



HAL
open science

Propagation de la variabilité de la morphologie humaine sur le débit d'absorption spécifique en dosimétrie numérique.

Aimad Abdeslam El Habachi

► To cite this version:

Aimad Abdeslam El Habachi. Propagation de la variabilité de la morphologie humaine sur le débit d'absorption spécifique en dosimétrie numérique.. Autre. Supélec, 2011. Français. NNT : 2011SUPL0001 . tel-00583723v2

HAL Id: tel-00583723

<https://theses.hal.science/tel-00583723v2>

Submitted on 28 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2011-01-TH

THÈSE DE DOCTORAT

SPECIALITE : PHYSIQUE

**Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des
Télécommunications et des Systèmes »**

Présentée par :

Aimad EL HABACHI

Sujet :

Propagation de la variabilité de la morphologie humaine sur le Débit d'Absorption
Spécifique en dosimétrie numérique

Soutenue le 31 janvier 2011 devant les membres du jury :

M. Laurent CARRARO	Professeur à Télécom Saint-Etienne	Rapporteur
M. Gilles FLEURY	Professeur à Supélec	Directeur de thèse
M. Marc HELIER	Professeur à l'UMPC	Rapporteur
M. David LAUTRU	Maître de conférences à l'UMPC	Examineur
M. Eric WALTER	Directeur de recherche au CNRS-L2S	Président
M. Joe WIART	Ingénieur Expert Emérite à Orange Labs	Examineur

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein d'Orange Labs, dans l'unité de recherche Resa/WASA/WAVE dirigée par M. Joe Wiart et collaboration avec le département de Signaux et Systèmes Électroniques dirigé par M. Gilles Fleury à Supélec.

Je tiens à remercier en premier lieu M. Joe Wiart de m'avoir accordé sa confiance en me confiant ce travail de thèse très passionnant et enrichissant. J'ai beaucoup apprécié ses qualités humaines, son excellent niveau scientifique. Les diverses discussions et son expertise dans le domaine des ondes électromagnétiques et leurs absorptions par le corps humains m'ont été d'une très grande utilité et m'ont permis d'avancer dans ce travail.

Mes remerciements se dirigent naturellement vers mon directeur de thèse M. Gilles Fleury. Les remarques et suggestions lors des nombreux points d'avancements ont été très bénéfiques et ont permis une progression considérable de cette thèse.

Je voudrais également exprimé toute ma gratitude à Emmanuel pour son suivi et pour toutes les solutions méthodologiques proposées tout au long de cette thèse.

Un très grand merci pour M. Carraro et M. Hélier d'avoir accepté de rapporter ce mémoire de thèse. Je tiens à remercier également M. Walter et M. Lautru de leur présence parmi le jury de cette thèse.

Je ne manquerai pas ma part de remerciements et ma grande amitié à Emmanuelle pour sa disponibilité, son suivi, sa rigueur et ses multiples corrections de mes articles (Encore une phrase sans verbe!) et surtout sa relecture de ce mémoire, à Azeddine avec qui j'ai partagé le même bureau durant une grande partie de cette thèse à Hamid pour son aide pour la technique de morphing et ses innombrables

débugages de la FDTD, à Man-Faï pour les discussions intéressantes que nous avons eues, à Thierry S pour ses interventions sur les machines en cas de problème. Vous formez une très belle équipe !

J'adresse mes sincères amitiés à Amal, Yenny, Jessica, Hanae, Fadila, Tony, Abdel, Christopher, Thierry K, Ouanes, Elias, Zaher, Tristan d'avoir partagé avec moi cette très belle expérience. Je tiens à souhaiter la bienvenue aux nouveaux thésards Marjorie et Yacine.

Un Très grand Merci à toute ma petite famille en France (Merci Tata Saida) et au Maroc (Merci Maman, Merci Papa) et sans oublier biensûr ma fiancée.

Table des matières

Introduction	9
1 Dosimétrie numérique, problématique et objectifs	16
1.1 Dosimétrie numérique	16
1.1.1 Les modèles anatomiques du corps humain	16
1.1.2 La méthode de la FDTD	22
1.1.3 Les sources électromagnétiques	23
1.2 Problématique, objectifs et matériels	24
1.2.1 Problématique et objectifs	24
1.2.2 La technique du morphing	27
1.2.3 Données anthropométriques	30
1.2.3.1 Facteurs morphologiques internes	30
1.2.3.2 Facteurs morphologiques externes	32
1.3 Conclusion du chapitre	38
2 Estimation d'un quantile du WBSAR	41
2.1 Construction d'un modèle linéaire du WBSAR	41
2.1.1 Facteurs morphologiques externes influençant le WBSAR	41
2.1.2 Facteurs morphologiques internes influençant le WBSAR	48
2.2 Détermination du quantile du WBSAR à 95% pour la population française âgée de 20 ans	57
2.2.1 Connaissances a priori sur le paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes	58
2.2.2 Estimation du quantile du WBSAR à 95 % par des lois usuelles	61

2.2.3	Maximisation du quantile du WBSAR à 95 % par un mélange de gaussiennes	66
2.2.3.1	Introduction d'une contrainte sur les poids du mélange	74
2.2.3.2	Introduction de la contrainte de la variance	76
2.2.3.3	Introduction du critère de Rayleigh	77
2.3	Conclusion du chapitre	82
3	Quantile du WBSAR à 95% par plan d'expériences séquentiel et polynômes de chaos	85
3.1	Adaptation de la technique de morphing à la base de données anthropométriques	86
3.2	Plan d'expériences séquentiel	89
3.2.1	Modèle du WBSAR en fonction de la morphologie	89
3.2.2	Méthodologie	93
3.2.3	Résultats	97
3.3	Polynômes de Chaos appliqués à l'évaluation du WBSAR au sein d'une population	103
3.3.1	Distribution du WBSAR dans la population française	111
3.3.2	Modification des variables d'entrées	115
3.3.3	Comparaison du quantile à 95 % issu du plan d'expériences et des polynômes de chaos	118
3.3.4	Conclusion du chapitre	118
	Conclusion	121
	A D-optimalité	126
	B Metropolis Hastings	129
	C Quelques lois paramétriques usuelles	131
C.0.5	Lois normale et log-normale	131
C.0.6	Loi Bêta	132
C.0.7	Loi Gamma	132

C.0.8 Loi de Weibull	133
--------------------------------	-----

Références	133
-------------------	------------

Liste des figures	143
-------------------	-----

Liste des tableaux	146
--------------------	-----

Introduction

Les technologies liées aux champs électromagnétiques ont connu un développement important durant ces dix dernières années et une augmentation considérable des utilisateurs à travers le monde. La figure 1 montre un exemple de l'augmentation de l'utilisation du téléphone portable en France.

L'apparition de nouveaux systèmes électromagnétiques tel que le WiFi ou les téléphones portables multifonctions (smartphone) implique une exposition aux ondes électromagnétiques de plus en plus importante et de longue durée.

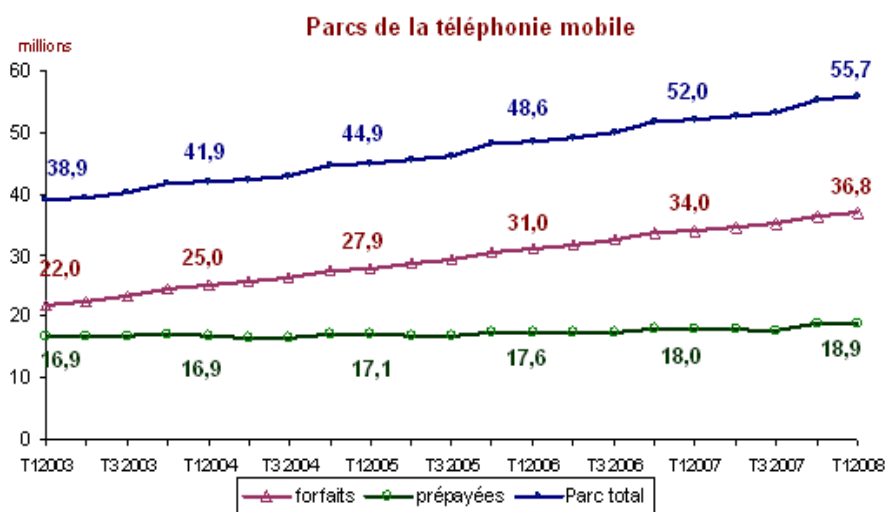


FIGURE 1 – Augmentation des utilisateurs de téléphones portables en France [2]

Cette exposition suscite l'inquiétude des utilisateurs vis-à-vis d'un éventuel impact sur la santé. Nous trouvons également beaucoup d'articles de journaux parlant de ces inquiétudes (figure 2).



FIGURE 2 – Exemple d'article sur les ondes paru dans un journal [42]

Pour protéger les personnes de ces ondes électromagnétiques, des limites d'exposition aux ondes électromagnétiques ont été recommandées par l'ICNIRP (International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection) en 1995. En 2009, ces limites ont été réaffirmées [26].

Les recommandations émises par l'ICNIRP ont été reprises par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) et adoptées par plusieurs pays. Le conseil de l'Union Européenne a également recommandé ces limitations d'exposition en 1999. En France ces recommandations ont été transcrites dans le droit français par le décret du 3 mai 2002 (décret 2002-775).

Nous distinguons deux types de limites : les restrictions de base et les niveaux

de référence.

Les restrictions de base sont les limites les plus fondamentales. Elles ont été établies à partir des effets connus (en radio-fréquence, ces effets sont essentiellement les effets thermiques) et sont quantifiées par le Débit d’Absorption Spécifique (DAS) en anglais ‘Specific Absorption Rate’ (SAR). Le SAR s’exprime en watts par kilogramme. Cette grandeur est définie localement (SAR calculé et moyenné sur 10 grammes de tissus du corps) ou sur le corps entier (moyenné sur le corps entier). Ces restrictions de base sont très difficiles à mesurer dans un corps humain, c’est pourquoi l’ICNIRP a défini les niveaux de référence. Ces niveaux sont dérivés des restrictions de base. Ils sont faciles à mesurer et garantissent la conformité aux restrictions de base.

Les niveaux de référence dépendent de la fréquence et s’expriment en fonction du champ électrique (V/m), courant électrique (A/m) ou puissance incidente (W/m^2). Cependant, ces niveaux ont été établis dans les années 60 à partir de géométries simples telles que des sphéroïdes pour modéliser le corps humain. Ces niveaux ne tiennent pas compte de la variabilité de la morphologie et des tissus internes inhérentes au corps humain.

Aujourd’hui, il est possible d’évaluer l’absorption des ondes électromagnétiques dans les tissus biologiques humains et le SAR peut être évalué numériquement.

Pour cette évaluation du SAR, il existe, d’une part des méthodes numériques permettant de résoudre les équations de Maxwell [45] (équations de propagation des ondes) comme par exemple la méthode des différences finies ou des éléments finis.

Depuis une dizaine d’années, les méthodes numériques ont bénéficié de progrès importants en termes de ressources informatiques (figure 3). En effet, le passage des calculs sur des machines multiprocesseurs à des calculs sur cartes graphiques a permis de diminuer fortement le temps de calcul. Par exemple, depuis 2007, le calcul de l’absorption d’une onde électromagnétique par un adulte est passé d’une durée de six heures à moins d’une heure en moyenne.



FIGURE 3 – A gauche une machine à multiprocesseurs et à droite un ordinateur utilisant des cartes graphiques

D'autre part, nous disposons de modèles anatomiques de corps humains obtenus pour la plupart à partir de données acquises par Imagerie à Résonance Magnétique (IRM). Ces modèles sont appelés fantômes et sont composés de différents tissus (peau, muscles, cerveau, coeur...). Le plus ancien et célèbre modèle anatomique fut créé en 1986 et s'appelle 'Visible Human¹' (figure 4). Cependant, au niveau international, il n'existe qu'un nombre limité de ces fantômes (une vingtaine). De plus, pour des raisons d'éthique et de coûts, ces fantômes sont très difficiles à obtenir. Grâce à de nombreuses collaborations, l'équipe *WAVE* d'*Orange Labs* dispose à présent de 18 fantômes, ce qui constitue l'une des grandes bases de données au niveau international.

1. Visible Human Project, National Library of Medicine, Bethesda, MD (www.nlm.nih.gov/research/visible)

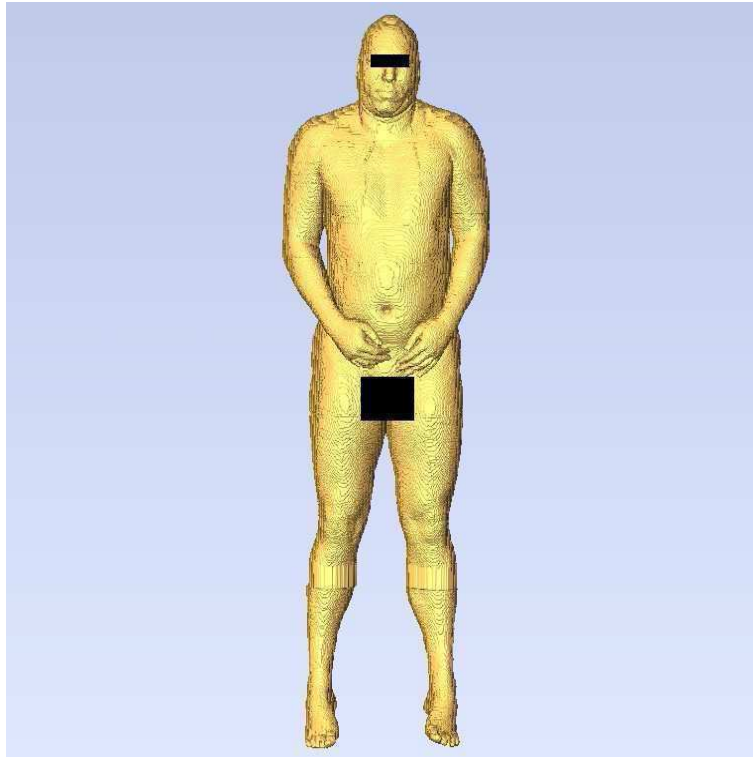


FIGURE 4 – Exemple de modèle anatomique de corps humain

Avec l'application de ces fantômes, de nombreuses études de dosimétrie numérique ont été menées pour évaluer l'exposition du corps humain aux ondes électromagnétiques. Les résultats issus de ces études montrent que les niveaux de référence pourraient ne pas être en conformité avec les restrictions de base [12]. En effet, ces études montrent que le SAR moyenné sur le corps entier (Whole Body averaged SAR : WBSAR) induit chez certains fantômes soumis à une onde plane respectant les niveaux de références est très proche des restrictions de base. Ce résultat est observé autour d'une fréquence de 2.1 GHz. De plus, il est obtenu sur un échantillon de faible taille qui n'est pas forcément représentatif d'une population. En effet, une population est caractérisée par une large variabilité morphologique. Cette variabilité est une source d'incertitude qui n'est pas prise en compte par l'échantillon utilisé dans ces études.

Cet échantillon ne permet pas de déduire de manière directe l'exposition aux ondes électromagnétiques à l'échelle d'une population. Notre objectif est donc de déterminer l'exposition aux ondes électromagnétiques à l'échelle d'une population

et en particulier de trouver le quantile d'exposition tel que 95 % d'une population donnée soit exposée en dessous de ce quantile.

Afin de déterminer ce quantile du WBSAR au sein d'une population, l'idée est de construire un modèle du WBSAR en fonction de la morphologie en utilisant les fantômes dont nous disposons et les connaissances physiques du phénomène d'absorption des ondes par les tissus biologiques. Une fois ce modèle établi, nous aurons besoin des données statistiques de la morphologie humaine d'une population afin de trouver ce quantile d'exposition via ce modèle en utilisant des méthodes de type Monte Carlo.

Beaucoup d'études se sont penchées sur l'établissement d'un tel modèle [11, 23, 24]. Ces études donnent quelques modèles du WBSAR en fonction de la morphologie. Cependant, ces modèles sont construits en utilisant très peu de fantômes et des géométries simples (par exemple des sphéroïdes). Par exemple dans [24], seulement 5 fantômes ont été utilisés afin d'établir un modèle du WBSAR en fonction de la morphologie. Notre objectif sera alors d'étudier d'un point de vue statistique l'exposition à l'échelle d'une population en utilisant l'ensemble des 18 fantômes dont nous disposons.

Ce manuscrit se décompose en trois chapitres. Le *premier chapitre* donne un aperçu de la dosimétrie numérique et les outils dont nous disposons actuellement. Ce premier chapitre introduit également la problématique de la thèse ainsi que ses objectifs.

Le *deuxième chapitre* est consacré à l'évaluation du quantile du WBSAR à 95 % pour une population donnée en utilisant des régressions linéaires afin d'identifier les facteurs morphologiques influençant le WBSAR et construire ainsi un modèle du WBSAR. Des facteurs morphologiques internes et externes sont identifiés dans différents modèles du WBSAR. Ensuite, ces modèles sont combinés à des lois paramétriques usuelles modélisant les facteurs morphologiques internes pour évaluer le quantile du WBSAR à 95 %. Et finalement nous proposons une méthodologie utilisant un mélange de gaussiennes et un modèle du WBSAR afin de trouver une estimation du quantile du WBSAR 95 % au sein d'une population. Le manque des

données statistiques de populations sur la morphologie interne, nous a conduits à introduire des connaissances physiques et quelques hypothèses pour estimer les paramètres de ces lois usuelles.

Au *troisième chapitre*, afin de s'affranchir de la variabilité liée à la morphologie interne, nous utilisons des fantômes homogènes en remplaçant dans les fantômes tous les tissus internes par un tissu équivalent. Deux méthodologies sont utilisées afin de trouver le quantile à 95 % du WBSAR en utilisant des fantômes homogènes. La première approche consiste à établir un plan d'expériences séquentiel qui va permettre de raffiner la région du quantile à 95 %. Cette approche repose d'une part, sur un modèle paramétrique du WBSAR en fonction de la morphologie et d'autre part, sur de l'inférence bayésienne. La deuxième approche consiste à approcher toute la distribution du WBSAR dans une population donnée en utilisant les polynômes de chaos et en déduire le quantile du WBSAR à 95 %.

Enfin, dans le dernier chapitre nous présentons les conclusions des études qui ont été menées dans le cadre de cette thèse ainsi que les perspectives de cette étude.

Chapitre 1

Dosimétrie numérique, problématique et objectifs

1.1 Dosimétrie numérique

La dosimétrie numérique permet d'évaluer numériquement l'absorption des ondes électromagnétiques par les tissus biologiques humains. En dosimétrie numérique, il faut distinguer, les modèles anatomiques du corps humain que nous utilisons pour évaluer l'absorption des ondes (SAR), les méthodes numériques qui permettent de résoudre les équations de propagation des ondes (équations de Maxwell) et finalement la source électromagnétique choisie (par exemple une onde plane venant d'une source lointaine, un téléphone portable...).

1.1.1 Les modèles anatomiques du corps humain

Afin d'évaluer le SAR numériquement, nous utilisons des modèles anatomiques du corps humain que nous appelons fantômes. Ces fantômes sont composés de différents tissus biologiques comme les muscles et la graisse. La plupart de ces fantômes sont construits à partir d'Images à Résonance Magnétique (IRM). La construction de ces fantômes reste complexe et difficile. En effet, à partir de ces IRM les organes et tissus sont identifiés puis 'segmentés'. La durée nécessaire pour construire un fantôme est d'environ un an pour des questions relatives à l'éthique, l'acquisition et la

segmentation. Ces difficultés expliquent leur nombre limité au niveau international.

Notre base de données est constituée de 18 fantômes. Les premiers modèles anthropométriques qui ont été développés étaient des modèles d'adultes. En 2007, au début de cette thèse, nous ne disposions que de six modèles d'adultes. Ces fantômes sont représentés sur la figure 1.1.

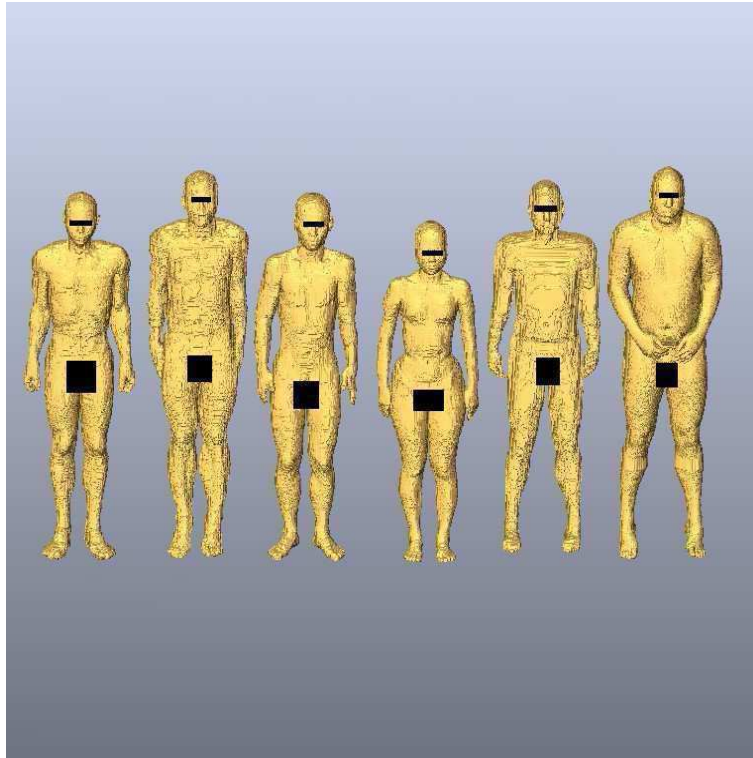


FIGURE 1.1 – Illustration des six fantômes initiaux

De gauche à droite nous avons le fantôme masculin anglais ‘NORMAN’ (Normalized MAN) [12], le fantôme masculin coréen ‘ETRI’ [30], le fantôme masculin japonais ‘Taro’ [34], le fantôme féminin japonais ‘Hanako’ [34], le modèle masculin américain ‘Zubal’ [50] et finalement le fantôme masculin américain ‘Visible Human’ [1].

Les nombreuses collaborations de l’équipe ‘WAVE’ ont permis de collecter au cours de cette thèse et au fur et à mesure de leurs constructions de nouveaux fantômes dont des modèles d’enfants. Les fantômes acquis au cours de cette thèse sont : une fille de 6 ans ‘Karla’ (fantôme construit au sein du laboratoire WAVE), un garçon coréen âgé de 7 ans, une femme anglaise ‘NAOMI’ (aNAAtOMIcal women) [13] et un coréen

‘HDRK’ (High Definition Reference Korean male) [28]. Nous avons également une famille appelée la Virtual Family [9]. Cette famille est composée d’une femme ‘Ella’, d’un homme ‘Duke’, d’un garçon de 6 ans ‘Thelonious’ et d’une fille de 11 ans ‘Billie’. Et finalement nous avons aussi obtenu une famille de fantômes enfants appelée la Virtual Class Room. Celle-ci est composée d’une fille âgée de 5 ans ‘Roberta’, d’une fille âgée de 8 ans ‘Eartha’, d’un garçon âgé de 8 ans ‘Dizzy’ et d’un garçon âgé de 14 ans ‘Louis’ [44].

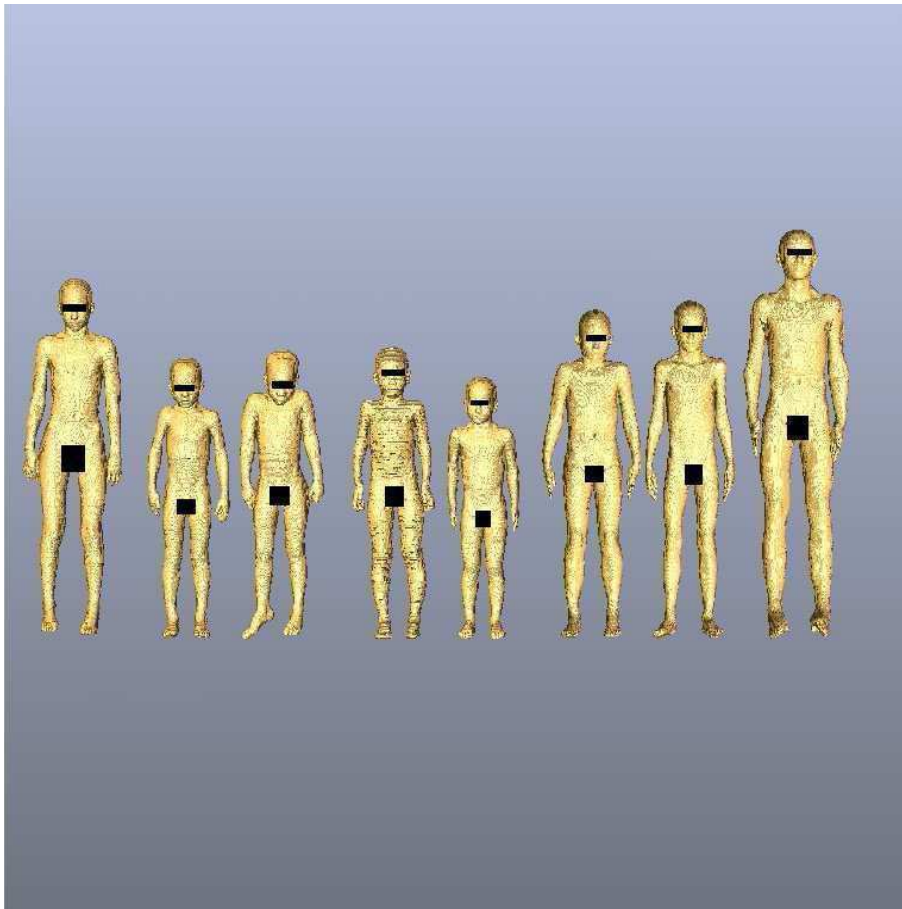


FIGURE 1.2 – Illustration des 8 fantômes enfants. De gauche à droite : Billie, Thelonious, Karla, le garçon coréen, Roberta, Eartha, Dizzy et Louis.

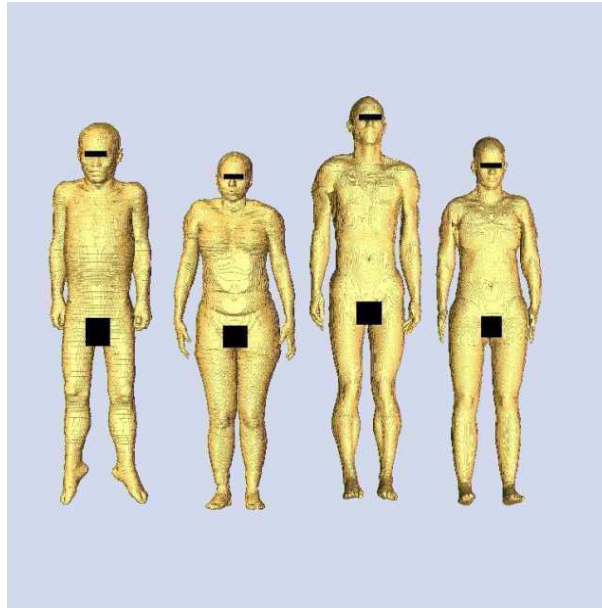


FIGURE 1.3 – Nouveaux fantômes adultes. De gauche à droite : HDRK, Naomi, Duke et Ella.

La plupart de ces fantômes ont été choisis de manière à correspondre à la moyenne de la population dont ils proviennent.

La morphologie humaine influence fortement l'exposition aux ondes électromagnétique. Parmi ces facteurs morphologiques, nous distinguons les facteurs morphologiques externes et les facteurs morphologiques internes. Les facteurs morphologiques externes les plus évidents sont la taille et la masse. Il existe d'autres facteurs morphologiques externes utilisés dans beaucoup d'études anthropométriques. Parmi ces facteurs nous avons, la mesure empirique de la surface corporelle (qu'on appelle BSA : Body Surface Area). L'Indice de Masse Corporelle (IMC) en anglais Body Mass Index (BMI) indiquant la corpulence d'un individu, peut être utilisé également dans le modèle du WBSAR. Ces deux facteurs s'expriment en fonction de la taille et de la masse. Plusieurs formules existent dans la littérature pour le facteur BSA comme la formule de Fujimoto [17] établie à partir d'un échantillon d'individus japonais et la formule Dubois et Dubois établie à partir d'un échantillon européen [15]. Pour cette étude nous avons choisi la formule de Dubois et Dubois. Les formules du BMI et du BSA sont données respectivement par :

$$BMI(kg/m^2) = \frac{m}{t_m^2}, \quad (1.1)$$

et

$$BSA(m^2) = 0.007184(m^{0.425}t_{cm}^{0.725}), \quad (1.2)$$

où m est la masse (exprimé en kg) et t est la taille.

En ce qui concerne les facteurs morphologiques internes, nous considérons d'une part la peau (ce facteur est important car il est le premier tissu exposé à l'onde) et d'autre part, la graisse, les muscles et les os. Ces facteurs morphologiques internes sont les principaux tissus qui constituent le corps humain. En effet, ils représentent environ 80 % de la masse totale du corps. Il existe beaucoup d'autres facteurs morphologiques internes comme la matière grise, matière blanche, le cartilage notamment, mais ces facteurs ont une faible influence sur le WBSAR. En effet, la puissance absorbée par ces tissus varie entre 5 % et 11 % pour les fantômes. Le tableau 1.1 regroupe les différents facteurs morphologiques internes et externes des fantômes.

Fantômes	Taille (m)	Masse (kg)	Peau (%)	Graisse (%)	Muscles (%)	Os (%)
Hommes						
Norman	1.74	66	7.2	22	45	11.1
Zubal	1.75	81	5.7	21	42	17.4
Etri	1.76	76	11.8	14	47	15
Visible Human	1.82	106	8.3	18	47	16
Taro	1.73	67	5.5	29	43	10.3
Duke	1.75	71	7.7	16	48	12.4
HDRK	1.70	72	5.8	34	33	17.1
Femmes						
Naomi	1.58	64	5.1	38	32	14.7
Hanako	1.61	52	5.8	32	33	16.3
Ella	1.67	58	6.1	24	40	10.4
Enfants						
Thelonious	1.17	19	7.9	15	42	15.4
Billie	1.47	35	9.7	19	34	13.7
Karla	1.18	24	10	29.5	30	15.15
Garçon Coréen	1.22	24.8	7.7	17	37.6	17
Roberta	1.10	17.6	8	22	33.7	9.35
Eartha	1.38	31	5.3	25.4	35.2	11.6
Dizzy	1.39	26	6.8	18.4	40	18.4
Louis	1.68	49.2	8.2	18.5	42.2	14

TABLE 1.1 – Caractéristiques morphologiques des fantômes.

Les tissus biologiques du corps humain possèdent des caractéristiques électromagnétiques appelées propriétés diélectriques [18, 27]. Nous distinguons la permittivité relative ϵ_r normalisée par la permittivité de l'air (ϵ_0 exprimée en $A.s.V^{-1}.m^{-1}$) et la conductivité σ exprimée en $S.m^{-1}$. Ces deux grandeurs varient en fonction des tissus biologiques et de la fréquence. Le tableau 1.2 donne des propriétés diélectriques de quelques tissus à la fréquence de 2.1 GHz [18]. De plus, ces tissus possèdent des masses volumiques s'exprimant en kg/m^3 .

Tissus	Conductivité	Permittivité
Peau	1.35	40.89
Muscles	1.51	53.16
Graisse	0.09	5.32
Os	0.5	15.27
Moelle osseuse	0.080	5.34

TABLE 1.2 – Conductivité et permittivité de quelques tissus à la fréquence 2100 MHz.

1.1.2 La méthode de la FDTD

La quantification de l'absorption des ondes électromagnétiques dans un volume tel qu'un corps humain requiert une résolution précise des équations aux dérivées partielles caractérisant la propagation des ondes. Ces équations sont les équations de Maxwell.

Plusieurs méthodes existent dans la littérature permettant de résoudre les équations de Maxwell. Dans le cadre de cette étude nous utiliserons la méthode de la FDTD (Finite Difference in Time Domain). Cette méthode a montré ces avantages dans beaucoup de problèmes en électromagnétisme notamment dans les milieux fortement hétérogènes (comme dans notre cas un fantôme avec différents tissus biologiques).

La FDTD permet la résolution directe des dérivées partielles des équations de

Maxwell. En ce qui concerne les dérivées partielles spatiales, elles sont approximées par la méthode des différences finies du second ordre en utilisant le schéma de Yee [49]. Pour les dérivées temporelles, on utilise un schéma de type saute mouton.

Le maillage utilisé est constitué de parallélépipèdes orthogonaux (uniformes ou non-uniformes) et les calculs s'effectuent de manière itérative dans le domaine temporel avec un pas constant. Cependant, le maillage parallélépipédique engendre le problème du 'staircasing' (c'est-à-dire que la surface du fantôme a une représentation en marche d'escalier) qui n'est pas représentatif du lissage d'un corps humain.

La FDTD permet d'obtenir un résultat précis sous une contrainte de stabilité de la méthode exigeant un pas de temps très petit. Le volume numérique est limité par rapport à un cas réel qui représente un espace libre dans lequel les ondes peuvent se propager à l'infini. Afin de simuler ce comportement d'espace libre, nous utilisons des surfaces sur lesquelles nous imposons des conditions aux limites. Nous utilisons au niveau de ces surfaces des couches de type PML (Perfectly Matched Layer) [4] pour leurs caractéristiques d'absorption afin d'éviter des réflexions dans le volume.

La FDTD fournit le champ E induit dans chaque parallélépipède. Le SAR dans chaque parallélépipède s'écrit en fonction du champ électrique E (exprimé en volts par mètre, valeur crête), de la conductivité σ (exprimée en S/m) et la masse volumique ρ (exprimée en kg/m^3) sous la forme :

$$SAR = \frac{\sigma |E|^2}{2\rho}. \quad (1.3)$$

Le SAR moyenné sur le corps entier (WBSAR) est égal à la puissance totale absorbée ramenée à la masse du corps.

1.1.3 Les sources électromagnétiques

De nos jours, il existe beaucoup de sources électromagnétiques (téléphone mobile, station de base...). Ces sources émettent des ondes électromagnétiques se propageant dans l'espace et opérant à une fréquence donnée.

Une onde électromagnétique possède un vecteur caractérisant le champ électrique

E et un vecteur caractérisant le champ magnétique H . Ces deux champs varient dans le temps et dans l'espace.

Suivant l'usage des sources électromagnétiques, les ondes électromagnétiques peuvent être proches du corps (comme le cas d'un usage de téléphone mobile) ou loin du corps (station de base). Dans le cas d'un usage proche du corps nous parlons de champ proche et dans le cas d'un usage de source loin du corps nous parlons de champ lointain.

Dans le cadre de notre étude, nous allons utiliser une onde plane. Le champ électromagnétique d'une onde plane dans le vide est transverse, c'est-à-dire que le champ électrique et le champ magnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation et donc contenus dans le plan d'onde. L'onde plane peut modéliser une source lointaine dans un petit volume.

1.2 Problématique, objectifs et matériels

1.2.1 Problématique et objectifs

Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction, les niveaux de référence ont été définis afin de garantir la conformité aux restrictions de base qui représentent les limites fondamentales. Or, des études menées en dosimétrie numérique montrent que ces niveaux de référence induisent des valeurs du WBSAR qui pourraient ne pas être conservatives vis-à-vis des restrictions de base [11, 23, 24]. Cependant, ces études utilisent peu de fantômes qui ne permettent pas de caractériser l'exposition au sein d'une population. Notre objectif est alors d'étudier l'exposition à l'échelle d'une population (c'est-à-dire caractériser la distribution du WBSAR dans une population donnée). Dans une problématique de santé et de gestion des risques, nos efforts vont se concentrer sur l'estimation d'un quantile du WBSAR qui correspond à 95 % d'une population donnée.

En ce qui concerne la configuration d'exposition, nous avons choisi une onde plane polarisée verticalement et orientée frontalement sur les fantômes avec une puissance incidente de 1 W/m^2 et une fréquence fixée à 2100 MHz.

Le choix de l'orientation de l'onde vient du fait que celle-ci induit un plus grand WBSAR comparée aux autres directions.

