



HAL
open science

Identification des paramètres d'un modèle de comportement pour des structures en béton

Jean-François Dubé

► **To cite this version:**

Jean-François Dubé. Identification des paramètres d'un modèle de comportement pour des structures en béton. Matériaux. Université Montpellier II, 2005. tel-00589510

HAL Id: tel-00589510

<https://theses.hal.science/tel-00589510>

Submitted on 7 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification des paramètres d'un modèle de comportement pour les structures en béton.

Mémoire d'Habilitation à Diriger les Recherches.

Jean-François Dubé

soutenance le 29 novembre 2005

Composition du jury :

F. Buyle-Bodin	<i>rapporteur</i>
F. Darve	<i>rapporteur</i>
A. Huerta	<i>rapporteur</i>
J. Mazars	<i>examineur</i>
A. Millard	<i>examineur</i>
R. Motro	<i>examineur</i>
G. Pijaudier-Cabot	<i>examineur</i>



Université Montpellier II, Place E. Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5

Contexte des études présentées

Ces travaux s'inscrivent dans le contexte de la durabilité des ouvrages. Ils s'intègrent dans trois thèses [Nan99, Bel01, Hai02] et deux DEA [Lin97, Cha03] menés dans le Laboratoire de Génie Civil de Nantes–St Nazaire (LGCNSN) entre 1996 et 2003. Au cours de ces sept années, j'ai poursuivi des travaux au sein de trois équipes de recherche :

équipe du LGCNSN du site de la faculté des sciences et des techniques en collaboration avec :

- P. Jouve et C. Wielgosz pour le problème du comportement en dynamique rapide du béton avec la thèse d'A. Kani Nanji et le DEA de P. Lin [Lin97, Nan99],
- C. Wielgosz pour le problème du comportement des structures gonflables avec trois DEA [Org96, Mar97, Ren98],
- F. Schoefs sur l'analyse de la fiabilité des structures off-shore avec deux DEA [Don99, Gil01].

équipe béton du LGCNSN de l'Ecole Centrale de Nantes avec :

- J. Lamirault pour l'étude du comportement sismique des bâtiments avec la coencadrement d'un DEA et de la thèse de S. Amziane [Bau97, Amz98].

responsable du thème "Rupture et durabilité des bétons" au sein de l'équipe transversale du LGCNSN - ERT Rupture et Durabilité des Ouvrages dirigée par G. Pijaudier-Cabot. Avec trois thèmes :

- analyse des effets d'échelle : coencadrement avec G. Pijaudier-Cabot de la thèse de K. Haidar [Bel01, Hai02],

Contexte des études présentées

- qualité et robustesse des calculs : thèse de L. Jason encadrée par G. Pijaudier-Cabot (collaboration ERT–EDF) [Jas04],
- calcul à grand nombre de cycles : thèse de D. Bodin encadrée par G. Pijaudier-Cabot (collaboration ERT–LCPC) [Bod02].

Dans ce mémoire je ne parle que des travaux ayant trait à l'identification des paramètres d'un modèle de comportement du béton. Ils concernent la détermination de l'état de dégradation d'un ouvrage de grande taille et de son évolution. Il ne s'agit pas de développer de nouveaux modèles de comportement mais des méthodes pour utiliser au mieux les modèles existants. En effet, de nombreux modèles de comportement ont été développés ces dernières années pour caractériser la réponse des ouvrages [Maz84, SJ87a, PCM01]. Ces modèles sont souvent complexes et attachés à des essais spécifiques de faible échelle. Le développement des moyens numériques permet d'aborder la simulation numérique non linéaire des grands ouvrages. Les simulations utilisent des mailles à l'échelle de la structure pour réaliser les calculs dans des temps raisonnables et pour un espace mémoire abordable. Pour déterminer le comportement global de l'ouvrage cette approche est tout à fait pertinente. Toutefois pour certains ouvrages on peut être amené à déterminer la localisation et l'évolution des fissures. Or la fissuration du béton reste un phénomène de petite dimension quelque soit la taille de l'ouvrage. Il faut alors utiliser une méthode de calcul utilisant à la fois des mailles grossières pour les zones non fissurées ou à fissuration diffuse et permettant de localiser finement les fissures locales. D'autre part Bazant [BP98] a montré que l'antagonisme d'échelle entre les fissures et le reste de la structure conduisait à un phénomène d'effet d'échelle sur le comportement global. Cet effet est d'autant plus marquant que l'ouvrage est grand et les caractéristiques du modèle de comportement doivent tenir compte de ce phénomène. Enfin les grands ouvrages doivent pouvoir résister à des actions peu communes comme des chocs ou des explosions. Le modèle de comportement utilisé doit pouvoir refléter alors le comportement dynamique du béton. Ces différents points à respecter ont en commun l'utilisation de structures et non plus d'éprouvettes supposées homogènes avec un chargement homogène. En effet le champ de déformation d'une éprouvette ayant une fissure localisée n'est plus homogène [BO83, MH95] ainsi que le champ de vitesse en dynamique rapide [ZG97, LR97].

Contexte des études présentées

Ce mémoire comporte quatre parties :

- La première partie présente le choix de la méthode d'identification adoptée. Ce choix est effectué en testant différentes méthodes classiques sur des exemples simples et représentatifs des problèmes rencontrés.
- La seconde partie montre l'application de l'identification sur des structures de problèmes dynamiques et de dégradation.
- La troisième partie traite des effets d'échelle. On montre notamment la pertinence du modèle de comportement utilisé pour décrire les phénomènes simulés.
- La quatrième partie présente le développement et la performance d'une méthode de zoom pour décrire l'évolution de fissures localisées au sein d'une structure.

La conclusion et les perspectives portent sur mes travaux actuels au sein du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier depuis l'année 2003. Ces travaux font l'objet d'une conversion thématique. En effet, ils restent dans la continuité des précédents mais portent sur l'identification de l'état d'endommagement de structures de tenségrité. Ces structures légères sont des treillis composés de barres reliées entre elles par des câbles tendus. Le but de l'étude est de déterminer les pertes de tensions dans les câbles qui assurent la stabilité de l'ensemble.

Table des matières

Contexte des études présentées	1
1 Choix d'une méthode d'analyse inverse	6
1.1 Introduction	6
1.2 Méthodes d'analyse inverse	7
1.2.1 Méthode de Svanberg	7
1.2.2 Méthode de Levenberg-Marquardt (LM)	8
1.2.3 Méthode BFGS	9
1.3 Implantation et validation	10
1.3.1 Fonction de Rosenbrock	11
1.3.2 Modèle de comportement non linéaire	12
1.4 Conclusions	15
2 Identification sur structures	17
2.1 Caractérisation du comportement en dynamique rapide du béton [Lin97, Nan99]	17
2.1.1 Modélisation viscoendommageable	17
2.1.2 Validations expérimentales	20
2.1.3 Identification des paramètres par simulation de l'essai	23
2.2 Analyse d'une poutre en vibration	25
2.2.1 Identification fréquentielle	26
2.2.2 Identification avec la déformée	29

Table des matières

2.3	Conclusions	33
3	Les effets d'échelle.	34
3.1	Introduction	34
3.2	Modèle de comportement	36
3.3	Identification manuelle	39
3.3.1	Résultats expérimentaux et effets d'échelle	40
3.3.2	Méthode d'identification et analyse	42
3.3.3	Apport de la loi d'effet d'échelle	44
3.4	Identification automatique	46
3.5	Conclusions	49
4	Méthode du Zoom.	51
4.1	Introduction	51
4.2	Technique adoptée	53
4.2.1	Formulation	56
4.3	Tests	59
4.3.1	Application 1 : Plaque entaillée en traction	59
4.3.2	Étude numérique de la convergence	62
4.3.3	Application 2 : Poutre SEN (Single Edge Notched)	63
4.3.4	Application 3 : identification avec les effets d'échelle	68
4.4	Conclusions	73

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

1.1 Introduction

Ce travail part des constats suivants : des ouvrages importants et très coûteux peuvent subir des sollicitations accidentelles (séismes, tempêtes...), d'autre part, depuis quelques décennies la politique en matière de construction tend vers la réhabilitation des ouvrages existants. Ces deux points conduisent à essayer de déterminer l'état de dégradation de l'ouvrage. Dans le cas d'une sollicitation accidentelle il s'agit de savoir si l'ouvrage répond toujours à son cahier des charges, dans le second cas il s'agit de déterminer le vieillissement de l'ouvrage afin de redéfinir au mieux son cahier des charges. Dans les deux cas, l'intégrité structurelle doit être déterminée avec des moyens qui n'endommagent pas l'ouvrage. Cette partie a pour objectif de mettre en place un outil permettant de déterminer les caractéristiques matérielles d'une structure et a été initié lors de la thèse de A Kanji Nanji [Nan99], poursuivi par le DEA de H. Chag [Cha03] et utilisé pour les thèses de C. Le Bellégo [Bel01] et K. Haidar [Hai02]. Cette étude porte sur des cas d'école permettant de déterminer la méthode la plus pertinente pour nos applications comme l'ont fait d'autres auteurs [KD04]. Des applications purement numériques montrent les performances et les limites de l'analyse inverse. Ces outils sont utilisés dans les chapitres II, III et IV.

Les modèles de comportement utilisés pour les structures en béton armé sont des modèles non linéaires avec un nombre important de paramètres. Ce chapitre montre la pertinence de l'analyse inverse pour déterminer les caractéristiques des modèles de comportement. Parmi trois méthodes d'analyse inverse nous en dégageons une que nous utilisons pour résoudre les problèmes liés au comportement de structures en béton.

1.2 Méthodes d'analyse inverse

Lors de l'utilisation d'un modèle de comportement non linéaire, les informations dont on dispose n'ont pas de relation bijective avec les paramètres à déterminer. Il n'existe pas de relation directe et simple entre les valeurs mesurées et les paramètres du modèle. Par exemple, des paramètres différents peuvent donner la même valeur de contrainte pour une valeur de déformation donnée. Aussi, l'analyse inverse consiste à déterminer de manière indirecte les paramètres du modèle utilisé. On définit une fonction d'erreur qui quantifie la différence entre les informations issues des essais et celles simulées. On suppose ensuite que la minimisation de cette fonction d'erreur donnera les paramètres réalistes du modèle et donc une modélisation optimale de l'ouvrage. La résolution du problème d'analyse inverse est tributaire du choix du critère d'erreur et de la stratégie pour minimiser cette erreur. La plupart des stratégies d'analyse inverse sont basées sur l'utilisation d'une fonction d'erreur de type moindres carrés. Cette fonction est en effet dérivable et ne comporte pas de points singuliers. Dans cette étude, trois stratégies d'optimisation sont utilisées. La première, développée par K. Svanberg [Sva87], est celle proposée par le code de calcul CASTEM [VCM88]. La seconde, de Levenberg-Marquardt [GB89, WP94], est celle utilisée par le code d'optimisation SIDOLO [PC94]. La troisième est la méthode BFGS [WP94].

1.2.1 Méthode de Svanberg

Cette méthode, appelée méthode d'asymptotes mobiles (MMA), est basée sur une approximation convexe de la fonction à minimiser [FB84, Sva87]. Elle est élaborée pour la catégorie de problèmes P suivants :

$$\begin{aligned}
 P : \text{ minimiser } & f_0(\mathbf{x}) (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n) \\
 \text{avec des contraintes } & f_i(\mathbf{x}) \leq \hat{f}_i \quad \text{pour } i = 1, \dots, n \\
 \text{et } & \underline{x}_j \leq x_j \leq \bar{x}_j \quad \text{pour } j = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

f_0 est la fonction à minimiser, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ désigne le vecteur des variables du problème, les fonctions f_i sont des fonctions contraintes et \hat{f}_i leur borne, \underline{x}_j et \bar{x}_j désignent les bornes

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

de variations admises des variables x_j . Les différentes étapes du calcul décrites et analysées dans [Sva87] sont reprises ici succinctement :

- étape 0 : choix du vecteur de départ \mathbf{x}^0 , l'indice d'itération $k = 0$
- étape I : à chaque itération k , on calcule les $f_i(\mathbf{x}^k)$ et leur gradient $\nabla f_i(\mathbf{x}^k)$ pour $i = 0, 1, \dots, n$
- étape II : création d'un sous-problème P^k du problème P où les fonctions implicites f_i sont remplacées par des fonctions approximées f_i^k
- étape III : résolution du problème P^k et la solution optimale de ce sous-problème devient le point de départ \mathbf{x}^{k+1} de l'étape I avec $k = k + 1$

Le processus itératif s'arrête lorsque la fonction f_0 a atteint une valeur minimale définie par l'utilisateur. Dans le sous-problème P^k , on remplace les fonctions f_i par les approximations f_j^k suivantes :

$$f_i^k(\mathbf{x}) = r_i^k + \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^k}{U_j^k - x_j} + \frac{q_{ij}^k}{x_j - L_j^k} \right) \quad (1.2)$$

p_{ij}^k et q_{ij}^k sont définies à partir des dérivées $\frac{\partial f_i}{\partial x_j^k}$, r_i^k est calculé à partir de p_{ij}^k , q_{ij}^k et des fonctions $f_i(\mathbf{x}^k)$. U_j^k et L_j^k sont des paramètres réactualisables à chaque itération dans le cas de la méthode des asymptotes mobiles. S'ils sont fixes, on parle d'asymptotes fixes. Les paramètres U_j^k et L_j^k sont construits avec des relations utilisant des coefficients adaptés à la convexité du problème. Cette méthode d'optimisation est conçue pour des problèmes sous contraintes et semble très efficace pour ce type de problème [Sva87].

1.2.2 Méthode de Levenberg-Marquardt (LM)

Classée dans la catégorie des méthodes quasi-Newton, la méthode de Levenberg-Marquardt condense la méthode de Newton et celle du gradient [WP94]. L'algorithme de résolution pour minimiser la fonctionnelle \mathcal{J} peut se résumer au schéma suivant [GB89, Ba97] :

$$\text{minimiser } \mathcal{J} = \frac{1}{2} f(\mathbf{x})^T f(\mathbf{x}) \quad (1.3)$$

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

- étape 0 : choix du vecteur de départ \mathbf{x}^0 , l'indice d'itération $k = 0$
- étape I : à chaque itération k on calcul $f(\mathbf{x}^k)$ et son gradient $\nabla f(\mathbf{x}^k)$
- étape II : on détermine $\Delta \mathbf{x}^k$ en résolvant le système suivant

$$\left(\nabla f(\mathbf{x}^k)^T \nabla f(\mathbf{x}^k) + \mu^k \mathbf{I} \right) \Delta \mathbf{x}^k = \nabla f(\mathbf{x}^k)^T f(\mathbf{x})$$
- étape III : la solution optimale devient le point de départ $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^k - \lambda^k \Delta \mathbf{x}^k$ de l'étape I avec $k = k + 1$

\mathbf{x}^k est le vecteur des variables à l'itération k , f est la fonction à minimiser, μ^k est un coefficient positif ($\mu^k = 0$ donne la méthode de Newton, $\mu^k = \infty$ donne la méthode du gradient), λ^k est un coefficient positif donnant l'amplitude de recherche (la direction étant donnée par la résolution de l'étape II). Le produit $\nabla f(\mathbf{x}^k)^T \nabla f(\mathbf{x}^k)$ de l'étape II est une approximation du Hessien, de la méthode originale, qui permet d'avoir un système toujours inversible.

1.2.3 Méthode BFGS

L'algorithme attribué à Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno peut être décrit par les étapes suivantes [WP94] :

- étape 0 : choix du vecteur de départ \mathbf{x}^0 et une matrice \mathbf{S}^0 symétrique définie positive (ici $\mathbf{S}^0 = \mathbf{I}_d$)
- étape I : à chaque itération k on calcul $\mathbf{d}^k = -\mathbf{S}^k \Delta \mathcal{J}(\mathbf{x}^k)$
- étape II : on détermine $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k$
- étape III : on pose $\delta^k = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k$ et $\gamma^k = \nabla \mathcal{J}(\mathbf{x}^{k+1}) - \nabla \mathcal{J}(\mathbf{x}^k)$
- étape IV : on réactualise la matrice \mathbf{S}^{k+1}

L'équation de réactualisation de la matrice \mathbf{S} est donnée par :

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{S}^k + \left(1 + \frac{(\gamma^k)^T \mathbf{S}^k \gamma^k}{(\delta^k)^T \gamma^k} \right) - \frac{\delta^k (\gamma^k)^T \mathbf{S}^k + \mathbf{S}^k \gamma^k (\delta^k)^T}{(\delta^k)^T \gamma^k} \quad (1.4)$$

λ^k est ici encore un coefficient positif donnant l'amplitude de recherche. La méthode BFGS a l'avantage par rapport à la précédente de ne pas nécessiter la résolution d'un système à chaque itération.

1.3 Implantation et validation

Les différents algorithmes d'analyse inverse ont été implantés dans le code par éléments finis CASTEM [VCM88]. La méthode d'asymptote mobile développée par Svanberg fait partie des opérateurs disponibles dans le code sous le nom d'EXCELLENCE. Les méthodes BFGS et Levenberg-Marquardt ont été programmées en langage gibiane qui est le langage utilisateur du code CASTEM. L'opérateur EXCELLENCE est compilé avec le code alors que les procédures développées en langage gibiane sont interprétées. Il n'est donc pas question ici de comparer la rapidité en terme de temps de calcul mais plutôt en terme de nombre d'itérations. En effet, on peut supposer que pour l'identification réalisée sur une grande structure, le temps passé à calculer la fonction d'erreur est bien plus important que celui utilisé par la méthode d'identification. On cherche donc à limiter le nombre d'itérations à convergence. Il est souvent difficile pour des problèmes non linéaires de définir une précision de convergence fixe. En effet elle dépend de la fonction d'erreur utilisée, surtout si elle n'est pas normée. Pour certains problèmes, la convergence vers un critère fixé ne peut pas être réalisée mais la fonction d'erreur converge vers une valeur supérieure au critère. Ceci remet probablement en cause la modélisation du phénomène utilisé, mais on peut supposer que les valeurs des paramètres obtenus sont les valeurs optimales de l'identification. Pour limiter le nombre d'itérations on utilise, en parallèle au critère fixe sur la valeur de la fonction d'erreur notée \mathcal{J} , un critère sur la variation relative de l'erreur. La convergence est donc assurée par l'équation suivante :

$$(\mathcal{J}_i < \epsilon_1) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\mathcal{J}_i - \mathcal{J}_{i-1}}{\mathcal{J}_{i-1}} < \epsilon_2 \right) \quad (1.5)$$

La méthode d'asymptotes mobiles réalise l'optimisation de problèmes sous contraintes (équation 1.1). Les méthodes BFGS et Levenberg-Marquardt n'intègrent pas directement les contraintes. Les problèmes qui nous occupent ne sont pas des problèmes sous contraintes. Les coefficients μ et λ des méthodes BFGS et Levenberg-Marquardt sont optimisés régulièrement. Pour μ on le multiplie ou divise par 10 et on retient la valeur qui diminue l'erreur. Il en est de même avec λ qui est augmenté ou diminué de la moitié de sa valeur initiale. La validation des méthodes programmées est effectuée sur deux problèmes. Le premier, académique, concerne l'identi-

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

cation de deux paramètres de la fonctionnelle de Rosenbrock. Le second problème concerne l'identification de certains paramètres du modèle de comportement de J. Mazars [Maz84].

1.3.1 Fonction de Rosenbrock

Le problème de Rosenbrock consiste à minimiser une fonctionnelle de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(u_1, u_2) = (u_1 - 1)^2 + p_1(u_1^2 - u_2)^2 \quad (1.6)$$

p_1 est un paramètre fixe égal à 10, u_1 et u_2 sont les paramètres à identifier. Les lignes de niveau de la fonctionnelle présentée figure 1.1 montrent une vallée très étroite en forme de banane. Elle conduit à un minimum égal à 0 pour les valeurs $u_1 = u_2 = 1$. Pour les méthodes BFGS et Levenberg-Marquardt, on utilise la fonction d'erreur $\mathcal{J}(u_1, u_2)$ définie par :

$$\mathcal{J}(u_1, u_2) = \frac{1}{2} (f(u_1, u_2))^2 \quad (1.7)$$

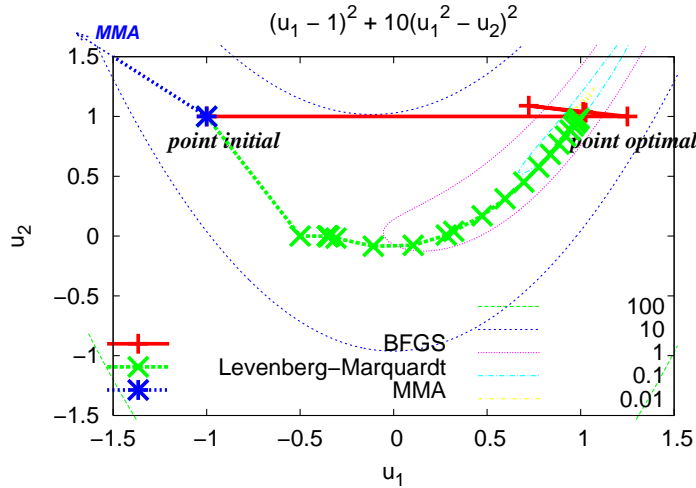


FIG. 1.1: Évolution des paramètres u_1 et u_2 au cours des itérations

Les identifications sont réalisées en partant des valeurs $u_1 = -1$ et $u_2 = 1$. Les dérivées de la fonctionnelle $\mathcal{J}(u_1, u_2)$ par rapport aux paramètres u_1 et u_2 étant explicites, elles sont

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

définies analytiquement dans les procédures d'optimisation. La figure 1.2a montre l'évolution de la fonctionnelle $\mathcal{J}(u_1, u_2)$ en fonction des itérations. La méthode BFGS converge très rapidement pour la fonction \mathcal{J} avec des sauts. Ces sauts signifient que l'erreur a augmenté pour une itération donnée et qu'il a fallu rechercher le coefficient λ adéquat pour diminuer la valeur de la fonction \mathcal{J} . Il en est de même pour l'évolution de l'erreur quadratique normée des paramètres (figure 1.2b). La méthode d'asymptotes mobiles (MMA) diverge très rapidement, et ce quels que soient les coefficients de convexité utilisés. La méthode de Levenberg-Marquardt (LM) converge beaucoup plus lentement que la méthode BFGS mais de manière plus régulière. La figure 1.1 montre l'évolution des paramètres u_1 et u_2 en fonction des itérations. On constate

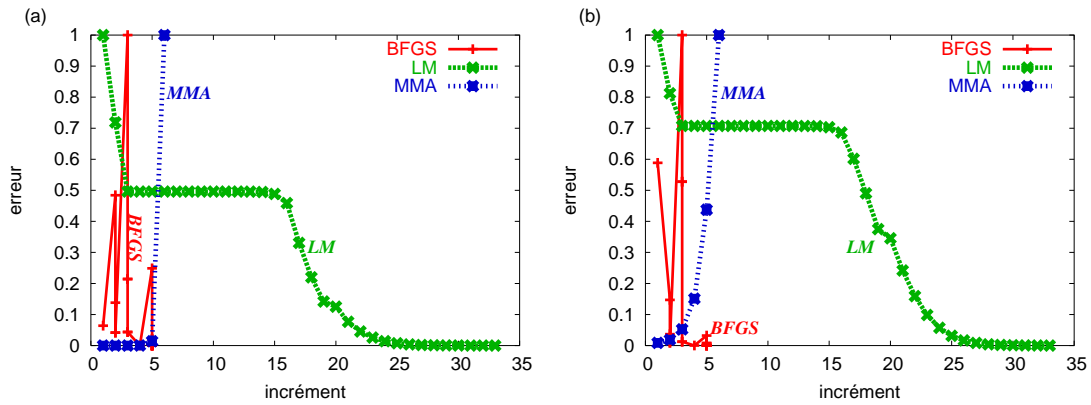


FIG. 1.2: Évolution des fonctions erreur a) $\mathcal{J}(u_1, u_2)$, b) erreur réelle.

que la méthode BFGS part dans la direction du point optimal dès la première itération. La méthode de Levenberg-Marquardt suit les pentes de la fonction de Rosenbrock. La méthode des asymptotes mobiles part dans la mauvaise direction. La méthode BFGS est la plus efficace pour ce problème. Toutefois, différentes simulations ont permis de constater que l'optimisation avec cette méthode était très sensible au coefficient λ initial. Si celui-ci n'est pas parfaitement optimisé la méthode ne converge pas. La méthode Levenberg-Marquardt est quant à elle moins sensible à ce paramètre.

1.3.2 Modèle de comportement non linéaire

On se propose d'identifier des paramètres du modèle de comportement de J. Mazars en traction en utilisant la courbe contrainte-déformation de traction uniaxiale [Maz84]. Ce modèle est basé

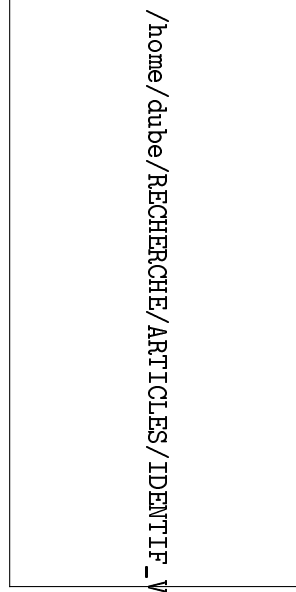


FIG. 1.3: Évolution contrainte-déformation du modèle de comportement de Mazars sur la thermodynamique des processus irréversibles, avec comme variables d'état :

- ϵ le tenseur de déformation associé au tenseur de contrainte σ ,
- d la variable scalaire de l'endommagement qui doit être croissante pour que le modèle soit thermodynamiquement admissible.

