



**HAL**  
open science

# Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux par imagerie quantitative

Bertrand Wattrisse

► **To cite this version:**

Bertrand Wattrisse. Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux par imagerie quantitative. Matériaux. Université Montpellier II, 2006. tel-00577902

**HAL Id: tel-00577902**

**<https://theses.hal.science/tel-00577902>**

Submitted on 17 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Montpellier II

**Mémoire d'Habilitation à Diriger des  
Recherches**



Bertrand Wattrisse  
Maître de Conférences  
60<sup>ème</sup> section



**Caractérisation du  
comportement thermomécanique  
des matériaux  
par imagerie quantitative**

Soutenue le 29 novembre 2006, devant le jury composé de :

Suzanne	DEGALLAIX	rapporteur externe
Thierry	DESOYER	rapporteur externe
François	HILD	rapporteur externe
Jean-Christophe	BATSALE	examineur
André	CHRYSOCHOOS	examineur
Yves	BERTHAUD	président

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil  
U.M.R. C.N.R.S. 5508  
Université Montpellier II  
Place E. Bataillon  
34095 Montpellier Cedex 5



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail.

Je remercie les Professeurs Suzanne Degallaix et Thierry Désoyer ainsi que le Directeur de Recherches François Hild de l'intérêt qu'ils ont montré à ce travail en acceptant d'être les rapporteurs de ce mémoire.

Je remercie le Professeur Yves Berthaud pour m'avoir fait l'honneur d'être le président de mon jury.

Je remercie le Professeur Jean-Christophe Batsale pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Ce mémoire est le résultat de huit années passées au sein de l'équipe Thermomécanique des Matériaux du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de l'Université Montpellier II. Durant cette période j'ai pris un très grand plaisir à travailler dans cet environnement riche (scientifiquement), mais aussi chaleureux et convivial.

Je tiens à témoigner ma profonde reconnaissance à André Chrysochoos et à Olivier Maisonneuve pour avoir su mettre en place ce délicat compromis et pour m'avoir aidé à développer ma thématique de recherche.

Ce travail n'aurait pas pu se faire sans l'aide de nombreux collègues : Jean-Michel Muracciole, Robert Peyroux, Vincent Huon, Stéphane Pagano, Saïd El Youssoufi et Loïc Daridon. Je souhaite leur faire part ici de mes sincères remerciements.

Un mémoire d'habilitation à diriger des recherches ne peut pas s'envisager sans l'active collaboration des étudiants. Que tous reçoivent ici mes chaleureux remerciements pour le plaisir que j'ai eu à travailler en leur compagnie, avec une pensée particulière pour Bruno Berthel, Simone Giancane, Vincent Honorat, Félix Latourte, Anna-Eva Morabito, Stéphane Moreau, Claire Rousseau et Silvère Vigneron.

Ce travail comporte une certaine composante expérimentale. Il n'aurait pas pu être mené à bien sans les compétences et la disponibilité des « collègues de la halle » : Yves El Kaïm, Gille Camp et Alain Clary. Je tiens ici à les en remercier vivement.

Je remercie aussi les secrétaires du laboratoire qui réussissent, par leur bonne humeur, à humaniser les aspects les plus « administratifs » du métier d'enseignant chercheur : Claudine Barre, Reine Bonnet-Causse, Elisabeth Boulet, Renée Cazalet et Chantal Romano.

Enfin, je n'aurai pas pu envisager d'effectuer ce travail de recherche sans avoir été entouré, du côté « enseignement », d'une équipe soudée. Je souhaite les remercier ici, en particulier Christine Ferreres, Jean-Louis Kerguème ainsi que tous mes collègues enseignants.





# Sommaire

<b>Introduction générale</b>	<b>p. 7</b>
<b>Partie 1 : Dossier personnel</b>	<b>p. 9</b>
<b>1.1. Curriculum Vitae</b>	<b>p. 11</b>
1.1.1. Etat civil	p. 11
1.1.2. Formation	p. 11
1.1.3. Situation actuelle	p. 11
1.1.4. Activités d'enseignement	p. 12
1.1.5. Responsabilités administratives et collectives	p. 13
1.1.6. Collaborations scientifiques et industrielles	p. 13
1.1.7. Animation de la recherche	p. 14
<b>1.2. Synthèse des activités de recherche et d'encadrement</b>	<b>p. 15</b>
1.2.1. Principaux axes de recherche	p. 16
1.2.2. Activités d'encadrement	p. 19
1.2.3. Publications – Communications	p. 29
<b>Partie 2 : Dossier de recherche</b>	<b>p. 37</b>
<b>2.1. Enjeux – Problématique</b>	<b>p. 39</b>
<b>2.2. Axe I : Développement de techniques expérimentales</b>	<b>p. 40</b>
2.2.1. Mesure de champs de grandeurs cinématiques	p. 41
2.2.2. Mesure de champs de sources de chaleur	p. 44
2.2.3. Bilans d'énergie locaux	p. 48
2.2.4. Extensions envisagées	p. 52
<b>2.3. Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement</b>	<b>p. 53</b>
2.3.1. Principe de la procédure d'identification élastique	p. 54
2.3.2. Développements	p. 55
2.3.3. Premiers résultats	p. 57
2.3.4. Extensions envisagées	p. 60
<b>2.4. Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux</b>	<b>p. 61</b>
2.4.1. Localisation dans les matériaux métalliques	p. 61
2.4.2. Comportement thermomécanique des matériaux polymères	p. 65
2.4.3. Aspects thermomécaniques du changement de phase	p. 70
2.4.4. Fatigue des matériaux	p. 71
2.4.5. Matériaux du Génie Civil	p. 72
2.4.6. Extensions envisagées	p. 72
<b>2.5. Synthèse</b>	<b>p. 73</b>
<b>2.6. Perspectives</b>	<b>p. 75</b>
<b>2.7. Références bibliographiques</b>	<b>p. 77</b>

<b>Partie 3 : Textes des principales publications</b>	<b>p. 85</b>
<b>3.1. Axe I : Développement de techniques expérimentales</b>	<b>p. 87</b>
3.1.1. [A2] Analysis of strain localization during tensile tests by Digital Image Correlation, Exp. Mech, Vol 41, n°1, 2001	p. 87
3.1.2. [Ci5] Experimental energy balance for thermoplastics stretched at room temperature, 12 <sup>th</sup> I.C.E.M. Conference, CDRom, 8 p., 2004	p. 98
3.1.3. [A6] Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an I.R.F.P.A. camera, Q.I.R.T. J., Vol. 2, n°2, pp. 153-172, 2005	p. 106
3.1.4. [Ci3] Experimental analysis of strain and damage localization, Elsevier, pp. 41-51, ISBN 2-84299-247-4, 2000	p. 125
<b>3.2. Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement</b>	<b>p. 137</b>
3.2.1. [Ci6] Full-field measurements applied to the identification of a non-linear mechanical behaviour EMMC8, 9 p., 2005	p. 137
<b>3.3. Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux</b>	<b>p. 147</b>
3.3.1. [A1] Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation, Eur. J. of Mech. A/Solids, Vol. 20, pp. 189-211, 2001	p. 147
3.3.2. [Ci8] QIRT & DIC association to analyse the thermomechanical behavior of a semicrystalline polymer, QIRT2006, CDRom, 10 p., 2006	p. 170
3.3.3. [A7] Analysis of thermoelastic effects accompanying the deformation of PMMA and PC polymers, C.R. Mécanique, 333, pp. 648-653, 2005	p. 180
3.3.4. [Cn4] Analyse calorimétrique de la fatigue des matériaux, ISBN 2-9511591-3-7, pp. 401-408, 2004	p. 186
3.3.5. [A8] Elastic behaviour identification of anisotropic terra cotta ceramics by using kinematic full-field measurements, J. of Eur. Ceramic Soc., accepté	p. 195

# Introduction générale

Les années universitaires passent très vite, et le quotidien de l'enseignant chercheur laisse peu de temps pour dresser le bilan de ses activités. La rédaction de ce mémoire d'Habilitation à Diriger les Recherches constitue, pour moi, l'occasion de faire le point sur mes activités d'Enseignement et de Recherche depuis mon recrutement, en septembre 2000, en tant que Maître de Conférences à l'Université Montpellier II. Il n'en demeure pas moins qu'il s'agit aussi d'une étape importante dans une carrière universitaire car elle conditionne toute promotion vers le corps des Professeurs des Universités.

Ce mémoire est structuré en trois parties.

La première, intitulée « **Dossier personnel** », fait la synthèse de toutes mes activités depuis mon recrutement. J'ai tenu à évoquer ici tous les aspects du travail d'enseignant-chercheur, à savoir : l'enseignement (aspects pédagogiques, et administratifs), la recherche (collaborations scientifiques, encadrement, diffusion des travaux), et les activités « d'intérêt collectif ». En effet il me paraissait naturel de mentionner mon implication dans les filières d'enseignement qui forment le vivier des étudiants qui, en choisissant de suivre une formation par la recherche, seront amenés à développer de nouvelles thématiques scientifiques.

La seconde, intitulée « **Dossier de Recherche** », détaille plus spécifiquement les thèmes de recherche que j'ai contribué à mettre en place. Dans cette partie, j'ai choisi, par soucis de concision, de présenter mes trois principaux axes de recherche, leur contexte scientifique et leurs interactions, puis d'illustrer le propos en donnant quelques résultats parmi les plus significatifs.

Pour avoir plus de précisions sur le contenu « technique » de chaque thème, le lecteur est invité à se reporter aux publications données dans la troisième partie, intitulée « **Textes des principales publications** », qui regroupe une sélection de mes publications, classées suivant les trois axes de recherches identifiés dans la partie 2.



# **Partie 1 :**

## **Dossier personnel**



Cette partie constitue une synthèse du travail que j'ai effectué depuis mon recrutement, en septembre 2000, à l'Université Montpellier II en tant que Maître de Conférences.

Le premier paragraphe de cette partie retrace les aspects les plus significatifs de mon *Curriculum Vitae* : formation, activités d'enseignement, responsabilités administratives et collectives que j'ai assurées, collaborations (scientifiques et industrielles) dans lesquelles je me suis investi. Il m'a semblé essentiel de mentionner ici mon implication dans les tâches liées à l'enseignement pour deux raisons. La première est que ces activités occupent une part importante du temps de tout enseignant chercheur, qu'il soit Maître de Conférences ou Professeur des Universités. La seconde est qu'il me paraît difficile de dissocier complètement la recherche de la formation des futurs chercheurs, et donc de la gestion des formations universitaires au sens large.

Le second paragraphe est dédié, quant à lui, à une synthèse de mes activités de recherche, dans laquelle je présente les différents axes de recherche que j'ai développés, en insistant particulièrement sur leurs interactions, ainsi que les activités d'encadrement auxquelles j'ai participé. J'inclus naturellement à la fin de cette présentation la liste de mes publications relatives à ces différents travaux.

## **1.1) Curriculum Vitae**

### **1.1.1) Etat Civil**

**Bertrand WATTRISSE**

**34 ans** : né le 24/08/72 (Somain, Nord)

Marié, 3 enfants

**Adresse postale :**

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil

Université Montpellier II

Place E. Bataillon, CC048

34095 Montpellier Cedex 5

**Téléphone** : 04 67 14 47 93

**e-mail** : wattriss@lmgc.univ-montp2.fr

### **1.1.2) Formation**

**1990-1992** : Classes préparatoires (spécialité M) au Lycée Baggio de Lille.

**1992-1995** : Ecole d'ingénieur : C.E.S.T.I. (Centre d'Etudes Supérieures des Techniques Industrielles) à Paris, option Matériaux.

**1994-1995** : D.E.A. « Mécanique et Matériaux » (Université Paris 13), option « Lois de Comportement » (Ecole Polytechnique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris), mention Bien.

**oct 95-fev 99** : Thèse à l'Ecole des Mines d'Alès et à l'Université Montpellier II, mention Très Honorable avec Félicitations du Jury.

### **1.1.3) Situation actuelle**

Je suis Maître de Conférences à l'Unité de Formation par la Recherche de Sciences de l'Université Montpellier II depuis le mois de septembre 2000. J'effectue ma recherche au sein de l'équipe



Thermomécanique des Matériaux (ThM<sup>2</sup>) du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (L.M.G.C.) de l'Université Montpellier II.

J'ai été titulaire d'une Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche sur la période 2002-2006, et je suis en délégation au C.N.R.S. pour 6 mois à compter du 1<sup>er</sup> septembre 2006.

#### **1.1.4) Activités d'enseignement**

J'ai commencé mon activité d'enseignement par deux demi postes d'A.T.E.R. effectués à l'Institut des Sciences de l'Ingénieur de Montpellier (option Sciences et Technologie de l'Eau) en 1998-1999, puis à l'U.F.R. de Sciences de l'Université Montpellier II en 1999-2000. Je l'ai poursuivie à partir de la rentrée 2000 en tant que Maître de Conférences à l'U.F.R. de Sciences de l'Université Montpellier II, et plus particulièrement à l'Institut Universitaire Professionnalisé de Génie Mécanique et Productique.

J'ai effectué, entre 1998 et 2006, 1726 heures équivalent TD, ce qui correspond à une moyenne de 255 heures équivalents TD par an depuis que je suis Maître de Conférences. Ce volume d'enseignement s'explique, d'une part, par le sous-encadrement dont souffrait la Mécanique sur l'Université d'une manière générale, et d'autre part par le manque d'enseignants du département dans le domaine de la technologie mécanique.

J'ai regroupé les différents enseignements dans lesquels je me suis impliqué en six catégories :

- Technologie (852 h.eq.TD)
- Projets (244.5 h.eq.TD)
- Méthodes Numériques – Simulation – Eléments Finis (218.5 h.eq.TD)
- Mécanique (186 h.eq.TD)
- Stages (184 h.eq.TD)
- Expérimentation (41 h.eq.TD)

Dans tous ces enseignements, je suis intervenu en tant que chargé de Cours, de Travaux Dirigés ou de Travaux Pratiques. Globalement, j'ai effectué, en tant que Maître de Conférences, 30% de mon service en Cours, 35% en TD et 35% en TP.

Ma formation d'ingénieur m'a été très utile pour mettre en place mon activité d'enseignement sur la Technologie Mécanique, qui constitue la part essentielle de mon service. La formation professionnalisante dispensée dans le cadre de l'I.U.P. comporte de nombreux projets et stages dans lesquels je me suis aussi particulièrement investi.

Les catégories suivantes : méthodes numériques, simulation, éléments finis et mécanique correspondent à des enseignements « standards » de mécanique. Finalement, la catégorie expérimentation est relative à un module en 2<sup>ème</sup> année et à un cours en 3<sup>ème</sup> année du Département Matériaux de l'Ecole Polytechnique Universitaire de Montpellier que j'ai mis en place dans le cadre de la réforme L.M.D.

Depuis mon recrutement, je me suis attaché à utiliser, dès que cela était possible, les Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement (réalisation de supports de cours vidéoprojetés, mise à disposition des versions électroniques des supports, ...).

Enfin, je participe depuis 2001 aux commissions de sélection des formations du département de Mécanique (I.U.P., Licence, Master) car je considère qu'il s'agit d'une tâche importante qui conditionne le devenir de nos formations.

### **1.1.5) Responsabilités administratives et collectives**

La part administrative est loin d'être négligeable dans le métier d'enseignant-chercheur. Je m'en suis rendu compte dès l'année de mon recrutement, où j'ai été mis à contribution pour prendre un certain nombre de responsabilités administratives liées à l'enseignement.

Parmi celles-ci, on trouve naturellement la responsabilité de plusieurs modules d'enseignements (en moyenne 3 par an). De plus, j'ai été responsable des stages de l'I.U.P. G.M.P. sur la période 2000–2004. Cette tâche consistait à suivre et à conseiller les étudiants (40 par an en moyenne) dans leur recherche de stage, à attribuer les tuteurs de stage, à résoudre les éventuels différends entre stagiaires et maîtres de stage, à organiser les plannings de soutenances, ...

De la rentrée 2000 à la rentrée 2004, j'ai été responsable des finances du département d'enseignement de Mécanique. Le budget alloué était, en moyenne de 75 k€ par an. En plus de la gestion « quotidienne » du budget, j'étais amené à rédiger les dossiers de demande de financement auprès de nos institutions (principalement : université et région). Très rapidement, j'ai mis en place, pour me simplifier la tâche, des outils d'aide à la gestion (prévisions des dépenses sur la base des années antérieures, aide au suivi des dépenses, ...) qui sont encore utilisés aujourd'hui par le responsable actuel des finances. Durant ces années, j'ai aussi assisté à l'établissement de règles de plus en plus strictes imposées par l'Université en matière de gestion des crédits (politique du « zéro report ») qui alourdissent encore le travail de gestion de l'enseignant en charge des finances.

En matière d'animation des formations, j'ai été responsable de la 1<sup>ère</sup> année de l'I.U.P. G.M.P. de l'année de mon recrutement à 2004, année où cette formation a disparu de l'Université du fait de la réforme L.M.D.. Cette formation regroupait environ 30 étudiants par an. Mon rôle consistait, entre autres, à définir le contenu des enseignements, à établir les emplois du temps, à organiser les cours des intervenants extérieurs, à préparer les jurys, ...

Depuis la rentrée 2004, cette formation a été intégrée au parcours de Licence « Sciences et Technologies en Mécanique », dont j'étais responsable, jusqu'au début de ma délégation au C.N.R.S.

Enfin, mon implication dans des tâches d'intérêt collectif relatives à la recherche est plus récente : j'ai été élu en 2004 à la Commission de Spécialistes de la 60<sup>ème</sup> section de l'Université Montpellier II.

### **1.1.6) Collaborations scientifiques et industrielles**

Depuis mon recrutement, j'ai été amené à établir des collaborations afin d'élargir le champ de mon activité scientifique et à développer des partenariats avec des industriels dans le but d'obtenir une partie des crédits nécessaires à l'achat du matériel expérimental indispensable au développement de mon activité. Ces actions contractuelles ne correspondent pas à une simple prestation de services, mais elles s'inscrivent dans la continuité des thèmes sur lesquels je travaille.

J'ai ainsi mis en place et animé l'action transversale « Comportement thermomécanique et imagerie » du L.M.G.C. impliquant 5 personnes (1 Directeur de Recherches et 1 Chargé de Recherches au C.N.R.S., 1 Professeur des Universités, 1 Maître de Conférences et 1 Doctorant) sur la période 2002-2006. Cette collaboration est centrale à mon axe de recherche « II : Identification », détaillé au paragraphe 2.3.

Au niveau national, je participe activement, depuis sa création en 2003, au Groupe de Recherche 2519 « Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides ». Je suis plus particulièrement impliqué dans le Groupe de Travail portant sur les aspects métrologiques des mesures de déplacements par Corrélation d'Images Numériques. En effet, cette thématique, ainsi que l'approche de travail retenue sont dans la continuité directe des travaux que j'avais entamés à ce sujet durant ma thèse. Je participe aussi, en parallèle avec Stéphane Pagano et Félix Latourte, aux activités d'un deuxième groupe de travail de ce G.D.R. portant sur l'identification.

Avant d'exposer mes collaborations industrielles, j'aimerais mentionner les dossiers de demande de financement que j'ai monté ou auxquels j'ai participé, en vue de développer des collaborations scientifiques (financements de type A.C.I. ou A.N.R.). Même si ces demandes n'ont pas été retenues, leur mise en place et leur rédaction, particulièrement longues, constituent pour moi une expérience formatrice, dont j'espère pouvoir tirer profit dans mes futures demandes.

J'ai participé, avec Jean-Michel Muracciole, à la réalisation de deux contrats industriels portant sur le comportement des polymères : une « étude énergétique et cinématique du comportement en fissuration de 2 polymères » pour Elf-Atochem en 2001, et une étude intitulée « approche thermomécanique du comportement du PA11 en traction, à température ambiante » pour l'Institut Français du Pétrole en 2001.

Enfin, j'ai mis en place, en 2005, une collaboration industrielle avec la Société Nationale d'Etude et de Construction de Moteurs d'Aviation (S.N.E.C.M.A., groupe Safran) portant sur l'analyse calorimétrique et cinématique du comportement thermomécanique d'échantillons de titane lors d'essais de traction ondulée. L'objectif est de mieux comprendre les mécanismes de fatigue-fluage qui surviennent à température ambiante dans la nuance de matériau étudiée.

### **1.1.7) Animation de la recherche**

Mon activité d'animation de la recherche a porté sur deux aspects principaux : l'organisation de manifestations scientifiques et l'expertise de travaux à caractère scientifique.

J'ai ainsi co-organisé, avec Jean-Michel Muracciole, le colloque DEPPOS XVI qui a eu lieu du 29 au 31 mars 2000 à la Grande-Motte. Ce colloque national regroupe une large partie de la communauté francophone des polyméristes. Cette édition a rassemblé 68 participants provenant de 33 entités différentes.

J'ai participé, avec André Chrysochoos, à l'organisation des journées thématiques du laboratoire Lagrange sur la « Thermographie Infrarouge ». Ce laboratoire est une structure européenne regroupant plusieurs laboratoires de mécanique français et italiens, dont le L.M.G.C. Ces journées se sont déroulées du 13 au 15 juin 2002 à Varenna (Italie). Elles regroupaient 20 participants appartenant à 8 entités différentes.

Enfin, mon activité d'expertise de travaux à caractère scientifique a porté sur des articles soumis à la revue *Experimental Mechanics*, et sur des demandes de financement de type *Aide à la Faisabilité Technologique* présentées à la région Languedoc-Roussillon et sur lesquels j'ai rapporté.

## 1.2) Synthèse des activités de recherche et d'encadrement

Mon activité de recherche est liée à la mise en place et à la validation de modèles de comportement qui soient cohérents à la fois du point de vue mécanique et thermodynamique. La démarche que j'adopte se situe dans la continuité de l'approche développée par l'équipe ThM<sup>2</sup> dont je fais partie depuis mon recrutement à l'Université Montpellier II.

Les modèles de comportement sont écrits dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles, en utilisant le formalisme des Matériaux Standards Généralisés. On aboutit ainsi à une écriture des lois de comportement qui satisfait « automatiquement » les principes de la thermodynamique (conservation de l'énergie, description des irréversibilités). Notre objectif est de proposer des modèles de comportement dont les réponses mécaniques et énergétiques sont conformes aux observations expérimentales. L'idée sous-jacente est, bien entendu, d'améliorer la prédictivité des modèles au travers d'une description plus complète du comportement des matériaux.

Pour mener à bien ce travail de recherche, il est nécessaire de développer des outils expérimentaux permettant la mesure de grandeurs mécaniques et énergétiques à l'échelle retenue pour le Volume Élémentaire Représentatif. Les moyens de mesure globaux de grandeurs mécaniques (déplacements, déformation, force) sont établis, validés et largement diffusés depuis longtemps, à la différence des moyens de mesure de grandeurs énergétiques qui, eux, le sont beaucoup moins.

Même dans des situations mécaniques simples (essai « homogène » de type traction), nous avons montré que de telles mesures globales intègrent à la fois la réponse du matériau et celle de la structure. Il est alors difficile de dissocier ces deux effets pour en extraire l'information en terme de comportement de la matière. La démarche entamée au sein de l'équipe ThM<sup>2</sup> depuis une vingtaine d'années consiste à utiliser des techniques d'imagerie car elles fournissent des champs de mesures « ponctuelles », moins dépendantes de la structure, et particulièrement adaptées aux changements d'échelle.

Mon activité de recherche s'est ainsi articulée autour des trois thèmes complémentaires suivants (expérimentation–modélisation–matériaux) :

- la **mise en place et l'amélioration des moyens expérimentaux** permettant d'accéder aux distributions de grandeurs cinématiques (déplacements, vitesses, déformations, vitesses de déformation) et calorimétriques (températures, sources de chaleur) au cours d'essais mécaniques,
- le **développement de méthodes inverses** donnant accès aux distributions des efforts intérieurs. En effet, la connaissance simultanée de toutes ces grandeurs est nécessaire à la détermination des énergies mises en jeu dans la déformation de la matière (énergie mécanique localement fournie et énergie calorifique). Une fois ces énergies mesurées, il est alors possible d'envisager
- l'**analyse et la caractérisation du comportement** thermomécanique de la matière, afin de pouvoir construire ou vérifier la cohérence des modèles de comportement.

Le premier aspect de mon travail a été de développer et d'améliorer les techniques expérimentales nécessaires à la mesure de grandeurs cinématiques et calorimétriques. Leur mise en place a été effectuée en trois temps : conception et réalisation des dispositifs (mise en position des caméras, acquisition d'images, ...), élaboration et programmation des traitements d'images (Corrélation d'Images Numériques, résolution de l'équation de la chaleur), et enfin validation des mesures (étalonnage, calibration, ...).

Le deuxième aspect est lié à la détermination des champs de contraintes présents dans les échantillons au cours d'essais mécaniques. L'idée est ici de mettre en place une méthode d'identification utilisant les champs de mesures cinématiques pour déterminer à la fois les distributions de grandeurs mécaniques et les champs de contrainte.

Enfin, le troisième aspect consiste à utiliser les signatures énergétiques obtenues grâce à ces moyens expérimentaux pour caractériser la nature des mécanismes élémentaires de déformation sur une large gamme de matériaux et de sollicitations : traction simple sur des aciers, des polymères (thermoplastiques, élastomères), des alliages à mémoire de forme ; essais de fatigue sur aciers et alliages d'aluminium.

Ces trois aspects sont brièvement exposés dans le paragraphe 1.2.1. de ce chapitre. Ils seront présentés plus en détail dans la partie 2 de ce mémoire.

Pour mener à bien ces axes de recherche complémentaires, j'ai été amené à encadrer un certain nombre d'étudiants en D.E.A. (puis en Master 2 « Recherche ») et en thèse. Ces activités d'encadrement sont détaillées dans le paragraphe 1.2.2.

Enfin, je terminerai cet aperçu de mes activités de recherche en donnant, dans le paragraphe 1.2.3., la liste de mes publications et de mes communications.

### **1.2.1) Principaux axes de recherche :**

Mes activités de recherche ont pour objectif le développement de modèles de comportement thermomécaniquement cohérents.

Pour y parvenir, il m'a été nécessaire de développer des techniques expérimentales permettant d'accéder, durant un essai mécanique, aux évolutions des grandeurs cinématiques et calorimétriques associées aux mécanismes de déformation (axe I).

Parallèlement, il est très difficile, voire même impossible dans la majeure partie des cas, de connaître la distribution des contraintes à l'intérieur d'une structure, sans faire d'hypothèse sur la nature du comportement de la matière. Or cette grandeur est nécessaire pour estimer localement l'énergie mécanique développée par le matériau pour se déformer. C'est pourquoi, j'ai travaillé à l'établissement d'une méthode d'identification permettant d'accéder, de façon « indépendante » aux caractéristiques mécaniques et à l'état de contrainte (axe II).

Enfin, le dernier volet de mon activité correspond à l'application de ces outils pour caractériser le comportement de différents matériaux sous des sollicitations diverses (axe III).

## Axe I : Développement de techniques expérimentales (cf §2.2)

Dès mon arrivée dans l'équipe ThM<sup>2</sup>, en 1998, j'ai mis en place l'activité « Mesure de champs cinématiques » : établissement du cahier des charges, négociations avec les fournisseurs, achat du matériel, conception des dispositifs de mise en position des caméras, réalisation des programmes d'acquisition d'images, ... Pour la partie traitement d'images (implémentation d'algorithmes de Corrélation d'Images Numérique et de dérivation numérique, validation des traitements), j'ai largement fait appel à l'expérience en la matière acquise lors de ma thèse effectuée conjointement au Laboratoire de Mécanique et de Métrologie de l'École des Mines d'Alès et au L.M.G.C.

Depuis la fin des années 1980, l'équipe ThM<sup>2</sup> utilise la Thermographie Infrarouge pour mesurer les distributions de températures à la surface d'échantillons sollicités mécaniquement. Ces dernières années ont vu l'émergence d'une nouvelle génération de caméras : les caméras infrarouges à matrices de détecteurs. La métrologie fine de ces nouveaux produits n'est pas encore complètement éprouvée. Or la qualité des mesures thermiques conditionne celle des mesures calorimétriques. Je me suis donc investi, dans l'établissement d'une méthode d'étalonnage adaptée aux caractéristiques inhérentes à ces outils (instabilité et non uniformité de la réponse des capteurs, ...). Cette problématique, fondamentale pour nous, a été traitée durant les thèses de Stéphane Moreau et de Vincent Honorat.

Avec notre approche, la réalisation de bilans locaux d'énergie passe par la mesure simultanée de champs de déformation et de sources de chaleur. Il est donc nécessaire de prendre, au même instant, des images dans le domaine visible (pour permettre la mesure de déplacement par Corrélation d'Images Numériques) et dans le domaine infrarouge (pour obtenir des cartes de températures dont seront déduites les sources de chaleur).

C'est pourquoi j'ai conçu, en collaboration avec Yves El Kaïm, Ingénieur de Recherche en électronique au C.N.R.S., un dispositif expérimental permettant l'acquisition simultanée d'images provenant de plusieurs caméras de nature différente. Afin de pouvoir recalibrer les instants d'acquisition des images avec le chargement, les voies annexes provenant de la machine d'essai (déplacement, force, ...) sont aussi numérisées au moment de la prise d'image.

Ce système fonctionne avec une caméra dite « maître » dont la fréquence d'acquisition peut être multipliée ou divisée par un facteur entier pour piloter la (ou les) caméra(s) « esclave(s) ». Ceci permet de s'assurer de la synchronisation entre les différentes caméras. Une des principales originalités de ce système est qu'il permet de piloter à la fois des caméras numériques (en mode trigger) et des caméras vidéo délivrant un signal analogique.

Dans le cas d'essais hétérogènes (striction, présence de bandes de localisation, ...), le calcul des sources de chaleur, et donc la réalisation du bilan d'énergie, nécessitent la prise en compte de la convection de la matière. J'ai donc mis en place un traitement d'images spécifique permettant d'intégrer ce terme convectif en couplant les mesures thermiques et les mesures cinématiques.

## Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement (cf §2.3)

Je travaille sur ce thème en collaboration avec André Chrysochoos, Giuseppe Geymonat et Stéphane Pagano. Notre collaboration a débuté en 2002 dans le cadre d'une Action Transversale au sein de notre laboratoire sur le thème « comportement thermomécanique et imagerie ». En effet, Giuseppe Geymonat et Stéphane Pagano, de l'équipe Modélisation Mathématique en



Mécanique du L.M.G.C. avaient déjà mis en place, avec François Hild du Laboratoire de Mécanique et de Technologie de Cachan, une méthode d'identification de paramètres élastiques. Notre objectif est de mettre en place des méthodes d'identification permettant d'accéder aux distributions de propriétés matérielles associées à des modèles non-linéaires ainsi qu'aux champs de contraintes, en utilisant les informations fournies par les techniques d'imagerie développées au sein de l'équipe ThM<sup>2</sup>.

En 2003 j'ai co-encadré, avec Stéphane Pagano, le stage de D.E.A. de Nuno Da Silva. Il portait sur l'implémentation d'une méthode particulière d'identification (méthode dite des champs virtuels) dans le cas d'un comportement élastique. L'idée était de comparer les performances de cette méthode avec celle développée au L.M.G.C. Ce travail de benchmarking a été poursuivi depuis dans le cadre du Groupe De Recherches 2519 « Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides » auquel nous participons activement depuis sa création en 2003.

L'année suivante, avec le stage de D.E.A. et la thèse de Félix Latourte, nous avons entrepris d'adapter la procédure à l'identification de comportements non-linéaires (de type élasto-plastique avec écrouissage cinématique linéaire).

### Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux (cf §2.4)

Au fur et à mesure de l'avancée de mes travaux sur les axes I et II, j'ai appliqué les outils développés à la caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux. Je distingue 6 catégories d'applications que je présente dans ce qui suit, en insistant particulièrement sur les encadrements auxquels elles ont conduit.

- localisation de la déformation dans les matériaux métalliques

Il s'agit ici de la première application sur laquelle j'ai travaillé. En effet, ma thèse portait sur l'étude des phénomènes de localisation dans des aciers pour emboutissage. Depuis, j'ai co-encadré le stage de Master 2 Recherche de David Fraux sur l'analyse du comportement thermomécanique d'un acier Fe-Si à gros grain.

- nature des couplages et de la dissipation dans les polymères thermoplastiques

Ce travail porte sur la caractérisation de la signature énergétique du comportement de quatre polymères thermoplastiques ayant des propriétés mécaniques complètement différentes, notamment en terme de viscosité et de ductilité. Dans un premier temps, avec le stage de D.E.A. puis la thèse de Stéphane Moreau, notre réflexion s'est portée sur les premiers stades de la déformation visco-élastique. Ensuite, nous nous sommes intéressés au développement de la striction dans certains thermoplastiques.

- élasticités dans les élastomères

L'orientation des chaînes macromoléculaire joue un rôle important dans la propagation de la striction des polymères thermoplastiques. Afin de faciliter la compréhension de ce mécanisme de base, nous nous sommes orientés, dans la thèse de Vincent Honorat, vers l'analyse du comportement mécanique et énergétique d'élastomères sollicités en grandes transformations pour lesquels l'irréversibilité du processus d'orientation des chaînes est réputée moins violente que dans la striction et dans lesquels nous avons montré la coexistence de plusieurs élasticités de nature couplée (thermo-élasticité, élasticité caoutchoutique).

- couplages thermomécaniques et transformation de phase solide-solide

Il s'agit ici d'un thème développé depuis longtemps dans l'équipe : la mise en place de modèles thermodynamiques, construits à partir des résultats expérimentaux qui intègrent les couplages thermomécaniques liés au changement de phase (chaleur latente) ainsi que les propriétés de la dissipation intrinsèque. Un des objectifs est ici d'obtenir une description et une modélisation correcte du comportement des A.M.F. à l'échelle d'une éprouvette monocristalline. Ce thème a fait l'objet du stage de D.E.A. de Ludovic Roudil et de la thèse de Silvère Vigneron.

Le travail de D.E.A. de Hakim Sebbane portait sur la caractérisation du changement de phase observé dans un acier inoxydable austénitique. L'interprétation du comportement du matériau est ici rendue très délicate à cause de la présence de bandes de localisations intenses, et d'effets dissipatifs importants liés à la plasticité. La réflexion sur ce type de matériau est donc, pour le moment, laissée de côté au profit de travaux plus académiques menés sur la propagation de fronts de changement de phase dans les monocristaux d'A.M.F..

- fatigue

Le développement de la thématique associée à la caractérisation du comportement en fatigue des métaux est lié à l'établissement d'une collaboration industrielle entre l'équipe ThM<sup>2</sup> et le département Recherche d'Arcelor depuis une dizaine d'années.

L'approche mise en place sur les aciers, dans le cadre des thèses de Thomas Boulanger et de Bruno Berthel, a ensuite été étendue à l'étude de la fatigue dans les alliages d'aluminium, dans le cadre d'une collaboration scientifique avec l'Université de Lecce impliquant les thèses de Anna Eva Morabito et Simone Giancane.

J'ai renforcé cette thématique en 2005 en établissant une collaboration avec la société S.N.E.C.M.A. sur les effets de fatigue-fluage observés, à température ambiante, dans des alliages de titane. Le stage de D.E.A. de Silvère Vigneron a constitué une étude préliminaire à ce travail.

- comportement thermomécanique de matériaux du Génie Civil

Ce thème a été développé dans l'équipe à l'occasion de la thèse de Vincent Huon, qui portait sur l'étude du comportement de bétons. Puis, il a été poursuivi dans le cadre d'un contrat industriel portant sur la caractérisation du comportement thermo-hydro-mécanique de céramiques avec la société Saverdun Terres Cuites.

### **1.2.2) Activités d'encadrement :**

Je ne fais état ici que des encadrements de type D.E.A. ou thèse auxquels j'ai participé. Par soucis de concision, je ne rentrerai pas dans les détails des sujets des stages de D.E.A., mais je préciserai un peu plus les sujets des thèses que j'ai été amené à co-encadrer.

niveau Bac+5 « Recherche » (8 co-encadrements) :

- 1998 : Nathalie Douarche, « Localisation de la déformation dans un matériau type plaque de plâtre », (avec M. Némoz-Gaillard, L.M.M., Ecole des Mines d'Alès).
- 2000 : Stéphane Moreau, « Approche cinématique et thermique de la déformation des polymères semi-cristallins », (avec, J.-M. Muracciole, L.M.G.C.).



- 2001 : Hakim Sebbane, « Approche thermomécanique locale de la transformation martensitique dans un acier inoxydable austénitique », (avec J.-M. Muracciole, L.M.G.C.).
- 2002 : Ludovic Roudil, « Approches cinématiques et énergétiques couplées de la propagation d'un front de changement de phase dans les Alliages à Mémoire de Forme », (avec R. Peyroux, L.M.G.C.).
- 2003 : Nuno Da Silva, « Identification de propriétés élastiques à partir de mesures de champs », (avec S. Pagano, L.M.G.C.).
- 2004 : Felix Latourte, « Identification de propriétés (thermo-)mécaniques à partir de mesures de champs », (avec S. Pagano, L.M.G.C.).
- 2005 : Silvère Vigneron, « Analyse cinématique et énergétique couplée du comportement en fatigue d'un superalliage de titane », (avec J.-M. Muracciole, L.M.G.C.).
- 2006 : David Fraux, « Analyse "multi-échelle" du comportement thermomécanique d'un acier à gros grain », (avec V. Huon, L.M.G.C.).

thèses (4 participations, 4 co-encadrements) :

En ce qui concerne l'encadrement de travaux de thèses, je souhaite faire une distinction entre les thèses où j'ai réalisé un co-encadrement complet (définition du sujet, suivi, relecture du manuscrit, ...), de celles où j'ai simplement apporté une contribution sur une partie que je juge importante.

Ces travaux sont détaillés dans les fiches descriptives données à la fin de ce paragraphe. Les publications mentionnées dans ces fiches sont référencées en utilisant la codification du paragraphe 1.2.3.

*(i) Participations à l'encadrement :*

- Vincent Huon (voir fiche descriptive, page 21)
- Anna Eva Morabito (voir fiche descriptive, page 22)
- Simone Giancane (voir fiche descriptive, page 23)
- Bruno Berthel (voir fiche descriptive, page 24)

*(ii) Co-encadrements :*

- Stéphane Moreau (voir fiche descriptive, page 25)
- Vincent Honorat (voir fiche descriptive, page 26)
- Félix Latourte (voir fiche descriptive, page 27)
- Silvère Vigneron (voir fiche descriptive, page 28)

**Titre :** Une étude expérimentale et une première modélisation du comportement thermomécanique endommageable de quelques bétons

**Encadrement :** O. Maisonneuve, B. Cousin

**Financement :** allocataire M.E.N.R.T.

**Thèse de Doctorat :** Université Montpellier II, soutenue le 20 avril 2001

**Situation actuelle :** Maître de Conférences à l'Université Montpellier II

**Publications et travaux communs :** A3, A8, A9, Cn5, Cs9

---

**Contribution :**

- Formation aux techniques de corrélation d'images numériques (mise en place des essais, traitements)
  - Dépouillement des essais de granularité
  - Interprétation des résultats cinématiques
- 

**Résumé :**

Pour le calcul d'ouvrages en béton, il est utile de toujours mieux connaître la réponse de ce matériau à diverses sollicitations mécaniques. Pour cela, l'utilisation de techniques de mesures de champs est toute indiquée. Elles apportent des informations permettant d'affiner les lois de comportement macroscopiques et de mieux suivre l'évolution de phénomènes de localisation. C'est dans ce contexte que sont présentés, dans un premier temps, les résultats expérimentaux obtenus sur divers bétons.

Une méthode optique de granularité en lumière blanche, a permis de mettre en évidence sur un béton ultra-performant :

- des phénomènes de multilocalisation précoce de la déformation essentiellement lors de sollicitations quasi-statiques de traction et de flexion ;
- la mise en place de l'effet unilatéral lors d'essais de traction-compression ;
- pour des essais de compression, l'apparition très tardive de faibles hétérogénéités des déformations à l'approche de la rupture.

La thermographie infrarouge a permis de mettre en évidence des phénomènes thermiques associés au processus de déformation et d'endommagement de divers bétons soumis à des sollicitations quasi-statiques de compression. Ces phénomènes peuvent être localisés lorsqu'ils sont liés à la fissuration du matériau à l'approche de la rupture en compression. Sur tous les bétons étudiés, le couplage thermoélastique a été identifié. Sur un béton ordinaire dégradé par cycles gel-dégel, outre le couplage thermoélastique, on a pu mettre en évidence des manifestations thermiques irréversibles associées à l'état de dommage du matériau.

Enfin, une extension thermomécanique d'un modèle mécanique existant, pour les bétons ordinaires, est proposée. La température est prise en compte comme variable d'état. Les simulations réalisées pour certains trajets de chargement simples, comme la compression uniaxiale, ont permis de dégager quelques pistes pour l'interprétation des phénomènes thermiques associés à l'évolution de l'endommagement.

---

**Titre :** Analyse thermomécanique des effets thermoélastiques et dissipatifs associés au comportement en fatigue de l'alliage d'aluminium 2024 T3

**Encadrement :** V. Dattoma, A. Chrysochoos

**Thèse de Doctorat :** Université de Lecce et Université Montpellier II, soutenue le 6 octobre 2003

**Situation actuelle :** Chercheur à l'Université de Lecce

**Publications et travaux communs :** Cn4

---

**Contribution :**

- Formation aux traitements d'images infrarouges
  - Dépouillement et interprétation des essais de thermographie
- 

**Résumé :**

Dans ce travail, une analyse thermomécanique des effets thermoélastiques et dissipatifs associés au comportement sous chargement cyclique de l'alliage d'aluminium 2024 T3 a été effectuée. L'analyse expérimentale a été conduite sur deux niveaux : un global au moyen de l'approche 0D, et l'autre local au moyen de l'approche 1D.

L'hypothèse d'homogénéité de la distribution des sources de chaleur, qui est à la base de l'approche 0D, permet de simplifier fortement le modèle thermique utilisé et d'effectuer une première tentative d'estimation des énergies mises en jeu dans le chargement cyclique. L'estimation de la dissipation par l'approche 0D a mis en évidence plusieurs résultats intéressants.

Dans un premier lieu, les valeurs de la dissipation sont bien inférieures (environ 1000 fois plus petites) par rapport à celles de la source thermoélastique. C'est de loin l'origine de la grande difficulté rencontrée dans le calcul de la source dissipative. Néanmoins, les valeurs de dissipation déduites de l'analyse calorimétrique se montrent en bon accord avec celles issues d'estimations mécaniques basées sur l'analyse des boucles d'hystérésis.

Afin de vérifier l'hypothèse d'homogénéité des sources de chaleur, qui est à la base de l'approche 0D, l'approche 1D a été mise au point. Cette approche, basée sur l'hypothèse de faibles variations des sources de chaleur dans chaque section droite de l'échantillon, a permis l'étude de l'évolution temporelle de la distribution axiale des sources de chaleur. En termes de sources dissipatives, elle ne se montre pas satisfaisante en raison de la faible valeur du rapport signal/bruit de la dérive thermique associée à la dissipation.

Pour améliorer les résultats, il a été essayé de contrôler ou de corriger les effets parasites associés aux facteurs externes suivants : dérive de l'ambiance, réflexions parasites, et réchauffement provoqué par les mors de la machine d'essai. Ainsi une procédure a été proposée afin de corriger empiriquement l'effet parasite associé à la dérive thermique de l'ambiance. Il a aussi été tenté, sans résultat, d'augmenter la réponse thermique *utile* de l'échantillon en isolant les têtes d'amarrage de l'échantillon afin de diminuer les fuites longitudinales.

En termes de sources thermoélastiques, l'approche 1D donne des résultats bien plus intéressants. A partir de l'analyse des cartes espace-temps, il est possible de localiser, dès les premiers pas de chargement, les *zones de localisation* des sources de chaleur. D'une manière générale, une bonne corrélation a été observée entre la distribution axiale de ces zones de localisation et la position de la zone de rupture. Le fait de réussir à les observer de façon aussi précoce est extrêmement important, d'autant plus que ce genre d'informations ne peut être obtenu au moyen de la simple observation des images thermiques.

Enfin, une dernière approche, dénommée *pseudo 2D*, a été mise au point. Elle a permis, au prix d'un temps de calcul plus important, d'obtenir des informations spatialement plus précises sur les phénomènes de localisation.

---

**Titre :** Studio a fatica della lega di alluminio 2024 T3 mediante termografia infrarossa e tecnica di correlazione di immagini

**Encadrement :** V. Dattoma

**Thèse de Doctorat :** Université de Lecce, soutenue le 31 juillet 2006

**Situation actuelle :** post-doctorant à l'Université de Lecce

**Publications et travaux communs :** Cs20

---

**Contribution :**

- Mise en place et réalisation des essais de fatigue
  - Réalisation d'acquisitions couplées d'images cinématiques et calorimétriques
  - Formation aux traitements d'images de granularité et infrarouges
  - Dépouillement et interprétation des résultats
- 

**Résumé :**

Dans ce travail, nous proposons une étude sur l'évolution de l'endommagement de fatigue dans un alliage d'aluminium 2024 T3 en utilisant deux techniques expérimentales complémentaires : la thermographie infrarouge et la corrélation d'images numériques. Il s'agit de deux techniques complètement non destructives et non invasives car elles ne nécessitent aucun contact physique avec l'objet de la mesure. De plus, les données sont mesurées avec une densité spatiale régulière sur une grille prédéfinie.

Dans un premier temps, un cadre théorique pour l'interprétation des phénomènes physiques a été élaboré, sur lequel sont ensuite basés les algorithmes de traitement des données. Les simplifications du modèle thermomécanique général utilisé sont rappelées afin d'aboutir à un problème bidimensionnel (2D), unidimensionnel (1D) et enfin ponctuel (0D). Les traitements 2D et 1D n'ont pour l'instant conduit à aucun résultat appréciable car l'aluminium possède une diffusivité thermique très élevée, ce qui rend difficile la détermination de la contribution de la dissipation dans les sources de chaleur mises en jeu. Ainsi, seule l'analyse thermomécanique dérivant de l'approche 0D donne actuellement des résultats satisfaisants sur le matériau étudié. En effet, cette dernière autorise un filtrage plus efficace par rapport aux autres approches. En contrepartie, elle conduit à perdre toute information sur la localisation spatiale des phénomènes dissipatifs et donc d'endommagement.

Dans ce travail, la relation théorique qui relie, sous certaines conditions, l'aire d'hystérésis mécanique à la dissipation dans le matériau sous l'effet du chargement de fatigue, a été mise en évidence. En fait, les mesures de dissipation intrinsèques déduites des images de granularité montrent le très bon accord avec les résultats obtenus par l'analyse thermographique.

Le couplage de ces deux techniques permet de mettre en place un moyen moderne et efficace pour caractériser le comportement des matériaux, comme l'aluminium, pour lesquels les méthodes traditionnelles sont inefficaces. De plus, les progrès techniques continus dans le domaine de l'optoélectronique autorisent l'amélioration significative des performances de la méthode proposée (augmentation des cadences d'acquisition, des sensibilités, ...).

---

**Titre :** Analyse calorimétrique et cinématique de la fatigue des aciers

**Encadrement :** A. Chrysochoos, A. Galtier

**Financement :** bourse CIFRE, ARCELOR

**Thèse de Doctorat :** Université de Montpellier II, à soutenir en 2007

**Situation actuelle :** en thèse

**Publications et travaux communs :** Cs15, Cs19

---

**Contribution :**

- Développement de traitements d'images infrarouges
  - Analyse et correction des sources d'erreurs (environnement, ...)
  - Mise en place et réalisation des essais avec acquisition thermique et cinématique simultanées
  - Interprétation des résultats calorimétriques en terme de thermoélasticité et de dissipation
  - Interprétation des résultats cinématiques
  - Réalisation de bilans d'énergie
- 

**Sujet :**

Le travail de thèse proposé à Bruno Berthel se situe dans la continuité des résultats déjà obtenus dans les thèses de Thomas Boulanger et Anna Eva Morabito portant sur l'étude de la fatigue des aciers et des alliages d'aluminiums. Ces résultats mettent en évidence le caractère très hétérogène des essais de fatigue à l'échelle mésoscopique (ici le dixième de mm).

Le travail de thèse s'articulera ici autour de l'analyse des sources thermoélastiques, de la dissipation et d'éventuelles anomalies cinématiques.

L'analyse locale de la réponse élastique a été peu exploitée dans le cas de l'acier tant la bonne adéquation entre les prédictions d'un modèle thermoélastique linéaire isotrope et le traitement local des données thermiques nous a semblé satisfaisant. Cependant, il peut être intéressant de construire des champs 2D de sources thermoélastiques de façon à voir si les hétérogénéités sont perceptibles au travers de ce mécanisme de couplage.

Jusqu'à présent, la construction de champs 2D de sources dissipatives reste délicate à cause de la qualité du rapport signal/bruit et du nombre de pixels offert par la caméra dans le sens de la largeur de l'éprouvette. Pour améliorer cette situation, plusieurs voies sont possibles : amélioration des conditions environnementales de l'aire d'essai, utilisation d'un zoom optique, amélioration du traitement des données thermiques. A ce niveau, Bruno Berthel participera aux réflexions et travaux de l'équipe concernant l'amélioration des moyens d'essai.

Un des principaux objectifs du travail de Bruno Berthel sera de caractériser les évolutions de la dissipation moyenne par cycle  $\bar{d}_1$ . Il s'agira notamment de tracer la réponse locale de  $\bar{d}_1$  en fonction de la gamme de contrainte  $\Delta\sigma$  associée au chargement. Par ailleurs, il conviendra de vérifier si localement l'évolution linéaire de la dissipation en fonction de la fréquence de chargement se confirme ou non. Dans l'affirmative, cette propriété serait en adéquation avec les mécanismes dits de « micro-plasticité ».

Dans le cas où une courbe intrinsèque de dissipation, représentative de l'état local et initial du matériau peut être établie, il s'agit ensuite d'étudier la dérive du signal dissipatif pour un niveau de charge constant mais pour un très grand nombre de cycles. Cette dérive sera alors interprétée en termes de fatigue et pourra être rapprochée des réponses thermoélastiques en particulier dans les zones qui « travaillent » fortement.

Enfin, il sera aussi intéressant de compléter l'étude par des mesures cinématiques. Parallèlement aux mesures calorimétriques, on se propose d'étudier le champ de déformation en utilisant la méthode de corrélation d'images de granularité. Dans le cas de la fatigue, l'un des buts est de repérer d'éventuelles « anomalies » de champ de vitesses qu'il conviendra alors de confronter aux hétérogénéités des profils de dissipation.

---

**Titre :** Etude calorimétrique par thermographie infrarouge de la thermo-visco-élasticité de quatre polymères thermoplastiques

**Encadrement :** A. Chrysochoos (30%), J.-M. Muracciole (40%), B. Wattrisse (30%)

**Financement :** allocataire MENRT

**Thèse de Doctorat :** Université Montpellier II, soutenue le 16 juin 2004

**Situation actuelle :** ATER à Polytech Montpellier

**Publications et travaux communs :** A6, A7, Ci5, Cn6, Cs8, Cs14

---

**Contribution :**

- Formation aux techniques de thermographie infrarouge (réalisation d'essais, traitement d'image)
  - Maîtrise des conditions expérimentales
  - Interprétation des résultats
- 

**Résumé :**

Pour les matériaux thermoplastiques, l'observation des effets thermiques et calorimétriques induits par le processus de déformation sont utiles à la compréhension du comportement mécanique et à l'identification des modèles de comportement cherchant à rendre compte des effets dissipatifs et de couplage.

Le dispositif expérimental est constitué d'une machine d'essai hydraulique face à laquelle est placée une caméra infrarouge qui permet d'accéder aux différentes énergies mises en jeu au cours d'une sollicitation mécanique.

Des bilans d'énergie ont donc été réalisés sur quatre polymères dans le domaine visco-élastique.

Les quatre polymères sont deux amorphes vitreux, un fragile (le PMMA) et un ductile (le PC), et deux semi-cristallins, le premier ayant une phase amorphe vitreuse (le PA12), et le second ayant une phase amorphe caoutchoutique (le PVDF).

Les mesures calorimétriques ont montré que les modèles Zener et Poynting-Thomson ne sont pas équivalents dès que l'on tient compte des mécanismes thermoélastiques. En effet, un modèle de type « Zener » décrit correctement le comportement thermomécanique du PMMA alors que le modèle de type « Poynting-Thomson » celui du PC.

Par contre, pour les polymères semi-cristallins, nous avons la présence d'un second couplage thermomécanique pour des contraintes supérieures à 30 MPa. Une autre variable d'état devra être rajoutée pour décrire leur comportement.

---

**Titre :** Analyse thermomécanique par mesure de champs des élastomères

**Encadrement :** A. Chrysochoos (40%), J.-M. Muracciole (30%), B. Wattrisse (30%)

**Financement :** allocataire Moniteur Normalien

**Thèse de Doctorat :** Université Montpellier II, soutenue le 9 janvier 2006

**Situation actuelle :** Professeur en Classes Préparatoires au Lycée François 1<sup>er</sup> de Fontainebleau

**Publications et travaux communs :** A6, Cs11, Cs12

---

**Contribution :**

- Formation aux techniques d'imagerie (thermographie infrarouge, corrélation d'image)
  - Mise en place d'une procédure d'étalonnage des caméras infrarouges à matrice de détecteurs
  - Développement d'un traitement d'images adapté à l'étude des élastomères (faibles variations de température, très grandes déformations)
  - Interprétation des résultats en terme de compétition entre plusieurs couplages thermomécaniques
  - Confrontation modèle/expérience
- 

**Résumé :**

La striction est un phénomène caractéristique des polymères thermoplastiques. Pour comprendre ce mécanisme, nous nous sommes intéressés au comportement thermomécanique en grande transformation d'un élastomère naturel vulcanisé (CNX B871). Pour cela, nous avons dressé des bilans locaux d'énergie en utilisant deux techniques d'imagerie indépendantes et complémentaires : la corrélation d'image de granularité et la thermographie infrarouge.

Pour des élastomères, les variations de températures induites par la déformation sont très faibles : quelques millièmes de degré pour des déformations de l'ordre de 10%. Nous avons donc été conduits à développer une méthode originale d'étalonnage pixel à pixel de la caméra infra rouge. De même, les grandes déformations ont fait l'objet d'un traitement particulier des cartes de températures afin de les traduire en terme d'évolution de puissance calorifique.

L'analyse calorimétrique a montré que l'élastomère étudié restait faiblement dissipatif pour des déformations de l'ordre de 100%. La déformation s'accompagne principalement de deux sources de chaleur de type « couplage ». La première est liée aux effets thermoélastiques classiques, et est prépondérante dans les dix premiers pourcents de déformation. La seconde peut être associée aux effets caoutchoutiques, et devient prépondérante pour des déformations de l'ordre de 35%.

On a alors interprété le phénomène d'« inversion thermoélastique » comme une compétition entre ces deux mécanismes de couplage. En se basant sur les résultats de la Mécanique Statistique des élastomères, et dans le cadre des Matériaux Standards Généralisés, nous avons écrit un modèle rhéologique couplé simple que nous avons identifié puis confronté à nos expériences. Ce modèle a notamment permis d'envisager la thermodilatabilité classique des élastomères comme une combinaison de ces deux phénomènes de couplage.

---

**Titre :** Identification de propriétés (thermo-)mécaniques associées à des modèles non-linéaires à partir de mesures de champs

**Encadrement :** A. Chrysochoos (40%), S. Pagano (30%), B. Wattrisse (30%)

**Financement :** Allocataire Moniteur Normalien

**Thèse de Doctorat :** Université Montpellier II, soutenance prévue en 2007

**Situation actuelle :** en thèse

**Publications et travaux communs :** Ci6, Ci7, Cs16

---

**Contribution :**

- Réalisation d'essais mécaniques, dépouillement des images de granularité et interprétation des résultats
  - Mise en place et validation de la procédure d'identification élastoplastique
  - Application à des cas réels
- 

**Sujet :**

La détermination fine des caractéristiques mécaniques des matériaux est un enjeu industriel de taille car elle conditionne, au même titre que le modèle, la représentativité du calcul. Une première approche consiste à utiliser des moyens de mesure ponctuels (jauges de déformation) pour identifier les paramètres du comportement à partir d'essais supposés homogènes. Cette approche présente deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, elle nécessite de réaliser de nombreux essais pour pouvoir caractériser les différents paramètres du modèle. D'autre part, elle ne permet pas de traiter de façon satisfaisante les stades ultimes du comportement dans lesquels se développe souvent une localisation de la déformation et/ou de l'endommagement.

Le développement récent des techniques d'imagerie en mécanique, telles que, par exemple, la corrélation d'images numériques et la thermographie infrarouge, donne accès aux champs de déformation ainsi qu'aux sources de chaleur mises en jeu. Avec ces moyens, il est désormais possible d'envisager simultanément, en terme de géométrie, la caractérisation fine de l'hétérogénéité des matériaux, et en terme d'évolution, les problèmes d'endommagement, de localisation ou de fissuration. De plus, l'accès à des champs de mesure permet d'envisager de nouveaux essais mécaniques où l'hétérogénéité des champs est recherchée pour pouvoir « activer » dans un même essai plusieurs composantes de la loi de comportement. Dans une logique industrielle, cette démarche permet ainsi de limiter le nombre d'essais nécessaire à la caractérisation du comportement.

Nous proposons d'aborder cette problématique en appliquant une méthode de résolution inverse d'un problème linéarisé à partir des données issues de l'imagerie mécanique.

Il est bien connu maintenant que la qualité de l'identification dans le cadre de modèles linéaires est étroitement liée à la qualité des mesures de déformations. Dans cette optique il est nécessaire, dans un premier temps, d'apporter des solutions permettant d'améliorer la détermination du champ de déformation, en améliorant, par exemple, la mesure du déplacement (en amont ou en aval du calcul de corrélation).

La seconde étape de ce travail est de mettre en place des méthodes d'identification de propriétés mécaniques associées à des comportements non-linéaires (élasto-plasticité, endommagement, fissuration, ...). On s'appuie pour cela sur une méthode, basée sur la minimisation d'une fonctionnelle énergétique, développée au sein de l'équipe M<sup>3</sup> pour des cas linéaires. Les caractéristiques mécaniques seront ainsi obtenues à partir des conditions aux limites sur la structure (efforts et déplacements) et du champ de déformation précédemment obtenu.

Un aspect important du travail sera de concevoir et de mettre en place les essais permettant l'identification des modèles (essais « simples » : cisaillement, ou essais sur des structures complexes).

---



**Titre :** Approches cinématiques et énergétiques couplées de la propagation d'un front de changement de phase dans les Alliages à Mémoire de Forme

**Encadrement :** A. Chrysochoos (40%), R. Peyroux (30%), B. Wattrisse (30%)

**Financement :** Allocataire MENRT

**Thèse de Doctorat :** Université Montpellier II, soutenance prévue en 2008

**Situation actuelle :** en thèse

**Publications et travaux communs :**

---

**Contribution :**

- Réalisation d'essais (photo-)mécaniques couplés
  - Formation aux traitements d'images (thermographie et corrélation d'images)
  - Développement de traitements d'images adaptés aux situations rencontrées (propagation de fronts de changement de phase)
  - Modélisation, implémentation des modèles
- 

**Sujet :**

Des expériences de traction menées sur des monocristaux d'Alliages à Mémoire de Forme ont mis en évidence l'existence d'un front de changement de phase se propageant le long de l'éprouvette. La caractérisation thermomécanique de ces alliages permet d'envisager des lois de comportement rendant compte de la transformation et des différents couplages thermomécaniques dont ces matériaux sont le siège. La localisation qui apparaît dans ces essais peut être vue comme la superposition d'un effet du comportement intrinsèque du matériau et d'un effet de champ (ou de structure). Cette thématique constitue un axe de recherche important pour l'équipe Thermomécanique des Matériaux du L.M.G.C..

L'objectif final est d'aboutir à une modélisation et à une simulation numérique pertinentes de cet essai. Ceci passe tout d'abord par une description expérimentale fine des champs de température et de déplacement qui seront observés simultanément en utilisant une caméra infrarouge et une caméra CCD. L'obtention des sources de chaleur et des champs de déformations sera à discuter en regard de la précision attendue sur des valeurs comme la largeur du front de propagation et sa vitesse de propagation.

Un modèle numérique intégrant les mécanismes de couplages forts associés à la transformation de phase sera développé et validé *via* la confrontation des champs thermomécaniques simulés avec les champs de mesures calorimétriques et cinématiques obtenus expérimentalement.

---

### 1.2.3) Publications – Communications

Le Tableau 1.1. regroupe en huit catégories les différentes publications auxquelles je suis associé : articles dans des revues à comité de lecture, articles dans des revues « professionnelles », ouvrages ou extraits d'ouvrages, conférences internationales avec actes, conférences nationales avec actes, conférences avec actes à diffusion restreinte, rapports de contrat industriels, séminaires.

Type de publication	Nombre
A – Articles dans des revues à comité de lecture	9
Ap – Articles dans des revues professionnelles	1
B – Ouvrages ou extraits d'ouvrages	2
Ci – Conférences internationales avec actes	8
Cn – Conférences nationales avec actes	8
Cs – Conférences sans actes ou avec actes à diffusion restreinte	20
R – Rapports de contrats industriels	2
S – Séminaires et exposés	7

Tableau 1.1. : synthèse des publications

Les références sont détaillées dans ce qui suit. Chaque publication est repérée par un code entre crochets. Cette désignation sera utilisée tout au long de la partie 2 de ce mémoire dès qu'une référence à l'une de ces publications sera mentionnée.

#### A – Articles dans des revues à comité de lecture (total : 9 dont 2 sous presse, plus 1 soumis)

[A1] Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation  
**B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole et M. Némoz-Gaillard, **Eur. J. of Mech. A – Solids**, Vol. 20, pp. 189-211, **2001**.

[A2] Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation  
**B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole et M. Némoz-Gaillard, **Exp. Mech.**, Vol. 41, n° 1, pp. 29-39, **2001**.

[A3] Mise en évidence par granularité en lumière blanche de phénomènes de multilocalisation de la déformation pour les bétons de poudres réactives sollicités en traction  
V. Huon, O. Maisonneuve, **B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, **C.R. Mécanique**, Vol. 329, n° 12, pp. 889-896, **2001**.

[A4] Thermomechanical effects accompanying the localized necking of semi-crystalline polymers  
**B. Wattrisse**, J.M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Int. J. of Th. Sci.**, Vol. 41, n° 5, pp. 422-427, **2002**.

[A5] Dissipative mechanisms during the necking of a semi-crystalline polymer  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Mécanique et Industries**, Vol. 4, n° 6, pp. 667-671, **2003**.

[A6] Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an I.R.F.P.A. camera  
V. Honorat, S. Moreau, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, **Int. J. of Q.I.R.T.**, Vol. 2, n° 2, pp. 153-172, **2005**.

[A7] Analysis of thermoelastic effects accompanying the deformation of PMMA and PC polymers  
S. Moreau, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, **C.R. Mécanique**, Vol. 333, pp. 648-653, **2005**.

[A8] Elastic behaviour identification of anisotropic terra cotta ceramics by using kinematic full-field measurements  
V. Huon, **B. Wattrisse**, M.S. El Youssofi, A. Chrysochoos, **J. of Eur. Ceramic Soc.**, **accepté**.

[A9] Mechanical behaviour of terra cotta ceramics characterized by kinematic full-field measurements  
V. Huon, **B. Wattrisse**, M.S. El Youssofi, A. Chrysochoos, **J. of Mat. in Civil Eng.**, **accepté**.

[A10] B. Berthel, **B. Wattrisse**, A. Galtier, A. Chrysochoos, Thermographic analysis of fatigue dissipation properties of DP60 steel, **J. of Strain**, **soumis (09/2006)**.

#### **Ap – Article dans une revue professionnelle ou grand public (total : 1)**

[Ap1] Analyse par corrélation d'images et thermographie infrarouge de mécanismes de localisation dans des aciers  
H. Louche, **B. Wattrisse**, M. Némoz-Gaillard, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Gazette MECAMAT n°21**, Vol. 2, pp. 21-28, **1998**.

#### **B – Ouvrages ou extraits d'ouvrages (total : 2)**

[B1] Multiscale Thermomechanical Approaches to SMAs' Behaviour  
P. Alart, X. Balandraud, A. Chrysochoos, C. Licht, O. Maisonneuve, S. Pagano, R. Peyroux, **B. Wattrisse**, **Continuum thermomechanics – The art and science of modelling material behaviour - P. Germain's Anniversary Volume**, Maugin, Drouot, Sidoroff (eds), Wolters Kluwer Academic Publishers, ISBN 0-7923-6407-4, pp. 247-264, **2000**.

[B2] Speckle and infrared images processing applied to the analysis of the thermomechanical behaviour of a semicrystalline polymer  
J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, **Novel approaches in civil engineering**, M. Frémond, F. Maceri (eds), Series: Lecture notes in applied and computational mechanics, F. Pfeiffer, P. Wriggers (eds), Springer-Verlag, Vol. 14, ISBN 3-540-41836-9, pp. 167-174, **2004**.

#### **Ci – Conférences internationales avec actes (total : 8)**

[Ci1] Experimental analysis of localization mechanisms in mild steels by infrared and speckle image processing  
A. Chrysochoos, H. Louche, J.-M. Muracciole, J.-L. Saurel, M. Némoz-Gaillard, **B. Wattrisse**, **Conférence invitée IUTAM Symposium** « Advanced optical methods and applications in solid mechanics », Poitiers, 31/08-04/09/1998, Kluwer Academic Publishers, ISBN 0-7923-6604-2, pp. 313-320, **1998**.

[Ci2] Experimental analyses of kinematic and dissipative phenomena related to localization  
A. Chrysochoos, H. Louche, J.-M. Muracciole, M. Némoz-Gaillard, **B. Wattrisse**, **Conférence invitée Euromech 390** « Instability, bifurcation and localization in fracture of materials », Cachan, 10-12/05/1999, pp. 25-28, **1999**.

- [Ci3] Experimental analysis of strain and damage localization  
A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, **Conférence invitée « Continuous damage and fracture »**, Cachan, 23-27/10/2000, Elsevier, pp. 41-51, ISBN 2-84299-247-4, **2000**.
- [Ci4] Infrared and speckle image processing applied to heterogeneous thermomechanical behaviour of polymers  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **QIRT 2000**, Reims, 18-21/07/2000, D. Balageas, J.L. Beaudoin, G. Busse, G.M. Carlomagno (eds), ISBN 83-89003-45-7, pp. 271-276, **2001**.
- [Ci5] Experimental energy balance for thermoplastics stretched at room temperature  
S. Moreau, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, **12<sup>th</sup> I.C.E.M. Conference**, Bari, 29/08-02/09/2004, CDRom, 8 p., **2004**.
- [Ci6] Full-field measurements applied to identification of a non-linear mechanical behaviour  
F. Latourte, A. Chrysochoos, G. Geymonat, S. Pagano, **B. Wattrisse**, **EMMC 8 «Material and structural identification from full-field measurements»**, Cachan, 13-15/09/2005, 9 p., **2005**.
- [Ci7] Identification of elasto-plastic constitutive equations parameters using digital image correlation  
F. Latourte, A. Chrysochoos, G. Geymonat, S. Pagano, **B. Wattrisse**, **ICEM-SEM 2005 «Optical method and inverse identification»**, Portland, 07-09/06/2005, CDRom, 7 p., **2005**.
- [Ci8] QIRT & DIC association to analyse the thermomechanical behavior of a semicrystalline polymer  
J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, Y. El Kaïm, A. Chrysochoos, **QIRT2006**, Padoue, 28-30/06/2006, CDRom, 10 p., **2006**

#### **Cn – Conférences nationales avec actes (total : 8)**

- [Cn1] Etude cinématique des phénomènes de localisation dans un acier par intercorrélation d'images  
**B. Wattrisse**, M. Nemoz-Gaillard, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Photomécanique 98**, Marne la Vallée, 14-16/04/1998, Y. Berthaud, M. Cotttron, F. Morestin, P. Moucheront, M. Taroni (eds), ISBN 2-7208-4010-6, pp. 21-28, **1998**.
- [Cn2] Analyse locale de champs thermomécaniques par corrélation d'images et thermographie  
A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, **Conférence invitée : Mini colloque UM Thermomécanique des procédés de mise en forme des matériaux**, Nancy, 03-07/09/2001, E. Arquis, D. Delaunay (eds), CDRom, 6 p., **2001**.
- [Cn3] Analyse d'image de granularité et de thermographie infrarouge appliquée à l'étude du comportement thermomécanique d'un polymère semi-cristallin  
J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, **Photomécanique 2001**, Poitiers, 24-26/04/2001, Y. Berthaud, M. Cotttron, J.-C. Dupré, F. Morestin, J.-J. Orteu, V. Valle (eds), ISBN 2-951-636-80-6 , pp. 151-158, **2001**.
- [Cn4] Analyse calorimétrique de la fatigue des matériaux  
A. Chrysochoos, T. Boulanger, A.-E. Morabito, **B. Wattrisse**, **Photomécanique 2004**, Albi, 04-06/05/2004, Y. Berthaud, P. Gaborit, M. Grédiac, J.-J. Orteu, L. Robert, T. Sentenac (eds), ISBN 2-9511591-3-7, pp. 401-408, **2004**.

- [Cn5] Comportement d'une céramique à base de terre cuite  
V. Huon, **B. Wattrisse**, M. Py, A. Chrysochoos, **Photomécanique 2004**, Albi, 04-06/05/2004, Y. Berthaud, P. Gaborit, M. Grédiac, J.-J. Orteu, L. Robert, T. Sentenac (eds), ISBN 2-9511591-3-7, pp. 289-296, **2004**.
- [Cn6] Etude du comportement thermomécanique de polymères thermoplastiques par thermographie infrarouge  
S. Moreau, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, **Photomécanique 2004**, Albi, 04-06/05/2004, Y. Berthaud, P. Gaborit, M. Grédiac, J.-J. Orteu, L. Robert, T. Sentenac (eds), ISBN 2-9511591-3-7, pp. 409-416, **2004**.
- [Cn7] Utilisation de champs de mesures thermiques pour la caractérisation du comportement des matériaux  
A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, **conférence invitée : CFM 2005**, Mini colloque : Mesure de champ et identification en mécanique des solides, Troyes, 09/2005, CDRom, 6 p., **2005**.
- [Cn8] Utilisation de champs de mesures thermomécaniques pour la caractérisation du comportement des matériaux  
A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, **conférence invitée : Colloque SFT 05**, Reims, 05/2005, CDRom, 8 p, **2005**.

**Cs – Conférences sans actes ou avec actes à diffusion restreinte  
(total : 20)**

- [Cs1] Etude cinématique des phénomènes de localisation dans plusieurs aciers  
**B. Wattrisse**, M. Némot-Gaillard, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Colloque National MECAMAT 98**, Aussois, 26-29/01/1998, C. Prioul, P. Bompard (eds), pp. 55-58, **1998**.
- [Cs2] Etude expérimentale du comportement local de 2 polyamides soumis à un essai de traction ; approche cinématique des phénomènes de striction  
**B. Wattrisse**, M. Némot-Gaillard, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **DEPPS XV**, Autrans, 25-27/03/1998, **1998**.
- [Cs3] Analyse thermographique des manifestations dissipatives et de couplage thermomécanique lors d'essais de traction  
A. Chrysochoos, H. Louche, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, **Colloque SF2M « Redécouvrez vos essais mécaniques »**, 03-04/05/1999, pp. 1-10, **1999**.
- [Cs4] Kinematic and calorimetric study of heterogeneous thermomechanical phenomena in polymers  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Workshop on Video-Controlled materials testing**, Nancy, 16-18/11/1999, pp. 89-92, **1999**.
- [Cs5] Etude du comportement thermomécanique de polymères dans la striction  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, **DEPPS XVII**, Francheville, 24-26/10/2001, **2001**.
- [Cs6] Local estimates of heat sources and deformation work within a heterogeneous elastoplastic flow  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **8<sup>ème</sup> Colloque Franco-Polonais**, Villetaneuse, 10-12/10/2001, 1 p., **2001**.
- [Cs7] Thermographie et corrélation d'images de granularité: Applications à l'analyse du comportement des matériaux  
**B. Wattrisse**, **Colloquium Lagrangianum « Applicazione della termografia infrarossa alla meccanica dei materiali e delle structure »**, Varenna Villa Monastero, 13-15/06/2002, **2002**.

- [Cs8] Etude énergétique de polymères thermoplastiques  
S. Moreau, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, **DEPPS XVIII**, Saint-Prix, 25-28/03/2003, pp. 11-12, **2003**.
- [Cs9] Comportement thermo-hygro-mécanique de céramiques à base de terre cuite  
M. Py, V. Huon, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, M.S. El Youssoufi, **Colloquium Lagrangianum**, Montpellier, 20-22/11/2003, **2003**.
- [Cs10] Analyse énergétique locale du comportement dans la striction d'un acier pour emboutissage  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, **Journée AFM « Progrès récents des méthodes optiques dans des conditions extrêmes - grandes déformations, forte localisation - en mécanique expérimentale »**, Poitiers, 16/05/2003, **2003**.
- [Cs11] Analyse thermomécanique des élastomères  
V. Honorat, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, **Colloque National MECAMAT 2004**, Aussois, 20-24/01/2004, Babin, R. Dendievel, S. Forest (eds), pp. 385-389, **2004**.
- [Cs12] Analyse thermographique du comportement thermomécanique d'un élastomère  
V. Honorat, **B. Wattrisse**, P. Tordjeman, A. Chrysochoos, **39<sup>ème</sup> Colloque annuel du Groupe Français de Rhéologie**, Mulhouse, 10/2004, 6 p, **2004**.
- [Cs13] Strain measurements by local least-squares fitting of displacement field obtained by digital image correlation - calibration of the method  
**B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, **A.S.T.M. Symposium «Full-field optical deformation measurement: applications and user experience»**, Salt Lake City, 19-20/05/2004, 1 p., **2004**.
- [Cs14] Thermo-kinematical analysis of rubber-like coupling effects in necked polyamide samples  
**B. Wattrisse**, J.-M. Muracciole, S. Moreau, Y. El Kaïm, A. Chrysochoos, **Photomechanics 2006**, Clermont-Ferrand, 10-12/07/2006, CDRom, 2 p., **2006**
- [Cs15] Thermographic analysis of fatigue dissipation properties of DP60 steel  
B. Berthel, A. Galtier, **B. Wattrisse**, A. Chrysochoos, **Photomechanics 2006**, Clermont-Ferrand, 10-12/07/2006, CDRom, 2 p., **2006**
- [Cs16] Identification of elastoplastic parameters distributions using Digital Image Correlation  
F. Latourte, A. Chrysochoos, S. Pagano, **B. Wattrisse**, **Photomechanics 2006**, Clermont-Ferrand, 10-12/07/2006, CDRom, 2 p., **2006**
- [Cs17] Champs thermomécaniques et effets d'échelle  
A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, **conférence invitée : Colloque National MECAMAT 2006**, Aussois, 23-27/01/2006, 8 p., **2006**.
- [Cs18] Mesures de champs appliquées à l'identification de comportements non-linéaires  
F. Latourte, A. Chrysochoos, S. Pagano, **B. Wattrisse**, **Colloque National MECAMAT 2006**, Aussois, 23-27/01/2006, 4 p., **2006**.
- [Cs19] Analyse thermographique du comportement en fatigue de l'acier DP60  
B. Berthel, A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, A. Galtier, **Colloque National MECAMAT 2006**, Aussois, 23-27/01/2006, 4 p., **2006**.
- [Cs20] Approccio calorimetrico e cinematico alla fatica in una lega di alluminio  
S. Giancane, V. Dattoma, A. Chrysochoos, **B. Wattrisse**, **AIAS 06**, Ancona, 13-16/09/2006, 10 p., **2006**



## **R – Rapports de contrat industriel (total : 2)**

[R1] Etude énergétique et cinématique du comportement en fissuration de 2 polymères  
J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, rapport de contrat pour **ELF-ATOCHEM**, 44 p., **2000**.

[R2] Approche thermomécanique du comportement du PA11 en traction, à température ambiante  
J.-M. Muracciole, **B. Wattrisse**, rapport de contrat pour **I.F.P.**, 23 p., **2001**.

## **S – Séminaires et exposés (total : 7)**

[S1] Analyse expérimentale des mécanismes de localisation dans des aciers par thermographie infrarouge et corrélation d'images  
H. Louche, **B. Wattrisse**, **Séminaire L.M.A.**, Marseille, 14/04/1999, **1999**.

[S2] Analyse expérimentale de phénomènes hétérogènes par thermographie infrarouge et par corrélation d'images numériques  
**B. Wattrisse**, **Séminaire L.M.P.F.**, Châlons en Champagne, 09/05/2000, **2000**.

[S3] Mesures de champs cinématiques et thermiques appliquées à la caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux  
**B. Wattrisse**, **Séminaire La.M.E.F.I.P.**, Bordeaux, 15/05/2003, **2003**.