En ce qui concerne la polarisation, nous avons choisi la polarisation verticale. Cependant, des études récentes montrent que la polarisation verticale n'induit pas forcément des valeurs de WBSAR plus élevées que les autres polarisations pour des fréquences supérieures à 2 GHz [10, 22] .

En ce qui concerne cette fréquence, elle est choisie car d'une part, cette fréquence est utilisée dans le domaine des télécommunications (WiFi, UMTS...) et d'autre part, autour de cette fréquence les niveaux de référence pourraient ne pas être conservatifs relativement aux restrictions de base.

L'ensemble des fantômes dont nous disposons n'est pas a priori un tirage aléatoire représentatif de la population. Même, si cet ensemble de fantômes était un tirage aléatoire d'une population, le faible nombre des fantômes ne permettrait pas de caractériser avec précision l'exposition dans cette population. En effet, des méthodes de type Monte Carlo ont une convergence très lente ($O(\frac{1}{\sqrt{N}})$ où N est la taille de l'échantillon).

Afin d'estimer le quantile du WBSAR à 95 % dans une population donnée, l'idée est de construire un modèle réduit pour le WBSAR. Ce modèle va lier les facteurs morphologiques au WBSAR.

Un modèle réduit du WBSAR s'écrit de la manière générale suivante :

$$y^{\text{wbsar}} = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x_i) + \epsilon, \quad (1.4)$$

où y^{wbsar} est la valeur du WBSAR, $(\alpha_i)_{i=1,\dots,n}$ les paramètres inconnus, $(f_i)_{i=1,\dots,n}$ des fonctions continues, $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ les facteurs morphologiques et finalement ϵ est l'erreur du modèle.

Les fantômes dont nous disposons vont permettre l'estimation des paramètres inconnus du modèle (1.4).

Les données statistiques de la morphologie existant dans la littérature vont permettre de construire la distribution statistique du WBSAR à travers la relation (1.4) par des méthodes de type Monte Carlo. En effet, un tirage aléatoire d'un nombre im-

portant de morphologies suivant des lois statistiques permet de surmonter le nombre limité de fantômes. De plus, le modèle du WBSAR permettra d'estimer également le WBSAR sans avoir recours aux outils de simulation numérique de type FDTD, très coûteuses en temps de calcul.

Beaucoup d'études ont été menées afin de construire un modèle du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques [11, 23, 24]. Ces études se basent sur le fait que plus la fréquence augmente, plus la longueur d'onde est petite, ce qui engendre une absorption surfacique de l'onde électromagnétique par le corps humain. La figure 1.4 illustre l'aspect surfacique de l'absorption d'une onde plane pour des fréquences dépassant 1 GHz.

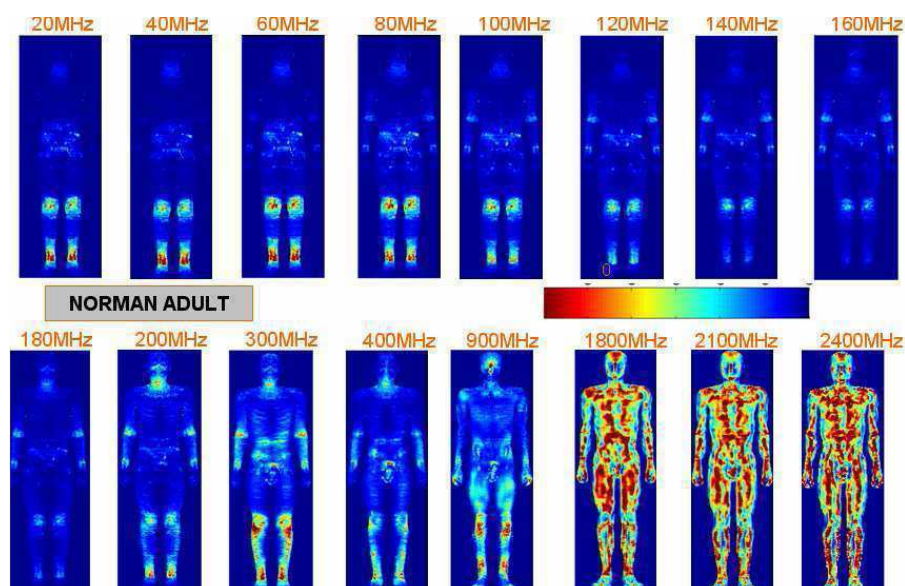


FIGURE 1.4 – L'absorption d'une onde plane pour le fantôme Norman en fonction de la fréquence.

Puisque l'absorption autour de 2 GHz est plutôt surfacique, nous pouvons supposer que le WBSAR dépend du rapport entre la surface du corps et la masse.

De plus, des facteurs comme le BSA et le BMI sont des facteurs qui estiment respectivement de manière empirique la surface et la corpulence d'un individu. Ces facteurs pourraient être utilisés dans le modèle du WBSAR. Ce modèle sera construit en utilisant la morphologie des fantômes dont nous disposons ainsi que la valeur du

WBSAR correspondante.

Le nombre de ces fantômes étant limité, afin d'agrandir la base de données des fantômes nous disposons d'une technique appelée technique de morphing qui permet de déformer les fantômes initiaux afin de les ramener à différentes morphologies.

Dans les sections suivantes nous allons décrire la technique de morphing ainsi que les données anthropométriques qui vont nous permettre d'étudier l'exposition à l'échelle d'une population.

1.2.2 La technique du morphing

Des techniques de morphing ont été développées et utilisées dans beaucoup d'études [23, 24, 20, 21, 47, 48].

Aujourd'hui nous disposons de 8 modèles d'enfants. Cependant, il y a trois ans nous ne disposions d'aucun modèle d'enfant obtenu par IRM. Dans le but d'étudier l'exposition des enfants aux ondes électromagnétiques, la technique de morphing a été mise en place. Cette technique permet de créer des nouveaux fantômes de différentes morphologies à partir des fantômes initiaux. Elle permet également de pallier le nombre limité de fantômes.

Cette méthode consiste à déformer par homothétie différentes parties du fantôme. Cette déformation s'effectue en appliquant des coefficients de réduction à ces parties du corps. Les parties déformées sont : la taille, la largeur des épaules, la profondeur au niveau des épaules, la largeur des hanches et finalement la profondeur au niveau des hanches.

Dans une étude précédente [20], la technique de morphing a été appliquée aux modèles Norman, Visible Human, Etri, Zubal, Hanako et Taro. Ces fantômes ont été déformés à différents âges (5, 8 et 12 ans). L'évolution des parties du corps varient en fonction de l'âge. De plus, ces facteurs sont probablement corrélés. Or, ces corrélations ne sont pas connues. Ces fantômes ont donc été réduits en prenant la moyenne de différentes parties pour chaque classe d'âge. Ces moyennes sont extraites du livre 'Auxologie, méthode et séquences' [35].

Nous appellerons dans la suite l'ensemble des fantômes obtenus par la technique

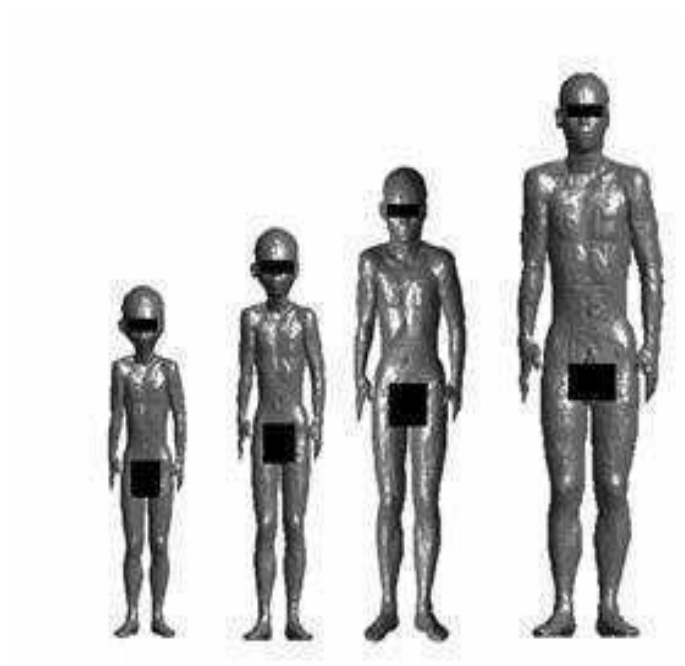


FIGURE 1.5 – Le fantôme coréen morphé à différents âges. De gauche à droite : Etri morphé à l'âge de 5 ans, Etri morphé à l'âge de 8 ans, Etri morphé à l'âge de 12 ans et Etri initial.

de morphing et le fantôme initial 'famille de fantômes'. Comme le montre la figure 1.5, les fantômes issus de la technique de morphing représentent une large variabilité des facteurs morphologiques externes. Cependant, il existe des facteurs morphologiques qui ne sont pas maîtrisables par cette technique. En effet, les facteurs morphologiques internes et la masse du fantôme ne peuvent pas être pris en compte par cette méthode. Ces facteurs sont calculés une fois le fantôme déformé.

Concernant l'évolution des facteurs morphologiques internes, nous avons comparé les proportions des principaux tissus (peau, muscles, graisse et os) en fonction de l'âge pour chaque famille de fantômes (exemple de la famille Zubal sur la figure 1.6). Nous constatons que ces facteurs ne sont pas affectés par la technique de morphing. En effet, les fantômes morphés conservent quasiment les mêmes proportions de tissus principaux.

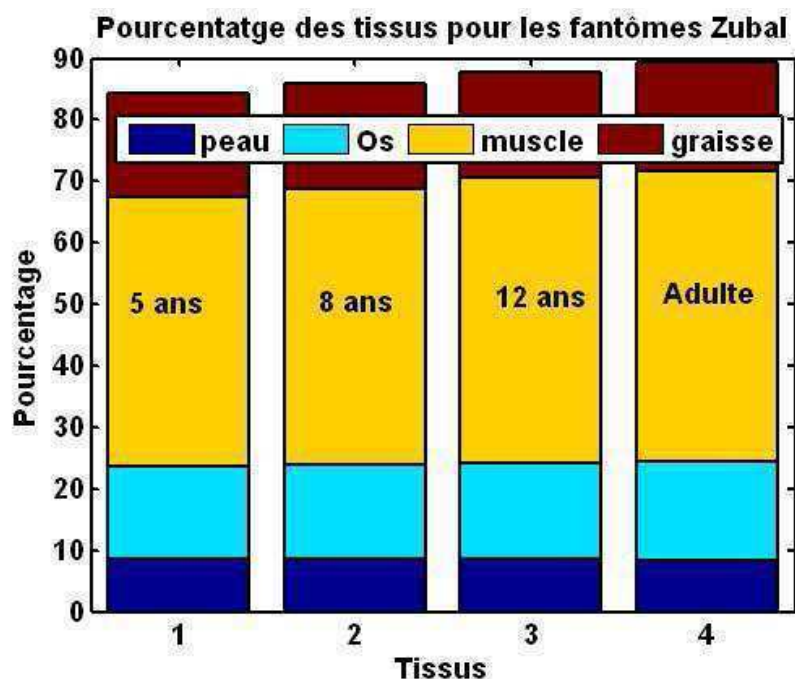


FIGURE 1.6 – Comparaison des facteurs internes pour la famille Zubal

Cette technique génère des fantômes de morphologie interne similaires.

1.2.3 Données anthropométriques

Afin d'étudier l'exposition à l'échelle d'une population et d'en déduire le quantile à 95 %, les données anthropométriques de la population étudiée sont importantes. Les lois statistiques de ces données vont permettre d'étudier la représentativité des fantômes dont nous disposons. En effet, la représentativité des fantômes va permettre de vérifier la qualité du modèle que nous cherchons à établir. De plus, ces lois vont être utilisées pour estimer la distribution du WBSAR en utilisant un modèle de type (1.4).

1.2.3.1 Facteurs morphologiques internes

Nous appelons les facteurs morphologiques internes, les tissus internes qui composent le corps humains. Il existe différents tissus dans le corps humain (muscles, graisse, intestins...). Comme nous nous intéressons au WBSAR (Whole Body averaged SAR) qui est une grandeur moyennée sur le corps entier, des facteurs de faibles pourcentages du corps (cerveau, glandes...) ne sont pas significatifs puisque leur absorption est faible (entre 5 et 11 % de la puissance totale absorbée). Les facteurs principaux qui peuvent impacter le WBSAR sont la peau (car ce facteur est le premier tissu que rencontre l'onde), la graisse, les muscles et les os. L'ensemble de ces tissus représentent environ 80 % du corps entier. De plus, ils sont très variables chez les fantômes dont nous disposons. Par exemple la proportion de muscles varient chez les adultes de 32 % à 48 %. Il est donc possible que ces facteurs soient importants dans la construction d'un modèle du WBSAR.

Dans la littérature, il n'existe presque pas de données statistiques de ces facteurs morphologiques internes. Néanmoins, il existe quelques valeurs moyennes fournies par l'ICRP (International Commission on Radiological Protection). Les moyennes ont été extraites d'une population d'adultes regroupant un échantillon de la population nord-américaine et un échantillon de la population européenne. La taille de l'échantillon est égale à 20000 [46]. Les moyennes sont données par sexe pour les masses de peau, graisse, muscles et os.

Nous avons comparé les moyennes (hommes et femmes) données par l'ICRP

avec la moyenne et la médiane calculées sur les fantômes. Les résultats de cette comparaison sont donnés dans les tableaux 1.3 et 1.4.

Tissus	Moyenne ICRP	Moyenne fantômes	Médiane fantômes
	Hommes	Hommes	Hommes et femmes
Peau (kg)	3.3	5.78 (+43 %)	5.48 (40 %)
Muscles (kg)	29	34.02 (+15 %)	34.51 (+16 %)
Graisse (kg)	14.6	17.34 (+16 %)	14.38 (-2 %)
Os (kg)	10.5	10.91 (+4 %)	11.71 (+10 %)

TABLE 1.3 – Comparaison de la moyenne des masses des facteurs internes des fantômes avec celle de l'ICRP.

Tissus	Moyenne ICRP	Moyenne fantômes	Médiane fantômes
	Femmes	Femmes	Hommes et femmes
Peau (kg)	2.3	3.27 (+30 %)	3.28 (+30%)
Muscles (kg)	17.5	20.26 (+14 %)	20.82 (+16 %)
Graisse (kg)	18	18.36 (+2 %)	16.75 (-8 %)
Os (kg)	7.8	8 (+2.5 %)	8.54 (+9 %)

TABLE 1.4 – Comparaison de la moyenne des masses des facteurs internes des fantômes avec celle de l'ICRP.

Les résultats des tableaux 1.3 et 1.4 montrent que l'erreur relative obtenue issue de la comparaison des moyennes des muscles, graisse et os de l'ICRP avec les moyennes et médianes des fantômes est inférieure à 19 %. Ceci montre que généralement les fantômes adultes sont relativement proches et concentrés autour de la moyenne de la population de l'ICRP concernant ces tissus. Les différences observées pourraient provenir de l'origine des fantômes (deux fantômes coréens et fantôme japonais parmi 7 fantômes hommes et une femme japonaise parmi 3 fantômes femmes) qui ne sont pas issus de la population nord-américaine et européenne à laquelle l'échantillon de l'ICRP appartient.

Afin d'éviter l'influence du maillage, tous les fantômes ont été remaillés à 2 mm^3 . Ces fantômes ont des maillages initiaux différents. Par exemple, le fantôme Etri est

maillé initialement à 3 mm^3 . Le fait de les remailler à 2 mm^3 surestime son épaisseur initiale à au moins 4 mm. De plus, l'ICRP a fourni la moyenne de cette épaisseur qui est égale 1.4 mm. Cette surestimation de l'épaisseur de la peau explique l'importante variabilité de la masse de ce tissu comparée à la moyenne de la population de l'ICRP.

1.2.3.2 Facteurs morphologiques externes

En ce qui concerne ces facteurs morphologiques externes, des facteurs comme la taille, la masse, le BMI et le BSA peuvent impacter le WBSAR et être utilisés pour construire un modèle du WBSAR.

Il existe beaucoup de données statistiques sur ces facteurs pour différentes populations [37, 31, 36]. Ces données sont classées par origine, âge ou sexe. Cependant, les différents facteurs morphologiques constituant le corps humain sont probablement corrélés, mais cette corrélation n'est jamais donnée.

Les informations statistiques fournies par la littérature sont généralement la moyenne, l'écart-type et quelques fois des quantiles.

Les lois de ces facteurs vont permettre de comparer les facteurs morphologiques des fantômes avec différentes populations, nous devons avoir les lois statistiques de ces facteurs dans les populations. Pour déterminer les lois qui pourraient estimer ces différents facteurs, nous avons utilisé les données statistiques fournies dans la littérature avec des quantiles et nous avons employé la méthode de la droite de Henry (QQplot : Quantile to Quantile plot) [38]. Cette droite permet de vérifier visuellement si les quantiles théoriques d'une loi donnée comparés aux quantiles de l'échantillon sont cohérents. Dans le cas où ces quantiles sont alignés, la loi théorique estime la loi inconnue du facteur. La droite de Henry indique que la plupart des facteurs morphologiques externes suivent une loi normale. Les figures 1.7 et 1.8 montrent l'adéquation de la loi normale avec la loi inconnue du BMI des indiens hommes âgés de 20-24 ans [31] et la masse des italiens hommes âgés de 65-84 ans [36].

Les figures 1.7 et 1.8 montrent que généralement les facteurs morphologiques externes suivent des loi normales. Cependant, ce postulat peut ne pas être vrai pour certaines populations.

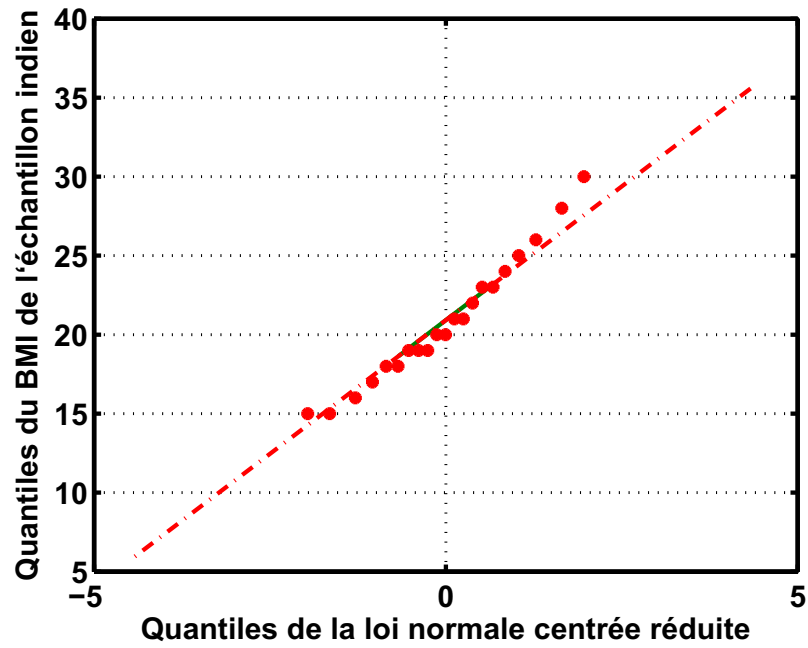


FIGURE 1.7 – Comparaison du BMI de l'échantillon des indiens hommes avec la loi normale

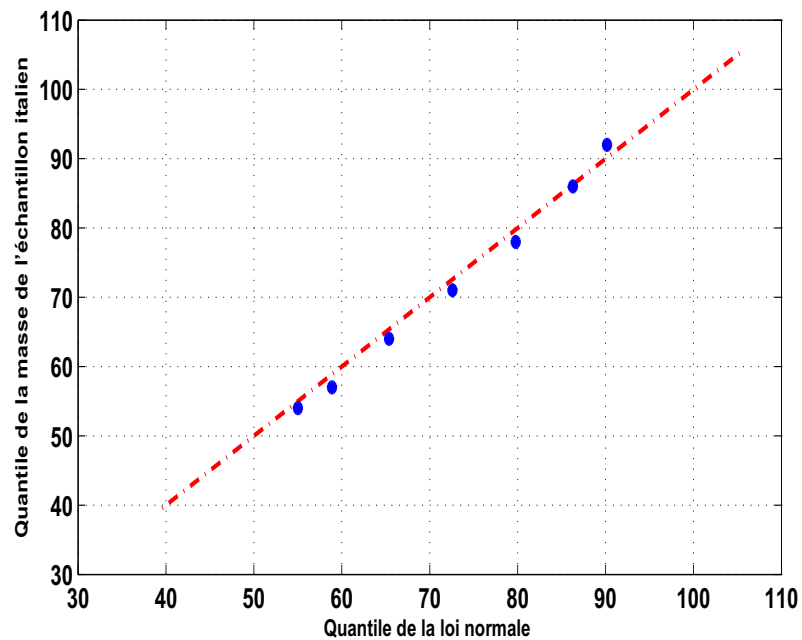


FIGURE 1.8 – Comparaison de la masse de l'échantillon des italiens hommes avec la loi normale

Grâce aux efforts mis en oeuvre par notre entité de recherche, nous avons pu obtenir récemment (mars 2009) une base de données anthropométrique regroupant des mesures de différents facteurs morphologiques de 3800 individus. Les facteurs qui ont été mesurés sont la taille, la masse, la hauteur entre jambe, la largeur de l'épaule gauche, la largeur de l'épaule droite, la carrure devant, la carrure dos, le tour de poitrine et le tour de ceinture. Les lois de ces facteurs ont été estimées en utilisant la droite de Henry. Nous avons déduit que ces lois sont normales ou log-normales. Les figures 1.9 et 1.10 montrent l'histogramme de la taille et de la masse de cet échantillon, les lois utilisées pour les estimer ainsi que la matrice de corrélation de ces facteurs.

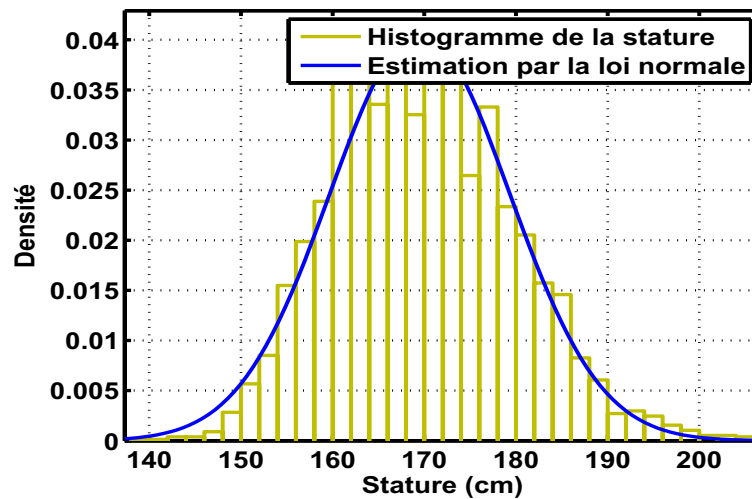


FIGURE 1.9 – Histogramme de la taille de l'échantillon de la population française

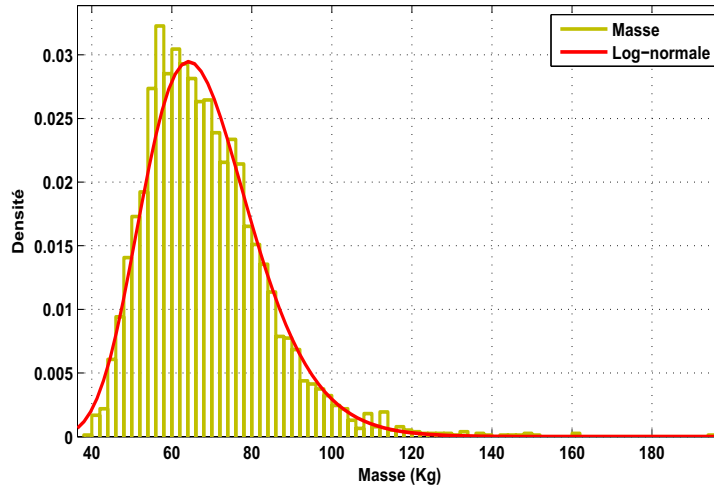


FIGURE 1.10 – Histogramme de la masse de l'échantillon de la population française

Rappelons que les densités de la loi normale et de la loi log-normale sont données respectivement par :

$$\varphi_{\mu,\sigma}^N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.5)$$

et

$$\varphi_{\mu,\sigma}^{LN}(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (1.6)$$

où μ et σ sont les paramètres de ces densités. Ces paramètres peuvent être estimés

par maximum de vraisemblance en utilisant l'échantillon du facteur morphologique. Notons $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ l'échantillon de la taille par exemple. Nous savons que la loi la plus adaptée à cet échantillon est la loi normale. La vraisemblance s'écrit :

$$L(\mu, \sigma, (x_i)_{i=1,\dots,n}) = \prod_{i=1}^n \varphi_{\mu,\sigma}^N(x_i), \quad (1.7)$$

L'estimation des paramètres de la loi normale par maximum de vraisemblance en utilisant l'échantillon $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ est obtenue en résolvant le système :

$$\frac{\partial L(\mu, \sigma, (x_i)_{i=1, \dots, n})}{\partial \mu} = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial L(\mu, \sigma, (x_i)_{i=1, \dots, n})}{\partial \sigma} = 0. \quad (1.9)$$

La solution de ce système pour la loi normale s'écrit :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.10)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2. \quad (1.11)$$

La même démarche permet d'obtenir les paramètres de la loi log-normale.

En ce qui concerne, la corrélation, nous constatons qu'il existe une tendance linéaire entre chaque couple de facteurs (figure 1.11).

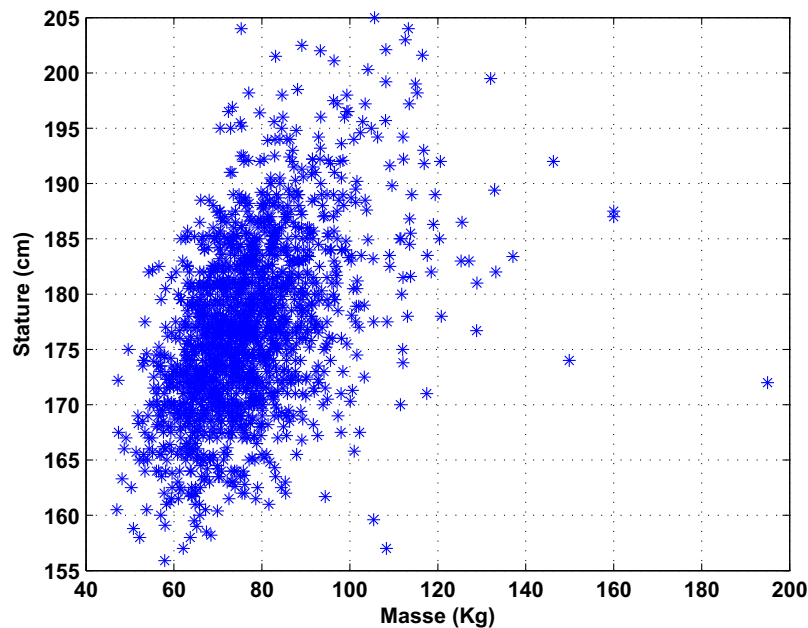


FIGURE 1.11 – Tendance linéaire entre la masse et la carrure devant

Afin d'estimer le coefficient de corrélation entre deux facteurs morphologiques notés X et Y dont les échantillons sont notés $(x_i)_{i=1, \dots, n}$ et $(y_i)_{i=1, \dots, n}$, nous utilisons la corrélation empirique :

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (1.12)$$

$$\text{où } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ et } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}.$$

Nous constatons que la loi d'un facteur donné peut changer d'une population à l'autre. En effet, la masse de l'échantillon italien semble suivre une loi normale (figure 1.8) tandis que ce même facteur suit une loi log-normale pour l'échantillon de la population française (figure 1.10)

En ce qui concerne la représentativité des fantômes du point de vue de leurs facteurs morphologiques externes, les fantômes ont été comparés aux différentes populations. Généralement les fantômes ne sont pas représentatifs des différentes populations. Afin d'étudier cette représentativité, nous avons utilisé le test non-paramétrique de Kolmogorov-Smirnov [38]. Ce test permet d'évaluer si un échantillon provient d'une population donnée caractérisée par sa distribution statistique. Le test de Kolmogorov-Smirnov permet de choisir entre deux hypothèses :

H_0 : l'échantillon provient de la loi connue.

H_1 : l'échantillon ne provient pas de cette loi.

Ce test donne une valeur qu'on appelle p-valeur qui représente la probabilité avec un risque que l'on fixe à 0.05. Une p-valeur supérieur typiquement à 0.05 accepte l'hypothèse nulle H_0 .

Le test est appliqué aux différents facteurs et différentes populations. Le tableau (1.5) montre les résultats de comparaison des facteurs des fantômes adultes avec le BMI, la masse et la taille de respectivement des populations indienne (hommes), italienne (hommes) et française (hommes et femmes).

Nous remarquons que d'après le tableau 1.5, la représentativité des fantômes dépend de la population étudiée et du facteur choisi. En effet, l'échantillon des fantômes est représentatif pour la population française et la population italienne mais non représentatif de la population indienne.

Facteurs	BMI	Masse	Taille
	Indiens	Italiens	Français
p-valeur du KStest	0.02	0.63	0.57

TABLE 1.5 – Représentativité des fantômes adultes comparés à quelques populations

1.3 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les idées générales relatives à la dosimétrie numérique, le matériel ainsi que le contexte de cette étude. En ce qui concerne la dosimétrie, celle-ci permet de quantifier l’absorption des ondes électromagnétiques par les tissus biologiques humains. Pour le matériel, nous avons présenté les différents fantômes disponibles sur lesquels il est possible de quantifier l’absorption des ondes via la métrique du SAR. Une des méthodes numériques permettant de résoudre avec précision les équations de Maxwell a été présentée. Celle-ci est fondée sur les différences finies (Finite Difference in Time Domain).

En ce qui concerne la problématique de l’étude, nous avons vu que les études menées dans le cadre d’une exposition à une onde plane arrivant frontalement sur le fantôme et respectant les niveaux de référence pouvait induire un WBSAR qui était très proche des restrictions de base autour d’une fréquence de 2100 MHz. Notre objectif alors est de déterminer le quantile du WBSAR à 95 % dans une population. Cependant, le nombre limité des fantômes ne permet pas de trouver ce quantile. L’idée est donc de construire un modèle réduit du WBSAR en fonction de la morphologie. Ce modèle combiné à des données statistiques sur la morphologie va permettre la détermination de ce quantile. C’est pourquoi nous avons décrit les facteurs morphologiques qui pourrait impacter le WBSAR. Ces facteurs morphologiques peuvent être externes (taille, masse, BMI ou BSA) et internes (proportions de muscles de graisses).

Nous avons introduit la technique de morphing permettant de déformer un fantôme donné afin de le ramener à une morphologie différente et donc a priori d’élargir notre base de données de fantômes. Cependant, nous constatons que cette technique n’agit pas sur les tissus internes en engendrant des proportions de tissus internes

pratiquement identiques.

Nous avons vu que dans littérature il existait quelques données statistiques des facteurs morphologiques externes dont nous avons pu extraire des lois statistiques. De plus, nous avons pu obtenir une base de données anthropométriques comprenant des mesures de 3800 individus grâce aux nombreuses collaborations de l'équipe *WAVE*. Celle-ci a permis de mieux caractériser ces lois. Cependant, ces lois peuvent changer en fonction de la population. Nous avons effectué la comparaison des données morphologiques des fantômes avec les lois des différentes populations afin de savoir si les fantômes peuvent être considérés comme un tirage aléatoire de ces différentes populations. Le but de cette analyse est de vérifier la représentativité des fantômes ce qui permettra d'avoir une idée sur la qualité du modèle. En effet, si l'échantillon des fantômes est représentatif d'une population donnée, le modèle construit en utilisant ces fantômes sera pertinent. Les résultats de cette comparaison montre que la représentativité des fantômes dépend de la population et des facteurs.

En ce qui concerne les facteurs morphologiques internes, la variabilité des tissus d'un fantôme à l'autre peut également impacter le modèle du WBSAR que nous cherchons à établir. Néanmoins, nous ne disposons pas de données statistiques sur ces facteurs morphologiques exceptées quelques moyennes données par l'ICRP. La comparaison des moyennes des fantômes avec les moyennes de l'ICRP pour les hommes montre que généralement la moyenne des fantômes correspond à la moyenne de l'ICRP (à l'exception d'une différence sur la masse de peau qui est due à la segmentation de 2 mm des fantômes qui ne correspond pas à l'épaisseur de peau de 1.2 mm mesurée sur l'échantillon de l'ICRP). Par ailleurs, nous constatons une grande différence en ce qui concerne la comparaison des moyennes de fantômes avec celles de l'échantillon des femmes de l'ICRP. Ceci est dû au faible nombre des fantômes femmes dont nous disposons.

Dans le chapitre suivant, nous allons décrire le WBSAR avec des facteurs morphologiques. Pour ce faire, nous allons utiliser les fantômes dont nous disposons. Ce modèle va nous permettre d'estimer le quantile du WBSAR à 95 %. Pour déterminer ce quantile à 95 %, nous allons intégrer les connaissances que nous avons sur le

terme qui s'écrit en fonction de ces facteurs. Deux approches alors seront proposées. La première consiste à utiliser des lois paramétriques usuelles afin de voir l'influence de celles-ci sur le quantile du WBSAR à 95 %. La deuxième approche consiste à modéliser le terme dépendant de la morphologie interne par un mélange de gaussiennes. Les paramètres de ce mélange de gaussiennes vont être estimés de manière à maximiser le quantile du WBSAR à 95 %.

Chapitre 2

Estimation d'un quantile du WBSAR

2.1 Construction d'un modèle linéaire du WB- SAR

Notre objectif est de déterminer un quantile du WBSAR pour une population d'adultes. Pour ce faire, nous disposons d'un ensemble de dix huit fantômes. Cependant, le nombre de ces fantômes est limité et ne permet pas d'appliquer des méthodes usuelles d'estimation de quantile. L'idée est donc de construire un modèle paramétrique du WBSAR en fonction de la morphologie à partir duquel l'inférence d'un quantile sera effectué.

2.1.1 Facteurs morphologiques externes influençant le WB- SAR

Des études menées dans le cadre d'une exposition à une onde plane orientée frontalement sur le corps à une fréquence autour de 2100 MHz [11, 23, 24] soulignent la variabilité du WBSAR (SAR moyenné sur le corps entier) due à celle de la morphologie. De plus, ces études montrent que dans le domaine des hautes fréquences, le WBSAR est approximativement proportionnel à la surface du corps éclairée par

l'onde.

À partir de cette relation de proportionnalité, il est donc possible de construire un modèle du WBSAR uniquement en fonction des facteurs morphologiques externes. Cependant, ces études sont fondées sur des fantômes obtenus par déformation en utilisant la technique du morphing (section 1.1.1) ou des fantômes homogènes (un seul tissu équivalent remplaçant tous les tissus biologiques du corps) ou des géométries équivalentes au corps humain (ellipsoïdes). Ces fantômes homogènes ou géométries simples ne tiennent pas compte de la variabilité des tissus internes dans un corps humain. Donc, pour des fantômes hétérogènes issus d'IRM, il est possible que d'autres facteurs influencent le WBSAR.

Un modèle du WBSAR peut être donné par la relation linéaire (2.1)

$$y^{\text{wbsar}} = \alpha x + \epsilon, \quad (2.1)$$

où y^{wbsar} est le WBSAR, α un paramètre inconnu, x le facteur morphologique représentant la surface du corps divisée par la masse et enfin ϵ est l'erreur du modèle.

Comme nous l'avons expliqué auparavant, nous cherchons à combiner le modèle (2.1) et les données statistiques sur la morphologie des populations pour donner une estimation de la distribution du WBSAR et en particulier du quantile à 95 % de cette distribution. Néanmoins, il n'existe pas de données statistiques de la surface du corps humain pour les populations. Par contre, il existe un estimateur empirique de la surface totale de la peau qui est fortement corrélé avec la surface éclairée du corps, il s'agit du BSA (Body Surface Area). Pour une incidence donnée (par exemple : incidence frontale, cf. figure 2.1), le BSA est fortement corrélé avec la surface éclairée du corps. En effet, la corrélation entre la surface éclairée et le BSA est égale à 0.98. La figure 2.1 montre la relation de l'évolution entre le BSA et la surface éclairée des 12 fantômes adultes dont nous disposons pour une incidence frontale.

