

# SOUTENANCE DE THÈSE

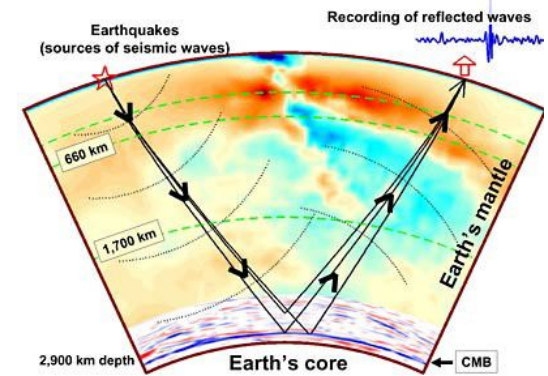
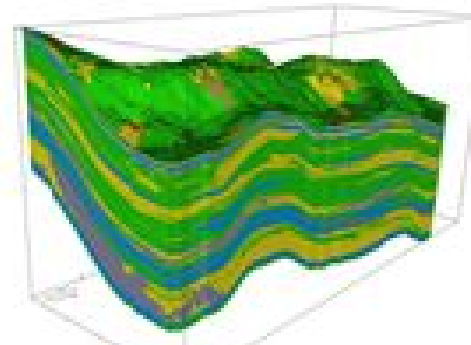
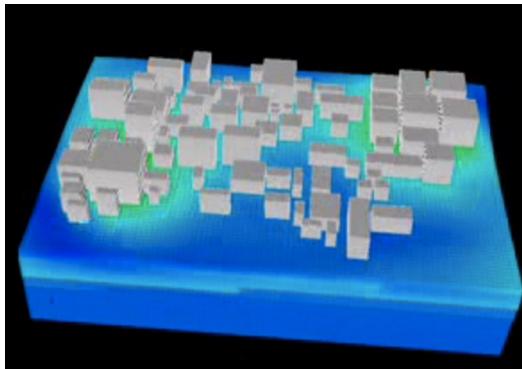
**Modélisation des propriétés mécaniques anisotropes aléatoires et impacts sur la propagation des ondes élastiques.**

par Tà Quang Anh

Directeur de thèse : Clouteau Didier  
Laboratoire MSSMat

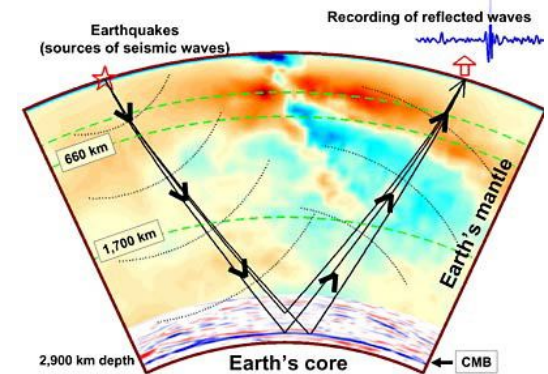
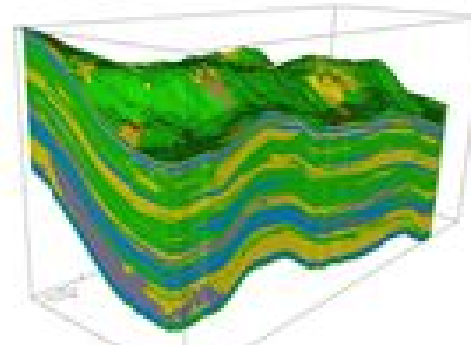
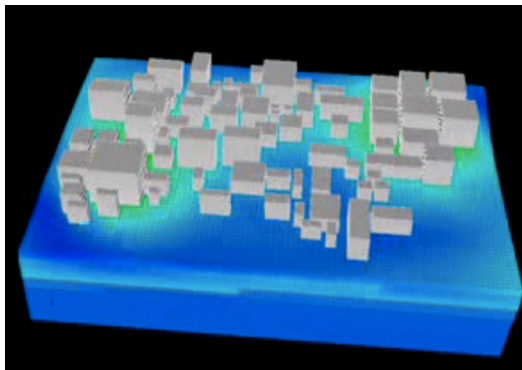
## ■ Hétérogénéité des propriétés élastiques

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

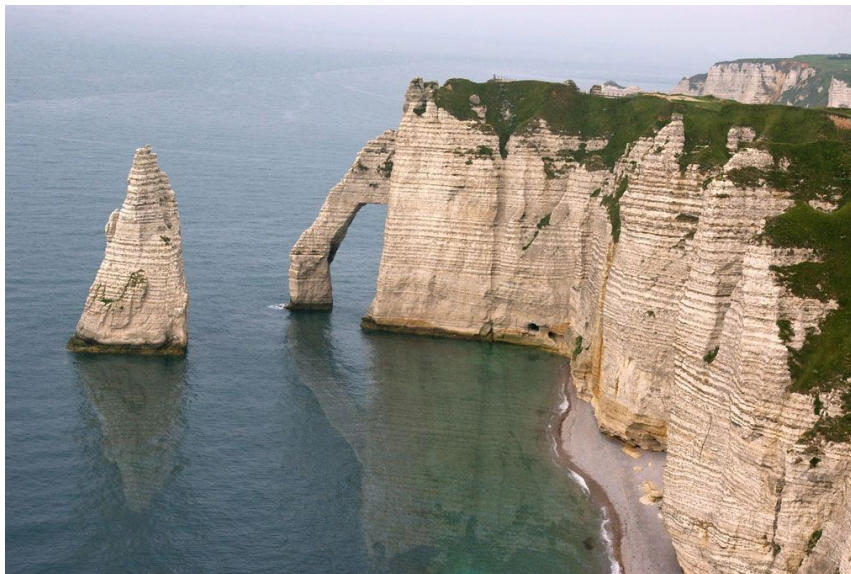




## ■ Hétérogénéité des propriétés élastiques



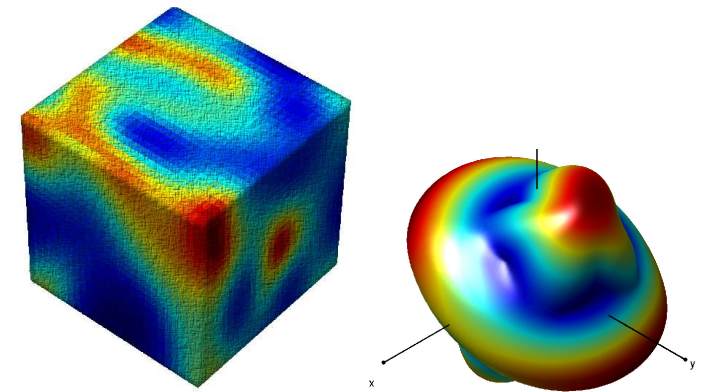
## ■ Anisotropie



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- **Outil mathématique** : Modèle de champs stochastique du tenseur d'élasticité de Soize [2006]

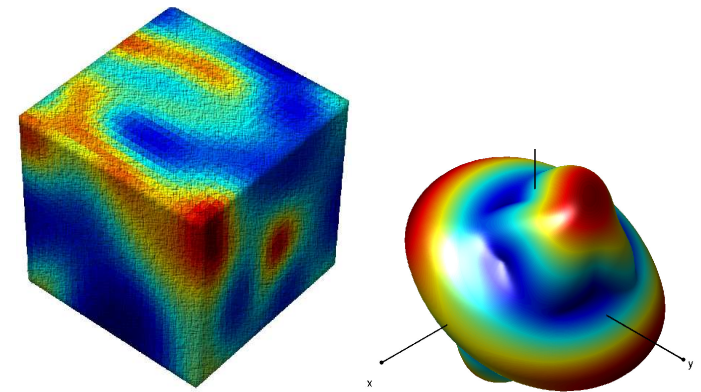
- ◆ Paramétrage minimal  $\boldsymbol{x} \mapsto \mathbb{C}(\boldsymbol{x}; \underline{\mathbf{C}}, \delta, \ell)$ .
- ◆ Comportement local anisotrope.



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- **Outil mathématique** : Modèle de champs stochastique du tenseur d'élasticité de Soize [2006]

- ◆ Paramétrage minimal  $\boldsymbol{x} \mapsto \mathbb{C}(\boldsymbol{x}; \underline{\mathbf{C}}, \delta, \ell)$ .
- ◆ Comportement local anisotrope ("non contrôlé").



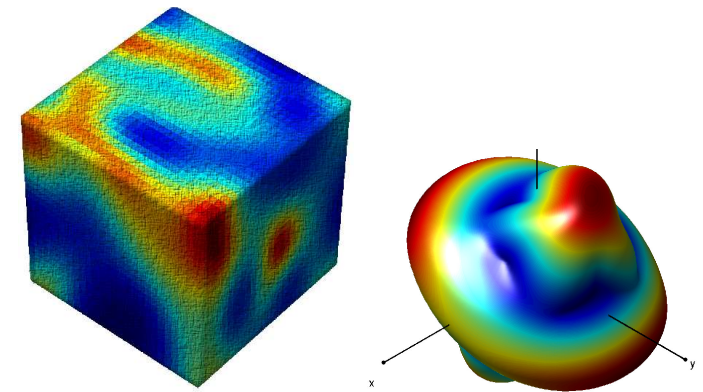
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

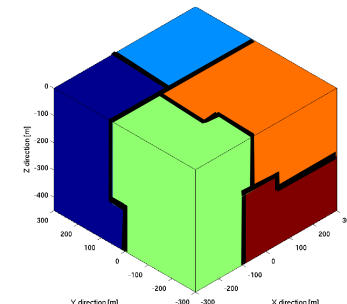
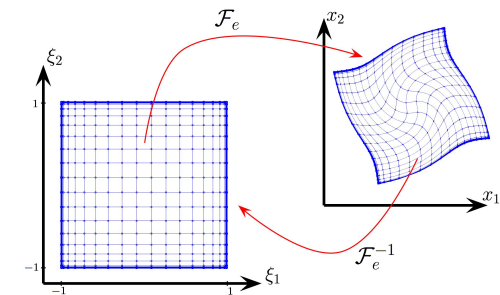
- **Outil mathématique** : Modèle de champs stochastique du tenseur d'élasticité de Soize [2006]

- ◆ Paramétrage minimal  $x \mapsto \mathbb{C}(x; \underline{C}, \delta, \ell)$ .
- ◆ Comportement local anisotrope ("non contrôlé").



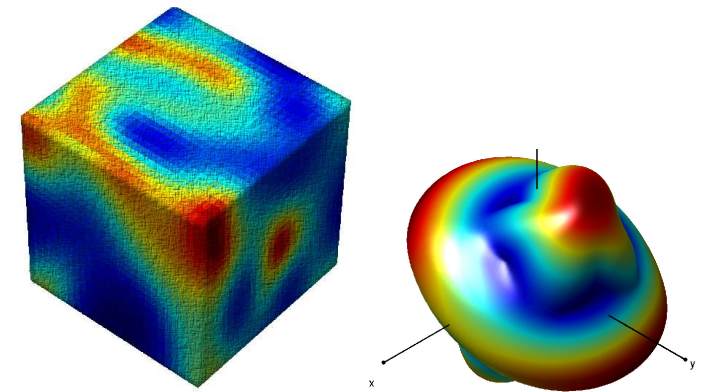
- **Outil numérique** : Code de calcul (FORTRAN) élastodynamique SPEC3D de l'IPGP [Festa & Vilotte,2005]

- ◆ Éléments finis spectraux [Maday,1988], [Komatitsch,1997] .
- ◆ Intégration directe en temps (Newmark).
- ◆ Calcul parallèle (MPI, METIS).
- ◆ C.L. absorbante PML (*Perfectly Matched Layer*, [Berenger,1994]).
- ◆ Comportement **isotrope** et **déterministe**.



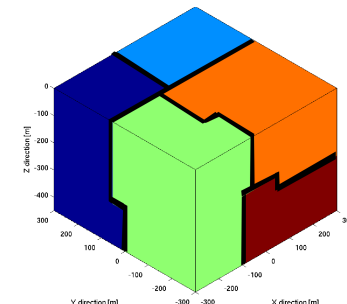
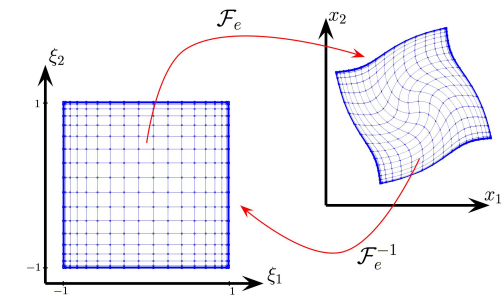
- **Outil mathématique** : Modèle de champs stochastique du tenseur d'élasticité de Soize [2006]

- ◆ Paramétrage minimal  $x \mapsto \mathbb{C}(x; \underline{C}, \delta, \ell)$ .
- ◆ Comportement local anisotrope ("non contrôlé").



- **Outil numérique** : Code de calcul (FORTRAN) élastodynamique SPEC3D de l'IPGP [Festa & Vilotte,2005]

- ◆ Éléments finis spectraux [Maday,1988], [Komatitsch,1997] .
- ◆ Intégration directe en temps (Newmark).
- ◆ Calcul parallèle (MPI, METIS).
- ◆ C.L. absorbante PML (*Perfectly Matched Layer*, [Berenger,1994]).
- ◆ Comportement **isotrope** et **déterministe**.



- Intro
- Plan
- Anisotropie
  - Volumique
  - Rayleigh
- Stochastique
  - AnisoStoch
  - Générateur
  - Stat.
  - Renvers.
  - Diffusion
- Conclusions

- Proposer un modèle de champ contrôlant le niveau d'anisotropie.
- Combiner les deux outils : Adapter SPEC3D au modèle de champ stochastique.
  - ◆ Introduire la loi de comportement anisotrope.
  - ◆ Implémenter un générateur de champ stochastique  $\mathbb{C}(\boldsymbol{x})$ .
- Valider ces adaptations.
- Comprendre les impacts de l'anisotropie et de l'hétérogénéité.

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Introduction
  - ◆ Contexte
  - ◆ Problématiques
  - ◆ Objectives
- **PARTIE 1 : Comportement anisotrope**
  - ◆ Intégration de la loi anisotrope
  - ◆ Validations
    - Ondes volumiques
    - Onde de Rayleigh
- **PARTIE 2 : Champ stochastique  $\mathbb{C}(\boldsymbol{x})$** 
  - ◆ Processus stochastique 1D
  - ◆ Raffinement du modèle 3D de Soize
  - ◆ Générateur parallèle du champ stochastique
  - ◆ Validations
    - Statistique sur le champ  $\mathbb{C}(\boldsymbol{x})$
    - Retournement temporel
    - Diffraction multiple  $\rightsquigarrow$  Diffusion
- Conclusions perspectives

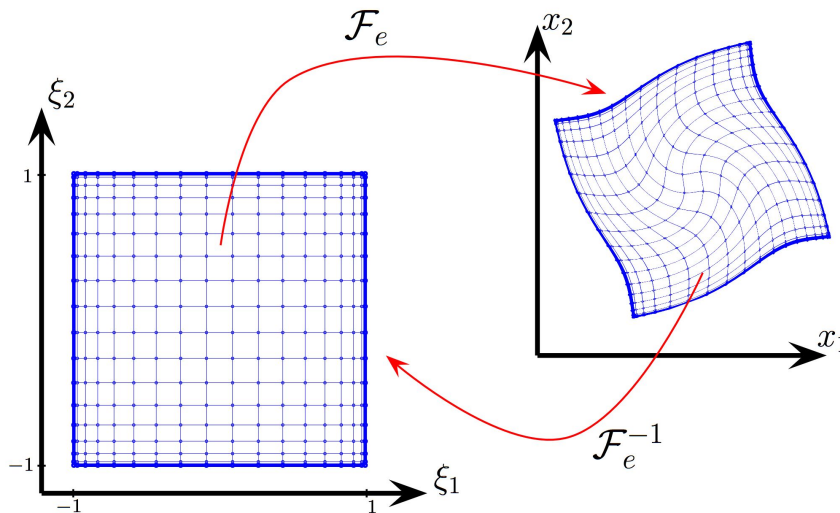
■ Forme matricielle variationnelle et SEM

$$\begin{cases} \mathfrak{M} \dot{V}^{hp} = \mathfrak{F}^{ext} - \mathfrak{F}^{int}(U^{hp}) \\ \dot{U}^{hp} = V^{hp} \end{cases}$$

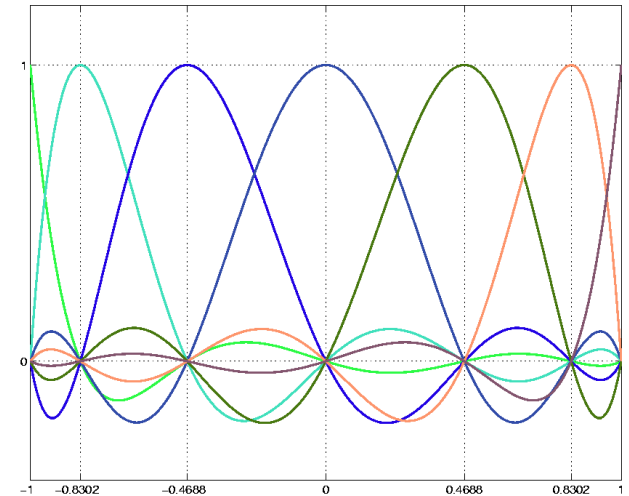
$$\mathfrak{M} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{M}^e$$

$$\mathfrak{F}^{int} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{int,e}$$

$$\mathfrak{F}^{ext} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{ext,e}$$



Grille Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) en 2D



Polynômes de Lagrange associés aux points

GLLs en 1D

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

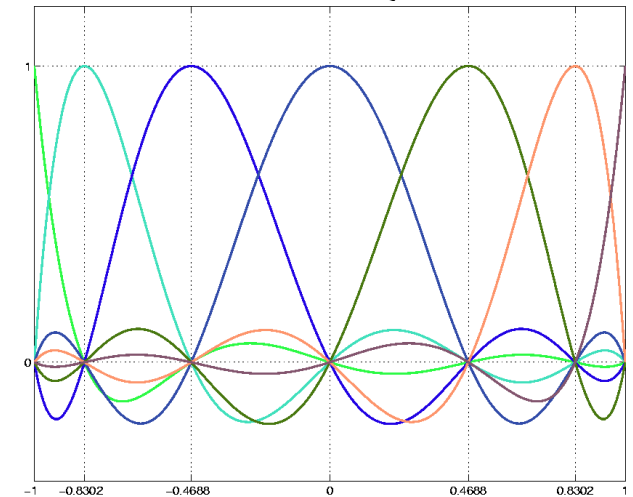
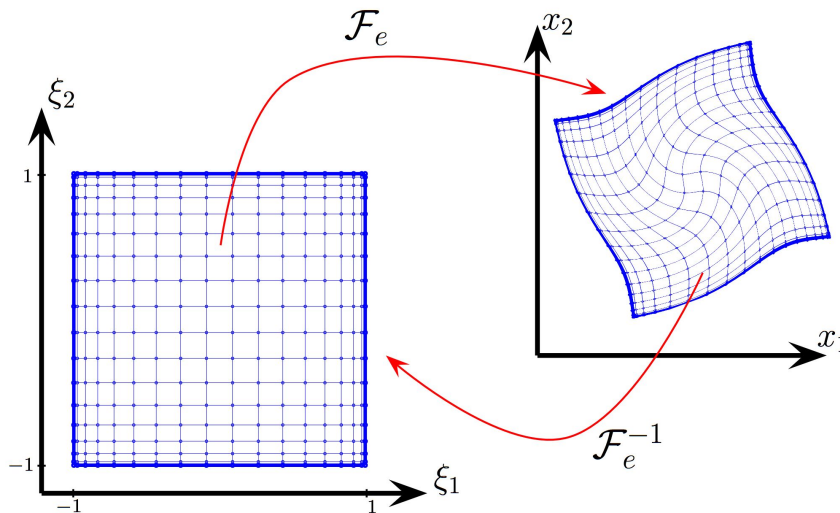
■ Forme matricielle variationnelle et SEM

$$\begin{cases} \mathfrak{M} \dot{V}^{hp} = \mathfrak{F}^{ext} - \mathfrak{F}^{int}(U^{hp}) \\ \dot{U}^{hp} = V^{hp} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{M}^e$$

$$\mathfrak{F}^{int} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{int,e}$$

$$\mathfrak{F}^{ext} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{ext,e}$$



■ Prise en compte de l'anisotropie lors du calcul de la force interne

$$\mathfrak{F}_{i|r,s,t}^{int,e}(\mathbf{u}^{hp,e}) = \sum_{l,m,n=1}^3 \left[ \mathfrak{D}_l^{x^T} C_{ilmn} \mathfrak{D}_n^x \right]_{\xi=(\xi_r, \xi_s, \xi_t)} \times \mathbf{u}_{m|r,s,t}^{hp,e} \times K_{r,s,t}$$