[S4] Mesures de champs cinématiques et thermiques et caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux  
**B. Wattrisse**, **exposé**, formation permanente sur « l'Identification du comportement des matériaux par mesures de champs », Université Montpellier II, 24/06/2003, **2003**.

[S5] Création d'images de granularité virtuelles et mise en évidence d'une erreur systématique dans le calcul de corrélation  
**B. Wattrisse**, **exposé**, G.D.R. 2519 « Mesures de champs et identification en mécanique des solides », E.N.S.A.M. Paris, 08/09/2003, **2003**.

[S6] Application de thermographie infrarouge à l'étude du comportement thermomécanique des matériaux  
**B. Wattrisse**, **exposé**, G.D.R. 2519 « Mesures de champs et identification en mécanique des solides », E.N.S.A.M. Paris, 19/03/2004, **2004**.

[S7] Images et problèmes inverses : application à la mécanique  
**B. Wattrisse**, **exposé**, module doctoral « Image 2006 », Université Montpellier II, 02/02/2006, **2006**.

## **T – Thèse, D.E.A. (total : 2)**

[T1] Analyse par thermographie infrarouge du comportement thermomécanique d'acier HiBiGo à très gros grains ; étude de la localisation de la déformation en se plaçant d'un point de vue énergétique  
**B. Wattrisse**, **mémoire de DEA**, dir. A. Chrysochoos, J.M. Muracciole, Université Paris XIII, soutenu le 13/09/1995, 44 p., **1995**.

[T2] Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélacion d'images

**B. Wattrisse, thèse de doctorat de 3<sup>ème</sup> cycle**, dir. A. Chrysochoos, J.M. Muracciole, M. Némoz-Gaillard, Université Montpellier II, soutenue le 02/02/1999, devant le jury composé de : Y. Berthaud (président), M. Cottion, C. Fressengeas, T. Désoyer (rapporteurs), A. Chrysochoos, M. Némoz-Gaillard, J.-M. Muracciole, D. Schlatter (examineurs), 184 p., **1999**.





**Partie 2 :**  
**Dossier de Recherche**

**Caractérisation du  
comportement thermomécanique  
des matériaux  
par imagerie quantitative**



Cette partie présente mes activités de recherche depuis mon arrivée au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil.

Par soucis de concision, j'ai adopté le point de vue suivant : seules les grandes lignes des thèmes de recherche ainsi que quelques exemples illustratifs sont présentés ici. L'objectif est de donner à la fois un aperçu des axes de recherche sur lesquels je travaille et de montrer la manière dont je les ai développés (encadrements, mise en place de collaborations, ...). Pour une analyse plus détaillée, le lecteur intéressé pourra se reporter aux articles regroupés dans la partie 3 du mémoire.

Le plan adopté ici reprend la classification des axes de recherche du paragraphe 1.2.1. : je commencerai par présenter mes activités concernant le développement de techniques expérimentales (axe I), puis mon travail sur la mise en place de méthodes d'identification (axe II), et je terminerai en exposant les résultats obtenus en appliquant ces outils à la caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux (axe III).

## 2.1) Enjeux – Problématique

Ces vingt dernières années, les méthodes et les outils de calcul des structures se sont considérablement développés. Pour les utilisateurs industriels, ces outils d'aide à la conception ont pour objectif, connaissant le comportement de la matière, de prédire la réponse de structures complexes à des sollicitations données, afin de limiter le nombre d'essais nécessaires à la validation d'un produit.

Pour décrire le comportement d'un matériau, une attitude particulièrement développée en France est de considérer celui-ci non seulement comme un milieu continu mais aussi comme un système thermodynamique. Tout en conservant les outils de la Mécanique des Milieux Continus, on cherche alors à traduire au travers de variables d'état, les conséquences macroscopiques des phénomènes microstructuraux [Halphen *et al.*, 1975]. Un des intérêts majeurs de l'utilisation d'un tel formalisme est d'aboutir à l'écriture de lois de comportement respectant les principes de la Thermodynamique.

Quelle que soit l'échelle de description retenue (modélisation phénoménologique macroscopique [Lemaitre *et al.*, 1985], approche multi-échelle [Bornert *et al.*, 2001], [Sai *et al.*, 2006], ...) la qualité des résultats de la simulation passe naturellement par la pertinence des équations de comportement choisies pour rendre compte de la nature physique des mécanismes de déformation. Dans un premier temps, il est ainsi capital d'avoir caractérisé le plus vraisemblablement possible les mécanismes élémentaires mis en jeu en réponse à la sollicitation, avant de les modéliser. La démarche la plus couramment adoptée consiste à effectuer une caractérisation purement mécanique du comportement. Un autre point de vue est de s'intéresser à l'interprétation de la réponse énergétique du matériau [Polak *et al.*, 2001]. Dans cet esprit, l'approche proposée au sein de l'équipe ThM<sup>2</sup> est d'utiliser toute la richesse du cadre thermodynamique retenu pour caractériser le comportement mécanique et énergétique. Il s'agit ici de révéler, par le biais de bilans d'énergie, la façon dont l'énergie est distribuée au sein du matériau à un instant donné (énergie interne, énergie mécanique, énergie calorimétrique, ...), en mettant en évidence la « signature énergétique » de chaque mécanisme élémentaire mis en jeu [Chrysochoos, 1985].

Depuis mon arrivée dans cette équipe, mon travail de recherche a ainsi porté sur trois thèmes complémentaires :

- mise en place de techniques expérimentales permettant de réaliser de tels bilans d'énergie aux échelles pertinentes (dans la gamme  $10^{-4}$  m –  $10^{-1}$  m)
- identification de propriétés mécaniques (élasticité, plasticité)
- caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux (localisation et fatigue dans les matériaux métalliques, couplages thermomécaniques dans les polymères, changement de phase dans les Alliages à Mémoire de Forme)

Les principaux objectifs recherchés sont de :

- mieux comprendre (donc retranscrire plus finement) le comportement de la matière
- mettre en place des outils de validation des modèles de comportement

Je détaillerai mes activités dans chacun de ces thèmes en insistant particulièrement sur mes apports, et sur les collaborations et encadrements auxquels elles ont conduit. J'insisterai aussi sur les publications associées à ces différents travaux. Des renvois aux paragraphes concernés de certaines publications, regroupées dans la partie 3 de ce manuscrit, ont été insérés afin de compléter l'illustration des propos.

## **2.2) Axe I : Développement de techniques expérimentales**

Le développement de techniques optiques associées à des méthodes d'imagerie quantitative constitue un domaine de recherche en plein essor. En effet, ces techniques permettent d'obtenir, durant un processus de déformation, des champs discrets de mesures, précieuses, non seulement pour caractériser et identifier le comportement des matériaux, mais aussi pour mieux distinguer les effets « matériau » des effets « structure », à une échelle d'observation fixée par le(s) système(s) optique(s).

Par exemple, la corrélation d'images de granularité donne accès à des mesures cinématiques et permet de juger du caractère homogène ou non des champs de déformation.

La thermographie infrarouge permet d'accéder aux variations de température à la surface d'échantillons pendant une sollicitation. Il convient de noter que les variations de température induites dépendent de l'intensité et de la distribution des sources au sein du matériau mais aussi de sa diffusivité et des conditions d'échange avec le milieu extérieur. Ces variations de température ne sont donc pas totalement intrinsèques au comportement des matériaux. Il est donc intéressant de développer des méthodes de traitement d'images qui permettent d'évaluer les puissances calorifiques mises en jeu par la déformation à partir des champs de températures de surface fournis par une caméra infrarouge [Chrysochoos, 1995]. Les sources de chaleur ainsi obtenues renseignent sur la nature dissipative (viscosité, plasticité, endommagement, ...) ou couplée, *i.e.* traduisant une interaction forte entre états thermique et mécanique (thermodilatabilité, transition de phase, cristallisation, ...) des mécanismes de déformation.

Dans ce paragraphe, je souhaite montrer que, parallèlement aux travaux théoriques et numériques concernant l'analyse du comportement des matériaux, il est intéressant et complémentaire d'utiliser de façon combinée ces deux techniques d'imagerie quantitative pour réaliser un bilan d'énergie local.

Ce paragraphe est structuré de la façon suivante : présentation des méthodes de mesure des grandeurs cinématiques et calorimétriques, présentation du dispositif permettant de réaliser les bilans locaux d'énergie, et enfin présentation des extensions envisagées sur ce thème à court terme.

### 2.2.1) Mesure de champs de grandeurs cinématiques

Il existe de nombreuses techniques permettant de mesurer les déplacements ou les déformations à la surface de pièces. De manière non exhaustive, on peut citer les techniques d'interférométrie de speckle ([Moore *et al*, 1996], [Ritter *et al*, 1997]), les méthodes de moiré ([Post *et al*, 1994], [Xie *et al*, 1997]), les méthodes de corrélation d'images numériques [Bailey *et al*, 1976], [Chu *et al*, 1985]. De par la robustesse des algorithmes utilisés, et leur large gamme d'utilisation, ces dernières sont particulièrement adaptées aux applications que nous envisageons.

– méthode développée (thèse : **Wattrisse**, publication : [A2])

J'ai développé pendant ma thèse une méthode de corrélation d'images numérique 2D permettant d'obtenir les composantes planes du champ de déplacements de points situés à la surface d'objets plans. Tous les vecteurs (position, déplacement, ...) utilisés dans ce paragraphe sont donc plans.

Soient deux images  $I_1$  et  $I_2$  d'un même objet prises aux deux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Soit  $v(x)$  la transformation subie par l'image  $I_1$  au voisinage du point  $M$  de coordonnées  $x$  entre ces deux instants.

En l'absence d'évolution des conditions d'éclairage (contraste, luminosité), on suppose que :

$$I_2(x + v(x)) = I_1(x) + b(x) \quad (1)$$

où l'écart  $b(x)$  représente un « bruit » présent sur les images.

La forme de la transformation  $v(x)$  que subit la surface est inconnue. On choisit classiquement de l'approcher par une famille de fonctions  $t(p, x)$  dont on a fixé la forme *a priori* et dépendant d'un jeu de paramètres  $p$ . La corrélation d'image numérique permet de déterminer le jeu de paramètres  $p_{opt}$  qui, associé à la fonction  $t$ , représente le plus vraisemblablement possible la transformation  $v(x)$ . Ce jeu de paramètres est obtenu en minimisant (ou en maximisant) une certaine fonctionnelle  $\mathcal{F}(p)$ . Parmi les définitions les plus courantes, on peut citer :

$$\mathcal{F}(p) = \int_{ZC} (I_1(x) - I_2(x + t(p, x)))^2 dx \quad (2)$$

$$\mathcal{F}(p) = \int_{ZC} I_1(x) \cdot I_2(x + t(p, x)) dx \quad (3)$$

$$\mathcal{F}(p) = 1 - \frac{\int_{ZC} I_1(x) \cdot I_2(x + t(p, x)) dx}{\sqrt{\int_{ZC} I_1(x)^2 dx} \cdot \sqrt{\int_{ZC} I_2(x + t(p, x))^2 dx}} \quad (4)$$

où  $ZC$  représente la zone de corrélation.

Le choix de la famille de fonction  $t(p, x)$  est très large :

- transformation « constante » : translation de la  $ZC$
- transformation « linéaire » : déformation « homogène » de la  $ZC$
- transformation « quadratique » : déformation « linéaire » de la  $ZC$
- ...

En toute généralité, le déplacement et la déformation au point  $M$  sont donnés respectivement par la valeur de  $t(p_{op}, x)$  et de ses dérivées. En pratique, on calcule généralement la déformation en dérivant numériquement le champ de déplacement dans un voisinage de  $M$ . Ici encore, plusieurs stratégies sont possibles pour dériver le champ de déplacement (utilisation des fonctions de formes d'éléments finis [Berthaud *et al*, 1998], calcul du gradient moyen par intégration sur le contour, ou bien lissage [Némoz-Gaillard *et al*, 1995]).

La méthode que j'ai développée utilise la définition de  $\mathcal{F}(p)$  donnée dans l'équation (4), et intègre des transformations constantes (voir [A2], §*Intercorrelation function*  $\bar{\varphi}$ , p 88), linéaires ou quadratiques. Le calcul des déformations, et des vitesses de déformation est effectué par lissage local du champ de déplacement (voir [A2], §*Differentiation of the displacement field*, p 89).

- logiciel développé : **KelKins**

La méthode décrite dans le paragraphe précédent a été implémentée dans un programme informatique qui permet de calculer les champs de grandeurs cinématiques (déplacements, déformations et vitesses de déformation) à partir d'images de différents formats. Le programme est volontairement ouvert en ce sens qu'il laisse à l'utilisateur la possibilité de régler un grand nombre de paramètres de calcul (méthodes et paramètres de calcul, critères de convergence, ...). Ce programme est mis à la disposition des personnes de l'équipe qui utilisent le dispositif de mesure de déplacements développé.

- validation du logiciel (thèse : **Wattrisse**, publication : [A2], collaboration : **GDR2519**)

La phase de validation de la méthode et de son implémentation est très importante car elle conditionne le crédit que l'on peut accorder aux mesures. J'ai commencé à travailler sur ce thème dès les premiers temps de ma thèse, en développant la démarche suivante :

- mise en place d'une méthode originale de construction d'images de synthèse dont la « granularité » est contrôlée (voir [A2], §*Computer-generated Speckle Images*, p 89)
- validation de la méthode et identification des sources d'erreur sur des exemples numériques de différentes complexités (translations, rotations, ...), (voir [A2], §*Checking In-plane Displacement Measurements*, p 90, §*Sensitivity to Rotation Motions*, p 92)
- étude de l'influence des caractéristiques de l'image (dimension, densité du mouchetis, ...) sur la mesure de déplacement, (voir [A2], §*Checking In-plane Displacement Measurements*, p 90)
- étude de l'influence des paramètres de calcul sur la mesure de déplacement (voir [A2], §*Checking In-plane Displacement Measurements*, p 90) et de déformation (voir [A2], §*Checking Strain Measurements*, p 92)
- validation de l'ensemble de la chaîne de mesure sur des cas réels : mouvements de solide rigide, déformation uniforme ou hétérogène (voir [A2] §*Checking Out-of-plane Displacement Component*, p 92)

De plus, cette démarche m'a conduit à proposer une explication concernant l'existence d'une erreur systématique dans la mesure des déplacements par corrélation d'images numériques, et à présenter une méthode rapide, dite de « décalage aléatoire », pour en diminuer l'amplitude de manière significative (voir [A2] §*How to Remove  $e_{sys}$*  p 91). La Figure 2.1. montre que cette méthode permet de diminuer l'amplitude de l'erreur systématique d'un facteur quatre environ par rapport à une méthode directe, pour un temps de calcul sensiblement identique.

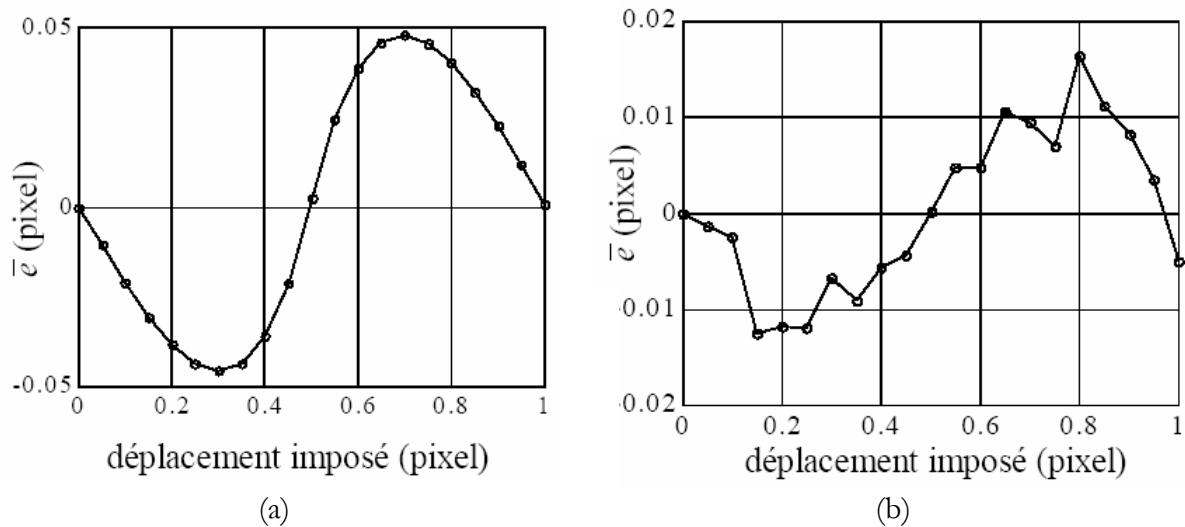


Figure 2.1. : Erreur systématique sur le calcul de déplacement par corrélation directe, d'après [T2]  
 (a) calcul direct  
 (b) décalage aléatoire

Elle m'a aussi permis de quantifier la sensibilité de la mesure de déplacement par rapport aux mouvements parasites (mouvements hors plan, tilts) et aux défauts de positionnement. Elle a aussi conduit à la mise en place d'un protocole inspiré par [Garcia, 2001] permettant de caractériser et de s'affranchir de certaines distorsions optiques, dont l'amplitude peut être rédhibitoire en regard des mesures à effectuer. Le protocole proposé consiste à étendre la procédure de mise en place de la caméra présentée dans le paragraphe *Experimental Arrangement* de [A2], page 94. L'idée est d'imposer des mouvements de translation d'amplitude connue à une pièce, et d'utiliser le champ de déplacement mesuré par corrélation pour identifier les paramètres du modèle optique rendant compte des distorsions, et des défauts de positionnement.

Un des points les plus délicats de cette validation réside dans la détermination de l'incertitude de la mesure, de la résolution spatiale, et de la dépendance de ces quantités par rapport aux paramètres de calcul, aux caractéristiques de l'image, et à la nature de la transformation. Je poursuis encore aujourd'hui cette activité de recherche, entamée pendant ma thèse, dans le cadre de mon implication dans le groupe de travail « GT1 Métrologie » du GDR2519.



## 2.2.2) Mesure de champs de sources de chaleur

Il existe principalement deux approches pour réaliser des mesures de sources de chaleur pendant des essais mécaniques : à partir de mesures de flux de chaleur (calorimétrie), ou bien à partir de mesures de températures.

L'approche calorimétrique est la plus ancienne [Taylor *et al*, 1934]. Elle est toujours utilisée par certains auteurs [Adams *et al*, 1988], [Chrysochoos *et al*, 1989], [Shenogin *et al*, 2002]. Il s'agit d'une méthode de mesure sans contact globale (une seule mesure pour tout le volume). La principale limitation de cette approche est que la quantité évaluée ici est uniquement la chaleur échangée par l'échantillon avec l'extérieur entre deux états d'équilibre, sans pouvoir accéder à la cinétique des échanges entre ces deux états.

L'approche par mesures de températures est plus récente. Elle peut être ponctuelle : utilisation de mesures thermiques issues de thermocouples ([Tauchert *et al*, 1967], [Rittel, 1999]), ou bien locale : utilisation de capteurs infrarouges ([Guduru *et al*, 2001], [Li *et al*, 2001]). D'une manière générale, ces mesures thermiques doivent être associées à une équation de la chaleur pour pouvoir remonter aux sources de chaleur.

L'approche utilisée dans l'équipe consiste à utiliser les cartes de températures issues d'une caméra infrarouge pour en déduire les sources de chaleurs mises en jeu au cours de la déformation *via* un traitement numérique de l'équation de la chaleur [Chrysochoos, 1987], [Chrysochoos *et al*, 2000].

Mon activité sur ce sujet a essentiellement porté sur quatre axes complémentaires : la maîtrise des conditions expérimentales, le contrôle de la réponse de la caméra, la mise en place d'un traitement d'images et sa mise en œuvre informatique.

- maîtrise des conditions d'essais (thèse : **Honorat, Moreau**, publication : [Ci5], [Cn6])

L'arrivée récente sur le marché des caméras infrarouges à matrice de détecteurs non refroidis constitue un saut technologique majeur dans le domaine de la thermographie infrarouge. Cette évolution se traduit notamment par une plus grande facilité d'utilisation, une sensibilité accrue, et des cadences d'acquisitions beaucoup plus rapides. Par contre, elle s'accompagne aussi de nouveaux problèmes expérimentaux, inhérents à la technologie utilisée [Pron *et al*, 2000].

La stabilité thermique de ce type de caméra a été étudiée dans l'équipe par Thomas Boulanger et Stéphane Moreau. Ils ont mis en évidence une dérive importante (plusieurs dixièmes de Kelvin) correspondant à l'établissement des fuites thermiques entre la caméra et son environnement (voir Figure 2.2.). Pour les applications qui nous intéressent où les variations de températures sont justement de l'ordre de quelques dixièmes ou centièmes de Kelvin, cette dérive n'est pas acceptable, et il est nécessaire d'attendre la stabilisation de la caméra avant d'effectuer la moindre mesure [Moreau, 2004].

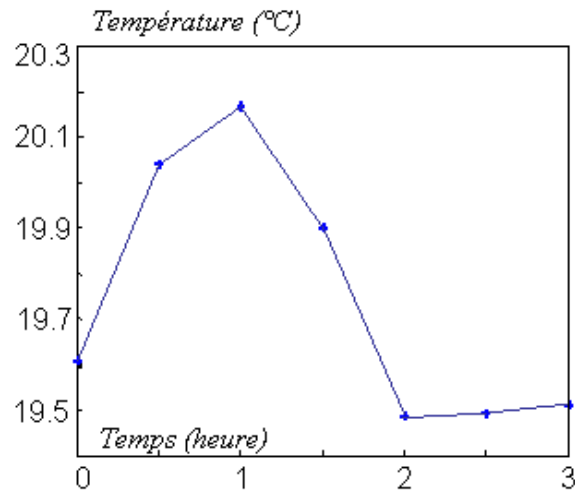
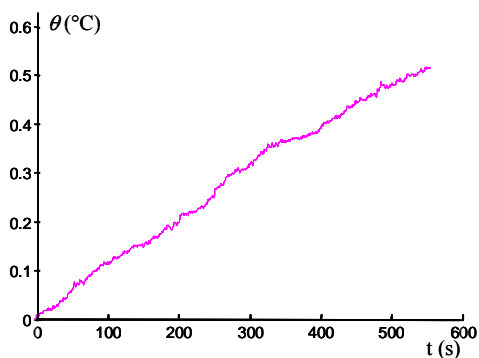


Figure 2.2. : Stabilisation de la caméra infrarouge : température moyenne mesurée avec la caméra infrarouge sur le corps noir à une température de 19.5°C, d'après [Honorat, 2006]

L'évolution de la température ambiante en cours d'essai constitue une autre source d'erreur expérimentale importante, cette fois-ci indépendante de la technologie de la caméra utilisée. Dans des conditions standard, cette évolution peut, elle aussi, atteindre quelques dixièmes de Kelvins sur des durées de l'ordre de la centaine de seconde (voir Figure 2.3.a.). Pour en limiter les répercussions dans l'estimation des sources de chaleurs, nous avons proposé de travailler sur une variation de température traduisant le déséquilibre avec l'ambiante plutôt qu'avec la température initiale, comme cela était fait auparavant.



(a) (b)  
Figure 2.3. : Maîtrise des conditions expérimentales, d'après [Cn6]  
(a) dérive de la température ambiante  
(b) mise en place d'une éprouvette de référence

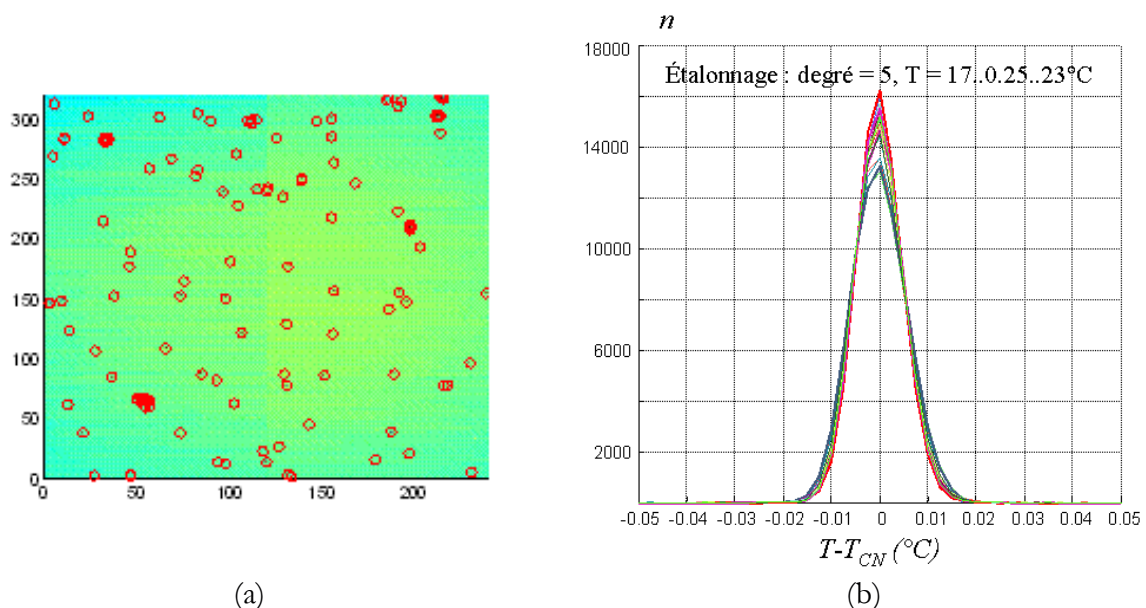
A cet effet, nous avons introduit une éprouvette de référence dans le champ de la caméra pour mesurer l'évolution de la température ambiante au voisinage immédiat de l'échantillon observé (voir Figure 2.3.b.).

– conversion rayonnement–température (thèses : **Honorat, Moreau,**  
publication : **[A6]**)

Les caméras infrarouges enregistrent le rayonnement thermique issu de la scène observée dans une gamme spectrale donnée. Un point crucial de la chaîne de traitement est donc l'étalonnage qui permet de convertir ce rayonnement en température.

Compte tenu de l'importance de cette étape sur les résultats des essais et leur interprétation, nous avons choisi de développer notre propre procédure d'étalonnage. Elle consiste à enregistrer avec la caméra infrarouge le rayonnement provenant d'une scène thermique uniforme à différentes températures. La scène est ici un corps noir étendu d'émissivité uniforme (très proche de 1). La correspondance rayonnement-température de chaque capteur est ensuite établie sous la forme d'une relation polynomiale.

Une étape importante de l'étalonnage est la localisation des capteurs défectueux (pixels « morts »). Elle est réalisée ici suivant des critères d'écart à la consigne, et d'écart à la valeur moyenne. La Figure 2.4. illustre la distribution des pixels défectueux associée à un étalonnage de notre caméra Cedis Jade 3 (Figure 2.4.a.), et les histogrammes de l'erreur d'étalonnage (Figure 2.4.b.). On y observe que la proportion de pixels « morts » est très faible (< 0.2%), et que l'erreur d'étalonnage maximale est de l'ordre du centième de Kelvin. Les différentes étapes de cette procédure, ainsi que sa validation sont détaillées dans [A6], §2.2. *Pixel calibration protocol*, page 112.



(a)  
 (b)  
 Figure 2.4. : Etalonnage de la caméra infrarouge, d'après [Honorat, 2006]  
 (a) distribution des pixels défectueux  
 (b) histogrammes des erreurs d'étalonnage

Durant la phase de validation de cette procédure d'étalonnage, nous avons observé un défaut de répétabilité des étalonnages pris dans les mêmes conditions expérimentales mais après arrêt de la caméra. Nous avons donc choisi de réaliser systématiquement un étalonnage de la caméra pour chaque nouvelle utilisation de la caméra infrarouge.

Pour pouvoir mesurer précisément de faibles variations de température à l'aide d'une caméra infrarouge, il est important de connaître les facteurs de formes associés à la géométrie observée, ainsi que l'émissivité de la surface car ces deux quantités influencent la relation rayonnement-température. Nous travaillons donc classiquement sur des géométries planes, dont la surface est munie d'un revêtement de peinture noire afin d'obtenir des émissivités très proches de celles du corps noir utilisé pour l'étalonnage. Dans quelques cas particuliers, cette solution ne peut pas s'appliquer (très grandes déformation, ...), et des solutions adaptées ont été proposées (suppression du revêtement, ...) [Moreau, 2004].

- méthode développée pour le calcul des sources de chaleur (thèse : **Wattrisse**, publication : **[Ci5]**, **[Cn4]**)

Dans des conditions d'adiabaticité, l'équation de la chaleur se réduit à une équation différentielle faisant intervenir la dérivée temporelle de la température. La prise en compte de la diffusion (de type Fourier), y introduit les dérivées secondes par l'intermédiaire du laplacien de la température :

$$w_{cb}^{\bullet} = \rho C \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} \right) - k \Delta \theta \quad (5)$$

où  $w_{cb}^{\bullet}$  représente la source de chaleur,  $\theta$  l'écart à la température ambiante,  $\tau$  un temps caractéristique des fuites sur les faces avant/arrière de l'échantillon,  $d/dt$  la dérivée particulière et  $\Delta$  l'opérateur laplacien bidimensionnel dans le plan de l'échantillon. Les grandeurs  $\rho$ ,  $C$  et  $k$  correspondent à des coefficients matériau, supposés constants durant la sollicitation. Il s'agit respectivement de la masse volumique, de la chaleur spécifique et de la conductivité thermique.

Avec les hypothèses retenues, la « résolution » numérique de l'équation de la chaleur revient à appliquer des opérateurs différentiels (du 1<sup>er</sup> ordre dans le temps et du 2<sup>nd</sup> ordre dans l'espace) aux mesures de température bruitées.

Plusieurs approches ont été utilisées dans l'équipe : filtrage convolutif associé à des différences finies, ou bien à une projection sur une base spectrale associée à l'opérateur laplacien [Chrysochoos, 1995].

J'ai proposé d'étendre à l'estimation des sources de chaleur la méthode de lissage local développée pour le calcul des déformations. L'idée est, ici encore, d'utiliser une projection de la température (au sens des moindres carrés) sur des bases de fonctions adaptées aux phénomènes observés.

Deux familles de bases de fonction ont été développées. Des bases polynomiales correspondant à des fuites par conduction localement constantes et à des échauffements à vitesse ou accélération constantes ont été mises en place pour des applications où le chargement est monotone (voir [Ci5], §4. *DATA PROCESSING*, p 102). La deuxième base d'approximation s'applique pour des sollicitations cycliques sinusoïdales pour laquelle la pulsation est connue. L'application visée est ici l'étude des effets thermoélastiques et dissipatifs en fatigue [Boulanger, 2004]. Pour plus de détails sur ce traitement, on peut se reporter au paragraphe 3.1 *Méthodologie* de [Cn4], page 190 de ce mémoire.

- logiciel développé : **KelKins**

Le « noyau » du logiciel KelKins (fonctions mathématiques de base, gestion des paramètres de calcul, ...) a été utilisé pour implémenter l'approche par différences finies et les deux approches précédentes par lissage local afin d'évaluer les sources de chaleur associées aux processus de déformation.

Naturellement, la partie calorimétrique du logiciel a elle aussi fait l'objet d'une validation. Elle a été conduite en deux temps : sur des images de synthèse correspondant à des cartes de rayonnement associées à des distributions de sources de chaleur données sur lesquelles on rajoute un bruit plus ou moins important (voir [Ci5], §4. *DATA PROCESSING*, p 102), puis sur des

essais expérimentaux où les distributions de sources sont connues (par exemple nulles lors d'un retour à l'équilibre thermique).

### 2.2.3) Bilans d'énergie locaux

Comme on l'a déjà vu, la réalisation de bilans d'énergie est particulièrement intéressante pour s'assurer de la validité thermodynamique d'un modèle (vérification du premier principe). Ils peuvent aussi être utilisés pour caractériser les différentes énergies mises en jeu dans la déformation de la matière. Il est possible de les classer en bilans locaux ou globaux selon que les énergies (mécanique, calorimétriques, ...) sont estimées localement ou de manière globale sur la totalité de l'échantillon.

Ce paragraphe comporte trois sous parties présentant chacune un point clé nécessaire à la réalisation de bilans locaux d'énergie.

Le premier est relatif à la conception d'un système d'acquisition synchrone d'images infrarouge et de granularité. En effet, les bilans d'énergie sont, pour la plupart, réalisés de manière globale [Schmidt *et al*, 1945], [Goldfarb *et al*, 1991], [Rittel, 1999]. Pour pouvoir effectuer des bilans d'énergie locaux, nous avons été amenés à coupler les dispositifs de mesures cinématiques et calorimétriques locales (mise en place du dispositif « SynchroCam »). L'idée est d'accéder simultanément à la chaleur mise en jeu et à la vitesse de déformation.

Le second concerne la détermination de l'énergie mécanique localement fournie au matériau pour se déformer. Il s'agit ici d'un point particulièrement délicat dès lors que l'essai considéré cesse d'être homogène. Nous avons proposé une méthode permettant d'estimer cette quantité dans certains cas particuliers de traction hétérogène.

Le dernier illustre la démarche mise en place pour estimer les termes convectifs présents dans l'équation de la chaleur (équation (5)). En effet, le développement d'une localisation (striction, ...) peut s'accompagner, selon la nature du matériau, de gradients de température importants (d'autant plus importants que la diffusivité est faible). Dans ce cas, nous avons montré que les termes convectifs ne sont pas négligeables. Pour les quantifier, nous avons proposé d'utiliser les champs de déplacement obtenus par granularité pour construire les champs lagrangiens de température.

- dispositif « SynchroCam » (collaboration : **Yves El Kaïm**, publication : [Ci8], [Cs14])

Le dispositif « SynchroCam » a été mis en place en collaboration avec Yves El Kaïm. Il permet d'acquérir de façon synchrone des images provenant de deux caméras différentes. La Figure 2.5. donne un schéma synoptique de son fonctionnement.

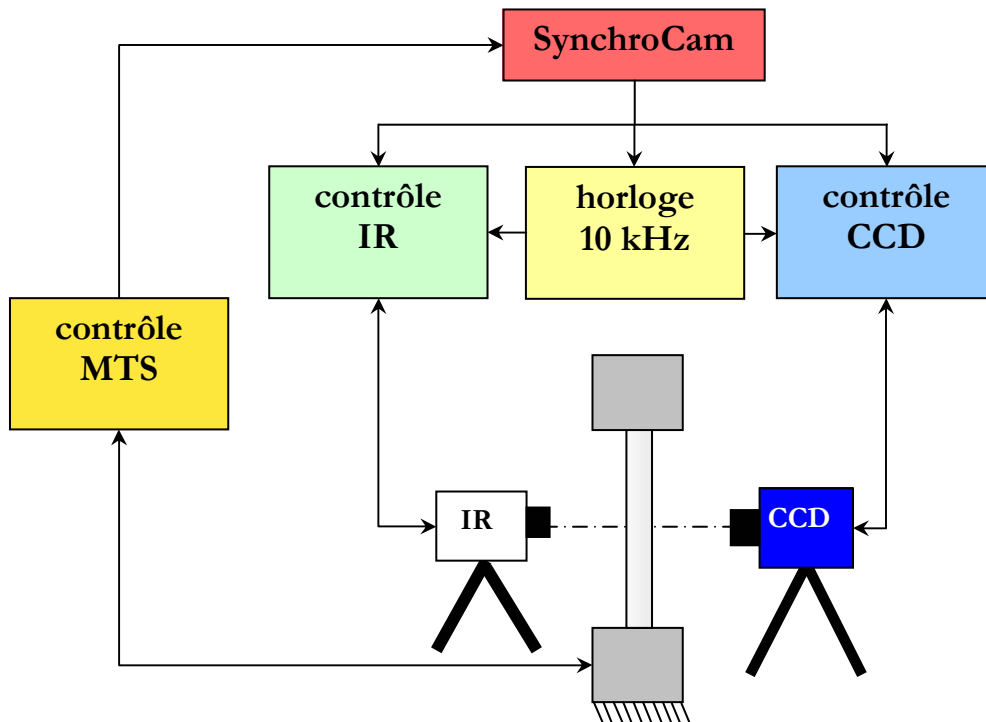


Figure 2.5. : Principe de fonctionnement du dispositif SynchroCam

L'originalité de ce dispositif est qu'il permet de multiplier ou de diviser la fréquence d'acquisition d'une caméra (dite caméra « maître ») par un facteur entier, pour obtenir la fréquence de la deuxième caméra (dite caméra « esclave »). De plus, il peut s'adapter à différentes natures de pilotage de caméras (vidéo ou trigger). L'intérêt principal de ce dispositif est qu'il fournit, à intervalle régulier, un couple d'images prises au même instant par les deux caméras (erreur de synchronisme de l'ordre de  $50 \mu\text{s}$ ). Le temps est donné par une horloge commune de fréquence 10 kHz.

Ce système peut aussi numériser, au moment de l'acquisition d'une image, jusqu'à quatre signaux analogiques issus, par exemple, des capteurs de force ou de déplacement de la machine d'essais afin de connaître le chargement mécanique appliqué au moment de l'acquisition des images.

- estimation de l'énergie mécanique locale (thèse : **Wattrisse**, publication : [A1])

Pour obtenir l'énergie mécanique localement fournie à la matière pendant un essai de traction hétérogène quasi-statique (développement d'une striction diffuse, ou bien d'une bande de striction perpendiculaire à l'axe de traction), nous proposons de réaliser un bilan des efforts appliqués à une tranche de matière d'épaisseur donnée. En réalisant des hypothèses sur la répartition des efforts dans le volume considéré et sur les sections extrémales (quasi-staticité de la transformation, contraintes planes et résultante de cisaillement nulle), il est possible de déduire la répartition des contraintes dans l'échantillon (voir [A1], §5.2. *A stress state construction*, p 165). La Figure 2.6. donne un exemple des distributions de contraintes, ainsi reconstruites, associées au développement de la striction dans un acier pour emboutissage. On y observe une nette concentration de contraintes dans la zone localisée.

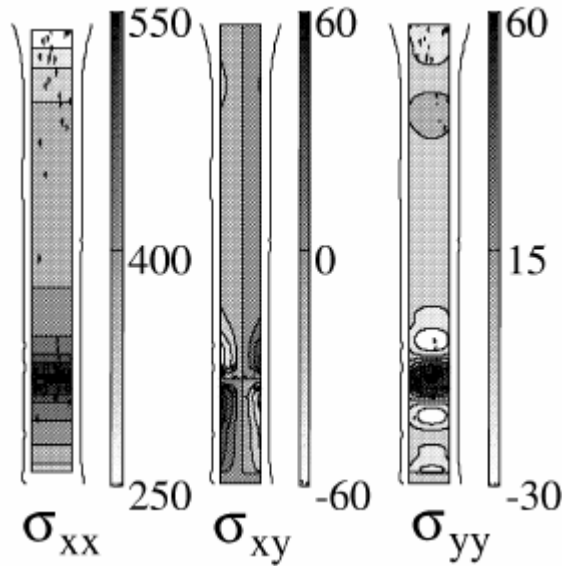


Figure 2.6. : estimation des distribution des composantes du tenseur des contraintes (en MPa) dans un acier pour emboutissage pendant la striction, d'après [A1]

En utilisant la distribution de contrainte ainsi obtenue et la distribution de vitesses de déformation, on peut déduire la puissance des efforts intérieurs localement développés et la comparer, sur des volumes quelconques, à la puissance des efforts extérieurs. Par exemple, la Figure 2.7. montre les évolutions d'énergie mécanique, déterminées sur la toute partie utile (*cf.* Figure 2.7.a.) ou sur une tranche de matière de l'échantillon considéré (*cf.* Figure 2.7.b.).

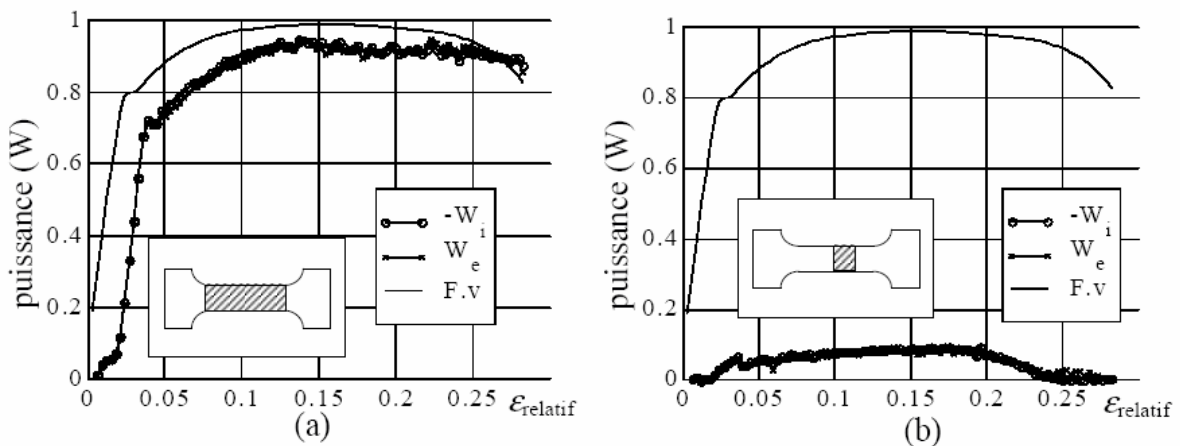


Figure 2.7. : évolution de l'énergie mécanique pendant un essai de traction, d'après [T2]  
 (a) bilan sur toute la partie utile de l'éprouvette  
 (b) bilan sur une « tranche » de la partie utile

Sur la Figure 2.7.a., on observe très nettement la mise en charge de la ligne d'amarrage : en début d'essai, seule une très faible proportion de l'énergie mécanique fournie par la machine (F.v) est transmise à l'échantillon alors que la majeure partie sert à déformer la ligne d'amarrage et les congés de raccordement. La Figure 2.7.b. montre qu'en fin d'essai, le domaine sur lequel est estimée l'énergie mécanique ne se déforme plus. Ces résultats illustrent clairement la nécessité de caractériser les énergies mises en jeu de la manière la plus locale possible.



Dans des situations mécaniques plus complexes, il n'est plus possible de calculer les efforts intérieurs de cette façon, et il convient d'adopter une autre stratégie, comme par exemple de les déterminer en concédant des hypothèses plus fortes sur la nature du comportement de la matière (voir §2.3).

- prise en compte des termes convectifs (publications : [Ci3], [Cn3])

Les cartes de températures issues de la caméra infrarouge sont prises dans la configuration actuelle (*i.e.* déformée). Pour prendre en compte la convection de la matière dans le calcul des sources de chaleur, nous avons proposé de ramener ces cartes de température dans la configuration initiale. Le calcul de la dérivée particulaire revient alors au calcul de la dérivée partielle de la température « lagrangienne » par rapport au temps.

Le dispositif SynchroCam permet d'assurer la synchronisation de l'acquisition des images issues des caméras infrarouge et visible. Lorsqu'un facteur de multiplication ou de division de fréquence est appliqué entre la caméra maître et la caméra esclave, une interpolation temporelle linéaire est effectuée sur la grandeur (température ou déplacement) mesurée avec la cadence la plus faible. Pour recalibrer les repères des deux caméras, nous avons conçu une mire calibrée visible dans les deux spectres. Les paramètres du recalage sont la rotation et les deux translations dans le plan de l'échantillon, ainsi que les rapports des facteurs d'échelles.

Après avoir appliqué ces différents recalages aux images cinématiques et thermiques, on obtient les cartes de déplacement et de température prises aux mêmes instants à la surface de l'éprouvette. Pour déterminer la carte de température actuelle dans la configuration initiale, il ne reste alors qu'à interpoler le champ de température courant aux positions courantes des points matériels, obtenues par corrélation d'images numériques.

En résumé, le logiciel KelKins réalise les opérations suivantes :

- détermination de la configuration initiale de la grille de mesure des températures
- détermination du champ de déplacement à l'instant où est prise l'image infrarouge (recalage temporel par interpolation linéaire)
- interpolation linéaire du champ de température courant aux positions courantes des points matériels obtenues par corrélation d'images numériques (recalage spatial par interpolation linéaire)

En procédant de cette façon, nous obtenons l'évolution durant l'essai de la carte lagrangienne des températures (voir Figure 2.8.). Le calcul de dérivation temporelle est effectué en utilisant les mêmes techniques de lissage local que celles présentées au paragraphe 2.2.2.



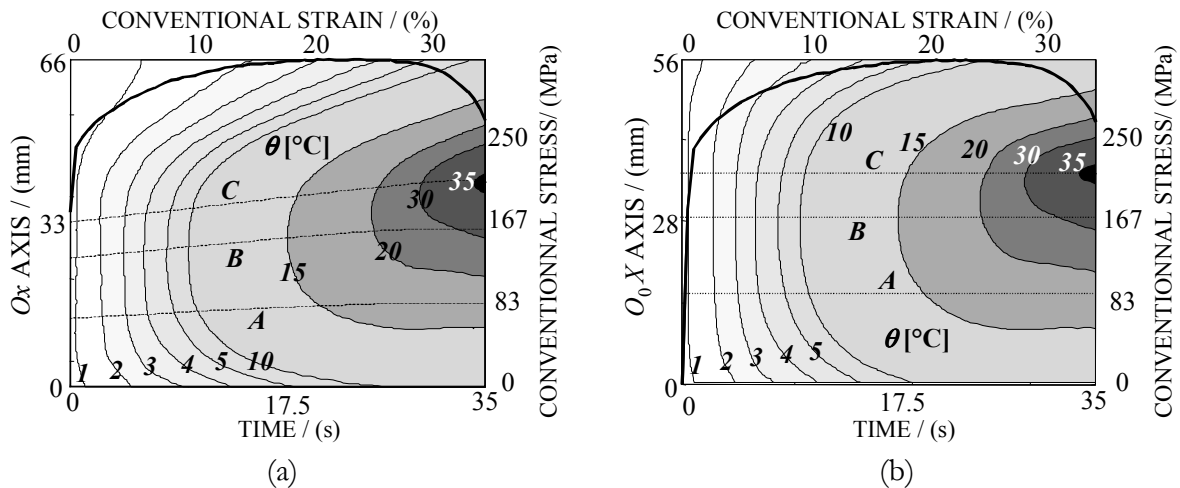


Figure 2.8. : évolution de la température prise sur l'axe de l'échantillon pendant le chargement sur un acier pour emboutissage, d'après [Ci3]

(a) représentation eulérienne  
(b) représentation lagrangienne

Bien entendu, la conduction de la chaleur est estimée en utilisant les courbures de températures calculées dans la configuration déformée. En injectant ces différents termes (dérivée particulaire, laplacien, ...) dans l'équation de la chaleur, nous obtenons finalement les sources de chaleur mises en jeu.

Pour souligner l'importance de ce traitement, nous avons montré que, dans certaines situations, le terme convectif de la dérivée particulaire pouvait être associé à plus de 50% des sources de chaleur.

Ce mode de traitement, implémenté dans le logiciel KelKins, a évidemment été validé. Dans ce calcul, les procédures de traitement d'images sont identiques à celles utilisées dans le cas d'un traitement « classique » de l'équation de la chaleur. C'est pourquoi l'étape de validation n'a porté ici que sur les différentes procédures d'interpolation.

#### 2.2.4) Extensions envisagées

Ce thème de recherche est loin d'être abouti, et je compte, durant les années qui viennent, continuer à développer mon travail sur les aspects cinématiques et calorimétriques liés à la réalisation de bilans d'énergie.

– déplacements

Un point qui me semble essentiel est d'enrichir la description de la cinématique en développant un dispositif de stéréocorrélation. En effet, l'accès aux trois composantes du vecteur déplacement de points situés sur des surfaces éventuellement gauches, permet de calculer certains termes hors plan du gradient de la transformation.

Ces techniques sont désormais bien développées en mécanique des matériaux [Khan-Jetter *et al*, 1990], [Luo *et al*, 1993], [Garcia *et al*, 2002]. J'envisage ainsi de mettre en place un banc de stéréocorrélation et d'implémenter les algorithmes de calcul, dans le cadre d'un travail de thèse en collaboration avec d'autres équipes du laboratoire.

Un deuxième point important est de compléter la base de fonctions disponibles pour le lissage des déplacements, afin de l'adapter à des situations mécaniques plus complexes, comme par exemple la fissuration. D'autres approches intégrant directement le filtrage au calcul de corrélation commencent à se développer [Cheng *et al*, 2002], [Hild *et al*, 2006]. Ces approches sont très performantes, mais elles nécessitent de concéder un nombre plus important d'hypothèses sur la nature des déplacements avant sa détermination. Nous préférons, pour l'instant reporter ce type d'hypothèse le plus tard possible dans le traitement d'images.

Bien entendu, il sera aussi nécessaire de poursuivre la réflexion sur les aspects métrologiques de la mesure des déplacements 2D et 3D.

– sources de chaleur

D'un point de vue technique, nous avons mis en évidence, selon les conditions de prises de vue, l'existence de distorsions sur les images infrarouges qui peuvent devenir importantes. Il me paraît important de réfléchir aux moyens de s'affranchir de ces phénomènes qui nuisent à la qualité initiale des mesures thermiques.

Un enjeu essentiel est lié à la diminution des échelles où sont déterminées les sources de chaleur. Les problèmes auxquels nous serons confrontés sont ceux, classiques, liés au positionnement, aux vibrations, ... Les difficultés supplémentaires seront, entre autres, liées à la réalisation des mesures thermiques (estimation de l'émissivité initiale, et de son éventuelle évolution, ...), ou bien à la connaissance des propriétés thermophysiques du matériau (masse volumique, chaleur spécifique, conductivité, ...) à ces échelles.

Le couplage de mesures thermiques et stéréoscopiques nous permettra aussi de travailler sur des structures plus complexes, comme des objets fins tridimensionnels (tubes, pièces embouties, ...), et donc de travailler sur des structures plus proches de la réalité industrielle.

– bilans d'énergie

La réalisation de bilans d'énergie, tels qu'on les a décrit au paragraphe 2.2.3., à des échelles plus fines (de l'ordre de la centaine de  $\mu\text{m}^2$ ) me paraît être difficilement envisageable à court terme. C'est pourquoi j'envisage plutôt de réaliser ces bilans en utilisant des informations cinématiques et thermiques prises sur la même face de l'échantillon. En dupliquant un tel système pour observer simultanément les deux faces de l'éprouvette, il serait possible de valider, dans une certaine mesure, plusieurs hypothèses fondamentales de notre approche, comme par exemple la relative uniformité des sources dans l'épaisseur.

### **2.3) Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement**

La détermination locale des caractéristiques matérielles est, à l'évidence, un problème primordial en mécanique des matériaux. Une approche classique consiste à utiliser des moyens de mesure ponctuels (jauges de déformation, thermocouples) pour identifier les paramètres du comportement à partir d'essais supposés homogènes.

Le développement récent des techniques d'imagerie en mécanique, telle que la corrélation d'images numériques, donne accès aux distributions de certaines composantes du tenseur de déformation. Plusieurs équipes travaillent actuellement à la mise au point et à la validation de procédures d'identification de propriétés matériau qui utilisent les grandes quantités d'informations issues des mesures de champs.

Le dynamisme de la communauté française dans ce domaine est attesté par la mise en place d'un Groupe de Travail dédié à l'identification au sein du GDR2519, dans lequel nous sommes impliqués. En adoptant la classification proposée par ce groupe de travail, on peut distinguer quatre grandes familles d'approches : recalage par élément-finis [Meuwissen *et al*, 1998], champs virtuels [Grédiac, 1989], [Grédiac *et al*, 2002], écart en relation de comportement [Geymonat *et al*, 2002], [Calloch *et al*, 2002], écart à la réciprocité [Ikehata, 1993], [Bui *et al*, 2002]. Enfin, une méthode particulière (écart à l'équilibre) a été développée pour identifier les variations spatiales des propriétés élastiques associées à la distribution de l'endommagement [Claire *et al*, 2002].

Alors qu'il était encore au Laboratoire de Mécanique et de Technologie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, Giuseppe Geymonat avait commencé à travailler avec François Hild à la mise au point d'une méthode d'identification de propriétés élastiques de matériaux hétérogènes. Il a ensuite continué à développer ce thème avec Stéphane Pagano au sein de l'équipe Modélisation Mathématique en Mécanique ( $M^3$ ) qu'il avait créée à son arrivée au L.M.G.C.

La possibilité d'accéder à la fois aux champs de grandeurs mécaniques, et à l'état de contrainte local dans une structure nous a paru particulièrement intéressante. C'est pourquoi l'équipe ThM<sup>2</sup> s'est rapprochée de l'équipe M<sup>3</sup> pour étendre le champ d'application de la méthode d'identification mise en place au cas de la plasticité. Cette collaboration a ensuite évolué pour devenir en 2003 une « action transversale » dans le laboratoire sur le thème « comportement mécanique et imagerie ». Cette thématique a enfin été renforcée par l'obtention d'une bourse de thèse de type Allocataire Moniteur Normalien pour Félix Latourte.

Dans ce qui suit, je rappellerai le principe la méthode d'identification développée initialement par François Hild, Giuseppe Geymonat et Stéphane Pagano dans le cadre de l'élasticité, puis je présenterai les développements que nous avons proposé. Ensuite, j'illustrerai les potentialités de la méthode en donnant quelques résultats, et je terminerai en détaillant les principales extensions envisagées à moyen terme.

### 2.3.1) Principe de la procédure d'identification élastique

Le problème d'identification associé à un comportement élastique peut être formalisé comme suit [Geymonat *et al*, 2003]. Si l'on suppose qu'un champ de déplacement  $u^*$  est mesuré sur un domaine  $\Omega$  donné et que la résultante est mesurée sur une partie  $\Gamma$  de la frontière de  $\Omega$ . L'objectif est alors de déterminer les propriétés mécaniques élastiques. Ici, les mesures de déplacement sont effectuées par corrélation d'images numériques. Nous disposons donc des composantes dans le plan de  $u^*$  sur un maillage rectangulaire régulier. La densité de force volumique  $f_v$  et les résultantes sur les quatre côtés de  $\Omega$  (appelés  $\Gamma_i$ ,  $i=1..4$ ) sont supposés connus.

Nous introduisons  $A$  et  $\sigma$ , le tenseur de rigidité et le tenseur des contraintes. Le couple  $(A, \sigma)$  est alors une solution du problème d'identification si il satisfait les équations d'équilibre, la relation de comportement, et l'équilibre global.

Nous associons à ce problème la fonctionnelle  $F$  suivante, correspondant à la somme de l'énergie de déformation et de l'énergie complémentaire :

$$F(\tau, B) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\tau - B : \varepsilon(u^*)) : B^{-1} : (\tau - B : \varepsilon(u^*)) d\Omega \quad (6)$$

où le champ de contrainte  $\tau$  appartient à l'espace des champs de contraintes (supposées planes) admissibles noté  $\Sigma_{\text{adm}}$ , et  $B$  est un tenseur de rigidité admissible.

La proposition suivante est à la base de la procédure d'identification proposée :

Proposition : *les propriétés suivantes de la fonctionnelle  $F$  sont vraies*

- (i)  $F(\tau, B) \geq 0, \forall (\tau, B) \in \Sigma_{\text{adm}} \times \xi$
- (ii)  $F(\tau^*, B^*) = 0 \Leftrightarrow \sigma = A : \varepsilon(u^*)$  avec  $\sigma = \tau^*$  et  $A = B^*$
- (iii) la fonctionnelle  $F$  est convexe sur  $\Sigma_{\text{adm}} \times \xi$

où  $\xi$  représente l'ensemble des rigidités admissibles.

Pour minimiser  $F$  sur  $\Sigma_{\text{adm}} \times \xi$ , les auteurs utilisent une méthode de relaxation. Nous minimisons successivement la fonctionnelle par rapport à son premier et son second argument. Dans la première étape, la solution en contraintes est assujettie aux équations d'équilibre et aux observations à la frontière. Il est intéressant de noter que la deuxième étape est explicite en  $B$ . Numériquement, nous avons choisi de déterminer soit un tenseur de rigidité constant sur tout le domaine  $\Omega$ , soit sur un ensemble de sous-domaines.

Après convergence, la procédure d'identification fournit une carte des rigidités élastiques, ainsi que la distribution des contraintes dans le milieu. La valeur de la fonctionnelle  $F$  au minimum constitue aussi un indicateur permettant de caractériser l'adéquation entre le champ de contrainte obtenu et celui associé à la loi de comportement, et donc de caractériser, *a posteriori*, la validité de l'hypothèse faite sur la nature du comportement.

### 2.3.2) Développements

Les développements de la méthode d'identification présentés dans ce paragraphe s'inscrivent dans le travail de D.E.A. et de thèse de Félix Latourte.

– calcul des contraintes (D.E.A. : Latourte)

Une solution simple pour la détermination des contraintes est de choisir une interpolation bilinéaire de degré 1 (*i.e.* Q1) de la contrainte sur un élément rectangulaire du maillage. Pour vérifier les conditions d'équilibre, des multiplicateurs de Lagrange étaient initialement utilisés. Numériquement, ce choix se traduit par un poids donné aux équations d'équilibre bien supérieur à celui de la relation de comportement dans la première minimisation.

Plutôt que de diminuer le nombre de multiplicateurs ou bien de reconditionner le système, il a été choisi de mettre en place une interpolation des contraintes qui vérifierait directement l'équilibre. Pour cela, nous avons utilisé, comme on le fait très classiquement en contraintes planes, de faire dériver la contrainte d'un potentiel d'Airy.

Comme nous travaillons sur des éléments rectangulaires, nous utilisons un potentiel bicubique, dépendant de 16 paramètres (donc 4 par nœuds). Les inconnues nodales retenues sont la valeur du potentiel, les dérivées premières, et la dérivée seconde croisée. Ainsi, les contraintes varient « au moins » linéairement sur un élément.

De cette manière, la première minimisation numérique (par rapport à la contrainte) n'est plus perturbée par la résolution des équations d'équilibre.

– extension au cas de la plasticité (thèse : **Latourte**, publications : **[Ci6]**, **[Ci7]**)

Dans le cas de la plasticité isotherme, nous introduisons un module tangent  $L$  qui relie l'incrément de contrainte à l'incrément de déformation :

$$L = A - \frac{\langle m \otimes m \rangle}{h} \quad (7)$$

où  $m = A : \frac{\partial f}{\partial \sigma}$  et  $h$  est un scalaire caractérisant l'écrouissage. Dans l'expression de  $m$ ,  $f$  est la fonction de charge qui caractérise le domaine élastique  $P = \{(\sigma, X, R), f(\sigma - X, R) \leq 0\}$ , où  $X$  et  $R$  représentent respectivement l'écrouissage cinématique et isotrope. Nous avons, pour l'instant, choisi un critère de Von Mises isotrope. La notation  $\langle \bullet \rangle$  correspond à la partie positive de  $\bullet$ .

Comme nous traitons un problème de type plaque, nous pouvons supposer que le tenseur de déformation peut être remplacé par sa valeur moyenne suivant l'épaisseur, et que la fonction seuil ne dépend pas des deux contraintes de cisaillement hors plan. Le module tangent  $L$  peut alors être représenté, en utilisant les notations ingénieur, par une matrice  $4 \times 4$ . En suivant la même approche que dans le cas élastique, nous définissons la fonctionnelle  $F$ , qui dépend de l'incrément de contrainte  $\Delta\tau$  et d'un module tangent  $B$  :

$$F(\Delta\tau, B) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\Delta\tau - B : \varepsilon(\Delta u^*)) : B^{-1} : (\Delta\tau - B : \varepsilon(\Delta u^*)) d\Omega \quad (8)$$

où  $\varepsilon(\Delta u^*)$  est la déformation associée à l'incrément de déplacement mesuré.

Dans le cas où  $B$  est symétrique, défini positif, nous pouvons appliquer la *Proposition* précédente. Ces deux propriétés sont vraies dans le cas d'un écrouissage positif, qui sera supposé dans tout ce qui suit. L'algorithme converge donc vers une solution  $(\Delta\sigma, L)$  du problème d'identification à chaque pas de chargement. En utilisant la même stratégie numérique que dans le cas élastique, nous avons accès à l'incrément de contrainte, et nous en déduisons le champ de contraintes par sommation.

Il convient alors de se donner une valeur pour le champ de contrainte initial dans le domaine  $\Omega$ . Dans un premier temps, nous faisons l'hypothèse que l'état initial est libre de contrainte en chaque point du domaine étudié. De la même façon, nous supposons que les composantes de  $X$  sont aussi initialement égales à zéro.

Nous restreignons notre étude au cas des matériaux cubiques pour lesquels seuls trois coefficients d'élasticité indépendants doivent être déterminés ( $E$  : module d'Young,  $\nu$  : coefficient de Poisson,  $G$  : module de cisaillement). Dans le cas de la plasticité avec écrouissage cinématique linéaire, les composantes du tenseur  $L$  ne dépendent que des deux paramètres  $k$  (module d'écrouissage) et  $\sigma_0$  (limite élastique). Le problème d'identification revient donc à estimer localement ces cinq coefficients dépendant du matériau.

L'hypothèse des contraintes planes nous autorise à traiter uniquement des informations planes. En toute généralité, nous ne pouvons donc écrire que trois équations locales, ce qui implique que nous ne pouvons identifier localement « qu'au plus » trois coefficients.

La démarche adoptée est donc de caractériser les constantes élastiques une fois pour toutes pendant les premiers pas de chargement, supposés élastiques, et de déterminer les paramètres plastiques sur les pas suivants.

Pour isoler le premier pas plastique, nous procédons de la manière suivante. A chaque pas de chargement, on commence par effectuer une identification élastique. Si les constantes identifiées sur ce pas sont « trop » éloignées de celles identifiées sur le dernier pas élastique, on considère que le matériau a plastifié.

### 2.3.3) Premiers résultats

La phase de validation de l'algorithme d'identification plastique n'est pas encore complètement achevée. C'est pourquoi, nous n'avons pour le moment que peu de résultats sur la plasticité. Néanmoins, les résultats obtenus en élasticité hétérogène sont déjà très satisfaisants.

- élasticité hétérogène (thèse : **Latourte**, publications : [Ci6], [Ci7])

La méthode d'identification a été testée sur des exemples numériques pour lesquels les données de déplacements sont issues de simulations éléments finis. Différentes configurations ont été examinées : matériau homogène soumis à un essai hétérogène (de type essai brésilien), matériau hétérogène soumis à un essai homogène (essai de traction). Dans tous les cas, une étude de sensibilité au bruit a été réalisée en rajoutant un bruit blanc d'amplitude variable aux déplacements donnés par la simulation.

Je présenterai ici uniquement les résultats correspondant à un essai hétérogène sur un matériau élastique isotrope homogène, simulé en contraintes planes. Le champ de déplacement ainsi que la résultante calculés sont donnés en entrée de la procédure d'identification. Dans cet exemple, le champ de déplacement n'est considéré que sur le domaine carré  $D$ , contenant  $41 \times 41$  points de mesure, illustré sur la Figure 2.9.. Les propriétés matériau sont identifiées sur une grille contenant  $20 \times 20$  zones matérielles. On peut trouver d'autres exemples de résultats dans le paragraphe *IDENTIFICATION RESULT* de [Ci6], page 142 de ce mémoire.

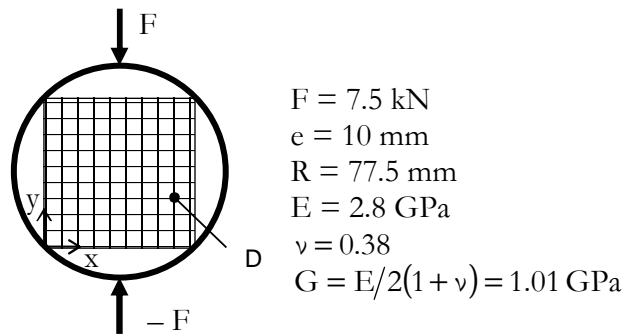


Figure 2.9. : test de compression sur un disque, géométrie et propriétés du matériau utilisées pour la simulation, d'après [Ci7]

L'algorithme a été initialisé avec le tenseur de rigidité associé aux valeurs suivantes :  $E_{\text{init}} = 2 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{\text{init}} = 0.3$ . La robustesse de l'algorithme d'identification par rapport à cette estimation initiale a été vérifiée. Comme on peut s'y attendre (convexité de la fonctionnelle minimisée), la solution apparaît être insensible à l'estimation initiale. C'est simplement le nombre d'itérations nécessaires pour arriver à convergence qui évolue en fonction de la valeur initiale.

La Figure 2.10. représente la distribution des trois composantes du tenseur des contraintes issues de l'identification. Les distributions sont conformes au résultat attendu, comme l'attestent les différentes symétries observées. Nous pouvons remarquer, que les quatre coins du domaine ne sont pas chargés. La méthode ne sera pas capable d'identifier les paramètres du comportement dans chacune de ces zones où l'énergie de déformation est très faible. De plus, nous observons que la contrainte de cisaillement s'annule sur les axes de symétrie horizontaux et verticaux de l'échantillon. Le module de cisaillement ne pourra donc pas non plus être identifié dans ces zones indépendamment du module d'Young et du coefficient de Poisson.

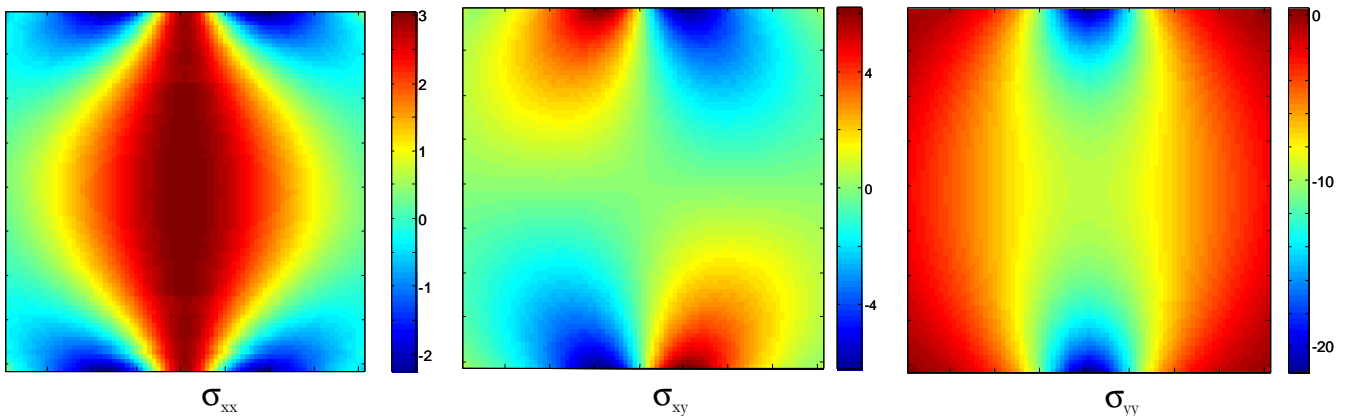


Figure 2.10. : composantes  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yy}$  du tenseur des contraintes, en MPa, issues de la procédure d'identification, d'après [Ci7]

La Figure 2.11. illustre les distributions des propriétés élastiques identifiées (module d'Young, coefficient de Poisson et module de cisaillement). Sur cette figure, les zones blanches correspondent aux zones matérielles où les propriétés n'ont pas pu être déterminées. Nous observons le bon accord avec les valeurs imposées. Nous vérifions que dans ce cas « parfait » (*i.e.* sans bruit), la différence entre grandeurs identifiées et grandeurs réelles est inférieure à 3% sur  $E$ , 7% sur  $\nu$ , et 7% sur  $G$ .



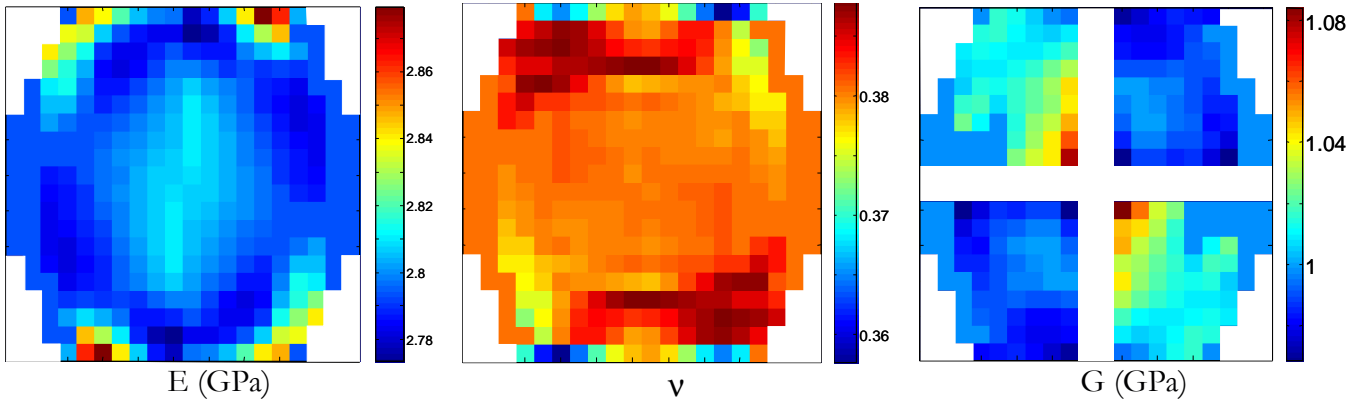


Figure 2.11. : distribution des propriétés élastiques identifiées, d'après [Ci7]

Dans le but de tester la robustesse de la méthode vis-à-vis du bruit de mesure, nous avons ajouté un bruit blanc sur les champs de déformation issus de la simulation, et nous avons ensuite identifié les constantes élastiques. La Figure 2.12. donne les évolutions des valeurs moyennes et des écarts-types, en fonction de l'amplitude du bruit rajouté, sur le module d'Young et sur le coefficient de Poisson. L'écart-type augmente sensiblement linéairement avec l'amplitude du bruit, et la valeur moyenne reste à peu près insensible à l'augmentation du bruit. Ce résultat nous confirme la robustesse de la méthode par rapport à la présence de bruit sur les données expérimentales.

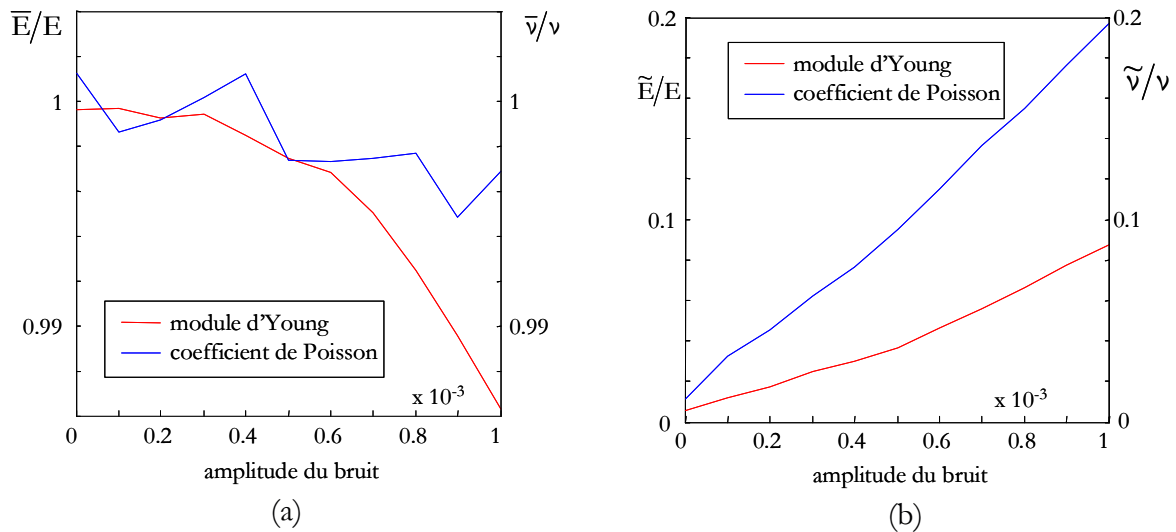


Figure 2.12. : évolution des propriétés élastiques identifiées par rapport au bruit rajouté sur les mesures de déformations, d'après [Ci7]

- (a) valeurs moyennes ( $\bar{E}$ ,  $\bar{\nu}$ ) divisées par les valeurs exactes ( $E$ ,  $\nu$ )
- (b) écarts-types ( $\tilde{E}$ ,  $\tilde{\nu}$ ) divisés par les valeurs exactes ( $E$ ,  $\nu$ )

– plasticité (thèse : **Latourte**, publications : [Ci6], [Ci7])

La première validation a été réalisée sur un cas analytique simple : la simulation d'un essai de traction à vitesse de déplacement imposée d'un barreau rectangulaire  $\Omega$  (de 20 mm et 60 mm de côté). Le comportement du matériau est élasto-plastique avec écrouissage cinématique linéaire. Le champ de déplacement simulé et les résultantes calculées sont donnés comme grandeurs d'entrée de la méthode. Les paramètres identifiés sont ensuite comparés à ceux imposés. Dans cet



exemple numérique, le module d'Young  $E$  est de 100 GPa, le coefficient de Poisson  $\nu$  vaut 0.3, la limite élastique  $\sigma_0$  s'élève à 1 GPa, et le module d'écroissance  $k$  est pris égal à 1 GPa.

Les paramètres sont identifiés sur le carré  $D$ , de côté 20 mm, situé au centre de l'échantillon. Le domaine  $D$  est subdivisé en  $10 \times 10$  sous-domaines. On vérifie encore ici que les paramètres élastiques sont obtenus avec une précision équivalente à celle trouvée dans le cas de l'essai de compression. La limite élastique est supposée égale à la contrainte atteinte au dernier pas élastique. Dans cette simulation, nous avons choisi de nous placer dans la situation la moins favorable, mais néanmoins la plus probable, pour laquelle la contrainte seuil est atteinte entre deux pas de chargement différents. La limite élastique est donc sous-estimée, et la valeur du module d'écroissance est surestimée sur le premier pas de calcul.

Sur la Figure 2.13., nous présentons les distributions des modules d'écroissance sur les deux premiers pas plastiques. Nous observons que la plasticité survient simultanément sur tout le domaine  $D$ . La limite d'élasticité, prise égale à la dernière valeur de la contrainte, vaut ici sensiblement 0.95 GPa pour tous les sous-domaines. Sur le premier pas plastique, le module d'écroissance moyen vaut 97.4 GPa, alors que sur le second pas plastique, nous obtenons bien, en moyenne, la bonne valeur (1 GPa).

On remarque que, dans ce cas idéal (sans bruit), l'erreur d'identification maximale est de l'ordre de 20%. Cette valeur est beaucoup plus importante que dans le cas élastique, et de plus, elle n'est pas distribuée aléatoirement.

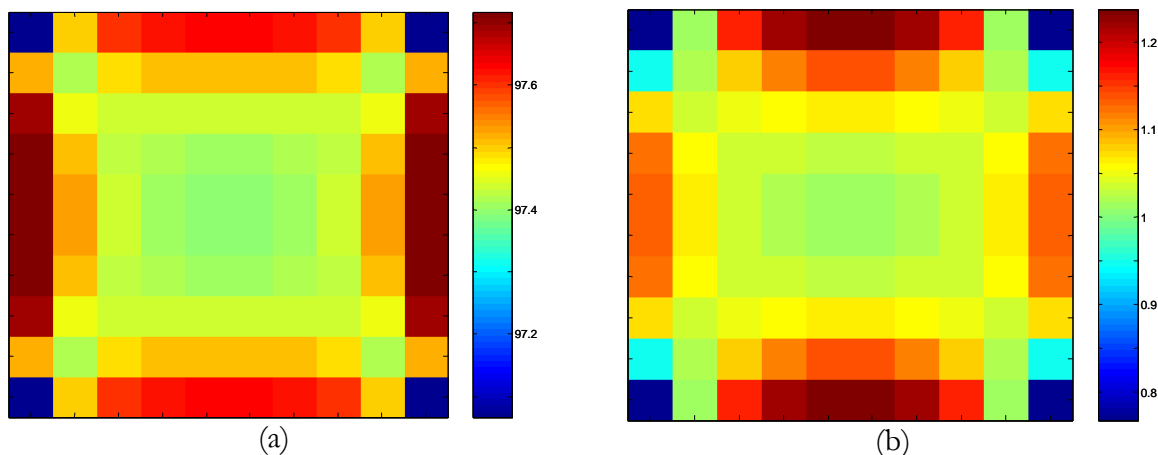


Figure 2.13. : distribution des modules d'écroissance  $k$  identifiés (GPa), d'après [Ci7]

(a) fin du premier pas plastique ( $\sigma_{\text{macro}} = 1.0004$  GPa)

(b) fin du deuxième pas plastique ( $\sigma_{\text{macro}} = 1.0015$  GPa)

### 2.3.4) Extensions envisagées

Je souhaite étendre ce thème de recherche dans deux directions principales. La première est associée à l'amélioration « technique » de la procédure d'identification, et la seconde est liée à son utilisation pour la caractérisation du comportement des matériaux.

