



**HAL**  
open science

## Etats comprimés atomiques sur puce à atomes

Kenneth Maussang

► **To cite this version:**

Kenneth Maussang. Etats comprimés atomiques sur puce à atomes. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT : . tel-00589713

**HAL Id: tel-00589713**

**<https://theses.hal.science/tel-00589713>**

Submitted on 30 Apr 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : **PHYSIQUE QUANTIQUE**

présentée par

**Kenneth MAUSSANG**

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet :

***États comprimés atomiques sur puce à atomes***

Soutenue le 3 Septembre 2010 devant le jury composé de :

Prof.	CLAUDE FABRE	Université Pierre et Marie Curie	Président du jury
Dr.	ARNAUD LANDRAGIN	Observatoire de Paris – SYRTE	Examineur
Prof.	JAKOB REICHEL	Université Pierre et Marie Curie	Directeur de thèse
Dr.	THORSTEN SCHUMM	Technische Universität Wien	Examineur
Prof.	JOSEPH H. THYWISSSEN	University of Toronto	Rapporteur
Prof.	CHRISTOPH I. WESTBROOK	Institut d'Optique	Rapporteur



*Chaque problème résolu en fait naître d'autres, en général plus difficiles.*  
*Georges Pompidou, DISCOURS À CHICAGO, 28 FÉVRIER 1970*



# REMERCIEMENTS

**A**VANT tout, je tiens à remercier Joseph Thywissen et Chris Westbrook d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, ainsi que Claude Fabre, Arnaud Landragin et Thorsten Schumm d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je voudrais remercier Jakob Reichel pour m'avoir accueilli dans l'équipe *Microcircuits à atomes* (ou plus simplement *Atomchips*), alors que le groupe n'existait que depuis quelques mois. Il m'a fait confiance sur une nouvelle manip, dans une nouvelle équipe. Il a fait preuve d'une grande ouverture d'esprit que j'ai beaucoup appréciée au cours de ces quatre années et demi pendant lesquelles nous nous sommes côtoyés.

Je tiens à remercier particulièrement mes "partenaires du début", ceux qui ont connu ces premières années où l'équipe s'est développée et l'espace qui progressivement commençait à manquer, à savoir Tilo Steinmetz, Tobias Schneider, Guilhem Dubois, Friedemann Reinhardt (alias *Monsieur Renard*), Clément Lacroûte, Romain Long et Yves Colombe. En particulier, dès le stage de DEA, Tilo m'a appris les moindres détails du refroidissement laser et évaporatif d'atomes, et ce toujours dans la bonne humeur. Tobias lui, alors post-doc, a connu pendant deux ans le dur travail de construction initial de la manip, me permettant de partir sur une bonne base. Avec eux deux, j'ai appris l'essentiel des connaissances expérimentales dont j'avais besoin. Je tiens également à remercier G. Ed Marti, alors visiteur pour un an, qui a joué un rôle important dans la bonne évolution du projet, et notamment dans le développement du système d'imagerie. Enfin, rien n'aurait été possible sans la contribution de Alice Sinatra et Li Yun qui a commencé sa thèse en même temps que moi, et qui ont contribué à l'aspect théorique de cette thèse. Nos discussions physiques furent toujours enrichissantes, et la collaboration théoricien-expérimentateur très fructueuse. Li Yun fut une voisine de bureau pendant plus de deux ans.

Merci également à toutes les personnes qui nous ont rejoint ensuite, une fois que l'équipe eut atteint son régime stationnaire et qui ont contribué à animer la mezzanine au quotidien. Roger Gehr et Jürgen Voltz sur la manip cavité, avec qui j'ai partagé ces longues nuits de prises de données, chacun de notre côté, lors des derniers mois. Ils ont partagé avec moi, indirectement, les joies ainsi que les déboires conséquents aux manip délicates comme les nôtres. Christian Deutsch est également arrivé, d'abord pour son *Diplomarbeit* avant de poursuivre en thèse sur la manip horloge. Ce fut très agréable à mon tour alors de transmettre mes connaissances pour la phase initiale de construction, puis ensuite de discuter de tous ces aspects subtiles de détection des populations atomiques. Enfin Jérôme Estève nous rejoigna comme CR1, ainsi que Vincent Dugrain et Benjamin Besga qui partagèrent la salle S2 avec moi durant leur stage de DEA. Grâce à son expérience dans le domaine des jonctions Josephson bosonique, l'arrivée de Jérôme me permit de mieux comprendre la physique sous-jacente, et joua un rôle essentiel dans la compréhension de nos résultats.

Je tiens particulièrement à remercier Romain Long, qui m'a soutenu dans les moments les plus durs. Sa présence a été indispensable à l'aboutissement de cette thèse, et son investissement personnel dans le projet m'a permis de ne jamais baisser les bras.

Travailler dans une équipe avec une telle diversité de nationalité fut très enrichissant humainement, et restera sans doute un de mes meilleurs souvenirs au cours de ces quatre années et demi. Il

convient également de remercier le "pilier" du groupe, celle sans qui rien n'aurait été possible, surtout pas les manip la nuit... je veux bien sûr parler de notre machine à café RANCILIO.

L'ensemble de mon travail s'est déroulé au laboratoire Kastler-Brossel, à l'École Normale Supérieure. Je remercie naturellement Paul Indelicato, le directeur du laboratoire, ainsi que Jean-Michel Raimond, succédé par Werner Krauth, directeur du Département de Physique, de m'y avoir accueilli. Je tiens particulièrement à remercier l'ensemble des personnels du département et du laboratoire qui m'ont permis d'aboutir directement ou non dans ce travail. À défaut de pouvoir tous les mentionner, je tiens à évoquer ceux que j'ai le plus sollicité : avant tout Linda, personnage unique en son genre, mais également Thierry Tardieu, Christophe Bernard et Dominique Giafferi du secrétariat, le service informatique (Francis Hulin-Hubard et Christophe Bonnet), Bernard Trégon et ses visites ACMO annuelles, Jean-Michel Isac et le service Mécanique, et beaucoup d'autres !

Enfin, lors de ce travail de thèse, j'ai eu la chance d'être agrégé-préparateur à Montrouge pendant trois ans. J'ai énormément apprécié mon travail à la prépa agrég, et remercie Jean-Marc Berroir et Jean-François Allemand de m'y avoir accueilli. J'ai beaucoup appris et également grandement apprécié les différents enseignants avec lesquels j'ai pu discuter : François Levrier, Pierre Recouvreux, Élise Praly, Guilhem Semerjian, Hervé Georges, Antonin Marchand, Pierre-François Cohadon, Frédéric Caupin, Aurélien Kuhn, Tristan Baumberger, Erwann Bocquillon, Olivier Galy, Franck Vidal, François-Xavier Bally, Agnès Huÿnh, Frédéric Bernardot, Guillaume Roux, Martial Mazars,... Plus particulièrement, je pense à Florian Iglésias et Clément Sayrin, qui sont tous deux devenus agrégés-préparateurs en même temps que moi, et avec qui j'ai passé de nombreuses heures à Montrouge. Nos discussions furent très agréables, sans parler de ces nombreuses soirées qui se sont prolongé en salle 317. Je tiens à souligner également que j'ai apprécié partager quelques corrections de montage avec Tristan Baumberger, dont le sens physique ainsi que la pertinence de ses remarques m'ont impressionné, et dont les analyses, physiques ou non, m'ont également frappé par leur justesse. Ce fut un grand plaisir de partager ces quelques discussions entre amateurs de bon vin et de charcuterie... Par ailleurs, je n'oublie pas Éric Guineveu, Nasser Hamadi, André Salou et Anne Schmid, la dream team de Montrouge, qui font que c'est toujours un plaisir de venir en TP..

Je tiens à remercier John Doyle, professeur à l'université d'Harvard, de m'y avoir accueilli en 2004. Ce séjour à Boston a sans doute été un tournant dans mon parcours, j'y ai grandement apprécié les personnes avec qui j'ai travaillé (Dimitri Egorov, Scott Nguyen et Jack Harris en particulier), tout en vivant une expérience humaine unique.

Enfin, je pense à tous mes proches. Ils se sont toujours montrés compréhensifs malgré la distance.

# CONTENTS

REMERCIEMENTS	v
CONTENTS	1
PRÉFACE	5
1 JONCTION JOSEPHSON BOSONIQUE	7
1.1 CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN . . . . .	8
1.1.1 Gaz de Bose sans interactions . . . . .	8
1.1.2 Gaz de Bose avec interactions à température nulle . . . . .	10
1.1.3 Approximation de Thomas-Fermi . . . . .	11
1.1.4 Interactions et température de transition . . . . .	12
1.1.5 Temps de vol et expansion du nuage . . . . .	12
1.2 ÉTATS COMPRIMÉS . . . . .	14
1.2.1 Concept d'états comprimés dans les systèmes de spins . . . . .	14
1.2.2 États comprimés, états intriqués et interférométrie . . . . .	17
1.2.3 États comprimés et bruit de projection quantique . . . . .	19
1.2.4 Facteurs de compression et critère de Wineland . . . . .	22
1.2.5 Réalisation expérimentale d'états comprimés atomiques . . . . .	25
1.3 JONCTION JOSEPHSON . . . . .	26
1.3.1 Effet Josephson semiclassique . . . . .	26
1.3.2 Jonctions Josephsons supraconductrices (SJJ) . . . . .	27
1.3.3 Jonctions Josephsons bosoniques (BJJ) . . . . .	28
1.4 PHYSIQUE D'UN GAZ DE BOSONS DANS UN DOUBLE PUIXS DE POTENTIEL STATIQUE . . . . .	29
1.4.1 Modèle à deux modes en champ moyen . . . . .	29
1.4.2 Modèle à deux modes en seconde quantification . . . . .	31
1.4.3 Fluctuations des variables conjuguées . . . . .	33
1.4.4 Quelques ordres de grandeurs . . . . .	36
1.5 SÉPARATION DYNAMIQUE D'UN CONDENSAT DE BOSE EN DEUX . . . . .	37
1.5.1 Compression conséquente aux interactions non-linéaires . . . . .	37
1.5.2 États comprimés et double puits de potentiel . . . . .	38
1.5.3 Évolution adiabatique entre deux états d'équilibre thermique . . . . .	39
1.5.4 Génération d'états comprimés . . . . .	40
1.5.5 Limite adiabatique . . . . .	40
1.5.6 Simulations numériques de l'évolution dynamique . . . . .	41
1.5.7 États internes vs états externes . . . . .	41
2 DOUBLE PUIXS DE POTENTIEL ET PUCES À ATOMES	43
2.1 PIÉGEAGE MAGNÉTIQUE D'ATOMES NEUTRES . . . . .	44



2.1.1	Interaction magnétique . . . . .	44
2.1.2	Pertes de Majorana . . . . .	45
2.1.3	Formule de Breit-Rabi . . . . .	45
2.1.4	Pièges de base . . . . .	46
2.1.5	Lois d'échelle . . . . .	47
2.1.6	Quelques ordres de grandeur . . . . .	48
2.2	PUCES À ATOMES . . . . .	51
2.2.1	Principe . . . . .	51
2.2.2	Géométries classiques . . . . .	51
2.3	ÉTAT DE L'ART DES RÉALISATIONS EXPÉRIMENTALES DE DOUBLE PUIITS DE POTENTIEL . .	56
2.3.1	Lois d'échelle . . . . .	56
2.3.2	Potentiels optiques . . . . .	58
2.3.3	Potentiels dits radio-fréquence . . . . .	59
2.3.4	Potentiels magnétiques . . . . .	62
2.4	UN DOUBLE PUIITS À CHAMPS MAGNÉTIQUES STATIQUES . . . . .	63
2.4.1	Géométrie proposée . . . . .	63
2.4.2	Calculs numériques des potentiels . . . . .	65
2.4.3	Fabrication de la puce . . . . .	66
2.4.4	Double puits de potentiel pour la génération d'états comprimés . . . . .	68
2.5	TRIPLE ET QUADRUPLE PUIITS DE POTENTIEL . . . . .	69
<b>3</b>	<b>DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL</b>	<b>71</b>
3.1	DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL . . . . .	72
3.1.1	Cellule . . . . .	72
3.1.2	Système à vide . . . . .	73
3.1.3	Bobines de champ homogène . . . . .	76
3.1.4	Blindage magnétique . . . . .	76
3.1.5	Système optique . . . . .	78
3.1.6	Interfaçage informatique . . . . .	81
3.1.7	Sources de courant . . . . .	82
3.2	DÉTECTION . . . . .	84
3.2.1	Interaction laser-atome . . . . .	84
3.2.2	Imagerie par fluorescence . . . . .	84
3.2.3	Imagerie d'absorption à intensité quelconque . . . . .	85
3.2.4	Dispositif expérimental . . . . .	87
3.3	BRUITS DE DÉTECTION . . . . .	90
3.3.1	Bruit de photodétection . . . . .	90
3.3.2	Optimisation des paramètres d'imagerie . . . . .	92
3.3.3	Imperfections de la polarisation . . . . .	98
3.3.4	Bruits techniques . . . . .	99
3.3.5	Réalisation expérimentale . . . . .	100
3.4	CALIBRATIONS . . . . .	101
3.4.1	Calibration du grandissement . . . . .	101
3.4.2	Calibration de la transmission optique . . . . .	103
3.4.3	Calibration du gain . . . . .	103
3.4.4	Calibration de la section efficace effective . . . . .	105
3.4.5	Performances . . . . .	107

<b>4</b>	<b>CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN</b>	<b>109</b>
4.1	DU PIÈGE MAGNÉTO-OPTIQUE AU PIÈGE MAGNÉTIQUE	110
4.1.1	Piège magnéto-optique macroscopique	110
4.1.2	Transfert vers la puce et PMO compressé	110
4.1.3	Mélasse optique et pompage optique	112
4.1.4	Piège magnétique	113
4.2	REFROIDISSEMENT ÉVAPORATIF	113
4.2.1	Couche inférieure de la "science chip"	113
4.2.2	Transfert vers le piège de refroidissement	116
4.2.3	Rampe radiofréquence	116
4.2.4	Changement de piège en court de rampe RF	117
4.3	CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN	119
4.3.1	Fraction condensée	120
4.3.2	Rayon de Thomas-Fermi	120
4.3.3	Mesures de fréquences	121
4.4	EFFETS DE LA SURFACE DE LA PUCE	124
4.4.1	Bruit de Johnson-Nyquist	125
4.4.2	Estimation des pertes atomiques	126
4.4.3	Bruits techniques	127
4.4.4	Observation expérimentale des effets de surface	127
4.4.5	Conséquences sur les mesures d'états comprimés	129
4.4.6	Autres effets de surface	130
<b>5</b>	<b>PRODUCTION ET MESURE D'ÉTATS COMPRIMÉS ATOMIQUES</b>	<b>133</b>
5.1	STABILITÉ DES POTENTIELS	134
5.1.1	Quelques ordres de grandeur	134
5.1.2	Stabilité du couplage Josephson	134
5.1.3	Fluctuations du déséquilibre	135
5.2	CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN PROCHE DE LA PUCE	136
5.2.1	Transfert de piège	136
5.2.2	Deuxième rampe RF	137
5.2.3	Durée de vie du condensat - pertes à trois corps	137
5.2.4	Séparation d'un condensat en deux	138
5.3	ANALYSE DU POTENTIEL	139
5.3.1	Mesure des fréquences du piège	139
5.3.2	Calculs numériques	139
5.3.3	Spectroscopie radio-fréquence du piège	140
5.3.4	Élimination sélective d'un nuage	142
5.4	OBSERVATION DIRECTE D'ÉTATS COMPRIMÉS EN NOMBRE	144
5.4.1	Protocole expérimental	145
5.4.2	États comprimés	145
5.5	FACTEUR DE COMPRESSION ET TEMPÉRATURE	149
5.5.1	Influence de la vitesse de séparation	149
5.5.2	Effet du chauffage sur le facteur de compression	151
5.5.3	Contrôle de la température avec le couteau RF	152
5.5.4	Interprétation physique des résultats : entropie et interactions	155
5.5.5	Deux modèles théoriques	156
5.5.6	Lien avec les fonctions de corrélation	158

5.6	CARACTÉRISATION COMPLÈTE D'UN ÉTAT COMPRIMÉ . . . . .	160
<b>6</b>	<b>PHASE RELATIVE ENTRE DEUX CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN</b>	<b>161</b>
6.1	OBSERVABLES PHASE ET NOMBRE . . . . .	162
6.1.1	Phase relative entre deux condensats de Bose-Einstein . . . . .	162
6.1.2	Dynamique et brouillage de phase relative . . . . .	163
6.1.3	Méthodes de mesure de phase . . . . .	166
6.2	INTERFÉRENCES ENTRE DEUX CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN . . . . .	166
6.2.1	Approche ondulatoire . . . . .	167
6.2.2	Approche quantique : état cohérent . . . . .	168
6.2.3	États de Fock et corrélations du second ordre . . . . .	169
6.3	SÉPARATION COHÉRENTE D'UN CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN . . . . .	170
6.3.1	Lois d'échelle et ordre de grandeur . . . . .	170
6.3.2	Observation de franges d'interférences . . . . .	172
6.3.3	Accumulation de phase relative . . . . .	175
6.4	ÉVOLUTION AUX TEMPS LONGS : BROUILLAGE DE PHASE . . . . .	178
6.4.1	Évolution temporelle du contraste . . . . .	178
6.4.2	Estimation de la rupture du lien entre les nuages . . . . .	179
6.4.3	Oscillations des nuages . . . . .	180
6.5	CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN DANS UN ÉTAT HORLOGE . . . . .	182
6.5.1	États horloges . . . . .	183
6.5.2	Pompage et condensation . . . . .	185
6.5.3	Séparation cohérente . . . . .	186
6.6	ADRESSAGE SÉLECTIF . . . . .	186
6.6.1	Transitions horloges . . . . .	186
6.6.2	Adressage sélectif d'un puits . . . . .	187
	<b>CONCLUSION</b>	<b>191</b>
A	DONNÉES DU $^{87}\text{Rb}$ ET AUTRES CONSTANTES	<b>195</b>
B	RAMPES TEMPORELLES	<b>197</b>
B.1	RAMPE TURNON . . . . .	197
C	MÉTHODES ALTERNATIVES DE CALIBRATION	<b>199</b>
C.1	TAILLE D'UN CONDENSAT . . . . .	199
C.2	POINT CRITIQUE DE LA TRANSITION . . . . .	200
D	ÉLECTRONIQUE	<b>203</b>
D.1	INTERRUPTEUR POUR SOURCE DE COURANT . . . . .	203
D.2	SOURCE MICRO-ONDE . . . . .	203
	<b>BIBLIOGRAPHY</b>	<b>207</b>

# INTRODUCTION

LE phénomène de condensation de Bose-Einstein a été décrit pour la première fois en 1924 par Albert Einstein, prolongeant une idée du physicien indien Satyendranath Bose [1, 2, 3]. Son observation expérimentale a été obtenue avec des gaz d'alcalins dilués simultanément par E. Cornell, W. Ketterle et C. Wieman en 1995 [4, 5], ce qui leur valu le prix Nobel en 2001. Ce résultat expérimental ouvra alors un nouveau domaine de la physique atomique, stimulée par cette source d'onde de matière cohérente, comme l'optique cohérente le fut par l'apparition du laser. Cela a également permis la réalisation de systèmes modèles de la physique du solide. Par exemple, un condensat de Bose-Einstein dans un double puits de potentiel permet de réaliser un système de deux ondes de matière faiblement couplées, *i.e.* une jonction Josephson. Les premières jonctions furent réalisées à l'aide de supraconducteurs, séparés par une fine barrière tunnel. En apparence simple, ce système présente une physique riche, étudiée par B.D. Josephson [6, 7] dans les années soixante, dont l'importance en matière condensée est indiscutable (standard de tension basé sur les résonances de Shapiro, mesure de champs magnétiques à l'aide de SQUIDS,...), et qui a été exhaustivement étudié [8], tant du point de vue théorique qu'expérimental.

Les condensats de Bose-Einstein offrent la possibilité de réaliser une jonction Josephson dans un environnement très contrôlé, proposé dès 1986 [9]. Seul le développement récent de double puits de potentiels très stables a permis l'observation expérimentale de l'effet Josephson dans un tel système en 2005 [10, 11]. L'intérêt d'un tel système réside dans la possibilité de contrôler simplement un grand nombre de paramètres. De plus, l'utilisation d'atomes neutres permet d'atteindre de plus longs temps de cohérence qu'en matière condensée. Par ailleurs, un condensat de Bose-Einstein dans un double puits se révèle être un système bien plus riche qu'une jonction Josephson supraconductrice : la statistique bosonique modifie notablement la dynamique et il est également possible de compter presque une par une le nombre de particules ou de couper le potentiel pour accéder à la distribution en impulsions. Un tel système peut alors être vu comme une cellule élémentaire de potentiels plus complexes, comme les réseaux optiques, contenant les éléments physiques essentiels à savoir le couplage tunnel et les interactions atomiques. En ce sens, il forme un système modèle du point de vue fondamental.

De plus, contrairement aux nuages thermiques, les condensats de Bose ont une phase uniforme spatialement. En l'absence d'interactions, la séparation cohérente d'un condensat dans un double puits de potentiel est l'analogue des séparatrices optiques. Une fois séparés, les deux nuages peuvent interférer. Une séparatrice cohérente d'ondes de matières représente ainsi l'élément clé du développement de l'interférométrie avec des atomes froids piégés. Ce fut un objectif pendant de nombreuses années, et a été réalisé pour la première fois en 2005 [12, 13]. Les horloges atomiques, développées dès 1947 avec de l'ammoniac, dont l'importance en métrologie de fréquences n'est plus à démontrer, sont basées sur des interférences entre deux états internes [14]. Ces horloges atomiques ont des stabilités telles que l'étalon de temps est basé sur une transition atomique depuis 1967. Mais, contrairement aux photons, les atomes possèdent une masse finie, et deviennent également des systèmes quantiques extrêmement sensibles à la gravité et aux accélérations. L'utilisation d'interféromètres à atomes permet d'obtenir des résolutions accrues dans la réalisation de capteurs

inertiels, comparés aux dispositifs existant actuellement (gyrolaser, gravimètre à chute,...). De tels interféromètres, basés sur le mouvement externe de l'atome, ont été réalisées avec des géométries de type Mach-Zehnder *via* des transitions Raman [15]. Dans les dispositifs actuels, que ce soient les horloges atomiques ou les interféromètres Mach-Zehnder atomiques, les nuages sont refroidis mais non dégénérés et non piégés. Ces interféromètres atomiques ont rapidement atteint des performances élevées. Avec des atomes refroidis, les horloges atomiques à fontaine ont récemment atteint une stabilité limitée par *le bruit de projection*, *i.e.* le bruit associé au comptage d'un nombre fini d'atomes dans deux états orthogonaux.

Dans les interféromètres optiques, les progrès techniques ayant permis progressivement de s'affranchir des sources de bruit classiques, ce sont alors les fluctuations quantiques intrinsèques qui forment une limite à la précision de certaines mesures ultra-sensibles, tout comme dans le cas des horloges atomiques. Pour un état cohérent, cette limite est appelée *limite quantique standard*. Toutefois (dans le cas de l'optique) cette limite n'est pas infranchissable puisqu'il est possible de produire des états dit *comprimés*, pour lesquels les fluctuations d'une quadrature sont inférieures à la limite quantique standard, au prix d'un excès de bruit sur la quadrature conjuguée. La génération d'états comprimés optiques est réalisée par une évolution non-linéaire, par effet Kerr ou génération paramétrique par exemple. De manière analogue, il est possible de définir des états comprimés atomiques d'un ensemble de  $N$  particules, où les fluctuations d'une observable est inférieure à la limite quantique standard, donnée par  $N$  atomes dans un état cohérent [16]. Comme en optique, ces états permettent d'améliorer les performances d'interféromètres atomiques et de réduire le bruit de projection quantique dans le cas des horloges, et plus généralement de l'interférométrie Ramsey. En présence d'interactions (*i.e.* des confinements importants), la dynamique d'un condensat dans un double puits de potentiel devient non-linéaire, permettant la génération de tels états non classiques. Ces états ont été étudiés théoriquement à température nulle [16, 17], ainsi que l'effet des pertes [18], mais jusqu'à présent, les effets de températures finies n'ont pas été abordés.

Dans ce mémoire, nous allons décrire le travail de quatre années consistant en la réalisation expérimentale d'une jonction Josephson bosonique, *i.e.* de la séparation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein dans un double puits de potentiel. La dynamique non-linéaire d'un condensat dans un tel potentiel a permis d'observer directement la génération d'états comprimés. Nous avons également étudié expérimentalement les effets de températures finies sur les fluctuations de la différence de population d'un système de  $N$  particules, et leurs conséquences sur la génération d'états comprimés atomiques. En particulier, nous avons étudié les rôles antagonistes des interactions et de la statistique bosonique en fonction de la température.

Dans un premier chapitre, nous établirons le cadre théorique sous-jacent, en particulier une description basique des jonctions Josephson bosoniques. Nous verrons ensuite que dans le cas des jonctions bosoniques, il est possible de générer des états non classiques, dont nous décrirons les propriétés. Ensuite, nous décrirons en détail le dispositif expérimental construit durant presque deux ans, ainsi que la préparation expérimentale d'un condensat, et sa séparation en deux. Nous étudierons alors également la caractérisation du potentiel créé, ainsi que l'effet des fluctuations techniques sur les expériences menées ensuite. Dans un cinquième chapitre, nous présenterons les principaux résultats de cette thèse, *i.e.* l'étude d'états comprimés par une observation expérimentale directe de l'observable différence de population. Nous montrerons expérimentalement l'effet des températures finies sur les fluctuations de différence de population lors de la séparation du nuage atomique, ainsi que les conséquences de la statistique bosonique. Une étude théorique détaillée sera menée afin d'interpréter les résultats obtenus. Dans le chapitre suivant, nous étudierons la variable conjuguée de la différence de population, à savoir la phase relative entre les deux nuages, ainsi que son évolution temporelle.

1

# JONCTION JOSEPHSON BOSONIQUE

UNE jonction Josephson est constituée de deux fonctions d'ondes de matière macroscopiques en couplage faible. Les premières jonctions furent réalisées à l'aide de supraconducteurs, séparés par une fine barrière tunnel. Ce système en apparence simple présente une physique riche, étudiée par B.D. Josephson [6, 7] dans les années soixante. L'effet dit Josephson alors mis en évidence trouva rapidement des applications variées à la fois en métrologie (standard de tension basé sur les résonances de Shapiro), mais aussi dans la réalisation de capteurs de précision (mesure de champs magnétiques à l'aide de SQUIDS). C'est également un système étudié exhaustivement dans différentes configurations [8], tant du point de vue théorique qu'expérimental. Un comportement similaire a été observé dans des expériences où deux réservoirs d'hélium superfluide sont couplés par des nanocanalizations. Les premières jonctions Josephson avec de l'hélium superfluide ont été réalisées en 1997 avec l'isotope  $^3\text{He}$  [19, 20, 21] et en 2001 pour l'isotope  $^4\text{He}$  [22]. Plus récemment, le développement des techniques de refroidissement atomique ont permis d'atteindre le régime dégénéré pour des gaz d'alcalins dilués, et ainsi l'observation du phénomène de condensation de Bose-Einstein. Un condensat de Bose-Einstein est décrit par une fonction d'onde macroscopique, et offre la possibilité de réaliser une jonction Josephson dans un environnement très contrôlé, proposée dès 1986 [9]. Seul le développement récent de double puits de potentiel très stables a permis l'observation expérimentale de l'effet Josephson dans un tel système en 2005 [10, 11]. Comme dans le cas des jonctions supraconductrices, la physique sous-jacente d'une jonction alors dite bosonique est très riche, avec notamment une dynamique non linéaire permettant la génération d'états non classiques [16, 18, 17].

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps rappeler dans les grandes lignes le phénomène de condensation de Bose-Einstein des gaz dilués, ainsi que leurs principales propriétés. Ensuite, nous introduirons l'effet Josephson ainsi qu'un bref comparatif des jonctions supraconductrices et bosoniques. Enfin, nous développerons la notion d'états comprimés atomiques, ainsi que leur réalisation pratique à l'aide de jonctions bosoniques.

## 1.1 Condensation de Bose-Einstein

La condensation de Bose-Einstein décrit un phénomène de transition de phase d'un gaz de bosons, lorsque l'état fondamental possède une population macroscopique, décrite pour la première fois en 1924 par Albert Einstein, prolongeant une idée du physicien indien Satyendranath Bose [1, 2, 3]. Par simplicité, nous ne considérerons dans la suite uniquement le cas d'un gaz de bosons piégés dans un potentiel harmonique.

### 1.1.1 Gaz de Bose sans interactions

#### Température de transition et fraction condensée

On considère un gaz de bosons de masse  $m$ , sans interactions, piégés dans un potentiel harmonique 3D  $V_{\text{piège}}(\mathbf{r})$  d'expression

$$V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \left( \omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2 \right), \quad (1.1)$$

où  $\omega_i$  sont les fréquences angulaires du piège. Dans le cas d'un gaz idéal (sans interactions), l'hamiltonien total  $\hat{H}$  peut se décomposer comme la somme d'hamiltoniens à une particule, dont les énergies propres sont bien connues [23]

$$\mathcal{E}_{n_x, n_y, n_z} = \sum_{i \in \{x, y, z\}} \left( n_i + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_i, \quad (1.2)$$

où  $(n_x, n_y, n_z) \in \mathbb{N}^3$ . L'état fondamental  $\phi_0(\mathbf{r})$  à une particule a alors l'expression suivante

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \left( \frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{m}{2\hbar} (\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)\right), \quad (1.3)$$

où  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  est la moyenne géométrique des fréquences angulaires du piège. Pour un gaz à la température  $T$ , la probabilité d'occupation d'un état  $\lambda$ , d'énergie  $\mathcal{E}_\lambda$  est donnée par la distribution de Bose-Einstein

$$f_{\text{BE}}(\mathcal{E}_\lambda) = \frac{1}{e^{(\mathcal{E}_\lambda - \mu)/(k_B T)} - 1}, \quad (1.4)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Il est possible de déterminer le potentiel chimique comme multiplicateur de Lagrange associé au nombre d'atomes, de contrainte

$$N = \sum_{\lambda} \frac{1}{e^{(\mathcal{E}_\lambda - \mu)/(k_B T)} - 1}. \quad (1.5)$$

En dessous d'une température critique  $T_c$ , une fraction d'atomes macroscopique peuple l'état fondamental, correspondant à l'apparition du condensat. On note désormais  $N_0$  la population du fondamental, d'énergie  $\mathcal{E}_0 = \hbar(\omega_x + \omega_y + \omega_z)/2$ . Cette population devient macroscopique quand le potentiel chimique tend vers  $\mathcal{E}_0$ . Pour les grands  $N$ , il est possible de passer à la limite continue pour les populations des états excités

$$N - N_0 = \int_0^{+\infty} \frac{\rho(\varepsilon)}{e^{\beta\rho(\varepsilon)} - 1} d\varepsilon, \quad (1.6)$$

où  $\rho(\varepsilon)$  est la densité d'état et  $\varepsilon = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$ . Après intégration, on obtient alors [23]

$$N - N_0 = \zeta(3) \left( \frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3, \quad (1.7)$$

où  $\zeta(x)$  est la fonction Zeta de Riemann. En prenant la limite  $N_0 \rightarrow 0$ , on obtient la température critique  $T_c$  dans le cas d'un gaz idéal

$$T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left( \frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \approx 0.94 \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} N^{1/3}. \quad (1.8)$$

Pour  $T < T_c$ , une fraction notable des atomes occupe l'état fondamental, appelée condensat de Bose-Einstein. Cette fraction condensée est reliée à la température selon

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (1.9)$$

Un deuxième critère peut être avancé pour définir le seuil de condensation, en introduisant la longueur d'onde de de Broglie

$$\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}. \quad (1.10)$$

Alors le seuil  $T = T_c$  correspond également à l'égalité

$$n(0)\lambda_{\text{dB}}^3 = \zeta(3/2) \approx 2.61, \quad (1.11)$$

où  $n(0)$  est le pic de densité au centre du piège. Physiquement, la transition de Bose-Einstein intervient lorsque la longueur d'onde de de Broglie est de l'ordre de la distance inter-particule.



### Effets de taille finie

Les expressions précédentes ont été obtenues dans la limite thermodynamique, où  $N \rightarrow +\infty$ , et deviennent incorrectes pour les "petits" nombres d'atomes ( $< 10^5$ ), comme dans le cas des expériences de puces à atomes. Pour les petits nombres d'atomes, la transition a lieu avec un décalage significatif, que l'on peut exprimer analytiquement [24, 25, 26]

$$\frac{\delta T_c}{T_c} = -\frac{\omega \zeta(2)}{2\bar{\omega} (\zeta(3))^{2/3}} N^{-1/3} \approx -0.73 \frac{\omega}{\bar{\omega}} N^{-1/3}, \quad (1.12)$$

où  $\omega = (\omega_x + \omega_y + \omega_z)/3$  est la moyenne arithmétique des fréquences. Pour un piège isotrope de  $10^4$  atomes, ce décalage est de l'ordre de 3%, mais pour des pièges anisotropes il peut être bien plus important.

### 1.1.2 Gaz de Bose avec interactions à température nulle

On considère désormais le cas d'un gaz de bosons avec interactions. Ces dernières vont modifier les caractéristiques de la transition de phase, notamment la température critique et la fonction d'onde du fondamental. Pour un potentiel de piégeage externe  $V_{\text{piège}}(\mathbf{r})$ , l'hamiltonien devient

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (1.13)$$

$$+ \frac{1}{2} \int d^3r d^3r' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (1.14)$$

où  $V_{\text{int}}(\mathbf{r})$  est le potentiel d'interaction entre deux atomes distants de  $\mathbf{r}$ , et  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  est l'opérateur champ. Dans la limite des basses températures, pour des gaz suffisamment dilués, le potentiel d'interaction peut s'approximer par un potentiel de contact

$$V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \approx g \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (1.15)$$

avec  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ , où  $a$  est la longueur de diffusion des ondes  $s$ . Cette approximation restera valable tant que la portée du potentiel d'interaction sera faible devant la distance inter-particulaire. L'hamiltonien devient

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{piège}} \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) + \frac{g}{2} \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}). \quad (1.16)$$

Dans le cas d'un gaz dilué, *i.e.*  $na^3 \ll 1$ , les interactions peuvent être traitées par une théorie de champ moyen. Si la population du fondamental est importante et que les fluctuations quantiques sont faibles, l'approximation de Bogoliubov consiste à décomposer l'opérateur champ selon [27]

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \Psi_0(\mathbf{r}) + \delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (1.17)$$

où  $\Psi_0(\mathbf{r})$  est la solution de champ moyen. On pose  $\Psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{N_0} \phi(\mathbf{r})$ , où  $N_0$  est le nombre d'atomes dans le fondamental. Si on néglige les fluctuations  $\delta\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ ,  $\phi(\mathbf{r})$  est solution de l'équation de Gross-Pitaevskii

$$i\hbar \frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + gN_0 |\phi(\mathbf{r})|^2 \right) \phi(\mathbf{r}), \quad (1.18)$$

avec la normalisation

$$\int d^3r |\phi(\mathbf{r})|^2 = 1. \quad (1.19)$$

L'équation de Gross-Pitaevskii décrit la dynamique d'un condensat à température nulle, où l'interaction est traitée en champ moyen. La densité atomique est alors  $n_0(\mathbf{r}) = N_0 |\phi(\mathbf{r})|^2$ . Dans le cas d'un gaz avec interactions, la fonction d'onde à une particule dépend du nombre d'atomes total, ainsi que l'énergie par particule. On définit le potentiel chimique comme

$$\mu = \frac{\partial E[\Psi_0, \Psi_0^*]}{\partial N_0}, \quad (1.20)$$

où  $E[\Psi, \Psi^*]$  est l'énergie du nuage d'atomes (ou fonctionnelle de Gross-Pitaevskii). On peut aisément montrer que

$$\mu = \int d^3r \phi^*(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + g N_0 |\phi(\mathbf{r})|^2 \right) \phi(\mathbf{r}), \quad (1.21)$$

alors que

$$E[\Psi_0, \Psi_0^*] = N_0 \int d^3r \phi^*(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \frac{g N_0}{2} |\phi(\mathbf{r})|^2 \right) \phi(\mathbf{r}). \quad (1.22)$$

L'évolution temporelle de la fonction d'onde est alors  $\Psi_0(\mathbf{r}, t) = \Psi_0(\mathbf{r}, 0) e^{-i\mu t/\hbar}$ .

### 1.1.3 Approximation de Thomas-Fermi

L'équation de Gross-Pitaevskii fait apparaître un terme d'énergie cinétique  $E_{\text{cin}}$  et un terme d'énergie d'interactions  $E_{\text{int}}$ . Une analyse dimensionnelle permet d'estimer l'ordre de grandeur de ces contributions pour obtenir [23]

$$\frac{E_{\text{int}}}{E_{\text{cin}}} \sim \frac{Na}{a_{\text{oh}}}, \quad (1.23)$$

où  $N$  est le nombre d'atomes condensés,  $a$  la longueur de diffusion et  $a_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$  l'extension spatiale de l'état fondamental d'un gaz parfait. Si ce rapport est grand devant 1, c'est l'énergie d'interactions qui va dominer et donc définir la fonction d'onde. L'approximation de Thomas-Fermi consiste alors à négliger l'énergie cinétique pour estimer la fonction d'onde  $\Psi(\mathbf{r})$ . On obtient alors

$$n(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2 = \frac{\mu - V_{\text{piège}}(\mathbf{r})}{g} \quad \text{si } V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) < \mu, \quad (1.24)$$

$$= 0 \quad \text{sinon.} \quad (1.25)$$

Dans ce régime, le profil de densité est parabolique dans un piège harmonique, contrairement à un nuage thermique de profil gaussien. La taille du condensat peut alors être caractérisée par les rayons de Thomas-Fermi [28] définis selon

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}, \quad (1.26)$$

avec  $i \in \{x, y, z\}$ . Il est également possible d'obtenir une expression analytique du potentiel chimique du condensat dans la limite de Thomas-Fermi [28]

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left( \frac{15Na}{a_{\text{oh}}} \right)^{2/5}. \quad (1.27)$$

Pour un piège isotrope, on obtient un rayon de Thomas-Fermi  $R$  unique

$$R = a_{\text{oh}} (15N)^{1/5} \left( \frac{a}{a_{\text{oh}}} \right)^{1/5} \gg a_{\text{oh}}, \quad (1.28)$$

les interactions répulsives augmentant ainsi la taille du nuage comparé au cas du gaz idéal.

### 1.1.4 Interactions et température de transition

La transition de Bose a lieu lorsque  $n(0)\lambda_{\text{dB}}^3 = \zeta(3/2)$ , donc la densité  $n(0)$  diminuant du fait des interactions, la température de transition va être décalée. Il est possible d'estimer quantitativement ce décalage  $\delta T_c$  [29]

$$\frac{\delta T_c}{T_c} = -1.3 \frac{a}{a_{\text{oh}}} N^{1/6}, \quad (1.29)$$

et ce décalage est indépendant du rapport d'aspect du piège. Pour un nuage de  $2 \times 10^4$  atomes dans un piège de fréquence angulaire moyenne  $\bar{\omega} = 2\pi \times 10^3$  Hz, le décalage relatif de la température de transition est de environ 11%. Les résultats précédents ont été établis dans une théorie de champ moyen. Cependant, les fluctuations de densité au point critique modifient légèrement la température de transition [30, 31], mais cet effet est faible ( $\ll 0.1\%$ ).

### 1.1.5 Temps de vol et expansion du nuage

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'expansion d'un nuage (condensé ou non) lorsque le piège est coupé, laissant ce dernier évoluer librement dans le champ de pesanteur pour un temps donné (dit *temps de vol*) avant de mesurer sa distribution spatiale.

#### Cas d'un nuage thermique

Pour un temps de vol suffisamment long, l'expansion du nuage est grande devant sa taille initiale. Alors, pour un nuage thermique, la position d'un atome est intimement liée à sa vitesse initiale. L'expansion du nuage après un temps de vol  $t_{\text{vol}}$  donne donc accès à la distribution de vitesses des atomes au début de leur chute. Si la coupure du piège est instantanée, cela correspond à la distribution de vitesses dans le piège et on a donc accès à la température du nuage piégé. Considérons un gaz de Bose idéal, non condensé, dans un potentiel harmonique  $U(\mathbf{r})$  de la forme

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \left( \sum_{i \in \{x, y, z\}} \omega_i^2 x_i^2 \right). \quad (1.30)$$

Dans la limite des températures élevées,  $k_B T \gg \hbar \omega_i$ , une approximation semi-classique permet d'obtenir la densité dans le piège

$$n_{\text{th}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}(z(\mathbf{r})), \quad (1.31)$$

où  $\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$  est la longueur d'onde de de Broglie,  $z(\mathbf{r}) = \exp((\mu - U(\mathbf{r}))/(k_B T))$ ,  $\mu$  est le potentiel chimique et  $T$  la température du gaz. La statistique de Bose-Einstein est incluse dans la fonction  $g_{3/2}$ , avec

$$g_n(z) = \sum_i \frac{z^i}{i^n}. \quad (1.32)$$

La densité d'un gaz de Bose est augmentée d'un facteur  $g_{3/2}(z(\mathbf{r}))/z(\mathbf{r})$  par rapport à un gaz classique<sup>1</sup>. Lors de la coupure du piège, si on considère que le nuage s'étend ballistiquement, pour  $t \gg \omega_i^{-1}$ ,  $\forall i$  et en négligeant les collisions, le profil de densité est alors

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left( \exp \left( \frac{\mu - mr^2/(2t^2)}{k_B T} \right) \right). \quad (1.33)$$

<sup>1</sup>Ici un gaz classique est un gaz de particules discernables, obéissant à la statistique de Maxwell-Boltzmann et non à la statistique de Bose-Einstein.

L'expansion est isotrope, et cette distribution est approximée par une gaussienne dont la largeur selon un axe donné  $\sigma_{\text{exp}}(t)$  au cours du temps de vol  $t$  est reliée à la température selon

$$\sigma_{\text{exp}}^2(t) = \sigma_0^2 + \frac{2k_B T}{m} t^2, \quad (1.34)$$

où  $T$  est la température du nuage dans le piège et  $\sigma_0$  la largeur initiale. En mesurant la largeur pour différents temps de vol, il est possible de remonter à  $T$ .

### Cas d'un condensat de Bose-Einstein

Dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein, la distribution spatiale après temps de vol est la superposition d'une région très dense correspondant au gaz condensé et d'une distribution gaussienne plus large, résultant en une distribution bimodale. Un ajustement bimodal de la distribution (parabolique pour le condensat et gaussien pour le nuage thermique [28]) permet d'obtenir la largeur de la distribution gaussienne. Comme dans le cas précédent, la mesure de la largeur de la partie thermique pour différents temps de vol permet de remonter à  $T$ . Néanmoins, les interactions atomiques modifient le centre de la distribution thermique de part la présence de la partie condensée, très dense. Pour des mesures de températures précises, il convient de n'ajuster que les ailes de la distribution, suffisamment loin du pic de densité, et éviter ainsi l'effet des interactions. Dans le cas d'un condensat très froid, la partie thermique est faible et donc difficilement détectable. La mesure de la température ne peut se faire par imagerie après temps de vol. Les techniques existantes actuellement pour mesurer la température de gaz de Bose très froid sont basées sur des mesures de fluctuations de phase de jonctions Josephson bosoniques [10, 32].

On se place désormais dans la limite de Thomas-Fermi, correspondant au cas limite de fortes interactions dominant l'énergie cinétique, *i.e.*

$$n(\mathbf{r}) \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \gg \hbar\omega_{x,y,z}. \quad (1.35)$$

La résolution de l'équation de Gross-Piteavskii est simplifiée du fait que l'on néglige le terme d'énergie cinétique. Le profil de densité dans le piège est alors

$$n(\mathbf{r}) = \max\left(\frac{\mu - U(\mathbf{r})}{\frac{4\pi\hbar^2 a}{m}}, 0\right). \quad (1.36)$$

Dans un piège harmonique, le profil de densité est parabolique

$$n(\mathbf{r}) = \frac{15}{8\pi} \frac{N}{\prod_{i=1}^3 R_{0,i}} \max\left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{R_{0,i}^2}, 0\right), \quad (1.37)$$

où le rayon de Thomas-Fermi  $R_{0,i}$  selon la direction  $i$  est défini selon

$$R_{0,i} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}. \quad (1.38)$$

De plus, dans ce régime, le potentiel chimique a pour expression

$$\mu^{5/2} = \frac{15\hbar^2 m^{1/2}}{2^{5/2}} N_c \bar{\omega}^3 a, \quad (1.39)$$

où  $N_c$  est le nombre d'atomes condensés, et  $a$  la longueur de diffusion des ondes  $s$ . Si l'approximation de Thomas-Fermi est valide, le rayon de Thomas-Fermi du nuage est directement relié au nombre

d'atomes dans le condensat. Le nuage piégé est trop petit pour mesurer directement le rayon de Thomas-Fermi *in-situ*. Il convient de le relier à la taille du nuage après le temps de vol  $t_{\text{vol}}$ . Il a été démontré qu'un condensat dans un tel régime, en chute libre une fois le piège relâché, évolue simplement sous une forme parabolique dont les rayons suivent une loi d'échelle simple [33, 34, 35]. Pour un piège en forme de cigare, de rapport d'aspect  $\rho = \omega_{y,z}/\omega_x$ , avec  $\omega_{y,z} \gg \omega_x$ , les largeurs à mi-hauteur du nuage évoluent selon les lois d'échelle suivantes, à l'ordre le plus bas en  $1/\rho$

$$\begin{cases} \Delta_{y,z}(t_{\text{vol}}) &= \Delta_{y,z}(0)\sqrt{1+\tau^2}, \\ \Delta_x(t_{\text{vol}}) &= \rho\Delta_x(0)\left(1 + \frac{1}{\rho^2}\left(\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1+\tau^2}\right)\right). \end{cases} \quad (1.40)$$

avec  $\tau = \omega_{y,z}t_{\text{vol}}$ . En utilisant les expressions précédentes, les rayons de Thomas-Fermi en fonction du temps de vol peuvent être facilement extraits selon

$$R_{y,z}(t_{\text{vol}}) = \frac{(15\hbar^2)^{1/5}}{m^{2/5}} a^{1/5} \sqrt{1+\tau^2} (\omega_x^3 \omega_{y,z})^{1/5} N^{1/5}. \quad (1.41)$$

## 1.2 États comprimés

Dans cette section, nous allons introduire la notion d'état comprimé pour les systèmes de spins 1/2, ainsi que leurs applications potentiels. Formellement, tout système à deux niveaux peut être décrit par un spin 1/2, et donc les raisonnements présentés sont généralisables à une grande variété de systèmes physiques. Nous utiliserons une approche essentiellement géométrique, basée sur la représentation de l'état d'un ensemble de systèmes à deux niveaux à l'aide du formalisme de la sphère de Bloch, supposé connu. Une approche plus détaillée est décrite dans la littérature [36, 37, 16, 18, 38].

### 1.2.1 Concept d'états comprimés dans les systèmes de spins

La compression d'un état quantique consiste en la redistribution des fluctuations quantiques entre deux observables ne commutant pas entre elles, tout en minimisant la relation d'incertitude de Heisenberg [16]. Les fluctuations quantiques des deux observables  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  vérifient l'inégalité de Heisenberg selon

$$\Delta\hat{A}\Delta\hat{B} \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle|. \quad (1.42)$$

Dans le cas d'un spin, ou bien d'un moment angulaire, on obtient

$$\Delta\hat{J}_i\Delta\hat{J}_j \geq \frac{1}{2} |\langle \hat{J}_k \rangle|, \quad (1.43)$$

où  $(i, j, k) \in \{x, y, z\}$ , ainsi que toutes les permutations circulaires.

L'état de spin cohérent (noté CSS) est défini comme le vecteur propre de la composante de spin dans la direction  $(\theta, \varphi)$ ,

$$\hat{J}_{\theta,\varphi} = \hat{J}_x \sin\theta \cos\varphi + \hat{J}_y \sin\theta \sin\varphi + \hat{J}_z \cos\theta, \quad (1.44)$$

avec pour valeur propre<sup>2</sup>  $J$ , où  $\theta$  et  $\varphi$  sont les angles polaires et azimutales. L'état CSS  $|\theta, \varphi\rangle$  minimise la relation de Heisenberg avec des écarts types  $\sqrt{\frac{J}{2}}$  également distribués sur n'importe quels composantes orthogonales à la direction  $(\theta, \varphi)$ .

L'état de spin comprimé (noté SSS) est l'état pour lequel la variance d'une composante du spin orthogonale à la direction moyenne est plus petite que la limite quantique standard, *i.e.*  $\frac{J}{2}$ . Si on

<sup>2</sup>pour un système contenant  $N$  particules de spin 1/2,  $J = N/2$ .

considère un système de  $2J$  spins, avec  $J = N/2$ , et si tout les spins pointent initialement dans la direction  $x$ , *i.e.*  $\langle \hat{J}_x \rangle = N/2$ , alors  $\Delta \hat{J}_z^2 = \langle \hat{J}_z^2 \rangle - \langle \hat{J}_z \rangle^2 = \langle \hat{J}_z^2 \rangle$ . De plus,

$$\langle \hat{J}_z^2 \rangle = \sum_{j,l} \langle \hat{s}_{z,j} \hat{s}_{z,l} \rangle = \sum_j \langle \hat{s}_{z,j}^2 \rangle + \sum_{j \neq l} \langle \hat{s}_{z,j} \hat{s}_{z,l} \rangle, \quad (1.45)$$

et s'il n'y a pas de corrélations entre les différents spins, la variance de  $J_z$  est simplement la somme des variances individuelles, *i.e.*

$$\Delta \hat{J}_z^2 = \sum_j \langle \hat{s}_{z,j}^2 \rangle = \frac{N}{4}. \quad (1.46)$$

C'est le cas d'un état CSS, où l'on a

$$\Delta \hat{J}_z = \Delta \hat{J}_y = \sqrt{\frac{\langle \hat{J}_x \rangle}{2}}. \quad (1.47)$$

Ces variances, d'un système de  $N$  spins non corrélés, ont alors une valeur caractéristique appelée *limite quantique standard*. C'est la variance de "référence" pour un nombre de particules donné, celle de l'état de référence qu'est l'état cohérent. Pour introduire des corrélations entre les spins, on doit utiliser une interaction non linéaire<sup>3</sup>. Si on considère l'interaction non-linéaire la plus simple, l'hamiltonien peut se mettre sous la forme

$$\hat{H} = \hbar \chi J_z^2. \quad (1.48)$$

On considère un état CSS comme état initial,

$$\left| \frac{\pi}{2}, 0 \right\rangle = \frac{1}{2^J} \sum_{k=0}^{2J} \sqrt{\binom{2J}{k}} |J, J-k\rangle, \quad (1.49)$$

tel que  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle \simeq J \mathbf{u}_x$ . Le système va évoluer selon une transformation unitaire d'opérateur d'évolution

$$\hat{U}(t) = \exp(-i\chi t \hat{J}_z^2). \quad (1.50)$$

Suite à cette évolution non linéaire, on a toujours  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle \propto \mathbf{u}_x$ , mais l'état cohérent a été "déformé" pour donner une ellipse sur la sphère de Bloch, d'axe comprimé  $\mathbf{u}_\perp$  (voir figure (1.1)) pour des temps faibles devant  $1/(|\chi| \sqrt{2J})$ . Cet axe est alors dit *comprimé* au sens où la variance de l'opérateur  $\hat{J}_\perp = \hat{\mathbf{J}} \cdot \mathbf{u}_\perp$  associé est inférieur à la limite quantique standard  $J/2$ . A contrario, l'axe conjugué possède une variance supérieure à la limite quantique standard afin de satisfaire l'inégalité de Heisenberg. Il est possible de transférer le caractère comprimé de la composante  $\mathbf{u}_\perp$  à une composante quelconque, perpendiculaire à  $\mathbf{u}_x$ . Pour cela, on applique une impulsion pour générer une rotation de l'état autour de l'axe  $x$ , et aligner la quasiprobabilité comprimée avec cet axe. L'état final peut s'écrire sous la forme

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-i\nu \hat{J}_x) \exp(-i\chi t \hat{J}_z^2) \left| \frac{\pi}{2}, 0 \right\rangle. \quad (1.51)$$

De l'équation (1.51), on obtient les valeurs moyennes ainsi que les écarts types des différentes composantes du spin

$$\langle \hat{J}_x \rangle = J \cos^{2J-1}(\chi t), \quad \langle \hat{J}_y \rangle = 0, \quad \langle \hat{J}_z \rangle = 0, \quad (1.52)$$

$$\langle \Delta \hat{J}_x^2 \rangle = \frac{J}{2} \left( 2J(1 - \cos^{2(2J-1)}(\chi t)) - \left( J - \frac{1}{2} \right) A \right), \quad (1.53)$$

$$\langle \Delta \hat{J}_y^2 \rangle = \frac{J}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( J - \frac{1}{2} \right) \left( A + \sqrt{A^2 + B^2} \cos(2\nu + 2\delta) \right) \right), \quad (1.54)$$

$$\langle \Delta \hat{J}_z^2 \rangle = \frac{J}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( J - \frac{1}{2} \right) \left( A - \sqrt{A^2 + B^2} \cos(2\nu + 2\delta) \right) \right), \quad (1.55)$$

<sup>3</sup>un hamiltonien linéaire ne fait que faire des rotations aux spins individuels sans introduire de corrélations entre eux.

où l'on définit  $A = 1 - \cos^{2J-2}(2\chi t)$ ,  $B = 4 \sin(\chi t) \cos^{2J-2}(\chi t)$ , et  $\delta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{B}{A}\right)$ , l'angle que fait l'ellipse avec l'équateur. On remarquera en particulier que, après compression, la norme du spin moyen  $\langle \hat{J}_x \rangle$  est diminuée.

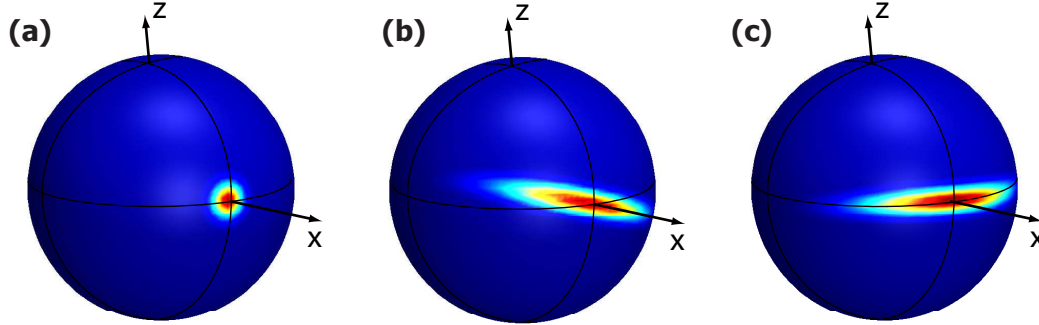


Figure 1.1 – Évolution d'un état cohérent sous l'action d'un hamiltonien de type effet Kerr. (a) État cohérent initial. (b) Déformation en "ellipse" de l'état sous l'action de l'hamiltonien non linéaire. L'état est dit comprimé car le petit axe de cette ellipse correspond à une variance inférieure à la limite quantique standard. (c) Une rotation autour de  $Ox$  permet d'aligner l'axe comprimé avec  $Oz$  par exemple. L'état est alors dit comprimé en nombre. Si l'axe comprimé est aligné avec l'équateur, on parle alors d'état comprimé en phase.

L'opérateur  $\hat{J}_x$  peut être vu comme décrivant la phase relative entre deux différents spins selon l'axe  $\mathbf{u}_z$ . En développant le cosinus au second ordre en  $t$ , on obtient

$$\cos^{2J-1}(\chi t) = e^{(2J-1)\text{In}\cos(\chi t)} \approx e^{-(2J-1)(\chi t)^2/2}. \quad (1.56)$$

On peut voir que la valeur moyenne de  $\hat{J}_x$  de l'état (1.51) est une décroissance gaussienne, indiquant que la phase se brouille selon l'échelle de temps suivante

$$t_c \sim \frac{1}{|\chi|\sqrt{2J}}. \quad (1.57)$$

On peut aussi observer la résurgence de la cohérence de phase aux temps  $t_q$  définis selon

$$t_q = \frac{q\pi}{|\chi|}, \quad q \in \mathbb{N}, \quad (1.58)$$

quand le cosinus prend les valeurs  $\pm 1$  dans l'équation d'évolution des composantes du spin et de leur variance. De plus, aux temps particuliers  $t_m = t_{1/2}$ , l'équation (1.51) peut se réécrire sous la forme

$$|\psi(t_m)\rangle = \frac{e^{-i(\nu J + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{2}} \left| \frac{\pi}{2}, 0 \right\rangle + \frac{e^{-i((\nu+\pi)J + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{2}} \left| -\frac{\pi}{2}, 0 \right\rangle, \quad (1.59)$$

correspondant à un état chat de Schrödinger en phase [17]. Pour  $\nu = \frac{\pi}{2} - \delta$ , le terme  $\langle \Delta \hat{J}_y^2 \rangle$  est minimisé et  $\langle \Delta \hat{J}_z^2 \rangle$  maximisé, et quand  $\nu = -\delta$ ,  $\langle \Delta \hat{J}_z^2 \rangle$  est minimisé et  $\langle \Delta \hat{J}_y^2 \rangle$  maximisé. L'augmentation (signe +) et la réduction de la variance (signe -) sont

$$V_{\pm} = \frac{J}{2} \left( \left( 1 + \frac{1}{2} \left( J - \frac{1}{2} \right) A \right) \pm \frac{1}{2} \left( J - \frac{1}{2} \right) \sqrt{A^2 + B^2} \right). \quad (1.60)$$

### 1.2.2 États comprimés, états intriqués et interférométrie

Dans la section précédente, nous avons introduit la notion d'états comprimés d'un point de vu formel, sous l'action d'un hamiltonien non linéaire. Dans cette section, nous allons montrer en quoi ces états non classiques sont potentiellement intéressants comme le sont les états comprimés en optique quantique [39, 40].

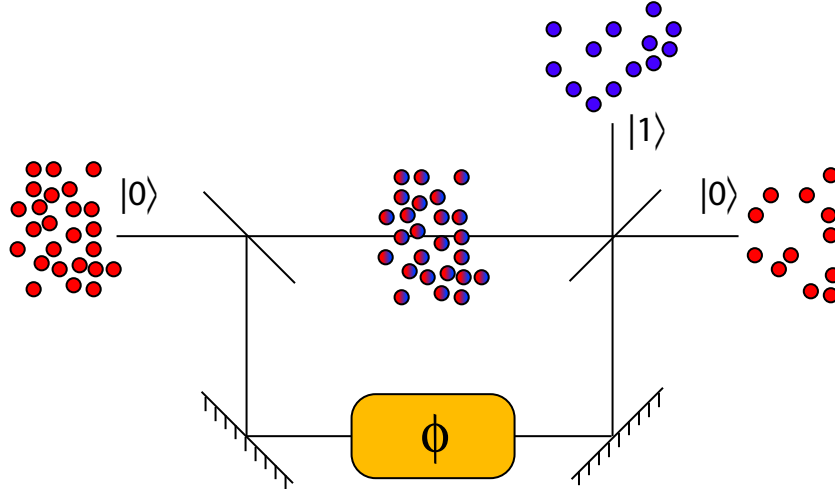


Figure 1.2 – Interférométrie atomique : on considère le cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder afin de garder la généralité des raisonnements. La plupart des interféromètres peuvent se ramener formellement au cas d'un Mach-Zehnder, comme par exemple l'interférométrie Ramsey. La première séparatrice correspond alors à un pulse  $\pi/2$ , et les atomes initialement dans l'état  $|0\rangle$  évoluent ensuite dans la superposition d'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ . Si les deux états sont d'énergies différentes, une phase relative  $\varphi$  est accumulée entre les deux états, correspondant ainsi aux deux bras du Mach-Zehnder équivalent, pour obtenir un état de la forme  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle)$ . La deuxième séparatrice correspond à une deuxième impulsion  $\pi/2$ , et la population des deux états (i.e. des deux modes de sortie du Mach-Zehnder) va dépendre de  $\varphi$ .

On se place dans le cas d'un interféromètre de Ramsey, sans perte de généralité, le raisonnement étant généralisable à tout interféromètre atomique. Chaque particule peut être alors décrite par un système à deux niveaux  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  ainsi que leurs éventuelles superpositions. On considère alors  $N$  atomes initialement dans l'état  $|0\rangle$  et après une impulsion  $\pi/2$ , chaque atome est alors dans la superposition d'état

$$|\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle). \quad (1.61)$$

Après l'évolution libre durant un temps d'interrogation  $T$ , une phase relative  $\varphi$  est accumulée pour donner l'état

$$|\Psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle). \quad (1.62)$$

La probabilité  $p(\varphi)$  que l'état final  $\Psi_f$  soit égal à l'état initial  $\Psi_i$  permet d'évaluer  $\varphi$  selon

$$p(\varphi) = |\langle \Psi_i | \Psi_f \rangle|^2 = \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (1.63)$$

Si on considère une observable quelconque  $\hat{O}$  dépendant d'un paramètre  $\zeta$ , des mesures de  $\hat{O}(\zeta)$  permettent de remonter à  $\zeta$ . L'incertitude sur la détermination de  $\zeta$  pour une seule mesure est alors

$$\delta\zeta = \frac{\Delta\hat{O}}{|\partial\langle\hat{O}\rangle/\partial\zeta|}, \quad (1.64)$$



où  $(\Delta\hat{O})^2 \stackrel{\text{def.}}{=} \langle \hat{O}^2 \rangle - \langle \hat{O} \rangle^2$  est la variance de l'observable  $\hat{O}$ . Dans le cas considéré, l'incertitude associée à la mesure de phase est alors

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta p(\varphi)}{|\partial p(\varphi)/\partial\varphi|}, \quad (1.65)$$

qui dans le cas d'une réalisation unique donne  $\Delta\varphi = \phi_0$ . Pour améliorer cette mesure, le plus simple consiste à répéter la mesure  $N$  fois, en pratique en utilisant un nuage de  $N$  atomes interrogés en même temps. Si on effectue  $N$  mesures  $\{x_i\}$ , on obtient alors un bon estimateur de  $X$  avec la valeur moyenne des  $x_i$

$$X = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}, \quad (1.66)$$

et une incertitude associée, dans le cas de mesures décorréliées

$$\Delta X = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(\Delta x_i)^2}{N}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{N}}, \quad (1.67)$$

où l'on suppose que les incertitudes de chaque mesure sont identiques et égales à  $\Delta x$ . Donc une mesure de phase avec un nuage de  $N$  atomes non corrélés permettra d'atteindre une erreur de

$$\Delta\varphi = \frac{\phi_0}{\sqrt{N}}, \quad (1.68)$$

également connue sous le nom de *limite quantique standard*, par analogie avec le cas optique correspondant (interféromètre de Mach-Zehnder), ou *bruit de projection quantique*. Les horloges atomiques à atomes froids ont récemment atteint cette limite [41].

Nous allons nous intéresser désormais au cas où les états utilisés dans un tel interféromètre présentent des corrélations. Dans un premier temps, pour illustrer l'effet des corrélations, nous allons considérer le cas d'un état maximalement intriqué type chat de Schrödinger à  $N$  atomes. On considère donc l'état initial type NOON

$$|\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|N, 0\rangle + |0, N\rangle), \quad (1.69)$$

qui évolue après interrogation vers un état

$$|\Psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|N, 0\rangle + e^{iN\varphi} |0, N\rangle). \quad (1.70)$$

La probabilité  $q(\varphi)$  que  $|\Psi_f\rangle$  soit égale à  $|\Psi_i\rangle$  est

$$q(\varphi) = \cos^2\left(N\frac{\varphi}{2}\right), \quad (1.71)$$

dont on peut alors extraire la valeur de la phase avec une erreur de

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta q(\varphi)}{|\partial q(\varphi)/\partial\varphi|} = \frac{\phi_0}{N}. \quad (1.72)$$

L'utilisation d'un état maximalement intriqué permet d'améliorer la précision de la mesure de phase d'un facteur  $\sqrt{N}$  par rapport à la limite quantique standard. La limite atteinte est alors fondamentale, et il n'est pas possible d'obtenir une erreur plus petite. Cette limite est alors appelée *limite de Heisenberg*, étudiée expérimentalement pour un système de deux ions de  ${}^9\text{Be}^+$  [42], ainsi que dans le cas de trois ions dans un état GHZ [43].

De cet exemple simple on retiendra que l'introduction de corrélations entre les différentes particules permet de réduire le bruit de la mesure en dessous de la limite quantique standard. De ce constat, on en déduit que les états comprimés, dont les différentes particules sont corrélées, vont également permettre de réaliser des mesures en dessous de la limite quantique standard. Dans la prochaine section, nous allons présenter brièvement l'amélioration d'une mesure à l'aide d'un état comprimé dans le cas d'un interféromètre de type Ramsey. Cette approche a été effectuée pour la première fois par D.J. Wineland [36, 37].

### 1.2.3 États comprimés et bruit de projection quantique

Tout système à deux niveaux est assimilable à un spin 1/2 effectif, éventuellement plongé dans un champ magnétique homogène. Sans perte de généralité, nous allons donc considérer un spin 1/2 dans toute la suite, et un interféromètre de type Ramsey.

Lors d'une mesure par interférométrie Ramsey, on utilise un ensemble de  $N$  spin 1/2 initialement dans un état donné que l'on notera  $|0\rangle$ . Une première impulsion  $\pi/2$  prépare l'ensemble des particules dans l'état

$$|\Psi_i\rangle = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \right)^{\otimes N}, \quad (1.73)$$

qui après un temps d'évolution devient

$$|\Psi_f\rangle = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + e^{i\varphi} |1\rangle) \right)^{\otimes N}. \quad (1.74)$$

Afin de mesurer la phase relative accumulée  $\varphi$ , une seconde impulsion  $\pi/2$  est appliquée pour obtenir une superposition de la forme

$$|\Psi_m\rangle = (\alpha(\varphi) |0\rangle + \beta(\varphi) |1\rangle)^{\otimes N}, \quad (1.75)$$

où  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{C}$  ne dépendent que de la phase relative  $\varphi$ . À l'exception des cas triviaux où  $\alpha = 1$  ou  $0$ , la mesure du nombre d'atome dans l'état  $|0\rangle$  est obtenue avec une erreur statistique donnée par le bruit de projection selon

$$\Delta N_0 = \sqrt{N |\alpha|^2 (1 - |\alpha|^2)}. \quad (1.76)$$

Pour interpréter géométriquement cette séquence Ramsey, on se place dans le cadre du formalisme de la sphère de Bloch. Chaque particule est un spin 1/2  $\hat{\mathbf{s}}_i$ , l'ensemble formant un spin collectif  $\hat{\mathbf{J}}$  défini comme la somme vectorielle des spin individuels

$$\hat{\mathbf{J}} = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{s}}_i. \quad (1.77)$$

C'est la direction du spin effectif moyen  $\mathbf{u} = \langle \hat{\mathbf{J}} \rangle / |\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle|$  qui est représenté sur la sphère de Bloch, ainsi que l'incertitude associée. Géométriquement, une mesure des populations des deux états correspond à une projection sur l'axe  $\mathbf{u}_z$ , alors qu'une impulsion  $\pi/2$  est une rotation de  $\pi/2$  autour de l'axe  $Oy$ . La phase relative  $\varphi$  correspond à l'angle azimutal par rapport à la direction  $Ox$ . Dans le cas d'un état cohérent, le bruit de projection est la projection du cercle d'incertitude sur l'axe  $Oz$  (voir figure (1.3)). On considère désormais une horloge basée sur un interféromètre Ramsey où la mesure de population  $N_0$  de l'état  $|0\rangle$  permet d'estimer la phase  $\varphi = (\omega - \omega_0) T$ , où  $\omega$  est la fréquence de l'onde couplant les deux niveaux,  $\omega_0$  la fréquence de Larmor associée au système à deux niveaux considéré et  $T$  le temps d'interrogation. On obtient alors une erreur rms  $\delta\omega$  sur la mesure de la fréquence angulaire de

$$\delta\omega = \frac{\Delta N_0}{|\partial \langle N_0 \rangle / \partial \omega|}. \quad (1.78)$$

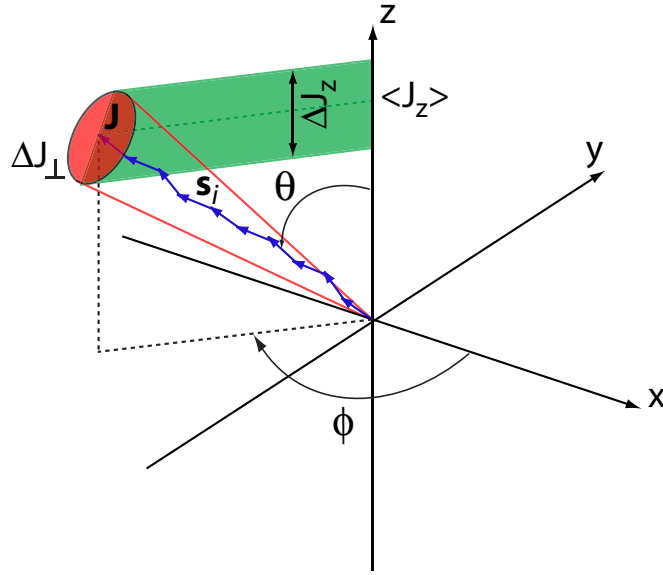


Figure 1.3 – Représentation géométrique d'un état cohérent dans la sphère de Bloch. La mesure des populations s'interprète géométriquement comme la projection d'un spin collectif sur l'axe  $Oz$ . Le cercle d'incertitude est représenté en rouge. La variance de la mesure des populations est liée à la variance de l'opérateur  $\hat{J}_z$ , géométriquement représentée en vert comme la projection du cercle d'incertitude sur  $Oz$ .

En introduisant les opérateurs vectoriels associés au spin collectif, on peut réécrire cette expression selon

$$\delta\omega = \frac{\Delta\hat{J}_z}{|\partial\langle\hat{J}_z\rangle/\partial\omega|}. \quad (1.79)$$

Ainsi, le bruit de projection  $\Delta\hat{J}_z$  a un impact direct sur la précision de la mesure de fréquence. Dans l'absolu, cette variance  $\Delta\hat{J}_z$  n'est pas nécessairement égale à  $\Delta J_{\perp i}$ , les variances des deux axes orthogonaux à la direction du spin moyen  $\mathbf{u}$ . Néanmoins, en pratique, une horloge fonctionne au maximum de sensibilité, *i.e.* un point de fonctionnement où  $|\partial\langle\hat{J}_z\rangle/\partial\omega|$  est extrême. Ce point correspond à un spin collectif aligné avec l'axe  $Oy$  après interrogation. Lors de la rotation de la seconde impulsion d'interrogation, le spin collectif moyen ne sera donc pas affecté, seulement les fluctuations seront éventuellement modifiées lors de la rotation. Dans ce cas, l'axe  $Oz$  est alors orthogonal à  $\mathbf{u}$  et donc le bruit de projection correspond à une variance d'une composante  $\mathbf{v}$  orthogonale à la direction du spin collectif moyen.

Dans le cas d'un état cohérent, cette variance est indépendante de la direction  $\mathbf{v}$  utilisée, et uniquement déterminée par le nombre de particules utilisé. En revanche, si on considère désormais le cas d'un état de spin comprimé SSS au sens de la section précédente, il existe alors deux axes  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  de variances respectivement minimales et maximales. Si  $\mathbf{v}_1$  est contenu dans le plan  $Oyz$ , alors la variance  $\Delta J_z^2$  sera réduite par rapport au cas d'un état cohérent. *L'utilisation d'un état comprimé de spin permet de diminuer l'incertitude statistique due au bruit de projection dans le cas d'un interféromètre de Ramsey.* Cette situation est illustrée géométriquement dans le formalisme de la sphère de Bloch dans la figure (1.4).

En revanche, si  $\mathbf{v}_2$  est contenu dans le plan  $Oyz$ , la variance  $\Delta J_z^2$  sera cette fois supérieure à celle d'un état cohérent, et donc la précision de la mesure sera dégradée. Dans les autres cas, on obtient une variance de valeur comprise entre les deux extrêmes précédents.

L'utilisation d'états comprimés va donc permettre de diminuer l'erreur statistique d'un interféromètre de Ramsey, ainsi que tout autre dispositif assimilable formellement. En contre partie,

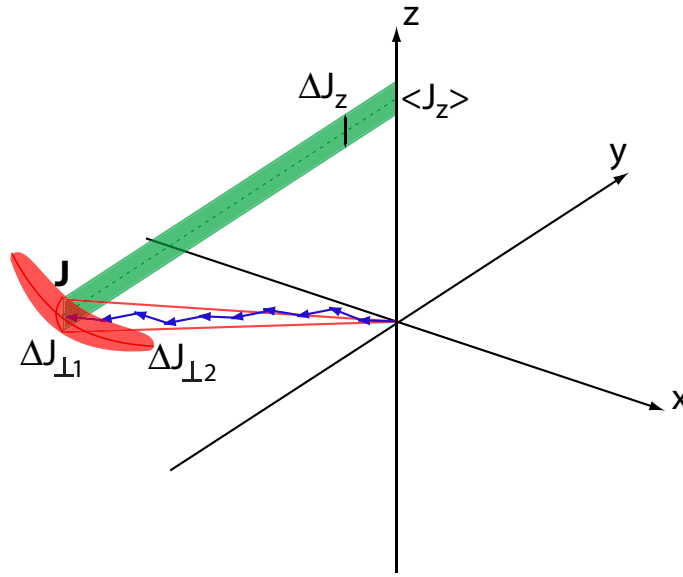


Figure 1.4 – Représentation géométrique d'un état comprimé dans la sphère de Bloch. L'axe non comprimé est orthogonal à la direction de projection  $\mathbf{u}_z$ . Ainsi la réduction de la variance  $\Delta J_{\perp 1}^2$  permet de réduire la variance de l'observable mesurée  $\Delta J_z^2$ . Si l'état est fortement comprimé, la norme de la valeur moyenne du spin collectif est réduite par rapport à un état cohérent.

la symétrie des fluctuations orthogonales du spin effectif est rompue, nécessitant des précautions supplémentaires quant à la préparation initiale : géométriquement on a une ellipse et non plus un disque. Lors d'une interrogation Ramsey, c'est l'observable phase qui permet de remonter à la différence de fréquence angulaire  $\omega - \omega_0$ . Ce sont donc les fluctuations de l'observable phase qui vont limiter la mesure, *i.e.* la variance du spin collective selon la direction orthogonale contenue dans le plan de l'équateur. Il sera donc nécessaire de générer initialement un état comprimé *en phase* pour améliorer un interféromètre de Ramsey. Le bruit de projection provient des fluctuations de l'observable *nombre* ( $\hat{J}_z$ ), mais ceci est une conséquence directe de la méthode utilisée pour mesurer la phase, basée sur une mesure des populations. En effet, c'est la deuxième impulsion  $\pi/2$  qui provoque une rotation de l'état autour de  $Oy$ . Cette opération "convertit" en quelque sorte l'information de phase en information de nombre. Les fluctuations de l'état comprimé subissent également cette rotation, devenant ainsi un état comprimé en nombre pour la mesure (voir figure (1.5)).

Enfin, il convient de noter que la réduction du bruit de mesure ne suffit pas à augmenter le rapport signal à bruit. Lorsque qu'un état est comprimé, si la dispersion angulaire d'une composante orthogonale diminue, la contre-partie est que la dispersion orthogonale augmente par rapport à un état cohérent. Par conséquent, pour un état comprimé, la valeur moyenne du spin collectif  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle$  va diminuer en norme par rapport au cas d'un état cohérent (où  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle \approx J = N/2$  dans la limite où  $N \gg 1$ ). Cette diminution de la norme du spin collectif moyen se traduit en pratique par une réduction du contraste des franges de Ramsey (voir figure (1.6) et (1.7)), et donc une diminution du signal utile. Ainsi, si l'état est trop fortement comprimé, la diminution du signal va l'emporter par rapport à la diminution du bruit et le rapport signal à bruit va diminuer. Pour qu'un état comprimé soit utile au sens de l'interférométrie, il faut s'assurer qu'il conserve suffisamment de cohérence pour avoir un signal d'amplitude suffisante.

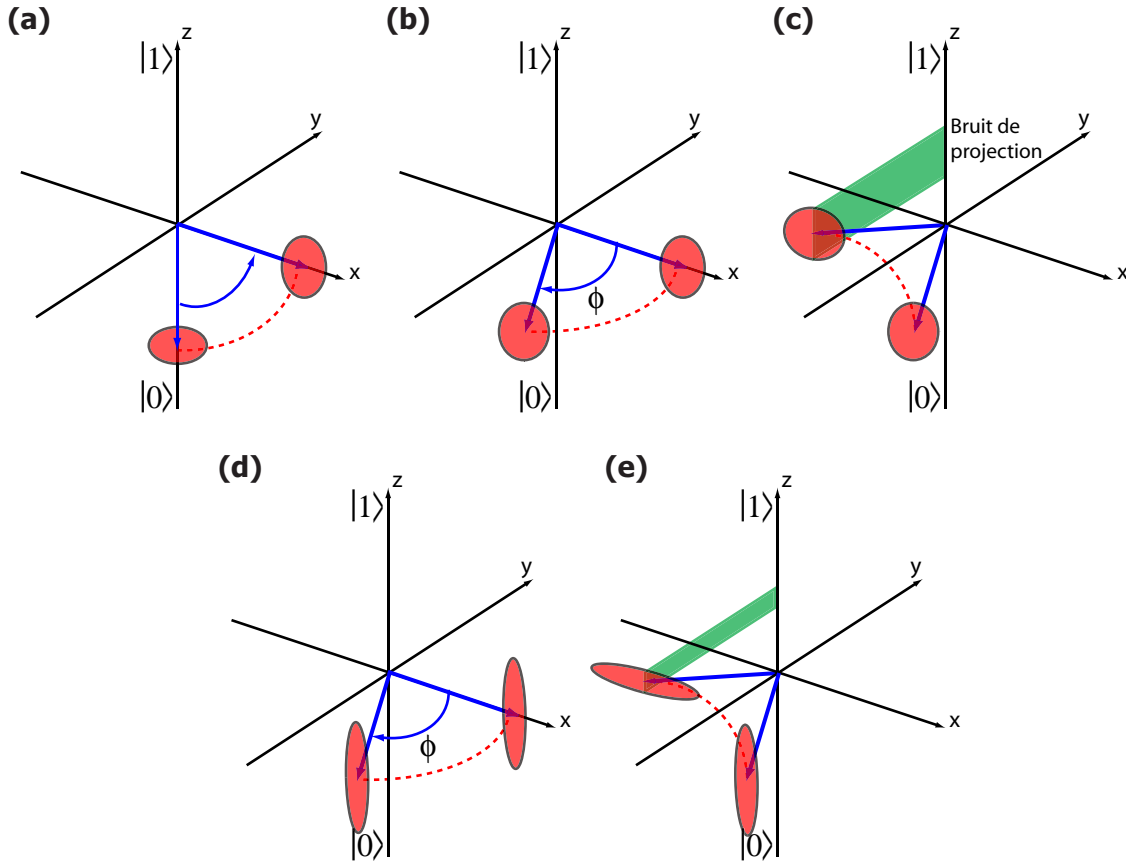


Figure 1.5 – Interférométrie Ramsey avec un état cohérent (a-b-c) et un état comprimé (d-e). Cas d'un état cohérent. (a) Initialement, l'ensemble des spins sont dans l'état  $|0\rangle$ . Une impulsion  $\pi/2$  les prépare dans la superposition  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ . (b) Au cours de l'évolution libre, l'état précesse autour de  $Oz$  dans la sphère de Bloch, en accumulant une phase relative  $\phi$ . (c) Après interrogation, une seconde impulsion  $\pi/2$  permet d'accéder à la phase par une mesure des populations. Le bruit de projection s'interprète géométriquement comme la projection du disque d'incertitude sur l'axe  $Oz$ . Cas d'un état comprimé. (d) L'ensemble des spins est initialement préparé dans un état comprimé, dont l'axe de faible variance est aligné avec l'équateur de la sphère de Bloch (état comprimé en phase). Cet état accumule une phase relative  $\phi$  au cours de l'interrogation. (e) Une impulsion  $\pi/2$  est ensuite appliquée, se traduisant géométriquement par une rotation de l'état autour de l'axe  $Oy$ . L'axe comprimé de l'état est alors contenu dans le plan  $yOz$  (état comprimé en nombre). Lors de la mesure, le bruit de projection correspond alors à la projection de la variance comprimée sur l'axe  $Oz$ . Le bruit de la mesure est ainsi notablement réduit.

#### 1.2.4 Facteurs de compression et critère de Wineland

Dans cette section, on cherche à définir un facteur de compression  $\xi$  quantifiant les fluctuations par rapport à la limite quantique standard. Il est possible de définir plusieurs types de facteurs de compression, suivant le contexte dans lequel les états comprimés sont utilisés. Dans l'absolu, un état comprimé correspond à la définition introduite dans la section 1.2.1, *i.e.* une redistribution des fluctuations dans le plan orthogonal à la direction du spin collectif moyen.

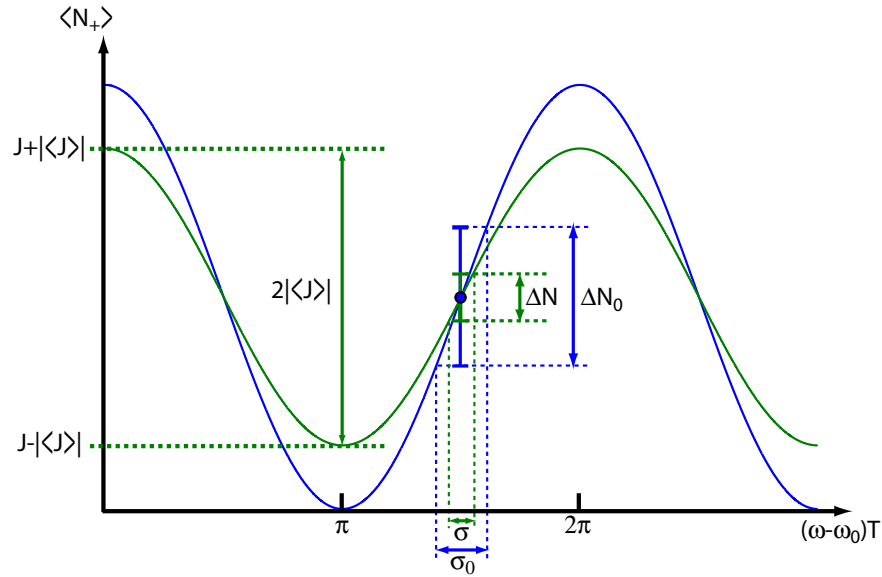


Figure 1.6 – Illustration de la réduction du bruit de projection sur un signal d'interférences de Ramsey. La courbe bleue correspond au cas d'un état cohérent alors que la courbe verte correspond à un état comprimé. L'utilisation d'un état comprimé permet de diminuer le bruit de projection  $\Delta N$  en dessous de sa valeur pour un état cohérent  $\Delta N_0$ . En contre partie, la compression de l'état diminue la norme du spin collectif moyen, se traduisant en pratique par une diminution de l'amplitude des franges d'interférences. Ces deux effets sont contradictoires, et par conséquent un état comprimé n'améliorera pas nécessairement le rapport signal à bruit si l'amplitude des franges n'est pas suffisante.

### Facteur de compression comme mesure du degré de corrélation

Cette notion fut introduite initialement par Kitagawa et Ueda [16]. Ils considèrent qu'un état est comprimé s'il existe une composante  $\hat{J}_\perp$  normale à la direction du spin collectif moyen  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle$ , et dont la variance est inférieure à celle d'un état cohérent (*i.e.* la limite quantique standard  $J/2$ ) [16]. On définit alors le facteur de compression de spin  $\xi_S$  selon

$$\xi_S = \frac{\Delta J_\perp}{\sqrt{J/2}}. \quad (1.80)$$

Dans cette approche, il est possible de faire tourner le spin collectif pour aligner ce dernier avec  $Oz$ , soit  $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle = \langle \hat{J}_z \rangle \mathbf{u}_z$  et tel que  $\Delta \hat{J}_\perp = \Delta \hat{J}_y$ .

### Facteur de compression en nombre

On se place désormais dans le contexte des interféromètres. Les observables pertinentes du problème sont alors la phase relative et le nombre d'atomes dans un état (ou bien la population relative). Dans le formalisme du spin collective, l'observable correspondante aux populations relatives est  $\hat{J}_z$ . On va donc s'intéresser uniquement aux réductions de fluctuations de cette observable et définir le facteur de compression en nombre  $\xi_N$

$$\xi_N = \frac{\Delta \hat{J}_z}{\sqrt{J/2}}, \quad (1.81)$$

*i.e.* qu'il compare les fluctuations de l'observable  $\hat{J}_z$  à la limite quantique standard obtenue pour un état cohérent aligné sur l'équateur de la sphère de Bloch. Ce critère ne permet pas d'estimer complètement le gain métrologique obtenu, car il n'inclut pas la diminution du contraste, conséquente

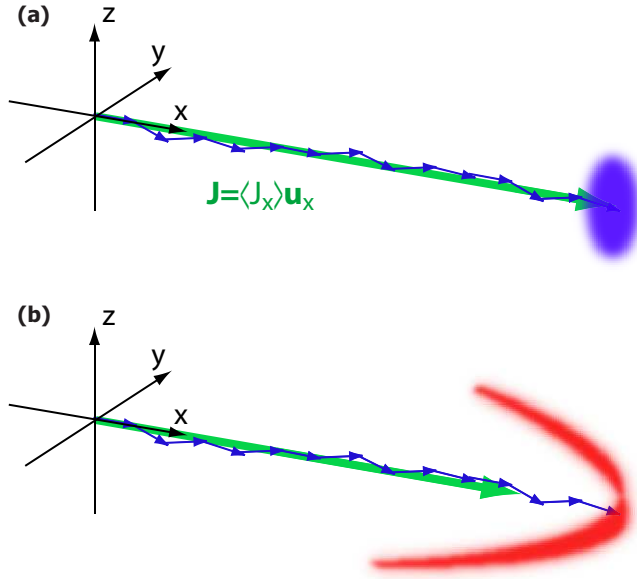


Figure 1.7 – Illustration de la réduction du contraste d'un état comprimé. (a) État cohérent de  $N$  spins  $1/2$ . Le spin total moyen est alors  $\langle \mathbf{J} \rangle \approx N/2 \mathbf{u}_x$ , avec des variances  $\Delta(\mathbf{J} \cdot \mathbf{u}_\perp)^2 = N/4$ ,  $\forall \mathbf{u}_\perp$  orthogonal à  $\langle \mathbf{J} \rangle$ . (b) Dans le cas d'un état comprimé, la norme du spin total moyen  $\langle \mathbf{J} \rangle$  est diminué du fait de la compression, i.e. de l'"étalement" de l'état sur la sphère de Bloch. Le contraste des franges d'interférences est directement proportionnel à  $|\langle \mathbf{J} \rangle|$ , donc la quadrature comprimée de variance  $\Delta J_\perp^2$  sera utile si le rapport signal à bruit est amélioré par rapport à un état cohérent, soit  $\Delta J_\perp / |\langle \mathbf{J} \rangle| < 1/\sqrt{N}$ .

du fait que  $|\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle| < J/2$  pour les états fortement comprimé. En revanche, il donne une information sur la variance de la différence de population. Or, dans le cas d'interféromètres basés sur la séparation spatiale d'un condensat en deux, la dynamique temporelle de la phase relative est liée à cette variance. Un état comprimé en nombre aura en particulier un temps de brouillage de phase plus long, et donc permet des temps d'interrogation plus longs. Cet effet sera étudié en détails dans la section 6.4 du chapitre 6 de ce mémoire.

### Facteur de compression pour l'interférométrie

Pour quantifier le gain obtenu sur le rapport signal à bruit en utilisant un état comprimé au lieu d'un état cohérent, on introduit une quantification de ce gain à l'aide du facteur de compression pour l'interférométrie Ramsey  $\xi_R$  [37]

$$\xi_R^2 = \frac{N \Delta J_z^2}{\langle J_x \rangle^2 + \langle J_z \rangle^2}. \quad (1.82)$$

Si on considère une mesure de phase avec un interféromètre de Ramsey, on obtient une erreur statistique sur la mesure avec un état comprimé  $\delta\varphi$  selon [37]

$$\delta\varphi = \xi_R \delta\varphi_{\text{CSS}}, \quad (1.83)$$

où  $\delta\varphi_{\text{CSS}}$  est l'erreur statistique obtenue dans le cas d'un état cohérent. On aura donc un gain métrologique si  $\xi_R < 1$ . On remarquera que dans le cas d'un état pointant l'équateur de la sphère de Bloch,  $\xi_R$  est le rapport entre l'angle de compression de l'état considéré et celui d'un état cohérent.

### 1.2.5 Réalisation expérimentale d'états comprimés atomiques

Le point clé de la génération d'états comprimés réside dans l'application d'une non linéarité à un état cohérent. Les différents mécanismes existant peuvent être classés en deux familles : ceux qui exploitent la non-linéarité des interactions entre particules et ceux qui exploitent la non-linéarité de l'interaction avec une source lumineuse. La méthode la plus intuitive consiste à exploiter la non linéarité des interactions entre atomes d'un condensat de Bose-Einstein, et sera exposée dans la section 1.5.1. D'autres mécanismes sont basés sur des méthodes de mesures non destructives d'une composante du spin, où la non linéarité est introduite par la mesure. En effet, une mesure de la composante  $\hat{J}_z$  réduit la variance correspondante, alors que les variances de  $\hat{J}_x$  et  $\hat{J}_y$  augmentent. Cette mesure doit être non destructive afin de conserver l'état après réduction de la variance.

Les premières expériences d'états comprimés atomiques ont été réalisées avec des nuages froids (pièges magnéto-optiques) mais non dégénérés. La mesure non destructive était basée sur l'effet Faraday, *i.e.* la rotation du plan de polarisation d'un faisceau sonde après avoir traversé un nuage polarisé [44, 45]. L'état initial, avant mesure, est un état cohérent. Sa mesure va donner un état dont la direction n'est pas prévisible, donnée par la distribution de probabilité de l'état cohérent. La mesure renseigne donc sur la valeur de  $\hat{J}_z$  mais ne permet pas de la fixer à une valeur donnée. En ce sens, on parle d'état comprimé conditionnel à la mesure. Néanmoins, une fois la valeur de  $\hat{J}_z$  connue, il est possible d'appliquer une rotation à l'état pour l'aligner sur l'équateur de la sphère de Bloch, et l'on parle alors de compression non conditionnelle. Ce processus amélioré avec rétroaction a été mis en oeuvre pour la première fois en 2004 par le groupe de Hideo Mabuchi à Caltech [46], rapportant 10 dB de compression de spin, au sens de l'interférométrie Ramsey. Néanmoins, ce résultat était biaisé par une erreur de calibration et a été officiellement retiré en 2008. Plus récemment, plusieurs groupes ont mis en évidence des méthodes de compression non conditionnelles basées sur des méthodes de détection non destructives [47, 48, 49, 50]. Dans l'expérience du MIT [47], la mesure QND est réalisée à l'aide d'une cavité, et la transmission d'un laser résonnant avec cette dernière. La cavité permet d'augmenter la densité optique du nuage, et donc le rapport signal à bruit de la mesure de  $\hat{J}_z$ . La compression de l'état sera d'autant plus importante que le bruit de la mesure de la polarisation sera faible, et donc une cavité devrait permettre d'atteindre des facteurs de compression plus élevés. Le spin effectif est constitué par deux états hyperfins d'une transition horloge du  $^{87}\text{Rb}$ , aboutissant à des facteurs de compression en nombre de l'ordre de 9 dB. Une fois l'état comprimé en nombre obtenu, il suffit d'appliquer une rotation de l'état pour le transformer en état comprimé en phase, utile pour l'interférométrie Ramsey. Des facteurs de compression de l'ordre de 3 dB ont alors été mesurés après rotation. Cette expérience est d'autant plus pertinente qu'elle a été réalisée sur une transition horloge, et permet d'illustrer directement l'amélioration d'une horloge. À l'université de Copenhague [48, 49], un procédé similaire, mais basé sur un interféromètre de Mach-Zehnder au lieu d'une cavité, permet également d'obtenir des états comprimés selon le même protocole avec des atomes de  $^{133}\text{Cs}$ . Le bruit de projection mesuré est de l'ordre de 5 dB (facteur de compression en nombre), pour un gain métrologique après rotation de 3.4 dB pour l'interférométrie Ramsey. Dans les deux cas, les atomes étaient piégés mais thermiques (issus d'un PMO). Une deuxième implémentation à l'aide d'une cavité a été proposée par le groupe de Vladan Vuletić au MIT. Cette fois le laser est désaccordé de la cavité d'une demi-largeur à mi-hauteur [51, 52]. Ainsi, le nombre de photon dans la cavité va dépendre de la valeur de l'observable  $\hat{J}_z$  de l'état atomique dans la cavité, induisant un décalage lumineux dépendant de  $\hat{J}_z$ , l'observable différence de population relative, et donc un déphasage dépendant de  $\hat{J}_z$ , *i.e.* une interaction effective non linéaire en  $\hat{J}_z^2$ . Ce processus est décrit en détail dans [52]. Contrairement au cas des états comprimés par mesure QND, le spin effectif résultant est aligné directement sur l'équateur de la sphère de Bloch. Dans le cas des schémas par mesure QND, la projection est aléa-



toire, et pas nécessairement selon l'équateur. Cependant, la mesure permet de connaître la valeur de  $\hat{J}_z$  correspondante et ensuite d'appliquer une rotation pour aligner l'état sur l'équateur.

### 1.3 Jonction Josephson

Dans cette section, nous allons étudier le couplage de deux ondes de matières au sein d'une jonction Josephson. Nous allons voir comment ce système permet de générer des états comprimés atomiques.

#### 1.3.1 Effet Josephson semiclassique

Considérons deux systèmes quantiques  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$ , décrits chacun par une fonction d'onde  $\Psi_{1,2}(\mathbf{r}, t)$ . On considère ces deux systèmes faiblement couplés, où des particules du système  $\mathcal{S}_1$  peuvent être transférées dans  $\mathcal{S}_2$  et vice versa. Si on ne tient pas compte des degrés de liberté externes, les deux systèmes sont alors décrits par les fonctions d'ondes intégrées  $\psi_{1,2}(t) = \sqrt{N_{1,2}}e^{i\varphi_{1,2}}$ , où  $N_i$  et  $\varphi_i$  sont respectivement le nombre d'atomes et la phase du système  $\mathcal{S}_i$ . Dans la limite des faibles couplages, la dynamique de ces fonctions d'ondes devient alors [6]

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \mathcal{E}_1 \psi_1 - \mathcal{T} \psi_2, \quad (1.84)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \mathcal{E}_2 \psi_2 - \mathcal{T} \psi_1, \quad (1.85)$$

où  $\mathcal{E}_i$  est l'énergie de chaque système isolé et le paramètre  $\mathcal{T}$  caractérise le couplage. On obtient alors aisément les équations du mouvement pour les populations  $N_i$  et les phases  $\varphi_i$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{2\mathcal{T}}{\hbar} \sqrt{N_1 N_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (1.86)$$

$$\frac{\partial(\varphi_2 - \varphi_1)}{\partial t} = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{\hbar} + \frac{\mathcal{T}}{\hbar} \frac{N_1 - N_2}{\sqrt{N_1 N_2}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.87)$$

Dans la limite des petites différences de populations, *i.e.*  $|N_1 - N_2| \ll N_1 + N_2$ , on obtient la dynamique du courant de particules  $J = (\dot{N}_1 - \dot{N}_2)/2$  et de la phase relative  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

$$J = J_0 \sin \varphi, \quad (1.88)$$

$$\dot{\varphi} = \mathcal{V}, \quad (1.89)$$

avec

$$J_0 = \frac{2\mathcal{T}}{\hbar} \sqrt{N_1 N_2} \text{ et } \mathcal{V} = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{\hbar}. \quad (1.90)$$

Ces équations permettent de décrire l'effet Josephson observé entre deux supraconducteurs, séparés par une fine barrière isolante, prédit par B. D. Josephson [6, 7]. Si les deux systèmes ont la même énergie ( $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ ), la phase relative reste constante, et le courant particulaire reste constant, d'amplitude déterminée par  $\varphi$ , dans la limite où l'approximation de faible différence de populations est vérifiée. Cet effet est connu sous le nom d'"*effet Josephson DC*". Si La différence d'énergie  $\mathcal{V} = \mathcal{V}_0$  est constante, les équations du mouvement s'intègrent aisément : la phase croît linéairement avec le temps et le courant oscille avec une fréquence  $\mathcal{V}_0$  et une amplitude  $J_0$

$$J(t) = J_0 \sin(\varphi_0 + \mathcal{V}_0 t). \quad (1.91)$$

Cet effet est connu sous le nom d'"*effet Josephson AC*".

