



**HAL**  
open science

# Contributions à la description de signaux, d'images et de volumes par l'approche probabiliste et statistique

Olivier Alata

► **To cite this version:**

Olivier Alata. Contributions à la description de signaux, d'images et de volumes par l'approche probabiliste et statistique. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Poitiers, 2010. tel-00573224

**HAL Id: tel-00573224**

**<https://theses.hal.science/tel-00573224>**

Submitted on 3 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE POITIERS

# Habilitation à diriger des recherches

présentée et soutenue publiquement  
par

**Olivier Alata**

le 4 Octobre 2010

Titre:

**Contributions à la description de signaux, d'images et de volumes par l'approche probabiliste et statistique**

## Jury

Y. Delignon	Professeur à TELECOM Lille1	Président
G. Celeux	Directeur de recherche INRIA Saclay-Île-de-France	Rapporteur
X. Descombes	Directeur de recherche INRIA Sophia Antipolis	Rapporteur
Ph. Réfrégier	Professeur à l'Ecole Centrale de Marseille	Rapporteur
Y. Berthoumieu	Professeur à l'Institut Polytechnique de Bordeaux	Examinateur
C. Fernandez-Maloigne	Professeur à l'Université de Poitiers	Examinatrice
C. Olivier	Professeur à l'Université de Poitiers	Examinateur



# Résumé

Les éléments principaux apparaissant dans ce document de synthèse sont les suivants :

- La mise en exergue de la pertinence du critère d'information  $\varphi_\beta$  qui offre la possibilité d'être "réglé" par apprentissage de  $\beta$  et cela quelque soit le problème de sélection de modèles pour lequel il est possible d'écrire un critère d'information, possibilité qui a été illustrée dans divers contextes applicatifs (supports de prédiction linéaire et dimension du modèle utilisé pour les cinétiques de  $\dot{V}O_2$ , signal physiologique décrit à l'aide d'un modèle linéaire généralisé).
- Une méthode d'estimation d'histogrammes pour décrire de manière non-paramétrique la distribution d'échantillons et son utilisation en reconnaissance de lois supervisée dans un contexte de canaux de transmission.
- Une méthode dite "comparative descendante" permettant de trouver la meilleure combinaison des paramètres pour décrire les données étudiées sans avoir à tester toutes les combinaisons, illustrée sur l'obtention de supports de prédiction linéaire 1-D et 2-D.
- La mise en place de stratégies de choix de modèles par rapport à des contextes variés comme l'imagerie TEP (Tomographie par Emission de Positrons) et les lois de mélange de Gauss et de Poisson ou les espaces couleur et les lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles.
- L'exploration des modèles de prédiction linéaire vectorielle complexe sur les images représentées dans des espaces couleur séparant l'intensité lumineuse de la partie chromatique et l'usage qui peut en être fait en caractérisation de textures afin de les classifier ou de segmenter les images texturées couleur.
- Des apports en segmentation d'images texturées : optimisation d'une méthode de segmentation non-supervisée d'images texturées en niveaux de gris ; une nouvelle méthode supervisée de segmentation d'images texturées couleur exploitant les espaces couleur psychovisuels et les erreurs de prédiction linéaire vectorielle complexe.
- Une méthode de segmentation 3-D "haut-niveau" exploitant le formalisme des processus ponctuels qui permet de prendre en compte des informations géométriques et topologiques sur le champ des régions introduites dans l'énergie de Gibbs du processus.
- L'illustration des méthodes MCMC dans des contextes divers comme l'estimation de paramètres, l'obtention de segmentations 2-D ou 3-D ou la simulation de processus.

Et beaucoup d'autres éléments se révéleront à sa lecture ...

# Abstract

The main elements described in this document are :

- The use of information criterion  $\varphi_\beta$  which allows the learning of parameter  $\beta$  for any model selection problem possible to solve with the information criterion. This is illustrated in the context of different applications including the estimation of linear prediction neighborhood support and model dimension for  $\dot{V}O_2$  cinetics which is a physiological signal described with a linear general model.
- An non-parametric method for the approximation of the data distributions based on an information criterion based novel technique for the histogram estimation. A supervised framework for law recognition based on this method is also discussed.
- The “comparative descend” method for the estimation of optimal parameter combination in the data description problems without testing all the possible parameter combinations. This method is used for the optimal neighborhood support estimation in 1-D and 2-D linear prediction models.
- The implementation of different model selection methodologies in various contexts including Poisson and Gauss mixture laws for PET (Positron Emission Tomography) volumes, and optimal color spaces for multidimensional gaussian mixture models.
- Study of complex multichannel linear prediction models for color image representation in luminance-chrominance type color spaces. The pertinence of these models for color texture characterization, classification and segmentation is also discussed.
- Some contributions for textured image segmentation : the optimization of an unsupervised method for the segmentation of gray level textured images ; a supervised method for the segmentation of color textured images in psychovisual color spaces based on complex multichannel linear prediction error.
- A point process based high level 3-D segmentation method taking into account the geometrical and topological information of the class label field in the Gibbs energy.
- The use of MCMC methods for parameter estimation, 2-D and 3-D segmentation methods, and the simulation of processes.

And many other things that you will find during the reading of this document ...

# Table des matières

Résumé . . . . .	i
Abstract . . . . .	ii
Table des matières . . . . .	iii
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 Sélection de modèles par critères d'information</b>	<b>5</b>
2.1 Notions fondamentales en lien avec l'entropie . . . . .	7
2.1.1 Entropie . . . . .	7
2.1.2 Entropie croisée . . . . .	7
2.1.3 Codage entropique et arithmétique adaptatif . . . . .	8
2.2 Les différents critères d'information . . . . .	9
2.2.1 Minimisation d'un risque . . . . .	9
2.2.2 Approche bayésienne . . . . .	12
2.2.3 Sélection par la longueur minimum de code . . . . .	12
2.2.4 Critère $\varphi_\beta$ et discussion . . . . .	13
2.3 Modèles autorégressifs . . . . .	15
2.3.1 Prédiction linéaire bidimensionnelle . . . . .	15
2.3.2 Méthodes comparatives . . . . .	19
2.4 Description d'une distribution par histogramme . . . . .	25
<b>3 Des distributions en signal et image</b>	<b>29</b>
3.1 Application des méthodes d'estimation d'histogrammes . . . . .	30
3.1.1 Application aux images dans le cadre des méthodes de compression . . . . .	30
3.1.2 Application aux canaux de transmissions numériques sans fil . . . . .	35
3.2 Modèle linéaire généralisé . . . . .	42
3.2.1 Définition et méthode d'estimation . . . . .	42
3.2.2 Application aux cinétiques de $\dot{V}O_2$ . . . . .	45
3.3 Lois de mélange . . . . .	49
3.3.1 Segmentation 3-D de TEP cérébrales . . . . .	50
3.3.2 Un espace couleur mieux adapté? . . . . .	58
<b>4 Description de structures spatiales</b>	<b>67</b>
4.1 Prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe . . . . .	68
4.1.1 Analyse spectrale 2-D multicanale et espaces couleur . . . . .	68
4.1.2 Classification de textures couleur . . . . .	74
4.2 Segmentation d'images texturées . . . . .	78
4.2.1 Segmentation supervisée d'images texturées couleur . . . . .	78

---

4.2.2	Segmentation non-supervisée d'images texturées et critères d'information . . . . .	82
4.3	Géométrie et topologie du champ de régions . . . . .	88
4.3.1	Le GDPP (Grouping-Degrouping Point Process) . . . . .	90
4.3.2	Simulation du GDPP . . . . .	97
4.3.3	Résultats . . . . .	100
<b>5</b>	<b>Bilan et perspectives</b>	<b>111</b>
	<b>Annexes</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Algorithmes EM et SEM</b>	<b>117</b>
<b>B</b>	<b>Trois espaces couleur</b>	<b>121</b>
<b>C</b>	<b>Curriculum vitae</b>	<b>125</b>
<b>D</b>	<b>Liste des publications</b>	<b>135</b>
<b>E</b>	<b>Listes des acronymes</b>	<b>141</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>143</b>

# Chapitre 1

## Introduction

L'objet de l'étude dans de nombreuses applications en traitement du signal et de l'image est un ensemble de dimension finie d'échantillons  $x = \{x_s\}_{s \in \Delta}$  ou de vecteurs  $x = \{\mathbf{x}_s\}_{s \in \Delta}$ .  $\Delta$  dont le cardinal sera noté  $|\Delta|$  ou  $N$  est classiquement un sous-ensemble de  $\mathbb{Z}^d$ . Ce qui donne à ces données une certaine spécificité par rapport à d'autres types de données, c'est l'existence d'une organisation temporelle (série temporelle lorsque  $d = 1$ ), d'une organisation spatiale (image ou volume,  $d = 2$  ou 3) ou d'une organisation spatio-temporelle (séquence d'images ou de volumes,  $d = 3$  ou 4). Depuis une quarantaine d'années, les problèmes posés par ces données comme l'analyse et la synthèse, le codage et la compression, la restauration et la séparation de sources, ... sont abordés à l'aide de théories mathématiques telles que l'analyse harmonique, les équations aux différences partielles (EDP), les méthodes variationnelles, les statistiques et les probabilités, ... Evidemment, pour la résolution de ces problèmes, une approche "purement" mathématique ne pourrait suffire et il ne faut pas oublier la nécessité de prendre en compte toutes les connaissances physico-chimiques sur les processus étudiés lorsque cela est possible ainsi que l'importance du savoir-faire expérimental, de l'implantation informatique des algorithmes mettant en œuvre les méthodes envisagées et de la réalisation électronique dans certaines applications. C'est en cela que le traiteur de signaux et d'images se doit d'être un être "polymorphe" scientifiquement parlant et être capable de discuter si possible avec les biologistes, les médecins, les géologues, ...

L'approche probabiliste consiste à faire l'hypothèse que  $x$  est une réalisation d'un processus aléatoire<sup>1</sup>  $X = \{X_s\}_{s \in \Delta}$  qui est une famille de variables aléatoires ou de vecteurs aléatoires<sup>2</sup>. De ce fait, à chaque indice  $s$ , est défini un espace probabilisé  $(\Omega_{X_s}, \mathcal{A}_{\Omega_{X_s}}, P_{X_s})$  dont l'espace d'état  $\Omega_{X_s}$  et la tribu associée  $\mathcal{A}_{\Omega_{X_s}}$  dépendent du type de donnée étudiée. Pour le processus, l'espace probabilisé est alors  $(\Omega_X, \mathcal{A}_{\Omega_X}, P_X)$  où  $\Omega_X = \prod_{s \in \Delta} \Omega_{X_s}$ , avec ici  $\prod$  désignant le produit cartésien.

Faisons maintenant une hypothèse très forte : tous les  $\Omega_{X_s}$  et toutes les probabi-

---

<sup>1</sup>A priori, cette hypothèse peut toujours être formulée même si, finalement,  $x$  se révèle être un processus déterministe : d'après la décomposition de Wold [CAR01], un processus aléatoire est, d'un point de vue densité spectrale, la somme d'un processus purement aléatoire et d'un processus déterministe (ou qui présente des aspects déterministes). Cette hypothèse signifie tout de même que le hasard existe au moins d'un point de vue mathématique ce qui est un concept d'une grande modernité au regard de l'histoire de l'humanité. Cela dit, débattre sur l'existence ou non du hasard est un sujet passionnant mais qui trouve plutôt sa place dans un ouvrage de philosophie.

<sup>2</sup>Pour alléger le texte, on suppose qu'il est question de données scalaires pour l'instant.

lités  $P_{X_s}$  sont identiques. Dans ce cas, on pourra noter tous les espaces probabilisés  $(\Omega, \mathcal{A}_\Omega, P)$  et il s'agit d'un processus aléatoire stationnaire au sens strict. De plus, si la probabilité  $P$  se révèle absolument continue par rapport à une autre mesure, il sera alors possible de définir une densité de probabilité (d.d.p.) qui sera notée  $f(x_s)$ . La théorie des probabilités permet alors de différencier deux principaux cas : les variables aléatoires de la famille sont indépendantes et la d.d.p. de  $x$  s'écrit  $f(x) = \prod_{s \in \Delta} f(x_s)$  (voir Chapitre 3); les variables aléatoires ne sont pas indépendantes (voir Chapitre 4) et cette hypothèse paraît appropriée lorsqu'on veut décrire des processus possédant des structures temporelles ou spatiales. Il sera aussi abordé par la suite le cas où la famille possède des lois de probabilités qui changent en fonction de leur localisation, c'est à dire le cas non-stationnaire ou du moins le cas stationnaire par morceaux.

L'intérêt des traiteurs de signaux et d'images pour l'approche probabiliste provient non seulement de sa rigueur mathématique mais aussi de la variété offerte en terme de modèles de processus. Ces modèles<sup>3</sup> sont d'autant plus intéressants que, souvent, ils peuvent être simulés ce qui permet de les utiliser en synthèse ou en optimisation stochastique (voir Chapitres 3 et 4). Deux cas, là encore, se distinguent : le modèle paramétré qui est souvent défini comme une fonction dont la forme dépend d'un ensemble de paramètres (voir Chapitres 2, 3 et 4) et le modèle non paramétré (voir Chapitres 2 et 3).

Prenons pour l'instant le cas paramétré. Un ensemble de  $K$  paramètres sera noté  $\theta = \{\theta_k\}_{k \in \llbracket 1, K \rrbracket}$ . Comme l'objectif du scientifique est de décrire "au mieux" les processus qu'il étudie, un sérieux problème apparaît lorsqu'il se trouve face au choix d'un modèle dans une collection de modèles  $\{\mathbb{M}_m\}_{m \in \llbracket 1, M \rrbracket}$ , chacun associé à un ensemble de paramètres  $\theta_m = \{\theta_{m,k}\}_{k \in \llbracket 1, K_m \rrbracket}$  de dimension  $K_m$ . En effet, il est reconnu que le modèle le plus approprié (ou le plus exploitable) n'est pas toujours celui qui possède le plus de paramètres c'est à dire celui qui est susceptible de s'ajuster au mieux aux données observées [Coq08]. A ce sujet, certains parlent même de la "malédiction" de la dimensionalité. Le choix du modèle est ainsi un thème qui existe dans la communauté scientifique depuis de nombreuses années. Il est néanmoins possible de constater que le sujet est redevenu d'une brûlante actualité si on considère tous les développements réalisés autour de la notion de représentations parcimonieuses qui consistent à rechercher dans un dictionnaire de fonctions, celles qui permettront de représenter "au mieux" les données étudiées selon un critère. Car, quelque soit l'approche, le principe de parcimonie revient à trouver un compromis entre la complexité du modèle (ce qui est d'ailleurs crucial pour l'usage informatique) et le pouvoir de représentation du modèle.

Au niveau des probabilités et des statistiques, divers outils existent en lien avec la théorie de l'estimation. Un des principaux outils est la fonction de vraisemblance des paramètres du modèle  $\mathbb{M}_m$  :

$$\begin{aligned} g_{\mathbb{M}_m} : \mathbb{R}^{K_m} &\rightarrow \mathbb{R}^+ \\ \theta_m &\mapsto g_{\mathbb{M}_m}(\theta_m) = f(x | \theta_m, \mathbb{M}_m) \end{aligned} \quad (1.1)$$

en supposant l'existence de la d.d.p. et que tous les paramètres sont des réels. La méthode du Maximum de Vraisemblance (MV) qui préconise de choisir, lorsqu'il

---

<sup>3</sup>La notion de modèle mathématique est aussi largement sujette à débat philosophique [CC00].

existe et est unique,

$$\theta_m^{MV} = \arg \max_{\theta_m} (g_{M_m}(\theta_m)) \quad (1.2)$$

est un estimateur consistant des paramètres du modèle  $M_m$ . Par contre, la maximisation des valeurs  $g_{M_m}(\theta_m^{MV})$ ,  $m \in \llbracket 1, M \rrbracket$ , afin de choisir un modèle est une procédure qui se révèle la plupart du temps inefficace lorsqu'il s'agit de choisir de manière parcimonieuse un modèle puisqu'elle fournira systématiquement<sup>4</sup> le modèle possédant le plus de paramètres. La question qui se pose alors est la suivante : existe-t-il aujourd'hui une méthode permettant de choisir le "bon" modèle en admettant que celui-ci existe ? S'il est difficile de répondre par l'affirmative tellement le problème possède d'implications, dont celle d'être sûr d'avoir, dans sa collection de modèle, le "bon" modèle, de nombreuses pistes ont été explorées dans un contexte probabiliste et statistique depuis plus de quarante ans.

Dans le chapitre suivant, la question du choix (ou de la sélection) d'un modèle sera donc abordée. Puis, dans les chapitres 3 et 4, cette question reviendra (ou non) dans différents contextes applicatifs :

- la compression d'images, la caractérisation de canaux de transmission, l'analyse de signaux physiologiques, la segmentation "bas-niveau" de volumes 3-D TEP (Tomographie par Emission de Positrons) et la représentation d'images couleur, à l'aide de modèles supposant l'indépendance entre les échantillons auxquels peut s'adjoindre un modèle de processus déterministe ou un modèle de champ de régions ;
- la caractérisation de textures couleur, la segmentation d'images texturées et la segmentation 3-D "haut-niveau" de volumes 3-D TEP, à l'aide de modèles de prédiction linéaire et de modèles possédants des distributions de Gibbs, permettant de décrire différentes propriétés spatiales.

---

<sup>4</sup>ou presque à cause des erreurs de précisions numériques dans les calculs sur un ordinateur.



# Chapitre 2

## Sélection de modèles par critères d'information

Dans le contexte d'une approche probabiliste du problème de sélection de modèle, il paraît naturel de voir  $\mathbb{M}_m$  comme la réalisation d'une expérience aléatoire. Et il en sera de même avec un ensemble de paramètres  $\theta_m$ , dont l'espace de réalisation sera noté  $\Theta_m$  et la d.d.p.  $\pi_m(\theta_m) = f(\theta_m | \mathbb{M}_m)$  si elle existe. Il est alors possible d'écrire la loi conditionnelle de  $x$  quand le modèle  $\mathbb{M}_m$  est observé :

$$f(x | \mathbb{M}_m) = \int_{\Theta_m} f(x, \theta_m | \mathbb{M}_m) d\theta_m = \int_{\Theta_m} f(x | \theta_m, \mathbb{M}_m) \pi_m(\theta_m) d\theta_m \quad (2.1)$$

qui peut être considérée comme la fonction de vraisemblance marginale du modèle appelée "evidence" dans la littérature anglaise. L'obtention, par le biais de méthodes d'optimisation stochastique exploitant la simulation de variables aléatoires (comme les méthodes de Monte Carlo), des valeurs  $f(x | \mathbb{M}_m)$  afin de trouver le modèle qui renvoie la probabilité maximum a fait l'objet d'une vaste littérature en particulier sous la dénomination du "choix bayésien de modèles" (voir [Gre95] par exemple). Il sera question dans ce document de l'approche connue sous le nom de "critère d'information" (IC pour "Information Criterion"). Nous reviendrons néanmoins sur le sujet de l'optimisation stochastique dans les Chapitres 3 et 4.

Poursuivons maintenant la discussion commencée dans l'introduction au sujet de la fonction de vraisemblance et supposons que nous avons affaire pour l'instant à un ensemble de modèles emboîtés :  $K_1 < K_2 < \dots < K_M$ . En observant les valeurs  $g_{\mathbb{M}_m}(\theta_m^{MV})$ ,  $m \in \llbracket 1, M \rrbracket$ , un certain nombre de chercheurs ont constaté que leur croissance finissait par s'infléchir et que, de fait, la courbe qu'elles forment en fonction de la dimension du modèle possède un "coude". Ils ont donc cherché à identifier la dimension du modèle associé à la localisation de ce coude. La courbe intitulée "terme MV" (en fait, un terme proportionnel à l'opposé du logarithme du MV) sur la figure 2.1b illustre bien ces propos. Il est néanmoins difficile de dire précisément où se situe l'infléchissement de cette courbe juste en l'observant. Il pourrait être situé au niveau des ordres de valeurs comprises entre 7 et 12. D'une certaine manière, les critères d'information réalise l'opération décrite précédemment tout en mettant en œuvre le principe de parcimonie et possédant des justifications en lien avec la théorie de l'information. En effet, leur forme générale est une fonction de la dimension du modèle constituée de deux termes :

$$IC(m) = l_{\mathbb{M}_m}(\theta_m^{MV}) + p(K_m, N). \quad (2.2)$$

Le premier terme est le terme proportionnel à l'opposé de la log-vraisemblance (“terme MV”, voir fig. 2.1b) en lien avec le pouvoir de représentation du modèle, qui décroît en fonction de  $m$  contrairement à la fonction de vraisemblance, et le second terme croît en fonction de la complexité du modèle. Ce deuxième terme est appelé classiquement la pénalité et il permet d'infléchir la courbe des valeurs en lien avec la vraisemblance de manière à faire apparaître une valeur minimum<sup>1</sup>. Souvent  $p(K_m, N) = K_m \alpha(N)$  et la pénalité dépend linéairement du nombre de paramètres, pour  $N$  fixé. Dans certains critères, un troisième terme apparaît voire plus (cf. partie 3.3.2). Quelque soit son écriture, le modèle est choisi en minimisant le critère :  $m_{IC} = \arg \min_m IC(m)$ .

Dans ce chapitre, un rappel sur les origines des critères d'information est proposé ainsi que la présentation de quelques apports plutôt théoriques, essentiellement en lien avec les travaux de Doctorat de Guilhem Coq [Coq08], concernant la sélection de modèles.

$P^*$  ou  $\theta^*$  désigneront par la suite respectivement la “vraie” loi de probabilité ou le “vrai” modèle dont sont issus les échantillons  $x$ . La question de l'appartenance éventuelle de  $\theta^*$  à l'ensemble des modèles considérés n'entre pas dans le cadre des travaux présentés ici. On trouve dans la littérature des références traitant des deux cas [Nis84, Nis88] ou encore [LMh04] pour la notion de “quasi-vrai” modèle.

---

<sup>1</sup>au niveau du “coude” ?

## 2.1 Notions fondamentales en lien avec l'entropie

### 2.1.1 Entropie

L'entropie est une grandeur clé associée à une distribution de probabilité. Nous en donnons brièvement une définition et le lien qu'elle entretient avec l'information de Kullback qui a été utilisée pour développer et étudier les propriétés des critères d'information.

L'entropie prendra les formes suivantes selon que l'espace  $\Omega$  sera discret ou s'il sera possible de définir une d.d.p.  $f$  :

$$\left| \begin{array}{l} H(P) = - \sum_{x_s \in \Omega} P(x_s) \log P(x_s) \\ H(f) = - \int_{\mathbb{R}} f(x_s) \log f(x_s) dx_s \end{array} \right. \quad (2.3)$$

On sous-entendra toujours que  $0 \log 0 = 0$ . La base du logarithme a peu d'importance.

L'entropie est largement utilisée dans des domaines tels que la thermodynamique ou l'astrophysique. Sa principale utilité est de mesurer le désordre apporté par la distribution. Pour illustration, sur un espace discret de cardinal  $m$ , la distribution uniforme a la plus forte entropie. Parmi toutes les distributions à densité continue sur  $[0, 1]$ , c'est la distribution uniforme qui a la plus forte entropie. Parmi toutes les distributions à densité continue sur  $\mathbb{R}$  de moyenne et variance fixées  $\mu$  et  $\sigma^2$ , c'est la distribution normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  qui a la plus grande entropie.

C'est en ce sens que, face à une observation d'une distribution dont il ne connaît rien, un utilisateur devrait faire en premier lieu l'hypothèse que cette distribution est d'un de ces types. Dans le cas contraire il diminuerait sans raison le désordre apporté par sa distribution.

### 2.1.2 Entropie croisée

Considérons maintenant deux distributions définies sur un même espace probabilisé. Une grandeur non symétrique entre ces deux distributions, appelée entropie croisée, peut être définie par

$$\left| \begin{array}{l} H(P, Q) = - \sum_{x_s \in \Omega} P(x_s) \log Q(x_s) \\ H(f, g) = - \int_{\mathbb{R}} f(x_s) \log g(x_s) dx_s \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Par commodité de notation, il arrivera que la distinction entre les cadres discret et continu ne sera pas faite et, dans ce cas, les distributions seront appelées  $P$  et  $Q$ . L'inégalité de convexité de Jensen donne le résultat suivant : l'entropie  $H(P)$  et l'entropie croisée  $H(P, Q)$  vérifient  $H(P) \leq H(P, Q)$ .

Ce résultat, également appelé inégalité d'information de Shannon, constitue les fondements de la théorie de l'information dans [Sha48]. Elle permet également de définir l'information non symétrique de Kullback entre  $P$  et  $Q$  comme

$$K(P, Q) = H(P, Q) - H(P). \quad (2.5)$$

Cette quantité positive mesure donc le défaut d'entropie que présente la distribution  $Q$  par rapport à  $P$ . Dans le cas de deux lois de probabilité absolument continues par rapport à la mesure de Lebesgue, de d.d.p. paramétrées respectives  $f_\theta$  et  $f_{\theta'}$ , elle s'écrit :

$$K(\theta, \theta') = - \int_{\mathbb{R}} f_\theta(x_s) \log \frac{f_{\theta'}(x_s)}{f_\theta(x_s)} dx_s \quad (2.6)$$

C'est l'une des nombreuses divergences permettant de mesurer l'écart entre deux lois de probabilité [Bas96]. Ces notions d'entropie et d'entropie croisée ont permis le développement d'outils pour le codage binaire de séries de symboles.

### 2.1.3 Codage entropique et arithmétique adaptatif

Soit  $E$  un ensemble de  $\psi$  symboles. Un code binaire sur  $E$  est une application injective  $C : E \rightarrow \cup_{i \in \mathbb{N}^*} \{0, 1\}^i$ . La longueur de  $C(x)$ ,  $x \in E$ , est notée  $L(x)$ . On code ainsi chaque symbole par une chaîne. Si  $L$  vérifie l'inégalité de Kraft [Gru05], on sait qu'elle est la longueur d'un certain code qui satisfait la condition du préfixe, indispensable au décodage. Prenant  $P$  une probabilité sur  $E$  et  $L = \lceil -\log P \rceil$ , où  $\log$  est le logarithme à base 2,  $L$  vérifie cette inégalité et est donc la longueur d'un code binaire que nous confondrons avec  $P$ . Ainsi, si  $P(x)$  est grand,  $L(x)$  est faible.

Sur des données provenant de  $P$  inconnue, l'objectif du codage de Huffman est de trouver un codage  $Q$  dont l'entropie croisée  $H(P, Q)$  se rapproche le plus de  $H(P)$ . Cependant le codage arithmétique<sup>2</sup> [Ris76], consistant à coder plusieurs symboles simultanément, donne de meilleurs résultats. Finalement, des considérations autour du codage arithmétique adaptatif ont amené Rissanen à définir la complexité stochastique qui est à la source de la théorie de la sélection d'un modèle par la longueur minimale du code (le MDL - Minimum Description Length) [Ris86]. Dans la partie 2.2.3, il sera fait les rappels nécessaires pour présenter le lien entre la théorie du MDL et la sélection de modèle.

---

<sup>2</sup>Ce codage est utilisé dans JPEG2000.

## 2.2 Les différents critères d'information

### 2.2.1 Minimisation d'un risque

Les travaux d'Akaike [Aka74] autour de l'obtention de l'ordre d'un modèle AutoRegressif mono-dimensionnel (AR 1-D) sont à l'origine des ICs. Comme il sera souvent question de modèles AR dans ce document (voir les parties 2.3.1, 4.1 et 4.2), rappelons tout de suite son écriture générale :

$$X_s = - \sum_{r \in D} a_r X_{s-r} + E_s \quad (2.7)$$

où  $D$  est appelé le support de prédiction.  $E = \{E_s\}_{s \in \Delta}$ , le processus "innovation" ou "excitation", est un bruit blanc de variance  $\sigma_e^2$ . Pour le cas 1-D et causal,  $D$  s'écrit  $D_m = \{1, \dots, m\}$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$  étant l'ordre du modèle. Si  $m = 0$ ,  $D_0 = \emptyset$ . Les modèles définis par ces supports peuvent être emboîtés ou non comme nous le verrons ultérieurement (voir partie 2.3.2). Pour l'instant, étudions les modèles AR 1-D définis par des supports de taille croissante d'ordre 0 jusqu'à un ordre maximum  $M$ . A chaque modèle est alors associé un ensemble de paramètres  $\theta_m = \{\{a_{m,r}\}_{r \in D_m}, \sigma_{m,e}^2\}$ ,  $m = 0, \dots, M$ , de cardinal  $K_m = m + 1$  et il s'agit d'une famille de  $M + 1$  modèles emboîtés  $\{\mathbb{M}_0, \dots, \mathbb{M}_M\}$ .

Comme le montre l'équation 2.7, un processus AR  $X$  n'est pas un processus indépendamment et identiquement distribué (i.i.d.) pour  $m > 0$ . Par contre, sous hypothèse gaussienne, le processus "innovation" l'est. Dans le cas causal et à l'aide d'un changement de variable aléatoire, les fonctions de vraisemblance (voir éq. 1.1) pour  $m = 0, \dots, M$ , peuvent s'exprimer ainsi :

$$g_{\mathbb{M}_m} : \mathbb{R}^{m+1} \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ \theta_m \mapsto g_{\mathbb{M}_m}(\theta_m) = f(e_m | \theta_m, \mathbb{M}_m) = \prod_{s \in \Delta} f_{\theta_m}(e_{m,s}) \quad (2.8)$$

avec  $e_m = \{e_{m,s}\}_{s \in \Delta}$ , l'ensemble des erreurs de prédiction connaissant  $x$  et  $\theta_m$ ,  $e_{m,s} = x_s + \sum_{r \in D_m} a_r x_{s-r}$ , et  $f_{\theta_m}(e_{m,s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{m,e}^2}} \exp\left(-\frac{e_{m,s}^2}{2\sigma_{m,e}^2}\right)$ . Sous des conditions classiques de régularité sur les fonctions  $\theta \mapsto f(x|\theta)$  [Kay93], la matrice d'information de Fisher en  $\theta^*$

$$I(\theta^*) = [I(\theta^*)_{i,j}] = \left[ -\mathbb{E}_{\theta^*} \left[ \frac{\partial^2 \log f(x|\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta=\theta^*} \right] \right]$$

définit un produit scalaire  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  sur l'espace des paramètres de norme associée  $\|\cdot\|$ . Akaike a donc cherché la pénalité permettant de minimiser le risque, associé à cette norme, du choix d'un modèle  $\theta$  :

$$\mathbb{E} [\|\theta^* - \theta\|^2]. \quad (2.9)$$

Au voisinage de  $\theta^*$ , cette norme est reliée à l'information de Kullback (voir éq. 2.6) par la formule suivante :

$$2K(\theta^*, \theta) = \|\theta^* - \theta\|^2 (1 + o(1)). \quad (2.10)$$

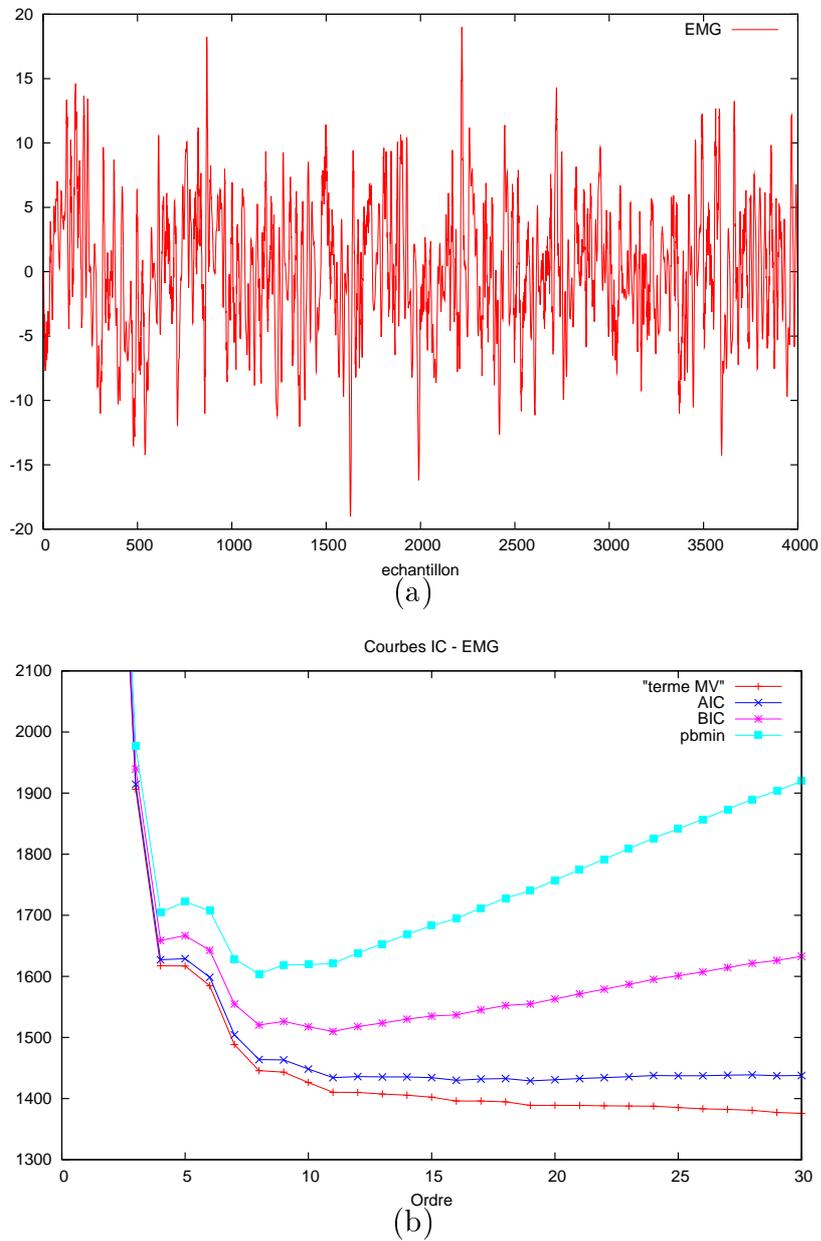


FIG. 2.1 – Exemple sur un signal d'Electromyographie (EMG). (a) Signal EMG (après retrait de l'influence du réseau électrique et de la composante continue). (b) Valeurs de différents ICs en fonction de l'ordre du modèle.

En utilisant les propriétés du produit vectoriel et des approximations en lien avec des considérations asymptotiques, Akaike a alors obtenu le critère AIC (Akaike IC) qui dans le cas du modèle AR 1-D causal gaussien s'écrit,  $m = 0, \dots, M$  :

$$AIC(m) = -2 \log g_{\mathbf{M}_m}(\theta_m^{MV}) + 2K_m = 2l_{\mathbf{M}_m}(\theta_m^{MV}) + 2K_m \quad (2.11)$$

où apparaît l'opposé de la log-vraisemblance  $l_{\mathbf{M}_m}(\cdot) = -\log g_{\mathbf{M}_m}(\cdot)$ . L'opposé de la log-vraisemblance tend asymptotiquement vers l'entropie ce qui explique que parfois les critères d'information sont aussi appelés critères d'entropie pénalisée. De plus, d'après l'équation 2.8 et sous hypothèse gaussienne, le critère peut s'écrire suivant une forme simplifiée, en éliminant les termes constants :

$$m_{AIC} = \arg \min_m (2N \log \sigma_{m,e}^{MV} + 2K_m) \quad (2.12)$$

avec  $\sigma_{m,e}^{MV}$ , l'estimation au sens du MV de l'écart-type de l'excitation pour le modèle d'ordre  $m$ . De part l'écriture de la vraisemblance en fonction de l'écart-type de l'excitation, une méthode d'estimation des paramètres AR causaux gaussiens au sens des moindres carrés (MC) va donc fournir une estimation au sens du MV, ce qui entraîne souvent des complexités de calcul peu élevées en particulier dans le cas des approches par coefficients de réflexion (voir [Ala98]).

La critique principale envers le critère d'Akaike vient du constat qu'il est non consistant si on se réfère aux conditions énoncés dans [Nis88] : un critère d'information de la forme  $IC(m) = l_{\mathbf{M}_m}(\theta_m^{MV}) + \alpha(N)K_m$  est

– consistant au sens fort ( $\lim_{+\infty} m_{IC} = m^*$ , convergence presque sûre) si

$$\lim_{+\infty} \frac{\alpha(N)}{N} = 0 \text{ et } \lim_{+\infty} \frac{\alpha(N)}{\log \log N} = +\infty, \quad (2.13)$$

– consistant au sens faible ( $\lim_{+\infty} P(m_{IC} = m^*) = 1$ , convergence en probabilité) si

$$\lim_{+\infty} \frac{\alpha(N)}{N} = 0 \text{ et } \lim_{+\infty} \alpha(N) = +\infty. \quad (2.14)$$

Comme  $\alpha_{AIC}(N) = 2$  ne dépend pas du nombre d'échantillons, il apparaît directement que le critère d'Akaike ne remplit pas les deuxièmes conditions énoncées équations 2.13 et 2.14.

Si l'étude des propriétés asymptotiques a été au centre des réflexions des chercheurs travaillant sur les ICs dans les années 80 et 90, depuis une dizaine d'année, certains auteurs ont plutôt abordé la question d'un point de vue pratique : dans la réalité, le nombre d'échantillons est toujours fini (même s'il peut être grand) et parfois de petites tailles [Bro00]. Ainsi, l'étude des bornes du risque est apparue comme un champ d'étude approprié pour proposer de nouvelles pénalisations qui, en fin de compte, se sont révélées des généralisations de la pénalisation du critère d'AIC car ne dépendant pas du nombre d'échantillons [BBM99, Bar00, Bar02, Bir04, Bir06] :

$$\alpha(N) = C \left(1 + \sqrt{2L_m}\right)^2$$

où  $C > 1$  et  $L_m \geq 0$  est un nouveau poids associé au modèle  $\mathbf{M}_m$ . Ce nouveau poids est d'ailleurs susceptible de faire perdre la linéarité en fonction de  $K_m$  de la pénalité. Passons maintenant à la deuxième approche en lien avec la fonction "evidence" et le choix bayésien de modèles introduits précédemment.

## 2.2.2 Approche bayésienne

D'après le théorème de Bayes, il est possible d'écrire la fonction de vraisemblance marginale d'un modèle (voir éq. 2.1) de la manière suivante :

$$P(x | \mathbb{M}_m) = \frac{P(\mathbb{M}_m | x) P(x)}{P(\mathbb{M}_m)}. \quad (2.15)$$

Ainsi, un des premiers critères proposés, le critère BIC (pour Bayesian Information Criterion) [Sch78], est construit sur la maximisation de la probabilité a posteriori du modèle connaissant l'observation :

$$m_{BIC} = \arg \max_m P(\mathbb{M}_m | x) \quad (2.16)$$

$P(x)$  est une constante du fait que  $x$  est l'observation et, classiquement, la loi a priori des modèles est supposée non informative :  $P(\mathbb{M}_0) = P(\mathbb{M}_1) = \dots = P(\mathbb{M}_M)$ . La maximisation de la loi a posteriori passe donc par l'expression de la fonction de vraisemblance marginale des modèles. Cette intégrale peut être approchée en utilisant la méthode d'approximation de Laplace. Dans [LMh04], ces développements sont rappelés. Ils mènent à l'expression suivante :

$$BIC(m) = 2l_{\mathbb{M}_m}(\theta_m^{MV}) + K_m \log(N) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(N^{-1/2}) \quad (2.17)$$

Sachant que les deux premiers termes tendent vers l'infini quand  $N$  tend vers l'infini, les deux derniers termes sont souvent négligés et  $\alpha_{BIC}(N) = \log(N)$  ce qui fait que ce critère est consistant (il converge presque sûrement d'après les conditions données équation 2.13). Dans le terme  $\mathcal{O}(1)$ , il apparaît le logarithme du déterminant de la matrice d'information de Fisher qui est parfois gardé dans certaines études.

## 2.2.3 Sélection par la longueur minimum de code

Dans la présentation de la théorie du codage arithmétique et du MDL (voir partie 2.1.3), l'échantillon est supposé être issu d'une chaîne de Markov multiple (CMM). Comme les modèles AR causaux, les CMM sont définis par un ordre  $m$  en lien avec un passé mais, au lieu d'une relation linéaire entre les variables aléatoires, il s'agit d'une relation plus générale exprimée en terme de probabilité conditionnelle :

$$P(X_s | X_{s-1}, \dots, X_0) = P(X_s | X_{s-1}, \dots, X_{s-m}) \quad (2.18)$$

pour tout  $s \in \mathbb{N}$ ,  $s \geq m$ , et  $\Omega$  est supposé être un ensemble fini de symboles de cardinal fini  $\psi$  (voir partie 2.1.3).

Considérons le problème de sélection de modèles suivant : étant donné une chaîne  $x$  de longueur  $N$ , sélectionner l'ordre  $m$  d'une CMM dont  $x$  serait une réalisation. Pour  $m \in \mathbb{N}$ , notons  $\Theta_m$  l'espace de réalisation des paramètres du modèle d'ordre  $m$ , constitué des probabilités de transitions d'une CMM d'ordre  $m$ , et  $\Theta$  la réunion des  $\Theta_m$ . Le nombre de composantes libres d'un  $\theta_m \in \Theta_m$  est  $K_m = (\psi - 1)\psi^m$ , en omettant les probabilités à l'initialisation.

Appelons complexité stochastique de  $x$  relativement au modèle d'ordre  $m$  la longueur du code arithmétique adaptatif de  $x$  à l'ordre  $m$ , notée  $C_m(x)$ . Il a été montré que si  $x$  est une réalisation d'une CMM d'ordre  $m^*$ , alors  $m^*$  minimise  $C_m(x)$ ,

et donc son espérance. Le MDL préconise donc de choisir l'ordre minimisant  $C_m(x)$  ou son risque  $\mathbb{E}[C_m(x)]$ . Le calcul des  $C_m(x)$  étant complexe, Rissanen effectue une étude détaillée de  $\mathbb{E}[C_m(x)]$  aboutissant à un encadrement de ces valeurs [Ris86, Coq08]. Les inégalités de cet encadrement suggèrent d'estimer  $\mathbb{E}[C_m(x)]$  par RIC (pour Rissanen IC) :

$$\text{RIC}(m) = 2l_{\mathbb{M}_m}(\theta_m^{MV}) + K_m \log(N), \quad (2.19)$$

et le principe du MDL répond au problème de sélection de modèles posé en choisissant l'ordre  $m$  qui minimise  $\text{RIC}(m)$ . Ce critère RIC prend la même forme que BIC (voir partie 2.2.2) quand  $N$  devient grand. Il possède donc la même consistance forte. Et cette approche peut bien entendu être utilisée sur d'autres types de modèles.

### 2.2.4 Critère $\varphi_\beta$ et discussion

D'autres critères d'information ont été proposés dans la littérature (voir [Coq08, OA07]<sup>3</sup> et partie 3.3.2). Au cours des travaux de recherche qui seront présentés par la suite, le critère  $\varphi_\beta$  s'est révélé particulièrement intéressant d'un point de vue pratique de part son terme d'ajustement  $\beta$  compris entre 0 et 1 strictement pour que le critère soit fortement consistant (voir conditions énoncées équation 2.13). Ce critère, proposé dans [EMH96], apparaît comme une généralisation des travaux de Rissanen sur la complexité stochastique :

$$\varphi_\beta(m) = 2l_{\mathbb{M}_m}(\theta_m^{MV}) + K_m N^\beta \log \log(N) \quad (2.20)$$

et donc  $\alpha_{\varphi_\beta}(N) = N^\beta \log \log(N)$ . Si on choisit bien  $\beta$ , en l'occurrence :

$$\begin{aligned} \beta_{AIC} &= \frac{\log 2 - \log \log \log N}{\log N} \\ \beta_{BIC} &= \frac{\log \log N - \log \log \log N}{\log N} \end{aligned} \quad (2.21)$$

le critère  $\varphi_\beta$  peut prendre les formes des critères présentés précédemment. À partir de ces définitions,  $0 < \beta_{BIC} < 1$  pour  $N > 4$  et  $\beta_{AIC} < 0$  pour  $N > 1619$  ce qui est cohérent avec la non consistance annoncée du critère AIC.

Dans certains problèmes, les critères AIC et BIC peuvent avoir tendance à sur-paramétriser le modèle choisi. Afin de pallier ce défaut, un encadrement de la valeur de  $\beta$  a été proposé permettant de définir les valeurs particulière  $\beta_{\min}$  et  $\beta_{\max}$  [JOM00] :

$$0 < \beta_{\min} = \frac{\log \log N}{\log N} \leq \beta \leq \beta_{\max} = 1 - \beta_{\min} < 1 \quad (2.22)$$

On notera par la suite  $m_{\min} = \arg \min_m \varphi_{\beta_{\min}}(m)$  et  $m_{\max} = \arg \min_m \varphi_{\beta_{\max}}(m)$ . Ces bornes ont été testées dans certains contextes applicatifs qui seront présentés ultérieurement (voir par exemple la partie 2.3). Il faut noter dès à présent que, pour  $N > 15$ ,  $\beta_{AIC} < \beta_{BIC} < \beta_{\min} < \beta_{\max} < 1$  et donc  $m_{AIC} \geq m_{BIC} \geq m_{\min} \geq m_{\max}$ .

---

<sup>3</sup>Le livre "Optimisation en traitement du signal et de l'image" a été traduit en Anglais récemment : "Optimisation in Signal and Image Processing", ISTE, Wiley, 2009, édité par Patrick Siarry.

Illustrons maintenant à l'aide d'un exemple concret<sup>4</sup> tous ces rappels plutôt théoriques. Figure 2.1a montre une partie d'un signal d'Electromyographie (EMG), acquis sur un muscle intercostal d'un chien, dans une zone où il n'y a pas de "bouffées" musculaires. A l'origine, ce signal est bruité par le réseau électrique. Ici, il s'agit du signal résiduel, qui peut être assimilé à un bruit d'acquisition, après retrait de la moyenne et de la sinusoïde liée au réseau. A l'observation de ce bruit, trois hypothèses peuvent être formulées : il s'agit d'un signal aléatoire, d'une zone stationnaire et les échantillons peuvent être considérés comme une réalisation de taille  $N$  d'un processus AR causal. Bien entendu, une bonne démarche consiste à vérifier ces hypothèses (voir par exemple [BD02]). De plus, même si des tests statistiques permettent de vérifier ces hypothèses, rien ne prouvera in fine que ces échantillons sont bien issus des modèles envisagés. Il faudrait faire une étude prenant en compte toute l'électronique mise en jeu et des modèles "physiologiques" pour aboutir à un modèle de représentation plus à même de décrire ces données. Et encore ...

Suivant l'hypothèse que l'erreur de prédiction est gaussienne, les courbes de la figure 2.1b donnent les valeurs  $IC(m)$  pour les critères AIC, BIC et  $\varphi_{\beta_{\min}}$  ( $\varphi_{\beta_{\max}}$  sous-estimant fortement l'ordre, sa courbe a été omise pour des raisons de visualisation). Les valeurs obtenues sont :  $m_{AIC} = 19$ ,  $m_{BIC} = 11$ ,  $m_{\min} = 8$  et  $m_{\max} = 1$  ce qui montre bien que si on veut justifier le choix d'un modèle, une première étape consiste à trouver le bon critère face à une application donnée (ou un résultat attendu), ce qui semble être la démarche suivie dans les travaux récents autour de la minimisation du risque (voir partie 2.2.1). Les données n'étant pas simulées, les courbes ne présentent pas la régularité attendue mais c'est aussi l'intérêt de travailler sur des données réelles : les théories mathématiques sont mises à mal et, souvent, il faut arriver à prendre du recul face à un résultat expérimental inattendu afin de modifier l'approche mathématique utilisée dans un premier temps. Enfin, dans un contexte pratique donné, le paramètre  $\beta$  du critère  $\varphi_{\beta}$  peut se révéler une variable d'ajustement très intéressante (dans l'exemple proposé, pour  $N = 4000$  :  $\beta_{AIC} = -0.0068$ ,  $\beta_{BIC} = 0.165$ ,  $\beta_{\min} = 0.255$  et  $\beta_{\max} = 0.745$ ) surtout dans le cas où il est possible de réaliser un apprentissage. Ce point sera débattu ultérieurement au cours de ce rapport dans divers contextes applicatifs (voir parties 2.3.2 et 3.2).

---

<sup>4</sup>L'analyse et le traitement du signal d'Electromyographie m'a permis de monter un TP, de niveau Master, sur plusieurs séances, au cours duquel la Transformée de Fourier discrète, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance, le modèle AR, les critères d'information, les tests statistiques de validation d'hypothèse, ... sont abordés. Il a fait l'objet d'une présentation à la conférence Scilab 2004 dans une session dédiée à l'enseignement [Ala04].

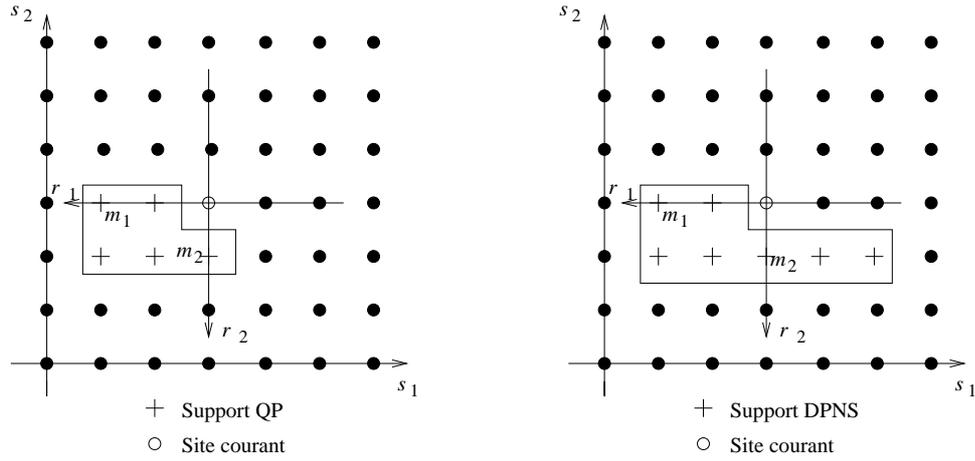


FIG. 2.2 – Supports d'ordre  $(m_1, m_2)$  Quart de Plan premier quadrant (QP1) et Demi-Plan Non Symétrique (DPNS).

## 2.3 Modèles autorégressifs

Au cours de la partie précédente, il a été question du modèle AR 1-D causal. Ces types de modèles ont été étendus à la modélisation de signaux multidimensionnels [AC01]. Dans [AO03], le critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$  a été proposé pour l'estimation du support de modèles AR 2-D causaux et expérimenté sur des textures synthétiques et réelles [Ala98].

### 2.3.1 Prédiction linéaire bidimensionnelle

Un modèle AR 2-D causal est défini par l'équation 2.7 avec  $s = (s_1, s_2) \in \Delta \subset \mathbb{Z}^2$ ,  $|\Delta| = N = N_1 \times N_2$ , le nombre de colonnes et de lignes, et  $r = (r_1, r_2) \in D \subset \mathbb{Z}^2$ . Différents types de support ont été proposés dans la littérature. Les plus utilisés sont le support Quart de Plan (QP)<sup>5</sup>, d'ordre  $m = (m_1, m_2) \in \mathbb{N}^2$  (voir Fig. 2.2) :

$$D_m^{QP1} = \{r \in \mathbb{Z}^2, 0 \leq r_1 \leq m_1, 0 \leq r_2 \leq m_2, r \neq (0, 0)\} \quad (2.23)$$

et le support Demi-Plan Non Symétrique (DPNS - voir Fig. 2.2) :

$$D_m^{DPNS} = \{r \in \mathbb{Z}^2, 0 < r_1 \leq m_1 \text{ pour } r_2 = 0, \\ -m_1 < r_1 \leq m_1 \text{ pour } 0 < r_2 \leq m_2\}. \quad (2.24)$$

Les cardinaux des modèles associés sont  $K_m^{QP1} = (m_1 + 1)(m_2 + 1)$  et  $K_m^{DPNS} = (2m_1 + 1)m_2 + m_1 + 1$ , en rajoutant le décompte de la variance de l'excitation au cardinal du support de prédiction. Lorsqu'on se fixe un ordre maximum  $M = (M_1, M_2)$ , nous ne sommes plus dans le cas d'un ensemble de modèles emboîtés puisqu'il est possible d'avoir deux modèles différents avec des cardinaux égaux.

<sup>5</sup>Il existe quatre supports QPs différents. La définition de l'équation 2.23 est celle du premier QP (QP1). Les autres QPs sont obtenus par symétrie au niveau des axes ou par symétrie centrale (voir partie 4.1).

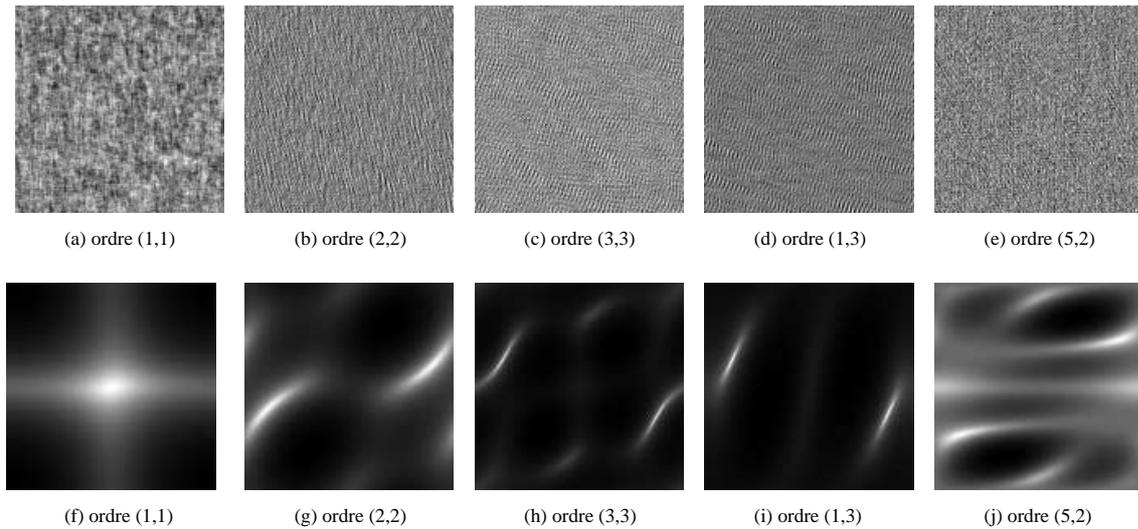


FIG. 2.3 – Textures de synthèse obtenues à partir de différents modèles AR 2-D (1ère ligne) et leurs Densités Spectrales de Puissance (DSP) sur la 2ème ligne.

Dans le cas des modèles AR gaussiens causaux, les ICs (AIC, BIC,  $\varphi_\beta$ ) s'écrivent sous la forme générale, et cela quelque soit la dimension :

$$m_{IC} = \arg \min_m (2N \log \sigma_{m,e}^{MV} + \alpha_{IC}(N) K_m) \quad (2.25)$$

De manière classique, les performances des ICs sont comparées sur des processus AR simulés (voir [OA07]). La figure 2.3 montre une réalisation par processus ARs QP1 utilisés dans [AO03]. Rappelons maintenant, une des propriétés qui a fait l'intérêt de la communauté du traitement du signal et des images pour le modèle AR : ils permettent de réaliser une analyse spectrale Haute Résolution [CRA01] par la fonction de transfert (notée  $H$  par la suite) qui lui ait associé, un processus AR étant par définition un filtrage numérique de type RII (Réponse Impulsionnelle de support temporel Infini) d'un bruit blanc. Ainsi, la Densité Spectrale de Puissance (DSP) absolument continue d'un processus AR (voir [CAR01]<sup>6</sup>) s'écrit alors :

$$S_X(\nu) = |H_{AR}(\nu)|^2 S_E(\nu) \quad (2.26)$$

avec  $\nu$  la fréquence normalisée et  $H_{AR}(\nu) = A(\nu)^{-1}$ ,

$$A(\nu) = 1 + \sum_{r \in D} a_r \exp(-j2\pi \langle \nu, r \rangle) \quad (2.27)$$

avec  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , le produit scalaire de  $\mathbb{R}^d$ . Dans le cas 2-D,  $\nu = (\nu_1, \nu_2) \in \mathbb{R}^2$  et la DSP est périodique de période 1 suivant les deux axes. La figure 2.3 montre les DSPs pour  $\nu \in [-0.5, 0.5]^2$  de différents processus AR QP1. Ces DSPs contiennent des modes fréquentiels variés (hautes et basses fréquences, contenus fréquentiels proches ou bien distincts) ce qui rend l'expérimentation sur cet ensemble de modèles pertinente.

<sup>6</sup>Ce chapitre fournit les extensions aux cas 2-D des fondements du traitement du signal 1-D. Le livre "Analyse de signaux bidimensionnels" a été traduit en Anglais récemment : "Two-Dimensional Signal Analysis", ISTE, 2008, édité par René Garello.