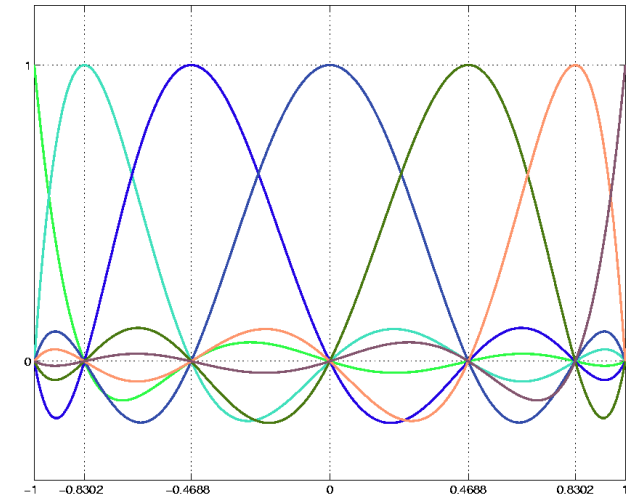
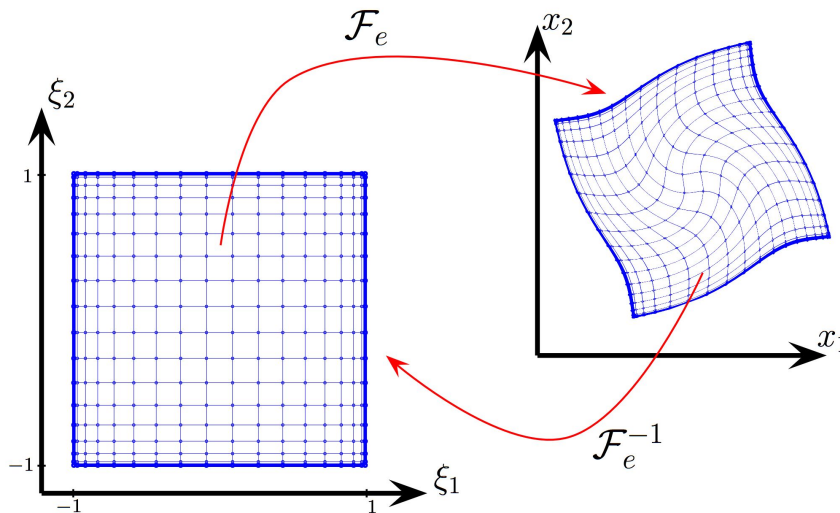
■ Forme matricielle variationnelle et SEM

$$\begin{cases} \mathfrak{M} \dot{V}^{hp} = \mathfrak{F}^{ext} - \mathfrak{F}^{int}(U^{hp}) \\ \dot{U}^{hp} = V^{hp} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{M}^e$$

$$\mathfrak{F}^{int} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{int,e}$$

$$\mathfrak{F}^{ext} = \bigoplus_{e=1}^{n_e} \mathfrak{F}^{ext,e}$$



■ Prise en compte de l'anisotropie lors du calcul de la force interne

$$\mathfrak{F}_{i|r,s,t}^{int,e}(\mathbf{u}^{hp,e}) = \sum_{l,m,n=1}^3 \left[ \mathcal{D}_l^{x^T} C_{ilmn} \mathcal{D}_n^x \right]_{\xi=(\xi_r, \xi_s, \xi_t)} \times \mathbf{u}_{m|r,s,t}^{hp,e} \times K_{r,s,t}$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Matériau orthotrope

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & 3 & 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & 2.5 & 0 & 0 & 0 \\ S & \cdot & \cdot & 2.1 & 0 & 0 \\ \cdot & Y & \cdot & \cdot & 1.8 & 0 \\ \cdot & \cdot & M. & \cdot & \cdot & 1.6 \end{pmatrix}$$

(Loading ...)

## ■ Matériau triclinique

$$\begin{pmatrix} 6.37 & 0.46 & 0.88 & 0.67 & -0.30 & -0.17 \\ \cdot & 3.95 & 1.40 & 0.04 & -0.41 & -0.51 \\ \cdot & \cdot & 4.39 & -0.14 & -0.15 & -0.66 \\ S & \cdot & \cdot & 3.09 & -1.07 & -0.08 \\ \cdot & Y & \cdot & \cdot & 2.04 & 0.22 \\ \cdot & \cdot & M. & \cdot & \cdot & 2.05 \end{pmatrix}$$

(Loading ...)

- Élastodynamique

$$\text{Div } \boldsymbol{\sigma}[\mathbf{u}] = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

- Problème aux valeurs propres

$$F(\omega, \boldsymbol{\kappa}) \equiv \det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\kappa}) - \rho\omega^2 \mathbf{I}_d) = 0 \quad \text{avec } \Gamma_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = c_{iljm} \kappa_l \kappa_m$$

$$\iff F(1, \mathbf{s}) = 0 \quad \text{avec } \mathbf{s} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\omega} = \frac{1}{|\mathbf{c}|} \frac{\boldsymbol{\kappa}}{|\boldsymbol{\kappa}|}, \text{ la lenteur}$$

- Ondes planes monochromatiques

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \exp \{j(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t)\}$$

- Vitesse de groupe (de l'énergie) : Vecteur normal de la surface de lenteur

$$\mathbf{c}^g = \text{grad}_{\boldsymbol{\kappa}} \omega$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

■ Élastodynamique

$$\text{Div } \sigma[\mathbf{u}] = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

■ Problème aux valeurs propres

$$F(\omega, \boldsymbol{\kappa}) \equiv \det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\kappa}) - \rho\omega^2 \mathbf{I}_d) = 0 \quad \text{avec } \Gamma_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = c_{iljm} \kappa_l \kappa_m$$

$$\iff F(1, \mathbf{s}) = 0 \quad \text{avec } \mathbf{s} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\omega} = \frac{1}{|\mathbf{c}|} \frac{\boldsymbol{\kappa}}{|\boldsymbol{\kappa}|}, \text{ la lenteur}$$

■ Ondes planes monochromatiques

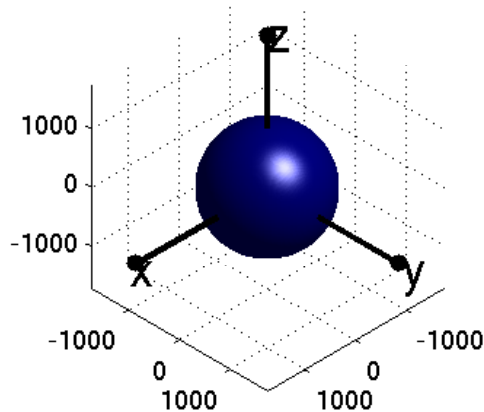
$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \exp \{j(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t)\}$$

■ Vitesse de groupe (de l'énergie) : Vecteur normal de la surface de lenteur

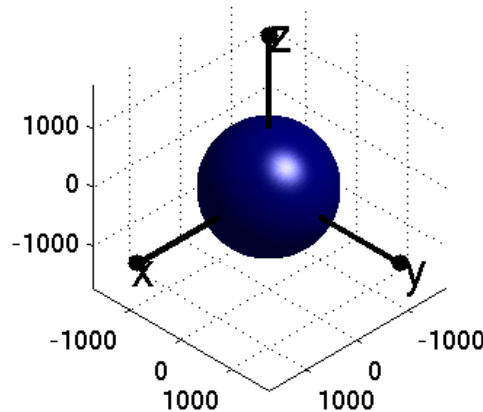
$$\mathbf{c}^g = \text{grad}_{\boldsymbol{\kappa}} \omega$$

**Isotrope** (2 coefficients indépendants)

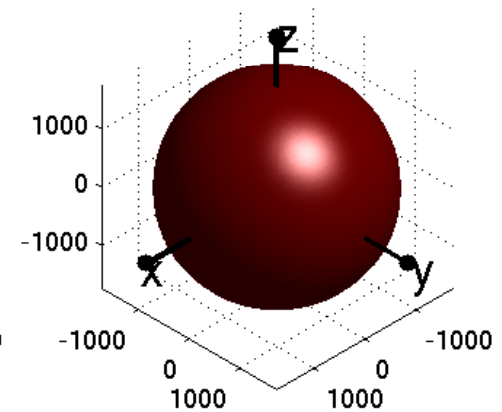
qS1::  $V_g^{\max} = 1.000\text{E}+03\text{m/s}$



qS2::  $V_g^{\max} = 1.000\text{E}+03\text{m/s}$



qP::  $V_g^{\max} = 1.730\text{E}+03\text{m/s}$



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

■ Élastodynamique

$$\text{Div } \sigma[\mathbf{u}] = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

■ Problème aux valeurs propres

$$F(\omega, \boldsymbol{\kappa}) \equiv \det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\kappa}) - \rho\omega^2 \mathbf{I}_d) = 0 \quad \text{avec } \Gamma_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = c_{iljm} \kappa_l \kappa_m$$

$$\iff F(1, \mathbf{s}) = 0 \quad \text{avec } \mathbf{s} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\omega} = \frac{1}{|\mathbf{c}|} \frac{\boldsymbol{\kappa}}{|\boldsymbol{\kappa}|}, \text{ la lenteur}$$

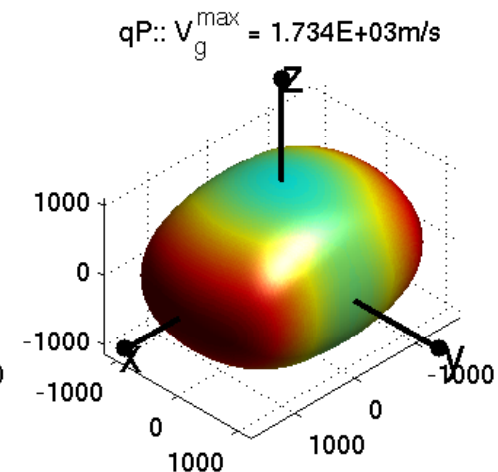
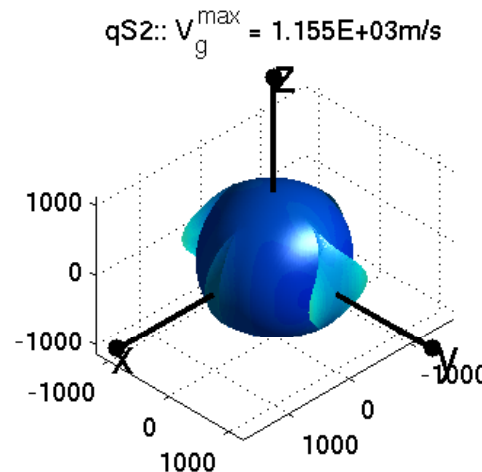
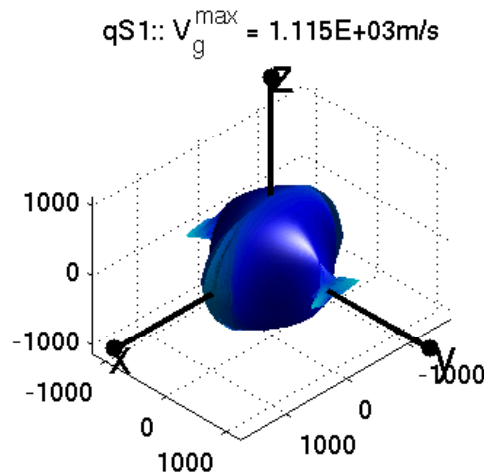
■ Ondes planes monochromatiques

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \exp \{j(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t)\}$$

■ Vitesse de groupe (de l'énergie) : Vecteur normal de la surface de lenteur

$$\mathbf{c}^g = \text{grad}_{\boldsymbol{\kappa}} \omega$$

Orthotrope (9 coefficients indépendants)



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

■ Élastodynamique

$$\text{Div } \sigma[\mathbf{u}] = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

■ Problème aux valeurs propres

$$F(\omega, \boldsymbol{\kappa}) \equiv \det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\kappa}) - \rho\omega^2 \mathbf{I}_d) = 0 \quad \text{avec } \Gamma_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = c_{iljm} \kappa_l \kappa_m$$

$$\iff F(1, \mathbf{s}) = 0 \quad \text{avec } \mathbf{s} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\omega} = \frac{1}{|\mathbf{c}|} \frac{\boldsymbol{\kappa}}{|\boldsymbol{\kappa}|}, \text{ la lenteur}$$

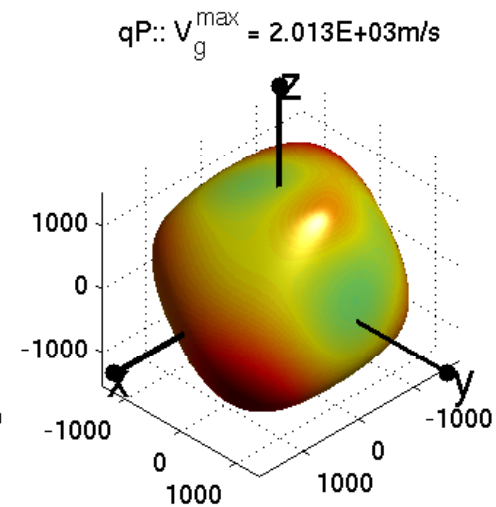
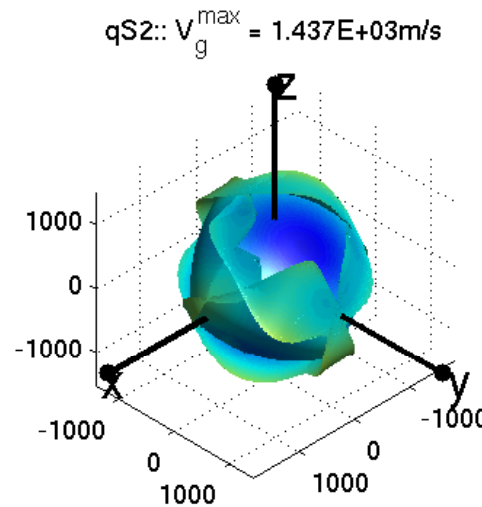
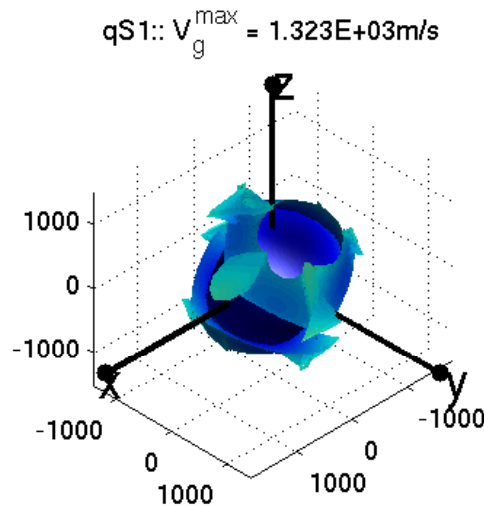
■ Ondes planes monochromatiques

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \exp \{j(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t)\}$$

■ Vitesse de groupe (de l'énergie) : Vecteur normal de la surface de lenteur

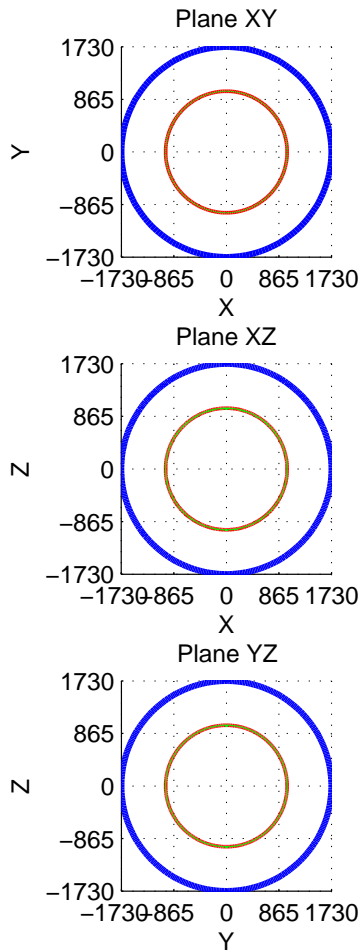
$$\mathbf{c}^g = \text{grad}_{\boldsymbol{\kappa}} \omega$$

Triclinique (21 coefficients indépendants)

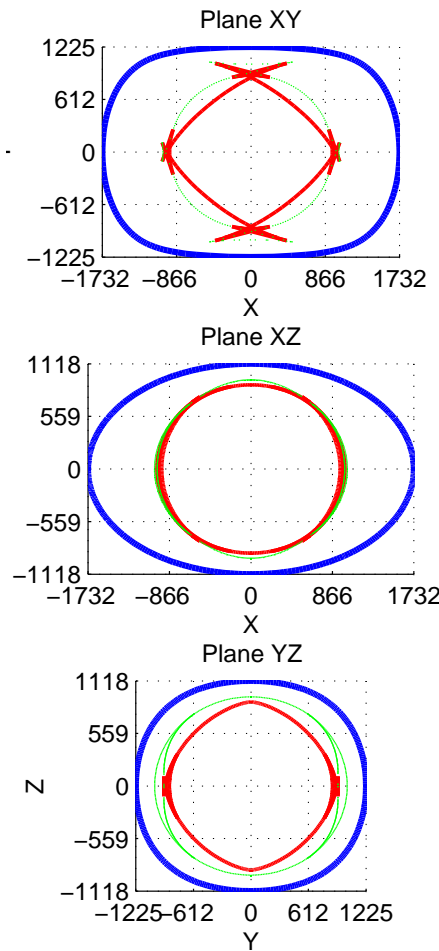


- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

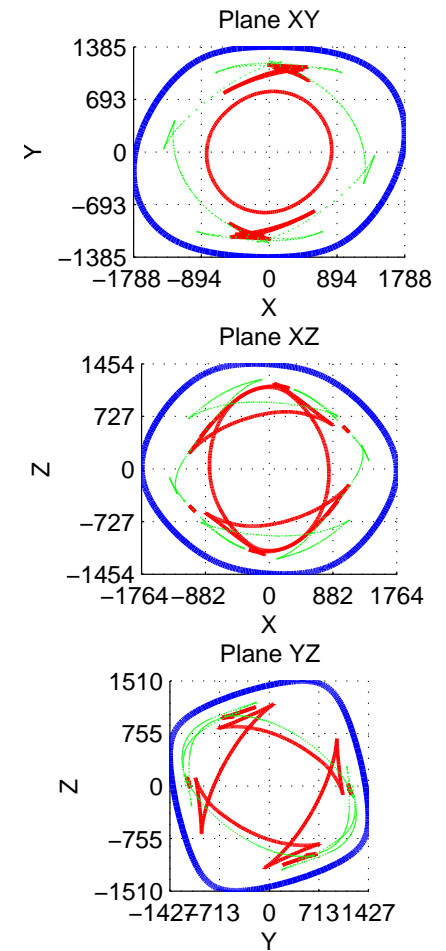
### Isotrope



### Orthotrope



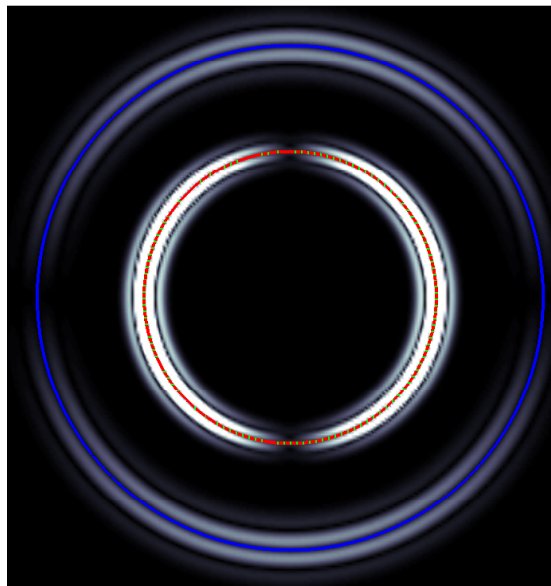
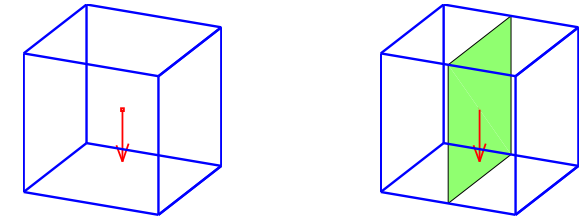
### Triclinique