### 1.3.2 Jonctions Josephsons supraconductrices (SJJ)

On considère deux supraconducteurs, séparés par une fine couche d'isolant (voir figure (1.8)). La théorie de B. D. Josephson prédit qu'un courant

$$I_S = I_c \sin \varphi \quad (1.92)$$

peut traverser la jonction [6], même si la différence de potentiel  $V$  est nulle (effet Josephson DC), où  $I_c$  est le courant critique de la jonction. Il prédit également que si une différence de potentiel  $V$  est appliquée entre les deux supraconducteurs, un courant alternatif apparaît [7] (effet Josephson AC) suivant une dynamique de phase

$$\dot{\varphi} = \frac{2e}{\hbar} V. \quad (1.93)$$

Josephson a obtenu les équations (1.92-1.93) à partir de la théorie BCS, donnant les même résultats que la description phénoménologique de la section précédente. Ce dispositif, une jonction Josephson supraconductrice (SJJ), a été réalisé expérimentalement pour la première fois en 1961 [53, 54], avant d'être étudié exhaustivement tant d'un point de vue théorique qu'expérimental [55, 8].

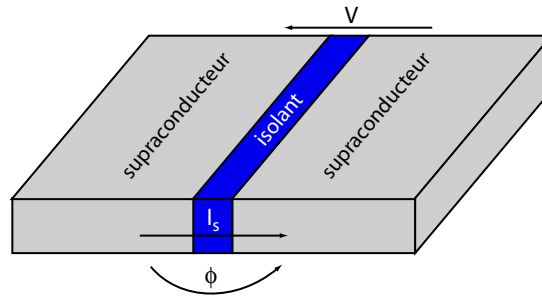


Figure 1.8 – Jonction Josephson supraconductrice (SJJ). Deux supraconducteurs sont séparés par une fine couche barrière isolante. L'épaisseur de cette dernière est suffisamment faible pour avoir un recouvrement notable des deux fonctions d'ondes, déphasées de  $\varphi$ . La jonction est soumise à une différence de potentiel  $V$ , et un courant  $I_S$  à travers la barrière.

À partir des équations de Josephson, il est possible d'introduire l'hamiltonien de Josephson

$$\hat{H}_J = -E_J \cos \hat{\varphi}, \quad (1.94)$$

où l'énergie Josephson  $E_J$  définie par le courant critique selon

$$E_J = \frac{\hbar}{2e} I_c. \quad (1.95)$$

Les deux supraconducteurs sont séparés par un isolant, formant ainsi une capacité  $C$ . Les techniques de nanofabrication permettent de faire des jonctions très petites, où cet effet capacitif est non négligeable. L'énergie de charge d'une paire de Cooper (deux électrons) d'une telle capacité est

$$E_C = \frac{(2e)^2}{2C}. \quad (1.96)$$

L'hamiltonien total devient

$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} - E_J \cos \hat{\varphi}, \quad (1.97)$$

avec  $\hat{Q} = 2\hat{n}e = C\hat{V}$  est la charge de la jonction. En introduisant l'énergie de charge, on obtient

$$\hat{H} = E_C \hat{n}^2 - E_J \cos \hat{\varphi}. \quad (1.98)$$

### 1.3.3 Jonctions Josephsons bosoniques (BJJ)

On considère désormais le cas de deux condensats de Bose-Einstein, séparés spatialement par une barrière tunnel mais dont le recouvrement des fonctions d'ondes est non nul. Cette situation correspond bien aux hypothèses d'une jonction Josephson décrite en 1.3.1, et correspond en pratique à deux condensats de Bose-Einstein piégés dans un double puits de potentiel. Ce système sera décrit en détails dans la section 1.4.1, nous nous contenterons dans un premier temps de souligner les analogies avec les jonctions supraconductrices. Si on ne considère que les deux états fondamentaux de chaque puits, notés respectivement  $\phi_d(\mathbf{r})$  et  $\phi_g(\mathbf{r})$ , d'opérateurs d'annihilations respectifs  $\hat{a}_d$  et  $\hat{a}_g$ , l'opérateur champ devient

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \phi_d(\mathbf{r})\hat{a}_d + \phi_g(\mathbf{r})\hat{a}_g. \quad (1.99)$$

Cette approximation, où seuls les deux modes de plus basse énergie sont pris en compte, est plus connue sous le nom de *modèle à deux modes* [56]. En injectant cet ansatz dans l'équation (1.16), on obtient aisément [57]

$$\hat{H} \simeq E_d \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d + E_g \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g + \frac{1}{2} U_d \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d \hat{a}_d + \frac{1}{2} U_g \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g \hat{a}_g + \mathcal{T} \left( \hat{a}_g \hat{a}_d^\dagger + \hat{a}_d \hat{a}_g^\dagger \right), \quad (1.100)$$

avec

$$E_i = \int d^3r \left( \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \phi_i(\mathbf{r})|^2 + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) |\phi_i(\mathbf{r})|^2 \right), \quad (1.101)$$

$$U_i = g \int d^3r |\phi_i(\mathbf{r})|^4, \quad (1.102)$$

$$\mathcal{T} = - \int d^3r \left( \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \phi_g^*(\mathbf{r}) \nabla \phi_d(\mathbf{r}) + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) \phi_g^*(\mathbf{r}) \phi_d(\mathbf{r}) \right), \quad (1.103)$$

où  $E_i$  est l'énergie d'un état localisé sans interactions, ces dernières étant décrites par  $N_i U_i$ , où  $N_i$  est la population du mode  $i$ . Le paramètre  $\mathcal{T}$  caractérise l'effet tunnel entre les deux nuages. Dans l'approximation de champ moyen, on utilise la relation

$$\langle \hat{a}_i \rangle = \psi_i, \quad (1.104)$$

et en introduisant

$$\mathcal{E}_i = E_i + N_i U_i, \quad (1.105)$$

on obtient les équations (1.85) de l'effet Josephson semiclassique.

Dans le cas d'une jonction Josephson bosonique, la dissipation est liée à la présence d'atomes non condensés, dans le nuage thermique. Ces effets ne seront pas discutés en détails dans ce mémoire, mais sont évoqués dans la référence [58]. L'effet Josephson avec des nuages d'atomes froids a été observé dans plusieurs groupes, à la fois avec des réseaux optiques [59, 60] mais aussi dans des jonctions uniques [12, 58]. Le tableau récapitulatif (1.1) dresse un comparatif entre les deux types de jonctions.

Dans la suite, nous nous restreindrons au cas d'une jonction Josephson bosonique unique, réalisée en pratique par un condensat de Bose-Einstein dans un double puits de potentiel. Nous allons dans un premier temps étudier en détails la physique d'un gaz de Bose dégénéré dans un tel potentiel, pour une barrière de hauteur donnée. Enfin, nous étudierons l'évolution du système lors de la montée dynamique d'une barrière au sein d'un nuage. Nous verrons que cela se traduit par la génération d'états comprimés.

Jonction Josephson	supraconductrice	bosonique
Particules	paires de Cooper chargées	atomes neutres (bosons)
Interactions	Coulomb	répulsives à courte portée
Énergie de charge	capacité $C^{-1}$	longueur de diffusion via $g$
Énergie de Josephson	$\hbar I_c / (2e)$	$N\mathcal{T}$
Fréquence plasma $\omega_p$	1 à $10^3$ GHz	$\sim 10$ Hz
Température	10 mK à 1 K	10 à 100 nK
Dissipation	circuit externe	nuage thermique

Table 1.1 – Tableau comparatif entre jonctions Josephsons supraconductrices et bosoniques.

## 1.4 Physique d'un gaz de bosons dans un double puits de potentiel statique

Dans cette section, nous allons étudier plus en détails la description d'un condensat dans un double puits de potentiel, formant ainsi une jonction Josephson bosonique. Seuls les principaux résultats seront exposés compte tenu de la richesse d'un tel système. Une étude plus détaillée peut être obtenue dans les références [61, 11, 57].

### 1.4.1 Modèle à deux modes en champ moyen

Nous allons considérer d'abord uniquement le cas d'un double puits symétrique et statique, avec une barrière de l'ordre de grandeur du potentiel chimique du condensat<sup>4</sup>. Dans le cas limite où la barrière est importante, les deux nuages ne sont plus couplés par effet tunnel, et peuvent ainsi être traités indépendamment. On obtient donc une dégénérescence double par rapport à un puits unique, où les états propres peuvent être symétriques ou antisymétriques. L'écart énergétique entre chaque états consécutifs non dégénérés est  $\hbar\Delta = \hbar\omega_i$ , avec  $i \in \{x, y, z\}$ , où  $\omega_i$  sont les fréquences angulaires des puits. Dans le cas d'une barrière de l'ordre du potentiel chimique, le couplage tunnel entre les deux puits induit une levée de dégénérescence énergétique de  $\hbar\delta$ , dépendant du niveau considéré. Si on se restreint aux deux niveaux de plus basse énergie, pour un couplage suffisamment faible, on aura  $\Delta \gg \delta$  où  $\hbar\Delta$  est l'écart aux niveaux supérieures les plus proches (voir figure (1.13)). Le modèle à deux modes consiste à se placer dans cette limite, et de ne considérer que ces deux niveaux pour décrire le système. Ce dernier sera donc valable pour un faible couplage tunnel ( $\Delta \gg \delta$ ) à température nulle, ou bien à température suffisamment faible pour que les populations des autres niveaux soit négligeables (en pratique pour  $k_B T < \hbar\Delta$ ). Ce modèle à deux modes a été discuté de manière exhaustive dans la littérature [56, 62, 63, 64, 65, 57, 66]. Si on ne considère que ces deux modes, on obtient l'hamiltonien de l'équation (1.100), avec un opérateur champ de la forme

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \phi_S(\mathbf{r})\hat{a}_S + \phi_A(\mathbf{r})\hat{a}_A, \quad (1.106)$$

où  $S$  (resp.  $A$ ) désigne le mode symétrique (resp. antisymétrique). Si on note  $\hat{a}_d$  (resp.  $\hat{a}_g$ ) les opérateurs annihilations des modes localisés dans le puits de droite (resp. de gauche), on a

$$\hat{a}_g = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_S + \hat{a}_A), \quad (1.107)$$

$$\hat{a}_d = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_S - \hat{a}_A). \quad (1.108)$$

<sup>4</sup>Cette barrière n'est pas nécessairement supérieure au potentiel chimique.

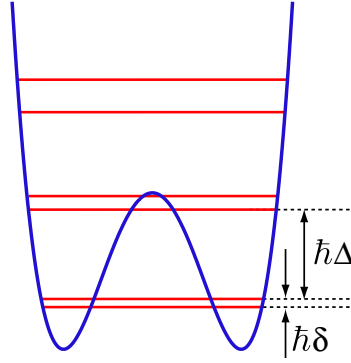


Figure 1.9 – Schéma de niveaux d'un double puits de potentiel (cas 1D). Le modèle à deux modes consiste à considérer un couplage faible tel que  $\delta \ll \Delta$ , et à considérer que seuls les deux modes de plus basse énergie sont notablement peuplés.

Si on néglige la variation des fonctions d'ondes à une particule  $\phi_g(\mathbf{r})$  et  $\phi_d(\mathbf{r})$  au cours de la dynamique, il est alors possible de séparer les dépendances spatiales et temporelles de la fonction d'onde pour obtenir [57]

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi_g(t)\phi_g(\mathbf{r}) + \psi_d(t)\phi_d(\mathbf{r}), \quad (1.109)$$

où  $\phi_g(\mathbf{r})$  et  $\phi_d(\mathbf{r})$  sont les fonctions d'ondes des états localisés. On néglige alors la dépendance de ces fonctions d'onde avec la population<sup>5</sup>. En introduisant les populations  $N_{d,g}$  et les phases  $\varphi_{d,g}$ , on peut postuler

$$\psi_{d,g}(t) = \sqrt{N_{d,g}(t)} e^{i\varphi_{d,g}(t)}. \quad (1.110)$$

En injectant cet ansatz dans l'équation de Gross-Pitaevskii, on obtient les équations couplées suivantes

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_g = (E_g + U_g N_g) \psi_g - \mathcal{T} \psi_d, \quad (1.111)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_d = (E_d + U_d N_d) \psi_d - \mathcal{T} \psi_g. \quad (1.112)$$

Les équations du mouvement peuvent être adimensionnées en introduisant les paramètres

$$\Delta E = \frac{E_g - E_d}{2\mathcal{T}} + \frac{U_g - U_d}{4\mathcal{T}} N, \quad (1.113)$$

$$\Lambda = \frac{UN}{2\mathcal{T}}, \quad (1.114)$$

avec  $U \stackrel{\text{def}}{=} (U_g + U_d)/2$ . Le paramètre  $\Delta E$  tient compte de l'asymétrie du potentiel et  $\Lambda$  quantifie la compétition entre l'énergie d'interaction et le couplage tunnel. L'énergie adimensionnée totale de ce système devient en terme des variables  $z$  et  $\varphi$

$$H = \frac{\Lambda}{2} z^2 + \Delta E z - \sqrt{1 - z^2} \cos \varphi. \quad (1.115)$$

Les coordonnées  $z$  et  $\varphi$  s'identifient à des variables classiques conjuguées de position et d'impulsion de l'hamiltonien  $H$ . Il est alors possible de dresser un analogue mécanique d'une jonction Josephson bosonique, constitué d'un pendule simple de longueur variable [67].

<sup>5</sup>la référence [56] inclue cet effet dans une approche plus élaborée.

Si on se place dans le cas simple d'un double puits symétrique ( $\Delta E = 0$ ), la dynamique va être uniquement déterminée par la valeur du paramètre  $\Lambda$ , *i.e.* par l'importance relative des interactions comparées à l'énergie de couplage tunnel. On ne tiendra pas compte des effets de relaxation dus à la température finie. Malgré tout, la dynamique reste très riche où cinq différents régimes d'évolution peuvent être identifiés [67, 57]. Certains de ces régimes existent également dans les jonctions supraconductrices, mais d'autres n'existent que dans le cas des BJJs, observés directement en 2005 [12]. Pour une étude détaillée de ces régimes, on se reportera aux références [57, 67, 68].

Dans la limite où  $\Lambda \ll 1$ , les interactions sont négligeables. La dynamique consiste alors en des oscillations de Rabi entre les deux puits, équivalente à une dynamique à une particule : c'est le régime de Rabi. Le régime de Josephson-I correspond au cas où  $1 < \Lambda < 2$ , où les interactions commencent à jouer un rôle important et déformer les trajectoires dans l'espace des phases. Il existe alors des modes d'oscillations de phase moyenne nulle  $\langle \varphi(t) \rangle = 0$ , d'amplitude fixée par le déséquilibre de population initiale  $z(0)$ . Mais d'autres modes d'oscillations existent, dit modes de phase  $\pi$ , où la valeur moyenne de la phase est  $\langle \varphi(t) \rangle = \pi$ , et la population relative oscille autour d'une valeur moyenne non nulle.

Le régime Josephson-II correspond au cas  $\Lambda > 2$ . Un nouveau type de mode apparaît alors, correspondant à des oscillations de population relative autour d'une valeur moyenne non nulle, mais dont la phase croît continûment au cours du temps, contrairement au régime Josephson-I. Ce régime est appelé *Macroscopic Quantum Self Trapping* (MQST), observé expérimentalement pour  $\Lambda \approx 15$  [12]. Ce régime est atteint si la différence de population initiale est importante. Les oscillations plasma de petite amplitude, de population relative moyenne nulle, existent à condition que l'amplitude initiale  $z(0)$  ne dépasse pas une valeur critique  $z_c$  fonction de  $\Lambda$  selon

$$z_c = \frac{2}{\Lambda} \sqrt{\Lambda - 1}. \quad (1.116)$$

Ces modes ne sont pas nécessairement sinusoïdaux, déformés par les non-linéarités des interactions. La fréquence des oscillations Josephson est alors

$$\omega_p = \frac{2\mathcal{J}}{\hbar} \sqrt{\Lambda + 1}. \quad (1.117)$$

Les régimes d'oscillations de phase  $\pi$  existent dans les deux régimes Josephson, et n'ont pas encore été observés expérimentalement.

### 1.4.2 Modèle à deux modes en seconde quantification

Dans la section précédente, nous avons développé le modèle à deux modes dans le cadre d'une théorie de champ moyen, permettant de décrire certains effets comme les oscillations de Josephson. Si on s'intéresse à des effets plus fins, faisant intervenir les moments supérieurs de l'opérateur champ comme les fluctuations quantiques, ce dernier est insuffisant. On considère donc l'hamiltonien en seconde quantification de l'équation (1.100), mais un double puits symétrique pour simplifier, avec les modes localisés d'opérateurs d'annihilation  $\hat{a}_g$  (puits de gauche) et  $\hat{a}_d$  (puits de droite). On obtient alors un hamiltonien de la forme [56, 64]

$$\hat{H} \approx E_0 \left( \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g + \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d \right) + \frac{U}{2} \left( \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d \hat{a}_d + \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g \hat{a}_g \right) + \mathcal{J} \left( \hat{a}_d \hat{a}_g^\dagger + \hat{a}_g \hat{a}_d^\dagger \right). \quad (1.118)$$

Pour obtenir l'hamiltonien Josephson canonique [69], on considère un système où le nombre d'atomes  $N$  est constant, et on introduit les grandeurs  $E_C$  et  $E_J$  selon

$$E_C = 4U \quad \text{et} \quad E_J = -N\mathcal{J} > 0; \quad (1.119)$$

L'hamiltonien devient alors

$$\hat{H} = NE_0 + \frac{E_C}{8} \left( \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g \hat{a}_g + \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d \hat{a}_d \right) - \frac{E_J}{N} \left( \hat{a}_d \hat{a}_g^\dagger + \hat{a}_g \hat{a}_d^\dagger \right). \quad (1.120)$$

Les paramètres  $E_C$  et  $E_J$  sont reliés au paramètre  $\Lambda$  précédent selon

$$\Lambda = \frac{N^2 E_C}{4E_J}. \quad (1.121)$$

### Opérateur phase

Soit  $\hat{n}$  l'opérateur différence de population, définit selon

$$\hat{n} = \frac{\hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g - \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d}{2}. \quad (1.122)$$

L'autre observable pertinente est la phase relative entre les deux nuages. On va construire l'opérateur phase comme variable conjuguée de  $\hat{n}$ . Pour un système à  $N$  atomes, les états propres de l'opérateur  $\hat{n}$  sont les états de Fock  $|n\rangle$  définis selon

$$|n\rangle = |N/2 - n, N/2 + n\rangle = \frac{1}{\sqrt{(N/2 - n)!(N/2 + n)!}} \left( a_g^\dagger \right)^{N/2 - n} \left( a_d^\dagger \right)^{N/2 + n} |0\rangle, \quad (1.123)$$

de valeur propre  $n \in \{-N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2 - 1, N/2\}$ . On suppose désormais que  $N \gg 1$ , le spectre de l'opérateur  $\hat{n}$  prend alors approximativement des valeurs entre  $-\infty$  et  $+\infty$ . On considère  $\hat{L}_z$  l'opérateur moment cinétique d'un pendule pesant, de valeurs propres  $p\hbar$ , avec  $p \in \mathbb{Z}$ . L'opérateur conjugué de  $\hat{L}_z$  est l'angle  $\theta$  que fait le pendule avec la verticale. Par analogie, on définit l'opérateur phase relative  $\hat{\phi}$  dans la limite des grands  $N$  selon

$$[\hat{\phi}, \hat{n}] = i. \quad (1.124)$$

L'opérateur  $\exp(i\hat{\phi})$  est alors le générateur des translations dans l'espace des  $n$ , et augmente donc d'une unité la valeur de la population relative, pour obtenir formellement

$$\exp(i\hat{\phi}) = \sum_n |n+1\rangle \langle n|. \quad (1.125)$$

Physiquement, cet opérateur transfère un atome d'un puits à l'autre, et donc va intervenir dans le terme d'effet tunnel d'une jonction Josephson bosonique. En pratique, non seulement le nombre d'atomes est important ( $N \gg 1$ ), mais la différence de population est faible devant  $N$ , de l'ordre de  $\sqrt{N}$  typiquement pour un état cohérent. Dans cette limite, on cherche à évaluer l'action du terme de couplage tunnel, *i.e.* l'action de l'opérateur  $\hat{a}_g \hat{a}_d^\dagger$  sur un état de Fock  $|n\rangle$ , avec  $n \ll N$ ,

$$\hat{a}_d \hat{a}_g^\dagger |n\rangle = \sqrt{(N/2 + n + 1)(N/2 - n)} |n+1\rangle, \quad (1.126)$$

$$= \sqrt{(N/2 + 1/2)^2 - (n + 1/2)^2} |n+1\rangle, \quad (1.127)$$

$$\approx \sqrt{(N/2)^2 - \hat{n}^2} e^{i\hat{\phi}} |n\rangle. \quad (1.128)$$

On obtient finalement l'expression de l'hamiltonien en fonction des deux variables couplées  $\hat{n}$  et  $\hat{\phi}$  selon

$$\boxed{\hat{H} = \frac{1}{2} E_C \hat{n}^2 - E_J \sqrt{1 - \left( \frac{2\hat{n}}{N} \right)^2} \cos \hat{\phi}}, \quad (1.129)$$

où les termes constants ont été omis. Cet hamiltonien présente une grande analogie avec celui de l'équation (1.98) des jonctions Josephson supraconductrices. Cet hamiltonien peut être obtenu de manière plus rigoureuse dans [69, 56].

### Représentation de Schwinger

Dans le cadre du modèle à deux modes, il est possible formellement d'assimiler les deux modes considérés aux deux états d'un spin 1/2 effectif  $\hat{\mathbf{s}}$ . Si on considère  $N$  atomes, on introduit alors un spin total  $\hat{\mathbf{J}}$  comme somme de  $N$  spin 1/2 (notés  $\hat{\mathbf{s}}_i$ )

$$\hat{\mathbf{J}} = \sum_i \hat{\mathbf{s}}_i. \quad (1.130)$$

On introduit alors les opérateurs du spin collectif

$$\hat{J}_x = \frac{\hat{a}_g^\dagger \hat{a}_d + \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_g}{2}, \quad \hat{J}_y = \frac{\hat{a}_g^\dagger \hat{a}_d - \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_g}{2i}, \quad \hat{J}_z = \frac{\hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g - \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d}{2}, \quad (1.131)$$

où ces trois opérateurs vérifient les relations de commutations de moments angulaires

$$[\hat{J}_i, \hat{J}_j] = i\epsilon_{ijk} \hat{J}_k. \quad (1.132)$$

Un ensemble de  $N$  bosons à deux états, symétrique par échange de particules, est analogue à un moment angulaire  $N/2$ , avec la correspondance

$$\left| \frac{N}{2} + l, \frac{N}{2} - l \right\rangle \longrightarrow \left| J = \frac{N}{2}, J_z = l \right\rangle. \quad (1.133)$$

Les états  $|J, J_z\rangle$  sont les *états de Dicke*, superpositions symétriques des états des  $N$  spins avec  $J + J_z$  particules dans un état et  $J - J_z$  dans l'autre ( $2J = N$ ). L'hamiltonien devient alors

$$\hat{H} = \frac{1}{2} E_C \hat{J}_z^2 - \frac{E_J}{N} 2\hat{J}_x. \quad (1.134)$$

Le premier terme, dû aux interactions, est un hamiltonien de type effet Kerr. C'est cette non-linéarité qui va permettre la génération d'états non classiques, alors que le deuxième terme a pour origine l'effet tunnel. Dans le formalisme de la sphère de Bloch, ce terme permet une rotation de l'état considéré autour de l'axe  $Ox$ . Formellement, la présence d'un terme de type effet Kerr permet d'envisager les mêmes protocoles de génération d'états non-classiques qu'en optique quantique [17]. Si en optique quantique la mesure des quadratures est flexible, les observables naturelles d'une jonction Josephson bosonique sont la population relative  $\hat{n}$  et la phase relative  $\hat{\varphi}$ .

Par ailleurs, dans la limite  $N \gg 1$  et  $n \ll N$ , on a l'approximation suivante

$$\hat{J}_x \approx \frac{N}{2} \cos \hat{\varphi}, \quad \hat{J}_y \approx \frac{N}{2} \sin \hat{\varphi}, \quad \hat{J}_z = \hat{n}. \quad (1.135)$$

Si l'état initial a un spin effectif aligné selon  $\mathbf{u}_x$ , la cohérence de phase de l'état est liée à la valeur moyenne de la norme du spin effectif

$$\langle \hat{J}_x \rangle = \frac{N}{2} \langle \cos \hat{\varphi} \rangle. \quad (1.136)$$

### 1.4.3 Fluctuations des variables conjuguées

#### Fluctuations quantiques

Le fondamental d'une jonction décrite par l'hamiltonien (1.129) est tel que  $\langle \hat{n} \rangle = 0$  et  $\langle \hat{\varphi} \rangle = 0$ . Il est légitime de supposer les fluctuations suffisamment faibles pour obtenir l'hamiltonien approché

$$\hat{H} = \left( E_C + \frac{4E_J}{N^2} \right) \frac{\hat{n}^2}{2} + \frac{E_J}{2} \hat{\varphi}^2, \quad (1.137)$$



correspondant formellement à l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique de fréquence angulaire

$$\omega_p = \frac{1}{\hbar} \sqrt{E_J \left( E_C + \frac{4E_J}{N^2} \right)}, \quad (1.138)$$

la fréquence plasma. Les fluctuations quantiques de l'état fondamental sont donc

$$\langle \hat{\phi}^2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_C + \frac{4E_J}{N^2}}{E_J}}, \quad \text{et} \quad \langle \hat{n}^2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_J}{E_C + \frac{4E_J}{N^2}}}. \quad (1.139)$$

On peut alors distinguer trois régimes différents [69]

- $E_C \gg E_J \Leftrightarrow \Lambda \gg N^2$ , alors on a  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle \gg 1$  et  $\langle \hat{n}^2 \rangle \ll 1$ . Le nombre d'atomes est parfaitement défini, il s'agit du *régime de Fock*. Les interactions dominent sur l'effet tunnel et les fluctuations de phases sont importantes.
- $E_J \gg E_C \gg E_J/N^2 \Leftrightarrow N^2 \gg \Lambda \gg 1$ , alors  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle \ll 1$  et  $\langle \hat{n}^2 \rangle \ll N$ . C'est le *régime Josephson*, où la phase relative et les populations sont bien définies. De plus, on a  $E_C \gg E_J/N^2$  et la fréquence plasma se simplifie alors

$$\hbar\omega_p = \sqrt{E_C E_J}. \quad (1.140)$$

- $E_J/N^2 \gg E_C \Leftrightarrow \Lambda \ll 1$ , où les interactions sont négligeables et la dynamique est à une particule. C'est le *régime de Rabi*.

Les régimes de Josephson et de Rabi sont décrit par les théories de champ moyen.

### Spectre de l'hamiltonien de Bose-Hubbard

L'hamiltonien à deux modes décrivant le système peut s'exprimer sous la forme

$$\hat{H} = \frac{E_C}{8} \left( \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_g - \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_d \right)^2 - \frac{E_J}{N} \left( \hat{a}_g^\dagger \hat{a}_d + \hat{a}_d^\dagger \hat{a}_g \right), \quad (1.141)$$

que l'on appelle plus couramment *hamiltonien de Bose-Hubbard à deux sites*. Si on considère la base des états de Fock  $|n\rangle$ , cet hamiltonien s'écrit

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \frac{E_C}{2} (N/2)^2 & -\frac{E_J}{N} \sqrt{N} & 0 & 0 & \dots \\ -\frac{E_J}{N} \sqrt{N} & \frac{E_C}{2} (N/2 - 1)^2 & -\frac{E_J}{N} \sqrt{2(N-1)} & 0 & \dots \\ 0 & -\frac{E_J}{N} \sqrt{2(N-1)} & \frac{E_C}{2} (N/2 - 2)^2 & -\frac{E_J}{N} \sqrt{3(N-2)} & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{E_J}{N} \sqrt{3(N-2)} & \frac{E_C}{2} (N/2 - 3)^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (1.142)$$

Aux basses énergies ( $E_m \ll 2E_J$ ), le spectre est approximativement linéaire [11], et l'écart entre les niveaux d'énergie est donné par la fréquence plasma  $\omega_p$ . Aux énergies élevées ( $E_m \gg 2E_J$ ), les états  $|m\rangle$  sont dégénérés par paires et leur espacement est quadratique

$$E_{m+2} - E_m = \frac{1}{8} m^2 E_C, \quad (1.143)$$

l'énergie étant dominée par le terme d'interactions non linéaires.

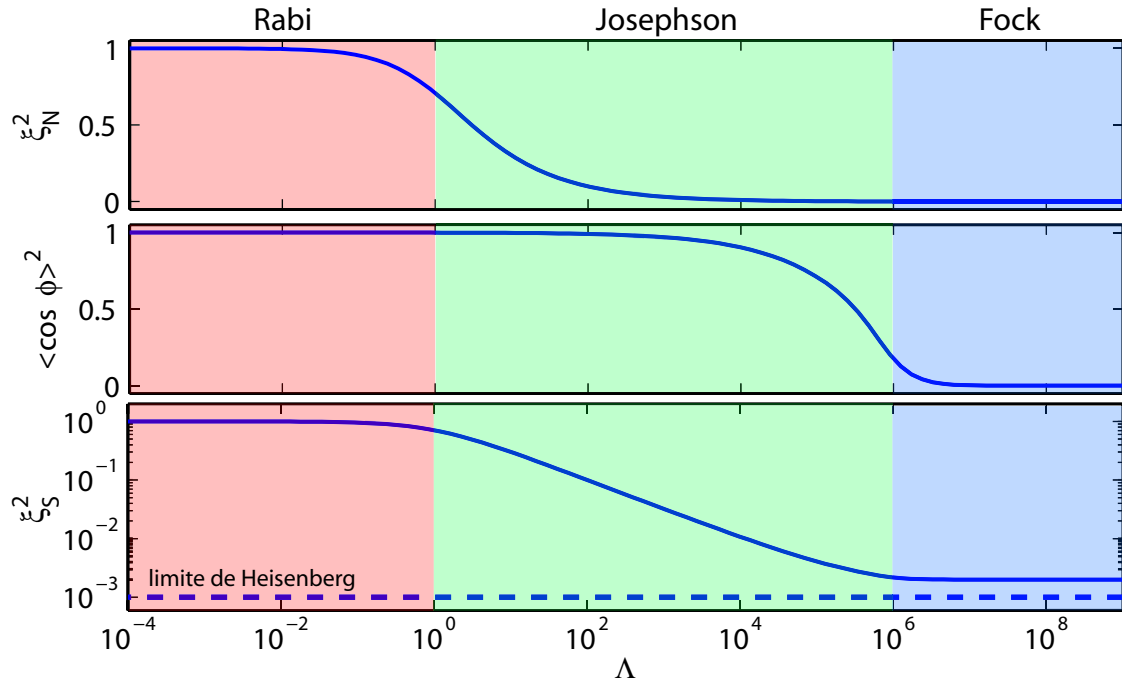


Figure 1.10 – Différents régimes d'une jonction Josephson à  $T = 0$ . Les fluctuations de populations relative sont données par le facteur de compression en nombre  $\xi_N^2 = 4\text{Var}n/N$ , et les fluctuations de phase par la visibilité  $\langle \cos \phi \rangle$ . Le facteur de compression  $\xi_S^2 = \xi_N^2 / \langle \cos \phi \rangle^2$ . La limite de Heisenberg est également représentée. Les calculs ont été effectués pour  $N = 1000$  atomes.

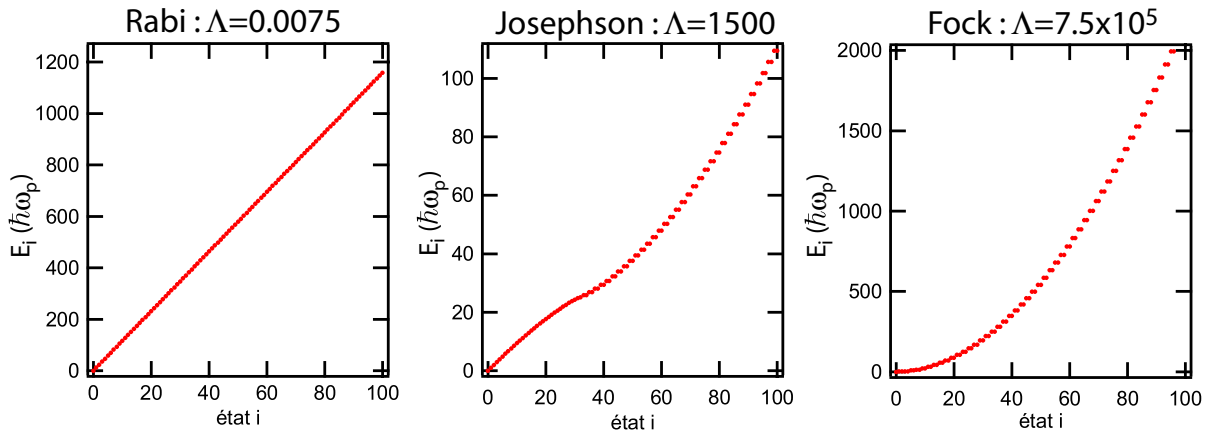


Figure 1.11 – Spectre de l'hamiltonien de Bose-Hubbard à deux sites dans différents régimes, pour  $N = 1300$  atomes. Les énergies sont renormalisées par  $\sqrt{E_C E_J}$ . Dans le régime de Rabi, le spectre est linéaire, alors qu'il est quadratique et doublement dégénéré dans le régime de Fock. Dans le régime Josephson, le spectre est linéaire aux basses énergies ( $E < 2E_J$ ). Les niveaux sont également espacés de  $\hbar\omega_p = \sqrt{E_C E_J}$ . Aux énergies élevées ( $E > 2E_J$ ), le spectre devient quadratique avec une dégénérescence double.

### Fluctuations thermiques

On peut tirer partie de l'analogie formelle entre une jonction Josephson bosonique et un oscillateur harmonique pour en déduire les fluctuations thermiques. Si on considère l'hamiltonien (1.137) à la limite classique, en négligeant les contributions quantiques et en appliquant une distribution de

Boltzmann aux populations, on obtient les fluctuations thermiques

$$\langle \hat{n}^2 \rangle_{\text{th}} - \langle \hat{n} \rangle_{\text{th}}^2 = \frac{k_B T}{E_C + \frac{4E_J}{N^2}}, \quad (1.144)$$

et

$$\langle \hat{\phi}^2 \rangle_{\text{th}} - \langle \hat{\phi} \rangle_{\text{th}}^2 = \frac{k_B T}{E_J}. \quad (1.145)$$

Ces expressions ne sont plus valables pour les hautes températures ( $k_B T > 2E_J$ ), car l'hamiltonien limite (1.137) considéré suppose de faibles fluctuations. De plus, les variables  $n$  et  $\phi$  sont bornées aux intervalles respectifs de  $[-N/2, +N/2]$  et  $[-\pi, +\pi]$ , ce qui n'est pas pris en compte dans l'analogie avec l'oscillateur harmonique classique. Au delà de cette approximation, ces fluctuations ont été calculées numériquement (voir figure (1.12)), en diagonalisant l'hamiltonien de Bose-Hubbard à deux modes, pour une matrice densité thermique.

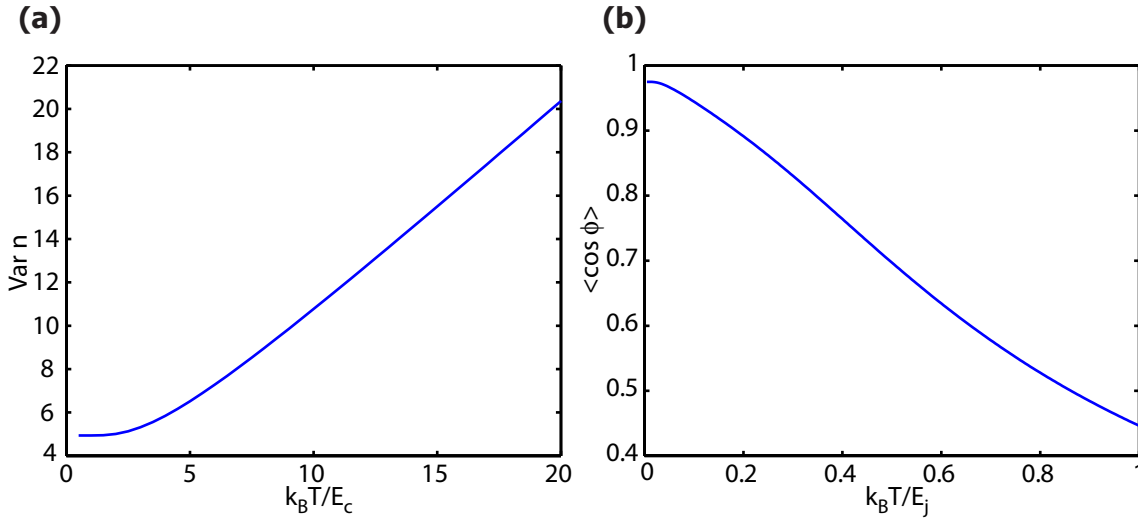


Figure 1.12 – Fluctuations de différence de population et de phase relative pour une jonction Josephson à l'équilibre thermique, avec  $N = 1000$ ,  $E_C = \hbar \times 3$  Hz et  $E_J = \hbar \times 300$  Hz. (a) Variance de la différences de population. Aux hautes températures ( $k_B T \gg \sqrt{E_C E_J}$ ), la variance est proportionnelle à  $T$ . (b) Contraste en fonction de la température. Aux basses températures, les fluctuations quantiques réduisent le contraste.

#### 1.4.4 Quelques ordres de grandeurs

Dans les potentiels qui seront considérés par la suite, l'énergie de charge est typiquement  $E_C / k_B \approx 0.15$  nK. Le couplage Josephson dépend fortement de la hauteur de barrière. Pour des barrières de l'ordre du potentiel chimique, on obtient  $E_J / k_B \approx 5 \times 10^{-4}$  à 5 nK. Les fréquences plasma associées sont donc typiquement de  $\hbar \omega_p / k_B \approx 0.01$  à 1 nK. Les températures des condensats réalisables en pratique sont typiquement de l'ordre de 10 à 100 nK, donc grandes devant la fréquence plasma. Dans un simple puits de potentiel, l'écart entre niveaux énergétiques est faible devant  $k_B T$ , entraînant une population importante du fondamental comparée aux autres états accessibles : il s'agit d'un condensat de Bose-Einstein à température finie. Cependant, dans le cas d'un double puits, pour une barrière de l'ordre du potentiel chimique, le première état excité est notablement rapproché du fondamental (de  $\hbar \delta = \hbar \omega_p$ , voir figure (1.11)). Cet écart étant faible devant  $k_B T$ , les populations de ces deux états seront proches. Ce n'est donc plus un condensat de Bose-Einstein au sens strict. En revanche,

l'écart  $\hbar\Delta$  aux autres niveaux d'énergies est faible devant  $k_B T$  et leur population sera faible. Les températures sont suffisamment basses pour ne peupler que les deux modes de plus basse énergie, mais pas pour avoir une population dominante du fondamental. La jonction est dite thermique, et peut être modélisée par un système à deux niveaux (les deux niveaux de plus basse énergie). Ce sont les fluctuations thermiques de ce système qui domineront.

## 1.5 Séparation dynamique d'un condensat de Bose en deux

Dans cette section, nous allons étudier la séparation dynamique d'un condensat en deux, dans le contexte de la génération d'états comprimés. En particulier, nous allons nous intéresser à la variance de la différence de population, cette dernière étant d'importance dans la dynamique de phase une fois les nuages séparés (voir chapitre 6). C'est donc la génération d'états comprimés en nombre que l'on discutera dans la suite.

### 1.5.1 Compression conséquente aux interactions non-linéaires

Dans ce qui suit, nous considérons le cas d'un condensat de Bose-Einstein bimodal (états externes ou internes), que l'on note  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ . Si l'on se restreint à ces deux modes, l'hamiltonien en seconde quantification devient

$$\hat{H} = \hbar\omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{U_{aa}}{2} \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 + \frac{U_{bb}}{2} \hat{b}^{\dagger 2} \hat{b}^2 + U_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{a} \hat{b}, \quad (1.146)$$

où

$$\hbar\omega_j = \int d^3r \phi_j^*(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) \right) \phi_j(\mathbf{r}), \quad (1.147)$$

$$U_{jk} = g_{jk} \int d^3r |\phi_j(\mathbf{r})|^2 |\phi_k(\mathbf{r})|^2, \quad (j, k = a, b), \quad (1.148)$$

et  $\phi_j(\mathbf{r})$  sont les fonctions d'ondes à une particule des deux modes considérés. En introduisant les opérateurs de spin collectif correspondant

$$\hat{J}_x = \frac{1}{2}(\hat{b}^\dagger \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{b}), \quad \hat{J}_y = \frac{i}{2}(\hat{b}^\dagger \hat{a} - \hat{a}^\dagger \hat{b}), \quad \hat{J}_z = \frac{1}{2}(\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b}), \quad (1.149)$$

l'hamiltonien peut se réécrire sous la forme

$$\hat{H} = f(\hat{N}) + \hbar\delta \hat{J}_x + \hbar\chi \hat{J}_z^2, \quad (1.150)$$

où

$$\delta = (\omega_a - \omega_b) - (N-1) \frac{U_{aa} - U_{bb}}{2\hbar}, \quad \text{et} \quad \chi = \frac{U_{aa} + U_{bb} - 2U_{ab}}{2\hbar}. \quad (1.151)$$

$f(\hat{N})$  est une fonction de  $\hat{N}$  ( $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{b}^\dagger \hat{b}$ ). Pour un condensat dans lequel le nombre de particules est donné,  $\hat{N}$  est une constante et peut être remplacé par  $N$ , donc  $f(N)$  est seulement un décalage énergétique constant qu'on peut négliger.

Dans le cas de deux modes internes, le terme  $U_{ab}$  n'est plus nul a priori et réduit considérablement l'amplitude du terme non linéaire comparé aux états externes. Dans le cas général, la dynamique de la compression est trop lente pour pouvoir générer des états comprimés. Néanmoins, la réalisation d'état comprimés sur les états internes a été réalisé par deux méthodes expérimentales différentes. La première consiste à utiliser des résonances de Feshbach pour augmenter  $\chi$ , réalisée

à Heidelberg dans le groupe de Markus Oberthaler [70]. Une deuxième méthode consiste à séparer spatialement les deux nuages sélectivement en fonction de leur état interne. Le recouvrement entre les deux fonctions d'ondes des deux modes étant nul, on a alors  $U_{ab} = 0$  permettant de retrouver la même amplitude du terme non linéaire que dans le cas des modes externes. Cette méthode a été mise en oeuvre à Munich dans le groupe de Philipp Treutlein [71].

Dans le cas de deux modes spatiaux de faible recouvrement, on a  $U_{ab} \approx 0$  et  $U_{aa} \approx U_{bb}$ . Le terme non linéaire sera donc directement lié à l'intensité des interactions. C'est ce cas de figure qui sera considéré dans ce mémoire, que nous nous proposons d'étudier plus en détails dans la suite.

### 1.5.2 États comprimés et double puits de potentiel

Nous considérons la séparation dynamique d'un condensat en deux lors de la montée d'une barrière de potentiel. L'évolution schématique des niveaux d'énergie est représentée figure (1.13). Pour le

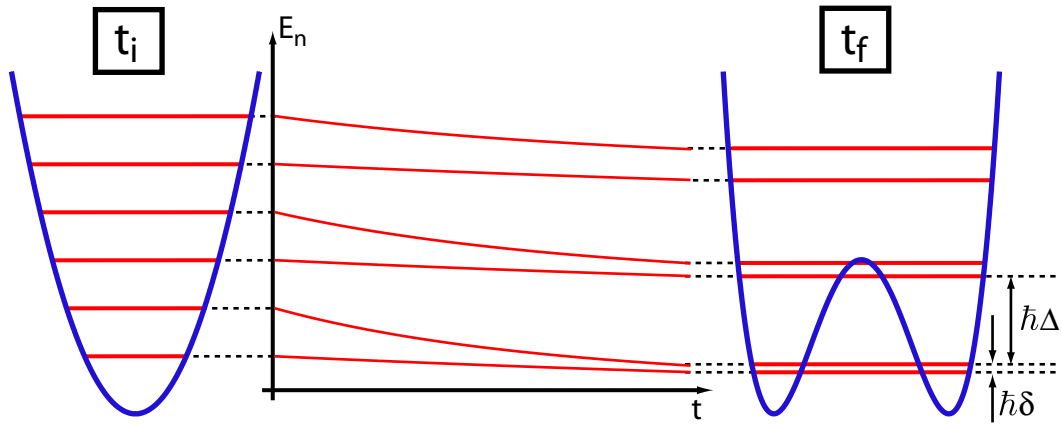


Figure 1.13 – Évolution schématique des niveaux d'énergie lors de la montée de barrière d'un double puits de potentiel.

piège de refroidissement utilisé, la température de transition est typiquement de l'ordre de 800 nK pour 5000 atomes, dans un piège de fréquences (750, 1100, 1460) Hz. Le processus se décompose en trois phases : dans un premier temps, le simple puits de potentiel est décomprimé jusqu'à l'apparition d'une petite barrière. Dans un deuxième temps, la barrière monte tout en gardant un couplage Josephson  $E_J$  non nul entre les deux nuages. Enfin, lorsque la barrière excède le potentiel chimique du nuage, le couplage tend vers 0 et les échanges de particules entre les puits sont gelés. Pour les doubles puits considérés dans ce mémoire, l'énergie de charge  $E_C$  varie peu lors de la montée de barrière ( $E_C/\hbar \simeq 3$  Hz), alors que l'énergie Josephson chute brusquement quand la hauteur de barrière  $V_b$  est de l'ordre de  $\mu$  le potentiel chimique.

Dans la suite, nous allons nous intéresser uniquement à la deuxième phase (lorsque la barrière monte) où le modèle à deux modes est valable, cette dernière fixant les fluctuations de phase et de différence de population finales.

### Jonction Josephson thermique et évolution isotherme

Si on considère une jonction Josephson à l'équilibre thermique, et telle que  $k_B T \ll 2E_J$ , les états peuplés correspondront à la partie linéaire du spectre. La matrice densité du système sera donc diagonale dans la base des états propres, d'éléments diagonaux

$$\rho_{mm} = \frac{1}{\mathcal{Z}} e^{-\frac{\hbar m \omega p}{k_B T}}, \quad (1.152)$$

avec  $\omega_p = \frac{1}{\hbar} \sqrt{E_J \left( E_C + \frac{4E_J}{N^2} \right)}$  la pulsation plasma de la jonction. Lors de la montée de barrière, on a  $\omega_x > \omega_p$  pour une séparation selon l'axe  $x$ . Le nombre d'états peuplés sera donc de l'ordre de  $k_B T / (\hbar \omega_x)$ . Pour des condensats de 1300 atomes et pour une barrière  $V_b / \hbar \sim 1$  kHz, le potentiel chimique est de  $\mu / \hbar \sim 2.3$  kHz, soit  $\mu / k_B \sim 20$  nK. Il est difficile d'obtenir des températures inférieures au potentiel chimique avec les techniques standard d'évaporation. Le potentiel chimique étant typiquement de l'ordre du kHz, et  $\omega_x < 1$  kHz quelque soit la hauteur de barrière, on aura donc toujours  $k_B T / (\hbar \omega_x) > 1$  après refroidissement.

Les fluctuations des variables conjuguées  $\hat{n}$  et  $\hat{\phi}$  résulteront des contributions des différents modes pondérés par leur population. En particulier, la variance de la différence de population sera donnée par

$$\text{Var } \hat{n} = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{n}^2), \quad (1.153)$$

où  $\hat{\rho}$  est la matrice densité décrivant l'état considéré. Si on considère une évolution isotherme lors de la montée de barrière,  $T$  restera constante alors que  $\omega_p$  va diminuer : un grand nombre de modes vont se peupler, et les fluctuations seront importantes. Une évolution isotherme ne permettra pas d'observer des diminutions importantes de la variance de différence de population par rapport à la limite quantique standard.

### 1.5.3 Évolution adiabatique entre deux états d'équilibre thermique

On considère la transformation entre deux états d'équilibres, correspondant à la montée d'une barrière, de couplage Josephson initial (resp. final)  $E_J^{(i)}$  (resp.  $E_J^{(f)}$ ), de température initiale  $T$ . On suppose que la montée de barrière est une transformation adiabatique. L'entropie du système est alors conservée, *i.e.* la population des différents états  $|m\rangle$  est constante, même si le spectre change lorsque  $V_b$  augmente au cours du temps. Lorsque la barrière monte, le couplage  $E_J$  diminue et donc  $\omega_p$  également. Les populations étant constantes, cette évolution se traduit nécessairement par une diminution de la température (*refroidissement adiabatique*). Dans la limite où les modes peuplés sont uniquement dans la partie linéaire du spectre, on obtient alors

$$\text{Var } \hat{n} = \langle \hat{n}^2 \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{n}^2) = \frac{\sum_m e^{-E_m / (k_B T)} \langle m | \hat{n}^2 | m \rangle}{\sum_m e^{-E_m / (k_B T)}}, \quad (1.154)$$

avec

$$E_m = m \hbar \omega_p, \quad (1.155)$$

où  $T$  est la température et  $\omega_p$  est la fréquence plasma de l'état initial, car les populations sont définies par l'état initial. En revanche, les fluctuations sont données par les états propres de l'état final

$$\langle m | \hat{n}^2 | m \rangle = \left( k + \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{E_J^{(f)}}{E_C}}, \quad (1.156)$$

pour obtenir les fluctuations de la population relative

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \sqrt{\frac{E_J^{(f)}}{E_C}} \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega_p}{k_B T}} - 1} \right), \quad (1.157)$$

où  $E_J^{(f)}$  est le couplage Josephson de l'état final, l'énergie de charge restant à peu près constante. Dans la limite des températures élevées ( $k_B T \gg \hbar \omega_p$ ), on obtient les fluctuations après évolution

adiabatique

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \frac{k_B T}{E_C} \sqrt{\frac{E_J^{(f)}}{E_J^{(i)}}}. \quad (1.158)$$

La décompression adiabatique se traduit donc par un abaissement de la température, donnant des fluctuations thermiques à la température effective  $T_{\text{eff}}$  définie selon

$$T_{\text{eff}} = T \sqrt{\frac{E_J^{(f)}}{E_J^{(i)}}}. \quad (1.159)$$

### 1.5.4 Génération d'états comprimés

Expérimentalement, on prépare initialement un condensat de Bose-Einstein dans un simple puits de refroidissement. Une fois le refroidissement effectué, le piège est décomprimé adiabatiquement pourvu que l'échelle de temps de la variation des fréquences du piège soient grande devant les périodes d'oscillation. Ensuite, une barrière est montée progressivement au sein du nuage. On considère un état initial avec une petite barrière, telle que le modèle à deux modes soit valable. Le système évolue adiabatiquement si la barrière est montée lentement à l'échelle de temps pour laquelle les atomes oscillent d'un puits à l'autre, approximativement donné par  $1/\sqrt{E_C E_J}$  [72]. Les populations des différents niveaux sont donc inchangées, alors que les deux modes voient leurs niveaux énergétiques se rapprocher, le couplage tunnel diminuant lorsque la barrière monte. Cette évolution adiabatique se traduit alors par un abaissement de la température adiabatique de la jonction. Les fluctuations thermiques de population relative vont alors également diminuer. Lors de la séparation du condensat, la fréquence plasma tend vers 0, et donc les deux modes deviennent dégénérés. L'adiabaticité ne peut donc être maintenu lors de la montée de rampe, et sera rompu à l'instant où la fréquence plasma  $\omega_p$  vérifie la relation

$$|\dot{\omega}_p| \approx \omega_p^2, \quad (1.160)$$

et lorsque l'adiabaticité est rompue, les fluctuations sont gelées [62]. Au cours de cette montée de rampe, on considère désormais l'évolution entre un état initial ( $i$ ) avec une petite barrière, de couplage  $E_J^{(i)}$  et un état final ( $f$ ) correspondant à la rupture d'adiabaticité, lorsque les fluctuations sont gelées. Après séparation, on obtiendra donc des fluctuations réduite suite au refroidissement adiabatique lors de la montée de barrière, dont on peut donner aisément le facteur de compression en nombre

$$\xi_N^2 = \frac{4}{N} \frac{k_B T}{E_C} \sqrt{\frac{E_J^{(f)}}{E_J^{(i)}}}, \quad (1.161)$$

où  $T$  et  $\omega_p$  correspondent à la température et la pulsation plasma d'un double puits de petite barrière donnée (état initial). Plus la rampe sera lente, plus l'adiabaticité sera rompue tard et donc les fluctuations en nombre seront faibles [62, 73]. C'est ainsi que l'on peut produire des états comprimés à l'aide d'un tel système.

### 1.5.5 Limite adiabatique

Lorsque la montée de barrière est suffisamment lente, l'adiabaticité sera rompue suffisamment tard pour que la pulsation plasma correspondante soit assez faible pour que les modes quadratiques du spectre soient peuplés. Ces modes correspondent au régime de Fock, où les interactions dominent.

Pour estimer le facteur de compression limite que l'on peut atteindre, on se place dans la limite où la pulsation plasma est suffisamment faible pour considérer que l'on est dans le régime de Fock. On obtient alors les fluctuations

$$\langle m | \hat{n}^2 | m \rangle = m^2, \quad (1.162)$$

mais avec une population donnée par les conditions initiales, *i.e.*  $\exp(-m\hbar\omega_p/(k_B T))$  si l'on suppose que seule la partie linéaire du spectre est peuplée initialement. On obtient ainsi les fluctuations de la différence de population (en tenant compte de la dégénérescence double dans le régime de Fock)

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \frac{2 \sum_m m^2 e^{-E_m/(k_B T)}}{\sum_m e^{-E_m/(k_B T)}} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{k_B T}{\hbar\omega_p} \right)^2. \quad (1.163)$$

Dans la limite adiabatique, les fluctuations de population relative seront uniquement limitées par l'entropie de la jonction initiale. Dans cette limite, on obtient le facteur de compression en nombre à la limite adiabatique

$$\xi_{N,\text{ad}}^2 = \frac{2}{N} \left( \frac{k_B T}{\hbar\omega_p} \right)^2, \quad (1.164)$$

où  $T$  et  $\omega_p$  sont les paramètres correspondant à une double puits avec une petite barrière.

### 1.5.6 Simulations numériques de l'évolution dynamique

Le processus décrit précédemment est dynamique. Afin d'exploiter quantitativement les mesures de fluctuations, Li Yun a développé un programme en Fortran permettant de décrire la dynamique du système [38]. Des simulations numériques préalables en MATLAB permettent d'obtenir le potentiel magnétique dans lequel les atomes évoluent à différents instants. Le programme permet alors de simuler numériquement la dynamique de l'Hamiltonien du modèle à deux modes, où les paramètres pertinents  $E_C$  et  $E_J$  sont obtenus en résolvant l'équation de Gross-Pitaevskii 3D du piège calculé pour différents instants. L'état initial, dans un piège avec une petite barrière, est décrit par une matrice densité thermique

$$\hat{\rho}(t_0) = \frac{1}{\mathcal{Z}} \sum_m e^{-E_m(t_0)/(k_B T)} |m\rangle \langle m|, \quad (1.165)$$

où  $E_m(t_0)$  sont les valeurs propres de l'Hamiltonien à l'instant  $t_0$ ,  $|m\rangle$  le vecteur propre correspondant et  $T$  la température à  $t_0$ . L'évolution ultérieure est alors décrite par l'équation de Von Neumann

$$i\hbar \frac{d\hat{\rho}}{dt} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (1.166)$$

La variance de l'observable  $\hat{n}$  est alors aisément calculable selon

$$\text{Var } \hat{n} = \text{Tr} (\hat{\rho}(t) \hat{n}^2). \quad (1.167)$$

Ainsi, à partir des fluctuations de différences de population mesurées, il est possible de remonter à la température initiale, avant que le nuage soit séparé.

### 1.5.7 États internes vs états externes

Nous avons montré qu'il était possible de générer des états comprimés avec un condensat de Bose-Einstein dans un double puits de potentiel. Les deux modes du spin effectif correspondent alors aux deux modes localisés (droite et gauche). L'Hamiltonien non linéaire  $\frac{1}{2}E_C \hat{n}^2$  permet la compression de l'état au sens de Kitagawa et Ueda. Cependant, la variance des populations relatives reste



inchangée et donc le bruit de projection aussi. Il faut alors le terme de couplage tunnel pour permettre la rotation de l'ellipse.

Dans le cas des états internes, la dynamique est plus simple à décomposer. Dans un premier temps, le nuage est préparé dans une superposition des deux modes à l'aide d'une impulsion  $\pi/2$ . Ensuite, la non-linéarité des interactions comprime l'état au sens de Kitagawa et Ueda. L'utilisation d'états internes permet alors une manipulation aisée de l'état comprimé, il est notamment aisé à l'aide de simple rotation sur la sphère de Bloch de le convertir en état comprimé en phase, pour un interféromètre de Ramsey. Dans le cas des états externes, il est plus difficile de séparer les processus en deux étapes (compression puis rotation). Certes, les interactions peuvent intervenir sans couplage tunnel, pour les barrières élevées. Mais pour obtenir un état cohérent, il est nécessaire de partir d'un condensat unique que l'on sépare en deux. Or, lors de cette séparation, les interactions sont présentes, ainsi que le couplage entre les deux modes. Ainsi, l'état comprimé va être généré continûment où la rotation et la compression ont lieu en même temps. De plus, la rotation de l'état est beaucoup plus difficile que dans le cas des états externes. L'opérateur rotation consiste à réaliser des oscillations de Josephson entre les deux puits, et est fondamentalement limitée par le phénomène de self trapping (MQST) pour les amplitudes élevées. De plus, la période Josephson est plus longue que le temps de brouillage de phase pour les géométries typiques considérées. Cette disparité d'échelle temporelle supprime toute possibilité de manipulation des états après compression.

En particulier, il ne sera pas possible de générer un état comprimé en phase sur les états externes avec un double puits de potentiel. Seules des faibles amplitudes de rotation de l'ellipse sont permises lors de la montée de barrière, permettant de générer des états comprimés en nombre. Ces états ne sont pas utiles en interférométrie de type Ramsey dans l'absolu, mais permettent de limiter les effets néfastes de la dynamique de phase, le temps de brouillage de phase étant inversement proportionnel à la variance de la population relative. L'augmentation du temps de brouillage permet alors des temps d'interrogation accrus et donc une meilleure résolution dans la mesure de phase, d'où l'importance des états comprimés en nombre dans le contexte de l'interférométrie avec des états spatiaux.

# 2

## DOUBLE PUIITS DE POTENTIEL ET PUCES À ATOMES

LES premières particules à avoir été piégées étaient des particules chargées, en raison de leur forte interaction avec des champs électromagnétiques. En raison des faibles profondeurs de pièges réalisables, seuls des atomes neutres de faible vitesse sont piégeables, ce qui a longtemps empêché le piégeage d'atomes neutres. Le développement des techniques de refroidissement d'atomes par laser a permis d'obtenir des nuages d'atomes à des températures inférieures au milliKelvin. En 1985, le premier piégeage magnétique d'atomes neutres préalablement refroidis par laser est réalisé dans un piège quadrupolaire [74]. Le piégeage d'atomes neutres a joué un rôle décisif dans le développement de la physique des atomes froids, et fut une étape indispensable dans l'obtention de la condensation de Bose-Einstein [4, 5].

Dans ce chapitre, nous décrivons les techniques de piégeage magnétique, dans un contexte d'abord général puis dans le cas particulier des puces à atomes. Nous décrivons ensuite les différentes techniques existantes pour séparer un nuage d'atomes en deux, ainsi que la géométrie retenue dans le cadre de ce mémoire. Enfin, nous décrivons de manière détaillée le dispositif expérimental.

## 2.1 Piégeage magnétique d'atomes neutres

### 2.1.1 Interaction magnétique

Le piégeage de particules neutres est basé sur l'interaction entre un champ magnétique et le moment magnétique de la particule considérée [75, 76, 77]. Considérons un atome de neutre de moment magnétique  $\boldsymbol{\mu}$ , plongé dans un champ magnétique  $\mathbf{B}$ . L'énergie potentielle d'interaction associée  $U_m$  est alors

$$U_m = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}. \quad (2.1)$$

Classiquement, l'action mécanique du champ sur le moment magnétique se traduit par un mouvement de précession du moment magnétique autour de  $\mathbf{B}$  à la fréquence dite de Larmor  $\nu_{\text{Larmor}} = \gamma B$ , où  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique de la particule considérée. Dans le cadre d'une description en physique quantique, l'opérateur pertinent pour la description de l'interaction aux champs faibles est le moment cinétique total  $\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}} + \hat{\mathbf{I}}$ , somme du moment cinétique orbital  $\hat{\mathbf{L}}$ , du moment de spin électronique  $\hat{\mathbf{S}}$  et du moment de spin nucléaire  $\hat{\mathbf{I}}$ . L'hamiltonien d'interaction magnétique s'écrit alors

$$\hat{H} = \mu_B g_F \hat{\mathbf{F}} \cdot \hat{\mathbf{B}}, \quad (2.2)$$

où  $g_F$  est le facteur de Landé du niveau hyperfin associé à la valeur propre  $F$  de  $\hat{\mathbf{F}}$ . Les valeurs propres associées à cet hamiltonien sont de la forme

$$E_{F,m_F} = \mu_B g_F m_F B, \quad (2.3)$$

avec  $m_F \in \{-F, -F+1, \dots, F-1, F\}$ . La base adaptée au problème est constituée des sous-niveaux Zeeman  $|F, m_F\rangle$  où  $m_F$  est la projection du moment cinétique total sur la direction du champ magnétique local  $\mathbf{B}$ . Plongé dans un champ magnétique inhomogène, si chaque atome évolue adiabatiquement, l'énergie de chaque état ne dépendra que de la norme de  $\mathbf{B}$ , et donc subira une force du type  $\mathbf{F}_{F,m_F} = -\nabla E_{F,m_F}(B)$ . Suivant le signe de  $g_F m_F$ , on distinguera les atomes "chercheurs de champ fort", pour lesquels un maximum de  $B$  correspond à un minimum d'énergie, que l'on oppose aux "chercheurs de champ faible". Les équations de Maxwell signifient l'impossibilité de générer un maximum local de champ magnétique statique dans le vide. Ce résultat constitue le théorème de Wing, basé sur le développement du potentiel scalaire  $\phi$  du champ magnétique [78, 76, 77].

**Exemple :** Dans le cas de l'atome de  $^{87}\text{Rb}$ , le niveau fondamental est séparé en deux niveaux hyperfins  $F = 1$  et  $F = 2$ . La structure de niveau est schématisée sur la figure (2.1). Seuls 3 sous-niveaux Zeeman sont piégeables magnétiquement.

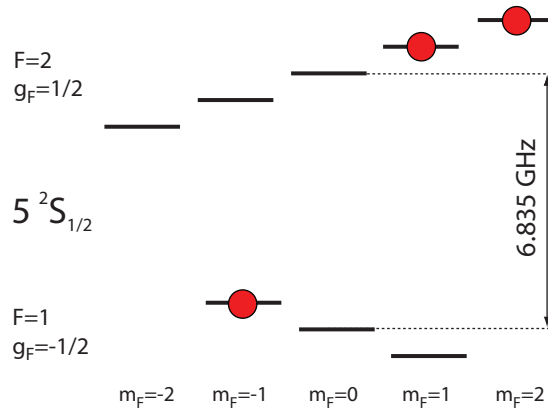


Figure 2.1 – Structure des deux niveaux hyperfins du  $^{87}\text{Rb}$ . Seuls les états chercheurs de champ faible sont piégés magnétiquement, indiqués en rouge sur la figure.

Cette technique de piégeage est généralisable à toutes particules paramagnétiques, y compris les molécules [79, 80].

### 2.1.2 Pertes de Majorana

Le raisonnement de la section précédente suppose néanmoins que les atomes piégés évoluent adiabatiquement dans le potentiel magnétique associé. Si l'évolution n'est plus adiabatique, alors l'atome peut changer d'état et évoluer vers un état non piégé. L'atome est alors perdu. Lors de son mouvement dans le piège, l'atome est soumis à un champ magnétique de direction et de norme variable. Il ne restera piégé que si le moment de spin suit adiabatiquement le champ magnétique. Cela est traduit par le fait que le changement de direction du champ magnétique doit être faible devant la fréquence de Larmor, soit

$$\left| \frac{d}{dt} \left( \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} \right) \right| \ll \omega_{\text{Larmor}}, \quad (2.4)$$

où  $\omega_{\text{Larmor}} = 2\pi \times \nu_{\text{Larmor}}$ . Si la relation (2.4) est vérifiée, alors  $m_F$  est une constante du mouvement. Dans le cas contraire, l'atome a une certaine probabilité de changer d'état. Les pertes associées sont appelées pertes de Majorana (ou "spin-flip") [28].

**Exemple :** On considère un champ magnétique de la forme  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B'_0 \mathbf{r}$ , pour lequel il est trivial que le champ s'annule en norme en  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . Le critère d'adiabaticité ne pourra donc pas être vérifié au centre du piège. Pour un gaz classique, si la vitesse de l'atome lors de son passage au centre est importante, la probabilité de transiter sera faible. En revanche, pour des atomes suffisamment refroidis, leur vitesse sera faible au centre et donc auront une probabilité plus importante de changer d'état : les pertes seront importantes.

Pour un gaz d'atomes froids, il sera donc nécessaire de générer un piège tel que le critère d'adiabaticité soit vérifié, *i.e.* avec un minimum de champ magnétique non nul [81, 82]. Néanmoins, la non-adiabaticité de l'évolution d'une particule peut également être élégamment exploité, comme par exemple dans [83].

### 2.1.3 Formule de Breit-Rabi

La formule (2.3) n'est qu'une approximation aux champs faibles. Pour des expériences avec des degrés de précisions spectroscopiques, elle se révèle insuffisante, même pour des champs magnétiques

de quelques gauss. Il convient alors de traiter exactement le problème, ce qui est faisable pour l'état fondamental des atomes alcalins [84]. Considérons un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans son état fondamental  $5^2S_{1/2}$ , plongé dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_z$ . L'hamiltonien devient alors

$$\hat{H} = \mathcal{A}_{\text{hfs}} \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + \mu_B B (g_J J_z + g_I I_z), \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$  est le moment angulaire électronique. Comme  $I = 3/2$  et  $J = 1/2$ , le moment angulaire total  $\mathbf{F}$  ne peut prendre que deux valeurs  $F = 1$  et  $F = 2$ . La diagonalisation de l'hamiltonien est aisée et aboutit à la formule de Breit-Rabi [85, 84], valable pour  $J = 1/2$

$$E_{F,m_F} = -\frac{E_{\text{hfs}}}{2(2I+1)} + \mu_B g_I m_F B \pm \frac{E_{\text{hfs}}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} \xi + \xi^2}, \quad (2.6)$$

avec

$$\xi = \frac{\mu_B (g_J - g_I) B}{E_{\text{hfs}}}, \quad \text{et } E_{\text{hfs}} = \mathcal{A}_{\text{hfs}} (I + 1/2). \quad (2.7)$$

Le signe + (resp. -) correspond aux états  $F = I + 1/2$  (resp.  $F = I - 1/2$ ), le tout à une constante énergétique près.

### 2.1.4 Pièges de base

Les principaux pièges utilisés dans les différentes expériences peuvent se classer en deux catégories : les pièges quadropolaires et les pièges de type Ioffe-Pritchard.

#### Piège quadropolaire

La méthode la plus simple pour créer un minimum de champ magnétique consiste à utiliser une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz (deux bobines identiques, disposées selon le même axe, parcourues par des courants identiques). Le champ obtenu au centre est un champ quadropolaire. Ce fut la première méthode utilisée pour piéger des atomes [74]. Pour un champ de la forme  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_x \mathbf{u}_x + B_y \mathbf{u}_y + B_z \mathbf{u}_z$ , les équations de Maxwell *via*  $\text{div } \mathbf{B} = 0$  et la symétrie cylindrique impose un champ de la forme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B' \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Le piège quadropolaire est simple à mettre en oeuvre. Néanmoins, l'inconvénient de ce piège est qu'il s'annule en son centre et par conséquent le critère d'adiabaticité ne pourra être vérifié pour les atomes au voisinage du centre. Cela est réhhibitoire pour le piégeage d'atomes très froids.

#### Piège type Ioffe-Pritchard

Pour palier au problème mentionné dans le paragraphe précédente, il convient d'avoir un minimum non nul au centre du piège (afin d'avoir une fréquence de Larmor non nulle). Le simple ajout d'un champ magnétique uniforme à un piège quadropolaire ne fera que décaler le minimum de champ magnétique, mais ce dernier sera toujours nul. Il convient donc d'utiliser une géométrie plus complexe. La configuration la plus simple fut d'abord proposée par Ioffe pour le confinement d'un plasma [86], puis par Pritchard pour le confinement d'atomes neutres [87]. Elle consiste en la superposition d'un piège quadropolaire 2D dans le plan  $yz$ , de gradient  $B'$  et d'une bouteille magnétique selon  $x$ ,

avec un champ homogène  $B_0$  et une courbure  $B''$ . Pour une symétrie cylindrique, les équations de Maxwell impose une structure de la forme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ z \end{pmatrix} + \frac{B''}{2} \begin{pmatrix} x^2 - (y^2 + z^2)/2 \\ -xy \\ -xz \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Pour les petites distances au minimum, le module du champ magnétique peut se développer à l'ordre le plus bas selon

$$B(\mathbf{r}) = B_0 + \frac{B''}{2} x^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right) (y^2 + z^2). \quad (2.10)$$

Pour un atome de masse  $m$  et de moment magnétique  $\mu$ , ce piège est harmonique de pulsations axiale  $\omega_x$  et transverses  $\omega_\perp$

$$\omega_x = \sqrt{\frac{\mu}{m} B''} \quad \text{et} \quad \omega_\perp = \sqrt{\frac{\mu}{m} \left( \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right)}. \quad (2.11)$$

Le rapport d'aspect  $\rho = \omega_\perp / \omega_x$  d'un tel piège peut aller de celui d'un piège en forme de cigare à celui d'un piège en forme de "crêpe", en passant par le piège isotrope suivant la valeur de  $B'^2 / B_0$  comparée à celle de  $B''$ .

Le taux de pertes Majorana pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $F = 1$  d'un tel piège a été calculé dans la référence [88]. Dans la limite  $\omega_x \ll \omega_\perp$ , on a

$$\gamma_{\text{Majorana}} = 4\pi\omega_\perp \exp(-2\omega_{\text{Larmor}}/\omega_\perp), \quad (2.12)$$

où la fréquence de Larmor est prise au fond du piège. Une valeur suffisante consiste à prendre  $\omega_{\text{Larmor}}/\omega_\perp \sim 10$ , et alors  $\gamma_{\text{Majorana}} \lesssim 10^{-7} \omega_\perp$ .

Ce raisonnement est valable pour des atomes dans l'état fondamental uniquement, en pratique pour un condensat de Bose-Einstein. Considérons désormais un gaz thermique, dans un piège harmonique isotrope de fréquence  $\omega$ . Dans la limite où  $k_B T \gg 2\hbar\omega$ , le taux de pertes Majorana pour les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  est calculé dans [89] et on obtient

$$\gamma_{\text{Majorana}} = \pi\omega \frac{\hbar\omega}{k_B T} \exp\left(-\frac{E_0}{k_B T}\right), \quad (2.13)$$

avec  $E_0 = 2\mu B_0 + \hbar\omega$ .

Le piège de Ioffe-Pritchard n'est pas la seule solution pour limiter les pertes de Majorana. On peut par exemple mentionner les pièges dit "TOP" (*time-averaged orbiting potential*), basés sur la superposition d'un piège quadrupolaire et d'un champ oscillant [90]. Si la fréquence du champ oscillant est suffisamment rapide, alors le mouvement des atomes est suffisamment lent pour qu'ils voient un potentiel moyen de minimum non nul. Un des premiers condensat de Bose-Einstein fut obtenu avec un piège TOP, à JILA dans l'équipe d'Eric Cornell [4].

## 2.1.5 Lois d'échelle

### Compression adiabatique

Pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, le paramètre important est la densité dans l'espace des phases  $\rho$  définie selon

$$\rho = n\lambda_{\text{dB}}^3, \quad \text{avec} \quad \lambda_{\text{dB}} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}, \quad (2.14)$$

où  $n$  est la densité atomique,  $h$  la constante de Planck,  $m$  la masse de l'atome considéré et  $T$  la température. Si on se place dans le cas particulier d'un piège harmonique, la densité dans l'espace des phases  $\rho_{\text{harm}}$  est telle que (voir annexe A de la référence [91])

$$\rho_{\text{harm}} \propto \left( \frac{\bar{\omega}}{T} \right)^3, \quad (2.15)$$

où  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ . Lors d'une compression adiabatique,  $\rho_{\text{harm}}$  étant conservé,  $\beta \bar{\omega}$  l'est aussi. Donc la notion de température est intimement liée au piège considéré, et n'est pas pertinente en soi. La population d'un état est par contre beaucoup plus pertinente. Si on considère un oscillateur harmonique 3D isotrope de fréquence  $\omega$ , un état de nombre quantique  $p$  aura une population  $\Pi_p$  selon

$$\Pi_p \propto e^{-\beta \hbar \omega (p+1/2)}.$$

Une transformation adiabatique conserve  $\beta \omega$  et donc les populations des différents niveaux d'énergie.

### Taux de collisions

Le taux de collisions  $\gamma$  d'un gaz classique idéal dans un piège harmonique suit la loi d'échelle suivante

$$\gamma \propto \frac{\bar{\omega}^3}{T}. \quad (2.16)$$

Dans le cas d'une évolution adiabatique,  $\rho$  est inchangée et donc  $\bar{\omega}/T$  est une constante au cours de l'évolution. Donc lors d'une compression adiabatique d'un piège harmonique, le taux de collision suit la loi d'échelle suivante

$$\gamma \propto \bar{\omega}^2. \quad (2.17)$$

On peut donc augmenter le taux de collision sans changer la densité dans l'espace des phases.

## 2.1.6 Quelques ordres de grandeur

### Effet Zeeman

Pour le  $^{87}\text{Rb}$ , dans la limite des faibles champs, les niveaux  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  se décalent à raison de 700 kHz/G, alors que l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  se déplace lui de 1.4 MHz/G (équation (2.6)).

### Compenser la gravité

À tous les potentiels magnétiques évoqués, il faut aussi ajouter le potentiel gravitationnel. Si on considère des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , pour compenser le champ magnétique, il faut appliquer un gradient de champ magnétique de 15 G/cm et donc le double pour les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . En pratique, pour pouvoir piéger des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , il convient d'avoir des pièges avec un gradient de champ magnétique d'au moins 30 G/cm (le double pour les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ).

### Profondeur de piège

Considérons un nuage d'atomes à la température  $T$ . On considère un piège de "profondeur"  $V_0$ . Cette hauteur correspond en ordre de grandeur à température  $T_0$  selon

$$T_0 = V_0/k_B \approx 67 \mu\text{K} \times \Delta B/(1 \text{ G}), \quad (2.18)$$

pour un atome dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , où  $\Delta B$  est la hauteur du piège magnétique. On a donc les équivalences  $1 \text{ mK} = 15 \text{ G} = 21 \text{ MHz}$ . Le critère usuellement retenu pour pouvoir piéger un nuage d'atome est

$$\eta = \frac{V_0}{k_B T} > 5. \quad (2.19)$$

Pour piéger un nuage à température ambiante, il faudrait des pièges de l'ordre de 2000 Tesla ! Il est donc nécessaire de refroidir les atomes avant de pouvoir les piéger. La technique la plus communément employée est le refroidissement laser, permettant d'atteindre des températures de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{K}$  pour le rubidium (température Doppler  $T_{\text{Doppler}} = 143 \mu\text{K}$  pour le  $^{87}\text{Rb}$ ). Pour un gaz de  $^{87}\text{Rb}$  à quelques centaines de  $\mu\text{K}$ , il faut des pièges de quelques Gauss, aisément réalisables. Une deuxième méthode de refroidissement existe, moins répandue, basée sur le refroidissement collisionnel d'atomes ou de molécules avec un gaz tampon d'hélium refroidi par un cryostat [80]. Les températures obtenues sont de l'ordre du mK, et donc nécessitent des potentiels plus profonds. Dans ce cas, des bobines supra-conductrices permettent de générer un champ quadrupolaire avec une profondeur de quelques Teslas. Plus lourde expérimentalement, la méthode a l'avantage d'être indépendante de la structure interne de la particule refroidie, notamment les atomes où le refroidissement laser n'est pas adapté (Mn [92], Bi [93], Cu, Ag [94], Yb [95],...). Cela permet aussi de refroidir des molécules [96, 79]. La condensation de Bose-Einstein d'atomes d'hélium a récemment été rapportée avec ce type de dispositif [97].

### Pertes à 1, 2 et 3 corps

Afin de pouvoir piéger un nuage, nous avons vu qu'il fallait un gradient de champ magnétique suffisamment important pour pouvoir compenser la gravité, et des fréquences de Larmor bien supérieures aux fréquences typiques du piège. Néanmoins, les fréquences du piège ne sont pas seulement limitées par la fréquence de Larmor. Les interactions atomiques peuvent induire des changements de sous-niveau Zeeman après une collision inélastique entre un atome piégé et une ou plusieurs particules [23].

Dans le cas d'un gaz thermique peu dense, les pertes sont dominées par les collisions inélastiques, où un atome piégé rencontre une particule du gaz résiduel dans le système à vide, non piégée. Le taux de pertes est alors directement relié à la pression résiduelle, indépendamment du nombre d'atomes ou des fréquences du piège. Les collisions inélastiques peuvent alors être traitées simplement par des équations de taux selon

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = -\gamma_1, \quad (2.20)$$

où  $N$  est le nombre d'atomes total dans le piège et  $\gamma_1$  le taux de pertes dit "à un corps". L'interprétation physique est assez simple :  $\left| \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right|$  est la probabilité qu'un atome entre en collision inélastique avec une particule du gaz résiduel. Il est évident que cette probabilité ne dépend que de la pression résiduelle et est donc constante.

Dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein, la densité est très importante et des processus de pertes où les collisions inélastiques entre atomes piégés interviennent (dont les taux dépendent de la



densité) s'ajoutant aux pertes à un corps. L'équation de taux devient alors

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma_1 \int n(\mathbf{r}) d^3 r - K \int n^2(\mathbf{r}) d^3 r - L \int n^3(\mathbf{r}) d^3 r, \quad (2.21)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = -\gamma_1 - K \langle n \rangle - L \langle n^2 \rangle. \quad (2.22)$$

Les taux de pertes à deux et trois corps ( $\gamma_2$  et  $\gamma_3$ ) dépendent de la densité moyenne selon

$$\gamma_2 = K \langle n \rangle \text{ et } \gamma_3 = L \langle n^2 \rangle. \quad (2.23)$$

Dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein piégé dans un piège harmonique, dans le régime de Thomas-Fermi, on obtient les lois d'échelle suivantes [98]

$$\gamma_2 \propto \bar{\omega}^{6/5} N^{2/5} \text{ et } \gamma_3 \propto \bar{\omega}^{12/5} N^{4/5}, \quad (2.24)$$

où  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ . Les constantes  $L$  et  $K$  dépendent de l'état de spin des atomes. Le processus dominant dans les pertes va donc dépendre à la fois de la densité mais aussi de l'état  $|F, m_F\rangle$ .

Les pertes à 2 corps proviennent de deux mécanismes différents : une interaction d'échange de spin et une interaction spin-dipole [23, 99]. Pour un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , le processus d'échange de spin est de la forme

$$|F = 2, m_F = 1\rangle + |F = 2, m_F = 1\rangle \longrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle + |F = 2, m_F = 2\rangle, \quad (2.25)$$

satisfaisant la conservation du moment cinétique. Une mesure récente de la constante de temps  $K$  donne [100]

$$K_{|F=2, m_F=1\rangle} = 1.194(19) \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (2.26)$$

Les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  ne peuvent pas subir des collisions d'échange de spin, interdites par conservation du moment cinétique [23, 101]. Les collisions inélastiques à 2 corps n'interviennent alors que par un couplage spin-dipole, plus faible. Pour des paramètres expérimentaux typiques, le taux de pertes à deux corps est généralement plus faible que les taux de pertes à 1 et 3 corps.

Les pertes à trois corps sont dominantes pour les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  à densités élevées. Dans une collision à trois corps, deux atomes forment une molécule. L'énergie de liaison libérée est transmise sous forme d'énergie cinétique à la molécule et au troisième atome, ce dernier étant nécessaire pour satisfaire la conservation du moment cinétique. L'énergie libérée étant en général plus grande que la profondeur du piège, les trois atomes sont perdus. Les taux des deux états ont été mesurés [98, 99]

$$L_{|F=1, m_F=-1\rangle} = 5.8(1.9) \times 10^{-30} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } L_{|F=2, m_F=2\rangle} = 1.8(0.5) \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (2.27)$$

Les taux de pertes pour des bosons thermiques sont plus importants que pour un condensat à densité égale. Ce phénomène a été observé et expliqué dans la référence [99]. Dans un gaz thermique, il existe un phénomène de regroupement bosonique ("bunching") qui est absent dans un condensat, analogue aux effets observés en optique entre une source thermique et un laser. Le taux de pertes à 2 corps (resp. 3 corps) est proportionnel à la fonction de corrélation du second ordre (resp. troisième ordre). Le taux est alors plus important pour un gaz thermique d'un facteur 2! (resp. 3!).

## 2.2 Puces à atomes

Jusqu'à la fin des années 1990, les pièges magnétiques étaient générés à l'aide de bobines macroscopiques, ou d'aimants permanents. Ces dispositifs sont simples à mettre en œuvre mais sont encombrants. Ainsi, la réalisation de potentiels complexes, par exemple plusieurs puits de potentiels mitoyens, serait rapidement limitée par l'encombrement spatial des bobines, ce qui limite ainsi fortement la mise à l'échelle des potentiels. Une première solution à ces limitations consista en l'utilisation de fils macroscopiques parcourus par un courant au lieu de bobines, piégeant ainsi les atomes à proximité de ces derniers [102, 103]. Une autre possibilité fut avancée par J.D. Weinstein et K.G. Libbrecht [104], proposant d'utiliser des fils déposés sur une surface par lithographie, générant des micropièges magnétiques de plus petits volumes que les pièges traditionnels, mais dont la flexibilité permet la réalisation de potentiels beaucoup plus complexes.

### 2.2.1 Principe

Une puce à atomes est donc un substrat sur lequel des fils conducteurs ont été déposés. Ces derniers, parcourus par un courant, génèrent un champ magnétique. La présence du substrat permet l'évacuation de la chaleur dissipée par effet Joule dans le conducteur. Cela permet d'utiliser des densités de courant plus élevées (jusqu'à  $10^8$  A/cm<sup>2</sup>). Une fois la structure déposée, la position des conducteurs reste fixe, procurant à l'ensemble une grande stabilité mécanique, et permet donc un contrôle fin des différents paramètres du piège, comme par exemple une barrière tunnel entre deux puits de potentiel. Dans un dispositif classique, la hauteur de la barrière aurait été sensible aux vibrations mécaniques. De plus, par rapport à des bobines, l'inductivité des fils est très faible, permettant de changer les potentiels rapidement.

Un avantage notable réside dans la possibilité de réaliser des potentiels complexes. Les techniques de lithographie permettent de réaliser des structures où l'on peut raisonner en "blocs", chacun correspondant à une opération définie. Une opération donnée ou un potentiel donné peut être répété un grand nombre de fois, dans les limites de la taille du substrat.

D'un point de vue pratique, les techniques de lithographie standard développées pour les puces électroniques peuvent être utilisées. Sauf cas particulier, ces techniques suffisent, et la miniaturisation des conducteurs peut être inférieure au micron [105]. Cette miniaturisation par rapport aux techniques avec des fils macroscopiques mentionnées auparavant possède un grand avantage. Considérons un conducteur de taille caractéristique  $l$ , parcouru par un courant  $I$ . On peut alors aisément montrer [106] que le gradient du potentiel  $B'$  et sa courbure  $B''$  vérifient les lois d'échelle  $B' \propto I/l^2$  et  $B'' \propto I/l^3$ . Ces lois d'échelle permettent d'augmenter notablement le taux de collisions par rapport aux pièges macroscopiques et de réduire la durée du refroidissement évaporatif pour atteindre le régime dégénéré [107].

### 2.2.2 Géométries classiques

L'ingrédient de base est le fil infini parcouru par un courant, superposé à un champ homogène extérieur.

#### Fil infini et champ uniforme

On considère un fil infini, infiniment fin, linéaire selon l'axe  $\mathbf{u}_x$ , parcouru par un courant  $I$ . Ce dernier crée alors un champ orthoradial (voir fig.(2.2)). Si l'on superpose un champ homogène  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{u}_y$ , perpendiculaire au conducteur, le champ magnétique est annulé à une distance  $z_0 = \mu_0 I / (2\pi B_0)$  du fil, où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide. Autour de ce minimum, le champ a la structure

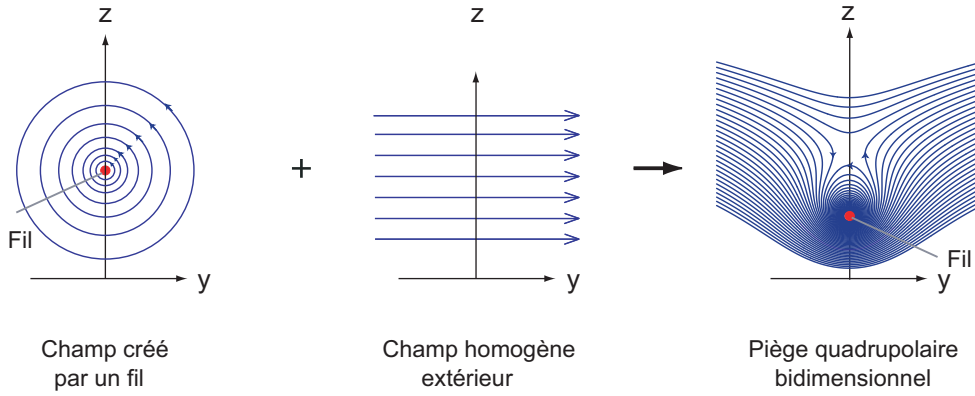


Figure 2.2 – Guide à atomes. Un fil infini parcouru par un courant  $I$  et superposé à un champ magnétique homogène permet la génération d'un champ quadrupolaire 2D.

d'un champ quadrupolaire 2D, dont les axes sont orientés à  $45^\circ$  par rapport au champ homogène. Par symétrie, on obtient ainsi un guide à atomes le long du fil. Ce cas simple permet d'obtenir quelques lois d'échelle. En un point de l'axe  $\mathbf{u}_z$ , on a

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi z} = 2 \text{ G} \frac{I/(1 \text{ mA})}{z/(1 \mu\text{m})}.$$

Les gradients  $B'$  et la courbure  $B''$  du champ sont données par

$$B'(z) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi z^2} = -2 \times 10^4 \text{ G/cm} \frac{I/(1 \text{ mA})}{z^2/(1 \mu\text{m}^2)}, \quad (2.28)$$

$$B''(z) = \frac{\mu_0 I}{\pi z^3} = 4 \times 10^8 \text{ G/cm}^2 \frac{I/(1 \text{ mA})}{z^3/(1 \mu\text{m}^3)}. \quad (2.29)$$

Le centre du piège est à une distance  $z_0$  du fil selon

$$z_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_{0,y}} = 2 \mu\text{m} \frac{I/(1 \text{ mA})}{B_{0,y}/(1 \text{ G})}, \quad (2.30)$$

et le gradient en ce point vaut

$$B'(z_0) = -\frac{2\pi B_{0,y}^2}{\mu_0 I} = -5000 \text{ G/cm} \frac{B_{0,y}^2/(1 \text{ G})^2}{I/(1 \text{ mA})}. \quad (2.31)$$

Lorsque la distance des atomes au fil est de l'ordre de grandeur de la taille des conducteurs, il faut alors tenir compte des effets de tailles finies. Si les fils sont beaucoup plus larges que haut, alors on peut utiliser un modèle de fils 2D et disposer de formules analytiques [106]. Dans le cas général, si les conducteurs n'ont pas cette disparité d'échelle, ou si l'on s'intéresse à des effets fins sur les potentiels, il convient de réaliser des calculs numériques à partir des formules de Biot et Savart.

Cette géométrie extrêmement simple permet donc de réaliser des guides atomiques. Un grand nombre de configurations ont été proposées et réalisées [108], ainsi que des "séparatrices atomiques", mais leur cohérence n'a jamais été démontrée.

### Fil en U

Comme nous l'avons vu auparavant, le piège le plus simple est le piège quadrupolaire, notamment utilisé pour le piège magnéto-optique. Si on considère un fil de taille finie avec un champ de biais perpendiculaire à son axe, on obtient un confinement quadrupolaire 2D. Il ne reste plus qu'à "fermer" ce

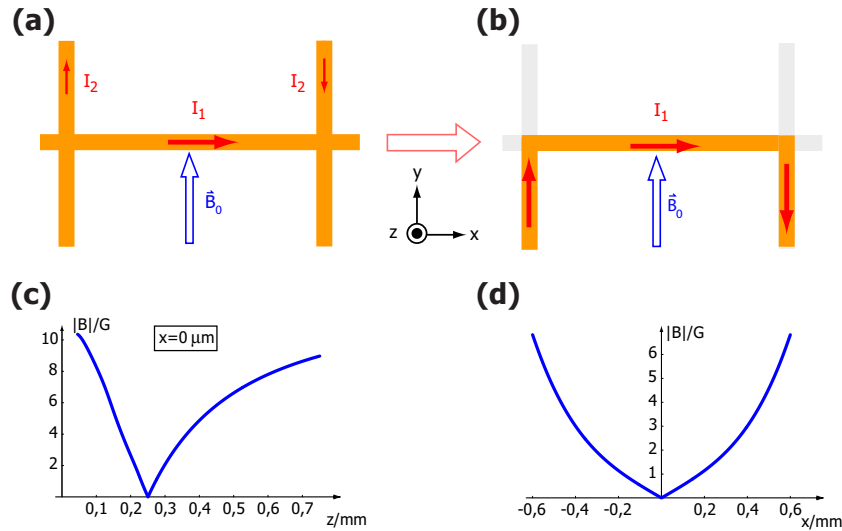


Figure 2.3 – (a-b) Géométrie en H et géométrie en U équivalente. (c-d) Profil du champ magnétique selon  $x$  et  $z$ .

guide. Le plus simple consiste à rajouter deux fils aux extrémités du premier, mais perpendiculaires, et parcourus pour le même courant. On obtient alors une géométrie en H (voir figure (2.3)). Les deux fils aux extrémités "augmentent" localement le champ et donc créent un confinement selon l'axe du guide d'onde 2D. Si ces fils sont parcourus par des courants de directions opposés, on obtient alors un plan de symétrie de la distribution de courant, c'est à dire un minimum de champ nul au centre du piège. On obtient ainsi un confinement tridimensionnel, avec un minimum de champ nul, donc un piège quadrupolaire. Si maintenant les fils aux extrémités n'occupent qu'un demi plan de l'espace, pour former un U, les raisonnements précédents restent valable et on obtient toujours un champ quadrupolaire. Comparé à la géométrie en H, un U permet de n'utiliser qu'un seul fil.

### Fil en Z

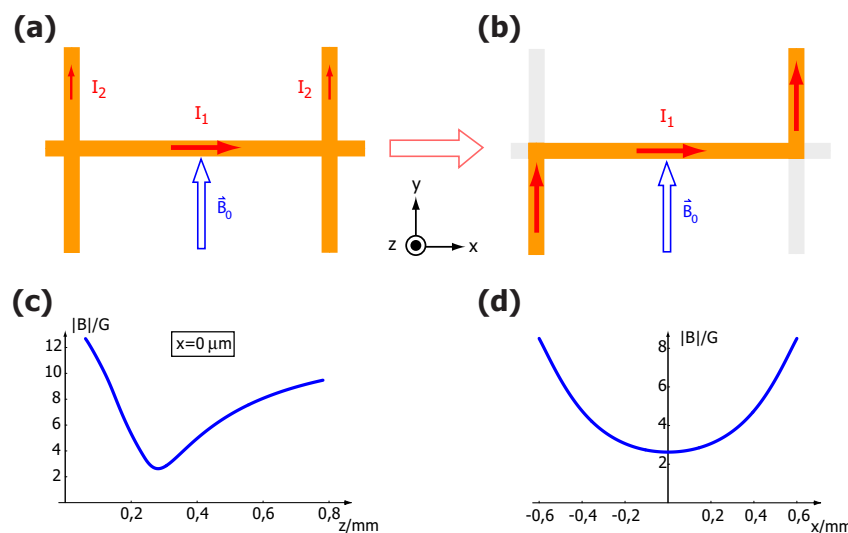


Figure 2.4 – (a-b) Géométrie en H et géométrie en Z équivalente. (c-d) Profil du champ magnétique selon  $x$  et  $z$ .

Considérons à nouveau la configuration en H mentionnée dans la section précédente. Si désor-

mais les deux fils aux extrémités sont parcourus par des courants de même direction, on a toujours un confinement tridimensionnel des atomes. Cependant, on a désormais une anti-symétrie centrale de la distribution de courant résultant en une symétrie centrale du champ. Au centre du piège (*i.e.* environ le milieu du guide d'onde), les contributions au champ magnétique des deux fils aux extrémités s'additionnent et on obtient un confinement tridimensionnel avec un minimum de champ non nul, analogue aux pièges macroscopiques, de type Ioffe-Pritchard. Si on utilise des demi-fils pour former un Z, on obtient alors une géométrie équivalente en utilisant un seul fil (voir figure (2.4)).

Une étude détaillée des propriétés de ces pièges, ainsi que des différentes lois d'échelle pertinentes peut être trouvée dans [106, 109].

### Fils en croix : "dimple"

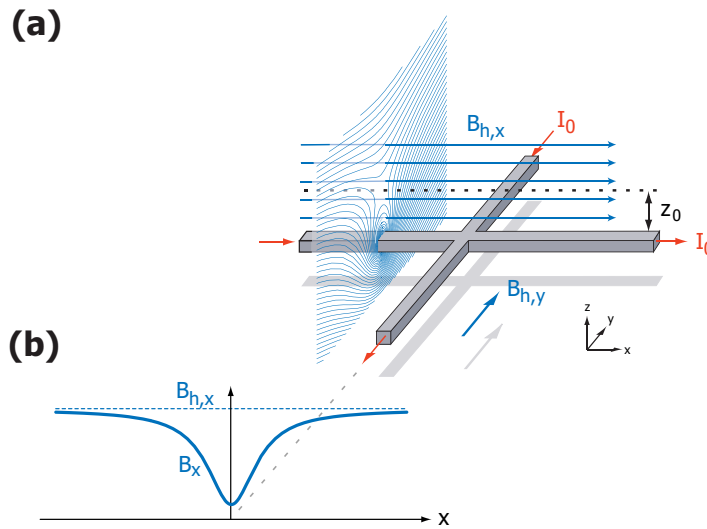


Figure 2.5 – Piège dimple.