L'ordre maximum a été fixé à  $M = (10, 10)$  et chaque processus a été simulé cent fois pour différentes valeurs de  $N$  ( $45 \times 45$ ,  $55 \times 55$ ,  $64 \times 64$ ,  $80 \times 80$  et  $90 \times 90$ ). Les tableaux 2.1 et 2.2 donnent les résultats obtenus avec le critère BIC et le critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$ . Le critère BIC donne de moins bons résultats car, dans ce contexte expérimental, il a tendance à estimer un ordre trop important et c'est forcément pire pour le critère AIC (voir partie 2.2.4). Il faut noter le bon comportement de  $\varphi_{\beta_{\min}}$ . L'algorithme d'estimation des paramètres AR utilisé était un algorithme adaptatif exploitant une approche par coefficients de réflexion bidimensionnelle évitant toute inversion de matrice [LN96, Ala98]. Il eut été intéressant d'étudier l'influence de l'algorithme d'estimation, par exemple en utilisant un algorithme basé sur la méthode de Yule-Walker, sur les performances des critères.

TAB. 2.1 – Pourcentages d'estimation exacte de l'ordre du modèle avec BIC. 1ère ligne : ordre  $(m_1, m_2)$  connu - 1ère colonne : taille de l'image  $N_1 \times N_2$ .

	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(1,3)	(5,2)
$45 \times 45$	91	99	97	100	97
$55 \times 55$	94	96	98	100	96
$64 \times 64$	84	95	100	99	94
$80 \times 80$	91	95	98	100	92
$90 \times 90$	86	94	99	100	93

TAB. 2.2 – Pourcentages d'estimation exacte de l'ordre du modèle avec  $\varphi_{\beta_{\min}}$ . 1ère ligne : ordre  $(m_1, m_2)$  connu - 1ère colonne : taille de l'image  $N_1 \times N_2$ .

	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(1,3)	(5,2)
$45 \times 45$	99	100	100	100	100
$55 \times 55$	100	100	100	100	100
$64 \times 64$	100	99	100	100	100
$80 \times 80$	99	100	100	100	100
$90 \times 90$	99	100	100	100	100

TAB. 2.3 – Estimation de l'ordre pour 16 ( $64 \times 64$ )-images issues de D92.

$(m_1, m_2)$	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)	autre
AIC	0	1	2	2	0	0	11
BIC	0	5	9	1	1	0	0
$\varphi_{\beta_{\min}}$	1	12	1	2	0	0	0

Si on utilise maintenant ces critères pour choisir un modèle sur des données réelles comme des textures, comment savoir quel critère sera le plus approprié ? Cette question fait écho à la discussion de la partie 2.2.4. Dans [AO03], l'expérience a été menée sur quatre textures de Brodatz [Bro66] (voir Fig. 2.4). Ces textures ont été choisies en lien avec la variété de leur contenu spectral qui peut être observé à l'aide du module de la Transformée de Fourier Discrète 2-D (TFD2-D) (voir Fig. 2.4). Une rapide observation du tableau 2.3 permet de constater que les ordres obtenus

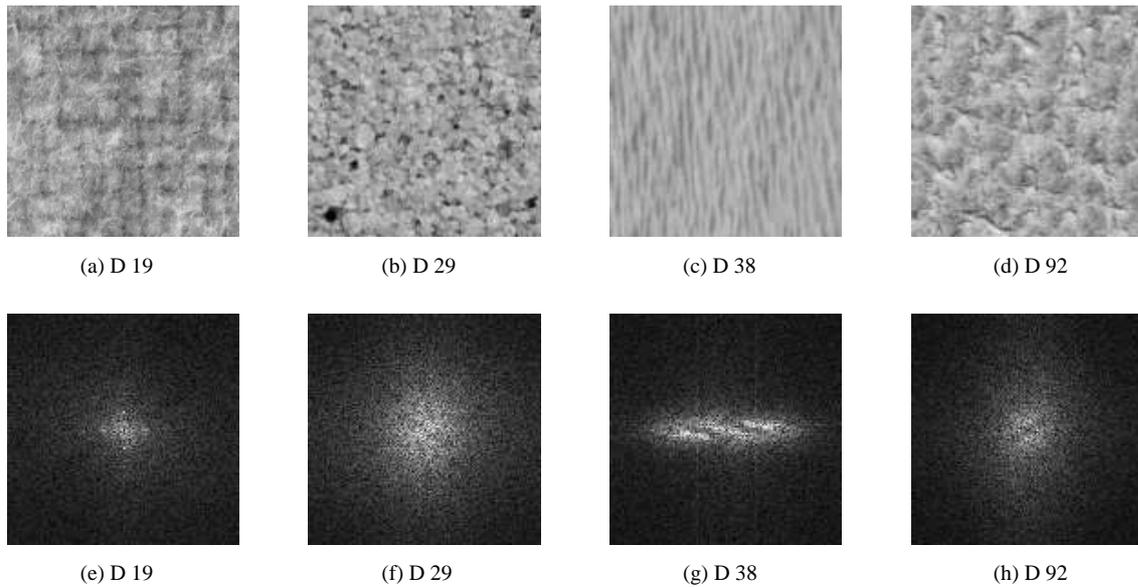


FIG. 2.4 – 4 textures de Brodatz [Bro66] (1ère ligne) et les modules de leur TFD2-D sur la 2ème ligne.

pour les différentes valeurs de  $\beta$  utilisées<sup>7</sup> sont différents. De manière générale, les résultats les plus stables ont été obtenus avec le critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$  quelque soit la taille des images (de  $45 \times 45$  à  $90 \times 90$ ). Cependant, cela ne permet toujours pas d'affirmer que ce critère offre le bon choix de modèle.

Dans [AO03], une manipulation originale a été proposée afin de tenter de répondre par l'expérience à la question posée. Les processus ARs peuvent être utilisés en analyse ou en simulation, pour synthétiser des réalisations que nous appellerons ici "texture simulée". Comme ces processus permettent d'estimer la DSP qui est la TF de la fonction d'autocorrélation, il peut être envisagé d'évaluer la différence entre les corrélations estimées à partir de la texture d'origine ( $T_b$ ) et la texture simulée ( $T_s$ ). A cet effet, il est possible d'utiliser la divergence de Kullback exprimée dans le cas de processus corrélés gaussiens de moyenne nulle [Bas88, Bas96] :

$$DK(T_b, T_s) = \frac{1}{2} [\text{tr}(R(T_b)R(T_s)^{-1}) + \text{tr}(R(T_s)R(T_b)^{-1})] - 121 \quad (2.28)$$

avec  $R(T_i)$ ,  $i = b$  ou  $s$ , la matrice de covariance estimée ici à partir d'un support QP1 de taille  $10 \times 10$  (matrice  $121 \times 121$ ) et  $\text{tr}(\cdot)$  l'opérateur qui renvoie la trace d'une matrice. Dans ce contexte, les modèles de supports QP1 et NSHP ont été testés. La tendance des résultats obtenus peut être illustrée par la figure 2.5 qui donne des valeurs de distances moyennes : pour chaque texture, la divergence de Kullback est calculée dix fois à l'aide de dix réalisations du processus et on dispose de 25 images  $45 \times 45$  et  $80 \times 80$ , et de 16 images  $55 \times 55$ ,  $64 \times 64$  et  $90 \times 90$ .

Les conclusions de cette étude sur les textures étaient les suivantes, en rappelant que l'algorithme adaptatif 2-DFLRLS (Two Dimensional Fast Lattice Recursive Least Squares) a été utilisé : la bonne lisibilité (ou stabilité) des ordres de modèles

<sup>7</sup>Rappelons que les critères AIC et BIC peuvent s'obtenir pour des valeurs particulières de  $\beta$  (voir éq. 2.21).

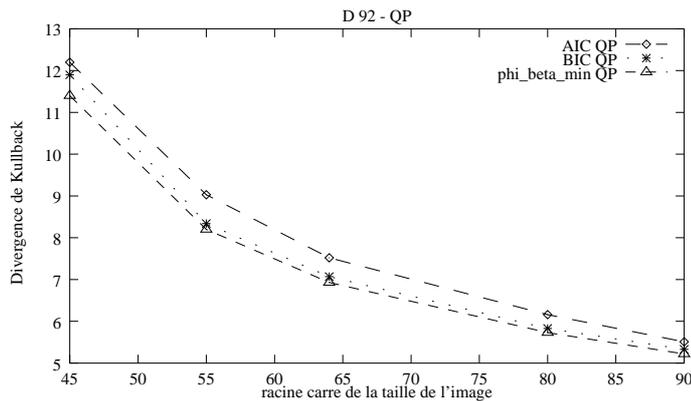


FIG. 2.5 – Divergences de Kullback obtenues à partir de la synthèse de processus AR 2-D QP1 dont l'ordre a été estimé avec différents ICs.

estimés à l'aide de  $\varphi_{\beta_{\min}}$ , ce qui permet d'envisager une bonne caractérisation en terme de choix de modèle (voir Tab. 2.3), et des valeurs de divergences de Kullback plus faibles que celles obtenues avec les autres critères, ce qui permet d'envisager une bonne description des statistiques d'ordre 2. Ces considérations autour de la modélisation de textures ont été exploitées pour la mise au point d'une méthode non-supervisée de segmentation d'images texturées [AR05] (voir Chapitre 3).

Dans la suite de ce chapitre, nous voyons comment ne pas se limiter à l'usage de supports de tailles croissantes dans le cas du modèle AR 1-D et des supports de forme rectangulaire dans le cas du modèle AR 2-D [CAOA09].

### 2.3.2 Méthodes comparatives

Pour pouvoir aborder le problème du choix de modèles différemment de la manière utilisée pour les modèles emboîtés, il faut définir autrement l'ensemble des modèles. Soit, comme précédemment,  $M$  le nombre maximum de paramètres libres et on peut prendre sans manque de généralité  $\Theta_M = \mathbb{R}^M$ . Des sous-modèles disjoints, pouvant être de même cardinaux, apparaissent en fixant un paramètre  $\theta^0$  de référence et en considérant les  $2^M$  sous-ensembles indexés par un support  $S$ , partie de  $\llbracket 1, M \rrbracket$  :

$$\Theta_S = \{\theta \in \Theta_M \text{ tels que } \forall j \in S, \theta_j \neq \theta_j^0 \text{ et } \forall j \notin S, \theta_j = \theta_j^0\} \quad (2.29)$$

Un sous-modèle  $\theta_S \in \Theta_S$  est dit alors de support  $S$ . Le support recherché sera noté  $S^*$ ; il est associé au sous-modèle  $\theta^*$ . Le cas le plus fréquent est  $\theta^0 = 0$  et cela convient dans le contexte du choix d'un modèle AR : le problème revient à trouver les coefficients AR de valeur nulle. Une étude portant sur la régression polynomiale est proposée dans [Coq08] et cette approche pourrait aussi s'appliquer à la recherche des attributs pertinents dans un ensemble d'attributs pour représenter une forme par exemple [OA07]. Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour résoudre le problème à l'aide des ICs.

**Méthode globale.**

Le support inconnu  $S^*$  est estimé par minimisation du critère sur tous les supports envisagés :

$$S_{ICG} = \arg \min_{S \subseteq \llbracket 1, M \rrbracket} (\text{IC}(S)). \quad (2.30)$$

Cette méthode impose une complexité calculatoire qui ne permet pas l'implantation de l'approche dans tous les contextes applicatifs (voir Tab. 2.4).

**Méthode comparative.**

Dans [Nis88], une méthode possédant une complexité calculatoire inférieure a été proposée. Fixons la valeur du critère lorsque tous les paramètres sont libres comme référence et estimons le support  $S^*$  par  $S_{ICC}$  défini comme suit :

$$\begin{cases} \text{IC}_{\text{ref}} = \text{IC}(\llbracket 1, M \rrbracket) \\ S_{ICC} = \{j \in \llbracket 1, M \rrbracket, \text{IC}_{\text{ref}} \leq \text{IC}(\llbracket 1, M \rrbracket \setminus \{j\})\}. \end{cases} \quad (2.31)$$

Ainsi  $S_{ICC}$  contient les composantes jugées importantes via  $\text{IC}_{\text{ref}} \leq \text{IC}(\llbracket 1, M \rrbracket \setminus \{j\})$ .

**Méthode comparative descendante.**

Dans [Coq08], deux nouvelles méthodes ont été proposées : la méthode comparative inversée, qui prend comme référence, contrairement à la méthode comparative de Nishii, la valeur de l'IC lorsque tous les paramètres sont mis à la valeur de référence  $\theta^0$ , et la méthode comparative descendante. Cette dernière méthode a permis l'obtention d'une inégalité oracle du risque de choisir le bon modèle [Coq08] et c'est donc celle qui est présentée dans ce document.

La méthode comparative descendante élimine les composantes jugées non utiles par étape. L'étape 0 consiste à fixer  $S^{(0)} = \llbracket 1, M \rrbracket$ ,  $\text{IC}_{\text{ref}}^{(0)} = \text{IC}(S^{(0)})$ .

L'étape  $k \geq 0$  ayant été effectuée, on procède à l'étape  $k + 1$  en posant :

$$\begin{aligned} C^{(k+1)} &= \left\{ j \in S^{(k)}, \text{IC}(S^{(k)} \setminus \{j\}) \leq \text{IC}_{\text{ref}}^{(k)} \right\} \\ J^{(k+1)} &= \arg \min_{j \in C^{(k+1)}} (\text{IC}(S^{(k)} \setminus \{j\})) \\ S^{(k+1)} &= S^{(k)} \setminus \{J^{(k+1)}\} \\ \text{IC}_{\text{ref}}^{(k+1)} &= \text{IC}(S^{(k+1)}). \end{aligned}$$

Ainsi, à chaque étape, nous écartons définitivement la composante  $J^{(k+1)}$  jugée la moins utile par le critère. A une certaine étape  $k_f + 1$ , on obtiendra  $C^{(k_f+1)} = \emptyset$ . Cela signifie que le critère juge qu'il n'y a plus de composantes inutiles dans  $S^{(k_f)}$ . Nous arrêtons donc la procédure et choisissons

$$S_{ICD} = S^{(k_f)} \quad (2.32)$$

comme estimation de  $S^*$ .

Notons que toutes les quantités  $C^{(\cdot)}, J^{(\cdot)}, S^{(\cdot)}, \text{IC}_{\text{ref}}^{(\cdot)}, k_f$  produites par cette méthode sont aléatoires. Le nombre de critères qu'il est nécessaire de calculer pour achever cette méthode est donc lui aussi aléatoire, mais borné par  $M(M + 1)/2$ .

TAB. 2.4 – Les trois méthodes et leur complexité.

Globale (2.30)	Comparative (2.31)	Descendante (2.32)
$2^M$	$M + 1$	$\leq M(M + 1)/2$

### Complexités des méthodes.

Le tableau 2.4 résume les complexités des méthodes abordées ici en terme de nombre de critères à calculer nécessaires à la sélection de  $S$ . La méthode globale, présentant une complexité exponentielle, est beaucoup plus coûteuse en terme de calcul que les méthodes comparatives. Voyons maintenant l'application de ces méthodes au modèle AR 1-D.

### Simulations avec le modèle AR 1-D

En se donnant un ordre de régression maximal  $M$ , les ICs s'écrivent dans le contexte de la recherche des indices  $r$  pour lesquels  $a_r = 0$  (voir éq. 2.7 & 2.25) :

$$IC(S) = 2N \log \sigma_{S,e}^{MV} + \alpha_{IC}(N)(|S| + 1)$$

où  $\sigma_{S,e}^{MV}$  est l'écart-type estimé en supposant que le support est  $S$  de cardinal  $|S|$ .

Pour comparer les différents ICs, nous avons synthétisé des réalisations d'un processus AR, d'ordre 15, dont les paramètres sont :

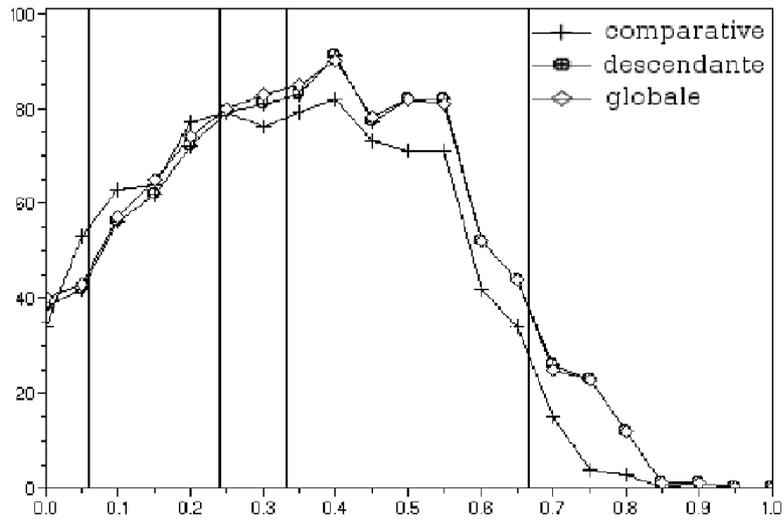
$$\theta^* = \{ \{0.5, 0.4, 0, \dots, 0, 0.45\}, \sigma_e^2 = 1 \}.$$

Nous appliquons ensuite les méthodes (2.30) (2.31) et (2.32) avec  $M = 20$  en faisant varier  $\beta$  entre 0 et 1 (voir éq. 2.20). On compte un succès lorsque le support  $S$  choisi est  $\{1, 2, 15\}$ . L'expérience est répétée 100 fois et les pourcentages de succès des méthodes sont représentés, en fonction de la valeur de  $\beta$ , sur la figure 2.6 pour  $N = 100$  et  $N = 10.000$ . Les barres verticales correspondent aux valeurs respectives de  $\beta_{AIC}$ ,  $\beta_{BIC}$ ,  $\beta_{\min}$  et  $\beta_{\max}$  (voir éq. 2.21 et 2.22). Pour  $N = 10.000$ , on obtient  $\beta_{AIC} < 0$ , cette valeur n'apparaît donc pas sur la figure.

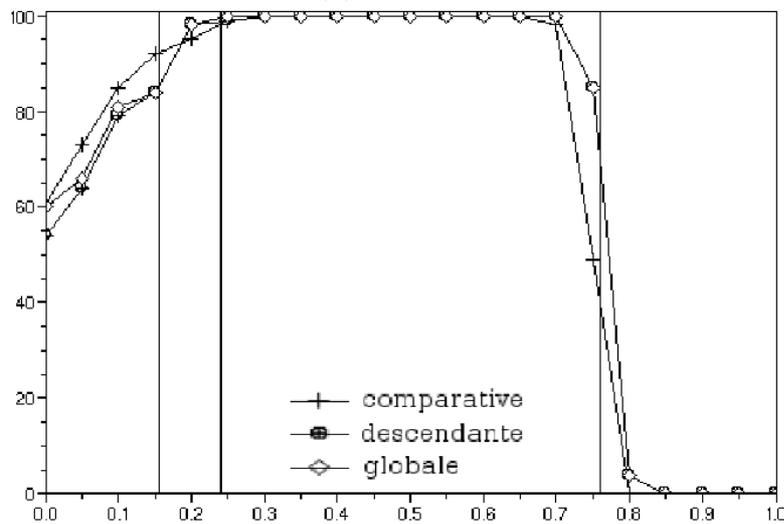
Les résultats des méthodes sont satisfaisants et comparables à faible comme à grand nombre d'échantillons. Cependant, pour les obtenir, les méthodes comparative et comparative descendante ont été environ 200 fois plus rapides que la méthode globale. Il faut aussi noter le bon comportement de la méthode comparative descendante par rapport à la méthode globale. Sur le graphique de la figure 2.6, les bornes  $\beta_{\min}$  et  $\beta_{\max}$  semblent prendre totalement leur sens dans ce contexte expérimental : un intervalle de valeurs inclu dans  $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$  donne des critères permettant d'atteindre un taux de 100%. Pour  $N = 100$ , et à partir de l'expérimentation qui fait office de procédure d'apprentissage, une valeur de  $\beta$  autour de 0.4 semble être appropriée.

### Données réelles et modèle AR 2-D

Si on considère les récursions classiquement utilisées pour obtenir le support DPNS (voir éq. 2.24) par critère d'information [AO03], dans le cas de la prédiction linéaire bidimensionnelle, l'incrément sur le cardinal du support n'est pas systématiquement de un. Par exemple, pour  $m_1 > 1$  et  $m_2 > 1$ ,  $\Theta_{m_1, m_2+1}$  et  $\Theta_{m_1+1, m_2}$



(a)  $N = 100$



(b)  $N = 10.000$

FIG. 2.6 – Pourcentage de succès des méthodes comparatives et globale en fonction de  $\beta$ .

contiennent respectivement  $2m_1 + 1$  et  $2m_2 + 1$  paramètres en plus par rapport à  $\Theta_{m_1, m_2}$ . Il apparaît alors que des indices peuvent être inclus dans le support même s'ils ne sont pas pertinents et inversement des paramètres pertinents peuvent être rejetés car ils nécessiteraient l'inclusion de trop de paramètres non pertinents. Face à ce constat, la procédure de choix du modèle qui consiste en la recherche de l'ensemble des paramètres non nuls (ou pertinents) dans un support DPNS (voir éq. 2.24) d'ordre  $M = (M_1, M_2)$  apparaît comme une alternative judicieuse.

Afin de montrer la faisabilité d'une telle procédure, des simulations ont été réalisées sur deux textures de taille  $256 \times 256$  issues de l'album de Brodatz [Bro66] (voir Fig. 2.7). A l'aide des méthodes comparative et comparative descendante, des supports de forme non contrainte à l'intérieur d'un support DPNS d'ordre maximal  $(7, 7)$  ont été obtenus en utilisant le critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$ .

La figure 2.7 montre les textures utilisées, les supports obtenus avec les méthodes proposées ainsi que les analyses spectrales issues des DSPs estimées à l'aide des modèles obtenus. A titre de comparaison, nous avons aussi fourni les modules des TFD2-D qui donnent aussi une estimation de la DSP (méthode du périodogramme). La méthode classique de choix du support DPNS a donné : pour la texture d29, un support de taille  $(4, 2)$  contenant 22 paramètres contre 14 et 15 pour les méthodes comparatives ; pour la texture d38, un support de taille  $(5, 3)$  contenant 38 paramètres contre 13 et 16 pour les méthodes comparatives. Dans les deux cas, des paramètres sélectionnés par les méthodes comparative et comparative descendante ont été exclus par l'approche classique.

Pour finir, il est possible de noter que les supports obtenus avec les deux méthodes diffèrent et que la méthode descendante a tendance à fournir plus de paramètres que la méthode comparative : si on se réfère aux DSP estimées, le spectre obtenu avec la méthode comparative descendante sur la texture d38 semble améliorer celui obtenu avec la méthode comparative. En perspective de cette étude, afin de montrer quantitativement quelle méthode décrit le mieux les statistiques d'ordre 2, des expérimentations du type de celles produites dans [AO03] pourraient être réalisées.

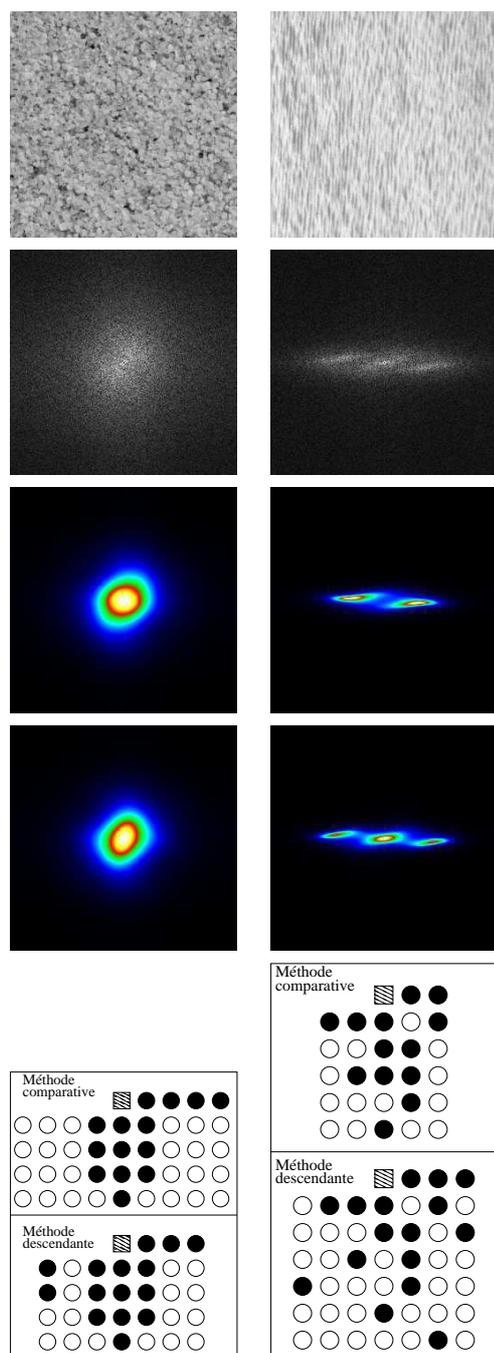


FIG. 2.7 – Analyse spectrale de deux textures issues de l’album de Brodatz (d29 pour la 1ère colonne et d38 pour la 2ème colonne). 1ère ligne : textures ; 2ème ligne : modules de la Transformée de Fourier 2-D ; 3ème ligne : DSP estimée par méthode comparative ; 4ème ligne : DSP estimée par méthode comparative descendante ; 5ème ligne : les supports obtenus avec les deux méthodes. Le site carré est le site courant et les sites décrits par des ronds noirs sont les sites choisis par les méthodes dans le support rectangulaire DPNS de taille  $(7, 7)$ .

## 2.4 Description d'une distribution par histogramme

L'approximation par un histogramme d'une d.d.p., problème de sélection de modèles non-paramétriques, peut également être envisagée par l'utilisation de critères d'information. Dans cette optique, Hall présente des résultats basés dans un premier temps sur la minimisation d'une distance du type Kullback-Leibler [Hal87] puis sur un critère du type Akaike [Hal90]. Suivant la même démarche, Olivier et al. [OCC<sup>+</sup>94] ont aussi étendu le critère AIC (puis le critère AIC\*) à ce problème de recherche d'histogramme mais en exploitant la distance de Hellinger. Cette approche a été utilisée dans un contexte de compression d'images (voir Chapitre 3). Plus récemment, et comme pour les modèles paramétrés, des résultats non-asymptotiques ont émergé dans ce domaine notamment par les travaux de Castellan [Cas99, Cas00] qui donne des bornes sur le risque de l'estimation. Citons également les travaux de Birgé et Rozenholc [BR06] qui étudient la sélection d'histogramme à l'aide d'un critère d'un point de vue applicatif.

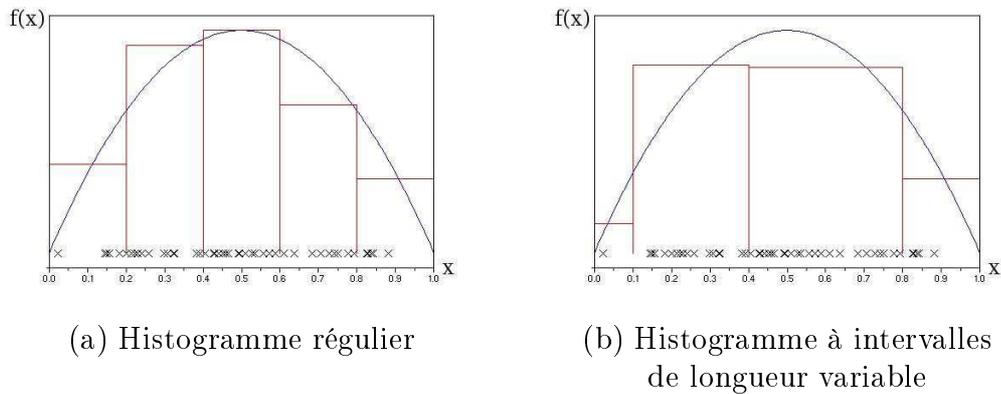


FIG. 2.8 – Illustration du problème du choix d'un histogramme pour décrire une distribution.

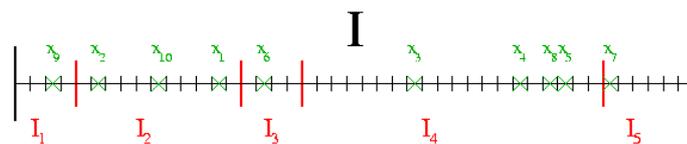


FIG. 2.9 – Échantillons et intervalles d'une partition de  $I$ . La précision  $q$  est donnée par les petites barres verticales noires.

Une autre voie a été proposée par Rissanen et al. [RSY92] qui relie la notion de complexité stochastique à ce problème. Martin & al. [MRGG06] l'exploite d'ailleurs dans un contexte de loi discrète pour décrire la distribution des niveaux de gris dans une région d'une image. Faisant suite aux travaux de Rissanen, nous avons proposé un critère d'information permettant de choisir un histogramme [CAOA07] à partir de considérations issues de la théorie du codage arithmétique et de la quantification scalaire uniforme. Les hypothèses de départ sur l'échantillon étudié  $x$  sont maintenant qu'il s'agit d'une réalisation d'un processus i.i.d. dont la loi de probabilité possède

une densité  $f$  et dont l'espace de réalisation est un intervalle  $I \subset \mathbb{R}$ . Les figures 2.8a et 2.8b donnent un exemple à partir d'une loi beta. Sur l'axe des abscisses sont représentés les échantillons issus de tirages successifs. Comment alors décider a priori du nombre d'intervalles<sup>8</sup> sur lequel observer l'histogramme ? De plus, on peut aussi se poser la question de savoir s'il faut chercher des intervalles de longueur identique (histogrammes dits "réguliers") ou des intervalles de longueur variable (histogrammes dits "dynamiques"<sup>9</sup>). Bien entendu, la recherche d'histogrammes dynamiques semble au premier abord de complexité calculatoire plus importante, ce qui inquiète toujours en vue d'applications concrètes. L'approche proposée permet de répondre aux deux cas envisagés en exploitant la longueur d'un codage sans perte des échantillons, et elle est mise en oeuvre à l'aide d'un algorithme possédant une complexité de calcul raisonnable comme nous le verrons.

Soit  $\Pi_m$  une partition de  $I$  à  $m$  intervalles  $(I_j)_{j \in \llbracket 1, m \rrbracket}$ . Pour  $s \in \Delta = \llbracket 1, N \rrbracket$ , on note  $y_s \in \Omega_y = \llbracket 1, m \rrbracket$  le numéro de l'intervalle dans lequel tombe  $x_s$  et  $y = \{y_s\}_{s \in \Delta}$ . Par indépendance des  $x_s$ , le codage arithmétique adaptatif de  $y$  à l'ordre 0 sera évidemment le meilleur<sup>10</sup>. Ainsi, à partir de l'exemple donné figure 2.9,  $\Omega_y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  et  $y = \{2, 2, 4, 4, 4, 3, 5, 4, 1, 2\}$  et ces échantillons sont supposés être la réalisation d'un processus i.i.d. D'après Rissanen [Ris86], la longueur minimum du code arithmétique adaptatif est approchée par la complexité stochastique (voir partie 2.2.3) :

$$C_m(y, \Pi_m) \approx - \sum_{j=1}^m n_j \log \frac{n_j}{N} + (m-1) \frac{\log N}{2} \quad (2.33)$$

avec  $n_j$ , le nombre d'échantillons dans  $x$  tombant dans l'intervalle  $I_j$ . Il faut remarquer ici que  $C_m(y, \Pi_m)$  va augmenter avec  $m$ . Si on se limite au codage arithmétique, il semble évident que les échantillons  $x$  seront codés avec pertes. Afin de réaliser un codage sans perte, codons maintenant la position de chaque  $x_s$  dans l'intervalle dans lequel il se trouve, en supposant que les données sont codées à une précision fixe  $q$ . En reprenant l'exemple fourni figure 2.9,  $x_9$  sera codé "11" en binaire. La longueur de ce codage, nommé ici "codage de précision" est :

$$L(x|y) = \sum_{j=1}^m n_j \log L_j - N \log q \quad (2.34)$$

avec  $L_j$ , la longueur de l'intervalle  $I_j$ .

À partir de ce qui précède, la longueur du code sans perte de  $x$ , suivant la précision  $q$ , est  $L(x|\Pi_m) \approx C_m(y, \Pi_m) + L(x|y)$ . Il faut, pour décoder, connaître la partition utilisée ; la longueur nécessaire à son codage étant faible devant  $L(x|\Pi_m)$ ,

<sup>8</sup>En TP, c'est une question récurrente de la part des étudiants lorsqu'il leur est demandé de regarder l'histogramme des échantillons associés à un signal. Pour l'image en niveaux de gris, comme il s'agit de données entières le plus souvent codées sur 256 niveaux, ils se posent moins de questions. Pour l'image couleur, les choses se compliquent à nouveau (voir Chapitres 3 et 4).

<sup>9</sup>Ce terme a été choisi en référence à l'algorithme de programmation dynamique qui permet d'obtenir ces histogrammes. Cet algorithme est brièvement présenté dans la suite de cette partie.

<sup>10</sup>Le codage arithmétique part du point de vue que les données sont issues d'une CMM (voir partie 2.2.3). Bien sûr, le choix d'un ordre nul semble ne pas être toujours le plus approprié surtout pour les signaux et les images. Néanmoins, cette hypothèse simplificatrice permet souvent d'obtenir des résultats probants en signal et en image (voir Chapitre 3) tout en diminuant la complexité de calcul.

nous l'omettons. Cette longueur de code nous permet donc de définir le critère, nommé  $IC_H$  dans ce document, qui entre dans le cadre général des critères utilisés par exemple par Birgé [BR06] pour la sélection d'un histogramme :

$$IC_H(x|\Pi_m) = -\sum_{j=1}^m n_j \log \frac{n_j}{N \times L_j} + \frac{m-1}{2} \log N - N \log q \quad (2.35)$$

Il est important de préciser qu'il ne s'agit pas seulement d'une fonction de  $m$  mais bien d'une fonction de la partition  $\Pi_m$  car il existe plusieurs partitions à  $m$  intervalles dans le cas dynamique.

Le principe du MDL préconise de choisir pour partition celle qui minimise ce critère. Le nombre de partitions de  $I$  étant souvent trop élevé, on se restreint à la classe des sous-partitions d'une partition  $\Pi_M$  donnée. Si  $\Pi_M$  a  $Q$  intervalles, il y a  $2^{Q-1}$  telles sous-partitions. Rissanen et al. [RSY92] présentent une méthode de programmation dynamique qui permet de ramener en  $O(Q^2)$  le nombre d'opérations à effectuer pour trouver la sous-partition optimale. Une telle méthode a pu être développée (voir [Coq08] pour plus de détails) à partir de l'existence de la formule de mise à jour du critère suivante :

$$\begin{aligned} IC_H(x(r)|\Pi_m(\tau, r)) - IC_H(x(\tau)|\Pi_m(\tau)) = \\ -(n(r) - n(\tau)) \log \frac{n(r) - n(\tau)}{n(r)(r-\tau)} - n(\tau) \log \frac{n(\tau)}{n(r)} \\ + m \frac{\log n(r)}{2} - (m-1) \frac{\log n(\tau)}{2}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

avec  $I = [a, b]$ ,  $b = a + Q \times q$ ,  $\Pi_m(\tau)$  partition en  $m$  intervalles de  $[a, \tau q]$ ,  $\tau \in \llbracket 1, Q-1 \rrbracket$ ,  $\Pi_m(\tau, r)$ , partition en  $m+1$  intervalles de  $[a, r q]$ ,  $r \in \llbracket \tau, Q \rrbracket$ , partition constituée de  $\Pi(\tau)$  avec un intervalle de plus. Pour  $m$  fixé, la différence exprimée équation 2.36 ne dépend pas de  $\Pi(\tau)$  ce qui permet de réaliser une méthode de programmation dynamique.

Pour une densité Laplacienne  $e^{-|x_s|}/2$  (par exemple une distribution de coefficients DCT dans JPEG), avec  $I = [-5, 5]$  et  $\Pi_M$  la partition régulière de pas  $q = 2.10^{-2}$ , on obtient la partition présentée en figure 2.10a. Sur l'histogramme des 256 niveaux de gris de l'image Léna, avec  $I = [0, 255]$  ( $q = 1$ ), la partition choisie 2.10b a 39 intervalles. Dans les deux cas, le critère choisit plus d'intervalles aux endroits où la densité présente de fortes variations. La reconstruction de l'image Léna sur 39 niveaux de gris choisis est donnée en figure 2.11b. Elle présente un PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) de 38,52 dB par rapport à l'image originale indiquant que le choix de ces 39 niveaux résume bien l'information contenue dans les 256 niveaux de l'image originale.

Dans la partie suivante, cette méthode sera utilisée dans un contexte de caractérisation de canaux de transmission numérique. La perspective principale de ce travail est d'étendre cette méthode à l'obtention d'un histogramme associé à des échantillons issus de lois multivariées pour la recherche d'histogrammes "dynamiques" dans le cas des images couleur ou multispectrales par exemple.

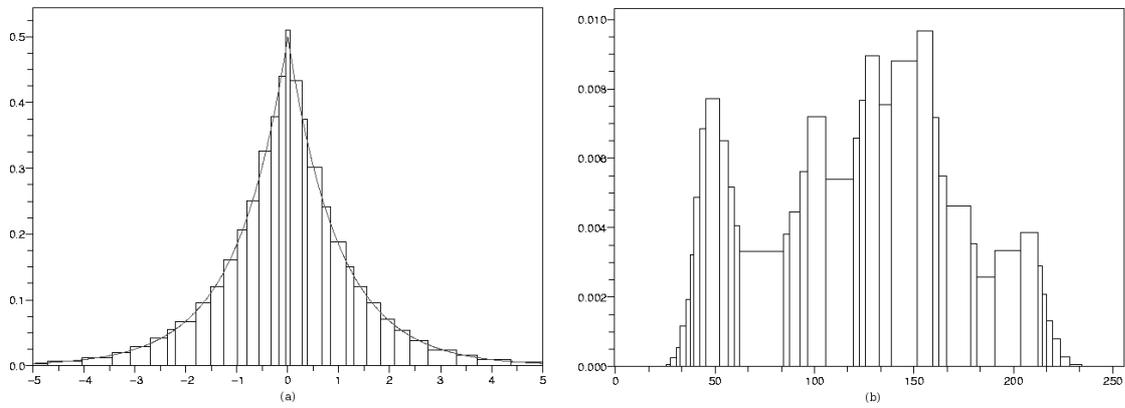


FIG. 2.10 – (a) Histogramme choisi par le critère sur une densité Laplacienne. (b) Histogramme approché de l'image Léna en 39 niveaux de gris



FIG. 2.11 – (a) Image originale. (b) Image reconstruite sur 39 niveaux de gris pour un PSNR de 38,52 dB.

# Chapitre 3

## Des distributions en signal et image

Dans certains contextes applicatifs, les échantillons étudiés peuvent être supposés issus d'un processus indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) ce qui implique que les observations n'ont pas de structures temporelles ou spatiales particulières du moins d'un point de vue probabiliste. Cette hypothèse peut paraître restrictive et plus appropriée pour d'autres jeux de données statistiques.

Néanmoins, elle peut être très adaptée à certaines données rencontrées en signal et image comme pour la modélisation des coefficients issus d'une transformée (voir partie 3.1.1) ou celle des échantillons reçus sur un canal de transmission (voir partie 3.1.2). Ensuite, nous verrons deux manières d'introduire une structure : le signal peut être vu comme la somme d'un processus déterministe possédant une structure temporelle décrite par un ensemble de paramètres et d'un processus i.i.d. communément appelé "bruit" (voir partie 3.2) ; si les observations n'ont pas de structures, une réalisation d'un champ "caché" peut lui en posséder une et de ce fait, induire des propriétés spatiales dans la solution obtenue (voir partie 3.3.1).

Dans ce chapitre, les deux types de modélisation introduits précédemment sont exploitées dans des contextes applicatifs variés : les histogrammes (voir partie 3.1), modèles non-paramétriques de lois de probabilité, et les modèles paramétrés de densités (voir partie 3.2 et partie 3.3). Il sera abordé la question des densités multivariées, en signal (voir partie 3.2) et dans une première étude concernant les espaces couleur qui avait pour objectif de justifier plutôt expérimentalement de l'usage d'un espace couleur avec les lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles (voir partie 3.3).

Les critères d'information sous différentes formes seront utilisés pour justifier du choix d'un histogramme (voir partie 3.1), du nombre de paramètres du modèle de processus déterministe (voir partie 3.2) et du choix du nombre de composantes d'une loi de mélange gaussienne multidimensionnelle (voir partie 3.3.2). Toujours dans le contexte des lois de mélange, une alternative aux ICs pour l'estimation du nombre de composantes sera présentée (voir partie 3.3.1) : l'algorithme Expectation Maximization (EM) dans sa version stochastique (SEM) [CD85].

## 3.1 Application des méthodes d'estimation d'histogrammes

Les travaux présentés dans cette partie ont été réalisés dans le cadre des thèses d'Azza Ouled-Zaïd [OZ02] et de Guilhem Coq [Coq08].

### 3.1.1 Application aux images dans le cadre des méthodes de compression

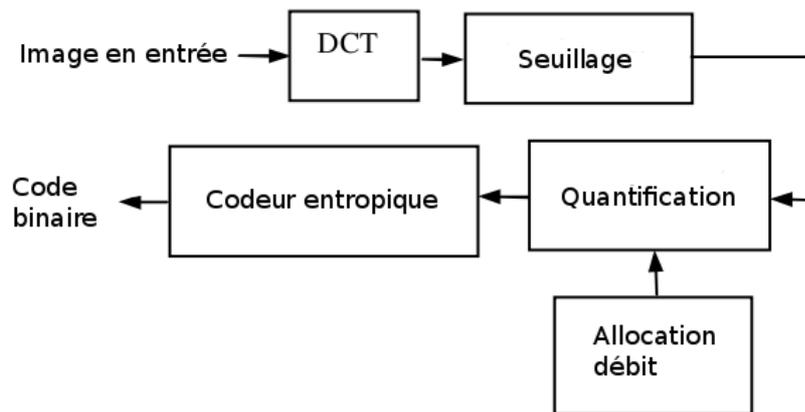


FIG. 3.1 – Codage d'une image avec seuillage.

Durant sa thèse, Azza Ouled-Zaid a amélioré les performances de systèmes de compression JPEG (Joint Photographic Expert Group<sup>1</sup>) et JPEG2000 par l'optimisation de la zone dite "morte" des coefficients des transformées<sup>2</sup> : la transformée en cosinus discrète (DCT pour "Discrete Cosine Transform") pour JPEG [ZOAM03] et la transformée en ondelettes pour JPEG2000 [OZOA03].

Bien que les aspects concernant JPEG2000 soient aussi importants que ceux concernant JPEG, ce seront ces derniers qui seront abordés dans la suite de cette partie pour des raisons de cohérence : c'est dans la partie concernant JPEG qu'une méthode d'optimisation de la zone morte exploitant les critères d'information (voir Chap. 2) a été proposée. Comme une autre méthode exploitant un seuillage, justifié par d'autres considérations probabilistes et statistiques, a été introduite concernant les coefficients DCT, un aperçu des différentes approches proposées par Azza Ouled-Zaid aura été proposée puisque cette deuxième approche est du type de celle qui a été développée sur les coefficients en ondelettes utilisés dans JPEG2000.

<sup>1</sup>site web : <http://www.jpeg.org/index.html>. Le site de JPEG2000 est accessible à partir de celui de JPEG.

<sup>2</sup>Les coefficients qui tombent dans la zone morte sont mis à zéro. Ces coefficients sont considérés comme décrivant des détails dans l'image et leur suppression doit permettre d'améliorer les performances d'une méthode de compression avec perte.

### Seuillage global

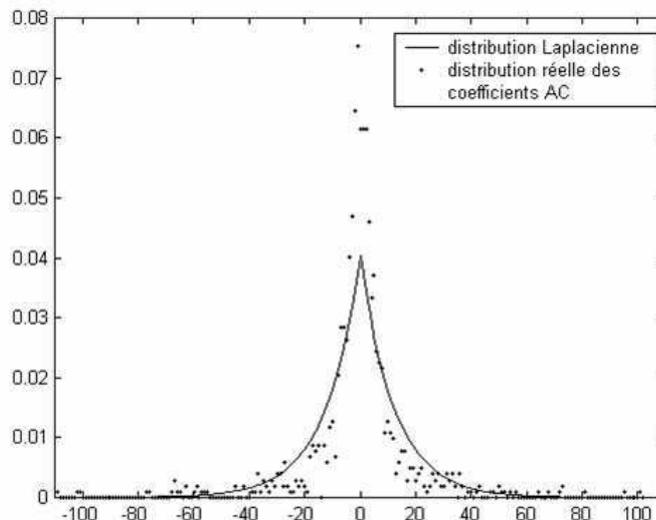


FIG. 3.2 – Distribution du coefficient d'indice (3,5) des différents blocs DCT  $8 \times 8$  d'une image, et d.d.p. de la loi de Laplace avec  $\alpha = 0.1916$ .

La figure 3.1 montre les différentes étapes subies par une image au cours d'une chaîne de codage type JPEG avec zone morte. L'obtention de la zone morte des coefficients se fait classiquement durant l'étape de seuillage comme cela est rappelé dans le paragraphe suivant.

La méthode JPEG est construite à partir du découpage par blocs  $8 \times 8$  de l'image. Sur chaque bloc est appliqué une DCT qui produit un bloc de coefficients  $8 \times 8$  dont un coefficient contient l'information de l'intensité moyenne (coefficient DC) et tous les autres coefficients sont associés à des fréquences bidimensionnelles non nulles plus ou moins élevées (coefficients AC). Le seuillage global, qui s'applique uniquement sur les coefficients AC, est spécifié par une table  $T$  de taille  $8 \times 8$  de valeurs réelles positives non nulles, qui décident si le coefficient doit être conservé ou non ou, dit d'une autre manière, s'il est dans la zone morte ou non. Pour simplifier la notation, les coefficients d'un bloc  $8 \times 8$  sont rangés dans un vecteur 1-D à 64 valeurs indexées par  $n$ . Par exemple, pour un coefficient situé à la localisation spatio-fréquentielle  $(i, j)$ ,  $n = 8 \times i + j$ ,  $i = 0, \dots, 7$ ,  $j = 0, \dots, 7$ . Un coefficient DCT  $F(n)$  sera alors mis à zéro si sa valeur absolue est inférieure à la valeur  $T(n)$ . Le résultat combiné de la quantification, définie aussi par un bloc  $Q$  (fourni par la norme) de taille  $8 \times 8$  de valeurs notées  $Q(n)$ , et du seuillage de ce coefficient donnera alors :

$$F_{Q,T}(n) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{F(n)}{Q(n)} + 0.5 \right\rfloor & \text{si } |F(n)| > T(n) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.1)$$

$F_{Q,T}$  est aussi associé à un bloc de taille  $8 \times 8$ , avec  $T(0) = 0$  pour conserver le coefficient DC systématiquement. Les valeurs des vecteurs  $F_{Q,T}$  seront ensuite codées à l'aide du codeur entropique (voir Fig. 3.1) pour produire les données binaires associées à l'image compressée.

Afin de trouver de manière plus optimale la zone morte, il a été envisagé différentes approximations de la distribution des coefficients. Suite aux travaux présentés dans [RG83, BCC<sup>+</sup>92] par l'intermédiaire de tests du  $\chi^2$ , les 63 distributions des coefficients AC à travers l'image transformée sont approchées par des lois laplaciennes (voir Fig. 3.2). D'autres approches plus récentes ont proposé une autre modélisation à base de lois de Cauchy [Bas89a], ou bien encore de lois de mélange gaussiennes ou laplaciennes [EGCD94]. A partir de ces dernières études, il a été confirmé que la meilleure modélisation de la distribution des coefficients AC est un mélange de 1, 2 ou 3 lois gaussiennes. Nous avons retenu tout de même une modélisation laplacienne, d'une part pour la faisabilité des calculs, et d'autre part par le fait qu'il n'y a qu'un paramètre ( $\alpha$  : paramètre de la Laplacienne, proportionnel à l'écart-type - voir équation 3.2) à déterminer pour trouver la modélisation correspondante à la distribution en question. Une distribution de Laplace est définie par une d.d.p. paramétrée :

$$f(x) = \frac{\alpha}{2} \exp \{-\alpha |x|\} \quad (3.2)$$

avec  $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}$ ,  $\sigma$  désignant l'écart-type.

Il est à noter que dans le cas de l'utilisation des sous-bandes Haute-Fréquence d'une compression basée ondelettes (JPEG2000), la loi a priori des coefficients serait supposée être une Gaussienne Généralisée [OZ02].

A partir des précédentes considérations, deux méthodes ont été proposées afin de trouver la zone morte.

### Seuillage par application des ICs

Les ICs peuvent être utilisés pour choisir le nombre d'intervalles, ainsi que leurs longueurs, d'un histogramme associé à un échantillon de taille  $N$  (voir partie 2.4). De ce fait, il est envisageable de trouver une zone morte par le biais d'un intervalle associé aux valeurs de faibles amplitudes. En ce qui concerne la compression JPEG décrite, les 63 ensembles de coefficients AC, associés aux différents indices des blocs, peuvent être vus comme 63 réalisations de taille  $N = \frac{|\Delta|}{64}$ ,  $|\Delta|$  désignant le nombre de sites de l'image, de 63 processus i.i.d. (en supposant l'indépendance entre les blocs) :  $x_n = \{x_{n,s}\}_{s \in [1,N]}$ ,  $n = 1, \dots, 63$ ,  $x_{n,s}$  représentant le  $n^{\text{ième}}$  coefficient du bloc  $s$  (on rappelle que pour  $n = 0$ , il s'agit du coefficient DC).

La procédure d'obtention d'un histogramme optimal utilisée est celle introduite dans [OCC<sup>+</sup>94]. Elle est donc antérieure aux travaux d'Azza Ouled Zaid [ZOAM03] et de Guilhem Coq, présentés partie 2.4, mais l'idée reste la même : approcher la densité théorique dont les échantillons, ici les coefficients AC, sont issus. Dans [OCC<sup>+</sup>94], une approche du type de celle d'Akaike mais exploitant une mesure de Hellinger pour exprimer le risque a permis d'écrire un critère d'information. Dans [ZOAM03], la pénalité du critère a été remplacée afin de définir un critère d'information du type  $\varphi_\beta$  (voir partie 2.2.4) pour le choix d'un histogramme optimal :

$$\varphi_{\beta,H}(\Pi_m) = \frac{m(1 + N^\beta \log \log N)}{N} - 2 \sum_{r=1, \dots, m} \theta_m(I_r) \log \frac{\theta_m(I_r)}{\mu(I_r)} \quad (3.3)$$

avec  $\mu$ , une loi de probabilité fixée a priori (loi de Laplace ici) et  $\theta_m$  la loi estimée à partir de la partition  $\Pi_m$  à  $m$  classes, ou intervalles,  $(I_r)_{r \in [1,m]}$  de l'ensemble de

définition des valeurs  $I$ . Classiquement,  $\theta_m(I_r) = \frac{n_r}{N}$ ,  $n_r$  étant le nombre d'échantillons tombant dans l'intervalle  $I_r$ . On cherche donc la partition qui minimise  $\varphi_{\beta,H}$ . Contrairement à l'algorithme par programmation dynamique de la partie 2.4, l'algorithme d'obtention de la partition est sous-optimal<sup>3</sup> et est constitué de deux étapes :

- Etape d'initialisation : estimation d'un histogramme initial en fixant un nombre maximum d'intervalles,  $M = O\left(2\left\lceil\sqrt{N} - 1\right\rceil\right)$  d'après Sakamoto [SIK86]. Les valeurs  $\theta_M(I)$  sont obtenus par MV.
- fusion itérative des intervalles : supposons que la partition, à une étape de l'algorithme, soit composée de  $m$  intervalles  $I_r$ ,  $r = 1, \dots, j, \dots, m$ . Si deux intervalles  $I_j$  et  $I_{j+1}$  fusionnent pour former l'intervalle  $I_j \cup I_{j+1}$ , nous obtenons une nouvelle partition à  $(m - 1)$  classes. Parmi toutes les fusions possibles à  $(m - 1)$  classes, nous retenons la fusion qui maximise  $\varphi_{\beta,H}(\Pi_m) - \varphi_{\beta,H}(\Pi_{m-1})$ .

A chaque itération, nous cherchons donc à fusionner les deux classes adjacentes (ou intervalles juxtaposés) qui vont engendrer la plus forte décroissance du critère. Le processus est arrêté quand la différence  $\varphi_{\beta,H}(\Pi_m) - \varphi_{\beta,H}(\Pi_{m-1})$  devient négative. Nous trouvons alors le nombre de classes  $\hat{m}$  cherché ainsi que la sous partition optimale associée  $\Pi_{\hat{m}} = \{I_r\}_{r \in [1, \hat{m}]}$  qui permet de définir la loi  $\theta_{\hat{m}}$ .

Cette procédure appliquée aux 63 ensembles de coefficients AC fournit la table de seuillage global cherchée  $T(n)$ ,  $n = 1, \dots, 63$ , chaque seuil étant obtenu comme la borne positive de la classe associée aux plus faibles valeurs.

### Seuillage par modélisation statistique

En s'inspirant des travaux sur la compression JPEG et la modélisation statistique [EGCD94], une méthode d'obtention de la table de seuillage global tenant compte de la d.d.p. de chaque coefficient AC sur tous les blocs de la matrice image a été proposée. Etant donné que les coefficients ne représentent pas tous la même quantité d'information, la mise à zéro d'un coefficient correspondant aux hautes fréquences ne provoquera pas autant de dégradations que celle d'un coefficient correspondant aux basses fréquences. Il faut donc pouvoir moduler le seuil en fonction de l'indice  $n$  du coefficient.

Le seuil classique des statisticiens à  $P = 0.95$  sur la fonction de répartition permet de définir les valeurs  $\rho_n$  au-dessus desquels les coefficients ont peu de probabilité d'apparaître :

$$\int_{-\rho_n}^{\rho_n} f_n(x) dx = 0.95 \quad (3.4)$$

avec  $f_n$ , la d.d.p. de la loi du  $n^{\text{ième}}$  coefficient AC,  $n = 1, \dots, 63$ . En premier lieu, les coefficients dépassant ce seuil doivent être conservés. Ainsi, à partir des 63 distributions de Laplace estimées à partir de l'image dans l'espace transformé, la table de seuillage est définie de la manière suivante :

$$T(n) = \frac{F_e}{\rho_n} \quad (3.5)$$

---

<sup>3</sup>Les partitions obtenues au cours des itérations dépendent du choix de la partition initiale et toutes les partitions à partir de la partition initiale ne sont pas testées. Il serait d'ailleurs intéressant d'étudier s'il est possible de réaliser un algorithme par programmation dynamique afin de trouver la partition qui optimise ce critère et comparer les résultats obtenus avec ceux de la méthode présentée dans [Coq08].

avec  $F_e$  un facteur d'échelle fixé a priori (par exemple,  $F_e = 50$  dans [ZOAM03]).

Après avoir calculé les valeurs  $\rho_n$  associées aux différents coefficients AC, on s'aperçoit que ces dernières sont faibles aux hautes fréquences ce qui fait que les valeurs des seuils correspondants sont élevées. Ainsi, seules les valeurs élevées des coefficients en hautes fréquences sont conservées. En basses fréquences les valeurs  $\rho_n$  sont élevées, ainsi, les seuils correspondants sont faibles, soit la plupart des coefficients AC en basses fréquences sont conservés.

### Résultats expérimentaux

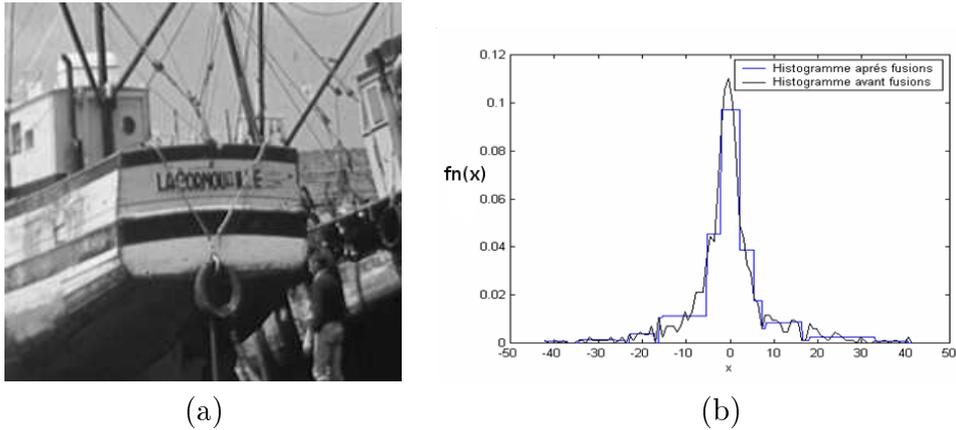


FIG. 3.3 – (a) Une Image test : Bateau. (b) Distribution d'un coefficient AC ( $n = 37$ ) et fusion des classes par  $\varphi_{\beta_{\min}}$  sur l'image Bateau.

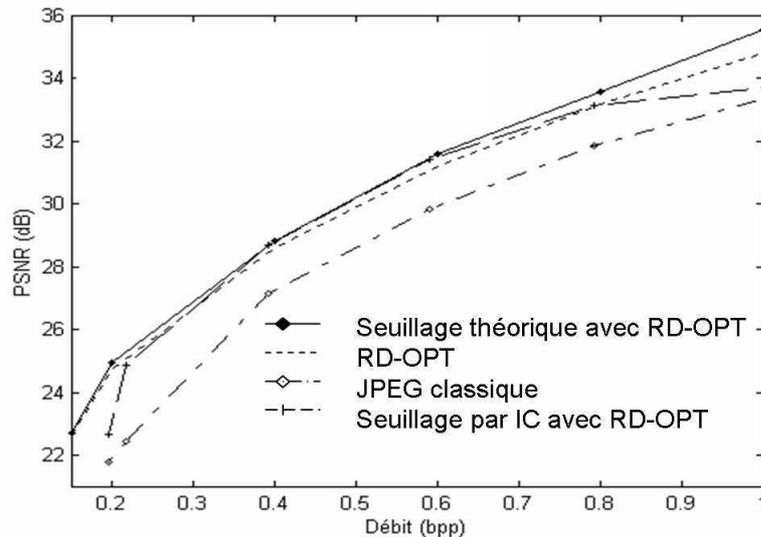


FIG. 3.4 – Comparaison des méthodes proposées à des méthodes de référence.