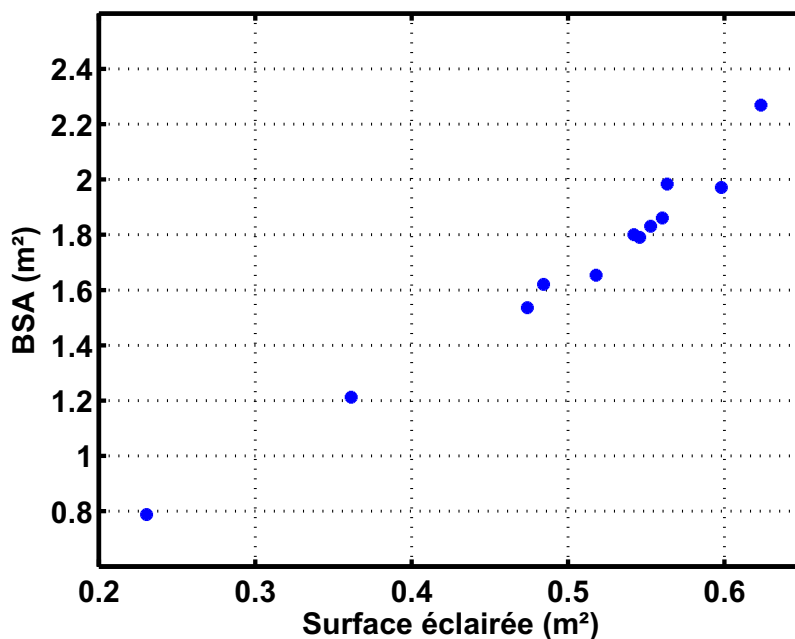


FIGURE 2.1 – Evolution du BSA en fonction de la surface éclairée pour l'incidence frontale

Cette forte corrélation entre la surface éclairée et le BSA nous permet d'utiliser ce dernier dans le modèle du WBSAR. Puisque le WBSAR est proportionnel à la surface éclairée du corps divisée par la masse, le BSA ramené à la masse peut être utilisé afin de construire un modèle du WBSAR.

Nous pouvons dégager un deuxième facteur qui peut également remplacer la surface éclairée divisée par la masse. Ce facteur est déduit à partir de considérations de dimensionalité. En effet, d'une part, la surface éclairée s'exprime en mètres carrés et d'autre part, la masse est un volume multiplié par une masse volumique. Cette masse volumique varie en fonction des tissus du corps. De manière générale la densité volumique du corps ne varient pas beaucoup, sa moyenne est d'environ 1100 kg/m^3 dans un corps humain avec un écart-type de 287 kg/m^3 [18, 27]. Les valeurs extrêmes sont atteintes par la graisse et la moelle osseuse qui ont respectivement des densités de 655 et de 1990. Si nous considérons la masse volumique des tissus constante, la masse sera homogène à un volume s'exprimerant en m^3 .

Notons d une dimension donnée. Nous avons ainsi la proportionnalité décrite par

(2.2).

$$\frac{Surface}{Masse}(m^2/kg) \propto \frac{d^2}{d^3} = \frac{1}{d} \quad (2.2)$$

En assimilant la dimension d à la masse à la puissance $\frac{1}{3}$, nous déduisons ainsi un troisième facteur (c'est-à-dire masse $^{-\frac{1}{3}}$). De plus, ce facteur est également fortement corrélé à la surface éclairée divisée par la masse (figure 2.2). Dans une autre publication [32], les propriétés dimensionnelles ont été utilisées pour construire une relation du BSA en fonction uniquement de la masse. En effet, dans la formule du BSA proposée dans cette publication, la taille du corps est remplacée par la masse à la puissance $\frac{2}{3}$. Cette formule est donnée comme suit :

$$BSA_{(m^2)} = 0.1020p^{0.6854},$$

où p est la masse (exprimé en kg).

Ceci confirme le choix du facteur que nous utilisons dans un modèle du WBSAR.

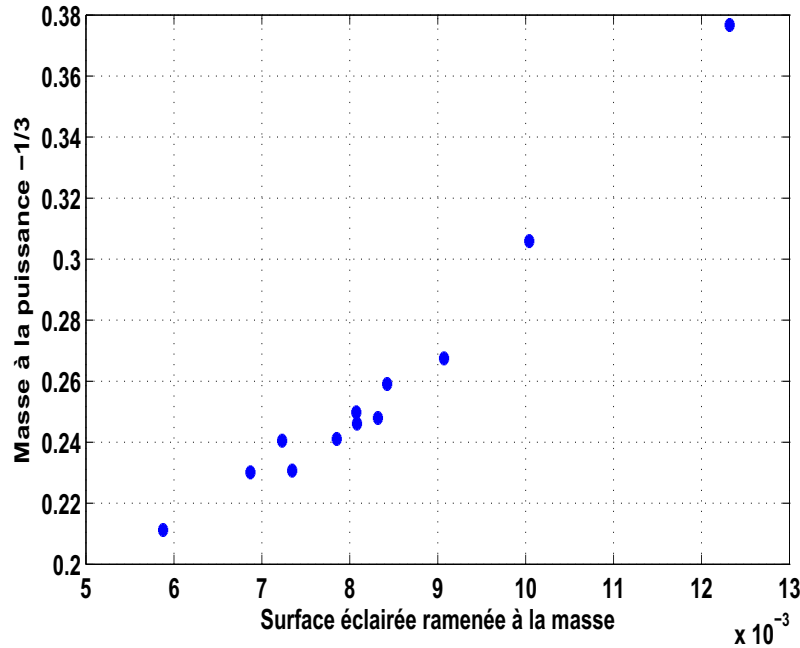


FIGURE 2.2 – Corrélation entre la masse à la puissance $-1/3$ et la surface éclairée par les adultes

Dans la littérature [23], nous trouvons le facteur BMI utilisé pour construire un modèle du WBSAR pour des fréquences autour de 70 MHz. Cette fréquence est appelée "fréquence de résonance". Elle correspond à la fréquence où la taille du fantôme est égale à $\frac{\lambda}{2}$ (λ la longueur) d'onde. Le corps humain se comporte comme une antenne réceptrice à sa résonance. Cette publication montre également que le BMI est un bon facteur pour prédire le WBSAR dans cette région de résonance.

Puisque l'inverse du facteur BMI s'exprime en fonction de la même unité que la surface éclairée ramenée à la masse (m^2/kg), nous avons comparé l'inverse du BMI avec la surface éclairée ramenée à la masse (figure 2.3). Nous constatons qu'ils sont fortement corrélés avec un coefficient de corrélation égale à 0.98. Nous avons choisi d'utiliser l'inverse du BMI dans le modèle du WBSAR.

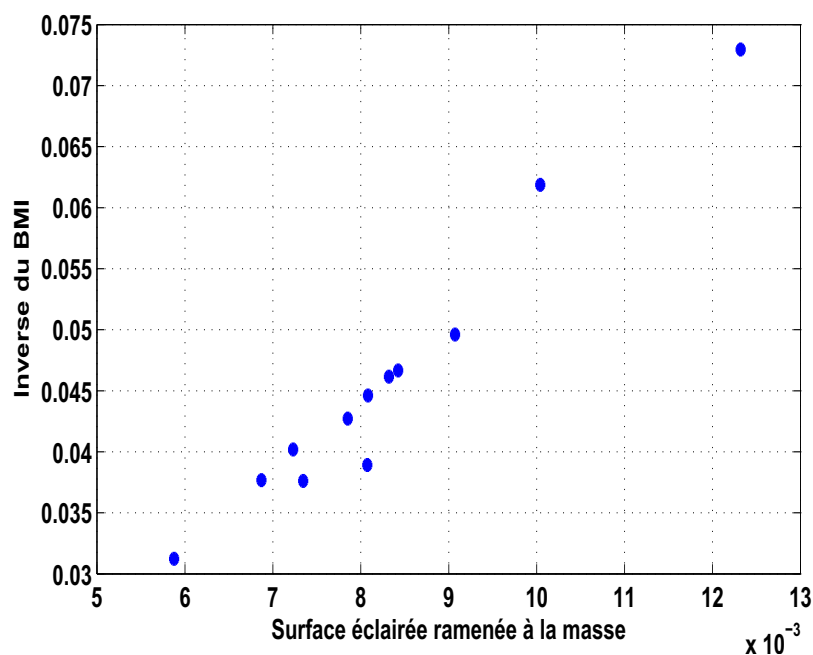


FIGURE 2.3 – Corrélation entre la surface éclairée et l'inverse du BMI des fantômes adultes pour l'incidence frontale

Nous avons ainsi déterminé trois facteurs fortement corrélés à la surface divisée par la masse et pouvant intervenir dans le modèle 2.1. Les trois modèles faisant intervenir les trois facteurs (respectivement $\frac{BSA}{masse}$, l'inverse du BMI et la masse à la puissance $-\frac{1}{3}$) se formalisent par les équations (2.3), (2.4) et (2.5).

$$y_1^{\text{wbsar}} = \alpha x_{\text{bsa}} + \epsilon_1, \quad (2.3)$$

$$y_2^{\text{wbsar}} = \beta x_{\text{bmi}} + \epsilon_2, \quad (2.4)$$

$$y_3^{\text{wbsar}} = \gamma x_{\text{masse}} + \epsilon_3, \quad (2.5)$$

où y_1^{wbsar} , y_2^{wbsar} et y_3^{wbsar} sont les trois valeurs du WBSAR ainsi modélisées, α , β et γ sont les trois paramètres inconnus des modèles, x_{bsa} , x_{bmi} et x_{masse} sont les facteurs décrivant respectivement $\frac{BSA}{masse}$, l'inverse du *BMI* et la masse à la puissance $-\frac{1}{3}$ et ϵ_1 , ϵ_2 et ϵ_3 sont les erreurs associées aux modèles.

Afin d'estimer les paramètres inconnus α , β et γ , nous utilisons l'ensemble des fantômes disponibles. Les fantômes disponibles pendant cette étude sont Norman, Etri, Hanako, Taro, Visible Human, Zubal, Naomi, HDRK et les adultes de la Virtual Family (Ella et Duke).

Afin de rendre le modèle du WBSAR plus générique, nous allons intégrer les enfants de la Virtual Family (Billie et Thelonious). Le modèle que nous cherchons à établir permettra de prédire le WBSAR pour une population d'adultes et le fait d'ajouter les enfants pour ajuster les paramètres α , β et γ va permettre au modèle de prédire le WBSAR pour des populations avec des morphologies très variables (par exemple les adultes de petite taille).

Nous avons utilisé un critère quadratique pour estimer les paramètres inconnus. Nous utilisons également le test de Student. Ce test permet de mesurer si les facteurs du modèle sont significatifs ou non. Pour ce faire, nous testons l'hypothèse que le paramètre associé à chaque facteur soit nul. Ce test produit une valeur appelée 'p-valeur'. Une p-valeur inférieure à 0.05 permet de rejeter cette hypothèse, ce qui signifie que les paramètres sont significativement non nuls. L'intervalle de confiance à 95 % des paramètres est également calculé.

Finalement le coefficient R^2 est calculé. Ce coefficient permet de montrer la capacité du modèle à expliquer la variabilité initiale des données. Plus le coefficient est proche de 1 le modèle décrit une large propagation de cette variabilité initiale.

Les résultats obtenus sur les trois modèles sont donnés dans le tableau 2.1.

Modèles	Valeur du paramètre estimé	t-test p-valeur	Intervalle de confiance à 95 %	R^2
Modèle (2.3) $\left[\frac{BSA}{masse}\right]$	0.25	10^{-11}	[0.21, 0.28]	0.78
Modèle (2.4) $[BMI^{-1}]$	0.15	10^{-11}	[0.14, 0.16]	0.87
Modèle (2.5) $[masse^{-\frac{1}{3}}]$	0.027	10^{-6}	[0.0235, 0.03]	0.67

TABLE 2.1 – Résultats obtenus par les modèles.

Comme le montre le tableau 2.1, les paramètres estimés par la méthode des moindres carrés sont significatifs au sens du test de Student. En ce qui concerne la qualité des modèles, le modèle (2.4) est de meilleure qualité comparé aux deux autres (R^2 plus élevé). De plus, le calcul de l'écart-type associé à l'estimation des paramètres divisé par l'estimation des paramètres donne la plus petite variabilité pour le modèle (2.4) (cette variabilité est de 5.5 %, 4 % et 6.5 % respectivement pour les paramètres α , β et γ). Cependant, l'estimation du WBSAR des fantômes par les trois modèles génèrent des erreurs importantes (± 40 %).

Les trois facteurs intervenant dans les trois modèles sont très significatifs d'un point de vue statistique mais insuffisants pour donner une bonne estimation du WBSAR des fantômes.

Afin de réduire l'erreur importante engendrée par ces trois modèles, nous devons introduire de nouveaux facteurs. Par ailleurs, puisque les facteurs $\frac{BSA}{masse}$, BMI^{-1} et $masse^{-\frac{1}{3}}$ sont significatifs au sens du test de Student pour les trois modèles, nous allons conserver ces facteurs dans les trois modèles.

Nous avons introduit différents facteurs morphologiques externes. L'intérêt d'utiliser des facteurs morphologiques externes vient du fait que dans la littérature [35, 37, 36, 31] il existe des données statistiques de populations pour ces facteurs. Les facteurs que nous avons utilisés sont : la largeur des épaules, la profondeur des épaules, la largeur de la ceinture et la profondeur à la ceinture. Nous avons utilisé différentes combinaisons de ces différents facteurs afin d'améliorer ces modèles (rapport de ces facteurs, produits ...). Ces différentes combinaisons n'ont pas permis de

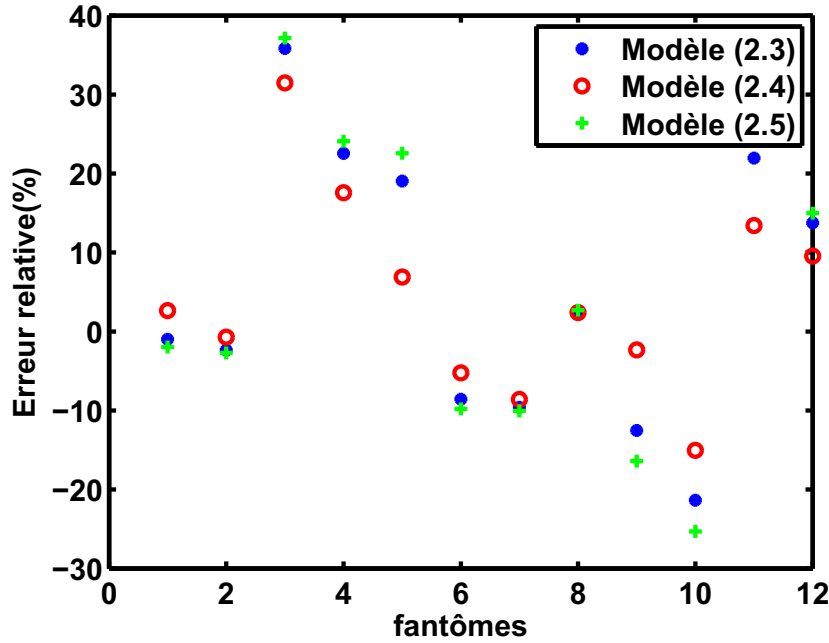


FIGURE 2.4 – Erreur relative issue de l'estimation du WBSAR des fantômes par les trois modèles

réduire l'erreur induite sur l'estimation WBSAR des fantômes.

Dans la section suivante, les modèles en fonction du $\frac{BSA}{masse}$ (2.3), BMI^{-1} (2.4) et $masse^{-\frac{1}{3}}$ (2.5) vont être appliqués aux familles de fantômes. Comme expliqué au paragraphe 1.2.2, une famille est constituée d'un fantôme initial et les enfants issus de celui-ci par la technique de morphing. Cette procédure va nous permettre de mesurer l'impact des facteurs morphologiques internes et d'améliorer les trois modèles. Si nous obtenons une bonne estimation du WBSAR pour les familles de fantômes, cela montrera que les facteurs à introduire pour améliorer les modèles sont les facteurs morphologiques internes.

2.1.2 Facteurs morphologiques internes influençant le WBSAR

Dans la section précédente, nous avons essayé d'établir différents modèles du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques externes. Des données statistiques sur ces facteurs morphologiques externes peuvent être trouvées dans la littérature

[35, 37, 36, 31] contrairement aux facteurs morphologiques internes pour lesquels nous ne trouvons que quelques moyennes fournies par l'ICRP [46].

Les modèles (2.3), (2.4) et (2.5) décrits dans la section précédente ont été appliqués aux familles de fantômes. Les trois modèles permettent de donner une bonne estimation du WBSAR pour chaque famille de fantômes. Les figures 2.5, 2.6 et 2.7 montrent les différentes régressions obtenues pour les familles de fantôme

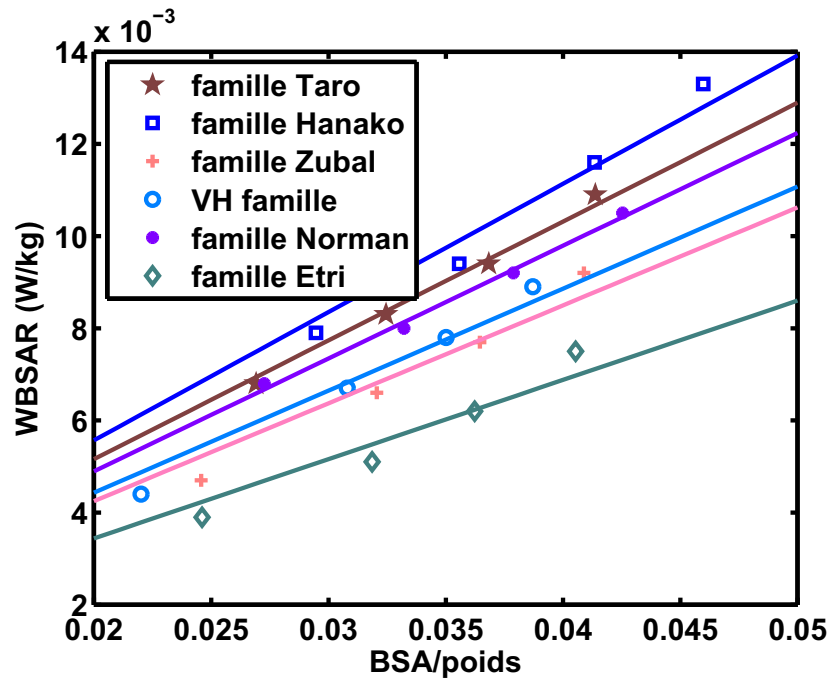


FIGURE 2.5 – Application du modèle (2.3) pour les différentes familles de fantômes.

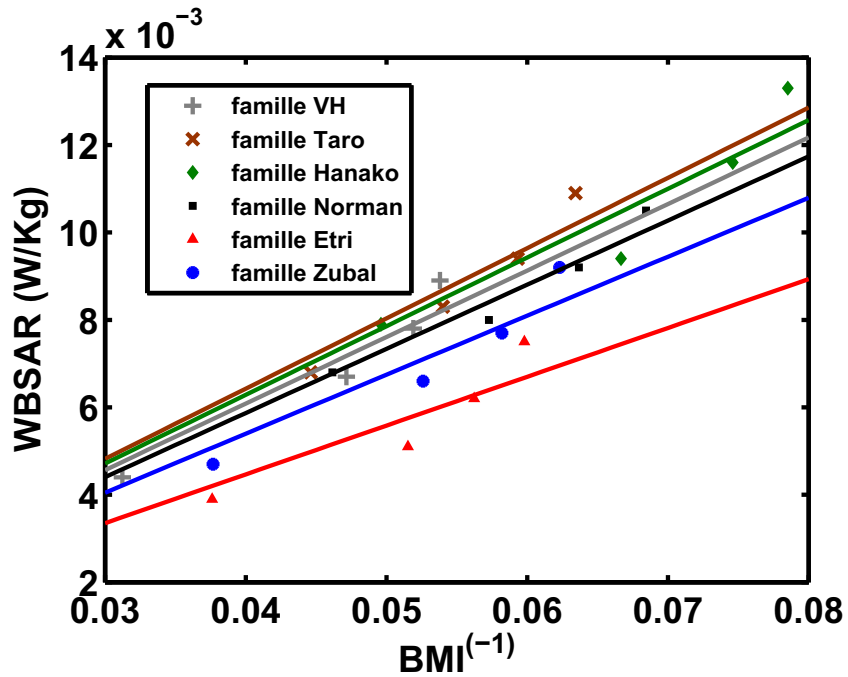


FIGURE 2.6 – Application du modèle (2.4) pour les différentes familles de fantômes.

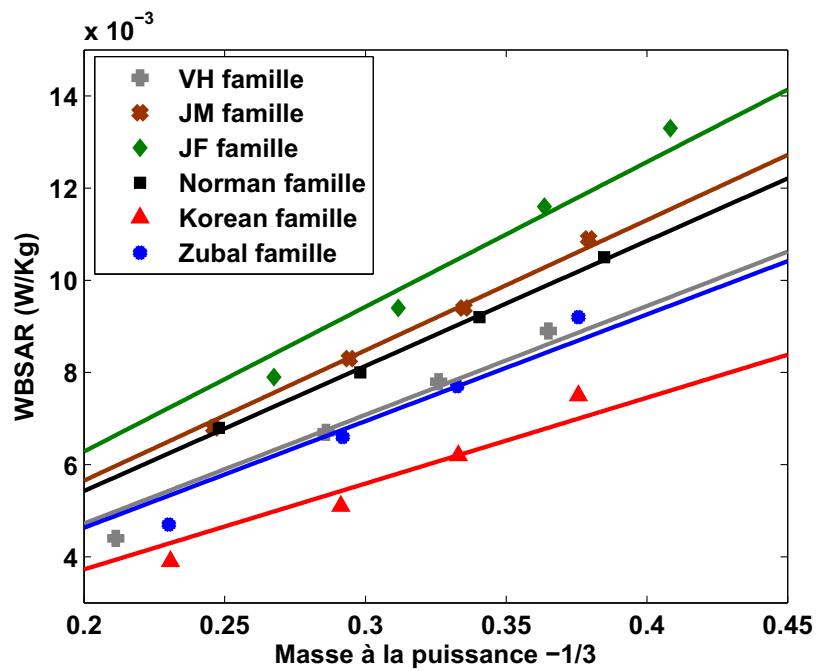


FIGURE 2.7 – Application du modèle (2.5) pour les différentes familles de fantômes.

Avec l'application de ces modèles par famille de fantômes, l'erreur relative maximale est de l'ordre de 12 %, 9 % et 14 % respectivement pour les modèles (2.3), (2.4) et (2.5) (l'erreur que nous obtenons en utilisant l'ensemble des fantômes est de l'ordre de 40 %).

L'estimation des paramètres des modèles (2.3), (2.4) et (2.5) pour chaque famille est donnée dans le tableau 2.2.

familles	$\alpha (R^2)$	$\beta (R^2)$	$\gamma (R^2)$
famille Norman	0.24 (0.99)	0.15 (0.95)	0.0027 (0.99)
famille Etri	0.17 (0.92)	0.11 (0.84)	0.0019 (0.93)
famille Zubal	0.21 (0.94)	0.13 (0.90)	0.0023 (0.94)
famille VH	0.22 (0.97)	0.15 (0.92)	0.0024 (0.96)
famille Taro	0.25 (0.99)	0.16 (0.91)	0.0029 (0.99)
famille Hanko	0.28 (0.96)	0.16 (0.88)	0.0031 (0.96)

TABLE 2.2 – Estimations des paramètres des modèles pour chaque famille de fantômes.

L'estimation des paramètres des modèles (2.3), (2.4) et (2.5) en utilisant une famille de fantômes donnée engendre une faible erreur sur l'estimation du WBSAR au sein de chaque famille. Cette faible erreur pourrait s'expliquer par la quasi-égalité des tissus internes, en termes de proportions. Cependant, pour un ensemble de fantômes avec des proportions de tissus internes différentes, ces facteurs pourraient être importants et devraient être introduits dans les modèles du WBSAR. Par ailleurs, pour un ensemble de fantômes différents, ces proportions sont variables et cette variabilité doit être prise en compte en introduisant ces facteurs dans les modèles du WBSAR.

Ceci nous amène à penser que les trois paramètres α , β et γ des modèles (2.3), (2.4) et (2.5) dépendent des facteurs morphologiques internes.

Afin de vérifier cette hypothèse, nous allons essayer de construire un modèle des paramètres α , β et γ en fonction des facteurs morphologiques internes. Ce modèle

va nous permettre d'identifier l'influence de ces facteurs.

Dans le but de construire un tel modèle, nous utilisons les $\{\alpha_i\}$, $\{\beta_i\}$ et $\{\gamma_i\}$ calculés analytiquement sur les 12 fantômes dont nous disposons (par exemple pour les α_i en divisant le WBSAR calculé par la FDTD par le facteur BSA/poids). Comme expliqué à la section 1.2.2, la peau, les muscles, la graisse et les os constituent les tissus qui jouent le plus grand rôle sur l'exposition globale.

Nous avons établi les modèles (2.6), (2.7) et (2.8) pour représenter les paramètres α , β et γ .

$$\alpha_M = \xi_{\alpha 0} + \xi_{\alpha 1}x_p + \xi_{\alpha 2}x_m + \xi_{\alpha 3}x_g + \xi_{\alpha 4}x_o + \epsilon_\alpha, \quad (2.6)$$

$$\beta_M = \xi_{\beta 0} + \xi_{\beta 1}x_p + \xi_{\beta 2}x_m + \xi_{\beta 3}x_g + \xi_{\beta 4}x_o + \epsilon_\beta, \quad (2.7)$$

$$\gamma_M = \xi_{\gamma 0} + \xi_{\gamma 1}x_p + \xi_{\gamma 2}x_m + \xi_{\gamma 3}x_g + \xi_{\gamma 4}x_o + \epsilon_\gamma, \quad (2.8)$$

où α_M , β_M et γ_M sont respectivement les valeurs de α , β et γ , x_p , x_m et x_g et x_o sont les facteurs décrivant respectivement les proportions de peau, de muscles, de graisse et d'os, $(\xi_{\alpha_j})_{j=1,\dots,4}$, $(\xi_{\beta_j})_{j=1,\dots,4}$ et $(\xi_{\gamma_j})_{j=1,\dots,4}$ les paramètres inconnus des modèles (2.6), (2.7) et (2.8) et finalement, ϵ_α , ϵ_β et ϵ_γ les erreurs associées à ces modèles.

Les paramètres $(\xi_{\alpha_j})_{j=1,\dots,3}$, $(\xi_{\beta_j})_{j=1,\dots,3}$ et $(\xi_{\gamma_j})_{j=1,\dots,3}$ sont estimés par la méthode des moindres carrés en utilisant les $(\alpha_i)_{i=1,\dots,12}$, $(\beta_i)_{i=1,\dots,12}$ et $(\gamma_i)_{i=1,\dots,12}$. Le tableau 2.3 montre les estimées des paramètres et les p-valeurs associées ainsi que le coefficient de détermination de ces modèles. Les p-valeurs montrent que les paramètres des modèles sont significativement non nuls. De plus, les 3 coefficients R^2 des modèles sont égaux à 0.9 ce qui montre une bonne qualité des modèles.

	Modèle (2.6)		Modèle (2.7)		Modèle (2.8)	
	Estimation	p-valeurs	Estimation	p-valeurs	Estimation	p-valeurs
$\xi_{.0}$	1.146	10^{-5}	0.55	10^{-5}	0.155	10^{-5}
$\xi_{.1}$	-2.03	10^{-3}	-0.97	10^{-3}	-0.24	10^{-3}
$\xi_{.2}$	-1.05	10^{-4}	-0.45	10^{-4}	-0.13	10^{-4}
$\xi_{.3}$	-1.06	10^{-4}	-0.43	10^{-4}	-0.13	10^{-4}
$\xi_{.4}$	-0.61	0.03	-0.35	10^{-3}	-0.07	0.04
R^2	0.89		0.91		0.89	

TABLE 2.3 – Résultats obtenus pour les différents modèles des paramètres

Nous remarquons également que le nombre de paramètres peut être réduit de 5 à 2 paramètres. En effet, pour les modèles (2.6), (2.7) et (2.8), les paramètres de chaque modèle suivent des relations de proportionnalité ($\xi_{.2} \approx \frac{1}{2}\xi_{.1}$, $\xi_{.2} \approx \xi_{.3}$ et $\xi_{.2} \approx \frac{5}{3}\xi_{.4}$).

À partir de cette constatation, les différents modèles peuvent être réécrits en fonction de seulement deux paramètres. Les modèles équivalents aux (2.6), (2.7) et (2.8) sont donnés respectivement par (2.9), (2.10) et (2.11).

$$\alpha_N = \nu_{\alpha 0} + \nu_{\alpha 1}(2x_p + x_m + x_g + \frac{3}{5}x_o) + \epsilon_{\alpha}, \quad (2.9)$$

$$\beta_N = \nu_{\beta 0} + \nu_{\beta 1}(2x_p + x_m + x_g + \frac{3}{5}x_o) + \epsilon_{\beta}, \quad (2.10)$$

$$\gamma_N = \nu_{\gamma 0} + \nu_{\gamma 1}(2x_p + x_m + x_g + \frac{3}{5}x_o) + \epsilon_{\gamma}, \quad (2.11)$$

Comme le montre le tableau 2.4, ces nouveaux modèles donnent pratiquement les mêmes résultats que les modèles (2.6), (2.7) et (2.8) (en termes de coefficient R^2). De plus, l'erreur relative maximale obtenue de l'estimation des α_i , β_i et γ_i des fantômes par les modèles (2.9), (2.10) et (2.11) est respectivement égales à 13 %, 9 % et 15 %.

	Modèle (2.9)	Modèle (2.10)	Modèle (2.11)
	Estimation p-valeurs	Estimation p-valeurs	Estimation p-valeurs
ν_0	1.08 10^{-7}	0.52 10^{-7}	0.155 10^{-7}
ν_1	-0.98 10^{-5}	-0.43 10^{-5}	-0.24 10^{-5}
R^2	0.89	0.87	0.88

TABLE 2.4 – Résultats obtenus pour les différents modèles équivalents des paramètres

Afin de s'assurer de l'aspect génériques des modèles (2.9), (2.10) et (2.11) comparés aux modèles (2.6), (2.7) et (2.8), nous avons estimés les paramètres de ces modèles sur toutes les combinaisons de 9 fantômes parmi 12. Les figures 2.8 et 2.9 montrent l'exemple de toutes les estimations des paramètres des modèles (2.6) et (2.9) respectivement.

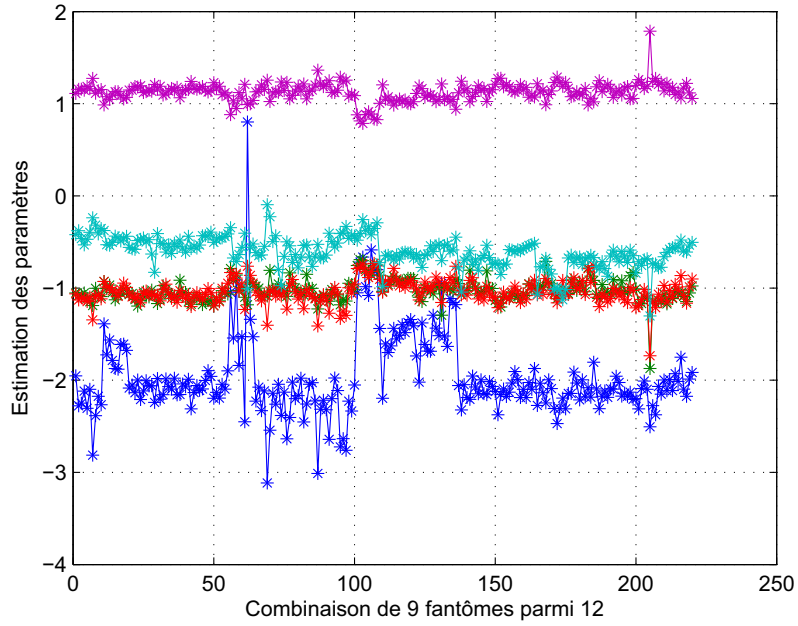


FIGURE 2.8 – Estimation des paramètres du modèle (2.6) pour les combinaisons de 9 fantômes parmi 12

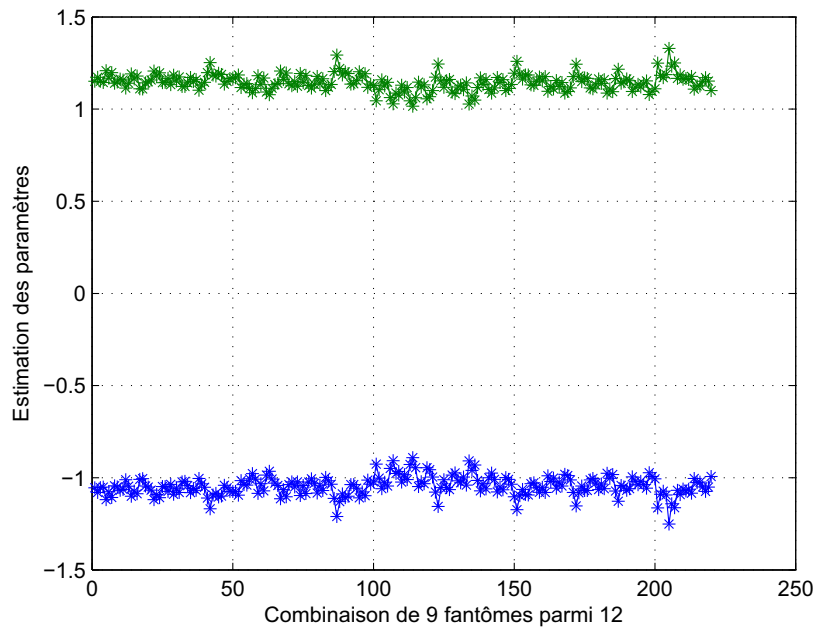


FIGURE 2.9 – Estimation des paramètres du modèle (2.9) pour les combinaisons de 9 fantômes parmi 12

Ces deux figures montrent que les paramètres du modèle (2.9) sont plus stables que le modèle (2.9). Nous obtenons des résultats similaires pour les autres modèles.

Les modèles (2.9), (2.10) et (2.11) font intervenir les facteurs morphologiques internes, ils ne peuvent être utilisés pour prédire le quantile du WBSAR à 95 % (car nous n'avons pas de données statistique de cette morphologie). Néanmoins, ces modèles montrent l'importance de ces facteurs pour construire un modèle du WBSAR.

Au cours de cette thèse, notre base de donnée a été élargie avec des nouveaux fantômes enfants (Karla, garçon coréen, Roberta, Eartha, Dizzy et Louis), nous avons testé la robustesse de ces modèles en prédisant les paramètres α , β et γ de ces nouveaux fantômes par ces modèles. Les résultats de cette prédiction sont donnés dans le tableau (2.5).

	α	$\hat{\alpha}$	erreur r. (%)	β	$\hat{\beta}$	erreur r. (%)	γ	$\hat{\gamma}$	erreur r. (%)
Karla	0.24	0.28	15	0.16	0.15	7	0.03	0.026	17
garçon cor.	0.26	0.30	13	0.17	0.16	6	0.033	0.028	15
Roberta	0.29	0.32	-10	0.19	0.18	4	0.037	0.032	14
Eartha	0.29	0.32	-10	0.18	0.16	10	0.0036	0.032	11
Dizzy	0.29	0.29	1	0.17	0.15	9	0.034	0.033	4
Louis	0.25	0.25	-1	0.14	0.15	-2	0.029	0.027	-6

TABLE 2.5 – Prédiction des modèles (2.9), (2.10) et (2.11) pour les nouveaux fantômes

Ce test de validation permet de montrer que les trois modèles sont relativement robustes. Par exemple l'erreur relative de l'estimation du paramètre β en utilisant les 12 fantômes est de 13 % et l'erreur relative maximale de prédiction en utilisant les nouveaux fantômes d'enfants est de 15 %. La prédiction de ces modèles augmente l'erreur de seulement 2 % par rapport à l'estimation faite en utilisant les 12 fantômes (fantômes qui ont permis l'estimation des paramètres ν_0 , ν_1).