D'un point de vue « technique », l'étape de validation de la procédure d'identification dans le cas de la plasticité n'est pas encore complètement terminée. Il convient donc, avant tout, de l'achever avant d'envisager les développements suivants :

- amélioration de l'estimation de la limite d'élasticité  $\sigma_0$
- caractérisation de la sensibilité au bruit en plasticité
- extension au cas de l'écroissage multilinéaire (*i.e.* linéaire par morceaux)
- quantification des répercussions des hypothèses concédées dans l'écriture de la procédure d'identification (contraintes planes)
- mise en place d'une procédure d'identification de caractéristiques thermiques locales, application au contrôle non destructif

Dans l'optique de la caractérisation des matériaux, il me semble qu'il serait intéressant d'interpréter les situations mécaniques fortement hétérogènes, comme la striction, afin d'accéder à la description locale d'un comportement adoucissant au niveau de la structure.

Comme on l'a vu précédemment, nous avons fait l'hypothèse d'un état initial vierge (pas de contraintes résiduelles, et écroissage cinématique nul). Or, nous avons montré que, dans des essais « simples », la réponse de l'éprouvette peut devenir hétérogène très rapidement (*cf.* striction diffuse au §2.4.1. et fatigue au §2.4.4.). Cette constatation peut trouver son origine dans trois causes principales : la géométrie, les conditions aux limites ou le matériau. Comme les conditions aux limites peuvent, dans une certaine mesure, être obtenues par les techniques de mesure de champ, il convient alors de distinguer les effets de géométrie des effets du matériau. Dans cette optique, il serait intéressant de réinterpréter les résultats de l'identification en vue de la caractérisation de l'état initial du matériau.

## **2.4) Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux**

Les outils expérimentaux développés au paragraphe 2.2. ont été appliqués à l'étude du comportement thermomécanique de différents matériaux sous diverses sollicitations. Les thèmes abordés ici sont soit issus uniquement des motivations scientifiques de l'équipe (interprétation des phénomènes de localisation dans les matériaux métalliques, modélisation du comportement des Alliages à Mémoire de Forme, ...), soit le fruit des collaborations scientifiques avec des partenaires industriels (fatigue des matériaux, comportement des céramiques, ...).

### **2.4.1) Localisation dans les matériaux métalliques**

J'ai commencé à travailler sur ce thème pendant ma thèse. L'essentiel de mon travail a porté sur le développement de la striction (diffuse puis localisée) dans des tôles minces. La démarche que j'ai suivie consistait à interpréter les résultats des observations expérimentales sur la striction au regard des différentes approches théoriques développées pour la modéliser. On peut distinguer, en première approximation, plusieurs familles d'approches : les approches « par bifurcation » [Hill, 1958], [Rice, 1976], [Rice *et al.*, 1980], [Billardon *et al.*, 1989], [Benallal, 1992], les approches « par perturbations » [Bai 82], [Molinari *et al.*, 1983], [Fressengeas *et al.*, 1987], et l'approche « dynamique » [Keryvin *et al.*, 2000].

Les premières, initialement établies dans le cadre de l'élasto-plasticité indépendante du temps, associent l'apparition de la localisation à la perte d'ellipticité du système différentiel associé aux équations d'équilibre. L'idée de base commune à tous ces travaux (« perte d'unicité de la solution ») conduit à des critères formellement identiques, dont les différentes formes dépendent de la loi de comportement et de la condition de localisation retenues.

Pour les matériaux à comportement dépendant du temps, l'effet régularisant de la viscosité assure l'unicité de la solution du problème en vitesse. Pourtant l'expérience montre que ces matériaux

sont également le siège de phénomènes de localisation, comme l'atteste la présence, dans les polymères, de bandes de cisaillement, de striction diffuse ou localisée. Contrairement aux matériaux élasto-plastiques, la localisation ne peut pas être interprétée, ici, comme une bifurcation de la solution des équations d'équilibre, mais elle est, dans ce cas, associée à une « instabilité » de la solution homogène du problème mécanique, ou bien à l'apparition d'effets « dynamiques » (même pour des sollicitations lentes).

D'une façon plus marginale, j'ai aussi été amené à m'intéresser au développement et à la propagation des bandes de Lüders. L'idée était ici de fournir des informations locales intéressantes pour le modélisateur (angle, vitesse, déformation dans la bande, ...).

– bandes de Piobert-Lüders (thèse : **Wattrisse**, publication : **[A1]**)

Dans un essai de traction simple sur acier doux, la première forme de localisation rencontrée est souvent l'apparition et la mise en mouvement de bandes de Lüders. Elles sont le résultat, à l'échelle de la structure, de phénomènes « coopératifs » de désancrage des dislocations.

L'utilisation directe des méthodes de mesure décrites au paragraphe 2.2., m'a permis de mettre en évidence plusieurs caractéristiques liées à la progression des bandes, qui constituent une base de données intéressante pour aider à la validation ou au recalage des modèles micromécaniques développés pour rendre compte de ces phénomènes microstructuraux [Kubin *et al*, 1988], [Hähner, 1994].

Nous avons ainsi pu, entre autres :

- observer les différentes étapes de la formation de ces bandes
- recenser leur nombre
- mesurer leur inclinaison
- mesurer leur vitesse, et la comparer avec des prévisions théoriques
- quantifier l'état de déformation au sein d'une bande

Pour avoir plus de détails sur ces résultats, le lecteur peut se reporter au paragraphe 3. *Propagation of Lüders bands: a sudden but temporary phenomenon*, de [A1], page 152.

– striction (thèse : **Wattrisse**, publications : **[A1]**, **[Ci3]**)

Une partie importante de mon travail de thèse a été dévolue à l'étude de la striction dans les matériaux métalliques. J'ai commencé par effectuer des mesures cinématiques sur différentes nuances d'aciers pour emboutissage et de construction. Ces observations m'ont permis de mettre en évidence un certain nombre de traits communs au développement de la striction. Il s'agit, dans tous les cas traités, d'un phénomène précoce et progressif. Le caractère précoce de l'apparition de la striction est illustré sur la Figure 2.14. On y observe nettement l'apparition d'une hétérogénéité dans la distribution des déformation bien avant que la force maximale ne soit atteinte (activation du critère de Considère). Le caractère progressif est ici associé à la concentration régulière de l'hétérogénéité autour de la zone où a lieu la rupture.

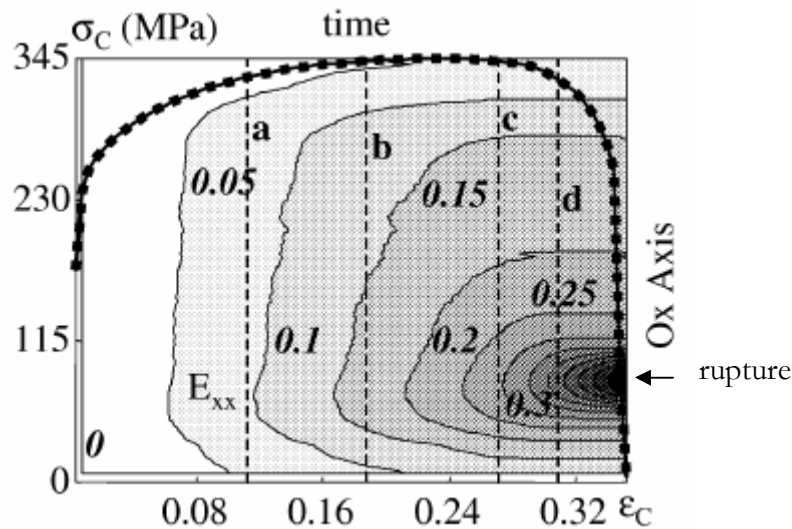


Figure 2.14. : Evolution de la composante axiale de la déformation de Lagrange, mesurée sur l'axe de l'échantillon, pendant un essai de traction simple sur un acier pour emboutissage, d'après [A1]

Les implications théoriques de cette observation sont importantes, car elles remettent en cause certaines hypothèses fondamentales des modélisations de la localisation mentionnées plus haut (apparition soudaine d'une bande de localisation, ou développement d'une instabilité). Ces aspects sont commentés plus largement dans [A1], §4. *Necking: a progressive but fatal phenomenon*, page 157.

Comme on peut le voir sur la Figure 2.14., les effets de structure liés au développement de la localisation deviennent très rapidement importants même dans un essai de traction « simple ». J'ai donc essayé de m'en affranchir en utilisant la méthode présentée au paragraphe 2.2.3. pour estimer l'état de contrainte local. Il est ainsi possible de tracer la réponse contrainte-déformation de différents points matériels situés sur l'axe de l'éprouvette (voir Figure 2.15.).

On montre alors qu'en début d'essai, les réponses mécaniques des différents points matériels ne sont pas identiques, mais qu'elles décrivent la même courbe (le point C où se développe la striction se déforme plus que les points A et B). L'adoucissement global de la structure (courbe  $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ ) est associé, en fait, à un durcissement local au niveau du point C, à une décharge élastique au point A et à un adoucissement au point B.

L'adoucissement doit donc plutôt être considéré comme un effet de structure, plus que comme une propriété intrinsèque du matériau. Ceci est d'ailleurs confirmé par d'autres essais qui montrent que la forme de l'adoucissement au niveau du point B dépend de la base de mesure prise pour le calcul des déformations. Il peut d'ailleurs se « transformer » en une décharge élastique dès que la base de mesure est suffisamment petite ... Pour une vision plus complète de ces résultats, on peut se reporter à [A1], §5. *Toward a local identification of the constitutive equations*, page 163.

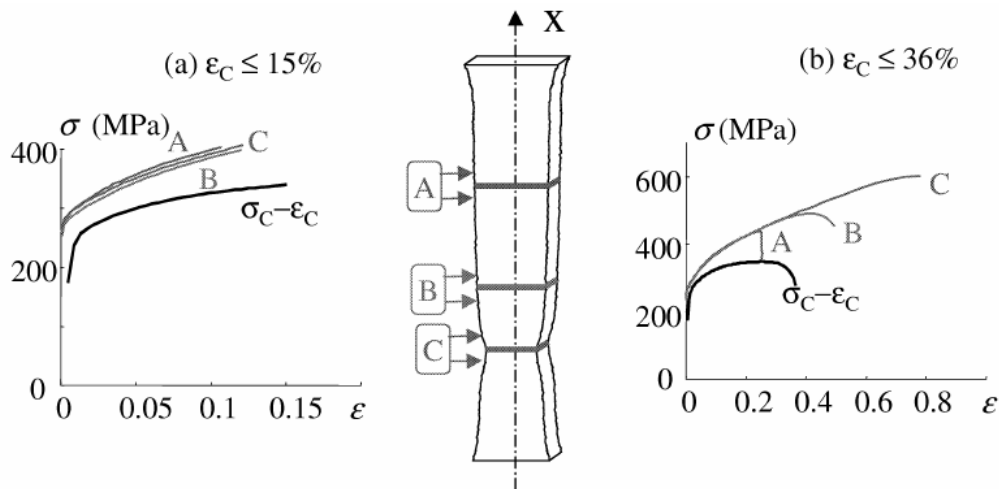


Figure 2.15. : réponses contrainte-déformation locales associées à un essai de traction sur un acier pour emboutissage (sur la figure (a), les courbes A et B ont été décalées pour ne pas se superposer à la courbe C), d'après [A1]

Nous avons réalisé des bilans d'énergie locaux durant le développement de la striction diffuse (voir [Ci3], §4.3 *Energy balance*, p 132). Nous observons, sur la Figure 2.16., une évolution de l'énergie bloquée qui est relativement indépendante du point considéré.

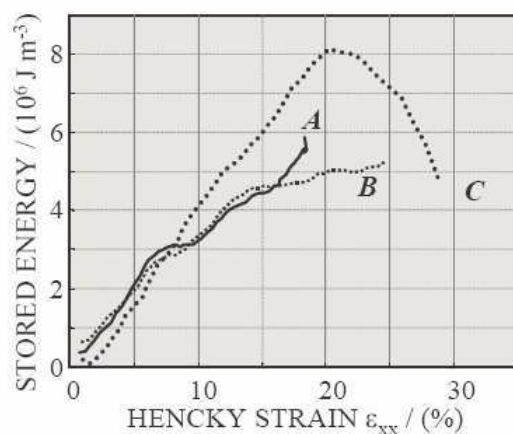


Figure 2.16. : évolution de l'énergie bloquée pendant le développement de la striction diffuse, d'après [Ci3]

L'apparition précoce de la localisation durant des essais « homogènes » de type traction simple peut être trouver son origine dans trois causes différentes : la géométrie, les conditions aux limites et le matériau.

L'influence des défauts de géométrie du premier et du deuxième ordre, dont l'amplitude maximale est de l'ordre du dixième de millimètre, a déjà été étudiée (voir [A1], §4.3 *Influence of geometry defects*, p 163). A l'échelle de la structure, il nous semble délicat de prendre en compte les défauts d'ordre supérieur (rugosité).

Comme les conditions aux limites peuvent être obtenues, dans une certaine mesure, par les techniques d'imagerie, leur influence sur le développement de la localisation peut être étudié assez simplement. Cet aspect est pour nous indissociable des effets liés au matériau. La connaissance du comportement et de l'état initial du matériau nous semble donc être un point clé dans la description de la localisation.

## 2.4.2) Comportement thermomécanique des matériaux polymères

Cet aspect de mon activité de recherche est le résultat d'une collaboration entamée en 1998 (date du début de mon premier poste d'ATER) avec Jean-Michel Muracciole, responsable de l'activité « Polymères » de l'équipe Thermomécanique.

La littérature fait état d'échauffements importants dans les polymères lors de sollicitations cycliques [Rittel, 2000] ou monotones [Li *et al*, 2000]). Des échauffements de l'ordre de 10 à 40 °C sont ainsi signalés pour des vitesses de déformation comprises entre  $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $8000 \text{ s}^{-1}$ . Par contre, ces travaux ne cherchent généralement pas à rendre en compte la présence des couplages thermomécaniques dans ces matériaux dont le comportement est pourtant réputé thermo-sensible.

Notre collaboration a donc porté sur trois thèmes liés à la caractérisation des mécanismes de couplage mis en jeu pendant la déformation des matériaux polymères. Il s'agit de l'étude de la thermo-visco-élasticité des thermoplastiques, de l'inversion thermo-élastique dans les élastomères, et des phénomènes de couplage dans la striction.

- thermo-visco-élasticité des thermoplastiques (thèse : **Moreau**, publications : [A7], [Ci5])

La thèse de Stéphane Moreau avait pour objectif de mettre en relation les couplages thermomécaniques observés dans certains polymères à leur microstructure. Pour cela, nous avons choisi de travailler, à l'ambiante, sur quatre matériaux thermoplastiques : deux amorphes vitreux (le PolyCarbonate qui est ductile, et le PMMA qui est fragile) et deux semi-cristallins. Le PolyAmide12 est un semi-cristallin dont la phase amorphe est vitreuse, alors que le PolyFluorure de Vinyldène possède une phase amorphe caoutchoutique.

Dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, la théorie linéaire de la viscoélasticité montre que tout modèle correspond à un cas particulier du modèle général de Biot [Biot, 1965].

En conséquence tout modèle « série » (de type Poynting-Thomson) ayant  $N$  temps de relaxation est mécaniquement équivalent à un modèle parallèle (de type Zener) [Ferry, 1980], [Alfrey, 1948]. D'un point de vue thermodynamique, on peut aussi montrer que ces deux modèles équivalents dissipent aussi la même quantité d'énergie.

Un résultat théorique intéressant auquel nous avons abouti est de montrer qu'en HPP ces deux familles de modèles ne sont plus thermomécaniquement équivalentes dès qu'est introduit un terme de couplage thermoélastique (voir [A7], §2. *PT and Z type models taking thermoelasticity into account*, p 181). Ce résultat est très important en pratique, dans la mesure où l'énergie de couplage thermoélastique est prépondérante en début d'essai par rapport, notamment, à la dissipation.

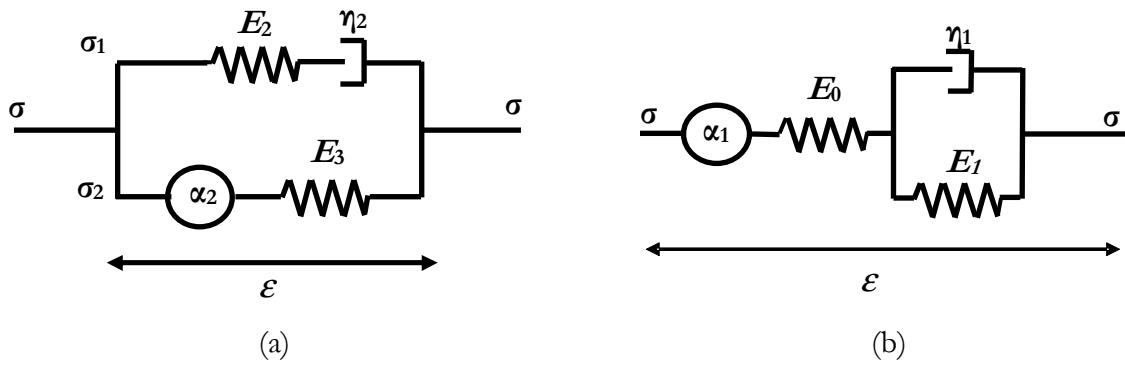


Figure 2.17. : modèles thermo-visco-élastique  
 (a) de type Zener  
 (b) de type Poynting-Thomson

En réalisant des cycles de chargement dans le domaine visco-élastique, nous avons ainsi montré que le modèle thermo-visco-élastique de type Zener, illustré sur Figure 2.17.a., convenait à la modélisation du PMMA, du PA12 et du PVdF, et que le modèle thermo-visco-élastique de type Poynting-Thomson, donné sur la Figure 2.17.b., convenait à la modélisation du PC.

De plus, nous avons montré qu'un deuxième couplage, de type élasticité « entropique », apparaît pour des contraintes de l'ordre de 35 MPa dans les deux matériaux semi-cristallins étudiés (voir Figure 2.18.). L'interprétation de ce résultat expérimental est assez délicate pour le PA12 qui possède une phase amorphe vitreuse. Nous avons ainsi été amenés à proposer d'associer ce dernier couplage à un changement conformationnel de la chaîne moléculaire.

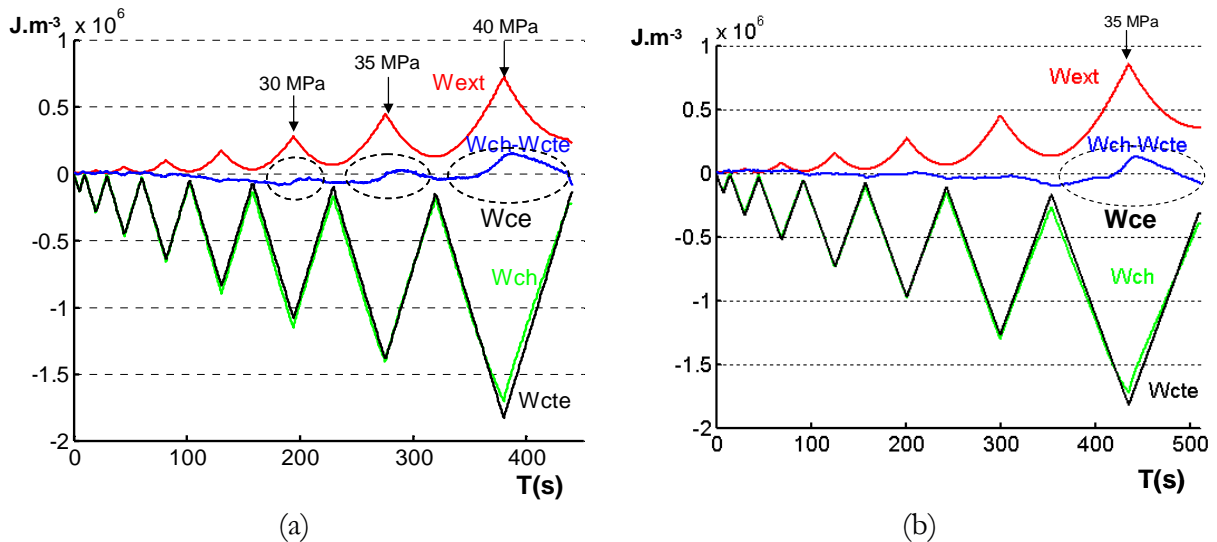


Figure 2.18. : bilans d'énergie sur deux matériaux semi-cristallins

$W_{ext}$  représente l'énergie mécanique fournie,  $W_{ch}$  l'énergie calorifique mise en jeu,  $W_{cte}$  l'énergie de couplage thermoélastique,  $W_{ce}$  (ici pris égal à  $W_{ch} - W_{cte}$ ) l'énergie de couplage « entropique », d'après [Moreau, 2004]

- (a) sur le PVdF
- (b) sur le PA12



– inversion thermoélastique dans les élastomères (thèse : **Honorat**)

L'objectif à long terme de ce travail est la compréhension des mécanismes de déformation responsables de la propagation des lèvres de striction dans les polymères thermoplastiques. Dans ce phénomène, effets micro et macro structuraux sont intimement mêlés : durcissement du matériau associé à l'alignement de chaînes macromoléculaires, adoucissement thermique éventuel, effets géométriques liés à la localisation, ...

Cette complexité nous a rapidement conduit à concentrer notre travail sur un des mécanismes majeurs du phénomène de striction : l'orientation des chaînes macromoléculaires. En effet, les macromolécules s'alignent progressivement le long de l'axe de sollicitation dans la zone de localisation. Elles passent alors d'un état « désordonné » (chaîne enchevêtrée) à un état « ordonné » (chaîne étirée, microfibrilles) [Kim *et al*, 1993]. Ce passage s'accompagne d'une augmentation significative de la contrainte et du développement de sources de chaleur pouvant être de nature différente traduisant à la fois le caractère dissipatif du processus et la nature couplée des mécanismes de déformation. Aussi, afin de faciliter la compréhension de ce mécanisme de base, nous avons orienté le travail de thèse de Vincent Honorat vers l'analyse du comportement mécanique et énergétique d'élastomères sollicités en grandes transformations pour lesquels l'irréversibilité du processus d'orientation des chaînes est réputée moins violente.

On retrouve souvent dans la littérature une analogie faite entre le comportement d'un élastomère et celui d'un gaz parfait [Aklonis *et al*, 1983]. En effet, dans un élastomère, la contrainte augmente avec la température, de la même façon que la pression augmente dans un gaz avec la température. Cette analogie conduit à utiliser des formes particulières de potentiels thermodynamiques du type [Chadwick *et al*, 1984], [Ogden, 1992] :

$$\psi(T, \varepsilon) = T \cdot f(\varepsilon) + g(T) \quad (9)$$

où  $\Psi$  représente l'énergie libre,  $T$  la température,  $\varepsilon$  la déformation.

Dans sa thèse, Jean-Louis Saurel a montré que dans les élastomères une part importante (voire même la totalité) de l'énergie mécanique fournie au matériau se transforme en chaleur [Saurel, 1999]. Ce résultat nous a conduit à proposer un nouvel élément rhéologique baptisé « composant caoutchoutique » (voir Figure 2.19.) afin de rendre compte de ce comportement couplé que les physico-chimistes des polymères appellent « élasticité entropique ». Cet élément a été construit dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (T.P.I.) en se basant sur des descriptions thermomécaniques issues à la fois du monde de la physique des polymères et de la mécanique des milieux continus.

On a alors montré qu'une approche mettant en compétition des mécanismes de couplage thermoélastique et caoutchoutique permettait de rendre compte des phénomènes d'inversion observés expérimentalement [Anthony *et al*, 1942], mais aussi de la réponse énergétique du matériau, au travers de bilans de puissance.



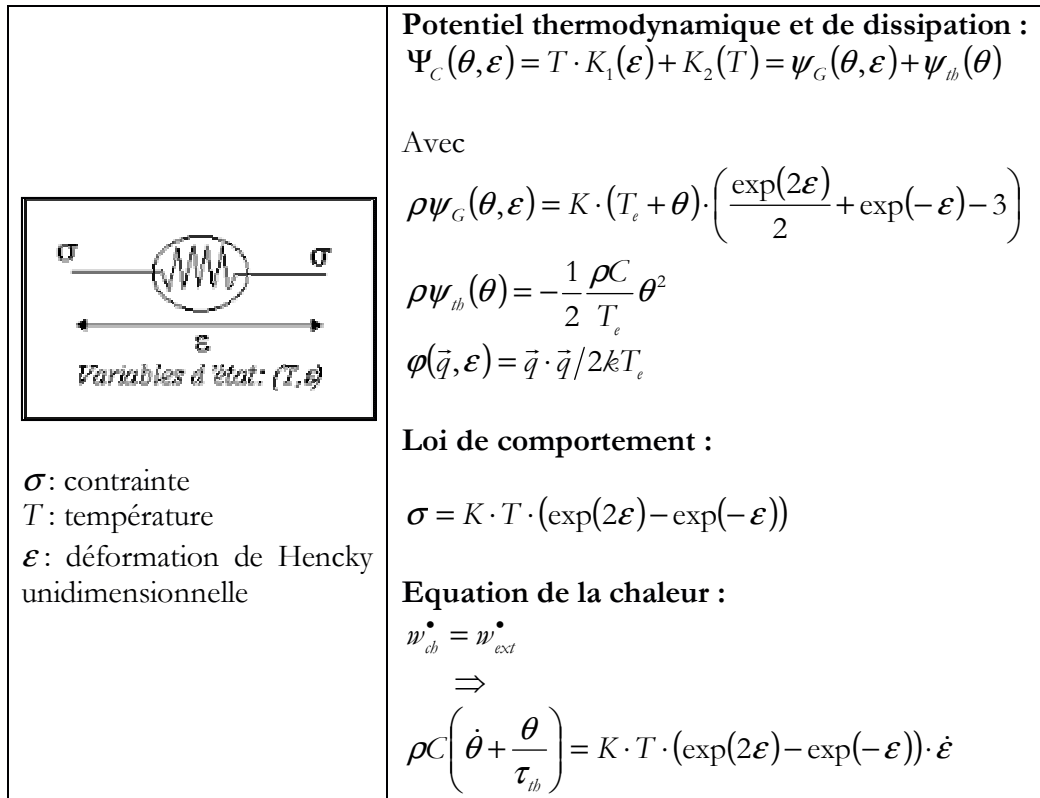


Figure 2.19. : composant « caoutchoutique », d'après [Honorat, 2006]

Deux points importants ont été mis en évidence par l'intermédiaire de ces bilans. Le premier concerne le caractère négligeable des phénomènes dissipatifs par rapport à l'énergie des différents couplages mise en jeu dans la gamme de déformation étudiée (de 0 à 100%). Le second concerne la nature couplée du comportement d'un élastomère. En effet, nous avons montré que l'importance relative entre couplage thermoélastique et couplage caoutchoutique évolue pendant l'essai. Jusqu'à des déformations de l'ordre de 10%, le couplage thermoélastique est prépondérant. Pour des sollicitations à déformation plus importante (de l'ordre de 20%), le phénomène d'inversion thermoélastique apparaît : les couplages thermoélastique et caoutchoutique sont du même ordre de grandeur. Ce dernier couplage demeure prépondérant à partir d'un taux de déformation moyen de l'ordre de 30%. Puis lors de sollicitations à plus grands taux de déformation (> 60%), un nouveau phénomène de couplage thermoélastique apparaît, qui a pour effet de diminuer progressivement l'importance du couplage caoutchoutique dans la réponse énergétique du matériau.

Cette dernière manifestation a été analysée qualitativement comme étant probablement due à l'influence de la rigidité propre des chaînes macromoléculaires lorsque les chaînes commencent à être fortement déployées.

- phénomènes de couplage dans la striction des thermoplastiques (publications : [R2], [Ci8], [Cs14])

Les conduites flexibles utilisées pour l'exploitation des champs pétroliers nécessitent l'emploi de gaines en polymère. Celles-ci sont employées pour assurer l'étanchéité de la structure en environnement agressif. Bien que les efforts soient repris par des armatures métalliques, ces éléments, en thermoplastiques extrudés, peuvent être fortement sollicités. Les matières plastiques

sélectionnées sont choisies de manière à résister le mieux possible à un environnement chimique agressif et à des sollicitations mécaniques sévères.

Il apparaît que la rupture d'une telle gaine d'étanchéité peut se dérouler selon deux *scenarii* types, liés à des modes de localisation de la déformation différents. Le premier correspond à une rupture ductile, et le second à une rupture fragile. L'expérience montre que ces deux modes dépendent de nombreux facteurs : nature du polymère, température, vitesse de chargement, interactions chimiques avec l'environnement (vieillessement, hydrolyse,...).

Dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut Français du Pétrole, nous avons étudié l'influence du degré de l'hydrolyse sur le comportement du PolyAmide11 plastifié. Nous nous sommes référés à deux états de référence : un état brut d'usinage (PA11) et un état déplastifié (PA11Déplast). Les autres lots ont subi des traitements de vieillissement pendant 30 (PA11\_1M), 60 (PA11\_2M) et 90 (PA11\_3M) jours correspondants à des degrés d'hydrolyse différents.

Les premiers résultats obtenus en traction simple ont mis en évidence la très bonne adéquation entre les résultats cinématiques et énergétiques (voir [Ci8], §4. *Tests and results*, p 173). La Figure 2.20. montre que l'amplitude du couplage thermoélastique dépend de l'état du matériau. L'écart observé peut trouver son origine, entre autres, dans des modules d'élasticité ou des coefficients de dilatation différents. Passé ce stade il n'y a pas, d'un point de vue énergétique de différence notable entre tous les matériaux jusqu'à l'apparition de la localisation.

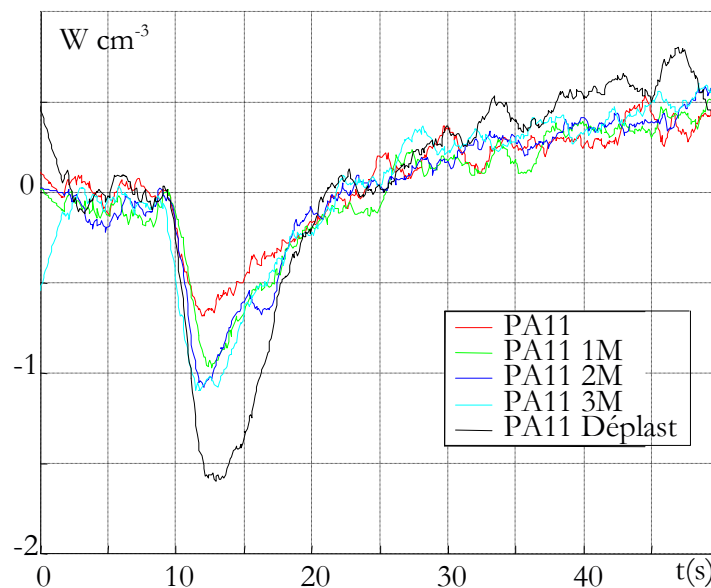


Figure 2.20. : sources de chaleur mesurées au centre d'un échantillon de PA11 pendant un essai de traction simple à température ambiante ( $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ), d'après [R2]

Ensuite, nous avons observé un mode de localisation différent selon les nuances : le matériau brut développe une striction diffuse, alors que les matériaux déplastifiés et vieillis sont le siège d'une striction localisée.

Nous avons choisi d'analyser la nature (dissipative ou couplée) des mécanismes énergétiques mis en jeu dans la striction dans le cas du matériau déplastifié. Pour cela, nous avons réalisé des cycles de chargement sinusoïdaux une fois que la striction s'est localisée. La Figure 2.21. illustre les évolutions de sources de chaleurs mesurées en différents points de la surface, situés dans (points A et B) et en dehors (points C et D) de la striction.

Il apparaît qu'il s'agit d'un comportement couplé, en phase avec la sollicitation, de type caoutchoutique. Ce résultat est d'une très grande importance d'un point de vue théorique, car il montre notamment la faible part des effets dissipatifs dans les auto-échauffements à l'intérieur de la striction. Il peut aussi être rapproché des observations réalisées sur le PA12 montrées plus haut, où l'on mettait en évidence l'apparition d'un couplage de type caoutchoutique à la sortie du domaine visco-élastique.

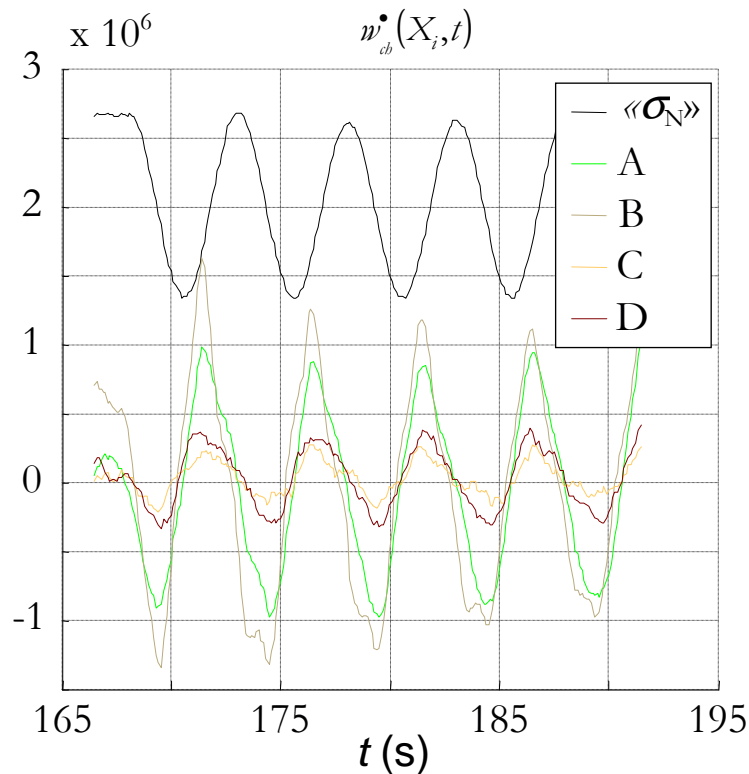


Figure 2.21. : sources de chaleur (en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ) mesurées en différents points de l'échantillon brut, d'après [Cs14]

### 2.4.3) Aspects thermomécaniques du changement de phase (thèse : Vigneron)

Plusieurs approches ont été développées pour caractériser le changement de phase solide-solide dans les matériaux métalliques. Les approches issues de la thermo-statistique sont plutôt adaptées à la description des mécanismes de changement de phase à l'échelle de la microstructure (échelle atomique) [Ball *et al*, 1987], [Cheung *et al*, 1992], [Kastner, 2002]. A une échelle plus macroscopique, mieux adaptée au calcul de structures pour l'ingénieur, plusieurs modélisations peuvent être envisagées [Frémond, 1987], [Müller *et al*, 1991], [Patoor *et al*, 1994], [Leclercq *et al*, 1996]. L'originalité du point de vue adopté dans l'équipe Thermomécanique consiste à considérer, conformément aux observations expérimentales, la transformation de phase comme un processus très faiblement dissipatif et anisotherme associé à un phénomène de couplage fort (caractère endo-exothermique de la chaleur latente) [Pham, 1994], [Tuffraud-Löbel, 1995], [Chrysochoos *et al*, 1996], [Peyroux *et al*, 1998].

Les essais sur éprouvette monocristalline de CuZnAl réalisés par Xavier Balandraud ont mis en évidence l'existence de fronts de changement de phase dont le déplacement dépend du chargement et des conditions d'échange thermique avec l'extérieur [Balandraud, 2000]. Une

première modélisation unidimensionnelle de la propagation d'un front de changement de phase, mettant en jeu une variante de martensite, a déjà été proposée dans [Chrysochoos *et al*, 2003].

L'objectif du travail de thèse de Silvère Vigneron est de caractériser le comportement du monocristal d'AMF en découplant les effets matériau des effets de structure dans les observations expérimentales. Un des objectifs de la thèse est d'aboutir à une simulation pertinente de ce type d'essai (dimension, inclinaison, vitesse du front ...), en complétant le modèle mentionné plus haut (généralisation à un nombre plus important de variantes, ...).

#### 2.4.4) Fatigue des matériaux

Le dimensionnement en fatigue des pièces mécaniques, qui passe généralement par une caractérisation expérimentale des matériaux et des structures, est une étape limitante dans la conception et la validation de nouveaux produits. C'est pourquoi une activité de recherche importante se développe dans la modélisation des mécanismes de fatigue et l'écriture de lois de comportement afin de permettre une meilleure compréhension de ces phénomènes et de proposer des méthodes de caractérisation plus rapides.

Plusieurs équipes de recherche ont proposé d'interpréter les variations de températures comme un indicateur de l'avancement des irréversibilités liées à la fatigue du matériau [Luong, 1998], [Fargione *et al*, 2002], [Doudard *et al*, 2004]. Cette approche est particulièrement intéressante d'un point de vue pratique, car elle permet de diminuer de façon significative le temps d'essai nécessaire à la caractérisation du comportement en fatigue de la matière.

L'attitude adoptée ici est d'étendre cette démarche aux sources de chaleur qui sont, elles, directement représentatives du comportement du matériau, et plus particulièrement à la dissipation qui est directement liée à l'évolution des irréversibilités [Boulanger, 2004]. L'objectif est, à terme, de mettre en place des critères de fatigue (limites d'endurance) fondés sur des observations énergétiques et une analyse thermodynamique du comportement des matériaux (voir [Cn4], §4. *Quelques résultats*, p 192).

Ce thème de recherche n'est pas central dans mon activité, mais j'ai été amené à participer de façon active au déroulement de plusieurs travaux de thèse sur ce sujet. Il s'agit des travaux d'Anna Eva Morabito et de Simone Giancane (sur des alliages d'aluminium), et de Bruno Berthel (sur des aciers).

J'ai été tout particulièrement impliqué dans les aspects expérimentaux des travaux d'Anna Eva Morabito et de Simone Giancane, au niveau de la réalisation des essais et de leur interprétation en terme de comportement du matériau (mise en évidence d'une dégradation de la thermoélasticité avec l'avancement de la fatigue, mise en évidence de la cohérence entre l'aire d'hystérésis locale estimée à partir des données cinématiques et la dissipation obtenue à partir des données thermiques).

La réalisation de mesures de dissipation associées à l'évolution de l'endommagement de fatigue est particulièrement délicate. Il s'agit, en effet, d'isoler, dans les sources de chaleur, une dissipation dont l'amplitude peut être jusqu'à mille fois plus petite que celles des sources thermoélastiques. Des protocoles ont déjà été proposés pour effectuer de telles mesures dans des situations particulières où la diffusion de la chaleur est unidimensionnelle [Boulanger *et al*, 2004].

Avec Bruno Berthel, je participe au développement et la validation de techniques de traitement d'images permettant de traiter des cas plus complexes où le problème de diffusion de la chaleur est bidimensionnel [Cs19]. Dans ce cas, on observe que les faibles variations d'émissivité de la surface peuvent avoir des répercussions sur les mesures de dissipation. C'est pourquoi nous travaillons aussi sur des moyens de prendre en compte cette « condition initiale » dans le traitement d'images. Enfin, nous travaillons aussi à la réalisation de bilans d'énergie sous sollicitations quasi-statiques, et nous envisageons de les étendre à des essais de fatigue.

#### 2.4.5) Matériaux du Génie Civil (publications : [A3], [A8], [A9])

La thématique liée à la caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux du Génie Civil est le fruit d'une collaboration entre l'équipe ThM<sup>2</sup> et l'équipe Couplages en Milieux Hétérogènes du L.M.G.C. initiée par Olivier Maisonneuve et Bruno Cousin avec la thèse de Vincent Huon [Huon, 2001].

Pour ma part, j'ai commencé à collaborer sur ce thème avec Vincent Huon pendant sa thèse. Nous avons essentiellement travaillé sur deux sujets : la localisation de la déformation dans des Bétons de Poudres Réactives (bétons très hautes performances renforcés de fibres métalliques) [A3], et l'identification de propriétés élastiques isotropes transverses d'une céramique terre cuite [A8], [A9].

Ce dernier travail a débuté vers 2001. La procédure d'identification utilisée n'était donc pas celle développée dans le cadre de l'action transversale « comportement thermomécanique et imagerie ». Il s'agit ici d'une méthode d'identification « classique » menée à partir des réponses en compression et en cisaillement du matériau (voir [A8], §4 *Experimental results and discussion*, p 200). La validation de l'identification a été effectuée sur une structure complexe sur laquelle on compare la réponse expérimentale à la réponse simulée qui intégrait les coefficients identifiés et les conditions aux limites mesurées expérimentalement (voir [A8], §5 *Validation procedure*, p 201).

#### 2.4.6) Extensions envisagées

Les thèmes liés à la localisation et à la fatigue sont complémentaires. En effet, nous avons montré le caractère précoce et progressif de l'apparition des manifestations énergétiques de l'endommagement, à la fois pour des sollicitations monotones et de fatigue. Il me semble donc important, aujourd'hui, de continuer à faire évoluer les techniques expérimentales ainsi que les traitements d'image pour pouvoir réaliser des bilans d'énergie locaux fiables en fatigue, et en présence de très fortes localisations. L'objectif, étant, à terme, de proposer des modélisations thermomécaniquement pertinentes de ces différents phénomènes.

La thèse de Vincent Honorat nous a montré le caractère fortement couplé et faiblement dissipatif du comportement des élastomères jusqu'à des elongations de 2. Compte tenu des domaines d'utilisation de ces matériaux (silent bloc, liaison sol-véhicule, ...), il me semble qu'il est intéressant, à la fois du point de vue scientifique et industriel, de poursuivre notre réflexion sur la signature énergétique du comportement de ces matériaux sous sollicitations cycliques.

Les premiers résultats obtenus sur les polymères thermoplastiques ont révélé l'aspect couplé des sources de chaleur développées dans la striction. Ce résultat original doit, à mon sens, être étayé par une étude permettant d'analyser plus finement les phénomènes microstructuraux à l'origine de ce comportement.

## 2.5) Synthèse

Depuis ma nomination en tant que Maître de Conférences à l'Université Montpellier II, en septembre 2000, j'ai eu l'opportunité de développer mon activité de recherches, et de participer à l'encadrement de plusieurs projets de recherche en rapport avec ma thématique : travaux d'étudiants en thèse ou en DEA, contrats industriels, participation à des groupes de travail nationaux, rédaction de projets de collaboration scientifique, ...

J'ai construit mon activité de recherche « caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux par imagerie quantitative » autour de trois thèmes complémentaires : le développement de techniques expérimentales d'imagerie, la mise en œuvre de méthodes d'identification de champs de propriétés mécaniques et la caractérisation du comportement de la matière.

Ces trois activités sont, pour moi, indissociables dans la mesure où l'on a montré que l'interprétation des essais expérimentaux, aussi simples soient-ils, nécessite des moyens de mesure locaux des grandeurs thermomécaniques.

C'est pourquoi j'ai participé activement à l'amélioration des méthodes thermographiques déjà développées au sein de l'équipe ThM<sup>2</sup>, ainsi qu'au développement de nouvelles techniques d'imagerie. Ce travail a comporté plusieurs aspects : la conception d'un dispositif d'acquisition d'images avec Yves El Kaïm, la mise en œuvre des nécessaires traitements d'image (corrélation d'images numériques, thermographie infrarouge, et couplage des deux approches), l'étalonnage et la validation des algorithmes développés. Cette double approche constitue encore, à ma connaissance, une spécificité de l'équipe thermomécanique.

Afin de pouvoir réaliser un bilan d'énergie, il est aussi nécessaire de connaître l'énergie mécanique fournie à la matière pour se déformer. L'accès à cette grandeur locale nécessite de disposer de l'état de contrainte. Or, il est expérimentalement impossible d'accéder à une contrainte sans faire, à un moment donné, d'hypothèses sur la loi de comportement d'un matériau. Je me suis donc impliqué dans la mise au point d'une méthode d'identification de propriétés mécaniques, par le biais d'une collaboration avec Stéphane Pagano, et de la thèse de Félix Latourte que nous co-encadrons avec André Chrysochoos. Cette méthode a l'avantage, par rapport aux principales autres alternatives de la littérature, de fournir des estimations « découplées » de la distribution de contrainte et de la distribution des propriétés mécaniques. L'utilisation des champs de mesures issues de l'imagerie mécanique pour identifier des modèles de comportement constitue aujourd'hui un axe de recherche en plein essor dans lequel la communauté française fait preuve d'un dynamisme important.

Une fois mis en place ces outils théoriques (identification), numériques (traitements d'images) et expérimentaux (dispositifs d'acquisition synchronisée), on dispose d'un moyen unique pour réaliser efficacement des bilans d'énergie à différentes échelles. Ces bilans peuvent alors être interprétés, dans le cadre théorique retenu (Thermodynamique des Processus Irréversibles, Matériaux Standards Généralisés) pour caractériser le comportement thermomécanique des matériaux (nature de la dissipation : plastique, visqueuse, endommagement, ... ; nature des couplages : thermoélasticité, élasticité caoutchoutique, chaleur latente de changement de phase, ...) ainsi que la cohérence thermodynamique des modèles mis en place.



Cet axe est réellement au cœur des préoccupations de l'équipe ThM<sup>2</sup>. Chaque membre de l'équipe, et plus particulièrement son directeur André Chrysochoos, est impliqué à des degrés divers dans chacune des applications que je vais énoncer. Pour simplifier, je mentionnerai dans le paragraphe qui suit uniquement les personnes responsables, au sein de l'équipe, de chaque thème concerné.

J'ai d'abord commencé à travailler sur l'étude des phénomènes de localisation dans les aciers. A mesure du développement de mes collaborations internes à l'équipe ThM<sup>2</sup>, je me suis ensuite intéressé au comportement des polymères (collaboration avec Jean-Michel Muracciole), aux phénomènes de fatigue dans les matériaux métalliques (collaboration avec André Chrysochoos), au changement de phase solide/solide (collaboration avec Robert Peyroux), et, dans une moindre mesure, au comportement des matériaux du Génie Civil (collaboration avec Vincent Huon).

Nous avons ainsi déjà obtenu des résultats intéressants sur une large gamme de matériaux (aciers doux, polymères thermoplastiques, élastomères, ...), et dans des situations mécaniques diverses (solllicitations monotones, essais de fatigue, ...). En voici quelques uns parmi les plus significatifs :

*(i) localisation de la déformation dans les matériaux métalliques*

Sur des tôles d'aciers, nous avons mis en évidence le caractère précoce et progressif de la striction. Ce résultat me semble être difficilement conciliable avec les hypothèses généralement admises dans les approches théoriques classiques de ces phénomènes. De plus, nos observations du développement de la striction remettent en cause la notion d'adoucissement. En effet, on a montré que l'adoucissement correspond à un effet de structure provoqué par la localisation, associé à une mesure de la déformation trop globale. Cette observation a des implications théoriques fortes, puisque l'on sait que, bien souvent, l'adoucissement est une condition nécessaire au déclenchement des critères de localisation.

*(ii) nature des couplages et de la dissipation dans les polymères thermoplastiques*

Les travaux associés aux thèses de Stéphane Moreau et de Vincent Honorat, nous ont permis d'aboutir à des résultats originaux sur les matériaux polymères.

D'un point de vue théorique, nous avons ainsi montré que les modèles viscoélastiques classiques série et parallèle (Poynting-Thomson et Zener), qui sont thermomécaniquement équivalents en HPP, ne le sont plus dès que l'on introduit un terme de couplage thermoélastique. Ce résultat est important car il montre que le placement de la thermoélasticité sur la branche série ou parallèle constitue un choix de modélisation lourd de conséquences. Les différences de réponse entre l'une et l'autre des modélisations, observées expérimentalement dans différents matériaux, doivent encore être interprétées au regard des mécanismes responsables de la déformation.

Sur deux matériaux thermoplastiques semi-cristallins (PVdF et PA12), nous avons montré l'apparition de couplages de type caoutchoutique pour des contraintes correspondant à la limite supérieure du domaine visco-élastique linéaire. Ce résultat original est à rapprocher des observations réalisées durant la striction du PA11, où l'on observe aussi l'existence d'un couplage de type caoutchoutique. Le fait que ce couplage apparaisse sur un matériau dont la phase amorphe n'est pas forcément caoutchoutique, nous a conduit à l'interpréter en terme de changement conformationnel de la chaîne moléculaire.

### *(iii) élasticités dans les élastomères*

Les résultats obtenus sur les élastomères, sont aussi très prometteurs. Nous avons mis en évidence expérimentalement le phénomène d'inversion thermoélastique, et nous avons montré qu'il pouvait s'interpréter comme la compétition de deux couplages : la thermoélasticité, prépondérante pour les faibles déformations, et l'élasticité caoutchoutique. De plus, le durcissement observé sur la réponse mécanique, pour des déformations plus importantes (supérieures à 60%), est associé au développement d'un nouveau couplage de type thermoélastique. De plus, toutes nos observations nous ont montré la faiblesse des effets dissipatifs par rapport aux effets de couplage. L'ensemble de ces informations énergétiques nous permet ainsi d'établir le cadre des modèles à mettre en œuvre pour rendre compte du comportement de ces matériaux : faible dissipation, compétition entre plusieurs couplages, ...

### *(iv) fatigue*

La caractérisation thermomécanique des phénomènes de fatigue correspond à un axe de recherches initié à l'occasion d'une collaboration industrielle. L'approche développée pour des aciers durant la thèse de Thomas Boulanger a été étendue pour rendre compte de situations thermiques plus complexes dans le cadre de la thèse de Bruno Berthel. Une collaboration avec l'Université de Lecce nous a permis d'élargir notre approche aux alliages d'aluminium par le biais des thèses d'Anna-Eva Morabito et de Simone Giancane.

Les résultats que nous obtenons dans les aciers montrent que la dissipation associée à l'endommagement de fatigue est bien inférieure aux sources de couplage thermoélastique (environ 100 fois plus faible) et qu'elle se développe de manière hétérogène dans l'éprouvette dès les premiers cycles de chargement. Leur distribution fait apparaître de façon précoce la zone de fissuration.

Dans les alliages d'aluminium, il est beaucoup plus délicat d'accéder à la dissipation, qui est ici environ 1000 fois plus faible que le terme de couplage thermoélastique. C'est pourquoi nous nous sommes d'abord porté sur l'interprétation des sources thermoélastiques : leur distribution est, elle aussi, hétérogène et permet de localiser la fissure bien avant son apparition macroscopique.

## **2.6) Perspectives**

Dans les années à venir, je souhaite poursuivre le développement de chacun de mes trois axes de recherche. En effet, il me paraît essentiel de continuer à faire évoluer les techniques expérimentales *(i)*, et les procédures d'identification *(ii)* pour pouvoir encore progresser dans la caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux *(iii)*.

### *(i) Axe I : Développement de techniques expérimentales*

Les mesures de déplacements et de sources de chaleur sont à la base des bilans d'énergies que nous réalisons. Il est donc indispensable de continuer à perfectionner ces techniques de mesure afin de les adapter à des conditions d'essais plus générales.

La mise en place d'un dispositif de stéréocorrélation permettra d'enrichir la description de la cinématique en nous donnant accès aux trois composantes du vecteur déplacement des points situés sur des surfaces non nécessairement planes. Ceci autorisera un calcul plus complet du tenseur gradient de la transformation.



De plus, d'un point de vue pratique, le fait de pouvoir travailler sur des géométries plus complexes va nous permettre d'étudier des structures plus proches de la réalité industrielle (tubes minces, pièces embouties, ...), et d'imposer des trajets de chargement plus complexes (traction/torsion, ...).

Les opérations de filtrage, que ce soit sur les déplacements ou les températures, conditionnent la qualité des grandeurs utilisées dans la réalisation des bilans d'énergie (déformations, sources de chaleur, contraintes, ...). Il est donc primordial de continuer à enrichir la base de fonctions de lissage disponibles pour l'adapter à des situations mécaniques plus complexes. En parallèle, il sera aussi utile de poursuivre la réflexion sur d'autres formes de filtrage.

Compte tenu des implications des mesures expérimentales sur le plan de la modélisation du comportement, il me semble essentiel de maintenir la réflexion sur les aspects métrologiques des mesures cinématiques et calorimétriques.

Plus spécifiquement, sur le plan des mesures infrarouges, il est important d'améliorer la qualité initiale des mesures thermiques, notamment en diminuant l'amplitude des distorsions observées sur les optiques utilisées, et en caractérisant les éventuelles distributions d'émissivité. Pour réaliser des mesures calorimétriques à des échelles plus fines, il est aussi nécessaire d'être capable de connaître précisément les propriétés thermophysiques de la matière (masse volumique, chaleur spécifique, conductivité, ...) aux échelles d'observation retenues.

La détermination des sources de chaleur à partir des champs de température de surface constitue un problème inverse insoluble tant que l'on ne fait pas d'hypothèses sur la distribution des sources à l'intérieur de la matière. D'un point de vue pratique, il est utile de vérifier la validité des hypothèses consenties dans le calcul des sources de chaleur dans le cas d'essais réels, en réalisant, par exemple, des mesures simultanément sur les deux faces de l'échantillon.

### *(ii) Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement*

Avant d'envisager toute extension, il convient d'abord d'achever la validation de la procédure d'identification de comportement élastoplastique, en traitant des cas plus complexes issus de simulations et d'essais réels.

Les points qu'il me paraît important de développer sont ensuite liés à la caractérisation de ses performances en terme de sensibilité au bruit, et de résolution spatiale. Il est aussi capital d'établir les limites d'applicabilité de la méthode au regard des hypothèses concédées dans la mise en place de la procédure d'identification. L'approche numérique me semble ici la mieux adaptée pour mener à bien ces deux aspects de la caractérisation des performances de la méthode.

On peut aussi envisager d'étendre notre démarche à l'identification d'autres lois de comportement. Il peut s'agir de lois de même nature, de type élastoplastique avec écrouissage cinématique multi-linéaire. Ou bien, on peut tenter d'étendre la méthode à l'identification locale de grandeurs thermophysiques comme ce qui est fait par [Varenne *et al*, 2000] ou [Claire *et al*, 2003], en visant, par exemple, des applications relatives au contrôle non destructif.

Un point intéressant serait aussi d'identifier les distributions de paramètres de comportement associées aux essais présentant une localisation (striction, fissuration de fatigue), afin de tenter de relier les hétérogénéités cinématiques et calorimétriques observées expérimentalement à la distribution de l'état initial de la matière.

*(iii) Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux*

Au-delà des développements relatifs aux travaux de thèse en cours sur la fatigue des matériaux métalliques et sur la propagation de fronts de changement de phase dans les A.M.F., il me semble important de poursuivre notre réflexion sur la localisation dans les aciers et sur la caractérisation du comportement des polymères thermoplastiques dans la striction. En effet, la meilleure compréhension des phénomènes de localisation nous permettra de mieux appréhender et de mieux décrire les stades ultimes de la fatigue. D'autre part, nos résultats récents montrant l'existence de couplages thermomécaniques importants dans les zones strictionnées dans des polymères semi-cristallins doivent être complétés par une étude plus générale reliant ces observations expérimentales aux mécanismes mis en jeu.

Enfin les résultats obtenus sur les élastomères dans le cadre de la thèse de Vincent Honorat nous encouragent à étendre notre approche à l'étude des phénomènes de fatigue rencontrés dans ces matériaux.

## **2.7) Références bibliographiques**

[Adams *et al*, 1988] : G. W. Adams, R. J. Farris, Latent energy of deformation of bisphenol A polycarbonate, J. of Polymer Sci. Part B, Vol. 26, Issue 2, pp. 433-445, 1988

[Aklonis *et al*, 1983] : J. J. Aklonis, W. J. Mac Knight, Introduction to polymer viscoelasticity, 2<sup>nd</sup> edition, Chap. 6, J. Wiley and sons, pp. 102-138, 1983

[Alfrey, 1948] : T. Alfrey Jr., Mechanical behaviour of high polymers, Vol. VI, Chap. B, Interscience Publishers, INC, New-York, pp. 93-233, 1948

[Anthony *et al*, 1942] : R. L. Anthony, R. H. Caston, E. Guth, Equations of state for natural and synthetic rubber-like materials: unaccelerated natural soft rubber, J. of Phys. Chem., Vol. 46, pp. 826-840, 1942

[Bai 82] : Y. L. Bai, Thermo-plastic instability in simple shear, J. of Mech. And Phys. of Solids, Vol. 30, No. 4, pp. 95-207, 1982

[Bailey *et al*, 1976] : H. H. Bailey, F. W. Blackwell, C. L. Lowery, J. A. Ratkovic, J.A., Image correlation: Part I. Simulation and Analysis, Report prepared for United States Air Force Project RAND, R-2057/1-PR, 1976

[Ball *et al*, 1987] : J. M. Ball, R. James, Fine phase mixtures as minimizers of energy, Arch. of Ration. Analysis, Vol. 100, pp. 15-52, 1987

[Balandraud, 2000] : Changement de phase et changements d'échelle dans les alliages à mémoire de forme, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 232 p., 2000

[Benallal, 1992] : A. Benallal, On localized phenomena in thermo-elasto-plasticity, Arch. Mech., Vol. 44, No. 1, pp. 15-29, 1992

- [Berthaud *et al*, 1998] : Y. Berthaud, S. Calloch, F. Collin, F. Hild, Y. Ricotti, Analysis of the degradation mechanisms in composite materials through a correlation technique in white light, IUTAM Symposium «Advanced optical methods and applications in solid mechanics», Poitiers, Kluwer Academic Publishers, pp. 627-634, ISBN 0-7923-6604-2, 1998
- [Billardon *et al*, 1989] : R. Billardon, I. Doghri, Prédiction de l'amorçage d'une macro-fissure par localisation de l'endommagement, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 308, pp. 347-352, 1989
- [Biot, 1965] : M. A. Biot, Mechanics of incremental deformations, J. Wiley & Sons (eds.), Chap. VI, pp. 337-396, 1965
- [Bornert *et al*, 2001] : M. Bornert, T. Bretheau, P. Gilormini, Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1 & 2, Hermes Science (ed), 2001
- [Boulanger, 2004] : Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 159 p., 2004
- [Boulanger *et al*, 2004] : T. Boulanger, A. Chrysochoos, Calorimetric and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels, Int. J. of Fatigue, Vol. 26, pp. 221-229, 2004
- [Bui *et al*, 2002] : H. D. Bui, A. Constantinescu, H. Maigre, Numerical identification of planar cracks in elastodynamics using the reciprocity gap, second conference on Inverse Problems, Control and Shape Optimization (PICOF'02), Carthage, Tunisie, T. Ha Duong, J. Jaffré, M. Jaoua (eds.), pp. 55-60, 2002
- [Calloch *et al*, 2002] : S. Calloch, D. Dureisseix, F. Hild, Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs, Technologies et Formations, Vol. 100, pp. 36-41, 2002
- [Chadwick *et al*, 1984] : P. Chadwick, C. F. M. Creasy, Modified entropic elasticity of rubberlike materials, J. of the Mech. and Phys. of Solids, Vol. 32, N° 5, pp. 337-357, 1984
- [Cheng *et al*, 2002] : P. Cheng, M. A. Sutton, H. W. Schreier, S. R. McNeill, Full-field speckle pattern image correlation with B-spline deformation function, Exp. Mech., Vol. 42, No. 3, pp. 344-352, 2002
- [Cheung *et al*, 1992] : K. S. Cheung, R. J. Harrison, S. Yip, Stress induced martensitic transformation in a molecular dynamics model of  $\alpha$ -iron, J. of Appl. Phys, Vol. 71, No. 8, pp. 4009-4014, 1992
- [Chrysochoos, 1985] : A. Chrysochoos, Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations, J. de Méc. Th. et Appl., pp. 589-614, 1985
- [Chrysochoos, 1987] : A. Chrysochoos, Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écrouissage en traction simple, Thèse d'état, Université Montpellier II, 233 p., 1987
- [Chrysochoos *et al*, 1989] : A. Chrysochoos, M. Germain, Tensile test microcalorimetry for thermomechanical behaviour law analysis, Mat. Sci. and Eng., A108, pp. 25-32, 1989

- [Chrysochoos, 1995] : A. Chrysochoos, Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, Colloque Photomécanique 95, ISBN 2-212-08852-3, pp. 201-211, 1995
- [Chrysochoos *et al*, 1996] : A. Chrysochoos, H. Pham, O. Maisonneuve, Energy balance of thermoelastic martensite transformation under stress, Nuclear Eng. and Design, Vol. 162, pp. 1-12, 1996
- [Chrysochoos *et al*, 2000] : A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, Int. J. of Eng. Sci., Vol. 38, pp. 1759-1788, 2000
- [Chrysochoos *et al*, 2003] : A. Chrysochoos, C. Licht, R. Peyroux, A one-dimensional thermomechanical modeling of phase change front propagation in a SMA monocrystal, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 331, pp. 25-32, 2003
- [Chu *et al*, 1985] : T. C. Chu, W. F. Ranson, M. A. Sutton, W. H. Peters, Application of Digital-Image-Correlation techniques to experimental mechanics, Exp. Mech., Vol. 25, pp. 232-244, 1985
- [Claire *et al*, 2002] : D. Claire, F. Hild, S. Roux, Identification of damage fields using kinematic measurements, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 330, pp. 729-734, 2002
- [Claire *et al*, 2003] : D. Claire, S. Roux, F. Hild, Identification of thermal conductivities and elastic properties by field analyses, Mécanique et Industries, Vol. 4, pp. 655-665, 2003
- [Doudard *et al*, 2004] : C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy, A. Galtier, Identification of the scatter in high cycle fatigue from temperature measurements, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 332, pp. 795-801, 2004
- [Fargione *et al*, 2002] : G. Fargione, A. Geraci, G. La Rosa, A. Risitano, Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method, Int. J. of Fatigue, Vol. 24, No. 1, pp. 11-19, 2002
- [Ferry, 1980] : J. D. Ferry, Viscoelastic properties of polymers, J. Wiley & Sons (eds), Chap. I, pp. 1-32, 1980
- [Frémond, 1987] : M. Frémond, Matériaux à mémoire de forme, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 304, No. 7, pp. 239-244, 1987
- [Fressengeas *et al*, 1987] : C. Fressengeas, A. Molinari, Instability and localization of plastic flow in shear at high strain rates, J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 35, No. 2, pp. 85-211, 1987
- [Garcia, 2001] : D. Garcia, Mesure de formes et de champs de déplacement tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 188 p., 2001
- [Garcia *et al*, 2002] : D. Garcia, J.-J. Orteu, L. Penazzi, A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements: application to sheet metal forming, J. of Mat. Proc. Tech., Vol. 125-126, pp. 736-742, 2002

[Geymonat *et al*, 2002] : G. Geymonat, F. Hild, S. Pagano, Identification of elastic parameters by displacement field measurement, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 330, pp. 403-408, 2002

[Geymonat *et al*, 2003] : G. Geymonat, S. Pagano, Identification of mechanical properties by displacement field measurement: a variational approach, Meccanica, Vol. 38, pp. 535-545, 2003

[Goldfarb *et al*, 1991] : J. L. Goldfarb, R. J. Farris, Calorimetric measurements of the heat generated by the peel adhesion test, J. Adhesion, Vol. 35, pp. 233-244, 1991

[Grédiac, 1989] : M. Grédiac, Principe des travaux virtuels et identification, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 309, pp. 1-5, 1989

[Grédiac *et al*, 2002] : M. Grédiac., E. Toussaint, F. Pierron, L'identification des propriétés mécaniques de matériaux avec la méthode des champs virtuels, une alternative au recalage par éléments finis, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 330, pp. 107-112, 2002

[Guduru *et al*, 2001] : P. R. Guduru, A. T. Zehnder, A. J. Rosakis, G. Ravichandran, Dynamic full field measurements of crack tip temperatures, Eng. Fract. Mech., Vol. 68, pp. 1535-1556, 2001

[Hähner, 1994] : P. Hähner, Theory of solitary plastic waves – Part I, Appl. Phys., Vol. 58, pp. 41-48, 1994

[Halphen *et al*, 1975] : B. Halphen, Q. S. Nguyen, Sur les matériaux standards généralisés. J. de Méc., 14-1, pp. 39-63, 1975

[Hild *et al*, 2006] : F. Hild, S. Roux, Measuring stress intensity factors with a camera: Integrated Digital Image Correlation (I-DIC), Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 334, pp. 8-12, 2006

[Hill, 1958] : R. Hill, A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 6, pp. 236-249, 1958

[Honorat, 2006] : V. Honorat, Analyse thermomécanique par mesure de champs des élastomères, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 208 p., 2006

[Huon, 2001] : V. Huon, Une étude expérimentale et une première modélisation du comportement thermomécanique endommageable de quelques bétons, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 168 p., 2001

[Ikehata, 1993] : M. Ikehata, An inverse problem for the plate in the Love-Kirchhoff theory, SIAM J. Appl. Math., Vol. 53, pp. 942-970, 1993

[Kastner, 2002] : O. Kastner, Molecular-dynamics of a 2D model of the shape memory effect Part I: Model and simulations, Continuum Mech. Thermodyn., Vol. 15, pp. 487-502, 2003

[Keryvin *et al*, 2000] : V. Keryvin, T. Désoyer, J.-L. Hanus, Localisation de la déformation sous sollicitations lentes : une approche dynamique, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris, Vol. 328, pp. 727-732, 2000

- [Khan-Jetter *et al*, 1990] : Z. L. Khan-Jetter, T. C. Chu, Three-dimensional displacement measurements using Digital Image Correlation and photogrammic analysis, *Exp. Mech.*, Vol. 30, No. 1, pp. 10-16, 1990
- [Kim *et al*, 1993] : A. Kim, L. V. Garret, C. P. Bosnyak, A. Chudnovsky, Modeling the process-zone kinetics of polycarbonate, *J. of Appl. Polym. Sci.*, Vol. 49, Issue 5, pp. 877-883, 1993
- [Kubin *et al*, 1988] : L.P. Kubin, Y. Estrin, Strain nonuniformities and plastic instabilities, *Rev. Phys. Appl.*, Vol. 23, pp. 573-583, 1988
- [Leclercq *et al*, 1996] : S. Leclercq, C. LExcellent, A general macroscopic description of the thermodynamical behavior of shape memory alloys, *J. of Mech. and Phys. of Solids*, Vol. 44, No. 6, pp. 953-980, 1996
- [Lemaitre *et al.*, 1985] : J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, *Mécanique des matériaux solides*, Dunod (ed), 1985
- [Li *et al*, 2001] : Z. Li, J. Lambros, Strain rate effects on the thermomechanical behavior of polymers, *Int. J. of Sol. and Struct.*, Vol. 38, Issue 20, pp. 3549-3562, 2000
- [Luo *et al*, 1993] : P. F. Luo, Y. J. Chao, M. A. Sutton, W. H. Peters, Accurate measurement of three-dimensional deformable and rigid bodies using computer vision, *Exp. Mech.*, Vol. 33, No 2, pp. 123-132, 1993
- [Luong, 1998] : M. P. Luong, Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique, *Mech. of Mat.*, Vol. 28, No. 1-4, pp. 155-163, 1998
- [Meuwissen *et al*, 1998] : M. H. H. Meuwissen, C. W. J. Oomens, F. P. T. Baaijens, R. Petterson, J. D. Janssen, Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method, *J. of Mat. Proc. Tech.*, Vol. 75, pp. 204-211, 1998
- [Molinari *et al*, 1983] : A. Molinari, R. Clifton, Localisation de la déformation viscoplastique en cisaillement simple : résultats exacts en théorie non linéaire, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série II, Paris*, Vol. 296, pp. 1-4, 1983
- [Moore *et al*, 1996] : A. J. Moore, J. R. Tyrer, Two-dimensional strain measurement with ESPI, *Opt. and Lasers in Eng.*, Vol. 24, Issues 5-6, pp. 381-402, 1996
- [Moreau, 2004] : S. Moreau, Etude colorimétrique par thermographie infrarouge de la thermo-visco-élasticité de quatre polymères thermoplastiques, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 189 p., 2004
- [Müller *et al*, 1991] : I. Müller, H. Xu, On pseudoelastic hysteresis, *Acta Met. Mater.*, Vol. 39, pp. 263-271, 1991
- [Némoz-Gaillard *et al*, 1995] : M. Némoz-Gaillard, P. Ienny, J. Germain, Extensométrie bidimensionnelle par analyse d'images, *Colloque Photomécanique 95*, Cachan, Eyrolles (ed), pp. 179-186, ISBN 2-212-08852-3, 1995
- [Ogden, 1992] : R. W. Ogden, On the thermoelastic modelling of rubberlike solids, *J. of Thermal Stresses*, Vol. 15, N° 4, pp. 533-557, 1992



- [Patoor *et al*, 1994] : E. Patoor, M. Berveiller, Technologie des alliages à mémoire de forme, Hermes, Paris, 1994
- [Peyroux *et al*, 1998] : R. Peyroux, A. Chrysochoos, C. Licht, M. Löbel, Thermomechanical couplings and pseudoelasticity of shape memory alloys, Int. J. of Eng. Sci., Vol. 36, N° 4, pp. 489-509, 1998
- [Pham, 1994] : Analyse thermomécanique du comportement d'un alliage à mémoire de forme de type Cu-Zn-Al, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 188 p., 1994
- [Polak *et al*, 2001] : J. Polak, F. Fardoun, S. Degallaix, Analysis of the hysteresis loop in stainless steels I. Austenitic and ferritic steels, Mat. Sci. and Eng., Vol. 297, pp. 144-153, 2001
- [Post *et al*, 1994] : D. Post, B. Han, P. Ifju, High Sensitivity Moiré - Experimental Analysis for Mechanics and Materials, Mechanical Engineering Series, Springer-Verlag New York, ISBN 0-387-98020-5, 456 p., 1994
- [Pron *et al*, 2000] : H. Pron, W. Menanteau, C. Bissieux, J.-L. Beaudoin, Characterization of a focal plane array (FPA) infrared camera, QIRT 2000, Reims, pp. 112-117, ISBN 83-89003-45-7, 2000
- [Rice, 1976] : J. R. Rice, The localization of plastic déformation, Th. Appl. Mech., W. T. Koiter (ed), North-Holland Publishing Company, 1976
- [Rice *et al*, 1980] : J. R. Rice, J. W. Rudnicki, A note on some features of the theory of localization of deformation, Int. J. of Sol. and Struct., Vol. 16, pp. 597-605, 1980
- [Rittel, 1999] : D. Rittel, On the conversion of plastic work to heat during high strain rate deformation of glassy polymers, Mech. of Mat., Vol. 31, pp. 131-139, 1999
- [Rittel, 2000] : D. Rittel, An investigation of the heat generated during cyclic loading of two glassy polymers - Part I: Experimental, Mech. of Mat., Vol. 32, pp. 131-147, 2000
- [Ritter *et al*, 1997] : R. Ritter, K. Galanulis, D. Winter, E. Müller, B. Breuckmann, Notes on the application of Electronic Speckle Pattern Interferometry, Opt. and Lasers in Eng., Vol. 26, Issues 4-5, pp. 283-299, 1997
- [Sai *et al*, 2006] : K. Sai, G. Cailletaud, S. Forest, Micro-mechanical modeling of the inelastic behavior of directionally solidified materials, Mech. of Mat., Vol 38, Issue 3, pp. 203-217, 2006
- [Saurel, 1999] : J.-L. Saurel, Etude thermomécanique d'une famille d'élastomères thermoplastiques, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 159 p., 1999
- [Shenogin *et al*, 2002] : S. V. Shenogin, G. W. Hohne, E. F. Oleinik, Thermodynamics of the pre-yield deformation of glassy polymers: measurements with new deformation calorimeter, Thermochemica Acta, Vol. 391, pp. 13-23, 2002
- [Schmidt *et al*, 1945] : A. O. Schmidt, W. W. Gilbert, O. W. Boston, A thermal balance method and mechanical investigation for evaluating machinability, Trans. A.S.M.E., Vol. 67, pp. 225-232, 1945

[Tauchert *et al*, 1967] : T. R. Tauchert, S. M. Afzal, Heat generated during oscillations of polymethylmethacrylate tubes, J. of Appl. Phys., Vol. 38, pp. 4568-4572, 1967

[Taylor *et al*, 1934] : G. I. Taylor, H. Quiney, The latent energy remaining in a metal after cold working, Proc. Roy. Soc. Lon., A1 143, pp. 307-326, 1934

[Tuffraud-Löbel, 1995] : Caractérisation thermomécanique d'alliages à mémoire de forme de type Ni-Ti et Cu-Zn-AL. Domaine de transition et cinétique de changement de phase, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 228 p., 1995

[Varenne *et al*, 2000] : M. Varenne, J.-C. Batsale, C. Gobbé, Estimation of the local thermal conductivity field of a plane heterogeneous medium with infrared image processing and the volume-averaging method, High Temperatures - High Pressures, Vol. 32, N° 3, pp. 329-336, 2000

[Xie *et al*, 1997] : X. Xie, J. T. Atkinson, Absolute moiré contouring, Opt. and Lasers in Eng., Vol. 27, Issue 2, pp. 149-159, 1997





**Partie 3 :**  
**Textes des principales publications**



### 3.1) Axe I : Développement de techniques expérimentales

#### 3.1.1) [A2] Analysis of strain localization during tensile tests by Digital Image Correlation, *Exp. Mech*, Vol 41, n°1, 2001

## Analysis of Strain Localization during Tensile Tests by Digital Image Correlation

by B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole and M. Némoz-Gaillard

**ABSTRACT**—This paper presents an imaging technique developed to study the strain localization phenomena that occur during the tension of thin, flat steel samples. The data are processed using digital speckle image correlation to derive the two in-plane components of the displacement vectors. The authors observe that the calculation of the intercorrelation function reveals a systematic error and propose a numerical method to limit its influence. Plastic incompressibility and thin-sheet assumptions are used to derive the third displacement component and, hence, the various strain and strain rate components. Numerous checks are presented at each step in processing the data to determine the final accuracy of the strain measurements. It is estimated that this accuracy is quite sufficient to track the inception and the development of localization. Examples of possible application are presented for mild steels whose strain localization mechanisms appear to be precocious and gradual.

**KEY WORDS**—Digital image correlation, strain rate measurement, necking, material behavior, steel

Over the past two decades, the simulation tools used in mechanics of materials have become increasingly powerful. Progress made in the field of scientific computation is giving rise to a new branch of mechanics called computational mechanics of solids.<sup>1</sup> It allows the use of more realistic, and also more complex, models of behavior.

Of course, the consistency of the simulation results depends very much on the validity of the constitutive equations implemented in the computational codes. These phenomenological equations are, most often, identified on the basis of experiments carried out on particular structures for which stress and strain patterns are supposed to be known. For instance, we assume that strain and stress fields are homogeneous in the gage part of a sample during a simple tensile test. This homogeneity hypothesis, often implicitly assumed, is necessary to estimate the stress and the strain from load and displacement measurements. Naturally, as soon as a strain localization occurs—local necking, Lüders bands, transformation bands and so on—the mechanical fields are

no longer homogeneous. These localization phenomena have long been under investigation by many authors from experimental, theoretical and numerical points of view.<sup>2–10</sup> These works call for the detailed knowledge of the constitutive equations. Consequently, it is of a great importance to be able to detect, with even greater precision, the onset of such localization mechanisms.

The computational resources currently available offer new and powerful possibilities of experimental data processing. For instance, optical methods using digital image correlation provide whole-field displacement data for plane structures.<sup>11–14</sup> The most precise methods take into account the deformation of the surface due to straining between two images.<sup>13</sup> Nevertheless, these methods use iterative algorithms and generally require considerable computation time. In addition, to track the localization development precisely, the strain field must be determined on high-resolution grids. This fact led us to develop a suitable direct correlation method. It enables such resolutions to be achieved within a reasonable computation time using a standard microcomputer. The third displacement component can be obtained by assuming material incompressibility and depthwise homogeneity of the strain field (thin-sheet assumption). The strain and strain rate tensors are derived by differentiation. Because the displacement fields are discrete and noisy, a local polynomial fitting method is implemented to estimate the space and time derivatives.

This paper is divided into six sections, followed by concluding comments. The first three focus on the different steps in the image processing. The first is devoted to computation of the two in-plane components of the displacement vector. The second describes the calculation of the out-of-plane component. The third presents the differentiation method. The fourth section deals with the tests developed to check the accuracy of the displacement and strain measurements. Next, the experimental setup is introduced. Finally, potential applications of the experimental approach are proposed through results describing the localization development in tensile tests performed on standard thin, flat steel samples.

### In-plane Components of the Displacement Vector

#### Grid Step Definition

The recorded speckled images correspond to noisy two-dimensional discrete signals defined by the distribution of light intensity on the sample surface. The displacement field is computed at each point  $M(i_0, j_0)$  of a virtual grid defined in the reference configuration. To achieve high spatial

*B. Wattrisse is an Assistant Professor, A. Chrysochoos is a Professor and J.-M. Muracciole is an Assistant Professor, Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, 34095 Montpellier, Cedex 05, France. M. Némoz-Gaillard is an Assistant Professor, Laboratoire de Mécanique et de Métrologie, Ecoles des Mines d'Alès, 30 319 Alès, France.*

*Original manuscript submitted: August 2, 1999.  
Final manuscript received: October 10, 2000.*

resolution, the grid step of the mesh ( $GS$ ) is generally chosen between 2 and 5 pixels corresponding to about  $10^4$  points of measurements per couple of images.