De façon à satisfaire la minimisation du débit-distorsion (voir Fig. 3.1), les coefficients AC non nuls après l'étape de seuillage sont quantifiés ici par la méthode RD-OPT [RL00].

La figure 3.3b montre un histogramme optimal obtenu à partir de la distribution d'un coefficient AC issue de l'image test Bateau (voir Fig. 3.3a). Les coefficients dans la classe "zéro" (c'est à dire l'intervalle contenant la valeur zéro) seront donc mis à zéro. La valeur de  $\beta$  utilisée était  $\beta_{\min}$ . Il s'agissait donc du critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$  (voir partie 2.2.4). La figure 3.4 donne des courbes de comparaison en terme de PSNR entre la méthode JPEG standard, la méthode RD-OPT seule, la méthode avec  $\varphi_{\beta_{\min}}$  couplée à RD-OPT (notée "IC avec RD-OPT") et la méthode avec seuillage statistique couplée à RD-OPT (notée "Seuillage théorique avec RD-OPT"). Nous trouvons en abscisse le débit mesuré en nombre de bits par pixel (bpp).

Concernant la méthode "IC avec RD-OPT", le résultat est satisfaisant (gain de plusieurs dB par rapport au standard JPEG, à faible débit). La méthode surpasse RD-OPT entre 0.25 dB et 0.6 dB, ce qui a été constaté sur l'ensemble de notre base test jusqu'à 0.5 dB. Elle donne de moins bonnes performances que la méthode dite "Seuillage théorique avec RD-OPT" mais la méthode par IC ne demande pas de fixer un paramètre a priori, contrairement aux deux autres méthodes. Ces moindres performances peuvent éventuellement s'expliquer par le fait que sont fusionnées prioritairement les classes à effectifs proches et adjacentes et donc les valeurs élevées des AC (les "queues" de la distribution de Laplace de la figure 3.3b), ce qui est contraire au but recherché. Evidemment, quand le débit devient plus important, la méthode par IC ne présente plus d'intérêt.

Pour finir, il faut noter le bon comportement de la méthode "Seuillage théorique avec RD-OPT" qui améliore sur toute la gamme de débit la méthode RD-OPT.

Les travaux d'Azza Ouled-Zaid sur JPEG et JPEG2000 et les ICs pourraient maintenant être revisités en exploitant la méthode d'obtention d'histogrammes par ICs proposée dans la partie 2.4 dont l'algorithme de programmation dynamique associé permet de mieux optimiser le critère. Nous revenons d'ailleurs sur cette méthode afin de montrer son intérêt dans un contexte applicatif en lien avec les systèmes de télécommunication [PCL<sup>+</sup>10, CLA<sup>+</sup>09]. Nous l'avons utilisé dans un contexte de reconnaissance de lois.

### 3.1.2 Application aux canaux de transmissions numériques sans fil

#### Position du problème

Donnons nous une famille de d.d.p. paramétrées constituée des lois de Rayleigh, Nakagami et Weibull :

$$\begin{aligned}
 \text{Rayleigh} \quad f_{R,\sigma}(t) &= \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \mathbb{1}_{t \geq 0} \\
 \text{Nakagami} \quad f_{N,\mu,\Xi}(t) &= \frac{2\mu^\mu t^{2\mu-1}}{(\mu-1)!\Xi^\mu} \exp\left(-\frac{\mu t^2}{\Xi}\right) \mathbb{1}_{t \geq 0} \\
 \text{Weibull} \quad f_{W,k,\lambda}(t) &= \frac{k t^{k-1}}{\lambda^k} \exp\left(-\frac{t^k}{\lambda^k}\right) \mathbb{1}_{t \geq 0}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

où  $\sigma, \mu, \Xi, k, \lambda$  sont les paramètres de forme de ces lois. Notons que, pour  $\mu = 1$  ou  $k = 2$ , les lois de Nakagami ou Weibull correspondent à celle de Rayleigh.

Ces lois sont classiquement utilisées pour la modélisation des canaux de propagation radio (voir [SK05, SJK<sup>+</sup>03]). Nous nous intéresserons aux cas où les émetteurs et récepteurs sont en position de visibilité (Line Of Sight, LOS) ou de non-visibilité

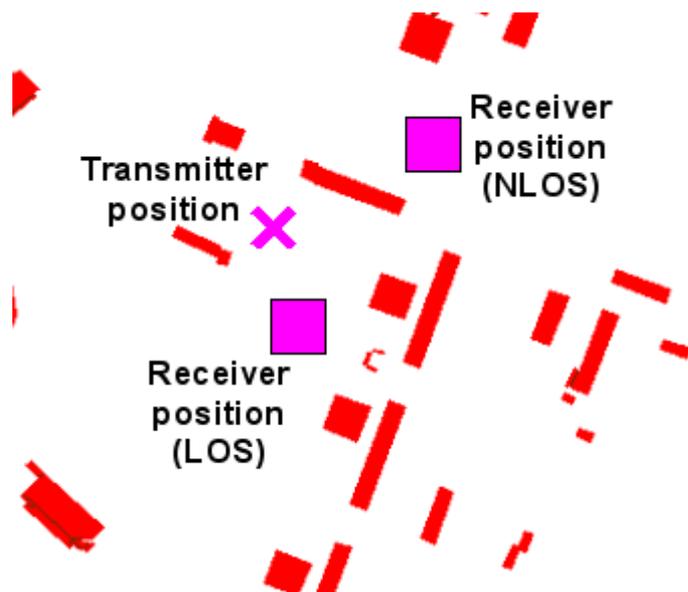


FIG. 3.5 – Environnement de simulation.

(Non Line Of Sight, NLOS) (voir Fig. 3.5). Le cas NLOS est le plus délicat. En effet, une simulation de la propagation des ondes radio en configuration NLOS par un logiciel [EPVA01], mis au point par le laboratoire XLIM-SIC, montre que les densités candidates (3.6) sont plus proches visuellement que dans la configuration LOS.

Le problème de reconnaissance de lois se présente donc ainsi : à partir d'un échantillon  $x$  d'une loi inconnue mais appartenant à l'ensemble choisi, déterminer si cette loi est du type Rayleigh, Weibull, ou Nakagami.

### Les différentes méthodes étudiées

TAB. 3.1 – Paramètres des différentes lois appris à partir d'échantillons réels.

Loi	Cas LOS	Cas NLOS
Rayleigh $\sigma$	1.5788	1.7108
Nakagami $(\mu; \Xi)$	0.6755; 4.985	0.9565; 4.8536
Weibull $(k; \lambda)$	1.5291; 2.0505	1.8447; 2.3674

Les paramètres de forme  $\sigma, \mu, \Xi, k, \lambda$  des lois (voir éq. 3.6) sont fixés *a priori* (voir Tab. 3.1). Les lois  $f_{R,\sigma}, f_{N,\mu,\Xi}$  et  $f_{W,k,\lambda}$  deviennent les lois en compétition. On peut considérer qu'elles ont été déterminées au préalable par apprentissage. La reconnaissance s'effectue ensuite par l'une des deux méthodes suivantes :

**La méthode de Kolmogorov-Smirnov (KS)** : cette méthode est classiquement utilisée par les personnes travaillant sur les systèmes de télécommunication. Nous l'avons donc prise comme référence afin de montrer l'intérêt de la méthode que nous avons proposée. La distance de Kolmogorov-Smirnov entre deux fonctions de

répartition  $F$  et  $G$  est définie par

$$KS(F, G) = \sup_{t \in I} |F(t) - G(t)|. \tag{3.7}$$

Notons  $\widehat{F}$  la fonction de répartition empirique de l'échantillon. La loi est choisie par minimisation de la distance KS entre  $\widehat{F}$  et les fonctions de répartition des lois en compétition (voir éq. 3.6 et Tab. 3.1).

**La méthode à histogrammes (KL)** : elle utilise la divergence de Kullback-Leibler (KL), *i.e.* l'information de Kullback (voir éq. 2.6) symétrisée, qui est définie entre deux densités de probabilités  $f$  et  $g$  par

$$KL(f, g) = \frac{1}{2} \int_I (f - g) \log(f/g) dt. \tag{3.8}$$

avec  $dt$  la mesure de Lebesgue.

Nous notons  $h_{IC}$  l'histogramme dynamique choisi par minimisation du critère donné au cours du chapitre précédent (voir équation 2.35). La loi est choisie par minimisation de la distance  $KL$  entre  $h_{IC}$  et les densités des lois en compétition (voir éq. 3.6 et Tab. 3.1).

### Simulations et Résultats

Nous avons travaillé dans un cadre théorique visant à valider la méthode à histogrammes dynamiques, exploitant la divergence de KL, et à la comparer avec la méthode usuelle exploitant la distance KS.

Deux cas ont été envisagés. Le cas LOS, où les lois génératrices sont relativement éloignées visuellement, et le cas NLOS où ces lois sont plus proches. Pour chacun de ces cas et pour  $n$  variant de 100 à 1000, nous avons généré 450  $n$ -échantillons de chaque loi. A chacun de ces échantillons, les deux stratégies de reconnaissance étudiées ont été appliquées.

A chaque loi, fournie par les équations 3.6, et à chacune des stratégies de reconnaissance étudiées, nous avons associé la matrice de confusion donné dans la table 3.2. Cette matrice est présentée ici, pour illustration, en particulierisant la loi de Weibull.

TAB. 3.2 – Matrice de confusion pour la loi de Weibull.

loi reconnue loi génératrice	Weibull	Autre
Weibull	$a$	$c = 450 - a$
Autre	$b$	$d = 900 - b$

Pour chacune des matrices de confusion, nous avons étudié les statistiques suivantes :

- Sensibilité : la probabilité d'être reconnu Weibull lorsque l'on est généré par Weibull.

$$S = a/450 \tag{3.9}$$

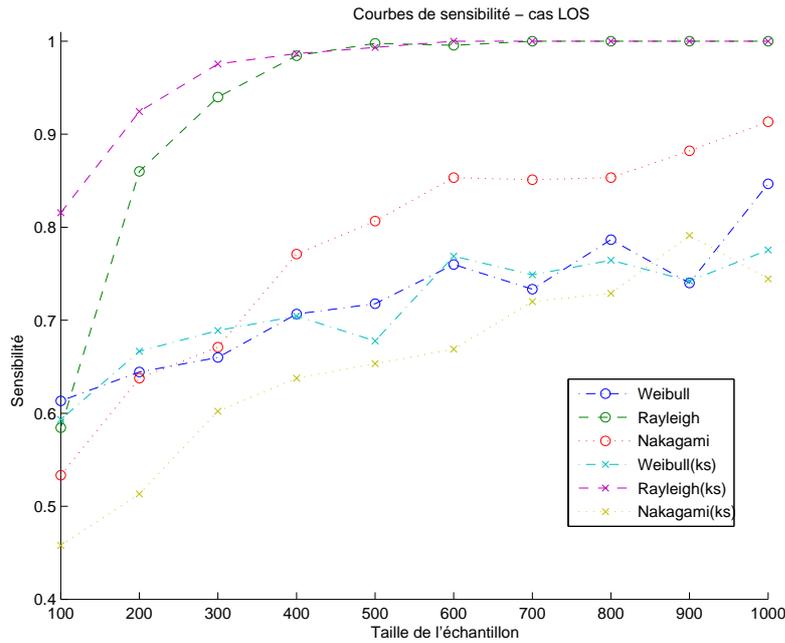


FIG. 3.6 – Evolution, en fonction de la taille des échantillons, de la sensibilité des stratégies de reconnaissance dans le cas LOS.

- Spécificité : la probabilité de ne pas être reconnu Weibull lorsque l'on n'est pas généré par Weibull.

$$SP = d/(b + d) \quad (3.10)$$

- Précision : la probabilité d'être bien classé par le test au regard de la loi de Weibull.

$$P = (a + d)/1350 \quad (3.11)$$

- Valeur Prédicative Positive : la probabilité d'avoir été généré par Weibull lorsqu'on est reconnu Weibull.

$$VPP = a/(a + b) \quad (3.12)$$

- Valeur Prédicative Négative : la probabilité d'avoir été généré par une autre loi lorsque l'on n'est pas reconnu Weibull.

$$VPN = d/(c + d) \quad (3.13)$$

Plus ces statistiques sont proches de 1, plus la stratégie étudiée est efficace pour la reconnaissance de la loi de Weibull.

La figure 3.6 présente l'évolution de la sensibilité (voir éq. 3.9) pour les méthodes KL et KS et les différentes lois en fonction de la taille  $N$  des échantillons. Nous nous sommes placés ici dans le cas LOS. Pour  $N \geq 400$ , nous remarquons que la méthode KL présente une sensibilité au moins aussi bonne que la méthode KS, voire une sensibilité meilleure dans le cas de la loi de Nakagami. Pour des tailles d'échantillons plus faibles ( $N \leq 300$ ), la méthode KS reste privilégiée pour la reconnaissance

de la loi de Rayleigh. Cependant les différences observées ici ne portent que sur l'estimation brute des statistiques de reconnaissance, elle ne permettent donc pas de décider si les méthodes KL et KS ont des comportements significativement différents. Dans la prochaine section nous apportons des éléments de réponse à cette question.

### Intervalles de confiance

Nous nous intéressons maintenant aux intervalles de confiance à 95% des statistiques de reconnaissance (voir éq. 3.9 à 3.13). Calculés de manière classique à partir des matrices de confusion, ces intervalles contiennent la valeur inconnue des statistiques avec un risque d'erreur de 5%.

Pour illustration, la figure 3.7 présente les intervalles de confiance des statistiques étudiés pour les méthodes KL et KS dans deux des cas de notre étude.

On observe, par exemple, que l'intervalle de confiance de la sensibilité de la reconnaissance de la loi de Nakagami à  $N = 400$  par la méthode KL est disjoint de celui obtenu par la méthode KS. Cela indique que la méthode KL présente un comportement significativement meilleur, en terme de sensibilité, pour la reconnaissance de cette loi.

De manière plus exhaustive, la table 3.3 présente des tableaux de comparaison. Pour chacune des lois (Rayleigh, Nakagami et Weibull), chacun des cas (LOS et NLOS) et chacune des statistiques (sensibilité S, spécificité SP, précision P, valeur prédictive positive VPP et valeur prédictive négative VPN) de notre étude, la méthode de reconnaissance significativement la plus efficace en terme de disjonction des intervalles de confiance est indiquée. Un + indique que la méthode à histogramme KL est meilleure que la méthode KS, un - indique le contraire. Les cases sont laissées vides lorsque les intervalles de confiance à 95% ont une intersection.

Notons que la première colonne de ces tableaux correspond en fait à la figure 3.6. On observe que, globalement, les performances de la méthode KL sont significativement meilleures comparées à celles de la méthode KS, particulièrement pour les échantillons de tailles moyennes ou grandes ( $N \geq 400$ ).

Pour conclure, nous avons proposé une stratégie de reconnaissance de loi basée sur l'estimation directe de la densité par un histogramme déterminé par le critère d'information donné équation 2.35. Cette stratégie est comparée à celle, classiquement utilisée dans la modélisation de canaux de transmission exploitant la distance de Kolmogorov-Smirnov. A travers des simulations et un test statistique au risque 5%, nous avons montré que notre stratégie est, dans la majorité des cas, la plus efficace pour  $N \geq 400$ . L'histogramme que nous utilisons peut être vu comme un résumé de l'information apportée par l'échantillon en un nombre restreint de classes correspondant aux intervalles de l'histogramme. Par opposition, la fonction de répartition empirique utilisé dans la procédure de Kolmogorov-Smirnov conserve toute l'information de l'échantillon. En ce sens, on peut dire que l'information résumée par l'histogramme permet une meilleure reconnaissance de ses caractéristiques que l'information totale.

Cette étude se poursuit actuellement dans le cas où les lois ne sont pas apprises au préalable et avec un critère de type  $\varphi_\beta$ , à  $\beta$  variable, afin de justifier expérimentalement que la pénalité de type "BIC" était la plus appropriée. De plus, nous essayons de réaliser une comparaison avec une autre méthode d'approximation de densité à partir d'échantillons : la méthode à noyaux.

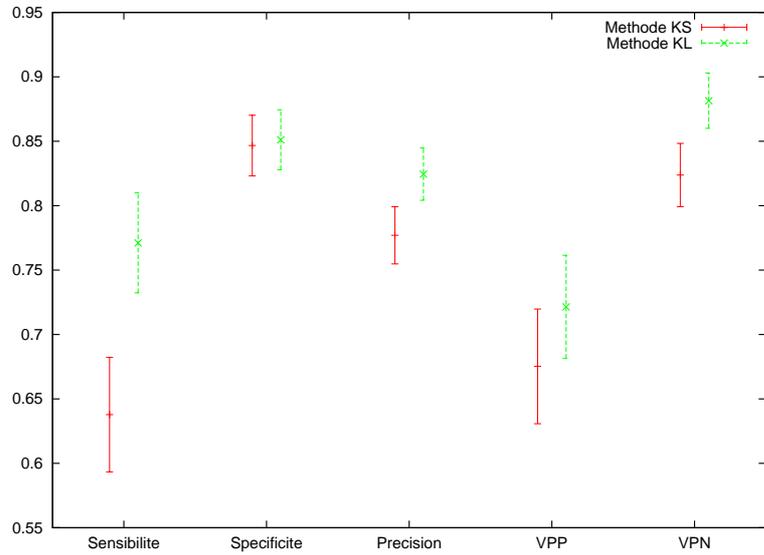
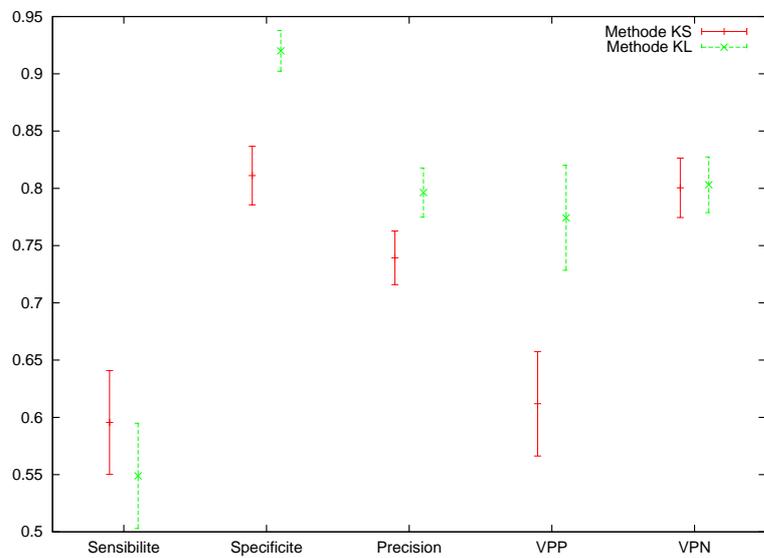
Reconnaissance de la loi de Nakagami, cas LOS,  $N=400$ Reconnaissance de la loi de Rayleigh, cas NLOS,  $N=1000$ 

FIG. 3.7 – Comparaison des intervalles de confiance des statistiques de reconnaissance obtenues par les méthodes KL et KS.

Loi de Rayleigh										
	Cas LOS					Cas NLOS				
$N$	S	SP	P	VPP	VPN	S	SP	P	VPP	VPN
100	-		-	-	-	-				
200	-				-	-	+			
300			-			-	+			
400						-	+			
500						-	+			
600							+			
700							+		+	
800						-	+		+	
900							+	+	+	
1000							+	+	+	

Loi de Nakagami										
	Cas LOS					Cas NLOS				
$N$	S	SP	P	VPP	VPN	S	SP	P	VPP	VPN
100		-								
200	+									
300										
400	+		+		+	+				
500	+		+		+					
600	+		+		+					
700	+				+	+				
800	+		+		+	+				
900	+				+	+		+		+
1000	+		+	+	+	+				

Loi de Weibull										
	Cas LOS					Cas NLOS				
$N$	S	SP	P	VPP	VPN	S	SP	P	VPP	VPN
100							-	-		
200						+	-			
300							-			
400		+		+		+	-			
500		+	+	+		+				+
600		+	+	+		+				+
700		+		+		+				+
800		+	+	+		+				+
900		+		+		+		+		+
1000		+	+	+	+	+				+

TAB. 3.3 – Tableaux résumant la comparaison entre les méthodes KL et KS suivant les statistiques considérées : un + indique que la méthode à histogramme KL est meilleure que la méthode KS, un - indique le contraire.

Dans le suite de ce chapitre, nous abordons l'approche par modélisation paramétrique des lois de probabilité en commençant par le modèle linéaire généralisé.

## 3.2 Modèle linéaire généralisé

Les signaux physiologiques comme les électrocardiogrammes (ECG), les électroencéphalogrammes (EEG), ... sont sources d'études considérables en traitement du signal depuis de nombreuses années.

L'analyse des cinétiques de  $\dot{V}O_2$  qui décrivent la quantité d'oxygène acquise à chaque respiration par une personne permet par exemple d'avoir des informations sur les performances des sportifs. L'étude menée sur ces signaux a d'ailleurs été faite en collaboration avec la faculté des sports de l'Université de Poitiers<sup>4</sup>. Si ces signaux font l'objet d'un nombre de publications assez restreint dans les revues de traitement du signal, l'estimation des paramètres associés au modèle classiquement utilisé pose de réelles difficultés comme nous le verrons par la suite. En effet, les cinétiques de  $\dot{V}O_2$  sont décrites mathématiquement de la manière suivante [BAF06, AB07],  $m > 1$  :

$$\dot{V}O_2(t) = a_{m,1} + \sum_{r=2}^m a_{m,r} \left( 1 - e^{-\left(\frac{t-td_{m,r}}{\tau_{m,r}}\right)} \right) U(t - td_{m,r}) \quad (3.14)$$

avec  $U(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ . A partir des signaux échantillonnés forcément bruités, le physiologiste veut pouvoir estimer les paramètres du modèle pour  $m$  fixé :  $a_{m,1}$  (appelé "offset") et  $\{a_{m,r}, td_{m,r}, \tau_{m,r}\}$ ,  $r = 2, \dots, m$ . De plus, il voudrait connaître le nombre de composantes ou du moins savoir si  $m = 2$  ou  $m = 3$ . Les figures 3.8a et 3.8b exhibent des signaux simulés à l'aide de l'équation 3.14, avec des ensembles de paramètres différents mais avec  $m = 3$ , auxquels des réalisations d'un bruit blanc gaussien ont été rajoutées. Ces signaux simulés ressemblent bien entendu aux signaux observables à partir de l'acquisition sur une personne en train de pédaler à faible intensité dans un premier temps puis à forte intensité à partir de  $t = 0$ .

Il s'agit d'un problème d'estimation compliqué puisque la fonction de l'équation 3.14 est continue mais la dérivée ne l'est pas ; pour  $m = 3$ , les coefficients  $a_{m,1}$ ,  $a_{m,2}$  et  $a_{m,3}$  doivent être positifs,  $td_{m,2} \leq td_{m,3}$  et  $0 < \tau_{m,2} \leq \tau_{m,3}$  pour que le modèle ait un sens pour le physiologiste ; l'estimation des paramètres d'une somme d'exponentielles est un problème d'estimation mal conditionné du fait qu'une petite variation au niveau des données observées peut générer de larges variations dans les paramètres estimés [RF96].

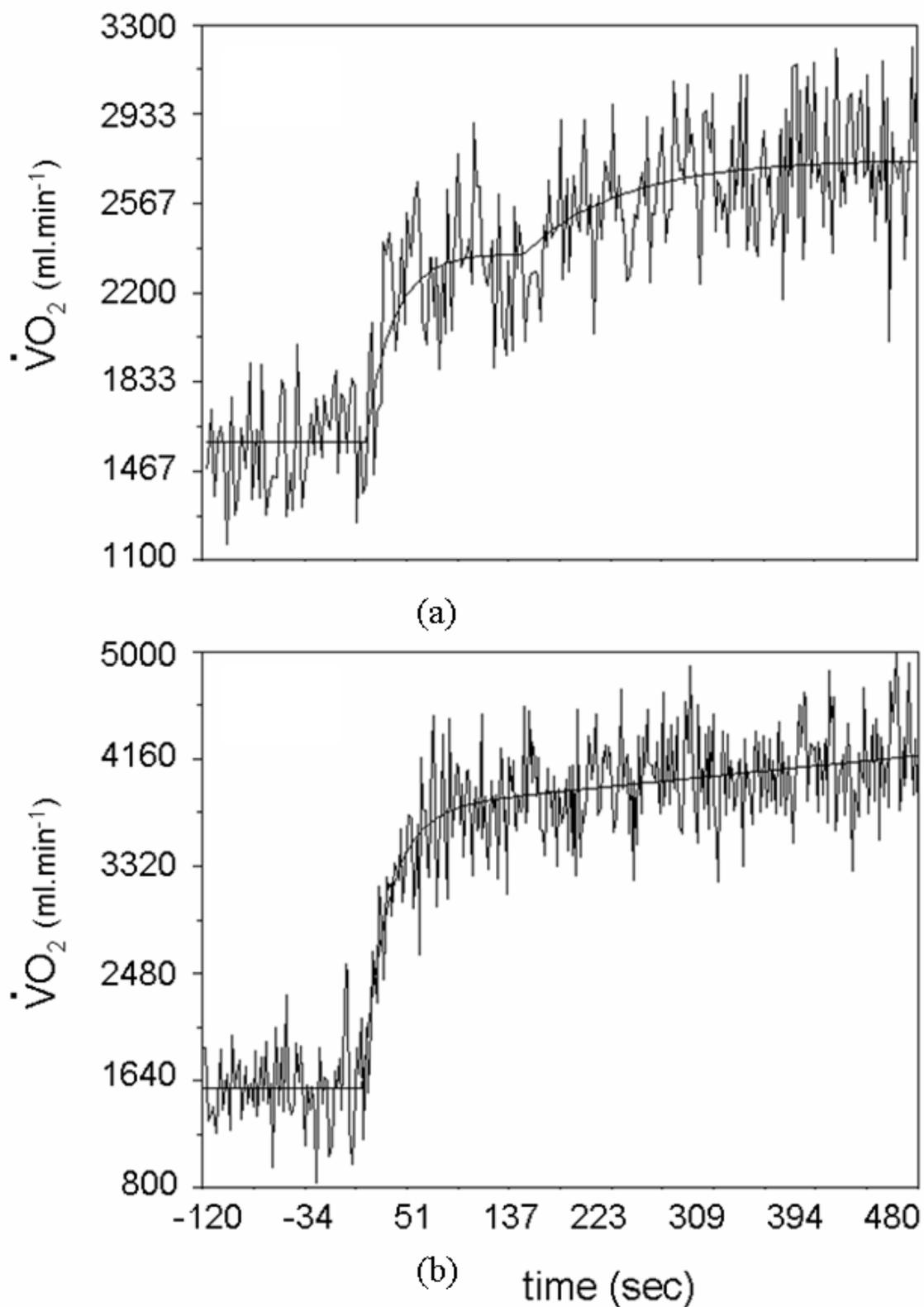
Commençons par présenter la méthode d'estimation qui a été proposée dans [BAF06, AB07], le premier article ne traitant que du cas où  $m$  est fixé ( $m = 3$ ) et le deuxième abordant l'estimation de  $m$  ( $m = 2$  ou  $m = 3$ ) à l'aide des ICs.

### 3.2.1 Définition et méthode d'estimation

Le modèle linéaire généralisé (GLM pour "General Linear Model") permet de représenter un signal numérique bruité de manière additive sous la forme vectorielle

---

<sup>4</sup>avec Olivier Bernard, Maître de Conférences au laboratoire des Adaptations Physiologiques aux Activités Physiques, LAPHAP, EA 3813, Université de Poitiers.

FIG. 3.8 – Exemples de cinétiques de  $\dot{V}O_2$  synthétisées.

suivante [RF96] :

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}_m \mathbf{a}_m + \mathbf{e}_m \quad (3.15)$$

avec  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$ , le vecteur des observations,  $\mathbf{G}_m$ , une matrice contenant au niveau de chaque colonne  $\mathbf{g}_r$ ,  $r = 1, \dots, m$ , les échantillons d'un processus déterministe de paramètres  $\theta_{m,r}$ , et  $\mathbf{e}_m$ , le vecteur de la réalisation du bruit associé au modèle de dimension  $m$  que nous supposons ici être un processus i.i.d. gaussien centré de variance  $\sigma_{m,e}^2$ . Le vecteur de coefficients  $\mathbf{a}_m = [a_{m,1}, \dots, a_{m,m}]^T$  pondère les échantillons des processus déterministes contenus dans la matrice  $\mathbf{G}_m$ . Les coefficients ne variant pas dans le temps et le bruit étant i.i.d., l'ensemble de paramètres du modèle de dimension  $m$  est  $\theta_m = \left\{ \{a_{m,r}, \theta_{m,r}\}_{r=1, \dots, m} \right\}$ .  $\theta_m$  pourra aussi désigner par la suite le vecteur contenant tous les paramètres du modèle de dimension  $m$ . Il faut aussi noter que le nombre total de paramètres libres du modèle est  $|\theta_m| + 1$  lorsqu'on rajoute  $\sigma_{m,e}^2$ .

Si les paramètres des fonctions déterministes sont connues, l'estimation des coefficients du modèle et l'obtention de la réalisation du bruit associée se font classiquement par la méthode de la minimisation au sens des moindres carrés<sup>5</sup> faisant intervenir l'inverse de Moore-Penrose :

$$\hat{\mathbf{a}}_m = (\mathbf{G}_m^T \mathbf{G}_m)^{-1} \mathbf{G}_m^T \mathbf{x} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{e}}_m = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_m \quad (3.16)$$

où  $\hat{\mathbf{x}}_m = \mathbf{G}_m (\mathbf{G}_m^T \mathbf{G}_m)^{-1} \mathbf{G}_m^T \mathbf{x}$  est la projection vectorielle de  $\mathbf{x}$  sur l'espace vectoriel généré par les vecteurs colonnes de la matrice  $\mathbf{G}_m$ . Il est alors possible d'estimer  $\sigma_{m,e}^2$  à partir de  $\hat{\mathbf{e}}_m$ .

Maintenant, si  $m$  ainsi que  $\theta_m$  ne sont pas connus, le problème se complique et on se retrouve dans un contexte de sélection de modèle tel qu'il est exposé chapitre 2. Nous avons donc proposé une méthode d'estimation au sens du maximum de vraisemblance à  $m$  fixé et utilisé les ICs pour estimer  $m$ .

A  $m$  fixé, il est possible d'utiliser un recuit simulé, algorithme qui fait partie des méthodes stochastiques d'optimisation exploitant les chaînes de Markov (méthodes dites MCMC pour "Monte Carlo Markov Chain"). A cet effet, il faut exprimer la loi de probabilité (ou la d.d.p.) que l'on cherche à simuler. Dans ce contexte d'estimation des paramètres d'un GLM, la d.d.p. jointe en question se formule à partir de la fonction de vraisemblance [RF96] :

$$p_T(\theta_m) \propto \exp\left(\frac{\log p(\mathbf{x}|\theta_m)}{BT}\right) \quad (3.17)$$

Cette d.d.p. est une distribution de Gibbs dont l'énergie est  $-\log p(\mathbf{x}|\theta_m)$ ,  $T$  la température et  $B$  la constante de Boltzmann. L'algorithme du recuit simulé consiste à simuler la loi de probabilité de  $\theta_m$  en faisant décroître "lentement" la température jusqu'à une valeur proche de 0. Si la décroissance de la température est réalisée de manière suffisamment lente, cette procédure revient à simuler une chaîne de Markov non-homogène dont la loi de probabilité converge vers une distribution uniforme sur les ensembles  $\theta_m$  qui donnent le maximum global de  $p(\mathbf{x}|\theta_m)$  et une probabilité nulle en dehors. Le problème de cette approche, c'est qu'il est difficile de régler de manière optimale la décroissance de la température. De ce fait, la plupart des personnes

<sup>5</sup>équivalente ici à l'estimation au sens du MV puisque le bruit est supposé gaussien.

utilise les mêmes schémas de décroissance comme par exemple une décroissance exponentielle. C'est ce que nous avons fait dans [BAF06, AB07] (voir partie 3.2.2).

D'après le théorème de Bayes, il est possible de considérer que  $p(\mathbf{x}|\theta_m) \propto p(\theta_m|\mathbf{x})$  à partir du moment où  $p(\mathbf{x})$  est une constante du problème (on ne travaille qu'avec une seule observation à la fois) et qu'on fait l'hypothèse que  $p(\theta_m)$  suit une loi uniforme<sup>6</sup>. D'après [RF96],

$$p(\theta_m|\mathbf{x}) \propto \frac{[\mathbf{x}^T \mathbf{e}_m]^{-\frac{(N-m)}{2}}}{\sqrt{\det(\mathbf{G}_m^T \mathbf{G}_m)}} \quad (3.18)$$

Il est alors possible d'utiliser une dynamique de Métropolis-Hastings pour pouvoir simuler une chaîne de Markov sur l'espace de réalisation de l'ensemble des paramètres possédant comme loi stationnaire  $p_T(\theta_m)$  à  $T$  fixé. Soit  $\theta_m^{(i)} \in \mathbb{R}^d$  l'état courant de la chaîne de Markov. La dynamique de Metropolis-Hastings est construite de façon à obtenir une chaîne de Markov  $p_T$ -réversible :

- A l'aide d'une transition  $q(\theta_m^{(i)}, \cdot)$  sur  $\mathbb{R}^d$ , dite "proposition de changement", on fait la proposition de passer de  $\theta_m^{(i)}$  vers  $\theta_m^{(p)}$ . La proposition de changement utilisée sur les cinétiques de  $\dot{V}O_2$  sera présentée partie 3.2.2.

- Le changement est accepté suivant la probabilité  $a(\theta_m^{(i)}, \theta_m^{(p)}) = \min\{1, R\}$  avec

$$R = \frac{p_T(\theta_m^{(p)})q(\theta_m^{(p)}, \theta_m^{(i)})}{p_T(\theta_m^{(i)})q(\theta_m^{(i)}, \theta_m^{(p)})}. \text{ Ainsi, un tirage est réalisé suivant une loi uniforme entre}$$

$$0 \text{ et } 1, u \sim U_{[0,1]}. \text{ Si } u \leq a(\theta_m^{(i)}, \theta_m^{(p)}), \theta_m^{(i+1)} = \theta_m^{(p)}. \text{ Sinon, } \theta_m^{(i+1)} = \theta_m^{(i)}.$$

L'algorithme du recuit simulé (SA pour "Simulated Annealing") consiste donc à répéter ces opérations en faisant décroître progressivement la température. Soit  $\theta_m^{MV}$ , les paramètres obtenus à la dernière itération de l'algorithme. L'estimation de  $m$  peut alors être réalisée en minimisant  $\varphi_\beta(m)$  (voir partie 2.2.4). Sachant que  $-2 \log p(\mathbf{x}|\theta_m^{MV}) = 2N \log \sigma_{m,e}^{MV} + C$  (à cause de l'hypothèse gaussienne) avec  $C$  une constante pour  $N$  fixé,

$$m_{\varphi_\beta} = \arg \min_m (2N \log \sigma_{m,e}^{MV} + N^\beta \log \log(N) (|\theta_m| + 1)) \quad (3.19)$$

### 3.2.2 Application aux cinétiques de $\dot{V}O_2$

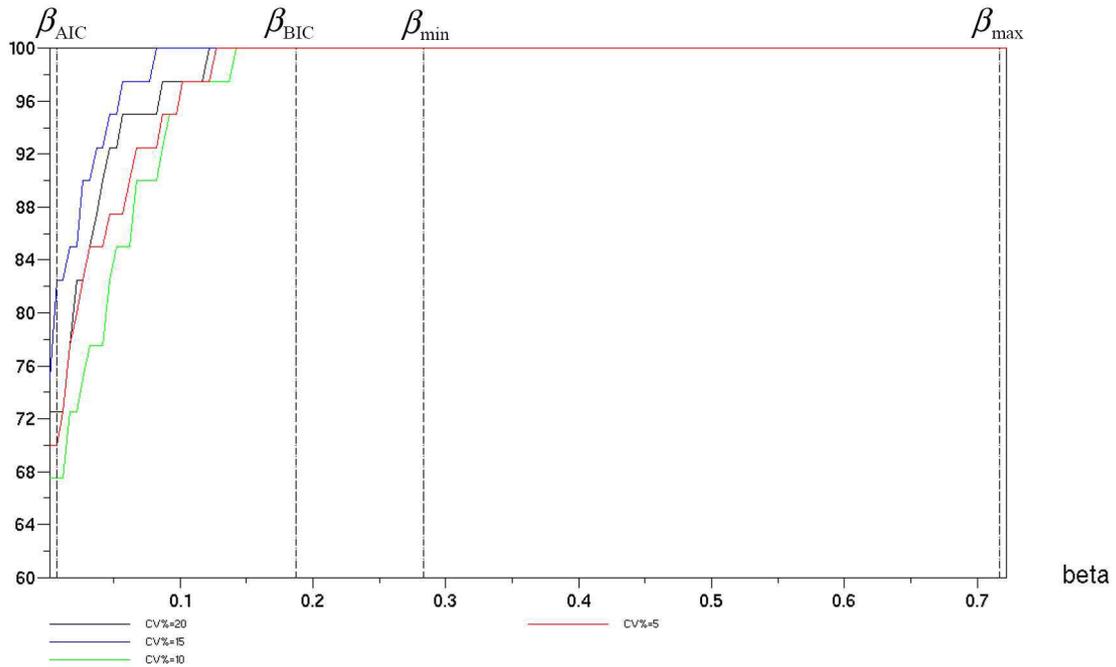
Rappelons que  $\theta_m = \left\{ \{a_{m,r}, \theta_{m,r}\}_{r=1, \dots, m} \right\}$ . Afin d'adapter la définition du GLM au modèle des cinétiques de  $\dot{V}O_2$  (voir éq. 3.14), il faut poser :

- $\mathbf{g}_1 = [1, \dots, 1]$  ( $\theta_{m,1} = \emptyset$ ).
- Pour  $1 < r \leq m$ ,  $\theta_{m,r} = \{td_{m,r}, \tau_{m,r}\}$  et  $\mathbf{g}_r = [g_{r,1}, \dots, g_{r,N}]$  valeurs obtenues suivant le vecteur temps  $\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_N]$  :

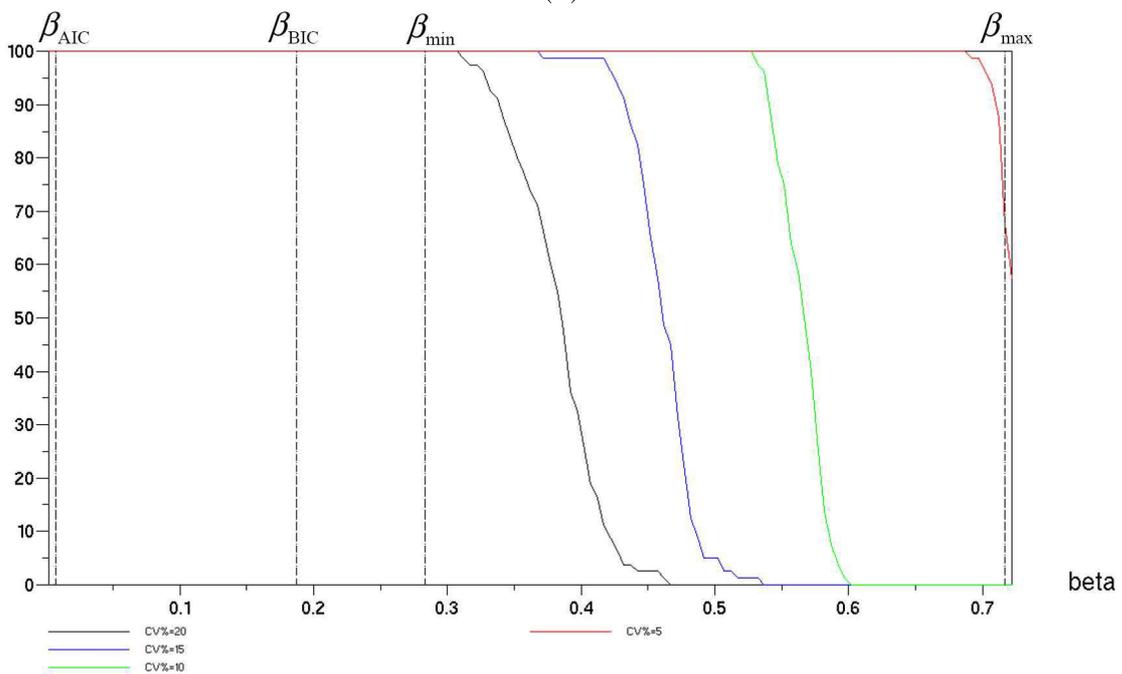
$$g_{r,k} = \begin{cases} 0 & \text{si } t_k < td_{m,r} \\ 1 - \exp\left(-\frac{t_k - td_{m,r}}{\tau_{m,r}}\right) & \text{si } t_k \geq td_{m,r} \end{cases}, \quad k = 1, \dots, N.$$

L'ensemble des paramètres du modèle de dimension  $m > 1$  est donc,  $\theta_m = \left\{ a_{m,1}, \{a_{m,r}, td_{m,r}, \tau_{m,r}\}_{r=2, \dots, m} \right\}$  sachant que le physiologiste veut savoir si le modèle

<sup>6</sup>Attention!  $p(\theta_m)$  est une loi a priori sur les paramètres à ne pas confondre avec  $p_T(\theta_m)$  définie équation 3.17.



(a)



(b)

FIG. 3.9 – Pourcentages de bonne estimation du nombre de composantes à  $N$  fixé et à niveau de bruit variable. (a) Résultats sur les signaux simulés avec  $m = 2$ . (b) Résultats sur les signaux simulés avec  $m = 3$ .

	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$td_{3,2}$	$\tau_{3,2}$	$a_{3,3}$	$td_{3,3}$	$\tau_{3,3}$
Modèle 1	1550	860	17	23	340	150	84
Modèle 2	1600	2200	14	21	600	75	500

TAB. 3.4 – Ensembles de paramètres utilisés pour comparer le recuit simulé et la méthode GRG<sub>2</sub>.

le plus approprié correspond à  $m = 2$  ou  $m = 3$ . Afin d'utiliser la dynamique de Metropolis Hastings, la proposition de changement a été réalisée de la manière suivante : les décalages temporels  $td_{m,r}^{(p)}$ ,  $r = 2, \dots, m$ , ont été tirés suivant des lois uniformes indépendantes les unes des autres et les constantes de temps des exponentielles,  $\tau_{m,r}^{(p)}$ ,  $r = 2, \dots, m$ , suivant des lois uniformes pour les logarithmes<sup>7</sup>. Pour plus de détails sur les bornes utilisées sur les différentes lois, il est possible de consulter [AB07]. Pour avoir  $\theta_m^{(p)}$  et calculer  $p_T(\theta_m^{(p)})$ , il faut alors appliquer les formules 3.16, 3.17 et 3.18. La température a été initialisée à  $T_0 = 0,1$  pour finir à  $T_f = 1e^{-6}$  en  $I = 1500000$  itérations avec pour valeurs intermédiaires  $T_i = \alpha^i T_0$ ,  $\alpha = \exp\left(\frac{\log(T_f/T_0)}{I}\right)$ .  $B$  a été choisi égal à  $\frac{2}{N-m}$ . Bien entendu, un certain nombre d'essais nous ont amené à déterminer ces valeurs sachant que l'algorithme tourne en un temps raisonnable malgré le nombre d'itérations relativement élevé.

Afin de justifier la pertinence de la méthode d'estimation proposée, nous avons réalisé une comparaison de performances, lorsque  $m = 3$ , avec une méthode par descente de gradient, la méthode nommée "GRG<sub>2</sub>" qui est adaptée aux problèmes d'optimisation non linéaires avec contraintes et qui est reconnue pour être assez robuste face aux difficultés numériques pouvant apparaître dans le problème d'estimation posé ici. Les résultats avec la méthode "GRG<sub>2</sub>" ont été obtenus en relançant 3 fois l'algorithme avec 3 ensembles de paramètres d'initialisation différents de manière à ce que les résultats d'estimation avec cette méthode ne soit pas trop influencés par le choix d'un seul ensemble de paramètres à l'initialisation, le recuit simulé étant quant à lui toujours initialisé de la même manière.

Quarante simulations de cinétiques de  $\dot{V}O_2$ , correspondant à des transitions d'un exercice à faible intensité vers un exercice à forte intensité, ont donc été générées à un SNR autour de 20 dB suivant les deux principaux types d'évolution connus : une deuxième composante retarde l'arrivée d'un état stable qui est néanmoins atteint avant la fin de l'exercice (voir Fig. 3.8a - 1er modèle dans le tableau 3.4), ou fait que la cinétique de  $\dot{V}O_2$  croît jusqu'à la fin de l'exercice (voir Fig. 3.8b - 2ème modèle dans le tableau 3.4).

A partir de tests statistiques sur les estimations<sup>8</sup>, les conclusions suivantes ont pu être obtenues :

- La méthode GRG<sub>2</sub> biaise de manière significative les paramètres de la 1ère

$$\tau_p(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau < v_{\min} \\ 1/(\tau \log(v_{\max}/v_{\min})) & \text{si } v_{\min} \leq \tau \leq v_{\max} \\ 0 & \text{si } \tau > v_{\max} \end{cases}$$

<sup>8</sup>Calcul de biais d'estimation (ou justesse de l'estimation), de variances d'estimation (ou précision de l'estimation), intervalles de confiance à 95%, test de Student pour savoir si les biais sont significatifs, comparaison de variances à l'aide d'un F-test, comparaison de biais à l'aide d'un test de Student.

- exponentielle :  $td_{3,2}$  et  $\tau_{3,2}$ .
- SA estime de façon plus précise l’“offset”  $a_{3,1}$ , les paramètres de la 1ère exponentielle  $td_{3,2}$  et  $\tau_{3,2}$ , et le coefficient et les paramètres de la 2ème exponentielle  $a_{3,3}$ ,  $td_{3,3}$  et  $\tau_{3,3}$ .
  - Les deux méthodes d’estimation biaisent l’estimation de  $td_{3,3}$  et présentent une imprécision importante sur l’estimation de  $\tau_{3,3}$ . Cela est dû en grande partie au fait que, pour le 2ème modèle, de nombreux ensembles de valeurs peuvent convenir à partir du moment qu’ils produisent le même rapport  $\frac{a_{3,3}}{\tau_{3,3}}$ .

La comparaison a aussi été réalisée sur des données “réelles” acquises sur 26 sujets pédalant sur ergomètre effectuant une transition d’un effort à 80 W vers un effort d’une intensité nécessitant 80%  $\dot{V}O_{2,\max}$  de chaque personne. Plus de 88% des ensembles de paramètres estimés à l’aide du recuit simulé ont permis d’obtenir une variance d’erreur résiduelle  $\hat{\sigma}_{3,e}^2$  entre les données observées et le modèle (voir éq. 3.16) plus faible que celle obtenue avec la méthode GRG<sub>2</sub>.

Tous ces résultats statistiques nous ont permis de conclure que l’implantation proposée du recuit simulé permettait d’améliorer l’estimation des paramètres obtenue avec la méthode GRG<sub>2</sub> pour  $m = 3$ .

Après l’estimation à  $m$  fixé, notre étude s’est poursuivie sur l’estimation du nombre de composantes exponentielles suivant le schéma suivant : les paramètres pour  $m = 2$  et  $m = 3$  sont estimés à l’aide de l’implantation proposée du recuit simulé ; une fois les paramètres estimés, un IC (voir eq. 3.19) doit permettre de choisir l’un des deux modèles. Des signaux simulés du type de ceux de la 1ère étude ont donc été générés mais cette fois-ci en faisant varier  $m$  ( $m = 2$  et  $m = 3$ ) et en faisant varier le SNR sachant que les physiologistes utilisent plutôt un coefficient de variation qui est calculé de la manière suivante :  $CV\% = 100 \frac{\sigma_{m,e}}{a_{m,2}}$ . Plus  $CV\%$  augmente plus le SNR diminue. Nous avons ainsi travaillé sur 4 niveaux de  $CV\%$ , le nombre d’échantillons restant fixe.

Afin de valider expérimentalement le choix d’une valeur de  $\beta$ , nous avons travaillé à  $\beta$  variable. Les figures 3.9a et 3.9b donnent respectivement les pourcentages de bonne estimation de  $m$  pour les signaux simulés avec  $m = 2$  et  $m = 3$ . Les traits verticaux indiquent les résultats obtenus respectivement avec les critères AIC ( $\beta = \beta_{AIC}$ ), BIC ( $\beta = \beta_{BIC}$ ),  $\varphi_{\beta_{\min}}$  ( $\beta = \beta_{\min}$ ) et  $\varphi_{\beta_{\max}}$  ( $\beta = \beta_{\max}$ ) (voir éq. 2.21 et 2.22). L’influence de  $\beta$  apparaît clairement sur ces courbes : quand  $\beta$  diminue, le critère “sur-paramétrise” de plus en plus et on obtient alors  $m = 3$  systématiquement pour les signaux simulés avec  $m = 3$  alors que pour les signaux simulés avec  $m = 2$ , les erreurs sont de plus en plus nombreuses à partir d’une valeur de  $\beta$  légèrement inférieure à  $\beta_{BIC}$  quelque soit le niveau de bruit. Par contre, quand  $\beta$  augmente, c’est l’effet inverse qui se produit puisque le critère “sous-paramétrise” de plus en plus : on obtient  $m = 2$  systématiquement pour les signaux simulés à  $m = 2$  alors que pour les signaux simulés avec  $m = 3$  les erreurs sont de plus en plus nombreuses à partir d’une valeur de  $\beta$  légèrement supérieure à  $\beta_{\min}$  quelque soit le niveau de bruit.

Pour la valeur de  $N$  utilisée, la plage de valeur de  $\beta$  comprise entre  $\beta_{BIC}$  et  $\beta_{\min}$  donne un 100% de bonne estimation. Cette manipulation montre clairement l’intérêt d’utiliser le critère  $\varphi_{\beta}$  afin d’apprendre le critère le plus approprié pour un problème d’estimation de modèles donné ce qui rejoint le propos du chapitre 2.

Poursuivons maintenant les études menées sur les lois paramétrées mais cette fois-ci avec les lois de mélange et dans un contexte d'imagerie (volumique et couleur).

### 3.3 Lois de mélange

Les lois de mélanges sont des modèles paramétrés qui ont été utilisés avec succès dans de nombreux contextes applicatifs comme la classification [BCG00], la reconnaissance de forme [LFJ08], la caractérisation du contenu couleur d'une image ou des distributions d'attributs de textures [YA99, PFJ06], la segmentation d'images couleur [YJY06], l'indexation d'images couleur ou de video [HM00, CBGM02], ... Une loi de mélange d'une observation d'un échantillon de taille  $N$ , supposée la réalisation d'un processus i.i.d., est définie de la manière suivante :

$$P(x_s | \theta_m) = \sum_{r=1}^m \pi_r P(x_s | \theta_r) \quad (3.20)$$

où  $m$  désigne ici le nombre de composantes du mélange de lois  $P(\cdot | \theta_r)$ ,  $r = 1, \dots, m$ . Le modèle paramétré associé se note alors  $\theta_m = \{\pi_r, \theta_r\}_{r \in \llbracket 1, m \rrbracket}$  avec  $\theta_r$  les paramètres de la loi  $P(\cdot | \theta_r)$  et  $\pi_r$  sa probabilité a priori dans le mélange. De part l'hypothèse d'indépendance :

$$P(x | \theta_m) = \prod_{s \in \Delta} P(x_s | \theta_m) \quad (3.21)$$

Il est préférable ici de mettre  $P$  plutôt que  $f$  car les lois peuvent très bien ne pas être absolument continue par rapport à une mesure donnée comme c'est le cas avec une loi de Poisson (voir partie 3.3.1). Par contre, dès qu'il s'agira d'une loi absolument continue,  $P$  sera remplacé par  $f$ .

Lorsqu'on cherche à estimer les paramètres de ce modèle, il apparaît clairement un nouveau problème de choix de modèle : trouver  $m$ , le nombre de composantes. Ce point a fait l'objet d'une vaste littérature à l'aide des ICs (voir par exemple [BCG00, OA07]), à l'aide de l'approche bayésienne et de la simulation (voir par exemple [RG97]) et à l'aide d'algorithmes développés à partir de l'algorithme EM (Expectation-Maximization) [DLR77, Mø98, BCG03]. L'algorithme EM est un algorithme itératif qui permet d'obtenir une estimation au sens du MV lorsqu'il y a des données manquantes. Dans cette partie, les données manquantes sont les données de classification des observations, c'est à dire qu'on ne sait pas a priori à quelle composante du mélange chaque  $x_s$  appartient. Au cours des travaux présentés par la suite, il sera bien entendu question des ICs mais aussi des algorithmes EM et SEM (Stochastic EM) [CD85] (voir Annexe A).

Il faut aussi rajouter qu'avec les lois de mélange, il se pose la question du choix de la loi la plus appropriée pour décrire une donnée (ou obtenir un résultat de classification satisfaisant) ce qui apparaît comme un autre problème de choix de modèle. Ces deux problèmes seront abordés par la suite : dans le cadre des travaux de thèse de Samuel Burg<sup>9</sup>, une étude comparant les lois de mélange gaussiens et les lois de mélange de Poisson a été réalisée sur des données 3-D simulées en lien avec l'imagerie TEP (Tomographie par Emission de Positons) cérébrale, afin de justifier d'un

<sup>9</sup>médecin ayant travaillé au CHU de Poitiers et travaillant actuellement au service de médecine nucléaire de l'hôpital Bichat.

choix de modèle pour réaliser des segmentations sur des données réelles [BAV09]. Puis, une étude sur les lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles (MGMM : Multidimensional Gaussian Mixture Model) et trois espaces couleur différents a été menée afin d'identifier si un espace couleur était plus approprié qu'un autre lorsqu'on veut utiliser les MGMM pour décrire la distribution des couleurs d'une image couleur, ou la distribution des couleurs et leur répartition spatiale simultanément [AQ09].

### 3.3.1 Segmentation 3-D de TEP cérébrales

#### Imagerie TEP cérébrale volumique

L'imagerie TEP au 18FDG ([18F]-FluoroDéoxyGlucose) est une technique d'imagerie fonctionnelle actuellement en plein développement, ayant fait la preuve de son intérêt clinique principalement en cancérologie. Actuellement, l'interprétation des examens par le médecin se base d'abord sur une appréciation qualitative des images. Cependant, l'obtention de statistiques descriptives quantitatives peut être également un outil précieux, par exemple lorsque l'on souhaite évaluer l'évolution d'une pathologie sur deux examens réalisés chez un même patient à des moments différents, ou porter un jugement pronostique basé sur l'intensité de fixation du traceur au niveau d'une lésion donnée. Il s'agit alors d'effectuer des mesures sur des régions ou volumes d'intérêt (ROI pour "Region Of Interest", ou VOI pour "Volume Of Interest") de l'image afin d'en extraire des valeurs numériques et ainsi procéder à une quantification absolue ou relative de la captation du traceur par l'organisme.

De ce fait, la délimitation de régions (en 2-D) ou volumes (en 3-D) d'intérêt est une étape capitale qui conditionne largement les résultats obtenus dans une démarche d'évaluation quantitative de la fixation du traceur. Actuellement, les consoles de traitement d'images disponibles en pratique clinique quotidienne en médecine nucléaire ne proposent guère plus que la détermination supervisée de régions/volumes d'intérêt, effectuée par le médecin, qui joue alors le rôle d'"expert". La segmentation des images est alors soumise aux aléas de la variabilité inter et intra-individuelle. Les autres solutions disponibles se limitent souvent à des méthodes semi-automatiques comme le tracé d'un "iso-contour adaptatif", procédant à un simple seuillage automatique à niveau variable. En TEP au 18FDG, ce type de méthode peut être suffisant dans l'exploration de nombreux types de tumeurs, souvent hypermétaboliques de façon franche, mais si le contraste est en général important entre les lésions néoplasiques et les tissus physiologiques, ce n'est pas le cas lorsqu'il s'agit de l'exploration des tumeurs cérébrales : la substance grise cérébrale présente en effet une fixation importante du traceur à l'état normal, ce qui peut gêner la visualisation de structures pathologiques peu hypermétaboliques, ou bien encore rendre difficile la délimitation précise d'une lésion. Le rapport signal sur bruit présent dans les images TEP est par ailleurs moins important que dans d'autres modalités d'imagerie médicale, comme l'IRM<sup>10</sup>, ce qui rend inutilisables les outils semi-automatiques

---

<sup>10</sup>Il faut noter qu'une étude a aussi été menée sur les IRMs 3-D à partir d'une méthode de segmentation 3-D exploitant les ICs dans le cadre de la thèse d'Anne-Sophie Capelle [CAFMF01]. Des lois de mélange gaussiens permettaient de modéliser les échantillons. Cette méthode, étendue aux modèles AR 2-D, sera plus détaillée dans un contexte de segmentation non-supervisée d'images texturées dans le prochain chapitre (voir partie 4.2.2).

actuellement disponibles en pratique.

