection adaptée aux pièces multi-carreaux a donc été développée. Celle-ci consiste dans un premier temps à construire un maillage de la surface à usiner. Chaque face est maillée par des triangles, appelés facettes, contenant les informations suivantes (Fig : 4.6 (a)) :

- le numéro de la face à laquelle il appartient,
- son numéro dans le maillage complet de la face,
- 3 sommets défini par leurs paramètres  $(u,v)$  dans l'espace paramétrique de chaque face,
- sa normale.

La projection du point de la SU se fait en deux temps. Une première projection est effectuée sur le maillage complet de la pièce pour déterminer la facette sur laquelle il se projette (Fig : 4.6 (b)). Ce calcul peut être accéléré en utilisant des boîtes d'encombrement autour du point

à projeter sélectionnant ainsi les facettes concernées. Les points se projetant à une distance proche des bords des faces, c'est à dire à une distance inférieure à la tolérance de facettisation, sont éliminés ( $M2$  et  $M1$  dans notre cas). Ensuite le point donnant une distance minimum est conservé, ici  $M3$ . La deuxième phase consiste à projeter le point sur la face dont le numéro est donné par la facette. Pour accélérer la projection nous utilisons une solution initiale qui se trouve être le point, de paramètres  $(u_{init}, v_{init})$  dans l'espace paramétrique de la face, calculé à partir du barycentre des paramètres des sommets de la facette (Fig : 4.6 (a)).

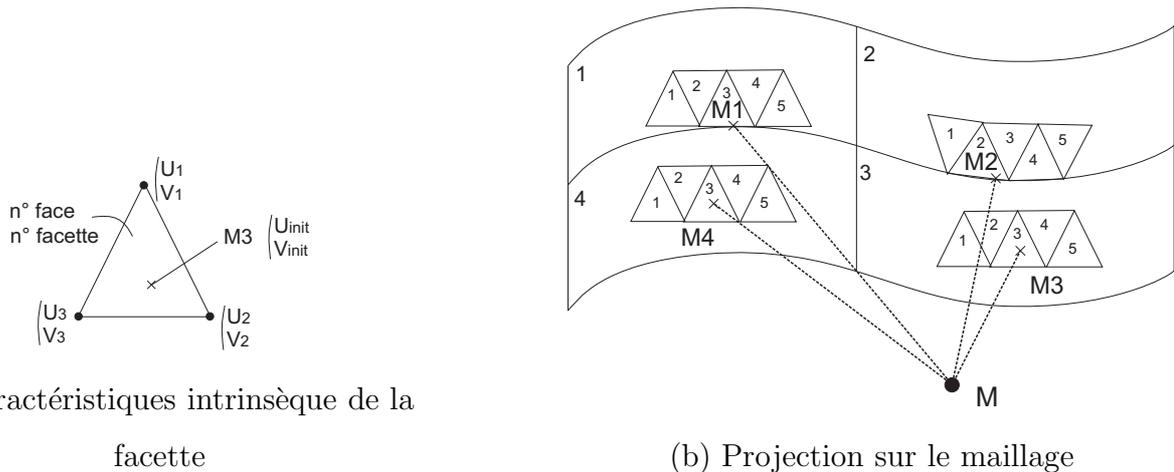


Figure 4.6 – Méthode de projection adaptée à l'usinage multi-carreaux

Les résultats en terme de gain de temps sont significatifs. Ainsi, pour projeter les 2000 points sur l'aube, l'algorithme ne met que 6 secondes contre 250 secondes avec la méthode précédente.

## 1.4 Etape d'optimisation de la surface d'usinage

La dernière étape de la méthode Geo5xF est l'étape d'optimisation. Celle-ci est réalisée par le calcul de la pseudo-solution du système minimisant la fonctionnelle constituée d'un critère géométrique et du critère énergétique. La détermination de la pseudo-solution est effectuée par l'intermédiaire de la méthode directe appelée SVD.

A ce stade, l'utilisateur doit choisir une valeur de  $\alpha$  pour obtenir la fonctionnelle à minimiser. Pour cela, nous offrons la possibilité à l'utilisateur de choisir une valeur de  $\alpha$  entre 0.5 et 0.999 par l'intermédiaire d'un curseur par exemple (Fig : 4.7).

Une fois le spectre du système calculé, chaque pseudo-solution est déterminée et la fonctionnelle  $G$  est évaluée. Lors de l'usinage de l'aube de turbine précédente, cette opération prend 9 minutes et 22 secondes. Ce temps peut être diminué en évaluant une valeur propre sur deux sur l'ensemble du spectre. La meilleure solution pour diminuer le temps de calcul consisterait à

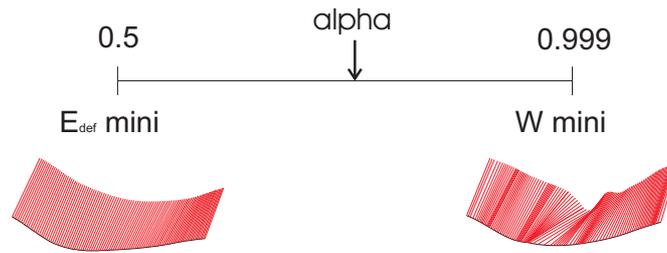


Figure 4.7 – Curseur associé aux choix du compromis

donner un "condition number" limite fixe. Ainsi le calcul de la solution optimisée serait inférieur à la minute. Pour déterminer la valeur de ce "condition number", une série de tests doit être effectuée sur un grand nombre de surfaces afin de dégager des plages de valeurs associées à des typologies de pièces.

Néanmoins, l'utilisateur doit choisir la valeur de  $\alpha$  conduisant au meilleur compromis. Ainsi, l'idée de choisir ce compromis pour lui s'est imposée. Dans ce cas, l'utilisateur devrait indiquer, en plus de la tolérance sur courbe et des faces à usiner, les valeurs d'écarts géométriques admissibles par l'intermédiaire d'une tolérance d'usinage. Dans un premier temps nous évaluons la trajectoire donnant les écarts géométriques minimum ( $\alpha \approx 1$ ). Si les écarts géométriques sont inférieurs à la valeur spécifiée par l'utilisateur, la détermination automatique de  $\alpha$  est envisagée par dichotomie. A chaque pas de calcul, les écarts géométriques engendrés par la pseudo-solution peuvent être évalués, s'ils sont inférieurs à la valeur spécifiée par l'utilisateur, on diminue  $\alpha$  sinon on l'augmente. Par cette méthode nous déterminons la valeur de  $\alpha$  la plus faible possible, engendrant une fluidité maximale pour une tolérance d'usinage donnée. Un critère d'arrêt peut consister à fixer un nombre de pas de calcul.

Dans le cas où la tolérance d'usinage est plus faible que l'amplitude des écarts géométriques donné par la trajectoire minimisant les écarts géométriques, le choix du compromis n'a pas lieu. L'utilisateur peut alors soit spécifier une tolérance plus grande, soit utiliser un autre mode d'usinage.

## 1.5 Geo5xF : point de vue utilisateur

Les parties précédentes ont montré les différentes évolutions apportées à la méthode Geo5xF dans le but de l'implémenter dans le logiciel TopSolid'Cam®. La figure 4.8 présente l'environnement associé à Geo5xF. L'utilisateur choisit le mode d'usinage par faces ou par courbes, comme nous l'avons présenté au paragraphe 1.1.1, en fonction de la surface à usiner. Une fois

cette opération effectuée, la boîte de dialogue apparaît dans laquelle il doit renseigner la valeur des différents paramètres. Le paramètre "tolérance sur courbe" est la valeur qui conditionne le nombre de points de contrôle de la surface d'usinage comme nous l'avons vu précédemment. Les autres paramètres classiques tels que les sur-épaisseurs d'usinage sont aussi à renseigner.

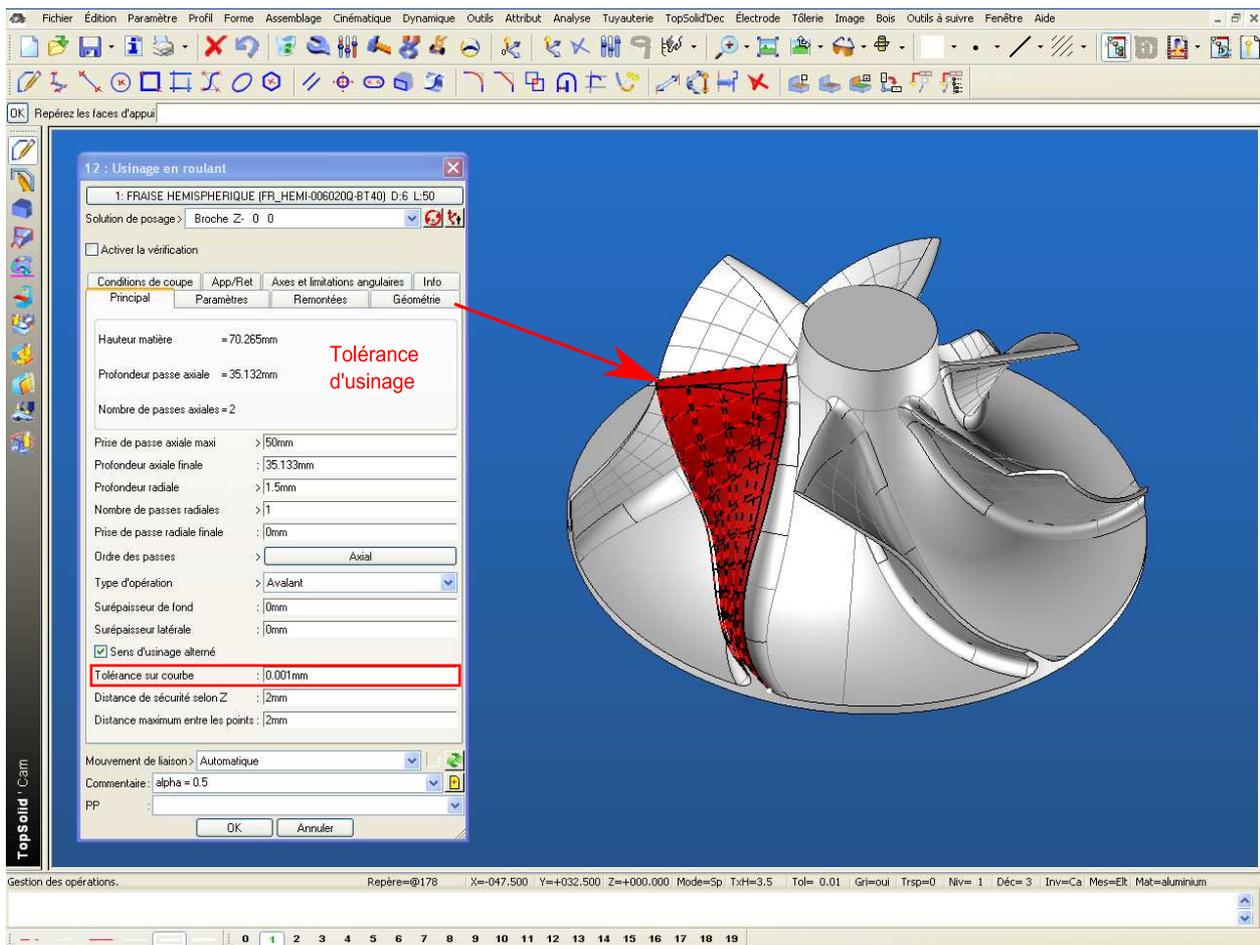


Figure 4.8 – Implémentation de Geo5xF dans TopSolid'Cam®

Une évolution de cette boîte de dialogue est envisagée au niveau du paramètre  $\alpha$ . En effet, le paramètre  $\alpha$  est inséré dans un champ et sera bientôt déterminé à l'aide d'un curseur. De plus, dans l'optique de sa détermination automatique, une tolérance d'usinage sera demandée à l'utilisateur.

## 2 Application à une surface industrielle multi-carreaux non réglés

### 2.1 La méthode vue par un utilisateur

Dans le but de valider l'utilisation de "NewMiroll" nous nous sommes placés du point de vue de l'utilisateur pour usiner une surface industrielle multi-carreaux non réglés, l'aube de turbine (Fig : 4.2 (b)). Après avoir choisi une machine de type RRTTT-AC identique à celle du laboratoire, nous avons généré la trajectoire par flanc d'outil de cette surface en utilisant un outil hémisphérique de diamètre 6 mm et de longueur utile 50 mm. Le tableau 4.2 récapitule l'ensemble des paramètres nécessaires à la génération de la trajectoire.

Tolérance sur courbe de bord (mm)	0.001
Tolérance d'approximation (mm)	0.001
Nombre de points de contrôle de la courbe du haut	34
Nombre de points de contrôle de la courbe du bas	34
Dimension de la matrice carrée	204
Nombre de positions outil	200
Nombre de points par règle	20

Tableau 4.2 – Paramètre relatif à la génération de trajectoires de la surface aube de turbine

Seule la tolérance sur courbe est donnée par l'utilisateur. La tolérance d'approximation est choisie identique à la tolérance sur courbe et les nombres de points de contrôle ainsi que la dimension de la matrice sont déterminés par la méthode Geo5xF. Concernant les deux derniers paramètres, le nombre de positions outil et le nombre de points échantillonnés de l'axe outil sont pour le moment définis de manière arbitraire. Une étude de sensibilité relative à ces deux paramètres devra être menée pour les déterminer automatiquement. Le paramètre "nombre de positions outil" n'est utilisé que pour calculer la surface d'usinage optimisée. En effet, les positions outil constituant la trajectoire seront ensuite extraites de la surface d'usinage par l'intermédiaire soit d'un paramétrage par erreur de corde pour densifier les positions outil dans les zones de forte courbure, soit à l'aide d'un paramétrage par abscisse curviligne pour homogénéiser la répartition des positions des axes de l'outil.

Pour déterminer la trajectoire outil, l'utilisateur doit choisir une valeur du paramètre  $\alpha$ . Pour faire son choix il compare par exemple trois trajectoires optimisées associées aux trois valeurs

de  $\alpha$  égales au minimum qu'on lui impose  $\alpha = 0.5$ , au maximum  $\alpha \approx 1$  et à un compromis  $\alpha = 0.9$ . Chaque trajectoire est générée en 4 minutes et 41 secondes<sup>1</sup> sur une station de travail équipée d'un P4 3Ghz.

Les valeurs des critères d'optimisation sont récapitulées dans le tableau 4.3. L'influence du paramètre  $\alpha$  sur les valeurs des différents critères correspond aux conclusions que nous avons faites dans le chapitre précédent. En effet, plus la valeur de  $\alpha$  augmente et plus le critère géométrique diminue contrairement à l'énergie de déformation de la trajectoire qui augmente.