La relation contrainte déformation s'écrit :

$$\sigma = \frac{E(1-d)}{1+\nu} \left[\epsilon + \frac{\nu}{1-2\nu} Tr(\epsilon) \mathbf{1} \right]$$

Le comportement est élastique endommageable sans déformation plastique. L'évolution de l'endommagement est piloté par la déformation équivalente $\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \epsilon_i \rangle_+}$, avec $\langle \epsilon_i \rangle_+$ la *i*^{ime} déformation principale positive.

L'endommagement d est scindé en deux parties d_c et d_t tel que $d = \alpha_c d_c + \alpha_t d_t$. Avec

$\alpha_t = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \epsilon_i \rangle_+^2}{\tilde{\epsilon}^2}$ et ϵ_i^t la *i*^{ime} déformation principale dues aux contraintes de traction positives. La figure 1.3 montre la réponse uniaxiale du modèle de comportement en traction et en compression.

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

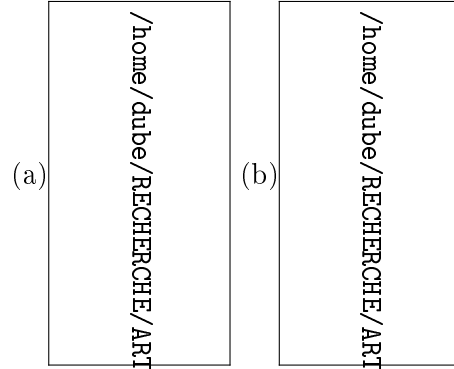


FIG. 1.4: Évolution contrainte-déformation a) au premier pas de calcul, b) à la fin de l'identification

Pour vérifier la pertinence des méthodes d'identification nous utilisons la réduction uniaxiale du modèle en traction. La relation entre la contrainte et la déformation uniaxiale en traction est donnée par :

$$\sigma = E(1 - d_t)\epsilon \quad \text{avec} \quad d_t = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_t)}{\kappa} - \frac{A_t}{\exp(B_t(\kappa - \kappa_0))} \quad (1.8)$$

E est le module d'Young du matériau sain, d_t est la variable d'endommagement en traction, $\kappa = \epsilon$ dans notre cas et A_t , B_t , κ_0 sont des paramètres du modèle. Dans cet exercice on identifie les paramètres E , A_t , B_t , κ_0 afin de caler au mieux la réponse uniaxiale (figure 1.4).

On utilise une fonction d'erreur des moindres carrés $\mathcal{J}(\mathbf{P})$ définie par :

$$\mathcal{J}(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{calc}(\mathbf{P}; \epsilon) - \sigma_{ref}(\epsilon)}{\sigma_{ref}(\epsilon)} \right)^T \cdot \left(\frac{\sigma_{calc}(\mathbf{P}; \epsilon) - \sigma_{ref}(\epsilon)}{\sigma_{ref}(\epsilon)} \right) \quad (1.9)$$

σ_{ref} est l'évolution de la contrainte de référence et σ_{calc} est l'évolution de la contrainte calculée avec les paramètres du modèle notés vectoriellement \mathbf{P} . On définit le même type d'indicateur d'erreur pour les valeurs des paramètres à identifier, ce qui permet de vérifier si l'on converge vers la bonne solution. On peut qualifier cet indicateur, d'erreur réelle. Les courbes de la figure 1.5b sont normées de telle manière que l'erreur maximale représentée soit égale à 1. Il est bien entendu que l'erreur initiale est la même pour les trois méthodes. Les paramètres de référence sont $E = 30\,000$ MPa, $\kappa_0 = 1.10^{-4}$, $A_t = 0,8$ et $B_t = 9\,000$. Les paramètres initiaux de

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

l'identification sont 0,7 fois les paramètres de référence. Lors de l'identification les différents paramètres sont limités à 0 pour la borne inférieure et en borne supérieure à : 100 000 MPa pour E , 5.10^{-4} pour κ_0 , 1 pour A_t et 50 000 pour B_t . Aucune des méthodes n'a atteint ces limites. La figure 1.5 donne les évolutions de la fonction \mathcal{J} et de l'erreur réelle. On constate que

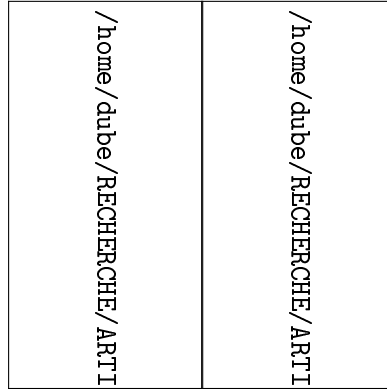


FIG. 1.5: Évolution des fonctions erreur a) \mathcal{J} , b) erreur réelle.

la méthode d'asymptotes mobiles diverge encore mais moins rapidement que pour le précédent problème. La méthode BFGS ne diverge pas mais ne converge pas vers une valeur nulle de la fonction \mathcal{J} (figure 1.5a). L'examen de l'erreur réelle confirme que les paramètres ne sont pas identifiés et que l'erreur diminue très lentement (figure 1.5b). La méthode d'asymptotes mobiles ne converge pas vers une valeur nulle pour la fonction \mathcal{J} et semble même diverger pour l'erreur réelle. La méthode de Levenberg-Marquardt converge assez rapidement vers les bonnes valeurs des paramètres (figure 1.5b). L'erreur sur la fonction \mathcal{J} est fixée à 10^{-4} et les paramètres identifiés sont $E = 29\,991$ MPa, $\kappa_0 = 1,00061 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 0,80012$ et $B_t = 9\,003,4$ soit un écart relatif maximal de $6,1 \cdot 10^{-4}$ pour κ_0 .

1.4 Conclusions

Sur les trois méthodes étudiées, la méthode de Levenberg-Marquardt semble répondre au mieux aux problèmes rencontrés. En effet pour les problèmes non linéaires traités, c'est celle qui donne les résultats les plus fiables. Si elle est peu efficace pour le problème de Rosenbrock, sa convergence est la plus rapide pour l'identification des paramètres du modèle de compor-

1 Choix d'une méthode d'analyse inverse

tement de J. Mazars. Par la suite nous ne gardons que les résultats fournis par la méthode de Levenberg-Marquardt. Les résultats donnés par les autres méthodes ne convergeant pas toujours. Nous utilisons la méthode de Levenberg-Marquardt pour les problèmes traités dans les chapitres II, III et IV, pour lesquels l'absence d'une telle méthode donnerait des résultats plus hasardeux que ceux que l'on obtient. L'analyse inverse reste un outil facilitant la tâche d'identification mais il faut vérifier la pertinence des solutions.

2 Identification sur structures

2.1 Caractérisation du comportement en dynamique rapide du béton [Lin97, Nan99]

Au sein du réseau de laboratoire GEO, cette étude a pour objet le développement d'un modèle pour le calcul des ouvrages en béton armé soumis à des chargements très rapides. La contrainte maximale et la courbe de comportement se trouvent alors influencées par la vitesse de déformation [BP91]. Ce travail se déroule en deux étapes : la première consiste à décrire le comportement du matériau soumis à fortes vitesses de sollicitation, la seconde à pour but de valider la modélisation développée et d'enrichir la base des données relatives à ce type de problème. Plusieurs mécanismes de fonctionnement sont avancés, faisant intervenir principalement la masse ou la viscosité [Bai92, Dub94, Pon95, SUT96]. Au sein du groupe de travail "Comportement des ouvrages en dynamique rapide" du réseau de laboratoire GEO, nous nous attachons à démontrer la pertinence d'un modèle viscoendommageable. Les résultats d'essais de matériaux effectués sur barres de Hopkinson nous servent de base à la modélisation du comportement. Nous utilisons la base de donnée du GRECO-Géomatériaux et notamment les essais exécutés au LMS [BG93] et au LCPC [Tou95].

2.1.1 Modélisation viscoendommageable

Ce modèle développé au LMT de Cachan [Dub94] est tiré du modèle de comportement du béton tridimensionnel écrit par C. La Borderie [Bor91]. Ce modèle de comportement est développé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Le comportement est élastique endommageable à caractère unilatéral, piloté par deux variables d'endommagement

2 Identification sur structures

scalaires d_t et d_c . Il est basé sur une décomposition de l'énergie libre décrite par Ladevèze [Lad83], avec l'énergie libre de Gibbs qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \chi = & \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+}{E_0(1-d_t)} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^-}{E_0(1-d_c)} + \frac{\nu}{E_0} (\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma} - (Tr \boldsymbol{\sigma}^2)) \\ & + \frac{\beta_t d_t}{E_0(1-d_t)} g(\boldsymbol{\sigma}) + \frac{\beta_c d_c}{E_0(1-d_c)} Tr(\boldsymbol{\sigma}) \\ & + G(Z_t) + G(Z_c) \end{aligned} \quad (2.1)$$

En dérivant ce potentiel par rapport à la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$, on peut résumer le modèle par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^+}{E_0(1-d_t)} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^-}{E_0(1-d_c)} + \frac{\nu}{E_0} (\boldsymbol{\sigma} - (Tr \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1})$$

terme "déformation élastique" du matériau endommagé

$$+ \frac{\beta_t d_t}{E_0(1-d_t)} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{1} + \frac{\beta_c d_c}{E_0(1-d_c)} \mathbf{1}$$

terme "déformation anélastique" (2.2)

E_0 est le module d'Young initial, ν est le coefficient de Poisson. $\boldsymbol{\sigma}^+$ et $\boldsymbol{\sigma}^-$ sont respectivement le tenseur des contraintes positif et le tenseur des contraintes négatif (composé par les termes positifs de la diagonale pour l'un et négatifs pour l'autre, dans le repère principal). d_t et d_c sont respectivement les variables d'endommagement en traction et compression, piloté par les taux de restitution d'énergie Y_t et Y_c définis ci-dessous. β_t et β_c sont des constantes et $g(\boldsymbol{\sigma})$ une fonction qui gère la refermeture des fissures. Les taux de restitution d'énergie relatifs à la partie positive et négative du tenseur de contrainte principal sont :

$$Y_t = \frac{\partial \chi}{\partial d_t} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+ + 2\beta_t g(\boldsymbol{\sigma})}{2E_0(1-d_t)^2} \quad \text{et} \quad Y_c = \frac{\partial \chi}{\partial d_c} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^- + 2\beta_c Tr(\boldsymbol{\sigma})}{2E_0(1-d_c)^2} \quad (2.3)$$

L'évolution de l'écroutissage est défini par : $Z_i = \frac{\partial \chi}{\partial Z_i} = \frac{1}{A_i} \left(\frac{-z_i}{(1+z_i)} \right)^{1/B_i}$ ($i = t, c$) où A_i, B_i sont des paramètres à identifier.

On écrit alors l'équation de la surface seuil F_i pour chaque évolution ($i = t, c$) :

$$F_i = Y_i - Z_i - Y_0 \quad \text{où } Y_0 \text{ est le seuil initial à identifier.} \quad (2.4)$$

2 Identification sur structures

Les évolutions des variables d'endommagement et d'écrouissage sont définies par la dérivée de la fonction seuil par rapport aux fonctions associées à ces variables :

$$\begin{cases} \dot{d}_i = \dot{\lambda}_i \frac{\partial F_i}{\partial Y_i} = \dot{\lambda}_i & \text{où } \dot{\lambda}_i \text{ est le multiplicateur d'endommagement} \\ \dot{z}_i = \dot{\lambda}_i \frac{\partial F_i}{\partial Y_i} = -\dot{\lambda}_i & \text{ce qui permet d'écrire la relation } \dot{d}_i = -\dot{z}_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Le modèle initial décrit l'évolution de l'endommagement par la condition de consistance $F_i = 0$ et $\dot{F}_i = 0$. Le modèle viscoendommageable est construit en explicitant le multiplicateur d'endommagement λ [Ben85, SJ87a, SJ87b]. Ici le multiplicateur d'endommagement est explicitement défini comme le modèle de Perzina [Per66] en viscoplasticité par [DPCB96] :

$$\dot{\lambda}_i = \left(\frac{\langle F_i \rangle}{m_i} \right)^{n_i}, \quad \langle F \rangle \text{ est la partie positive de } F. \quad (2.6)$$

Les coefficients m_i , n_i ($i = t, c$) servent de paramètres de viscosité et permettent donc de prendre en compte indirectement la vitesse de déformation. La figure 2.1 schématise le comportement de la surface seuil. Le point de chargement entraine généralement la surface seuil sans en sortir (figure 2.1a). Pour le modèle viscoendommageable, la surface seuil est entraînée avec un certain retard par le point de chargement (figure 2.1b).

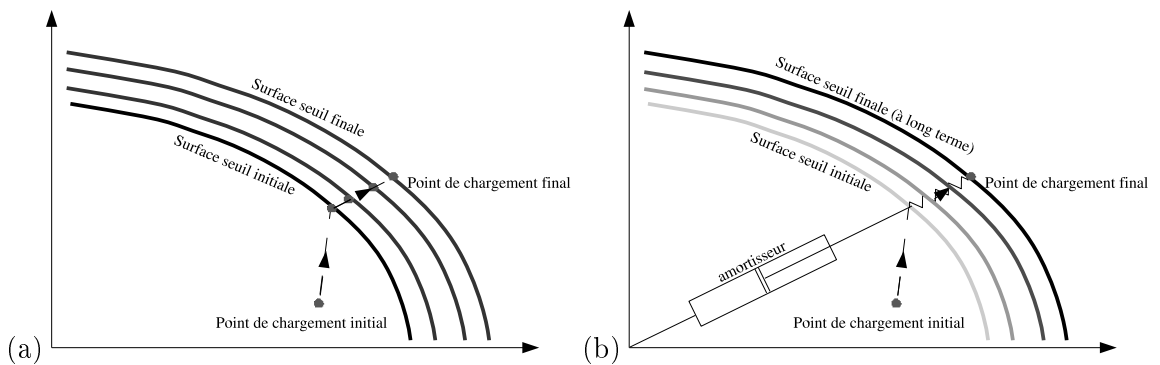


FIG. 2.1: Représentation de l'évolution de la surface seuil (a) endommagement classique (b) viscoendommagement.

2.1.2 Validations expérimentales

Les tests expérimentaux portent sur l'étude d'un micro béton B50 en statique et en dynamique. La fabrication et les essais à faible vitesse de chargement ont lieu au LCPC en traction et en compression alors que les essais à grande vitesse de déformation sont réalisés au LMS. Ces derniers sont effectués avec des éprouvettes cylindriques de 0,036 m de diamètre et 0,036 m de longueur sur des barres de Hopkinson (figure 2.2). Pour ces éprouvettes, trois vitesses de déformations moyennes ont été testées : 350 s^{-1} , 450 s^{-1} et 550 s^{-1} . Les résultats de ces essais montrent une influence certaine mais limitée de la vitesse de déformation sur la réponse du béton. On a ainsi une augmentation de la force maximale de l'ordre de 10% pour chaque niveau de vitesse (figure 2.3). Le dépouillement des essais permet par ailleurs de fournir les efforts et les vitesses sur chaque face de l'éprouvette. Nous utiliserons donc ces données pour identifier le modèle de comportement. .

Nous procédons en deux temps, en partant d'un calcul simple pour aboutir à des simulations complexes. Tout d'abord nous identifions les paramètres du modèle de comportement grâce à des simulations uniaxiales et pour différentes vitesses de déformation. Puis nous calculons la réponse d'éprouvettes de micro-béton testées avec les barres de Hopkinson.

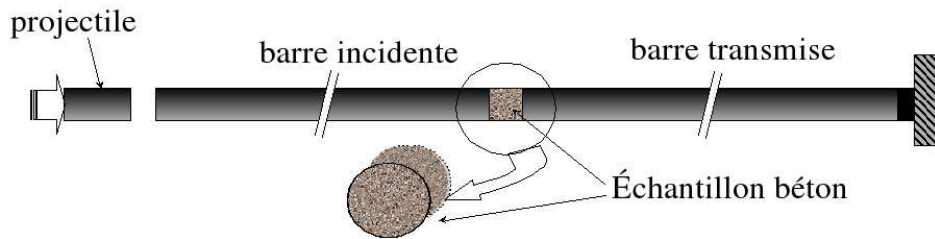


FIG. 2.2: Essai avec des barres de Hopkinson.

Identification uniaxiale

Le modèle de comportement peut s'écrire de manière explicite, aussi avons nous introduit sa réduction uniaxiale dans le tableur Excel. Cet outil, qui possède une méthode d'identification intégrée, nous permet alors d'identifier les paramètres m_c et n_c de l'évolution de l'endommagement (eq. 2.6). Le matériau testé a pour caractéristiques un module d'Young de 31000 MPa,

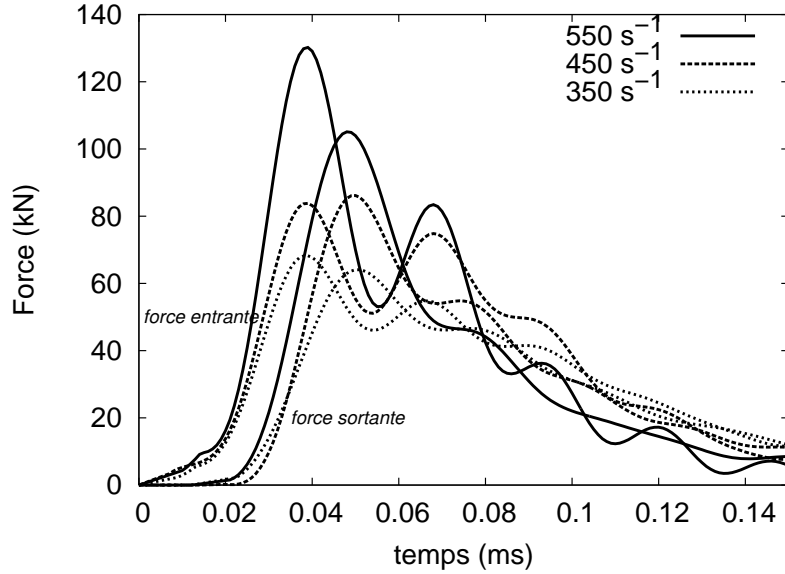


FIG. 2.3: Evolution des forces sur les faces de l'éprouvette pour différentes vitesses de déformation moyenne.

une contrainte au pic de 60 MPa pour une déformation de $2,72 \cdot 10^{-3}$. Les essais sur barres de Hopkinson [6] sont réalisés pour des vitesses de déformation moyennes de 350 s^{-1} , 450 s^{-1} , 550 s^{-1} et 700 s^{-1} avec des contraintes maximales respectives de l'ordre de 65 MPa, 85 MPa, 105 MPa et 115 MPa. Dans un premier temps nous calculons les paramètres statiques du modèle de comportement Y_{0c} , A_c , B_c , β_c à partir des caractéristiques statiques. En fixant $\beta_c = 40 \text{ MPa}$ nous obtenons $Y_{0c} = 4,71 \text{ kPa}$, $A_c = 2,74 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$, $B_c = 2,54$. Les paramètres dynamiques m_c et n_c sont alors identifiés sur Excel pour les quatre vitesses de déformation. Le résultat affiché sur la figure 2.4 est obtenu pour les coefficients $m_c = 7,096 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}$, $n_c = 0,356$ où on retrouve l'augmentation de la contrainte maximale en fonction de la vitesse de déformation [DNW97].

Simulation numérique de l'essai

Les différentes valeurs de contraintes au pic en fonction des vitesses de déformation sont déduites des essais sur barres de Hopkinson en faisant l'hypothèse d'une déformation homogène dans l'éprouvette. C'est pourquoi nous choisissons de vérifier la validité des coefficients déterminés précédemment en simulant numériquement l'essai réalisé. Nous construisons alors un

2 Identification sur structures

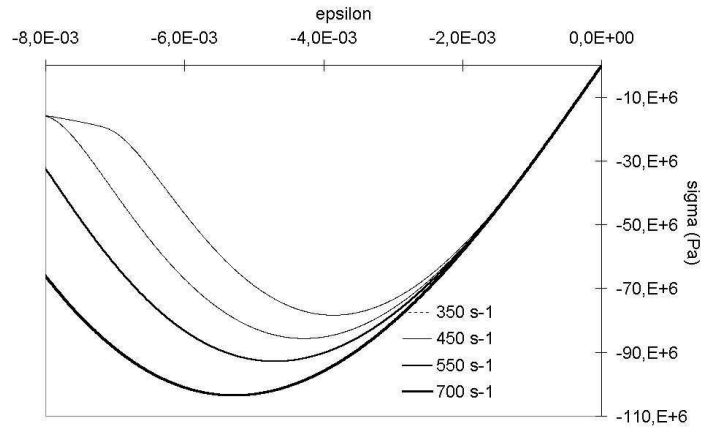


FIG. 2.4: Simulations uniaxiales en compression pour différentes vitesses de déformation.

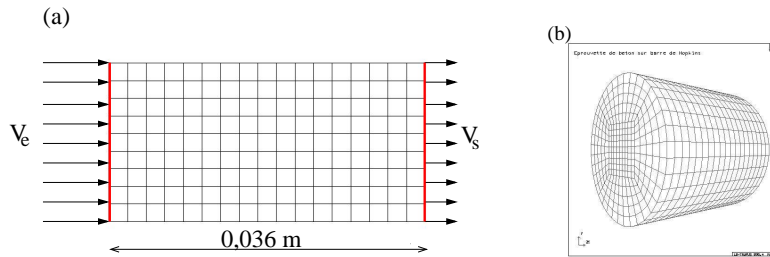


FIG. 2.5: Modélisation de l'essai a) bidimensionnel b) tridimensionnel.

maillage éléments finis en 3 dimensions avec 20 éléments CUB8 sur le diamètre de 0,036 m et sur la longueur de 0,036 m. On impose, sur les deux faces extrémités, les vitesses de déplacement mesurées lors de l'essai (figure 2.5). Le calcul est réalisé à l'aide du code LS-DYNA3D, dans lequel nous avons implanté le modèle de comportement viscoendommageable [Nan99]. Nous en déduisons les efforts sur chacune des faces de l'éprouvette que nous comparons à ceux déduits de l'expérience (figure 2.6). Les résultats des simulations de l'essai ne concordent pas tout à fait avec les résultats expérimentaux. En effet les paramètres sont identifiés pour une vitesse de déformation moyenne stabilisée, alors que celle-ci évolue au cours du chargement. D'autre part la vitesse de déformation n'est stable que loin après le pic et donc hors de la partie "utile" du comportement (figure 2.7) [DNW98]. Il apparaît donc nécessaire d'effectuer l'identification des paramètres à partir des simulations complètes des essais.

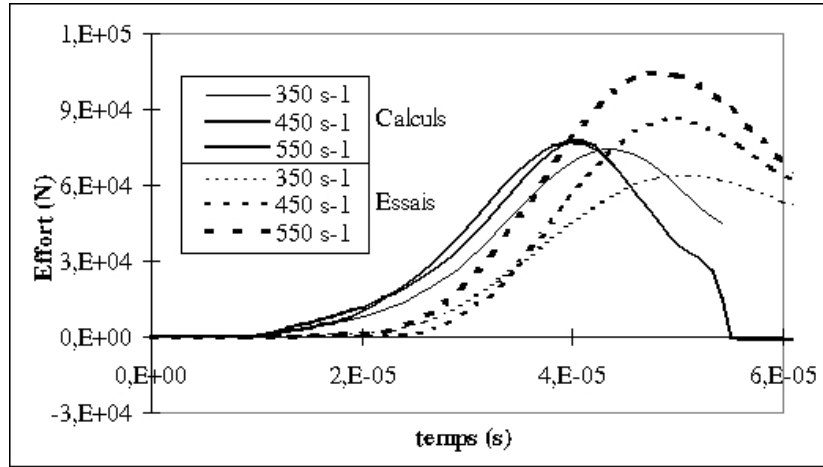


FIG. 2.6: Comparaison essai/calcul des forces sortantes de l'éprouvette.

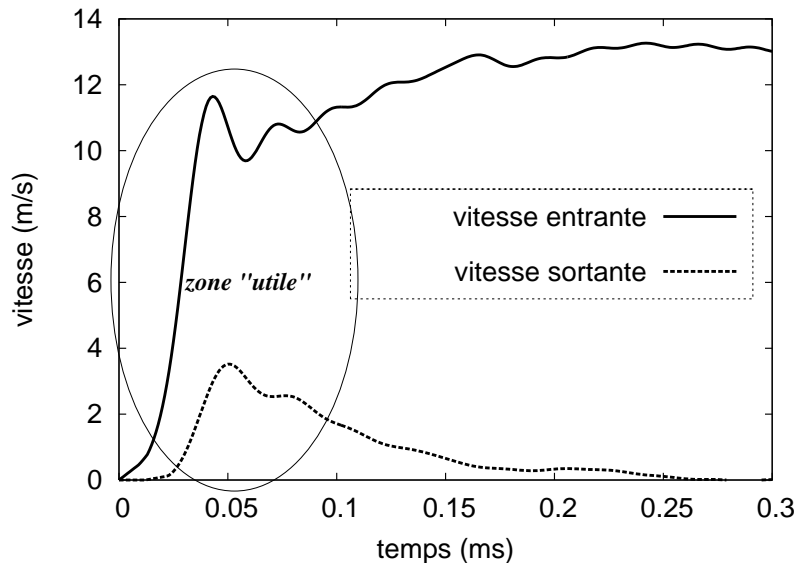


FIG. 2.7: Evolution des vitesses des faces en fonction du temps (essai avec $\dot{\epsilon} = 350s^{-1}$).