La proposition de nouveaux outils de segmentation est donc dans ce contexte d'un intérêt tout particulier. L'étude concernant le choix d'une loi de mélange de Poisson ou de Gauss est donc une étape préalable au développement d'un outil de segmentation 3-D. Dans cette partie, nous verrons les résultats qu'il est possible d'obtenir en réalisant une régularisation markovienne à partir des deux hypothèses. Dans les deux cas, nous obtenons une segmentation qui peut-être qualifiée de "bas-niveau" dans le sens où on obtient des régions statistiquement homogènes. Ce travail a été valorisé en conférence [BAV09] et est en cours de soumission en revue.

Une meilleure prise en compte de l'information géométrique et topologique dans la modélisation de la solution offre des résultats encourageants dans le contexte d'une méthode de segmentation cette fois-ci "haut-niveau" (voir partie 4.3), dans le sens où il est possible d'obtenir des ROIs constituées de plusieurs régions statistiquement homogènes. Ce travail est en cours de soumission [ABDA].

### Algorithme de segmentation

L'algorithme de segmentation 3-D des images TEP est juste rappelé. Les travaux originaux en terme de segmentation d'images seront présentés dans le chapitre 4. Cet algorithme se présente en deux étapes : une étape d'estimation des paramètres du modèle puis une étape d'estimation du champ de classes à l'aide d'une régularisation markovienne [GG84, BL91, Guy95].

L'estimation des paramètres du modèle est réalisée à l'aide d'un algorithme SEM (voir Annexe A.1), le but étant d'avoir un algorithme qui puisse à la fois être rapide et s'adapter à de nouvelles données sans avoir à faire un apprentissage préalable (la variabilité des volumes cérébraux en TEP avec ou sans tumeur étant importante). L'algorithme SEMmean (voir Annexe A.1) fournit  $\hat{m}$ , le nombre de composantes estimées et  $\hat{\theta}_m$  soit suivant l'hypothèse qu'il s'agit de lois de Gauss, soit suivant l'hypothèse qu'il s'agit de lois de Poisson. A partir de cette estimation, une segmentation peut être obtenue en attribuant à chaque site, une composante du mélange.

A cet effet, le champ de classes  $y = \{y_s\}_{s \in \Delta}$  est modélisé à l'aide d'un champ de Markov connu sous le nom de modèle de Potts. L'espace d'état des classes est  $\Omega_{\hat{m}} = \llbracket 1, \hat{m} \rrbracket$  et celui du champ de classes,  $\Omega_y = \Omega_{\hat{m}}^N$ . Pour faire un résumé rapide, un champ de Markov est construit à partir de la définition d'un système de voisinage permettant de définir les probabilités conditionnelles suivantes (qui sont les extensions au cas spatial du cas temporel - voir partie 2.2.3) :  $P(y_s | y^s) = P(y_s | y_{V_s})$ , avec  $y^s = y \setminus \{y_s\}$  et  $y_{V_s} = \{y_s\}_{s \in V_s}$ ,  $s \notin V_s$ ,  $V_s$  l'ensemble des sites voisins de  $s$ .

Rappelons que l'intérêt de l'approche markovienne en image vient du fait qu'elle permet de définir à la fois une loi globale et des lois conditionnelles "locales". Ainsi, suivant le théorème d'Hammersley-Clifford, un champ de Markov possède une distribution de Gibbs (loi globale) [Guy95], sous la condition que  $P(y) > 0$  pour tout  $y \in \Omega_y$  :

$$P(y) \propto \exp(-U(y)) \quad (3.22)$$

$U$  désignant l'énergie. Le calcul de la constante de normalisation<sup>11</sup>, nécessite a priori le parcours de tout l'espace de réalisation, ce qui n'est pas toujours faisable, surtout

---

<sup>11</sup>qui est omise équation 3.22, contrairement à l'équation 3.17, afin de donner l'écriture générale qui sera utilisée dans le cas des densités non normalisées.

en image ( $\Omega_y$  possède un cardinal très grand). Néanmoins, les algorithmes de type Monte Carlo Markov Chain (MCMC) offrent la possibilité d'exploiter ces distributions de Gibbs sans avoir à calculer cette constante de normalisation. Cet aspect a déjà été abordé partie 3.2.1 avec la dynamique de Metropolis-Hastings et sera de nouveau traité chapitre 4.

Pour les champs de Markov, l'énergie s'écrit sous la forme d'une somme de potentiels d'interaction,  $V_c$  :

$$U(y) = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(y) \quad (3.23)$$

où  $\mathcal{C}$  désigne l'ensemble des cliques  $c$  avec  $c \subset \Delta$ , sous-ensembles de sites pouvant être un singleton  $\{s\}$  ou des ensembles de sites deux à deux voisins. Le cardinal de  $c$  est appelé l'ordre de la clique. A partir de ces définitions, il vient pour le site  $s$ , en utilisant les notations précédentes :

$$P(Y_s = r | y_{V_s}) = \frac{\exp \left\{ - \sum_{c \in \mathcal{C}, s \in c} V_c(y_{(y_s=r)}) \right\}}{\sum_{l \in \Omega_{\hat{m}}} \exp \left\{ - \sum_{c \in \mathcal{C}, s \in c} V_c(y_{(y_s=l)}) \right\}} \quad (3.24)$$

Le modèle de Potts est défini classiquement en 2-D à partir d'un système de voisinage 4-connexe ou 8-connexe. En 3-D, nous avons utilisé le voisinage 18-connexe qui définit comme voisins les sites les plus proches d'un site donné dans les trois directions. Il est basé sur des cliques d'ordre 2. Son terme d'énergie est proportionnel au nombre de cliques contenant des sites attribués à deux classes différentes. Ainsi, plus il y a aura de sites voisins associés à des classes différentes, plus la probabilité du champ de classes sera faible. L'intérêt principal du modèle de Potts en segmentation d'image est donc qu'il permet d'obtenir des régions avec moins de trous et qu'il assure une régularisation des frontières en pénalisant les sites voisins associés à deux classes différentes. Les fonctions potentielles du modèle de Potts s'écrivent localement,  $r \in \Omega_{\hat{m}}$  :

$$\psi_s(y_s = r) = \lambda \left( \sum_{t \in V_{s,1}} \mathbf{1}_{(y_t \neq r)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{t \in V_{s,2}} \mathbf{1}_{(y_t \neq r)} \right) \quad (3.25)$$

avec  $\lambda$ , l'hyperparamètre permettant de moduler la pénalisation,  $\mathbf{1}_{(Cond)}$ , la fonction qui vaut 1 quand la condition est vérifiée, 0 sinon, et  $V_{s,j} = \{t \in \Delta, \|s - t\|_2^2 = j\}$ ,  $\|s - t\|_2$  étant la distance euclidienne entre deux sites. Il faut noter que, pour le modèle de Markov défini par l'équation 3.25,  $V_s = V_{s,1} \cup V_{s,2}$ .

Pour pouvoir obtenir un champ de classes en cohérence avec les données observées, le critère du Maximum a Posteriori (MAP), issu de la théorie de la décision [Mô98], s'écrit :

$$\hat{y} = \arg \max_{y \in \Omega_y} P(y | x) = \arg \max_{y \in \Omega_y} P(x | y) P(y) \quad (3.26)$$

d'après le théorème de Bayes et le fait que la probabilité de l'échantillon,  $P(x)$ , est une constante du problème.

Rappelons que le but est d'associer une des composantes de la loi de mélange à chaque site et que les échantillons de  $x$  sont supposés issus d'un processus i.i.d. ce

qui permet d'écrire  $P(x|y) = \prod_{s \in \Delta} P(x_s | \hat{\theta}_{y_s})$  suivant l'équation 3.20,  $P(\cdot | \hat{\theta}_{y_s})$  pouvant être soit une loi de Poisson, soit une loi de Gauss associée à la composante  $y_s$  du mélange, dont les paramètres ont été estimés à l'aide de l'algorithme SEM. De ce fait, d'après les équations 3.24 et 3.25 :

$$P(Y_s = r | x_s, y_{V_s}) = \frac{P(x_s | \hat{\theta}_r) \exp(-\psi_s(r))}{\sum_{t \in \Omega_{\hat{m}}} P(x_s | \hat{\theta}_t) \exp(-\psi_s(t))} \quad (3.27)$$

Ces probabilités peuvent être utilisées dans une méthode de type recuit simulé [RC99] exploitant un échantillonneur de Gibbs afin d'obtenir une réalisation  $y$  maximisant le critère MAP. C'est l'approche choisie dans la partie 4.2.2. Pour les données volumiques, nous avons préféré un algorithme plus rapide : l'algorithme "Iterative Conditional Mode" (ICM). Cet algorithme consiste à parcourir les sites de l'image, mais pas de manière lexicographique [BL91], et à attribuer à  $y_s$  la classe qui maximise la probabilité conditionnelle de l'équation 3.27. Cet algorithme déterministe converge rapidement, après quelques parcours complets du volume, mais il est fortement dépendant de l'initialisation, réalisée dans le cas présent à l'aide du critère MV :

$$y_{s,MV} = \arg \max_{r \in \Omega_{\hat{m}}} P(x_s | \hat{\theta}_r), s \in \Delta \quad (3.28)$$

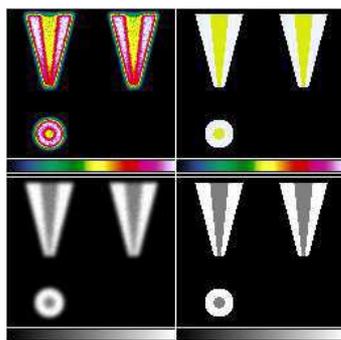
Nous avons testé les performances de l'algorithme de segmentation 3-D sur des données simulées en ne faisant pas de régularisation (procédure  $C\lambda = 0$ ), en faisant croître  $\lambda$  de 0.25 à 1.75 par pas de 0.25 (procédure  $C\lambda = 0.25$ ) et en faisant croître  $\lambda$  de 0.5 à 2.5 par pas de 0.5 (procédure  $C\lambda = 0.5$ ).

### Mélange de Poisson ou mélange de Gauss ?

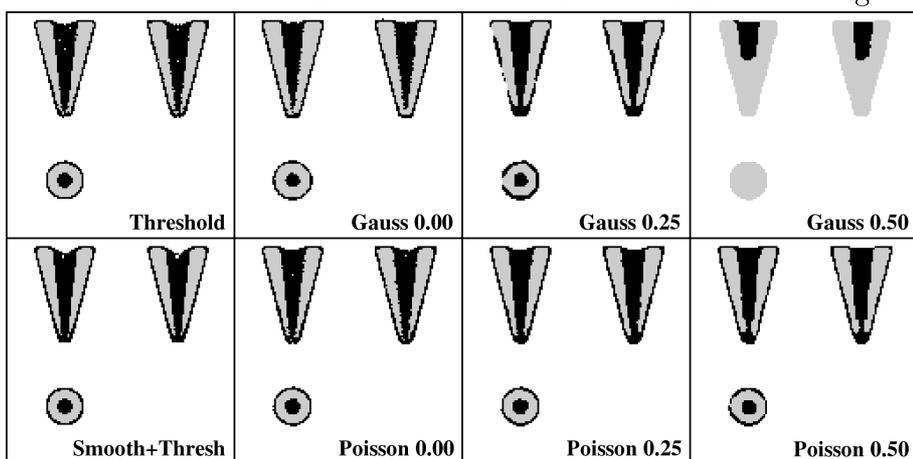
TAB. 3.5 – Statistiques obtenues sur les segmentations des cônes tronqués pleins (Moy. signifie "Moyennes" et Ec-T. signifie "Ecart-Types").

		Précision		VPP		VPN		
		Moy.	Ec-T.	Moy.	Ec-T.	Moy.	Ec-T.	
Images - Arbitrary activity 100	Threshold	0.980	2.72e-4	0.980	7.46e-4	0.981	4.17e-4	
	Smoothing + Threshold	0.991	1.64e-4	0.995	4.35e-4	0.988	2.01e-4	
	Gauss	$C\lambda = 0$	0.970	6.78e-3	0.972	1.69e-2	0.970	7.94e-3
		$C\lambda = 0.25$	0.966	1.18e-2	0.962	2.58e-2	0.971	2.18e-2
	Poisson	$C\lambda = 0.5$	0.941	2.43e-2	0.929	5.44e-2	0.959	3.40e-2
		$C\lambda = 0$	0.975	3.87e-3	0.980	6.62e-3	0.972	4.79e-3
		$C\lambda = 0.25$	0.973	2.94e-3	0.980	5.06e-3	0.968	4.69e-3
	$C\lambda = 0.5$	0.964	5.47e-3	0.963	1.10e-2	0.966	7.14e-3	
Images - Arbitrary activity 1000	Threshold	0.992	1.61e-4	0.994	2.78e-4	0.991	1.70e-4	
	Smoothing + Threshold	0.993	7.1e-5	0.999	1.86e-4	0.990	1.18e-4	
	Gauss	$C\lambda = 0$	0.981	8.05e-3	0.969	1.83e-2	0.992	3.39e-3
		$C\lambda = 0.25$	0.968	1.64e-2	0.984	2.00e-2	0.961	3.11e-2
	Poisson	$C\lambda = 0.5$	0.951	2.00e-2	0.963	4.61e-2	0.950	3.14e-2
		$C\lambda = 0$	0.990	1.44e-3	0.993	1.67e-3	0.988	1.60e-3
		$C\lambda = 0.25$	0.989	1.24e-3	0.992	1.53e-3	0.987	1.39e-3
	$C\lambda = 0.5$	0.987	7.28e-4	0.989	1.27e-3	0.986	1.11e-3	

Afin de répondre à cette question du choix de loi de mélange, nous avons réalisé des images simulées avec vérité de terrain. De plus, histoire de montrer l'intérêt d'utiliser de manière plus générale une segmentation exploitant les lois de mélange,



(a) Image bruitée et image originale (cas du cône tronqué “creux”) visualisées soit avec une table de couleurs soit en niveaux de gris.



(b) Résultats de segmentation.

FIG. 3.10 – Exemple d’image simulée avec des résultats de segmentation obtenus avec les différentes méthodes testées.

des segmentations à l’aide d’outils “basiques”<sup>12</sup> comme un seuillage ou un seuillage réalisé après un lissage gaussien ont aussi été effectuées.

Deux types d’images simulées ont été proposés à partir de quatre objets :

- deux cônes tronqués dit “plein” (ne contenant qu’un seul niveau d’intensité) d’intensités respectives 100 et 1000 pour chaque voxel des cônes,
- deux cônes tronqués dit “creux” contenant deux niveaux d’intensité, le niveau d’intensité à l’intérieur étant plus faible, d’intensités respectives 100 et 50 à l’intérieur, puis 1000 et 500 à l’intérieur (voir Fig. 3.10a colonne de droite).

Afin de simuler des volumes TEP reconstruits, nous avons rajouté un bruit de Poisson avec erreur de diffusion gaussienne et un lissage à l’aide d’une fenêtre gaussienne pour simuler l’effet de volume partiel (voir 3.10a colonne de gauche pour un exemple de cône tronqué creux bruité). Pour chaque objet, 10 réalisations d’images bruitées ont ainsi été réalisées. Comme dans l’étude proposée partie 3.1.2, des statistiques ont été utilisées afin de comparer les différentes méthodes de segmentation.

Dans le cas des cônes tronqués pleins, les meilleurs résultats en terme de précision, de valeur prédictive positive (VPP) et de valeur prédictive négative (VPN) ont été calculées (voir Tab. 3.5). Pour les méthodes par seuillage, ces résultats ont

<sup>12</sup>néanmoins utilisés en routine clinique par les médecins.

TAB. 3.6 – Moyennes des coefficients de corrélation croisée normalisés (NCCC pour “Normalized Cross Correlation Coefficients”) calculées à partir des segmentations sur les cônes tronqués creux.

Arbitrary activity		100	1000
Window		0.441	0.534
Smoothing + Window		0.505	0.524
Gauss	$C\lambda = 0$	0.424	0.503
	$C\lambda = 0.25$	0.481	0.492
	$C\lambda = 0.5$	0.484	0.516
Poisson	$C\lambda = 0$	0.430	0.521
	$C\lambda = 0.25$	0.482	0.534
	$C\lambda = 0.5$	0.531	0.533

été obtenus en faisant varier un seuil et en utilisant la vérité de terrain. Pour les méthodes par lois de mélange, le seuil a été appliqué sur les classes ordonnées suivant leurs valeurs moyennes afin de regrouper les régions et différencier le fond de l’objet. L’application d’un seuillage après un lissage gaussien est la méthode qui fournit les meilleurs résultats avec les plus faibles variations mais il ne faut pas oublier qu’il s’agit ici de résultats “idéaux” qui ne reflètent pas l’inconvénient majeur de cette approche supervisée fortement dépendante de l’utilisateur. Ces résultats peuvent donc servir de références pour les méthodes par lois de mélange. Ainsi, si on compare maintenant les segmentations par lois de mélange de Gauss et de Poisson, les résultats obtenus avec les lois de mélange de Poisson sont les meilleurs avec une stabilité qui augmente lorsqu’on augmente la régularisation spatiale.

Dans le cas des cônes tronqués creux, nous avons utilisé une autre statistique plus adaptée à la géométrie des régions et au fait que nous avons maintenant trois niveaux au lieu de deux : le coefficient de corrélation croisée normalisé (NCCC pour “Normalized Cross Correlation Coefficients” - voir Tab. 3.6) de valeur comprise entre -1 et +1. Un “-1” signifie une segmentation totalement fautive : chaque voxel du cône est classifié comme s’il appartenait au fond et chaque voxel du fond est classifié comme faisant partie de l’objet. Un “0” signifie que la classification fond / objet est aléatoire. Un “+1” signifie une segmentation exacte des voxels. Pour les méthodes par seuillage, il faut maintenant appliquer deux seuils ce qui rend l’opération encore plus difficile pour un opérateur dans un contexte supervisé. Il en est de même pour les lois de mélange pour pouvoir trouver les deux zones du cône creux. Dans la table 3.6, l’intérêt de faire un lissage gaussien avant l’opération de seuillage apparaît surtout dans le cas des volumes de faibles intensités (colonne “100”). Cette fois-ci les meilleurs résultats de segmentation ont été obtenus à l’aide des lois de mélange de Poisson qui dépassent à nouveau ceux obtenus à l’aide des lois de mélange de Gauss. De plus, la régularisation spatiale permet d’améliorer nettement les résultats.

Ces résultats sur images simulées montrent bien l’intérêt d’utiliser les lois de mélange. Nous nous sommes appuyés sur ceux-ci pour mener une étude sur des données réelles.

### Données réelles

Afin de valider sur des données réelles les segmentations à l’aide des lois de mélange de Poisson, une étude sur 30 volumes TEP contenant des tumeurs cérébrales a été réalisée. Trois médecins ont évalué visuellement les grades des tumeurs selon

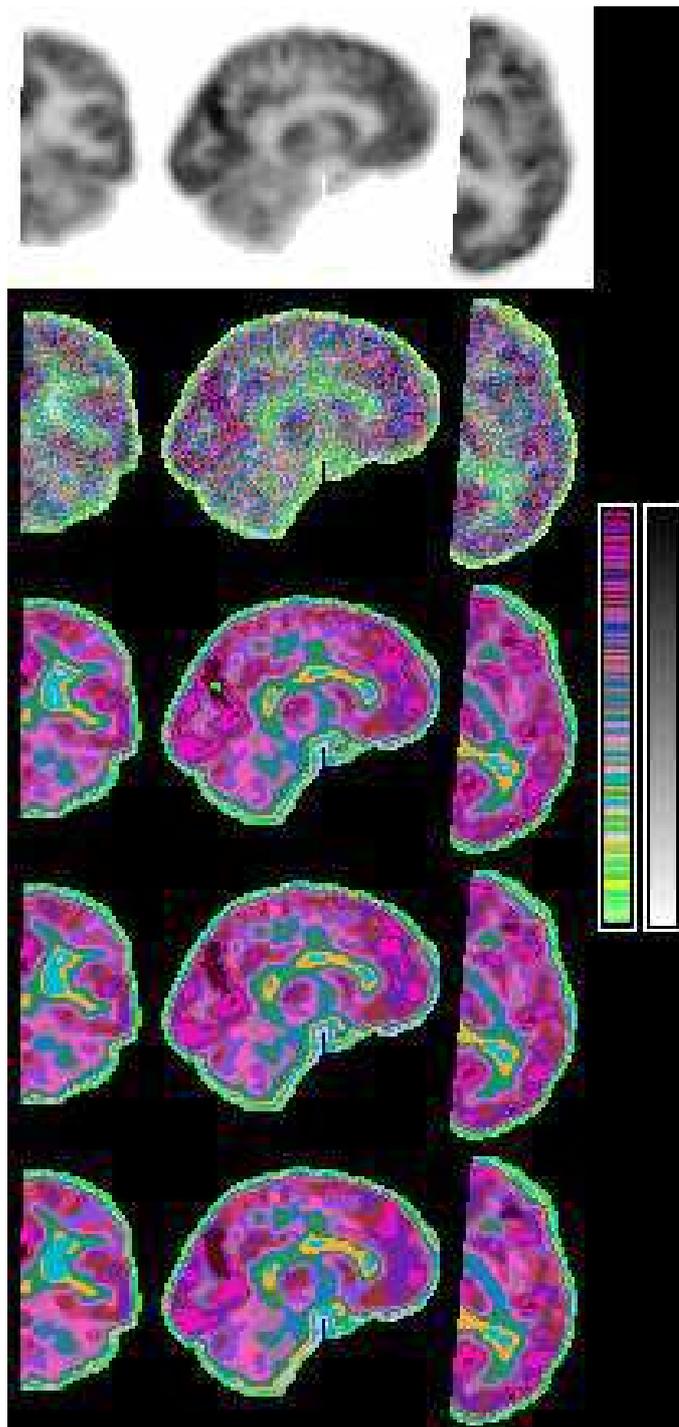


FIG. 3.11 – Segmentation d’un demi-cerveau sain. Au niveau de chaque ligne, de gauche à droite : coupe coronale, coupe sagittale et coupe transversale. 1<sup>ère</sup> ligne : intensités en niveaux de gris. 2<sup>ème</sup> ligne : intensités avec une table de couleur “irrégulière” pour amplifier visuellement le bruit. 3<sup>ème</sup> ligne : segmentation sans régularisation. 4<sup>ème</sup> ligne : segmentation en augmentant  $\lambda$  de 0,5 à 5 par pas de 0,5. 5<sup>ème</sup> ligne : segmentation en augmentant  $\lambda$  de 2 à 20 par pas de 2.

une échelle semi quantitative de 6 niveaux pour chaque patient, une heure après injection du produit radioactif et cinq heures après injection du produit radioactif comme cela est fait en routine clinique. Un médecin a utilisé les volumes segmentés à l'aide des lois de mélange pour créer des ROI 3-D à l'aide du logiciel MRICro<sup>13</sup> en regroupant des régions. Les segmentations ont été réalisées soit sur des sous-volumes sphériques autour des zones tumorales (voir Fig. 4.12a et b) soit sur des hémisphères sains (voir Fig. 3.11) afin de pouvoir obtenir des statistiques descriptives sur les tissus pathologiques et sur les tissus sains : matière grise (GM pour “Gray Matter”) et matière blanche (WM pour “White Matter”). L’algorithme SEM (voir Annexe A) a été configuré de la manière suivante : le seuil de suppression d’une classe a été fixé à  $T = 0.02$  et  $M = \min\left(50, \frac{\sqrt{N}}{2}\right)$ . Les segmentations ont été obtenues sans régularisation et avec l’algorithme ICM (voir partie 3.3.1) suivant deux schémas différents d’incrémentations de  $\lambda$  :  $\lambda$  augmente de 0,5 à 5 par pas de 0,5 et  $\lambda$  augmente de 2 à 20 par pas de 2. La figure 3.11 montre les différents résultats de segmentation obtenus avec les différentes versions de l’algorithme ICM.

TAB. 3.7 – Statistiques descriptives (niveau moyen  $\pm$  écart-type) des ROI réalisées après segmentation à l’aide des lois de mélange de Poisson. Les tissus tumoraux sont de trois types : gliome de bas grade (Low-G G), gliome de haut grade (High-G G), autres tumeurs de haut grade (OT High-G) qui sont le plus souvent des lymphomes et des métastases de tumeurs solides.

	une heure après injection	cinq heures après injection
Tissus sains		
GM	1,00 $\pm$ 0	1,00 $\pm$ 0
WM	0,42 $\pm$ 0,09	0,41 $\pm$ 0,07
Tissus tumoraux		
Low-G G	0,44 $\pm$ 0,10	0,41 $\pm$ 0,11
High-G G	1,06 $\pm$ 0,48	1,43 $\pm$ 0,74
OT High-G	1,24 $\pm$ 0,29	1,71 $\pm$ 0,56

Des statistiques descriptives sur les tissus sains et les tissus tumoraux ont été calculées à partir des ROI 3-D (voir Tab. 3.7) ce qui n’avait pas vraiment été réalisé précédemment dans la littérature sur les volumes TEP où en général une coupe (ou un nombre très restreint de coupes) est exploité à cet effet. Ces statistiques montrent bien l’évolution existante des intensités entre les acquisitions prises une heure et cinq heures après injection.

Comme les niveaux de la GM sont très différents d’un volume à un autre (7659  $\pm$  2576), toutes les valeurs des ROI ont été normalisées par rapport à la GM (voir Tab. 3.7 et 3.8) ou à la WM (voir Tab. 3.8). La table 3.8 permet de comparer le diagnostic réalisé visuellement et numériquement à partir des valeurs apparaissant dans les ROI 3-D suivant la précision, la sensibilité et la spécificité (voir partie 3.1.2). Ces résultats montrent que les tumeurs cérébrales peuvent être caractérisées sur les images acquises à une heure ou sur les images acquises à cinq heures que ce soit à l’aide de l’analyse visuelle et numérique ce qui est un résultat très encourageant.

<sup>13</sup><http://www.sph.sc.edu/comd/rorden/mricro.html>

TAB. 3.8 – Statistiques sur l’analyse visuelle et numérique, cette dernière étant obtenue à partir de ROI 3-D, pour les acquisitions une heure et cinq heures après injection, avec pour objectif de différencier les tumeurs de bas grade et de haut grade. T/G-R : rapport tumeur sur GM ; T/W-R : rapport tumeur sur WM ; T/G-ret. ind. : indice de rétention tumeur sur GM ; T/W-ret. ind. : indice de rétention tumeur sur WM.)

	Cut-off	Précision	Sens.	Spec.
<b>Analyse visuelle</b>				
Une heure après injection	4	0.94	0.95	0.93
Cinq heures après injection	4	0.97	0.97	0.93
<b>Analyse numérique</b>				
T/G-R une heure	0.580	1.00	1.00	1.00
T/G-R cinq heures	0.629	1.00	1.00	1.00
T/G-ret. ind.	0.022	0.97	0.96	1.00
T/W-R une heure	1.307	0.97	1.00	0.80
T/W-R cinq heures	1.513	1.00	1.00	1.00
T/W-ret. ind.	-0.001	0.97	1.00	0.80

Nous avons donc poursuivi la mise au point d’une méthode automatique de segmentation des volumes TEP en tentant de réaliser de manière automatique l’agrégation des régions associées à une ROI. Ce travail sera exposé partie 4.3.

Pour finir ce chapitre, voici une deuxième étude menée avec les lois de mélange.

### 3.3.2 Un espace couleur mieux adapté ?

Classiquement, les espaces couleur sont des espaces vectoriels à 3 dimensions (voir Annexe B). L’hypothèse de départ sera dans cette partie qu’une image couleur peut être vue comme la réalisation d’un processus aléatoire 2-D vectoriel i.i.d. :  $x = \{\mathbf{x}_s\}_{s \in \Delta}$  et la loi de chaque  $\mathbf{X}_s$  est une loi de mélange gaussienne multidimensionnelle (une MGMM). Rappelons que le cardinal d’une MGMM de modèle paramétré  $\theta_m$ , dans un espace de dimension  $p$ , est :  $K_m = m \left( p + \frac{p(p+1)}{2} \right) + m - 1$ .

Ces dix dernières années, de nombreux articles abordent des problèmes en lien avec le traitement des images couleur à l’aide des MGMMs (voir par exemple [HM00, CBGM02, YJY06]). L’influence de l’espace couleur sur les modèles obtenus a été peu étudié. Evidemment, face à certains problèmes très spécifiques, l’usage de certains plans couleur s’impose de fait [YA99]. De plus, des ICs ont été proposés spécifiquement dans le contexte des lois de mélange (voir par exemple [Boz93, BCG00, WYC03]).

Dans [AQ09], l’objectif était de répondre à deux questions face aux problèmes d’une part de la représentation de la distribution multivariée des couleurs et d’autre part de la description du contenu de l’image couleur : lorsqu’on travaille avec les MGMM, l’espace couleur choisi a-t-il réellement une influence et existe-il un IC, parmi les ICs existants, à recommander lorsqu’on veut choisir le nombre de composantes du mélange ?

Il n'était pas possible de tester tous les espaces couleur existants aujourd'hui<sup>14</sup>. Il a donc été choisi l'espace RGB car il constitue un espace de référence, un espace issu d'une transformation linéaire, YC1C2 ( étape intermédiaire dans l'obtention de l'espace IHLS voir Annexe B.3), et un espace issu d'une transformation non-linéaire, l'espace L\*a\*b\* (voir Annexe B.2). Ces deux derniers espaces possèdent une composante pour l'intensité lumineuse (Y ou L\*) et deux composantes chromatiques.

### ICs et lois de mélange

Dans le contexte des lois de mélange, des ICs contenant plus que les deux termes usuels de vraisemblance et de pénalité (voir la forme générale des ICs donnée équation 2.2) ont été proposés. Dans [AQ09], un choix de trois critères a été fait dans le but de les comparer aux critères AIC, BIC et  $\varphi_{\beta_{\min}}$  (voir Chap. 2) dont la forme dans le cas des MGMM est ( $p = 3$  pour les images couleur) :

- pour l'“Information Complexity criterion” (ICOMP) [Boz93] :

$$\begin{aligned} ICOMP(m) = & -2 \log \left( f \left( x \mid \hat{\theta}_m \right) \right) \\ & + \frac{m}{2} \left( p + \frac{p(p+1)}{2} \right) \times \log \left( \frac{\sum_{r=1}^m \left( \frac{1}{\hat{\pi}_r} \text{tr}(\hat{\Sigma}_r) + \frac{1}{2} \text{tr}(\hat{\Sigma}_r^2) + \frac{1}{2} \text{tr}(\hat{\Sigma}_r)^2 + \sum_{i=1}^p \hat{\sigma}_{r,ii}^2 \right)}{m(p + \frac{p(p+1)}{2})} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left( (p+2) \sum_{r=1}^m \log |\hat{\Sigma}_r| - p \sum_{r=1}^m \log(\hat{\pi}_r N) \right) - \frac{mp}{2} \log(2N) \end{aligned} \quad (3.29)$$

- pour l'“Integrated Completed Likelihood” (ICL) criterion [BCG00] qui s'écrit comme BIC avec un terme supplémentaire proportionnel à l'entropie du champ de classification :

$$ICL(m) = -2 \log \left( f \left( x \mid \hat{\theta}_m \right) \right) + \log(N) K_m - 2 \sum_{s=1}^N \log f(\mathbf{x}_s \mid \hat{\theta}_{\hat{r}_s}) \quad (3.30)$$

avec  $\hat{r}_s$  le composant attribué au site  $s$ .

- pour le critère “Minimum Message Length” (MML) proposé dans [FJ02] et utilisé dans un contexte applicatif dans [WYC03] :

$$\begin{aligned} MML(K) = & -2 \log \left( f \left( x \mid \hat{\theta}_m \right) \right) + \left( p + \frac{p(p+1)}{2} \right) \sum_{r=1}^m \log(N \hat{\pi}_r) \\ & + \frac{m}{2} \left( 1 + \log \frac{N}{12} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Par la suite, les critères AIC, BIC,  $\varphi_{\beta_{\min}}$ , *ICOMP*, *ICL* et *MML* seront exploités pour déterminer sur des images couleur un nombre optimal de composantes et une discussion sera proposée autour du pouvoir de représentation des différents modèles obtenus.

### ICs et espaces couleur

La transformation entre RGB et YC1C2 est linéaire. Ainsi, si  $\mathbf{X}$  est un vecteur aléatoire dans RGB, un vecteur aléatoire dans YC1C2, noté  $\mathbf{Y}$ , s'exprimera donc  $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$  d'après l'équation B.6. Par la formule classique du changement de variable

<sup>14</sup>voir <http://www.couleur.org/>

qui s'exprime dans le cas présent  $f(\mathbf{y}) = f(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}) / |\det \mathbf{A}|$ , il est possible d'exprimer une relation entre le terme de vraisemblance du modèle dans YC1C2 et celui dans RGB :

$$\log \left( \prod_{s \in S} f \left( \mathbf{y}_s \mid \hat{\theta}_m^{(YC1C2)} \right) \right) = N \log \left( \frac{1}{|\det \mathbf{A}|} \right) + \log \left( \prod_{s \in S} f \left( \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y} \mid \hat{\theta}_m^{(YC1C2/RGB)} \right) \right) \quad (3.32)$$

avec  $\hat{\theta}_m^{(YC1C2)}$  l'estimation au sens MV de l'ensemble des paramètres dans YC1C2 et  $\hat{\theta}_m^{(YC1C2/RGB)}$ , le même ensemble de paramètres mais exprimé dans l'espace RGB.

L'équation 3.32 permet de penser que la minimisation d'un IC dans RGB et dans YC1C2 devrait mener à l'estimation d'un même nombre de composantes dans les deux espaces vu que les termes de vraisemblance sont égaux à une constante près pour  $N$  donné.

La transformation entre RGB et L\*a\*b\* est non linéaire. Vu sa complexité (voir Annexe B.2), il n'a pas été possible d'exprimer une relation du type de celle donnée equation 3.32. La comparaison en terme d'estimation du nombre de composantes avec les autres espaces a donc été faite uniquement sur la base des simulations fournies dans la partie suivante.

### Etude des trois espaces couleur

Huit images ont été utilisées pour mener à bien cette étude (voir Fig. 3.12). Elles ont été choisies pour leur contenu varié ; elles sont classiquement exploitées pour évaluer des méthodes de compression. Comme il s'agissait de comparer au mieux des modèles, il fallait essayer pour chaque valeur  $m$  du MGMM d'estimer au mieux les paramètres du modèle. Dans un tel contexte, il a été préféré l'algorithme EM (voir Annexe A.2) à l'algorithme SEMmean utilisé sur les volumes TEP (voir Annexe A.1). Néanmoins, l'algorithme SEMmean est gardé pour initialiser l'algorithme EM. Il s'agit donc d'une procédure SEMmean-EM. L'algorithme SEMmean est relancé systématiquement 5 fois, le modèle estimé possédant la plus forte log-vraisemblance sert d'initialisation à l'algorithme EM. Pour chaque image et pour chaque valeur de  $m$ , la procédure d'estimation SEMmean-EM est relancée 10 fois.

Dans [AQ09], des valeurs de log-vraisemblance estimées sur différentes images et différents espaces sont montrées sur des courbes pour  $m$  variant de 2 à 40. Il est possible de remarquer sur les courbes de log-vraisemblance des instabilités numériques particulièrement pour l'espace YC1C2 lorsque  $m > 23$ . Il est certain qu'une plus mauvaise estimation des paramètres du modèle est susceptible d'apporter de moins bons résultats par la suite. Globalement, la propriété de l'équation 3.32 a pu être en grande partie vérifiée<sup>15</sup> et les courbes d'estimations dans l'espace L\*a\*b\* apparaissent les plus stables. Passons maintenant à la partie concernant la comparaison entre les ICs.

Les pénalisations des critères ICOMP et AIC donnent des valeurs comparables et par ordre croissant, on obtient les pénalisation des critères MML, BIC,  $\varphi_{\beta_{\min}}$ , ICL et  $\varphi_{\beta_{\max}}$  (voir Fig. 3.13). Les résultats avec  $\varphi_{\beta_{\max}}$  ne sont pas donné car  $\hat{m} = 2$  avec ce critère. Si on observe la courbe de la pénalisation du critère ICL, celle-ci paraît plus

<sup>15</sup>On n'a sans doute pas égalité entre le nombre de composantes estimé dans RGB et YC1C2 à cause des erreurs d'estimation des paramètres des modèles.

	AIC			BIC		
	RGB	L*a*b*	YC1C2	RGB	L*a*b*	YC1C2
Image 1	39	39	38	37	39	38
Image 2	$\geq 40$	$\geq 40$	37	$\geq 40$	$\geq 40$	37
Image 3	$\geq 40$	$\geq 40$	39	$\geq 40$	$\geq 40$	39
Image 4	39	$\geq 40$	39	39	$\geq 40$	39
Image 5	39	$\geq 40$	39	39	$\geq 40$	39
Image 6	$\geq 40$	39	36	$\geq 40$	39	36
Image 7	38	$\geq 40$	39	38	$\geq 40$	39
Image 8	39	39	$\geq 40$	39	39	$\geq 40$
Minimum	38	39	36	37	39	36
Maximum	$\geq 40$					
Moyenne	39.25	39.625	38.375	38.75	38.875	38.25

TAB. 3.9 –  $\hat{m}$  obtenu avec AIC et BIC

	$\varphi_{\beta_{\min}}$			ICL		
	RGB	L*a*b*	YC1C2	RGB	L*a*b*	YC1C2
Image 1	28	32	23	13	14	12
Image 2	$\geq 40$	$\geq 40$	37	30	20	20
Image 3	$\geq 40$	$\geq 40$	39	36	39	39
Image 4	39	36	39	31	39	31
Image 5	39	36	39	39	36	39
Image 6	$\geq 40$	39	36	$\geq 40$	39	36
Image 7	38	39	39	38	38	36
Image 8	39	39	$\geq 40$	39	39	$\geq 40$
Minimum	28	32	23	13	14	12
Maximum	$\geq 40$	$\geq 40$	$\geq 40$	$\geq 40$	39	$\geq 40$
Moyenne	37.875	37.625	36.5	33.25	33	31.625

TAB. 3.10 –  $\hat{m}$  obtenu avec  $\varphi_{\beta_{\min}}$  et ICL

perturbée. Cela est dû au fait qu'elle est calculée à partir des paramètres estimés pour chaque valeur de  $m$  contrairement aux autres critères. Il faut noter qu'il eut été possible de trouver une valeur de  $\beta$  comprise entre  $\beta_{\min}$  et  $\beta_{\max}$  qui aurait donné une courbe de pénalisation linéaire se rapprochant de celle du critère ICL. Pour finir les tableaux 3.9 et 3.10 résument les estimations de  $m$  pour les critères principaux de l'étude, ICOMP et MML donnant à peu près les mêmes résultats que AIC et BIC respectivement. Il faut noter que les résultats moyens sont très proches pour AIC, BIC et  $\varphi_{\beta_{\min}}$  et l'observation des tableaux indique qu'il eut fallu aller au delà de  $m = 40$ , ce qui était compliqué d'une part au regard des instabilités numériques constatées et d'autre part du temps de calcul important même s'il n'y avait que 8 images. Le critère ICL choisit logiquement des modèles avec moins de composantes avec de grandes variations entre les images.

Maintenant, regardons les résultats en termes d'analyse d'images. Pour les images naturelles, il n'existe pas bien entendu une vérité de terrain. De ce fait, comme dans [AO03], des procédures d'évaluation par synthèse d'images ont été mises en place.

Ainsi, si on considère la procédure de classification des sites qui consiste à attribuer à chaque site le composant qui maximise la probabilité de  $\mathbf{x}_s$  (voir équation 3.28), il est possible d'envisager deux procédures de synthèse d'images :

- par tirage aléatoire (1<sup>ère</sup> méthode) : pour chaque site  $s$ , tirer un échantillon issu de la gaussienne associée à la composante  $y_{s,MV}$  (voir éq. 3.28 et [RF96, AQ09] pour la simulation des échantillons d'une gaussienne multidimensionnelle),
- en attribuant à chaque site  $s$ , la valeur moyenne de la composante  $\mu_{y_{s,MV}}$  (2<sup>ème</sup> méthode).

Des exemples d'images de synthèse sont fournis figure 3.15 sur lesquelles il est possible d'observer des différences d'un espace couleur à un autre. La 1<sup>ère</sup> méthode permet de calculer une distance entre les histogrammes et donc d'évaluer les modèles en terme de représentation de la distribution des couleurs. La 2<sup>ème</sup> méthode permet de calculer une distance psychovisuelle en calculant la distance moyenne sur tous les sites de la distance  $\Delta E_{2000}$  entre couleurs (voir Annexe B.2.2).

Concernant la 1<sup>ère</sup> méthode de synthèse, et sans trop donner de détails, les distances "histogrammes" ont été calculées à l'aide de la norme  $l_1$  des écarts entre les probabilités estimées et en réalisant une moyenne pour chaque modèle sur 20 réalisations<sup>16</sup>. Un découpage régulier de chaque axe a été réalisé en prenant un nombre d'intervalles variable : 8, 16, 32 et 64. Les mêmes conclusions peuvent être faites quelque soit le nombre d'intervalles utilisé à partir des courbes de rapport entre les distances "intra-classe" et "inter-classe", une classe désignant ici une image (voir Fig. 3.14a et [AQ09] pour plus de détails). Globalement, pour les trois espaces couleur, on observe une décroissance de ce rapport qui montre le pouvoir de discrimination des modèles obtenus à partir des distributions des couleurs. Cependant la décroissance devient nettement moins importante, voire inexistante, pour des valeurs de  $m$  comprises entre 25 et 30.  $L^*a^*b^*$  semble apporter une meilleure discrimination que les autres espaces. La différence entre RGB et YC1C2 lorsque  $m$  devient grand peut être due aux problèmes d'estimation rencontrés avec YC1C2 vu que pour des valeurs de  $m$  faibles, les deux courbes sont similaires.

Concernant la 2<sup>ème</sup> méthode de synthèse, il peut être fait à peu près les mêmes remarques sauf que cette fois-ci, RGB et  $L^*a^*b^*$  donnent des courbes similaires et que la décroissance, bien que s'infléchissant, se poursuit jusqu'à  $m = 40$ . On aurait donc envie d'aller au-delà de cette limite.

Pour conclure cette étude, il peut être recommandé de travailler avec l'espace  $L^*a^*b^*$  car la méthode d'estimation a présenté peu d'instabilités numériques pour des valeurs de  $m$  grandes et elle donne les meilleurs résultats sur les distances calculées à partir des histogrammes. Maintenant, concernant les ICs, le critère ICL peut être conseillé si on veut se contenter de représenter la distribution des couleurs. Dans ce contexte, une étude pourrait d'ailleurs être menée en faisant varier  $\beta$  entre  $\beta_{\min}$  et  $\beta_{\max}$  afin de déterminer de manière empirique une valeur de  $\beta$  adaptée pour le critère  $\varphi_\beta$ .

Par contre, pour représenter l'image couleur dans son ensemble, le critère qui semble le plus approprié est  $\varphi_{\beta_{\min}}$  du fait qu'il choisit des nombres de composantes plutôt inférieurs à 40, ce qui semblait être la limite supérieure qu'il était possible d'atteindre avec la procédure d'estimation utilisée, pour les trois espaces couleur.

---

<sup>16</sup>L'information de Kullback (voir éq. 2.6), qui est asymétrique, aurait pu être utilisée. Elle aurait peut-être apporté un éclairage différent des distances classiques de part son asymétrie.



(a) Image 1 -  $378 \times 252$



(b) Image 2 -  $384 \times 256$



(c) Image 3 -  $366 \times 245$



(d) Image 4 -  $370 \times 238$



(e) Image 5 -  $380 \times 253$



(f) Image 6 -  $251 \times 380$



(g) Image 7 -  $379 \times 252$



(h) Image 8 -  $379 \times 253$

FIG. 3.12 – Images originales

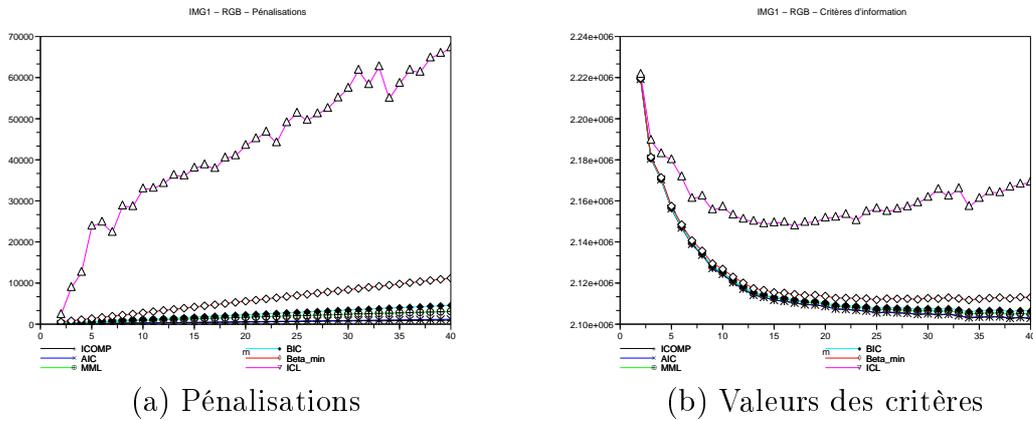


FIG. 3.13 – Pénalisations et valeurs des différents critères (ICOMP, AIC, MML, BIC,  $\varphi_{\beta_{\min}}$ , ICL) en fonction du nombre de composantes  $m$  (de 2 à 40) pour l'image 1 et l'espace RGB.

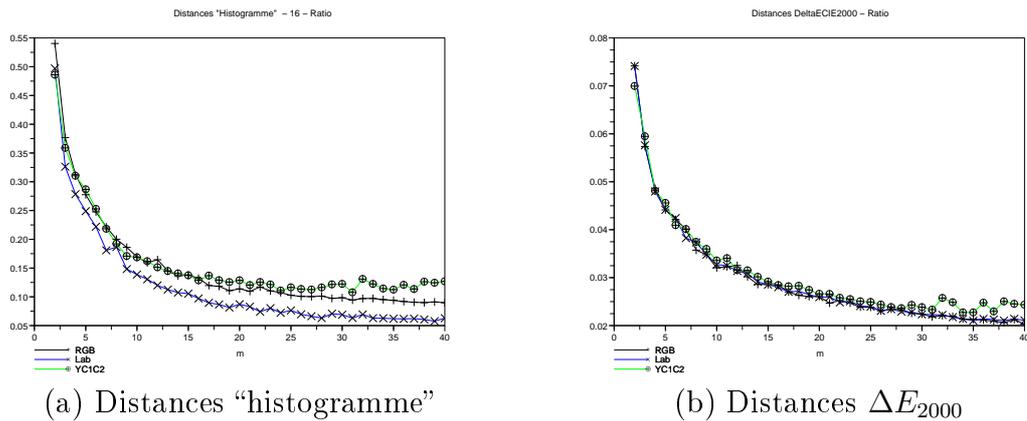


FIG. 3.14 – Rapports des distances "intra-classe" et "inter-classe" pour les trois espaces couleur : RGB, YC1C2 et  $L^*a^*b^*$ .



Image originale

(a) Image 8 - RGB - 1<sup>ère</sup> méthode(b) Image 8 - RGB - 2<sup>ème</sup> méthode(c) Image 8 - YC1C2 - 1<sup>ère</sup> méthode(d) Image 8 - YC1C2 - 2<sup>ème</sup> méthode(e) Image 8 - L\*a\*b\* - 1<sup>ère</sup> méthode(f) Image 8 - L\*a\*b\* - 2<sup>ème</sup> méthode

FIG. 3.15 – Exemples d'images synthétisées avec la 1<sup>ère</sup> méthode (a, c et e) et la 2<sup>ème</sup> méthode (b, d et f) pour l'image 8 avec différents espaces couleur et en utilisant une MGMM à 15 composantes : 1<sup>ère</sup> ligne, RGB, 2<sup>ème</sup> ligne, YC1C2, et 3<sup>ème</sup> ligne, L\*a\*b\*.



# Chapitre 4

## Description de structures spatiales

En analyse d'images, la caractérisation de textures [Har79, Gag83] et la segmentation d'images texturées [BL91] sont des thèmes de recherche qui ont été étudiés de manière considérable ces trente dernières années. Dans un contexte probabiliste et statistique, la segmentation peut d'ailleurs être vue comme une méthode de classification prenant en compte l'information spatiale, ce qui la différencie d'une approche de classification statistique sur des données quelconques.

Des travaux peuvent être menés d'une part pour décrire les observations, ce qui peut faire appel à la caractérisation de processus (voir par exemple partie 2.3.1), et d'autre part pour contraindre la solution obtenue à l'aide d'une réalisation particulière du champ de classes (voir partie 3.3.1). Il faut noter que les deux termes du critère MAP (voir éq. 3.26) montrent bien les deux principaux axes de recherche en modélisation en lien avec la segmentation par une approche probabiliste : un terme associé à la description des données auquel est ajouté un terme en lien avec la description du champ de classes dit de régularisation. Bien entendu, la méthode d'optimisation du critère dans un contexte non-supervisé ou supervisé constitue un troisième axe de recherche.

Dans ce qui suit, il est d'abord présenté des travaux, réalisés durant la thèse d'Imtnan Qazi [Qaz10] pour la partie couleur, qui sont dans la continuité de recherches abordées dans [Ala98] (voir partie 4.1) : la caractérisation de textures couleur par prédiction linéaire 2-D vectorielle, suivi de son exploitation en segmentation supervisée d'images texturées couleur et enfin l'amélioration de la méthode de segmentation d'images texturées en niveaux de gris exploitant les quatre supports de prédiction  $QP_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  et  $4$ , (voir éq. 2.23) en la rendant non-supervisée en ce qui concerne le nombre de textures et l'ordre du support de prédiction associé à chaque modèle servant à décrire une texture. Une nouvelle comparaison d'ICs a d'ailleurs été réalisée dans ce contexte.

Les champs de classes obtenus à l'aide du modèle de Potts sont certes régularisés mais ils ne permettent pas d'obtenir une solution satisfaisante lorsqu'il faut trouver des structures particulières dans les images ou les volumes [Des04]. Ainsi, il peut être envisagé d'introduire des contraintes en lien avec la géométrie et la topologie du champ des régions dans les modèles stochastiques utilisés [MW98]. Les distributions de Gibbs dont l'énergie est la somme de potentiels représentent des outils adaptés à l'introduction d'informations diverses et variées sur la solution à obtenir. En troisième partie de ce chapitre (voir partie 4.3), des travaux en rapport avec ces considérations, effectués durant la thèse de Samuel Burg, seront présentés. Ils ont

été réalisés en exploitant une structure de donnée qui permet de décrire a priori toutes les propriétés géométriques et topologiques d'un champ de régions : les cartes topologiques [Dam01] (voir partie 4.3.2).

## 4.1 Prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe

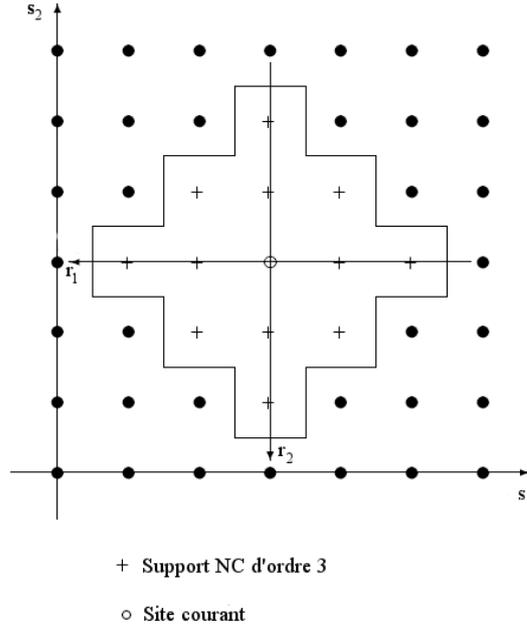
Au cours du chapitre précédent, une 1<sup>ère</sup> étude sur les espaces couleur a été réalisée à l'aide des lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles (voir partie 3.3.2), avec l'hypothèse que les vecteurs aléatoires associés à l'image étaient indépendants. Nous abordons maintenant la description de la structure spatiale d'une zone d'une image colorée pour laquelle l'hypothèse de stationnarité au moins jusqu'à l'ordre deux statistique peut être supposée. L'image couleur possède plusieurs plans en lien avec les différents canaux qui la constituent (voir Annexe B). Ainsi, l'analyse spectrale d'une zone stationnaire d'une image RGB peut être réalisée à l'aide de la prédiction linéaire 2-D vectorielle [ES87]. Cela dit, cette approche peut être critiquée dans le sens où les trois canaux RGB sont souvent fortement corrélés et une analyse spectrale fait apparaître trois DSP associées aux trois fonctions d'autocorrélation 2-D et trois DSP associées aux trois fonctions d'intercorrélation entre plans pris deux à deux (voir éq. 4.11). Si on considère maintenant les espaces couleur faisant apparaître une séparation entre l'intensité lumineuse et la partie chromatique, une analyse spectrale sur un plan réel (intensité lumineuse) et un plan complexe (partie chromatique) peut alors être réalisée. C'est ce qui a été proposé dans [QABFM10] à l'aide cette fois-ci de la prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe étudiée dans le contexte de la thèse d'Imtnan Qazi [Qaz10]. Une analyse spectrale d'une zone colorée est alors obtenue à l'aide de deux DSP associées à chaque plan (ou canal) et une DSP associée à la fonction d'intercorrélation des deux canaux. Non seulement, l'analyse spectrale est simplifiée mais les transformations vers ces espaces couleur ont aussi pour objectif de séparer les informations contenues dans les canaux de l'espace RGB ce qui est intéressant d'un point de vue de la caractérisation. Dans ce qui suit, les éléments théoriques et les principaux résultats de cette approche seront présentés.

### 4.1.1 Analyse spectrale 2-D multicanale et espaces couleur

Les modèles de prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe possèdent la même définition que celle exprimée équation 2.7 à ceci près qu'il s'agit maintenant de vecteurs aléatoires à valeur dans  $\mathbb{C}^p$ , que les sites sont des couples d'entiers (voir partie 2.3.1) et que les coefficients scalaires sont maintenant des matrices  $p \times p$  de valeurs complexes. Les supports de prédiction utilisés dans cette partie pourront être des supports causaux, QP ou DPNS (voir éq. 2.23 et 2.24) ou le support non-causal (voir éq. 4.5 et Fig. 4.1).

La DSP n'est plus une fonction de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  (voir éq. 2.26) mais une matrice de fonctions de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  ce qui est en fin de compte la forme la plus générale, la définition donnée précédemment n'en étant qu'un cas particulier lorsque  $p = 1$  :

$$\mathbf{S}_{X,\nu} = \mathbf{A}_\nu^{-1} \mathbf{S}_{E,\nu} \mathbf{A}_\nu^{H-1} \quad (4.1)$$

FIG. 4.1 – Support non-causal d'ordre  $m = 3$ .

avec  $\mathbf{S}_{E,\nu}$ , la DSP matricielle de l'excitation,  $\mathbf{A}_\nu^H$ , la matrice adjointe de  $\mathbf{A}_\nu$  qui s'écrit :

$$\mathbf{A}_\nu = 1 + \sum_{r \in D} \mathbf{A}_r \exp(-j2\pi \langle \nu, r \rangle) \quad (4.2)$$

où l'ensemble  $\{\mathbf{A}_r\}_{r \in D}$  contient les matrices de coefficients du modèle.

Si on choisit de travailler avec des modèles AR causaux (supports QP et DPNS), l'excitation est supposée être un bruit blanc et sa DSP est constante et égale à la matrice de variance-covariance de  $E$  :  $\mathbf{S}_{E,\nu} = \Sigma_E$  et  $\mathbf{S}_{X,\nu} = \mathbf{A}_\nu^{-1} \Sigma_E \mathbf{A}_\nu^{H-1}$ . Dans le cas du modèle AR QP1, la DSP obtenue présente une anisotropie qui peut être corrigée lorsqu'on utilise un estimateur construit à partir de la moyenne harmonique (HM - Harmonic Mean) des DSP obtenues avec les modèles AR QP1 et AR QP2 d'ordre  $m = (m_1, m_2) \in \mathbb{N}^2$  [CRA01] :

$$\mathbf{S}_{X,\nu}^{HM} = 2 \left( \mathbf{S}_{X,\nu}^{QP1-1} + \mathbf{S}_{X,\nu}^{QP2-1} \right)^{-1} \quad (4.3)$$

avec

$$D_m^{QP2} = \{r \in \mathbb{Z}^2, -m_1 \leq r_1 \leq 0, 0 \leq r_2 \leq m_2, r \neq (0, 0)\} \quad (4.4)$$

L'autre modèle classiquement utilisé, est le modèle de champs L-markovien (ou GMRF pour Gauss Markov Random Field) [Guy95] qui s'appuie sur la définition du support de prédiction, à l'ordre  $m \in \mathbb{N}^*$ , suivante (voir Fig. 4.1) :

$$\begin{aligned} D_1 &= \left\{ r, \arg \min_{r \neq (0,0)} \|r\|_2 \right\} \\ D_k &= \left\{ r, \arg \min_{r \notin \bigcup_{1 \leq l \leq k-1} D_l} \|r\|_2, r \neq (0, 0) \right\}, k > 1 \\ D_m^{NC} &= \bigcup_{1 \leq k \leq m} D_k \end{aligned} \quad (4.5)$$

Pour le GMRF, la condition d'orthogonalité, pour tout  $s \in \Delta$ , entre  $E_s$  et les vecteurs aléatoires  $X_r$ ,  $r \in \Delta \setminus \{s\}$ , engendre que la DSP de  $E$ , qui n'est plus ici un bruit blanc, se formule :

$$\mathbf{S}_{E,\nu} = \mathbf{A}_\nu \Sigma_E \quad (4.6)$$

ce qui amène

$$\mathbf{S}_{X,\nu}^{GMRF} = \Sigma_E \mathbf{A}_\nu^{H-1}. \quad (4.7)$$

Pour obtenir les estimations de la DSP à l'aide de la méthode HM, du modèle AR DPNS et du GMRF, il faut estimer au préalable les matrices de coefficients. A cet effet, nous avons utilisé la minimisation au sens des moindres carrés (méthode de Yule-Walker ou des équations normales amenant à une résolution numérique du type de celle présentée équation 3.16) pour les trois méthodes. Sous hypothèse gaussienne et pour les supports causaux, cette méthode d'estimation revient à faire une estimation au sens du MV.