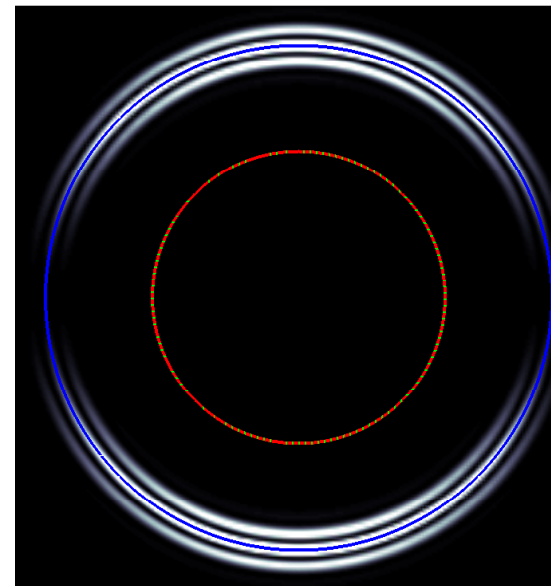


- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

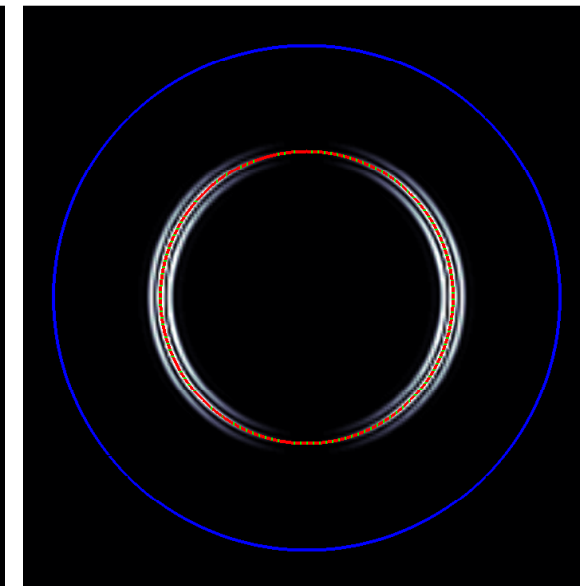
- ◆ Cas isotrope :



Total



Irrotationnel

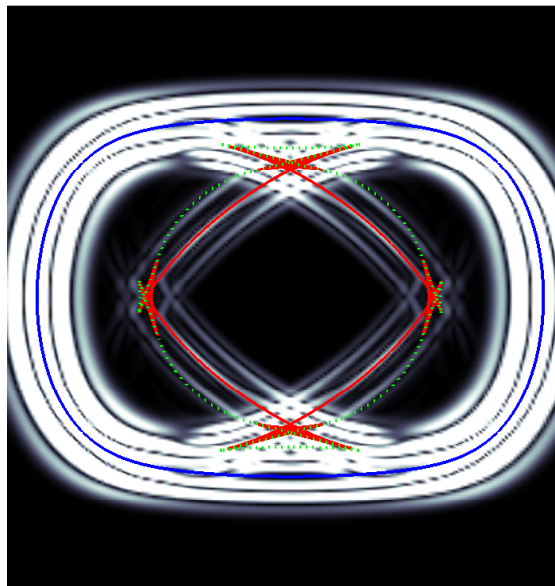
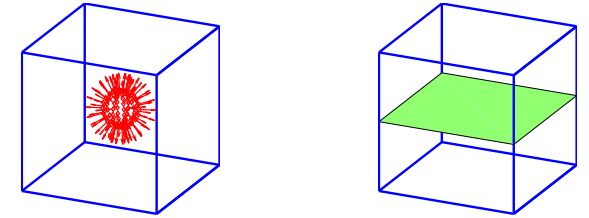


Rotationnel

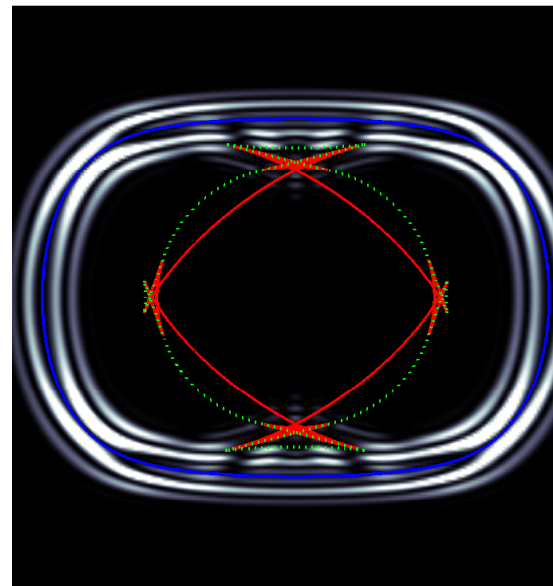
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Rervers.
- Diffusion
- Conclusions

- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

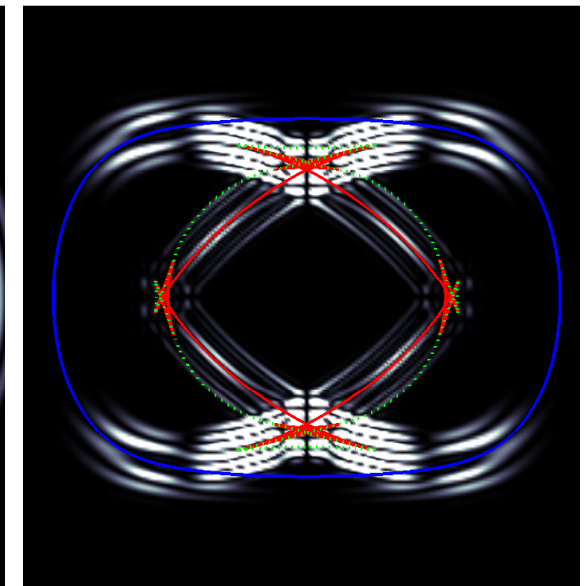
- ◆ Cas orthotrope :



Total



Irrotationnel

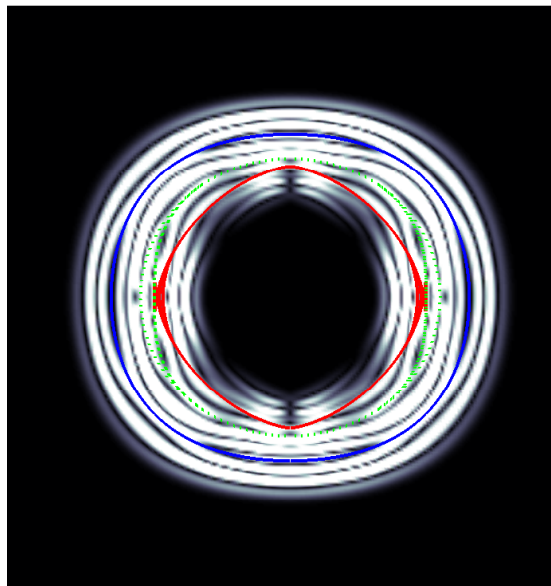
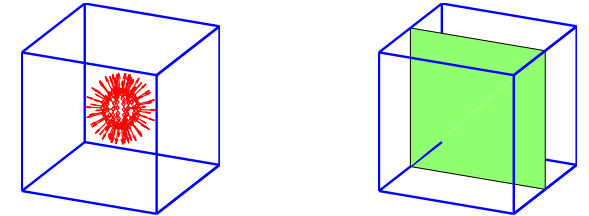


Rotationnel

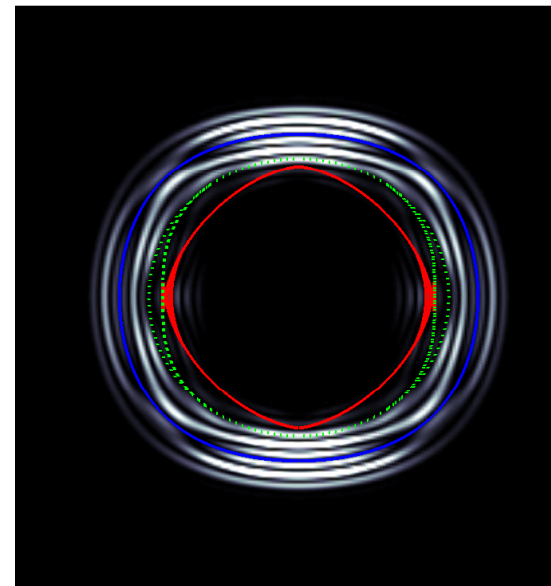
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

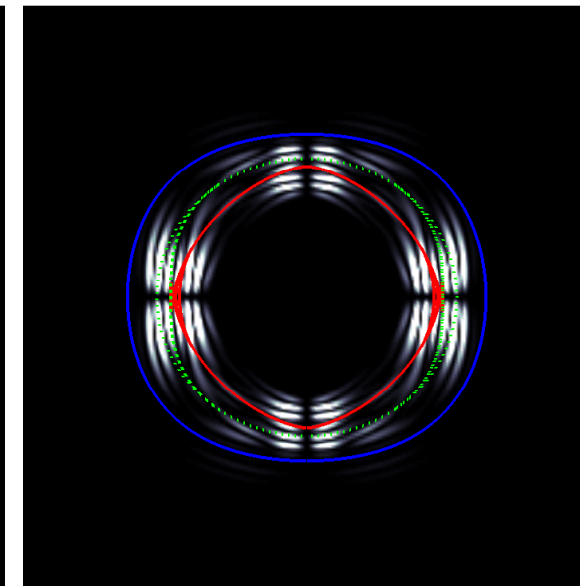
- ◆ Cas orthotrope :



Total



Irrotationnel

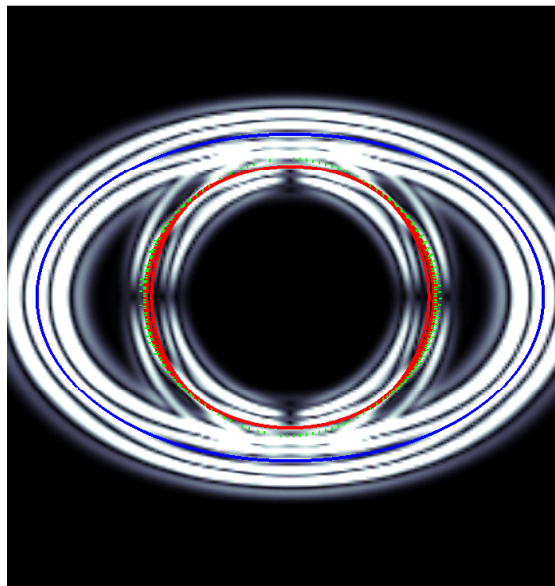
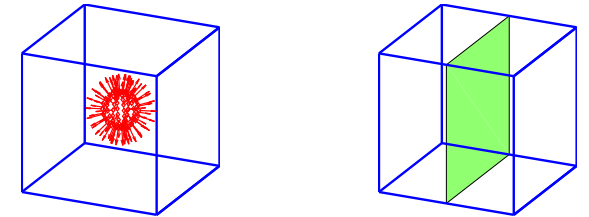


Rotationnel

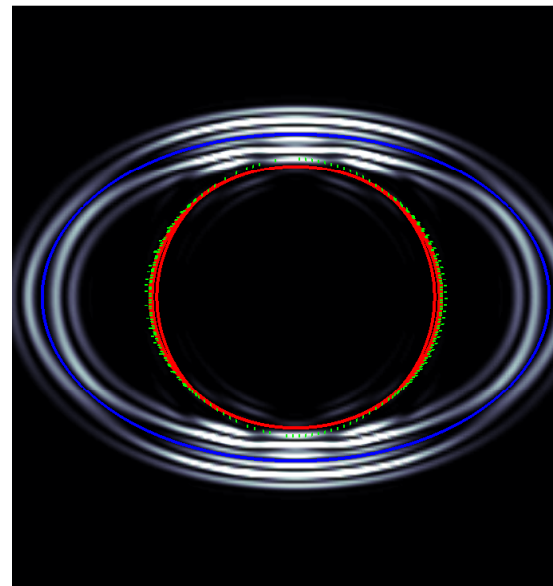
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

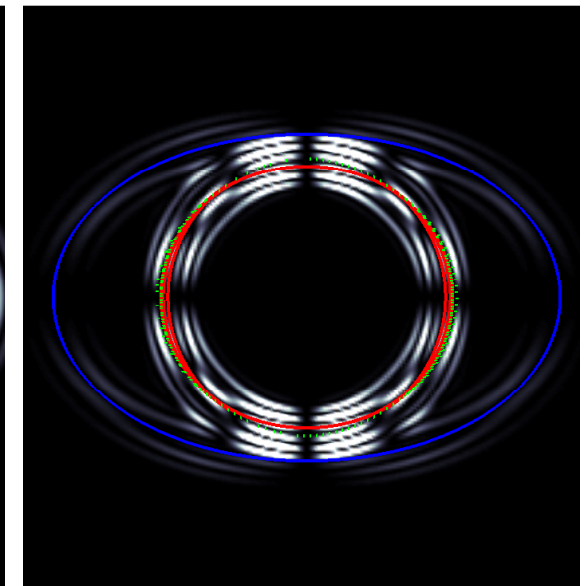
- ◆ Cas orthotrope :



Total



Irrotationnel



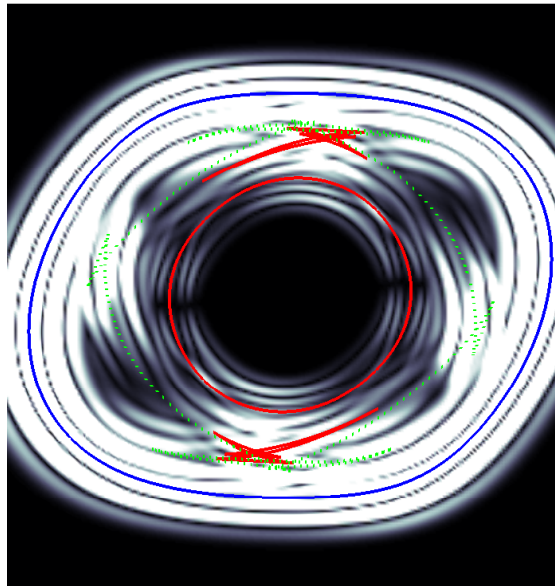
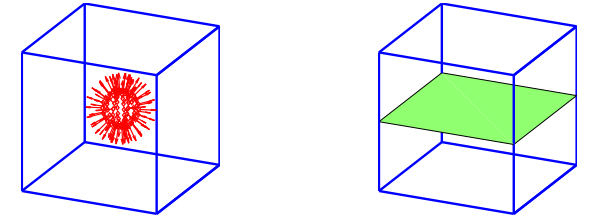
Rotationnel

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

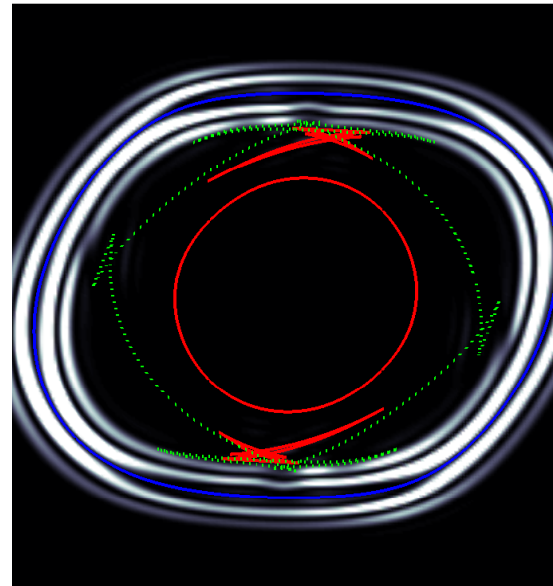


- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

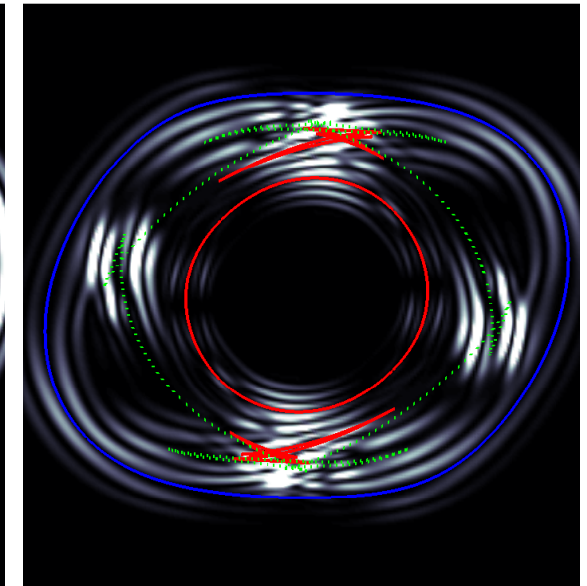
- ◆ Cas triclinique :



Total



Irrotationnel

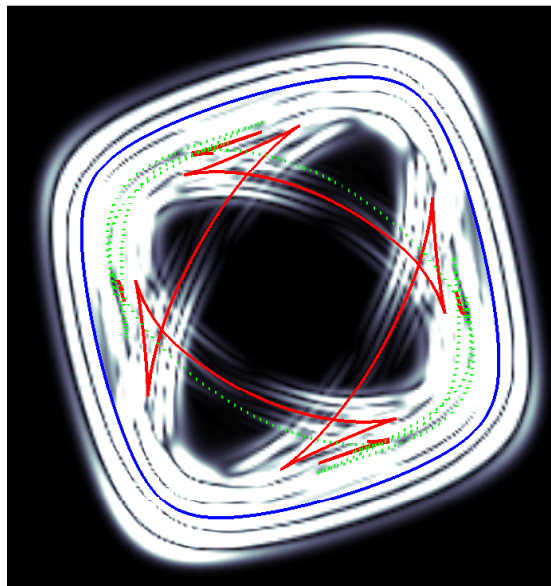
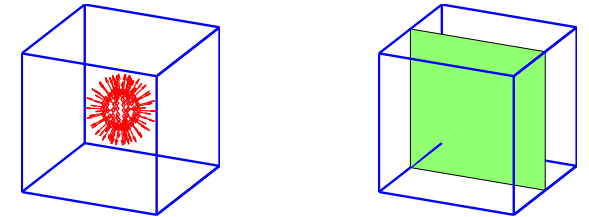


Rotationnel

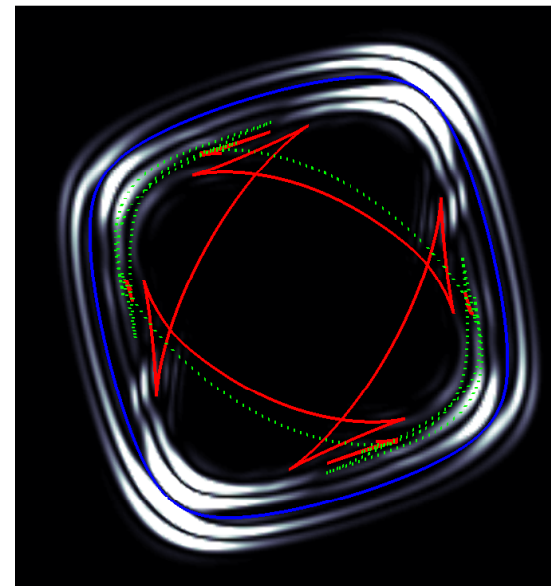
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

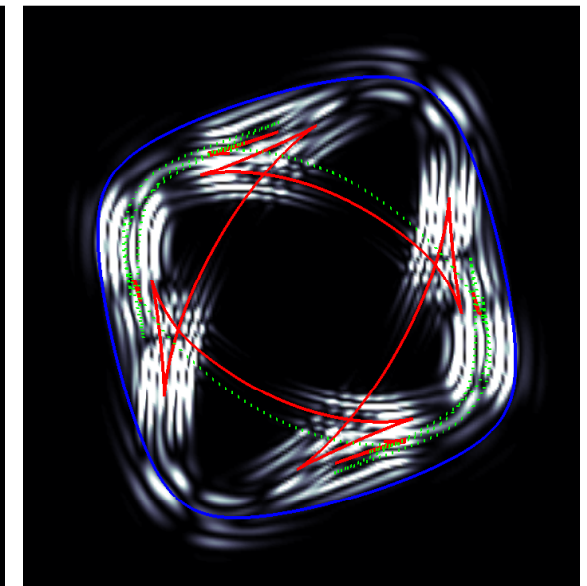
- ◆ Cas triclinique :



Total



Irrotationnel

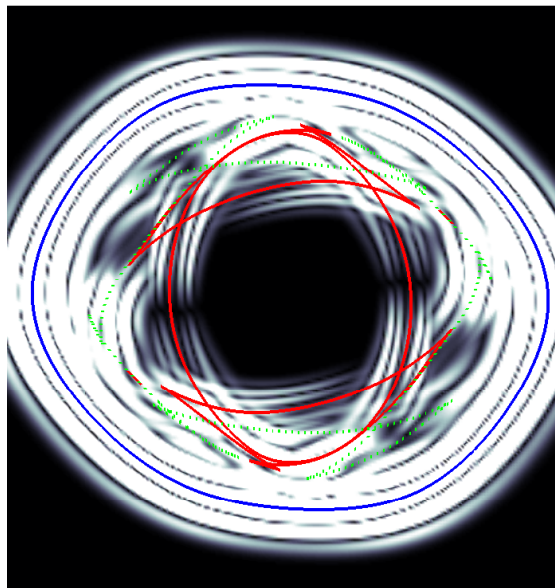
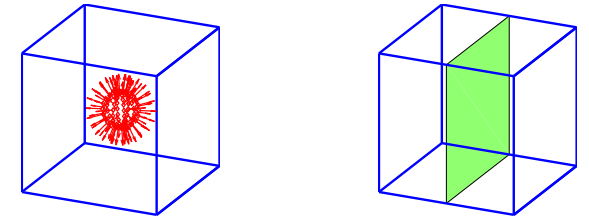