2.1.3 Identification des paramètres par simulation de l'essai

L'identification des paramètres E_0 , m_c et n_c pilotants l'effet de vitesse (eq. 2.6) est réalisée en utilisant une analyse inverse. Pour des raisons de comodité nous avons choisi de développer la méthode de Levenberg-Marquardt [Ba97] dans le code de calcul CASTEM2000 [VCM88]. Ce code de calcul utilise une approche implicite du calcul dynamique non linéaire assez lente et

2 Identification sur structures

peu adaptée aux problèmes de courte durée. Le maillage est construit en utilisant les symétries de l'éprouvette et du chargement. L'éprouvette est donc maillée de manière axisymétrique avec des éléments QUA4. Les conditions limites sont : un déplacement transversal nul à l'axe de symétrie, des vitesses imposées sur les faces de l'éprouvette. La simulation numérique de l'essai fourni aux faces les réactions qui sont comparées aux forces entrantes et sortantes de l'essai. Le critère que l'on cherche à minimiser est une fonctionnelle \mathcal{J} qui s'écrit :

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left\{ \left[\frac{\left(F_{ij}^{calc}(t, \mathbf{P}) - F_{ij}^{exp}(t) \right)}{Max \left(F_{ij}^{exp}(t) \right)} \right]^T \left[\frac{\left(F_{ij}^{calc}(t, \mathbf{P}) - F_{ij}^{exp}(t) \right)}{Max \left(F_{ij}^{exp}(t) \right)} \right] \right\} j = e, s \quad (2.7)$$

F_{ij}^{calc} est l'effort calculé de la face j (entrée ou sortie) pour l'essai i , F_{ij}^{exp} est l'effort expérimental de la face j pour l'essai i . $\mathbf{P} = (E_0, m_c, n_c)$ est le vecteur des paramètres identifiés du modèle de comportement. Le calage est arrêté au bout de 10 itérations. Le calage des paramètres est réalisé en utilisant les trois vitesses de chargement. Les paramètres identifiés sont ensuite utilisés pour une simulation tridimensionnelle des essais avec le code LS-DYNA3D. La procédure d'identification donne une concordance entre les simulations et les résultats expérimentaux. Pour les trois vitesses de déformations nous retrouvons les mêmes niveaux d'effort au pic (figure 2.8). De plus les pentes d'écrouissages sont correctement décrites. Par contre les oscillations post-pic sont très atténuées, la modélisation adoptée possède plus d'amortissement que l'essai.

2 Identification sur structures

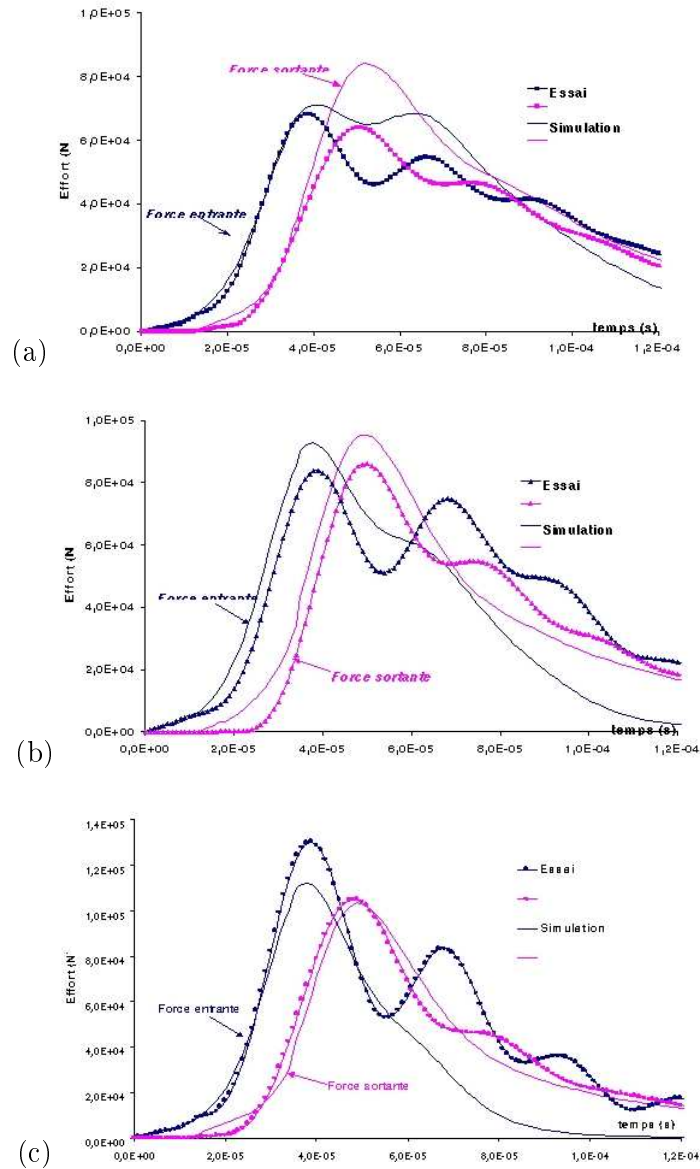


FIG. 2.8: Comparaison des forces entrantes et sortantes sur les faces de l'éprouvette a) 350 s^{-1} , b) 450 s^{-1} et c) 550 s^{-1} .

2.2 Analyse d'une poutre en vibration

Cette étude consiste à déterminer l'état d'endommagement d'une structure en béton en utilisant une série d'essais vibratoires non destructifs [Ma00, AD00]. L'analyse vibratoire à faible niveau de sollicitation part du principe que la masse de l'ouvrage n'a pas changé. La variation des fréquences propres de l'ouvrage est alors liée à la variation du module d'Young. En utilisant

un modèle d'endommagement pour le béton [Maz84], on peut alors déterminer l'endommagement de la structure si le module d'Young initial est connu [Ram94, BC97, Has00, Dub04]. Pour un ouvrage de type poteau-poutre discrétisé en n tronçons, on peut calculer n fréquences propres. Il est assez facile de déterminer numériquement les modules d'Young des n tronçons connaissant les n fréquences propres mesurées de l'ouvrage de référence [Bar82, Ram94, PK04]. Toutefois, la plupart des analyses expérimentales sur des poutres en béton armé ne dépassent pas 10 modes propres, ceci étant du à l'amortissement de la structure [NPM⁺00].

S'il est difficile de déterminer de nombreuses fréquences propres il paraît plus faisable d'augmenter le nombre de point de mesure. Ainsi, au lieu d'utiliser la seule information fréquentielle, on peut utiliser la variation de déformée de la structure, et ceci pour un balayage en fréquence important et inférieur à la fréquence maximale mesurable. Cette technique, qui ne fait plus appel à une simple inversion de matrice, demande l'utilisation des méthodes d'analyse inverse. En utilisant trois méthodes d'analyse différentes nous voyons que l'on peut déterminer la distribution de module d'Young d'une poutre. Ensuite, l'étude porte sur l'identification des modules d'Young de tronçons d'une poutre en béton. On vérifie que l'identification utilisant les fréquences propres fonctionne correctement pour aboutir à l'utilisation de la déformée de la poutre.

2.2.1 Identification fréquentielle

L'analyse fréquentielle de la structure permet de déterminer directement les modules d'Young pourvu que l'on possède autant de fréquences propres que d'éléments. Cette méthode paraît difficile à appliquer expérimentalement pour récupérer suffisamment de fréquences propres ; toutefois elle permet de vérifier la pertinence des méthodes d'analyse pour ce problème. La poutre de référence est encastree-libre (figure 2.9). Elle comporte 5 tronçons ayant chacun un module d'Young propre. Chaque tronçon est composé de 2 éléments pour améliorer la déformée. Le comportement du matériau est linéaire élastique. Trois séries de distribution de modules d'Young sont testées (tableau 2.1). Les deux premières distributions peuvent représenter une dégradation progressive depuis une des extrémités. La troisième représente une dégradation ponctuelle.

2 Identification sur structures

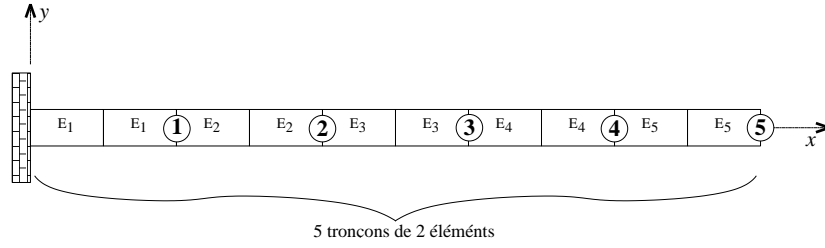


FIG. 2.9: Poutre encastée-libre composée de 5 tronçons distincts

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
série 1	1 000 MPa	2 000 MPa	3 000 MPa	4 000 MPa	5 000 MPa
série 2	5 000 MPa	4 000 MPa	3 000 MPa	2 000 MPa	1 000 MPa
série 3	1 000 MPa	2 000 MPa	3 000 MPa	1 000 MPa	5 000 MPa

TAB. 2.1: Distributions des paramètres de la poutre de référence

La fonction d'erreur à minimiser est la suivante :

$$\mathcal{J}(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \left(\frac{freq_{calc}(\mathbf{E}) - freq_{ref}}{freq_{ref}} \right)^T \cdot \left(\frac{freq_{calc}(\mathbf{E}) - freq_{ref}}{freq_{ref}} \right) \quad (2.8)$$

avec \mathbf{E} le vecteur de modules d'Young. $freq_{calc}$ sont les fréquences associées au vecteur \mathbf{E} et $freq_{ref}$ sont les fréquences associées aux modules d'Young cibles. Les valeurs initiales des modules d'Young sont toutes égales à 10 000 MPa. L'identification est réalisée avec les 5 premières fréquences propres. Les critères de convergence de l'équation 1.5 sont $\epsilon_1 = 10^{-4}$ et $\epsilon_2 = 10^{-10}$.

2 Identification sur structures

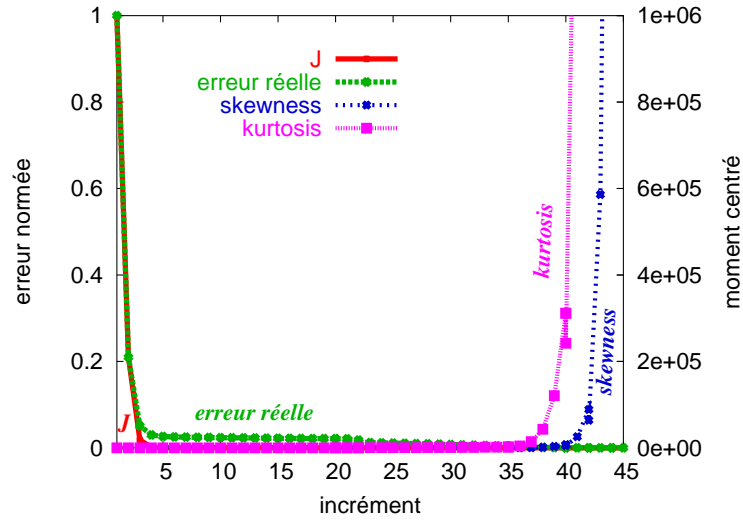


FIG. 2.10: Évolution des différents indicateurs pour l'identification de la série 1 (normés à 1)

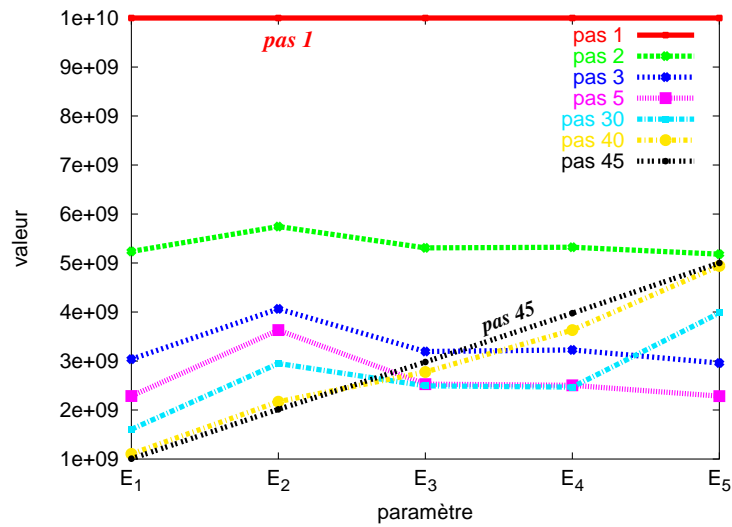


FIG. 2.11: Évolution de la valeur de chaque paramètre

L'évolution de la fonction erreur \mathcal{J} converge au bout de 45 itérations (figure 2.10). On peut remarquer que la fonction \mathcal{J} décroît très rapidement, ainsi que l'erreur réelle sur les paramètres. En étudiant l'évolution des valeurs des modules d'Young on s'aperçoit qu'elles restent longtemps autour de la valeur moyenne. La distribution correcte des modules n'est obtenue qu'après la 30^{ème} itération. L'étude de la fonction d'erreur \mathcal{J} ne permet pas de donner l'information sur la "bonne" convergence du problème. C'est pourquoi l'utilisation d'autres in-

2 Identification sur structures

dicateurs peut s'avérer nécessaire. Les moments centrés d'ordre 3 (skewness) et 4 (kurtosis ou curtosis) de la distribution de l'erreur ($freq_{calc}(\mathbf{E}) - freq_{ref}$) normés par l'écart-type mis à la puissance de l'ordre [KK04]. Le skewness donne une indication sur la distribution des erreurs par rapport à la valeur 0 et le kurtosis donne le rétrécissement de la distribution. Il est clair qu'ici le nombre de valeurs étant limité à 5, les valeurs du skewness et du kurtosis sont très discutables. Toutefois on peut remarquer qu'à la 40^{ème} itération le kurtosis augmente fortement (figure 2.10). Les différences entre le module d'Young identifié et le module de référence sont quasi-identiques pour chaque élément, ce que l'on retrouve figure 2.11. L'identification pour la série 2 est obtenue de la même manière en 36 itérations et celle de la série 3 en 43 itérations.

2.2.2 Identification avec la déformée

L'identification est maintenant réalisée en utilisant la déformée de la poutre. Un balayage en fréquence est effectué de manière arbitraire entre $\frac{f_1}{2}$ et $\frac{f_2+f_3}{2}$, f_i étant la i ^{ème} fréquence propre de la poutre de référence. Le balayage comporte 5 fréquences. Les points utilisés pour la mesure de la déformée sont les nœuds de jonction des tronçons de 2 éléments (figure 2.9). Pour l'identification, utilisant les déplacements, nous avons donc 5 déformées avec 5 points de mesure soit 25 valeurs mesurées. La fonction d'erreur à minimiser est alors la suivante :

$$\mathcal{J}(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \left(\frac{Dep_{calc}(\mathbf{E}) - Dep_{ref}}{Dep_{ref}} \right)^T \cdot \left(\frac{Dep_{calc}(\mathbf{E}) - Dep_{ref}}{Dep_{ref}} \right) \quad (2.9)$$

Dep_{calc} est le champ de déplacements des nœuds associés à \mathbf{E} et Dep_{ref} est le champ de déplacement de référence. Les critères de convergence de l'équation 1.5 sont $\epsilon_1 = 10^{-4}$ et $\epsilon_2 = 10^{-8}$.

La figure 2.12 montre que la fonction \mathcal{J} ne tend pas vers zéro et qu'elle se stabilise au bout de 30 itérations. D'autre part, l'erreur réelle sur les paramètres augmente avec la diminution de \mathcal{J} . La faible évolution du skewness montre que la distribution de l'erreur n'est pas symétrique (figure 2.12). Toutefois, la croissance du kurtosis fait apparaître un resserrement de la distribution. Les modules obtenus sont donnés dans le tableau 2.2. Ils sont très éloignés des valeurs de

2 Identification sur structures

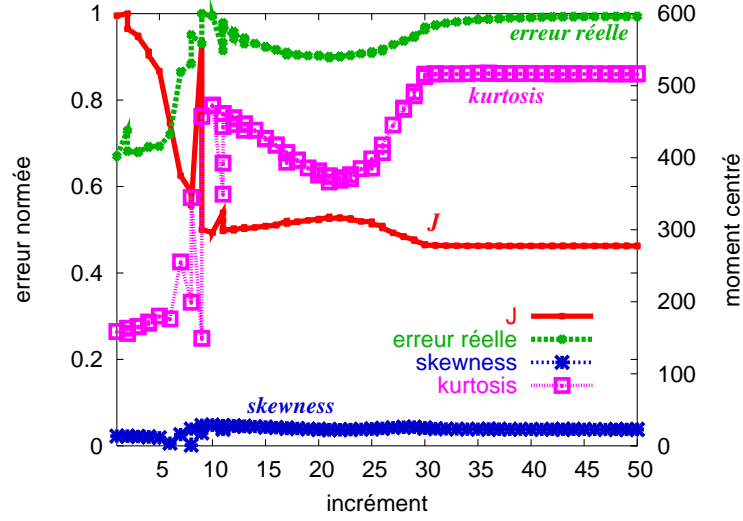


FIG. 2.12: Évolution des différents indicateurs normés pour l'identification sur les déplacements (série 1)

référence.

Cette identification est très difficile à obtenir car le système est fortement couplé. En effet, si le déplacement du premier nœud (proche de l'encastrement) est fonction linéaire du module E_1 , le déplacement du second nœud est fonction des modules E_1 et E_2 . Ainsi le déplacement du nœud 5 est fonction de tous les modules. Pour résoudre un système découplé on peut utiliser la courbure car elle n'est liée qu'au module du tronçon étudié. Pour calculer la courbure nous utilisons les déplacements aux nœuds que nous intégrons numériquement deux fois. Ainsi à partir des 5 déplacements nous obtenons 3 courbures. Le nombre de mesures passe donc de 25 à $5 \times 3 = 15$.

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
déplacement série 1	9980 MPa	10669 MPa	12287 MPa	3541 MPa	2957 MPa
courbure série 1	1000 MPa	1993 MPa	3020 MPa	3957 MPa	5113 MPa
courbure série 2	4996 MPa	4012 MPa	3016 MPa	1992 MPa	1002 MPa
courbure série 3	1000 MPa	2000 MPa	2996 MPa	1000 MPa	4991 MPa

TAB. 2.2: Distributions des paramètres après identification

2 Identification sur structures

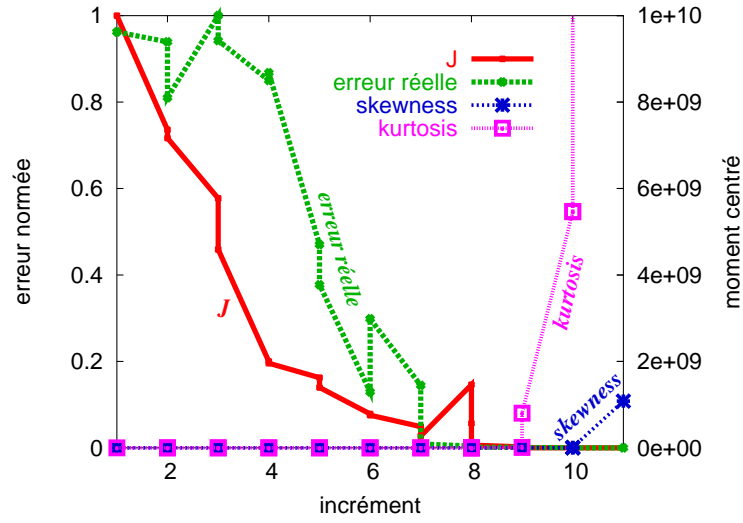


FIG. 2.13: Évolution des différents indicateurs normés pour l'identification sur les courbures (série 1)

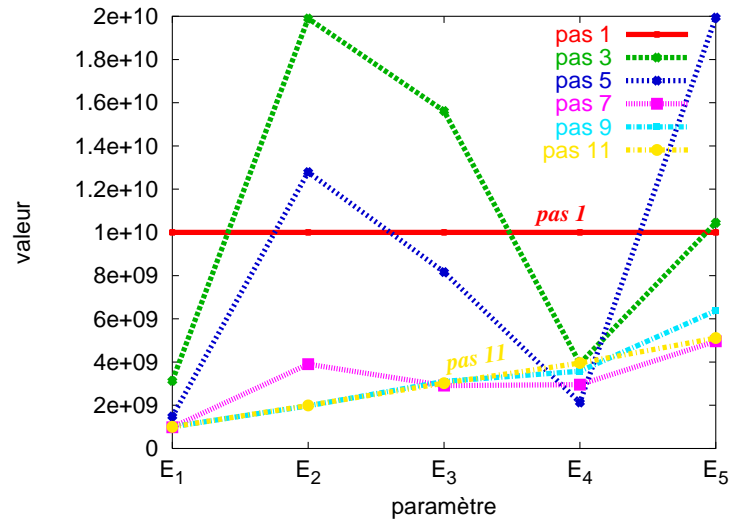


FIG. 2.14: Évolution des valeurs des paramètres pour l'identification sur les courbures (série 1)

L'identification de la première série converge très rapidement vers zéro aussi bien pour la fonction \mathcal{J} que pour l'erreur sur les paramètres (figure 2.13). L'augmentation du skewness montre que les erreurs ne sont pas distribuées symétriquement par rapport à zéro. Par contre le kurtosis montre que la distribution des erreurs, à la fin de l'identification, est très resserrée.

2 Identification sur structures

Ceci explique la forte augmentation du skewness puisque toutes les valeurs sont regroupées autour d'un point proche de zéro mais non égal à zéro. La figure 2.14 montre que les paramètres ne tendent réellement vers la solution optimale que pour les dernières itérations.

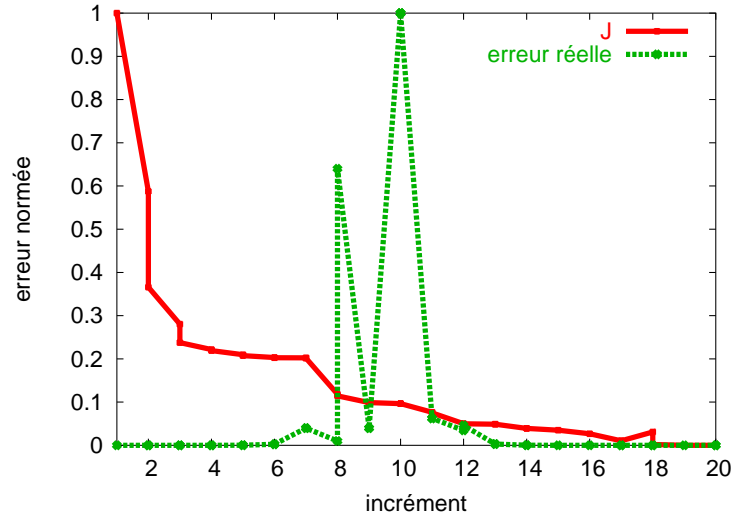


FIG. 2.15: Évolution des différents indicateurs normés pour l'identification sur les courbures (série 3)

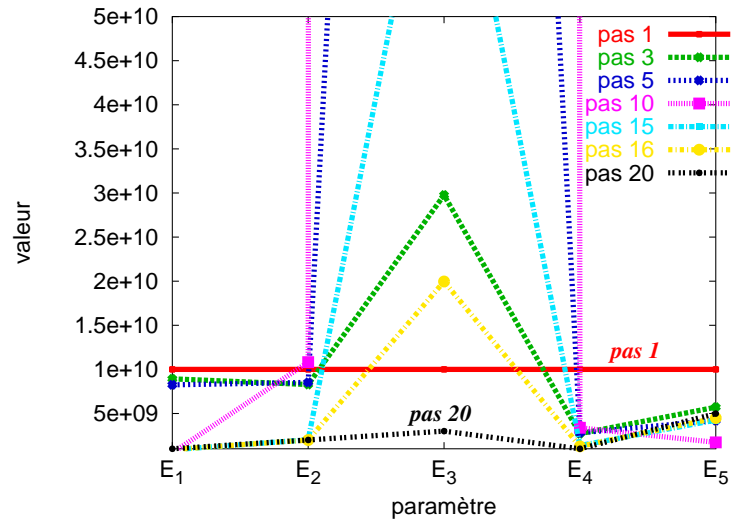


FIG. 2.16: Évolution des valeurs des paramètres pour l'identification sur les courbures (série 3)

L'identification de la seconde série est identique à la première alors que la troisième est plus

délicate. En effet si la fonction \mathcal{J} décroît, l'erreur sur les paramètres effectue un saut entre les itérations 8 et 12 (figure 2.15). L'étude des valeurs des paramètres au cours des itérations montre en effet que le paramètre E_3 diverge pour quelques itérations (figure 2.16) avant de revenir à des valeurs raisonnables. Cette difficulté, que l'on pouvait prévoir, affecterait probablement un autre tronçon si d'autres modes étaient sollicités.

2.3 Conclusions

Le modèle viscoendommageable qui régularise sensiblement les calculs et limite la localisation [DPCB96] permet de décrire les effets de la vitesse de déformation sur le comportement du béton pour de fortes vitesses de déformation. Cette étude montre surtout qu'il est très difficile d'analyser proprement les résultats des essais sur barres de Hopkinson et seule une simulation complète de l'expérience peut être considérée comme valide. Une méthode d'analyse inverse permet d'aboutir au calage des paramètres du modèle en utilisant la simulation numérique de l'essai. Cette méthode demande un temps de calcul considérable et elle ne peut aboutir à un résultat plausible que si la modélisation reflète bien le comportement réel.