Dans la partie suivante, nous comparons les différentes méthodes d'analyse spectrale qui seront nommées DSP\_HM, DSP\_DPNS et DSP\_GMRF puis une expérience d'analyse spectrale menée sur les espaces  $L^*a^*b^*$  et IHLS (voir Annexe B) permettant de comparer les interférences existantes entre la partie "intensité lumineuse" et la partie chromatique des différents espaces sera discutée. Si on considère les deux espaces couleur IHLS et  $L^*a^*b^*$  (voir Annexes B.3 et B.2), les images couleur peuvent être mises sous la forme d'une image multicanale contenant deux canaux ( $p = 2$ ), un canal réel pour l'intensité lumineuse et un canal complexe pour la partie chromatique, en procédant de la manière suivante :

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} y_s \\ c_s = s_s \exp(j2\pi \frac{h_s}{360}) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

pour IHLS et

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} l_s \\ c_s = a_s + jb_s \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

pour  $L^*a^*b^*$ . De ce fait, les DSPs matricielles vont s'écrire :

$$\mathbf{S}_{X,\nu} = \begin{bmatrix} S_{LL}(\nu) & S_{LC}(\nu) \\ S_{CL}(\nu) & S_{CC}(\nu) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

avec  $S_{LL}(\nu)$ , la DSP du canal "intensité",  $S_{CC}(\nu)$ , la DSP du canal chromatique et  $S_{LC}(\nu) = S_{CL}^*(\nu)$  l'inter-spectre des deux canaux.

Avec RGB, l'image possède trois canaux réels,  $\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} r_s \\ g_s \\ b_s \end{bmatrix}$ ,  $p = 3$  et

$$\mathbf{S}_{X,\nu} = \begin{bmatrix} S_{RR}(\nu) & S_{RG}(\nu) & S_{RB}(\nu) \\ S_{GR}(\nu) & S_{GG}(\nu) & S_{GB}(\nu) \\ S_{BR}(\nu) & S_{BG}(\nu) & S_{BB}(\nu) \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Afin de comparer les performances des différentes méthodes d'estimation de la DSP comme cela a été réalisé pour les images en niveaux de gris [CRA01], nous avons généré des images de synthèse contenant des sinusoides bruitées. Dans [QABFM10], cette comparaison a été effectuée dans l'espace IHLS.

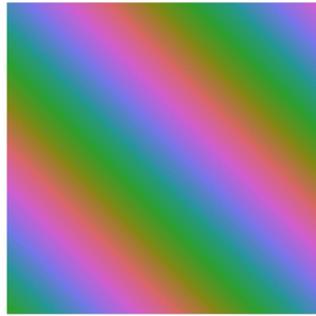
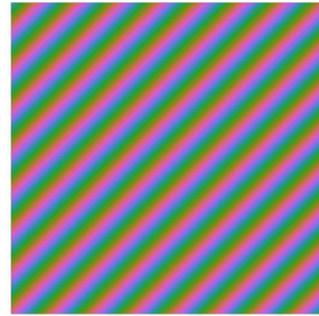
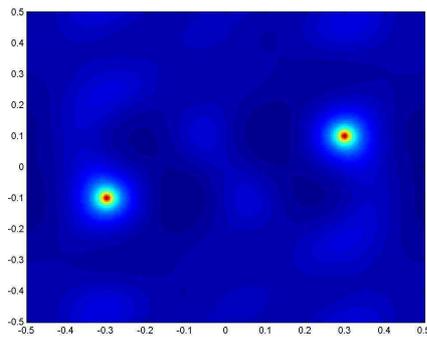
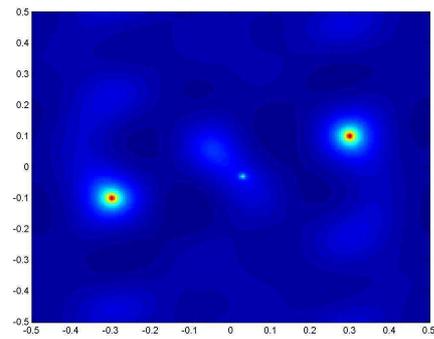
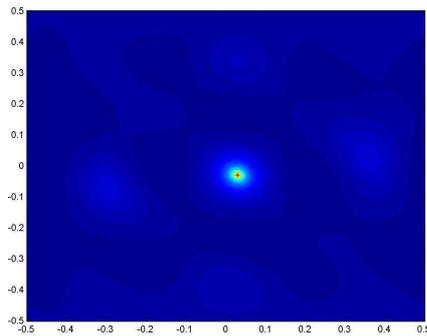
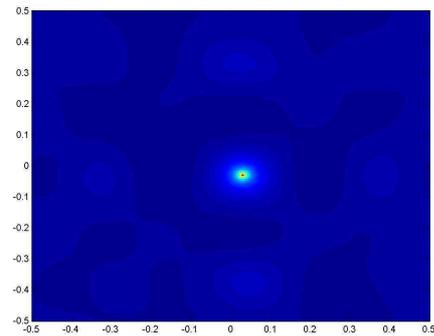
(a)  $\nu_c = (0.05, 0.05)$ (b)  $\nu_c = (-0.3, 0.3)$ 

FIG. 4.2 – Sinusoides chromatiques dans l'espace IHLS.

(a)  $L^*a^*b^*$  - Canal "Intensité"

(b) IHLS - Canal "Intensité"

(c)  $L^*a^*b^*$  - Canal "Chromatique"

(d) IHLS - Canal "Chromatique"

FIG. 4.3 – Estimations spectrales réalisées avec la méthode DSP<sub>HM</sub> dans les espaces  $L^*a^*b^*$  et IHLS. Les images ont subi une double transformation afin d'étudier les interférences en lien avec les différentes transformations : de  $L^*a^*b^*$  (ou IHLS) vers RGB puis de RGB vers  $L^*a^*b^*$  (ou IHLS).

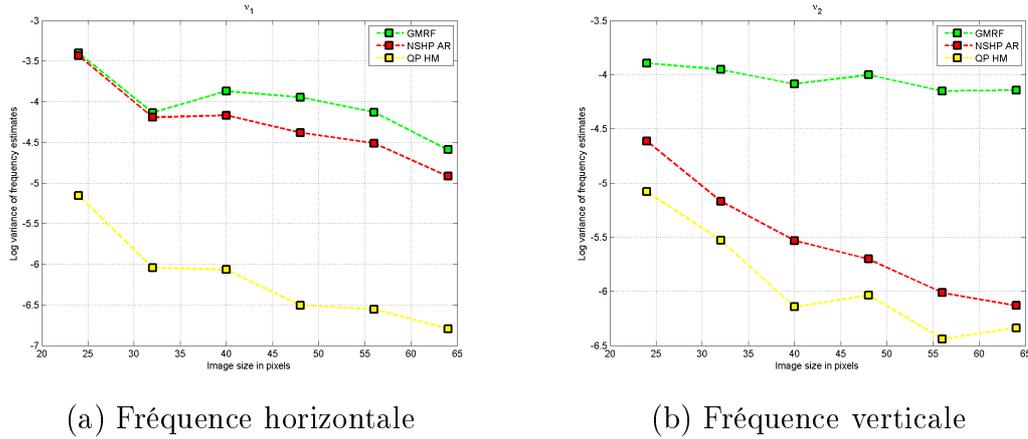


FIG. 4.4 – Comparaison des précisions des méthodes d’analyse spectrale dans l’espace IHLS : logarithme de la variance des fréquences estimées en fonction de la taille de l’image.

Les sinusoides bruitées consistent en la simulation d’une sinusoïde 2-D réelle pour le canal “intensité” et d’une sinusoïde 2-D complexe pour le canal chromatique auxquelles est rajouté un bruit blanc vectoriel :

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} A_l \cos(2\pi \langle s, \nu_l \rangle + \varphi_l) \\ A_c \times \exp(j(2\pi \langle s, \nu_c \rangle + \varphi_c)) \end{bmatrix} + \mathbf{b}_s \quad (4.12)$$

avec  $A_i$ ,  $\varphi_i$  et  $\nu_i$ ,  $i = l$  ou  $c$ , respectivement les amplitudes, les phases et les fréquences normalisées 2-D des sinusoides des deux canaux. La figure 4.2 montre une sinusoïde chromatique (intensité constante et  $\mathbf{b}_s = 0$ ,  $s \in \Delta$ ) créée dans l’espace IHLS et ayant subi une transformation de IHLS vers RGB. Il s’agit d’une fonction qui réalise un parcours circulaire dans le plan perpendiculaire à l’axe achromatique (voir Fig. B.2). De ce fait, toutes les couleurs apparaissent à une saturation donnée (égale à  $A_c$ ) et créent une onde dont l’orientation et les variations dépendent de la valeur de  $\nu_c$ ,  $\nu_c = (0.05, 0.05)$  pour la figure 4.2a et  $\nu_c = (-0.3, 0.3)$  pour la figure 4.2b.

La figure 4.3 montre des exemples d’estimations spectrales à l’aide de la méthode DSP\_HM sur des sinusoides “bi-canaux” bruitées,  $\nu_l = (0.3, 0.1)$  et  $\nu_c = (0.03, -0.03)$ , dans les deux espaces IHLS (Fig. 4.3b et 4.3d) et  $L^*a^*b^*$  (Fig. 4.3a et 4.3c). Notons que les deux lobes symétriques dans  $S_{LL}^{HM}$  sont bien localisés (aux erreurs d’estimation près) autour de  $\nu_l$  et  $-\nu_l$  et que le lobe dans  $S_{CC}^{HM}$  est bien localisé autour de  $\nu_c$ .

Afin d’avoir des informations précises sur les performances des méthodes en terme d’analyse spectrale, nous avons estimé les biais et les variances d’estimation à partir de plusieurs fréquences ( $\nu_l = (0.3, 0.3)$  et  $\nu_c = (0.05, 0.05)$  -  $\nu_l = (0.05, 0.3)$  et  $\nu_c = (-0.3, 0.3)$ ), plusieurs réalisations du bruit blanc, avec un SNR = 0 dB, en faisant varier la taille des images de  $24 \times 24$  sites à  $64 \times 64$  sites (voir Fig. 4.4 pour une des deux sinusoides) et en prenant des supports de prédiction de cardinaux équivalents pour les trois méthodes. Globalement, nous avons obtenu le même résultat que pour les images en niveaux de gris : la méthode DSP\_HM présente les meilleures performances en terme de biais et de variance et une meilleure isotropie (voir [QABFM10] pour plus de détails).

TAB. 4.1 – Rapports moyens entre les amplitudes maximums du lobe lié à l’interférence de la partie chromatique dans le canal “Intensité” et les amplitudes maximums du lobe principal de  $S_{LL}^{HM}$ .

	Ratio de <i>C en L</i> sur <i>L</i>	
	IHLS	L*a*b*
méthode DSP_HM	0.1254	0.0066

Au premier abord, l’espace IHLS de part sa structure avec un axe achromatique et un plan chromatique perpendiculaire nous paraissait le plus approprié pour travailler avec l’approche vectorielle envisagée. C’est pourquoi dans [QABFM10], nous n’avons abordé que l’espace IHLS. Une comparaison d’espaces couleur en terme de résultats pour la classification de textures a néanmoins dû être réalisée mais uniquement avec l’espace RGB, afin de montrer qu’une approche avec séparation de l’intensité de la partie chromatique était susceptible d’apporter de meilleurs résultats (voir partie 4.1.2). Dans la continuité de ce premier travail, nous avons voulu voir si l’espace couleur pouvait avoir une influence [QAB<sup>+</sup>] et nous avons mis en place une expérience permettant d’étudier les interférences entre les canaux en lien avec les transformations de RGB vers les espaces couleur. Comme pour l’étude sur les MGMMs (voir partie 3.3.2), nous avons utilisé les espaces IHLS et L\*a\*b\*. D’autres transformations d’espaces couleur pourraient être testées à l’aide de cette expérience.

Comme précédemment, il s’agit de générer une sinusoïde bruitée (voir éq. 4.12) comme si elle existait dans l’espace couleur choisi. Puis, on applique successivement la transformation de l’espace couleur vers RGB et la transformation de RGB vers l’espace couleur. L’analyse spectrale par les méthodes de prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe révèle alors des lobes en lien avec les interférences créées par la transformation. L’observation de  $S_{LL}^{HM}$  avec IHLS (voir Fig. 4.3b) révèle l’existence d’un lobe parasite<sup>1</sup> localisé au niveau de la fréquence de la sinusoïde chromatique beaucoup plus important que dans  $S_{LL}^{HM}$  avec L\*a\*b\* (le lobe existe mais n’est pas visible sur la figure 4.3a). Les deux transformations font aussi apparaître des lobes parasites au niveau de la fréquence de la sinusoïde “intensité” dans  $S_{CC}^{HM}$  mais ceux-ci sont d’amplitudes plus faibles et à peu près égales pour les deux transformations. Ces observations sont valables quelque soit la méthode utilisée. Afin de mesurer quantitativement ces interférences, des rapports d’amplitudes maximums des lobes liés à l’interférence sur celles des lobes principaux ont été calculés (Ratio de *C en L* sur *L* dans le tableau 4.1). Le tableau 4.1 donne des valeurs moyennes. Ces valeurs mettent bien en évidence que la transformation de l’espace IHLS crée plus d’interférences (de la partie chromatique dans le canal “intensité”) que celle de L\*a\*b\*<sup>2</sup>.

Dans les parties suivantes, les modèles de prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe sont exploités afin de classifier des textures couleur et de segmenter des images

<sup>1</sup>Il faut noter que les spectres d’amplitude apparaissant figure 4.3 ont subi une transformation non linéaire de leurs valeurs amplifiant la visualisation des bas niveaux par rapport aux hauts niveaux.

<sup>2</sup>Pour avoir l’intégralité de cette étude, voir [Qaz10].

texturées couleur. Dans ces parties, le support de prédiction a été fixé à (2,2) pour les supports causaux et un ordre 5 pour le support non-causal afin d'avoir des supports de prédiction comparables lorsqu'on utilise les supports QP1 et QP2 pour la méthode HM (voir éq. 2.23 et 4.4), le support DPNS (voir éq. 2.24) et le support non-causal (voir éq. 4.5). Ces supports de prédiction permettent ici de faire un premier point sur l'approche proposée en ce référant à ce qui est classiquement utilisé dans la littérature [PFJ06]. Une amélioration des méthodes proposées pour les textures couleur pourrait être réalisée en exploitant les critères d'information comme cela a été fait pour les textures en niveaux de gris [AO03, AR05].

### 4.1.2 Classification de textures couleur



FIG. 4.5 – Base de textures DS1 issue de la base Vistex (MIT Media Lab).

Trois différents ensembles de textures couleur ont été utilisés afin de tester la validité de notre approche par rapport à d'autres travaux en classification de textures [PFJ06, MP04] :

- DS1 : cet ensemble contient 24 textures de taille  $512 \times 512$  (voir figure 4.5) de la base Vistex<sup>3</sup> (MIT Media Lab). Pour chaque texture, un ensemble d'apprentissage est constitué de 96 sous-images de taille  $32 \times 32$  et un ensemble de test de 160 sous-images de taille  $32 \times 32$ .
- DS2 : cet ensemble contient 54 textures de taille  $512 \times 512$  de la base Vistex. Pour chaque texture, un ensemble d'apprentissage est constitué de 8 sous-images de taille  $128 \times 128$  et un ensemble de test de 8 sous-images de taille  $128 \times 128$ .

<sup>3</sup><http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture>

- DS3 : cet ensemble contient 68 textures de taille  $746 \times 538$  de la base Outex [OMP<sup>+</sup>02]. Pour chaque texture, un ensemble d'apprentissage est constitué de 10 sous-images de taille  $128 \times 128$  et un ensemble de test de 10 sous-images de taille  $128 \times 128$ .

Afin de classifier au mieux les textures, la plupart des travaux récents montrent qu'il faut adjoindre des attributs issus de la distribution des couleurs aux attributs permettant de caractériser la structure spatiale. C'est donc ce que nous avons fait dans [QAB<sup>+</sup>]. Une texture couleur est ainsi caractérisée par son histogramme des couleurs (attribut "H"), sa DSP associée au canal "intensité" (attribut "L") et sa DSP associée au canal "chromatique" (attribut "C"). Avec RGB, les DSP utilisées seront celles obtenues à partir des différents canaux rouge, vert et bleu. Il faut ensuite pouvoir mesurer la ressemblance d'une texture par rapport à une autre. A cet effet, nous avons utilisé pour les trois attributs une divergence de Kullback (voir eq. 3.8). Pour les DSP, cette distance prend la forme particulière suivante [Bas89b] :

$$K_c(S_{1,c}, S_{2,c}) = \frac{1}{2} \times \sum_{\nu_1, \nu_2} \left| \sqrt{\frac{S_{1,c}(\nu_1, \nu_2)}{S_{2,c}(\nu_1, \nu_2)}} - \sqrt{\frac{S_{2,c}(\nu_1, \nu_2)}{S_{1,c}(\nu_1, \nu_2)}} \right|^2 \quad (4.13)$$

avec  $c \in \{LL, CC\}$ , dans le cas de l'approche bi-canal proposée (voir eq. 4.10), et  $S_1$  (resp  $S_2$ ) désigne les DSP de la texture 1 (resp. texture 2). Avec RGB,  $c \in \{RR, GG, BB\}$  (voir eq. 4.11). Pour réaliser la fusion des différentes informations et attribuer à une texture test de classe inconnue une classe de texture parmi un ensemble de classes  $\Omega_m = \{1, \dots, m\}$ ,  $m$  étant le nombre de classes de textures, un produit de probabilités conditionnelles a été utilisé :

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega_m} \left( \prod_k P_k(\omega | x_t) \right) \quad (4.14)$$

où  $k \in \{H, L, C\}$  ( $k \in \{H, R, G, B\}$  avec RGB), les probabilités étant obtenues à l'aide des distances de Kullback associées à chaque attribut :

$$P_k(\omega | x_t) = \frac{\frac{1}{1+d_k(x_t, x_\omega)}}{\sum_{j \in \Omega_m} \frac{1}{1+d_k(x_t, x_j)}} \quad (4.15)$$

$d_k(x_t, x_j) = \min_{x_i \in X_j} d_k(x_t, x_i)$  désigne ici la distance de Kullback symétrisée, associée à l'attribut  $k$ , de l'échantillon de test  $x_t$  à l'échantillon le plus proche parmi les échantillons de l'ensemble d'apprentissage  $X_j$  de la classe de texture  $j$ . Il faut noter ici que cette méthode de fusion va privilégier la fusion d'attributs qui seront associés à des informations indépendantes.

Les principaux résultats sont résumés dans les tableaux 4.2, 4.3, 4.4 et 4.5. "LC" dans ces tableaux signifie la combinaison des caractérisations spectrales issues du canal "intensité" et du canal "chromatique" suivant l'équation 4.14. Le tableau 4.2 donne une comparaison en terme de bonne classification sur la base DS1 entre les différentes méthodes d'estimation spectrale. La méthode DSP\_HM permet d'obtenir les meilleurs résultats sur les différents canaux ainsi qu'en fusionnant les informations issues des deux canaux. Ce résultat est retrouvé avec les bases DS2 et DS3. Les tableaux 4.3, 4.4 et 4.5 donnent ensuite les résultats en n'utilisant que la

TAB. 4.2 – Résultats de classification sur les 24 textures de la base Vistex (DS1).

	IHLS			L*a*b*		
	L	C	LC	L	C	LC
GMRF	72.47	66.98	87.27	73.83	<b>78.39</b>	91.95
NSHP	82.11	83.18	93.33	83.62	<b>88.59</b>	94.64
QP HM	87.37	85.76	95.42	87.66	<b>92.06</b>	97.24

TAB. 4.3 – Pourcentages moyens de bonne classification sur les bases de textures DS1, DS2 et DS3 dans les espaces couleur IHLS et L\*a\*b\* à partir de la méthode d'analyse spectrale DSP\_HM avec un support de prédiction d'ordre (2,2).

	L		C		LC	
	IHLS	L*a*b*	IHLS	L*a*b*	IHLS	L*a*b*
DS1	87,4	87,7	85,8	<b>92,1</b>	95,4	<b>97,2</b>
DS2	<b>91,4</b>	90,3	87,5	91,2	<b>97,4</b>	96,5
DS3	75,1	<b>79,4</b>	73,2	78,5	84,1	<b>88,0</b>
Average	84,6	85,8	82,1	<b>87,3</b>	91,3	<b>93,9</b>

TAB. 4.4 – Pourcentages moyens de bonne classification sur les bases de textures DS1, DS2 et DS3 en utilisant des histogrammes à quantification uniforme sur les trois axes.

	$H_{RGB}$	$H_{IHLS}$	$H_{Lab}$
DS1 ( $Q = 10$ )	96,4	96,4	91,8
DS2 ( $Q = 16$ )	99,5	<b>100,0</b>	99,1
DS3 ( $Q = 16$ )	94,0	94,5	92,2
Average	96,6	<b>97,0</b>	94,4

TAB. 4.5 – Pourcentages moyens de bonne classification sur les bases de textures DS1, DS2 et DS3 en fusionnant l'information "couleur" et l'information "texture couleur".

	DS1		DS2		DS3	
	$LC_{IHLS}$	$LC_{Lab}$	$LC_{IHLS}$	$LC_{Lab}$	$LC_{IHLS}$	$LC_{Lab}$
$H_{IHLS}$	98,8	<b>99,3</b>	98,8	<b>99,1</b>	<b>88,9</b>	87,8
$H_{RGB}$	98,9	<b>99,3</b>	98,6	<b>99,1</b>	<b>88,9</b>	87,2

méthode DSP\_HM, par soucis de simplification dans la présentation des résultats (voir [QAB<sup>+</sup>] pour l'intégralité des résultats). Le tableau 4.3 concerne la comparaison entre les espaces couleur. La différence principale existe au niveau du canal "chromatique" : les taux de bonne classification du canal "chromatique" avec  $L^*a^*b^*$  dépasse ceux obtenus avec IHLS. Il faut noter ici que les taux de classification obtenus sur chaque canal R, G ou B sont autour de 81% - 82 % en moyennant sur les trois bases, la fusion produisant un taux de 86,9% à comparer aux 91,3% avec IHLS et 93,9% avec  $L^*a^*b^*$ . Sur DS1, le résultat obtenu en exploitant uniquement une information de type "texture" (sans fusion avec une information issue de la distribution couleur) dépasse ce qui a été proposé dans la littérature récemment (97,2% au lieu de 91,2% dans [PFJ06]). Pour DS2 et DS3, la comparaison est plus délicate dans le sens où les meilleurs résultats présentés dans [MP04] sont obtenus avec des descripteurs différents pour chaque base de textures. Les résultats sont néanmoins comparables avec ceux que nous avons obtenus. Le tableau 4.4 montre les meilleurs résultats que nous avons obtenus lorsqu'on utilise uniquement l'information issue de la distribution des couleurs en faisant varier le nombre d'intervalles réguliers sur chaque axe (variable  $Q$ ). Les espaces RGB et IHLS ont permis cette fois-ci d'obtenir les meilleurs résultats ce qui est sans doute dû au choix d'utiliser un découpage régulier des différents axes, l'espace  $L^*a^*b^*$  n'étant pas vraiment adapté à un tel découpage (voir figure B.1). Il faut noter qu'un 100% de bonne classification peut être obtenu uniquement en utilisant une information "couleur" ce qui peut éventuellement remettre en question le choix de cette base pour évaluer des descripteurs "texture". Enfin, les résultats du tableau 4.5 montrent que la fusion de l'information "couleur" et "texture" améliore les taux de bonne classification sur la base DS1. Sur DS3, notre approche en fusion ne semble pas très appropriée. En effet, plus on dispose d'échantillons d'apprentissage, mieux seront apprises les probabilités conditionnelles et pour DS3, nous ne disposons que de 10 images pour l'apprentissage (contre 96 pour DS1).

Pour finir, il serait intéressant de regarder l'évolution des résultats sur DS2 et DS3 lorsqu'on prend des images de tailles  $32 \times 32$  et  $64 \times 64$  avec des ensembles d'apprentissage et de tests plus importants. Pour  $L^*a^*b^*$ , il faudrait pouvoir travailler avec des histogrammes avec des pas irréguliers sur les différents axes. Nous travaillons actuellement à étendre aux lois multivariées les travaux présentés chapitre 2 partie 2.4. Cette extension théorique devrait trouver un contexte applicatif avec l'amélioration de la description de la distribution des couleurs dans l'espace  $L^*a^*b^*$ .

## 4.2 Segmentation d'images texturées

Dans les parties 2.3.1 et 4.1.1, des améliorations à la caractérisation de textures à l'aide de la prédiction linéaire 2-D ont été proposées d'une part en introduisant le critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$  et d'autre part en explorant son extension au cas vectoriel complexe pour les espaces couleur psychovisuels. Pour ces deux études, les observations sont supposées être issues d'une zone stationnaire au sens large. Pour de "grandes" images, cette hypothèse est rarement vérifiée et une hypothèse de stationnarité au sens large par zone ou par région paraît plus réaliste. Dans de nombreuses applications en imagerie médical, en imagerie satellitaire, ... il est nécessaire de réaliser une étape de partitionnement de l'image avant d'en faire une analyse complète.

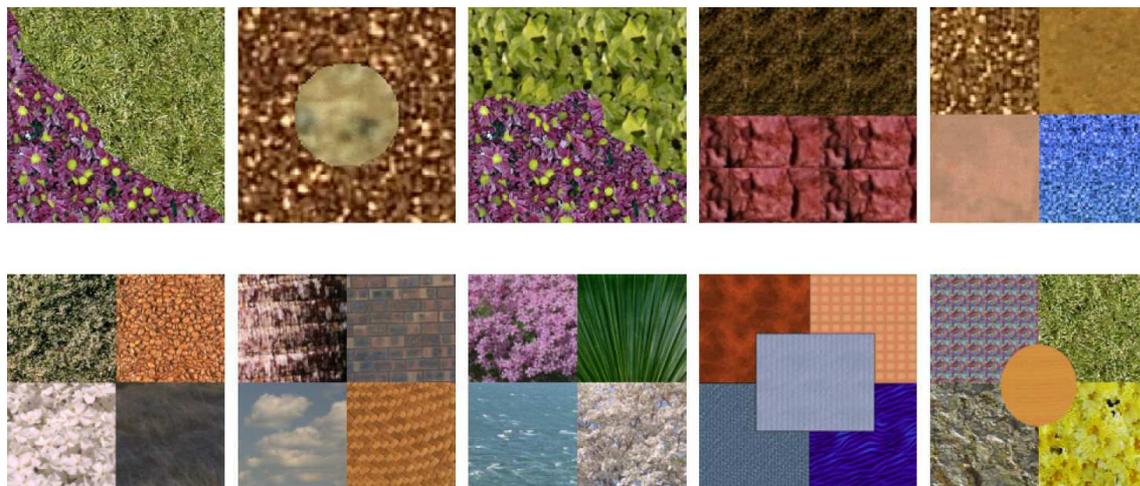


FIG. 4.6 – Images utilisées pour tester la méthode de segmentation proposée (numérotées de 1 à 10 en partant de la gauche, 1ère ligne puis 2ème ligne).

### 4.2.1 Segmentation supervisée d'images texturées couleur

Un algorithme proche de celui présenté partie 3.3.1 a été proposé pour segmenter les images texturées couleur à partir des modèles de prédiction 2-D complexe vectorielle (partie 4.1), dans un contexte supervisé c'est à dire que les modèles sont au préalable appris à partir d'un échantillon de chaque texture de taille  $32 \times 32$ . Pour chaque modèle, il est alors possible de calculer la séquence d'erreur de prédiction sur l'intégralité de l'image. L'obtention du champ de classes se fait alors en exploitant ces erreurs de prédiction :

$$\hat{y} = \arg \max_{y \in \Omega_y} P(e|y) P(y) \quad (4.16)$$

avec  $P(e|y) = \prod_{s \in \Delta} P(e_s | \hat{\theta}_{y_s})$  si on suppose l'indépendance des erreurs de prédiction les unes par rapport aux autres. La distribution des erreurs de prédiction a classiquement été approchée par une loi de Gauss [BL91, AR05]. Nous avons introduit d'autres lois de probabilité a priori pour décrire cette distribution : les MGMM

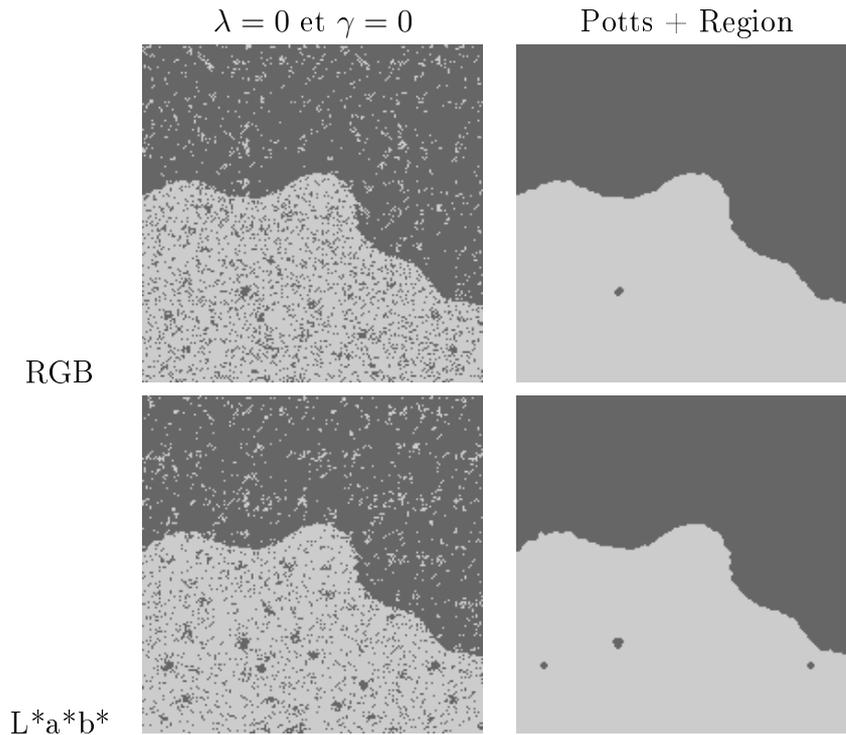


FIG. 4.7 – Résultats de segmentation sans régularisation spatiale (colonne  $\lambda = 0$  et  $\gamma = 0$ ) et avec régularisation spatiale (colonne “Potts + Region”) pour l’image texturée couleur 3 (voir Fig. 4.6) avec le modèle AR 2-D QP et les MGMM pour approcher la distribution des erreurs de prédiction, dans les espaces couleur RGB (ligne 2) et L\*a\*b\* (ligne 3).

(voir partie 3.3.2) et la distribution de Wishart :

$$p(e_s|\theta) = \frac{|G|^{\epsilon-d-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\text{Tr}(\Sigma_e^{-1}G)\right)}{2^{\epsilon(d/2)} \pi^{d(d-1)/4} |\Sigma_e|^{\epsilon/2} \prod_{i=1}^d \Gamma\left(\frac{1}{2}(\epsilon + i - 1)\right)} \quad (4.17)$$

avec  $G = JJ^T$  une matrice semi-définie positive de taille  $d \times d$ . Pour construire  $J$ , nous avons considéré les voisins les plus proches horizontalement et verticalement :

$$J = [e_{n-1_v}, e_{n-1_h}, e_n, e_{n+1_v}, e_{n+1_h}] \quad (4.18)$$

avec  $\epsilon = 5$ ,  $1_h = [1, \emptyset]$  et  $1_v = [\emptyset, 1]$ . Pour RGB, il vient directement  $d = 3$ , chaque vecteur d’erreurs de prédiction contenant 3 valeurs réelles. Dans le cas des images bi-canal complexes (voir eq. 4.8 et 4.9) on obtient des vecteurs d’erreurs de prédiction contenant deux valeurs complexes sachant que la partie imaginaire de celle associée au canal “luminance” est pratiquement nulle. Ainsi, nous avons aussi, pour ces espaces, des vecteurs de taille  $d = 3$  contenant la partie réelle du canal “luminance” et les parties réelles et imaginaires du canal “chrominance”.

Du fait que les distributions des erreurs de prédiction associées aux différentes classes peuvent être multimodales, les MGMM doivent permettre d’améliorer les

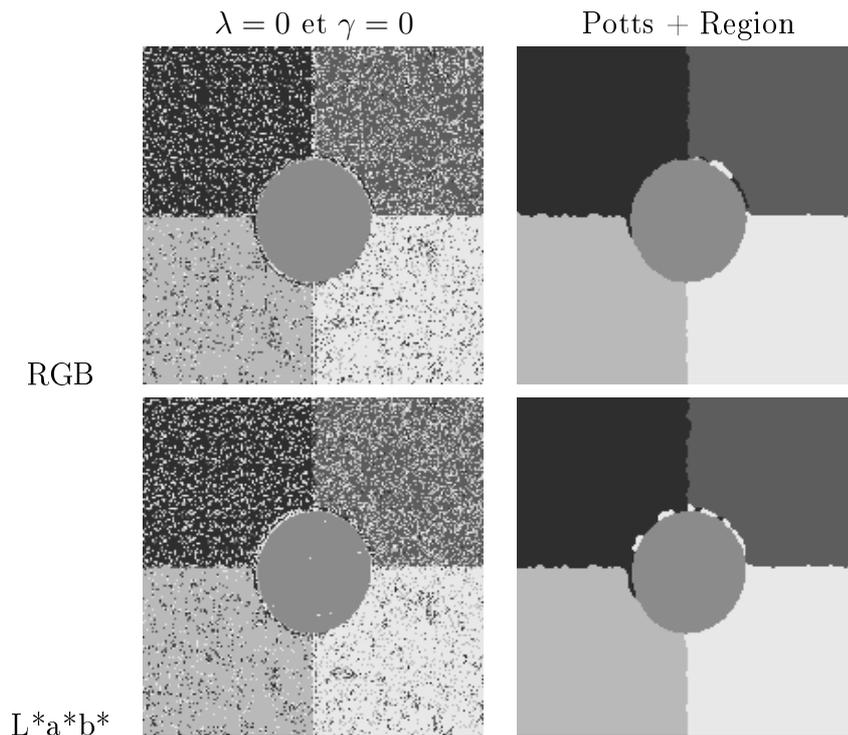


FIG. 4.8 – Résultats de segmentation sans régularisation spatiale (colonne  $\lambda = 0$  et  $\gamma = 0$ ) et avec régularisation spatiale (colonne “Potts + Region”) pour l’image texturée couleur 10 (voir Fig. 4.6) avec le modèle AR 2-D QP et les MGMM pour approcher la distribution des erreurs de prédiction, dans les espaces couleur RGB (ligne 2) et  $L^*a^*b^*$  (ligne 3).

résultats obtenus avec la loi de Gauss multidimensionnelle. Quant à la loi de Wishart, elle doit permettre de rendre plus robuste l’attribution d’une classe à un site en prenant en compte dans la probabilité permettant de classer un site non pas un vecteur d’erreurs de prédiction mais plusieurs vecteurs d’erreurs de prédiction. Les paramètres des différentes lois paramétrées sont appris à partir de la séquence d’erreur de prédiction connue pour chaque texture. Un algorithme EM est utilisée pour estimer les paramètres des MGMM (voir Annexe A).

Au niveau du terme de régularisation, il a été rajouté au modèle de Potts (voir partie 3.3.1) une loi a priori sur la taille des régions connexes formées dans le champ de classes permettant de pénaliser les régions de petites tailles [TZ02]. La distribution de Gibbs associée devient :

$$P(\mathbf{y}) \propto \exp(- (U_{i,1}(\mathbf{y}) + U_{i,2}(\mathbf{y}))) \quad (4.19)$$

avec  $U_{i,1}(\mathbf{y})$ , l’énergie interne associée au modèle de Potts, et  $U_{i,2}(\mathbf{y}) = \gamma \left( \sum_{i=1}^{n_R} |R_i|^{-\varphi} \right)$ ,  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, n_R$ , étant les  $n_R$  régions connexes du champ de label,  $\gamma \geq 0$  l’hyperparamètre réglant l’influence de cette énergie par rapport aux autres énergies (Potts et terme d’attache aux données) et  $\varphi$  un paramètre d’échelle.

L’évaluation de la méthode a été réalisée sur trois bases d’images texturées couleur :

- celle proposée dans [IW08] contenant des images de taille  $184 \times 184$  (voir Fig. 4.6),
- 4 images issues de l'article [KP06],
- 20 images hautes résolutions prises par les satellite IKONOS et QuickBird avec vérité de terrain.

TAB. 4.6 – Pourcentages moyens d'erreurs de segmentation sans régularisation spatiale ( $\lambda = 0$  et  $\gamma = 0$ ) sur les 10 images texturées couleur.

	RGB	IHLS	L*a*b*
Single Gauss	12.98	18.41	14.97
MGMM	12.47	16.83	13.67
Wishart	<b>6.04</b>	<b>8.14</b>	<b>6.35</b>

TAB. 4.7 – Pourcentages moyens d'erreurs de segmentation avec régularisation spatiale sur les 10 images texturées couleur.

	RGB	IHLS	L*a*b*
Single Gauss	1.62	1.85	1.68
MGMM	<b>1.41</b>	<b>1.58</b>	<b>1.52</b>
Wishart	3.15	3.37	3.09

Le tableau 4.6 donne les pourcentages moyens d'erreurs de segmentation sur la première base d'images lorsqu'on n'utilise pas le terme de régularisation spatiale ( $\lambda = \gamma = 0$ ). Dans ce contexte, il paraît pertinent d'utiliser la distribution de Wishart quelque soit l'espace couleur choisi. Des exemples d'images segmentées sans régularisation spatiale sont fournis figures 4.7 et 4.8.

Le tableau 4.7 donne les meilleurs pourcentages moyens d'erreurs de segmentation avec régularisation spatiale sur la première base d'images :  $\lambda$  croît de 0.1 à 5.0 avec  $\gamma = 2$  et  $c = 0.9$  (valeurs proposées dans [TZ02]). Les meilleurs résultats sont cette fois-ci obtenus à l'aide des MGMM quelque soit l'espace couleur choisi. Des exemples d'images segmentées avec régularisation spatiale sont fournis figures 4.7 et 4.8. Dans [Qaz10], nous montrons que les résultats les plus stables quelque soit l'a priori choisi pour la distribution des erreurs de prédiction sont obtenus avec l'espace L\*a\*b\*. Néanmoins, il faut noter ici les bons résultats de la méthode de segmentation avec l'espace RGB contrairement à ce qui avait été obtenu pour la classification. Ceci est dû au fait que le modèle de prédiction permet d'appréhender les corrélations entre les différents canaux et, quelque soit le modèle paramétrique de distribution utilisé, il s'agit de modèles de probabilité jointe prenant en compte les dépendances entre les éléments des vecteurs d'erreurs de prédiction. Ces résultats sont donc plutôt à mettre en relation avec ceux présentés dans la partie concernant les MGMM et les espaces couleur (voir partie 3.3.2).

Au sujet des 4 images issues de l'article [KP06], les taux d'erreurs de segmentation avec les espaces RGB et  $L^*a^*b^*$  sont de nouveau du même ordre de grandeur lorsqu'on utilise les MGMM. Ils sont d'ailleurs comparables à ceux donnés dans [KP06] alors qu'il est utilisé conjointement une information "couleur" et une information "texture" issue des filtres de Gabor pour décrire les zones texturées.

Pour finir cette partie, les résultats obtenus sur les images satellites avec l'espace  $L^*a^*b^*$  sont quant à eux nettement meilleurs à ceux obtenus avec l'espace RGB [Qaz10]. De fait, il apparaît que l'espace  $L^*a^*b^*$  semble le plus approprié pour la méthode de segmentation d'images texturées couleur exploitant la prédiction linéaire 2-D vectorielle complexe.

Une perspective directe de ce travail consiste à développer une méthode de segmentation non-supervisée d'images texturées couleur en réalisant l'extension vers les espaces couleur de la méthode proposée pour les images texturées en niveaux de gris résumée dans la partie suivante.

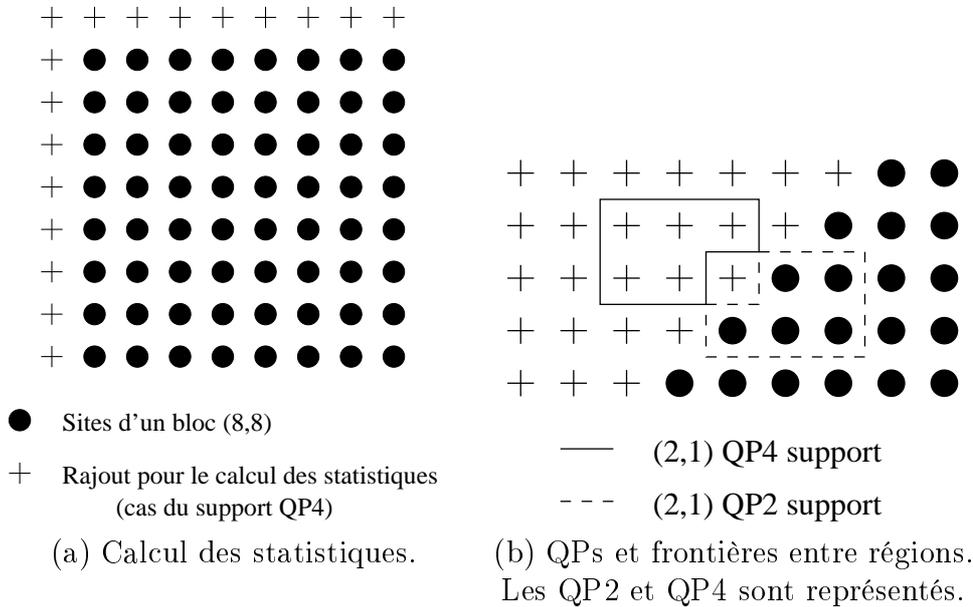


FIG. 4.9 – Intérêt de l'usage des quatre supports QP.

#### 4.2.2 Segmentation non-supervisée d'images texturées et critères d'information

Dans [AR05], une contribution à la segmentation non supervisée d'images texturées en niveaux de gris à partir de modèles AR 2-D causaux a été proposée dans la continuité des travaux présentés dans [BL91] : les ICs sont utilisés pour estimer le nombre de textures (ou de classes) dans l'image mais aussi pour optimiser le choix du modèle pour chaque texture, c'est à dire l'estimation de l'ordre de chaque support (alors qu'il est fixe d'ordre (1,1) dans [BL91]). De plus, si dans [BL91] le critère AIC a uniquement été utilisé, les critères BIC et  $\varphi_{\beta_{\min}}$  ont été exploités et comparés dans [AR05]. Pour finir, une réflexion, commencée dans [Ala98], autour de l'exploitation des quatre supports QP afin d'améliorer l'algorithme au niveau des

frontières a été finalisée. En effet, en segmentation, si on utilise un support de type non-causal (voir Fig. 4.1), le calcul d'une erreur de prédiction pour un site frontière fera forcément intervenir des sites appartenant à plusieurs classes. Par contre, si le support QP est bien choisi, il y a moyen d'éviter en grande partie ce désagrément comme l'illustre la figure 4.9b. Il faut aussi noter que l'usage du seul QP1 d'ordre (1,1) comme dans [BL91] engendre d'une part une anisotropie dans les erreurs de segmentation, due à la forme du support, et d'autre part l'incapacité de différencier au mieux certaines textures, due à une sous-estimation de l'ordre, comme cela a été montré expérimentalement dans [ABN96].

L'algorithme de segmentation se divise en deux étapes (comme celui présenté dans la partie 3.3.1) : une étape d'estimation des paramètres du modèle puis une étape d'estimation du champ de classes à l'aide d'un modèle de Potts. Dans [AR05], un algorithme d'optimisation stochastique a été utilisé pour la deuxième étape : l'algorithme du recuit simulé (SA pour Simulated Annealing - voir partie 3.2) construit à l'aide d'un échantillonneur de Gibbs (voir [Guy95, RC99]). L'originalité du travail résidant principalement dans les aspects concernant la modélisation des processus, ce sont ceux-ci qui sont le plus détaillés dans ce document.

### Estimation des paramètres du modèle

Si on considère le support QP, quatre différents supports peuvent être définis : voir les équations 2.23 et 4.4 pour les supports QP1 et QP2 et

$$\begin{aligned} D_m^{QP3} &= \{r \in \mathbb{Z}^2, -m_1 \leq r_1 \leq 0, -m_2 \leq r_2 \leq 0, r \neq (0, 0)\} \\ D_m^{QP4} &= \{r \in \mathbb{Z}^2, 0 \leq r_1 \leq m_1, -m_2 \leq r_2 \leq 0, r \neq (0, 0)\}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Ces supports seront donc notés  $D_m^{QPp}$ ,  $p = 1, \dots, 4$ , par la suite.

Le modèle d'une image composée de  $m_i$  textures s'écrit :  $\theta^{m_i} = \{\theta_t\}_{t=\llbracket 1, m_i \rrbracket}$ . Si on suppose que chaque texture peut être décrite par un des quatre modèles AR 2-D QPp,  $p = 1, \dots, 4$ , le modèle complet est  $\theta_t = \left\{ \mu_t, \theta_{t_p} = \left\{ \left\{ a_{r, t_p} \right\}_{r \in D_m^{QPp}}, \sigma_{e, m_{t_p}} \right\} \right\}$ ,  $p = 1, \dots, 4$ . L'aspect non-supervisé de l'algorithme réside essentiellement dans la question du choix de modèle qui s'exprime à deux niveaux : estimer  $m_i$  dont on supposera la valeur majorée par  $M_i$  et estimer pour chaque texture les ordres  $m_{t_p}$  des supports QPp,  $p = 1, \dots, 4$ , dont l'ordre maximum ( $M_t, M_t$ ) sera fonction du nombre d'échantillons associé à la texture au cours de la procédure d'estimation. D'après [Bro00], il est possible de choisir  $M_t = \lceil 0.1 \times \sqrt{|\Delta_t|} \rceil$  avec  $\Delta_t$  l'ensemble des sites attribués à la texture  $t$ .

Mais revenons sur la 1ère étape d'estimation du modèle. L'image est découpée en blocs carrés (par exemple de taille  $8 \times 8$  ou  $16 \times 16$  - voir Fig. 4.10c et 4.11b) supposés être indépendants entre eux<sup>4</sup>. Cet ensemble de blocs est noté  $\Delta_B = \{\Delta_w\}_{w=1, \dots, N_i}$ , le cardinal de chaque bloc étant  $N_B$  et le nombre de blocs attribués à la texture  $t$ ,  $N_t$  avec  $\sum_{t=1}^{m_i} N_t = N_i$ . De ce fait,  $|\Delta_t| = N_t \times N_B$

<sup>4</sup>Les observations ne sont plus supposées indépendantes les unes des autres. Leur probabilité conjointe ne peut plus s'écrire comme le produit de leurs probabilités comme c'était le cas dans le chapitre 3. On les regroupe donc par blocs dont les variables aléatoires seront supposées indépendantes bloc par bloc, par soucis de simplification, ce qui va permettre d'écrire le critère d'information (voir [BL91] pour la démonstration).

La répartition des classes de textures sur les blocs est supposée suivre une distribution multinomiale de paramètres inconnus  $\rho^{m_i} = \{\rho_t\}_{t=1, \dots, m_i}$ ,  $\sum_{t=1}^{m_i} \rho_t = 1$ . Suite à ces hypothèses, Bouman & Liu [BL91] ont proposé l'écriture de la probabilité conjointe de  $x$  et des  $\Delta_t$ ,  $t = 1, \dots, m_i$  :

$$P(x, \Delta_1, \dots, \Delta_{m_i-1} | \theta^{m_i}, \rho^{m_i}) = \prod_{t=1}^{m_i} \exp(-f_{\theta_{t_p}}(x_{\Delta_t}) + N_t \log \rho_t) \quad (4.21)$$

avec  $x_{\Delta_t}$ , l'ensemble des valeurs observées attribuées à la texture  $t$ ,  $\theta_{t_p}$ , un des quatre modèles QP correctement choisi comme nous le verrons ultérieurement et

$$f_{\theta_{t_p}}(x_{\Delta_t}) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sigma_{e, m_{t_p}}^2} \sum_{s \in \Delta_t} e_{s, m_{t_p}}^2 + |\Delta_t| \left( \log(\sigma_{e, m_{t_p}}^2) + \log(2\pi) \right) \right\}. \quad (4.22)$$

$e_{s, m_{t_p}}$  est l'erreur de prédiction obtenue à partir du support QPp en  $s$ . La probabilité conjointe de l'équation 4.21 est égale à  $P(x, \Delta_1, \dots, \Delta_{m_i} | \theta^{m_i}, \rho^{m_i})$  puisque  $\Delta_{m_i}$ ,  $N_{m_i}$  et  $\rho_{m_i}$  se déduisent respectivement de  $\{\Delta_t\}_{t=1, \dots, m_i-1}$ ,  $\{N_t\}_{t=1, \dots, m_i-1}$  et  $\{\rho_t\}_{t=1, \dots, m_i-1}$ .

L'estimation MV des paramètres  $\{\theta^{m_i}, \rho^{m_i}\}$  peut s'obtenir en maximisant cette probabilité conjointe. Par contre, comme expliqué précédemment (voir chapitre 2), cette procédure ne permettra pas de choisir le modèle dans le sens où elle le surdimensionnera :  $m_i$  sera quasiment toujours égal à  $M_i$  et les ordres des textures égaux à  $(M_t, M_t)$ . Pour répondre à ce problème de choix de modèle, Bouman & Liu [BL91] ont donc proposé un critère de type AIC. Ce critère a été généralisé dans [AR05] :

$$IC(m_i, \{m_{t_p}\}_{t=1, \dots, m_i, p=1, \dots, 4}) = -2 \log P(x, \Delta_1, \dots, \Delta_{m_i-1} | \theta^{m_i}, \rho^{m_i}) + \alpha_{IC}(N) \left( \sum_{t=1}^{m_i} (|\theta_{t_p}| + 1) + m_i - 1 \right). \quad (4.23)$$

$\alpha_{IC}(N)$  pouvant être la pénalité des critères AIC, BIC ou  $\varphi_{\beta_{\min}}$  (voir parties 2.2.1, 2.2.2 et 2.2.4).

L'optimisation de ce critère se fait par minimisation successive par rapport à  $\{\theta^{m_i}, \rho^{m_i}\}$ , à la répartition des  $m_i$  classes sur les blocs, et à  $m_i$ , les deux autres grandeurs restant fixées :

- $m_i$  et les  $\Delta_t$ ,  $t = 1, \dots, m_i$ , sont fixés ;  $\{\theta^{m_i}, \rho^{m_i}\}$  peuvent être estimés. L'estimation MV des paramètres de la distribution multinomiale se fait de la manière suivante :  $\rho_t^{MV} = \frac{N_t}{N_i}$ . Les paramètres des modèles QPp,  $p = 1, \dots, 4$ , pour des ordres allant jusqu'à  $(M_t, M_t)$  sont estimés à l'aide de la méthode de Yule-Walker, c'est à dire à partir de l'estimation des statistiques d'ordre 2. Ces statistiques à l'ordre 2 sont calculées récursivement à partir des blocs initiaux [BL91]. Le calcul des statistiques sur les blocs initiaux est réalisé en étendant le bloc à des sites voisins de manière adaptée pour chaque support (voir Fig. 4.9a). Le choix de l'ordre des modèles est réalisé à l'aide des critères AIC, BIC ou  $\varphi_{\beta_{\min}}$  (voir partie 2.3.1).
- $m_i$  et  $\{\theta^{m_i}, \rho^{m_i}\}$  sont fixés. Les blocs sont répartis entre les textures de la manière suivante (voir éq. 4.21 et 4.22) :

$$\Delta_t = \left\{ \Delta_w, \arg \min_{r=1, \dots, m_i, p=1, \dots, 4} (f_{\theta_{r_p}}(x_{\Delta_w}) - \log(\rho_r)) = t \right\}. \quad (4.24)$$

- Cette procédure réduit le nombre de textures. A chaque itération, la fusion des deux textures qui produit la plus grande décroissance du critère d'information de l'équation 4.23 est réalisée. Si aucune fusion ne provoque une décroissance du critère, on ne fait rien.

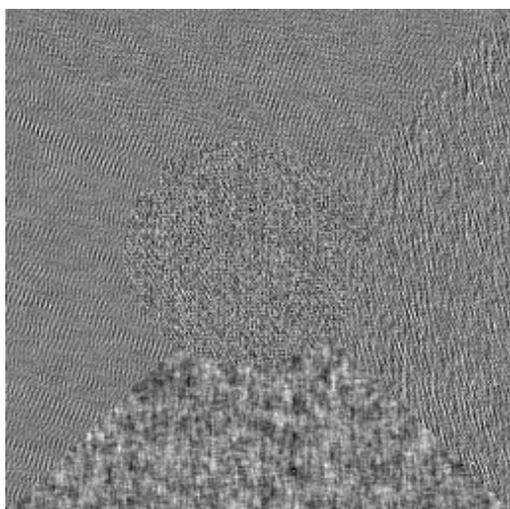
## Résultats

A partir d'une image de taille  $256 \times 256$  contenant des textures de synthèse (voir figure 4.10, les textures de synthèse étant similaires à celles présentées figure 2.3), la segmentation "bloc" à l'aide du critère  $\varphi_{\beta_{\min}}$  a été obtenue (Figure 4.10c). Comme les ordres des différentes textures,  $m_{t_p}$ , ainsi que le nombre de textures,  $m_i$ , étaient connus, des comparaisons ont pu être réalisées avec les critères AIC et BIC, au détriment de ces critères (voir tableau 4.8), en terme de biais,  $\hat{b}$ , et d'écart-type d'estimation,  $\hat{\sigma}$  (voir [AR05] pour plus de détails sur les formules utilisées).

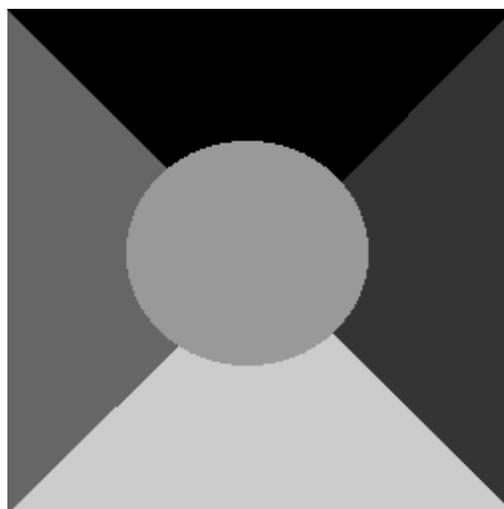
Un autre exemple de segmentation bloc est donné figure 4.11, mais cette fois-ci à partir d'une image contenant des textures naturelles. On remarque, sur la figure 4.11b, qu'une classe de texture supplémentaire sur les frontières a été obtenue (6 classes détectées). La segmentation finale après recuit simulé peut donner des résultats du type fournis figure 4.11c, en travaillant avec  $\lambda$  fixé (voir équation 3.25), ou figure 4.11d en augmentant de manière progressive  $\lambda$ . Ce dernier résultat montre l'élimination de la classe de texture indésirable sur les frontières de la figure 4.11b. et possède un pourcentage d'erreur de segmentation faible. Pour l'améliorer encore, il faudrait sans doute introduire d'autres termes de régularisation en plus du terme associé au modèle de Potts et du terme associé à la taille des régions (voir éq. 4.19) qui n'a pas été utilisé dans cette partie. En effet, il faudrait pouvoir contraindre les frontières à devenir plus "régulières" mais cette fois-ci dans un sens géométrique de façon à éviter les irrégularités au niveau de la frontière circulaire centrale et de la frontière linéaire en bas à droite de l'image. Ce genre de considérations a motivé l'idée de créer des termes d'énergie dont les potentiels d'interaction prendrait en compte des informations de type géométrique et topologique.

TAB. 4.8 – Comparaison des performances des différents critères pour l'estimation du nombre de textures,  $m_i$ , et des ordres des modèles,  $m_{t_p}$  lorsqu'on utilise un seul Quart de Plan (1QP) ou lorsqu'on utilise les quatre Quarts de Plan (4QP).