### Intercorrelation Function $\bar{\varphi}$

To determine the displacement at each point of the grid, we choose to perform a direct correlation computation and use a normalized intercorrelation function  $\bar{\varphi}$ . Between two images and  $I_1$  and  $I_2$ , separated by a small strain increment,  $\bar{\varphi}$  is written as

$$\bar{\varphi}(k, l) = \frac{\sum_{i, j=-CZ/2}^{CZ/2} I_1(i_0 + i, j_0 + j) \cdot I_2(i_0 + i + k, j_0 + j + l)}{\sqrt{\sum_{i, j=-CZ/2}^{CZ/2} I_1(i_0 + i, j_0 + j)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i, j=-CZ/2}^{CZ/2} I_2(i_0 + i + k, j_0 + j + l)^2}}, \quad (1)$$

where  $CZ$  is the correlation zone (i.e.,  $M$ 's neighborhood corresponding to a local optical signature of grid point  $M$ ) and  $RZ$  is the research zone (i.e.,  $M$ 's neighborhood where the optical signature is tracked). These zones correspond to the domains of variation of  $(i, j)$  and  $(k, l)$ , respectively.

The intercorrelation function  $\bar{\varphi}$  is computed for multiple pixel shifts  $(k, l)$ . So the displacements are estimated with a 1-pixel resolution. To achieve higher resolutions, the discrete intercorrelation function is interpolated in the neighborhood of its discrete maximum by a quadratic polynomial.<sup>16</sup>

### Choice of CZ and RZ

The computation time for the intercorrelation function is related to  $CZ$  and  $RZ$ : it increases approximately as the square power of these two quantities.

The parameter  $CZ$  affects the accuracy of the displacement measurement; the use of larger  $CZ$  tends to increase the accuracy. A compromise has to be found between speed and accuracy. For this study, we choose a  $CZ$  of approximately  $20 \times 20$  pixels.

To minimize the computation time, small values of  $RZ$  should also be used. But, in the case of large transformations, the incremental displacement may become too great. To maintain a short CPU time, we first compute a rough estimate of the displacement field on a coarse grid ( $GS = 25$  to 50 pixels) using a sufficiently large  $RZ$ . Then, we compute the displacement on a finer grid using an interpolation of the previously computed data as a first estimate of the displacement field.

For example, between two  $1024 \times 1024$  images homogeneously deformed (tensile strain state, longitudinal strain: 10 percent),  $RZ$  should be at least 103 pixels. For a displace-

ment field spanning  $n = 10^4$  points, the computation time is around  $22.10^3$  s for the complete calculation, whereas it is only around  $222 + 42 = 264$  s when an interpolation of the displacement field calculated on  $n = 10^2$  points is used to compute the whole displacement field (see Table 1). Using the first estimate of the displacement field,  $RZ$  ranges from 3 to 5 pixels.

### Out-of-plane Components of the Displacement Vector

Assuming the plastic incompressibility, the out-of-plane component of the displacement vector can be deduced from the in-plane components. In the finite transformations framework, the local equation of the volume balance leads to

$$\det(\mathbf{F}(M)) = 1, \quad (2)$$

where  $\mathbf{F}(M)$  is the deformation gradient tensor at point  $M$ . Its representative matrix is defined by

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & 1 + \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & 1 + \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

where  $\vec{u} = (u, v, w)$  is the displacement vector at point  $M$  and  $(x, y, z)$  are the Lagrangian coordinates.

Furthermore, if the transformation is supposed to be homogeneous throughout the thickness of the sample (thin-sheet assumption), eq (2) becomes

$$1 = \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \cdot \det \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & 1 + \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Knowing the spatial derivatives of the in-plane displacement components ( $u$  and  $v$ ) and the initial geometry ( $z(x, y)$ ), the integration of the differential eq (4) gives the out-of-plane component of the displacement  $w$  at point  $M$ .

Once the whole displacement vector field has been calculated, the grid is upgraded, and the displacement field between a next couple of images can be determined; the path of each point on the grid is then calculated step by step. After a first loading increment, the position of each point  $M$  no longer corresponds to an integer value of pixel. Naturally, the simplest way to compute the next displacement is to choose the nearest integer pixel location as a basis for the next measurement. By doing so, we add errors to the measurement and deviate from the true Lagrangian measurement. The typical strain increment  $\Delta\varepsilon$  between two images is about  $5 \cdot 10^{-3}$ . Consequently, the maximum error on the displacement measurement due to the nearest pixel approximation is around  $\Delta\varepsilon/2$ , which corresponds to  $2.5 \cdot 10^{-3}$  pixels. This small error is reduced by performing a local numerical translation of images  $I_1$  and  $I_2$ . Using a bilinear interpolation, the correlation zone  $CZ$  of each point  $M$  is shifted by the decimal value of the previously computed displacement in order to always track the same material zone throughout the test.

TABLE 1—EXAMPLES OF CPU TIMES PERFORMED ON PENTIUM MMX 166 MHZ WITH CZ = 20 PIXELS: (a) FINE-GRID AND LARGE RESEARCH ZONE, (b) COARSE-GRID AND LARGE RESEARCH ZONE AND (c) FINE-GRID AND SMALL RESEARCH ZONE

	(a) $n = 10^4$ Points RZ = 103 Pixels	(b) $n = 10^2$ Points RZ = 103 Pixels	(c) $n = 10^4$ Points RZ = 4 Pixels
CPU Time (s)	22227	222	42

## Differentiation of the Displacement Field

### Local Approximation Technique

To achieve high-precision measurements of strain and strain rate, the noisy displacement data have to be filtered before computing time and space differentiation. Filtering methods often rely on the spectral decomposition of the signal to be filtered (using fast Fourier transform algorithms) provided the signal is regularly sampled.<sup>17,18</sup> When localization occurs, the strong evolution of the surface aspect may be responsible for “bad” correlation computation giving incoherent amplitude and orientation of the displacement vector. In our experimental conditions, less than 0.5 percent of the points are concerned by this bad correlation. Because we chose to ignore these points, Fourier filtering methods were eliminated. We implemented a method based on a local least squares approximation of the displacement field to process irregularly sampled data. For the sake of simplicity, this method is illustrated hereafter in the one-dimensional case.

The displacement field is locally fitted within an approximation zone AZ. The approximation function  $g$  is selected according to the differential operator applied. For space differentiation, we chose a linear approximation function corresponding to a uniform strain along the approximation zone, whereas for time differentiation, we chose a quadratic approximation function corresponding to a locally constant acceleration. Each differential operator is directly applied to its approximation function. Repeating this computation for all points of the grid, the strain fields can be constructed.

### Choice of AZ

The parameter AZ corresponds to a fixed number of nearby points used to compute the local fit. Naturally, its size affects the level of smoothing and, thus, the error on the determined strain. The choice of AZ corresponds to a compromise between smoothing and accuracy: large approximation zones reduce the standard deviation on the strain measurement. So, in the case of a homogeneous strain distribution, large values of AZ can be used to increase the accuracy of the strain computation, whereas in the case of a strain localization, large AZ tends to make the strain field uniform.

### Continuity Extension at the Boundary

A continuity extension of the displacement field is performed at the image boundary in order to keep each point of the grid in the center of its approximation zone. The construction of the extended data is schematically illustrated in Fig. 1. First, the approximation function  $g_1$  is determined in a neighborhood  $AZ_1$  of  $P_1$ . Then, the locus of a first extended point  $p_1^{ext}$  is chosen on the other side of the boundary; the distance between  $p_1^{ext}$  and the boundary is taken equal to the averaged grid step within  $AZ_1$ . The displacement at  $p_1^{ext}$  is

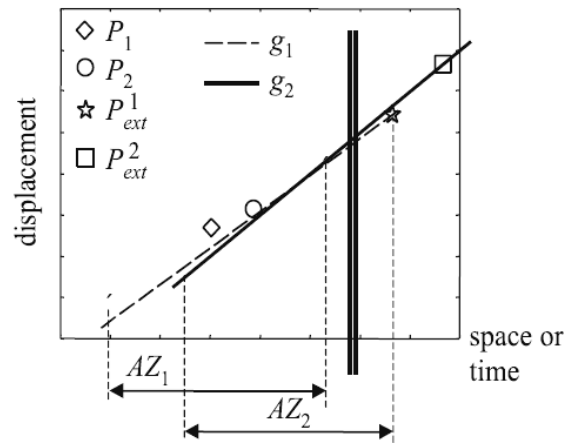


Fig. 1—Continuity extension of the displacement field at the boundary

then calculated using  $g_1$ . This calculation is reiterated using these extended data, and the extension process is stopped once  $AZ/2$  points are created.

### Checking the Data Processing

The validity check of the displacement calculation becomes experimentally very difficult to carry out as soon as the displacement field is no longer that of a rigid body. It is impossible to experimentally impose a given strain field on a real structure. Therefore, the algorithms of correlation and differentiation were tested on several analytic examples based on numerically deformed images. The image  $I_1$  may be either virtual or real.

### Interpolated Real Images

The initial image is taken under normal shooting conditions. It is interpolated by a bicubic spline and resampled on a deformed grid. The deformation of the grid is related to the image deformation. Naturally, this interpolation is only valid if the variations of light intensity of the original image remain relatively regular.

With this method, it is very difficult to impose or to change the image characteristics (spectral content). To easily modify these characteristics, we developed a digital image creation technique.

### Computer-generated Speckle Images

The virtual images correspond to a distribution of luminous spots on the surface. Each spot is represented by a Gaussian-shaped function. The location  $(x_k, y_k)$ , “size”



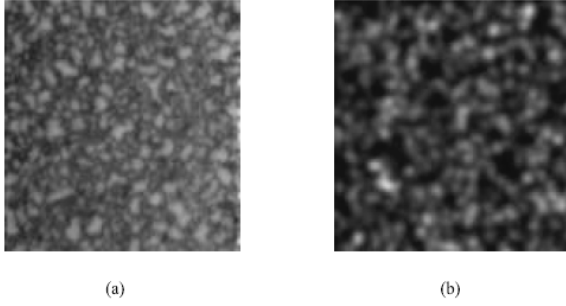


Fig. 2—(a) Experimental and (b) computer-generated  $140 \times 140$  pixel speckle images

$(R_k^x, R_k^y)$  and intensity ( $I_k^0$ ) of a particular spot (for instance, the  $k$ th spot) are randomly chosen. The superposition of these  $N_s$  spots gives the following analytic definition  $I(x, y)$  of the computer-generated speckle image:

$$I(x, y) = \sum_{k=1}^{N_s} I_k^0 e^{-\left(\frac{x-x_k}{R_k^x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y-y_k}{R_k^y}\right)^2}. \quad (5)$$

By sampling this analytic function on a regularly spaced grid corresponding to the CCD detector, we obtain a computer-generated digital image. Because the analytic definition of this function is known, it can be transformed in various ways: translation, rotation or deformation. Of course, the images are generated so as to obtain histograms and Fourier spectra similar to the real ones. Figure 2 shows an example of real and virtual speckle images.

#### Checking In-plane Displacement Measurements

Translation motions applied to computer-generated speckle images show that the mean error on the displacement measurement ( $\bar{e}_u$ ) depends on the imposed displacement ( $u_{imp}$ ). It is defined by

$$\bar{e}_u = \underset{i}{mean} \left( u_{comp}^i - u_{imp} \right), \quad (6)$$

where  $u_{comp}^i$  is the computed displacement at the  $i$ th point. The systematic error is approximately sinusoidal, and the period is 1 pixel (see Fig. 3). This result is consistent with previous experimental studies.<sup>14,19</sup> Henceforth,  $\bar{e}_u$  will be referred to as the systematic error ( $\bar{e}_{syst} = \bar{e}_u$ ). Thus, in the one-dimensional case, the error on the displacement measurement at the  $i$ th point ( $e_u^i$ ) is written as

$$e_u^i = e_{syst}(u_{imp}) + e_{rand}^i, \quad (7)$$

where  $e_{rand}^i$  is the random component of the error at point  $i$ .

Naturally, we have checked that  $e_{rand}^i$  was indeed a random error and that its characteristics (mean value, standard deviation) did not depend on the displacement applied (see Fig. 3). Figure 4 shows the normal distribution of the random error with a zero mean value and a standard deviation of  $1.2 \cdot 10^{-2}$  pixels. We also observed that  $e_{syst}$  does not depend on the value of  $CZ$ , whereas  $e_{rand}^i$  does: the higher  $CZ$ , the lower  $e_{rand}^i$ .

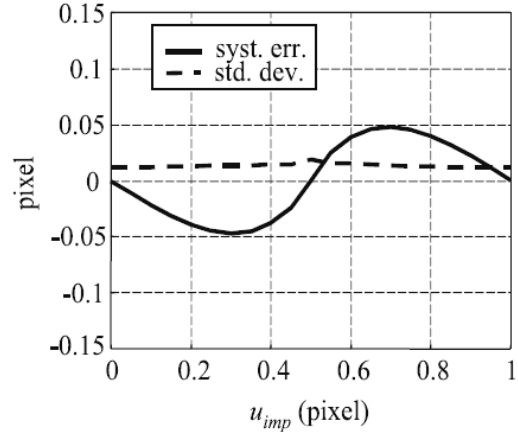


Fig. 3—Evolution of the error on the displacement measurement versus the imposed displacement corresponding to a direct correlation computation ( $CZ = 20$  pixels,  $n = 10^2$  points)

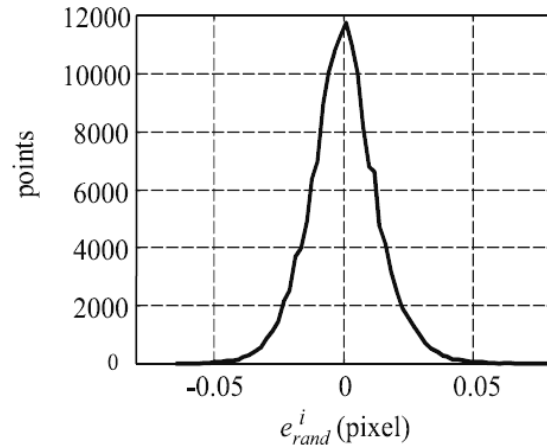


Fig. 4—Density probability function of the random error on the displacement measurements corresponding to a direct correlation computation ( $CZ = 20$  pixels,  $n = 2 \cdot 10^5$  points)

By using different spot sizes, we show that the amplitude of the systematic error depends on the speckle properties (see Fig. 5 and Table 2): the larger the spots, the smaller the systematic error amplitude, whereas  $e_{rand}^i$  is not sensibly affected by spot size.

The systematic error is not only due to the chosen way to perform the correlation. We verified that the use of Fourier techniques also leads to similar features. Calculations in the frequency space produce not only a systematic error but also a drift that increases linearly with the imposed displacement (see Fig. 6).

An explanation for the occurrence of the drift is given in Ref. 20. The spectra of two translated images are not exactly the same. On one side of the correlation zone, spots arrive,

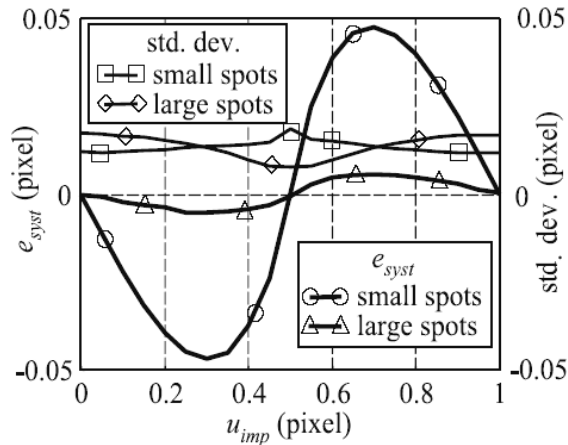


Fig. 5—Systematic error corresponding to a direct correlation computation ( $CZ = 20$  pixels,  $n = 10^2$  points). The size of large spots is around  $10 \times 10$  pixels, and the size of small spots is  $2 \times 2$  pixels

TABLE 2—MAXIMUM SYSTEMATIC ERROR AND STANDARD DEVIATION FOR VARIOUS MEASUREMENT METHODS ON SMALL-SPOT SPECKLE IMAGES: (a) DIRECT CORRELATION COMPUTATION, (b) DIRECT ITERATIVE CORRELATION COMPUTATION, (c) RANDOM-SHIFTING DIRECT CORRELATION COMPUTATION AND (d) FOURIER ITERATIVE CORRELATION COMPUTATION

	max ( $e_{syst}$ ) (pixel)	Standard Deviation (pixel)	CPU Time (arbitrary units)
(a)	$5.10^{-2}$	$2.10^{-2}$	1
(b)	$3.10^{-2}$	$2.10^{-2}$	3
(c)	$10^{-2}$	$6.10^{-2}$	1
(d)	$10^{-3}$	$6.10^{-3}$	20

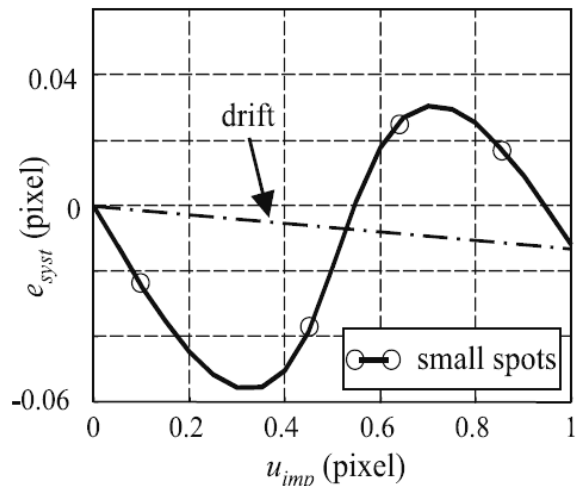


Fig. 6—Systematic error plus drift corresponding to a direct Fourier correlation computation ( $CZ = 20$  pixels,  $n = 10^2$  points)

whereas on the other side, some of those that were initially present leave the zone. This (small) difference induces an error in the measurement of the displacement that increases with the spots' "flux." A convenient way to remove this drift is to resort to iterative calculations.<sup>20</sup>

Simulations using computer-generated speckle images show that the systematic error stems from the combination of two factors: the numerical integration error deriving from calculating the correlation and the use of the subpixel polynomial interpolation of the intercorrelation function.

By contrast with the random error, the systematic error cannot be easily removed by standard filtering techniques. However, several methods can be used to reduce its influence.

#### How to Remove $e_{syst}$

With iterative methods,<sup>13,20</sup> the correlation computation converges gradually toward autocorrelation (zero displacement). As a consequence, these methods suppress, by construction, the systematic error but remain time consuming.

A faster method, developed by in Refs. 14 and 19, is based on an approximation of the systematic error by a sinusoidal-shaped function. These works correct the displacement measurement by the value of the corresponding modeled systematic error. However, this method does not take into account the dependence of the systematic error on speckle properties.

Our proposal is to use some characteristics of the systematic error to get rid of this error: 1-pixel periodicity and null average over one period (see Figs. 4 and 5). The aim of this technique is to convert the systematic error into a random one to suppress it by a subsequent filtering. To that end, the correlation zone of each point of the final image is numerically translated by a 1-pixel-amplitude random displacement ( $u_{rand}^i$ ) using a bilinear interpolation of the image. The computed displacement of the  $i$ th point can thus be written as

$$u_{comp}^i = (u_{imp}^i + u_{rand}^i) + e_{syst}(u_{imp}^i + u_{rand}^i) + e_{rand}^i \quad (8)$$

Because it depends on a random displacement, the systematic error computed at each point will become independent of that computed for its neighbors; it is randomly redistributed throughout the whole image (see Fig. 7). Then,  $u_{rand}^i$  is subtracted to  $u_{comp}^i$ , and, using the property of null average, it is possible to greatly reduce the amplitude of the superimposed random error  $e_{syst}(u_{imp}^i + u_{rand}^i)$  using the smoothing method described earlier.

Figure 7 shows the displacement profile along the sample axis between two homogeneously deformed images, obtained using direct correlation ( $u_{direct}$ ) or random shifting ( $u_{rand.shift}$ ) computations. We can observe the influence of the systematic error on the displacement measurements and the efficiency of the random shifting method. Figure 8 gives the strain profiles related to Fig. 7. We can also observe that the maximum error for strain has been considerably reduced.

Table 2 shows the comparative performances of the different measurement techniques that we implemented. In the case of translation motions, the most efficient but most time-consuming method is the Fourier iterative computation (d). Direct methods (a, b, c) are much faster, and the random-shifting direct correlation computation (c) gives a good compromise between speed and accuracy.



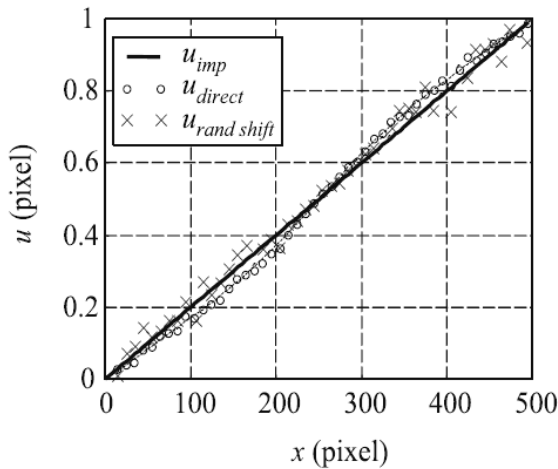


Fig. 7—Displacement profiles using either direct or random shifting methods ( $CZ = 20$  pixels)

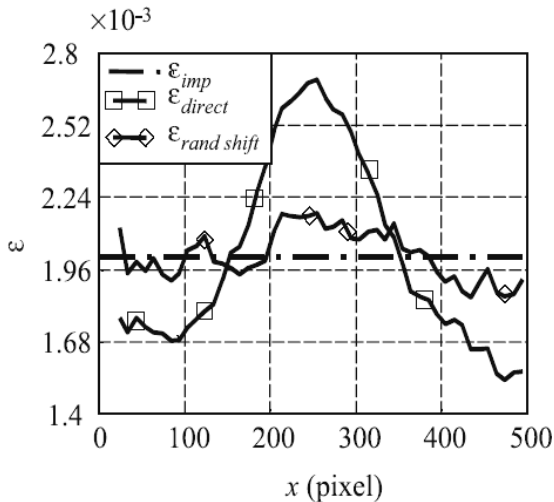


Fig. 8—Strain profiles related to displacement profiles of Fig. 7 ( $AZ = 50$  pixels)

The order of magnitude of the CPU time consumption is given in arbitrary units. With a Pentium MMX 166 MHz, and for  $CZ = 20$  pixels and  $RZ = 3$  pixels, this unit achieves 238 subsets per second. Note that direct correlation and random-shifting direct correlation algorithms have similar CPU time consumption. This stems from the shifting operation, which is much faster than the subsequent correlation computation.

#### Sensitivity to Rotation Motions

Direct correlation computations can give only the local translation components at any point of the grid. They are not able to determine the local rotation of  $CZ$ . Nevertheless, this can be estimated, provided the rotation angle between two images remains small. We studied the sensitivity of the

correlation computation with regard to rotation movements using numerically rotated images. Imposed incremental rotation angles were taken between 0 deg and 20 deg. We noticed that the variations of the intercorrelation function  $\bar{\varphi}$  were strongly affected by rotation motions. For instance, Figs. 9(a) and 9(b) show the variations of  $\bar{\varphi}$  in the vicinity of  $M(i_0, j_0)$  using the same  $RZ$  in the case of a translation motion and of a 20 deg rotational movement, respectively. We can clearly see that there is only one correlation peak within  $RZ$  for the translation, whereas several peaks can coexist in the rotation case. Besides, the peak that corresponds to the rotational movement is not necessarily the highest. To find the right peak, we compute a first estimate of the displacement field using small values of  $RZ$ .

The choice of a small  $RZ$  allows only for the calculation of small displacements, which correspond here to points located in the vicinity of the rotation center. Far from this center, the data processing does not provide correct values of displacements. Once the rotation angle is determined, the same low value of  $RZ$  can be used for the whole image, providing a single correlation peak within the research zone. This method gave correct results for incremental rotation less than 20 deg.

In Fig. 10, the evolution of the error was plotted for angles varying from 0 deg to 20 deg. Note that an angle of 20 deg between two consecutive images can still be found with an approximate mean error of 0.1 deg and a local accuracy of 1 deg.

#### Checking Out-of-plane Displacement Component

The computational procedure providing the out-of-plane displacement component is checked experimentally by recording images of a steel sample mechanically loaded until localized necking occurs. The sample was then unloaded and removed from the testing machine, and its dimensions were measured using a three-axis measurement machine (Renault Automation, resolution approximately 1  $\mu\text{m}$ ). The temporal evolution of the out-of-plane displacement component was computed using eq (4). The elastic strain being neglected compared with the plastic strain, the final computed geometry was then compared to the measured one. Figure 11 shows the comparison between the computed and measured thicknesses of the sample along its longitudinal axis. Results are in good agreement and show the global consistency of the hypotheses made throughout data processing.

#### Checking Strain Measurements

As mentioned earlier, we decided to distinguish situations in which the deformation is homogeneous from cases in which it is heterogeneous. The differential operators are estimated with noisy displacement data and can be compared with analytic results. The strain resolution mainly depends on the parameter  $AZ$ , the number of approximation points within  $AZ$ , the incremental strain between two images and, for a cumulative computation, the number of strain increments. Because we choose to work with a fixed grid step (typically,  $GS = 5$  pixels), the number of approximation points is given by the value of the parameter  $AZ$ .

For images deformed in a homogeneous way, the resolution on the strain measurement increases with the use of higher values of parameter  $AZ$  (see Fig. 12). The mean error is the difference between the imposed strain increment and its mean measured values. The standard deviation of the local

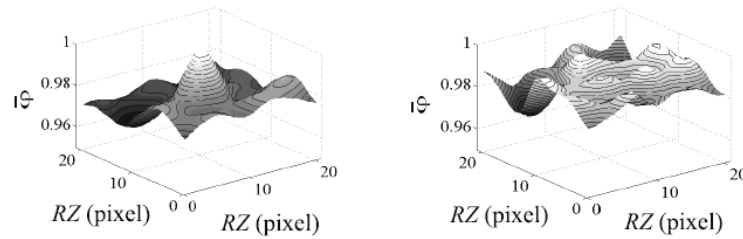


Fig. 9—Intercorrelation function variations: (a) rigid-body translation, (b) rigid-body rotation ( $CZ = 20$  pixels,  $RZ = 10$  pixels)

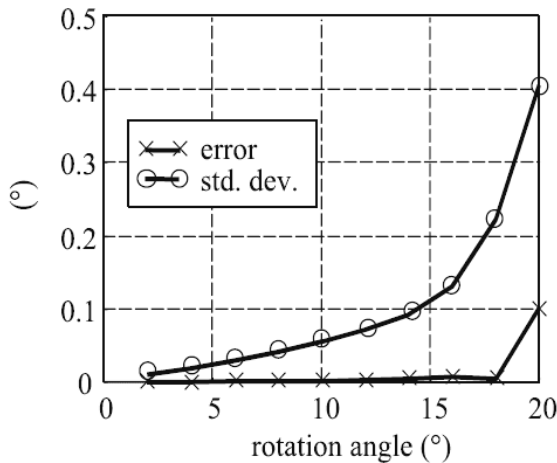


Fig. 10—Error on the computed rotation angle ( $n = 10^4$  points)

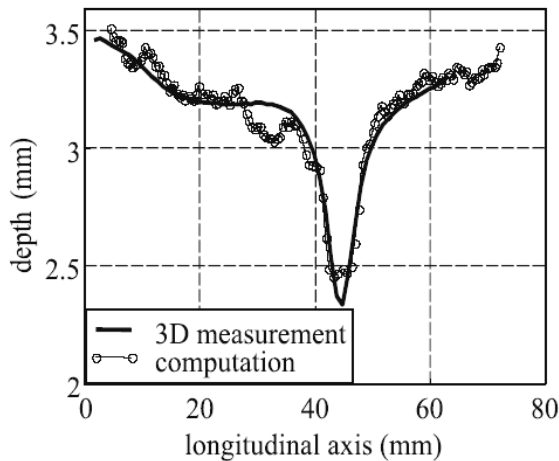


Fig. 11—Comparison between computed and measured out-of-plane displacements

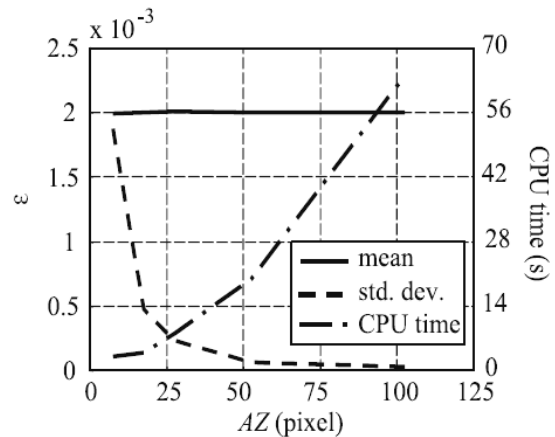


Fig. 12—Strain measurement between homogeneously deformed images ( $n = 8500$  points,  $CZ = 20$  pixels,  $\Delta\epsilon = 0.2$  percent)

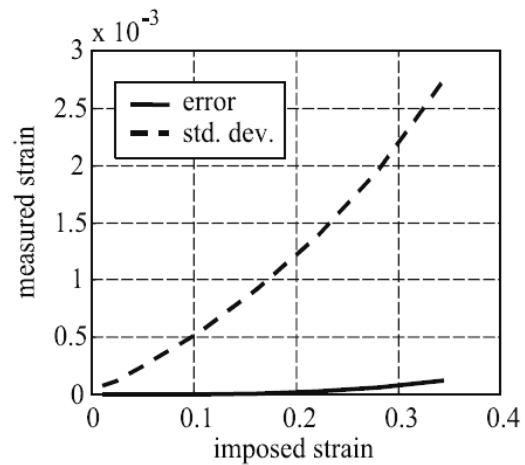


Fig. 13—Evolution of the error on strain measurement according to the incremental strain between the two images ( $CZ = 20$  pixels,  $AZ = 50$  pixels,  $n = 10^4$  points)

strain error is given. Figure 12 also shows that the CPU time consumption varies approximately with the square of  $AZ$ .

Figure 13 illustrates the dependence of the strain measurement error at fixed  $AZ$  according to the incremental strain ( $\Delta\epsilon$ ) between the two homogeneously deformed images. The

mean error remains small (i.e.,  $2 \cdot 10^{-4}$ ) even for  $\Delta\epsilon = 30$  percent, whereas the amplitude of the local error increases from  $2 \cdot 10^{-4}$  at  $\Delta\epsilon = 0.5$  percent to  $5 \cdot 10^{-3}$  at  $\Delta\epsilon = 35$  percent.

Figure 14 illustrates a penalizing case corresponding to the existence of a narrow localization zone (size of around 200

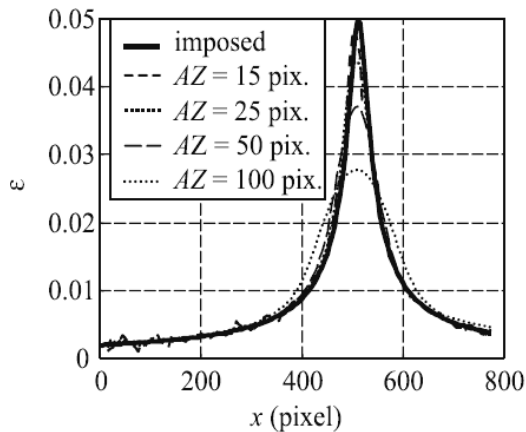


Fig. 14—Strain resolution for the case of a heterogeneous strain field ( $CZ = 20$  pixels)

pixels). As expected, we verify that increasing  $AZ$  tends to enlarge the size of the localization zone and to underestimate the maximum strain, which leads to an increase of the strain measurement error.

Using this kind of example, we found that  $AZ$  values ranging from 25 to 50 pixels are a good compromise between precision and CPU time, whether or not the strain field is homogeneous.

The accuracy of the strain measurements is also related to the number of displacement increments. This dependence is illustrated in Fig. 15. The strain is computed by cumulating the incremental displacement vectors while the strain increment between two consecutive images is equal to 0.5 percent. We can see that the mean error remains small ( $< 2.10^{-4}$ ) whichever the number of increment. We also observe that the local error decreases at first, then increases due to the accumulation of incremental errors. However, the standard deviation reached for an imposed deformation of 35 percent is lower for the case of an incremental calculation compared with the case of a direct one.

### Experimental Arrangement

The experimental setup uses a 100 kN tension-compression, servomechanic testing machine. The eight-bit digital images are recorded during the test by a CCD camera positioned in front of the sample. The lens axis of the camera is kept fixed with reference to the frame of the testing machine and remains perpendicular to the surface of the sample. We used a Kodak MegaPlus high-resolution camera  $1317 \times 1035$ ,  $6.8 \times 6.8 \mu\text{m}$  square pixels and a Nikon lens (Micro-Nikkor,  $f_0 = 55$  mm). The distance between the camera and the sample is around 1 m.

Concerning the lighting mode, we prefer white light to coherent light because its use is less sensitive to out-of-plane movements and to the increase of the surface roughness due to strain hardening that both disturb the data analysis. Of course, for natural lighting, the sample surface must be contrasted enough to allow correlation computations. In this work, the steel samples are artificially speckled using white paint. The appearance of the sample aspect is illustrated in Fig. 2(a).

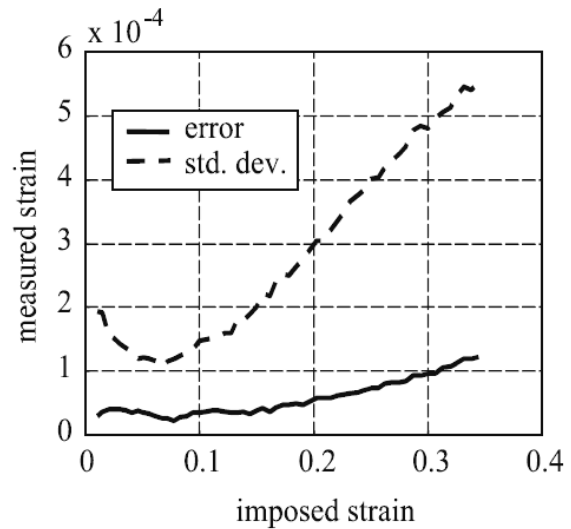


Fig. 15—Evolution of the strain measurement error according to the number of strain increments ( $CZ = 20$  pixels,  $AZ = 50$  pixels,  $n = 10^4$  points,  $\Delta\epsilon = 0.5$  percent)

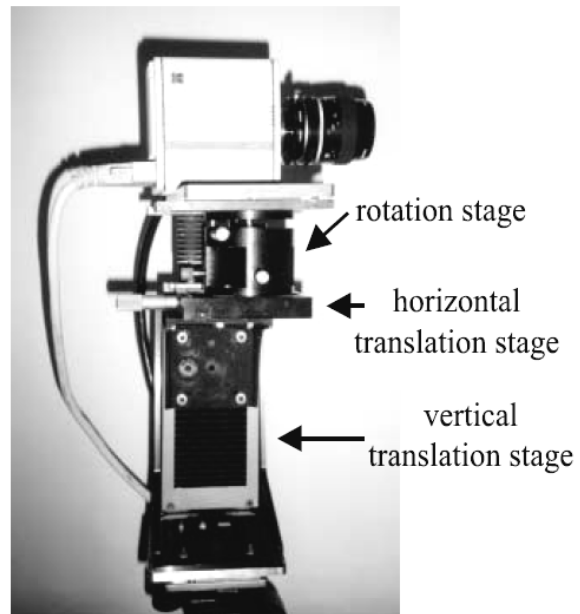


Fig. 16—Camera setting

The camera must be set carefully so that the CCD detector remains parallel to the sample surface, since each out-of-plane movement (translation or rotation) distorts the images. In order not to disturb the interpretation of the measurements, it is of great importance to be able to minimize these distortions.

We adopt the following procedure for setting up the camera. After an initial coarse setup—using a three-axis rotation stage (see Fig. 16) for easy tilt corrections—fine adjustment is achieved by vertical translation of the sample in front of the camera using the testing machine. The comparison between

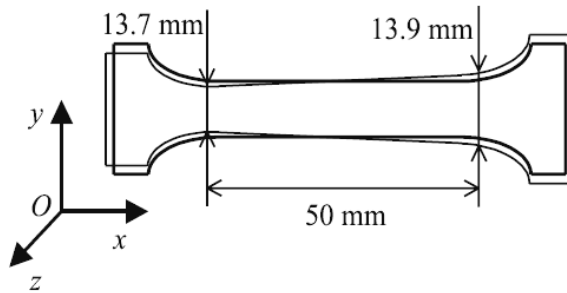


Fig. 17—Heuristic sketch of the geometrical sample defects

the strain field associated with this rigid-body motion (identically equal to zero) and the measured strain field enables us to check and optimize the alignment procedure. The typical error on the strain measurements, due to the setting up, is about  $1.10^{-4}$  or  $2.10^{-4}$ . Note that this error corresponds approximately to the strain measurement resolution.

### Examples of Potential Application

The experimental setup is designed to study localization phenomena in mild steels. To illustrate the capabilities and the interest of such an approach, we give an outline of results obtained during monotone tensile tests performed at constant cross-head velocity ( $v_{CH} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). As long as the strain field remains homogeneous within the gage part of the sample, this kind of loading can also be interpreted in terms of a strain-controlled test ( $\dot{\epsilon}_{macro} \approx 7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). The images corresponding to the sample gage part contain  $250 \times 900$  pixels (scale factor  $\approx 85 \text{ }\mu\text{m.pixel}^{-1}$ ), and the frame rate is about  $0.2 \text{ image.s}^{-1}$ .

It is well known that initial geometrical defects in the sample can affect the inception of localization phenomena.<sup>9</sup> So we tested samples with and without geometrical defects to evaluate the sensitivity of our experimental procedure. These geometrical defects of machining were deliberately created and correspond to variations of the width along the sample axis (trapezoid shape). The amplitude of the geometrical defect is estimated using, once more, the three-axis measurement machine (see Fig. 17).

The amplitude of the geometrical defect being small (0.2 mm), the macroscopic tensile curves of the two specimens are very similar (see Fig. 18). As expected, the strain reached before fracture of the sample containing an initial defect is lower than that of the defect-free sample. Two particular points named A and B are spotted on the tensile curves. At the end of this section, they will help us to show that although the macroscopic mechanical responses are initially similar, the local strain and strain rate distributions are very different.

Figure 19 shows the three in-plane components of the Hencky strain tensor ( $\epsilon^H$ ) for the sample containing an initial geometrical defect when the applied macroscopic strain  $\epsilon_{macro}$  is 12 percent (point A, Fig. 18). We can also remark that the strain state within the sample is coherent with a simple tension state: shear strain concentrations are observed in the grip sections of the specimen and are nonmeasurable in the gage part, whereas the lateral contraction ratio  $\bar{\nu} = -\epsilon_{xx}^H/\epsilon_{yy}^H$  is about 0.5. Apart from the grip sections, the strain field

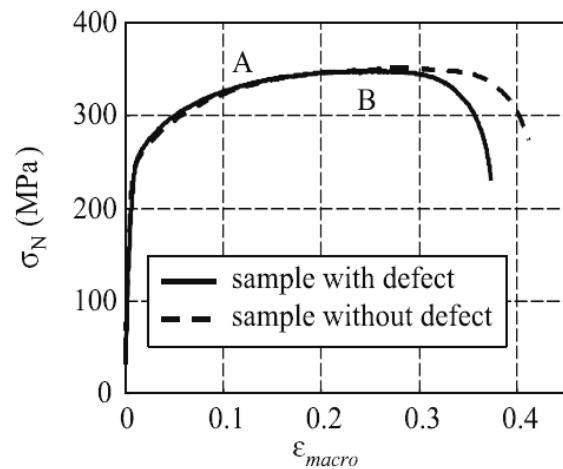


Fig. 18—Macroscopic tensile curves: nominal stress  $\sigma_N = F/S_0$  versus conventional strain  $\epsilon_{macro} = \Delta l/l_0$ , where  $F$  is the applied load,  $S_0$  is the initial cross section and  $\Delta l$  and  $l_0$  are the elongation and the initial gage length, respectively

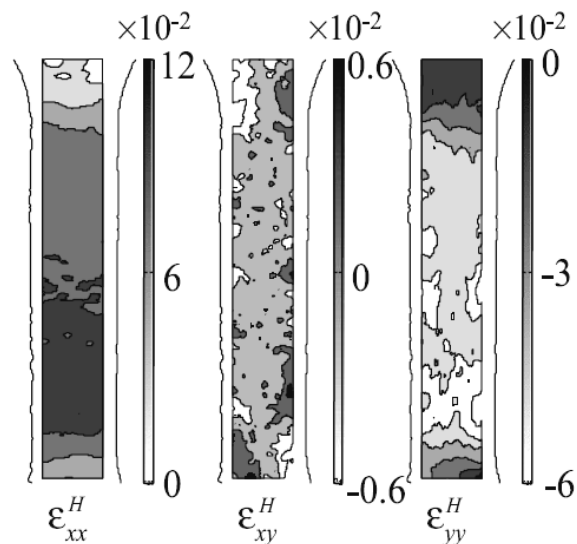


Fig. 19—Spatial distributions of the three in-plane components of the Hencky strain tensor  $\epsilon^H$ , measured on the sample containing an initial geometrical defect, when the applied macroscopic strain  $\epsilon_{macro}$  is 12 percent

is heterogeneous within the gage part of the sample;  $\epsilon_{xx}^H$  is higher in the lower end of the sample. Naturally, the strain heterogeneity is concentrated in the neighborhood of the geometrical defect where the initial cross section of the sample is the smallest.

Because the local strain state corresponds to simple tension, and because the strain distribution is fairly homogeneous along the sample width (i.e.,  $Oy$ -axis), it is possible to summarize all the available two-dimensional information for a given loading state into a one-dimensional representation. For that purpose, we plot only the axial distribution of the tension component of the strain tensor. Figure 20 represents the tension component of the Hencky strain tensor ( $\epsilon_{xx}^H$ ) of



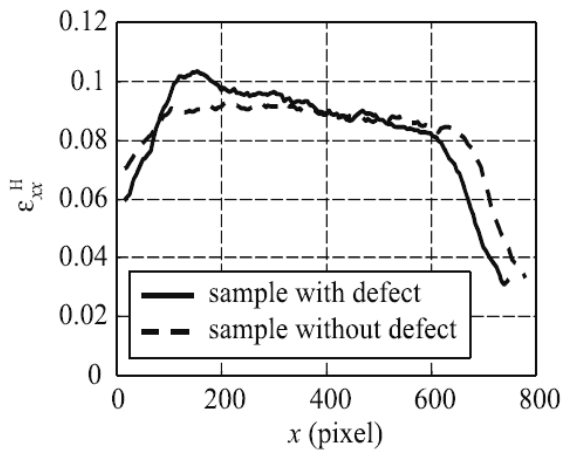


Fig. 20—Longitudinal profile  $\epsilon_{xx}^H$  when the applied macroscopic strain  $\epsilon_{macro}$  is 12 percent

the points located along the sample longitudinal axis (i.e.,  $Ox$ -axis). With this representation, we can then compare the amplitude of strain heterogeneity of the two samples.

Strain-rate measurements will provide information about the onset and development of the strain localization. We will adopt the same one-dimensional description of the strain rate state by plotting the tension component of the Lagrangian strain rate tensor ( $\dot{\epsilon}_{xx}$ ) of the points located along the sample longitudinal axis. To observe, in the same graph, the time evolution of the strain rate distribution, the strain rate profiles are piled in chronological order. In addition, contour plots are drawn and the strain rate intensity is colored in gray scale to further simplify the data interpretation. The abscissa axis stands for time, and the ordinate axis corresponds to space (see Figs. 21 and 22). The loading curve is superimposed on the graph to link global and local aspects of the mechanical response. The horizontal axis (initially time) now stands for the macroscopic strain, and the vertical axis stand for the normalized load.

Figure 21 shows the time evolution of the strain rate for the sample containing a geometrical defect. The strain rate field gradually concentrates along the sample axis, first giving rise to a diffuse necking, then to a localized necking. It is important to note that this concentration takes place early on during the loading in the sense that a strain rate heterogeneity appears during the strain hardening long before the maximum load is reached. Remember that according to some theories, this maximum, which corresponds to the so-called Considère strain ( $\epsilon_{macro}(B) = 26$  percent), is associated with the apparition of diffuse necking. At point B, we observe that the localization, in terms of strain rate, already covers 30 percent of the gage zone.

During the sample softening, the effects of localization strongly intensify and, finally, lead to the sample fracture.

Figure 22 shows the response of a defect-free sample to the same loading. The onset of the strain rate localization emerges later on during the loading. A slight heterogeneity can be observed on the lower end of the sample: point A ( $\epsilon_{macro}(A) = 12$  percent). This strain is less than half of the Considère strain amplitude, for which  $\epsilon_{macro}(B) = 27$  percent.

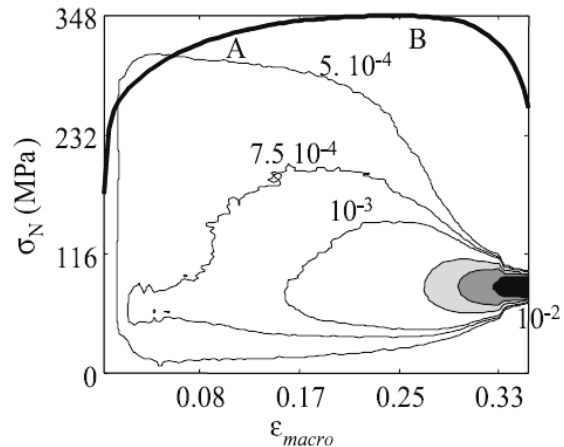


Fig. 21—Time evolution of the longitudinal strain rate  $\dot{\epsilon}_{xx}(x, 0, t)$  in  $s^{-1}$  for a monotone tensile test performed at constant strain rate ( $\dot{\epsilon}_{macro} \approx 7.10^{-4}s^{-1}$ ) on a sample of steel containing an initial geometrical defect

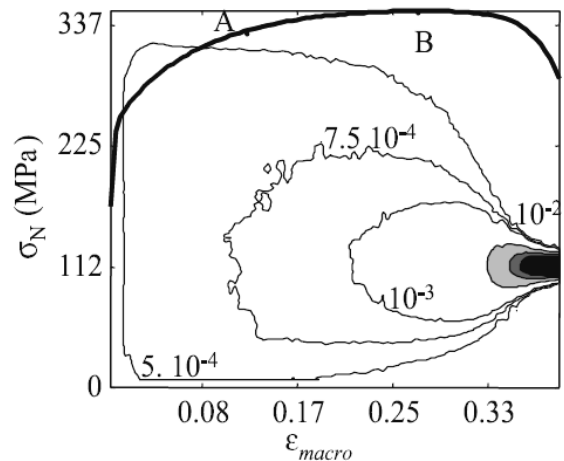


Fig. 22—Time evolution of the longitudinal strain rate  $\dot{\epsilon}_{xx}(x, 0, t)$  in  $s^{-1}$  for a monotone tensile test performed at constant strain rate ( $\dot{\epsilon}_{macro} \approx 7.10^{-4}s^{-1}$ ) on a sample of steel without any detectable initial geometrical defect

In all the tests performed, the necking is progressive. The presence of a defect in the initial geometry of the sample plays the role of a catalyst and simply brings forward the inception of the localization.

### Concluding Comments

This experimental approach provides the time evolution of various in-plane kinematic variables (displacement, velocity, acceleration, strain, strain rate, rate of kinetic energy and so on). Assuming plastic incompressibility allows the computation of the out-of-plane components. The validity check of the data processing shows that correlation techniques provide results sufficiently accurate to study the inception and the evolution of the localization phenomena. Furthermore,

we show that direct correlation computations are subject to a systematic error, which can be efficiently removed using a technique of random shifting.

Applied to mild steels, the experimental approach provides results suggesting an early and progressive development of the diffuse and localized necking. The experiments also indicate that the early inception of the diffuse necking is not solely the consequence of geometrical defects. An immediate implication of this precocity is that the gage part of the specimen must be considered as a structure and no longer as a uniformly strained and stressed elementary volume. This fact is currently difficult to reconcile with theoretical views, since standard formalisms are based on the subtle knowledge of the constitutive equations.<sup>3-6,8,9</sup> As recalled in the first section, these phenomenological equations are identified on the basis of tests, such as the standard tensile test, for which the existence of homogeneous strain and stress fields is very often implicitly assumed. The inception of strain localization leads to the heterogeneity of the stress field, which no longer corresponds to that of the so-called simple tensile test. The knowledge of the load applied to the sample is no longer sufficient to determine the stresses developed within the sample. Constructing the normal stress-strain curve may become hazardous and makes the identification of one-dimensional constitutive equations more complicated.

### References

1. Ladevèze, P., *Mécanique non linéaire des structures: Nouvelles approches et méthodes de calcul non incrémentales*, Hermès, Paris (1996).
2. Considère, A., "Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions," *Annales des Ponts et Chaussées*, **9**, 574 (1885).
3. Hill, R., "A General Theory of Uniqueness and Stability in Elastic-plastic Solids," *J. Mech. Phys. Solids*, **6**, 236-249 (1958).
4. Rice, J.R., "The Localization of Plastic Deformation," *Theory of Applied Mechanics*, W.T. Koiter, ed., North-Holland, Amsterdam (1976).
5. Bai, Y.L., "Thermo-plastic Instability in Simple Shear," *J. Mech. Phys. Solids*, **30**, 195-207 (1982).
6. Fressengeas, C. and Molinari, A., "Inertia and Thermal Effects on the Localization of Plastic Flow," *Acta Metall.*, **33**, 387-396 (1985).
7. Marchand, A. and Duffy, J., "An Experimental Study of the Formation Process of Adiabatic Shear Bands in a Structural Steel," *J. Mech. Phys. Solids*, **36**, 251-283 (1988).
8. Swift, H.W., "Plastic Instability under Plane Stress," *J. Mech. Phys. Solids*, **1**, 1-18 (1952).
9. Marciniak, Z. and Kuczynski, K., "Limit Strains in the Process of Stretch Forming Sheet Metal," *Int. J. Mech. Sci.*, **9**, 609-620 (1967).
10. Zener, C. and Hollomon, J.H., "Effect of Strain-rate upon Plastic Flow of Steel," *J. Appl. Phys.*, **15**, 22-32 (1944).
11. Bailey, H.H., Blackwell, F.W., Lowery, C.L., and Ratkovic, J.A., "Image Correlation: Part I. Simulation and Analysis," Report prepared for United States Air Force Project RAND, R-2057/1-PR (1976).
12. Chu, T.C., Ranson, W.F., Sutton, M.A., and Peters, W.H., "Application of Digital-image-correlation Techniques to Experimental Mechanics," *EXPERIMENTAL MECHANICS*, **25**, 232-244 (1985).
13. Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A., and Peters, W.H., "Digital Image Correlation Using Newton-Raphson Method of Partial Differential Correction," *EXPERIMENTAL MECHANICS*, **29**, 261-267 (1989).
14. Choi, S. and Shah, S.P., "Measurement of Deformations on Concrete Subjected to Compression Using Image Correlation," *EXPERIMENTAL MECHANICS*, **37**, 307-313 (1997).
15. Berthaud, Y., Calloch, S., Collin, F., Hild, F., and Ricotti, Y., "Analysis of the Degradation Mechanisms in Composite Materials through a Correlation Technique in White Light," *IUTAM Symposium on Advanced Optical Methods and Application in Solid Mechanics*, Poitiers University, France (1998).
16. Oulamara, A., Tribillon, G., and Duvernoy, J., "Subpixel Speckle Displacement Measurement Using a Digital Processing Technique," *J. Mod. Opt.*, **37**, 1201-1211 (1988).
17. Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (1974).
18. Bellanger, M., *Traitement numérique du signal—Théorie et pratique*, Masson, Paris (1995).
19. Ienny, P. and Forner, A., "Extensométrie bidimensionnelle: Calibration et incertitudes de mesure," *Conférence Mesures sans contact par procédés optiques*, Palavas-les-Flots, France (1995).
20. Thesing, I., "Mesure par corrélation des déplacements et des rotations à partir de figures granulaires," *Rapport, LMT Cachan, France* (1996).

3.1.2) [Ci5] Experimental energy balance for thermoplastics stretched at room temperature, 12<sup>th</sup> I.C.E.M. Conference, CDRom, 8 p., 2004

ICEM12- 12th International Conference on Experimental Mechanics  
29 August - 2 September, 2004 Politecnico di Bari, Italy

**Experimental energy balance for thermoplastics stretched at room temperature**

S. MOREAU<sup>a</sup>, J.-M. MURACCIOLE<sup>a, b</sup>, B. WATTRISSE<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier II, CC048, Place Eugène Bataillon, 34095 MONTPELLIER CEDEX 5, FRANCE,

<sup>b</sup> Ecole Polytechnique Universitaire de Montpellier, Département Matériaux, Université Montpellier II, CC419, Place Eugène Bataillon, 34095 MONTPELLIER CEDEX 5, FRANCE, muraccio@lmgc.univ-montp2.fr

**ABSTRACT**

This paper presents an application of quantitative infrared thermography to the analysis of the mechanical behaviour of polymers. We particularly focus on the thermomechanical behaviour of glassy PMMA and on PVdF whose amorphous phase is in rubbery state. During a quasi-static tensile test, the temperature distribution at the surface of a thin flat sample is recorded by an infrared camera. Using a local expression of the heat equation, the distribution of heat sources is derived from thermal measurements. Because of the poor signal to noise ratio we have to take into account the thermal drift of the specimen environment, to estimate the "real" temperature evolutions due to the heat sources activated during the deformation process. Using this approach we detect the different stages in the response of our materials: non measurable dissipation, thermoelasticity and another thermomechanical coupling.

**1. INTRODUCTION**

When a polymer is cooled from the liquid or rubbery state, volume contraction takes place involving conformational rearrangements. Below the so-called glass transition temperature  $T_g$ , volume relaxation and hence all conformational rearrangements can no more occur as the only available movements are localized - restricted motion of the main chain, side groups motions ... - in the "entanglements" network <sup>/1/</sup>. The material viscosity rises then to values non measurable with flow techniques (magnitude about  $10^{13}$  poises) <sup>/2/</sup>. This also leads to a three decades increase in elastic constants, so the material behaviour evolves from rubber like beyond  $T_g$  to glass behaviour below that transition, and then shows evidence of two kinds of recoverable mechanical mechanisms with different energetic features. Moreover polymers are well known to exhibit time dependent mechanical properties and are often used for those damping capacities which are associated with dissipation. So studying the way such materials transform the mechanical energy seems relevant to characterise their constitutive equations.

This paper deals with some polymers mechanical behaviour, at room temperature, in the linear viscoelastic range and the associated energy balance. We will first present the two tested materials and the experimental setup used. We will then provide a brief review of the thermomechanical framework, the data processing and the very simple rheological model used to interpret our experiments. Some results will then be presented.

## 2. MATERIALS AND EXPERIMENTAL SETUP

### 2.1 Materials

In order to get some evidence of those two kinds of elasticity, a glassy polymer and a semicrystalline with its amorphous part in a rubbery state, at room temperature, were chosen. The first one, the PMMA have its glass transition temperature above 383 K and its first sub-relaxation about 308 K: there is thus not much molecular mobility in that material which is known to be brittle. The glass transition of the second one is about 233 K but it does not flow at room temperature as its melting temperature,  $T_m$ , is 443 K and its degree of crystallinity about 60 %.

To perform energy balance during the early stages of the deformation process, we have to draw out the materials and to monitor their mechanical and calorimetric responses.

### 2.2 Mechanical tests

Mechanical tests are performed at room temperature on flat specimen in the quasi static strain rate range <sup>/3/</sup>. Monotonic, cyclic and creep tests are performed on a MTS Hydraulic Machine in a load limited jack controlled mode. The speeds are in the  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$   $\text{mm s}^{-1}$  range. The results we present hereafter are obtained at  $\dot{\epsilon} = 4.3510^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Figure 1 shows the responses of PMMA and PVdF samples submitted to an increasing stress amplitude cyclic tests (from 5 MPa to 50 MPa). Below this maximum stress, creep tests showed that the two polymers behave as linear viscoelastic materials <sup>/4/</sup>.

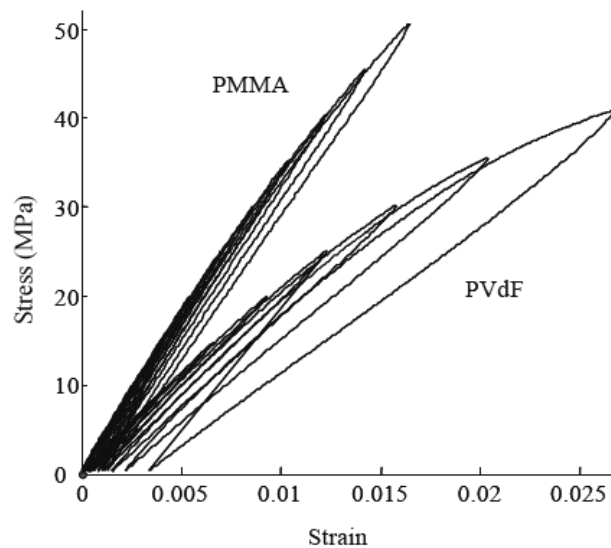


Fig. 1 – room temperature cyclic responses of the two tested polymers at  $\dot{\epsilon} = 4.3510^{-4} \text{ s}^{-1}$

Due to its poor molecular mobility, the PMMA is stiffer than PVdF: the apparent elastic moduli are respectively about 3600 MPa and 2000 MPa. The PMMA hysteresis loops are also smaller than the PVdF ones. Furthermore, in the case of PVdF, the strain is not fully recovered at the end of the last cycle. This suggests the more viscous behaviour of this material. The viscosities determined under creep tests are in the neighbourhood of  $2 \cdot 10^{12} \text{ Pa s}$ .

### 2.3 Temperature measurements

To monitor the temperature at the surface of the sample, we used a CEDIP Jade 3 InfraRed Camera. The lens focal distance was 25 mm. This camera works in the medium wave range



(3 – 5  $\mu\text{m}$ ) with a CCD technology (320x256 pixel<sup>2</sup>). The radiation detector size is a square of 25  $\mu\text{m}$  side and the distance between two neighbouring pixels centres is 30  $\mu\text{m}$ . Its temperature is maintained at 80 K by a Stirling effect compressor. The integration time can be fixed between 1  $\mu\text{s}$  and 10 ms depending on the thermal radiation. The thermal sensitivity given by CEDIP is 5 mK per digital level, and Noise Equivalent Temperature Difference is 25 mK at 308 K for the 1.5 ms integration time used in our tests.

This captor calibration remains touchy since it is built up with numerous detectors. The standard method proposed by CEDIP is to focus on a uniform thermal target with a determined emissivity, then to homogenise the captor response, and to take into account the detectors linearity to fix a lone calibration law for the whole setup.

As we work in a quasi static range and in the early deformation stage, the measured temperature variations are very small, on the order of  $10^{-1}$  K. For example, figure 2 shows the temperature evolution observed during the increasing stress level cyclic test on PMMA presented in Figure 1.

It is difficult to control the evolution of the room temperature within the  $10^{-1}$  K range. To estimate the unavoidable thermal drift, we place a reference sample in the camera field of observation (*cf.* figure 3). The temperature fluctuations of this unloaded sample are supposed to stem from the only drift (see figure 4). As heat sources are derived from temperature evolutions, we must take this drift into account to reach the “real” temperature evolutions due to the heat sources activated during the deformation process (see figure 5).

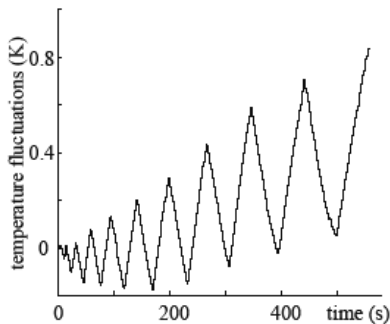


Fig. 2 – surface temperature evolution during the load and unload test performed on PMMA at different stress levels presented figure 1

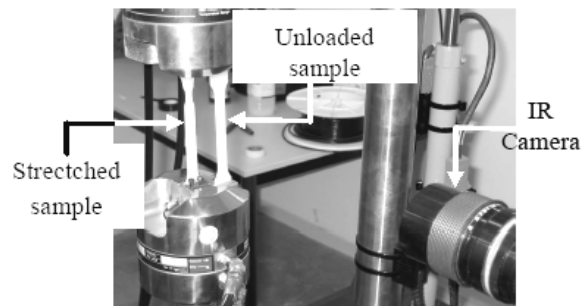


Fig.3 – wedge grips vue with both stretched and temperature reference specimen

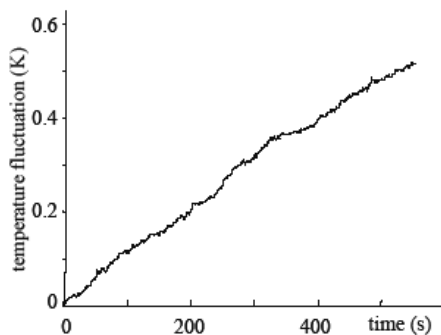


Fig. 4 – surface temperature evolution of the PMMA reference sample during the test

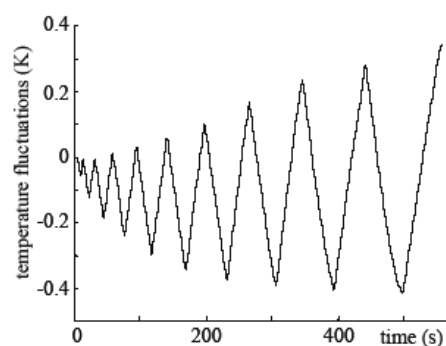


Fig. 5 – evolution of difference between the sample and the reference temperature

### 3 INTERPRETATION FRAMEWORK

As we can notice, figure 5, the surface temperature decreases when the sample is stretched and conversely increases when unloaded. This trend is coherent with a thermoelastic effect. Furthermore the time dependency of the polymers mechanical responses highlights dissipative phenomena. Those heat sources (coupling effects and intrinsic dissipation) and the sample temperature fluctuation are linked by the local heat equation:

$$\rho C \frac{d}{dt} T - k \Delta T = w'_h \quad (1)$$

where  $\rho$  stands for the material density,  $C$  its specific heat,  $k$  the isotropic thermal conductivity,  $T$  the absolute temperature,  $d/dt$  the time derivative,  $\Delta$  the 3-D Laplacian operator, and  $w'_h$  the heat sources.

To simplify their estimation, the additional following hypotheses are put forward:

- the materials parameters remains constant throughout the test
- owing to the small temperature fluctuations during our quasi static tests, the convective term is neglected in the temperature time derivative <sup>[5]</sup>
- the thermal conductivity remain small and the heat sources are to be considered homogeneous. Then, owing to the nature of the heat exchanges, the temperature is constant in each cross section of the sample.

The local heat equation (Eq. 1) is then simplified as <sup>[6]</sup>:

$$\rho C \left( \frac{\partial}{\partial t} \theta + \frac{\theta}{\tau_{th}} \right) - k \Delta_1 \theta = w'_h \quad (2)$$

The time constant  $\tau_{th}$  characterises heat losses through the specimen surfaces, and  $\Delta_1$  the 1-D Laplacian operator along the sample axis, and  $\theta$  is the temperature difference between the stretched and the equilibrium states.

As we perform quasi static mechanical tests in the linear viscoelastic stage, we choose to use the irreversible processes thermodynamics formalism with the small perturbation hypothesis. Under the Generalised Standard Materials Hypothesis <sup>[7]</sup>, this heat sources might be written as :

$$w'_h = d_1 + w'_{TMC} \quad (3)$$

Where  $d_1$  represents the intrinsic dissipation, and  $w'_{TMC}$  the power associated to the thermomechanical couplings. The chosen state variables are  $T$ , the Small Perturbation Strain tensor  $\varepsilon$ , and the  $n-2$  complementary internal variables  $\alpha_j$ . The thermodynamic potential is thus the Helmholtz free energy  $\psi$ . The intrinsic dissipation and thermomechanical couplings become:

$$d_1 = \left( \sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \right) : \dot{\varepsilon} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \quad (4)$$

$$w'_{TMC} = \rho_T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \rho_T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha} \dot{\alpha} \quad (5)$$

Here  $\sigma$  represents the Cauchy stress tensor, the  $\rho_T \Psi_{,T} \dot{\epsilon}$  term states the thermoelastic sources ( $w'_{TEC}$ ) and  $\rho_T \Psi_{,T\alpha} \dot{\alpha}$  other thermomechanical coupling sources ( $w'_{OTMC}$ ) if needed. So, in a general case, the heat sources are the sum of  $d_1$ ,  $w'_{TEC}$  and  $w'_{OTMC}$ :

$$w'_h = d_1 + w'_{TEC} + w'_{OTMC} \quad (6)$$

#### 4 DATA PROCESSING

Numerical methods have been developed to determine the distribution of heat sources involved in the straining. To estimate the left-hand side of Eq. 2, the thermal noise is to be reduced before any differentiation. In this work, this estimate is performed by using a local least-squares fitting<sup>/8/</sup>. The noisy discrete temperature field is locally fitted, in space, by a parabolic function, corresponding to piecewise constant heat losses on a chosen neighbourhood of each pixel of the thermal image, and in time, by a linear function<sup>/9/</sup>. Of course, the size of the approximation zones affects the data smoothing, and thus influences the filtering efficiency. Tests are necessary to get a good compromise between speed and accuracy. They are performed on virtual thermal images computed in order to simulate thermoelastic heat sources involved during a cyclic test. A Gaussian, centred white noise (0.1 K amplitude) is superimposed to simulate more realistic images. The validation of the data processing is achieved by comparing the heat sources given by the data processing (computed ones) to the simulated thermoelastic heat sources (imposed ones).

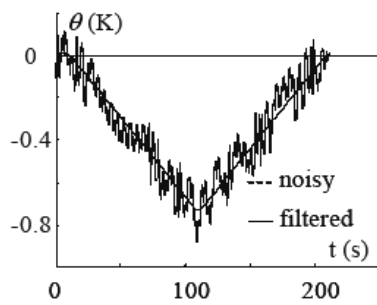


Fig. 6 – simulated temperature fluctuations during cyclic test.

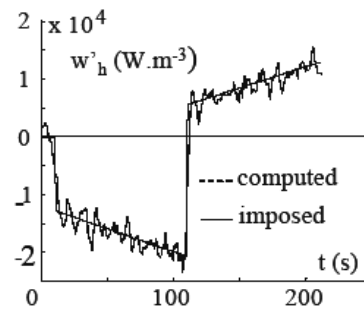


Fig. 7 – comparison between imposed heat sources and the one obtained with our data processing.

We choose centred Approximation Zones of 41 pixels and 7 time steps. As we can see in figures 6 and 7, these parameters are adapted to the signal-to-noise ratio, the space resolution of data and the time discontinuity of the heat sources we wish to detect.

#### 4 RESULTS

Because the temperature and the heat source distributions are found to be rather homogeneous along the sample width, we propose the following representation of data: for concision's sake, we plot the temporal evolution of the temperature profiles captured along the longitudinal axis of the sample, and we only represent the heat sources evolution at the centre of the specimen. The space-time charts are constructed with the abscissa axis representing the time and the ordinate axis being the longitudinal sample axis<sup>/10/</sup>. The mechanical response  $\sigma_{(t)}$  was

superimposed to give the reader a familiar landmark to link the local pattern of the measurements to the loading state of the sample.

Working on PMMA (see Fig. 8) and on PVdF (Fig. 10), we can notice that the temperature remains homogeneous along the sample axis and its evolution is roughly in phase opposition to the mechanical stimulus. This corroborates the predominance of the thermoelastic effect. To analyse those results the minimal model we are to process is a thermoviscoelastic one. Reviewing several simples rheological models <sup>14/</sup>, we choose the modified Zener model presented in Figure 12.

The model mechanical parameters are identified on isothermal creep and recovery tests and the thermal dilatation coefficient is measured by dilatometry. Figure 9 gives the time evolution of  $w'_h$ , obtained by the temperature data processing, and of  $w'_{TEC}$ , given by the model response for PMMA. It appears clearly that in both cases the thermoelastic sources are preponderant in the overall heat sources. By construction, the difference between the  $w'_h$  and  $w'_{TEC}$  (see Fig. 13) should represent the intrinsic dissipation  $d_1$ . In the case of PMMA, we can observe that this quantity is very noisy. Nevertheless, its mean value is about  $1 \text{ kW m}^{-3}$  which is 30 time less than the specific power induced by the thermoelastic coupling. In fact our mechanical model leads to a maximum intrinsic dissipation on the magnitude of  $400 \text{ W m}^{-3}$ . The measured and the modelled heat sources ( $d_1$  and  $w'_{TEC}$ ) evolutions are very similar, so we can assume that this simplistic model seems to be sufficient to characterise the thermomechanical behaviour of PMMA.

In the case of PVdF, the conclusions are very similar until the last cycles. At the end of the last load we can notice there is not such a good agreement between the heat sources  $w'_h$  and the thermoelastic sources  $w'_{TEC}$  (Fig. 11).

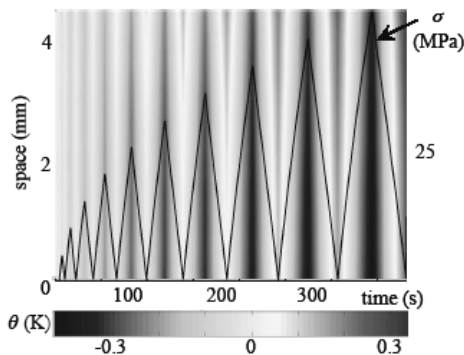


Fig.8 – PMMA mechanical and thermal responses to cyclic tests presented in Fig. 1.

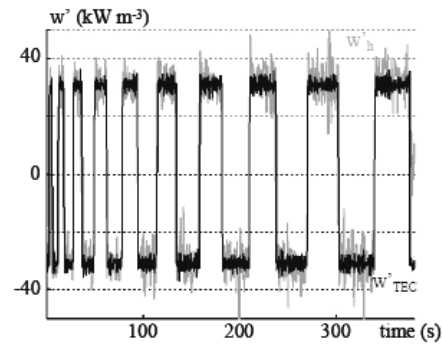


Fig.9 - Heat and thermoelastic sources deduced from temperature evolution presented in Fig. 8.

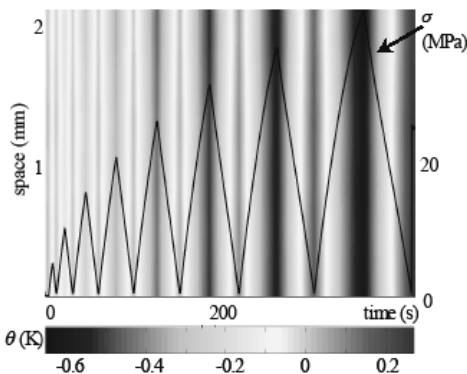


Fig.10 – PVDF mechanical and thermal responses to cyclic tests presented in Fig. 1.

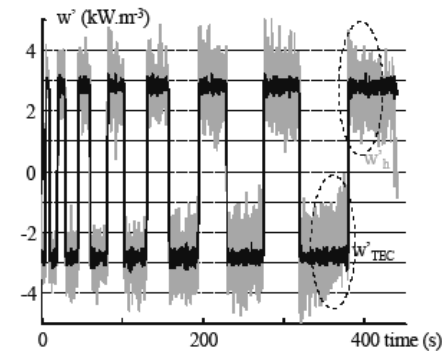


Fig. 11 - Heat and thermoelastic sources deduced from temperature evolution presented in Fig. 10.

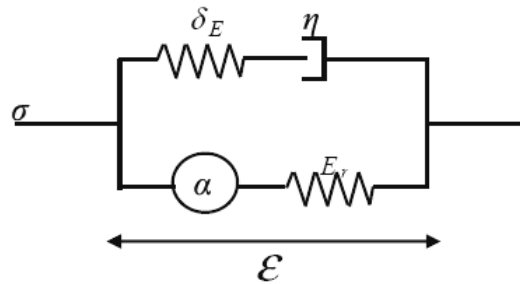


Fig. 12 - simplified thermoelastic Zener model, where  $E_r$  represents the relaxed modulus,  $\delta_E$  the relaxation modulus,  $\eta$  the viscosity and  $\alpha$  the linear thermal expansion coefficient.

These conclusions can also be drawn from Figure 14: on the six first cycles, the term  $w_h - w_{TEC}$  is roughly equal to zero, and may be interpreted as a non-measurable dissipation. For the two last cycles, this quantity increases and decreases in phase with the solicitation. This observed trend is no longer consistent with a single dissipation. In the general case, the quantity  $w_h - w_{TEC}$  is associated to the sum of the dissipated energy and the energy of other eventual couplings (cf. Eq. 6). Our simple model is no more efficient: we need to introduce another state variable which could reproduce this new coupling. This phenomenon may be explained by the behaviour of the rubbery amorphous phase [11]: in this material, a "classical" elasticity coexists with a weak rubbery elasticity.

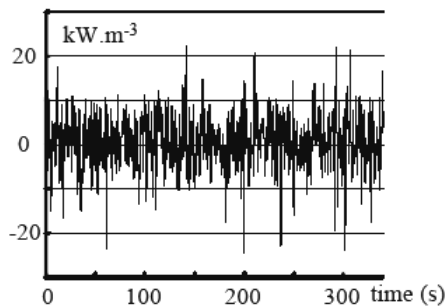


Fig. 13 – difference between  $w'_h$  and  $w'_{TEC}$  obtained during the cyclic test presented in Fig. 1 on PMMA

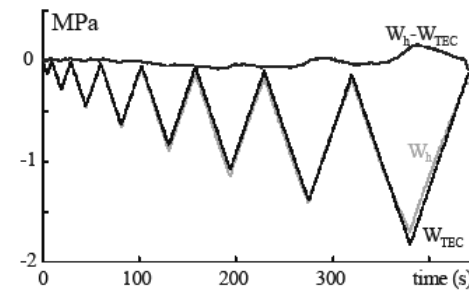


Fig. 14 – different heat sources obtained during the cyclic test presented in Fig. 1 on PVdF

## 5 CONCLUDING COMMENTS

In this paper, quasistatic linear viscoelastic behaviour of two thermoplastics is examined in terms of mechanic, thermal and calorimetric effects. Owing to the weak thermal signal, we have to take into account the environment thermal drift to optimize the heat sources estimations. Then the thermomechanical approach we present, reveals that in both materials, the brittle PMMA and the more ductile PVdF, thermoelastic effects are shown to play a leading part in the energy balance as the intrinsic dissipation is, in those experiments, non measurable. Moreover this analysis shows that for PVdF, a rubbery elasticity should be added to a classical thermoviscoelastic model to reach a thermomechanically consistent description.



---

## BIBLIOGRAPHY

- [1] John D. Ferry, Viscoelastic properties of polymers, John Wiley and Sons, New York, 1980.
- [2] J. J. Aklonis, W. J. Macknight, Introduction to Polymer Viscoelasticity, John Wiley and Sons, New York, 1983.
- [3] ISO 527-2, Plastiques – Détermination des propriétés en traction, 1993.
- [4] S. Moreau, PhD Thesis, Université Montpellier II, 16 juin 2002
- [5] A. Chrysochoos, Thèse d'état, Université des sciences et techniques du Languedoc, 16 mars 1987.
- [6] A. Chrysochoos, Photomecanique 95, Y. Berthaud, D. Paraskevas, M. Taroni, Eyrolles, 1995, pp 203-211
- [7] B. Halphen, Q. S. Nguyen, "Sur les matériaux standard généralisés", *J. de Méc.*, vol. 14-1, 1975, pp. 39-63
- [8] J.-M. Muracciole, Microcomputers in Engineering: development and application of software, B.A. Schrefler and R.W. Lewis Ed., Pineridge Press, Swansea, U.K, 1986, pp. 403-414.
- [9] B. Wattrisse, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, in Quantitative InfraRed Thermography 5, D. Balageas, J.-L. Beaudoin, G. Busse, G.M. Carlomagno Eds., 2000, pp. 271-276
- [10] B. Wattrisse, J.M. Muracciole, A. Chrysochoos, "Infrared and speckle image processing applied to heterogeneous thermomechanical behavior of polymers", *Eur. J. of Th. Sci.*, vol. 41, 2002, pp 422-427
- [11] J.-L. Saurel, PhD Thesis, Université Montpellier II, 25 juin 1999

3.1.3) [A6] Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an I.R.F.P.A. camera, Q.I.R.T. J., Vol. 2, n°2, pp. 153-172, 2005

---

## Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an IRFPA camera

V. Honorat — S. Moreau — J.-M. Muracciole — B. Wattrisse — A. Chrysochoos

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR 5508 CNRS-UMII  
Université Montpellier II, Place E. Bataillon  
34095 Montpellier Cedex 05  
(chryso@lmgc.univ-montp2.fr)*

---

*ABSTRACT: A pixel calibration of an IRFPA camera was developed to detect very small temperature variations induced by quasi-static loading of materials. The thermographic data were then used to estimate heat sources accompanying the deformation of PMMA and PC polymers during cyclic tests. The calorimetric balance analysis led us to define several possible ways of introducing the thermoelastic coupling effects in viscothermoelastic models.*

*KEY WORDS: thermography / IRFPA camera calibration / polymers / viscothermoelasticity / calorimetric balance /*

---

## 1. Introduction

Temperature variations of solid materials induced by quasi-static mechanical loadings may remain low. The amplitude of these variations also decreases when the heat capacity and/or the conductivity increases. From a theoretical standpoint, these experimental facts implicitly warranted the development of isothermal behavioural models. Nevertheless, temperature variations, irrespective of how small they are, may represent amounts of heat that should be taken into account in the energy balance and consequently in the thermomechanical model construction.

