



**HAL**  
open science

# ETUDE MESOSCOPIQUE DE L'INTERACTION MECANIQUE OUTIL/PIECE ET CONTRIBUTION SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU SYSTEME USINANT

Dmitry Bondarenko

► **To cite this version:**

Dmitry Bondarenko. ETUDE MESOSCOPIQUE DE L'INTERACTION MECANIQUE OUTIL/PIECE ET CONTRIBUTION SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU SYSTEME USINANT. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2010. Français. NNT: . tel-00580878

**HAL Id: tel-00580878**

**<https://theses.hal.science/tel-00580878>**

Submitted on 29 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## REMERCIEMENTS

*Tout d'abord j'aimerais remercier ma famille : mes parents et mon frère pour leur soutien et leurs conseils continus pendant toute durée de ma thèse, et pour leur aide lors de mes nombreux déménagements entre la France et la Russie.*

*Je remercie mon directeur de thèse (et ancien professeur) Alexandre GOUSKOV qui m'a introduit à l'approche théorique du perçage industriel et qui m'a encouragé dès le début à réaliser des recherches dans le domaine de coupe vibratoire des métaux. Je remercie également mon autre directeur de thèse Henri PARIS qui a énormément enrichi mes connaissances dans le domaine des essais en mécanique appliquée et leur utilisation pour la validation des modèles numériques. Grâce à ces deux excellents professeurs, j'ai réussi à obtenir des résultats intéressants, innovants et significatifs dans mes recherches.*

*Je tiens également à remercier :*

*Artëm GERASIMENKO, Benoit DEBRAY et Sergey BALAKIN pour toutes nos discussions sur les différents problèmes rencontrés pendant mes recherches, pour leurs conseils et idées. Ils ont apporté une contribution significative dans les résultats obtenus.*

*Joël RECH et personnel technique de l'ENISE pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser la partie expérimentale de mes recherches dans leur laboratoire. Je remercie particulièrement Patrick POLLY et Florian DUMONT pour leur assistance qualifiée pendant mes essais, Patrice CHABOISSIER et Luigi MINTRONE pour leur aide inestimable lors de la fabrication des différentes pièces et montages utilisés au cours de mes expériences, Laurent GRENIER pour son aide concernant les questions de livraison de l'outillage.*

*l'entreprise TIVOLY et tout particulièrement Lionel DUMAS pour l'outillage mis à disposition pour réaliser mes essais*

*personnel administratif de G-SCOP et de l'UTBM et plus particulièrement Roxane TOMASINI, Fadila MESSAOUD-DJEBARA et Ludmilla REZCHIKOVA pour leur assistance dans l'organisation de ma thèse en cotutelle et la résolution des divers problèmes rencontrés.*

## TABLE DES MATIERES

<b>INDEX DES FIGURES .....</b>	<b>6</b>
<b>INDEX DES TABLEAUX.....</b>	<b>10</b>
<b>NOTATIONS.....</b>	<b>11</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>14</b>
<b>CHAPITRE I: Etat de l'art.....</b>	<b>16</b>
<b>I.1 Comportement mécanique du système « outil-pièce » : approche mésoscopique .....</b>	<b>16</b>
I.1.1 Phénomène de coupe.....	16
I.1.2 Phénomène de talonnage.....	18
I.1.2.1 Identification et localisation du phénomène .....	18
I.1.2.2 Modélisation du talonnage .....	19
I.1.2.2.1 Effort de talonnage et effort de pénétration correspondant à une avance nulle .....	19
I.1.2.2.2 Modèle du talonnage et bande de cisaillement lié à la coupe .....	20
I.1.2.2.3 Méthode d'équilibre des efforts associés à la coupe.....	22
I.1.2.2.4 Modèle analytique des efforts de coupe .....	23
I.1.2.2.5 Modèle effort de talonnage et volume de matière déformé par la face de dépouille .....	25
I.1.2.2.6 Mécanisme d'amortissement complémentaire pour modéliser l'effort du talonnage .....	27
I.1.3 Autres phénomènes .....	27
<b>I.2 Dynamique du système usinant .....</b>	<b>28</b>
I.2.1 Modélisation du système usinant .....	29
I.2.2 Phénomène de broutement .....	30
I.2.2.1 Origine de broutement.....	31
I.2.2.1.1 Mécanisme régénératif de formation de la surface usinée .....	31
I.2.2.1.2 Mécanisme du frottement à l'interface copeau-outil .....	31
I.2.2.1.3 Mécanisme du couplage des modes d'oscillation.....	31
I.2.2.2 Influence du broutement sur le processus d'usinage .....	32
<b>I.3 Stabilité dynamique de la coupe .....</b>	<b>32</b>
I.3.1 Aspects générales, notion de « lobes de stabilité » .....	32
I.3.2 Phénomènes influant sur la stabilité de la coupe.....	33
I.3.2.1 Phénomènes de coupe et de talonnage .....	33
I.3.2.2 Phénomènes de frottement et d'échauffement.....	35
I.3.2.3 Géométrie d'outil, affûtage .....	35
I.3.3 Méthodes linéaires de l'étude de stabilité .....	36
I.3.3.1 Analyse dans le domaine fréquentiel.....	36
I.3.3.2 Linéarisation du problème de stabilité au niveau du modèle effort de coupe.....	38
I.3.3.3 Méthode de la semi-discrétisation .....	41
I.3.3.4 Excitation paramétrique, utilisation des polynômes de Tchebychev décalés .....	43
I.3.3.5 Etude de stabilité avec des éléments du temps finis .....	44
I.3.4 Méthodes non linéaires de l'étude de stabilité .....	46
<b>I.4 Conclusion .....</b>	<b>47</b>

<b>CHAPITRE II: Modélisation de l'action de la pièce sur l'outil .....</b>	<b>48</b>
<b>II.1 Modèle de coupe à deux arêtes.....</b>	<b>48</b>
<b>II.2 Modèle de sollicitation .....</b>	<b>50</b>
II.2.1 Modèle effort de coupe et de talonnage .....	50
II.2.2 Modélisation de l'effet d'indentation dans la partie centrale du foret pendant l'usinage .....	54
II.2.3 Modélisation du couple pour l'opération du perçage.....	55
<b>II.3 Conclusion .....</b>	<b>56</b>
<b>CHAPITRE III: Identification des coefficients dans les modèles d'efforts.....</b>	<b>57</b>
<b>III.1 Stratégie globale de l'analyse.....</b>	<b>57</b>
<b>III.2 Présentation de l'outillage utilisé .....</b>	<b>58</b>
III.2.1 Le centre d'usinage .....	58
III.2.2 Porte-outil.....	59
III.2.3 Outil.....	61
III.2.4 Matière usinée .....	62
III.2.5 Mesure de l'effort de poussée.....	62
III.2.6 Capteur de déplacement .....	64
<b>III.3 Essais .....</b>	<b>64</b>
<b>III.4 Analyse préliminaire des signaux enregistrés, l'estimation des erreurs .....</b>	<b>66</b>
<b>III.5 Localisation et identification des phénomènes de talonnage et de coupe.....</b>	<b>67</b>
III.5.1 Utilisation de l'espace linéaire du chemin d'un point sur l'arête de coupe .....	67
III.5.2 Etablissement et définition du passage de l'outil .....	68
III.5.3 Analyse du champ des vitesses instantanées .....	69
III.5.4 Le mécanisme régénératif de formation de la nouvelle surface.....	73
III.5.5 Analyse du signal d'effort, localisation des efforts de coupe et de talonnage .....	75
<b>III.6 Calcul de la position optimale de l'arête virtuelle (paramètre b).....</b>	<b>77</b>
<b>III.7 Sensibilité des modèles d'efforts à la variation des paramètres opératoires .....</b>	<b>78</b>
III.7.1 Robustesse de la méthode de recalage essais au modèle effort de coupe .....	79
III.7.2 Robustesse de la méthode de recalage essais au modèle effort de talonnage .....	82
<b>III.8 Calcul des coefficients des modèles effort de coupe et effort de talonnage.....</b>	<b>85</b>
<b>III.9 Influence de la géométrie de l'outil sur les coefficients dans les modèles d'efforts.....</b>	<b>86</b>
III.9.1 Variation de l'angle de dépouille.....	87
III.9.2 Variation de l'angle de pointe .....	91
<b>III.10 La méthode d'évaluation de l'effort d'indentation.....</b>	<b>92</b>
<b>III.11 Calcul du couple pour le cas du perçage vibratoire auto-entretenu .....</b>	<b>96</b>
<b>III.12 Conclusion.....</b>	<b>97</b>
<b>CHAPITRE IV: Simulation numérique du processus d'usinage.....</b>	<b>98</b>

<b>IV.1 Equation de la dynamique pour un système à 2 DDL .....</b>	<b>99</b>
<b>IV.2 Equation de la dynamique pour le système à 1 DDL .....</b>	<b>102</b>
<b>IV.3 Equations d’efforts de l’interaction outil-pièce.....</b>	<b>102</b>
<b>IV.4 Equations de formation de la surface usinée .....</b>	<b>103</b>
<b>IV.5 La méthode d’intégration numérique appliquée.....</b>	<b>106</b>
<b>IV.6 Algorithme de la simulation numérique du processus de coupe.....</b>	<b>108</b>
<b>IV.7 Résultats de la simulation et comparaisons avec les signaux mesurés expérimentalement.....</b>	<b>109</b>
<b>IV.8 Simulation du processus de perçage avec l’outil ayant des lèvres non symétrique.....</b>	<b>111</b>
<b>IV.9 Conclusion .....</b>	<b>113</b>
<b>CHAPITRE V: Etude de stabilité. Modèle d’amortissement complémentaire .....</b>	<b>114</b>
<b>V.1 Description et définition du problème de stabilité.....</b>	<b>115</b>
<b>V.2 L’analyse du comportement du système usinant dans le cas de la coupe continue .....</b>	<b>116</b>
<b>V.3 Présence des petites perturbations autour de l’état d’équilibre du système usinant.....</b>	<b>117</b>
<b>V.4 L’obtention des équations des lobes de stabilité et l’analyse de stabilité du système usinant.....</b>	<b>118</b>
V.4.1 Le cas du système usinant à 2 DDL.....	118
V.4.2 Les cas particuliers de l’équation des lobes de stabilité .....	120
<b>V.5 Résultats de l’analyse de stabilité dynamique et la validation de la méthode développée .....</b>	<b>121</b>
<b>V.6 Prédiction des lobes de stabilité pour un système usinant avec une forte influence de torsion .....</b>	<b>125</b>
<b>V.7 Modèle de l’amortissement additionnel lié au talonnage et à l’indentation .....</b>	<b>126</b>
<b>V.8 Conclusion.....</b>	<b>128</b>
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>129</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>131</b>
<b>REFERENCES.....</b>	<b>155</b>

## INDEX DES FIGURES

Figure I-1 : Les différentes formes de modèle linéaire .....	17
Figure I-2 : Deux types du copeau : continu et fractionné .....	17
Figure I-3 : Modèle effort de coupe ratio fractionnel .....	18
Figure I-4 : Le signal d'effort mesuré. Le point E correspond à l'instant où l'avance s'annule, EF est la forte décroissance de l'effort à cause de l'absence de l'avance, FG est le premier pic d'effort résiduel qui est considéré comme effort de talonnage .....	19
Figure I-5 : Procédure d'extrapolation de l'effort mesuré total pour différentes vitesses de coupe : à gauche l'effort mesuré dans la direction de coupe, à droite l'effort mesuré dans la direction d'avance .....	20
Figure I-6 : L'image des lignes de glissement et de l'outil avec la zone morte .....	21
Figure I-7 : Distribution des efforts sur la frontière inférieure de la zone de déformation .....	22
Figure I-8 : Paramétrisation du processus de fraisage .....	23
Figure I-9 : Modèle linéaire effort de coupe dans le sens tangentiel .....	24
Figure I-10 : Principe du modèle de coupe avec un volume de la matière déformé plastiquement .....	25
Figure I-11 : Technique d'une division du volume déplacé par des volumes élémentaires finis .....	26
Figure I-12 : Distribution des efforts sur un foret pendant la coupe .....	28
Figure I-13 : Le principe du processus de coupe .....	29
Figure I-14 : Mécanisme de formation du copeau pendant la coupe vibratoire .....	31
Figure I-15 : Lobes de stabilité classique .....	33
Figure I-16 : Lobes de stabilité décalés à cause de l'influence du talonnage .....	34
Figure I-17 : Effet du collage de copeau .....	35
Figure I-18 : Le principe du mécanisme régénératif dans l'espace de Laplace .....	36
Figure I-19 : La dynamique du processus de fraisage .....	38
Figure I-20 : Différentes familles des lobes de stabilité obtenus comme solutions différentes de l'équation (1.32) .....	40
Figure I-21 : Identification des deux types de bifurcation sur le diagramme de lobes de stabilité .....	42
Figure II-1 : Modélisation de l'interaction entre la face de dépouille de l'outil et la pièce .....	49
Figure II-2 : Définition géométrique de l'arête virtuelle .....	49
Figure II-3 : Modélisation de l'interaction entre l'outil et la pièce pendant l'usinage .....	50
Figure II-4 : Distribution des efforts et modélisation par deux efforts résultants $F_c^{tot}$ et $F_p^{tot}$ .....	51
Figure II-5 : Modélisation de l'interaction outil-pièce sur chacune des arêtes projetée sur la direction d'avance $x$ .....	51
Figure II-6 : Modèle ratio fractionnel de l'effort de coupe (sur l'arête réelle) .....	52
Figure II-7 : Différents modèles effort du talonnage (sur l'arête virtuelle) .....	53
Figure II-8 : Localisation du phénomène d'indentation et la distribution des vitesses de coupe le long de l'arête .....	54

Figure III-1 : Algorithme pour identification des paramètres dans les modèles d'efforts .....	58
Figure III-2 : Le centre d'usinage .....	59
Figure III-3 : Deux types de tête de perçage vibratoire auto-entretenu .....	59
Figure III-4 : Le foret TIVOLY réf. 8143389 .....	61
Figure III-5 : Evolutions des angles de coupe et de dépouille en fonction du rayon du foret TIVOLY 8143389 .....	62
Figure III-6 : La chaîne d'acquisition et le dynamomètre KISTLER.....	63
Figure III-7 : Le capteur de déplacement et son montage sur la broche de la machine.....	64
Figure III-8 : Les signaux d'effort et de déplacement .....	65
Figure III-9 : Les résultats de la transformation Fourier .....	65
Figure III-10 : La définition de l'espace linéaire du point sur l'arête de coupe .....	68
Figure III-11 : La formation du passage dans l'espace linéaire du mouvement du point sur l'arête de coupe.....	69
Figure III-12 : La distribution des vitesses instantanées .....	70
Figure III-13 : La variation des vitesses instantanées .....	70
Figure III-14 : Deux directions du mouvement de l'outil sous l'aspect cinématique.....	71
Figure III-15 : La variation de l'angle $\alpha_c$ à l'intérieur d'un passage de l'arête de coupe ( $\alpha_0=14^\circ$ ) .....	72
Figure III-16 : Les conditions du contact entre les arêtes réelle et virtuelle et la matière usinée .....	73
Figure III-17 : Calcul des paramètres $LC$ et $LP$ en fonction de positions des arêtes sur les trajectoires .....	74
Figure III-18 : Les résultats de la simulation numérique .....	75
Figure III-19 : La composition du signal d'effort .....	76
Figure III-20 : L'algorithme pour déterminer le paramètre $b$ optimal.....	77
Figure III-21 : Localisation du paramètre $b$ optimal en fonction de l'erreur obtenu après la comparaison des signaux mesuré et calculé.....	78
Figure III-22 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm.....	79
Figure III-23 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm .....	79
Figure III-24 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la raideur du système est 262 N/mm .....	80
Figure III-25 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg .....	80
Figure III-26 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm .....	82
Figure III-27 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm .....	82
Figure III-28 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la raideur du système est 262 N/mm .....	83
Figure III-29 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg .....	83
Figure III-30 : Modèle effort de coupe.....	85

Figure III-31 : Modèle effort du talonnage .....	85
Figure III-32 : Evolution de l'effort de coupe et de l'effort du talonnage pour tout le processus d'usinage ; les paramètres opératoires utilisé : masse modale 3.645 kg, raideur modale 262 N/mm, la rotation de la broche est 4500 tr/min, l'avance axiale de l'outil 0.1 mm/tr .....	86
Figure III-33 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 10° .....	87
Figure III-34 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 11° .....	88
Figure III-35 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 12° .....	88
Figure III-36 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 13° .....	89
Figure III-37 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 14° .....	89
Figure III-38 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 15° .....	90
Figure III-39 : Les modèles effort du talonnage pour différentes configurations de l'affutage .....	90
Figure III-40 : Le coefficient $r_p$ en fonction de l'angle de dépouille et l'angle à la pointe du foret.....	91
Figure III-41 : Le coefficient $h_{p*}$ en fonction de l'angle de dépouille et l'angle à la pointe du foret .....	92
Figure III-42 : Signal de l'effort total mesuré et comparaison avec le signal de l'effort d'indentation obtenu par soustraction des efforts de coupe et du talonnage de l'effort total .....	93
Figure III-43 : La partie du signal de déplacement mesuré correspondante à la pénétration de l'outil dans la matière.....	94
Figure III-44 : La distribution des points expérimentaux et son approximation avec un modèle effort d'indentation .....	95
Figure III-45 : Comparaisons entre les signaux d'effort total mesuré et simulé ; la masse modale du système usinant est 3.645 kg, la raideur modale est 262 N/mm, la rotation de la broche est 4000 tr/min, l'avance de l'outil est 0.1 mm/tr .....	95
Figure III-46 : Couple mesuré et évolutions $M_c$ et $M_p$ calculées ; la masse modale du système usinant est 3.645 kg, la raideur modale est 262 N/mm, la rotation de la broche est 4000 tr/min, l'avance de l'outil est 0.1 mm/tr. 96	96
Figure IV-1 : Modèle de la dynamique du système usinant à 2 DDL .....	99
Figure IV-2 : Paramétrisation des lèvres sur un outil .....	104
Figure IV-3 : Différentes positions de l'outil sur sa trajectoire à l'intérieur d'un passage .....	105
Figure IV-4 : Mécanisme itérative de recherche de la solution pour le pas suivant .....	107
Figure IV-5 : Comparaison des évolutions des épaisseurs des copeaux .....	110
Figure IV-6 : Comparaison des signaux d'efforts totaux .....	110
Figure IV-7 : Comparaison des signaux d'efforts totaux .....	111
Figure IV-8 : Evolutions des épaisseurs des copeaux pour chaque lèvre.....	112
Figure IV-9 : Evolutions des efforts d'interaction pour chaque lèvre .....	113
Figure V-1 : Comparaison entre les lobes de stabilité obtenus pour les systèmes à 1 & 2 DDL .....	122

Figure V-2 : Comparaison des lobes de stabilité obtenues pour des systèmes usinant avec et sans influence de l'effet d'indentation ; le phénomène de talonnage présente dans tous les cas..... 123

Figure V-3 : Comparaison entre les lobes de stabilité calculés pour un système à 1 DDL avec et sans influence du talonnage ..... 124

Figure V-4 : Validation expérimentale des lobes de stabilité pour le cas d'absence de l'effet d'indentation ..... 124

Figure V-5 : Comparaison entre les lobes de stabilité obtenus pour les systèmes avec forte (Configuration 2) et faible (Configuration 1) influence de torsion ..... 126

## INDEX DES TABLEAUX

Tableau III-1 : Caractéristiques des têtes de perçage .....	60
Tableau III-2 : Les configurations de la tête .....	60
Tableau III-3 : Les caractéristiques du foret TIVOLY .....	61
Tableau III-4 : Les caractéristiques de l’Al7075 [WEB_1] .....	62
Tableau III-5 : Les conditions de coupe correspondantes à une forte influence du phénomène de talonnage pour le couple outil matière utilisé .....	65
Tableau III-6 : Les effets accompagnés le processus du perçage vibratoire auto-entretenu.....	66
Tableau III-7 : Les coefficients dans le modèle effort de coupe obtenus pour différentes configurations du système usinant .....	81
Tableau III-8 : Les coefficients dans le modèle effort de talonnage obtenus pour différentes configurations du système usinant .....	84
Tableau III-9 : Les coefficients dans les modèles d’efforts.....	86
Tableau III-10 : La variation des angles.....	86
Tableau III-11 : La configuration du système usinant utilisé.....	87
Tableau III-12 : Les coefficients dans le modèle effort du talonnage obtenus pour différents angle de dépouille	91
Tableau III-13 : Les paramètres dans les modèles effort de coupe, effort du talonnage et effort d’indentation ...	96
Tableau III-14 : Les coefficients dans les modèles d’efforts appliqués .....	96
Tableau IV-1 : Configuration du système usinant analysé et les conditions de coupe appliquées .....	109
Tableau IV-2 : Les constants dans les modèles d’efforts .....	109
Tableau IV-3 : Les paramètres géométriques utilisés dans la simulation numérique.....	111
Tableau IV-4 : Les coefficients dans les modèles d’efforts pour chaque lèvre .....	112
Tableau V-1 : Les coefficients utilisés dans les calculs .....	121
Tableau V-2 : Les coefficients des modèles d’efforts .....	121
Tableau V-3 : Raideur et coefficients de couplage des modes pour le cas d’une forte influence de torsion.....	125
Tableau V-4 : Raideur et coefficients de couplage des modes pour le cas d’une faible influence de torsion .....	125

## NOTATIONS

$A_s$	Largeur de coupe
$D_c$	Distance instantanée entre l'arête de coupe réelle et le profil de la surface usinée
$D_p$	Distance instantanée entre l'arête de coupe virtuelle et le profil de la surface usinée
$F_x$	Effort total dans le sens $x$
$F_c$	Composante de l'effort de coupe orthogonal à la direction de coupe
$F_p$	Effort de talonnage
$F_i$	Effort d'indentation
$L_c$	Profil de la surface formée par l'arête réelle
$L_p$	Profil de la surface formée par l'arête virtuelle
$L_J$	Profil de la surface finale formée précédemment
$M$	Couple total
$M_c$	Couple généré par la coupe
$M_p$	Couple généré par le talonnage
$R$	Rayon externe de l'outil
$R_{av}$	Rayon effectif du foret
$T$	Période principale du système usinant
$a$	Avance de l'outil
$b$	Distance entre les arêtes de coupe réelle et virtuelle
$d_x, d_\varphi$	Amortissement du système usinant dans les sens $x$ et $\varphi$
$f$	Fréquence d'excitation du système usinant
$f_x$	Rapport entre fréquence d'excitation du système $f$ et sa fréquence propre dans le sens $x$
$f_\varphi$	Rapport entre fréquence d'excitation du système $f$ et sa fréquence propre dans le sens $\varphi$
$h_c$	Epaisseur principale du copeau
$h_p$	Epaisseur complémentaire du copeau

$k_x$	Raideur du système usinant dans le sens $x$
$k_\varphi$	Raideur du système usinant dans le sens $\varphi$
$k_{c0}, h_{c*}, r_c$	Constant du modèle effort de coupe
$k_{p0}, h_{p*}, r_p$	Constant du modèle effort de talonnage
$k_{i0}, x_{in*}, r_i$	Constant du modèle effort d'indentation
$m$	Masse modale du système usinant
$n_c$	Nombre des lèvres de l'outil considéré
$p_c, p_p$	Efforts de coupe et du talonnage distribués
$r$	Rayon de l'outil considéré
$s$	Chemin du point sur l'arête de coupe le long de sa trajectoire pendant l'usinage
$s_c$	Contrainte de cisaillement
$v_c$	Vitesse de coupe
$v_a$	Vitesse d'avance
$v_\omega$	Vitesse linéaire de rotation
$w_c$	Profondeur de passe
$x$	Déplacement axial de l'outil/du système usinant
$x_{in}$	Déplacement de l'outil correspondant à l'action de l'effet d'indentation
$A$	Fonction du transfert entre le temps et l'angle de rotation total
$\Theta$	Inertie en torsion du système usinant
$\Phi$	Fonction du transfert entre l'espace temporel et l'espace linéaire
$\alpha_0$	Angle de dépouille de l'outil donné
$\alpha_c$	Angle entre vitesse de coupe instantanée et le tangent vers la trajectoire du point considéré sur l'arête de coupe
$\gamma_0$	Angle de coupe de l'outil donné
$\varepsilon$	Erreur donnée des calculs dans les méthodes numériques utilisées
$\varphi$	Déplacement angulaire de l'outil/du système usinant
$\gamma^k$	Position angulaire relative de lèvre considérée ( $k$ ) par rapport aux autres lèvres, $k=1..n_c$
$\kappa_c, \kappa_p, \kappa_i$	Raideurs dynamiques des processus de coupe, du talonnage et d'indentation

$\mu$	Coefficient du frottement à l'interface outil/pièce
$\eta_c$	Épaisseur principale réduite du copeau
$\eta_p$	Épaisseur complémentaire réduite du copeau
$\kappa_{c0}, \kappa_{p0}, \kappa_{i0}$	Raideurs dynamiques réduites correspondant aux phénomènes de coupe, du talonnage et d'indentation
$\xi$	Déplacement axial réduit
$\varphi_0$	Angle de rotation total
$\tau$	Temps réduit du processus
$\psi$	Déplacement angulaire réduit
$\zeta_{ad}$	Coefficient de l'amortissement additionnel
$\zeta_x, \zeta_\varphi$	Coefficients de l'amortissement réduit du système usinant dans les sens de $x$ et $\varphi$
$\omega$	Rotation de la broche

## **INTRODUCTION GENERALE**

A ce jour nous observons un progrès important dans l'étude du processus de la coupe des métaux. Ce développement est dirigé par des demandes de l'industrie concernant l'augmentation de la productivité et l'amélioration de la qualité. De plus, l'augmentation des vitesses de coupe et la volonté d'alléger les pièces mécaniques conduit à remettre à l'ordre du jour la bonne maîtrise du broutement en usinage. Cette maîtrise nécessite de bien comprendre les différents phénomènes liés à la coupe afin de proposer des modèles et des méthodes permettant de prédire les domaines de stabilité.

Le talonnage apparaît fréquemment en usinage. Il a une forte influence sur la qualité de l'usinage, la durée de vie de l'outil et aussi sur la stabilité du système usinant. Ce phénomène est toujours lié à la coupe et donc difficile à modéliser. Les différents modèles de talonnage proposés dans la littérature ne sont pas faciles à recalibrer expérimentalement. De plus, ces modèles ne sont pas toujours faciles à exploiter pour modéliser et prédire la stabilité du système usinant.

L'objectif de ce travail est :

- de proposer un modèle de talonnage permettant de prédire d'une part l'effort de talonnage et la modification de la surface usinée d'autre part.
- de proposer une démarche expérimentale permettant de recalibrer le modèle effort de coupe et le modèle de talonnage
- d'intégrer ces modèles dans la simulation numérique du système usinant
- de modéliser l'amortissement additionnel du système usinant dû au talonnage

Pour cela nous proposons d'introduire une arête virtuelle modélisant l'interaction de la face de dépouille avec la surface usinée. Cette arête interagit avec la pièce comme l'arête de coupe. Elle enlève une faible épaisseur de matière correspondant à la modification de la surface usinée due au talonnage et exerce un effort correspondant à l'effort de talonnage. Les modèles efforts de coupe et de talonnage sont de même forme, seuls les coefficients sont différents.

En ce plaçant dans des conditions d'instabilités et en s'appuyant sur une analyse cinématique, nous proposons une méthode pour recalibrer les modèles efforts de coupe, de talonnage, d'indentation à partir de mesures expérimentales du déplacement relatif outil pièce et de l'effort exercé par l'outil sur la pièce. Pour cela nous utilisons la technologie innovante associée au perçage vibratoire et les résultats obtenus montrent une bonne corrélation entre le modèle proposé et les mesures expérimentales.

Les modèles d'efforts proposés avec le modèle du comportement dynamique du système usinant et le modèle de formation de la surface usinée nous vont permettre de réaliser la simulation numérique du comportement du système usinant. Cette étude nous a permis d'identifier l'impact du talonnage et d'indentation sur l'amortissement du système usinant.

Cette analyse nous a permis de proposer un modèle d'amortissement lié au talonnage et à l'indentation qui viennent s'ajouter à l'amortissement du système usinant.

Le mémoire est articulé autour de V chapitres. Le chapitre I commence avec l'état de l'art et l'identification du domaine d'étude. Nous discutons et définissons les limites d'applications des différents modèles présentés dans la littérature. A la fin de ce chapitre nous présentons l'analyse bibliographique des méthodes et les techniques de l'étude de la stabilité dynamique du système usinant.

L'objectif du chapitre II est de proposer les modèles de talonnage, d'effort de coupe et d'effort d'indentation. Les modèles proposés peuvent être appliqués pour l'analyse des opérations d'usinage comme le tournage, le fraisage, le perçage etc. Les efforts de coupe, de talonnage et d'indentation sont approximés avec des modèles non linéaires caractérisés par la raideur à l'origine (épaisseur de copeau tends vers zéro) et la raideur à l'infini (épaisseur de copeau importante).

Le chapitre III concerne la stratégie adoptée pour recaler les modèles de talonnage, d'effort de coupe et d'effort d'indentation à partir de mesures expérimentales. Ensuite nous nous intéressons à la robustesse de la technique développée et analysons la sensibilité des coefficients dans les modèles d'efforts au changement des paramètres opératoires du système usinant pour un couple outil matière donné. Enfin nous étudions la variation de l'affûtage de l'outil sur les modèles proposés.

Dans le chapitre IV, nous développons un algorithme de simulation numérique en prenant comme support le perçage vibratoire auto-entretenu. Nous considérons deux cas :

- Le système usinant à un degré de liberté (DDL)
- Le système usinant à 2 DDL en prenant en compte le couplage entre les deux modes de vibration (compression axiale et torsion)

Il a été développé un nouvel algorithme de simulation de la cinématique du système usinant pour le cas de l'outil ayant plusieurs arêtes. Cet algorithme considère le comportement conjugué de toutes les arêtes. Il permet de simuler la formation de la surface usinée pour chaque arête en fonction de ses paramètres géométriques. La technique de simulation numérique proposée permet de prédire le comportement réel du système porte-outil – outil – pièce sans faire les essais coûteux.

Dans le chapitre V, nous étudions la stabilité du système usinant pour identifier les lobes de stabilité. Les équations des lobes de stabilité sont obtenues pour un système à 2 DDL avec couplage entre les modes de vibration. Les lobes de stabilité construits numériquement dans ce chapitre sont validés avec une série d'essais pour l'opération du perçage vibratoire auto-entretenu réalisée avec un foret hélicoïdal. La partie finale de ce chapitre est consacré au modèle d'amortissement additionnel du système usinant. L'origine de cet amortissement est liée à la dissipation d'énergie due la présence des phénomènes de talonnage et d'indentation.

Enfin, nous proposons une conclusion rappelant les points forts de ce travail et proposant les perspectives.

## **CHAPITRE I:**

### **Etat de l'art**

#### **I.1 Comportement mécanique du système « outil-pièce » : approche mesoscopique**

En général le système « machine outil – outil – pièce » constitue un mécanisme complexe mettant en jeu des phénomènes physiques différents [Fontaine, 2007b], [Costes, 2007], [Bisu, 2009a]. Globalement tous ces phénomènes influent sur le résultat final : la surface usinée. Pour étudier le processus d'usinage avec une certaine finesse, il faut bien définir les phénomènes à prendre en compte. Tous les autres peuvent alors être négligés.

Dans le cadre des travaux réalisés, l'analyse de la stabilité dynamique est menée au niveau mesoscopique. Les effets métallographiques dans la région de formation du copeau (tels que le mouvement des dislocations, mécanisme de fissuration, changement de phase etc.) ne seront pas pris en compte. Par contre, la coupe est le mécanisme principal dans la formation de la nouvelle surface. Le talonnage est un mécanisme qui apparaît dans la zone de contact entre l'outil et la pièce. Nous allons montrer que ces phénomènes influent sur le comportement dynamique de l'outil pendant usinage. La compréhension de ces phénomènes permet d'optimiser le comportement dynamique du système usinant.

##### **I.1.1 Phénomène de coupe**

Le résultat de la coupe est la formation de la nouvelle surface par l'enlèvement d'un copeau. Le modèle classique de coupe a été proposé par Merchant dans [Merchant, 1945]. Dans ce modèle l'effort de l'interaction outil pièce a été considéré comme un glisseur.

Il est évident que la valeur de l'effort de coupe dépend de la quantité de la matière enlevée (épaisseur du copeau et largeur de coupe) [Laheurte, 2006]. La modélisation de l'effort de coupe est encore actuelle. Les modèles présentés dans la littérature peuvent être divisés en deux groupes : l'effort de coupe est modélisé comme une fonction linéaire ou comme une fonction non linéaire vis-à-vis de l'épaisseur du copeau.

Les modèles linéaires sont simples à utiliser et sont souvent appliqués dans le monde industriel Figure I-1 :

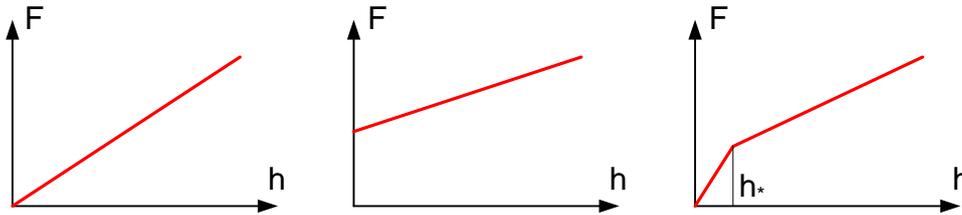


Figure I-1 : Les différentes formes de modèle linéaire

La forme générale de la fonction linéaire  $F(h)$  est la suivante

$$F = K_c \cdot A_s \cdot h + F_0 \quad (1.1)$$

Pour un modèle bilinéaire on a l'équation avec une condition [Altintas, 2000]

$$\begin{aligned} F &= K_{c1} \cdot A_s \cdot h, & h \leq h_* \\ F &= K_{c1} \cdot h_* + K_{c2} \cdot (h - h_*) \cdot A_s, & h > h_* \end{aligned} \quad (1.2)$$

Les paramètres  $F_0$ ,  $K_c$ ,  $K_{c1}$ ,  $K_{c2}$  dans ces équations dépendent des caractéristiques mécaniques et géométriques du système « outil – pièce ». Le paramètre  $h_*$  définit une épaisseur spécifique du copeau qui correspond au changement du facteur de proportionnalité entre  $F$  et  $h$ .

Il est à remarquer que les modèles linéaires décrivent bien l'effort de coupe lorsque l'épaisseur du copeau est relativement importante. C'est le cas de la coupe conventionnelle avec un copeau continu (Figure I-2). Mais s'il y a un déplacement relatif important entre l'arête de coupe et la pièce (broutement), l'épaisseur du copeau est variable et peut devenir nulle. De plus, pour certaines opérations comme le fraisage nous observons une perte de contact entre l'outil et la pièce. Cela conduit à un copeau fractionné (Figure I-2) :



Figure I-2 : Deux types du copeau : continu et fractionné

Dans ce cas les modèles linéaires  $F(h)$  ne sont plus capables de représenter précisément le comportement entre l'effort de coupe et l'épaisseur du copeau variable. Il faut utiliser les modèles non linéaires. Le modèle non linéaire le plus connu est le modèle exponentiel

$$F = K_c \cdot A_s \cdot h^m \quad (1.3)$$

Mais ce modèle ne respecte pas le sens physique du processus de coupe car la raideur de coupe lorsque l'épaisseur du copeau tend vers zéro devient infini [Brissaud, 2008]:

$$\left. \frac{dF}{dh} \right|_{h \rightarrow 0} = \infty \quad (1.4)$$

Cet inconvénient est évité avec le modèle fractionnel [Brissaud, 2008] :

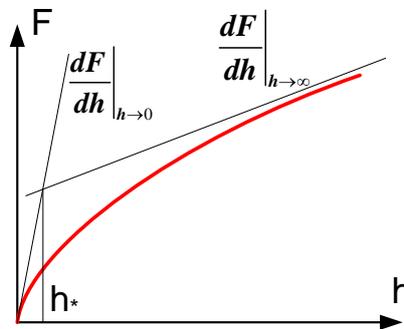


Figure I-3 : Modèle effort de coupe ratio fractionnel

$$F = k_0 \cdot A_s \cdot h_* \cdot \frac{h/h_* + r \cdot h/h_*^2}{1 + h/h_*} \quad (1.5)$$

Le paramètre  $k_0$  décrit la raideur de coupe quand l'épaisseur du copeau tend vers le zéro. Le paramètre  $r$  est le rapport entre la raideur de coupe quand l'épaisseur du copeau tend vers l'infini et  $k_0$ . Le paramètre  $h_*$  est une épaisseur spécifique du copeau qui dépend du couple outil matière.

## I.1.2 Phénomène de talonnage

### I.1.2.1 Identification et localisation du phénomène

Le phénomène de talonnage est une interaction entre l'outil et la pièce au niveau de la face en dépouille de l'outil. Cette interaction est différente de la coupe et elle peut aussi influencer sur la formation de la surface usinée. Le talonnage apparaît lorsque la face de dépouille entre en contact avec la matière usinée.

Comme le talonnage est associé à un contact physique entre l'outil et la pièce, un effort complémentaire est généré. Dans certains cas, cet effort peut interrompre le processus d'usinage et même endommager la partie coupante de l'outil.

L'analyse des modèles présentés dans la littérature montre que le phénomène de talonnage conduit à une sollicitation complémentaire à l'interface outil-pièce. Chaque modèle a ces propres hypothèses. Nous présentons les modèles du talonnage existant en deux groupes :

- Les modèles prenant en compte l'influence de la zone morte. Ils considèrent la matière dans cette zone pouvant former une arête rapportée. Le phénomène de talonnage est introduit comme le contact entre la face de dépouille pouvant être modifiée par l'arête rapportée et la matière usinée.
- Les autres modèles considèrent le rayon d'acuité d'arête. La notion de l'angle de coupe instantané est introduite. Le phénomène de talonnage apparaît dans la partie du rayon d'acuité où les angles de coupe sont négatifs.

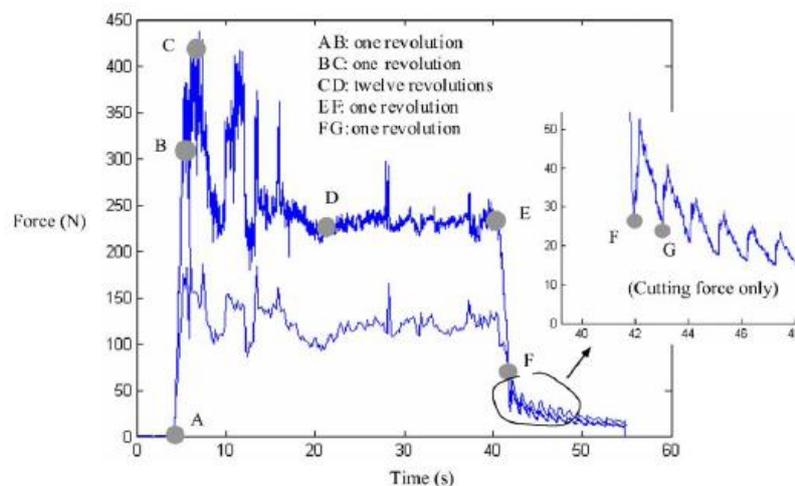
Il y a aussi les modèles qui ne localisent pas le talonnage. Ils évaluent l'effort du talonnage à partir de données expérimentales ou par les équations analytiques.

Alors analysons plus en détail les modèles de talonnage importants présentés dans la littérature.

### I.1.2.2 Modélisation du talonnage

#### I.1.2.2.1 Effort de talonnage et effort de pénétration correspondant à une avance nulle

L'effort de talonnage est calculé directement à partir de résultats expérimentaux. Une de ces méthodes est *zero-feed interpolation method* [Guo, 2004], [Stevenson, 1998]. Cette méthode est basée sur un signal d'effort mesuré pendant le processus d'usinage. L'usinage est réalisé avec une vitesse de coupe constante. Les auteurs de cette méthode remarquent une présence d'un effort positif quand l'avance de l'outil est égale au zéro. Ils associent cet effort à l'effort de talonnage Figure I-4 :



Pour évaluer l'amplitude de cet effort un algorithme est utilisé. L'effort total mesuré est tracé en fonction de l'avance (épaisseur du copeau). Cette droite est extrapolée pour une avance nulle. L'effort obtenu est considéré comme l'effort de talonnage. Sur la Figure I-5 cette technique est illustrée pour deux vitesses de coupe différentes. Les efforts sont déterminés dans les directions de la vitesse de coupe et d'avance.

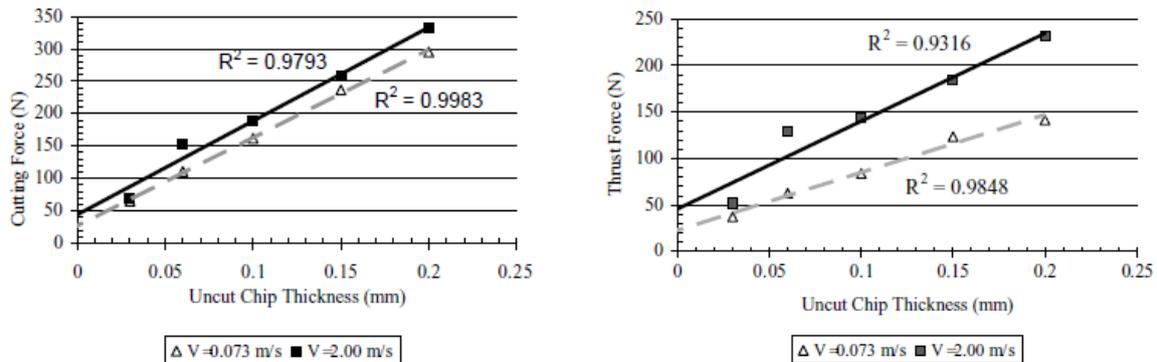


Figure I-5 : Procédure d'extrapolation de l'effort mesuré total pour différentes vitesses de coupe : à gauche l'effort mesuré dans la direction de coupe, à droite l'effort mesuré dans la direction d'avance

Hsu [Hsu, 1966] a extrapolé l'effort mesuré jusqu'au moment où l'épaisseur du copeau devient égale au rayon d'acuité d'arête.

Cette méthode s'appuie sur un modèle linéaire pour modéliser le comportement  $F(h)$ . Comme il est décrit ci-dessus les modèles linéaires correspondent à la réalité que pour de grandes épaisseurs du copeau. De plus, l'effort obtenu par les auteurs peut correspondre à d'autre phénomène comme par exemple un collage du copeau sur la face de coupe de l'outil.

### I.1.2.2.2 Modèle du talonnage et bande de cisaillement lié à la coupe

Challen et Oxley dans [Challen, 1979] proposent un modèle de coupe où le talonnage est modélisé à l'aide de lignes de glissement. Ils étudient le mécanisme de frottement à l'interface outil – pièce. Abebe dans [Abebe, 1981] construit un champ de glissement de la matière usinée avec un outil ayant des angles de coupe négatifs. Le développement principal de ce modèle est présenté dans les travaux de Waldorf [Waldorf, 1998] et Fang [Fang, 2005]. Il est envisagé une arête de coupe avec un rayon d'acuité. La matière usinée forme une zone morte près de l'arête de coupe. Le mouvement de la matière à l'extérieur de la zone morte est divisé en deux flux. Une partie de la matière s'écoule le long de la face de coupe de l'outil et forme le copeau. Une autre partie de la matière se déplace vers la face de dépouille de l'outil (Figure I-6).

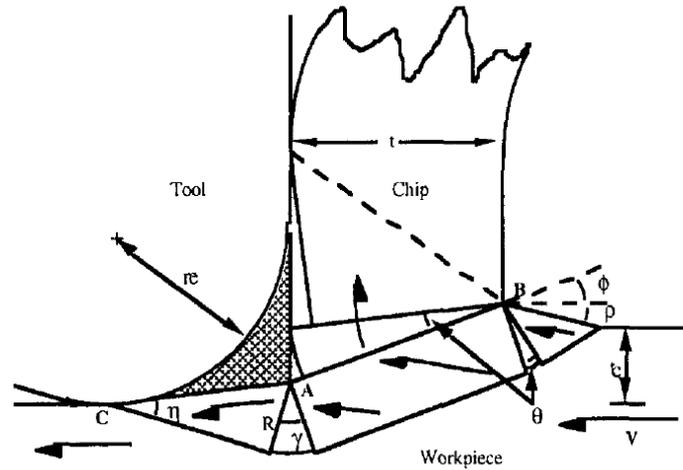


Figure I-6 : L'image des lignes de glissement et de l'outil avec la zone morte

Selon ce modèle, la matière située dans la zone morte est considérée collée à l'arête de coupe. Les auteurs proposent de simuler ce comportement avec une arête de coupe fictive placée au point extrême A de ce bourrelet. Le mécanisme de l'interaction entre l'arête fictive et la matière usinée est associé à un mécanisme d'indentation. L'effort d'indentation est associé à l'effort de talonnage. Selon [Waldorf, 1998] et la Figure I-6 nous obtenons l'effort du talonnage dans les directions de la coupe et de l'avance :

$$F_p^{thrust} = s_c \cdot w_c \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \theta + 2 \cdot \gamma + \sin 2\eta \cdot \cos \varphi - \gamma + \eta - \cos 2\eta \cdot \sin \varphi - \gamma + \eta \right] \cdot CA$$

$$F_p^{cut} = s_c \cdot w_c \cdot \left[ \cos 2\eta \cdot \cos \varphi - \gamma + \eta + 1 + 2 \cdot \theta + 2 \cdot \gamma + \sin 2\eta \cdot \sin \varphi - \gamma + \eta \right] \cdot CA \quad (1.6)$$

$$CA = \frac{R}{\sin \eta}$$

Où  $\eta$  est l'angle entre la ligne de glissement et la face inférieure de la zone morte,  $\varphi$  est l'angle de cisaillement. Les paramètres géométriques  $R$ ,  $\theta$  et  $\gamma$  sont illustrés sur la Figure I-6.

Le principal inconvénient de ce modèle est l'utilisation d'un mécanisme physique complexe lié à l'écoulement de la matière. Il est assez difficile d'évaluer expérimentalement les différents paramètres intervenant dans l'équation (1.6).

### I.1.2.2.3 Méthode d'équilibre des efforts associés à la coupe

Il est proposé dans [Manjunathaiah, 2000] de relier le phénomène de talonnage avec la géométrie de la partie coupante de l'outil Figure I-7.

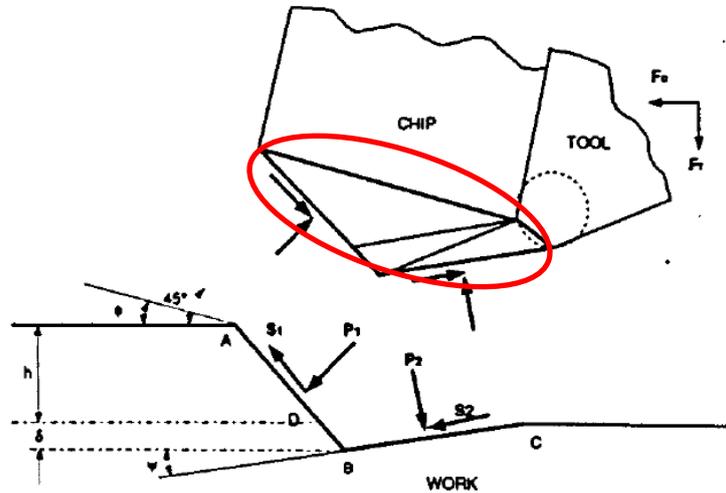


Figure I-7 : Distribution des efforts sur la frontière inférieure de la zone de déformation

Il est supposé que la déformation de la matière usinée est possible seulement dans la zone près de l'arête de coupe. La matière de la pièce à l'extérieur de cette zone reste indéformable. Le résultat de la déformation est la création du copeau. L'effort total généré contient l'effort de coupe et l'effort de talonnage. Il est proposé d'évaluer cet effort directement à partir de l'équilibre des efforts sur la face inférieure ABC de la zone de déformation :

$$\begin{aligned} F_{cut} &= \left[ h - p \cdot \cot \varphi + h + r_n \cdot \sin \theta - k - 1 \cdot \delta \right] \cdot s_c \\ F_{thr} &= h - p \cdot \cot \varphi - h + r_n \cdot \sin \theta + k - 1 \cdot \delta \cdot \cot \psi \end{aligned} \quad (1.7)$$

Où  $p$  est la profondeur de la pénétration,  $\varphi$  est l'angle de l'inclinaison de la face supérieure AP de la zone de déformation,  $r_n$  est le rayon d'acuité d'arête,  $\theta$  est l'angle de séparation,  $k$  est le facteur de la tension qui varie selon les conditions de coupe,  $\delta$  est le taux de déformation au-dessous de l'outil,  $\psi$  est l'angle d'inclinaison de la face inférieure BC de la zone de déformation.

Un des avantages de ce modèle est l'introduction des paramètres géométriques (rayon d'acuité d'arête) dans l'équation de l'effort. Mais malheureusement, avec les équations (1.7) il n'est pas possible d'évaluer séparément l'effort de coupe et l'effort de talonnage.

#### I.1.2.2.4 Modèle analytique des efforts de coupe

Wang et Zheng dans son article [Wang, 2002] analyse le processus de fraisage (Figure I-8). Ils définissent l'interaction entre l'outil et la pièce comme un ensemble des mécanismes de cisaillement et de talonnage. L'effort total est donc une combinaison linéaire des efforts de cisaillement et de talonnage. Ce modèle est envisagé avec 6 paramètres :  $k_{ts}$ ,  $k_{rs}$ ,  $k_{as}$ ,  $k_{tp}$ ,  $k_{rp}$ ,  $k_{ap}$

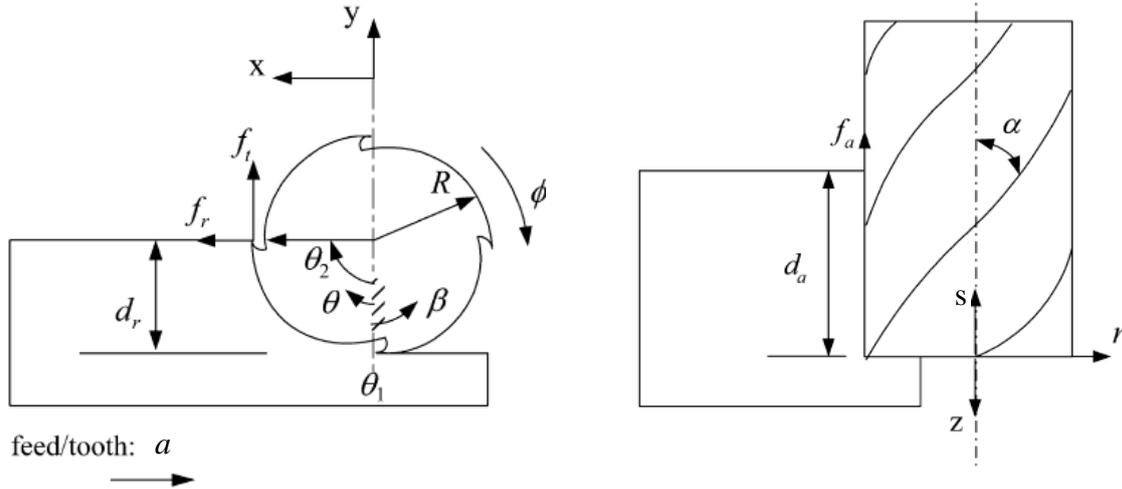


Figure I-8 : Paramétrisation du processus de fraisage

L'effort local est exprimé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} df_x &= df_t \cdot \cos \theta + df_r \cdot \sin \theta \\ df_y &= df_t \cdot \sin \theta - df_r \cdot \cos \theta \\ df_z &= -df_a \end{aligned} \quad (1.8)$$

Avec

$$\begin{aligned} df_t &= k_{ts} \cdot h \cdot ds + k_{tp} \cdot ds \\ df_r &= k_{rs} \cdot k_{ts} \cdot h \cdot ds + k_{rp} \cdot k_{tp} \cdot ds \\ df_a &= k_{as} \cdot k_{ts} \cdot h \cdot ds + k_{ap} \cdot k_{tp} \cdot ds \end{aligned} \quad (1.9)$$

La première équation dans (1.9) représente la fonction linéaire entre la composante tangentielle de l'effort de coupe  $df_t$  et l'épaisseur du copeau  $h$  :

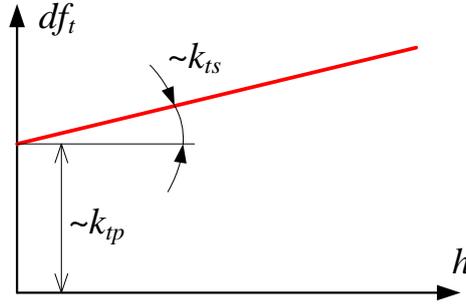


Figure I-9 : Modèle linéaire effort de coupe dans le sens tangentiel

Le paramètre  $k_{tp}$  caractérise l'effort nécessaire pour obtenir un copeau (refus de coupe). Donc nous observons un effort positif pour une épaisseur du copeau égale zéro. Cet effort est associé à l'effort du talonnage. Les paramètres  $k_{ts}$  et  $k_{tp}$  sont calculés expérimentalement.

Deux autres équations dans (1.9) définissent les mêmes dépendances mais entre les composantes de l'effort de coupe radiale et axiale et l'épaisseur du copeau. Les paramètres  $k_{rs}$ ,  $k_{as}$  et  $k_{rp}$ ,  $k_{ap}$  caractérisent les rapports entre les composantes de l'effort de coupe radial et axial à la composante de l'effort de coupe tangentiel.

Alors les équations finales sont présentées sous une forme matricielle

$$df = \begin{bmatrix} df_x \\ df_y \\ df_z \end{bmatrix} \theta = q_1 p_1 \theta ds + q_2 p_2 \theta ds \quad (1.10)$$

Avec

$$p_1 \theta = \begin{bmatrix} \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \sin^2 \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad p_2 \theta = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

$$q_1 = k_{ts} \cdot a \cdot \begin{bmatrix} 1 & k_{rs} & 0 \\ -k_{rs} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{as} \end{bmatrix}, \quad q_2 = k_{tp} \cdot \begin{bmatrix} 1 & k_{rp} & 0 \\ -k_{rp} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{ap} \end{bmatrix}$$

Le paramètre  $q_1$  représente une pression spécifique liée à la coupe. Le paramètre  $q_2$  représente une pression spécifique liée au talonnage. Les paramètres  $p_1$  et  $p_2$  sont les matrices des cosinus directeurs pour les mécanismes de coupe et de talonnage.

### I.1.2.2.5 Modèle effort de talonnage et volume de matière déformé par la face de dépouille

La majorité des modèles de talonnage présentés dans la littérature sont basés sur un mécanisme d'indentation de la matière usinée par la face de dépouille de l'outil. Le principe de ce mécanisme est bien décrit dans les articles [Wu, 1989] et [Endres, 1995]. Il est envisagé une arête de coupe ayant un rayon d'acuité. Pendant l'usinage l'écoulement de la matière usinée est divisé sur deux flux. La matière de la pièce près de l'arête de coupe se déplace le long de la face de coupe. Elle forme le copeau. Par contre, la partie AB du rayon d'acuité d'arête déforme plastiquement la surface usinée (Figure I-10).

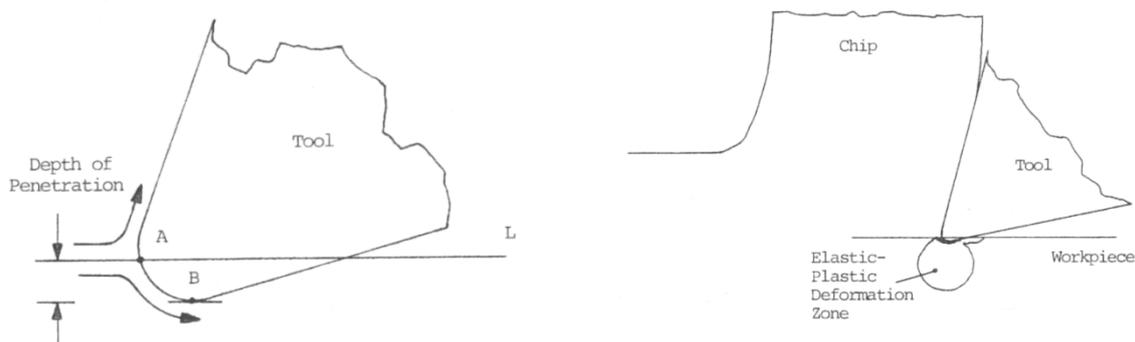


Figure I-10 : Principe du modèle de coupe avec un volume de la matière déformé plastiquement

Une hypothèse simplificatrice est appliquée [Wu, 1989] : le phénomène du talonnage est associé à un mécanisme de déformation élastoplastique.

Les auteurs font aussi l'hypothèse que le frottement est constant entre la face de dépouille et la pièce. Dans ce cas l'effort de talonnage est proportionnel au volume de la matière déformé par la face de dépouille :

$$\begin{aligned} F_p^{thrust} &= f_{sp} \cdot V \\ F_p^{cut} &= \mu \cdot F_{px} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Où  $V$  est le volume total déformé,  $f_{sp}$  est un coefficient [Wu, 1989]. Les paramètres  $\mu$  et  $f_{sp}$  sont calculés à partir de données expérimentales. Pour l'usinage des aciers ces coefficients sont analysés dans [Wu, 1988], [Bailey, 1975].

La difficulté de ce modèle est de calculer le volume  $V$ . Il n'est pas possible de le mesurer expérimentalement pendant l'usinage. Dans l'article [Endres, 1995] ce volume est déterminé par une division de la zone du contact par des segments élémentaires (Figure I-11). Le volume du chaque segment est calculé. Puis le volume total est la somme de ces petits volumes.