L'identification de la distribution des modules d'Young d'une poutre en utilisant sa réponse vibratoire sur une faible plage de fréquence fonctionne. L'utilisation de la mesure de flèche n'est pas pertinente pour assurer l'identification. La courbure qui détient moins d'information est plus adaptée au problème traité comme l'ont montré les essais de Maeck et al. [Ma00]. Il n'est pas toujours évident de prédire la pertinence d'une mesure. D'autre part, le modèle utilisé n'est pas toujours adapté au problème expérimental posé. Le moment centré d'ordre 4 donne une information supplémentaire sur la pertinence de l'identification réalisée [KK04]. Les tests ont en effet montré que ce moment augmentait fortement à l'approche de la solution optimale. Cette information peut être très utile pour les identifications réalisées en aveugle et pour lesquelles il faut être sûr d'obtenir la "bonne" solution optimale. Toutefois, les identifications réalisées au chapitre suivant ne montrent pas une évolution notable de ce moment d'ordre 4.

3 Les effets d'échelle.

3.1 Introduction

Ce chapitre s'intègre dans le travail de thèse de C. Le Bellégo et porte sur l'identification d'un modèle non local en utilisant les effets d'échelle [Bel01]. Des modèles non-locaux sont nécessaires pour réaliser une modélisation cohérente de la rupture et du comportement adoucissant du béton [PCB87, PDBD96], des alliages métalliques [FMAH94, LPD94, TN94], des composites [GPDB98] et des matériaux quasi-fragiles hétérogènes. Leur identification doit s'appuyer sur des méthodes suffisamment robustes pour une mise en œuvre et une utilisation efficace. Qu'elles utilisent une méthode de gradient ou une formulation intégrale, les relations de comportement incorporent une longueur interne qui doit être calée sur les expériences en plus des autres paramètres, plus classiques, du modèle. Le fait que les modèles contiennent cette longueur interne a suscité beaucoup d'interrogations dans le passé sur la technique appropriée pour sa mesure. La première proposition pour le béton a été suggérée par Bazant et Pijaudier-Cabot [BPC89] en comparant la réponse de deux spécimens en traction. Dans le premier spécimen, composé de béton et de fibres d'acier, les fibres, adhérentes au béton, agissaient comme des renforts et provoquaient la fissuration multiple du béton. Dans le second spécimen, les fibres n'adhéraient pas au béton et une fissure unique se propageait. La comparaison de l'énergie dissipée par les deux spécimens a fourni une valeur approximative de cette longueur interne. Une réévaluation récente de cette technique expérimentale a cependant montré que la pertinence des résultats était très liée au frottement et aux liaisons d'interface entre l'acier et le béton [BCHPC99].

Aujourd'hui, les techniques expérimentales directes qui fourniraient cette longueur interne

3 Les effets d'échelle.

n'ont pas encore été développées. En regardant les conséquences de l'approche non-locale sur la description théorique du processus de fissuration, deux possibilités basées sur des approches d'identification inverses apparaissent : 1°) Au cours du processus de rupture (i.e. le mode I), une zone microfissurée devance la fissure. Du point de vue de la modélisation, l'approche non-locale est capable de décrire cette zone fissurée. Sa forme est contrôlée par la réponse adoucissante en traction du matériau et par la longueur interne. Donc, une mesure précise du champ de déplacement dans cette zone fournit l'information, qui peut être comparée à un modèle élément fini dans le but d'identifier le modèle. Geers et al. [GPBD96] ont proposé une interprétation des données expérimentales appropriées pour de telles comparaisons et l'ont appliquée aux matériaux composites renforcés de fibres. 2°) Une autre technique est basée sur le fait que la taille de la zone fissurée est indépendante de la taille de la structure tant qu'elle n'interfère pas avec les conditions aux limites. La réponse de spécimens géométriquement similaires n'est pas homothétique et cela donne l'effet d'échelle. L'explication complète de cet effet est décrite dans le livre de Bazant et Planas [BP98]. Il est dû à la redistribution de l'énergie de déformation stockée, au sein de la structure dont la taille varie d'un spécimen à l'autre, alors que la zone de localisation reste de dimension constante. On peut décrire ce phénomène en utilisant des modèles de comportement incluant une longueur interne. On peut utiliser un modèle dans lequel cette longueur caractéristique provient de la largeur de la zone de localisation [BP98], ou bien un modèle élasto-plastique ou endommageable [MPCS91, DG99] associé à la technique non-locale dans laquelle la longueur caractéristique est à peu près proportionnelle à la zone de localisation [MPC96]. Ainsi les essais d'effet d'échelle permettent de déterminer indirectement les paramètres des modèles non-locaux. Dans ce chapitre, nous mettrons l'accent sur le calage associé aux effets d'échelle. Le calage par analyse inverse des paramètres du modèle est souvent manuel et la minimisation de l'erreur peut demander de gros efforts en termes de simulations numériques. L'identification automatique n'a pas été utilisée, sauf dans l'article de Carmeliet [Car99] qui a employé une optimisation de Markov. Les données expérimentales avec lesquelles l'identification a été réalisée proviennent d'essais de traction et de poutres entaillées en "flexion trois points" pour différentes tailles. Carmeliet a montré qu'il fallait optimiser le jeu de données expérimentales pour obtenir un meilleur résultat de l'analyse inverse. Cependant, il n'a pas

3 Les effets d'échelle.

utilisé toute l'information contenue dans les essais d'effet d'échelle, car il ne considère que la charge maximale. Des essais supplémentaires étaient donc nécessaires pour compléter le calage du modèle. Nous montrerons ici que les paramètres du modèle entrant dans la description de la réponse non-linéaire du matériau en traction peuvent être obtenus à partir d'une seule série d'essais d'effet d'échelle. Les courbes force-flèche issues d'expériences sur des poutres entaillées en "flexion trois points" pour trois géométries similaires servent de base de données expérimentales. Un modèle d'endommagement non-local, que l'on rappelle dans la partie 2, sera utilisé pour illustrer la méthode. La partie 3 montre les résultats expérimentaux utilisés dans cette étude. Un calage manuel du modèle est réalisé et confronté à la loi d'effet d'échelle. Ce calage sert de point de départ au processus d'identification automatique présenté dans la dernière partie.

3.2 Modèle de comportement

Nous utilisons la version non-locale du modèle d'endommagement scalaire de Mazars [MPCS91]. Tous les paramètres du modèle sont rappelés dans cette partie. L'influence des microfissurations est représentée par une variable d'endommagement scalaire d variant de 0 (matériau sain) à 1 (matériau fissuré). La relation contrainte-déformation s'écrit alors :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E(1 - d)}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E(1 - d)}[\sigma_{kk}\delta_{ij}] \text{ ou } \sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{ij} = (1 - d)C_{ijkl}^0\epsilon_{ij} \quad (3.1)$$

E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau sain. ϵ_{ij} et σ_{ij} sont les composantes des tenseurs de déformation et de contrainte, C_{ijkl} et C_{ijkl}^0 sont respectivement les raideurs sécantes endommagée et initiale du matériau et δ_{ij} , le symbole de Kronecker. L'évolution de l'endommagement d est issue de l'ensemble des déformations de traction que subit le matériau pendant le chargement mécanique. Dans le modèle non-local, l'endommagement est contrôlé par la moyenne pondérée $\bar{\epsilon}$ des déformations équivalentes $\tilde{\epsilon}$ définies comme :

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \epsilon_i \rangle_+^2} \quad (3.2)$$

3 Les effets d'échelle.

avec $\langle \cdot \rangle_+$ l'opérateur de Macauley et ϵ_i les déformations principales. La moyenne $\bar{\epsilon}$ est donnée par :

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{V_r(X)} \int_{\Omega} \Psi(x-s) \tilde{\epsilon}(s) ds \text{ avec } V_r(x) = \int_{\Omega} \Psi(x-s) ds \quad (3.3)$$

où Ω est le volume de la structure, $V_r(x)$ est le volume représentatif au point x et $\Psi(x-s)$ est la fonction poids :

$$\Psi(x-s) = \exp\left(-\frac{4\|x-s\|^2}{l_c^2}\right) \quad (3.4)$$

l_c est la longueur caractéristique du matériau dénommée plus généralement longueur interne pour un milieu non-local. La surface de charge liée à l'endommagement s'écrit alors en fonction de cette moyenne comme :

$$f(\bar{\epsilon}, \kappa) = \bar{\epsilon} - \kappa \quad (3.5)$$

κ est la fonction seuil d'endommagement. Initialement, $\kappa = \kappa_0$. Au cours du chargement κ assure que la surface de charge entraîne la surface seuil, ce qui s'exprime par :

$$\text{si } \begin{cases} f(\bar{\epsilon}, \kappa) = 0 \\ \text{et} \\ \dot{f}(\bar{\epsilon}, \kappa) = 0 \end{cases} \text{ alors } \begin{cases} d = h(\kappa) \\ \kappa = \bar{\epsilon} \end{cases} \text{ avec } \dot{d} \geq 0 \quad \text{sinon } \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{\kappa} = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

$h(\kappa)$ est une fonction qui décrit l'évolution de l'endommagement. Pour prendre en compte la différence de la réponse mécanique du matériau entre la traction et la compression, la variable d'endommagement d , ainsi que les fonctions associées $f(\bar{\epsilon}, \kappa)$ et $h(\kappa)$, est décomposée en deux parties :

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c \quad (3.7)$$

d_t et d_c sont respectivement les variables d'endommagement de traction et de compression. Elles sont pondérées par les coefficients α_t et α_c définis à partir des valeurs des déformations principales ϵ_{ij}^t et ϵ_{ij}^c provenant de la contrainte positive σ_{ij}^t et de la contrainte négative σ_{ij}^c :

$$\epsilon_{ij}^t = C_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}^t, \quad \epsilon_{ij}^c = C_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}^c \quad (3.8)$$

3 Les effets d'échelle.

Le tenseur de contrainte est séparé en partie positive et négative selon une décomposition polaire. Les coefficients de pondération sont :

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\langle \epsilon_i^t \rangle \langle \epsilon_i \rangle_+}{\tilde{\epsilon}^2} \right)^\beta, \quad \alpha_c = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\langle \epsilon_i^c \rangle \langle \epsilon_i \rangle_+}{\tilde{\epsilon}^2} \right)^\beta \quad (3.9)$$

Les expressions ne font intervenir qu'un seul indice correspondant aux déformations principales. En traction uniaxiale $\alpha_t = 1$ et $\alpha_c = 0$. En compression uniaxiale $\alpha_t = 0$ et $\alpha_c = 1$. Le paramètre β représente l'influence du cisaillement et est quasi-constant. L'évolution de l'endommagement peut être mise sous forme intégrée, en fonction de la variable κ :

$$\begin{aligned} d_t &= 1 - \frac{\kappa_0(1-A_t)}{\kappa} - \frac{A_t}{\exp(B_t(\kappa-\kappa_0))}, \\ d_c &= 1 - \frac{\kappa_0(1-A_c)}{\kappa} - \frac{A_c}{\exp(B_c(\kappa-\kappa_0))} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Comme dans l'article de Carmeliet [Car99], nous concentrerons notre attention à la seule réponse du modèle en traction. Cela signifie que pour les simulations numériques, $d_c = 0$ et que les paramètres du modèle à identifier sont le module d'Young E , le coefficient de Poisson ν , le seuil d'endommagement initial κ_0 , les constantes A_t et B_t et la longueur interne l_c . Le paramètre β agit sur la réponse en cisaillement du matériau ; il est généralement considéré comme constant (ici $\beta = 1,06$). Les paramètres élastiques sont facilement obtenus à partir d'essais de compression uniaxiaux et supposés connus dans l'étude présentée, bien que le module d'Young puisse être obtenu à partir des résultats sur les poutres. L'identification se borne à la connaissance des quatre paramètres : κ_0 , A_t , B_t et la longueur interne l_c . Dans le cas de traction uniaxiale, il est possible d'obtenir certains d'entre eux, ce qui aide au calage manuel qui donne les valeurs initiales du processus d'identification automatique. En première approximation, κ_0 est la déformation au pic de contrainte. $(1 - A_t)$ est le rapport entre la contrainte résiduelle pour une déformation importante et la contrainte maximale. La contrainte résiduelle est nulle quand $(1 - A_t) = 0$ et la réponse uniaxiale ressemble à un comportement élastique parfaitement plastique quand $(1 - A_t) = 1$. B_t contrôle la pente d'adoucissement. Plus B_t est grand, plus la contrainte décroît rapidement après le pic.

On peut noter que la technique générale de calage des paramètres de traction ne dépend pas

du type de modèle non-local considéré dans cet article. Les réponses en traction uniaxiale de la plupart des modèles comptent en moyenne quatre paramètres. Évidemment, la sensibilité des paramètres des modèles sur les résultats numériques reste fortement dépendante de la forme mathématique des relations du modèle de comportement. Le modèle d'endommagement scalaire, qui est largement employé pour des matériaux quasi-fragiles, ne sert ici que d'exemple explicatif et une procédure semblable pourrait être utilisée avec un autre modèle de comportement.

3.3 Identification manuelle

L'identification des paramètres du modèle d'endommagement non-local (intégral ou gradient) est confrontée à la difficulté d'obtenir en même temps les paramètres impliqués dans l'évolution de l'endommagement κ_0 , A_t , B_t et la longueur interne l_c . Le modèle est défini de telle manière que dans le cas d'un état de déformation homogène on ait $\bar{\epsilon} = \tilde{\epsilon}$. Théoriquement, il serait possible de caler l'évolution de l'endommagement sur des essais dans lesquels la distribution des déformations resterait homogène sur l'ensemble du spécimen. C'est en fait impossible, car l'adoucissement en traction produit des champs de déformation et d'endommagement fortement non homogènes (bifurcation et localisation en traction) pendant le processus de rupture. Il s'ensuit qu'il n'est pas possible d'identifier les paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement, sans considérer le calcul d'un problème complet de structure jusqu'à rupture. Ceci est vrai aussi bien pour une méthode intégrale que pour une méthode de gradient basée sur la théorie de plasticité ou d'endommagement. Avec des modèles non-locaux, les solutions analytiques peuvent difficilement être construites. C'est la raison pour laquelle l'implantation dans le code par éléments finis du modèle non-local doit être robuste. Nous allons tout d'abord présenter les données expérimentales à partir desquelles nous réaliserons l'identification. Nous montrerons ensuite une identification manuelle à partir de ces données et nous discuterons de sa pertinence.

3.3.1 Résultats expérimentaux et effets d'échelle

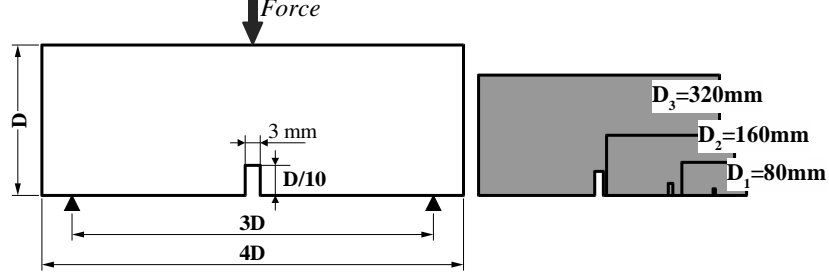


FIG. 3.1: Géométries des poutres entaillées pour les effets d'échelle.

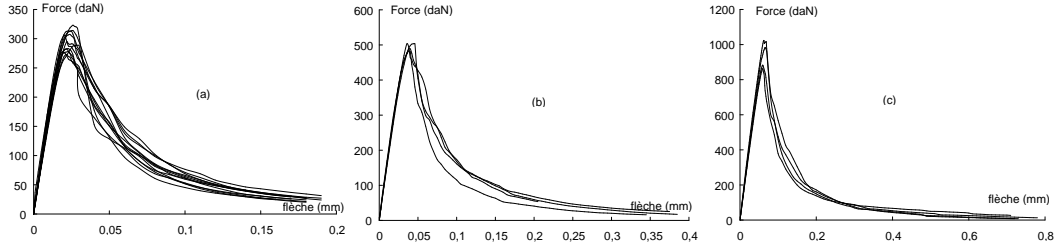


FIG. 3.2: Résultats d'essais sur poutres entaillées en "flexion 3 points" - a) D_1 b) D_2 c) D_3 .

Les essais sur poutres entaillées en flexion trois points ont été réalisés par Le Bellégo et al. [BGPC00] avec des spécimens géométriquement semblables pour différentes hauteurs $D = D_1 = 80\text{mm}$, $D = D_2 = 160\text{mm}$ et $D = D_3 = 320\text{mm}$, une longueur $L = 4D$ et une épaisseur constante $b = 40\text{mm}$ (figure 3.1). Le ratio entre la longueur L et la hauteur est donc $L/D = 4$, celui reliant la longueur entre appui ℓ et la hauteur est $\ell/D = 3$; la longueur de l'entaille est égale à $D/10$. Les éprouvettes sont constituées de mortier avec un rapport de ciment sur eau de 0,4 et un rapport de sable sur ciment de 0,46 (en poids). La taille maximale des grains de sable est $d_a = 3\text{mm}$. La figure 3.2 montre les réponses force-flèche pour les trois tailles testées. Les résultats expérimentaux et numériques seront interprétés à l'aide de la loi d'effet d'échelle de Bazant, dans sa forme la plus simple. La contrainte nominale de traction est obtenue par la relation élastique :

$$\sigma = \frac{3}{2} \frac{F\ell}{b(0,9D)^2} \quad (3.11)$$

3 Les effets d'échelle.

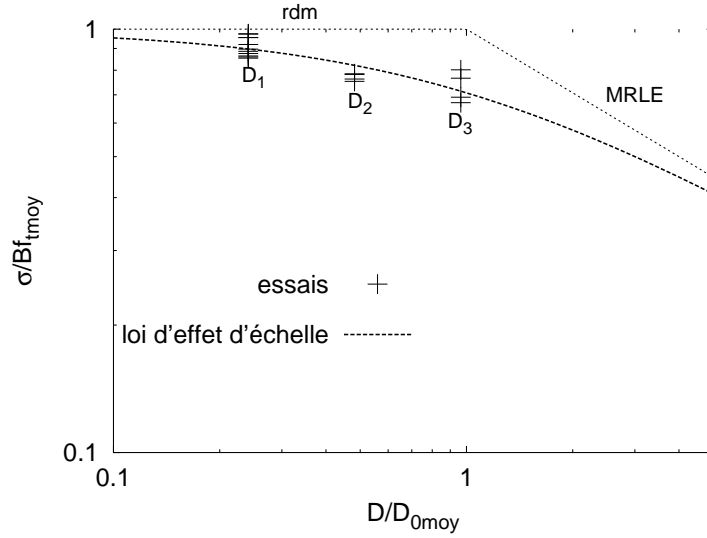


FIG. 3.3: Représentation des résultats expérimentaux sur la loi d'effet d'échelle.

où F est la charge maximale. La loi d'effet d'échelle s'écrit :

$$\sigma = \frac{Bf'_t}{\sqrt{1 + D/D_0}} \quad (3.12)$$

D_0 est une dimension caractéristique, f'_t est la résistance en traction du matériau et B est un paramètre géométrique. Sur une représentation log-log, la résistance des matériaux (rdm) donne une droite horizontale et la mécanique de la rupture linéaire élastique (MRLE) donne une droite ayant une pente égale à $-1/2$ (figure 3.3). En effet cette asymptote correspond à une fissure de longueur r infinie dans un milieu infini dans lequel on a la relation classique $\sigma^\infty \propto \frac{K_I}{\sqrt{\pi r}}$ en mode I. Les deux lignes se coupent à l'abscisse $D/D_0 = 1$. D_0 et Bf'_t sont obtenus par régression linéaire.

$$\frac{1}{\sigma^2} = aD + c \quad \text{avec} \quad D_0 = \frac{c}{a} \quad \text{et} \quad Bf'_t = \frac{1}{\sqrt{c}} \quad (3.13)$$

La figure 3.3 montre le positionnement des résultats d'essais de la figure 3.2 sur la loi d'effet d'échelle (Eq. [3.12]). D_{0moy} et Bf'_{tmoy} sont calculés à partir des moyennes des essais. Plus la poutre est grande, plus la contrainte nominale est petite.

3 Les effets d'échelle.

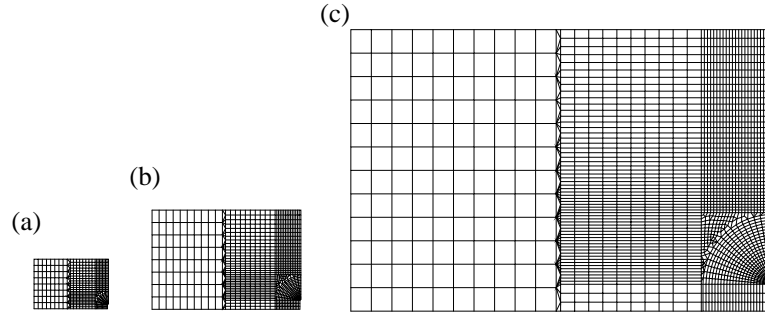


FIG. 3.4: Maillage éléments finis pour la petite (a), moyenne (b) et grande (c) poutre.

3.3.2 Méthode d'identification et analyse

Le calage des paramètres du modèle par analyse inverse est basé sur une représentation par éléments finis correcte pour chaque taille de poutre. L'expérience montre qu'une bonne discrétisation de la zone fissurée dépend du rapport entre la taille de l'élément fini et la longueur interne. Donc, on ne peut pas employer un maillage géométriquement semblable pour le calage. Pour éviter l'influence du maillage sur le résultat, la taille des éléments dans la zone fissurée doit être tenue constante et assez petite comparée à la longueur interne (au plus un tiers de cette longueur interne). Évidemment, la longueur interne n'est pas connue a priori et cette condition est vérifiée à la fin du calage. La figure 3.4 montre les maillages en éléments finis des demi poutres. Le détail du processus d'identification dépend de la forme exacte des relations de comportement (Eq. 3.1). On peut utiliser la démarche suivante : tout d'abord les paramètres sont identifiés afin de décrire correctement la courbe force-flèche pour une taille donnée (d'habitude la taille moyenne). On prend comme longueur interne initiale une longueur comprise entre $3d_a$ et $5d_a$, où d_a est la taille maximale du plus gros granulats selon Bazant et Pijaudier-Cabot [BPC89]. Le seuil d'endommagement initial et les paramètres contrôlant l'évolution de l'endommagement (Eq. 3.10) sont les seules variables (le module d'Young du matériau peut être obtenu à partir de la raideur initiale de la poutre). Ensuite la longueur interne est ajustée, les autres paramètres étant tenus constants, afin que les réponses numériques des trois tailles de poutre soient les plus proches des résultats d'essais. Ce processus exige beaucoup de calculs, chaque itération et comparaison implique trois simulations numé-

3 Les effets d'échelle.

	Force maximale (N)			Erreur relative
	$D = 80mm$	$D = 80mm$	$D = 320mm$	
Expérience	2962	4968	9443	
$l_c = 7mm$	3588	5650	8678	14,3 %
$l_c = 13mm$	3519	5533	8588	13 %
$l_c = 40mm$	3353	5420	8756	9,8 %

TAB. 3.1: Forces maximales expérimentales et numériques.

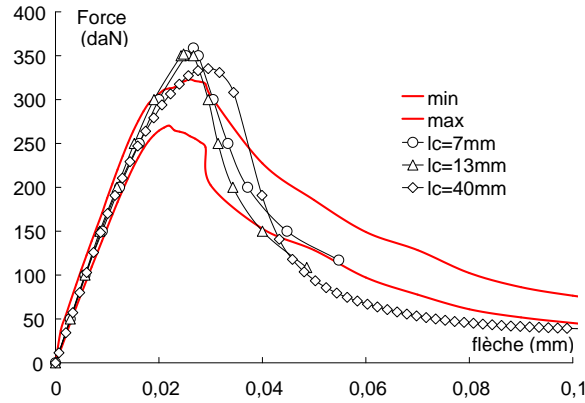


FIG. 3.5: Calage de la petite poutre (D_1) pour différentes valeurs de l_c .

riques. A cause des erreurs expérimentales et parce que le processus d'identification est basé sur une variation de la longueur interne découplée de la variation des autres paramètres du modèle, plusieurs jeux de paramètres du modèle peuvent fournir une bonne représentation des résultats d'essais. Un panel de ces calages et une étude de sensibilité des paramètres sont donnés dans [BDPCG03]. La figure 3.5 montre trois de ces calages. Dans le premier calage, la longueur interne est $l_c = 7mm$, dans le second $l_c = 13mm$ et dans le troisième $l_c = 40mm$. Les paramètres du modèle de la loi d'évolution d'endommagement κ_0 , A_t et B_t sont bien sûr différents d'un calage à l'autre (tableau 3.1).

Les réponses pour les trois tailles de poutres de la figure 3.6 montrent que le calage des paramètres est relativement bon. L'erreur sur les charges maximales (par exemple) est fournie dans le tableau 3.1 pour chaque taille. On se trouve dans une fourchette de 10 % à 15 % pour chaque jeu. Si ceux-ci étaient identiquement corrects, cela signifierait que le modèle mécanique ne peut pas être identifié objectivement parce qu'il y a plusieurs jeux de paramètres différents

3 Les effets d'échelle.

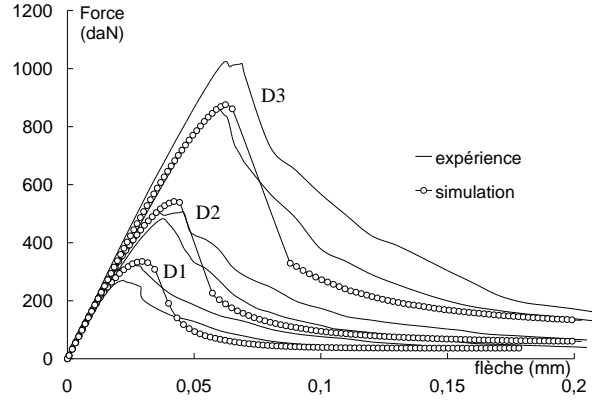


FIG. 3.6: Réponse pour les trois tailles de poutres et pour $l_c = 40mm$.

l_c	κ_0	A_t	B_t	E	ν
7 mm	$2,510^{-5}$	0,75	3500	38500 MPa	0,24
13 mm	510^{-5}	0,85	6000	38500 MPa	0,24
40 mm	510^{-5}	0,95	9000	38500 MPa	0,24

TAB. 3.2: Paramètres de références issus du calage manuel.

qui fournissent un calage identique. Les différences entre les calages doivent être accentuées pour aboutir au calage optimal. Pour cela, la loi d'effet d'échelle s'avère utile comme nous le verrons par la suite. Ces résultats montrent que l'identification des paramètres à partir d'une seule taille de poutre donne des jeux de paramètres très différents suivant la longueur interne l_c imposée.