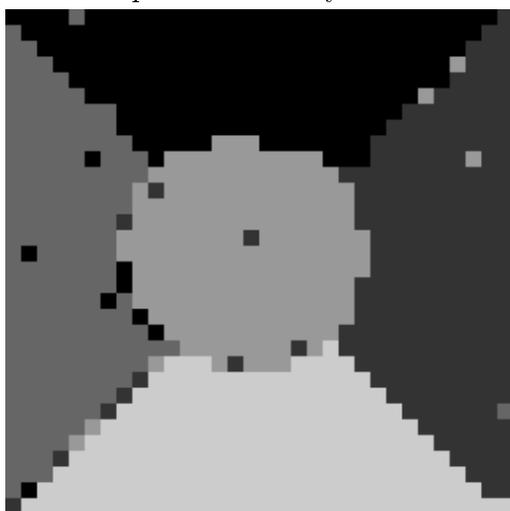
		1QP			4QP		
		AIC	BIC	$\varphi_{\beta_{\min}}$	AIC	BIC	$\varphi_{\beta_{\min}}$
$\hat{m}_i$	$\hat{b}_{m_i}$	6.5	2.6	1.7	2.4	0.9	0
	$\hat{\sigma}_{m_i}$	1.51	0.52	0.48	0.52	0.32	0
$\hat{m}_{t_p}$	$\hat{b}_{m_{t_p}}$	0.16	0	0	0.51	0.01	0
	$\hat{\sigma}_{m_{t_p}}$	0.21	0	0	0.56	0.03	0



(a) Image contenant cinq textures de synthèse.



(b) Vérité de terrain pour le champ de label.

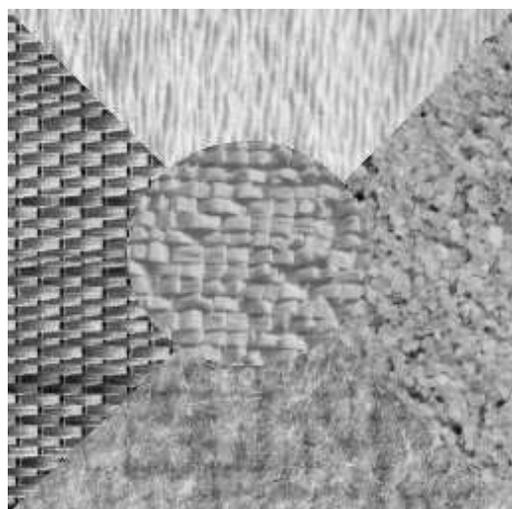


(c) Segmentation par blocs après l'étape d'estimation du modèle.



(d) Estimation du champ de label après recuit simulé.

FIG. 4.10 – Résultats de segmentation avec des textures de synthèse issues de cinq modèles AR 2-D QP d'ordres différents.



(a) Image contenant cinq textures de Brodatz.



(b) Segmentation par blocs après l'étape d'estimation du modèle.



(c) Estimation du champ de label après recuit simulé ( $\lambda = 1.5$ ).



(d) Estimation du champ de label après recuit simulé et en augmentant progressivement la valeur de  $\lambda$ .

FIG. 4.11 – Résultats de segmentation avec cinq textures de Brodatz.

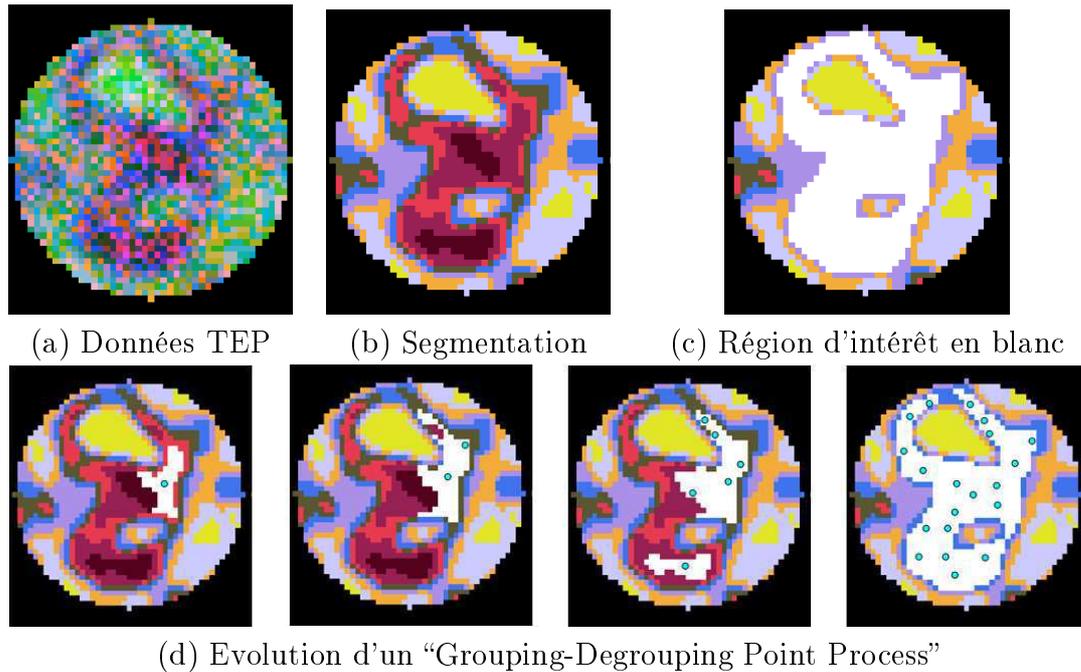


FIG. 4.12 – Exemple de région d'intérêt constituée de plusieurs régions statistiquement homogènes issues d'une 1ère segmentation exploitant les lois de mélange (voir partie 3.3.1). Les points (en vert) permettent de sélectionner des régions.

### 4.3 Géométrie et topologie du champ de régions

Le laboratoire SIC a depuis son origine une équipe orientée "Informatique Graphique" dont un des thèmes de recherche est le développement des cartes topologiques (voir partie 4.3.2) en 2-D et en 3-D. Un des intérêts des cartes topologiques est d'offrir un outil structuré d'un point de vue informatique pour manipuler les propriétés géométriques et topologiques d'un champ de régions. Ainsi, une des premières applications concrètes envisagée pour cet outil a été la segmentation d'image. Une première étude a ainsi été menée avec Guillaume Damiand<sup>5</sup> dans le but de proposer des termes de régularisation aptes à prendre en compte des informations géométriques et topologiques, ces travaux pouvant être perçus comme s'inscrivant dans la continuité de ceux présentés dans [DMPS95, MW98]. Dans [BAD<sup>+</sup>02], nous avons ainsi proposé un terme en lien avec la taille des régions proche de celui apparaissant dans [TZ02] puis un terme permettant de favoriser la linéarité des frontières [DAB03]. Au début des années 2000, les cartes topologiques 2-D présentaient néanmoins un défaut majeur car elles n'offraient pas la possibilité de mettre à jour de manière efficace une carte associée à un champ de régions lorsqu'un site changeait de label (il fallait recalculer l'intégralité de la carte) ce qui ne permettait pas vraiment d'utiliser un échantillonneur de Gibbs de manière efficace. Aujourd'hui, ces études mériteraient d'être reprises dans un contexte par exemple de segmentation d'images couleur texturées (voir partie 4.2.1) puisque la bibliothèque associée aux cartes to-

<sup>5</sup>alors qu'il était MdC à SIC. Il est actuellement chercheur CNRS au LIRIS à Lyon.

pologiques possède les fonctions permettant de mettre à jour une carte topologique de manière efficace en terme de temps de calcul.

Au cours du travail de thèse de Samuel Burg, nous nous sommes intéressés à la segmentation 3-D d'images TEP (voir partie 3.3.1). Les segmentations obtenues sont certes constituées de régions statistiquement homogènes mais une zone d'intérêt est constituée de plusieurs régions comme le montre les figures 4.12a, b & c. Nous avons donc recherché une méthode permettant de sélectionner un ensemble de régions suivant des critères géométriques et topologiques sachant qu'elle devait aussi offrir la possibilité de modifier les régions. Ce deuxième point reste une de nos perspectives.

A notre connaissance, il y a relativement peu de travaux sur le sujet dans un contexte probabiliste. Dans [GMIM95], après l'obtention d'une segmentation en régions par Watershed, un modèle de Potts, dont les noeuds du graphe de voisinage sont les régions, modifié par une pondération prenant en compte la surface de contact entre deux bassins voisins, est exploité afin de trouver des zones d'intérêt. Wang [Wan98] propose une relaxation stochastique sur les composantes connexes d'une partition 2-D. On part d'une sursegmentation. Puis, on simplifie la représentation du champ des régions en réduisant le nombre de labels à 4 suivant le principe que les régions connexes de n'importe quelle partition d'une grille 2-D peut être colorée à l'aide de 4 couleurs sans que jamais deux régions voisines possèdent la même couleur. A partir de là, on peut définir un terme d'énergie interne sur les composantes connexes qui prend en compte la longueur des frontières (ce qui fait penser au modèle de Potts). A noter qu'il est aussi introduit un terme d'attache aux données qui mesure l'écart des niveaux aux frontières de composantes connexes voisines. Il est aussi présenté des outils de minimisation d'une énergie, définissant une distribution de Gibbs, à partir de mouvements permettant de modifier des ensemble de sites connexes en les regroupant à d'autres ensembles ou en les séparant. Il s'agit néanmoins d'un algorithme d'une grande complexité qui n'a jamais été étendu à la 3-D.

Depuis un peu plus de 10 ans, un regain d'intérêt s'est porté sur les processus ponctuels [Str75] en imagerie et plus particulièrement sur les processus ponctuels marqués ou processus objets [BNKvL99, SDZ04, Des04, ODZ07] qui permettent de manipuler dans un contexte probabiliste une marque géométrique autour d'un point. C'est en partie dû au fait que les processus ponctuels offrent un formalisme d'une grande souplesse. C'est donc ce formalisme que nous avons choisi pour retrouver un ensemble de régions (voir figure 4.12d) en partant du principe qu'un point dans une région permet de la sélectionner, suivant non seulement ses intensités<sup>6</sup> mais aussi un ensemble de propriétés géométriques et topologiques. Dans les parties suivantes, le formalisme du processus ponctuel proposé que nous avons baptisé "Grouping-Degrouping Point Process" (GDPP), la manière de le simuler et les résultats que nous avons obtenus seront présentés (pour plus de détails sur le GDPP voir [ABDA]).

---

<sup>6</sup>dans le futur, ça pourrait être des couleurs.

### 4.3.1 Le GDPP (Grouping-Degrouping Point Process)

#### Notions fondamentales en lien avec les processus ponctuels

L'expérience aléatoire associée à un processus ponctuel (PP) renvoie à chaque réalisation un ensemble de points non ordonnés (ou configuration)  $\omega = \{\omega_i\}_{i=1,\dots,n}$ ,  $n$  étant le nombre de points, d'un espace  $\chi$  muni d'une métrique  $d$ , complet et séparable. Par exemple,  $\chi = \mathbb{R}^3$  ou  $\chi$  est un sous-ensemble compact de  $\mathbb{R}^3$ . Soit  $\mathcal{N}^{lf}$ , la famille de toutes les configurations localement finies, une configuration localement finie plaçant un nombre fini de points dans tout borélien  $A \subseteq \chi$ . Un PP sur  $\chi$  est une variable aléatoire à valeur dans l'espace mesurable  $(\mathcal{N}^{lf}, \mathcal{N}^{lf})$  où  $\mathcal{N}^{lf}$  est la plus petite  $\sigma$ -algèbre (ou tribu) telle que le nombre de points dans tout borélien  $A \subseteq \chi$ ,  $N(A)$ , soit une variable aléatoire finie.

Pour définir un PP, il faut lui adjoindre une mesure borélienne, dit "d'intensité", sur  $(\chi, d)$ , notée  $\nu(\cdot)$ , telle que  $\nu(\chi) > 0$  et  $\nu(A) < +\infty$ , pour tout borélien  $A \subseteq \chi$ . Ainsi, les processus ponctuels les plus élémentaires dits de Poisson (les P.P.P.), pour lesquels les points sont indépendants les uns des autres, ont une mesure d'intensité telle que  $N(A)$  suit une loi de Poisson d'espérance  $\nu(A)$  et que les variables aléatoires  $N(A_1), \dots, N(A_k)$ , associées à  $k$  boréliens de  $\chi$  disjoints, sont indépendantes. Si la mesure d'intensité est proportionnelle à la mesure de Lebesgue,  $\nu = \lambda\mu$ , dans le cas où  $\chi = \mathbb{R}^p$ , le P.P.P. est alors homogène et  $\lambda$  est alors l'intensité du processus<sup>7</sup>. Le P.P.P. homogène est considéré comme le P.P. de référence. Sa mesure de probabilité sur  $\mathcal{N}^{lf}$ ,  $P(F)$ ,  $F \in \mathcal{N}^{lf}$ , a été définie dans de nombreux travaux comme par exemple [Des04]. La spécificité d'un P.P. par rapport à un autre provient de sa d.d.p. (ou dérivée de Radon-Nikodym par rapport à  $P$ ). D'une manière générale, la d.d.p. des PP de Gibbs possèdent la forme non-normalisée suivante :

$$f(\omega|\theta) \propto \exp(-U(\omega|\theta)). \quad (4.25)$$

Comme pour les champs de Markov (voir éq. 3.22),  $U(\omega|\theta)$  est l'énergie du système, constituée d'une somme de potentiels :

$$U(\omega|\theta) = -n \log \lambda + \sum_{\omega_i \in \omega} \theta^{(1)}(\omega_i) + \dots + \sum_{\{\omega_{i_1}, \dots, \omega_{i_k}\} \in \omega} \theta^{(k)}(\omega_{i_1}, \dots, \omega_{i_k}) \quad (4.26)$$

avec  $\theta^{(j)} : \chi^j \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $j = 1, \dots, k$ , les potentiels dont le calcul fait intervenir des sous-ensembles de  $j$  points et dont les paramètres sont inclus dans l'ensemble de paramètres définissant l'énergie  $\theta$ .

Quand tous les points des sous-ensembles sont voisins suivant la définition de relations de voisinage, le PP est alors un PP de Markov (PPM).

La condition principale à vérifier lorsqu'on définit une énergie associée à un PP provient de l'intensité conditionnelle de Papangelou  $\frac{f(\omega \cup \{\zeta\})}{f(\omega)} = \beta \exp(-(U(\omega \cup \{\zeta\}|\theta) - U(\omega|\theta)))$  avec  $\zeta$ , un point dans  $\chi$  rajouté à la population  $\omega$  :

$$U(\omega|\theta) - U(\omega \cup \{\zeta\}|\theta) \leq \log(C) \quad (4.27)$$

avec  $C > 0$ . Cette condition est connue dans la littérature comme étant associée à la propriété de stabilité locale et elle implique que la d.d.p., donnée équation 4.25, sera intégrable par rapport à la mesure de probabilité de référence.

<sup>7</sup>Attention à ne pas confondre avec le " $\lambda$ ", paramètre du modèle de Potts dans les parties précédentes !

Les équations 4.26 et 4.27 montrent qu'il est possible de définir une énergie "acceptable" pouvant prendre en compte diverses propriétés sur des ensembles de points sans trop de difficultés. C'est la raison pour laquelle il y a eu de nombreux travaux en imagerie réalisés à l'aide des P.P. ces dernières années.

Comme pour les champs de Markov<sup>8</sup>, l'énergie peut être vue comme une somme de deux termes, composés chacun de potentiels :

$$U(\omega|\theta) = U_d(\omega|\theta) + U_i(\omega|\theta) \quad (4.28)$$

avec  $U_d(\omega|\theta)$  le terme d'attache aux données, permettant aux points d'aller se positionner de manière cohérente par rapport au contenu de l'image, et  $U_i(\omega|\theta)$  le terme d'énergie interne qui va permettre de régulariser la solution suivant un certain nombre de contraintes. D'après ces définitions, la population particulière qui minimise l'énergie est une population estimée au sens du MV :

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{ML} &= \arg \max_{N^{I_f}} \{f(\omega|\theta)\} \\ &= \arg \min_{N^{I_f}} [U_d(\omega|\theta) + U_i(\omega|\theta)] \end{aligned} \quad (4.29)$$

La minisation de cette énergie peut être réalisée à l'aide des méthodes MCMC exploitant la simulation du processus et en particulier la méthode "RJMCMC" pour "Reversible Jump" MCMC [Gre95] (voir partie 4.3.2).

Les potentiels qui composent l'énergie diffèrent d'une application à une autre (voir [SDZ04, PDZ05] par exemple). Néanmoins, le potentiel associé à l'intensité du processus,  $-n \log \lambda$ , apparaît systématiquement dans la définition de l'énergie interne. En guise d'exemple, le PP de Strauss [Str75] qui appartient à la famille des PPM est un PP classiquement utilisé pour éviter une aggrégation excessive de points. Il est défini à partir d'un potentiel d'interaction d'ordre 2 :

$$\theta_s^{(2)}(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} -\log \gamma_s, & \text{si } \|\omega_i - \omega_j\|_2 < r \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.30)$$

avec  $\gamma_s \in [0, 1]$  et  $(i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$ . Si  $\gamma_s = 1$ , il s'agit d'un PPP homogène d'intensité  $\lambda$ . Quand  $\gamma_s \in ]0, 1[$ , les couples de points dont la distance est inférieure à  $r$  sont pénalisés. Si  $\gamma_s = 0$ , le PP de Strauss est appelé le "hard core" PP et tous les couples de points dont la distance est inférieure à  $r$  sont interdits<sup>9</sup>.  $\gamma_s$  est l'"hyperparameter" de  $\theta_s^{(2)}$ . Dans ce qui suit, tous les potentiels proposés possèdent au moins un paramètre susceptible de modifier le poids apporté par le potentiel par rapport aux autres potentiels.

Dans la partie suivante, nous présentons les potentiels qui définissent l'énergie associée au GDPP.

<sup>8</sup>et d'autres outils mathématiques en traitement de l'image comme les modèles déformables.

<sup>9</sup>autrement dit : une configuration ayant un couple de points dont la distance est inférieure à  $r$  a une d.d.p. nulle.

### Définition du GDPP

Rappelons que notre objectif est de faire de la segmentation 3-D “haut-niveau” dans le sens où nous voulons reconstituer un objet ou une zone d’intérêt dans une image dont le support est une grille discrète de dimension  $p : \Delta \subset \mathbb{Z}^p, p = 3$  ici. On suppose qu’une première segmentation en  $L$  régions a été réalisée :

$$P_S = \{R_1, \dots, R_L\}, \cup_{i=1}^L R_i = S, \text{ et } R_i \cap R_j = \emptyset, (i, j) \in \llbracket 1, L \rrbracket^2, i \neq j. \quad (4.31)$$

Ainsi,  $\chi$  sera par la suite un sous-ensemble compact de  $\mathbb{R}^p$  englobant  $\Delta : \chi = \cup_{s \in S} B(s; \frac{1}{2}), B(s; \frac{1}{2}) = \{x \in \mathbb{R}^p, \|x - s\|_\infty < \frac{1}{2}\}, B(s; \frac{1}{2}) \cap B(r; \frac{1}{2}) = \emptyset, (s, r) \in S^2. P_S$  induit donc une partition de  $\chi$  en  $L$  régions. Une région  $R \in P_S$  pourra donc être considérée comme un ensemble de sites ou un sous-ensemble de  $\chi$  égal à  $\cup_{s \in R} B(s; \frac{1}{2})$  et de volume  $\mu(R_i), i = 1, \dots, L$ . A partir de  $P_S$ , un nouveau terme d’énergie composé de deux termes,  $U_{\mathbf{p}} = U_{\mathbf{d}, \mathbf{p}} + U_{\mathbf{i}, \mathbf{p}}$  peut alors être défini et rajouté à l’énergie définie équation 4.28 :

$$U(\omega | \theta) = U_{\mathbf{d}}(\omega | \theta) + U_{\mathbf{d}, \mathbf{p}}(\omega | \theta) + U_{\mathbf{i}, \mathbf{p}}(\omega | \theta) + U_{\mathbf{i}}(\omega | \theta) \quad (4.32)$$

$U_{\mathbf{d}, \mathbf{p}}$  dépend bien entendu des données associées à une application particulière ; cette énergie sera définie partie 4.3.3. Quelques exemples de potentiels composant  $U_{\mathbf{i}, \mathbf{p}}$  associés au GDPP sont fournis (voir [ABDA] pour plus de détails sur les autres).

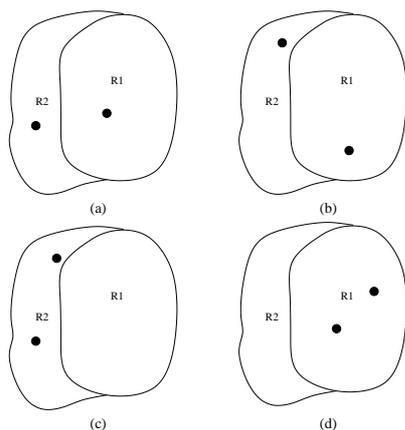


FIG. 4.13 – Processus ponctuel de type “Hard core” à partir d’une relation de voisinage sur les régions : les configurations (a) ou (b) ont une d.d.p. non nulle ; les configurations (c) ou (d) ont une d.d.p. nulle.

Dans une configuration de points, plusieurs points sont susceptibles d’apparaître dans une même région (voir Fig. 4.13c & 4.13d). Un potentiel “région” d’interaction à l’ordre 2 inspiré de celui utilisé dans le modèle de Strauss peut être utilisé pour éviter qu’il y ait trop de points dans une même région. Ce potentiel s’appuie sur la relation de voisinage entre deux points dans  $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  :

$$\omega_i \overset{r}{\sim} \omega_j, \text{ si } \omega_i \text{ et } \omega_j \text{ sont dans la meme region} \quad (4.33)$$

avec  $(i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2, i \neq j$ . Il est défini de la manière suivante :

$$\theta_r^{(2)}(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} -\log \gamma_r, & \text{si } \omega_i \overset{r}{\sim} \omega_j \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.34)$$

avec  $\gamma_r \in [0, 1]$ . Si  $\gamma_r = 0$ , on obtient un processus ponctuel de type “hard core” sur les régions (voir Fig. 4.13) : une configuration de points avec deux points dans une même région a une probabilité nulle. Dans ce cas, il est possible de dire qu’un point est dans la configuration ou que la région est dans la configuration indistinctement.

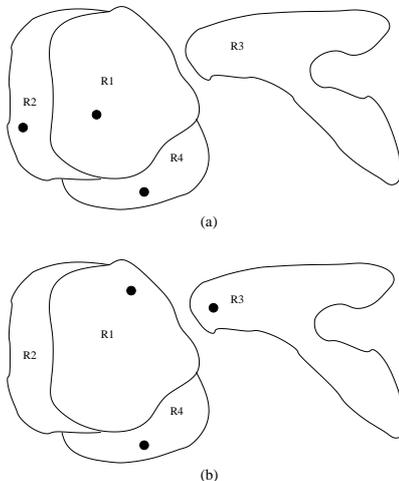


FIG. 4.14 – Régions et surface de contact : la configuration (a) peut être préférée à la configuration (b).

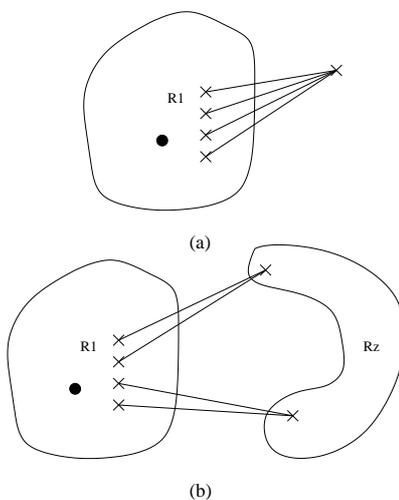


FIG. 4.15 – (a) Distance d’une région à un point et (b) distance d’une région à une autre région (ou à un ensemble de régions).

Dans [ABDA], d’autres potentiels ont été définis en lien avec :

- la surface de contact entre les régions en vue de favoriser la sélection de régions adjacentes partageant des frontières surfaciques importantes (voir Fig. 4.14) en s’inspirant de [GMIM95] ; trois potentiels ont été définis en lien avec cette propriété,
- la localisation globale des régions soit par rapport à un point soit par rapport à une autre région (voir Fig. 4.15),

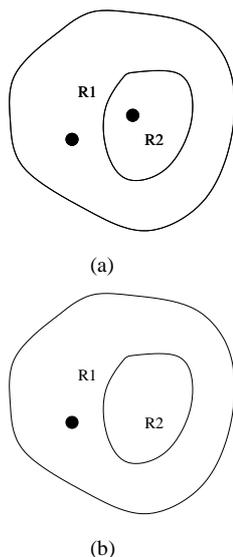


FIG. 4.16 – Trou dans une région sélectionnée : la configuration (a) peut être préférée à la configuration (b).

- le nombre de trous soit en ne prenant compte que des trous existants à l'intérieur des régions sélectionnées (voir Fig. 4.16 et [MW98]) soit en prenant compte des trous qui apparaissent dans les zones recouvertes par les régions sélectionnées (voir Fig. 4.17).

A chaque potentiel est associé un hyperparamètre et éventuellement des paramètres fixant la forme des fonctions. En guise d'exemple, les potentiels en lien avec l'adjacence des régions sont détaillés (pour les autres potentiels, voir [ABDA]).

Pour commencer, il faut définir l'adjacence des sites de  $\Delta$  et des régions de  $P_S$  ainsi que la surface de contact entre deux régions  $R_i$  et  $R_j$ ,  $(i, j) \in \llbracket 1, L \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$  :

- deux sites  $(s, r) \in S^2$  sont adjacents si  $\|s - r\|_2 = 1$ .
- $R_i$  et  $R_j$  sont adjacentes si il existe  $s \in R_i$  et  $r \in R_j$  tels que  $s$  et  $r$  sont adjacents. Figure 4.14, les régions  $R_1$  et  $R_2$  sont adjacentes.
- la surface de contact entre deux régions  $R_i$  et  $R_j$  s'exprime alors :

$$S_{R_i, R_j} = \sum_{s \in R_i} \sum_{r \in R_j} 1_{(\|s-r\|_2=1)}. \quad (4.35)$$

On pourra alors écrire indifféremment  $S_{R_i, R_j}$  ou  $S_{\omega_k, \omega_l}$ ,  $(k, l) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$ , si  $\omega_k$  et  $\omega_l$  sont respectivement dans  $R_i$  et  $R_j$ . De fait, il est possible de définir une relation d'adjacence entre deux points dans  $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  :

$$\omega_i \stackrel{a}{\sim} \omega_j, \text{ si } \omega_i \text{ et } \omega_j \text{ sont dans des regions adjacentes, } (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2, \quad i \neq j. \quad (4.36)$$

Définissons maintenant un ensemble de régions connexes  $A = \{R_1, \dots, R_{N_A}\}$  contenant  $N_A$  régions :  $\forall (R_i, R_j) \in A^2, \exists (R_{i,1}, \dots, R_{i,n}) \in A^n$  telles que  $R_i$  est adjacente à  $R_{i,1}$ ,  $R_{i,n}$  est adjacente à  $R_j$  et  $R_{i,k}$  est adjacente à  $R_{i,k+1}$ ,  $k = 1, \dots, n-1$ . Ainsi,  $\omega_A \subset \omega$  sera un groupe de points adjacents si  $\forall \omega_i \in \omega_A, \omega_i \in A$ , ensemble de régions connexes et il existe au moins un point de  $\omega_A$  dans chaque région de  $A$ . De plus, il n'existe pas de point dans  $\omega \setminus \omega_A$  adjacent à un point de  $\omega_A$ .

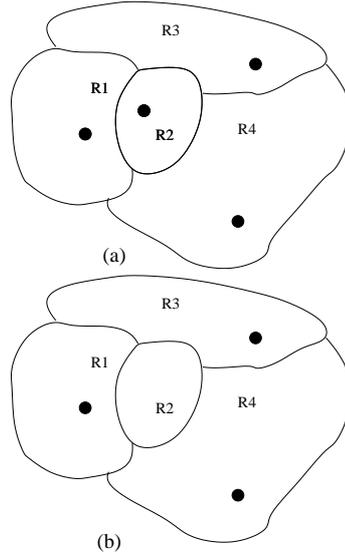


FIG. 4.17 – Trou dans un ensemble de régions sélectionnées : la configuration (a) peut être préférée à la configuration (b).

Il est aussi possible de définir un point “isolé”,  $\omega_i \in \omega$ , à partir du moment où il n'existe pas de points dans  $\omega$  en relation d'adjacence avec  $\omega_i$ .

Le premier potentiel d'interaction, nommé “SC1” (SC pour Surface de Contact), en lien avec l'adjacence a pour objectif de prendre en compte la surface de contact de la région associée à un point avec les autres régions associées aux autres points. Son calcul nécessite la prise en compte d'un groupe de points adjacents  $\omega_A = \{\omega_1, \dots, \omega_{|\omega_A|}\} \subseteq \omega$  associé à un ensemble de régions  $A$  connexes :

$$\theta_{SC1}^{(|\omega_A|)}(\omega_1, \dots, \omega_{|\omega_A|}) = -\log \gamma_{sc} \sum_{\omega_i \in \omega_A} f_{SC1}(\omega_i)$$

$$\text{avec } f_{SC1}(\omega_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } \kappa < T_{S,L} \\ -1, & \text{si } (\kappa > T_{S,H}) \\ 1 - 2 \times \frac{\kappa - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} \text{ sinon} \end{cases}, \text{ si } \gamma_r = 0$$

$$\text{ou } f_{SC1}(\omega_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } \kappa < T_{S,L} \\ 1 - 2 \times \frac{\kappa - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} \text{ si } \left( \kappa \geq T_{S,L} \text{ et } 1 - 2 \times \frac{\kappa - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} \geq 0 \right) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases},$$

$$\text{si } \gamma_r \in ]0, 1]$$
(4.37)

avec  $\gamma_{sc} \in ]0, 1]$ ,  $\kappa = \frac{S_{\omega_i, \omega}}{S_{\omega_i}}$ ,  $S_{\omega_i, \omega} = \sum_{R_j \in A, \exists \omega_j \in \omega_A, \omega_j \in R_j, \omega_j \overset{\omega_i}{\sim} \omega_i} S_{R_i, R_j}$ , la surface de contact

entre  $R_i$  associée à  $\omega_i$  et les autres régions associées aux points dans  $\omega$ , et  $S_{\omega_i}$  la surface de la région  $R_i$  :  $S_{\omega_i} = \sum_{s \in R_i} 1_{(\|s-r\|_2=1, r \in (S \setminus R_i))}$ .  $\kappa$  est donc la surface de contact de  $R_i$  normalisée par sa surface. Quand  $S_{\omega_i, \omega}$  est faible (resp. élevée) par rapport à  $S_{\omega_i}$ , la valeur du potentiel est proche de  $-\log \gamma_{sc}$  (resp.  $\log \gamma_{sc}$  si  $\gamma_r = 0$ ) et le point  $\omega_i$  est pénalisé (resp. favorisé si  $\gamma_r = 0$ ).

Dans le cas où  $\omega_i$  est isolé (par exemple  $R_3$  dans la figure 4.14b), le potentiel renvoie  $-\log \gamma_{sc}$  ce qui pénalise la région associée à  $\omega_i$ .

Revenons à l'équation 4.37 car deux cas sont envisagés :  $\gamma_r = 0$ , c'est le processus "hard core" sur les régions qui impose un point dans une région ;  $\gamma_r \in ]0, 1]$  qui pénalise (ou non si  $\gamma_r = 1$ ) l'existence de plusieurs points dans une région. Ces deux cas doivent être différenciés afin de construire un processus localement stable (voir éq. 4.27). En effet, si  $\gamma_r = 0$ , il est possible de favoriser l'apparition d'un point dans une région ( $f_{SC1}(\omega_i) < 0$ ) tout en gardant un processus localement stable alors que ce n'est pas le cas lorsque  $\gamma_r \in ]0, 1]$ . Tous les détails sur l'étude de la stabilité du GDPP sont fournis dans [ABDA].

$T_{S,L}$  et  $T_{S,H}$  sont des seuils haut et bas sur les surfaces de contact normalisées,  $\kappa$ . Nous donnerons les valeurs choisies pour ces seuils dans la partie 4.3.3.

Une autre façon de gérer les adjacences entre les régions, et les régions isolées, consiste à définir un potentiel d'ordre 2, nommé "SC2", prenant en compte les surfaces de contact entre deux points adjacents [GMIM95] et un potentiel d'ordre 1, nommé "IR" pour "Isolated Region", pénalisant les point isolés. Voici comment le premier a été défini :

$$\theta_{SC2}^{(2)}(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} -\log \gamma_{sc2} \times f_{SC2}(\omega_i, \omega_j), & \text{si } \omega_i \overset{a}{\sim} \omega_j \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } f_{SC2}(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} 1, & \text{si } \eta < T_{S,L} \\ -1, & \text{si } \eta > T_{S,H} \\ 1 - 2 \times \frac{\eta - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} & \text{sinon} \end{cases}, \text{ si } \gamma_r = 0$$

$$\text{ou } f_{SC2}(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} 1, & \text{si } \eta < T_{S,L} \\ 1 - 2 \times \frac{\eta - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} & \text{si } \left( \eta \geq T_{S,L} \text{ et } 1 - 2 \times \frac{\eta - T_{S,L}}{T_{S,H} - T_{S,L}} \geq 0 \right) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases},$$

$$\text{si } \gamma_r \in ]0, 1]$$
(4.38)

avec  $\gamma_{sc2} \in ]0, 1]$  et  $\eta = \frac{2 \times S_{\omega_i, \omega_j}}{S_{\omega_i} + S_{\omega_j}}$ , la surface de contact entre  $R_i$  et  $R_j$  normalisée par la moyenne des surfaces des deux régions. Comme le potentiel SC1 (voir éq. 4.37), le potentiel SC2 favorisera l'intégration de points dans la population qui tombent dans des régions qui ont d'importantes surfaces de contact si  $\gamma_r = 0$  et deux régions adjacentes seront pénalisées si elles partagent une faible surface de contact pour toute valeur de  $\gamma_r$  dans  $]0, 1[$ .

Par contre, contrairement au potentiel SC1, le potentiel SC2 n'agit pas sur les points isolés comme le point dans la région  $R_3$  de la figure 4.14b. De ce fait, pour pénaliser les points isolés, il est possible de définir le potentiel IR d'ordre 1 :

$$\theta_{IR}^{(1)}(\omega_i) = \begin{cases} -\log \gamma_{ir}, & \text{si } \neg(\exists \omega_j \in \omega, \omega_j \neq \omega_i, \omega_i \overset{a}{\sim} \omega_j) \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.39)$$

avec  $\gamma_{ir} \in ]0, 1]$ .

### 4.3.2 Simulation du GDPP

#### Les mouvements de naissance et de mort

Dans la plupart des travaux récents sur les processus ponctuels en imagerie, les populations de points sont simulés grâce à un algorithme RJMCMC proposé à l'origine dans un contexte de sélection de modèle [Gre95, ADD01]. L'algorithme RJMCMC permet la génération d'échantillons pour des lois de probabilité définies sur des unions d'espaces disjoints de dimensions différentes ce qui est intéressant pour la simulation des processus ponctuels.

L'algorithme RJMCMC est un échantillonneur de type "Metropolis Hastings" dont la loi de proposition est un mélange de lois de proposition appelés classiquement "mouvements" qui peuvent dépendre de l'état de la chaîne de Markov,  $\omega$  dans notre cas. A chaque itération, un mouvement "mo" est choisi aléatoirement et amène la chaîne dans l'état  $\omega'$  avec la probabilité  $Q_{mo}(\omega, d\omega')$ . Le rapport de Green du mouvement  $mo$  peut alors être formalisé :

$$R_{mo} = \frac{P(d\omega')Q_{mo}(\omega', d\omega)}{P(d\omega)Q_{mo}(\omega, d\omega')} \quad (4.40)$$

avec  $P(\cdot)$  la loi de probabilité que l'on cherche à simuler. Le mouvement  $mo$  choisi lorsque l'état de la chaîne de Markov est  $\omega'$  doit permettre de sauter depuis l'espace de réalisation de  $\omega'$  vers l'espace de réalisation de  $\omega$  et correspond donc au mouvement inverse du mouvement  $mo$  quand l'état est  $\omega$ . Le nouvel état  $\omega'$  est alors accepté avec la probabilité  $\alpha_{mo}(\omega, \omega') = \min\{1, R_{mo}\}$ , comme avec la dynamique de Metropolis-Hasting classique (voir partie 3.2.1).

Pour pouvoir sauter d'un état vers un autre état qui appartiennent à des espaces de dimensions différentes, il est souvent nécessaire de prendre en complément des variables aléatoires absolument continues afin de mettre en relation dans la loi de proposition des espaces de même dimension. Soit  $U$  un vecteur de variables aléatoires absolument continues dont la dimension ajoutée à celle de l'espace de  $\omega$  donne celle de  $\omega'$ . On suppose alors que  $\omega'$  peut être obtenu de  $\omega$  à partir d'une fonction déterministe inversible :  $\varphi_{mo}(\omega, u)$ ,  $u$  étant une réalisation de  $U$ .

La simulation des processus ponctuels exploite classiquement deux types de mouvements qui produisent des changements de dimensions au niveau de l'espace d'état : les mouvements de naissance et de mort. Le mouvement de naissance consiste à ajouter un point à la population et son mouvement inverse est le mouvement de mort qui consiste à supprimer un point. Quand l'état est  $\omega$ , l'espace d'état est  $\Omega_n$ , l'espace des configurations à  $n$  points. Dans le cas d'une naissance (resp. d'une mort), l'espace d'état de la chaîne de Markov saute dans  $\Omega_{n+1}$  avec la probabilité  $P_{b,n} = P_b$ ,  $n \geq 0$  (resp.  $\Omega_{n-1}$  avec la probabilité  $P_{d,n} = P_d$ ,  $n > 0$ ,  $P_{d,0} = 0$ ). De ce fait, le mouvement de mort ne nécessite pas la simulation d'une variable aléatoire absolument continue mais juste de choisir suivant une loi uniforme le point à supprimer.

Comme le mouvement de naissance consiste à ajouter un point  $\zeta$  à la configuration  $\omega$ , la position de  $\zeta$  est tirée aléatoirement et l'état proposé est alors  $\omega' = \omega \cup \{\zeta\}$ . Le mouvement de naissance est ainsi construit à l'aide du vecteur aléatoire  $U$  dont la réalisation est un point de coordonnées :  $u = [u_1, \dots, u_p]^T \in \chi = \mathbb{R}^p$ .  $u$  est tiré suivant une loi uniforme et  $p(u) = \mu(\chi)^{-1}$ , avec  $\mu(\chi)$  la mesure de Lebesgue de  $\chi$ . De ce fait,  $\varphi_b(\omega, u) = \omega' = \{\omega'_1 = \omega_1, \dots, \omega'_n = \omega_n, \zeta = u\}$ . Le Jacobien de cette

transformation est alors  $\left| \frac{\partial \varphi_b(\omega, u)}{\partial(\omega, u)} \right| = 1$ .

Pour le mouvement inverse, le mouvement de mort, un point est choisi dans  $\omega' \in \Omega_{n+1}$  avec une probabilité uniforme égale à  $(n+1)^{-1}$ . Le rapport de Green prend alors la forme suivante pour le mouvement de naissance [Gre95] :

$$R_b = \frac{f(\omega \cup \{\zeta\}) P_d \times (n+1)^{-1}}{f(\omega) P_b \times \mu(\chi)^{-1}} \left| \frac{\partial \varphi_b(\omega, u)}{\partial(\omega, u)} \right| = \frac{f(\omega') P_d \times \mu(\chi)}{f(\omega) P_b \times (n+1)} \quad (4.41)$$

qui est aisément calculable avec un ordinateur puisque le rapport des probabilités non-normalisées fait disparaître la constante de normalisation qui n'est pas elle-même facilement calculable. Le rapport de Green pour le mouvement de mort est :

$$R_d = \frac{f(\omega' = \omega \setminus \{\zeta\}) P_b \times n}{f(\omega) P_d \times \mu(\chi)} \quad (4.42)$$

avec  $\zeta$  un point choisi aléatoirement à l'aide d'une loi uniforme sur les  $n$  points de  $\omega$ .

Les mouvements proposés dans la littérature ne modifiant par la dimension de l'espace d'état de la configuration de points sont construits suivant la dynamique de Metropolis-Hastings classique [SDZ04, Des04].

### Les mouvements en lien avec l'adjacence des régions

Nous avons défini deux mouvements en lien avec l'adjacence des régions, l'objectif étant d'accélérer l'incorporation de régions possédant d'importantes surfaces de contact ou l'élimination de régions isolées qui ne seraient pas souhaitées. Ces mouvements sont : la naissance et la mort d'un point isolé et la naissance et la mort d'un point adjacent.

Pour la naissance d'un point isolé, un point  $\zeta$  qui n'est pas en relation d'adjacence avec les points de la configuration courante  $\omega$  doit être proposé. Pour le mouvement inverse, la mort d'un point isolé, un point isolé dans  $\omega$  doit être proposé pour la suppression. Soit  $n_{\omega, i}$ , le nombre de points isolés dans  $\omega$  et  $n_{\omega, a} = n - n_{\omega, i}$ , le nombre de points dans  $\omega$  qui ne sont pas isolés.

Pour écrire les taux d'acceptation de ces mouvements, il faut aussi définir  $K_\omega$ ,  $K_{\omega, i}$  et  $K_{\omega, a}$  soit respectivement l'ensemble des régions associées aux points dans la configuration courante, l'ensemble des régions "isolées" de  $\omega$  (si un point  $\zeta$  était dans une de ces régions, il serait isolé dans la configuration  $\omega \cup \{\zeta\}$ ) et l'ensemble des régions "adjacentes" à  $\omega$  (si un point  $\zeta$  était dans une de ces régions, il serait adjacent à au moins un point de la configuration  $\omega \cup \{\zeta\}$ ) :

$$\begin{aligned} K_\omega &= \cup_{i=1}^n R_i, \\ K_{\omega, a} &= \cup_{j \in J_A} R_j, J_A = \left\{ j \in \llbracket 1, L \rrbracket, \exists \omega_i \in \omega, \forall \zeta \in R_j, \zeta \notin \omega, \omega_i \overset{a}{\sim} \zeta \right\} \\ K_{\omega, i} &= K \setminus \{K_\omega \cup K_{\omega, a}\} \end{aligned} \quad (4.43)$$

A partir de ces définitions, le taux d'acceptation pour la naissance d'un point isolé est,  $P_{b, i}$  et  $P_{d, i}$  étant respectivement les probabilités associées au mouvement de naissance et au mouvement de mort d'un point isolé :

$$R_{b, i} = \frac{f(\omega \cup \{\zeta\}) \nu(K_{\omega, i}) P_{d, i}}{f(\omega) (n_{\omega, i} + 1) P_{b, i}} \quad (4.44)$$

et le taux d'acceptation pour la mort d'un point isolé :

$$R_{d,i} = \frac{f(\omega \setminus \{\zeta\})}{f(\omega)} \frac{n_{\omega,i}}{\nu(K_{\omega \setminus \{\zeta\},i})} \frac{P_{b,i}}{P_{d,i}} \quad (4.45)$$

Pour la naissance d'un point en relation d'adjacence, on aura,  $P_{b,a}$  et  $P_{d,a}$  étant respectivement les probabilités associées au mouvement de naissance et au mouvement de mort d'un point en relation d'adjacence :

$$R_{b,a} = \frac{f(\omega \cup \{\zeta\})}{f(\omega)} \frac{\nu(K_{\omega,a})}{n_{\omega \cup \{\zeta\},a}} \frac{P_{d,a}}{P_{b,a}} \quad (4.46)$$

et le taux d'acceptation de la mort d'un point en relation d'adjacence :

$$R_{d,a} = \frac{f(\omega \setminus \{\zeta\})}{f(\omega)} \frac{n_{\omega,a}}{\nu(K_{\omega \setminus \{\zeta\},a})} \frac{P_{b,a}}{P_{d,a}} \quad (4.47)$$

Présentons maintenant rapidement la structure informatique qui a permis l'implantation du GDPP qui nécessite le calcul d'informations géométriques et topologiques sur un ensemble de régions, qui plus est 3-D dans le cas qui nous a intéressé.

### Implantation à l'aide des cartes topologiques

Afin de retrouver de manière efficace les relations d'adjacence entre les régions ou de calculer le nombre de trous dans un ensemble de régions, il faut utiliser une représentation de l'image adaptée.

Un des modèles topologiques les plus connus est le graphe d'adjacence des régions (RAG pour "Region Adjacency Graph"). Un RAG représente la partition en régions d'une image sous la forme d'un graphe : chaque noeud est une région et les liaisons sont les relations d'adjacence entre les régions. Cependant, le RAG présente quelques inconvénients. Entre autres, il ne permet pas de décrire toute l'information topologique comme, par exemple, les relations d'adjacence multiples entre les régions. Ainsi, d'autres modèles topologiques ont été proposés afin de combler les lacunes des RAG comme les cartes topologiques [Dam08].

La carte topologique est un outil générique pour les applications en traitement d'image. Elle offre aussi bien une représentation complète d'un champ de régions que des opérations pour construire ou modifier une partition. A cet effet, elle décrit le nombre minimum de cellules à la frontière des régions qui permet de reconstituer toute l'information. La géométrie des cellules est mémorisée dans une matrice "intervoxelle" qui stocke tous les éléments intervoxels appartenant aux cellules des frontières. Les relations d'inclusion entre les régions sont quant à elles représentées par un arbre des régions.

La figure 4.18 montre un exemple de carte topologique simple : (a) champ de région 3-D image contenant trois régions ; (b) modèle topologique qui représente la partition de l'image ; (c) éléments intervoxels représentant la géométrie des cellules aux frontières des régions (cellules apparaissant dans (b)) ; (d) arbre d'inclusion des régions (la région  $r_0$  englobe toute l'image).

Nous avons utilisé les cartes topologiques 3-D pour représenter les champs de régions initiaux (voir partie 3.3.1). La représentation de la géométrie des régions nous a permis de calculer toutes les informations géométriques en lien avec la taille, la

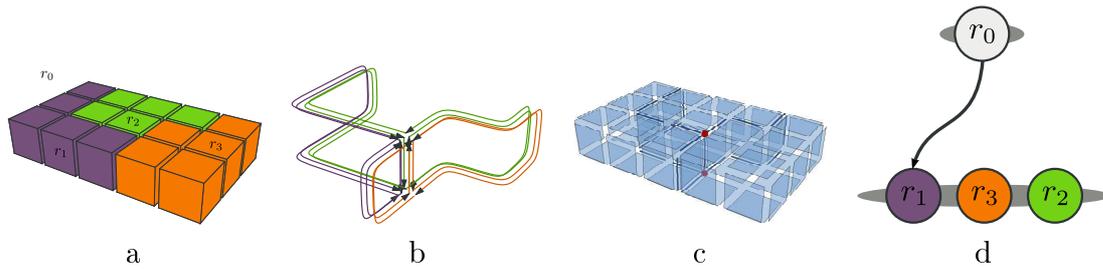


FIG. 4.18 – Exemple de carte topologique : la carte topologique du champ de régions “a” est composée du triplet (b, c, d).

forme et la localisation des régions. La représentation topologique a permis de retrouver toute l’information d’adjacence entre les régions y compris les multi-adjacences. L’arbre d’inclusion a permis la gestion des trous dans les régions. Le calcul des surfaces de contact a nécessité la composition de plusieurs type d’information (géométrique et topologique).

Dans la partie suivante, des résultats de simulation sont fournis.

### 4.3.3 Résultats

#### Simulations sans terme d’attache aux données

Le GDPP a été testé sur un ensemble d’environ 3000 régions 3-D obtenu d’une première sur-segmentation d’un volume TEP contenant 103823 voxels (voir Fig. 4.24a et 4.24b).

Afin de vérifier que les potentiels proposés dans [ABDA] fonctionnent correctement, nous avons simulé différentes populations en utilisant 100000 itérations de l’algorithme RJMCM, différentes valeurs des hyperparamètres, et une équiprobabilité entre les mouvements de naissance et de mort. Comme dans [SDZ04], différentes évolutions de statistiques du modèle ont été tracées ; ces statistiques ont été calculées en utilisant des échantillons pris toutes les 100 itérations de manière à réduire les corrélations entre les échantillons. En simulation, nous avons pour l’instant travaillé uniquement avec le GDPP configuré en processus “hard core” sur les régions ( $\gamma_r = 0$  - voir eq. 4.34).

La figure 4.19 montre l’évolution des moyennes cumulées pour le nombre total de points (a), le nombre de points isolés (b) et du nombre de points en relation d’adjacence dans la population (c). Quand  $\lambda$  (paramètre d’intensité en terme de nombre de points dans le processus - voir partie 4.3.1) augmente de 0.01 à 0.02, le nombre total de points augmente de manière cohérente. Quand le nombre de points augmente, le nombre de points isolés possible diminue. Ainsi, les moyennes cumulées des points en relation d’adjacence augmentent plus que celles des points isolés lorsque  $\lambda$  augmente.

La figure 4.20 décrit l’influence du potentiel SC1 (voir partie 4.3.1). A  $\lambda$  fixé, quand  $-\log \gamma_{sc}$  augmente, le nombre de points isolés diminue (voir Fig. 4.20a) tandis que le nombre de points en relations d’adjacence augmente (voir Fig. 4.20b) ainsi que la surface de contact totale des régions associées aux points dans la population (voir Fig. 4.20c).

De la même manière, les figures 4.21 et 4.22 montrent respectivement l'influence du potentiel IR (voir partie 4.3.1) et d'un potentiel appelé HP (pour "Hole Partition") que nous avons proposé qui permet de pénaliser le nombre de trous dans les groupes de points adjacents (voir Fig. 4.17 et [ABDA]). Quand  $-\log \gamma_{ir}$  (resp.  $-\log \gamma_{hp}$ , l'hyperparamètre du potentiel HP) augmente à  $\lambda$  fixé, le nombre de points isolés (resp. le nombre total de trous) diminue (voir Fig. 4.21a) alors que le nombre de points en relation d'adjacence augmente (see Fig. 4.21b).

Pour toutes ces simulation, la forme des courbes montrent bien la stabilité du processus et les statistiques obtenues sont globalement cohérentes avec les pénalités que nous avons voulues imposer.

### Segmentations 3-D de TEP cérébrale II

Pour pouvoir réaliser la segmentation des volumes TEP à partir des "sur-segmentations" (voir Figures 4.24a et b ainsi que la partie 3.3.1), il faut définir le terme d'attache aux données qui sera ici associé à la partition  $U_{d,p}(\omega|\theta) = \sum_{i=1,\dots,n} \theta_{RD}^{(1)}(\omega_i)$  (voir éq. 4.32), avec RD pour "Region Data". Nous n'avons pas encore utilisé conjointement  $U_{d,p}(\omega|\theta)$  avec  $U_d(\omega|\theta)$ , ce dernier étant le terme d'attache aux données classiquement calculé à l'aide d'une marque géométrique autour de chaque point dans  $\omega$ , comme dans [SDZ04, Des04].

La figure 4.24a montre une petite sphère à l'intérieur du cerveau englobant une zone tumorale. Dans un tel volume, l'objectif principal est d'obtenir la zone nécrosée de la tumeur (dite "Npt") et la zone active de la tumeur (dite "Apt" ou neoplasie). La zone Npt possède en général des niveaux d'intensité faibles en comparaison des niveaux d'intensité de la néoplasie. Un potentiel RD relativement basique exploitant les niveaux moyens des régions associées aux points,  $I_{\omega_i}$  a été proposé :

$$\theta_{RD}^{(1)}(\omega_i) = \begin{cases} -\log \gamma_{rd}, & \text{si } I_{\omega_i} < T_{RD,L} \text{ ou } I_{\omega_i} > T_{RD,H} \\ -\log \gamma_{rd} \times \left(1 - 2 \frac{I_{\omega_i} - T_{RD,L}}{T_{RD,M} - T_{RD,L}}\right) & \text{si } T_{RD,L} \leq I_{\omega_i} < T_{RD,M} \\ -\log \gamma_{rd} \times \left(2 \frac{I_{\omega_i} - T_{RD,M}}{T_{RD,H} - T_{RD,M}} - 1\right) & \text{si } T_{RD,M} \leq I_{\omega_i} \leq T_{RD,H} \end{cases} \quad (4.48)$$

avec  $\gamma_{rd} \in ]0, 1]$ . Ce potentiel pénalise les niveaux qui ne sont pas dans l'intervalle compris entre  $T_{RD,L}$  et  $T_{RD,H}$ .

Afin de montrer l'influence de ce potentiel, nous avons simulé, de la même manière qu'à la partie précédente, deux populations avec même  $\lambda$  mais en utilisant deux valeurs différentes de  $-\log \gamma_{rd}$  : 0 et 3. La figure 4.23 décrit l'évolution de la moyenne des intensités des régions sélectionnées par la population en utilisant  $T_{RD,L} = 500$ ,  $T_{RD,M} = 1500$ ,  $T_{RD,H} = 3500$  (voir eq. 4.48). Avec de telles valeurs, le potentiel RD pénalise les fortes intensités comme il est possible de le constater sur les courbes : l'intensité moyenne finale avec  $-\log \gamma_{rd} = 3$  est inférieure à l'intensité moyenne finale avec  $-\log \gamma_{rd} = 0$ , cette dernière étant à peu près égale à l'intensité moyenne des voxels dans le volume.

Pour obtenir une population suivant le critère du MV, nous avons utilisé un recuit simulé [GG84, Des04] comme dans la partie 3.2. Dans le contexte particulier des PP, la température affecte tous les potentiels sauf celui qui concerne l'intensité

(en terme de nombre de points) du PP (voir partie 4.3.1) :

$$f_T(\omega|\theta) \propto \lambda^n \exp\left(-\frac{U_{-\lambda}(\omega|\theta)}{T}\right). \quad (4.49)$$

avec  $U_{-\lambda}(\omega|\theta)$  l'énergie en ayant ôté le potentiel lié à l'intensité du PP. En faisant décroître lentement la température jusqu'à zéro (ou presque), la réalisation de la chaîne de Markov du SA va converger vers une population qui maximise la d.d.p. non-normalisée du processus. Malheureusement, il est très difficile de régler la décroissance de température sans connaître la constante de normalisation de la d.d.p.. Néanmoins, il est possible de réaliser des schémas de décroissance de température permettant d'obtenir des résultats "stables".

Samuel Burg étant médecin, il a pu tracer une vérité de terrain sur les zones NpT (voir Fig. 4.24c) et ApT (voir Fig. 4.24e) à partir de laquelle, il a été possible de calculer l'erreur globale de la méthode en comptant le nombre de voxels mal classifiés, le nombre de voxels appartenant à une ROI mal classifiés (NF pour "Not Find") et le nombre de voxels n'appartenant pas à une ROI mais classés comme tel (FF pour "False Find").

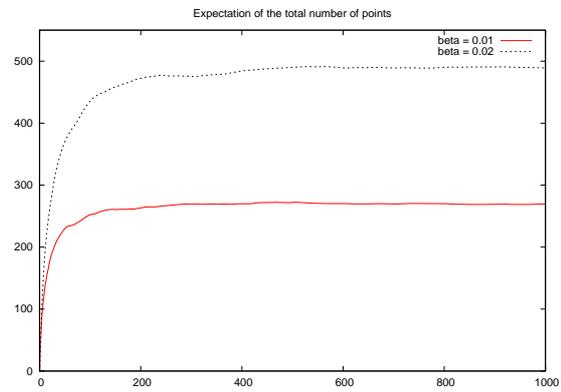
Tout d'abord, nous avons cherché à trouver les régions associées à la nécrose (zone NpT). Le recuit simulé a été configuré de la manière suivante : température initiale égale à 0.5 ; température finale égale à 0.1 ; la température décroît de manière exponentielle sur 100000 itérations<sup>10</sup>. Dans l'énergie interne du GDPP, nous avons utilisé un potentiel en lien avec la localisation par rapport au centre de la sphère [ABDA], avec pour hyperparamètre  $\gamma_l$ , et le potentiel SC1 (voir éq. 4.37). Afin d'étudier les influences des deux potentiels et de trouver les valeurs des hyperparamètres les plus adaptées, nous les avons faits varier ( $-\log \gamma_l$  de 0 à 0.045 et  $-\log \gamma_{sc}$  de 0 à 2.5) tout en gardant les autres paramètres du processus fixes :  $P_b = 0, 3$ ,  $P_d = 0, 3$ ,  $P_{b,a} = 0, 2$ ,  $P_{d,a} = 0, 2$ ,  $\beta = 0.3$ ,  $-\log \gamma_{rd} = 3$ ,  $T_{RD,L} = 500$ ,  $T_{RD,M} = 1500$ ,  $T_{RD,H} = 3500$ ,  $T_{S,L} = 0.08$  et  $T_{S,H} = 0.4$ . Des valeurs d'erreurs moyennes ont pu être obtenues en relançant plusieurs fois le recuit simulé pour chaque configuration de paramètres. Ainsi, nous avons pu constater que si la pénalisation en lien avec la localisation était trop importante ( $\gamma_l$  "élevé"), les régions éloignées du centre n'étaient plus sélectionnées ce qui augmentait le nombre de voxels NF. Par contre, lorsque  $-\log \gamma_{sc}$  augmentait, trop de régions étaient incluses par le biais des surfaces de contact engendrant un grand nombre de voxels FF. Le meilleur résultat a été obtenu pour  $-\log \gamma_{sc} = 2$  et  $-\log \gamma_l = 0.016$  observable sur la figure 4.24d.