La section 2.1 montre que la construction d'un modèle du WBSAR requiert à la

fois les facteurs morphologiques externes et les facteurs morphologiques internes. En effet, l'utilisation des familles de fantômes nous a permis d'identifier l'influence des facteurs morphologiques internes. Cependant, ces modèles ne peuvent pas être utilisés pour trouver le quantile à 95 % du WBSAR pour une population donnée. Pour déterminer le quantile du WBSAR à 95 % pour une population, nous avons besoin de données statistiques concernant les facteurs morphologiques qui interviennent dans les modèles du WBSAR ainsi que les corrélations croisées de ces facteurs. Or, les données statistiques sur les facteurs morphologiques internes ne sont pas fournies dans la littérature, excepté des moyennes données par l'ICRP. Par ailleurs, nous avons montré qu'un modèle du WBSAR s'écrit comme le produit d'un paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes multiplié par un facteur morphologique externe. Nous avons vu que le paramètre intervenant dans le modèle du WBSAR est variable d'un fantôme à l'autre (car il dépend des tissus internes qui sont variables d'un fantôme à l'autre). Ce paramètre peut être considéré comme étant une variable aléatoire dont la loi est inconnue et dont les fantômes résultant d'un tirage aléatoire de cette loi. Le nombre des fantômes limité ne permet pas de déterminer toute la distribution de ce paramètre en raison de la lente convergence de la méthode de Monte Carlo. De plus, la plupart de ces fantômes ont été construits de manière à correspondre à la moyenne de la population dont ils proviennent.

Dans la section suivante nous allons utiliser les connaissances physiques ainsi que les informations fournies par les fantômes (moyenne) afin de donner une estimation au quantile du WBSAR à 95 % pour une population donnée. Pour ce faire, nous allons considérer les paramètres comme étant des variables aléatoires dont nous cherchons à approcher la loi.

2.2 Détermination du quantile du WBSAR à 95% pour la population française âgée de 20 ans

Dans cette section nous allons introduire les connaissances physiques que nous avons sur le paramètre dépendant de la morphologie interne et les informations

fournis par les fantômes. Nous allons aussi intégrer des informations tirées des distributions des facteurs morphologiques externes de la base de données anthropométrique (section 1.2.3), en supposant que les facteurs morphologiques internes aient le même comportement que les facteurs morphologiques externes. Cependant, toutes ces informations ne permettront pas de déterminer la distribution de ce paramètre. Nous proposons, dans un premier temps différentes lois paramétriques (Normale, log-normale, ...) pour le paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes afin de mesurer l'influence de ces lois sur le quantile du WBSAR à 95 % pour une population donnée.

Ensuite, nous proposerons une méthode qui consiste à approcher la loi inconnue du paramètre par un mélange de gaussiennes. Cette approche va nous permettre d'obtenir une distribution permettant de maximiser le seuil du WBSAR à 95 %.

Les modèles que nous avons décrits auparavant s'écrivent comme le produit d'un paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes avec une variable aléatoire représentant les facteurs morphologiques externes. Cependant, les paramètres des modèles peuvent être considérés comme des variables aléatoires dont la loi est inconnue (due à la variabilité de ces paramètres chez les fantômes).

2.2.1 Connaissances a priori sur le paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes

Les facteurs morphologiques externes qui influencent le WBSAR sont le BSA/masse, l'inverse du BMI ou encore la masse à la puissance $-\frac{1}{3}$. Pour cette étude, nous avons choisi le modèle en fonction de l'inverse du BMI, car l'estimation du paramètre associé à ce modèle par la relation (2.10) génère la plus faible erreur (tableau 2.5). Dans ce qui suit nous allons considérer une relation déterministe pour le modèle du WBSAR. Ce modèle est réécrit dans l'équation (2.12).

$$y^{\text{wbsar}} = \beta x_{\text{bmi}}, \quad (2.12)$$

où y^{wbsar} est la valeur du WBSAR, β le paramètre dépendant des facteurs morphologiques internes et x_{bmi} le facteur décrivant l'inverse du BMI.

En ce qui concerne le paramètre β , nous disposons de quelques connaissances physiques. En effet, puisque le WBSAR et le facteur x_{bmi} sont positifs, le paramètre β est une grandeur positive. De plus, nous savons que ce paramètre est borné car le WBSAR et les facteurs sont des grandeurs bornées (du simple fait que la morphologie de la population humaine est bornée). Ces deux connaissances physiques sont données par (2.13) et (2.14).

$$\beta > 0, \tag{2.13}$$

$$\beta \in [\beta_{inf}, \beta_{sup}], \tag{2.14}$$

où β_{inf} est la borne inférieure et β_{sup} la borne supérieure.

Les fantômes dont nous disposons ont été pour la plupart construits de manière à correspondre à la moyenne de la population dont ils proviennent (HDRK est "High Definition Reference Korean" et Naomi est "aNAtoMIcal woman"). De ce fait, nous supposons que la moyenne de la variable aléatoire β est celle des β_i des fantômes. De plus, le paramètre β dépend des proportions des principaux tissus du corps (proportion de peau, de muscles, de graisse et d'os). Ces proportions ont les mêmes valeurs chez les enfants que chez les adultes. En effet, les différentes régressions obtenues pour chaque famille de fantômes montrent que le paramètre dépendant de la morphologie interne est identique pour les enfants et les adultes. De plus, les nouveaux fantômes enfants ont des proportions de principaux tissus internes dans la plage de variations des adultes. D'où l'intégration des enfants avec les adultes pour estimer la moyenne de β . Cette moyenne est donnée par (2.15)

$$\mathbb{E}(\beta) \approx \frac{\sum_{i=1}^{18} \beta_i}{18} \approx 0.15, \tag{2.15}$$

Nous savons que le paramètre β est positif. Nous choisissons alors comme borne inférieure, la borne zéro (2.16).

$$\beta_{inf} = 0, \tag{2.16}$$

L'acquisition de la base de données anthropométriques, nous a permis de constater un comportement symétrique autour de la moyenne pour la plupart des facteurs morphologiques externes. La figure 2.10 montre que généralement la distance entre la moyenne et le quantile à 5 % est presque égale à la distance entre la moyenne et le quantile à 95% en ce qui concerne les facteurs morphologiques externes provenant de la base de données anthropométriques. D'où le choix de la borne supérieure égale à $2\mathbb{E}(\beta)$ (équation (2.17)) . La borne supérieure β_{sup} , est alors choisie symétrique par rapport à la moyenne.

$$\beta_{sup} = 0.3, \quad (2.17)$$

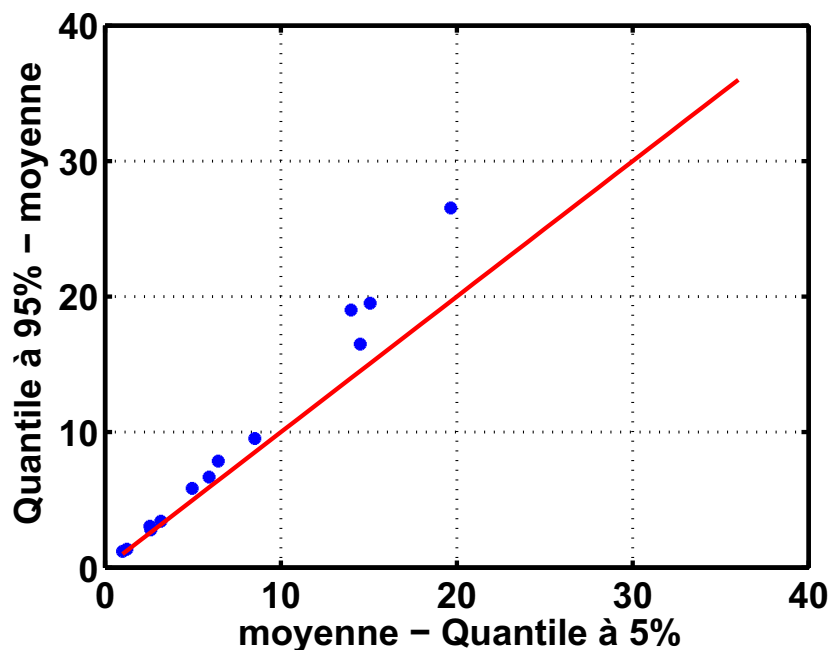


FIGURE 2.10 – comparaison de la distance entre la moyenne et le quantile à 5 % et la distance entre la moyenne et le quantile à 95 %

Enfin nous supposons l'indépendance entre le paramètre β et la variable aléatoire x .

Pour donner une estimation du quantile du WBSAR à 95 % deux approches seront utilisées. La première approche consiste à estimer la loi de la variable aléatoire β en utilisant différentes lois usuelles et en y intégrant les connaissances a priori.

Cette approche va permettre de mesurer l'influence de ces lois sur ce quantile.

L'idée de la deuxième approche est de modéliser la loi du paramètre β par un mélange de gaussiennes et d'estimer en utilisant les connaissances a priori les différents paramètres de ce mélange afin de trouver une distribution permettant de rechercher un pire cas pour quantile du WBSAR à 95 %.

Pour mettre en œuvre ces deux approches, nous avons choisi d'étudier la population française âgée de 20 ans [37]. Pour cette population, nous disposons de la moyenne (22.29 kg/m^2) et de l'écart-type (2.9 kg/m^2) du BMI. Nous avons montré dans la section 1.1.1 que le BMI suit raisonnablement une loi normale. Nous allons considérer que le facteur BMI de cette population suit une loi gaussienne.

Puisque la loi du paramètre β est inconnue, nous allons tester différentes lois paramétriques afin de comparer les résultats du WBSAR à 95 %.

2.2.2 Estimation du quantile du WBSAR à 95 % par des lois usuelles

Dans cette section, nous allons utiliser différentes lois paramétriques pour le paramètre β , puisque la loi de ce dernier n'est pas connu. Ces lois sont : la loi Normale, Log-normale, Gamma, Beta et Weibull.

Toutes ces lois possèdent deux paramètres à estimer (cf. annexe C). Ces paramètres vont être estimés en fonction des connaissances énoncées dans la sous-section 2.2.1.

Notons $F_{a,b}$ la fonction de répartition d'une loi paramétrique donnée modélisant la variable aléatoire β où a et b sont ses deux paramètres.

Quelle que soit la loi paramétrique choisie, les deux paramètres qui la décrivent sont reliés par la moyenne de la variable aléatoire (équation (2.18)).

$$\mathbb{E}(\beta) = g(a, b), \tag{2.18}$$

où a et b sont les paramètres de la loi choisie et g est une fonction continue reliant les paramètres à la moyenne.

Puisque la moyenne de la variable aléatoire β est supposée connue (équation 2.15), l'estimation d'un seul paramètre suffit pour estimer toute la distribution de la variable aléatoire β . Prenons le paramètre a par exemple et notons F_a au lieu de $F_{a,b}$ la fonction de répartition.

Afin d'intégrer les hypothèses sur les bornes de β (équations (2.16) et (2.17)), nous proposons de minimiser la fonction coût donnée par l'équation (2.19).

$$J(a) = (F_a(\beta_{sup}) - 0.9999)^2 + (F_a(\beta_{inf}) - 0.0001)^2, \quad (2.19)$$

Le premier terme à droite dans l'équation (2.19) minimise la distance au carré entre la borne supérieure β_{sup} et le quantile à 99.99 % et le deuxième terme minimise la distance entre la borne inférieure et le quantile à 0.01 %.

Afin d'obtenir un optimum \hat{a} pour le paramètre a , nous utilisons une minimisation de type descente de gradient. La valeur \hat{b} est déterminée à partir de l'optimum \hat{a} du paramètre inconnu a via l'équation (2.18).

Cette méthodologie nous a permis de déterminer les paramètres a et b des lois testées. Les différentes densités de probabilité obtenues en utilisant ces différentes lois pour la variable aléatoire β sont données dans la figure 2.11.

Les valeurs du paramètre β calculées empiriquement en utilisant les fantômes (compris entre [0.11, 0.18]) se trouvent bien dans le support de ces différentes lois. Il s'en suit qu'aucune loi ne peut être écartée puisqu'elles respectent nos connaissances.

Afin de déterminer le quantile du WBSAR à 95 %, nous échantillonnons dans un premier temps la variable aléatoire β (paramètre dépendant de la morphologie interne) (annexe C) suivant la loi usuelle choisie pour cette variable que nous notons $(\beta_i)_{i=1,\dots,n}$. Ensuite, nous échantillonnons le BMI qui suit une loi normale (les paramètres de cette loi normale sont ceux de la population française âgée de 20 ans). Notons l'inverse de l'échantillon issu du BMI, $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ (échantillons de taille 10^6).

Le rapport $\left(\frac{\beta_i}{x_i}\right)_{i=1,\dots,n}$ est un échantillon de WBSAR puisque nous avons supposé l'indépendance entre le paramètre β et l'inverse du BMI. Les résultats du quantile du WBSAR à 95 % issus de la modélisation la variable aléatoire β par les différentes lois ainsi que les paramètres a et b des lois utilisées pour β sont décrits dans le

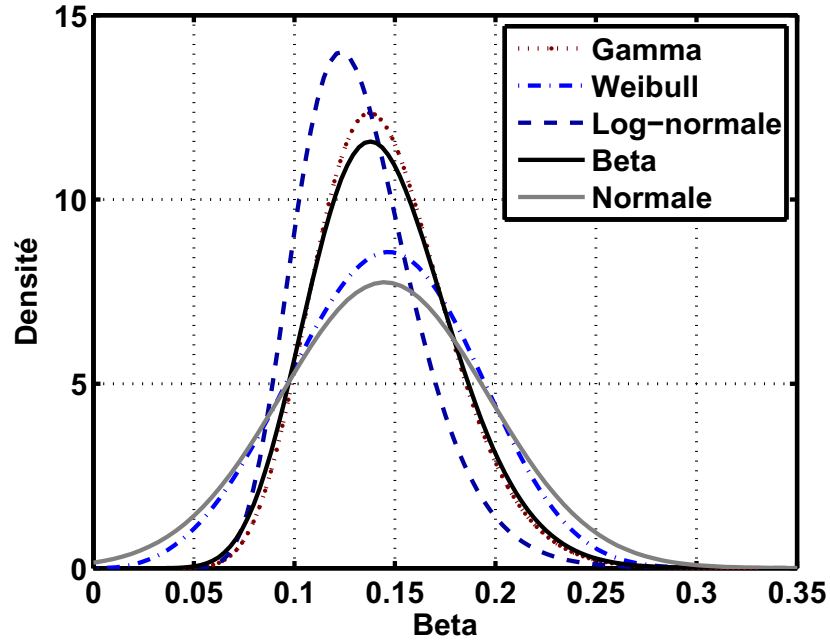


FIGURE 2.11 – Lois utilisées pour modéliser la distribution de la variable aléatoire β

tableau 2.6.

Nous constatons que la valeur du quantile du WBSAR à 95 % n'est pas très sensible à la loi choisie pour le paramètre β . En effet, la valeur de ce quantile varie entre 9.8 et 11 mW/kg .

Pour établir ces résultats nous avons supposé que le paramètre β et l'inverse du BMI étaient indépendants. Cette indépendance n'est vraisemblablement pas vraie puisque les tissus internes représentés par β et le facteur externe représenté par x sont probablement dépendants. De plus, nous avons observé que le paramètre β est corrélé avec le WBSAR pour les fantômes existant (figure 2.12). Cette corrélation est égale à -0.7 .

L'utilisation des lois paramétriques usuelles permet de relâcher cette hypothèse en utilisant la transformation de Nataf [25] décrite par les étapes suivantes :

- Echantillonnage d'un couple de variables aléatoires $Z = (Z_1, Z_2)$ gaussiennes centrées réduites corrélées avec un coefficient de corrélation noté ρ .

	1 ^{er} paramètre	2 ^{ème} paramètre	quantile du WBSAR à 95 % (<i>mW/kg</i>)
Loi Normale	0.1448	0.0517 ²	11
Loi Gamma	19.37	0.0075	10
Loi Bêta	14.70	86.8	9.8
Loi Log-normale	-1.95	0.222	9.9
Loi Weibull	3.568	0.1608	10.5

TABLE 2.6 – Influence des différentes lois modélisant la variable aléatoire β sur le quantile à 95 %

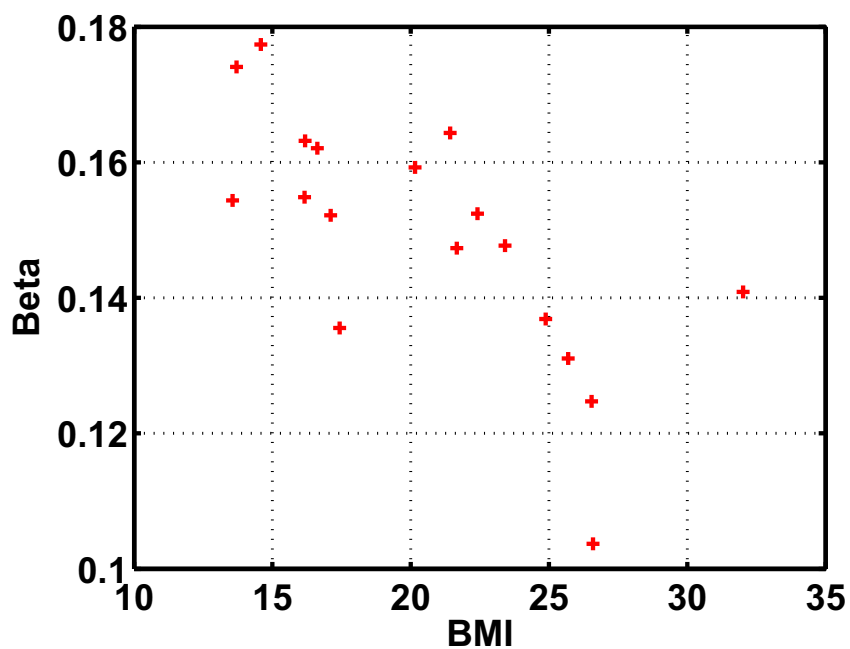


FIGURE 2.12 – Corrélation entre le paramètre β et le BMI

- Calcul des quantiles des deux variables aléatoire Z_1 et Z_2 par la fonction de répartition de la loi normale normale centrée réduite : $F(Z) = U = (U_1, U_2)$ où F est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.
- Inverse de la fonction de répartition de la loi choisie pour le paramètre β à la variable U_1 afin de récupérer un échantillon de ce paramètre. Nous faisons de même pour la variable U_2 afin de récupérer un échantillon du facteur BMI.

De plus, nous avons observé que la corrélation entre le paramètre β et le facteur BMI présente une tendance négative (cf. figure 2.12). Cependant, la vraie corrélation étant inconnue, nous avons donc testé toutes les corrélations possibles entre -1 et 0.

La figure 2.13 montre l'évolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction de la corrélation entre le BMI et le paramètre β . Cette figure montre que plus la corrélation est forte (c'est-à-dire un coefficient de corrélation proche de -1) plus le quantile à 95 % est élevé.

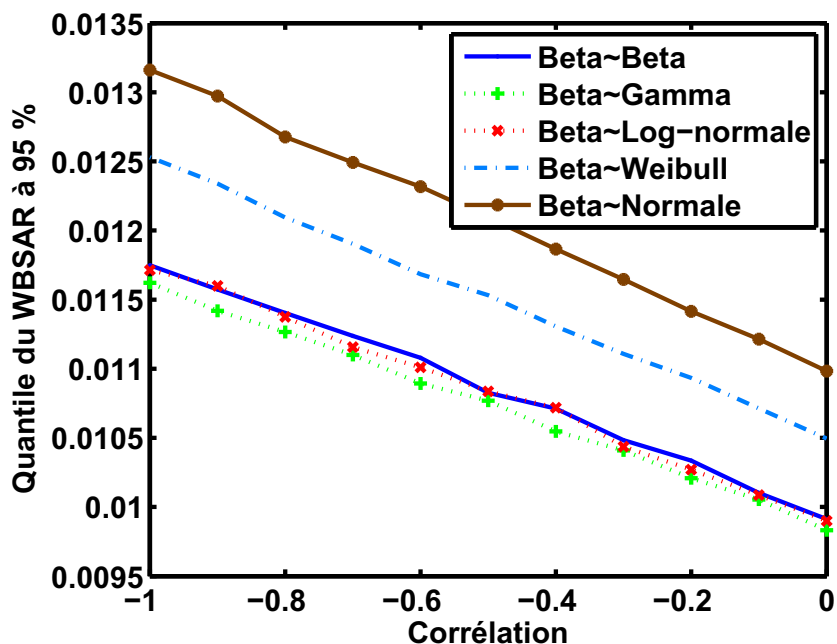


FIGURE 2.13 – Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction des coefficients de corrélations et des lois utilisées

Dans cette section, nous avons caractérisé le quantile du WBSAR à 95 % dans la population française âgée de 20 ans en utilisant des lois usuelles paramétriques pour décrire la loi du terme dépendant de la morphologie interne. Les quantiles à 95 % issus de ces différentes lois représentent une faible variabilité quelle que soit la loi utilisée. Cependant, il existe d'autres qui pourraient être compatibles avec les informations dont nous disposons et donneraient d'autres estimations au quantile. Cette approche permet donc de donner une idée sur l'estimation de ce quantile. Cependant, nous ne connaissons pas la loi usuelle permettant de donner une "borne maximale" de ce quantile. Dans le but d'obtenir une distribution pour le paramètre β permettant de maximiser le quantile du WBSAR à 95 %, dans la section suivante le paramètre β va être modélisé par un mélange de gaussiennes.

2.2.3 Maximisation du quantile du WBSAR à 95 % par un mélange de gaussiennes

Puisque nous ne connaissons pas la loi du paramètre β permettant d'obtenir une bonne estimation de ce quantile, nous proposons une approche qui consiste à trouver une loi qui permet de maximiser le quantile du WBSAR à 95 %. Cette approche consiste à modéliser le paramètre β par un mélange de gaussiennes. Les paramètres de ce mélange de gaussiennes vont être optimisés afin de respecter les connaissances dont nous disposons et de maximiser le quantile du WBSAR à 95 %. Des contraintes seront introduites au fur et à mesure afin de trouver des distributions respectant les connaissances a priori dont nous disposons.

La densité de la variable aléatoire β modélisée par ce mélange est donnée par l'équation (2.20)

$$\mathbb{P}_\beta(\beta) = \sum_{i=1}^n p_i \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta), \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad (2.21)$$

$$p_i \geq 0, \forall i, \quad (2.22)$$

$$\varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta - m_i}{\sigma_i} \right)^2 \right], \quad (2.23)$$

où n est le nombre de gaussiennes, p_i , m_i et σ_i sont respectivement les poids, les moyennes et les écarts-type de la $i^{\text{ème}}$ gaussienne.

Pour estimer les différents paramètres du mélange de gaussiennes afin de maximiser le quantile à 95 %, nous allons donner l'expression de la fonction de répartition du WBSAR.

La relation décrivant le WBSAR en fonction de la morphologie est donnée par l'équation (2.12). Rappelons que cette relation s'écrit :

$$y^{\text{wbsar}} = \beta x_{\text{bmi}},$$

où y^{wbsar} est la valeur du WBSAR, β paramètre dépendant de la morphologie interne et x_{bmi} le facteur décrivant l'inverse du BMI.

Nous avons choisi d'étudier le BMI de la population française âgée de 20 ans. Nous rappelons que ce BMI est supposé suivre une loi gaussienne de moyenne $m_X = 22.29$ et d'écart-types $\sigma_X = 2.9$. La densité de l'inverse du BMI est bien définie puisque le BMI est une grandeur strictement positive. La densité de probabilité de l'inverse de la loi gaussienne est donnée par (2.24).

$$f_{X|m_X, \sigma_X}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \frac{1}{x^2} \exp \left[\frac{-1}{2} \left(\frac{\frac{1}{x} - m_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] \quad (2.24)$$

La fonction de répartition du WBSAR est donnée par l'équation (2.25).

$$F_Y(y) = \mathbb{E}(\mathbf{1}_{Y \leq y}), \quad (2.25)$$

où F_Y est la fonction de répartition du WBSAR et

$$\mathbf{1}_{Y \leq y}(\hat{y}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{y} \leq y \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.26)$$

La fonction de répartition du WBSAR est calculée en utilisant l'espérance conditionnelle. c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= \mathbb{E}(\mathbf{1}_{Y \leq y}), \\ &= \mathbb{E}_\beta(\mathbb{E}(\mathbf{1}_{Y \leq y} | \beta)), \\ &= \int_0^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} \mathbb{P}_{X|\beta}(x) \mathbb{P}(\beta) dx d\beta, \end{aligned} \quad (2.27)$$

où $\mathbb{P}_{X|\beta}$ est la densité de probabilité de la variable aléatoire X connaissant la valeur de la variable aléatoire β et $\mathbb{P}(\beta)$ est la densité de probabilité de la loi β modélisée par le mélange de gaussiennes.

L'équation $y = \beta X$ nous permet de réécrire le terme $\int_0^{+\infty} \mathbb{P}_{X|\beta}(x) dx$ comme suit :

$$\int_0^{+\infty} \mathbb{P}_{X|\beta}(x) dx = \int_0^{\frac{\beta}{y}} f_{X|m_X, \sigma_X}(x) dx, \quad (2.28)$$

L'intégration de l'expression (2.28) dans (2.27) donne :

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= \int_0^{\frac{\beta}{y}} \int_{\mathbb{R}} f_{X|m_X, \sigma_X}(x) \sum_{i=1}^n p_i \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) dx d\beta, \\ &= \sum_{i=1}^n p_i \int_{\mathbb{R}} \Phi\left(\frac{ym_X - \beta}{y\sigma_X}\right) \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta, \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $\Phi(x) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}(\frac{x}{\sqrt{2}}))$.

L'intégrale dans (2.29) ne peut être obtenue analytiquement. Un développement de Taylor d'ordre 2 au voisinage des m_i est envisagé. Ce développement de Taylor permettra de donner une approximation de la fonction de répartition du WBSAR. Cette approximation permettra ensuite de calculer le quantile du WBSAR à 95%. Notons $g_{m_X, \sigma_X}(y, \beta) = \frac{ym_X - m_i}{y\sigma_X}$. Ce développement donne :

$$F_Y(y) \approx \sum_{i=1}^n p_i \int_{\mathbb{R}} \left[(\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X})(y, m_i) + \sum_{p=1}^2 (\beta - m_i)^p \frac{\partial^p (\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X})}{\partial \beta^p}(y, m_i) \right] \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta \quad (2.30)$$

où $\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X} = \Phi(g_{m_X, \sigma_X})$.

Le terme $\frac{\partial (\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X})}{\partial \beta}(y, m_i) \int_{\mathbb{R}} (\beta - m_i) \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta$ dans (2.30) s'annule car :

$$\int_{\mathbb{R}} \beta \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta = m_i$$

Et le calcul du terme $\frac{\partial^2 (\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X})}{\partial \beta^2}(y, m_i) \int_{\mathbb{R}} (\beta - m_i)^2 \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta$ donne :

$$\frac{\partial^2 (\Phi \circ g_{m_X, \sigma_X})}{\partial \beta^2}(y, m_i) \int_{\mathbb{R}} (\beta - m_i)^2 \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta = -\sigma_i^2 \frac{ym_X - m_i}{\sqrt{2\pi}y^3\sigma_X^3} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{ym_X - m_i}{y\sigma_X}\right)^2\right) \quad (2.31)$$

L'expression finale de l'estimation de la fonction de répartition F_y est donnée par l'équation (2.32).

$$F_Y(y) \approx \sum_{i=1}^n p_i \left[\Phi\left(\frac{ym_X - m_i}{y\sigma_X}\right) - \sigma_i^2 \frac{ym_X - m_i}{\sqrt{2\pi}y^3\sigma_X^3} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{ym_X - m_i}{y\sigma_X}\right)^2\right) \right] \quad (2.32)$$

Les contraintes énoncées dans la section 2.2.1 doivent être prises en compte. Afin de garantir l'appartenance du support de la loi du paramètre β au support borné $[\beta_{inf}, \beta_{sup}]$ (contrainte (2.14)), il suffit de choisir les moyennes m_i réparties de manière uniforme dans cet intervalle et de contraindre les écart-types associés à toutes les gaussiennes appartenant au mélange. Nous écrivons ces contraintes comme suit :

$$m_i = \frac{\beta_{sup} - \beta_{inf}}{n+1} i, \text{ où } i = \{1, \dots, n\} \quad (2.33)$$

$$m_i - 3\sigma_i \geq \beta_{inf}, \text{ avec } i = \{1, \dots, n\} \quad (2.34)$$

$$m_i + 3\sigma_i \leq \beta_{sup}, \text{ avec } i = \{1, \dots, n\} \quad (2.35)$$

Les contraintes (2.34) et (2.35) garantissent que 99.74 % de la densité de probabilités reste dans l'intervalle $[\beta_{inf}, \beta_{sup}]$.

La contrainte sur la moyenne de la variable β est intégrée en utilisant l'expression suivante :

$$\mathbb{E}(\beta) = \sum_{i=1}^n p_i m_i \quad (2.36)$$

Pour obtenir les poids p_i et σ_i permettant d'obtenir une loi qui maximise le quantile du WBSAR à 95 %, ce quantile doit être déterminé en fonction de ces paramètres en résolvant l'équation (2.37).

$$F_Y(y) = 0.95, \quad (2.37)$$

Cependant, la fonction de répartition F_Y ne peut être inversée analytiquement. Afin de résoudre l'équation (2.37), nous proposons une résolution numérique en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson qui permet de calculer les racines d'une fonction. Cette fonction sera dans notre cas $y \rightarrow F_Y(y) - 0.95$.

La procédure de la maximisation s'effectue en suivant les étapes :

- Initialisation des paramètres inconnus p_{i0} et σ_{i0}
- Résolution de l'équation $F_Y(y_{p_{i0}, \sigma_{i0}}) - 0.95 = 0$
- Recherche des paramètres p_{iq} et σ_{iq} (à la $q^{\text{ième}}$ itération) permettant de maximiser le quantile $y_{p_{i0}, \sigma_{i0}}$ et respectant les contraintes (2.33), (2.34), (2.35) et (2.36). Pour cette maximisation nous avons choisi une maximisation de type descente de gradient.

Cette méthode est appliquée en utilisant les données statistiques de la population française âgée de 20 ans [37].

Rappelons que l'expression de la fonction de répartition est obtenue en faisant un développement de Taylor d'ordre 2 autour des moyennes des gaussiennes appartenant au mélange. Ce développement de Taylor va permettre de donner une estimation satisfaisante au voisinage de chaque moyenne dans le mélange. Cependant, pour obtenir une bonne estimation de toute la fonction de répartition (en particulier le quantile à 95 %), il faut que le nombre de gaussiennes soit suffisant pour donner une bonne estimation au quantile du WBSAR à 95 %. Afin de déterminer ce nombre de gaussiennes, nous allons comparer le quantile du WBSAR à 95 % obtenu par maximisation avec celui obtenu empiriquement, en fonction du nombre de gaussiennes.

Le quantile du WBSAR à 95 % empirique est obtenu en échantillonnant le paramètre β et le facteur décrivant l'inverse du BMI (les échantillons ont une taille de 50000). Puisque le paramètre β suit un mélange de gaussiennes, nous utilisons l'algorithme de Metropolis-Hastings (Annexe B) pour effectuer cet échantillonnage [8]. Comme nous supposons l'indépendance entre le paramètre β et le facteur qui décrit l'inverse du BMI, la distribution du WBSAR est le produit de ces deux échantillons. Le quantile du WBSAR à 95 % est alors obtenu empiriquement à partir de la distribution du WBSAR.

Le tableau (2.7) donne la comparaison entre les deux quantiles (empirique et estimé) du WBSAR à 95 % pour un mélange de 5, 10, 15, 20 et 25 gaussiennes. Pour chaque mélange de gaussiennes l'algorithme d'optimisation est relancé plusieurs fois en partant de différents points de départ (différents p_i et σ_i).

Comme le montre le tableau 2.7, à partir d'un mélange de 5 gaussiennes nous obtenons une bonne estimation du WBSAR à 95 %. Cependant, le quantile du WBSAR continue à augmenter en fonction du nombre de gaussiennes et se stabilise pour un mélange de 20 gaussiennes. Cette augmentation est due à l'ajout des gaussiennes dans le mélange de plus en plus proche de la borne supérieure ($\beta_{sup} = 0.3$). Par exemple pour un mélange de 5 gaussiennes la moyenne de la dernière gaussienne est égale à 0.25 et pour un mélange de 25 gaussiennes la moyenne de la dernière gaussienne est égale à 0.2885.

nbre de gaussiennes	quantile estimé	quantile empirique
5	13.7	13.9
10	14.8	14.8
15	15.1	15.1
20	15.6	15.6
25	15.6	15.6

TABLE 2.7 – Comparaison du quantile du WBSAR à 95 % (mW/Kg) obtenu par estimation avec celui obtenu par Monte Carlo

La figure 2.14 montre un exemple d'une densité de probabilités d'un mélange de 15 gaussiennes. Nous remarquons l'apparition de 2 gaussiennes correspondant aux extrémités du support. En ce qui concerne des mélanges de gaussiennes avec un nombre de gaussiennes différent, nous obtenons le même comportement.

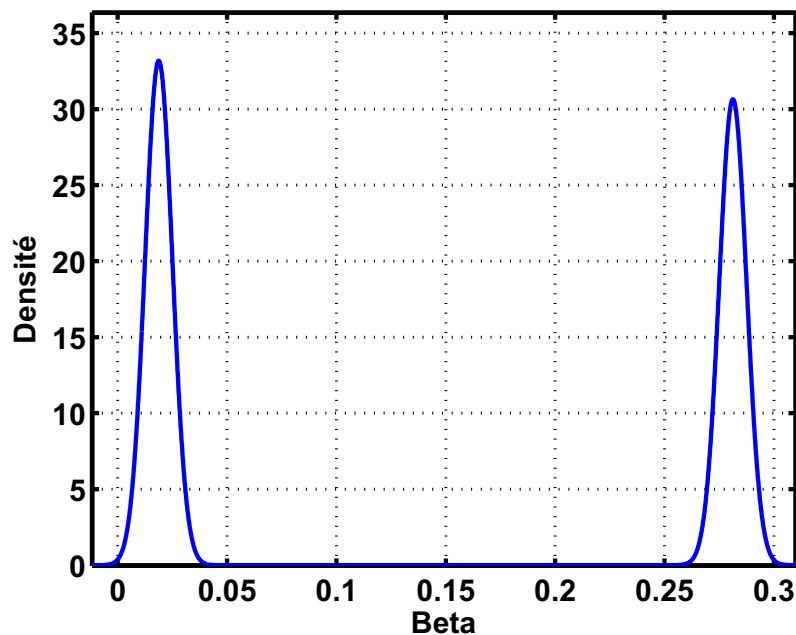


FIGURE 2.14 – La densité de probabilité du paramètre β modélisé par un mélange de 15 gaussiennes

Les valeurs obtenues pour les poids p_i ne changent pas en fonction des points de départ (nous utilisons plusieurs points de départ choisis aléatoirement). La figure

2.15 montre les valeurs obtenues pour un mélange de 15 gaussiennes.