Surface test	Aube multi-carreaux			
$\alpha$	0.5	0.9	1	"SPO"
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	86.6	20.4	9.1	785
Énergie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	166	577	1351	151

Tableau 4.3 – Valeurs des critères d'optimisation pour les trajectoires considérées

Pour ne pas demander un niveau de qualification trop important à l'utilisateur, nous ne lui donnons pas accès à ces valeurs. Il conserve donc les moyens classiques qui lui sont offerts par le logiciel pour évaluer le comportement de la trajectoire :

- carte d'écarts,
- visualisation des orientations outil dans l'espace pièce,
- simulation de la trajectoire dans l'espace machine.

Concernant les écarts géométriques, l'utilisateur a accès aux mêmes types de cartes que ceux présentés jusqu'à présent. Ces cartes sont générées par la projection de l'ensemble des points de la surface d'usinage sur la surface à usiner et en leur affectant une couleur suivant une échelle définie par l'utilisateur. Pour faciliter la lecture nous avons représenté les écarts géométriques entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface nominale représentés dans l'espace paramétrique de la surface d'usinage (Fig : 4.9).

Au travers de ces cartes on remarque bien que plus  $\alpha$  se rapproche de la borne supérieure et plus l'amplitude des écarts géométriques diminue. Néanmoins, nous pensons que ce critère n'est pas suffisant pour déterminer la qualité géométrique de la surface. En effet, il se peut que sur certaines pièces, il y ait une zone dans laquelle les écarts deviennent grands, augmentant ainsi les écarts mini et maxi, mais que sur l'ensemble de la pièce les écarts diminuent tout de

1. Ce temps est divisé par deux par rapport à la valeur indiquée précédemment car nous n'évaluons qu'une pseudo-solution sur deux.

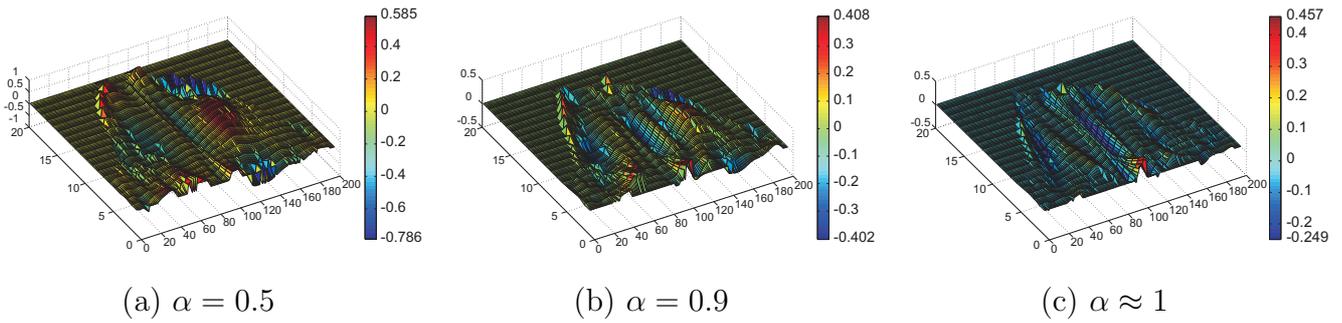


Figure 4.9 – Écart géométrique pour l'aube de turbine

même. Afficher la distribution des écarts serait peut être un moyen complémentaire donné à l'utilisateur pour faire son choix. Pour notre exemple, les distributions des écarts géométriques (Fig : 4.10) (Tab : 4.4) montrent que plus  $\alpha$  augmente et plus l'écart type diminue, rapprochant ainsi les valeurs des écarts proches de la valeur moyenne.

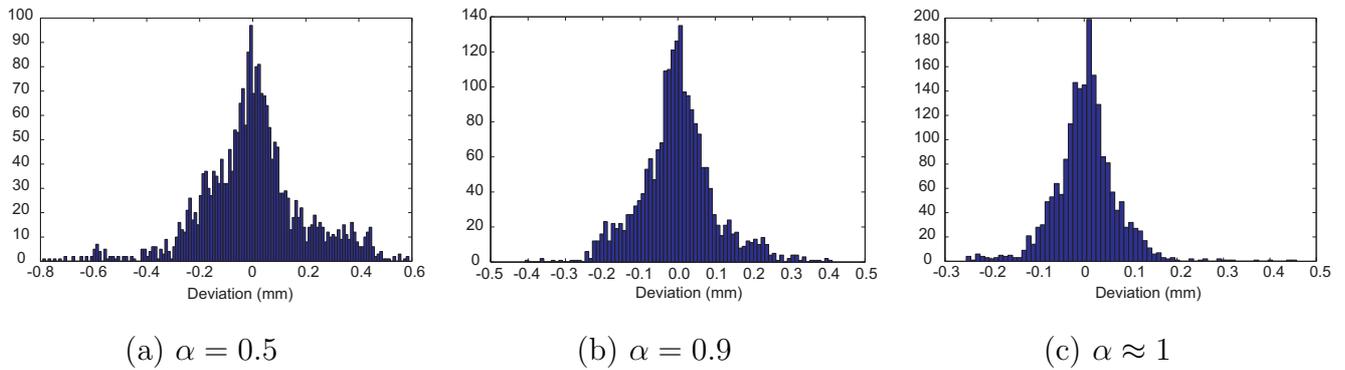


Figure 4.10 – Distribution des écarts géométriques

La distribution des écarts géométriques pour la valeur  $\alpha \approx 1$  montre bien que la dégradation de la valeur maximum de l'undercut, par rapport à la trajectoire  $\alpha = 0.9$  n'est pas significative car elle touche un nombre limité de points.

Surface test	Aube multi-carreaux		
$\alpha$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1$
Undercut (mm)	0.585	0.408	0.457
Overcut (mm)	0.786	0.402	0.249
Moyenne (mm)	0.0011	-0.0011	0.0036
Écart type (mm)	0.1919	0.0994	0.0681
$[-3\sigma ; 3\sigma]$ (mm)	$[-0.576 ; 0.574]$	$[-0.299 ; 0.297]$	$[-0.207 ; 0.20]$

Tableau 4.4 – Distribution des écarts géométriques pour les trois trajectoires optimisées

Le deuxième indicateur donné à l'utilisateur est l'évolution de l'orientation de l'outil. Pour cela nous lui donnons la possibilité d'afficher les différents axes outil le long de la trajectoire. L'ensemble des axes outil constituant les trajectoires correspondant aux différentes valeurs de  $\alpha$  sont représentées figure 4.11. On remarque qu'il est difficile d'apprécier l'évolution de l'orientation des axes outil aux vues de ces trajectoires. A première vue, les évolutions ne sont différentes que dans les zone intrados et extrados de l'aube.

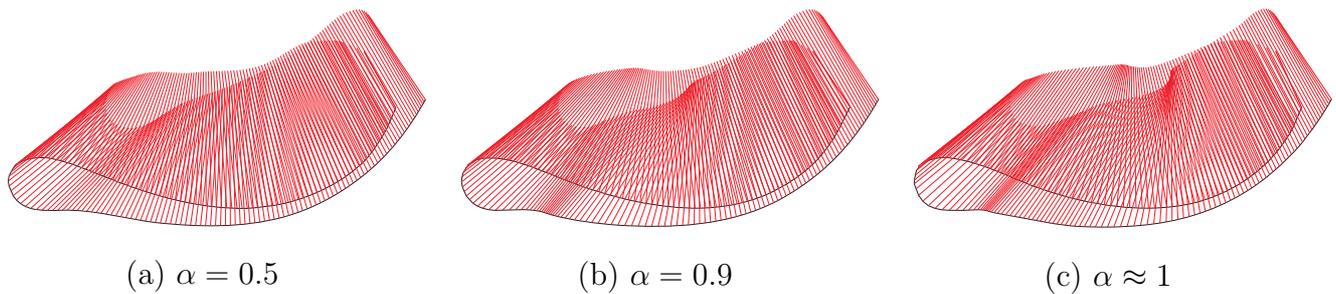


Figure 4.11 – Trajectoires d'usinage dans l'espace de la pièce

La variation de l'évolution correspond tout à fait aux différentes valeurs de  $\alpha$  choisies mais un utilisateur peu sensible aux problématiques 5 axes pourraient ne pas se rendre compte des différences de comportement. Ceci montre donc la difficulté, pour l'utilisateur, de choisir la valeur du paramètre  $\alpha$  sans d'autres indications. Ainsi, les courbes représentatives de l'évolution des composantes  $i$ ,  $j$  et  $k$  de l'orientation de l'axe de l'outil dans le repère pièce (Fig : 4.12) peuvent être une solution pour sensibiliser l'utilisateur aux phénomènes d'oscillations. Dans l'exemple, l'utilisateur se rendrait compte de la difficulté de passage du bord d'attaque (Fig : 4.12 (b)) qui est de moins en moins bien gérée au fur et à mesure que  $\alpha$  augmente. Ce constat est pratiquement impossible à faire avec la seule représentation des axes outil.

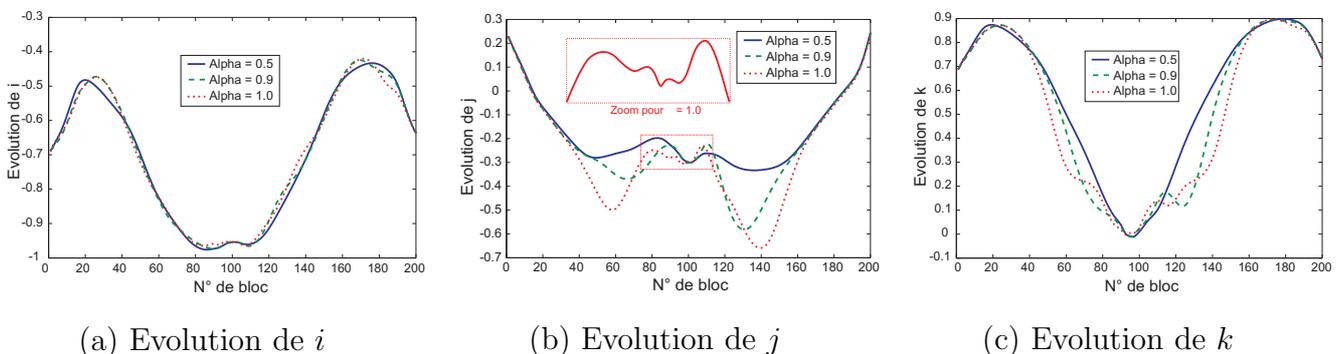


Figure 4.12 – Evolution de l'orientation de l'axe de l'outil

Le dernier indicateur que l'utilisateur peut utiliser est celui de la simulation dans l'espace machine. En effet, l'utilisateur ayant choisi la machine sur laquelle il souhaite usiner, les caractéristiques géométriques de la machine ont donc été renseignées. Le logiciel effectue alors la

transformation géométrique inverse, telle que le fait le post-processeur ou la machine elle même, et génère une simulation de l'évolution des axes de la machine au cours de la trajectoire. Pour représenter ce qui se passe lors de la simulation nous avons tracé les évolutions des axes rotatifs de la machine *A* et *C* (Fig : 4.13)

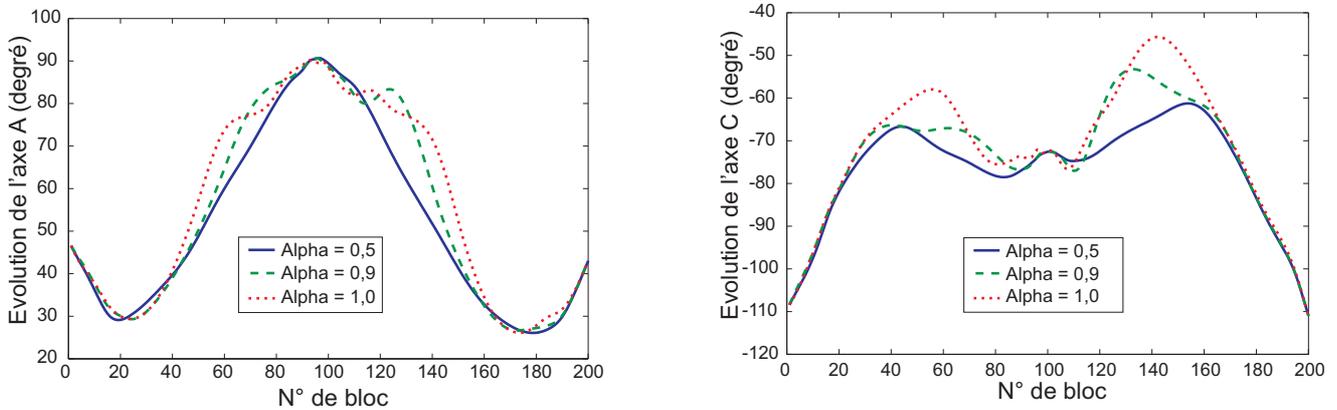
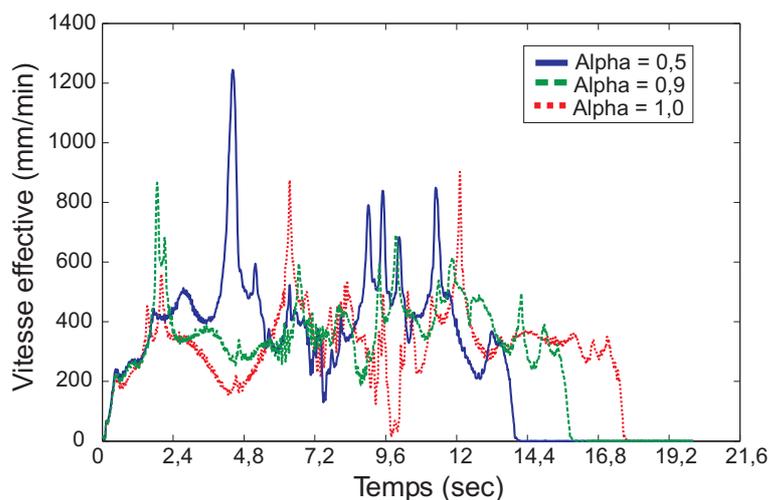
(a) Evolution des positions de l'axe *A*(b) Evolution des positions de l'axe *C*

Figure 4.13 – Evolution des axes rotatifs de la machine

L'utilisateur se rendra compte d'une dégradation du comportement des axes rotatifs de la machine en fonction de l'augmentation de  $\alpha$ . En effet, pour  $\alpha \approx 1$  la machine a un comportement moins fluide que pour les autres trajectoires.