Une deuxième approche pour créer un confinement tridimensionnel consiste à raisonner comme suit : si on superpose deux guides atomiques 2D et perpendiculaires, il en résulte un confinement 3D à leur intersection. Un piège analogue au piège de Ioffe-Pritchard peut donc être réalisé à l'aide de deux fils se croisant, superposés à un champ magnétique homogène bien choisi. Considérons la géométrie de la figure (2.5). Soit un premier conducteur, orienté selon la direction  $\mathbf{u}_x$ , parcouru par un courant  $I_0$ . L'ajout d'un champ homogène  $\mathbf{B}_h = B_{h,y}\mathbf{u}_y$  permet d'avoir un champ quadrupolaire de minimum ( $y_m = 0, z_m = z_0$ ) avec  $z_0 = \mu_0 I_0 / (2\pi B_{h,y})$ . Si le champ homogène est désormais de la forme  $\mathbf{B}_h = B_{h,x}\mathbf{u}_x + B_{h,y}\mathbf{u}_y$ , le minimum du confinement 2D est désormais non nul, mais il n'en résulte pas un confinement selon l'axe du guide, *i.e.*  $\forall x, y_m(x) = 0$ , où est  $y_m$  est la position du minimum selon  $\mathbf{u}_y$  dans un plan  $yz$  donné. On ajoute un deuxième conducteur orienté selon  $\mathbf{u}_y$ , et parcouru par un courant  $I_1$ , afin de localement réduire le champ et donc confiner selon l'axe du guide.

Dans le cas limite où  $I_1 \ll I_0$ , le champ généré par le dernier fil  $\mathbf{b}(x, z) = b_x(x, z)\mathbf{u}_x + b_z(x, z)\mathbf{u}_z$  est suffisamment faible pour seulement perturber légèrement le système. La composante  $b_z$  a pour effet de modifier la position du minimum  $y_m(x)$  dans un plan  $yz$  donné, *i.e.* l'axe du piège est incliné dans le plan  $xy$  par rapport à son axe initial  $\mathbf{u}_x$ . Le gradient de  $b_x$  va lui déplacer le minimum selon l'axe  $z$  en  $z_m$  au lieu de  $z_0$ .

Si  $I_1$  est suffisamment faible, alors ces effets ne sont que des petites perturbations, et  $y_m \approx 0$ ,  $z_m \approx z_0$ , et le confinement transverse est peu modifié avec un gradient  $B' = \mu_0 I_0 / (2\pi z_0^2)$ . Le couple

$(I_1, B_{h,x})$  va alors permettre de créer la bouteille magnétique du piège de Ioffe-Pritchard, et contribue à la courbure du piège selon l'axe  $x$

$$B'' = \left. \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right|_{z=z_0, y=0} = \frac{\mu_0 I_1}{\pi z_0^3}. \quad (2.32)$$

La valeur du champ au fond du piège devient alors en présence de  $I_1$  et  $B_{h,x} \mathbf{u}_x$

$$B_0 = \left| B_{h,x} + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi z_0} \right|, \quad (2.33)$$

formant un piège de Ioffe-Pritchard de pulsations

$$\omega_x = \sqrt{\frac{\mu}{m} B''} \quad \text{et} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{\mu}{m} \frac{B'^2}{B_0}}, \quad (2.34)$$

avec  $m$  la masse et  $\mu$  le moment magnétique de l'atome considéré. Le rapport d'aspect du piège est alors donné selon

$$\rho = \frac{\omega_{\perp}}{\omega_x} = \sqrt{\frac{I_0}{I_1} \frac{B_{0,y}}{|B_{0,x} + \frac{I_1}{I_0} B_{0,y}|}} \approx \sqrt{\frac{I_0}{I_1} \left| \frac{B_{0,y}}{B_{0,x}} \right|}. \quad (2.35)$$

C'est essentiellement dans ce cas de figure que les pièges de type dimple sont utilisés dans ce mémoire.

Ce raisonnement n'est plus valable dans le cas général. Pour des paramètres quelconques, le piège obtenu peut avoir des formes très variées (forme de "cigare", de "crêpe" ou isotrope) et l'analyse du potentiel est plus complexe. Même pour un piège en forme de cigare, il est possible de jouer sur les différents paramètres afin de tourner l'axe du piège avec une grande flexibilité. Une étude exhaustive des différents pièges réalisables est effectuée dans [106, 110], ainsi qu'une étude approfondie des pièges dimples dans l'annexe B de la référence [111].

### Quelques ordres de grandeur

La flexibilité qu'offrent les puces à atomes est telle qu'il est difficile de donner des ordres de grandeurs communs à tous les pièges. Même pour une géométrie donnée, les fréquences de piégeage ainsi que les rapports d'aspect peuvent prendre des valeurs très différentes, en contrôlant simplement les valeurs des différents courants et des champs magnétiques externes. Les grandeurs plus pertinentes seraient plutôt les valeurs maximales de gradient de champ, ainsi que les fréquences transverses maximales réalisables. Pour un fil infini, cylindrique de rayon  $a$ , le gradient  $B'$  croît lorsque le centre du piège s'approche du fil, jusqu'à la valeur maximale de  $B' = \mu_0 j / 2$  à la surface du conducteur, où  $j$  est la densité de courant du conducteur. En ordre de grandeur, la valeur maximale des gradients réalisables est essentiellement limitée par la densité de courant maximale admissible par la puce. La chaleur fournie par effet Joule doit être dissipée par le substrat, sinon la température augmente jusqu'à fusion du métal : le fil "brûle". Cet effet est d'autant plus important sous vide, la chaleur ne sera pas dissipée par convection avec l'air ambiant. Le gradient maximum admissible va donc dépendre de la géométrie du fil, de la conductivité électrique du métal utilisé et de la conductivité thermique du substrat sur lequel il est déposé [106].

Une valeur typique de densité de courant maximale admissible est  $j_{\max} = 10^{11} \text{ A/m}^2$  (par exemple 100 mA dans une section de  $1 \mu\text{m}$ ). Un gradient de  $2 \times 10^6 \text{ G/cm}$  peut être obtenu à une distance de  $0.5 \mu\text{m}$  du fil. La fréquence transverse dépendra du champ magnétique au fond du piège, et sera choisie afin de minimiser les pertes de Majorana. Pour un taux de pertes raisonnable, on obtient

une fréquence de piégeage transverse maximale de  $\omega_{\perp}/2\pi \sim 1$  MHz pour le  $^{87}\text{Rb}$  avec les paramètres précédents [106].

Il convient néanmoins de relativiser ces ordres de grandeurs. Des fréquences transverses aussi élevées ne conviendront qu'au piégeage d'atomes uniques, car les pertes à 2 et à 3 corps seront trop importantes pour un nuage d'atomes. De plus, il faudrait tenir compte des effets de proximité de la surface, et de l'interaction des atomes avec cette dernière (potentiel de Casimir Polder et de Van der Waals). Une discussion détaillée de ces effets est disponible dans la section 1.9 de la référence [111]. Pour éviter les effets de surface, il convient de se placer à des distances supérieures à environ  $5 \mu\text{m}$  typiquement [112]. La profondeur du piège dépend de la géométrie du piège [106].

En revanche, un critère pertinent est la distance maximale à la puce à laquelle il est possible de piéger des atomes. Pour cela, on doit avoir

$$\eta = \frac{\mu B_{\max}}{k_B T} > 5, \quad (2.36)$$

où  $\mu$  est le moment magnétique de l'atome considéré et  $B_{\max}$  la hauteur du piège magnétique et  $T$  sa température. En ordre de grandeur, considérons le cas du fil infini soumis à un champ homogène. La hauteur du piège est donnée en première approximation par la valeur du champ de biais. Pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F=2, m_F=2\rangle$  à une centaine de  $\mu\text{K}$ , il convient d'avoir  $B_{\max} \sim 8$  G. Pour un courant de l'ordre de 2 A, cela correspond à un piège situé à la distance de  $500 \mu\text{m}$ .

## 2.3 État de l'art des réalisations expérimentales de double puits de potentiel

La dynamique d'un condensat dans un double puits de potentiel offre un système physique extrêmement riche, caractérisé par deux énergies : l'énergie de couplage Josephson  $E_J$ , caractérisant le couplage tunnel entre les deux condensats, et l'énergie de charge  $E_C$  représentant l'énergie d'interaction entre les atomes. Un faible couplage tunnel permettra l'observation d'un flux atomique macroscopique à travers la barrière, classiquement interdit. Les interactions atomiques jouent un rôle important dans la dynamique, introduisant des non-linéarités, et ainsi une physique très riche, permettant la génération d'états non classiques [16]. De plus, la condition d'adiabaticité permettant la séparation dynamique et cohérente d'un condensat en deux a fait l'objet d'un débat théorique [113, 114, 73, 72].

De nombreuses équipes de part le monde ont longtemps travaillé sur la réalisation d'un dispositif expérimental permettant la séparation cohérente d'un condensat. La difficulté réside dans la maintenance de la cohérence du processus, car cette dernière est nécessaire pour exploiter pleinement les propriétés de ces jonctions Josephsons bosoniques. Nous allons passer en revue les différentes réalisations expérimentales avant de proposer une nouvelle géométrie.

### 2.3.1 Lois d'échelle

Dans la plupart des dispositifs expérimentaux, pour des barrières suffisamment faibles, le potentiel d'un double puits de potentiel 3D peut aisément être approximé par un potentiel quartique selon l'axe de séparation et un potentiel harmonique 2D suivant le plan transverse. Le potentiel prendra alors la forme suivante selon l'axe de séparation

$$V(x) = V_b \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 \right]^2, \quad (2.37)$$

où  $V_b$  est la hauteur de barrière et  $2x_0$  la distance entre les deux puits. Si on néglige l'éventuel angle entre la direction du nuage et l'axe de séparation, on obtient une bonne approximation du potentiel 3D selon

$$V_{\text{dp}}(\mathbf{r}) = V_b \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 \right]^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2, \quad (2.38)$$

où  $\omega_{y,z}$  sont les pulsations angulaires transverses du piège, et  $m$  la masse de l'atome considéré. Sous cette forme, on peut extraire une relation simple entre  $V_b$  la hauteur de barrière,  $\omega_{\parallel}$  la pulsation angulaire du piège selon l'axe de séparation et  $d = 2x_0$  la distance entre les deux puits. On obtient aisément

$$V_b = \frac{m \omega_{\parallel}^2 d^2}{32}. \quad (2.39)$$

Pour des temps de vol  $t_{\text{vol}} \gg 2\pi/\omega_{\parallel}$ , l'expansion ballistique des deux nuages donne lieu à des franges d'interférences selon l'axe de séparation avec une période  $\Delta$ , que l'on obtient aisément (voir chapitre 6 et [23]) selon

$$\Delta = \frac{h t_{\text{vol}}}{m d}, \quad (2.40)$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $m$  la masse de l'atome considéré et  $d$  la distance entre les deux puits de potentiel dans le piège initial, dans la limite où les interactions sont négligées durant le temps de vol.

Les franges sont observables expérimentalement si la résolution du système de détection est inférieure à la période des franges. De plus, si l'axe de séparation fait un angle  $\theta$  avec le plan imagé par le système de détection, les franges ne seront visibles que si  $\theta < \arcsin(\Delta/\Delta_{\perp})$ , où  $\Delta_{\perp}$  est l'extension spatiale du nuage perpendiculairement à l'axe de séparation. Pour des nuages en forme de cigare, dans la limite de Thomas-Fermi, il convient de distinguer deux cas suivant que l'axe de séparation soit l'axe rapide ou l'axe lent. Si le condensat est séparé selon l'axe lent, alors on a, pour un temps de vol  $t_{\text{vol}} \gg 2\pi/\omega_{\parallel}$

$$\Delta_{\perp} \approx 2 \sqrt{\frac{2\mu}{m}} t_{\text{vol}}, \quad (2.41)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique et  $m$  la masse de l'atome considéré. On en déduit alors  $\theta_{c,\parallel}$  l'angle maximum entre le plan imagé et l'axe de séparation permettant d'observer des franges lorsque la séparation se fait selon l'axe lent

$$\theta_{c,\parallel} = \arcsin \left[ \frac{h}{\sqrt{8m\mu d^2}} \frac{\tau}{\sqrt{1+\tau^2}} \right] \approx \arcsin \left[ \frac{h}{\sqrt{8m\mu d^2}} \right], \quad (2.42)$$

avec  $\tau = \omega_{\perp} t_{\text{vol}}$ . Pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ , une distance  $d = 15 \mu\text{m}$ , un potentiel chimique de  $\mu/\hbar = 2\pi \times 2 \text{ kHz}$ , l'angle critique vaut  $\theta_{c,\parallel} \approx 2^\circ$ , alors que pour une distance de  $5 \mu\text{m}$ , il offre une marge confortable de  $6^\circ$ .

Par ailleurs, dans le cas d'une séparation selon l'axe lent, le recouvrement entre les deux nuages est incomplet si la distance entre les nuages est comparable à la taille du nuage après temps de vol. Dans ce cas, même s'il est parfaitement aligné, le faisceau laser de détection intégrera des régions sans interférences (car sans recouvrement des deux nuages). Par conséquent, le contraste de la figure d'interférence intégré sera réduit. Ce type d'effet a été observé au MIT [115]. Une solution consista à pomper optiquement une fine tranche du nuage, que l'on peut ensuite imager indépendamment des atomes qui n'ont pas été pompés. Ce type de méthode permet aussi de réduire l'effet qu'aurait un angle trop élevé entre le plan imagé et l'axe du double puits, en réduisant son extension spatiale.



Dans le cas d'une séparation selon l'axe rapide, toujours dans le régime de Thomas-Fermi, on obtient un angle limite  $\theta_{c,\perp}$  selon

$$\theta_{c,\perp} = \arcsin \left[ \frac{h}{\sqrt{8m\mu d^2}} \frac{\rho\tau}{\rho^2 + (\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2})} \right], \quad (2.43)$$

où  $\tau = t_{\text{vol}}\omega_{\perp}$  et  $\rho = \omega_{\perp}/\omega_{\parallel}$  est le rapport d'aspect du piège.

Si on considère les paramètres de la référence [13], le potentiel chimique est  $\mu/\hbar \sim 2$  kHz, pour deux nuages séparés de  $3.4 \mu\text{m}$  avec un rapport d'aspect  $\rho = 400$ . Pour un temps de vol de 14 ms, on obtient un angle critique  $\theta_{c,\perp} = 4.2^\circ$ .

On notera que les franges d'interférences sont des plans perpendiculaires à l'axe défini par les deux minima du potentiel. L'éventuel angle des deux nuages n'a aucune influence sur l'orientation des franges.

### 2.3.2 Potentiels optiques

Il est possible de générer un potentiel externe pour les atomes neutres en les faisant interagir avec un champ lumineux cohérent non résonnant [116]. Le champ électrique du faisceau laser interagit avec les atomes, et induit un moment dipolaire électrique qui à son tour interagit avec le champ électrique. La profondeur du potentiel généré dépend directement du désaccord  $\delta = \omega_L - \omega_0$ , où  $\omega_L$  est la fréquence du laser et  $\omega_0$  la fréquence de la transition électronique. Chaque transition électronique sera pondérée par le coefficient de Clebsch-Gordon correspondant. Si on se restreint à une seule transition, le potentiel dipolaire résultant peut s'écrire alors

$$V_d(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} \ln \left( 1 + \frac{I(\mathbf{r})/I_{\text{sat}}}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2}} \right) \text{ avec } I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\Gamma\omega_0^3}{12\pi c^2}, \quad (2.44)$$

où  $I(\mathbf{r})$  est l'intensité du laser en  $\mathbf{r}$ ,  $\Gamma$  la largeur naturelle de la transition,  $c$  la vitesse de la lumière. Dans la limite où  $I(\mathbf{r})/I_{\text{sat}} \ll 1 + 4\delta^2/\Gamma^2$ , le potentiel prend la forme simple

$$V_d(\mathbf{r}) \approx \frac{\hbar\delta}{2} \frac{I(\mathbf{r})/I_{\text{sat}}}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2}}. \quad (2.45)$$

La forme du potentiel est une "image" du profil d'intensité du faisceau laser. Pour que les zones d'intensités importantes correspondent à des potentiels attracteurs, il faut que le laser soit désaccordé dans le rouge ( $\delta < 0$ ). De plus, en pratique, pour éviter l'émission spontanée, on choisit  $\delta^2 \gg \Gamma^2$ . Une implémentation de double puits avec des potentiels optiques a été réalisée à l'université de Heidelberg [12] dans le groupe de Markus K. Oberthaler, et au MIT [117], dans le groupe de Wolfgang Ketterle.

Le dispositif expérimental de Heidelberg est décrit dans les références [118, 11]. Le confinement 3D initial est généré par deux faisceaux laser gaussiens croisés, désaccordés dans le rouge, issus d'un laser Nd:YAG à 1064 nm. Les deux faisceaux sont désaccordés l'un par rapport à l'autre de 1 MHz pour éviter les interférences. Il en résulte un potentiel harmonique 3D, de fréquences typiques de l'ordre de la centaine de Hertz, globalement isotrope. Deux autres faisceaux lasers à 830 nm se superposent avec un angle de  $10^\circ$  et interfèrent. Il en résulte des plans d'interférences constructives avec une périodicité de  $5 \mu\text{m}$ . Ces franges vont moduler le confinement 3D, et en ajustant le déphasage entre les deux faisceaux interférents, il est possible de faire coïncider le minimum du confinement 3D avec un maximum de la figure d'interférences. Ainsi, on obtient une modulation périodique du confinement, plus ou moins importante suivant l'intensité des lasers. Cela permet de séparer un condensat entre

plusieurs puits correspondants aux minima d'intensités de la figure d'interférences. Si le confinement 3D initial est suffisamment important, seuls deux puits seront peuplés, et on obtient bien un double puits de potentiel. Le déséquilibre entre les deux puits peut être contrôlé avec le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent. Les atomes utilisés étaient du  $^{87}\text{Rb}$ .

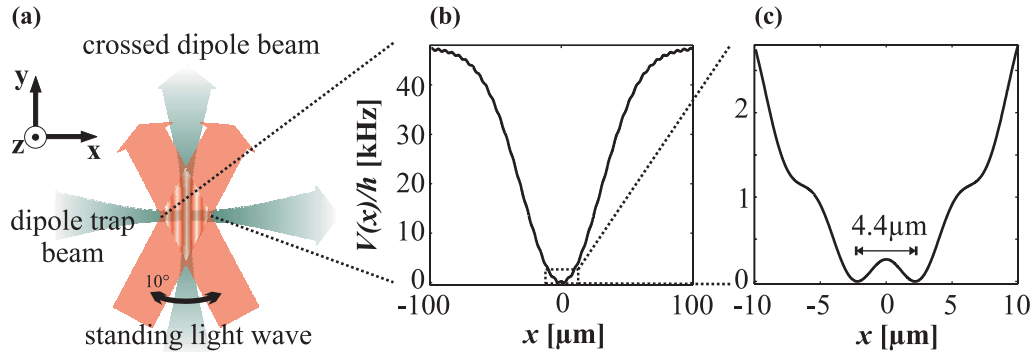


Figure 2.6 – Dispositif expérimental de l'expérience de Heidelberg, extrait de [118]. (a) Le piège harmonique 3D est généré par la superposition de deux faisceaux lasers à 1064 nm (en vert), modulé par un réseau de  $5\ \mu\text{m}$  selon  $\mathbf{u}_x$  généré par deux faisceaux à 830 nm, croisés avec un angle de  $10^\circ$ . (b) Potentiel effectif résultant. (c) Zoom au centre de ce potentiel. Si la hauteur du potentiel périodique est convenablement choisie, le potentiel peut être décrit par un double puits de potentiel, avec une distance de  $4.4\ \mu\text{m}$ .

Ce dispositif présente un grand avantage : la distance entre les deux puits est fixe, déterminée par l'angle entre les deux faisceaux interférant. De plus, cette distance est faible, permettant l'observation de franges d'interférences avec des temps de vol relativement courts. De plus, la hauteur de barrière est contrôlée indépendamment, *via* la puissance laser à 830 nm. Enfin, le nuage est séparé tout en restant à la même position dans le plan transverse, évitant ainsi les oscillations en cas de séparation rapide. Ce dispositif permet de séparer de manière cohérente un condensat. Les oscillations de Josephson ont été observées [12], ainsi que la génération d'états comprimés [119].

Les potentiels optiques ont également été utilisés au MIT [117], dans le groupe de Wolfgang Ketterle. Un condensat de Bose-Einstein de  $10^7$  atomes de  $^{23}\text{Na}$  dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  est préparé dans un piège magnétique, puis transféré dans un piège optique, provenant du croisement entre deux faisceaux lasers à 1064 nm ( $10^5$  atomes dans le condensat, avec un potentiel chimique  $\mu/h \sim 2\pi \times 3\ \text{kHz}$ ). Un deuxième potentiel optique est ajouté, provenant de deux ordres de diffraction de deux fréquences différentes appliquées à un modulateur acousto-optique (AOM), dans le plan image d'une lentille (voir figure (2.6)). Le waist des deux pinces optiques ainsi formées est de l'ordre de  $5\ \mu\text{m}$ . La distance entre les deux puits est contrôlée par les fréquences de l'AOM. Le rapport d'aspect des puits est de l'ordre de 200 ( $\omega_\perp = 2\pi \times 615\ \text{Hz}$  et  $\omega_z = 2\pi \times 30\ \text{Hz}$ ). Des franges d'interférences sont observées, avec une période de  $40\ \mu\text{m}$  pour un temps de vol de 30 ms. La cohérence de la séparation a été démontrée. Le temps de diffusion de phase, estimé à 250 ms, est mesuré à environ 5 ms seulement. Cette différence est attribuée à l'excitation de modes de respiration lors de la séparation [117]. L'inconvénient de cette géométrie vient des fluctuations de phases existantes le long des quasi-condensats 1D [120]. L'avantage par rapport à la précédente méthode utilisant les potentiels magnétiques est que les vibrations et donc les fluctuations de position des deux minima de potentiels sont en modes communs.

### 2.3.3 Potentiels dits radio-fréquence

Alors que le groupe de M.K. Oberthaler publiait l'observation d'oscillations de Josephson dans un double puits optique, une technique élégante et simple de génération d'un tel potentiel a été réalisée

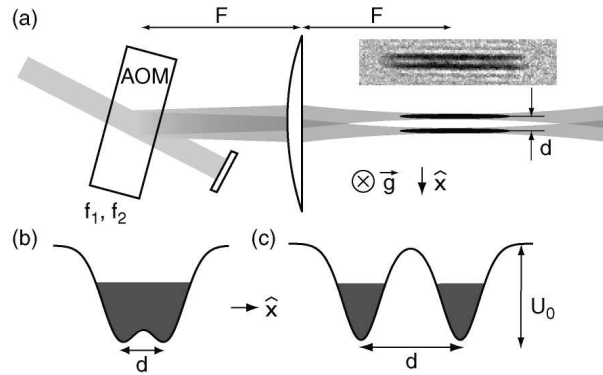


Figure 2.7 – Dispositif expérimental de l'expérience du MIT, extrait de [117]. (a) Principe du piège. Le modulateur acousto-optique est excité par deux fréquences, dont la différence va contrôler la distance entre les deux puits. (b) Schéma du potentiel pour  $d = 6 \mu\text{m}$ . (c) Schéma du potentiel pour  $d = 13 \mu\text{m}$ .

de le groupe de Jörg Schmiedmayer et Thorsten Schumm, dans la même université d'Heidelberg. Cette méthode a ensuite été reprise par plusieurs groupes [121, 122]. D'autres types de pièges, appelés TAAP (*Time-Averaged Adiabatic Potentials*), proposés par Igor Lesanovsky et Wolf von Klitzing [123] (Heraklion, Grèce), sont basés sur des potentiels RF, combiné à des principes similaires aux pièges TOP.

Cette technique est basée sur les potentiels habillés, introduits par O. Zobay et B. Garraway en 2001, initialement pour la génération de pièges 2D [124, 125]. Ils furent réalisés expérimentalement pour la première fois dans le groupe d'Hélène Perrin et Vincent Lorent, au Laboratoire de Physique des Lasers à Villetaneuse (Université Paris-Nord, Paris XIII), et consista en la réalisation d'un piège ayant la topologie d'une sphère, où les atomes sont confinés sur une calotte sphérique [126, 127].

Considérons un piège magnétique d'atomes dans un état piégé (noté  $|\uparrow\rangle$ ), à 1D pour simplifier. L'allure du piège est une parabole de courbure positive ("tournée" vers le haut). Il existe un autre état interne de l'atome considéré, anti-piégé (noté  $|\downarrow\rangle$ ). L'allure du potentiel dans cet état est aussi une parabole mais de courbure négative ("tournée" vers le bas), et d'énergie plus faible (voir figure (2.8)). L'atome est désormais soumis à un champ radiofréquence de fréquence proche de la fréquence de transition entre l'état piégeant et l'état non piégeant. Plaçons nous dans le formalisme de l'atome habillé par le champ radiofréquence. Si on considère les états habillés  $|\uparrow, n\rangle$  et  $|\downarrow, n+1\rangle$ , où  $n$  est le nombre de photons dans le mode du champ radiofréquence, il existe une position de l'espace où ces deux niveaux sont dégénérés. Le couplage du spin total de l'atome au champ radiofréquence va alors être responsable d'un couplage entre les deux états et donc va provoquer une levée de dégénérescence autour de ces positions. Si l'amplitude du champ radiofréquence est suffisamment importante, la levée de dégénérescence est grande, et l'atome initialement dans l'état  $|\uparrow\rangle$  peut évoluer adiabatiquement dans le potentiel de l'état habillé. Ce potentiel effectif correspond bien à celui d'un double puits de potentiel. L'amplitude du champ radiofréquence permet de contrôler la courbure des deux puits de potentiels générés. La position des deux puits correspond en première approximation à la condition de résonance du champ RF avec les deux états initiaux. En changeant la fréquence RF, on change la distance entre les deux puits, mais aussi la hauteur de barrière. Par conséquent, comme dans le cas des potentiels purement magnétiques, la hauteur de barrière et la distance ne sont pas contrôlées indépendamment. Dans les deux cas, un seul paramètre expérimental permet de contrôler la barrière de potentiel entre les deux puits.

Ce raisonnement est aisément généralisable pour un piège 3D. Il convient cependant de prendre en compte la polarisation du champ RF, intervenant dans l'expression du couplage entre les deux

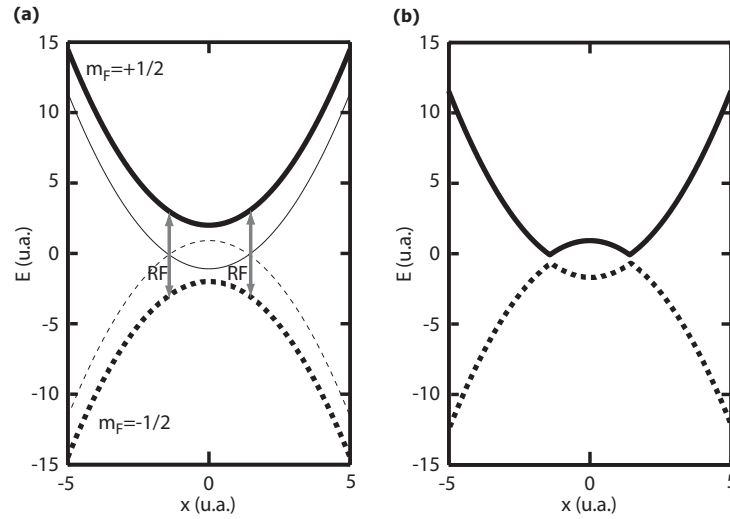


Figure 2.8 – Principe de la génération d'un double puits de potentiel avec des potentiels RF Cas simple d'un spin  $1/2$  dans un potentiel 1D. (a) États non habillés en traits gras et états habillés par le champ RF en traits fins. (b) Potentiels habillés, résultant du couplage entre atomes et RF

niveaux. En effet, seule la composante perpendiculaire au champ magnétique statique va participer au couplage RF. Cela permet de briser la symétrie du piège 3D, et de générer deux pièges en cigares alignés. L'explication détaillée de ces potentiels, en particulier à 3D, sort largement du cadre de ce mémoire, et est disponible dans la littérature [13, 128].

Ces potentiels RF sont très faciles à réaliser sur des puces à atomes, et permettent de générer des barrières importantes pour des distances relativement faibles, facilitant ainsi l'observation de franges d'interférences. En terme de stabilité, la hauteur de barrière est liée à la fréquence du champ RF, et bénéficie de la stabilité des générateurs de fréquences. Les fluctuations de potentiel proviendront essentiellement des fluctuations du confinement 3D, limitant les sources de bruits en comparaison avec le cas des potentiels purement magnétiques. De plus, la séparation s'effectue à position constante dans le plan transverse, évitant les oscillations en cas de séparation rapide. Ces potentiels présentent aussi l'avantage de permettre la génération de géométries plus complexes telles que des anneaux [129, 122]. Cette méthode est extrêmement efficace et a été utilisée dans plusieurs groupes pour générer des double puits [13, 130, 121, 131].

Dans l'absolu, des géométries complexes peuvent être réalisées, en utilisant plusieurs fréquences RF. Néanmoins, il convient de prendre certaines précautions avec ce type de pièges, en particulier les effets de polarisation du champ RF. La plupart des expériences séparent ainsi des condensats allongés selon leur axe lent. Un mauvais choix de paramètre peut aboutir à une reconnection des nuages en leurs extrémités, aboutissant plutôt à une géométrie de type anneau [122]. Il convient de prendre toutes les précautions nécessaires pour éviter cela dans les expériences visant à mesurer des états comprimés ou le brouillage de la phase relative, car ce contact résiduel fausserait les mesures. Il serait par ailleurs responsable d'une inhomogénéité du couplage tunnel le long des deux nuages. Enfin, il convient de vérifier que les hypothèses de l'approximation de l'onde tournante et d'adiabaticité sont bien justifiées.

Les premiers résultats sont issus du groupe de Jörg Schmiedmayer, prouvant la cohérence de la séparation et l'évolution temporelle de la phase une fois le lien rompu entre les deux nuages [13]. Des condensats de  $10^5$  atomes de  $^{87}\text{Rb}$  ont été séparés le long de l'axe rapide, avec des rapports d'aspect importants ( $\omega_{\perp} \sim 2\pi \times 2$  kHz et  $\omega_{\parallel} \sim 2\pi \times 5$  Hz). Le temps de collapse de la phase est mesuré à 2.5 ms.

Au MIT, des condensats de  $4 \times 10^4$  atomes de  $^{23}\text{Na}$  sont séparés en deux selon l'axe rapide par une géométrie similaire [121, 132], avec des rapports d'aspect proches ( $\omega_{\perp} \sim 2\pi \times 2$  kHz et  $\omega_{\parallel} \sim 2\pi \times 9$  Hz). Le temps de collapse de phase mesuré est de 200 ms, beaucoup plus long que dans le cas précédent, et supérieur aux prédictions théoriques de 20 ms. Ce long temps de cohérence est attribué à la génération d'un état comprimé lors de la séparation, mais cette affirmation n'a jamais été vérifiée directement. À Toronto, une géométrie semblable aux précédentes permet de séparer des condensats de  $10^5$  atomes. Cette expérience permet également la manipulation de nuages de fermions dégénérés de  $^{40}\text{K}$ .

### 2.3.4 Potentiels magnétiques

Une implémentation de double puits utilisant uniquement des potentiels magnétiques a été réalisée à l'Institut d'Optique à Orsay [133], dans le groupe d'Alain Aspect, et au MIT [134], dans le groupe de Wolfgang Ketterle. La puce d'Orsay est une puce à une seule couche, avec une géométrie à cinq fils, décrite en détails dans la thèse de Thorsten Schumm [128].

Dans l'expérience du MIT, le double puits a été créé à l'aide d'une puce à atomes, avec une géométrie à deux fils, basée sur la proposition de la référence [135]. Le principe en est relativement simple si on raisonne sur des guides à atomes 2D. Considérons deux fils infinis parcourus par le même courant  $I$  dans la direction  $\mathbf{u}_z$ , distants de  $D$ , soumis à un champ magnétique externe  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{u}_x$ , avec  $B_0 > 0$  (voir figure (2.9)). Considérons deux cas limites :  $D \gg \mu_0 I / (\pi B_0)$  et  $D \ll \mu_0 I / (\pi B_0)$ . Dans le premier cas, si on se place à une distance  $z \gg D$ , le système est proche de celui d'un fil unique parcouru par un courant  $2I$  et on obtient un guide d'onde 2D. On peut aisément montrer que l'on obtient un second minima à une distance  $z < D/2$ . On a donc deux minima de champ magnétique, alignés verticalement. Dans le deuxième cas, le champ externe est grand devant le champ des fils, sauf pour des distances faibles devant  $D/2$ . Les minima de champ magnétique seront donc à une distance  $z$  faible devant  $D/2$ . Pour de telles distances, l'influence du champ magnétique d'un fil sur l'autre est négligeable en première approximation. On obtient alors deux minima, alignés horizontalement. Il existe un cas intermédiaire où les deux minima coïncident, correspondant à champ fixe  $B_0$ , à un courant critique

$$I_C = \frac{\pi D B_0}{\mu_0}. \quad (2.46)$$

La structure du champ pour ces paramètres précis est celle d'un champ hexapolaire, et non plus

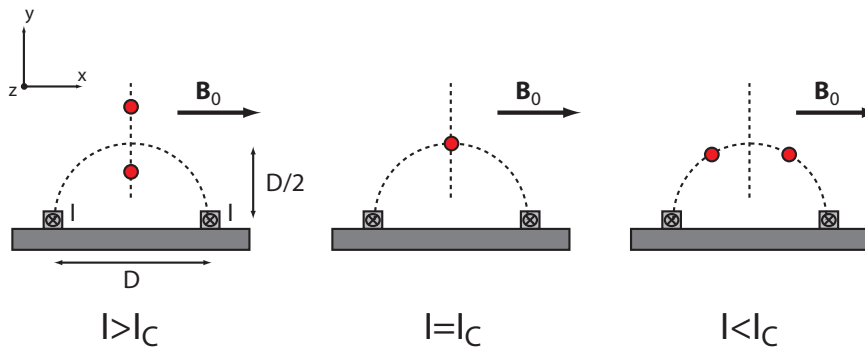


Figure 2.9 – Principe de la séparatrice proposée par [135]. Pour un champ externe  $\mathbf{B}_0$  donné, si le courant dans les fils est élevé, les deux minima de potentiel sont alignés verticalement (en rouge sur la figure). Ils se recouvrent à une distance  $D/2$  de la surface pour le courant  $I = I_C$  (voir texte). Pour des courants plus faibles, les deux minima s'éloignent tout en restant alignés horizontalement, et distribués sur un demi-cercle de diamètre  $D$ .

quadrupolaire. On se place désormais à champ fixe égal à  $B_0$ , en faisant varier le courant  $I$  dans les fils. Initialement  $I < I_C$ , on a donc deux pièges alignés verticalement. Imaginons que les atomes soient piégés dans le minimum le plus éloigné des fils. Si  $I$  augmente, les deux minima vont se rapprocher jusqu'à coïncider pour  $I = I_C$ . Ensuite, si  $I$  continue d'augmenter, le puits se divise en deux, résultant en la séparation du nuage en deux. Cette géométrie extrêmement simple permet donc de séparer un nuage en deux en variant un courant ou symétriquement un champ magnétique. Ce raisonnement a été mené pour des guides à atomes 2D, mais il s'étend à des pièges de Ioffe-Pritchard [134]. Des condensats de  $8 \times 10^5$  atomes de  $^{23}\text{Na}$  ont été séparés en deux, sans partie thermique visible, par variation du champ magnétique de quelques centaines de milligauss en 200 ms. La séparation n'est cependant pas cohérente, attribué à des problèmes de stabilité de potentiel.

Dans le cas de l'expérience d'Orsay, l'idée de base est similaire pour générer le double puits, mais avec une géométrie légèrement modifiée. Une fine analyse des problèmes de stabilité a été effectuée [133, 128], aboutissant à une géométrie à 5 fils, basée sur le même principe. La séparation d'un nuage thermique a été démontrée, mais la séparation cohérente d'un condensat n'a jamais été observée. Avec cette géométrie, la distance typique entre les deux puits est déterminée par  $D$ , et donc est de l'ordre de grandeur de la taille de la structure déposée sur la puce. La hauteur de barrière est implicitement liée à la distance entre les puits.

Cependant, contrairement aux potentiels magnétostatiques, les potentiels RF bénéficient de la stabilité en fréquence des générateurs de signaux, permettant par conséquent d'obtenir des barrières stables. Dans le cas des potentiels magnétostatiques, la stabilité de la barrière résultera de la stabilité des différentes sources de courants. Ils nécessiteront donc l'utilisation de sources de courant de stabilité importante, quitte à utiliser des sources non commerciales. Néanmoins, en pratique, il conviendra d'étudier la stabilité des potentiels au cas par cas. Enfin, la stabilité de la barrière est moins critique pour des expériences de séparation dynamique d'un nuage, comparé au couplage cohérent entre deux nuages dans un double puits statique. Par ailleurs, par construction, ces potentiels magnétostatiques génèrent des double puits de potentiel à des distances à la puce de l'ordre de  $D$ , où  $D$  est la distance entre les fils. Un avantage des potentiels RF comparé aux potentiels magnétostatiques consiste en la possibilité de réaliser des potentiels plus loin de la surface de la puce (typiquement  $100 \mu\text{m}$  contre quelques dizaines de  $\mu\text{m}$ ).

## 2.4 Un double puits à champs magnétiques statiques

Dans ce mémoire, nous présentons une nouvelle géométrie sur puce à atomes afin de générer un double puits de potentiel grâce à des champs magnétiques statiques uniquement. La géométrie de la puce a été conçue par Philipp Treutlein, initialement dans le but d'observer des oscillations de Josephson avec des petits nuages (50 atomes au total dans la jonction).

### 2.4.1 Géométrie proposée

L'esprit de cette géométrie consiste à exploiter au maximum la versatilité des puces à atomes et la possibilité de multiplier une structure en raisonnant par blocs fonctionnels. Considérons la géométrie simplifiée de la figure (2.14). Un premier fil (en jaune sur la figure (a)) est parcouru par un courant  $I_{\text{offe}}$  et superposé à un champ de biais  $\mathbf{B}_h$ . Le fil et la composante selon  $\mathbf{u}_y$  du champ homogène génèrent un guide quadrupolaire 2D selon  $\mathbf{u}_x$ , alors que la composante selon  $\mathbf{u}_x$  permet d'obtenir un minimum de champ non nul, à la distance  $z_0 = \mu_0 I_0 / 2\pi B_{h,y}$ . Le minimum de champ est localement modifié par les courants parcourant les fils orientés selon  $\mathbf{u}_y$ . On se place désormais dans le cas particulier où les deux fils extérieurs (en rouge) sont parcourus par un même courant  $I_1$ , et le fil du milieu par un courant  $I_2$  de sens opposé (en bleu). Dans un premier temps,  $I_2 = 0$ . Avec les orientations

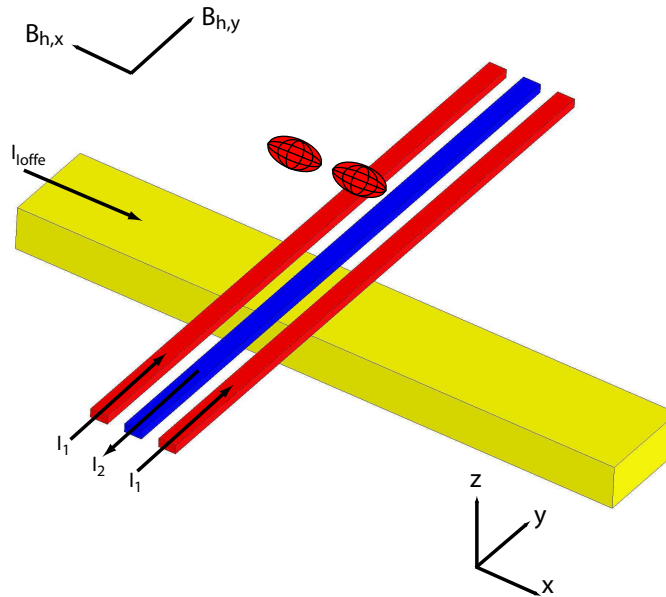


Figure 2.10 – Configuration à trois fils : le courant  $I_{\text{loffe}}$  superposé au champ  $B_{h,y}\mathbf{u}_y$  crée un confinement transverse, alors que le confinement longitudinal est assuré par les courants  $I_1$  et le champ homogène  $B_{h,x}\mathbf{u}_x$ . Le courant  $I_2$ , contre-propageant aux courants  $I_1$ , génère une barrière au milieu du piège, formant ainsi un double puits de potentiel.

de la figure, chaque fil de courant  $I_1$  réduit localement la composante selon  $\mathbf{u}_x$  du champ, générant localement un minimum de potentiel, à la même distance  $z_0$  si ce courant est faible. Pour les petites distances  $z_0 \lesssim D$ , où  $D$  est la distance entre les fils extérieurs, on obtient un double puits mais dont la hauteur de barrière n'est pas ajustable. Pour des distances plus grandes, les deux minima ne forment plus qu'un. Désormais, l'ajout d'un courant  $I_2$  non nul dans le fil du milieu permet la génération d'un potentiel quartique de la forme  $V(x) = V_b(1 - (x/x_0)^2)^2$ , donc la montée d'une barrière au centre du piège, de hauteur ajustable, et détermine la distance  $2x_0$  entre les deux minima du potentiel.

Ce raisonnement s'étend aisément à une série de  $2p + 1$  fils parallèles sur la couche supérieure, permettant de générer une ligne de puits de potentiels, avec des barrières ajustables. La géométrie exacte de la puce utilisée dans ce mémoire est décrite en détails dans la figure (2.11). Elle permet de générer jusqu'à 8 puits (réseau rectangulaire de  $4 \times 2$ ). La distance entre les rangées est limitée par la taille des fils de la couche inférieure, et ne permet pas de contrôler aussi aisément le couplage entre les deux. Pour pouvoir moduler les amplitudes des barrières sur une plage importante, il convient de travailler à des distances de la puce de l'ordre du pas du réseau de fils. La taille caractéristique de la modulation spatiale du potentiel est donnée par l'espacement entre les fils. Il convient donc de réaliser des structures de fils suffisamment petites pour pouvoir réaliser des double puits avec des distances faibles, permettant un bon couplage tunnel et une observation aisée de franges d'interférences. La largeur des fils utilisés est de  $2\mu\text{m}$  et ils sont espacés de  $2\mu\text{m}$ , permettant de travailler suffisamment loin de la surface et éviter l'interaction avec cette dernière (voir chapitre 4, section 4.4). La puce peut alors être fabriquée avec des techniques de lithographie standards et de faibles rugosités, évitant les problèmes de fragmentation et de déformation incontrôlée du potentiel

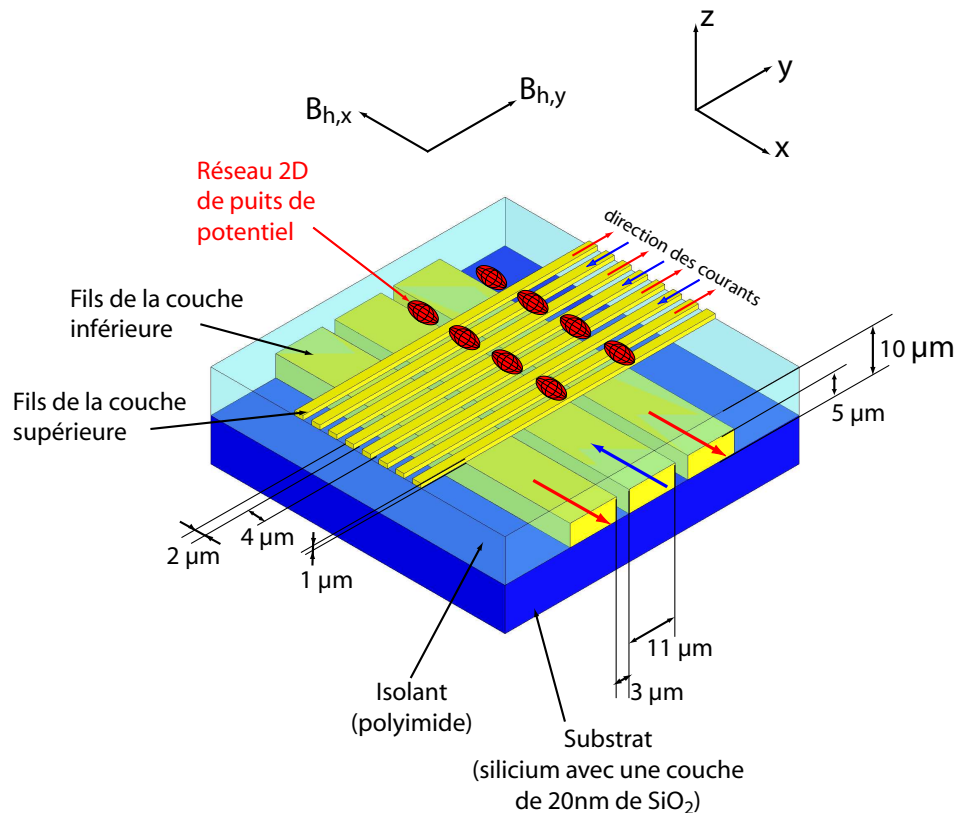


Figure 2.11 – Géométrie de la puce. Un réseau de fils peut être utilisé pour créer un réseau de pièges dimples. Ces pièges sont schématisés en rouge. La barrière séparant deux pièges adjacents est contrôlable en ajustant les différents courants. Les courants dont la direction est indiquée en rouge (resp. bleu) correspondent aux courants formant le puits de potentiel (resp. la barrière de potentiel). Le champ homogène externe est de la forme  $\mathbf{B}_h = B_{h,x}\mathbf{u}_x + B_{h,y}\mathbf{u}_y$ . Les fils de la couche inférieure font 11  $\mu\text{m}$  de large, espacés de 3  $\mu\text{m}$ , d'épaisseur 5  $\mu\text{m}$ . Ils sont déposés sur un substrat de silicium avec une couche de  $\text{SiO}_2$  de 20 nm. Les fils de la couche supérieure, au nombre de 8, sont à une distance de 10  $\mu\text{m}$  du substrat, et déposés sur une couche de polyimide, isolant les deux couches. Les fils font 1  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, 2  $\mu\text{m}$  de large et également espacés de 2  $\mu\text{m}$ . Le reste de la surface est recouverte d'une couche d'or de 1  $\mu\text{m}$ , avec une qualité optique.

[136]. Pour éviter les court-circuits, les fils sont organisés en deux couches, isolés l'une de l'autre par une couche de polyimide.

Même si sur le papier, la réalisation de potentiels complexes à l'aide de fils croisés semble relativement simple, il convient de garder à l'esprit que si le potentiel magnétique est une fonction de la norme du champ magnétique (le moment magnétique total suivant adiabatiquement la direction du champ), les champs des différents fils s'additionnent eux vectoriellement. Le potentiel généré par plusieurs fils n'est pas la somme des potentiels générés par chacun des fils. Pour des configurations de fils complexes, il convient donc de calculer précisément les potentiels par des méthodes numériques.

### 2.4.2 Calculs numériques des potentiels

Des programmes écrits en MATLAB, initialement par Philipp Treutlein et modifiés par la suite, permettent de calculer les différents potentiels générés par la puce. Les différents conducteurs sont modélisés par des distributions de courant 2D homogènes et rectangulaires de taille finie. Les champs



généralisés par de telles distributions s'obtiennent en intégrant les lois de Biot et Savart [137], et sont analytiques<sup>1</sup>. Ponctuellement, lorsque des effets fins cherchent à être évalués, la densité de courant dans les fils avec leur géométrie réelle est calculée à l'aide d'un calcul numérique par la méthode des éléments finis, en résolvant l'équation de Laplace pour le potentiel électrostatique dans le conducteur à l'aide de COMSOL. Une fois obtenue, une routine en C écrite par Philipp Treutlein, et utilisée ensuite dans MATLAB (MATLAB MEX-files) permet ensuite de calculer les champs associés. Les champs homogènes externes peuvent également être intégrés, et le potentiel magnétique facilement calculé. Pour les états de moment angulaire maximal ( $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ), le potentiel est proportionnel à la norme du champ magnétique. Pour l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , la non-linéarité de l'effet Zeeman peut être prise en compte en utilisant la formule de Breit-Rabi. Le potentiel est ensuite analysé par une série de fonctions calculant la position des minima, les fréquences, entre autres, par des méthodes similaires à celles utilisées dans [138]. Dans le cas du double puits, un chemin curviligne minimisant le champ peut être extrait, dont un potentiel 1D équivalent peut en être extrait.

### 2.4.3 Fabrication de la puce

La puce a été réalisée par Tobias Schneider, dans la salle blanche du CeNS<sup>2</sup> (Center for NanoScience, Ludwig-Maximilians-Universität München). Les différentes contraintes et le détail du processus de fabrication de la puce sont décrits dans le deuxième chapitre de la thèse de Philipp Treutlein [111]. Dans cette section, nous nous contenterons seulement d'en rappeler les grandes lignes.

La puce à atomes proprement dite est en réalité constituée de deux puces : une puce de base ("base chip") et une puce permettant de générer les potentiels complexes ("science chip"). Sur la puce de base, deux géométries en H imbriquées l'une dans l'autre permettent de générer des pièges en U ou en Z (voir figure (2.12)). Ces structures sont utilisées pour réaliser un PMO sur puce, et éventuellement un piège magnétique de grande taille. Le substrat est constitué de nitrite d'aluminium de  $800 \mu\text{m}$  d'épaisseur, possédant de meilleures propriétés thermiques ( $\kappa = 180 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) et mécaniques que le silicium ( $\kappa \approx 150 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ). Les fils ont une largeur  $1 \text{ mm}$ , une épaisseur de  $5 \mu\text{m}$  et sont séparés d'au moins  $160 \mu\text{m}$ . Cette couche est réalisée par lithographie optique et électrodéposition. Des pistes conductrices pour chaque fil de la puce, y compris ceux de la "science chip", sont déposés aux extrémités. Ces pistes sont rectangulaires, de  $1 \times 10 \text{ mm}^2$ , avec un espacement standardisé pour connecteur PCI. Cela permet de connecter simplement un connecteur PCI d'ordinateur à la puce, et ainsi d'alimenter les différents fils en courant.

La "science chip" est elle-même constituée de deux couches, séparées par un isolant (polyimide). Une première couche permet de générer des pièges en Z et des dimples, mais également les fils de la couche inférieure de la figure (2.11). Le substrat utilisé est du silicium<sup>3</sup> monocristallin, orienté en  $(1, 0, 0)$ , de  $525 \mu\text{m}$  d'épaisseur avec une fine couche d'isolation de  $20 \text{ nm}$  de  $\text{SiO}_2$ . La largeur de ces fils va de  $11 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ mm}$ , pour une épaisseur de  $5 \mu\text{m}$ . Cette couche est réalisée par lithographie optique et déposition électrochimique. La couche de polyimide permet l'aplanissement de la structure de la première couche et son isolation électrique avec la couche supérieure. La conductivité thermique du polyimide est 1000 fois moins importante que celle de l'or ou du silicium. Pour pouvoir passer des densités de courant importantes dans la couche supérieure, il convient d'avoir une couche d'isolant la plus petite possible pour permettre l'évacuation de la chaleur dissipée. D'un autre côté, il convient d'avoir une épaisseur notable afin de planifier correctement la surface pour la seconde couche. Trois

<sup>1</sup>Les expressions analytiques des champs sont données dans l'annexe A.2. de la référence [111].

<sup>2</sup>La salle blanche du département de Physique de l'École Normale Supérieure n'était pas encore disponible à l'époque.

<sup>3</sup>Il n'est pas techniquement possible de réaliser une double couche avec les techniques utilisées et un substrat de nitrite d'aluminium [111].

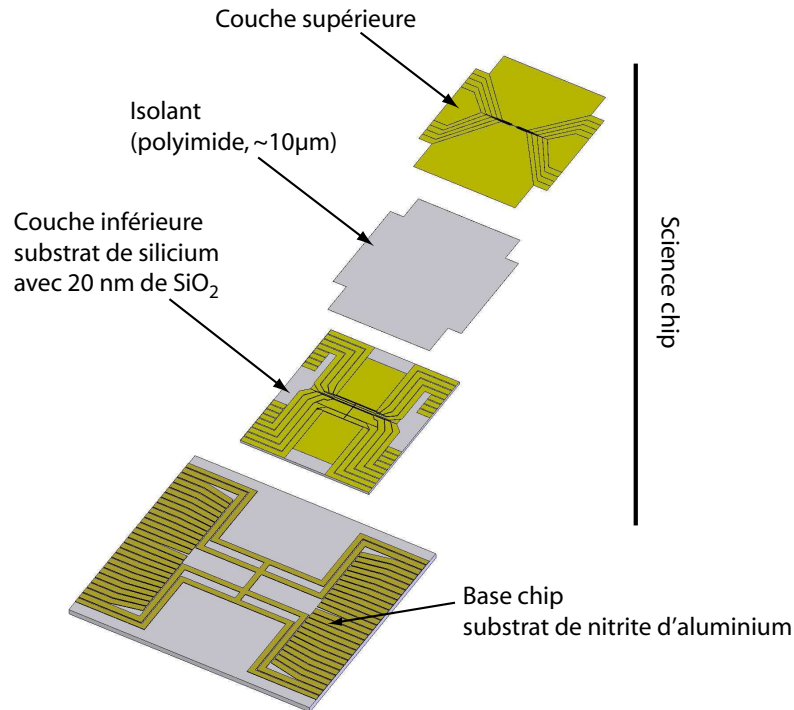


Figure 2.12 – Éléments composant la puce. La puce à atomes proprement dite est constituée de deux puces : une puce de base ("base chip") et une puce permettant de générer les potentiels complexes ("science chip"). Sur la puce de base, deux géométries en H imbriquées l'une dans l'autre permettent de générer des pièges en U ou en Z. Ces structures sont utilisées pour un PMO sur puce, et éventuellement un piège magnétique de grande taille. La "science chip" est constituée de deux couches. Une première couche permet de générer des pièges en Z et des dimples. Localement, ces fils permettent également de réaliser les fils de la couche inférieure de la figure (2.11). Une couche de polyimide isole cette couche de la couche supérieure, constituée de 8 fils de  $2\ \mu\text{m}$  de large et  $1\ \mu\text{m}$  d'épaisseur. Ils correspondent aux fils de la couche supérieure de la figure (2.11). Le reste de la surface est recouvert d'une couche d'or avec une qualité de surface optique, afin de servir de miroir pour le PMO.

couches de polyimide sont appliquées, avec auparavant un promoteur d'adhésion uniquement pour la première couche. Après la déposition de trois couches, la rugosité résiduelle, mesurée avec un microscope à force atomique, a une amplitude crête-à-crête de 300 nm, suffisamment faible pour les objectifs recherchés. La deuxième couche est réalisée par lithographie optique, et déposée par évaporation suivant la technique de "lift-off metallization". En plus des fils, l'ensemble de la surface est recouverte d'or, à l'exception des différents espaces d'isolation entre les fils. La couche d'or est de  $1\ \mu\text{m}$  d'épaisseur, avec des séparations de 2 à  $20\ \mu\text{m}$ . La déposition d'or par évaporation permet d'avoir des rugosités de surface plus faibles que par déposition électrochimique, et une meilleure qualité optique lorsque la puce est utilisée comme miroir.

Une fois fabriquées, les deux puces doivent être assemblées. La "science chip" est collée sur la puce de base avec une colle epoxy adaptée à l'ultraviolet et avec une bonne conductivité thermique (Epo-Tek H77S), dégazée avant application. Il convient de combler tout l'espace entre les sur-

faces afin d'éviter les fuites virtuelles dans le système à vide. La couche de colle doit être néanmoins la plus fine possible afin d'évacuer au mieux la chaleur. La puce de base sert alors de dissipateur de chaleur à la "science chip", mais permet aussi l'acheminement des courants électriques. Les pistes de la "science chip" sont connectées à celles de la puce de base par de fins fils d'or et des microsoudures, une quinzaine par piste. La figure (2.13) présente une photo de la puce une fois assemblée. D'un

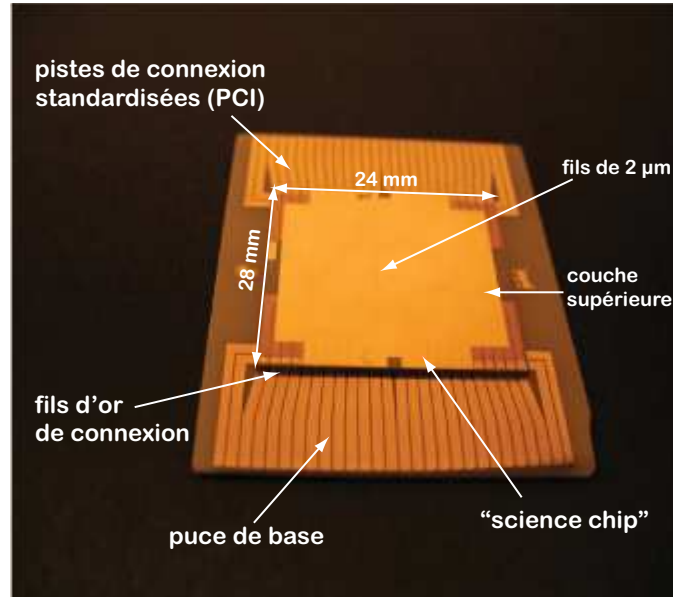


Figure 2.13 – Photo de la puce utilisées, une fois assemblée.

point de vue plus technique, l'échauffement des fils de la couche supérieure par effet Joule dépend de la géométrie, nécessitant en pratique de tester chaque fils afin de connaître les courants maximums admissibles [105].

#### 2.4.4 Double puits de potentiel pour la génération d'états comprimés

Considérons la géométrie simplifiée de la figure (2.14). Un premier fil (en jaune sur la figure (a)) est parcouru par un courant  $I_0$  et superposé à un champ de biais  $\mathbf{B}_0$ . Le fil et la composante selon  $\mathbf{u}_y$  du champ homogène génèrent un guide quadrupolaire 2D selon  $\mathbf{u}_x$ , alors que la composante selon  $\mathbf{u}_x$  permet d'obtenir un minimum de champ non nul, à la distance  $z_0 = \mu_0 I_0 / 2\pi B_y$ . Le minimum de champ est localement modifié par les courants parcourant les fils orientés selon  $\mathbf{u}_y$ . On se place désormais dans le cas particulier où les deux fils extérieurs sont parcourus par un même courant  $I_1$ , et le fil du milieu par un courant  $I_2$  de sens opposé. Dans un premier temps,  $I_2 = 0$ . Avec les orientations de la figure, chaque fil de courant  $I_1$  réduit localement la composante selon  $\mathbf{u}_x$  du champ, générant localement un minimum de potentiel, à la même distance  $z_0$  si ce courant est faible. Pour les petites distances  $z_0 \lesssim d$ , où  $d$  est la distance entre les fils extérieurs, on obtient un double puits mais dont la hauteur de barrière n'est pas ajustable. Pour des distances plus grandes, les deux minima ne forment plus qu'un. Désormais, l'ajout d'un courant  $I_2$  non nul dans le fil du milieu permet la génération d'un potentiel quartique de la forme  $V(x) = V_b(1 - (x/x_0)^2)^2$ , donc la montée d'une barrière au centre du piège, de hauteur ajustable, et détermine la distance  $2x_0$  entre les deux minima du potentiel. Pour séparer un condensat de quelques milliers d'atomes, les paramètres typiques utilisés sont  $I_0 = 100$  mA,  $I_1 = 2$  mA,  $\mathbf{B}_0 = (15, 8, 0)$  G et  $I_2 \in [0, 4\text{mA}]$ . Ce sont ces paramètres qui seront utilisés dans la suite.

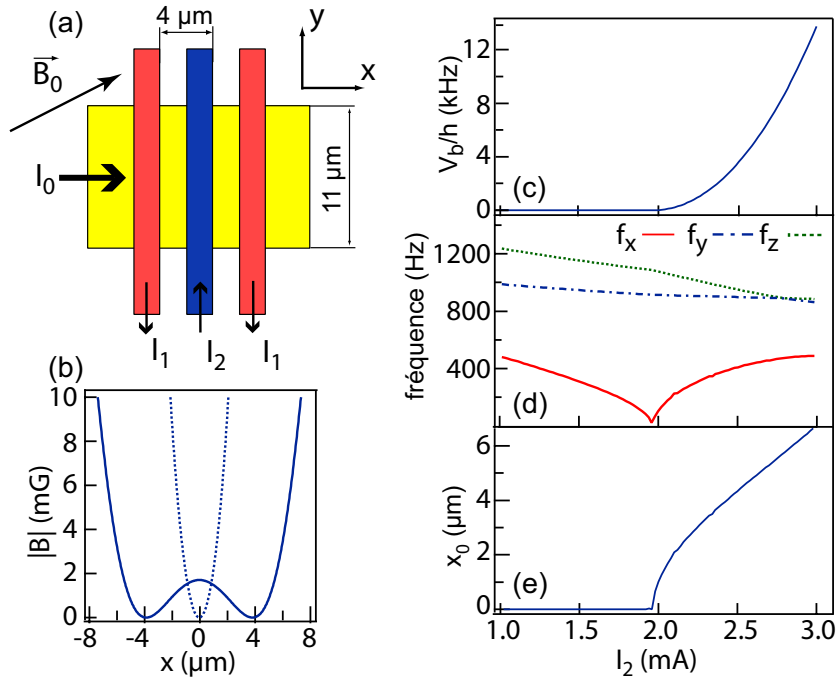


Figure 2.14 – (a) Nouvelle géométrie proposée pour réalisation un double puits de potentiel avec un champ magnétique statique uniquement. On considère des paramètres typiques:  $\mathbf{B}_0 = (15, 8, 0)$  G,  $I_0 = 100$  mA,  $I_1 = 2$  mA et  $I_2 \in [0, 4\text{mA}]$ . (b) Profil du champ généré selon l'axe  $\mathbf{u}_x$  pour les paramètres précédents et  $I_2 = 0$  mA (pointillés) et  $I_2 = 2.4$  mA (continue). (c-d-e) Hauteur de barrière  $V_b$ , fréquences du piège ( $f_x, f_y, f_z$ ) et position du minimum de potentiel  $x_0$  selon  $x$  en fonction du courant  $I_2$ , basé sur des calculs numériques en Matlab. La distance du piège à la puce est typiquement de  $10 \mu\text{m}$ .

## 2.5 Triple et quadruple puits de potentiel

Avec la même puce, il est relativement aisé de générer des triples et des quadruples puits de potentiels. Plus le nombre de puits est grand, plus les différents paramètres (en pratique les différents courants) doivent être calculés avec précision. En particulier, pour séparer un condensat en trois ou quatre, si les différents courants sont naïvement augmentés linéairement en même temps, le nuage ne sera pas également distribué dans tous les puits (voir même uniquement dans un puits). Il convient donc de calculer préalablement les différents profils temporels de courant permettant de maintenir toutes les barrières à la même hauteur à chaque instant de la montée.

Comparée aux réseaux optiques, cette géométrie permet de réaliser des potentiels asymétriques (voir figure (2.15)). En particulier, le triple puits est un système étudié théoriquement [139, 140, 141, 142] mais jamais expérimentalement dans une géométrie en ligne<sup>4</sup>. Ce système exhibe de nombreux phénomènes avec notamment une dynamique chaotique, mais également la possibilité d'observer un flux atomique non nul, avec une population du puits central quasi nulle [144, 145]. Les triples puits asymétriques ont également été étudié, avec la possibilité d'un comportement type "transistor à atomes" : un flux atomique macroscopique entre les deux puits externes peut être contrôlé par la présence ou non d'un nuage avec un petit nombre d'atomes dans le puits central [146], voir un atome unique [147, 148, 149]. À partir de quatre puits, il est possible de réaliser des géométries fermées, en carré par exemple.

<sup>4</sup>une géométrie en triangles a cependant été réalisée [143], basé sur des potentiels optiques.

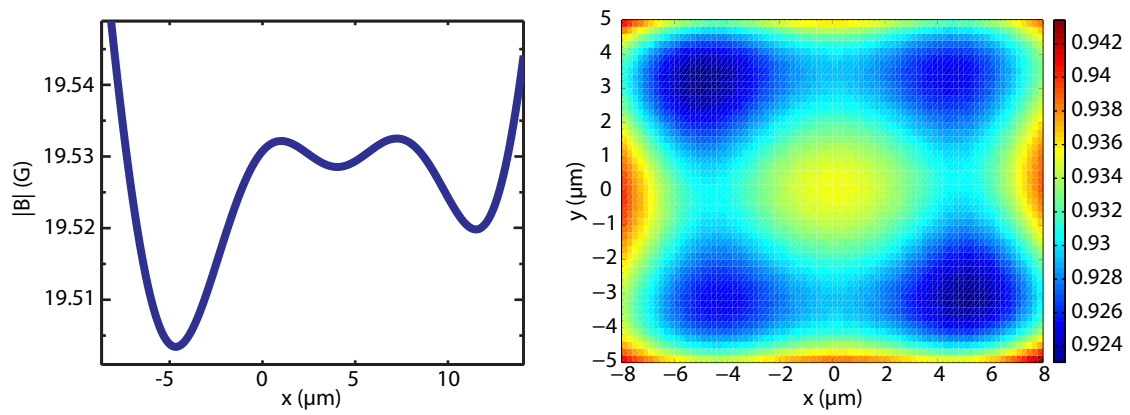


Figure 2.15 – Exemples de potentiels réalisables. À gauche, un triple puits asymétrique. À droite, quatre puits disposés en carré.

# 3

## DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

DANS l'optique d'observer directement la réduction des variances des variables conjuguées d'un état comprimé dans une jonction Josephson bosonique, il est nécessaire d'avoir une mesure de ces variables avec une précision suffisante ainsi qu'une bonne calibration absolue du nombre d'atomes, le bruit de référence étant la limite quantique standard ou bruit de grenaille atomique  $\sqrt{N_{\text{at}}}$ . Dans ce chapitre, nous allons décrire la séparation d'un condensat de Bose-Einstein en deux. Une caractérisation détaillée des potentiels a été effectuée, et sera présentée dans les grandes lignes. On ne considérera que des nuages et des condensats d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Nous décrirons également en détails le dispositif expérimental utilisé permettant une mesure précise du nombre d'atomes, condition nécessaire pour une mesure correcte des variances de la différence des populations.

## 3.1 Dispositif expérimental

### 3.1.1 Cellule

Les expériences d'atomes ultra-froids nécessitent des vides poussés, de l'ordre de quelques  $10^{-10}$  mbar au moins. Dans les premières expériences de puces à atomes, la puce était fixée sur un bloc de cuivre, lui-même fixé à l'intérieur d'un système à vide "traditionnel", limitant l'accès optique à la puce. Pour cette expérience, un système plus compact et offrant un meilleur accès optique est utilisé. La puce est directement collée sur une cellule en pyrex (Hellma 704.027-BF) ouverte sur une seule face. L'avantage du Pyrex est son faible coefficient de dilatation thermique, proche de celui du nitrite d'aluminium formant le substrat de la puce de base [106]. La face ouverte est initialement polie avec différents papiers de verre, de taille de grain dégressif (jusqu'à  $4\mu\text{m}$ ). Une fois polie, la cellule est collée sur la puce avec une colle epoxy adaptée à l'ultra-vide<sup>1</sup> (la structure conductrice étant à l'intérieur de la cellule ainsi formée). La cellule en pyrex a été préalablement percée du côté opposé avec un forêt en diamant de 23 mm de diamètre. Cette face est ensuite collée sur une transition verre-métal (Caburn DN40CF), préalablement polie, à l'aide d'une colle epoxy (Epo-Tek 353ND). La cellule ainsi formée est très compacte (figure (3.1)), permettant un bon accès optique et peut être ainsi connectée à un système à vide traditionnel (40CF). L'ensemble du collage a été réalisé par Tobias Schneider.

Par ailleurs, la dernière couche de fils est entièrement recouverte d'or, à l'exception des séparations nécessaires pour éviter les courts-circuits entre les fils. Cela permet d'avoir une surface réfléchissante pour deux faisceaux lasers à  $45^\circ$  (voir figure (3.2)). Combinés à deux faisceaux contre-propageants, horizontaux et perpendiculaires aux autres, on obtient un système laser équivalent à celui de 6 faisceaux d'un PMO traditionnel. En effet, lors de la réflexion, une polarisation  $\sigma^+$  (resp.  $\sigma^-$ ) devient  $\sigma^-$  (resp.  $\sigma^+$ ). Si les 4 polarisations des différents faisceaux sont bien choisies, il est aisé de montrer que l'on a bien la bonne configuration de faisceaux laser pour un PMO [110, 106, 138].

Enfin, un conducteur en cuivre en forme de U, ainsi qu'un bloc de cuivre complémentaire sont ensuite collés sur la surface externe de la puce. Le conducteur en U permet de générer un champ quadrupolaire alors que le bloc de cuivre assure le refroidissement de l'ensemble, lui-même refroidi par un circuit de refroidissement à eau creusé à l'intérieur du bloc.

<sup>1</sup>Epo-Tek 301

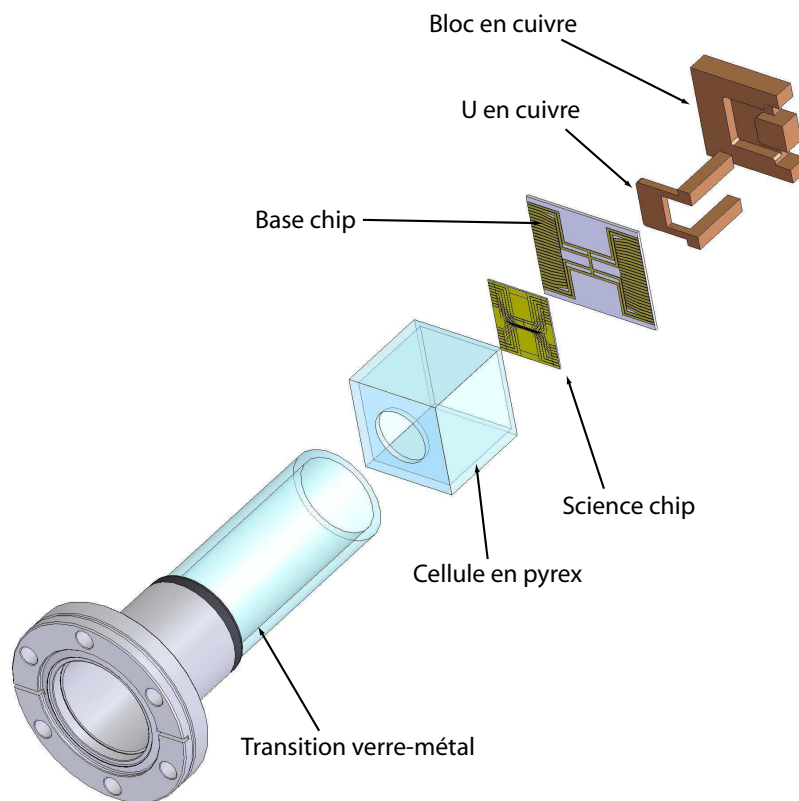


Figure 3.1 – Description schématique de la cellule. La puce est collée à une cellule en pyrex. Cette dernière est percée et collée à une transition verre-métal, lui permettant d'être connectée à une système à vide traditionnel.

### 3.1.2 Système à vide

#### Source d'atomes : le "dispenser"

La source d'atomes utilisée est un "dispenser" de la société SAES Getters (Rb/NF/3.4/12FT10+10). Ce dispositif permet de libérer un métal alcalin par simple chauffage par effet joule en les soumettant à un courant électrique. Les atomes d'alcalin, ici le rubidium, sont présents sous forme d'une poudre, mélange de chromate de rubidium et d'un agent réducteur. La réaction de réduction est activée par un chauffage de plusieurs centaines de degrés Celsius, et les atomes sont alors libérés par une fente [150]. Les dispensers sont placés dans le tube en verre de la transition verre-métal de la cellule, orientés verticalement (voir fig.(3.3)). Le rubidium est libéré à partir d'un courant seuil variant entre 2.5 et 3.5 A suivant les dispensers. Deux dispensers ont été mis en place, mais un seul fut utilisé pendant quatre ans. Ils sont connectés à un passage électrique ultravide par des fils de cuivre, avec une isolation en Kapton. Le courant utilisé était typiquement de 2.8 A. Cependant, même si ce procédé à l'avantage d'être extrêmement simple, un nombre non négligeable d'impuretés sont libérées avec le rubidium. Empiriquement, l'expérience se comporte mieux lorsque le dispenser est allumé régulièrement, tout les jours pendant plusieurs heures. A contrario, lorsque le dispenser a été éteint pendant un ou deux jours (après un week-end), l'expérience est difficile à stabiliser la première journée. Ceci



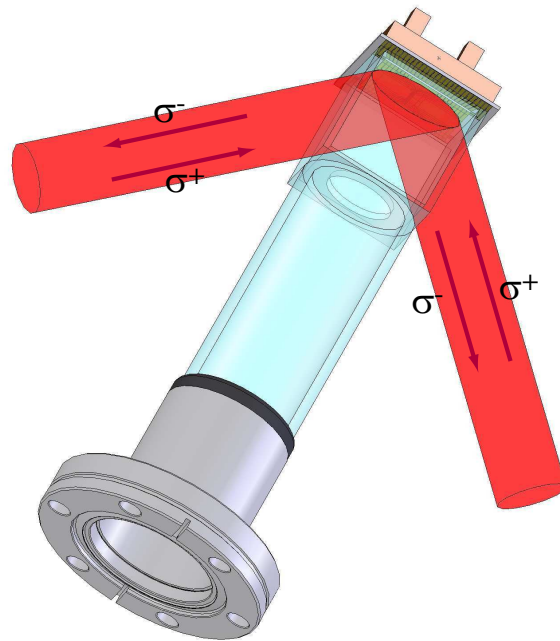


Figure 3.2 – Principe du "mirror-MOT". La puce permet de réfléchir un faisceau laser. Ainsi, si deux faisceaux laser sont dirigés vers la puce à 45°, les faisceaux réfléchis changent de polarisation. On obtient alors un système équivalent de deux paires de faisceaux contre-propageants se croisant à 90°. Si deux faisceaux (dit "horizontaux") sont rajoutés, perpendiculaires au plan formé par les deux précédents, alors on obtient un système équivalent à 6 faisceaux d'un piège magnéto-optique traditionnel, à condition que les différentes polarisations soient convenablement choisies.

peut être attribué à l'observation empirique de Philipp Treutlein à Munich, selon laquelle la pression d'impuretés diminue lorsque le dispenser est utilisé régulièrement pendant plusieurs semaines.

### Enceinte à vide

La cellule est reliée à une croix à 6 voies à laquelle sont connectés une jauge de pression (Leybold IoniVac IE514), une fenêtre dessous pour avoir un accès optique à la cellule et un passage électrique permettant d'alimenter le dispenser de Rubidium. Cette croix est reliée à une croix à 4 voies. Cette dernière permet de connecter une pompe à sublimation de Titane (MECA2000 PFT3) et deux vannes. Une de ces vannes permet d'isoler la pompe ionique du système à vide si besoin est, alors que l'autre permet la connection d'une pompe turbo pour le pompage initial. L'ensemble est décrit schématiquement dans la figure (3.4).

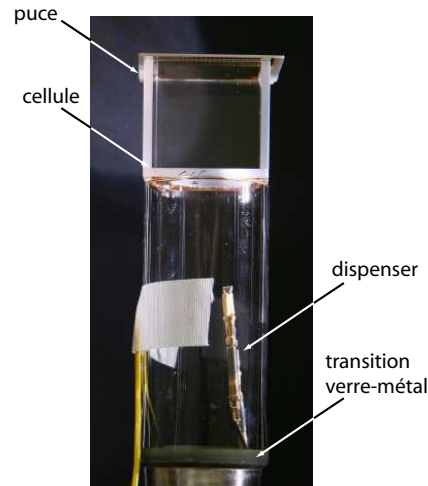


Figure 3.3 – Photo de la cellule une fois assemblée au système à vide. Le dispenser est alimenté à l'aide de fils de cuivre, avec une isolation en Kapton, reliés à l'extérieur grâce à un passage électrique ultravide.

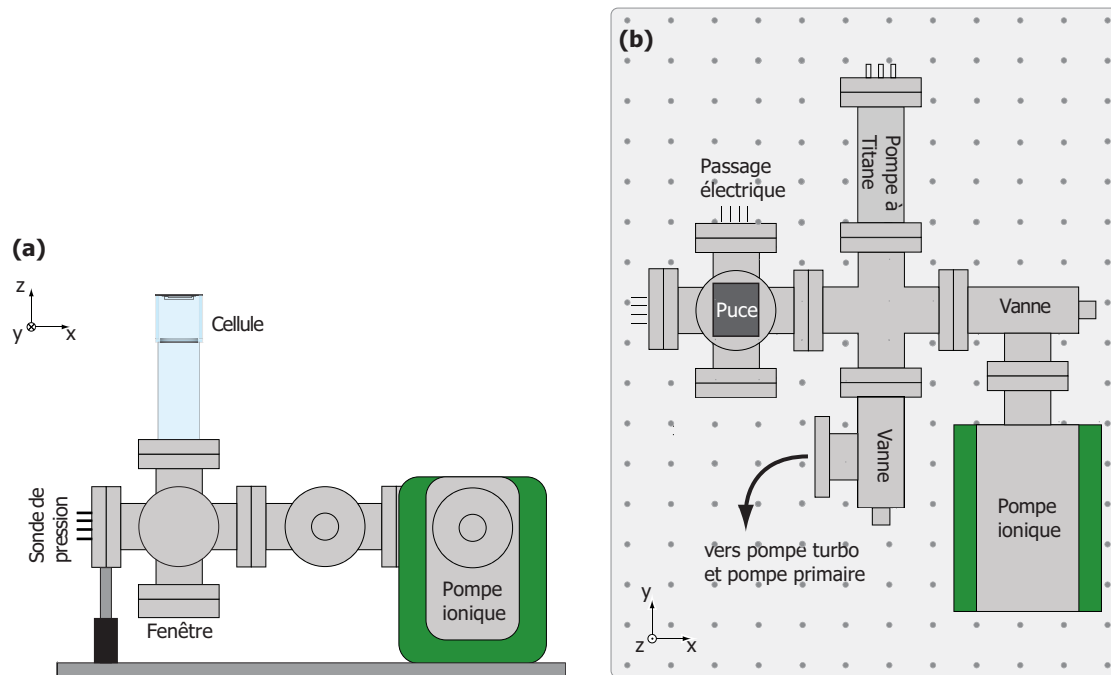


Figure 3.4 – Description schématique du système à vide. (a) Vue de côté. (b) Vue de dessus.

### Pompes

L'ensemble de l'enceinte à vide est pompée par une pompe ionique d'un débit de 25 l/s (MECA2000 PID25). Une vanne permet de connecter une pompe turbo elle-même pompée par une pompe primaire. La mise sous vide de l'ensemble provient du pompage primaire, suivi de la mise en route de la turbo. Une fois la pression suffisamment basse, la pompe ionique peut être allumée.

### Étuvage - Pression résiduelle

Le système à vide est étuvé en deux étapes. Dans un premier temps, la cellule est remplacée par une bride en acier, et l'ensemble est étuvé entre 150 et 200°C pendant une dizaine de jours. La température est alors limitée par la température de désaimantation des aimants de la pompe ionique. Durant l'étuvage, le système est pompé par une pompe turbo. Lorsque la pression est suffisamment basse ( $\lesssim 10^{-7}$  mbar), la pompe ionique est mise en marche. Pendant l'étuvage, les dispensers sont dégazés et activés en faisant circuler 5 A pendant 5 min dans chacun. De même, les filaments de titane sont dégazés en faisant circuler dans chacun 40 A pendant quelques minutes. Après ce premier étuvage, le système à vide est ouvert sous un flux continu d'azote gazeux et la cellule est mise en place. L'ensemble est alors étuvé une deuxième fois mais à des températures plus basses ( $\lesssim 100^\circ\text{C}$ ), limité par la température de transition vitreuse de la colle epoxy.

Après étuvage de l'enceinte, la pression résiduelle au niveau de la sonde de pression est de l'ordre de  $2 \times 10^{-9}$  mbar. Après sublimation de titane, la pression peut chuter jusqu'à environ  $5 \times 10^{-10}$  mbar, et remonte lentement jusqu'à  $2 \times 10^{-9}$  mbar après environ une semaine. Néanmoins, la pompe à sublimation de titane n'est pas utilisée, favorisant la stabilité plutôt que la quantité d'atomes piégés et condensés, afin que les conditions de l'expérience soient les mêmes d'un jour sur l'autre, et de ne pas fausser l'analyse de données prises sur plusieurs jours ou semaines.

### 3.1.3 Bobines de champ homogène

La cellule en verre est entourée de trois paires de bobines en fil de cuivre émaillé permettant de générer des champs magnétiques homogènes. Le choix des bobinages résulte du compromis entre le champ réalisable avec des courants raisonnables et l'effet inductif des bobines. Les champs utilisés sont typiquement de quelques dizaines de gauss. Des sources commerciales peuvent être optimisées pour une charge donnée, mais dans notre cas, des sources non-commerciales permettent d'avoir des temps de coupure raisonnables de l'ordre de 1 ms.

Le support mécanique et les bobines elles-mêmes ont été récupérés de l'ancienne expérience de détection d'atomes uniques de Munich, réalisées par Tilo Steinmetz [151]. Les bobines sont respectivement de 47 tours selon  $\mathbf{u}_z$  (3 G/A,  $R = 0.59 \Omega$ ), et de 118 tours selon  $\mathbf{u}_y$  (20 G/A,  $R = 1.1 \Omega$ ). Selon  $\mathbf{u}_x$ , nous disposons de deux paires de bobines différentes : une de 87 tours (9.65 G/A,  $R = 1.43 \Omega$ ) et une de 50 tours (5.37 G/A,  $R = 3.43 \Omega$ ). Les deux paires ont été testées pour piéger des atomes, et ce fut la paire à 9.65 G/A qui fut choisie, permettant un meilleur chargement du piège. Pour réduire les effets de dérive thermique, le support des bobines est refroidi par un circuit d'eau froide, en flux continu. Les bobines sont elles-mêmes en contact thermique avec le support par le biais d'une graisse thermique.

Dans l'absolu, il devrait être possible de générer les champs de biais avec des fils sur la puce, permettant une avancée supplémentaire dans la miniaturisation des dispositifs, un temps de coupure bien plus rapide, ainsi qu'un meilleur accès optique à la puce. En pratique, les gradients des champs créés par les fils sont toujours importants, et le champ généré ne sera pas homogène sur l'ensemble de l'espace utile. Il faudrait calibrer en tout point de l'espace le champ généré afin de l'ajuster lors d'un déplacement spatial d'un nuage. Même si cela est réalisable, l'utilisation de bobines externes était suffisante pour éviter une complexification supplémentaire.

### 3.1.4 Blindage magnétique

Les fluctuations de champ magnétique extérieur peuvent perturber le potentiel des atomes, et donc réduire fortement la stabilité du double puits que l'on cherche à générer. De plus, le nombre d'atomes et la température du nuage à la fin du refroidissement évaporatif sont sensibles aux fluctuations du

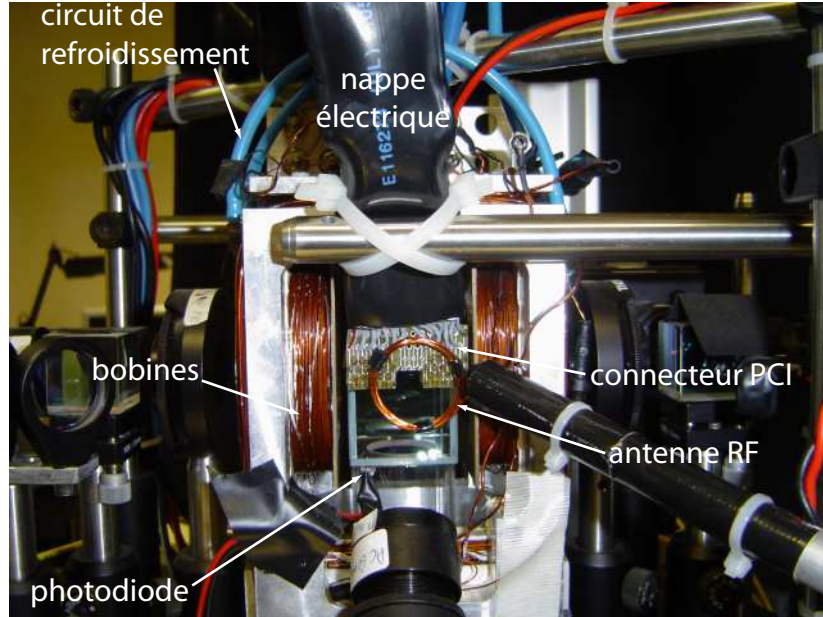


Figure 3.5 – Aperçu de la géométrie des bobines. Une photodiode est placée en dessous de la cellule. Elle permet de collecter la lumière diffusée par la puce. Elle permet ainsi d'obtenir un signal permettant d'optimiser le couplage des fibres optiques sans avoir à ouvrir le blindage.

champ au fond du piège [152]. Dans les expériences envisagées dans ce mémoire, le nombre d'atomes dans le condensat est de  $10^3$  à quelques dizaines typiquement. Les fluctuations du champ magnétique externe ne permettraient pas d'atteindre de tels nombres d'atomes avec une bonne stabilité. Typiquement, les fluctuations au niveau de la cellule seraient de  $\pm 5$  mG (mesuré par Y. Colombe et T. Steinmetz [151]). Afin d'éviter que ces fluctuations ne perturbent le potentiel, un blindage magnétique entoure la cellule. Des formules analytiques existent pour calculer le facteur de blindage dans le cas d'une géométrie cylindrique [153, 154, 155, 156]. On considère un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ , fabriqué en Mumetal d'épaisseur  $d$ , de perméabilité relative  $\mu_r$ . D'après [156], le facteur de blindage transverse est

$$S_t = \frac{\mu_r d}{2R}. \quad (3.1)$$

Pour les facteurs de blindage axiaux, la référence [156] ne donne des formules analytiques que dans le cas où  $h/R > 2$ . Notre géométrie est telle que  $h \approx 2R$ , soit  $S_t = 1.13S_a$ . De le cas d'un blindage multicouche, le calcul se généralise aisément [157]. Tobias Schneider a réalisé ces calculs afin de choisir la géométrie du blindage de l'expérience. Il est constitué d'un cylindre en 4 parties, toutes formées de Mumetal de 2 mm d'épaisseur, de diamètre intérieur 50 cm, et de hauteur 30 cm. La base est constituée de deux planques s'emboîtant autour de la base de la transition verre-métal de la cellule. La table optique supportant les bobines et l'ensemble des optiques de refroidissement et de détection est à l'intérieur du blindage, et prise "en sandwich" par la partie supérieure du blindage, formée de deux demi-cylindres s'emboîtant (voir figure (3.6)). Le facteur de blindage mesuré est de l'ordre de 20 environ.

Au début de chaque séquence, un champ magnétique uniforme oscillant, dont l'amplitude décroît exponentiellement, est appliqué. L'amplitude initiale de chaque bobine est supérieure d'environ 20% à l'amplitude maximale utilisée ensuite dans la séquence. Cela permet grossièrement de désaimanter le champ rémanent en début de séquence, et de le fixer à une valeur identique, in-

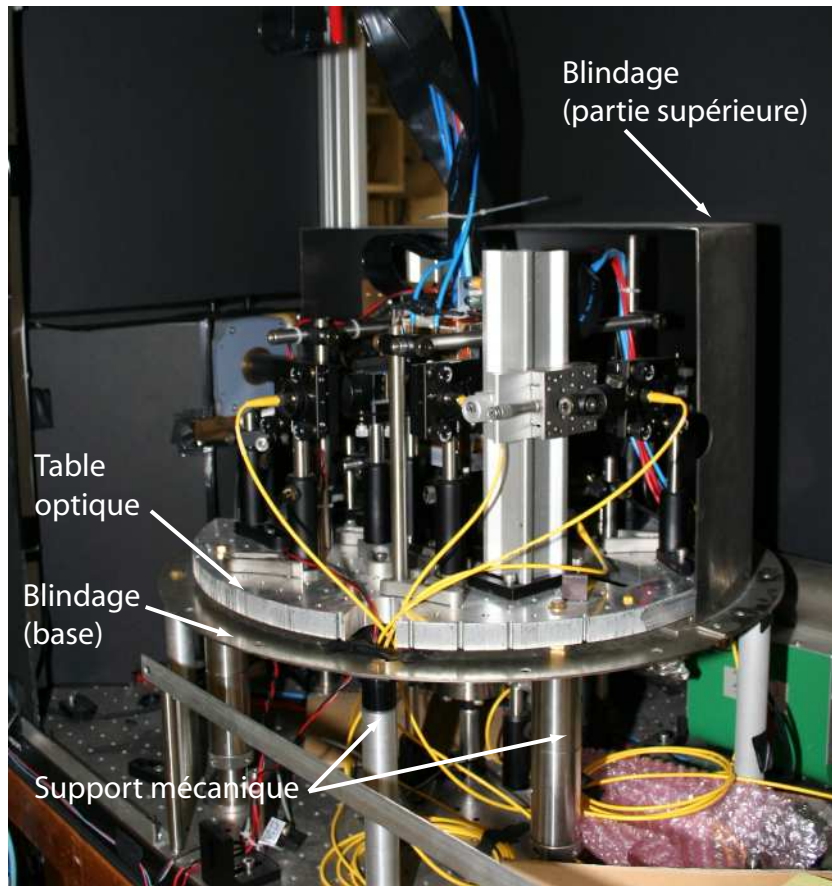


Figure 3.6 – Géométrie du blindage. Seul un demi-cylindre supérieur est en place.

dépendante de la séquence ultérieure. Même si aucun effet dû au champ rémanent n'a été observé, cette précaution a quand même été prise.

### 3.1.5 Système optique

Le système optique utilisé correspond au système optique "de base" pour une expérience de puce à atomes. Il a été conçu pour pouvoir piéger et détecter les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . La figure (3.7) en est un schéma simplifié.

#### Système maître-esclave

Le laser dit "maître" est une diode laser (Hitachi HL 7851G) montée sur réseau en configuration Littrow (Diode laser en Cavité Etendue LDEC). La diode est asservie en température avec un module Peltier et un PID commercial (Toptica DTC 110). L'asservissement du courant est lui réalisé par un PI non commercial du groupe de T.W. Hänsch (Max-Planck-Institut für Quantenoptik et Ludwig-Maximilians-Universität München), réalisé par Anton Scheich. La fréquence du laser est asservie par un signal d'erreur généré par détection synchrone radio-fréquence d'un spectre d'absorption satur e d'une cellule de Rubidium. Le courant est modulé pour générer le signal d'erreur. La rétroaction se fait sur le réseau, avec une cale piezo-électrique, pour les basses fréquences et sur le courant de la diode pour les fréquences plus  lev es. Le faisceau est rendu cylindrique après un passage à travers

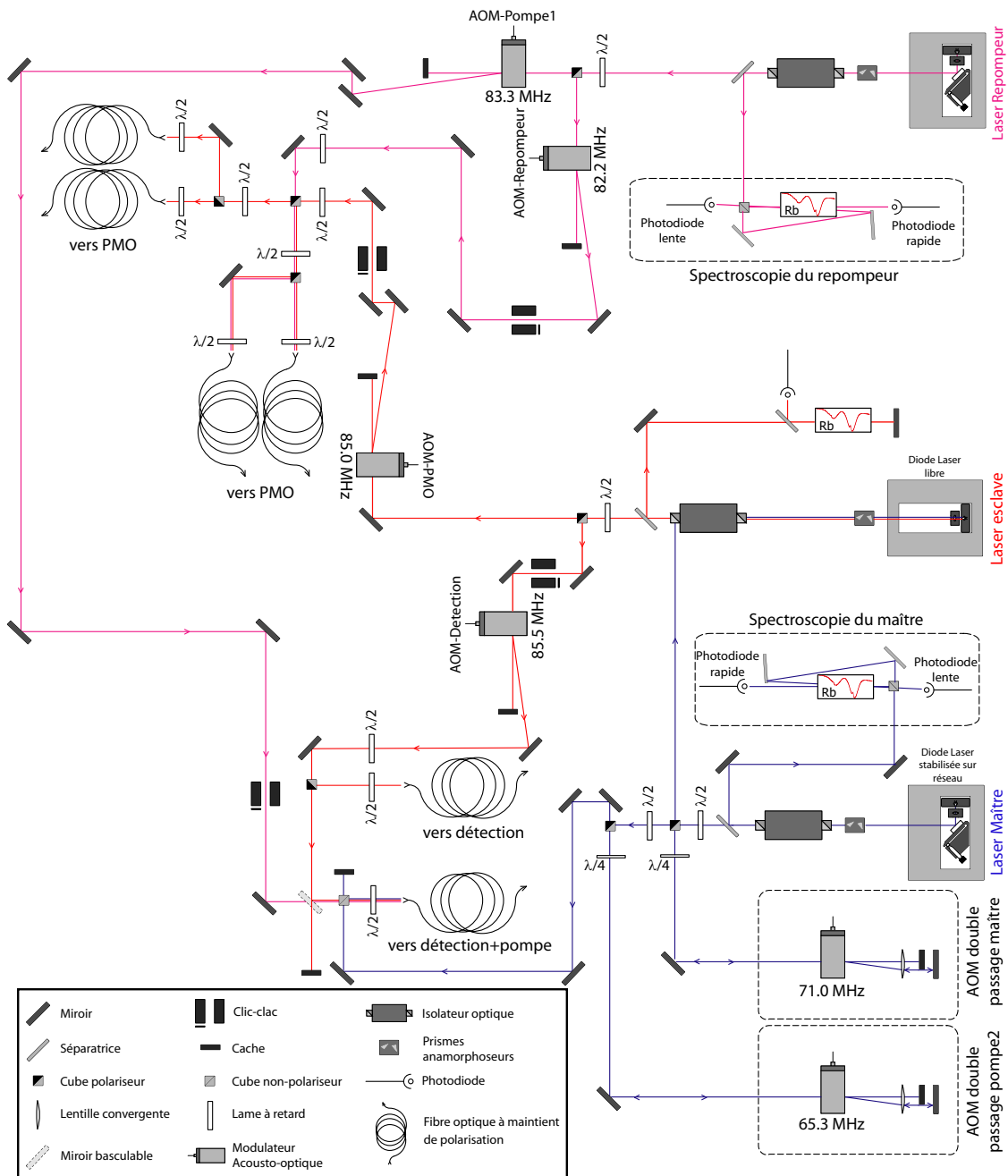


Figure 3.7 – Description simplifiée de la table optique.

une paire de prismes anamorphoseurs, et traverse un isolateur optique pour éviter tout retour dans la diode, pouvant la perturber. La puissance typique en sortie de l'isolateur est de l'ordre de 15 mW. Ce faisceau maître passe ensuite dans un modulateur acousto-optique en double-passage, avant d'être injecté dans un autre diode laser (Sharp GH0781JA2C), mais libre cette fois-ci, constituant le laser dit

"esclave". Cette configuration permet de faire varier la fréquence de l'esclave sans changer la direction du faisceau laser. L'esclave, tant qu'il est bien injecté, possède la largeur spectrale du maître tout en gardant la puissance de la diode libre. Après passage au travers de prismes anamorphoseurs et d'un isolateur optique, la puissance obtenue est de l'ordre de 35 mW (contre 50 mW pour la diode non-injectée). Par rapport à la fréquence de transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , la plage sur laquelle l'esclave reste injecté va de  $-13.5\Gamma$  à  $+4\Gamma$ , où  $\Gamma$  est la largeur naturelle de la transition. La largeur de raie en sortie de l'esclave est mesurée comme étant d'environ  $250 \text{ kHz}^2$ .