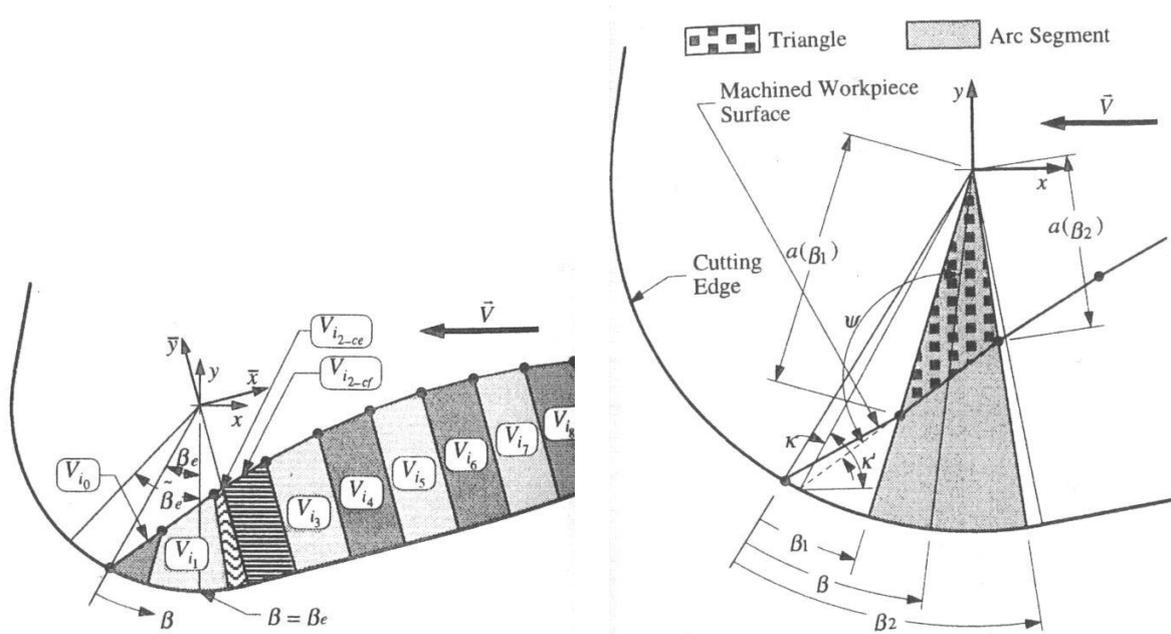


Figure I-11 : Technique d'une division du volume déplacé par des volumes élémentaires finis

Considérons ici le cas simple où le volume élémentaire de la matière déformé est calculé pour un processus d'usinage avec le copeau continu :

$$V_{i,cct} = \frac{w_c}{2} \cdot \left[ r_e^2 \cdot \left( \tilde{\beta}_e + \gamma_c - \frac{\cos \tilde{\beta}_e}{\cos \gamma_c} \cdot \sin \tilde{\beta}_e + \gamma_c \right) + \frac{1}{\tan \gamma_c} \cdot \left( r_e - \frac{r_e - p}{\cos \gamma_c} \right)^2 \right] \quad (1.13)$$

Où  $r_e$  est le rayon d'acuité d'arête,  $\beta_e$  est l'angle du contact,  $\gamma_c$  est l'angle de dépouille de l'outil,  $p$  est la profondeur de pénétration. Le volume total est la somme pour tous les segments. Le calcul du volume de la matière déplacée  $V$  dans le cas de formation du copeau fractionné est réalisé dans [Endres, 1995].

Nous pouvons remarquer que la détermination du paramètre empirique  $p$  est possible qu'avec une certaine erreur  $\varepsilon$ . Dans ce cas le volume  $V$  va contenir une erreur correspondant à  $\varepsilon^3$ . Le modèle proposé est donc très sensible à la méthode de calcul de la profondeur de pénétration  $p$ .

### I.1.2.2.6 Mécanisme d'amortissement complémentaire pour modéliser l'effort du talonnage

Dans l'article [Wu, 1985] le phénomène de talonnage est associé avec un mécanisme d'amortissement dans le système usinant. Il est considéré un outil ayant un rayon d'acuité d'arête. Le talonnage est localisé dans la zone où l'angle de coupe est négatif. L'effort de talonnage agit dans le sens perpendiculaire à la direction de coupe. Le talonnage est donc un mécanisme qui empêche une pénétration de l'outil dans la matière usinée. L'effort de talonnage est une fonction explicite du coefficient d'amortissement du système usinant. De plus, l'effort de talonnage est inversement proportionnel à la vitesse de coupe  $v_c$  :

$$F_p = \frac{d_x \cdot w_c}{v_c} \cdot \dot{x} \quad (1.14)$$

Le paramètre  $\dot{x}$  caractérise le mouvement vibratoire de l'outil suivant une direction perpendiculaire à la vitesse de coupe  $v_c$ .

Le principal avantage de ce modèle est l'utilisation d'une fonction explicite pour modéliser la dépendance entre l'effort du talonnage et les paramètres du système usinant. De plus, l'idée d'associer la modélisation de ce phénomène avec le mécanisme d'amortissement définit l'action du talonnage sur le système usinant.

### I.1.3 Autres phénomènes

Nous pouvons faire les conclusions suivantes :

- Le phénomène du talonnage est lié toujours au phénomène de coupe.
- Le talonnage joue un rôle dans la sollicitation de la partie coupante de l'outil. Dans certain cas cette sollicitation peut détruire l'outil et/ou la pièce.

Le phénomène de talonnage est systématiquement présent dans les opérations de perçage et tout particulièrement dans le cas du perçage vibratoire.

Guibert [Guibert, 2008] a étudié le phénomène d'indentation dans la zone du l'âme du foret. La matière usinée près de cette zone n'est pas coupée car la vitesse de coupe est trop faible. L'âme du foret, grâce à l'avance déforme la matière et la repousse vers les deux lèvres du foret où elle est coupée. Cela produit un effort de poussée important.

Le foret est un outil ayant en général plusieurs lèbres (sauf le foret  $\frac{3}{4}$  qui a une seule arête coupante). Pendant l'usinage chaque lèvre génère un effort de coupe. De plus le perçage est un processus de coupe oblique [Laporte, 2009]. Les efforts générés peuvent être mesurés suivant deux composantes : l'effort dans le sens axial de l'outil  $F_{ai}$  ( $i=1,2$ ) et l'effort dans le sens tangentiel de l'outil  $F_{ti}$  ( $i=1,2$ ) (Figure I-12)

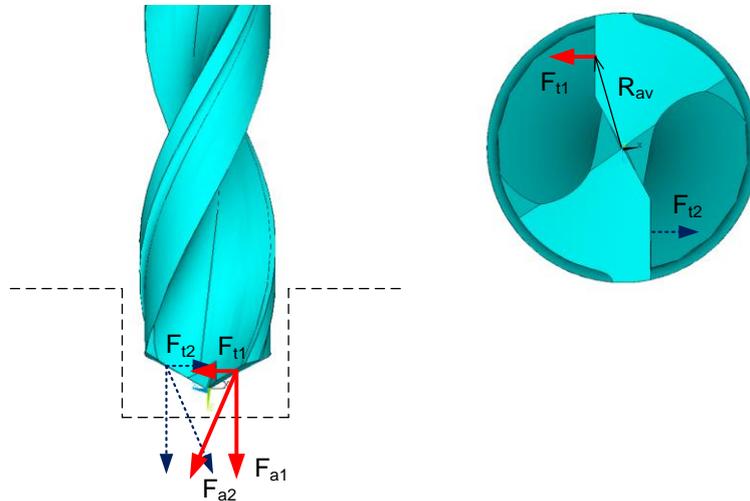


Figure I-12 : Distribution des efforts sur un foret pendant la coupe

Dans [Bayly, 2001] l'effort de coupe est simulé par un glisseur sans prise en compte de l'effort de talonnage. Le couple est alors calculé avec l'équation suivante [Gousskov, 2007] :

$$M = -K_c \cdot A_s \cdot h \cdot R_{av} \quad (1.15)$$

La présence du couple peut provoquer des vibrations angulaires (torsion) dans le système usinant [Cahuc, 2010]. Avec les vibrations axiales, elles spécifient le mouvement complexe de l'outil/pièce pendant usinage. Dans certains cas le couple peut influencer suffisamment la stabilité du système usinant. Cette influence est observée dans le cas du forage de trous profonds.

## I.2 Dynamique du système usinant

La stabilité du processus de coupe est une des conditions principales du bon fonctionnement de l'usinage. L'étude de la stabilité permet d'obtenir les différents comportements du système usinant en fonction des paramètres opératoires. Pour faire une analyse de stabilité, il faut tout d'abord définir le système usinant et modéliser son comportement dynamique.

## I.2.1 Modélisation du système usinant

La modélisation du système « machine-outil – outil – pièce » dépend du type d'analyse que l'on veut effectuer. Pour simuler le comportement réel du système usinant le plus précisément possible il faut identifier les principaux degrés de liberté.

Considérons un système usinant à 1 DDL. Il consiste au déplacement axial de l'outil. Ce système comporte une masse modale  $m$ , une raideur  $k$  et un amortissement  $d$ . Pendant usinage un effort de coupe  $F$  entre l'outil et la pièce est généré (Figure I-13) :

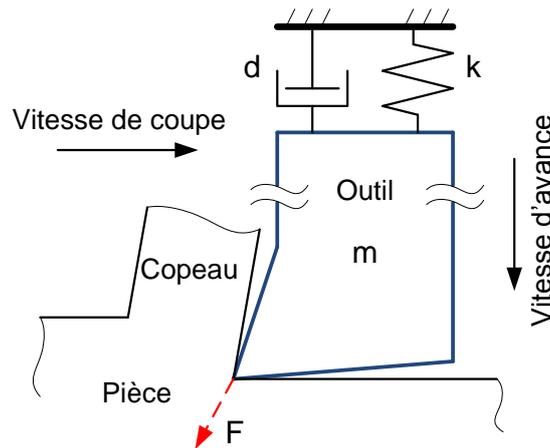


Figure I-13 : Le principe du processus de coupe

Maintenant introduisons un 2<sup>ème</sup> DDL dont le déplacement associé est orthogonal au premier DDL. Dans ce cas il faut définir la masse, la raideur et l'amortissement modal du système usinant pour chaque degré de liberté. Dans certains cas, il faut aussi introduire les paramètres de couplage entre les différents modes [Hodges, 1980]. L'effort d'interaction entre l'outil et la pièce est alors projeté sur chaque base modale.

L'établissement du système usinant est une étape importante dans l'étude de la stabilité dynamique. Prenons par exemple un système usinant à deux degrés de liberté avec présence d'un couplage entre les modes de vibrations pouvant être décrit avec l'équation suivante

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX + CX = F \quad (1.16)$$

Où  $M$ ,  $K$ ,  $D$  sont les matrices de masse modale, raideur et amortissement du système,  $F$  est la matrice d'efforts de coupe. Le paramètre  $X=[x_1, x_2]^T$  est le vecteur d'état du système usinant. La matrice  $C$  contient les coefficients de couplage des modes. Si les vibrations sont indépendantes la matrice  $C$  sera nulle.

L'équation (1.16) peut être aussi utilisée pour modéliser la dynamique du système usinant à  $n$  degrés de liberté. Dans ce cas la forme de l'équation reste la même mais avec son propre vecteur d'état  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  et les matrices  $M$ ,  $D$ ,  $K$ ,  $C$ . La partie droite de l'équation  $F$  comporte les composants de la sollicitation du système usinant pour les  $n$  degrés de liberté.

Certaines techniques pour étudier la stabilité utilisent l'équation de la dynamique du premier ordre dans une forme matricielle. Cette équation est dérivée de l'équation de la dynamique de deuxième ordre en utilisant la transformation de Cauchy. Considérons l'équation (1.16) pour  $n$  degrés de liberté et introduisons un nouvel vecteur d'état du système analysé :

$$Y = y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}, y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}^T$$

avec  $y_{11} = x_1$ ,  $y_{12} = \dot{x}_1$ ,  $y_{1n} = x_n$ ,  $y_{21} = \dot{x}_1$ ,  $y_{22} = \dot{x}_2$ ,  $y_{2n} = \dot{x}_n$

Après modification l'équation (1.16) prend la forme

$$\dot{X} = AX + B \quad (1.17)$$

Où matrices  $[A]$  et  $[B]$  dépendent de la masse, de la raideur modale et de l'amortissement du système usinant.

Dans le cas du système à 1 DDL l'équation de la dynamique dans la forme matricielle est la même que l'équation (1.17) mais avec son propre vecteur d'état  $Y = y_{11}, y_{21}^T$ , où  $y_{11} = x$ ,  $y_{21} = \dot{x}$ .

## I.2.2 Phénomène de broutement

Au début du XX siècle pendant l'étude de la coupe, Taylor [Taylor, 1907] a découvert un phénomène qui limitait la productivité du processus d'usinage. Il l'a nommé le broutement. Un peu plus tard Arnold [Arnold, 1946] a proposé une explication sur l'origine du broutement. Il a introduit un modèle effort de coupe comme une fonction de la vitesse de coupe. De cette façon Arnold associait la nature non linéaire du broutement avec le mécanisme de formation du copeau ayant une épaisseur variable, le mécanisme du frottement dans le système « outil – pièce » et la raideur de coupe. Mais les outils numériques étant limités, il a dû linéariser son modèle. Et seulement un demi-siècle après Tobias, Fishwick et Hanna établissaient dans leurs travaux [Tobias, 1958] et [Hanna, 1974] le mécanisme du broutement. Ils ont étudié un processus de coupe orthogonal. Ils le modélisaient avec un modèle à 1 DDL. Le mécanisme de broutement a été modélisé avec des équations introduisant un retard à l'aide de polynômes du 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> ordres. Ces polynômes décrivaient la nature non linéaire du broutement.

La théorie de Tobias, Fishwick et Hanna donnait naissance à un certain nombre de modèles du mécanisme de broutement. L'origine du broutement a alors été établie :

- Le mécanisme régénératif de la formation de la surface usinée
- Le mécanisme du frottement à l'interface copeau – outil
- La liaison entre les différents modes de vibration

Examinons ces mécanismes plus précisément et établissons leur influence sur le phénomène du broutement [Poduraev, 1970].

### I.2.2.1 Origine de broutement

#### I.2.2.1.1 Mécanisme régénératif de formation de la surface usinée

L'outil pendant usinage, à cause d'excitations extérieures, effectue des oscillations par rapport à la pièce. Ces oscillations sont liées à la dynamique structurelle du système usinant. L'intensité de ces oscillations est déterminée par les conditions de coupe et les paramètres opératoires du système usinant. Elles forment des vagues sur la surface usinée. A la fin de chaque période correspondant au temps entre deux passages successifs de l'arête de coupe (en tournage période est égale à un tour de la pièce) l'outil génère la surface ce qui peut conduire à un copeau ayant une épaisseur variable (Figure I-14) :

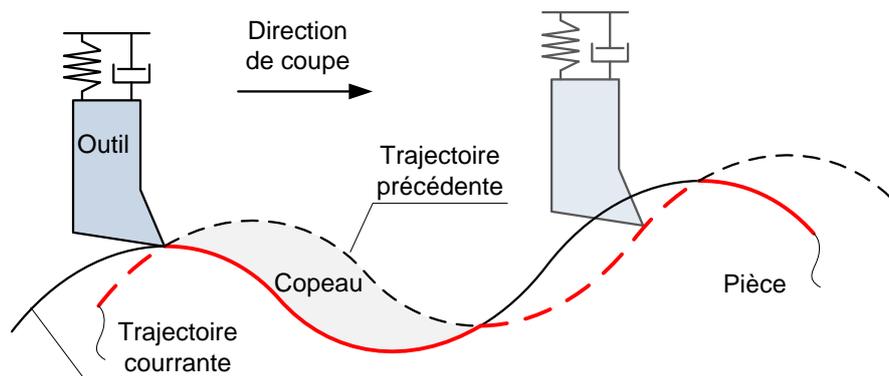


Figure I-14 : Mécanisme de formation du copeau pendant la coupe vibratoire

La variation de l'épaisseur du copeau à son tour provoque une modulation de l'effort de coupe et excite le système usinant. On observe donc un mécanisme régénératif de formation de la nouvelle surface et la surface finie correspond à l'enveloppe de l'ensemble des vagues [Altintas, 2000], [Bisu, 2009b], [Fromentin, 2010c].

#### I.2.2.1.2 Mécanisme du frottement à l'interface copeau-outil

Le problème du contact à l'interface copeau – outil est étudié dans [Oxley, 1989] en utilisant les méthodes expérimentales et analytiques. La difficulté est que le frottement est lié directement à l'usure de l'outil [Trigger, 1956], [Cook, 1973]. Cook dans [Cook, 1959], à partir de données expérimentales, a établi une dépendance entre le coefficient de frottement à l'interface copeau – outil et la vitesse d'enlèvement du copeau. Cette vitesse est variable à cause du mouvement vibratoire de l'outil et le copeau à une épaisseur variable. Ce changement de vitesse verse une contribution dans le mécanisme du broutement [Wu, 1985], [Wiercigroch, 2001a].

#### I.2.2.1.3 Mécanisme du couplage des modes d'oscillation

Les effets associés aux degrés de liberté peuvent apparaître dans deux directions orthogonales. Ces modes sont liés l'un à l'autre. Le résultat de cette liaison est un mouvement elliptique de l'outil/pièce pendant usinage. Ce type de comportement peut conduire à une perte de contact entre l'outil et la pièce [Wu, 1985]. Nous pouvons observer cet effet par exemple en perçage avec un foret hélicoïdal [Bayly, 2001]. Les vibrations axiales

du foret dues à l'effort de coupe génèrent un couple variable. A son tour le couple excite le foret et des oscillations angulaires apparaissent qui influent sur les vibrations axiales.

### **I.2.2.2 Influence du broutement sur le processus d'usinage**

Le broutement apparait dans le système usinant quand il devient instable [Gagnol, 2007], [Seguy, 2010]. Ce phénomène provoque la formation d'un copeau ayant une épaisseur variable. A son tour ce changement conduit à une modulation de l'effort de coupe qui amplifie les vibrations.

Une des méthodes la plus connue pour définir la stabilité du processus d'usinage est l'utilisation d'une approche analytique permettant d'obtention des lobes de stabilité. Ces lobes sont tracés en fonction des paramètres opératoires du système usinant. Ci-après nous analysons plus en détail les différentes méthodes d'obtention des lobes de stabilité.

## **I.3 Stabilité dynamique de la coupe**

L'étude mathématique de la stabilité des systèmes comportant un retard est bien développée. Analysons les différentes techniques associées à l'étude de la stabilité proposées dans la littérature.

### **I.3.1 Aspects générales, notion de « lobes de stabilité »**

Dès début de l'étude de la dynamique du processus d'usinage est directement lié au problème de stabilité de ce processus. Les chercheurs essayent, dans les plupart des cas de définir les conditions de coupe pour que le système usinant reste stable. Tlusty et Polacek dans [Tlusty, 1963] ont établi les conditions principales de la stabilité. Ils analysent la dynamique du système usinant et définissent la réponse de la surface usinée comme origine du broutement. C'est une définition qualitative de la stabilité du processus d'usinage. Merrit [Merrit, 1965] a défini les diagrammes de conditions de coupe compatibles avec l'absence de broutement. Avec ces diagrammes, il est possible de prédire la stabilité du système usinant en fonction des paramètres opératoires du système usinant (profondeur de passe, vitesse de coupe). Cette méthodologie a apporté une contribution importante dans l'application industrielle de l'étude de stabilité du système usinant. Plus tard ces diagrammes nommés « lobes de stabilité » sont devenus la base d'étude de stabilité linéaire [Thevenot, 2006], [Khasawneh, 2009], [Eynian, 2009]. Le principe de toutes ces techniques reste le même. Il s'agit de définir les frontières entre la coupe continue et la coupe vibratoire en fonction des paramètres opératoires du système usinant.

### I.3.2 Phénomènes influant sur la stabilité de la coupe

Avant de commencer l'analyse des méthodes d'étude de la stabilité du système usinant nous définissons le domaine d'étude et considérons les mécanismes influant sur la stabilité. Distinguons trois types de mécanismes influant en restant sur une approche mesoscopique :

- Phénomènes de « coupe » et de talonnage
- Phénomènes de frottement et d'échauffement
- Géométrie d'outil, affûtage

#### I.3.2.1 Phénomènes de coupe et de talonnage

Dans cette étude nous considérons la notion de coupe comme résultat d'interaction entre l'arête de coupe et la pièce. Le talonnage est défini comme un phénomène complémentaire associé à la coupe et qui ajoute un amortissement additionnel dans le système usinant. Ces deux phénomènes sont donc les principaux dans le mécanisme de la formation du copeau et de la nouvelle surface. Ils influent donc directement sur la stabilité du système usinant.

Les lobes sont tracés en fonction des paramètres opératoires du système usinant (Figure I-15). L'axe  $x$  correspond au rapport entre la fréquence d'excitation du système et sa fréquence propre. L'axe  $y$  correspond au rapport entre la raideur de coupe et la raideur du système usinant. Les lobes sont les frontières qui correspondent au changement d'état du système usinant. Le mouvement du système usinant à l'extérieur des lobes correspond à la coupe continue.

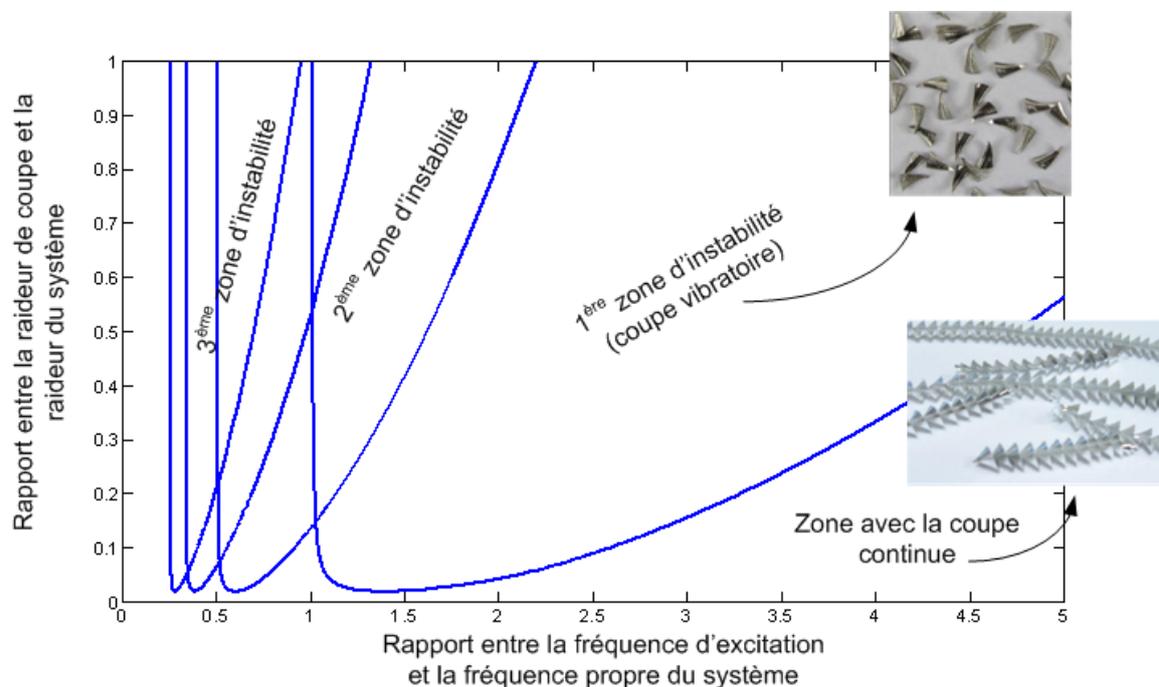


Figure I-15 : Lobes de stabilité classique

Le phénomène de talonnage est associé à une dissipation d'énergie complémentaire du système usinant. Le taux de cette dissipation définit le mouvement du système. Si l'énergie apportée dans le système est plus faible que celle dissipée, le système usinant deviendra stable. Expérimentalement cet effet peut être observé pour de faibles vitesses de coupe et des grandes avances. L'influence du talonnage augmente les domaines où le système usinant est stable. Le talonnage a pour effet de déplacer les lobes de stabilité vers le haut comme présenté sur la Figure I-16. Ce déplacement des lobes est plus important pour de faibles vitesses de coupe. Pour de grandes vitesses de coupe l'influence du talonnage est plus limitée.

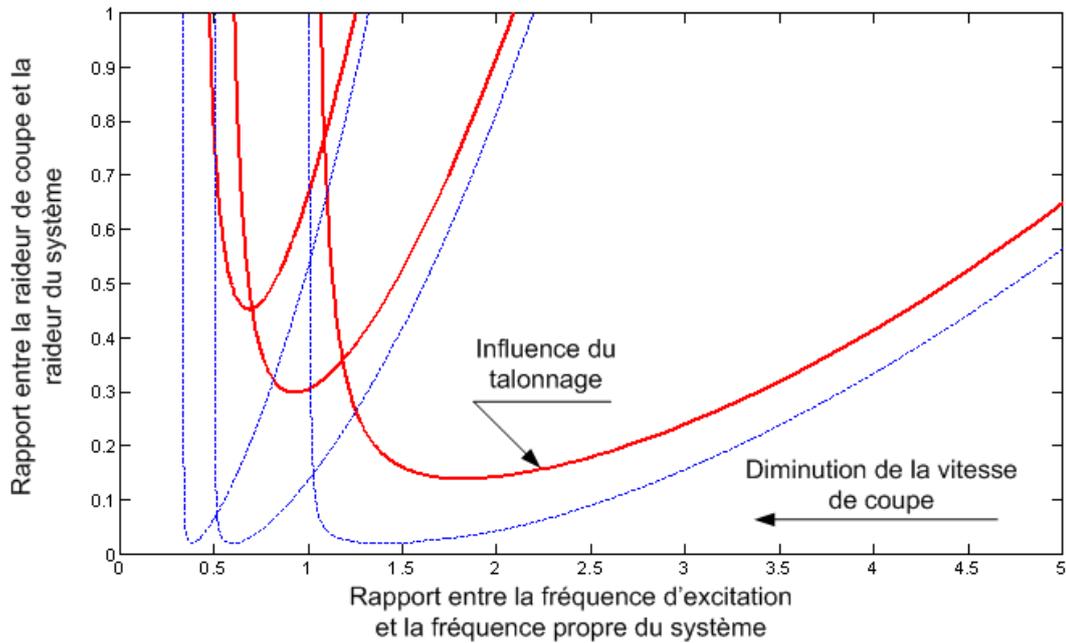


Figure I-16 : Lobes de stabilité décalés à cause de l'influence du talonnage

### I.3.2.2 Phénomènes de frottement et d'échauffement

Le copeau formé par arête de coupe interagit avec la face de coupe de l'outil. Cette interaction génère un frottement et donc un échauffement de l'outil qui empêchent l'évacuation du copeau. Dans le cas extrême le copeau reste collé sur la face de coupe (Figure I-17). C'est pourquoi certains matériaux (inox, titane, aluminium) sont usinés avec beaucoup d'arrosage.



Figure I-17 : Effet du collage de copeau

L'interaction copeau – face de coupe de l'outil est une origine complémentaire de dissipation d'énergie. Mais à l'opposé du phénomène de talonnage ce mécanisme est associé aux propriétés physiques et tribologiques à l'interface copeau-outil.

### I.3.2.3 Géométrie d'outil, affûtage

Les angles de coupe et de dépouille forment la géométrie de la partie coupante de l'outil (affûtage). Sa configuration influe directement sur l'interaction entre l'outil et la pièce. Liu et al. [Liu, 1985] ont développé une technique où le contrôle des vibrations de l'outil est mené par un changement de l'affûtage. Tarnng et al. [Tarnng, 1994] ont utilisé l'affûtage pour baisser l'influence du broutement.

Avec des angles de coupe et de dépouille, il est possible de contrôler l'intensité des phénomènes de la coupe et de talonnage. L'affûtage influe sur la stabilité du système usinant. L'augmentation de l'angle de dépouille mène à un affaiblissement du risque de contact entre la face de dépouille de l'outil et la pièce. Les grands angles de dépouille empêchent donc la dissipation d'énergie de coupe dans le système usinant. Le changement de l'angle de coupe influe sur le mécanisme de formation du copeau et son interaction avec la face de coupe. Donc l'angle de coupe joue aussi un rôle dans le mécanisme de dissipation d'énergie.

### I.3.3 Méthodes linéaires de l'étude de stabilité

Les techniques d'étude de la stabilité du processus de coupe peuvent être classées en études linéaires et non linéaires. Le résultat des méthodes linéaires permet la construction des lobes de stabilité en fonction des paramètres opératoires du système usinant. Par contre les méthodes non linéaires reflètent directement la nature non linéaire du phénomène de broutement et son influence sur le système usinant. Ces méthodes sont liées à l'étude des bifurcations entre le domaine stable et instable.

Pour étudier la stabilité du système usinant il faut définir premièrement :

- La modélisation du comportement dynamique du système
- Le mécanisme de formation de la surface usinée
- La modélisation des efforts à l'interaction entre l'outil et la pièce pendant usinage

Ci après nous commençons par une analyse des méthodes linéaires présentées dans la littérature. A la fin de ce chapitre nous discutons les méthodes non linéaires de l'analyse de stabilité.

#### I.3.3.1 Analyse dans le domaine fréquentiel

La méthode est proposée par Altintas dans [Altintas, 2000]. Elle est basée sur une modélisation analytique du système usinant. Le principe est illustré sur la Figure I-18 :

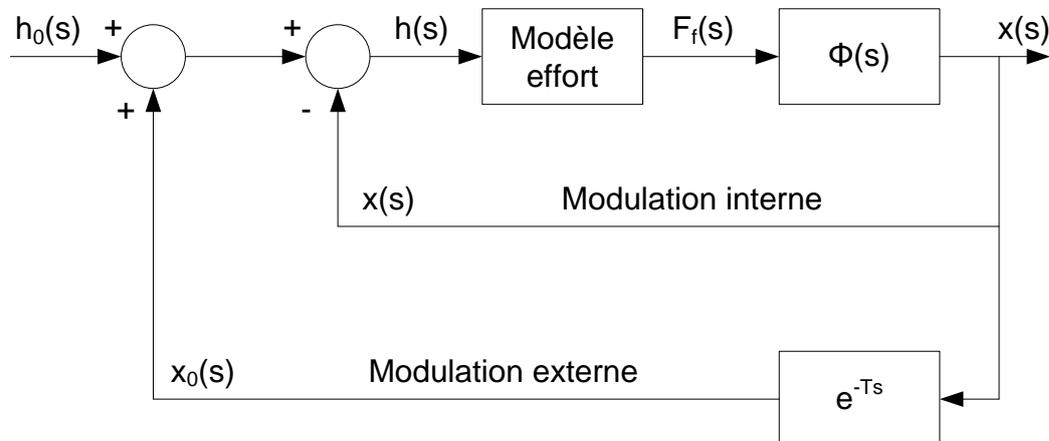


Figure I-18 : Le principe du mécanisme régénératif dans l'espace de Laplace

A l'entrée, nous avons l'épaisseur du copeau demandée  $h_0(s)$  correspondant à l'avance. Après analyse nous obtenons à la sortie la position calculée  $x(s)$  de l'outil de coupe générant la surface usinée. Tous les calculs sont réalisés dans l'espace de Laplace ( $s$ ).

L'épaisseur dynamique du copeau est donc

$$h(s) = h_0(s) - x(s) + \exp(-s \cdot T) \cdot x(s) = h_0(s) + [\exp(-s \cdot T) - 1] \cdot x(s) \quad (1.18)$$

La variation de l'épaisseur du copeau génère un effort de coupe  $F_f(s)$ . L'effort  $F_f(s)$  excite alors le système

$$x(s) = F_f(s) \cdot \Phi(s) \quad (1.19)$$

Où  $\Phi(s)$  est la fonction de transfert. Pour le système usinant à 1 DDL la fonction  $\Phi(s)$  peut prendre la forme suivante

$$\Phi(s) = \frac{x(s)}{F_f(s)} = \frac{f_n^2}{k_x \cdot s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot f_n \cdot s + f_n^2} \quad (1.20)$$

Au final l'équation de l'épaisseur dynamique du copeau (1.18) prend la forme

$$h(s) = h_0 + [\exp(-s \cdot T) - 1] \cdot F_f(s) \cdot \Phi(s) \quad (1.21)$$

Pour illustrer la technique d'obtention des lobes de stabilité nous considérons le cas classique : la nouvelle surface est générée par le mécanisme de coupe sans influence des autres phénomènes. Pour simplifier les équations nous allons utiliser le modèle d'effort de coupe linéaire.

$$F_f(s) = K_c \cdot A_s \cdot h(s) \quad (1.22)$$

La fonction du transfert associé à l'épaisseur du copeau est :

$$\frac{h(s)}{h_0} = \frac{1}{1 + 1 - \exp(-s \cdot T) \cdot K_c \cdot A_s \cdot \Phi(s)} \quad (1.23)$$

L'étude de la stabilité du système usinant est réduite à l'analyse des solutions de l'équation caractéristique suivante :

$$1 + 1 - \exp(-s \cdot T) \cdot K_c \cdot A_s \cdot \Phi(s) = 0 \quad (1.24)$$

Les solutions possibles de l'équation (1.24) sont représentées sous la forme générale

$$s = \sigma + j \cdot f_c \quad (1.25)$$

Si la partie réelle de la solution (1.25) est positive ( $\sigma > 0$ ), le mouvement du système usinant dans l'espace temporel est défini avec une fonction exponentielle ayant une puissance positive. Cela conduit à des vibrations ayant une amplitude infiniment croissante. Le système est donc instable. Si la partie réelle est négative ( $\sigma < 0$ ) l'amplitude des vibrations diminuera avec le temps et le système sera stable. Si la partie réelle est nulle, les amplitudes des vibrations resteront à un niveau constant avec une fréquence de brottement  $f_c$ .

Le comportement du système pour ce cas est décrit avec l'équation suivante :

$$1 + 1 - \exp(-j \cdot f_c \cdot T) \cdot K_c \cdot A_s \cdot \Phi \ j \cdot f_c = 0 \quad (1.26)$$

L'équation (1.26) définit les frontières entre les domaines stables et instables du système analysé. Le mouvement stable correspond au processus de coupe continue. Le mouvement instable correspond au processus de coupe vibratoire.

### I.3.3.2 Linéarisation du problème de stabilité au niveau du modèle effort de coupe

Cette méthode a été développée pour le processus de fraisage [Insperger, 2008]. Dans ce cas le système usinant est un système à deux degrés de liberté (Figure I-19). Globalement la dynamique de ce système est envisagée avec deux équations (1.16) présentées ci-dessus.

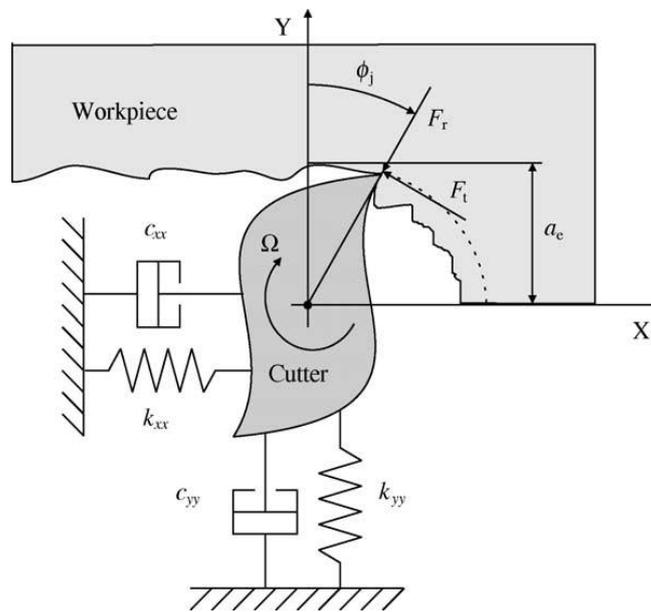


Figure I-19 : La dynamique du processus de fraisage

Les efforts de coupe  $F_x(t)$ ,  $F_y(t)$  dans les directions  $x$  et  $y$  sont représentés comme des fonctions linéaires de la position de l'outil  $x(t)$ ,  $y(t)$  :

$$\begin{bmatrix} F_x \ t \\ F_y \ t \end{bmatrix} = A_s \cdot K_c \cdot \begin{bmatrix} A_{xx} \ t & A_{xy} \ t \\ A_{yx} \ t & A_{yy} \ t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \ t, T_1 \\ \Delta y \ t, T_1 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$\Delta x \ t, T_1 = x \ t - x \ t - T_1$$

$$\Delta y \ t, T_1 = y \ t - y \ t - T_1$$

Où  $T_1$  est la période de passage d'une dent,  $\Delta x$  et  $\Delta y$  introduisent le mécanisme régénératif de la formation de la nouvelle surface.

Les paramètres  $A_{ij}(t)$  représentent la partie dynamique dans le modèle d'effort :

$$\begin{aligned}
 A_{xx}(t) &= \frac{1}{2} \sum_j^N \left[ -\sin 2\phi_j(t) - 2 \cdot k_r \cdot \sin^2 \phi_j(t) \right] \cdot g_j(t) \\
 A_{xy}(t) &= \frac{1}{2} \sum_j^N \left[ -2 \cdot \cos^2 \phi_j(t) - k_r \cdot \sin 2\phi_j(t) \right] \cdot g_j(t) \\
 A_{yx}(t) &= \frac{1}{2} \sum_j^N \left[ -2 \cdot \sin^2 \phi_j(t) - k_r \cdot \sin 2\phi_j(t) \right] \cdot g_j(t) \\
 A_{yy}(t) &= \frac{1}{2} \sum_j^N \left[ -\sin 2\phi_j(t) - 2 \cdot k_r \cdot \cos^2 \phi_j(t) \right] \cdot g_j(t)
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

$g_j(t)$  détermine si la  $j$ -ème dent est en contact avec la pièce:  $g_j(t)=1$  dans le cas du contact et  $g_j(t)=0$  dans le cas d'absence de contact. Avec le modèle effort de coupe décrit, l'équation de la dynamique prend la forme suivante

$$M \cdot \ddot{X}(t) + D \cdot \dot{X}(t) + K \cdot X(t) = A_s \cdot K_c \cdot A(t) \cdot [X(t) - X(t-T)] \tag{1.29}$$

Où les paramètres  $M$ ,  $K$ ,  $D$  sont les matrices d'inertie, de raideur et d'amortissement. Le vecteur d'état du système est  $X = [x, y]^T$ .

La méthode actuelle consiste à une décomposition en série de Fourier des coefficients  $A(t)$ . Puis selon cette méthode il n'est retenu que les composantes constantes de cette décomposition :

$$A(t) \approx A_0 \tag{1.30}$$

Cette hypothèse simplifie l'analyse de la stabilité. Mais en même temps la troncation dans la série conduit à certaines erreurs numériques. De plus, la réduction du nombre de dents et de l'engagement radiale diminue la précision des résultats. Dans ce cas, il faut conserver les membres supérieurs de la série de Fourier [Insperger, 2008], [Minis, 1993], [Budak, 1998].

Le mouvement du système usinant dans l'espace de Laplace avec (1.27) et (1.30) est envisagé avec l'équation suivante

$$\begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xx}(s) & H_{xy}(s) \\ H_{yx}(s) & H_{yy}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_x(s) \\ F_y(s) \end{bmatrix} \tag{1.31}$$

Où  $H_{ij}(s)$  est la matrice de réponse en fréquence du système usinant.

Finally the problem of stability of the cutting process is reduced to the analysis of the characteristic equation (1.32). The analysis of this equation is the same as that associated with equation (1.26)

$$\det [I + A_s \cdot K_c \cdot \Omega \cdot A_0 \cdot H] s = 0 \quad (1.32)$$

$$\Omega = [1 - \exp -s \cdot T]$$

The coupling of vibration modes in the  $x$  and  $y$  directions is considered with the parameters  $H_{xy}$  and  $H_{yx}$ . If the vibrations along  $x$  and  $y$  are independent  $H_{xy}(s) = H_{yx}(s) = 0$ . In this case the stability analysis becomes simpler. In addition, the analysis of equation (1.32) with respect to  $\Omega$  gives two conjugate imaginary solutions  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$ . Each solution corresponds to a stability lobe. The authors propose to choose the correct variant of the solution based on experimental data [Gradisek, 2005]. These particularities are illustrated in Figure I-20.

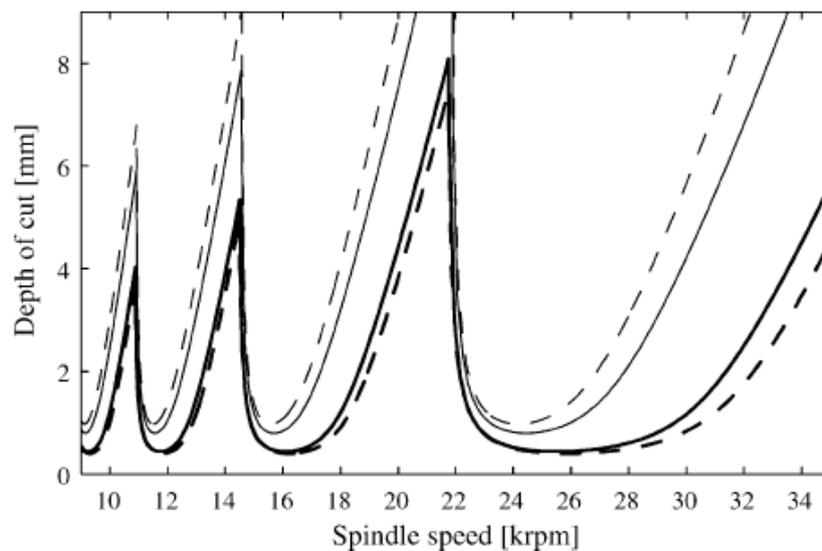


Figure I-20 : Différentes familles des lobes de stabilité obtenus comme solutions différentes de l'équation (1.32)

The lobes in solid lines correspond to the solutions  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  in the case of presence of coupling between the vibration modes. The dotted lines correspond to the lobes  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  in the case of absence of coupling of modes ( $H_{xy}(s) = H_{yx}(s) = 0$ ).

### I.3.3.3 Méthode de la semi-discrétisation

L'idée de cette méthode est la discrétisation du mouvement relatif outil-pièce le long de la trajectoire de l'outil. Cette technique a été appliquée dans les travaux [Insperger, 2002], [Insperger, 2003], [Mann, 2003], [Insperger, 2004] pour analyser la stabilité du système usinant à 1 et 2 DDL dans le cas du fraisage.

Pour illustrer cette méthode et éviter les complexités liées au modèle effort de coupe nous allons utiliser un modèle d'effort de coupe linéaire (1.27). L'équation de la dynamique (1.16) prend alors la forme suivante

$$\begin{aligned} M \cdot \ddot{X}(t) + D \cdot \dot{X}(t) + K + F(t) \cdot X(t) &= F(t) \cdot X(t-T) \\ F(t) &= -A_s \cdot K_t \cdot A(t) \end{aligned} \quad (1.33)$$

La discrétisation de l'équation (1.33) est réalisée à l'intérieur de l'intervalle temps  $\Delta t = t_i, t_{i+1}$ . Cette condition permet de faire quelques simplifications :

- L'effort est constant sur tout l'intervalle considéré :  $F(t) \approx F(t_i) = F_i$
- La période  $T$  du système usinant correspond  $m$  intervalles. Donc la position de l'outil pour l'instant  $(t-T)$  est exprimée comme

$$X(t-T) \approx \frac{1}{2} \cdot [X(t_{i-m+1}) + X(t_{i-m})] = \frac{1}{2} \cdot X_{i-m+1} + X_{i-m}$$

L'équation différentielle (1.33) devient :

$$M \cdot \ddot{X}(t) + D \cdot \dot{X}(t) + K + F_i \cdot X(t) = \frac{F_i}{2} \cdot X_{i-m+1} + X_{i-m} \quad (1.34)$$

Puis avec la procédure de Cauchy l'équation matricielle du second ordre (1.34) se réduit à 4 équations de premier ordre avec le vecteur d'état  $u(t) = \dot{x}, \dot{y}, x, y^T$  :

$$\dot{u}(t) = W_i \cdot u(t) + V_i \cdot u_{i-m+1} + u_{i-m} = W_i \cdot u(t) + w_i \quad (1.35)$$

Les conditions sur les frontières de l'intervalle temps analysé sont  $u(t_i)=u_i$  et  $u(t_{i+1})=u_{i+1}$ .  
Donc la solution de l'équation (1.35) avec ces conditions prend la forme suivant

$$u_{i+1}, u_i, \dots, u_{i+1-m}^T = Z_i \cdot u_i, u_{i-1}, \dots, u_{i-m}^T$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} P_i & 0 & 0 & \dots & 0 & R_i & R_i \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Avec  $P_i = \exp W_i \cdot \Delta t$  ,  $R_i = [\exp W_i \cdot \Delta t - I] \cdot W_i^{-1} \cdot V$  .

La matrice de Floqué est construit pour la période  $T=m\Delta t$  :

$$\Phi = Z_{m-1} Z_{m-2} \dots Z_1 Z_0 \quad (1.37)$$

Finalement le problème de stabilité du système usinant est réduit à un problème de détermination des valeurs propres de la matrice  $\Phi$ . Le système analysé sera stable si toutes les valeurs propres sont inférieures à 1. Cette condition correspond au processus de coupe stable. Si une valeur propre est complexe avec une partie imaginaire n'appartenant pas à  $[-1,1]$ , cette condition correspond à une bifurcation du Hopf (le cercle à gauche sur la Figure I-21). Dans ce cas le mécanisme de broutement est caractérisé avec des vibrations quasi périodiques. Dernier cas, si une valeur propre est réelle et inférieure à  $(-1)$ , cela correspond à la « flip bifurcation » (le cercle à droite sur la Figure I-21).

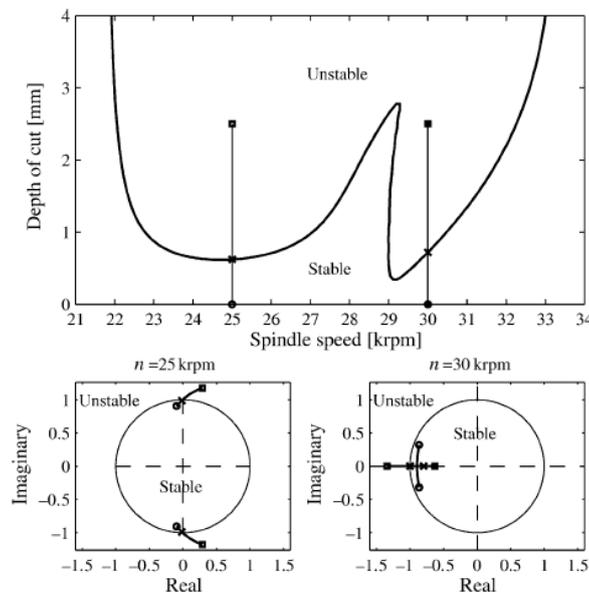


Figure I-21 : Identification des deux types de bifurcation sur le diagramme de lobes de stabilité

Le mécanisme du broutement est caractérisé dans ce cas par des vibrations périodiques.

### I.3.3.4 Excitation paramétrique, utilisation des polynômes de Tchebychev décalés

Cette méthode est basée sur l'utilisation d'une approximation avec des polynômes de Tchebychev décalés pour chaque instant considéré [Butcher, 2005]. La longueur du pas d'intégration est calculée en adéquation avec le retard et la période d'excitation du système. En résultat le modèle de la dynamique du système usinant est réduit à un ensemble d'équations différentielles. Son vecteur d'état contient les coefficients de Tchebychev qui font la liaison entre deux instants.

Considérons l'équation de la dynamique dans la forme matricielle en utilisant le modèle linéaire effort de coupe :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A_1(t) \cdot X(t) + A_2(t) \cdot X(t-T) \\ X(t) &= \varphi(t), \quad t_0 - T \leq t \leq t_0 \end{aligned} \quad (1.38)$$

Avec le vecteur d'état  $X(t) = \dot{x}, x^T$  et la condition de la continuité du processus d'usinage  $A_i(t) = A_i(t+T), i=1,2$ . Le paramètre  $\varphi(t)$  est le vecteur avec les conditions initiales.

L'intégration et la normalisation de l'équation (1.38) donne l'équation suivante (les conditions initiales sont nulles)

$$X_1(t) = X_1(0) + \int_0^t [A_1(s) \cdot X(s) + A_2(s) \cdot \varphi(s-1)] ds \quad (1.39)$$

Puis les paramètres  $x_j(t), A_1(t), A_2(t)$  et  $\varphi(t-1)$  sont exprimés avec des polynômes de Tchebychev décalés<sup>1</sup>  $\hat{T}$  :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \hat{T}^T(t) m_1, \quad A_1(t) = \hat{T}^T(t) F \\ A_2(t) &= \hat{T}^T(t) D, \quad \varphi(t-1) = \hat{T}^T(t) m_0 \\ x(0) &= \hat{T}^T(t) \bar{T}(1) m_0, \quad 0 \leq t \leq 1 \end{aligned} \quad (1.40)$$

Où les paramètres  $m_1, m_0$  sont les vecteurs des coefficients de Tchebychev pour la solution  $x_j(t)$  et le vecteur des conditions initiales  $\varphi(t-1)$ . Les paramètres  $F$  et  $D$  dans l'équation (1.40)

<sup>1</sup> Tout d'abord les polynômes de Tchebychev sont déterminés de la façon suivante :

$$\hat{T}(r, x) = \cos r\theta, \quad \cos \theta = x, \quad -1 \leq x \leq 1$$

Il est proposé d'utiliser un changement de variable  $x=(2t-1)$  où  $0 \leq t \leq 1$ . On obtient donc le polynôme de Tchebychev décalé qui est défini sur l'intervalle  $t \in [0,1]$

$$\hat{T}^*(r, t) = \hat{T}(r, 2t-1), \quad |\hat{T}^*(r, t)| \leq 1$$

Tous les autres polynômes sont construits de la manière suivante :

$$\hat{T}^*(r+1, t) = 2(2t-1) \hat{T}^*(r, t) - \hat{T}^*(r-1, t)$$

Les conditions sur les frontières sont  $\hat{T}^*(0, t) = 1, \hat{T}^*(1, t) = 2t-1$ .

sont les matrices des coefficients de Tchebychev pour  $A_1(t)$  et  $A_2(t)$  sur intervalle  $[0, 1]$ . La matrice  $\bar{T}^{-1}$  est défini comme

$$\bar{T}^{-1} = \hat{T}^T \hat{T}^{-1}, \quad \hat{T} = \hat{T}^{-T} \hat{T}^{-1} I \quad (1.41)$$

La solution (1.39) avec l'équation (1.40) se transforme vers équation suivante

$$\left[ I - \hat{G}^T \hat{Q}_F \right] m_1 = \left[ \bar{T}^{-1} + \hat{G}^T \hat{Q}_D \right] m_0 \quad (1.42)$$

Considérons le cas général avec l'intervalle  $[i-1, i]$ . Chaque coté de cet intervalle est déterminé avec son propre vecteur de coefficients de Tchebychev. Donc ces deux vecteurs sont liés par l'équation suivante

$$m_i = W m_{i-1}, \quad W = \left[ I - \hat{G}^T \hat{Q}_F \right]^{-1} \left[ \bar{T}^{-1} + \hat{G}^T \hat{Q}_D \right] \quad (1.43)$$

La stabilité de l'équation de la dynamique (1.38) est réduite à un problème des valeurs propres de la matrice  $W$ . Le mouvement du système usinant sera stable si les valeurs propres de  $W$  sont à l'intérieur du cercle unité.

### 1.3.3.5 Etude de stabilité avec des éléments du temps finis

La méthode est basée sur la discrétisation et la paramétrisation de l'espace linéaire du chemin de l'outil pendant usinage [Khasawneh, 2009]. Tout l'espace est divisé en un certain nombre d'éléments  $E$ . Alors le temps local  $\sigma$  passe de zéro au temps de chaque élément :  $\sigma=0..t_j$ ,  $t_j = T/E$  où  $T$  est la période du système analysé. Puis pour chaque élément  $j$ , il est créé les vecteurs  $y_j(t)$  et  $y_j(t-T)$  comme combinaisons linéaires des fonctions  $\phi_i(\sigma)$  :

$$y_j(t) = \sum_{i=1}^q a_{ji}^n \phi_i(\sigma), \quad y_j(t-T) = \sum_{i=1}^q a_{ji}^{n-1} \phi_i(\sigma) \quad (1.44)$$

Les fonctions  $\phi_i(\sigma)$  sont orthogonales sur tout intervalle  $0 \leq \sigma \leq t_j$ . Ainsi elles restent orthogonales pour tous les éléments  $j$  pour chaque instant pendant l'analyse. Les fonctions  $\phi_i(\sigma)$  sont établies avec une condition : les coefficients  $a_{ij}$  de la distribution dans équation (1.44) doivent composer un vecteur d'état d'élément  $j$  à son origine ( $\sigma=0$ ), à son milieu ( $\sigma=t_j/2$ ) et à la fin ( $\sigma=t_j$ ) de cet élément. Donc les fonctions  $\phi_i(\sigma)$  sont les suivantes [Khasawneh, 2009]

$$\begin{aligned} \phi_1(\sigma) &= 1 - 23 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^2 + 66 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^3 - 68 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^4 + 24 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^5 \\ \phi_2(\sigma) &= 16 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^2 - 33 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^3 + 16 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^4 \\ \phi_3(\sigma) &= 7 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^2 - 34 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^3 + 52 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^4 - 24 \left(\frac{\sigma}{t_j}\right)^5 \end{aligned} \quad (1.45)$$

Par simplicité considérons deux éléments finis ( $E=2$ ). Dans ce cas l'équation de la dynamique est présentée sous une forme matricielle (après application de la procédure de Cauchy pour réduire l'ordre de l'équation différentielle) :

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{11}^1 & N_{12}^1 & N_{13}^1 & 0 & 0 \\ N_{21}^1 & N_{22}^1 & N_{23}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{11}^2 & N_{12}^2 & N_{13}^2 \\ 0 & 0 & N_{21}^2 & N_{22}^2 & N_{23}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi \\ P_{11}^1 & P_{12}^1 & P_{13}^1 & 0 & 0 \\ P_{21}^1 & P_{22}^1 & P_{23}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{11}^2 & P_{12}^2 & P_{13}^2 \\ 0 & 0 & P_{21}^2 & P_{22}^2 & P_{23}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \end{bmatrix}^{n-1} \quad (1.46)$$

Sous la forme réduite

$$H \cdot a_n = G \cdot a_{n-1} \quad (1.47)$$

Avec

$$N_{pi}^j = \int_0^{t_j} [I \cdot \dot{\phi}_i \sigma - C \cdot \phi_i \sigma] \cdot \psi_p \sigma d\sigma \quad (1.48)$$

$$P_{pi}^j = \int_0^{t_j} D \cdot \phi_i \sigma \cdot \psi_p \sigma d\sigma$$

Les fonctions  $\psi_p(\sigma)$  sont introduites dans l'équation (1.48) à cause de l'application des algorithmes numériques. Ces fonctions déterminent les déviations de la solution numérique par rapport aux données expérimentales dans chaque point sur la trajectoire de l'outil. Le paramètre I est la matrice unitaire. La matrice  $\Phi$  dépend du type d'usinage et du modèle effort de coupe utilisé dans l'analyse. Par exemple en cas de tournage  $\Phi$  est une matrice unitaire.

L'ensemble des coefficients  $a_{ij}$  est introduit comme vecteur d'état à chaque instant (1.44). L'équation (1.47) peut donc être présentée sous la forme suivante

$$y_n = Q \cdot y_{n-1}, \quad Q = H^{-1}G \quad (1.49)$$

Avec la *monodromie*  $Q$ <sup>2</sup>.

L'équation (1.49) représente une solution discrète de l'équation de la dynamique du système usinant. Cette solution reflète l'état du système analysé avec un seul retard. Le mouvement du système usinant sera stable si les valeurs propres de monodromie  $Q$  sont à l'intérieur du cercle unité.

<sup>2</sup> Monodromie  $Q$  représente la fonction du transfert entre les solutions pour différentes périodes.

### I.3.4 Méthodes non linéaires de l'étude de stabilité

L'étude récente de l'origine du broutement est présentée par exemple dans l'article [Wiercigroch, 2001a] de Wiercigroch et Budak. Ils ont défini les mécanismes complémentaires de l'instabilité du système usinant qui reflètent la nature non linéaire du phénomène de broutement. Entre autres ces mécanismes sont les suivants :

- La souplesse structurelle du système usinant
- La souplesse du système à cause de la température élevée
- L'influence de la vitesse de déformation
- Le mécanisme de frottement variable
- Le mécanisme d'émission de chaleur et sa conduction
- L'effet d'hystérésis etc.

Wiercigroch et Krivtsov dans [Wiercigroch, 2001b] ont déterminé le comportement chaotique du système usinant dû à la présence de frottement sec pendant le processus de coupe orthogonal. En même temps ils ont proposé une technique d'analyse de la stabilité basée sur le mécanisme régénératif. Plus tard, cette technique a été utilisée par Nayfeh et Mook dans l'article [Nayfeh, 1979]. Ils ont analysé le phénomène de broutement sur les vibrations auto-entretenues limitées à un certain nombre de rotation de l'outil. Pratt et Nayfeh dans [Pratt, 1997] analysent le modèle de Hanna et Tobias [Hanna, 1974] avec des moyens numériques puissants, appliquent pour l'analyse la théorie de Floqué. Avec cette technique ils obtiennent le comportement subcritique (la bifurcation de Hopf) dans le mécanisme de broutement.

D'un autre côté, il est utilisé dans certains travaux [Kalmar-Nagy, 2001], [Fofana, 2002], [Fofana, 2004] la théorie de Poincaré et autres techniques de bifurcation pour analyser le comportement chaotique du mécanisme régénératif de broutement. Ces techniques aussi confirment la présence de deux types de bifurcation dans le mécanisme de broutement : *flip bifurcation* et la bifurcation de Hopf. Moon et al. dans [Moon, 2001] prennent en compte l'amortissement complémentaire liés à la coupe et ils utilisent la théorie des *attractors*<sup>3</sup>. Avec cette technique ils mettent en place une hystérésis sur le diagramme de bifurcation.

Alors l'utilisation des méthodes non linéaires de l'étude de stabilité du système usinant permet de prédire et de simuler plus finement le comportement réel du système usinant. Mais toutes ces techniques demandent toujours l'application de méthodes numérique complexes. Donc pour l'instant l'application industrielle est limitée avec des méthodes linéaires de l'étude de stabilité.

---

<sup>3</sup> *Attractor est une structure géométrique qui caractérise le comportement du système analysé après quelque temps. C'est-à-dire attractor est l'état final du mouvement de système.*

## **I.4 Conclusion**

L'étude du broutement en usinage demande de bien comprendre les différents phénomènes liés à la coupe. La maîtrise du broutement permet de développer les modèles et les méthodes permettant de prédire les domaines de stabilité du processus d'usinage considéré.