Pour vérifier l'influence de ces oscillations sur le comportement cinématique de la machine nous avons relevé les positions et vitesse de chacun des axes de la machine au cours de l'exécution des trois trajectoires optimisées par la machine. La vitesse programmée est de 5 m/min et les paramètres machine utilisés sont les mêmes que pour les essais précédents. La vitesse effective de l'outil par rapport à la pièce au cours du mouvement de l'outil (Fig : 4.14) montre que la trajectoire la plus lisse dans l'espace de la pièce est aussi la plus rapide. La vitesse effective atteint son maximum pour  $\alpha = 0.5$  et la différence de temps d'usinage est relativement significative dans ce cas. Cependant, l'utilisateur ne connaît pas cette information qui lui permettrait de choisir la valeur de  $\alpha$  car la vitesse calculée n'est pas la vitesse simulée. Néanmoins, la simulation dans l'espace de la machine du mouvement des axes lui permet d'apprécier les différentes oscillations qui ralentissent la machine.

En conclusion, l'influence du paramètre  $\alpha$  sur la trajectoire optimisée est suffisamment significative sur l'exemple traité pour permettre à l'utilisateur de choisir une valeur de  $\alpha$  résultant d'un compromis. D'après le tableau 4.5, les écarts diminuent fortement et la fluidité dans l'espace de la pièce augmente en fonction de  $\alpha$ . Le seul inconvénient pour l'utilisateur est de générer une trajectoire pour les différentes valeurs de  $\alpha$ , opération qui prend 5 minutes sur ce cas, et

Figure 4.14 – Vitesse outil/pièce en fonction du paramètre  $\alpha$ 

d'analyser les trajectoires générées en terme d'écart et de fluidité. C'est pourquoi une méthode automatique du choix de  $\alpha$  doit être envisagée.

Surface test	Aube multi-carreaux		
$\alpha$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1$
$\sum e_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	86.6	20.4	9.1
Energie de déformation (mm <sup>-2</sup> )	166	577	1351
Temps d'usinage (s)	13.9	15.8	17.8

Tableau 4.5 – Temps d'usinage pour les trajectoires considérées

## 2.2 Synthèse de l'intégration de la méthode Geo5xF

Le paragraphe précédent montre que l'implémentation de la méthode Geo5xF dans le logiciel TopSolid'Cam<sup>®</sup> par l'intermédiaire de l'application "NewMiroll" est très satisfaisante. En effet, les résultats obtenus sur les pièces industrielles sont encourageants. L'application sera probablement commercialisée dans la version V6.11 de TopSolid<sup>®</sup>. Pour cela nous intégrerons le choix automatique du paramètre  $\alpha$  ainsi que la détermination du nombre de positions outil et du nombre de points discrétisés pour obtenir la surface d'usinage optimisée. Cependant nous avons constaté des limites qui constituent des voies d'amélioration.

Les écarts géométriques engendrés par la trajectoire optimisée restent parfois importants car mal gérés compte tenu du caractère global de l'optimisation. En effet, les zones à faibles écarts initiaux sont parfois déformées lorsqu'elles ne le devraient pas. Le choix d'un degré faible des

courbes de bords permet de limiter cet effet mais il existe néanmoins. De plus, lors de l'usinage d'une aube de turbine, on peut séparer les faces intrados et extrados qui engendrent des écarts géométriques initiaux importants et des zones telles que le bord d'attaque où la fluidité du parcours est privilégiée par rapport aux écarts. Ainsi, pour contourner ces problèmes nous avons envisagé de découper la surface d'usinage initiale et de résoudre séparément les systèmes associés aux différentes surfaces d'usinage.

La deuxième limite que nous avons constatée est que la fluidité dans l'espace pièce ne garantit pas la trajectoire la plus rapide dans l'espace machine. Pour l'instant nous n'avons pas rencontré cette limite sur des cas industriels mais l'usinage d'une surface de la littérature a fait émerger ce problème.

Les deux points précédents sont détaillés dans la suite, des solutions sont apportées pour le premier point et une discussion autour du second est proposée.

### 3 Résolution localisée du schéma d'optimisation

Actuellement la méthode Geo5xF est basée sur l'optimisation d'une trajectoire par le critère des moindres carrés et un critère d'énergie de déformation représentant la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. Cette optimisation consiste donc à :

*Trouver les déplacements des points de contrôle  $X$  minimisant la fonctionnelle  $G(X) = \alpha \cdot \text{Ecart}(X) + \beta \cdot \Delta \text{Energie}(X)$  sur l'ensemble de la surface à usiner.*

La minimisation de cette fonctionnelle conduit à résoudre le système linéaire suivant :

$$\left[ \alpha \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot K \right] X = \alpha \cdot B \quad \text{avec} \quad \alpha \in [0, 1] \quad (4.2)$$

Le choix de la valeur du paramètre  $\alpha$  conditionne la forme de la trajectoire optimisée. Or, lors de l'usinage d'une pièce de forme complexe telle que l'extrados d'une aube de turbine (Fig 4.15), on remarque qu'il y a des zones tendues dans lesquelles les écarts initiaux sont faibles, des zones où l'angle de vrille est un peu plus important, engendrant des écarts modérés, et des zones fortement non développables où les écarts sont très grands. L'optimisation globale ne permet donc pas de traiter ces zones différemment.

Les différentes pistes qui sont offertes pour gérer différemment ces zones sont :

- pondérer les points de contrôle,
- reparamétriser les courbes de bord de la surface d'usinage,
- découper la surface d'usinage.

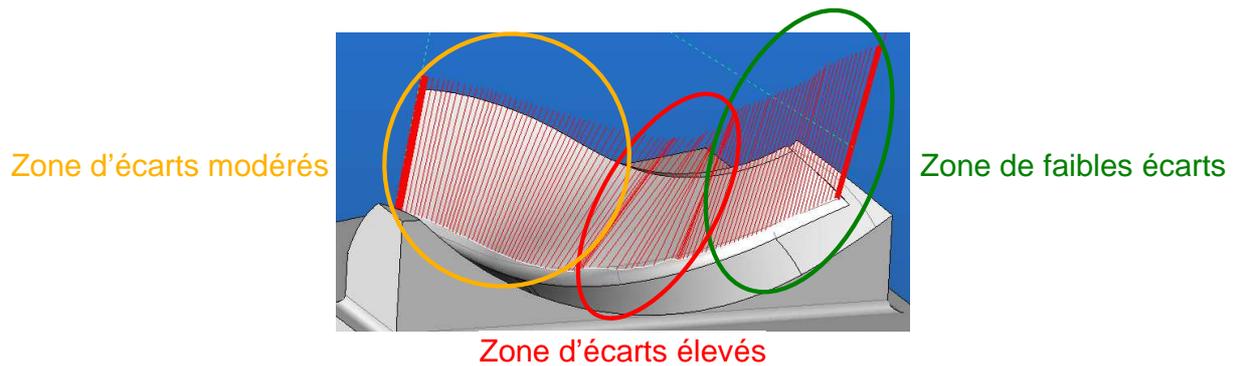


Figure 4.15 – Découpage du problème en zones caractéristiques

La première piste consiste à apporter une pondération différente aux points de contrôle appartenant aux différentes zones. Les points de contrôle appartenant à une zone d'écarts élevés seraient affectés d'un poids plus important que les points de contrôle des zones de faibles écarts. Cette méthode permet d'apporter plus d'importance aux zones dont les écarts sont élevés et de diminuer les déplacements dans les zones à faibles écarts. La deuxième piste consiste quant à elle à reparamétriser la surface d'usinage. Cette reparamétrisation permettrait de densifier les zones où les écarts sont élevés. Ainsi, un plus grand nombre de degrés de liberté sera accordé dans ces zones permettant une meilleure optimisation. Ces deux premières pistes permettent de prendre en compte le phénomène associé aux écarts géométriques. Par contre, concernant la fluidité de la trajectoire on ne peut envisager de la modifier par ses méthodes.

C'est pourquoi la troisième piste qui consiste à découper la surface d'usinage est envisagée. Le découpage en zones permet dans un premier temps d'améliorer les écarts géométriques engendrés par la solution optimale car l'optimisation sera localisée sur une zone où les écarts géométriques sont du même ordre de grandeur comme dans les zones fortement non-développables par exemple. De plus, les différentes sous surfaces d'usinage seront traitées indépendamment les unes des autres. Le choix d'un paramètre  $\alpha$  différent pour chaque zone est possible. Ainsi, la fluidité de la trajectoire sera gérée différemment suivant les zones. Les deux critères sont donc pris en compte par cette méthode. L'opération de découpage ne sera pas traitée ici car pour le moment nous n'avons pas retenu de critère permettant de découper la surface d'usinage. Ce critère doit prendre en compte la répartition initiale des écarts géométriques ainsi que la forme de la pièce.

Ceci nous amène alors à résoudre séparément le système sur les différentes zones identifiées. L'étape de raccordement des différentes solutions peut être réalisée par l'utilisation de multiplicateurs de Lagrange.

### 3.1 Intégration des multiplicateurs de Lagrange

Considérons l'usinage de l'extrados de la pale de la turbine représentée (Fig 4.15). La solution résultant de la minimisation de la fonctionnelle  $G$  sur l'ensemble de la surface est donnée (Fig 4.16). Découpons maintenant la surface d'usinage en 3 sous surfaces correspondant aux zones représentées (Fig 4.15). La minimisation devient donc une minimisation par morceaux (Fig 4.17) à laquelle on rajoute des conditions de raccord au moyen des multiplicateurs de Lagrange.

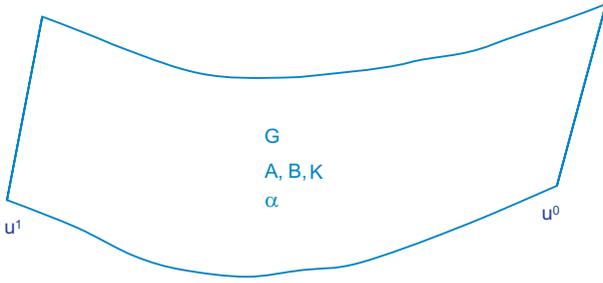


Figure 4.16 – Minimisation globale sur l'ensemble de la surface

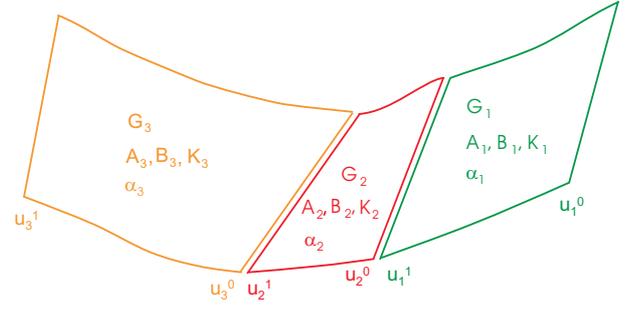


Figure 4.17 – Minimisation découpée en 3 sous-systèmes

Le système s'écrit alors :

– Fonctionnelles des différentes zones (Loi de comportement) :

$$\begin{cases} G_1(X_1) = \alpha_1 \cdot (X_1^T A_1^T X_1 - B_1^T X_1) + (1 - \alpha_1) \cdot \frac{\|A_1\|}{\|K_1\|} \cdot X_1^T K_1^T X_1 \\ G_2(X_2) = \alpha_2 \cdot (X_2^T A_2^T X_2 - B_2^T X_2) + (1 - \alpha_2) \cdot \frac{\|A_2\|}{\|K_2\|} \cdot X_2^T K_2^T X_2 \\ G_3(X_3) = \alpha_3 \cdot (X_3^T A_3^T X_3 - B_3^T X_3) + (1 - \alpha_3) \cdot \frac{\|A_3\|}{\|K_3\|} \cdot X_3^T K_3^T X_3 \end{cases} \quad (4.3)$$

– Condition de raccord (Conditions aux limites) :

– Raccordement en position ( $C^0$ ) :

$$\begin{cases} SU_1(u_1^1, v) = SU_2(u_2^0, v) \\ SU_2(u_2^1, v) = SU_3(u_3^0, v) \end{cases} \quad \text{avec} \quad SU_i(u, v) = (1 - v)Cb_i(u) + vCh_i(u) \quad (4.4)$$

d'où  $\forall v$  :

$$\begin{cases} (1 - v) \sum_i^{n_1} N_{i3}(u_1^1)Cb_{1i} + v \sum_i^{n_1} N_{i3}(u_1^1)Ch_{1i} = (1 - v) \sum_j^{n_2} N_{j3}(u_2^0)Cb_{2j} + v \sum_j^{n_2} N_{j3}(u_2^0)Ch_{2j} \\ (1 - v) \sum_j^{n_2} N_{j3}(u_2^1)Cb_{2j} + v \sum_j^{n_2} N_{j3}(u_2^1)Ch_{2j} = (1 - v) \sum_k^{n_3} N_{k3}(u_3^0)Cb_{3k} + v \sum_k^{n_3} N_{k3}(u_3^0)Ch_{3k} \end{cases} \quad (4.5)$$

ainsi comme  $Cb_{1i} = Cb_{1i}^{init} + \delta Cb_{1i}$  :

$$\begin{cases} \mathbb{N}_{i3}(u_1^1)^T X_1 = \mathbb{N}_{j3}(u_2^0)^T X_2 \\ \mathbb{N}_{j3}(u_2^1)^T X_2 = \mathbb{N}_{k3}(u_3^0)^T X_3 \end{cases} \quad (4.6)$$

– Raccordement en tangence ( $C^1$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial SU_1(u_1^1, v)}{\partial u} = \frac{\partial SU_2(u_2^0, v)}{\partial u} \\ \frac{\partial SU_2(u_2^1, v)}{\partial u} = \frac{\partial SU_3(u_3^0, v)}{\partial u} \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} \dot{N}_{i3}(u_1^1)^T X_1 = \dot{N}_{j3}(u_2^0)^T X_2 \\ \dot{N}_{j3}(u_2^1)^T X_2 = \dot{N}_{k3}(u_3^0)^T X_3 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

– Raccordement en courbure ( $C^2$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 SU_1(u_1^1, v)}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 SU_2(u_2^0, v)}{\partial u^2} \\ \frac{\partial^2 SU_2(u_2^1, v)}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 SU_3(u_3^0, v)}{\partial u^2} \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} \ddot{N}_{i3}(u_1^1)^T X_1 = \ddot{N}_{j3}(u_2^0)^T X_2 \\ \ddot{N}_{j3}(u_2^1)^T X_2 = \ddot{N}_{k3}(u_3^0)^T X_3 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Nous obtenons alors :

$$L(X, V) = G_1(X_1) + G_2(X_2) + G_3(X_3) + V^T (C_1^T X_1 + C_2^T X_2 + C_3^T X_3) \quad (4.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_1^T &= N_{i3}(u_1^1)^T + \dot{N}_{i3}(u_1^1)^T + \ddot{N}_{i3}(u_1^1)^T \\ C_2^T &= N_{j3}(u_2^1)^T + \dot{N}_{j3}(u_2^1)^T + \ddot{N}_{j3}(u_2^1)^T - N_{j3}(u_2^0)^T - \dot{N}_{j3}(u_2^0)^T - \ddot{N}_{j3}(u_2^0)^T \\ C_3^T &= -N_{k3}(u_3^0)^T - \dot{N}_{k3}(u_3^0)^T - \ddot{N}_{k3}(u_3^0)^T \end{aligned} \quad (4.10)$$