### Laser refroidisseur

Les faisceaux de refroidissement sont issus de l'esclave après passage dans un modulateur acousto-optique (AOM) de fréquence fixe. La puissance totale est de l'ordre de 28 mW après l'AOM. Leur fréquence est désaccordée de quelques  $\Gamma$  par rapport à la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Les faisceaux sont ensuite séparés en quatre et couplés à des fibres optiques à maintien de polarisation.

### Laser repompeur

La transition de refroidissement n'étant pas strictement cyclique, les atomes peuvent retomber dans le sous-niveau hyperfin  $F = 1$ . Un laser dit "repompeur" permet alors de saturer la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  afin de qu'ils soient repompés dans le niveau  $F = 2$ . Ce faisceau provient d'une troisième diode laser, également montée sur réseau en configuration Littrow et asservie en température. Sa fréquence est asservie sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ , par spectroscopie d'absorption saturée (rétroaction sur réseau et courant). Le signal d'erreur est également généré par détection synchrone d'une spectroscopie d'absorption saturée, par modulation radio-fréquence du courant. Après passage à travers un modulateur acousto-optique, environ 10 mW sont couplés à deux fibres optiques seulement, parmi les quatre mentionnées précédemment.

### Pompage optique

Le faisceau de pompage permet de pomper les atomes dans un état piégeable magnétiquement. Deux états peuvent être utilisés :  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Pour pomper dans l'état  $F = 2$ , un seul faisceau est nécessaire, provenant directement du maître après un double passage dans un modulateur acousto-optique, pour être résonnant avec la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$ . Il est ensuite couplé à une fibre optique à maintien de polarisation. Pour pomper dans l'état  $F = 1$ , un deuxième faisceau est nécessaire, résonnant avec la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 1$ . Il est cette fois issu du laser repompeur, et après simple passage dans un modulateur acousto-optique, il est couplé à la même fibre que l'autre faisceau de pompe.

### Détection

Les faisceaux de détection sont au nombre de deux, issus de l'esclave, à la fréquence de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  après un simple passage dans un modulateur acousto-optique. Ils permettent l'imagerie selon deux axes orthogonaux après couplage à deux fibres à maintien de polarisation. Une de ces deux fibres correspond à la même fibre utilisée pour les faisceaux de pompage optique.

<sup>2</sup>La largeur de raie est estimée en mesurant le spectre du battement entre le maître et une autre diode laser, avec un asservissement similaire. De la largeur du spectre mesuré, en supposant que les deux lasers ont la même largeur de raie, on en déduit aisément une estimation de la largeur de raie de l'esclave.

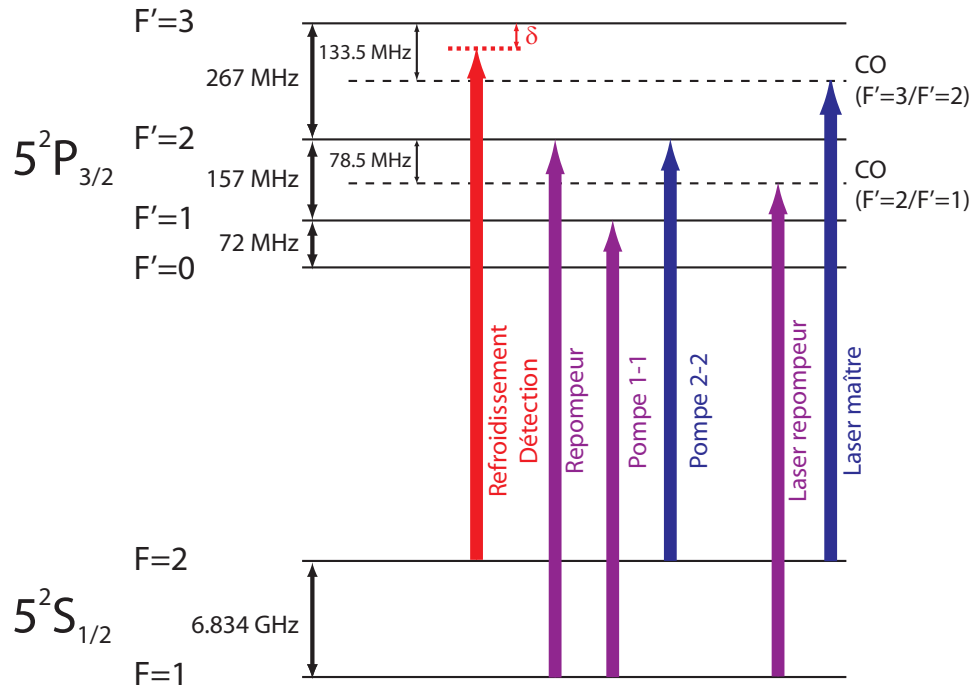


Figure 3.8 – Fréquences des différents faisceaux générés par le banc optique. Le refroidissement et la détection sont accordés sur une transition cyclante avec un désaccord  $\delta$ , positif pour la détection et négatif pour le refroidissement. Ils sont issus du laser esclave. Le faisceau repompeur est résonnant avec la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ , et est issu du laser du même nom. Le faisceau de pompe 1-1 est accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 1$ , et est issu du laser repompeur. Le faisceau de pompe 2-2 est accordé sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$ , et est issu du laser maître. Le laser maître est asservi sur le cross-over des transitions  $F = 2 \rightarrow F' = 2$  et  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Le laser repompeur est asservi sur le cross-over des transitions  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  et  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ .

### Coupure des faisceaux

Les faisceaux sont coupés au moyen des différents modulateurs acousto-optiques mentionnés précédemment, en éteignant la modulation radiofréquence de ces derniers. On obtient un temps de coupure inférieur à 100 ns. Néanmoins, même en l'absence de radiofréquence, une partie de la lumière est diffractée dans l'ordre couplé à la fibre, perturbant les atomes piégés. Des obturateurs mécaniques sont donc ajoutés, permettant d'obturer physiquement les faisceaux avant la fibre. Leur temps de coupure est plus long (de l'ordre de quelques centaines de micro-secondes), mais améliore nettement la durée de vie du piège magnétique. Les différents obturateurs mécaniques sont commandés par un contrôleur non commercial, et commandé par signaux digitaux.

### 3.1.6 Interfaçage informatique

L'expérience est contrôlée informatiquement grâce à un programme écrit par Jakob Reichel. Les signaux digitaux sont générés par une carte digitale à 32 canaux (PCI-DIO-32, National Instrument). Les signaux analogiques sont eux générés par trois cartes différentes. Une carte analogique de 8 canaux 16 bits (PCI-6733, National Instrument) permet de contrôler les tensions de commande les plus cri-



tiques pour la stabilité du potentiel généré sur la puce. Leur résolution est de  $300\ \mu\text{V}$ . Une deuxième carte de 8 canaux 13 bits (PCI-6713, National Instrument) et une carte de 48 canaux 12 bits (PCI-6723, National Instrument) permettent le contrôle des éléments moins critiques. L'ensemble est contrôlé par un ordinateur utilisé précédemment par l'expérience "cavité sur puce" de Munich, sous Windows 2000.

### 3.1.7 Sources de courant

Un point critique de l'expérience est la stabilité du potentiel. En effet, dans un double puits de potentiel, le couplage tunnel entre les deux fonctions d'onde macroscopiques a, en première approximation, une dépendance exponentielle avec la hauteur de la barrière tunnel. Toute fluctuation excessive du potentiel est alors amplifiée exponentiellement et ne permettrait pas un couplage cohérent. D'autre part, toutes fluctuations du déséquilibre entre les deux puits entraîneront des fluctuations de la population relative et peut nuire à des expériences fines de mesures des populations. Les potentiels étant générés à partir de courants électriques, ces derniers se doivent d'être les plus stables possible.

#### Caractérisation d'une source de courant

Le bruit d'une source de courant peut être caractérisé par plusieurs grandeurs :

- *Le spectre de bruit caractérise les fluctuations sur une bande passante donnée.* En pratique, il ne contient pas les dérives à long terme, mais contient toute l'information sur la stabilité de la source. Le bruit proprement dit d'une source est l'intégrale de la densité spectrale de bruit sur une bande passante donnée. Si le bruit est blanc, la donnée du bruit intégré suffit. Si le bruit a un profil complexe spectralement, il est plus pertinent d'étudier le spectre complet, en particuliers aux fréquences importantes (fréquences du piège, fréquences de transition entre les différents sous-niveaux Zeeman,...).
- *La dérive à long terme est une information importante.* Elle permet d'estimer la stabilité lorsqu'une séquence donnée de l'expérience est répétée un grand nombre de fois. Une dérive ne nuira pas à la cohérence du couplage tunnel mais peut changer le potentiel au cours du temps et introduire un biais temporel dans le déséquilibre du double puits, et donc dans la population relative.
- *L'ondulation résiduelle en régime établi (ou "ripple").* Ce bruit est contenu dans la densité spectrale de bruit. Cependant, en pratique, le bruit d'une source est la superposition d'un bruit continu et de pics, harmoniques d'une fréquence pertinente du circuit (oscillation d'un composant ou 50 Hz résiduel). Si les pics sont fins, ils ont une amplitude spectrale importante, et c'est pour cela qu'il convient de les traiter à part. Le ripple correspond alors à l'amplitude des oscillations résiduelles une fois le régime établi.

#### Sources de courant d'intensité modérée

Ce sont des sources de quelques ampères. Elles ont été initialement conçues par Anton Scheich à Munich, et assemblées par Tobias Schneider. Ce sont des sources bipolaires permettant de délivrer un courant maximum de 3 A, avec une stabilité relative de  $1 \times 10^{-5}$  sur une bande passante de 1 Hz - 100 kHz, et une dérive relative inférieure à  $7 \times 10^{-4}$  sur 1 min. Le ripple à 50 Hz est inférieur à  $10^{-5}$  en relatif. Ces sources permettent d'alimenter des fils de la puce mais aussi des bobines générant les champs magnétiques homogènes. Une source bipolaire commerciale FuG (NLB 140-35, 35V-4A) a été modifiée pour être adaptée à une charge de  $1.5\ \Omega$ , 2 mH. Elle permet d'alimenter une paire de bobine

avec un temps de coupure de champ raisonnable. Le temps typique de coupure des champs avec les différentes sources mentionnées auparavant est de l'ordre de la milliseconde. Une autre source commerciale (High Finesse BCS 5/5, bipolaire 5V/5A) est utilisée pour le piège en U de la puce de base, nécessitant un courant de 5 A.

### Sources de courant de faible intensité

Pour générer un double puits de potentiel avec la géométrie décrite précédemment, des courants de quelques mA seulement parcourent les fils de la deuxième couche de la "science chip". La stabilité du potentiel sera inhérente à la stabilité des sources délivrant ces courants. Les courants sont suffisamment importants pour permettre l'utilisation de composants répandus mais aussi suffisamment faibles ( $< 10$  mA) pour utiliser des composants bas-bruits traditionnellement utilisés pour des signaux en tension. Des sources bipolaires pouvant délivrer jusqu'à 10 mA ont été conçues par G. Edward Marti. Un simple amplificateur d'instrumentation bas bruit (OP27E) et une résistance de mesure de précision (Vishay RS92, 1 k $\Omega$  0.01%, 1ppm/ $^{\circ}$ C) permettent d'obtenir des sources aux très bonnes performances. La dérive mesurée de ces sources est d'environ 100 nA sur 10 heures. Le spectre de bruit a été mesuré à l'aide d'un analyseur de spectre basses fréquences (Standford Research System SRS760), mesurant le bruit d'une charge de 100  $\Omega$  (correspondant à la résistance des fils de la puce). Sur une bande passante de 10 kHz, le bruit est blanc d'amplitude 8.7 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , à comparer au bruit de l'analyseur de spectre de 5.7 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . On peut donc extrapoler un bruit propre à la source de l'ordre de 6.6 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , soit 66 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Ce résultat est cohérent avec les données constructeurs des composants, prédisant 60 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , le bruit de Johnson-Nyquist de la résistance de mesure étant négligeable (13 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ). Le temps de coupure mesuré des sources est de l'ordre de 1  $\mu$ s.

### Contacts électriques

Le point névralgique des contacts électriques est une boîte de connexion non-commerciale. Les courants d'alimentation des bobines sont acheminés par des câbles bananes commerciaux (2 mm de diamètre). Des orifices de 3 cm de diamètre dans la base du blindage permettent l'acheminement des câbles vers les bobines. Les courants de la puce de base sont acheminés à la boîte par des connexions bananes, par l'intermédiaire de fusibles de 6.3 A. Les courants de la "science chip" sont acheminés par des câbles blindés à deux fils, et des connecteurs DIN-3. Le blindage des câbles est en contact électrique uniquement du côté de la boîte de connecteurs, servant de point de référence électrique [158]. La carcasse des sources de courant n'est pas connectée au blindage des câbles. Chaque connecteur DIN-3 femelle est associé à un fil de la puce, et passe par deux fusibles (un par connexion) adaptés au courant maximal que peut supporter le fil considéré. Il convient de prendre garde au choix des fusibles, l'expérience montrant qu'en général ils fondent pour des valeurs bien supérieures à leur spécifications. Enfin, un interrupteur permet de court-circuiter le fil. L'ensemble des connexions sont ensuite reliées à deux connecteurs sub-D25.

L'ensemble des courants des fils de la puce est acheminé par une nappe électrique blindée (Radiospares 170 – 6951), adaptée à un connecteur sub-D25 du côté de la boîte de connecteurs et un connecteur PCI du côté de la puce, s'insérant directement. Le blindage de la nappe est en contact électrique avec la boîte de connecteurs. Le connecteur PCI provient d'un connecteur standard d'ordinateur, découpé afin de coïncider avec les dimensions de la puce, et fraisé en son milieu afin de permettre l'accès optique proche de la surface la puce. Le courant maximal admissible du connecteur PCI est théoriquement de 1 A. Mais pour des temps courts (quelques dizaines de millisecondes), des courants bien plus importants peuvent être supportés (jusqu'à 5 A).

## 3.2 Détection

Toutes les informations extraites expérimentalement pour des condensats de Bose-Einstein gazeux sont basées sur des méthodes de détection optique. La description de l'interaction entre un faisceau laser et un condensat est suffisamment élaborée pour permettre le développement d'un grand nombre de méthodes d'imagerie.

### 3.2.1 Interaction laser-atome

L'interaction entre un faisceau laser et un atome se traduit par trois phénomènes : l'absorption de photons, l'émission spontanée de photons et le déphasage de l'onde. À ces trois phénomènes, on associe trois types d'imagerie, à savoir l'imagerie par absorption, l'imagerie par fluorescence et les méthodes d'imagerie de phase. Il est possible de décrire simplement l'interaction entre les atomes et la lumière à l'aide d'un indice de réfraction optique  $n_{\text{opt}}$  [159, 28]. Pour des nuages dilués, et donc  $n_{\text{opt}} - 1 \ll 1$ , l'indice de réfraction d'un système à deux niveaux, dans l'approximation de l'onde tournante, devient

$$n_{\text{opt}} = 1 + \frac{\sigma_0 n \lambda}{4\pi} \left( \frac{i}{1 + \left(\frac{\delta}{\Gamma/2}\right)^2} - \frac{\frac{\delta}{\Gamma/2}}{1 + \left(\frac{\delta}{\Gamma/2}\right)^2} \right), \quad (3.2)$$

où  $\sigma_0$  est la section efficace et  $\delta = \omega - \omega_0$  le désaccord par rapport à la fréquence de résonance. Cette équation n'est valable que dans la limite des faisceaux sonde de faible amplitude et ne tient pas compte de la saturation de la transition. L'indice du nuage induit alors un effet "lentille", ayant tendance à modifier la propagation des rayons lumineux. Dans tout ce qui suit, on supposera les nuages suffisamment dilués pour négliger cet effet. Les atomes atténuent l'amplitude du champ incident  $E_0$ , et induisent un déphasage selon

$$E = t E_0 e^{i\phi}. \quad (3.3)$$

Le coefficient  $t$  et la phase  $\phi$  dépendent du produit de la densité colonne  $n$  (densité atomique intégrée selon l'axe de détection) et de  $\sigma_0$ . On obtient aisément

$$t = e^{-D/2} \quad \text{et} \quad \phi = -\frac{\delta}{\Gamma} D, \quad (3.4)$$

avec  $D$  la densité optique définie selon

$$D = \frac{n \sigma_0}{1 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2}. \quad (3.5)$$

Les capteurs optiques ne sont sensibles qu'à l'amplitude du champ électrique, et donc à  $t$  dans le cas considéré. Les méthodes basées sur la mesure de  $t$  sont les imageries par absorption. Des techniques plus élaborées permettent d'accéder à l'information en phase, bien plus riche, telle que le contraste de phase [160]. Ces techniques ne seront pas discutées ici, leur principe de base étant décrit dans [28].

### 3.2.2 Imagerie par fluorescence

C'est une méthode de détection où le laser est résonant, mais au lieu de mesurer les photons "manquant" (imagerie par absorption), ce sont les photons d'émission spontanée qui sont détectés [161, 162]. La principale contrainte de cette méthode est la parfaite connaissance de l'angle solide des photons émis et collectés par le système d'imagerie, afin de remonter au nombre d'atomes. Une

mesure précise du nombre d'atomes avec cette méthode n'est pas triviale. Il convient de bien connaître l'angle solide avec lequel les photons sont collectés, mais il faut aussi prendre garde aux réflexions parasites de lumières. Dans la géométrie de l'expérience considérée dans ce mémoire, la proximité de la surface de la puce, réfléchissante, rend la méthode plus complexe. La détection d'un faible nombre d'atomes a déjà fait l'objet de nombreuses discussions [163, 164, 165]. Le rapport signal à bruit n'est favorable aux méthodes de fluorescence que pour les très faibles nombres d'atomes, comme cela est discuté dans [165]. Dans le cas des très faibles nombre d'atomes, voire de l'atome unique, l'utilisation de cavité Fabry-Pérot permet d'améliorer considérablement le rapport signal à bruit d'absorption comparé aux techniques de fluorescence [151, 166, 167]. Néanmoins, en pratique, il convient néanmoins de considérer les deux méthodes au cas par cas, suivant les détails du dispositif expérimental, et suivant l'ordre de grandeur du nombre d'atomes à mesurer (atome unique, nuage de quelques dizaines ou de quelques milliers d'atomes).

### 3.2.3 Imagerie d'absorption à intensité quelconque

Dans l'imagerie d'absorption, les courants générant le piège sont brusquement éteints et les atomes, alors soumis au champ de gravité, tombent. Après temps de vol, ils interagissent avec une impulsion laser à résonance sur une transition cyclante. En "comptant" la quantité de lumière absorbée, on remonte au nombre d'atomes. En imageant alors l'ombre du nuage d'atome sur une caméra CCD, on peut ainsi remonter à la densité spatiale du nuage imagé (voir figure (3.9)).

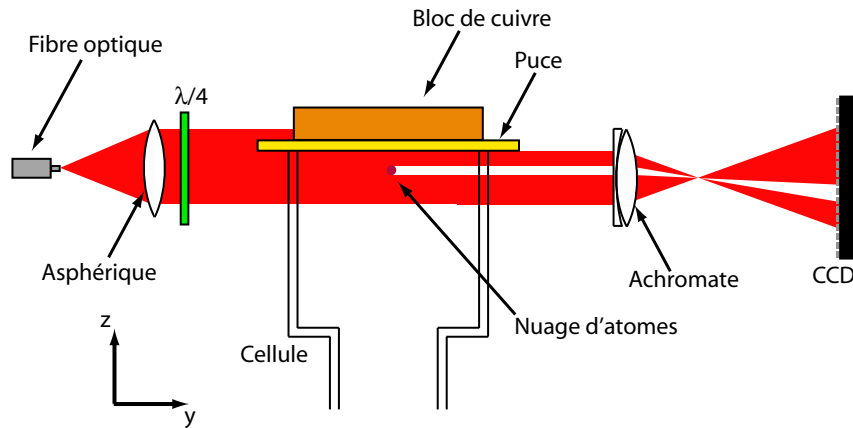


Figure 3.9 – Principe de l'imagerie par absorption.

Une première image est prise avec le nuage d'atomes, dont les grandeurs physiques correspondantes seront notées avec l'indice  $i$  (comme par exemple  $\mathcal{N}_i$  le nombre de photons incidents) pour *image*. Une seconde image est ensuite prise, une fois les atomes hors champ ou non résonnant avec le laser de détection. Les grandeurs physiques associées à cette dernière seront notées avec l'indice  $b$  pour *blanc*. Enfin, deux images sans impulsion laser est prise afin de tenir compte des coups accumulés sur chaque pixel dus aux lumières parasites et aux électrons thermiques accumulés, notées respectivement  $i, \text{fond}$  et  $b, \text{fond}$  pour *fond*. Enfin, pour tenir compte des fluctuations d'intensité entre les deux impulsions, une zone de référence sans atomes  $\mathcal{A}_{\text{ref}}$  est définie, permettant de définir un facteur de renormalisation  $R$  selon

$$R \stackrel{\text{def.}}{=} \left( \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}_{\text{ref}}} N_i^{\text{coups}}(i,j) - N_{i,\text{fond}}^{\text{coups}}(i,j) \right) / \left( \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}_{\text{ref}}} N_b^{\text{coups}}(i,j) - N_{b,\text{fond}}^{\text{coups}}(i,j) \right), \quad (3.6)$$

où  $N^{\text{coups}}(i, j)$  est le nombre de coups sur le pixel  $(i, j)$ . Les nombres de coups de l'image et du blanc sont alors renormalisés selon

$$N_{i,\text{renorm}}^{\text{coups}}(i, j) = N_i(i, j)^{\text{coups}} - N_{i,\text{fond}}^{\text{coups}}(i, j), \quad (3.7)$$

$$N_{b,\text{renorm}}^{\text{coups}}(i, j) = R \left( N_b^{\text{coups}}(i, j) - N_{b,\text{fond}}^{\text{coups}}(i, j) \right). \quad (3.8)$$

Ces renormalisations seront implicites dans la suite de cette section.

Considérons un faisceau laser d'intensité  $I$ , se propageant selon l'axe  $z$ , et un nuage d'atomes de densité  $\rho(x, y, z)$ . On a la relation suivante, obtenue à partir des équations de Bloch optique [168]

$$\frac{dI}{dz} = -\rho\sigma_0 \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} I = -\rho\sigma(I)I, \quad (3.9)$$

où  $\sigma_0$  est la section efficace et  $I_{\text{sat}}$  l'intensité de saturation de la transition utilisée. Si on note  $\omega$  la pulsation angulaire de la transition,  $\Gamma$  la largeur naturelle du niveau excité, on a

$$\sigma_0 = \frac{\hbar\omega\Gamma}{2I_{\text{sat}}}. \quad (3.10)$$

Dans le cas d'un système à deux niveaux, on a

$$I_{\text{sat}} = \frac{2\pi^2\hbar c\Gamma}{3\lambda^3}, \quad (3.11)$$

et donc

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \quad (3.12)$$

Dans le cas de la transition utilisée, on a  $\sigma_0 \approx 0.291 \mu\text{m}^2$  et  $I_{\text{sat}} \approx 1.654 \text{ mW/cm}^2$ . On définit la densité colonne  $n(x, y)$  à partir de la densité spatiale  $\rho(x, y, z)$  selon

$$n(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y, z) dz. \quad (3.13)$$

À partir de l'équation (3.9), on obtient aisément l'expression de la densité colonne en fonction de l'intensité avant le nuage  $I_b(x, y)$  et après  $I_i(x, y)$  selon

$$n(x, y) = -\frac{1}{\sigma_0} \ln \left( \frac{I_i(x, y)}{I_b(x, y)} \right) + \frac{1}{I_{\text{sat}}} \frac{(I_b(x, y) - I_i(x, y))}{\sigma_0}. \quad (3.14)$$

Si on note  $\mathcal{S}(i, j)$  la région du plan objet imagée sur le pixel  $(i, j)$ , on obtient aisément le nombre d'atomes intégré sur la surface du pixel selon

$$N(i, j) = \iint_{\mathcal{S}(i, j)} n(x, y) dx dy, \quad (3.15)$$

et

$$s = \iint_{\mathcal{S}(i, j)} dx dy, \quad (3.16)$$

la surface imagée par pixel. Si on suppose les variations du profil d'intensité très faibles à l'échelle de  $p$ , On obtient alors aisément

$$N(i, j) = -\frac{s}{\sigma_0} \ln \left( \frac{I_i(i, j)}{I_b(i, j)} \right) + \frac{s}{I_{\text{sat}}\sigma_0} (I_b(i, j) - I_i(i, j)). \quad (3.17)$$

La caméra CCD permet de mesurer, à un facteur près, le nombre de photons incidents sur un pixel donné. Les photons sont convertis en photoélectrons dans le semiconducteur avec un rendement quantique  $\eta$ . Le signal analogique est ensuite converti sous format numérique en nombre de coups, avec un gain électronique  $g$ . On a la relation suivante entre ces différentes quantités

$$N^{\text{coups}} = gN^{e^-} = g\eta\mathcal{N}, \quad (3.18)$$

où  $\mathcal{N}$  est le nombre de photons incidents sur le pixel considéré. En pratique, le système optique d'imagerie aura une transmission  $T < 1$  entre les atomes et le semiconducteur. Le nombre de photons incidents sur le pixel est légèrement inférieur à celui juste après le nuage imagé. Il convient alors de tenir compte de cette transmission selon

$$N^{\text{coups}} = g\eta T \mathcal{N}. \quad (3.19)$$

Pour une impulsion laser de détection de durée  $\tau$ , la relation entre le nombre de photons  $\mathcal{N}(i, j)$  du pixel  $(i, j)$  et l'intensité  $I(i, j)$  correspondante est triviale, selon

$$\mathcal{N}(i, j) = \frac{s\tau I(i, j)}{\hbar\omega}, \quad \text{soit } I(i, j) = \frac{\hbar\omega\mathcal{N}}{s\tau}. \quad (3.20)$$

En utilisant la relation  $\sigma_0 = \hbar\omega\Gamma/(2I_{\text{sat}})$ , on peut exprimer le nombre d'atomes intégrés sur le pixel  $(i, j)$  en fonction des nombres de coups selon

$$N(i, j) = -\frac{s}{\sigma_0} \ln \left( \frac{N_i^{\text{coups}}(i, j)}{N_b^{\text{coups}}(i, j)} \right) + \frac{2}{\Gamma\tau g\eta T} \underbrace{(N_b^{\text{coups}}(i, j) - N_i^{\text{coups}}(i, j))}_{=N_H}. \quad (3.21)$$

Le premier terme, noté  $N_L$ , est la contribution dominante aux faibles intensités, où le nombre de photons diffusés par atome est proportionnel à l'intensité, et ne dépend que de  $\sigma_0$  et du grandissement<sup>3</sup> intervenant dans  $s$ . L'avantage de travailler à faible intensité permet d'en déduire le nombre d'atomes, indépendamment des caractéristiques de la caméra. Le second terme, noté  $N_H$ , est la contribution dominante aux fortes intensités, où la transition est saturée et le taux de diffusion de photons par atome est constant. Aux intensités élevées, chaque atome diffuse des photons à raison d'un taux de  $\Gamma/2$ . En comptant le nombre de photons "manquants", on remonte aisément au nombre d'atomes. Ce terme ne dépend que de la largeur naturelle  $\Gamma$  et des caractéristiques du système optique  $g\eta T$ .

Par ailleurs, cette expression est inversable en utilisant la fonction  $\mathcal{W}$  de Lambert, permettant d'obtenir l'intensité initiale, si le nombre d'atomes et l'intensité après le nuage sont connus.

### 3.2.4 Dispositif expérimental

Deux axes de détection parallèles à la puce sont utilisés : un selon la direction du double puits (axe  $X$ ) et un perpendiculairement (axe  $Y$ ). Considérons, pour fixer les idées, la détection selon l'axe  $x$ . Un champ magnétique homogène de quantification d'environ 4 G est appliqué dans la direction  $\mathbf{u}_x$ . Le faisceau de détection est superposé aux faisceaux horizontaux du PMO (voir figure (3.10)). Un premier cube polariseur permet de superposer les deux faisceaux selon l'axe  $x$ . Le faisceau se propage selon la direction  $-\mathbf{u}_x$  d'hélicité gauche, soit une polarisation  $\sigma^+$ . Une fois la cellule traversée, un deuxième cube polariseur permet de les séparer, et dirige le faisceau de détection vers une caméra

<sup>3</sup> car  $s = p^2/G^2$ , où  $G$  est le grandissement du système optique et  $p^2$  la surface d'un pixel de la caméra.

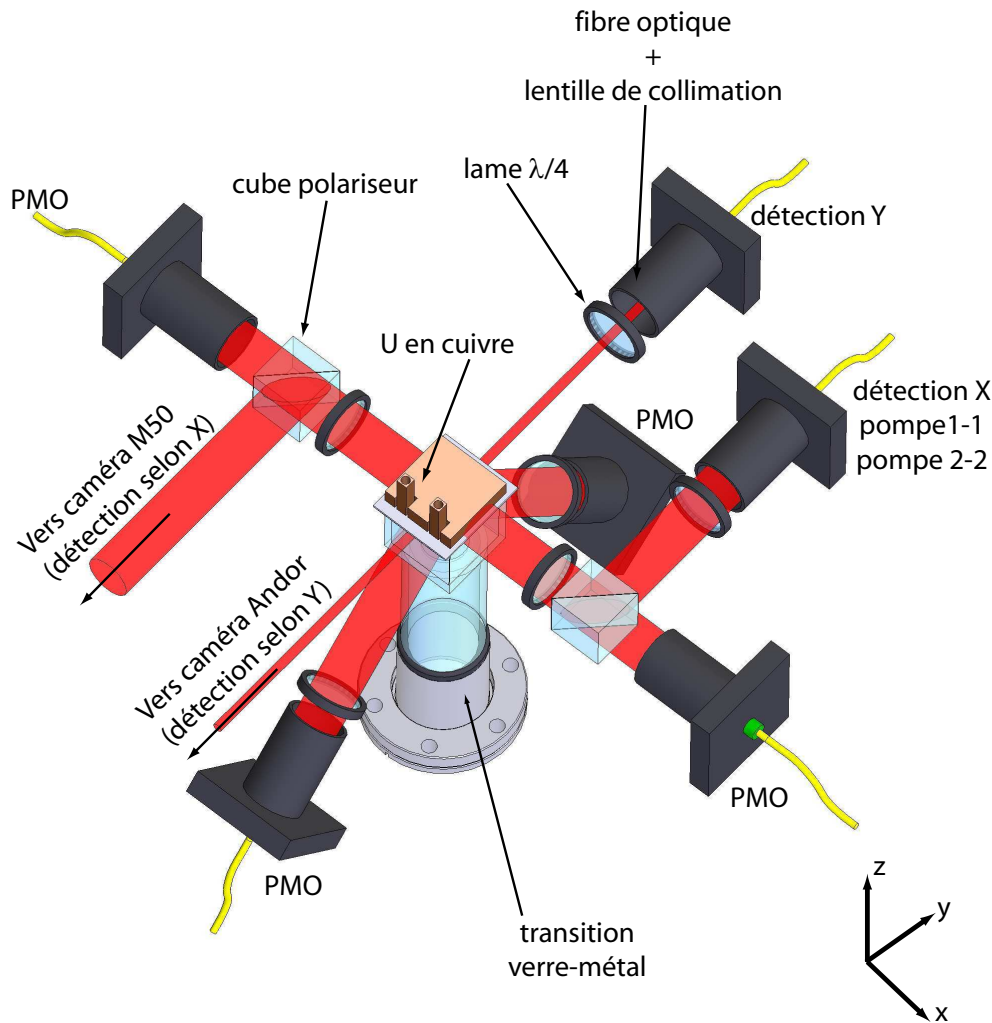


Figure 3.10 – Organisation des optiques autour de la cellule. Les faisceaux lasers sont tous issus d'une fibre optique, et collimatés avec une lentille. Les faisceaux à 45° du piège magnéto-optique sont ajustés à la bonne polarisation à l'aide de lame à retard  $\lambda/4$ , d'ordre zéro. Les faisceaux horizontaux passent à travers un cube polariseur puis une lame  $\lambda/4$ . Les cubes polariseurs permettent de coupler les faisceaux de pompe (1-1 et 2-2) et de détection selon X sur le même axe horizontal. Ces trois faisceaux sont issus de la même fibre optique. Une partie des faisceaux est diaphragmée par la puce et le bloc de cuivre. Après son passage dans la cellule, le faisceau de détection selon x est dévié par le second cube polariseur et est envoyé vers la caméra M50. Les faisceaux du PMO sont collimatés par des achromates de focale  $f = 60\text{cm}$ . Ces faisceaux ont un waist de l'ordre de 0.5 pouces, permettant l'utilisation d'optiques de 1 pouce de diamètre. Les faisceaux de pompe et de détection selon x sont eux collimatés avec un achromate de focale  $f = 30\text{ cm}$ . Le faisceau de détection selon y est issu d'une fibre indépendante, collimaté par une lentille asphérique de focale  $f = 11\text{ mm}$  (Thorlabs CFC-11-B), avant de passer à travers une lame  $\lambda/4$ , afin d'obtenir la bonne polarisation. Ce faisceau a un waist de l'ordre du millimètre.

CCD. La fréquence des faisceaux de détection est ajustée afin d'être exactement résonante avec la fréquence des atomes pour le champ de quantification utilisé. Les durées des impulsions sont typiquement de l'ordre de 10 à 200  $\mu\text{s}$ . Pour de telles durées d'impulsion, le mouvement de chute libre des atomes est négligeable.

En pratique, le profil de faisceau imageur n'est pas gaussien. La diffraction sur les bords de la

puce, ainsi que les divers réflexions parasites sur les différents éléments optiques (parois de la cellule, cubes,...) forment un système de franges modulant le profil d'intensité du faisceau de détection. Ce système de franges évolue au cours du temps (fluctuations thermiques,...). Il est donc nécessaire de prendre l'image de référence juste après l'image avec les atomes, dans un intervalle de temps le plus court possible. La contribution principale au système de franges est due à la dilatation de la cellule, due au chauffage de la puce. Les fils de la puce, parcourus par des courants de l'ordre de l'ampère pendant quelques secondes, chauffent. Lors du temps de vol, les courants sont éteints et la cellule se rétracte décalant les franges entre les deux images. Cet effet peut être atténué en remettant des courants (pas forcément aux mêmes valeurs) juste après la première image. De plus, empiriquement, certaines franges peuvent être atténuées en intercalant une lame à retard  $\lambda/4$  juste avant la caméra CCD.

Selon l'axe  $x$ , une caméra CV-M50 de la société JAI permet de détecter les atomes. Elle est constituée d'un capteur CCD monochrome de  $6.4 \times 4.8 \text{ mm}^2$  ( $752 \times 582$  pixels), avec une gamme dynamique de 8 bits, et permet l'acquisition de deux images à 50 ms d'intervalle, durée suffisamment longue pour que les atomes présents sur la première image soient hors champ lors de la prise de l'image de référence. La caméra est fixée en dessous du blindage, à l'extérieur. L'ombre du nuage est imagée sur le capteur avec un achromate de focale  $f = 50 \text{ cm}$ . L'acquisition des images et leur traitement sont réalisés à l'aide d'une carte d'acquisition PC EYE1 et d'un programme écrit par Wolfgang Hänsel [138]. L'ensemble est géré par un ordinateur sous Windows 95, anciennement utilisé par Wolfgang Hänsel et Romain Long durant leur thèse, la carte PC EYE1 nécessitant un port SCSI. Ce programme permet de calculer la densité atomique et d'en déduire le nombre d'atomes, ainsi que de sauvegarder les images et leurs paramètres. La détection selon l'axe  $x$  permet de visualiser les différents pièges magnéto-optiques et la mélasse optique. Les différents pièges ne sont que difficilement visibles selon cet axe, à cause d'un résidu de colle epoxy entre la puce et la cellule en verre. Elle permet néanmoins l'optimisation des différents pièges magnéto-optiques, et ne fut ensuite qu'utilisée à des fins de diagnostic lorsque de très faibles nombres d'atomes sont piégés.

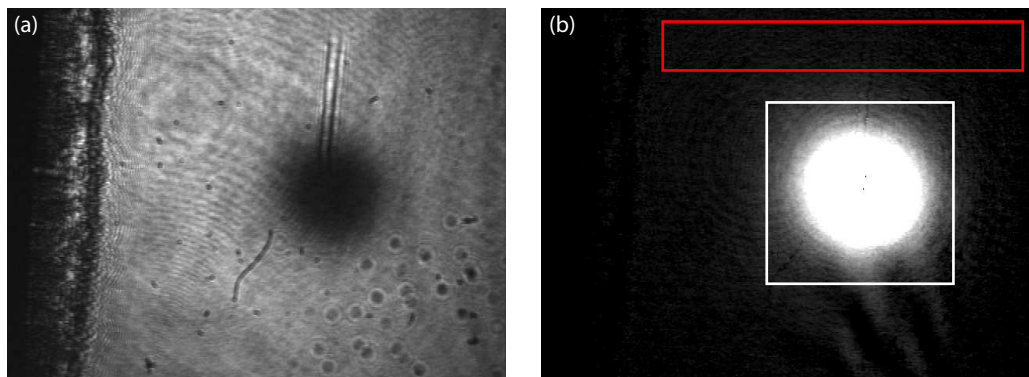


Figure 3.11 – Détection selon l'axe  $x$ . (a) Exemple d'image brute avec atomes. L'ombre du nuage d'atomes est visible, ainsi que l'ensemble des franges modulant le profil d'intensité du faisceau de détection. (b) Image de la densité optique après normalisation par l'image de référence. L'échelle de couleur en densité optique va de 0 à 1. Le rectangle blanc permet de définir la zone d'intégration du nombre d'atomes ( $\mathcal{A}$ ), alors que le rectangle rouge détermine une zone sans atomes ( $\mathcal{A}_{ref}$ ), permettant de renormaliser l'image de référence. L'image (b) correspond à un piège magnéto-optique de  $15 \times 10^6$  atomes après 2 ms de temps de vol.

Selon l'axe  $y$ , la détection est toujours basée sur une imagerie d'absorption mais poussée à son état de l'art afin d'avoir une excellente imagerie, et une mesure absolue précise du nombre d'atomes. La caméra utilisée est une iKon-M de la société Andor. Cette imagerie sera étudiée en détails dans un chapitre ultérieur.



### 3.3 Bruits de détection

#### 3.3.1 Bruit de photodétection

Le processus de photodétection est un processus aléatoire, que l'on peut étudier dans le cadre du formalisme de l'optique quantique. Il en résulte, pour un faisceau laser de puissance donnée, une distribution de probabilité du nombre de photoélectrons émis, donnant lieu à un bruit de photodétection, d'origine fondamentale. Lors du processus de photodétection, on peut montrer qu'un champ laser induit une statistique poissonnienne des photoélectrons émis [169]. On aura donc la valeur moyenne et le premier moment de la distribution selon

$$\langle N^{e^-} \rangle = N, \text{ et } \text{Var } N^{e^-} = \langle N^{e^-} \rangle. \quad (3.22)$$

#### Conséquence : bruit de détection

Ce bruit est bien connu et il est possible d'estimer sa contribution afin de la retirer quadratiquement au bruit mesuré. Pour cela, on considère deux variables aléatoires  $N_i^{\text{coups}}$  et  $N_b^{\text{coups}}$  correspondant en pratique aux grandeurs mesurées expérimentalement sur un pixel donné. D'après la relation entre le nombre de coups et le nombre de photoélectrons,  $N^{\text{coups}} = gN^{e^-}$ . On en déduit aisément le lien entre la valeur moyenne et le premier moment des nombres de coups

$$\boxed{\text{Var } N^{\text{coups}} = g \langle N^{\text{coups}} \rangle}, \quad (3.23)$$

où  $g$  est le gain de la caméra. On pose alors  $N_{i,b}^{\text{coups}} = \langle N_{i,b}^{\text{coups}} \rangle + \delta N_{i,b}^{\text{coups}}$ , avec  $\langle \delta N_{i,b}^2 \rangle = g \langle N_{i,b}^{\text{coups}} \rangle$ . On injecte ces expressions dans l'équation (3.21), pour obtenir le nombre d'atomes sur le pixel considéré  $N_{\text{at}}$  que l'on décompose en

$$N_{\text{at}} = \langle N_{\text{at}} \rangle + \delta N_{\text{at}}. \quad (3.24)$$

En pratique, la caméra utilisée possède une gamme dynamique de 16 bits, et le nombre de coups typique est de l'ordre de 30000 pour un gain proche de l'unité. En considérant  $\delta N_{i,b}^{\text{coups}}$  comme des infiniments petits du premier ordre, on obtient, en ne conservant que l'ordre le plus bas

$$N_{\text{at}} = \langle N_{\text{at}} \rangle + H \left( \langle R \rangle \delta N_b^{\text{coups}} + \langle N_b^{\text{coups}} \rangle \delta R - \delta N_i^{\text{coups}} \right) + L \left( \frac{\delta N_b^{\text{coups}}}{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle} + \frac{\delta R}{\langle R \rangle} - \frac{\delta N_i^{\text{coups}}}{\langle N_i^{\text{coups}} \rangle} \right), \quad (3.25)$$

où  $R = \langle R \rangle + \delta R$  est le facteur de normalisation entre les deux images, lui-même affecté d'un bruit  $\delta R$  et les coefficients  $L$  et  $H$  sont définis comme suit

$$L = \frac{s}{\sigma_0} \text{ et } H = \frac{2}{\Gamma \tau g \eta T}. \quad (3.26)$$

On obtient alors la variance du nombre d'atomes mesurés sur un pixel  $\text{Var } N_{\text{at}} = \langle \delta N_{\text{at}}^2 \rangle$ , soit

$$\text{Var } N_{\text{at}} = H^2 \left( \langle (\delta N_i^{\text{coups}})^2 \rangle + \langle R \rangle^2 \langle (\delta N_b^{\text{coups}})^2 \rangle + \langle N_b^{\text{coups}} \rangle \langle \delta R \rangle^2 \right) \quad (3.27)$$

$$+ L^2 \left( \frac{\langle (\delta N_i^{\text{coups}})^2 \rangle}{\langle N_i^{\text{coups}} \rangle^2} + \frac{\langle \delta R \rangle^2}{\langle R \rangle^2} + \frac{\langle (\delta N_b^{\text{coups}})^2 \rangle}{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle^2} \right) \quad (3.28)$$

$$+ 2HL \left( \frac{\langle (\delta N_i^{\text{coups}})^2 \rangle}{\langle N_i^{\text{coups}} \rangle} + \langle R \rangle \frac{\langle (\delta N_b^{\text{coups}})^2 \rangle}{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle} + \langle N_b^{\text{coups}} \rangle \frac{\langle \delta R \rangle^2}{\langle R \rangle} \right), \quad (3.29)$$

où l'on a considéré que les différents processus aléatoires en jeu ( $N_i^{\text{coups}}$ ,  $N_b^{\text{coups}}$  et  $R$ ) sont décorrélés, seule hypothèse utilisée jusqu'à présent.

### Cas d'une détection limitée par le bruit de grenaille

On se place dans le cas limite où le système optique ne subit aucune vibration mécanique entre les deux images, et donc où il est limité uniquement par le bruit de photodétection. En tenant compte du caractère poissonien des photoélectrons, on obtient aisément

$$\text{Var } N_{\text{at}} = gH^2 \left( \langle N_i^{\text{coups}} \rangle + \langle R \rangle^2 \langle N_b^{\text{coups}} \rangle + \frac{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle}{g} \langle \delta R^2 \rangle \right) \quad (3.30)$$

$$+ gL^2 \left( \frac{1}{\langle N_i^{\text{coups}} \rangle} + \frac{1}{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle} + \frac{\langle \delta R^2 \rangle}{g \langle R \rangle^2} \right) \quad (3.31)$$

$$+ 2gHL \left( 1 + \langle R \rangle + \frac{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle}{g \langle R \rangle} \langle \delta R^2 \rangle \right). \quad (3.32)$$

Soit  $\mathcal{A}_{\text{ref}}$  l'aire de référence permettant de calculer  $R$ . Si la détection est limitée par le bruit de grenaille optique, on a

$$\delta R = \frac{\sum_{i,j} \delta N_i^{\text{coups}}(i,j)}{\sum_{i,j} \langle N_i^{\text{coups}}(i,j) \rangle} - \frac{\sum_{i,j} \delta N_b^{\text{coups}}(i,j)}{\sum_{i,j} \langle N_b^{\text{coups}}(i,j) \rangle}, \quad (3.33)$$

où les sommes sont effectuées sur  $(i,j) \in \mathcal{A}_{\text{ref}}$ . On en déduit

$$\langle \delta R^2 \rangle = g \left( \frac{1}{\sum_{i,j} \langle N_i^{\text{coups}}(i,j) \rangle} + \frac{1}{\sum_{i,j} \langle N_b^{\text{coups}}(i,j) \rangle} \right). \quad (3.34)$$

Estimons l'ordre de grandeur de ce bruit : chaque pixel a environ 30000 coups avec un gain  $g$  de l'ordre de l'unité, pour une surface de référence de typiquement  $10^5$  pixels. Donc  $\langle \delta R^2 \rangle \sim 5 \times 10^{-10}$ . La contribution à la variance du nombre d'atomes sera alors  $\Delta^2$ , avec

$$\Delta^2 = H^2 \langle N_b^{\text{coups}} \rangle^2 \langle \delta R^2 \rangle + L^2 \frac{\langle \delta R^2 \rangle}{\langle R \rangle^2} + 2HL \frac{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle}{\langle R \rangle} \langle \delta R^2 \rangle. \quad (3.35)$$

On a  $L = 32.8$ , et pour des impulsions de l'ordre de l'intensité de saturation,  $H \sim L/N^{\text{coups}}$ . On en déduit alors que dans ces conditions, on a un bruit de variance  $\Delta^2$  typique s'approximant selon

$$\Delta^2 \approx 3L^2 \langle \delta R^2 \rangle, \quad (3.36)$$

où l'on suppose que  $\langle R \rangle = 1$ . On obtient donc un bruit de variance  $1.6 \times 10^{-6}$  par pixel. Pour ce type de bruit, tous les pixels sont corrélés. Si on intègre le signal sur  $\mathcal{M}$  pixels, on obtient une variance totale de  $\mathcal{M}^2 \Delta^2$ . Pour des nuages intégrés sur  $5 \times 10^2$  à  $8 \times 10^3$  pixels typiquement, on obtient des variances de l'ordre de 0.5 à 100. Dans le premier cas, des nuages de typiquement 1000 atomes sont imagés, et dans le second,  $2 \times 10^4$  atomes. Dans les deux cas, la variance de ce bruit est négligeable devant la variance du bruit atomique.

*Il est donc légitime, dans le cas d'une détection limitée par le bruit de grenaille, de négliger le bruit des fluctuations de la référence  $R$ .*

On considère désormais que la renormalisation est parfaite. L'expression du bruit sur la mesure du nombre d'atomes sur un pixel, dû au bruit de grenaille optique, est alors

$$\boxed{\text{Var } N_{\text{at}} = gH^2 (\langle N_i^{\text{coups}} \rangle + R^2 \langle N_b^{\text{coups}} \rangle) + gL^2 \left( \frac{1}{\langle N_i^{\text{coups}} \rangle} + \frac{1}{\langle N_b^{\text{coups}} \rangle} \right) + 2gHL(1+R)}. \quad (3.37)$$

### 3.3.2 Optimisation des paramètres d'imagerie

Dans toute la suite, on considère le système de détection comme étant uniquement limité par le bruit de grenaille optique. Les pixels sont carrés, de largeur  $13 \mu\text{m}$ , pour un système optique de grandissement  $\mathcal{G} = 4.25$ . La densité optique d'un atome unique imagé sur un pixel est de 0.024 dans la limite des faibles intensités, et de 0.012 à  $I = I_{\text{sat}}$ .

#### Intensité et durée de l'impulsion

Si on néglige dans un premier temps le mouvement de l'atome lors de l'impulsion de détection, chaque atome va diffuser des photons avec un taux  $\Gamma_{\text{diff}}$  selon

$$\Gamma_{\text{diff}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4(\delta/\Gamma)^2 + I/I_{\text{sat}}}, \quad (3.38)$$

où  $\Gamma$  est la largeur naturelle de la transition,  $I_{\text{sat}}$  l'intensité de saturation,  $\delta$  le désaccord du laser de détection avec la résonance et  $I$  l'intensité lumineuse au niveau de l'atome considéré. Pour estimer grossièrement le rapport signal à bruit, on peut considérer en première approximation que le bruit est caractérisé par  $\sqrt{\mathcal{N}_0}$ , où  $\mathcal{N}_0$  est le nombre de photons incidents et le signal est donné par  $\mathcal{N}_{\text{diff}}/I_{\text{sat}}$ , la fraction de photons diffusés par atomes.

Dans la limite des basses intensités  $I \ll I_{\text{sat}}$ , le nombre de photons diffusés est approximativement proportionnel au nombre de photons incidents  $\mathcal{N}_0$ , alors que le bruit varie comme  $\sqrt{\mathcal{N}_0}$ . Le rapport signal sur bruit sera donc amélioré pour des intensités de détection croissantes.

Si on se place désormais dans la limite des intensités élevées  $I \gg I_{\text{sat}}$ , le taux de diffusion de photons est approximativement constant, et égal à  $\Gamma/2$ , *i.e.* la transition est saturée. Le signal sera donc d'autant plus faible que le nombre de photons incidents est important. Même si le bruit relatif de photons diminue, sa dépendance en racine carrée plus lente donne un rapport signal sur bruit qui se dégrade aux intensités élevées.

On s'attend donc à avoir un optimum du rapport signal sur bruit autour de  $I = I_{\text{sat}}$ , où le taux de diffusions de photons est important comparé au flux incident, et le bruit de photons raisonnablement bas. Cependant, l'absorption des photons par les atomes diminue le flux incident le long du nuage détecté, ce qui se traduit par une intensité plus faible pour les atomes à l'extrémité du nuage. Il conviendra donc d'augmenter l'intensité du pulse de détection afin de compenser cet effet pour avoir, en moyenne, un rapport signal à bruit optimal. Des calculs numériques permettent de mettre en évidence cet effet, pour différentes densités optiques (voir figure (3.12)). En pratique, le nuage a une certaine distribution de densité, et il convient de trouver un compromis pour les différentes densités optiques de chaque pixel. L'intensité devra être suffisamment importante pour obtenir une diminution notable de la densité optique. Pour des nuages suffisamment dilués ( $< 30$  atomes par pixel), une intensité de l'ordre de  $I_{\text{sat}}$  convient. Dans les différentes expériences présentées dans ce chapitre, les densités imagées sont systématiquement inférieures à cette limite. Dans ce cas de figure simple, l'optimum en intensité est indépendant de la durée de l'impulsion, le signal sur bruit étant d'autant plus grand que l'impulsion est longue. Néanmoins, il convient de tenir compte d'un certain nombre de phénomènes physiques intervenant lors de la détection : l'étalement spatial du nuage et son accélération.

#### Explosion du nuage durant l'impulsion

Une fois un photon absorbé, l'atome émet, sur une échelle de temps de l'ordre de  $\Gamma^{-1}$ , un photon d'émission spontanée, de direction isotrope. La conservation de l'impulsion nécessite donc que l'atome subisse un changement de vitesse lui-même isotrope. Si en valeur moyenne ces phénomènes

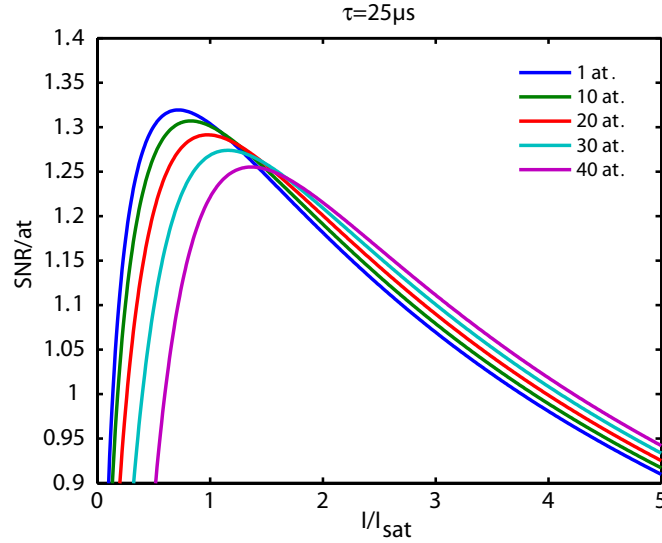


Figure 3.12 – Rapport signal à bruit (SNR) par nombre d'atomes imagés par pixels pour une durée de pulse typique de  $25\ \mu\text{s}$ . L'optimum est autour de  $I_{\text{sat}}$ , mais dépend du nombre d'atomes imagés par pixel. Les différentes courbes correspondent à 1, 10, 20, 30 et 40 atomes par pixels.

s'annulent et n'affectent que faiblement la position du centre de masse, la taille du nuage en est augmentée, diluant éventuellement le signal sur un nombre de pixels plus importants. Ce phénomène réduira alors le rapport signal sur bruit.

Considérons un atome unique, diffusant  $\mathcal{N}$  photons pendant un intervalle de temps  $\Delta t$  avec un taux constant  $\mathcal{N}/\Delta t$ , initialement immobile. Selon l'axe de détection, la vitesse finale acquise  $\mathbf{v}$  est due aux photons absorbés, soit

$$\mathbf{v} = \mathcal{N} v_{\text{recul}} \mathbf{u}, \quad (3.39)$$

où  $\mathbf{u}$  est la direction du laser de détection, et  $v_{\text{recul}}$  est la vitesse de recul associée à la transition de détection. Dans le référentiel du centre de masse, les atomes ont un mouvement brownien, isotrope, avec une extension quadratique moyenne  $r_{\text{RMS}}$  donnée par [170]

$$x_{\text{RMS}} = \frac{\sqrt{\mathcal{N}}}{3} v_{\text{recul}} \Delta t, \quad (3.40)$$

où  $\mathcal{N}$  est le nombre de photons diffusés. En terme de rapport signal sur bruit, il convient d'imager un nuage d'atomes sur un petit nombre de pixels, pour éviter de diluer le signal. Pour éviter d'augmenter la taille de l'image du nuage, il est possible de jouer sur  $\mathcal{N}$  ou  $\Delta t$ , durée de l'impulsion.

Pour tenir compte de ce phénomène, il convient de comparer l'extension quadratique supplémentaire  $x_{\text{RMS}}^2$  à la taille du nuage, ainsi que la résolution optique. Cependant, l'étalement spatial du nuage n'est pas du uniquement à cet effet, il faut aussi tenir compte de la profondeur de champ finie du système optique de détection.

### Profondeur de champ et étalement spatial

On se place toujours dans le cas d'un atome unique, en permanence à résonance avec le laser de détection. Durant l'impulsion de détection, les atomes sont accélérés et le centre de masse est déplacé d'une quantité  $d(\tau)$ , calculable aisément si les atomes sont en permanence à résonance

$$d(\tau) = \tau^2 v_{\text{recul}} \frac{\Gamma}{4} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}}}. \quad (3.41)$$

Pour éviter un étalement spatial du signal utile sur la CCD, et donc détériorer le rapport signal sur bruit, il convient d'éviter que le nuage ne se déplace sur une distance supérieure à la profondeur de champ  $d_{pc}$ , soit

$$d(\tau) \ll d_{pc}. \quad (3.42)$$

Une condition suffisante consiste à prendre

$$\tau \ll \sqrt{\frac{4d_{pc}}{\Gamma v_{recul}}} \sqrt{\frac{1 + I/I_{sat}}{I/I_{sat}}}, \quad (3.43)$$

soit, dans le cas de la transition utilisée à  $I = I_{sat}$

$$\frac{\tau}{1 \mu s} \ll 15 \sqrt{\frac{d_{pc}}{1 \mu m}}. \quad (3.44)$$

L'évaluation de la profondeur de champ n'est pas forcément évidente. En effet, c'est l'ombre du nuage dans un faisceau gaussien que l'on image, et non pas un objet à émission lambertienne. Pour l'évaluer, on peut approximer le nuage par un profil gaussien, et considérer que l'ombre se propage comme un faisceau gaussien. La profondeur de champ obtenue est supérieure à celle d'une source lumineuse lambertienne. Si l'impulsion est trop longue, la taille du nuage sera plus grande sur la CCD. Le signal sera dilué, et donc le rapport signal sur bruit diminué.

### Accélération des atomes durant l'impulsion

Jusqu'à présent, on a implicitement supposé que les atomes étaient résonnants avec le laser de détection au cours de l'impulsion, alors que la fréquence du laser de détection est constant. Or, ces derniers sont accélérés suite à l'absorption des photons, pour atteindre une vitesse  $v(t)$ . S'il était possible de changer la fréquence du laser de détection durant l'impulsion, il serait possible de rester en permanence à résonance, mais nous ne disposons pas du matériel nécessaire. Pour une vitesse non nulle, le désaccord induit pour une impulsion initialement à résonance est  $\delta = kv(t) = 2\pi v(t)/\lambda$ , en raison de l'effet Doppler. On peut estimer l'ordre de grandeur de durée de l'impulsion maximale pour laquelle l'effet Doppler est négligeable, *i.e.* que le taux de diffusion de photons est constant. Pour garder le désaccord proche de  $\delta \approx 0$ , il suffit d'estimer la vitesse à la fin de l'impulsion de durée  $\tau$ . On obtient aisément

$$v(\tau) \approx v_{recul} \tau \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}, \quad (3.45)$$

avec  $s$  le paramètre de saturation

$$s \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{I}{I_{sat}} \frac{1}{1 + \frac{\delta}{\Gamma/2}}. \quad (3.46)$$

Pour que l'effet Doppler soit négligeable, il faut qu'en ordre de grandeur le décalage Doppler soit en permanence faible devant la largeur naturelle  $\Gamma$ , donc en particulier pour la vitesse finale, soit

$$v(\tau) \frac{2\pi}{\lambda} \ll \Gamma \implies \tau v_{recul} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \ll \Gamma, \quad (3.47)$$

que l'on peut reformuler selon

$$\tau \ll \frac{s+1}{s} 40 \mu s. \quad (3.48)$$

Pour  $I = I_{sat}$ , on a  $\tau \ll 80 \mu s$ , soit des impulsions optimales de l'ordre de  $10 \mu s$ . Il est possible d'estimer

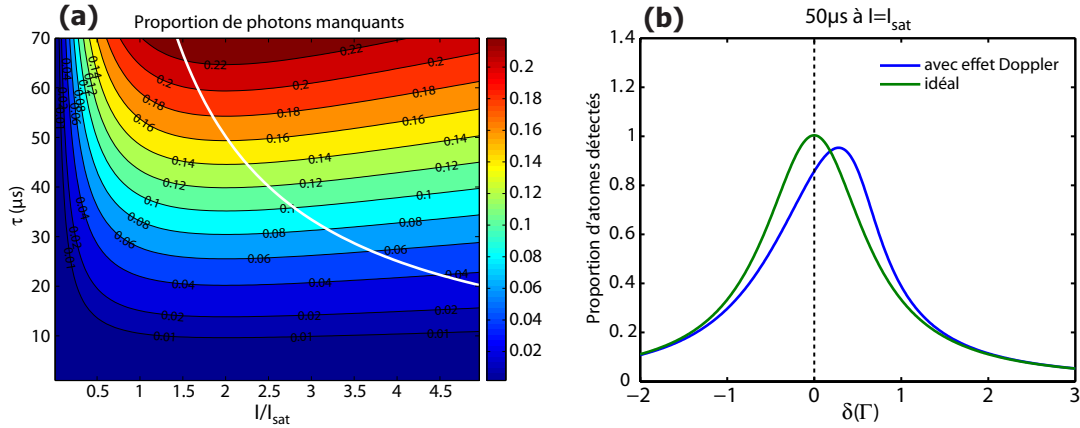


Figure 3.13 – (a) Proportion de photons diffusés manquants due à l'effet Doppler en fonction de la durée  $\tau$  de l'impulsion laser et de son intensité  $I$ . La ligne blanche délimite la saturation de la CCD. (b) Calcul de la fraction du nombre d'atomes détectés en fonction du désaccord, dans le cas d'une impulsion de  $50\ \mu\text{s}$  à  $I = I_{\text{sat}}$ . Courbe verte : détection idéale, où l'effet Doppler est compensé à chaque instant. Courbe bleue : en tenant compte de l'effet Doppler. Le trait en pointillés vertical repère la résonance. En se plaçant légèrement dans le bleu, à  $\delta = 0.28\Gamma$ , on diminue fortement les conséquences de l'effet Doppler avec 95.3% des atomes détectés.

l'influence de l'effet Doppler numériquement. Pour cela, on calcule le nombre total de photons diffusés  $\mathcal{N}$  en calculant la vitesse à chaque instant, et par conséquent le taux de diffusion. On peut alors quantifier l'influence de l'effet Doppler en introduisant la quantité  $\varepsilon$  comme

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N}_0} \quad (3.49)$$

où  $\mathcal{N}_0$  est le nombre de photons diffusés si l'atome est en permanence résonnant. C'est donc une estimation de l'erreur commise dans le comptage de photons. Les résultats des calculs numériques sont représentés figure (3.13,(a)). Le trait blanc représente la saturation de la caméra CCD. Ces calculs supposent que le laser est initialement résonnant. Or, si on le désaccorde, légèrement dans le bleu, l'effet Doppler aura dans un premier temps pour effet de rapprocher l'atome de la résonance lors de son accélération. En procédant ainsi, on peut minimiser le nombre de photons diffusés manquants et donc augmenter le paramètre  $\varepsilon$ . Par exemple, la figure (3.13,(b)) représente en bleu la proportion d'atomes détectés en fonction du désaccord pour une impulsion de  $50\ \mu\text{s}$  à  $I = I_{\text{sat}}$ , et en vert la courbe dans le cas d'une détection parfaite. La fraction détectée n'est pas optimale à  $\delta = 0$ , mais à  $\delta = +0.28\Gamma$ , pour une fraction détectée plus importante de 95.3%. Une étude exhaustive de la fraction d'atomes détectés en fonction de l'intensité et la durée de l'impulsion a été menée numériquement, pour obtenir le désaccord optimal et l'efficacité de détection alors obtenue pour chaque valeurs de paramètres. Ces résultats sont présentés figure (3.14). Ces prédictions théoriques ont été vérifiées pour des impulsions de  $50\ \mu\text{s}$  à différentes intensités. Les nuages détectés étaient des condensats d'environ 9000 atomes après 6 ms de temps de vol. La fraction d'atomes détectés est estimée en mesurant le nombre d'atomes à une intensité donnée durant  $50\ \mu\text{s}$ , renormalisée par une deuxième mesure immédiatement avec des impulsions de  $10\ \mu\text{s}$  à  $0.25I_{\text{sat}}$ , où l'effet Doppler est négligeable. Pour  $I = I_{\text{sat}}$ , on obtient une fraction mesurée  $\varepsilon = 0.961 \pm 0.021$ , en très bon accord avec les prédictions théoriques  $\varepsilon_{\text{th}} = 0.953$ .

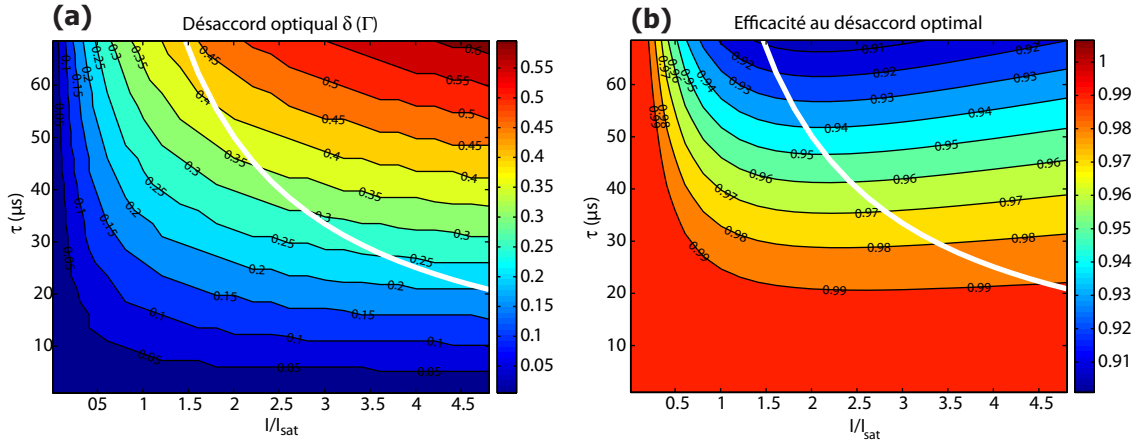


Figure 3.14 – (a) Calcul du désaccord optimal pour limiter l'effet Doppler en fonction de la durée de l'impulsion  $\tau$  et de son intensité  $I$ . (b) Fraction d'atomes détectés au désaccord optimal. Sur les deux courbes, le trait blanc représente la saturation de la CCD.

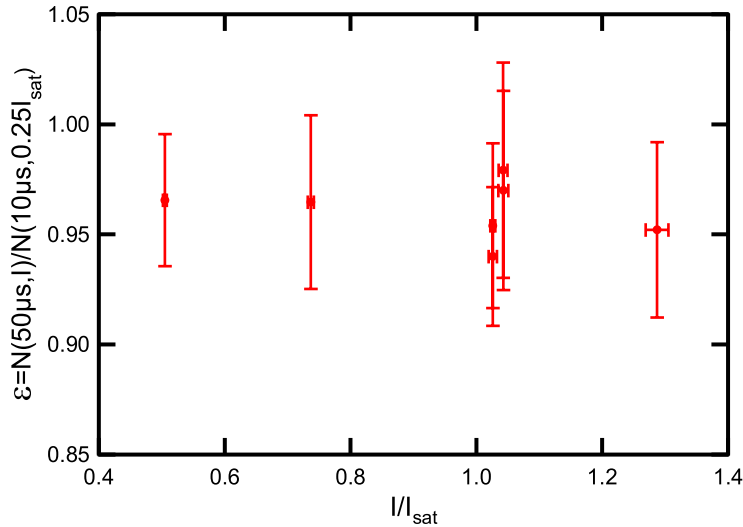


Figure 3.15 – Vérification expérimentale des calculs théoriques. Des condensats de Bose-Einstein sont initialement produits et détectés avec différents paramètres. Une détection à  $0.25 I_{\text{sat}}$  pendant  $10 \mu\text{s}$  sert de référence, l'effet Doppler étant négligeable. La détection est ensuite faite au désaccord optimum, pour des impulsions de  $50 \mu\text{s}$ , à différentes intensités. Par comparaison aux mesures de références, on en déduit l'efficacité de détection  $\epsilon = N(\tau = 50 \mu\text{s}, I) / N(\tau = 10 \mu\text{s}, 0.25 I_{\text{sat}})$ . À  $I = I_{\text{sat}}$ , on obtient  $\epsilon = 0.961 \pm 0.021$ , en excellent accord avec les prédictions théoriques. Les mesures sont limitées par la stabilité de l'expérience.

### Cas général

En pratique, tous ces effets interviennent en même temps, rendant l'analyse plus lourde à mener. Pour cela, il convient de décomposer l'impulsion en pas temporels finis, et de calculer à chaque instant la taille du nuage, la vitesse du centre de masse ainsi que son déplacement selon l'axe du faisceau de détection. En considérant l'ombre comme un faisceau gaussien, on peut estimer la surface du capteur CCD utilisée pour imager le nuage. La fonction  $\mathcal{W}$  de Lambert permet également de calculer l'intensité du faisceau après passage à travers le nuage, et donc le nombre de photons détectés. Une fois la surface imagée (et donc à quel point le nuage est "dilué") et le nombre de photons détectés obtenus, on peut calculer le rapport signal à bruit en fonction de la durée de l'impulsion et de son

intensité (voir figure (3.16)). On obtient, comme attendu, un optimum autour de  $I_{\text{sat}}$ , avec des durées d'impulsions suffisamment faibles. Pour des nuages très denses, l'optimum se déplace vers les intensités plus élevées. Ces calculs pourraient être améliorés en calculant le désaccord optimal minimisant l'effet Doppler, et en se plaçant à ce dernier. Cependant, cela entraîne une lourdeur numérique supplémentaire qui n'est pas nécessaire. Pour les densités optiques considérées, l'ensemble des calculs ont confirmé qu'il fallait des intensités de l'ordre de l'intensité de saturation. Compte tenu de la modulation de l'amplitude du faisceau laser imageur à cause des différentes franges d'interférences, il n'est pas nécessaire d'estimer avec précision l'intensité optimale. De plus, pour le choix de la durée de l'impulsion, l'effet dominant est l'effet Doppler. Le choix de cette durée dépendra de la marge que l'on s'accorde sur l'erreur systématique dans la mesure du nombre d'atomes. Pour les expériences décrites dans ce mémoire, les intensités utilisées étaient typiquement de  $0.5I_{\text{sat}}$  à  $1.25I_{\text{sat}}$ , pour des durées d'impulsion de 25 à 50  $\mu\text{s}$ . Le désaccord est ajusté en optimisant le nombre d'atomes détectés en fonction du désaccord, tous les jours, pour les paramètres de détection utilisés dans la journée.

Enfin, en pratique, le profil d'illumination du nuage n'est pas homogène et donc l'"optimum" réel doit tenir compte de cet effet. En particulier, des impulsions de faibles intensités mais longues durées semblent préférables d'après la figure (3.16). Cependant, d'après la figure (3.14), le désaccord optimum varie fortement avec l'intensité dans cette région de paramètre. Il ne sera pas possible d'être à l'optimum pour tous les pixels du nuage. Compte tenu de la forme des courbes obtenus, il sera plus pertinent de travailler à impulsions courtes proche de  $I_{\text{sat}}$ , où la dépendance du désaccord optimum est plus faible.

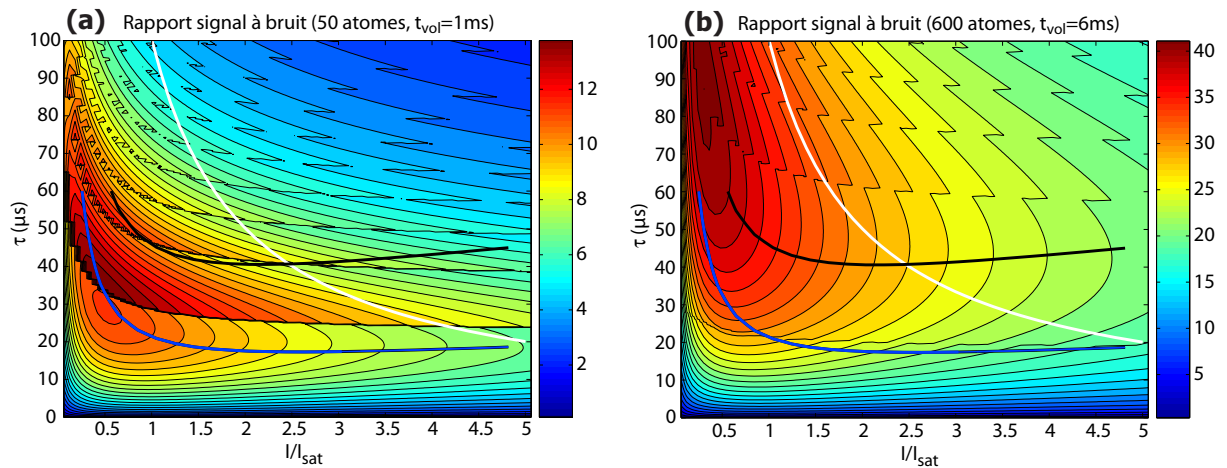


Figure 3.16 – Rapport signal à bruit calculé en fonction de l'intensité de l'impulsion et de sa durée. L'explosion du nuage et l'effet de la profondeur de champ finie sont pris en compte en estimant la surface d'intégration finale, arrondie à un nombre de pixel entier. La courbe en trait continu blanc délimite la saturation de la CCD. La courbe en trait continu bleu (resp. noir) délimite les paramètres pour lesquels l'effet Doppler sous-estime le nombre d'atomes à moins de 1% (resp. 5%), en se plaçant au désaccord optimum. (a) Cas d'un nuage de 50 atomes après un temps de vol de 1 ms. Un optimum à  $I \sim 0.5I_{\text{sat}}$  et  $\tau \sim 35 \mu\text{s}$  est clairement visible. (b) Cas d'un nuage de 600 atomes après 6 ms. L'optimum est situé dans une région de paramètres où l'effet Doppler est important. Les paramètres devront être ajustés en fonction de la marge que l'on s'autorise sur la sous-estimation du nombre d'atomes.

Pour l'ensemble des expériences considérées ensuite dans ce chapitre, sauf mention contraire, les durées d'impulsions utilisées sont typiquement de 50  $\mu\text{s}$ , pour des intensités de  $0.5I_{\text{sat}}$  à  $I_{\text{sat}}$ .



### 3.3.3 Imperfections de la polarisation

Le faisceau laser de détection est issu d'une fibre optique monomode à maintien de polarisation. L'ajustement de la polarisation est effectué en intercalant une lame à retard<sup>4</sup>  $\lambda/2$  juste avant la lentille de couplage. Une fois optimisée, les fluctuations de polarisation sont mesurées à  $\pm 1^\circ$ . En sortie de fibre, le faisceau est collimaté et la polarisation est transformée en polarisation circulaire avec une lame à retard<sup>5</sup>  $\lambda/4$ . Les fluctuations de polarisation après cette lame sont de l'ordre de 1%.

Si la polarisation du faisceau de détection n'est pas pure, il est toujours possible de la décomposer en une polarisation résonante avec les atomes ( $\sigma^+$ ) et deux polarisations orthogonales ( $\sigma^-$  et  $\pi$ ). Le champ de détection permet de lever la dégénérescence entre les différents niveaux Zeeman, mais avec un champ de quantification de 4 G, le taux de transition  $\sigma^-$  n'est pas négligeable. Une polarisation imparfaite se traduira par une sous-estimation du nombre d'atomes. La polarisation varie au cours du temps principalement à cause des fluctuations thermiques de la pièce<sup>6</sup> sur une échelle de temps de l'ordre de 15 à 20 minutes, à comparer à la durée d'un cycle de 10 s. Pour des mesures de variances d'observables du système, on utilisera typiquement 100 à 200 mesures correspondant à environ 15 à 30 minutes de prise de données. Les fluctuations de polarisation induisent une erreur systématique sur la mesure du nombre absolu d'atomes, sur une échelle de temps de l'ordre de celle d'une série de données.

On considère la transition de détection  $|5^2S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, F=3, m_F=3\rangle$ , cyclante si l'onde est parfaitement  $\sigma^+$ . En pratique, si la polarisation n'est pas parfaite et que le champ de quantification n'est pas parfaitement aligné avec le vecteur d'onde du laser de détection, d'autres transitions vont intervenir, et la modélisation par un système à deux niveaux n'est plus pertinente. Les impulsions utilisées sont longues devant le régime transitoire des équations de Bloch optique. La répartition des populations des sous-niveaux Zeeman, une fois le régime stationnaire établi, joue alors un rôle important dans l'absorption. Cet effet peut être modélisé en introduisant une section efficace effective  $\sigma^*$  et une intensité de saturation effective  $I_{\text{sat}}^*$  [168, 171]. Un seul paramètre  $\alpha^*$  permet de les caractériser complètement selon

$$\sigma^* = \alpha^* \sigma_0, \text{ et } I_{\text{sat}}^* = \frac{I_{\text{sat}}}{\alpha^*}, \quad (3.50)$$

où  $\sigma_0$  et  $I_{\text{sat}}$  sont respectivement la section efficace et l'intensité de saturation du système à deux niveaux associé. En tenant compte de ces nouveaux paramètres, l'équation (3.9) devient

$$\frac{dI}{dz} = -n\alpha^* \sigma_0 \frac{1}{1 + \alpha^* \frac{I}{I_{\text{sat}}}} I. \quad (3.51)$$

Cette dernière s'intègre aisément pour obtenir la densité colonne  $n(x, y)$  selon

$$n(x, y) = -\frac{1}{\alpha^* \sigma_0} \ln \left( \frac{I_i(x, y)}{I_b(x, y)} \right) + \frac{1}{\sigma_0 I_{\text{sat}}} (I_b(x, y) - I_i(x, y)). \quad (3.52)$$

Comparé au cas du système à deux niveaux (équation (3.14)), seul le premier terme (de basse intensité) est modifié par le paramètre  $\alpha^*$ . On obtient alors l'expression corrigée du nombre d'atomes sur

<sup>4</sup>CASIX, ordre 0 à 780 nm.

<sup>5</sup>CASIX, ordre 0 à 780 nm.

<sup>6</sup>La climatisation de la salle permet de stabiliser la température à 2.5°C près le jour, et 1.5°C la nuit. Une dérive de 1°C sur environ une heure existe lorsque l'expérience "cavité sur puce" est éteinte, attribué à l'extinction d'une source de courant située dans la même pièce que l'expérience de ce mémoire. La température oscille sur une échelle de temps de 15 à 20 minutes.

le pixel  $(i, j)$  selon

$$N(i, j) = \underbrace{-\frac{s}{\alpha^* \sigma_0} \ln \left( \frac{N_i^{\text{coups}}(i, j)}{N_b^{\text{coups}}(i, j)} \right)}_{=N_L} + \underbrace{\frac{2}{\Gamma \tau g \eta T} (N_b^{\text{coups}}(i, j) - N_i^{\text{coups}}(i, j))}_{=N_H}. \quad (3.53)$$

Cela revient à modéliser l'atome par un système à deux niveaux avec une largeur naturelle identique  $\Gamma$  mais une section efficace effective  $\sigma^* = \alpha^* \sigma_0$ . Ce coefficient étant dû aux imperfections expérimentales, il conviendra de le mesurer avec précision.

### 3.3.4 Bruits techniques

Dans la section précédente, nous avons supposé que le système était limité par le bruit de grenaille optique. En pratique, d'autres bruits techniques affectent la détection. Nous allons en passer quelques uns en revue.

#### Largeur de la raie laser

Pour avoir une mesure absolue correcte du nombre d'atomes, il convient d'avoir un laser de détection avec une largeur de raie nettement inférieure à la largeur de raie naturelle. Cherchons à estimer l'effet de la largeur de raie  $\delta\nu$  en se plaçant dans un cas extrême. On estime grossièrement l'erreur commise en considérant une détection avec un désaccord  $\delta\nu$ . La largeur de la raie laser utilisée est d'environ 250 kHz, correspondant alors à un taux de diffusion de photons à faible intensité inférieur de  $2 \times 10^{-4}$  en relatif. Cet effet est donc complètement négligeable.

#### Bruits techniques de la caméra CCD

La caméra utilisée est une iKon-M DU-934N-BRD de la société Andor. Le CCD est sous vide pour pouvoir être refroidi jusqu'à  $-100^\circ\text{C}$ , isolé par une seule fenêtre en quartz, traitée anti-reflets sur les deux faces (optimisé à 900 nm), et inclinée de  $1^\circ$  pour limiter les effets Fabry-Pérot. Le gain électronique est réglable aux valeurs de 4, 2 ou 1 électrons par coups typiquement, et seule la dernière valeur sera utilisée.

Le bruit de lecture dépend du taux avec lequel les électrons sont transférés dans les registres de lecture, ajustable aux valeurs de 0.05, 1 et 2.5 MHz. Pour ces taux de transfert, le bruit de lecture est respectivement de 2.5, 8 et 10.3 électrons par pixels. Le nombre de coups sur un pixel étant typiquement de  $2 \times 10^4$  dans la région utile, ce bruit est négligeable.

Le courant d'obscurité résulte des paires électron-trou induites par agitation thermique. Le module Peltier permet de diminuer la température du capteur CCD jusqu'à  $-100^\circ\text{C}$ , afin de réduire ce bruit d'obscurité. Le courant d'obscurité est typiquement de  $4 \times 10^{-4} \text{ e}^-/\text{pixel/s}$  à cette température, et les temps d'exposition sont suffisamment courts pour pouvoir négliger ce bruit. Le bruit d'obscurité dépend exponentiellement de la température, mais le rendement quantique chute lui aussi avec la température. Le bruit de détection sera d'autant plus important que le rendement quantique sera faible, mais la dépendance avec la température est beaucoup moins importante que pour le bruit d'obscurité. En pratique, un compromis consiste à refroidir la CCD à seulement  $-60^\circ\text{C}$ , avec un bruit d'obscurité raisonnable ( $\sim 0.4 \text{ e}^-/\text{pixel/s}$ ).

La linéarité de la réponse des pixels est donnée par le constructeur à 1% sur l'ensemble de la gamme dynamique de 16 bits, et on négligera cet effet.

### 3.3.5 Réalisation expérimentale

La CCD de la caméra iKon-M DU-934N-BRD est à illumination par l'arrière, à déplétion profonde optimisée pour l'infrarouge proche, permettant d'obtenir des rendements quantiques supérieurs à 90% à 800 nm. Il est important d'avoir un rendement quantique élevé pour diminuer le bruit de photons. Cette caméra permet d'utiliser la technique dite de "frame transfer". Un facteur limitant de la technique d'imagerie par absorption provient des franges qui bougent entre l'image et le blanc. Pour minimiser cet effet, il convient de réduire le délai entre les deux images. Or, dans les caméras bas-bruits, le temps de lecture d'une image est long, pour réduire le bruit de lecture. Typiquement, avec une caméra précédemment employée (Apogee Alta U1), le temps de lecture était de 800 ms. La technique de frame transfer consiste à n'illuminer qu'une moitié de la CCD, puis de transférer les électrons de l'image prise dans les pixels de la partie non-éclairée. Ce processus n'est pas une lecture, mais un transfert d'électrons d'une série de registres à une autre, et peut-être réalisée très rapidement. Pour la caméra utilisée, la vitesse de déplacement des registres verticaux est réglable de 11 à 44  $\mu\text{s}$  par registre. Une fois l'image transférée, le blanc peut être mesuré sur la première partie du capteur, désormais vide. On arrive à réduire ainsi le délai entre image et blanc à 3 ms, limitant considérablement l'effet des franges. Les impulsions de détection étant typiquement de quelques dizaines de micro-secondes, le système reste sensible au bruit acoustique. Pour limiter ces derniers, l'obturateur protégeant la CCD hors acquisition est ouvert 500 ms avant la prise d'une image, permettant également d'éviter le régime transitoire des asservissements des lasers, eux-mêmes sensibles au bruit d'ouverture de cet obturateur. Les ventilateurs superflus des ordinateurs ont été déconnectés, les obturateurs mécaniques des lasers amortis à l'aide de sorbotanne. Les sources de courants les plus bruyantes, sont installées dans une autre pièce. Si, au cours d'une acquisition, des personnes parlent trop fort dans la pièce, cela se voit immédiatement sur le bruit mesuré dans une région témoin, et le set de données est systématiquement éliminé.

Enfin, pour obtenir le "fond" dû aux lumières parasites et électrons thermiques, il convient de prendre deux nouvelles images, une pour chaque demi-image, et tenir compte de l'influence de l'illumination de la face éclairée sur la face sensée être cachée. L'ensemble de cette procédure est résumée figure (3.17).

Le principe de la géométrie utilisée est décrit figure (3.18). Suite à une erreur dans la géométrie du blindage, il convient d'abaisser le faisceau de 2.4 cm vers le bas pour pouvoir passer par un des trous prévus à cet effet. Si l'on fait abstraction de cela, le principe est simple : un premier couple de lentilles permet de former une première image intermédiaire au niveau d'une lame de rasoir peinte en noir. Cette dernière permet de masquer la moitié de l'image. La première lentille est de petite focale ( $f = 38$  mm), le plus près possible de la cellule, permettant d'avoir une ouverture numérique maximale, limitée par l'ouverture du connecteur PCI (environ 0.12). Le grandissement de ce premier couple de lentilles est d'environ 2. Une fois l'image "coupée en deux", une deuxième paire de lentilles permet de former l'image finale sur la CCD. Les lentilles utilisées ont un bon traitement anti-reflet ( $R = 0.1\%$ ), et les achromates sont optimisés à 830 nm. La résolution optique du système ainsi formé est de 4  $\mu\text{m}$  (rayon de la tâche d'Airy). La taille des pixels est de 13  $\mu\text{m}$  de côté correspondant à environ 3  $\mu\text{m}$  dans le plan objet, *i.e.* de l'ordre de la résolution optique. L'ensemble de ce dispositif est fixé à l'intérieur du blindage. La mise au point a été réalisée avec un petit condensat, blindage ouvert, en minimisant la taille du nuage imagé.

La caméra est fixée à l'extérieur du blindage. Un tube de 1" permet d'isoler le CCD de la lumière extérieure. À l'extrémité de ce tube, à l'intérieur du blindage, une lame à retard  $\lambda/4$  est ajustée permettant de réduire les franges. Le support de la caméra repose sur trois piliers Thorlabs de 1.5" de diamètre. Des piliers similaires, de hauteur réglable, ont été ajoutés sous le blindage, solidaires de

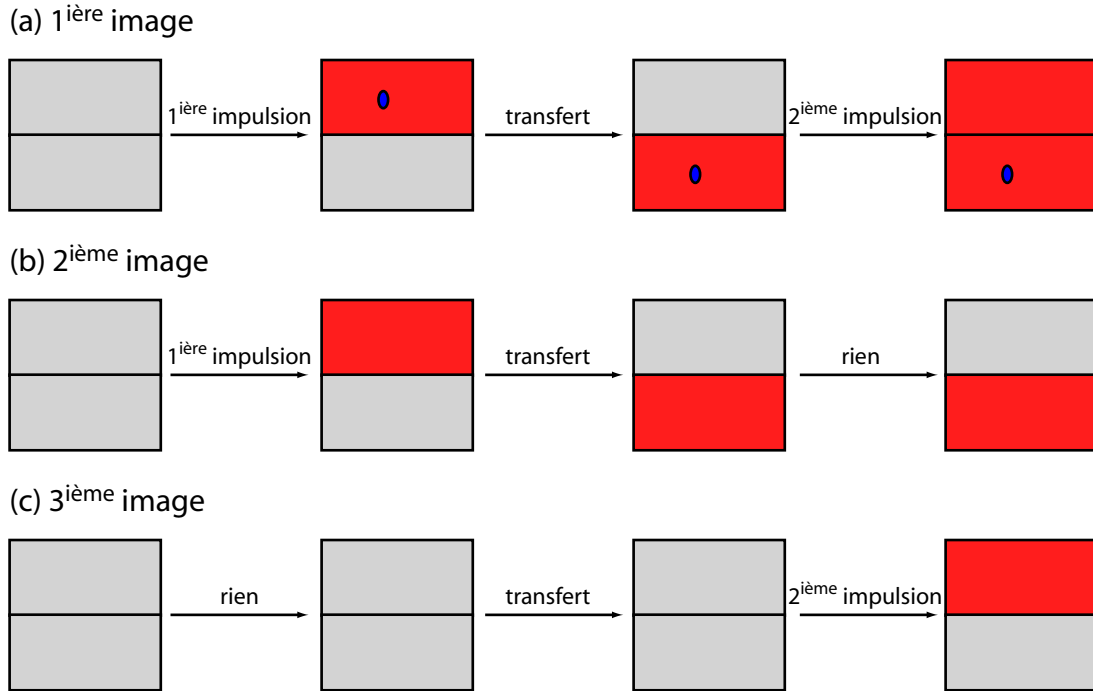


Figure 3.17 – Protocole utilisé pour la détection d'atomes avec "frame transfer". (a) Première image : une première impulsion laser illumine les atomes sur la première moitié de la CCD, formant l'"image". Cette image est ensuite transférée en 3 ms sur la deuxième moitié de la CCD. Ensuite, une deuxième impulsion réalise le "blanc", i.e. une image identique mais sans atomes (non résonnant à l'aide d'un champ magnétique). (b) Le protocole est le même mais seule la première impulsion est appliquée, permettant d'estimer les coups dus aux bruits et aux lumières parasites sur le "blanc". (c) Même protocole mais seule la deuxième impulsion est appliquée, permettant d'estimer les coups dus aux bruits et aux lumières parasites sur l'"image".

la table optique à l'intérieur de celui-ci, afin de rendre les vibrations mécaniques en mode commun entre la caméra, les optiques du frame transfer et la cellule. L'ensemble est représenté figure (3.18).

## 3.4 Calibrations

Pour des expériences fines de mesures d'états comprimés, une sous-estimation du nombre d'atomes induit une sous-estimation des fluctuations et donc une sur-estimation du facteur de compression. Il est donc important de calibrer précisément les différents paramètres du système de détection, à savoir  $\alpha^*$  la correction à la section efficace, le rendement quantique de la CCD  $\eta$ , le gain  $g$ , la transmission optique  $T$  et le grandissement du système optique  $G$ . Dans cette section, nous allons discuter des différentes méthodes utilisables pour la calibration, leurs avantages et leurs inconvénients respectifs pour justifier du choix de la méthode utilisée.

### 3.4.1 Calibration du grandissement

Si l'on considère l'équation (3.53), un paramètre important est la surface du plan objet  $s$  imagée sur un pixel. Elle est connue à partir du grandissement du système optique et de la taille des pixels de la CCD, qui est parfaitement connue. Il suffit de mesurer le grandissement avec précision, une fois le système optique mis au point sur les atomes. Pour cela, on mesure la position du centre de masse d'un condensat de Bose-Einstein pour différents temps de vol. Une fois la trajectoire dans le plan  $xz$

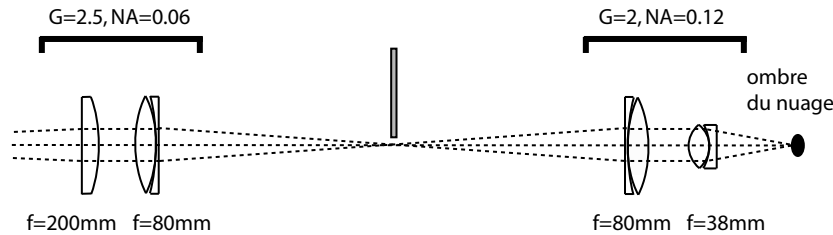
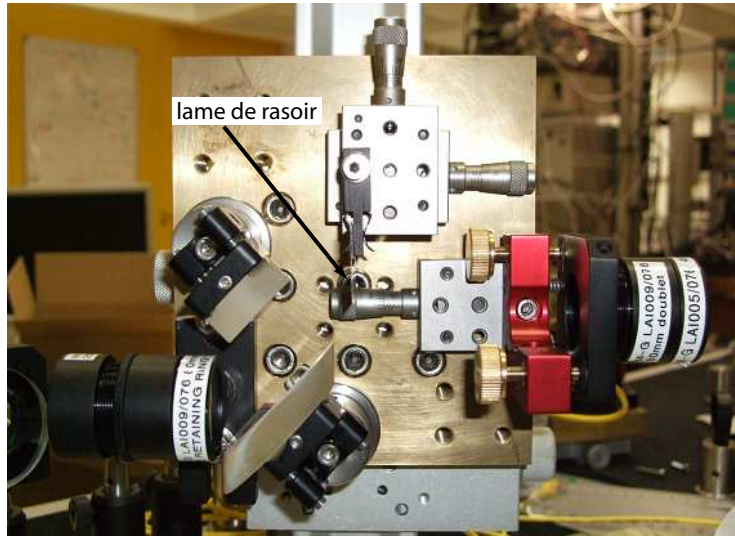


Figure 3.18 – Photo des optiques du "frame transfer" et principe.

obtenue, un simple ajustement permet de mesurer le grandissement  $G$  (voir figure (3.19)). Deux biais peuvent intervenir avec cette méthode. Si un gradient de champ magnétique résiduel est présent, cela induit un champ de force supplémentaire, faussant alors la mesure. Pour vérifier l'absence d'un tel gradient durant la mesure, il suffit de refroidir avec une fréquence finale très proche du fond du piège. L'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  sera alors être notablement peuplé. On peut alors effectuer la même mesure avec cet état, mais comme il possède un moment magnétique deux fois plus faible, il sera possible avec les deux mesures d'éliminer un éventuel gradient magnétique résiduel. En pratique, les mesures avec les deux états donnent des valeurs compatibles compte tenu de la barre d'erreur statistique. On obtient un grandissement  $G$

$$G = 4.21 \pm 0.05. \quad (3.54)$$

Un deuxième biais peut être introduit si le champ de pesanteur n'est pas parfaitement dirigé dans une direction contenue par le plan imagé. Si ce n'est pas le cas, l'accélération possède une composante selon l'axe de détection, impossible à détecter. Si on considère l'angle  $\theta$  entre le plan imagé et la direction de  $\mathbf{g}$ , le vecteur champ de pesanteur, on mesure un grandissement effectif  $G_{\text{eff}}$  lié à  $\theta$  et  $G$  selon

$$G_{\text{eff}} = (1 - \cos\theta) G. \quad (3.55)$$

Pour estimer cet angle, il suffit d'utiliser l'autre axe de détection (caméra M50). En repérant la position d'un condensat pour différents temps de vol, on estime l'angle entre la normale à la puce et  $\mathbf{g}$  à environ  $3^\circ$ . Pour obtenir l'angle  $\theta$ , il faut rajouter l'angle entre la puce et la normale au plan imagé. Il est donc légitime d'estimer  $\theta$  à quelques degrés. Or, pour avoir une correction de 1% sur  $G$ , il faut avoir

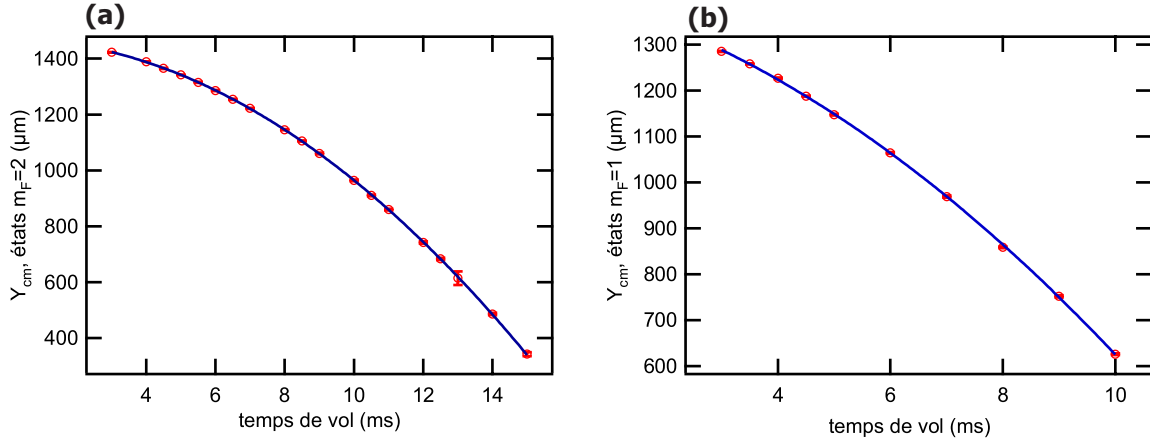


Figure 3.19 – Calibration du grandissement. La position du centre de masse d'un condensat est mesurée en fonction du temps de vol. Une fois la trajectoire dans le plan  $xz$  connue, on obtient le grandissement  $G$  du système optique. (a) Cas d'un nuage d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Les barres d'erreurs des points expérimentaux sont trop petites pour être visibles. De l'ajustement, on obtient  $G = 4.21 \pm 0.05$ . (b) Cas d'un nuage d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . Ces états sont peuplés en utilisant un couteau de refroidissement à une fréquence très proche de celle du fond du piège. On obtient un grandissement en accord avec la valeur précédente aux barres d'erreurs près. Cela permet de vérifier l'absence d'un biais introduit par un gradient de champ magnétique non nul lors de la chute libre.

un angle  $\theta \sim 8^\circ$ . On en conclut donc que, comparé à l'erreur statistique, cet effet est légitimement négligeable.

### 3.4.2 Calibration de la transmission optique

Dans le terme de haute intensité  $N_H$ , les termes non-spécifiques aux atomes sont le gain  $g$ , l'efficacité quantique  $\eta$  et la transmission du système optique  $T$ . La transmission est mesurée simplement à l'aide d'un puissance-mètre<sup>7</sup> avec une sonde pré-calibrée. Il convient d'évaluer la transmission entre les atomes et la puce CCD. Chaque optique a été mesurée individuellement pour aboutir à une transmission individuelle. Le cas de la cellule est un peu plus délicat, car il n'est pas possible de mettre la sonde au niveau des atomes. Pour contourner ce problème, la transmission de la cellule entière est mesurée et supposée égale au produit de la transmission de deux demi-cellules identiques, et on en déduit ainsi la transmission voulue. Au final, on obtient

$$T = 92.0\% \pm 1.5\%, \quad (3.56)$$

où l'incertitude correspond à un interval de confiance à 95%.