Rotationnel

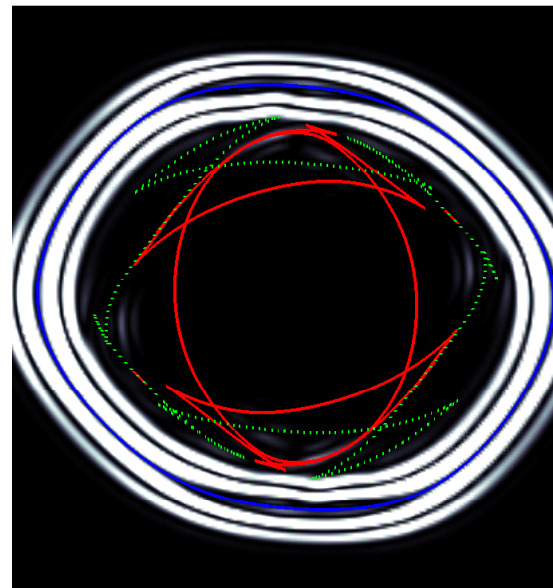
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Simulation vs. fronts d'onde théoriques : mode  $qP$ , mode  $qS1$ , mode  $qS2$

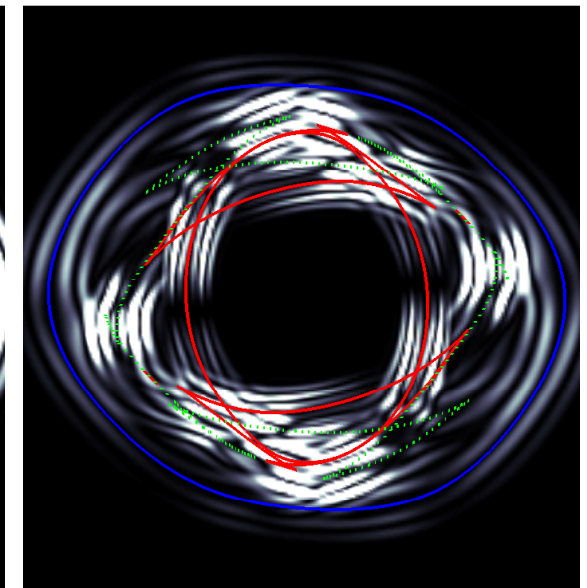
- ◆ Cas triclinique :



Total



Irrotationnel



Rotationnel

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

# Validation 1.2. : Onde de surface en milieu homogène

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

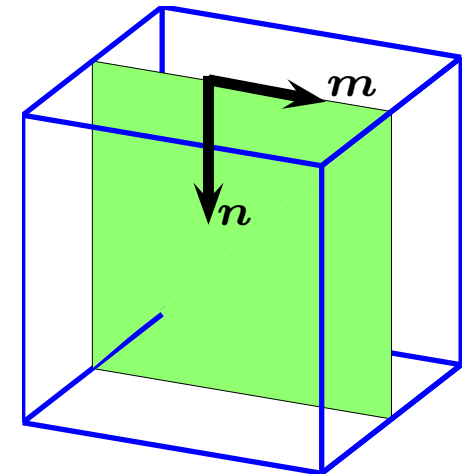
- Onde de Rayleigh en milieu isotrope :  $c_R \approx 0.92c_S$

- Onde propagative en  $m$  et amortie en  $n$

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \exp\left(j|\boldsymbol{\kappa}|(\mathbf{m} \cdot \mathbf{x} + p\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} - ct)\right), \quad p = \tan\langle \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{m} \rangle$$

- Problème aux valeurs propres [Stroh, 1962]:

$$\begin{pmatrix} -\mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}^\top & \mathbf{T}^{-1} \\ \mathbf{R}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}^\top - \mathbf{Q} & -\mathbf{R}\mathbf{T}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} Q_{il} &= m_i C_{ijkl} m_l - \rho c^2 \delta_{il} \\ R_{il} &= m_i C_{ijkl} n_l, \quad T_{il} = n_i C_{ijkl} n_l \\ \mathbf{b} &= \boldsymbol{\sigma}[\mathbf{a}] \cdot \mathbf{n} \end{aligned}$$



- Tenseur d'impédance surfacique  $\rightsquigarrow$  Vitesse de l'onde de surface [Barnett et Lothe, 1985] :

$$c_R = \arg \left\{ \det [\mathbf{j}\mathbf{B}(c)\mathbf{A}^{-1}(c)] = 0 \right\}, \quad \begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3] \\ \mathbf{B} &= [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \mathbf{b}_3] \end{aligned}$$

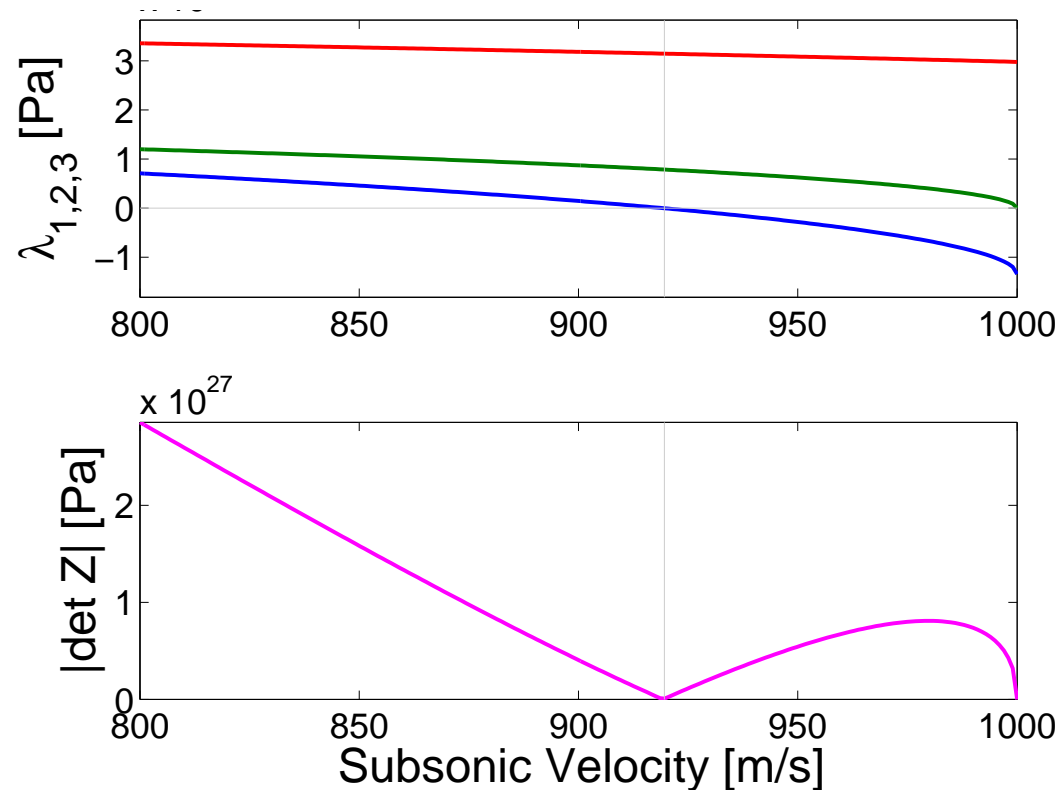


# Validation 1.2. : Onde de surface en milieu homogène

- Onde de Rayleigh en milieu isotrope :  $c_R \approx 0.92c_S$
- Tenseur d'impédance surfacique  $\rightsquigarrow$  Vitesse de l'onde de surface [Barnett et Lothe, 1985] :

$$c_R = \arg \left\{ \det [j\mathbf{B}(c)\mathbf{A}^{-1}(c)] = 0 \right\}, \quad \begin{aligned} \mathbf{A} &= [a_1 \ a_2 \ a_3] \\ \mathbf{B} &= [b_1 \ b_2 \ b_3] \end{aligned}$$

**Isotrope** (2 coefficients indépendants)

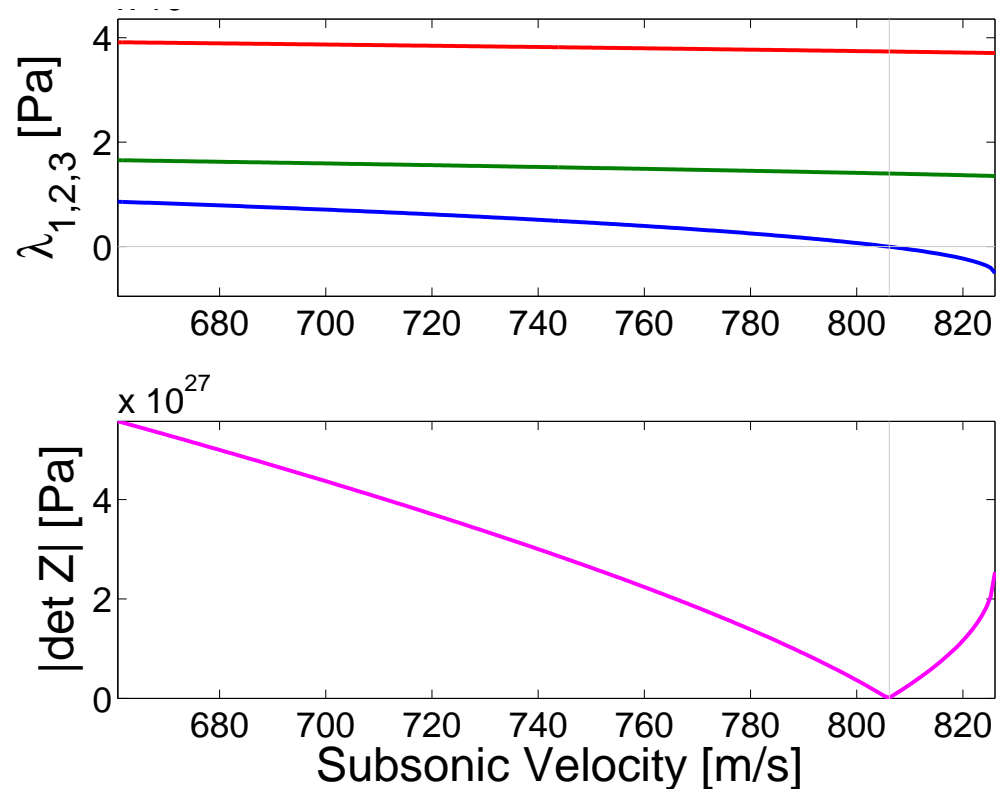


# Validation 1.2. : Onde de surface en milieu homogène

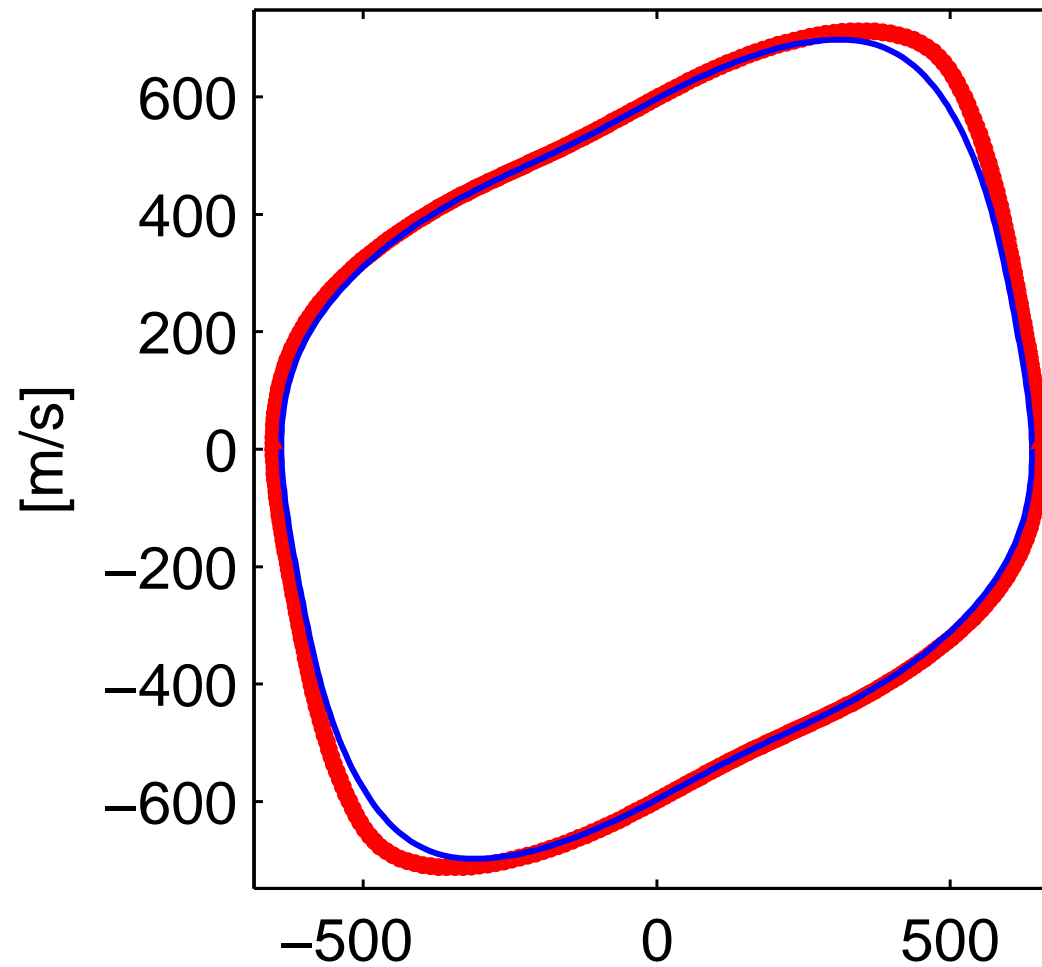
- Onde de Rayleigh en milieu isotrope :  $c_R \approx 0.92c_S$
- Tenseur d'impédance surfacique  $\rightsquigarrow$  Vitesse de l'onde de surface [Barnett et Lothe, 1985] :

$$c_R = \arg \left\{ \det [j\mathbf{B}(c)\mathbf{A}^{-1}(c)] = 0 \right\}, \quad \begin{aligned} \mathbf{A} &= [a_1 \ a_2 \ a_3] \\ \mathbf{B} &= [b_1 \ b_2 \ b_3] \end{aligned}$$

**Triclinique** (21 coefficients indépendants)

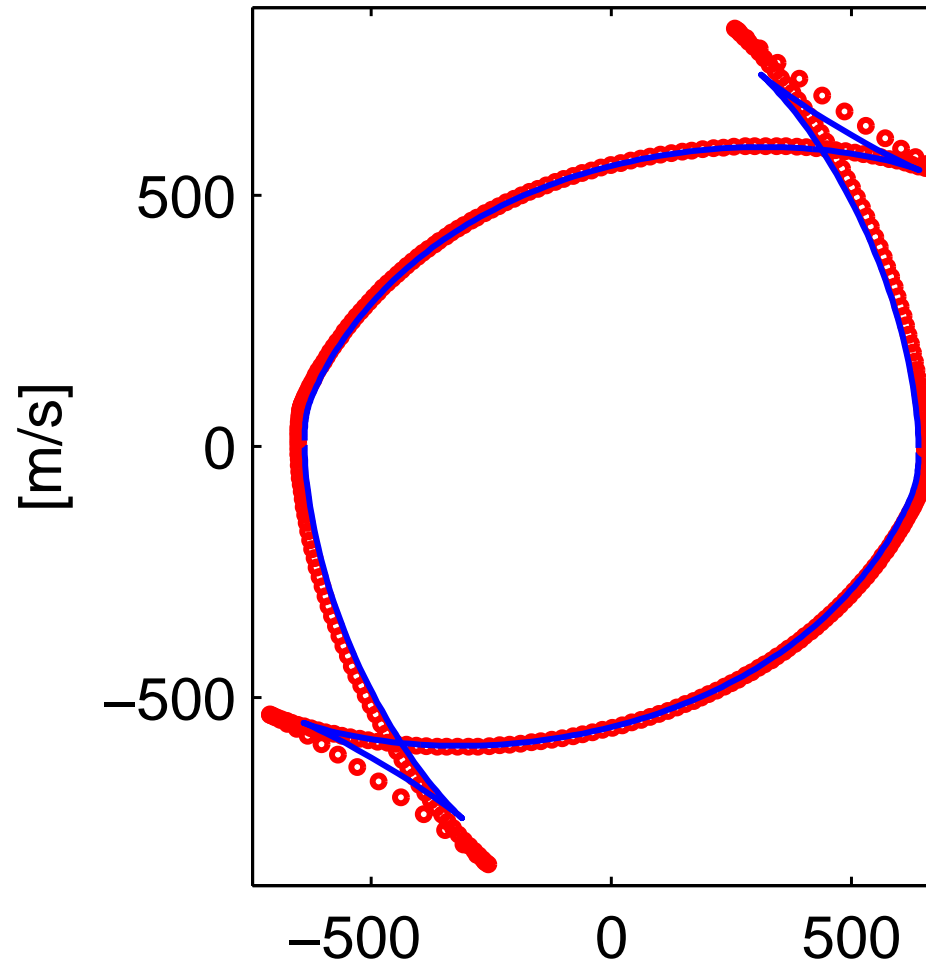


- Matériau Triclinique : **Vitesse de phase** en fonction de l'azimut



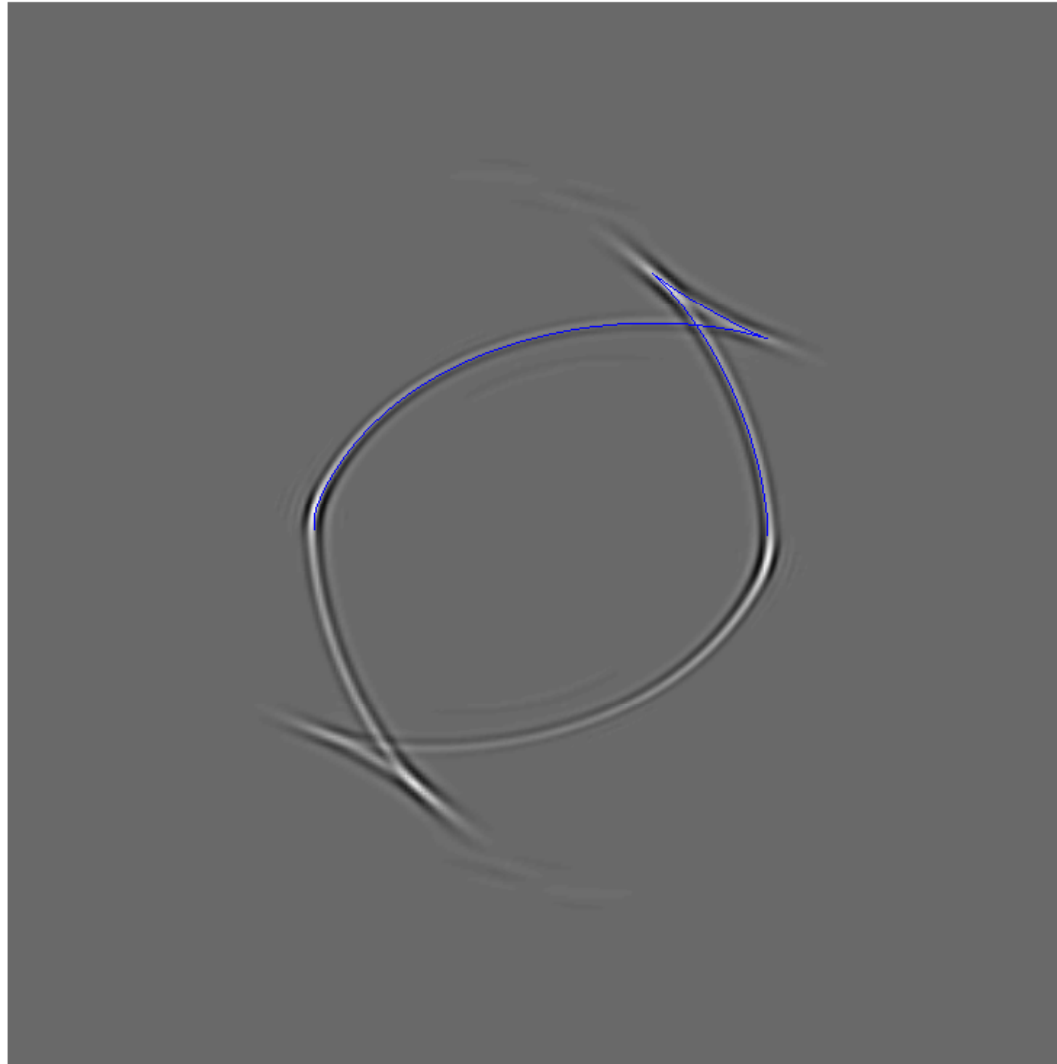
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Matériau Triclinique : **Vitesse de groupe** en fonction de l'azimut



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- **Matériau Triclinique : Front d'ondes théorique vs. Simulation SPEC3D**  
(snapshot à la surface libre)