L'intégration des multiplicateurs de Lagrange  $V$  conduit alors à minimiser une nouvelle fonctionnelle  $L$  par rapport à  $X$  et  $V$ . Ceci amène au nouveau problème suivant : *Trouver les déplacements des points de contrôle  $X$  ainsi que les multiplicateurs de Lagrange  $V$  minimisant la fonctionnelle  $L(X, V) = \alpha \cdot (X^T A^T X - B^T X) + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot X^T K^T X + V^T (CX - D)$  sur l'ensemble de la surface à usiner.*

Cette minimisation conduit au système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X} = 0 &\Rightarrow dX^T((\alpha \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot K)X + C^T V) = dX^T \alpha \cdot B \\ \frac{\partial L}{\partial V} = 0 &\Rightarrow dV^T CX = D \end{aligned} \quad (4.11)$$

Ainsi le système à résoudre devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \frac{\|A\|}{\|K\|} \cdot K)X + C^T V = \alpha \cdot B \\ CX = D \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Pour l'exemple, l'optimisation de cette nouvelle fonctionnelle nous conduit à résoudre le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \cdot A_1 + (1 - \alpha_1) \cdot \frac{\|A_1\|}{\|K_1\|} \cdot K_1 & & & C_1^T \\ & \alpha_2 \cdot A_2 + (1 - \alpha_2) \cdot \frac{\|A_2\|}{\|K_2\|} \cdot K_2 & & C_2^T \\ & & \alpha_3 \cdot A_3 + (1 - \alpha_3) \cdot \frac{\|A_3\|}{\|K_3\|} \cdot K_3 & C_3^T \\ C_1 & C_2 & C_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \cdot B_1 \\ \alpha_2 \cdot B_2 \\ \alpha_3 \cdot B_3 \\ D \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

### 3.2 Implémentation dans Topsolid'Cam®

La première difficulté de ce nouveau système réside dans le découpage de la surface d'usinage initiale. Ainsi, pour implémenter le système intégrant les multiplicateurs de Lagrange, deux possibilités sont envisagées (Annexe 5). La première solution consiste à utiliser un critère de découpage sur la surface à usiner et à découper les courbes de bords de la surface de posage. Le critère peut être basé sur la valeur de la courbure de la surface de posage par exemple. La deuxième solution consiste à intégrer un critère de découpage sur la surface d'usinage initiale. L'algorithme mis en place est ensuite exécuté sur l'ensemble des surfaces d'usinage pour calculer les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et  $K_i$  du système. Le choix des paramètres  $\alpha_i$  peut donc être fait en fonction des écarts initiaux ou de l'énergie de déformation initiale de chaque surface d'usinage. Ainsi, dans les zones de fortes courbures, par exemple au passage d'un bord d'attaque d'une aube la valeur du paramètre  $\alpha$  pourra être proche de 0.5, tandis que dans les zones où les écarts sont importants, milieu de l'intrados ou de l'extrados, la valeur de  $\alpha$  peut être proche de 0.9.

La seconde difficulté concerne le raccordement des solutions. En effet, la résolution du système ainsi construit pose toujours autant de problèmes. Les sous systèmes sont aussi mal conditionnés que ne l'est le système complet. La méthode utilisée précédemment est le choix d'une pseudo-solution minimisant la fonctionnelle. Or dans notre cas, si l'on utilise la même technique nous allons obtenir des "pseudo-raccordements". La figure 4.18 montre les raccordements des différentes surfaces d'usinage en utilisant une méthode de résolution par pseudo-solution. Les surfaces d'usinage ainsi obtenues ne sont pas raccordées  $C_0$  du fait de l'approximation de la solution.

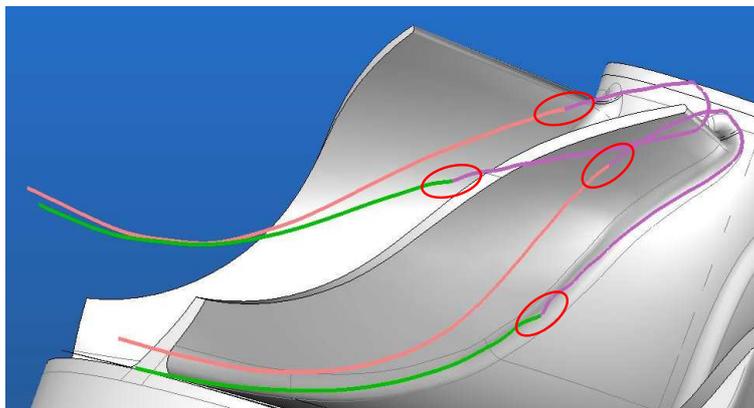


Figure 4.18 – Raccordement des surfaces d'usinage

Le raccordement a posteriori semble, pour l'instant, être une solution rapide à mettre en oeuvre pour corriger ce problème.

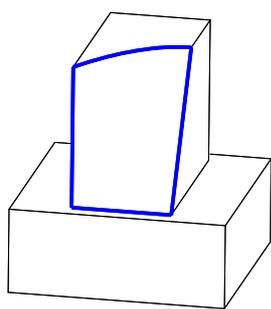
### 3.3 Conclusion sur le découpage du système

Le système intégrant les multiplicateurs de Lagrange apporte des possibilités supplémentaires lors de l'optimisation de la trajectoire. Nous espérons ainsi diminuer fortement les écarts géométriques en assurant un passage lisse dans les zones critiques. Néanmoins, pour industrialiser cette méthode, il nous reste à déterminer la manière de découper la surface d'usinage initiale pour pouvoir l'exploiter dans les meilleures conditions. De plus, une attention particulière lors de la résolution du système doit être faite au niveau des différents raccordements des surfaces d'usinage.

## 4 Limite de la méthode Geo5xF

Comme nous l'avons vu jusqu'à présent, l'énergie de déformation de la surface d'usinage est un critère représentatif de la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. Ce critère est aussi pertinent, sur l'ensemble des exemples présentés, dans l'espace de la machine car une trajectoire d'énergie de déformation minimum engendre une trajectoire plus rapide. Cette corrélation est due au fait que les trajectoires comparées évoluent dans le même espace de solution articulaire de la machine.

Prenons l'exemple de la surface de la littérature présentée dans [Liu, 1995] (Fig : 4.19) qui est l'une des surfaces de référence car très utilisée pour comparer les méthodes de positionnement outil par le flanc. Cette surface est une surface réglée ayant pour équation :



$$S(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ (1 - v) \cdot Y_{PM} + v \cdot a_P \cdot u^2 \\ v \cdot Z_P \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} u \in [0, 23.014] \\ v \in [0, 1] \\ Y_{PM} = 20.429 \\ a_P = 0.0382 \\ Z_P = 33.995 \end{array}$$

Figure 4.19 – Surface proposée par Liu

Les résultats obtenus par différentes méthodes d'optimisation de trajectoires de la littérature (Tab : 4.6) [Menzel *et al.*, 2004] montrent que les méthodes ont évolué au cours du temps et que les écarts résiduels sont inférieurs à ceux obtenus par la méthode la plus simple.

Comme précédemment, nous choisissons trois valeurs de  $\alpha$  pour Geo5xF ce qui conduit à trois trajectoires différentes (Tab : 4.7).

Méthode	[Liu, 1995]	RRD	[Bedi <i>et al.</i> , 2003]	[Menzel <i>et al.</i> , 2004]
Undercut maxi (mm)	0.582	0.22	2.2393	0.2644
Overcut maxi (mm)	0.585	0.22	0	0.2114

Tableau 4.6 – Ecarts géométriques résiduels engendrés par les méthodes de la littérature

Surface usinée	"Liu"		
	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \approx 1.0$
Valeur de $\alpha$			
Taux d'énergie de déformation ( $10^{-6}mm^{-2}$ )	56.1	207.2	233.3
Somme des carrés des Ecarts ( $mm^2$ )	1013	10.9	7.4
Undercut maxi ( $mm$ )	1.7	0.12	0.12
Overcut maxi ( $mm$ )	0.19	0.32	0.27

Tableau 4.7 – Influence du paramètre  $\alpha$  sur les trajectoires optimisées

Les résultats en termes d'overcut et d'undercut sont satisfaisants vis-à-vis des méthodes de la littérature. Les cartes d'écarts (Fig : 4.20) montrent que la trajectoire fluide ( $\alpha = 0.5$ ) engendre une zone de fort undercut jusqu'à  $1.7mm$ . L'augmentation de  $\alpha$  permet de fortement diminuer cette zone pour donner une carte homogène.

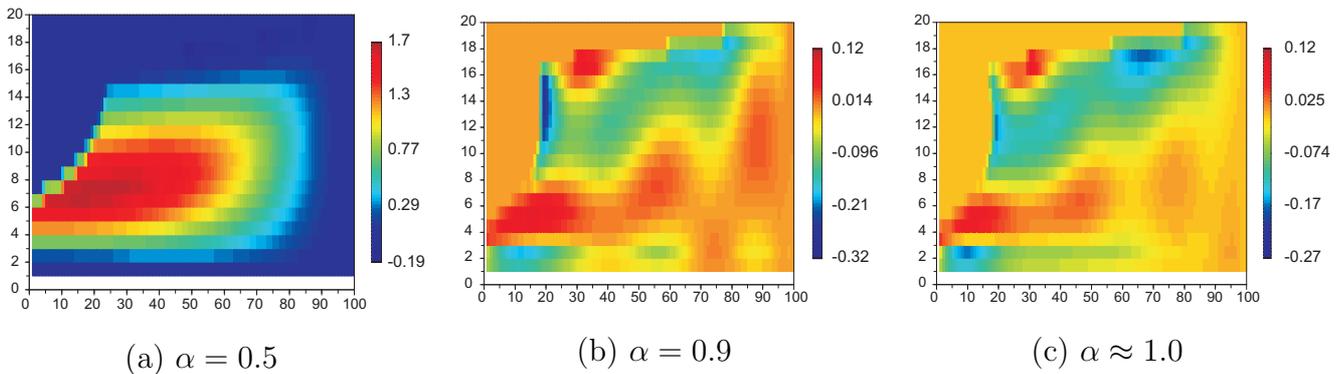


Figure 4.20 – Ecart géométriques dans l'espace paramétrique de la SU

Les évolutions de  $i$ ,  $j$  et  $k$  (Fig : 4.21) montrent que la trajectoire optimisée dont l'énergie de déformation est minimum est plus lisse que les deux autres qui oscillent sensiblement. La particularité cette fois-ci est que les orientations des axes outils ne sont pas dans le même domaine. En effet, on remarque sur l'évolution de  $i$  que la trajectoire fluide est dans l'espace  $i < 0$ , que la trajectoire correspondant à  $\alpha \approx 1$  est dans les  $i > 0$  et que la trajectoire compromis commence dans les  $i < 0$  et finit dans les  $i > 0$ .

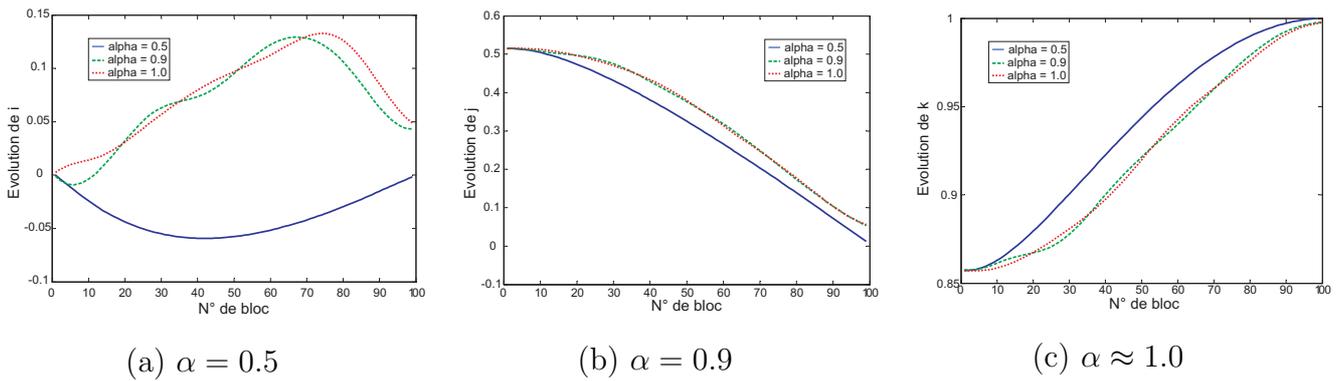


Figure 4.21 – Evolution des composantes  $i$ ,  $j$  et  $k$  en fonction des trajectoires optimisées

Ainsi, après le calcul de la TGI on s’aperçoit que les évolutions de l’axe  $C$  de la machine ne se font pas dans le même espace de solutions articulaires (Fig : 4.22).