3.3.3 Apport de la loi d'effet d'échelle

Pour faire apparaître clairement l'apport de l'étude d'effet d'échelle, nous allons regarder l'influence de la longueur caractéristique l_c sur la réponse de la poutre. La figure 3.5 montre que la variation de la longueur caractéristique n'engendre quasiment pas de variation sur la réponse force-flèche, car, d'un calage à l'autre, les paramètres de la loi de comportement changent (tableau 3.2). Nous avons reporté dans la loi d'effet d'échelle les valeurs des forces maximales pour les trois tailles de poutre. On obtient par régression linéaire (Eq. [3.13]) les valeurs Bf'_t et D_0 . Comme le modèle non-local décrit les effets d'échelle, chaque jeu de données se cale sur la loi d'effet d'échelle.

3 Les effets d'échelle.

Les résultats des différentes simulations ont été tracés dans le système de coordonnées normalisé σ/Bf'_t fonction de D/D_0 . Il faut noter que pour chaque série de calculs (pour les trois tailles), un jeu différent de paramètres Bf'_t et D_0 est obtenu et reporté sur le graphe normalisé. La différence entre chaque calage est alors visualisée par des points distincts sur la courbe d'effet d'échelle. Par exemple, pour une taille de spécimen donnée D , si D_0 change d'un jeu de paramètre à un autre, la proportion D/D_0 changera aussi et le point correspondant dans la représentation normalisée se déplacera sur l'axe horizontal. Si D_0 diminue, les points se déplacent vers la droite, ce qui indique que la réponse des poutres est plus fragile, c'est-à-dire qu'elle tend vers un comportement selon les hypothèses de la mécanique de la rupture. Au contraire, si D_0 augmente, les points se déplacent vers la gauche de la courbe, ce qui signifie que la réponse des poutres est plus ductile, c'est-à-dire qu'elle se rapproche du comportement selon les hypothèses de la résistance des matériaux. Nous pouvons maintenant essayer de distinguer les divers jeux de paramètres du modèle obtenus dans le paragraphe précédent à l'aide de la loi d'effet d'échelle. Les résultats des calculs pour chaque jeu de paramètres du modèle ont servi à la détermination des constantes D_0 et Bf'_t . Les valeurs correspondantes ont été tracées dans le système de coordonnées normalisé (figure 3.7). Nous avons aussi tracé les limites supérieure et inférieure des valeurs expérimentales entre lesquelles un calage convenable devrait se trouver. La figure 3.7 montre alors un écart important entre les réponses des simulations pour les différents l_c . Quand la longueur interne diminue, la réponse des poutres devient plus fragile. Notons que la distance entre ces limites est très grande, ce qui suppose (i) que les résultats des essais sont plutôt dispersés même pour la plus grande taille et (ii) qu'un meilleur calage pourrait être obtenu avec une quatrième taille de poutre comme le suggèrent Bazant et Planas [BP98]. Il apparaît clairement sur cette figure que parmi les jeux de paramètres disponibles, le meilleur jeu correspond à une longueur interne égale à 40 mm. Ce jeu de paramètres est donné dans le tableau 3.2. Les trois points de la loi d'effet d'échelle sont presque dans les limites expérimentales pour ce jeu, tandis que ce n'est pas le cas pour les autres. On peut aussi conclure que l'optimum n'a pas été obtenu puisqu'il n'a pas été possible de placer tous les points calculés (3 points correspondants aux trois tailles) entre les limites expérimentales. Même si les simulations numériques fournissent des résultats plutôt acceptables comparés aux

3 Les effets d'échelle.

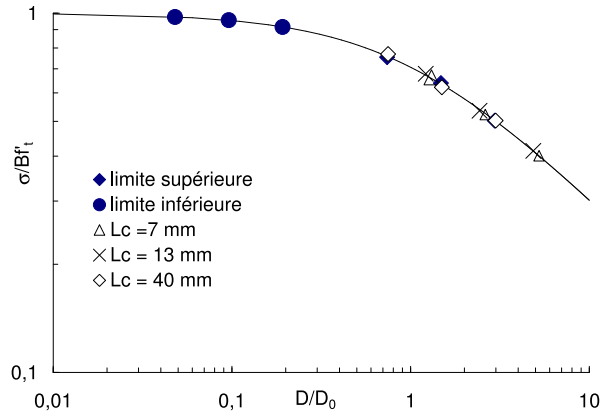


FIG. 3.7: Interprétation des calages "identiques" avec la loi d'effet d'échelle (représentation log-log).

l_c	κ_0	A_t	B_t	E	ν
45,9 mm	$2,92 \cdot 10^{-5}$	0,72	10000	38500 MPa	0,24

TAB. 3.3: Paramètres de références issus de l'identification automatique.

données expérimentales, leurs extrapolations aux structures de tailles très différentes ne seront pas précises comme l'indique la loi d'effet d'échelle. L'application de la loi d'effet d'échelle amplifie la différence entre les jeux équivalents de paramètres du modèle, ce qui correspond à une extrapolation des prédictions du modèle à de plus grandes structures.

3.4 Identification automatique

Bien que les paramètres du modèle optimaux n'aient pas été trouvés, le meilleur jeu peut maintenant être employé comme valeur initiale d'une procédure d'optimisation automatique. Dans l'application présentée, les paramètres du modèle sont optimisés sur les simulations numériques des trois tailles, afin qu'elles correspondent au mieux avec les résultats expérimentaux. Le processus d'optimisation utilise simultanément les réponses des trois tailles de poutres. Un algorithme de Levenberg-Marquardt a été mis en oeuvre [WP94]. L'algorithme réalise la

3 Les effets d'échelle.

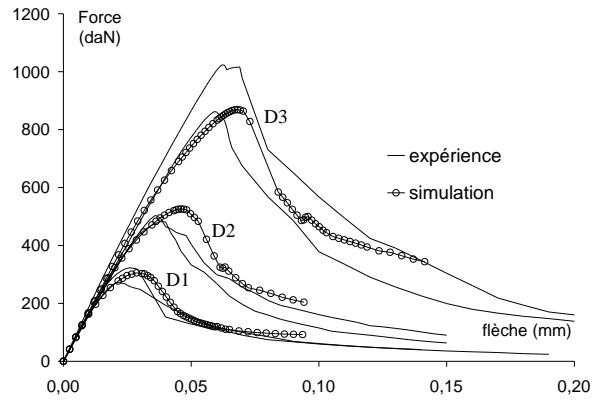


FIG. 3.8: Comparaison entre les résultats extrêmes des essais et les simulation pour les paramètres identifiés automatiquement.

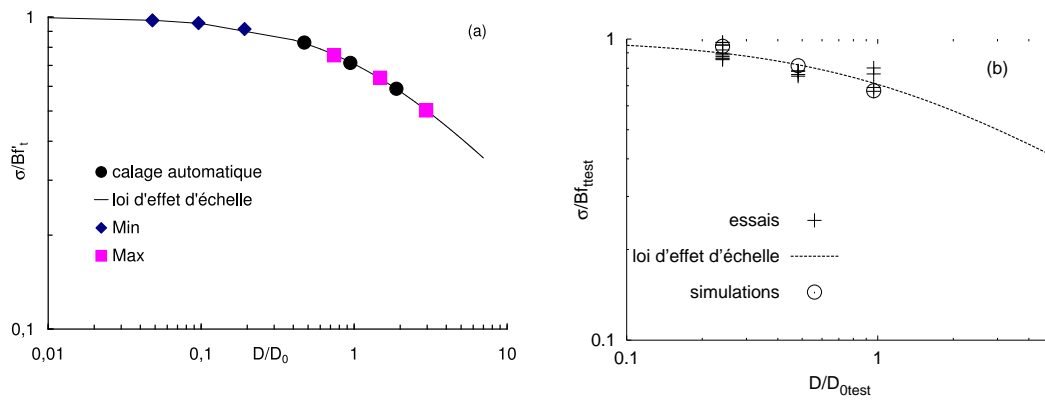


FIG. 3.9: Comparaison dans l'espace de la loi d'effet d'échelle. (a) Positionnement des simulations par rapport aux valeurs extrêmes; (b) Comparaison des simulations avec l'ensemble des essais.

3 Les effets d'échelle.

minimisation de la fonctionnelle suivante $\mathcal{J}(\mathbf{P})$:

$$\mathcal{J}(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left\{ \left(\frac{R_{calc}^i(\mathbf{P}) - R_{exp}^i}{Max(R_{exp}^i)} \right)^T \cdot \left(\frac{R_{calc}^i(\mathbf{P}) - R_{exp}^i}{Max(R_{exp}^i)} \right) \right\} \quad (3.14)$$

où R_{exp}^i est la moyenne des réponses expérimentales pour la taille i ($i \in [1,3]$) et $R_{calc}^i(\mathbf{P})$ est la réponse numérique pour la taille i utilisant les paramètres du modèle notés vectoriellement \mathbf{P} . Pour l'optimisation les réponses R correspondent aux valeurs des charges appliquées, mesurées pour 100 valeurs de la flèche également espacées et couvrant la gamme des données expérimentales autour du pic. Comme les réponses expérimentales et numériques ont des valeurs assez différentes d'une taille de poutre à une autre, il est nécessaire de les exprimer de façon adimensionnel (emploi d'une fonctionnelle pondérée). C'est la raison pour laquelle la différence entre la réponse numérique et expérimentale est divisée par la valeur maximale de la réponse expérimentale pour chaque taille. La fonctionnelle est minimisée en 5 itérations environ. On observe que l'erreur atteint un minimum et reste constante ensuite. À cette étape, le calcul a été arrêté. Le processus d'optimisation est plutôt rapide, car il commence avec un jeu de paramètres du modèle initial relativement correct. Le moment d'ordre 4 n'apporte pas d'information pertinente car il évolue peu. Cette faible évolution est probablement due au petit nombre d'itérations pour obtenir la convergence. Le jeu de paramètres initial a été modifié pour vérifier la stabilité de l'identification. En général les jeux de paramètres finaux n'ont pas beaucoup différé. Le plus grand écart a été trouvé sur la longueur interne, qui varie entre 40 mm et 50 mm. La figure 3.8 montre la comparaison entre les réponses extrêmes des essais et les simulations pour l'identification optimale des paramètres du modèle donnés dans le tableau 3.3. Le jeu de paramètres identifiés fournit des résultats numériques qui sont plus proches des expériences. Ces résultats sont reportés sur la courbe d'effet d'échelle (figure 3.9). La figure 3.9a montre que sur la courbe d'effet d'échelle normalisée (même représentation que sur la figure 3.7) la prédiction du modèle est maintenant comprise entre la limite inférieure et supérieure des résultats expérimentaux. Pour compléter, nous avons tracé figure 3.9b les comparaisons entre la moyenne des résultats expérimentaux et les simulations numériques. Ici le diagramme est normalisé à l'aide des paramètres de la loi d'effet d'échelle définis à partir de

3 Les effets d'échelle.

la moyenne des résultats expérimentaux. Sur cette courbe, on retrouve un meilleur accord car les mêmes valeurs de D_0 et de Bf'_t sont employées pour normaliser les données expérimentales et numériques. La courbe d'effet d'échelle normalisée permet d'amplifier les différences entre les données expérimentales et la prédiction du modèle. Nous l'avons déjà décrit dans la partie précédente où chaque jeu de données est normalisé avec ses propres valeurs de D_0 et Bf'_t obtenus par régression.

3.5 Conclusions

Le développement des modèles continus non-locaux basés sur des déformations locales a pour objectif de fournir des modèles continus robustes décrivant correctement la rupture. La rupture est prédite avec une énergie dissipée finie et non nulle. L'effet d'échelle structurel, observé sur beaucoup de matériaux quasi-fragiles, est bien décrit. Cependant, l'identification de ces modèles fait face aux difficultés habituelles impliquées par l'analyse l'inverse. Nous avons montré dans cet article que les paramètres du modèle peuvent d'abord être calés manuellement à partir d'essais d'effet d'échelle de poutres entaillées soumises à la "flexion trois points". Lors de cette phase d'identification, la courbe d'effet d'échelle normalisée fournit une information utile en accentuant les différences entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques. Une identification automatique utilisant une fonctionnelle de minimisation quadratique et un algorithme de Levenberg-Marquardt fournit un jeu optimal des paramètres du modèle. Le calage manuel est alors utilisé comme point de départ de l'optimisation qui converge avec un faible nombre d'itérations. Le jeu optimal des paramètres du modèle est compatible avec l'effet d'échelle expérimental et les résultats numériques se trouvent dans la dispersion expérimentale. On doit noter que sur la courbe d'effet d'échelle, la dispersion des résultats expérimentaux est relativement grande. Une plus petite dispersion expérimentale serait obtenue si une taille supplémentaire était testée. Un jeu optimal convenable pourrait alors être obtenu à l'aide d'essais d'effet d'échelle sur au moins quatre tailles différentes. D'autre part, l'intégration de la loi d'effet d'échelle dans la fonctionnelle à minimiser devrait conduire à une meilleure définition des paramètres dans l'hypothèse où la loi d'effet d'échelle doit être

3 *Les effets d'échelle.*

respectée par l'optimisation.

4 Méthode du Zoom.

4.1 Introduction

Ce chapitre constitue une partie du travail de thèse de K. Haidar de 1999 à 2003 [Hai02]. Dans les problèmes de localisation, la majeure partie de la structure reste élastique et le comportement non linéaire ne concerne qu'une petite zone. Dans le cas de l'utilisation de modèles non locaux la taille des mailles ne dépasse pas quelques centimètres et son utilisation n'est strictement nécessaire que lorsque l'endommagement apparaît. Ce sont des modèles qui prennent une grande taille mémoire et beaucoup de temps de calcul par rapport aux modèles locaux car à chaque itération l'état d'un élément est fonction de l'état de ses voisins. D'autre part, pour des structures où la zone de localisation (de fissuration) n'est pas connue à l'avance cela conduit à mailler très finement l'ensemble de la pièce ou à adopter une stratégie de contrôle du maillage. Il existe trois grandes catégories de méthodes pour résoudre ce type problème :

- les méthodes de remaillage (raffinement -h ou -p) sont basées sur un indicateur d'erreur fiable, un générateur de maillage optimal et des techniques de projections réalistes des variables lors des remaillages automatiques [BT91, MO91, DAH00],
- les méthodes intégrant dans le modèle de comportement la discontinuité et la propagation de fissure. Parmi ces modèles on trouve les "embedded crack model" [BFE88, WS00] et les "extended finite element approach" [MB02]. L'inconvénient de ces méthodes réside dans leur difficulté à résoudre des problèmes à fissures distribuées,
- les méthodes basées sur un dialogue global-local [Mot71, Noo86, MS91]. L'analyse de la structure est réalisée à deux échelles de discrétisation. Un processus itératif utilisant les projections des variables conduit à la solution du problème.

4 Méthode du Zoom.

Pour suivre la propagation de l'endommagement avec un comportement non local nous avons adopté l'analyse globale-locale. La technique du zoom vise à utiliser au maximum le comportement élastique du matériau et sans avoir besoin de définir initialement les zones à comportement non linéaire. Une solution approximative du problème est calculée en utilisant un modèle élastique sur un maillage grossier. Les zones où l'utilisation du comportement non linéaire est nécessaire sont isolées. Un calcul non linéaire est réalisé avec les conditions limites imposées issues du maillage grossier.

Initialement, Mote [Mot71] a proposé une méthode globale - locale en enrichissant les fonctions d'interpolation des éléments. Les schémas se sont rapidement focalisés sur des méthodes de Rayleigh-Ritz combinées aux éléments finis sur une partie de la structure ou sur un raffinement local des éléments finis [Noo82, Noo86, Don83]. En parallèle, d'autres auteurs [Coo74, HWP84, HUMP85] proposent des méthodes de zoom pour lesquelles ils utilisent un maillage raffiné dans les zones de concentrations de contraintes. Pour réaliser ce processus on trouve trois approches : les techniques de superposition, les méthodes « d'expansion » multi échelles et les méthodes de décomposition de domaine.

Dans les techniques de superposition, les modèles utilisés pour le maillage global et le maillage local sont indépendants. La méthode s'articule sur une décomposition de l'espace solution entre une partie globale et une partie locale. La compatibilité des solutions est assurée par des conditions homogènes à l'interface entre le maillage global et local. Les propriétés de convergence ont été évaluées sur des méthodes de grilles composites issues de cette technique [MT86, FBP96, FSB97]. L'analyse mathématique a permis de quantifier l'effet du phénomène de localisation sur la réponse globale et par conséquent d'identifier la localisation de l'interface [FM94, BSUG95].

La technique « d'expansion » multi échelle est une méthode d'homogénéisation où les champs de variables sont développés et résolus en séries asymptotiques à chaque échelle. Cette technique est principalement développée pour les matériaux composites où l'endommagement provient d'un niveau d'échelle si petit qu'il ne peut pas être traité avec une discrétisation classique de la structure. Des résultats similaires aux nôtres ont été obtenus en utilisant une formulation non locale de l'endommagement [FY01]. Un autre niveau d'échelle dans lequel est décrit

la micro structure du composite permet de donner une description réaliste du processus de fissuration [LMG99].

Avec la technique de décomposition de domaines, la structure est décomposée en sous domaines liés entre eux par des éléments d'interface [Tal94, LD99, LN02]. La discrétisation de chaque sous domaine est indépendante ainsi que le type comportement matériau (linéaire ou non linéaire). Ce type de technique a été appliqué sur des modèles hiérarchiques pour des matériaux hétérogènes avec un contrôle de la qualité du calcul de l'homogénéisation [OVM99].

Les méthodes multi échelles présentées constituent des outils numériques robustes. Les méthodes à grille composite ou de décomposition de domaines semblent les plus adaptées pour résoudre nos applications. Comme les zones d'endommagement évoluent, le domaine dans lequel l'analyse non linéaire est exécutée doit être adapté. Une définition étape-par-étape des éléments d'interface entre les maillages locaux et globaux doit être mise en application.

Dans ce chapitre, l'accent sera mis sur la stratégie de capture de l'endommagement et de la zone de fissuration dans une structure au cours du chargement. Par exemple, en actualisant la taille et la région où l'on réalise un calcul non linéaire. Le choix s'est porté sur l'utilisation d'une simple technique de zoom, avec une méthode de raffinement classique entre la description globale et locale [Noo86, MS91]. Cette technique évite l'utilisation d'éléments d'interface entre la description globale et la description locale. Toutefois, la simplicité de la méthode a un coup en terme de rapidité de convergence. Elle constitue une première approche pour étudier un problème industriel et pourra par la suite être améliorée par l'utilisation de schémas multi échelles plus sophistiqués.

4.2 Technique adoptée

Pour expliciter le propos, nous considérons le cas d'une grande structure en deux dimensions soumise à un champ de contrainte σ et dans laquelle un état de fissuration est atteint. L'analyse est réalisée en 3 étapes. (1) une analyse globale pour calculer une solution élastique approximative en utilisant la méthode des éléments finis. (2) une analyse locale pour calculer le champ détaillé de contraintes dans la région sensible avec un maillage fin. (3) une nouvelle

4 Méthode du Zoom.

analyse globale est réalisée pour redéfinir l'équilibre à l'échelle globale.

1- Dans la première étape, un maillage relativement grossier (grande échelle), avec un matériau élastique linéaire, est généré sur toute la structure (figure 4.1a). Les dimensions des mailles du maillage global doivent être suffisamment grandes par rapport au champ d'endommagement équivalent à une fissure, afin d'éviter les effets de bord. Nous calculons alors une solution approximative du champ de contraintes et de déplacements du maillage global en utilisant la méthode des éléments finis. Le champ de déplacements résultant est stocké et utilisé dans la deuxième étape.

2- La deuxième étape consiste à faire une analyse locale afin de suivre l'évolution de la fissure dans la structure. Le ou les éléments dont la déformation équivalente au sens de Mazars [Maz84] est supérieure à un critère, est isolé. Il est maillé finement à l'aide d'éléments de même type que le maillage d'origine mais de taille plus petite (figure 4.1b) : c'est le zoom fin. Le matériau de cette zone locale peut suivre un modèle linéaire ou non linéaire, suivant l'application. Le champ de déplacements de la solution globale est utilisé comme conditions aux limites dans le calcul local.

3- La résolution non linéaire donne des efforts inélastiques sur les faces du zoom. Ces efforts qui satisfont l'équilibre uniquement dans le zoom fin sont différents de ceux issus du maillage grossier à l'étape 1. Cette différence est intégrée comme force extérieure dans le maillage global. Une nouvelle résolution est réalisée avec le maillage global pour redéfinir l'équilibre à l'échelle globale en projetant à cette échelle la distribution des efforts obtenue dans la deuxième étape. Si nécessaire, les 2 étapes (2 et 3) sont répétées jusqu'à aboutir à la convergence. La convergence est atteinte lorsque le résidu des efforts de déséquilibre dans la région locale devient très petit. Plusieurs remarques en relation avec cette méthode sont à signaler :

- l'utilisation du champ de déplacements de l'analyse globale comme conditions aux limites de la région locale est la solution la plus simple. Il est possible d'envisager le pilotage par les forces nodales (distribution des forces au lieu des déplacements sur les faces de l'élément ABCD).

- l'efficacité de cette méthode repose sur : i) une bonne détection des zones, dans le maillage

4 Méthode du Zoom.

global, où le comportement non-linéaire doit être appliqué ; ii) des lois simples permettant de suivre l'évolution des zones où une solution locale avec un maillage fin est nécessaire ; iii) la capacité de décrire la réponse des éléments totalement fissurés dans le cas de cisaillement ou de refermeture des fissures.

Concernant la condition (i), la localisation des zones où une réponse non-linéaire peut intervenir est souvent contrôlée par la géométrie de la structure et les conditions aux limites. Une analyse élastique raisonnable est souvent suffisante pour la détection des zones où la fissuration peut être amorcée. L'amorçage des fissures dans la solution locale peut être maîtrisée en créant une petite entaille si nécessaire (figure 4.1b). Ceci évite des solutions non réalistes où l'endommagement est uniformément réparti sur tous les éléments dans la solution locale ou bien d'autres cas où l'endommagement est concentré dans les coins du zoom dû aux effets de bord. Pour le point (ii), il est important d'avoir des méthodes simples pour suivre l'évolution de l'endommagement (ou plasticité) dans les zones contenant la pointe de la fissure. La zone locale est définie par le ou les éléments répondant au critère ainsi que les éléments adjacents. Cela permet de devancer la propagation de la fissure. Le cas de refermeture de fissures, point (iii), n'est pas pris en compte dans notre étude. Dans ce cas, il est possible de remplacer la fissure avec des éléments d'interface, mais cela n'est pas encore implanté dans la méthode.

Ce processus suppose une zone d'endommagement faible comparée à la dimension des éléments dans la solution globale. Cette méthode ne fonctionne pas lorsque la zone endommagée est proche de la frontière dans la solution locale, ou lorsque la zone endommagée s'étend sur plusieurs éléments grossiers sans fissure apparente. Pour éviter ce problème, la structure à l'échelle locale est constituée d'un paquet de plusieurs éléments comme indiqué sur la figure 4.1c.

Lorsque l'endommagement traverse totalement l'élément (fissure traversante) nous avons étudié deux stratégies. La première consiste à ne pas en tenir compte et traiter l'élément comme un élément sensible pour lequel on applique la méthode du zoom. Pour la seconde, l'élément est éliminé et remplacé par ses efforts anélastiques constants dans le maillage grossier.

4 Méthode du Zoom.

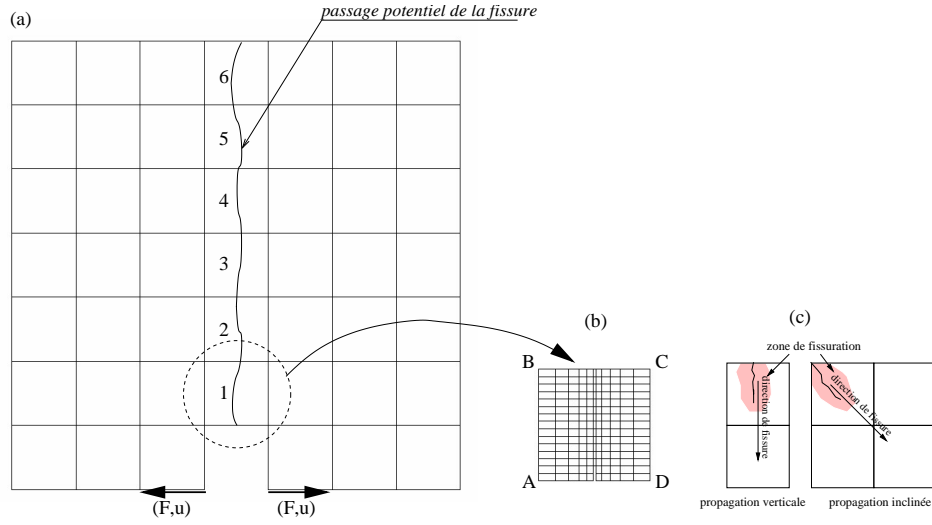


FIG. 4.1: Plaque entaillée : a) maillage grossier, b) maillage d'un élément du zoom, c) constitution des paquets du zoom

4.2.1 Formulation

Considérons un milieu solide bidimensionnel Ω . Ce milieu est décomposé en deux parties : Ω_G qui a un comportement élastique est le maillage grossier ; Ω_L est le maillage fin qui possède un comportement non linéaire. Les deux parties sont reliées par des conditions limites notées Γ_L , tel que $\Omega = \Omega_G \cup \Omega_L$ et $\Omega_G \cap \Omega_L = \Gamma_L$.