We thus developed a specific calibration protocol for an infrared focal plane array (IRFPA) camera to detect homogeneity defects of about 20 mK. The method substitutes a calibration of each pixel for the “mean” calibration of the thermo signal as proposed by the camera designer (Cedip).

We recently used this calibration method for studying the thermomechanical behaviour of two vitreous polymers, i.e. the polymethyl metacrylate (PMMA) and the polycarbonate (PC). In order to draw up complete energy balances associated with the deformation process, it was essential to determine the capabilities of our calibration protocol to be able to accurately estimate the intensity and distribution of heat sources developed during uniaxial cyclic tests.

Note that, generally speaking, polymers are considered as viscoelastic materials within the framework of small, quasi-static perturbations (Alfrey 48), (Biot 65), (Ferry 80). In what follows, we will show that the thermal and calorimetric behaviour of the above-mentioned polymers led us to consider linear viscothermoelastic models instead of purely viscoelastic models (Moreau 04). Our analysis of the mechanical and calorimetric effects indeed showed that for small deformations ( $<2.10^{-2}$ ) and low strain rates ( $<5.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ), i.e. low stress levels ( $<50 \text{ MPa}$ ), the intensity of the intrinsic dissipation  $d_1$  remained negligible compared to the thermoelastic source amplitude  $\Delta s_{\text{the}}$  ( $d_1 \approx \Delta s_{\text{the}}/30$ ). Moreover, our experiments showed that the thermoelastic effects could vary between polymers under the same testing conditions.

This paper first presents the rationale that prompted us to develop a pixel calibration protocol.

Secondly, it indicates how the viscothermoelastic extension of two basic viscoelastic models may give different thermoelastic responses under the same loading conditions.

Thirdly, based on a thermographic analysis of calorimetric effects, thermoelastic sources induced by the deformation of PMMA and PC polymers are finally shown to respectively be in quite good agreement with predictions generated by extended Poynting-Thomson (PT) and Zener (Z) type models.



## 2. Calibration protocol

The experimental set up involved a testing machine (frame 100 kN, load cell +/- 25 kN) and an IRFPA camera. The camera used in this work was a Cedip Jade MWIR 3-5.2  $\mu\text{m}$ . The focal length of the optical lens is 25 mm. This camera is equipped with an InSb 320x240 element detector, cooled at 80 K with a Stirling device. The lens axis of the camera was kept fixed and held perpendicular to the surface of the specimen during the mechanical tests.

The basic sketch of the thermography workstation is shown in Figure 1. The IR influx passing through the lens is converted into an electrical tension signal by the detector. An analog-to-digital converter (ADC) then provides a digital signal coded in digital levels (DL).

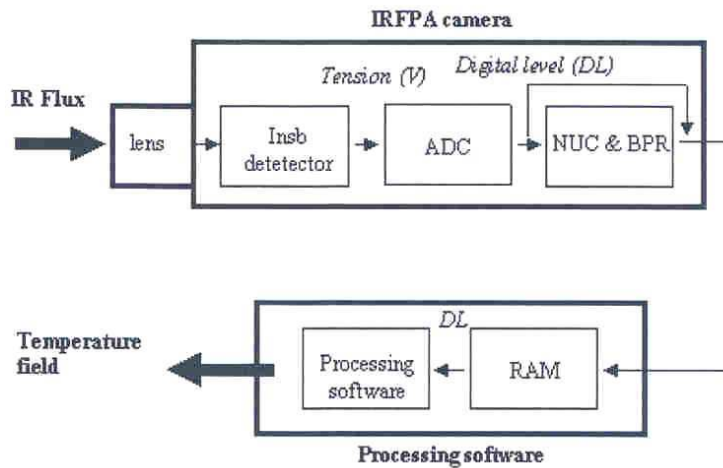


Figure 1. Basic sketch of the thermography workstation

The next stage takes the non-uniform response of the detector elements when placed in front of a uniform radiative source into account. This is the *non-uniformity correction* (NUC) operation. At this stage, the so-called “bad pixels” are also tracked and replaced. This is the *bad pixel replacement* (BPR) operation. These basic operations are part of the standard calibration protocol. They will be summarised and described hereafter. The digital video is finally stored in the RAM of the computer. A software package developed by the camera designer then enables calibration, processing and visualization of thermal data.

A stable and spatially uniform IR radiation source is used to perform NUC, BPR and camera signal calibration. We therefore used a planar black body SR 80-4A (by CI Systems) with the following main specifications: accuracy (+/-0.008°C for 5°C temperature amplitude), thermal resolution ( $\delta T_R = 0.01^\circ\text{C}$ ), and spatial non-uniformity of the target (less than +/-0.02°C).

**2.1. Standard calibration protocol**

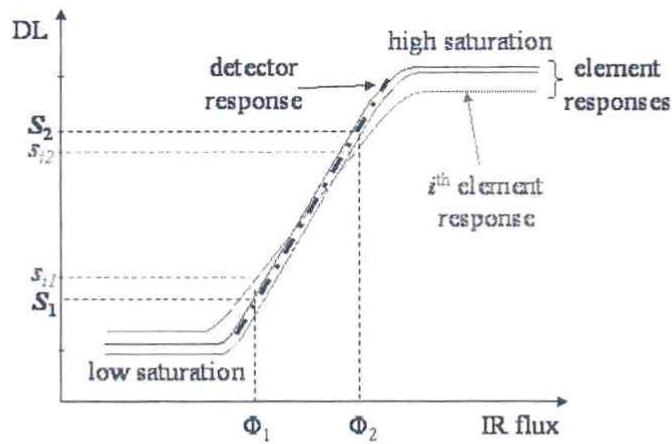
2.1.1. Non-uniformity correction

As mentioned above, each sensor of the matrix has its own response. For one element of the detector and for “moderate” IR radiation fluxes (i.e. not close to “low” or “high” saturation of the detector element, see Figure 2), the correspondence between flux and tension is linear. This is why the camera designer proposes a linear fit of the detector mean signal. The standard calibration uses two uniform “cold” and “hot” sources provided by the black body. The thermo signal is the mean digital level delivered by the detector for a given source temperature. For two temperatures  $T_1$  and  $T_2$  of the black body, the corresponding values of the detector response are respectively:

$$S_1 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I s_{i1}, \quad [1]$$

$$S_2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I s_{i2}, \quad [2]$$

where  $I$  is the number of elements of the detector and  $s_{ij}$  the digital signal delivered by the  $i^{\text{th}}$  element at temperature  $T_j$ .



**Figure 2.** Non-uniformity correction

To get a uniform response of the detector elements for all uniform thermal scenes, gain  $\alpha_i$  and offset  $\beta_i$  are then computed for each element:

$$\alpha_i = \frac{S_2 - S_1}{s_{i2} - s_{i1}}, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad [3]$$

$$\beta_i = S_1 - \alpha_i s_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad [4]$$

Indeed, if we define  $\bar{s}_{ij} = \alpha_i s_{ij} + \beta_i$  (without summation over  $i$ ) for a temperature  $T_j$  limited to  $T_j \in [T_1, T_2]$ , the reader can easily verify that:

$$\begin{cases} \bar{s}_{ij} = S_2 x_{ij} + S_1 (1 - x_{ij}) \\ x_{ij} = \frac{s_{ij} - s_{i1}}{s_{i2} - s_{i1}} \end{cases} \quad [5]$$

Equation 5 clearly shows that the detector response remains uniform for a uniform source as long the response of each element remains linear (see Figure 2). Note that although the use of polynomials of higher degree would likely not improve the measurement accuracy, this operation would make it possible to take the nonlinear response of some detector elements whose state is near saturation into account. According to the camera designer, the optimal calibration is obtained for a couple of temperatures ( $T_1$ ,  $T_2$ ) corresponding to 30% and 70% of the digital detector range (Figure 2). In this case, the calibration error will be less than the *noise equivalent temperature difference* (NETD = 20 mK).

### 2.1.2. Bad pixel replacement

When the response  $s_i$  of the  $i^{\text{th}}$  element is not “close” enough to the mean response  $S$ , this element is supposed to be defective and is identified as a *bad* pixel. Different criteria have been proposed by Cedip to define a bad pixel:

- *Responsivity method*: If the response of all detector elements were the same, all  $\alpha_i$  would be equal to 1. Then the system will consider a pixel as bad if the gain coefficient  $\alpha_i$  is lower or higher than a predefined percentage set by the user. For instance, for a given threshold  $a > 0$ , bad pixels are those for which  $|\alpha_i - 1| > a$ .

- *Offset method*: If the detector elements had the same response, all  $\beta_i$  would be equal to 0 DL. The system will consider a pixel as bad if the offset coefficient  $\beta_i$  is lower or higher than a predefined threshold. For instance, if the threshold is  $b > 0$  and if the range of digitization is  $R_d = 2^{14}$  DL, the system will classify a pixel as bad if  $|\beta_i| > b R_d$ .

- *Noise method*: the system will consider a pixel as bad if the *rms* noise is lower or higher than a predefined threshold. This threshold is derived from the mean and standard deviation of a noise image. For instance, if the threshold multiplier is  $\xi > 0$  and the mean and standard deviation are respectively  $S$  and  $std$ , the system will classify a pixel as bad if the *rms noise*  $N_{\text{rms}} > S + \xi std$ . The *rms* noise of the  $i^{\text{th}}$  element is defined for a shot of  $M$  images captured at times  $t_m$  by:

$$(N_{rms})_i = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\tilde{s}_i(t_m) - \bar{s}_i)^2} \quad [6]$$

where  $\bar{s}_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{s}_i(t_m)$ .

For each criterion, the same BPR procedure is proposed by Cedip (see Figure 3). For instance, if pixel 0 is bad, it is replaced by pixel 1, or by pixel 2 if pixel 1 is also bad, ... and so on.

21	13	9	14	22
20	5	1	6	15
12	4	0	2	10
19	8	3	7	16
24	18	11	17	23

Figure 3. Bad pixel replacement algorithm

### 2.1.3. Digital signal calibration

Signal calibration can be carried out once the NUC and BPR operations are performed. This calibration should theoretically be based on Planck's law. Indeed, for a quasi-monochromatic detector placed in front of a uniform black body at temperature  $T$ , Planck's law is used to derive the following expression of the camera signal (Papini *et al.*, 94):

$$S = \gamma \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} + U_0 \quad [7]$$

where  $\lambda$  is the mean wavelength of the spectral range of the detector, while  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\gamma$  and  $U_0$  are constants. Designers and offices of standardization and metrology generally prefer simplified versions of equation 7. They also often choose a simple fitting of the curve  $S(T)$  by a polynomial of degree 2 or 3, especially when small thermal ranges  $[T_1, T_2]$  are considered.

$$S(T) = \sum_{p=0}^P a_p T^p, \quad P = 2 \text{ or } 3, \quad T \in [T_1, T_2] \quad [8]$$

The polynomial coefficients ( $a_p, p=0,1,\dots,P$ ) are classically derived from a least-squares fit of  $(S_j, T_j)$  couples ( $j=1,\dots,J$ ). The number  $J$  of thermal equilibrium states



must be much greater than  $P$ . Besides, the temperatures  $T_j$  have to be regularly distributed within  $[T_1, T_2]$  to get a reliable fit.

#### 2.1.4. Discussion

The major interest of the procedure described above is, in our opinion, its simplicity of use. The NUC table (gain +offset tables), the bad pixel list and the coefficients of the calibration law can be automatically managed by software. Different calibration files can be saved corresponding to different parameter sets of the camera (frame size, integration time, optional filter, etc.).

Nevertheless, this calibration is based on a homogenization of the detector response, whereas pixel responses are generally heterogeneous. All is done to get a uniform signal of the detector elements when the detector is placed in front of a uniform source. This enables the user to identify (and apply) a single calibration law inasmuch as  $\tilde{s}_i(T) = S(T)$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, I$ . We have already underlined that the NUC operation, as proposed in equation 5, supposes a linear response of each detector element. First, this condition may limit the thermal range used for the calibration or may induce uncontrolled errors if some elements start to behave nonlinearly. Secondly, even if all element responses remain linear, the standard calibration protocol *replaces* some *bad pixels* because their responses are far from the mean detector response. In the framework of our thermomechanical applications, this replacement operation may distort the thermal gradient computation by spatially correlating measurement errors. This distortion consequently affects the heat source estimate.

These are the main reasons why we have proposed a new protocol based on an individual calibration of detector elements.

### 2.2. Pixel calibration protocol

It is possible to shortcut NUC and BPR operations with the IR thermography workstation used in this study (see Figure 2). This feature was used to develop an individual pixel calibration based on polynomial fitting of the digital level  $s_i$  delivered by the  $i^{\text{th}}$  element of the detector (equation 9) when the camera is placed in front of the black body source at different temperatures  $T$ ,

$$s_i(T) = \sum_{p=0}^P a_{ip} T^p \quad \text{for } T \in [T_1, T_2]. \quad [9]$$

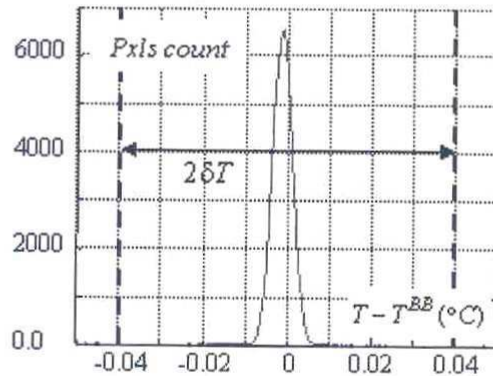
The  $a_{ip}$  coefficients are derived from a least-squares fit. The user may first define the degree  $P$  of the polynomial fitting function. Generally polynomials of degree  $P \geq 5$  are chosen. The user defines a number  $J$  of equilibrium thermal states  $T_j$  distributed between  $T_1$  and  $T_2$ .

The calibration protocol is partly managed by computer. Once the data are fitted, defective pixels are detected by using the following criterion. The system will consider pixel  $i$  as a bad one if the difference between the temperature  $T_{ij}$  (predicted by the polynomial fitting) and the ordered temperature of the black body source  $T_j^{BB}$  is greater than a predefined threshold  $\delta T$ . This threshold is typically about  $\delta T = 40$  mK and is greater than the black body specifications. This criterion can be written as:

$$\sup_{j=1,2,\dots,J} |T_{ij} - T_j^{BB}| \geq \delta T \quad [10]$$

To illustrate this criterion, Figure 4 shows a histogram characterizing the response of the pixel matrix for a given black body temperature  $T^{BB}$ . It indicates the number of pixels giving the same difference ( $T_{ij} - T^{BB}$ ). This error depends on:

- the temperature range  $[T_1, T_2]$  used in the fitting operation
- the degree  $P$  of the polynomial fitting function
- the camera parameter set: integration time, frame size, focal length, etc.

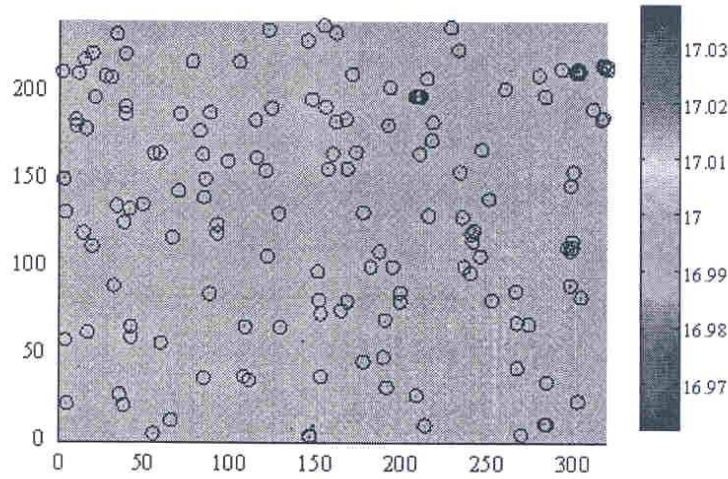


**Figure 4.** Histogram of pixel temperature differences at fixed  $T^{BB}$  ( $17^\circ\text{C}$ ).  
Integration time  $IT=2$  ms, full frame, focal length= $25$  mm.

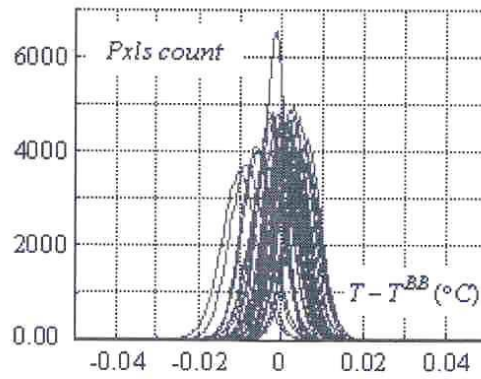
The distribution of pixel responses looks like a non-centred Gaussian law. The number of pixels whose response is outside of the threshold band is low. For example, in the case of Figure 4, we calculate 0.2% of bad pixels.

Figure 5 indicates where these pixels (circle) are located in the CCD matrix. Note that they are rather well distributed over the detector surface. Nevertheless we observe several bad pixel packs. As already mentioned, the BPR operation may substantially distort the thermal gradient calculations in these regions. For this

reason, when a pixel is considered as bad, it is no longer taken into account in the continuation of the image processing (filtering and heat source computation).



**Figure 5.** Example of bad pixel positions detected at a given  $T_j^{BB}$   
 $T_j^{BB} = 17^\circ\text{C}$ , 154 bad pixels.



**Figure 6.** Histograms of pixel temperature differences for all  $T_j^{BB}$ .

In equation 10, the criterion eliminates pixels for which the maximal error is greater than the threshold  $\delta T$ . So the histogram construction of Figure 4 must be repeated for all  $T_j^{BB}$ ,  $j=1,2,\dots,J$ . Figure 6 shows the set of response distribution



curves. The temperature range was defined by  $T_1=17^\circ\text{C}$ ,  $T_2=34^\circ\text{C}$  and we chose a regular thermal step  $T_{j+1}^{BB} - T_j^{BB} = 0.5^\circ\text{C}$ .

When the scanning of the temperature range is over, the whole set of bad pixels can be established by joining sets determined for the different  $T^{BB}$ . The bad pixel percentage is 0.29 % in the case shown here. Their positions are presented in Figure 7.

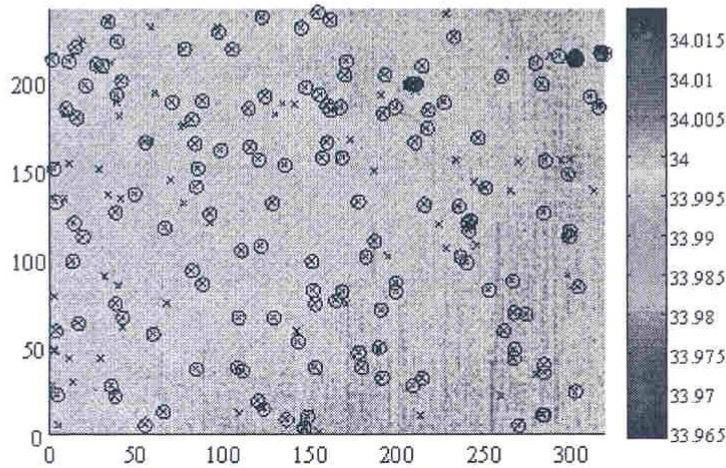


Figure 7. Bad pixel positions associated with  $[T_1, T_2]$

It is also interesting to consider another representation of the pixel responses. In Figures 4 and 6, we have seen that the pixel responses approximately comply with a non-centred Gaussian distribution. The symmetry centre spread can be reduced if we change the criterion [10] for:

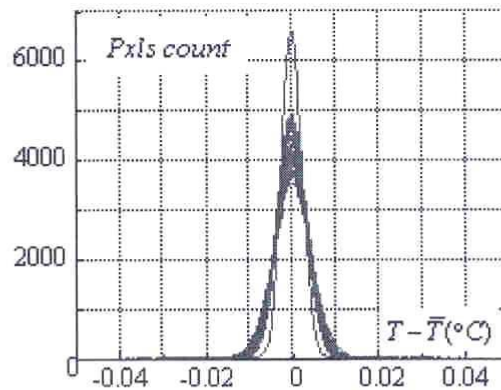
$$\sup_{j=1,2,\dots,J} |T_{ij} - \bar{T}_j| \geq \delta T, \quad [11]$$

where

$$\bar{T}_j = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I T_{ij}.$$

This change is warranted by the fact that all the distribution function means stay within the interval  $[-\delta T_R, +\delta T_R]$  imposed by the limited performances of the black body. With this criterion, a new set of histograms was plotted in Figure 8.

Criterion [11] does not affect the number of bad pixels and thus it does not modify the calibration reliability.



**Figure 8.** Temperature difference histograms computed for all  $\bar{T}_j$ .

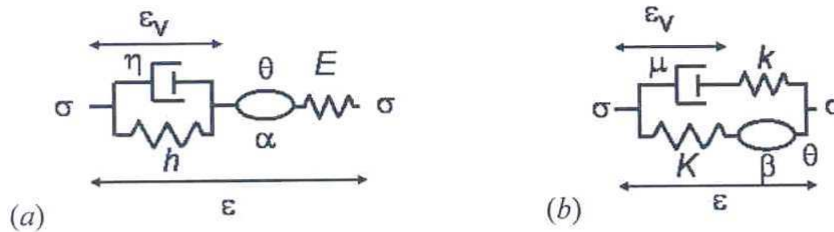
### 2.3. Other metrological aspects

In the previous sections, we have provided an in-depth description of a calibration protocol limiting the errors made in estimating the thermal gradients and then heat losses occur by conduction. Naturally, other parameters may degrade the quality of the temperature measurements. We should underline here that the calibration and experiments must be performed after the IR camera has reached thermal equilibrium. This sometimes requires a waiting time of 4 h. Naturally, this thermal equilibrium can be reached only if the testing room temperature is well regulated. Once the calibration is done for a given set of optical parameters, these must be blocked once and for all. For instance, if the optical focus is even slightly modified after calibration, a parasitic halo due to interactions between lens and detector increases the spatial homogeneity errors up to 0.1 °C. Readers interested in these tricky metrological problems should be referred to (Pron *et al.*, 2004). In what follows, we used the IRFPA camera to detect small temperature variations that accompany the deformation of polymers near room temperature. These small temperature variations are indeed a thermal signature of the thermomechanical behaviour of the deformed material. The next section describes the theoretical framework required for interpreting the thermal measurements and its associated calorimetric balance.

### 3. PT and Z type models taking thermoelasticity into account

As mentioned in section 1, we considered one-dimensional Poynting-Thomson and Zener type rheological models with thermoelastic branches replacing the elastic springs. For simplicity, the spectrum of each model was limited to only one relaxation time. All configurations were naturally considered in (Moreau 04). Here, we have eliminated those that give the same thermoelastic responses under the same

loading conditions and those for which the dilatation parameters are not separately measurable using standard dilatometry techniques. The two remaining candidate models are plotted in Figure 9.



**Figure 9.** Basic sketch of 1D viscothermoelastic models: (a) PT type; (b) Z type

For small perturbations, the state variables chosen for both models are:  $\theta = T - T_0$  the temperature variation with respect to the room temperature (named  $T_0$ ),  $\epsilon$  the tensile strain and  $\epsilon_v$  the viscous part of  $\epsilon$ . Our experimental observations indicated that the temperature variations remained low, so  $\theta \ll T_0$ . The  $E, h, K, k$  constants are elasticity moduli,  $\alpha$  and  $\beta$  are linear thermal expansion coefficients, and  $\eta$  and  $\mu$  are viscosity parameters. The material constants  $\rho, C$  and  $\kappa$ , representing the density, the specific heat and the isotropic conduction coefficient, respectively, are still introduced. Both models belong to the classical framework of generalized standard models (Germain *et al.*, 1983), so derivation of the heat equation then enabled us to specify the form taken by the different heat sources.

### 3.1. PT type model

With the above notations, the volume-free energy and the dissipation potential are as follows:

$$\begin{cases} \psi^{PT}(\theta, \epsilon, \epsilon_v) = \frac{E}{2}(\epsilon - \alpha\theta - \epsilon_v)^2 - \left(\frac{E\alpha^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2T_0}\right)\theta^2 - s_0\theta + \frac{h}{2}\epsilon_v^2 \\ \varphi^{PT}(q, \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2\kappa T_0} + \frac{\eta}{2}\dot{\epsilon}_v^2 \end{cases} \quad [12]$$

where  $s_0$  is the specific entropy associated with the initial state  $(\theta, \epsilon, \epsilon_v) = (0, 0, 0)$ , and where  $q$  is the heat influx vector. The heat diffusion equation can then be written as:

$$\rho C \dot{\theta} + \text{div} q = \eta \dot{\epsilon}_v^2 - E \alpha T_0 (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_v), \quad [13]$$



where the intrinsic dissipation  $d_1^{\text{PT}} = \eta \dot{\epsilon}_v^2$  and the thermoelastic source  $s_{\text{thc}}^{\text{PT}} = -E\alpha T_0 (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_v)$ . Equation 13 is classically derived by combining the local expression of the two principles of thermodynamics (Lemaitre *et al.*, 1990) in the particular case of potentials defined by equation 12. Since the dissipation potential does not depend on  $\dot{\epsilon}$ , the stress is, by construction, written as:

$$\sigma = \psi_{,\epsilon}^{\text{PT}} = E(\epsilon - \alpha\theta - \epsilon_v). \quad [14]$$

This equation allowed us to draw up experimental protocols to estimate the two parameters  $\alpha$  and  $E$ .  $\alpha$  was estimated by using dilatometry tests performed at very slow ramp heating so that the stress and viscous strain remained at zero:

$$\left. \frac{d\epsilon}{d\theta} \right]_{\sigma=0, \epsilon_v=0} = \alpha. \quad [15]$$

We stress that to be able to interpret the structural data given by a dilatometer in terms of material characteristics, the temperature rate must be sufficiently low to ensure a suitable thermal equilibrium throughout the sample. This constraint eliminates the possibility of distinguishing instantaneous from delayed dilatation mechanisms.

In a second step, we estimated the elasticity modulus  $E$  by considering the initial slope of a stress-strain curve corresponding to adiabatic loading performed at a sufficiently high strain rate. By neglecting the viscous strain, the intrinsic dissipation and the heat losses by conduction, equations 13 and 14 then give:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right]_{\epsilon_v=0, q=0} = E \left( 1 + \frac{E\alpha^2 T_0}{\rho C} \right). \quad [16]$$

### 3.2. Z type model

The volume free energy and the dissipation potential associated with the Z type model are as follows:

$$\begin{cases} \psi^Z(\theta, \epsilon, \epsilon_v) = \frac{K}{2}(\epsilon - \beta\theta)^2 - \left( \frac{K\beta^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2T_0} \right) \theta^2 - s_0\theta + \frac{k}{2}(\epsilon - \epsilon_v)^2 \\ \varphi^Z(q, \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2\kappa T_0} + \frac{\mu}{2} \dot{\epsilon}_v^2 \end{cases}, \quad [17]$$

where  $s_0$  and  $q$  have the same meaning as in the previous model. The corresponding heat equation is written as:

$$\rho C \dot{\theta} + \operatorname{div} q = \mu \dot{\varepsilon}_v^2 - K \beta T_0 \dot{\varepsilon}. \quad [18]$$

In the right-hand member of equation 18, the intrinsic dissipation  $d_1^Z$  is  $\mu \dot{\varepsilon}_v^2$  while the thermoelastic coupling source  $s_{\text{thc}}^Z$  corresponds to  $-K \beta T_0 \dot{\varepsilon}$ . With the irreversible part of the stress being zero, the stress is derived from the state equation:

$$\sigma = \psi_{,\varepsilon}^Z = K (\varepsilon - \beta \theta) + k (\varepsilon - \varepsilon_v). \quad [19]$$

The dilatation coefficient  $\beta$  was estimated using, as before, data extracted from dilatometry tests performed at very low ramp heating in order to ensure a mechanical and thermal equilibrium, so that  $\sigma = 0$  and  $\varepsilon = \varepsilon_v$ , and hence:

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\theta} \right|_{\sigma=0, \varepsilon_v=\varepsilon} = \beta. \quad [20]$$

The  $K$  modulus was obtained using relaxation tests at different strain amplitudes. The  $K$  modulus is the slope of the straight line which describes the correspondence between the stress level and the strain amplitude once the mechanical and thermal equilibrium is reached.

$$\left. \frac{\sigma}{\varepsilon} \right|_{\varepsilon_v=\varepsilon, \theta=0} = K. \quad [21]$$

#### 4. Analysis of thermoelastic effects of PMMA and PC polymers

These materials are very often used in industrial applications. Both polymers were provided by ATOFINA. We used standard dog bone shaped test specimens with the following gauge part sizes: length (60 mm), width (10 mm), and thickness (4 mm). The main thermophysical characteristics of both materials are grouped in Table 1. Note that the temperature  $T_\beta$  corresponding to the first sub-vitreous relaxation peak of the PMMA is slightly greater than the room temperature at which the tests were performed ( $T_0 \approx 20-24^\circ\text{C}$ ), while the relaxation peak temperature of the PC polymer is highly negative. Consequently, at around room temperature, the PC samples showed greater molecular mobility than the PMMA samples. Due to this property, the PC samples showed good ductility while the PMMA samples remained particularly brittle. As the glass transition temperature of both polymers is greater than  $100^\circ\text{C}$ , they naturally remained in a glassy state during the deformation tests. Besides, the  $\alpha$  and  $\beta$  coefficients were measured under the same experimental conditions. Hence  $\alpha = \beta$  even though a different thermodynamic path depending on the model is associated with a (very slow) dilatometry test (Equations 16 and 20).

	PMMA	PC
$\rho$ (Kg.m <sup>-3</sup> ) (measured)	1160	1190
$C$ (J.Kg <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> ) (Atofina)	1450	1200
$\kappa$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) (Atofina)	0.17	0.2
$\alpha = \beta$ (°C <sup>-1</sup> ) (measured)	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$
$E$ (MPa) (measured)	3650	2650
$K$ (MPa) (measured)	3500	2570
$T_{\beta}$ (°C) (Erhenstein 99)	35	-70
$T_g$ (°C) (Erhenstein 99)	105-120	145

**Table 1.** *Thermophysical properties of PMMA and PC*

Figures 10 and 12 show a time-course presentation of the longitudinal temperature profiles  $\theta(x,t)$  recorded by the infrared camera. Tensile stress was superimposed (black curve) in order to depict the  $\theta$  profiles as a function of loading. When the regularity of the specimen geometry and the low material diffusivity were taken into account, we considered that the mean heat source over each cross-section was sufficiently representative of the material behaviour (Chrysochoos *et al.*, 2000). The uniform character of the temperature profiles is indeed consistent with a homogeneous distribution of the sources, especially for materials with low thermal diffusivity.

The primacy of the thermoelastic effects over the dissipation can easily be checked: Figures 10 and 12 indicate a distinct cooling of the specimen during the loading stages and heating during the unloading stages, with the mean temperature over each load-unload cycle being approximately zero. The image processing methods used to estimate heat source patterns have already been thoroughly described in (Chrysochoos *et al.*, 2000). A one-dimensional thermal diffusion model was used hereafter. Where  $Oz$  denotes the loading direction, the diffusion equation reads:

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{th}} \right) - \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = w'_{ch}, \quad [22]$$

where  $\tau_{th}$  is a time constant characterizing heat losses perpendicular to the loading direction,  $w'_{ch}$  is the overall heat source which here comes essentially from



thermoelastic couplings. The time constant  $\tau_{th}$  was estimated while considering the temperature variations in the middle of the sample gauge part during the return to thermal equilibrium. Hence,  $w_{ch} \approx s_{the}^{\ominus}$ , where  $s_{the}^{\ominus}$  is the thermoelastic source derived from infrared data.

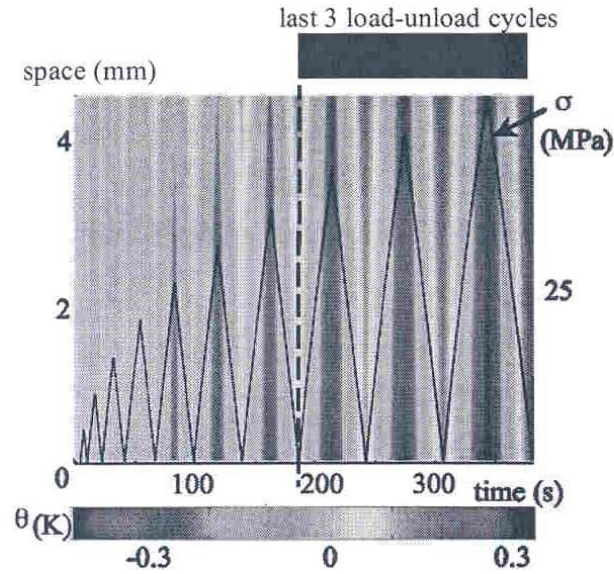


Figure 10. PMMA mechanical and thermal responses during a cyclic pulsating test.

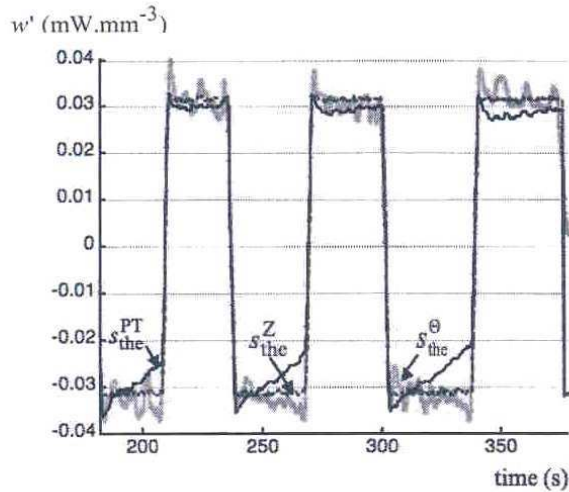


Figure 11.  $s_{the}^{\ominus}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  patterns associated with the last 3 load-unload cycles (PMMA).

In Figures 11 and 13, we plotted variations in  $s_{the}^{\ominus}$ , i.e. the thermoelastic source derived from the PT type model  $s_{the}^{PT}$  and from the Zener type model  $s_{the}^Z$ . These two latter sources were computed using stress and strain measurements:

$$s_{the}^{PT} \approx -\alpha T_0 \dot{\sigma} \quad (E\alpha^2 T_0 / \rho C < 4\%), \text{ and } s_{the}^Z = -\beta T_0 K \dot{\epsilon}.$$

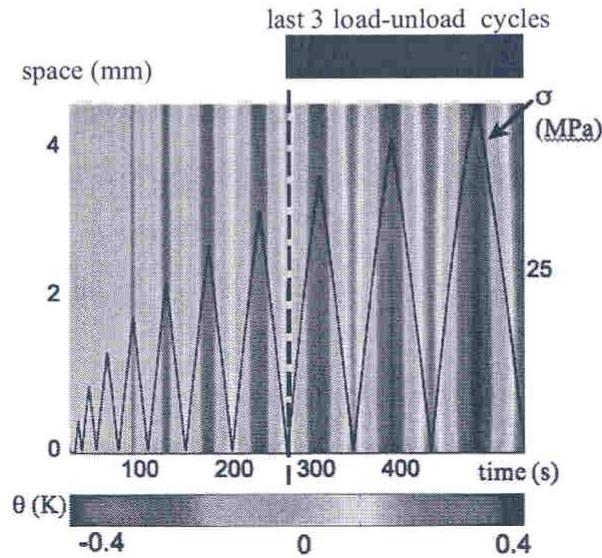


Figure 12. PC mechanical and thermal responses during cyclic pulsating tests.

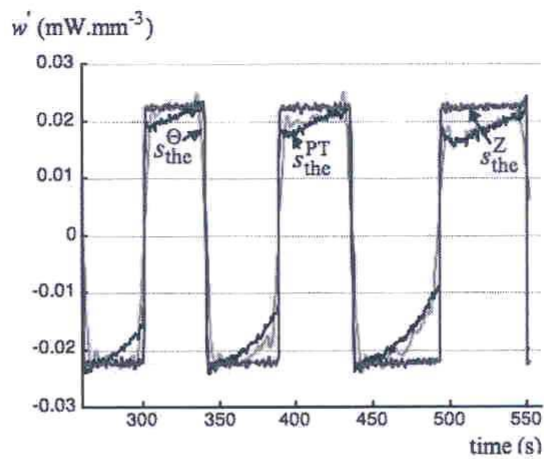


Figure 13.  $s_{the}^{\ominus}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  patterns associated with the last 3 load-unload cycles, (PC).

Concerning the PMMA behaviour, Figure 11 shows that variations in  $s_{\text{the}}^{\Theta}$  and  $s_{\text{the}}^Z$  remained close at all stress levels. Conversely, the source  $s_{\text{the}}^{\text{PT}}$  was quasi linear throughout the loading, while  $s_{\text{the}}^{\Theta}$  remained almost constant. Regarding the PC behaviour, estimates of the three thermoelastic sources  $s_{\text{the}}^{\Theta}$ ,  $s_{\text{the}}^Z$ ,  $s_{\text{the}}^{\text{PT}}$  were plotted in Figure 13. A better prediction was obtained with the PT type model.

For the two materials studied, it should be noted that the order of magnitude of the thermoelastic source amplitude was about  $60 \mu\text{W}\cdot\text{mm}^{-3}$  whereas the dissipation intensity remained under  $2 \mu\text{W}\cdot\text{mm}^{-3}$ .

## 5. Concluding comments

In this paper, we have proposed a calibration method of an IRFPA camera that avoids NUC and BPR operations and enables us to use the detector elements even in their nonlinear response domain. A polynomial calibration law was determined for each pixel. The accuracy of the temperature measurements is then limited by the planar black body performances used in the calibration.

We then applied this calibration method to analyse the thermomechanical behaviour of two vitreous polymers. Within a small perturbation framework, the thermographic experiment results led us to use viscothermoelastic models to describe the thermomechanical behaviour of PMMA and PC polymers. Indeed, from an energy standpoint, we observed that the thermoelastic effects predominated as compared to viscous dissipation.

In this setting, we noted a non-systematic equivalence between "series" and "parallel" models. This distinction appeared to be useful for describing differences in thermoelastic effects on PMMA and PC behaviours under the same loading conditions. A comparison of the thermoelastic sources, first derived from thermal data and secondly computed with mechanical measurements, showed that PMMA resembles a Z type model while PC resembles a PT type model. Complementary analyses are currently under way to determine if this behavioural difference is correlated with the intensity of molecular mobility.

## 6. References

- Alfrey T., Jr., Mechanical behaviour of high polymers, Vol. VI, Chap. B, pp. 93-233, Interscience Publishers, INC, New-York, 1948.
- Atofina, Documentation, [http://www.atofina.com/groupe/fr/f\\_elf\\_2.cfm](http://www.atofina.com/groupe/fr/f_elf_2.cfm).
- Biot M. A., Mechanics of incremental deformations, Chap. VI, pp. 337-396, J. Wiley & Sons Eds., 1965.

- Chrysochoos A., Louche H., "An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation", *International Journal of Engineering Sciences*, 38, 2000, pp. 1759-1788.
- Ehrenstein G.W., Montagne F., *Matériaux polymères*, Hermès Science Publications, 1999, pp. 302-319.
- Ferry J. D., *Viscoelastic properties of polymers*, Chap. I, p. 1-32, J. Wiley & Sons Eds, 1980.
- Germain P., Nguyen Q. S., Suquet P., *Continuum thermodynamics*, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 50, 1983, pp. 1010-1020.
- Lemaitre J., Chaboche J.-L., *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990, Chap.II, pp.37-68.
- Moreau S., *Etude calorimétrique par thermographie infrarouge de la thermo-visco-élasticité de quatre polymères*, PhD Thesis, Montpellier II University (France), 2004.
- Papini F., Gallet P., *Thermographie infrarouge, image et mesure*, Masson Ed., 1994
- Pron H., Bissieux C., "Focal plane array infrared cameras as research tools", *Quantitative Infrared Thermography Journal*, 1, 2, 2004, pp.229-240.

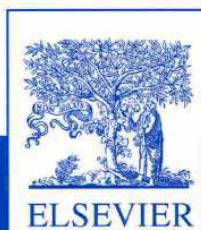
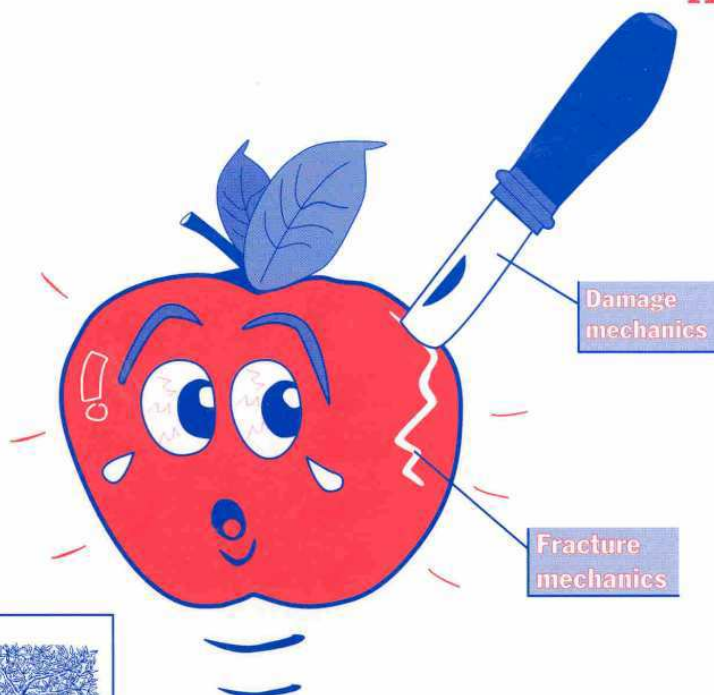


3.1.4) [Ci3] Experimental analysis of strain and damage localization, Elsevier, pp. 41-51, ISBN 2-84299-247-4, 2000

# Continuous Damage and Fracture

Editor:

**Ahmed Benallal**



## EXPERIMENTAL ANALYSIS OF STRAIN AND DAMAGE LOCALIZATION

A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, B. Wattrisse

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR 5508 CNRS-Université Montpellier II,  
Place E. Bataillon, 34095 Montpellier cedex 05, France.

### ABSTRACT

This paper describes a first attempt to combine digital image correlation with infrared data processing. The ultimate goal of this coupled experimental approach is to obtain local energy balance despite localization phenomena. The first technique enables the derivation of strain patterns from the displacement fields while the second gives the distribution of the generated heat by use of thermal data and heat diffusion equation. A determination of stresses, principally based on the integration of the linear momentum equations, is proposed. Quasi-static tensile tests were performed on DD14 steel samples. Experiments showed the progressiveness of strain and heat effects due to localization. We also observed that acceleration amplitudes remained completely negligible when compared with gravity acceleration. The stress analysis revealed that although the sample-structure softened, the material hardened in localization zones and underwent elastic unloading outside these zones. Energy balances were performed at several points located within and outside the localization zones. Non-monotone evolution of the stored energy within the necking zone was found and was interpreted as a competition between hardening and damage mechanisms.

### 1. INTRODUCTION

Over the last two decades, the simulation tools used in mechanics of materials have become increasingly powerful. Progress made in the field of scientific computation is giving rise to a new branch of mechanics: "the computational mechanics of solids". It allows the use of more realistic and also more complex behavioral models. Of course, the consistency of the simulation results depends very much on the validity of the constitutive equations implemented in the computational codes. Most often, these phenomenological equations are identified on the basis of experiments carried out on particular structures for which stress and strain patterns are supposed to be known. For instance, strain and stress fields are generally assumed to be homogeneous in the test section of a sample during a simple tensile test, which is useful for deriving stress and strain from load and displacement measurements. This hypothesis is often implicitly done. However, as soon as a strain localization occurs - Lüders bands, transformation bands, local necking, etc. - the mechanical fields are no longer homogeneous.

The strain localization phenomena are observed for a large variety of materials (metals, woods, polymers). Many experimental, theoretical and numerical studies have been conducted on this topic. Authors investigating elastoplastic or viscoplastic materials have naturally focused on kinematic aspects of localization, while taking various loading conditions into account [1-8]. Some studies have dealt with the microstructural origins of specific localization mechanisms like Lüders band propagation or Portevin-Le Chatelier effects [9-11]. Others have assessed thermal effects associated with different modes of strain localization [12-15]. However, most of these works call for the detailed knowledge of the constitutive equations.

Consequently, it is important to be able to detect, with even greater precision, the onset of such localization mechanisms.

In previous papers, we already emphasized the interest of imaging techniques to distinguish the characteristics of the material behavior from the structure effects resulting, for example, from strain localization [16, 17].

On the one hand, we developed an optical method using digital image correlation (DIC) [18]. These techniques have been used for a long time [19-22]. They classically provided whole-field in-plane displacement data for plane structures. To calculate the third displacement component, we assumed material incompressibility and depth-wise homogeneity of the strain field. The strain and strain-rate tensors were then derived by differentiation. We also proposed a method for estimating the different components of the stress tensor. It was founded on the integration of the linear momentum equations by using the strain data [16].

On the other hand, the dissipative effects due to the strain localization were analyzed by using infrared thermography (IRT) [23]. The aim of the data processing was to deduce the distribution of heat sources from thermal images by use of the local heat equation. From this perspective, the left-hand member of this equation was written as a partial derivative operator applied to the temperature while the different heat sources due to energy dissipation and thermomechanical couplings were grouped in the right-hand member.

Until now, DIC and IRT experiments were separately performed. Obviously the same type of tensile testing machine was used to make the correlation of strain and heat measurements easier. The specimens were extracted from a common batch of samples, all machined by a single operator. The experiments gave interesting and consistent results. A good correlation was observed between kinematic and calorimetric data [24]. It simply translated that the places where the strains concentrated were those where irreversibility developed.

The topic of this paper is the presentation of the first results of our recent attempt to couple DIC with IRT. Indeed, the simultaneous obtainment of stress, strain-rate and



dissipation fields leads to an indirect estimate of the stored energy pattern throughout the deformation process. This supplementary information is useful to check the reliability of the constitutive equations. From a thermodynamic viewpoint, the stored energy variations are directly related to those of free energy potential and to state equations. Its time derivative represents the power associated with the internal state variables chosen to sum up, on a given scale, the microstructural evolution of the material. These stored energy data are then essential to justify this choice *a posteriori*. As for the dissipation data, they should suggest possible forms of evolution equations able to describe the irreversible phenomena experimentally highlighted, and they might thus ensure the thermomechanical consistency of behavioral models.

This paper is composed as follows: in section 2, the form of the energy balance and the heat equation is briefly reviewed. Section 3 describes the main characteristics of the experimental set-up. It is also devoted to outlining the numerical tools developed for data processing. Section 4 focuses on the most representative results, which were obtained on DD14 steel samples at room temperature. Finally the energy balance properties are shown and related to localization of hardening and damage.

## 2. ENERGY BALANCE AND HEAT EQUATION

The thermomechanical framework used in this work is the classical ‘generalized standard materials’ formalism [25, 26]. The thermodynamic state of a material volume element is defined by a set of variables. In the case of elastoplastic material, the following set of state variables can be chosen: the absolute temperature  $T$ , a large strain tensor  $\varepsilon$ , and  $\alpha$  a vector of scalar components characterizing the microstructural state of the material. The chosen thermodynamic potential is then the Helmholtz free energy  $\psi$ . The Clausius-Duhem inequality, derived form of the second principle of thermodynamics, defines the dissipation  $d$  as

$$d = \sigma : D - \rho \psi_{,\xi} : \dot{\xi} - \rho \psi_{,\alpha} \cdot \dot{\alpha} - \frac{q}{T} \cdot \text{grad}T \geq 0, \quad (1)$$

where  $\sigma$  is the Cauchy stress tensor,  $D$  the Eulerian strain-rate tensor,  $\rho$  the mass density,  $q$  the heat influx vector. The dot stands for the material time derivative, and  $(\cdot)_{,\xi}$  stands for the partial derivative of  $(\cdot)$  with respect to  $\xi$ . The equality  $d = 0$  then characterizes reversible thermodynamic processes. Classically, the intrinsic (mechanical) dissipation  $d_1$  and the thermal dissipation  $d_2$  are supposed to be separately positive. They are respectively defined by

$$d_1 = \sigma : D - \rho \psi_{,\xi} : \dot{\xi} - \rho \psi_{,\alpha} \cdot \dot{\alpha} \geq 0, \quad (2)$$

$$d_2 = -\frac{q}{T} \cdot \text{grad}T \geq 0. \quad (3)$$

Per unit volume, the intrinsic dissipation  $d_1$  is the difference between the rate of deformation energy

$$w_{\text{def}}^* = \sigma : D \quad (4)$$

and the sum of elastic and stored energy-rates

$$w_c^* + w_s^* = \rho \psi_{,\varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \rho \psi_{,\alpha} \cdot \dot{\alpha}. \quad (5)$$

The symbol  $(\cdot)^*$  means that the variation of  $(\cdot)$  is path-dependent. Deduced from both principles of thermodynamics, the local heat conduction equation reads

$$\rho C \dot{T} + \text{div} q = d_1 + \rho T \psi_{,T\varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \rho T \psi_{,T\alpha} \cdot \dot{\alpha} + r_e, \quad (6)$$

where  $C$  denotes the specific heat capacity while  $r_e$  symbolizes the external heat supply. The intrinsic dissipation  $d_1$  and the thermomechanical coupling terms have been grouped in the right hand member of Eq.(6). For the steel considered here, Lord Kelvin’s term

$$w_{\text{thc}}^* = \rho T \psi_{,T\varepsilon} : \dot{\varepsilon} \quad (7)$$

represents the volume heat source due to thermoelastic effects. It may be determined by assuming that the thermoelastic part of the behavior remains linear and isotropic. The other coupling terms will be ignored in what follows. Indeed, they represent heat sources due to interaction between temperature and microstructure. During a quasi-static deformation process, temperature variation remains relatively small. This led us to consider that no thermal annealing, due to (stress-induced) temperature variation, occurs [27] so that

$$w_{\text{thm}}^* = \rho T \psi_{,T\alpha} \cdot \dot{\alpha} = 0. \quad (8)$$

Of course, this hypothesis must not be generalized to all situations; for instance, it becomes unsound when a martensite transformation is superimposed on the cold work hardening. In such a case the variable  $\alpha$  must describe the mechanisms of plasticity and of phase change.

Now considering Fourier’s law of heat conduction, ( $q = -k \text{ grad}T$ ), the left hand member of Eq.(6) becomes a partial derivative operator applied to temperature. Its estimate then leads to a local determination of the overall heat source

$$w_h^* = d_1 + w_{\text{thc}}^*. \quad (9)$$

## 3. EXPERIMENTAL DESIGN AND IMAGE PROCESSING

The experimental set-up involved a MTS hydraulic testing machine (frame 100 kN, load cell  $\pm 25$  kN), a CCD camera (Panasonic WV-CP410/G) and an infrared camera (Agema 880 sw) liquid nitrogen cooled. Each device was monitored by its own computer. The lens axes of the cameras were kept fixed and perpendicular to both sides of the sample surface (Figure 1). The main characteristics of the two cameras are given in Table 1.

Quasi-static monotonic tensile tests were performed on standard specimens (3mm  $\times$  13mm  $\times$  50mm) at constant velocity of the hydraulic jack ( $v_0 = 500 \mu\text{m.s}^{-1}$ ). The

experiments were displacement-controlled and the room temperature was kept constant (300 K).

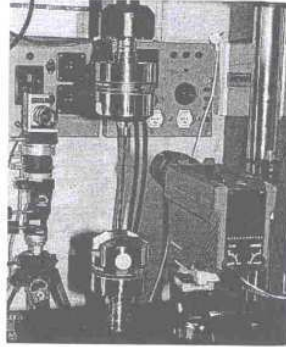


Figure 1: Experimental set-up

The European grade of steel tested was DD14 (3CTi), which is frequently used in metal forming. The metallurgical and mechanical properties of this steel can be found in [28]; its chemical composition is presented in Table 2.

Table 1: Main characteristics of cameras

	Image size (pixel)	Pixel size (mm <sup>2</sup> )	Max. frame rate (Hz)
CCD	768×576	0.15×0.15	25
IR	256 × 200	0.31×0.42	6.25

Table 2: Chemical composition of DD14 steel

C	Mn	P	S	Si	Al	Cu	Ti	Ni
0.07	0.3	<0.02	0.1	<0.03	0.03	<0.04	0.015	<0.01

### 3.1 Kinematic measurements

Speckle image processing gives the space-time evolution of various kinematic variables (displacement, velocity, strain, strain-rate...) on the sample surface. We worked with white light rather than coherent light as it is less sensitive to out-of-plane movements and to the increase of the surface roughness due to strain hardening which both disturb the data analysis. Of course, for natural lighting, the sample surface must be contrasted enough to enable correlation computations. Some materials, naturally contrasted (woods, rocks, etc.), may not need particular preparation while others (steels), are artificially speckled by using paint.

The camera must be carefully set so that the CCD detector remains parallel to the sample surface. Indeed, each out-of-plane movement (translation or rotation) produces a parallax error which distorts the images. In order not to disturb the interpretation of the measurements, it is important

to be able to minimize these distortions. Therefore a first positioning was made by a three-axis rotational stage allowing easy tilt corrections. Then fine adjustments were achieved by vertical translation of the sample in front of the camera. The comparison between strain fields associated with rigid body motions (identically equal to zero) and the strain measurements enabled us to check and optimize the alignment procedure. A typical error on the strain measurements due to the setting up of the camera, was about  $1.10^{-4}$  to  $2.10^{-4}$ .

The image processing was systematically realized after the test into two steps.

First, the displacement field was estimated. Generally, the displacement of each point located on the surface of the sample, has three components: 2 in-plane components, say  $U$  and  $V$ , and 1 out-of-plane component, say  $W$ . In figure 2,  $(L_0, l_0, e_0)$  define the initial geometry of the sample test section, while  $(X, Y, Z)$  and  $(x, y, z)$  denote respectively the Lagrangian coordinates and Eulerian coordinates. If the components  $U$  and  $V$  can be directly computed by a digital image correlation,  $W$  was obtained by using the couples of data  $(U, V)$  and a hypothesis of incompressibility.

Second, the strains (or the strain-rates) were then derived from the displacements by space (and time) differentiation. Each computational step used a particular numerical processing [18]. A brief outline is given in what follows.

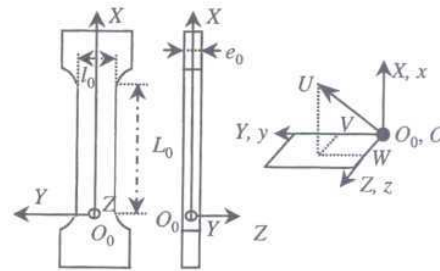


Figure 2: Basic sketch of the sample and notations

The in-plane components of the displacement vector were given by a direct digital image correlation computation. For a couple of images  $(I_1, I_2)$ , the normalized discrete inter-correlation function  $\phi$ , computed at any pixel  $M(i_0, j_0)$  of a virtual grid, is defined by

$$\phi_{(m,n)} = \frac{\sum_{(i,j) \in \text{CZ}} I_1(i,j) \cdot I_2(i+m, j+n)}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in \text{CZ}} I_1^2(i,j)} \cdot \sqrt{\sum_{(i,j) \in \text{CZ}} I_2^2(i+m, j+n)}} \quad (10)$$

where  $\text{CZ}$  is the number of pixels defining the correlation zone (i.e.  $M$ 's neighborhood corresponding to a local optical signature of point  $M$ ), while  $\text{RZ}$  denotes the number of pixels defining the research zone. The displacement components  $U$  and  $V$  are given by the maximum of  $\phi$ . Definition (10) only allows displacement measurements of one-pixel resolution.



To reach a subpixel resolution, a local interpolation is performed in the neighborhood of the discrete maximum of  $\Phi$  [29].

The metallic alloys are generally considered as incompressible materials. The incompressibility gives a relationship between in-plane and out-of-plane displacement components. In the framework of finite transformation, incompressibility can be expressed as

$$\det F = 1, \quad (11)$$

where  $F$  is the gradient tensor of the transformation. If the transformation is supposed to be homogeneous according to sample thickness, Eq.(11) becomes

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = \left\{ \det \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial U}{\partial X} & \frac{\partial U}{\partial Y} \\ \frac{\partial V}{\partial X} & 1 + \frac{\partial V}{\partial Y} \end{pmatrix} \right\}^{-1} - 1. \quad (12)$$

Then, the integration of Eq.(12) gives the out-of-plane component  $W$  of the displacement vector. Once the three components have been computed, the grid is updated to always track the same material zone.

To achieve accurate strain measurements, the displacement field is to be filtered before any differentiation. We chose a fitting technique based on a local least-squares (linear or quadratic) approximation of the discrete displacement data which also allows the computation of the derivatives. The choice of the approximation zone (AZ) is very important in the differentiation process. The optimized AZ depends on the signal-to-noise ratio and the amplitude of the sought derivatives.

The performances of this image processing were tested both on analytic and experimental cases corresponding to rigid body motions (translation or rotation), or to homogeneous or heterogeneous straining. The influence of all the computation parameters on the displacement and strain measurement was also analyzed. Using standard parameters, the accuracy on the displacement calculation was about  $5 \cdot 10^{-2}$  pixel and the accuracy on the strain measurement was  $5 \cdot 10^{-4}$ .

The validity check of the out-of-plane displacement computation was performed by comparing the thickness evolution of a steel sample after a tensile test, given by a three-axis measurement machine with the one given by the computation [18].

### 3.2 Temperature, overall heat source

In the framework of our experiments, several hypotheses were made. First, we verified that the external heat supply remained time-independent so that

$$r_e = -k \Delta T_0, \quad (13)$$

where  $T_0$  is the equilibrium temperature field of the sample. Besides, for tests performed on thin flat specimen, it was shown [23] that the temperature measured on surface of the sample remains very close to the depth-wise averaged temperature.

Taking into account all these hypotheses and integrating Eq.(6) throughout the thickness of the specimen, the heat equation can be markedly simplified into a two-dimensional partial derivative equation

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + v \cdot \text{grad} \theta + \frac{\theta}{\tau_{th}} \right) - k \Delta \theta = w_{ch}^*, \quad (14)$$

where  $\theta = \overline{T - T_0}$  is the difference between  $T$  and  $T_0$ , averaged according to thickness. The symbol  $v$  denotes the velocity vector and  $\tau_{th}$  stands for a time constant characterizing heat losses perpendicular to the plane of the specimen. The heat conduction in the plane is taken into account by the two-dimensional Laplacian operator.

The thermal data being discrete and noisy, the differential operator was traditionally estimated by low-pass filtering and according to the properties of discrete Fourier transform and Fourier series [23]. Since the frame-rate was quite small, the data filtering was mainly performed spatially. To avoid parasitic spatial frequencies due to the non-periodicity of the images and to reduce the boundary effect incidence—here substantially amplified by the Laplacian estimate—a parabolic periodic extension of the data was first performed. The thermal noise was well approximated by white noise characterized by a Gaussian probability distribution and a uniform power spectrum. The latter feature implies that no filtering method can completely eliminate the parasitic frequencies.

To facilitate the coupling of numerical methods developed for kinematic and thermal data processing, we chose to use least-squares techniques to calculate the first member of Eq.(14). The thermal data were spatially approximated by a parabolic function, corresponding to locally constant conduction heat losses in the neighborhood of each pixel of the thermal image. As already mentioned, the dimensions of AZ affect the data fitting efficiency, and thus may influence the operator estimate. We implemented a centered processing of the temperature charts, so the algorithms required data on each side of the processed pixel. To calculate the heat sources on each side of the image a data extension was made before each computational step [30].

Validity checks of the method were carried out and constant AZ of  $15 \times 15$  square pixels were shown to give a good compromise between computation speed and accuracy. Besides, Fourier filtering and least-squares fitting were compared on the same temperature data files and gave similar results.

In this paper, the displacement data were also used for the processing of thermal images to track the same material zone as the one observed by the CCD camera. This allowed us to take into account the convective terms of the material time derivative of the temperature throughout the test.

### 3.3 Presentation mode of the experimental results

Imaging techniques use and provide a lot of information. In our case, they give access to time evolution of scalar fields (kinetic energy, temperature, heat source), but also fields of vectorial nature (displacement, velocity, acceleration) and even tensor fields (strain, strain-rate). For

concision's sake we plotted temporal evolution of scalar profiles captured along the longitudinal axis of the sample. The scalar entity may be a given component of a tensor or a certain norm (Euclidian norm of the velocity, second invariant of the strain tensor, etc.). Further to simplify the data interpretation, contour plots were chosen for quick visualization of the phenomenon patterns. Space-time charts were then constructed with the abscissa axis (bottom) representing the time and the ordinate axis (left) being the longitudinal sample axis. The conventional stress-strain diagram was superimposed to give the reader a familiar landmark to link the local pattern of the measurements to the loading state of the sample (right and top). For such a diagram we used the conventional stress and strain which are classically defined by

$$\sigma_c = \frac{f}{S_0}, \quad (15)$$

$$\epsilon_c = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{v_0 t}{L_0}, \quad (16)$$

where  $f$  is the loading force,  $S_0$  the initial cross-section, and  $L$  the current length of the test section. Of course, strain and strain-rate tensors are used throughout this paper and they are defined in the framework of finite transformation [31, 32].

To quantify volume variations, it is convenient to use the logarithmic Hencky tensor. Its trace equals zero for any incompressible material, which is useful to calculate the changes of sample sections. Besides, this strain measurement is very often used in the one-dimensional processing of tensile tests. This tensor is classically defined by

$$\epsilon = \text{Log}(u), \quad (17)$$

where  $u$  is the symmetric and positive definite tensor coming from the polar decomposition of  $F$ ,  $F = ru$ ,  $r$  being a rotation.

The Eulerian strain-rate tensor  $D$  is defined by

$$D = (\dot{F}F^{-1})^s, \quad (18)$$

where  $(\ )^s$  symbolizes the symmetric part of  $(\ )$ .

## 4. EXPERIMENTAL RESULTS

### 4.1 Strain-rate

Figure 3 shows the space-time evolution of the strain-rate component  $D_{xx}$ . The conventional strain-rate amplitude  $d\epsilon_c/dt$  was about  $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . This value can be compared with those of the different level curves. At the beginning of the test,  $D_{xx}$  is less than  $d\epsilon_c/dt$  throughout the test section because of the elasticity of the testing machine frame. The early and steady narrowing of the curves indicates that the region where the strain-rate amplitude is highest concentrates gradually long before the maximum load is reached. Therefore the locus where the sample fracture will take place seems to be already heralded as the sample hardens. These

results suggest that diffuse and localized necking are two concurrent aspects of the same phenomenon. In practice, it will then be difficult to establish a definite boundary between these two "localization modes".

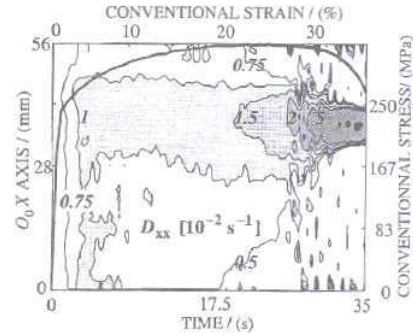


Figure 3: Space-time evolution of  $D_{xx}(t, X, Y=0)$

### 4.2 Temperature

Figure 4 presents the time evolution of a crude thermo-profile directly extracted from infrared data files. As the camera is fixed, each pixel no longer correspond to a fixed material surface element (MSE) as soon as the strains become important. The paths of three MSEs named *A*, *B*, and *C* were plotted to illustrate this. Note that the maximum amplitude of the temperature variations reached up to  $35^\circ\text{C}$  at point *C*, which justifies the choice of an anisothermal thermomechanical framework.

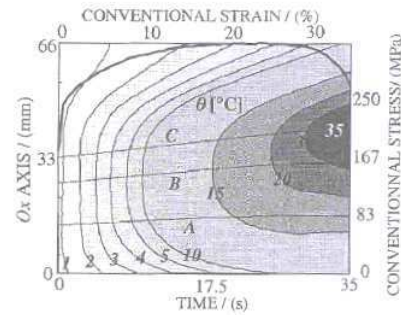


Figure 4: Space-time evolution of  $\theta(t, x, y=0)$

The displacement field being known, it is possible to track the temperature of any material zone. Figure 5 shows the thermal data presented in Figure 4, once the displacements have been taken into account. The paths of MSEs *A*, *B* and *C* henceforth correspond to horizontal straight lines. Contrary to what happened with strain-rate



measurements, the progressive narrowing of temperature level curves is more difficult to interpret. Because of heat diffusion the temperature is not completely intrinsic to the material behavior. This observation explains the motivation we had fifteen years ago for constructing the heat source distribution by use of the temperature data [33].

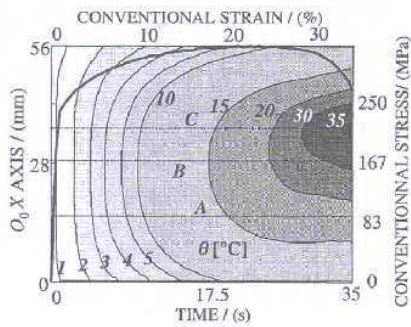


Figure 5: Space-time evolution of  $\theta(t, X, Y=0)$

#### 4.3 Overall heat source

To get an estimation of the overall heat source, the different terms of the left-hand member of Eq.(14) were successively calculated. The material time derivative of the temperature was determined by using the temperature of each MSE.

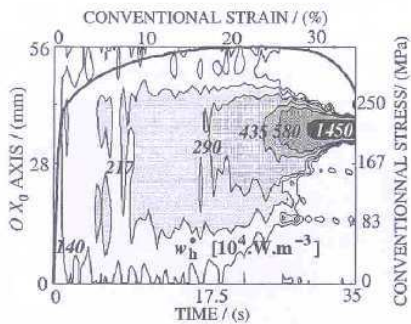


Figure 6: Space-time evolution of  $w_h^*(t, X, Y=0)$

Its estimate was obtained by simply using finite difference. Concerning the heat losses, a fitting of the crude thermal images was firstly performed to calculate the Laplacian operator. Then a Laplacian value was derived from the local approximation function for each pixel of the thermal image. Finally a Laplacian value was attributed to each MSE by sampling the interpolated field of Laplacian values. Figure 6 shows the evolution of heat sources along the longitudinal

axis of the sample. Again, the contour plot revealed a progressive narrowing of the level curves. We obviously attributed the concentration of heat sources to the development of dissipative mechanisms due to localization of hardening and damage.

To go further in the establishment of the energy balance, it was necessary to know the space-time distribution of the deformation work, and consequently the stress pattern within the test section. This led us to suggest the following method for calculating the stress components.

#### 4.4 Stress state construction

The basic idea was to use the equilibrium equations. We verified that the order of magnitude of the acceleration amplitude was negligible compared with the gravity acceleration  $g$ , which is itself classically ignored in the case of tensile tests on steel samples. Figure 7 shows the space-time distribution of  $\gamma_x$ , the acceleration component in the longitudinal direction. A steady concentration of level curves of positive and negative acceleration, distributed on both sides of the necking zone, can be clearly observed. The section where the fracture will take place is then characterized by a zero-acceleration. The maximum absolute value of  $\gamma_x$  is less than  $3 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ , which fully justifies the quasi-static approximation.

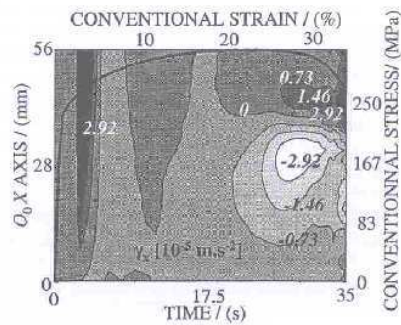


Figure 7: Space-time evolution of  $\gamma_x(t, X, Y=0)$

Further to simplify the stress computation, we adopted the thin plate approximation although we already noticed that this assumption may become unsound for metal sheets of standard thickness [16]. With respect to the Eulerian frame of reference, the equilibrium equations are written as

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial y} = 0 & (a) \\ \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(x, y, t)}{\partial y} = 0 & (b) \end{cases} \quad (19)$$

To start the integration process, we must now admit a stress distribution for the components  $\sigma_{xx}$  in each cross-

section of the sample. During tensile tests, this component is considered to be uniformly distributed so that we get

$$\sigma_{xx}(x,t) = \frac{f(t)}{S_0} \exp(\epsilon_{xx}(x,t)). \quad (20)$$

the strain analysis having shown that  $\epsilon_{xx}$  is approximately  $y$ -independent [16]. Then, the use of Eq.(19a) leads to

$$\sigma_{xy}(x,y,t) = -\sigma_{xx}(x,t) \frac{\partial \epsilon_{xx}(x,t)}{\partial x} y + b(x,t), \quad (21)$$

where  $b(x,t)$  is an integration constant relatively to the space variable  $y$ .

Except in the very last part of the necking, we observed that the strain measurements of  $\epsilon_{yy}$  are symmetrically distributed along the width of the sample. This property yields a symmetric reduction of sample sections. The symmetry axis, being the neutral axis of the sample, remains a straight line during necking. The constant  $b(x,t)$  then vanishes as soon as the shear force for each cross-section is considered to be zero. This hypothesis leads to an odd distribution of the shear stresses with regard to the  $Ox$  direction

$$\sigma_{xy}(x,y,t) = -\sigma_{xx}(x,t) \frac{\partial \epsilon_{xx}(x,t)}{\partial x} y. \quad (22)$$

Naturally, in the presence of inclined localization bands, shear forces may appear and  $b(x,t)$  is to be determined. The integration of the last equilibrium equation (Eq.(19b)) gives a parabolic distribution of component  $\sigma_{yy}$  that can be written as

$$\sigma_{yy}(x,y,t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{xx}(x,t) \frac{\partial \epsilon_{xx}(x,t)}{\partial x} \right) \frac{y^2}{2} + c(x,t). \quad (23)$$

The sample being non loaded on its lateral surfaces ( $y = \pm l(x,t)/2$ ), the normal component  $\sigma_{yy}$  equals zero

$$n_y \cdot \sigma(x, \pm l/2, t) \cdot n_y = \sigma_{yy}(x, \pm l/2, t) = 0, \quad (24)$$

where  $n_y$  is the normal unit vector in the  $Oy$  direction. Hence, by using Eqs.(24, 25), we get

$$\sigma_{yy}(x,y,t) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma_{xx}(x,t)}{2} \frac{\partial \epsilon_{xx}(x,t)}{\partial x} \right) \left( \frac{l(x,t)^2}{4} - y^2 \right). \quad (25)$$

Equations (20, 22, 25) were used to calculate the stress components at each point of the grid corresponding to the experimental strain measurements. Figure 8 indicates the stress-strain correspondence at  $A$ ,  $B$  and  $C$ . The conventional stress-strain curve is also plotted.

At the beginning of the hardening, all the curves describe a unique path. Nevertheless, when  $\epsilon_c$  increases, the stress amplitudes at  $A$ ,  $B$ ,  $C$  rapidly diverge. Once the structure has started to soften,  $\sigma_{xx}$  decreases in sections for which the

strain-rate vanishes ( $A$ ,  $B$ ), while it continues to increase in sections belonging to the current necking zone ( $C$ ).

Until the ultimate loading, shown by black dots in Figure 8, the tensile stress constantly increases in the localization zone. It thus seems that the softening of the sample, translated by a non-monotone load-elongation curve, is induced by a heterogeneous hardening followed by elastic unloading in cross-sections outside the localization zone.

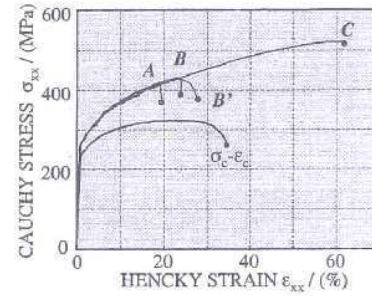


Figure 8: Stress-strain curves

To show in a different way that plastic softening is more a structure effect than an intrinsic material characteristic, two stress-strain curves were plotted at  $B$  for two AZ, their characteristic lengths were about 3 mm and 20 mm for  $B$  and  $B'$ , respectively. If elastic unloading can be well observed in the case of small AZ, strain softening seems to appear for large AZ. Note that the expected averaging effect induced by a large AZ leads at the same time to a poor estimate of derivatives when important gradients occur.

### 4.3 Energy balance

According to Eq.(4), the strain-rate and stress data were used to compute the deformation energy-rate throughout the test section of the sample. Under the plane stress hypothesis, we get

$$w_{def}^* = \sigma_{xx} D_{xx} + 2 \sigma_{xy} D_{xy} + \sigma_{yy} D_{yy}. \quad (26)$$

A first check of this computation could be carried out by comparing, at each time, the overall rate of deformation energy within the test section with the power of external forces applied at its boundary. The longitudinal displacement being approximately  $y$ -independent, the power of external forces was written as

$$W_{ext}^*(t) = F(t) \times [\dot{U}(t, X = L_0) - \dot{U}(t, X = 0)]. \quad (27)$$

In the case of quasi-static test, we must theoretically have

$$W_{ext}^*(t) = \int_{\Omega(t)} \sigma : D \, dV. \quad (28)$$



As shown in Figure 9, this property was correctly verified.

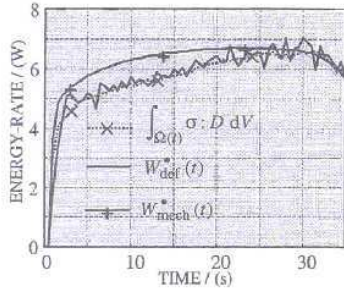


Figure 9: Mechanical energy balance

In this Figure we also plotted the mechanical energy-rate given by the testing machine to deform the sample. This was defined by

$$W_{\text{mech}}^*(t) = F(t) \times v_{\text{st}} \quad (29)$$

The computation of  $W_{\text{mech}}$  also seemed to be consistent with that of  $W_{\text{def}}$  (Figure 9). At the beginning of the test, the difference between the slopes of mechanical and deformation energy-rates came from the finite elastic stiffness of the frame of the testing machine.

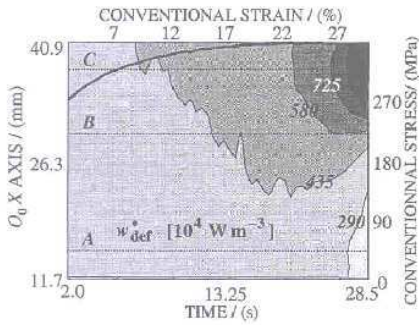


Figure 10: Space-time evolution of  $w_{\text{def}}^*(t, X, Y=0)$

During the hardening, the deformation energy-rate was less than the power used by the testing machine. The difference was due to the plastic straining in the connection zones of the sample. This difference finally tended to zero when the strain-rates had localized within the test section, *i.e.* when the connection zones were no longer deformed.

Figure 10 presents the space-time distribution of deformation energy-rate during the strain hardening. To avoid a probable triaxiality of stresses in the sample connection zones, the computations were made within a zone centered around the necking region. Besides, a large approximation zone had to be used to reduce the important signal-to-noise ratio ( $AZ \approx 11 \times 11 \text{ mm}^2$ ). Consequently, the data processing was stopped before the rapid growth of localized necking in order to consider relatively small stress and strain-rate gradients. The narrowing of level curves observed in Figure 10 reveals once more the progressive development of the localization, but now in terms of deformation energy.

For estimating the stored energy, the next step was to consider an elastic-plastic partition of strain. For the sake of simplicity, a linear and isotropic thermoelastic behavior was supposed. We then computed  $w_e$  and  $w_{\text{th}}$  by using the computed stress data. We observed that both energies were rapidly negligible when compared to the evolved heat, the deformation energy, and especially their difference. Of course this hypothesis did not concern the initial elastic loading. This explains why the origin of the abscissa scale begins at 2 s. According to Eqs.(4, 5, 9), the stored energy-rate was then estimated by the approximated relation

$$w_s^* \approx w_{\text{def}}^* - w_h^* \quad (30)$$

Since a large  $AZ$  was used, the local evaluation of stored energy, obtained by using Eq.(30), must be considered with caution. Nevertheless, we decided to show a detail picture of heat source distribution and of stored energy-rate in Figures 11 and 12, respectively.