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- **Rayleigh**
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Introduction
  - ◆ Contexte
  - ◆ Problématiques
  - ◆ Objectives
- **PARTIE 1 : Comportement anisotrope**
  - ◆ Intégration de la loi anisotrope
  - ◆ Validations
    - Ondes volumiques
    - Onde de Rayleigh
- **PARTIE 2 : Champ stochastique  $\mathbb{C}(\boldsymbol{x})$** 
  - ◆ Processus stochastique 1D
  - ◆ Raffinement du modèle 3D de Soize
  - ◆ Générateur parallèle du champ stochastique
  - ◆ Validations
    - Statistique sur le champ  $\mathbb{C}(\boldsymbol{x})$
    - Retournement temporel
    - Diffraction multiple  $\rightsquigarrow$  Diffusion
- Conclusions perspectives

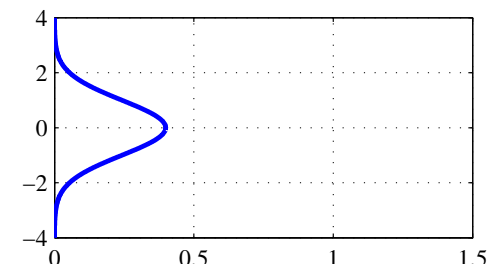
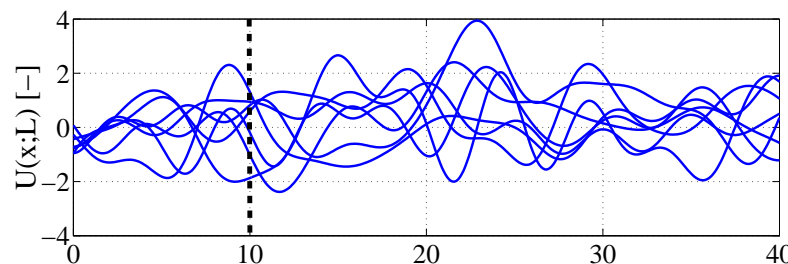
- Processus stochastique  $\mu(x; \ell, \delta)$  du module de cisaillement  $\mu$  d'une barre en direction  $x$  [Arnst,2007]

$$\mu(x; \ell, \delta) = \underline{\mu}(x) \times h(\mathbf{U}(x; \ell); \delta)$$

- ◆  $\mathbf{U}(x; \ell)$  : Processus stochastique Gaussien, défini sur  $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$ , indexé sur  $\mathbb{R}$ , à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , du second ordre, continu en m.o.d., homogène, Gaussien, centré et d'écart type 1
- ◆  $\ell$  : Longueur de corrélation
- ◆  $\delta$  : Niveau de fluctuation
- ◆  $h(\cdot, \delta)$  : Transformation isoprobabiliste

$$h(\cdot; \delta) = F_{\text{gam}, \delta}^{-1}(F_{\text{norm}}(\cdot))$$

- Processus Gaussiens



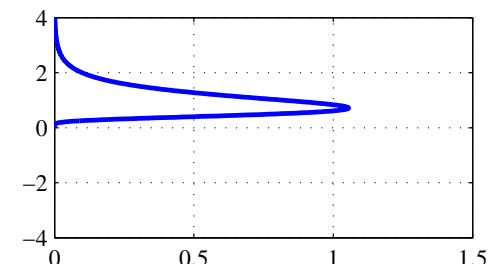
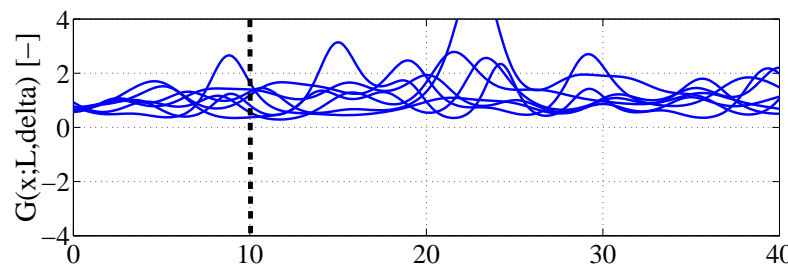
- Processus stochastique  $\mu(x; \ell, \delta)$  du module de cisaillement  $\mu$  d'une barre en direction  $x$  [Arnst,2007]

$$\mu(x; \ell, \delta) = \underline{\mu}(x) \times h(\mathbf{U}(x; \ell); \delta)$$

- ◆  $\mathbf{U}(x; \ell)$  : Processus stochastique Gaussien, défini sur  $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$ , indexé sur  $\mathbb{R}$ , à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , du second ordre, continu en m.o.d., homogène, Gaussien, centré et d'écart type 1
- ◆  $\ell$  : Longueur de corrélation
- ◆  $\delta$  : Niveau de fluctuation
- ◆  $h(\cdot, \delta)$  : Transformation isoprobabiliste

$$h(\cdot; \delta) = F_{\text{gam}, \delta}^{-1}(F_{\text{norm}}(\cdot))$$

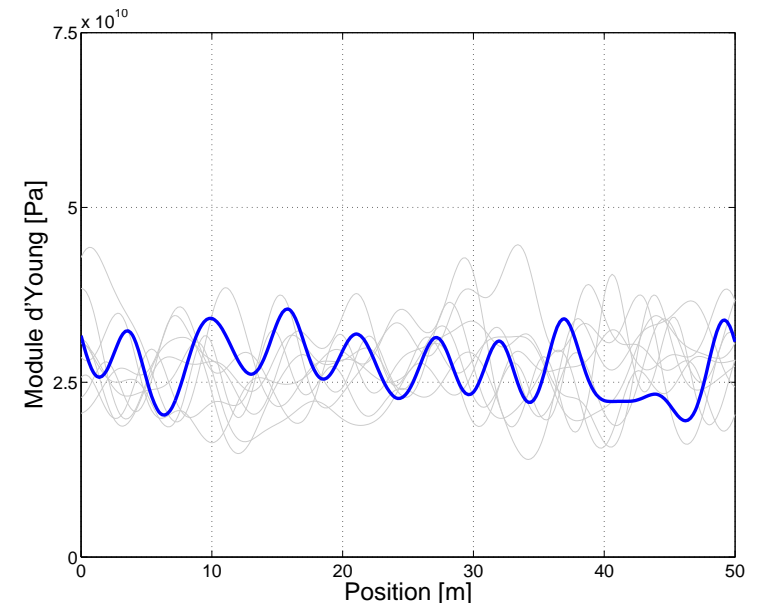
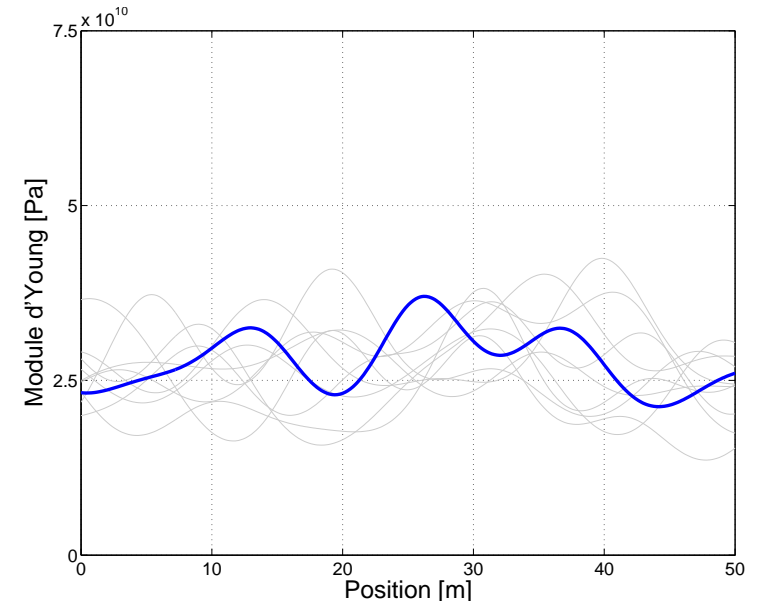
- Processus **Non-Gaussiens**





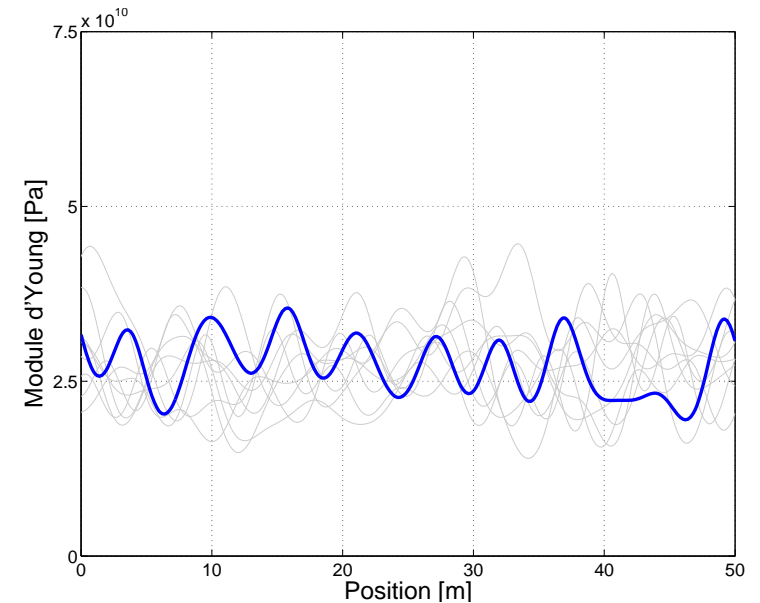
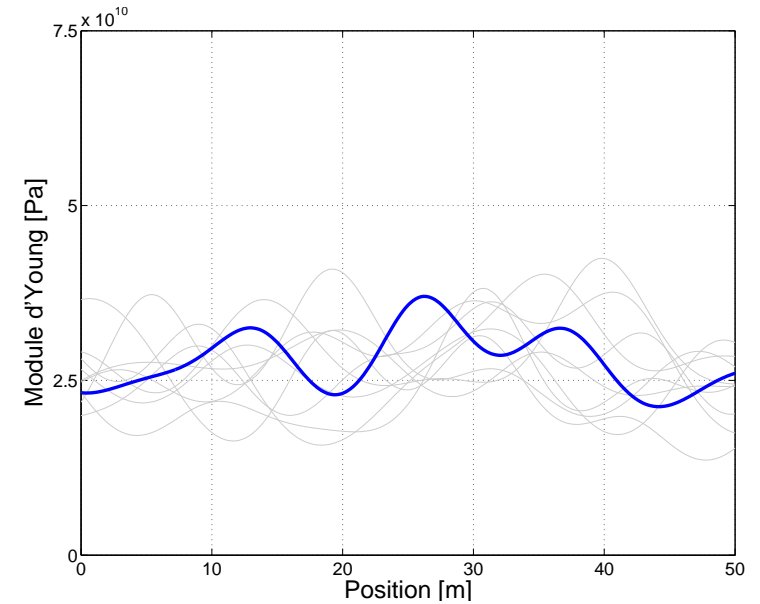
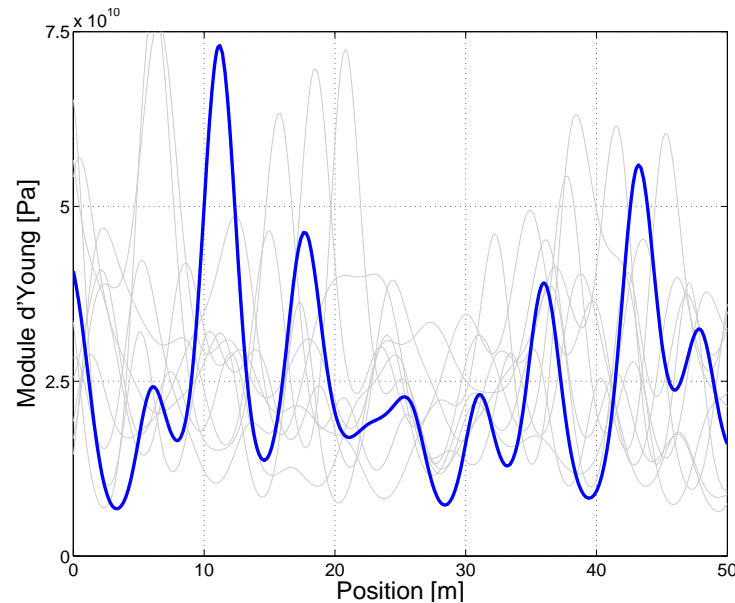
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- $\ell$  : Contenu spectral du profil  
 $(\ell = 5\text{m}; \delta = 0.2)$   
 vs.  
 $(\ell = 2\text{m}; \delta = 0.2)$



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- $\ell$  : Contenu spectral du profil  
 $(\ell = 5\text{m}; \delta = 0.2)$   
 vs.  
 $(\ell = 2\text{m}; \delta = 0.2)$
- $\delta$  : Niveau de fluctuation  
 $(\ell = 2\text{m}; \delta = 0.5)$   
 vs.  
 $(\ell = 2\text{m}; \delta = 0.2)$



## ■ Modèle de Soize [Soize,2001]

$$\underline{C} = \underline{L}^T \underline{G}(\delta) \underline{L} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \underline{L}^T \underline{L} &= \underline{C} \\ \underline{G}(\delta) &= \underline{L}^T(\delta) \underline{L}(\delta) \end{aligned}$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

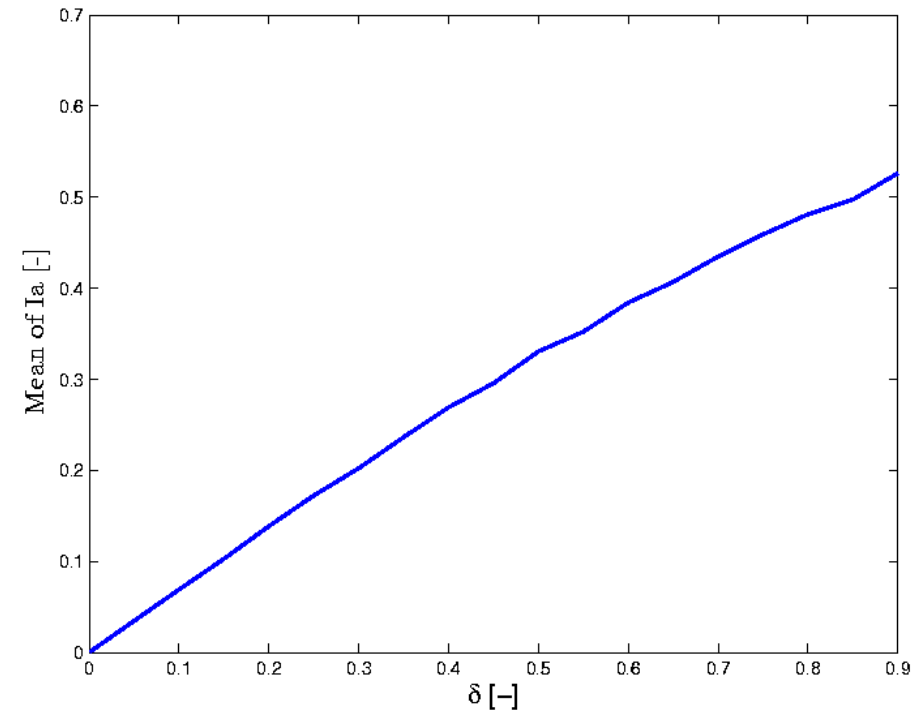
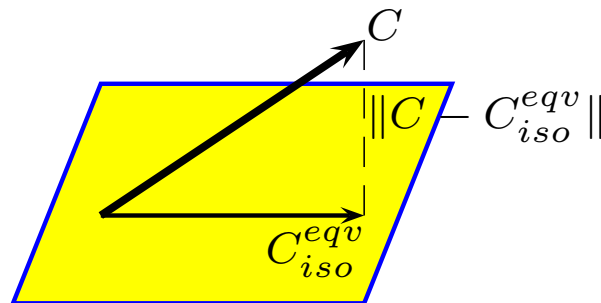
## ■ Modèle de Soize [Soize,2001]

$$\underline{C} = \underline{L}^T \underline{G}(\delta) \underline{L} \quad \text{avec} \quad \underline{L}^T \underline{L} = \underline{C}$$

$$\underline{G}(\delta) = \underline{L}^T(\delta) \underline{L}(\delta)$$

### ◆ Indice anisotrope [Carcione,2007]

$$I_A^2(\underline{C}) = 1 - \frac{\|\underline{C} - C_{iso}^{eqv}\|^2}{\|\underline{C}\|^2}$$



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Modèle de Soize [Soize,2001]

$$\underline{C} = \underline{L}^T \underline{G}(\delta) \underline{L} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \underline{L}^T \underline{L} &= \underline{C} \\ \underline{G}(\delta) &= \underline{L}^T(\delta) \underline{L}(\delta) \end{aligned}$$

## ■ Notre proposition

$$\underline{C}(\delta, \delta_G) = \underline{R}(\delta) \underline{G}(\delta_G) \underline{R}(\delta)$$

avec

$$\underline{R} = \left( \sqrt{3\mathcal{K}(\delta)} \underline{S} + \sqrt{2\mu(\delta)} \underline{D} \right)$$

## ■ Modèle de Soize [Soize,2001]

$$\underline{C} = \underline{L}^T \underline{G}(\delta) \underline{L} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \underline{L}^T \underline{L} &= \underline{C} \\ \underline{G}(\delta) &= \underline{L}^T(\delta) \underline{L}(\delta) \end{aligned}$$

## ■ Notre proposition

$$\underline{C}(\delta, \delta_G) = \underline{R}(\delta) \underline{G}(\delta_G) \underline{R}(\delta)$$

### ◆ Indice anisotrope

$$I_A^2(\underline{G}) = 1 - \frac{\|\underline{G} - \overline{\underline{C}}\|^2}{\|\underline{G}\|^2}$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Modèle de Soize [Soize,2001]

$$\underline{C} = \underline{L}^T \underline{G}(\delta) \underline{L} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{L}^T \underline{L} = \underline{C} \\ \underline{G}(\delta) = \underline{L}^T(\delta) \underline{L}(\delta) \end{cases}$$

## ■ Notre proposition

$$\underline{C}(\delta, \delta_G) = \underline{R}(\delta) \underline{G}(\delta_G) \underline{R}(\delta)$$

### ◆ Contraintes pour la Maximisation d'Entropie

$$\begin{cases} \mathbb{E} \{ \log(\det \underline{G}) \} = \eta_g \text{ avec } |\eta_g| < +\infty \\ \mathbb{E} \{ \underline{G} \} = \underline{\text{Id}}_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbb{E} \{ \log(3\underline{\mathcal{K}}) \} = \eta_k < +\infty \\ \mathbb{E} \{ \underline{\mathcal{K}} \} = \underline{\underline{\mathcal{K}}} \text{ avec } 0 < \underline{\underline{\mathcal{K}}} < +\infty \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbb{E} \{ \log(2\underline{\mu}) \} = \eta_m < +\infty \\ \mathbb{E} \{ \underline{\mu} \} = \underline{\underline{\mu}} \text{ avec } 0 < \underline{\underline{\mu}} < +\infty \end{cases}$$

## ■ Propriétés de la matrice aléatoire $C(\delta; \delta_G)$

- ◆ Sa matrice moyenne est isotrope

$$E \{ C(\delta, \delta_G) \} = \underline{C} = 3\underline{\mathcal{K}}\underline{S} + 2\underline{\mu}\underline{D}$$

- ◆ Elle est du second ordre

$$E \{ \| C(\delta, \delta_G) \|_{\underline{F}}^2 \} \leq +\infty$$

- ◆ Son inverse est du second ordre

$$E \{ \| C^{-1}(\delta, \delta_G) \|_{\underline{F}}^2 \} \leq +\infty$$



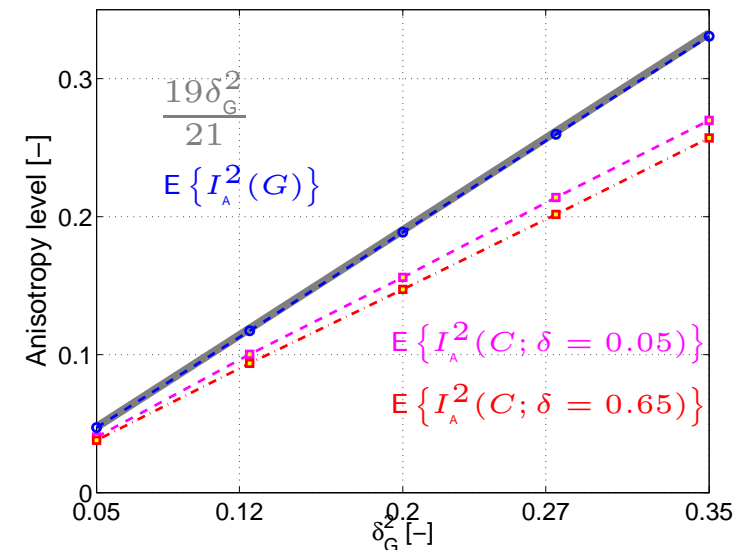
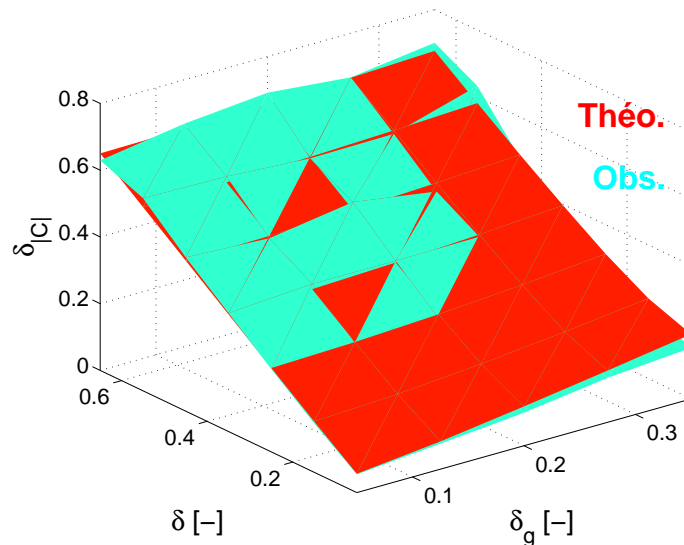
## ■ Propriétés de la matrice aléatoire $C(\delta; \delta_G)$