D'après le principe des travaux virtuels, nous pouvons écrire l'équilibre pour le domaine complet Ω :

$$\delta \mathbf{u}_G^T \cdot \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{F} \quad (4.1)$$

avec $\delta \mathbf{u}$ la variation du vecteur de déplacement nodal, \mathbf{B} contient les fonctions de forme et \mathbf{F} est le vecteur de forces nodales appliquées sur le milieu Ω . Les champs de contraintes et de déplacements peuvent être obtenus par superposition des solutions de deux sous problèmes. Le premier membre de l'équation 4.1 peut s'écrire :

$$\delta \mathbf{u}_G^T \cdot \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \delta \mathbf{u}_G^T \cdot \int_{\Omega_G} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D}_e \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_G d\Omega_G + \delta \mathbf{u}_G^T \cdot \int_{\Omega_L} \mathbf{B}^T \cdot \boldsymbol{\sigma}_L d\Omega_L \quad (4.2)$$

4 Méthode du Zoom.

$\delta \mathbf{u}$ est maintenant la variation du vecteur de déplacement nodal \mathbf{u}_G du maillage grossier Ω_G , \mathbf{D}_e est la matrice de rigidité élastique de cette partie et $\boldsymbol{\sigma}_L$ est le vecteur contrainte de la partie Ω_L . Il est solution du problème suivant :

$$\int_{\Omega_L} \mathbf{B}_L^T \cdot \boldsymbol{\sigma}_L d\Omega_L = \int_L \mathbf{N}_L^T \mathbf{p}_L dS \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\sigma}_L = \mathbf{D}_{nl} \cdot \mathbf{B}_L \cdot \mathbf{u}_L \quad (4.3)$$

avec \mathbf{u}_L le vecteur de déplacement issu du calcul avec le maillage fin, \mathbf{N}_L et \mathbf{B}_L sont les fonctions de forme et dérivées du maillage fin, \mathbf{D}_{nl} est la matrice de comportement non linéaire, \mathbf{p}_L représente les forces sur l'interface Γ_L . Nous devons maintenant définir les conditions limites des deux sous problèmes : le local et le global (eqs. 4.2, 4.3). Pour la partie locale, les déplacements sont imposés le long du bord Γ_L . Ce champ de déplacement noté \mathbf{u}_L est la projection des déplacements aux noeuds du maillage grossier en respectant ses fonctions de forme.

$$\mathbf{u}_L(x, y) = \mathbf{N}_G \cdot \mathbf{u}_G \quad (4.4)$$

où \mathbf{N}_G est le vecteur des fonctions d'interpolation du maillage grossier et \mathbf{u}_G le vecteur des déplacements des noeuds du maillage grossier. Pour le sous problème global, la partie Ω_L est remplacée par les forces équivalentes (figure 4.2). Ces forces notées \mathbf{P}_G sont issues des forces d'équilibre \mathbf{p}_L sur le bord Γ_L :

$$\mathbf{P}_G + \int_{\Gamma_L} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{p}_L dS = 0 \quad (4.5)$$

en substituant 4.5 et 4.3 dans l'équation 4.2 on obtient :

$$\int_{\Omega_G} \mathbf{B}^T \cdot \boldsymbol{\sigma}_G \cdot d\Omega_G = [\mathbf{F} + \mathbf{P}_G]$$

Le schéma itératif entre la solution globale et la solution locale, est réalisé peut être résumé par :

1. Une solution approximative initiale est calculée avec la structure complète $\Omega = \Omega_G$ en

FIG. 4.2: Description de la décomposition du problème.

supposant un matériau élastique. Ω_L est remplacé par un élément grossier.

2. Une solution locale sur Ω_L est obtenue avec l'équation 4.3 et en utilisant les conditions aux limites de l'équation 4.4.

3. Un champ de force \mathbf{P}_G est calculé à partir de la solution locale et de l'équation 4.5. Il est appliqué comme une force extérieure dans l'analyse globale réalisée sur Ω_G .

4. Les étapes 2 et 3 sont répétées jusqu'à ce que la variation des forces d'interface entre deux itérations devienne suffisamment petite, le critère de convergence est :

$$\frac{\|\mathbf{P}_G^{i+1} - \mathbf{P}_G^i\|}{\|\mathbf{P}_G^i\|} \leq e \quad (4.6)$$

i est l'itération et e est le critère de convergence ; dans les calculs $e = 10^{-3}$ et quelques itérations (7 itérations maximum) sont suffisantes pour aboutir à la convergence. Il est à noter que la convergence du schéma itératif n'est pas prouvée. Toutefois cette méthode est indépendante du modèle de comportement et du type d'élément fini utilisés.

4.3 Tests

Nous allons étudier la pertinence de la méthode sur deux exemples de structures simples : - une plaque entaillée en traction, - une poutre entaillée d'un seul coté et soumise à un chargement de flexion antisymétrique. La méthode du zoom utilisée est implantée dans le code de calcul par éléments finis CAST3M du CEA. Le modèle de comportement que nous utilisons pour le matériau est le modèle adapté au béton de J. Mazars [Maz84] en version non locale [PCB87]. L'implantation et les simulations numériques sont réalisées en contraintes planes.

4.3.1 Application 1 : Plaque entaillée en traction

Il s'agit de l'étude d'une plaque entaillée définie en contraintes planes (figure 4.4). Les noeuds 1 et 2 sont pilotés en déplacement horizontal avec un même déplacement opposé. Une simulation avec un maillage de référence est réalisée (figure 4.4). Le long de la fissure supposée le maillage est très dense. Les éléments finis utilisés sont linéaires (TRI3 et QUA4). Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau 4.1. Le reste de la structure, en dehors de la zone de fissuration, a un comportement élastique. La technique du zoom utilise deux modèles par éléments finis. L'analyse globale (première étape) est décrite par un maillage grossier (figure 4.4a). La dimension a des éléments est définie égale à $5l_c$, ce qui correspond à la largeur de la zone de fissuration. La solution globale élastique doit correspondre à la partie élastique de la solution de référence. C'est pourquoi le maillage est raffiné près des points d'application des déplacements. L'analyse locale (seconde étape) couvre une zone comprenant deux éléments grossiers dans l'alignement de la fissure (figure 4.4a). Le maillage fin comprend 165 quadrilatères par élément grossier (figure 4.4b) avec des éléments finis ayant une taille de $0,5l_c$. L'analyse locale utilise le même modèle non local que la solution de référence. On peut noter que la densité de maillage pour l'analyse locale couvre la même zone que celle utilisée pour la solution de référence. La solution obtenue fait alors abstraction des possibles effets de maillage.

La figure 4.5 montre l'évolution de la force appliquée en fonction de l'ouverture de l'entaille initiale. Nous montrons la comparaison entre la solution de référence (trait plein) et la technique

4 Méthode du Zoom.

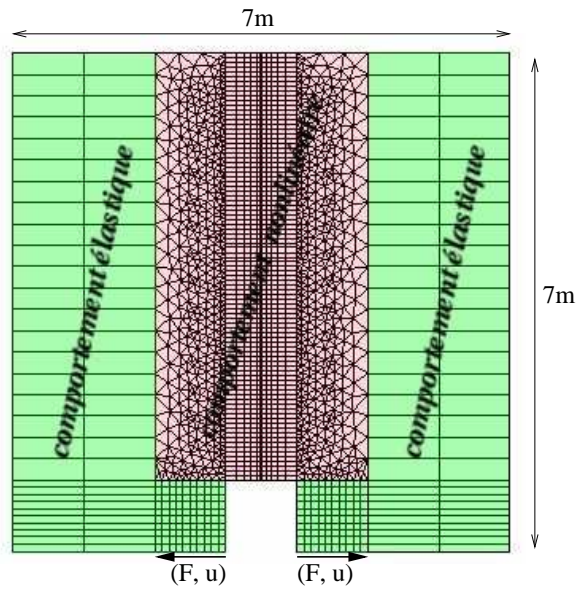


FIG. 4.3: Plaque entaillée : maillage de référence.



FIG. 4.4: Plaque entaillée : a) maillage grossier, b) zoom.

4 Méthode du Zoom.

Béton : Module d'Young $E = 32000\text{MPa}$
Coefficient de Poisson $\nu = 0,2$
Contrainte de traction $f_t = 3,2\text{MPa}$
Contrainte de compression $f_c = 35\text{MPa}$

Autres paramètres : $\kappa_0 = 1.10^{-4}$
 $A_c = 1,4$ $B_c = 1500$
 $A_t = 1,0$ $B_t = 10000$
 $\beta = 1,06$ $l_c = 20\text{cm}$

TAB. 4.1: Caractéristiques du modèle matériau.

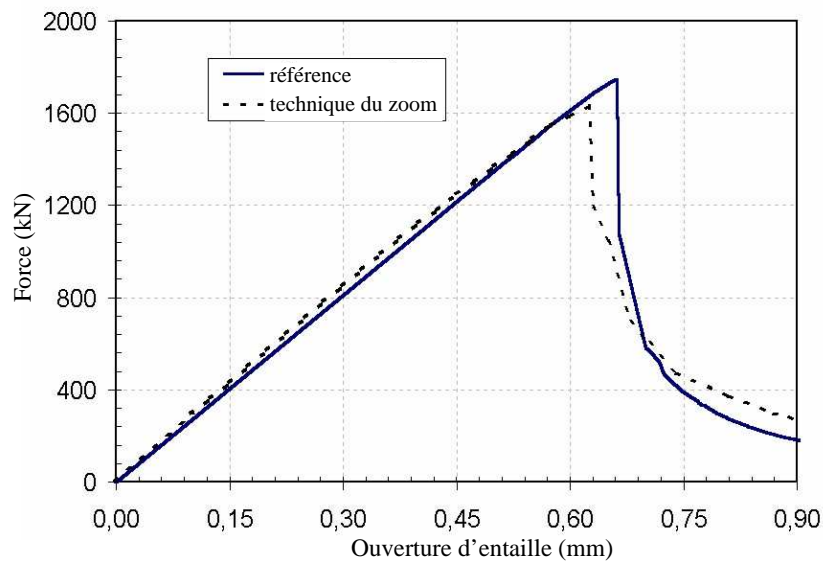


FIG. 4.5: Evolution de la force en fonction de l'ouverture d'entaille.

du zoom (trait pointillé). Les courbes concordent très bien avant et après le pic de chargement. La distribution de l'endommagement pour différents pas de chargement sont présentés figure 4.6. Les numéros des éléments extraits sont ceux définis sur la figure 4.6b. Nous retrouvons la même concordance entre les deux calculs. La zone d'endommagement progresse légèrement plus vite pour la solution de référence que pour la technique du zoom. Concernant le temps CPU, la technique du zoom prend environ deux fois moins de temps que la solution de référence.

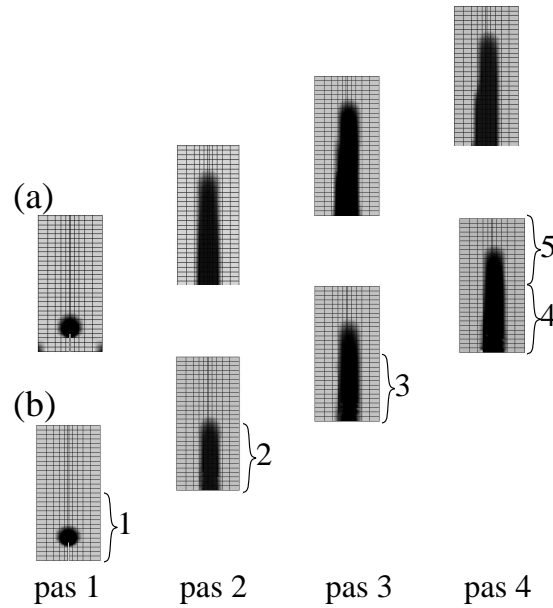


FIG. 4.6: Evolution de l'endommagement de la plaque entaillée a) référence b) technique du zoom.

4.3.2 Étude numérique de la convergence

La convergence de ce type d'approche ne peut pas être prouvée dans son contexte général. Il est toutefois possible d'étudier numériquement les propriétés de convergence. Pour cela, nous utilisons l'exemple précédent avec lequel nous étudions la vitesse de convergence locale globale et la taille minimum de la zone à zoomer. Il est à noter que la convergence séparée du schéma global et du schéma local ont déjà été établis. Pour le schéma itératif global, il s'agit de la convergence d'un problème élastique en petite déformation. Le schéma itératif local non linéaire a été prouvé numériquement par plusieurs études ([PCB87, PCMP91]).

Les caractéristiques du modèle sont les mêmes que celles du paragraphe précédent (4.1), excepté pour la longueur interne l_c qui est égale à 22cm ce qui donne des résultats légèrement différents des précédents. Pour regarder l'influence de la dimension du zoom, nous utilisons un maillage régulier avec des éléments de taille proche de la longueur interne ($1,5l_c$ comme on peut le voir figure 4.7). Les différents zooms ont la même hauteur mais ont une largeur qui augmente graduellement de 1 à 7 fois l'élément du maillage grossier (figure 4.7). Chaque élément isolé pour le zoom est quadrillé par 5×5 éléments. Ceci permet de respecter un rapport

4 Méthode du Zoom.

3 entre la dimension d'une maille et la longueur interne du modèle non local. La figure 4.8a présente l'évolution de la force en fonction de l'ouverture de l'entaille initiale pour les différentes tailles de zoom et les endommagements correspondants. Nous pouvons remarquer que le pic de force varie peu lorsque la taille du zoom augmente. En partant du fait que le matériau de l'échelle globale est élastique, le matériau non linéaire ne concerne que le zoom. Si le zoom n'a pas une taille suffisamment importante, la fissuration reste confinée dans cette zone qui est trop petite. La conséquence est que l'endommagement pour le plus petit paquet d'éléments est très différent de ceux obtenus pour les autres paquets (figure 4.8b). Ceci produit une concentration de contraintes dans une petite zone et induit un pic de force plus petit. Cet effet correspond à une diminution de la longueur interne. Quand la fissure progresse et traverse complètement les éléments, ils sont enlevés. Alors l'influence de la dimension tombe et les courbes de réponse sont quasiment identiques. La convergence de la réponse force vs. ouverture d'entaille, peut être considérée comme atteinte quand le zoom concerne plus de 3 éléments du maillage grossier. Un ratio de cet ordre a été utilisé pour le précédent paragraphe. La figure 4.9 montre l'évolution de l'erreur définie par l'équation 4.6 en fonction de l'itération pour les paquets de 1, 3, 5, 7 éléments sur la largeur. Les courbes sont tracées pour le point correspondant à l'ouverture d'entaille de 6,5mm. On observe une décroissance rapide de l'erreur. Une erreur acceptable inférieure à 0,5% permet de limiter le nombre d'itérations. Les oscillations diminuent avec l'augmentation de la zone de zoom. De plus la vitesse de convergence augmente aussi. Ce résultat montre que la méthode donne une approximation raisonnable de la solution avec une zone de zoom suffisamment large.

4.3.3 Application 2 : Poutre SEN (Single Edge Notched)

Le second problème traite le cas d'une poutre entaillée sur un côté, soumise à un chargement quatre points anti-symétrique. La géométrie de la poutre et les conditions aux limites sont décrites figure 4.10. Le chargement anti-symétrique aboutit à une fissuration curviligne comme a été montré dans des expériences réalisées par Sclangen [Sch93] sur des petits spécimens. Cette fissuration s'amorce en pointe de fissure vers la droite et se termine à droite du plateau de chargement inférieur droit.

4 Méthode du Zoom.

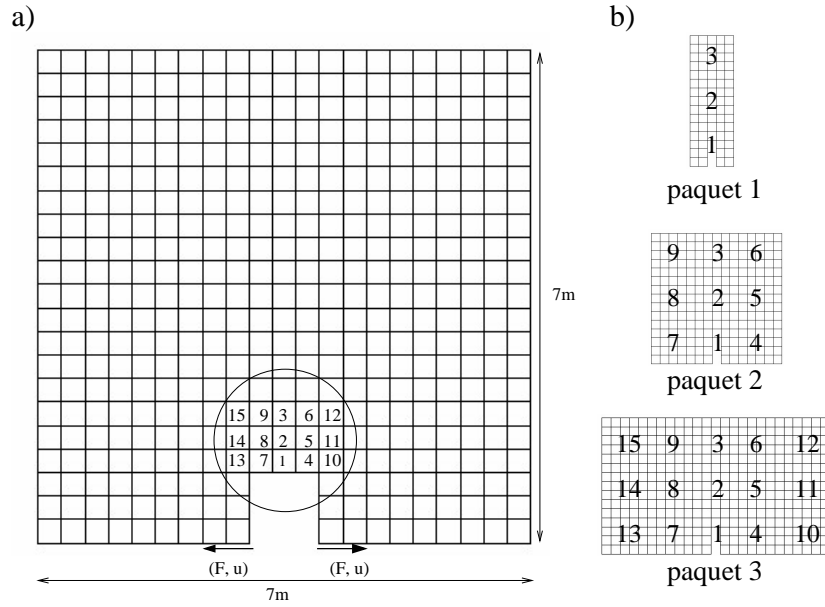


FIG. 4.7: Description du maillage (a) et zones de zoom (b) pour l'étude numérique de convergence sur une plaque entaillée.

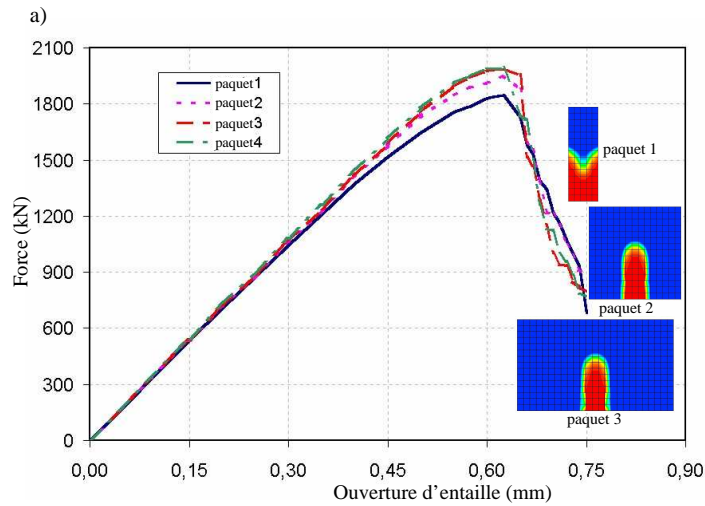


FIG. 4.8: Evolution de la force en fonction de l'ouverture de fissure pour différents paquets.

4 Méthode du Zoom.

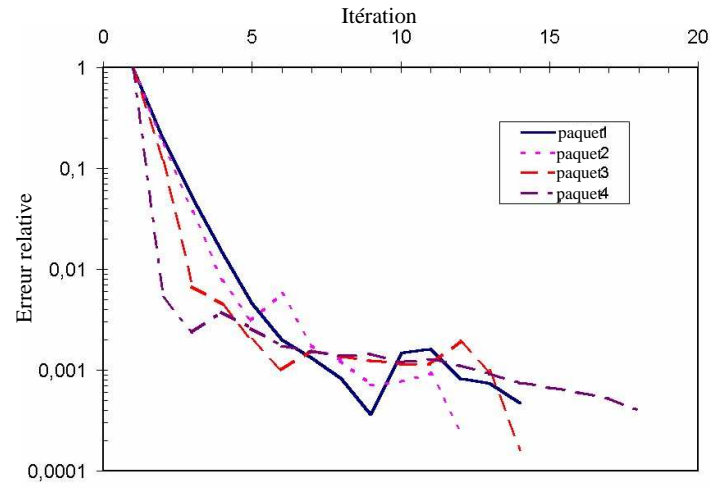


FIG. 4.9: Evolution de l'erreur relative en fonction du pas de calcul pour différents paquets.

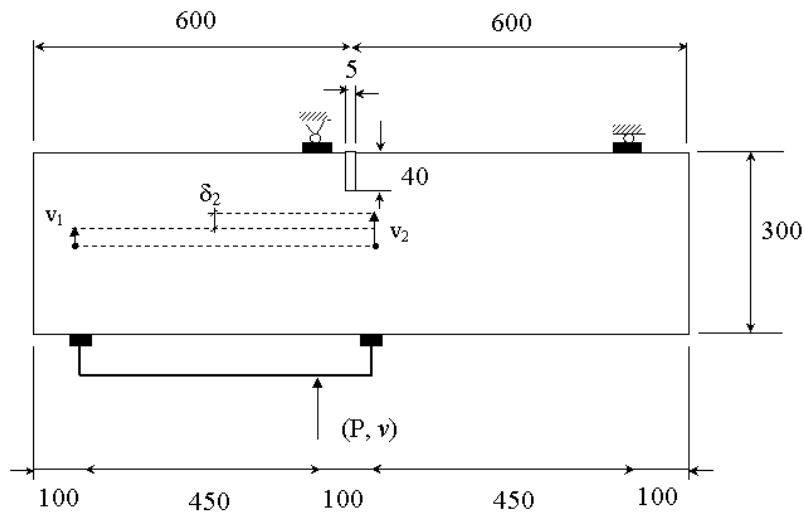


FIG. 4.10: Poutre SEN, description de l'essai.

4 Méthode du Zoom.

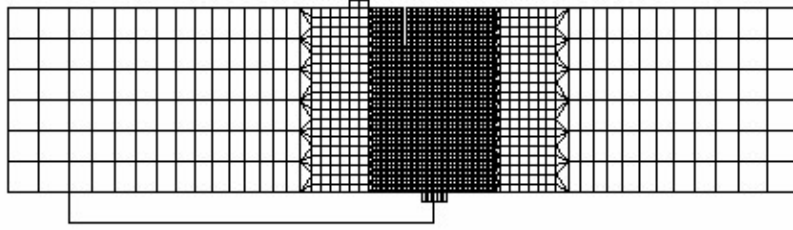


FIG. 4.11: Poutre SEN, maillage global fin.

La dimension de la poutre simulée est de 1200cm de long et de 300cm de haut. L'entaille, située sur le bord supérieur, a une largeur de 5cm pour une profondeur de 40cm. Les dimensions sont plus grandes que celle de l'essai original. Le chargement est appliqué sur un support qui est astreint à avoir un mouvement de corps rigide. Cela permet d'avoir deux forces sur les appuis, une près du centre $P_1 = 10/11P$ et une deuxième $P_2 = 1/11P$, où P est la force totale. Les caractéristiques du matériau sont les mêmes que celles du premier exercice sur la poutre entaillée (4.1). Une procédure de contrôle indirect du déplacement a été utilisée. Nous imposons un déplacement v au point d'application de la charge (figure 4.10). Nous contrôlons l'évolution de l'endommagement avec la flèche δ_2 de telle sorte que la différence entre deux valeurs consécutives de δ_2 ne dépasse pas la valeur arbitraire $5 \cdot 10^{-4}$. δ_2 est définie comme la différence au milieu de la poutre du déplacement vertical maximale relatif entre les deux plateaux de chargement, $\delta_2 = v_2 - v_1$.

La simulation est réalisée en contrainte plane. La poutre est discrétisée avec des éléments quadratiques et des éléments triangulaires ayant un seul point d'intégration. Une plus grande densité d'éléments est considérée à l'extrémité de l'entaille ainsi qu'autour de son développement supposé (figure 4.11). Les éléments de cette région suivent un modèle d'endommagement non local. Pour le reste de la structure le comportement est élastique linéaire.

Concernant la technique du zoom, le maillage grossier global est présenté figure 4.12a. La dimension des éléments finis comparée à la longueur interne du matériau est $h = 5x l_c = 1m$. Sur le même graphique nous avons présenté le maillage fin local (figure 4.12b), qui est formé de l'assemblage de 4 zooms : celui qui contient la pointe de la fissure et les 3 autres autour de cet élément. Le maillage raffiné est constitué de 400 quadrilatères dans chaque élément grossier

4 Méthode du Zoom.

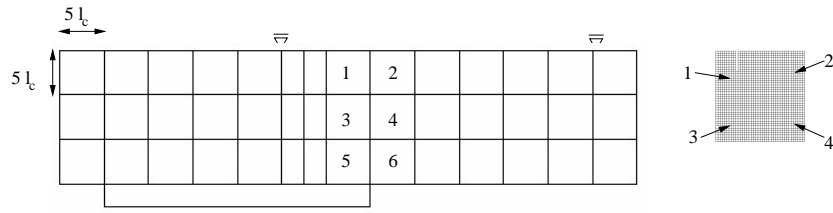


FIG. 4.12: Poutre SEN, maillage global grossier et zoom fin local

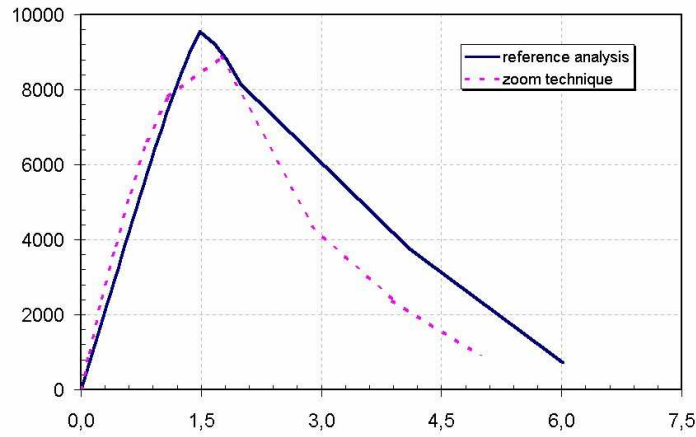


FIG. 4.13: Comparaison des courbes effort - δ_2 .