Le talonnage a une forte influence sur la qualité de l'usinage, la durée de vie de l'outil et aussi sur la stabilité du système usinant. Nous avons analysé les différents modèles de talonnage présentés dans la littérature. Ils ne sont pas faciles à recalibrer expérimentalement et ces modèles ne sont pas toujours faciles à exploiter pour modéliser et prédire la stabilité du système usinant. Pour cette raison nous proposons un nouveau modèle de talonnage s'appuyant sur une arête virtuelle située sur la face en dépouille de l'outil. Les efforts associés sont modélisés avec des modèles non-linéaires et nous développons une technique de recalage de ces modèles à partir de mesures expérimentales. Le modèle de talonnage développé nous permet évaluer l'influence de ce phénomène sur la stabilité du système usinant.

## CHAPITRE II:

### Modélisation de l'action de la pièce sur l'outil

*Nous nous intéressons à l'étude de l'interaction mécanique entre l'outil et la pièce en prenant en compte les phénomènes de coupe, de talonnage voire pour certaines opérations d'indentation. Nous modélisons la coupe comme le mécanisme principal de formation de la surface usinée et le talonnage comme une modification additionnelle de la surface usinée. Pour évaluer cette modification additionnelle nous introduisons une arête de coupe virtuelle qui enlève un faible copeau complémentaire. L'indentation est modélisée comme un mécanisme d'extrusion de la matière sous l'arête de coupe lorsque la vitesse de coupe est très faible.*

*Les efforts de coupe, de talonnage et d'indentation sont approximé avec le modèle fractionnel avec leurs propres coefficients.*

*Les modèles proposés peuvent être appliqués pour l'analyse des opérations d'usinage comme le tournage, le fraisage, le perçage etc.*

#### II.1 Modèle de coupe à deux arêtes

Le modèle de coupe proposé est basé sur l'interaction complexe entre l'outil et la pièce. Nous distinguons deux types d'interaction : la coupe issue du travail de l'arête de coupe et le talonnage issue du contact entre la face de dépouille de l'outil et la pièce. Comme résultat de cette interaction le copeau est formé, un effort de coupe et un effort de talonnage sont générés. Nous proposons (Paris et al. dans [Paris, 2008]) de modéliser le talonnage à l'aide d'une arête de coupe virtuelle placée sur la face de dépouille. L'action de cette arête de coupe virtuelle reflète toute l'interaction entre la face de dépouille et la matière usinée : génération d'un effort et modification de la surface usinée.

Etudions plus en détail l'interface entre la face en dépouille de l'outil avec la surface usinée. La face de dépouille vient frotter sur la surface formée par l'arête de coupe. Ce frottement conduit à une modification complémentaire du profil de la surface usinée. Nous pouvons faire l'hypothèse que ces modifications sont issues d'une succession, d'arêtes de coupe virtuelles (Figure II-1) :

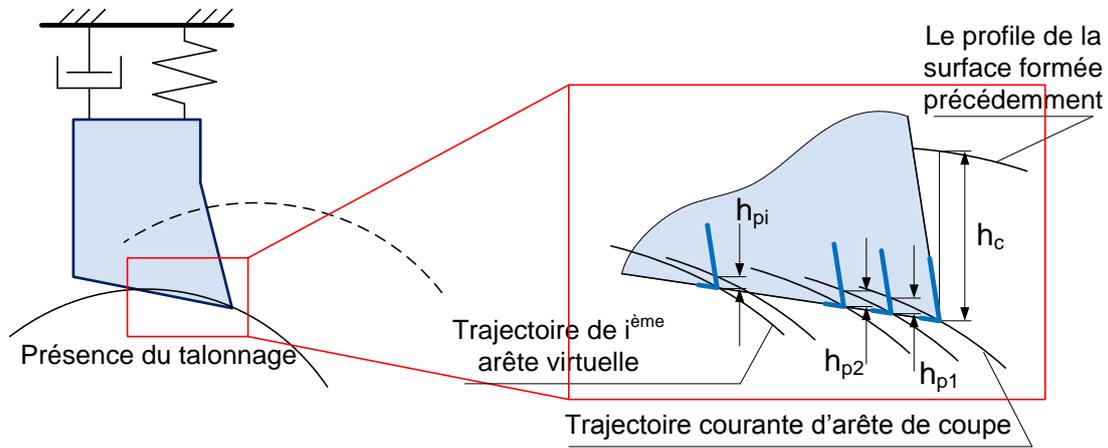


Figure II-1 : Modélisation de l'interaction entre la face de dépouille de l'outil et la pièce

Toutes ces arêtes sont identiques. L'outil est considéré rigide. Donc les trajectoires des arêtes virtuelles sont similaires. Un copeau virtuel est associé à chaque arête virtuelle. L'épaisseur de ce copeau  $h_{pi}$  ( $i$  est l'indice de l'arête virtuelle) est calculée comme la distance entre la trajectoire de la  $i$ -ème arête virtuelle et le profil actuel de la surface usinée. La somme de toutes ces interactions représente la modification complémentaire de la surface usinée issue du talonnage.

Nous pouvons simplifier le modèle en une seule arête virtuelle positionnée derrière l'arête de coupe réelle correspondante (Figure II-2) :

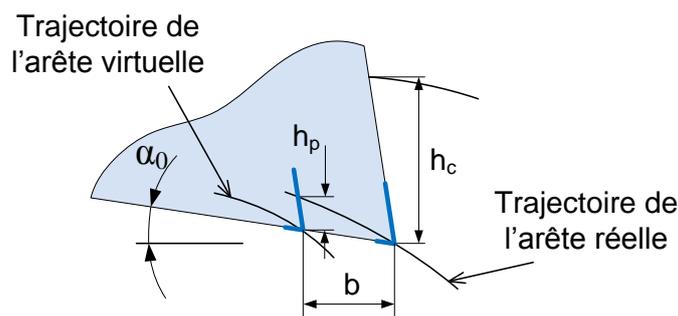


Figure II-2 : Définition géométrique de l'arête virtuelle

L'arête de coupe virtuelle exprime l'action de l'ensemble des arêtes virtuelles introduites ci-dessus. Le résultat de cette action est représenté avec la formation d'un copeau complémentaire virtuel ayant une épaisseur  $h_p$ . La position de l'arête virtuelle par rapport à l'arête principale est déterminée avec la distance  $b$  et l'angle de dépouille  $\alpha_0$ . L'angle  $\alpha_0$  est un paramètre d'affûtage de l'outil.

Les modifications additionnelles de la surface usinée dû au talonnage conduisent à la génération d'un effort de talonnage. Cet effort comme l'effort de coupe participe dans le mécanisme de formation du copeau.

## II.2 Modèle de sollicitation

Pendant l'usinage l'interaction entre l'outil et la pièce génère un effort. Nous modélisons cet effort comme la superposition de l'effort de coupe, l'effort du talonnage et l'effort d'indentation. Pour le perçage nous introduisons le modèle du couple excité par l'outil sur la pièce.

### II.2.1 Modèle effort de coupe et de talonnage

Etudions l'interaction spatiale entre l'outil et la pièce. Ce contact se situe le long de l'arête de coupe, sur la face de coupe et sur une partie de la face de dépouille se situant près de l'arête de coupe (Figure II-3)

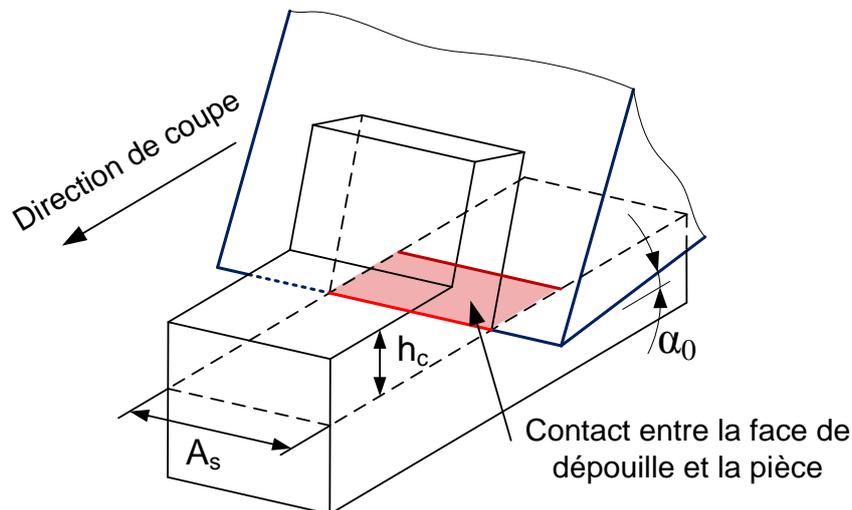


Figure II-3 : Modélisation de l'interaction entre l'outil et la pièce pendant l'usinage

L'effort total de cette interaction peut être divisé en deux composantes : une partie distribuée le long de l'arête de coupe représentant l'effort de coupe et une autre partie distribuée le long de l'arête virtuelle représentant l'effort du talonnage (Figure II-4). Ces efforts distribués le long des arêtes peuvent être réduits à deux vecteurs  $F_c^{tot}$  et  $F_p^{tot}$  correspondants aux efforts effectifs. Dans le cas général les points d'applications de ces efforts  $C$  et  $P$  se situent dans des plans différents. En prenant un modèle de coupe orthogonale ces plans sont confondus.

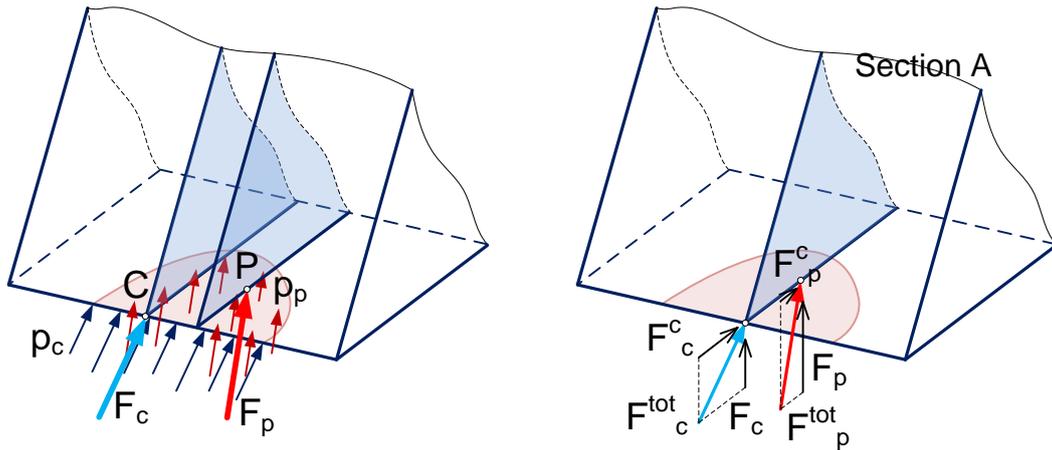


Figure II-4 : Distribution des efforts et modélisation par deux efforts résultants  $F_c^{tot}$  et  $F_p^{tot}$

Les efforts  $F_c^{tot}$  et  $F_p^{tot}$  peuvent être toujours décomposés dans un repère associé à la vitesse de coupe et la vitesse d'avance. Les composantes  $F_p$  et  $F_c$  (Figure II-5) associées à la vitesse d'avance participent au broutement et donc à la formation de la surface usinée.

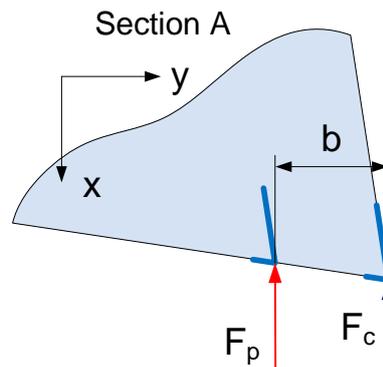


Figure II-5 : Modélisation de l'interaction outil-pièce sur chacune des arêtes projetée sur la direction d'avance  $x$

Maintenant nous allons nous intéresser aux modèles des efforts de coupe  $F_c$  et du talonnage  $F_p$  en fonction des épaisseurs de copeau correspondantes.

Pour modéliser l'effort de coupe, le modèle non linéaire est utilisé (Brissaud et al. dans [Brissaud, 2008]). Ce modèle est caractérisé par trois coefficients suivants :

- La raideur de coupe à l'origine  $k_{c0}$  correspondant à la raideur lorsque l'épaisseur du copeau principale tend vers le zéro
- L'épaisseur du copeau caractéristique  $h_{c*}$
- Le paramètre  $r_c$  qui définit le rapport entre la raideur de coupe lorsque l'épaisseur du copeau principal tend vers l'infini et la raideur  $k_{c0}$  ;  $r_c < 1$

La dépendance entre l'effort de coupe  $F_c$  et l'épaisseur du copeau principale est :

$$F_c \cdot h_c = k_{c0} \cdot h_{c*} \cdot \frac{h_c/h_{c*} + r_c \cdot h_c/h_{c*}^2}{1 + h_c/h_{c*}} \cdot A_s \quad (2.1)$$

La représentation graphique de cette équation est montrée sur la Figure II-6 :

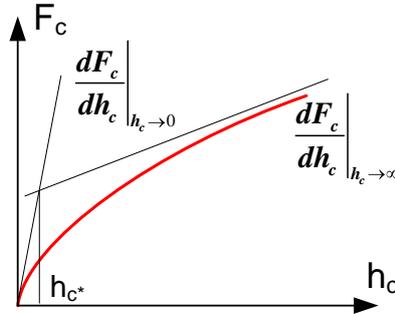


Figure II-6 : Modèle ratio fractionnel de l'effort de coupe (sur l'arête réelle)

La raideur  $k_{c0}$  correspond à une tangente à l'origine, la raideur  $k_{c\infty}$  correspond à une asymptote à l'infini. Les équations de ces asymptotes sont suivantes ( $A_s=1$ )

$$\begin{aligned} F \cdot h_c \rightarrow 0 &= k_{c0} \cdot h_c \\ F \cdot h_c \rightarrow \infty &= k_{c0} \cdot h_{c*} \cdot (1 - r_c) + k_{c0} \cdot r_c \cdot h_c \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'intersection des deux asymptotes détermine le paramètre  $h_{c*}$ .

Ainsi la raideur de coupe est :

$$K_c = \frac{\partial F_c}{\partial h_c} = k_{c0} \cdot \kappa_c \cdot h_c/h_{c*}, r_c, \quad \kappa_c \cdot h_c/h_{c*}, r_c = r_c + \frac{1 - r_c}{1 + h_c/h_{c*}} \quad (2.3)$$

Cette raideur joue un rôle important dans l'analyse de stabilité dynamique du système usinant.

Pour un couple outil matière donné les coefficients  $k_{c0}$ ,  $r_c$ ,  $h_{c*}$  sont invariables. Ils sont évalués à base des données expérimentales.

Le phénomène de talonnage est associé à la modification complémentaire de la surface usinée. Le degré de cette modification est très faible mais elle peut conduire à un effort important. Nous pouvons proposer plusieurs modèles (Figure II-7) :

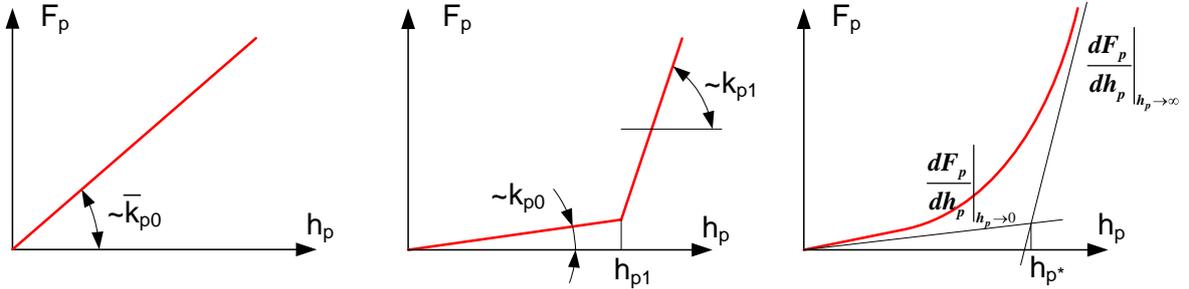


Figure II-7 : Différents modèles effort du talonnage (sur l'arête virtuelle)

Le premier consiste à modéliser l'effort de talonnage comme une fonction linéaire de l'épaisseur du copeau complémentaire :

$$F_p \cdot h_p = \bar{k}_{p0} \cdot h_p \cdot A_s \quad (2.4)$$

Il est évident la raideur de talonnage est constante :

$$K_p = \frac{\partial F_p}{\partial h_p} = \bar{k}_{p0} \cdot \kappa_p, \quad \kappa_p \equiv 1 \quad (2.5)$$

Expérimentalement l'effort du talonnage n'est pas linéaire en fonction de l'épaisseur de copeau virtuelle. Donc, le modèle linéaire (2.4) ne représente pas le comportement réel du système. Par contre, lorsque le phénomène de talonnage reste limité, ce modèle grâce à sa simplicité peut être appliqué pour identifier la présence du phénomène de talonnage et son influence sur la dynamique du système usinant.

Le second consiste à utiliser un modèle bilinéaire (Figure II-7). Ce modèle est constitué de 3 coefficients  $k_{p0}$ ,  $k_{p1}$ ,  $h_{p1}$ . Il est exprimé par équation suivante :

$$F_p \cdot h_p = \begin{cases} k_{p0} \cdot h_p \cdot A_s, & 0 < h_p \leq h_{p1} \\ k_{p0} \cdot h_{p1} \cdot A_s + k_{p1} \cdot (h_p - h_{p1}) \cdot A_s, & h_p > h_{p1} \end{cases} \quad (2.6)$$

Jusqu'à une certaine limite  $h_{p1}$  la dépendance entre  $F_p$  et  $h_p$  est déterminée avec la raideur de coupe à l'origine de l'arête virtuelle  $k_{p0}$ . Lorsque l'épaisseur du copeau virtuelle atteint la valeur  $h_{p1}$  la raideur de talonnage  $k_{p1}$  est plus grande.

La raideur de talonnage est donc :

$$K_p = \frac{\partial F_p}{\partial h_p} = \begin{cases} k_{p0} \cdot \kappa_p, & 0 < h_p \leq h_{p1} \\ k_{p1} \cdot \kappa_p, & h_p > h_{p1} \end{cases}, \quad \kappa_p \equiv 1 \quad (2.7)$$

Nous pouvons aussi utiliser la forme ratio fractionnelle pour modéliser l'effort du talonnage. Dans ce cas le modèle est caractérisé par les coefficients  $k_{p0}$ ,  $h_{p^*}$ ,  $r_p$  :

$$F_p \cdot h_p = k_{p0} \cdot h_{p^*} \cdot \frac{h_p/h_{p^*} + r_p \cdot h_p/h_{p^*}^2}{1 + h_p/h_{p^*}} \cdot A_s \quad (2.8)$$

La raideur de talonnage est donc :

$$K_p = \frac{\partial F_p}{\partial h_p} = k_{p0} \cdot \kappa_p \cdot h_p/h_{p^*}, r_p, \quad \kappa_p \cdot h_p/h_{p^*}, r_p = r_p + \frac{1-r_p}{1+h_p/h_{p^*}} \quad (2.9)$$

Dans les modèles bilinéaire et ratio-fractionnel la raideur à l'infini est toujours supérieure à la raideur à l'origine,  $r_p > 1$  (Figure II-7).

## II.2.2 Modélisation de l'effet d'indentation dans la partie centrale du foret pendant l'usinage

Considérons maintenant le cas particulier de l'usinage avec l'opération du perçage. Dans ce cas nous avons la présence des efforts de coupe et de talonnage dans la partie coupante de l'outil. En plus la partie centrale du foret génère un effort d'indentation [Guibert, 2008]. Le phénomène d'indentation influe suffisamment le comportement de l'outil pendant usinage et donc il doit être analysé.

La nature de l'effort d'indentation est différente de la nature des efforts de coupe et du talonnage car l'arête de coupe dans la zone de la pointe du foret ne coupe pas la matière à cause d'une vitesse de coupe trop faible dans cette zone (Figure II-8) :

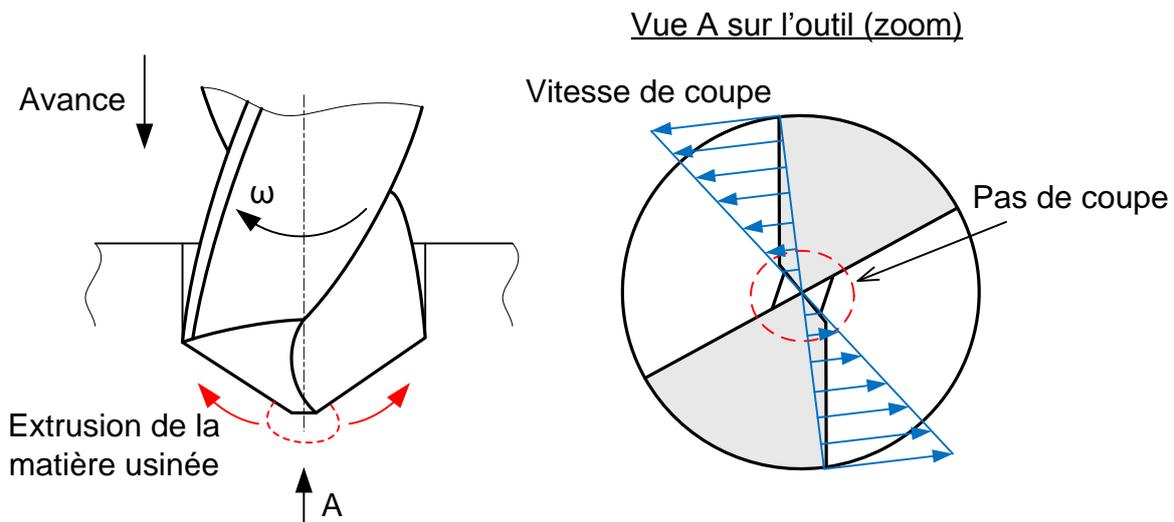


Figure II-8 : Localisation du phénomène d'indentation et la distribution des vitesses de coupe le long de l'arête

Dans cette zone grâce à l'avance axiale, l'outil repousse la matière vers les zones extérieures du foret. Comme résultat l'outil exerce sur la pièce une sollicitation additionnelle localisé dans la zone affectée. Ici nous proposons un modèle de cet effort d'indentation.

Nous proposons de modéliser l'effort d'indentation comme une fonction du taux de pénétration de la pointe du foret dans la matière  $x_{in}$ . Nous utilisons la forme ratio-fractionnelle :

$$F_i \cdot x_{in} = k_{i0} \cdot x_{in*} \cdot \frac{x_{in}/x_{in*} + r_i \cdot x_{in}/x_{in*}^2}{1 + x_{in}/x_{in*}} \cdot A_s \quad (2.10)$$

Les coefficients  $k_{i0}$ ,  $x_{in*}$ ,  $r_i$  sont calculés à base de données expérimentales pour le système usinant considéré. La forme ratio-fractionnelle est déjà bien discutée au début de ce chapitre. Il est évident que la dépendance entre  $x_{in}$  et l'épaisseur du copeau enlevé est linéaire.

### II.2.3 Modélisation du couple pour l'opération du perçage

Le perçage est une opération d'usinage qui peut être modélisée par un modèle de coupe oblique. L'effort total de l'interaction outil/pièce est la somme des composantes suivantes :

- L'effort axial qui est parallèle à la direction d'avance de l'outil. Cet effort joue un rôle important dans le mécanisme de formation de la surface usinée ;
- L'effort tangentiel. L'ensemble de ces efforts sur toutes lèvres exerce un couple sur la pièce.

Nous développons un modèle du couple qui contient l'influence des composantes tangentielles de l'effort de coupe et de l'effort du talonnage.

Considérons une opération du perçage plein matière. Dans ce cas l'effort total de l'interaction outil/pièce comporte l'effort de coupe, l'effort du talonnage et l'effort d'indentation. L'effort d'indentation agit seulement dans le sens axial du foret. Donc ce sont uniquement les composantes tangentielles des efforts de coupe et du talonnage qui forment le couple.

Analysons un système usinant où les efforts de coupe et du talonnage dans le sens axial sont  $F_c$  et  $F_p$  (Figure II-4). Dans le sens tangentiel ces efforts deviennent:

$$F_c^t = \chi_c \cdot F_c, \quad F_p^t = \chi_p \cdot F_p \quad (2.11)$$

Où les coefficients  $\chi_c$  et  $\chi_p$  définissent le rapport entre les efforts axiaux et tangentiels. Nous étudions le processus d'usinage sans considération du phénomène de l'usure de la partie coupante de l'outil et donc selon [Zemzemi, 2007] on obtient  $\chi_c=3$ . Le paramètre  $\chi_p$  est le coefficient du frottement sec entre la face de dépouille et la matière usinée. Pour la plupart des métaux  $\chi_p=0.3$  [Zemzemi, 2007].

Appliquons pour le système usinant considéré le modèle de coupe à deux arêtes (réelle et virtuelle). Au début de ce chapitre nous avons analysé la distribution des efforts réels de coupe et de talonnage le long de l'arête de coupe. Selon cette étude le point d'application de

l'effort  $F_c$  se trouve sur la distance  $r=1/2R$  de l'axe du foret ( $R$  est le rayon du foret). Le point d'application de l'effort  $F_p$  se trouve sur la distance  $r=1/4R$  de l'axe du foret. La méthode d'obtention de ces points d'application des efforts de coupe et du talonnage est présentée dans la partie ANNEXE A-1. Nous pouvons alors déterminer les composantes du couple associées aux actions des efforts de coupe et de talonnage :

$$\begin{aligned}M_c &= n_c \cdot 1/2 R \cdot \chi_c F_c \\M_p &= n_c \cdot 1/4 R \cdot \chi_p F_p\end{aligned}\tag{2.12}$$

Puis le couple total est défini comme la somme de  $M_c$  et  $M_p$  :

$$M = M_c + M_p = n_c \cdot R \cdot 1.5F_c + 0.075F_p\tag{2.13}$$

### II.3 Conclusion

Dans ce chapitre un modèle de coupe générique a été développé. L'influence du phénomène de talonnage est introduite par une arête virtuelle. L'interaction entre cette arête et la matière génère un effort de talonnage qui provoque l'enlèvement d'un copeau complémentaire. Les modèles effort proposés nous permettent d'étudier l'influence des phénomènes de talonnage et d'indentation sur la dynamique du système usinant qui est discutée dans les chapitres suivants.

L'avantage du modèle du couple développé est sa dépendance explicite des mécanismes de la coupe et du talonnage par les paramètres  $F_c$  et  $F_p$ . Les efforts de coupe et de talonnage sont fonctions des épaisseurs du copeau correspondantes. Donc le couple dépend du mécanisme de formation de la surface usinée ainsi que des paramètres des modèles d'efforts. Avec cet aspect le couple exprimé avec l'équation (2.13) peut être utilisé pour l'analyse de la stabilité dynamique du système usinant dans le cas de la présence des deux mouvements orthogonaux : les vibrations axiale et angulaire de l'outil.

Nous avons établi que le phénomène d'indentation influe très peu sur le couple. Il peut être négligé. L'équation (2.13) peut donc être utilisée pour simuler la variation du couple pendant l'usinage des pièces en plein matière.

Remarquons aussi que la contribution principale dans le mécanisme du couple est directement liée au phénomène de coupe, la contribution du phénomène de talonnage est faible.

## CHAPITRE III:

### Identification des coefficients dans les modèles d'efforts

*L'objectif de ce chapitre est de recalibrer les différents modèles proposés à partir de mesures expérimentales. Pour cela nous nous appuyons sur la technologie de perçage vibratoire en mesurant le déplacement outil/pièce, l'effort de poussée et le couple. À partir d'une analyse cinématique du mouvement relatif outil/pièce nous pouvons :*

- *construire le profil de la surface usinée*
- *identifier les moments où le talonnage est présent*
- *calculer les épaisseurs de copeaux correspondants à l'arête réelle et l'arête virtuelle*
- *identifier l'effort de coupe et l'effort de talonnage, voir l'effort d'indentation*

*Cette information nous permet de calculer les coefficients des modèles proposés [Bondarenko, 2009a]. Une étude de sensibilité est ensuite menée pour valider la robustesse de notre méthode.*

#### III.1 Stratégie globale de l'analyse

Nous avons retenu une opération de perçage vibratoire auto-entretenu Guibert [Guibert, 2008] et Moraru [Moraru, 2002]. C'est une opération d'usinage où la surface usinée est formée grâce à la présence du mécanisme régénératif de la surface usinée et des vibrations axiales de l'outil [Utkin, 1988]. La surface formée précédemment contient l'histoire de sa formation. Comme le copeau est fragmenté dû aux sauts de l'arête de coupe hors de la matière usinée, nous avons à chaque passage un moment où la coupe s'effectue sans et avec talonnage.

La technique de l'analyse proposée comporte trois étapes :

- Enregistrement des signaux d'effort et de déplacement de l'outil pendant le processus d'usinage
- L'analyse de la cinématique du processus d'usinage à base du signal de déplacement. Ce type d'analyse permet de localiser les phénomènes de coupe et de talonnage
- L'utilisation des résultats de l'analyse cinématique pour identifier et évaluer les modèles d'effort de coupe et effort de talonnage.

La figure suivante présente l'interaction entre ces étapes ainsi que l'ordre général des calculs :

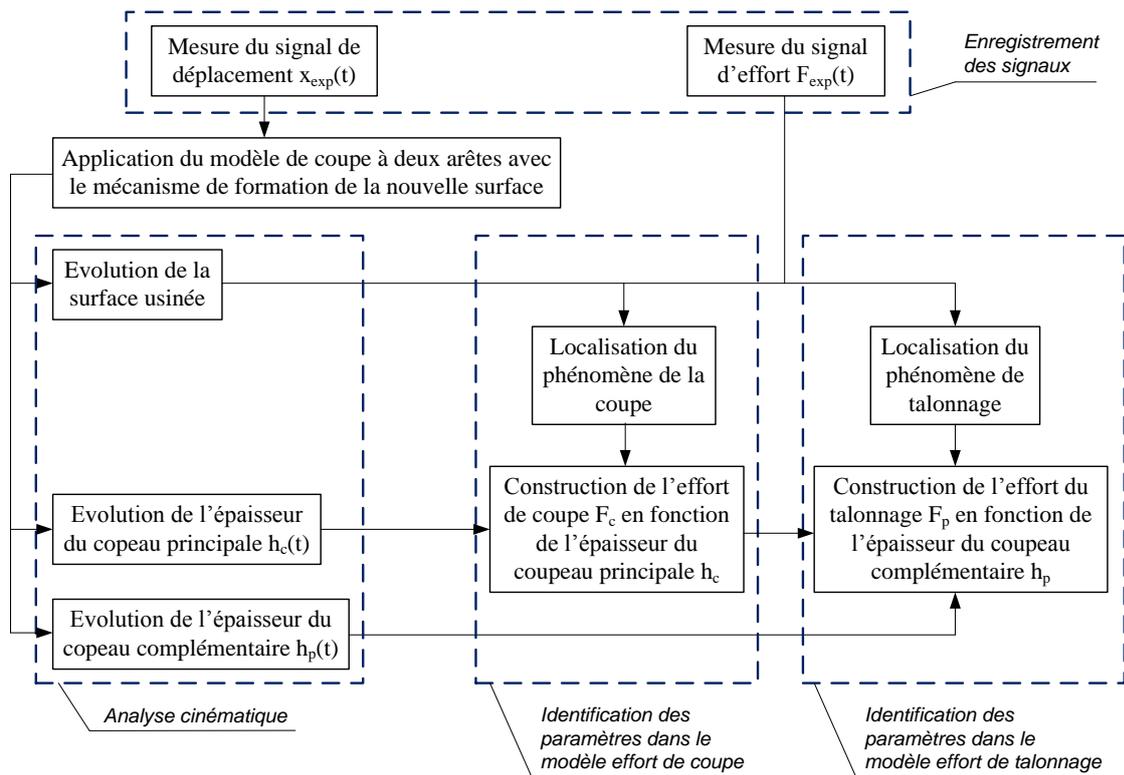


Figure III-1 : Algorithme pour identification des paramètres dans les modèles d'efforts

Nous commençons notre étude avec la mesure de déplacement relatif de l'outil par rapport à la pièce pendant l'usinage et la mesure de l'effort de poussée. Les conditions expérimentales sont choisies pour être dans une zone de forte instabilité. Dans ce cas, le talonnage apparaît à certains instants que nous pouvons identifier. A partir d'une analyse cinématique nous pouvons construire le profil de la surface usinée et obtenir l'évolution des épaisseurs des copeaux associées à l'arête de coupe et l'arête virtuelle. A partir de l'évolution du copeau associé à l'arête de coupe et de l'identification de l'effort associé nous pouvons recalibrer le modèle effort de coupe, calculer les coefficients correspondants et enfin construire le signal d'effort de coupe pour tout intervalle du processus considéré. L'application de la procédure de superposition nous donne l'effort de talonnage. Cet effort obtenu avec le signal de l'épaisseur du copeau associé à l'arête virtuelle est utilisé pour le recalage du modèle effort de talonnage.

## III.2 Présentation de l'outillage utilisé

### III.2.1 Le centre d'usinage

Les essais ont été réalisés sur un centre d'usinage 3 axes de type HERMLE C800V (Figure III-2). Le centre est équipé d'une broche WEISS d'une puissance de 15 kW (vitesse de rotation maxi 16 000 tr/min) et d'un arrosage par le centre broche sous une pression de 40 bars et 40 l/min (mesurée en sortie de pompe). Le lubrifiant utilisé est une émulsion MOBILCUT 222 diluée à 6%. La vitesse d'avance maximale est 35 m/min.

Cette machine fait partie du pôle productive de l'ENISE. L'ensemble des essais a été réalisé sur cette machine.



Figure III-2 : Le centre d'usinage

### III.2.2 Porte-outil

Pour réaliser le perçage vibratoire auto-entretenu deux porte-outils dit têtes de perçage (Figure III-3) de conception légèrement différente ont été utilisés.



Type I



Type II

Figure III-3 : Deux types de tête de perçage vibratoire auto-entretenu

Le premier porte-outil a été construit par Guibert [Guibert, 2008] pendant des travaux de thèse. Le deuxième type est une amélioration du précédent décrit dans [Naisson, 2010]. Chaque tête est constituée de 3 parties principales : une masse mobile, un élément élastique et une partie fixée dans la broche de la machine outil. L'outil est fixé à la masse mobile. Les différences principales entre ces deux conceptions sont résumées dans le Tableau III-1.

Tableau III-1 : Caractéristiques des têtes de perçage

	<b>La tête conçue par Guibert (Type I)</b>	<b>La tête conçue par Naisson (Type II)</b>
La construction de l'élément élastique	Les rondelles de Belleville 	Ressort cylindrique d'une construction spécifique 
La variation de la raideur	La raideur nécessaire est définie avec la quantité et la configuration des rondelles	Chaque ressort a une raideur fixe
La possibilité de transmettre le couple à l'aide du ressort	Non	Oui
	Il y a un mouvement relatif entre les rondelles qui ajoute une erreur dans les signaux mesurés	La construction de la tête réduit au minimum les mouvements parasites entre les composantes

Après quelques essais à basse vitesse dans les pièces en INOX4404 et Acier 35MV7 avec un foret hélicoïdal en acier rapide, la tête de type I a donné de meilleurs résultats que la tête de type II. Le problème avec ces matériaux est la durée de vie de l'outil en ARS. Par contre dans le cas d'usinage des pièces en aluminium, la tête de type II fonctionne mieux. Donc pour la validation des méthodes et techniques développées dans cette thèse nous avons retenu le cas du perçage vibratoire auto-entretenu de pièces en Al7075 avec la tête de type II. Nous utilisons les configurations suivantes:

Tableau III-2 : Les configurations de la tête

	<b>Masse modale, kg</b>	<b>Raideur structurelle N/mm</b>
Configuration 1	3.65	262
Configuration 2	3.65	380
Configuration 3	3.15	262
Configuration 4	3.80	262
Configuration 5	4.20	262

### III.2.3 Outil

Tous les essais ont été réalisés avec les forets hélicoïdaux en acier rapide de la marque TIVOLY. Les forets sont de série courte sans trous de lubrification. La configuration de la partie coupante est montrée sur la Figure III-4 :

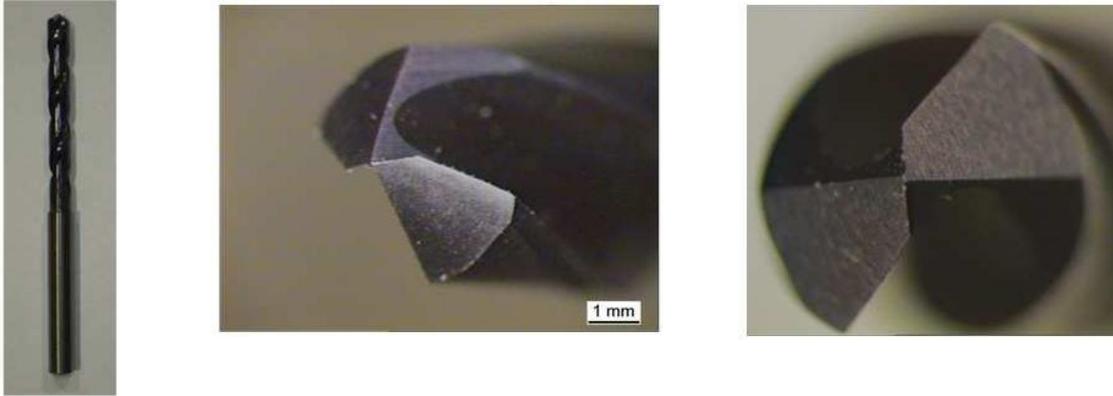


Figure III-4 : Le foret TIVOLY réf. 8143389

Les caractéristiques du foret sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau III-3 : Les caractéristiques du foret TIVOLY

Référence	TIVOLY 8143389 TAURUS 60, HSS-E8
Revêtement	TiAlN
Longueur, mm	87 (série courte)
Diamètre extérieur, mm	10
Diamètre de l'âme, mm	1.64
Angle à la pointe, deg	118

La Figure III-5 montre les évolutions des angles de coupe et de dépouille de ce foret en fonction du rayon. Les angles sont mesurés à l'aide du modèle CAO. Ces angles sont importants pour identifier et évaluer l'influence du phénomène de talonnage pendant l'usinage.

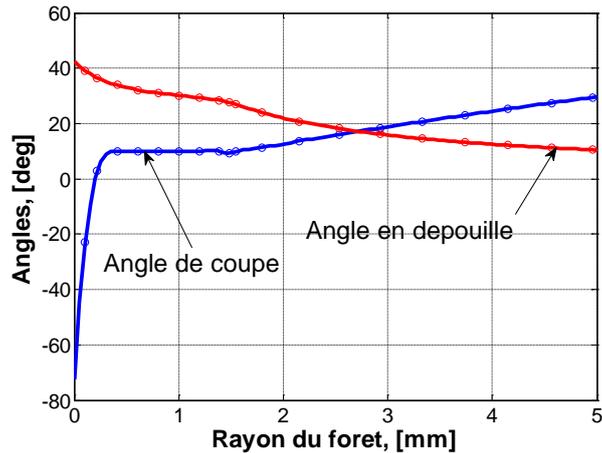


Figure III-5 : Evolutions des angles de coupe et de dépouille en fonction du rayon du foret TIVOLY 8143389

### III.2.4 Matière usinée

L'aluminium Al7075 est un matériau facile à usiner. Les effets thermiques et le phénomène du collage du copeau sur l'outil sont réduits [Battaglia, 2005]. Ce matériau est largement utilisé dans l'industrie aéronautique qui est un des secteurs d'application du forage vibratoire. Les caractéristiques principales de ce matériau sont présentées dans le Tableau III-4:

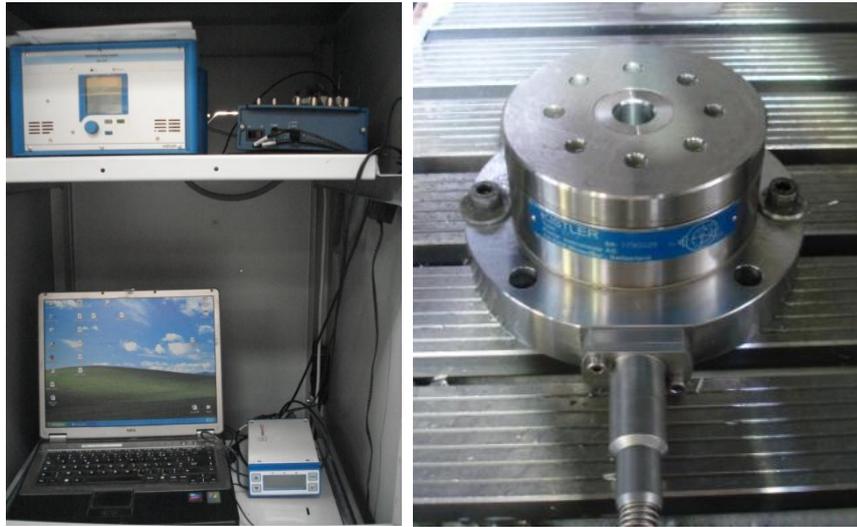
Tableau III-4 : Les caractéristiques de l'Al7075 [WEB\_1]

La caractéristique	Valeurs
La composition chimique	Chrome – 0.18-0.28, Cuivre – 1.2-2, Fer – 0.5 max, Magnésium – 2.1-2.9, Manganèse – 0.3 max, Silicium – 0.4 max, Titane – 0.2 max, Zinc – 5.1-6.1
La limite d'écoulement, MPa	95
La limite de rupture pour la traction, MPa	220
La limite de rupture pour le cisaillement, MPa	150
Le module Young, GPa	70-80
Le coefficient de Poisson	0.33
La densité, kg/m <sup>3</sup>	2800
La durabilité Brinell	60

### III.2.5 Mesure de l'effort de poussée

La mesure des efforts pendant l'usinage est réalisé par un dynamomètre KISTLER de type 9272, relié à un amplificateur KISTLER de type 5070A1000. Le signal est ensuite envoyé sur un PC équipé d'une carte d'acquisition et du logiciel d'acquisition LABVIEW (Figure III-6). Ce dynamomètre permet de mesurer les efforts de coupe suivant les trois directions Z, Y et X (Z étant l'axe de la broche) et le couple autour de Z. La fréquence d'acquisition est choisit à 20 kHz. Cette haute fréquence d'acquisition est nécessaire pour être capable de mesurer toutes les modifications du comportement de l'outil liées au talonnage. La précision de mesure est

estimée à 1 N (donnée constructeur) sur la plage de mesure de 0 à 5 kN. Le traitement des données est ensuite réalisé par le logiciel MATLAB.



**Figure III-6 : La chaîne d'acquisition et le dynamomètre KISTLER**

### III.2.6 Capteur de déplacement

Afin de ne pas perturber le caractère dynamique de la tête de perçage durant l'usinage, une mesure de déplacement sans contact est nécessaire. Cette mesure est réalisée par un capteur de déplacement inductif Micro-Epsilon. Ce capteur permet de mesurer le déplacement d'une surface plane métallique avec une précision de l'ordre de quelques  $\mu\text{m}$  sur une étendue de 2.5 mm sans être perturbé par le liquide de coupe. Sur la tête de perçage, il n'existe pas de surface plane fixe. La mesure se fait au niveau d'un disque de mesure positionné sur la masse mobile. Le capteur est positionné sous ce disque via un support monté sur la broche (Figure III-7) :

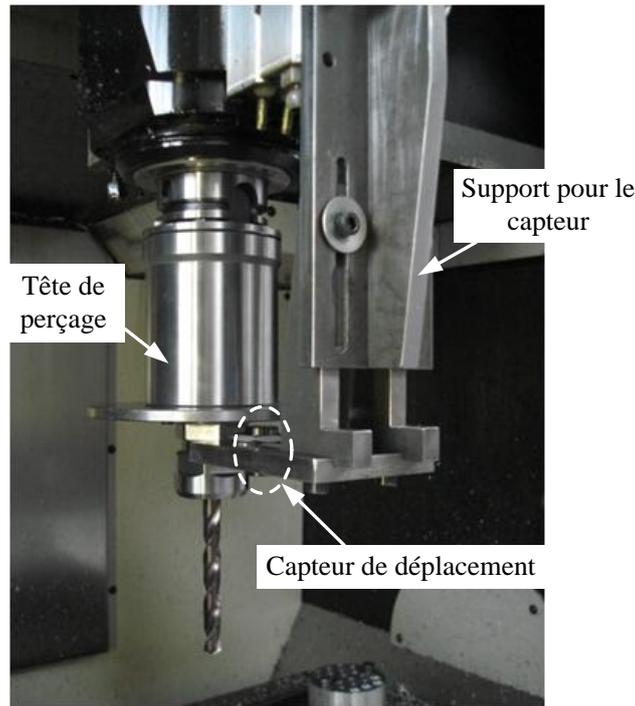


Figure III-7 : Le capteur de déplacement et son montage sur la broche de la machine

Le capteur va ainsi mesurer le déplacement suivant l'axe Z de la partie mobile de la tête sans être influencé par l'avance.

### III.3 Essais

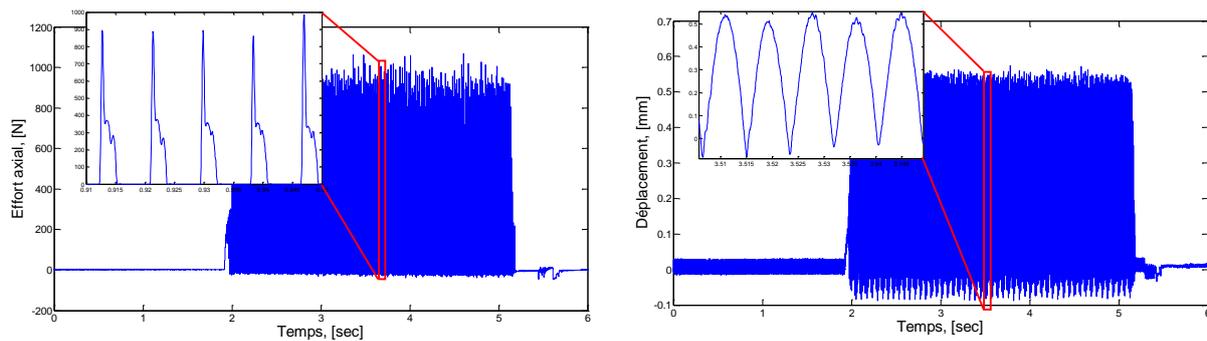
Nous nous intéressons ici au recalage des modèles efforts de coupe et de talonnage. L'influence de la pointe du foret générant l'effort de l'indentation doit donc être négligeable. Pour cela, la pièce est élaborée avec un avant trou. Le diamètre de l'avant trou est égal au diamètre de la partie centrale du foret. Pour le foret TIVOLY 8143389 de diamètre 10mm le diamètre de l'avant trou est 1.8 mm.

Les conditions d'usinage sont choisies pour obtenir ponctuellement un phénomène de talonnage important. D'après une série d'essais il a été établi les conditions de coupe suivantes:

**Tableau III-5 : Les conditions de coupe correspondantes à une forte influence du phénomène de talonnage pour le couple outil matière utilisé**

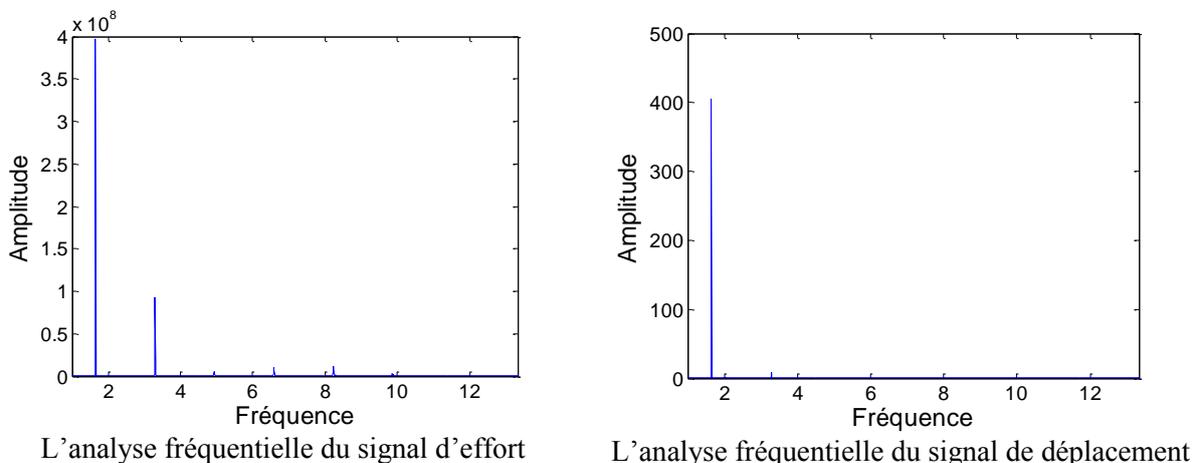
Vitesse de rotation de la broche, tr/min	Avance axiale de la broche, mm/tr
2500 – 5000	0.08 – 0.2

Chaque configuration du système usinant avec les conditions de coupe retenue conduit à une certaine forme du signal d'effort. Cette forme est déterminée par des intensités relatives des phénomènes de coupe et de talonnage présentés. Par contre la forme du signal de déplacement est invariable par rapport à l'intensité du mécanisme de broutement. Elle se représente toujours comme une somme d'une sinusoïde. Le changement des conditions de coupe influe sur l'amplitude et la fréquence de ce signal. Sur le diagramme ci-dessous il est montré les deux signaux pour une rotation de la broche de 4500 tr/min et une avance de l'outil de 0.1 mm/tr :



**Figure III-8 : Les signaux d'effort et de déplacement**

L'analyse de Fourier (Figure III-9) montre la cohérence entre les fréquences du signal effort de l'interaction outil/pièce et le signal déplacement :



**Figure III-9 : Les résultats de la transformation Fourier**

Ces deux signaux représentent le résultat du travail de toutes les lèvres de l'outil. Donc globalement avec la stratégie retenue il n'est pas possible d'évaluer l'influence de chaque lèvre séparément. Dans les calculs suivants nous étudions le comportement de l'outil. Le nombre de lèvres est introduit dans les calculs avec le paramètre  $n_c$ .

### III.4 Analyse préliminaire des signaux enregistrés, l'estimation des erreurs

Le processus de coupe est accompagné avec différents effets associés soit au comportement machine – porte-outil – outil – pièce, soit à la chaîne de mesure. L'influence de tous ces effets sur les signaux enregistrés doit être la plus faible possible. Dans le tableau suivant il est présentée une classification de ces effets et les stratégies pour les éviter.

Tableau III-6 : Les effets accompagnés le processus du perçage vibratoire auto-entretenue

L'effet	L'identification	La stratégie retenue
Le flambage du foret	Le foret est une barre flexible qui peut se déformer sous une sollicitation	Pour réduire le flambage il faut utiliser le foret d'une série courte
Les vibrations latérales	Au début de l'opération du perçage le foret non guidé peut se déplacer dans le sens latéral	La fabrication d'un avant trou de diamètre qui est égal au diamètre du foret. Ce trou guide le foret pendant l'usinage
Erreur géométrique des éléments constituant la tête de perçage vibratoire	Le déplacement de la tête est mesuré par un disque additionnel qui est fabriqué avec sa propre précision. Les défauts géométriques de ce disque ajoutent des erreurs dans la mesure de déplacement	Ces composantes complémentaires dans le signal de déplacement sont prédéfinies. Elles ont une fréquence bien identifiée et elles peuvent être supprimées numériquement
Le collage du copeau	Pendant l'usinage le copeau peut coller à l'outil. Cet effet modifie suffisamment fortement la valeur de l'effort de poussée	Cet effet est chaotique. Mais nous pouvons diminuer la probabilité du collage en choisissant des conditions de coupe adaptées. Le choix du revêtement de l'outil joue aussi un rôle important mais ce point n'a pas été étudié.
Nouvelle position d'équilibre du système usinant	Pendant l'usinage la partie vibrante peut changer sa position d'équilibre. Ce comportement correspond à un saut sur le diagramme de déplacement	Cet effet peut être évité par un changement des conditions de coupe

Le signal de déplacement enregistré comporte toute l'information liée à la formation de la surface usinée. L'application des filtres numériques peut conduire à modifier voir éliminer des informations importantes contenues dans la mesure. Nous n'utilisons donc pas de filtre et nous choisissons une fréquence d'acquisition en adéquation avec les éléments que nous souhaitons observer.

### **III.5 Localisation et identification des phénomènes de talonnage et de coupe**

Selon la stratégie globale présentée au début de ce chapitre analysons tout d'abord le signal de déplacement. Les conditions de coupe sont choisies pour être dans le domaine d'instabilité. Nous avons donc présence de broutement conduisant à un copeau fractionné. A chaque passage de l'outil dans la matière, un copeau est généré. Etudions en détails l'aspect cinématique de la génération du copeau. Pour cela, il faut établir un espace des calculs et définir la notion du passage de l'outil.

#### **III.5.1 Utilisation de l'espace linéaire du chemin d'un point sur l'arête de coupe**

La géométrie de la lèvre est déterminée avec les paramètres définis (l'angle de dépouille, l'angle à la pointe, etc.). Pendant l'usinage la lèvre rentre en contact avec la surface usinée et la modifie. Nous pouvons donc constater que le mécanisme de formation de la surface usinée n'est pas le même le long de la lèvre considérée. Le profil de cette surface est généré en fonction des paramètres géométrique de la lèvre. Cependant toute l'analyse suivante est effectuée pour un point considéré sur la lèvre. Pour mieux simuler le comportement réel de l'outil ce point est choisi comme le point le plus sollicité sur l'arête de coupe. L'analyse de la position de ce point est présentée sur la partie ANNEXE A-1.

Introduisons une nouvelle variable – la trajectoire  $s$  pendant l'usinage du point considéré de l'arête de coupe (par exemple le point  $A$  sur la Figure III-10). Avec notre modèle de coupe à deux arêtes ce point est caractérisé par deux points  $A_c$  et  $A_p$  où le point  $A_c$  correspond à l'arête réelle et le point  $A_p$  correspond à l'arête virtuelle (Figure III-10) :

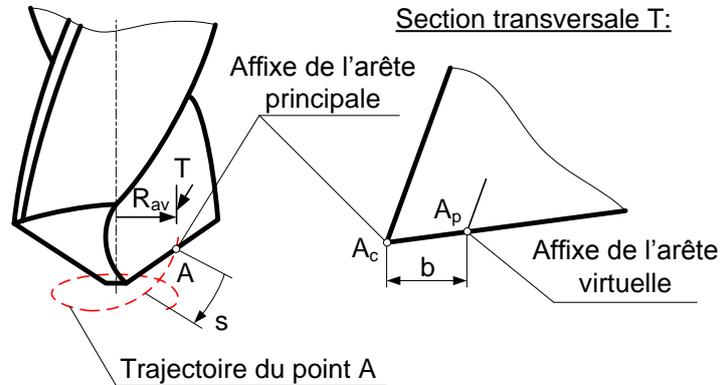


Figure III-10 : La définition de l'espace linéaire du point sur l'arête de coupe

La position du point  $A_p$  par rapport du point  $A_c$  est fixée et est toujours définie avec les paramètres  $b$  et  $\alpha_0$ . La fonction du transfert  $\Phi$  relie l'espace temporel ( $t$ ) et l'espace géométriques ( $s$ ) du mouvement des points  $A_c$  et  $A_p$  pendant le processus d'usinage :

$$t = \Phi \cdot s, \quad \Phi = \frac{T}{2\pi R_{av}} \quad (3.1)$$

Le paramètre  $T$  est la période du système usinant et il est directement lié à la vitesse de rotation.

### III.5.2 Etablissement et définition du passage de l'outil

Les trajectoires des points sur les arêtes de coupe réelle et virtuelle correspondent au signal de déplacement mesuré aux quelles il faut ajouter l'avance qui est constante. Comme l'outil est considéré rigide, les trajectoires des arêtes réelle et virtuelle sont parallèles et décalées de la distance  $b$ .

Les trajectoires des arêtes réelle et virtuelle génèrent le profil de la surface usinée lorsque ces arêtes génèrent un copeau. L'intersection des trajectoires correspondantes à chaque passage d'arête de coupe permettent d'identifier la forme de la matière enlevée (Figure III-11) :

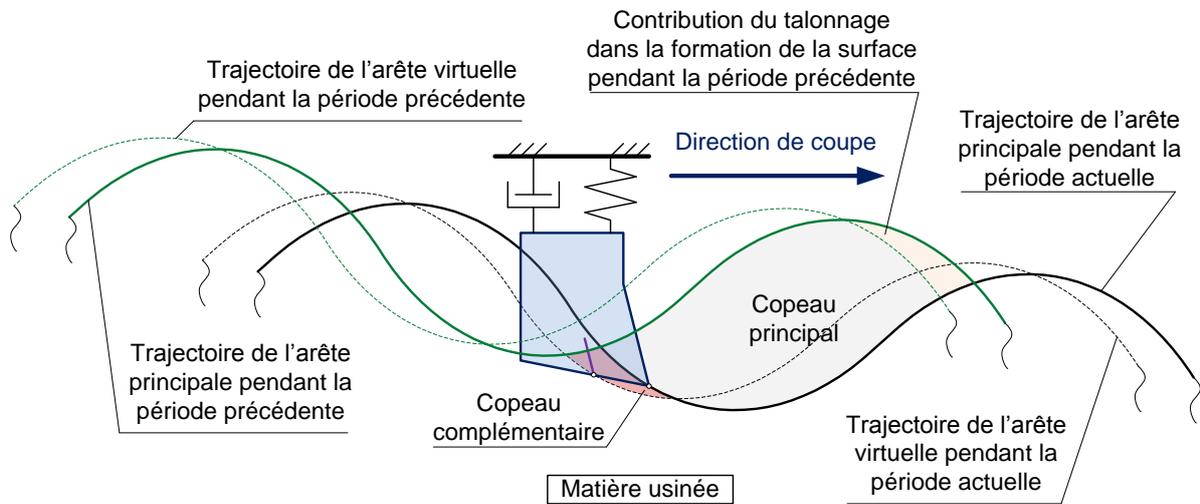


Figure III-11 : La formation du passage dans l'espace linéaire du mouvement du point sur l'arête de coupe

Il est à remarquer la contribution différente des arêtes de coupe réelle et virtuelle dans la formation de la surface usinée. L'arête réelle forme la surface pendant tout le passage de l'outil dans la matière. Par contre, l'arête virtuelle modifie le profil de la surface usinée que sur une partie assez limitée.