- ◆ Sa fluctuation globale dépend linéairement des paramètres de fluctuation du modèle

$$\delta_{\|C\|}^2 = \frac{E \{ \|C(\delta, \delta_G) - \underline{C}\|^2 \}}{E \{ \|C(\delta, \delta_G)\|^2 \}} = \delta^2 + \frac{\delta_G^2}{7} \left( 1 - \frac{\text{tr}^2(\underline{C})}{\|\underline{C}\|^2} \right)$$

- ◆ Indice anisotrope ne dépend que de  $\delta_G$

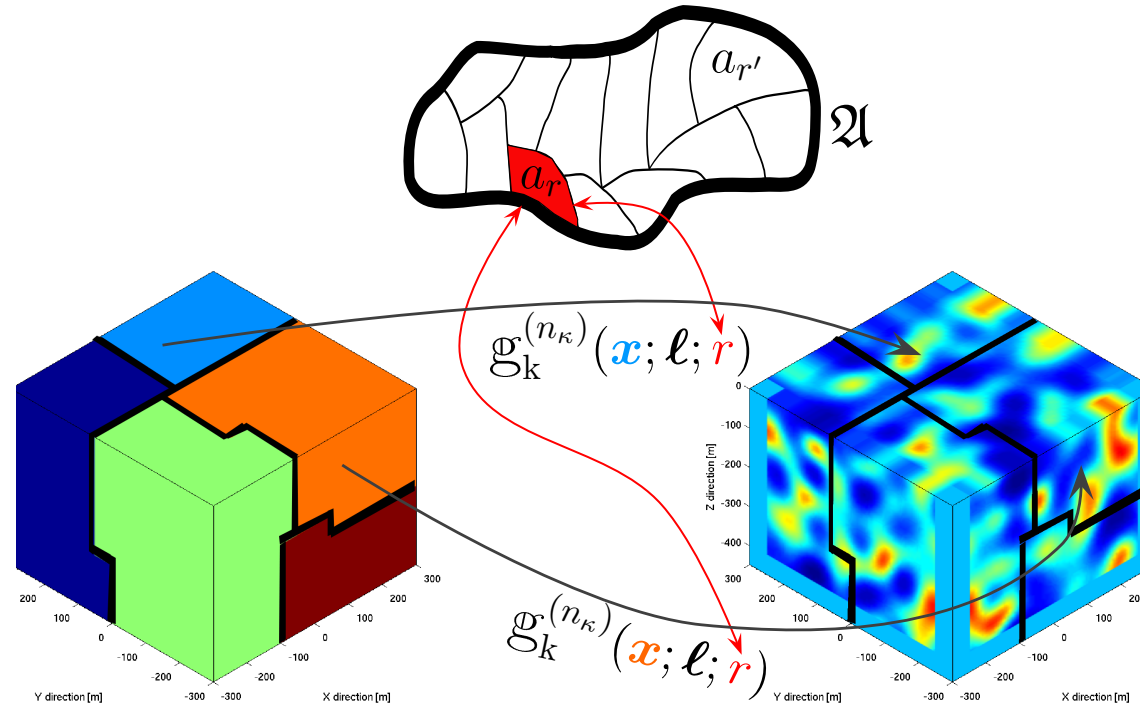
$$E \{ I_A^2(G) \} = \frac{19\delta_G^2}{21}$$



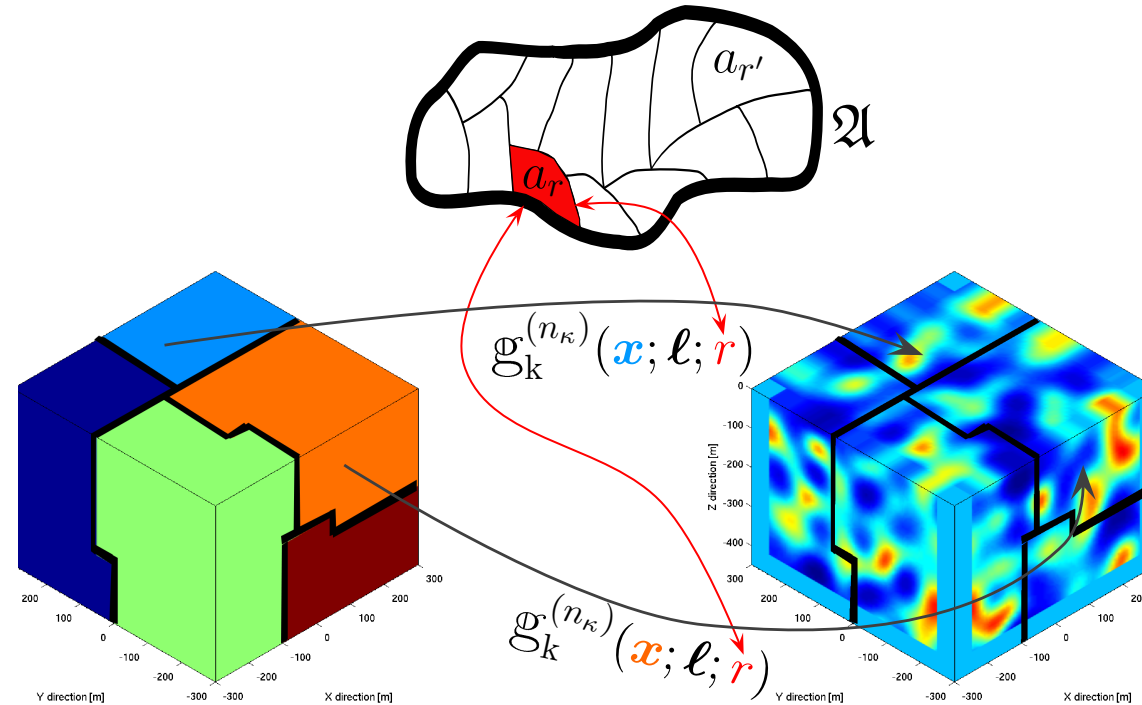
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

■ Schématisation de la génération de champ  $\mathcal{G}_k$  par sous-domaine

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- **Générateur**
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions



■ Schématisation de la génération de champ  $\mathcal{G}_k$  par sous-domaine



$$\mathcal{G}_k(\mathbf{x}; l_1, l_2, l_3) = \sqrt{2 \frac{\pi}{l_1} \frac{\pi}{l_2} \frac{\pi}{l_3}} \sum_{\kappa \in \text{supp}(H^{\mathcal{G}})} \sqrt{H_1^{\mathcal{G}} H_2^{\mathcal{G}} H_3^{\mathcal{G}}} \Upsilon(\kappa | \mathbf{a}) \cos(2\pi \mathbb{Z}(\kappa | \mathbf{a}) + \kappa \cdot \mathbf{x})$$

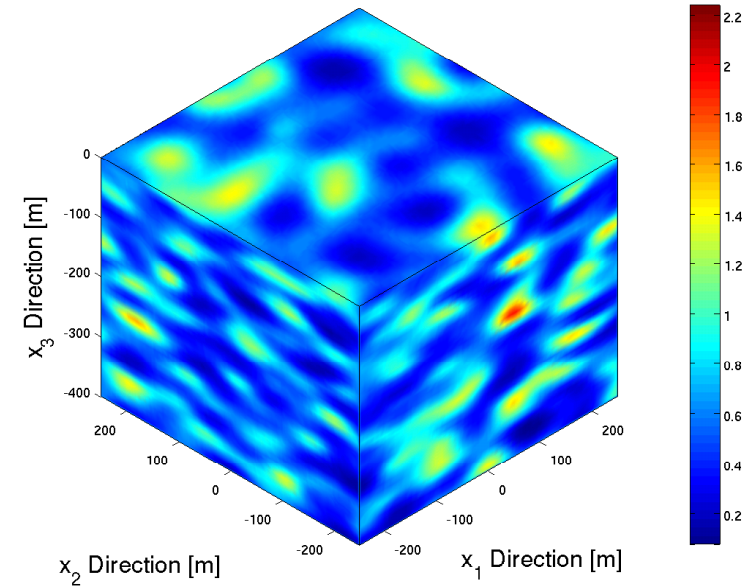
$$\left. \begin{array}{l} 5 \times 10^7 \text{ DDL} \\ 16^3 \text{ points d'échantillonnage du supp}(H^{\mathcal{G}}) \\ 72 \text{ processeurs} \end{array} \right\} \implies \text{Temps de génération} \sim 1 \text{ heure}$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- **Générateur**
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Une réalisation du champ de  $C_{44}$

$$\Omega = \{ \mathbf{x} : -250 \leq x_1, x_2 \leq 250; -400 \leq x_3 \leq 0 \}$$

$$\ell_3 = 40\text{m} \quad ; \quad \ell_1 = \ell_2 = 100\text{m}$$

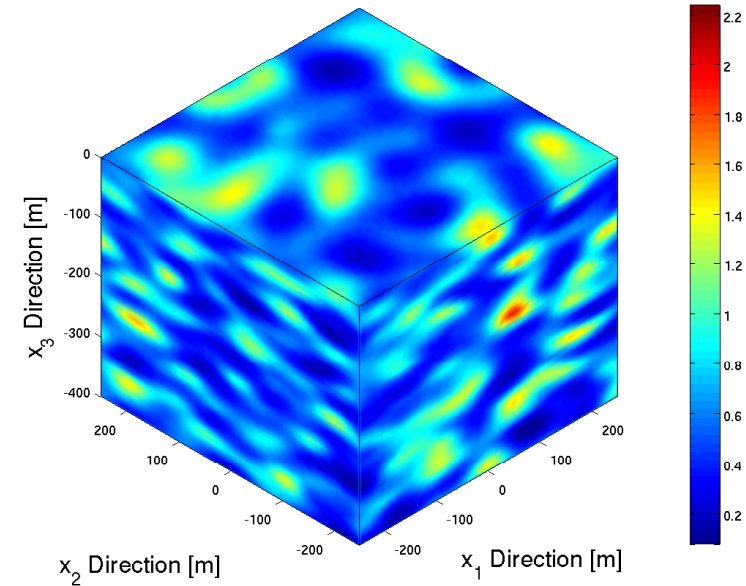


- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Une réalisation du champ de  $C_{44}$

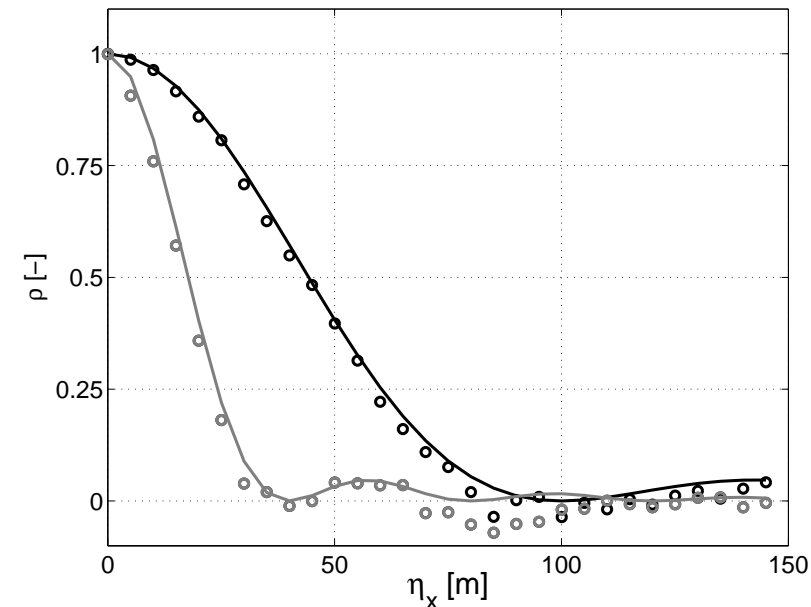
$$\Omega = \{ \mathbf{x} : -250 \leq x_1, x_2 \leq 250; -400 \leq x_3 \leq 0 \}$$

$$\ell_3 = 40\text{m} \quad ; \quad \ell_1 = \ell_2 = 100\text{m}$$



$$\rho_i^{obs}(\eta_i) = \frac{E \{ C_{44}(x_i) C_{44}(x_i + \eta_i) \}}{E \{ C_{44} \}^2}$$

$$\rho_i^{theo}(\eta_i) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\eta_i}{2\ell_i}\right)}{\left(\frac{\pi\eta_i}{2\ell_i}\right)^2}$$

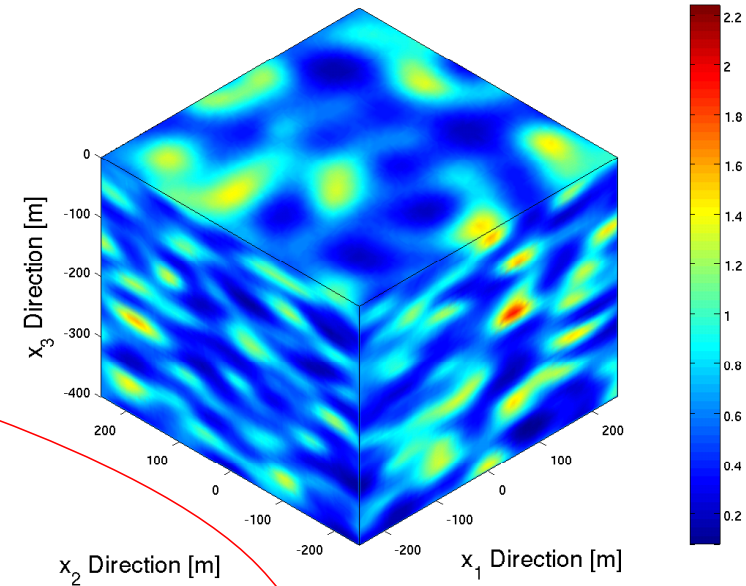


- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Une réalisation du champ de  $C_{44}$

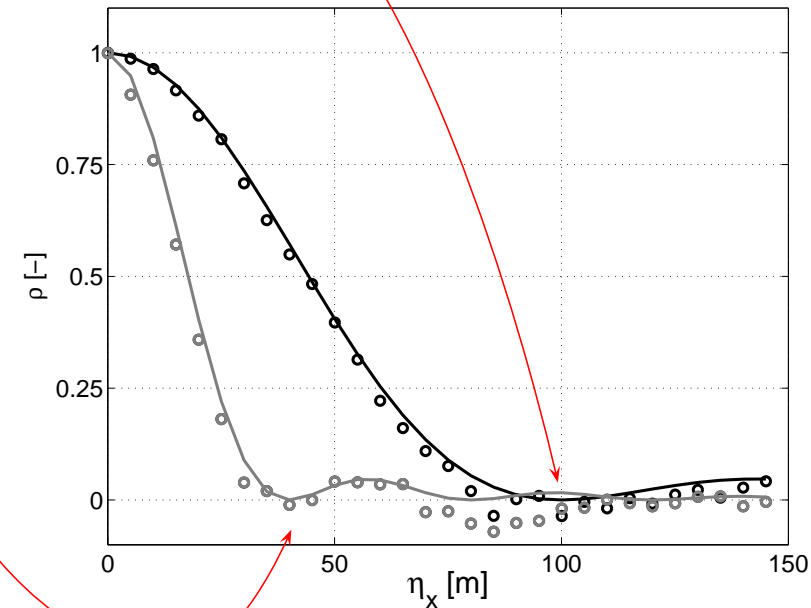
$$\Omega = \{ \mathbf{x} : -250 \leq x_1, x_2 \leq 250; -400 \leq x_3 \leq 0 \}$$

$$\ell_3 = 40\text{m} \quad ; \quad \ell_1 = \ell_2 = 100\text{m}$$



$$\rho_i^{obs}(\eta_i) = \frac{E \{ C_{44}(x_i) C_{44}(x_i + \eta_i) \}}{E \{ C_{44} \}^2}$$

$$\rho_i^{theo}(\eta_i) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\eta_i}{2\ell_i}\right)}{\left(\frac{\pi\eta_i}{2\ell_i}\right)^2}$$



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Structure de corrélation isotrope  $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 50\text{m}$  vs.  $\Omega = 3000 \times 3000 \times 400\text{m}$
- Champ moyen homogène isotrope :
  - ◆ Densité de masse  $\rho = 2000\text{kg/m}^3$
  - ◆ Vitesse d'onde P  $v_p = 1730\text{m/s}$
  - ◆ Vitesse d'onde S  $v_s = 1000\text{m/s}$
- Paramètres de fluctuation  $\delta = 0, \delta_G = 0.54$ .
- Source ponctuelle à la surface.
- C.L. de Neumann.
- **Inversion du signe du champ de vitesse**

$$\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t_R) = -\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t_R)$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- **Renvers.**
- Diffusion
- Conclusions

(Loading ...)

(Loading ...)