(la dimension des éléments finis est $0,5xlc$). Ce maillage a la même densité que le maillage global fin. Les éléments de cette région suivent un modèle d'endommagement non-locale et les paramètres sont identiques au calcul global fin.

La figure 4.13 montre la comparaison entre les courbes d'effort en fonction du paramètre δ_2 obtenues pour le calcul global fin (courbe solide) et la technique du zoom (courbe interrompu). Nous remarquons une bonne concordance des deux courbes. On peut noter que la largeur de la zone adoucissante est plus importante dans le cas du calcul fin global. L'évolution de l'endommagement pour différentes étapes de chargements (indiquées figure 4.13) est présentée figure 4.14 pour les deux calculs. Dans la première étape du processus de rupture, l'endommagement est amorcé dans le coin droit de l'entaille. Elle croît et se termine à droite du plateau central de chargement. Un résultat raisonnable est observé avec une évolution plus rapide de l'endommagement dans le cas du calcul global fin par rapport à la technique du zoom. Il est à noter que

4 Méthode du Zoom.

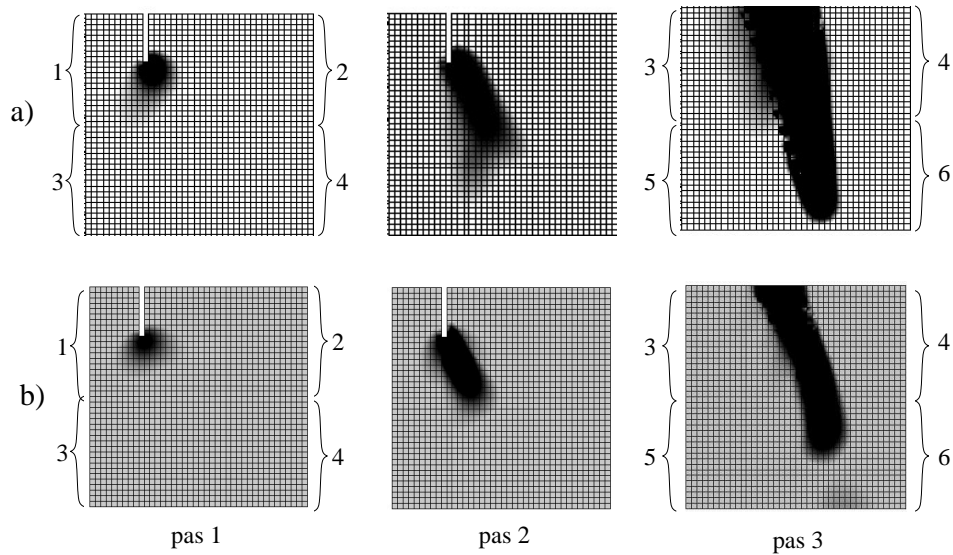


FIG. 4.14: Évolution de l'endommagement : a) calcul global, b) technique du zoom

la région utilisée par le zoom est légèrement plus petite que la région non linéaire du maillage de référence. La distribution finale de l'endommagement est présentée figure 4.15. A proximité de la pointe de fissure, l'endommagement continu à évoluer en largeur avec l'augmentation du chargement. Cette évolution n'est pas révélée par la technique du zoom car l'élément qui est totalement traversé par la fissure est automatiquement éliminé dans la suite du calcul. Concernant le temps de calcul nous avons obtenu une nette amélioration avec la technique du zoom. Le calcul de référence a duré environ 750min et la technique du zoom a duré environ 440min sur un PC AMD 700Mhz.

4.3.4 Application 3 : identification avec les effets d'échelle

Dans la continuité de la thèse de C. Le Bellégo [Bel01], les travaux de K. Haidar portent sur la caractérisation des structures endommagées chimiquement [Hai02]. Cette seconde phase a porté sur développement d'un matériau modèle dans lequel des billes de polystyrène simulent la dégradation chimique [HPCDLss]. L'application de cette étude porte sur des structures de dimensions pouvant varier du simple à l'octuple. Les résultats obtenus ont toujours été associés avec une analyse de l'effet d'échelle. L'analyse de l'effet d'échelle porte sur des poutres entaillées soumises à une flexion trois points. La hauteur D des quatres poutres étudiées double à chaque

4 Méthode du Zoom.

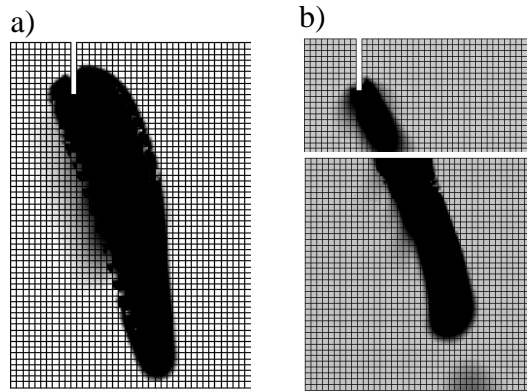


FIG. 4.15: Distribution finale de l'endommagement : a) calcul global, b) technique du zoom

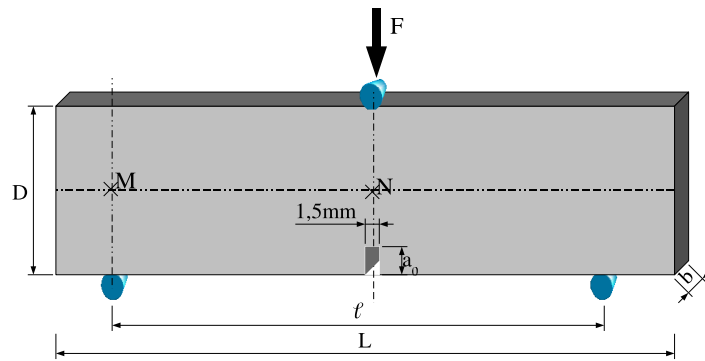


FIG. 4.16: Description des essais de flexion trois points.

fois : $D=40, 80, 160$ et 320mm . La longueur des poutres $L = 2,675D$, la portée $\ell = 2,5D$ et la hauteur de l'entaille $a_0 = \frac{5}{6}D$ (figure 4.16). La largeur de la poutre $b = 40\text{mm}$ reste constante ainsi que la largeur de l'entaille $l_e = 1,5\text{mm}$. Les poutres sont constituées d'un mortier avec un rapport eau-ciment de 0,4 et un rapport ciment-sable de 0,46. Pour chaque taille trois essais de flexion trois points ont été réalisés pour lesquels on relève la force et la déformée médiane. La déformée médiane est la mesure du déplacement relatif entre le point médian M de l'appui et le point médian N de l'axe de symétrie de la poutre.

La figure 4.17 montre l'évolution de la force en fonction de la déformée pour les quatre poutres. La force maximale de chaque dimension n'évolue pas proportionnellement au facteur de dimension, comme le montre la loi d'effet d'échelle [BP98]. Comme pour l'étude du chapitre 2 de la partie 1 nous avons identifié les paramètres du modèle de comportement de Mazars dans sa

4 Méthode du Zoom.

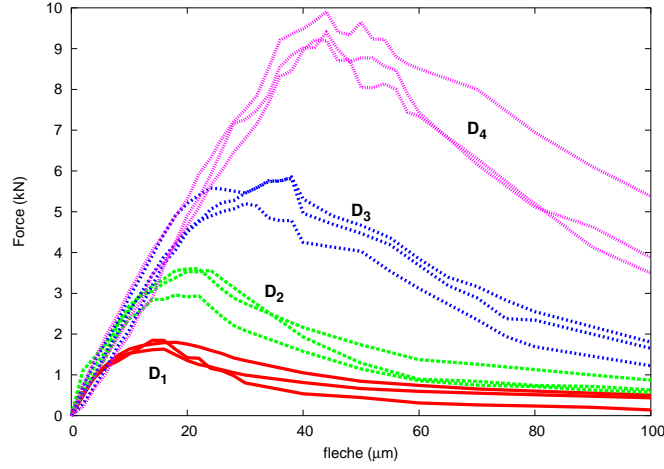


FIG. 4.17: Résultats expérimentaux pour les quatre tailles de poutres.

version non locale grâce à l'analyse inverse. Le problème de cette analyse est la nécessité de garder une finesse de maillage constante au niveau de l'entaille pour chaque taille de poutre. En effet, la largeur de la zone de localisation reste quasiment constante quelle que soit la taille de la poutre. Cette zone doit donc être maillée de manière analogue pour chaque taille. Dès lors, à mesure que la taille augmente le nombre d'éléments du maillage d'une poutre augmente aussi de manière importante. Cette augmentation du nombre d'éléments conduit en général à limiter la finesse du maillage de la zone de localisation. La définition du maillage utilise la symétrie et seule la moitié de la poutre est maillée (figure 4.18). Pour l'analyse que nous avons réalisé il y a 519 éléments pour D_1 , 999 pour D_2 , 2249 pour D_3 , 5653 pour D_4 . L'identification automatique est réalisée en minimisant la fonction d'erreur $\mathcal{J}(\mathbf{P})$:

$$\mathcal{J}(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left\{ \left(\frac{R_{calc}^i(\mathbf{P}) - R_{exp}^i}{Max(R_{exp}^i)} \right)^T \cdot \left(\frac{R_{calc}^i(\mathbf{P}) - R_{exp}^i}{Max(R_{exp}^i)} \right) \right\} \quad (4.7)$$

où R_{exp}^i est réponse expérimentale pour la taille i ($i \in [1,4]$) et $R_{calc}^i(\mathbf{P})$ est la réponse numérique pour la taille i utilisant les paramètres du modèle notés vectoriellement \mathbf{P} . La figure 4.19 montre la comparaison entre les résultats numériques et les extrêmes des résultats expérimentaux pour les quatre tailles. La procédure d'identification prend plusieurs semaines de calcul sur une station de calcul bi-processeur DEC alpha DS20.

4 Méthode du Zoom.

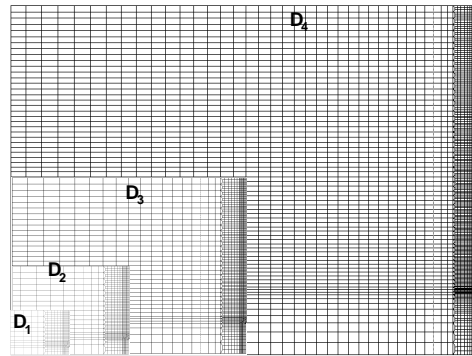


FIG. 4.18: Maillages par éléments finis des quatre poutres.

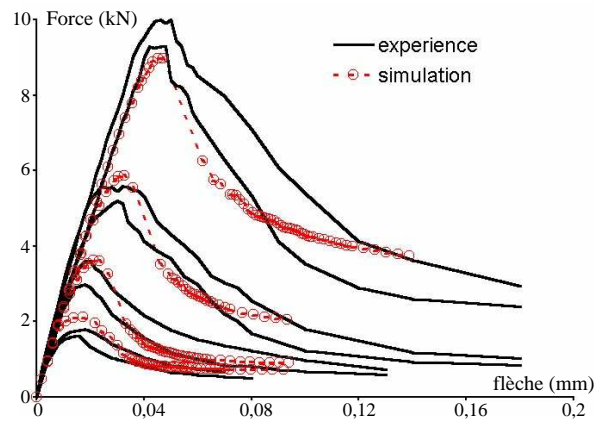


FIG. 4.19: Résultats de l'identification en utilisant les quatre tailles de poutre.

La méthode du zoom semble appropriée pour traiter ce cas de figure. La zone de localisation doit être maillée finement avec un comportement non linéaire alors que le reste de la poutre peut être maillé grossièrement avec un comportement élastique. Le maillage grossier de chaque poutre est réalisé avec la même densité. Le maillage des zooms est aussi réalisé avec la même densité pour chaque poutre. La densité du maillage fin du zoom est définie de telle manière que la zone de l'entaille est maillée deux fois plus finement qu'avec les simulations globales. La poutre est entièrement décrite. Les simulations sont réalisées avec les paramètres identifiés précédemment. Lorsque l'endommagement traverse totalement un élément celui-ci n'est pas retiré. Cette procédure conduit à un effet de blocage de l'évolution de l'endommagement. Ceci se traduit par une recroissance de la courbe force-flèche après avoir atteint la valeur minimale

4 Méthode du Zoom.

post-pic. Ce problème est une limitation de la manière dont nous avons utilisé la méthode du zoom. Les réponses globales sont sensiblement identiques à celles obtenues par les précédentes simulations (figure 4.20). On trouve le phénomène de blocage de l'endommagement pour les poutres D_1 et D_2 qui sont les plus petites. La comparaison des cartes d'endommagement des poutres D_1 et D_3 illustrent bien ce phénomène. L'endommagement de la poutre D_1 atteint la totalité de la hauteur de la poutre alors que pour la poutre D_3 il reste de la marge (figure 4.21). Les effort aux pics suivent correctement la loi d'effet d'échelle (figure 4.22). La figure 4.22a montre que la détermination des valeurs D_0 et Bf'_t à partir des simulations permet de se situer entre les bornes des essais. La valeur de D_0 passe de 61,7mm pour la méthode classique à 130 mm pour la méthode du zoom, alors que la moyenne des essais est de 181mm, soit une amélioration de 42%. La valeurs Bf'_t passe de 9,68MPa à 7,77MPa pour une valeur moyenne des essais de 6,77MPa, soit une amélioration de 34%. La figure 4.22b représente les résultats normalisés par D_0 et Bf'_t issus de la moyenne des essais. Les résultats obtenus par la méthode du zoom sont moins dispersés et plus proches de la loi d'effet d'échelle que ceux obtenus avec le maillage classique. La finesse du maillage sur une zone plus importante que pour la méthode classique permet d'obtenir un résultat plus précis malgré l'erreur de convergence de la méthode de zoom.

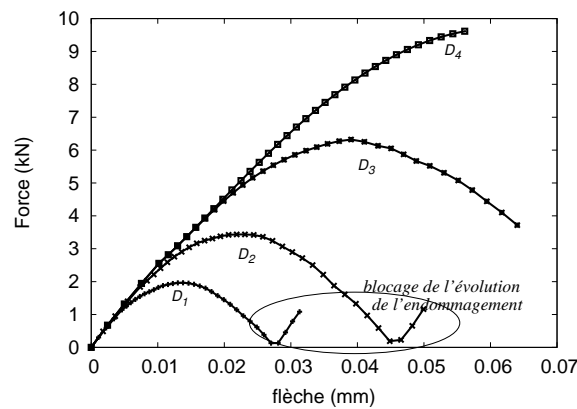


FIG. 4.20: Simulations avec la méthode du zoom.

4 Méthode du Zoom.

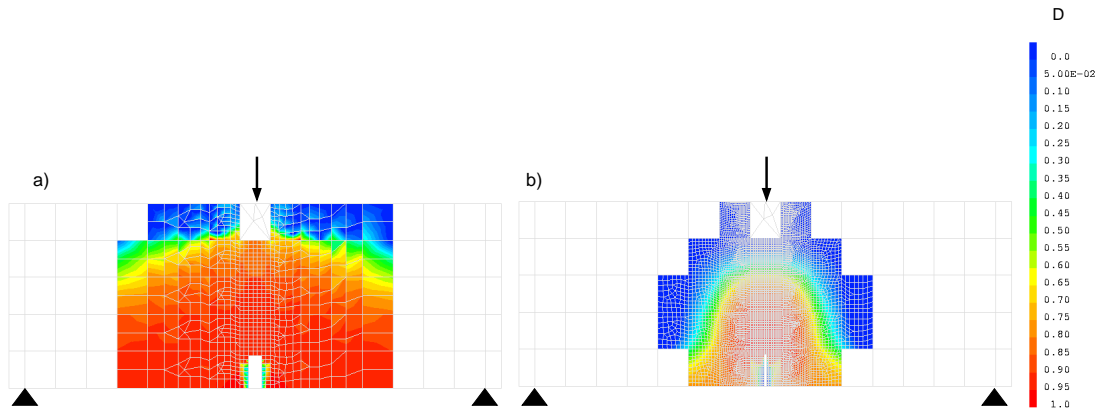


FIG. 4.21: Visualisation de l'endommagement à la fin du calcul a) poutre D_1 , b) poutre D_3 .

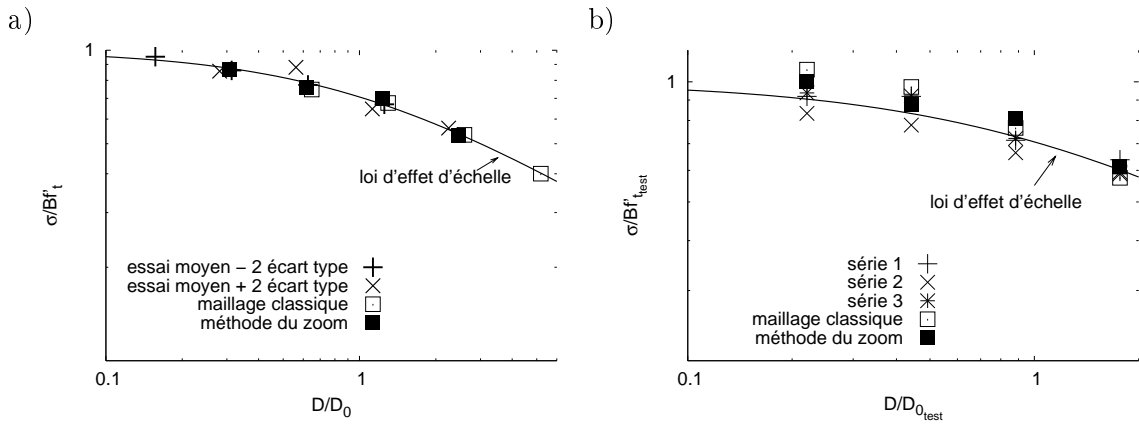


FIG. 4.22: Report des résultats sur la loi d'effet d'échelle a) normés par chaque simulation b) normés par la moyenne des essais.

4.4 Conclusions

Une technique simplifiée basée sur la méthode d'analyse globale-locale a été développée et implantée dans le code de calcul par éléments finis CAST3M. Cette méthode a été appliquée à l'analyse de la fissuration de structures en béton à l'aide d'un modèle d'endommagement non local. Une solution globale est obtenue grâce à un maillage grossier. La zone où la fissure est susceptible d'apparaître est définie à partir du dépassement d'un seuil de la déformation équivalente au sens de Mazars. Ensuite la distribution de contraintes et d'endommagement sont obtenus près de la fissure initiale par un processus itératif en zoomant cette zone et en

4 Méthode du Zoom.

appliquant les déplacements issus du maillage grossier.

Outre une réduction du temps de calcul et de la place mémoire, cette méthode permet la modélisation de l'évolution de la fissure dans des structures très larges, là où l'utilisation des modèles non locaux apparaît délicate avec un nombre très important de degrés de liberté. Dans cette méthode l'étude porte uniquement sur les zones fissurées et susceptibles d'amorcer la rupture de la structure. Les deux exemples présentés montrent que cette méthode peut traiter le problème des fissures rectilignes (plaque entaillée) aussi bien que le cas des fissures curvilignes (poutre SEN). Les applications utilisent des chargements monotones et le fait de supprimer les éléments totalement fissurés pénalise la méthode pour l'utilisation de chargements cycliques. Une taille minimale du zoom de trois fois la longueur interne est nécessaire pour obtenir des résultats globaux et locaux acceptables.

Un autre critère de choix de la zone à zoomer peut être choisi suivant le problème que l'on étudie. Pour l'étude de la propagation de fissure on peut utiliser un critère plus complexe associant le taux de concentration de contrainte. De plus un schéma multi échelle plus sophistiqué donnerait probablement des résultats plus robustes vis à vis de la convergence.

Conclusions et perspectives

Ce travail a comme fil rouge l'identification des caractéristiques du matériau constituant un ouvrage de génie-civil. Il est abordé sur trois aspects : la méthode d'identification, les effets d'échelle, la méthode de calcul de l'ouvrage. La recherche d'une méthode d'identification est effectuée en utilisant des outils simples et courants. On montre que la technique de Levenberg-Marquardt est une méthode robuste et multifonction pour les cas que nous traitons. L'identification des paramètres du modèle non linéaire de Mazars ainsi que les simulations vibratoires donnent de très bons résultats. Cette méthode a été adoptée pour les identifications en grande vitesse de déformation [Nan99] et pour l'étude des effets d'échelle [Bel01]. A. Kanji Nanji montre la pertinence d'un modèle viscoendommageable pour traiter les problèmes d'effet de vitesse dans le béton. Il montre aussi que l'essai aux barres de Hopkinson doit être traité comme un essai de structure.

C. Le Bellégo montre que l'effet d'échelle est utile pour déterminer tous les paramètres du modèle non local et en particulier la longueur caractéristique du matériau. En effet, sans l'utilisation de l'effet d'échelle l'identification des paramètres du modèle de comportement n'est pas unique. Deux jeux de paramètres avec des longueurs caractéristiques différentes donnent sensiblement le même comportement global de la structure. Les effets d'échelle permettent alors d'intégrer le caractère non local du matériau et de réduire la zone où des paramètres sont identifiés.

Pour aborder la simulation d'ouvrages de grandes dimensions nous avons utilisé une méthode de zoom [Hai02]. La méthode du zoom a été associée à la version non locale du modèle de comportement de Mazars. Les résultats obtenus par la méthode développée sont équivalents à

4 Méthode du Zoom.

ceux d'une description fine des zones fissurées. Un test avec une poutre symétrique non symétriquement chargée, montre que la méthode est capable de suivre une fissure non rectiligne. Son utilisation, pour l'identification avec la loi d'effet d'échelle, donne d'aussi bons résultats que la méthode classique. L'avantage étant de pouvoir réaliser un maillage très fin dans la zone de localisation tout en gardant un nombre raisonnable d'éléments du maillage pour l'ensemble de l'ouvrage.

La méthodologie mise en place lors de ces travaux sert actuellement à déterminer l'état de tension des structures de tenségrité [Mot03]. Ces structures légères sont composées de barres comprimées et de câbles tendus assurant la rigidité. Mes travaux d'encadrement des DEA N. Martin, A. Orgerit et C. Renaud [Org96, Mar97, Ren98] m'ont permis d'intégrer l'équipe traitant des problèmes liés aux structures légères [WLD98a, WLD98b, WLDT99]. Les barres des systèmes de tenségrité sont généralement peu sollicitées par rapport à leur capacité de résistance. Par contre les câbles sont les éléments sensibles de la structure. Ils assurent la stabilité et la raideur de l'ensemble, la pré-tension engendre une contrainte qui peut être proche de la limite élastique. Malgré de nombreux atouts en matière de légèreté et de transparence ces structures sont encore peu courantes. La raison principale vient de la difficulté de mise en oeuvre systématique et du manque de règles. J. Averseng a développé une méthodologie associant simulation numérique des structures et mesures afin de construire le plan de montage [Ave04]. Avec la mesure de tension de quelques éléments au cours du montage il donne la position des éléments à régler et la variation de longueur à imposer. La figure 4.23 montre qu'à partir des mesures de l'état de tension la méthode de tension permet d'atteindre l'état cible. Cette méthode permet de respecter les contraintes de mise en oeuvre et d'intégrité des éléments au cours de la phase de montage. D'autre part ces structures sont légères et se prêtent au contrôle actif. Cette thèse a montré la pertinence et la faisabilité de la démarche. Grâce à deux actionneurs (figure 4.24) une boucle d'asservissement permet de diviser par 10 la déformée produite par une charge uniforme (figure 4.25a). Une seconde boucle d'asservissement adaptée au chargement dynamique permet de réduire de 40% l'amplitude des vibrations (figure 4.25b et c).

4 Méthode du Zoom.

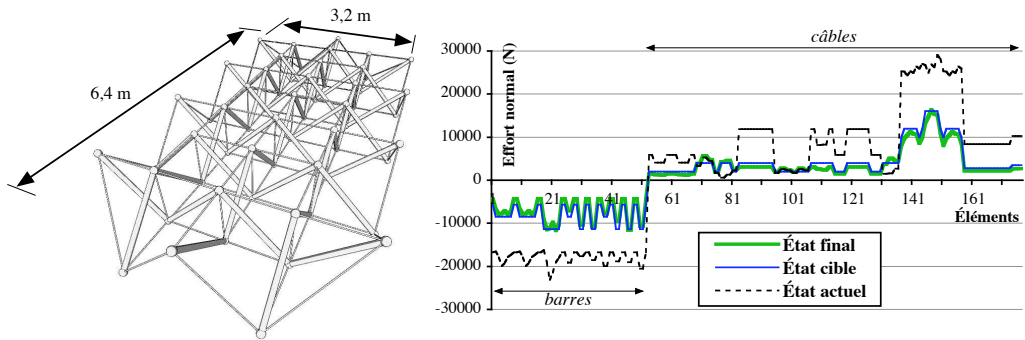


FIG. 4.23: Montage de la grille de tensegrité a) schéma de la grille, b) évolution des efforts dans les éléments au cours de la mise en tension.