### 3.4.3 Calibration du gain

Pour mesurer le gain  $g$  de la caméra, on utilise simplement le fait que le bruit du nombre de coup par pixel est lié à ce gain selon

$$\text{Var } N^{\text{coups}} = g \langle N^{\text{coups}} \rangle. \quad (3.57)$$

Pour réaliser cela, on illumine le CCD avec deux impulsions successives, d'intensités identiques, et on calcule la différence des deux images. On mesure alors, pour plusieurs séries d'images, l'écart à la

<sup>7</sup>Newport Optical Power Meter 840-C

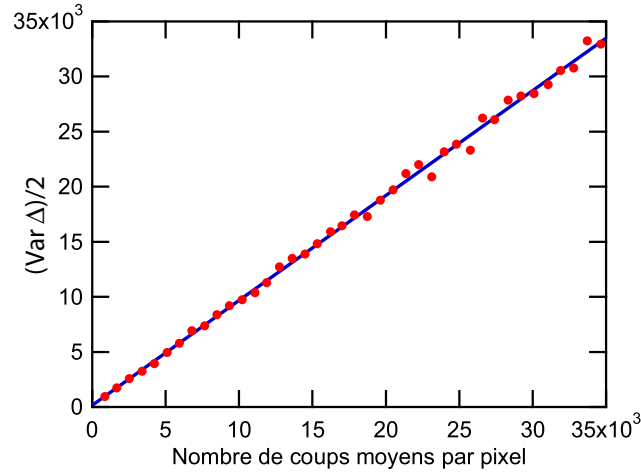


Figure 3.20 – Calibration du gain de la caméra. Le principe consiste à mesurer la variance de la différence du nombre de coup entre deux images en fonction de la valeur moyenne. Cette dernière est alors telle que  $\text{Var}\Delta = 2g\langle N^{\text{coups}} \rangle$ .

valeur moyenne de chaque pixel pour chaque série. Les données sont ensuite ré-ordonnées par intensité d'illumination moyenne auxquelles on associe une variance mesurée, dont on peut aisément montrer qu'elle vaut

$$\text{Var}\Delta = 2g\langle N^{\text{coups}} \rangle, \quad (3.58)$$

où  $\Delta$  est la différence des nombres de coups du pixel considéré et  $\langle N^{\text{coups}} \rangle$  le nombre de coup moyen sur ce pixel. On obtient ainsi la valeur du gain  $g$

$$\boxed{g = 0.952 \pm 0.008}, \quad (3.59)$$

en excellent accord avec la valeur donnée par le constructeur de 0.95. Cette mesure ne tient pas compte de l'effet de "flat field", *i.e.* de l'inhomogénéité de la valeur du gain entre chaque pixel. Cette inhomogénéité est mesurée à moins de 1% d'après le constructeur, et ne sera pas discutée ici. Par ailleurs, contrairement à ce que pensent beaucoup, la linéarité de la CCD n'est pas vérifiée jusqu'à la saturation. Les effets non-linéaires peuvent intervenir dès le milieu de la gamme dynamique dans certains cas. Dans le cas de la caméra utilisée, le constructeur assure une linéarité à 1% près sur l'ensemble de la gamme dynamique, sans préciser jusqu'à quelle valeur supérieure cette dernière est définie. En pratique, les mesures de gain ont permis de vérifier cette linéarité pour une gamme allant de 0 à  $40 \times 10^3$  coups, pour une gamme dynamique de 16 bits soit 65536 coups. Pour l'ensemble des données présentées dans ce mémoire, le nombre de coups dans les zone utiles était toujours inférieur à  $40 \times 10^3$ , et donc la CCD est bien dans son régime linéaire. Par ailleurs, il a été systématiquement évité de saturer les pixels de la CCD, y compris ceux en dehors de la région utile, afin d'éviter les effets de type "blooming"<sup>8</sup>.

Pour la mesure du rendement quantique, on se ramène en pratique à la mesure du produit  $g\eta$ . Pour cela, on illumine le CCD avec une impulsion de lumière d'extension spatiale faible devant la taille du capteur capteur. On en déduit ensuite le nombre de coups total en intégrant sur toute la

<sup>8</sup>Le "smearing" correspond à l'accumulation d'électron sur le CCD pendant la phase de lecture. Ce phénomène apparaît pour des sources lumineuses intenses, éclairant continuellement le CCD, et se traduit par des traînées verticale sur l'image. L'éclairement étant contrôlé par un AOM, ce phénomène n'intervient pas dans la géométrie considérée. En revanche, le "blooming" intervient en cas de forte illumination. Les électrons accumulés sur un pixel à saturation ont tendance à "déborder" sur les pixels adjacents.

CCD, et ce pour plusieurs valeurs de durée d'impulsion, à intensité totale constante. L'intensité totale incidente (donc le nombre de photons) a été mesurée juste avant et juste après chaque mesure, pour éviter les éventuelles dérives de puissance. La procédure a été répétée plusieurs fois afin d'éliminer d'éventuels biais. La mesure de l'intensité a été effectuée avec le puissance-mètre mentionné précédemment, en balayant toute la surface utile du capteur pour estimer l'erreur éventuelle commise par une utilisation non-nominale de ce dernier, pour lequel il est préférable d'éclairer uniformément le capteur. La calibration du puissance-mètre, donnée par le constructeur, a été vérifiée l'aide d'une photodiode calibrée et d'un laser différent, de taille de faisceau similaire. Au final, on obtient

$$g\eta = 87\% \pm 3\%, \quad (3.60)$$

soit une efficacité quantique  $\eta = 91\% \pm 3\%$ , en accord avec les données du constructeur.

### 3.4.4 Calibration de la section efficace effective

La partie la plus difficile de la calibration réside dans l'estimation du coefficient de correction  $\alpha^*$ , c'est-à-dire la calibration de la section efficace effective  $\sigma^*$ . Pour cela, plusieurs méthodes sont envisageables. Dans tout les cas, on se ramène plus ou moins directement à une comparaison entre  $\sigma^*$  provenant du terme  $N_L$  et de  $g\eta T$  provenant du terme  $N_H$ . La première étape de calibration de  $g\eta$  est donc cruciale pour mener à bien la calibration de la section efficace.

Pour cela, on produit un condensat de Bose-Einstein dans le dimple en U, de quelques milliers d'atomes. Ce dernier est mesuré avec des impulsions de faible durée, typiquement de 5 à 10  $\mu\text{s}$ , mais suffisamment long devant l'établissement du régime permanent des équations de Bloch, à différentes intensités. Après chaque réalisation, un deuxième condensat est produit dans les mêmes conditions mais à  $I \sim I_{\text{sat}}$  fixe, servant de référence pour renormaliser le nombre d'atomes, et minimiser l'effet des fluctuations lors de la préparation initiale. On obtient typiquement des courbes telles que celle de la figure (3.21). Pour en extraire une valeur de  $\sigma^*$  avec un interval de confiance, on procède comme suit. On définit une série de données  $\{i\}$ , comme les valeurs de  $N_H$  et  $N_L$  de l'intensité considérée, et les même grandeurs  $N_H^{\text{ref}}$  et  $N_L^{\text{ref}}$  de l'intensité de référence. On définit alors le paramètre  $\zeta(\alpha^*)$  selon

$$\zeta(\alpha^*) = \frac{N_H + \frac{1}{\alpha^*} N_L}{N_H^{\text{ref}} + \frac{1}{\alpha^*} N_L^{\text{ref}}}, \quad (3.61)$$

ainsi qu'un moindre carré  $\chi^2$  selon

$$\chi^2(\alpha^*) = \frac{1}{N_{\text{err}}^2} \sum_i (1 - \zeta_i(\alpha^*))^2, \quad (3.62)$$

où  $N_{\text{err}}$  est une estimation de l'erreur commise en raison des fluctuations de préparation initiale, définie selon

$$N_{\text{err}}^2 = \frac{\text{Var } N^{\text{ref}}}{\langle N^{\text{ref}} \rangle^2}, \quad (3.63)$$

où  $N^{\text{ref}}$  est le nombre d'atome mesuré à l'intensité de référence. La procédure d'ajustement consiste en une méthode de minimisation du moindre carré vis-à-vis du paramètre  $\alpha^*$ . Pour une série de données typiques, on obtient un moindre carré réduit  $\chi_{\text{red}}^2$  de 1.5 à 2, indiquant que le modèle est bien vérifié, avec une légère sous estimation des barres d'erreurs. Plusieurs séries de données ont été réalisées sur deux semaines environ pour limiter au minimum les différents effets systématiques pouvant introduire un biais à la mesure. En regroupant l'ensemble de ces résultats, on obtient

$$\boxed{\alpha^* = 0.86 \pm 0.075}, \quad (3.64)$$



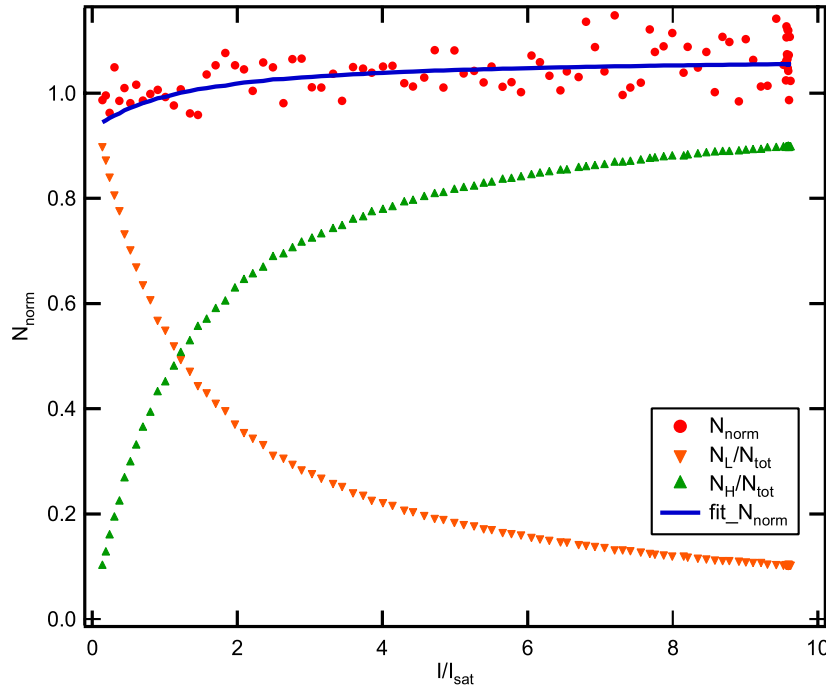


Figure 3.21 – Mesure de la section efficace effective  $\sigma^*$ . Un condensat de quelques milliers d’atomes est produit et détecté après 6 ms, alternativement avec une intensité de  $I_{\text{sat}}$  et une intensité variable, afin de renormaliser le nombre d’atomes et lisser les fluctuations du nombre d’atomes. La section efficace est initialement prise égale à  $\sigma_0$ . Ce nombre d’atomes normalisé  $N_{\text{norm}}$  est représenté en points rouges. Aux hautes intensités,  $N_{\text{norm}}$  est clairement supérieur à 1, indiquant que la section efficace est sur-estimée. Les triangles vert et orange représentent les contributions relatives des termes  $N_L$  et  $N_H$ . Un ajustement permet de corriger la section efficace, et de la fixer à  $\sigma^*$  pour minimiser les fluctuations de  $N_{\text{norm}}$  avec l’intensité du laser de détection. La courbe théorique tenant compte de cette nouvelle section efficace est représentée en bleu.

où la barre d’erreur correspond à un interval de confiance de 95%.

Par ailleurs, en utilisant la fonction  $\mathcal{W}$  de Lambert, solution de l’équation

$$\mathcal{W}(z)e^{\mathcal{W}(z)} = z, \quad (3.65)$$

il est possible, connaissant la densité colonne  $n(x, y)$  et l’intensité d’illumination  $I_b(x, y)$ , de calculer l’intensité  $I_i(x, y)$  après la traversée du nuage. On obtient aisément

$$\frac{I_i(x, y)}{I_{\text{sat}}} = \frac{1}{\alpha^*} \mathcal{W} \left( \frac{I_b(x, y)}{I_{\text{sat}}} \alpha^* e^{\alpha^* (I_b(x, y)/I_{\text{sat}} - n(x, y)\sigma_0)} \right). \quad (3.66)$$

Si on considère désormais des mesures expérimentales du nombre d’atomes avec une section efficace effective que l’on fixe à  $\sigma = \beta\sigma_0$  pour l’analyse des données. On cherche à fixer expérimentalement  $\beta$  à la valeur de  $\alpha^*$ . Pour cela, on fait une première hypothèse sur sa valeur (en pratique  $\beta = 1$ ), pour obtenir une densité colonne effective  $n^{\text{eff}}(x, y)$  selon

$$n^{\text{eff}}(x, y) = - \frac{1}{\beta\sigma_0} \ln \left( \underbrace{\frac{1}{\alpha^*} \frac{I_{\text{sat}}}{I_b(x, y)} \mathcal{W} \left( \frac{I_b(x, y)}{I_{\text{sat}}} \alpha^* e^{\alpha^* (I_b(x, y)/I_{\text{sat}} - n(x, y)\sigma_0)} \right)}_{=N_L} \right) \quad (3.67)$$

$$+ \frac{1}{\sigma_0} \left( \frac{I_b(x, y)}{I_{\text{sat}}} - \underbrace{\frac{1}{\alpha^*} \mathcal{W} \left( \frac{I_b(x, y)}{I_{\text{sat}}} \alpha^* e^{\alpha^* (I_b(x, y)/I_{\text{sat}} - n(x, y)\sigma_0)} \right)}_{=N_H} \right). \quad (3.68)$$

Il est alors possible d'ajuster  $\beta$  à la valeur de  $\alpha^*$  à partir d'un ajustement type moindre carré d'une des courbes  $N_L/N_{\text{tot}}$  ou  $N_H/N_{\text{tot}} = 1 - N_L/N_{\text{tot}}$ . Cette méthode présente l'avantage de ne pas nécessiter une renormalisation du nombre d'atomes à une intensité de référence. L'inconvénient majeur provient du fait que ces courbes doivent être estimées pixel par pixel et non plus sur le nombre d'atomes total, car la densité colonne, *via* le terme  $n(x, y)\sigma_0$ , modifie notablement l'allure des courbes. Cela rend l'analyse des données plus complexe, mais surtout accroît notablement le temps de calcul. Un premier script MATLAB a été écrit dans le cas simpliste où l'on considère le nombre d'atomes total et non la densité colonne. Les résultats sont naturellement mauvais compte tenu de la remarque précédente, mais surtout le temps de calcul est important. Le calcul pixel par pixel semblait donc fortement compromis. Par manque de temps, et souci de simplicité, c'est la première méthode qui fut conservée pour estimer  $\alpha^*$ . Néanmoins, une mesure plus précise doit être possible avec cette méthode, en travaillant sur l'amélioration de l'algorithme d'ajustement<sup>9</sup>.

### 3.4.5 Performances

#### Bruit de détection

Pour estimer les performances du système de détection, le plus simple est de comparer le bruit mesuré au bruit théorique de grenaille optique. Pour cela, une image est prise sans atomes, et la statistique du nombre d'atomes par pixel est alors mesurée. On obtient alors la figure (3.22), en bon accord avec la prédiction théorique.

*En première approximation, le bruit dominant par pixel est le bruit de grenaille optique.*

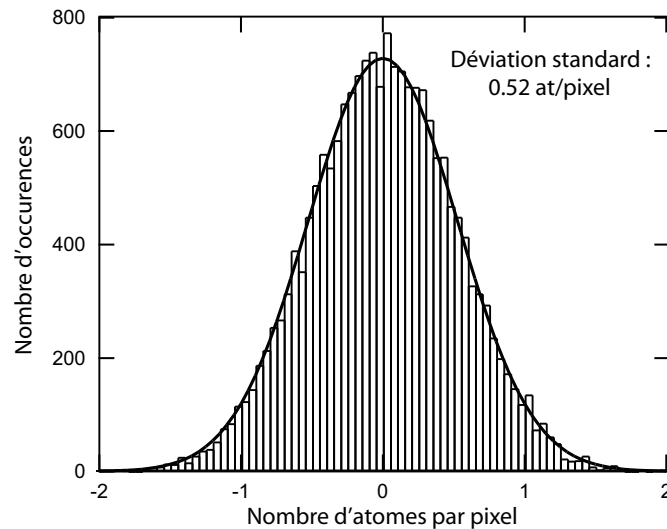


Figure 3.22 – Histogramme de la distribution du nombre d'atomes mesurés sur un pixel unique pour un pulse de  $55 \mu\text{s}$  à  $I = I_{\text{sat}}$ . La courbe en traits continus n'est pas un ajustement mais la distribution de bruit théorique si l'imagerie était limitée par le bruit de grenaille optique.

#### Atomes fantômes

Le principe de la technique de "frame transfer" consiste à réduire l'intervalle de temps entre l'image et le blanc. Si cet interval de temps est trop court, alors les atomes seront toujours présents dans le

<sup>9</sup>Il est à noter que MATHEMATICA calcule la fonction de Lambert beaucoup plus rapidement que MATLAB et sera plus approprié.

champ du système d'imagerie. Pour un interval de 3 ms entre les deux images, le problème se pose. Les atomes seront toujours résonants avec l'impulsion du blanc, et fausseront le profil d'intensité de référence (figure (3.23,a)). Pour résoudre ce problème, le champ magnétique est changé durant le transfert de registres, rendant les atomes non-résonants lors de la seconde impulsion.

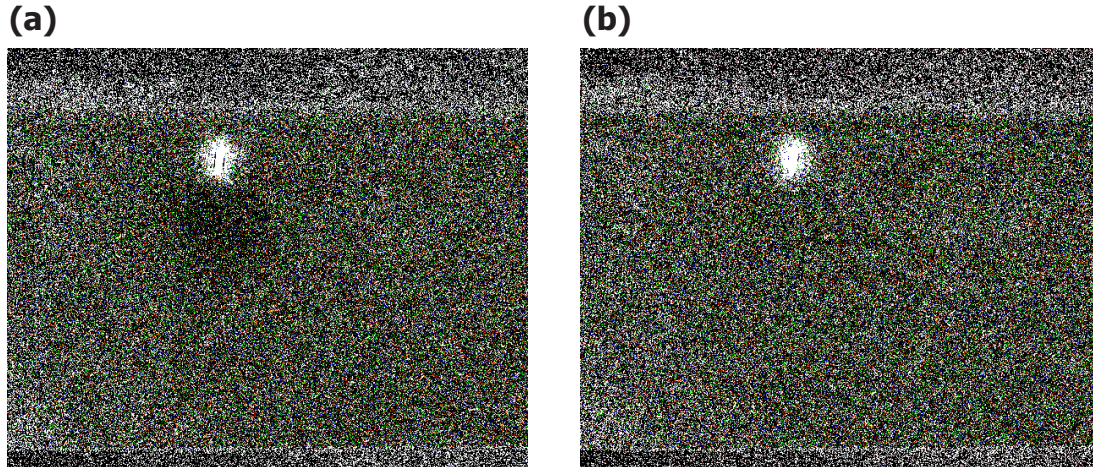


Figure 3.23 – (a) Image d'un condensat sans précautions particulières avec la méthode de "frame transfert". L'échelle de couleur va de 0 à 1 atome par pixels pour illustrer la qualité de l'imagerie. Les atomes sont toujours présents et résonnants avec l'impulsion de détection lors du blanc. Cela se traduit par l'existence d'un nuage d'atomes "fantômes", comptés négativement, clairement visible en noir sur l'image. (b) Pour éviter ce phénomène, susceptible de sous-estimer le nombre d'atomes, le champ magnétique de détection est changé durant l'intervalle entre les deux impulsions laser, afin de rendre les atomes non-résonants pour la seconde impulsion.

# 4

## CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN

DANS ce chapitre, nous allons décrire la préparation d'un condensat de Bose-Einstein d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|2,2\rangle$ . Compte tenu de la proximité des doubles puits de potentiel réalisable de la surface à la puce, nous étudierons également l'interaction entre le nuage et cette dernière, ainsi que les conséquences potentiels sur les expériences qui suivront.

## 4.1 Du piège magnéto-optique au piège magnétique

Le piège magnéto-optique est la première étape du refroidissement atomique, permettant d'atteindre des températures suffisamment basses avant leur piégeage magnétique. Un piège magnéto-optique est la combinaison d'une mélasse optique, confinant les atomes dans l'espace des impulsions, et d'un piège magnétique (quadrupolaire), permettant le confinement dans l'espace des positions. Il s'agit d'un piège dissipatif.

### 4.1.1 Piège magnéto-optique macroscopique

Les atomes de rubidium sont délivrés par le dispenser, mentionné dans le chapitre 2. Afin de pouvoir piéger un grand nombre d'atomes, il est nécessaire de former un piège magnéto-optique ayant un volume de capture important [172]. Il ne sera pas possible de générer le premier piège magnéto-optique avec la puce, son volume de capture serait trop faible. Un piège magnéto-optique sera donc généré loin de la puce (quelques mm), avec un dispositif plus traditionnel et des gradients de champ plus faibles (augmentant le volume du piège). Afin de réduire la taille du dispositif, le champ quadrupolaire est réalisé à l'aide d'un conducteur en cuivre macroscopique en forme de U (voir figure (4.1)), dans lequel circule jusqu'à 60 ampères (Delta Elektronika SM 15-100, unipolaire 100A/15V). L'idée initialement proposée par J. Schmiedmayer [173], a été ensuite adaptée par T. Steinmetz [151] pour notre géométrie de cellule. Ce "U" fait 2 mm d'épaisseur et est collé sur la puce de base avec une colle epoxy (Epo-Tek H77). Du mica permet d'isoler le "U" d'un bloc en cuivre rectangulaire collé dessus, avec une canalisation creusée à l'intérieur, permettant l'écoulement d'un circuit de refroidissement à eau. La résistance du "U" est faible ( $\sim 0.2 \text{ m}\Omega$ ), ne dissipant que 0.6 W. Cependant, la résistance de contact au niveau des câbles bananes est plus importante ( $\sim 0.9 \text{ m}\Omega$ ), dissipant environ 2.72 W, responsable d'un échauffement du bloc en cuivre. Le circuit de refroidissement est assuré par un écoulement d'eau à faible débit (3.5 l/h), non thermostatée<sup>1</sup>. Le champ quadrupolaire du premier PMO est réalisé en appliquant un courant de 55 A dans le U en cuivre et un champ de biais  $\mathbf{B} = (0.8, 8.4, 3.2) \text{ G}$ . Les faisceaux laser de refroidissement sont désaccordés de  $-2.6\Gamma$  par rapport à la résonance de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , et le laser repompeur est couplé aux faisceaux à  $45^\circ$  de la puce, résonnant sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ .

Le PMO est chargé en 6 s (pour une durée totale d'une séquence typique de l'ordre de 10 s), à environ 4 mm de la puce. Le nombre d'atomes collectés est de l'ordre de  $1.5 \times 10^7$  atomes.

### 4.1.2 Transfert vers la puce et PMO comprimé

Une fois le premier PMO macroscopique chargé, il est impossible de le transférer directement dans un piège magnétique aussi loin de la puce. Il est nécessaire de rapprocher et de comprimer le PMO, afin d'augmenter la densité de ce dernier et d'améliorer le recouvrement avec le futur piège, ce dernier

<sup>1</sup>Une thermistance de 10 k $\Omega$  est collée au milieu du bloc de cuivre permettant de contrôler le débit d'eau afin d'avoir une température raisonnable. Idéalement, cette dernière est maintenue entre 17 et 19°C. Une alarme permet éviter de dépasser 24°C. En hiver, l'eau venant de l'extérieur peut être très froide. Le débit utilisé est alors très faible (goutte à goutte) afin d'éviter des températures inférieures à 15°C et le risque de condensation d'eau sur la cellule. Au cours d'une journée, le débit d'eau doit être régulièrement ajusté. La stabilité de la température du bloc de cuivre est alors de quelques degrés. La nuit (de 22h à 6h), la température de l'eau est beaucoup plus stable, de l'ordre de 1°, sans avoir à contrôler le débit d'eau.

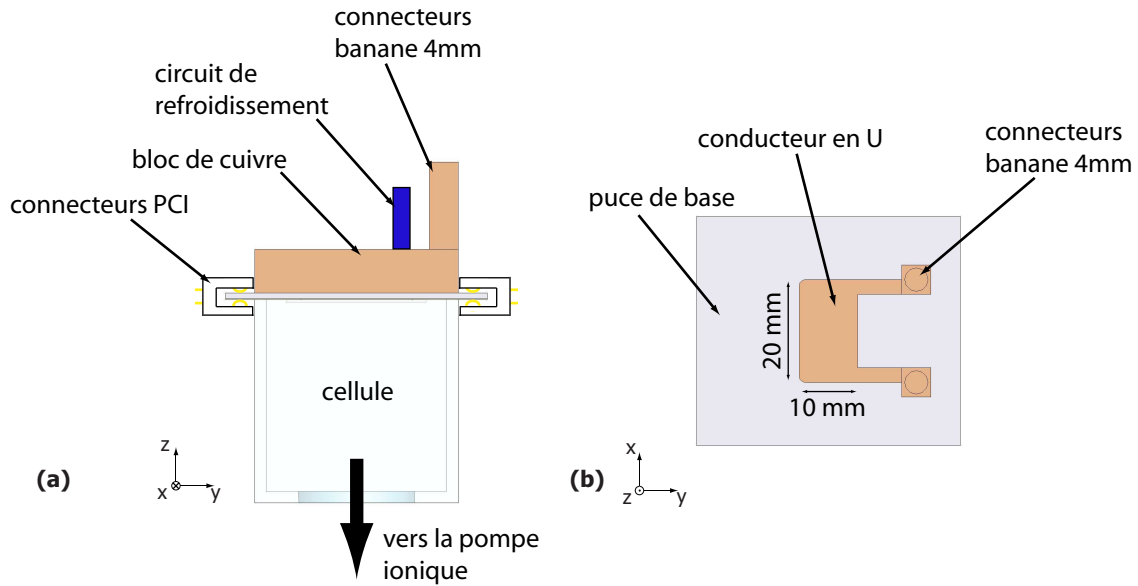


Figure 4.1 – Géométrie du bloc en cuivre et du conducteur en U pour le premier PMO. (a) Vue de profil. Les connecteurs PCI permettent d'acheminer le courant dans les fils. Le bloc de cuivre est collé à la puce et au conducteur en U, isolé par du mica. Ce bloc de cuivre sert de masse thermique, la chaleur étant évacuée par refroidissement à eau. (b) Vue de dessus. Seul le conducteur en U et la puce de base sont visibles. Le conducteur en U fait 2 mm d'épaisseur, et est alimenté par des câbles bananes de 4 mm de diamètre.

étant au maximum à une distance d'environ  $500\ \mu\text{m}$  pour avoir une hauteur de piège suffisante aux températures considérées. Après 6 s de PMO macroscopique, les faisceaux lasers sont coupés à l'aide des modulateurs acousto-optiques (AOM) en 1.5 ms. Le courant dans le conducteur en U est immédiatement coupé. Durant la coupure, le champ magnétique homogène est changé à la valeur de  $\mathbf{B} = (0.4, 3, -0.6)$  G. L'expansion du nuage, ainsi que sa chute libre sont suffisamment faibles au cours des 1.5 ms pour pouvoir être recapturé dans un deuxième PMO. Les faisceaux lasers sont rallumés, et un courant de 5 A parcourt un fil en forme de U sur la puce de base (voir figure (4.2)). Ce PMO de

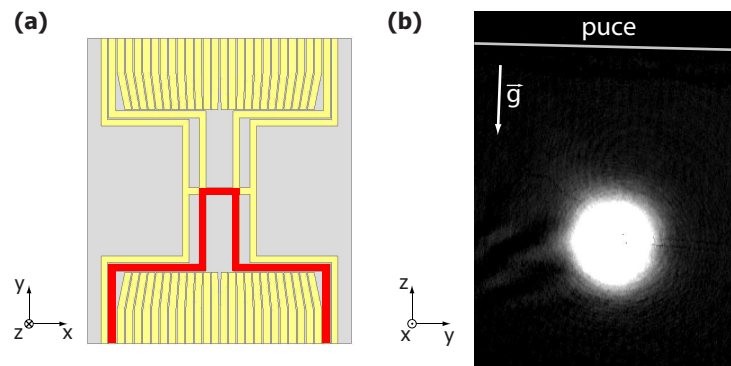


Figure 4.2 – (a) Configuration de fils utilisée pour le PMO avec la puce de base. Le courant utilisé est de 5 A. (b) Image par absorption selon l'axe X après un temps de vol de 1.5 ms. Le nombre d'atomes mesuré par intégration est de  $1.6 \times 10^7$  atomes. Le taux de transfert du PMO macroscopique au PMO de la puce est de 100%.

la puce est maintenu 2 ms avec un nombre d'atomes total de  $1.6 \times 10^7$ . Aux incertitudes de mesures près, le taux de transfert entre les deux PMO est de l'ordre de 100%.

Le piège magnétique doit être à une distance inférieure à  $500 \mu\text{m}$ , afin d'être suffisamment profond, en vertu du critère mentionné dans le chapitre précédent, et donc bien inférieur aux  $4 \text{ mm}$  de la distance du PMO. Il convient de rapprocher et de comprimer le PMO afin d'avoir un nuage d'extension spatiale proche de celle du futur piège. Le courant dans le U de la puce est donc diminué alors que les champs de biais sont augmentés. Dans le même temps, les faisceaux refroidisseurs sont continûment désaccordés à environ  $-9\Gamma$  pour compenser l'effet du gradient de champ magnétique plus élevé, et diminuer également la température. Dans les expériences ayant une géométrie similaire [151, 157, 174], ce transfert est réalisé en une vingtaine de millisecondes et se fait sans pertes d'atomes. Cependant, avec la cellule utilisée, cette procédure est difficile à réaliser pour des distances inférieures à  $800 \mu\text{m}$ . En effet, lors du collage de la puce sur la cellule, un excès de colle a débordé sur les faces dans la direction  $x$ . La couche de colle excédante est estimée à environ  $800 \mu\text{m}$  de largeur (voir figure (4.3)). La présence de cette colle gêne considérablement l'optimisation du PMO

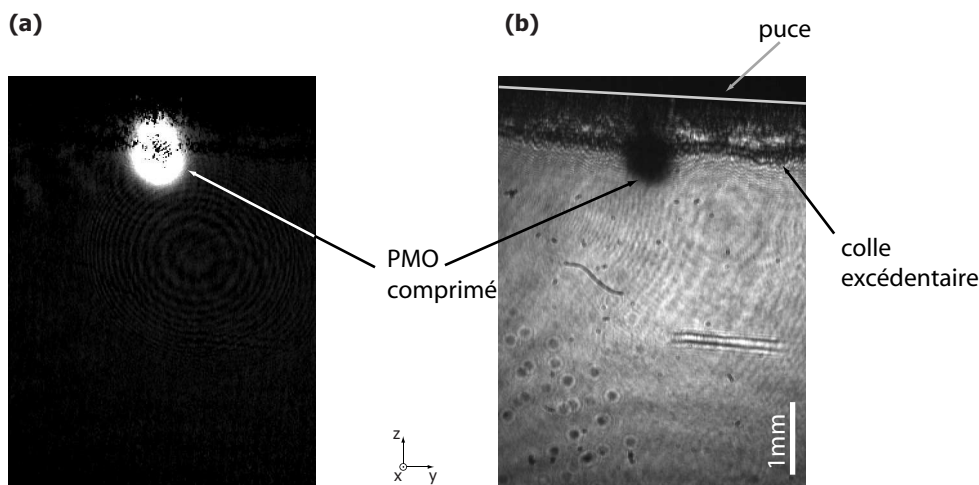


Figure 4.3 – (a) Image d'absorption du PMO comprimé proche de la puce. L'échelle de couleur en densité optique s'échelonne de 0 à 1. (b) Image brute avec atomes. La couche de colle d'environ  $800 \mu\text{m}$  est clairement visible, le PMO comprimé est masqué par cette dernière.

comprimé et les pertes atomiques atomiques sont considérables dans le PMO comprimé final où ne subsiste dans le meilleur des cas que  $6 \times 10^6$  atomes. Il est probable que l'épaisseur de colle diffuse notablement la lumière du PMO, et dégrade ce dernier.

Une solution permettant de contourner ce problème a été trouvée. Les paramètres du PMO sont changés en 12 ms avec des rampes TURN ON (voir annexe B), vers un piège final très proche de la puce. Normalement, à la fin du PMO comprimé, les faisceaux lasers sont éteints afin de couper le champ magnétique homogène pour la mélasse optique, afin d'éviter d'appliquer des forces radiatives incontrôlées lors de l'évolution du champ. Si les lasers sont rallumés avant que le champ magnétique soit établi, on constate empiriquement que le nombre d'atomes dans le piège est plus élevé. Même si le mécanisme exact de ce chargement du piège n'est pas complètement compris, cette méthode se révèle être la plus efficace pour charger le piège. Le champ magnétique final est  $\mathbf{B} = (0.40, 4.55, -0.40) \text{ G}$ , pour un courant dans le U de la puce de  $3.5 \text{ A}$ . Le désaccord des lasers est changé avec le même profil temporel jusqu'à  $-9.5\Gamma$ .

### 4.1.3 Mélasse optique et pompage optique

Après une 1 ms de PMO comprimé, les faisceaux lasers sont éteints afin d'annuler le champ magnétique pour la phase de mélasse optique, et refroidir le nuage sans appliquer de force moyenne.

Ils sont ensuite rallumés au bout de  $750 \mu\text{s}$ , avant que le champ magnétique soit parfaitement établi pour la raison évoquée dans la section précédente. Le champ magnétique résiduel<sup>2</sup> est compensé à l'aide des bobines. Il est mesuré par effet Hanle [175, 109, 176, 177], à l'aide d'un processus itératif qui ne sera pas détaillé dans ce mémoire. L'annulation du champ magnétique a été effectuée avec et sans blindage, avec une résolution de l'ordre de quelques milliGauss par composante. La phase de mélasse dure 3 ms pour éviter une diffusion spatiale trop importante, à un désaccord de  $-13\Gamma$ . La puissance des faisceaux refroidisseurs est diminuée durant la mélasse, avec un atténuateur (Mini-Circuits ZMAS-3) contrôlant la puissance dans le modulateur acousto-optique correspondant<sup>3</sup>. Une fois optimisée, la température après la mélasse est mesurée précisément en mesurant la taille du nuage pour différents temps de vol (de 10 ms à 22 ms), limité par l'épaisseur de colle et le champ de l'imagerie). La température mesurée est de  $7.9 \pm 0.5 \mu\text{K}$ , aux erreurs de calibration du grandissement optique près. Le nombre d'atomes dans la mélasse après pompage est environ de  $10^7$  atomes.

Une fois refroidis, les atomes sont pompés optiquement dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Un champ de quantification de 3.5 G selon l'axe  $\mathbf{u}_x$  est établi en à peu près  $500 \mu\text{s}$ , suivi d'une impulsion laser d'une durée de 300 à  $500 \mu\text{s}$ , polarisée  $\sigma^+$  et résonante sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$ .

#### 4.1.4 Piège magnétique

Le premier piège magnétique est créé par un fil en Z sur la "science chip", parcouru par un courant de  $I_{\text{offe}} = 1.3 \text{ A}$ , superposé à un champ homogène  $\mathbf{B} = (2.5, 6.0, 0) \text{ G}$ . Typiquement,  $6$  à  $8 \times 10^6$  atomes sont piégés dans ce premier piège après 100 ms. Les pertes atomiques entre la mélasse optique et le piège sont attribuées à un recouvrement imparfait entre la mélasse et le piège plutôt qu'un pompage imparfait. Le transfert dans le piège est optimisé, en maximisant le nombre d'atomes restant après 1 s de piégeage magnétique, afin de tenir compte du chauffage dû aux oscillations initiales si la mélasse n'est pas positionnée au centre du piège.

## 4.2 Refroidissement évaporatif

La puce de base permet de générer un champ quadrupolaire pour le PMO comprimé, alors que les différents pièges sont réalisés à l'aide de la "science chip". Pour générer un piège dimple, la géométrie de base consiste à utiliser deux fils qui se croisent. Cependant, dans ce cas là, les lignes de courant auront une distribution dépendant de la qualité de fabrication des fils, pouvant fluctuer avec l'échauffement de ces derniers. Ces fluctuations de la distribution de la densité de courant vont directement se répercuter sur le potentiel, dont l'effet sera d'autant plus important que le piège sera proche des fils. Ces fluctuations vont modifier le potentiel d'une réalisation sur l'autre, et ne permettront donc pas d'avoir une stabilité aux longs termes suffisante pour étudier des effets fins, comme les fluctuations de différences de population dans un double puits. Pour remédier à cela, nous avons développé une géométrie où les deux fils sont distribués en deux couches, telles qu'il n'y ait pas de contact électrique entre eux. La couche supérieure est formée d'un ensemble de 8 fils parallèles (épais de  $1 \mu\text{m}$ , larges de  $2 \mu\text{m}$  et espacés de  $2 \mu\text{m}$ ), alors que la couche inférieure est plus complexe, et sera décrite dans la section suivante.

### 4.2.1 Couche inférieure de la "science chip"

La géométrie de la couche inférieure est décrite figure (4.5). Elle est formée sur la base d'un double H,

<sup>2</sup>Dû au champ terrestre en l'absence de blindage, ou au champ résiduel du blindage magnétique si ce dernier est présent.

<sup>3</sup>La tension appliquée sur cet atténuateur diminue linéairement au cours du temps, mais son comportement n'est pas linéaire.



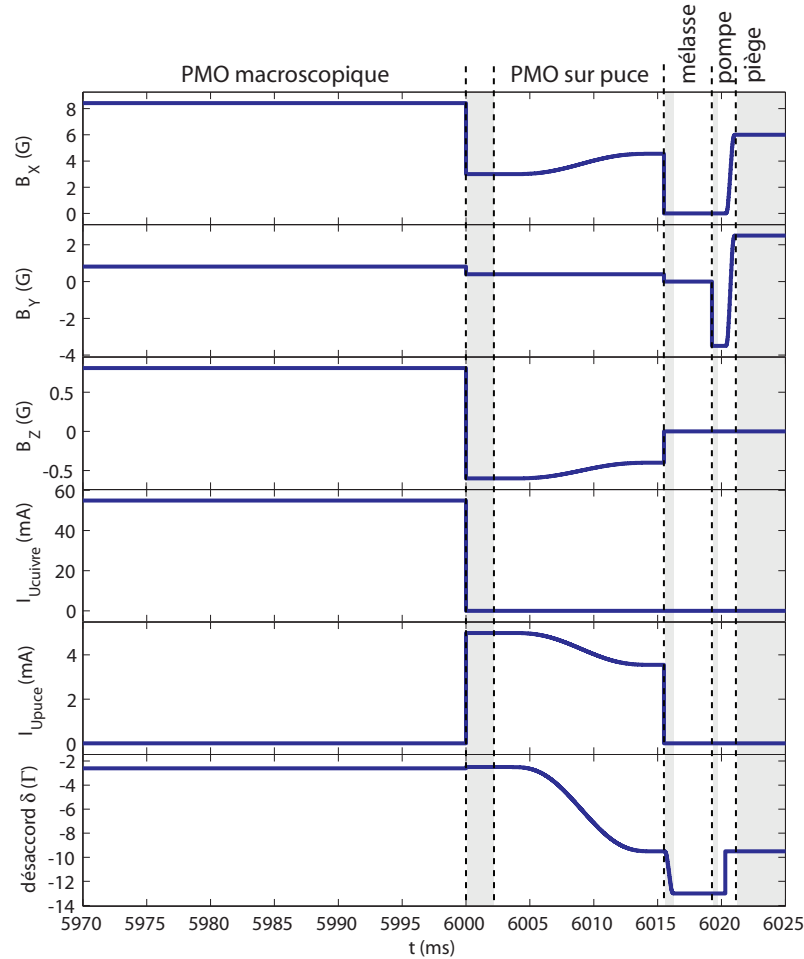


Figure 4.4 – Séquence temporelle des principaux paramètres du refroidissement initial. L'origine des temps est fixée au début du PMO macroscopique. Seul les 30 dernières millisecondes du PMO macroscopique sont représentées. Les zones grisées correspondent aux phases où les faisceaux laser sont tous éteints.

semblable à celui de la puce de base, mais de largeur totale 4 mm. La branche gauche est elle même structurée par un réseau de fils symétriques en U et en M. La branche centrale du Z est localement réduite à  $11\ \mu\text{m}$  de large, contre  $50\ \mu\text{m}$  dans les 3 millimètres restants. C'est cette branche étroite qui fixe le courant maximal admissible par le Z (inférieur à 1.5 A). Les deux U permettent de former, avec le Z, trois fils de largeur  $11\ \mu\text{m}$ , espacés de  $3\ \mu\text{m}$ , formant ainsi une configuration à trois fils permettant de générer deux guides d'atomes 2D, parallèles, de séparation contrôlable avec le courant du fil du milieu. En exploitant les fils de la couche supérieure (au nombre de 8), on peut générer des dimples dans ces guides, jusqu'à 4 par guides, et former ainsi un réseau 2D de puits de potentiels, décrits dans le chapitre précédent. Les fils en M sont eux plus larges ( $20\ \mu\text{m}$ ). Ils permettent de générer un dimple dans le Z, au niveau des fils de la couche supérieure, sans nécessité de croisement entre les fils.

Si on considère que ces M sont parcourus avec la distribution de courant de la figure (4.6,a), suffisamment loin de la surface, le système est équivalent à trois fils parcourus par des courants identiques de sens opposés. Les deux M sont espacés de  $100\ \mu\text{m}$ , donc ces raisonnements seront valables à des distances à la puce de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$ . Si par ailleurs, on n'utilise qu'une branche du M, c'est-à-dire une configuration en U (géométrie (b) de la figure (4.6)), on obtient alors un système équivalent de deux fils, parcourus par le même courant en sens opposés. Un de ces deux fils équivalent est sur

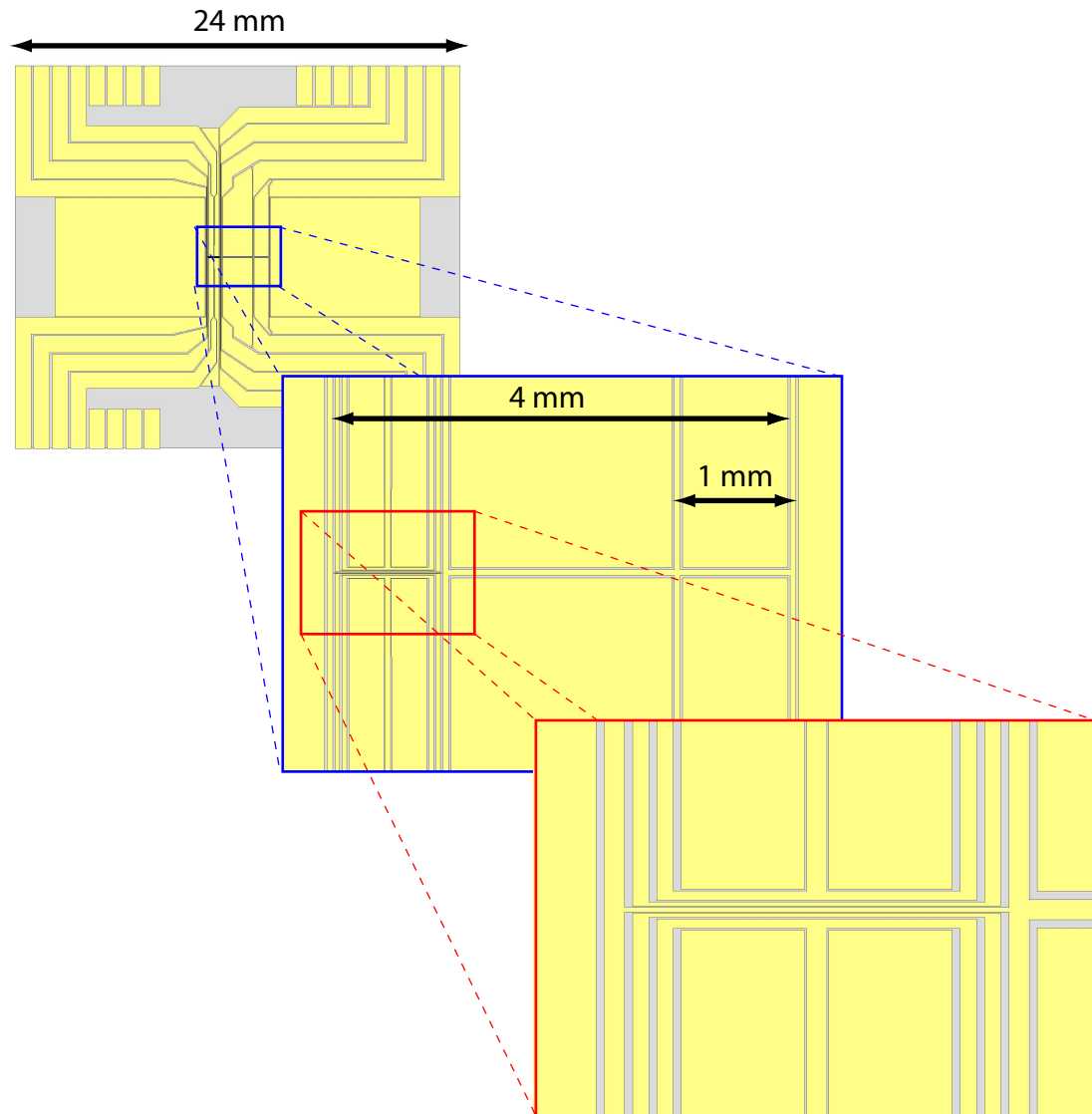


Figure 4.5 – Couche inférieure de la "science chip".

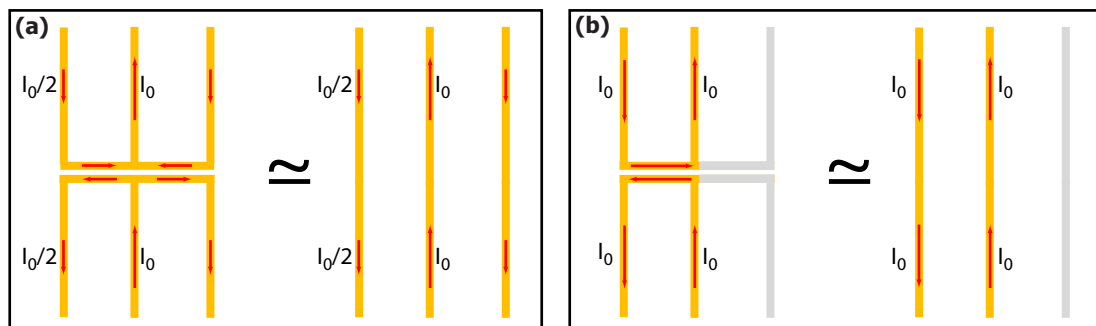


Figure 4.6 – Fils en M de la couche inférieure, et systèmes équivalents. (a) Configuration en M. (b) Configuration en U.

le bord du Z, et donc importe peu. En revanche, le deuxième permet d'obtenir l'équivalent d'un fil croisant le Z et on génère ainsi un dimple, sans avoir de fils qui se croisent.

#### 4.2.2 Transfert vers le piège de refroidissement

Après 5 ms dans le premier piège, les courants et champs sont changés en 40 ms à  $\mathbf{B} = (3.4, 19.7, 0)$  G pour un courant  $I_{\text{offe}} = 1$  A afin de comprimer le piège et d'augmenter le taux de collisions. Ensuite, les fils en M vont être utilisés en configuration en U pour créer un dimple. Les courants dans les deux U de la couche inférieure sont amenés à la valeur de  $I_{\text{dimple}} = 300$  mA en 10 ms, tout en gardant le champ de biais constant, creusant le piège en Z localement au dessus du bord du U.

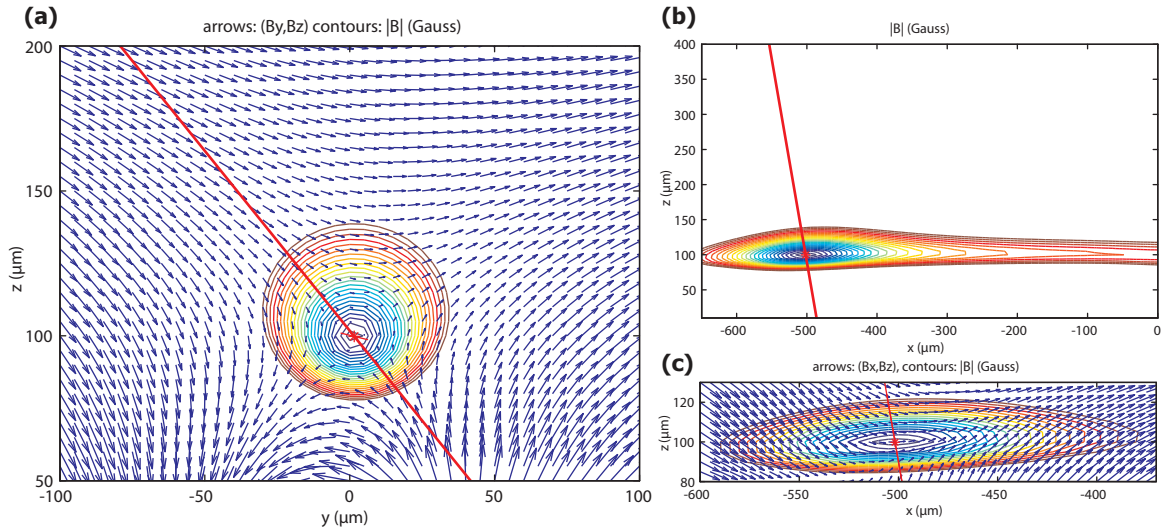


Figure 4.7 – Exemple de calcul avec Comsol 3.4 : piège de refroidissement ("U-dimple"). (a) Lignes de champ (flèches) dans le plan  $yz$ . Le trait rouge correspond à un axe propre du quadrupole. Les lignes de niveaux délimitent le piège de 0 à 6 G par intervalles de 200 mG. (b) Même courbe mais correspondant au plan  $xz$ . La distance à la surface de la puce est calculée à la valeur de  $z_0 = 100 \mu\text{m}$ . La région du dimple est clairement visible. (c) Zoom sur le dimple. Les lignes de niveaux délimitent le piège de 0 à 4 G par intervalles de 150 mG.

#### 4.2.3 Rampe radiofréquence

Une fois le dimple formé, le nuage d'atomes doit être refroidi jusqu'au régime de dégénérescence quantique par refroidissement évaporatif. L'onde radiofréquence est générée par un synthétiseur DDS Stanford Research System SRS DS 345 commandé par GPIB, que l'on peut déconnecter grâce à un interrupteur radiofréquence ZASWA-2-50-DR+ (Mini-Circuits). Le signal est amplifié de 24 dBm par un amplificateur ZHL-3A (Mini-Circuits) avant d'être acheminé par un câble BNC d'impédance  $50 \Omega$  jusqu'à une bobine de fil de cuivre émaillé de 10 tours de 25.4 mm de diamètre. Une résistance de  $50 \Omega$  est connectée en série pour éviter les retours. La bobine est fixée le plus près possible de la puce (voir figure (4.8)). En tenant compte des différents éléments introduisant des pertes (combineur et interrupteur sont responsables de quelques dB de pertes chacun), la puissance envoyée à l'antenne est de l'ordre de 25 dBm. La rampe de fréquence RF est exponentielle entre une fréquence initiale  $\nu_0$  et une fréquence finale  $\nu_f$  de la forme

$$\nu_{\text{RF}}(t) = \nu_0 \left( \frac{\nu_f}{\nu_0} \right)^{\alpha t}, \quad (4.1)$$

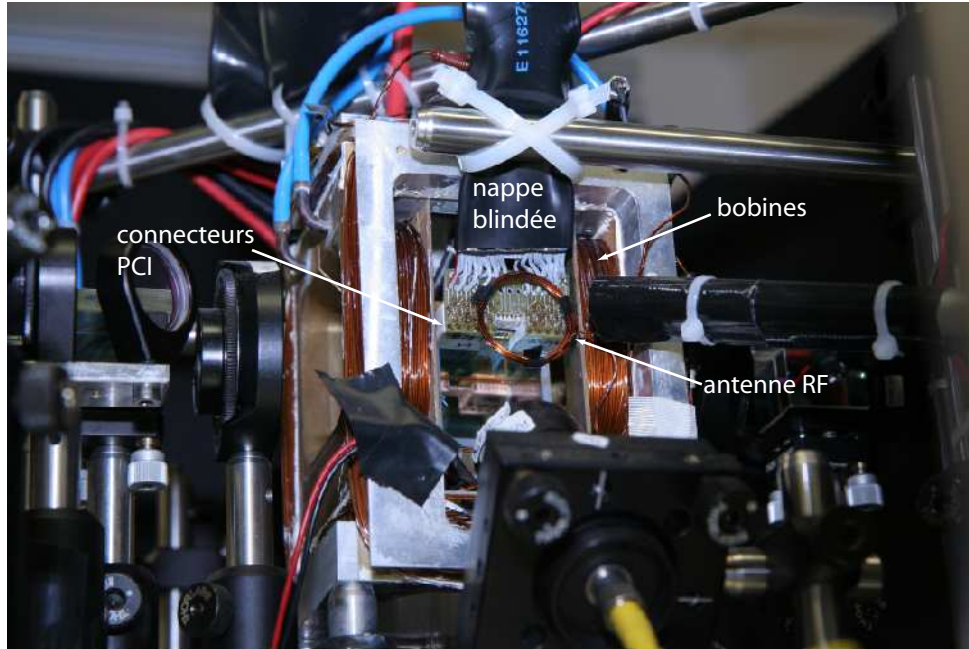


Figure 4.8 – Le couteau radiofréquence est produit à l'aide d'une petite bobine externe, d'une dizaine de tours, de un pouce de diamètre. Elle est positionnée au plus près des connecteurs de la puce, tout en laissant l'accès optique au faisceau de détection selon l'axe  $y$ .

où  $\alpha$ ,  $\nu_f$  et  $\nu_0$  sont définis par GPIB. En pratique, on fixe  $\alpha$  à 0.01 Hz près (limitation intrinsèque du SRS), et le temps d'ouverture de l'interrupteur radio-fréquence est fixé à la valeur de  $1/\alpha$  arrondi à la milliseconde. Une fois optimisée, la radio-fréquence décroît de 17 MHz à des fréquences de l'ordre de 1 MHz, avec une constante de temps  $\alpha = 0.6$  Hz, soit une rampe de 1.667 s.

Dans le piège de refroidissement, la durée de vie d'un nuage thermique d'une température d'environ  $5 \mu\text{K}$  est

$$\tau_{\text{th}} = 1.62 \pm 0.03 \text{ s.} \quad (4.2)$$

Pour les densités considérées, la durée de vie est essentiellement limitée par les pertes à un corps, donc la pression de gaz résiduel. La mesure de cette durée de vie permet d'obtenir une estimation de la qualité du vide au niveau des pièges magnétiques, et constitue ainsi une information capitale pour la faisabilité d'un condensat de Bose-Einstein. Cette valeur est faible comparée aux expériences similaires [151], rendant la suite des expériences plus délicate. Des collisions inélastiques avec le gaz résiduel nuisent à l'efficacité du refroidissement évaporatif, et si leur taux est trop important, rendent la condensation impossible.

#### 4.2.4 Changement de piège en court de rampe RF

Le piège précédent permet d'obtenir des condensat de Bose-Einstein, mais la condensation n'est plus une fin en soi. Dans l'étape suivante, ce condensat sera séparé en deux, avec la géométrie de fils proposée dans le chapitre précédent. Le confinement transverse du double puits sera réalisé avec le fil central du Z formé par la couche inférieure de la "science chip". Les fils de la couche supérieure sont excentrés par rapport au centre de ce Z, situés au dessus de la branche droite des U du dimple (voir figure (4.9)). Dans l'optique d'une amélioration de la stabilité du potentiel, une configuration plus symétrique est utilisée en pratique avec un Z plus petit (1 mm seulement, contrairement à 3 mm précédemment), mais où la position du double puits correspondra au centre de symétrie du Z. Ce

piège en Z est cependant trop petit pour être chargé efficacement. Pour remédier à cela, les atomes sont capturés avec un Z de 3 mm de large (le "grand Z"), dans lequel le refroidissement évaporatif est initié. En milieu de rampe radio-fréquence, la source délivrant le courant dans le Z est éteinte avec une rampe TURN ON, et dans le même temps, une deuxième source délivrant un courant dans un Z de 1 mm (le "petit Z") est allumée avec une rampe symétrique. Ainsi, le courant dans la branche commune est constant durant la phase de transfert, permettant de garder un confinement constant au voisinage du dimple. Si le nuage est suffisamment froid, la quasi totalité des atomes sont piégés dans le dimple et donc ne seront pas perdus lors du transfert.

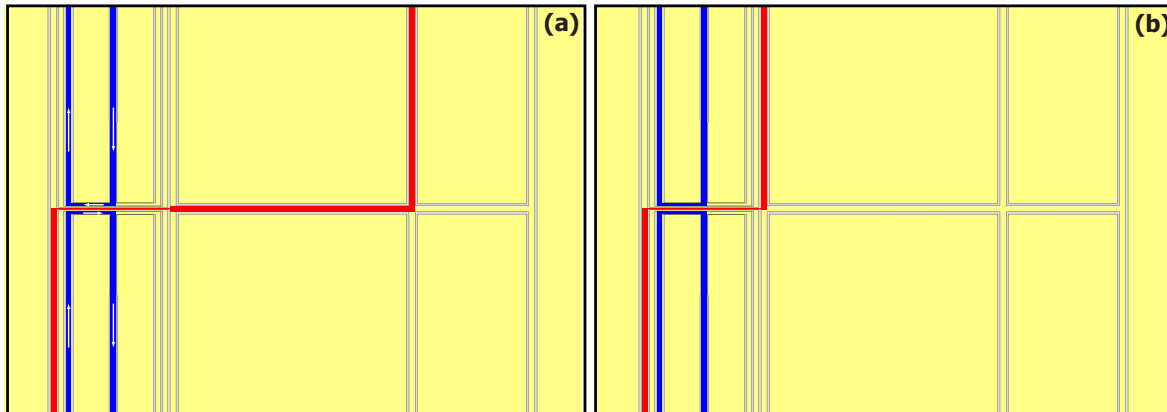


Figure 4.9 – Configurations de fils pour le premier piège de refroidissement. (a) Le piège est basé sur un piège de Ioffe-Pritchard généré par un Z de 3 mm de large. Deux fils en U parcourus par le même courant permettent de générer l'équivalent d'un fil croisé avec le Z. La distance entre les U est de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$ , et les courants de ces derniers sont anti-symétriques par rapport à l'axe du Z. À des distances suffisamment importantes, les deux U se comportent comme deux fils infinis parallèles, parcourus par des courants de sens opposés. On obtient ainsi une configuration équivalente à celle d'un Z, croisé avec un autre fil, générant ainsi un dimple local dans le piège du Z. (b) Même principe mais avec un Z de 1 mm.

Cette technique de transfert nécessite deux sources de courant flottantes. Avec les sources de courant disponibles, il faut isoler l'entrée de la tension de commande d'une des sources par un amplificateur d'isolation (INA 117), pour ne pas relier leurs masses *via* celle des cartes analogiques. Cet isolateur, ainsi que les deux sources connectées simultanément, introduisent trop de bruit électronique pour pouvoir manipuler des condensats à des distances de l'ordre de  $10\ \mu\text{m}$  de la surface de la puce<sup>4</sup>. Pour remédier à cela, la source du grand Z est déconnectée une fois le transfert réalisé, par un système de relais statiques (voir annexe D).

En pratique, ce transfert est réalisé en variant le courant des deux sources en 20 ms avec des rampes TURN ON symétriques, puis la source du grand Z est déconnectée 10 ms plus tard. Le transfert est réalisé 400 ms secondes avant la fin de la rampe radio-fréquence. Ce moment est choisi en optimisant la densité dans l'espace des phases du nuage pour un profil de rampe RF donnée, proche de celui utilisé pour la condensation. Si le transfert s'effectue trop tôt, tous les atomes ne seront pas dans le dimple, entraînant des pertes importantes. Si le transfert s'effectue trop tard, le refroidissement est moins efficace, attribué à un chauffage lors du transfert.

<sup>4</sup>En pratique, des condensats dans des pièges proche de la surface étaient déjà réalisés avant, avec un grand Z. Avec le même piège mais un petit Z avec les deux sources connectées, la condensation était impossible à réaliser, en raison d'un important taux de chauffage, beaucoup plus faible néanmoins à des distances de  $100\ \mu\text{m}$ . Ces bruits supplémentaires étaient sans conséquences pour la condensation dans le dimple (même nombre d'atomes à fréquence RF finale donnée).

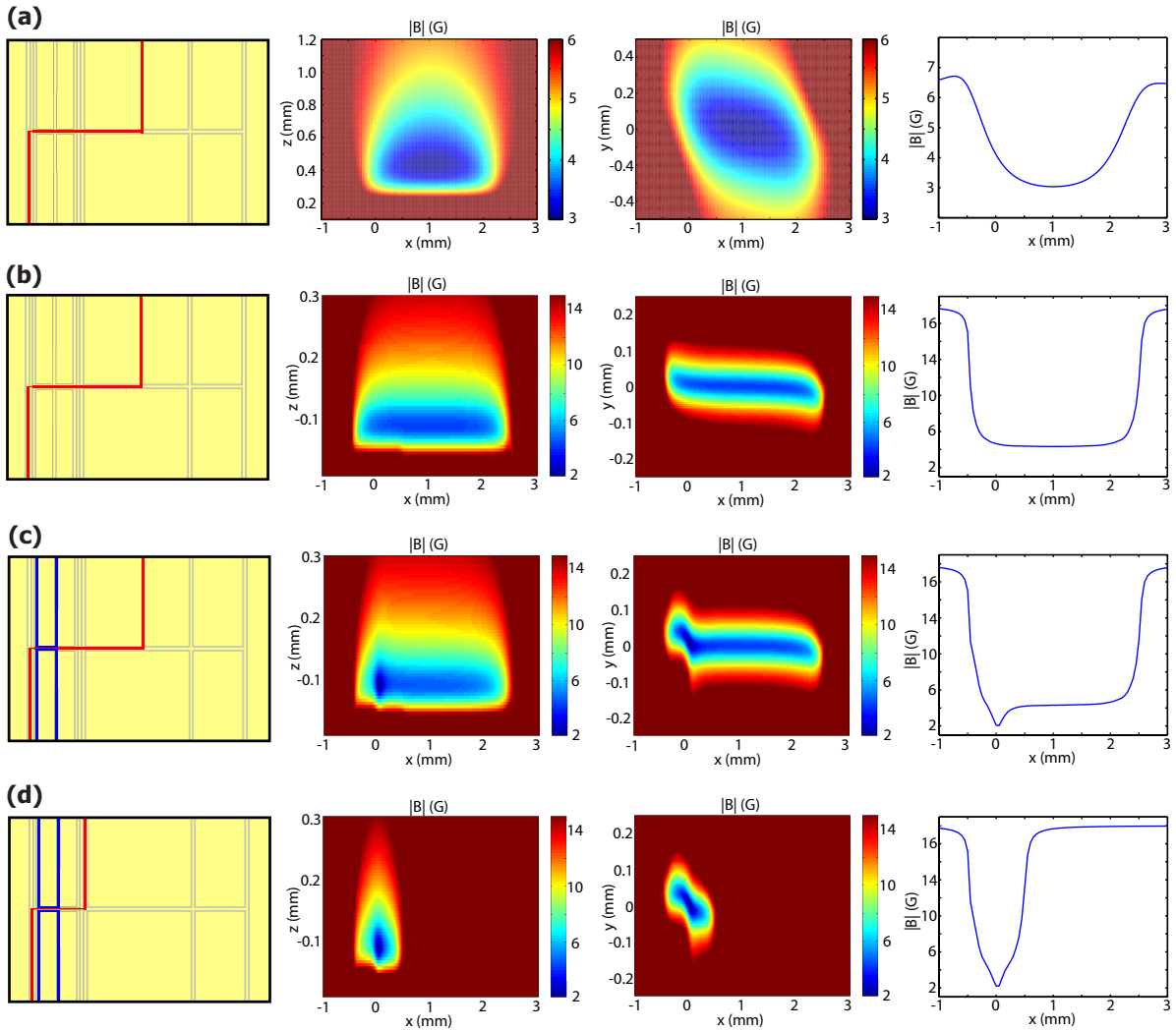


Figure 4.10 – Pièges utilisés après la mélasse optique. La configuration de fils utilisés sur la couche inférieure est représentée schématiquement dans la première colonne. Les deuxième et troisième colonnes représentent une coupe champ magnétique selon les plans  $xy$  et  $xz$ , passant par le minimum de champ. La dernière colonne est une coupe selon l'axe  $x$ . (a) Piège initial, peu confinant. Il est situé à  $435\ \mu\text{m}$  de la surface et permet de collecter les atomes à partir de la mélasse optique. (b) Piège plus confinant situé à environ  $100\ \mu\text{m}$  de la surface. Une fois rapproché, le courant dans les fils en U est allumé pour obtenir (c) dans lequel commence le refroidissement évaporatif. Une fois les atomes suffisamment froid et localisés dans le dimple, le courant dans le grand  $z$  est transféré au petit  $Z$  pour obtenir le piège (d). Contrairement aux dimples classiques, la structure en U déforme le piège.

### 4.3 Condensat de Bose-Einstein

Une fois dans le dimple du petit  $Z$ , il est possible de refroidir jusqu'à la condensation de Bose-Einstein. Ce premier condensat a été caractérisé par des méthodes qui seront utilisées à nouveau ultérieurement.

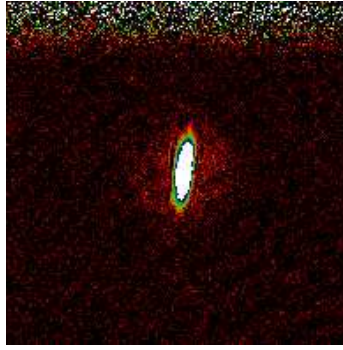


Figure 4.11 – Condensat de Bose-Einstein d’atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l’état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , dans le dimple. L’échelle de couleurs va de 0 à 15 atomes par pixel. Le nombre total d’atomes est de  $1.2 \times 10^4$ , condensé à 65.5%, soit  $T = 0.70T_c$  pour un gaz de Bose idéal. Le condensat a un léger angle avec la vertical, provenant d’une inclinaison du piège dimple initial (voir figure (4.7)).

### 4.3.1 Fraction condensée

Pour des fréquences RF finales inférieures à 1.27 MHz, un condensat de Bose-Einstein est obtenu dans ce dimple. Pour une fréquence finale de 1.10 MHz, un condensat pur (sans partie thermique visible) est obtenu, d’environ 9000 atomes. La condensation dans ce piège dimple sert ainsi de référence au bon fonctionnement de toute la procédure de refroidissement laser, la plus sensible aux fluctuations mécaniques. La fréquence finale est choisie à la valeur de 1.15 MHz, permettant d’obtenir des condensats de environ  $1.3 \times 10^4$ , avec une fraction condensée de 50%. Celle-ci est estimée à l’aide d’un ajustement bimodal 2D (gaussien et parabolique), basée sur la routine `fminsearch` de MATLAB, illustré figure (4.12). En pratique, l’expérience est considérée comme correcte si des condensats d’au moins  $1.1 \times 10^4$  atomes sont obtenus. Pour les données les plus critiques, la stabilité de ce nombre d’atomes est vérifiée en produisant une trentaine de condensats à la suite. Une bonne stabilité consiste en des fluctuations de l’ordre de 10% du nombre total d’atomes. En se donnant un peu de peine, des stabilités de l’ordre de 2% peuvent être atteintes (par exemple, sur 50 réalisations,  $\langle N \rangle = 10032 \pm 220$ ).

Pour les nuages très froids, aux petits nombres d’atomes, on obtient aisément des nuages de  $\langle N \rangle = 143$  atomes, avec un écart type de 17 atomes. Une fois le bruit de détection (bruit de grenaille optique) enlevé quadratiquement, on obtient une stabilité réelle de 14 atomes, soit environ 10%.

### 4.3.2 Rayon de Thomas-Fermi

Dans la section 1.1.5 du chapitre 1, nous avons vu que les rayons de Thomas-Fermi d’un condensat en fonction du temps de vol  $t_{\text{vol}}$  sont

$$R_{y,z}(t) = \frac{(15\hbar^2)^{1/5}}{m^{2/5}} a^{1/5} \sqrt{1 + \tau^2} (\omega_x^3 \omega_{y,z})^{1/5} N^{1/5}, \quad (4.3)$$

où  $\omega_i$  sont les pulsations angulaires du piège, avec  $\omega_{y,z} \gg \omega_x$ ,  $\tau = \omega_{y,z} t_{\text{vol}}$ ,  $m$  est la masse d’un atome,  $a$  la longueur de diffusion et  $N$  le nombre d’atomes condensés. En mesurant le rayon de Thomas-Fermi, on doit obtenir une courbe en  $N^{1/5}$  (figure (4.13)), dont le coefficient de proportionnalité est connu et ne dépend que des fréquences du piège. Cette courbe permet en théorie de calibrer, ou de vérifier la calibration absolue du nombre d’atomes.

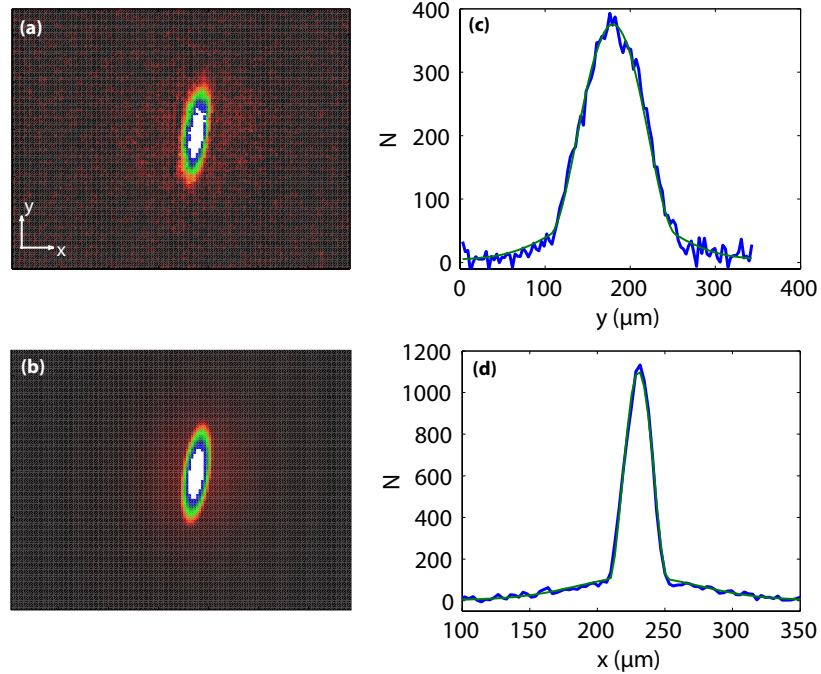


Figure 4.12 – Exemple d'extraction des quantités pertinentes par ajustement bimodal de la distribution spatiale. (a) Image brute par absorption. (b) Résultat de l'ajustement, avec la même échelle de couleur. (c-d) Profils de densités intégrés et ajustement. Le nombre total d'atomes est de  $1.2 \times 10^4$  atomes, avec une fraction condensée de 63%. La courbe d'ajustement est bimodale, avec un profil gaussien et un profil parabolique, par la méthode des moindres carrés.

### 4.3.3 Mesures de fréquences

Les différentes simulations numériques permettent d'avoir une estimation des fréquences des pièges générés par la puce. La distance exacte entre les couches de la "science chip", les effets de tailles finies ainsi que l'imperfection d'alignement entre les bobines et la puce sont les principales causes de déviations. Le piège doit être caractérisé indépendamment des calculs numériques, afin d'avoir une meilleure connaissance du système. Inversement, la connaissance de caractéristiques pertinentes du piège permet d'adapter les paramètres dans les calculs numériques et d'obtenir des prévisions plus fiables. Un paramètre facile à mesurer est le champ magnétique au fond du piège. En appliquant une onde RF de fréquence constante, les pertes atomiques dépendent de la position relative du fond du piège par rapport à la fréquence appliquée, et présentant une transition soudaine lorsqu'elle devient inférieure, où aucun atome n'est perdu. La mesure du fond du piège dans le dimple pour différents champs de biais a permis d'estimer l'angle relatif entre la direction des bobines et celle de la puce dans le plan  $xy$  à environ  $3^\circ$ . Cette méthode est d'autant plus précise que la puissance RF est faible.

Des grandeurs pertinentes à mesurer sont les fréquences du piège, pour lesquelles plusieurs techniques peuvent être utilisées.

#### Avec un nuage thermique

Cette technique peut être utilisée avant d'avoir réussi à condenser, afin de vérifier que les fréquences du piège de refroidissement sont adaptées. Considérons un oscillateur harmonique 1D. Si ce dernier est excité par une force extérieure, le transfert d'énergie sera optimal à résonance, quand la fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence propre de l'oscillateur. Considérons désormais le cas d'un



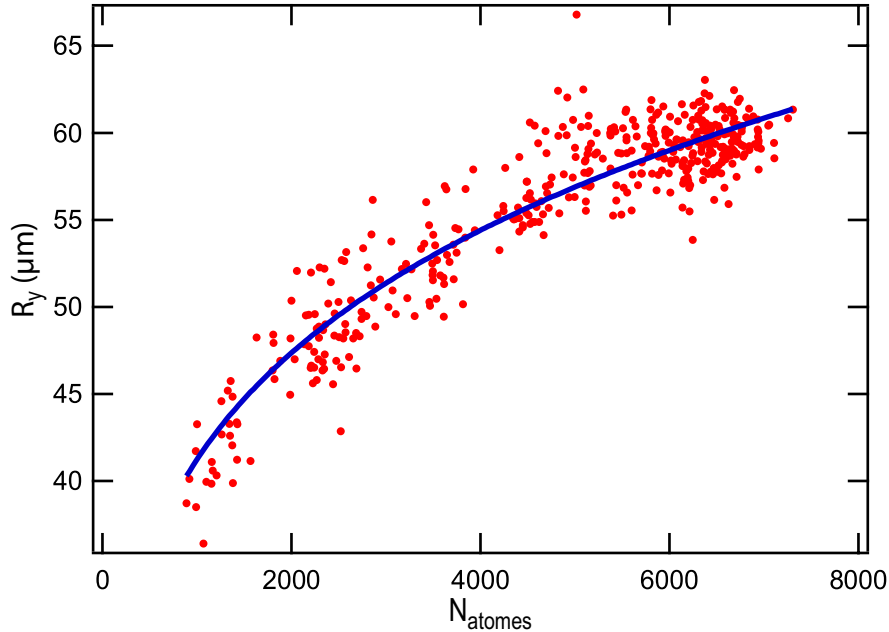


Figure 4.13 – Taille du condensat en fonction du nombre d'atomes. Des condensats pur (sans partie thermique visible) de différents nombres d'atomes sont préparés dans le dimple. Un ajustement parabolique du profil du nuage permet d'extraire le rayon de Thomas-Fermi, après un temps de vol de 5 ms. Dans le régime de Thomas-Fermi, le rayon suit la loi d'échelle  $R_y = \alpha N^{1/5}$ , où le coefficient  $\alpha$  est analytique. La courbe bleue est un ajustement de la loi  $R_y = a + bN^{1/5}$ , le paramètre  $a$  permettant de tenir compte de la résolution du système optique.

oscillateur excité paramétriquement [178], c'est-à-dire régi par une équation du mouvement de la forme

$$\ddot{x} + \omega_0^2 (1 + h \cos \gamma t) x = 0, \quad (4.4)$$

correspondant à une modulation de la fréquence angulaire de l'oscillateur  $\omega_0$ , avec une amplitude  $h$  à la fréquence angulaire  $\gamma$ . La condition de résonance d'un tel oscillateur est

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{2} n, \text{ avec } n \in \mathbb{N}. \quad (4.5)$$

En pratique, on obtient deux fréquences d'excitation  $\gamma$  visibles, aux valeurs de  $2\omega_0$  et  $\omega_0$ . Pour être exactement dans une situation de chauffage paramétrique, il convient de moduler le courant dans le Z ou le champ magnétique externe.

Un synthétiseur DDS (SRS DS 345) permet de moduler la tension aux bornes d'un fil de la puce de base, loin du dimple (environ 8 mm), avec une faible amplitude. Cette modulation ne permet pas de moduler uniquement paramétriquement, et correspond alors à une situation intermédiaire entre les deux cas mentionnés précédemment. Néanmoins, cela se traduira également par la présence de deux résonances par fréquence de piégeage.

Un nuage d'atomes est refroidi jusqu'au seuil de condensation, *i.e.* le plus froid possible pour éviter les effets d'anharmonicité du potentiel. Ensuite, le piège est modulé et sa température finale est mesurée après temps de vol, pour différentes fréquences de modulation. Pour les fréquences des axes rapides, le nuage est modulé pendant 100 ms avec des amplitudes très faibles de seulement 0.05 V (pour une résistance de  $\sim 1 \Omega$ ). Le taux de chauffage est extremal pour des modulations de l'ordre des fréquences calculées ( $\sim 3$  kHz), avec des courbes de résonance de largeur notable ( $\sim 50$  Hz). Pour la fréquence de l'axe lent, le piège est modulé pendant 500 ms, avec des amplitudes plus élevées de

10 V. On observe nettement deux pics de résonance (voir figure (4.14)). La fréquence mesurée est cohérente avec les calculs ( $\sim 300$  Hz), avec des largeurs de l'ordre de 10 Hz.

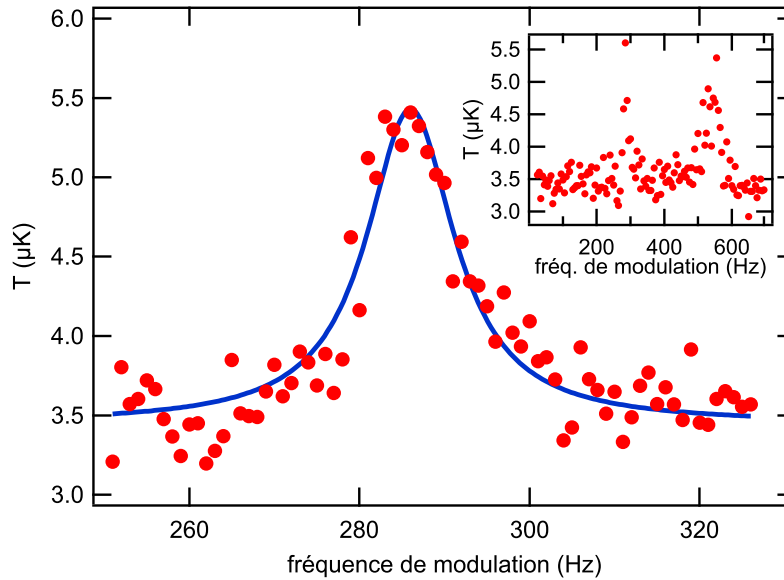


Figure 4.14 – Un nuage thermique est confiné dans le dimple, et modulé avec un fil de la puce de base. Suivant la fréquence de modulation, on observe un chauffage important du nuage. La courbe représente un pic de résonance par excitation à la fréquence du piège, ajusté par une lorentzienne (en bleu). La courbe en inset représente une fenêtre de fréquence plus large, où deux pics de résonance sont visibles. Le pic à haute fréquence est une résonance paramétrique à  $\omega_0 = \frac{\gamma}{2}n$ , avec  $n = 2$ .

Cette méthode nécessite d'utiliser des nuages les plus froids possible afin d'éviter que les atomes explorent des régions non-harmoniques du piège.

#### Avec une faible fraction condensée

La méthode précédente peut être appliquée avec un condensat, présentant l'avantage d'être de faible extension spatiale. Dans le cas d'un gaz idéal, la fraction condensée dépend de la température selon la loi

$$\frac{N_{\text{cond}}}{N_{\text{tot}}} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3, \quad (4.6)$$

où  $T_c$  est la température critique. Ainsi, proche de  $T_c$ , la fraction condensée varie fortement avec la température. C'est cette sensibilité qui va être utilisée. Un condensat est préparé dans le dimple, puis le piège est modulé avec un fil de la puce de base pendant 40 ms, à faible amplitude. La fraction condensée initiale est de l'ordre de 25%. Après la modulation, l'échauffement du nuage est estimé en mesurant la fraction condensée après temps de vol. Compte-tenu du rapport signal sur bruit des mesures (voir figure (4.15)), il est légitime de considérer la capacité thermique du condensat constante. Pour les mesures de fréquences rapides ( $\sim 3$  kHz), la largeur des courbes obtenues est de l'ordre de 30 à 40 Hz. En procédant à des ajustements par une lorentzienne, on obtient des précisions de l'ordre de quelques Hz.

L'avantage de cette méthode est que le condensat est très dense et donc localisé dans la région harmonique du piège. L'inconvénient principal est qu'elle nécessite une bonne stabilité dans la production des condensats.

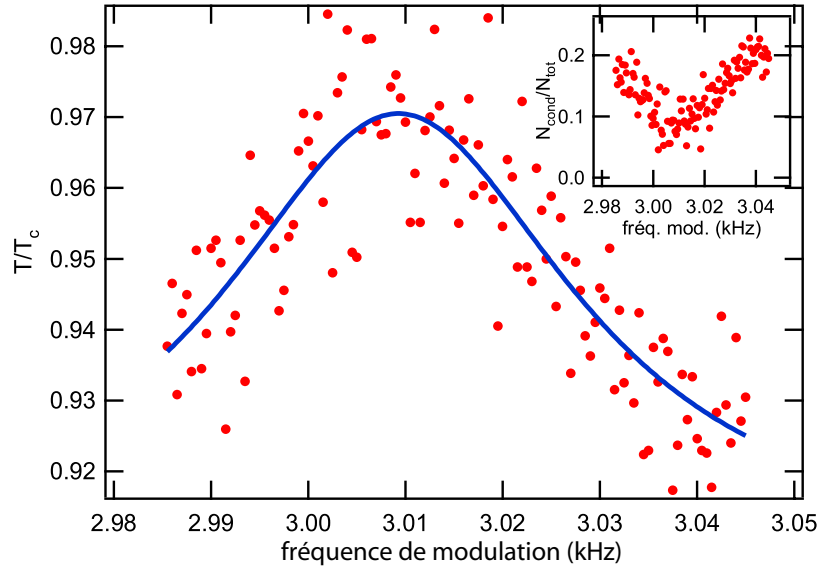


Figure 4.15 – *Mesure de fréquences par chauffage d'un condensat. Un condensat de faible fraction condensée est initialement préparé. Un fil de la puce de base permet de moduler le piège. Après chauffage, la mesure de la fraction condensée permet de remonter à  $T/T_c$  où  $T_c$  est la température critique. La température obtenue est ajustée par une lorentzienne.*

#### Avec un condensat très froid

Une méthode plus simple à mettre en oeuvre consiste à simplement observer un nuage osciller. On considère un nuage dans un piège, initialement immobile. À l'aide d'un fil sur la puce, le centre du piège est soudainement déplacé pendant une durée finie. Cela induit des oscillations spatiales du nuage. Dans le cas d'un gaz thermique, ces oscillations sont rapidement amorties, le gaz se thermalisant par collisions élastiques. Dans le cas d'un condensat, l'impulsion donnée au nuage peut être vue comme un opérateur déplacement générant ainsi un état cohérent, faiblement amorti. L'amplitude du mouvement après temps de vol sera déterminée par l'amplitude initiale en impulsion et la durée du temps de vol. La mesure sera donc d'autant plus précise que le temps de vol sera important et la taille du nuage petite, *i.e.* avec un condensat. Cette méthode a l'avantage d'être très simple à mettre en oeuvre. Il convient cependant de se limiter aux petites oscillations enfin d'éviter les anharmonicités du potentiel. L'autre inconvénient majeur est intrinsèquement lié à la méthode : les oscillations perpendiculaires au plan imagé ne sont pas détectables. En pratique, le nuage est en forme de cigare, dont l'axe lent est contenu dans le plan imagé. Il est donc possible de mesurer la fréquence lente et une fréquence rapide. Dans le cas de nombreux pièges, les deux fréquences rapides sont très proches et supposées égales.

Au final, en recoupant les valeurs des différentes méthodes, les fréquences du dimple sont mesurées aux valeurs suivantes

$$\boxed{\omega_{\parallel} = 2\pi \times (298 \pm 4) \text{ Hz}} \quad \boxed{\omega_{\perp,1} = 2\pi \times (2958 \pm 1) \text{ Hz}} \quad \boxed{\omega_{\perp,2} = 2\pi \times (3009 \pm 1) \text{ Hz}}. \quad (4.7)$$

#### 4.4 Effets de la surface de la puce

Compte-tenu de la proximité des atomes de la surface de la puce, il est nécessaire de décrire brièvement quelques effets pouvant intervenir dans de tels pièges.

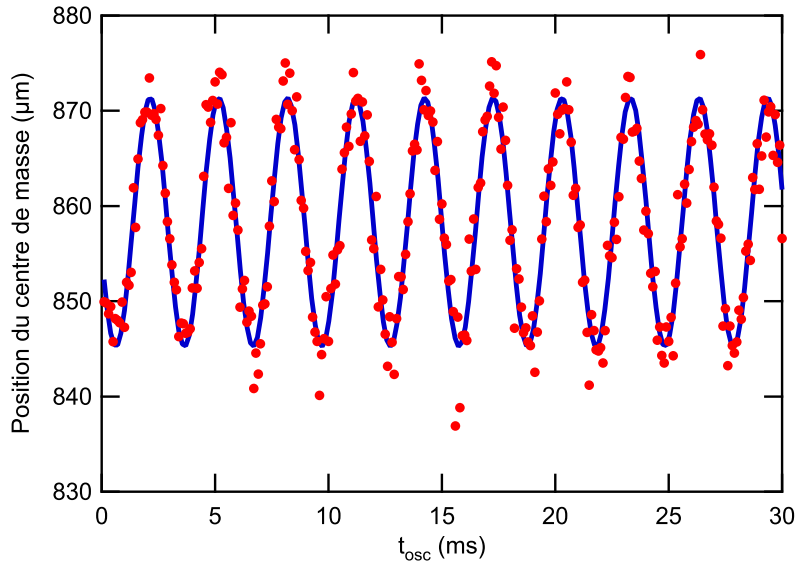


Figure 4.16 – Exemple de données typiques d'oscillations d'un condensat dans le piège. Un fils permet de communiquer une impulsion initiale au nuage qui oscille dans le piège. La position du centre de masse est mesurée 13 ms de temps de vol. Pour un temps de vol suffisamment long, la position est une image de l'impulsion moyenne initiale. La courbe en bleu est un ajustement par une fonction sinus.

#### 4.4.1 Bruit de Johnson-Nyquist

##### Cas d'un conducteur libre

Si les nuages d'atomes sont à des températures de l'ordre de la centaine de nanoKelvin, les surfaces conductrices de la puce sont elles à température ambiante. L'agitation thermique des électrons dans ces surfaces conductrices est responsable d'un bruit électromagnétique dit bruit de Johnson-Nyquist. Ce bruit peut induire des transitions entre sous-niveaux Zeeman vers un état non piégé et donc être responsable de pertes atomiques<sup>5</sup>. Considérons un atome initialement dans l'état  $|m_p\rangle$  piégé. Le taux de transition dans l'état non piégé  $|m_{np}\rangle$  est donné, à partir de la règle d'or de Fermi, selon [183]

$$\Gamma_{p \rightarrow np} = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{\alpha, \beta} \langle m_p | \mu_\alpha | m_{np} \rangle \langle m_{np} | \mu_\beta | m_p \rangle S_{\alpha, \beta}(\omega_{p, np}), \quad (4.8)$$

où  $(\alpha, \beta) \in \{x, y, z\}^2$ ,  $S_{\alpha, \beta}(\omega_{p, np})$  est la densité de puissance spectrale du bruit considéré, et  $\omega_{p, np}$  la fréquence de transition entre  $|m_p\rangle$  et  $|m_{np}\rangle$  (différence des fréquences de Larmor). Le calcul de la densité spectrale est complexe et dépend notamment de la géométrie. Dans le cas de la géométrie simple d'un demi-espace infini de conducteur [183], on obtient

$$S_{\alpha, \beta} = \frac{\mu_0^2}{16\pi} \frac{k_B T}{\rho d} \left(1 + \frac{2d^3}{3\delta^3}\right)^{-1} s_{\alpha, \beta}, \quad (4.9)$$

où  $\rho$  est la résistivité du conducteur,  $T$  sa température,  $\delta = \sqrt{2\rho/(\mu_0\omega_{p, np})}$  la profondeur de peau,  $d$  la distance au conducteur et  $s$  un tenseur diagonal avec  $s_{x, x} = s_{z, z} = 1/2$  et  $s_{y, y} = 1$  pour un champ de

<sup>5</sup>D'autres effets peuvent être dus au bruit de Johnson-Nyquist, tel que le chauffage paramétrique. Ces effets sont décrits en détails par C. Henkel *et al.* dans les références [179, 180, 181, 182, 183]. Si on ne considère que les effets des pertes, il convient de s'intéresser aux taux de transitions entre les différents sous-niveaux Zeeman.

quantification selon la direction  $\mathbf{u}_y$ . Cette prédiction a été vérifiée expérimentalement [184]. Dans le cas des puces, il faut tenir compte des différentes couches de fils et d'isolants [179] ainsi que des effets de taille finie [183]. Ces effets ont également été vérifiés expérimentalement [179, 185].

Si on considère un plan conducteur métallique, d'épaisseur  $e$ , la densité spectrale de fluctuations de champ magnétique à la distance  $d$  est donnée selon [186]

$$S_{\alpha,\beta}(\omega) = \frac{\mu_0^2 k_B T}{16\pi \rho d} g(d, e, \delta) s_{\alpha,\beta}, \quad (4.10)$$

où  $s_{\alpha,\beta}$  est le même tenseur que dans le cas précédent, et  $g(d, e, \delta)$  dépend de la géométrie et de la profondeur de peau. De la densité spectrale, on peut obtenir les fluctuations quadratiques du champ magnétique selon

$$\langle B_\alpha^2(t) \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_{\alpha,\alpha}(\omega) d\omega. \quad (4.11)$$

L'expression de  $g$  est difficile à calculer, mais dans certains cas limites, il existe des expressions analytiques [186, 112]

$$g = \begin{cases} 1 & \text{pour } d \ll \delta \ll e, \\ 3\delta^3 / (2d^3) & \text{pour } \delta \ll \min(d, e), \\ \frac{ed}{1 + [4ed/(\pi\delta)^2]^2} & \text{pour } e \ll \min(\delta, d), \\ e/(e+d) & \text{pour } \delta \gg \max(d, e), \\ \frac{e}{e+d} \frac{l}{l+2d} & \text{pour des fils de taille } l \text{ et } \delta \gg \max(d, e), \end{cases} \quad (4.12)$$

où la dernière formule correspond à un fil d'épaisseur  $e$  et de largeur  $l$ . Pour des fils d'or, et des fréquences de l'ordre de  $\omega/(2\pi) \sim 1$  MHz, la profondeur de peau est de l'ordre de  $75 \mu\text{m}$ , donc bien supérieure à la distance des atomes à la puce. Si on néglige les intervals entre les fils, il est légitime de considérer chaque couche comme uniforme. Les densités spectrales de chaque couche s'additionnent pour donner la densité spectrale de bruit totale.

#### 4.4.2 Estimation des pertes atomiques

Considérons les transitions entre les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ ,  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ , à la fréquence de transition donnée par la différence de fréquences de Larmor. L'équation (4.8) permet de calculer les taux de transitions correspondants, avec les éléments de matrice  $\langle 2, 1 | \mu_x | 2, 2 \rangle = \langle 2, 1 | \mu_y | 2, 2 \rangle = \mu_B/2$  et  $\langle 2, 1 | \mu_z | 2, 2 \rangle = 0$ . De même, on obtient aisément  $\langle 2, 0 | \mu_x | 2, 1 \rangle = \langle 2, 0 | \mu_y | 2, 1 \rangle = \mu_B \sqrt{3}/8$  et  $\langle 2, 0 | \mu_z | 2, 1 \rangle = 0$ . Si on considère deux plans infinis pour modéliser les deux couches de conducteurs de la puce, d'épaisseurs respectives  $e_1$  et  $e_2$ , distantes de  $\delta$ , on obtient

$$\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle} = \frac{\mu_B^2 \mu_0 k_B T}{\hbar^2 \pi \rho} \frac{3}{128} \left( \frac{e_1}{d(e_1 + d)} + \frac{e_2}{(d + \Delta)(e_2 + d + \Delta)} \right), \quad (4.13)$$

$$\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle} = \frac{\mu_B^2 \mu_0 k_B T}{\hbar^2 \pi \rho} \frac{9}{256} \left( \frac{e_1}{d(e_1 + d)} + \frac{e_2}{(d + \Delta)(e_2 + d + \Delta)} \right), \quad (4.14)$$

pour un nuage situé à la distance  $d$  de la surface. Les taux  $\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle}$  sont différents d'un facteur 3/2, conséquence directe des coefficients de Clebsch-Gordon des différentes transitions. Enfin, par symétrie de l'équation (4.8), on a les relations

$$\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle} = \Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,2\rangle} \text{ et } \Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle} = \Gamma_{|2,0\rangle \rightarrow |2,1\rangle}. \quad (4.15)$$

Si on s'intéresse au taux de pertes d'un état donné, il convient de tenir compte aussi des pertes à un corps. De plus, si un atome initialement dans  $|2, 2\rangle$  transite dans  $|2, 1\rangle$ , il est tout à fait possible de

revenir ensuite, par une deuxième transition, dans l'état  $|2, 2\rangle$ . Néanmoins, le premier basculement de spin détruit la cohérence de la dynamique ultérieure, et l'atome de retour dans l'état  $|2, 2\rangle$  ne sera que spectateur d'un processus collectif cohérent. On estime alors une durée de vie effective correspondant à la première transition due au basculement de spin de chaque état *via* les taux  $\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle}$ . La durée de vie effective d'un atome  $\tau_{|2,i\rangle}$  dans un état  $|2, i\rangle$  est alors donnée par

$$\tau_{|2,2\rangle} = (\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle})^{-1}, \quad (4.16)$$

$$\tau_{|2,1\rangle} = (\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle} + \Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle})^{-1}, \quad (4.17)$$

où  $\Gamma_{1c}$  est le taux de pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel. Pour estimer ces taux, la géométrie de la puce est réduite au plus simple. On considère qu'elle est constituée de deux plans d'or infinis, d'épaisseur  $e_1 = 1 \mu\text{m}$  pour la couche supérieure, et d'épaisseur  $e_2 = 5 \mu\text{m}$  pour la couche inférieure, séparées de  $\Delta = 5 \mu\text{m}$ . Les différentes durées de vie effectives, calculées en fonction de la distance à la surface, sont représentées en (a) de la figure (4.18). Les pièges considérés dans la suite de ce mémoire sont typiquement à une distance  $d \in [8, 14] \mu\text{m}$ . Pour  $d = 8 \mu\text{m}$ , on a  $\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle} = 0.61 \text{ s}^{-1}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle} = 0.91 \text{ s}^{-1}$ , alors que pour  $d = 14 \mu\text{m}$ , on a  $\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle} = 0.27 \text{ s}^{-1}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle} = 0.41 \text{ s}^{-1}$ .