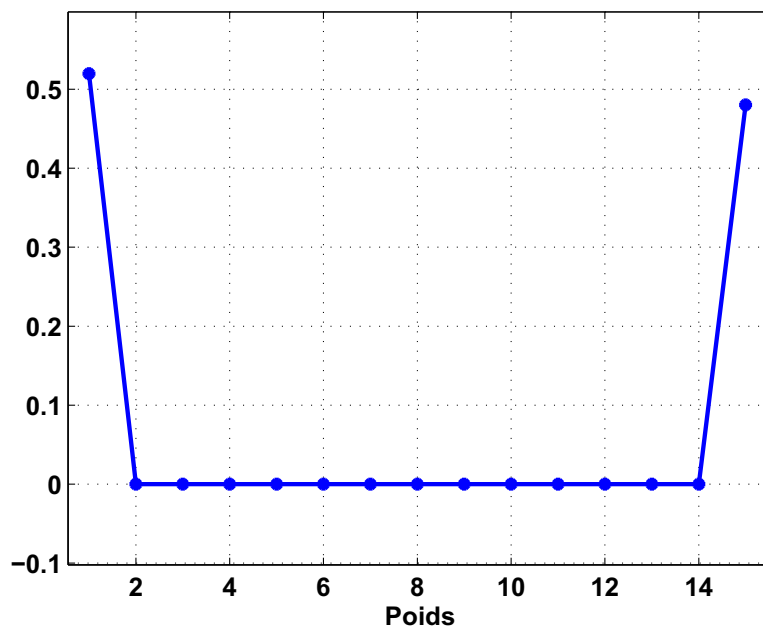


FIGURE 2.15 – Les poids obtenus pour un mélange de 15 gaussiennes

Les poids qui ne sont pas nuls sont ceux qui correspondent à la première et dernière gaussiennes qui apparaissent dans la densité de probabilités. Cependant, les valeurs obtenues pour les paramètres σ_i varient en fonction des points de départ (figure 2.16 montre les résultats obtenus par deux optimisations avec des points initiaux différents). Néanmoins, les paramètres correspondant à la première et dernière gaussiennes ne changent pas en fonction des points de départ. De plus les seuls poids non nuls correspondent à ces deux gaussiennes. Ceci explique le fait que nous obtenons les mêmes densités de probabilités.

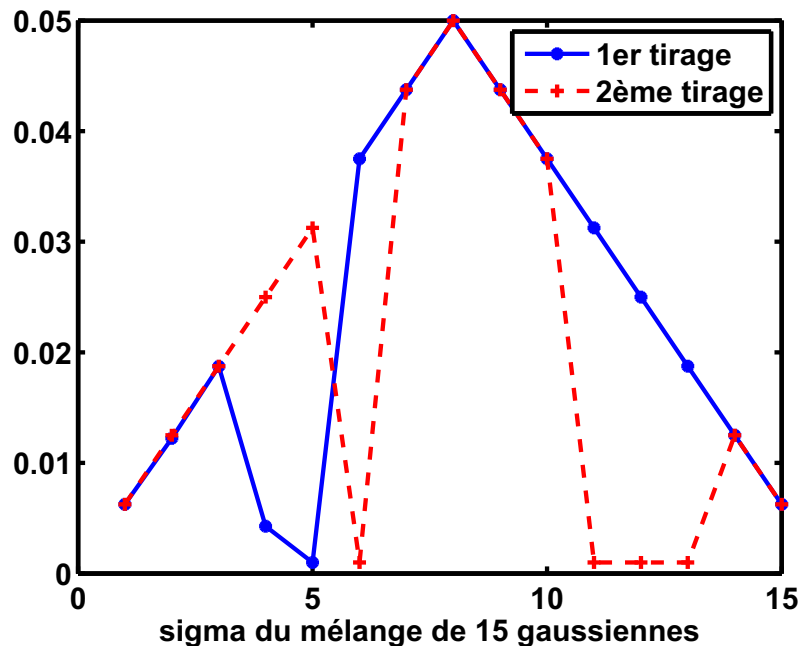


FIGURE 2.16 – Exemple de deux ensembles de σ_i obtenus en effectuant deux estimations

Les densités de probabilités obtenues ne sont pas représentatives des fantômes que l'on a. En effet, les β des fantômes appartiennent à l'intervalle $[0.10, 0.18]$ et la probabilités d'apparition de ces fantômes en utilisant ces densités de probabilité est nulle. Or, nous cherchons une distribution qui permettra de donner une probabilité d'apparition non nulle aux fantômes. De manière générale, la distribution obtenue ne correspond pas aux distributions que nous obtenons sur d'autres facteurs humains (nous avons une concentration de densité autour de la moyenne).

Afin d'éviter ce comportement non-représentatif de la population, nous allons introduire une contrainte qui permettra d'obtenir des distributions avec une concentration de densité autour de la moyenne.

2.2.3.1 Introduction d'une contrainte sur les poids du mélange

Afin d'éviter l'obtention de distributions dont le comportement est non-représentatif des fantômes dont nous disposons, nous proposons d'ajouter une contrainte sur les poids des gaussiennes dans le mélange. Cette contrainte va permettre d'ordonner les

poids du mélange en ordre croissant jusqu'à un poids donné qu'on appelle mode et au delà de ce mode les poids sont ordonnés en ordre décroissant.

L'introduction de cette contrainte va nous permettre d'éviter que les poids correspondant à l'intervalle auquel appartiennent les β des fantômes soient nuls. Cette contrainte est donnée par l'équation (2.38).

$$p_1 \leq \dots \leq p_j \text{ et } p_j \geq \dots \geq p_n, \quad (2.38)$$

où p_j constitue le poids le plus élevé. Dans le cas où tous les σ_i sont égaux, cette contrainte est appelée "contrainte d'unimodalité" dont p_j est le mode.

Toutes les possibilités du choix du mode vont être testées (c'est-à-dire de p_1 à p_n).

Cependant l'estimation du quantile du WBSAR à 95 % peut être affectée par l'introduction de cette nouvelle contrainte comparé à l'estimation de ce quantile sans cette contrainte. En terme de stabilité du quantile du WBSAR à 95 %, nous obtenons des résultats comparables à ceux obtenus sans cette contrainte (à partir de 20 gaussiennes nous obtenons une stabilité de quantile du WBSAR à 95 % estimé comparé à celui empirique). Cependant la valeur du WBSAR à 95 % diminue avec l'introduction de cette nouvelle contrainte. En effet, pour un mélange de 20 gaussiennes nous obtenons une valeur de 13.5 mW/kg (valeur correspondante à la valeur maximale obtenue obtenue pour $j = 1$ dans (2.38)) au lieu de 15.6 mW/kg obtenu sans la contrainte d'unimodalité.

La valeur du quantile du WBSAR à 95 % ne varie pas beaucoup en fonction du mode choisi. En effet, cette valeur varie entre 13.2 mW/kg et 13.5 mW/kg .

La répétition de l'optimisation en partant de différents points initiaux (choisis aléatoirement) aboutit aux mêmes poids. Par contre, les valeurs des écarts-types σ_i varient avec le choix des points initiaux. Néanmoins, les valeurs du quantile du WBSAR à 95 % ne changent pas.

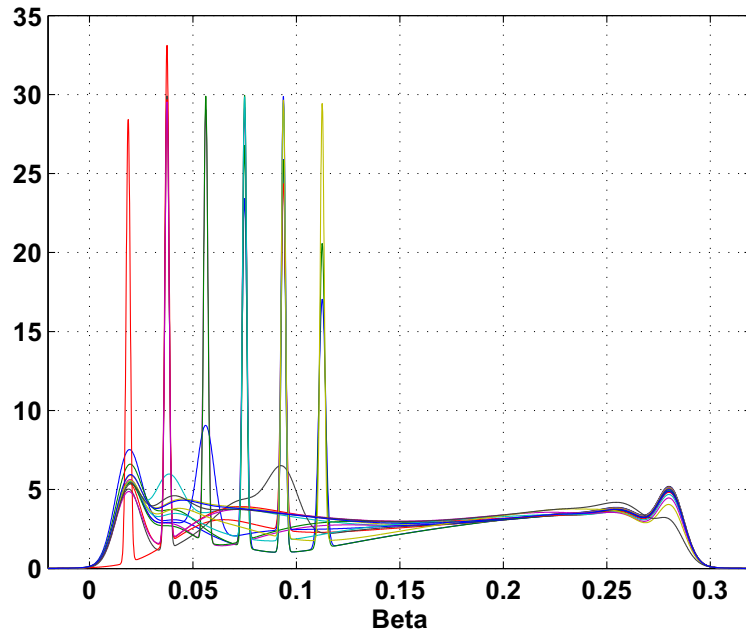


FIGURE 2.17 – Densités de probabilité obtenues pour un mélange de 15 gaussiennes

Rappelons que le paramètre β est un paramètre qui représente les facteurs morphologiques internes (peau, muscles, graisse et os). Nous obtenons, des distributions avec des fluctuations locales (figure 2.17). Ces fluctuations sont dues à la forte variabilité des valeurs de σ_i obtenues par optimisation. Or, les facteurs humains pour lesquels nous avons des données statistiques ne présentent pas de fluctuations locales (taille, masse,...)(cf. section 1.2.3).

Afin de supprimer les fluctuations locales au niveau des densités de probabilités, nous allons introduire une nouvelle contrainte.

2.2.3.2 Introduction de la contrainte de la variance

Nous allons introduire une contrainte sur la variance du paramètre β qui consiste à imposer une borne à celle-ci. Le fait d'introduire une borne maximale pour cette variance va permettre d'obtenir des densités concentrées autour de la moyenne et devrait peut-être permettre de diminuer les fluctuations locales observées précédemment.

Pour ce faire, nous devons calculer l'expression analytique de cette variance.

Cette variance est donnée par (2.39).

$$\begin{aligned} \text{var}(\beta) &= \int_{\mathbb{R}} (\beta - \mathbb{E}(\beta))^2 \sum_{i=1}^n p_i \varphi_{m_i, \sigma_i}(\beta) d\beta, \\ &= \sum_{i=1}^n p_i m_i^2 + \sum_{i=1}^n p_i \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n p_i m_i \right)^2, \end{aligned} \tag{2.39}$$

La contrainte s'écrit alors :

$$\sum_{i=1}^n p_i m_i^2 + \sum_{i=1}^n p_i \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n p_i m_i \right)^2 \leq \text{borne}, \tag{2.40}$$

Plus nous choisissons une borne faible, plus les p_j pour lesquels l'optimisation aboutit se réduisent. Quand cette borne est fixée à 5.10^{-4} nous obtenons un résultat pour un seul p_j . En effet, pour les autres modes nous obtenons une violation des contraintes. La figure (2.18) montre la densité de probabilités issue de cette optimisation pour un mélange de 20 gaussiennes. La valeur du quantile du WBSAR à 95 % est de 10.8 mW/kg . Cette valeur est comparables à celles obtenues avec des lois paramétriques usuelles (cf. section 2.2.2)

La densité de probabilité obtenue présente moins de fluctuations que celles que nous avons obtenues en introduisant seulement la contrainte sur les poids du mélange. L'introduction de la contrainte sur la variance permet de trouver une distribution du paramètre β avec des valeurs du quantile à 95 % proche des valeurs obtenues en utilisant des lois usuelles.

Afin d'obtenir des densités de probabilité du paramètre β sans fluctuation locale et permettant de maximiser le quantile WBSAR à 95 %, nous allons introduire en plus de la contrainte de l'unimodalité et à la place de la contrainte sur la variance qui est abandonnée une contrainte appelée critère de Rayleigh. Ce critère va assurer un lissage entre deux gaussiennes successives.

2.2.3.3 Introduction du critère de Rayleigh

Le critère de Rayleigh va nous permettre d'obtenir des densités probabilités sans fluctuations locales. Nous allons choisir σ_i égaux. Ce choix va transformer la contrainte sur les poids (équation 2.38) en une contrainte d'unimodalité.

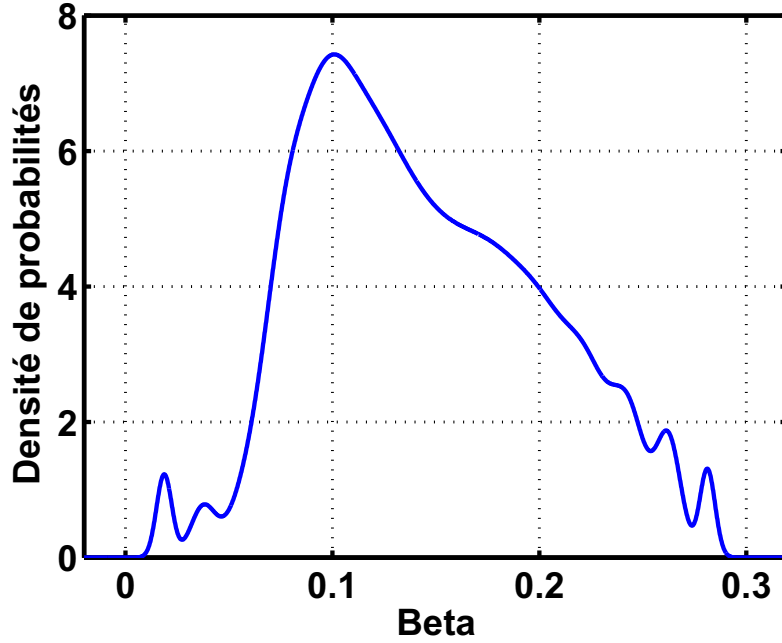


FIGURE 2.18 – Mélange de 15 gaussiennes obtenus en utilisant une contrainte sur la variance.

$$\sigma_i = \sigma, \forall i. \quad (2.41)$$

L'expression de ce critère est donnée par l'équation (2.42).

$$m_i - m_{i-1} = \sigma, \quad (2.42)$$

Le choix de σ est effectué de la manière suivante :

$$\sigma = \min \left\{ \frac{m_1 - \beta_{\text{inf}}}{3}, \frac{m_n + \beta_{\text{sup}}}{3} \right\} \quad (2.43)$$

Ce choix assurera que la majorité de la densité reste dans l'intervalle $[\beta_{\text{inf}}, \beta_{\text{sup}}]$.

La position des moyennes m_i du mélange est réajustée en respectant (2.34), (2.35) et (2.42). La résolution de ce système d'équations donne le résultat suivant :

$$m_1 = \frac{3\beta_{\text{sup}} + (n+2)\beta_{\text{inf}}}{n+5} \quad (2.44)$$

$$m_i = \frac{(i + 2)m_1 - (i - 1)\beta_{inf}}{3}, \quad i \geq 2 \quad (2.45)$$

Les paramètres qui restent à estimer sont les poids qui pondèrent les gaussiennes du mélange. L'optimisation de ces paramètres en utilisant différents points de départ aboutit à la même estimation des poids.

Puisque nous avons changé la position des moyennes m_i dans l'intervalle $[0, 0.3]$ ainsi que les valeurs des écarts-types, nous devons nous assurer du nombre de gaussiennes que nous allons utiliser dans le mélange afin d'avoir une estimation du quantile du WBSAR à 95 % comparé à celui obtenu empiriquement (obtenu par Monte Carlo).

La figure 2.19 montre une comparaison du quantile du WBSAR à 95 % empirique avec le quantile estimé en utilisant la fonction de répartition décrite par l'équation (2.32).

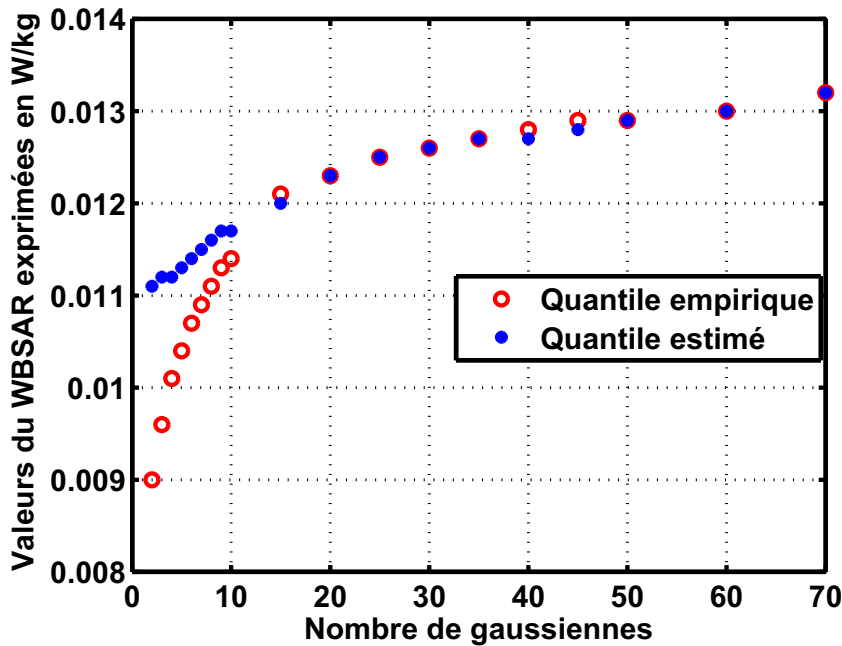


FIGURE 2.19 – Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction du nombre de gaussiennes pour le premier mode correspondant à la première gaussienne

Nous remarquons que le quantile estimé du WBSAR se rapproche de l'empirique quand le nombre de gaussiennes est supérieur à 20. Par ailleurs, ces quantiles (em-

pirique et estimé) croissent quand le nombre de gaussiennes augmente et atteignent une stabilité au voisinage de 60 gaussiennes. Nous obtenons des résultats similaires pour les autres modes.

La valeur maximale du quantile du WBSAR à 95 % est obtenue pour le mode correspondant à la première gaussienne et est égale à 13 mW/kg . Cette valeur ne varie pas beaucoup en fonction du mode. Cette valeur est supérieure aux valeurs obtenues en modélisant la loi du paramètre β par des lois paramétriques usuelles (valeurs comprises entre 9.8 et 11 mW/kg).

La figure 2.20 montre les densités de probabilités obtenues après introduction du critère de Rayleigh. Nous constatons que toutes les distributions obtenues présentent une cloche correspondant au mode de ces distributions. Les poids qui précèdent et qui suivent le mode sont égaux. Plus le mode est grand, plus la cloche s'élargit. Pour le choix du mode correspondant à la dernière gaussienne, nous obtenons une distribution uniforme dans l'intervalle $[\beta_{inf}, \beta_{sup}]$.

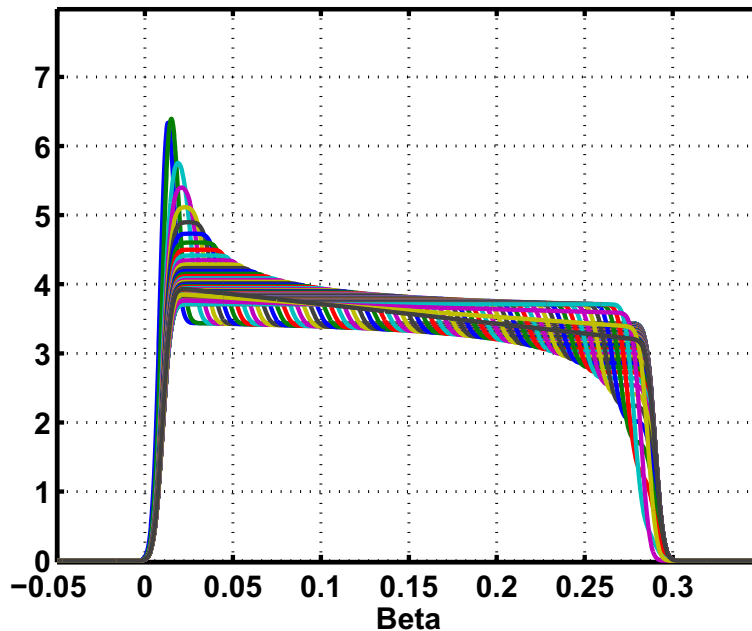


FIGURE 2.20 – Densités de probabilités obtenues pour un mélange de 70 gaussiennes

Les densités de probabilité obtenues ne présentent pas de fluctuation locale. Cependant, l'analyse de la base de données anthropométriques montre que les den-

sités de probabilité des facteurs morphologiques externes ont des comportements en cloche (*i.e* concentrées autour de la moyenne). Puisque la loi de la plupart des facteurs morphologiques ont un comportement en cloche, nous allons reproduire ce comportement pour le paramètre β , nous proposons de réintroduire la contrainte sur la variance (équation (2.40)).

La figure 2.21 montre les densités obtenues avec la contrainte d'unimodalité, le critère de Rayleigh et la contrainte de la variance.

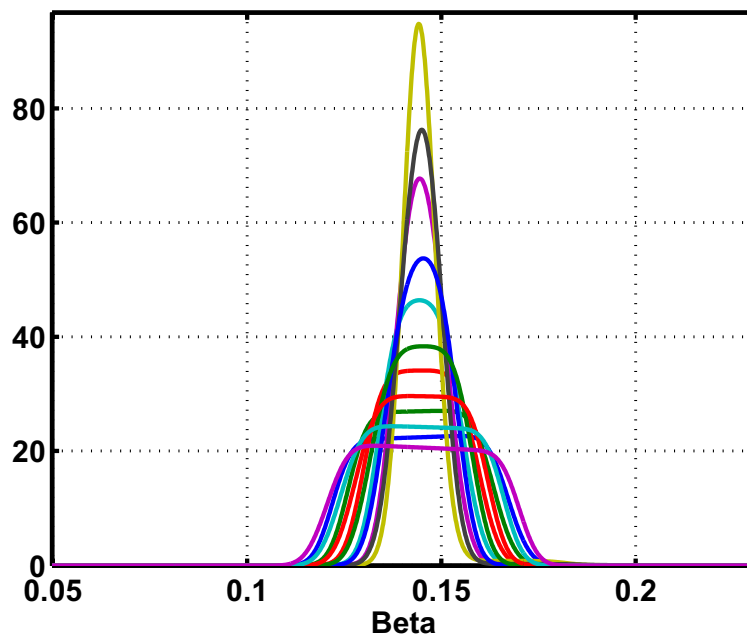


FIGURE 2.21 – Les densités de probabilité obtenues pour un mélange de 70 gaussiennes en introduisant la contrainte sur la variance

Plus la borne est petite, plus nous obtenons des distributions concentrées autour de la moyenne. Cette concentration est due à l'annulation des poids associés aux gaussiennes situées aux extrémités du mélange. La borne sur la variance a été fixée à $5 \cdot 10^{-4}$ (cette borne permet d'obtenir des distributions concentrées autour de la moyenne). Nous observons que quelques densités de probabilité ont un comportement en cloche. Cependant, toutes ces densités de probabilité possèdent un support qui n'inclut pas les β des fantômes. La valeur du WBSAR à 95 % est de 9.1 mW/kg . Cette valeur est comparable avec ce que nous avons obtenu en utilisant les lois

paramétriques usuelles.

Cette méthodologie basée sur le mélange de gaussiennes ne permet pas de relâcher l'hypothèse d'indépendance entre le paramètre β et le facteur morphologique externe. En effet, pour introduire cette dépendance nous utilisons la transformation de Nataf qui requiert l'inversion de la fonction de répartition du mélange de gaussiennes. Or, cette fonction de répartition n'est pas inversible analytiquement.

2.3 Conclusion du chapitre

Le but de ce chapitre était de déterminer le quantile du WBSAR à 95 % pour une population donnée en utilisant des fantômes exposés frontalement à une onde plane d'une puissance incidente d'un Watt par m^2 avec une fréquence fixée à 2100 MHz. Nous avons fait le choix d'étudier la population française âgée de 20 ans. Le nombre limité de fantômes ne permet pas d'utiliser des méthodes de type Monte Carlo. L'idée a été de construire un modèle réduit du WBSAR en fonction de la morphologie et d'utiliser des données statistiques sur cette morphologie afin de déterminer ce quantile du WBSAR. La construction d'un tel modèle nous a confirmé l'influence des facteurs morphologiques internes. Cependant, nous ne disposons pas de données statistiques sur les facteurs morphologiques internes en plus des facteurs externes. L'utilisation des connaissances physiques, les informations fournies par les fantômes ainsi que le comportement de densités de probabilité des facteurs morphologiques externes nous a permis de définir des contraintes sur le terme s'écrivant en fonction de cette morphologie interne. L'utilisation de lois paramétriques usuelles pour décrire ce terme nous a permis d'une part, de quantifier l'influence de ces lois sur le quantile et d'autre part, d'obtenir une tendance de ce quantile. Cette tendance (environ 10 mW/kg) ne varie pas beaucoup en fonction des lois usuelles que nous avons utilisé (la plage de variation est comprise dans l'intervalle [9.8, 11]). De plus, l'utilisation de telles lois usuelles a permis de prendre en compte la dépendance entre le terme dépendant des facteurs morphologiques internes et celui décrivant les facteurs morphologiques externes.

Dans une deuxième approche nous avons utilisé un mélange de gaussiennes afin de trouver une loi du paramètre β permettant de maximiser le quantile du WBSAR à %. Les premiers résultats n'étaient pas représentatifs (le support des densités obtenues ne comprenait pas les fantômes) des fantômes ou présentaient des fluctuations locales. L'introduction de la contrainte de l'unimodalité et du critère de Rayleigh, nous a permis de résoudre ces deux problèmes. Cependant, nous avons remarqué que les données morphologiques dont nous disposions représentaient une concentration de densités autour des moyennes. Pour introduire ce comportement au niveau de ces densités nous avons borné la variance du mélange de gaussiennes. Cette introduction induisait des quantiles du WBSAR à 95 % comparables à ceux en utilisant les lois paramétriques usuelles. De plus, les lois usuelles ont un support incluant les fantômes comparées aux lois issues du mélange de gaussiennes.

L'utilisation de fantômes hétérogènes pour évaluer le quantile du WBSAR à 95 % requiert l'introduction des facteurs morphologiques internes (peau, muscles, graisse et os) dans un modèle du WBSAR. Néanmoins, nous ne disposons pas de données statistiques de ces facteurs. De plus, ces facteurs sont probablement corrélés entre eux et avec les facteurs morphologiques externes. Or, ces différentes corrélations sont inconnues.

Dans le chapitre suivant nous allons nous affranchir des facteurs morphologiques internes en utilisant des fantômes homogènes. L'utilisation de fantômes hétérogènes requiert des données statistiques sur la morphologie interne dont nous ne disposons pas. Un fantôme homogène conserve l'enveloppe corporelle d'un fantôme hétérogène et donc ses paramètres morphologiques externes. Par contre, sa morphologie interne n'est plus décrite avec des tissus internes mais par un tissu équivalent remplissant tout le fantôme homogène. L'usage de ce tissu équivalent va nous permettre de construire un modèle du WBSAR en fonction uniquement des facteurs morphologiques externes.

L'acquisition de la base de données anthropométriques va nous permettre d'évaluer le quantile du WBSAR à 95 % dans une population dont les lois des facteurs ainsi que la dépendance entre ces facteurs sont connues. De plus, la technique du

morphing ne sera plus limitée par les facteurs morphologiques internes. En effet, nous avons vu dans la section 1.2.2 que cette technique conserve les mêmes proportions de tissus principaux entre le fantôme initial et le fantôme issu de cette technique.

À l'aide de cette base de données et la technique de morphing, dans le chapitre suivant nous allons comparer deux méthodes. La première méthode consiste à établir un modèle paramétrique du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques externes et raffiner la région du WBSAR à 95 % en y ajoutant séquentiellement des fantômes. En ce qui concerne la deuxième méthode, celle-ci consiste à obtenir la distribution du WBSAR en construisant une surface de réponse avec des polynômes de chaos et d'en déduire le quantile du WBSAR à 95 %.

Chapitre 3

Quantile du WBSAR à 95% par plan d'expériences séquentiel et polynômes de chaos

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord adapter la technique du morphing aux facteurs qui existent dans la base de données anthropométriques. Ensuite, nous allons établir un modèle du WBSAR en utilisant des fantômes homogènes. Ce modèle va être utilisé pour affiner la région d'intérêt (quantile du WBSAR à 95 %). Pour ce faire, nous allons développer un plan d'expériences séquentiel qui repose sur de l'Inférence Bayésienne et un modèle paramétrique du WBSAR. Cette méthode donne uniquement le quantile à 95 % de la distribution dans une population donnée.

Une deuxième approche est proposée afin d'obtenir toute la distribution du WBSAR. Nous allons utiliser les polynômes de chaos pour déterminer une surface de réponses du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques. Celle-ci va nous permettre de déterminer toute la distribution du WBSAR et en particulier le quantile du WBSAR à 95 %.

Enfin les résultats issus de ces deux méthodes seront comparés.

3.1 Adaptation de la technique de morphing à la base de données anthropométriques

Comme nous l'avons expliqué auparavant, les facteurs de la base de données anthropométriques doivent être pris en compte dans la technique de morphing afin de déformer les fantôme suivant ces facteurs. Ces facteurs sont la taille, la carrure devant, le tour de poitrine et le tour de ceinture.

Nous choisissons le fantôme Duke (cf. section 1.1.1). Le choix du fantôme peut induire une petite incertitude sur l'estimation du quantile à 95 %. En effet, suivant le fantôme, la déformation ne s'applique pas avec précision aux mêmes parties du corps. Néanmoins, les facteurs morphologiques sont les variables incertaines les plus influentes.

Des facteurs comme la taille et la carrure devant sont faciles à mesurer sur les fantômes construits en voxels.

Les facteurs, tour de poitrine et tour de ceinture sont difficilement mesurables sur les fantômes. Par contre, nous pouvons donner une estimation à partir de la largeur et la profondeur du fantôme au niveau de la ceinture et de la poitrine. Cette estimation est obtenue en considérant que les deux tours sont elliptiques et en utilisant la formule de Kepler [41] (équation (3.1)).

$$P = \pi\sqrt{ab}, \tag{3.1}$$

où P est le tour de poitrine, a est la largeur (au niveau de la ceinture ou la poitrine) et b est la profondeur (au niveau de la ceinture ou la poitrine).

La figure 3.1 montre que les deux tours (de ceinture et de poitrine) ont une forme elliptique.

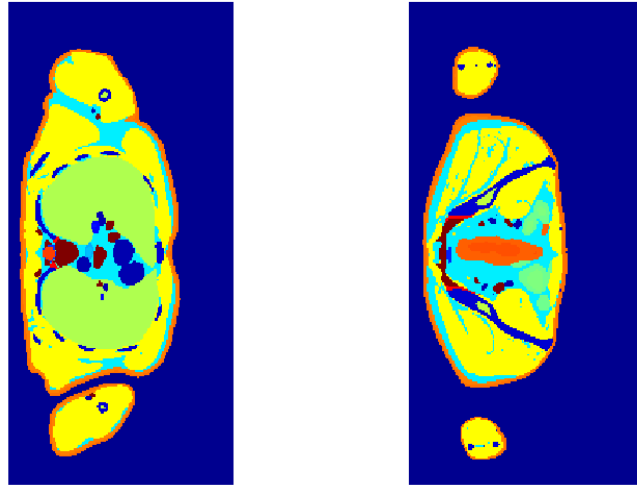


FIGURE 3.1 – A gauche tour de poitrine et à droite tour de ceinture du fantôme Duke

Pour intégrer ces différents facteurs dans la technique du morphing, la taille et la carrure devant sont faciles à intégrer. En effet, quand il s'agit de longueur ou de largeur nous utilisons le rapport entre la longueur que nous cherchons à obtenir (respectivement largeur) et la largeur (respectivement la longueur) du fantôme. Le coefficient obtenu est alors appliqué au fantôme et un lissage est assuré avec les autres parties du corps. Par contre, en ce qui concerne l'intégration du tour de poitrine et du tour de ceinture, nous devons déduire la profondeur et la largeur à partir de ces tours.

En ce qui concerne le tour de poitrine, la mesure de la carrure devant est la mesure de la largeur au niveau de la poitrine. Par conséquent la profondeur au niveau de la poitrine est déduite par la formule de Kepler.

Par ailleurs, nous n'avons pas de mesure de largeur de ceinture dans la base de données anthropométriques. Nous avons comparé la mesure de la largeur au niveau de la ceinture avec celle de la carrure devant pour les fantômes. Nous remarquons que la largeur de la ceinture est égale à environ la carrure devant corrigée par un

facteur de $\frac{2}{3}$. Nous allons donc utiliser cette carrure devant corrigée afin de déduire la profondeur au niveau de la ceinture pour tous les fantômes. Une fois ces largeurs et profondeurs déterminées, nous entreprenons la même démarche que les largeurs et longueurs afin de les intégrer dans la technique du morphing.

La figure 3.2 montre l'exemple de deux cas extrêmes tirés de la base de données obtenus par la technique de morphing en utilisant le fantôme Duke. Le fantôme à gauche à une taille de 1.66 m , une carrure devant de 0.44 m , un tour de poitrine de 1.46 m et un tour de ceinture de 1.35 m et le fantôme à droite a une taille de 1.98 m , une carrure devant de 0.50 m , un tour de poitrine de 1.13 m et un tour de ceinture de 1.08 m .

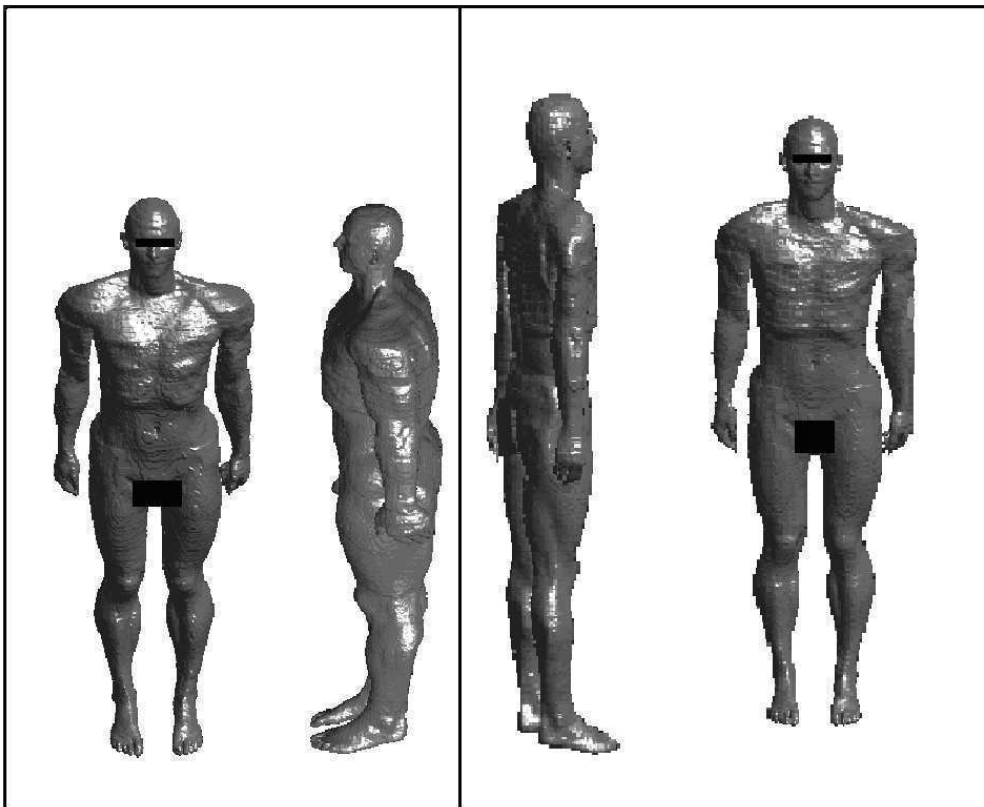


FIGURE 3.2 – Exemple de Duke morphé (à gauche un fantôme de petite taille et corpulent, à droite un fantôme de grande taille et mince)

La masse du fantôme ne peut pas être introduit comme facteur de déformation du fantôme (cf. la section 1.2.2). La technique de morphing a été adaptée à la base de

données anthropométriques. Dans la section suivante, nous allons établir un modèle du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques externes. Ensuite nous allons raffiner la région du WBSAR à 95 %.

3.2 Plan d'expériences séquentiel

Dans cette section les différents tissus du corps vont être remplacés par un tissu équivalent. Le tissu que nous avons choisi pour cette étude est un tissu défini par la Commission Electronique Internationale (CEI) [6]. Les propriétés diélectriques de ce tissu équivalent sont données en fonction de la fréquence. Pour la fréquence de 2100 MHz, la permittivité relative est de 39.8 et la conductivité est de 1.49 S/m .

3.2.1 Modèle du WBSAR en fonction de la morphologie

La construction d'un modèle du WBSAR en utilisant des fantômes homogènes ne va pas nécessiter l'emploi de facteurs morphologiques internes.

Nous allons rechercher plusieurs combinaisons de facteurs, afin d'établir une relation du WBSAR en fonction de la taille, la carrure devant, le tour de poitrine et le tour de ceinture. Les paramètres de ces modèles seront estimés par la méthode des moindres carrés. Le test de Student et le coefficient de détermination R^2 seront les critères du choix du modèle.