### III.5.3 Analyse du champ des vitesses instantanées

L'analyse du champ de vitesses instantanées permet de localiser la présence de talonnage en fonction de la position relative de l'arête de coupe par rapport à la pièce. La vitesse totale de l'arête de coupe  $v_c$  est tangente à sa trajectoire en chaque point. Cette vitesse est la somme de la vitesse d'avance, la vitesse linéaire liée à la rotation de l'outil et la vitesse issue du mouvement vibratoire de l'outil. La vitesse d'avance  $v_a$  est constante et toujours orientée vers la matière usinée. La vitesse linéaire liée à la rotation de l'outil  $v_\omega$  est constante et est associée à la direction de coupe. Les modules de ces vitesses sont calculés avec les équations suivantes :

$$v_a = \frac{60 \cdot a}{n}, \quad v_\omega = \frac{\pi R n}{120} \quad (3.2)$$

La vitesse instantanée due à la vibration  $\dot{x}$  est toujours portée par l'axe de l'outil. Sa direction et son intensité sont variables au cours du temps et donc de la position de l'arête de coupe. La dérivée du signal de déplacement permet d'obtenir cette vitesse à chaque instant. La Figure III-12 représente la vitesse résultante  $v_c$  issue de la composition des 3 vitesses décrites précédemment :

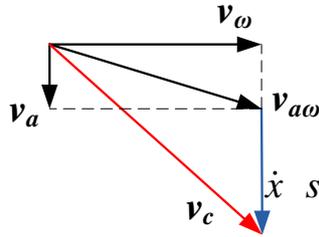


Figure III-12 : La distribution des vitesses instantanées

La Figure III-13 montre l'évolution de la vitesse instantanée résultante lors d'un passage de l'arête de coupe dans la matière :

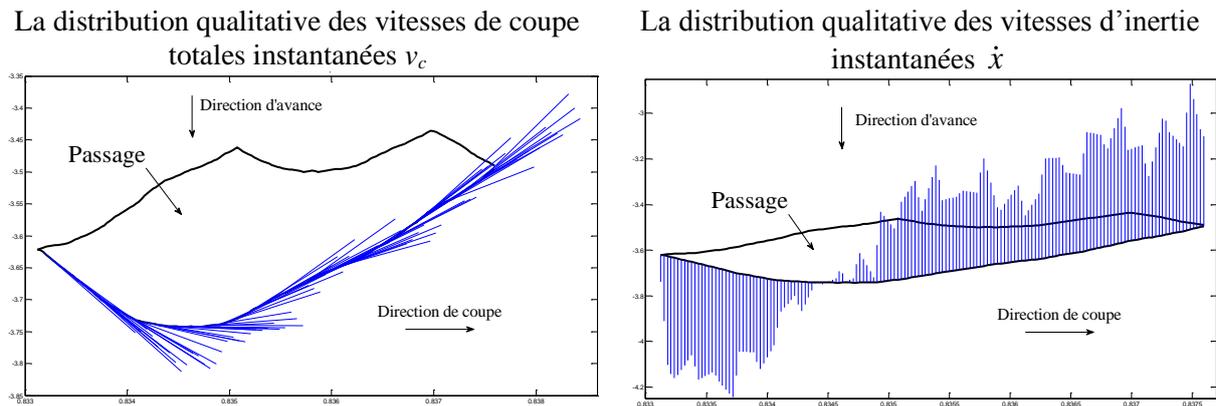


Figure III-13 : La variation des vitesses instantanées

Nous pouvons maintenant mettre en place un angle instantané de dépouille  $\alpha_c$  défini comme l'angle formée entre la face de dépouille de l'outil et la vitesse instantanée résultante [Fromentin, 2010b]. Nous prenons comme convention que  $\alpha_c < 0$  lorsque la face de dépouille n'est pas en contact avec la matière et  $\alpha_c > 0$  lorsque la face de dépouille est dehors la matière usinée (Figure III-14) :

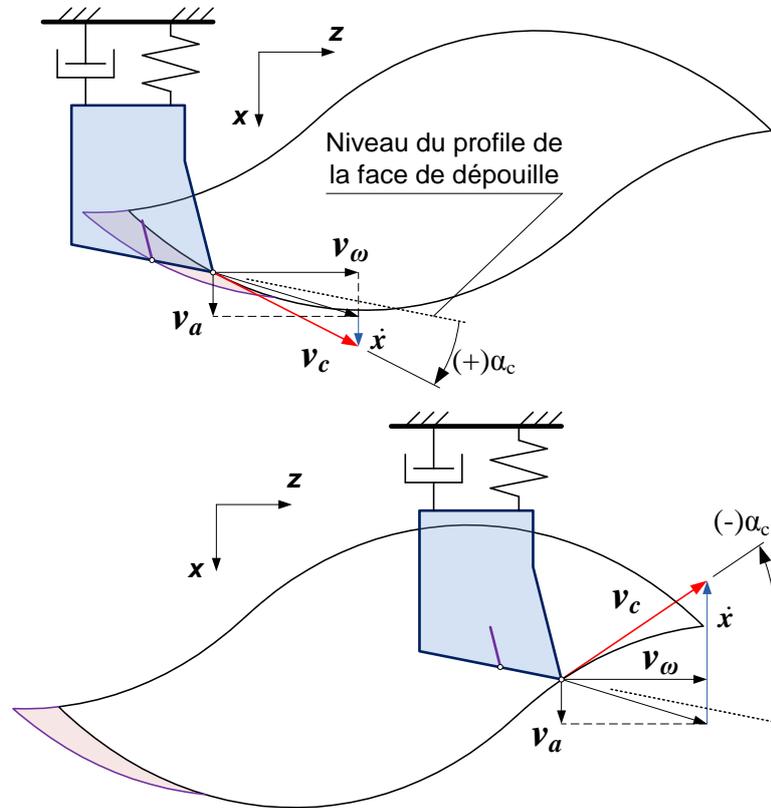


Figure III-14 : Deux directions du mouvement de l'outil sous l'aspect cinématique

L'influence de l'arête virtuelle sur la formation de la surface usinée correspond à la condition  $\alpha_c > 0$ . Dans ce cas, nous sommes en présence de talonnage. Il modifie le profil de la surface générée par l'arête réelle correspondante. La condition  $\alpha_c < 0$  correspond à la formation de la surface usinée que par l'arête de coupe réelle : absence de talonnage. Dans ce cas l'arête virtuelle n'est pas en contact avec la matière usinée. Le changement du signe de l'angle  $\alpha_c$  apparaît dans la zone où la trajectoire de l'outil change la direction. Considérons cette zone comme la zone transitoire.

Introduisons le système de coordonnées local  $xOz$  (Figure III-14). L'axe  $x$  est associé à la direction de l'avance. L'axe  $z$  est associé avec la direction de coupe. Dans ce système de coordonnées la dépendance entre l'angle  $\alpha_c$  et les vitesses instantanées est déterminée par l'équation suivante :

$$\alpha_c = \arctan\left(\frac{v_a + \dot{x}}{v_\omega}\right) - \alpha_0 \quad (3.3)$$

Le paramètre  $\alpha_0$  est l'angle de dépouille de l'outil. Toutes les vitesses sont avec ses signes par rapport au système  $xOz$ . Les signes des vitesses  $v_w$  et  $v_a$  sont définis :  $v_w > 0$ ,  $v_a < 0$ . La somme  $\dot{x} + v_a$  est positive si l'outil va vers l'intérieur de la pièce et donc  $\arctan(\dots) > 0$ . Si l'outil va vers l'extérieur de la pièce donc  $\dot{x} + v_a < 0$  et  $\arctan(\dots) < 0$ . Les résultats de variation de l'angle  $\alpha_c$  à l'intérieur d'un seul passage de l'arête de coupe sont présentés sur la Figure III-15 :

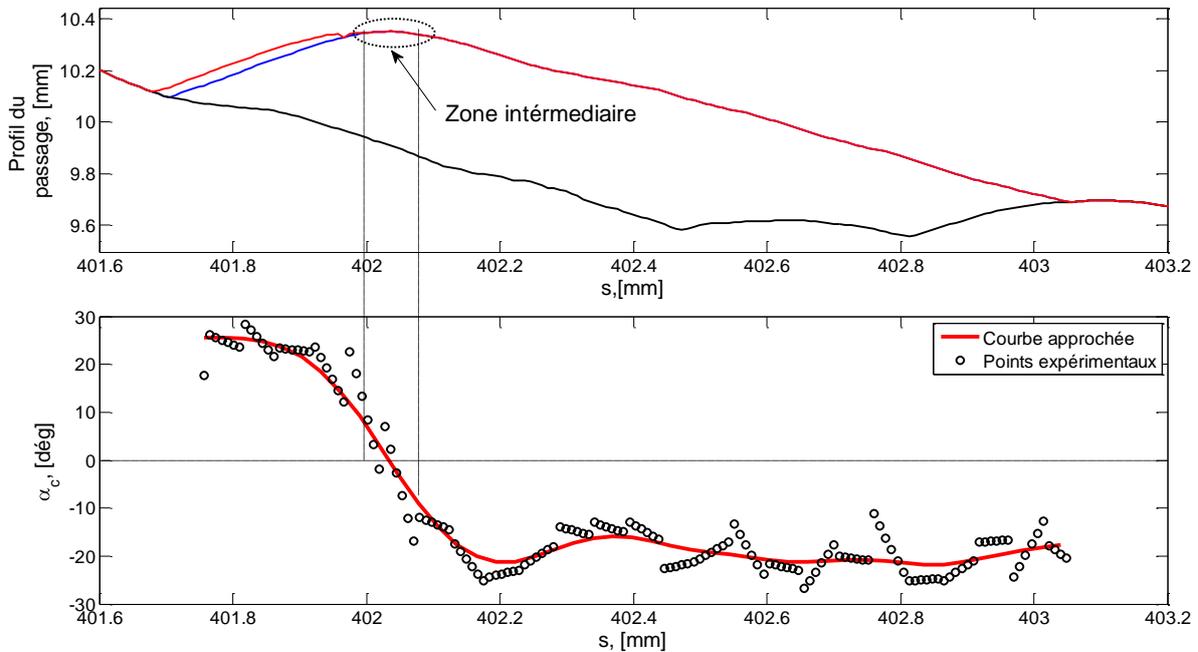


Figure III-15 : La variation de l'angle  $\alpha_c$  à l'intérieur d'un passage de l'arête de coupe ( $\alpha_0=14^\circ$ )

Avec ce diagramme nous pouvons identifier la partie de trajectoire où  $\alpha_c > 0$  qui correspond à la présence du talonnage et son influence sur la formation de la surface usinée. Puis nous observons la zone intermédiaire avec une forte chute de l'angle  $\alpha_c$ . La dernière partie de ce diagramme correspond à la présence de la coupe sans talonnage. L'angle  $\alpha_c$  a une valeur constante et négative.

Pour faire un bilan intermédiaire remarquons que l'analyse du champ de vitesse instantanée permet d'identifier 3 types du mouvement de l'outil :

- Le mouvement vers l'intérieur de la pièce ( $\alpha_c > 0$ ) avec la présence du talonnage
- Le mouvement vers l'extérieur de la pièce ( $\alpha_c < 0$ ) avec l'absence de talonnage
- Changement de la direction du mouvement ( $\alpha_c = 0$ )

Cette localisation des phénomènes de talonnage et de coupe est utilisée dans la procédure d'extraction des données expérimentales que sont les signaux d'effort et de déplacement.

### III.5.4 Le mécanisme régénératif de formation de la nouvelle surface

Dans ce chapitre nous utilisons toujours les notions de passage de l'outil et de surface usinée. L'évaluation numérique des passages et du profil de la surface usinée est envisagé en utilisant la théorie du mécanisme régénératif de la formation de la surface usinée [Gousov, 2001]. Considérons deux positions instantanées de l'arête de coupe par rapport à sa trajectoire (Figure III-16). Les positions des arêtes de coupe réelle et virtuelle sont déterminées avec les paramètres correspondants  $D_c(s)$  et  $D_p(s)$  :

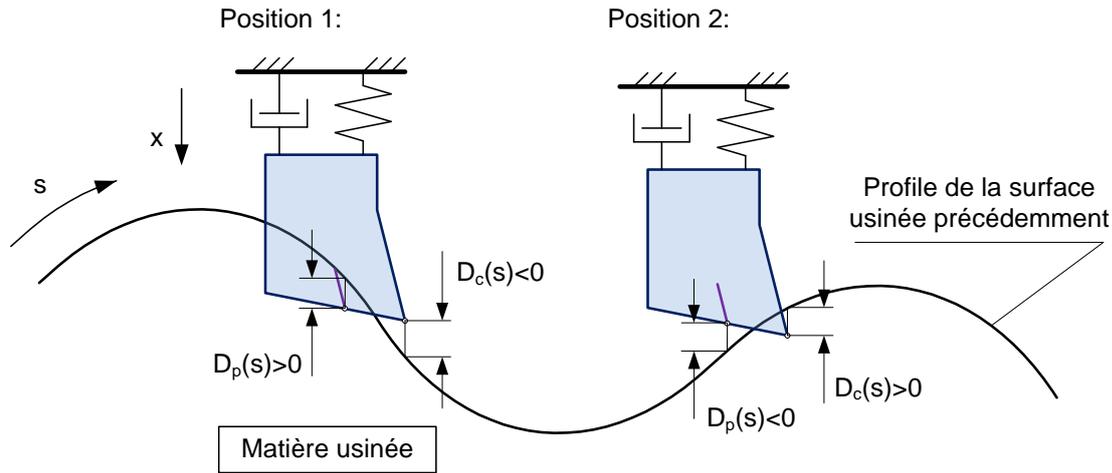


Figure III-16 : Les conditions du contact entre les arêtes réelle et virtuelle et la matière usinée

Si l'arête de coupe réelle (virtuelle) est dans la matière usinée donc  $D_c(s)$  ( $D_p(s)$ ) est positif, sinon  $D_c(s)$  ( $D_p(s)$ ) est négatif. Ces deux paramètres sont exprimés en fonction de la position de l'outil et du profil de la surface usinée formée précédemment :

$$D_c \ s = x \ s + v_a \cdot \Phi \cdot s - LC \ s, b, T, R_{av}, n_c$$

$$D_p \ s = \begin{cases} x \ s + v_a \cdot \Phi \cdot s - LP \ s, b, T, R_{av}, n_c - b \cdot \tan \alpha_0, & \alpha_c \ s > 0 \\ 0, & \alpha_c \ s \leq 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Les deux premières composantes de chaque équation (3.4) déterminent la position de l'outil avec l'influence de l'avance. Remarquons que le paramètre  $x(s)$  correspond au signal de déplacement mesuré. Les paramètres  $LC$  et  $LP$  définissent les profils de la surface usinée qui ont été formés précédemment par l'arête réelle et l'arête virtuelle. A cause de la présence de décalage entre l'arête réelle et l'arête virtuelle (paramètre  $b$ ) les paramètres  $LC$  et  $LP$  sont déterminés en fonction de la position instantanée de l'arête considérée. Introduisons les variables suivantes :

$L_c$  est le profil de la surface usinée formé par l'arête de coupe réelle

$L_p$  est le profil de la surface usinée formé par l'arête de coupe virtuelle

$L_\Sigma^{prev}$  contient toute l'information à propos de la formation de la surface usinée avec les arêtes réelle et virtuelle

La figure suivant montre différentes positions des arêtes de coupe réelle et virtuelle avec les calculs correspondants des paramètres  $LC$  et  $LP$  :

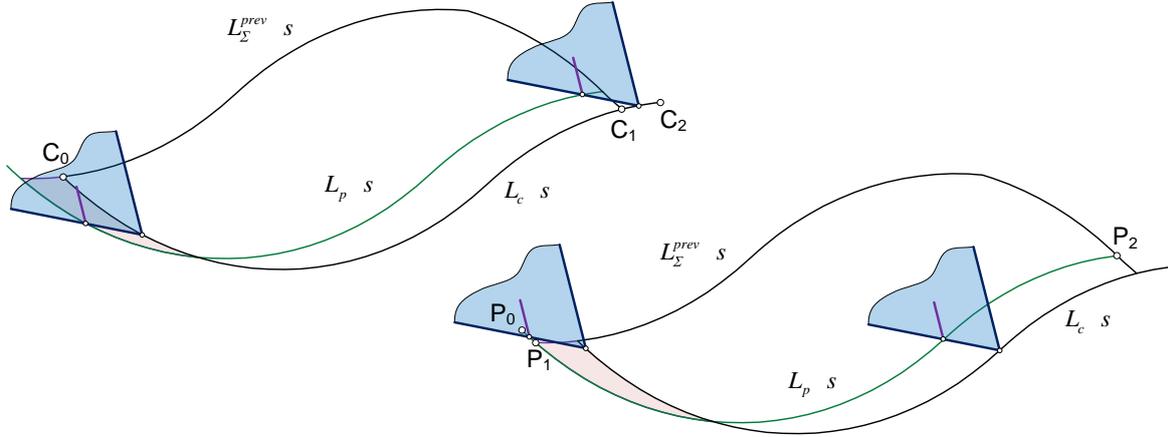


Figure III-17 : Calcul des paramètres  $LC$  et  $LP$  en fonction de positions des arêtes sur les trajectoires

$$\begin{aligned}
 C_0C_1 : LC &= L_{\Sigma}^{prev} s \\
 C_1C_2 : LC &= L_p \left( \Phi \cdot s - \frac{T}{n_c} + T \cdot \frac{b}{2\pi R_{av}} \right) \\
 P_0P_1 : LP &= L_{\Sigma}^{prev} \left( \frac{T}{n_c} - T \cdot \frac{b}{2\pi R_{av}} + \Phi \cdot s \right) \\
 P_1P_2 : LP &= L_c \left( \Phi \cdot s - T \cdot \frac{b}{2\pi R_{av}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Avec les équations, (3.4) et (3.5) les paramètres  $D_c$  et  $D_p$  sont calculés pour tout le passage considéré. Puis cela permet obtenir l'évolution de l'épaisseur des copeaux principal et complémentaire :

$$\begin{aligned}
 h_c s &= \max 0; D_c s \\
 h_p s &= \max 0; D_p s
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Les profils actuels de la surface usinée  $L_c$  et  $L_p$  sont définis séparément pour l'arête réelle et l'arête virtuelle :

$$\begin{aligned}
 L_c s &= LC s, b, T, R_{av}, n_c + h_c s \\
 L_p s &= LP s, b, T, R_{av}, n_c + h_p s
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Le calcul de la surface usinée et de l'évolution des épaisseurs des copeaux correspondants sont réalisés sous MATLAB. L'algorithme de ces calculs est décrit dans la partie ANNEXE A-4. Les résultats de simulation sont présentés sur la Figure III-18 :

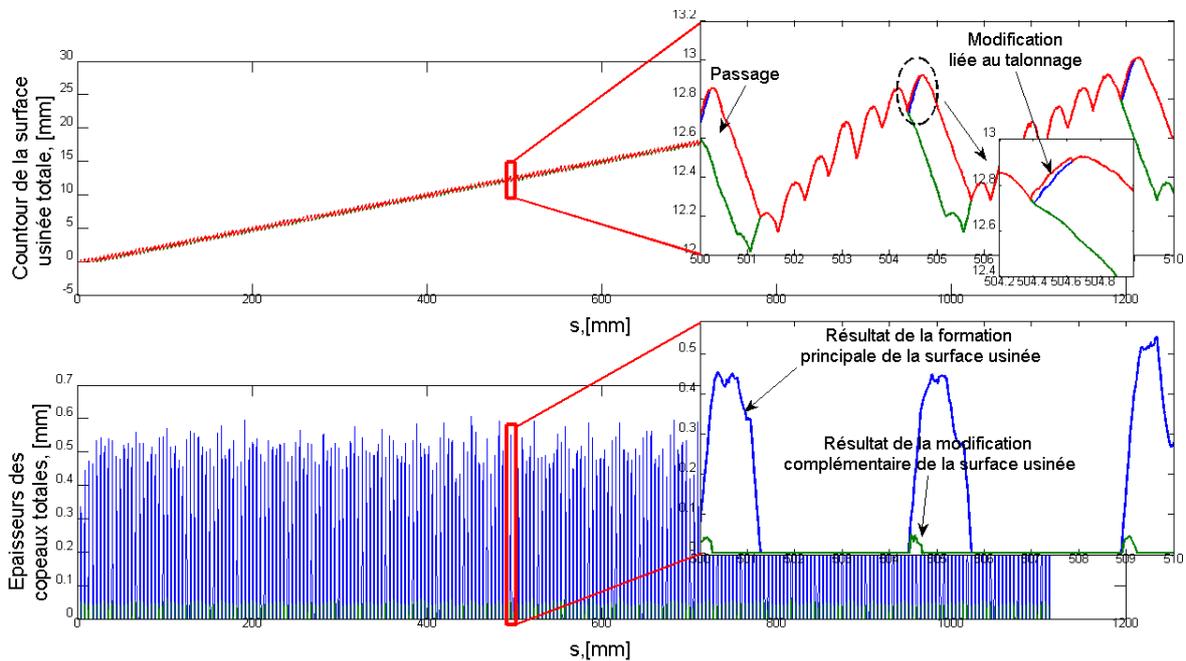


Figure III-18 : Les résultats de la simulation numérique

### III.5.5 Analyse du signal d'effort, localisation des efforts de coupe et de talonnage

Le signal d'effort est représenté comme un ensemble de pulsations. Chaque pulsation correspond à un seul passage de l'outil et a la forme de deux pics (Figure III-19). Le premier pic est associé à l'action des phénomènes de coupe et de talonnage sur le système usinant. Le deuxième pic correspond au phénomène de coupe. Nous pouvons estimer qualitativement l'influence du talonnage sur le système usinant par une comparaison des hauteurs relatives de ces deux pics. Si le premier pic est élevé, le talonnage aura une forte intensité. La largeur du premier pic définit la durée et l'influence du talonnage sur le système usinant.

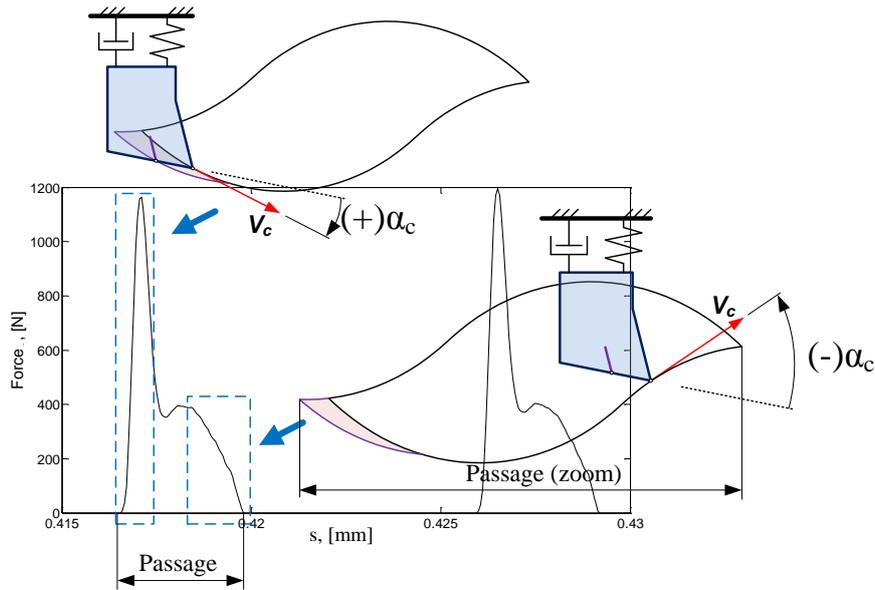


Figure III-19 : La composition du signal d'effort

L'identification des paramètres des modèles d'efforts commence par l'analyse du deuxième pic. Ce pic représente l'évolution de l'effort de coupe en fonction de l'épaisseur instantanée du copeau. L'analyse cinématique couplée au signal de déplacement permet d'obtenir l'évolution de l'épaisseur du copeau qui correspond au signal d'effort. Cette opération est répétée pour un ensemble des pulsations considérées du signal d'effort. Comme résultat nous obtenons la distribution des points expérimentaux effort de coupe  $F_c$  – épaisseur réelle du copeau  $h_c$ . Ces points sont approximés avec le modèle effort de coupe ratio fractionnel en utilisant la méthode des moindres carrés.

L'étape suivante de l'analyse est l'extraction de l'effort de talonnage et son approximation avec le modèle non linéaire introduite dans le CHAPITRE III: de ce mémoire. Pour cela l'effort de coupe est calculé à partir de l'épaisseur réelle du copeau. Cet effort calculé est ensuite soustrait de l'effort mesuré. Le résultat de soustraction pour un ensemble de pulsations dans le signal d'effort nous donne l'évolution de l'effort de talonnage pour tout le processus d'usinage considéré. Nous traçons cet effort de talonnage  $F_p$  en fonction de l'épaisseur complémentaire  $h_p$  du copeau calculé précédemment.

### III.6 Calcul de la position optimale de l'arête virtuelle (paramètre b)

La particularité du modèle de coupe à deux arêtes est la présence d'un paramètre empirique  $b$  qui définit la position de l'arête virtuelle. Pour évaluer le paramètre  $b$  nous avons développé un algorithme numérique qui est basé sur une méthode d'optimisation. Cet algorithme est présenté sur la Figure III-20 :

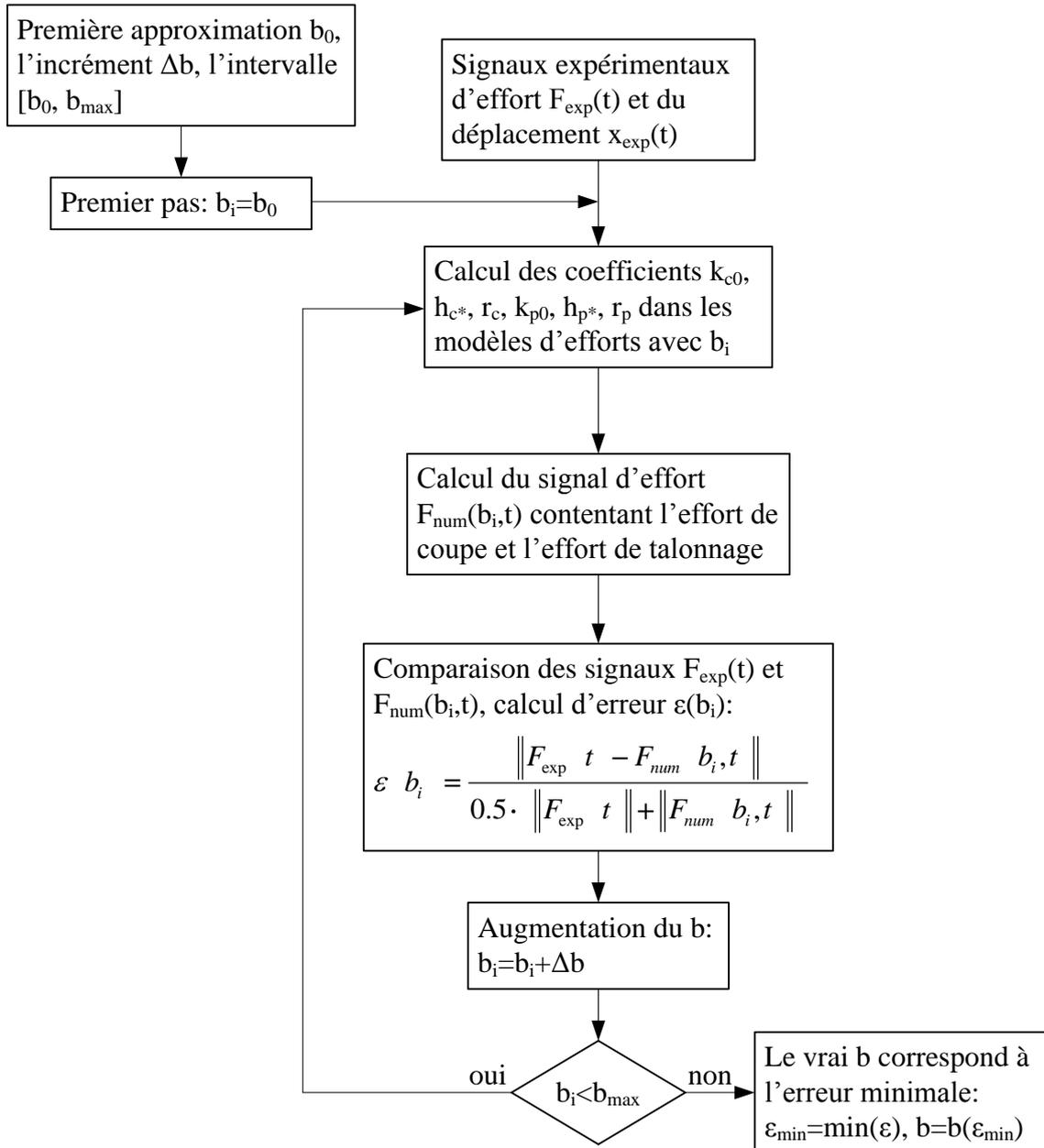


Figure III-20 : L'algorithme pour déterminer le paramètre b optimal

Nous utilisons les signaux expérimentaux d'effort et de déplacement et nous définissons une première approximation de  $b$ . Puis pour une valeur de  $b$  considéré l'identification des coefficients dans les modèles effort de coupe et effort du talonnage est réalisée. La comparaison de l'effort calculé  $F_{num}$  avec le signal d'effort obtenu expérimentalement  $F_{exp}$  donne une erreur  $\epsilon$ . Le paramètre  $b$  optimal correspond à l'erreur minimale  $\epsilon$ .

Les résultats de cette méthode d'optimisation sont présentés sur la Figure III-21 :

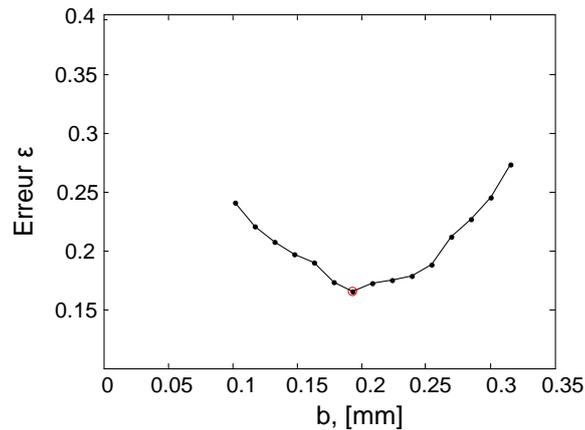


Figure III-21 : Localisation du paramètre  $b$  optimal en fonction de l'erreur obtenue après la comparaison des signaux mesuré et calculé

Pour le couple outil matière utilisé nous avons testé différentes configurations du système usinant. Le paramètre  $b$  reste sensiblement identique. Nous pouvons donc conclure que la position de l'arête virtuelle est peu sensible aux paramètres opératoires du système usinant et le paramètre  $b$  reste constant pour un couple outil matière donné.

### III.7 Sensibilité des modèles d'efforts à la variation des paramètres opératoires

Analysons la distribution des points expérimentaux pour un couple outil matière donné en fonction de la configuration du système usinant. Les paramètres opératoires varient de la manière suivante :

- Vitesse de rotation de la broche
- Avance de l'outil
- Masse modale
- Raideur modale

Pour chaque configuration du système usinant nous mesurons les signaux effort et déplacement. Puis nous appliquons aux signaux la technique développée ci-dessus pour identifier les efforts de coupe et du talonnage.

### III.7.1 Robustesse de la méthode de recalage essais au modèle effort de coupe

Les figures suivantes montrent la distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe en fonction de l'épaisseur du copeau en faisant varier la vitesse de rotation, l'avance de l'outil, la raideur en compression et la masse de la tête de perçage vibratoire :

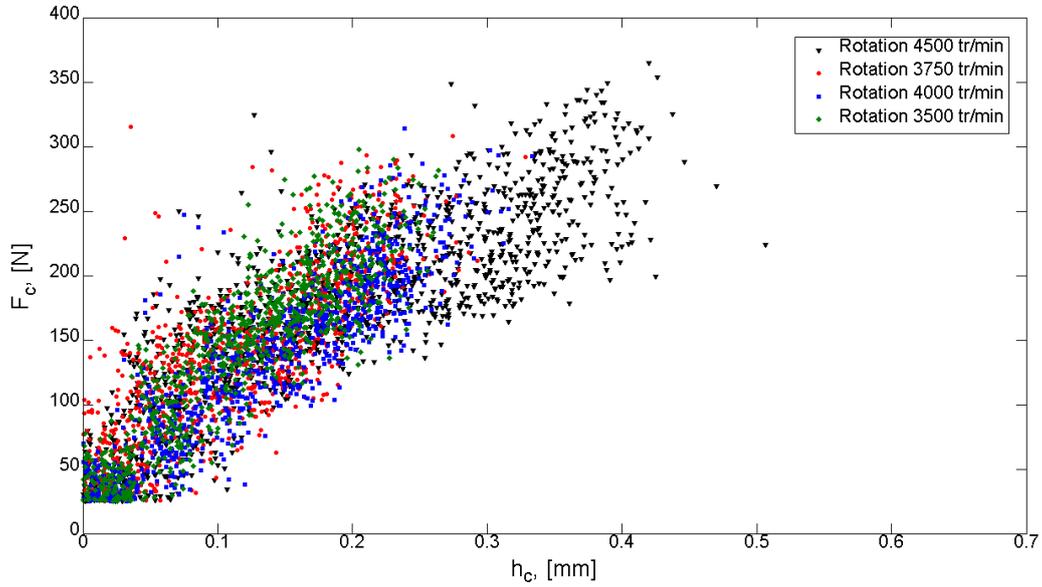


Figure III-22 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm

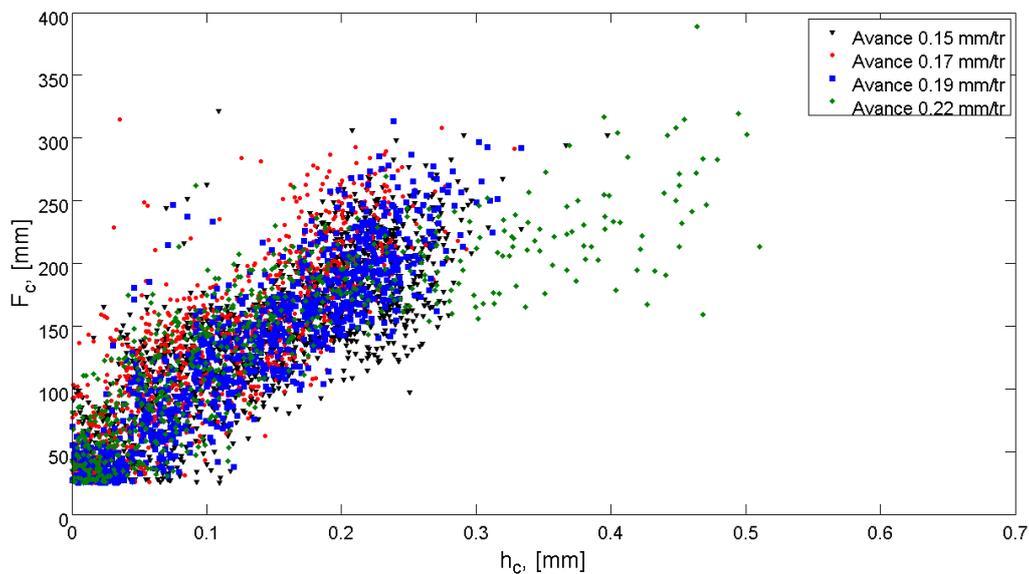


Figure III-23 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm

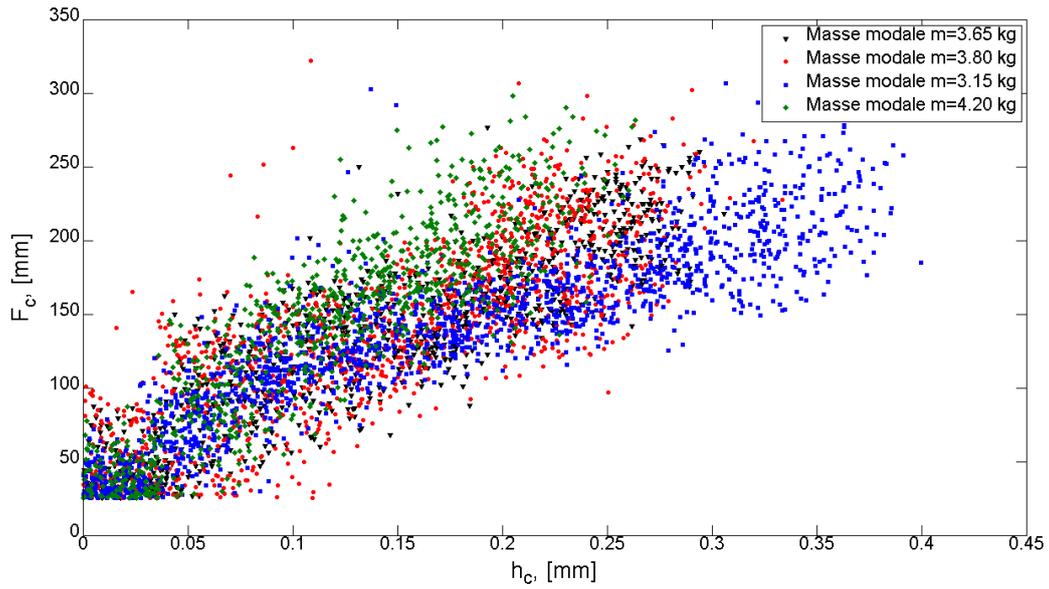


Figure III-24 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la raideur du système est 262 N/mm

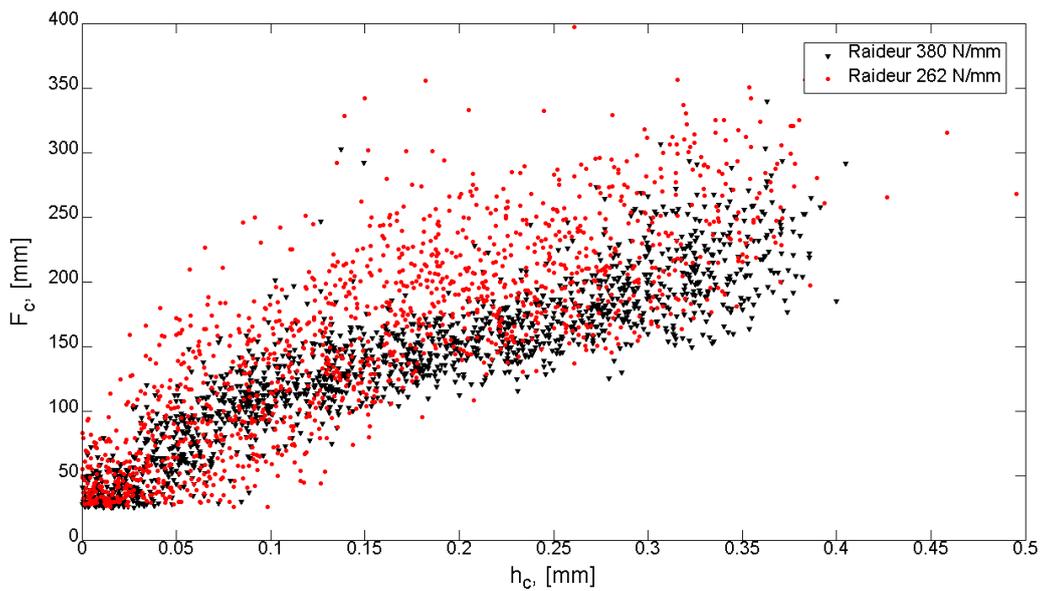


Figure III-25 : Distribution des points expérimentaux de l'effort de coupe ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg

Les coefficients obtenus pour chaque configuration sont présentés dans le tableau suivant :

**Tableau III-7 : Les coefficients dans le modèle effort de coupe obtenus pour différentes configurations du système usinant**

Paramètres opératoires du système usinant		$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$
$a=0.12$ mm/tr, $m=3.65$ kg, $k_x=262$ N/mm	$\omega=4500$ tr/min	5100	0.018	0.1
	$\omega=4000$ tr/min	5100	0.015	0.1
	$\omega=3750$ tr/min	5000	0.016	0.1
	$\omega=3500$ tr/min	4900	0.018	0.10
$\omega=4000$ tr/min, $m=3.65$ kg, $k_x=262$ N/mm	$a=0.15$ mm/tr	5000	0.020	0.11
	$a=0.17$ mm/tr	5000	0.022	0.10
	$a=0.19$ mm/tr	4900	0.021	0.12
	$a=0.22$ mm/tr	4800	0.022	0.12
$\omega=4000$ tr/min, $a=0.12$ mm/tr, $k_x=262$ N/mm	$m=3.15$ kg	5100	0.018	0.10
	$m=3.65$ kg	5000	0.020	0.10
	$m=3.80$ kg	5100	0.021	0.09
	$m=4.20$ kg	5200	0.022	0.10
$\omega=4000$ tr/min, $a=0.12$ mm/tr, $m=3.65$ kg	$k_x=262$ N/mm	5100	0.019	0.10
	$k_x=380$ N/mm	5000	0.021	0.11

Nous pouvons remarquer que la croissance dans la raideur du système usinant réduit la dispersion des points. Une faible variation des coefficients  $k_{c0}$ ,  $h_{c*}$ ,  $r_c$  des différentes configurations du système usinant nous permet dire que la technique développée est fiable.

### III.7.2 Robustesse de la méthode de recalage essais au modèle effort de talonnage

Nous réalisons une analyse identique pour la distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage. Sur les figures ci-dessous les distributions des points en fonction de la configuration du système usinant pour un couple outil matière donné sont présentées :

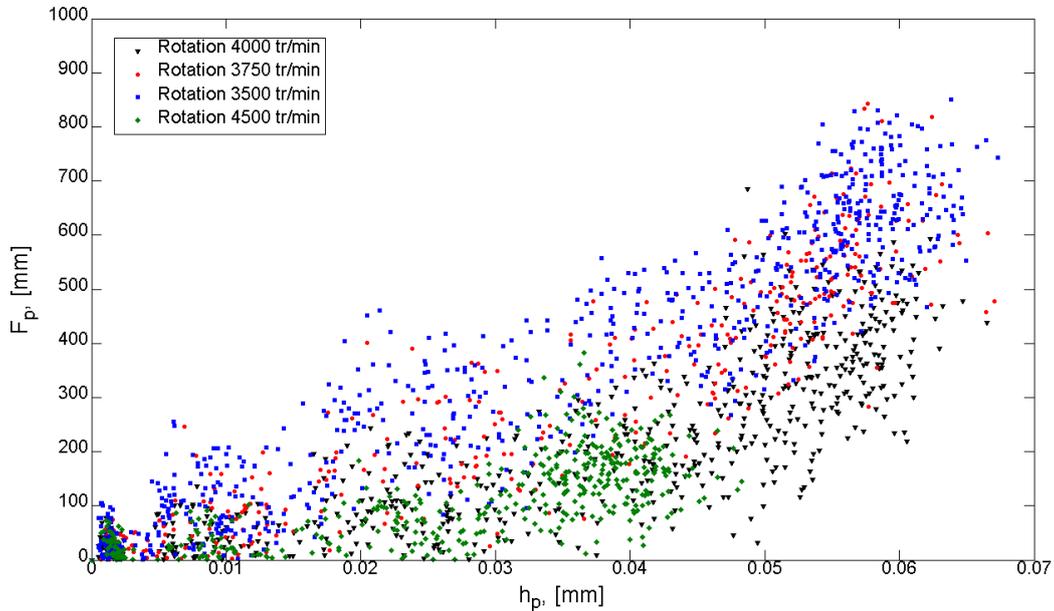


Figure III-26 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm

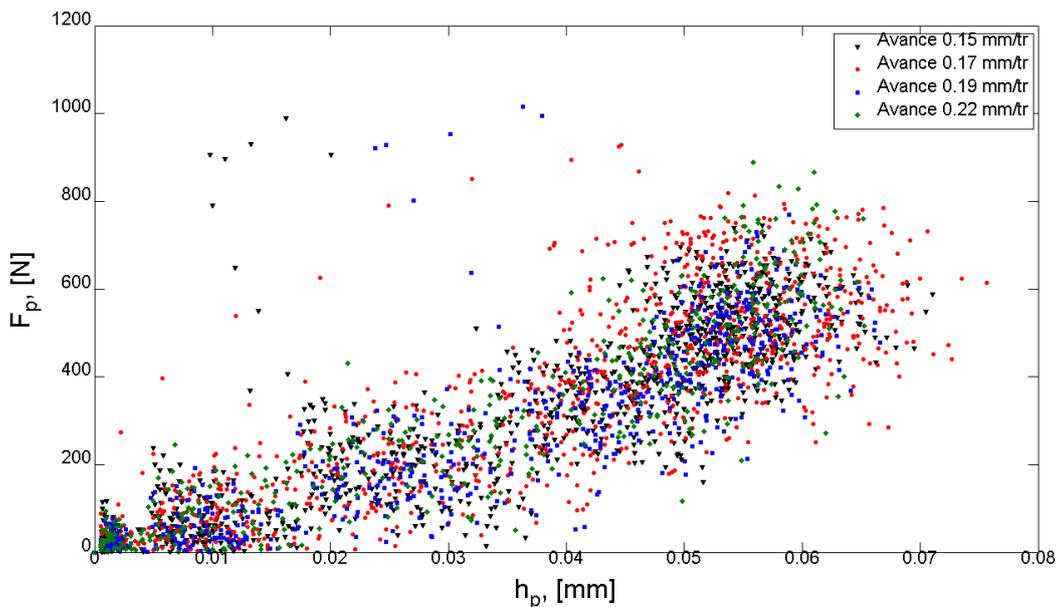


Figure III-27 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg, la raideur du système est 262 N/mm

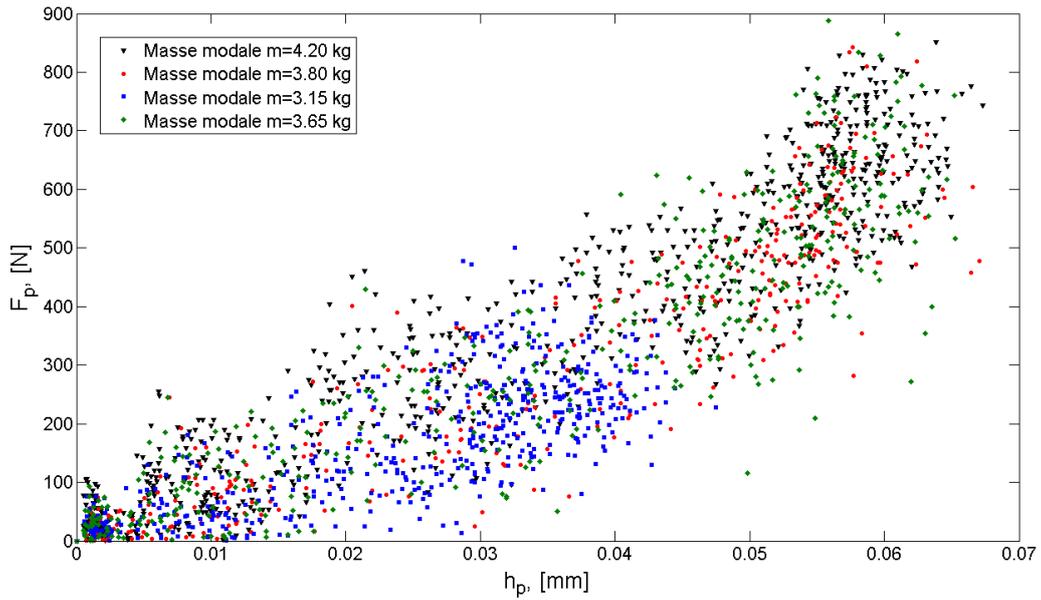


Figure III-28 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la raideur du système est 262 N/mm

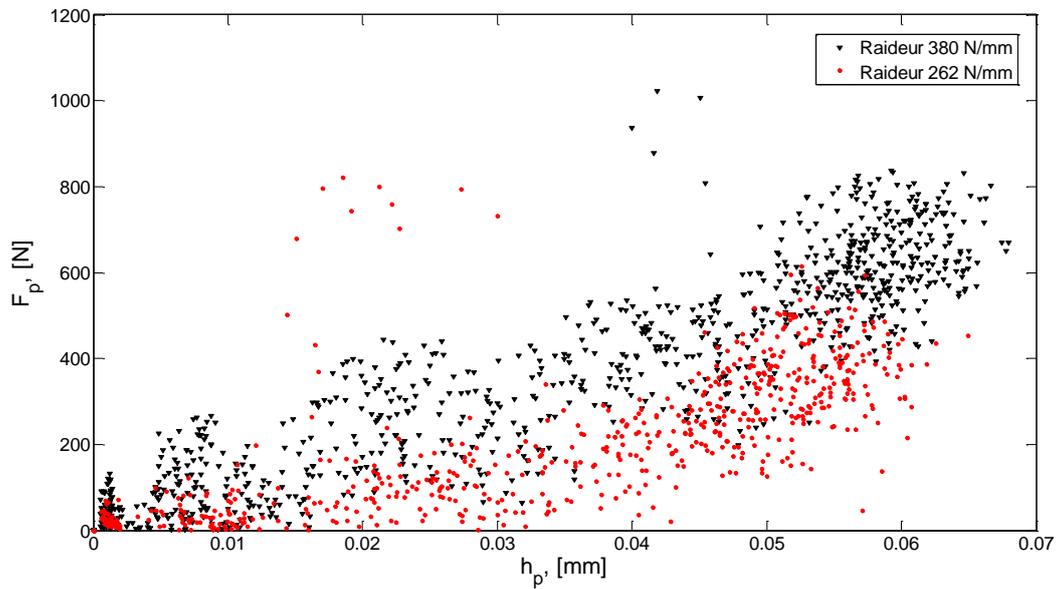


Figure III-29 : Distribution des points expérimentaux de l'effort du talonnage ; l'avance de l'outil est 0.12 mm/tr, la vitesse de rotation de la broche est 4000 tr/min, la masse modale du système est 3.65 kg

Les coefficients obtenus pour chaque configuration sont présentés dans le tableau suivant :

**Tableau III-8 : Les coefficients dans le modèle effort de talonnage obtenus pour différentes configurations du système usinant**

Paramètres opératoires du système usinant		$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p^*}$ , mm	$r_p$
$a=0.12$ mm/tr, $m=3.65$ kg, $k_x=262$ N/mm	$\omega=4500$ tr/min	680	0.051	27
	$\omega=4000$ tr/min	680	0.053	26
	$\omega=3750$ tr/min	690	0.047	31
	$\omega=3500$ tr/min	720	0.051	33
$\omega=4000$ tr/min, $m=3.65$ kg, $k_x=262$ N/mm	$a=0.15$ mm/tr	700	0.043	31
	$a=0.17$ mm/tr	720	0.050	30
	$a=0.19$ mm/tr	730	0.052	30
	$a=0.22$ mm/tr	750	0.051	29
$\omega=4000$ tr/min, $a=0.12$ mm/tr, $k_x=262$ N/mm	$m=3.15$ kg	680	0.052	28
	$m=3.65$ kg	670	0.049	30
	$m=3.80$ kg	670	0.048	30
	$m=4.20$ kg	680	0.051	31
$\omega=4000$ tr/min, $a=0.12$ mm/tr, $m=3.65$ kg	$k_x=262$ N/mm	700	0.050	29
	$k_x=380$ N/mm	680	0.050	32

Remarquons ici que nous avons une dispersion plus importante entre les points pour différentes configurations du système usinant par rapport aux résultats obtenus pour l'effort de coupe. Cet effet est lié directement à la méthode numérique appliquée. Nous utilisons une procédure d'extrapolation pour séparer l'effort de talonnage de l'effort d'interaction total. Cette manipulation ajoute une erreur complémentaire dans la distribution des points mais nous observons tout de même aussi une bonne cohérence.