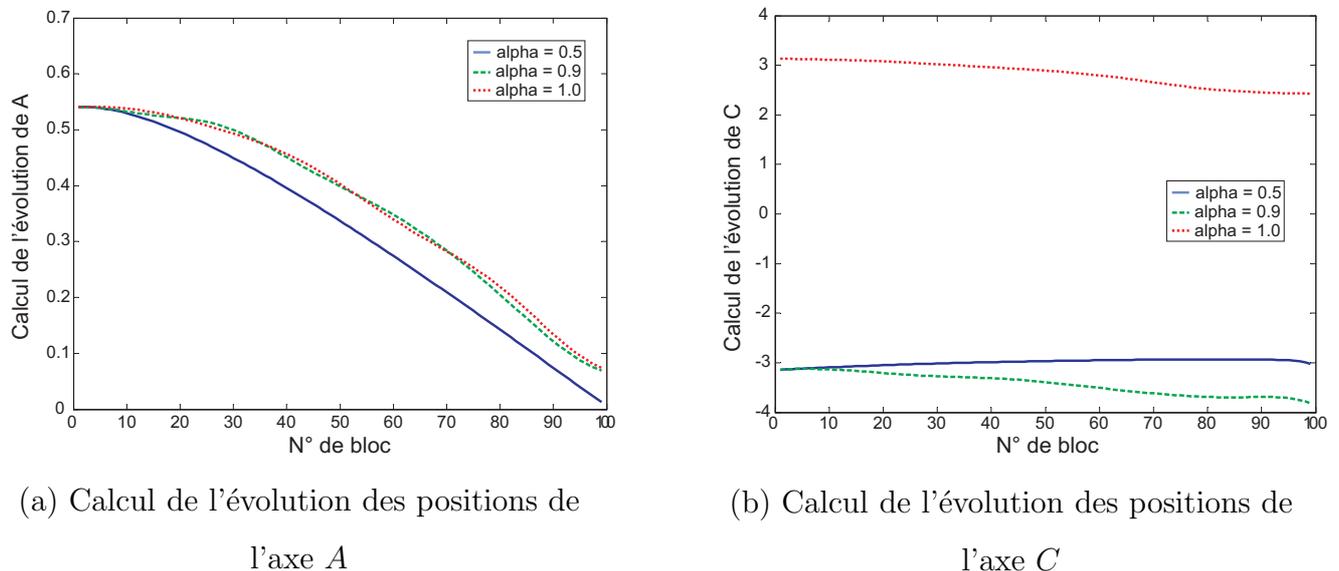
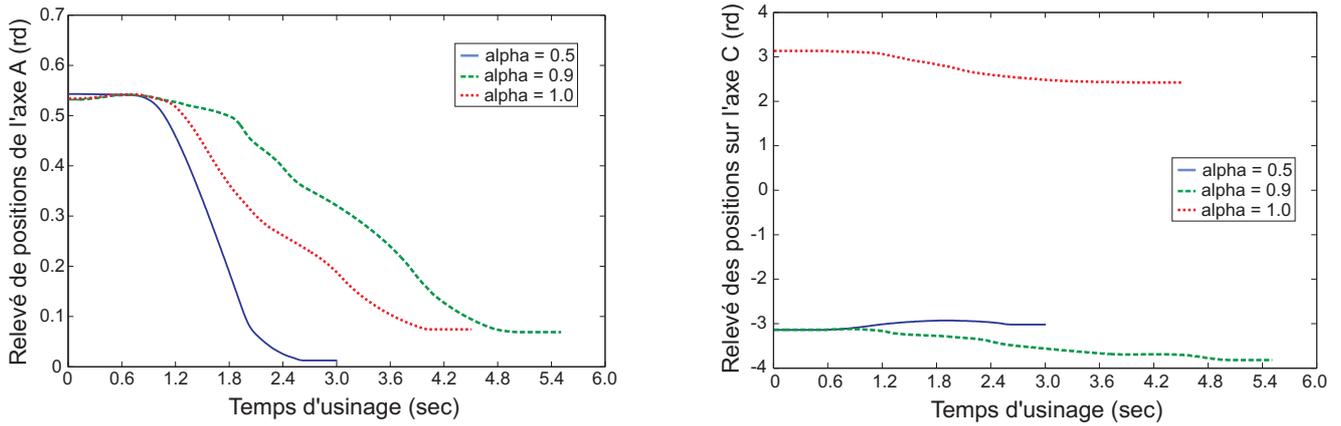


Figure 4.22 – Calcul de l'évolution des axes rotatifs de la machine

Les trajectoires sont exécutées sur la machine du laboratoire en utilisant le même protocole que pour les essais précédents. Les relevés de positions des axes rotatifs (Fig : 4.23) sont conformes aux différentes simulations. Les positions de l’axe  $C$  pour la trajectoire correspondant à  $\alpha \approx 1$  ne sont pas dans le même espace de solutions articulaires que les autres.

Le calcul de la vitesse outil/pièce (Fig : 4.24) nous indique, que le temps d’usinage de la solution minimisant les écarts géométriques est plus petit que celui du compromis. Ainsi dans ce cas nous n’avons pas corrélation entre énergie de déformation et temps d’usinage due au fait que la trajectoire  $\alpha \approx 1$  est plus courte dans l’espace de la machine que la trajectoire  $\alpha = 0.9$ .

Ceci ne remet donc pas en cause le critère de fluidité de la trajectoire tel que nous l’entendons. En effet, une trajectoire peut être plus longue dans l’espace articulaire sans pour autant solliciter plus les axes de la machine. Le critère d’énergie de déformation caractérise les évolutions



(a) Relevé des positions de l'axe A

(b) Relevé des positions de l'axe C

Figure 4.23 – Relevé des positions des axes rotatifs de la machine

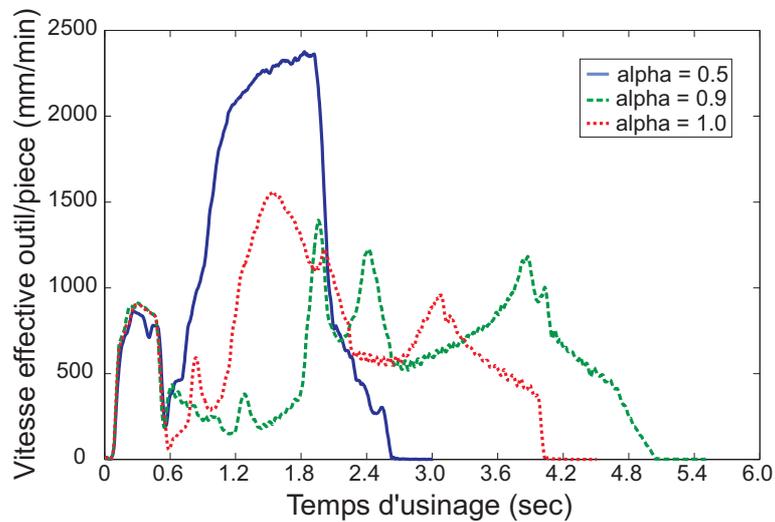


Figure 4.24 – Vitesse Outil/Pièce

des orientations de l'axe de l'outil. Ses orientations engendrent des mouvements sur les axes rotatifs de la machine qui sont, dans notre cas, le plus souvent limitant vis-à-vis du comportement cinématique de la machine. Lorsque toutes les trajectoires comparées se trouvent dans le même espace de solutions articulaires, celle dont l'énergie est minimum, engendrant moins de mouvements sur les axes rotatifs, est la plus rapide. Ici les trajectoires n'évoluent pas dans le même domaine, le temps d'usinage n'est donc pas représentatif de la fluidité de la trajectoire.

## Conclusion

L'implémentation de la méthode Geo5xF a été présentée dans ce chapitre. Différentes approximations ont été nécessaires pour répondre aux critères de robustesse et de temps de calcul. Les résultats encourageants de la méthode font qu'elle sera commercialisée dans la version V6.11 en 2011. Une phase de test et d'amélioration du choix de la valeur du compromis sera effectuée pour que l'utilisateur puisse utiliser ce mode d'usinage aussi simplement qu'il le souhaite.

L'amélioration de la méthode par découpage de la surface d'usinage initiale reste à développer. Les critères de découpage doivent être trouvés pour permettre d'exploiter au maximum les possibilités de la méthode.

# Conclusion & Perspectives

---

Dans le contexte général du processus d'élaboration des pièces de formes complexes en usinage 5 axes par flanc UGV, nous nous sommes concentrés sur l'activité de génération de trajectoires. La plupart des méthodes de génération des trajectoires sont basées sur un raisonnement géométrique ne prenant pas en compte le comportement de la machine. La prise en compte de la fluidité de la trajectoire permet d'améliorer la précision des pièces usinées ainsi que la productivité du processus d'usinage.

L'objectif des travaux présentés est la génération de trajectoires 5 axes par flanc d'outil satisfaisant la contrainte d'Usinage à Grande Vitesse. Dans ce sens, la fluidité de la trajectoire est une caractéristique essentielle pour profiter pleinement des apports de l'Usinage Grande Vitesse.

La méthode de génération de trajectoires que nous avons proposée s'appuie sur le concept de surface d'usinage. Elle est basée sur les travaux précédemment réalisés au laboratoire consistant à déformer une surface d'usinage initiale dans le but de minimiser, selon le critère des moindres carrés, l'écart entre la surface enveloppe du mouvement de l'outil et la surface à usiner. L'originalité des travaux présentés est l'intégration d'un critère de fluidité lors de la génération de trajectoires. Ce critère est exprimé au travers de l'énergie de déformation de la surface d'usinage. La trajectoire générée résulte alors d'une optimisation multi-critères prenant en compte à la fois les écarts géométriques résultants et la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce.

La pertinence de l'approche a été validée au travers de plusieurs exemples dont certains sont caractéristiques de cas industriels. La validation a permis de montrer en particulier que le critère énergétique retenu est représentatif de la fluidité de la trajectoire dans l'espace de la pièce. De plus, lorsque la TGI se déroule sans problème, il est également un bon indicateur de la fluidité dans l'espace de la machine. Comme les différentes trajectoires comparées sont décrites dans le même espace de solutions articulaires, le temps d'usinage est alors un bon indicateur de fluidité de trajectoires. L'intégration de la fluidité entraîne des gains de temps non négligeables par rapport au concept de base ne prenant en compte que les écarts géométriques sur les pièces industrielles. Cependant, la fluidité se faisant au détriment des écarts géométriques, le choix

d'un compromis entre les deux critères doit être fait de façon à répondre aux exigences de l'utilisateur.

Les problématiques liées à l'implémentation de cette méthode dans le logiciel TopSolid'Cam® ont été envisagées dans le but de satisfaire les contraintes de robustesse et de temps de calcul. Concernant la contrainte de robustesse, l'objectif est de générer une trajectoire quelle que soit la surface à usiner. Un exemple de surface industrielle non réglée composée d'une centaine de carreaux valide ainsi l'implémentation de la méthode dans le logiciel. Les moyens actuellement proposés à l'utilisateur pour le choix du compromis semblent peu adaptés aux utilisateurs inexpérimentés. L'accès à d'autres paramètres tels que la variation des cosinus directeurs de l'orientation de l'axe de l'outil et la distribution des écarts géométriques peuvent aider l'utilisateur dans son choix.

Du point de vue perspectives, une méthode automatique du choix du compromis est à l'étude. Cette méthode consiste à trouver la valeur du compromis à partir de la tolérance d'usinage indiquée par l'utilisateur. Un premier calcul est mené dans le cas le plus favorable vis-à-vis des écarts géométriques, si ceux-ci sont dans la tolérance d'usinage, alors le choix d'un compromis est effectué. Dans le cas contraire, l'utilisateur a le choix d'augmenter cette tolérance d'usinage ou de changer de mode d'usinage.

Les performances de la méthode peuvent être améliorées par l'intermédiaire de l'optimisation par zone. En effet, le fait de pouvoir choisir une valeur de  $\alpha$  fonction de la nature des différentes zones constituant la surface à usiner permettrait d'améliorer la trajectoire. De plus, l'optimisation localisée des écarts géométriques permettrait de mieux gérer les écarts résiduels. A ce stade, un critère de découpage ainsi qu'une méthode de raccordement doivent être mis en place. Un prototype est en cours de réalisation.

Une étude de sensibilité des paramètres utilisés dans la méthode doit être menée au travers de tests sur un ensemble de pièces représentant les différents cas d'utilisation de la méthode.

La fluidité de la trajectoire est considérée dans l'espace de la pièce lors de la génération de la trajectoire. La surface d'usinage étant décrite par ses courbes de bords, il pourrait être envisagé d'utiliser une interpolation polynomiale 5 axes de la trajectoire. La trajectoire serait transmise à la machine sous forme de deux polynômes, décrivant les courbes de bord de la surface d'usinage. Le choix des positions à interpoler serait alors fait par la machine augmentant ainsi les performances de suivi de trajectoires le long de celles-ci.

Enfin, le couplage de Geo5xF à une optimisation dans l'espace de la machine devrait améliorer les résultats en terme de fluidité de trajectoire. En effet, l'environnement TopSolid'Cam®,

---

permet de connaître à tout instant la configuration de la machine lors de l'usinage de la pièce. On pourrait alors imaginer un schéma d'optimisation identique à celui proposé par Lavernhe pour déterminer l'orientation de l'axe de l'outil utilisant au mieux les capacités de la machine. Néanmoins les degrés de liberté dans le cas de l'usinage par flanc d'outil sont nettement plus faibles que lors de l'usinage en bout. De plus, l'inconvénient d'une telle méthode est que la trajectoire doit être recalculée dès que l'utilisateur choisit de déplacer la pièce dans l'espace de la machine, afin de prendre en compte les caractéristiques cinématiques de la machine correspondante. On peut parler dans ce cas de rupture de chaîne numérique. Cependant, la trajectoire issue de l'optimisation conduit à la fluidité maximale pour un couple machine/pièce à usiner.



# Annexes

---

## Sommaire

---

Annexe 1 : Géométrie de la MIKRON UCP 710 . . . . .	137
Annexe 2 : Calcul de la vitesse outil/pièce . . . . .	139
Annexe 3 : Calcul complet de l'énergie de déformation . . . . .	141
Annexe 4 : Application sur la surface proposée par Wu . . . . .	145
Annexe 5 : Découpage de la surface d'usinage . . . . .	149

---



## Annexe 1 : Géométrie de la MIKRON UCP 710 (extrait de [Lavernhe, 2006])

L'architecture du centre de fraisage Mikron UCP 710 est du type CAXYZ. Les deux rotations sont appliquées sur la pièce et l'orientation de l'axe de l'outil est fixe dans le repère machine. La modélisation géométrique et cinématique de la Mikron, ainsi que les différents repères associés sont donnés en figure 4.25.

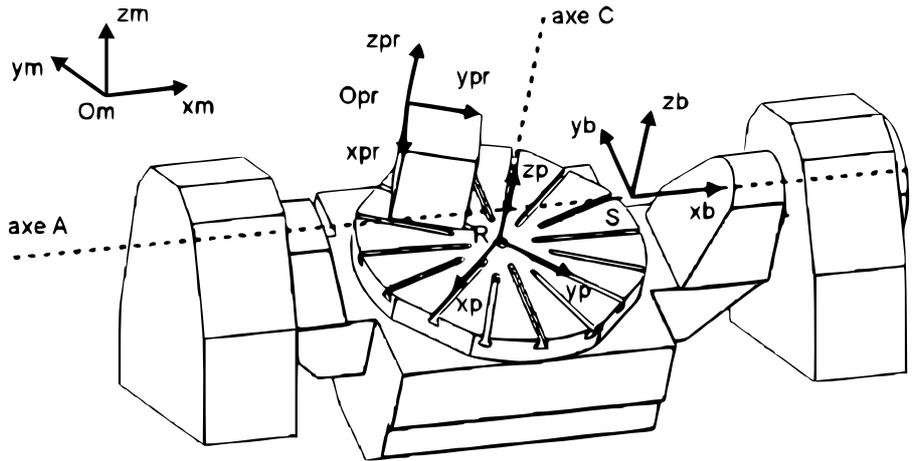


Figure 4.25 – Modélisation de la géométrie de la Mikron

Le berceau est en liaison pivot d'axe A avec le bâti. Cet axe de rotation est considéré comme parallèle à l'axe de translation X. Le plateau est en liaison pivot d'axe C avec le berceau. Les deux axes de rotation sont supposés orthogonaux et l'axe C est parallèle avec l'axe Z pour  $A = 0$ . Les liaisons sont supposées parfaites, et sans défaut d'orientation entre elles.