Nous obtenons un modèle pertinent dont tous les paramètres sont significatifs au sens du test de Student. De plus, le coefficient de détermination R^2 est égal 0.998 ce qui montre une bonne qualité du modèle. Ce modèle est donné par la relation (3.2).

$$y^{\text{wbsar}} = \theta_1 x_t + \theta_2 \frac{x_{\text{tp}}}{x_{\text{cd}}} + \theta_3 \frac{x_{\text{tc}}}{x_{\text{cd}}} + \theta_4 + \epsilon, \quad (3.2)$$

où y^{wbsar} est la variable décrivant le WBSAR, x_t le facteur décrivant la taille, x_{tp} le facteur décrivant le tour de poitrine, x_{cd} le facteur décrivant la carrure devant, x_{cd} le facteur décrivant le tour de ceinture, $(\theta_i)_{i=1,\dots,4}$ les paramètres du modèle et finalement ϵ est l'erreur du modèle.

Ce modèle ne tient pas compte du phénomène physique (cf. 2.1.1). Cependant, ce modèle paraît convenable. En effet, nous savons que la taille joue un rôle très important dans la construction d'une relation pour le WBSAR. Dans le chapitre précédent, nous avons vu que l'utilisation des fantômes hétérogènes a permis d'identifier, en plus des facteurs morphologiques internes, des facteurs comme le BSA et le BMI. Puisque ces facteurs s'écrivent en fonction de la taille et la masse, la taille est donc un facteur influent dans un modèle du WBSAR en utilisant des fantômes hétérogènes. Or, les fantômes homogènes conservent la même morphologie externe que les fantômes hétérogènes. D'où l'importance de la taille dans un modèle du WBSAR pour les fantômes homogènes.

Les deux rapports (tour de poitrine et tour de ceinture divisées par la carrure devant) intervenant dans ce modèle reflètent respectivement la profondeur au niveau de la poitrine et la profondeur au niveau de la ceinture. Ces deux rapports donnent une idée sur la masse du fantôme qui est un facteur important pour le WBSAR mais exclu du modèle.

Puisque les fantômes qui ont servi à estimer les paramètres de ce modèle ne sont pas issus d'un tirage aléatoire de la population ou d'un plan d'expériences, ce modèle pourrait ne pas être robuste pour calculer la distribution du WBSAR d'une population. Afin de vérifier la validité de ce modèle et de donner à ces paramètres une estimation robuste, nous proposons d'établir un plan d'expériences.

Puisque les facteurs morphologiques externes sont corrélés, nous proposons d'utiliser un plan d'expériences D-optimal [3] (cf. annexe A). En effet, ce plan d'expériences est choisi à partir d'un échantillon des facteurs générés suivant sa loi jointe (qui constitue le maillage du plan d'expériences), les candidats qui permettent d'obtenir un petit ellipsoïde de confiance des paramètres du modèle.

Afin d'appliquer le plan d'expériences D-optimal, nous échantillonnons les facteurs $(x_i)_{i=1,\dots,4}$. La taille de l'échantillon est de $3 \cdot 10^5$. La taille de cette échantillon génère une erreur comprise entre 2 % et pour la moyenne et une erreur entre 10 % et 16 % pour l'estimation de la variance de cet échantillon. La corrélation entre ces différents facteurs est introduite en utilisant la transformation de Nataf (cf. 2.2.2).

Ensuite, nous choisissons parmi cet échantillon les candidats qui permettent de réduire le volume de la région de confiance des paramètres $(\theta_i)_{i=1,\dots,4}$.

Nous remarquons qu'il suffit de choisir six candidats pour ce plan d'expériences. En effet, quand le nombre des candidats est supérieur à six, les candidats obtenus se répètent.

Les candidats obtenus (facteurs morphologiques obtenus) ont été utilisés pour construire les fantômes correspondant par la technique de morphing. Ensuite, leurs valeurs du WBSAR ont été calculées en utilisant la FDTD. Le tableau 3.1 montre les facteurs morphologiques obtenus ainsi que la valeur du WBSAR associée.

Taille (m)	Carrure devant (m)	Tour de poitrine (m)	Tour de ceinture (m)	WBSAR (mW/kg)
1.57	0.37	1.14	1.06	3.87
1.81	0.42	1.25	0.90	4.70
1.92	0.39	1.15	1.20	4.48
2.02	0.52	1.11	0.90	5.68
1.98	0.43	0.97	1.02	4.75
1.38	0.37	0.78	0.66	7.64

TABLE 3.1 – Candidats obtenus par un plan d'expériences D-optimal ainsi que le WBSAR associé

Ce plan d'expériences est utilisé pour estimer les paramètres du modèle paramétrique (3.2). Pour ce faire, nous utilisons la méthode des moindres carrés. L'estimation de ces paramètres montre que le modèle (3.2) est très pertinent avec un coefficient de détermination égal à 0.995. Le tableau 3.2 montre que les paramètres sont très significatifs avec une p-valeur du test de Student inférieur à 10^{-5} (p-valeur inférieur à 0.05 indique que les paramètres sont significatifs). Comme l'indiquent les petits intervalles de confiance associés à chaque paramètre, le modèle établi est de bonne qualité.

Paramètre	Estimée	intervalle de conf.	p-valeur
θ_1	-0.0031	[-0.0035, -0.0027]	10^{-6}
θ_2	-0.0012	[-0.0015, -0.0009]	10^{-5}
θ_3	-0.0013	[-0.0015, -0.0010]	10^{-5}
θ_4	0.0167	[0.0159, 0.0176]	10^{-9}

TABLE 3.2 – Candidats obtenus par un plan d'expériences D-optimal ainsi que le WBSAR associés

Quant à l'erreur du modèle, celle-ci est centrée sur zéro et son écart-type est de $9.7 \cdot 10^{-2} mW/kg$.

L'utilisation de ce modèle avec ses paramètres estimés par moindres carrés ainsi qu'un tirage aléatoire des facteurs morphologiques externes (suivant leurs lois et en

respectant les corrélations croisées) de taille 10^6 donne une valeur du quantile du WBSAR à 95 % de 6.7 mW/kg .

Puisque nous n'avons utilisé que six expériences, la valeur du quantile du WBSAR à 95 % pourrait ne pas être précise.

3.2.2 Méthodologie

Le plan d'expériences séquentiel consiste à donner à raffiner le quantile du WBSAR à 95 % pour la population française. Cette approche permet de choisir la simulation suivante à effectuer afin d'affiner la connaissance dans la région d'intérêt (région du quantile à 95 %).

Pour décrire cette méthodologie, notons par l'expression suivante le modèle paramétrique :

$$\begin{aligned} y : \mathbb{X} &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ \mathbf{x} &\longmapsto f_{\Theta}(\mathbf{x}) + \epsilon, \end{aligned}$$

où \mathbb{X} est l'espace probabilisé, \mathbb{R}^+ l'espace des réels positifs (car le WBSAR est une grandeur positive), y l'estimée du WBSAR par ce modèle, \mathbf{x} le vecteur des facteurs (facteurs morphologiques externes), f_{Θ} le modèle paramétrique permettant d'estimer la réponse (WBSAR) et ϵ est l'erreur de ce modèle. Cette erreur est supposée gaussienne de moyenne zéro et d'écart-type σ constant.

Notons par $F_m = (x_i, y_i)_{i=1, \dots, m}$ les observations initiales (plan d'expériences D-optimal).

L'idée est de construire une distribution pour le vecteur des paramètres Θ . Pour ce faire, un a priori pour cette distribution doit être considéré. Cet a priori noté $\pi(\Theta)$ est généralement construit en prenant en compte les informations fournies par le phénomène physique. Dans notre cas, les paramètres du modèle ne représentent pas des grandeurs physiques.

En effet, nous savons qu'aux hautes fréquences l'absorption des ondes est fortement surfacique. Donc le WBSAR est proportionnel à la surface divisée par la masse. Cependant, la masse est un facteur que nous ne pouvons pas intégrer dans le modèle car nous ne pouvons le maîtriser dans la technique du morphing. Il s'en suit

qu'il n'y a pas d'information à intégrer dans cet a priori. Nous choisissons alors un a priori non-informatif (un loi normale de moyenne zéro et un très grand écart-type : 100).

Connaissant l'a priori de cette distribution et les observations initiales F_m , la loi a posteriori du vecteur des paramètres Θ est donnée par la proportionnalité (3.3) tirée de la formule de Bayes [19].

$$\mathbb{P}(\Theta|F_m) \propto \pi(\Theta)\mathbb{P}(F_m|\Theta), \quad (3.3)$$

où $\mathbb{P}(\Theta|F_m)$ est la loi a posteriori du vecteur Θ et $\mathbb{P}(F_m|\Theta)$ est la vraisemblance du modèle.

Puisque l'erreur est supposée gaussienne de moyenne zéro et de variance σ^2 constante (l'erreur est aussi supposée indépendante et identiquement distribuée, i.i.d), la vraisemblance pour chaque observation $F_i = (x_i, y_i)$ [38] s'écrit alors comme suit :

$$\mathbb{P}(F_i|\Theta) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - f_{\Theta}(x_i)}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (3.4)$$

Puisque les erreurs engendrées par le modèle sont indépendantes, nous avons alors :

$$\mathbb{P}(F_m|\Theta) = \prod_{i=1}^m \mathbb{P}(F_i|\Theta), \quad (3.5)$$

C'est-à-dire :

$$\mathbb{P}(F_m|\Theta) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^m \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{y_i - f_{\Theta}(x_i)}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

Un estimateur de la variance est décrite par la relation (3.7)

$$s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \exp(y_i - f_{\Theta}(x_i))^2, \quad (3.7)$$

L'idée est de générer un échantillon du vecteur de paramètres Θ noté $(\Theta_j)_{j=1,\dots,p}$ en utilisant la loi a posteriori donnée par (3.3). Nous échantillonnons les facteurs x suivant leurs lois associées. Cet échantillon est noté $(x_i)_{i=1,\dots,q}$. Pour chaque Θ_j nous

calculons les valeurs $(y_i^j)_{i=1,\dots,q}$ (l'estimation de la distribution du WBSAR pour un modèle donné) via le modèle paramétrique f_{Θ_j} . Chaque Θ_j échantillonné nous fournit une distribution du y_j (une distribution du WBSAR pour la population française). La valeur du quantile à 95 % de y_j est calculée empiriquement. Ce quantile est noté q_{95}^j . L'ensemble des $(q_{95}^j)_{j=1,\dots,q}$ forme une distribution de ce quantile.

Le plan d'expériences va permettre d'ajouter de manière séquentielle les candidats qui réduiront la variance de la distribution de ce quantile. Pour ce faire, nous devons calculer l'expression de la variance conditionnelle aux observations de ce quantile.

L'expression analytique de cette variance est donnée par (3.8).

$$var(q_{95}(\Theta)|F_m) = \mathbb{E} \left\{ [q_{95}(\Theta) - \mathbb{E} \{q_{95}(\Theta)|F_m\}]^2 | F_m \right\}, \quad (3.8)$$

Quand la variance sera suffisamment petite (critère choisi selon la précision que l'on cherche à obtenir), il suffit de choisir comme valeur pour le quantile à 95 % la moyenne de cette distribution. Nous cherchons alors le candidat qui va permettre de diminuer l'espérance de la variance de la distribution du quantile à 95 %. L'algorithme du plan d'expériences séquentiel est alors donnée par (3.9)

$$\mathbf{x}_{\mathbf{m}+1} = \underset{x \in \mathbb{X}}{\operatorname{argmin}} \left[\int_{\mathbb{R}} \mathbb{P}_{y(x)|F_m}(z) var \{q_{95}(\Theta)|F_m \text{ et } y(x) = z\} dz \right] \quad (3.9)$$

où $\mathbf{x}_{\mathbf{m}+1}$ est le nouveau candidat choisi par le plan d'expériences séquentiel et $\mathbb{P}_{y(x)/F_m}$ la densité de probabilité de la variable aléatoire $y(x)$ conditionnellement aux observations.

Le développement du terme $\mathbb{P}_{y(x)|F_m}(z)$ donne l'expression (3.10)

$$\mathbb{P}_{y(x)|F_m}(z) = \int_{\mathbb{R}^{\dim(\Theta)}} \mathbb{P}_{y(x)|\Theta}(z) \mathbb{P}_{\Theta|F_m}(\Theta) d\Theta \quad (3.10)$$

où $\mathbb{P}_{y(x)|\Theta}(z)$ est la densité relative au modèle et $\mathbb{P}_{\Theta|F_m}$ est la densité de la loi a posteriori (connaissant les observations). L'algorithme de ce plan d'expériences se déroule comme suit :

Algorithme 1 Algorithme du plan d'expériences séquentiel

Entrées: Observations initiales F_m , modèle paramétrique $y := f_\Theta + \epsilon$, loi des facteurs $\mathbb{P}(\mathbf{x})$ et loi a posteriori du vecteur des paramètres $\mathbb{P}(\Theta|F_m)$, condition d'arrêt c

Sorties: Nouvelles observations (\mathbf{x}_{m+n}) , $n \in \mathbb{N}$

Echantillonner \mathbf{x} suivant $\mathbb{P}(x) : (\mathbf{x}_i^c)_{i=1,\dots,s}$

Echantillonner Θ suivant $\mathbb{P}(\Theta|F_m) : (\Theta_j)_{j=1,\dots,q}$

pour $i = 1, \dots, s$ **faire**

pour $j = 1, \dots, q$ **faire**

$y_j^i \leftarrow f_{\Theta_j}(\mathbf{x}_i^c)$

$F_{m+1} \leftarrow \{F_m, (\mathbf{x}_i^c, y_j^i)\}$

 Echantillonner Θ suivant $\mathbb{P}(\Theta|F_{m+1}) : (\Theta_k^{ij})_{k=1,\dots,p}$

pour $k = 1, \dots, p$ **faire**

$Y_k \leftarrow \{f_{\Theta_k^{ij}}((\mathbf{x}_r)_{r=1,\dots,m}), f_{\Theta_k^{ij}}(x_i^c)\}$

 Calculer le quantile à 95 % de $Y_k : q_{95}^k(Y_k)$

fin pour

 Calculer la variance de $(q_{95}^k(Y_k))_{k=1,\dots,p} : \mathbb{V}_j$

fin pour

$\mathbb{E}_i(\mathbb{V}) \leftarrow \frac{1}{pkl} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p \{ \mathbb{P}_{y(\mathbf{x})|\Theta_j}(f_{\Theta_k^{ij}}(x_i^c)) \mathbb{V}_j \}$

fin pour

$\mathbf{x}_{m+n} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{X}}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbb{E}_i(\mathbb{V}))_{i=1,\dots,s}\}$

Si $\min(\mathbb{E}_i(\mathbb{V}))_{i=1,\dots,s} \leq c$ **Arrêt**

Sinon Calculer y_{m+n} , remplacer F_m par $F_{m+n} = (\mathbf{x}_r, y_r)_{r=1,\dots,m+n}$ et retourner à

Echantillonner \mathbf{x} .

3.2.3 Résultats

Nous avons appliqué une méthode du plan d'expériences séquentiel en utilisant le modèle (3.2) décrit dans la section 3.2.1. En ce qui concerne les observations initiales, nous avons choisi les expériences obtenues par le plan d'expériences D-optimal.

Pour les valeurs affectées aux indices s , q et p décrit dans l'algorithme de la section précédente, nous avons choisi ces indices tous égaux à la valeur 500. Le choix de ce nombre (échantillon de taille moyenne) vient du fait de la complexité de l'algorithme du plan d'expérience séquentiel (trois boucles) engendrant un long calcul. En effet, cet algorithme met une heure et demi pour sélectionner une nouvelle observation (sans compter le temps de calcul pour la technique de morphing et la simulation FDTD).

En ce qui concerne la valeur affectée à la condition d'arrêt nous avons choisi la valeur de 0.2 mW/kg pour l'écart-type de la distribution du quantile à 95 %. L'algorithme n'a pas pu être automatisé car pour chaque observation la technique du morphing est utilisée afin de déformer le fantôme à la morphologie choisie par ce plan d'expériences. Une vérification visuelle est nécessaire afin de s'assurer qu'il n'y ait aucune aberration dans la morphologie du fantôme construit avant de calculer sa valeur du WBSAR par la FDTD.

La figure 3.3 montre la diminution de l'écart-type de la distribution du quantile à 95 % après l'introduction de 26 observations choisies par ce plan d'expériences séquentiel. L'écart-type obtenu initialement par le plan d'expériences D-optimal est égal 0.68 mW/kg , l'ajout de ces 26 observations permet d'obtenir une valeur du quantile égale à 7 mW/kg avec un écart-type de 0.2 mW/kg .

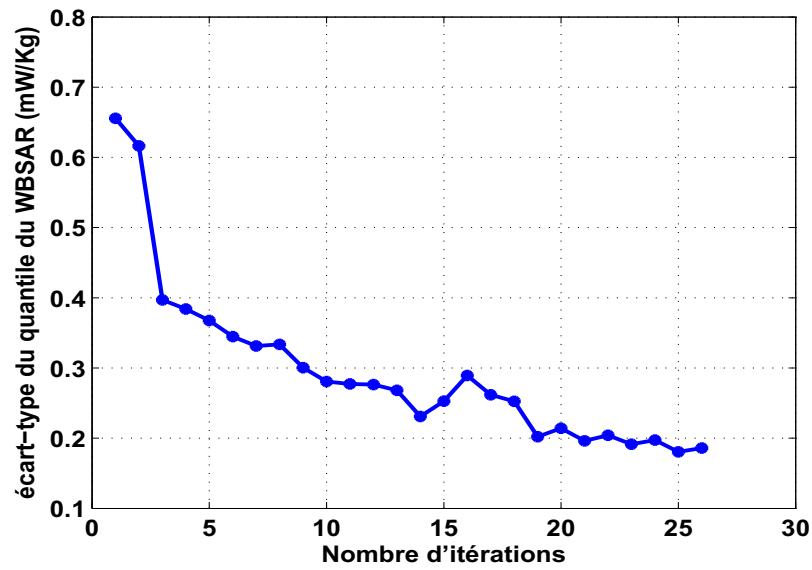


FIGURE 3.3 – Evolution de l'écart-type de la distribution du quantile à 95 % en fonction du nombre d'itérations

En ce qui concerne l'évolution de la moyenne de la distribution de ce quantile du WBSAR à 95 %. Nous constatons des fluctuations au niveau des 5 premières itérations, au delà la moyenne du quantile du WBSAR à 95 %. La figure 3.4 montre cette évolution.

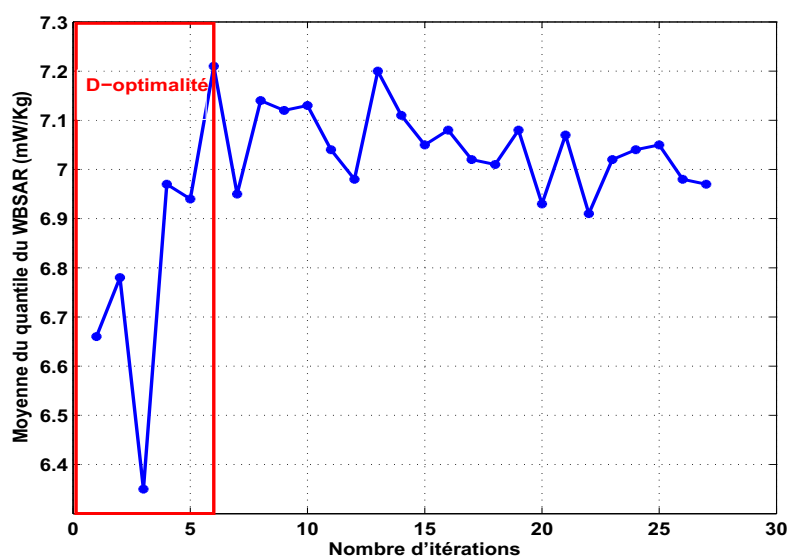


FIGURE 3.4 – Evolution de la moyenne de la distribution du quantile à 95 % en fonction du nombre d'itérations

Les expériences qui ont été rajoutées pour raffiner la région à 95 % ainsi que la valeur du WBSAR correspondante sont données dans la figure 3.5.

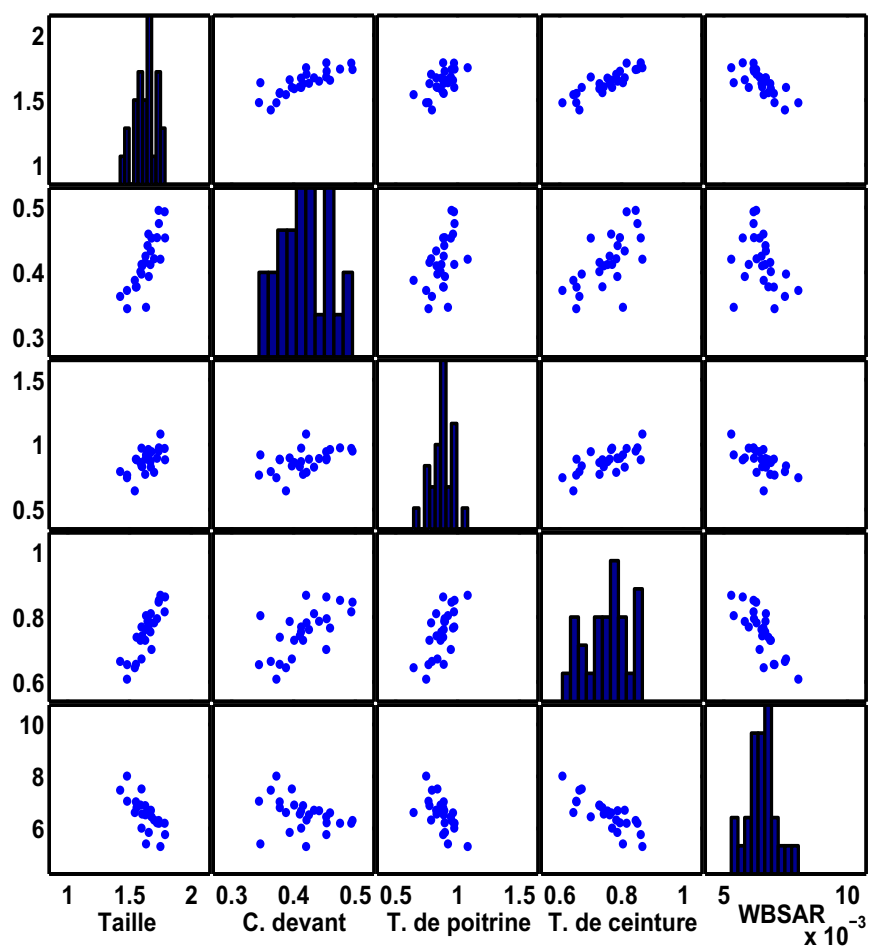


FIGURE 3.5 – Expériences choisies par le plan d'expériences séquentiel

Cette figure 3.5 illustre les corrélations croisées des différents facteurs et celles de ces facteurs avec le WBSAR des expériences choisies par plan d'expériences séquentiel. Les histogrammes (au niveau de la diagonale) représentent les densités de probabilités de ces facteurs.

Nous observons que les corrélations des facteurs avec le WBSAR sont négatives. C'est-à-dire plus le facteur est grand plus la valeur du WBSAR est petite.

Puisque nous retenons la valeur moyenne du quantile du WBSAR à 95 % comme nous l'avons expliqué, cette valeur est égale à 7 mW/kg .

Parmi les expériences ajoutées par le plan d'expériences, un fantôme correspond à ce quantile du WBSAR. Ce fantôme a une taille de 1.47 m, un tour de poitrine de 76.5 cm et un tour de ceinture de 65 cm (cf. figure 3.6). Ce résultat correspond au phénomène physique. En effet, nous savons que plus le corps humain est petit plus le rapport entre la surface et la masse augmente et par conséquent, le WBSAR augmente.



FIGURE 3.6 – Fantôme correspondant à la valeur du quantile du WBSAR à 95 %

Cette méthode a permis de trouver un fantôme correspondant à la valeur du

WBSAR à 95 % sans avoir à résoudre un problème de type inverse.

L'ajout de ces simulations au modèle (3.2) pourrait affecter sa qualité. Pour vérifier que les paramètres de ce modèle restent significatifs après ces ajouts, le test de Student a été appliqué et le coefficient R^2 de ce modèle a été calculé. Le tableau 3.3 montre les résultats obtenus par le test de Student et le coefficient de détermination.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
p-valeur	$2.7 \cdot 10^{-7}$	0.03	$7.1 \cdot 10^{-3}$	10^{-10}
R^2	0.85			

TABLE 3.3 – Test statistique de Student et coefficient de détermination

Le tableau 3.3 montre que les paramètres dans la relation reliant le WBSAR (3.2) avec la morphologie restent significatifs après l'ajout de 26 observations. En effet, les p-valeur du test de Student pour les paramètres θ_1 , θ_3 et θ_4 sont très significatifs (très inférieur au risque 0.05). Néanmoins, en ce qui concerne le paramètre θ_2 , la p-valeur de ce paramètre s'approche du risque. Ceci est dû à la forte corrélation entre le tour de poitrine associé à ce paramètre, le tour de ceinture et la taille apparaissant dans ce modèle (coefficients de corrélation respectifs 0.64 et 0.67). Par ailleurs, le coefficient de détermination diminue comparé à celui obtenu pour le plan d'expériences D-optimal. Ceci vient des petites erreurs engendrées par les modèles pour les nouvelles observations. Cependant, l'erreur relative ne dépasse pas 7 %.

Cette méthode nous a permis de déterminer uniquement le quantile du WBSAR à 95 %. Cependant, nous n'avons pas une estimation de toute la distribution du WBSAR. Pour obtenir une estimation de cette distribution, dans la section suivante nous allons utiliser une méthode dite non-intrusive. Cette méthode consiste à construire une surface de réponse du WBSAR pour la population française en utilisant les polynômes de chaos. Cette surface de réponse va nous d'obtenir toute la distribution et en particulier le quantile à 95 %. Ce quantile sera comparé avec celui obtenu par le plan d'expériences séquentiel.

3.3 Polynômes de Chaos appliqués à l'évaluation du WBSAR au sein d'une population

Dans cette section nous allons décrire et appliquer une méthode dite non-intrusive basée sur les polynômes de chaos pour des facteurs morphologiques dépendants. Cette approche permet de gérer les incertitudes d'un résultat liées à des variables incertaines en construisant un méta-modèle et en propageant l'incertitude via ce dernier. Celle-ci décrit le modèle du WBSAR comme étant une combinaison linéaire de monômes (les monômes sont le résultat du produit des polynômes orthogonaux de chaos) de facteurs externes dont les coefficients sont estimés en utilisant des simulations choisies pertinemment [5, 7, 33, 40, 43].

Par ailleurs, puisque cette méthode a pour objectif de déterminer toute la distribution du WBSAR, elle requiert un nombre assez important de simulations.

Les facteurs morphologiques sont : taille, carrure devant, tour de poitrine et tour de ceinture. Les variables aléatoires décrivant ces facteurs sont notées respectivement : X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} . Ces variables aléatoires suivent les lois suivantes d'après l'analyse de la base de données anthropométrique :

$$\begin{aligned}
 X_t &= N(m_t, \sigma_t^2), \\
 X_{cd} &= LN(\mu_{cd}, \sigma_{cd}), \\
 X_{tp} &= LN(\mu_{tp}, \sigma_{tp}), \\
 X_{tc} &= LN(\mu_{tc}, \sigma_{tc}).
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Ces variables aléatoires sont liées par une matrice de corrélation notée R . Les fonctions de répartition des ces variables sont notées F_t , F_{cd} , F_{tp} et F_{tc} . Leurs densités de probabilités sont notées f_t , f_{cd} , f_{tp} et f_{tc} . Notons par Y la variable aléatoire décrivant le WBSAR. Le méta-modèle basé sur les polynômes de chaos [5, 7, 33, 40, 43] est donné par (3.12).

$$Y = \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k \Psi_k(\Xi), \quad (3.12)$$

où $\Xi = (\xi)_{i=1,\dots,4}$ sont des variables aléatoires stochastiques indépendantes, les $\Psi_k(\Xi)$ sont les polynômes multidimensionnels de chaos et les β_k sont les coefficients modaux.

Les variables stochastiques Ξ forment un espace stochastique. Les polynômes de chaos forment une base Hilbertienne $\{\Psi_k, k \in \mathbb{N}\}$. Cette base est munie d'un produit scalaire (3.13) [5, 43] :

$$\langle u, v \rangle = \int_{\mathbb{R}^4} u(\mathbf{x})v(\mathbf{x})f_{\Xi}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (3.13)$$

où f_{Ξ} est la loi jointe des variables aléatoires Ξ .

Les polynômes de chaos sont orthogonaux au sens de ce produit scalaire (équation (3.14)).

$$\langle \Psi_i, \Psi_j \rangle = \delta_{ij}, \quad (\text{symbole de Kronecker}) \quad (3.14)$$

L'expression des β_k est donnée dans (3.15).

$$\beta_k = \frac{1}{\|\Psi_k\|^2} \int_{\mathbb{R}} y(\Xi) \Psi_k f_{\Xi}(\Xi) d\Xi, \quad (3.15)$$

où $y(\Xi)$ est la valeur du WBSAR évaluée par le simulateur (FDTD et morphing) au point Ξ .

Le nombre des coefficients modaux est déterminé en fonction de la dimension des variables stochastiques notée D et de l'ordre de des polynômes de chaos noté N . Le nombre de ces coefficients est donné par la formule :

$$P + 1 = \frac{(N + D)!}{N!D!}$$

Nous proposons d'estimer les coefficients modaux par quadrature. Les quadratures permettent de résoudre numériquement une intégrale en évaluant la fonction à intégrer en des points [33, 40, 43]. Ces quadratures sont données uniquement dans le cas unidimensionnel. Les autres dimensions sont obtenues par tensorisation. De manière générale la formule d'une quadrature pour une dimension n est donnée par l'équation (3.16).

$$Q_k^n(f) = \sum_{i=1}^{m_k^n} \omega_i^{k^n} f(x_i^{k^n}), \quad (3.16)$$

où f est la fonction que l'on veut intégrer, ω_j sont les poids de la quadrature, k est le niveau de la quadrature et m_k^n le nombre de points utilisé pour estimer l'intégrale.

L'utilisation de quadratures classiques telle que celle de Gauss nécessite un nombre de points important pour résoudre une intégrale donnée. De plus, l'utilisation de la tensorisation afin d'obtenir les autres dimensions augmentent de manière significative ce nombre de points. En effet, le nombre de points à évaluer dans l'équation (3.17) est $\prod_{i=1}^N m_k^i$.

$$\otimes_{i=1}^n Q_k^i(f) = \sum_{i^1=1}^{m_k^1} \dots \sum_{i^N=1}^{m_k^1} (\omega_{i^1}^{k^1}, \dots, \omega_{i^N}^{k^N}) . f(x_{i^1}^{k^1}, \dots, x_{i^N}^{k^N}) \quad (3.17)$$

Il existe une quadrature creuse permettant de résoudre une intégrale en évaluant la fonction en un nombre des points beaucoup plus faible que les quadratures classiques. Cette quadrature est appelée quadrature de 'Clenshaw Curtis' [40, 43]. Pour ce faire, les variables stochastiques Ξ doivent être uniformes dans l'intervalle $[-1, 1]$. Notons $n_k = 2^{k^n-1} + 1$ pour une dimension n donnée [33, 39, 40, 43]. Les points de cette quadrature sont donnés par la formule (3.18).

$$x_j^{k^n} = -\cos\left(\frac{\pi(j-1)}{n_k-1}\right) \quad (3.18)$$

La quadrature de 'Clenshaw Curtis' permet de diminuer de manière considérable le nombre de points à évaluer afin de calculer une intégrale dans le cas unidimensionnel. Cependant, une tensorisation complète pour de cette quadrature pour le cas multidimensionnel augmente considérablement le nombre de points à évaluer. Afin d'éviter cette augmentation de points à évaluer pour calculer l'intégrale dans l'équation (3.15), nous utilisons une tensorisation incomplète de Smolyak [39, 40, 43]. Appelons grille l'ensemble des points obtenus dans le cas unidimensionnel par la quadrature de 'Clenshaw Curtis' et notons cette grille Γ_n^k , telle que $\Gamma_n^k = \{x_i^{k^n} : 1 \leq i \leq m_k^n\}$. La quadrature unidimensionnel de 'Clenshaw Curtis' assure $\Gamma_n^{k-1} \subset \Gamma_n^k$ [33, 39, 40]. Introduisons la notation (3.19).

$$\Delta_k^n(f) = (Q_k^n - Q_{k-1}^n)(f), \quad (3.19)$$

La tensorisation incomplète de Smolyak dite 'sparse grid' est donnée par la formule (3.20).

$$I^N(f) = \sum_{|k| \leq q} (\Delta_k^1 \otimes \dots \otimes \Delta_k^n)(f), \quad (3.20)$$

pour $q \in \mathbb{N}$ et $|k| = k^1 + \dots + k^N$. $L = q - N$ est le niveau des sparse grid. Un exemple de points générés par tensorisation incomplète de Smolyak de la quadrature de 'Cleshaw Curtis' dans le cas bidimensionnel est donné dans la figure 3.7.

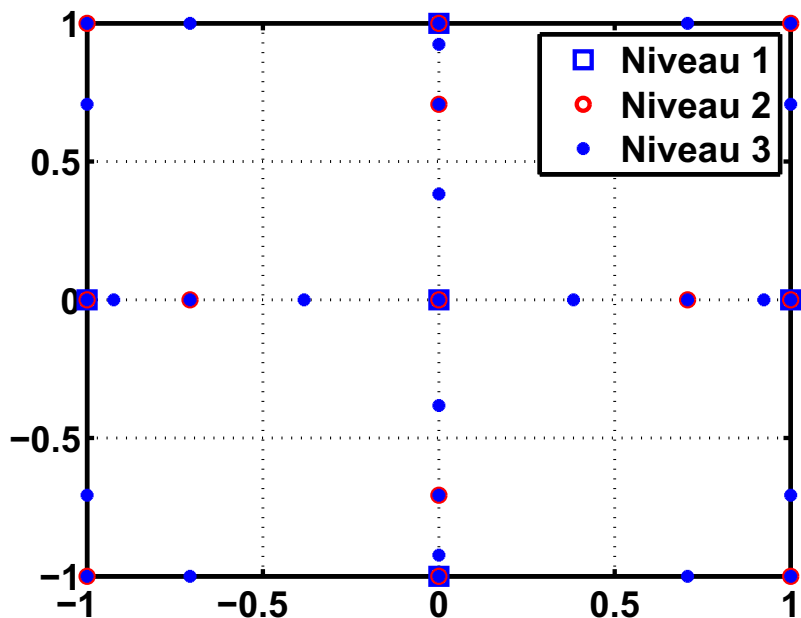


FIGURE 3.7 – Exemple bidimensionnel des Sparse Grid

Puisque les points issus des variables stochastiques Ξ appartiennent à l'intervalle $[-1, 1]$, une transformation dite isoprobabiliste est nécessaire [25] afin de se ramener aux facteurs morphologiques X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} . Cependant, ces facteurs X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} sont dépendants avec une matrice de corrélation notée R . Donc les variables stochastiques doivent être également dépendantes.

Comme les variables stochastiques suivent une loi uniforme dans l'intervalle $[-1, 1]$, la transformation isoprobabiliste est non-linéaire. Les équations (3.21) et (3.22) donnent respectivement les transformations isoprobabilistes de la loi uniforme dans $[-1, 1]$ à une loi gaussienne de moyenne m et d'écart-type σ et de la loi uniforme dans $[-1, 1]$ à une loi log-normale de paramètres μ et s .

$$x = m + \sqrt{2}\sigma.\text{erf}^{-1}(\xi), \quad (3.21)$$

$$x = \exp(\mu + \sqrt{2}s.\text{erf}^{-1}(\xi)), \quad (3.22)$$

où $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$ avec x un point de la loi normale obtenue par transformation et ξ un point de la loi uniforme.

Donc les matrices de corrélation des variables stochastiques Ξ et des facteurs X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} sont différentes. La matrice de corrélation des variables stochastiques est appelée matrice de corrélation fictive. Notons cette matrice R_0 .