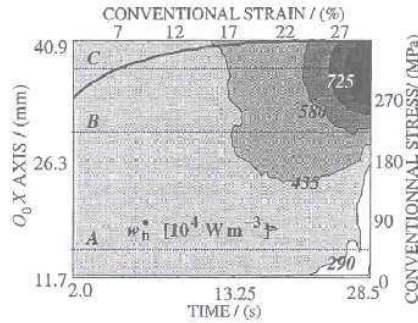


Figure 11: Space-time evolution of  $w_h^*(t, X, Y=0)$

Unlike the preceding energy terms, the stored energy seemed to present non monotone evolutions in the necking region. Indeed, although at *A* and *B*, the stored energy-rate apparently remained positive, at *C*, negative rates arose at the maximum load. We then computed the stored energy at *A*, *B*, and *C*. The corresponding curves are plotted in Figure 13. At the beginning of the strain hardening, the three are

rather similar, like their corresponding mechanical curves in Figure 8.

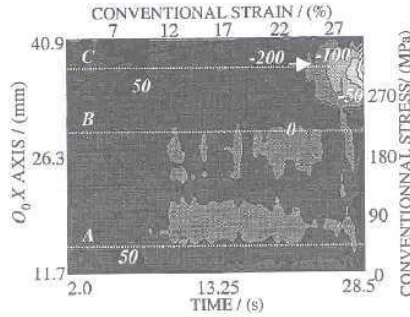


Figure 12: Space-time evolution of  $w_g^*(t, X, Y=0)$

These results tend to confirm that the test section of the sample is rather uniformly strained up to about 8 percent of Hencky strain. Then, the stored energy curves diverge. Stored energy being part of the free energy, which is a state function, this divergence may stem from the fact that *A*, *B*, and *C* do not pass through the same thermodynamic states. Nevertheless it seemed more consistent to admit that this dispersion came from uncertainty about heat and mechanical energy measurements.

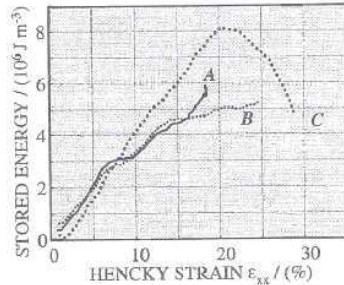


Figure 13: Stored energy within and outside localization zone

At *C*, the stored energy monotonically increased up to 20 percent of Hencky strain. This limit approximately corresponded to maximum loading. Then the stored energy decreased. This last result means that the dissipated energy became greater than the deformation energy-rate. A possible qualitative explanation of this rate inversion is proposed below.

During the strain hardening a part of the mechanical energy is consumed by the material to modify its microstructure (dislocation multiplication, formation of

dislocation cells, ...). This energy fraction is stored, increasing the free energy of the material, the major complementary part being dissipated. Damage effects progressively appear, inducing the creation of micro-cracks and cavities. These damage mechanisms superimposed on the dislocation movement are essentially irreversible. This could explain why the dissipation, henceforth due to hardening and damage, becomes more important than the deformation energy-rate. Indeed, the release of stored energy may be attributed to the creation of surface and volume discontinuities, but this last comment unfortunately remains, for the time being, a mere conjecture.

## 5. CONCLUDING COMMENTS

In conclusion, we designed a set-up that combined DIC with IRT. Many technical difficulties were overcome and the first results, presented in this paper, are encouraging. However, several metrology problems remain. The next stage is to increase the signal-to-noise ratios of both cameras and to improve the coupled data processing to obtain more reliable quantitative results. The game is worth the candle. Indeed, local determination of dissipated and stored energies is essential to test the reliability of the constitutive equations proposed in thermomechanical modelling of plasticity and damage. It could suggest a method for separating hardening from damage, inasmuch as the latter is purely dissipative, unlike the first one. If it is confirmed, the release of stored energy, in the region where localized necking takes place, could be used as an indicator to describe the progressive predominance of damage, leading to the fracture of material.

## NOMENCLATURE

Latin symbols:

<i>A</i>	material surface element	$m^2$
<i>AZ</i>	approximation zone	pixel <sup>2</sup> or $m^2$
<i>b</i>	integration constant	Pa
<i>B, B'</i>	material surface elements	$m^2$
<i>c</i>	integration constant	Pa
<i>C</i>	specific heat capacity	J/kg K
<i>C</i>	material surface element	$m^2$
<i>CZ</i>	correlation zone	pixel
<i>d</i>	dissipation	$W/m^3$
<i>d<sub>1</sub></i>	intrinsic dissipation	$W/m^3$
<i>d<sub>2</sub></i>	thermal dissipation	$W/m^3$
<i>D</i>	Eulerian strain-rate tensor	$s^{-1}$
<i>e<sub>0</sub></i>	initial depth	m
<i>f</i>	loading force	N
<i>F</i>	gradient tensor	dimensionless
<i>g</i>	gravity acceleration	$m/s^2$
<i>i</i>	index	dimensionless
<i>I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub></i>	digital (speckle) images	dimensionless
<i>j</i>	index	dimensionless
<i>k</i>	conduction coefficient	W/m K
<i>l</i>	current width	m
<i>l<sub>0</sub></i>	initial width	m
<i>L</i>	current length	m
<i>L<sub>0</sub></i>	initial length	m
<i>m</i>	pixel index	dimensionless



$M$	grid point	dimensionless
$n$	pixel index	dimensionless
$n_p$	normal unit vector	dimensionless
$O_0, O$	initial and current origins	dimensionless
$q$	heat influx vector	W/m <sup>2</sup>
$r$	rotation tensor	dimensionless
$r_e$	external heat supply	W/m <sup>3</sup>
$RZ$	research zone	pixel
$S_0$	initial cross-section	m <sup>2</sup>
$t$	time	s
$T$	absolute temperature	K
$T_0$	equilibrium temperature	K
$\bar{T}$	averaged temperature	K
$u$	sym. pos. def. tensor	dimensionless
$U$	displacement component	m
$V$	displacement component	m
$v$	velocity vector	m/s
$v_0$	jack velocity	m/s
$w_{def}$	deformation energy	J/m <sup>3</sup>
$w_e$	elastic energy	J/m <sup>3</sup>
$w_h$	overall volume heat source	J/m <sup>3</sup>
$w_s$	stored energy	J/m <sup>3</sup>
$w_{thc}$	thermoelastic heat source	W/m <sup>3</sup>
$W$	displacement component	m
$W_{ext}$	power of external forces	W
$W_{mech}$	mechanical power	W
$w_{dm}$	coupling heat source	W/m <sup>3</sup>
$x, y, z$	Eulerian coordinates	m
$X, Y, Z$	Lagrangian coordinates	m
Greek symbols:		
$\alpha$	state variable vector	SI units
$\varepsilon$	Hencky strain tensor	dimensionless
$\varepsilon_c$	conventional strain	dimensionless
$\gamma$	acceleration vector	m/s <sup>2</sup>
$\theta$	temperature variation	°C
$\rho$	mass density	Kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Cauchy stress tensor	MPa
$\sigma_e$	conventional stress	MPa
$\tau_{th}$	time constant of heat losses	s
$\phi$	inter-correlation function	dimensionless
$\psi$	specific free energy	J/kg
$\Omega$	test section volume	m <sup>3</sup>

## REFERENCES

1. A. Considère, Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, *Annales des Ponts et Chaussées*, vol.9, pp. 574-580, 1885.
2. R. Hill, On discontinuous plastic states with spatial special reference to localised necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 1, pp. 19-30, 1952.
3. R. Hill, A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 6, pp. 236-249, 1958.
4. J. Mandel, Conditions de stabilité et postulat de Drücker, *Rhéologie et Mécanique des sols, IUTAM Symposium*, pp. 58-68, 1964.
5. E. W. Hart, Theory of tensile test, *Acta Metall.*, vol. 15 pp. 351-355, 1967.
6. J. R. Rice, The localization of plastic deformation, *Th. Appl. Mech.*, pp 207-220, 1976.
7. C. Fressengeas and A. Molinari, Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow, *Acta Metall.*, Vol. 33, pp. 387-396, 1985.
8. A. Benallal., On localization phenomena in thermo-elasto-plasticity, *Arch. Mech.*, vol. 44-1, pp. 15-29, 1992.
9. Y. Estrin and L. P. Kubin, Plastic instabilities : phenomenology and theory, *Mat. Sc. Eng.*, vol. A137, pp. 125-134, 1991.
10. H. Neuhäuser and A. Hampel, Observation of Lüders bands in single crystals, *Scripta Metall. Mater.*, vol. 9, pp. 1151-1157, 1993.
11. M. Zaiser and P. Hähner, Oscillatory modes of plastic deformation : theoretical concepts, *Phys. Stat. Sol. (b)*, vol. 199, pp. 267-330, 1997
12. G. Ferron, Influence of heating generation and conduction on plastic stability under uniaxial tension, *Mat. Sci. Engng.*, vol. 49, pp. 241-248, 1981.
13. Y. H. Kim and R. H. Wagoner, Analytical investigation of deformation induced heating in tensile testing, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 29-3, pp. 179-194, 1987.
14. A. Marchand and J. Duffy, An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 36-3, pp. 251-283, 1988.
15. B. Lisiecki, L. Kubin and Y. Estrin, Thermal effects during plastic flow in Nickel-base superalloys, *Metal Sci. Tech.*, vol.10-1, pp. 10-15, 1992.
16. B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole and M. Nemoz-Gaillard, *Eur. J. of Mech. A/ solids*, (in press), 2000.
17. A. Chrysochoos, H. Louche, J.-M. Muracciole, M. Nemoz-Gaillard and B. Wattrisse, Experimental analysis of localization mechanisms in steels by infrared and speckle image processing, *IUTAM symposium on Photomechanics*, pp 313-320, 1998.
18. B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole and M. Nemoz-Gaillard, Analysis of strain localisation during tensile test by digital image correlation, *Exp. Mech.*, (in revision), 2000.
19. H. H. Bailey, F. W. Blackwell, C. L. Lowery and J. A. Ratkovic, Image correlation : Part I. Simulation and analysis, Report prepared for United States Air Force Project RAND, R-2057/1-PR, nov. 1976.
20. T. C. Chu, W. F. Ranson, M. A. Sutton and W. H. Peters, Application of Digital-Image-Correlation Techniques to Experimental Mechanics, *Exp. Mech.*, vol. 25, pp. 232-244, 1985.
21. H. A. Bruck, S. R. Mc Neill, M. A. Sutton and W. H. Peters, Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction, *Exp. Mech.*, pp. 261-267, 1989.
22. S. Choi and S. P. Shah, Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation, *Exp. Mech.*, vol. 37, 307-313, 1997.
23. A. Chrysochoos and H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *Int. J. of Eng. Sci.*, vol.38, pp. 1759-1788, 2000.
24. A. Chrysochoos, H. Louche, J.-M. Muracciole and M. Nemoz-Gaillard and B. Wattrisse, Experimental

- analysis of kinematic and dissipative phenomena related to localization, *Euromech 390*, pp.25-28, 1999.
25. B. Halphen and Q. S. Nguyen, Sur les matériaux standard généralisés, *J. de Méc.*, vol. 14-1, pp. 39-63, 1975.
  26. J. Lemaitre and J.-L. Chaboche, *Mechanics of solid materials*, Cambridge University Press, 1990.
  27. A. Chrysochoos and F. Belmahjoub, Thermographic analysis of thermomechanical couplings, *Archives of Mech.*, vol.44-1, pp. 55-68, 1992.
  28. G. Béranger, G. Henry and G. Sanz, *Le livre de l'acier*, Ed Lavoisier Tech et Doc, Paris, 1994.
  29. A. Oulamara, G. Tribillon and J. Duvernoy, Subpixel speckle displacement measurement using a digital processing technique, *J. Mod. Opt.*, 35, 1988.
  30. B. Wattrisse, J.-M. Muracciole and A. Chrysochoos, Infrared and speckle image processing applied to heterogeneous thermomechanical behaviour of polymers, *Quantitative Infrared Thermography 5, Eurotherm seminar 64*, pp.121-123, 2000.
  31. P. Germain, *Mécanique – Tome 1*, Ellipses, Paris, 1986.
  32. P. Rougée, *Mécanique des grandes transformations*, S.M.A.I. Mathématiques & Applications 25, Springer, Berlin, 1997.
  33. A. Chrysochoos, Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations; *Mécanique des grandes transformations*, Journal of theoretical and applied mechanics, pp. 589-614, 1985.

### **3.2) Axe II : Identification de paramètres de lois de comportement**

- 3.2.1) [Ci6] Full-field measurements applied to the identification of a non-linear mechanical behaviour, EMMC8, 9 p., 2005**

## Full-field measurements applied to the identification of a non-linear mechanical behaviour

LATOURTE F., CHRYSOCHOOS A., GEYMONAT G., PAGANO S., WATTRISSE B.

Mechanics and Civil Engineering Laboratory, UMR CNRS 5508  
University of Montpellier II, CC 048, Place E. Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5, France

### ABSTRACT:

Image processing techniques give access to full field measurements of different thermomechanical data (strain, strain-rate [1], temperature [2], ...). These techniques enable us to reach the fine characterization of the mechanical properties of materials. Furthermore, they can also be used to devise new tests where one looks for heterogeneous mechanical fields in order to activate simultaneously several parameters of the constitutive equations during a single test [3].

In [4], surface strain fields obtained by Digital Image Correlation were used to identify the distribution of elastic parameters and the stress fields by minimizing a given energy functional.

In this paper, we propose to extend the previous method to non-linear cases. In a first step, we restrict our study to elastoplastic behaviour in the case of small perturbations, and plane stress assumptions. The tangent matrix is incrementally determined for successive load steps.

The robustness of the method with respect to the initial guess and to the measurement noise is studied on numerically-obtained data. A first application dealing with a tensile test on a steel sample is finally presented.

**KEYWORDS:** digital image correlation, mechanical properties identification, elasticity, plasticity

### INTRODUCTION

It is well known that samples used during “simple” mechanical tests may behave like complex, non necessarily homogeneous structures since they can develop localization patterns, cracks ...

In order to capture these phenomena, mechanical tests are now commonly coupled to full field measurements (displacement, strain, “stress”, temperature, ...). In this paper, we use Digital Image Correlation technique to measure the local displacement field. During the loading, the observed surface of the specimen moves and deforms. By acquiring images at different load levels with a Charge-Coupled Device (CDD) camera, it is possible to determine the in-plane displacement field by matching different zones of two images. This technique is chosen because it requires a limited sample preparation, and it gives a relatively good accuracy compared to the classical strain measurement techniques (strain gauges, extensometer): the accuracy of the strain measurement is of the order of magnitude of  $10^{-4}$  for DIC and  $10^{-5}$  for classical extensometry techniques. But DIC techniques give access to a far larger number of measurements ( $10^4$  or more points).



These local measurements reflect the local behaviour of the material, and thus they may be used to identify the mechanical properties. To do so, the first step is to state identification procedures taking advantage of the richness of the experimental data. Several authors are developing different approaches: finite element model updating methods [5], or updating methods based on a constitutive law error [6], or virtual fields method [3]. In this paper we focus our attention to a variational method used previously to determine elastic mechanical parameters [4] and we extend it to elasto-plastic behaviour identification in the case of small perturbations, and plane stress assumptions. We shall present an algorithm of solution and some examples of different complexity in order to illustrate the feasibility of the identification procedure. The sensitivity of the method to measurement noise or to initial guess is studied on numerically-obtained data. A first experimental result is finally presented on a tensile test performed on a steel sample.

## EXPERIMENTAL SET-UP

The experimental arrangement involves a servo-mechanic testing machine and a digital camera set perpendicularly to the frame of the testing machine (see Fig. 1). The specimens are machined in thin metal sheets in order to have a plane surface and to present a plane stress state. In the general case, the displacement of the material points located on the surface of the sample is tri-dimensional. However, if the out-of-plane displacement remains small compared to the object distance, the changes in the magnification of the image can be neglected, and the in-plane components of the displacement can be obtained with a classical Digital Image Correlation algorithm [1].



Figure 1 – Experimental setup: camera positioning and sample

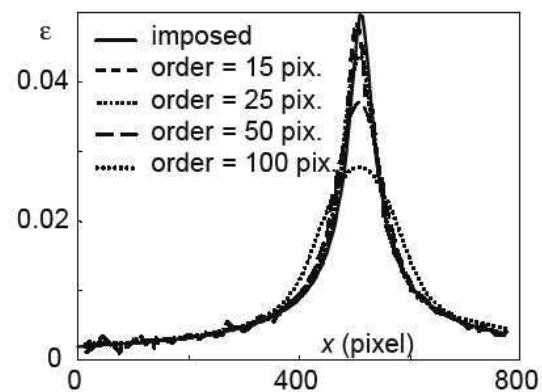


Figure 2 – Strain resolution

The strain distribution is then obtained by a suitable numerical differentiation of the displacement data. Of course, the relevance of the subsequent identification is deeply related to the accuracy of the strain field so obtained. To improve this accuracy, we have chosen to filter the displacements by a local least squares polynomial fitting [1]. This method requires the setting of two filtering parameters: the degree of the polynomial and the order of the method. Other approaches are possible, let us only quote [7].

As it is impossible to impose a given strain field to a structure, we have chosen to estimate the accuracy of the strain measurement on different situations ranging from homogeneous to localised strain fields using computer-generated speckle images. They are created in order to present the same aspect and the same characteristics (contrast, spectral density, ...) than the real ones. They are then numerically transformed in order to simulate a given strain field. The comparison between the measured strain field and the imposed one allows us to determine, in this ideal case, the accuracy of the strain measurement (see Fig. 2). Let us remind that, with classical computing parameters, the order of magnitude of the strain accuracy is  $10^{-4}$ .

## FORMULATION OF THE IDENTIFICATION PROBLEM

The bi-dimensional experimental data are not suited to handle a full 3D identification problem. We restrict our study to simple situations where plane stress and plate-type assumptions are realistic. As we can measure three strain components, we are able to locally determine, under this assumption, only three independent coefficients. For the sake of simplicity, we will only consider three parameters models in the following which is typically the situation of cubic symmetry. Naturally, more parameters can be identified using supplementary assumptions (homogeneity), or several tests. The presented method can easily be extended to more sophisticated models.

### Elastic case

The identification problem associated with the elastic behaviour can be stated as follows [4]. Let us suppose that the displacement field  $u^*$  is measured on a given domain  $\Omega$  and that the global load level is measured on some parts  $\Gamma_i$  of the boundary of  $\Omega$ . The goal is now to determine the elastic mechanical properties. As seen in the previous section, we have access to the in-plane components of  $u^*$  on the domain. The density of the volume force  $f_v$ , and the global load levels  $R_i$  on  $\Gamma_i$  are supposed to be known. Let us introduce  $A$  and  $\sigma$  the rigidity tensor and the stress field respectively. The couple  $(A, \sigma)$  is then one solution to the identification problem if it satisfies the equilibrium equations (Eq. 1), the constitutive equations (Eq. 2) and the global equilibrium (Eq. 3):

$$\operatorname{div}(\sigma) + f_v = 0 \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$\sigma = A : \varepsilon(u^*) \quad (2)$$

$$R_i = \int_{\Gamma_i} \sigma \cdot n \, ds \quad (3)$$

We associate to this problem the functional  $F_e$  defined by:

$$F_e(\tau, B) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\tau - B : \varepsilon(u^*)) : B^{-1} : (\tau - B : \varepsilon(u^*)) \, d\Omega \quad (4)$$

where the stress field  $\tau$  belongs to  $\Sigma_{\text{adm}}$  the set of admissible stress fields:

$$\Sigma_{\text{adm}} = \left\{ \tau \text{ regular and symmetric, } \text{div}(\tau) + f_v = 0 \text{ in } \Omega, R_i = \int_{\Gamma_i} \sigma \cdot n ds \right\}$$

Let us remark that  $F_e$  is the sum of the strain energy and of the complementary energy. Assuming a plane stress state and using the engineering notations, the set of admissible rigidity tensors is then defined as:

$$\mathfrak{R} = \left\{ B \in M_{\text{sym}}^{3 \times 3}, B_{ij} \text{ is piecewise linear, } B \text{ is non negative definite} \right\}.$$

As mentioned before, we restrict our attention to cubic symmetry and  $B$  depends only on three independent coefficients.

### Plastic case

In the case of isothermal plasticity with kinematic hardening, we can introduce a tangent modulus relating the stress rate to the strain rate:

$$L = A - \frac{\langle m \otimes m \rangle}{h}, \quad (5)$$

where  $m = A : \frac{\partial f}{\partial \sigma}$  and  $h$  is a scalar associated to the hardening. In the expression of  $m$ ,  $f$  is the yield function characterizing the elastic domain  $P = \{(\sigma, X), f(\sigma - X) \leq 0\}$ , where  $X$  represents the kinematic hardening. In the following, we choose an isotropic Von Mises criterion. The notation  $\langle \bullet \rangle$  stands for the non-negative part of  $\bullet$ .

Considering a plate-type problem, we can suppose that the strain tensor can be replaced by its width-averaged value and that the yield function does not depend on the two out-of-plane shear stresses. Then the tangent modulus  $L$  is represented, using the engineering notation, by a symmetric  $4 \times 4$  matrix. Under the above-mentioned hypotheses, the tensor  $L$  has 10 components depending only on two coefficients denoted by  $k$  and  $\sigma_0$  standing for the hardening modulus and the yield stress respectively.

Following the elastic-case approach, we define the functional  $F_p$  depending on the stress increment  $\Delta \tau$  and on the tangent modulus:

$$F_p(\Delta \tau, B) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\Delta \tau - B : \varepsilon(\Delta u^*)) : B^{-1} : (\Delta \tau - B : \varepsilon(\Delta u^*)) d\Omega, \quad (6)$$

where  $\varepsilon(\Delta u^*)$  is the strain increment associated to the measured displacement increment. The stress increment field belongs to the intersection of the set  $\Sigma_{\text{adm}}$  and of the set of plastically admissible stress:

$$\wp = \{(\sigma, X) \text{ regular and symmetric, } (\sigma, X)(x) \in P, \text{ a.e. } x \in \Omega\}.$$

As the initial stress field in the domain  $\Omega$  has to be known, we assume, in a first step, that this initial state is free of stress in every point. In the same way, we suppose that  $X$  is initially equal to zero throughout the medium.



## NUMERICAL STRATEGY FOR THE IDENTIFICATION PROBLEM

The elastoplastic model depends on five independent coefficients: three elastic parameters and two plastic ones. As mentioned before, they cannot be identified simultaneously. Thus, we have chosen to determine the elastic coefficients once and for all using loading states within the elastic domain, before characterizing  $h$  and  $X$  during the elastoplastic transformation. For this reason, we need to have, at least, one “purely elastic” strain increment.

### “elastic identification”

We establish our identification procedure using the following proposition:

PROPOSITION 1: *the following properties for the functional  $F_e$  hold true*

- (i)  $F_e(\tau, B) \geq 0, \forall (\tau, B) \in \Sigma_{\text{adm}} \times \mathfrak{R}$
- (ii)  $F_e(\tau^*, B^*) = 0 \Leftrightarrow \text{Eq. 2 is true with } \sigma = \tau^* \text{ and } A = B^*$
- (iii) the functional  $F_e$  is convex on  $\Sigma_{\text{adm}} \times \mathfrak{R}$

In order to minimise  $F_e$  on  $\Sigma_{\text{adm}} \times \mathfrak{R}$ , a relaxation method is performed; we minimise successively the functional over its first and second variable, respectively. In the first minimization, the stress field solution is constrained by the equilibrium equation (Eq. 1) and the observations at the boundary (Eq. 3). The second step is explicit in  $B$ .

This “elastic identification” is performed on each loading step and the identified parameters are compared to the ones obtained on the first “purely elastic” step. If these two sets are too different, the step is considered to be plastic, and the “plastic identification” is performed.

### “plastic identification”

The plastic parameters are identified by minimizing the functional  $F_p$ . Actually, in the case where  $L$  is symmetric, non-negative definite, we can apply the PROPOSITION 1 for this functional. This property holds in the case of positive hardening which will be supposed hereafter. Thus the algorithm converges towards a solution of the identification problem for each loading step. By using the same numerical strategy as for the elastic case, we have access to the stress increment and we can deduce the stress field by summation. We can notice that, when the positive definiteness of  $L$  decreases, the identification procedure requires a larger number of iterations.

## IDENTIFICATION RESULTS

### Elasticity

We start by testing the numerical performance of the elastic identification algorithm on a heterogeneous material corresponding to a bi-layered material (see Fig. 3).

Using the finite element code CAST3M, we perform a full 3D analysis of the problem presented below with an elastic isotropic behaviour law. We extract the in-plane components of the displacement field at the points located on the surface of the sample and the global load levels on the boundaries. These data are then used as input

parameters to the identification procedure, and the performance of the method is characterized by comparing the identified parameters to the imposed ones.

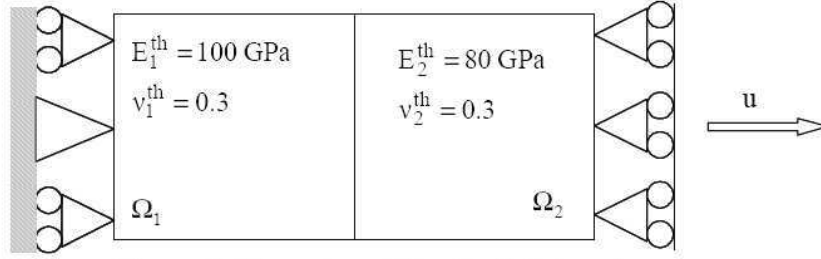


Figure 3: Geometry of the studied domain

The identified values of the Young modulus and the Poisson ratio given in Figure 4 are in good agreement with the imposed values. The identification of the rigidity tensor was performed on  $10 \times 10$  sub-domains using a homogeneous initial guess for the rigidity tensor. As expected, the maximum error is located on the joint between the two layers and is amplitude is the range of 2%.

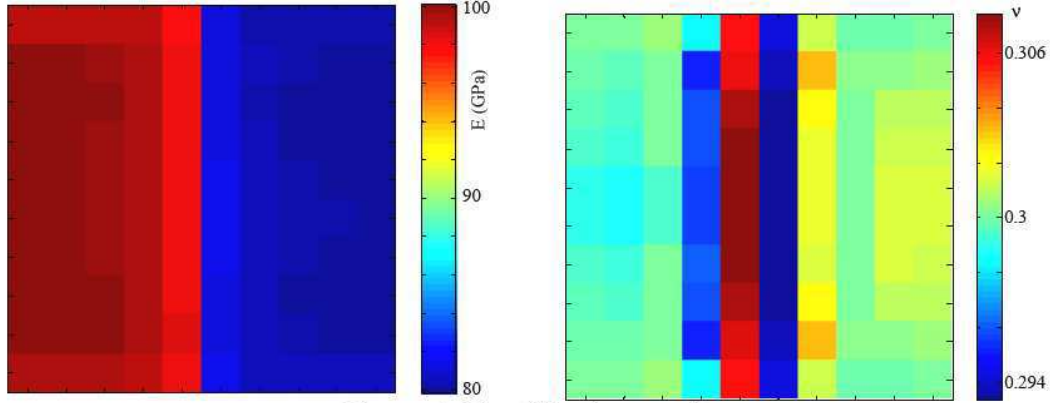


Figure 4: Identification results

A sensitivity study was carried out on two different factors: the initial guess on the elastic parameters, and the superimposed noise on the displacement data. In this study, the material parameters are determined on 2 sub-domains corresponding to the two layers of the specimen and are denoted by  $E_1^i$ ,  $v_1^i$  and  $E_2^i$ ,  $v_2^i$ .

- initial guess

The minimization algorithm requires an initial guess on the parameters of the behaviour law. As the spatial localization of the material heterogeneities is not known *a priori*, we initialize the algorithm with a unique set of parameters. The errors on the identified Young modulus ( $e_E$ ) and Poisson ratio ( $e_v$ ) are computed as follows:

$$e_E = \left| \frac{E_1^i - E_1^{\text{th}}}{E_1^{\text{th}}} \right| + \left| \frac{E_2^i - E_2^{\text{th}}}{E_2^{\text{th}}} \right|, \quad e_v = \left| \frac{v_1^i - v_1^{\text{th}}}{v_1^{\text{th}}} \right| + \left| \frac{v_2^i - v_2^{\text{th}}}{v_2^{\text{th}}} \right|$$

The algorithm is robust since  $e_E$  and  $e_v$  are less than 2% when the initial guess on  $(E, v)$  varies between  $(\bar{E}^{\text{th}} \times (1 \pm 0.1), \bar{v}^{\text{th}} \times (1 \pm 0.5))$ , where  $\bar{E}^{\text{th}}$  and  $\bar{v}^{\text{th}}$  are the mean values of the theoretical Young moduli and the Poisson ratios.



- experimental noise

The robustness of the algorithm with respect to additional noise on the displacement data is analysed by computing the evolution of  $e_E$  and  $e_v$  when the signal to noise ratio increases from 0 to 10%. Naturally, the errors increase with the noise amplitude, and are always less than 5%.

## Plasticity

In a first step, we test the method on a simple analytical case: the simulation of the uniaxial displacement-controlled tensile test of a long and rectangular plate  $\Omega$  (20 mm  $\times$  60 mm). The material behaviour is elasto-plastic with a linear kinematic hardening. The simulated strain field and the global load level are given as the inputs of the method, and we compare the identified parameters to the imposed one. In this example, the Young modulus  $E$  is 100 GPa, the Poisson ratio is 0.3, the yield stress  $\sigma_0$  is 1 GPa, and the hardening modulus  $k$  is 1 GPa.

The parameters are identified on the square  $D$  (20 mm  $\times$  20 mm) located in the middle of the sample.  $D$  is subdivided in  $10 \times 10$  sub-domains. The elastic parameters are identified using the elastic functional  $F_e$ . The yield stress is supposed to be equal to the one reached at the end of the last elastic step. In the simulation, we have chosen the worst situation where the yield stress is reached between two successive loading steps.

The yield stress is thus underestimated, and the first hardening modulus is overestimated. We plot, in Figure 5, the identified hardening modulus distributions in the two first plastic steps. We observe that plasticity occurs simultaneously on the whole domain  $D$ , and that the identified yield stress is 0.95 GPa for all sub-domains. In the first plastic step, the mean hardening modulus is equal to 97.4 GPa, while in the second one we get the right value (1GPa).

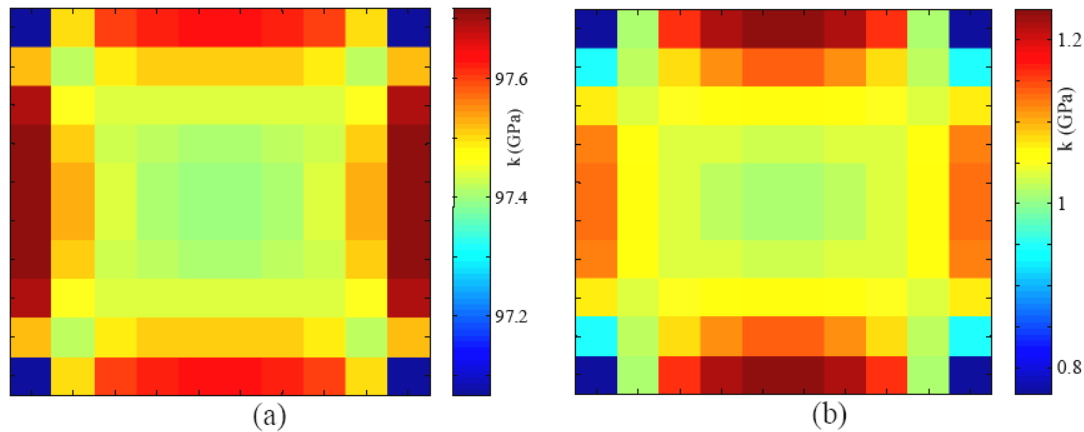


Figure 5: identified hardening modulus  $k$  (GPa)  
(a) end of the first plastic step ( $\sigma^{\text{macro}} = 1.0004$  GPa)  
(b) end of the second plastic step ( $\sigma^{\text{macro}} = 1.0015$  GPa)

We present now the experimental results of a tension test performed on a stamping steel using the device presented in Figure 1. Figure 6 gives the geometry of the sample and

the stress-strain curve of the material. The macroscopic strain is obtained by averaging the strain obtained by D.I.C. in order to get the traditional stress-strain diagram used in the standard global parameter identification.

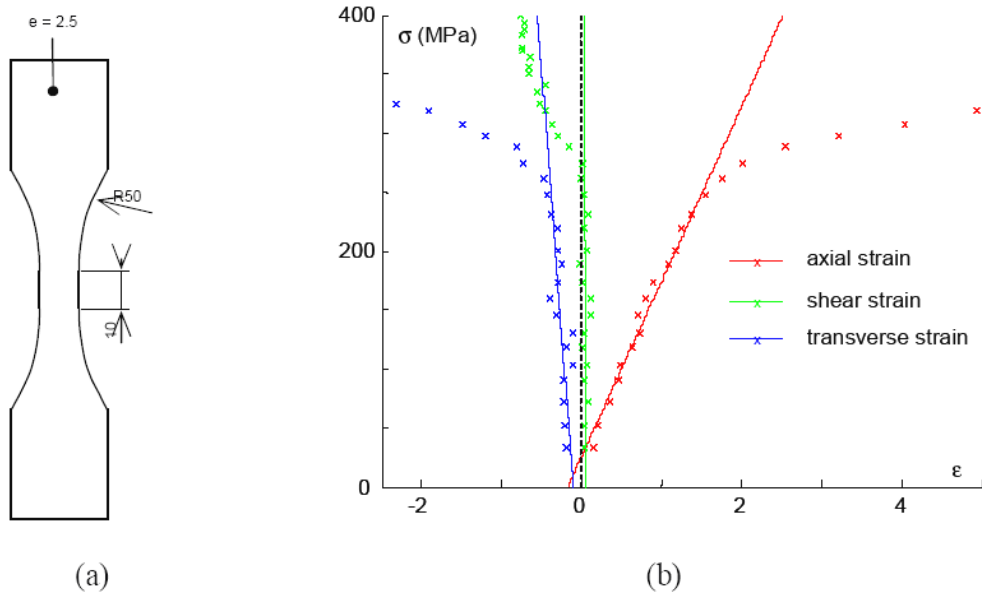


Figure 6: Tensile test on a stamping steel  
(a) sample geometry (dimensions in mm)  
(b) stress-strain curve

The elasto-plastic parameters identified with our procedure are given in the Table 1. They are in good agreement with the values that can be derived from the stress-strain diagram:

	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_0$ (MPa)	k (GPa)
(a)	184	0.32	224	28.3
(b)	191	0.29	224	28.02

Table 1: Identified material parameters  
(a) using the stress-strain diagram  
(b) using our identification method

## CONCLUSION

In this paper, we have presented a method to identify locally the material parameters of an elasto-plastic model with multi-linear kinematic hardening. In this approach, it is necessary to have, at least, one elastic loading step to determine once and for all the elastic properties supposed to be cubic. The parameters are then determined by minimizing an energy functional, similar to the one used in the elastic case. Our first numerical tests give results in good agreement with the imposed values of the material parameters. In the experimental test the results obtained either by the identification procedure or by a global estimation are very similar. The next step of this work is to improve the local estimation of the mechanical properties by enhancing the experimental procedure (synchronisation of the image and the mechanical acquisition), and by identifying simultaneously the two plastic parameters  $\sigma_0$  and k.

## REFERENCES

- [1] Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M. and Némoz-Gaillard, M. (2001) Analysis of strain localisation during tensile test by digital image correlation. *J. Exp. Mech.*, Vol. 41, pp 29-38.
- [2] Chrysochoos, A. and Louche, H. (2000) An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *Int.J.Eng. Sci.*, 38, pp 1759-1788.
- [3] Avril, S., Pierron, F. and Grédiac, M. (2004) Evaluation de l'identifiabilité d'une loi de comportement anisotrope par la méthode des champs virtuels. Proceedings « Colloque Photomécanique 2004, Berthaud Y., Gaborit P., Grédiac M., Orteu J.-J., Robert L., Sentenac T. (eds), pp 57-64.
- [4] Geymonat, G., Hild, F. and Pagano, S. (2002) Identification of elastic parameters by displacement field measurement. *C.R. Mécanique* 330, pp 403-408.
- [5] Meuwissen, M., Oomens, C., Baaijens, F., Petterson, R. and Janssen, J. (1998) Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method. *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 75, pp 204-211.
- [6] Ladevèze, P., Nedjar, D. and Reynier, M. (1994) Updating of finite element models using vibration tests. *AIAA J.*, Vol. 32, pp 1485-1491.
- [7] Geers, D. M. G., De Borst, R. and Brekelmans, M. (1996) Computing strain fields from discrete displacement fields in 2D-solids. I. *J. of S. S.*, Vol. 33, pp 4293-4307.

### 3.3) Axe III : Caractérisation du comportement thermomécanique des matériaux

#### 3.3.1) [A1] Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation, *Eur. J. of Mech. A/Solids*, Vol. 20, pp. 189-211, 2001

*Eur. J. Mech. A/Solids* 20 (2001) 189–211

© 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved  
S0997-7538(00)01113-X/FLA

#### **Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation**

B. Wattrisse<sup>a,1</sup>, A. Chrysochoos<sup>a,2</sup>, J.-M. Muracciole<sup>a,3</sup>, M. Némot-Gaillard<sup>b,4</sup>

<sup>a</sup> *Laboratoire de mécanique et génie civil, UMR 5508 CNRS université Montpellier II, CC 081, place E. Bataillon, 34095 Montpellier cedex 05, France*

<sup>b</sup> *Laboratoire de mécanique et métrologie, EMA, avenue de Clavières, 30319 Alès cedex, France*

(Received 1 November 1999; revised 16 June 2000)

**Abstract** – The aim of this paper is to show that recent advances made in the field of speckle image processing give valuable information useful in understanding and modelling of localisation phenomena. The potentialities of the proposed imaging method are illustrated by examples extracted from tensile tests performed on steel specimens. Having introduced the underlying motivations of this experimental work, this paper briefly focuses on the image processing technique and its reliability. Then, it describes the characteristics of the strain field within and outside of a propagating Lüders band. The properties of strain states associated with diffuse and localised necking are also investigated. The catalyst role of possible geometrical defects is pointed out. Finally, a method is proposed to construct, despite localisation, a local stress–strain correspondence. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**digital image correlation / strain measurement / strain localisation / constitutive equations**

#### 1. Introduction

A stamping process is often difficult to perform in an optimal way because deformations, instead of being regularly distributed in the material, can be concentrated more or less suddenly in certain zones and lead to defects that weaken the part to be formed. In practice, this strain localisation is quite a common phenomenon: it can occur in a wide range of materials (metals, polymers, woods, rocks, etc.), and in very different ways (necking, shear bands, Lüders bands, phase transformation bands, crack tips, etc.).

There have been numerous works on the experimental, theoretical and numerical aspects of such deformation mechanisms. Among the very first studies, the work of Considère in the late 19th century is to be mentioned (Considère, 1885). In uniaxial tension, the Considère criterion associates the inception of necking with the maximum of the applied load. Other theories invoke geometric or material defects to explain the inception of localisation. For Marciniak and Kuczynski, this defect is a band of a lesser thickness within the plate (Marciniak and Kuczynski, 1967). Some theories, which are very popular at the moment, focus on the behaviour of the material. Two main theoretical approaches can be considered.

On one hand, for time-independent behaviour, localisation onset is related to the existence of a bifurcated solution of the rate boundary problem (Hill, 1958). Bifurcation, appearing under the so-called localised mode, can then be physically translated by a spatial discontinuity in the strain-rate field (Rice, 1976). Unfortunately,

<sup>1</sup> E-mail: wattrisse@lmgc.univ-montp2.fr

<sup>2</sup> E-mail: chryso@lmgc.univ-montp2.fr

<sup>3</sup> E-mail: muraccio@lmgc.univ-montp2.fr

<sup>4</sup> E-mail: nemoz@ema.fr

as soon as the uniqueness of the solution is lost, the problem becomes mathematically ill-posed. This difficulty may be overcome by introducing a characteristic length scale, either directly in the constitutive equations of the model (non-local approach) (Pijodier-Cabot and Benallal, 1993), or by having recourse to models taking gradients of a second order into account (Aifantis, 1992).

On the other hand, for time-dependent behaviour, linear or non linear perturbation analyses are frequently used. At any moment, the stability of the solution of the thermomechanical problem is checked by superimposing a perturbation. This perturbation can be formally interpreted as a virtual defect. When it tends to increase, the perturbed solution becomes unstable and localisation occurs (Bai, 1982; Fressengeas and Molinari, 1985).

To finish this non-exhaustive presentation, Lüders or Portevin-le Chatelier bands have also been studied at a microstructural scale (Estrin and Kubin, 1988; Zaiser and Hähner, 1997).

In this paper, we aim to show that recent advances made in mechanical imaging offer new and very interesting experimental analysis tools for investigating localisation phenomena. These tools, giving access to whole-field measurements, are particularly fitted to studying strain patterns. Therefore, we present an image processing, based on digital image correlation, that has been developed and used to observe the kinematic effects associated with two particular manifestations of strain localisation: Lüders band propagation and necking.

These two different localisation modes can be encountered in several materials. For example, Lüders bands occur in low-carbon steel, stainless steel or aluminium alloys (Strudel, 1979). Necking takes place in some amorphous and semi-crystalline polymers and quite generally in metallic materials. The industrial implications of these two phenomena are of paramount importance: Lüders band generate vermiculations and necking induces thickness variations which may weaken the structure and lead to fracture.

In section 2, we briefly introduce the experimental set-up designed to measure, throughout the test, strain and strain-rate fields. Aware of the fundamental influence of experimental results on theoretical views, a detailed check of the performances of the data processing was fully presented in a separate paper (Wattrisse et al., 2000). We then focus on the two localisation mechanisms mentioned above. In section 3, we discuss the characteristics of the strain field within the Lüders band during its development and its propagation. In section 4, we underline the early and gradual development of necking. The weakness of dynamic effects in the case of a velocity-controlled tensile test is also highlighted. In the last section, the quasi-staticity of the localisation phenomena is finally used to construct, despite localisation, a stress tensor.

## 2. Experimental set-up

The experimental set-up involves a 100 kN tension–compression, servo-mechanic testing machine. Digital images are recorded during the test by a C.C.D. camera, set in front of the sample. The lens axis of the camera is held fixed with reference to the frame of the testing machine and remains perpendicular to the surface of the sample (*figure 1*).

### 2.1. Camera installation

An image processing gives the space-time evolution of various kinematic variables (displacement, velocity, strain, strain-rate, etc.) on the sample surface.

Correlation techniques on digital images have been used for a long time to measure in-plane displacement components on plane samples, (Bailey et al., 1976; Bruck et al., 1989; Choi and Shah, 1997). Concerning



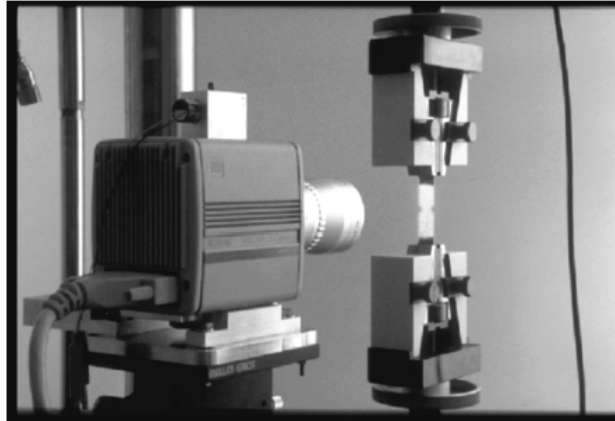


Figure 1. Photograph of the experimental set-up.

the lighting mode, we worked with white light rather than coherent light as it is less sensitive to out-of-plane movements and to the increase of surface roughness due to strain hardening that both disturb the data analysis. Of course, for natural lighting, the sample surface must have sufficient contrast to enable correlation computations. Some materials, naturally contrasted (wood, rocks, etc.), do not need particular preparation, while others (steels), are artificially speckled by using paint.

The camera must be carefully set so that the detector remains parallel to the sample surface. Each out-of-plane movement (translation or rotation) produces a parallax error which distorts the images. In order not to disturb the interpretation of the measurements, it is of great importance to be able to minimise these distortions. Therefore, a first positioning is made by the use of a three-axis rotational stage allowing easy tilt corrections. Fine adjustments are then achieved by vertical translation of the sample in front of the camera. The comparison between strain fields associated with rigid body motions (identically equal to zero) and the strain measurements, enables us to check and optimise the alignment procedure. A typical error on the strain measurements due to the setting up of the camera, is about  $1.10^{-4}$  to  $2.10^{-4}$ .

## 2.2. Image processing

The image processing is systematically realised after the test, and can be decomposed into two steps. First, the displacement field is estimated. Generally speaking, the displacement of each point  $P(x_P, y_P)$ , located on the surface of the sample, has three components: 2 in-plane components, say  $U$  and  $V$ , and 1 out-of-plane component, say  $W$  (see *figure 2*). If the components  $U$  and  $V$  can be directly computed by a digital image correlation,  $W$  will be estimated by using the couples of data  $(U, V)$  and a supplementary mechanical assumption. Second, the strains (or the strain-rates) are then derived from the displacements by space (and time) differentiation. Each computational step uses particular numerical processing (Wattrisse, 1999). A brief outline is given in the following text.

### 2.2.1. Principles

The in-plane components of the displacement vector are given by a direct digital image correlation computation. Between two consecutive images  $I_1$  and  $I_2$ , the normalised discrete intercorrelation function

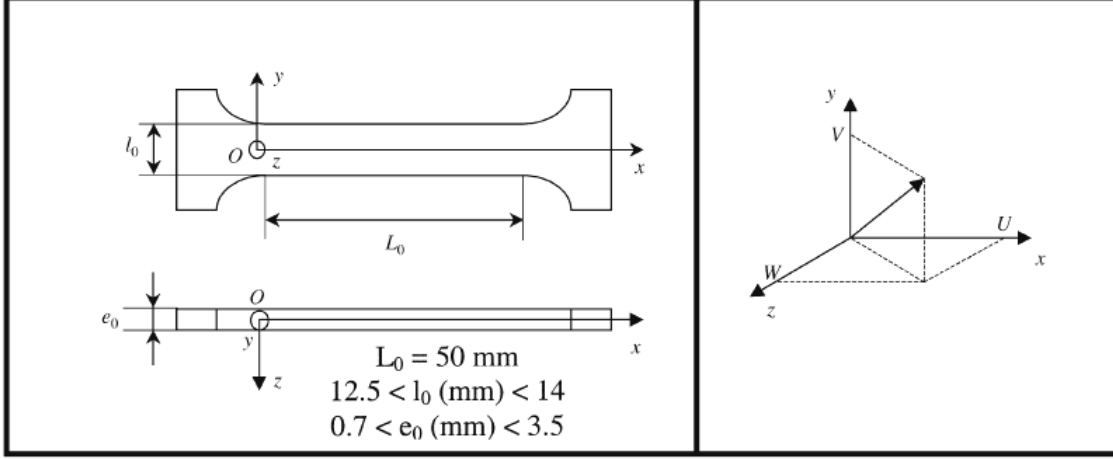


Figure 2. Schematic representation of the sample;  $(0, x, y, z)$  is the sample frame of reference;  $(e_0, l_0, L_0)$  defines the initial geometry of the sample gauge part;  $(U, V, W)$  are the components of the displacement vector.

$\bar{\varphi}$ , computed at point  $M$  is defined by:

$$\bar{\varphi}_{(k,l) \in [-\frac{RZ}{2}, \frac{RZ}{2}]} = \frac{\sum_{i=-CZ/2}^{CZ/2} \sum_{j=-CZ/2}^{CZ/2} I_1(i, j) \cdot I_2(i+k, j+l)}{\sqrt{\sum_{i=-CZ/2}^{CZ/2} \sum_{j=-CZ/2}^{CZ/2} I_1^2(i, j)} \cdot \sqrt{\sum_{i=-CZ/2}^{CZ/2} \sum_{j=-CZ/2}^{CZ/2} I_2^2(i+k, j+l)}}, \quad (1)$$

where:

- $CZ$  is the number of pixels defining the correlation zone (i.e.  $M$ 's neighbourhood corresponding to a local optical signature of point  $M$ ),
- $RZ$  is the number of pixels defining the research zone.

The displacement components  $U$  and  $V$  are given by the maximum of  $\bar{\varphi}$ . The definition (1) only allows displacement measurements of one-pixel resolution. To reach a subpixel resolution, a local interpolation is performed in the vicinity of the discrete maximum of  $\bar{\varphi}$  (Oulamara et al., 1988).

When elastic strain remains small, the metallic alloys are generally considered as incompressible materials. The incompressibility gives a relationship between in-plane and out-of-plane displacement components. In the framework of finite transformation, incompressibility can be written as:

$$\det(\underline{\underline{F}}(M)) = 1, \quad (2)$$

where  $\underline{\underline{F}}$  is the gradient tensor of the transformation.

If the transformation is assumed to be homogeneous along the sample thickness (thin sheet assumption), equation (2) becomes:

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \left\{ \det \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial x} & 1 + \frac{\partial V}{\partial y} \end{pmatrix} \right\}^{-1} - 1. \quad (3)$$

Then, the integration of equation (3) gives the out-of-plane component of the displacement vector  $W$ .

To achieve accurate strain measurements, the displacement field is to be filtered before any differentiation. We chose a smoothing technique based on a local least square (linear or quadratic) approximation of the discrete displacement data which also allows the computation of the derivatives.

### 2.2.2. Checking the image processing

The performance of the image processing was tested both for analytic and experimental cases corresponding to rigid body motions (translation or rotation), or to homogeneous or heterogeneous straining.

The influence of all the computation parameters on the displacement and strain measurement was tested. Using standard parameters, the accuracy on the displacement calculation is about  $5 \cdot 10^{-2}$  pixel and the accuracy on the strain measurement is  $5 \cdot 10^{-4}$ .

The validity check of the out-of-plane displacement computation was performed by comparing the thickness evolution of a steel sample after a tensile test given by a three-axis measurement machine, with the one given by the computation.

### 2.3. Presentation mode of the experimental results

Whilst data intensive imaging techniques generally provide a lot of useful information. In our case, they give access to time evolution of scalar fields (kinetic energy), but also fields of vectorial nature (displacement, velocity, acceleration) and even tensor fields (strain, strain-rate). A first possibility to present this information in a concise and simple way, is to plot the temporal evolution of scalar profiles captured along the longitudinal axis of the sample. The scalar entity may be a given component of a tensor or a certain norm (euclidian norm of the velocity, second invariant of the strain tensor, etc.). To further simplify interpretation of the figure, contour plots can be chosen to quickly visualise the evolution of the phenomena. The classical stress-strain diagram is over-plotted to give the reader a familiar landmark which is useful to link the local pattern of the strain measurements to the loading state of the sample. The conventional stress is defined by:

$$\sigma_C = \frac{F}{S_0}, \quad (4)$$

where  $F$  is the loading force and  $S_0$  is the initial cross-section. If  $L$  and  $L_0$  represent the current and initial gauge lengths of the sample respectively, the conventional strain is written as:

$$\varepsilon_C = \frac{L - L_0}{L_0}. \quad (5)$$

Two other measurements of strain and strain-rate are used throughout this paper. They are defined in the framework of finite transformation (Germain, 1986; Rougée, 1997). The Lagrangian strain tensor  $\underline{\underline{E}}$  is written as:

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{1}}). \quad (6)$$

To quantify volume variations, it is convenient to use the logarithmic Hencky tensor inasmuch as its trace equals zero for any incompressible material. Besides, this strain measurement is very often used in the one-dimensional processing of tensile tests. This tensor is classically defined by:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \text{Log}(\underline{\underline{U}}), \quad (7)$$

Table I. Standard chemical compositions of steels (%).

	C	Mn	P	S	Si	Al	Cu	N	Ni	Ti
3CTi	0.07	0.3	<0.017	<0.1	<0.025	0.03	<0.04		<0.007	0.015
SOLDUR 355	0.5	0.35	<0.02	<0.01	<0.04	0.03	<0.1	<0.009		
HR55	0.135	1.12	<0.02	<0.002	<0.11	0.04	<0.01	0.005		
M323	0.025	0.2	0.008		0.005	0.06		0.005		

where  $\underline{U}$  is the symmetric definite positive tensor coming from the polar decomposition of  $\underline{F}$ ,  $\underline{F} = \underline{R} \cdot \underline{U}$ ,  $\underline{R}$  being a rotation. According to the frame of reference defined in *figure 1*, its representative matrix  $\varepsilon$  is noted:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Another way of presenting strain and strain-rate measurements is to show their surface distribution at a given time. In this case, the ordinates are parallel to the longitudinal direction of the sample ( $Ox$  axis; see *figure 1*) while the abscissas are parallel to its width ( $Oy$  axis).

#### 2.4. Loading and materials

The development of localisation has been studied during tensile tests performed at room temperature and at constant cross-head velocity for four grades of mild steels. The steels, marketed by the French steel company Sollac, will be termed, in what follows, by their commercial references. The metallurgic treatments, their microstructures, and some mechanical properties of these steels can be found in (Béranger et al., 1994). The chemical composition of these four steels are given in *table I*. Two grades belong to the family of construction steels (HR55 and SOLDUR 355), while the two others are used for cold stamping (M323, 3CTi).

### 3. Propagation of Lüders bands: a sudden but temporary phenomenon

In the vicinity of the yield stress, the sample may deform in one or several narrow zones, known as the Lüders bands, which move along the longitudinal axis of the specimen. This propagation induces the so-called plastic plateau. Such mechanisms are often described at the microscopic level by the dislocation theory (Estrin and Kubin, 1991; Béranger et al., 1994; Hähner, 1994). The atoms of carbon, nitrogen or oxygen, which are relatively small compared to the iron atoms, tend to fix the dislocation by diffusing in the interstitial sites. The stress amplitude required to move those which are anchored is much higher than the one needed for dislocation glide. Their rapid release and subsequent multiplication induce a ‘drag and drop’ phenomenon, which propagates in a band. Naturally, this preferentially occurs in a stress concentration zone.

At a more macroscopic scale, we analyse the strain data given by the speckle image processing. We describe the strain state within the band and we discuss the influence of a skin-pass operation on the development of such a band.

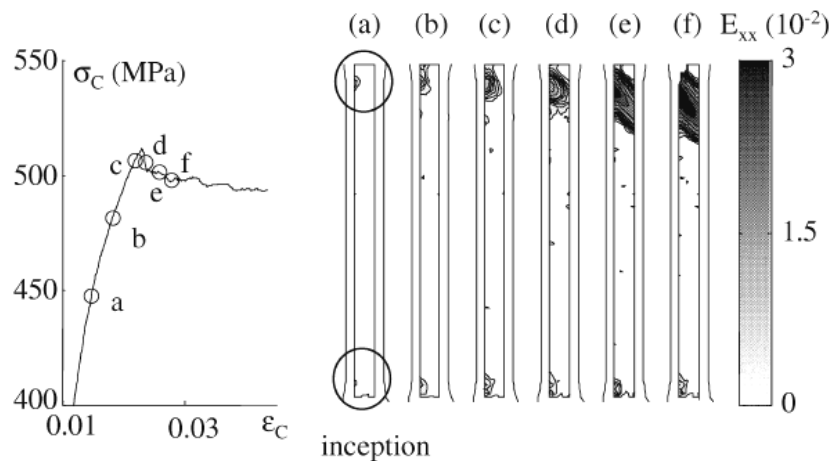
### 3.1. Inception and propagation

For the sake of simplicity, the inception mechanisms will be first illustrated in the case of SOLDUR 355 steel which shows the propagation of a single band. *Figure 3* gives the stress–strain diagram ( $\sigma_C$ ,  $\epsilon_C$ ) and contour plots of the strain distributions at the different loading states spotted in the tension curve. The strain maps correspond to the spatial distribution of the component  $E_{xx}(x, y, t)$  at these successive loading states.

*Figure 3* reveals that two bands appear whereas the structure still seems to be elastically loaded. They arise in the upper and lower left sides of the sample and gradually invade the width of the metal strip. The upper band develops faster whereas the lower one stops propagating. As soon as the upper band reaches the other side of the specimen, it begins a longitudinal propagation along the sample axis. This initiation mode is qualitatively well known by metallurgists and has been already described, for example, in (Béranger et al., 1994). Here, the strain data can be used to estimate the velocity of this lateral progression. As can be seen in *figure 3*, the development being regular, the velocity is determined by dividing the sample width by the time consumed. This calculation gives a transversal velocity of around  $1 \text{ mm.s}^{-1}$ .

*Figure 4* represents longitudinal profiles of strain-rate during the band propagation. First, it shows that, at our observation scale, the strain-rate equals approximately zero outside the band. Secondly, at first sight, the band propagates at a constant velocity along the sample axis. It is important to note that the apparent width of the band  $w_{LB}$  must not be interpreted as its real size. In fact, this width corresponds to the space covered by the band between the recording of two successive images and thus depends on the frame rate of the camera. Moreover the measured strain-rate amplitude within the band also corresponds to the one averaged between the recording of two images.

To calculate the band velocity we suppose that its current location corresponds to the locus where strain-rate is maximum. Plotting the position of the band according to time gives a straight line of which the slope corresponds to the average velocity. *Figure 5a* illustrates this construction for a test performed on a SOLDUR 355 sample. It confirms that the position of the band moves linearly according to time and gives a velocity of about  $1.4 \text{ mm.s}^{-1}$ .



**Figure 3.** Transversal propagation of Lüders band; distribution of the axial Lagrangian strain  $E_{xx}(x, y, t)$  for various loading states, during a monotone tensile test, performed at constant velocity  $v_{CH} = 40 \text{ } \mu\text{m.s}^{-1}$  on a SOLDUR 355 steel sample.  $v_{CH}$  is the cross-head displacement velocity of the testing machine.



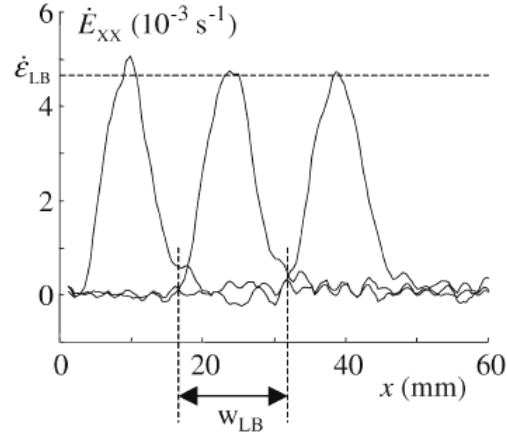


Figure 4. Propagation of Lüders band; longitudinal profiles of axial Lagrangian strain rate  $\dot{\epsilon}_{xx}(x, y = 0)$  at three times; velocity  $v_{CH} = 40 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , SOLDUR 355 steel.

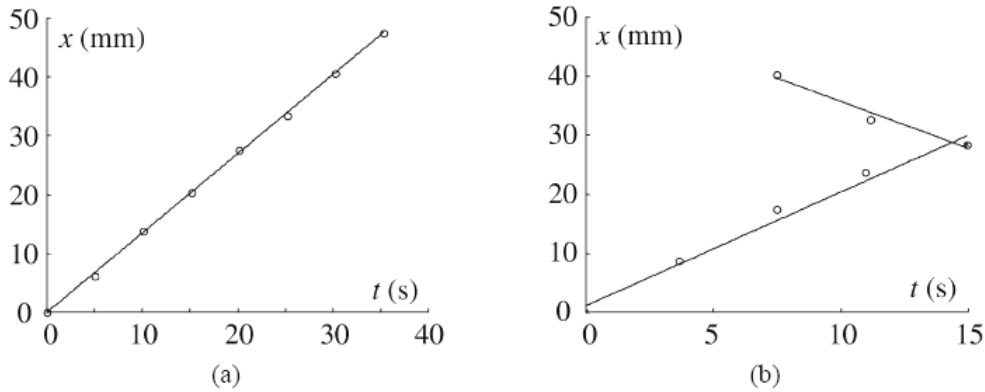


Figure 5. Experimental determination of the axial velocity of the Lüders band for a monotone tensile test, performed at constant velocity  $v_{CH} = 40 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ : (a) SOLDUR 355; (b) HR55.

In the case of HR55 steel for which two bands propagate, we checked that the velocity of the two bands had comparable magnitudes:  $v_{LB} = 1.6 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  for the lower band and  $v_{LB} = 1.9 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  for the upper one (see figure 5b).

The longitudinal velocity of the band  $v_{LB}$  is often related to the cross-head velocity  $v_{CH}$  and to the ‘Lüders strain’  $\epsilon_{LB}$ , corresponding to the plastic strain reached at the end of the plastic plateau (Hähner, 1994):

$$v_{CH} = \epsilon_{LB} v_{LB}. \quad (9)$$

More generally, if  $n$  bands coexist and generate the same strain  $\epsilon_{LB}$  – an assumption reasonably justified by the experimental results shown in section 3.3., their velocities are then the same and the geometrical relation (9) becomes:

$$v_{CH} = n \epsilon_{LB} v_{LB}. \quad (10)$$

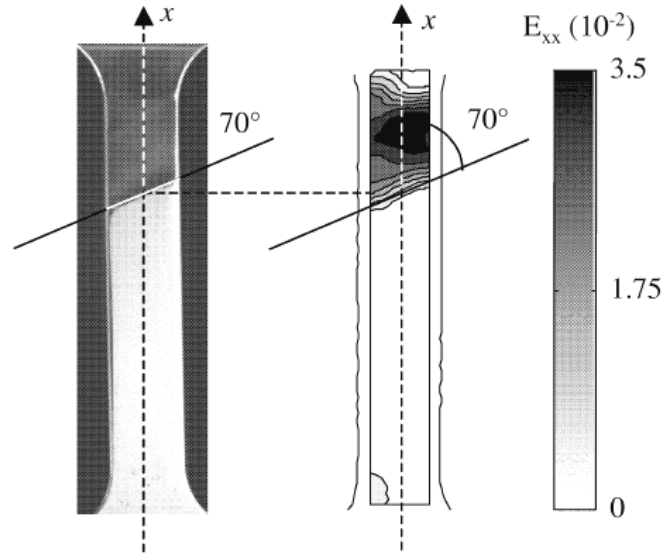


Figure 6. Experimental determination of the angle between the band and the loading axis on a sample of SOLDUR 355 steel: (a) polished sample; (b) strain field on the sample surface.

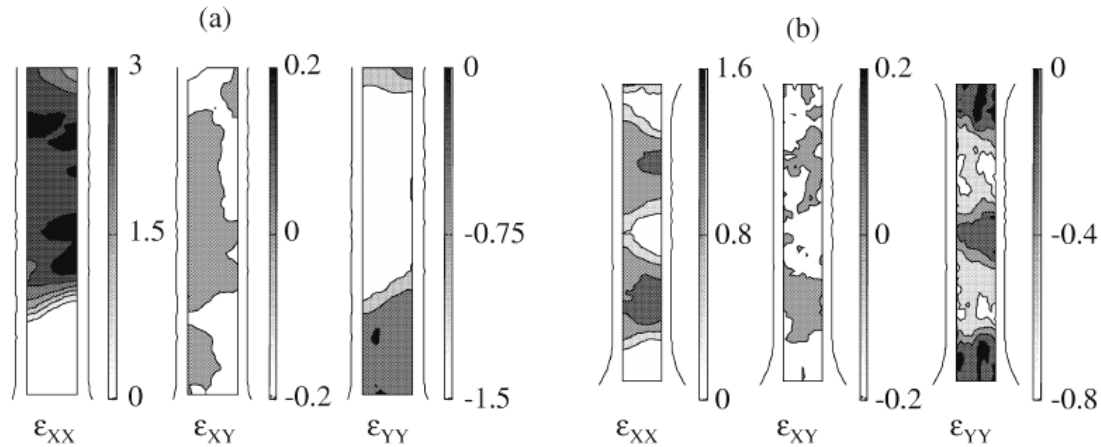
Table II. Comparison between theoretical and experimental Liiders bands velocities.

Material	$v_{CH}$ (mm.s <sup>-1</sup> )	$v_{LB}$ (mm.s <sup>-1</sup> )	$\epsilon_{LB}$	$n v_{LB} \epsilon_{LB}$ (mm.s <sup>-1</sup> )
SOLDUR 355	0.04	1.17	0.034	0.0398
SOLDUR 355	0.04	1.37	0.03	0.0411
SOLDUR 355	0.05	1.35	0.038	0.0513
SOLDUR 355	0.15	5.38	0.031	0.1668
HR55	0.04	1.55	0.014	0.0434

The relations (9) and (10) were checked respectively in the case of SOLDUR 355 and HR55. The velocities of the bands were computed as described above and the strain  $\epsilon_{LB}$  carried by the bands was given by a local measurement. *Table II* shows the good agreement between the theoretical predictions of relations (9) and (10) and the experimental measurements.

### 3.2. Band orientation

The relation between the geometrical characteristics of the bands and the microscopic properties of the material (grain size, etc.) are also often mentioned in the literature (Hähner, 1994). The angle between the band and the loading axis is traditionally determined by polishing the sample. The propagation of the band corresponds to the propagation of a 'plastic wave' which affects the surface roughness and modifies the sample polish. This delicate manipulation can be henceforth avoided, the use of strain-rate measurements enabling us to easily determine the bands orientation. *Figure 6* illustrates the comparison of the results obtained by these two methods in the case of a single band (SOLDUR 355 steel). The angle between the loading axis and the band is close to 70°. Note that this direction differs from the maximum shear direction (45°).



**Figure 7.** Components  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{xy}$  and  $\epsilon_{yy}$  of the Hencky strain tensor during the propagation of a band: (a) SOLDUR 355 steel: one band; (b) HR55 steel: two bands. Strain unit: (%).

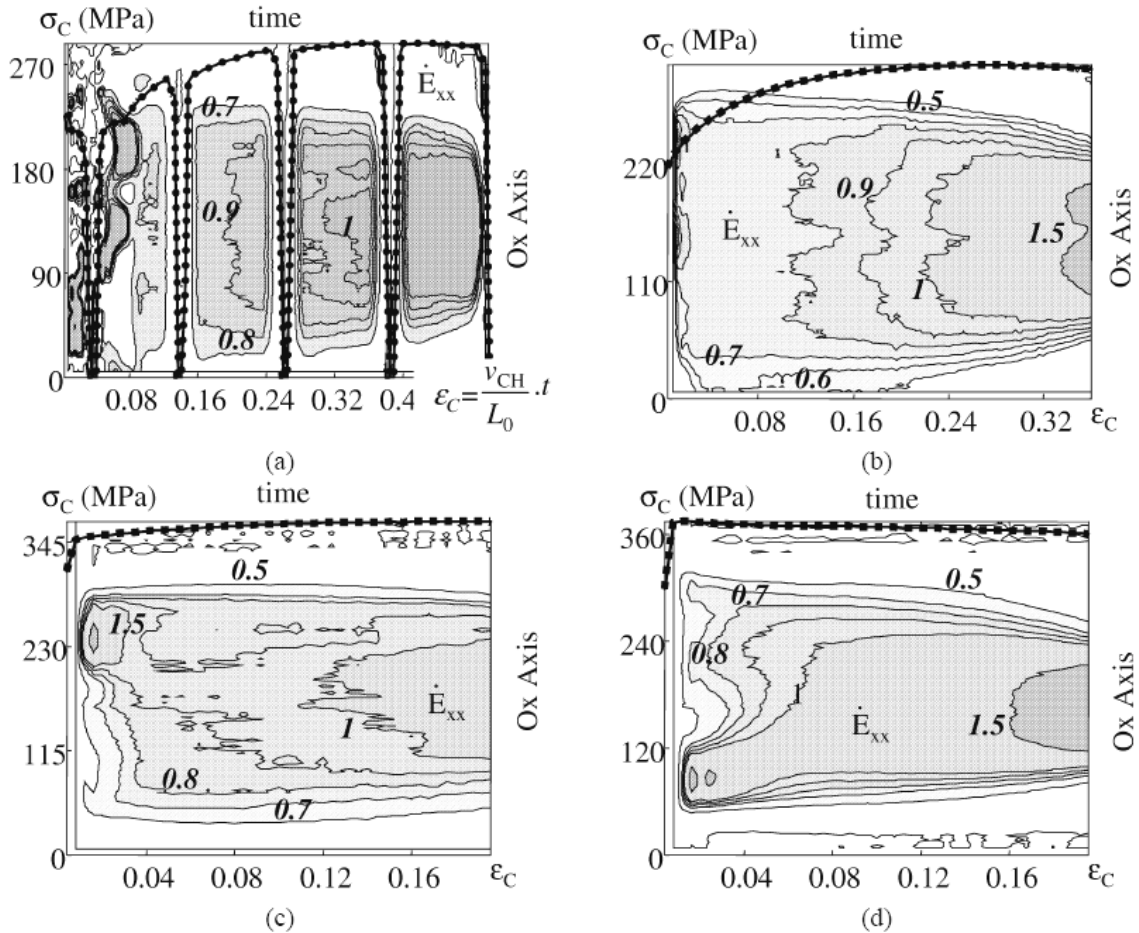
### 3.3. Strain state within Lüders band

Figure 7 represents the distribution of the three in-plane components of the Hencky strain tensor for a loading state corresponding approximately to the middle of the plastic plateau. Strain measurements are compatible with a tension strain state: the rotation of the principal axes of the Hencky tensor is small so that the component  $\epsilon_{xy}$  of the strain tensor remains negligible ( $|\epsilon_{xy}| \leq 0.2\%$ ), and the contraction ratio  $\bar{\nu} = -\epsilon_{yy}/\epsilon_{xx}$  is close to 0.5, as it is suitable to any incompressible material having a transverse isotropy (Rahka and Laird, 1986). These observations agree with studies already performed at a more microscopic scale (Iricibar et al., 1977).

### 3.4. The skin-pass: an example of loading history

As mentioned in section 1, the propagation of Lüders bands can generate defects (vermiculation) during the forming. A skin-pass operation is often used before the stamping to eliminate this band apparition: a plastic strain, somewhat larger than the Lüders strain  $\epsilon_{LB}$ , is imposed on the metal sheet to trigger the Lüders bands during the pre-deformation process. The efficiency of the skin-pass operation is checked by testing samples of M323 steel skin-passed beforehand (2.5%). The influence of a pre-strain on the propagation of the Lüders band is first investigated during interrupted tensile tests. The first unloading in figure 8a shows that the bands stop their propagation as soon as the applied stress is suppressed. In the same way, the propagation restarts once the applied stress reaches the upper level. After the second unloading ( $\epsilon_C > 0.12$ ), the Lüders bands have totally vanished and the sample deforms homogeneously again. This recovered homogeneity is what should be expected from a skin-pass process. However, figure 8b shows that this operation only partly suppresses the band propagation: a slight strain-rate heterogeneity appears along the gauge part as soon as the skin-passed sample is plastically strained. For a skin-pass strain of 2.5%, this systematic and significant heterogeneity can be attributed to the remnants of Lüders bands in as much as they vanish with drawing.

Industrially, skin-pass strains seldom exceed 3%. To know if higher rates lead to a total disappearance of bands, samples having undergone skin pass strain up to 10% were requested from the steel manufacturer even if this figure is too large for general usage. The corresponding results are presented in figures 8c and 8d for respective strains of 7.5% and 10%.



**Figure 8.** Influence of a pre-strain on the propagation of Lüders bands. Space-time-evolution of the axial Lagrangian strain rate  $\dot{E}_{xx}(x, 0, t)$  in  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , for monotone tensile test, performed at constant velocity ( $v_{CH} = 40 \mu\text{m.s}^{-1}$ ), on M323 steel: (a) interrupted tensile test; (b) skin-pass strain: 2.5%; (c) skin-pass strain: 7.5%; (d) skin-pass strain: 10%.

Whatever the strain, the strain-rate field remains heterogeneous from the yield stress. In *figure 8d*, the reader may also notice that the sample presents a softening as soon as it is plastically strained. The link between softening and localisation is resumed in the next section.

#### 4. Necking: a progressive but fatal phenomenon

During mechanical loading, a ductile material passes more or less suddenly from a deformation mode for which strains are regularly distributed within the specimen (diffuse mode), to a mode for which strains concentrate (localised mode). This transition is commonly referred to as the necking process. This phenomenon is widely encountered during the forming of thin plates where it causes strong local thickness variations detrimental to aspect qualities and to mechanical properties of the final part. The considerable economic consequences related to necking phenomena have led to much research. For industrial applications, the



experimental investigations of necking have often relied on the concept of the forming limit diagram where boundaries between homogeneous and localised flows are plotted in the principal strain plane for various loading paths (Veerman and Neve, 1972; Bragard et al., 1972; Hecker, 1975).

In the following paragraphs, we point out several characteristics of necking. We describe the properties of the associated strain field, the possible precocity of necking inception, the regularity and progressiveness of its development until fracture, and finally underline the strong influence of initial sample geometry.

#### 4.1. Strain state properties

The evolution of strain distribution during loading is illustrated in *figure 9*, which illustrates a test performed on a 3CTi steel. This figure is divided into seven parts. First, the time evolution of the longitudinal Hencky strain profile is plotted in *figure 9a*. It shows that a zone of heterogeneous strains already exists when  $\varepsilon_C$  reaches 13%. Then this zone progressively concentrates until the sample fracture. Four instants, labelled *a* to *d*, corresponding to the conventional strains  $\varepsilon_C = 12\%$ , 20%, 28% and 32% respectively, are shown in this figure. The corresponding strain patterns are plotted in *figures 9b* to *9e*. They represent the distribution of the three in-plane components of the Hencky strain tensor. We observe that the components  $\varepsilon_{xx}$  and  $\varepsilon_{yy}$  are near constant along the sample width. The component  $\varepsilon_{xy}$  remains small when compared with  $\varepsilon_{xx}$  and  $\varepsilon_{yy}$ . Consequently, the principal axes (I, II) of  $\varepsilon$  do not change very much and correspond to the frame of reference axes. The calculation of the contraction ratio  $\bar{\nu} = -\varepsilon_I/\varepsilon_{II} \approx -\varepsilon_{yy}/\varepsilon_{xx}$  shows that the strain state throughout the test section of the sample correspond to a non-homogeneous tension state within an incompressible material with a transverse isotropy:  $\bar{\nu}(x, y, t) = 0.5$  (see *figures 9f-g*).

#### 4.2. Inception and development

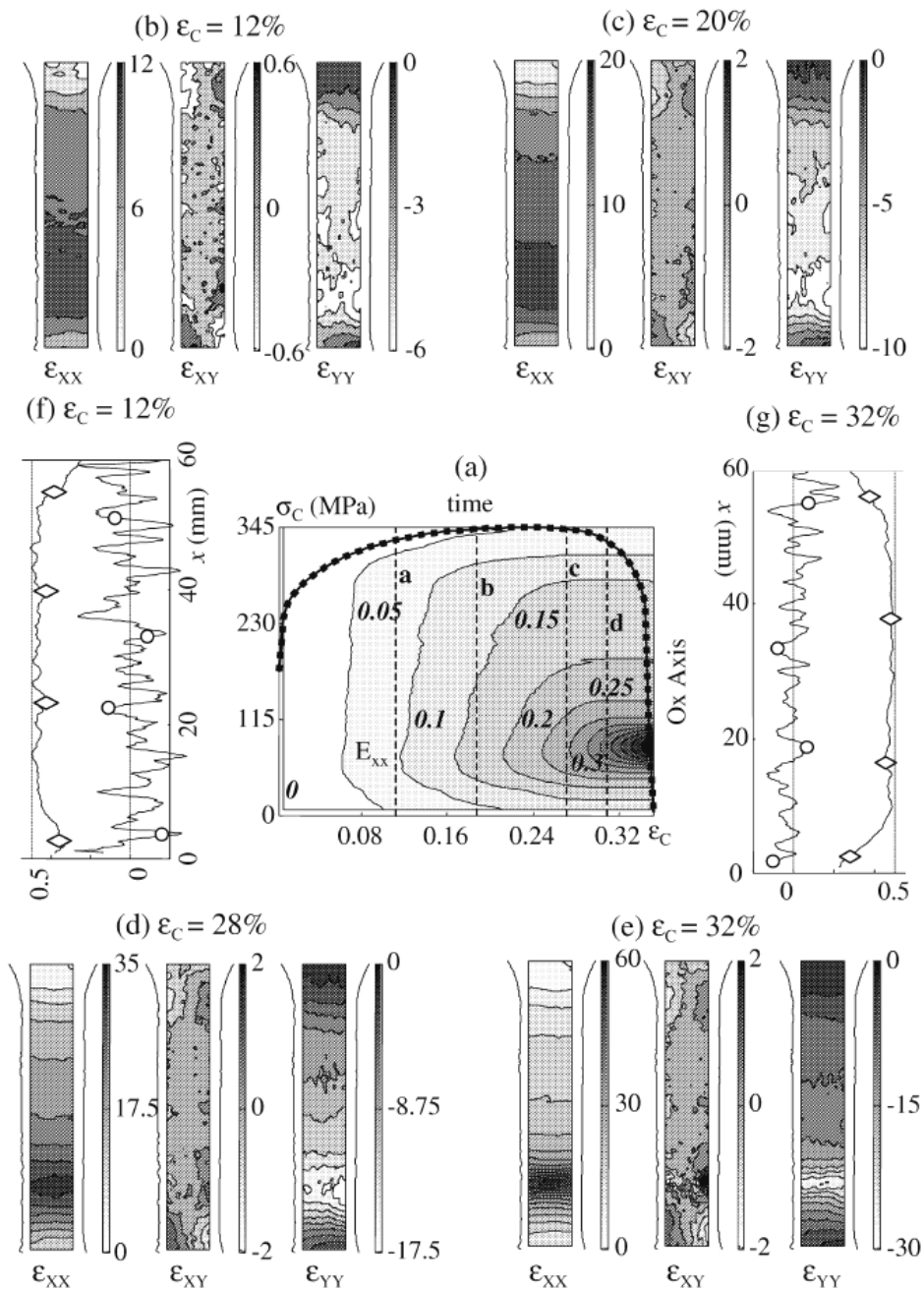
##### 4.2.1. From a diffuse to localised necking

We have already underlined that a diffuse heterogeneity sometimes arises quite early during loading. Diffuse necking appears during the strain hardening in 3CTi (see *figure 9g*), just after the plastic plateau in SOLDUR 355 (see *figure 10*), and it is set just before the maximum load (Considère criterion) for the tests performed on HR55 and M323 steels (Chrysochoos et al., 1998).