Les différents repères sont :

- Le repère machine  $(O_m, x_m, y_m, z_m)$  qui est lié à la structure fixe de la machine outil.  $O_m$  représente l'origine machine; les axes  $x_m, y_m$  et  $z_m$  sont parallèles aux axes X, Y et Z; l'axe  $z_m$  de ce repère est parallèle à l'axe de l'outil et est orienté vers l'extrémité de l'outil.
- Le repère  $(S, x_b, y_b, z_b)$  qui est lié au berceau. L'axe  $x_b$  est parallèle à l'axe  $x_m$ , le point S est situé sur l'axe A, dans un plan perpendiculaire à A et contenant l'axe C. Ses coordonnées sont données par l'équation (4.14) :

$$O_m S = m_x \cdot x_m + m_y \cdot y_m + m_z \cdot z_m \quad (4.14)$$

- Le repère  $(R, x_p, y_p, z_p)$  qui est lié au plateau. L'axe  $z_p$  est parallèle à l'axe  $z_p$ , R est défini comme l'intersection entre l'axe C et la face supérieure du plateau. Ses coordonnées sont

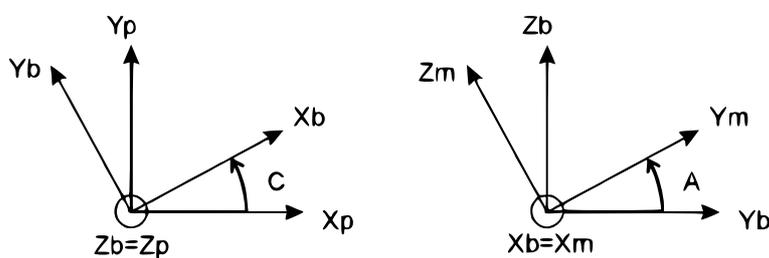
données par l'équation 4.15 :

$$SR = b_y \cdot y_b + b_z \cdot z_b \quad (4.15)$$

- Le repère de programmation, également nommé repère pièce ( $O_{pr}, x_{pr}, y_{pr}, z_{pr}$ ) qui est fixe par rapport à la pièce. Il représente le repère utilisé lors de la génération des trajectoires. Son origine, l'origine programme, est donnée par l'équation 4.16 :

$$RO_{pr} = p_x \cdot x_p + p_y \cdot y_p + p_z \cdot z_p \quad (4.16)$$

Les orientations relatives entre ces repères sont définies par deux rotations, l'une d'axe  $x_b$  de valeur  $A$  et l'autre d'axe  $z_p$  de valeur  $C$ , où  $A$  et  $C$  sont les valeurs des angles pour piloter directement les axes de rotation (Fig : 4.26).



Les paramètres  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ,  $b_y$  et  $b_z$  ont des valeurs fixes, identifiées sur la machine outil.

---

## Annexe 2 : Calcul de la vitesse outil/pièce (extrait de [Lavernhe, 2006])

La vitesse d'avance est à priori plus représentative des conditions de travail de l'outil lorsqu'elle est calculée au point de contact outil/pièce,  $C_C$ . Cependant, le point  $C_C$  appartenant à l'outil évolue au cours de l'usinage en fonction de la direction d'avance et de l'orientation de l'axe de l'outil par rapport à la surface. De plus, le point  $C_C$  appartenant à la pièce évolue également le long du trajet de l'outil en fonction de l'orientation de l'axe de l'outil et de la vitesse d'avance réelle. Nous choisissons donc d'évaluer la vitesse relative outil/pièce au niveau du point piloté de l'outil noté  $P$ , puisque ce point est défini lors de la programmation de la trajectoire. Il correspond au point ou au point suivant que les trajets sont définis à l'extrémité de l'outil ou au centre outil.

Il existe différentes techniques de calcul pour reconstruire la vitesse  $Vf_{P,outil/pièce}$ . Si le modèle géométrique direct de la machine outil est connu de manière explicite,  $Vf_{P,outil/pièce}$  peut être calculée à l'aide du modèle cinématique direct, ce dernier étant obtenu par dérivation du modèle géométrique. Si le modèle géométrique direct n'est pas connu de manière explicite, il est possible d'évaluer la vitesse par différentiation des positions calculées. Nous présentons ci-dessous le calcul pour la Mikron.

En composant la vitesse outil/pièce par le bâti de la machine, nous obtenons :

$$Vf_{P,outil/pièce} = V_{P,outil/bâti} - V_{P,pièce/bâti}$$

La vitesse de l'outil par rapport au bâti est donnée par les vitesses des trois axes de translation :

$$V_{P,outil/bâti} = v_{axe\ x} \cdot x_m + v_{axe\ y} \cdot y_m + v_{axe\ z} \cdot z_m$$

La vitesse de la pièce par rapport au bâti dépend de la position des axes de rotation :

$$V_{P,pièce/bâti} = V_{R,pièce/bâti} + PR \times \Omega_{pièce/bâti}$$

Le montage d'usinage réalise une liaison complète entre la pièce et le plateau ; le point  $R$  est par définition sur l'axe de rotation entre le plateau et le berceau donc :

$$V_{R,pièce/bâti} = V_{R,berceau/bâti}$$

Donc par composition en  $S$  :

$$V_{R,berceau/bâti} = V_{S,berceau/bâti} + RS \times \Omega_{berceau/bâti}$$

Par définition le point  $S$  appartient à l'axe de rotation du berceau d'où :

$$V_{S,\text{berceau/bâti}} = 0$$

$$V_{P,\text{pièce/bâti}} = RS \times \Omega_{\text{berceau/bâti}} + PR \times \Omega_{\text{plateau/bâti}}$$

Il ne reste plus qu'à exprimer le vecteur  $PR$  :

$$PR = PO_m + O_mS + SR$$

où  $PO_m$  représente la position du point piloté de l'outil dans le repère machine :

$$O_mP = p_{axe x} \cdot x_m + p_{axe y} \cdot y_m + (p_{axe z} - J_{outil}) \cdot z_m$$

Connaissant les positions et les vitesses des axes à chaque pas d'échantillonnage, ce calcul simple permet de reconstruire la vitesse  $V_{f_{P,\text{outil/pièce}}}$ , nous donnant ainsi une image de l'avance de l'outil par rapport à la pièce.

## Annexe 3 : Calcul complet de l'énergie de déformation

Après avoir déterminé la solution initiale nous allons exprimer la variation d'énergie de déformation  $\Delta E_{def}(S)$  de la surface paramétrée  $S(u, v)$ . Soit  $S$  la surface d'usinage résultant de l'optimisation et  $S_{init}$  la surface d'usinage initiale. On notera  $E_{def}(S)$  l'énergie de déformation de la surface d'usinage optimisée et  $E_{def}(S_{init})$  l'énergie de déformation de la surface initiale. La surface optimisée  $S$ , est une surface réglée qui résulte du déplacement des courbes initiales du bas et du haut  $\Delta Cb$  et  $\Delta Ch$ . Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} S &= (1 - v) \cdot (Cb + \Delta Cb) + v \cdot (Ch + \Delta Ch) \\ &= S_{init} + \underbrace{(1 - v) \cdot \Delta Cb + v \cdot \Delta Ch}_{\Delta S} \end{aligned} \quad (4.17)$$

La variation d'énergie de déformation notée  $\Delta E_{def}$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= E_{def}(S) - E_{def}(S_{init}) \\ &= E_{def}(S_{init} + \Delta S) - E_{def}(S_{init}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2(S_{init} + \Delta S)}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2(S_{init} + \Delta S)}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv - \iint_D \left( \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv \\ &= \iint_{u,v} \left( \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2} \right|^2 + 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} \right|^2 \right) dudv + \iint_D \left( 2 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u^2} \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2} \right| + 4 \cdot \left| \frac{\partial^2 S_{init}}{\partial u \partial v} \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} \right| \right) dudv \end{aligned} \quad (4.19)$$

La surface d'usinage est une surface réglée donc :

$$S(u, v) = (1 - v) \cdot Cb(u) + v \cdot Ch(u)$$

avec

$$Cb(u) = \sum_{l=0}^{n1} N_{l3}(u) \cdot Cb_l \quad \text{et} \quad Ch(u) = \sum_{m=0}^{n2} N_{m3}(u) \cdot Ch_m$$

La surface d'usinage est réglée éq.(2.2) et les courbes de bord sont des B-spline de degré 3 donc :

$$\Delta S(u, v) = (1 - v) \cdot \delta Cb(u) + v \cdot \delta Ch(u) \quad (4.20)$$

A partir de l'équation (4.17), on arrive à :

$$\frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u^2}(u, v) = (1 - v) \cdot \Delta \ddot{C}b(u) + v \cdot \Delta \ddot{C}h(u) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial u \partial v} = \Delta \dot{C}h(u) - \Delta \dot{C}b(u) \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (4.21)$$

avec

$$\Delta Cb(u) = \sum_{l=0}^{n1} N_{l,3}(u) \cdot \delta Cb_l \quad \text{et} \quad \Delta Ch(u) = \sum_{m=0}^{n2} N_{m,3}(u) \cdot \delta Ch_m \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (4.22)$$

Or les dérivées des courbes B-splines s'écrivent de la manière suivante :

$$\dot{C}(u) = \frac{dC(u)}{du} = \sum_{i=0}^n \dot{N}_{i,p}(u) \cdot P_i \quad \text{et} \quad \ddot{C}(u) = \frac{d^2C(u)}{du^2} = \sum_{i=0}^n \ddot{N}_{i,p}(u) \cdot P_i \quad \forall (u, v) \in [0, 1] \quad (4.23)$$

avec [Piegl et Tiller, 1997] :

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \cdot \left( \frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (4.24)$$

Nous arrivons donc l'écriture suivante pour  $\Delta E_{def}$  :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} = & \iint_{u,v} \left| (1-v) \sum_{l=0}^{n1} \ddot{N}_{l,3}(u) \delta Cb_l + v \sum_{m=0}^{n2} \ddot{N}_{m,3}(u) \delta Ch_m \right|^2 \\ & + 2 \cdot \left| \sum_{m=0}^{n2} \dot{N}_{m,3}(u) \delta Ch_m - \sum_{l=0}^{n1} \dot{N}_{l,3}(u) \delta Cb_l \right|^2 dudv \\ & + 2 \cdot \iint_{u,v} \left| (1-v) \sum_{l=0}^{n1} \ddot{N}_{l,3}(u) Cb_{init} + v \sum_{m=0}^{n2} \ddot{N}_{m,3}(u) Ch_{init} \right| \cdot \left| (1-v) \sum_{l=0}^{n1} \ddot{N}_{l,3}(u) \delta Cb_l + v \sum_{m=0}^{n2} \ddot{N}_{m,3}(u) \delta Ch_m \right| dudv \\ & + 4 \cdot \iint_{u,v} \left| \sum_{m=0}^{n2} \dot{N}_{m,3}(u) Ch_{init} - \sum_{l=0}^{n1} \dot{N}_{l,3}(u) Cb_{init} \right| \cdot \left| \sum_{m=0}^{n2} \dot{N}_{m,3}(u) \delta Ch_m - \sum_{l=0}^{n1} \dot{N}_{l,3}(u) \delta Cb_l \right| dudv \end{aligned} \quad (4.25)$$

En considérant toujours que  $X = [\delta Cb_0, \dots, \delta Cb_{n1}, \delta Ch_0, \dots, \delta Ch_{n2}]^T$ , l'expression de  $\Delta E_{def}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} = & \iint_{u,v} \left| \ddot{N}^T(u, v) \cdot X \right|^2 + 2 \left| \dot{N}^T(u, v) \cdot X \right|^2 dudv \\ & + 2 \iint_{u,v} \left| \ddot{N}^T(u, v) \cdot X_{init} \right| \cdot \left| \ddot{N}^T(u, v) \cdot X \right| + 2 \left| \dot{N}^T(u, v) \cdot X_{init} \right| \cdot \left| \dot{N}^T(u, v) \cdot X \right| dudv \end{aligned} \quad (4.26)$$

avec

$$\ddot{N}_i(u, v) = \begin{cases} (1-v) \cdot \ddot{N}_{i,3}(u) & \text{si } i \in [0, n_1] \\ v \cdot \ddot{N}_{i-n_1-1,3}(u) & \text{si } i \in [n_1 + 1, n_1 + n_2 + 1] \end{cases} \quad (4.27)$$

et

$$\dot{N}_i(u, v) = \begin{cases} -\dot{N}_{i,3}(u) & \text{si } i \in [0, n_1] \\ \dot{N}_{i-n_1-1,3}(u) & \text{si } i \in [n_1 + 1, n_1 + n_2 + 1] \end{cases} \quad (4.28)$$

Or  $\left| \ddot{N}^T \cdot X \right|^2 = X^T \ddot{N} \ddot{N}^T X$  donc :

$$\begin{aligned} \Delta E_{def} &= X^T \cdot \underbrace{\iint_{u,v} \ddot{N} \ddot{N}^T + 2 \cdot \dot{N} \dot{N}^T dudv}_{X^T \cdot K^T \cdot X} \cdot X + \underbrace{2 \cdot \iint_{u,v} E \cdot \ddot{N}^T + 2 \cdot F \cdot \dot{N}^T dudv}_{-G^T \cdot X} \cdot X \\ &= \underbrace{X^T \cdot K^T \cdot X}_{\text{}} + \underbrace{-G^T \cdot X}_{\text{}} \end{aligned} \quad (4.29)$$

---

La minimisation du critère énergétique seul par rapport aux déplacements des points de contrôle s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta E_{def}}{dX} = 0 &\Rightarrow X^T \cdot K^T \cdot dX - G^T \cdot dX = 0 \\ &\Rightarrow dX^T (\cdot K \cdot X - G) = 0\end{aligned}\tag{4.30}$$

La solution du système  $K \cdot X = G$  permet d'obtenir la trajectoire optimisée en ne considérant que le critère énergétique. Le second membre négligé dans le chapitre 3 est la matrice  $G$ . Des essais ultérieurs nous permettrons d'observer l'influence de ce terme sur la trajectoire.