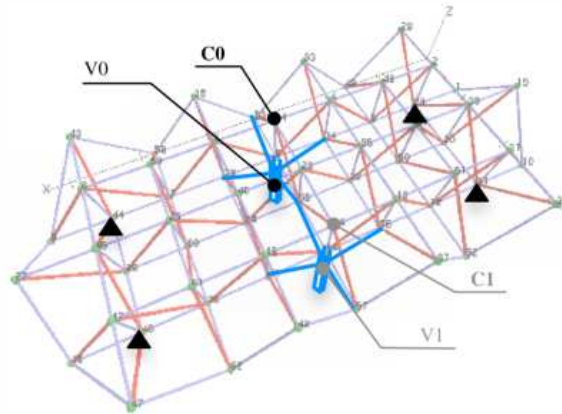


FIG. 4.24: Positionnement des activateurs V0 et V1. Points de mesure de l'asservissement C0 et C1.

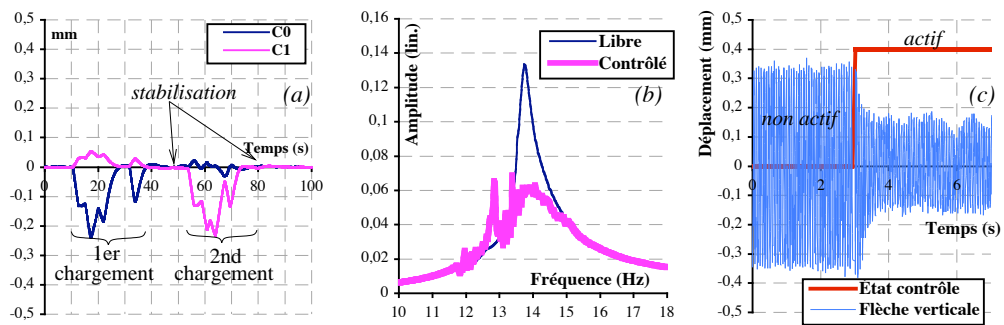


FIG. 4.25: Contrôle actif : a) contrôle statique b) et c) contrôle dynamique.

4 Méthode du Zoom.

Les actions menées dans la continuité de la thèse de J. Averseng se déclinent en trois opérations :

1. détermination de l'évolution de la tension des éléments au cours du temps,
2. contrôle actif des structures,
3. analyse de la fiabilité des structures de tenségrité.

Il existe plusieurs sources de variation de tension des câbles. Certaines, comme le rattrapage des jeux des connexions et le réarrangement des torons, produisent une évolution rapide de la tension au moment du montage de la structure. D'autres, comme le fluage, la relaxation et les glissements des connecteurs, produisent des évolutions lentes des tensions. Enfin les chargements extérieurs, mécaniques ou thermiques, peuvent aussi engendrer des variations de tension dans les câbles. Le nombre important de câbles et leur accès excluent de pouvoir suivre leur tension grâce à une instrumentation fixée aux éléments. Aussi faut-il définir un moyen pour suivre les variations de tension en utilisant des mesures accessibles. Les mesures que l'on peut réaliser facilement sont des mesures du champ des déplacements et des fréquences propres de la structure. L'opération consiste à localiser les pertes de tension dans les câbles en réalisant un contrôle non destructif. Une première approche numérique a montré qu'une analyse vibratoire couplée à l'analyse inverse permettait de retrouver l'état de tension de la structure [DC04]. N. Angellier, actuellement en thèse, poursuit ce travail avec l'objectif de déterminer l'évolution de la tension en n'utilisant que l'évolution du champ de déplacement sous chargement naturel.

L'étude du contrôle actif peut être poursuivie avec l'utilisation d'une technologie plus adaptée à la réalisation concrète. Une meilleure localisation des actionneurs doit permettre de couvrir un champ d'application de chargement plus large, notamment les déformations d'origine thermique. L'établissement de la relation entre positionnement de l'actionneur et l'autocontrainte pourra définir les zones où chacun est le plus efficace.

Ces structures sont constituées de nombreux éléments pour lesquelles la longueur de fabrication conditionne fortement la forme et surtout l'état d'autocontrainte. La variabilité de longueur a un effet qui est difficilement appréciable de part la complexité de l'assemblage et

4 Méthode du Zoom.

l'interdépendance des éléments [Dup05]. L'étude de l'impact de la variabilité doit permettre de donner des outils pour qualifier ces structures pour la construction. Cette étude rentre dans la détermination de la fiabilité des structures de tensegrité.

Plusieurs sujets restent en suspend :

- Détermination de l'amortissement structurel. La matrice d'amortissement utilisée pour les simulations des structures soumises à des sollicitations dynamiques est généralement construite de manière arbitraire à partir des matrices de masse, de raideur et des pulsations propres. Amziane et d'autres ont montré que pour des structures en béton armé l'hystérésis élastique pouvait refléter l'amortissement structurel [4em96, FR99, Cho99, OG01]. Une étude plus précise et quantitative doit permettre d'apporter des précisions sur ce sujet. Quand aux structures métalliques, la dissipation provient probablement des assemblages. La création d'un noeud dissipatif permet alors de modéliser correctement le comportement dynamique de la structure.
- Interaction sol-structure. D'une manière plus générale il s'agit de l'interaction environnement - structure. Les conditions limites sont aussi importantes que la modélisation du matériau pour simuler le comportement de l'ouvrage [Flé93]. Elles peuvent faire changer totalement le mode de ruine. Pour les projets CASSBA et CAMUS la modélisation de la table vibrante sur laquelle est posée la structure s'avère primordiale [Dub94, Amz98]. Le comportement des structures de tensegrité est aussi très influencé par leurs conditions limites. Les conditions limites conditionnent les mécanismes qui définissent la rigidité de la structure.

Bibliographie

- [AD00] K. Van Den Abeele and J. DeVisscher. Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques. *Cement and Concrete Research*, 30 :1453–1464, 2000. pages 25
- [ADL96] S. Amziane, J.F. Dubé, and J. Lamirault. Simulation du comportement de structures en béton armé sous charges cycliques. In *4eme colloque de l'AFPS*. ISBN n° 2-911709-00, 1996. pages 79
- [Amz98] S. Amziane. *Simulation d'ossatures en béton armé sous charges cycliques*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 1998. pages 1, 79
- [Ave04] J. Averseng. *Mise en oeuvre et contrôle des systèmes de tenségrité*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2004. pages 76
- [Ba97] J.F Bonnans and al. Optimisation numérique. *Mathématiques et Applications*, 27, 1997. pages 8, 23
- [Bai92] P. Bailly. Modélisation des essais de compression dynamiques. rapport de projet, GRECO, 1992. pages 17
- [Bar82] V. Barcion. Inverse mode problems for the vibrating beam in the free-clamped configuration. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Transaction*, 304(1483) :211–251, 1982. pages 26
- [Bau97] F. Baudet. Evaluation de l'endommagement d'une structure en béton armé sous chargement variables par approches locales et globales. Dea, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 1997. pages 1

Bibliographie

- [BC97] Nenad Bicanic and Hua-Peng Chen. Damage identification in framed structures using natural frequencies. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40 :4451–4468, 1997. pages 26
- [BCHPC99] D. Boudon-Cussac, F. Hild, and G. Pijaudier-Cabot. Tensile damage in plain and reinforced concrete : Analysis of an experimental technique. *J. Engrg. Mech. ASCE*, 125 :906–913, 1999. pages 34
- [BDPCG03] C. Le Bellégo, J.F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, and B. Gerard. Calibration of non local model from size effects tests. *Eur. J. of Mechanics A/Solids*, 22 :33–46, 2003. pages 43
- [Bel01] C. Le Bellégo. *Couplage chimie-mécanique dans les structures en béton attaquées par l'eau : étude expérimentale et analyse numérique*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, France, 2001. pages 1, 6, 34, 68, 75
- [Ben85] A. Benallal. Finite element analysis of the behaviour and failure of elastoviscoplastic structures. In *Proc. NUMETA 85*, pages 375–384. Pineridge Press, Swansea, Wales, U.K., 1985. pages 19
- [BFE88] T. Belytschko, J. Fish, and B.E. Engelmann. A finite element with embedded localisation zones. *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, 70 :59–89, 1988. pages 51
- [BG93] Bergues and G. Gary. Essais triaxial sur béton. communication interne, LMS-GRECO, 1993. pages 17
- [BGPC00] C. Le Bellégo, B. Gérard, and G. Pijaudier-Cabot. Chemomechanical effects in mortar beams subjected to water hydrolysis. *J. Engrg. Mech. ASCE*, 126 :266–272, 2000. pages 40
- [BO83] Z.P. Bazant and B.H. Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16 :155–177, 1983. pages 2
- [Bod02] D. Bodin. *Modèle d'endommagement par fatigue : application aux enrobés bitumineux*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2002. pages 2

Bibliographie

- [Bor91] C. La Borderie. *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : modélisation et application à l'analyse de structure en béton*. Thèse de doctorat, Université PARIS 6, 1991. pages 17
- [BP91] P. Bischoff and S.H. Perry. Compressive behaviour of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, 24 :425–450, 1991. pages 17
- [BP98] Z.P. Bazant and J. Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. CRC Press, 1998. pages 2, 35, 45, 69
- [BPC89] Z. P. Bazant and G. Pijaudier-Cabot. Measurement of the characteristic length of non local continuum. *J. Engrg. Mech. ASCE*, 115 :755–767, 1989. pages 34, 42
- [BSUG95] I. Babuska, S. Strouboulis, C.S. Upadhyay, and S.K. Gangaraj. A posteriori estimation and adaptive control of the pollution-error in the h-version of the finite element method. Technical note bn-1175, Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland, College Park, MD, 1995. pages 52
- [BT91] T. Belytschko and M. Tabbara. H-adaptive finite element methods for dynamic problems. *Computer and Structures*, 55 :237–247, 1991. pages 51
- [Car99] J. Carmeliet. Optimal estimation of gradient damage parameters from localisation phenomena in quasi-brittle materials. *Int. J. Mech. Cohesive Frict. Mats.*, 4 :1–16, 1999. pages 35, 38
- [Cha03] H. Chag. Méthode d'identification des paramètres d'un modèle de comportement non linéaire. Dea, Université de Nantes, 2003. pages 1, 6
- [Cho99] S.H. Chowdhury. *Damping Characteristics of Reinforced and Partially Prestressed Concrete Beams*. Thesis, Griffith University, 1999. pages 79
- [Coo74] R.D. Cook. *Concepts and applications of finite elements analysis*. Wiley, 1974. pages 52
- [DAH00] P. Diez, M. Arroyo, and A. Huerta. Adaptivity based on error estimation for viscoplastic softening materials. *Int. J. Cohesive Frict. Mats.*, 5 :87–112, 2000. pages 51

Bibliographie

- [DC04] J.F. Dubé and B. Crosnier. Identification of cables slackening by analyzing the temporal response of the structure. In R. Motro, editor, *CDROM of IASS 2004, Shell and Spatial Structures from Models to Realization*, page 8, 2004. pages 78
- [DG99] R. DeBorst and M. Guttierrez. A unified framework for concrete damage and fracture models including size effects. *Int. J. Fracture*, 95 :216–277, 1999. pages 35
- [DNW97] J.F. Dubé, A. Kanji Nanji, and C. Wielgosz. Comportement du béton en dynamique rapide. *J. Physique IV France* 7, 7 :505–509, 1997. pages 21
- [DNW98] J.F. Dubé, A. Kanji Nanji, and C. Wielgosz. Validation of a viscodamage model for the dynamic behaviour of concrete. In N. Jones, D.G. Talaslidis, C.A. Brebbia, and G.D. Manolis, editors, *Structures Under Shock and Impact V*, pages 783–793. Computational Mechanics Publications, 1998. pages 22
- [Don83] S.B. Dong. Global-local finite element methods. In A.K. Noor and W.D. Pilkey, editors, *State of the art Surveys on Finite Element Technology*, pages 451–474. American Society of Mechanical Engineers, 1983. pages 52
- [Don99] H. Donguy. Arbre de ruine de structures offshores à requalifier : apport d’une prospection basée sur des critères déterministes. Dea, Université de Nantes, 1999. pages 1
- [DPCB96] J.F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, and C. La Borderie. A rate dependent damage model for concrete in dynamics. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, pages 939–947, 1996. pages 19, 33
- [Dub94] J.F. Dubé. *Modélisation simplifiée et comportement viscoendommageable des structures en béton. Application aux séismes et aux chocs des ouvrages en béton armé*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 1994. pages 17, 79
- [Dub04] J.F. Dubé. Identification de l’endommagement d’une poutre par analyse vibratoire. *Revue Française de Génie-Civil*, 8 :203–218, 2004. pages 26
- [Dup05] J.S. Dupuy. Etude de la fiabilité des structures de tenségrité. Dea, Université de Montpellier II, 2005. pages 79

Bibliographie

- [FB84] C. Fleury and V. Braibant. Structural optimization. a new dual method using mixed variables. SA 115, Université de Liège, LTAS, 1984. pages 7
- [FBP96] J. Fish, V. Belsky, and M. Pandheeradi. Composite grid method for hybrid systems. *Comp. Meth. Applied. Mech. Engrg.*, 135 :305–327, 1996. pages 52
- [Flé93] J.L. Fléjou. *Comportement Dynamique de Structures du Genie Civil avec Liaisons Semi-rigides*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan - Université Paris VI, 1993. pages 79
- [FM94] J. Fish and S. Markolefas. Adaptive global-local refinement strategy based on the interior error estimates of the h-method. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 37 :827–1031, 1994. pages 52
- [FMAH94] N.A. Fleck, G.M. Muller, F. Ashby, and J.W. Hutchinson. Strain gradient plasticity : theory and experiment. *Acta Metall. Mater.*, 42 :475–487, 1994. pages 34
- [FR99] J. Mazars F. Ragueneau, Ch. La Borderie. Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping : first uniaxial applications. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 5 :607–625, 1999. pages 79
- [FSB97] J. Fish, A. Suvorov, and V. Belsky. Hierarchical composite grid method for global-local analysis of laminated composite shells. *Applied Num. Maths.*, 23 :231–248, 1997. pages 52
- [FY01] J. Fish and Q. Yu. Two-scale damage modelling of brittle composites. *Composite Science and Technology*, 61 :2215–2222, 2001. pages 52
- [GB89] A. Gourdin and M. Boumarat. *Méthodes numériques appliquées*. Edition Technique et Documentation Lavoisier, 1989. pages 7, 8
- [Gil01] L. Gilbert. Influence de la méthode de chargement sur l’arbre de ruine d’une structure offshore. Dea, Université de Nantes, 2001. pages 1
- [GPBD96] M.G.D. Geers, T. Peijs, W.A.M. Brekelmans, and R. DeBorst. Experimental

Bibliographie

- monitoring of strain localisation and failure of composite materials. *Composite Science and Tech.*, 11(56) :1283–1290, 1996. pages 35
- [GPDB98] M.G.D. Geers, R.H.J. Peerlings, R. DeBorst, and W.A.M. Brekelmans. Higher order models for the analysis of fracture in quasi-brittle materials. In *Material Instabilities in solids*, pages 405–424. R. DeBorst and E. Van der Giessen Eds. Wiley Pubs., 1998. pages 34
- [Hai02] K. Haidar. *Modélisation de l'endommagement des structures en béton - approches numériques et effet de la microstructure sur les propriétés de rupture*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2002. pages 1, 6, 51, 68, 75
- [Has00] S. Hassiotis. Identification of damage using natural frequencies and markov parameters. *Computer and Structures*, 74 :365–373, 2000. pages 26
- [HPCDLss] K. Haidar, G. Pijaudier-Cabot, J.F. Dubé, and A. Loukili. Experimental and numerical correlation between internal length, fracture process zone and size effect in mortar and model materials. In *CTU press (Czech Technical University)*, in press. pages 68
- [HUMP85] I. Hirai, Y. Uchiyama, Y. Mizuta, and W.D. Pilkey. An exact zooming method. *Finite Element Anal. Des.*, 1 :61–69, 1985. pages 52
- [HWP84] I. Hirai, B.P. Wang, and W.D. Pilkey. An efficient zooming method for finite element analysis. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 20 :1671–1683, 1984. pages 52
- [Jas04] L. Jason. *Relation endommagement - perméabilité pour les bétons Application aux calculs de structure*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2004. pages 2
- [KD04] A. Kumar and T. DebRoy. Guaranteed fillet weld geometry from heat transfer model and multivariable optimization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 :5793–5806, 2004. pages 6
- [KK04] Juha Karvanen and Visa Koivunen. Independent component analysis via opti-

Bibliographie

- imum combining of kurtosis and shewness-based criteria. *Journal of the Franklin Institute*, 341 :401–418, 2004. pages 29, 33
- [Lad83] P. Ladevèze. Sur une théorie de l’endommagement anisotrope. Int. Rep. 34, Laboratoire de Mécanique et Technologie, Cachan, France, 1983. pages 18
- [LD99] P. Ladevèze and D. Dureisseix. Une nouvelle stratégie de calcul micro/macro en mécanique des structures. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 327 :1237–1244, 1999. pages 53
- [Lin97] P. Lin. Simulation du comportement d’une dalle en béton soumise à un souffle. Dea, Université de Nantes, 1997. pages 1, 4, 17
- [LMG99] K. Lee, S. Moorthy, and S. Ghosh. Multiple scale computational model for damage in composite materials. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 172 :175–201, 1999. pages 53
- [LN02] P. Ladevèze and A. Nouy. Une stratégie de calcul multiéchelle avec homogénéisation en espace et en temps. *Compte Rendu Mécanique*, 330 :683–689, 2002. pages 53
- [LPD94] J.B. Leblond, G. Perrin, and X. Devaux. Bifurcation effects in ductile metals with damage delocalisation. *J. Appl. Mech.*, 61 :236–242, 1994. pages 34
- [LR97] David E. Lambert and C. Allen Ross. Strain rate effects on dynamic fracture and strength. *International Journal of Impact Engineering*, 24 :985–998, 1997. pages 2
- [Ma00] J. Maek and al. Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination. *Eng. Structures*, 22 :1339–1349, 2000. pages 25, 33
- [Mar97] N. Martin. Simulation du comportement non linéaire d’une structure gonflable. Dea, Université de Nantes, 1997. pages 1, 76
- [Maz84] J. Mazars. *Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1984. pages 2, 11, 12, 26, 54, 59

Bibliographie

- [MB02] N. Moes and T. Belytschko. Exetended finite element method for cohesive crack growth. *Engrg. Fract. Mech.*, 69 :813–833, 2002. pages 51
- [MH95] Gro Markeset and Arne Hillerborg. Softening of concrete in compression localization and size effects. *Cement and Concrete Research*, 25 :702–708, 1995. pages 2
- [MO91] J.J. Quigley M. Ortiz. Adaptative mesh refinement in strain localisation problems. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 90 :781–804, 1991. pages 51
- [Mot71] C.D. Mote. Global-local finite element. *Int. J. for Num. Methods in Eng.*, 3 :565–574, 1971. pages 51, 52
- [Mot03] R. Motro. *Tensegrity*. Kogan Page Science, 2003. pages 76
- [MPC96] J. Mazars and G. Pijaudier-Cabot. From damage to fracture mechanics and conversely : a combined approach. *Int. J. Solids. Struct.*, 33 :3327–3342, 1996. pages 35
- [MPCS91] J. Mazars, G. Pijaudier-Cabot, and C. Saouridis. Size effect and continuous damage in cementitious materials. *Int. J. of Fracture*, 51 :159–173, 1991. pages 35, 36
- [MS91] K.M. Mao and C.T. Sum. A refined global-local finite element analysis method. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 32 :29–43, 1991. pages 51, 53
- [MT86] S.F McCormick and J.W. Thomas. The fast adaptive composite grid (fac) method for elliptic equations. *Mathematics of Comput.*, 46 :439–456, 1986. pages 52
- [Nan99] A. Kanji Nanji. *Modélisation du béton en dynamique rapide*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1999. pages 1, 4, 6, 17, 22, 75
- [Noo82] A. K. Noor. On making large non-linear problems small. *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, 34 :955–985, 1982. pages 52
- [Noo86] A.K. Noor. Global-local methodologies and their application to non linear analysis. *Finite Element Analysis*, 2 :333–346, 1986. pages 51, 52, 53

Bibliographie

- [NPM⁺00] J.M. Ndambi, B. Peeters, J. Maek, J. DeVisscher, and M.A. Wahab. Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures. *Eng. Struc.*, 22(9) :1159–1166, 2000. pages 26
- [OG01] G. Oliveto and A. Greco. Some observations on the characterization of structural damping. *Journal of Sound and Vibration*, 256 :391–415, 2001. pages 79
- [Org96] A. Orgerit. Simulation du comportement non linéaire d’une structure gonflable. Dea, Université de Nantes, 1996. pages 1, 76
- [OVM99] J.T. Oden, K. Vermaganti, and N. Moes. Hierarchical modelling of heterogeneous solids. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 172 :3–25, 1999. pages 53
- [PC94] P. Pilvin and G. Cailletaud. Identification and inverse problems related to material behaviour. In Bui, Tanaka, and al., editors, *Inverse problems in engineering mechanics*, pages 79–86. Balkema, 1994. pages 7
- [PCB87] G. Pijaudier-Cabot and Z.P. Bazant. Non local damage theory. *J. of Engrg. Mech. ASCE*, 113 :1512–1533, 1987. pages 34, 59, 62
- [PCM01] G. Pijaudier-Cabot and J. Mazars. *Handbook of Materials Behaviour Models*, volume 2, chapter Chapitre 6 : Damage models for concrete, pages 500–513. Academic press, 2001. pages 2
- [PCMP91] G. Pijaudier-Cabot, J. Mazars, and J. Pulikowski. Steel-concrete bond analysis with non-local continuous damage. *J. of structural Engineering ASCE.*, 117 :862–882, 1991. pages 62
- [PDBD96] R.H. Peerlings, R. DeBorst, W.A.M. Brekelmans, and J.H.P. DeVree. Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, 39 :3391–3403, 1996. pages 34
- [Per66] P. Perzina. *Fundamental problems in visco-plasticity; recent advances in applied mechanics*. Academic Press, New York, 1966. pages 19
- [PK04] Y.S. Petryna and W.B. Krätzig. Compliance-based structural damage measure and its sensitivity to uncertainties. *Computers and Structures*, 83 :1113–1133, 2004. pages 26

Bibliographie

- [Pon95] C. Pontiroli. *Comportement au souffle des structures en béton armé*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 1995. pages 17
- [Ram94] Y.M. Ram. Inverse mode problems for the discrete model of a vibrating beam. *J. of Sound and Vibration*, 169 :239–252, 1994. pages 26
- [Ren98] N. Renaud. Etude expérimentale et modélisation numérique de tuyaux gonflables. Dea, Université de Nantes, 1998. pages 1, 76
- [Sch93] E. Schlangen. *Experimental and numerical analysis of fracture process in concrete*. Dissertation, Delft University of technology, the Netherlands, 1993. pages 63
- [SJ87a] J.C. Simo and J.W. Ju. Strain and stress based continuum damage models. part i : Formulation. *Int. J. Solids and Struct.*, 23 :821–840, 1987. pages 2, 19
- [SJ87b] J.C. Simo and J.W. Ju. Strain and stress based continuum damage models. part ii : Computational aspect. *Int. J. Solids and Struct.*, 23 :841–690, 1987. pages 19
- [SUT96] J. Sercombe, F.J. Ulm, and F. Toutlemonde. Modélisation du béton en dynamique rapide. In *4ème colloque AFPS*, 1996. pages 17
- [Sva87] K. Svanberg. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 24 :359–373, 1987. pages 7, 8
- [Tal94] P. Le Tallec. Domain decomposition methods in computational mechanics. In *Computational Mechanics Advances*, volume 1, pages 121–220. Elsevier, 1994. pages 53
- [TN94] V. Tvergaard and A. Needleman. Effects of non local damage in porous plastic solids. *Int. J. Solids. Struct.*, 32 :1063–1077, 1994. pages 34
- [Tou95] F. Toutlemonde. *Résistance au choc des structures en béton*. Thèse de doctorat, ENPC, 1995. pages 17
- [VCM88] P. Verpeaux, T. Charras, and A. Millard. Castem2000, une approche moderne du calcul des structures. In J.M. Fouet, P. Ladevèze, and R. Ohayon, editors, *Calcul*

Bibliographie

- des structures et intelligence artificielle*, pages 261–271. Pluralis, 1988. pages 7, 10, 23
- [WLD98a] C. Wielgosz, E. Leflaive, and J.F. Dubé. Experimental study and numerical modelling of inflated fabric panels. In S.V. Hoa, W.P. De Wilde, and W.R. Blain, editors, *Computer Methods in Composite Materials VI*, pages 137–145. Computational Mechanics Publications, 1998. pages 76
- [WLD98b] C. Wielgosz, E. Leflaive, and J.F. Dubé. A study of inflated fabric panels. In D. Hui, editor, *Fifth International Conference on Composites Engineering, ICCE/5*, pages 945–955. Elsevier Science, 1998. pages 76
- [WLDT99] C. Wielgosz, E. Leflaive, J.F. Dubé, and J.C. Thomas. Behaviour of inflated fabric beams at medium pressures. In *Twelve International Conference on Composite Materials, ICCM 12*, page 334. CDROM, 1999. pages 76
- [WP94] E. Walter and L. Prontazo. *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales*. Masson, 1994. pages 7, 8, 9, 46
- [WS00] G.N. Wells and L.J. Sluys. Discrete analysis of localisation in three dimensional solids. In *CD-ROM proceedings of ECCOMAS 2000, Barcelona*, pages 11–14, 2000. pages 51
- [ZG97] H. Zhao and G. Gary. A new method for the separation of waves. application to the shpb technique for an unlimited duration of measurement. *Journal Mechanics Physique / Solids*, 75 :1185–1202, 1997. pages 2