### III.8 Calcul des coefficients des modèles effort de coupe et effort de talonnage

L'évaluation des modèles d'efforts de coupe et de talonnage est basée sur l'utilisation de la méthode des moindres carrés. Donc à partir des données expérimentaux nous obtenons les figures suivantes :

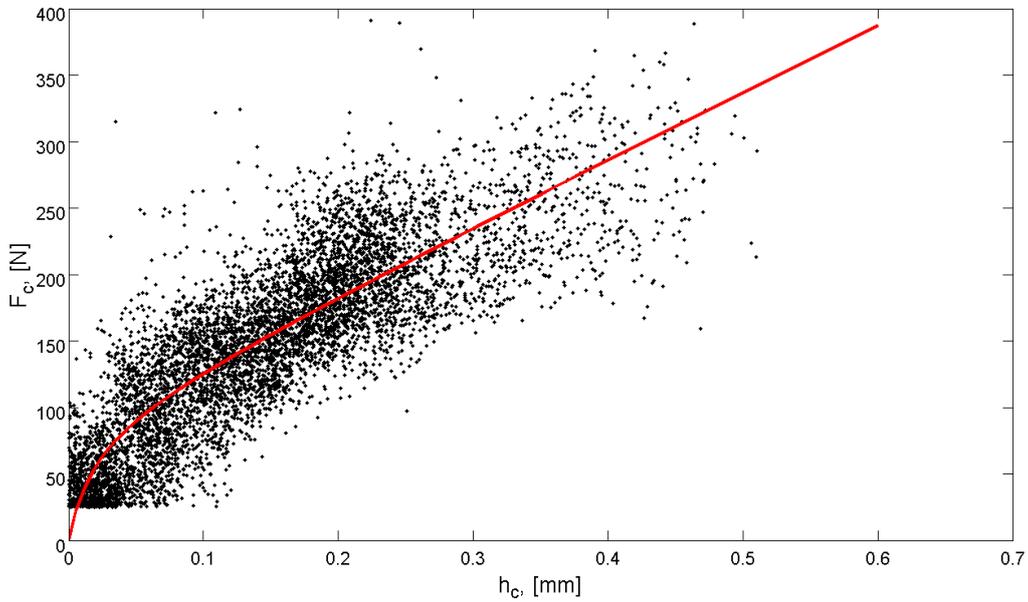


Figure III-30 : Modèle effort de coupe

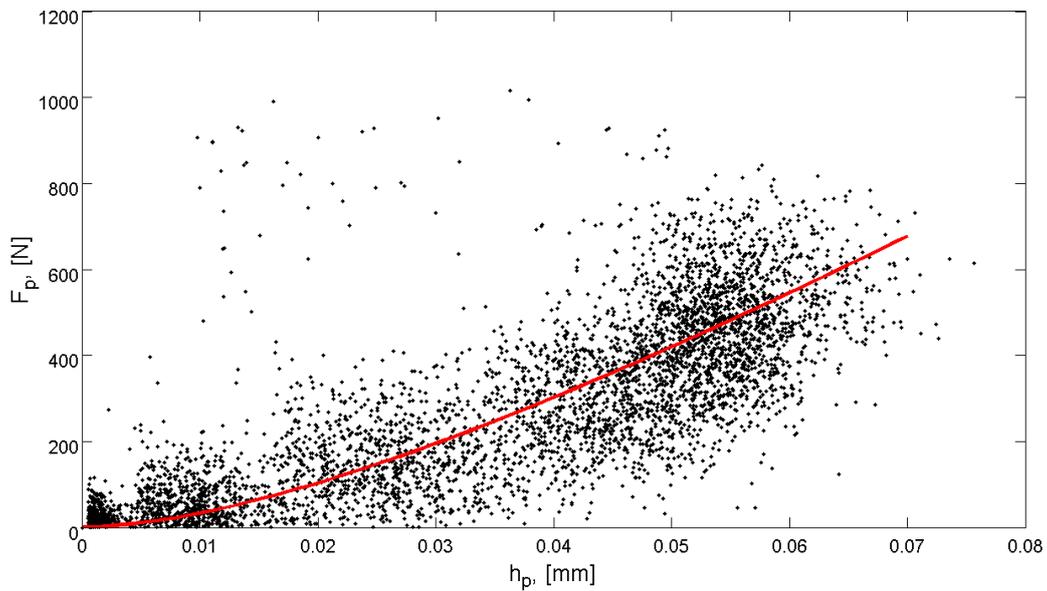


Figure III-31 : Modèle effort du talonnage

Les coefficients des modèles d'efforts calculés sont présentés dans le Tableau III-9 :

Tableau III-9 : Les coefficients dans les modèles d'efforts

$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$
5000	0.02	0.1	700	0.05	30

La figure suivante montre les résultats entre l'effort mesuré et l'effort calculé à partir des modèles recalés :

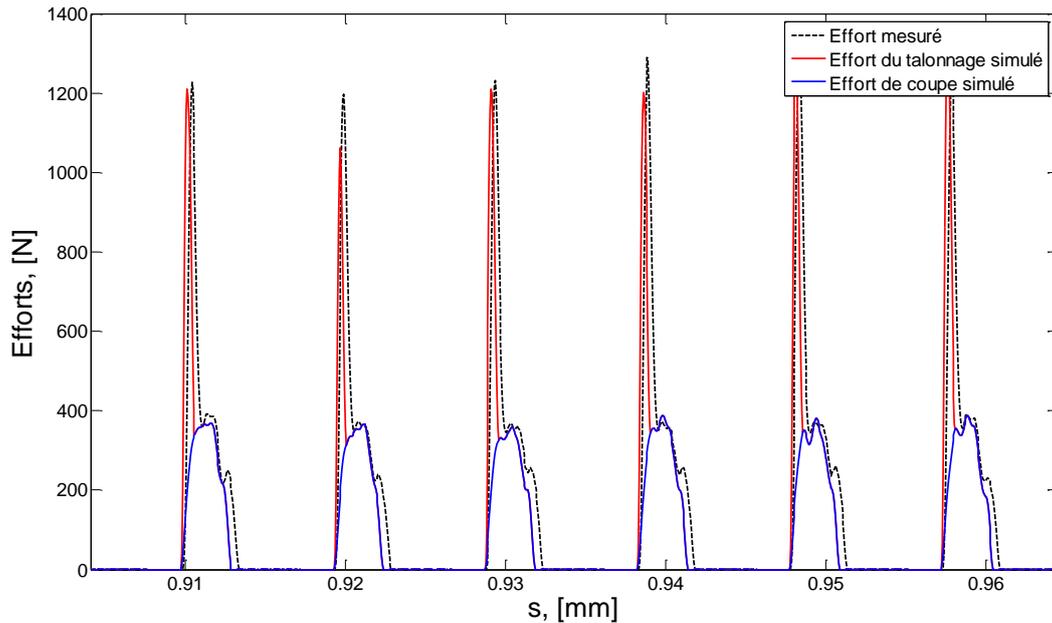


Figure III-32 : Evolution de l'effort de coupe et de l'effort du talonnage pour tout le processus d'usinage ; les paramètres opératoires utilisés : masse modale 3.645 kg, raideur modale 262 N/mm, la rotation de la broche est 4500 tr/min, l'avance axiale de l'outil 0.1 mm/tr

### III.9 Influence de la géométrie de l'outil sur les coefficients dans les modèles d'efforts

Etudions l'évolution des modèles d'efforts de coupe et du talonnage en fonction de la géométrie de la partie coupante de l'outil. Dans notre cas l'affûtage du foret est déterminé avec un angle de dépouille et un angle de pointe. En partenariat avec TIVOLY nous avons fabriqué une série des forets avec les angles suivants :

Tableau III-10 : La variation des angles

Angle de dépouille, deg	10	11	12	13	14	15
Angle à la pointe, deg	118	120	122	124	126	130

Pour chaque configuration de l'affutage nous réalisons l'essai du perçage vibratoire auto-entretenu et nous mesurons les signaux d'effort et du déplacement. Dans tous les essais nous utilisons la même configuration du système usinant présentée dans le Tableau III-11 :

Tableau III-11 : La configuration du système usinant utilisé

Paramètre	Valeur
Masse modale, kg	3.645
Raideur modale dans le sens axial, N/mm	262
Rotation de la broche, tr/min	3500-4500
Avance axiale de l'outil, mm/tr	0.1-0.16

### III.9.1 Variation de l'angle de dépouille

D'après une analyse du signal d'effort de coupe en fonction de la géométrie du foret nous constatons que l'effort de coupe reste quasiment invariable à la variation de l'angle de dépouille et l'angle de pointe. Nous nous intéressons donc à l'analyse de l'effort du talonnage. Les données expérimentales dans ce cas sont enregistrées pour l'opération de perçage dans la pièce ayant un avant-trou. Les figures suivantes montrent la dépendance de l'effort du talonnage en fonction de l'épaisseur complémentaire du copeau pour différents angles de dépouille :

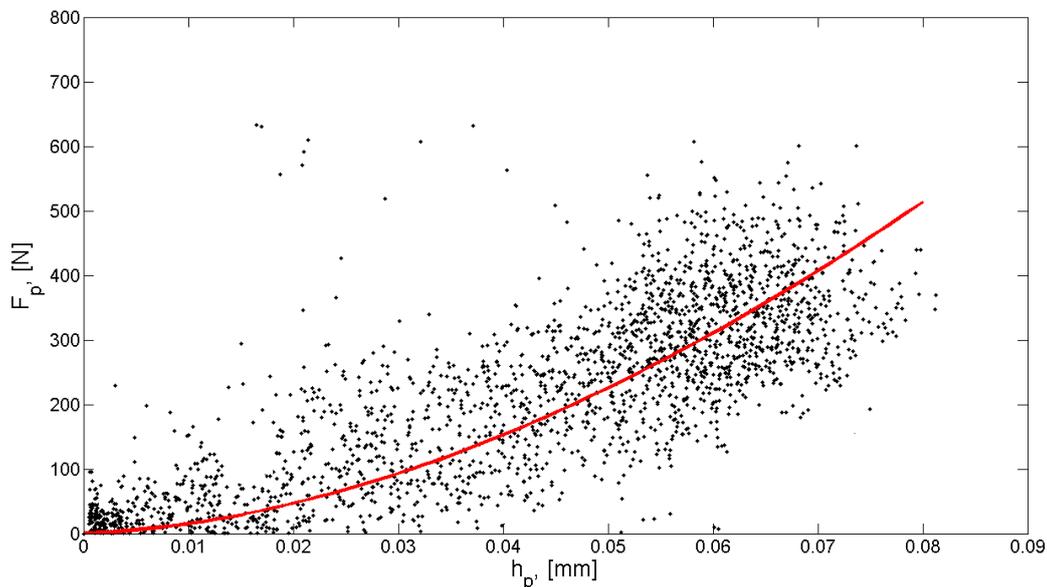


Figure III-33 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 10°

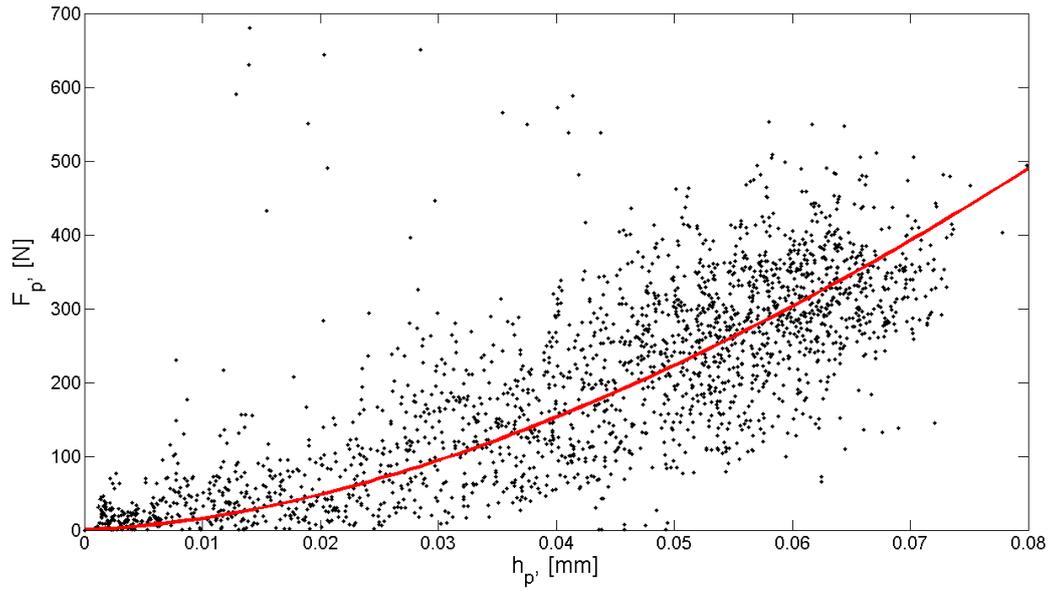


Figure III-34 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 11°

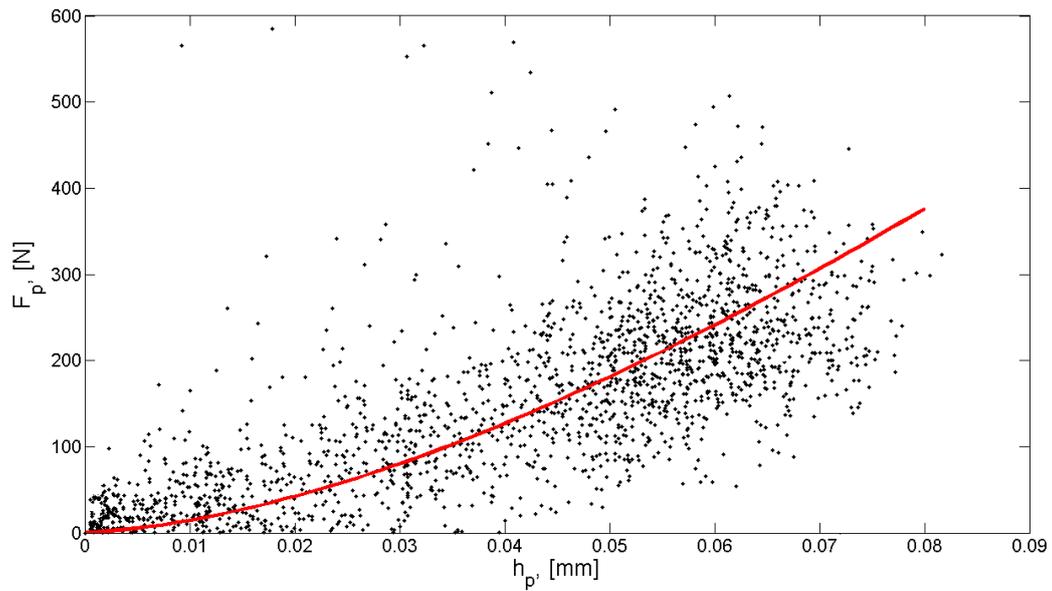


Figure III-35 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 12°

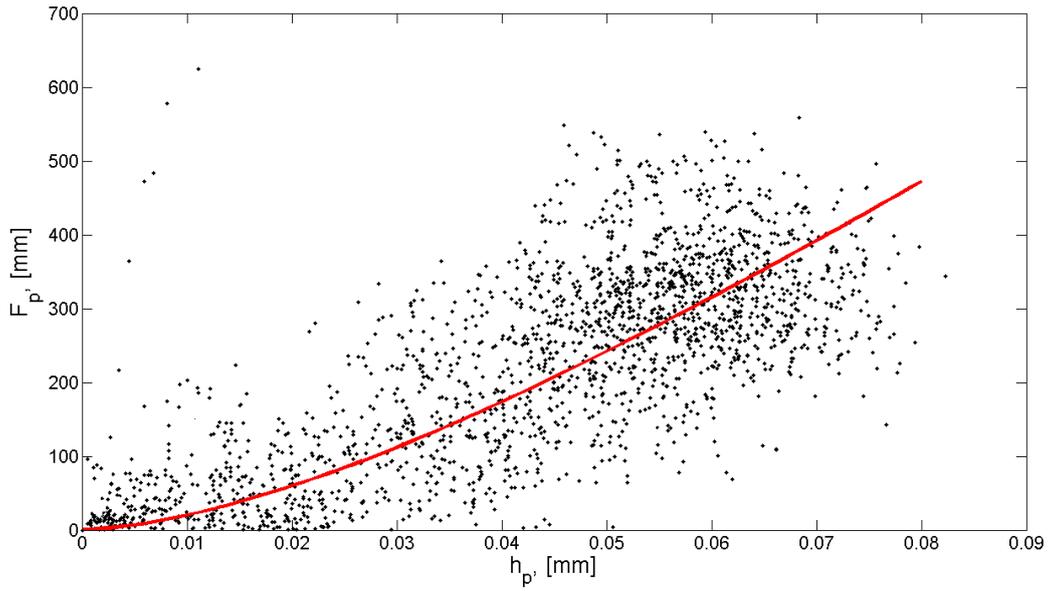


Figure III-36 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 13°

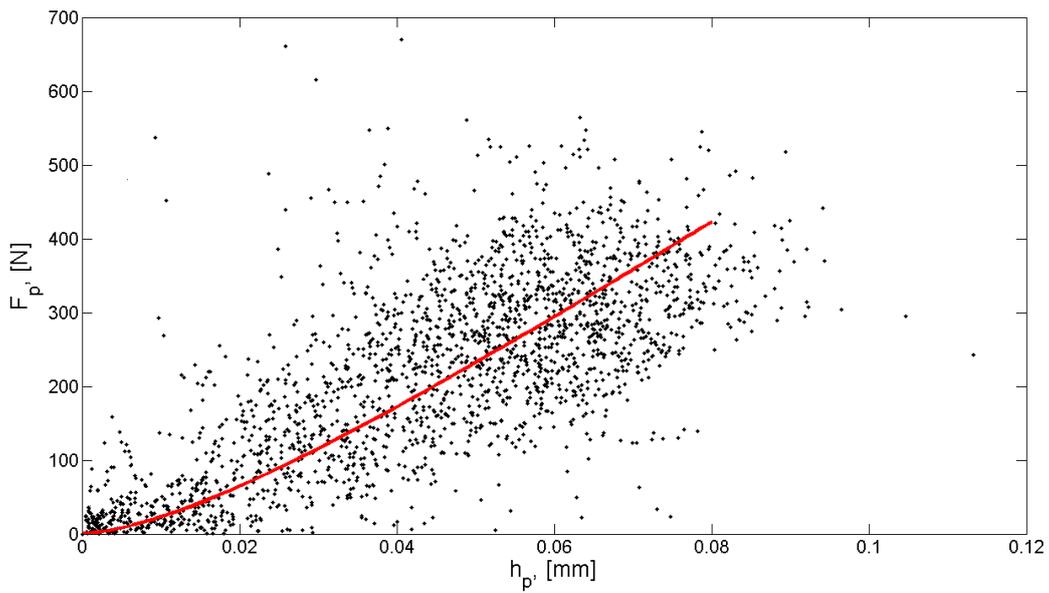


Figure III-37 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 14°

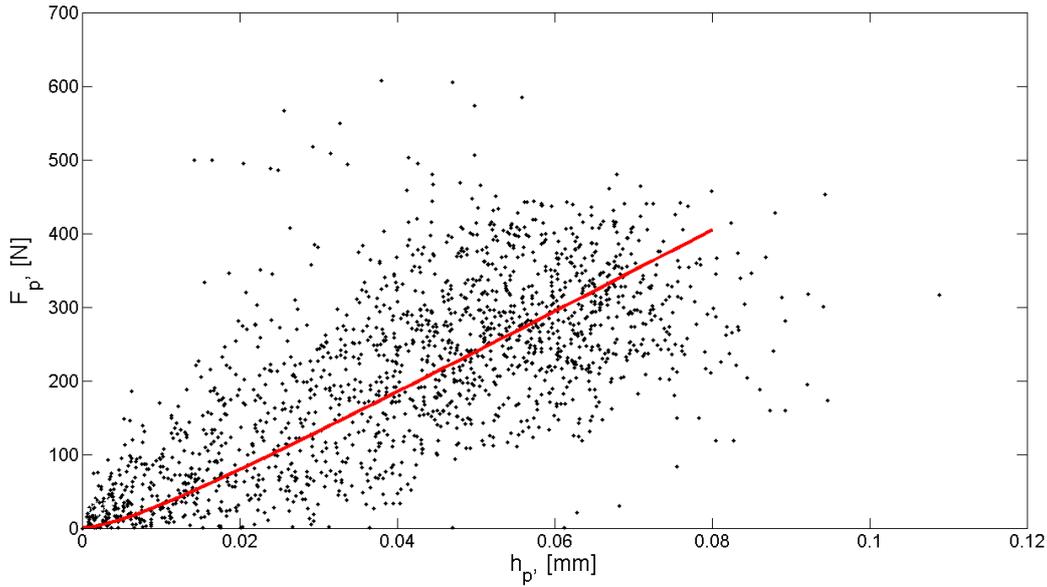


Figure III-38 : Distribution des points expérimentaux et le modèle effort du talonnage correspondant pour l'angle de dépouille 15°

Pour de faibles épaisseurs du copeau complémentaire  $h_p$  la distribution des points expérimentaux est insensible au changement de l'angle de dépouille et le coefficient  $k_{p0}$  reste constant (Tableau III-12). Ce coefficient est défini comme une fonction des caractéristiques mécaniques de la matière usinée. Par contre avec l'augmentation de l'angle de dépouille nous observons plus faible densité des points expérimentaux pour les grandes épaisseurs du copeau complémentaire. Les coefficients  $h_{p*}$ ,  $r_p$  sont donc calculés avec une certaine erreur. Il est donc préférable de choisir des conditions expérimentales conduisant à une forte présence du phénomène de talonnage. Cela essentiellement dû à la diminution de la présence de talonnage avec l'augmentation de l'angle de dépouille.

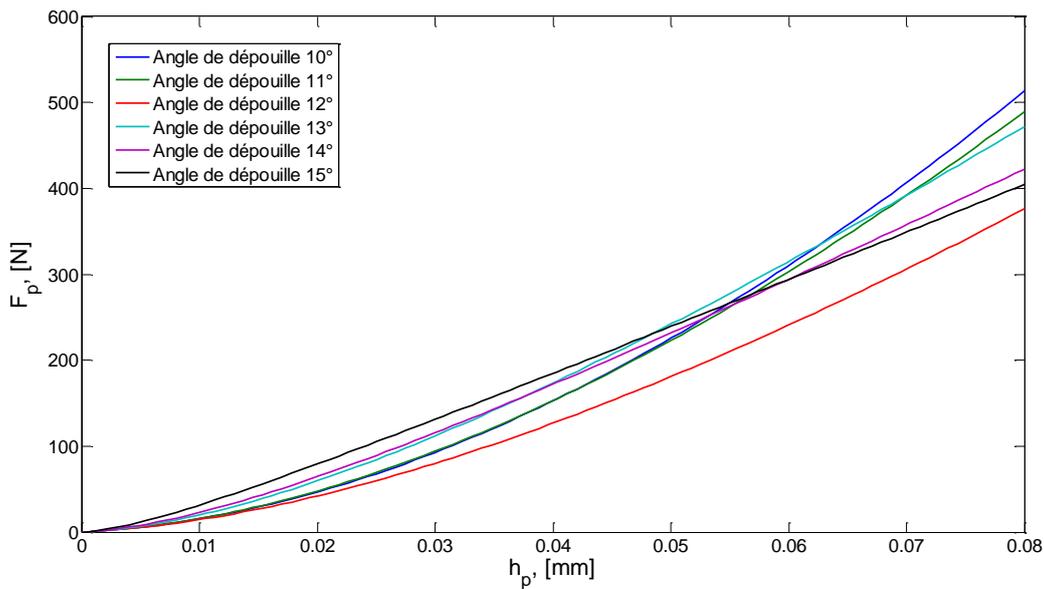


Figure III-39 : Les modèles effort du talonnage pour différentes configurations de l'affutage

Les coefficients  $k_{p0}$ ,  $h_{p*}$  et  $r_p$  pour chaque configuration de l'angle de dépouille sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau III-12 : Les coefficients dans le modèle effort du talonnage obtenus pour différents angle de dépouille

	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$
Angle de dépouille 10°	700	0.040	50
Angle de dépouille 11°	700	0.022	30
Angle de dépouille 12°	700	0.013	16
Angle de dépouille 13°	700	0.006	14
Angle de dépouille 14°	700	0.003	10
Angle de dépouille 15°	700	0.001	8

### III.9.2 Variation de l'angle de pointe

L'analyse des signaux mesurés pour différentes configurations de l'angle de pointe montre que ni l'effort de coupe ni l'effort de talonnage ne dépend pas à la variation de cet angle. Donc nous supposons que les coefficients dans les modèles des efforts de coupe et du talonnage restent invariables.

La A la fin de ce type de l'analyse nous construisons les coefficients  $r_p$  et  $h_{p*}$  en fonction des deux variables : l'angle de dépouille et l'angle à la pointe en espace 3D :

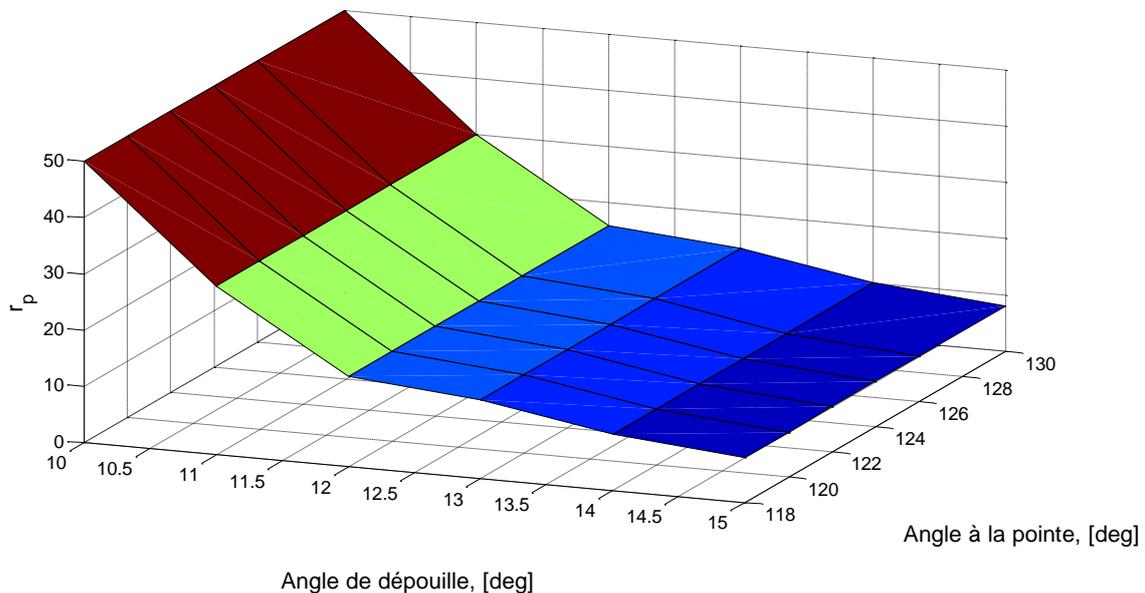


Figure III-40 : Le coefficient  $r_p$  en fonction de l'angle de dépouille et l'angle à la pointe du foret

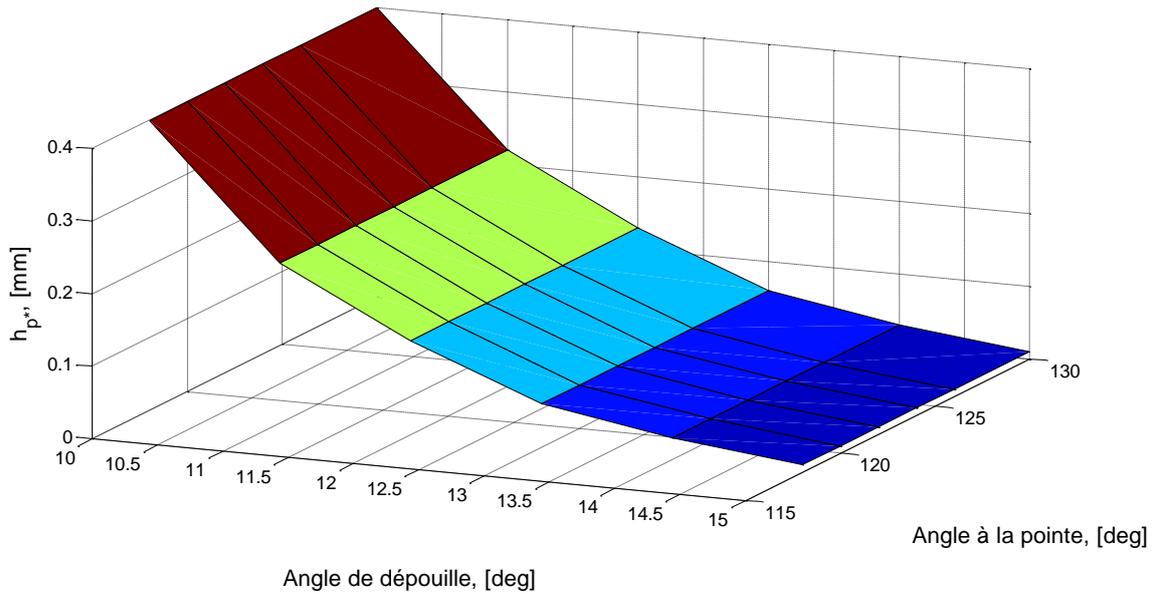


Figure III-41 : Le coefficient  $h_{p^*}$  en fonction de l'angle de dépouille et l'angle à la pointe du foret

Avec ces figures nous pouvons calculer les coefficients  $r_p$  et  $h_{p^*}$  pour différents types d'affutage du foret. Nous rappelons que ces coefficients sont identifiés avec une certaine erreur, croissante avec l'augmentation de l'angle de dépouille.

### III.10 La méthode d'évaluation de l'effort d'indentation

Le problème de l'analyse du phénomène d'indentation est associé à l'impossibilité de mesurer ce phénomène pendant l'usinage. Nous proposons une méthode pour identifier l'effort d'indentation à partir de deux types des essais réalisés avec les mêmes conditions de coupe et même la configuration du système usinant :

- Le perçage vibratoire auto entretenu de la pièce avec un avant-trou. Le diamètre de cet avant-trou est égal au diamètre de l'âme du foret
- Le perçage vibratoire auto entretenu de la pièce plein matière sans aucun avant-trou

Dans chaque cas nous enregistrons les signaux d'effort et de déplacement de l'outil pendant l'usinage.

L'analyse du signal de déplacement obtenu pour le premier essai avec la technique développée nous donne l'évolution de l'effort de coupe et de l'effort de talonnage pour tout le processus d'usinage. Nous supposons que l'effort en fonction des épaisseurs instantanées de copeau est identique dans le deuxième essai. Cette hypothèse est justifiée : les phénomènes de coupe et du talonnage sont liés à la formation de la surface usinée par l'enlèvement du copeau. Le mécanisme de formation de la surface usinée ne dépend pas de présence de l'avant-trou. De ce fait nous pouvons rapprocher les signaux de l'effort de coupe et de l'effort du talonnage obtenus pour le premier essai au signal de l'effort obtenu pour le deuxième type essai.

L'application de la procédure de soustraction permet obtenir l'évolution de l'effort d'indentation dans le cas de l'usinage d'une pièce sans avant-trou (Figure III-42) :

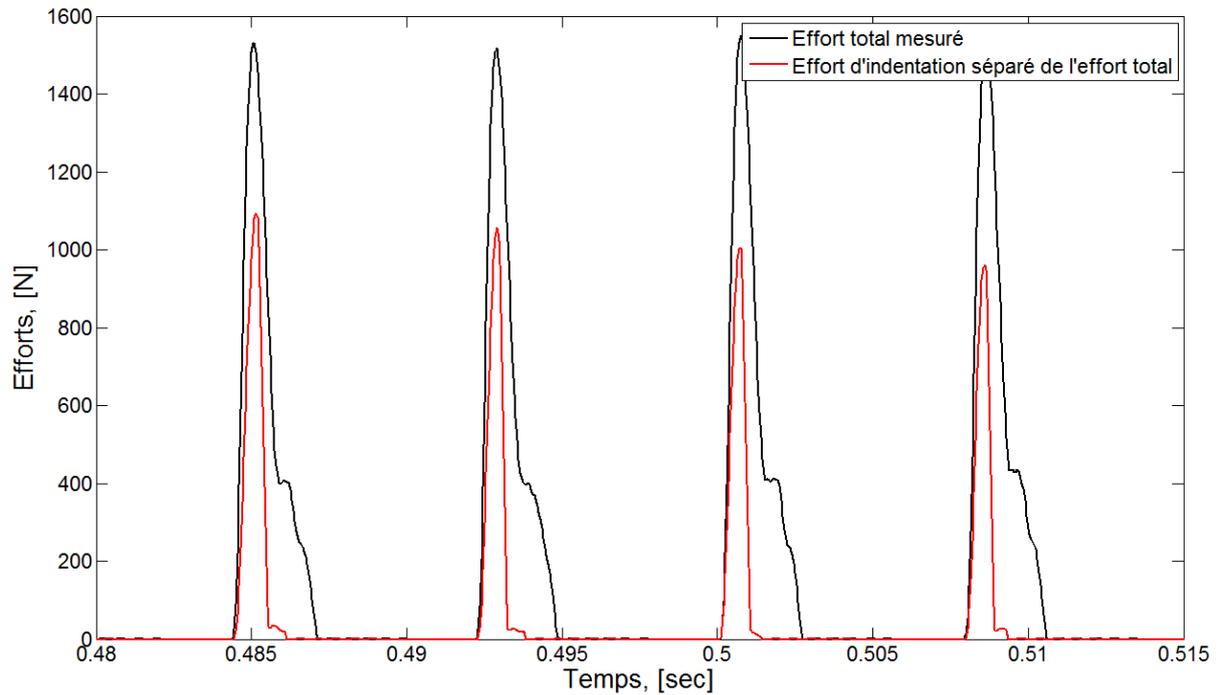


Figure III-42 : Signal de l'effort total mesuré et comparaison avec le signal de l'effort d'indentation obtenu par soustraction des efforts de coupe et du talonnage de l'effort total

Puis nous supposons que la pointe du foret plonge dans la matière pendant le perçage. Le taux de la pénétration de la pointe du foret dans la matière caractérise la sollicitation de l'outil lié à l'effort d'indentation. L'évaluation du degré de pénétration de la pointe du foret dans la pièce est possible par une analyse du signal de déplacement. Ce signal représente le déplacement total de l'outil pendant usinage. De plus nous avons l'évolution de l'effort d'indentation correspondant obtenu ci-dessus. Donc à partir de ces deux signaux nous pouvons établir la correspondance entre le déplacement de l'outil et l'effort d'indentation (Figure III-43).

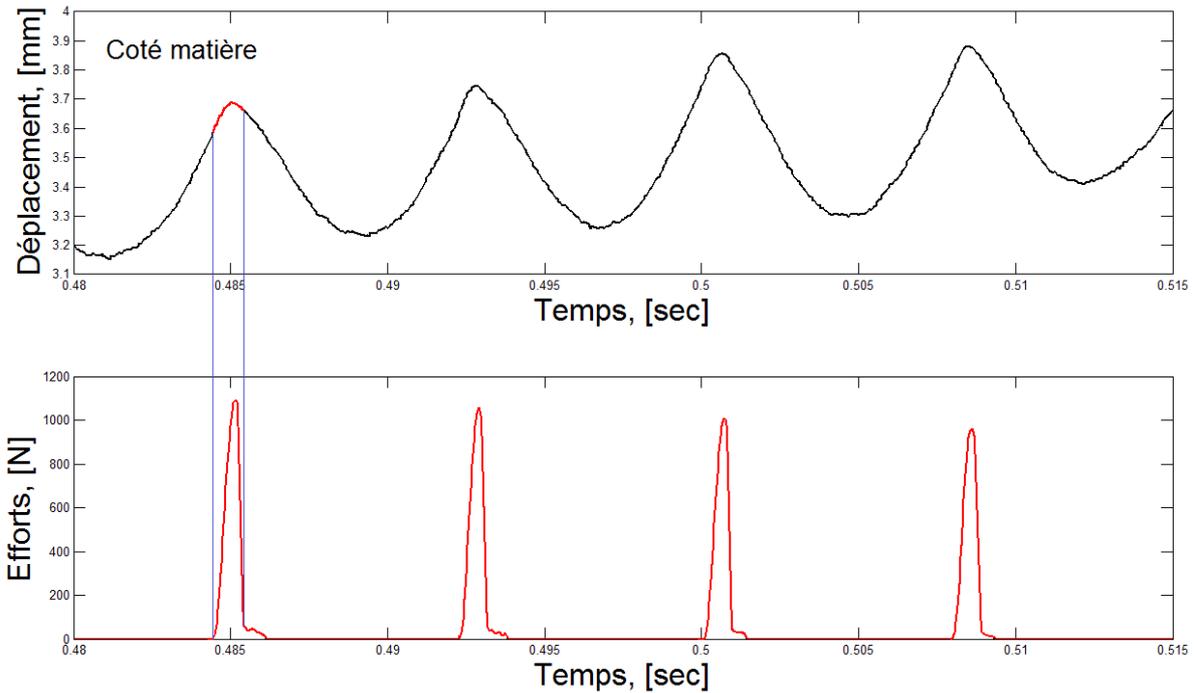


Figure III-43 : La partie du signal de déplacement mesuré correspondante à la pénétration de l'outil dans la matière

Nous pouvons remarquer que l'effort d'indentation n'est présent que pendant la plongée de l'outil dans la matière. Dans sa position extrême (quand le foret change la direction de son mouvement) l'effort d'indentation a une valeur maximale. Puis pendant la montée de l'outil la pointe du foret n'exerce aucun effort sur la matière. Nous observons donc une forte chute de l'effort d'indentation. Par contre il reste une composante de retour élastique en début de remontée du foret qui est négligé dans les calculs.

Ces données nous permettent de créer la distribution les points expérimentaux de la dépendance entre l'effort d'indentation et le taux de pénétration de la pointe du foret dans la pièce pendant usinage. A base de cette distribution il est calculé les coefficients  $k_{i0}$ ,  $x_{in*}$ ,  $r_i$  du modèle effort d'indentation (équation (2.10) dans le CHAPITRE II:).

Le résultat d'application de ce modèle et la distribution des points expérimentaux sont présentés sur la Figure III-44 :

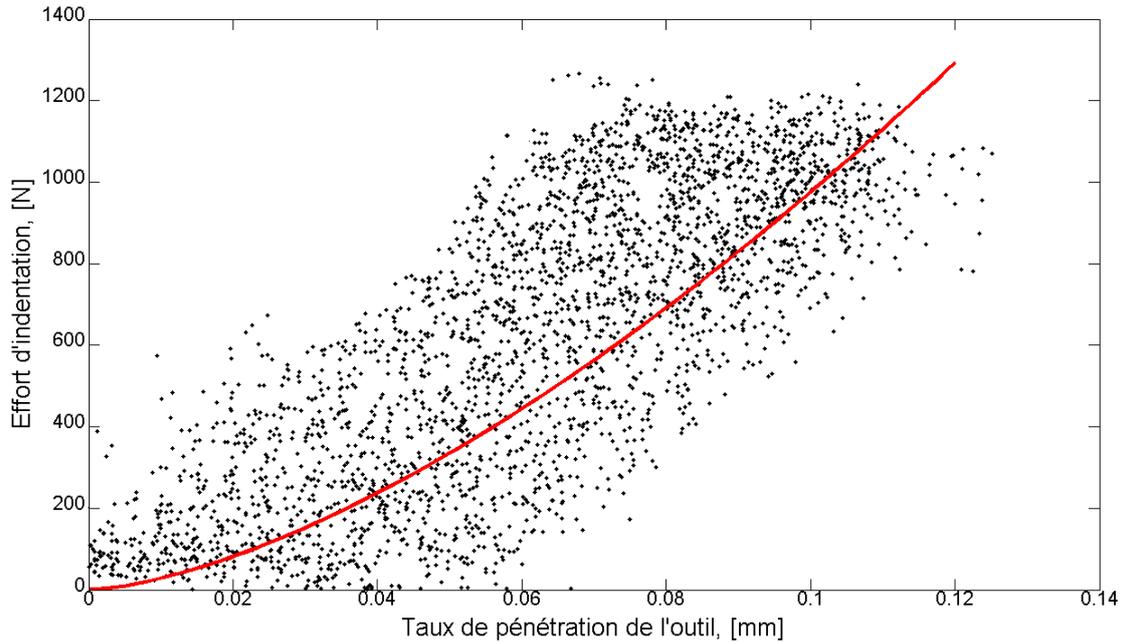


Figure III-44 : La distribution des points expérimentaux et son approximation avec un modèle effort d'indentation

L'établissement du modèle de l'effort d'indentation et l'identification de ces coefficients permettent de prédire l'évolution de cet effort pendant toute l'opération d'usinage.

Sur la Figure III-45 il est montré la comparaison entre l'effort total obtenu expérimentalement et l'effort calculé (la somme des efforts de coupe, du talonnage et d'indentation) :

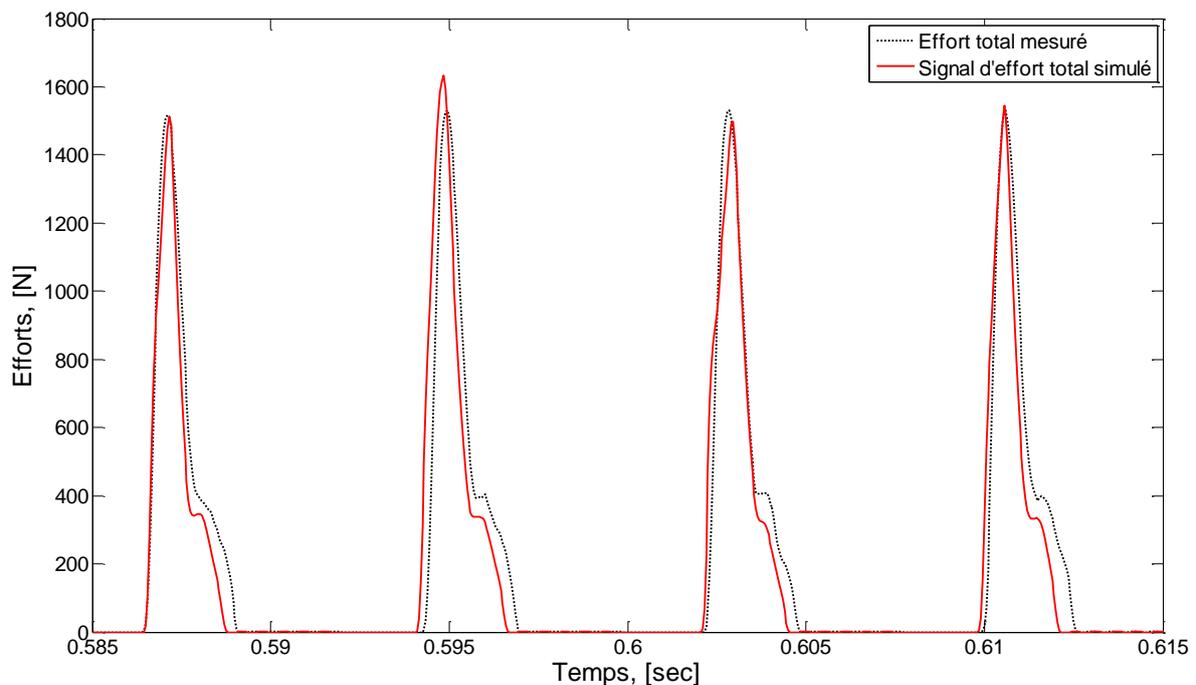


Figure III-45 : Comparaisons entre les signaux d'effort total mesuré et simulé ; la masse modale du système usinant est 3.645 kg, la raideur modale est 262 N/mm, la rotation de la broche est 4000 tr/min, l'avance de l'outil est 0.1 mm/tr

Les coefficients des modèles efforts utilisés sont présentés dans le Tableau III-13 :

Tableau III-13 : Les paramètres dans les modèles effort de coupe, effort du talonnage et effort d'indentation

$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$	$k_{i0}$ , N/mm	$x_{in*}$ , mm	$r_i$
5000	0.02	0.1	700	0.05	30	3300	0.6	10

### III.11 Calcul du couple pour le cas du perçage vibratoire auto-entretenu

Utilisons l'équation (2.13) du CHAPITRE II: pour calculer le couple pour l'opération de perçage vibratoire auto-entretenu. Analysons le cas simple quand il y a un avant trou dans la pièce. Avec cela nous excluons l'effort d'indentation. Les paramètres dans les modèles d'efforts de coupe et de talonnage sont présentés dans le Tableau III-14 :

Tableau III-14 : Les coefficients dans les modèles d'efforts appliqués

$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$
5000	0.02	0.1	700	0.05	30

La Figure III-46 montre la bonne corrélation entre le couple mesuré et le couple calculé :

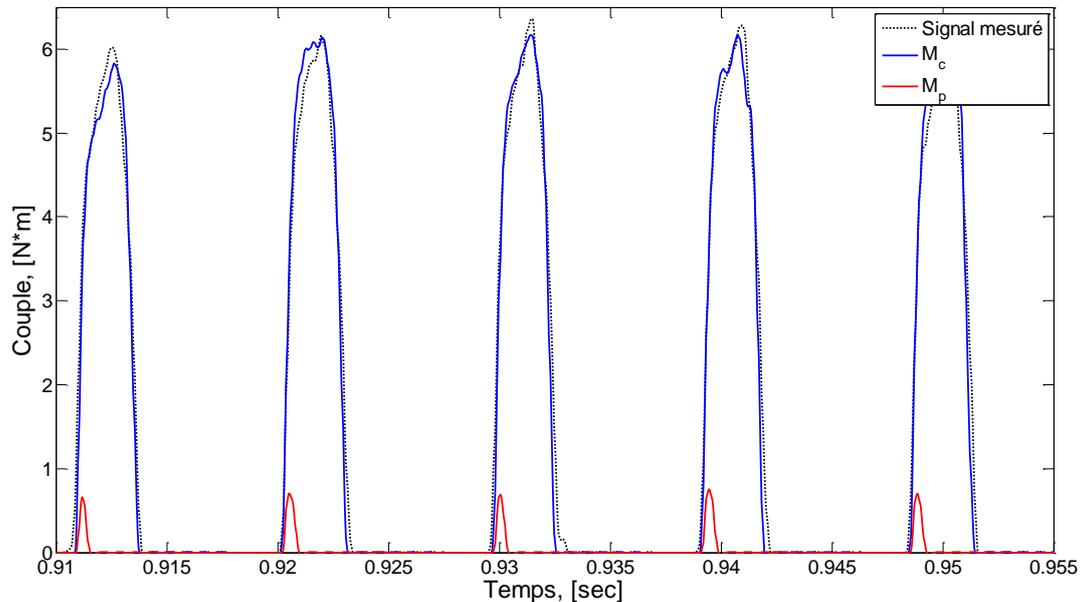


Figure III-46 : Couple mesuré et évolutions  $M_c$  et  $M_p$  calculées ; la masse modale du système usinant est 3.645 kg, la raideur modale est 262 N/mm, la rotation de la broche est 4000 tr/min, l'avance de l'outil est 0.1 mm/tr

### **III.12 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons développé une technique pour identifier et évaluer les modèles effort de coupe et effort de talonnage pour un couple outil matière donné. Les coefficients de ces modèles sont calculés à partir de données expérimentales. Nous avons montré aussi la robustesse de ces modèles d'effort à la variation de la configuration du système usinant.

Le changement de la géométrie de l'outil influe que l'effort du talonnage. L'effort de coupe reste invariable. D'après une série d'essais nous avons obtenus les dépendances entre les coefficients du modèle effort du talonnage et les paramètres d'affûtage du foret.

La localisation du phénomène de talonnage est réalisée avec l'analyse des vitesses instantanées pendant le processus d'usinage. Cette analyse est basée sur la mesure du déplacement de l'outil. Nous avons établi que le talonnage apparaît que lorsque l'outil plonge dans la matière usinée.

La technique développée pour modéliser l'effort d'indentation est basé sur la mesure des efforts et du déplacement du foret pendant l'opération de perçage vibratoire auto-entretenue. L'aspect principal de la stratégie est de séparer l'évolution de l'effort d'indentation de l'effort total mesuré. La solution proposée est de réaliser deux types d'essais différents : avec un avant et en pleine matière. La condition nécessaire est de garder les mêmes conditions de coupe et la même configuration du système usinant pour les deux essais.

Les résultats obtenus dans ce chapitre peuvent être utilisés pour simuler les efforts de coupe et du talonnage pour différentes configurations du système usinant pour un couple outil matière donné.

## CHAPITRE IV:

### Simulation numérique du processus d'usinage

*Dans ce chapitre nous développons une technique de l'analyse prédictive du comportement du système usinant. Cette technique est basée sur la simulation numérique du processus d'usinage avec l'application d'une procédure itérative. Les données initiales pour l'analyse sont suivantes :*

- *La configuration du système usinant*
- *Les conditions de coupe*
- *La géométrie de la partie coupante de l'outil*
- *Les coefficients des modèles d'efforts*

*La technique proposée nous permet de simuler le comportement de l'outil ayant plusieurs lèvres. Chaque lèvre est identifiée avec ses propres paramètres et nous sommes capables de marquer la contribution de chaque lèvre dans le mécanisme de formation de la surface usinée. En plus nous abordons l'influence des vibrations dues à la torsion du foret.*

*Le résultat de la simulation numérique comporte*

- *Le mouvement du système usinant*
- *L'obtention du profil de la surface usiné pour chaque lèvre*
- *Les épaisseurs du copeau pour chaque lèvre*
- *Les efforts générés à chaque instant*

*Nous commençons par décrire la technique de simulation numérique. Puis nous définissons les efforts d'interaction outil-pièce et la cinématique de la formation de la surface usinée.*

## IV.1 Equation de la dynamique pour un système à 2 DDL

Le système usinant à 2 DDL dans le cas du perçage vibratoire est présenté sur la Figure IV-1 :

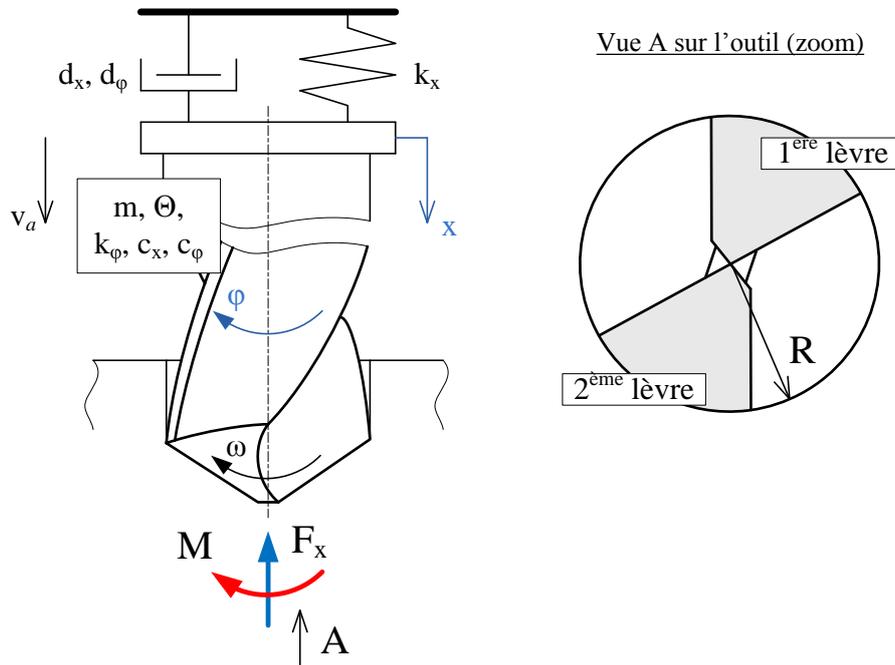


Figure IV-1 : Modèle de la dynamique du système usinant à 2 DDL

Nous considérons l'outil souple en torsion. Dans ce cas les vibrations rotatives de l'outil peuvent avoir une influence suffisante sur le résultat de l'usinage et la stabilité du système usinant. Nous allons analyser le cas où le déplacement axial du foret  $x$  et son déplacement angulaire  $\varphi$  sont liés l'un à l'autre. La sollicitation est modélisée avec l'effort axial  $F_x$  et le couple  $M$  en utilisant le modèle de coupe avec deux arêtes (CHAPITRE II:). La modélisation dynamique de ce système est décrite par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + d_x\dot{x} + k_x x + c_x\varphi &= -F_x \\ \Theta\ddot{\varphi} + d_\varphi\dot{\varphi} + k_\varphi\varphi + c_\varphi x &= -M \end{aligned} \quad (4.1)$$

Où les paramètres  $m$ ,  $\Theta$  caractérisent l'inertie du système considéré dans les directions  $x$  et  $\varphi$ . Les paramètres  $d_x$ ,  $d_\varphi$ ,  $k_x$ ,  $k_\varphi$  introduisent l'amortissement et la raideur du système dans le sens  $x$  et  $\varphi$ . Les paramètres  $c_x$  et  $c_\varphi$  sont les coefficients de couplage entre les mouvements du système le long de  $x$  et  $\varphi$ . Les coefficients  $k_\varphi$ ,  $c_x$  et  $c_\varphi$  pour l'outil considéré sont calculés dans la partie ANNEXE A-2.

Introduisons les variables suivantes :

$$\begin{aligned} \xi &= x/a, \quad \psi = \varphi/2\pi, \quad \tau = t/T, \\ f_x &= \frac{2\pi}{T} \cdot \sqrt{\frac{m}{k_x}}, \quad f_\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot \sqrt{\frac{\Theta}{k_\varphi}}, \quad \zeta_x = \frac{d_x}{2\sqrt{k_x m}}, \quad \zeta_\varphi = \frac{d_\varphi}{2\sqrt{k_\varphi \Theta}} \\ c_\xi &= \frac{2\pi \cdot c_x}{a \cdot k_x}, \quad c_\psi = \frac{a \cdot c_\varphi}{2\pi \cdot k_\varphi} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Il est supposé que la période de vibrations axiales du système usinant est sa période principale  $T$ . Après certaines modifications l'équation de la dynamique (4.1) prends la forme

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \frac{d\xi}{d\tau} + \xi + c_\xi \cdot \psi &= -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \\ \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\psi}{d\tau^2} + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \cdot \frac{d\psi}{d\tau} + \psi + c_\psi \cdot \xi &= -\frac{M}{2\pi \cdot k_\varphi} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Il est à noter que la rotation totale du système est composée d'une composante constante à cause de la rotation de la broche et une composante variable  $\varphi$  à cause de présence du broutement. Donc l'angle rotatif total du système usinant est le suivant

$$\varphi_0 = \omega \cdot t + \varphi \quad (4.4)$$

Considérons le cas où la vitesse de rotation de la broche  $\omega$  est constante. La période principale du système usinant est donc déterminée comme  $T = 2\pi/\omega$ .

Nous ne pouvons pas appliquer la méthode d'intégration de Newmark pour trouver les solutions de l'équation (4.3). En plus si nous continuons à utiliser la variable  $\tau$  comme paramètre d'intégration nous pourrions obtenir des instabilités numériques. Donc pour résoudre les équations (4.3) et (4.4) numériquement il nous faut trouver une nouvelle variable de l'intégration. La méthode numérique appliquée est développée ci-dessous.

Transformons l'équation (4.4) en utilisant les dépendances (4.2) :

$$\vartheta = \tau + \psi, \quad \vartheta = \frac{\varphi_0}{2\pi} \quad (4.5)$$

La première dérivée de l'équation (4.5) par la variable  $\vartheta$  nous permet d'envisager le temps réduit  $\tau$  comme une fonction du paramètre  $\psi$  :

$$\Lambda \vartheta = \frac{d\tau}{d\vartheta} = 1 - \frac{d\psi}{d\vartheta} \quad (4.6)$$

Avec cette modification et changement de la variable d'intégration nous obtenons l'équation de la dynamique sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\xi}{d\vartheta^2} + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \Lambda \vartheta \cdot \frac{d\xi}{d\vartheta} + \Lambda^2 \vartheta \cdot \xi + c_\xi \cdot \Lambda^2 \vartheta \cdot \psi &= -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \cdot \Lambda^2 \vartheta \\ \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\psi}{d\vartheta^2} + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \cdot \Lambda \vartheta \cdot \frac{d\psi}{d\vartheta} + \Lambda^2 \vartheta \cdot \psi + c_\psi \cdot \Lambda^2 \vartheta \cdot \xi &= -\frac{M}{2\pi \cdot k_\varphi} \cdot \Lambda^2 \vartheta \quad (4.7) \\ \Lambda \vartheta &= 1 - \frac{d\psi}{d\vartheta} \end{aligned}$$

L'équation (4.7) décrit le mouvement du système usinant en fonction de l'angle de rotation total. Le mouvement de ce système comporte deux types des vibrations orthogonales couplées (Figure IV-1). Dans ce système nous avons une dépendance linéaire entre le temps réduit  $\tau$  et l'angle de rotation total  $\vartheta$  (4.5).

Présentons la méthodologie de l'analyse de l'équation (4.7). Premièrement appliquons la procédure de Cauchy pour réduire l'ordre de l'équation étudiée. Pour cela il faut introduire un nouvel vecteur d'état  $Y = y_1, y_2, y_3, y_4^T$  avec les composantes suivantes :

$$y_1 = \xi, \quad y_2 = \psi, \quad y_3 = \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{\Lambda \vartheta} \cdot \frac{d\xi}{d\vartheta}, \quad y_4 = \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{1}{\Lambda \vartheta} \cdot \frac{d\psi}{d\vartheta} \quad (4.8)$$

Avec le nouvel vecteur d'état nous sommes capables de transformer deux équations de la dynamique de 2<sup>ème</sup> ordre (4.7) vers une équation matricielle de 1<sup>er</sup> ordre :

$$\begin{bmatrix} Y' \\ \tau' \end{bmatrix} = 1 - y_4 \cdot \left( A \cdot \begin{bmatrix} Y \\ 1 \end{bmatrix} + b \right) \quad (4.9)$$

Avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\left(\frac{2\pi}{f_x}\right)^2 & -\left(\frac{2\pi}{f_x}\right)^2 \cdot c_\xi & -2\zeta_x \cdot \left(\frac{2\pi}{f_x}\right) & 0 & 0 \\ -\left(\frac{2\pi}{f_\varphi}\right)^2 \cdot c_\psi & -\left(\frac{2\pi}{f_\varphi}\right)^2 & 0 & -2\zeta_\varphi \cdot \left(\frac{2\pi}{f_\varphi}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \cdot \left(\frac{2\pi}{f_x}\right)^2 \\ -\frac{M}{2\pi \cdot k_\varphi} \cdot \left(\frac{2\pi}{f_\varphi}\right)^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Dans l'équation (4.9) l'indice « ' » signifie la dérivée par la variable  $\vartheta$ .

## IV.2 Equation de la dynamique pour le système à 1 DDL

Considérons le système usinant à 1 DDL dont la dynamique est décrite avec l'équation suivante :

$$m\ddot{x} + d_x \dot{x} + k_x x = -F_x \quad (4.11)$$

Avec (4.2) cette équation prends la forme

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \frac{d\xi}{d\tau} + \xi = -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \quad (4.12)$$

La différence principale entre l'équation de la dynamique (4.12) et celle pour le système à 2 DDL (4.7) est que pour le système à 1 DDL le temps réduit  $\tau$  est une variable indépendante. L'angle de rotation total n'est pas introduit pour ce système.

Selon la procédure de Cauchy introduisons le nouvel vecteur d'état  $Y = \left[ \xi, \frac{d\xi}{d\tau} \right]^T$ . Dans ce cas l'équation de la dynamique (4.12) de 2<sup>ème</sup> ordre peut être transformée à l'équation matricielle de 1<sup>er</sup> ordre

$$Y' = A \cdot Y + b \quad (4.13)$$

Avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\left(\frac{2\pi}{f_x}\right)^2 & -2\zeta_x \cdot \left(\frac{2\pi}{f_x}\right) \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \cdot \left(\frac{2\pi}{f_x}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Dans l'équation (4.13) l'indice « ' » signifie la dérivée par la variable  $\tau$ .

## IV.3 Equations d'efforts de l'interaction outil-pièce

Considérons la sollicitation du système dans deux directions  $x$  et  $\varphi$ . Nous séparons toujours le comportement de différentes lèvres  $n_c$  [Gousskov, 2004]. Dans la direction  $x$  chaque lèvre génère un effort de coupe, un effort de talonnage et un effort d'indentation dont les modèles sont introduits dans le CHAPITRE II: de ce mémoire. Introduisons les variables suivantes :

$$\begin{aligned} \eta_{ci} &= \frac{h_{ci}}{a}, & \eta_{pi} &= \frac{h_{pi}}{a}, & \eta_{c*} &= \frac{h_{c*}}{a}, & \eta_{p*} &= \frac{h_{p*}}{a}, & \xi_{in} &= \frac{x_{in}}{a}, & \xi_{in*} &= \frac{x_{in*}}{a} \\ \chi_i &= \frac{k_{i0}}{k_{c0}}, & \chi_{pi} \alpha_{0i} &= \frac{k_{pi} \alpha_{0i}}{k_{c0}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Le paramètre  $x_{in}$  est une partie du signal de déplacement de l'outil qui correspond à un effort d'indentation positif. Dans le cas d'absence de l'effet d'indentation ( $F_i=0$ )  $x_{in}$  est nul. La technique d'obtention de  $x_{in}$  est présentée ci dessous. Avec (4.15) les modèles d'efforts de

coupe  $F_c$ , de talonnage  $F_p$  et d'indentation  $F_i$  pour toutes les lèvres prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 F_c &= ak_{c0} A_s \eta_{c^*} \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\eta_{ci}/\eta_{c^*} + r_c \cdot \eta_{ci}/\eta_{c^*}^2}{1 + \eta_{ci}/\eta_{c^*}} \\
 F_p &= ak_{c0} A_s \eta_{p^*} \sum_{i=1}^{n_c} \chi_{pi} \frac{\eta_{pi}/\eta_{p^*} + r_p \cdot \eta_{pi}/\eta_{p^*}^2}{1 + \eta_{pi}/\eta_{p^*}} \\
 F_i &= ak_{c0} A_s \xi_{in^*} \chi_i \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\xi_{in}/\xi_{in^*} + r_i \cdot \xi_{in}/\xi_{in^*}^2}{1 + \xi_{in}/\xi_{in^*}}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

L'effort total sur l'outil est la somme de tous les efforts sur toutes les lèvres (considérons le cas  $A_s=1$ ) :

$$\begin{aligned}
 F_x &= F_c + F_p + F_i = ak_{c0} \cdot \Pi_c + \Pi_p + \Pi_{in} \\
 M &= ak_{c0} R \cdot 1.5\Pi_c + 0.075\Pi_p \\
 \Pi_c &= \eta_{c^*} \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\eta_{ci}/\eta_{c^*} + r_c \cdot \eta_{ci}/\eta_{c^*}^2}{1 + \eta_{ci}/\eta_{c^*}} \\
 \Pi_p &= \eta_{p^*} \sum_{i=1}^{n_c} \chi_{pi} \frac{\eta_{pi}/\eta_{p^*} + r_p \cdot \eta_{pi}/\eta_{p^*}^2}{1 + \eta_{pi}/\eta_{p^*}} \\
 \Pi_{in} &= \xi_{in^*} \chi_i \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\xi_{in}/\xi_{in^*} + r_i \cdot \xi_{in}/\xi_{in^*}^2}{1 + \xi_{in}/\xi_{in^*}}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Pour un système usinant à 1 DDL le couple  $M$  n'est pas pris en compte.

#### IV.4 Equations de formation de la surface usinée

Les équations de formation de la nouvelle surface pour un outil complet ont été déjà construites dans le CHAPITRE III:. Avec ces équations, il est possible de construire le profil final de la surface usinée totale formée pendant tout le processus d'usinage en prenant en compte l'influence du talonnage.

Ici nous utilisons la même technique mais les équations vont être obtenues pour chaque lèvre séparément. Grâce à cette modification nous sommes capables de simuler le comportement de chaque arête de coupe (réelle et virtuelle) et prédire la surface usinée en fonction de la géométrie réelle de l'outil.