Supposons dans un premier temps que les termes de la matrice fictive R_0 soient connus. Pour obtenir des variables stochastiques dépendantes, nous utilisons la transformation de Nataf qui est décrite par les étapes suivantes :

- Transformation de variables stochastiques uniformes indépendantes Ξ en des variables gaussiennes centrées réduites indépendantes. Notons les variables gaussiennes indépendantes issues de cette transformation $\Xi^N = (\xi_k^N)_{k=1,\dots,4}$.
- Décomposition de Cholesky de la matrice de corrélation fictive R_0 :

$$R_0 = L_0 \cdot L_0^T. \quad (3.23)$$

- Transformation des variables gaussiennes indépendantes Ξ^N en des variables gaussiennes dépendantes $\Xi_D^N = (\xi_{D,i}^N)_{i=1,\dots,4}$ de matrice de corrélation R_0 en utilisant la transformation :

$$\Xi_D^N = L_0 \cdot \Xi_N. \quad (3.24)$$

- Transformation respectivement de $\xi_{D,1}^N$, $\xi_{D,2}^N$, $\xi_{D,3}^N$ et $\xi_{D,4}^N$ en X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} .

Par exemple pour la taille nous utilisons la formule :

$$x_i = F_t^{-1}(\Phi(\xi_{D,1}^N)), \quad (3.25)$$

où $\Phi(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right)$.

Les termes de la matrice de corrélation fictive R_0 sont déterminés à partir des termes de la matrice de corrélation R des facteurs X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} . Le tableau 3.4 donne les variables stochastiques associées aux facteurs et la notation des coefficients de corrélations des facteurs et des variables stochastiques.

	X_t ($\xi_{D,1}^N$)	X_{cd} ($\xi_{D,2}^N$)	X_{tp} ($\xi_{D,3}^N$)	X_{tc} ($\xi_{D,4}^N$)
X_t ($\xi_{D,1}^N$)	1	ρ_{12} (ρ_{012})	ρ_{13} (ρ_{013})	ρ_{14} (ρ_{014})
X_{cd} ($\xi_{D,2}^N$)	ρ_{12} (ρ_{012})	1	ρ_{23} (ρ_{023})	ρ_{24} (ρ_{024})
X_{tp} ($\xi_{D,3}^N$)	ρ_{13} (ρ_{013})	ρ_{23} (ρ_{023})	1	ρ_{34} (ρ_{034})
X_{tc} ($\xi_{D,4}^N$)	ρ_{14} (ρ_{014})	ρ_{24} (ρ_{024})	ρ_{34} (ρ_{034})	1

TABLE 3.4 – Variables stochastiques associées aux facteurs, coefficients de corrélations des facteurs et des variables stochastiques

Pour obtenir les termes $(\rho_{0ij})_{i,j=1,\dots,4}$, nous devons résoudre l'intégrale suivante :

$$\rho_{ij} = \int \int \left(\frac{x_i - \mathbb{E}(X_i)}{\sigma_i} \right) \left(\frac{x_j - \mathbb{E}(X_j)}{\sigma_j} \right) \varphi_2(\xi_{D,ij}^N, \rho_{0ij}) \frac{f_i(x_i) f_j(x_j)}{\varphi(\xi_{D,i}^N) \varphi(\xi_{D,j}^N)} dx_i dx_j, \quad (3.26)$$

où X_i et X_j sont respectivement les facteurs associés aux variables stochastiques $\xi_{D,i}^N$ et $\xi_{D,j}^N$. Cette nouvelle notation fait correspondre respectivement X_t , X_{cd} , X_{tp} et X_{tc} aux X_1 , X_2 , X_3 et X_4 .

Pour éviter de résoudre l'équation (3.26) pour tous les termes de la matrice R_0 , il existe des valeurs tabulées du ratio $\frac{\rho_{0ij}}{\rho_{ij}}$. les seuls cas pour lesquels le lien entre corrélation réelle et fictive est analytique sont ceux de deux lois gaussiennes ou une loi gaussienne et une loi log-normale (ce qui est le cas pour les facteurs morphologiques utilisés).

Dans le cas où X_i suit une gaussienne de moyenne m et d'écart-type s et X_j suit une log-normale de paramètres μ et s , nous avons :

$$\rho_{0ij} = \rho_{ij} \frac{s}{\sqrt{\ln(1 + s^2)}}. \quad (3.27)$$

Dans le cas où X_i suit une loi log-normale de paramètres μ_i et s_i et d'écart-type et X_j suit une loi log-normale de paramètres μ_j et s_j , nous avons :

$$\rho_{0ij} = \rho_{ij} \frac{\ln(1 + \rho_{ij} s_i s_j)}{\sqrt{\ln(1 + s_i^2) \ln(1 + s_j^2)}}. \quad (3.28)$$

Le choix des polynômes dépend du choix de la loi associée aux variables stochastiques. Le tableau 3.5 montre les polynômes de chaos associés à quelques variables stochastiques [33].

loi des variables stochastiques	Polynôme de chaos	support
Gaussienne	Hermite	$] - \infty, +\infty[$
Gamma	Laguerre	$[0, +\infty[$
Beta	Jacobi	$[a, b]$
Uniforme	Legendre	$[a, b]$

TABLE 3.5 – Les polynômes de chaos associés aux lois de quelques variables stochastiques

Nous partons de variables stochastiques uniformes dans l'intervalle $[-1, 1]$, les polynômes orthogonaux appropriés à ce choix sont les polynômes de Legendre. Ces polynômes sont donnés par la relation de récurrence suivante :

$$(n + 1)\Psi_{n+1}(\xi) = (2n + 1)\xi\Psi_n(\xi) - n\Psi_n(\xi),$$

avec $\Psi_0(\xi) = 1$, $\Psi_1(\xi) = \xi$.

Ces polynômes sont orthogonaux sur l'intervalle $[-1, 1]$.

$$\langle \Psi_n, \Psi_m \rangle = \frac{2}{2n + 1} \delta_{nm}, \quad (3.29)$$

Cependant, cette formulation est donnée pour un cas unidimensionnel. Dans le cas multidimensionnel, la construction de ces polynômes se fait en faisant le produit des polynômes unidimensionnels. Nous définissons alors un indice noté α_i . Les polynômes multidimensionnels sont donnés par (3.30).

$$\Psi_k(\Xi) = \prod_{i=1}^n \Psi_{\alpha_i}(\xi_i), \quad (3.30)$$

Par exemple pour un cas bidimensionnel, la construction de polynômes d'ordre 3 est donnée dans le tableau 3.6 [33].

(α_1, α_2)	Ψ_k	polynômes bidimensionnels
(0, 0)	Ψ_0	1
(0, 1)	Ψ_1	ξ_1
(1, 0)	Ψ_2	ξ_2
(2, 0)	Ψ_3	$\frac{3}{2}\xi_1^2 - \frac{1}{2}$
(1, 1)	Ψ_4	$\xi_1\xi_2$
(0, 2)	Ψ_5	$\frac{3}{2}\xi_2^2 - \frac{1}{2}$
(3, 0)	Ψ_6	$\frac{5}{2}\xi_1^3 - \frac{3}{2}\xi_1$
(2, 1)	Ψ_7	$\frac{3}{2}\xi_1^2\xi_2 - \frac{1}{2}\xi_2$
(1, 2)	Ψ_8	$\frac{3}{2}\xi_1\xi_2^2 - \frac{1}{2}\xi_1$
(0, 3)	Ψ_9	$\frac{5}{2}\xi_2^3 - \frac{3}{2}\xi_2$

TABLE 3.6 – polynômes de Legendre d'ordre 3 développés pour un cas bidimensionnel

La quadrature creuse de Clenshaw Curtis ainsi que la tensorisation incomplète de Smolyak permettent de réduire considérablement le nombre de points permettant de donner une estimation aux coefficients modaux. Malgré cela, le nombre de ces points augmente de manière significative en fonction de la dimension. Dans notre cas, nous avons quatre dimensions. Le tableau 3.7 donne le nombre de points en fonction de l'ordre des polynômes dans le cas de trois dimensions et le cas de quatre dimensions.

Ordre	3D	4D
Ordre 1	7	19
Ordre 2	25	41
Ordre 3	69	137
Ordre 4	177	401

TABLE 3.7 – Nombre de points en fonction de l'ordre des polynômes de chaos

La précision de l'estimation dépend de l'ordre. Nous allons augmenter l'ordre des polynômes jusqu'à l'ordre 4 au fur et à mesure afin d'avoir une convergence de la distribution du WBSAR. Cependant, avec 4 facteurs le nombre de simulations à effectuer pour l'ordre 4 est de 401. Ce nombre de simulations est très coûteux en temps de calcul. Nous allons essayer de réduire le nombre de facteurs en décrivant un facteur en fonction d'un autre. La figure 3.8 montre le tour de ceinture en fonction du tour de poitrine chez les adultes français.

Nous remarquons une forte corrélation entre ces deux facteurs. Afin de réduire le nombre de facteurs, nous éliminons le facteur tour de ceinture en utilisant la régression linéaire pour obtenir le tour de ceinture. Ceci va nous permettre de réduire le nombre de simulations afin d'estimer les coefficients modaux.

3.3.1 Distribution du WBSAR dans la population française

Dans cette section, nous allons utiliser les polynômes de chaos afin d'obtenir la distribution du WBSAR pour la population française. Cependant, nous n'utilisons que trois facteurs morphologiques (stature, tour de poitrine et carrure devant). En ce qui

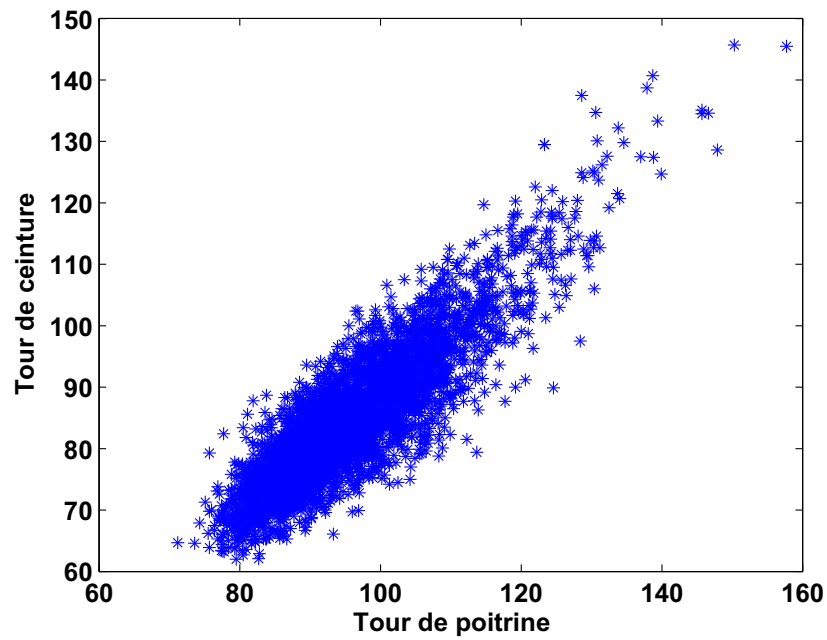


FIGURE 3.8 – Tour de ceinture en fonction du tour de poitrine

concerne l'ordre des polynômes, nous avons fait 177 simulations. Ce qui correspond au niveau 4 de la quadrature.

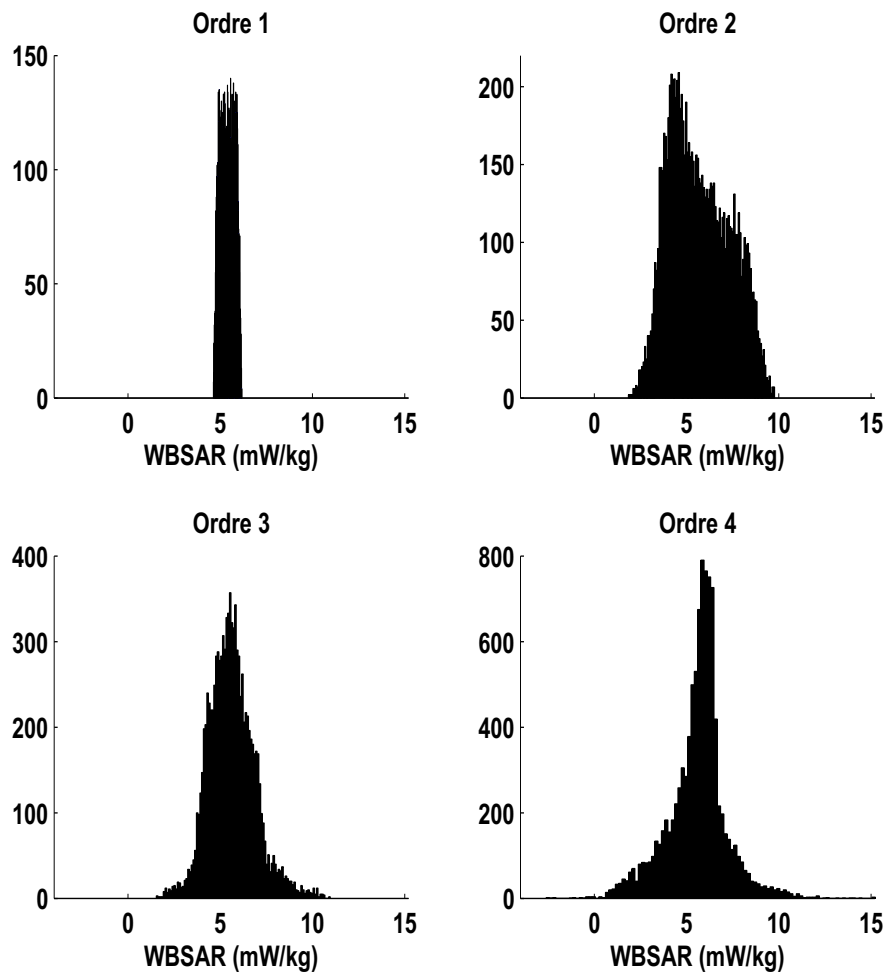


FIGURE 3.9 – Distribution du WBSAR en fonction de l'ordre des polynômes

La figure 3.9 donne les résultats issus de ces simulations. Nous remarquons que généralement la distribution du WBSAR obtenue à l'ordre 4 n'a pas convergé. En effet, la distribution du WBSAR obtenue à l'ordre 4 est différente de celle obtenue à l'ordre 3. De plus, nous observons l'apparition de valeurs négatives (0.1 %) au niveau de cette distribution à l'ordre 4. Or, nous savons que le WBSAR est une grandeur positive par définition.

Ce comportement peut être expliqué par le fait que les connaissances physiques concernant le WBSAR n'ont pas été intégrées dans ce modèle. En effet, nous savons que la profondeur du fantôme est un facteur important pour le WBSAR. Donc le rapport entre le tour de poitrine et la carrure devant et celui entre le tour de ceinture et la carrure devant doivent être considérés. Or, parmi les facteurs utilisés dans le modèle (3.12), nous utilisons le facteur X_{cd} décrivant la carrure devant. L'utilisation de ce facteur ne permet pas aux différents monômes du modèle de tenir compte de ces rapports. Nous pensons que pour améliorer les résultats, il faudrait utiliser l'inverse du facteur X_{cd} .

Néanmoins, nous sommes intéressés par les valeurs élevées de la distribution (valeur du quantile à 95 %) du WBSAR. La distribution du WBSAR converge partiellement pour ces valeurs élevées (la distribution partielle à l'ordre 3 est comparable à la distribution partielle à l'ordre 4).

Puisque notre objectif est de déterminer le quantile du WBSAR à 95 %, ce quantile se stabilise entre l'ordre 3 et l'ordre 4. La figure 3.10 montre l'évolution de ce quantile en fonction de l'ordre des polynômes de chaos.

La figure 3.10 montre que le quantile du WBSAR à 95 % et la valeur obtenue pour ce quantile est de 8.1 mW/kg . Cependant, puisque nous obtenons une convergence partielle de la distribution, dans la section suivante nous allons introduire de la connaissance physique dans ce modèle construit en modifiant les variables d'entrées.

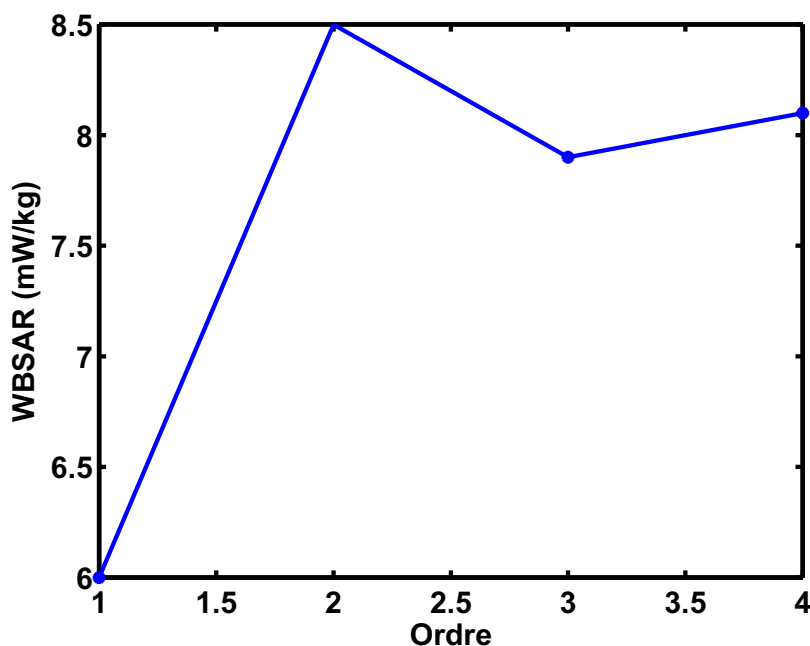


FIGURE 3.10 – L'évolution du quantile à 95 % en fonction de l'ordre des polynômes de chaos

3.3.2 Modification des variables d'entrées

Dans la section précédente, l'application de la méthode des polynômes de chaos en utilisant comme variables d'entrées la taille, le tour de poitrine et la carrure devant induisent une distribution du WBSAR avec des valeurs négatives. Or, nous savons que le rapport du tour de poitrine et de la carrure devant est important dans la construction d'un modèle du WBSAR. En effet, ce rapport donne une idée sur la profondeur du fantôme et par conséquent une idée sur la masse de celui-ci (la masse est un facteur primordial pour un modèle du WBSAR).

L'utilisation de la carrure devant dans le modèle construit par polynômes de chaos, ne permet pas de décrire dans ce modèle ce rapport. En effet, dans les monômes de ce modèle nous aurons uniquement le produit du tour de poitrine et de la carrure devant avec différentes puissances. Afin d'introduire ce rapport, nous avons remplacé le facteur décrivant la carrure devant par son inverse. Ce changement pourrait permettre une convergence rapide de la distribution du WBSAR et éviter l'apparition de valeurs négatives.

La figure 3.11 montre les distributions obtenues en fonction de l'ordre de des polynômes de chaos.

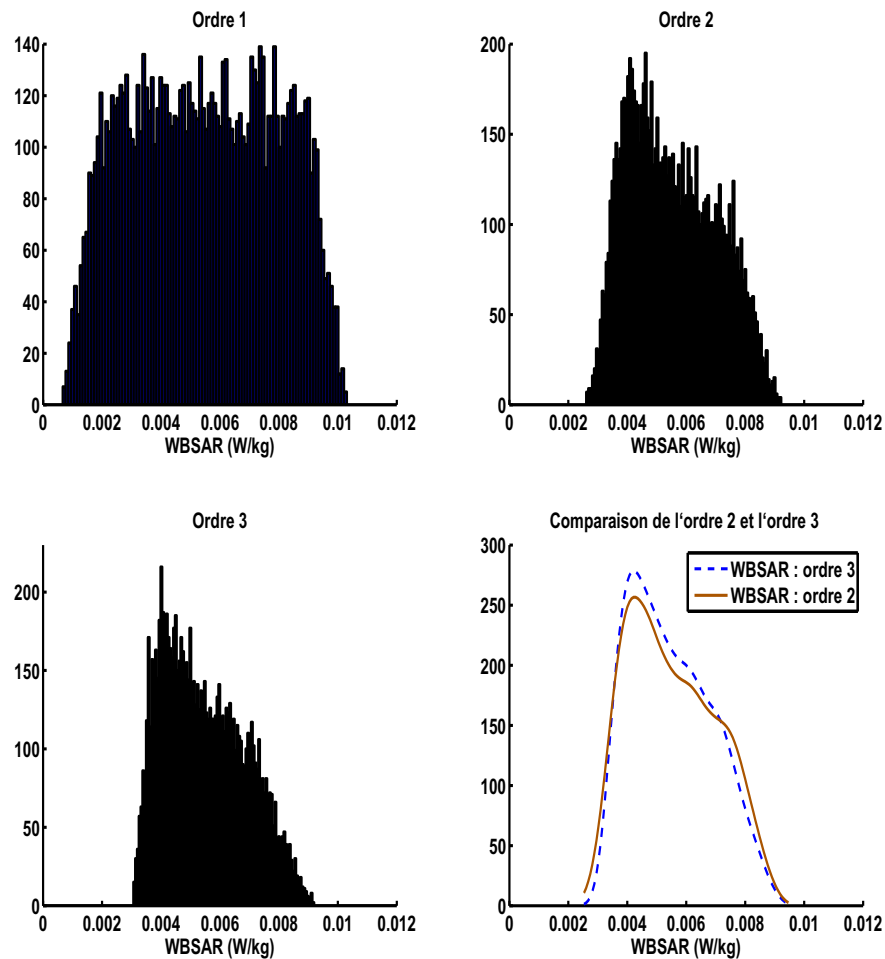


FIGURE 3.11 – Evolution de la distribution du WBSAR en fonction de l'ordre des polynômes de chaos

Comme le montre la figure 3.11, nous avons une convergence de toute la distribution du WBSAR. De plus, nous avons une convergence rapide de cette méthode. En effet, l'ordre 3 des polynômes suffit que pour cette méthode converge (69 simulations).

En ce qui concerne le quantile du WBSAR à 95 %, celui-ci est égal à 7.9 mW/kg . La figure montre l'évolution de ce quantile en fonction de l'ordre des polynômes.

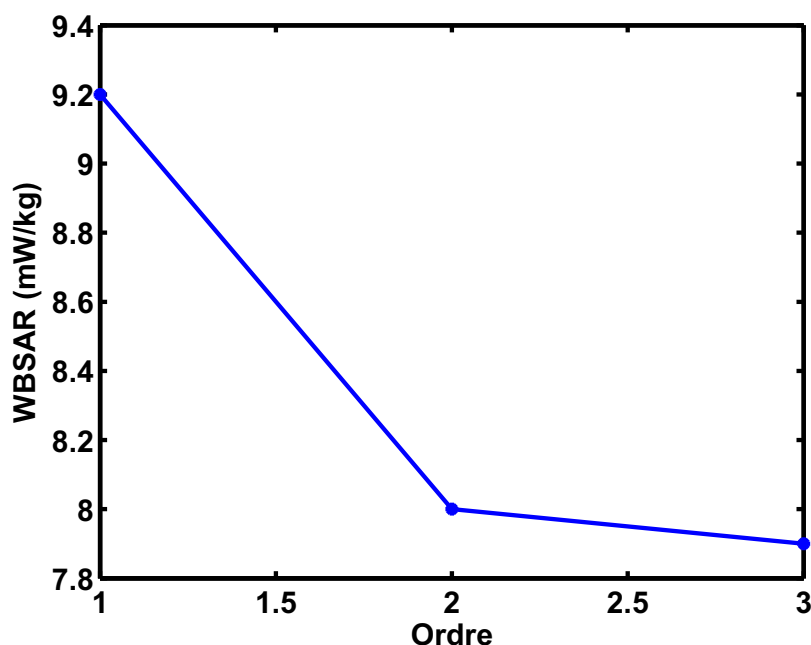


FIGURE 3.12 – Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction de l'ordre des polynômes

Nous constatons que la valeur du quantile du WBSAR à 95 % ne change pas en changeant la variable d'entrée. Cette valeur est de 7.9 mW/kg . Ceci confirme la convergence partielle de la méthode dans la section précédente.

Dans la section suivante nous allons comparer les résultats issus du plan d'expériences séquentiel et celui obtenu par les polynômes de chaos.

3.3.3 Comparaison du quantile à 95 % issu du plan d'expériences et des polynômes de chaos

L'utilisation du plan d'expériences séquentiel a donné une valeur du quantile du WBSAR à 95 % de 7 mW/kg pour la population française extraite de la base de données anthropométrique. Pour cette même population, nous avons obtenu une valeur du quantile à 95 % de 7.9 mW/kg pour la seconde méthode.

Les deux valeurs obtenues par les deux méthodes diffèrent de 13 %. Cette différence pourrait provenir du fait que le nombre des facteurs utilisés dans les deux méthodes n'est pas le même. En effet, dans la méthode du chaos polynômial nous avons vu que l'utilisation de tous les facteurs morphologiques externes (c'est-à-dire 4 facteurs) requiert l'exécution de 137 simulations pour l'ordre 3 et 401 simulations pour un ordre 4. Ce nombre de simulations est très coûteux. Afin d'éviter ce nombre important de simulations nous avons réduit le nombre de facteurs en éliminant un facteur dont la corrélation est forte avec un autre facteur. Le facteur que nous avons éliminé est le tour de ceinture qui est fortement corrélé avec le tour de poitrine. L'élimination de ce facteur supprime toute sa variabilité et supprime donc la propagation de l'incertitude liée à celui-ci.

3.3.4 Conclusion du chapitre

Afin de déterminer le quantile du WBSAR à 95 %, l'utilisation des fantômes hétérogènes requiert en plus des facteurs morphologiques externes, les facteurs morphologiques internes pour construire un modèle du WBSAR. Puisque nous ne disposons pas de données statistiques sur la morphologie interne, nous avons utilisé des fantômes homogènes. Un fantôme homogène conserve la même enveloppe corporelle du fantôme hétérogène mais ces différents tissus internes sont remplacés par un tissu équivalent. L'utilisation des fantômes homogènes permet de s'affranchir des facteurs morphologiques internes.

Afin d'élargir notre base de données de fantômes, nous avons adapté la technique de morphing en utilisant comme variables de déformation, les variables de la base

de données anthropométriques. Ces variables sont la taille, la carrure devant le tour de poitrine et le tour de ceinture. En ce qui concerne les tours de poitrine et de ceinture nous avons considéré ces tours comme étant elliptiques. La carrure devant a été ensuite assimilée au grand axe de ces ellipsoïdes. Finalement, les profondeurs ont été déduites et intégrées dans la technique de morphing.

Pour déterminer le quantile du WBSAR à 95 %, nous avons utilisé deux méthodes. La première méthode que nous avons appelée plan d'expériences séquentiel, permet d'obtenir uniquement un quantile donné de la distribution. Cette méthode repose sur un modèle paramétrique du WBSAR et de l'inférence bayésienne. Nous avons établi un modèle du WBSAR en utilisant les simulations existantes dans le cas d'un fantôme homogène éclairé de face par une onde plane à la fréquence de 2.1 GHz. Ce modèle est choisi intelligemment car il fait intervenir la taille qui est un facteur important et les rapports tour de poitrine et carrure devant et tour de ceinture et carrure devant. Ces deux rapports donnent la profondeur du fantôme qui remplacent la masse du fantôme. L'inférence bayésienne est ensuite utilisée pour générer des échantillon des paramètres du modèle. Chaque vecteur de paramètres généré par l'inférence bayésienne est un modèle du WBSAR avec lequel le quantile du WBSAR à 95 % est déterminé en utilisant les lois des facteurs morphologiques de la population étudiée. L'ensemble de quantiles à 95 % établi pour tous les modèles forme une distribution du quantile du WBSAR à 95%. Le principe est alors de trouver la simulation suivante à utiliser afin de réduire l'écart-type de cette distribution du quantile à 95 %. Après 26 itérations (ajout de 26 simulations), l'écart-type de cette distribution a diminué de 0.68 mW/kg à 0.2 mW/kg . Nous avons alors choisi comme valeur du quantile à 95 %, la moyenne de la distribution du quantile à 95 %. Cette valeur est égale à 7 mW/kg . De plus, nous avons trouvé un fantôme correspondant à cette valeur dans les simulations que nous avons ajoutées séquentiellement.

Cependant, cette méthode permet d'obtenir uniquement un quantile donné de la distribution. La deuxième méthode que nous avons proposé permet d'obtenir une estimation de toute la distribution du WBSAR et en particulier le quantile du WBSAR à 95 %. Cette méthode consiste à décomposer le WBSAR sur une base

polynomiale. Ces polynômes sont appelés les polynômes de chaos. Les coefficients du modèle issus de cette décomposition sont obtenus par quadrature dans le cas unidimensionnel et ensuite par tensorisation dans le cas multidimensionnel. Nous avons choisi la quadrature et la tensorisation les moins coûteuses. Malgré ce choix, le nombre de simulation à exécuter reste important (c'est-à-dire 401 simulation). Pour réduire ce nombre de simulations nous avons réduit le nombre de facteurs d'entrée en éliminant le tour de ceinture qui est fortement corrélé au tour de poitrine. Les résultats obtenus en fonction de l'ordre des polynômes montrent que la distribution du WBSAR n'a convergé que partiellement. En effet, nous avons obtenu une convergence pour les valeurs élevées du WBSAR. En plus de cette convergence partielle nous avons obtenu quelques valeurs négatives du WBSAR au niveau de la distribution, ce qui est contradictoire avec la définition du WBSAR. Pour éviter cette non-convergence, nous avons introduit des connaissances physiques dans le modèle. En effet, nous savons que le rapport du tour de ceinture et de la carrure devant est un facteur important dans la construction d'un modèle du WBSAR. Or, nous avons utilisé comme facteurs d'entrées pour ce modèle la taille, le tour de poitrine et la carrure devant. Les combinaisons de ces facteurs dans les monômes de ce modèle ne pourront pas faire apparaître ce rapport. Afin de faire apparaître ce rapport, nous avons utilisé comme facteur d'entrées l'inverse de la carrure devant au lieu de la carrure devant. Ce changement a permis d'avoir une convergence rapide de la méthode (69 simulations). Nous avons obtenu une valeur du quantile du WBSAR à 95 % de 7.9 mW/kg .

La différence entre le quantile obtenu par le plan d'expériences séquentiel et le chaos polynômial est peut être dûe au nombre de facteurs utilisés dans les deux méthodes. En effet, dans le chaos polynômial nous avons supprimé un facteur. Donc toute l'incertitude liée à ce facteur est négligée.

Conclusion générale

Afin d'étudier l'exposition aux ondes électromagnétiques à l'échelle d'une population, nous disposons d'un ensemble de 18 modèles anatomiques (fantômes). Le nombre limité de ces fantômes ne permet pas l'utilisation de méthodes de type Monte Carlo. L'idée est donc de construire un modèle du WBSAR en fonction des facteurs morphologiques humains. Ce modèle est ensuite ajusté en utilisant les données des fantômes (facteurs morphologiques et WBSAR). Les données statistiques des facteurs morphologiques et le modèle établi vont permettre l'estimation de la distribution du WBSAR dans une population donnée. Comme nous cherchons à étudier l'exposition maximale des personnes aux ondes électromagnétiques nos efforts se sont concentrés dans l'estimation du quantile du WBSAR à 95 %.

Cette étude est menée dans le cadre d'une onde plane orientée frontalement avec une puissance incidente de 1 W/m^2 et à une fréquence de 2100 MHz.

Dans un premier temps le travail a consisté à identifier les facteurs morphologiques impactant le WBSAR. Pour ce faire, nous avons utilisé différentes régressions permettant d'établir des modèles pour le WBSAR. Nous avons utilisé les mesures anthropométriques de tous les fantômes ainsi que leurs valeurs du WBSAR correspondantes afin d'ajuster les paramètres de ces régressions.

En ce qui concerne le choix des facteurs, nous avons utilisé des facteurs comme le BSA (Body Surface Area), le BMI (Body Mass Index) ou encore la masse. Ces facteurs ont été choisis pour remplacer la surface du corps exposée à l'onde. En effet, des études montrent qu'à hautes fréquences l'absorption des ondes est surfacique et donc le WBSAR est proportionnel à la surface exposée divisée par la masse.

L'utilisation des seuls facteurs morphologiques externes, engendre une erreur impor-

tante sur l'estimation des WBSAR des fantômes (entre 30 et 40 %).

Par ailleurs, nous avons observé que ces mêmes modèles donnent une très bonne estimation du WBSAR pour les familles de fantômes, où la famille est composée d'un fantôme initial et les fantômes issus de celui-ci par la technique de morphing. Nous avons observé que chez ces familles de fantômes les proportions de tissus internes (proportion de peau, graisse, muscles et os) restent presque identiques. Cette très bonne estimation est donc due à ces proportions de tissus identiques au sein de chaque famille. Afin d'améliorer ces modèles, nous avons introduit ces facteurs dans le modèle du WBSAR. Cela a permis de diminuer l'erreur de 40 à 10 %. De plus le test statistique de Student montre que ces facteurs sont très significatifs (c'est-à-dire que la probabilité que les paramètres associés à ces facteurs soient nuls est inférieure au risque 0.05).

Un modèle du WBSAR fait intervenir à la fois des facteurs morphologiques externes et des facteurs morphologiques internes. En ce qui concerne les facteurs morphologiques externes, des données statistiques de ces facteurs sont disponibles dans la littérature. Cependant, nous ne disposons pas de données statistiques des facteurs morphologiques internes pour des populations (à l'exception de quelques moyennes fournies par l'ICRP).

Un modèle du WBSAR, s'écrit finalement comme le produit de deux variables aléatoires, l'une d'entre elles décrit les facteurs morphologiques internes et l'autre décrit le facteur morphologique externe. Puisque nous ne disposons pas de données statistiques de la variable décrivant la morphologie interne, nous avons intégré des connaissances physiques (variable positive et bornée), des informations fournies par les fantômes (moyenne) et finalement quelques hypothèses (indépendance entre la variable décrivant la morphologie interne et celle décrivant la morphologie externe).

Nous avons modélisé la variable aléatoire dépendant de la morphologie interne par des lois paramétriques usuelles. Nous avons ensuite appliqué ces lois à la population française âgée de 20 ans. Nous obtenons des quantiles du WBSAR très proches quelle que soit la loi utilisée. L'avantage des lois paramétriques usuelles est qu'elles permettent de relâcher l'hypothèse de l'indépendance en utilisant la transformation

de Nataf. En relâchant cette hypothèse nous avons remarqué que le quantile du WBSAR à 95 % augmente.

Puisque nous ne connaissons pas la loi de la variable aléatoire décrivant les facteurs morphologiques internes, nous avons ensuite utilisé un mélange de gaussiennes pour modéliser cette variable aléatoire. L'objectif de cette modélisation était de trouver une loi pour cette variable qui maximise le seuil à 95 %. Cependant les premiers résultats donnaient des densités de probabilités qui n'étaient pas représentatives de nos fantômes (Les fantômes ont une probabilité d'apparition nulle). Nous avons ensuite introduit la contrainte d'unimodalité. Cette contrainte permet d'obtenir des densités de probabilité avec des probabilité non-nulles pour les fantômes. Cependant, nous avons observé des fluctuations au niveau de ces densités de probabilités. Or, la plupart des densités de probabilité que nous rencontrons pour des facteurs morphologiques ne présentent pas de fluctuations. C'est pourquoi nous avons introduit le critère de Rayleigh. Ce critère a permis d'obtenir des densités sans fluctuations. Ces densités de probabilité permettent d'obtenir un quantile du WBSAR à 95 % supérieur à celui obtenu par les lois usuelles.

Les densités de probabilités des facteurs morphologiques d'une population humaine présentent une concentration de la densité autour de la moyenne. Afin d'obtenir ce comportement, nous avons introduit en plus de l'unimodalité et le critère de Rayleigh, une contrainte sur la variance. Cette contrainte permet d'obtenir des densités de probabilité avec une concentration de la densité autour de la moyenne. Le quantile du WBSAR à 95 % est dans le même ordre de grandeurs que celui obtenu en utilisant les lois usuelles.