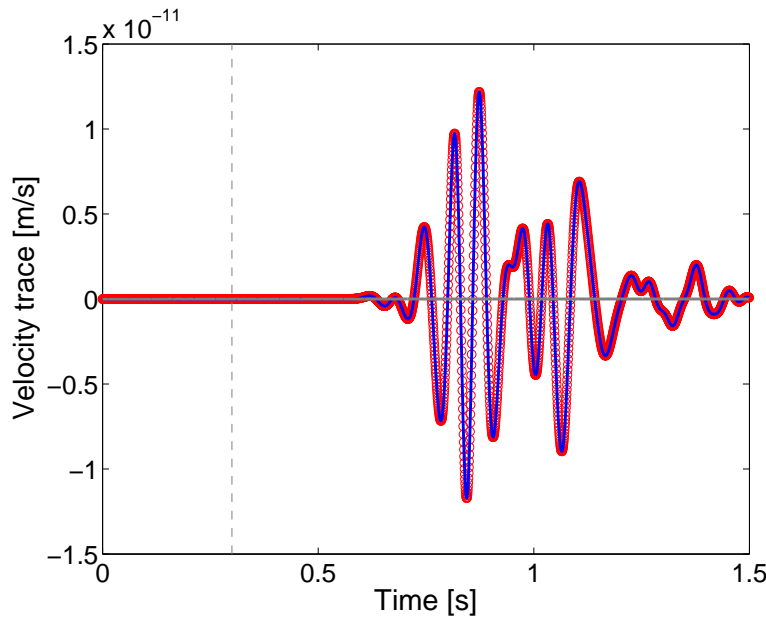


■ Chemin d'ondes inversible

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- **Renvers.**
- Diffusion
- Conclusions

Différence = Signal "Aller" - Signal "Retour"

C.L. de Neumann

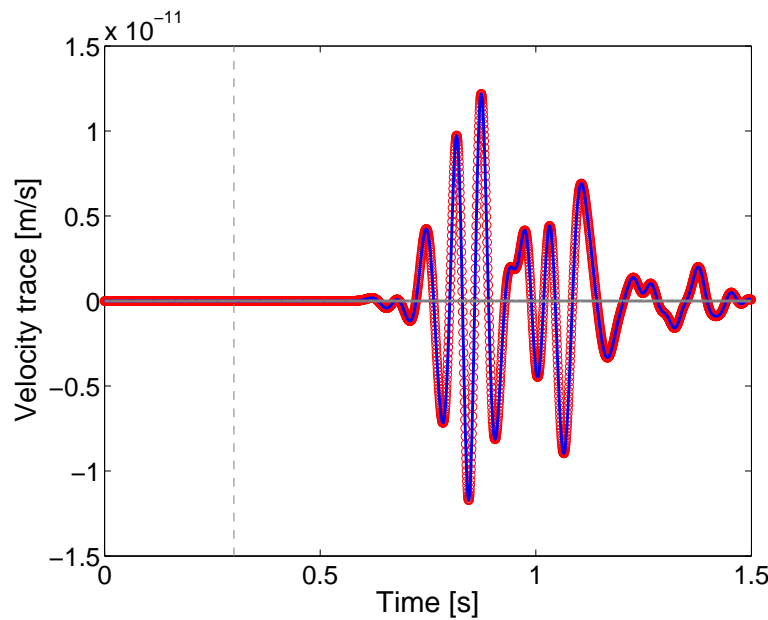


■ Chemin d'ondes inversible

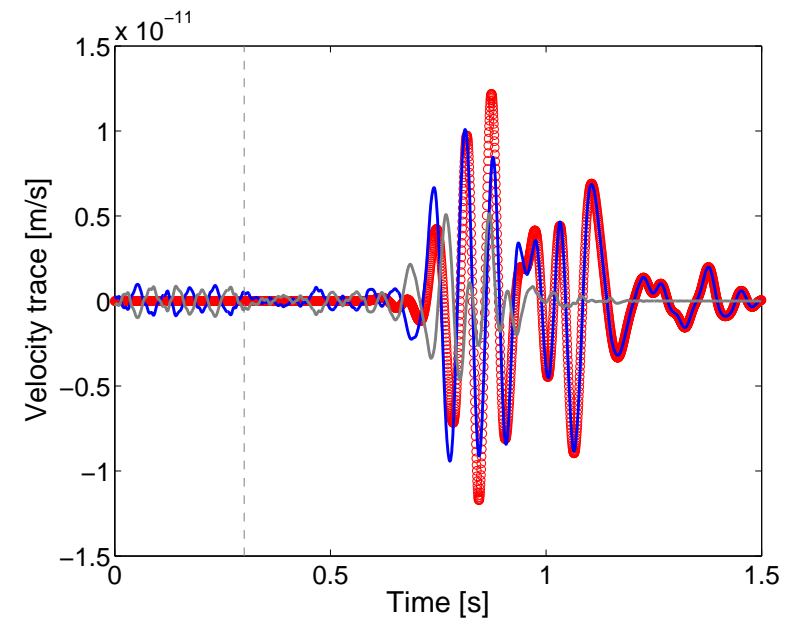
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- **Renvers.**
- Diffusion
- Conclusions

Différence = Signal "Aller" - Signal "Retour"

C.L. de Neumann

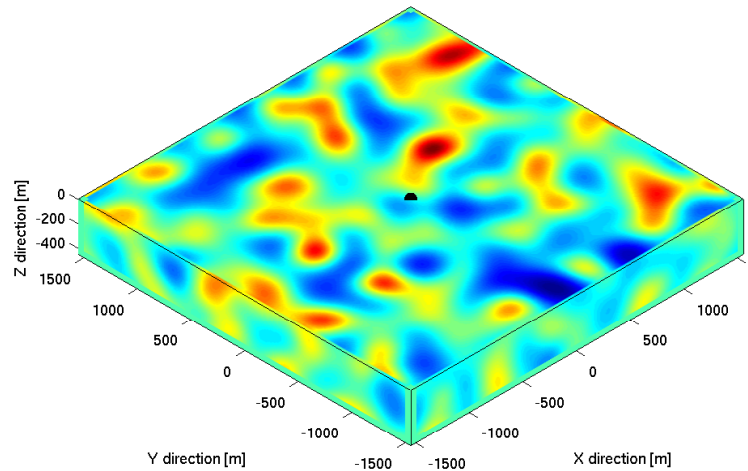


C.L. absorbante PML



## ■ Principe :

Diffusion  $\implies$  Équipartition de l'énergie entre onde P et ondes S [Ryzhik & Papanicolaou, Campillo & Margerin & Shapiro]



## ■ Littérature : Isotrope

$$\frac{\mathcal{E}_P}{\mathcal{E}_S} = \frac{v_P^3}{2v_S^3}$$

avec

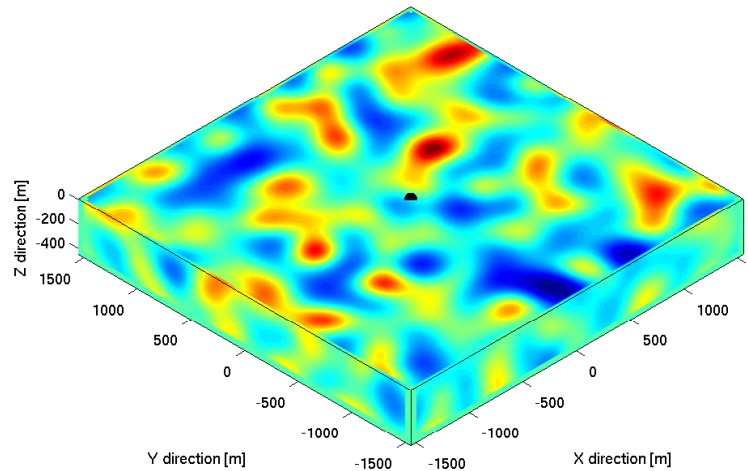
$$\mathcal{E}_P = \left( \frac{\lambda}{2} + \mu \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_S = \mu^2 \times \left( \overrightarrow{\text{Rot}} \mathbf{u} \right)^2$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Principe :

Diffusion  $\implies$  Équipartition de l'énergie entre onde P et ondes S [Ryzhik & Papanicolaou, Campillo & Margerin & Shapiro]



## ■ Littérature : Isotrope

$$\frac{\mathcal{E}_P}{\mathcal{E}_S} = \frac{v_P^3}{2v_S^3}$$

avec

$$\mathcal{E}_P = \left( \frac{\lambda}{2} + \mu \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_S = \mu^2 \times (\overrightarrow{\text{Rot}} \mathbf{u})^2$$

## ■ Difficultés :

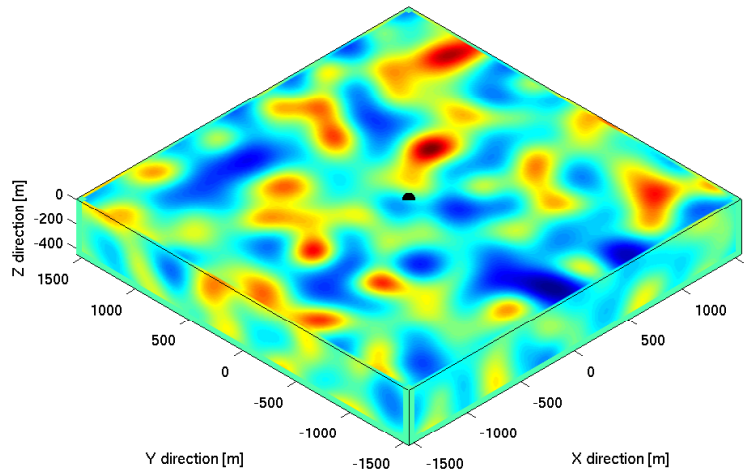
Anisotropie  $\implies$  Plusieurs coefficients d'élasticité, Modes impurs.

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Principe :

Diffusion  $\implies$  Équipartition de l'énergie entre onde P et ondes S [Ryzhik & Papanicolaou, Campillo & Margerin & Shapiro]



## ■ Notre proposition

$$\frac{\mathcal{E}_{div}}{\mathcal{E}_{rot}} = \text{Const.}(=?)$$

avec

$$\mathcal{E}_{div} = \left( \frac{\lambda_{eqv}^{iso}}{2} + \mu_{eqv}^{iso} \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_{rot} = (\mu_{eqv}^{iso})^2 \times (\overrightarrow{\text{Rot}} \mathbf{u})^2$$

## ■ Difficultés :

Anisotropie  $\implies$  Plusieurs coefficients d'élasticité, Modes impurs.

## ■ Littérature : Isotrope

$$\frac{\mathcal{E}_P}{\mathcal{E}_S} = \frac{v_P^3}{2v_S^3}$$

avec

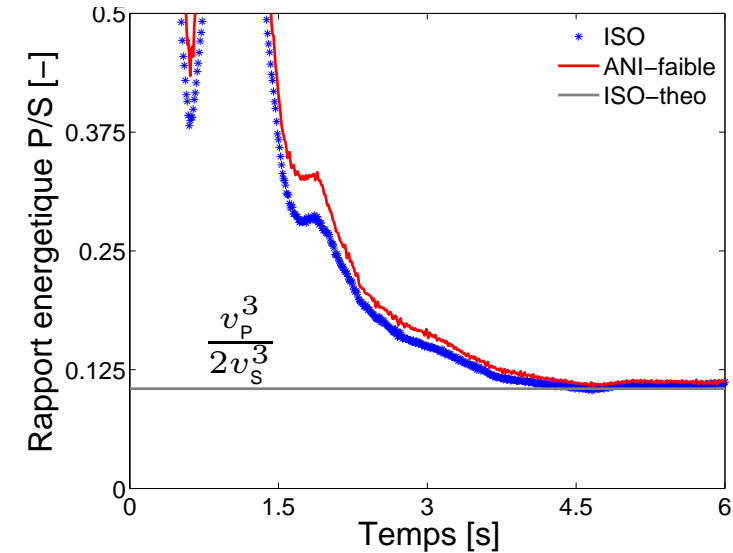
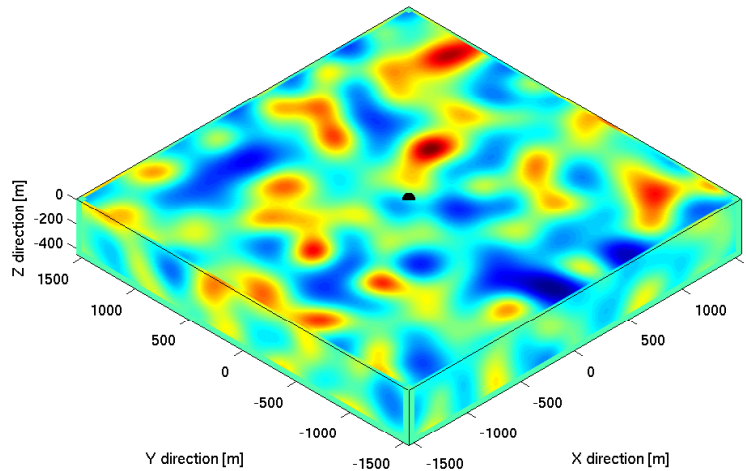
$$\mathcal{E}_P = \left( \frac{\lambda}{2} + \mu \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_S = \mu^2 \times (\overrightarrow{\text{Rot}} \mathbf{u})^2$$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Principe :

Diffusion  $\implies$  Équipartition de l'énergie entre onde P et ondes S [Ryzhik & Papanicolaou, Campillo & Margerin & Shapiro]



## ■ Notre proposition

$$\frac{\mathcal{E}_{div}}{\mathcal{E}_{rot}} = \text{Const.}(=?)$$

avec

$$\mathcal{E}_{div} = \left( \frac{\lambda_{eqv}^{iso}}{2} + \mu_{eqv}^{iso} \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_{rot} = (\mu_{eqv}^{iso})^2 \times (\overrightarrow{\text{Rot } \mathbf{u}})^2$$

## ■ Difficultés :

Diffusion  $\implies$  Parcours suffisamment longs des ondes  $\implies$  soit

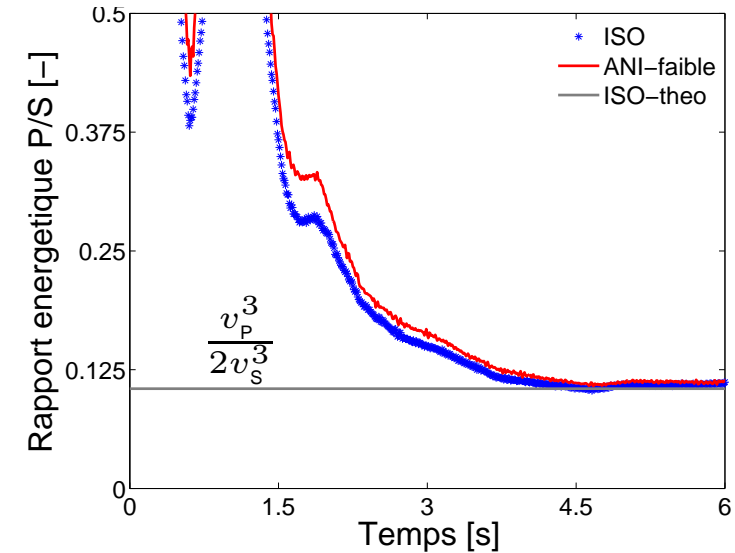
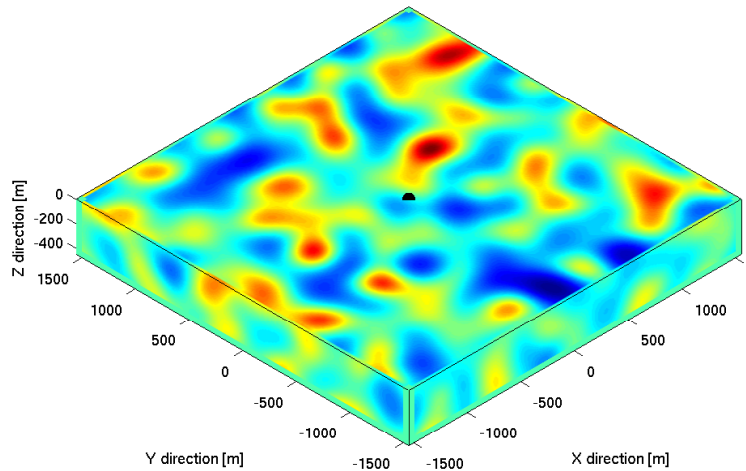
C.L. de Neumann



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Principe :

Diffusion  $\implies$  Équipartition de l'énergie entre onde P et ondes S [Ryzhik & Papanicolaou, Campillo & Margerin & Shapiro]



## ■ Notre proposition

$$\frac{\mathcal{E}_{div}}{\mathcal{E}_{rot}} = \text{Const.}(=?)$$

avec

$$\mathcal{E}_{div} = \left( \frac{\lambda_{eqv}^{iso}}{2} + \mu_{eqv}^{iso} \right)^2 \times (\text{Div } \mathbf{u})^2$$

$$\mathcal{E}_{rot} = (\mu_{eqv}^{iso})^2 \times (\overrightarrow{\text{Rot}} \mathbf{u})^2$$

## ■ Difficultés :

Diffusion  $\implies$  Parcours suffisamment longs des ondes  $\implies$  soit

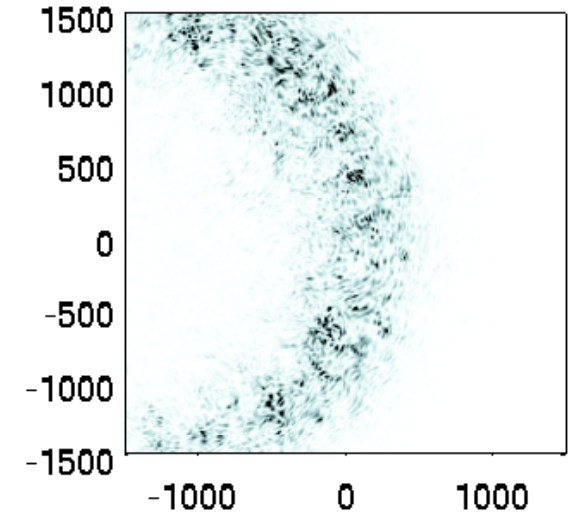
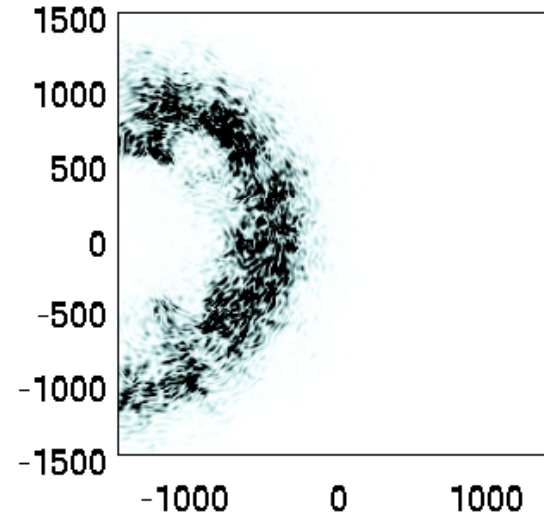
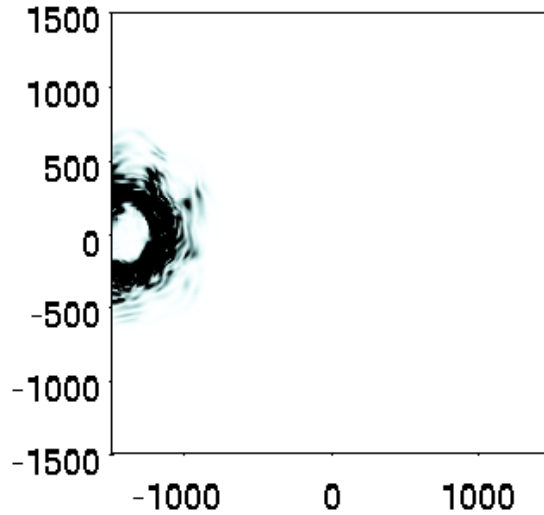
C.L. de Neumann

Fluctuation forte

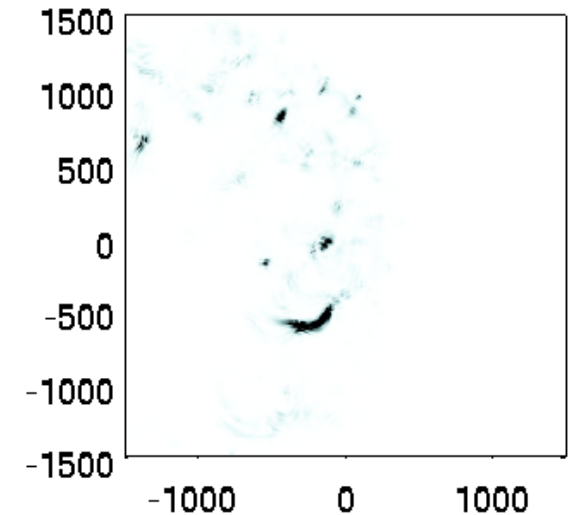
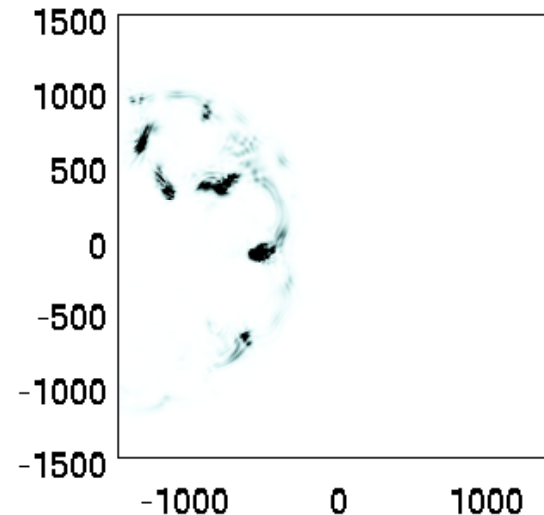
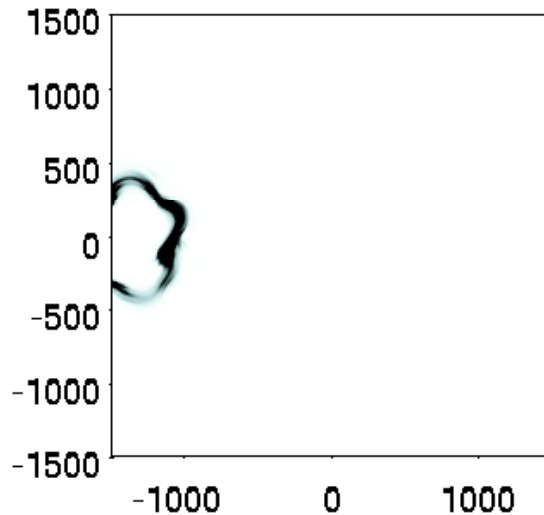
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