Regardons par exemple un outil avec  $n_c$  dents où la position relative de chaque dent est déterminée avec un angle  $\gamma_k$ . Aussi nous considérons que la position de chaque arête virtuelle est définie par deux paramètres  $\alpha_{0k}, b_k$  où  $k=1 \dots n_c$  (Figure IV-2) :

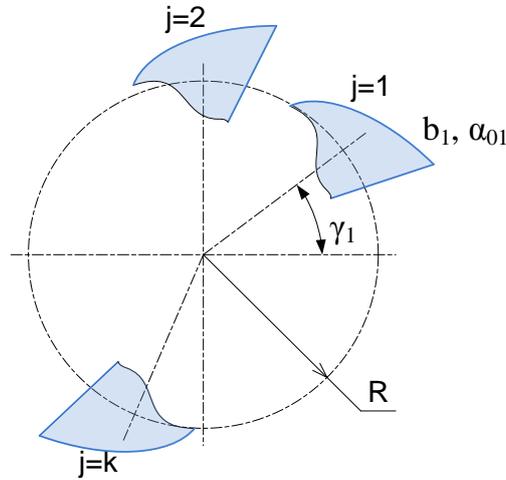


Figure IV-2 : Paramétrisation des lèvres sur un outil

Puis nous analysons séparément le comportement du point sur chaque arête de coupe réelle et virtuelle. Pour cela il faut introduire les paramètres suivants :

$L_{ck}, L_{pk}$  – les profils de la surface usinée formés par  $k$ -ème arête de coupe réelle et  $k$ -ème arête de coupe virtuelle

$D_{ck}, D_{pk}$  – les positions instantanées des  $k$ -èmes arêtes de coupe réelle et virtuelle par rapport de la matière

$h_{ck}, h_{pk}$  – les épaisseurs du copeau principale et complémentaire

$LC, LP$  – les fonctions contenant toute l'histoire de formation de la surface usinée formée par les arêtes de coupe réelle et virtuelle

Dans ce cas la cinématique du point analysé sur la  $k$ -ème arête de coupe réelle est décrite avec les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 D_{ck} \ s &= x \ s + v_a \cdot \Phi \cdot s - LC \ k, s, b_k, T, \gamma_k \\
 h_{ck} \ s &= \max \ 0; D_{ck} \ s \\
 L_{ck} \ s &= LC \ k, s, b_k, T, \gamma_k + h_{ck} \ s
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

Analogiquement la cinématique du point sur l'arête de coupe virtuelle est envisagée par les équations suivantes :

$$D_{pk} s = \begin{cases} x s + v_a \cdot \Phi \cdot s - LP_{k,s}, b_k, T, \gamma_k - b_k \cdot \tan \alpha_{0k}, & \alpha_c s \leq 0 \\ 0, & \alpha_c s \leq 0 \end{cases}$$

$$h_{pk} s = \max(0; D_{pk} s) \quad (4.19)$$

$$L_{pk} s = LP_{k,s}, b_k, T, \gamma_k + h_{pk} s$$

Où les angles de dépouille instantanés  $\alpha_{ck}(s), k=1..n_c$  sont calculés analogiquement comme il a été décrit dans le CHAPITRE III:

Les paramètres  $LC$  et  $LP$  dépendent de la position instantanée de l'outil à cause de présence du retard dans la formation de la surface usinée par l'arête de coupe réelle et l'arête de coupe virtuelle. Evidement ces paramètres dépendent aussi des résultats des travaux de toutes les arêtes précédentes. Donc  $LC$  et  $LP$  sont calculés séparément pour chaque lèvre. Obtenons les paramètres  $LC$  et  $LP$  pour un passage généré par la  $k$ -ème lèvre (Figure IV-3) :

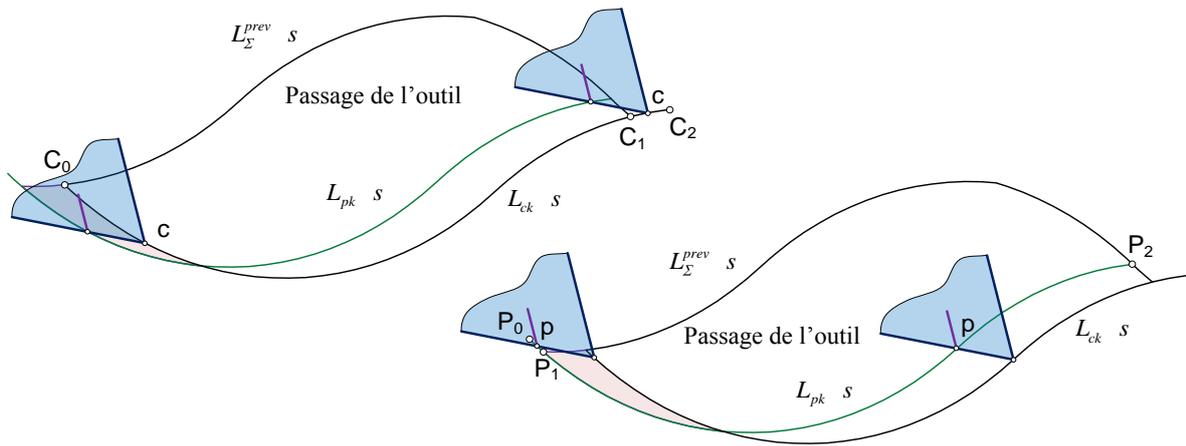


Figure IV-3 : Différentes positions de l'outil sur sa trajectoire à l'intérieur d'un passage

Pour le point  $c$  sur l'arête de coupe réelle pendant son chemin  $C_0C_1$  le paramètre  $LC$  est envisagé comme la surface usinée finale formée par les  $(k-1)$ -ème arêtes de coupe réelle et virtuelle :

$$C_0C_1 : LC = L_{\Sigma}^{prev} s \quad (4.20)$$

Par contre sur le chemin  $C_1C_2$  le paramètre  $LC$  est la surface usinée formée par la  $k$ -ème arête de coupe virtuelle :

$$C_1C_2 : LC = L_{pk} \left( \Phi \cdot s - \frac{\gamma_k}{2\pi} \cdot T + \frac{b_k}{2\pi R_{av}} \cdot T \right) \quad (4.21)$$

$$\gamma_k = rad$$

Puis passons vers l'analyse du comportement du point  $p$  sur la  $k$ -ème arête de coupe virtuelle. Sur son chemin  $P_0P_1$  le paramètre  $LP$  est la surface usinée finale formée par les  $(k-1)$ -ème arêtes de coupe réelle et virtuelle :

$$P_0P_1 : LP = L_{\Sigma}^{prev} \left( \frac{\gamma_k}{2\pi} \cdot T - \frac{b_k}{2\pi R_{av}} \cdot T + \Phi \cdot s \right) \quad (4.22)$$

Sur le chemin  $P_1P_2$  le paramètre  $LP$  est représenté comme la surface usinée générée par la  $k$ -ème arête de coupe réelle :

$$P_1P_2 : LP = L_{ck} \left( \Phi \cdot s - \frac{b_k}{2\pi R_{av}} \cdot T \right) \quad (4.23)$$

Il est à remarquer aussi que pour l'arête de coupe avec l'indice  $k=1$  l'arête précédente est l'arête de coupe avec l'indice  $k=n_c$ .

Les équations (4.18), (4.19) avec (4.20), (4.21), (4.22) et (4.23) permettent de simuler la cinématique du système usinant considéré qui est défini avec ses propres paramètres  $\{n_c, R_{av}, \gamma_k, \alpha_{ck}, \alpha_{0k}, b_k, k=1 \dots n_c\}$  et les conditions de coupe données.

#### IV.5 La méthode d'intégration numérique appliquée

Dans ce paragraphe nous développons une méthode numérique pour trouver la solution de l'équation (4.9). Nous avons expliqué que la méthode d'intégration de Newmark ne peut pas être appliquée à cause de l'équation (4.4).

La méthode proposée utilise une stratégie prédictive. C'est-à-dire nous cherchons la solution dans le pas suivant en sachant la solution dans le pas courant. Cette technique peut être appliquée pour l'analyse de toutes les opérations d'usinage.

Expliquons en détails la recherche de la solution  $y_{n+1}$  dans le pas  $(n+1)$  à partir de la solution connue  $y_n$  du pas  $n$ . Pour faciliter l'algorithme étudions ici le cas général quand le système analysé est décrit avec l'équation suivante :

$$\frac{dy}{dx} = A \cdot y + B \quad (4.24)$$

Où matrices  $A$  et  $B$  caractérisent le système étudié. L'état initial de ce système est connu et il est décrit avec  $x_0, y_0$ .

Regardons l'espace  $\{x, y\}$ . Dans cet espace la solution totale de l'équation (4.24) est présentée comme une courbe discrète  $y(x)$  (Figure IV-4) :

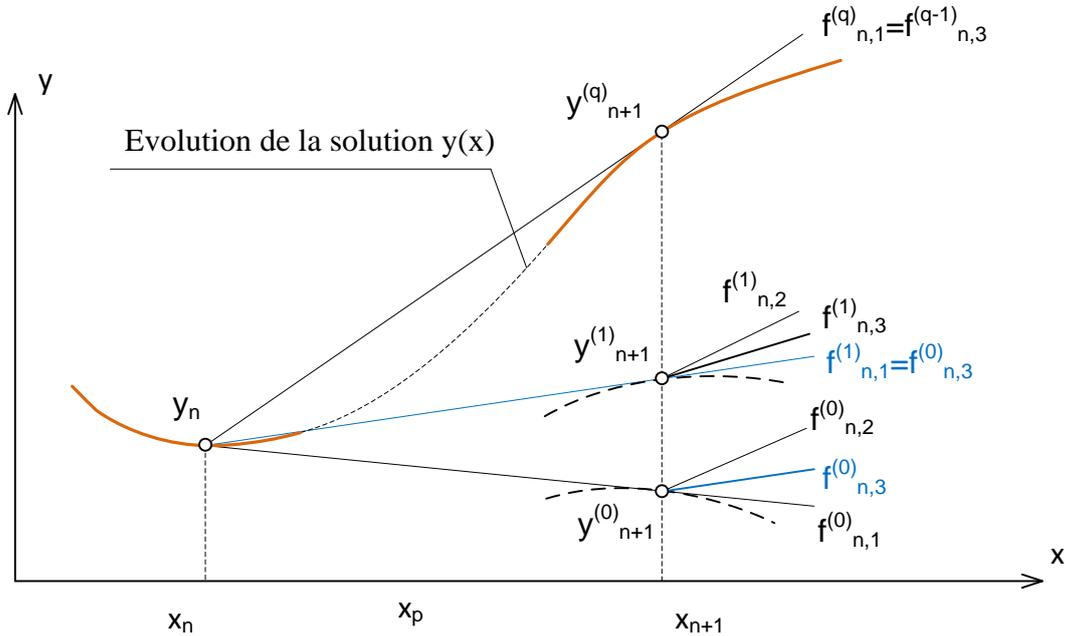


Figure IV-4 : Mécanisme itérative de recherche de la solution pour le pas suivant

La position du point  $x_{n+1}$  est déterminée tout simplement avec le pas connu  $x_p$  :  $x_{n+1} = x_n + x_p$ . Puis avec l'équation (4.24) nous traçons une tangente  $f_{n,1}^{(0)}$  vers le point supposé  $y_{n+1}^{(0)}$  de la solution :

$$f_{n,1}^{(0)} = A \cdot y_n + B \quad (4.25)$$

Ce premier rapprochement  $y_{n+1}^{(0)}$  vers la solution dans le pas  $(n+1)$  est calculé avec l'équation suivante :

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + f_{n,1}^{(0)} \cdot x_p \quad (4.26)$$

En sachant  $y_{n+1}^{(0)}$  nous pouvons préciser la tangente :

$$f_{n,2}^{(0)} = A \cdot y_{n+1}^{(0)} + B \quad (4.27)$$

Puis nous déterminons la tangente pour l'itération suivante de la recherche de la solution dans le pas  $(n+1)$  et le nouvel rapprochement  $y_{n+1}^{(1)}$  vers la solution :

$$\begin{aligned} f_{n,3}^{(0)} &= 0.5 \cdot f_{n,1}^{(0)} + f_{n,2}^{(0)} \\ y_{n+1}^{(1)} &= y_n + x_p \cdot f_{n,3}^{(0)} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Pour l'itération suivante nous avons la tangente :

$$f_{n,1}^{(1)} = f_{n,3}^{(0)} \quad (4.29)$$

Puis à la fin de chaque itération il nous faut estimer l'erreur relative du rapprochement courant vers la solution véritable par rapport à l'itération précédente. Cette erreur relative est comparée avec une erreur demandée  $\varepsilon$ . La solution finale pour le pas suivant ( $n+1$ ) est la suivante (rapprochement  $y_{n+1}^{(q)}$  sur la Figure IV-4) :

$$\frac{\|y_{n+1}^{(i)} - y_{n+1}^{(i-1)}\|}{0.5 \cdot \|y_{n+1}^{(i-1)}\| + \|y_{n+1}^{(i)}\| + 10^{-20}} \leq \varepsilon \quad (4.30)$$

L'indice  $i$  correspond à l'itération courante.

## IV.6 Algorithme de la simulation numérique du processus de coupe

La simulation numérique est basée sur l'analyse de l'équation de la dynamique du système usinant (4.9) en utilisant les équations de la cinématique (4.18) et (4.19). La recherche de la solution est prédictive. Cette approche peut être appliquée à tous types de processus usinant. Nous pouvons constater que dans l'instant initial de la simulation tous les paramètres analysés sont nuls.

L'algorithme développé de la simulation numérique du comportement du système usinant est présentée dans la partie ANNEXE A-4. La stratégie de cette analyse est la suivante. On discrétise le chemin de l'outil pendant usinage et on cherche la solution pour chaque instant. Donc les calculs réalisés sur chaque pas sont divisés en trois étapes :

- La construction de la solution pour le pas courant
- La prédiction de la solution pour le pas suivant
- La précision itérative de la solution pour le pas suivant

A la fin de chaque itération l'erreur de rapprochement est évaluée. Lorsque cette erreur est en dehors d'un seuil défini nous passons au pas suivant. Pratiquement il a été établi que pour la plupart des cas la solution converge après 4-6 itérations.

Les signaux de l'effort de coupe, l'effort du talonnage et l'effort d'indentation sont construits à partir des équations (4.16) en utilisant la prédiction des épaisseurs des copeaux. Le signal de l'effort de l'interaction total est obtenu comme la superposition des signaux de tous les efforts sur toutes les lèvres. Le signal du couple est construit à partir de l'équation (4.17).

## IV.7 Résultats de la simulation et comparaisons avec les signaux mesurés expérimentalement

Montrons ici l'application de l'algorithme développé pour la simulation numérique du comportement d'un système usinant ayant 2 DDL. Etudions le processus de perçage vibratoire auto-entretenu avec un foret ayant  $n_c=2$  lèvres. La configuration du système analysé ainsi que les conditions de coupe choisies sont présentées dans le Tableau IV-1 :

Tableau IV-1 : Configuration du système usinant analysé et les conditions de coupe appliquées

Paramètre	Valeur
Masse modale, kg	3.645
Inertie en torsion, kg*m <sup>2</sup>	0.0046
Raideur modale dans le sens axial, N/mm	262
Raideur modale en torsion, N*mm/rad	2590
Coefficient d'amortissement réduit dans tous les sens	0.05
Coefficient du couplage entre les modes de vibration, N	2260
Diamètre de l'outil, mm	10
Angle de dépouille pour chaque lèvre, dég	14
Distance b entre l'arête réelle et l'arête virtuelle (pour chaque lèvre), mm	0.2
Rotation de la broche, tr/min	4500
Avance axiale de l'outil, mm/tr	0.1

La simulation est réalisée pour l'usinage d'une pièce en aluminium Al7075 avec le foret TIVOLY réf. 8143389 TAURUS 60, HSS-E8. Les coefficients des modèles d'efforts sont les suivants :

Tableau IV-2 : Les constants dans les modèles d'efforts

$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$	$k_{i0}$ , N/mm	$x_{in*}$ , mm	$r_i$
5000	0.02	0.1	700	0.05	30	3300	0.6	10

Avec la technique de l'analyse développée nous pouvons simuler le processus d'usinage ayant une seule fréquence donnée. Cette fréquence est égale à la fréquence principale du processus réel correspondant et elle est introduite dans les calculs dans paramètre  $f_x$  (4.2). Mais comme nous avons observé dans le CHAPITRE III: le processus d'usinage réel comporte plusieurs fréquences. Chaque fréquence apporte sa propre contribution dans le résultat final (le signal d'effort et le signal de déplacement). Donc pendant la comparaison entre les résultats de la simulation numérique et les signaux mesurés nous observons certain décalage horizontal des différentes courbes (Figure IV-5, Figure IV-6, Figure IV-7).

Considérons deux cas de simulation :

1. La présence des phénomènes de coupe et de talonnage. Ce cas correspond à l'usinage d'une pièce avec un avant-trou. Les figures suivantes montrent la comparaison entre les résultats de la simulation numérique du comportement du système usinant et les signaux expérimentaux :

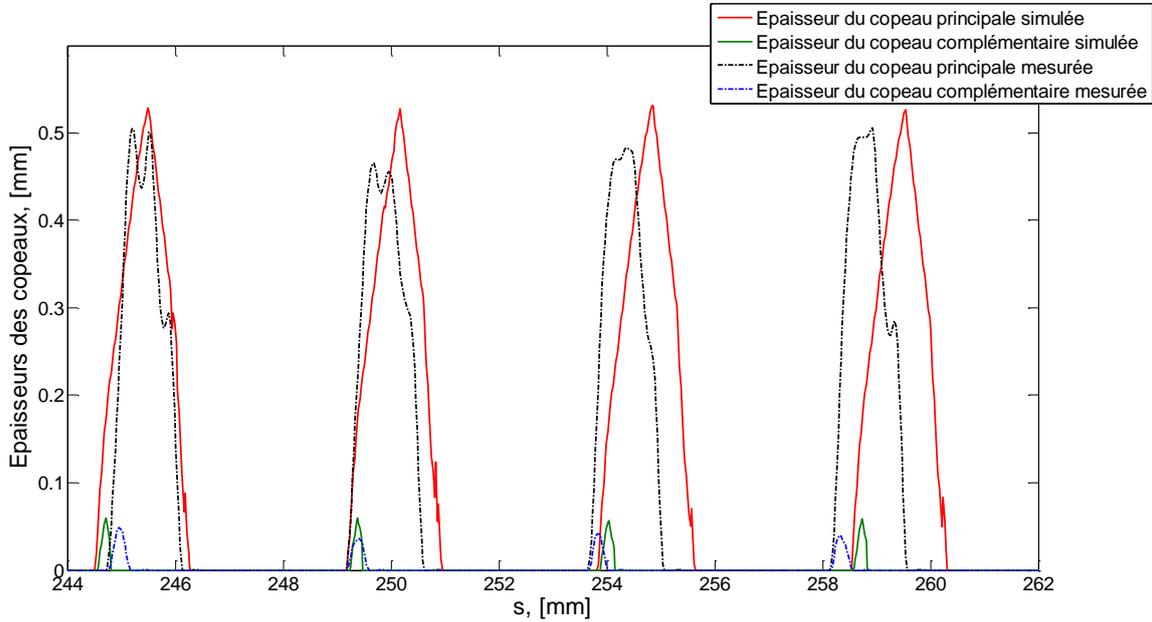


Figure IV-5 : Comparaison des évolutions des épaisseurs des copeaux

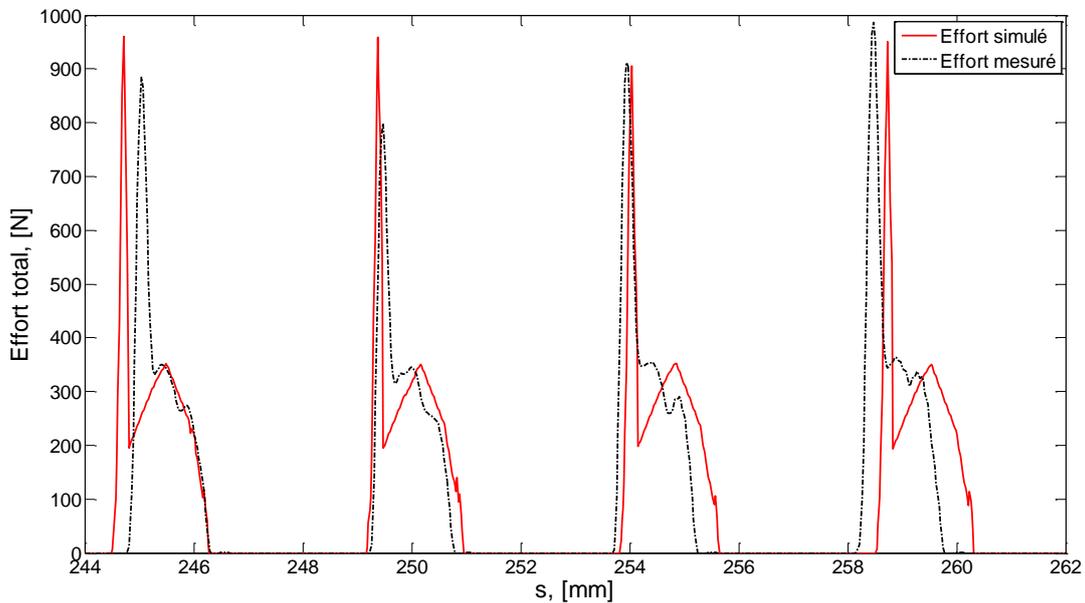


Figure IV-6 : Comparaison des signaux d'efforts totaux

2. La présence des phénomènes de coupe, du talonnage et d'indentation. Ce cas correspond à l'usinage d'une pièce en plein matière. Evidemment l'évolution des épaisseurs des copeaux reste la même comme dans le premier cas (Figure V-5). Le diagramme ci-dessous montre la

comparaison entre l'effort total simulé et le signal d'effort d'interaction mesuré expérimentalement :

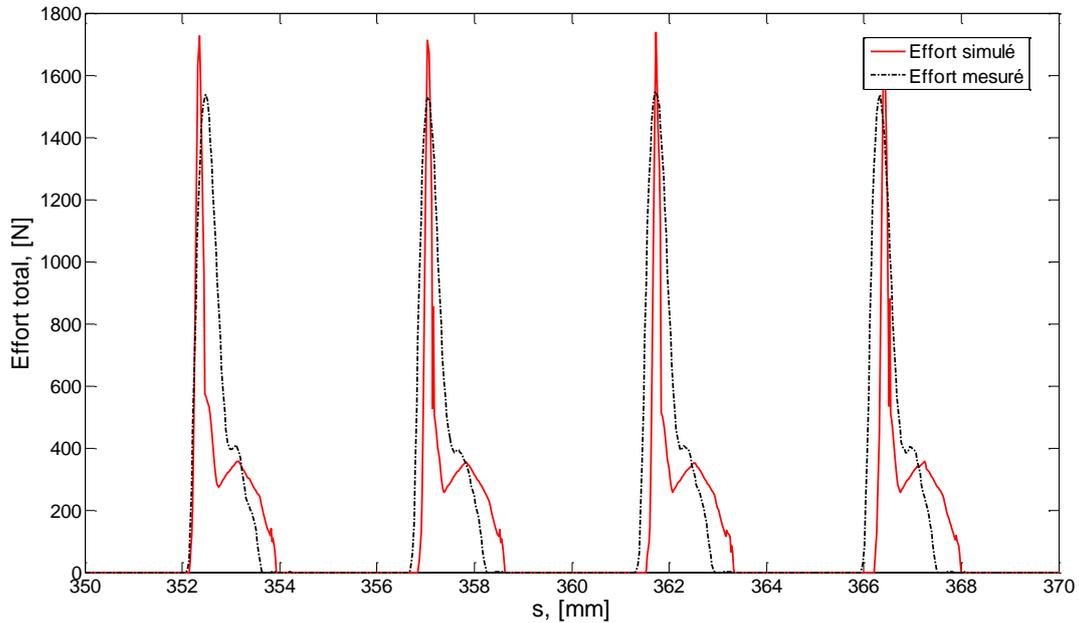


Figure IV-7 : Comparaison des signaux d'efforts totaux

#### IV.8 Simulation du processus de perçage avec l'outil ayant des lèvres non symétrique

Envisageons le cas d'un foret ayant un défaut d'affûtage. Expérimentalement il n'est pas possible de suivre le comportement de chaque lèvre. Nous pouvons donc observer les résultats d'une simulation numérique sans comparaisons avec les signaux mesurés. Dans la méthode développée la géométrie de chaque lèvre est déterminée avec le paramètre  $\alpha_0$ . En plus nous devons définir la position de l'arête virtuelle pour chaque lèvre. Ces paramètres sont présentés dans le Tableau IV-3 :

Tableau IV-3 : Les paramètres géométriques utilisés dans la simulation numérique

	$\alpha_0$ , dég	$b$ , mm
Première lèvre	10	0.2
Deuxième lèvre	14	0.2

A la fin du CHAPITRE III: nous avons étudié la dépendance des coefficients des modèles d'efforts en fonction de l'angle  $\alpha_0$ . Pour les angles du Tableau IV-3 ces coefficients prennent les valeurs suivantes :

Tableau IV-4 : Les coefficients dans les modèles d'efforts pour chaque lèvre

	$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$
$\alpha_0=10$ dég	5000	0.02	0.1	700	0.040	50
$\alpha_0=14$ dég	5000	0.02	0.1	700	0.003	10

Tous les autres paramètres utilisés dans la simulation sont présentés dans le Tableau IV-1.

Les figures suivantes montrent l'évolution des épaisseurs des copeaux et les efforts de l'interaction pour chaque lèvre dans le cas d'un perçage d'une pièce avec un avant-trou :

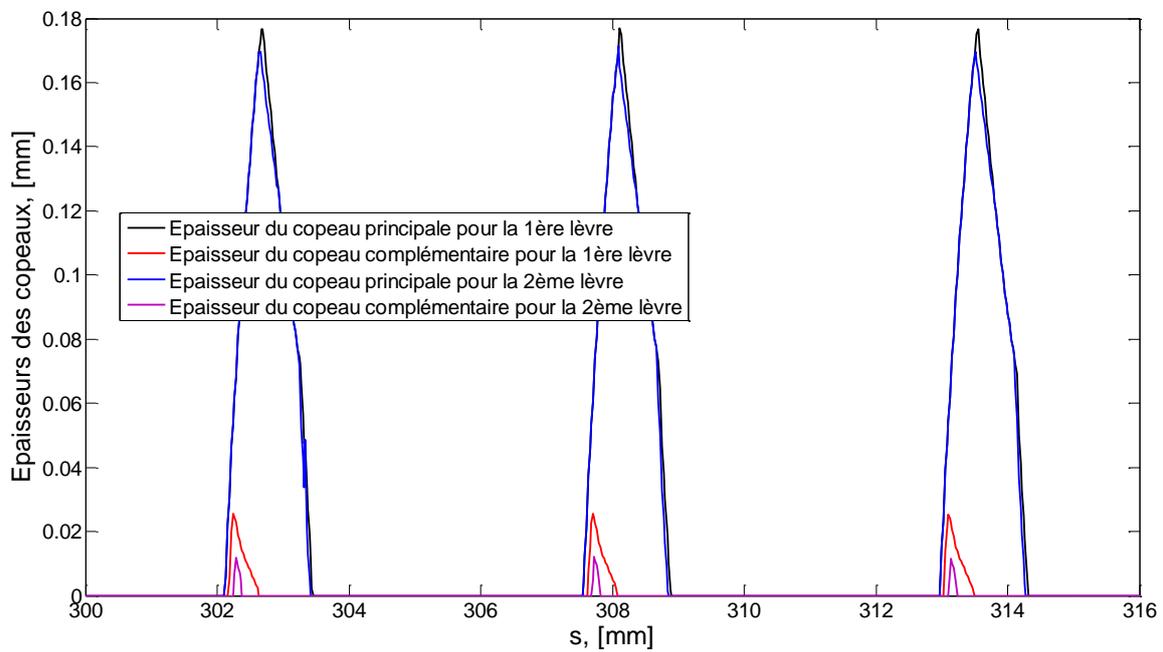


Figure IV-8 : Evolutions des épaisseurs des copeaux pour chaque lèvre

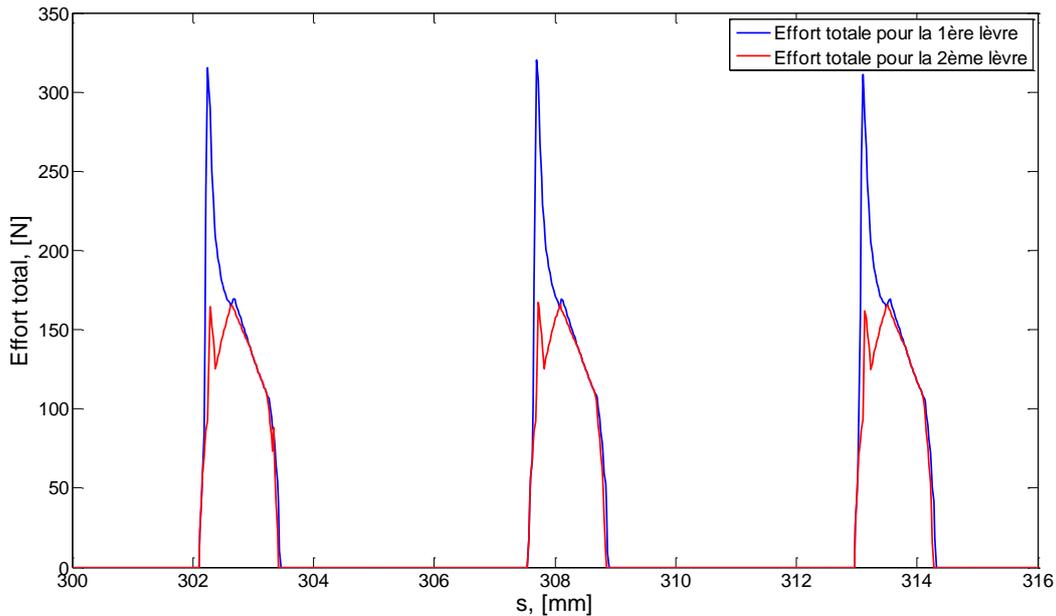


Figure IV-9 : Evolutions des efforts d'interaction pour chaque lèvre

D'après ces figures nous observons l'absence de talonnage pendant le travail de la 2<sup>ème</sup> lèvre. La composante de l'effort d'interaction totale outil/pièce due au talonnage est générée sur la 1<sup>ère</sup> lèvre.

## IV.9 Conclusion

La technique développée de la simulation numérique permet analyser l'évolution des phénomènes de coupe, de talonnage et d'indentation pendant l'usinage. Le résultat est sensible à la géométrie de l'outil réel. Les défauts de l'affûtage sont introduits dans l'analyse avec les paramètres correspondants.

Remarquons que la méthode de calcul de l'effort d'indentation utilisée ne soit pas capable fixer la composante élastique de cet effort. C'est-à-dire pendant la simulation nous supposons que la matière usinée est absolu plastique. Comme résultat de cette simplification dans la zone affectée nous obtenons l'effort total simulé plus faible que l'effort mesuré. L'introduction dans l'analyse d'un modèle métallurgique de la matière usinée pourra supprimer cette hypothèse. Mais cette étude reste à l'extérieur de ce mémoire.

## CHAPITRE V:

### Etude de stabilité. Modèle d'amortissement complémentaire

*Avec l'analyse de la stabilité dynamique il est possible de prédire et modéliser le comportement du système dynamique en fonction de sa configuration actuelle. Les méthodes linéaires de cette analyse sont associées en général avec l'obtention des lobes de stabilité dans l'espace des paramètres opératoires du système usinant. Dans le premier chapitre de ce mémoire nous avons discuté les différentes techniques de construction des lobes de stabilité.*

*Dans ce chapitre, nous étudions la stabilité dynamique de l'ensemble porte-outil – outil – pièce pendant l'usinage avec le processus du perçage vibratoire auto-entretenu. La cinématique de ce système a été analysée dans le CHAPITRE III: de ce mémoire. Pendant l'analyse de la dynamique nous considérons le comportement du système en compression et en torsion en prenant en compte le couplage des modes [Bondarenko, 2008].*

*Pour évaluer la contribution des phénomènes de talonnage, d'indentation et de couple dans la stabilité du processus d'usinage donné nous obtenons les lobes de stabilité pour les cas suivants [Bondarenko, 2009b] :*

- *Système usinant à 2 DDL en prenant en compte les phénomènes de talonnage, d'indentation de couple et de couplage des différents modes de vibrations*
- *Système usinant à 1 DDL en prenant en compte des phénomènes de talonnage et d'indentation*
- *Système usinant à 2 DDL en prenant en compte du phénomène de talonnage*
- *Système usinant à 1 DDL en prenant en compte uniquement la coupe*

*Nous développons aussi un modèle d'amortissement complémentaire qui permet estimer la perte d'énergie pendant usinage cause par l'action de talonnage et d'indentation.*

## V.1 Description et définition du problème de stabilité

Selon le mécanisme régénératif de formation de la surface usinée, l'outil usine la surface qui a été formée précédemment. Ce contact discontinu ajoute une composante non linéaire dans le comportement dynamique du système usinant. Le mouvement total de l'outil peut être envisagé comme la superposition d'un déplacement constant à cause de l'avance et une composante variable liée au mécanisme de broutement. Pour un système usinant de 2 DDL son mouvement est exprimé comme

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \delta x(t) \\ \varphi(t) &= \varphi_0 + \delta \varphi(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

La position instantanée de l'outil par rapport à la pièce définit l'épaisseur du copeau à chaque instant. Donc l'épaisseur totale du copeau est aussi la superposition d'une composante constante et l'autre qui est variable. La composante constante est calculée en fonction de l'avance de l'outil. La composante variable est calculée avec la méthode présentée dans le CHAPITRE IV.:

Pour un outil ayant plusieurs lèvres ( $n_c$ ) et en utilisant le modèle de coupe à deux arêtes nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{aligned} h_p(t) &= h_{p0} + \delta h_p(t) = a \cdot 1/n_c - \beta_b + \delta x(t) - \delta x(T - T/n_c + \beta_b \cdot T) \\ h_c(t) &= h_{c0} + \delta h_c(t) = a \cdot \beta_b + \delta x(t) - \delta x(T - \beta_b \cdot T) \\ \beta_b &= \frac{b}{2\pi R} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Le problème de la stabilité du processus d'usinage peut être réduit à l'étude de la stabilité de la coupe continue avec la présence de petites perturbations liées au mécanisme de broutement (5.1) et (5.2).

L'étude suivante est divisée en 2 étapes :

- L'analyse du comportement du système usinant dans le cas de la coupe continue. Nous considérons cet état du système comme l'état d'équilibre.
- L'étude du comportement du système usinant dans le cas de présence de petites perturbations autour de l'état d'équilibre.

Chaque étape définie est basée sur une analyse de l'équation dynamique du système usinant. Tous les calculs détaillés sont présentés dans la partie ANNEXE A-3. Dans ce chapitre, nous montrons que les points importants de l'analyse.

Considérons le système usinant à 2 DDL dont l'équation de la dynamique est la suivante (cette forme de l'équation a été obtenue dans le CHAPITRE IV:) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\zeta_x \cdot \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \frac{d\xi}{d\tau} + \xi + c_\xi \cdot \psi &= -\frac{F_x}{a \cdot k_x} \\ \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2\psi}{d\tau^2} + 2\zeta_\varphi \cdot \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \cdot \frac{d\psi}{d\tau} + \psi + c_\psi \cdot \xi &= -\frac{M}{2\pi \cdot k_\varphi} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Remarquons aussi que tous les calculs peuvent être facilement adaptés à un système usinant à 1 DDL par l'annulation des paramètres correspondants.

## V.2 L'analyse du comportement du système usinant dans le cas de la coupe continue

Considérons le mouvement du système  $\xi_0, \psi_0$ . Dans ce cas la sollicitation du système est déterminée avec les paramètres  $F_{x0}, M_0$ . En appliquant les modèles d'effort de coupe, effort de talonnage et effort d'indentation nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{aligned} F_{x0} &= ak_{c0} \cdot \Pi_{c0} + \Pi_{p0} + \Pi_{i0} \\ M_0 &= ak_{c0} \cdot 1.5 \cdot \Pi_{c0} + 0.075 \cdot \Pi_{p0} \cdot R \end{aligned} \quad (5.4)$$

Avec

$$\begin{aligned} \Pi_{c0} &= \left( \frac{\eta_{c0} \cdot \eta_{c^*} + r_c \cdot \eta_{c0}^2}{\eta_{c0} + \eta_{c^*}} \right) \cdot n_c, \quad \Pi_{p0} = \chi_p \cdot \left( \frac{\eta_{p0} \cdot \eta_{p^*} + r_p \cdot \eta_{p0}^2}{\eta_{p0} + \eta_{p^*}} \right) \cdot n_c, \\ \Pi_{i0} &= \chi_i \cdot \left( \frac{\xi_{in0} \cdot \xi_{i^*} + r_i \cdot \xi_{in0}^2}{\xi_{in0} + \xi_{i^*}} \right) \\ \eta_{c0} &= 1/n_c - \beta_b, \quad \eta_{p0} = \beta_b, \quad \xi_{in0} = 1/n_c, \quad \chi_p = k_{p0}/k_{c0}, \quad \chi_i = k_{i0}/k_{c0} \end{aligned} \quad (5.5)$$

L'équation de la dynamique (5.3) pour ce type de système prend la forme :

$$\begin{aligned} \xi_0 + c_\xi \cdot \psi_0 &= -K_{c0} \Pi_0 \\ \psi_0 + c_\psi \cdot \xi_0 &= -\Gamma_{c0} M_0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

Avec

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \Pi_{c0} + \Pi_{p0} + \Pi_{i0} \\ M_0 &= 1.5 \cdot \Pi_{c0} + 0.075 \cdot \Pi_{p0} \\ K_{c0} &= \frac{k_{c0}}{k_x}, \quad \Gamma_{c0} = \frac{1}{2\pi} \cdot aR \cdot \frac{k_{c0}}{k_\varphi} \end{aligned} \quad (5.7)$$

L'équation de la dynamique sous la forme de (5.6) permet d'exprimer les amplitudes constantes du mouvement du système usinant :

$$\begin{aligned}\xi_0 &= -K_{c0} \cdot \left(1 + \frac{c_\xi c_\psi}{1 - c_\xi c_\psi}\right) \cdot \Pi_0 + \Gamma_{c0} \cdot \left(\frac{c_\xi}{1 - c_\xi c_\psi}\right) \cdot M_0 = const \\ \psi_0 &= K_{c0} \cdot \left(\frac{c_\psi}{1 - c_\xi c_\psi}\right) \cdot \Pi_0 - \Gamma_{c0} \cdot \left(\frac{1}{1 - c_\xi c_\psi}\right) \cdot M_0 = const\end{aligned}\quad (5.8)$$

Dans le cas particulier pour un système à 1 DDL ( $\psi=0$ ) nous obtenons l'amplitude suivante :

$$\xi_0 = -K_{c0} \Pi_0 \quad (5.9)$$

### V.3 Présence des petites perturbations autour de l'état d'équilibre du système usinant

Analysons le mouvement du système usinant dans le cas de présences de petites perturbations. La cinématique de ce système est envisagée avec les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0 + \delta\xi \quad \tau \\ \psi &= \psi_0 + \delta\psi \quad \tau \\ \eta_c &= \eta_{c0} + \delta\eta_c \quad \tau = 1/n_c - \beta_b + \delta\xi \quad \tau - \delta\xi \quad \tau - 1/n_c + \beta_b \\ \eta_p &= \eta_{p0} + \delta\eta_p \quad \tau = \beta_b + \delta\xi \quad \tau - \delta\xi \quad \tau - \beta_b \\ \xi_{in} &= \xi_{in0} + \delta\xi_{in} \quad \tau = 1/n_c + \delta\xi \quad \tau - \delta\xi \quad \tau - 1/n_c\end{aligned}\quad (5.10)$$

La sollicitation du système usinant est aussi représentée comme la somme d'une composante constante et une composante variable. Alors les efforts associés sont exprimés comme :

$$\begin{aligned}F_c &= F_{c0} + \delta F_c = k_{c0} a \cdot \Pi_{c0} + \kappa_{c0} \cdot \delta\eta_c \\ F_p &= F_{p0} + \delta F_p = k_{c0} a \cdot \Pi_{p0} + \chi_p \kappa_{p0} \cdot \delta\eta_p \\ F_i &= F_{i0} + \delta F_{i0} = k_{c0} a \cdot \Pi_{i0} + \chi_i \kappa_{i0} \cdot \delta\xi_{in}\end{aligned}\quad (5.11)$$

Où

$$\begin{aligned}\kappa_{c0} &= n_c \cdot \left( r_c + \frac{1 - r_c}{1 + \eta_{c0}/\eta_{c*}^2} \right), \quad \kappa_{p0} = n_c \cdot \left( r_p + \frac{1 - r_p}{1 + \eta_{p0}/\eta_{p*}^2} \right), \\ \kappa_{i0} &= r_i + \frac{1 - r_i}{1 + \eta_{i0}/\eta_{i*}^2}\end{aligned}\quad (5.12)$$

Les équations (5.10) et (5.11) avec l'utilisation de l'égalité (5.6) permettent de représenter le comportement du système usinant en fonction des perturbations  $\delta\xi, \delta\psi$ . L'équation de la dynamique (5.3) prend donc la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \delta\xi'' \tau + 2\zeta_x \cdot \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \delta\xi' \tau + [1 + K_{c0}K_{c0} + K_{c0}\chi_p K_{p0} + K_{c0}\chi_i K_{i0}] \cdot \delta\xi \tau + \\ & + c_\xi \cdot \delta\psi \tau = K_{c0} \cdot \left[ K_{c0} \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b + \chi_p K_{p0} \delta\xi \tau - \beta_b + \chi_i K_{i0} \delta\xi \tau - 1/n_c \right] \quad (5.13) \\ & \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \cdot \delta\psi'' \tau + 2\zeta_\varphi \cdot \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \cdot \delta\psi' \tau + \delta\psi \tau + c_\psi + 1.5\Gamma_{c0}K_{c0} + \\ & + 0.075\Gamma_{c0}K_{p0} \cdot \delta\xi \tau = \Gamma_{c0} \cdot \left[ 1.5K_{c0} \delta\xi \tau \left( -1/n_c + \beta_b \right) + 0.075\chi_p K_{p0} \delta\xi \tau \left( -\beta_b \right) \right] \end{aligned}$$

## V.4 L'obtention des équations des lobes de stabilité et l'analyse de stabilité du système usinant

### V.4.1 Le cas du système usinant à 2 DDL

Nous étudions la stabilité de la coupe vibratoire avec l'utilisation du 1<sup>er</sup> critère de Lyapunov de stabilité [Lyapunov, 1992]. Selon ce critère la stabilité d'un mouvement perturbé par  $\delta\xi, \delta\psi$  est analysé. La nature de la réponse du système à ces perturbations définit la stabilité du mouvement initial  $\xi_0, \psi_0$ .

Le problème de stabilité est donc réduit à l'analyse de l'équation de la dynamique présentée sous la forme de perturbations (5.13). Le résultat de cette analyse est présenté avec les lobes de stabilité dans l'espace  $f_x, K_{c0}$ . Mais ces lobes peuvent être facilement construits dans l'espace des paramètres  $\omega, a$  qui est plus pratique pour le monde industriel. Pour faire cette modification nous utilisons les expressions suivantes :

$$\omega = \frac{60 \cdot f_x}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_x}{m}}, \quad a = \frac{h_{c^*}}{1/n_c - \beta_b} \cdot \left( -1 + \sqrt{\frac{1-r_{c0}}{K_{c0} - r_{c0}}} \right) \quad (5.14)$$

Mais d'abord il faut obtenir les équations des lobes de stabilité. Nous cherchons donc la solution de l'équation (5.13) sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \delta\xi \\ \delta\psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta\xi_0 \\ \delta\psi_0 \end{Bmatrix} \cdot \exp \lambda n_c \tau \quad (5.15)$$

Après certaines modifications nous obtenons l'équation caractéristique du système considéré sous la forme matricielle avec la valeur propre  $\lambda$  :

$$D_{2 \times 2} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \xi_0 \\ \delta \psi_0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (5.16)$$

Où

$$\begin{aligned} D_{11} &= \left( \frac{f_x}{2\pi} \right)^2 \cdot \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_x \left( \frac{f_x}{2\pi} \right) \cdot \lambda n_c + 1 + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} \exp(-\lambda + \lambda n_c \beta_b) + \right. \\ &\quad \left. + \chi_p \kappa_{p0} \exp(-\lambda n_c \beta_b) + \chi_i \kappa_{i0} \exp(-\lambda) \right] \\ D_{12} &= c_\xi \\ D_{21} &= c_\psi + \Gamma_{c0} \cdot \left[ 1.5 \kappa_{c0} \exp(-\lambda + \lambda n_c \beta_b) + 0.075 \chi_p \kappa_{p0} \exp(-\lambda n_c \beta_b) \right] \\ D_{22} &= \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right)^2 \cdot \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_\varphi \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right) \cdot \lambda n_c + 1 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Il est à remarquer que la divergence dans ce système n'est pas possible car dans le cas où  $\lambda=0$  nous avons  $\det[D]=(1-c_\xi c_\psi)$  qui n'est pas nul. Dans ce système il est possible que la perte de stabilité par la bifurcation de Poincaré-Andronov-Hopf qui correspond à la présence dans le système d'auto-oscillations.

Les auto-oscillations (la coupe vibratoire auto-entretenu) apparaissent dans le système quand la valeur propre  $\lambda$  devient la solution de l'équation suivante :

$$\det D = 0 \quad (5.18)$$

Dans ce cas, les paramètres opératoires du système usinant (vitesse de rotation de la broche, l'avance, la masse et la raideur modales etc.) prennent des valeurs critiques. La combinaison de ses valeurs critiques forme les domaines de stabilité de la solution de l'équation (5.18). Selon le critère de Nyquist [Nyquist, 1932] le paramètre  $\lambda$  prend sa valeur pure imaginaire sur les frontières de ces domaines :

$$\lambda = 2\pi i s \quad (5.19)$$

Les équations des lobes de stabilité sont obtenues directement après la substitution de la solution (5.19) dans l'équation (5.18) et après la séparation des parties réelle et imaginaire :

$$\begin{aligned} \text{Re: } & R_{11}R_{22} - I_{11}I_{22} - R_{12}R_{21} - I_{12}I_{21} = 0 \\ \text{Im: } & R_{11}I_{22} + R_{22}I_{11} - R_{12}I_{21} + R_{21}I_{12} = 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Où

$$\begin{aligned} R_{11} &= -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} \left( 1 - \cos 2\pi s \right) \left( 1 - n_c \beta_b \right) + \chi_p \kappa_{p0} \left( 1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b \right) + \right. \\ &\quad \left. + \chi_i \kappa_{i0} \left( 1 - \cos 2\pi s \right) \right] \\ I_{11} &= 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} \sin 2\pi s \left( 1 - n_c \beta_b \right) + \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \sin 2\pi s \right] \\ R_{12} &= c_\xi \\ I_{12} &= 0 \\ R_{21} &= \Gamma_{c0} \cdot \left[ 1.5 \kappa_{c0} \left( 1 - \cos 2\pi s \right) \left( 1 - n_c \beta_b \right) + 0.075 \chi_p \kappa_{p0} \left( 1 - \cos 2\pi s \beta_b \right) \right] \\ I_{21} &= \Gamma_{c0} \cdot \left[ 1.5 \kappa_{c0} \sin 2\pi s \left( -n_c \beta_b \right) + 0.075 \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b \right] \\ R_{22} &= -f_\phi^2 n_c^2 s^2 + 1 \\ I_{22} &= 2\zeta_\phi f_\phi n_c s \end{aligned} \quad (5.21)$$

L'équation (5.20) représente l'équation fondamentale des lobes de stabilité du système usinant à 2 DDL. Il est considéré le phénomène de talonnage (les paramètres  $\chi_p$ ,  $\kappa_{p0}$ ,  $\beta_b$ ), l'effet d'indentation (les paramètres  $\chi_i$ ,  $\kappa_{i0}$ ) et le couplage entre les modes de vibrations (les coefficients  $c_\xi$ ,  $c_\psi$ ). Il est aussi à noter que le nombre des lèvres de l'outil  $n_c$  est toujours lié avec les autres paramètres. Donc l'équation (5.20) peut être appliquée pour tout type d'outil.

#### V.4.2 Les cas particuliers de l'équation des lobes de stabilité

L'équation générale des lobes de stabilité (5.20) peut être facilement adaptée au cas du système usinant à 1 DDL. Pour cela il faut négliger les paramètres liés au mouvement rotatif du système :  $\psi=0$ ,  $f_\phi=0$ ,  $\zeta_\phi=0$ . Ainsi dans le système à 1 DDL il n'y a plus de couplage entre les différents modes de vibration, donc  $c_\xi=c_\psi=0$ . Par contre la raideur dans le sens de 2<sup>ème</sup> DDL qui a été supprimée tend vers l'infini  $k_\phi \rightarrow \infty$ . Après toutes ces modifications nous obtenons l'équation des lobes de stabilité suivante :

$$\begin{aligned} \text{Re: } & -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} \left( 1 - \cos 2\pi s \right) \left( 1 - n_c \beta_b \right) + \chi_p \kappa_{p0} \left( 1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b \right) + \right. \\ &\quad \left. + \chi_i \kappa_{i0} \left( 1 - \cos 2\pi s \right) \right] = 0 \\ \text{Im: } & 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} \sin 2\pi s \left( 1 - n_c \beta_b \right) + \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b + \right. \\ &\quad \left. + \chi_i \kappa_{i0} \sin 2\pi s \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.22)$$

Puis considérons « le cas classique » quand il n'a pas d'influence ni du phénomène de talonnage ni de l'effet d'indentation. Donc on néglige les paramètres correspondants :  $\chi_p = \kappa_{p0} = \beta_b = 0$ ,  $\chi_i = \kappa_{i0} = 0$ . Dans ce cas l'équation des lobes de stabilité prend la forme :

$$\begin{aligned} \text{Re} : & -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} \cdot 1 - \cos 2\pi s = 0 \\ \text{Im} : & 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \kappa_{c0} \sin 2\pi s = 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

Les lobes de stabilité tracés d'après l'analyse de l'équation (5.23) sont étudiés en détails par Guibert dans sa thèse [Guibert, 2008].

## V.5 Résultats de l'analyse de stabilité dynamique et la validation de la méthode développée

Considérons la configuration suivante du système usinant :

Tableau V-1 : Les coefficients utilisés dans les calculs

$m$ , kg	$\Theta$ , kg*m <sup>2</sup>	$k_x$ , N/mm	$k_\varphi$ , N*mm/rad	$\zeta_x = \zeta_\varphi$	$c_x = c_\varphi$ , N/mm	$n_c$	$R$ , mm
3.645	0.0046	262	2590	0.05	2260	2	5

Les coefficients des modèles d'efforts sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau V-2 : Les coefficients des modèles d'efforts

$k_{c0}$ , N/mm	$h_{c*}$ , mm	$r_c$	$k_{p0}$ , N/mm	$h_{p*}$ , mm	$r_p$	$k_{i0}$ , N/mm	$x_{in*}$ , mm	$r_i$
5000	0.02	0.1	700	0.05	30	3300	0.6	10

La Figure V-1 montre la comparaison entre les lobes de stabilité calculés pour la configuration considérée du système usinant avec et sans prise en compte de 2<sup>ème</sup> DDL. Les lobes de stabilité pour le cas de 2 DDL sont calculés avec l'équation (5.20). Dans le cas de 1 DDL nous utilisons l'équation (5.22):

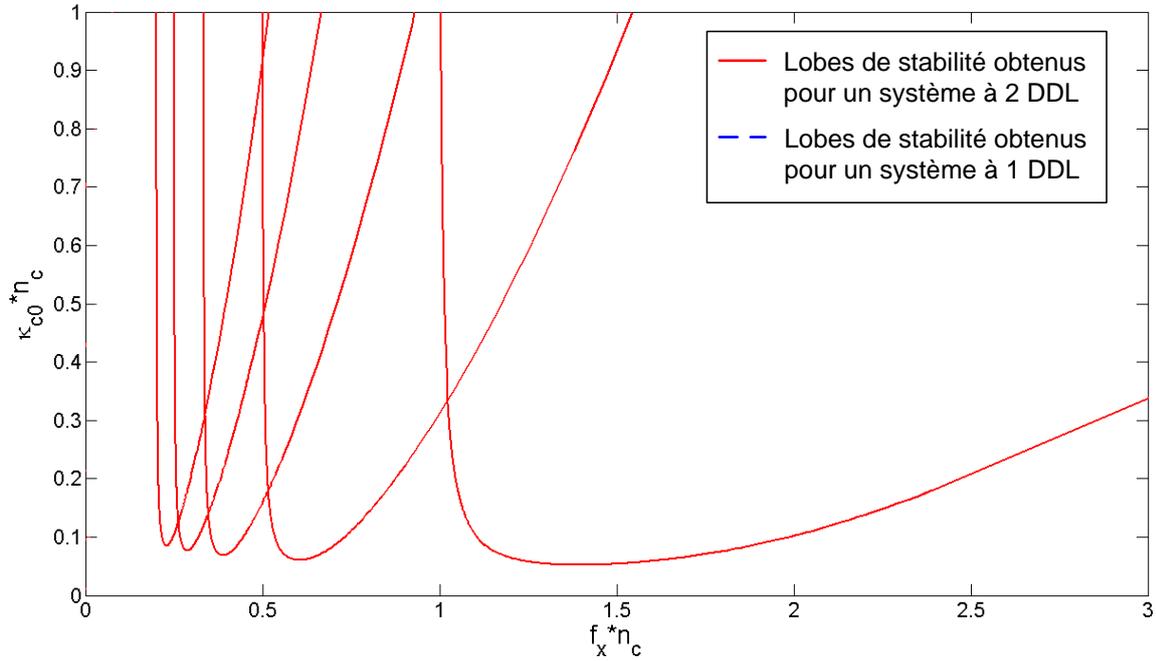


Figure V-1 : Comparaison entre les lobes de stabilité obtenus pour les systèmes à 1 & 2 DDL

Nous remarquons que le résultat est identique avec les deux modèles (1 DDL et 2 DDL). En effet le foret utilisé a une raideur en torsion 10 fois plus raide que la raideur axiale du système « porte-outil – outil ». Donc l'influence du mode de torsion est négligeable.

Sur la Figure V-2 nous présentons la comparaison entre les lobes de stabilité calculés pour le système usinant avec et sans prise en compte de l'effet d'indentation :

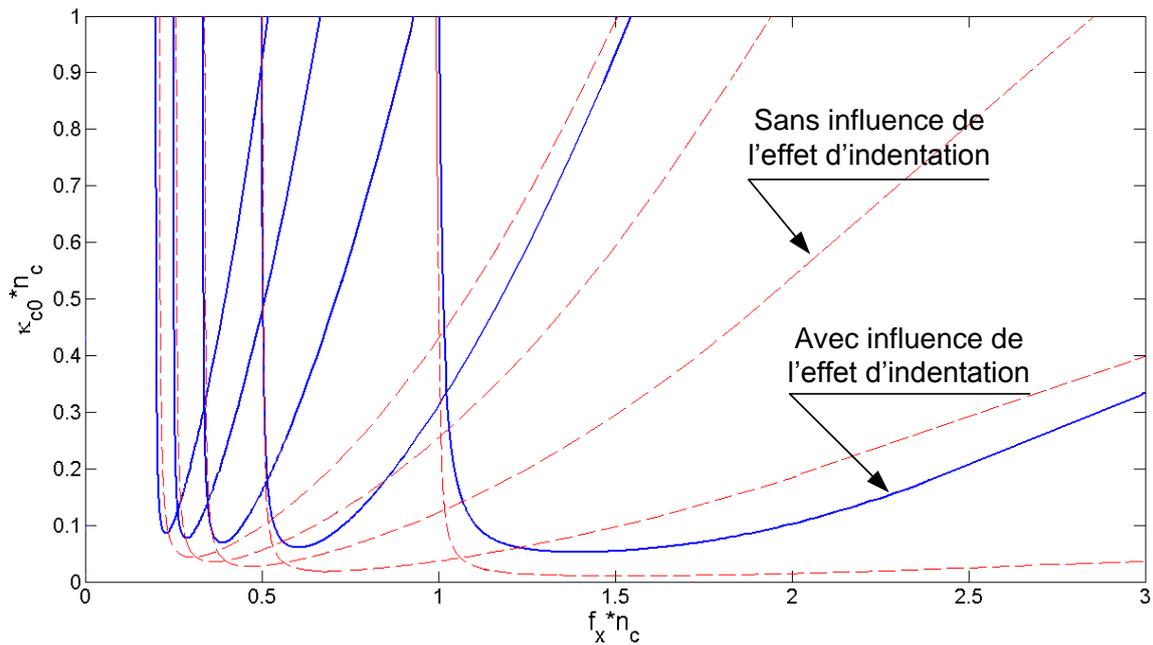


Figure V-2 : Comparaison des lobes de stabilité obtenus pour des systèmes usinant avec et sans influence de l'effet d'indentation ; le phénomène de talonnage présente dans tous les cas

Nous remarquons bien que la présence de l'effet d'indentation dans le système usinant correspond au même effet qu'un accroissement de l'amortissement.

Etudions maintenant l'influence du talonnage sur la dynamique du système usinant. La présence de ce phénomène comme la présence de l'effet d'indentation amorti le système usinant. Mais cet amortissement complémentaire n'est pas constant. Nous observons une bonne cohérence entre les lobes de stabilité calculés sans et avec prise en compte du phénomène de talonnage pour la première zone d'instabilité. Par contre avec l'augmentation du nombre de vibrations par un tour de l'outil ( $f_x$  tends vers zéro) l'influence du talonnage augmente.