Des résultats similaires ont pu être observés lors de la recherche de la néoplasie en utilisant cette fois-ci une pénalisation de la localisation par rapport à la zone de nécrose obtenues précédemment (voir Fig. 4.24d). Les valeurs de seuils du potentiel RD ont été ajustées pour pénaliser les faibles intensités :  $T_{RD,L} = 2000$ ,  $T_{RD,M} = 5500$  et  $T_{RD,H} = 10^{12}$ . Le plus faible taux d'erreur a été obtenu pour  $-\log \gamma_{sc} = 1, 4$  et  $-\log \gamma_l = 0.034$  (voir Fig. 4.24f). Sur ce dernier résultat, il est possible d'observer le défaut principal de la méthode : les régions originales issues de la sur-segmentation peuvent ne pas être adaptée à la recherche de la ROI. Ainsi, nous avons en perspective de pouvoir retravailler les régions de la partition initiale. De

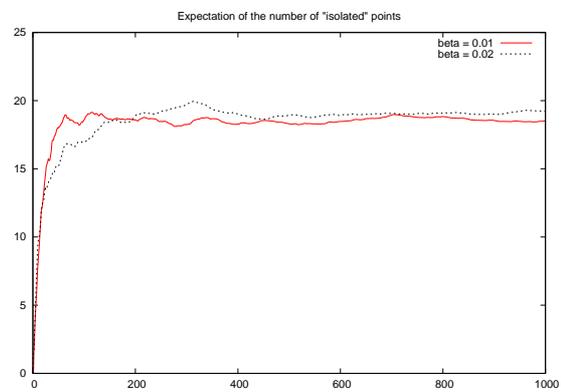
<sup>10</sup>Sur un monoprocesseur type Intel à 3.00GHz, le temps de calcul est autour de 4 minutes, si on n'utilise pas le potentiel HP sur les trous dans les groupes de régions adjacentes ce qui est le cas dans cette partie.

plus, nous aimerions aussi introduire une estimation des différents hyperparamètres du modèle.

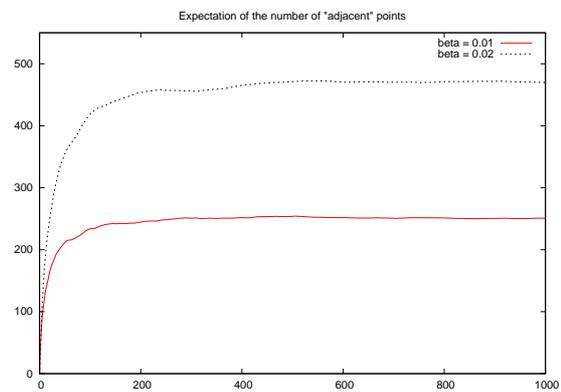
Pour finir, la figure 4.25 montre l'évolution de l'erreur globale, des voxels NF et des voxels FF au cours des itérations du recuit simulé. Au début des itérations de nombreuses régions sont testées à cause d'une faible pénalisation engendrant des forts taux d'erreurs. La décroissance de la température fait que l'influence des potentiels choisis sera de plus en plus importante et comme le recuit simulé a été relativement bien réglé, à la fin des itérations les taux d'erreurs deviennent faibles et stables.



(a)

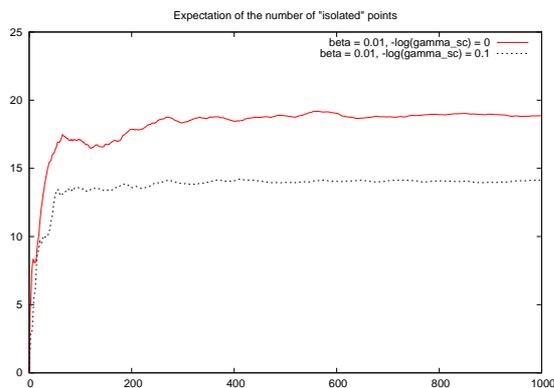


(b)

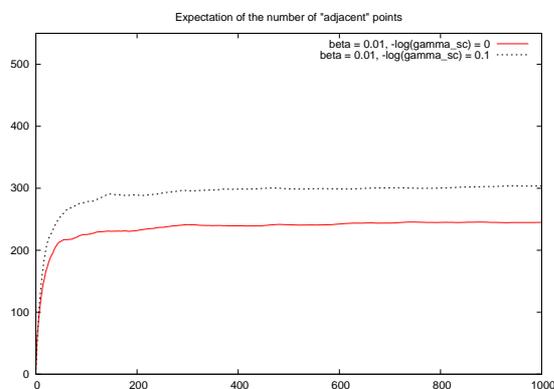


(c)

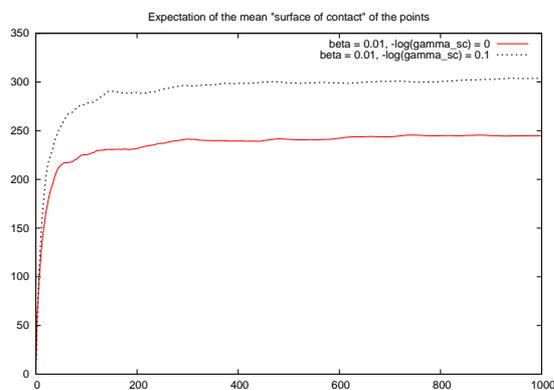
FIG. 4.19 – Statistiques des points en modifiant le paramètre d'intensité  $\lambda$ . L'axe des abscisses représente le nombre d'itérations ( $\times 10^2$ ). L'axe des ordonnées donne l'évolution des moyennes cumulées des statistiques suivantes du GDPP : (a) le nombre de points dans la population, (b) le nombre de points isolés dans la population et (c) le nombre de points en relation d'adjacence dans la population.



(a)

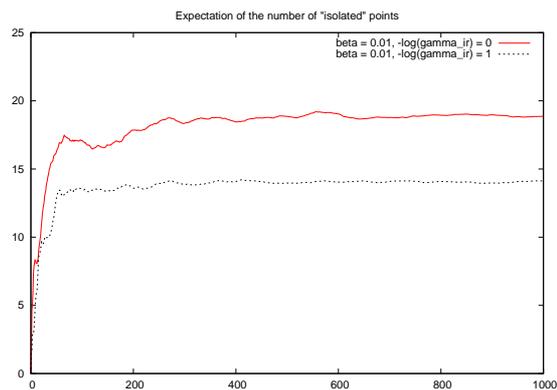


(b)

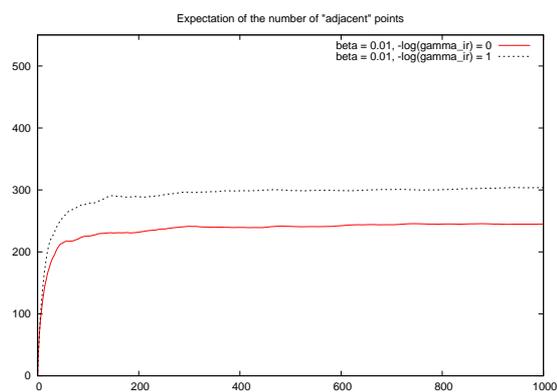


(c)

FIG. 4.20 – Statistiques des points en utilisant le potentiel “SC1” (pour Surface de Contact). L’axe des abscisses représente le nombre d’itérations ( $\times 10^2$ ). L’axe des ordonnées donne l’évolution des moyennes cumulées des statistiques suivantes du GDPP : (a) Le nombre de points isolés dans la population, (b) Le nombre de points en relation d’adjacence dans la population et (c) la surface de contact totale des régions associées aux points dans la population.



(a)



(b)

FIG. 4.21 – Statistiques des points en utilisant le potentiel IR (pour “Isolated Region”). L’axe des abscisses représente le nombre d’itérations ( $\times 10^2$ ). L’axe des ordonnées donne l’évolution des moyennes cumulées des statistiques suivantes du GDPP : (a) le nombre de points isolés dans la population et (b) le nombre de points en relation d’adjacence avec d’autres points dans la population.

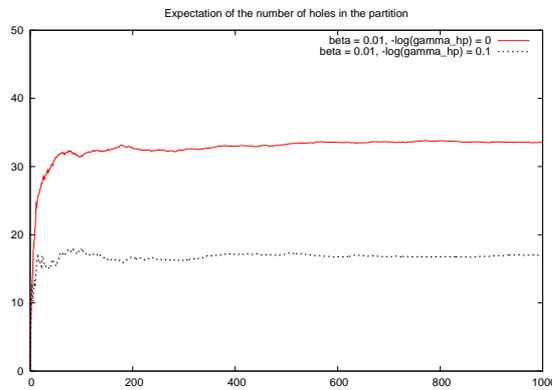


FIG. 4.22 – Statistiques des points en utilisant un potentiel pénalisant les trous dans les groupes de points en relation d’adjacence. L’axe des abscisses représente le nombre d’itérations ( $\times 10^2$ ). L’axe des ordonnées donne l’évolution des moyennes cumulées du nombre total de trous apparaissant dans les régions sélectionnées par la population.

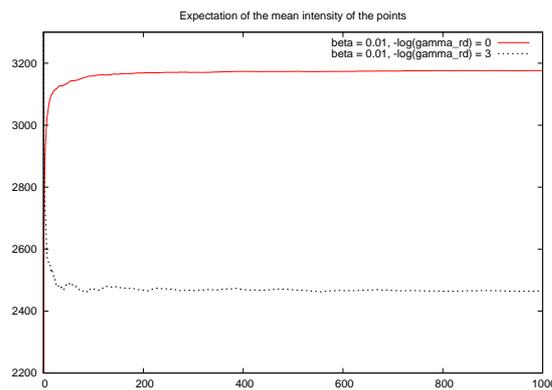


FIG. 4.23 – Evolution des moyennes cumulées de l’intensité moyenne associée aux régions sélectionnées par les points dans la population. L’axe des abscisses représente le nombre d’itérations ( $\times 10^2$ ).

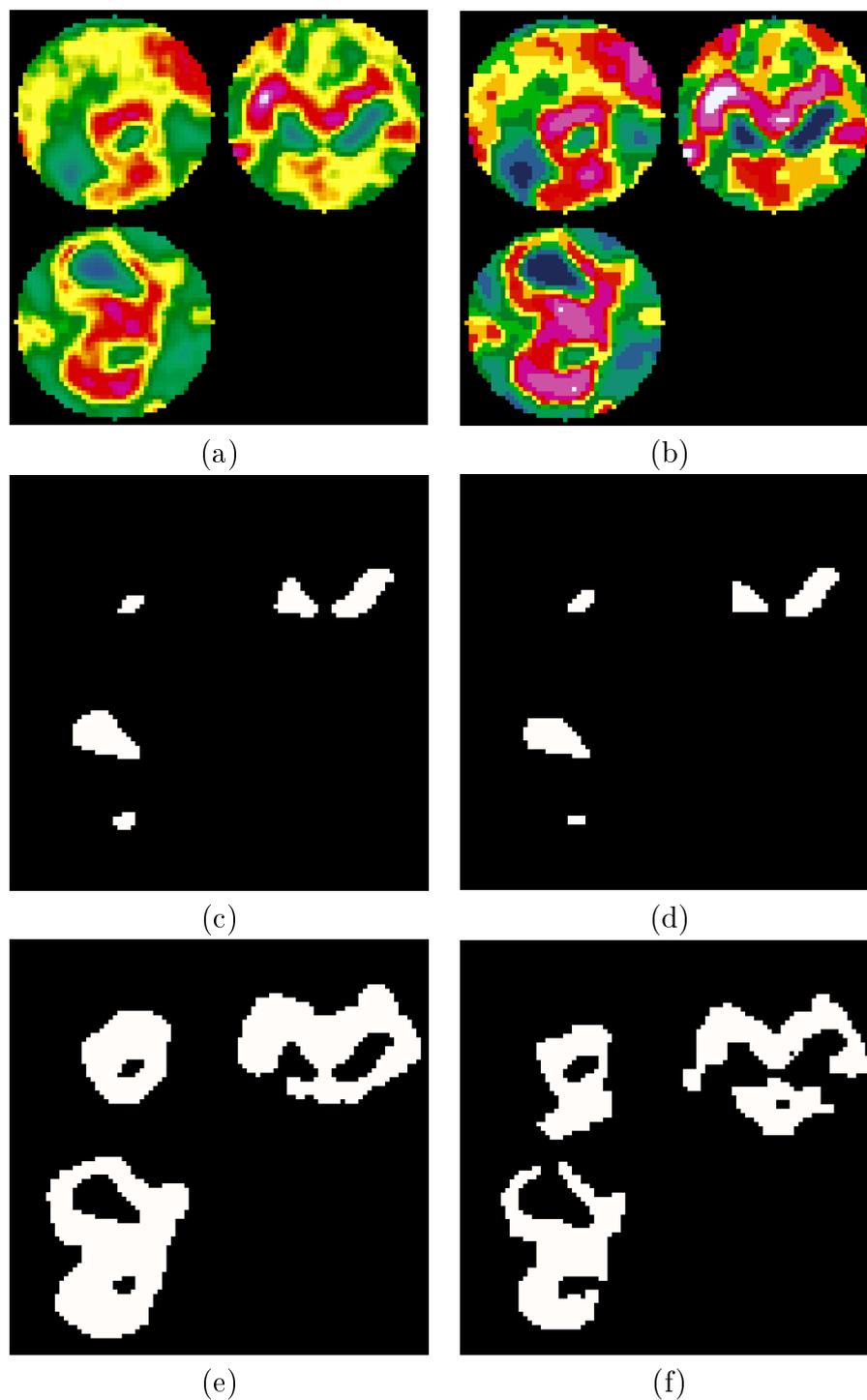


FIG. 4.24 – Résultats de segmentation 3-D sur des volumes TEP. (a) Données originales. (b) Sur-segmentation fournissant l'ensemble des régions 3-D. (c) ROI dessinée par le médecin pour la zone nécrosée (NpT). (d) Régions sélectionnées pour NpT. (e) ROI dessinée par le médecin pour la zone active (ApT). (f) Régions sélectionnées pour ApT.

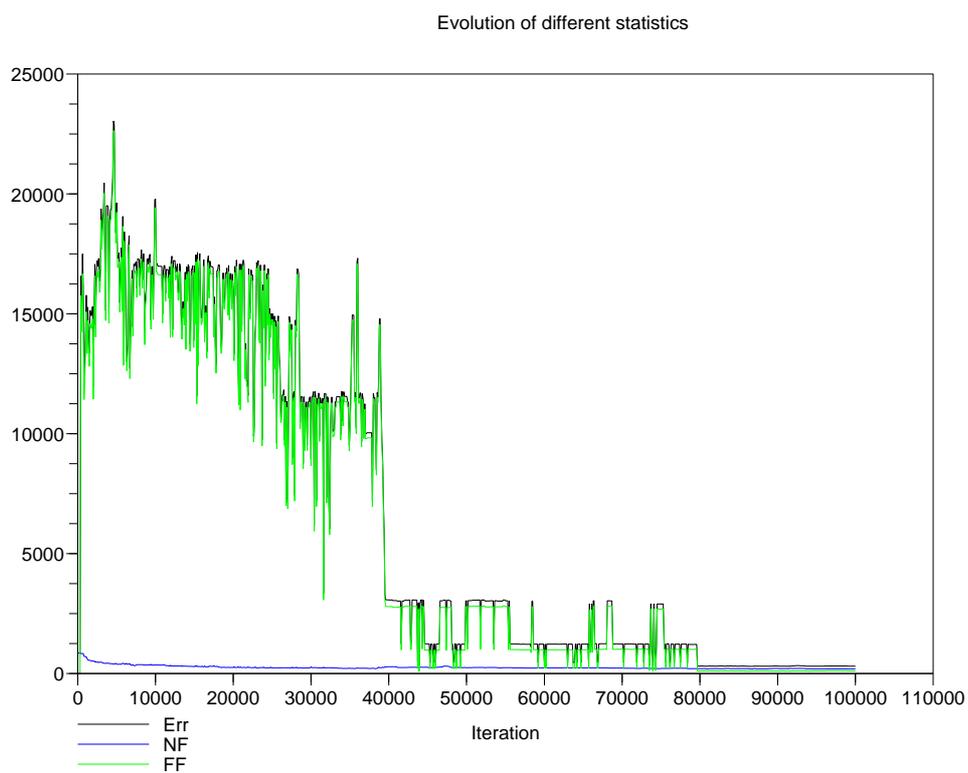


FIG. 4.25 – Evolution de différentes statistiques durant le recuit simulé : erreur globale (Err), nombre de voxels appartenant à la ROI qui ne sont pas trouvés (NF) et nombre de voxels n'appartenant pas à la ROI mais identifiés comme tel (FF).



# Chapitre 5

## Bilan et perspectives

Dans ce document de synthèse qui présente des recherches menées sur une période de douze années, il n'en figure toutefois pas l'intégralité comme l'étude en cours sur l'analyse et le filtrage des signaux d'impédancemétrie cardiaque (ICG) ou les études menées sur la caractérisation des textures insensible aux changements d'orientation et d'échelle. Il s'agit pourtant de projets faisant appel à des outils théoriques forts intéressants tels que les algorithmes adaptatifs (LMS pour "Least-Mean-Square" ou RLS "Recursive Least-Squares"), que j'avais eu l'occasion d'aborder durant mon Doctorat, ou la transformée de Fourier généralisée en l'occurrence sur le groupe des similitudes (translations, rotations et changements d'échelle). Il faut bien faire des choix ...

Comme celui d'avoir présenté les recherches menées sous l'angle de la modélisation : sélection de modèles, modèles de distributions de processus i.i.d. et modèles pour décrire des structures spatiales. D'autres choix auraient pu être faits comme partir de la caractérisation des textures. En effet, durant mon Doctorat, ayant abordé les textures en niveaux de gris, il était possible de développer tous les thèmes que je n'avais pas pu alors aborder : il faut pouvoir choisir un support de prédiction donc aller vers les outils de sélection de modèles ; de la texture en niveaux de gris étendre les travaux à la texture couleur ; les premiers résultats de segmentation d'images texturées qui apparaissent dans la thèse montrent des imperfections que l'on veut pouvoir résoudre en prenant en compte des informations géométriques et topologiques sur les régions ; de la caractérisation de textures, on peut avoir envie d'étendre ses travaux vers la caractérisation des signaux<sup>1</sup>, des volumes, ...

Un autre angle d'approche aurait pu être l'estimation : critères d'information pour estimer l'ordre d'un modèle, algorithmes itératifs comme l'EM ou l'ICM, algorithmes d'optimisation stochastiques avec les méthodes MCMC (dynamiques de Metropolis-Hastings et Metropolis-Hastings-Green, échantillonneur de Gibbs), algorithmes adaptatifs, ...

Pour faire court, les résultats principaux apparaissant dans ce document peuvent se résumer en quelques lignes :

- la mise en évidence de la pertinence du critère d'information  $\varphi_\beta$  qui offre la possibilité d'être "réglé" par apprentissage de  $\beta$  et cela quel que soit le problème de sélection de modèles pour lequel il est possible d'écrire un critère d'informa-

---

<sup>1</sup>Je n'ai d'ailleurs pas présenté une étude commencée sur les sons, et plus particulièrement ceux produits par les organes, qui sont des processus non-stationnaires.

tion, possibilité qui a été illustrée dans divers contextes applicatifs (supports de prédiction linéaire et dimension du modèle utilisé pour les cinétiques de  $\dot{V}O_2$ ).

- Une méthode d’estimation d’histogrammes pour décrire de manière non-paramétrique la distribution d’échantillons et son utilisation en reconnaissance de lois supervisée dans un contexte de canaux de transmission.
- Une méthode dite “comparative descendante” permettant de trouver la meilleure combinaison des paramètres pour décrire les données étudiées sans avoir à tester toutes les combinaisons, illustrée sur l’obtention de supports de prédiction linéaire 1-D et 2-D.
- La mise en place de stratégies de choix de modèles par rapport à des contextes variés comme l’imagerie TEP et les lois de mélange de Gauss et de Poisson ou les espaces couleur et les lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles.
- L’exploration des modèles de prédiction linéaire vectorielle complexe sur les images représentées dans des espaces couleur séparant l’intensité lumineuse de la partie chromatique et l’usage qui peut en être fait en caractérisation de textures afin de les classifier ou de segmenter les images texturées couleur.
- Des apports en segmentation d’images texturées : optimisation d’une méthode de segmentation non-supervisée d’images texturées en niveaux de gris ; une nouvelle méthode supervisée de segmentation d’images texturées couleur exploitant les espaces couleur psychovisuels et les erreurs de prédiction linéaire vectorielle complexe.
- Une méthode de segmentation 3-D “haut-niveau” exploitant le formalisme des processus ponctuels qui permet de prendre en compte des informations géométriques et topologiques sur le champ des régions introduites dans l’énergie de Gibbs du processus.
- L’illustration des méthodes MCMC dans des contextes divers comme l’estimation de paramètres, l’obtention de segmentations ou la simulation de processus.

Peut-être que j’oublie certains points importants ici (c’est le danger de ce genre de résumés). Je voudrais néanmoins insister sur l’importance de la démarche de validation statistique des méthodes proposées en partant de données simulées (ou non), dont on connaît la vérité de terrain (ou pas) et qui inclue la comparaison aux méthodes existantes en terme de performances. Il s’agit souvent d’une étape de la recherche remplie d’écueils<sup>2</sup> mais qui reste incontournable dans de nombreux cas. Je crois que dans la plupart des travaux présentés dans ce rapport, un soucis particulier a été apporté à cette validation.

Quant aux perspectives, un certain nombre d’entre elles sont indiquées au fil des pages de ce document. Les recherches les plus fondamentales sont sans doute celles qui présentent un intérêt le plus large par rapport à la communauté du traitement du signal et des images car pouvant s’intégrer dans de nombreux contextes applicatifs.

Ainsi, la méthode de sélection d’un histogramme à pas variable optimal suivant les ICs a été développée dans un contexte de loi univariée. Son extension au cas des lois multivariées pourrait présenter un grand intérêt pour l’imagerie couleur ou

---

<sup>2</sup>voire très pénible ou déstabilisante quand on n’arrive pas à “dépasser” les résultats des autres méthodes récentes. Vu les dérives actuelles du système d’évaluation de la recherche qui se veut de plus en plus “numérique”, des méthodes très prometteuses pourraient d’ailleurs être abandonnées trop rapidement car jugées pas assez “rentables” dans l’immédiat en terme de publications.

multicanale par exemple.

Nous sommes aussi en train de travailler sur la sélection du meilleur ensemble d'attributs pour décrire une forme, à l'aide de la méthode comparative descendante présentée dans le chapitre 2, que ce soit dans un contexte de description paramétrique ou non-paramétrique des distributions des attributs. De nombreuses applications nécessitant la reconnaissance d'une forme, d'une texture d'un objet, d'un son ... en signal et en image pourraient être optimisées grâce à cette méthode.

Un autre thème porteur consiste à développer des modèles présentant une partie déterministe et une partie aléatoire comme la décomposition de Wold en analyse spectrale. Dans ce contexte, nous réalisons actuellement une amélioration de la description des textures couleur proposée chapitre 4 avec pour objectif la synthèse de textures couleur et une caractérisation robuste à l'orientation et aux changements d'échelle. De manière générale, j'aimerais explorer le couplage des approches par transformées avec l'approche par modélisation stochastique.

Pour la segmentation des images, qui correspond à un thème plus "appliqué", ma volonté serait de réaliser une méthode travaillant en plusieurs étapes. La première étape devrait permettre de séparer "rapidement" les zones texturées des zones non-texturées, des pistes existent aujourd'hui avec des outils comme les quaternions. La deuxième étape devrait permettre d'affiner la segmentation des deux zones avec des algorithmes appropriés. Enfin, une étape de regroupement/transformation de régions pourrait permettre de faire émerger les éléments constituant l'image (ou le volume ou la video) étudiée. Bien entendu, là où cela semblerait nécessaire, des informations en lien avec la géométrie et la topologie des régions pourraient être intégrées faisant le lien avec des préoccupations d'autres communautés comme celle des chercheurs en informatique graphique. Dans ce contexte, il faudrait pouvoir proposer des méthodes d'estimation de tous les paramètres ou hyperparamètres apparaissant dans les modèles envisagés.

Au niveau applicatif, le traitement et l'analyse des signaux et des images pour le biomédical est un thème sur lequel j'ai beaucoup apprécié travailler. Mon souhait serait de continuer à travailler dans ce domaine sachant que de nombreux autres domaines appliqués sont susceptibles de m'intéresser comme l'analyse des sons et des vidéos couleur, les problèmes inverses, la synthèse de processus n-D ou la résolution de problèmes en lien avec les systèmes de télécommunication (codage, compression, ...).

Pour finir, les perspectives offertes par l'approche exploitant la modélisation stochastique sont vraiment très larges de par les potentialités qu'elle possède pour développer de nouveaux modèles, de nouvelles méthodes d'estimation grâce entre autres à l'optimisation stochastique ou des méthodes de simulation pouvant s'adapter à une très grande variété de processus.



## Annexes



# Annexe A

## Algorithmes EM et SEM

Il est présenté dans cette annexe les différentes implantations des algorithmes EM et SEM utilisés dans le chapitre 3 pour les lois de mélange gaussiennes, de Poisson et gaussiennes multidimensionnelles. L'algorithme SEM dans sa version SEMmean est d'abord présenté car il est utilisé en étape d'initialisation dans le cas multidimensionnel. Pour une présentation plus complète de ces algorithmes, voir [Mô98].

### A.1 Algorithme SEM

#### A.1.1 Loi de mélange gaussien

Dans le cas de la loi de mélange gaussienne,  $x_s \in \mathbb{R}$  et les densités s'écrivent  $f(x_s | \theta_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_r^2}} \exp\left(-\frac{(x_s - \mu_r)^2}{2\sigma_r^2}\right)$ . Le modèle paramétré s'écrit  $\theta_m = \{\pi_r, \theta_r\}_{r \in [1, m]}$  avec  $\theta_r = \{\mu_r, \sigma_r^2\}$ , la moyenne et la variance. Au cours de l'étape d'initialisation, les probabilités conditionnelles d'appartenance de  $x_s$  à une composante (notées  $P_r(x_s)$ ) sont initialisées suivant une loi uniforme.

- *Initialisation* :  $i = 1$ .  $m = M$ .  
 $P_{r,1}(x_s) = \frac{1}{m}$  pour  $r = 1, \dots, m$  et  $s = 1, \dots, N$ .
- Faire
  - ▶ *Etape S* : une partition  $\mathbf{P}_i = (\mathbf{P}_{1,i}, \dots, \mathbf{P}_{m,i})$  de  $\Delta$  est réalisée en attribuant à chaque site  $s$  un des composants du mélange par tirage aléatoire suivant une loi multinomiale de paramètres  $(P_{r,i}(x_s), r = 1, \dots, m)$ .
  - ▶ *Etape M* : estimation au sens du MV des paramètres de la loi de mélange :  $\pi_{r,i} = \frac{|\mathbf{P}_{r,i}|}{N}$ ,  $\mu_{r,i} = \frac{1}{|\mathbf{P}_{r,i}|} \sum_{s \in \mathbf{P}_{r,i}} x_s$ ,  $r = 1, \dots, m$ , et  $\sigma_{r,i}^2 = \frac{1}{|\mathbf{P}_{r,i}|} \sum_{s \in \mathbf{P}_{r,i}} (x_s - \mu_{r,i})^2$ .
  - ▶ S'il existe  $r \in [1, m]$  tel que  $\pi_{r,i} < T$ , alors  $i = 1$ ,  $m = m - 1$ , suppression de la composante  $r$  par attribution aléatoire de chaque site appartenant à la composante  $r$  à une des composantes restantes de la loi de mélange, suivant une loi uniforme. Une nouvelle partition  $\mathbf{P}_1$  est alors obtenue. Retour à l'*Etape M*.
  - ▶ *Etape E* (Estimation des probabilités conditionnelles) :  
$$P_{r,i+1}(x_s) = \frac{\pi_{r,i} f(x_s | \theta_{r,i})}{\sum_{l=1}^m \pi_{l,i} f(x_s | \theta_{l,i})}, r = 1, \dots, m \text{ et } s = 1, \dots, N.$$
  - ▶ Si ( $i > i_{burn}$ ) commencer à calculer le modèle moyen,  $\hat{\theta}_m$ .
  - ▶  $i = i + 1$ .
- Jusqu'à ce que  $\hat{\theta}_m$  converge.

La convergence de  $\hat{\theta}_m$  est testée à l'aide de la divergence de Kullback [Bas88] qui

s'écrit dans le cas de deux lois gaussiennes  $\mathcal{N}_1 \{\mu_1, \sigma_1^2\}$  et  $\mathcal{N}_2 \{\mu_2, \sigma_2^2\}$  :

$$DK(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2) = \frac{1}{2} \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 \left( \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \right) + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} - 2 \right). \quad (\text{A.1})$$

### A.1.2 Loi de mélange de Poisson

Dans le cas d'une loi de mélange de Poisson,  $x_s \in \mathbb{N}$ ,  $P(x_s | \theta_r) = \exp\{-\mu_r\} \frac{\mu_r^{x_s}}{x_s!}$  et le modèle paramétré s'écrit  $\theta_m = \{\pi_r, \theta_r\}_{r \in \llbracket 1, m \rrbracket}$  avec  $\theta_r = \{\mu_r\}$ , l'intensité moyenne de la composante  $r$ . L'algorithme SEM a la même structure que pour le cas gaussien.

Par contre, l'initialisation a été implémentée de la manière suivante :  $i = 1$ .  $m = M$ .  $\pi_{r,0} = \frac{1}{m}$ .  $\mu_{r,0} = x_{\min} + \frac{r-1}{m} (x_{\max} - x_{\min})$ ,  $r = 1, \dots, m$ ,  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$ , les valeurs minimum et maximum des intensités. L'étape suivant l'initialisation est l'étape E.

La divergence de Kullback entre deux lois de Poisson  $\mathcal{P}_1 \{\mu_1\}$  and  $\mathcal{P}_2 \{\mu_2\}$  s'écrit :

$$DK(\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2) = \log \left( \frac{\mu_1}{\mu_2} \right) (\mu_1 - \mu_2). \quad (\text{A.2})$$

## A.2 Algorithme EM pour MGMM

Les observations sont maintenant des vecteurs  $\mathbf{x}_s \in \mathbb{R}^p$  et les densités s'écrivent :  $f(\mathbf{x}_s | \theta_r) = \frac{(2\pi)^{-p/2}}{\sqrt{\det(\Sigma_r)}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{x}_s - \mathbf{m}_r)^T \Sigma_r^{-1} (\mathbf{x}_s - \mathbf{m}_r)}{2} \right]$ . Une MGMM a pour modèle paramétré  $\theta_m = \{\pi_r, \theta_r\}_{r \in \llbracket 1, m \rrbracket}$  avec  $\theta_r = \{\mathbf{m}_r, \Sigma_r\}$ , le vecteur moyen et la matrice de covariance de la composante  $r$ .

Pour initialiser l'algorithme EM, nous avons utilisé l'algorithme SEMmean avec peu d'itérations et en prenant un seuil  $T = 0$  (voir Annexe A.1 mais en étendant aux cas multivarié). Le modèle initial obtenu est noté  $\theta_{m,0} = \{\pi_{r,0}, \theta_{r,0}\}_{r \in \llbracket 1, m \rrbracket}$ . Puis, les deux étapes de l'algorithme EM s'écrivent de la manière suivante, en partant de  $i = 0$  :

- **Étape E** : Pour  $s \in \Delta$  et  $r \in \llbracket 1, m \rrbracket$ , faire le calcul de la probabilité de  $\mathbf{x}_s$  conditionnellement à la composante  $r$  du mélange à l'itération  $i$  :

$$P_{r,i+1}(\mathbf{x}_s) = \frac{\pi_{r,i+1} f(\mathbf{x}_s | \theta_{r,i})}{\sum_{l=1}^m \pi_{l,i+1} f(\mathbf{x}_s | \theta_{l,i})}.$$

- **M-step** : Maximisation de la vraisemblance connaissant  $P_{r,i+1}(\mathbf{x}_s)$ ,  $s \in \Delta$  et  $r \in \llbracket 1, m \rrbracket$  :

$$\alpha_{r,i+1} = \frac{1}{N} \delta_{r,i+1}, \quad \delta_{r,i+1} = \sum_{s=1}^N P_{r,i+1}(\mathbf{x}_s), \quad \mathbf{m}_{r,i+1} = \frac{1}{\delta_{r,i+1}} \sum_{s=1}^N P_{r,i+1}(\mathbf{x}_s) \mathbf{x}_s \text{ et}$$

$$\Sigma_{r,i+1} = \frac{1}{\delta_{r,i+1}} \sum_{s=1}^N P_{r,i+1}(\mathbf{x}_s) (\mathbf{x}_s - \mathbf{m}_{r,i+1}) (\mathbf{x}_s - \mathbf{m}_{r,i+1})^T. \quad i = i + 1.$$

L'objectif de l'étude (voir partie 3.3.2) était de pouvoir implémenter cet algorithme avec un nombre de composantes pouvant aller jusqu'à 40 sur des images couleurs et donc des données entières. L'algorithme EM ne garantit pas que la matrice de variance restera inversible au cours des itérations. Il suffit de prendre un exemple simple : si une composante ne contient que des sites associés à une même valeur entière ou une même couleur, la matrice de variance calculée sera nulle. Pour

palier à ce problème, nous avons voulu éviter des valeurs nulles sur la diagonale de la matrice. On suppose que chaque plan couleur est associé à un pas de quantification  $q$  définissant l'écart minimum entre deux valeurs. Pour chaque plan, une variance minimale peut être définie en supposant que les réalisations sortant de l'intervalle  $[\mu - q, \mu + q]$  sont rares ce qui peut s'écrire :  $P(|X_s - \mu| < q) < 0.95$ . Pour  $q = 1$ ,  $\sigma_L = 0.2603$ .

Dans l'étude menée sur les MGMM,  $q = 1$  pour les trois espaces couleur utilisés. Les valeurs minimums des variances sur la diagonale de la matrice ont été limitées en valeur inférieure à  $\sigma_L$ .

Pour arrêter les itérations, la règle d'arrêt suivante a été utilisée : tant que  $\log\left(\frac{f(x|\theta_{m,i+1})}{f(x|\theta_{m,i})}\right) > 0.00001$  refaire l'étape E.



# Annexe B

## Trois espaces couleur

### B.1 Espace couleur RGB

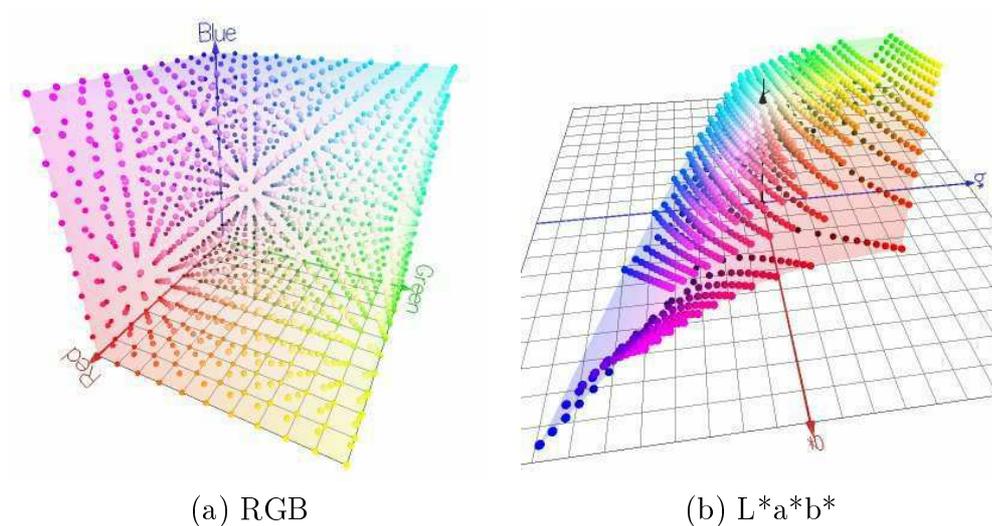


FIG. B.1 – Espaces couleur RGB et L\*a\*b\*

L'espace couleur RGB (voir Fig. B.1) est un espace à trois dimensions associées aux trois couleurs primaires. Les trois vecteurs de base sont :  $\mathbf{r} = [1, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{g} = [0, 1, 0]^T$  et  $\mathbf{b} = [0, 0, 1]^T$ . Une couleur est définie par un vecteur  $\mathbf{c} = [R, G, B]^T \in [0, 1]^3$ . RGB n'est pas un espace couleur uniforme d'un point de vue perceptuel.

### B.2 Espace couleur CIEL\*a\*b\*

#### B.2.1 Définition

L'espace couleur L\*a\*b\* (voir Fig. B.1) est un espace couleur uniforme d'un point de vue perceptuel. Il exploite une approche de type HVS (Hue / Value / Saturation) proposée par la "Commission Internationale de l'Eclairage (CIE)". La transformation

de RGB vers  $L^*a^*b^*$  s'écrit :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.618 & 0.177 & 0.205 \\ 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0 & 0.056 & 0.944 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} L^* &= 116 \times \left(\frac{Y}{Y_W}\right)^{\frac{1}{3}} - 16 \text{ for } \frac{Y}{Y_W} > 0.008856, \\ L^* &= 903.3 \times \frac{Y}{Y_W} \text{ for } \frac{Y}{Y_W} \leq 0.008856, \\ a^* &= 500 \times \left( f\left(\frac{X}{X_W}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_W}\right) \right), \\ b^* &= 200 \times \left( f\left(\frac{Y}{Y_W}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_W}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

avec

$$\begin{aligned} f(u) &= u^{\frac{1}{3}} \text{ pour } u > 0.008856, \\ f(u) &= 7.787 \times u + \frac{16}{116} \text{ pour } u \leq 0.008856 \end{aligned}$$

et  $X_W$ ,  $Y_W$  et  $Z_W$  sont les valeurs CIE XYZ du blanc de référence. Dans les études réalisées, le blanc de référence n'est pas connu pour les différentes images couleur utilisées. Il a été pris les valeurs de XYZ obtenues en prenant  $R = 1$ ,  $G = 1$  et  $B = 1$ .

### B.2.2 Distance ‘‘psychovisuelle’’

Depuis 1976, la CIE recommande deux espaces couleur uniformes d'un point de vue perceptuel : l'espace CIE  $L^*a^*b^*$  et l'espace CIE  $L^*u^*v^*$ . Ces deux espaces représentent l'information couleur d'une manière similaire : un axe pour l'intensité lumineuse ( $L^*$ ) et les deux autres pour la partie chromatique. La première distance entre couleurs à avoir été recommandée par la CIE est la distance CIE  $\Delta E_{76}$  :

$$\Delta E_{76}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sqrt{(\Delta L^2 + \Delta a^2 + \Delta b^2)} \quad (\text{B.3})$$

avec  $\mathbf{x}_1 = [L_1^*, a_1^*, b_1^*]^T$ ,  $\mathbf{x}_2 = [L_2^*, a_2^*, b_2^*]^T$ ,  $\Delta L = L_1^* - L_2^*$ ,  $\Delta a = a_1^* - a_2^*$  et  $\Delta b = b_1^* - b_2^*$ .

En 1994, la CIE recommande l'utilisation d'une nouvelle distance à partir des travaux de Berns [BAR<sup>+</sup>91, ABSL89] :

$$\Delta E_{94}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{K_L S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{K_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{K_H S_H}\right)^2} \quad (\text{B.4})$$

avec  $C = \sqrt{a^{*2} + b^{*2}}$  et  $\Delta C = C_1 - C_2$ .  $\Delta H = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2} - \Delta C$ . Pour les arts graphiques,  $S_L = 1$ ,  $S_C = 1 + 0.045 \times C_1$ ,  $S_H = 1 + 0.015 \times C_1$ ,  $K_L = 1$ ,  $K_C = 1$  et  $K_H = 1$ .

La dernière proposition de la CIE exploite les travaux de Luo et al. [LCR01, SWD05] :

$$\Delta E_{2000}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C'}{S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H'}{S_H}\right)^2 + R_T \left(\frac{\Delta C'}{S_C} \times \frac{\Delta H'}{S_H}\right)^2} \quad (\text{B.5})$$

avec

- $a^*$  est réajusté en  $a'$  de manière à corriger la définition de la saturation  $C$  en  $C'$  et de la teinte  $h$  en  $h'$  :  
 $a' = (1 + G)a^*$ ,  $C' = \sqrt{a'^2 + b'^2}$  et  
 $h' = \begin{cases} \arctan(b^*/a') & \text{if } \arctan(b^*/a') \geq 0 \\ \arctan(b^*/a') + 360^\circ & \text{if } \arctan(b^*/a') < 0 \end{cases}$   
avec  $G = 0.5 \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{C}^7}{\bar{C}^7 + 25^7}} \right)$  où  $\bar{C} = \frac{C_1 + C_2}{2}$  est la moyenne de  $C$ .
- Définition des écarts de saturation et de teinte entre deux couleurs :  $\Delta C' = C'_1 - C'_2$ ,  $\Delta h' = \begin{cases} h'_2 - h'_1 & \text{if } |h'_2 - h'_1| \leq 180^\circ \\ h'_2 - h'_1 + 360^\circ & \text{if } |h'_2 - h'_1| > 180^\circ, h'_2 \leq h'_1 \\ h'_2 - h'_1 - 360^\circ & \text{if } |h'_2 - h'_1| > 180^\circ, h'_2 > h'_1 \end{cases}$ ,  
et  $\Delta H' = 2 \sin \frac{\Delta h'}{2} \times \sqrt{C'_1 C'_2}$
- Autres constantes de pondération :  $S_L = 1 + \frac{0.015(\bar{L}-50)^2}{\sqrt{20+(\bar{L}-50)^2}}$ ,  $\bar{L} = \frac{L_1^* + L_2^*}{2}$ ,  
 $S_C = 1 + 0.045\bar{C}'$ ,  $\bar{C}' = \frac{C'_1 + C'_2}{2}$ ,  
 $\bar{H}' = \begin{cases} (h'_1 + h'_2 + 360^\circ)/2 & \text{if } |h'_2 - h'_1| > 180^\circ \\ (h'_1 + h'_2)/2 & \text{if } |h'_2 - h'_1| \leq 180^\circ \end{cases}$   
 $S_H = 1 + 0.015\bar{C}'T$ ,  $T = 1 - 0.17 \cos(\bar{H}' - 30^\circ) + 0.24 \cos(2\bar{H}') + 0.32 \cos(3\bar{H}' + 6^\circ) - 0.20 \cos(4\bar{H}' - 63^\circ)$ ,  $R_T = -2R_C \sin(2\Delta\theta)$ ,  $\Delta\theta = 30 \exp \left\{ - \left[ \frac{(\bar{H}' - 275^\circ)}{25} \right]^2 \right\}$   
et  $R_C = \sqrt{\frac{\bar{C}'^7}{\bar{C}'^7 + 25^7}}$ .

### B.3 Espace couleur IHLS

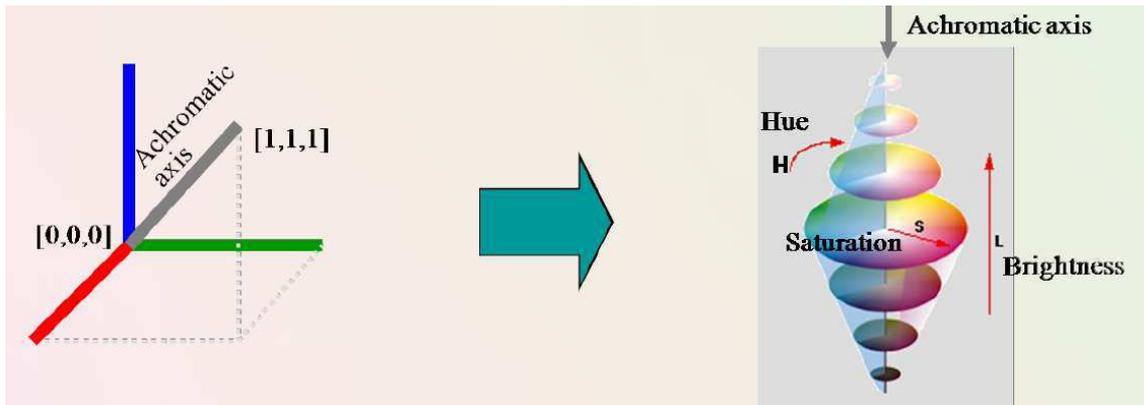


FIG. B.2 – IHLS Color spaces

Un espace couleur de type HLS (Hue, Luminance, Saturation) a été utilisé à titre de comparaison avec les espaces RGB et  $L^*a^*b^*$ . L'espace IHLS (pour "Improved HLS colour space") [HS02] a été choisi de par ses bonnes propriétés pour décrire la saturation. La transformation depuis RGB vers IHLS possède une étape

intermédiaire qui est une transformation linéaire du vecteur RGB :

$$\begin{bmatrix} Y \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2125 & 0.7154 & 0.0721 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

$Y$  représente l'intensité lumineuse. La teinte ( $H$ ) et la saturation ( $S$ ) sont calculées à partir de  $C_1$ ,  $C_2$  et la "chroma"  $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$  ( $C_1$  et  $C_2$  contiennent toute l'information chromatique) :

$$H = \begin{cases} \text{non définie si } C = 0 \\ \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) \text{ si } C \neq 0 \text{ et } C_2 \leq 0 \\ 360^\circ - \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) \text{ si } C \neq 0 \text{ et } C_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

$$S = \frac{2C \sin(120^\circ - H^*)}{\sqrt{3}} \quad (\text{B.8})$$

avec  $H^* = H - k \times 60^\circ$ ,  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , de façon à ce que  $0^\circ \leq H^* \leq 60^\circ$ .

La transformation inverse s'opère de la manière suivante :

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{3}S}{2 \sin(120^\circ - H^*)} \\ C_1 &= C \cos(H) \\ C_2 &= -C \sin(H) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

et

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.7875 & 0.3714 \\ 1 & -0.2125 & -0.2059 \\ 1 & -0.2125 & 0.9488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

# Annexe C

## Curriculum vitae

### C.1 Etat civil

Olivier Alata

**Age** : 40 ans, né le 05 février 1970 à Oullins (69)

**Nationalité** : française

**Situation familiale** : PACS, 2 enfants

**Adresses** :

Personnelle :

83, rue des 4 roues  
86000 POITIERS.  
Tél. : 05 49 39 41 28

Professionnelle :

XLIM-SIC (Signal, Image, Communication), UMR  
CNRS 6172, Université de Poitiers  
Bât. SP2MI - Téléport 2 - Bvd M. & P. Curie.  
B.P. 30179 - 86962 Futuroscope Chasseneuil Cedex -  
FRANCE  
Tél. : 05 49 49 66 24 - Fax : 05 49 49 65 70

**Emails** : olivier.alata@univ-poitiers.fr, alata@sic.univ-poitiers.fr

### C.2 Formation et titres universitaires

Nov. 1993 – Janv. 1998	<b>Doctorat</b> de l'Université de Bordeaux I. <b>Spécialité</b> : Automatique. <b>Mention</b> : Très Honorable. <b>Titre</b> : Caractérisation de textures par coefficients de réflexion 2-D - Application en classification et segmentation. <b>Interruption d'un an (Sc. du contingent)</b> .
Dec. 1995 – Dec. 1996	<b>Scientifique du contingent</b> à la Société Européenne de Propulsion (SEP - St. Médard en Jalles (33)).
1992 - 1993	<b>DEA</b> de l'Université de Bordeaux I et de l'Ecole Nationale Supérieure en Electronique et Radioélectricité de Bordeaux (ENSERB). <b>Spécialité</b> : Automatique, option traitement du signal et de l'image. <b>Mention</b> : Bien
1989 - 1992	<b>Diplôme d'ingénieur</b> en électronique ENSERB, option de 3ème année : Technologie de l'Image et de la Communication.

## C.3 Parcours Professionnel

### C.3.1 Fonctions actuelles et laboratoire d'affectation

Maître de Conférences à l'Université de Poitiers, UFR Sciences Fondamentales et Appliquées, poste MCF 0514, section 61, enseignant au département EEA (Electronique, Electrotechnique et Automatique), chercheur au laboratoire XLIM-SIC (Signal, Image, Communication), UMR CNRS 6172, Université de Poitiers.

### C.3.2 Précédente fonction

De septembre 1997 à août 1998 : **ATER** à l'Ecole Nationale Supérieure des Sciences Appliquées et Technologies (ENSSAT - Lannion (22)).

## C.4 Enseignements

Au cours de mes 12 années en tant que Maître de Conférences à l'UFR SFA (sept. 1998 - juin 2010), département EEA, j'ai eu l'occasion de participer à plusieurs filières :

- Génie physiologique et informatique (Gphy - niveaux Bac+3 à Bac+5) et plus particulièrement son option " signal, image, informatique graphique " ou " imagerie ", depuis 1999. Cette filière a été un IUP de 2000 à 2004.
- Les filières du département EEA :
  - o jusqu'en juin 2004 : Licence EEA, maîtrise EEA et DEA T3IA (Traitement de l'Information : Informatique, Images, Automatique).
  - o de sept. 2004 à juin 2008 : Licence TIS Parcours " EEAS " et " Réseaux " (en commun avec le département informatique) ; Master STIC Parcours F3I (en commun avec le département informatique) et RCA.
  - o de sept. 2008 à juin 2010 : Licence ISTI (Informatique, sciences et technologies de l'ingénieur) Parcours " EEAS " et " Médias numériques " (en commun avec le département informatique) ; Master IT (Informatique, Télécommunication) Parcours TMR (Télécommunication, Multimédia, Réseaux)
- Génie des systèmes industriels (GSI). IUP jusqu'en 2004. J'ai donné des enseignements niveaux Bac+3 à Bac+5 dans cette filière jusqu'en 2006-07.
- Licence bio 1ère et 2ème années depuis 2005-06.
- Master 2 Mathématiques spécialité Modélisation Mathématique et Analyse Statistique (MMAS) en 2009-10.

Dans ces différentes filières, j'ai eu affaire à des profils d'étudiants très variés (de la licence Bio 1ère année au Master 2 MMAS), ce qui a été très enrichissant d'un point de vue pédagogique, et j'ai participé à des filières à orientation plutôt professionnelle et à orientation plutôt recherche. Mes enseignements peuvent se résumer de la manière suivante :

- **Informatique industrielle** :
  - o Systèmes à microprocesseur (jusqu'en 2006-07 avec des répartitions du type 6hC, 4hTD, 16hTP) : niveau Bac+3 (LEEA, Licence TIS, GSI) puis Bac+2 (Licence TIS). Réalisation d'un document de cours de 50 pages. Réalisation d'une série de TPs sur microcontrôleur de type 68HC12.

- Systèmes “ Temps réel ” et outils de spécifications (de l’année 2002-03 à l’année 2005-06 : niveau Bac+4 (MEEA) puis Bac+5 (GSI – 10hC, 8hTD, 8hTP). Cours présenté sur 130 diapositives.
- Commande de systèmes – Tâches parallèles (depuis 2008-09) : niveau Bac+3 (Licence ISTI parcours “ EEAS ” et “ Médias numériques ” - 18hC, 20hTD, 16hTP). Cours présenté sur 300 diapositives. Réalisation d’une série de TPs sur Labview avec programmation multitâche et carte d’acquisition en collaboration avec Olivier Kihl, moniteur à l’Université de Poitiers.
- Programmation en langage C : niveau Bac+3 (GSI – jusqu’en 2004-05). Réalisation d’un cours sur diapositives et de plusieurs TPs.
- **Traitement du signal et de l’image :**
  - Traitement du signal déterministe : niveau Bac+3 (Gphy depuis 1999-00 – exemple de répartition : 16hC, 10hTD, 16hTP en 2005-06). Réalisation d’un document de cours de 60 pages puis d’une série de 186 diapositives.
  - Traitement du signal aléatoire : niveau Bac+4 (MEEA puis Master STIC et IT, Gphy option “ imagerie ” avec par exemple une intervention de 10hC, 8hTD et 8hTP en 2005-06). Réalisation d’un document de cours de 70 pages puis d’une série de 217 diapositives. Réalisation d’une série de TPs qui a donné lieu à une publication (voir [Ala04]).
  - Initiation au traitement informatique de l’image : Licence Bio niveau Bac+1 et Bac+2 (4hTD, 4hTP).
  - Traitement de l’image : Master 2 Gphy option “ imagerie ”. Autour de 10hC puis projets tutorés pour mettre en application des méthodes de segmentation d’images par modèles déformables, fuzzy C-mean, ...
  - Modélisation stochastique pour le signal et l’image : DEA T3IA puis Master 2 STIC (4hC).
  - Utilisation des algorithmes stochastiques en image (UE algorithme stochastique) : Master 2 MMAS (6hC, 6hTD, 6hTP). Réalisation d’un document de cours de 26 pages avec d’une série de diapositives de 50 diapositives.

J’ai aussi encadré des projets ou des stages sur des niveaux allant de Bac+3 à Bac+5 et réalisé de nombreux sujets de TD.

Chaque année, j’ai effectué de 192 heqTD à 220 heqTD sauf l’année 2007-08 durant laquelle j’ai eu un CRCT au 2ème semestre.

Enfin, au cours de ces années, j’ai eu l’occasion d’encadrer des collègues en Doctorat ou en poste d’ATER sur des séries de TPs en lien avec certaines UE que j’ai animées.

## C.5 Charges administratives

- **Reponsabilités pédagogiques :**
  - Depuis 2004 : Equipe pédagogique de la filière Génie physiologique et informatique de l’UFR SFA, Université de Poitiers. **Co-responsable du parcours “ Génie Biomédical ”** appelé communément parcours “ imagerie ” avec Jean-Noël Rimbart (Professeur) et Philippe Blasi (MdC).
  - 2004 – 2006 : **Co-responsable** avec Lilian Aveneau (MdC) du **parcours “ Réseaux ” de la Licence TIS** (Traitement de l’Information et Systèmes) de l’UFR SFA, Université de Poitiers.
  - Responsabilités d’UE en

- ★ Systèmes à microprocesseur (LEEA – IUP GSI).
- ★ Commande de systèmes – Tâches parallèles (Licence ISTI parcours “ EEAS ” et “ Médias numériques ”).
- ★ Acquisition et traitement (L3 Gphy, option “ imagerie ”) contenant deux enseignements : traitement du signal déterministe et traitement de l’image.
- ★ Analyse et transmission des signaux (M1 Gphy, option imagerie) contenant des enseignements en traitement du signal aléatoire, réseaux, compression et reconnaissance de forme.
- **Actions en lien avec la communication :**
  - Gestion de la communication du département EEA (Années 2000-01 et 2001-02) avec Louis Gay, PRAG, avec, entre autres actions, la participation à la réalisation d’une plaquette.
  - Membre de la commission communication de l’UFR SFA (Années 2002-03 et 2003-04).
  - Participation à de nombreuses journées en lien avec la présentation des formations.

## C.6 Activités " d'animation de la recherche "

- **Co-organisateur** avec Christian Olivier, Prof. Univ. Poitiers, de la **Journée « Sélection de modèles »** (11/06/09) dans le cadre des Journées de Probabilités 2009 qui se sont déroulées à Poitiers du 8 au 12 juin 2009.
- **Guest Editor** avec Christine Fernandez de **2 numéros spéciaux de la revue CMB** en lien avec les travaux présentés lors du Workshop « **Biomedical Signal and Image Processing** ». La publication de ces 2 numéros a nécessité de mener à terme un processus de Peer Review pour 16 articles avec 2 relecteurs par article.
- **Co-organisateur** avec Christine Fernandez du **Workshop « Biomedical Signal and Image Processing »** dans le cadre de la conférence Internationale Cellular & Molecular Biology (CMB) en 2005.
- **Responsabilités scientifiques :**
  - Responsabilité de la partie “ traitement de signal ” dans un **projet REI (Recherche Exploratoire et Innovation) DGA** sur l’amélioration de la technique d’impédancemétrie pour la mesure du débit cardiaque (financement d’environ 240 keuros sur 3 ans à partir de fin 2007). Ce projet a donné lieu à une collaboration avec une entreprise (EMKA Technologies) et à l’encadrement d’une thèse CIFRE (Olivier Dromer).
  - Co-Responsable à **l’Action Concertée Incitative (ACI) 2007** de l’Université de Poitiers “ Optimisation de la représentation de l’information à partir d’outils probabilistes : Aspects théoriques et Applications ”. Cette ACI était commune aux laboratoires XLIM-SIC et au LMA (Laboratoire de Mathématiques et Applications) de l’Université de Poitiers.
  - Dans le cadre du Plan Pluri Formation Géométries – Images – Communications (**PPF GIC**) regroupant les Universités de Limoges, Poitiers, La Rochelle, Orléans et Tours, **participation à 2 actions** : “ Codage et mesure de l’information ” (organisation d’une Journée en juin 2008), et “ Mise au point d’outils d’analyse d’images en médecine et biologie ” (organisation

- d'une Journée en 2008).
- Dans le cadre du Pôle Régional de Recherche en Image, Données et Systèmes (Fédération PRIDES) : animation du GT " Textures n-D et couleur " et du GT " Mesure de l'information ".
- **Commissions de spécialistes :**
  - 1999 – 2001 : Membre suppléant de la commission de spécialistes 61ème section à Poitiers.
  - 2001 – 2003 : Membre suppléant de la commission de spécialistes 61ème section à Rouen.