#### 4.4.3 Bruits techniques

Dans le cas de conducteurs alimentés par des sources de courants externes, il convient de rajouter à la densité spectrale de bruit de Johnson-Nyquist, celle du bruit des sources de courant. Pour une densité spectrale de bruit sur le courant  $S_I(\omega)$ , la densité spectrale de bruit magnétique  $S_B(\omega)$  se calcule rapidement selon

$$S_B(\omega) = \left(\frac{\mu_0}{2\pi d}\right)^2 S_I(\omega), \quad (4.18)$$

où  $d$  est la distance au fil. La référence [187] montre que pour des sources de courants limitées par le bruit de grenaille, le bruit technique domine sur les effets fondamentaux pour des distances supérieures à  $100 \mu\text{m}$ , bien supérieures aux distances des pièges considérés dans ce mémoire. Même si la réalisation de telles sources de courant est techniquement difficile, nous ne nous intéresserons qu'aux effets fondamentaux.

#### 4.4.4 Observation expérimentale des effets de surface

Afin de vérifier quelle importance a le bruit technique dans le cas des expériences présentées dans ce mémoire, nous nous proposons de les estimer expérimentalement. Pour cela, on considère un nuage d'atomes refroidis à la limite de condensation, transférés ensuite dans un piège généré uniquement avec le petit  $Z$  et le même champ de biais que le piège de refroidissement, situé à environ  $14 \mu\text{m}$  de la surface. Il aurait pu sembler plus pertinent de travailler avec un double puits ou bien le piège de refroidissement, situé à  $d = 8 \mu\text{m}$  pour être dans les mêmes conditions expérimentales. Néanmoins, ces pièges sont beaucoup plus confinants, introduisant des effets supplémentaires de pertes à 3 corps. Le protocole consiste à garder le nuage pendant un certain temps  $t_{\text{piège}}$ , puis de mesurer ensuite les populations des deux états. Pour cette dernière étape, le courant du  $Z$  est soudainement augmenté de 100 à 800 mA pendant les 50 premières micro-secondes du temps de vol, alors que les autres courants sont éteints. Un fort gradient de champ magnétique au niveau du nuage induit des forces proportionnelles au moment magnétique. Or, les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  ont un moment magnétique deux fois plus faible que  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , et donc subiront une accélération moins importante. De plus, cette accélération permet de détecter les atomes après des temps de vols courts (1.5 ms), limitant l'expansion spatiale de ces derniers et permettant de détecter chaque population de manière non ambiguë (voir image

insérée en (b) de la figure (4.18)). On mesure ainsi la population relative des états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  au cours du temps.

Pour confronter les mesures expérimentales aux prédictions précédentes, on considère un modèle d'équations de taux pour décrire l'évolution temporelle des populations, pour un système à trois états (voir figure (4.17)). Des transitions entre  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  peuvent avoir lieu, symétriquement, dues au bruit de Johnson-Nyquist. Les atomes dans  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  peuvent également transiter vers  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  et on suppose qu'ils sont ensuite immédiatement perdus, cet état étant non-piégé. Cette hypothèse est légitime si on considère la probabilité pour un atome  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  de transiter dans  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  avant de quitter le piège. Si on suppose que après  $\tau = 2$  ms de chute libre (distance parcourue de environ  $20 \mu\text{m}$ ) l'atome est perdu, la probabilité qu'il subisse une transition le ramenant dans  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  est de environ  $\tau\Gamma_{|2,1\rangle\rightarrow|2,0\rangle}$ . Avec les valeurs calculées précédemment, on obtient une probabilité de  $8 \times 10^{-3}$ , tout à fait négligeable. Enfin, l'ensemble est soumis aux pertes à un corps avec un taux  $\Gamma_{1c}$ , supposé identique pour les trois états. L'équation d'évolution des populations se déduit alors aisément selon

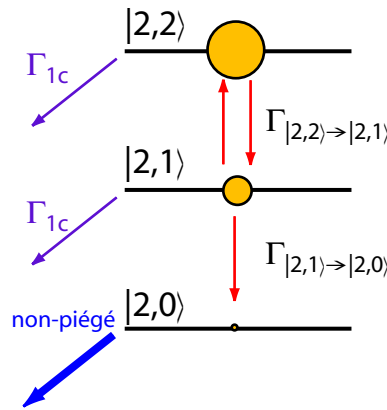


Figure 4.17 – *Modèle simple pour interpréter les données expérimentales.* On considère un système à trois niveaux, dont seuls les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  sont piégés. Les atomes dans l'état  $|2,2\rangle$  peuvent transiter dans  $|2,1\rangle$  avec un taux  $\Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle}$ . Les atomes dans l'état  $|2,1\rangle$  peuvent transiter dans les états  $|2,2\rangle$  et  $|2,0\rangle$  avec les taux respectifs  $\Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle\rightarrow|2,0\rangle}$ . Une fois dans l'état  $|2,0\rangle$ , non-piégé, les atomes sont considérés comme étant immédiatement perdus. De plus, les pertes à un corps affectent tous les états de manière équivalente avec un taux  $\Gamma_{1c}$ .

$$\frac{dN_2}{dt} = -(\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle})N_2 + \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle}N_1, \quad (4.19)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle}N_2 - (\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle} + \Gamma_{|2,1\rangle\rightarrow|2,0\rangle})N_1, \quad (4.20)$$

où  $N_1$  (resp.  $N_2$ ) est la population de l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  (resp.  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ ). Ce système est soluble analytiquement en introduisant la matrice caractéristique  $\mathbf{M}$  selon

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -(\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle}) & \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle} \\ \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle} & -(\Gamma_{1c} + \Gamma_{|2,2\rangle\rightarrow|2,1\rangle} + \Gamma_{|2,1\rangle\rightarrow|2,0\rangle}) \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

et le vecteur  $\mathbf{U}(t)$

$$\mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} N_2(t) \\ N_1(t) \end{pmatrix}, \quad (4.22)$$

le système devient alors trivial à résoudre

$$\frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{U}(t) \Rightarrow \mathbf{U}(t) = e^{\mathbf{M}t} \cdot \mathbf{U}(0). \quad (4.23)$$

L'expression de la solution de ce système est analytique, mais non triviale, peu transparente. On préférera une résolution numérique, plus simple à mettre en oeuvre. Les résultats des calculs obtenus sont représentés en (b) de la figure (4.18). On obtient des courbes théoriques de pentes inférieures aux mesures expérimentales, attribuées à l'effet du bruit technique des sources de courants. L'ordre de grandeur reste néanmoins le bon, soit des constantes de temps de l'ordre de la seconde pour ces processus : pour des séparations effectuées sur des durées inférieures à la centaine de millisecondes, ces effets seront négligeables.

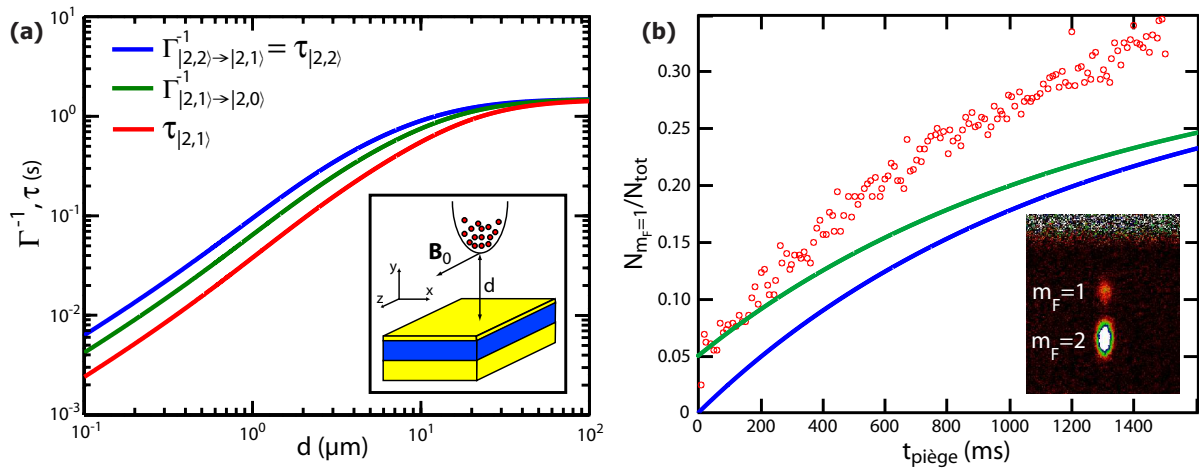


Figure 4.18 – (a) Durée de vie effective  $\tau_{|2,i\rangle}$  des états  $|F=2, m_F=1\rangle$  et  $|F=2, m_F=1\rangle$  incluant les pertes à 1 corps correspondant à une durée de vie  $\tau_{1c} = 1.5$  s, mesurée expérimentalement. Les taux de transitions  $\Gamma_{|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle}$  et  $\Gamma_{|2,1\rangle \rightarrow |2,0\rangle}$  sont aussi tracés. Pour les distances typiques des potentiels utilisés ( $\sim 10 \mu\text{m}$ ), les pertes dues au bruit de Johnson-Nyquist sont comparables aux pertes à un corps. (b) Mesure de la fraction relative d'états  $|F=2, m_F=1\rangle$  en fonction du temps de piégeage. Le piège utilisé est un piège avec le petit Z, sans dimple, situé à une distance de  $14 \mu\text{m}$  de la surface. Le nuage est thermique, juste au seuil de la condensation. Dans les 50 premières micro-secondes du temps de vol, le courant dans le Z est brusquement changé de 100 à 800 mA, accélérant ainsi les deux états avec deux forces différentes (effet type Stern-Gerlach), mais permettant aussi un temps de vol court (1.5 ms) tel que les deux nuages ne se recouvrent pas. Courbes théoriques : population relative des états  $|F=2, m_F=1\rangle$  pour une durée de vie de 1.5 s due aux pertes à un corps, pour un piège à la distance de  $14 \mu\text{m}$ . Les deux courbes correspondent à une population initiale des états  $|F=2, m_F=1\rangle$  de 0% (bleu) et 5% (vert). Expérimentalement, il existe une population initiale, probablement peuplée par les mêmes effets de surface dans le piège de refroidissement. L'écart entre les mesures et les courbes théoriques est attribué au bruit supplémentaire induit par les sources de courants.

#### 4.4.5 Conséquences sur les mesures d'états comprimés

On cherche dans cette section à estimer les conséquences des transitions entre sous-niveaux Zeeman sur les mesures de fluctuations de population relative d'un nuage piégé dans un double puits de potentiel. On considère un cas limite défavorable, avec un piège situé à  $8 \mu\text{m}$  de la surface, pour une durée de environ 100 ms. En pratique, le nuage est séparé avec des durées de rampe de l'ordre de 10 à 150 ms. Les taux précédents permettent d'estimer la population de l'état  $|F=2, m_F=1\rangle$  à environ 5 à 10%. On considère un modèle simple où les états  $|F=2, m_F=2\rangle$  évoluent indépendamment des



états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  avec une variance de population relative

$$\text{Var } \Delta N_{|2,2\rangle} = \xi^2 N_{|2,2\rangle}, \quad (4.24)$$

où  $\Delta N_{|2,2\rangle}$  est la différence de population et  $N_{|2,2\rangle}$  la population totale uniquement pour les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . On considère que les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  sont très dilués et donc de variance poissonienne. La variance totale (mesurée) permet de définir un paramètre de compression en nombre effectif  $\xi_{\text{eff}}^2$  tel que  $\text{Var } \Delta N = \xi_{\text{eff}}^2 N$ , où  $\Delta N$  et  $N$  sont respectivement la population relative et le nombre total d'atomes des deux états. Si on note  $\varepsilon$  la fraction relative d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , on obtient aisément

$$\text{Var } \Delta N = \xi_{\text{eff}}^2 N, \quad (4.25)$$

$$= \xi^2 N_{|2,2\rangle} + N_{|2,2\rangle}, \quad (4.26)$$

$$= (\xi^2 (1 - \varepsilon) + \varepsilon) N. \quad (4.27)$$

On en déduit la dégradation du facteur de compression mesuré selon

$$\boxed{\xi_{\text{eff}}^2 = \xi^2 + (1 - \xi^2) \varepsilon}. \quad (4.28)$$

Considérons le cas d'un état comprimé avec  $\xi^2 = -3$  dB, et 10% d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . On mesure alors un facteur de compression en nombre effectif de  $\xi_{\text{eff}}^2 = -2.6$  dB. Les effets de surface auront donc tendance à diminuer légèrement les facteurs de compression mesurés des états comprimés produits. Considérons désormais le cas de fluctuations super-poissoniennes avec  $\xi^2 = +4$  dB, toujours avec 10% d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . On mesure alors un facteur de compression en nombre effectif de  $\xi_{\text{eff}}^2 = +3.7$  dB. Les effets de surface auront tendance à légèrement diminuer les fluctuations mesurées.

#### 4.4.6 Autres effets de surface

##### Adsorption de rubidium sur la surface

La couche supérieure de fils de la "science chip" n'est pas protégée par une couche isolante de la vapeur de rubidium. Il en résulte un fin dépôt de rubidium sur la surface de cette dernière, par adsorption. Cette fine couche métallique est responsable d'une résistance de contact entre les différents fils. Initialement, cette résistance a été mesurée à 500 k $\Omega$  entre fils adjacents. Il s'est avéré qu'elle a diminuée au cours du temps pour atteindre au bout de 20 mois environ 120 k $\Omega$  entre fils adjacents, valeur constante depuis. Ce faible contact entre les fils peut être responsable de courants de fuites. La résistance d'un fil de la couche supérieure étant typiquement de 20  $\Omega$ , on estime les éventuels courants de fuites à environ  $2 \times 10^{-4}$  en valeur relative. Le piège sera légèrement déformé par ces courants de fuites, mais n'affectera pas forcément la stabilité du potentiel. Ce sont les fluctuations de ces courants de fuites qu'il faut prendre en compte, mais compte tenu de l'amplitude de ces derniers, il est légitime de considérer leurs fluctuations comme négligeables.

Par ailleurs, les atomes adsorbés sur la surface de la puce peuvent interagir avec les atomes piégés et modifier le potentiel [111]. Néanmoins, ces effets apparaissent à des distances très faibles devant les distances utilisées, et ne seront donc pas discutés.

##### Forces de Casimir-Polder et de Van der Waals

Ces effets apparaissent pour des distances inférieures à 5  $\mu\text{m}$ . Les pièges utilisés sont toujours à des distances supérieures à 7  $\mu\text{m}$ , et ne seront pas discutés dans ce mémoire. Une analyse détaillée est exposée dans la référence [111].

### Rugosité des potentiels

Les fils de la puce présentent un certain degré de rugosité, dû aux imperfections techniques lors de la fabrication. Ces rugosités peuvent être responsables de lignes de courants déformées dans le conducteur, générant ainsi des potentiels rugueux. Ces rugosités ont été observées expérimentalement dans le cas de condensats très allongés, et sont alors responsable de fragmentation en plusieurs nuages [188]. Si on considère des fils avec une rugosité caractérisée par une longueur  $l$ , le potentiel sera affecté notablement seulement pour les distances  $d \leq l$ . Si le nuage est fortement confiné, avec une taille caractéristique  $R \ll l$ , les rugosités ne se traduiront que par un léger décalage du fond du piège, compensable aisément en ajustant le courant du fil. Par contre, si  $R \gg l$  comme dans le cas des guides à atomes ou des condensats allongés, les atomes seront affectés par les rugosités et le nuage se fragmentera en plusieurs nuages de taille supérieure à  $l$ . La rugosité des fils est un problème critique dans les expériences de guides à atomes.

Dans le cas des expériences présentées dans ce mémoire, les atomes sont confinés dans des pièges 3D, de faible extension spatiale comparée à la distance à la puce, et ne présenteront pas de problèmes dans l'absolu. La rugosité des fils a été mesurée à 200 nm rms, à l'aide d'un microscope à force atomique. Cette échelle de longueur est très faible devant les distances  $d \sim 10 \mu\text{m}$ , et donc leur effet sera négligeable.



# 5

## PRODUCTION ET MESURE D'ÉTATS COMPRIMÉS ATOMIQUES

L'OBSERVATION directe d'états comprimés exige non seulement une excellente qualité du système de détection du nombre d'atomes, mais également une grande stabilité du dispositif expérimental. En effet, pour pouvoir caractériser les états produits, il convient de pouvoir les produire à l'identique un grand nombre de fois afin de réaliser des statistiques. De plus, nous avons précédemment montré que les fluctuations des états générés sont thermiques. Il faudra donc s'assurer d'avoir une stabilité de la température du nuage initiale suffisante. Dans ce chapitre, nous allons brièvement exposer quelques ordres de grandeurs pour ces différentes contraintes, avant décrire le protocole expérimental utilisé pour l'observation directe d'états comprimés. Enfin, nous étudierons la dépendance en température des fluctuations mesurées lors de la séparation dynamique d'un condensat de Bose-Einstein en deux.

## 5.1 Stabilité des potentiels

La stabilité des potentiels est critique pour réaliser des expériences fines d'observation d'états comprimés, ou plus généralement les fluctuations de différence de population du double puits. On considère le piège décrit dans la figure (2.14). On cherche à observer directement des états non classiques, où la variance de la population relative  $\Delta N = N_g - N_d$  est inférieure à celle d'un état cohérent soit  $\text{Var } \Delta N = N_{\text{tot}}$ , où  $N_g$  (resp.  $N_d$ ) est la population du puits de gauche (resp. droit) et  $N_{\text{tot}} = N_g + N_d$ .

### 5.1.1 Quelques ordres de grandeur

On considère des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Sa variation d'énergie due au champ de gravité sera

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial z} = 2\pi \times 2.14 \text{ kHz}/\mu\text{m}, \quad (5.1)$$

et à l'ordre le plus bas, l'effet Zeeman est

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial B} = 2\pi \times 1.4 \text{ kHz/mG}. \quad (5.2)$$

Ces ordres de grandeurs illustrent la grande sensibilité des potentiels aux fluctuations techniques. Un aspect critique de l'expérience consiste donc à la stabilisation des potentiels créés.

### 5.1.2 Stabilité du couplage Josephson

Afin de pouvoir générer des états non-classiques, il est nécessaire d'avoir de faibles fluctuations du couplage Josephson au moment de la séparation afin de préserver la cohérence du processus. En pratique, cela revient à estimer les fluctuations de couplage Josephson pour une barrière de hauteur proche du potentiel chimique d'un nuage de 1300 atomes. Le calcul du couplage Josephson (l'énergie  $E_J$  du modèle à deux modes) n'est pas trivial, et a été effectué par Yun Li pour les potentiels 3D calculés numériquement [38]. L'ensemble des différents paramètres expérimentaux peuvent conduire à des fluctuations de la barrière tunnel, sans que l'un domine, et le détail des calculs est sans intérêt dans ce mémoire. Dans la région considérée, le couplage tunnel est divisé par 2 lorsque la barrière tunnel augmente de  $2\pi\hbar \times 75 \text{ Hz}$ , pour un potentiel chimique de  $2\pi\hbar \times 2.5 \text{ kHz}$ . Compte tenu des différentes stabilités des sources de courant utilisées, on obtient des fluctuations de la barrière tunnel de l'ordre de 20 Hz.

### 5.1.3 Fluctuations du déséquilibre

On considère dans cette section les effets des fluctuations du déséquilibre du double puits. Notons  $f_g = \langle N_g / N_{\text{tot}} \rangle$  la probabilité d'être dans le puits de gauche. Considérons un déséquilibre entre les deux puits de  $\Delta E$ . Si la valeur de  $\Delta E$  donc de  $f_g$  fluctue, alors la variance mesurée sera supérieure à la variance uniquement due à la séparation du nuage, et donc la mesure faussée. On définit  $\xi_N$ , le facteur de compression en nombre, selon

$$\text{Var } \Delta N = \langle \Delta N^2 \rangle = \xi_N^2 N. \quad (5.3)$$

Si on considère un nuage classique (avec des interactions négligeables), sa séparation devrait donner lieu à des fluctuations poissonniennes ( $\xi_N = 1$ ). On choisit alors ce niveau comme référence afin d'exprimer désormais  $\xi_N$  en décibels selon

$$\xi_{\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{\langle \Delta N^2 \rangle}{N} \right). \quad (5.4)$$

On peut établir de manière évidente  $f_g = 1/2 + \Delta N / (2N_{\text{tot}})$ . On note alors  $\delta f_g = f_g - \langle f_g \rangle$ . Considérons un gaz classique poissonien, dont le facteur de compression mesuré  $\xi_N$  est supérieur à 1 dû à des fluctuations techniques. Cherchons à estimer les fluctuations conduisant à 1 dB de fluctuations supplémentaires (soit  $\xi_N = 1.12$ ). On a

$$\langle \delta f_g^2 \rangle = \frac{\xi^2}{4N} = \frac{1}{4N} + \underbrace{\frac{1}{4N} (\xi^2 - 1)}_{=\delta f_{\text{fluc}}^2}. \quad (5.5)$$

Pour un nuage de 1000 atomes, une augmentation du bruit atomique de 1 dB sera causée par des fluctuations techniques de  $\delta f_{\text{fluc}} = 8 \times 10^{-3}$ . Pour un nuage de  $1.5 \times 10^4$  atomes, une augmentation du bruit atomique de 1 dB sera causée par des fluctuations techniques de  $\delta f_{\text{fluc}} = 3 \times 10^{-3}$ .

On peut pousser le raisonnement plus loin en liant les fluctuations de  $f_g$  à celles de  $\Delta E$ . Considérons tout d'abord le cas d'un condensat, séparé en deux dans un double puits dont le puits de gauche est décalé de  $\Delta E$ . Soit  $E_C$  l'énergie de charge associée aux interactions, et considérée comme identique dans les deux puits. L'égalité des potentiels chimiques au moment de la séparation impose la relation

$$\frac{1}{4} E_C N_{\text{tot}} f_g + \Delta E = \frac{1}{4} E_C (1 - f_g) N_{\text{tot}}, \quad (5.6)$$

dont on en déduit aisément le lien entre  $f_g$  et  $\Delta E$  selon

$$f_g = \frac{1}{2} - 2 \frac{\Delta E}{N_{\text{tot}} E_C}. \quad (5.7)$$

Pour des petites fluctuations, on en déduit

$$\delta f_g = 2 \frac{\delta(\Delta E)}{N_{\text{tot}} E_C}. \quad (5.8)$$

Pour avoir 1 dB de fluctuations techniques sur un condensat de 1000 atomes, cela correspond à des fluctuations du déséquilibre de l'ordre de  $\delta(\Delta E) \approx 14$  Hz pour une énergie de charge  $E_C = 3.5$  Hz correspondant au piège mentionné précédemment.

Pour un gaz thermique, une approche simpliste est utilisée, uniquement dans le but d'avoir des ordres de grandeur. On considère un modèle statique où la population de chaque puits est définie

par la statistique de Maxwell-Boltzmann, pour des particules indépendantes (interactions négligées). Alors, on obtient aisément

$$f_g = \frac{1}{1 + e^{-\beta\Delta E}}, \text{ avec } \beta = \frac{1}{k_B T}. \quad (5.9)$$

Pour des faibles déséquilibres entre les puits, on a  $f_g \approx (1 + \beta\Delta E)/2$ , soit des fluctuations techniques

$$\delta f_g^2 = \left( \frac{\delta(\Delta E)}{2k_B T} \right)^2. \quad (5.10)$$

On en déduit donc que pour avoir 1 dB de fluctuations techniques sur un nuage thermique de  $1.5 \times 10^4$  atomes à la température de  $1 \mu\text{K}$ , cela correspond à des fluctuations du déséquilibre de l'ordre de  $\delta(\Delta E) \approx 130 \text{ Hz}$ .

Avec la géométrie de la figure (2.14), le déséquilibre peut être contrôlé avec des valeurs de courants différentes dans les fils extérieurs, ou bien en appliquant un champ magnétique selon la direction  $\mathbf{u}_z$  (perpendiculairement à la puce). Si les deux courants sont générés par deux sources différents, des fluctuations de 130 nA induisent une fluctuation de déséquilibre de 60 Hz. En pratique, les courants dans les deux fils extérieurs sont issus de la même source et ne peuvent donc pas être responsable d'une fluctuation du déséquilibre. Des simulations numériques ont permis d'estimer l'influence l'effet du champ magnétique sur le déséquilibre à

$$\frac{\Delta E}{\hbar} = 1 \text{ kHz/G}. \quad (5.11)$$

Avec des bobines générant un champ de 3 G/A, une stabilité sur le déséquilibre de quelques Hz correspond à une stabilité sur la source de courant de quelques mA, accessible expérimentalement.

## 5.2 Condensat de Bose-Einstein proche de la puce

Le condensat obtenu dans le dimple en U est généré uniquement avec les fils de la couche inférieure de la "science chip" à une distance de environ  $100 \mu\text{m}$ . Or, le double puits de potentiel sera lui généré par les deux couches de fils, à des distances de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ . Dans cette section, nous allons décrire comment le nuage est rapproché de la surface, ainsi que la stratégie utilisée pour garder un nombre d'atomes important dans le condensat.

### 5.2.1 Transfert de piège

Dans l'optique de séparer un condensat, il convient d'abord d'en piéger un avec un dimple généré avec une configuration à 3 fils, introduite dans le chapitre 2, où les fils extérieurs sont parcourus par un courant  $I_1$  et le fil central un courant  $I_2 = 0$  (voir figure (2.14-a)). Le piège dimple est généré en utilisant le fil en Z pour le confinement transverse. Précédemment, le confinement longitudinal était réalisé à l'aide de deux fils en forme de U, équivalent à un système de fils croisés suffisamment loin de la surface. Proche de la surface, la distance entre les deux U est importante et il convient d'utiliser les fils de la couche supérieure pour réaliser le dimple.

Dans un premier temps, le courant dans les U est diminué de 300 à 150 mA, alors que le courant du Z est diminué de 1 A à 200 mA, et le champ magnétique homogène de  $\mathbf{B} = (3.4, 19.7, 0) \text{ G}$  à  $\mathbf{B} = (11, 14.2, 4) \text{ G}$ . Le piège est ainsi fortement rapproché de la puce dans un premier temps. L'augmentation de la composante du champ selon  $\mathbf{u}_z$  permet de compenser l'asymétrie introduite par les U, et d'assurer l'adiabaticité du transfert. Cette première étape est effectuée en 20 ms, avec des rampes TURN ON. Après 1 ms dans ce piège transitoire, les courants dans les U sont ramenés à 0

pendant que les courants  $I_1$  dans les fils de la couche supérieure sont augmentés à la valeur de 2 mA. Dans le même temps, le courant dans le Z est diminué de 200 à 100 mA et les champs magnétiques de  $\mathbf{B} = (11, 14.2, 4)$  G à  $\mathbf{B} = (15, 8, -1.5)$  G, afin de finir de rapprocher les atomes de la surface. Cette dernière étape est réalisée à l'aide de rampes TURN ON de 20 ms.

Après optimisation, le transfert d'un condensat se fait avec un échauffement notable, la fraction condensée étant réduite (typiquement de 60% à 25%). Le piège étant de faible profondeur, il conviendra donc de pré-refroidir le nuage avant le transfert, puis de continuer le refroidissement dans le dimple proche de la puce.

### 5.2.2 Deuxième rampe RF

Le nuage est donc d'abord refroidi à des températures de l'ordre de  $5 \mu\text{K}$  dans le dimple formé par les U à  $100 \mu\text{m}$  de la surface (fréquence finale de 1.6 MHz), avant d'être transféré au dimple situé à  $10 \mu\text{m}$  de la surface. Une fois dans ce piège, un deuxième synthétiseur (Rhode & Schwarz SML02) permet de générer une deuxième rampe radio-fréquence, de 11.4 MHz à 10.67 MHz typiquement. L'entrée de modulation analogique permet de générer une rampe linéaire de 200 ms, contrôlée par une sortie analogique 16 bits. L'amplitude de la radiofréquence est contrôlée analogiquement par un atténuateur (Mini-Circuits ZX73-2500-S+). La radiofréquence est allumée avec une rampe linéaire de 10 ms. En fin de rampe, la puissance RF est maintenue à la fréquence finale pendant 20 ms, et éteinte ensuite avec une rampe linéaire de 10 ms. Garder le couteau RF à la fréquence finale permet d'améliorer la stabilité de la production des condensats. Le signal RF est acheminé au même amplificateur que celui de la première rampe de refroidissement à l'aide d'un système d'interrupteurs et d'un combineur (voir figure (5.1)). La puissance RF est du même ordre de grandeur que celle de la première rampe (environ 24 dBm). Après cette deuxième phase de refroidissement, on peut obtenir

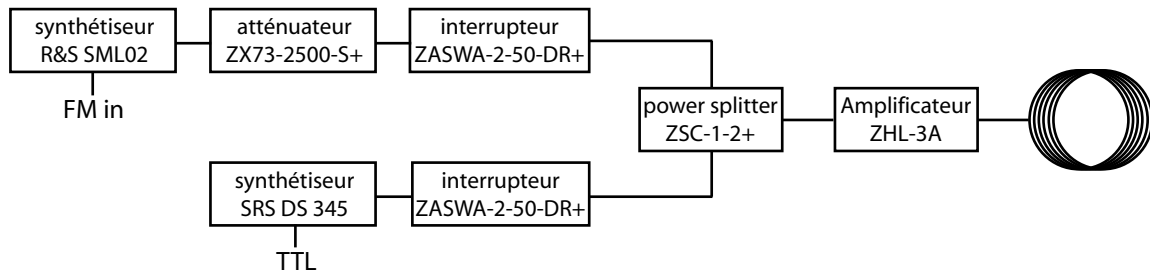


Figure 5.1 – Description schématique du circuit radiofréquence pour les deux rampes de refroidissement évaporatif.

des condensats purs (sans partie thermique visible) d'environ 4000 atomes.

### 5.2.3 Durée de vie du condensat - pertes à trois corps

Le dernier piège de refroidissement est très confinant afin d'augmenter le taux de collisions pour la phase de refroidissement évaporatif. Lorsque que le condensat se forme, la densité augmente fortement donnant lieu à des pertes à trois corps, mentionnées dans le chapitre 2. On peut estimer le taux de pertes à trois corps analytiquement dans le régime de Thomas-Fermi [98]. En utilisant les fréquences calculées numériquement pour ce piège, on obtient un taux de pertes à trois corps d'environ  $4 \text{ s}^{-1}$  pour 1300 atomes. Expérimentalement, il est facile de les mettre en évidence, en formant un condensat de 1300 atomes et en mesurant le nombre d'atomes après avoir maintenu le nuage dans le piège pendant une durée  $t_{\text{piège}}$ . Les mesures expérimentales sont reportées figure (5.3). La courbe verte correspond à la décroissance exponentielle dans le cas de pertes à un corps



uniquement, pour une durée de vie de 1.5 s mesurée précédemment. On observe un taux de pertes nettement plus important durant les cents premières millisecondes, dû aux pertes à trois corps<sup>1</sup>. Au bout de 100 ms, le taux de pertes correspond environ à celui des pertes à un corps, correspondant à la disparition de la fraction condensée, et donc avec un nuage bien plus dilué. On obtient bien un taux de pertes de l'ordre de grandeur de celui calculé dans l'approximation de Thomas-Fermi. Par conséquent, il conviendra de décompresser le piège rapidement après le refroidissement pour limiter les pertes.

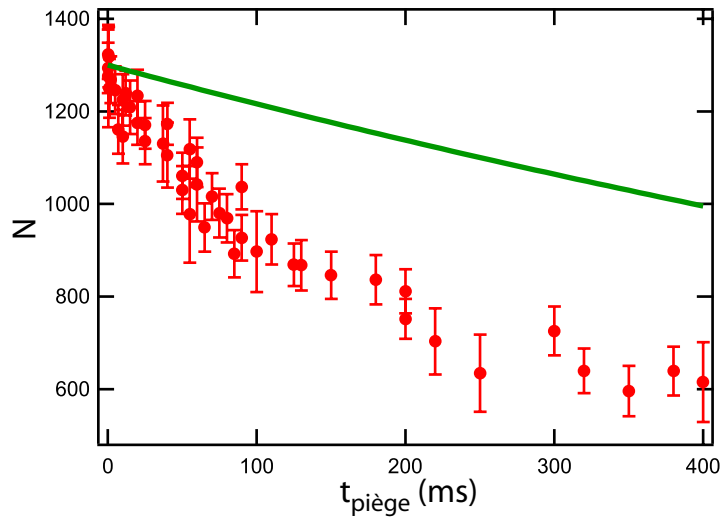


Figure 5.2 – Mesure des pertes à trois corps dans le deuxième piège de refroidissement. Un condensat de 1300 atomes est maintenu durant  $t_{\text{piège}}$  dans le piège de refroidissement. La courbe verte correspond aux pertes attendues dans le cas de pertes à un corps uniquement, avec le taux mesuré précédemment pour un nuage thermique. On observe un taux de décroissance nettement plus important les cents premières millisecondes, lorsque le condensat très dense est présent.

#### 5.2.4 Séparation d'un condensat en deux

Après la deuxième rampe de refroidissement RF, le courant  $I_2$  est augmenté de 0 à 4 mA en typiquement 50 ms. Ce courant va être responsable de la montée d'une barrière, séparant ainsi le condensat en deux. Une fois séparés, les nuages sont relâchés du piège et détectés après un temps de vol typiquement de 6 ms (voir figure (5.3)). L'ellipticité des nuages indique bien qu'il s'agit de condensats de

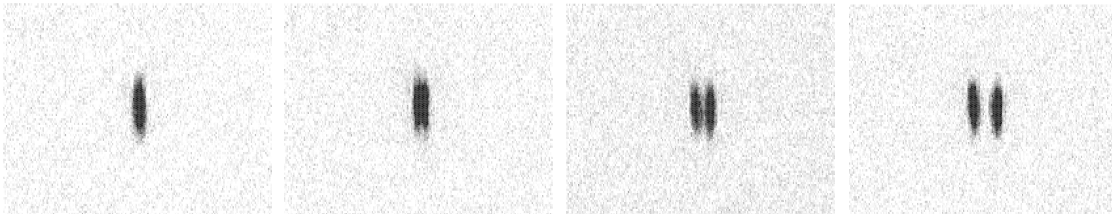


Figure 5.3 – Exemple de séparation de condensat en deux pour un courant  $I_2$  croissant, après un temps de vol de 7 ms. Le nombre total d'atomes est de 4000.

Bose-Einstein. Même si les deux nuages sont initialement séparés, leur étalement au cours du temps

<sup>1</sup>Les pertes à deux corps sont négligeables.

de vol empêche une bonne détermination des deux populations  $N_g$  (puits de gauche) et  $N_d$  (puits de droite).

## 5.3 Analyse du potentiel

### 5.3.1 Mesure des fréquences du piège

La méthode la plus directe pour caractériser le potentiel consiste à mesurer sa fréquence longitudinale, en observant les oscillations du centre de masse d'un condensat. Avant la séparation, l'oscillation est initiée avec un courant d'une centaine de mA dans les fils en U, pendant quelques centaines de  $\mu s$ . Si les nuages sont séparés avec une rampe de courant rapide (15 à 30 ms), les nuages oscillent après séparation, permettant la mesure des fréquences des deux puits. Pour les petites barrières, les nuages sont d'abord séparés avec une barrière importante pour avoir une amplitude d'oscillation notable. Ensuite, la barrière est abaissée afin de mesurer les oscillations dans le piège voulu. La barre d'erreur typique des mesures est de quelques Hz, pour des fréquences de quelques centaines de Hz. Les faibles fréquences ( $\lesssim 400$  Hz), pour les faibles barrières, ne sont pas mesurables avec cette méthode. Une fois ces mesures obtenues, l'angle entre la puce et les bobines, ainsi que la distance entre les deux couches de fils sont ajustés par une méthode minimisant le moindre carré. L'angle est estimé à  $2.5^\circ$ , et la distance entre les deux couches fils à  $12.5 \mu m$ . L'ensemble des résultats sont représentés figure (5.4). Par ailleurs, les trois fréquences d'un piège intermédiaire ( $I_2 = 1$  mA)

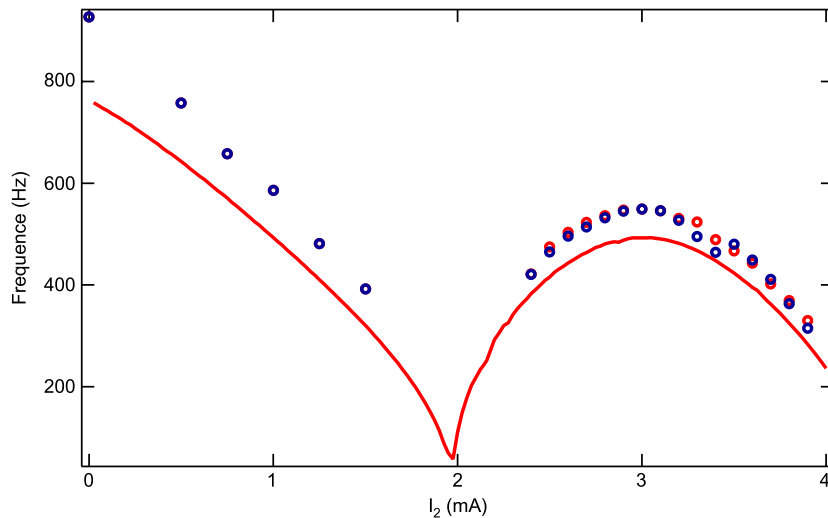


Figure 5.4 – Fréquence longitudinale du piège en fonction du courant  $I_2$ . La fréquence est mesurée en observant les oscillations du centre de masse (cercles rouges et bleus). Lorsque le potentiel est un double puits, la fréquence de chacun est mesurée. Les fréquences calculées numériquement sont en traits continus rouge. Les différents paramètres des simulations ont été ajustés afin d'être les plus proches possible des données expérimentales.

sont mesurées avec précision, et servira de piège de référence pour les mesures de température.

### 5.3.2 Calculs numériques

Une fois les différents paramètres des simulations ajustés ainsi, les potentiels obtenus sont considérés comme suffisamment proches des potentiels réels. On obtient ainsi les principaux paramètres des pièges au cours de la montée de barrière : les fréquences, la hauteur de barrière, la distance entre les puits et la distance à la puce (voir figure (5.5)). Dans un premier temps, le nuage subit une forte

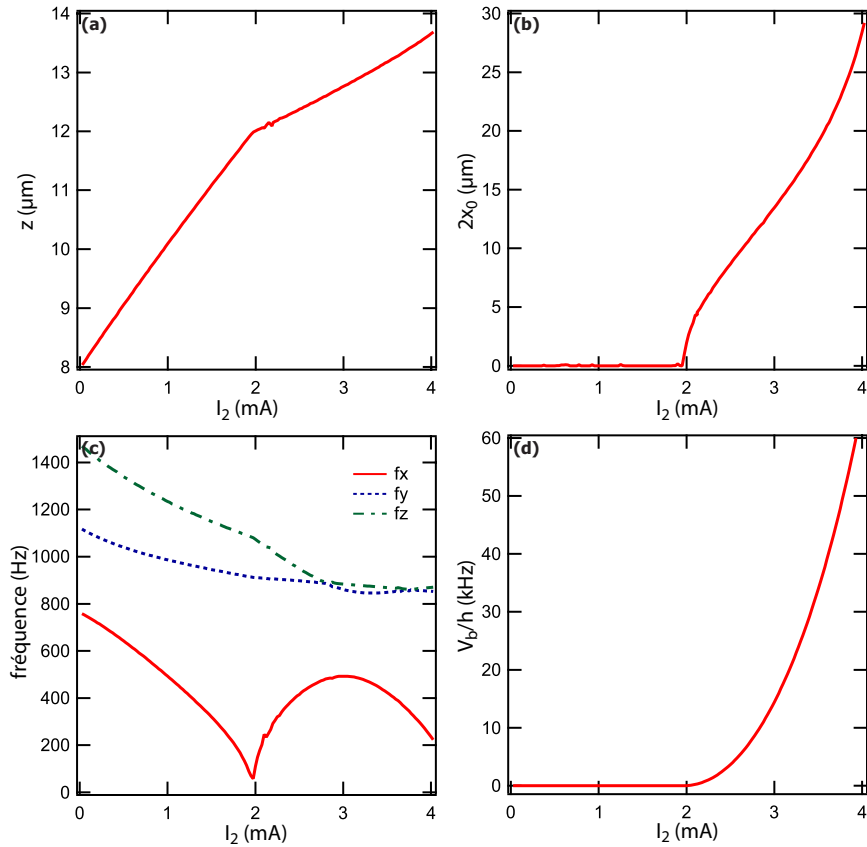


Figure 5.5 – Caractéristiques du piège lors de la montée de courant. (a) Distance des minimums de potentiel aux fils. (b) Hauteur de barrière. (c) Fréquences du piège, pour un double puits supposé symétrique. (d) Distance entre les puits.

décompression. À environ 2 mA, les termes harmoniques du potentiel s'annulent dans la direction de séparation : on obtient un potentiel en  $x^4$ , très "aplati" et donc de fréquence nulle selon  $x$ . Cette annulation de la fréquence est inévitable, correspondant au phénomène de ralentissement critique d'une bifurcation fourche. Au-delà du point critique, deux minima de potentiel apparaissent, ainsi qu'une barrière de potentiel séparant les deux nuages. Alors que les fréquences transverses diminuent, la fréquence longitudinale augmente, en raison de la montée de barrière. À partir de  $I_2 \sim 3$  mA, la fréquence longitudinale diminue à nouveau. Ce phénomène est dû à la profondeur finie des pièges dimple dans le piège en  $Z$ . Lorsque la hauteur de barrière est de l'ordre de la profondeur de piège, une augmentation de cette hauteur va se traduire par une décompression (voir figure (5.6)). Dans la limite des barrières très élevées, les minima locaux du dimple disparaissent, laissant un piège en  $Z$  avec une barrière au milieu.

### 5.3.3 Spectroscopie radio-fréquence du piège

Une autre information importante est l'estimation du déséquilibre magnétique entre les deux puits. Le déséquilibre au moment de la séparation du nuage est faible afin de pouvoir peupler symétriquement les deux puits, dans la limite des séparations lentes. Ce déséquilibre initial est compensé à l'aide de la composante selon  $\mathbf{u}_z$  du champ magnétique homogène. Après la séparation, un déséquilibre peut apparaître aux barrières plus élevées, à cause des imperfections du potentiel. Un condensat est alors séparé en deux jusqu'à un courant  $I_2$  donné, et soumis à un champ RF généré par le

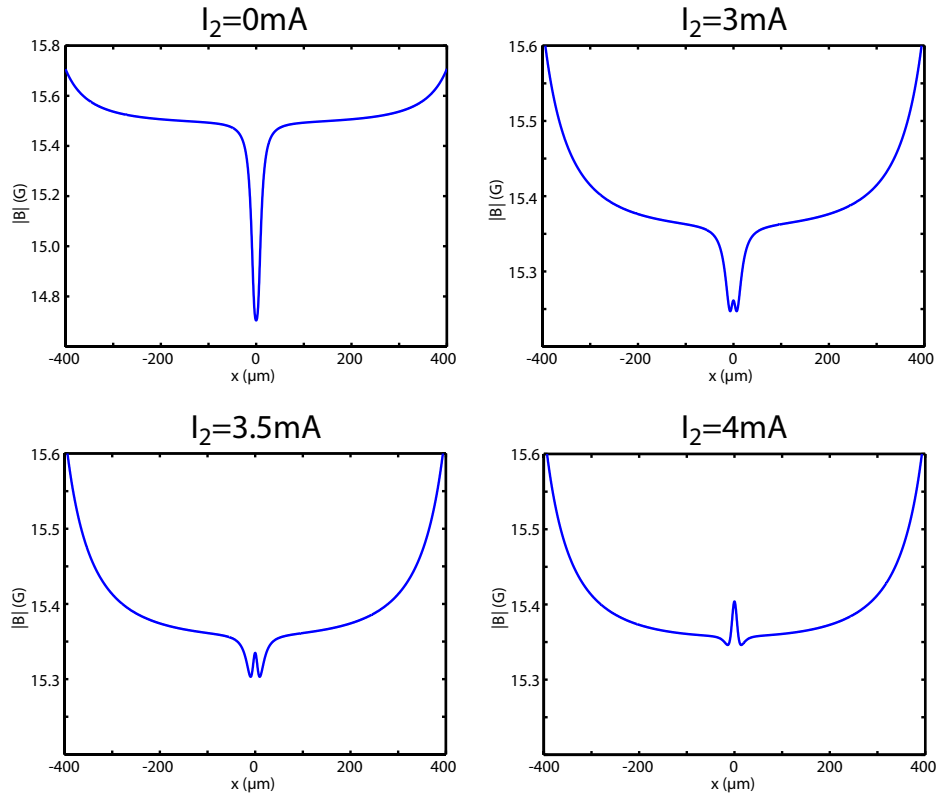


Figure 5.6 – Exemples de profils de pièges selon  $u_x$  pour différentes valeurs de  $I_2$ . (a)  $I_2 = 0$  mA : on obtient un piège dimple très confinant, utilisé pour le refroidissement évaporatif. Le confinement résiduel du Z est visible, avec un piège de faible fréquence mais de grande taille (de l'ordre de  $800 \mu\text{m}$  de large). (b)  $I_2 = 3$  mA : double puits avec une barrière de potentiel faible devant la profondeur du dimple. (c)  $I_2 = 3.5$  mA : double puits avec une barrière de potentiel de l'ordre de la profondeur du dimple. Pour de tels pièges, la fréquence longitudinale diminue avec la montée de barrière. (d)  $I_2 = 4$  mA : double puits avec une barrière de potentiel importante devant la profondeur du dimple.

fil de la puce de base pendant 10 ms typiquement, à fréquence fixe. Le courant de modulation utilisé est très faible (de l'ordre de quelques dizaines de milliampères, pour un fil situé à environ 8 mm). La radiofréquence va permettre d'induire des transitions  $|F = 2, m_F = 2\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  pour les atomes résonants. Les pertes atomiques seront donc maximales lorsque la radiofréquence sera résonante avec le fond du piège considéré. La mesure sera d'autant plus précise que l'amplitude de champ RF sera faible. Cette méthode ne permet pas cependant de tenir compte des déséquilibres dus aux potentiels autres que magnétiques (déséquilibre dû à la pesanteur). Il est intéressant de remarquer que cette technique permet également d'éliminer sélectivement un nuage sans affecter l'autre.

Par ailleurs, aux champs magnétiques élevés ou pour des expériences avec des précisions spectroscopiques, il convient de tenir compte de la non-linéarité de l'effet Zeeman en utilisant la formule de Breit-Rabi. Si on tient compte de ces effets fins, les fréquences de transitions  $|F = 2, m_F = 2\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  ne sont plus exactement les mêmes. Ainsi, au lieu d'avoir une cascade de transitions amenant l'atome dans un état non piégé, l'atome peut transiter dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  sans être résonnant avec la transition  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ . Ce phénomène a déjà été observé dans le contexte de refroidissement évaporatif d'atomes dans des pièges de champs magnétiques élevés, rendant ainsi le refroidissement inefficace

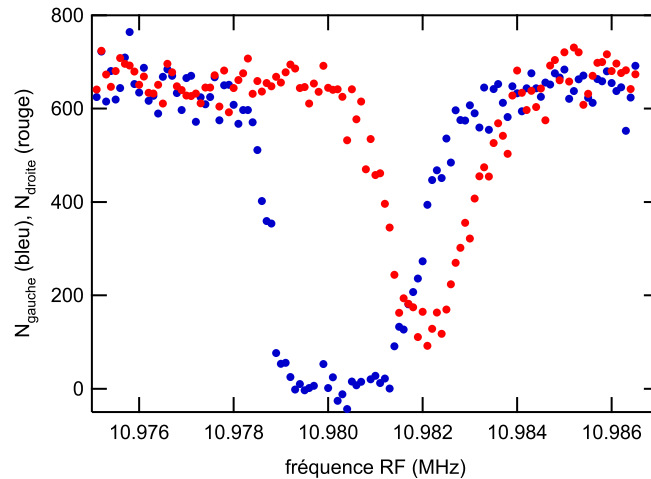


Figure 5.7 – Exemple de spectroscopie RF d'un double puits avec environ 1300 atomes, pour un courant  $I_2 = 3.9$  mA. La largeur des pics est différente entre les deux puits, dû à un couplage différent à la RF. Le déséquilibre magnétique est de l'ordre de 2 kHz.

[189, 190]. Le même phénomène est exploité ici mais dans un contexte différent. Une fois séparé en deux, les deux nuages sont soumis à une onde radiofréquence par l'intermédiaire d'un fil de la puce de base. Pour des champs magnétiques de l'ordre de 15 G, le désaccord entre les transitions  $|F = 2, m_F = 2\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  est de 30 kHz. Pour une fréquence de Rabi inférieure à ce désaccord, on pourra induire une transition cyclante entre les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , la transition  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  n'étant pas résonnante. De plus, si le déséquilibre magnétique entre les puits est suffisamment important (quelques mG), la radiofréquence ne sera résonnante qu'avec un seul puits. Ce dispositif permet ainsi de réaliser des oscillations de Rabi entre les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , avec adressage d'un site unique (voir figure (5.8)). Dans l'absolu, cette méthode est généralisable à un système de  $N$  puits en ligne, pourvu qu'il soit possible techniquement de déséquilibrer un puits par rapport aux autres. On remarquera que les deux états n'ayant pas le même moment magnétique, ils ne sont pas soumis exactement au même potentiel. La position du piège est sensiblement différente, car si le potentiel magnétique n'est pas le même, le potentiel de gravité est identique. Enfin, la barrière tunnel est deux fois plus faible dans le cas des états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  comparée à celle des états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . On peut ainsi obtenir un flux d'atomes entre les deux puits, conditionné par l'état interne manipulable aisément par transition RF. Néanmoins, malgré sa simplicité, cette méthode présente l'inconvénient de nécessiter de grandes stabilités de champ magnétique pour permettre tout processus cohérent, car la phase des deux états oscillent à la différence des fréquences de Larmor, soit environ  $2\pi \times 10$  MHz.

### 5.3.4 Élimination sélective d'un nuage

Avec une puissance RF suffisante dans le fil de la puce de base, il est possible d'éliminer les atomes dans un puits, sans affecter l'autre. Cette technique peut être exploitée pour estimer expérimentalement le courant pour lequel les deux nuages sont séparés (*i.e.*  $V_b > \mu$ , où  $V_b$  est la hauteur de barrière et  $\mu$  le potentiel chimique). Le principe consiste à d'abord séparer un condensat en deux avec une barrière élevée ( $I_2 = 3.9$  mA en 40 ms), et d'éliminer un des deux nuages. Ensuite, la barrière est abaissée en 20 ms à une valeur intermédiaire  $I_2^i$ , maintenue pendant 5 ms, avant d'être remontée à la valeur de 3.9 mA en 20 ms. Les populations finales des deux puits sont ensuite mesurées après temps de vol. Si la barrière intermédiaire est trop élevée, tous les atomes resteront dans le même puits. Si la bar-

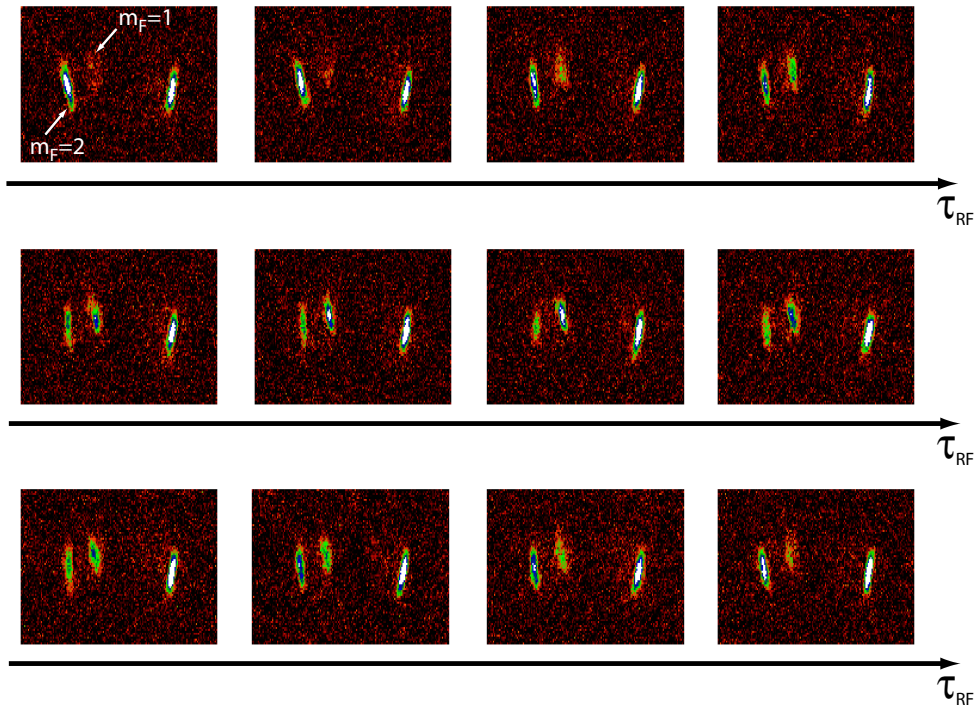


Figure 5.8 – Oscillations de Rabi à un photon entre les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . L'ensemble des atomes sont détectés après un temps de vol de 6 ms. Durant les 50 premières micro-secondes du temps de vol, le courant  $I_2$  générant la barrière est maintenu, les autres courants étant éteint instantanément. La force magnétique est deux fois plus importante pour les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  que pour les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , permettant une séparation spatiale des deux états type Stern-Gerlach. L'onde radiofréquence est appliquée en modulant un fil de la puce de base. Le champ magnétique au fond du piège est suffisamment élevé pour permettre une transition cyclante  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$  sans être résonnant sur  $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$ . De plus, la largeur de la transition est suffisamment faible pour n'affecter que le puits de gauche. Seule une période Rabi est représentée.

rière intermédiaire est trop faible, les atomes se répartiront équitablement entre les deux puits. Pour une barrière intermédiaire de l'ordre du potentiel chimique, une partie du nuage change de puits. Cela permet d'estimer expérimentalement les valeurs de courants pour lesquels les deux nuages sont couplés, et à partir de quelle valeur ils se séparent. Les résultats typiques obtenus sont présentés sur la figure (5.9). Pour extraire une information utile de ces données, on se propose d'utiliser un petit modèle simple, statique. On considère une population relative initiale  $\varepsilon_0 = N_g/N \sim 0.1$  pour  $N$  atomes, et on abaisse la barrière. On compare la hauteur de barrière au potentiel chimique approximé à  $\varepsilon_0 N E_C / 4$ , où  $E_C$  est l'énergie de charge, supposée constante. Si la barrière est supérieure, alors la population relative est inchangée. Sinon, une partie des atomes se déverse dans l'autre puits, jusqu'à ce que le potentiel chimique égalise la hauteur de barrière  $V_b$ . On en déduit une population relative  $\varepsilon = N_g/N = 1 - (4V_b / N E_C)$ , jusqu'à ce que les deux puits soient également peuplés. L'énergie de charge  $E_C$  est supposée constante. La hauteur de barrière est modélisée par une montée parabolique de la forme  $V_b(I_2) = \alpha (I_2 - i_0)^2$ , reproduisant bien les calculs numériques. Un ajustement par la méthode des moindres carrés permet d'obtenir les valeurs de  $\varepsilon_0$ ,  $i_0$  et  $\alpha$  à partir des données précédentes, et la courbe résultante est tracée en bleu dans la figure (5.9). L'ajustement montre un accord qualitatif entre les calculs numériques (courbes vertes sur la même figure) et les mesures sur la valeur du courant pour laquelle le nuage est séparé. En revanche, le profil de montée de bar-

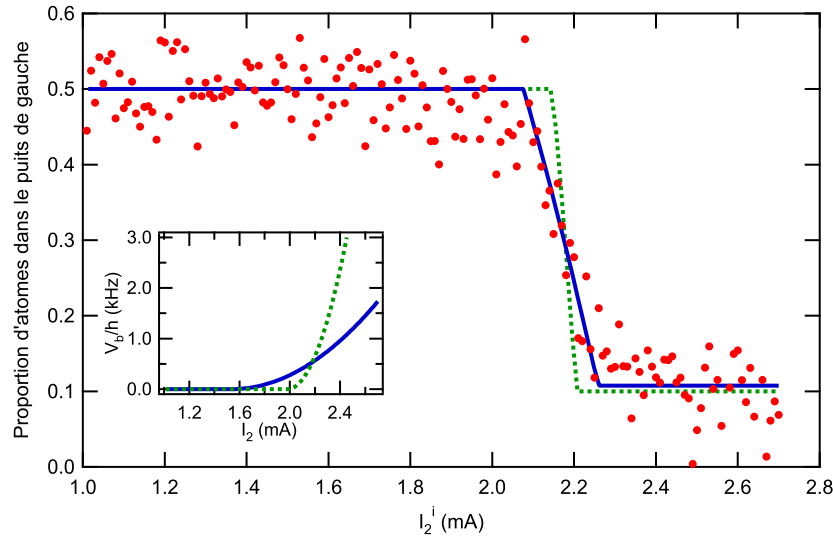


Figure 5.9 – Estimation expérimentale des valeurs de courants pour lesquels les deux nuages sont couplés, et à partir de quelle valeur ils se séparent ( $V_b > \mu$ ). Un condensat est d'abord séparé en deux avec une rampe de  $I_2 = 0$  à  $I_2 = 3.9$  mA en 40 ms. Un des deux nuages est éliminé en appliquant une modulation RF pendant 50 ms. La barrière est abaissée en 20 ms à une valeur intermédiaire de courant  $I_2^i$ , maintenu pendant 5 ms. Enfin, la barrière est remontée en 20 ms afin de détecter les populations des deux puits après 6 ms de temps de vol. Des données expérimentales, on déduit que la montée de barrière dans le condensat s'effectue approximativement entre  $I_2 = 2.0$  mA et  $I_2 = 2.5$  mA. La courbe bleue est le résultat de l'ajustement par un modèle simple, et la courbe verte correspond à la courbe attendue par le même modèle simple mais avec le potentiel calculé. En inset, les hauteurs de barrières calculées correspondantes à l'ajustement en bleu et au potentiel calculé en vert. L'ajustement n'est pas compatible avec les mesures de fréquences des potentiels.

rière extrait de l'ajustement est très éloigné du profil calculé. Ce désaccord est attribué à la simplicité du modèle utilisé.

## 5.4 Observation directe d'états comprimés en nombre

Dans cette section, nous allons décrire la production et l'observation directe d'états comprimés lors de la séparation d'un condensat de Bose-Einstein en deux. Nous allons dans un premier temps nous focaliser uniquement sur l'observable demi-différence de population  $\hat{n}$  définie selon

$$\hat{n} = \frac{\hat{N}_{\text{gauche}} - \hat{N}_{\text{droite}}}{2}. \quad (5.12)$$

On cherche à montrer une réduction de  $\text{Var } n$  par rapport au cas d'un gaz parfait classique, *i.e.* une distribution binomiale où le bruit de référence est le bruit de grenaille atomique

$$(\text{Var } n)_{\text{bga}} = \frac{N}{4}, \quad (5.13)$$

avec  $N$  le nombre total d'atomes. Pour des nuages de l'ordre de 1000 atomes, ce niveau de référence est de seulement 16 atomes rms ! D'où l'importance d'avoir un système de détection performant. Il conviendra également de limiter les fluctuations techniques, notamment du nombre d'atomes initial.

### 5.4.1 Protocole expérimental

Le protocole expérimental consiste à, une fois le condensat séparé en deux, mesurer la population relative entre les deux puits. Le condensat est séparé à l'aide d'une rampe temporelle de courant  $I_2$  de la forme

$$I_2(t) = f(t/\tau_r)I_2^{\max} \text{ avec } t \in [0, \tau_r], \quad (5.14)$$

où  $\tau_r$  est appelé "temps de rampe" et  $f(x)$  est un profil de rampe, soit linéaire  $f(x) = x$ , soit TURN ON. Le nuage est initialement refroidi avec une rampe radio-fréquence de profil temporel constant, mais dont la valeur finale  $\nu_{\text{RF}}$  peut éventuellement être modifiée. Une série de données correspond typiquement à 150 à 200 réalisations. Pour chaque série de données, on définit d'abord la probabilité  $p$  d'être dans le puits de gauche

$$p = \langle N_{\text{gauche}} / (N_{\text{gauche}} + N_{\text{droite}}) \rangle, \quad (5.15)$$

où la valeur moyenne est prise sur l'ensemble de la série de données. On définit ensuite une différence de population centrée  $n_c$  selon

$$n_c = (1 - p)N_{\text{gauche}} - pN_{\text{droite}}, \quad (5.16)$$

correspondant à l'écart de  $n$  à sa valeur moyenne  $(p - 1/2)N$ . On en déduit le facteur de compression  $\tilde{\xi}$  associé à cette quantité

$$\tilde{\xi}^2 = \text{Var} \left( \frac{n_c^2}{p(1-p)(N_{\text{gauche}} + N_{\text{droite}})} \right), \quad (5.17)$$

correspondant à la comparaison de la variance mesurée à celle du bruit de grenaille atomique  $p(1-p)N_{\text{tot}}$ . Afin d'obtenir le facteur de compression en nombre  $\xi$  de l'état généré, il convient de retirer le bruit de grenaille optique selon

$$\xi^2 = \tilde{\xi}^2 - \frac{\langle ((1-p)\delta N_{\text{gauche}}^{\text{bgo}})^2 + (p\delta N_{\text{droite}}^{\text{bgo}})^2 \rangle}{p(1-p)\langle N_{\text{gauche}} + N_{\text{droite}} \rangle}, \quad (5.18)$$

où  $(\delta N_{\text{gauche}}^{\text{bgo}})^2$  (resp.  $(\delta N_{\text{droite}}^{\text{bgo}})^2$ ) sont les variances du bruit de grenaille optique de chaque image, calculé à l'aide de l'équation (3.37), et dont la valeur est quasiment constante sur l'ensemble de la série. C'est cette quantité que l'on appellera le facteur de compression, et que l'on exprimera en décibels par rapport au niveau de référence d'une distribution binomiale selon

$$\xi^2 \text{ (dB)} = 10 \log \xi^2. \quad (5.19)$$

L'intervalle de confiance statistique de la mesure est estimé en utilisant la fonction `normfit` de MATLAB.

### 5.4.2 États comprimés

Dans tout ce qui suit, on ne considérera que des jonctions Josephson thermiques, *i.e.* dont le température  $T$  est telle que  $k_B T \gg \hbar\omega_p = \sqrt{E_C E_J}$ , où  $\omega_p$  est la fréquence plasma. Les fluctuations considérées seront donc uniquement thermiques.

#### Lois d'échelles

Les états comprimés sont générés dynamiquement en montant une barrière de potentiel dans un condensat de Bose-Einstein, processus décrit chapitre 1, section 1.5. Pour un tel processus, le nuage subit une décompression adiabatique, réduisant progressivement les fluctuations ces dernières



étant thermiques. Lorsque l'adiabaticité est rompue, les fluctuations sont alors gelées [62]. Pour une jonction à l'équilibre à la température  $T$ , le facteur de compression en nombre est directement lié à la température et à l'énergie de charge selon  $\xi_N^2 \approx k_B T / E_C$ . Pour observer des états comprimés en nombre, il faudra un nuage initial très froid et/ou un piège fortement confinant. Néanmoins, en pratique, le taux de chauffage d'un piège est d'autant plus important qu'il est confinant [191]. Il faudra donc trouver un compromis entre une énergie de charge importante et un taux de chauffage raisonnable. Dans la limite du régime de Thomas-Fermi, on peut exprimer l'énergie de charge d'un piège isotrope de fréquence angulaire  $\omega_0$  contenant  $N/2$  atomes selon [192]

$$E_C \approx \frac{4}{5} \left( \frac{N}{2} \right)^{-3/5} (15a)^{2/5} \left( \frac{m\omega_0}{\hbar} \right)^{1/5} \frac{\hbar\omega_0}{2} \propto N^{-3/5} \omega_0^{6/5}, \quad (5.20)$$

où  $a$  est la longueur de diffusion des ondes  $s$ . Il est plus difficile de donner une loi d'échelle pour la température. Il faut tenir compte de la décompression adiabatique entre le piège de refroidissement et le double puits, ainsi que du chauffage technique tout du long. L'optimisation du piège s'est donc faite empiriquement, jusqu'à obtenir une réduction sensible de la variance de la population relative.

### Observation expérimentale d'états comprimés

Le piège utilisé est celui décrit dans le chapitre 2, section 2.4.4. Pour obtenir des températures très basses, le refroidissement évaporatif est poussé jusqu'à des fréquences  $\nu_{\text{RF}}$  bien inférieures à celles où la partie thermique devient indistinguable. La stabilité du processus de refroidissement est critique pour observer des facteurs de compression importants, car une fluctuation de température se répercute directement sur les fluctuations de population relative. Pour observer des états comprimés, il faut refroidir le nuage à moins de 1500 atomes typiquement. Pour éviter d'éventuelles dérives thermiques sur les premières réalisations (échauffement des AOM, etc...), l'expérience tourne dans le vide pour environ 30 réalisations avant de commencer l'acquisition. Pour s'assurer d'être à l'optimum de détection, une séquence d'environ 30 réalisations permet de balayer la fréquence de détection pour repérer le désaccord optimal juste avant l'acquisition. Cette précaution permet de tenir compte des changements d'intensité du faisceau laser de détection par exemple, ou bien d'éventuelles dérives électroniques du signal d'erreur des asservissements. D'un jour sur l'autre, la variation de la fréquence de détection n'a jamais excédée  $0.1\Gamma$ . Les zones d'intégrations, pour le calcul du nombre d'atomes, sont définies après moyennage de l'ensemble des images de la série. Cela permet de définir au mieux ces zones, et des éventuelles fluctuations de position du nuage. Les statistiques sont réalisées typiquement sur 200 réalisations.

Avec ce piège, il est alors possible d'observer aisément des facteurs de compression en nombre de  $-3$  dB, pour des rampes de courant de  $\tau_r = 50$  ms, de  $I_2 = 0$  à  $I_2^{\text{max}} = 3.9$  mA. Avec beaucoup de précautions, et lorsque l'expérience est très stable, il est possible d'observer jusqu'à  $-5$  dB. Un exemple d'état fortement comprimé est représenté figure (5.10). Des rampes linéaires ou TURN ON donnent toutes les deux des états comprimés, avec des facteurs de compression en nombre similaires pour  $\tau_r > 50$  ms. Pour  $\tau_r < 50$  ms, la rampe linéaire donne des facteurs de compression plus élevés, bien que la TURN ON évite de générer des excitations. En effet, la partie importante de la rampe se situe lorsque la barrière émerge au sein du nuage, quand le couplage entre les deux nuages est faible (*i.e.* que la hauteur de barrière est de l'ordre de grandeur du potentiel chimique), et ne représente que quelques centaines de micro-ampères sur un total de 3.9 mA.

Un tel résultat avait déjà été observé à Heidelberg [119], quelques mois plus tôt, avec des fréquences et des nombres d'atomes similaires. Il est néanmoins important de souligner qu'avec le protocole utilisé, on obtient réellement un état comprimé, à l'aide d'un processus cohérent. L'état obtenu est potentiellement intéressant pour l'interférométrie ou la métrologie [16, 36]. D'autres expériences ont mis en évidence des statistiques sub-poissoniennes [193, 194], mais basées sur des

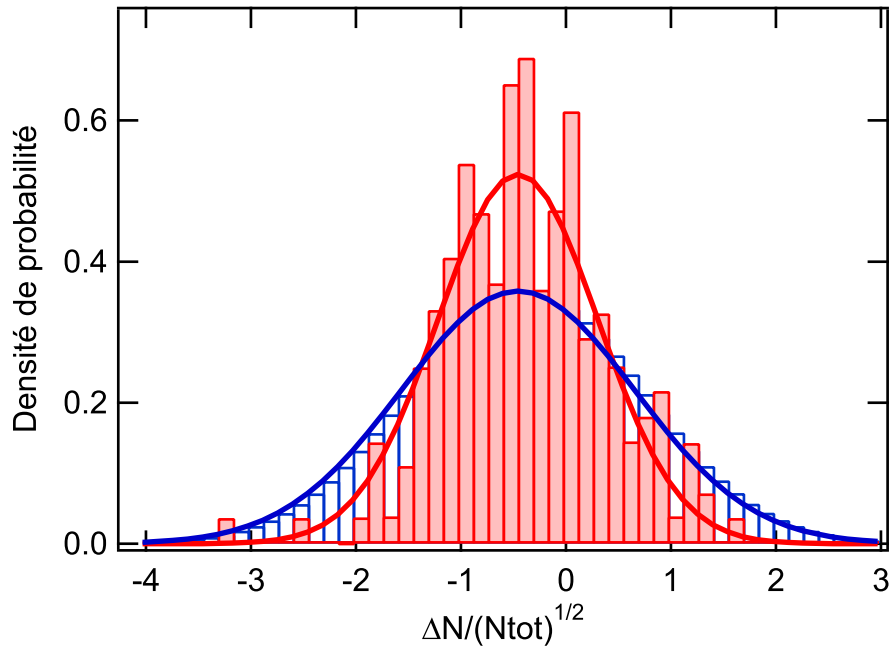


Figure 5.10 – Exemple de données expérimentales. Histogramme de la densité de probabilité de la différence de population  $\Delta N$  normalisée au bruit de grenaille  $\sqrt{N_{tot}}$ . Le nuage est séparé en deux à l'aide d'une rampe linéaire de courant de  $\tau_r = 50$  ms, de  $I_2 = 0$  à  $I_2^{max} = 3.9$  mA. Les données sont représentées en rouge, la courbe en trait continu étant l'enveloppe résultant d'un ajustement par une loi normale. La statistique est réalisée sur un set de 200 valeurs. La courbe bleu représente la distribution attendue pour un nuage au bruit de grenaille atomique, en tenant compte du bruit additionnel de la détection. On extrait alors  $\xi = -4.9$  dB +0.5/ -0.4 dB, avec  $N_{tot} = 1160 \pm 45$ . L'erreur systématique est estimée à +0.9/ -0.5 dB.

processus incohérents, comme les pertes à trois corps. Il convient de garder à l'esprit que ces états n'ont pas les mêmes propriétés, et ne peuvent pas être qualifiés d'états comprimés.

Une étude exhaustive de la stabilité de la production de tels états a été effectuée, en particulier l'influence de la température de la pièce. Pour étudier l'influence de la température, l'expérience a tourné en continue durant une nuit entière, et une sortie digitale permet de synchroniser l'expérience avec une mesure de température à l'aide d'une thermistance au niveau de la table optique. En réalisant une statistique sur 50 réalisations seulement, on observe une légère corrélation entre le facteur de compression mesuré et la température. Il est difficile de savoir si ces fluctuations sont dues aux fluctuations des potentiels ou des lasers de refroidissement. "De jour", d'autres fluctuations du facteur de compression peuvent apparaître, plus importantes et plus soudaines. Leur origine n'est pas connue, mais dans certains cas, elles sont clairement dues à une augmentation du bruit ambiant dans la pièce. D'autres semblent dues à l'utilisation d'appareils électroniques<sup>2</sup> dans la pièce. Ces effets sont difficiles à appréhender de manière exhaustive. Par précaution, lorsque l'on étudiera l'influence d'un paramètre sur le facteur de compression, une première mesure est systématiquement effectuée pour  $\nu_{RF} = 10.665$  MHz, et une rampe linéaire de 50 ms de 0 à 3.9 mA. Si cette première mesure ne donne pas systématiquement un facteur de compression de -3 dB au moins, les mesures suivantes ne seront pas considérées comme fiables et systématiquement rejetées.

Afin de confronter les mesures expérimentales aux prévisions du modèle à deux modes, Li Yun a développé des méthodes de résolutions numériques, à partir des potentiels magnétiques calculés,

<sup>2</sup>par exemple, les téléphones portables perturbent notablement la stabilité de l'expérience, interagissant fortement avec l'asservissement du maître

pour résoudre l'équation de Gross-Pitaevskii 3D pour chaque courant  $I_2$  [38]. Une fois les fonctions d'onde du fondamental et du premier état excité ainsi obtenues, il est possible de calculer le potentiel chimique du fondamental  $\mu_S$  (solution symétrique), le potentiel chimique du premier excité  $\mu_A$  (solution anti-symétrique), l'énergie de charge  $E_C$  et l'énergie Josephson  $E_J$ . Ces différents paramètres, calculés dans le cas de  $N = 1300$  atomes, sont représentés figure (5.11).

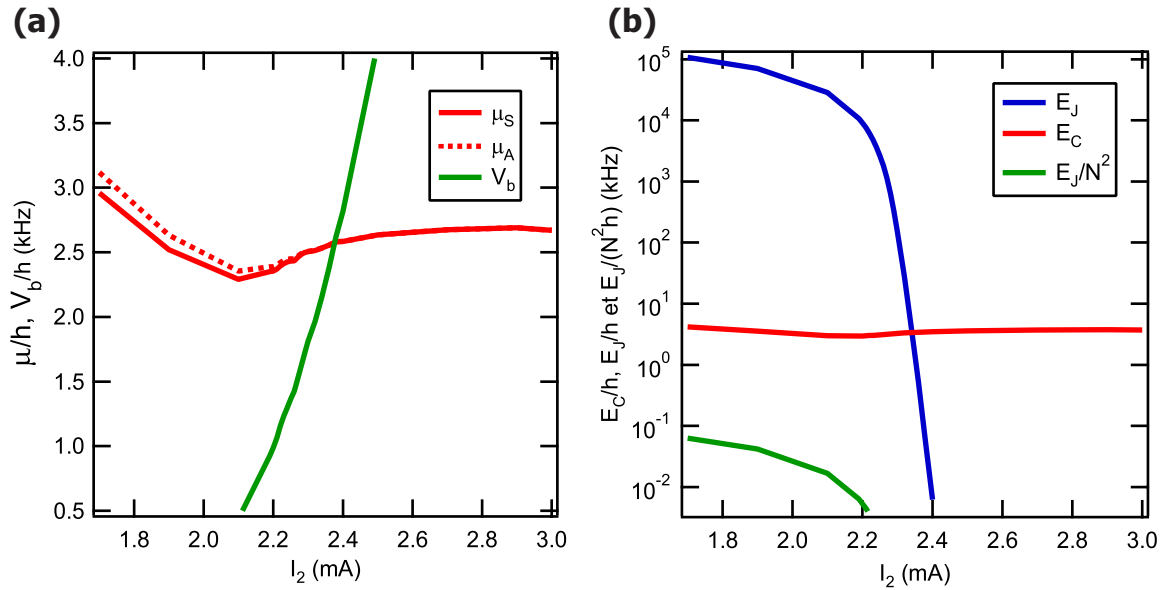


Figure 5.11 – Calculs numériques des différents paramètres pertinents en fonction de  $I_2$  pour 1300 atomes. (a) Potentiel chimique du fondamental  $\mu_S$  (solution symétrique) et du premier excité  $\mu_A$  (solution anti-symétrique). La hauteur de barrière du potentiel est également tracée. (b) Énergie de charge  $E_C$  et énergie Josephson  $E_J$ . Le paramètre  $E_J/N^2$  est également représenté. Lors de la montée de barrière, l'énergie de charge  $E_C$  est à peu près constante, de l'ordre de  $E_C \sim 2\pi\hbar \times 3$  Hz.

### Compression en nombre et compression de spin

Comme cela a déjà été évoqué dans le chapitre 1, pour juger si un état comprimé est utile au sens de l'interférométrie ou de la métrologie, le facteur de compression en nombre n'est pas un paramètre suffisant [16, 36, 195]. En effet, pour satisfaire l'inégalité de Heisenberg, si la variable nombre est comprimée, il est nécessaire d'augmenter la variance de la phase relative entre les deux modes. La réduction de la variance de la population relative permet de réduire le bruit de partition, et donc améliore la précision de la mesure. Néanmoins, la variance de phase augmente. C'est parce que la cohérence est définie de manière non-linéaire par  $\langle \cos \varphi \rangle$  qu'un état comprimé permet d'améliorer la précision sur une mesure. Pour  $\xi_N$  le facteur de compression en nombre, le paramètre pertinent pour obtenir un gain métrologique est le facteur de compression de spin  $\xi_S$  défini selon

$$\xi_S = \frac{\xi_N}{\langle \cos \varphi \rangle}, \quad (5.21)$$

où  $\varphi$  est la phase relative entre les deux nuages. Il convient donc de mesurer la cohérence de phase afin de s'assurer qu'elle reste suffisamment importante pour obtenir un gain métrologique. La géométrie utilisée ne permet pas de mesurer les fluctuations de phase avec une précision suffisante. Ces mesures de phases seront détaillées dans le prochain chapitre. Afin d'estimer le facteur de compression de spin, nous considérons que les simulations basées sur le modèle à deux modes sont

suffisamment fiables pour calculer la cohérence de phase  $\langle \cos \varphi \rangle$ . Selon le modèle à deux modes, l'état précédent, mesuré à  $\xi^2 = -4.9$  dB, a une cohérence de phase calculée de  $\langle \cos \varphi \rangle = 0.93$ , et donc un facteur de compression de spin

$$\xi_S \sim -4.4 \text{ dB.} \quad (5.22)$$

Cette cohérence est calculée juste après la séparation entre les deux nuages, c'est-à-dire quand l'adiabaticité est rompue et que les fluctuations sont gelées. Une fois les nuages séparés, un deuxième phénomène intervient, le brouillage de la phase relative dû aux interactions. Ce phénomène diminue la cohérence au cours du temps, jusqu'à un brouillage total [114, 196, 197, 113, 198], et sera exposé plus en détails dans le chapitre suivant. Si la phase avait été mesurée expérimentalement, ce phénomène aurait diminué la cohérence mesurée.

## 5.5 Facteur de compression et température

Dans cette section, nous allons nous intéresser à la dépendance du facteur de compression avec les différents paramètres expérimentaux, en particulier la température.

### 5.5.1 Influence de la vitesse de séparation

Dans la limite des montées de barrière lentes, le modèle à deux modes prévoit que le facteur de compression doit décroître avec  $\tau_r$ , jusqu'à la valeur adiabatique  $\xi_{\text{ad}}^2$

$$\xi_{\text{ad}}^2 = \frac{2}{N} \left( \frac{k_B T}{\hbar \omega_p} \right)^2, \quad (5.23)$$

où  $N$  est le nombre d'atomes total,  $T$  et  $\omega_p$  la température et la fréquence plasma pour une petite barrière. Expérimentalement, on observe le comportement représenté figure (5.12). Les points en bleu correspondent à des rampes linéaires alors que les points rouges correspondent à des rampes TURN ON. Visiblement, même pour des rampes linéaires de 10 ms, le système n'est pas affecté par des excitations collectives. Le nuage est séparé en deux environ au milieu de la rampe de courant ( $I_2 \sim 2$  mA), où la pente de la rampe TURN ON est supérieure d'un facteur 1.825 à celle d'une rampe linéaire. Ainsi, dans la région critique à le couplage est faible, à temps de rampe fixe, la vitesse de séparation sera plus importante pour une rampe TURN ON. C'est pour cela que le facteur de compression est moins bon avec une rampe TURN ON pour des temps de rampe  $\tau_r < 50$  ms. Dans la suite, on ne considérera que des rampes de courant avec un profil TURN ON.

La figure (5.12) illustre bien, dans un premier temps, que le facteur de compression diminue avec  $\tau_r$ , dans la limite des temps courts ( $\tau_r < 50$  ms). Pour les temps longs ( $\tau_r > 50$  ms), le facteur de compression se dégrade ensuite avec  $\tau_r$ . Cet effet est attribué au chauffage du nuage durant la montée de barrière, augmentant ainsi sa température au moment de la rupture d'adiabaticité et donc les fluctuations. Pour vérifier cette hypothèse, un modèle simple a été conçu avec Yun Li pour simuler ce chauffage [38]. Dans un premier temps, le chauffage n'est pas inclu. L'état initial est décrit par une matrice densité à l'équilibre thermique, et son évolution lors de la montée de barrière est calculée à l'aide de l'équation de Von Neumann, par une méthode de pas finis. La température initiale est estimée à l'aide du premier point à  $\tau_r = 10$  ms, *i.e.* elle est ajustée de manière à obtenir les mêmes fluctuations finales. On obtient  $T_0 = 27$  nK pour une barrière de 250 Hz à  $I_2 = 2.1$  mA. On calcule alors le paramètre de compression en nombre en fonction de  $\tau_r$  pour cette température initiale, correspondant à la courbe en pointillés violets de la figure (5.12). Cette courbe décroît bien avec  $\tau_r$  comme attendu, et atteint la valeur de  $\xi_{\text{ad}}^2 = -22$  dB aux temps longs (non représentés sur la courbe).

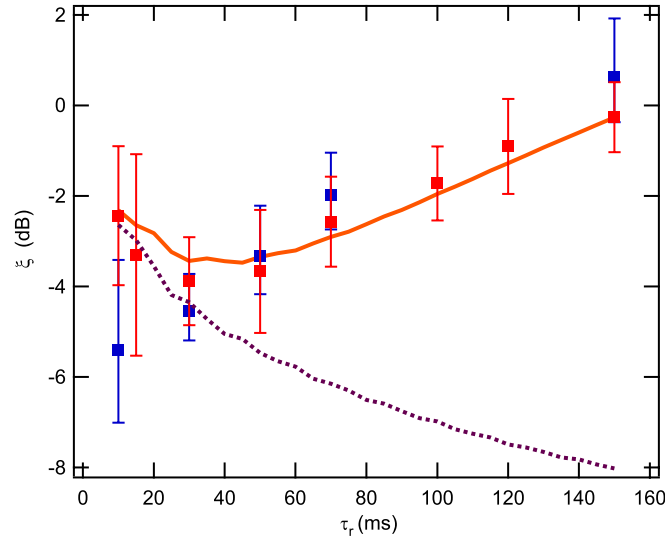


Figure 5.12 – Influence de la rampe utilisée sur le facteur de compression mesuré, pour un nuage de 1300 atomes environ. Le facteur de compression en nombre a été mesuré pour différents temps  $\tau_r$ , pour des rampes linéaires (bleu) ou Turn On (rouge), allant de 0 à 3.9 mA. Les barres d'erreurs représentent les intervalles de confiance à 95%. Une simulation numérique permet d'estimer la température initiale du nuage à partir du point de rampe Turn On à  $\tau_r = 10$  ms. On obtient une température initiale de 27 nK pour un courant  $I_2 = 2.1$  mA, correspondant à une petite barrière de 500 Hz. À partir de cette température initiale, on peut calculer le facteur de compression obtenu dans le cas d'une évolution adiabatique sans chauffage, et obtenir ainsi la courbe en pointillés violets. Un modèle simple permet d'inclure le chauffage du nuage, donnant la courbe en trait plein orange.

Ensuite, nous avons essayé de modéliser l'effet du chauffage à l'aide d'une description simple. Le condensat est considéré à l'équilibre avec un réservoir à la température  $T$  (le nuage thermique). Lors de l'évolution, le réservoir se réchauffe à un taux  $\Gamma_{\text{réservoir}}$ , et le condensat se thermalise avec le réservoir à un taux  $\gamma_{\text{th}}$ . On suppose que le chauffage est négligeable pour  $\tau_r = 10$  ms, et donc que la température initiale est toujours la même. En ajustant à la main les taux à  $\Gamma_{\text{réservoir}} = 4$  nK/ms et  $\gamma_{\text{th}} = 16.67$  s $^{-1}$ , on obtient la courbe en trait plein orange de la figure (5.12). Ce modèle sans prétentions permet de comprendre les données obtenues. C'est l'augmentation de la température du nuage qui dégrade le facteur de compression. Une analyse plus complète serait beaucoup plus complexe : la capacité thermique du condensat varie avec la température, et le taux de chauffage varie au cours du temps, car les fréquences du piège changent, ainsi que la distance à la puce.

Indépendamment, il est également possible d'estimer le caractère adiabatique de la transformation en mesurant la fraction condensée avant et après la séparation. Cette procédure a été effectuée pour des nuages de fractions condensées mesurables à l'aide d'ajustements bimodaux, avant et après séparation, pour des temps de rampe  $\tau_r = 50$  ms. Les résultats obtenus sont représentés figure (5.13). Le léger désaccord entre les mesures et une transformation adiabatique est attribué au chauffage du nuage. Il est alors possible d'en extraire une estimation d'une borne inférieure du taux de chauffage lors de la montée de barrière. La fraction condensée  $\varepsilon$  est liée à la température  $T$  du nuage selon

$$\varepsilon = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3, \quad (5.24)$$

où  $T_c$  est la température de transition, associée à un nombre d'atomes et un piège donnés. Considérons un modèle simple où le taux de chauffage, ainsi que la température de transition sont constants. On obtient directement, à partir des données précédentes, un taux de chauffage de l'ordre de 0.5 nK/ms. Ce désaccord entre les deux mesures peut être expliqué de par la simplicité des mod-

èles. De plus, les mesures ont été réalisées dans deux régimes de températures très différents, et donc pour des valeurs différentes de capacité thermique du nuage. Pour un gaz idéal, la capacité thermique diminue avec la température [23], ce qui est cohérent avec les résultats obtenus.

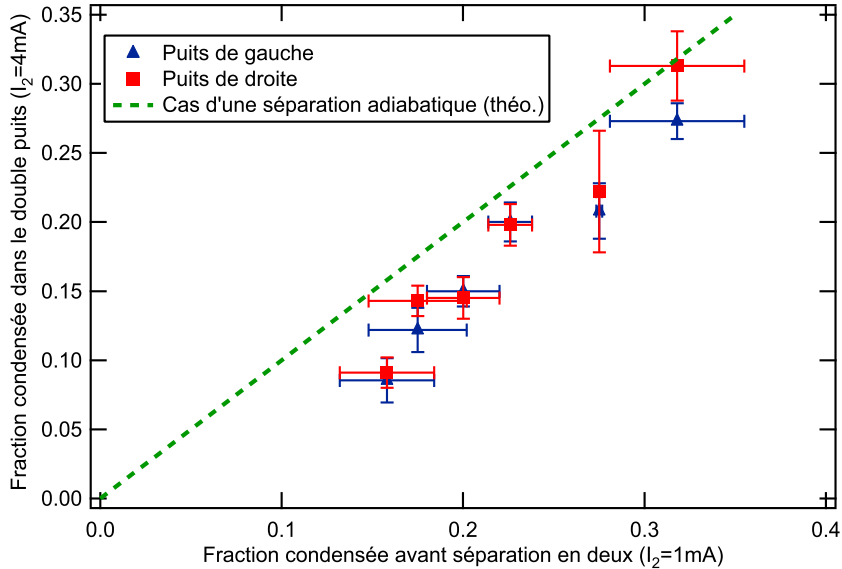


Figure 5.13 – Mesure de la fraction condensée avant et après la séparation en deux. La courbe en pointillés représente le cas d'une transformation parfaitement adiabatique. Le désaccord des mesures expérimentales est interprété par le chauffage technique.

Dans la suite, nous nous proposons d'étudier plus précisément la dépendance en température des facteurs de compression en nombre.

### 5.5.2 Effet du chauffage sur le facteur de compression

Dans une première expérience, l'idée consista à laisser le condensat se réchauffer dans le piège de refroidissement, avant de le séparer. Un condensat de 1300 atomes est initialement préparé et maintenu dans le piège de refroidissement pendant une durée  $\tau_h$ . Ensuite, une rampe linéaire constante de  $\tau_r = 50$  ms de 0 à 3.9 mA est appliquée et le facteur de compression final mesuré en fonction de  $\tau_h$ . En pratique, des séries de 4 à 5 facteurs de compression peuvent être mesurées avec environ 1000 réalisations soit typiquement 3 à 4 heures d'acquisition. Pour permettre une comparaison entre les différentes séries de données, réalisées sur plusieurs jours, le premier facteur de compression mesuré correspond systématiquement à  $\tau_h = 0.1$  ms. Si ce point n'est pas d'au moins  $-2$  dB, la série de données est systématiquement rejetée. On obtient alors la courbe de la figure (5.14). On observe bien une augmentation des fluctuations avec la température, jusqu'à obtenir des fluctuations superpoissoniennes. L'inconvénient de cette méthode est que les pertes sont importantes, et le nombre d'atomes est trop faible et le nuage dilué pour obtenir une mesure fiable du facteur de compression pour  $\tau_h > 300$  ms.

De plus, il est difficile d'estimer la température du nuage. Il faut tenir compte de la capacité thermique du nuage et de sa dépendance avec la température [23]. Compte tenu de la proximité de la surface, les mesures de chauffages sont difficiles. Avec un nuage thermique, on observe une température à peu près constante, malgré une perte notable d'atomes. Ceci est attribué à la présence de la surface, adsorbant les atomes chauds et provoquant ainsi du refroidissement évaporatif forcé. Pour toutes ces raisons, cette méthode semble peu adaptée pour bien comprendre les différents effets intervenant.

L'observation de fluctuations super-poissoniennes intervient pour des fractions condensées relative-

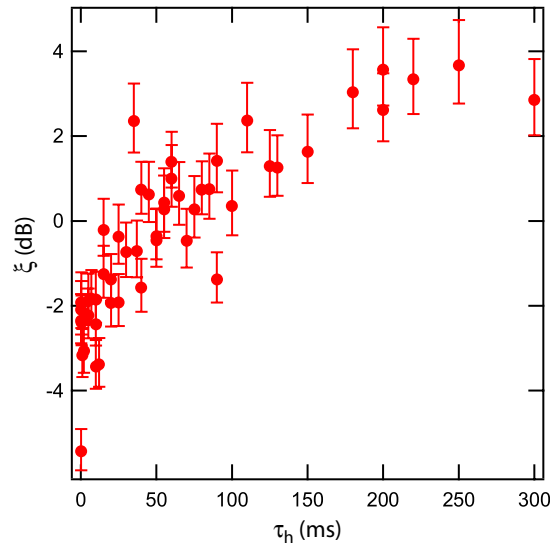


Figure 5.14 – Influence de la température initiale sur le facteur de compression en nombre. Un condensat de environ 1300 atomes est initialement préparé, et maintenu dans le piège de refroidissement pendant une durée  $\tau_h$ . Ensuite, le condensat est séparé en deux avec une rampe de  $\tau_r = 50$  ms, et le facteur de compression mesuré. Durant le temps  $\tau_h$ , le condensat se réchauffe et on observe ainsi directement l'effet du chauffage, à profil de rampe temporel constant.

ment faibles. Dès lors, le modèle à deux modes semble caduque, compte-tenu du fait qu'un nombre important de modes sont peuplés. De plus, un gaz de particules classiques (au sens discernables), sans interactions, suit une loi binomiale. Comment se comporte alors un gaz de bosons autour de la transition ? Ce problème est non trivial car fait intervenir tous les modes du système, ainsi que les effets de statistiques bosoniques. Nous nous proposons dans la prochaine section d'explorer cette région à l'aide d'une méthode plus contrôlée, ainsi qu'une interprétation des résultats obtenus.

### 5.5.3 Contrôle de la température avec le couteau RF

Dans une deuxième expérience, le profil temporel de la rampe de courant est identique, à savoir une rampe linéaire de 0 à 3.9 mA. Si des nuages de tailles importantes (thermiques) sont séparés, la pente de  $78 \mu\text{A}/\text{ms}$  est conservée mais le courant est augmenté jusqu'à 6 ou 7 mA, avec des temps de rampe plus longs. Seule la fréquence RF finale  $\nu_{\text{RF}}$  change, permettant de contrôler la température. Le facteur de compression en nombre est alors mesuré en fonction de la fréquence  $\nu_{\text{RF}}$ . Dans le script d'analyse, les fluctuations du nombre d'atomes total sont évaluées. Si ces dernières sont supérieures à 20%, la série de données est éliminée. Une zone de référence peut être définie sur chaque image, et le bruit mesuré dans cette zone vide d'atomes est comparé au bruit de grenaille optique théorique. Si le bruit mesuré est supérieur au bruit théorique de 5%, due à un bruit dans la pièce par exemple, la réalisation correspondante n'est pas pris en compte dans les statistiques. Typiquement, le nombre de réalisations éliminées ainsi par série de données est de moins de 5 pour 200. Si plus de 20 réalisations ont un bruit supérieur à 5%, la série de données entière est éliminée, suspectant un problème sur le laser de détection, ou un bruit trop important dans la pièce. En pratique, la majorité des "bonnes" données ont été prises tard le soir, ou la nuit, quand le bruit acoustique ambiant est le plus faible.

L'ensemble des données est représenté figure (5.15). Dans un premier temps, les fluctuations augmentent avec la température, jusqu'à atteindre un maximum de +3.8 dB lorsque la fraction con-

densée est de l'ordre de la fraction thermique. Ensuite, les fluctuations diminuent doucement jusqu'à atteindre un plateau de environ +1 dB à environ 10.78 MHz, où la fraction condensée initiale est de l'ordre de 10%. Les fluctuations se stabilisent à haute température à +1 dB. L'écart entre les fluctu-

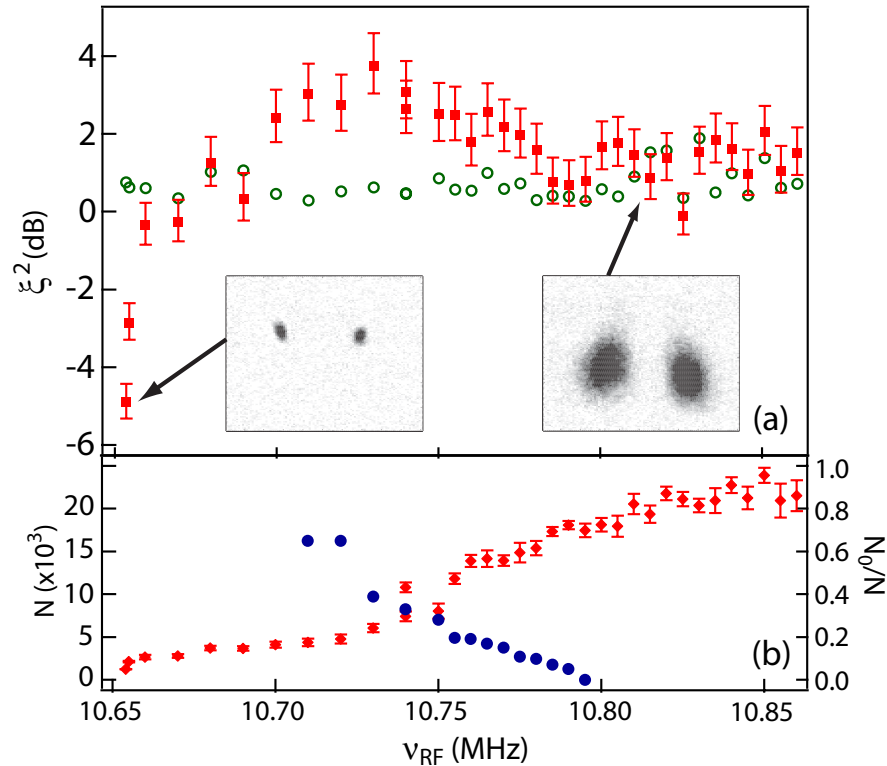


Figure 5.15 – Effet de la température sur le facteur de compression en nombre. Pour différentes valeurs de la fréquence finale du couteau radio-fréquence de refroidissement, le facteur de compression est mesuré après une séparation par une rampe linéaire de  $\tau_r = 50$  ms. Des images d'absorption typiques sont incluses en (a). Les facteurs de compression mesurés sont représentés en points rouges, où la barre d'erreur est l'intervalle de confiance statistique à 95%. Aux basses températures, on observe des facteurs de compression jusqu'à -4.9 dB, mais aussi des fluctuations super-poissoniennes jusqu'à +3.8 dB quand la fraction condensée est à peu près égale à la fraction thermique. Les fluctuations redeviennent poissonniennes aux températures supérieures à la température de transition. (b) Nombre d'atomes total  $N$  (en losanges rouges) et fraction condensée  $N_0/N$  avant la séparation (cercles bleus).

ations mesurées et les fluctuations binomiales a pour origine un effet fin, qui fut long à mettre en évidence. Dans le système de franges modulant le profil du faisceau laser imageur, il en existe un provenant des réflexions du faisceau imageur sur les parois de la cellule. La phase de ces franges varie légèrement entre l'image et le blanc, de l'ordre de quelques degrés, à cause de la rétraction de la cellule lorsque les courants sont éteints. À l'échelle du pixel unique, cet effet est sans conséquences, car très faible devant le bruit de grenaille optique. Mais lorsque le signal est intégré sur un grand nombre de pixels, cet effet devient important. En effet, la période des franges évoquées est de l'ordre de la centaine de pixels, donc supérieure à la taille des surfaces d'intégration. Considérons une surface d'intégration de l'ordre de la taille de l'interfrange, sans atomes. Suivant la phase relative entre les franges de l'image et du blanc, le nombre d'atomes moyen par pixels est non nul, égal à une valeur  $\delta N$ . Cette valeur est approximativement identique pour tous les pixels dans les zones d'intégration, et ne dépend que de la phase relative  $\varphi$  entre blanc et image. En pratique,  $\delta N(\varphi)$  est faible devant le bruit de grenaille, et donc n'est pas mesurable lorsque l'on estime le bruit d'un pixel, en réalisant une



statistique sur une région témoin. Mais lorsque le signal est intégré sur  $M$  pixels, le nombre d'atomes est mesuré avec une erreur de  $M\delta N(\varphi)$ , qui peut alors être non négligeable si le nombre de pixels est important.