Comme résultat nous observons un déplacement des lobes de stabilité (Figure V-3) :

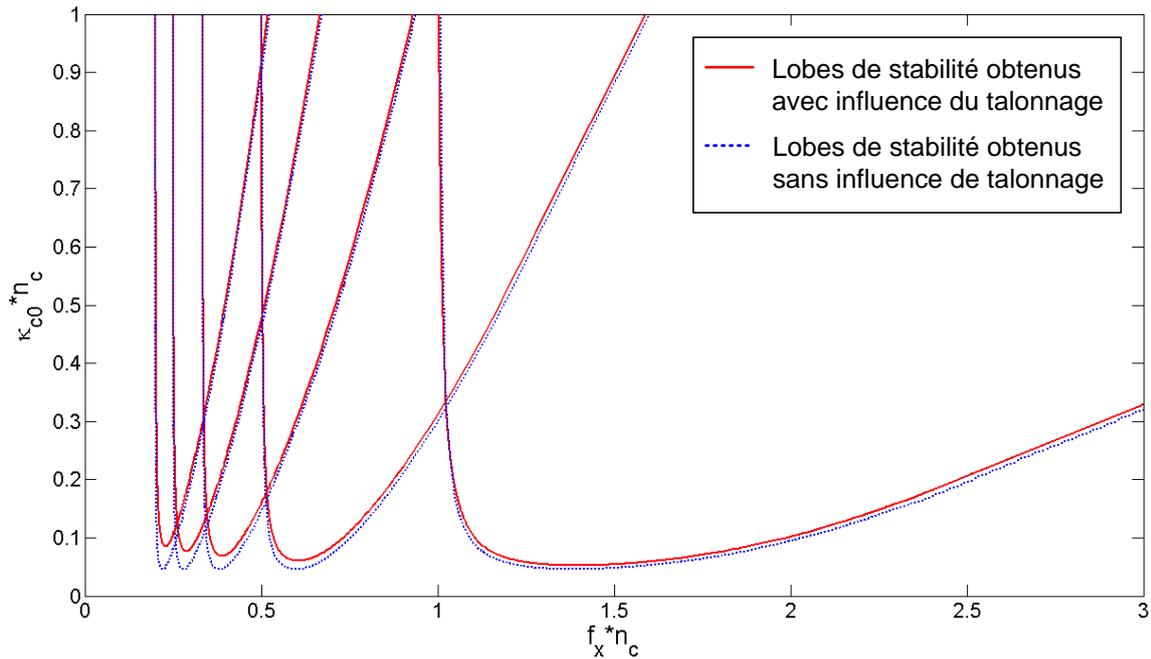


Figure V-3 : Comparaison entre les lobes de stabilité calculés pour un système à 1 DDL avec et sans influence du talonnage

Pour finir l'étude de la dynamique du système usinant avec des lobes de stabilité nous montrons la cohérence entre les lobes calculés et les résultats de l'expérimentation (Figure V-4) :

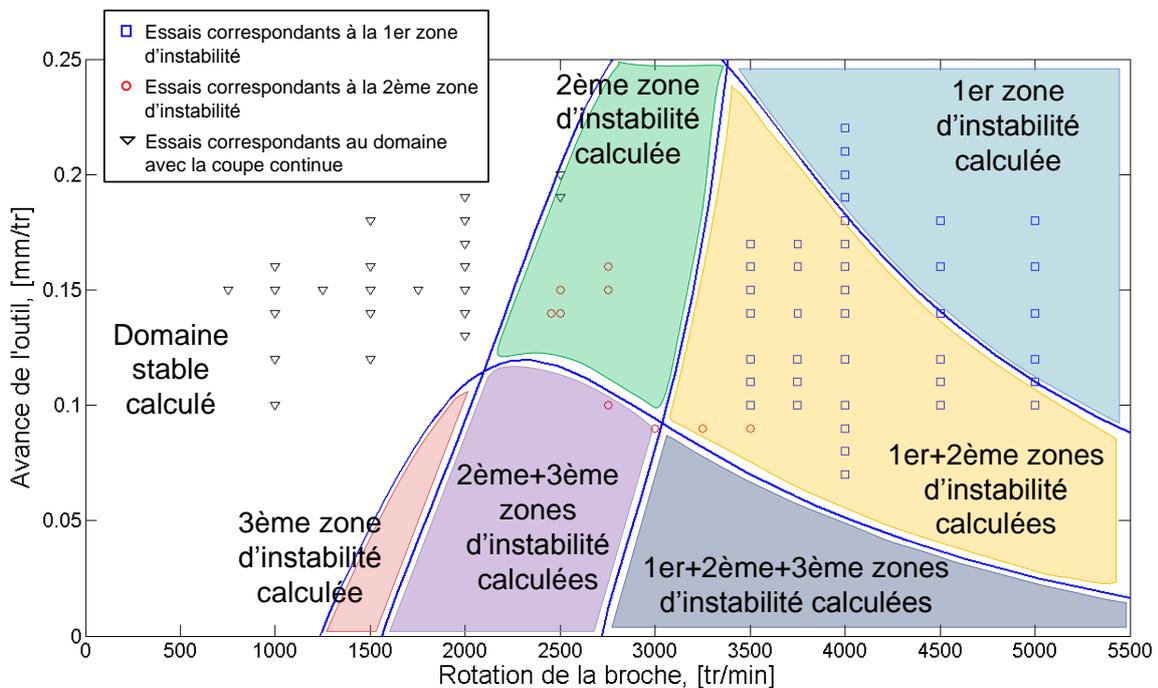


Figure V-4 : Validation expérimentale des lobes de stabilité pour le cas d'absence de l'effet d'indentation

Les lobes sont obtenus pour un système usinant sans prise en compte de l'effet d'indentation. Dans ce cas nous prenons dans l'équation (5.20) les paramètres  $\chi_i, \kappa_{i0}$  sont égaux à zéro. Puis les lobes sont construits dans l'espace  $\{\omega, a\}$  avec les équations (5.14). Chaque point dans ce diagramme (rond, carré, triangle) correspond à une réalisation d'essai de perçage vibratoire auto-entretenue dans une pièce ayant un avant-trou avec les conditions de coupe correspondantes à la position de ce point dans l'espace  $\{\omega, a\}$ . L'application de la méthode de Fourier sur les signaux mesurés permet de rapporter le point correspondant à 1<sup>er</sup> (carré) où 2<sup>ème</sup> (rond) zone d'instabilité soit au domaine avec la coupe continue (triangle).

## **V.6 Prédiction des lobes de stabilité pour un système usinant avec une forte influence de torsion**

Considérons un système usinant souple en torsion. Dans ce cas les amplitudes des vibrations axiale et angulaire sont comparables. Les caractéristiques mécaniques de ce système sont présentées dans le Tableau V-3 :

**Tableau V-3 : Raideur et coefficients de couplage des modes pour le cas d'une forte influence de torsion**

	$k_x, \text{N/mm}$	$k_\varphi, \text{Nmm/rad}$	$c_x = c_\varphi, \text{N}$
Configuration 2	11940	1100	12000

Comparons la dynamique de ce système avec celle du système usinant analysé précédemment. Les caractéristiques mécaniques du système rigide en torsion sont rappelées dans le Tableau V-4 :

**Tableau V-4 : Raideur et coefficients de couplage des modes pour le cas d'une faible influence de torsion**

	$k_x, \text{N/mm}$	$k_\varphi, \text{Nmm/rad}$	$c_x = c_\varphi, \text{N}$
Configuration 1	11940	2590	2260

La Figure V-5 montre la comparaison entre les lobes de stabilité simulés pour les deux configurations :

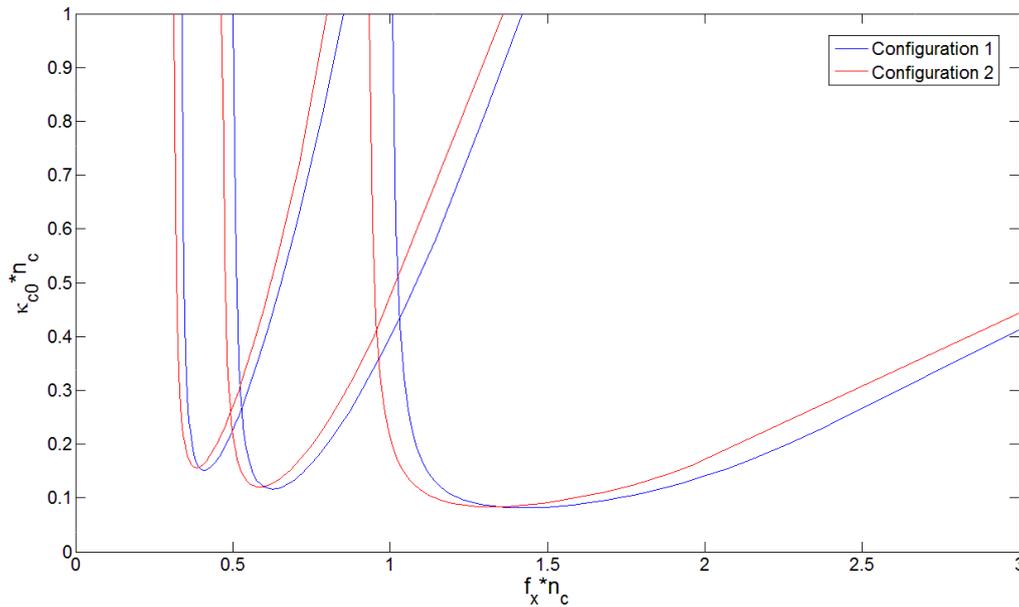


Figure V-5 : Comparaison entre les lobes de stabilité obtenus pour les systèmes avec forte (Configuration 2) et faible (Configuration 1) influence de torsion

La présence des vibrations suffisante en torsion du système selon 2<sup>ème</sup> DDL décale les lobes de stabilité vers la gauche. Le système usinant avec une forte influence de la torsion devient donc plus instable par rapport au système où les vibrations angulaires sont négligeables.

### V.7 Modèle de l'amortissement additionnel lié au talonnage et à l'indentation

La présence pendant le processus d'usinages des phénomènes autres que la coupe est la source de dissipation complémentaire d'énergie. Il est évident que la dissipation d'énergie peut empêcher le fractionnement du copeau car le domaine stable est plus large. La modélisation de cet effet est donc un point important de l'étude de dynamique du processus d'usinage.

Nous allons associer la dissipation d'énergie complémentaire avec le mécanisme de l'amortissement additionnel à l'intérieur du système usinant. Le modèle développé dans ce paragraphe contient les paramètres des phénomènes de talonnage et d'indentation. Ainsi le coefficient de l'amortissement additionnel dépend de la configuration du système usinant considéré.

Notre technique s'appuie sur l'analyse de l'équation caractéristique de l'équation dynamique du système usinant à 1 DDL. Cette équation vient de l'équation (5.13) après certaines modifications :

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \cdot \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \cdot \lambda n_c + K_{c0} \cdot \left[ \kappa_{c0} 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b + \right. \\ \left. + \chi_p \kappa_{p0} 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} 1 - \exp -\lambda \right] = 0 \quad (5.24)$$

Considérons le cas critique où la position de l'arête virtuelle est tout près de l'arête de coupe réelle, donc  $b \rightarrow 0$ . D'après cette hypothèse il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b &\approx 1 - \exp -\lambda \\ 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b &\approx \lambda n_c \beta_b \\ 1 - \exp -\lambda &\approx \lambda \\ \kappa_{p0} &\approx n_c \end{aligned} \quad (5.25)$$

Avec les équations (5.25) l'équation (5.24) prend la forme

$$\left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right)^2 \cdot \lambda^2 + 2 \zeta_x + \zeta_{ad} \left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right) \cdot \lambda + 1 + \kappa_{c0} K_{c0} \cdot \left[ 1 - \exp -\lambda \right] = 0 \quad (5.26)$$

Où le paramètre  $\zeta_{ad}$  est le coefficient de l'amortissement additionnel. Il détermine la dissipation de l'énergie à cause de la présence dans le système usinant des phénomènes de talonnage et d'indentation :

$$\zeta_{ad} = \frac{1}{2\sqrt{mk_x}} \left( k_{p0} \kappa_{p0} \frac{1}{v_c} b n_c + k_{i0} \kappa_{i0} \frac{1}{v_c} 2\pi R \right) \quad (5.27)$$

Le calcul détaillé de ce coefficient est présenté dans la partie ANNEXE A-3.

L'expression du coefficient de l'amortissement additionnel sous la forme (5.27) comporte deux composantes. Chaque composante est liée à la contribution du phénomène correspondant. Nous observons une dépendance explicite des paramètres du modèle de talonnage ( $k_{p0}$ ,  $\kappa_{p0}$ ,  $b$ ) et du modèle d'indentation ( $k_{i0}$ ,  $\kappa_{i0}$ ). Ainsi le paramètre  $\zeta_{ad}$  dépend de la configuration du système usinant considéré ( $m$ ,  $k_x$ ,  $R$ ,  $n_c$ ).

Notons que seulement la première composante dans l'expression (5.27) dépend du nombre de lèvres de l'outil  $n_c$ . Le phénomène du talonnage agit sur chaque lèvre et donc la dissipation totale est la superposition de la participation de chaque lèvre. L'augmentation des lèvres peut donc conduire à une forte dissipation d'énergie. Par contre la deuxième composante dans l'expression (5.27) est invariable par rapport à  $n_c$  car l'effet d'indentation agit sur la pointe de l'outil.

La dépendance inverse entre  $\zeta_{ad}$  et la vitesse de coupe  $v_c$  montre que l'augmentation de  $v_c$  (en gardant tous les autres paramètres opératoires invariables) conduit à réduire l'amortissement dû au talonnage. A haute vitesse de rotation, le phénomène de coupe est dominant et la dissipation de l'énergie à cause des phénomènes de talonnage et d'indentation est assez limitée.

## V.8 Conclusion

La technique des calculs présentée dans ce chapitre permet d'analyser la stabilité du processus d'usinage. Les équations des lobes de stabilité sont obtenues pour les systèmes ayant 1 et 2 DDL. La forme fondamentale des équations des lobes de stabilité permet de les adapter pour une analyse des différents processus d'usinage.

D'après l'analyse de stabilité du processus de perçage vibratoire auto-entretenue avec un foret hélicoïdal nous concluons que :

- Le 2<sup>ème</sup> DDL (déplacement angulaire de l'outil) ne change pas les zones d'instabilité pour des forets dont la longueur reste inférieure à 5 fois de diamètre. Cela permet de valider l'hypothèse faite dans la plus part des travaux [Guibert, 2008], [Moraru, 2002], [Kamnev, 2003], [Peigné, 2003].
- L'augmentation de l'influence de la torsion sur le comportement dynamique du système usinant (par exemple le cas de l'usinage avec le foret 3/4) décale les lobes de stabilité vers les domaines à basse fréquences. Le système usinant devient plus instable
- L'introduction du talonnage dans le système usinant influe sur les zones d'instabilité d'ordre élevé. La première zone d'instabilité reste presque invariable par rapport à la zone obtenue pour le système usinant sans prise en compte du talonnage

Pour intégrer la dissipation d'énergie liée aux phénomènes de talonnage et d'indentation nous associons un amortissement additionnel. Le modèle développé du coefficient de l'amortissement additionnel est composé de deux parties. Chaque composante est liée au phénomène du talonnage et à l'effet d'indentation. Cette configuration du modèle permet d'étudier individuellement la contribution de ces phénomènes dans le mécanisme de dissipation d'énergie pendant le processus d'usinage.

## CONCLUSION GENERALE

La modélisation et la caractérisation du talonnage ainsi que l'impact du talonnage sur la stabilité du système usinant reste un sujet d'actualité car ce phénomène apparaît souvent durant l'usinage. Notre étude a permis de lever quelques verrous scientifiques clairement identifiés par la communauté internationale.

### Les principaux apports de la recherche sont :

- Un modèle de talonnage permettant d'estimer l'effort généré par ce phénomène et l'impact sur la surface usinée. Ce modèle s'appuie sur l'introduction d'une arête virtuelle sur la face en dépouille dont le travail génère un effort équivalent à l'effort de talonnage. Les modèles efforts correspondant à la coupe, au talonnage et voire à d'autres phénomènes comme l'indentation au niveau de la partie centrale d'un foret sont tous sur une forme fractionnelle. Ce modèle fractionnel s'appuie sur la notion de raideur à l'origine (enlèvement ou déformation de la matière proche de zéro) et de raideur à l'infini (enlèvement ou déformation de la matière important). De plus, ces modèles permettent de prédire plus précisément les efforts lorsque nous sommes en présence de forte variation de l'interaction outil pièce.
- Une méthode de recalage des modèles généralisable sur la plupart des opérations d'usinage. La méthode proposée s'appuie sur des mesures expérimentales d'effort et de déplacement relatif outil pièce en ce plaçant dans des conditions d'instabilité. L'approche proposée s'appuyant sur une étude cinématique de l'interaction outil pièce permet d'identifier la part de chaque phénomène (coupe, talonnage) dans les différentes mesures. Cela nous permet à partir de peu d'essais de recaler l'ensemble des modèles effort que nous avons mis en place. L'étude de robustesse met bien en avant la qualité du recalage qui augmente fortement lorsque les conditions sont choisies pour être dans un état fortement instable.
- La prédiction de l'influence du talonnage sur la stabilité du système usinant. Le talonnage a un impact important sur la stabilité car il modifie fortement l'amortissement du système usinant. La stratégie proposée pour simuler numériquement le comportement dynamique permet de prendre en compte les différents phénomènes (coupe, talonnage, indentation) et de gérer les couplages lorsque l'on est en présence de plusieurs degrés de liberté.
- Un modèle d'amortissement additionnel du aux phénomènes de talonnage et d'indentation. Les différentes études sur la stabilité nous ont permis de mettre en place un modèle d'amortissement du au talonnage et à l'indentation.

### **Les limites de la recherche :**

- Pendant toutes les études réalisées nous sommes toujours restés au niveau de l'interaction mécanique dans le système porte-outil – outil – pièce. Les effets métallurgique, thermique physique et autres de cette interaction ont été négligés. Nous avons aussi négligé l'influence de la micro géométrie sur le comportement outil pièce.
- Pendant la modélisation du processus d'usinage nous avons utilisé un modèle de coupe macroscopique voire mesoscopique. Les efforts estimés sont donc localisés sur les arêtes en négligeant l'incidence de l'usure de l'outil et en faisant l'hypothèse que le matériau usiné est parfaitement plastique. En réalité, les efforts de l'interaction outil pièce sont distribués sur la face de coupe et sur la face en dépouille. La modélisation du phénomène du talonnage avec une seule arête de coupe virtuelle est donc loin du comportement réel. Cependant l'estimation de l'effort global de talonnage reste de très bonne qualité.
- La stratégie adoptée pour étudier le comportement dynamique s'appuie sur l'hypothèse que la fréquence de vibration est bien caractérisée par une fréquence caractéristique. Les résultats expérimentaux mettent en évidence que cette hypothèse est un peu fort.

### **Les perspectives potentielles :**

- L'identification des efforts et l'évaluation des coefficients des modèles d'efforts ont été réalisées pour le cas d'usinage de pièces en aluminium. Mais la technique développée peut être appliquée aussi pour d'autres matériaux. Cependant pour certains couples outil matière les effets tribologiques à l'interface copeau outil ne peuvent plus être négligés.
- L'étude de l'influence de l'usure de l'outil et de la préparation de l'arête de coupe sur la coupe, le talonnage, l'amortissement et le comportement dynamique du système usinant.
- Un des verrous identifié par la communauté scientifique concerne l'amortissement issu de la coupe. Nous avons abordé partiellement ce point en nous intéressant uniquement à l'effet du talonnage. Cette étude pourrait se poursuivre en étudiant tout particulièrement à l'amortissement de la coupe.
- La technique développée de la simulation numérique du processus d'usinage permettra de l'utiliser dans les études non linéaires de la stabilité du système usinant (par exemple avec les diagrammes de Poincaré). Les études non linéaires de la stabilité reflètent la nature non linéaire du broutement et permettent de prédire plus finement le comportement réel de l'outil.

## ANNEXES

### A-1. Distribution des efforts de coupe et de talonnage le long de l'arête de coupe

Chaque lèvre de l'outil a une configuration complexe qui est définie avec un ensemble de paramètres. Pendant l'usinage le comportement des différentes parties d'une lèvre n'est pas identique. L'interaction entre l'outil et la pièce dans sa globalité dépend des comportements de toutes les parties de lèvre.

Dans cette annexe nous étudions la variation de l'effort de l'interaction le long de lèvre d'un foret pour un processus de perçage. La méthode utilisée est basée sur le traitement et la comparaison des signaux obtenus pendant l'usinage de pièces avec des configurations différentes.

Avec l'algorithme présenté sur la Figure A-1 nous obtenons l'effort local de l'interaction. Cet effort est distribué sur la partie considérée de la lèvre qui est déterminée par le rayon  $r$ .

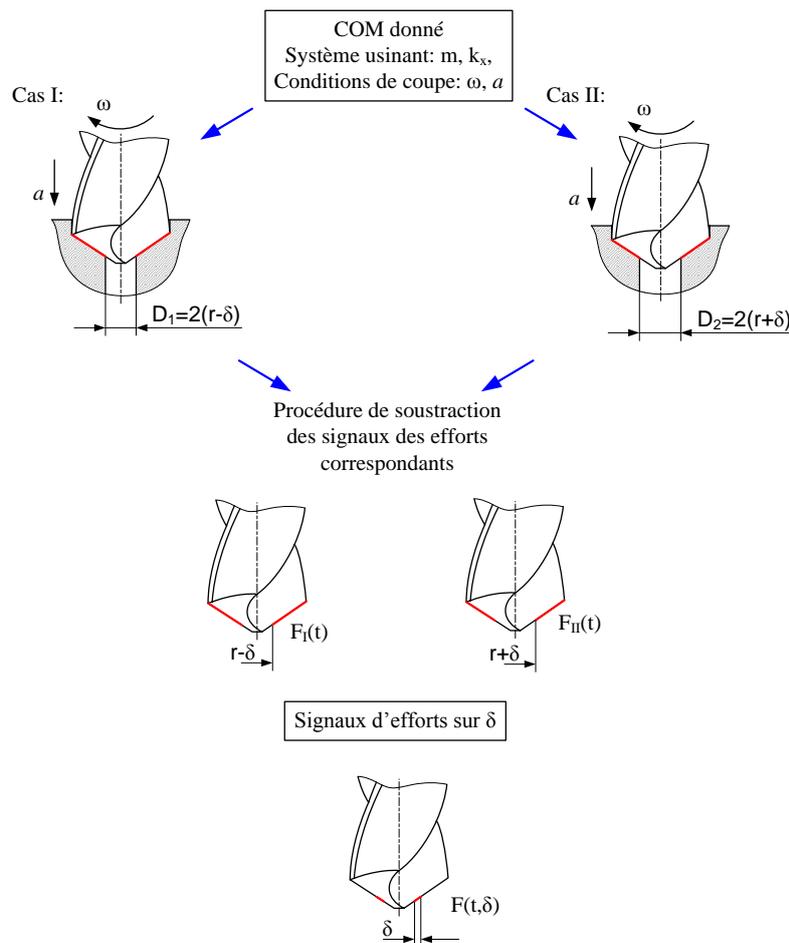


Figure A-1 : L'algorithme d'obtention du signal d'effort localisé sur une partie finie de l'arête de coupe

Tout d'abord nous réalisons deux types d'essais pour un couple outil matière donné. Pour ces deux essais nous utilisons la même configuration du système usinant et les mêmes conditions de coupe. De plus nous excluons de l'analyse l'effet de l'indentation (CHAPITRE II) :

- Essai 1: Le perçage d'une pièce ayant un avant trou de diamètre  $2(r+\delta)$
- Essai 2: Le perçage d'une pièce ayant un avant trou de diamètre  $2(r-\delta)$

Avec  $\delta \ll r$

Pendant chaque essai le signal de l'effort total de l'interaction outil pièce est mesuré. Puis avec la procédure de soustraction de ces deux signaux il est possible d'obtenir le signal d'effort localisé sur la partie  $\delta$  de l'arête de coupe. Avec l'analyse décrite dans le CHAPITRE III: il est possible estimer les amplitudes de l'effort de coupe et l'effort du talonnage dans l'effort total.

Puis nous changeons les configurations des avant trous ( $r$ ) et dans chaque cas nous appliquons l'algorithme présenté sur la Figure A-1. Comme résultat nous avons la variation des amplitudes des efforts de coupe et du talonnage le long de l'arête de coupe en fonction du paramètre  $r$ .

Nous avons utilisé un foret de diamètre 10mm avec des avant trous étagés. La configuration des avant trous est présentée sur la Figure A-2 :

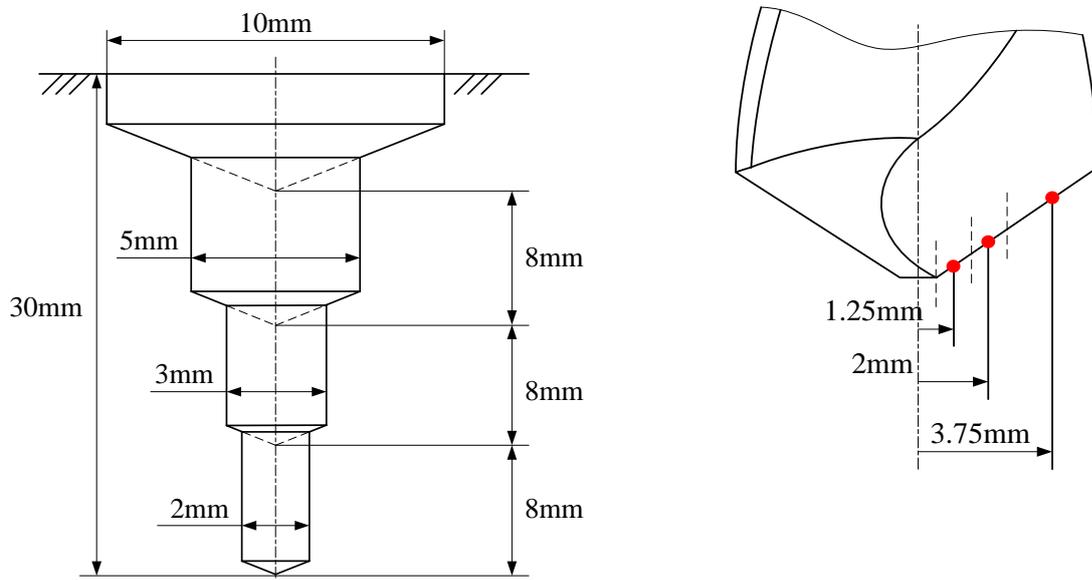


Figure A-2 : La configuration de l'avant trou étagère

L'analyse est réalisée pour le couple outil matière suivant :

- Outil TIVOLY 8143389 TAURUS 60, HSS-E8
- Matière de la pièce est l'aluminium A17075

Les caractéristiques du système usinant et les conditions de coupe sont présentées dans le Tableau A-1 :

Tableau A-1 : La configuration du système usinant utilisé pour l'analyse

Paramètre	Valeur
Masse modale, kg	3.645
Raideur modale dans le sens axial, N/mm	262
Coefficient d'amortissement réduit	0.05
Distance b entre l'arête réelle et l'arête virtuelle, mm	0.2
Rotation de la broche, tr/min	4000
Avance axiale de l'outil, mm/tr	0.1

Les signaux d'effort total et de déplacement pour ce système usinant sont montrés sur la Figure A-3 :

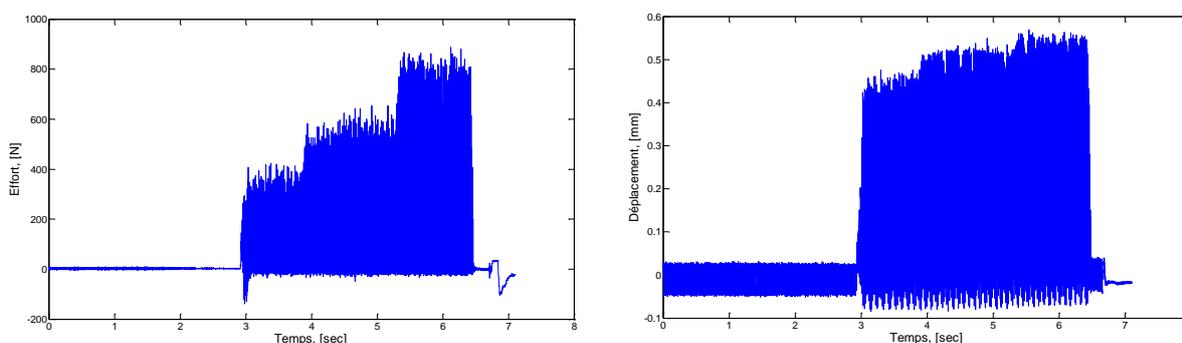


Figure A-3 : Les signaux effort de l'interaction et de déplacement mesurés

Après l'application de l'algorithme développée, nous obtenons la distribution des efforts de coupe et du talonnage pour différentes parties de l'arête de coupe :

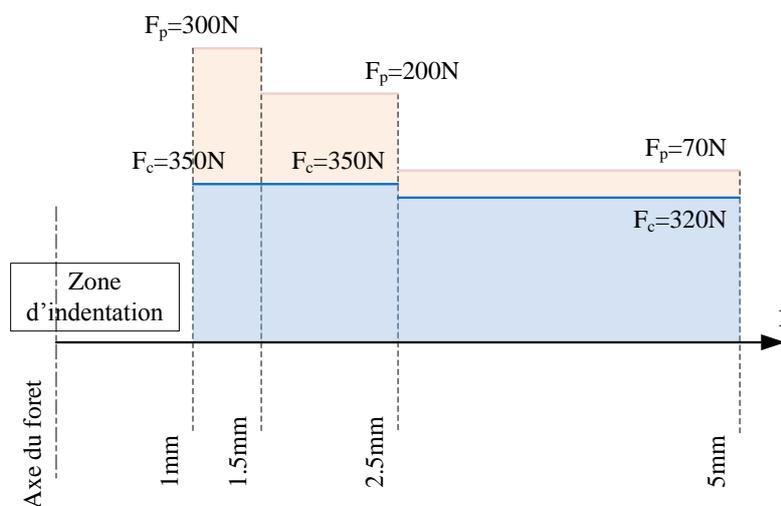


Figure A-4 : La distribution des efforts de coupe et du talonnage le long de l'arête de coupe

Etudions maintenant la sensibilité de cette distribution des efforts en fonction des paramètres opératoires du système usinant pour un couple outil matière donné.

### Influence de la vitesse de rotation

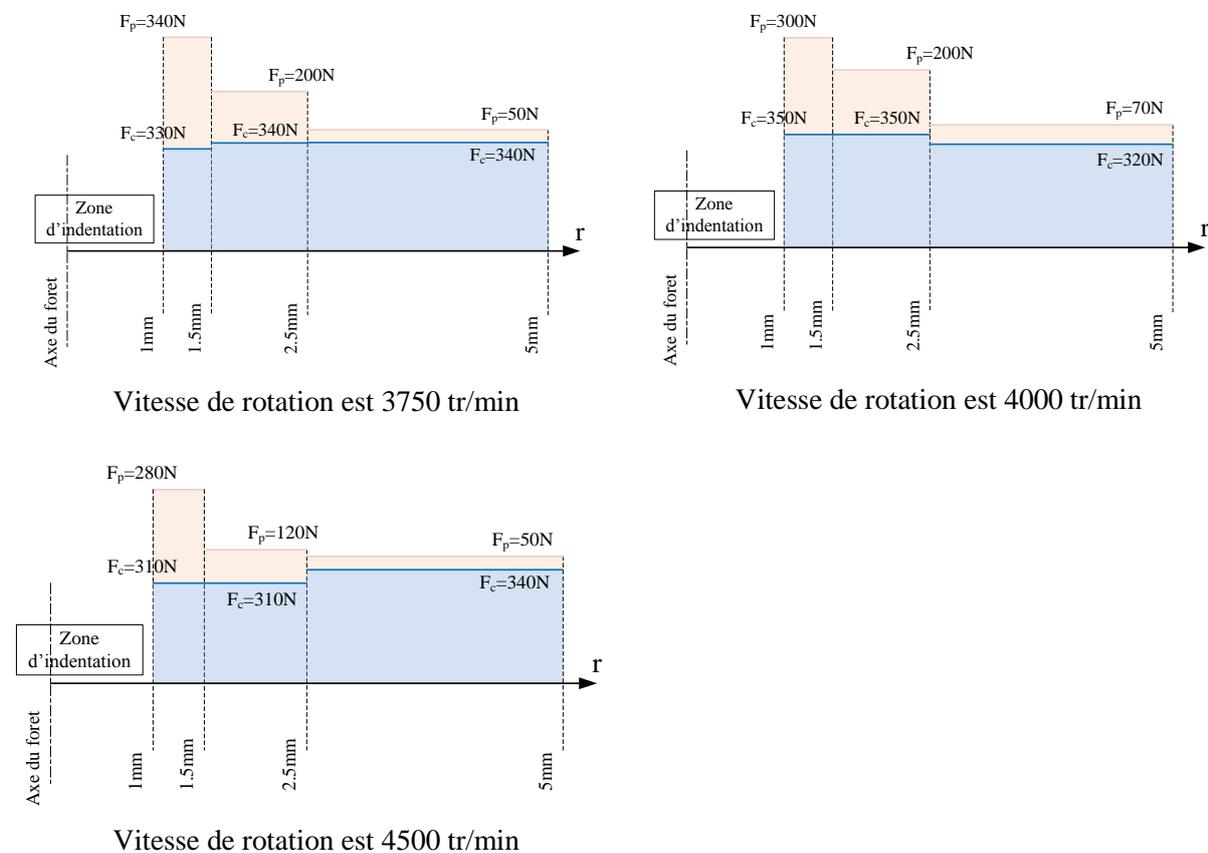


Figure A-5 : L'influence de la vitesse de rotation sur les amplitudes de l'effort de coupe et l'effort du talonnage

### Influence de l'avance axiale de l'outil

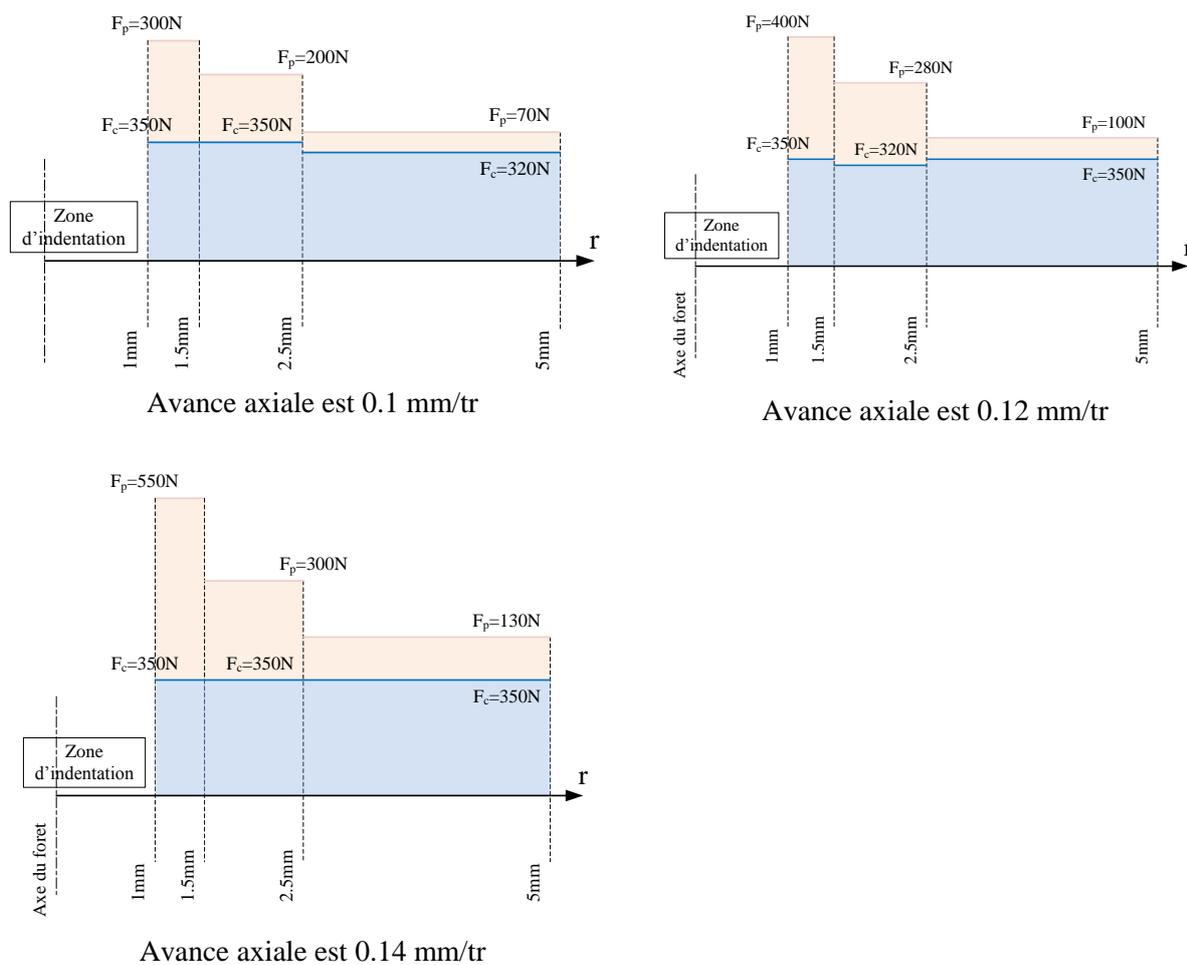


Figure A-6 : L'influence de l'avance axiale de l'outil sur les amplitudes de l'effort de coupe et l'effort de talonnage

### Influence de la masse modale

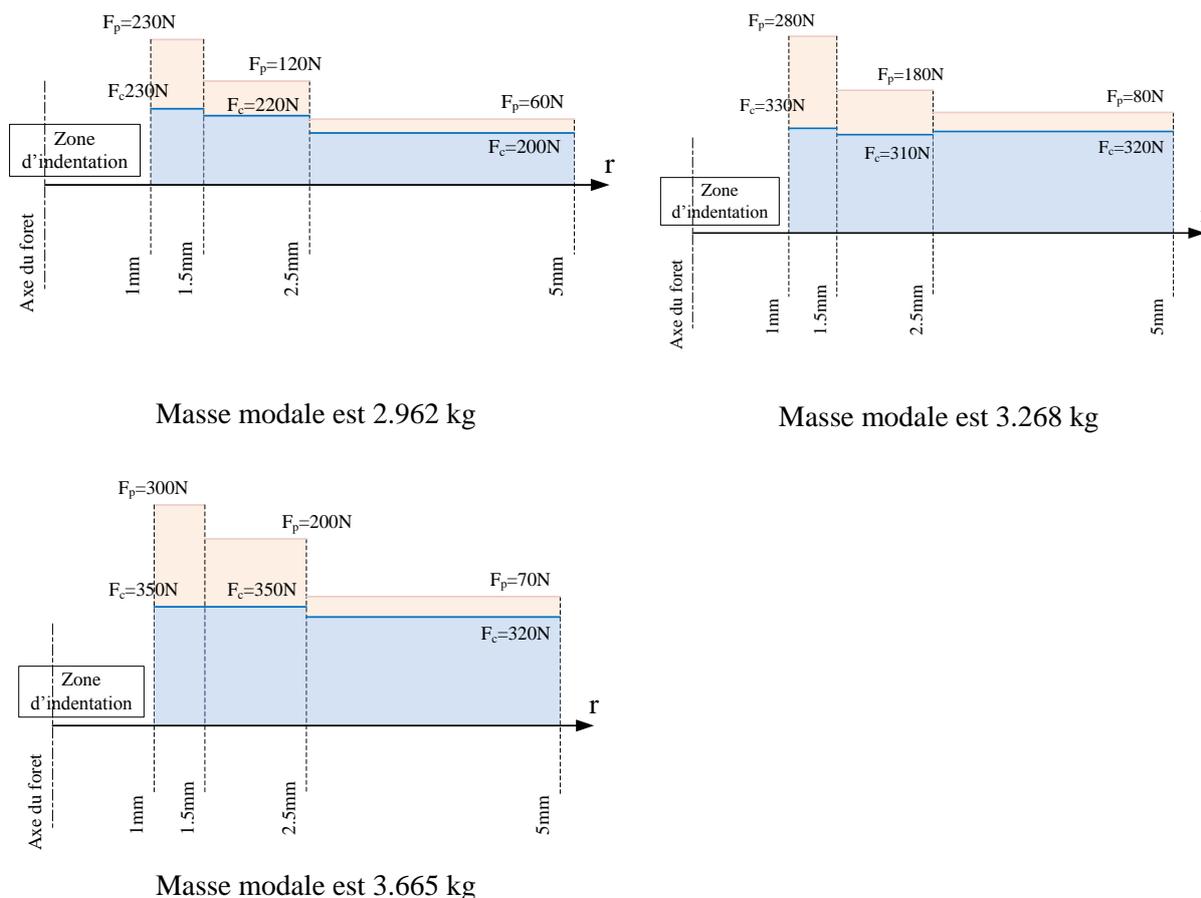


Figure A-7 : L'influence de la masse modale sur les amplitudes de l'effort de coupe et l'effort du talonnage

### Influence de la raideur modale

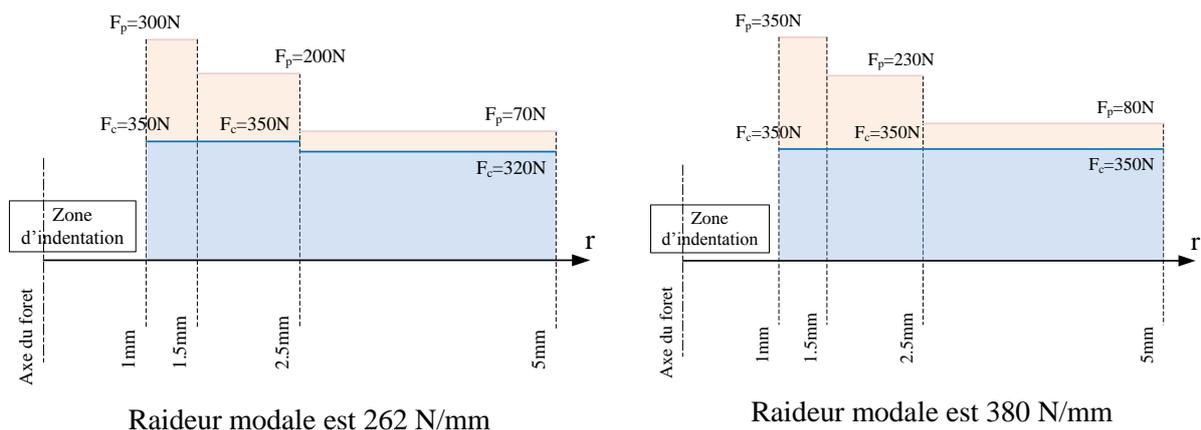


Figure A-8 : L'influence de la raideur modale sur les amplitudes de l'effort de coupe et l'effort du talonnage

Avec tous ces diagrammes nous observons l'indépendance de l'amplitude de l'effort de coupe aux changements dans le système usinant. Il reste quasiment constant le long de toute l'arête de coupe. Par contre l'amplitude de l'effort du talonnage baisse très vite vers l'extérieur du foret. L'image qualitative de la distribution de ces amplitudes pour différentes parties de l'arête de coupe ne dépend pas de la configuration du système usinant.

L'analyse développée dans le CHAPITRE III: en utilisant le modèle de coupe à 2 arêtes nécessite de retenir un point sur l'arête de coupe et de faire l'hypothèse que l'ensemble des efforts le long de l'arête de coupe peuvent être ramené à ce point. Donc selon tous les diagrammes obtenus (Figure A-5 – Figure A-8) nous choisissons le point pour les calculs qui est déterminé avec la distance  $r=1/4R$ , ou  $R$  est le rayon du foret.

## A-2. Analyse élément fini du foret et calcul de ses caractéristiques mécaniques

Nous utilisons la méthode éléments finis pour déterminer les raideurs de l'outil ainsi que les coefficients de couplage entre ses modes de vibrations. L'analyse est réalisée sous ANSYS à partir du modèle CAO du foret TIVOLY réf. 8143389. Le maillage est obtenu à partir d'éléments de type SOLID187 (tétraèdre quadratique) Figure A-9 :

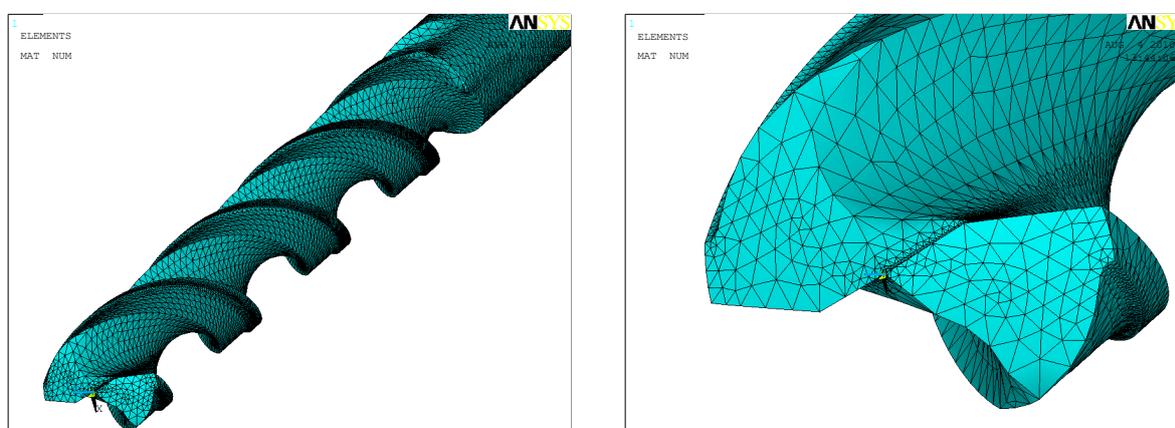


Figure A-9: Le modèle élément fini du foret TIVOLY réf. 8143389

Nous appliquons un modèle linéaire isotropique pour modéliser le comportement de la matière du foret :  $E=2.7e5 \text{ MPa}$ ,  $\mu=0.3$ .

Considérons deux cas de sollicitation :

- L'action de l'effort axial  $F_y=-1N$  (dans le système de coordonnées local) appliqué à la partie coupante du foret
- L'action du couple  $M=-1Nm$  (dans le système de coordonnées local) appliqué à la partie coupante du foret

Dans les deux cas l'autre extrémité du foret est coincée.

Dans notre analyse de la dynamique du système usinant les vibrations restent de faibles amplitudes. Un modèle de comportement mécanique linéaire est suffisant. Le résultat de cette analyse est la détermination des déplacements du foret dû à la sollicitation.

Les déplacements de la partie active du foret sont présentés dans le Tableau A-2 :

Tableau A-2: Les résultats de l'analyse élément fini

	L'application de l'effort axial ( $F_y = -1\text{ N}$ )	L'application du couple ( $M = -1\text{ Nm}$ )
<b>Le déplacement axial, mm</b>	1.0031e-4	8.7482e-5
<b>Le déplacement angulaire, rad</b>	-8.7482e-5	-4.6238e-4

La déformation du foret pour cas de sollicitation est présentée sur les figures suivantes :

L'effort axial  $F_y = -1\text{ N}$  appliqué à la partie active du foret :

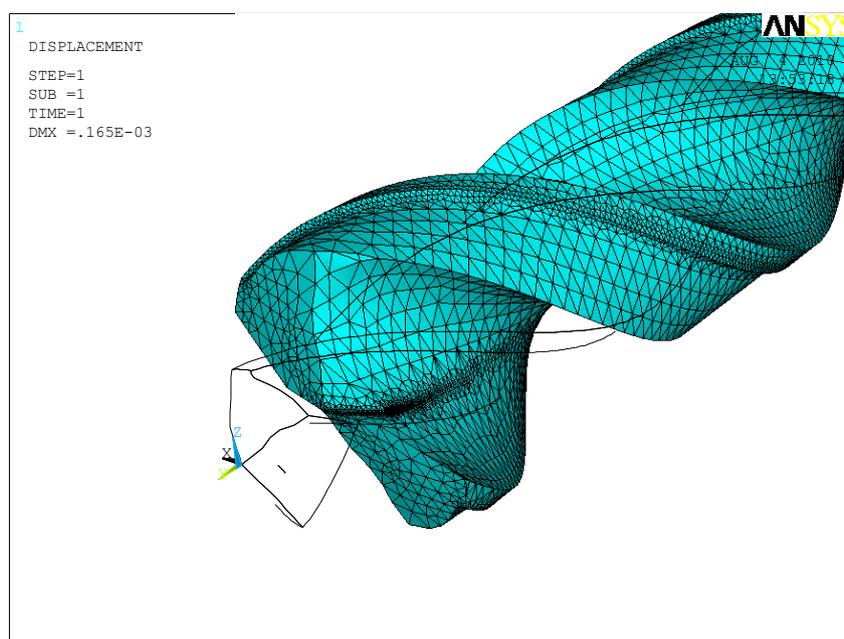


Figure A-10 : Comparaison entre l'état initial et l'état déformé du foret à cause de l'action de l'effort  $F_y$

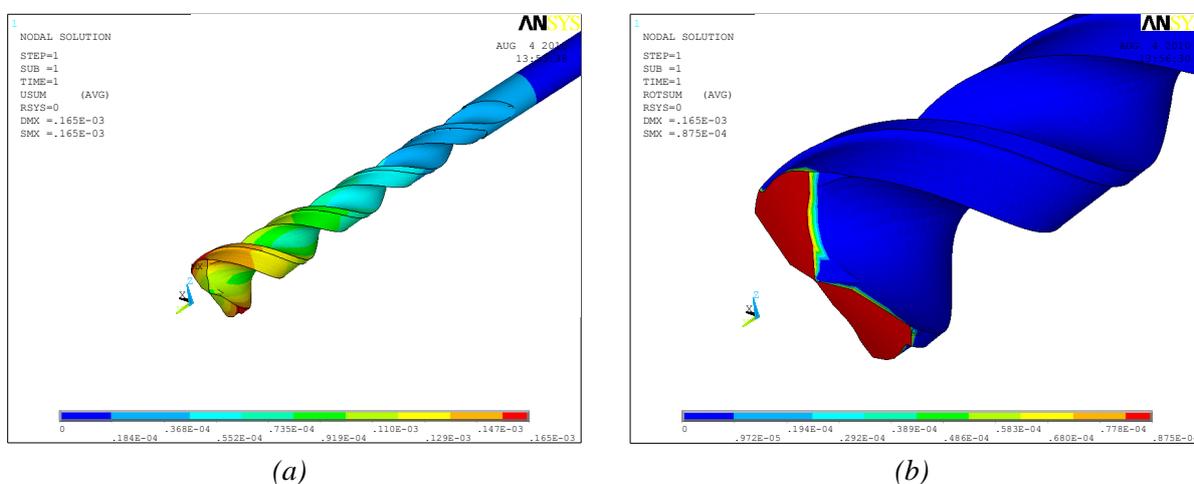


Figure A-11 : Déplacements axial (a) et angulaire (b) du foret à cause de l'action de l'effort  $F_y$

Le couple  $M=-1Nm$  appliqué sur la partie active du foret :

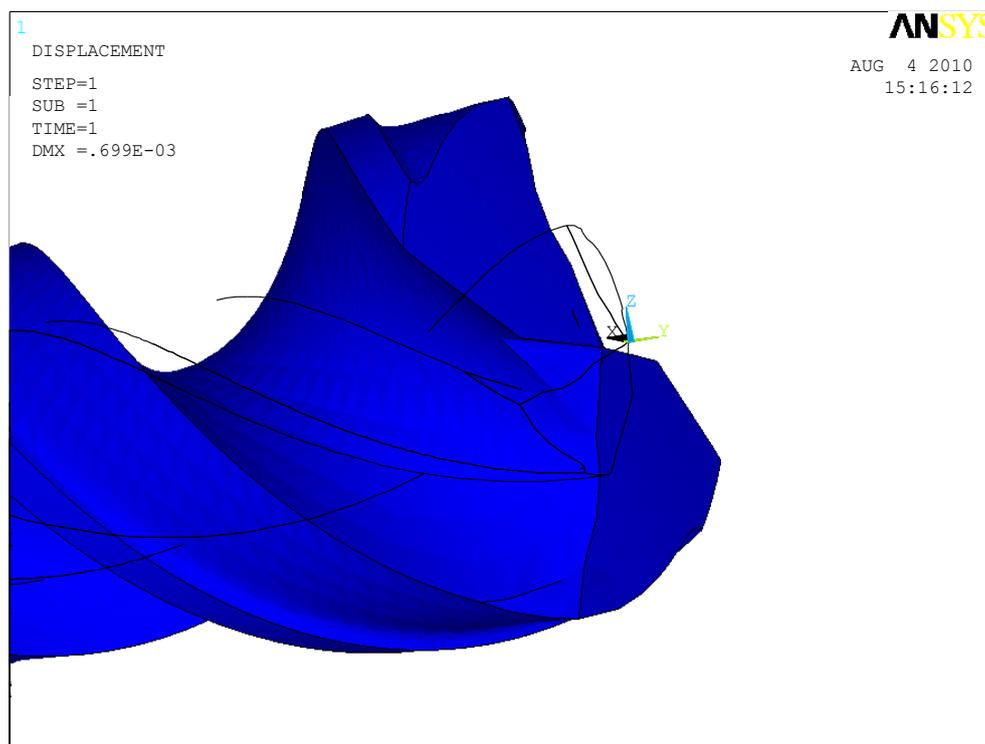


Figure A-12 : Comparaison entre l'état initial et l'état déformé du foret à cause de l'action du couple  $M$

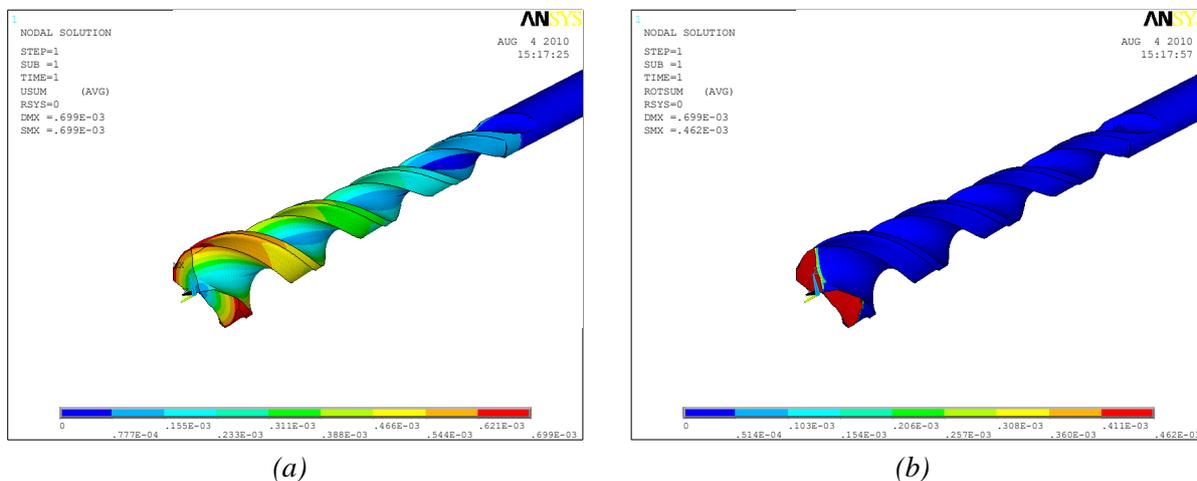


Figure A-13 : Déplacements axial (a) et angulaire (b) du foret à cause de l'action du couple  $M$

Dans le cas général le rapport entre les déplacements et les efforts pour un modèle à 2 DDL est exprimé avec les équations suivantes :

$$\begin{aligned} w &= \delta_{FF} F_y + \delta_{FM} M \\ \varphi &= \delta_{MF} F_y + \delta_{MM} M \end{aligned} \quad (6.1)$$

Où les paramètres  $\delta_{ij}$  définissent le déplacement de l'outil dans le sens  $i$  à cause de l'effort appliqué dans le sens  $j$ . Dans notre cas ce sont les déplacements présentés dans le Tableau A-2.