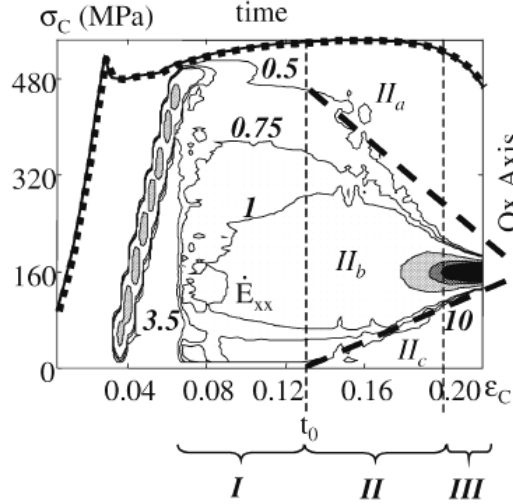
For each tested grade of steel, once diffuse necking has appeared, the localised zone gradually narrows until sample fracture. The strain-rates within this concentration zone regularly increase. These results suggest that diffuse and localised necking are two consecutive aspects of the competition between strain hardening and damage mechanisms. In practice, it is then difficult to establish a definite boundary between these two 'localisation modes'.

The gradual development of necking is illustrated in *figure 10* by defining three zones. Zone I corresponds to a quasi-homogeneous state where the strain-rate can be considered to be constant within the test section of the sample. Zone II.b is the part of the sample, which is actually deformed. The strain-rate progressively increases in this zone, while outside (II.a, II.c), it vanishes. We observe that the size of zone II.b decreases linearly with respect to  $\varepsilon_C$ . In zone III, the strain-rate does not increase any longer. The size of this zone seems to remain constant. There, the strain-rate can reach 10 to 20 times the imposed 'macroscopic' strain-rate  $\dot{\varepsilon}_C$ . Let us remark that these measurements are, at that moment, underestimated because data filtering tends to spread the localisation zone. Thus, the ultimate size of the necking zone strongly depends on the cut-off frequencies used by the image processing.





**Figure 9.** Strain state on a 3CTi specimen during a tension test: (a) corresponds to the time evolution of  $\epsilon_{xx}$  profile during this test; (b) to (e) represent the distribution of the components  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{xy}$  and  $\epsilon_{yy}$  of Hencky strain tensor for various loading states (in %); (f) and (g) show the evolution of the ratios  $\{-\epsilon_{yy}/\epsilon_{xx}$  ( $-\diamond$ ) and  $\epsilon_{xy}/\epsilon_{xx}$  ( $-\circ$ ) $\}$  along the sample axis for two loading states.



**Figure 10.** Time-evolution of  $\dot{\epsilon}_{xx}(x, 0, t)$  profiles for monotone tensile test, performed at constant velocity ( $v_{CH} = 50 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), on SOLDUR 355 steel sample (unit:  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ).

Nevertheless, a longitudinal strain-rate can be estimated using a simple one-dimensional description. Although the experiment on SOLDUR 355 shows that the reduction of the localisation zone is not really symmetric and that the fracture does not exactly occur exactly in the middle of the sample (see *figure 10*), one supposes that the part of the sample  $\tilde{L}$ , currently being deformed, narrows according to the relation:

$$\tilde{L} = L_0 - 2\nu\langle t - t_0 \rangle^+, \quad (11)$$

where  $\nu$  is the mean ‘reduction’ velocity of the strained part and  $t_0$  is the time corresponding to the onset of necking. The notation  $\langle t - t_0 \rangle^+$  designates the positive part of  $t - t_0$  (0 if  $t - t_0 < 0$ , and  $t - t_0$  if  $t - t_0 \geq 0$ ). Before  $t_0$ , the strain-rate is considered to be homogeneous along the specimen axis.

For a velocity-controlled test, the corresponding velocity profiles along the sample axis are schematically plotted in *figure 11*.

According to this heuristic model, there is a geometrical point named  $P_F$  in the Lagrangian configuration displaying zero acceleration throughout the test. We will analyse the importance of this point that indicates the locus where the fracture will take place. By virtue of equation (11), the longitudinal strain-rate distribution during the tension test is written as:

$$\dot{\epsilon}_{xx}(t, x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < \nu\langle t - t_0 \rangle^+, \\ v_{CH}/\tilde{L} & \text{if } \nu\langle t - t_0 \rangle^+ \leq x \leq L_0 - \nu\langle t - t_0 \rangle^+, \\ 0 & \text{if } x > L_0 - \nu\langle t - t_0 \rangle^+. \end{cases} \quad (12)$$

Parameters such as  $L_0$ ,  $\nu$ , and  $t_0$  are identified on each test to get a comparable evolution of the strain-rate within the localised zone at the beginning of necking. The time evolution of the strain-rate, obtained in the case of SOLDUR 355 steel, is drawn in *figure 12*.

At the beginning of the test, the slight difference observed between the measured and predicted strain-rate is simply due to the elastic loading of the testing machine (finite stiffness). The sudden increase of the strain-rate at time  $t = 40 \text{ s}$  (or  $\epsilon_C = 4\%$ ) corresponds to the passage of the Lüders band. Of course, this effect is not taken

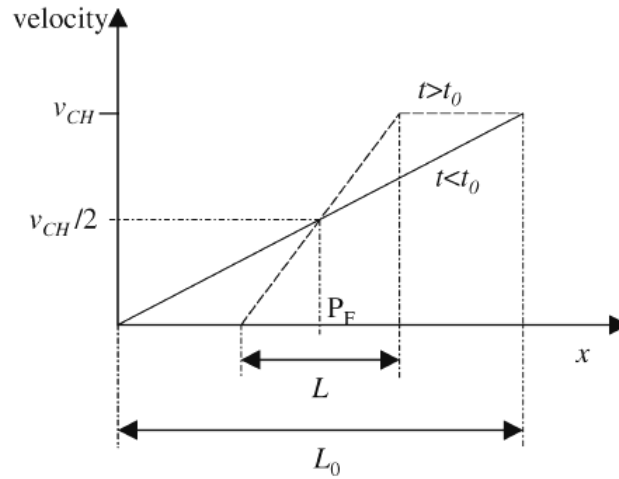


Figure 11. Velocity profiles along the sample longitudinal axis, before and after time  $t_0$ , that corresponds with inception of necking.

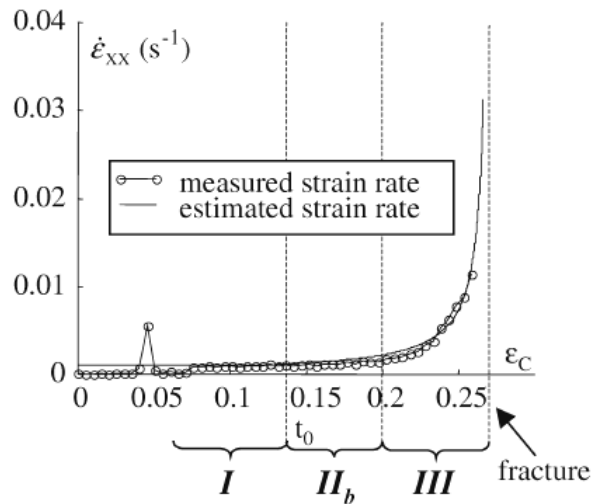


Figure 12. Model identification: comparison between measured and modelled strain rate at 'point'  $P_F$  on a test performed on a SOLDUR 355 steel sample.

into account by the simplistic model presented above. Otherwise, the good agreement between the model and the experimental response lead us to extend its predictions up to the fracture of the sample. To obtain an upper limit of the strain-rate, we assume that the fracture occurs when the size of the localised zone covers one grain diameter ( $\phi = 10 \mu\text{m}$ ). Hence, the strain-rate reaches a value of around  $5 \text{ s}^{-1}$ , i.e. more than a thousand times the macroscopic strain-rate  $\dot{\epsilon}_C$ .

#### 4.2.2. Last stage before rupture

In the previous sub-sections, we have stressed the gradual development of necking. We would like now to discuss the last phase of its development, corresponding to the transition from localised necking to rupture.

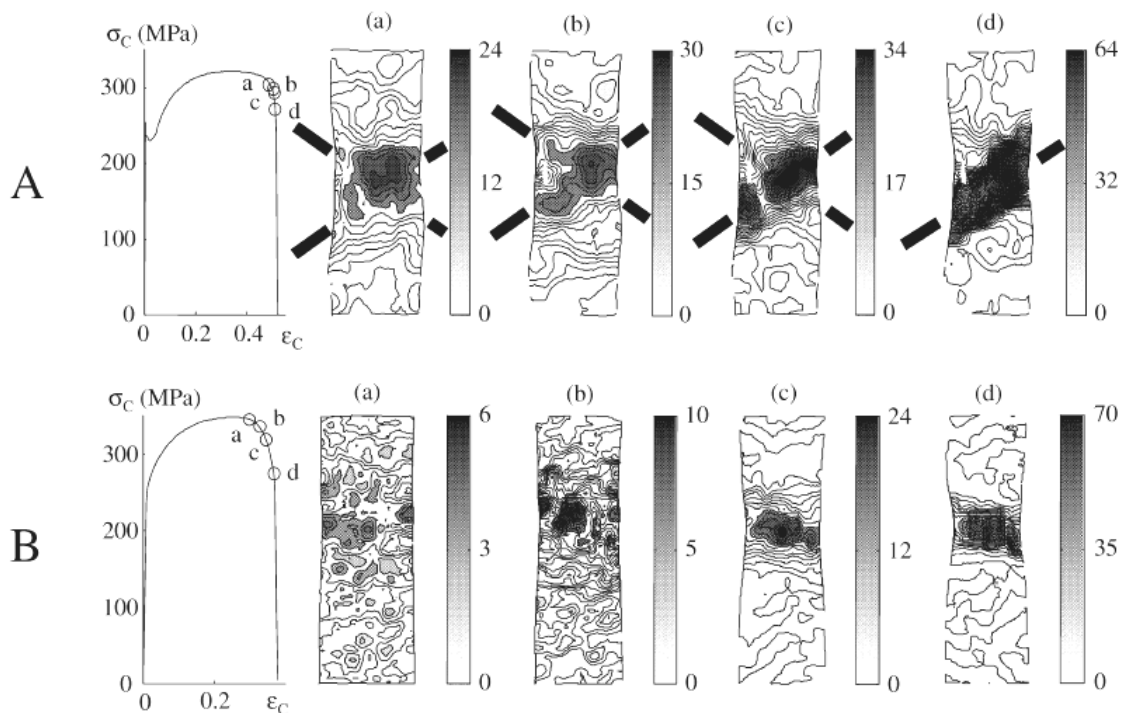
Localised necking is often characterised by the apparition of a narrow band, more or less tilted with regard to the loading axis, where strain (and strain-rate) increases considerably (Hill, 1952).

Figure 13 presents the surface distribution of the longitudinal Lagrangian strain-rate in the vicinity of the necking zone. In order to visualise the evolution of the sample geometry, the strain-rates are plotted in the actual configuration drawn using the displacement measurements. Results obtained on M323 and 3CTi steels are shown for four consecutive times spotted in the macroscopic stress–strain diagram (left). As for diffuse necking, the development of the localised band seems to be gradual too.

In the case of M323, two inclined zones regularly grow (see figures 13Aa, 13Ab) until one zone overcomes the other and finally leads to localised necking (see figures 13Ac, 13Ad). The angle between the loading axis and the localised zone is about  $60^\circ$ , which is not exactly the angle of  $54.7^\circ$  predicted by Hill's theory for thin plates. This significant difference may be attributed to the relatively significant thickness of the plate ( $e_0 = 0.7$  mm) and to slight initial anisotropy stemming from the rolling process.

Concerning 3CTi steel, the strain-rate progressively concentrates in a zone that remains perpendicular to the loading axis. The final macroscopic crack, leading to rupture, begins in the middle of the localised zone, where the strain-rate is maximum (see figure 13B), as is often the case for massive samples ( $e_0 = 2.9$  mm).

However, even for relatively thin strips, the geometrical and/or material characteristics seem to induce triaxial effects within the localised necking zone, and could explain the different orientations of the localisation bands.



**Figure 13.** Axial Lagrangian strain rate spatial distribution  $\dot{E}_{xx}(x, y)$  in the necking zone (unit:  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) at four loading states, for monotone tensile tests, performed at constant velocity ( $v_{CH} = 40 \mu\text{m.s}^{-1}$ ): (A) M323 steel sample (initial dimensions of the observed zone: length 8.4 mm, width 8.4 mm, depth 0.7 mm); (B) 3CTi steel sample (initial dimensions of the observed zone: length 8.5 mm, width 8.5 mm, depth 2.9 mm).

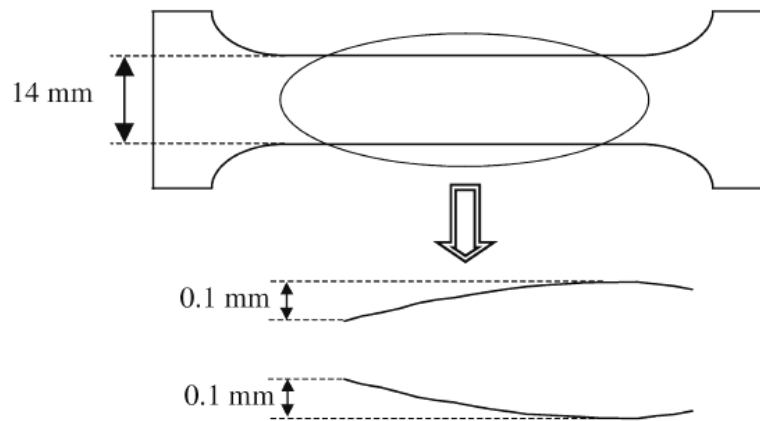


Figure 14. Heuristic sketch of the geometrical sample defects.

This result can have some importance from a numerical point of view. Indeed, the taking into account of this triaxiality effect requires costly three-dimensional calculations.

#### 4.3. Influence of geometry defects

Pre-existing geometrical defects in a specimen affect the onset of localisation phenomena (Marciniak and Kuczynski, 1967). In what follows, the influence of geometry on the inception and development of necking is investigated by testing samples of the same material with or without measurable geometrical defects. These defects correspond to width variations along the sample axis. Their amplitude was estimated by using a three-axis measurement machine (Renault Automation, accuracy  $1 \mu\text{m}$ ) with a maximum of around  $0.2 \text{ mm}$  (see figure 14).

Monotonic comparative tensile tests were performed at constant velocity on 3CTi steel, for both types of samples.

If they have similar loading curves ( $\sigma_C - \varepsilon_C$ ) (figure 15a), the associated strain-rate fields differ significantly (figures 15b and 15c). Naturally, the sample presenting a geometrical defect shows an early developing heterogeneous strain state. For instance, the level curve  $7.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  appears at  $\varepsilon_C = 12\%$  for the “defect-free” sample and at  $\varepsilon_C = 4\%$  for the other one.

## 5. Toward a local identification of the constitutive equations

An important asset for the identification of the mechanical constitutive equations is to obtain a correspondence between stress and strain. As previously underlined, the strain state of the sample becomes heterogeneous in the course of loading so that the usual identification process, based on homogeneous mechanical fields, becomes hazardous. Indeed, if the estimate of a local strain during the loading can easily be determined by the correlation technique, a direct evaluation of the stress is more difficult, if not impossible. Two basic ways are generally followed to ‘measure’ a stress:

- from a strain measurement via the knowledge of the material behaviour (understand elastic behaviour!);
- from a force measurement assuming that the distribution of stresses on the gauge section of the sample is known.



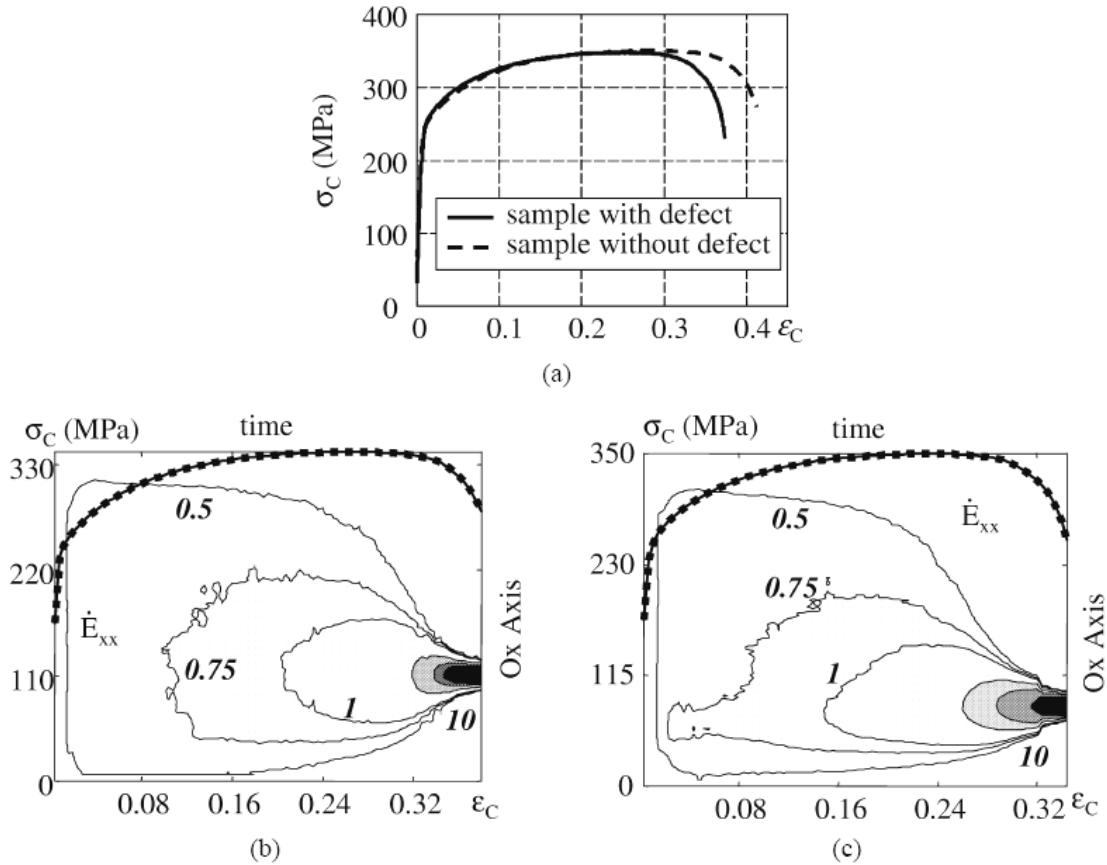


Figure 15. Influence of slight geometrical defect on a 3CTi steel sample: (a) comparison of conventional stress–strain curves; (b) no measurable defect within the test section of the specimen; (c) presence of a defect.

In what follows, we will propose a way to construct a stress field. The method is partly founded on the numerical integration of equilibrium equations. Nevertheless, to make this operation possible, a certain number of hypotheses have to be made concerning the stress tensor components.

### 5.1. A quasi-static development of localisation

In section 4, we have seen that during necking, the strain-rate regularly increases in a certain zone until fracture occurs. Consequently, acceleration quantities develop during the test and it becomes legitimate to attribute possible local dynamic phenomena to a quasi static loading process. Strain measurements allow a first glimpse of the amplitude of dynamic effects. The numerical results plotted in *figure 16a* are derived from equation (12). The level curve characterising a zero acceleration ( $\underline{\gamma} = 0$ ) is associated with the point  $P_F$ . The experimental results for a test performed on a SOLDUR 355 steel sample are shown in *figure 16b* that gives the time evolution of the  $\gamma_x(x, y = 0, t)$ , after the Lüders band has propagated. As seen previously, by assuming that fracture occurs when the localised zone has reached one grain size and by extending the validity of equation (12), the upper bound of acceleration is then about  $0.8 \text{ mm.s}^{-2}$ .

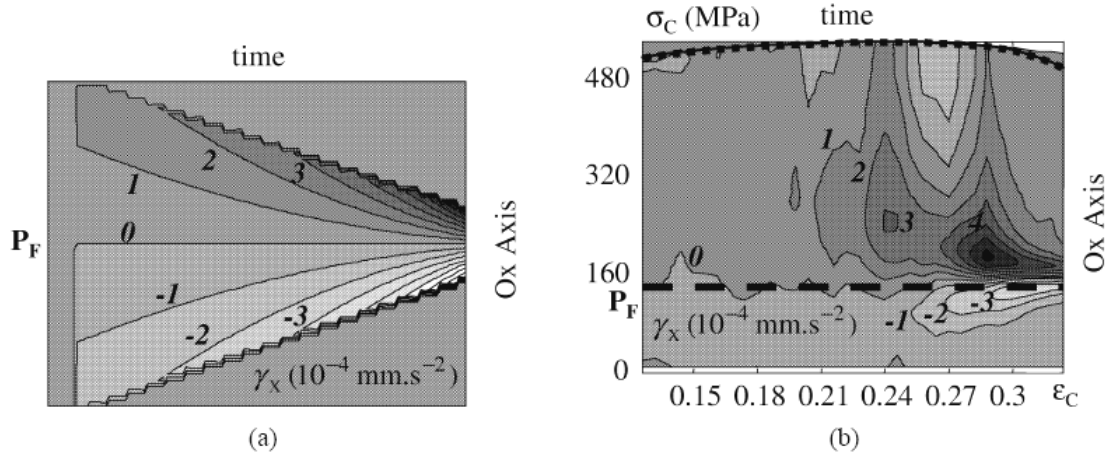


Figure 16. Comparison between measured and calculated profiles of acceleration in the tensile direction for a test performed on SOLDUR 355 steel sample: (a) calculation; (b) measurement.

This order of magnitude remains very small compared to acceleration due to gravity, the latter being itself traditionally neglected in tensile tests on metal strips. These approximations and the use of local equilibrium equations imply that the divergence of the stress tensor must remain equal to zero. In the next section such a result is used to construct a local stress–strain diagram.

### 5.2. A stress state construction

When acceleration due to gravity is neglected, the equilibrium equations become:

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{\underline{0}}. \quad (13)$$

Although we have already noticed that the thin plate assumption may be unsound for metal sheets of standard thickness, we use it in the following work. This strongly simplifies the equilibrium equations, which become with respect to the frame of reference of the sample:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(x, y, t)}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (14a,b)$$

As recalled above, we must now admit a stress distribution for the components  $\sigma_{xx}$  in each cross-section of the sample. During tensile tests, this component is classically considered to be uniform on each cross-section. So we get:

$$\sigma_{xx}(x, t) = \frac{F(t)}{S_0} \exp(\varepsilon_{xx}(x, t)). \quad (15)$$

Then, the use of equation (14-a) leads to:

$$\sigma_{xy}(x, y, t) = -\sigma_{xx}(x, t) \frac{\partial \varepsilon_{xx}(x, t)}{\partial x} y + B(x, t), \quad (16)$$

where  $B(x, t)$  is an integration constant relative to the space variable  $y$ . Except in the very last part of the necking, we observed that the strain measurements of  $\epsilon_{yy}$  are symmetrically distributed along the width of the sample. This property yields a symmetric reduction of sample sections. The axis of symmetry, being the neutral axis of the sample, remains a straight line during necking. The constant  $B(x, t)$  then vanishes as soon as the shear force for each cross-section is considered to be zero. This hypothesis leads to an odd distribution of the shear stresses with regard to the  $Ox$  direction:

$$\sigma_{xy}(x, y, t) = -\sigma_{xx}(x, t) \frac{\partial \epsilon_{xx}(x, t)}{\partial x} y. \tag{17}$$

Naturally, in the presence of inclined localisation bands, shear forces may appear and  $B(x, t)$  must be determined.

The integration of the last equilibrium equation (14-b), gives a parabolic distribution of components  $\sigma_{yy}$  that can be written as:

$$\sigma_{yy}(x, y, t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{xx}(x, t) \frac{\partial \epsilon_{xx}(x, t)}{\partial x} \right) \cdot \frac{y^2}{2} + C(x, t). \tag{18}$$

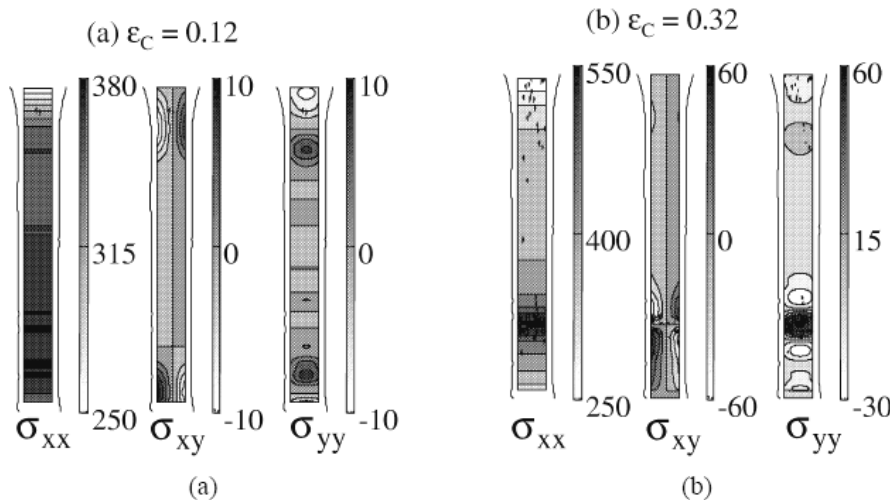
The sample being non loaded on its lateral surfaces ( $y = \pm l(x, t)/2$ ), the normal component  $\sigma_{yy}$  equals zero:

$$\underline{y} \cdot \underline{\sigma}(x, \pm l/2, t) \cdot \underline{y} = \sigma_{yy}(x, \pm l/2, t) = 0. \tag{19}$$

Hence, by using equations (18), (19), we get:

$$\sigma_{yy}(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma_{xx}(x, t)}{2} \frac{\partial \epsilon_{xx}(x, t)}{\partial x} \right) \cdot \left( \frac{l(x, t)^2}{4} - y^2 \right). \tag{20}$$

Equations (15), (17), (20) can be used to estimate numerically the stress field for grids corresponding to the experimental measures of strain. Results are shown in *figure 17*: level curves for the stress components  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yy}$  have been plotted for the two conventional strains corresponding to *figures 9b* and *9c*.



**Figure 17.** Stress computations. The stress distributions (a) and (b) correspond to stages (a) and (d) of *figure 9*. Stress unit: (MPa).

The shear stresses  $\sigma_{xy}$  are approximately of the same order of magnitude as  $\sigma_{yy}$ , and both remain small compared to  $\sigma_{xx}$ . For  $\varepsilon_C = 0.12$ , as expected, a shear stress concentration can be observed in the connection zones. These concentrations due to the specimen geometry are not related to any strain localisation. For  $\varepsilon_C = 0.32$ , stress concentrations still exist in the connection zones, but are of an order of magnitude which is weaker than the one associated with necking. In the necking zone, the stress concentration accompanies the strain localisation.

### 5.3. Stress-strain diagrams

It is now of interest to compare different representations of the stress-strain diagram of the tensile test. In figures 18a and 18b a set of three curves ( $\sigma_{xx}, \varepsilon_{xx}$ ) has been plotted for three points (sections) of the  $Ox$  axis for two conventional strain levels. The initial gauge length of the (virtual) optical extensometer used in that case is about  $L_0/50$ . As usual, the conventional curve ( $\sigma_C, \varepsilon_C$ ) is also plotted.

At the beginning of the hardening, all the curves seem to describe a unique path (figure 18a). In fact, the final loading states reached at  $\varepsilon_C = 15\%$ , are not the same and this because of strain localisation. Once the structure has started to soften (figure 18b),  $\sigma_{xx}$  decreases in sections for which the strain-rate vanishes (extensometers A and B), while  $\sigma_{xx}$  continues to increase in sections belonging to the current necking zone (extensometer C). The final spread of the local stress-strain curves ( $\sigma_{xx}, \varepsilon_{xx}$ ) is given for the macroscopic loading represented in figure 13B ( $\varepsilon_C = 36\%$ ). Note that until this ultimate loading, the stress component  $\sigma_{xx}$  in the localisation zone constantly increases. It thus seems that plastic softening, translated by a non-monotone loading, is induced by a local hardening followed by an elastic unloading in cross-sections external to the localisation zone.

Hence, the strain softening seems to be more a structure effect rather than an intrinsic property of the material. The intrinsic character of softening mechanisms in the case of rate-independent materials has often been discussed in the literature (Mazars and Bazant, 1989). This open question is of importance in as much as

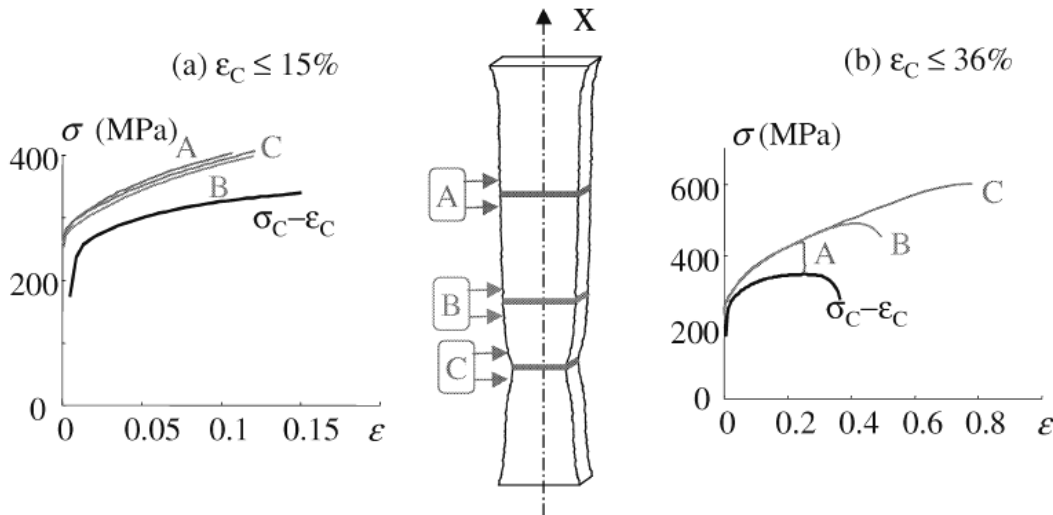


Figure 18. Stress-strain diagrams (3CTi): (a)  $\varepsilon_C \leq 15\%$ , zoom of the beginning of the hardening curves A and B, initially superimposed with curve C were vertically shifted; (b)  $\varepsilon_C \leq 36\%$ , whole stress-strain curve up to fracture.

the use of behaviour models being able to predict softening is essential to make a whole class of localisation criteria operational (Hill, 1958; Barbier et al., 1998).

## 6. Concluding comments

Image processing, based on digital image correlation, was used to study different localisation mechanisms on steel samples. The experimental set-up provided some substantial information concerning the inception and the propagation of the Lüders bands (transversal and longitudinal propagation velocities), the strain state within the bands and their geometrical characteristics (angle with the loading axis). For the materials studied and at our observation scale, the strain state within the bands corresponds to a simple tension state for incompressible materials: we experimentally verified that  $\varepsilon_{yy} \approx -\varepsilon_{xx}/2$ ,  $\varepsilon_{xy} \approx 0$ . In all cases, by measuring thickness variations, the incompressibility and transverse isotropy properties leading to  $\varepsilon_{yy} \approx \varepsilon_{zz}$  were shown. The experimental data also showed that the skin-pass operation partly suppresses the Lüders bands for traditional skin-pass strains. For higher pre-strains, this operation has generated heterogeneity in the strain fields, interpreted as germs of localisation.

Concerning the necking phenomenon, results suggested an early and progressive emergence of diffuse and localised necking during a quasi-static, velocity-controlled, tensile test. We verified that the geometrical defects acted as catalysts for localisation inception. At the scale of our experimental observations, acceleration quantities were shown to be negligible compared to the power of the internal forces developed during necking. This indicates the quasi-staticity of such deformation processes. An immediate implication of the precocious apparition of non uniformity of the strain fields, which is of great practical importance, is that the section test of a standard specimen must be considered as a structure and not as an elementary volume evenly stressed and strained.

To locally estimate a stress tensor, a method founded on the integration of the equilibrium equations – using the plane stress hypothesis – and using strain measurements, was proposed. Obtaining a stress field made it possible to build different local tension curves. Their analysis led us to wonder about the intrinsic character of the softening concept sometimes put forward to explain the strain localisation.

The localisation mechanisms were also analysed by using infrared thermography. The goal of the infrared data processing was to deduce the distribution of heat sources from thermal images. The very high correlation between kinematic and calorimetric data has been underlined in (Wattrisse, 1999; Louche, 1999; Chrysochoos et al., 1998). From a theoretical viewpoint, it is quite easy to imagine that the places where the strains concentrate, are those where irreversibility develops. The simultaneous obtaining of stress, strain-rate and dissipation fields should also lead to an indirect estimate of the stored energy rate pattern during strain hardening. These supplementary experimental data are useful to check the validity of the thermomechanical description of the behaviour. Indeed, the rate of stored energy represents the power associated with the internal state variables, which are chosen to sum up the microstructural evolutions at a more macroscopic scale. From a thermodynamic viewpoint, the stored energy variations are directly related to the free energy potential variations. Thus, this kind of information should be very useful to a posteriori justify the choices of state variables introduced to describe work hardening and damage. They should also suggest possible forms of complementary laws compatible with irreversibilities experimentally evidenced, and thus would ensure the mechanical and thermodynamic consistence of the behavioural models, the constitutive equations of which are omnipresent in the current works on localisation.



## References

- Aifantis E.C., 1992. On the role of gradients in the localization of deformation and fracture. *Int. J. Engng. Sci.* 30, 1279–1299.
- Bai Y.L., 1982. Thermo-plastic instability in simple shear. *J. Mech. Phys. Solids* 30, 195–207.
- Bailey H.H., Blackwell F.W., Lowery C.L., Ratkovic J.A., 1976. Image correlation: Part I. Simulation and analysis, Report prepared for United States Air Force Project RAND, R-2057/1-PR.
- Barbier G., Benallal A., Cano V., 1998. Relation théorique entre la méthode de perturbation linéaire et l'analyse de bifurcation pour la prédiction de la localisation des déformations. *C. R. Acad. Sci. Paris Série IIb* 326, 153–158.
- Béranger G., Henry G., Sanz G., 1994. *Le livre de l'acier*, Lavoisier Tec&Doc, Paris.
- Bragard A., Baret J.C., Bonnarens H., 1972. A simplified method to determine the F.L.D. onset of localised necking, Rapport Centre de Recherche de la Métallurgie 35, 33.
- Bruck H.A., Mc Neill S.R., Sutton M.A., Peters W.H., 1989. Digital image correlation using Newton–Raphson method of partial differential correction. *Exp. Mech.*, 261–267.
- Choi S., Shah S.P., 1997. Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation. *Exp. Mech.* 37, 307–313.
- Chrysochoos A., Louche H., Muracciole J.M., Saurel J.L., Néméz-Gaillard M., Wattrisse B., 1998. Experimental analysis of localization mechanisms in steels by infrared and speckle image processing. In: Lagarde (Ed.), *Proc. IUTAM Symp. on Photomechanics*, Kluwer, Dordrecht, pp. 313–320.
- Considère A., 1885. Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. *Annales des Ponts et Chaussées* 9, 574.
- Estrin Y., Kubin L.P., 1988. Plastic instabilities: classification and physical mechanisms. *Res. Mechanica* 23, 197–221.
- Estrin Y., Kubin L.P., 1991. Plastic instabilities: phenomenology and theory. *Materials Science and Engineering* 137, 125–134.
- Fressengeas C., Molinari A., 1985. Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow. *Acta Metall.* 33, 387–396.
- Germain P., 1986. *Mécanique – Tome I, Ellipses*, Paris.
- Hähner P., 1994. Theory of solitary plastic waves – Part I. *Appl. Phys.* 58, 41–48.
- Hecker S.S., 1975. A simple forming limit curve technique and results, on aluminium alloys. *Sheet Metal Industries* 52, 671–676.
- Hill R., 1952. On discontinuous plastic states with spatial special reference to localised necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids* 1, 19–30.
- Hill R., 1958. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids* 6, 236–249.
- Inçibar R., Mazza J., Cabo A., 1977. On the Lüders front in mild steel – I. *Acta Met.* 25, 1163–1168.
- Louche H., 1999. Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers, PhD thesis, University of Montpellier, France.
- Marciniak Z., Kuczynski K., 1967. Limit strains in the process of stretch forming sheet metal. *Int. J. Mechanical Sciences* 9, 609–620.
- Mazars J., Bazant Z.P., 1989. *Cracking and Damage: Strain Localisation and Size Effect*, Elsevier Science Publishers LTD, Barking.
- Oulamara A., Tribillon G., Duvernoy J., 1988. Subpixel speckle displacement measurement using a digital processing technique. *J. Mod. Opt.* 35.
- Pijodier-Cabot G., Benallal A., 1993. Strain localisation and bifurcation in a non-local continuum. *Int. J. Solids Structures* 30, 1761–1775.
- Rahka K., Laird C., 1986. Poisson's ration as determined for elastic and plastic deformation and for monotonic and cyclic loading – Part I: critical review. *J. Testing and Evaluation* 14, 173–180.
- Rice J.R., 1976. The localization of plastic deformation. In: Koiter W.T. (Ed.), *Th. Appl. Mech.*, North-Holland Publishing Company, pp. 207–220.
- Rougée P., 1997. *Mécanique des grandes transformations*, S.M.A.I. Mathématiques & Applications, Vol. 25, Springer, Berlin.
- Strudel J.L., 1979. Interactions des dislocations avec des impuretés mobiles. In: Groh P., Kubin J.-L., Martin J.-L. (Eds.), *Ecole d'été d'Yrivals: Dislocations et Déformation Plastique*, pp. 199–222.
- Veenman C., Neve P.F., 1972. Some aspects of the determination of the forming limit diagram – Onset of localized necking. *Sheet Metal Industries* 49, 421–423.
- Wattrisse B., 1999. Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélation d'images, PhD thesis, University of Montpellier, France.
- Wattrisse B., Chrysochoos A., Muracciole J.M., Néméz-Gaillard M., 2000. Analysis of strain localisation during tensile tests by digital image correlation. *Exp. Mech.*, in press.
- Zaiser M., Hähner P., 1997. Oscillatory modes of plastic deformation: theoretical concepts. *Phys. Stat. Sol. (b)* 199, 267–330.

3.3.2) [Ci8] QIRT & DIC association to analyse the thermomechanical behavior of a semicrystalline polymer, QIRT2006, CDRom, 10 p., 2006

## **QIRT & DIC association to analyse the thermomechanical behavior of a semicrystalline polymer**

by J.-M. Muracciole<sup>\*,\*\*</sup>, B. Wattrisse<sup>\*</sup>, Y. El Kaïm<sup>\*</sup>, A. Chrysochoos<sup>\*,\*\*</sup>

<sup>\*</sup> *Mechanics and Civil Engineering Laboratory, Montpellier II University, France*

<sup>\*\*</sup> *Polytech'Montpellier, Montpellier II University, France*

### **Abstract**

This paper first presents the characteristics of a new experimental set-up using digital image correlation and infrared thermography. The kinematical data are used to track the temperature variations of material surface elements. They are then combined to construct local energy balance. To illustrate the interest of such an approach, the paper then describes the calorimetric effects accompanying the propagation of necking in a plasticized PolyAmide 11. A thermodynamic analysis of cyclic loading finally aims to show the existence of an entropic elastic effect generally associated with rubber-like materials.

### **1 Introduction**

Ever since 2000 we have developed an experimental approach to the material behavior characterization which combines digital image correlation (DIC) with infrared thermography (IRT). The DIC techniques give access to the measurement of displacement and deformation fields while the thermal images enable us, under certain conditions, to estimate the distribution of heat sources induced by the deformation process. Those thermal images were recorded using an IRFPA camera (Cedip Jade 3) and a specific pixel calibration method described in [1]. A specialized electronic system was performed to get a simultaneous recording of speckle and infrared images. A combined treatment of kinematics and thermal data then allowed us to track the temperature of material surface elements (MSEs) and to construct local energy balances. This processing is well adapted for studying the thermomechanical behavior of material when localization mechanisms occur at the observation scale fixed by the optical lenses. Applications to steels and polymers were already carried out for monotonic quasi-static loadings [2, 3].

In what follows, after having recalled the main characteristics of the experimental arrangement, we present the protocol defined to compute the heat sources taking into account the existence of localization zones. To illustrate this we consider tension tests on plasticized Polyamide 11 (PA11) samples. For this kind of material the necking zone spreads out during tension stages. Using thermal and kinematical data, we will analyze the thermomechanical coupling effects that appear in the necking zone during a cyclic loading around a given tension state.

### **2 Energy balance**

We used the Generalized Standard Materials formalism to derive the local heat equation [4]. Within such a framework, the equilibrium state of each volume material element is characterized by a set of  $n$  state variables. The chosen state variables are:  $T$ , the absolute temperature,  $\varepsilon$ , a strain tensor, and  $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-2})$ , the

$n-2$  scalar components of the vector  $\alpha$  of “internal” variables that sum up the microstructural state of the material. By construction, the thermodynamic potential is the Helmholtz free energy  $\psi$ . Combining both first and second principles of thermodynamics, the local heat equation reads:

$$\rho C \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \text{grad} T \right) - \text{div}(k \cdot \text{grad} T) = \underbrace{\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}}_{w_{\text{the}}^* + w_{\text{thc}}^*} + \underbrace{\left( \sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \right) : \dot{\varepsilon} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} + r_e}_{d_1} \quad (1)$$

where  $\rho$  represents the mass density,  $C$  the specific heat,  $v$  the velocity vector,  $k$  the heat conduction tensor.

The thermomechanical coupling sources and the intrinsic dissipation  $d_1$  have been grouped in the right hand side of Eq.(1). The symbol  $(\cdot)^*$  means that the variation of  $(\cdot)$  is path-dependent. For the polyamide considered here, one of the coupling sources is  $w_{\text{the}}^*$  the Lord Kelvin's source associated with the thermoelastic effects due to the thermo dilatability of the polymer. We stress that other coupling sources  $w_{\text{thc}}^*$  may exist and represent possible interactions between temperature and microstructure. For example, in the case of PA 11 another coupling source will be evidenced in what follows. This coupling will be in phase with the mechanical loading, in contrast with the classical thermoelastic effects which are in phase opposition with the loading.

Per unit volume, the intrinsic dissipation  $d_1$  is the difference between the rate of deformation energy  $w_{\text{def}}^* = \sigma : D$  and the sum of elastic and stored energy-rates  $w_e^* + w_s^* = \rho \psi_{,\varepsilon} \cdot \dot{\varepsilon} + \rho \psi_{,\alpha} \cdot \dot{\alpha}$ . At finite strain, the chosen strain variable  $\varepsilon$  is the Hencky strain tensor so that its time derivative is equal to the eulerian strain-rate tensor  $D$ .

Finally, considering Fourier's law of heat conduction, ( $q = -k \text{ grad} T$ ), the left hand side of Eq.(1) becomes a partial derivative operator applied to temperature. Its estimate then leads to a local determination of the overall heat source  $w_h^* = w_{\text{the}}^* + w_{\text{thc}}^* + d_1$ .

### 3 Experimental design and image processing

The experimental set-up involved a MTS hydraulic testing machine (frame 100 kN, load cell  $\pm 25$  kN), an IRFPA camera (Cedip, Jade 3) and a visible CCD camera (Camelia, 8M). The lens axes of the cameras were kept fixed and perpendicular to both sides of the sample surface. We developed a special electronic master-slave system to ensure a perfect synchronization of the frame grabbing of the two cameras equipped with external trigger. Moreover, the SYNCHROCAM system enabled us to record simultaneously various analogical signals (force, crosshead displacement, etc.) provided by the testing machine. It also sets the data capture frequency. The performances of the system are the following: the rate of the master camera can vary –insofar as the camera allows it – from 1 frame per hour to 500 frames per second. Finally the acquisition time accuracy is better than  $10^{-4}$  s which is

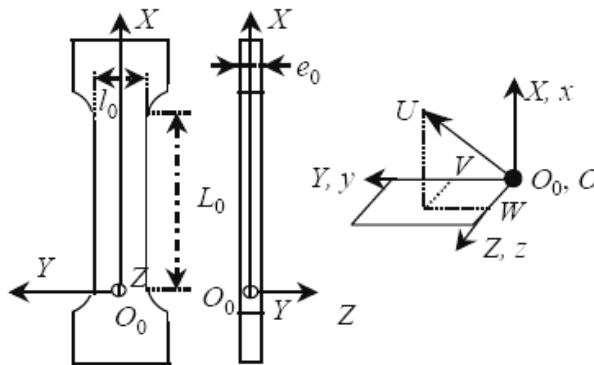
sufficient for classical mechanical tests. The main characteristics of the two cameras are given in Table 1.

**Table 1.** Main characteristics of both cameras

	Image size (pixels)	Pixel size ( $\mu\text{m}^2$ )	Frame rate (Hz)
Camelia 8M	3500×2300	10×10	2.7
Cedip Jade 3	240×320	30×30	250

### 3.1 Kinematical fields

Speckle image processing gives the time course of various kinematical variables. We worked with white light and we used artificial speckle using white and black paints. The camera must be carefully set so that the CCD detector remains parallel to the sample surface. Indeed, each out-of-plane movement (translation or rotation) produces a parallax error which distorts the images. A typical error on the strain measurements due to the setting up of the camera, was about  $1 \cdot 10^{-4}$  to  $2 \cdot 10^{-4}$ .



**Fig. 1.** Frames, coordinates and specimen geometry  
 $e_0=4$  mm,  $l_0=10$ mm,  $L_0=60$  mm

The image processing was systematically realized in two steps after the test:

- first step: the displacement field was estimated. Generally, the displacement of each point located on the surface of the sample, has three components: 2 in-plane components, say  $U$  and  $V$ , and 1 out-of-plane component, say  $W$ . In figure 1, ( $L_0$ ,  $l_0$ ,  $e_0$ ) define the initial geometry of the sample test section, while ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) and ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) denote respectively the Lagrangian coordinates and Eulerian coordinates. The components  $U$  and  $V$  were directly computed by a digital image correlation [5].

- second step: the strains (or the strain-rates) were then derived from the displacements by space (and time) differentiation. Each computational step used a particular numerical processing. The reader interested in this subject is referred to [5].

To achieve accurate strain measurements, the displacement field must be filtered before any differentiation. We chose a fitting technique based on a local least-squares (linear or quadratic) approximation of the discrete displacement data which



also allows the computation of the derivatives. The choice of the approximation zone (AZ) is very important in the differentiation process. The optimized AZ depends on the signal-to-noise ratio and the amplitude of the sought derivatives.

Using standard parameters, the accuracy on the displacement calculation was about  $5 \cdot 10^{-2}$  pixel and the accuracy on the strain measurement was  $5 \cdot 10^{-4}$ .

### 3.2 Temperature and heat source fields

In the framework of our experiments, several hypotheses were made. First, we checked that the external heat supply remained time-independent so that:  $r_e = -k \Delta T_0$  where  $T_0$  is the equilibrium temperature field of the sample. Besides, for tests performed on thin flat specimen, [6] showed that the temperature measured at the sample surface remains very close to the depth-wise averaged temperature.

Taking into account all these hypotheses and integrating Eq.(1) throughout the thickness of the specimen, the heat equation can be markedly simplified into a two-dimensional partial derivative equation

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + v \cdot \text{grad} \theta + \frac{\theta}{\tau_{th}} \right) - k \Delta \theta = w_h^* \quad (2)$$

where is  $\theta = \overline{T - T_0}$  the difference between  $T$  and  $T_0$ , averaged according to thickness. The symbol  $\tau_{th}$  stands for a time constant characterizing heat losses perpendicular to the plane of the specimen. The heat conduction in the plane is taken into account by the two-dimensional Laplacian operator.

The thermal data being discrete and noisy, the differential operator was traditionally estimated by low-pass filtering and according to the properties of discrete Fourier transform and Fourier series [7]. To facilitate the coupling of numerical methods developed for kinematical and thermal data processing, we chose to use local least-squares fitting techniques to calculate the left hand side of Eq.(3). The thermal data were spatially approximated by a parabolic function, corresponding to locally constant conduction heat losses in the neighborhood of each pixel of the thermal image. As already mentioned, the dimensions of AZ affect the data fitting efficiency, and thus may influence the operator estimate.

In this work, the displacement data were also used for the processing of thermal images to track the same material zone as the one observed by the CCD camera. This allowed us to take into account the convective terms of the material time derivative of the temperature throughout the test.

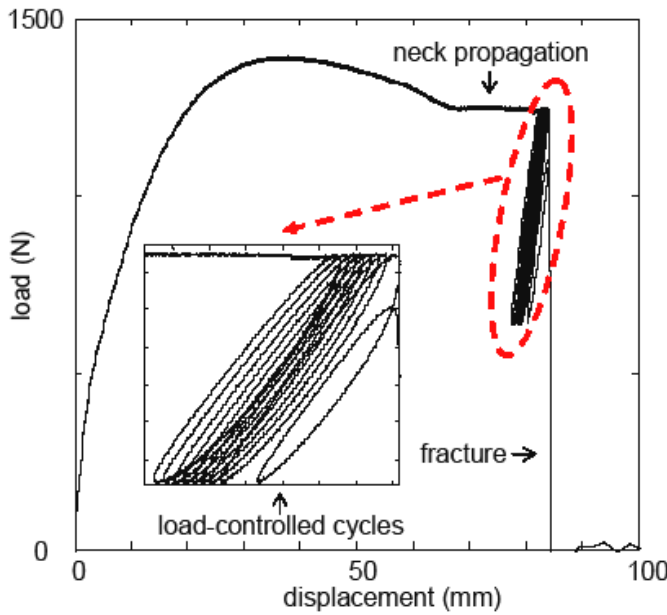
## 4 Tests and results

Tensile tests were performed at room temperature on ISO R527 PA11 samples (see figure 1). PA11 is a thermoplastic semi-crystalline polymer with a triclinic phase and, at room temperature, a glassy amorphous phase. This raw



material has undergone an ageing processing. The glass transition associated with the transition of the amorphous phase occurs at around 45°C.

Figure 2 illustrates the macroscopic mechanical response of the material during the test (load-displacement curve). The tests consisted in a velocity-controlled loading (imposed strain rate of around  $8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) until the displacement reached 82.5 mm. Then the control mode was switched over to the load canal, and 9 sinusoidal cycles were completed (force amplitude = 600 N, time period = 5 s). The sample fracture occurred at the beginning of the 10<sup>th</sup> cycle during the loading phase.



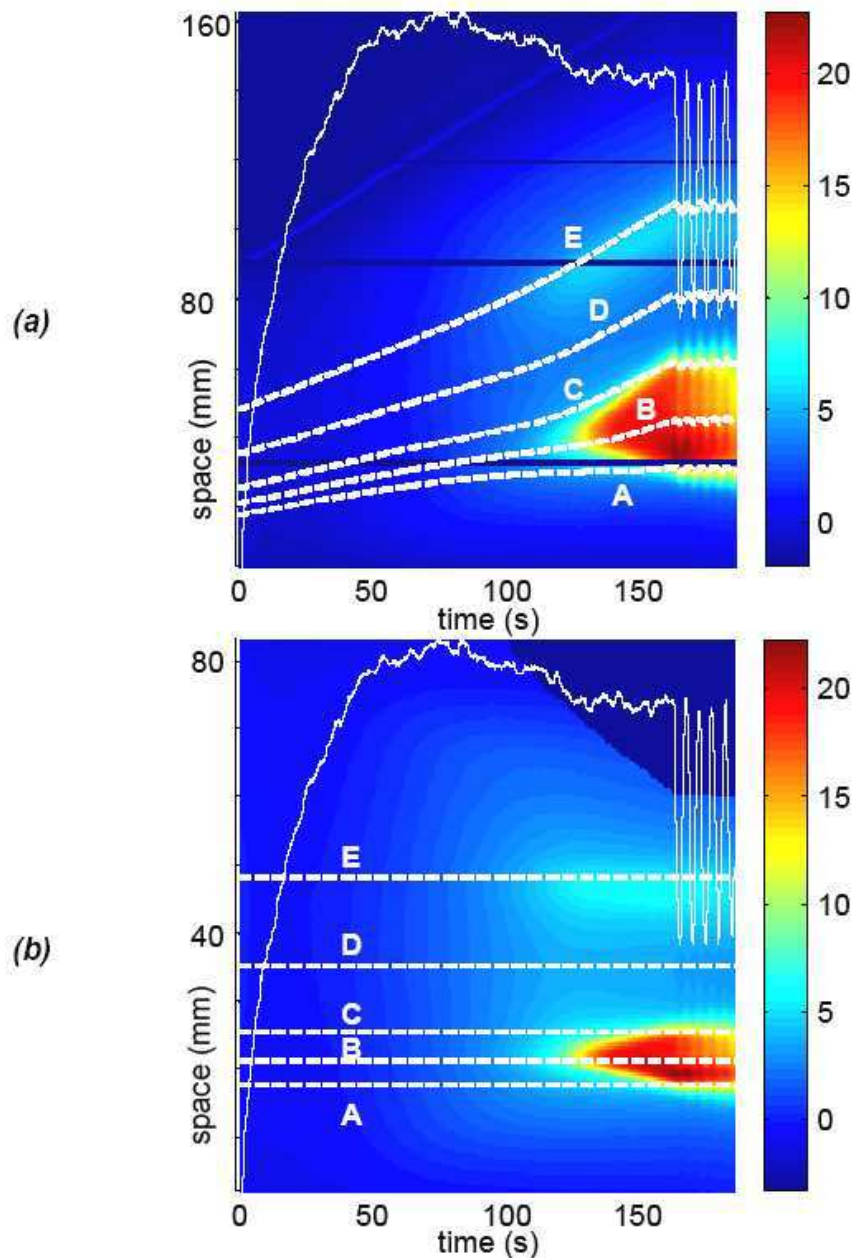
**Fig. 2.** Mechanical response of PA11 sample ( $T_0 = 25^\circ\text{C}$ )

The plateau in figure 2 indicates that this material develops a localized neck in tension. We chose to perform the load cycles after the development of the neck in order to characterize the thermomechanical behavior of the material at large strains, when the macromolecular chains are highly stretched [8-10]. As the oriented chain is much stiffer than the un-oriented one, the orientation mechanism leads to a neck propagation phenomenon. The increase of material stiffness limits the narrowing of the necked zone. To extend further the specimen elongation, the neck must move, drawing material from the un-necked region: the strain-rate is then localized in the necking shoulders, while it remains approximately equal to zero within and outside these necking zones.

The necking is consequently associated with a heterogeneous response of the material. The concentration of heat sources in the necking shoulders and the low diffusivity of the studied polymer generate important temperature gradients that must be taken into account in the computation of the heat sources [3]. The measurement fields being relatively homogeneous according to the specimen width, we chose, for concision's sake, the following representation of our measurement fields: we plot the time course of the data profiles captured along the longitudinal axis of the specimen.

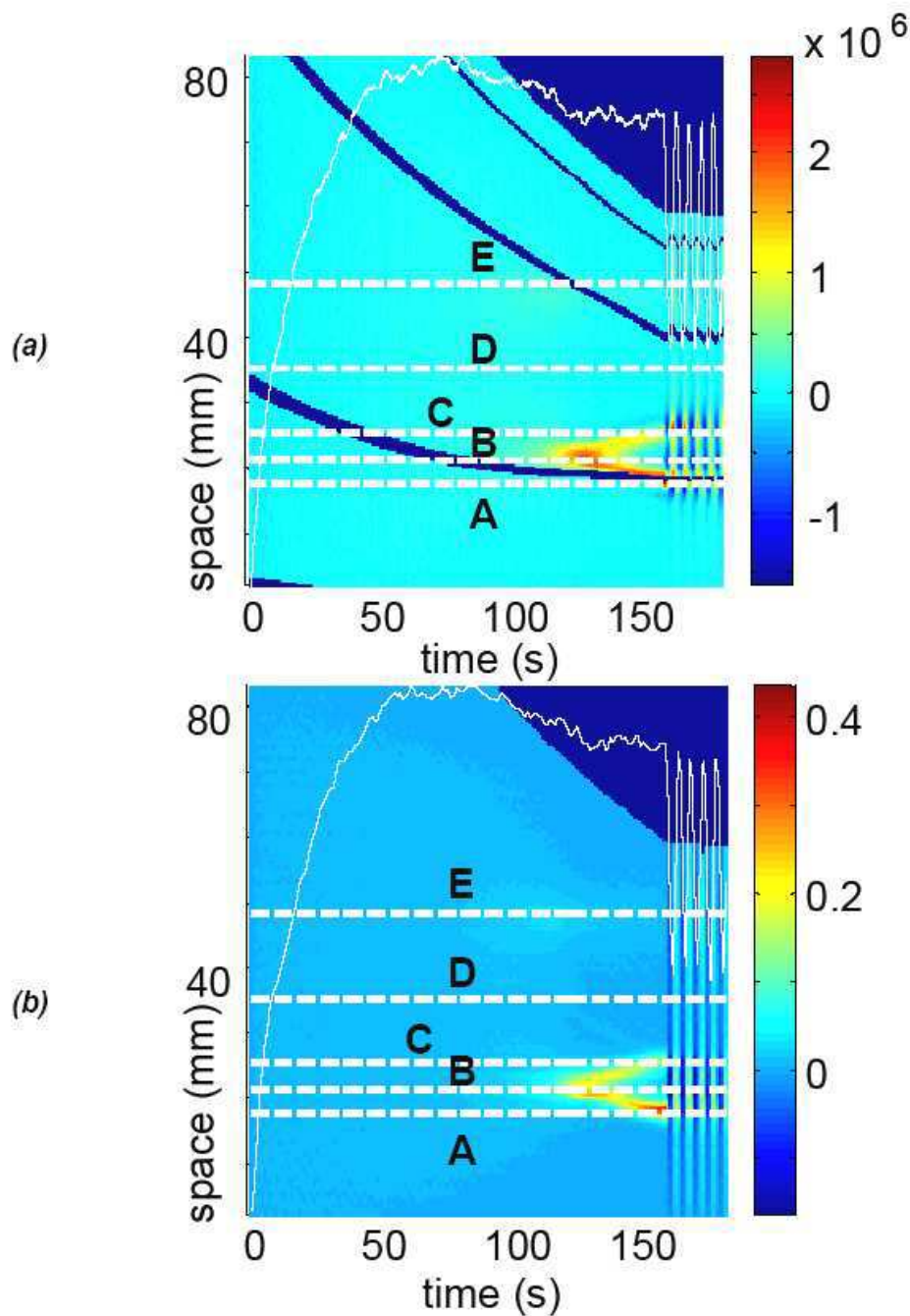
The space-time charts (figures 3, 4, 5) are constructed with the abscissa axis representing the time and the ordinate axis being the longitudinal sample axis. The mechanical response  $\sigma_0(t) = F(t)/(l_0 e_0)$ , where  $F(t)$  stands for the applied load as

a function of time, was superimposed to give the reader a familiar landmark to link the local pattern of the measurements to the loading state of the sample.



**Fig. 3.** Time course of: (a)  $\theta(t, x)$ , (b)  $\theta(t, X)$

Figure 3a presents the time evolution of a crude thermo-profile directly extracted from infrared data files (Eulerian configuration). The room temperature was around 300 K. The darker horizontal lines are related to bad pixels in the IRFPA detector for which no thermal data is available. As the camera is fixed, each pixel no longer corresponds to a fixed MSE as soon as the strain becomes important. The paths of five MSEs named A, B, C, D and E were plotted to illustrate this. Note that the maximum amplitude of the temperature variations reached more than 20°C at point B, which fully justified the choice of an anisothermal thermomechanical framework. Furthermore, this temperature increase was sufficient to warm up the material to the glass transition temperature in the neighborhood of the neck.



**Fig. 4.** Time course of: (a)  $w'_{ch}(t, X)$ , (b)  $\dot{E}_{xx}(t, X)$

The displacement field being known, it is possible to track the temperature of any material zone. Figure 3b shows the thermal data presented in Figure 3a, once the displacements have been taken into account. The paths of MSEs A, B, C, D and E henceforth correspond to horizontal straight lines (Lagrangian configuration).

The progressive narrowing of temperature level curves is difficult to interpret because of heat diffusion. The temperature is not indeed completely intrinsic to the material behavior contrary to the heat sources. Figure 4a shows the time evolution of the corresponding heat sources profile during the test. At the test beginning, distribution of  $w'_h$  is rather homogeneous and negative in accordance with a classical

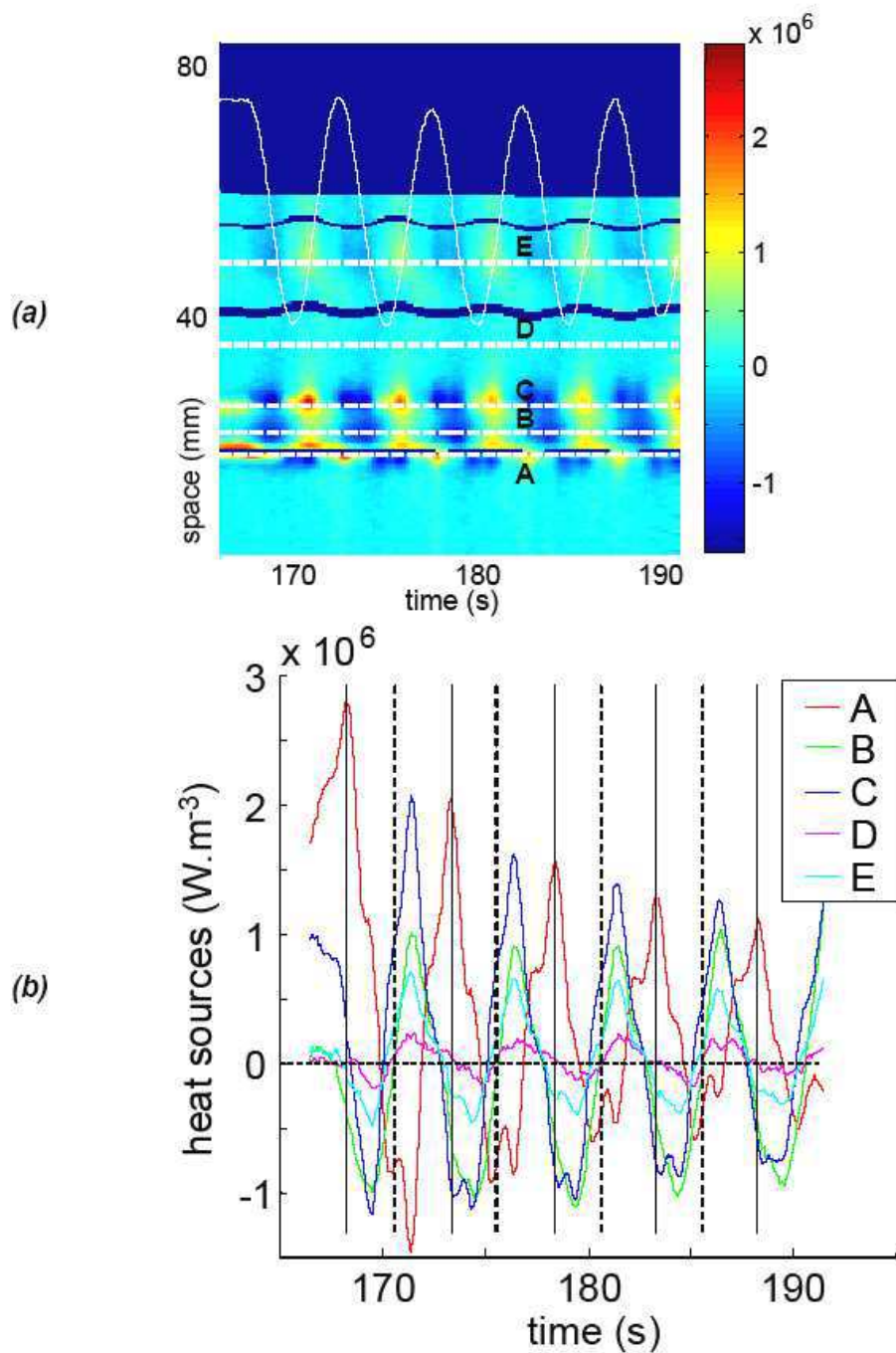


thermoelastic behavior during a simple tensile test. Then  $w_h^*$  become positive and concentrate to give way to the localized necking. This change of sign is related to the development of positive heat sources associated with dissipative mechanisms (viscosity, plasticity). The beginning of the plateau corresponds to the inception of two necking lips: the upper one moves upward to the upper grip (located at the bottom of the figure), and the lower one moves to the lower grip (located at the top of the figure). Figure 4b illustrates the space-time evolution of the longitudinal Lagrangian strain-rate component  $\dot{E}_{xx}(t, X)$ . Heat sources and strain-rate distributions are very similar: the higher the strain-rate, the larger the heat source intensity, and thus, the larger the temperature variations.

The paths of the 5 spotted MSEs  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  and  $E$  are plotted on Figure 4.  $A$  (resp.  $C$ ) corresponds to the location reached by the upper (resp. lower) necking lip at the end of the monotonic loading.  $B$  is associated with the inception of the necking. At the end of the monotonic loading,  $B$  is thus located in the middle of the necked zone. As shown in figure 4b,  $E$  has been chosen in the middle of a second localization zone. Finally,  $D$  is set between  $C$  and  $E$ , in a region not yet reached by the necking.

Figures 5a,b represent the heat sources distribution during the first five cycles. We observe that the heat sources in MSEs  $B$ ,  $C$ ,  $D$  and  $E$  are negative when the applied load decreases and positive when it increases. Conversely in  $A$ , they are negative during the loading and positive during the unloading.

The oscillating part of the responses of the 5 points during the cyclic loading can be associated with coupling mechanisms: The vertical full lines symbolize the beginning of the unloading stages while the vertical dashed lines are associated with the loading stages. In  $A$ , the classical thermoelastic effects can be recognized; for the 4 other MSEs, the coupling source is in phase with the loading as observed in the case of materials in a rubbery state.



**Fig. 5.** (a) Time course of  $w'_{ch}(t, X)$  during the first cycles  
 (b) Time evolution of sources for the different MSEs

## 5 Concluding comments

Some polymers, stretched in a rubbery state, may indeed undergo very large strains in a reversible way. This remarkable behaviour is often called rubber (or entropic) elasticity. The fundamental hypothesis of the molecular theory of rubber elasticity is that the variation of internal energy is proportional to the variation of the absolute temperature [11]. The analogy with ideal gases leads to an internal energy independent of the elongation, the stress being attributed to the so-called



configuration entropy. As in classical elasticity, temperature  $T$  and strain  $\epsilon$  are the chosen state variables. It was shown in [11-12] that for an entropic elasticity the free energy is of the form:

$$\psi(T, \epsilon) = T \xi(\epsilon) + \eta(T) \quad (3)$$

As shown in [6], the coupling sources derived from Eq. (3) are equal to the deformation energy rate  $w_{def}^*$ . These sources are then in phase with the mechanical loading contrary to the classical thermoelastic sources. This last property, the cyclic evolution of the overall heat source and its very small asymmetry led us to claim the existence of a slightly dissipative competition between the two coupling effects. This kind of competition was already observed in thermoplastic rubbers in the presence of a more noticeable intrinsic dissipation [6]. A natural continuation of this work should be the local analysis of the energy balance form within the necking shoulders using adapted optical lenses.

## REFERENCES

- [1] V. Honorat, S. Moreau, J.-M. Muracciole, B. Wattrisse, A. Chrysochoos, Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an IRFPA camera, *Int J. on Quantitative Infrared Thermography*, 2 (2005), n°2, pp.153-172.
- [2] A. Chrysochoos, B. Wattrisse, J.-M. Muracciole., Experimental analysis of strain and damage localization, Symposium on *continuous damage and fracture*, Ed. A. Benallal, (2000), pp.41-51.
- [3] B. Wattrisse, J.-M. Muracciole, A. Chrysochoos, Thermomechanical effects accompanying the localized necking of semi-crystalline polymers, *Int. J. of Therm. Sci*, 41 (2001), pp.422-427.
- [4] P. Germain, Q.-S. Nguyen, P. Suquet, Continuum thermodynamics, *J. of Applied Mechanics*, 50 (1983), pp. 1010-1020.
- [5] B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, M. Nemoz-Gaillard, Analysis of strain localisation during tensile test by digital image correlation, *Experimental Mechanics*, 41 (2000), n° 1, pp. 29-38.
- [6] J.-L. Saurel, Etude thermomécanique d'une famille d'élastomères thermoplastiques, PhD thesis, Montpellier University, France, (1999).
- [7] A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *Int. J. of Eng. Sci.*, 38 (2000), pp.1759-1788.
- [8] M. Ward, Mechanical Properties of solid polymers, John Willey & Sons, (1983).
- [9] S.D. Batterman, J.L. Bassani, Yielding anisotropy and deformation processing of polymers, *Polym. Eng. Sci.*, 30 (1990), 20, pp. 1981-1286.
- [10] C. G'Sell, J. M. Hiver, A. Dahoun, A. Souahi, Video-controlled tensile testing of polymers and metals beyond the necking point, *J. of Material Sciences*, 27 (1992), pp. 5031-5039,
- [11] P. Chadwick, C.F.M. Creasy, Modified entropic elasticity of rubberlike materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 32 (1984), pp. 337-357.
- [12] Ogden R. W., On the thermoelastic modelling of rubberlike solids, *J. of thermal stresses*, 15 (1992), 4, pp. 533-557.

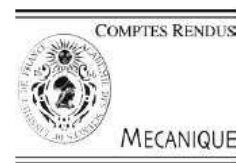
3.3.3) [A7] Analysis of thermoelastic effects accompanying the deformation of PMMA and PC polymers, C.R. Mécanique, 333, pp. 648-653, 2005



Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mécanique 333 (2005) 648–653



<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

## Analysis of thermoelastic effects accompanying the deformation of PMMA and PC polymers

Stéphane Moreau\*, André Chrysochoos, Jean-Michel Muracciole,  
Bertrand Wattrisse

*Laboratoire de mécanique et génie civil, UMR5508 UMII-CNRS, place Eugène-Bataillon, CC048, 34095 Montpellier cedex 05, France*

Received 7 June 2005; accepted 14 June 2005

Available online 8 August 2005

Presented by André Zaoui

### Abstract

A thermographic analysis of heat sources accompanying the deformation of PMMA and PC polymers revealed several possible ways of introducing the thermoelastic coupling effects in the modelling. Therefore we used two basic linear viscoelastic models in which an elastic component was replaced by a thermoelastic branch. This Note highlights the practical interest of our approach for describing variations in thermoelastic sources during pulsating tensile testing of PMMA and PC samples. *To cite this article: S. Moreau et al., C. R. Mécanique 333 (2005).*

© 2005 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

### Résumé

**Analyse des effets thermoélastiques accompagnant la déformation du PMMA et du PC.** L'analyse thermographique des sources de chaleur accompagnant la déformation des polymères PMMA et PC nous a conduit à introduire de plusieurs façons possibles les effets de couplage thermoélastique dans la modélisation. Pour cela, nous avons utilisé deux modèles viscoélastiques linéaires élémentaires dans lesquels un composant élastique a été remplacé par une branche thermoélastique. La *Note* montre l'intérêt pratique d'une telle approche pour décrire l'évolution des sources thermoélastiques du PMMA et du PC lors d'essais de traction ondulée. *Pour citer cet article: S. Moreau et al., C. R. Mécanique 333 (2005).*

© 2005 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

**Keywords:** Computational solid mechanics; Polymers; PMMA; PC; IR thermography; Thermoelasticity

**Mots-clés:** Mécanique des solides numérique; Polymères; PMMA; PC; Thermographie IR; Thermoélasticité

\* Corresponding author.

E-mail address: [smoreau@lmgc.univ-montp2.fr](mailto:smoreau@lmgc.univ-montp2.fr) (S. Moreau).

**1. Introduction**

Within the framework of ‘small perturbations’, polymers are generally considered as viscoelastic materials. The linear theory of viscoelasticity shows that any model is a particular case of Biot’s general model [1], and consequently any ‘series’ model (Poynting–Thomson type (PT)) having  $N$  relaxation times is mechanically equivalent to a ‘parallel’ model (Zener type (Z)) [2,3]. From a thermodynamic standpoint, it is also interesting to note that two equivalent models dissipate the same amount of mechanical energy.

However, recent experimental studies on the mechanical and energy behaviour of several polymers led us to consider linear viscothermoelastic models instead of viscoelastic models [4]. In order to draw up a complete energy balance associated with the deformation process, infrared imaging techniques have been used [5] to estimate the intensity and distribution of heat sources developed during uniaxial pulsating tests with increasing stress amplitude. An analysis of the mechanical and calorimetric effects then showed that for small deformations ( $< 2 \times 10^{-2}$ ) and low strain rates ( $< 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ), i.e. low stress levels ( $< 50 \text{ MPa}$ ), the intensity of dissipation  $d_1$  remained low compared to the thermoelastic source amplitude  $\Delta s_{\text{the}}$  ( $d_1 \approx \Delta s_{\text{the}}/30$ ). Moreover, the experiments showed that the thermoelastic effects could vary between polymers under the same testing conditions. The thermoelastic effects were introduced into two PT and Z type models in order to take these results into account.

This Note first indicates how these models may give different thermoelastic responses under the same loading conditions. Then, based on a thermographic analysis of calorimetric effects, the thermoelastic sources induced by the deformation of PMMA and PC polymers are shown to be respectively in a quite good agreement with predictions generated by PT and Z type models.

**2. PT and Z type models taking thermoelasticity into account**

We considered one-dimensional PT and Z type rheological models with thermoelastic branches replacing the elastic springs. For simplicity, the spectrum of each model was limited to only one relaxation time. All configurations were naturally considered in [4]. Here, we have eliminated those that give the same thermoelastic responses under the same loading conditions and those for which the dilatation parameters are not separately measurable using standard dilatometry techniques. The two remaining candidate models are plotted in Fig. 1.

For small perturbations, the state variables chosen for both models are:  $\theta = T - T_0$  the temperature variation with respect to the room temperature (named  $T_0$ ),  $\varepsilon$  the tensile strain and  $\varepsilon_v$  the viscous part of  $\varepsilon$ . Our experimental observations indicated that the temperature variations remained low, so  $\theta \ll T_0$ . The  $E, h, K, k$  constants are elasticity moduli,  $\alpha$  and  $\beta$  are linear thermal expansion coefficients, and  $\eta$  and  $\mu$  are viscosity parameters. The material constants  $\rho, C$  and  $\kappa$ , representing the density, the specific heat and the isotropic conduction coefficient, respectively, are still introduced. Both models belong to the classical framework of generalized standard models [6], so derivation of the heat equation then enabled us to specify the form taken by the different heat sources.

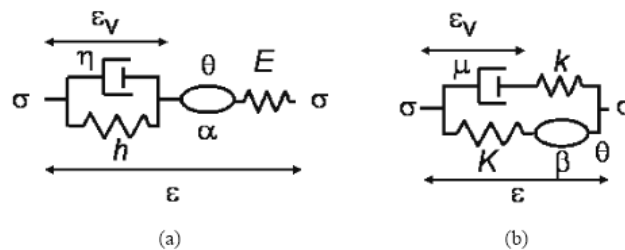


Fig. 1. Basic sketch of 1D thermoviscoelastic models: (a) PT type; (b) Z type.  
 Fig. 1. Schématisation des modèles thermoviscoélastiques 1D de (a) PT et (b) Z.