■ Anisotropie "pure" :  $\delta = 0; \delta_G = 0.6476$

Rappel :  $C(\delta, \delta_G) = R(\delta)G(\delta_G)R(\delta)$

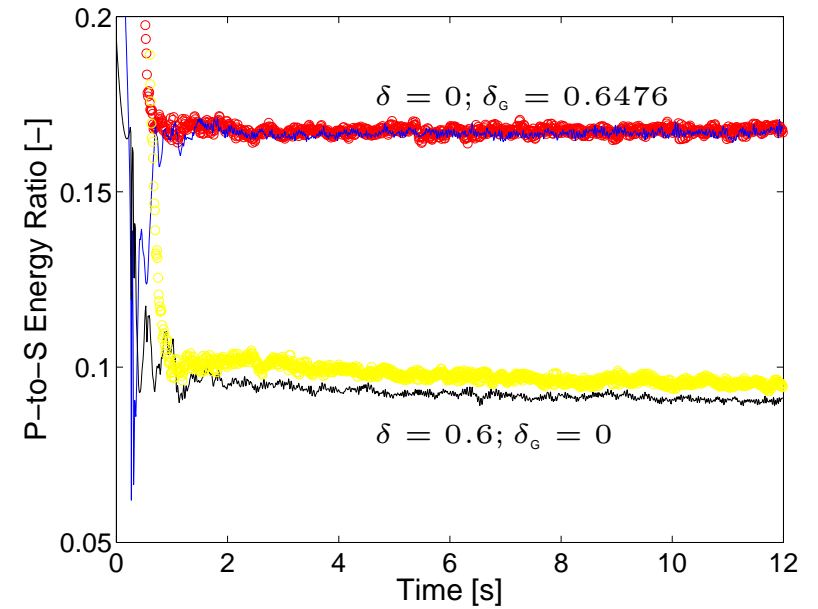
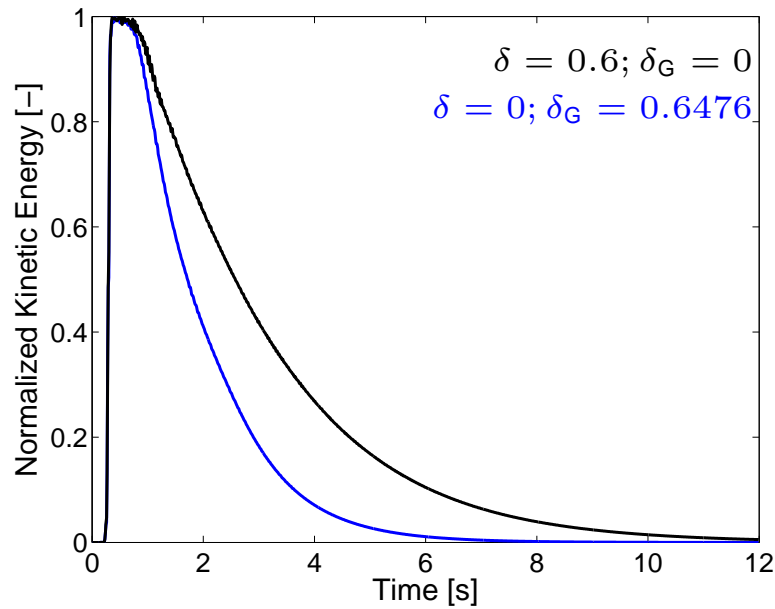


■ Isotropie "pure" :  $\delta = 0.6; \delta_G = 0$



## ■ Energie totale et Rapport énergétique

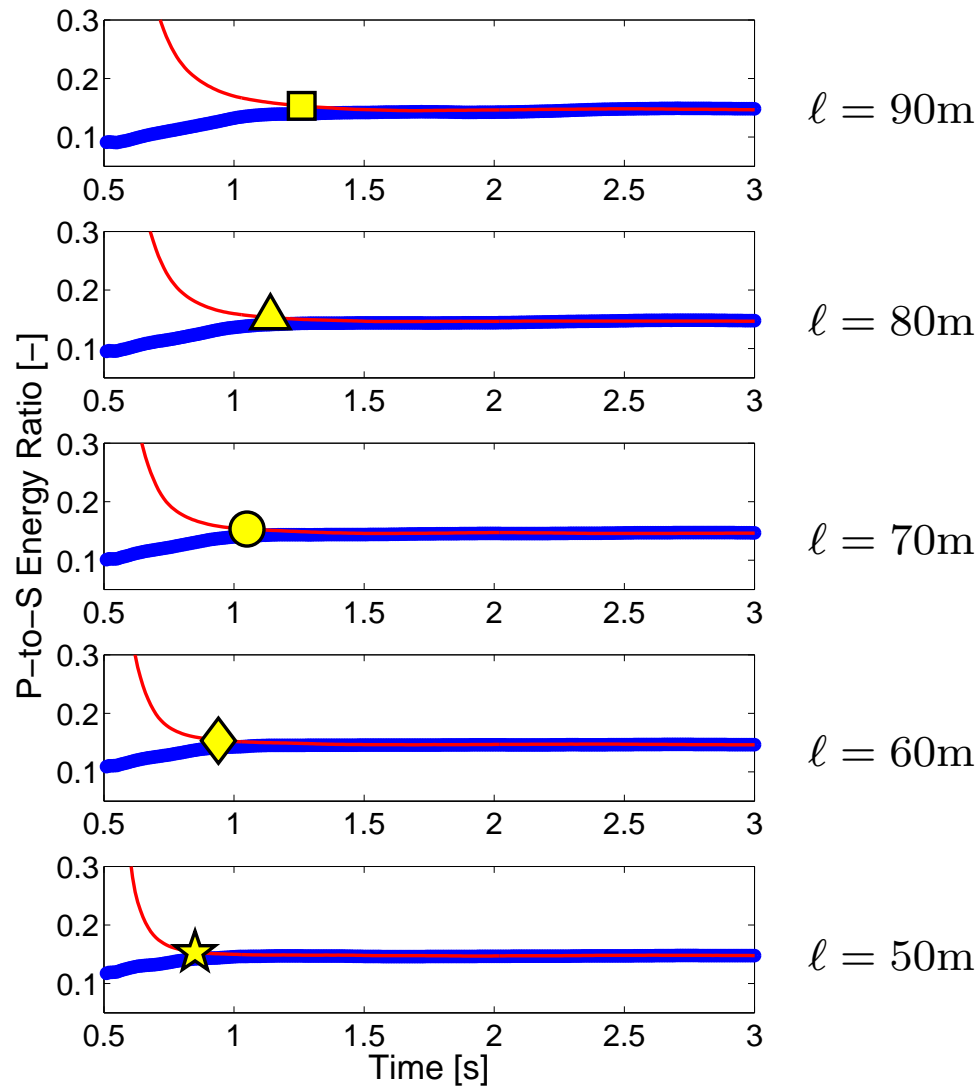
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions



Courbes en ligne continue : Sources unidirectionnelles  
 Courbes en cercles : Sources explosives

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

$$\delta = 0 ; \delta_G = 0.5378$$

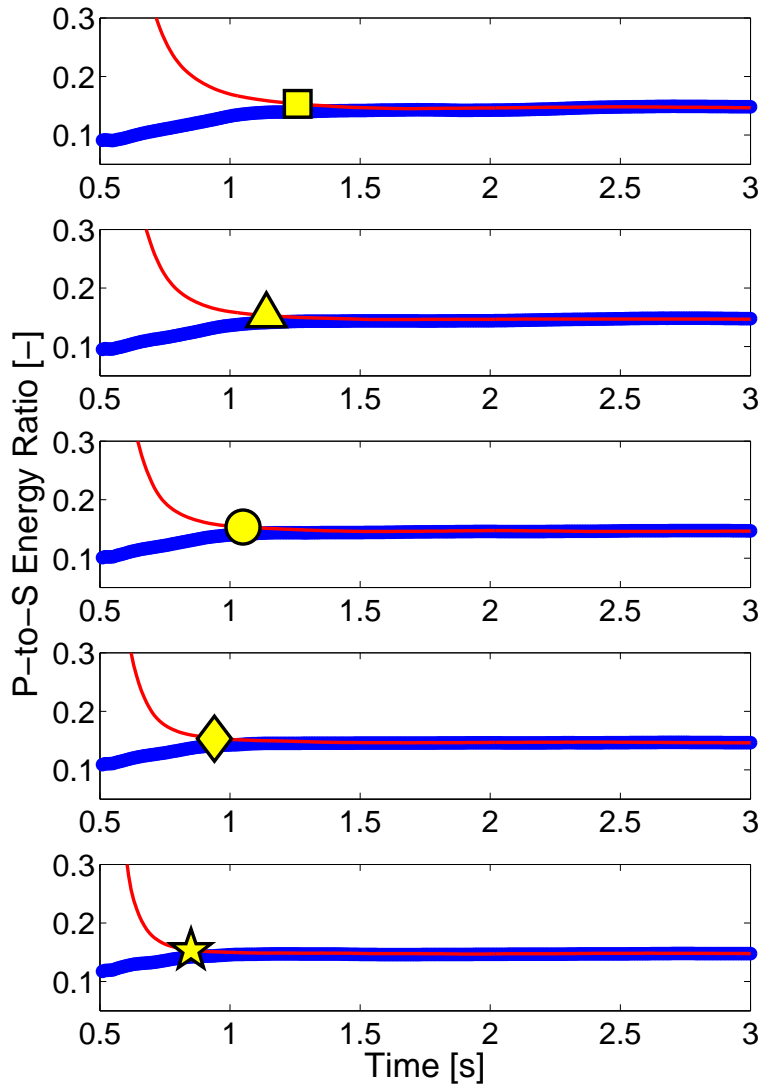


# Validation 2.3. : Vers une identification de $\ell$

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

$$\delta = 0 ; \delta_G = 0.5378$$

$$\delta = 0 ; \delta_G = 0.4317$$



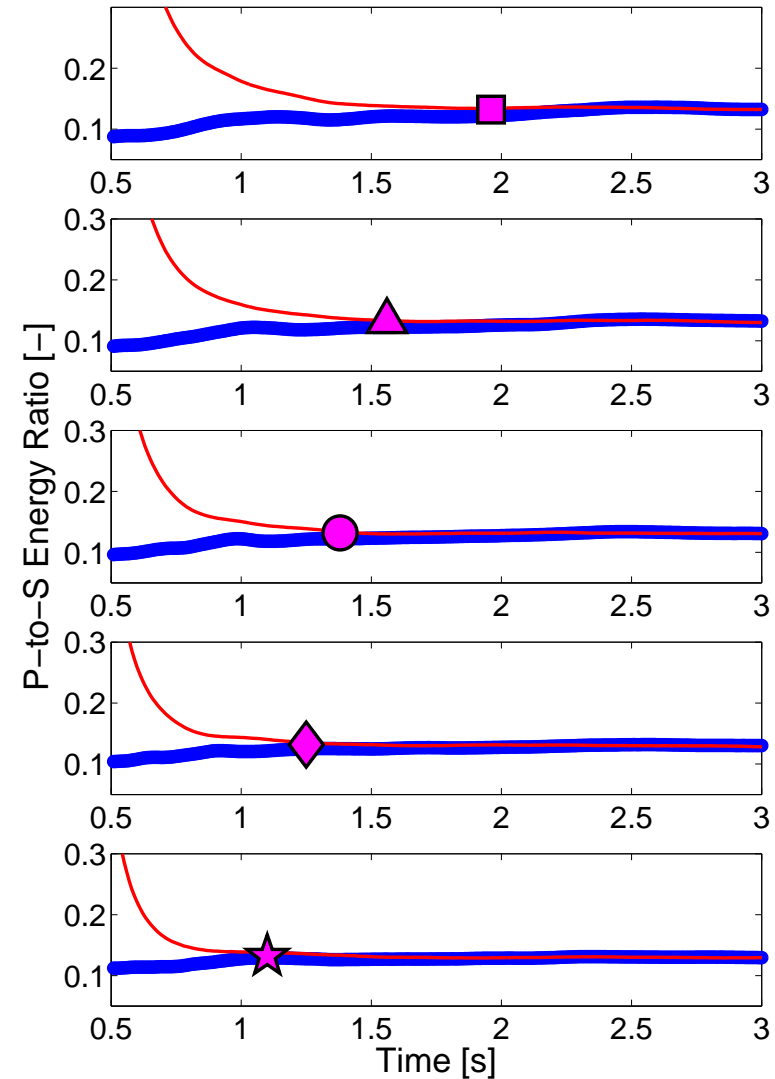
$\ell = 90\text{m}$

$\ell = 80\text{m}$

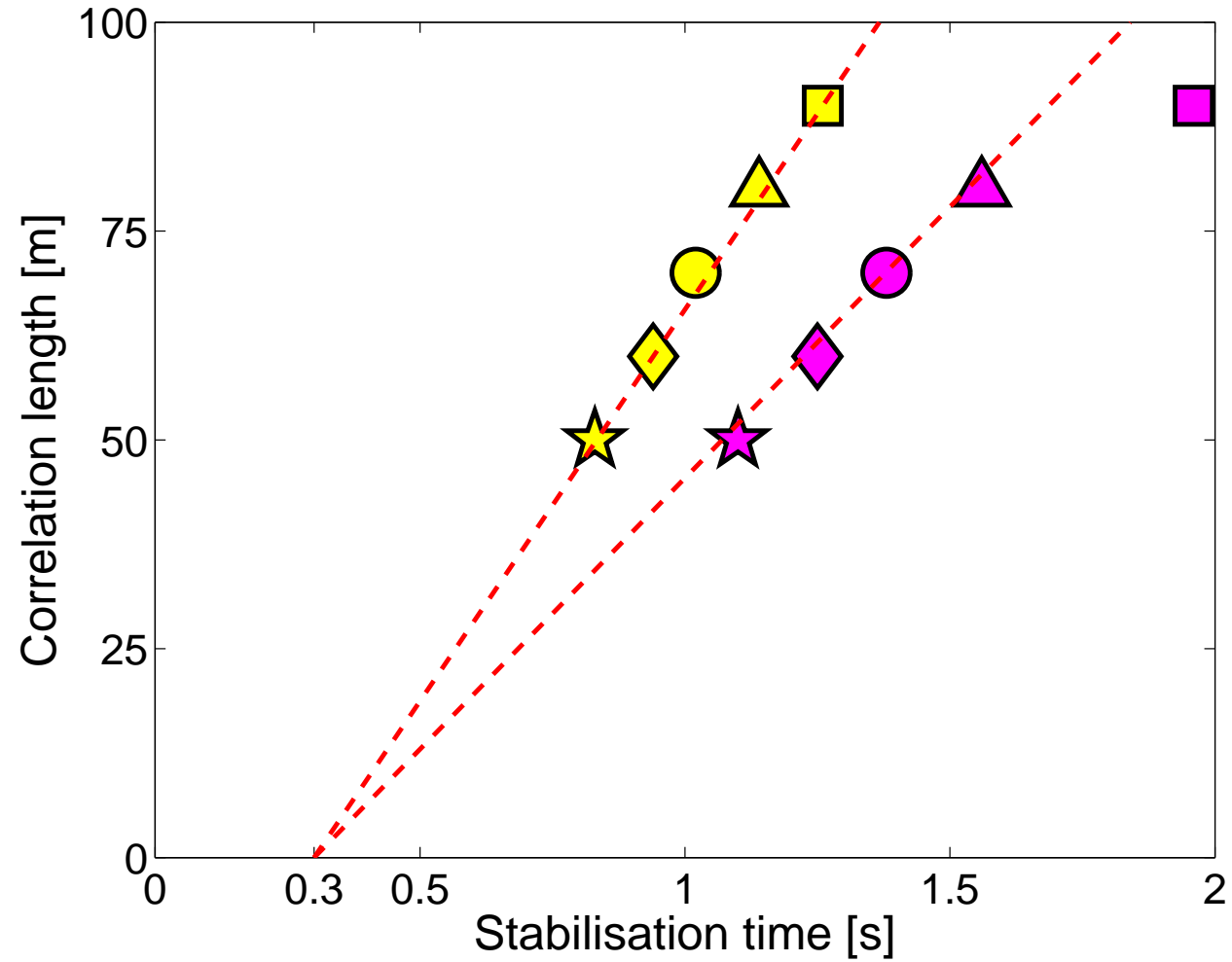
$\ell = 70\text{m}$

$\ell = 60\text{m}$

$\ell = 50\text{m}$



- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions





- Intro
- Plan
- Anisotropie
  - Volumique
  - Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Conclusions

- ◆ Proposition d'un modèle stochastique du champ de tenseur d'élasticité
  - Application aux champs à tenseur moyen isotrope.
  - Contrôle du niveau d'anisotropie par une nouvelle fluctuation  $\delta_G$ .
- ◆ Adaptation d'un code de calcul parallèle vis-à-vis de ces milieux complexes.
- ◆ Études sur la propagation d'ondes élastiques
  - Local : Irrégularité des surfaces de lenteur  $\rightsquigarrow$  fronts d'ondes complexes.
  - Global : Diffraction du champ d'ondes 3D.

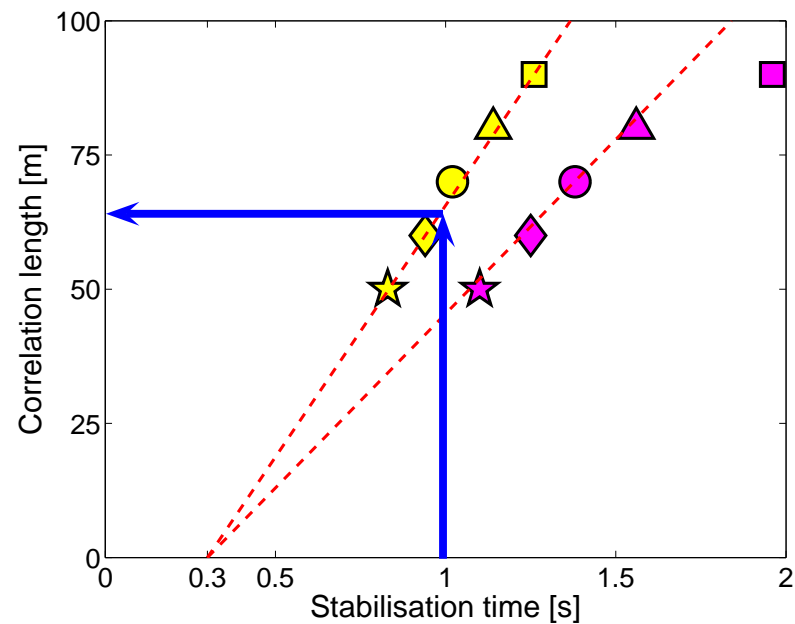
- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

## ■ Conclusions

- ◆ Proposition d'un modèle stochastique du champ de tenseur d'élasticité
  - Application aux champs à tenseur moyen isotrope.
  - Contrôle du niveau d'anisotropie par une nouvelle fluctuation  $\delta_G$ .
- ◆ Adaptation d'un code de calcul parallèle vis-à-vis de ces milieux complexes.
- ◆ Études sur la propagation d'ondes élastiques
  - Local : Irrégularité des surfaces de lenteur  $\rightsquigarrow$  fronts d'ondes complexes.
  - Global : Diffraction du champ d'ondes 3D.
- ◆ Indicateurs des Problèmes inverses
  - Identification de DoA
  - Premières identifications paramétriques du modèle 3D

## ■ Conclusions

- ◆ Proposition d'un modèle stochastique du champ de tenseur d'élasticité
  - Application aux champs à tenseur moyen isotrope.
  - Contrôle du niveau d'anisotropie par une nouvelle fluctuation  $\delta_G$ .
- ◆ Adaptation d'un code de calcul parallèle vis-à-vis de ces milieux complexes.
- ◆ Études sur la propagation d'ondes élastiques
  - Local : Irrégularité des surfaces de lenteur  $\rightsquigarrow$  fronts d'ondes complexes.
  - Global : Diffraction du champ d'ondes 3D.
- ◆ Indicateurs des Problèmes inverses
  - Identification de DoA
  - Premières identifications paramétriques du modèle 3D



## ■ Conclusions

- ◆ Proposition d'un modèle stochastique du champ de tenseur d'élasticité
  - Application aux champs à tenseur moyen isotrope.
  - Contrôle du niveau d'anisotropie par une nouvelle fluctuation  $\delta_G$ .
- ◆ Adaptation d'un code de calcul parallèle vis-à-vis de ces milieux complexes.
- ◆ Études sur la propagation d'ondes élastiques
  - Local : Irrégularité des surfaces de lenteur  $\rightsquigarrow$  fronts d'ondes complexes.
  - Global : Diffraction du champ d'ondes 3D.
- ◆ Indicateurs des Problèmes inverses
  - Identification de DoA
  - Premières identifications paramétriques du modèle 3D

## ■ Perspectives

- ◆ Inversion complète du paramétrage.

## ■ Conclusions

- ◆ Proposition d'un modèle stochastique du champ de tenseur d'élasticité
  - Application aux champs à tenseur moyen isotrope.
  - Contrôle du niveau d'anisotropie par une nouvelle fluctuation  $\delta_G$ .
- ◆ Adaptation d'un code de calcul parallèle vis-à-vis de ces milieux complexes.
- ◆ Études sur la propagation d'ondes élastiques
  - Local : Irrégularité des surfaces de lenteur  $\rightsquigarrow$  fronts d'ondes complexes.
  - Global : Diffraction du champ d'ondes 3D.
- ◆ Indicateurs des Problèmes inverses
  - Identification de DoA
  - Premières identifications paramétriques du modèle 3D

## ■ Perspectives

- ◆ Approfondissement du problème directe [[Thèse de Khazaie, rentrée 2010](#)]
  - Modèle pour les champs à d'autres symétries moyennes.
  - Élargissement de la taille du domaine : régime de diffusion pour des matériaux réalistes  
([Méso-Centre ECP, Centre National GENCI](#))
  - Conditions aux limites plus pertinentes.
- ◆ Inversion complète du paramétrage.

- Intro
- Plan
- Anisotropie
- Volumique
- Rayleigh
- Stochastique
- AnisoStoch
- Générateur
- Stat.
- Renvers.
- Diffusion
- Conclusions

# MERCI !