Les deux nuages n'étant pas à la même position sur la frange, le décalage en nombre d'atomes est différent d'une zone d'intégration sur l'autre, et dépend de  $\varphi$ . Si ce décalage est constant (en pratique  $\varphi$  constante), il ne se traduira que par une légère erreur sur l'estimation du nombre d'atomes total, mais n'affectera pas les fluctuations. Cependant, en pratique, la phase  $\varphi$  fluctue d'une réalisation à l'autre, et donc le décalage aussi. Ainsi, la fluctuation de cette phase  $\varphi$  va introduire une fluctuation supplémentaire de la différence de population, purement technique. De plus, le même genre d'effet intervient lors de la définition de la renormalisation  $R$  entre le blanc et l'image. Les fluctuations de  $\varphi$  vont introduire des fluctuations supplémentaires de  $R$ , et par conséquent augmenter le bruit de détection (voir équation (3.32), chapitre 4, section 3.3.1). Le script d'analyse MATLAB permet, à l'aide de FFT des images, d'évaluer la valeur de  $\varphi$  pour chaque réalisations. Les variations de  $\varphi$  sont difficilement prévisibles, sans corrélations notables avec la température de la pièce. Pour une série de 200 réalisations, les fluctuations de phases sont typiquement de 1 à 5° rms.

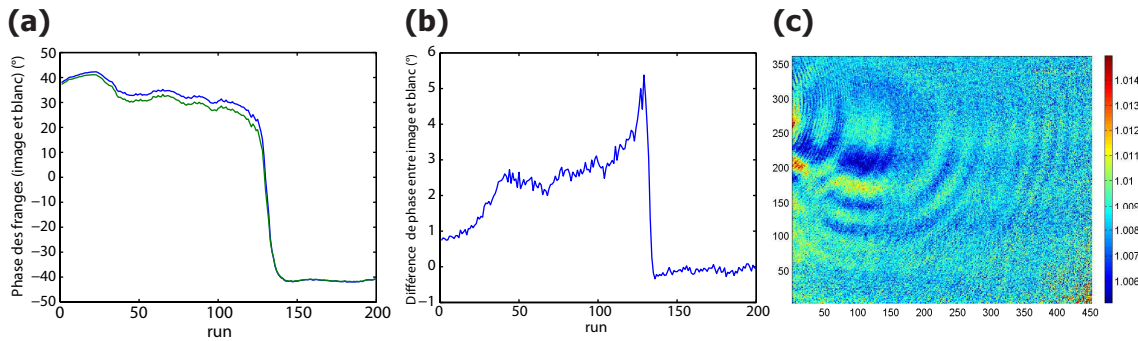


Figure 5.16 – (a) Phase des franges sur l'image et le blanc, extraite par FFT dans la zone de référence. (b) Fluctuation de la différence de phase entre l'image et le blanc. (c) Région de référence moyennée sur 160 réalisations, mettant en évidence les franges résiduelles. La grandeur représentée est le rapport entre l'image et le blanc, pixel par pixel.

Les fluctuations supplémentaires introduites sont alors difficiles à estimer précisément. En pratique, on estime leur ordre de grandeur lors de l'analyse des images, en mesurant les fluctuations de  $n$  pour des surfaces d'intégration de même taille, mais à côté des nuages, là où il n'y a pas d'atomes (voir figure (5.17)). On obtient alors des fluctuations de variance  $\delta n_{\text{eff}}^2$  en plus du bruit de grenaille optique. On définit alors un nouveau niveau de référence  $\xi_{\text{eff}}$ , pour la série de données considéré de nombre d'atomes total moyen  $N = \langle N_{\text{gauche}} + N_{\text{droite}} \rangle$ , selon

$$\xi_{\text{eff}}^2 = \frac{N/4 + \delta n_{\text{eff}}^2}{N/4}, \quad (5.25)$$

c'est-à-dire que l'on considère un nuage effectif de  $N$  atomes, de fluctuations binomiales auxquelles on rajoute les fluctuations techniques. Ce niveau effectif est estimé pour chaque facteur de compression mesuré, et dépend du nombre d'atomes total. Les zones d'intégration utilisées pour estimer ce niveau ont été définies successivement à côté des zones d'intégration avec atomes, puis en-dessous. Les niveaux effectifs  $\xi_{\text{eff}}$  obtenus étaient semblables. Dans ce qui suit,  $\xi_{\text{eff}}$  sera estimé avec des zones d'intégrations sur les côtés (voir figure (5.17)), et représenté en cercles verts dans la figure (5.15), et sont typiquement de +1 dB. Enfin, on peut estimer la pente de la courbe aux basses températures à environ 0.7 dB/kHz. Ainsi, une fluctuation du fond du piège de seulement 2 mG sera responsable

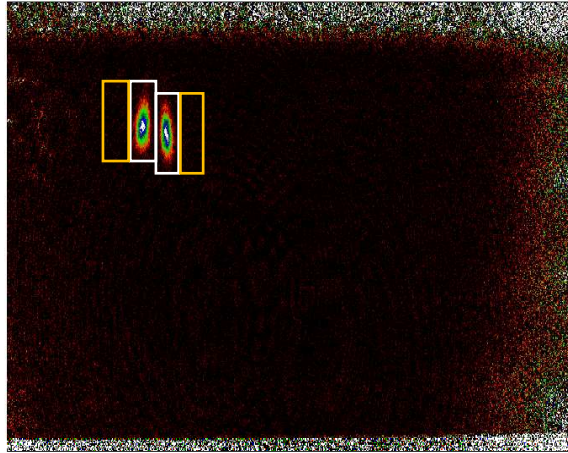


Figure 5.17 – Estimation du bruit technique résiduel. Les rectangles en blanc sont les zones d'intégration utilisées pour calculer le facteur de compression. Les rectangles en jaunes sont les zones d'intégration utilisées pour estimer les fluctuations techniques résiduelles.

d'une fluctuation de 1 dB du facteur de compression aux basses températures, où  $\xi_N \sim -3$  dB. Cela démontre la grande stabilité de la température du condensat sur 200 réalisations.

#### 5.5.4 Interprétation physique des résultats : entropie et interactions

Les deux régimes observés, super- et sub-poissoniens, permettent d'illustrer, dans le cas simple de deux modes, les deux ingrédients fondamentaux de la physique des gaz quantiques. Quand le gaz est refroidi, les fluctuations initialement poissonniennes deviennent super-poissoniennes quand la dégénérescence quantique devient importante. Pour  $T > T_c$ , où  $T_c$  est la température de transition, une configuration macroscopique avec  $N/2 - n$  particules dans un puits et  $N/2 + n$  dans l'autre correspond à  $\Omega(N, n)$  micro-états avec

$$\Omega(N, n) = \binom{N}{N/2 - n}, \quad (5.26)$$

donnant une variance maximale de  $\langle n^2 \rangle = N/4$ , dans le cas de particules sans interactions. Dans le cas classique, l'effet entropique favorise les petites différences d'atomes. Dans le cas du régime dégénéré, seuls deux états sont peuplés, les particules étant indistinguables. Un seul état de Fock correspond alors à une différence de population  $n$  donnée. L'effet entropique du cas classique disparaît alors, et  $\langle n^2 \rangle$  peut être aussi élevé que  $N(N+2)/12$ . Cette augmentation des fluctuations présente une analogie avec l'effet de regroupement bosonique ("bunching") en optique quantique.

La deuxième partie de la courbe, où les fluctuations deviennent sub-poissoniennes lorsque la température continue à diminuer, résulte du coût énergétique dû aux interactions, associé aux fluctuations de population relative. Ce coût énergétique devient alors supérieur à l'énergie thermique lorsque les atomes sont refroidis, résultant en des fluctuations sub-poissoniennes.

### 5.5.5 Deux modèles théoriques

#### Modèle à deux modes modifié

Pour interpréter les résultats, deux modèles théoriques ont été établis en collaboration avec Alice Sinatra. Si les expériences réalisées consistaient en un processus dynamique, les modèles considèrent les fluctuations dans un double puits avec une petite barrière, statique. On cherche uniquement à garder les principaux éléments physiques du problème pour comprendre cette bosse super-poissonienne avant la température de transition.

Un premier modèle est basé sur le modèle à deux modes, modifié pour tenir compte de l'effet d'une population thermique non négligeable. Pour une température donnée, la population des deux modes de plus basse énergie dans le double puits  $N_{2m}$  est calculé numériquement<sup>3</sup>. Il est important de comprendre que l'on n'a pas un condensat au sens traditionnel, car dans une jonction Josephson, la différence d'énergie entre le fondamental et le premier excité est faible (égal à  $\hbar\omega_p$ , la fréquence plasma), et donc les deux premiers modes sont macroscopiquement peuplés dans la jonction. Dans ce premier modèle simple, on considère que les atomes "condensés" des deux modes de plus basse énergie ont des fluctuations régies par le modèle à deux modes, alors que les fluctuations des atomes dans les autres modes sont binomiales. On obtient donc une variance, pour une jonction à la température  $T$

$$\text{Var } n = \underbrace{\frac{k_B T}{E_C}}_{\text{modèle à deux modes}} + \underbrace{\frac{N - N_{2m}}{4}}_{\text{fluctuations binomiales de } N - N_{2m} \text{ atomes}}, \quad (5.27)$$

conduisant à un facteur de compression en nombre

$$\xi^2 = \frac{4k_B T}{NE_C} + 1 - \frac{N_{2m}}{N}, \quad (5.28)$$

et lorsque la population des deux modes de plus basse énergie n'est plus macroscopique, le gaz est thermique, et les fluctuations sont binomiales. Le facteur de compression en nombre a été calculé en fonction de la température, pour 6000 et 17000 atomes. Afin de comparer les calculs théoriques aux données expérimentales, la température est normalisée à  $T_c^{\text{harm}}$ , la température de transition dans le piège harmonique où la fraction condensée est mesurée ( $I_2 = 1$  mA). Les résultats sont représentés en symboles pleins et traits continus dans la figure (5.18), et reproduisent qualitativement les observations expérimentales. Ce modèle est le plus simple que l'on puisse établir en gardant les éléments physiques essentiels.

#### Approximation de champs classiques

Un second modèle plus élaboré a été établi, basé sur des simulations de champs classiques, pour un double puits à l'équilibre. On définit la quantité

$$\text{Var } n = \frac{1}{4} \left\langle \left[ \int_{w_0} d^3 \mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}) - \int_{w_1} d^3 \mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}) \right]^2 \right\rangle, \quad (5.29)$$

où  $w_0$  et  $w_1$  délimitent les puits de gauche et de droite, et  $\hat{\psi}(\mathbf{r})$  est l'opérateur champ. Cette variance peut être décomposée en un terme de bruit de grenaille de variance  $N/4$  et des termes où les champs apparaissent dans l'ordre normal. Pour calculer ces termes, 800 champs aléatoires sont générés dans

<sup>3</sup>Dans le cas présent, cette population est calculée à l'aide de simulations de champs classiques. Cette méthode est utilisée uniquement car les champs classiques sont utilisés ensuite dans un deuxième modèle. Cette population aurait pu être estimée par d'autres méthodes plus simples.

l'ensemble canonique, en utilisant la distribution  $P$  de Glauber, pouvant être approximée par une distribution classique  $P \propto \exp(-\beta E[\psi, \psi^*])$  où  $E[\psi, \psi^*]$  est la fonctionnelle de Gross-Pitaevskii. Dans cette approximation, les termes dans l'ordre normal deviennent

$$\text{Var } n = \frac{1}{4} \left\langle \left[ \int_{w_0} d^3 \mathbf{r} \psi^*(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) - \int_{w_1} d^3 \mathbf{r} \psi^*(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \right]^2 \right\rangle, \quad (5.30)$$

donnant une contribution positive. Le potentiel est une approximation analytique du potentiel expérimental pour  $I_2 = 2.4$  mA. Il est harmonique selon  $y$  et  $z$ , de fréquences  $\nu_{y,z} = 1120, 1473$  Hz. selon  $x$ , on a un potentiel quartique  $V(x) = V_b[1 - (x/d)^2]^2$  avec  $V_b = 2\pi\hbar \times 2.686$  kHz and  $d = 3.83$   $\mu\text{m}$ . La fréquence longitudinale de chaque puits est  $\nu_x = 411.1$  Hz. Dans la figure (5.18), la quantité  $(\text{Var } n)/(N/4)$  calculée par simulations de champs classiques est tracée (symboles vides en traits pointillés) en fonction de la température normalisée à  $T_c^{\text{harm}}$  pour 6000 et 17000 atomes. Dans ces unités, les résultats ne dépendent que faiblement du nombre d'atomes total  $N$ . Les simulations de

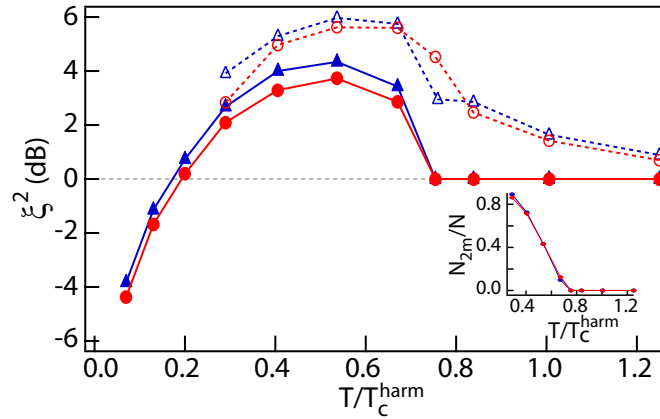


Figure 5.18 – Simulations de champs classiques (symboles ouverts et traits pointillés) et modèle à deux modes modifié (symboles pleins et traits continus). Le facteur de compression en nombre a été calculé en fonction de la température pour deux nombres d'atomes :  $N = 6000$  (triangles bleus) et  $N = 17000$  (cercles rouges). Le potentiel utilisé est harmonique transversalement ( $f_{y,z} = 1120, 1473$  Hz) et quartique selon  $x$  avec  $V_b/h = 2.69$  kHz, et la distance entre les deux minimums vaut  $2x_0 = 7.6$   $\mu\text{m}$ . La fréquence longitudinale de chaque piège est  $f_x = 411$  Hz. L'unité de température est la température de transition d'un gaz idéal  $T_c^{\text{harm}}$  dans le potentiel harmonique ( $I_2 = 1$  mA) avant la séparation. Pour  $N = 6000$ , on a  $T_c^{\text{harm}} = 0.89$   $\mu\text{K}$ , et pour  $N = 17000$ ,  $T_c^{\text{harm}} = 1.25$   $\mu\text{K}$ . En inset, la fraction de population des deux niveaux d'énergies les plus basses  $N_{2m}$ , extrait des simulations de champs classiques.

champs classiques sont qualitativement en accord avec le modèle à deux modes modifié. Cependant, elles permettent de tenir compte de l'effet de statistique bosonique pour les gaz thermiques, avec des fluctuations supérieures à des fluctuations binomiales dues au regroupement bosonique à basse température ("bunching"). Ce phénomène est difficilement observable expérimentalement, limité par les barres d'erreurs des mesures. Ces résultats numériques montrent que l'existence de ce maximum est un phénomène robuste, existant également dans le cas d'un double puits à l'équilibre, largement indépendant du nombre d'atomes pour une fraction condensée dans les deux modes de plus basse énergie donnée. Une analyse théorique du cas où la jonction est à l'équilibre a été réalisée par Alice Sinatra, Yun Li et Yvan Castin [199].

### 5.5.6 Lien avec les fonctions de corrélation

Dans l'optique de relier les fluctuations de  $n$  et les effets de statistiques quantiques, on introduit la fonction de corrélation de paires (non normalisée)  $g^{(2)}$  selon

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle \quad (5.31)$$

où la valeur moyenne est prise sur l'état quantique du système, et  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  est l'opérateur champ. Les opérateurs nombre associé aux deux puits, notés  $a$  et  $b$ , sont donnés par

$$\hat{N}_{a,b} = \int_{\mathcal{V}_{a,b}} d^3 r \sum_i \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (5.32)$$

où  $\mathcal{V}_a$  (resp.  $\mathcal{V}_b$ ) délimite l'extension spatiale du mode  $a$  (resp.  $b$ ). En séparant les termes  $i = j$  et  $i \neq j$  dans les doubles sommes des opérateurs  $\hat{N}_{a,b}^2$ , on obtient

$$\langle \hat{N}_a^2 \rangle = N_a + \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r' g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (5.33)$$

$$\langle \hat{N}_b^2 \rangle = N_b + \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r' g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (5.34)$$

$$\langle \hat{N}_a \hat{N}_b \rangle = \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r' g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (5.35)$$

où l'on utilise le fait que les deux régions  $\mathcal{V}_a$  et  $\mathcal{V}_b$  ne se recouvrent pas, et donc que  $\hat{N}_a$  et  $\hat{N}_b$  commutent. Les équations (5.35) permettent de calculer  $\text{Var } n$  si la fonction  $g^{(2)}$  est connue, car

$$\text{Var } n = \langle (\hat{N}_a - \hat{N}_b)^2 \rangle = \langle \hat{N}_a^2 \rangle + \langle \hat{N}_b^2 \rangle - \langle \hat{N}_a \hat{N}_b \rangle. \quad (5.36)$$

Ces résultats sont tout à fait généraux, applicables pour des bosons ou des fermions, quelques soient les interactions et la dimension de la description (1D, 2D ou 3D).

### Cas d'un gaz idéal, faiblement dégénéré

On considère dans cette section le cas simple d'un gaz idéal (sans interactions), uniforme, dans une boîte de volume  $V$ . L'avantage de ce modèle est qu'il permet d'obtenir des résultats analytiques, illustrant l'augmentation des fluctuations lorsque la température diminue et se rapproche de la température de transition.

Dans le formalisme grand canonique, l'opérateur densité  $\hat{\rho}$  a la forme suivante

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\Xi} e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}, \quad (5.37)$$

et

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_{\alpha} (\varepsilon_{\alpha} - \mu) \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha}, \quad (5.38)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique,  $\alpha$  dénote un état accessible d'énergie  $\varepsilon_{\alpha}$ , d'opérateur annihilation  $\hat{a}_{\alpha}$ . La matrice densité  $\hat{\rho}$  étant gaussienne, il est possible d'utiliser le théorème de Wick pour exprimer la fonction de corrélation de paires  $g^{(2)}$  en fonction de la fonction de corrélation  $g^{(1)}$  définie selon

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle. \quad (5.39)$$

On obtient alors

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) g^{(1)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \pm g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') g^{(1)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \quad (5.40)$$

où le signe + est pour des bosons et le signe – pour des fermions. Le premier terme de l'équation (5.40) est le produit des densités atomiques en  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$ . Une fois intégré, ce terme constant ne contribuera pas à  $\text{Var } n$ . Si la fonction  $g^{(1)}$  est symétrique par permutation de  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$ , on obtient

$$\text{Var } n = N + \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r' g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')^2 + \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r' g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')^2 - 2 \int_{\mathcal{V}_a} d^3 r \int_{\mathcal{V}_b} d^3 r' g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')^2. \quad (5.41)$$

Il reste à calculer  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Dans le formalisme de seconde quantification

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}(\mathbf{r}') \psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \langle \hat{N}_{\alpha} \rangle, \quad (5.42)$$

où  $\psi_{\alpha}$  est la fonction d'onde en représentation position associée à l'état  $\alpha$ . Pour un gaz non dégénéré, on a des populations réparties selon la distribution de Boltzmann

$$\langle N_{\alpha} \rangle \approx \frac{N e^{-\beta \varepsilon_{\alpha}}}{\sum_{\alpha} e^{-\beta \varepsilon_{\alpha}}}. \quad (5.43)$$

Pour un gaz uniforme dans une boîte de volume  $V = L^3$

$$\psi_{\alpha} = \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{\sqrt{V}}, \quad (5.44)$$

$$k_j = \frac{2\pi n_j}{L}, \text{ avec } n_j \in \mathbb{Z} \text{ et } j \in \{x, y, z\}. \quad (5.45)$$

On obtient alors

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \rho e^{-\pi \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{\lambda_{\text{dB}}^2}}, \quad (5.46)$$

où  $\rho = N/V$  est la densité du gaz et  $\lambda_{\text{dB}}$  est la longueur d'onde de de Broglie définie selon

$$\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}. \quad (5.47)$$

Dans la limite où  $\lambda_{\text{dB}} \ll L$ , on obtient

$$\boxed{\text{Var } n \approx N \left( 1 \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \rho \lambda_{\text{dB}}^3 \right)}, \quad (5.48)$$

où l'on a un signe + pour les bosons et un signe – pour les fermions.

Si on tient compte des effets de statistiques quantiques, en calculant les nombres d'occupations par les statistiques associées, dans la limite des faibles fugacités  $z = e^{\beta\mu}$ , on obtient pour  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{z^l}{l^{3/2}} \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} e^{-\pi \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{l \lambda_{\text{dB}}^2}}. \quad (5.49)$$

Le premier terme  $l = 1$  correspond au calcul utilisant une répartition de Boltzmann, pour lequel  $z \approx \rho \lambda_{\text{dB}}^3$  à l'ordre le plus bas.

## 5.6 Caractérisation complète d'un état comprimé

Jusqu'à présent, seule la mesure d'une quadrature a été réalisée (en l'occurrence la variable  $\hat{n}$ ) pour caractériser l'état produit après séparation. La mesure d'une seule quadrature n'est pas suffisante pour justifier de la production d'un état comprimé au sens de Kitagawa et Ueda [16]. Ces états peuvent seulement être qualifiés de comprimés **en nombre**, de part une réduction des fluctuations par rapport à un état cohérent. Le caractère sub-poissonien de tels états résulte d'un processus cohérent, et sont de nature fondamentalement différente des distributions sub-poissoniennes observées par des processus de pertes non-linéaire, mais complètement incohérent [193, 194].

Pour justifier de la production d'un état comprimé de spin, il est nécessaire de réaliser la mesure de deux quadratures orthogonales. Par exemple, pour des états comprimés au sens d'un gain métrologique, il est nécessaire de démontrer une réduction du bruit en nombre, mais également le maintien d'une bonne cohérence de phase, qu'il faudra donc également mesurer. Si on considère en revanche un état comprimé de spin au sens de Kitagawa et Ueda, pour justifier de l'obtention d'un état comprimé, il faut démontrer qu'une quadrature a des fluctuations inférieures à  $\sqrt{|\langle J \rangle|}$ , où  $\langle J \rangle$  est la valeur moyenne du spin effectif. Avec une telle définition, un état peut être comprimé sans gain métrologique, et il est alors nécessaire de mesurer l'ensemble de l'ellipse. Néanmoins, n'importe quel état démontrant un gain métrologique après un nombre fini d'opérations linéaires (opérations à 1 qu-bit) est un état comprimé au sens de Kitagawa et Ueda.

Enfin, il a été montré dans la littérature qu'un état comprimé, et plus généralement tout état permettant d'obtenir un gain métrologique est nécessairement intriqué [200, 47]. Pour des états fortement intriqués (comme les états NOON), les différents paramètres de compression de sont plus pertinents, bien que de tels états intriqués améliorent (au sens de la métrologie) un interféromètre.

# 6

## PHASE RELATIVE ENTRE DEUX CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN



LES condensats de Bose-Einstein constituent des sources d'ondes de matière possédant des longueurs de cohérence élevées, et sont souvent présentés comme l'analogie du laser pour l'interférométrie optique. En pratique, l'analogie n'est pas si évidente, le phénomène le plus intrigant fut souligné dès 1997, avec l'expérience du MIT [115] : deux condensats indépendants, sans relation de phase, interfèrent. Mais le motif est différent d'une réalisation à l'autre, trace de l'absence de cohérence entre les deux sources. La séparation cohérente d'un condensat en deux fut pendant plusieurs années un défi expérimental, réalisé pour la première fois plus de 5 ans après l'expérience du MIT [12, 13]. La physique des interférences entre deux condensats de Bose-Einstein présente certes de nombreux points communs avec l'optique, mais les interactions entre atomes jouent un rôle fondamental dans les propriétés de cohérence entre deux condensats.

Dans ce chapitre, nous allons brièvement développer le formalisme permettant la description du phénomène d'interférences entre deux condensats, ainsi que les lois d'échelles associées. Nous exposerons également la dynamique de la phase relative entre deux condensats, une fois que le recouvrement entre ces derniers est négligeable. Nous décrirons ensuite le protocole expérimental utilisé pour observer des franges d'interférences, et nous démontrerons que la séparation est cohérente. Enfin, dans une dernière partie, nous étudierons le phénomène de brouillage de phase, dû aux interactions.

## 6.1 Observables phase et nombre

### 6.1.1 Phase relative entre deux condensats de Bose-Einstein

On considère un condensat de Bose-Einstein séparé en deux dans un double puits de potentiel. On se restreint aux deux modes, notés 1 et 2, correspondant aux états fondamentaux des deux puits. Soit  $\hat{a}_1$  et  $\hat{a}_2$  les opérateurs annihilations associés, ainsi que leurs fonctions d'ondes à une particule associées  $\phi_1(\mathbf{r})$  et  $\phi_2(\mathbf{r})$ . Un état à  $N$  particules peut alors être décrit selon

$$|\Psi_N\rangle = \sum_{k=0}^N c_k \frac{(\hat{a}_1^\dagger)^{N-k}}{\sqrt{(N-k)!}} \frac{(\hat{a}_2^\dagger)^k}{\sqrt{k!}} |0\rangle, \quad (6.1)$$

où  $|0\rangle$  est l'état vide, et les coefficients  $c_k \in \mathbb{C}$  définissent la distribution en nombre de l'état. On peut considérer deux cas limites importants : l'état de Fock  $|N-k, k\rangle$  et l'état cohérent  $|N, \varphi\rangle$  définis selon

$$|N-k, k\rangle = \frac{(\hat{a}_1^\dagger)^{N-k}}{\sqrt{(N-k)!}} \frac{(\hat{a}_2^\dagger)^k}{\sqrt{k!}} |0\rangle, \quad (6.2)$$

et

$$|N, \varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^N N!}} \left( \hat{a}_1^\dagger + e^{i\varphi} \hat{a}_2^\dagger \right)^N |0\rangle, \quad (6.3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^N}} \sum_{k=0}^N \sqrt{\binom{N}{k}} e^{ik\varphi} |N-k, k\rangle. \quad (6.4)$$

Dans le cas de l'état de Fock, un nombre d'atomes fixe occupe chaque état à une particule localisée, et la phase entre ces deux états est arbitraire. Dans le cas d'un état cohérent, tous les atomes occupent le même état à une particule  $(\phi_1(\mathbf{r}) + e^{i\varphi} \phi_2(\mathbf{r}))/\sqrt{2}$  où  $\varphi$  est la phase relative entre les deux condensats. La population moyenne de chaque état est de  $N/2$  pour chaque puits, mais avec une différence de population de variance  $\text{Var } \hat{n} = 4/N$ , où  $\hat{n} = (\hat{N}_1 - \hat{N}_2)/2$ , due à la superposition binomiale des états de Fock. La phase relative est centrée sur  $\varphi$ , dont l'incertitude est donnée par  $\Delta\varphi = 1/\sqrt{N}$

[113]. L'incertitude sur la population d'un puits est  $\Delta N = \sqrt{N}$ , donnant lieu à la relation d'incertitude  $\Delta N \Delta \varphi = 1$ . Il est possible de montrer que le nombre de particules  $\hat{N}$  et la phase relative  $\varphi$  sont des variables conjuguées vérifiant la relation d'incertitude

$$\Delta N \Delta \varphi \geq 1. \quad (6.5)$$

### 6.1.2 Dynamique et brouillage de phase relative

On considère deux condensats de Bose-Einstein, séparés spatialement et sans lien, *i.e.* que le couplage Josephson  $E_J$  entre les deux nuages est négligeable. L'énergie d'interaction d'un nuage possède une dépendance non linéaire avec le nombre d'atomes, se traduisant par une dynamique non triviale de la phase.

#### Brouillage de phase d'un état cohérent

Pour un état cohérent, les fluctuations de phase relative initiale sont  $\Delta \varphi \sim 1/\sqrt{N}$  où  $N$  est le nombre total d'atomes dans les deux nuages. Un état cohérent est la superposition d'états de Fock  $|N - k, k\rangle$ . Ces états de Fock peuvent être représentés sur la sphère de Bloch, associée au système à deux niveaux effectif constitué des deux modes localisés du double puits. Chaque état de Fock a une énergie différente, résultant de la non-linéarité de l'énergie d'interaction avec le nombre d'atomes. Pour un état initialement cohérent, le nombre d'atomes n'étant pas bien défini, la non-linéarité va déformer l'état cohérent sur la sphère de Bloch, pour d'abord devenir une ellipse formant ainsi un état comprimé, avant d'étaler notablement l'état sur la sphère et de brouiller complètement l'information de phase  $\Delta \varphi \sim \pi$  : c'est le brouillage de la phase, dû aux interactions. Ce brouillage de phase a été étudié

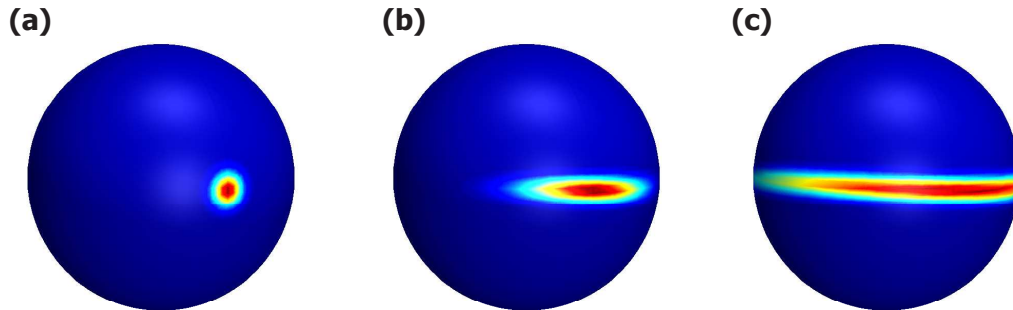


Figure 6.1 – Illustration du brouillage de phase dû aux interactions. On considère un état cohérent dont l'évolution est régie par l'hamiltonien  $\hat{H} = \frac{\hbar\chi}{2} \hat{N}^2$ . Les différents états sont représentés sur la sphère de Bloch. (a)  $t = 0$  : état cohérent initial. (b)  $t = 0.04/\chi$  : déformation de l'état cohérent qui prend la forme d'une ellipse aux temps courts. La cohérence de phase  $\langle \cos \varphi \rangle$  correspond à la projection de l'état sur sa direction moyenne. (c)  $t = 0.15/\chi$  : brouillage de phase, l'état est complètement étalé sur l'équateur de la sphère de Bloch.

théoriquement, à l'aide de différentes approches [113, 196, 197, 198, 201] aboutissant au même résultat. Dans ce qui suit, nous allons brièvement exposer l'approche de Javanainen et Wilkens [113]. L'énergie de chaque état de Fock peut être estimée en résolvant l'équation de Gross-Pitaevskii [23], ou bien plus simplement en minimisant la fonctionnelle  $E[\Psi, \Psi^*]$  définie selon

$$E[\Psi, \Psi^*] = \int d^3r \left( \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi|^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) |\Psi|^2 + \frac{g}{2} |\Psi|^4 \right), \quad (6.6)$$

où  $m$  est la masse de l'atome considéré,  $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$  le potentiel extérieur et  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ , où  $a$  est la longueur de diffusion des ondes  $s$ . On note alors  $E(k)$  l'énergie de  $k$  atomes dans le puits de gauche

ou de droite, dans la limite où les deux puits sont identiques. L'énergie d'un état de Fock  $|N - k, k\rangle$  est alors  $E_F(N, k) = E(N - k) + E(k)$ . Pour un état de Fock, la distribution de  $k$  est centrée en  $k = N/2$ , de largeur  $\Delta k \sim \sqrt{N}$ . Dans la limite des grands nombres d'atomes, on peut développer l'énergie autour de  $k = N/2$  selon

$$E_F(N, k) \approx \hbar \left( \omega + \alpha \left( k - \frac{N}{2} \right)^2 \right), \quad (6.7)$$

avec

$$\omega = \frac{2E(N/2)}{\hbar} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{2\hbar} \left. \frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right|_{k=N/2}. \quad (6.8)$$

L'état cohérent  $|N, \varphi\rangle$  va évoluer alors selon

$$|N, \varphi, t\rangle = \frac{e^{-i\omega t}}{2^{N/2}} \sum_{k=0}^N \sqrt{\binom{N}{k}} e^{-i\alpha t(k-N/2)^2} |k, N-k\rangle. \quad (6.9)$$

Les différentes phases  $\varphi_{k,N}(t)$  des états de Fock ont des évolutions de différentes

$$\varphi_{k,N}(t) = \omega t + \alpha t(k - N/2)^2, \quad (6.10)$$

se traduisant par un brouillage de la phase globale de la superposition au bout d'un certain temps

$$\langle \varphi \rangle = \sum_k |c_k|^2 \varphi_{k,N}(t), \quad (6.11)$$

où  $|c_k|^2$  est la population de l'état de Fock  $|k, N-k\rangle$  de la superposition. Pour décrire l'effet d'une mesure de phase, il est utile d'introduire les états de phase. Même si l'opérateur phase n'est pas défini de manière standard, on introduit des états dont les valeurs propres lors d'une mesure de phase seront  $p \in \{-N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2\}$ , correspondant aux vecteurs d'états  $|\phi_p\rangle$  définis selon

$$|\phi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{k=0}^N e^{ik\phi_p} |k, N-k\rangle \quad \text{et} \quad \phi_p = 2\pi \frac{p}{N+1}. \quad (6.12)$$

Dans la limite des nombres d'atomes élevés ( $N \gg 1$ ), les valeurs de  $\phi_p$  forment un quasi-continuum, et la projection d'un état cohérent sur un état  $|\phi\rangle$  se calcule en approximant la somme par une intégrale pour obtenir

$$P(\phi) = |\langle \phi | N, \varphi, t \rangle|^2 = \sqrt{\frac{\pi}{2(\Delta\phi)^2}} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2(\Delta\phi)^2}\right), \quad (6.13)$$

où la variance de la distribution de phase à l'instant  $t$  est alors

$$\Delta\phi(t) = \sqrt{\frac{1}{N} + N\alpha^2 t^2}. \quad (6.14)$$

Ce raisonnement a l'avantage d'être simple et visuel pour comprendre le phénomène. Dans ce modèle, un état cohérent a une incertitude en phase initiale de  $\Delta\phi|_{t=0} = 1/\sqrt{N}$ , diffuse et se brouille, avec un taux  $R = \Delta N\alpha = \sqrt{N}\alpha$ . L'inverse du taux de diffusion  $\tau_{\text{diff}} = R^{-1}$  sera appelé temps de brouillage de phase. D'autres effets plus fins ont été mis en évidence à l'aide de théories plus élaborées [202, 203].

Dans le raisonnement précédent, la somme discrète a été approximée par une intégrale. Bien que cette approximation facilite les calculs, elle néglige certains effets comme les "résurgences de phase". Comme le nombre d'états de Fock formant un état cohérent est fini, ces derniers se remettent en phase après un certain temps, donnant lieu à des résurgences de phase, où la phase relative globale

est à nouveau bien définie. Ce phénomène est discuté dans [198, 202], où le temps  $\tau_{\text{rés}}$  correspondant à la résurgence est donné selon

$$\tau_{\text{rés}} \sim 2\pi (\Delta N) \tau_{\text{diff}}. \quad (6.15)$$

De part l'existence de ces phénomènes de résurgence, il convient donc de nuancer l'appellation "diffusion de phase", et de parler plutôt de collapse ou de brouillage de phase. On peut également montrer qu'il existe plusieurs temps de résurgence de phase  $t_q$  selon [204, 202]

$$t_q = q\tau_{\text{rés}}, \quad q \in \mathbb{N}^*. \quad (6.16)$$

Il est possible de démontrer rapidement ce résultat, en considérant un hamiltonien  $\hat{H}$  d'évolution de type effet Kerr

$$\hat{H} = \frac{\hbar\chi}{2} \hat{N}^2. \quad (6.17)$$

On obtient alors le paramètre  $\alpha = \chi/2$ . L'opérateur d'évolution  $\hat{U}$  devient alors

$$\hat{U}(t) = e^{-i\frac{\chi}{2}\hat{N}^2 t}, \quad (6.18)$$

qui, appliqué à un état de Fock, donne

$$\hat{U}(t) |k, N-k\rangle = e^{-i\frac{\chi}{2}k^2 t} e^{-i\frac{\chi}{2}(N-k)^2 t} |k, N-k\rangle. \quad (6.19)$$

À l'instant  $t = \frac{4\pi}{\chi} q$ ,  $q \in \mathbb{N}^*$ , on obtient immédiatement  $\hat{U}(t) |k, N-k\rangle = |k, N-k\rangle$ . Tous les états de Fock sont donc à nouveau en phase pour  $t_q = 4\pi q/\chi = 2\pi q/\alpha$ .

En outre, aux instants  $\tau_p = \tau_{\text{rés}}/p$ ,  $p \in \mathbb{N}^*$ , des superpositions d'états à  $p$  composantes apparaissent, avec notamment la génération d'un état type "chat de Schrödinger" pour  $p = 2$  [17, 205]. Le nombre maximum de composantes distinctes est de l'ordre de la moitié du nombre de particules considérées.

### Cas simple

Si on considère le cas d'un condensat dans un double puits harmonique, quelques résultats analytiques peuvent être obtenus. Le taux de diffusion peut être reformulé selon

$$R = \frac{1}{2\hbar} \left. \frac{d\mu(k)}{dk} \right|_{k=N/2} \Delta N. \quad (6.20)$$

En utilisant l'expression du potentiel chimique dans le régime de Thomas-Fermi, on obtient

$$R_{\text{TF}} = \frac{2}{5} \frac{\mu(N/2)}{\hbar} \frac{\Delta N}{N}, \quad (6.21)$$

où  $N$  est le nombre d'atomes total et  $\Delta N$  est l'écart type de la population relative.

### Brouillage de phase et états comprimés en nombre

Le taux de diffusion en phase est proportionnel aux fluctuations de la population relative de l'état considéré. Si on considère un état comprimé de facteur de compression en nombre  $\xi_N$ , le taux de diffusion  $R$  est plus faible que celui d'un état cohérent  $R_{\text{coh}}$  avec la relation

$$R = \xi_N R_{\text{coh}}. \quad (6.22)$$

Comme l'état est comprimé, la distribution de phase initiale sera élargie, mais le temps de collapse sera plus long.

### 6.1.3 Méthodes de mesure de phase

La méthode la plus communément employée est basée sur la mesure du profil d'interférences entre deux condensats. Elle consiste à faire interférer les deux nuages, et de repérer les minima et maxima. Cette méthode sera décrite en détails dans la prochaine section.

Une méthode alternative consiste à mesurer le chauffage lors de la recombinaison des deux nuages [206]. On considère un nuage séparé en deux, dans les états localisés  $|D\rangle$  et  $|G\rangle$  correspondant aux puits de droite et de gauche. On introduit les états symétrique  $|S\rangle$  et anti-symétrique  $|A\rangle$  définis selon

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + |G\rangle) \quad \text{et} \quad |A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle - |G\rangle). \quad (6.23)$$

Lorsque les nuages sont recombines, on a la correspondance  $|S\rangle \leftrightarrow |g\rangle$  et  $|A\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , où  $|g\rangle$  est le fondamental et  $|e\rangle$  le premier état excité du piège correspondant. Juste après la séparation, à  $t = 0$ , l'état du système  $|\Psi(t)\rangle$  est

$$|\Psi(t=0)\rangle = |S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + |G\rangle). \quad (6.24)$$

Si le double puits est légèrement déséquilibré, une phase relative  $\varphi(t)$  va alors s'accumuler selon

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + e^{i\varphi(t)}|G\rangle), \quad (6.25)$$

$$= e^{i\varphi(t)/2} \left( \cos\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right)|S\rangle - i \sin\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right)|A\rangle \right). \quad (6.26)$$

Lorsque les deux nuages sont recombines, on obtient alors l'état final  $|\Psi_f\rangle$

$$|\Psi_f\rangle = e^{i\varphi(t)/2} \left( \cos\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right)|g\rangle - i \sin\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right)|e\rangle \right). \quad (6.27)$$

L'accumulation de phase va se traduire par une population de l'état excité. Après un certain temps d'attente, cet état va se thermaliser par un processus de dissipation de soliton décrit dans la référence [207]. Si les nuages sont en phase lors de la recombinaison, le nuage retourne dans le fondamental, donc sans chauffage notable, alors que s'ils sont en opposition de phase, le chauffage est maximal. C'est donc la mesure du chauffage suite à la recombinaison qui permet une mesure de la phase [206].

## 6.2 Interférences entre deux condensats de Bose-Einstein

Les condensats de Bose-Einstein ont des propriétés de cohérences semblables aux sources lumineuses cohérentes en optique classique. Deux paquets d'ondes atomiques peuvent ainsi interférer entre eux [208, 209]. Les interférences d'ondes de matière permettent alors d'étudier les propriétés de cohérences des condensats [210], ou bien l'effet des interactions [113, 197, 198, 202]. Dans cette section, nous allons brièvement présenter les bases théoriques de la description des interférences entre deux condensats de Bose-Einstein, dans le cas d'une phase unique et uniforme. Le cas des condensats allongés ne sera pas évoqué, ni le cas des réalisations multiples avec des réseaux optiques [211, 212].

Il est possible de réaliser des interférences à partir de deux condensats selon deux méthodes. La première consiste à séparer un condensat initial en deux, et la seconde à préparer deux condensats dans deux pièges indépendants. Par analogie avec l'optique, on s'attendrait à ne pas avoir de franges d'interférences dans le deuxième cas mais, de manière surprenante, on obtient des franges dans les deux cas.

Nous allons voir que deux condensats peuvent interférer sans avoir une phase relative bien définie, contrairement au cas de l'optique classique. Nous aborderons également l'effet des interactions sur la dynamique de phase.

### 6.2.1 Approche ondulatoire

Dans ce qui suit, nous allons décrire les condensats comme deux paquets d'ondes cohérents, en forte analogie avec l'optique classique. On considère deux nuages, ne se recouvrant pas initialement, décrit par les fonctions d'ondes à une particule  $\phi_1(\mathbf{r}, t)$  et  $\phi_2(\mathbf{r}, t)$ , et se recouvrant spatialement au cours d'un temps de vol. On considère la superposition quantique  $\psi$  selon

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{N_1}\phi_1(\mathbf{r}, t) + \sqrt{N_2}\phi_2(\mathbf{r}, t), \quad (6.28)$$

où  $N_1$  et  $N_2$  sont les nombres d'atomes de chaque nuage. Comme en optique où l'intensité lumineuse est proportionnelle au carré du champ électrique, la densité atomique  $n(\mathbf{r}, t)$  est égale au module de la fonction d'onde au carré

$$n(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2, \quad (6.29)$$

$$= N_1 |\phi_1(\mathbf{r}, t)|^2 + N_2 |\phi_2(\mathbf{r}, t)|^2 + 2\sqrt{N_1 N_2} \text{Re}(\phi_1(\mathbf{r}, t)\phi_2^*(\mathbf{r}, t)), \quad (6.30)$$

où  $\text{Re}(x)$  est la partie réelle de  $x$ . Le terme croisé donne lieu au phénomène d'interférences, dû à la dépendance spatiale des phases des deux fonctions d'ondes.

On considère désormais, par simplicité, que les deux nuages sont gaussiens de largeur  $\sigma_0$  initialement, à  $t = 0$  lorsqu'ils sont encore piégés. Les deux positions initiales sont centrées en  $\mathbf{r} = \pm \mathbf{d}/2$ . À  $t = 0$ , les pièges sont éteints et les nuages s'étendent pour se recouvrir. Si on néglige les interactions lors de l'expansion [23], on obtient

$$\phi_1(\mathbf{r}, t) = \frac{e^{i\varphi_1}}{(\pi\sigma(t)^2)^{3/4}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{d}/2)^2 (1 + i\hbar t/(m\sigma_0^2))}{2\sigma(t)^2}\right), \quad (6.31)$$

et

$$\phi_2(\mathbf{r}, t) = \frac{e^{i\varphi_2}}{(\pi\sigma(t)^2)^{3/4}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{r} + \mathbf{d}/2)^2 (1 + i\hbar t/(m\sigma_0^2))}{2\sigma(t)^2}\right), \quad (6.32)$$

où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont les phases initiales des deux nuages, et  $\sigma(t)$  la largeur des paquets d'ondes à l'instant  $t$  selon

$$\sigma(t)^2 = \sigma_0^2 + \left(\frac{\hbar t}{m\sigma_0}\right)^2. \quad (6.33)$$

Le terme croisé de l'équation (6.30) devient alors

$$2\sqrt{N_1 N_2} \text{Re}(\phi_1(\mathbf{r}, t)\phi_2^*(\mathbf{r}, t)) \propto \cos\left(\frac{\hbar}{m} \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{d}}{\sigma_0^2 \sigma(t)^2} t + \varphi_1 - \varphi_2\right). \quad (6.34)$$

Si ce terme de modulation est rapide devant la taille du nuage, la position des minima et des maxima dépend de  $\varphi_1 - \varphi_2$  et donc permet une mesure de la phase relative. On obtient une figure d'interférences constituée de plans rectilignes perpendiculaires à  $\mathbf{d}$ . L'interfrange  $\zeta$  est alors

$$\zeta = 2\pi \frac{m\sigma(t)^2 \sigma_0^2}{\hbar t d}. \quad (6.35)$$

Pour des temps de vol suffisamment longs, la taille initiale  $\sigma_0$  est négligeable devant  $\hbar t/(m\sigma_0)$ . L'interfrange se simplifie selon

$$\boxed{\zeta \approx \frac{\hbar t}{md}}, \quad (6.36)$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck,  $t$  le temps de vol,  $m$  la masse de l'atome considéré et  $d$  la distance initiale entre les nuages. Pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ , on obtient la loi d'échelle suivante

$$\zeta \approx \frac{t/\text{ms}}{d/\mu\text{m}} \times 4.6 \mu\text{m}. \quad (6.37)$$

Si les nuages sont denses, avec un nombre d'atomes importants, les interactions jouent un rôle durant le temps de vol et cette formule n'est plus valable. Il convient alors d'effectuer des calculs numériques pour estimer l'interfrange [13, 128].

Dans la suite, nous allons utiliser un formalisme quantique pour discuter de l'existence de franges ou non, et de la notion de cohérence.

### 6.2.2 Approche quantique : état cohérent

On considère dans ce qui suit le cas de deux nuages cohérents entre eux, *i.e.* pour lesquels la phase est parfaitement définie. Pour décrire de tels états, on introduit la fonction d'onde à une particule  $|\psi_\varphi\rangle$  selon

$$\psi_\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \phi_1(\mathbf{r}) e^{i\varphi/2} + \phi_2(\mathbf{r}) e^{-i\varphi/2} \right), \quad (6.38)$$

et son opérateur annihilation  $\hat{a}_\varphi$  associé, défini à l'aide de l'opérateur champ  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  selon

$$\hat{a}_\varphi = \int d^3r \psi_\varphi(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}). \quad (6.39)$$

Cet état est la superposition cohérente d'un atome entre les deux états localisés  $\phi_{1,2}(\mathbf{r})$ , avec une phase relative  $\varphi$ . Dans le cas d'un état à  $N$  atomes, on définit un état de phase  $\varphi$  à  $N$  atomes  $|N, \varphi\rangle$  selon

$$|N, \varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} \hat{a}_\varphi^N |0\rangle, \quad (6.40)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^N N!}} \left( \hat{a}_1^\dagger e^{i\varphi/2} + \hat{a}_2^\dagger e^{-i\varphi/2} \right)^N |0\rangle, \quad (6.41)$$

où  $\hat{a}_{1,2}$  sont les opérateurs annihilation des deux fonctions d'ondes localisées  $\phi_{1,2}(\mathbf{r})$ . On peut aisément montrer que cet état correspond à un état cohérent, introduit précédemment. On obtient alors la densité atomique  $n(\mathbf{r})$  à partir de l'opérateur champ selon

$$n(\mathbf{r}) = \langle N, \varphi | \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) | N, \varphi \rangle, \quad (6.42)$$

$$= \frac{N}{2} \left| \phi_1(\mathbf{r}) e^{i\varphi/2} + \phi_2(\mathbf{r}) e^{-i\varphi/2} \right|^2, \quad (6.43)$$

où l'on obtient à nouveau un terme croisé d'interférences, analogue au cas précédent. Un état de phase permet bien d'obtenir un système de franges d'interférences, dont la position est définie par  $\varphi$ . La figure d'interférences sera la même sur plusieurs réalisations.

Dans la prochaine section, nous allons voir que l'observation de franges d'interférences ne permet pas de justifier la cohérence entre les deux nuages, il faut que ces franges subsistent après moyennage sur plusieurs réalisations [196].

### 6.2.3 États de Fock et corrélations du second ordre

On considère un état  $|N_1, N_2\rangle$  comme le produit tensoriel d'un état de Fock de  $N_1$  atomes dans le mode de fonction d'onde  $\phi_1(\mathbf{r})$  et d'un état de Fock de  $N_2$  atomes dans le mode de fonction d'onde  $\phi_2(\mathbf{r})$ , *i.e.*

$$|N_1, N_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_1!N_2!}} \left(\hat{a}_1^\dagger\right)^{N_1} \left(\hat{a}_2^\dagger\right)^{N_2} |0\rangle. \quad (6.44)$$

On calcul alors la densité  $n(\mathbf{r})$  à partir de l'opérateur champ et on obtient

$$\langle N_1, N_2 | \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) | N_1, N_2 \rangle = N_1 |\phi_1(\mathbf{r})|^2 + N_2 |\phi_2(\mathbf{r})|^2, \quad (6.45)$$

et n'exhibe pas de terme croisé d'interférences. Cependant, l'expérience montre que deux condensats indépendants interfèrent, en tout cas si on ne considère qu'une réalisation. Ce résultat un peu subtil provient du fait qu'un condensat implique plusieurs particules permettant d'observer des interférences alors que si une seule particule était en jeu, elle n'interfererait pas. Le même genre d'effet intervient dans le cas de l'expérience d'Hanbury Brown et Twiss, dans le cas des ondes électromagnétiques [213], récemment illustré avec des ondes de matières [214]. Ces interférences ont pour origine les corrélations à deux corps. Pour cela, on considère la fonction de corrélation à deux corps du second ordre non normalisée définie selon

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle, \quad (6.46)$$

où  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  est l'opérateur champ, et la valeur moyenne est prise sur l'état quantique considéré. Dans ce qui suit, on considère un état de Fock  $|N_1, N_2\rangle$ , peuplant les deux modes spatiaux de fonctions d'ondes spatiales  $\phi_1(\mathbf{r})$  et  $\phi_2(\mathbf{r})$ . On obtient alors la fonction  $g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  après un calcul trivial selon

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle N_1, N_2, t | \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) | N_1, N_2, t \rangle, \quad (6.47)$$

$$= \left( N_1 |\phi_1(\mathbf{r}, t)|^2 + N_2 |\phi_2(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \left( N_1 |\phi_1(\mathbf{r}', t)|^2 + N_2 |\phi_2(\mathbf{r}', t)|^2 \right) \quad (6.48)$$

$$- N_1 |\phi_1(\mathbf{r}, t)|^2 |\phi_1(\mathbf{r}', t)|^2 - N_2 |\phi_2(\mathbf{r}, t)|^2 |\phi_2(\mathbf{r}', t)|^2 \quad (6.49)$$

$$+ 2N_1 N_2 \text{Re}(\phi_1^*(\mathbf{r}', t) \phi_1(\mathbf{r}, t) \phi_2^*(\mathbf{r}, t) \phi_2(\mathbf{r}', t)). \quad (6.50)$$

C'est le dernier terme dans l'expression de  $g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  qui est responsable d'interférences, bien que les nuages ne soient pas cohérents entre eux, semblable à la corrélation démontrée par Brown et Twiss. Pour illustrer cela, on considère deux ondes de la forme  $\phi_1(\mathbf{r}, t) = \phi_0 e^{i\varphi_1(\mathbf{r}, t)}$  et  $\phi_2(\mathbf{r}, t) = \phi_0 e^{i\varphi_2(\mathbf{r}, t)}$ . La fonction  $g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  devient alors

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle N_1, N_2, t | \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) | N_1, N_2, t \rangle, \quad (6.51)$$

$$= N(N-1) |\phi_0|^4 + 2N_1 N_2 |\phi_0|^4 \cos(\delta_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) - \delta_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)), \quad (6.52)$$

où  $N = N_1 + N_2$  est le nombre total d'atomes et  $\delta_{1,2} = \varphi_{1,2}(\mathbf{r}, t) - \varphi_{1,2}(\mathbf{r}', t)$ . Cette expression fait apparaître clairement un terme d'interférences. Lors de la mesure de la phase relative entre deux condensats initialement indépendants, la mesure projette l'état nombre sur un état cohérent, si le nombre d'atomes est suffisamment important [196, 208, 209, 215]. Ce phénomène un peu subtil est exposé en détails dans [196, 23] et a été observé expérimentalement [216]. Ainsi, pour décrire le phénomène d'interférence entre deux condensats indépendants, il est plus adapté de les décrire comme deux fonctions d'ondes macroscopiques avec une phase relative aléatoire mais fixe, réalisant en quelque sorte une rupture spontanée de symétrie. Néanmoins, la symétrie de phase est respectée car sur plusieurs réalisations, elle prend des valeurs quelconques. En pratique, deux condensats indépendants interfèrent à chaque réalisation, mais les figures d'interférences moyennées sur un grand



nombre de réalisations s'annulent pour donner une répartition atomique homogène. Des résultats similaires ont été établis dans le cadre de l'optique quantique par Klaus Mølmer [201].

Dans le cas d'un état cohérent, la phase relative est fixe et les interférences subsisteront au moyennage sur plusieurs réalisations. La mesure répétée de franges d'interférences permet d'obtenir ainsi une information sur la distribution de phase initiale et donc le degré de cohérence initial. La difficulté expérimentale consiste à séparer un condensat en deux sans détruire la relation de phase entre les deux nuages. On parle alors de séparation cohérente du condensat.

## 6.3 Séparation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein

### 6.3.1 Lois d'échelle et ordre de grandeur

#### Brouillage de phase dans le piège initial

Expérimentalement, il est possible d'estimer la cohérence de phase soit en mesurant la distribution de cette phase sur l'ensemble des réalisations d'un ensemble de données, soit en mesurant le contraste du profil moyenné. Dans le deuxième cas, il est possible d'exprimer l'évolution temporelle du contraste  $\mathcal{C} = \langle \cos \varphi \rangle$ . On introduit  $\chi = E_C / (2\hbar)$ , avec  $E_C$  l'énergie de charge du potentiel considéré. Pour une incertitude de phase relative  $\Delta\varphi$ , on obtient [204, 202]

$$\mathcal{C} = \langle \cos \varphi \rangle \simeq \exp\left(-\frac{\chi^2 t^2}{8\Delta\phi^2}\right) \simeq \exp(-2\Delta n^2 \chi^2 t^2), \quad (6.53)$$

avec  $n = (N_{\text{gauche}} - N_{\text{droite}}) / 2$ , et  $\Delta n$  sa variance. On définit alors  $t_c$  comme la largeur de cette gaussienne, avec  $t_c = \tau_{\text{diff}} = 1 / (2\chi\Delta n)$ , où  $\tau_{\text{diff}}$  avait été introduit dans le raisonnement de Javanainen et Wilkens [113] (voir section 6.1.2). Dans le régime de Thomas-Fermi, on a

$$t_c \stackrel{\text{TF}}{\propto} N^{-3/5}. \quad (6.54)$$

Considérons un nuage de  $N = 1300$ , dans un état cohérent avec  $\Delta n = \sqrt{N}/2$ . Dans le potentiel considéré dans le chapitre précédent, nous avons calculé  $E_C = 2\pi \times 3.3$  Hz, soit  $\chi = 10.4$  s<sup>-1</sup>. On obtient alors  $t_c \simeq 2.67$  ms, alors que pour un état comprimé en nombre à  $\xi_N = -3$  dB,  $t_c \simeq 3.91$  ms. Des temps de collapse de 2.5 ms avec du <sup>87</sup>Rb ont été mesurés pour des états cohérents [128, 13], et des temps collapse plus longs que ceux d'un état cohérent ont également été mesurés ( $\sim 200$  ms avec du sodium), attribués à la production d'états comprimés [132].

Pour augmenter le temps de collapse de phase, il convient de diminuer fortement les fréquences du piège pour réduire l'effet des interactions. D'un autre côté, afin de pouvoir générer des états comprimés, il convient d'avoir une énergie de charge  $E_C$  importante au moment de la séparation, *i.e.* des pièges confinants. En pratique, le nuage sera donc séparé dans un piège confinant avant d'être décomprimé ensuite pour limiter l'évolution de phase. Cette décompression sera néanmoins limitée par la condition d'adiabaticité du potentiel.

Dans le cas général, on a  $t_c \propto (E_C \Delta n)^{-1}$ . On se place, par simplicité, dans le régime de Thomas-Fermi, alors le temps de collapse  $t_c$  [198] suit le loi d'échelle

$$t_c \propto \frac{N^{3/5}}{\bar{\omega}^{6/5} \Delta n}, \quad (6.55)$$

où  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  est la moyenne géométrique des fréquences angulaires du piège. Dans la limite des basses températures, *i.e.*  $\hbar\omega_x > k_B T$  où  $\omega_x$  est la fréquence selon l'axe de séparation, le modèle à deux modes prévoit

$$\xi_N^2 \sim \frac{T}{E_C}, \quad (6.56)$$

et  $E_C \stackrel{\text{TF}}{\propto} N^{-3/5} \bar{\omega}^{6/5}$ . On aura donc

$$t_c \propto \frac{1}{NT}, \quad (6.57)$$

si le nuage n'est pas décomprimé après séparation.

### Décompression adiabatique isotrope

Dans ce qui suit, on cherche à estimer le gain que l'on peut obtenir sur le temps de collapse de phase en procédant à une décompression adiabatique. On note  $t_c^{(0)}$  le temps de collapse du piège initial. On aura alors  $t_c$  le temps de collapse dans le piège final de fréquences  $(\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z)$

$$t_c = \left( \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}'} \right)^{6/5} t_c^{(0)}, \quad (6.58)$$

avec  $\bar{\omega}' = (\omega'_x \omega'_y \omega'_z)^{1/3}$ . Lors de la transformation, on considère que les fréquences évoluent linéairement, avec

$$\dot{\omega} = \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{\tau}. \quad (6.59)$$

On pose alors

$$\tau = \beta \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{\bar{\omega}^2}. \quad (6.60)$$

L'évolution vérifiera le critère d'adiabaticité  $|\dot{\omega}| \ll \omega^2$  si et seulement si  $\beta \gg 1$ . En introduisant le facteur de décompression  $\gamma = \bar{\omega}' / \bar{\omega}$ , on obtient la relation suivante

$$\frac{\tau}{t_c} = \beta (1 - \gamma) \gamma^{6/5} \frac{1}{\bar{\omega} t_c^{(0)}} = \frac{\beta}{\bar{\omega} t_c^{(0)}} f(\gamma). \quad (6.61)$$

La fonction  $f(\gamma)$  admet un maximum en  $\gamma_{\max} = 6/11$ , et  $f(\gamma_{\max}) \approx 0.22$ . Pour un piège de fréquences angulaires  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi (1200, 1000, 200)$  Hz,  $t_c^{(0)} \approx 5$  ms et  $\beta \approx 10$ , on obtient  $\tau \approx 0.11 \times t_c^{(0)}$ .

*Il est donc possible de décompresser un piège adiabatiquement avec une constante de temps petite devant le temps de collapse de phase.*

### Vitesse de rotation de phase relative

Si on considère deux condensats de potentiels chimiques respectifs  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , leurs phases individuelles évoluent à la fréquence de Larmor soit  $\varphi_i(t) = \mu_i t / \hbar$ . Un état quantique est toujours défini à une phase près, donc la grandeur pertinente sera la phase relative  $\varphi(t) = \varphi_2 - \varphi_1$ . Cette dernière sera constante si le potentiel est symétrique, avec des puits également peuplés. Si le potentiel est déséquilibré, la phase relative augmentera linéairement au cours du temps. Pour pouvoir observer l'évolution temporelle de cette dernière, il faut s'assurer qu'elle n'évolue pas trop vite. On gardera donc en mémoire les ordres de grandeur suivants, pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . La dépendance de l'énergie avec le champ de gravité est

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial z} = 2\pi \times 2.14 \text{ kHz}/\mu\text{m}, \quad (6.62)$$

et à l'ordre le plus bas, l'effet Zeeman est

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial B} = 2\pi \times 1.4 \text{ kHz}/\text{mG}. \quad (6.63)$$

### 6.3.2 Observation de franges d'interférences

La méthode la plus commune pour observer des franges d'interférences consiste à simplement couper rapidement le piège et laisser les deux nuages se recouvrir au cours du temps de vol [115, 13, 121, 117, 134]. L'interfrange sera d'autant plus grande que le temps de vol le sera. Le système optique utilisé ne permet pas d'observer les nuages au-delà de 14 ms, le champ du système d'imagerie étant limité par la lame de rasoir du "frame transfer"<sup>1</sup>. En utilisant la loi d'échelle (6.37), on aura donc un interfrange maximal de  $64 \mu\text{m}/(d/1 \mu\text{m})$ . Si on approxime la fonction d'Airy par une gaussienne de largeur  $\sigma = 4 \mu\text{m}$ , on obtient aisément la réduction du contraste  $C$  des franges due à la résolution optique selon

$$C = \exp\left(-\frac{\sigma^2}{\zeta^2}\right), \quad (6.64)$$

où  $\zeta$  est la période des franges. Pour avoir un contraste supérieure à 50%, il convient d'avoir donc  $\zeta > 1.2\sigma$ . En prenant alors une bonne marge, il devrait être possible d'observer des franges pour  $\zeta \sim 10 \mu\text{m}$ , soit  $d < 6.4 \mu\text{m}$ . Ce critère fixe donc une première contrainte forte sur les potentiels permettant d'observer des franges. Pour cette distance de  $6.4 \mu\text{m}$ , le potentiel utilisé permet d'avoir  $V_b/h = 1.4 \text{ kHz}$  et une fréquence longitudinale de  $\omega_x \sim 2\pi \times 300 \text{ Hz}$ . En l'état, ce piège ne permet donc pas de séparer complètement un condensat de quelques milliers d'atomes, de potentiel chimique de l'ordre de  $\mu/h \sim 2 \text{ kHz}$ . De plus, la fréquence  $\omega_x$  est faible, et donc l'expansion spatiale selon la direction de séparation sera faible après temps de vol, entraînant un faible recouvrement entre les deux fonctions d'ondes. Ce recouvrement imparfait est un deuxième facteur de réduction de contraste, dont on peut s'affranchir éventuellement en sélectionnant une tranche du nuage lors de la détection, par pompage optique [115]. Enfin, comme cela a été introduit dans le chapitre 2, section 2.3.1, un angle non nul entre les plans d'interférences constructives et la direction de l'impulsion de détection peut réduire le contraste. Cet effet sera d'autant plus important que la géométrie est telle que cette direction correspond à un axe de fréquence axiale du piège, et donc d'expansion supérieure à celle de l'axe du système de franges.

Pour l'ensemble de ces raisons, cette méthode "traditionnelle" semble fortement compromise et n'a jamais permis l'obtention de franges.

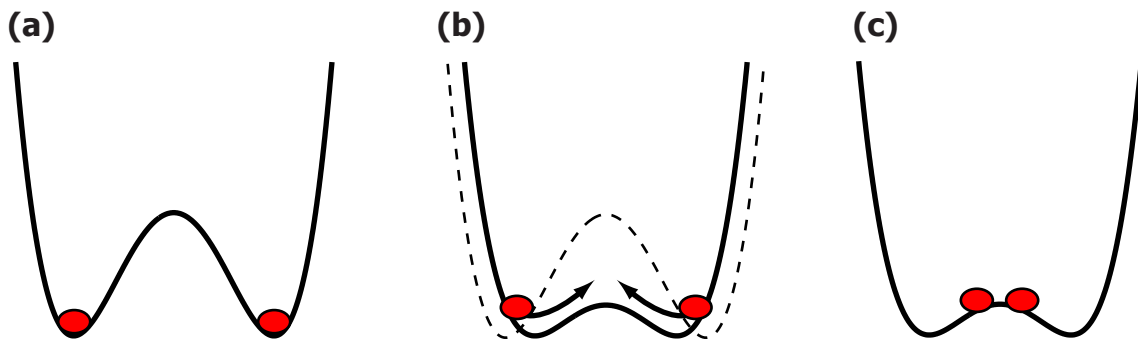


Figure 6.2 – Principe de la séquence permettant d'obtenir des franges. (a) Piège initial. (b) La barrière est brusquement baissée, et induit des oscillations des nuages en opposition de phase. (c) Au bout d'une demi-période, les deux nuages se sont rapprochés et ont une vitesse faible. C'est à cet instant que le piège est coupé.

Pour palier à ce problème, une nouvelle méthode a été développée, permettant d'enlever une

<sup>1</sup>Le système d'imagerie du "frame transfer" consiste à faire une image intermédiaire au niveau de la lame de rasoir, que l'on image ensuite sur le CCD. La lame de rasoir permet de masquer une partie de cette image intermédiaire et n'éclairer qu'une partie du CCD. Si le nuage est trop bas après le temps de vol, il sera dans cette région de l'image intermédiaire et donc n'apparaîtra pas sur l'image finale.

contrainte, celle du potentiel quartique, entre  $V_b$ ,  $d$  et  $\omega_x$ . Le principe, schématisé figure (6.2), consiste d'abord à séparer les nuages avec une barrière importante, en pratique avec un courant  $I_2 = 2.8$  mA. Les nuages sont alors maintenus dans ce piège, pendant un temps d'interrogation  $\tau_h$ . Ensuite, le courant  $I_2$  est brusquement abaissé à la valeur de 2.4 mA, ce qui modifie notablement le potentiel. Les nuages oscillent alors dans ce nouveau double puits, en opposition de phase. Cette procédure réalise en pratique un opérateur déplacement  $\hat{D}(\alpha)$  (resp.  $\hat{D}(-\alpha)$ ) pour le puits de gauche (resp. de droite), où  $\alpha \in \mathbb{C}$  est relié à l'amplitude  $X_0$  des oscillations selon

$$X_0 = |\alpha| \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}}. \quad (6.65)$$

Au bout d'une demi-oscillation, les deux nuages se sont rapprochés avec une vitesse quasi-nulle. À cet instant, le piège est coupé et les nuages effectuent alors un temps de vol, mais avec une distance initiale plus petite que celle d'un piège où ils seraient au repos. La séquence correspondante est représentée figure (6.3). On obtient alors des franges avec une période spatiale suffisamment importante pour être visible après 13 ms de temps de vol, comme par exemple figure (6.4). En pratique, on s'aperçoit empiriquement que le recouvrement entre les deux nuages est de meilleur qualité si le courant dans le fil  $I_2$  est coupé 50  $\mu\text{s}$  après les autres. Cela permet d'améliorer la qualité des franges obtenues ensuite. Ces différents profils sont moyennés sur typiquement 40 réalisations, et pour un temps d'interrogation court ( $\tau_h = 100 \mu\text{s}$ ), les franges d'interférences ne disparaissent pas après moyennage.

*La séparation du condensat est donc bien cohérente.*

Il convient de noter qu'il n'y a aucune post-sélection lors du processus de moyennage. Enfin, il

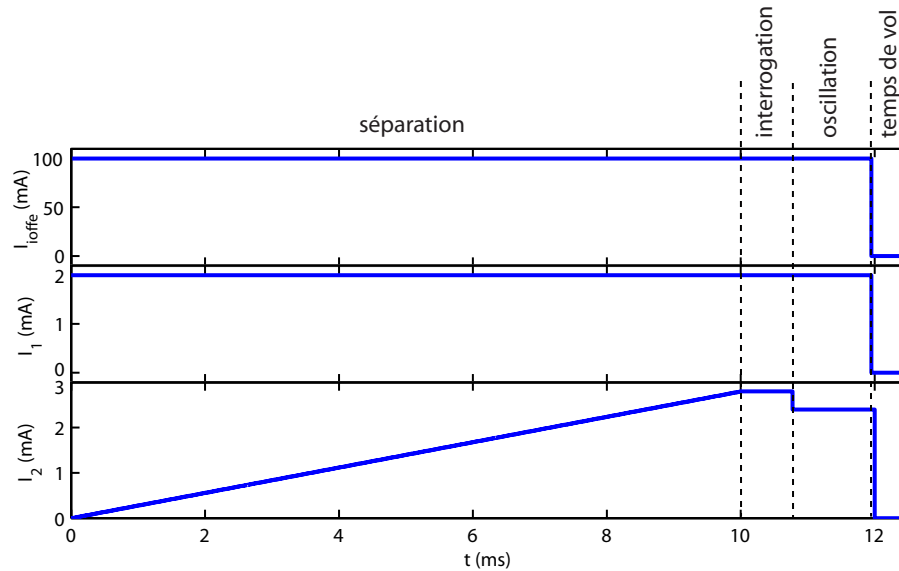


Figure 6.3 – Exemple de séquence permettant d'observer des franges d'interférences stables après un temps de vol de 13 ms. Le nuage est séparé en deux à l'aide d'une rampe de courant  $I_2$  linéaire de 0 à 2.8 mA. Le nuage est maintenu séparé pendant un temps d'interrogation  $\tau_h$ . Ensuite, le courant  $I_2$  est brusquement abaissé à 2.4 mA, induisant des oscillations des nuages. Au bout de 1.3 ms, soit une demi-période, les deux nuages ont une vitesse faible, et se sont rapprochés spatialement. Les courants des fils sont alors coupés pour le temps de vol. En pratique, le courant  $I_2$  peut être coupé avec un retard de 50  $\mu\text{s}$ , permettant d'améliorer le recouvrement.

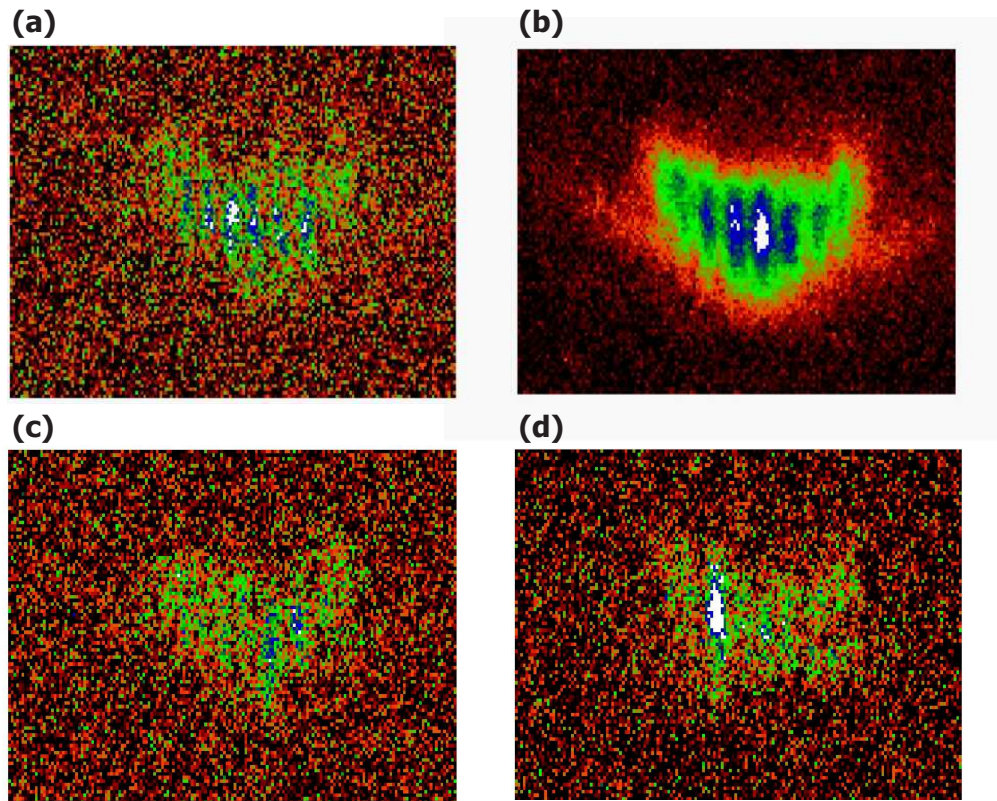


Figure 6.4 – (a) Allure du système de franges sur une réalisation unique. Le nombre d'atomes typique est de 2000 à 5000 atomes. (b) Moyenne de 40 réalisations. Le système de frange est toujours présent, indiquant une séparation cohérente du nuage. (c) Exemple de réalisation typique. (d) Exemple de réalisation de mauvaise qualité. Pour l'ensemble des quatre images, l'échelle de couleur s'échelonne de 0 à 5 atomes par pixels [à vérifier].

convient de vérifier que ces franges sont bien des interférences entre les deux nuages et non une onde de choc se propageant dans chaque nuage [217]. Pour cela, un des deux nuages est éliminé avec une technique similaire à celle de la section 5.3.4 du chapitre 4. Une fois un nuage éliminé, la séquence produisant des franges est exécutée, et ne donne aucune modulation visible de la densité. Il s'agit donc bien d'interférence entre les deux nuages.

Il convient de souligner que cette méthode présente certains défauts. L'ajustement des paramètres pour obtenir des franges est long et difficile. Un seul piège a permis d'observer des franges avec cette méthode. L'amplitude des oscillations est en pratique contrôlée avec la hauteur relative de la barrière entre les deux pièges (*i.e.* le courant  $I_2$ ). Le temps d'oscillation libre permet de contrôler la distance effective entre les deux nuages et donc la période des franges d'interférences. En pratique, il convient de trouver un optimum entre les périodes petites et stables et les périodes grandes mais beaucoup plus sensibles aux fluctuations techniques. Cet optimum est obtenu de manière empirique. La dépendance de l'interfrange avec le temps d'oscillation libre  $t_{osc}$  est représenté figure (6.5).

D'autres méthodes ont été testées pour mesurer la phase, sans succès et ne seront pas discutées. La mesure du chauffage après recombinaison, déjà évoqué en 6.1.3, ne donna aucun résultat significatif comparé aux résultats présentés dans [206].

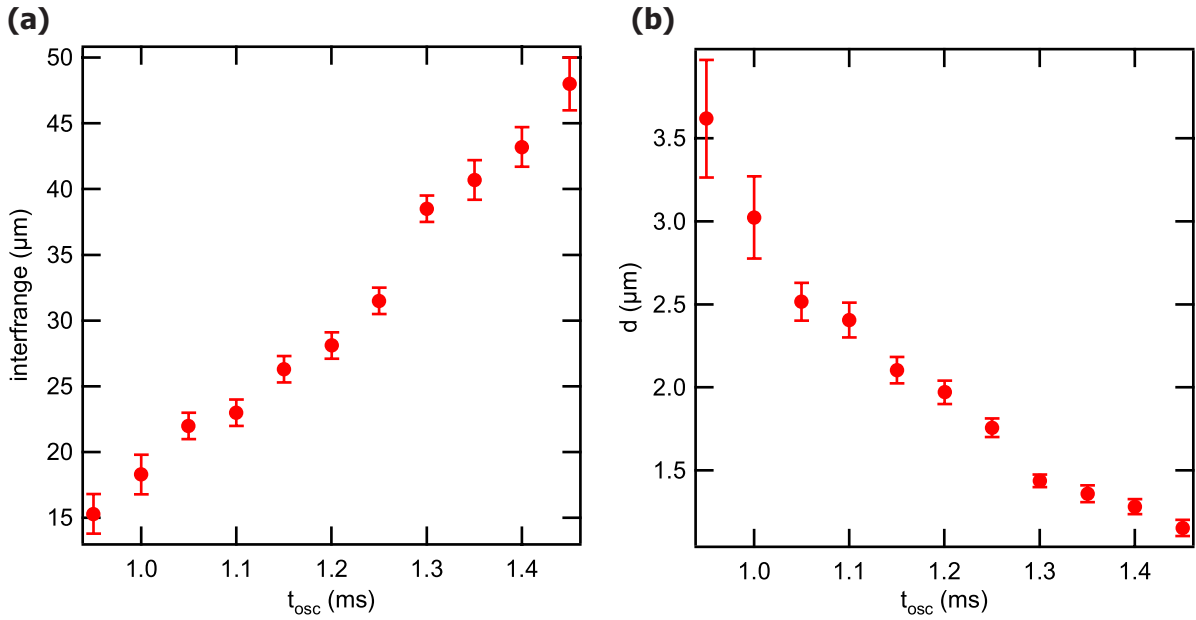


Figure 6.5 – (a) Interfrange mesurée en fonction du temps d'oscillation  $t_{\text{osc}}$ . (b) Estimation de la distance initiale en fonction de  $t_{\text{osc}}$ , en appliquant la relation entre l'interfrange et la distance pour un gaz idéal.

### 6.3.3 Accumulation de phase relative

Une fois la cohérence du processus démontrée, nous nous sommes intéressés à l'évolution temporelle de la phase. Pour cela, le nuage est séparé à l'aide de la séquence précédente jusqu'à  $I_2 = 2.8$  mA en 15 ms, et maintenu séparé dans ce piège pendant  $\tau_h$ . En raison des imperfections expérimentales, le double puits n'est plus nécessairement équilibré pour les barrières importantes, et donc la différence de potentiel chimique  $\Delta\mu$  entre les deux nuages induit une accumulation de phase relative  $\varphi(t)$  selon

$$\varphi(t) = \frac{\Delta\mu}{\hbar} t, \quad (6.66)$$

où, par convention, on choisit  $\varphi(t=0) = 0$ . Pour différents temps  $\tau_h$ , 40 réalisations sont moyennées et intégrées selon l'axe des franges afin d'en obtenir un profil 1D. On se limite à des faibles temps d'interrogation, afin d'éviter une réduction du contraste à cause du collapse de phase. On observe clairement une évolution temporelle de la phase, représentée figure (6.6). Afin d'évaluer plus quantitativement cette dynamique, un script MATLAB permet d'ajuster le profil obtenu par deux gaussiennes, de largeurs et d'amplitudes identiques, avec un terme de modulation sur leur recouvrement, semblable à l'expression obtenue dans la section 6.2.1. En pratique, 7 paramètres d'ajustement sont introduits. Cependant, le profil est sensiblement déformé par rapport à des gaussiennes, rendant la convergence de l'ajustement difficile. Cette déformation est attribuée à l'exploration d'un potentiel non harmonique lorsque les deux nuages se rapprochent. Le script permet de mesurer directement les paramètres initiaux sur la courbe à ajuster, et une fois le résultat obtenu, il est possible de le visualiser pour éventuellement recommencer. Même si cette procédure permet une bonne estimation du contraste, la phase obtenue n'est pas satisfaisante, car le modèle de gaussienne est trop éloigné du profil réel<sup>2</sup>. Une solution simple consista à écrire un script permettant de repérer spatialement la position des maxima de densité. Une fois ces derniers repérés, il est possible d'extraire l'interfrange

<sup>2</sup>Il est également possible d'extraire la phase à partir d'une FFT de la courbe obtenue, mais l'échantillonnage semble être trop faible et le bruit trop élevé pour obtenir une estimation satisfaisante.

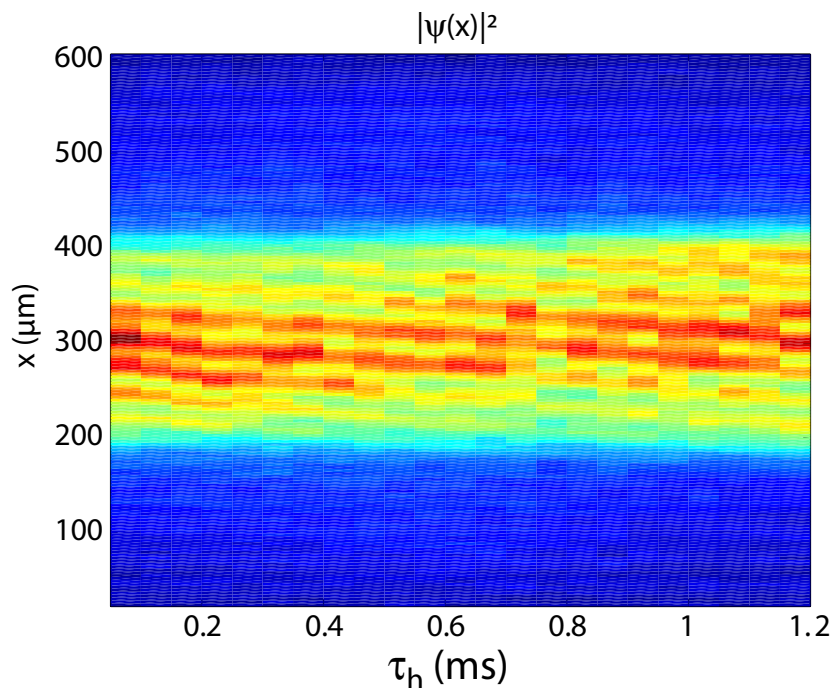


Figure 6.6 – Évolution temporelle de la phase. Les deux nuages sont maintenus séparés dans un piège d'interrogation durant un temps  $\tau_h$ . Ensuite, une séquence fixe permettant d'obtenir des franges est réalisée, et le profil est mesuré après 13 ms de temps de vol. Pour chaque temps d'interrogation, le profil de densité est moyenné sur 40 réalisations, et ensuite intégré selon la direction des franges.

et donc la phase à partir d'une position arbitraire mais constante pour l'ensemble des données. On obtient alors les courbes de la figure (6.7). À partir de ces données, on obtient une phase relative qui

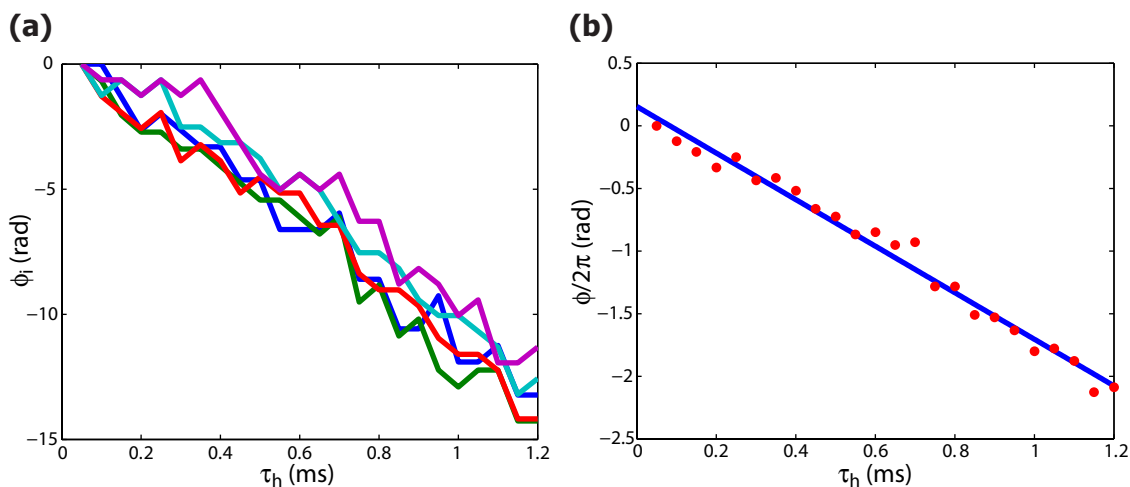


Figure 6.7 – Évolution temporelle de la phase relative en fonction du temps d'interrogation. Par convention, la phase est choisie nulle au premier point de mesure. (a) Phase extraite à partir de chaque maximum de la figure d'interférence, en repérant la position de ce dernier. (b) Phase moyenne extraite des données précédentes et ajustement linéaire. On obtient une vitesse de rotation de phase de  $1.86 \pm 0.05$  kHz.

évolue à raison de

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 2\pi \times (1.86 \pm 0.05) \text{ kHz}. \quad (6.67)$$

Il convient, pour obtenir ces données, de bien optimiser la procédure de production de franges, et de ne pas séparer les nuages trop rapidement. Sinon, les oscillations induites vont modifier les conditions initiales lors de l'abaissement de la barrière, et donc modifier le recouvrement entre les nuages.

Dans une seconde expérience, on cherche à évaluer la dépendance du déséquilibre avec le champ  $B_z$ . Pour cela, on sépare un condensat en deux avec une rampe linéaire de courant de  $I_2 = 0$  à  $I_2 = 2.8$  mA. Ensuite, le champ  $B_z$ , initialement à la valeur  $B_z^{(0)} = -1.5$  G permettant une séparation équilibrée, est changé en  $250 \mu\text{s}$  à une valeur d'interrogation  $B_z = B_z^{(0)} + \Delta B_z$ , à l'aide d'une rampe TURN ON. Les deux nuages sont ensuite maintenus dans ce piège pendant un temps d'interrogation  $\tau_h = 1$  ms, avant de ramener le champ à sa valeur initiale  $B_z^{(0)}$  en  $250 \mu\text{s}$  à l'aide d'une deuxième rampe TURN ON. On obtient alors les résultats de la figure (6.8,a). L'interfrange semble varier no-

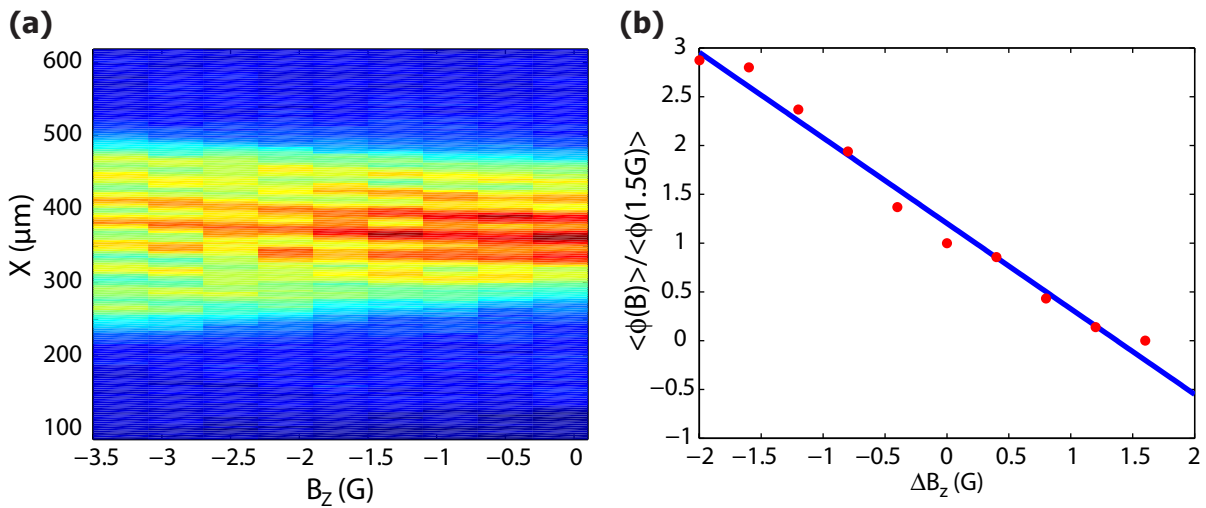


Figure 6.8 – Dépendance de la vitesse de rotation de la phase avec le déséquilibre du double puits. (a) Le champ  $B_z$  permet de contrôler le déséquilibre. Les franges sont ensuite moyennées sur 40 réalisations. Le piège est décalé spatialement avec le champ  $B_z$  selon la direction  $\mathbf{u}_y$ , entraînant une légère modification des conditions initiales lors du piège intermédiaire à  $I_2 = 2.4$  mA, où les nuages se rapprochent. Cela entraîne une dépendance de l'interfrange avec  $B_z$ . (b) Phase extraite des données de (a), en moyennant sur 5 maximums. À chaque profil de densité, l'interfrange est mesurée et permet de remonter à la phase. Le temps d'interrogation est fixe, à la valeur de  $\tau_h = 1$  ms. La phase est renormalisée à la valeur mesurée à  $B_z^{(0)} = -1.5$  G, champ de référence tel que  $\Delta B_z = B_z - B_z^{(0)}$ . On obtient alors la dépendance de la vitesse de rotation de phase avec  $B_z$  selon  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial B \partial t} = 2\pi \times (1.63 \pm 0.09) \text{ kHz/G}$ , proche de la valeur calculée numériquement de  $2\pi \times 1 \text{ kHz/G}$ .

tablement avec  $\Delta B_z$ . Lorsque le champ  $B_z$  est changé de quelques Gauss, le piège se déplace de plusieurs micro-mètres selon la direction  $\mathbf{u}_y$  (voir figure (2.14), section 2.4.1 du chapitre 2). Avec des rampes de  $250 \mu\text{s}$ , ce déplacement est suffisamment rapide pour introduire des oscillations, modifiant les conditions initiales lorsque la barrière est soudainement abaissée pour la séquence générant les franges d'interférences. Cela se traduit par une distance  $d$  au début du temps de vol différente et donc une interfrange différente. Néanmoins, si on mesure l'interfrange à chaque profil de frange, il est possible de remonter à la phase relative, à une constante près, en utilisant le même raisonnement que précédemment. On obtient alors la dépendance en phase avec le champ  $B_z$ , représenté figure (6.8,b), soit

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial B \partial t} = 2\pi \times (1.63 \pm 0.09) \text{ kHz/G}. \quad (6.68)$$



Des calculs numériques prévoient une valeur de  $2\pi \times 1 \text{ kHz/G}$ , compatible en ordre de grandeur avec la valeur mesurée. La différence peut être expliquée par la phase accumulée lors de la rampe de champ  $B_z$  qui n'est pas prise en compte. Pour s'affranchir de cet effet, il conviendrait d'utiliser un temps d'interrogation plus important, mais nous sommes limités expérimentalement par le temps de collapse de phase, de l'ordre de quelques millisecondes. De plus, il n'est pas évident que les simulations numériques soient suffisamment fidèles au potentiel réel. Enfin, le champ  $B_z$  initial est non nul, afin de permettre une séparation initiale symétrique entre les deux puits. Ce champ permet de compenser un déséquilibre spatial initial du potentiel, ainsi que les imperfections d'alignement des bobines avec la puce, ajoutant des composantes selon  $\mathbf{u}_z$  des champs que l'on veut générés selon  $\mathbf{u}_y$  et  $\mathbf{u}_x$ . La dépendance du déséquilibre avec  $B_z$  n'étant pas linéaire, on s'attend à avoir une valeur légèrement supérieure à  $2\pi \times 1 \text{ kHz/G}$ , et donc cohérente avec la valeur expérimentale.

Pour pouvoir étudier plus proprement cet effet, le plus simple consisterait à utiliser deux sources de courants au lieu d'une pour générer le courant  $I_1$  des deux fils extérieurs. L'inconvénient est que le déséquilibre est très sensible à la différence de courant entre les deux fils, de l'ordre de  $75 \text{ Hz}/\mu\text{A}$  typiquement. Les fluctuations de la différence de courant auront une influence sur le potentiel et donc sur la cohérence de la séparation. Expérimentalement, en utilisant deux sources de courants différentes pour les fils extérieurs, il est possible d'observer une séparation cohérente, *i.e.* des franges d'interférences toujours présentes après moyennage. Afin d'estimer la dépendance du déséquilibre avec  $\Delta I_1$ , la différence de courant entre les deux fils extérieurs, la procédure utilisée est similaire à la précédente. Un nuage est séparé avec une rampe de courant de 0 à 2.8 mA en 15 ms, puis un déséquilibre  $\Delta I_1$  est introduit avec une rampe TURN ON de  $200 \mu\text{s}$ . Les nuages sont maintenus dans ce piège d'interrogation pendant  $750 \mu\text{s}$ , avant de revenir au piège initial en  $200 \mu\text{s}$  et d'exécuter la séquence produisant des franges. Le contraste des franges obtenues est sensiblement plus faible qu'auparavant, indiquant un effet notable des fluctuations de courants. Les données obtenues jusqu'à présent permettent de mettre en évidence une dépendance de la phase avec  $\Delta I_1$ , mais leur qualité n'est pas suffisante, le recouvrement entre les deux nuages dépendant de  $\Delta I_1$ . Avec un peu de travail, il devrait être possible d'améliorer ces résultats.

## 6.4 Évolution aux temps longs : brouillage de phase

Une grandeur pertinente à mesurer est le temps de collapse  $t_c$  de la phase, une fois les nuages séparés. Pour des nuages d'environ 4000 atomes dans un état cohérent, on obtient un temps de collapse de  $t_c \sim 1.5 \text{ ms}$ . En exploitant les données de la figure (5.12) (section 5.5.1 du chapitre 5), on peut estimer qu'un nuage de 1300 atomes aura un facteur de compression en nombre de environ  $-5 \text{ dB}$  avec une rampe de courant linéaire de même pente. À partir de la figure (5.15) (section 5.5.3 du chapitre 5), on peut estimer grossièrement le facteur de compression entre environ  $-2$  et  $0 \text{ dB}$  soit des temps de cohérence de l'ordre de  $1.5 \text{ ms}$  à  $1.9 \text{ ms}$  (pour 4000 atomes dans un état cohérent).

### 6.4.1 Évolution temporelle du contraste

Expérimentalement, la séquence est la même que celle utilisée pour observer l'évolution temporelle de la phase, mais plusieurs séries de données sont prises, pour des temps d'interrogation plus longs (jusqu'à 8 ms). On estime le contraste par ajustement à l'aide de la méthode des moindres carrées, pour obtenir les résultats de la figure (6.9). Les données sont ajustées par une courbe de la forme

$$\mathcal{C} = \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2t_c^2}\right), \quad (6.69)$$

où  $t_0$  est l'instant auquel le condensat est séparé, *i.e.* la barrière  $V_b$  est supérieure au potentiel chimique  $\mu$ . Les données présentées dans la section 5.3.4 du chapitre 4 permettent d'estimer  $t_0$  entre  $-3.5$  et  $-4$  ms, l'origine des temps étant prise au début du piège d'interrogation. Cette estimation prend en compte la fin de la rampe de courant  $I_2$ , ainsi que le temps nécessaire pour rapprocher les nuages permettant d'observer les franges (dominé par 1.3 ms d'oscillations libres dans le piège à  $I_2 = 2.4$  mA). Dans la suite, ce temps  $t_0$  sera fixé à la valeur de  $-3.75$  ms, l'incertitude sur  $t_0$  reste cependant importante.