### 2.1. PT type model

With the above notations, the volume free energy and the dissipation potential are as follows:

$$\begin{cases} \psi^{\text{PT}}(\theta, \varepsilon, \varepsilon_v) = \frac{E}{2}(\varepsilon - \alpha\theta - \varepsilon_v)^2 - \left(\frac{E\alpha^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2T_0}\right)\theta^2 - s_0\theta + \frac{h}{2}\varepsilon_v^2 \\ \varphi^{\text{PT}}(q, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2\kappa T_0} + \frac{\eta}{2}\dot{\varepsilon}_v^2 \end{cases} \quad (1)$$

where  $s_0$  is the specific entropy associated with the initial state  $(\theta, \varepsilon, \varepsilon_v) = (0, 0, 0)$ , and where  $q$  is the heat influx vector. The heat diffusion equation can then be written as:

$$\rho C \dot{\theta} + \text{div } q = \eta \dot{\varepsilon}_v^2 - E\alpha T_0(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_v) \quad (2)$$

where the intrinsic dissipation  $d_1^{\text{PT}} = \eta \dot{\varepsilon}_v^2$  and the thermoelastic source  $s_{\text{the}}^{\text{PT}} = -E\alpha T_0(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_v)$ . Eq. (2) is classically derived by combining the local expression of the two principles of thermodynamics [7] in the particular case of potentials defined by Eq. (1). Since the dissipation potential does not depend on  $\dot{\varepsilon}$ , the stress is, by construction, written as:

$$\sigma = \psi_{,\varepsilon}^{\text{PT}} = E(\varepsilon - \alpha\theta - \varepsilon_v) \quad (3)$$

This equation allowed us to draw up experimental protocols to estimate the two parameters  $\alpha$  and  $E$ .  $\alpha$  was estimated by using dilatometry tests performed at very slow ramp heating so that the stress and viscous strain remained at zero:

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\theta} \right|_{\sigma=0, \varepsilon_v=0} = \alpha \quad (4)$$

We stress that to be able to interpret the structural data given by a dilatometer in terms of material characteristics, the temperature rate must be sufficiently low to ensure a suitable thermal equilibrium throughout the sample. This constraint eliminates the possibility of distinguishing instantaneous from delayed dilatation mechanisms.

In a second step, we estimated the elasticity modulus  $E$  by considering the initial slope of a stress-strain curve corresponding to adiabatic loading performed at a sufficiently high strain rate. By neglecting the viscous strain, the intrinsic dissipation and the heat losses by conduction, Eqs. (2) and (3) then give:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon_v=0, q=0} = E \left( 1 + \frac{E\alpha^2 T_0}{\rho C} \right) \quad (5)$$

### 2.2. Z type model

The volume free energy and the dissipation potential associated with the Z type model are as follows:

$$\begin{cases} \psi^{\text{Z}}(\theta, \varepsilon, \varepsilon_v) = \frac{K}{2}(\varepsilon - \beta\theta)^2 - \left(\frac{K\beta^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2T_0}\right)\theta^2 - s_0\theta + \frac{k}{2}(\varepsilon - \varepsilon_v)^2 \\ \varphi^{\text{Z}}(q, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2\kappa T_0} + \frac{\mu}{2}\dot{\varepsilon}_v^2 \end{cases} \quad (6)$$

where  $s_0$  and  $q$  have the same meaning as in the previous model. The corresponding heat equation is written as:

$$\rho C \dot{\theta} + \text{div } q = \mu \dot{\varepsilon}_v^2 - K\beta T_0 \dot{\varepsilon} \quad (7)$$

In the right-hand member of Eq. (7), the intrinsic dissipation  $d_1^{\text{Z}}$  is  $\mu \dot{\varepsilon}_v^2$  while the thermoelastic coupling source  $s_{\text{the}}^{\text{Z}}$  corresponds to  $-K\beta T_0 \dot{\varepsilon}$ . With the irreversible part of the stress being zero, the stress is derived from the state equation:

$$\sigma = \psi_{,\varepsilon}^{\text{Z}} = K(\varepsilon - \beta\theta) + k(\varepsilon - \varepsilon_v) \quad (8)$$



The dilatation coefficient  $\beta$  was estimated using, as before, data extracted from dilatometry tests performed at very low ramp heating in order to ensure a mechanical and thermal equilibrium, so that  $\sigma = 0$  and  $\varepsilon = \varepsilon_v$ , and hence:

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\theta} \right|_{\sigma=0, \varepsilon_v=\varepsilon} = \beta \tag{9}$$

The  $K$  modulus was obtained using relaxation tests at different strain amplitudes. The  $K$  modulus is the slope of the straight line which describes the correspondence between the stress level and the strain amplitude once the mechanical and thermal equilibrium is reached.

$$\left. \frac{\sigma}{\varepsilon} \right|_{\varepsilon_v=\varepsilon, \theta=0} = K \tag{10}$$

### 3. Analysis of thermoelastic effects of PMMA and PC polymers

These materials are very often used in industrial applications. Both polymers were provided by ATOFINA. We used standard dog bone shaped test specimens with the following gauge part sizes: length (60 mm), width (10 mm), thickness (4 mm). The main thermophysical characteristics of both materials are grouped in Table 1. Note that the temperature  $T_\beta$  corresponding to the first sub-vitreous relaxation peak of the PMMA is slightly greater than the room temperature at which the tests were performed ( $T_0 \approx 20\text{--}24^\circ\text{C}$ ), while the relaxation peak temperature of the PC polymer is highly negative. At around room temperature, the PC samples consequently showed greater molecular mobility than the PMMA samples. Due to this property, the PC samples had good ductility while the PMMA samples remained particularly brittle. As the glass transition temperature of both polymers is greater than  $100^\circ\text{C}$ , they naturally remained in a glassy state during the deformation tests. Besides, the  $\alpha$  and  $\beta$  coefficients were measured under the same experimental conditions. Hence  $\alpha = \beta$  even though a different thermodynamic path depending on the model is associated with a (very slow) dilatometry test (cf. Eqs. (5) and (9)).

Figs. 2 and 4 show a time course presentation of the longitudinal temperature profiles  $\theta(x, t)$  recorded by the infrared camera. In order to depict the  $\theta$  profiles as a function of loading, the tensile stress was superimposed (black curve). When the regularity of the specimen geometry and the low material diffusivity were taken into account, we considered that the mean heat source over each cross-section was sufficiently representative of the material behaviour [6]. The uniform character of the temperature profiles is indeed consistent with a homogeneous distribution of the sources, especially for materials with low thermal diffusivity.

The primacy of the thermoelastic effects over the dissipation can easily be checked: Figs. 2 and 4 indicate a distinct cooling of the specimen during the loading stages and heating during the unloading stages, with the mean temperature over each load-unload cycle being approximately zero. The image processing methods used to estimate

Table 1  
Thermophysical properties of PMMA and PC

Tableau 1  
Propriétés thermophysiques du PMMA et du PC

	$\rho$ (measured) (Kg m <sup>-3</sup> )	$C$ [8] (J Kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )	$\kappa$ [8] (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$\alpha = \beta$ (measured) (°C <sup>-1</sup> )	$E$ (measured) (MPa)	$K$ (measured) (MPa)	$T_\beta$ [9] (°C)	$T_g$ [9] (°C)
PMMA	1160	1450	0.17	$70 \times 10^{-6}$	3650	3500	35	105–120
PC	1190	1200	0.2	$70 \times 10^{-6}$	2650	2570	-70	145



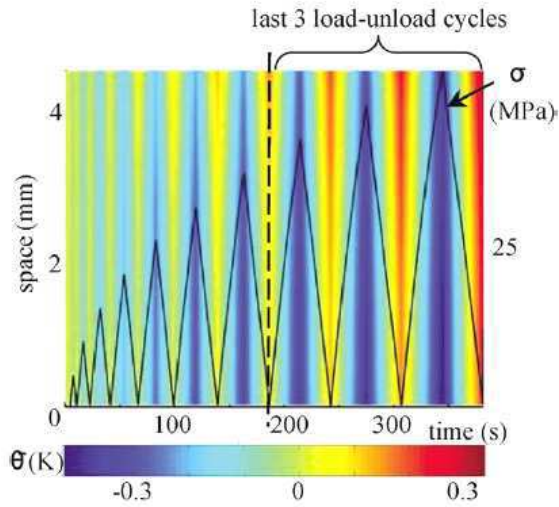


Fig. 2. PMMA mechanical and thermal responses during a cyclic pulsating test.

Fig. 2. Réponses mécanique et thermique du PMMA au cours d'un essai cyclé.

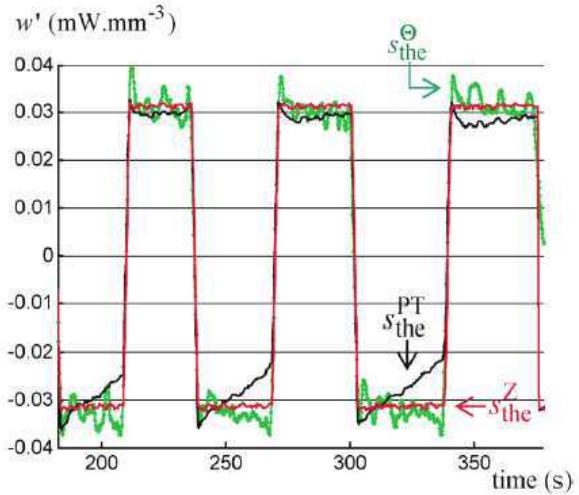


Fig. 3.  $s_{the}^{\Theta}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  patterns associated with the last three load-unload cycles (PMMA).

Fig. 3. Evolution de  $s_{the}^{\Theta}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  associée aux trois derniers cycles de charge-décharge, PMMA.

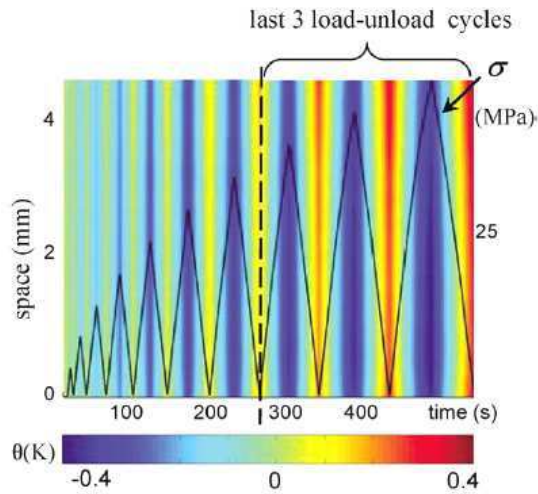


Fig. 4. PC mechanical and thermal responses during cyclic pulsating tests.

Fig. 4. Réponses mécanique et thermique du PC au cours d'un essai cyclé.

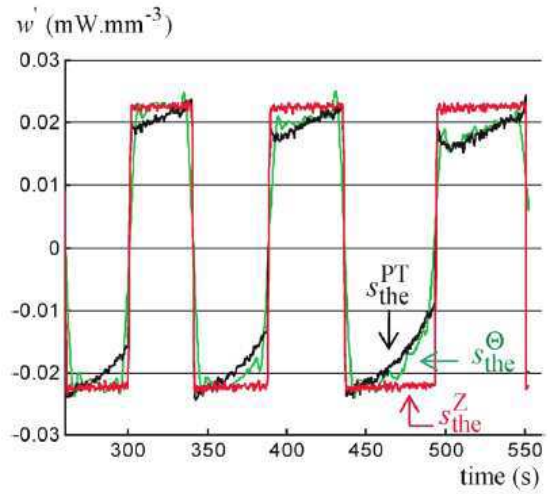


Fig. 5.  $s_{the}^{\Theta}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  patterns associated with the last three load-unload cycles, (PC).

Fig. 5. Evolution de  $s_{the}^{\Theta}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  associée aux trois derniers cycles de charge-décharge, (PC).

heat source patterns have already been thoroughly described in [5]. A one-dimensional thermal diffusion model was used hereafter. Where  $o_z$  denotes the loading direction, the diffusion equation can be expressed:

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{th}} \right) - k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = w'_{ch} \tag{11}$$

where  $\tau_{th}$  is a time constant characterizing heat losses perpendicular to the loading direction,  $w'_{ch}$  is the overall heat source which here comes essentially from thermoelastic couplings. The time constant  $\tau_{th}$  was estimated while considering the temperature variations in the middle of the sample gauge part during the return to thermal equilibrium [5]. Hence,  $w'_{ch} \approx s_{the}^{\Theta}$ , where  $s_{the}^{\Theta}$  is the thermoelastic source derived from infrared data. In Figs. 3 and 5, we plotted variations in  $s_{the}^{\Theta}$ , i.e. the thermoelastic source derived from the PT type model  $s_{the}^{PT}$  and from the Zener type models  $s_{the}^Z$ . These two latter sources were computed using stress and strain measurements:  $s_{the}^{PT} \approx -\alpha T_0 \dot{\sigma} (E\alpha^2 T_0 / \rho C < 4\%)$ , and  $s_{the}^Z = -\beta T_0 K \dot{\epsilon}$ .

Concerning the PMMA behaviour, Fig. 3 shows that the variations in  $s_{the}^{\Theta}$  and  $s_{the}^Z$  remained close at all the stress levels. Conversely, the source  $s_{the}^{PT}$  was quasi linear throughout the loading while  $s_{the}^{\Theta}$  remained almost constant. In Fig. 5, the estimates of the three thermoelastic sources  $s_{the}^{\Theta}$ ,  $s_{the}^Z$ ,  $s_{the}^{PT}$  were plotted. Concerning the PC behaviour, a better prediction was obtained with the PT type model.

For the two materials studied, it should be noted that the order of magnitude of the thermoelastic source amplitude was about  $60 \mu W mm^{-3}$  whereas the dissipation intensity remained under  $2 \mu W mm^{-3}$ .

#### 4. Concluding comments

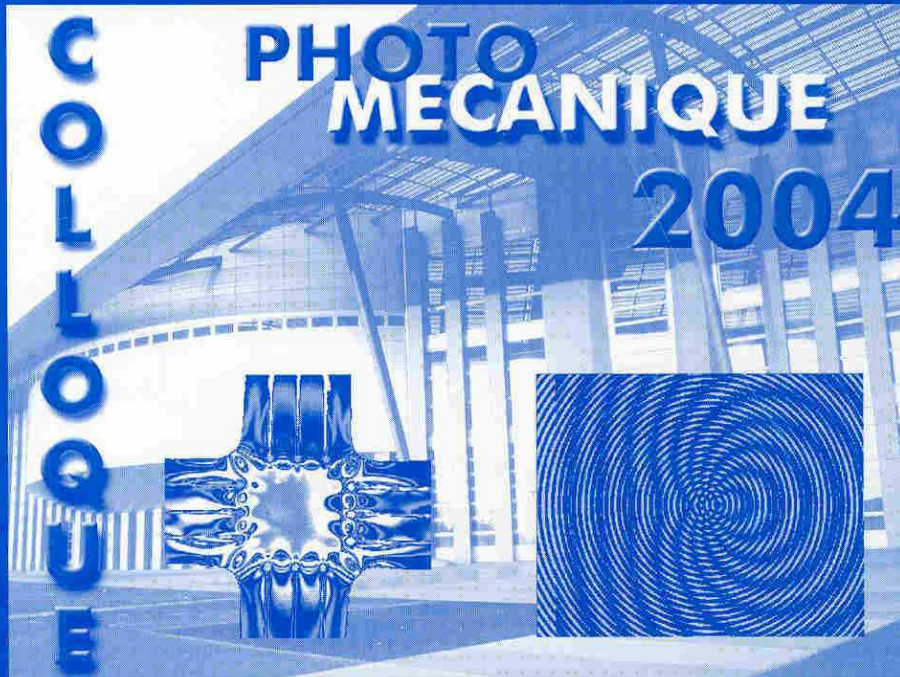
Within a small perturbation framework, the results of thermographic experiments led us to use viscothermoelastic models to describe the thermomechanical behaviour of PMMA and PC polymers. Indeed, from an energy standpoint, we observed a predominance of thermoelastic effects as compared to viscous dissipation. In this context, we noted a non-systematic equivalence between ‘series’ and ‘parallel’ models. This distinction appeared to be useful for describing differences in thermoelastic effects on PMMA and PC behaviours under the same loading conditions. A comparison of the thermoelastic sources, first derived from thermal data and secondly computed with mechanical measurements, showed that PMMA resembles a Z type model while PC resembles a PT type model. Complementary analyses are currently under way to determine if this behavioural difference is correlated with the intensity of molecular mobility.

#### References

- [1] M.A. Biot, *Mechanics of Incremental Deformations*, John Wiley & Sons, 1965 (Chapter VI, pp. 337–396).
- [2] J.D. Ferry, *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley & Sons, 1980 (Chapter I, pp. 1–32).
- [3] T. Alfrey Jr., *Mechanical Behaviour of High Polymers*, vol. VI, Interscience Publishers, New York, 1948 (Chapter B, pp. 93–233).
- [4] S. Moreau, *Etude calorimétrique par thermographie infrarouge de la thermo-visco-élasticité de quatre polymères*, PhD Thesis, Montpellier University, 2004.
- [5] A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *Int. J. Engrg. Sci.* 38 (2000) 1759–1788.
- [6] P. Germain, Q.S. Nguyen, P. Suquet, *Continuum thermodynamics*, *J. Appl. Mech.* 50 (1983) 1010–1020.
- [7] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990 (Chapter II, pp. 37–68).
- [8] Atofina, Documentation, [http://www.atofina.com/groupe/fr/elf\\_2.cfm](http://www.atofina.com/groupe/fr/elf_2.cfm).
- [9] G.W. Ehrenstein, F. Montagne, *Matériaux polymères*, Hermès Science Publications, 1999 (pp. 302–319).

3.3.4) [Cn4] Analyse calorimétrique de la fatigue des matériaux, ISBN 2-9511591-3-7, pp. 401-408, 2004

**Y. BERTHAUD, P. GABORIT, M. GRÉDIAC,  
J.J. ORTEU, L. ROBERT, T. SENTENAC**



**ÉTUDE DU COMPORTEMENT  
DES MATÉRIAUX ET DES STRUCTURES**



**ECOLE DES MINES D'ALBI**  
C A R M A U X



**G A M A C**  
Groupement pour l'Avancement  
des Méthodes d'Analyse des Contraintes



---

## Analyse calorimétrique de la fatigue des métaux

**André Chrysochoos, Thomas Boulanger, Bertrand Wattrisse**

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil*

*UMR 5508 CNRS-UMII, CC 048, Université Montpellier II*

*Place Eugène Bataillon 34 095 Montpellier Cedex 05*

*email : chryso@lmgc.univ-montp2.fr, boulanger@lmgc.univ-montp2.fr,*

*wattrisse@lmgc.univ-montp2.fr*

**Anna-Eva Morabito**

*Dipartimento di Ingegneria dell'Innovazione ,*

*Università à Degli Studi di Lecce*

*Viale Gallipoli 49, 73100 Lecce, Italia*

*email : annaeva.morabito@unile.it*

---

*RÉSUMÉ : On présente une méthode de traitement d'images infrarouges développée pour étudier les effets calorifiques accompagnant la fatigue des métaux. La méthode permet d'estimer séparément les sources thermoélastiques et la puissance mécanique dissipée durant l'essai. Elle est fondée sur une approximation locale du champ de température de surface de l'éprouvette utilisant un ensemble de fonctions dépendant de l'espace et du temps et tenant compte des propriétés fréquentielles des sources recherchées. On montre, pour deux alliages courants, que l'analyse d'image permet d'étudier la répartition des sources de chaleur au sein de la partie utile de l'éprouvette.*

---

### 1. Introduction

Lors d'un essai de fatigue à grand nombre de cycles, la déformation des matériaux métalliques s'accompagne de sources de chaleur de différente nature. Les premières sont induites par la thermodilatabilité des matériaux et correspondent aux sources de couplage thermoélastique. Les secondes, très souvent de plus faible intensité, entraînent des échauffements de nature dissipative associés aux transformations microstructurales irréversibles (la fatigue) qui, cycle après cycle, conduisent à la ruine de la structure. Plusieurs équipes de recherche se sont intéressées à ces auto-échauffements en tant qu'indicateur de l'état d'avancement de la fatigue du matériau. Certaines de ces équipes considèrent que le changement brusque du régime d'échauffement observé à un certain niveau de contrainte peut être empiriquement relié à la limite de fatigue ([Luong, 98], [La Rosa and Risitano, 00]). Cependant, même si de bonnes estimations de cette limite ont quelques fois été obtenues, cette méthode a souvent donné des résultats discutables [Krapez *et al.*, 00]. D'une façon générale, il convient de rappeler que les variations de température ne sont jamais totalement intrinsèques au comportement du matériau, elles dépendent de l'intensité et de la distribution des sources mais également de la diffusivité

du matériau et des conditions d'échange thermique avec l'entourage. C'est pourquoi, depuis plusieurs années, nous nous intéressons aux mécanismes de fatigue, non pas aux travers des effets thermiques mais plutôt des effets calorifiques qui leurs sont associés, ([Mabru et Chrysochoos, 01], [Boulanger *et al.*, 03]). La première étape de ce travail a donc été de mettre en place une méthode expérimentale permettant de construire les distributions de sources dissipatives et de couplage en utilisant les images thermiques fournies par une caméra infrarouge.

Cet article est structuré de la façon suivante : dans un premier temps, on rappelle les diverses formes simplifiées du problème de diffusion suivant les hypothèses faites sur la distribution des sources. Le calcul des sources est fondé sur une approximation locale du champ des températures. L'ensemble de fonctions d'approximation est choisi en tenant compte de propriétés fréquentielles des sources recherchées. Le traitement d'exemples numériques proches des conditions d'expérience permet de vérifier que la méthode donne de bons résultats même dans le cas de signaux bruités et sous-échantillonnés. On présente enfin quelques résultats d'expériences menées sur un acier courant et un alliage d'aluminium.

## 2. Modèles thermiques

### 2.1. Sources de chaleur

Les mécanismes de fatigue sont assimilés à des processus irréversibles et quasi-statiques au sens thermodynamique et mécanique. Les variables d'état choisies pour caractériser un volume élémentaire de matière sont :  $T$ , la température absolue,  $\varepsilon$ , le tenseur des petites déformations, et  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{n-2})$ , un vecteur de variables internes scalaires caractérisant l'état microstructural. En notant  $\psi$  l'énergie libre de Helmholtz, l'équation locale de diffusion de la chaleur s'écrit [Germain, 75] :

$$\rho C \dot{T} - \text{div}(k \cdot \text{grad} T) = \underbrace{(\sigma - \rho \psi_{,\varepsilon}) : \dot{\varepsilon}}_{d_1} - \underbrace{\rho \psi_{,\alpha} \cdot \dot{\alpha}}_{s_{\text{the}}} + \underbrace{\rho T \psi_{,T\varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \rho T \psi_{,T\alpha} \cdot \dot{\alpha}}_{s_{\text{ic}}} + r_c, \quad (1)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $C$  la chaleur spécifique,  $k$  le tenseur de conduction du matériau,  $\sigma$  le tenseur de contrainte de Cauchy. On note  $d_1$  la dissipation intrinsèque,  $s_{\text{the}}$  la source thermoélastique,  $s_{\text{ic}}$  les sources dues aux couplages entre température et variables internes et  $r_c$  la source volumique due au rayonnement.

Le calcul des sources fait appel aux hypothèses simplificatrices suivantes :

- $\rho$  et  $C$  sont des constantes matérielles indépendantes de l'état thermodynamique,
- les termes convectifs de la dérivée particulaire sont négligés,
- la conduction est isotrope ( $k_{ij} = k \delta_{ij}$ ),
- $r_c$  est indépendant du temps de sorte que le champ de température d'équilibre  $T_0$  vérifie l'équation  $-k \Delta T_0 = r_c$ ,
- les variations de température  $\theta = T - T_0$  non pas d'influence sur l'état microstructural.

La dernière hypothèse devient évidemment fautive dès que les échauffements induits par la fatigue deviennent importants. Seules des variations faibles de température seront considérées dans ce qui suit. Dans un tel contexte, les sources  $s_{\text{ic}}$  sont négligées et l'ensemble des hypothèses précédentes permet de réécrire l'équation (1) sous la forme compacte suivante :



$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{k}{\rho C} \Delta \theta = \frac{d_1}{\rho C} + \frac{s_{\text{the}}}{\rho C}. \quad (2)$$

Divisées par  $\rho C$ , les sources ont pour unité le  $^{\circ}\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$ . Cette opération permet de définir pour chaque type de source une *vitesse équivalente d'échauffement* associée à un processus thermique monotone en condition adiabatique. Elle facilite la comparaison des sources de natures différentes et/ou d'un matériau à l'autre.

## 2.2. Equation de diffusion

On rappelle brièvement, ci-après, les diverses formes prises par l'équation de diffusion de la chaleur suivant l'hypothèse que l'on accepte de formuler sur la distribution des sources. Un exposé plus détaillé de cette analyse est proposé dans [Chrysochoos, 95] et [Chrysochoos et Louche, 00]. Les résultats se fondent sur une étude de la solution spectrale de l'équation de la chaleur (2) lorsque les conditions aux limites sont de type Fourier. On considère des échantillons minces et plats caractérisés par  $L$ ,  $l$  et  $e$  la longueur, la largeur et l'épaisseur de la partie utile. Les coordonnées associées sont respectivement notées  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Le *modèle thermique 2D* repose sur une intégration de l'équation de la chaleur dans l'épaisseur de l'éprouvette. L'utilisation pratique de l'équation moyennée impose que la température mesurée en surface reste proche de la température moyenne dans l'épaisseur. Cette hypothèse est d'autant mieux vérifiée que la distribution des sources est régulière, que le temps caractéristique  $\rho C e^2/k$  est faible et que les fuites de chaleur par les faces avant et arrière restent linéaires. En notant  $\theta(t, x, y)$  le champ des variations de température de surface, l'équation de diffusion 2D s'écrit :

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{\text{th}}^{2D}} \right) - k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) = s, \quad (3)$$

où  $s(t, x, y)$  est la distribution surfacique des sources à l'instant  $t$  et où  $\tau_{\text{th}}^{2D}$  est une constante de temps caractéristique des fuites par les faces avant et arrière.

Le *modèle thermique 1D* s'appuie sur une intégration de l'équation de diffusion dans chaque section droite. Cela sous-entend que la distribution des sources dans une section est suffisamment régulière pour pouvoir être représentée par sa valeur moyenne, et que la température moyenne mesurée suivant la largeur de l'éprouvette reste proche de la température moyenne de la section. En notant alors  $\theta(t, x)$  le profil longitudinal moyen des températures, l'équation de diffusion 1D s'écrit :

$$\rho C \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{\text{th}}^{1D}} \right) - k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right) = s, \quad (4)$$

où  $s(t, x)$  est le profil longitudinal des sources à l'instant  $t$  et où  $\tau_{\text{th}}^{1D}$  est une constante de temps caractéristique des fuites par les faces latérales de l'éprouvette.

### 3. Traitement d'images

#### 3.1. Méthodologie

Un essai de fatigue comprend un très grand nombre de cycles de chargement (*e.g.*,  $10^6$ ) effectués à une fréquence élevée (*e.g.*, 50 Hz). Les blocs de chargement que nous considérons ici sont limités à  $2 \cdot 10^4$  cycles pour des fréquences allant de 1 à 50 Hz. Pour de tels chargements, une estimation des sources de chaleur utilisant les techniques de Fourier s'avère problématique voire techniquement impossible à mettre en œuvre suivant les possibilités offertes par le dispositif infrarouge et les capacités du système de traitement. Aussi, nous sommes-nous orientés vers une méthode de lissage plutôt que de filtrage des champs de température.

La linéarité des équations (3,4) et des conditions aux limites nous permet d'étudier séparément l'influence des sources de chaleur. Nous définissons ainsi  $\theta_{the}$  et  $\theta_d$  associées respectivement aux sources  $s_{the}$  et  $d_1$ .

Le comportement thermoélastique est supposé linéaire et isotrope. En notant  $\lambda$  le coefficient de dilatation linéique et  $K$  le module de compression hydrostatique, on vérifie pour les deux matériaux étudiés (acier et duralumin) que le rapport  $9K\lambda^2T_0/\rho C$  reste petit devant 1. Dans un tel cas, pour des chargements sinusoïdaux de la forme :

$$\sigma(t) = \sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2} \sin(2\pi f_L t), \quad (5)$$

on peut montrer que la source thermoélastique a les propriétés suivantes :

- $s_{the}$  bat à la même fréquence que  $\sigma$ ,
- la variation d'énergie thermoélastique s'annule à la fin de chaque cycle,

$$w_{the} = \int_{\text{cycle}} s_{the} d\tau = 0 \quad (6)$$

Dans ce qui suit, on notera  $\Delta s_{the}$  et  $\Delta\theta_{the}$  la moyenne des *étendues* des signaux  $s_{the}$  et de  $\theta_{the}$  associées à un nombre entier  $n$  de cycles.

Concernant les effets dissipatifs, on considère que les évolutions irréversibles de la microstructure dues à la fatigue sont lentes et peuvent être caractérisées par une dissipation moyennée sur  $n$  cycles ( $n \sim 50$ ),

$$\bar{d}_1 = \int_{n \text{ cycles}} n^{-1} f_L d_1 d\tau. \quad (7)$$

C'est l'étendue  $\Delta s_{the}$  et la moyenne  $\bar{d}_1$  que l'on cherche à estimer *via* le traitement d'images. Pour cela, un lissage local par moindres carrés des données thermiques a été choisi. La fonction locale d'approximation est de la forme :

$$\theta_{app}(\mathbf{x}, t) = p_1(\mathbf{x})t + p_2(\mathbf{x}) + p_3(\mathbf{x})\cos(2\pi f_L t) + p_4(\mathbf{x})\sin(2\pi f_L t) \quad (8)$$

Les fonctions trigonométriques décrivent la partie périodique du signal thermoélastique tandis que la partie linéaire tient compte des effets thermoélastiques transitoires, des

échauffements dus à la dissipation, des éventuelles dérivées thermiques de l'aire d'essai. Les fonctions  $p_i(\mathbf{x})$ ,  $i=1,\dots,4$ , sont :

- des polynômes du 2<sup>nd</sup> degré en  $x$  et en  $y$  (analyse 2D, équation (3))
- des polynômes du 2<sup>nd</sup> degré en  $x$  (analyse 1D, équation (4))

Par exemple, pour le modèle thermique 1D, le traitement introduit  $3 \times 4 = 12$  paramètres  $P_1, \dots, P_{12}$  pour chaque fenêtre de lissage. Les expressions correspondantes de  $\Delta s_{\text{the}}$  et de  $\bar{d}_1$  sont respectivement :

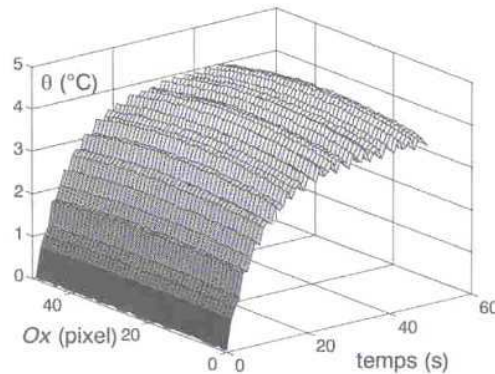
$$\Delta s_{\text{the}} = 2 \sqrt{\left( \frac{I^2}{N_p} (2\pi f_L P_1 + \frac{P_2}{\tau_{\text{th}}^{1D}}) + 2\pi f_L P_9 - \frac{2kP_2}{\rho C \Delta x^2} + \frac{P_{10}}{\tau_{\text{th}}^{1D}} \right)^2 + \left( \frac{I^2}{N_p} (\frac{P_1}{\tau_{\text{th}}^{1D}} - 2\pi f_L P_2) - 2\pi f_L P_{10} - \frac{2kP_1}{\rho C \Delta x^2} + \frac{P_9}{\tau_{\text{th}}^{1D}} \right)^2}, \quad (9)$$

$$\bar{d}_1 = \left( \frac{P_3}{\Delta t} + \frac{P_4}{\tau_{\text{th}}^{1D}} \right) \frac{I^2}{N_p} - 2 \frac{kP_4}{\rho C \Delta x^2} + \frac{P_{11}}{\Delta t} + \frac{P_{12}}{\tau_{\text{th}}^{1D}}, \quad (10)$$

où  $N_p = 2 \times N_0 + 1$  est le nombre de pixels,  $I^2 = \sum_{i=-N_0}^{i=N_0} i^2$ ,  $\Delta x$  est la résolution spatiale de la caméra,  $\Delta t$  le pas de temps associé à la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ .

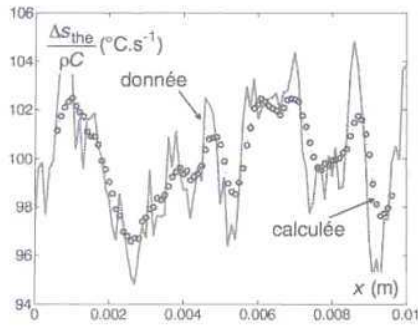
### 3.2. Contrôle de validité du traitement

Le contrôle de la méthode peut s'effectuer en comparant, une distribution donnée de sources de chaleur à celle déduite des températures calculées *via* un des modèles thermiques. Les températures calculées peuvent être bruitées pour éprouver la robustesse de la méthode pour un rapport  $r_f = f_s/f_L$  fixé. La *figure 1.a* présente, dans le cadre d'une analyse 1D, le champ des températures bruitées et sous-échantillonné ( $r_f \approx 0,38$ ). Les *figures 1.b* et *1.c* permettent de comparer les sources reconstruites aux sources données distribuées, dans cet exemple, de façon aléatoire dans l'espace et uniforme dans le temps.

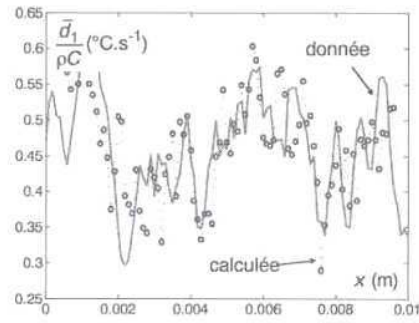


(a) champ sous-échantillonné de températures bruitées





(b) profil des sources thermoélastiques



(c) profil des dissipations

Figure 1 : Exemple de contrôle de la méthode de traitement

#### 4. Quelques résultats

L'analyse des données infrarouges montre que  $\Delta s_{\text{the}}$  et  $\bar{d}_1$  varient peu au cours d'un bloc de charge à  $\Delta\sigma$  fixé. Cette propriété n'est évidemment plus vraie lors du (dernier) bloc où une fissure macroscopique apparaît et progresse. Hormis ce cas, il est raisonnable d'associer, en première approximation, une distribution moyenne de sources. La figure 2-a présente, dans le cas d'un acier, l'évolution du profil longitudinal des sources thermoélastiques pour une série de 10 blocs de 20 000 cycles,  $\Delta\sigma$  augmentant d'un bloc à l'autre. Dans le même esprit, la figure 2-b présente l'évolution du profil de dissipation. On note d'abord l'ordre de grandeur du rapport  $\Delta s_{\text{the}}/\bar{d}_1$ . Il est de l'ordre de 100 dans le cas de l'acier et de 1000 dans le cas de l'aluminium testé [Morabito, 03]. Le deuxième point à mettre en avant est la différence apparente de régularité des deux surfaces. On peut en effet repérer des zones (sections droites) où le matériau dissipe plus l'énergie et ce dès les premiers cycles de chargement.

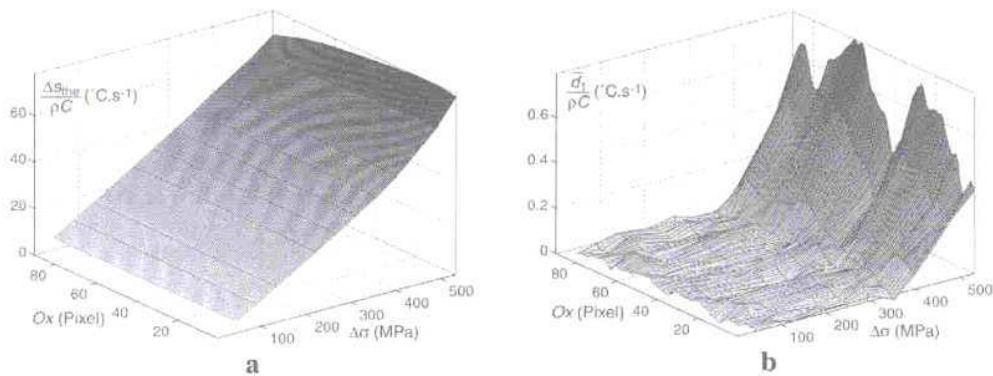


Figure 2 : (a) Evolution du profil moyen de  $\Delta s_{\text{the}}$  lors d'une série de blocs de charge à  $\Delta\sigma$  croissant. (b) Même type de présentation pour le profil moyen de  $\bar{d}_1$ .

C'est d'ailleurs dans une de ces zones que la fissure apparaît (figure 3). En fin de vie, la dissipation correspond à une vitesse équivalente d'échauffement d'environ  $5\text{ }^{\circ}\text{C.s}^{-1}$ . Il

est clair qu'au bout de quelques secondes, à ce régime, on sort du cadre des petites perturbations thermiques choisi initialement.

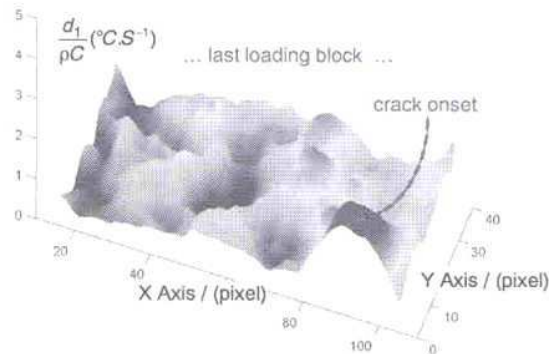


Figure 3 : Carte de dissipations quelques centaines de cycles avant l'apparition d'une fissure.

En ce qui concerne les sources thermoélastiques, il est intéressant d'analyser plus finement l'apparente régularité des résultats obtenus à partir de profil de sources. Pour le Duralumin, on construit la distribution 2D des sources thermoélastiques. Les figures 4-a à 4-c montrent ces distributions respectivement pour les blocs 1, 7 et 15 (avant fissuration). On remarque que si les sources se distribuent de façon spatialement hétérogène, elles évoluent cependant de façon homothétique d'un bloc à l'autre. Le rapport de l'homothétie est égal, conformément au modèle thermoélastique, au rapport

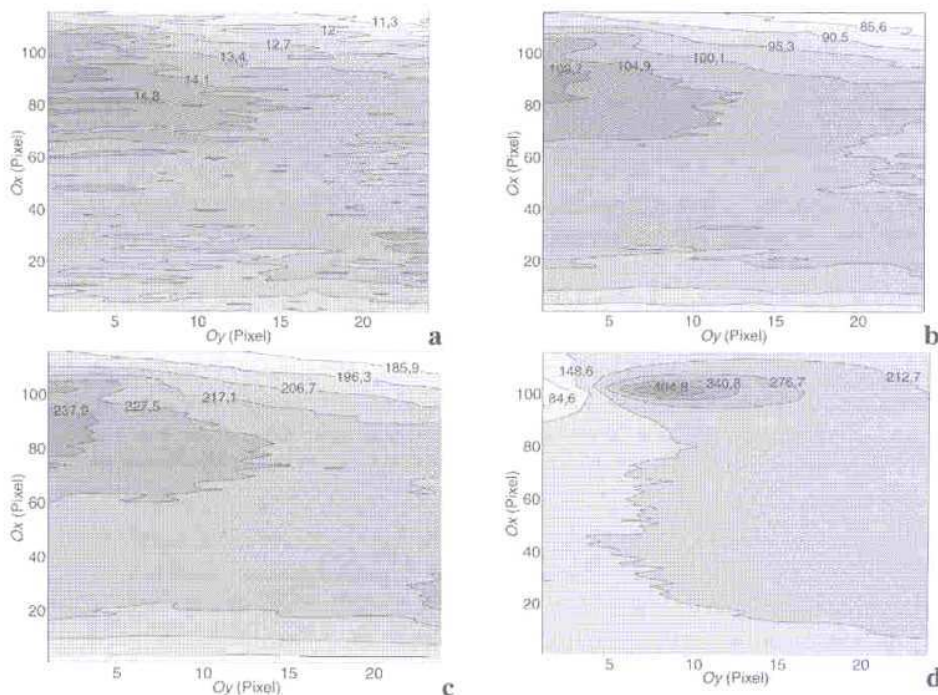


Figure 4: Distributions 2D de  $\Delta\sigma_{theo}/\rho C$  ( $^{\circ}C.s^{-1}$ ) : (a) bloc 1 ( $\Delta\sigma \approx 20$  MPa,  $R_0 = 0,1$ ), (b) bloc 7 (140 MPa), (c) bloc 15 avant fissuration (300 MPa), (d) bloc 15: influence de la fissure.



des  $\Delta\sigma$  d'un bloc à l'autre. Ceci peut se contrôler qualitativement en regardant la forme du réseau des courbes d'isovaleur. La forme reste approximativement constante jusqu'à l'apparition d'une fissure (*figure 4-d*). Celle-ci naît dans une zone où l'étendue  $\Delta s_{the}$  est importante.

## 5. Discussion

La méthode de traitement des images infrarouges présentée précédemment donne donc accès aux distributions de sources de chaleur induites par la fatigue des matériaux lors d'essais à grand nombre de cycles. Elle permet aussi de calculer séparément les sources dissipatives et celles de couplage. Les résultats, montrés ici, veulent mettre en avant le caractère hétérogène des réponses calorimétriques. Ceci est important si l'on cherche à rapprocher ces données de mesures mécaniques nécessaires à la construction de modèle de comportement. A l'heure actuelle, des essais, utilisant des techniques de corrélation d'images sont en cours afin de contrôler si les lieux où le matériau dissipe préférentiellement l'énergie, peuvent se traduire aussi en terme d'*anomalies cinématiques*.

## 6. Bibliographie

- [Boulanger *et al.*, 04] T. Boulanger, A. Chrysochoos, C. Mabru, A. Galtier, Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behaviour of steels, *Int. J. of Fatigue*, (2004) 26, 221-219.
- [Chrysochoos, 95] A. Chrysochoos, Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, *Photomécanique'95*, Eds. Berthaud *et al.*, (1995) 203-211.
- [Chrysochoos et Louche, 00] A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localization, *Int. J. of Engng. Sci.*, (2000) 30, 1759-1788.
- [Germain, 75] P. Germain, *Mécanique des Milieux Continus*, Masson et Cie, 1975.
- [Krapez, 00] J.C. Krapez, D. Pacou and G. Gardette, Lock-in thermography and fatigue limit of metals. Quantitative infrared thermography 5: QIRT'2000, Eds. D. Balageas, J.L. Beaudoin, G. Busse and G.M. Carlomagno, (2000), 277-282.
- [La Rosa and Risitano, 00] G. La Rosa and A. Risitano, Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *Int. J. of Fatigue*, (2000) 22, 65-73.
- [Luong, 98] M. P. Luong, Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique, *Mech. Mat.*, (1998), 28, 155-163.
- [Mabru et Chrysochoos, 01] C. Mabru, A. Chrysochoos, Dissipation et couplages accompagnant la fatigue des matériaux, métalliques, *Photomécanique' 01*, Eds Berthaud *et al.*, (2001), 375-382.
- [Morabito] A.-E. Morabito, *Analisi termomeccanica degli effetti termoelastici e dissipativi associati al comportamento a fatica della lega di alluminio 2024 T3*, PHD thesis, Università degli studi di Lecce, 2003.

### 3.3.5) [A8] Elastic behaviour identification of anisotropic terra cotta ceramics by using kinematic full-field measurements, J. of Eur. Ceramic Soc., accepté

+ Model  
JECS 6331 1-8

ARTICLE IN PRESS



ELSEVIER

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)



Journal of the European Ceramic Society xxx (2006) xxx-xxx



[www.elsevier.com/locate/jeurceramsoc](http://www.elsevier.com/locate/jeurceramsoc)

## Elastic behavior of anisotropic terra cotta ceramics determined by kinematic full-field measurements

V. Huon\*, B. Wattrisse, M.S. El Youssoufi, A. Chrysochoos

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Cc 048, Université Montpellier II, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 05, France*

Received 21 May 2006; received in revised form 25 July 2006; accepted 7 August 2006

### Abstract

The anisotropic behavior of terra cotta ceramics is due to the lamellate structure of clay and to the extrusion forming process. In the case of low strains, this behavior is elastic. Digital image correlation was used to give strain field measurements. These measurements allowed to locally characterize transverse isotropic elastic behavior. The consistency of the local characterization procedure is showed by comparing kinematic field measurements on small specimens with fields obtained by 3D finite element computations.

© 2006 Published by Elsevier Ltd.

**Keywords:** Extrusion; Mechanical properties; Traditional ceramics; Structural applications; Terra cotta

### 1. Introduction

Terra cotta ceramics are often used in residential house building. They are nearly always associated with other civil engineering materials, e.g. terra cotta beams with a core of prestressed concrete are widely used for building floors, terraces or flat roofs. In this kind of composite element, terra cotta serves as a sacrifice formwork, i.e. concrete is considered to be the only material that supports prestressing forces. However, from a mechanical standpoint, terra cotta has remarkable strengths (i.e. often better than those of standard concrete) that are often not effectively utilised. The work presented in this paper is a part of an overall study carried out to characterize the anisotropic thermo-hygro-mechanical behavior of terra cottas used as building material in civil engineering projects. From an industrial standpoint, the goal is to develop numerical computer-aided design tools that can be used to optimize structural elements. This optimization must simultaneously take into account parameters related to thermal comfort and those associated with the mechanical strength of the designed structure.

In the recent past, the classical use of terra cotta bricks did not require in-depth knowledge on their mechanical properties since they were mainly loaded in compression. Now the use

of the terra cotta as a composite structural component calls for a more rigorous analysis of its contribution to the overall behavior of the structure. We thus studied the heterogeneous and anisotropic properties of this material using strain field measurements. These measurements were obtained by digital image correlation (DIC) techniques with the aim of checking the degree of heterogeneity of ceramic structures and characterizing the anisotropy of the terra cotta. This technique is now widely used in the field of mechanics of materials and it was, for example, successfully applied to the study of localization phenomena in steel (Luders band propagation, development of the diffuse and localised necking).<sup>1</sup>

This paper is structured as follows: first we review the material properties that led us to propose a transverse isotropy model to describe the elasticity of ceramics. Secondly, we show how the elastic parameters were locally derived from tests conducted on elementary structures considered as representative volumes of the material. Finally, to check the influence of the discrepancy noted in the elasticity constants, we compare strain patterns predicted by a 3D FE computation with those obtained by DIC.

### 2. Material of study: the terra cotta ceramics

The studied material was provided by the industrial partner "Saverdun Terre Cuite". This manufacturer owns several quarries in the south of France. The used samples were derived from the same raw material.

\* Corresponding author. Tel.: +33 467 144 737; fax: +33 467 144 792.  
E-mail address: [huon@lmgc.univ-montp2.fr](mailto:huon@lmgc.univ-montp2.fr) (V. Huon).



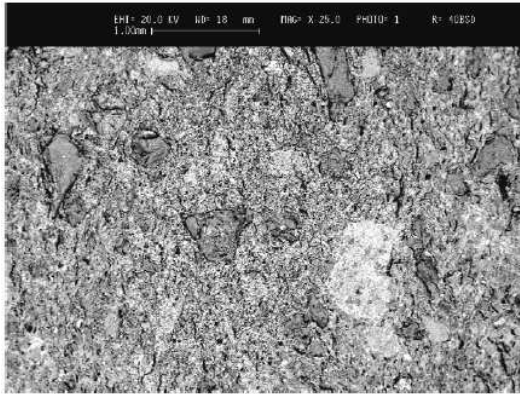


Fig. 1. Illustration of grain size distribution in the material

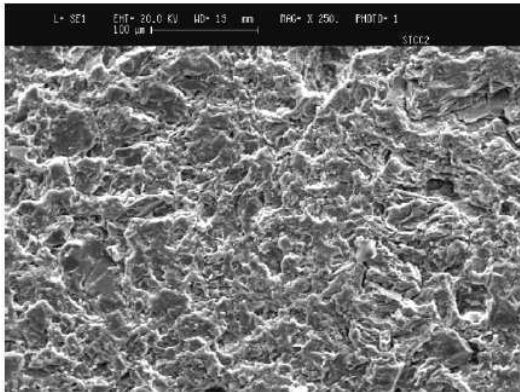


Fig. 2. Illustration of the porosity of the material.

48 2.1. Chemical composition

49 An electron probe microanalysis (EPM) was used to deter-  
50 mine the grain size and nature. The maximum grain size was  
51 1 mm (Fig. 1), including:

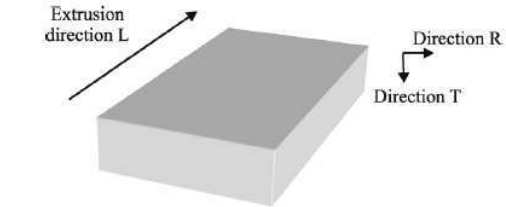


Fig. 4. Directions of transverse isotropy.

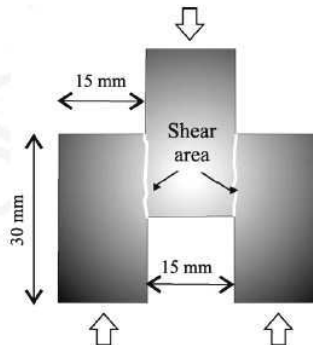


Fig. 5. Y-shaped specimen.

- quartz grains (the most common); 52
- calcite grains of up to 200 μm in size (the least common); 53
- a low percentage of small feldspath grains. 54

The chemical composition of the terra cotta studied in this  
55 paper is given in Table 1. 56

57 2.2. Manufacturing process

Argillaceous soils are the primary products for manufactur-  
58 ing terra cotta ceramics. In most cases, they are used with addi-  
59 tives (sand, limestone, etc.) to enhance the characteristics of  
60 structural elements or to modify the functional characteristics  
61 or the aspect of the finished products. Clays are hydrated alumi-  
62 nosilicates whose lamellar structure can fix a certain quantity of  
63

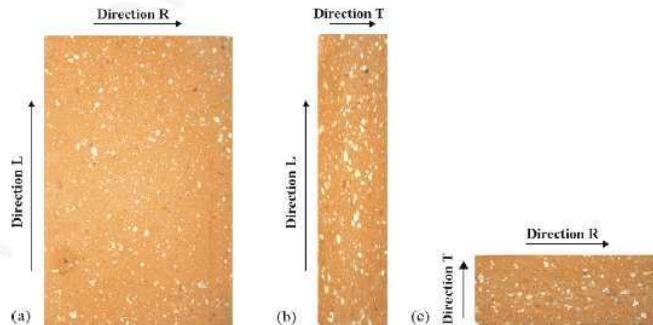


Fig. 3. Illustration of the grain distribution and the grain orientation in the different directions.

Please cite this article as: V. Huon et al., Elastic behavior of anisotropic terra cotta ceramics determined by kinematic full-field measurements, Journal of the European Ceramic Society (2006), doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2006.08.013



Fig. 6. Experimental device - testing machine coupled to a digital video camera.

64 water between folia. Four stages are required to obtain the end  
65 product:

- 66 • preparation: to obtain an argillaceous mixture after propor-
- 67 tioning and crushing the components;
- 68 • forming: generally by extrusion;
- 69 • drying: to eliminate almost all of the water used during the
- 70 forming stage;
- 71 • firing: the duration depends on the size of the terra cotta
- 72 components, generally within the 800–1200 °C temperature
- 73 range.

74 2.3. Material porosity

75 The Fig. 2 gives an image with an enlargement 10 times  
76 higher than Fig. 1. A qualitative analysis reveals a fine and ho-  
77 mogeneous porosity of the material, however it is difficult to  
78 quantify this porosity.

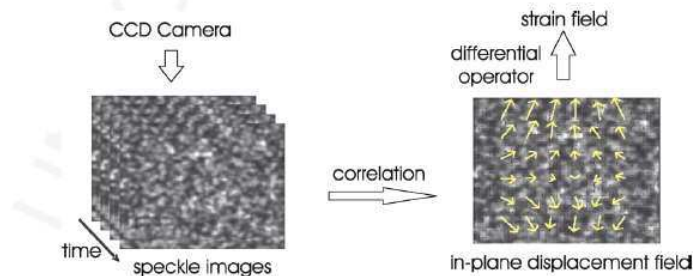


Fig. 7. Basic sketch of the DIC techniques.

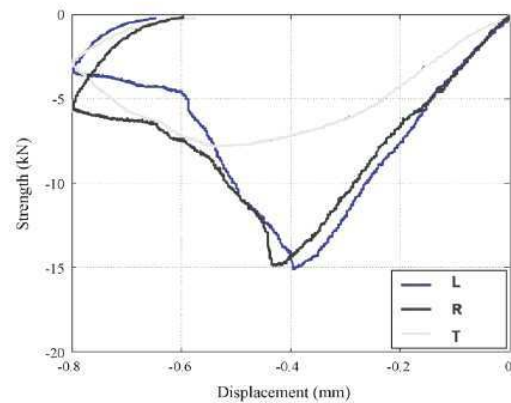


Fig. 8. Compression tests according to the directions *R*, *L* and *T*—sample responses.

Table 1  
Chemical composition of terra cotta ceramics

Elements	(at.%)
SiO <sub>2</sub>	57.9
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	15.4
CaO	14.4
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.9
TiO <sub>2</sub>	0.4
MgO	1.4
K <sub>2</sub> O	4.3
Na <sub>2</sub> O	1.3

Table 2  
Data summary of the analysis by mercury intrusion porosimetry

Median pore diameter (μm)	3.69
Bulk density (kg m <sup>-3</sup> )	2011
Apparent (skeletal) density (kg m <sup>-3</sup> )	2713
Porosity%	25.9

Table 3  
Average value and standard deviation of experimental results obtained for *E<sub>L</sub>*, *E<sub>R</sub>* and *E<sub>T</sub>*

	Number of tests	Average value (GPa)	Standard deviation (GPa)
<i>E<sub>L</sub></i>	10	20.2	2.8
<i>E<sub>R</sub></i>	6	19.8	3.1
<i>E<sub>T</sub></i>	8	5	0.3

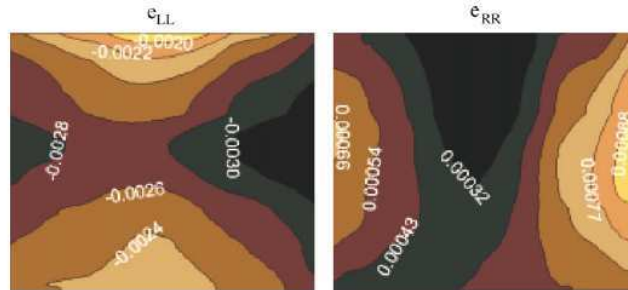


Fig. 9.  $\varepsilon_{LL}$  and  $\varepsilon_{TT}$  strains—compression in the direction  $L$ .

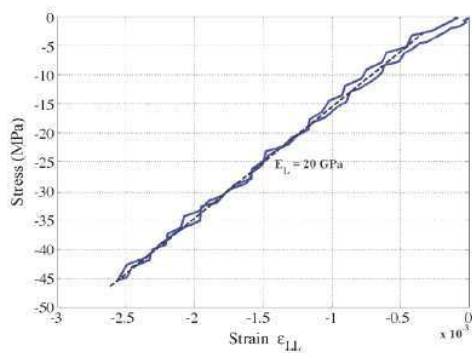


Fig. 10. Stress–strain diagram for a compression test in the  $L$  direction associated with a load–unload cycle.

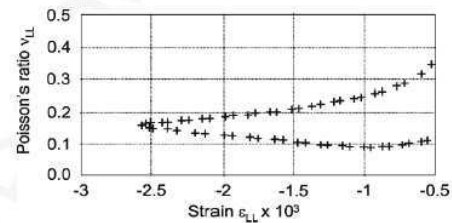


Fig. 11. Evolution of the Poisson's ratio  $\nu_{LL}$  associated with the loading in Fig. 10.

A mercury intrusion porosimetry was accomplished on the same sample. The results give more useful data as shown on the Table 2.

#### 2.4. Anisotropic behavior

The different stages of forming process induce an anisotropic and heterogeneous thermomechanical behavior of the terra cotta structural elements. The extrusion process involves a privileged direction and leads to transverse isotropy of the material. The grain distribution and the grain orientation can be directly observed by using a standard camera as shown in the Fig. 3. The three photos enabled us to see the random distribution of the quartz grains in the isotropic plane (Fig. 3a), while a privileged direction can be seen in the others (Fig. 3b and c). This also induces gradients of elastic properties throughout the structure.

Table 4  
Compression load supported by the Y-shaped sample: measurement and computation

	$F_{exp}$	$F_{comp}$
$t = 6\text{ s}$	0.32	0.37
$t = 12\text{ s}$	2.17	2.36

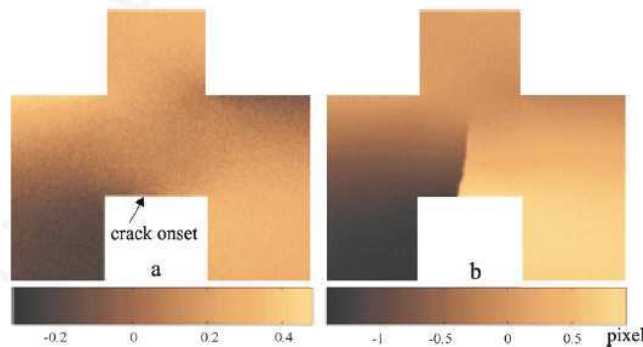


Fig. 12. Displacement pattern of  $u_L$  (scale factor:  $17\ \mu\text{m}/\text{pixel}$ ): (a) crack onset, (b) crack growth

Please cite this article as: V. Huon et al., Elastic behavior of anisotropic terra cotta ceramics determined by kinematic full-field measurements, Journal of the European Ceramic Society (2006), doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2006.08.013



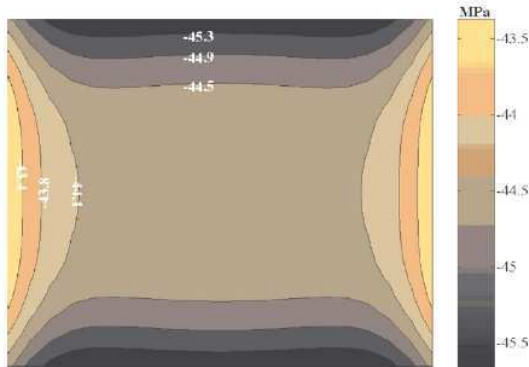


Fig. 13. Normal stress field on the middle cross section.

especially between the boundary and the core of the extruded parts. Besides, these gradients are often amplified and disturbed by the drying and firing processes because of mass and heat transfers and by the material heterogeneity due to the irregular distribution of pores and the varied granulometry of the mixture despite the preparation stage. We were led to use sets of specimens randomly extracted from an extruded structure to estimate discrepancies in the elastic parameters.

To define transverse isotropy axes, we introduced  $L$  as the direction of extrusion,  $T$  the direction across the layers of terra cotta and  $R$  the direction in the plane of the layers, i.e. orthogonal with  $L$  and  $T$  (Fig. 4). The five elastic constants to be determined are then: Young's moduli  $E_L = E_R$  and  $E_T$ ; Poisson's ratios  $\nu_{LR}$  and  $\nu_{LT} = \nu_{RT}$ ; Shear moduli  $G_{LT} = G_{RT}$ . Due to the isotropy

of the plane of the layers, the shear modulus  $G_{LR}$  can be written as  $G_{LR} = E_L / (2(1 + \nu_{LR}))$ .

Using engineering notations, the strain-stress relationship may be written as:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{LL} \\ \varepsilon_{RR} \\ \varepsilon_{TT} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \\ \varepsilon_{LT} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{LL} \\ \sigma_{RR} \\ \sigma_{TT} \\ \sigma_{LR} \\ \sigma_{RT} \\ \sigma_{LT} \end{pmatrix} \quad (1)$$

where  $\varepsilon_{IJ}$  and  $\sigma_{IJ}$  are the matrix components of the strain and stress tensors with respect to the  $LRT$  frame.

### 3. Experimental protocol

#### 3.1. Realization of samples

Building engineering standards do not give any dimensional specifications for terra cotta specimens. Moreover, in the scientific literature, we found no examples of terra cotta specimens adapted for classical mechanical tests such as tension-compression tests, shearing and bending tests. We thus based our study on guidelines for the characterization of cements or mortars with granular sizes similar to that of terra cotta. Although compression tests are generally performed on specimens with a ratio of 2, we decided to use of cubic samples of

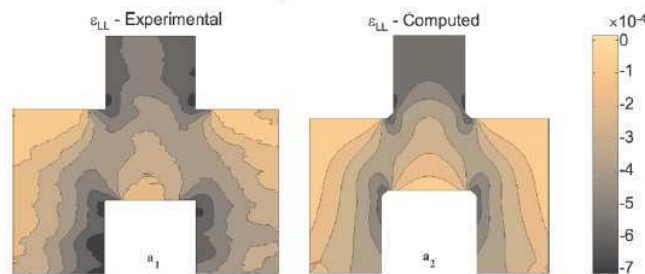


Fig. 14. Fields of strain  $\varepsilon_{LL}$ : (a1) digital image correlation; (a2) 3D FE calculation.

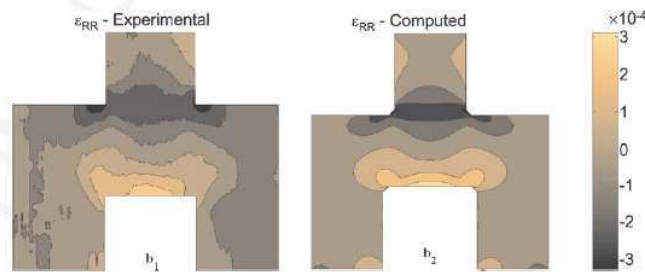


Fig. 15. Fields of strain  $\varepsilon_{RR}$ : (b1) digital image correlation; (b2) 3D FE calculation.

Please cite this article as: V. Huon et al., Elastic behavior of anisotropic terra cotta ceramics determined by kinematic full-field measurements, Journal of the European Ceramic Society (2006), doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2006.08.013

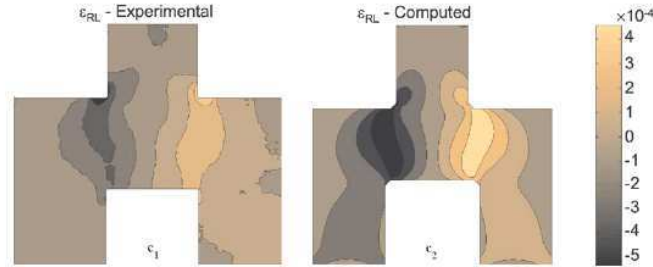


Fig. 16. Fields of strain  $\varepsilon_{RL}$ : (c1) digital image correlation; (c2) 3D FE calculation.

reduced sizes (sides: 15 mm) in order to ensure a quite good homogeneity of these elementary structures at the risk of getting a

Between two images  $I_1$  and  $I_2$  (Fig. 7), separated by a small strain increment,  $\varphi$  is written as:

$$\varphi(k, l) = \frac{\sum_{i-i_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} \sum_{j-j_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} I_1(i, j) I_2(i+k, j+l)}{\sqrt{\sum_{i-i_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} \sum_{j-j_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} I_1^2(i, j)} \sqrt{\sum_{i-i_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} \sum_{j-j_0=-(CZ/2)}^{CZ/2} I_2^2(i+k, j+l)}} \quad (2)$$

triaxiality effects due to the compression plates. The specimens were machined using a water jet cutting process to avoid geometrical defects.

The compression tests, performed on cubic samples with transverse isotropy axes, gave access to the three elastic moduli and the three Poisson ratios.

The shear modulus  $G_{LR}$  was determined in the shearing zone of the Y-shaped specimen whose cross-section is given in Fig. 5. For this type of geometry, it is easy to obtain a layer plane parallel to the cross-section. Conversely, the extrusion process does not allow shearing specimen leading to measurement of  $G_{LT}$  and  $G_{RT}$ . At this level, ultrasonic goniometry measurements were used to determine both missing shear moduli and to check the modulus estimates and the Poisson's ratios obtained mechanically.<sup>2–4</sup>

### 3.2. Experimental set-up

The experimental set-up involved a 100 kN tension–compression servo-mechanical testing machine. Digital images were recorded during the test by a CCD camera set in front of the sample (Fig. 6). The lens axis of the camera was fixed according to the frame of the testing machine and remained perpendicular to the surface of the sample. The CCD sensor had eight square megapixels distributed in a 3500 line  $\times$  2300 column grid. The camera provided maximum space resolution from 0.01 to 0.02 mm/pixel with the “macro” lens we used during the tests. For images of maximum size, the camera can capture up to five images a second digitized in eight bits.

### 3.3. Displacement and strain measurements

The in-plane displacement components were computed by a direct DIC algorithm on each point  $M_0(i_0, j_0)$  of a virtual grid defined in the reference configuration. The position of the discrete maximum of the discrete inter-correlation function  $\varphi$  gives the displacement of point  $M_0$  with a one pixel resolution.

In Eq. (2), CZ stands for the correlation zone (i.e. the  $M_0$  neighborhood defining the optical signature of “point”  $M_0(i_0, j_0)$ ), and RZ is the research zone (i.e. the  $M_0$  neighborhood where the optical signature is tracked). These zones correspond to the domain of variation of  $(i, j)$  and  $(k, l)$ , respectively. To obtain sub-pixel measurements, we used a polynomial interpolation of  $\varphi$  in the vicinity of its discrete maximum.<sup>5</sup>

Heterogeneous strain field analysis considers small “gauge lengths” that induce a poor signal-to-noise ratio. Consequently, a local least-squares fitting of the displacement data is performed before any differentiation: the displacement field is locally approximated in the neighborhood of each point  $M_0$  by a given function. Both the shape of the approximation function and the size of the approximation zone (AZ) may affect the accuracy of the strain measurement. Here we decided to use bilinear functions as they are associated with a locally constant deformation. For more information, the reader may refer to.<sup>6</sup> The image processing performance was tested either in analytic and experimental cases corresponding to rigid body motion, to homogeneous or heterogeneous strain.<sup>6</sup>

## 4. Experimental results and discussion

### 4.1. Global response of the samples

Rupture tests in compression performed at constant velocity ( $0.1 \text{ mm s}^{-1}$ ) were initially conducted on cubic specimens in the three directions  $L$ ,  $R$  and  $T$ . Fig. 8 illustrates the results obtained. We obtained similar sample responses in compression tests in directions  $L$  and  $R$ . This feature is consistent with the transverse isotropy hypothesis. At the beginning of the loading process, the cubic structure has an elastic response until the maximum load was reached. Then the softening part of the curve corresponds to the propagation of micro-cracks throughout the sample. Compression in the direction  $T$  was performed perpendicular to the plane of the layers. This configuration gave the structure greater compliance and seemed to be less favorable for the propagation and coalescence of microscopic cracks.



195 4.2. Material response

196 Based on previous results, the tests were carried out while  
197 limiting maximum compressive loading in order to ensure an  
198 elastic response of the structure. These tests were performed  
199 at constant velocity ( $0.1 \text{ mm s}^{-1}$  during loading and  $0.5 \text{ kN s}^{-1}$   
200 during unloading). The strain field measurements were first used  
201 to check the boundary conditions during loading. Some exam-  
202 ples of strain patterns obtained by DIC are shown in Fig. 9 and  
203 correspond to components  $\varepsilon_{LL}$  and  $\varepsilon_{TT}$  of the strain tensor. Both  
204 fields were extracted from a compression test in direction  $L$  at  
205 maximum loading ( $\approx 11 \text{ kN}$ ).

206 We observed slightly heterogeneous deformation fields,  
207 which were not in full agreement with the kinematics of a sim-  
208 ple compression test. The strain level curve distributions high-  
209 lighted that this non-uniformity was partly due to the boundary  
210 conditions at the specimen surfaces in contact with the compression  
211 plates. The irregular patterns noted for level curves could  
212 also have been associated with the material heterogeneities and,  
213 of course, with the noise on strain measurements. The fields  
214 could be interrelated with the finite element calculation using  
215 displacement boundary conditions corresponding to those ob-  
216 served experimentally. The stress–strain curve corresponding to  
217 measurements obtained in the central area of the specimen is  
218 plotted in Fig. 6. The compression strain  $\varepsilon_{LL}$  is directly derived  
219 from speckle image processing, while the compression stress  
220  $\sigma_{LL}$  is determined by assuming a uniform stress distribution  
221 over the cross-section. Then a simple regression is used to es-  
222 timate the elasticity modulus ( $E_L$  in Fig. 6). All results for the  
223 estimation of Young’s modulus are given in Table 3. Note that  
224 the standard deviations obtained on moduli using a random set  
225 of about 10 samples were about 4 GPa for mean values of about  
226 20 GPa. This discrepancy is very substantial and illustrates the  
227 heterogeneity between specimens (Fig. 10).

228 Fig. 11 presents several estimates of Poisson ratio  $\nu_{LT} =$   
229  $-\varepsilon_{TT}/\varepsilon_{LL}$  for different  $\varepsilon_{LL}$ . As previously underlined, this com-  
230 putation assumes a uniform compression state in the central part  
231 of the sample. The increasing discrepancy of measurements ob-  
232 served when strain components were around zero was associated  
233 with degradation of the signal to noise ratio. Therefore only es-  
234 timates of the Poisson’s ratios for  $|\varepsilon_{LL}| > 5 \times 10^{-4}$  were con-  
235 sidered.

236 Tests were performed on Y-shaped specimens to determine  
237 the shear modulus  $G_{LR}$  (see Fig. 5). These tests were performed  
238 at constant velocity ( $0.01 \text{ mm s}^{-1}$  during loading and  $0.5 \text{ kN s}^{-1}$   
239 during unloading). We noted two phases in the structural re-  
240 sponse: the first corresponded to a quasi-elastic behavior while  
241 the second started with the inception of the first macroscopic  
242 crack. Fig. 12 illustrates the potentials of correlation methods re-  
243 garding micro-crack detection. The displacement field features  
244 (here component  $u_L$ ) enabled us to visualize crack onset and  
245 propagation at the sample surface as soon as its opening was not  
246 parallel to the direction of the chosen displacement component.  
247 The amplitude of the displacement discontinuity may be related  
248 to the crack opening.

249 Fig. 16c1 presents the  $\varepsilon_{RL}$  distribution and shows the signif-  
250 icant sliding “shearing” zones. In these zones, we estimated a

251 mean shear stress and a mean sliding strain to obtain the  $G_{LR}$ .  
252 As mentioned above, the other shear moduli were classically  
253 obtained using ultrasonic techniques.

254 The average elasticity constant values we obtained are:  $E_L =$   
255  $E_R = 20 \text{ GPa}$ ;  $E_T = 5 \text{ GPa}$ ;  $\nu_{LR} = 0.17$ ,  $\nu_{LT} = \nu_{RT} = 0.15$ ;  
256  $G_{LR} = 8.8 \text{ GPa}$ ,  $G_{LT} = G_{RT} = 3 \text{ GPa}$ .

257 5. Validation procedure

258 5.1. Experimental and computed results on cubic specimens

259 The elastic modulus estimates were checked by comparing  
260 the local stress values obtained in the central area by 3D Finite  
261 Elements computations with the compression stress deduced  
262 from the loading data. The numerical model takes transverse  
263 isotropy elasticity into account and supposes that the material  
264 is homogeneous. The elasticity tensor takes the predetermined  
265 mean values into account. It also supposes that the axis of com-  
266 pression is one of the transverse isotropy axes. Loading was  
267 modeled by displacement fields imposed at the surfaces in con-  
268 tact with the compression plates. These boundary conditions  
269 were directly extracted from displacement data obtained by DIC.  
270 Fig. 13 presents the results obtained for a simulated compre-  
271 sive test in the  $L$  direction. Considering a cross-section placed  
272 in the medium part of the specimen, computations enabled us  
273 to estimate, at maximum elastic loading, a mean value for the  
274 compression stress pattern  $(\bar{\sigma}_{LL})_{\text{comp}}$  of about 44.5 MPa. The  
275 standard deviation associated with this distribution was about  
276 0.6 MPa. Hence, the stress state, imposed by the experimental  
277 boundary conditions, was uniform in a first good approximation.  
278 Compression stress  $(\sigma_{LL})_{\text{exp}}$  can also be estimated assuming, as  
279 usual, a uniform stress state over the cross-section and using the  
280 load measurements. We found that  $(\sigma_{LL})_{\text{exp}}$  was about 43.5 MPa.  
281 The difference between  $(\sigma_{LL})_{\text{exp}}$  and  $(\bar{\sigma}_{LL})_{\text{comp}}$  remained small,  
282 thus partly confirming the previous approximations.

283 5.2. Experimental and computed results on Y-shaped  
284 specimens

285 We checked the overall consistency of the characterization  
286 procedure by comparing strain fields obtained in Y-shaped sam-  
287 ples with those resulting from FE computations. Loading was  
288 modeled by displacements obtained by DIC imposed at surfaces  
289 in contact with the compression plates. The computed and exper-  
290 imental strain patterns are compared in Figs. 14–16. We noted  
291 a satisfactory global correlation between both distributions, re-  
292 gardless of the strain tensor component. Moreover, we noted  
293 a close correlation between the measurement and the calcula-  
294 tion when comparing the overall loading applied to the structure  
295 (Table 4).

296 5.3. Conclusion

297 The results presented in this paper highlight the benefits of  
298 digital correlation techniques for characterizing and identifying  
299 the elastic behavior of anisotropic terra cotta ceramics. Full-field  
300 measurements were initially useful for checking the quality of

301 the tests by analyzing the characteristics of the displacement  
302 fields near surfaces where loading boundary conditions were  
303 imposed. The kinematic data were also useful for the evaluation  
304 of elasticity constants of a transverse isotropic behavior model.  
305 A comparison between experimental and numerical results  
306 obtained on a Y-shaped terra cotta brick element showed that the  
307 set of identified elastic constants gave satisfactory results. To  
308 estimate the different elastic parameters and to perform 3D FE  
309 computations, we assumed that the material was and remained  
310 homogeneous during mechanical transformation. Other very  
311 promising approaches will be available in the near future<sup>7–9</sup>  
312 to consider the local elastic properties of the material and to  
313 account for the structural heterogeneities leading to property  
314 gradients in civil engineering structures. The capabilities of  
315 these inverse approaches are presently being tested on academic  
316 (numerical) examples.<sup>10</sup> In the near future, they will be applied  
317 to noisy and discrete data fields obtained by digital image  
318 correlation.

#### 319 Acknowledgments

320 The authors would like to thank Saverdun Terre Cuite (STC),  
321 a French terra cotta building component manufacturer, for partly  
322 supporting this research work.

#### 323 References

324 1. Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M. and Némoz-Gaillard,  
M., Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels

by digital image correlation. *Eur. J. Mech. A: Solids*, 2001;20:189–  
211.

2. Preziosa, C., Mudry, M., Launay, J. and Gilletta, F. Détermination des constantes élastiques du bois par une méthode acoustique goniométrique. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 1981;293(Série II):91–94.
3. Andoin, B., Baste, S. and Castagnede, B., Evaluation of the confidence interval associated with elastic constants identified from ultrasonic velocity measurements. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 312(Série II):679–686.
4. Baudouin, S. and Hosten, B., Comparison between prediction and measurement of viscoelastic moduli composite materials versus temperature using ultrasonic immersion technique with oil. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997;102(6):3450–3457.
5. Oulamara, A., Tribillon, G. and Duvernoy, J. Subpixel speckle displacement measurement using a digital processing technique. *J. Mod. Opt.*, 1988;37:1201–1211.
6. Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M. and Némoz-Gaillard, M., Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation. *Exp. Mech.*, 2001;41(1):29–39.
7. Geymonat, G., Hild, F. and Pagano, S., Identification of elastic parameters by displacement field measurement. *C. R. Mécanique*, 2002;330:403–408.
8. Claire, D., Roux, S. and Hild, F., Identification de conductivités thermiques et de propriétés élastiques locales par analyse de champs. *Mécanique et Industries*, 2003;4(6):655–665.
9. Bonnet, M. and Constantinescu, A., Inverse problems in elasticity. *Inv. Prob.*, 2005;21:1–50.
10. Latourte, F., Chrysochoos, A., Geymonat, G., Pagano, S. and Wattrisse, B., Identification of elasto-plastic constitutive equations parameters using digital image correlation, Optical method and inverse identification, SEM 2005 Portland, CD Rom 1-608-873-4500. The Printing House Inc. Ed., Optical method and inverse identification, inverse problem I, pp. 349–356, 2005.