## C.7 Activités d'encadrement

### C.7.1 Thèses de Doctorat

Début	Soutenance	Taux d'encadrement	Etudiant
Oct. 2007	01/07/2010	50%	M. Imtnan Qazi
Nov. 2006	Fin prévue en 2010	50%	M. Olivier Dromer
Oct. 2005	Fin prévue en 2010	50%	M. Samuel Burg
Oct. 2005	05/12/2008	33%	M. Guilhem Coq
Oct. 1999	20/12/2002	33%	Mlle Azza Ouled-Zaid

#### Thèses soutenues (ou prochainement soutenues)

**M. Imtnan Ul-Haque Qazi**, « Luminance-Chrominance linear prediction models for color textures : an application to satellite image segmentation ». Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, soutenue le 01/07/2010.

Co-encadrants : C. Fernandez-Maloigne, Prof. Univ. Poitiers, et J.-C. Burie, MdC. Univ. La Rochelle.

**M. Guilhem Coq**, « Utilisation d'approches probabilistes basées sur des critères entropiques pour la recherche d'informations sur supports multimédia ». Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, soutenue le 05/12/2008.

Co-encadrants : C. Olivier, Prof. Univ. Poitiers, et M. Arnaudon, Prof. Univ. Poitiers.

**Mlle Azza Ouled-Zaid**, « Amélioration des performances des systèmes de compression JPEG et JPEG2000 ». Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, soutenue le 20/12/2002.

Co-encadrants : C. Olivier, Prof. Univ. Poitiers, et F. Marmoiton, MdC Univ. Poitiers (actuellement Ingénieur de Recherche à Clermont-Ferrand).

#### Thèses en cours

**M. Olivier Dromer**, « Développement d'une technique ambulatoire de mesure du débit cardiaque ». Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, fin prévue en 2010.

Co-encadrants : C. Fernandez-Maloigne, Prof. Univ. Poitiers, et O. Bernard, MdC.

Univ. Poitiers.

**M. Samuel Burg.** « Segmentation 3D d'images scintigraphiques avec validation sur simulations très réalistes GATE ». Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, fin prévue en 2010.

Co-encadrants : E. Andres, Prof. Univ. Poitiers, et P. Blasi, MdC. Univ. Poitiers. Samuel Burg est Praticien Hospitalier dans le service de médecine nucléaire de l'hôpital Bichat.

### C.7.2 Stages de Master 2ème année

Début	Soutenance	Taux d'encadrement	Etudiant
Mars 2010	Sept. 2010	33%	M. Jin Zhan
Mars 2007	Sept. 2007	100%	M. Laurent Vervueren
Avril 2007	Sept. 2007	50%	M. Aymen Lakdhar
Mars 2006	Sept. 2006	100%	M. Williams W. Wanda
Fév. 2003	Juillet 2003	50%	M. Ony N. Razafimandanona
Mars 2002	Sept. 2002	50%	M. Camille Bihoreau
Fév. 2001	Juillet 2001	50%	M. Pascal Bourdon
Avril 1999	Juillet 1999	50%	Mlle Azza Ouled-Zaïd
Avril 1999	Sept. 1999	100%	M. Sébastien Lefèvre
Avril 1997	Sept. 1997	50%	Mlle Clarisse Ramananjara

**Jin Zhan,** « Validation d'une méthode entropique d'identification de modèles statistiques », Master TMR (Telecom, Multimedia et Réseaux), Sept. 2010.

**Laurent Vervueren,** « Intégration d'a priori anatomiques, géométriques, et topologiques dans la segmentation 3-D d'images TEP 18FDG », Rapport de DEA SIBM (Signaux et Images en Biologie et Médecine), Sept. 2007.

**Aymen Lakdhar,** « Optimisation des descripteurs de Fourier-Mellin appliqués aux images et aux densités spectrales des textures », Rapport de fin d'étude d'Ingénieur Informatique, ENSI de Tunis, Sept. 2007.

Co-encadrant : C. Olivier, Prof. Univ. Poitiers.

**Williams Wandji Wanda,** « Processus gaussiens couleur – application à la segmentation par modèle de mélange », Rapport de Master recherche STIC (Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication), Sept. 2006.

**Ony Niaina Razafimandanona,** « Extraction des zones texturées d'une image à l'aide de la carte topologique », Rapport de DEA T3IA (Traitement de l'Information : Informatique, Images, Automatique), Université de Poitiers, Juillet 2003.

Co-encadrant : Guillaume Damiand, MdC Univ. Poitiers.

**C. Bihoreau,** « Intégration d'informations topologiques sur les régions d'une image dans une méthode de segmentation markovienne semi-supervisée », Rapport de DEA T3IA (Traitement de l'Information : Informatique, Images, Automatique), Université de Poitiers, sept. 2002.

Co-encadrant : Guillaume Damiand, MdC Univ. Poitiers.

**Pascal Bourdon,** « Segmentation de régions par approches stochastiques et calcul de cartes de frontières », Rapport de DEA T3IA (Traitement de l'Information : Informatique, Images, Automatique), Université de Poitiers, Juillet 2001.

Co-encadrant : Guillaume Damiand, MDC Univ. Poitiers.

**Azza Ouled-Zaïd**, « Codage et compression d'images fixes par transformées orthogonales DCT et Ondelettes », Rapport de DEA Instrumentation et commande pour les systèmes de vision option Image, Université de Rouen, Juillet 1999.

Co-encadrant : C. Olivier, Prof. Univ. Poitiers.

**Sébastien Lefèvre**, « Elaboration et validation d'un outil automatique de segmentation et de reconstruction volumique sur imagerie IRM de tumeurs cérébrales », Rapport de DEA Contrôle des systèmes de l'Université de Technologie de Compiègne, sept. 1999.

**Clarisse Ramananjara**, « Analyse et synthèse de textures par la méthode de décomposition de Wold 2-D », Rapport de stage DESS de Mathématiques Appliqués (Univ. de Provence, Univ. de Luminy), sept. 1997.

Co-encadrant : Mohamed Najim, Prof. Bordeaux.

## C.8 Referees et rapports

### C.8.1 Referees

Participations aux comités de lecture :

- **de revues** : Pattern Recognition Letters, IEEE PAMI, Technique et Science Informatique.
- **de conférences** : Taima 07, SITIS 08, SITIS 09, SITIS 10, IEEE ICIT 09, CIARP 10.

### C.8.2 Rapports

- Ecriture d'un des deux rapports sur la thèse « Méthodes mathématiques en traitement du signal pour l'estimation spectrale » soutenue le 21/12/2006 par Rami Kanhouche, ayant pour directeur de thèse Abdelatif Seghier, MDC HDR. Ce rapport a été écrit sous le contrôle de Christine Fernandez-Maloigne, Prof. Univ. Poitiers.
- Participations à des jury de DEA et de Master 2 recherche en tant que rapporteur et/ou examinateur.

## C.9 Activités internationales

- Chargé des relations internationales du laboratoire XLIM-SIC depuis Septembre 2010.
- Accueil de chercheur étranger :
  - Ahmed Moussa, Laboratoire des Technologies Innovantes de l'ENSA Tanger, Enseignant-Chercheur, Maroc : séjour de 3 mois à XLIM-SIC financé par la région Poitou-Charentes sur le programme d'invitation de chercheurs étrangers, du 25/04/09 au 25/07/09.
- Accueil en stage d'étudiants de nationalités étrangères :
  - Najd Lamiae (04/01/10 – 04/02/10). Fin d'étude ingénieur. Financement : INRIA.

- Fatima Ghazi (22/11/08 – 22/12/08). Doctorante, Maroc. Financement : INRIA.
- Aymen Lakdhar (Avril 2007 – Sept. 2007). Stage de fin d'étude, Ecole d'ingénieur. Tunisie.
- Responsable à l'Université de Poitiers d'un accord de coopération (sept. 2009) entre l'UFR SFA de l'Université de Poitiers et l'Ecole Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) Tanger de l'Université Abdelmalek Essaâdi, Maroc. Cet accord de coopération fait apparaître des actions communes en enseignement et en recherche sous forme d'échanges, de co-tutelles de thèses et de montage de formations en co-diplomation.
- Montage d'un projet de recherche Volubilis (Egide Maroc) en 2010, intitulé « Développement de Modèles Stochastiques et Statistiques pour les Sciences de la Vie et de la Santé (DEMODO) » dans lequel figure la proposition de deux co-tutelles de thèse entre des enseignants-chercheurs de Tanger et Rabat et des chercheurs et enseignants-chercheurs d'XLIM-SIC, Poitiers, de l'IPBC, Poitiers et de l'INRIA Sophia-Antipolis Méditerranée.

## C.10 Relations avec le monde industriel ou socio-économique

### – EMKA Technologies (depuis 2006)

Mise au point d'un système ambulatoire de mesure de débit cardiaque par la technique de l'impédancemétrie. Dans ce contexte, une thèse CIFRE a démarré novembre 2006 sur le filtrage des signaux d'impédancemétrie. Ce projet est financé à l'aide d'un **contrat DGA REI** (Recherche Exploratoire Innovante).

### – Institut Français du Pétrole (IFP - fin 2002 à début 2005)

L'objectif de notre collaboration était la réalisation d'un logiciel permettant l'extraction automatique des horizons et des failles dans un bloc géologique ceci en vue d'aider les géologues dans leur étude du sous-sol pour la prospection pétrolière. Un logiciel nommé « GeomDetect » a été développé.

### – Institut Universitaire de Santé Publique de Poitiers (fin 2003 – fin 2006)

Cette collaboration avait pour objectif la réalisation d'un logiciel permettant l'analyse statistique, à l'aide des chaînes de Markov, du parcours thérapeutique de patientes atteintes d'un cancer du sein.

### – Advestigo (fin 2003 – début 2006)

Après sa thèse, Clarisse Ramananjara (voir partie C.7.2) est allée travailler chez Advestigo. Notre collaboration sur la caractérisation de textures s'est poursuivie dans le but de réaliser une méthode de classification automatique de textures robuste à l'orientation et à l'échelle exploitant la décomposition de Wold 2-D ainsi qu'une méthode de segmentation d'images texturées.

### – CHU de Poitiers (période me concernant : début 99 – fin 2001)

Le projet avait pour objectif le suivi de tumeurs solides à partir d'IRM cérébrales. L'évolution de la prise en charge thérapeutique des tumeurs malignes a permis une amélioration des taux de survie. Néanmoins, l'élaboration de la stratégie thérapeutique nécessite une évaluation précise du volume et des extensions tumorales

afin de réaliser un suivi dans le temps. De nombreuses équipes de recherche en analyse d'images tentent ainsi de mettre au point des techniques automatiques de détection et de quantification des volumes tumoraux. Les méthodes actuellement utilisées, d'analyse et de suivi des contours des tumeurs sont en général insuffisantes car elles ne permettent pas de refléter les changements à l'intérieur des tissus. Aussi, elles sont insuffisantes pour la quantification du volume des tumeurs cérébrales. L'application de nouvelles méthodes de segmentation aux données multispectrales IRM devait permettre une meilleure différenciation des tissus sains et pathologiques et l'élaboration d'outils plus performants pour quantifier les volumes tumoraux et de qualifier leur texture, de façon à les associer à des « classes » d'évolution possible. En ce qui concerne les premiers résultats de cette étude, il faut se référer aux publications [C12,C17] (voir Annexe D).

– **Réalisation d'un logiciel pour la SEP (Société Européenne de Propulsion) (Dec. 95 à Dec. 96 en tant que Sc. du contingent)**

A partir de recherches menées au sein de l'Equipe Signal et Image de Bordeaux dans laquelle j'ai effectué mon Doctorat, ce logiciel devait permettre de mesurer l'anisotropie de matériaux à partir d'images numériques obtenues par microscopie électronique à transmission. L'objectif du projet de recherche en collaboration avec la SEP était de séparer des ensembles d'images en trois classes distinctes. Afin de répondre à ce besoin concret, j'ai appliqué directement un ensemble d'attributs texturaux issu de mes travaux de thèse car le problème pouvait se ramener à un problème de classification de textures. En guise de comparaison, une méthode plus « traditionnelle » basée sur l'étude de la Densité Spectrale de Puissance (DSP) des images de matériaux a été aussi expérimentée. Les deux méthodes ont donné des résultats satisfaisants et ont donné lieu à des publications [C36,C37] (Annexe D.4.3).

## C.11 Collaborations

- La collaboration scientifique avec Ahmed Moussa, Laboratoire des Technologies Innovantes de l'ENSA Tanger, Maroc, débutée en 2008, a donné lieu à :
  - deux séjours d'étudiants marocains à Poitiers.
  - la réalisation de publications communes (voir Annexe D) : 2 revues internationale (Pattern Recognition) [R1], 1 conférence internationale [C1]. En cours de soumission : 1 revue internationale (IJCV), 1 conférence internationale (IEEE ICIP), 2 papiers en conférence francophone avec comité de lecture (CARI).
- Collaborations scientifiques autour des méthodes de segmentation 2-D et 3-D (voir Chapitre 4) :
  - Radu Stoica, MdC, Lab. Painlevé, UMR CNRS 8524, Univ. Lille.
  - Guillaume Damiand, Chercheur CNRS, LIRIS, UMR CNRS 5206, Lyon (anciennement MdC au laboratoire XLIM-SIC).
  - Eric Andres, Prof., responsable équipe « Informatique Graphique », Lab. XLIM-SIC, UMR CNRS 6172, Univ. Poitiers.
- Collaboration scientifique autour des méthodes de sélection de modèles (voir Chapitre 2) :

- Marc Arnaudon, Prof., Lab. LMA, UMR CNRS 6086, Univ. Poitiers.
- Christian Olivier, Prof., Lab. XLIM-SIC, UMR CNRS 6172, Univ. Poitiers.
- Collaboration scientifique sur les signaux physiologiques (voir Chapitre 3) :
  - Olivier Bernard, MdC, LAPHAP, EA 3813, Univ. Poitiers.
- Collaboration scientifique sur les textures couleur (voir Chapitre 4) :
  - Christine Fernandez-Maloigne, Prof., Lab. XLIM-SIC, UMR CNRS 6172, Univ. Poitiers.
  - Jean-Christophe Burie, MdC, Lab. L3I, EA 2118, Univ. La Rochelle.
  - N. Vandenbroucke, MdC, Lab. LAGIS, UMR CNRS 8146, Univ. Lille 1 : écriture d'un chapitre sur les descripteurs de texture pour un projet de livre sur l'imagerie couleur aux Editions Hermès.
  - Une convention de partenariat a été établie en 2010 avec le laboratoire de Mathématiques Informatique et Applications (LAMIA) de l'Université des Antilles et de la Guyane autour de la segmentation d'images multicanales prises par les satellites IKONOS, QuickBird et Spot. Un papier en conférence internationale (ICIP) a été soumis.
- Collaboration avec l'Equipe Signal Image, Bordeaux, autour de la thèse de Clarisse Ramananjara, « Modélisation paramétrique de processus stochastiques bidimensionnels : étude de la stabilité des processus autorégressifs bidimensionnels et des modèles fondés sur la décomposition de Wold », thèse soutenue le 16 octobre 2002.

Le travail de thèse de Clarisse se décompose en 2 parties : la première présente un résultat théorique concernant la stabilité des filtres numériques 2-D par le biais d'une représentation en treillis du modèle AR 2-D [R8] et la seconde concerne l'estimation des paramètres de la décomposition de Wold 2-D d'un champ aléatoire [C14] (voir Annexe D)

- Projet Trilion (période me concernant : début 99 – début 2002)

Le travail sur le thème du codage – compression (cf. thèse de Azza Ouled-Zaïd) entraine en partie dans le cadre d'une collaboration, appelée TRILION, pour TRansmission d'Images par LIaison IONosphérique, entre le Laboratoire SIC et le Laboratoire Structures Rayonnantes et Radiocommunications du professeur Bertel de l'Université de Rennes I. Celui-ci s'occupait de l'aspect Traitement d'Antennes du projet. La partie réalisation industrielle était faite par la société Dassault Electronique à St Cloud (Haut de Seine).

# Annexe D

## Liste des publications

Revue internationale	10
Chapitres de livre	4×2 depuis 1998 répartis sur deux livres du Traité IC2, Hermès, traduits ensuite chez ISTE, Wiley. 2 Chapitres en cours de réalisation.
Numéros de revues en tant qu'éditeur associé	2
Conférences internationales	26 dont une conférence invitée.
Conférences francophones avec comité de lecture	14 dont 4 GRETSI, 1 CORESA, 2 CARI, 2 TAIMA.
Communications orales	6 dont 4 journées GDR ISIS, 1 Journée " Sélection de modèles ".
Rapports	2

## D.1 Revues internationales avec comité de lecture

- [R1] I.-U.-H. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie, A. Moussa, C. Fernandez-Maloigne, "Choice of a pertinent color space for color texture characterization using parametric spectral analysis". *Pattern Recognition*, Vol. 44, pp. 16-31, 2011.
- [R2] I.-U.-H. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie, C. Fernandez-Maloigne, "Colour Spectral Analysis for Spatial Structure Characterization of Textures in IHLS Colour Space". *Pattern Recognition*, Vol. 43, n° 3, pp. 663-675, 2010.
- [R3] C. Pereira, G. Coq, Xiang Li, Y. Pousset, C. Olivier, O. Alata, R. Vauzelle, M. Arnaudon, P. Combeau, "Application of information criteria for the selection of the statistical fast fading model of the radio mobile channel". *Int. Journal of Electronics and Communications*, Volume 64, pages 521-530, 2010.
- [R4] O. Alata, L. Quintard, "Is there a Best Color Space for Color Image Characterization or Representation based on Multivariate Gaussian Mixture Model?". *Computer Vision and Image Understanding*, Volume 113, Number 8, pages 867-877 - August 2009.
- [R5] O. Alata and O. Bernard, "Parameter estimation and Order selection for an empirical model of on-kinetics", *Cellular and Molecular Biology*, special issue on "Biomedical Signal and Image Processing", vol. 53, no. 2, pages 11-21, 2007.
- [R6] O. Bernard, O. Alata and M. Francaux, "On the modeling of breath-by-breath oxygen uptake kinetics at the onset of high-intensity exercises : Simulated Annealing versus GRG2 method", *Journal of Applied Physiology*, Volume 100, pages 1049-1058, March 2006.
- [R7] O. Alata and C. Ramananjara, "Unsupervised Textured Image Segmentation using 2-D Quarter Plane Autoregressive Support with Four Prediction Support", *Pattern Recognition Letters*, volume 26, pp. 1069-1081, 2005.
- [R8] O. Alata, M. Najim, C. Ramananjara and F. Turcu, "Extension of the Schur-Cohn Stability Test for 2-D AR Quarter-Plane Model", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 49, no. 11, pp. 3099-3106, November 2003.
- [R9] O. Alata and C. Olivier, "Choice of a 2-D Causal Autoregressive Texture Model using Information Criteria", *Pattern Recognition Letters*, Vol. 24, no. 9-10, pp. 1191-1201, June 2003.
- [R10] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, O. Alata and F. Marmoiton, "Transform Image Coding with Global Thresholding : Application to baseline JPEG", *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, no. 7, pp. 959-964, April 2003.

## D.2 Numéros de Revues en tant qu'éditeur

- [E1] Alata O., Fernandez-Maloigne C., *Cellular and Molecular Biology*, Volume 52, Number 6 - May 2006 : "Special issue on Biomedical Signal and Image Processing - volume 1".
- [E2] Alata O., Fernandez-Maloigne C. *Cellular and Molecular Biology*, Volume 53, Number 2 - March 2007 : "Special issue on Biomedical Signal and Image Processing - volume 2".

## D.3 Chapitres dans des ouvrages scientifiques

- [L1] Olivier C., Alata O., Optimisation in Signal and Image Processing, Chapter 4. ISTE, Wiley, pages 79-110 - July 2009.
- [L2] Cariou C., Alata O., Le Caillec J.-M., Two-dimensional Signal Analysis, Chapter 1 "Basic elements of 2-D signal processing". ISTE, Wiley, pages 17-64 - April 2008.
- [L3] Alata O., Cariou C., Two-dimensional Signal Analysis, Chapter 2 "2-D linear stochastic modeling". ISTE, Wiley, pages 65-114 - April 2008.
- [L4] Cariou C., Rouquette S., Alata O., Two-dimensional Signal Analysis, Chapter 3 "2-D spectral analysis". ISTE, Wiley, pages 115-174 - April 2008.
- [L5] C. Olivier et O. Alata, Traité IC2, sous la coordination de Patrick Siarry, " Optimisation en traitement du signal et de l'image ", chapitre 4 " Les Critères d'information : Exemples d'applications en Traitement du Signal et des Images ", Hermès, Paris, 2007.
- [L6] C. Cariou, O. Alata et J.-M. Le Caillec, Traité IC2, sous la coordination de René GARELLO, " Traitement du signal bidimensionnel ", chapitre 1 " Eléments de base de l'analyse du signal 2-D ", Hermès, Paris, 2001.
- [L7] O. Alata et C. Cariou, Traité IC2, sous la coordination de René GARELLO, " Traitement du signal bidimensionnel ", chapitre 2 " Modélisation stochastique linéaire 2-D ", Hermès, Paris, 2001.
- [L8] C. Cariou, S. Rouquette et O. Alata, Traité IC2, sous la coordination de René GARELLO, " Traitement du signal bidimensionnel ", chapitre 3 "Analyse spectrale 2-D ", Hermès, Paris, 2001.
- [L9] J. Angulo, S. Lefèvre, O. Lezoray et O. Alata, Traité IC2, sous la coordination de christine Fernandez, " Imagerie couleur numérique : avancées et perspectives ", chapitre "Représentation et traitement couleur dans des espaces polaires intensité, teinte et saturation ", Hermès, **en cours de finalisation**.
- [L10] N. Vandenbroucke, O. Alata, C. Lecomte, A. Porebski et I. Qazi, Traité IC2, sous la coordination de christine Fernandez, " Imagerie couleur numérique : avancées et perspectives ", chapitre "Descripteurs de textures couleur ", Hermès, **en cours de finalisation**.

## D.4 Conférences

### D.4.1 Conférences internationales avec comité de lecture

- [C1] Dromer O., Alata O., Bernard O., " Improvements of Scale Fourier Linear Combiner for Impedance Cardiography Analysis ", IEEE EMBC, pp. 4331-4334 - September 2010.
- [C2] I.-U.-H. Qazi, A. Moussa, O. Alata, J.-C. Burie and C. Fernandez-Maloigne, " Parametric and non-parametric models of linear prediction error for color texture segmentation ", SITIS 2009.
- [C3] S. Burg, O. Alata, V. Vermeere, "3D bayesian segmentation with Poisson mixtures for brain tumoral and healthy tissue analysis in dual phase 18-FDG PET", Annual Congress of the European Association of Nuclear Medicine (EANM) - Octobre 2009.
- [C4] Dromer O., Alata O., Bernard O., "Impedance Cardiography Filtering using Scale Fourier Linear Combiner based on RLS algorithm", IEEE EMBC, pp. 6930-6933 - September 2009.
- [C5] Qazi I.-U.-H., Alata O., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., "Luminance-Chrominance Spatial Structure Model in Psychovisual Colour Spaces", 11th Congress of the International Colour Association (AIC) - September 2009.

- [C6] Qazi I.-U.-H., Ghazi F., Alata O., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., "A Multivariate Gaussian Mixture Model of Linear Prediction Error for Colour Texture Segmentation", EUSIPCO - Août 2009.
- [C7] Qazi I.-U.-H., Alata O., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., "Spatial Structure Characterization of Textures in IHLS Colour Space", IEEE ICASSP, Taipei (Taiwan), pages 1069-1072 - Avril 2009.
- [C8] Coq G., Li X., Alata O., Pousset Y., Olivier C., "Law Recognition via Histogram-based Estimation", IEEE ICASSP, Taipei (Taiwan), pages 3425-3428 - April 2009.
- [C9] Coq G., Olivier C., Alata O., Arnaudon M., "Information criteria and arithmetic codings : an illustration on raw images", 15th EUSIPCO, Poznan (Poland), pages 634-638 - September 2007.
- [C10] O. Alata, "Practical Work in Signal Processing - Analysis of an EMG", Conf. SCILAB 2004, INRIA Rocquencourt, Décembre 2004.
- [C11] G. Damiand, O. Alata and C. Bihoreau, "Using 2D Topological Map Information in a Markovian Image Segmentation", in Proc. 11th Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI), Naples, Italy, Nov. 2003, LNCS 2886, pp. 288-297.
- [C12] P. Bourdon, O. Alata, G. Damiand, C. Olivier and Y. Bertrand, "Geometrical and Topological Information for Image Segmentation with Monte Carlo Markov Chain Implementation", in Conf. IAPR VI 2002, pg. 413-420, Calgary, Alberta, Canada, May 2002.
- [C13] A.-S. Capelle, O. Alata, C. Fernandez, and J.-C. Ferrier, " Unsupervised Algorithm for the Segmentation of 3-D Magnetic Resonance Brain Images ", in Proc. IEEE ICIP 2001, pp. 1047-1050.
- [C14] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, F. Marmouton and O. Alata, "Transform Image Coding with Global Thresholding : Application to Baseline JPEG", in Proc. IEEE-SIBGRAPI 2001, Borges and Wu ed., Florianopolis (Brazil), pp 164-171, Oct. 2001.
- [C15] C. Ramananjarasoa, O. Alata and M. Najim, " 2-D Wold decomposition : new parameter estimation approach to evanescent field spectral supports ", in Proc. EUSIPCO 2000, Tampere, Finland, pp. 913-916.
- [C16] O. Alata and C. Olivier, " Order selection of 2-D AR model using a lattice representation and information criteria for texture analysis ", in Proc. EUSIPCO 2000, Tampere, Finlande, pp. 1823-1826.
- [C17] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, O. Alata and A.-M. Poussard, "Robust compression for image coding and transmission", in Proc. ACIDCA 2000, Monastir, Tunisia, pp. 21-26.
- [C18] A.-S. Capelle, O. Alata, C. Fernandez, S. Lefevre, and J.-C. Ferrier, " Unsupervised segmentation for automatic detection of brain tumors in MRI ", in Proc. IEEE ICIP 2000, Vancouver, Canada, vol. I, pp. 613-616, Sept. 2000.
- [C19] S. Rouquette, O. Alata, M. Najim and C. W. Therrien, "2-D high resolution spectral estimation based on multiple regions of support", in Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP) 99, vol. 3, pp. 1589-1592, March 99.
- [C20] C. Cariou, O. Alata, C. Rosenberger, J.M. Ogier et K. Chehdi, " Recognition of rotated and scaled textures using 2-D AR modeling and the Fourier-Mellin transform ", in Proc. EUSIPCO 98, pp. 1585-1588, Sept. 98, Island of Rhodes, Greece.
- [C21] O. Alata, C. Cariou, C. Ramananjarasoa and M. Najim, " Classification of rotated and scaled textures using HMMV spectrum estimation and the Fourier-Mellin Transform ", in Proc. IEEE Int. Conf. Image Proc. (ICIP) 98, Vol. I, MA3, pp53-56, Oct. 98, Chicago, USA.
- [C22] O. Alata, P. Baylou, and M. Najim, " A New 2D Spectrum Estimate using Multi-channel AR Approach of 2D Fast RLS algorithms ", in Proc. IEEE ICIP 97, vol. 2, pp. 442-445, Santa Barbara, CA, USA.
- [C23] O. Alata, P. Baylou, M. Najim, " Multiple resolution image segmentation using four QP supports of 2D AR model ", in Proc. IEEE ICIP 96, vol. 1, pp. 277-280, Sept. 1996, Lausanne, Suisse.

- [C24] O. Alata, P. Baylou, M. Najim, " Texture characterization based on 2D reflexion coefficients ", in Proc. IEEE ICASSP 1995, vol. 4, pp.2539-2542, Detroit, USA.
- [C25] O. Alata, P. Baylou, M. Najim, " Classification of textured images using bidimensional lattice reflexion coefficients ", in Proc. COST 229, pp. 159-162, Oct. 1994, Vigo, Spain.

### D.4.2 Conférences invitées

- [C26] C. Fernandez-Maloigne, O. Alata, J.-C. Burie, I.-U.-H. Qazi, " Structure characterization of textures in IHLS color space ", Annual Meeting of TTTA, ITRI, Taiwan - December 2008.
- [C27] C. Olivier et O. Alata, " Critères d'information et modélisation AR en analyse d'images ", Actes de la Conf. SETIT 2004.

### D.4.3 Conférences francophones avec comité de lecture

- [C28] I. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie, A. Moussa et C. Fernandez-Maloigne, "Segmentation d'images texturées couleur", CARI 2010, Yamoussoukro, Côte d'Ivoire, Octobre 2010.
- [C29] A. Moussa, M. Maouene, I. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie et A. Sbihi, "Classification d'images couleur texturées", CARI 2010, Yamoussoukro, Côte d'Ivoire, Octobre 2010.
- [C30] Qazi I.-U.-H., Burie J.-C., Alata O., Fernandez-Maloigne C., "Détermination d'un espace couleur pertinent pour la caractérisation de textures couleur", 22ème GRETSI, Dijon (France) - Septembre 2009.
- [C31] Coq G., Alata O., Olivier C., Pousset Y., Li X., "Reconnaissance de lois via une estimation de densité par histogramme pour la modélisation de canaux de transmission", 22ème GRETSI, Dijon (France) - Septembre 2009.
- [C32] Coq G., Alata O., Olivier C., Arnaudon M., "Méthodes comparatives d'utilisation des critères d'information pour la sélection de modèles", TAIMA'09 Workshop, Hammamet (Tunisie), pages 241-246 - Mai 2009.
- [C33] Alata O., Qazi I.-U.-H., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., "Analyse spectrale paramétrique pour la caractérisation de textures couleurs", Ecole d'Hiver sur l'Image Numérique Couleur (EHINC) - Janvier 2009.
- [C34] Coq G., Alata O., Olivier C., Arnaudon M., "Codage arithmétique pour la description d'une distribution", TAIMA'07, Hammamet (Tunisie), pages 65-71 - Mai 2007.
- [C35] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier et O. Alata, " Amélioration des Algorithmes de compression JPEG et JPEG2000 ", Actes de la conférence SETIT 2003, Tunisie.
- [C36] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, F. Marmoiton, O. Alata, " Seuillage global appliqué au codage d'images basé sur la DCT ", Actes du GRETSI 2001, article 316-CDROM, Toulouse, France.
- [C37] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, F. Marmoiton, O. Alata, " Application du seuillage global pour un codage d'images fixe basé sur la DCT ", Actes de la Journée thématique " Coopération Analyse d'image et modélisation ", LIGIM, Université Claude Bernard Lyon 1, France, Juin 2001.
- [C38] A. Ouled-Zaïd, C. Olivier, O. Alata, " Optimisation de zones mortes en compression d'images par les transformées orthogonales et utilisation des critères d'information ", CORESA 2000, Futuroscope, France, pp. 329-336.
- [C39] O. Alata, C. Germain, P. Baylou et M. Chambon, " Caractérisation de matériaux composites par analyse texturale en imagerie numérique ", Actes de la Journée d'étude Automatique et Aéronautique & Spatial, Fév. 1996, Toulouse, France.
- [C40] O. Alata, C. Germain, P. Baylou, M. Chambon et F. Doux, " Evaluation de l'anisotropie de textures ", Actes du GRETSI 95, vol. 2, pp. 1245-1248, Juan-les-Pins, France.

#### D.4.4 Communications orales

- [C41] Alata O., Qazi I.-U.-H., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., " Analyse de l'image couleur dans les espaces RGB,  $L^*a^*b^*$  et IHLS à l'aide des lois de mélange gaussiennes multidimensionnelles et de la prédiction linéaire bidimensionnelle ", Journée GDR ISIS " Analyse de scènes couleur fixes et dynamiques ", janvier 2010.
- [C42] Coq G., Alata O., Pousset Y., Olivier C., Arnaudon M., " Estimation de densités à l'aide d'histogrammes - Application à la reconnaissance de lois dans un contexte de transmissions numériques ", Journée "Sélection de modèles" des Journées de Probabilités - Juin 2009.
- [C43] Alata O., Qazi I.-U.-H., Burie J.-C., Fernandez-Maloigne C., "Analyse spectrale paramétrique dans les espaces couleur permettant la séparation intensité lumineuse et chromaticité ", Journée GDR ISIS "Modèle stochastique multivarié en traitement des images" - March 2009.
- [C44] Vermeere V., Burg S., Alata O., Devillers A., Garin E., Perdrisot R., " Evaluation de la Tomographie par Emission de Positons (TEP) au 18FDG double phase dans l'étude des tumeurs cérébrales ", Journées de Recherche en Imagerie Médicale - Septembre 2007.
- [C45] Alata O., Burg S., " Segmentation bayésienne de structures anatomiques en imagerie TEP utilisant un mélange de lois de Poisson et les champs de Markov : constat sur la nécessité de la prise en compte d'informations contextuelles et propositions. " Journée thématique commune GDR STIC-Santé - GDR ISIS, "Segmentation de structures anatomiques avec intégration d'a priori géométrique" - Mai 2007.
- [C46] O. Alata et C. Ramananjara, " Synthèse de textures et de sons par l'utilisation de modèles stochastiques issus de la prédiction linéaire ", Journée thématique Traitement Signal Image et Arts, CNAM Paris, Club EEA - GDR ISIS - GFINC, Juin 2005.

#### D.5 Rapports de fin de contrat

- [Ra1] O. Dromer, O. Alata et O. Bernard, " Développement des procédures de traitement et d'analyse des signaux d'impédance thoracique acquis chez l'homme, en situation de mobilisation contrôlée du sujet ", Rapport final de la Macro-Tache MT3, contrat DGA REI n°06 34 056 " Développement d'une technique ambulatoire et non invasive de mesure du débit cardiaque : optimisation du principe de l'impédance électrique thoracique ", Octobre 2010.
- [Ra2] P. Baylou, C. Germain, O. Alata et M. Chambon, " Caractérisation texturale des pyrocarbones par traitement numérique d'images de microscopie électronique ", Rapport de fin de contrat avec la Société Européenne de Propulsion (SEP), Nov. 1994.

# Annexe E

## Listes des acronymes

AIC	Akaike IC
AR	modèle Autoregressif
BIC	Bayesian IC
DCT	Discrete Cosine Transform
d.d.p.	Densité de Probabilité
DSP	Densité Spectrale de Puissance
DPNS	Demi-Plan Non Symétrique
EM	Expectation Maximization
GMRF	Gauss Markov Random Field
H	Hue (Teinte)
HM	Harmonic Mean
IC	Information Criterion
i.i.d.	Indépendemment et Identiquement Distribué
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique
JPEG	Joint Photographic Expert Group
L	Luminance (intensité lumineuse)
MAP	Maximum a Posteriori
MGMM	Multidimensional Gaussian Mixture Model
MCMC	Monte Carlo Markov Chain
MDL	Minimum Description Length
MV	Maximum de Vraisemblance
PSNR	Peak SNR
QP $p$	Quart de Plan $p$ , $p = 1, 2, 3, 4$
RGB	Espace couleur Red - Green - Blue
ROI	Region Of Interest
S	Saturation
SA	Simulated Annealing
SEM	Stochastic EM
SNR	Signal to Noise Ratio ou taux de signal à bruit
TEP	Tomographie par Emission de Positrons
TFD2-D	Transformée de Fourier Discrète 2-D



# Bibliographie

- [AB07] O. Alata and O. Bernard. Parameter estimation and order selection for an empirical model of on-kinetics. *Cellular and Molecular Biology, special issue on "Biomedical Signal and Image Processing"*, 53(2) :11–21, 2007.
- [ABDA] O. Alata, S. Burg, A. Dupas, and E. Andres. Grouping/Degrouping Point Process, a point process driven by geometrical and topological properties of a partition in regions. *submitted to Computer Vision and Image Understanding*.
- [ABN96] O. Alata, P. Baylou, and M. Najim. Multiple Resolution Image Segmentation using Four QP Supports of 2-D AR Model. In *Proc. IEEE ICIP*, volume 1, pages 2539–2542, Sept. 1996.
- [ABSL89] D. H. Alman, R. S. Berns, G. D. Snyder, and W. A. Larsen. Performance Testing of Color Difference Metric Using a Color Tolerance Dataset. *Color Research and Application*, 14 :139–151, 1989.
- [AC01] O. Alata and C. Cariou. *Analyse de signaux bidimensionnels, Chapitre "Modélisation stochastique linéaire 2-D"*, chapter 2, pages 67–116. Traitement du signal et de l'image. Hermes, Traité IC2, 2001.
- [ADD01] C. Andrieu, P.-M. Djuric, and A. Doucet. Model selection by mcmc computation. *Signal Processing*, 81 :19–37, 2001.
- [Aka74] H. Akaike. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-19(6) :716–723, december 1974.
- [Ala98] O. Alata. *Caractérisation de textures par coefficients de réflexion 2-D - Application en classification et segmentation*. Thèse, Université de Bordeaux I, 1998.
- [Ala04] O. Alata. Practical work in signal processing - analysis of an emg. Décembre 2004. Conf. SCILAB 2004, INRIA Rocquencourt.
- [AO03] O. Alata and C. Olivier. Choice of a 2-D Causal Autoregressive Texture Model using Information Criteria. *Pattern Recognition Letters*, 24 :1191–1201, 2003.
- [AQ09] O. Alata and L. Quintard. Is there a best color space for color image characterization or representation based on multivariate gaussian mixture model? *Computer Vision and Image Understanding*, 113(8) :867–877, August 2009.
- [AR05] O. Alata and C. Ramananjarasoa. Unsupervised Textured Image Segmentation using 2-d Quarter Plane Autoregressive Model with Four Prediction Supports. *Pattern Recognition Letters*, 26 :1069–1081, 2005.

- [BAD<sup>+</sup>02] P. Bourdon, O. Alata, G. Damiand, C. Olivier, and Y. Bertrand. Geometrical and Topological Informations for Image Segmentation with Monte Carlo Markov Chain Implementation. In *Proc. IAPR Vision Interface*, pages 413–420, Calgary, Alberta, Canada, 2002.
- [BAF06] O. Bernard, O. Alata, and M. Francaux. On the Modeling of Breath-by-Breath Oxygen Uptake Kinetics at the Onset of High-Intensity Exercises : Simulated Annealing versus GRG2 method. *Journal of Applied Physiology*, 100 :1049–1058, March 2006.
- [BAR<sup>+</sup>91] R. S. Berns, D. H. Alman, L. Reniff, G. D. Snyder, and M. Balonon-Rosen. Visual Determination of Suprathreshold Color Difference Tolerances Using Probit Analysis. *Color Research and Application*, 16 :297–316, 1991.
- [Bar00] Y. Baraud. Probab. theory related fields. *Model selection for regression on a fixed design*, 117(4) :467–493, 2000.
- [Bar02] Y. Baraud. Esaim probab. statis. *Model selection for regression on a random design*, 6 :127–146 (electronic, 2002).
- [Bas88] M. Basseville. Distance Measures for Signal Processing and Pattern Recognition. Technical Report RR-0899, INRIA, 1988.
- [Bas89a] A. Baskurt. *Compression d’images numériques par la transformation cosinus discrete*. Thèse, University of Lyon, 1989.
- [Bas89b] M. Basseville. Distance Measures for Signal Processing and Pattern Recognition. *Signal Processing*, 18(4) :349–369, December 1989.
- [Bas96] M. Basseville. Information : entropies, divergences et moyennes. Technical Report 1020, IRISA, May 1996.
- [BAV09] S. Burg, O. Alata, and V. Vermeere. 3d bayesian segmentation with Poisson mixtures for brain tumoral and healthy tissue analysis in dual phase 18-fdg pet. In *Annual Congress of the European Association of Nuclear Medicine (EANM)*, Barcelona, Spain, October 2009.
- [BBM99] A. Barron, L. Birgé, and P. Massart. Probab. theory related fields. *Risk bounds for model selection via penalization*, 113(3) :301–413, 1999.
- [BCC<sup>+</sup>92] F. Bellifemine, A. Cappellino, A. Chimienti, R. Picco, and R. Ponti. Statistical analysis of the 2D-DCT coefficients of the differential signal for images. *Signal Processing : Image Communication*, 4(6) :477–488, 1992.
- [BCG00] C. Biernacki, G. Celeux, and G. Govaert. Assessing a Mixture Model for Clustering with the Integrated Completed Likelihood. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(7) :719–725, July 2000.
- [BCG03] C. Biernacki, G. Celeux, and G. Govaert. Choosing Starting Values for the EM Algorithm for Getting the Highest Likelihood in Multivariate Gaussian Mixture Models. *Computational Statistics and Data Analysis*, 41 :561–575, 2003.
- [BD02] P. J. Brockwell and R. A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag, New York, 2002.

- [Bir04] L. Birgé. Model selection for gaussian regression with random design. *Bernoulli*, 10(6) :1039–1051, 2004.
- [Bir06] L. Birgé. Statistical estimation with model selection. *Indag. Math. (N.S.)*, 17(4) :497–537, 2006.
- [BL91] C. Bouman and B. Liu. Multiple Resolutions Segmentation of Textured Images. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(2) :99–113, 1991.
- [BNKvL99] O. E. Barndorff-Nielsen, W. S. Kendall, and M. N. M. van Lieshout, editors. *Stochastic Geometry - Likelihood and Computation*. Number 80 in Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall/CRC, 1999.
- [Boz93] H. Bozdogan. Choosing the Number of Component Clusters in the Mixture-Model Using a New Informational Complexity Criterion of the Inverse-Fisher Information Matrix. In O. Opitz, B. Lausen, and R. Klar, editors, *Information and Classification*, volume 2, pages 40–54. Springer, Heidelberg, 1993.
- [BR06] L. Birgé and Y. Rozenholc. How many bins should be put in a regular histogram. *ESAIM Probab. Stat.*, 10 :24–45 (electronic), 2006.
- [Bro66] P. Brodatz. *Texture : a Photographic Album for Artists and Designers*. New York, Dover, 1966.
- [Bro00] P. M. T. Broersen. Finite Sample Criteria for Autoregressive Order Selection. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 48(12) :3550–3558, December 2000.
- [CAFMF01] A.-S. Capelle, O. Alata, C. Fernandez-Maloigne, and J.-C. Ferrier. Un-supervised Algorithm for the Segmentation of 3-D Magnetic Resonance Brain Images. In *IEEE International Conference on Image Processing*, pages 1047–1050, Thessaloniki, Greece, October 2001.
- [CAOA07] G. Coq, O. Alata, C. Olivier, and M. Arnaudon. Codage arithmétique pour la description d’une distribution. In *TAIMA’07, Hammamet (Tunisie)*, pages 65–71, Mai 2007.
- [CAOA09] G. Coq, O. Alata, C. Olivier, and M. Arnaudon. Méthodes comparatives d’utilisation des critères d’information pour la sélection de modèles. In *TAIMA’09 Workshop, Hammamet (Tunisie)*, pages 241–246, Mai 2009.
- [CAR01] C. Cariou, O. Alata, and S. Rouquette. *Analyse de signaux bidimensionnels, Chapitre "Eléments de base du traitement du signal 2-D"*, chapter 1, pages 19–68. Traitement du signal et de l’image. Hermes, Traité IC2, 2001.
- [Cas99] G. Castellan. Modified Akaike’s criterion for histogram density estimation. Technical report 99.61, Université de Paris-Sud, 1999.
- [Cas00] G. Castellan. Sélection d’histogrammes à l’aide d’un critère de type Akaike. *C. R. Acad. Sci. Paris Série I Math.*, 330(8) :729–732, 2000.
- [CBGM02] C. Carson, S. Belongie, H. Greenspan, and J. Malik. Blobworld : image segmentation using expectation-maximization and its application to

- image querying. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(8) :1026 – 1038, August 2002.
- [CC00] J.-P. Changeux and A. Connes. *Matière à pensée*. Poches Odile Jacob. Odile Jacob, 2000.
- [CD85] G. Celeux and J. Diebolt. The SEM Algorithm : a Probabilistic Teacher Algorithm Derived from the EM Algorithm for the Mixture Problem. *Computational statistics quarterly*, 2(1) :73–82, 1985.
- [CLA<sup>+</sup>09] G. Coq, X. Li, O. Alata, Y. Pousset, and C. Olivier. Law recognition via histogram-based estimation. In *ICASSP-IEEE, Taipei (Taiwan)*, pages 3425–3428, April 2009.
- [Coq08] G. Coq. *Utilisation d'approches probabilités basées sur les critères entropiques pour la recherche d'information sur supports multimédia*. Thèse, Université de Poitiers, France, 2008.
- [CRA01] C. Cariou, S. Rouquette, and O. Alata. *Analyse de signaux bidimensionnels, Chapitre "Analyse spectrale 2-D"*, chapter 3, pages 119–182. *Traitement du signal et de l'image*. Hermes, Traité IC2, 2001.
- [DAB03] G. Damiand, O. Alata, and C. Bihoreau. Using 2d topological map information in a markovian image segmentation. In *Proceedings of 11th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 288–297, November 2003.
- [Dam01] G. Damiand. *Définition et étude d'un modèle topologique minimal de représentation d'images 2d et 3d*. Thèse, Université de Montpellier II, 2001.
- [Dam08] G. Damiand. Topological model for 3D image representation : Definition and incremental extraction algorithm. *Computer Vision and Image Understanding*, 109 :260–289, 2008.
- [Des04] X. Descombes. *Méthodes stochastiques en analyse d'image : des champs de Markov aux processus ponctuels marqués*. Habilitation à diriger les recherches, INRIA, 2004.
- [DLR77] A.P. Dempster, N.M. Laird, and D.B. Rubin. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *J. R. Stat. Soc.*, 39 :1–38, 1977.
- [DMPS95] X. Descombes, J.-F. Mangin, E. Pechersky, and M. Sigelle. Fine structure preserving Markov model for image processing. In *Proc. 9th Scandinavian Conference on Image Analysis SCIA*, pages 349–356, 1995.
- [EGCD94] T. Eude, R. Grisel, H. Cherifi, and R. Debrie. On the distribution of the dct coefficients. In *ICASSP'94*, volume 5, pages 365–368, April 1994.
- [EMH96] A. El-Matouat and M. Hallin. Order Selection, Stochastic Complexity and Kullback-Leibler Information. In P. M. Robinson and M. Rosenblatt, editors, *Time Series Analysis*, volume 2, pages 291–299. Springer Verlag New York, 1996.
- [EPVA01] F. Escarieu, Y. Pousset, R. Vauzelle, and L. Aveneau. Outdoor and indoor channel characterization by a 3d simulation software. Septembre 2001. PIMRC '2001, San Diego, USA.

- [ES87] H. T. M. El-Shaer. *Multichannel 2-D power spectral estimation and applications*. Phd thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, USA, 1987.
- [FJ02] M. Figueiredo and A. K. Jain. Unsupervised Learning of Finite Mixture Models. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(3) :381–396, March 2002.
- [Gag83] A. P. Gagalowicz. *Vers un modèle de texture*. Thèse d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France, 1983.
- [GG84] S. Geman and D. Geman. Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution, and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6(6) :721–741, November 1984.
- [GMIM95] T. Geraud, J.-F. Mangin, I. Bloch, and H. Matre. Segmenting Internal Structures in 3D MR Images of the Brain by Markovian Relaxation on a Watershed Based Adjacency Graph. In *IEEE International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 548–551, October 1995.
- [Gre95] P. J. Green. Reversible jump Markov chain Monte Carlo computation and Bayesian model determination. *Biometrika*, 82(4) :711–732, 1995.
- [Gru05] P. D. Grunwald. *Advances in Minimum Description Length : Theory and Application (Neural Information Processing)*. The MIT Press, 2005.
- [Guy95] X. Guyon. *Random Fields on a Network - Modeling, Statistics and Application*. Probability and its Applications. Springer-Verlag, 1995.
- [Hal87] P. Hall. On kullback-leibler loss and density estimation. *Ann. Statist.*, 15(4) :1491–1519, 1987.
- [Hal90] P. Hall. Akaike's information criterion and kullback-leibler loss for histogram density estimation. *Probab. Theory Related Fields*, 85(4) :449–467, 1990.
- [Har79] R. M. Haralick. Statistical and Structural Approaches to Texture. *Proceedings of the IEEE*, 67(5) :786–804, May 1979.
- [HM00] R. Hammoud and R. Mohr. Gaussian Mixture Densities for Indexing of Localized Objects in a Video Sequence. Technical Report RR-3905, INRIA, March 2000.
- [HS02] A. Hanbury and J. Serra. A 3D-polar Coordinate Colour Representation Suitable for Image Analysis. Technical Report TR-77, PRIP, 2002.
- [IW08] D. E. Ilea and P. F. Whelan. CTex An Adaptive Unsupervised Segmentation Algorithm based on Color-Texture Coherence. *IEEE Trans. on Image Processing*, 17(10) :1926–1939, 2008.
- [JOM00] F. Jouzel, C. Olivier, and A. El Matouat. Choix du nombre de composantes d'un modèle de mélange gaussien par critères d'information. In *Actes de la Conférence RFIA*, volume 1, pages 149–156, Paris, France, 2000.
- [Kay93] S. M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. Upper SaddleRiver, New-Jersey, USA, Prentice-Hall, 1993.

- [KP06] Z. Kato and T.-C. Pong. A Markov random field image segmentation model for color textured images. *Image and Vision Computing*, 24(10) :1103–1114, 2006.
- [LCR01] M. R. Luo, G. Cui, and B. Rigg. The Development of the CIE 2000 Colour-Difference Formula : CIEDE2000. *Color Research and Application*, 26(5) :340–350, 2001.
- [LFJ08] X. Liua, H. Fua, and Y. Jiaa. Gaussian mixture modeling and learning of neighboring characters for multilingual text extraction in images. *Pattern Recognition*, 41(2) :484–493, February 2008.
- [LMh04] E. Lebarbier and T. Mary-huard. Le critère bic : fondements théoriques et interprétation. Technical Report 5315, INRIA, September 2004.
- [LN96] X. Liu and M. Najim. A 2-D Fast Lattice RLS Algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 44(10) :2557–2567, October 1996.
- [Mô98] D. Van Mô. *Classification de données spatiales : modèles probabilistes et critères de partitionnement*. Thèse, Université Technologique de Compiègne, 1998.
- [MP04] Topi Mäenpää and Matti Pietikäinen. Classification with color and texture : jointly or separately ? *Pattern Recognition*, 37(8) :1629–1640, 2004.
- [MRGG06] P. Martin, P. Réfrégier, F. Galland, and F. Guerault. Nonparametric statistical snake based on the Minimum Stochastic Complexity. *IEEE Trans. on Image Processing*, 15(9) :2762–2770, 2006.
- [MW98] J. Moller and R. P. Waagepetersen. Markov connected component fields. *Adv. in Appl. Probab.*, 30(1), 1998.
- [Nis84] R. Nishii. Asymptotic properties of criteria for selection of variables in multiple regression. *Ann. Statis.*, 12(2) :758–765, 1984.
- [Nis88] R. Nishii. Maximum likelihood principle and model selection when the true model is unspecified. *J. Multivariate Anal.*, 27(2) :392–403, 1988.
- [OA07] C. Olivier and O. Alata. *Optimisation en traitement du signal et de l'image*, chapter Les critères d'information : exemples d'applications en traitement du signal et des images. IC2. Hermes, 2007.
- [OCC<sup>+</sup>94] C. Olivier, P. Courtellemont, O. Colot, D. de Brucq, and A. El Matouat. Comparison of histograms : a tool of detection. *European Journal of Diagnosis and Safety in Automation*, 4(3) :335–355, 1994.
- [ODZ07] M. Ortner, X. Descombes, and J. Zerubia. Building Outline Extraction from Digital Elevation Models using Marked Point Processes. *International Journal of Computer Vision*, 72(2) :107–132, 2007.
- [OMP<sup>+</sup>02] T. Ojala, T. Mäenpää, M. Pietikäinen, J. Viertola, J. Kyllönen, and S. Huovinen. Outex - new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. 2002. Proc. 16th International Conference on Pattern Recognition, Quebec, Canada, 1 :701 - 706.
- [OZ02] A. Ouled-Zaid. *Amélioration des performances des systèmes de compression JPEG et JPEG2000*. Thèse, Université de Poitiers, France, 2002.

- [OZOA03] A. Ouled-Zaid, C. Olivier, and O. Alata. Amélioration des algorithmes de compression jpeg et jpeg2000. Mars 2003. SETIT'2003 Sciences Electroniques, Technologies de l'Information et des Télécommunications.
- [PCL<sup>+</sup>10] C. Pereira, G. Coq, X. Li, Y. Pousset, C. Olivier, O. Alata, R. Vauzelle, M. Arnaudon, and P. Combeau. Application of information criteria for the selection of the statistical fast fading model of the radio mobile channel. *Int. Journal of Electronics and Communications, Elsevier ed.*, 64 :521–530, 2010.
- [PDZ05] G. Perrin, X. Descombes, and J. Zerubia. A Marked Point Process Model for Tree Crown Extraction in Plantations. In *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2005.
- [PFJ06] H. Permuter, J. Francos, and I. Jermyn. A study of gaussian mixture models of color and texture features for image classification and segmentation. *Pattern Recognition*, 39(4) :695–706, April 2006.
- [QAB<sup>+</sup>] I.-U.-H. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie, A. Moussa, and C. Fernandez-Maloigne. Choice of a pertinent color space for color texture characterization using parametric spectral analysis. *Pattern Recognition, under revision*.
- [QABFM10] I.-U.-H. Qazi, O. Alata, J.-C. Burie, and C. Fernandez-Maloigne. Colour spectral analysis for spatial structure characterization of textures in IHLS colour space. *Pattern Recognition*, 43(3) :663–675, March 2010.
- [Qaz10] I.-U.-H. Qazi. *Luminance-chrominance Linear Prediction Models for Color Textures : an Application to Satellite Image Segmentation*. Thèse, Université de Poitiers, 2010.
- [RC99] C. P. Robert and G. Casella. *Monte Carlo Statistical Method*. Springer texts in statistics. Springer Verlag New York, 1999.
- [RF96] J. K. O Ruanaidh and W. J. Fitzgerald. *Numerical Bayesian Methods Applied to Signal Processing*. Statistics and computing. Springer Verlag New York, 1996.
- [RG83] R. C. Reininger and J. D. Gibson. Distributions of the two-dimensional DCT coefficients for images. *IEEE Trans. on Communications*, 31(6) :835–839, June 1983.
- [RG97] S. Richardson and P.J. Green. On Bayesian Analysis of Mixtures with an Unknown Number of Components. *J. R. Stat. Soc. (Series B)*, 59 :731–792, 1997.
- [Ris76] Jorma Rissanen. Generalized Kraft inequality and arithmetic coding. *IBM Journal of Research and Development*, 20(3) :198–203, 1976.
- [Ris86] J. Rissanen. Stochastic Complexity and Modeling. *The Annals of Statistics*, 14(3) :1080–1100, 1986.
- [RL00] V. Ratnakar and M. Livny. An efficient algorithm for optimizing DCT quantization. *IEEE Trans. on Image Processing*, 9(2) :267–270, February 2000.

- [RSY92] J. Rissanen, T. P. Speed, and B. Yu. Density estimation by stochastic complexity. *IEEE Trans. on Information Theory*, 38(2) :315–323, March 1992.
- [Sch78] G. Schwarz. Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6 :461–464, 1978.
- [SDZ04] R. Stoica, X. Descombes, and J. Zerubia. A Gibbs point process for road extraction in remotely sensed images. *International Journal of Computer Vision*, 57(2) :121–136, 2004.
- [Sha48] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Tech. J.*, 27 :379–423, 623–656, 1948.
- [SIK86] Y. Sakamoto, M. Ishiguro, and G. Ktagawa. Akaike information criterion. In *Statistics, Mathematics and its Applications*. KTK scientific publishers, Japan, 1986.
- [SJK<sup>+</sup>03] T.K. Sarkar, Zhong Ji, Kyungjung Kim, A. Medouri, and M. Salazar-Palma. A survey of various propagation models for mobile communication. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, 45(3) :51–82, 2003.
- [SK05] N. C. Sagias and G. K. Karagiannidis. Gaussian class multivariate Weibull distributions : Theory and applications in fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(10) :3608–3619, Oct 2005.
- [Str75] D. J. Strauss. A model for clustering. *Biometrika*, 63 :467–475, 1975.
- [SWD05] Gaurav Sharma, Wencheng Wu, and Edul N. Dalal. The CIEDE2000 Colour-Difference Formula : Implementation Notes, Supplementary Test Data, and Mathematical Observations. *Color Research and Application*, 30 :21–30, 2005.
- [TZ02] Z. Tu and S.-C. Zhu. Image Segmentation by Data-Driven Markov Chain Monte Carlo. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(5) :657–673, May 2002.
- [Wan98] J.-P. Wang. Stochastic Relaxation on Partitions With Connected Components and its Application to Image Segmentation. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(6) :619–636, 1998.
- [WYC03] Yiming Wu, Xiangyu Yang, and Kap Luk Chan. Unsupervised color image segmentation based on gaussian mixture model. In *Proceedings of the 2003 Joint Conference of the Fourth International Conference on Information, Communications and Signal Processing and the Fourth Pacific Rim Conference on Multimedia*, volume 1, pages 541 – 544, December 2003.
- [YA99] M.-H. Yang and N. Ahuja. Gaussian Mixture Model for Human Skin Color and Its Applications in Image and Video Databases. In *Proc. SPIE Storage and Retrieval for Image and Video Databases*, volume 3656, pages 45–466, January 1999.
- [YJY06] W. Yuzhong, Y. Jie, and Z. Yue. Color-texture segmentation using JSEG based on Gaussian mixture modeling. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 17(1) :24–29, 2006.

- 
- [ZOAM03] A. Ouled Zaid, C. Olivier, O. Alata, and F. Marmoiton. Transform image coding with global thresholding : Application to baseline jpeg. *Pattern Recognition Letters*, 24(7) :959–964, April 2003.