## Annexe 4 : Application sur la surface proposée par Wu et al.

La surface représentée (Figure 4.27) est la surface utilisée dans [Wu *et al.*, 2008] pour comparer la méthode "Dynamic programming" mise en place par l'auteur aux méthodes classiques d'un logiciel de FAO. La méthode de génération de trajectoires proposée par Wu et al. impose une évolution en crabe de l'orientation de l'axe de l'outil de façon à minimiser les écarts géométriques. La trajectoire ainsi générée sera oscillante. La surface considérée est une surface réglée dont les courbes de bords sont deux courbes de Bézier de degré 3 appelées  $BC_1(u)$  et  $BC_2(u)$ , dont les points de contrôle sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 - BC_{10} &= (30.144, 5.49025, -1) & BC_{11} &= (43.6377, -10.2508, -1) \\
 BC_{12} &= (47.3207, 28.6585, -1) & BC_{13} &= (64.4553, 22.3657, -1) \\
 - BC_{20} &= (22.5544, 18.0812, -19) & BC_{21} &= (38.5681, -14.49, -19) \\
 BC_{22} &= (58.7365, 34.7699, -19) & BC_{23} &= (75.8179, 12.9224, -19)
 \end{aligned}$$

L'équation de cette surface est  $S(u, v) = (1 - v) \cdot BC_2(u) + v \cdot BC_1(u)$  avec :

$$\overrightarrow{BC_i(u)} = \sum_{j=0}^3 \mathbb{B}_j^3(u) \cdot \overrightarrow{BC_{ij}}$$

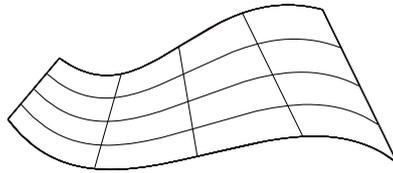


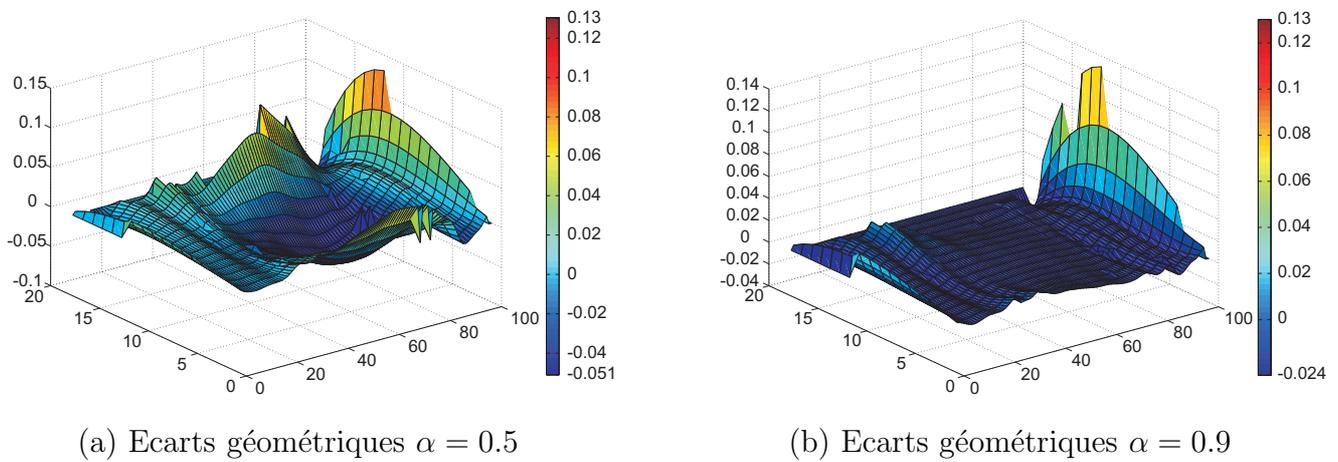
Figure 4.27 – Surface de la littérature : Wu

Pour vérifier l'influence du paramètre  $\alpha$  nous avons généré des trajectoires pour  $\alpha = 0.5$  et  $0.9$ . Les résultats en terme d'écarts géométriques, la valeur de l'énergie de déformation de la surface d'usinage ainsi que le "condition number" sont reportés (Table 4.8).

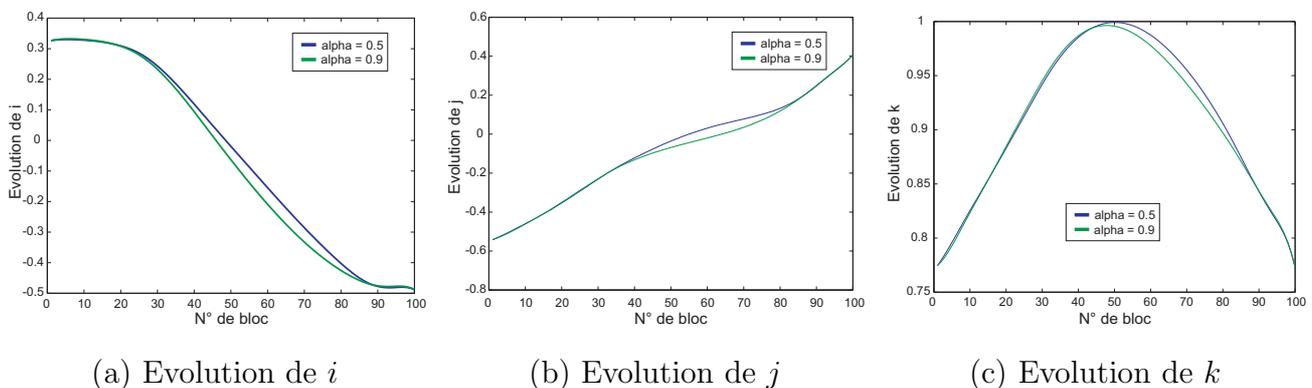
Concernant les écarts géométriques on peut remarquer que plus  $\alpha$  est grand et plus la somme des carrés des écarts est petite, ce qui est conforme au schéma d'optimisation (Fig : 4.28 (a)) et (Fig : 4.28 (b)). De plus les écarts géométriques sont nettement plus faibles que ceux obtenus par une solution de type "SPO".

Concernant la fluidité de la trajectoire, l'évolution de la valeur de l'indicateur "Energie de déformation" est également conforme. En effet, plus  $\alpha$  est grand, plus l'énergie est grande ce qui entraîne que la trajectoire soit moins fluide. Cependant la variation d'énergie de déformation

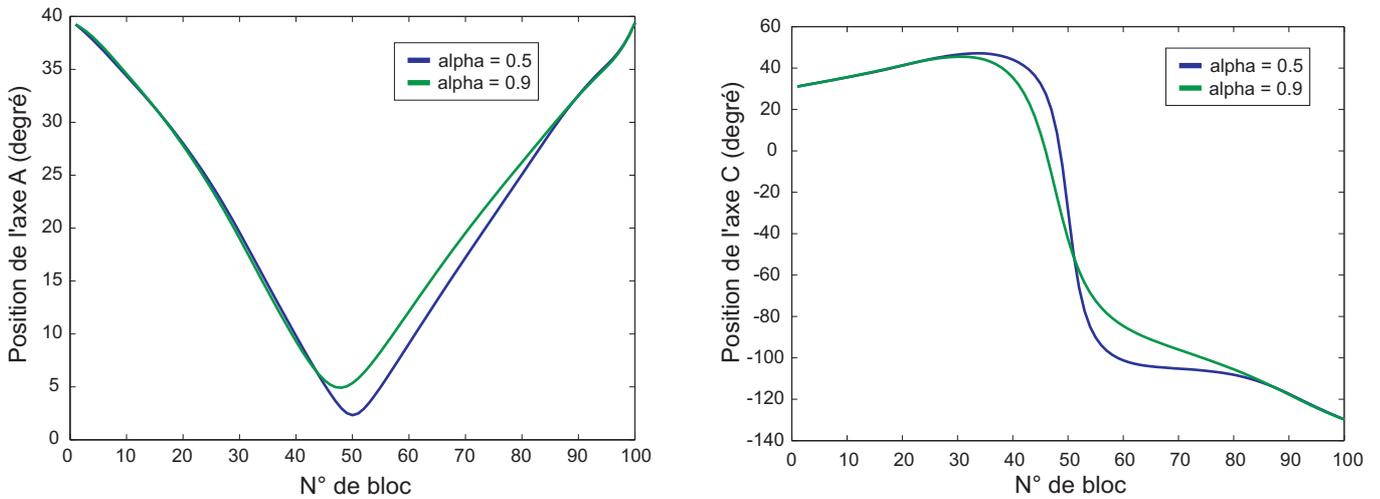
Surface de la littérature	"Wu"		
	SPO	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$
Valeur de $\alpha$			
$\sum e_k^2 (10^{-6} mm^2)$	422	429	380
Energie de déformation	4.463	4.156	4.375
Undercut ( $mm$ )	0.243	0.130	0.130
Overcut ( $mm$ )	0.128	0.051	0.024
"Condition number"		$1.11 \cdot 10^5$	$8.23 \cdot 10^5$

Tableau 4.8 – Influence de  $\alpha$  sur la pièce de WuFigure 4.28 – Influence du paramètre  $\alpha$  sur les écarts géométriques

reste faible, 5 % entre  $\alpha = 0.5$  et  $\alpha = 0.9$ . En analysant l'évolution des composantes du vecteur orientation outil  $i$  (Fig : 4.29 (a)),  $j$  (Fig : 4.29 (b)) et  $k$  (Fig : 4.29 (c)) on ne constate pas de différences significatives, compte tenu de la faible variation des énergies de déformation.

Figure 4.29 – Influence de  $\alpha$  sur la fluidité dans l'espace de la pièce

Concernant l'évolution des axes rotatifs dans l'espace de la machine (Fig : 4.30), les courbes sont relativement lisses.



(a) Calcul de l'évolution de A

(b) Calcul de l'évolution de C

Figure 4.30 – Influence de  $\alpha$  sur la fluidité dans l'espace de la machine

On observe cependant une modification du temps d'usinage, légèrement favorable pour la trajectoire à faible énergie de déformation ( $\alpha = 0.5$ ) (Fig : 4.31).

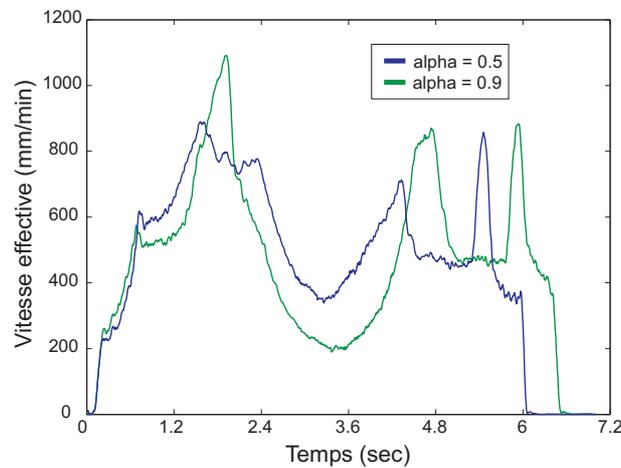


Figure 4.31 – Influence de  $\alpha$  sur la vitesse outil/pièce

Les différences de comportement vues sur cet exemple de la littératures ne permettent pas d'en tirer des conclusions quant à la pertinence de notre critère de fluidité car les gains ne sont pas significatifs.



# Annexe 5 : Découpage de la surface d'usinage

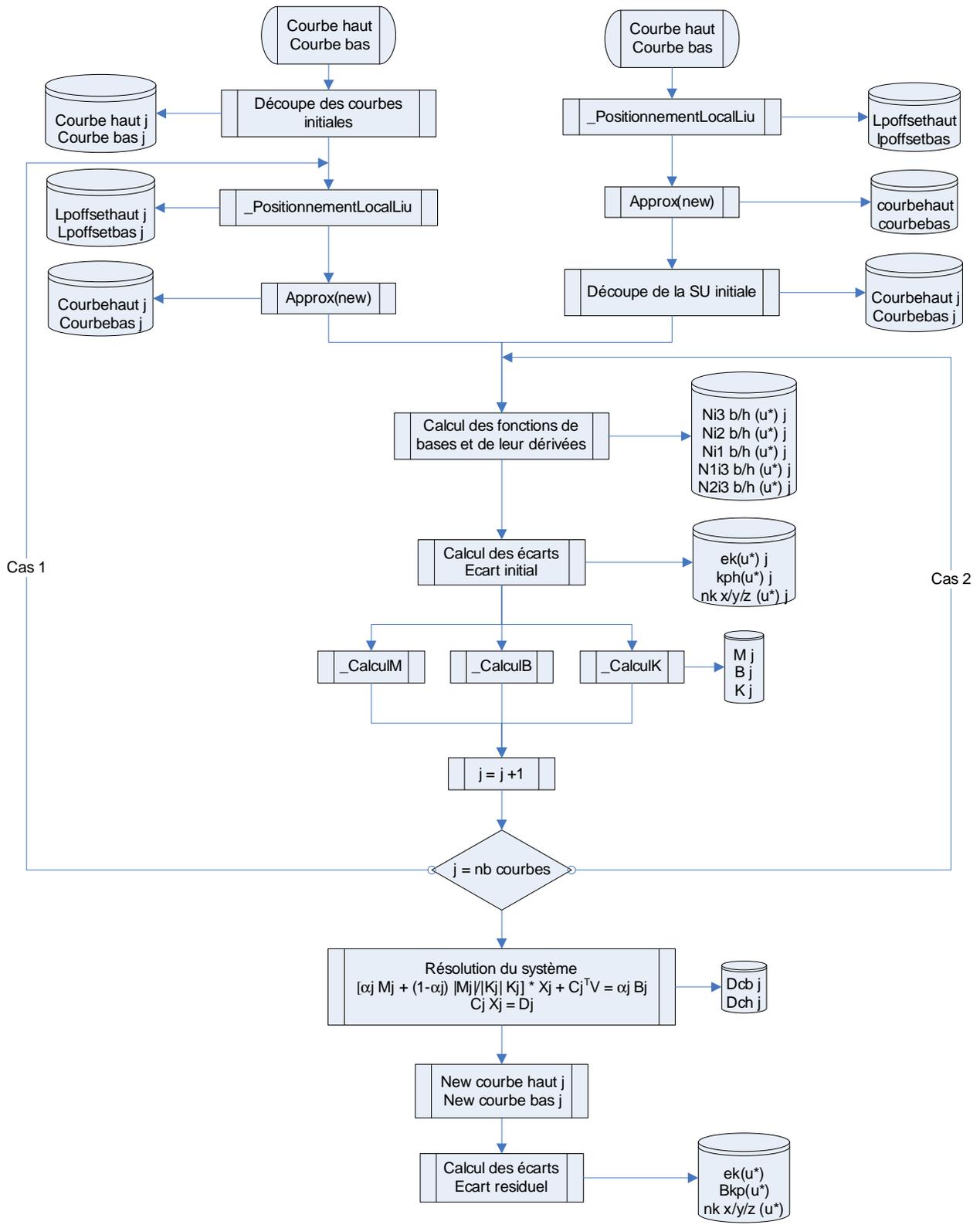


Figure 4.32 – Algorithme permettant de résoudre "localement"



# Bibliographie

---

- [Abdel-Malek et Yeh, 1997] K. ABDEL-MALEK et H.-J. YEH : Geometric representation of the swept volume using jacobian rank-deficiency conditions. *Computer-Aided Design*, 29(6): 457–468, 1997.
- [Affouard, 2001] A. AFFOUARD : Introduction de l'interpolation polynomiale dans le cadre de l'usinage 5-axes par le flanc. Mémoire bibliographique de dea, École Normale Supérieure de Cachan, Juin 2001.
- [Affouard *et al.*, 2004] A. AFFOUARD, E. DUC, C. LARTIGUE, J.-M. LANGERON et P. BOURDET : Avoiding 5-axis singularities using tool path deformation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44(4):415–425, 2004.
- [Altintas et Budak, 1995] Y. ALTINTAS et E. BUDAK : Analytical prediction of stability lobes in milling. *Annals of the CIRP*, 44(1):357–362, 1995.
- [Arnaud et Desein, 2002] L. ARNAUD et G. DESSEIN : Application de la théorie des lobes de stabilité au fraisage de profil. In *IDMME'2002*, Clermont Ferrand, 14-16 mai 2002.
- [Bagard, 1997] P. BAGARD : Tooling and complex shapes : technico-economic reports between high speed machining, conventionnal machining and electroerosion. In *1<sup>st</sup> french and german conference on high speed machining*, p. 249, 1997.
- [Bedi *et al.*, 2003] S. BEDI, S. MANN et C. MENZEL : Flank milling with flat end milling cutters. *Computer-Aided Design*, 35(3):293 – 300, 2003.
- [Blackmore *et al.*, 1994] D. BLACKMORE, M. C. LEU et F. SHIH : Analysis and modeling of deformed swept volume. *Computer-Aided Design*, 26(4):315–326, 1994.
- [Blackmore *et al.*, 1997] D. BLACKMORE, M. C. LEU et L. P. WANG : The sweep-envelope differential equation algorithm and its application to nc machining verification. *Computer-Aided Design*, 29(9):629–637, 1997.
- [Bohez, 2002] E. L. J. BOHEZ : Five-axis milling machine tool kinematic chain design and analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42:505–520, 2002.