Puisque les facteurs morphologiques internes agissent sur le WBSAR et que nous n'avons pas de données statistiques pour ces facteurs, nous avons homogénéisé les fantômes en considérant un seul tissu équivalent. Comme les simulations numériques en utilisant la FDTD sont très coûteuses, les méthodes de types Monte Carlo ne peuvent pas être utilisées. L'idée est toujours de construire un modèle du WBSAR en fonction de la morphologie.

Ce modèle a été construit en utilisant douze fantômes homogènes. Cette relation

est statistiquement valide (au sens du test de Student) et donne une très petite erreur (5 %). Cependant, ces fantômes ne sont pas issus d'un plan d'expériences ou d'un tirage au sein de la population. Afin de s'assurer la validité de cette relation nous avons utilisé un plan d'expériences D-optimal et nous avons proposé un plan d'expériences séquentiel utilisant le modèle établi et l'inférence bayésienne. Ce plan séquentiel permet de choisir des morphologies (fantômes) permettant de raffiner la région à 95 %. Cette méthode a permis d'obtenir le seuil du WBSAR à 95 % dans la population française. Pour corroborer ces résultats, nous avons utilisé les polynômes de chaos afin d'approcher toute la distribution du WBSAR et d'en déduire le seuil à 95 %. Nous avons obtenu une convergence partielle de la distribution du WBSAR. En effet, les valeurs élevées de la distribution ont convergé. Cependant, nous observons des valeurs négatives du WBSAR. Ceci peut être dû à la non intégration des connaissances physiques (utilisation de l'inverse de la carrure devant dans le modèle afin de tenir compte de la profondeur des fantômes). L'introduction de l'inverse de la carrure devant a permis une convergence rapide (c'est-à-dire une convergence à l'ordre 3 des polynômes de chaos) de la méthode et éviter l'apparition de valeurs négatives. La valeur du quantile du WBSAR à 95 % est égale à 7.9 mW/kg . Cette valeur ne diffère pas beaucoup de la valeur obtenue par le plan d'expériences séquentiel. La différence est de seulement 13 %. Elle pourrait provenir du fait que dans la méthode du chaos polynômial nous avons éliminé un facteur qui est le tour de ceinture. Donc, toute l'incertitude liée à ce facteur est négligée.

La morphologie humaine est une source d'incertitude qui impacte le WBSAR. Cependant, cette source d'incertitude n'est pas la seule. En effet, avec le développement des technologies sans fils, les personnes sont exposées à des sources différentes et multiples (WiFi, FM, GSM, ...). Ces sources d'incertitudes doivent être caractérisées (lois, durées d'émission). Le projet financé par L'Agence Nationale de la Recherche (ANR) *Multipass* (MULTIPLE sources exposure ASSESSment) traite cette problématique [29].

Une autre source d'incertitude provient de la posture (position debout, assis,...). En effet, des études montrent que le WBSAR varie en fonction de la posture

également [16].

Toutes ces sources d'incertitudes doivent être caractérisées afin d'évaluer une exposition réelle dans une population donnée. En ce qui concerne la morphologie interne, la loi jointe de celle-ci doit être caractérisée en enrichissant la base de données des fantômes.

Annexe A

D-optimalité

Commençons par donner un rappel de la méthode des moindres carrés. Supposons que l'on ait effectué n mesures pour un ensemble de p variables. Ces variables sont représentées par x_1, x_2, \dots, x_p et y est la variable à expliquer.

Nous cherchons alors à reproduire y par les x_j via un modèle linéaire. Nous écrivons alors

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p, \quad (\text{A.1})$$

Nous cherchons la variable \hat{y} de manière à ce qu'elle soit le plus proche possible de y . l'un des critères le plus utilisé est celui des moindres carrés qui consiste à minimiser l'erreur quadratique : $e^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$.

Notons par

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

la matrice d'expériences et par

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

le vecteur des paramètres. nous avons alors $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\mathbf{b}$, l'erreur quadratique s'écrit alors comme suit :

$$e^2 = (y - \mathbf{X}\mathbf{b})'(y - \mathbf{X}\mathbf{b})$$

L'optimum du vecteur de coefficients \mathbf{b} permettant de minimiser l'erreur quadratique s'obtient par l'équation [38] : $\frac{\partial e^2}{\partial \mathbf{b}} = 0$. La solution de cette équation est :

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}\mathbf{X}')^{-1} \mathbf{X}\mathbf{y},$$

Afin de donner une estimation aux paramètres du modèle (A.1), des expériences doivent être effectuées. Le choix de ces expériences impacte directement l'estimation des paramètres du modèle.

Considérons maintenant les écarts entre les réponses mesurées et les valeurs données par le modèle postulé (A.1). Si ces écarts sont supposés suivre une loi gaussienne centrée et sont supposés indépendants, alors la région de confiance des paramètres est un ellipsoïde.

Si nous choisissons un niveau de risque $\alpha = 5\%$, le vecteur des paramètres inconnus \mathbf{b} a 95 % de chances de se trouver dans une région centrée autour de l'estimation de $\hat{\mathbf{b}}$, définie par l'inégalité

$$(\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}})^t (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} (\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}) \leq ps^2 F_\alpha(p, n - p), \quad (\text{A.4})$$

où s^2 la variance estimée (empiriquement) de l'erreur du modèle, n le nombre de facteurs, p le nombre des expériences et $F_\alpha(p, n - p)$ est la valeur lue dans la table de la fonction de Fisher à p et $n - p$ degré s de liberté au risque α .

Si l'erreur est gaussienne, le volume de l'ellipsoïde est proportionnel au produit des longueurs de ses axes, donc à la racine carrée du produit des valeurs propres de la matrice $(X^t X)^{-1}$ [14, 3]. Ce dernier produit est le déterminant de la matrice $(X^t X)^{-1}$.

Un plan D-optimal (D comme déterminant) minimise le carré du volume de l'ellipsoïde de confiance au risque α , c'est-à-dire, le produit des valeurs propres de la matrice $(X^t X)^{-1}$.

Afin d'obtenir un plan d'expérience D-optimal, nous utilisons un algorithme appelé algorithme d'échange. Cet algorithme part d'une discrétisation de l'espace des facteurs, c'est-à-dire d'un maillage qui représente les points d'expérience candidats au plan d'expériences D-optimal.

L'algorithme d'échange consiste à choisir n expériences parmi les points candidats qui minimisent le critère de D-optimalité $\det((X^t X)^{-1})$ ou de manière équivalente les points candidats qui maximisent le critère $\det(X^t X)$.

L'algorithme d'échange s'effectue suivant les étapes suivantes :

1. Nous choisissons un maillage de n points correspondant aux expériences candidats. Ce choix est souvent effectué par expertise ou aléatoirement sinon. Avec ce maillage, nous construisons un premier plan expérimental et la matrice X correspondante.
2. Génération d'un plan initial noté P_0
3. Amélioration du plan initial P_0 suivant le critère d'optimalité P_1, \dots, P_n selon le critère du déterminant.
4. Arrêt quand le plan ne peut plus être amélioré.

Annexe B

Metropolis Hastings

Dans la littérature, nous avons des algorithmes permettant de générer des lois usuelles. Par exemple, l'algorithme de Box et Muller permettant de générer un échantillon d'une loi normale. Cependant, il existe des lois qui sont obtenues en combinant plusieurs lois usuelles (par exemple une loi a posteriori). Afin d'obtenir un échantillon en provenance de ces lois, nous utilisons l'algorithme de Metropolis Hastings [8, 43].

Cet algorithme est une méthode d'acceptation et rejet utilisant une chaîne de Markov. Supposons que l'on veuille obtenir un échantillon d'une loi de densité notée $\pi(x)$. Nous introduisons une transition d'une chaîne de Markov noté $q(a|b)$. Cette transition est appelée loi instrumentale. Cette loi doit avoir un support contenant le support de la loi $\pi(x)$. L'algorithme de Metropolis Hastings est décrit comme suit :

Une des transition utilisée consiste à générer un candidat \tilde{x} et ajouter une perturbation ϵ . C'est à dire que l'expression de la loi q est donné par $\tilde{x} = x^j + \epsilon$. La perturbation ϵ est souvent choisie comme étant une loi gaussienne ou uniforme.

Afin de choisir \tilde{x} avec la probabilité α , nous générons un échantillon u suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[0, 1]$. Le candidat \tilde{x} est accepté si $u^j < \alpha(x^j, \tilde{x})$.

Algorithme 2 Algorithme de Metropolis Hastings

1. Initialiser x^0

2. à l'itération j

simuler $\tilde{x} = q(x \setminus x^{j-1})$

calculer $\alpha = \min\left(1, \frac{\pi(\tilde{x})}{\pi(x^{j-1})} \frac{q(x^{j-1} \setminus \tilde{x})}{q(\tilde{x} \setminus x^{j-1})}\right)$

accepter \tilde{x} avec la probabilité α :

$$x^j = \begin{cases} \tilde{x}, & \text{avec la probabilité } \alpha \\ x^{j-1} \text{ sinon,} & \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

3. $j \leftarrow j+1$ et aller en 2

Annexe C

Quelques lois paramétriques usuelles

C.0.5 Lois normale et log-normale

L'expression de la densité de la loi normale, de paramètres μ et σ^2 , est donnée par l'équation (C.1)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (\text{C.1})$$

Le support de cette densité de probabilité est l'ensemble \mathbb{R} . La fonction de répartition de la loi normale est donnée par l'équation (C.2).

$$F(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right), \quad (\text{C.2})$$

Afin de générer un échantillon suivant une loi normale de paramètres μ et σ^2 , nous définissons deux variables aléatoires indépendantes et uniformes dans l'intervalle $[0, 1]$ U_1 et U_2 .

La variable aléatoire $X = \cos(2\pi U_1) \sqrt{-2\log(U_2)}$ suit une loi normale centrée réduite. La variable aléatoire $\sigma X + \mu$ suit une loi normale de paramètres μ et σ^2 .

Dans le cas multidimensionnel, pour générer $X = (X_1, \dots, X_n)$ un vecteur gaussien de vecteur moyenne $m = (m_1, \dots, m_n)$ et de matrice de covariance Γ , nous construisons un vecteur composé de n gaussiennes centrées réduites et indépen-

dantes $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$, la variable aléatoire X est donnée par X est alors donnée par $X = RY + m$, où R est la racine carrée de la matrice Γ , obtenue par la décomposition de Cholesky.

Une variable X suit une loi log-normale de paramètres μ et σ^2 si $X = \exp(Y)$, où Y est une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2 .

C.0.6 Loi Bêta

La densité de probabilité d'une variable aléatoire suivant une loi Bêta de paramètres a et b , est donnée par l'équation (C.3)

$$f(x) = \frac{1}{\beta(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1} \mathbf{1}_{[0,1]}(x), \quad (\text{C.3})$$

$$\text{où } \beta(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx.$$

Le support de cette loi est l'intervalle $[0, 1]$. La fonction de répartition de la loi Bêta est donnée par l'expression (C.4)

$$F(x) = \frac{\beta_x(a, b)}{\beta(a, b)}, \quad (\text{C.4})$$

$$\text{où } \beta_x(a, b) = \int_0^x x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx.$$

Afin de générer un échantillon de cette loi, nous procédons comme suit :

- génération de u suivant une loi uniforme sur $[0, 1]$, et prendre $x = u^{\frac{1}{a}}$.
- génération de v suivant une loi uniforme sur $[0, 1]$, et prendre $y = v^{\frac{1}{b}}$.
- les deux variables x et y doivent respecter $x + y \leq 1$.
- $\frac{x}{x+y}$ suit une loi Bêta de paramètres a et b .

C.0.7 Loi Gamma

La densité de probabilité d'une variable aléatoire suivant une loi Gamma de paramètres $k > 0$ et $\lambda > 0$ est donnée par (C.5)

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)} \exp(-\lambda x) (\lambda x)^{k-1} \text{ pour } x \text{ positif ou nul}, \quad (\text{C.5})$$

où $\Gamma(k) = \int_0^{+\infty} x^{k-1} \exp(-x) dx$.

La fonction de répartition de la loi Gamma est donnée par l'expression (C.6).

$$F(x) = \frac{\gamma(k, x\lambda)}{\Gamma_k}, \quad (\text{C.6})$$

où $\gamma(k, x) = \int_0^x e^{-t} t^{k-1} dt$.

Afin de générer un échantillon suivant cette loi, notons par $[k]$ la partie entière de k et notons $q = k - [k]$.

- Génération de $z = \sum_{i=1}^{[k]} u_i$ où les u_i sont uniformes dans l'intervalle $[0, 1]$
- Génération de w suivant une loi Bêta de paramètres q et $1 - q$
- Génération de $y = \log u$ ou u est uniforme sur $[0, 1]$
- $x = \frac{z+wy}{\lambda}$ suit une loi gamma de paramètres k et λ

C.0.8 Loi de Weibull

la densité de probabilité d'une variable aléatoire X suivant une loi de Weibull de paramètres $\lambda > 0$ et $c > 0$ est donnée par l'équation (C.7).

$$f(x) = \lambda c (\lambda x)^{c-1} \exp(-(\lambda x)^c) \quad (\text{C.7})$$

Le support de cette loi est $[0, +\infty[$. Sa fonction de répartition est donnée par la formule .

$$f(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\frac{1}{c}}}, \quad (\text{C.8})$$

Afin de générer un échantillon suivant une loi gamma, nous générons une variable aléatoire uniforme U et nous utilisons l'expression suivante :

$$X = \frac{(-\log(1 - U))^{\frac{1}{c}}}{\lambda} \quad (\text{C.9})$$

Bibliographie

- [1] M. J. Ackerman. Accessing the visible human project. http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible_human.html.
- [2] Arcep. Observatoire trimestriel des communications électroniques (services mobiles) en France –1er trimestre 2010 - résultats provisoires - publication le 6 mai 2010. www.arcep.fr/index.php?id=9453.
- [3] A. C. Atkinson and A. N. Donev. *Optimum Experimental Designs*. OXFORD, Canterbury, 1996.
- [4] J. P. Beranger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Phys*, 4 :185–200, 1994.
- [5] G. Blatman. *Adaptative sparse polynomial chaos expansions for uncertainty propagation and sensivity analysis*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2009.
- [6] CEI. International Standard 62209-1 : Human exposure to radio frequency fields from hand-held and body-mounted wireless communication devices-Human models, instrumentation and procedures. http://webstore.iec.ch/preview/info_iec62209-1{ed1.0}.pdf.
- [7] C. Chauvière, J. S. Hesthaven, and D. Lautru. Nataf transformation point estimate method. *Society of industrial and applied mathematics*, 28 :751–775, 2006.
- [8] S. CHIB and E. Greenberg. Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. *American Statistical Associatio*., 49 :327–335, 1995.

-
- [9] A. Christ. The virtual family project-development of anatomical whole-body models of two adults and two children. *Proc. 23rd Ann. Rev. Prog. Appl. Comput. Electromagn (ACES)*, pages 4093–4106, 2007.
- [10] E. Conil, A. Hadjem, A. Gati, M-F. Wong, and J. Wiart. Influence of the plane wave's incidence on the whole body exposure at 2100 MHz. *IEEE-EMC*, Submitted :1, 2010.
- [11] E. Conil, A. Hadjem, M-F. Wong, and J. Wiart. Variability analysis of SAR from 20 MHz to 2.4 GHz for different adult and child models using FDTD. *Phys. Med. Biol.*, 53 :1511–1525, 2008.
- [12] P. J. Dimbylow. FDTD calculations of the whole-body averaged SAR in an anatomically realistic voxel model of the human body from 1 MHz to 1 GHz. *Phys. Med. Biol.*, 42 :479–490, 1997.
- [13] P. J. Dimbylow. Resonance behaviour of whole-body averaged specific energy absorption rate (SAR) in the female voxel model, NAOMI. *Phys. Med. Biol.*, 50 :4053–4063, 2005.
- [14] J. J. Droesbeke, J. Fine, and G. Saporta. *Plan d'expériences Application à l'entreprise*. Technip, Paris, 1990.
- [15] D. Dubois and E. F. Dubois. A formula to estimate the approximate surface area if height and weight be known. *Arch. Int. Med*, 17 :863–871, 1916.
- [16] R. P. Findlay and P. J. Dimbylow. Effects of posture on FDTD calculations of specific absorption rate in a voxel model of human body. *Phys. Med. Biol.*, 50 :3825–3835, 2005.
- [17] S. Fujimoto and T. Watanabe. Studies on the Body Surface Area of Japanese. *Acta medica Nagasakiensia*, 14 :1–13, 1969.
- [18] C. Gabriel. Compilation of the Dielectric Properties of Body tissues at RF and Microwave Frequencies. Brooks Air Force Technical Report. <http://www.fcc.gov/cgi-bin/dielec.sh>.
- [19] J. K. Ghosh, M. Delampady, and T. Samanta. *An introduction to Bayesian Analysis, Theory and Methods*. Springer, United States of America, 2006.

- [20] A. Hadjem. *Analyse de l'influence de la morphologie sur le SAR induit dans les tissus de tête d'enfant*. PhD thesis, Université de Paris 6, 2005.
- [21] A. Hadjem, D. Lautru, C. Dale, M-F. Wong, V. F. Hanna, and J. WIART. Comparison of specific absorption rate (SAR) induced in child-sized and adult heads using a dual band mobile phone. *IEEE-MTT-S Int. Microw. Symp. Dig*, pages 1453–1456, 2010.
- [22] A. Hirata, N. Ito, and O. Fujiwara. Influence of electromagnetic polarization on the whole-body averaged SAR in children for plane-wave exposures. *Phys. Med. Biol.*, 54 :59–65, 2009.
- [23] A. Hirata, S. Kodera, J. Wang, and O. Fujiwara. a Dominant factors for influencing whole-body average SAR due to far-field exposure in whole-body resonance frequency and GHz regions. *Bioelectromagnetics*, 28 :484–487, 2007a.
- [24] A. Hirata, Y. Nagaya, O. Fujiwara, T. Nagayoka, and S. Watanabe. A formula for predicting whole-body average SAR in human models for far-field exposure at GHz bands. *Bioelectromagnetics Ann. Meeting*, pages 2–6, 2007b.
- [25] L. HongShuang, L. ZhenZhou, and Y. Xiukai. Nataf transformation point estimate method. *Springer, Chinese Science Bulltin*, 53 :2586–2592, 2008.
- [26] ICNIRP. ICNIRP STATEMENT ON THE "GUIDELINES FOR LIMITING EXPOSURE TO TIME-VARYING ELECTRIC, MAGNETIC, AND ELECTROMAGNETIC FIELDS (UP TO 300 GHz). *Health Physics.*, 97(3) :257–258, 2009.
- [27] IFAC. Dielectric properties of body tissues. <http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/>.
- [28] C. H. Kim, S. H. Choi, J. H. Jeong, C. Lee, and M. S. Chung. HDRK-man : a whole body voxel model based on high resolution color slice images of a Korean adult male cadaver. *Phys. Med. Biol.*, 53 :4093–4106, 2008.
- [29] Whist Lab. Projet ANR multipass. <http://multipass.elibel.tm.fr/>.

- [30] A. Lee, W. Y. Choi, M. S. Chung, H. D. Choi, and J. I. Choi. Development of Korean male body model for computational dosimetry. *ETRI J*, 28 :107–110, 2006.
- [31] T. O. Lim, L. M. Ding, M. Zaki, A. B. Suleiman, S. Fatimah, A. Tahir, and A. H. Mainmunah. Distribution of body weight, height and body mass index in national sample of Malaysian adults. *Med. J. Malays.*, 55 :108–128, 2000.
- [32] E. H. livingston and S. Lee. Body Surface Area prediction in normal-weight and obese patients. *Am. J. Physiol. Endocrinol. Metab*, 281 :E586–591, 2001.
- [33] J. M. Martinez, J. Cahen, A. Millard, D. Lucor, F. Huvelin, J. Ko, and N. Pous-sineau. Modélisation des incertitudes par polynômes du chaos - Etude d'un écoulement en milieu poreux. *CEA Rapport DM2S*, pages 1–80, 2006.
- [34] T. Nagaoka, S. Watanabe, K. Sakurai, E. Kunieda, M. Taki, and Y. Yamanaka. Development of realistic high-resolution whole-body voxel models of Japanese adult males and females of average hight and weight, and application of models to radio-frequency electromagnetic-field dosimetry. *Phys. Med. Biol.*, 49 :1–15, 2004.
- [35] M. Sempé G. Pédrón. *Auxologie, méthode et séquences*. Theraplix, Paris, 1979.
- [36] E. Perissinotto, C. Pisent, G. Sergi, F. Grigoletto, and G. Enzi. Anthropometric measurements in the elderly : age and gender difference. *Br. J. Nutr.*, 87 :177–186, 2002.
- [37] J-C. Pineau and B. Kapitaniak. Les français âgés de 20 ans : relation entre le déficit ou l'excédent pondéral et le Body Mass index (BMI). *Antropologicum*, 8 :93–100 (www.didac.ehu.es/antropo), 2008.
- [38] G. Saporta. *Probabilités, Analyse de Données et Statistiques*. Edition Technip, Paris, 1990.
- [39] J. Silly-Carette. *Modélisation avancée de l'absorption des ondes électromagnétiques dans les tissus biologiques*. PhD thesis, Université de Paris 6, 2008.
- [40] J. Silly-Carette, D. Lautru, A. Gati M-F. Wong, J. Wiart, and V. Fouad-Hanna. Variability on the propagation of a plane wave using stochastic collocation me-

- thod in a Bio electromagnetic application. *IEEE Microwaves and Wireless components Letters*, 19 :185–187, 2009.
- [41] S. Sýkora. On the Circumference of Ellipses and Novel Approximations for the Complete Elliptic Integral. <http://www.ebyte.it/library/docs/math05a/EllipseCircumference05.html>.
- [42] Le Soir. Les antennes GSM nuisent à la santé. <http://fortune.fdesouche.com/17162>.
- [43] B. Sudret. *Uncertainty propagation and sensivity analysis in mechanical models- Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods*. PhD thesis, Habilitation à diriger des recherches, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2007.
- [44] D. Szczerbaa, E. Neufelda, M. Zefferera, G. Szekelyb, and N.Kuster. Unstructured mesh generation from the Virtual Family models for whole body biomedical simulations. *International Conference on Computational Science, ICCS 2010*, pages 837–844, 2010.
- [45] A. Taflove and S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics*. Artech House, Boston, 2000.
- [46] J. Valentin. *Basic anatomical and physiological data for use in radiological protections : reference values*. Annals ICRP Pub. 89 vol 32, Paris, 2002.
- [47] J. Wang, O. Fujiwara, S. Kodera, and S. Watanabe. FDTD calculation of whole body average SAR in adult and child models for frequencies from 30 MHz to 3 GHz. *Phys. Med. Biol.*, 51 :4119–4127, 2008.
- [48] J. WIART, A. Hadjem, M-F. Wong, and I. Bloch. Anlaysia of RF exposure in the head tissues of children and adults. *Phys. Med. Biol.*, 53 :3681–3695, 2008.
- [49] K. S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 14 :302–307, 1966.

- [50] I. G. Zubal, C. R. Harrell, E. O. Smith, Z. Rattner, G. Gindi, and B. P. Hoffer. Computerized 3-dimensional segmented Human anatomy. *Phys. Med. Biol.*, 21 :299–302, 1994.

BIBLIOGRAPHIE

Liste des publications

Revue internationale avec comité de lecture

El Habachi A, Conil E, Hadjem A, Vazquez E, Wong M F, Gati A, Fleury G, and Wiart J 2010 **Statistical analysis of whole-body absorption depending on anatomical human characteristics at a frequency of 2.1 GHz.** *Physics in Medicine and Biology* **55** 1875-1887

Conférences internationales avec comité de lecture

A El Habachi, E Conil, A Hadjem, E Vazquez, G Fleury, J Wiart 06-2009 **Identification of factors influencing the Whole Body Absorption Rate using statistical analysis.** *The joint meeting of the Bioelectromagnetics Society and the European Bioelectromagnetics Association (BioEM'09), Davos : Switzerland*

A El Habachi, E Conil, A Hadjem, E Vazquez, G Fleury, J Wiart 05-2010 **Bayesian experiment planning used to determine the maximal exposure threshold for a given population.** *Cost BM0704 URSI and EBEA Meeting*

A El habachi1, E Conil, A Hadjem, E Vazquez, A Gati, M-F Wong, G Fleury, J Wiart. 06-2010 **Bayesian experiment planning applied to numerical dosimetry.** *The point meeting of the Bioelectromagnetics Society and The European Bioelectromagnetics Association (BioEM'10), Seoul, Korea, June 14-18*

A El habachi, E Conil, J Carette, A Hadjem, E Vazquez, A Gati, M-F Wong, G Fleury, J Wiart. 06-2010 **Multidimensional collocation stochastic method to evaluate the Whole Specific Absorption Rate for a given population.** *The*

point meeting of the Bioelectromagnetics Society and The European Bioelectromagnetics Association (BioEM'10), Seoul, Korea, June 14-18

Conférences nationales avec comité de lecture

EL HABACHI A., CONIL E., FLEURY G., VAZQUEZ E., HADJEM A., WONG M-A., WIART J., 05-2009 **Analyse statistique de la puissance absorbée par le coprs entier en radiofréquence**, *16ème journées Nationales Microondes (JNM'09), CD-ROM Proceedings, Grenoble, France, May 27-29*

EL HABACHI A., CONIL A., VAZQUEZ E., HADJEM A., GATI A., WONG M.F., FLEURY G., WIART J., 04-2010 **Plan d'expériences séquentiel appliqué à la dosimétrie numérique** , *15ème Colloque International et Exposition sur la Compatibilité Electromagnétique (CEM'10), Limoges, France, Avril 7-9*

Conférences nationales sans acte

EL HABACHI A., CONIL E., VAZQUEZ E., HADJEM A., WONG M-A., FLEURY G., WIART J., **Identification des facteurs morphologiques impactant le Débit d'Absorption spécifique du Corps Entier**, *Aremif'09*, Paris, France, Avril 30, 2009.

Table des figures

1	Augmentation des utilisateurs de téléphones portables en France [2]	9
2	Exemple d'article sur les ondes paru dans un journal [42]	10
3	A gauche une machine à multiprocesseurs et à droite un ordinateur utilisant des cartes graphiques	12
4	Exemple de modèle anatomique de corps humain	13
1.1	Illustration des six fantômes initiaux	17
1.2	Illustration des 8 fantômes enfants. De gauche à droite : Billie, The- lonious, Karla, le garçon coréen, Roberta, Eartha, Dizzy et Louis.	18
1.3	Nouveaux fantômes adultes. De gauche à droite : HDRK, Naomi, Duke et Ella.	19
1.4	L'absorption d'une onde plane pour le fantôme Norman en fonction de la fréquence.	26
1.5	Le fantôme coréen morphé à différents âges. De gauche à droite : Etri morphé à l'âge de 5 ans, Etri morphé à l'âge de 8 ans, Etri morphé à l'âge de 12 ans et Etri initial.	28
1.6	Comparaison des facteurs internes pour la famille Zubal	29
1.7	Comparaison du BMI de l'échantillon des indiens hommes avec la loi normale	33
1.8	Comparaison de la masse de l'échantillon des italiens hommes avec la loi normale	33
1.9	Histogramme de la taille de l'échantillon de la population française	34
1.10	Histogramme de la masse de l'échantillon de la population française	35
1.11	Tendance linéaire entre la masse et la carrure devant	36

TABLE DES FIGURES

2.1	Evolution du BSA en fonction de la surface éclairée pour l'incidence frontale	43
2.2	Corrélation entre la masse à la puissance $-1/3$ et la surface éclairée par les adultes	44
2.3	Corrélation entre la surface éclairée et l'inverse du BMI des fantômes adultes pour l'incidence frontale	45
2.4	Erreur relative issue de l'estimation du WBSAR des fantômes par les trois modèles	48
2.5	Application du modèle (2.3) pour les différentes familles de fantômes.	49
2.6	Application du modèle (2.4) pour les différentes familles de fantômes.	50
2.7	Application du modèle (2.5) pour les différentes familles de fantômes.	50
2.8	Estimation des paramètres du modèle (2.6) pour les combinaisons de 9 fantômes parmi 12	55
2.9	Estimation des paramètres du modèle (2.9) pour les combinaisons de 9 fantômes parmi 12	55
2.10	comparaison de la distance entre la moyenne et le quantile à 5 % et la distance entre la moyenne et le quantile à 95 %	60
2.11	Lois utilisées pour modéliser la distribution de la variable aléatoire β	63
2.12	Corrélation entre le paramètre β et le BMI	64
2.13	Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction des coefficients de corrélations et des lois utilisées	65
2.14	La densité de probabilité du paramètre β modélisé par un mélange de 15 gaussiennes	72
2.15	Les poids obtenus pour un mélange de 15 gaussiennes	73
2.16	Exemple de deux ensembles de σ_i obtenus en effectuant deux estimations	74
2.17	Densités de probabilité obtenues pour un mélange de 15 gaussiennes .	76
2.18	Mélange de 15 gaussiennes obtenus en utilisant une contrainte sur la variance.	78

2.19	Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction du nombre de gaussiennes pour le premier mode correspondant à la première gaussienne	79
2.20	Densités de probabilités obtenues pour un mélange de 70 gaussiennes	80
2.21	Les densités de probabilité obtenues pour un mélange de 70 gaussiennes en introduisant la contrainte sur la variance	81
3.1	A gauche tour de poitrine et à droite tour de ceinture du fantôme Duke	87
3.2	Exemple de Duke morphé (à gauche un fantôme de petite taille et corpulent, à droite un fantôme de grande taille et mince)	88
3.3	Evolution de l'écart-type de la distribution du quantile à 95 % en fonction du nombre d'itérations	98
3.4	Evolution de la moyenne de la distribution du quantile à 95 % en fonction du nombre d'itérations	99
3.5	Expériences choisies par le plan d'expériences séquentiel	100
3.6	Fantôme correspondant a la valeur du quantile du WBSAR à 95 %	101
3.7	Exemple bidimensionnel des Sparse Grid	106
3.8	Tour de ceinture en fonction du tour de poitrine	112
3.9	Distribution du WBSAR en fonction de l'ordre des polynômes	113
3.10	L'évolution du quantile à 95 % en fonction de l'ordre des polynômes de chaos	115
3.11	Evolution de la distribution du WBSAR en fonction de l'ordre des polynômes de chaos	116
3.12	Evolution du quantile du WBSAR à 95 % en fonction de l'ordre des polynômes	117

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques morphologiques des fantômes.	21
1.2	Conductivité et permittivité de quelques tissus à la fréquence 2100 MHz.	22
1.3	Comparaison de la moyenne des masses des facteurs internes des fantômes avec celle de l'ICRP.	31
1.4	Comparaison de la moyenne des masses des facteurs internes des fantômes avec celle de l'ICRP.	31
1.5	Représentativité des fantômes adultes comparés à quelques populations	38
2.1	Résultats obtenus par les modèles.	47
2.2	Estimations des paramètres des modèles pour chaque famille de fantômes.	51
2.3	Résultats obtenus pour les différents modèles des paramètres	53
2.4	Résultats obtenus pour les différents modèles équivalents des paramètres	54
2.5	Prédiction des modèles (2.9), (2.10) et (2.11) pour les nouveaux fantômes	56
2.6	Influence des différentes lois modélisant la variable aléatoire β sur le quantile à 95 %	64
2.7	Comparaison du quantile du WBSAR à 95 % (mW/Kg) obtenu par estimation avec celui obtenu par Monte Carlo	72
3.1	Candidats obtenus par un plan d'expériences D-optimal ainsi que le WBSAR associé	92

3.2	Candidats obtenus par un plan d'expériences D-optimal ainsi que le WBSAR associés	92
3.3	Test statistique de Student et coefficient de détermination	102
3.4	Variables stochastiques associées aux facteurs, coefficients de corrélations des facteurs et des variables stochastiques	108
3.5	Les polynômes de chaos associés aux lois de quelques variables stochastiques	109
3.6	polynômes de Legendre d'ordre 3 développés pour un cas bidimensionnel	110
3.7	Nombre de points en fonction de l'ordre des polynômes de chaos . . .	111

Résumé : Dans ce mémoire, nous étudions l'exposition aux ondes électromagnétiques à l'échelle d'une population. Cette étude est réalisée pour une exposition à une onde plane orientée frontalement sur des modèles anatomiques du corps humains (fantômes) avec une puissance incidente de $1 W/m^2$ et une fréquence de 2.1 GHz. Pour ce faire, l'idée est de construire un modèle du WBSAR (Whole Body averaged Specific Absorption Rate) en fonction de la morphologie. Les facteurs morphologiques influençant le WBSAR ont été identifiés à l'aide des fantômes existant dont le nombre se limite à 18 et des modèles de régressions. Cette analyse préliminaire montre que les facteurs morphologiques externes (taille, poids ...) seuls ne suffisent pas pour construire un tel modèle, mais l'introduction des facteurs morphologiques internes (muscles, graisse ...) est nécessaire. L'absence de données statistiques sur les facteurs morphologiques internes de populations nous a conduits à intégrer des connaissances a priori sur ces facteurs afin d'étudier l'exposition d'une population donnée. Des lois paramétriques usuelles et des mélanges de gaussiennes sont utilisés pour modéliser ces facteurs internes afin d'étudier leur influence sur le quantile du WBSAR à 95 %. L'utilisation des fantômes homogènes où le fantôme homogène est obtenu en remplaçant tous les tissus internes par un unique tissu équivalent. Ces fantômes homogènes permettent de s'affranchir de l'influence de la morphologie interne dans un modèle du WBSAR et facilitent également leur déformation par une technique de morphing. Ainsi nous avons pu enrichir la base de fantômes existant. Pour donner une estimation du quantile du WBSAR à 95 %, nous avons mis en place un plan d'expériences séquentiel qui repose sur un modèle paramétrique du WBSAR et l'inférence bayésienne et qui permet de raffiner la région à 95 %. Cette approche nous a permis de trouver le quantile à 95 % pour une population et un exemple de fantôme correspondant. Cependant, cette approche ne permet pas d'obtenir une estimation de toute la distribution du WBSAR. Afin d'obtenir une estimation de toute cette distribution, nous avons construit une surface de réponse en utilisant les polynômes de chaos. Dans l'objectif d'obtenir des résultats cohérents nous avons effectué un changement de variables permettant de traduire les connaissances physiques dans cette surface de réponse.

Mots clés : Dosimétrie numériques, Modèles anatomiques, Technique de morphing, FDTD, Régressions, Tests statistiques, Plan d'expériences séquentiel, Inférence Bayésienne, Surface de réponse, Polynôme de chaos.

Abstract : In this report, a study of the exposure to electromagnetic waves at the level of population is proposed. This study is conducted in the case of a plane wave oriented frontally on anatomical models (phantoms) with an incident power of $1 W/m^2$ and at the frequency of 2.1 GHz. For this purpose, the idea is to build a surrogate model of the WBSAR (Whole Body averaged Specific Absorption Rate) as a function of morphology. An identification of morphological factor is performed using the limited number of phantoms (18 phantoms) and different regressions. This analysis shows that to use only external morphological factors (height, weight ...) is not sufficient to build such surrogate model and that internal morphological factors (muscles, fat ...) are also important. The absence of statistical data on internal morphology conducts us to introduce some prior knowledge on these internal factors to study the exposure for a given population. Some parametric laws and Gaussian mixture are used to study their influence on the quantile of the WBSAR at 95 %. The lack of data on internal morphology led us to consider homogeneous phantoms instead of the heterogeneous one. In homogeneous phantoms, all the internal tissues are substituted by an equivalent tissue. These homogeneous phantoms allow us to overcome the influence of internal morphology for a WBSAR model and to use a morphing technique to increase the database of phantoms. To give an estimation of the WBSAR quantile at 95 %, a sequential experiment design is used. This approach is based on a parametric model and Bayesian inference. This experiment design allows us to estimate the quantile at 95 % for a given population and an example of one corresponding phantom. Nevertheless, this approach does not allow one to estimate the whole distribution of the WBSAR for a given population. To give an estimate of this distribution a surface of response is established using polynomial chaos. This approach gives incoherent results with the physical phenomenon. To obtain coherent results, physical knowledge is introduced by variables changing in this response surface.

Keywords : Numerical dosimetry, Anatomical models, Morphing Technique, FDTD, Regressions, Statistical Tests, Sequential Experiment Design, Bayesian Inference, Response Surface, Polynomial Chaos.