Introduisons le vecteur d'état  $X=[x \ \varphi]^T$  qui nous permet transformer les deux équations (6.1) vers une équation matricielle :

$$\begin{aligned} X &= KF \\ K &= \begin{bmatrix} \delta_{FF} & \delta_{FM} \\ \delta_{MF} & \delta_{MM} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_y \\ M \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Après la simple transformation nous obtenons le vecteur d'efforts en fonctions des déplacements :

$$-F = -K^{-1} X \quad (6.3)$$

Où chaque composante du vecteur d'effort a sa propre équation :

$$\begin{aligned} -F_y &= -\frac{\delta_{MM}}{\det \mathbf{K}} w + \frac{\delta_{FM}}{\det \mathbf{K}} \varphi \\ -M &= \frac{\delta_{FM}}{\det \mathbf{K}} w - \frac{\delta_{FF}}{\det \mathbf{K}} \varphi \end{aligned} \quad (6.4)$$

Avec  $\det K = \delta_{FF} \delta_{MM} - \delta_{FM}^2$

Les coefficients  $k_x^{drill}$ ,  $k_\varphi^{drill}$ ,  $c_x$ ,  $c_\varphi$  sont déterminés avec les équations suivantes:

$$k_x^{drill} = -\frac{\delta_{MM}}{\det \mathbf{K}}, \quad k_\varphi^{drill} = -\frac{\delta_{FF}}{\det \mathbf{K}}, \quad c_x = c_\varphi = \frac{\delta_{FM}}{\det \mathbf{K}} \quad (6.5)$$

Pour notre modèle ces coefficients sont calculés avec les déplacements présentés dans le Tableau A-3 :

**Tableau A-3 : Les coefficients  $k_x^{drill}$ ,  $k_\varphi^{drill}$ ,  $c_x$  et  $c_\varphi$  pour le modèle du foret TIVOLY réf. 8143389**

$k_x^{drill}$ , N/mm	$k_\varphi^{drill}$ , Nmm/rad	$c_x = c_\varphi$ , N
11940	2590	2260

### A-3. Obtention des équations des lobes de stabilité et du coefficient d'amortissement additionnel

#### Obtention des équations des lobes de stabilité

Equation de la dynamique du système usinant à 2 DDL :

$$m\ddot{x} + d_x\dot{x} + k_x x + c_x \varphi = -F_x$$

$$\Theta\ddot{\varphi} + d_\varphi\dot{\varphi} + k_\varphi \varphi + c_\varphi x = -M$$

Introduisons les paramètres suivants :

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \psi = \frac{\varphi}{2\pi}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \frac{d}{d\tau} = \frac{1}{T} \frac{d}{dt}, \quad \frac{d^2}{d\tau^2} = \frac{1}{T^2} \frac{d^2}{dt^2},$$

$$f_x = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{m}{k_x}}, \quad f_\varphi = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{\Theta}{k_\varphi}}, \quad \zeta_x = \frac{d_x}{2\sqrt{k_x m}}, \quad \zeta_\varphi = \frac{d_\varphi}{2\sqrt{k_\varphi \Theta}}, \quad c_\xi = \frac{2\pi}{ak_x} c_x, \quad c_\psi = \frac{a}{2\pi k_\varphi} c_\varphi$$

Après certaines transformations l'équation de la dynamique prend la forme :

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \xi'' + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \xi' + \xi + c_\xi \psi = -\frac{F_x}{ak_x}$$

$$\left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \psi'' + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \psi' + \psi + c_\psi \xi = -\frac{M}{2\pi k_\varphi}$$

Avec

$$F_x = ak_{c0} \Pi_c + \Pi_p + \Pi_i$$

$$M = ak_{c0} 1.5\Pi_c + 0.075\Pi_p \quad R$$

$$\Pi_c = \left(\frac{\eta_c \eta_{c^*} + r_c \eta_c^2}{\eta_c + \eta_{c^*}}\right) n_c, \quad \Pi_p = \chi_p \left(\frac{\eta_p \eta_{p^*} + r_p \eta_p^2}{\eta_p + \eta_{p^*}}\right) n_c, \quad \Pi_i = \chi_i \left(\frac{\xi_i \xi_{i^*} + r_i \xi_i^2}{\xi_i + \xi_{i^*}}\right)$$

$$\eta_c = \frac{h_c}{a}, \quad \eta_{c^*} = \frac{h_{c^*}}{a}, \quad \eta_p = \frac{h_p}{a}, \quad \eta_{p^*} = \frac{h_{p^*}}{a}, \quad \xi_i = \frac{x_{in}}{a}, \quad \xi_{i^*} = \frac{x_{in^*}}{a}$$

$$\chi_p = \frac{k_{p0}}{k_{c0}}, \quad \chi_i = \frac{k_{i0}}{k_{c0}}$$

Analysons le processus de la coupe continue qui correspond aux conditions  $\xi = \xi_0 = const$ ,  $\psi = \psi_0 = const$ . L'équation de la dynamique prend alors la forme :

$$\xi_0 + c_\xi \psi_0 = -K_{c0} \Pi_0$$

$$\psi_0 + c_\psi \xi_0 = -\Gamma_{c0} M_0$$

Avec

$$\Pi_0 = \Pi_c \eta_{c0} + \Pi_p \eta_{p0} + \Pi_i \xi_{i0}$$

$$M_0 = 1.5\Pi_c \eta_{c0} + 0.075\Pi_p \eta_{p0}$$

$$K_{c0} = \frac{k_{c0}}{k_x}, \quad \Gamma_{c0} = \frac{1}{2\pi} aR \frac{k_{c0}}{k_\varphi}$$

Finalement le mouvement du système usinant à 2 DDL correspondant à la coupe continue est décrit par les équations suivantes :

$$\xi_0 = -K_{c0} \left( 1 + \frac{c_\xi c_\psi}{1 - c_\xi c_\psi} \right) \Pi_0 + \Gamma_{c0} \left( \frac{c_\xi}{1 - c_\xi c_\psi} \right) M_0$$

$$\psi_0 = K_{c0} \left( \frac{c_\psi}{1 - c_\psi c_\xi} \right) \Pi_0 - \Gamma_{c0} \left( \frac{1}{1 - c_\psi c_\xi} \right) M_0$$

Puis analysons les petites perturbations  $\delta\xi, \delta\psi$  du système usinant autour du mouvement

$$\xi_0, \psi_0 :$$

$$\xi = \xi_0 + \delta\xi$$

$$\psi = \psi_0 + \delta\psi$$

$$\eta_c = \eta_{c0} + \delta\eta_c = 1/n_c - \beta_b + \delta\xi \tau - \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b$$

$$\eta_p = \eta_{p0} + \delta\eta_p = \beta_b + \delta\xi \tau - \delta\xi \tau - \beta_b$$

$$\xi_i = \xi_{i0} + \delta\xi_i = 1/n_c + \delta\xi \tau - \delta\xi \tau - 1/n_c$$

Les efforts correspondants sont :

$$F_c = F_{c0} h_{c0} + \delta F_c = k_{c0} a \left[ \Pi_c \eta_{c0} + \kappa_{c0} \delta\eta_c \right]$$

$$F_p = F_{p0} h_{p0} + \delta F_p = k_{c0} a \left[ \Pi_p \eta_{p0} + \chi_p \kappa_{p0} \delta\eta_p \right]$$

$$F_i = F_{i0} x_{in0} + \delta F_i = k_{c0} a \left[ \Pi_i \xi_{i0} + \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi_i \right]$$

Où

$$\kappa_{c0} = n_c \left[ r_c + \frac{1 - r_c}{1 + \eta_{c0}/\eta_{c0}^*} \right], \quad \kappa_{p0} = n_c \left[ r_p + \frac{1 - r_p}{1 + \eta_{p0}/\eta_{p0}^*} \right], \quad \kappa_{i0} = r_i + \frac{1 - r_i}{1 + \xi_{i0}/\xi_{i0}^*}$$

L'équation de la dynamique du système usinant en fonction des variables  $\delta\xi, \delta\psi$  devient :

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \delta\xi'' + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \delta\xi' + \delta\xi + \zeta_0 + c_\xi \psi_0 + \delta\psi =$$

$$= -K_{c0} \mathcal{M}_0 + \kappa_{c0} \delta\eta_c + \chi_p \kappa_{p0} \delta\eta_p + \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi_i$$

$$\left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \delta\psi'' + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \delta\psi' + \delta\psi + \psi_0 + c_\psi \zeta_0 + \delta\xi =$$

$$= -\Gamma_{c0} \mathcal{M}_0 + 1.5\kappa_{c0} \delta\eta_c + 0.075\chi_p \kappa_{p0} \delta\eta_p$$

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \delta\xi'' + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \delta\xi' + \delta\xi + c_\xi \delta\psi = -K_{c0} \left[ \kappa_{c0} \delta\xi \tau - \kappa_{c0} \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b + \right.$$

$$\left. + \chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - \chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi \tau - \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi \tau - 1/n_c \right]$$

$$\left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \delta\psi'' + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \delta\psi' + \delta\psi + c_\psi \delta\xi = -\Gamma_{c0} \left[ 1.5\kappa_{c0} \delta\xi \tau - 1.5\kappa_{c0} \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b + \right.$$

$$\left. + 0.075\chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - 0.075\chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - \beta_b \right]$$

$$\left(\frac{f_x}{2\pi}\right)^2 \delta\xi'' + 2\zeta_x \left(\frac{f_x}{2\pi}\right) \delta\xi' + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} + K_{c0} \chi_p \kappa_{p0} + K_{c0} \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi + c_\xi \delta\psi =$$

$$= K_{c0} \left[ \kappa_{c0} \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b + \chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \delta\xi \tau - 1/n_c \right]$$

$$\left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right)^2 \delta\psi'' + 2\zeta_\varphi \left(\frac{f_\varphi}{2\pi}\right) \delta\psi' + \delta\psi + c_\psi + 1.5\Gamma_{c0} \kappa_{c0} + 0.075\Gamma_{c0} \chi_p \kappa_{p0} \delta\xi =$$

$$= \Gamma_{c0} \left[ 1.5\kappa_{c0} \delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b + 0.075\chi_p \kappa_{p0} \delta\xi \tau - \beta_b \right]$$

La solution prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \delta\xi \tau \\ \delta\psi \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\xi_0 \\ \delta\psi_0 \end{bmatrix} \exp \lambda n_c \tau$$

$$\delta\xi \tau - 1/n_c + \beta_b = \delta\xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b$$

$$\delta\xi \tau - \beta_b = \delta\xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda n_c \beta_b$$

$$\delta\xi \tau - 1/n_c = \delta\xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda$$

Nous obtenons alors l'équation caractéristique de l'équation dynamique en fonction de la valeur propre  $\lambda$  :

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{f_x}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau + 2\zeta_x \left( \frac{f_x}{2\pi} \right) \lambda n_c \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau + \\
& + 1 + K_{c_0} \kappa_{c_0} + K_{c_0} \chi_p \kappa_{p_0} + K_{c_0} \chi_i \kappa_{i_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau + c_\xi \delta \psi_0 \exp \lambda n_c \tau = \\
& = K_{c_0} \left[ \kappa_{c_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b + \chi_p \kappa_{p_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda n_c \beta_b + \right. \\
& \left. + \chi_i \kappa_{i_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda \right] \\
& \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 \delta \psi_0 \exp \lambda n_c \tau + 2\zeta_\varphi \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right) \lambda n_c \delta \psi_0 \exp \lambda n_c \tau + \\
& + \delta \psi_0 \exp \lambda n_c \tau \left( c_\psi + 1.5\Gamma_{c_0} \kappa_{c_0} + 0.075\Gamma_{c_0} \chi_p \kappa_{p_0} \right) \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau = \\
& = \Gamma_{c_0} \left[ 1.5\kappa_{c_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b + 0.075\chi_p \kappa_{p_0} \delta \xi_0 \exp \lambda n_c \tau \exp -\lambda n_c \beta_b \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left( \frac{f_x}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_x \left( \frac{f_x}{2\pi} \right) \lambda n_c + 1 + K_{c_0} \left[ \kappa_{c_0} \left( 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \chi_p \kappa_{p_0} \left( 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b \right) + \chi_i \kappa_{i_0} \left( 1 - \exp -\lambda \right) \right] \delta \xi_0 + c_\xi \delta \psi_0 = 0 \right. \\
& \left. \left[ 1.5\Gamma_{c_0} \kappa_{c_0} \left( 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b \right) + 0.075\Gamma_{c_0} \chi_p \kappa_{p_0} \left( 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b \right) + c_\psi \right] \delta \xi_0 + \right. \\
& \left. + \left[ \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_\varphi \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right) \lambda n_c + 1 \right] \delta \psi_0 = 0 \right.
\end{aligned}$$

Présentons l'équation caractéristique obtenue sous la forme matricielle :

$$D_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \delta \xi_0 \\ \delta \psi_0 \end{bmatrix} = 0$$

Où

$$\begin{aligned}
D_{11} &= \left( \frac{f_x}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_x \left( \frac{f_x}{2\pi} \right) \lambda n_c + 1 + K_{c_0} \left[ \kappa_{c_0} \left( 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b \right) + \right. \\
& \left. + \chi_p \kappa_{p_0} \left( 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b \right) + \chi_i \kappa_{i_0} \left( 1 - \exp -\lambda \right) \right] \\
D_{12} &= c_\xi \\
D_{21} &= 1.5\Gamma_{c_0} \kappa_{c_0} \left( 1 - \exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b \right) + 0.075\Gamma_{c_0} \chi_p \kappa_{p_0} \left( 1 - \exp -\lambda n_c \beta_b \right) + c_\psi \\
D_{22} &= \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right)^2 \lambda^2 n_c^2 + 2\zeta_\varphi \left( \frac{f_\varphi}{2\pi} \right) \lambda n_c + 1
\end{aligned}$$

Nous avons deux types de solution  $\lambda$ . La solution stable correspond à la coupe continue. La solution instable correspond à la présence dans le système usinant de petites perturbations autour de l'état d'équilibre (la coupe continue). Ce comportement du système usinant correspond à la coupe vibratoire stable. Selon le critère de Nyquist  $\lambda$  prend la forme imaginaire pure sur les frontières entre les états stable et instable :  $\lambda = 2\pi is$ ,  $i^2 = -1$

$$\exp -\lambda + \lambda n_c \beta_b = \cos [2\pi s \ 1 - n_c \beta_b] - i \sin [2\pi s \ 1 - n_c \beta_b]$$

$$\exp -\lambda n_c \beta_b = \cos 2\pi s n_c \beta_b - i \sin 2\pi s n_c \beta_b$$

$$\exp -\lambda = \cos 2\pi s - i \sin 2\pi s$$

Nous pouvons séparer les parties réelle et imaginaire de la matrice [D] :  $D_{ij} = R_{ij} + iI_{ij}$

$$R_{11} = -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} [1 - \cos 2\pi s \ 1 - n_c \beta_b] + \chi_p \kappa_{p0} [1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b] + \chi_i \kappa_{i0} [1 - \cos 2\pi s]$$

$$I_{11} = 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} [\kappa_{c0} \sin 2\pi s \ 1 - n_c \beta_b + \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \sin 2\pi s]$$

$$R_{12} = c_\xi$$

$$I_{12} = 0$$

$$R_{21} = 1.5\Gamma_{c0} \kappa_{c0} [1 - \cos 2\pi s \ 1 - n_c \beta_b] + 0.075\Gamma_{c0} \chi_p \kappa_{p0} [1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b] + c_\psi$$

$$I_{21} = 1.5\Gamma_{c0} \kappa_{c0} \sin 2\pi s \ 1 - n_c \beta_b + 0.075\Gamma_{c0} \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b$$

$$R_{22} = -f_\phi^2 n_c^2 s^2 + 1$$

$$I_{22} = 2\zeta_\phi f_\phi n_c s$$

Les équations des frontières correspondent à l'égalité  $\det D = \det \begin{bmatrix} R_{11} + iI_{11} & R_{12} + iI_{12} \\ R_{21} + iI_{21} & R_{22} + iI_{22} \end{bmatrix} = 0$

$$R_{11} + iI_{11} \ R_{22} + iI_{22} - R_{12} + iI_{12} \ R_{21} + iI_{21} = R_{11}R_{22} - I_{11}I_{22} - R_{12}R_{21} - I_{12}I_{21} + i[R_{11}I_{22} + I_{11}R_{22} - R_{12}I_{21} + R_{21}I_{12}] = 0$$

Les équations des lobes de stabilité pour le système à 2 DDL sont :

$$\text{Re} : \ R_{11}R_{22} - I_{11}I_{22} - R_{12}R_{21} - I_{12}I_{21} = 0$$

$$\text{Im} : \ R_{11}I_{22} + I_{11}R_{22} - R_{12}I_{21} + R_{21}I_{12} = 0$$

Considérons les cas particuliers des équations des lobes de stabilité :

I. Le système usinant à 1 DDL :  $\psi = 0$ ,  $f_\varphi = 0$ ,  $\zeta_\psi = 0$ ,  $c_\xi = c_\psi = 0$ ,  $k_\varphi \rightarrow \infty$

$$R_{11} = -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} \left[ 1 - \cos 2\pi s \frac{1 - n_c \beta_b}{1 - n_c} \right] + \chi_p \kappa_{p0} \left[ 1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b \right] + \chi_i \kappa_{i0} \left[ 1 - \cos 2\pi s \right]$$

$$I_{11} = 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \left[ \kappa_{c0} \sin 2\pi s \frac{1 - n_c \beta_b}{1 - n_c} + \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \sin 2\pi s \right]$$

$$R_{12} = 0, I_{12} = 0, R_{21} = 0, I_{21} = 0, R_{22} = 1, I_{22} = 0$$

Les équations des lobes de stabilité deviennent :

$$\text{Re: } -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} \left[ 1 - \cos 2\pi s \frac{1 - n_c \beta_b}{1 - n_c} \right] + \chi_p \kappa_{p0} \left[ 1 - \cos 2\pi s n_c \beta_b \right] + \chi_i \kappa_{i0} \left[ 1 - \cos 2\pi s \right] = 0$$

$$\text{Im: } 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \left[ \kappa_{c0} \sin 2\pi s \frac{1 - n_c \beta_b}{1 - n_c} + \chi_p \kappa_{p0} \sin 2\pi s n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \sin 2\pi s \right] = 0$$

II. Le système usinant à 1 DDL sans influence ni de talonnage ni d'indentation :

$$\kappa_{p0} = \kappa_{i0} = 0, \beta_b = 0, \chi_p = \chi_i = 0$$

Les équations des lobes de stabilité deviennent :

$$\text{Re: } -f_x^2 n_c^2 s^2 + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} \left[ 1 - \cos 2\pi s \right] = 0$$

$$\text{Im: } 2\zeta_x f_x n_c s + K_{c0} \kappa_{c0} \sin 2\pi s = 0$$

### Obtention de l'expression du coefficient d'amortissement additionnel

Considérons le système usinant à 1 DDL. L'équation caractéristique de l'équation de la dynamique de ce système est la suivante ( $\lambda$  est la valeur propre) :

$$\left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right)^2 \lambda^2 + 2\zeta_x \left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right) \lambda + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} [1 - \exp(-\lambda + \lambda n_c \beta_b)] + \chi_p \kappa_{p0} [1 - \exp(-\lambda n_c \beta_b)] + \chi_i \kappa_{i0} [1 - \exp(-\lambda)] = 0$$

Imagons le cas où l'arête de coupe virtuelle est proche de l'arête de coupe réelle  $b \rightarrow 0$ ,  $\beta_b \rightarrow 0$  :

$$1 - \exp(-\lambda + \lambda n_c \beta_b) \approx 1 - \exp(-\lambda)$$

$$1 - \exp(-\lambda n_c \beta_b) \approx \lambda n_c \beta_b$$

$$1 - \exp(-\lambda) \approx \lambda$$

$$\kappa_{p0} = \left[ r_p + \frac{1 - r_p}{1 + \beta_b / \eta_{p*}} \right] n_c \approx n_c$$

L'équation caractéristique prend la forme suivante :

$$\left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right)^2 \lambda^2 + 2\zeta_x \left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right) \lambda + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} [1 - \exp(-\lambda)] + K_{c0} \chi_p \kappa_{p0} n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0} \lambda = 0$$

$$\left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right)^2 \lambda^2 + 2 \left( \zeta_x + \zeta_{ad} \right) \left(\frac{f_x n_c}{2\pi}\right) \lambda + 1 + K_{c0} \kappa_{c0} [1 - \exp(-\lambda)] = 0$$

Avec

$$\zeta_{ad} = \frac{\pi}{f_x} K_{c0} \chi_p \kappa_{p0} n_c \beta_b + \chi_i \kappa_{i0}$$

$$f_x = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{m}{k_x}}, \quad K_{c0} = \frac{k_{c0}}{k_x}, \quad \chi_p = \frac{k_{p0}}{k_{c0}}, \quad \chi_i = \frac{k_{i0}}{k_{c0}}, \quad \beta_b = \frac{b}{2\pi R}, \quad T = \frac{2\pi R}{v_c}$$

$$\zeta_{ad} = \frac{1}{2\sqrt{mk_x}} \left( k_{p0} \kappa_{p0} \frac{1}{v_c} b n_c + k_{i0} \kappa_{i0} \frac{1}{v_c} 2\pi R \right)$$

## A-4. Algorithme des sous programmes développés avec MATLAB R2009b

Nous décrivons dans ce chapitre la structure et les algorithmes développés sous MATLAB. Pendant nos études il a été créé les sous programmes suivants :

- Sous programme n.1 : L'analyse des données expérimentales, identification des modèles d'efforts et calcul les coefficients dans ces modèles pour un couple outil matière donné
- Sous programme n.2 : La simulation numérique du processus d'usinage pour un système usinant considéré
- Sous programme n.3 : L'étude de stabilité dynamique du système usinant considéré

Tous ces sous programmes fonctionnent indépendamment l'un de l'autre. Sur la Figure A-14 les entrées/sorties de chaque sous programme sont présentés :

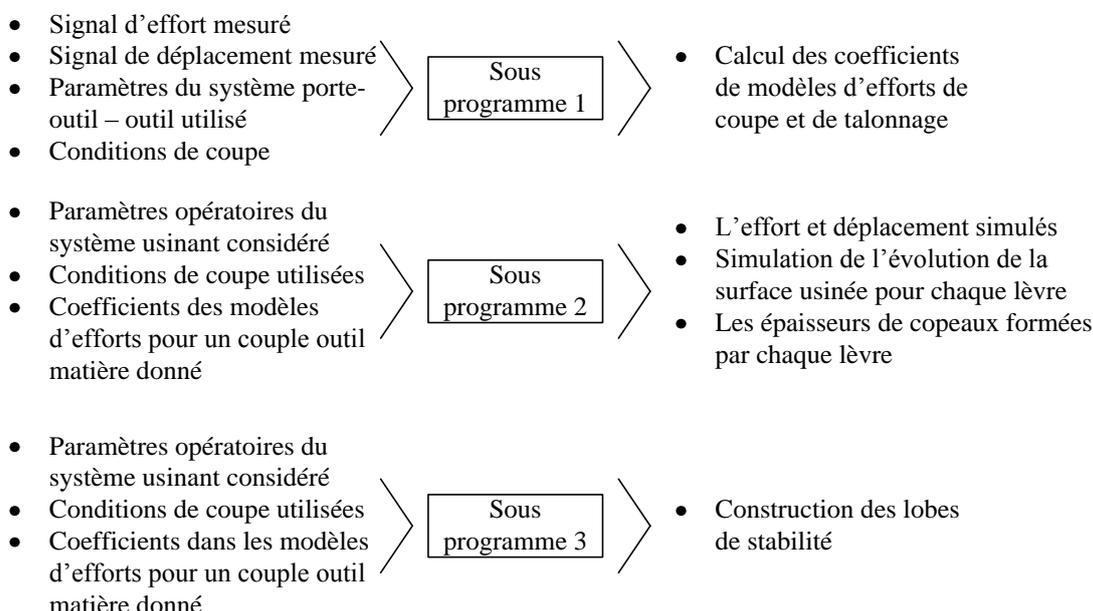


Figure A-14 : Données initiales et les résultats du travail du chaque complexe des programmes développé

Regardons plus en détail la structure et l'algorithme de chaque sous programme.

### Sous programme n.1 : L'analyse des données expérimentales, identification des modèles d'efforts et calcul des coefficients pour un couple outil matière donné

Les signaux de l'effort total et du déplacement de l'outil sont enregistrés pendant l'essai avec un logiciel DASYLAB. Il est utilisé le format suivant pour les fichiers avec les données :

La colonne du temps <espace> La colonne de l'effort <espace> La colonne du couple <espace> La colonne de déplacement total de l'outil sans prise en compte de l'avance

Le code développé n'est pas sensible à la distance entre les différentes colonnes

La partie décimale doit être séparée avec « . »

Ce fichier de données est inséré manuellement dans le programme *DatInit.m*.

Ci-dessous il est présenté les descriptions des sousprogrammes du sous programme n.1 ainsi que les liaisons entre eux:

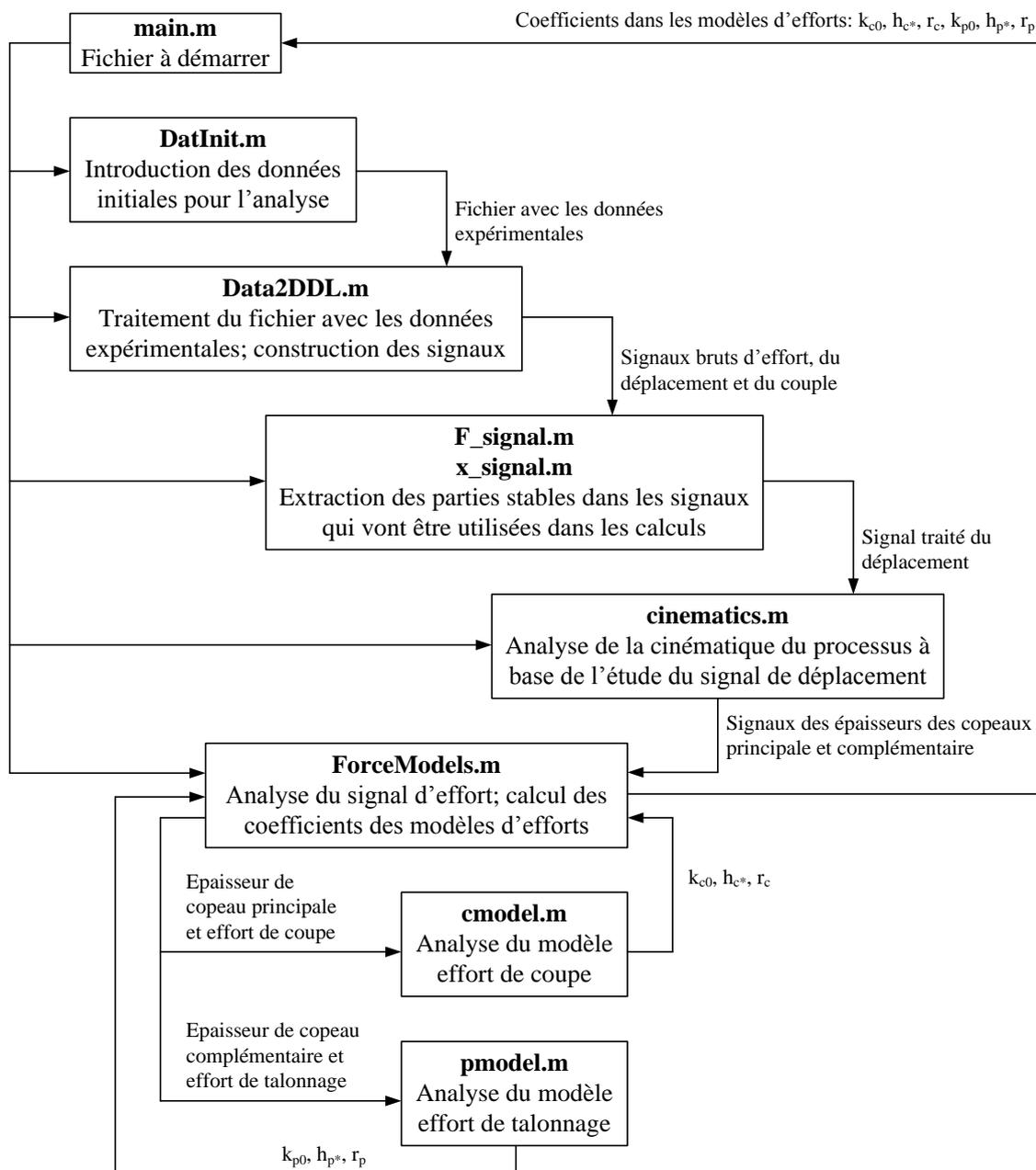


Figure A-15 : L'architecture du Complexe n.1

Pendant l'analyse cinématique du signal de déplacement mesuré nous construisons un nouveau déplacement à base du signal initial mais avec un nombre de points plus élevé. Pour cela nous utilisons la procédure d'interpolation avec des *splines*. Ces manipulations des signaux nous permettent identifier les positions relatives des arêtes de coupe réelle et virtuelle à chaque point de la trajectoire de l'outil. En plus avec l'utilisation de la procédure d'interpolation numérique nous évitons les bruits des hautes fréquences qui peuvent apparaître dans le signal mesuré en augmentant la fréquence d'acquisition.

Le calcul du nombre de points nécessaire pour l'analyse est fait dans le programme *Pcalc.m*.  
Le nouveau signal de déplacement est construit dans le programme *SignalConstr.m*.

L'algorithme de l'analyse cinématique du processus d'usinage en utilisant le nouveau signal de déplacement est présenté dans la figure suivant :

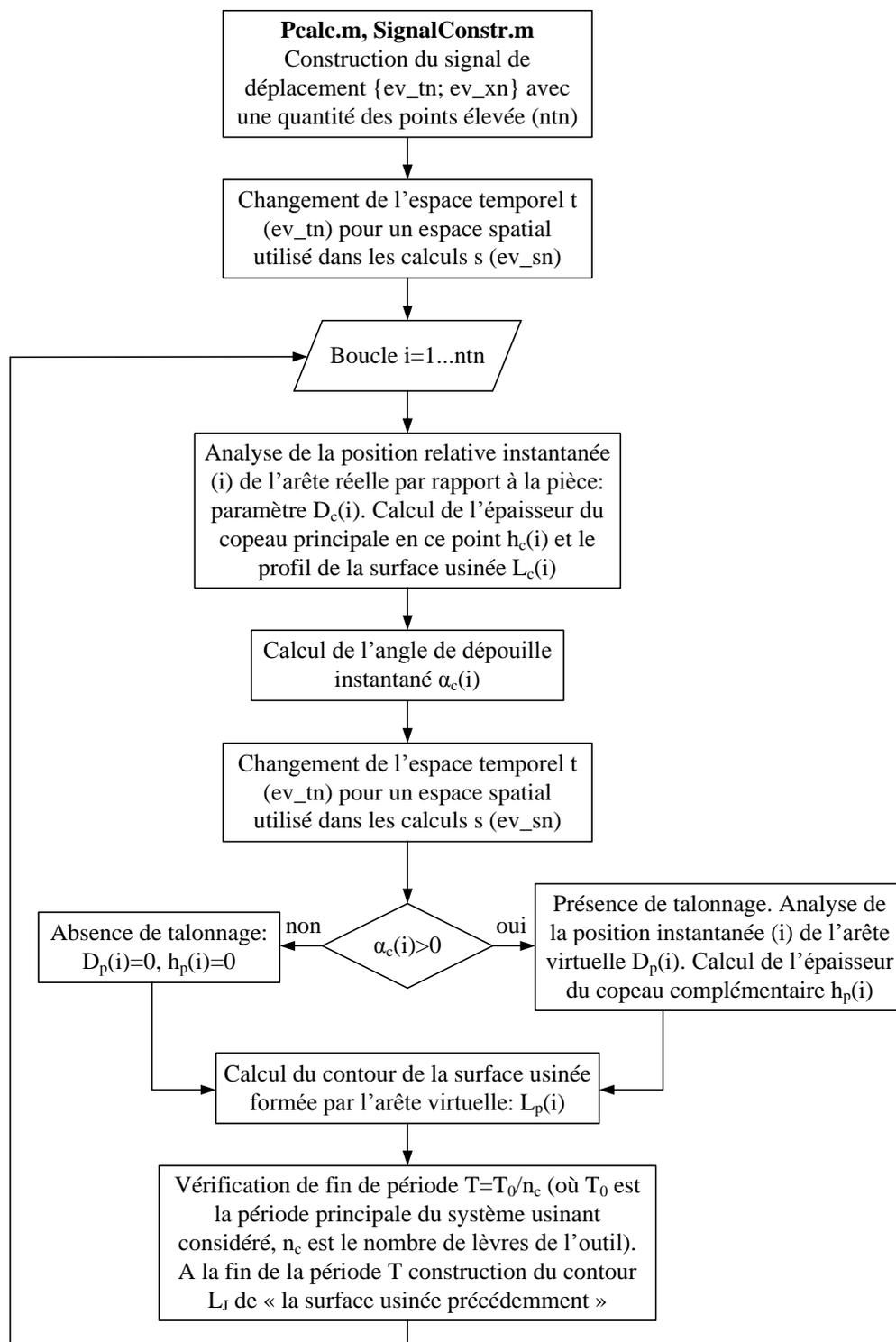


Figure A-16 : L'algorithme de l'analyse de la cinématique du processus d'usinage à base du signal de déplacement mesuré

A la fin de l'analyse cinématique en utilisant de l'interpolation avec des *splines* les épaisseurs des copeaux aux points correspondants au signal initial sont calculées. Après cette manipulation les signaux des épaisseurs des copeaux et le signal d'effort mesuré deviennent compatibles pour identifier les modèles d'efforts. L'algorithme de cette analyse est discuté dans le CHAPITRE III: de ce mémoire.

**Sous programme n.2 : La simulation numérique du processus d'usinage pour un système usinant considéré**

Le sous programme aborde :

- La simulation du processus d'usinage en utilisant un système usinant à 2 DDL
- La simulation du processus d'usinage en utilisant un système usinant à 1 DDL

Dans ce paragraphe nous ne présentons que l'algorithme pour un système à 2 DDL. La simulation avec le système usinant à 1 DDL est plus simple.

La Figure A-17 présente structure de sous programme n.2 :

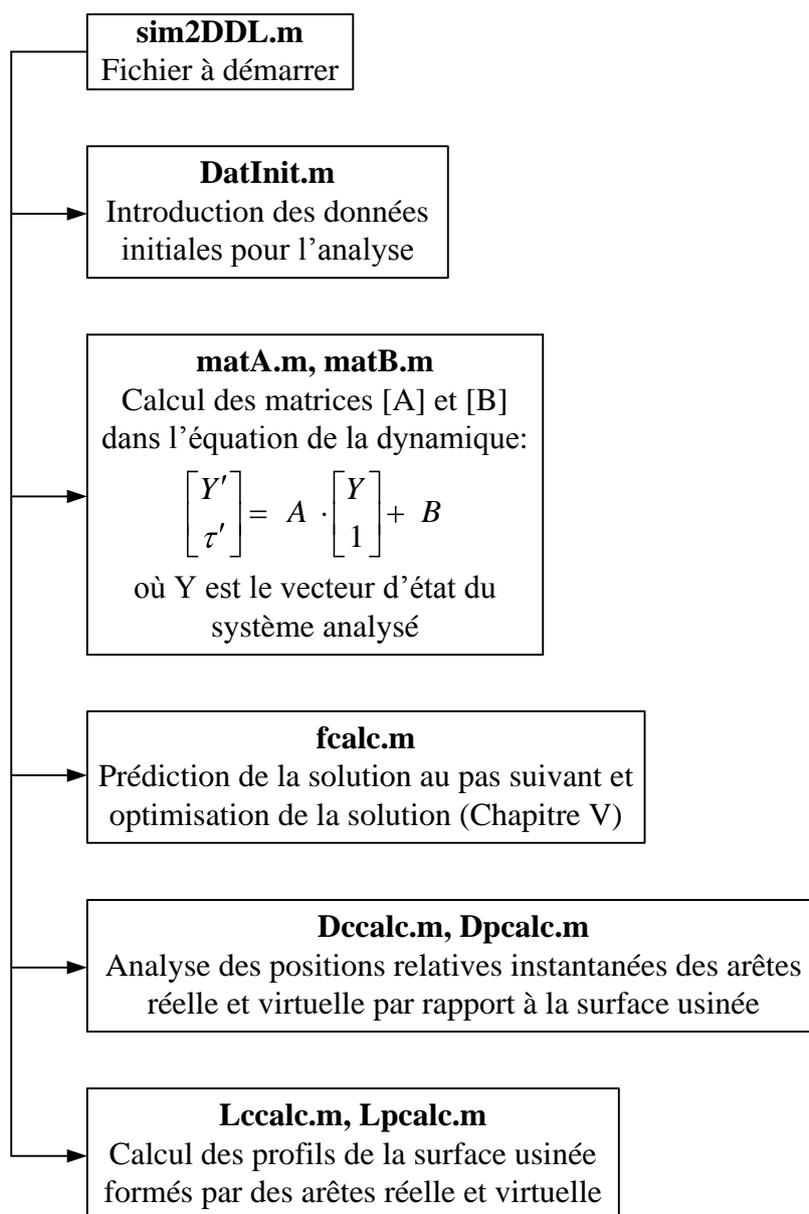


Figure A-17 : L'architecture du sous programme n.2

L'analyse de l'équation de la dynamique et des équations de formation de la surface usinée est basée sur l'algorithme numérique itératif qui est décrit dans le CHAPITRE IV: de ce mémoire. La Figure A-18 et la Figure A-19 présente le flux-diagramme de la simulation numérique du processus d'usinage avec un outil ayant plusieurs lèvres en utilisant le système usinant à 2 DDL :

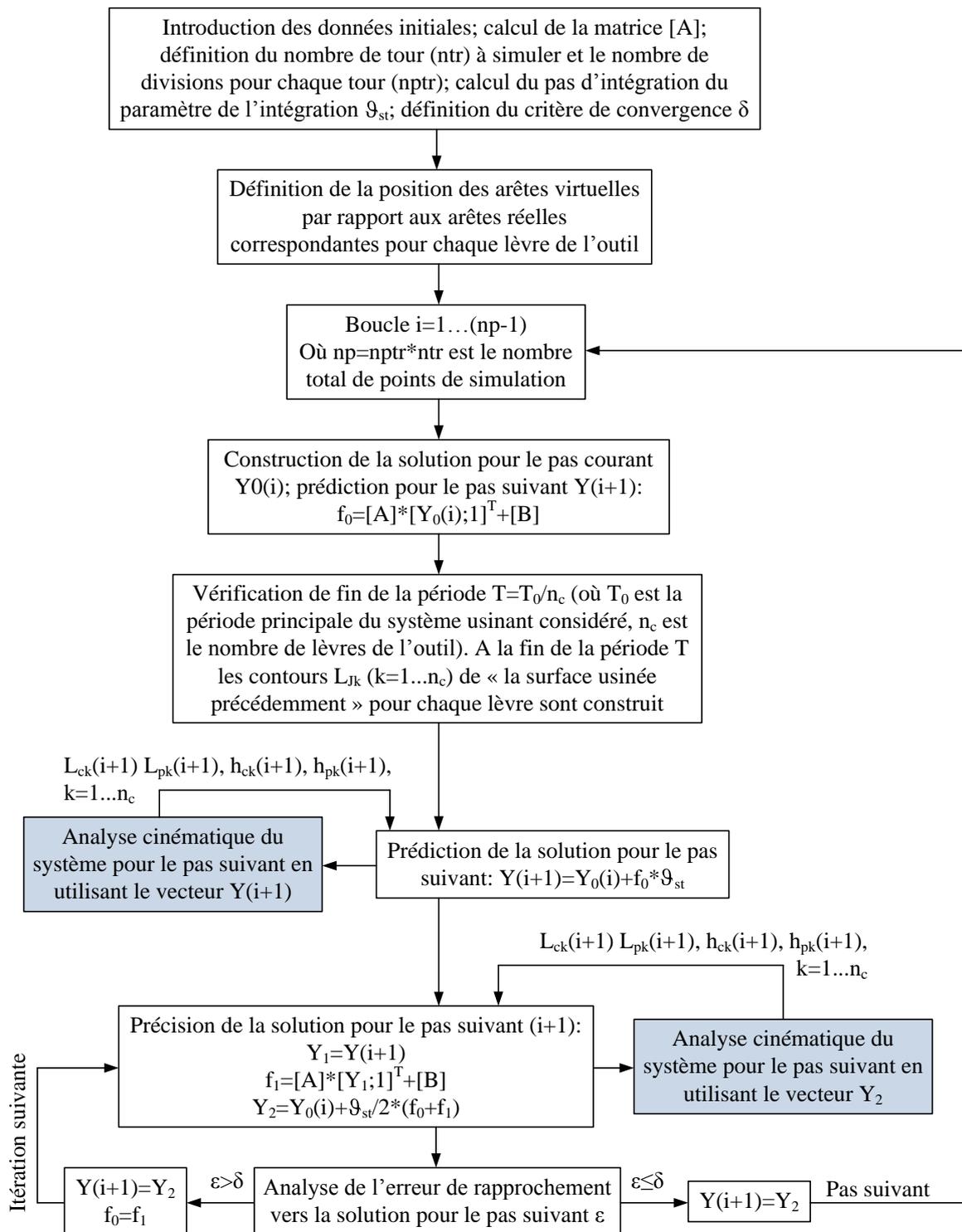


Figure A-18 : L'algorithme total de la simulation numérique d'un processus d'usinage avec un outil ayant plusieurs lèvres

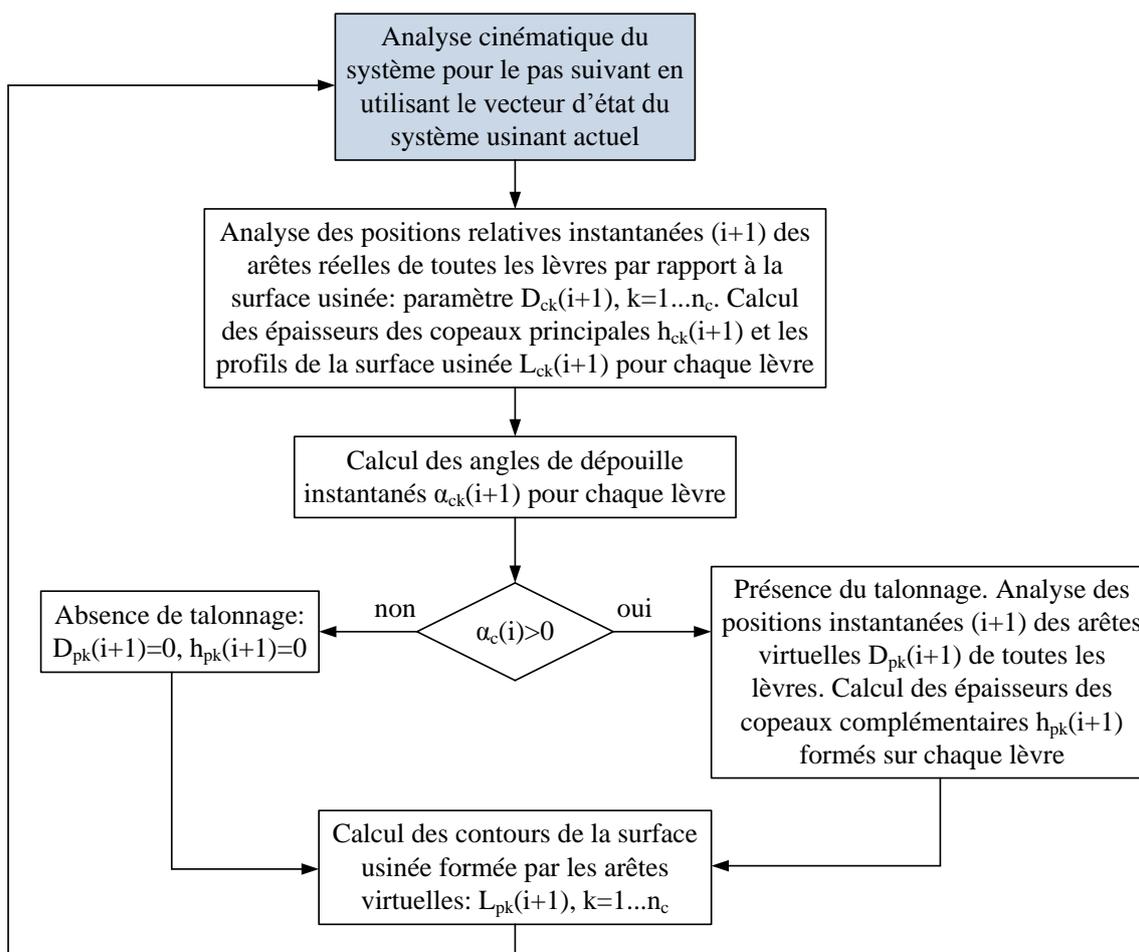


Figure A-19 : L'algorithme de la simulation de la cinématique du processus d'usinage dans le point considéré en utilisant le vecteur d'état du système usinant dans ce point

Comme résultat de cette analyse nous obtenons les épaisseurs des copeaux formés par chaque lèvre de l'outil considéré. Puis ces informations sont utilisées pour construire les efforts de coupe, de talonnage et de l'indentation ainsi que l'effort total d'interaction outil/pièce.

### Sous programme n.3 : L'étude de stabilité dynamique du système usinant considéré

La structure de ce sous programme est simple. Avec le fichier *syseq.m* nous décrivons les équations paramétriques des lobes de stabilité. Ces équations sont analysées avec le programme *stability2DDL.m*. La solution est cherchée avec une procédure basique de MATLAB *fminsearch*.

## **REFERENCES**

**[Abebe, 1981]**

Abebe M., Appl F. C., A slip-line solution for negative rake angle cutting, Proc. 19th NAMRC, 1981, pp.341-348

**[Altintas, 2000]**

Altintas Y., Manufacturing automation, metal cutting mechanics, machine tool vibrations and CNC design, Cambridge University Press, New York, 2000

**[Altintas, 2004]**

Altintas Y., Weck M., Chatter stability in metal cutting and grinding, Annals of CIRP, 2004, vol.53/2, pp.619-642

**[Arnold, 1946]**

Arnold R. N., The mechanism of tool vibration in the cutting of steel, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1946, vol.154, pp.261-284

**[Bailey, 1975]**

Bailey J. A., Friction in metal machining-mechanical aspects, Wear, 1975, vol.31, pp.243-275

**[Battaglia, 2005]**

Battaglia J.L., Puigsegur L., Cahuc O., Estimated temperature on a machined surface using an inverse approach, International Journal of Experimental Heat Transfer, 2005, vol.18, pp.13-32

**[Bayly, 2001]**

Bayly P. V., Metzler S. A., Schaut A. J., Young K. A., Theory of torsional chatter in twist drills: model, stability analysis and composition to test, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2001, vol.123, pp.552-561

**[Bisu, 2009a]**

Bisu C. F., Gérard A., K'nevez J.-Y., Laheurte R., Cahuc O., Self-excited vibrations in turning: forces tursor analysis, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, vol.44, pp.447-462

**[Bisu, 2009b]**

Bisu C. F., Darnis P., Gérard A., K'nevez J.-Y., Displacement analysis of self-excited vibrations in turning, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, vol.44, pp.1-16

**[Bondarenko, 2008]**

Bondarenko D., Gousskov A., Paris H., Debray B., Influence of tool torsion on the process stability of auto-vibratory drilling, 2<sup>nd</sup> International Conference INTERCUT, 2008

**[Bondarenko, 2009a]**

Bondarenko D., Gousskov A., Paris H., Parameters Identification of the Ploughing Force Model by an Experimental Approach, 12th CIRP Conference on Modeling of Machining Operations, 2009

**[Bondarenko, 2009b]**

Bondarenko D., Gousskov A., Paris H., Influence du talonnage sur la stabilité du système usinant, 19<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, 2009

**[Brissaud, 2008]**

Brissaud D., Gousskov A., Paris H., Tichkiewitch S., “The Fractional Model for the Determination of the Cutting Forces”, Asian International Journal of Science and Technology – Production and Manufacturing, 2008, vol.1/1, pp.17-25

**[Budak, 1998]**

Budak E., Altintas Y., Analytical prediction of chatter stability in milling – part I: general formulation, Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, 1998, vol.120/1, pp.22-30

**[Butcher, 2005]**

Butcher E. A., Ma H., Bueler E., Averina V., Szabo Z., Stability of linear time-periodic delay-differential equations via Chebyshev polynomials, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005, vol.59, pp.895-922

**[Cahuc, 2010]**

Cahuc O., K’nevez J.-Y., Gérard A., Darnis P., Albert G., Bisu C. F., Gérard C., Self-excited vibrations in turning: cutting moment analysis, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, vol.47, pp.217-225

**[Cahuc, 2001]**

Cahuc O., Darnis P., Gérard P., Battaglia J.-L., Experimental and analytical balance sheet in turning applications, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2001, vol.18, pp.648-656

**[Challen, 1979]**

Challen J. M., Oxley P. L. B., An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models, Wear, 1979, vol.53, pp.229-243

**[Cook, 1973]**

Cook N. H., Tool wear and tool life, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 1973, vol.95, pp.931-938

**[Cook, 1959]**

Cook N. H., Self-excited vibration in metal cutting, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 1959, vol.81, pp.183-186

**[Costes, 2007]**

Costes J.P., Guillet Y., Poulachon G., Dessoly M., Tool-life and wear mechanics of CBN tools in machining of Inconel 718, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, vol.47, pp.1081-1087

**[Das, 1967]**

Das M. K., Tobias S. A., The relation between the static and the dynamic cutting of metals, International Journal of Machine Tool Design and Research, 1967, vol.7, pp.63-89

**[Dugas, 2003]**

Dugas A., Lee J. J., Terrier M., Hascoët J. Y., Development of a machining simulator considering machine behavior, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture

**[Endres, 1995]**

Endres W. J., DeVor R. E., Kapoor S. G., A dual-mechanism approach to the prediction of machining forces, part 1 : model development, Trans. ASME, 1995, vol.117, pp.526-533

**[Eynian, 2009]**

Eynian M., Altintas Y., Chatter stability of general turning operations with process damping, Journal of Manufacturing Sciences and Engineering, 2009, vol.131

**[Fang, 2005]**

Fang N., Dewhurst P., Slip-line modeling of built-up edge formation in machining, International Journal of Mechanical Sciences, 2005, vol.47, pp.1079-1098

**[Fofana, 2002]**

Fofana M. S., Aspects of stable and unstable machining by Hopf bifurcation, Applied Mathematical Modeling, 2002, vol.26/10, pp.953-973

**[Fofana, 2004]**

Fofana M. S., Ryba P. B., Parametric stability of non-linear time delay equations, International Journal of Non-Linear Mechanics, 2004, vol.39/1, pp.79-91

**[Fontaine, 2007a]**

Fontaine M., Moufki A., Devillez A., Dudzinski D., Modeling of cutting forces in ball-end milling with tool-surface inclination Part I: Predictive force model and experimental validation, Journal of Materials Processing Technology, 2007, vol.189, pp.73-84

**[Fontaine, 2007b]**

Fontaine M., Moufki A., Devillez A., Dudzinski D., Modeling of cutting forces in ball-end milling with tool-surface inclination Part II: Influence of cutting conditions, run-out, ploughing and inclination angle, *Journal of Materials Processing Technology*, 2007, vol.189, pp.85-96

**[Fromentin, 2010a]**

Fromentin G., Poulachon G., Modeling of interferences during thread milling operation, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, vol.49, pp.41-51

**[Fromentin, 2010b]**

Fromentin G., Poulachon G., Geometrical analysis of thread milling – part 1: evaluation of tool angles, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, vol.49, pp.73-80

**[Fromentin, 2010c]**

Fromentin G., Poulachon G., Geometrical analysis of thread milling – part 2: calculation of uncut chip thickness, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, vol.49, pp.81-87

**[Gagnol, 2007]**

Gagnol V., Bouzgarrou B. C., Ray P., Barra C., Model-based chatter stability prediction for high-speed spindles, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2007, vol.47, pp.1176-1186

**[Gousskov, 1979]**

Gousskov A., Svetlitsky V., Voronov S., Transverse self-vibration excitation of tool used for deep hole drilling”, *Collection of Papers Raschety na Prochnost, Mashinostroenie*, 1979, vol.20, pp.172-182 (*en russe*)

**[Gousskov, 2001]**

Gousskov A., Voronov S., Dynamic models generalization of manufacturing systems with single-point cutting considering equations of new surface formation, *Nonlinear Dynamics and Control of Mechanical Processing*, 2<sup>nd</sup> Workshop in COST Action P4, Hungary, 2001

**[Gousskov, 2004]**

Gousskov A., *Dinamika dvuhrezcovogo tochenia, Stanki i instrumenti*, 2004, vol.11, pp.3-8, (*en russe*)

**[Gousskov, 2007]**

Gousskov A., Voronov S., Kvashnin A., Vlianie krutilnih kolebaniy na proces sverlenia s vibrovobuditelem, *Nauka i obrazovanie, Inzenernoie obrazovanie, E-Journal*, 2007, vol.12 (<http://technomag.edu.ru/>), (*en russe*)

**[Gradisek, 2005]**

Gradisek J., Kalveram M., Insperger T., Weinert K., Stepan G., Govekar E., Grabec I., On stability prediction for milling, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2005, vol.45, pp.769-781

**[Guibert, 2008]**

Guibert N., Etude et modélisation des phénomènes de coupe sur les performances du forage vibratoire, Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, France, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008

**[Guo, 2004]**

Guo Y. B., Chou Y. K., The determination of ploughing force and its influence on material properties in metal cutting, *Journal of Material Processing Technology*, 2004, vol.148, pp.368-375

**[Hanna, 1974]**

Hanna N. H., Tobias S. A., A theory of nonlinear regenerative chatter, *Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1974, vol.96, pp.247-255

**[Hodges, 1980]**

Hodges D. H., Torsion of pretwisted beam due to axial loading, *Journal of Applied Mechanics*, 1980, vol.47, pp.393-397

**[Hsu, 1966]**

Hsu T. C., A study of the shear and normal stresses on a cutting tool, *Journal of Engineering for Industry*, 1966, vol.88, pp.51-54

**[Insperger, 2008]**

Insperger T., Stepan G., Turi J., On the higher-order semi-discretizations for periodic delayed systems, *Journal of Sound and Vibration*, 2008, vol.313, pp.334-341

**[Insperger, 2002]**

Insperger T., Stepan G., Semi-discretization method for delayed systems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol.55, pp.503-518

**[Insperger, 2003]**

Insperger T., Mann B. P., Stepan G., Bayly P. V., Stability of up-milling and down-milling, part I: alternative analytical methods, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, vol.43/1, pp.25-34

**[Insperger, 2004]**

Insperger T., Stepan G., Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, vol.61/1, pp.117-141

**[Kalmar-Nagy, 2001]**

Kalmar-Nagy T., Stepan G., Moon F. C., Subcritical Hopf bifurcation in the delay equation model for machine tool vibrations, *Nonlinear Dynamics*, 2001, vol.26, pp.121-142

**[Kamnev, 2003]**

Kamnev E., Contribution à la modélisation et à l'industrialisation du perçage vibratoire, Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, France, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003

**[Khasawneh, 2009]**

Khasawneh F. A., Mann B. P., Insperger T., Stepan G., Increased stability of low-speed turning through a distributed force and continuous delay model, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2009, vol.4

**[Laheurte, 2006]**

Laheurte R., Cahuc O., Darnis P., Gérard A., Behavior law for cutting process, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2006, vol.29, pp.17-33

**[Laporte, 2009]**

Laporte S., K'nevez J.-Y., Cahuc O., Darnis P., Phenomenological model for drilling operation, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, vol.40, pp.1-11

**[Lazarev, 1973]**

Lazarev V., *Ustoychivost processa rezania metalov, Vyshaia shkola*, 1973

**[Liu, 1985]**

Liu C. R., Liu T. M., Automated chatter suppression by tool geometry control, *Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1985, vol.107, pp.95-98

**[Lyapunov, 1992]**

Lyapunov A. M., The general problem of the stability of motion, *International Journal of Control*, 1992, vol.55/3, pp.531-534

**[Mann, 2003]**

Mann B. P., Insperger T., Bayly P. V., Stepan G., Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental verification, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, vol.43/1, pp.35-40

**[Manjunathaiah, 2000]**

Manjunathaiah J., Endres W. J., A new model and analysis of orthogonal machining with an edge-radiused tool, *Trans. ASME*, 2000, vol.122, pp.384-390

**[Merchant, 1945]**

Merchant M. E., Mechanics of the metal cutting process, *Journal of Applied Physics*, vol.16, pp.318-324, 1945

**[Merrit, 1965]**

Merrit H. E., Theory of self-excited machine-tool chatter, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 1965, vol.87/4, pp.447-454

**[Minis, 1993]**

Minis I. E., Yanushevsky R., A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 1993, vol.115/1, pp.1-8

**[Moon, 2001]**

Moon F. C., Kalmar-Nagy T., Nonlinear models for complex dynamics in cutting material, Philosophical Transactions of the Royal Society, London, 2001, vol.359, pp.695-711

**[Moraru, 2002]**

Moraru G.F., "Etude du comportement du système pièce – outil – machine en régime de coupe vibratoire", Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, France, L'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2002

**[Naisson, 2010]**

Naisson P., Grenier L., Reconception du porte outil vibratoire dans le cadre du projet FGVV, évolution v1, 2010, rapport interne du projet FGVV

**[Nayfeh, 1979]**

Nayfeh A. H., Mook D. T., Nonlinear oscillations, Wiley, New York, 1979

**[Nyquist, 1932]**

Nyquist H., Regeneration theory, Bell System Technical Journal, 1932, vol.11, pp.126-147

**[Oxley, 1989]**

Oxley P. L. B., The mechanics of machining, Halsted Press, 1989

**[Paris, 2008]**

Paris H., Brissaud D., Gousskov A., Guibert N., Rech J., Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head, CIRP Annals – Manufacturing Technology, 2008, vol.57/1

**[Peigné, 2003]**

Peigné G., Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil, Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, France, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003

**[Poduraev, 1970]**

Poduraev V., Obrabotka rezaniem s vibraciami, Mashinostroenie, 1970, (*en russe*)

**[Poduraev, 1993]**

Poduraev V., Kibalchenko A., The technology of defense industry for manufacturing of customer goods, Rosconversia, 1993, (*en russe*)

**[Pratt, 1997]**

Pratt J. R., Nayfeh A. H., Vibration control for chatter suppression, Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, Virginia, Polytechnic Institute and State University, 1997

**[Seguy, 2010]**

Seguy S., Dessein G., Arnaud L., Insperger T., Control of chatter by spindle variation in high-speed milling, Journal of Advanced Materials Research, 2010, vol.112, pp.179-186

**[Sisson, 1969]**

Sisson T. R., Kegg R. L., An explanation of low speed chatter effects, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 1969, vol.91/4, pp.951-958

**[Stevenson, 1998]**

Stevenson R., The measurement of parasitic forces in orthogonal cutting, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1998, vol.38, pp.113-130

**[Tarng, 1994]**

Tarng Y. S., Young H. T., Lee B. Y., An analytical model of chatter vibration in metal cutting, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1994, vol.34, pp.183-197

**[Taylor, 1907]**

Taylor F., On the art of cutting metals, Trans. ASME, 1907, vol.28, pp.31-350

**[Thevenot, 2006]**

Thevenot V., Arnaud L., Dessein G., Cazenave-Larroche G., Integration of dynamic behavior variations in the stability lobes method : 3D lobes construction and application to thin-walled structure milling, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, vol.27, pp.638-644

**[Tlusty, 1963]**

Tlusty J., Polacek M., The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining, International Research in Production Engineering, ASME, New York, 1963, pp.465-474

**[Tobias, 1958]**

Tobias S. A., Fishwick W., Theory of regenerative machine tool chatter, Engineering, London, 1958, vol.250

**[Trigger, 1956]**

Trigger K. J., Chao B. T., The mechanism of crater wear of cemented carbide tools, Trans. ASME, 1956, vol.78, pp.1119-1126

**[Utkin, 1988]**

Utkin N., Obrabotka glubokih otverstiy, Mashinostroenie, 1988, (*en russe*)

**[Waldorf, 1998]**

Waldorf D. J., DeVor R. E., Kapoor S. G., A slip-line field for ploughing during orthogonal cutting, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1998, vol.120, pp.693-699

**[Wang, 2002]**

Wang J.-J., Zheng C. M., An analytical force model with shearing and ploughing mechanisms for end milling, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2002, vol.42, pp.761-771

**[Wiercigroch, 2001a]**

Wiercigroch M., Budak E., Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*, 2001, vol.359, pp.663-693

**[Wiercigroch, 2001b]**

Wiercigroch M., Krivtsov A. M., Frictional chatter in orthogonal metal cutting, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*, 2001, vol.359, pp.713-738

**[Wu, 1989]**

Wu D. W., A new approach of formulating the transfer function for dynamic cutting process, *Journal of Engineering for Industry*, 1989, vol.111/37, pp.37-47

**[Wu, 1988]**

Wu D. W., Application of a comprehensive dynamic cutting force model to orthogonal wave-generating processes, *International Journal of Mechanical Sciences*, 1988, vol.30/8, pp.581-600

**[Wu, 1985]**

Wu D.W., Liu C.R., An analytical model of cutting dynamics, part 1: model building, *Trans. ASME Journal of Engineering for Industry*, 1985, vol.107, pp.107-111

**[WEB\_1]**

[www.efunda.com](http://www.efunda.com)

**[Zemzemi, 2007]**

Zemzemi F., Caractérisation de modèles de frottement aux interfaces pièce-outil-copeau en usinage : application au cas de l'usinage des aciers et de l'inconel718, Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics Thesis, Ecole Centrale de Lyon, France, 2007

**[Zharkov, 1986]**

Zharkov I., *Vibracii pri obrabotke lezviynim instrumentom*, Mashinostroenie, 1986