- [Bourdet *et al.*, 1996] P. BOURDET, L. MATHIEU, C. LARTIGUE et A. BALLU : The concept of small displacement torsor in metrology. *Advanced Mathematical Tools in Metrology II, Series on advances in mathematics for applied sciences*, 40:22–100, 1996.
- [Castagnetti *et al.*, 2008] C. CASTAGNETTI, E. DUC et P. RAY : The domain of admissible orientation concept : A new method for five-axis tool path optimisation. *Computer-Aided Design*, 40(9):938–950, 2008.
- [Cheng *et al.*, 2002] M.-Y. CHENG, M.-C. TSAI et J.-C. KUO : Real-time nurbs command generators for cnc servo controllers. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42(7):801–813, 2002.
- [Chiou, 2004] J. CHIOU : Accurate tool position for five-axis ruled surface machining by swept envelope approach. *Computer-Aided Design*, 36(10):967 – 974, 2004.
- [Chu et Chen, 2006] C.-H. CHU et J.-T. CHEN : Tool path planning for five-axis flank milling developable surface approximation. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 29(7-8):707–713, 2006.
- [Chu et Sequin, 2002] C.-H. CHU et J.-H. SEQUIN : Developable bézier patches : Properties and design. *Computer-Aided Design*, 34(7):511–527, 2002.
- [Duc *et al.*, 1999] E. DUC, C. LARTIGUE, C. TOURNIER et P. BOURDET : A new concept for the design and the manufacturing of free-form surfaces : the machining surface. *Annals of the CIRP*, 48(1):103–106, 1999.
- [Dugas *et al.*, 2002] A. DUGAS, J. LEE et J.-Y. HASCOET : High speed milling-solid simulation and machine limits. *Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Kluwer Academic Publishers:287–294, 2002.
- [Elber et Fish, 1997] G. ELBER et R. FISH : 5-axis freeform surface milling using piecewise ruled surface approximation. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 119:383 – 387, 1997.
- [Faux et Pratt, 1979] I. FAUX et M. PRATT : *Computational geometry for design and manufacture, Mathematics and tis applications*, Ellis Horwood, Chichester, UK. 1979.
- [Fleisig et Spence, 2001] R. FLEISIG et A. SPENCE : A constant feed and reduced angular acceleration interpolation algorithm for multi-axis machining. *Computer-Aided Design*, 33(1):1–15, 2001.

- [Gasparetto et Zanotto, 2007] A. GASPARETTO et V. ZANOTTO : A new method for smooth trajectory planning of robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 42(4):455–471, 2007.
- [Gong et al., 2005] H. GONG, L.-X. CAO et J. LIU : Improved positioning of cylindrical cutter for flank milling ruled surfaces. *Computer-Aided Design*, 37(12):1205–1213, 2005.
- [Han et al., 2001] Z. HAN, D. YANG et J.-J. CHUANG : Isophote-based ruled surface approximation of free-form surfaces and its application in nc machining. *International Journal of Production Research*, 39(9):1911–1930, 2001.
- [Ho et al., 2003] M.-C. HO, Y.-R. HWANG et C.-H. HU : Five-axis tool orientation smoothing using previous quaternion interpolation algorithm. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(12):1259–1267, 2003.
- [Hock, 1997] S. HOCK : High speed cutting (hsc) in die and mould manufacture. In *1<sup>st</sup> french and german conference on high speed machining*, p. 274–283, 1997.
- [Jerard et al., 1989] R. JERARD, R. DRYSDALE, K. HAUCK, B. SCHAUDT et J. MAGEWICK : Methods for detecting errors in numerically controlled machining of sculptured surfaces. *IEE Computer Graphics and Applications*, 9(1):26–39, 1989.
- [Jung et al., 2002] Y. JUNG, D. LEE, J. KIM et H. MOK : Nc post-processor for 5-axis milling machine of table-rotating/tilting type. *Journal of Materials Processing Technology*, 130-131:641–646, 2002.
- [Langeron et al., 2004] J.-M. LANGERON, E. DUC, C. LARTIGUE, et P. BOURDET : A new format for 5-axis tool path computation using bspline curves. *Computer-Aided Design*, 36(12):1219–1229, 2004.
- [Lartigue et al., 2003] C. LARTIGUE, E. DUC et A. AFFOUARD : Tool path deformation in 5-axis milling using envelope surface. *Computer-Aided Design*, 35(4):375–382, 2003.
- [Larue et Altintas, 2005] A. LARUE et Y. ALTINTAS : Simulation of flank milling processes. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45:549–559, 2005.
- [Larue et Anselmetti, 2003] A. LARUE et B. ANSELMETTI : Deviation of a machined surface in flank milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43:129 – 138, 2003.
- [Lavernhe, 2006] S. LAVERNHE : *Prise en compte des contraintes associées au couple MO-CN en génération de trajectoires 5 axes UGV*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2006.

- [Lavernhe *et al.*, 2008] S. LAVERNHE, C. TOURNIER et C. LARTIGUE : Kinematical performance prediction in multi-axis machining for process planning optimization. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 37(5-6):534–544, 2008.
- [Lee, 1989] A. T. Y. LEE : On choosing nodes in parametric curve interpolation. *Computer-Aided Design*, 21(6):363–370, 1989.
- [Li *et al.*, 2005] C. LI, S. MANN et S. BEDI : Error measurements for flank milling. *Computer-Aided Design*, 37(14):1459–1468, 2005.
- [Liu, 1995] W.-W. LIU : Five-axis nc cylindrical milling of sculptured surfaces. *Computer-Aided Design*, 27(12):887–894, 1995.
- [Léon, 1991] J.-C. LÉON : *Modélisation et construction de surfaces pour la CFAO*, Hermes Sciences Publicat. 1991.
- [Lorong *et al.*, 2008] P. LORONG, G. COFFIGNAL et S. COHEN-ASSOULINE : Simulation du comportement dynamique d'un système usinant : modélisation de l'interaction outil/matière en présence d'une pièce flexible. *Mécanique & Industries*, 9:117–124, 2008.
- [Menzel *et al.*, 2004] C. MENZEL, S. BEDI et S. MANN : Triple tangent flank milling of ruled surfaces. *Computer-Aided Design*, 36(3):289–296, 2004.
- [Monies *et al.*, 2000] F. MONIES, J.-M. REDONNET, W. RUBIO et P. LAGARRIGUE : Improved positioning of a conical mill for machining ruled surfaces : application to turbine blades. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 214(7):625–634, 2000.
- [Monreal et Rodriguez, 2003] M. MONREAL et C. RODRIGUEZ : Influence of tool path strategy on the cycle time of high-speed milling. *Computer-Aided Design*, 35(4):395–401, 2003.
- [Müller *et al.*, 2004] M. MÜLLER, G. ERDS et P. XIROUCHAKIS : High accuracy spline interpolation for 5-axis machining. *Computer-Aided Design*, 36(13):1379–1393, 2004.
- [Park *et al.*, 2000] H. PARK, K. KIM et S. LEE : A method for approximate nurbs curve compatibility based on multiple curve refitting. *Computer-Aided Design*, 32(4):237–252, 2000.
- [Pechard *et al.*, 2007] P.-Y. PECHARD, J. CHAVES-JACOB, C. TOURNIER et C. LARTIGUE : Intégration d'un critère de fluidité en génération de trajectoires 5 axes par flanc d'outil. *In 5<sup>th</sup> in Conferance in Integrated and Production*, Rabat, Morocco, 2007.

- [Pechard *et al.*, 2009] P.-Y. PECHARD, C. TOURNIER, C. LARTIGUE et J.-P. LUGARINI : Geometrical deviations versus smoothness in 5-axis high-speed flank milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(6):454–461, 2009.
- [Piegl et Tiller, 1997] L. PIEGL et W. TILLER : *The Nurbs Book : Second Edition*. Springer, 1997.
- [Press *et al.*, 1992] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : *Numerical recipes in C : The art of scientific computing*. Cambridge, 1992.
- [Redonnet *et al.*, 1998] J. REDONNET, W. RUBIO et G. DESSEIN : Side milling of ruled surfaces optimum positioning of the milling cutter and calculation of interference. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 14(7):459–465, 1998.
- [Rehsteiner et Renker, 1993] F. REHSTEINER et H.-J. RENKER : Collision free five-axis milling of twisted ruled surfaces. *Annals of the CIRP*, 42(1):457–461, 1993.
- [Rubio *et al.*, 1998] W. RUBIO, P. LAGARRIGUE, G. DESSEIN et F. PASTOR : Calculation of tool paths for a torus mill on free-form surfaces on five-axis machines with detection and elimination of interference. *The International Journal of advanced Manufacturing Technology*, 14(1):13–20, 1998.
- [Senatore *et al.*, 2007] J. SENATORE, F. MONIES, J.-M. REDONNET et W. RUBIO : Improved positioning for side milling of ruled surfaces : Analysis of the rotation axis's influence on machining error. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(6):934–945, 2007.
- [Senatore *et al.*, 2005] J. SENATORE, F. MONIES, J.-M. REDONNET et W. RUBIO : Analysis of improved positionning in five-axis ruled surface milling using envelope surface. *Computer-Aided Design*, 37(10):989–998, 2005.
- [Terrier, 2005] M. TERRIER : *Optimisation du processus de fabrication en usinage à grande vitesse sur machines outils à structure parallèle*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2005.
- [Timar *et al.*, 2005] S. TIMAR, R. FAROUKI, T. SMITH et C. BOYADJIEFF : Algorithms for time-optimal control of cnc machines along curved tool paths. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 21(1):37–53, 2005.
- [Tlusty, 1986] J. TLUSTY : Dynamics of high speed milling. *Journal of Engineering for industry*, 108:59–67, 1986.

- [Tönshoff et Rackow, 2000] H. TÖNSHOFF et N. RACKOW : Optimal tool positioning for five-axis flank milling of arbitrary shaped surfaces. *Annals of the German Academic Society for Production Engineering (WGP)*, 7(1):57–60, 2000.
- [Tournier *et al.*, 2006] C. TOURNIER, C. CASTAGNETTI, S. LAVERNHE et F. AVELLAN : Tool path generation and post-processor issues in 5 axis hsm of hydro turbine blades. *In 5<sup>th</sup> International Conference on HSM*, Metz, France, 2006.
- [Vassilev, 1996] T. VASSILEV : Fair interpolation and approximation of b-spline by energy minimization and points insertion. *Computer-Aided Design*, 28(9):753–760, 1996.
- [Wang *et al.*, 1997] X. WANG, F. CHENG et B. BARSKY : Energy and b-spline interproximation. *Computer-Aided Design*, 29(7):485–496, 1997.
- [Wu *et al.*, 2008] P.-H. WU, Y.-W. LI et C.-H. CHU : Optimized tool path generation based on dynamic programming for five-axis flank milling of rule surface. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48(11):1224–1233, 2008.
- [Yang et Abdel-Malek, 2005] J. YANG et K. ABDEL-MALEK : Approximate swept volumes of nurbs surfaces or solids. *Computer-Aided Design*, 22(1):1–26, 2005.

Les pièces de formes complexes dans le domaine de l'aéronautique et des machines hydrauliques sont réalisées par usinage grande vitesse 5 axes. Dans ce contexte, les travaux proposés ont conduit à l'élaboration d'une méthode de génération de trajectoires 5 axes UGV par flanc d'outil basée sur le concept de surface d'usinage. La représentation surfacique de la trajectoire permet une minimisation globale des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Cependant, en considérant le contexte d'usinage à grande vitesse, la fluidité de la trajectoire générée est essentielle pour assurer un usinage performant. Nous montrons que la fluidité de la trajectoire peut être contrôlée par le calcul de l'énergie de déformation de la surface d'usinage. Un schéma d'optimisation dont l'objectif est un compromis entre la minimisation des écarts géométriques et la fluidité de la trajectoire est ensuite proposée. Notre approche est illustrée au travers d'exemples issus de la littérature et d'autres plus industriels. La méthode de génération de trajectoires ainsi proposée conduit à de meilleures performances en terme de qualité de surfaces usinées et en terme de productivité, grâce à l'intégration au plus tôt de contraintes de diverses natures dans le calcul des trajets.

**Mots clés :**

Usinage Grande Vitesse 5 axes, Surface d'Usinage, Génération de trajectoires, Usinage par flanc d'outil, Fluidité.

Within the context of aeronautics and hydraulics, free form surfaces are elaborated thanks to 5-axis high-speed machining. This work concerns a surface based approach for tool path generation in 5-axis HSM flank milling. Such a surface representation of the tool path allows a global minimization of geometrical deviations between the surface to be machined and the envelope surface of the tool movement. However, within the context of high-speed machining, the smoothness of the tool path is essential for efficient machining. We show that trajectory fluidity can be controlled by calculating the energy of deformation of the machining surface. An optimization scheme the objective of which is a compromise between the minimization of geometrical deviations and the trajectory smoothness is then proposed. Our approach is illustrated through examples from literature and industry. The method proposed ensures best performances in terms of quality and productivity, as it integrates constraints in the tool path generation.

**Key words :**

5 axis High Speed Machining, Machining surface, Tool path generation, Flank milling, Smoothness.