Un ajustement permet d'estimer le temps de cohérence à environ  $t_c \sim 2.5 \pm 0.3$  ms, où l'erreur est statistique et donc ne tient pas compte de l'incertitude sur  $t_0$ . Si on tient compte de cette dernière, on obtient une incertitude de  $\pm 0.1$  ms. Ce temps de cohérence est bien l'ordre de grandeur attendu. Le même genre de mesure a été effectué pour des états comprimés, de 1300 atomes. Mais le signal

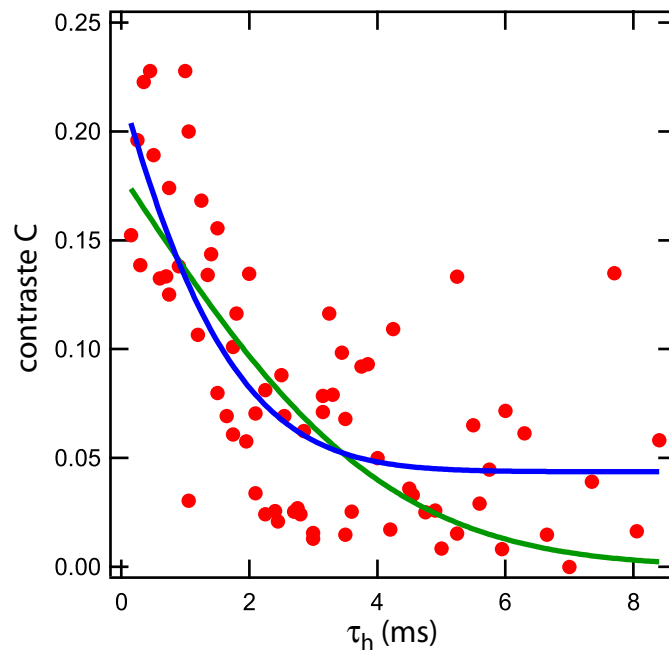


Figure 6.9 – Brouillage de phase dû aux interactions. Les nuages sont maintenus séparés durant un temps  $\tau_h$  avant d'appliquer la séquence produisant les franges d'interférences. La figure d'interférences est mesurée après un temps de vol de 13 ms. Le motif obtenu est ensuite intégré selon la direction des franges, puis ajusté numériquement pour en extraire le contraste  $\mathcal{C}$ . Les données alors obtenues sont représentées en points rouges. Le contraste est ensuite ajusté par une gaussienne, centrée en  $t_0 = -3.75$  ms, correspondant à une estimation de l'instant où les deux nuages sont séparés. La courbe verte correspond au cas où l'asymptote est nulle à l'infini. On obtient alors une gaussienne d'écart type  $\sigma = 3.9 \pm 0.3$  ms. La courbe bleue correspond au cas où un éventuel décalage constant est introduit comme paramètre d'ajustement. On obtient alors une gaussienne d'écart type  $\sigma = 2.5 \pm 0.3$  ms. Les points de contraste non nul aux temps long sont des artefacts numériques, dus à la difficulté pour ajuster les données.

d'interférences est très dilué (1300 atomes imagés sur environ 2000 pixels), rendant l'ajustement des données d'autant plus difficile. Les valeurs de contrastes mesurés sont bruitées, et n'ont pas permis de mettre en évidence un temps de cohérence de phase supérieure.

#### 6.4.2 Estimation de la rupture du lien entre les nuages

Il est possible d'estimer l'instant  $t_0$  auquel le nuage est séparé en utilisant le contraste des franges d'interférences après moyennage. Pour cela, on procède à une séparation en deux temps. Le courant

$I_2$  est augmenté de 0 à  $I_2^i$  avec une pente constante de  $187 \mu\text{A/ms}$ , puis maintenu à cette valeur pendant  $\tau_i = 12 \text{ ms}$ . Ensuite, une deuxième rampe linéaire de courant continue la séparation, toujours avec une pente de  $187 \mu\text{A/ms}$ , jusqu'à  $2.8 \text{ mA}$ . Après un temps d'interrogation de  $100 \mu\text{s}$ , la séquence produisant des franges est appliquée, et le contraste est alors estimé après moyennage sur 40 réalisations. On s'attend ainsi à avoir un contraste élevé tant que le courant intermédiaire  $I_2^i$  correspond à une barrière faible devant le potentiel chimique. À l'opposé, si  $I_2^i$  génère une barrière supérieure au potentiel chimique, la phase relative va évoluer durant un temps supplémentaire  $\tau_i$ , car les deux nuages sont déjà séparés. Comme  $\tau_i$  est supérieur au temps de collapse  $t_c$ , on s'attend alors à observer une brusque chute du contraste lorsque le courant  $I_2^i$  correspond à la séparation du nuage. Les données expérimentales sont représentées figure (6.10). Ces données sont en accord avec les don-

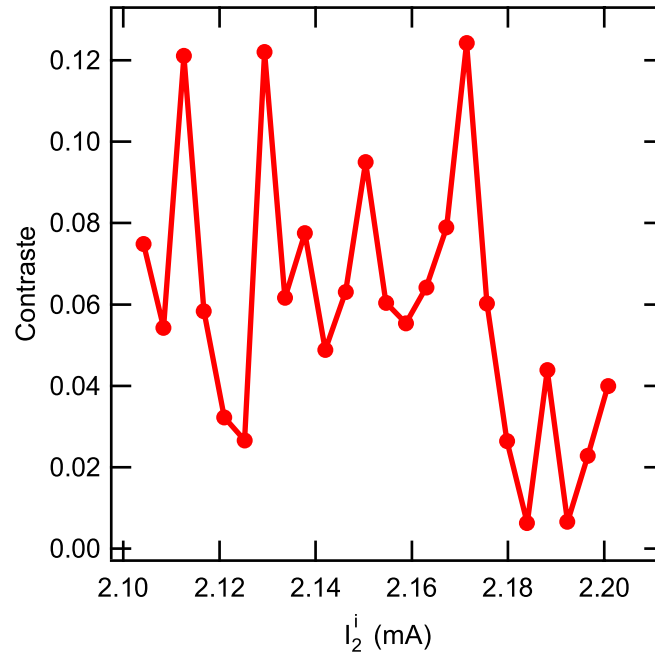


Figure 6.10 – Estimation du courant auquel le condensat est séparé en deux, i.e. quand la barrière est supérieure au potentiel chimique du nuage. Le courant  $I_2$  est augmenté linéairement jusqu'à la valeur de  $I_2^i$ , avec une pente de  $187 \mu\text{A/ms}$ , puis maintenu à cette valeur pendant  $\tau_i = 12 \text{ ms}$ . Le courant est ensuite à nouveau augmenté jusqu'à  $2.8 \text{ mA}$ , toujours à raison de  $187 \mu\text{A/ms}$ . Après  $100 \mu\text{s}$  d'interrogation, la séquence produisant des franges d'interférences est exécutée. Pour chaque courant  $I_2^i$ , la figure d'interférence est moyennée sur 40 réalisations, puis un ajustement de la moyenne permet d'en extraire le contraste  $\mathcal{C}$ . Le nuage semble être séparé à environ  $2.17 \text{ mA}$ , valeur cohérente avec les données de la section 5.3.4 du chapitre 4.

nées de la section 5.3.4 du chapitre 4, mais ne permettent pas d'obtenir une meilleure précision sur l'estimation de  $t_0$ .

### 6.4.3 Oscillations des nuages

Il est aussi possible de mettre en cause les imperfections de la méthode pour mesurer la phase, en particulier les oscillations du nuage dans le piège. En effet, comme la séparation est nécessairement rapide, les nuages oscillent après et donnent lieu à des états cohérents pour les excitations externes. Il est possible de mesurer l'amplitude  $\alpha$  de cet état cohérent  $|\alpha\rangle$  défini selon

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (6.70)$$

où  $|n\rangle$  dénote le  $n^{\text{ième}}$  excité pour les états externes. L'évolution temporelle d'un état  $|\alpha(t)\rangle$ , avec  $|\alpha(0)\rangle = |\alpha_0\rangle$ , est donnée simplement selon

$$|\alpha(t)\rangle = e^{-i\omega_x t/2} |\alpha_0 e^{-i\omega_x t}\rangle. \quad (6.71)$$

où  $\omega_x$  est la fréquence de l'oscillateur harmonique associé, donc selon l'axe de séparation ici. De plus, il est possible de relier l'amplitude d'oscillation à  $\alpha_0$  en exploitant les relations suivantes

$$\langle \hat{X} \rangle(t) = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega_x}} \text{Re}(\alpha(t)), \quad (6.72)$$

$$\langle \hat{P} \rangle(t) = \sqrt{2m\hbar\omega_x} \text{Im}(\alpha(t)), \quad (6.73)$$

où  $\text{Re}(x)$  et  $\text{Im}(x)$  dénotent les parties réelles et imaginaires de  $x$ . Expérimentalement, il est possible d'observer les oscillations des nuages après un temps de vol  $t_{\text{vol}}$ . Si l'amplitude spatiale  $a$  de ces oscillations après temps de vol est grande devant l'amplitude des oscillations dans le piège, on en déduit aisément l'amplitude  $p_{\text{max}}$  de l'impulsion dans le piège selon

$$\frac{p_{\text{max}}}{m} \tau = a, \quad (6.74)$$

avec  $p_{\text{max}} = \alpha_0 \sqrt{2m\hbar\omega_x}$ . On estime alors expérimentalement l'amplitude de l'état cohérent après séparation rapide à environ  $\alpha_0 \sim 0.57$ , soit une amplitude en position de  $0.9 \mu\text{m}$ . Cet effet est inévitable, indépendamment du dispositif utilisé pour séparer les nuages. Pour limiter cet effet, il convient de bien connaître le potentiel et de ralentir la rampe de courant quand le condensat est séparé, et que les fréquences  $\omega_x$  sont faibles. Expérimentalement, on observe des figures d'interférences dont l'évolution temporelle a l'allure de figure (6.11,a). On observe une structure en V modulant le contraste, ainsi que la largeur du recouvrement entre les deux nuages. Pour confirmer que cet effet provient des oscillations des nuages, des simulations numériques ont été effectuées, en considérant deux états cohérents  $|\alpha(t)\rangle$  et  $|\alpha(t)\rangle$  dans des pièges de 300 Hz, distants de  $7 \mu\text{m}$ . On ne tient pas compte du détail de la séquence produisant les franges, et seuls les quatre premiers états excités sont pris en compte, suffisant pour  $\alpha = 0.5$ . La différence d'énergie entre les deux puits est fixée à  $\Delta E/h = 2$  kHz. Seule une simple expansion balistique est considérée. Le profil de franges est calculé après un temps de vol de 14 ms, pour différents temps d'interrogations  $\tau_h$ . Les résultats obtenus sont représentés en (b) de la figure (6.11). On observe bien une modulation de la largeur globale du profil. On observe également une nette déformation de l'évolution temporelle des franges qui, dans un cas idéal, est sensé être linéaire. Cet effet risque de fortement limiter la précision lors d'une mesure de phase. Enfin, pour confronter les calculs à l'expérience, ces résultats sont représentés en (c), avec le même pas de discrétisation temporelle que l'expérience. On obtient alors deux figures en bon accord qualitatif. Le brouillage de phase n'a pas été incorporé dans le modèle numérique.

Ainsi, dans cette section, nous avons pu mettre en évidence le phénomène de brouillage de phase dû aux interactions et au bruit de partition lors de la séparation. Le temps de cohérence mesuré est légèrement supérieur au temps de collapse attendu. Néanmoins, la mesure est fortement limitée par l'estimation de l'instant auquel le nuage est séparé, lorsque la dynamique d'évolution de phase relative commence. Une étude plus approfondie consisterait à mesurer le facteur de compression en nombre juste avant la prise des données de phase. Enfin, une limitation notable aux mesures provient du fait que le temps nécessaire pour produire les franges (environ 1.5 ms) est proche du temps de collapse, réduisant fortement le contraste initial.

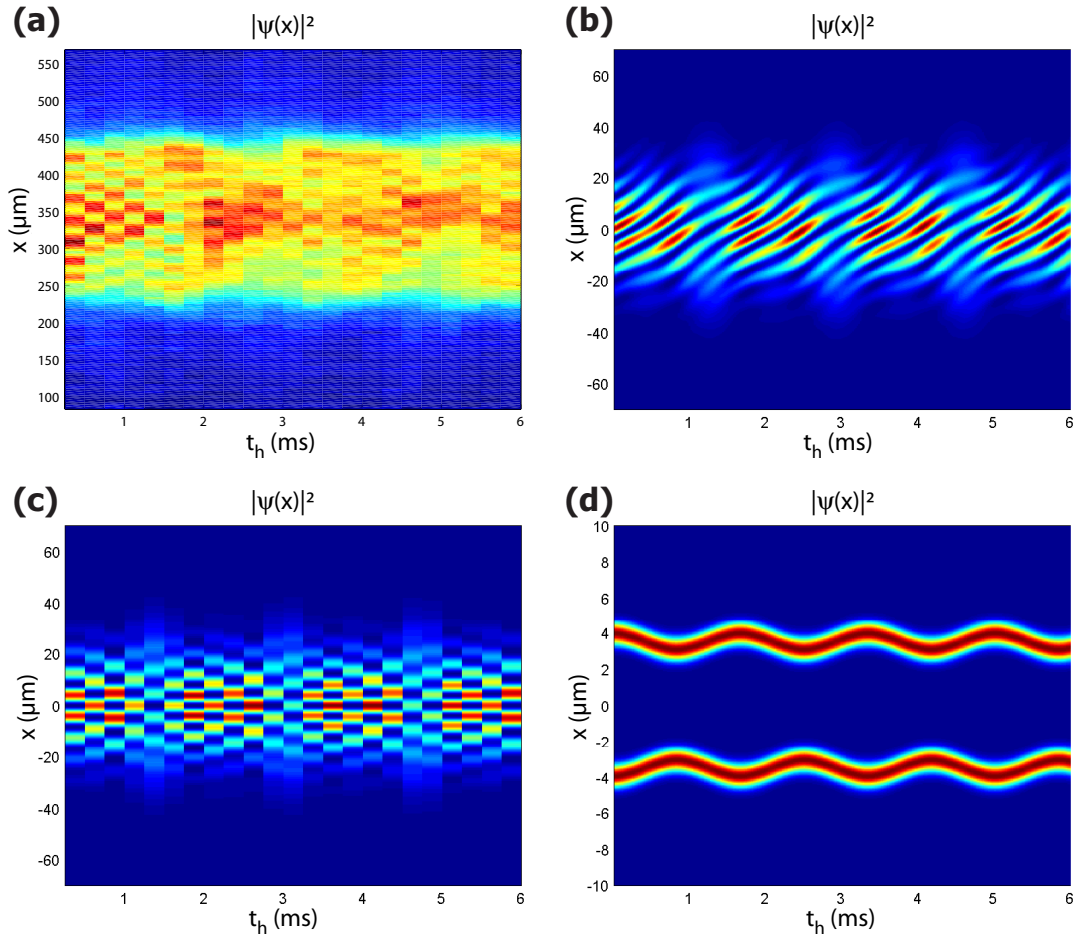


Figure 6.11 – Lors d'une montée rapide de la barrière, les deux nuages oscillent dans le piège d'interrogation, résultant en des états externes cohérents d'amplitude  $\alpha = \pm 0.5$  environ. (a) Mesure expérimentale du profil de franges en fonction du temps d'interrogation  $\tau_h$ . Pour chaque temps d'interrogation, le profil correspond au moyennage de 40 réalisations. (b) Simulation numérique 1D pour deux états externes cohérents d'amplitude  $\alpha = \pm 0.5$ , après un temps de vol de 14 ms, pour deux puits de 300 Hz, distants de  $7 \mu\text{m}$ , avec une différence d'énergie  $\Delta E/\hbar = 2 \text{ kHz}$ . (c) Calculs identiques mais en utilisant le même pas temporel pour  $\tau_h$  que dans l'expérience (a). (d) Fonction d'onde juste avant le temps de vol, en fonction de  $\tau_h$ .

## 6.5 Condensat de Bose-Einstein dans un état horloge

Dans la section 6.1.3, nous avons vu qu'une méthode alternative de mesure de phase consiste à mesurer indirectement la population du premier état excité après recombinaison des deux nuages. Dans la référence [206], cette population est estimée en mesurant le chauffage après thermalisation. Plus récemment, Philipp Treutlein a réalisé des potentiels dépendant de l'état interne, permettant l'obtention d'états comprimés [71]. Dans ce cas là, il est alors possible de réaliser une mesure de phase externe par une mesure de population en couplant la dynamique interne et externe.

Si la puce actuelle ne permet pas de réaliser de tels potentiels, nous nous sommes intéressé à la manipulation d'états internes dans un double puits de potentiel. Dans le cas de l'expérience de Munich, il est possible d'accéder à la phase par une simple mesure de population. Pour réaliser un protocole analogue, il convient de coupler la dynamique externe et interne. Après séparation, le plus intuitif consiste à manipuler l'état interne d'un des deux nuages de manière sélective. Il n'est pas cepen-

nant possible de reproduire complètement le schéma de Munich, mais la manipulation sélective d'un puits se révèle d'une grande importance dans le contexte de l'information quantique. Certains protocoles proposent d'utiliser l'état interne comme mémoire quantique, de temps de cohérence plus long que le qubit initial sur l'état externe [218]. D'autres protocoles proposent l'utilisation de petits nuages d'atomes dans un réseau de petits pièges magnétiques pour l'implémentation de portes quantiques, au lieu d'atomes uniques [219], mais nécessite également de manipuler l'état interne d'un piège unique. C'est pourquoi, nous nous proposons de présenter brièvement dans la suite les résultats obtenues dans le contexte de la manipulation d'états internes dans un double puits.

### 6.5.1 États horloges

#### Transition horloge

Une transition horloge peut être définie entre deux états piégés magnétiquement du  $^{87}\text{Rb}$ . Cette dernière est une transition à deux photons  $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 1\rangle$  (voir figure (6.12)). Le premier photon est ajusté sur une fréquence micro-onde ( $\sim 6.8$  GHz), désaccordée de  $\Delta$  par rapport à la transition  $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 0\rangle$ , alors que le deuxième photon est à une fréquence radio ( $\sim 2$  MHz), accordée sur une transition entre le niveau virtuel précédent et l'état  $|2, 1\rangle$ . Le désaccord  $\Delta$  permet d'éviter de peupler l'état  $|2, 0\rangle$ . La fréquence de Rabi à résonance de la transition à deux photons est

$$\Omega_{2p} = \frac{\Omega_{\text{RF}}\Omega_{\text{MW}}}{2\Delta}, \text{ si } \Delta \gg \Omega_{\text{RF}}, \Omega_{\text{MW}} \quad (6.75)$$

où  $\Omega_{\text{RF}}$  et  $\Omega_{\text{MW}}$  sont les fréquences de Rabi des transitions à un photon des transitions respectivement radio-fréquences et micro-ondes.

A priori, l'énergie des différents niveaux d'énergie dépend du champ magnétique selon la formule de Breit-Rabi (section 2.1.3 du chapitre 2), et donc la fréquence de transition horloge. Ainsi, la fréquence sera fixée par le champ magnétique au fond du piège, mais l'extension spatiale de ce dernier sera responsable d'une dispersion des fréquences de transition. Néanmoins, si on considère les formules de Breit-Rabi, il existe un champ magnétique particulier, dit "champ magique", pour lequel la fréquence de transition ne dépend du champ magnétique qu'au second ordre. Le groupe d'Eric Cornell a démontré expérimentalement [220] cet effet, confirmant la valeur du champ magique à  $B_0 \simeq 3.23$  G. Autour du champ magique, la variation de la fréquence de transition par rapport au cas d'un champ nul est approximativement

$$\Delta\nu_{|1,-1\rangle \leftrightarrow |2,1\rangle} = \Delta\nu_{\text{min}} + \beta(B - B_0)^2, \quad (6.76)$$

avec  $\Delta\nu_{\text{min}} = -4.5$  kHz, et  $\beta = 431$  Hz/G<sup>2</sup> [220].

Les raisonnements précédents ont été mené dans le cas d'un atome unique, mais en pratique, les interactions atomiques introduisent un décalage dit collisionnel de la fréquence de transition à deux photons. Ce décalage est proportionnel à la densité atomique  $n$  selon

$$\delta\nu_{\text{coll}} = \frac{2\hbar}{m}(a_{22} - a_{11})n, \quad (6.77)$$

où  $a_{ij}$  sont les longueurs de diffusions associées aux collisions entre les états  $i$  et  $j$ , où  $|2\rangle = |2, 1\rangle$  et  $|1\rangle = |1, -1\rangle$ . Cet effet est discuté plus en détails dans la thèse de Sébastien Bize [221]. Ce décalage collisionnel ne sera pas compensé dans la suite.

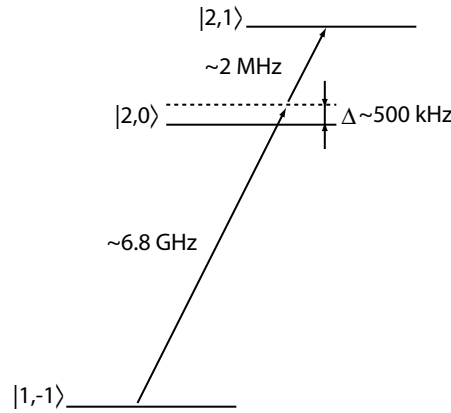


Figure 6.12 – Transition à deux photons utilisées, pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . Le niveau virtuel est désaccordé de  $\Delta \approx 500 \text{ kHz}$ .

### Détection

Les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  sont détectés avec le même faisceau laser de détection que dans les cas des états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , accordé sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . En revanche, les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  sont transférés dans des états  $F = 2$  à l'aide du repompeur (accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ), pour être détecté ensuite avec le laser de détection des états  $F = 2$ . Il sera donc possible de détecter les deux populations atomiques avec une première impulsion de détection sans repompeur pour les états  $F = 2$ , suivi d'une deuxième impulsion mais avec repompeur pour les états  $F = 1$ .

La séquence de détection est basée sur la méthode de frame transfer, avec la même série d'impulsions que dans le cas de la détection des atomes  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . La première impulsion de détection (formant l'*image*), sans repompeur, interagit uniquement avec les atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . Ensuite, après le transfert de la demi-image sur la CCD, une deuxième impulsion de détection est appliquée, toujours résonante avec  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , mais cette fois avec le repompeur pour détecter les atomes dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Cette deuxième impulsion forme alors le *blanc*. Le transfert de la demi-image s'effectue en 3 ms, un temps suffisamment long pour que les atomes chutent notablement sans sortir du champ imagé. Ainsi, les deux états sont imagés sur deux régions différentes de l'espace, sans recouvrement. Pour calculer les densités colonnes d'atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , le *blanc* sert de référence de profil d'illumination. En revanche pour les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , c'est l'*image* qui va servir de référence.

Ainsi, si on utilise la même procédure qu'au chapitre 5 pour calculer les densités colonnes, on obtiendra la densité des états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , mais des densités négatives pour les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . En pratique, ces densités négatives permettent d'utiliser une échelle de couleur telle que les états  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  apparaissent de deux couleurs différentes pour une meilleure visualisation des populations. Pour une analyse quantitative des données, il suffit de changer le signe du nombre d'atomes  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  intégrés.

Cependant, après détection des atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ , l'intervalle de temps entre les deux images est trop court pour que le nuage des atomes dans  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  soit suffisamment dilué, ce qui va perturber la mesure des états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Dans le cas de la mesure des états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  (voir chapitre 5), le champ magnétique était changé durant le transfert, afin que les atomes ne soient plus résonants pour le *blanc*. Dans le cas d'une détection de deux états, cette procédure n'est plus possible. Pour éliminer les atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  après la première impulsion, les faisceaux du PMO sont allumés pendant  $150 \mu\text{s}$  pendant le transfert de la demi-image, désaccordés

dans le bleu. Le chauffage induit, ainsi que le léger déséquilibre des faisceaux, permet d'éliminer les atomes parasites pour la deuxième image. La durée de cette impulsion de "nettoyage" est limitée par la lumière parasite accumulée sur la CCD. Au final, il est possible d'imager les deux populations sans effet de lumière parasite visible, dans la limite du bruit de photon.

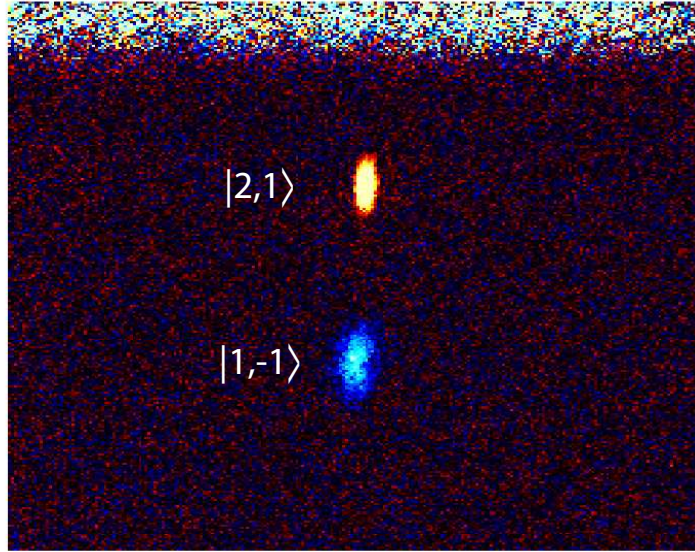


Figure 6.13 – Exemple de détection simultanée des deux états. Un condensat, initialement dans l'état  $|2, 1\rangle$ , est préparé dans une superposition d'état  $(|2, 1\rangle + |1, -1\rangle) / \sqrt{2}$  après une impulsion  $\pi/2$ . Après un temps de vol, deux impulsions permettent de détecter les deux états sur une seule image (voir texte). L'échelle de couleur est choisie de telle façon que les états  $|2, 1\rangle$  soient en rouge et les états  $|1, -1\rangle$  en bleu.

### 6.5.2 Pompage et condensation

Les atomes sont piégés avec les mêmes configurations de fils que pour les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Pour piéger les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , la phase de pompage comporte deux faisceaux pompes (voir chapitre 2), un accordé sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$  (de quelques centaines de  $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ) et un accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  plus faible en intensité (de quelques dizaines de  $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ). Le pompage peut être imparfait, et une petite fraction d'atomes piégés sont dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Pour les éliminer, une fois les atomes piégés, les faisceaux du PMO sont rallumés pendant  $200\ \mu\text{s}$ , et désaccordés dans le bleu par rapport à la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Seuls les atomes dans l'état  $F = 2$  interagissent avec les lasers, et sont suffisamment échauffés pour être expulsés du piège. Les atomes dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  ne sont pas notablement affectés. Une fois piégés, une rampe radiofréquence similaire à celle des états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  permet d'atteindre le régime dégénéré dans le dimple en U. On obtient typiquement des condensats de  $15 \times 10^3$  atomes, avec une fraction condensée de 40%. Il est également possible de condenser dans le piège généré à l'aide des fils de la couche supérieure de la science chip. Jusqu'à présent les potentiels étaient très proches de ceux utilisés avec les états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , mais dans l'optique d'utiliser une transition horloge, le piège a été choisi de manière à ce que la valeur du champ  $\mathbf{B}$  au fond du piège soit celle du champ magique de la transition horloge, sans tenir compte des décalages collisionnels. Un tel piège est généré en utilisant des courants  $I_1 = 2\ \text{mA}$  dans



les fils extérieurs de la couche supérieure (voir la configuration à trois fils du chapitre 2), pour un courant  $I_0 = 100$  mA dans le fil orthogonal de la couche inférieure. L'ensemble est soumis à un champ magnétique homogène externe de  $\mathbf{B} = (3.665, 8, 0)$  G. Comme dans le cas des états  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , les atomes sont d'abord pré-refroidis dans le dimple en U jusqu'à environ  $5 \mu\text{K}$  avant d'être transférés dans ce piège. Une seconde rampe de refroidissement linéaire de 75 ms de 3 à 2.30 MHz permet d'obtenir des condensats de  $10^4$  atomes, avec une fraction condensée d'environ 40%. Il est également possible d'obtenir des condensats purs (sans partie thermique visible) d'environ  $6 \times 10^3$  atomes.

### 6.5.3 Séparation cohérente

Une fois le condensat obtenu, une rampe de courant linéaire de  $I_2 = 0$  à 4 mA permet de le séparer en deux. Pour obtenir une séparation symétrique, il est nécessaire d'appliquer un champ magnétique  $B_z$  important de environ 3.25 G, déplaçant fortement le piège selon  $\mathbf{u}_y$ . Il est néanmoins possible de produire des franges d'interférences avec ce piège, avec une méthode similaire au chapitre 6. Ces franges subsistant au moyennage sur 40 réalisations, la séparation est donc cohérente. Une deuxième piège permet d'éviter d'appliquer un champ  $B_z$  important, mais utilise deux sources de courants différentes pour les courants  $I_1$  des fils extérieurs. Même si ce piège est moins stable, il a également été possible de produire des franges d'interférences, et de confirmer la cohérence de la séparation, même avec deux sources différentes. Un déséquilibre de quelques dizaines de  $\mu\text{A}$  entre les deux fils permet d'équilibrer le double puits.

## 6.6 Adressage sélectif

### 6.6.1 Transitions horloges

Une fois le condensat obtenu, il est possible de manipuler l'état interne avec la transition à deux photons. Le fond des différents pièges utilisés (simple ou double puits), sont systématiquement ajusté à des valeurs proches du champ magique, sans compensation du décalage collisionnel. Une source micro-onde non-commerciale permet de générer un champ oscillant à environ 6.834 GHz, de fréquence ajustable, à l'aide d'une antenne externe (voir figure 6.14), délivrant une puissance maximale de environ 40 dBm (*i.e.* environ 10 W). Les fréquences de Rabi à un photon micro-onde sont de l'ordre de 45 kHz au champ magique. Avec une source similaire, et une géométrie identique, les fréquences de Rabi à un photon ont été mesurées à environ 275 kHz sur l'expérience "cavité sur puce", pour des pièges dipolaires, plus éloignés des fils. Cette faible fréquence de Rabi est attribuée à la proximité de la surface métallique de la puce qui est à une dizaine de microns des atomes<sup>3</sup>. Le champ radio-fréquence est généré en modulant un fil de la couche supérieure de la science chip. Dans un simple puits, on obtient alors les oscillations de Rabi à deux photons de la figure (6.15-a). Aucun effet notable dû à la présence du blindage magnétique n'a été observé. Il est également possible de procéder à une interrogation de Ramsey. Pour cela, le condensat est préparé dans une superposition des deux états à l'aide d'une impulsion  $\pi/2$ . Après un temps d'interrogation  $T$ , une deuxième impulsion  $\pi/2$  permet de mesurer la phase accumulée. On obtient alors les franges de Ramsey de la figure (6.15-b). Le temps de cohérence est sans doute limité par la dispersion magnétique de la fréquence, et pourrait être amélioré en tenant compte du décalage collisionnel. En pratique, ce temps de cohérence est suffisant, car beaucoup plus long que le temps de brouillage de phase des états externes. Il est également possible de procéder à une interrogation Ramsey dans un double

<sup>3</sup>les conditions aux limites du champ électromagnétique impose la nullité du champ électrique à la surface métallique, et la transition considérée est dipolaire électrique.

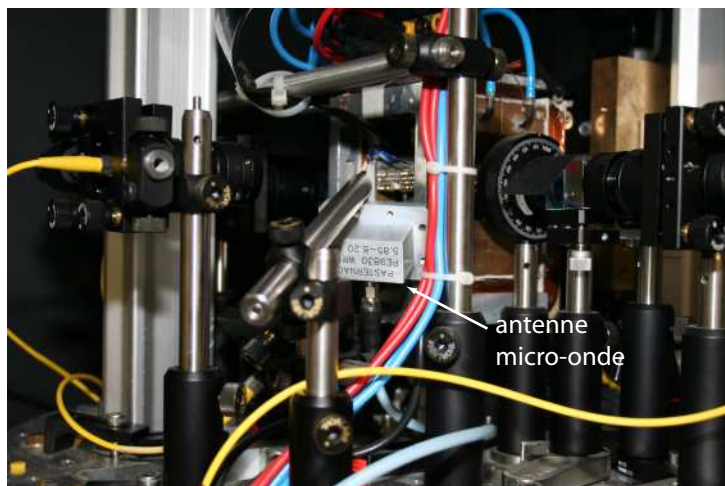


Figure 6.14 – L'antenne micro-onde est placée au plus près possible de la cellule, limitée par l'accès optique des différents faisceaux lasers.

puits. Le condensat est d'abord séparé en deux, avant d'appliquer une séquence Ramsey. Les temps de cohérence obtenus sont alors semblables.

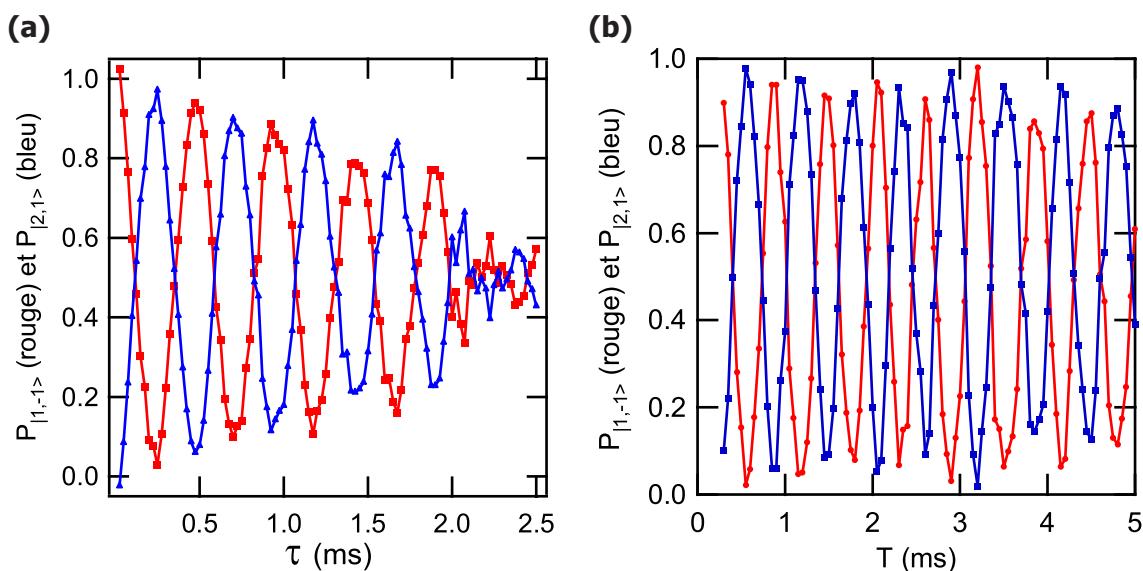


Figure 6.15 – Transitions à deux photons. (a) Oscillations de Rabi à deux photons dans un simple puits de potentiel. (b) Franges de Ramsey dans un simple puits de potentiel.

### 6.6.2 Adressage sélectif d'un puits

Dans cette section, nous nous intéressons à la possibilité de changer l'état interne d'un seul puits. Cette manipulation a déjà été réalisée dans le cas d'atomes uniques [222], où un gradient de champ magnétique permettait de désaccorder les puits adjacents. Dans le cas de la géométrie considérée, il est également possible de jouer avec le déséquilibre du double puits afin que seul un puits soit résonnant sur la transition à deux photons. Néanmoins, pour pouvoir désaccorder un puits, il faut utiliser un champ magnétique différent du champ magique afin de pouvoir bénéficier d'une dépen-

dance de la fréquence à deux photons avec le champ importante. Cela présenterait l'inconvénient d'obtenir des temps de cohérence Ramsey plus faibles, dû à la dispersion des fréquences de transition. Le principe réside néanmoins d'un couplage différent des deux puits de potentiel. Pour coupler de manières différentes les deux puits, on peut remarquer que seule la composante oscillante orthogonale au champ magnétique statique participe à la transition [13, 128], il est donc possible de contrôler le couplage en jouant avec l'orientation du champ oscillant par rapport à la direction du champ statique. On peut donc tirer profit de cette constatation pour le champ radio-fréquence, à partir de la configuration schématisée figure (6.16). On considère un double puits de barrière suff-

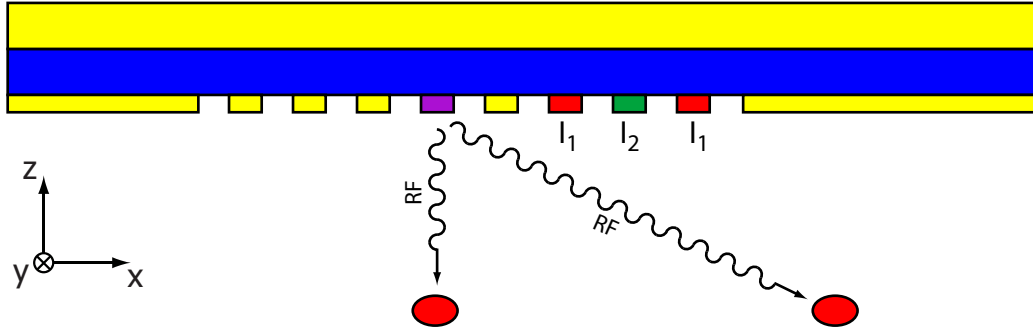


Figure 6.16 – Génération du champ radiofréquence à l'aide de la science chip. Les fils en bleu et rouge permettent de générer le champ magnétique du piège. Le fil en violet est modulé pour générer le champ radiofréquence de la transition à deux photons. Les ellipses rouges schématisent la position des deux nuages, le schéma étant à l'échelle pour un courant  $I_2 = 2.5$  mA. Le couplage entre l'onde radiofréquence est alors beaucoup plus important pour le nuage de droite, car l'onde RF est polarisée colinéairement au champ magnétique du fond du piège de gauche. Seule la composante orthogonale au champ statique compte pour la transition.

isamment élevée ( $I_2 = 2.5$  mA), où les deux nuages sont séparés de  $24 \mu\text{m}$ , à une distance de  $12 \mu\text{m}$  de la surface de la puce. Il existe donc un fil de la couche supérieure à la verticale du nuage (en violet sur la figure (6.16)), où le champ RF généré est colinéaire avec le champ statique du fond du piège. En revanche, pour l'autre puits, la composante orthogonale du champ RF est non nulle. Cela permet en pratique d'obtenir des couplages différents à la radiofréquence pour les deux puits.

Si on note  $\Omega_G$  et  $\Omega_D$  les fréquences de Rabi à deux photons résultantes, on cherche à changer l'état du puits de gauche par exemple, sans affecter celui de droite, on doit alors avoir une durée d'impulsion  $\tau$  telle que

$$\Omega_D \tau = 2\pi p, \quad \Omega_G \tau = \pi + 2\pi q, \quad \text{avec } (p, q) \in \mathbb{N}^2. \quad (6.78)$$

On en déduit donc la contrainte sur les fréquences de Rabi

$$\frac{\Omega_G}{\Omega_D} = \frac{1}{2p} + \frac{q}{p}. \quad (6.79)$$

La distance du nuage au fil va également jouer sur le couplage, induisant un effet opposé à la polarisation (couplage plus important aux faibles distances). En pratique, les fréquences Rabi de chaque puits ont été mesurées, en appliquant la radio fréquence sur chaque fils successivement pour trouver l'optimum. Le meilleur résultat est obtenu pour le fil prédit auparavant (en violet sur la figure (6.16)), situé juste au dessus du nuage de droite. Cela permet ainsi d'obtenir une impulsion  $\pi$  sélective sur le puits de gauche, comme par exemple figure (6.17). La durée de l'impulsion est  $\tau = 175 \mu\text{s}$ , telle que  $\Omega_D \tau \approx 2\pi$  alors que  $\Omega_G \tau \approx 3\pi$ . Pour estimer quantitativement la qualité de l'adressage sélectif, on introduit une quantité  $\mathcal{F}$ , la "fidélité" de l'opération, définie selon

$$\mathcal{F} = P_{G,2} \times P_{D,1}, \quad (6.80)$$

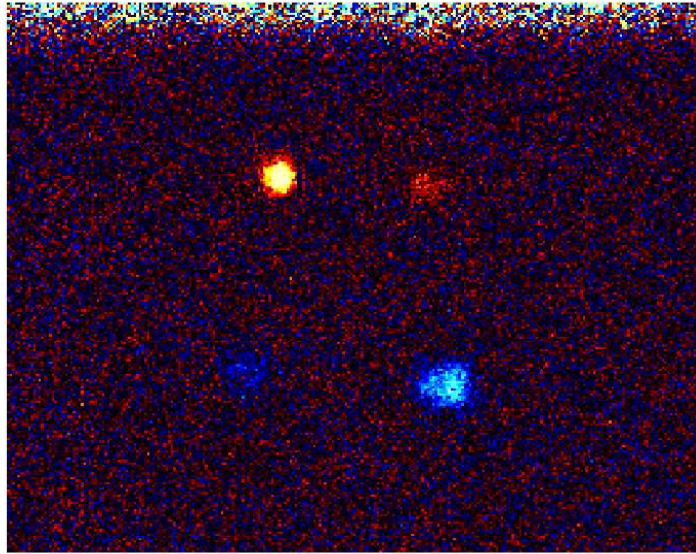


Figure 6.17 – Exemple de réalisation d'une impulsion  $\pi$  sélective sur le puits de gauche. On peut extraire les populations des différents états :  $N(G, |1, -1\rangle) = 200$ ,  $N(G, |2, 1\rangle) = 2020$ ,  $N(D, |1, -1\rangle) = 2120$  et  $N(G, |2, 1\rangle) = 285$ .

où  $P_{G,2}$  (resp.  $P_{D,1}$ ) est la probabilité que les atomes du puits de gauche soient dans l'état  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  (resp. les atomes du puits de droite soient dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ). Une fois le processus optimisé, on obtient typiquement des fidélités de l'ordre de  $\mathcal{F} \approx 80\%$ .



# CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons décrit la réalisation expérimentale d'une séparation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein dans un double puits de potentiel. À ce jour, il s'agit de la seule expérience basée sur des potentiels purement magnétiques qui a permis une séparation cohérente, malgré de nombreuses tentatives précédentes qui furent infructueuses [133, 134, 128]. Nous avons également développé un système d'imagerie de précision, quasiment limité par le bruit de grenaille optique. La qualité de ce système d'imagerie, ainsi que le long travail de stabilisation à long terme de l'expérience, ont permis l'observation directe de fluctuations de populations relatives inférieures à la limite quantique standard. Cette réduction des fluctuations est due à la génération d'un état comprimé lors de la montée de barrière, conséquence des non linéarités introduites par les interactions atomiques. Ce résultat est donc la conséquence d'un processus cohérent, produisant un état non classique, dont la mesure directe a également été rapporté à Heidelberg [119], Copenhague [48, 49] et au MIT [51, 52]. Il convient de ne pas confondre ces expériences avec les statistiques sub-poissoniennes observées à partir de processus de pertes non linéaires [193, 194]. Contrairement à ces processus incohérents, les états comprimés observés dans ce travail de thèse sont potentiellement utiles pour l'interférométrie, permettant de diminuer l'erreur sur une mesure de phase [36, 37].

Nous avons également étudié la dépendance en température des fluctuations de différence de population lors de la séparation dynamique d'un condensat de Bose-Einstein en deux. Nous avons observé la transition entre un régime sub-poissonien aux basses températures, et un régime super-poissonien aux températures plus élevées, jusqu'au régime d'un nuage thermique, où les fluctuations sont poissoniennes. Le comportement sub-poissonien est une conséquence des effets non linéaires des interactions, alors que le comportement super-poissonien est un effet entropique, lié à l'indiscernabilité des particules bosoniques, signature directe de la statistique bosonique. Ces résultats ont été interprétés par un modèle statique. Ainsi, la génération d'états comprimés pour les états externes est très sensible à la température et donc au chauffage technique du nuage. En revanche, dans le cas de la compression des états internes, les processus utilisés sont indépendants de la température, et donc plus robustes [51, 52, 48, 49].

Les états comprimés en phase permettent d'améliorer les performances d'un interféromètre de Ramsey, et donc d'une horloge atomique [51, 52]. La variance de la population relative joue également un rôle crucial dans la dynamique de phase relative, en particulier dans le cas d'un interféromètre basé sur les états externes. Avec des états comprimés en nombre, la réduction de la variance de la population relative permet d'augmenter le temps de brouillage de phase, et donc d'augmenter le temps d'interrogation, *i.e.* indirectement la résolution dans la mesure de phase.

Nous avons également développé une nouvelle méthode de mesure de phase entre les deux nuages, basée sur l'initiation d'oscillations antisymétriques des deux nuages. Après une demi-période d'oscillation, les deux nuages sont fortement rapprochés, permettant d'augmenter notablement l'interfrange des interférences. Cela nous a permis de démontrer que la séparation du condensat est bien cohérente, ainsi que d'observer l'évolution temporelle de la phase relative. Le temps de brouillage de phase a également été estimé à quelques millisecondes, conformément aux prédictions théoriques. Limité par la méthode de détection, le contraste initial des franges n'est pas assez élevé

pour affirmer que les états comprimés produits le sont au sens de la compression de spin [36, 37] , *i.e.* que la cohérence de phase reste suffisamment importante pour obtenir un gain métrologique.

À court terme, il serait intéressant d'élaborer des simulations numériques permettant de décrire la dynamique de la montée de barrière, à température finie, pour justifier les résultats expérimentaux obtenus. Il sera sans doute plus simple et rapide d'adapter l'expérience au cas statique. Pour cela, on peut imaginer une montée de barrière à une valeur donnée, que l'on maintient pendant un certain temps. Une fois l'équilibre atteint, la barrière est brusquement montée et les populations des deux puits gelées, permettant de se placer alors dans les conditions de la référence [199], dont les résultats sont analytiques.

Un point délicat de l'expérience reste la mesure de phase. À plus long terme, il sera nécessaire de trouver un protocole permettant d'améliorer les mesures, et éventuellement d'approfondir l'idée consistant à transférer l'information de phase sur les populations des deux états internes.

La géométrie actuelle offre un certain nombre de possibilités à explorer. En particulier, le triple puits est un système étudié théoriquement [139, 140, 141, 142] mais jamais réalisé expérimentalement dans une géométrie en ligne<sup>4</sup>. Ce système présente de nombreux phénomènes avec notamment une dynamique chaotique, mais également la possibilité d'observer un flux atomique non nul, avec une population du puits central quasi nulle [144, 145]. Les triples puits asymétriques ont également été étudiés, avec la possibilité d'un comportement type "transistor à atomes" : un flux atomique macroscopique entre les deux puits externes peut être contrôlé par la présence ou non d'un nuage avec un petit nombre d'atomes dans le puits central [146], voire avec un atome unique [147, 148, 149]. Enfin, à partir de quatre puits de potentiel, il est possible de travailler avec des géométries en carrés, et donc des interféromètres sensibles aux rotations.

En conclusion, nous avons donc réalisé une séparation cohérente à l'aide d'un potentiel purement magnétique, permettant d'envisager une dynamique cohérente sur  $M$  puits ( $M > 2$ ). Cette géométrie nous a permis de produire et d'observer directement des états non classiques, potentiellement intéressants pour la métrologie. Cependant, le facteur de compression obtenu est fortement dépendant avec la température initiale du nuage, nécessitant de travailler à très basses températures, comparées aux interactions ( $NE_C/k_B$ ). Seul un bon contrôle expérimental de la température a permis d'observer ces états. De plus, ces états comprimés en nombre étant difficiles à convertir en état comprimés en phase, la compression d'états internes et non externes semble plus aisée et surtout plus robuste, les mécanismes de compression étant indépendants de la température. Dans l'avenir, pour aller plus loin sur les doubles puits, il conviendra d'améliorer notablement les mesures de phases, sans doute avec une nouvelle géométrie. Au-delà, le triple puits de potentiel semble offrir un système à la physique riche, mais plus sensible aux fluctuations techniques.

---

<sup>4</sup>une géométrie en triangles a cependant été réalisée [143], basé sur des potentiels optiques.

# ANNEXES







## DONNÉES DU $^{87}\text{Rb}$ ET AUTRES CONSTANTES

Nom	Symbole	Valeur	Unité
Abondance relative naturelle		27.83 %	
Masse	$m_{\text{Rb}}$	86.9902	uma
		$1.44451 \cdot 10^{-25}$	kg
Rayon atomique	$r_{\text{Rb}}$	5.632	$a_0$
Spin Nucléaire	$I$	3/2	
Longueur d'onde de la transition D2	$\lambda_{\text{D2}}$	780.241	nm
Largeur naturelle de la transition D2	$\Gamma_{\text{D2}}$	$2\pi \cdot 6.06$	MHz
Longueur d'onde de la transition D1	$\lambda_{\text{D1}}$	794.979	nm
Largeur naturelle de la transition D1	$\Gamma_{\text{D1}}$	$2\pi \cdot 5.58$	MHz
Séparation hyperfine du fondamental	$\nu_{\text{hf}}$	6.834682	MHz
Éclairement de saturation	$I_{\text{sat}}$	1.654	$\text{mW}/\text{cm}^2$
Fréquence de recul	$\nu_{\text{rec}}$	$2\pi \cdot 3.7709$	kHz
Température Doppler	$T_{\text{D}}$	146	$\mu\text{K}$



# B

## RAMPES TEMPORELLES

### B.1 Rampe TurnOn

Pour éviter d'exciter les atomes, par exemple dans les phases de compression, la modification d'une grandeur expérimentale comme un courant ou un champ homogène s'effectue suivant une rampe  $f$ , définie comme étant le polynôme d'ordre le plus faible tel que :

- lorsque  $t$  va de 0 à 1,  $f$  passe de 0 à 1,
- $\frac{\partial f}{\partial t}\Big|_0 = \frac{\partial f}{\partial t}\Big|_1 = 0$ ,
- $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\Big|_0 = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\Big|_1 = 0$ .

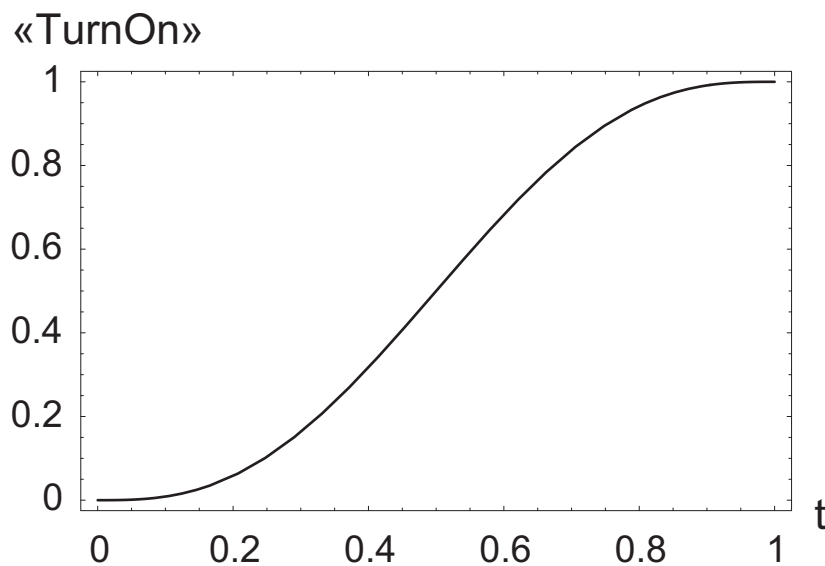
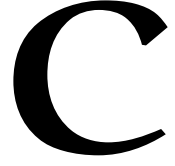


Figure B.1 – Rampe "TurnOn".





# MÉTHODES ALTERNATIVES DE CALIBRATION

D'autres méthodes existent pour calibrer le nombre d'atomes de manière absolue. Nous allons brièvement les décrire, ainsi qu'exposer les raisons pour lesquelles elles n'ont pas été utilisées.

## C.1 Taille d'un condensat

Comme nous l'avons vu dans la section 4.3.2 du chapitre 4, la taille d'un condensat de Bose-Einstein est liée au nombre d'atomes dans ce dernier. Dans le régime de Thomas-Fermi, on a montré que, pour un condensat en cigare selon l'axe  $x$

$$R_{y,z}(t) = \frac{(15\hbar^2)^{1/5}}{m^{2/5}} a^{1/5} \sqrt{1 + \tau^2 \omega_x^{3/5} \omega_{y,z}^{1/5} N^{1/5}}, \quad (\text{C.1})$$

où  $R_{y,z}$  est le rayon de Thomas-Fermi selon les axes rapides  $y$  et  $z$ ,  $a$  la longueur de diffusion des collisions d'ondes  $s$ ,  $m$  la masse d'un atome,  $\tau = \omega_{y,z} t_{\text{vol}}$  avec  $t_{\text{vol}}$  le temps de vol, et  $N$  le nombre d'atomes condensés. Par simplification, notons  $R$  le rayon de Thomas-Fermi considéré et  $\beta$  le coefficient multiplicatif. Soit  $N_{\text{réel}}$  le nombre d'atomes dans le condensat. On aura donc  $R = \beta N_{\text{réel}}^{1/5}$ . En pratique, si la détection n'est pas correctement calibrée, on obtiendra une constante différente  $\beta_{\text{eff}}$  telle que  $R = \beta_{\text{eff}} N_{\text{mesuré}}^{1/5}$ . Soit  $\alpha$  le paramètre correctif tel que  $N_{\text{mesuré}} = \alpha N_{\text{réel}}$ . En identifiant les deux relations donnant le rayon de Thomas-Fermi, on obtient trivialement

$$R = \beta_{\text{eff}} N_{\text{mesuré}}^{1/5} = \beta_{\text{eff}} \alpha^{1/5} N_{\text{réel}}^{1/5} = \beta_{\text{eff}} \alpha^{1/5} \frac{1}{\beta} R, \quad (\text{C.2})$$

et permet donc d'obtenir le coefficient correctif  $\alpha$  selon

$$\alpha = \left( \frac{\beta}{\beta_{\text{eff}}} \right)^{1/5}. \quad (\text{C.3})$$

Cette méthode suppose une parfaite connaissance des fréquences du piège, intervenant dans le facteur  $\beta$ . L'équation (C.3) est une loi de puissance à l'ordre 5 se traduisant par une amplification d'un facteur 5 de l'erreur relative sur la mesure de  $\beta$ . Cette relation a été établie dans le cas simple du régime de Thomas-Fermi, mais permet d'obtenir les lois d'échelle typiques de cette méthode. En pratique, pour calibrer la détection, il convient de résoudre numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii 3D, avant et pendant le temps de vol pour estimer correctement le nombre d'atomes en

fonction de la taille du nuage. Cette procédure a été réalisée lors de la calibration de la détection de l'expérience de Heidelberg [11]. Cependant, dans notre cas, la mesure de la taille du condensat souffre d'une mauvaise résolution optique (rayon de la tâche d'Airy de  $4\mu\text{m}$ ). Il faudra également couper les pièges très rapidement devant leurs fréquences typiques, sinon le nuage évoluera jusqu'à la rupture d'adiabaticité dans un piège intermédiaire, introduisant un biais notable dans la calibration de la détection. Il convient d'en tenir compte dans les calculs numériques ou bien de rendre cet effet négligeable. Dans le cas des potentiels optiques de Heidelberg, ce problème n'existe pas car les faisceaux lasers peuvent être coupés quasi-instantanément. Dans le cas des potentiels magnétiques, le temps de coupure peut être de l'ordre de grandeur des fréquences de piégeage, et l'effet complexe à estimer, en tout cas avec la précision requise. Une solution consiste à transférer le nuage vers un piège de faible confinement (fréquences de piégeage inférieures à 100 Hz typiquement). L'inconvénient alors provient de la petite taille du nuage dans un tel piège, rendant l'effet de la résolution optique plus important.

Pour l'ensemble de ces raisons, il a été jugé plus prudent d'éviter une calibration avec cette méthode, pour ne pas introduire un biais involontairement.

## C.2 Point critique de la transition

Une deuxième méthode consiste à utiliser un point de référence, en pratique le point critique de la transition de Bose-Einstein. Par simplicité, considérons le cas d'un gaz de bosons idéal dans un piège harmonique 3D. On a la relation entre le nombre d'atomes  $N_c$  et la température  $T_c$  au point critique [23]

$$N_c = g_3(1) \left( \frac{k_B T_c}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3, \quad (\text{C.4})$$

où  $\bar{\omega}$  est la moyenne géométrique des fréquences angulaires du piège

$$\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}, \quad (\text{C.5})$$

et  $g_\alpha(z)$  est défini selon

$$g_\alpha(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n^\alpha}. \quad (\text{C.6})$$

La mesure du point critique n'est pas une chose aisée, et l'on utilise plutôt la courbe de la fraction condensée en fonction de la température, qui est, pour un gaz idéal [23]

$$\frac{N_{\text{cond}}}{N_{\text{tot}}} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3, \quad (\text{C.7})$$

où  $N_{\text{cond}}$  est le nombre d'atomes dans le fondamental,  $N_{\text{tot}}$  le nombre d'atomes total,  $T$  la température du gaz et  $T_c$  la température de transition, dépendant du nombre d'atomes total *via* l'équation (C.4). Ainsi, en mesurant la fraction condensée à l'aide d'un ajustement bimodal ainsi que la température, on doit pouvoir extraire  $T_c$  et donc  $N_c$  de manière absolue. Une mesure "directe" du nombre d'atomes comparée à la valeur déduite par la méthode précédente permet de calibrer le système de détection. En pratique, il convient de prendre quelques précautions, décrites dans [223]. Les effets de tailles finies (description canonique) et les interactions modifient légèrement la courbe [30, 224, 24], la température de transition réelle étant inférieure à  $T_c$  avec un décalage de quelques pour cents en général. Une deuxième précaution est à prendre lors des mesures de température. La présence de la fraction condensée très dense au centre modifie localement la distribution de vitesse au centre du nuage. Pour estimer la température, il conviendra de réaliser un ajustement uniquement avec les ailes de

la distribution du nuage thermique, suffisamment loin du centre. Cette méthode de calibration a récemment été rapportée par John Close [41], en tenant compte des effets de taille finie.

Dans le dispositif expérimental considéré dans ce mémoire, deux difficultés expérimentales n'ont pas permis d'obtenir des mesures de températures satisfaisantes.

- La première provient des fréquences élevées des pièges utilisés. Lors de la coupure du piège, les différents courants ne sont pas éteints instantanément, dépendant du détail de chaque source. Il va s'en suivre un régime transitoire durant lequel les atomes évoluent adiabatiquement dans un piège se déformant, jusqu'à la rupture d'adiabaticité où la distribution de vitesse est, en première approximation, gelée. Expérimentalement, un décalage de 25 à 50  $\mu\text{s}$  dans la coupure d'un fil suffit à modifier considérablement la température mesurée (jusqu'à un facteur 2 ou 3), confirmant la présence de cet effet. Un petit modèle simple, basé sur la géométrie d'un fil infini superposé à un champ uniforme, a confirmé les ordres de grandeurs des variations mesurées. Pour remédier à cela, il est possible d'utiliser un piège de faible confinement comparé aux fréquences de coupure des pièges.
- Si l'on ignore le problème précédent, il est nécessaire de mesurer la température seulement avec les ailes de la distribution du nuage thermique, loin du pic de densité. En pratique, cela ne pose pas de problème dans le cas des différentes expériences citées, le nombre d'atomes dans le nuage étant important et les fréquences des pièges faibles, donc l'étalement du nuage après temps de vol aussi. Dans notre cas, les pièges sont plus confinants avec des nombres d'atomes plus faibles ( $< 2 \times 10^4$ ). Le signal sera donc beaucoup plus faible, rendant en pratique la mesure difficile, en tout cas avec une bonne précision.

Nous avons tenté de calibrer le système de détection avec cette méthode, mais les valeurs obtenues étaient aberrantes, attribuées au premier effet mentionné précédemment.





# D

## ÉLECTRONIQUE

**D.1 Interrupteur pour source de courant**

**D.2 Source micro-onde**

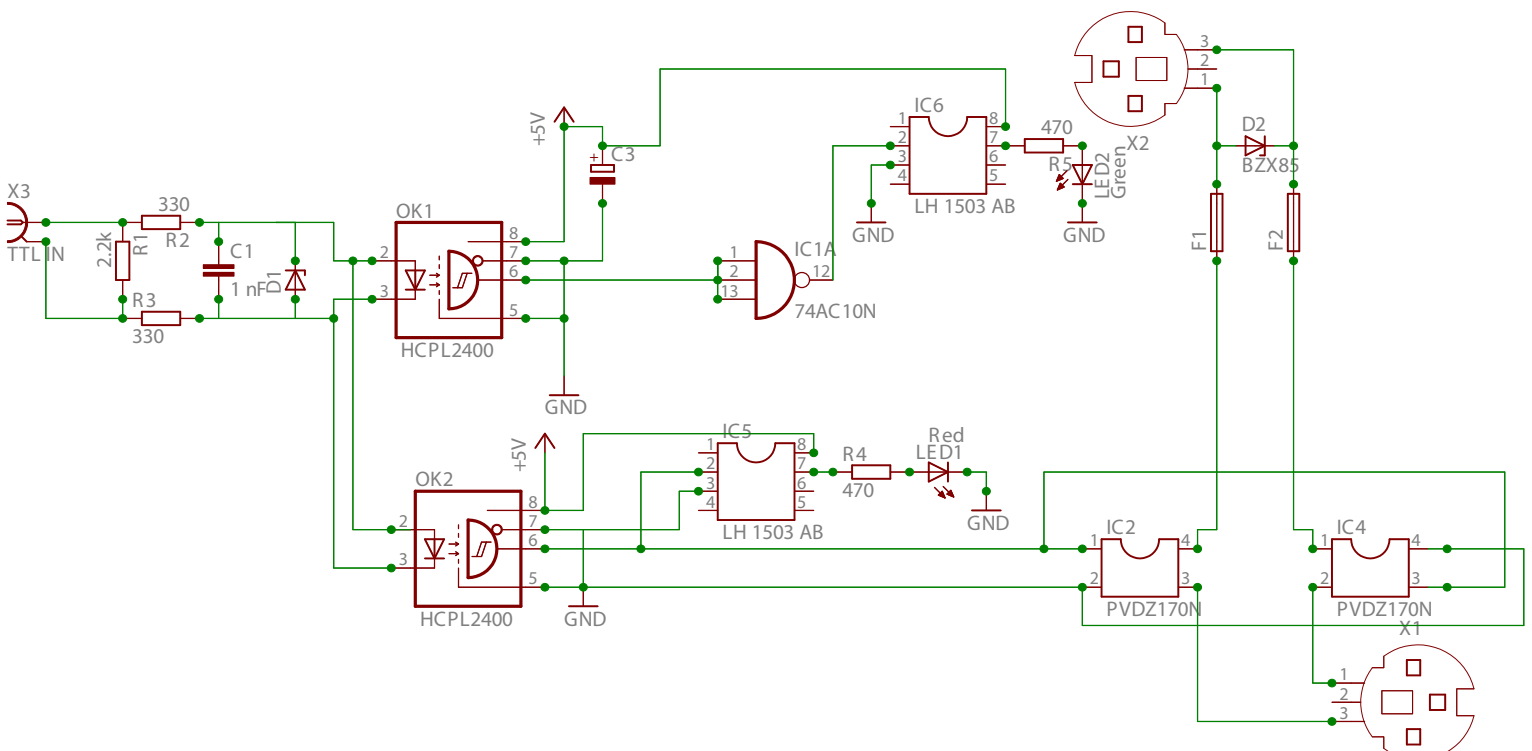


Figure D.1 – Schéma électronique de l'interrupteur à source de courant. Ce dernier est utilisé pour déconnecter la source alimentant le grand Z, lorsque le transfert dans le petit Z a été effectué.

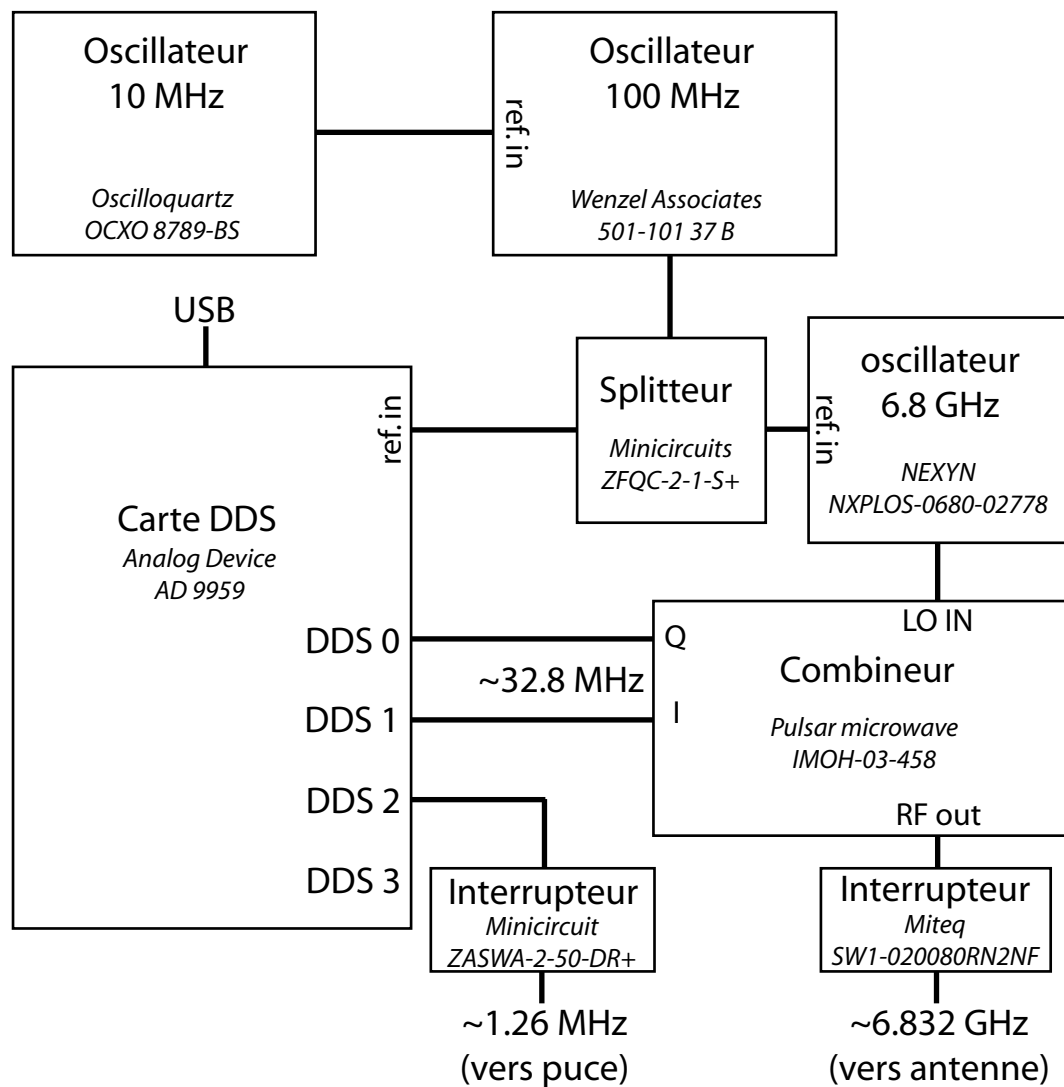


Figure D.2 – Schéma simplifié de la source micro-onde. Un amplificateur permet d'augmenter la puissance micro-onde ensuite jusqu'à 40 dBm (non représenté).



# BIBLIOGRAPHY

- [1] Albert Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen gases. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, Bericht 22:261–267, 1924. (Cité pages 5 et 8).
- [2] Albert Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen gases. ii. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, Bericht 1:3–14, 1925. (Cité pages 5 et 8).
- [3] Albert Einstein. Zur quantentheorie des idealen gases. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, Bericht 3:18–25, 1925. (Cité pages 5 et 8).
- [4] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269(5221):198–201, 1995. (Cité pages 5, 44 et 47).
- [5] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75(22):3969–3973, Nov 1995. (Cité pages 5 et 44).
- [6] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Phys. Lett.*, 1(7):251–253, 1962. (Cité pages 5, 8, 26 et 27).
- [7] B. D. Josephson. Supercurrents through barriers. *Advances in Physics*, 14:419, 1965. (Cité pages 5, 8, 26 et 27).
- [8] K. K. Likharev. Superconducting weak links. *Rev. Mod. Phys.*, 51(1):101–159, Jan 1979. (Cité pages 5, 8 et 27).
- [9] Juha Javanainen. Oscillatory exchange of atoms between traps containing bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 57(25):3164–3166, Dec 1986. (Cité pages 5 et 8).
- [10] R. Gati, J. Estève, B. Hemmerling, T.B. Ottenstein, J. Appmeier, A. Weller, and M.K. Oberthaler. A primary noise thermometer for ultracold bose gases. *New Journal of Physics*, 8(189), 2006. (Cité pages 5, 8 et 13).
- [11] Rudolf Gati. *Bose-Einstein Condensates in a single Double Well Potential*. PhD thesis, University of Heidelberg, 2007. (Cité pages 5, 8, 29, 34, 58 et 200).
- [12] Michael Albiez, Rudolf Gati, Jonas Fölling, Stefan Hunsmann, Matteo Cristiani, and Markus K. Oberthaler. Direct observation of tunneling and nonlinear self-trapping in a single bosonic josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 95(1):010402, 2005. (Cité pages 5, 28, 31, 58, 59 et 162).
- [13] T. Schumm, S. Hofferberth, L. M. Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Krüger. Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip. *Nature Physics*, 1(1):57–62, Oct 2005. (Cité pages 5, 58, 61, 162, 168, 170, 172 et 188).

- [14] G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A.G. Mann, S. Chang, A.N. Luiten, and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain: A high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23):4619–4622, Jun 1999. (Cité page 5).
- [15] Mark Kasevich and Steven Chu. Atomic interferometry using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67(2):181–184, Jul 1991. (Cité page 6).
- [16] Masahiro Kitagawa and Masahito Ueda. Squeezed spin states. *Phys. Rev. A*, 47(6):5138–5143, Jun 1993. (Cité pages 6, 8, 14, 23, 56, 146, 148 et 160).
- [17] B. Yurke and D. Stoler. Generating quantum mechanical superpositions of macroscopically distinguishable states via amplitude dispersion. *Phys. Rev. Lett.*, 57(1):13–16, Jul 1986. (Cité pages 6, 8, 16, 33 et 165).
- [18] Yun Li, Y. Castin, and A. Sinatra. Optimum spin squeezing in bose-einstein condensates with particle losses. *Phys. Rev. Lett.*, 100(21):210401, May 2008. (Cité pages 6, 8 et 14).
- [19] S.V. Pereverzev, A. Loshak, S. Backhaus, J.C. Davis, and R.E. Packard. Quantum oscillations between two weakly coupled reservoirs of superfluid  $^3\text{He}$ . *Nature*, 388:449–451, 1997. (Cité page 8).
- [20] S. Backhaus, S. Pereverzev, A. Loshak, J.C. Davis, and R.E. Packard. Direct measurement of the current-phase relation of a superfluid  $^3\text{He}$ -b weak link. *Science*, 278:1435, 1997. (Cité page 8).
- [21] J. C. Davis and R. E. Packard. Superfluid  $^3\text{He}$  josephson weak links. *Rev. Mod. Phys.*, 74(3):741–773, Jul 2002. (Cité page 8).
- [22] Kalyani Sukhatme, Yury Mukharsky, Talso Chui, and David Pearson. Observation of the ideal josephson effect in superfluid  $^4\text{He}$ . *Nature*, 411:280–283, 2001. (Cité page 8).
- [23] C.J. Pethick and H. Smith. *Bose-Einstein condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2002. (Cité pages 8, 9, 11, 49, 50, 57, 151, 163, 167, 169 et 200).
- [24] Wolfgang Ketterle and N. J. van Druten. Bose-einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions. *Phys. Rev. A*, 54(1):656–660, Jul 1996. (Cité pages 10 et 200).
- [25] Klaus Kirsten and David J. Toms. Bose-einstein condensation of atomic gases in a general harmonic-oscillator confining potential trap. *Phys. Rev. A*, 54(5):4188–4203, Nov 1996. (Cité page 10).
- [26] S. Grossmann and M. Holthaus. On bose-einstein condensation in harmonic traps. *Physics Letters A*, 208:188, 1995. (Cité page 10).
- [27] N. N. Bogoliubov. On the theory of superfluidity. *J. Phys. (USSR)*, 11:23, 1947. (Cité page 10).
- [28] W. Ketterle, D.S. Durfee, and D.M. Stamper-Kurn. Making, probing and understanding bose-einstein condensates. In *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, 1999. (Cité pages 11, 13, 45 et 84).
- [29] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari. Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting bose gas. *Phys. Rev. A*, 54(6):R4633–R4636, Dec 1996. (Cité page 12).

- [30] Fabrice Gerbier. *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. (Cité pages 12 et 200).
- [31] Peter Arnold and Boris Tomášik.  $t_c$  for trapped dilute bose gases: A second-order result. *Phys. Rev. A*, 64(5):053609, Oct 2001. (Cité page 12).
- [32] Rudolf Gati, Børge Hemmerling, Jonas Fölling, Michael Albiez, and Markus K. Oberthaler. Noise thermometry with two weakly coupled bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 96(13):130404, Apr 2006. (Cité page 13).
- [33] Y. Castin and R. Dum. Bose-einstein condensates in time dependent traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77(5315), 1996. (Cité page 14).
- [34] Y. Kagan, E.L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov. Evolution of a bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Phys. Rev. A*, 54(R1753), 1996. (Cité page 14).
- [35] F. Dalfovo, C. Minniti, S. Stringari, and L. Pitaevskii. Nonlinear dynamics of a bose condensed gas. *Physics Letters A*, 227(259), 1997. (Cité page 14).
- [36] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 46(11):R6797–R6800, Dec 1992. (Cité pages 14, 19, 146, 148, 191 et 192).
- [37] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, and D. J. Heinzen. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 50(1):67–88, Jul 1994. (Cité pages 14, 19, 24, 191 et 192).
- [38] Yun Li. *États comprimés de spin dans un condensat de Bose-Einstein*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010. (Cité pages 14, 41, 134, 148 et 149).
- [39] S.M. Barnett, C. Fabre, and A. Maître. Ultimate quantum limits for resolution of beam displacements. *Eur. Phys. J. D*, 22(3):513–519, Mar 2003. (Cité page 17).
- [40] K.I. Petsas, A. Gatti, L.A. Lugiato, and C. Fabre. Multimode squeezed states produced by a confocal parametric oscillator. *Eur. Phys. J. D*, 22(3):501–512, Mar 2003. (Cité page 17).
- [41] D. Döring, G. McDonald, J.E. Debs, C. Figl, P.A. Altin, H.-A. Bachor, N.P. Robins, and J.D. Close. Quantum projection noise limited interferometry with coherent atoms in a ramsey type setup. *quant-ph/arXiv:1002.3624*. (Cité pages 18 et 201).
- [42] V. Meyer, M. A. Rowe, D. Kielpinski, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland. Experimental demonstration of entanglement-enhanced rotation angle estimation using trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 86(26):5870–5873, Jun 2001. (Cité page 18).
- [43] D. Leibfried, M. D. Barrett, T. Schaetz, J. Britton, J. Chiaverini, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, and D. J. Wineland. Toward Heisenberg-Limited Spectroscopy with Multiparticle Entangled States. *Science*, 304(5676):1476–1478, 2004. (Cité page 18).
- [44] J. M. Geremia, John K. Stockton, and Hideo Mabuchi. Tensor polarizability and dispersive quantum measurement of multilevel atoms. *Phys. Rev. A*, 73(4):042112, Apr 2006. (Cité page 25).
- [45] JM Geremia, John K. Stockton, and Hideo Mabuchi. Suppression of spin projection noise in broadband atomic magnetometry. *Phys. Rev. Lett.*, 94(20):203002, May 2005. (Cité page 25).



- [46] JM Geremia, John K. Stockton, and Hideo Mabuchi. Real-Time Quantum Feedback Control of Atomic Spin-Squeezing. *Science*, 304(5668):270–273, 2004. (Cité page 25).
- [47] Monika H. Schleier-Smith, Ian D. Leroux, and Vladan Vuletić. States of an ensemble of two-level atoms with reduced quantum uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, 104(7):073604, Feb 2010. (Cité pages 25 et 160).
- [48] W. Wasilewski, K. Jensen, H. Krauter, J.J. Renema, M.V. Balabas, and E.S. Polzik. Quantum noise limited and entanglement-assisted magnetometry. *quant-ph/ArXiv:0907.2453v4*. (Cité pages 25 et 191).
- [49] J. Appel, P.J. Windpassinger, D. Oblak, U.B. Hoff, N. Kjaergaard, and E.S. Polzik. Mesoscopic atomic entanglement for precision measurements beyond the standard quantum limit. *quant-ph/ArXiv:0810.3545*. (Cité pages 25 et 191).
- [50] T. Takano, M. Fuyama, R. Namiki, and Y. Takahashi. Spin squeezing of a cold atomic ensemble with the nuclear spin of one-half. *Phys. Rev. Lett.*, 102(3):033601, Jan 2009. (Cité page 25).
- [51] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, and Vladan Vuletić. Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin. *Phys. Rev. Lett.*, 104(7):073602, Feb 2010. (Cité pages 25 et 191).
- [52] Monika H. Schleier-Smith, Ian D. Leroux, and Vladan Vuletić. Squeezing the collective spin of a dilute atomic ensemble by cavity feedback. *Phys. Rev. A*, 81(2):021804, Feb 2010. (Cité pages 25 et 191).
- [53] Paul H. Smith, Sidney Shapiro, John L. Miles, and James Nicol. Superconducting characteristics of superimposed metal films. *Phys. Rev. Lett.*, 6(12):686–688, Jun 1961. (Cité page 27).
- [54] P. W. Anderson and J. M. Rowell. Probable observation of the josephson superconducting tunneling effect. *Phys. Rev. Lett.*, 10(6):230–232, Mar 1963. (Cité page 27).
- [55] Michael Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. Physics & Astronomy Series. McGraw-Hill, Second edition, 1996. (Cité page 27).
- [56] D. Ananikian and T. Bergeman. Gross-pitaevskii equation for bose particles in a double-well potential: Two-mode models and beyond. *Phys. Rev. A*, 73(1):013604, Jan 2006. (Cité pages 28, 29, 30, 31 et 32).
- [57] S. Raghavan, A. Smerzi, S. Fantoni, and S. R. Shenoy. Coherent oscillations between two weakly coupled bose-einstein condensates: Josephson effects,  $\pi$  oscillations, and macroscopic quantum self-trapping. *Phys. Rev. A*, 59(1):620–633, Jan 1999. (Cité pages 28, 29, 30 et 31).
- [58] S. Levy, E. Lahoud, I. Shomroni, and J. Steinhauer. The a.c. and d.c. josephson effects in a bose-einstein condensate. *Nature*, 449:579, 2007. (Cité page 28).
- [59] F. S. Cataliotti, S. Burger, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, A. Trombettoni, A. Smerzi, and M. Inguscio. Josephson junction arrays with bose-einstein condensates. *Science*, 293:843–846, 2001. (Cité page 28).
- [60] J. Sebby-Strabley, B. L. Brown, M. Anderlini, P. J. Lee, W. D. Phillips, J. V. Porto, and P. R. Johnson. Preparing and probing atomic number states with an atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 98(20):200405, May 2007. (Cité page 28).

- [61] R Gati and M. K. Oberthaler. A bosonic josephson junction. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 40(10):R61, 2007. (Cité page 29).
- [62] Juha Javanainen and Misha Yu. Ivanov. Splitting a trap containing a bose-einstein condensate: Atom number fluctuations. *Phys. Rev. A*, 60(3):2351–2359, Sep 1999. (Cité pages 29, 40 et 146).
- [63] A. Smerzi, S. Fantoni, S. Giovanazzi, and S.R. Shenoy. Quantum coherent atomic tunneling between two trapped bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 79(25), 1997. (Cité page 29).
- [64] G. J. Milburn, J. Corney, E. M. Wright, and D. F. Walls. Quantum dynamics of an atomic bose-einstein condensate in a double-well potential. *Phys. Rev. A*, 55(6):4318–4324, Jun 1997. (Cité pages 29 et 31).
- [65] J. R. Anglin, P. Drummond, and A. Smerzi. Exact quantum phase model for mesoscopic josephson junctions. *Phys. Rev. A*, 64(6):063605, Nov 2001. (Cité page 29).
- [66] S. Raghavan, A. Smerzi, and V. M. Kenkre. Transitions in coherent oscillations between two trapped bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 60(3):R1787–R1790, Sep 1999. (Cité page 29).
- [67] I. Marino, S. Raghavan, S. Fantoni, S. R. Shenoy, and A. Smerzi. Bose-condensate tunneling dynamics: Momentum-shortened pendulum with damping. *Phys. Rev. A*, 60(1):487–493, Jul 1999. (Cité pages 30 et 31).
- [68] Y.-B. Zhang and H.J.W. Müller-Kirsten. Instanton approach to josephson tunneling between trapped condensates. *Eur. Phys. J. D*, 17(3):351–363, 2001. (Cité page 31).
- [69] Anthony J. Leggett. Bose-einstein condensation in the alkali gases: Some fundamental concepts. *Rev. Mod. Phys.*, 73(2):307–356, Apr 2001. (Cité pages 31, 32 et 34).
- [70] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler. Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature*, 464:1165–1169, 2010. (Cité page 38).
- [71] M. F. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein. Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology. *Nature*, 464:1170–1173, 2010. (Cité pages 38 et 182).
- [72] L. Pezzé, A. Smerzi, G.P. Berman, A.R. Bishop, and L.A. Collins. Dephasing and breakdown of adiabaticity in the splitting of bose-einstein condensates. *New Journal of Physics*, 7(1):85, 2005. (Cité pages 40 et 56).
- [73] C. Menotti, J. R. Anglin, J. I. Cirac, and P. Zoller. Dynamic splitting of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 63(2):023601, Jan 2001. (Cité pages 40 et 56).
- [74] Alan L. Migdall, John V. Prodan, William D. Phillips, Thomas H. Bergeman, and Harold J. Metcalf. First observation of magnetically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 54(24):2596–2599, Jun 1985. (Cité pages 44 et 46).
- [75] Claude Cohen-Tannoudji. *Piégeage d’atomes neutres par refroidissement laser*. Cours du Collège de France, 1983-84. (Cité page 44).
- [76] H. Metcalf and P. Van Der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999. (Cité page 44).
- [77] T. Bergeman, G. Erez, and H.J. Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 61:033412, 2000. (Cité page 44).

- [78] W.H. Wing. On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Prog. Quant. Electr.*, 8:181, 1984. (Cité page 44).
- [79] Matthew T. Hummon, Wesley C. Campbell, Hsin-I Lu, Edem Tsikata, Yihua Wang, and John M. Doyle. Magnetic trapping of atomic nitrogen ( $n14$ ) and cotrapping of nh ( $x\sigma - 3$ ). *Phys. Rev. A*, 78(5):050702, Nov 2008. (Cité pages 45 et 49).
- [80] John M. Doyle, Bretislav Friedrich, Jinha Kim, and David Patterson. Buffer-gas loading of atoms and molecules into a magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 52(4):R2515–R2518, Oct 1995. (Cité pages 45 et 49).
- [81] Wolfgang Petrich, Michael H. Anderson, Jason R. Ensher, and Eric A. Cornell. Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74(17):3352–3355, Apr 1995. (Cité page 45).
- [82] Kendall B. Davis, Marc-Oliver Mewes, Michael A. Joffe, Michael R. Andrews, and Wolfgang Ketterle. Evaporative cooling of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74(26):5202–5205, Jun 1995. (Cité page 45).
- [83] J. R. Petta, H. Lu, and A. C. Gossard. A Coherent Beam Splitter for Electronic Spin States. *Science*, 327(5966):669–672, 2010. (Cité page 45).
- [84] D.A. Steck. Rubidium 87 d line data, 2003. (Cité page 46).
- [85] G. Breit and I. Rabi. Measurement of nuclear spin. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1931. (Cité page 46).
- [86] Y.V. Gott, M.S. ioffe, and V.G. Tel'kovskii. Some new results on confining of plasmas in a magnetic trap. *Nuclear Fusion Supplement*, 3:1045, 1962. (Cité page 46).
- [87] David E. Pritchard. Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51(15):1336–1339, Oct 1983. (Cité page 46).
- [88] S. Gov, S. Shtrikman, and H. Thomas. Magnetic trapping of neutral particles: Classical and quantum-mechanical study of a ioffe–pritchard type trap. *Journal of Applied Physics*, 87(8):3989–3998, 2000. (Cité page 47).
- [89] C. V. Sukumar and D. M. Brink. Spin-flip transitions in a magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 56(3):2451–2454, Sep 1997. (Cité page 47).
- [90] Wolfgang Petrich, Michael H. Anderson, Jason R. Ensher, and Eric A. Cornell. Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74(17):3352–3355, Apr 1995. (Cité page 47).
- [91] David Guéry-Odelin. *Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998. (Cité page 48).
- [92] S. V. Nguyen, J. S. Helton, K. Maussang, W. Ketterle, and John M. Doyle. Magnetic trapping of an atomic  $mn55 - cr52$  mixture. *Phys. Rev. A*, 71(2):025602, Feb 2005. (Cité page 49).
- [93] S. E. Maxwell, M. T. Hummon, Y. Wang, A. A. Buchachenko, R. V. Krems, and J. M. Doyle. Spin-orbit interaction and large inelastic rates in bismuth-helium collisions. *Phys. Rev. A*, 78(4):042706, Oct 2008. (Cité page 49).

- [94] Nathan Brahm, Bonna Newman, Cort Johnson, Tom Greytak, Daniel Kleppner, and John Doyle. Magnetic trapping of silver and copper, and anomalous spin relaxation in the ag-he system. *Phys. Rev. Lett.*, 101(10):103002, Sep 2008. (Cité page 49).
- [95] A. Yamaguchi, S. Uetake, D. Hashimoto, J. M. Doyle, and Y. Takahashi. Inelastic collisions in optically trapped ultracold metastable ytterbium. *Phys. Rev. Lett.*, 101(23):233002, Dec 2008. (Cité page 49).
- [96] Kenneth Maussang, Dima Egorov, Joel S. Helton, Scott V. Nguyen, and John M. Doyle. Zeeman relaxation of ca in low-temperature collisions with helium. *Phys. Rev. Lett.*, 94(12):123002, Mar 2005. (Cité page 49).
- [97] S. Charles Doret, Colin B. Connolly, Wolfgang Ketterle, and John M. Doyle. Buffer-gas cooled bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 103(10):103005, Sep 2009. (Cité page 49).
- [98] J. Soding, D. Guery-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard. Three-body decay of a rubidium bose-einstein condensate. *Appl. Phys. B*, 69(4):257–261, 1999. (Cité pages 50 et 137).
- [99] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Coherence, correlations, and collisions: What one learns about bose-einstein condensates from their decay. *Phys. Rev. Lett.*, 79(3):337–340, Jul 1997. (Cité page 50).
- [100] K. M. Mertes, J. W. Merrill, R. Carretero-Gonzalez, D. J. Frantzeskakis, P. G. Kevrekidis, and D. S. Hall. Nonequilibrium dynamics and superfluid ring excitations in binary bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 99(19):190402, Nov 2007. (Cité page 50).
- [101] P. S. Julienne, F. H. Mies, E. Tiesinga, and C. J. Williams. Collisional stability of double bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 78(10):1880–1883, Mar 1997. (Cité page 50).
- [102] J. Fortagh, A. Grossmann, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch. Miniaturized wire trap for neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 81(24):5310–5313, Dec 1998. (Cité page 51).
- [103] V. Vuletic, T. Fischer, M. Praeger, T. W. Hänsch, and C. Zimmermann. Microscopic magnetic quadrupole trap for neutral atoms with extreme adiabatic compression. *Phys. Rev. Lett.*, 80(8):1634–1637, Feb 1998. (Cité page 51).
- [104] J. D. Weinstein and K. G. Libbrecht. Microscopic magnetic traps for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 52(5):4004–4009, Nov 1995. (Cité page 51).
- [105] M. Trinker, S. Groth, S. Haslinger, S. Manz, T. Betz, S. Schneider, I. Bar-Joseph, T. Schumm, and J. Schmiedmayer. Multilayer atom chips for versatile atom micromanipulation. *Applied Physics Letters*, 92(25):254102, 2008. (Cité pages 51 et 68).
- [106] Jakob Reichel. Microchip traps and bose-einstein condensation. *Appl. Phys. B*, 74(6):469–487, 2002. (Cité pages 51, 52, 54, 55, 56 et 72).
- [107] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T.W. Hänsch, and J. Reichel. Bose-einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature*, 413(6855):498–501, 2001. (Cité page 51).
- [108] J.H. Thywissen, M. Olshani, G. Zabow, M. Drndić, K.S. Johnson, R.M. Westervelt, and M. Prentiss. Microfabricated magnetic waveguides for neutral atoms. *Eur. Phys. J. D*, 7(361), 1999. (Cité page 52).

- [109] Christine Aussibal. *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*. PhD thesis, Université Paris-Sud - Paris 11, 2004. (Cité pages 54 et 113).
- [110] J. Reichel, W. Hänsel, P. Hommelhoff, and T.W. Hänsch. Applications of integrated magnetic microtraps. *Appl. Phys. B*, 72(81), 2001. (Cité pages 55 et 72).
- [111] Philipp Treutlein. *Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips*. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2008. (Cité pages 55, 56, 66 et 130).
- [112] Yu-ju Lin, Igor Teper, Cheng Chin, and Vladan Vuletić. Impact of the casimir-polder potential and johnson noise on bose-einstein condensate stability near surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 92(5):050404, Feb 2004. (Cité pages 56 et 126).
- [113] Juha Javanainen and Martin Wilkens. Phase and phase diffusion of a split bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 78(25):4675–4678, Jun 1997. (Cité pages 56, 149, 163, 166 et 170).
- [114] A. J. Leggett and F. Sols. Comment on “phase and phase diffusion of a split bose-einstein condensate”. *Phys. Rev. Lett.*, 81(6):1344, Aug 1998. (Cité pages 56 et 149).
- [115] M.R. Andrews, C.G. Townsend, H.-J. Miesner, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. Observation of interference between two bose condensates. *Science*, 275(5300):637–641, 1997. (Cité pages 57, 162 et 172).
- [116] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Interactions Photons-Atomes*. Wiley, New-York, 1992. (Cité page 58).
- [117] Y. Shin, M. Saba, T. A. Pasquini, W. Ketterle, D. E. Pritchard, and A. E. Leanhardt. Atom interferometry with bose-einstein condensates in a double-well potential. *Phys. Rev. Lett.*, 92(5):050405, Feb 2004. (Cité pages 58, 59, 60 et 172).
- [118] R. Gati, J. Esteve, B. Hemmerling, T.B. Ottenstein, J. Appmeier, A. Weller, and M.K. Oberthaler. A primary noise thermometer for ultracold bose gases. *New Journal of Physics*, 8(9):189, 2006. (Cité pages 58 et 59).
- [119] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi, and M.K. Oberthaler. Squeezing and entanglement in a bose-einstein condensate. *Nature*, 455(7217):1216–1219, Oct 2008. (Cité pages 59, 146 et 191).
- [120] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven. Phase-fluctuating 3d bose-einstein condensates in elongated traps. *Phys. Rev. Lett.*, 87(5):050404, Jul 2001. (Cité page 59).
- [121] G.-B. Jo, J.-H. Choi, C. A. Christensen, Y.-R. Lee, T. A. Pasquini, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Matter-wave interferometry with phase fluctuating bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 99(24):240406, Dec 2007. (Cité pages 60, 61, 62 et 172).
- [122] J. J. P. van Es, S. Whitlock, T. Fernholz, A. H. van Amerongen, and N. J. van Druten. Longitudinal character of atom-chip-based rf-dressed potentials. *Phys. Rev. A*, 77(6):063623, Jun 2008. (Cité pages 60 et 61).
- [123] Igor Lesanovsky and Wolf von Klitzing. Time-averaged adiabatic potentials: Versatile matter-wave guides and atom traps. *Phys. Rev. Lett.*, 99(8):083001, Aug 2007. (Cité page 60).
- [124] O. Zobay and B. M. Garraway. Two-dimensional atom trapping in field-induced adiabatic potentials. *Phys. Rev. Lett.*, 86(7):1195–1198, Feb 2001. (Cité page 60).

- [125] O. Zobay and B. M. Garraway. Atom trapping and two-dimensional bose-einstein condensates in field-induced adiabatic potentials. *Phys. Rev. A*, 69(2):023605, Feb 2004. (Cité page 60).
- [126] Y. Colombe, E. Knyazchyan, O. Morizot, B. Mercier, V. Lorent, and H. Perrin. Ultracold atoms confined in rf-induced two-dimensional trapping potentials. *EPL (Europhysics Letters)*, 67(4):593, 2004. (Cité page 60).
- [127] Y. Colombe, B. Mercier, H. Perrin, and V. Lorent. Loading a dressed zeeman trap with cold atoms. *J. Phys. IV France*, 116:247–252, oct 2004. (Cité page 60).
- [128] Thorsten Schumm. *Bose-Einstein condensates in Magnetic double well potentials*. PhD thesis, University of Heidelberg (cotutelle avec l'Université Paris Sud - Paris 11), 2006. (Cité pages 61, 62, 63, 168, 170, 188 et 191).
- [129] I. Lesanovsky, T. Schumm, S. Hofferberth, L. M. Andersson, P. Krüger, and J. Schmiedmayer. Adiabatic radio-frequency potentials for the coherent manipulation of matter waves. *Phys. Rev. A*, 73(3):033619, Mar 2006. (Cité page 61).
- [130] T. Schumm, P. Krüger, S. Hofferberth, I. Lesanovsky, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, L. M. Andersson, and J. Schmiedmayer. A double well interferometer on an atom chip. *Quantum Information Processing*, 5(6):537–558, 2006. (Cité page 61).
- [131] R.J. Sewell, J. Dingjan, F. Baumgartner, I. Llorente-Garcia, S. Eriksson, E.A. Hinds, G. Lewis, P. Srinivasan, Z. Muktadir, C.O. Gollasch, and M. Kraft. Atom chip for bec interferometry. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 43(5):051003, 2010. (Cité page 61).
- [132] G.-B. Jo, Y. Shin, S. Will, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss. Long phase coherence time and number squeezing of two bose-einstein condensates on an atom chip. *Phys. Rev. Lett.*, 98(3):030407, Jan 2007. (Cité pages 62 et 170).
- [133] J. Estève, T. Schumm, J.-B. Trebbia, I. Bouchoule, A. Aspect, and C.I. Westbrook. Realizing a stable magnetic double-well potential on an atom chip. *Eur. Phys. J. D*, 35:141–146, 2005. (Cité pages 62, 63 et 191).
- [134] Y. Shin, C. Sanner, G.-B. Jo, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss. Interference of bose-einstein condensates split with an atom chip. *Phys. Rev. A*, 72(2):021604, Aug 2005. (Cité pages 62, 63, 172 et 191).
- [135] E. A. Hinds, C. J. Vale, and M. G. Boshier. Two-wire waveguide and interferometer for cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 86(8):1462–1465, Feb 2001. (Cité page 62).
- [136] T. Schumm, J. Estève, C. Figl, J.-B. Trebbia, C. Aussibal, H. Nguyen, D. Mailly, I. Bouchoule, C.I. Westbrook, and A. Aspect. Atom chips in the real world: the effects of wire corrugation. *Eur. Phys. J. D*, 32(2):171–180, feb 2005. (Cité page 65).
- [137] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, 1999. (Cité page 66).
- [138] Wolfgang Hänsel. *Magnetisches Mikrofallen für Rubidiumatome*. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000. (Cité pages 66, 72 et 89).
- [139] Roberto Franzosi and Vittorio Penna. Chaotic behavior, collective modes, and self-trapping in the dynamics of three coupled bose-einstein condensates. *Phys. Rev. E*, 67(4):046227, Apr 2003. (Cité pages 69 et 192).

- [140] Bin Liu, Li-Bin Fu, Shi-Ping Yang, and Jie Liu. Josephson oscillation and transition to self-trapping for bose-einstein condensates in a triple-well trap. *Phys. Rev. A*, 75(3):033601, Mar 2007. (Cité pages 69 et 192).
- [141] T. Lahaye, T. Pfau, and L. Santos. Mesoscopic ensembles of polar bosons in triple-well potentials. *cond-mat/arXiv:0911.5288*. (Cité pages 69 et 192).
- [142] K. Nemoto, C. A. Holmes, G. J. Milburn, and W. J. Munro. Quantum dynamics of three coupled atomic bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 63(1):013604, Dec 2000. (Cité pages 69 et 192).
- [143] V. Boyer, R. M. Godun, G. Smirne, D. Cassettari, C. M. Chandrashekar, A. B. Deb, Z. J. Laczik, and C. J. Foot. Dynamic manipulation of bose-einstein condensates with a spatial light modulator. *Phys. Rev. A*, 73(3):031402, Mar 2006. (Cité pages 69 et 192).
- [144] Tomáš Opatrný and Kunal K. Das. Conditions for vanishing central-well population in triple-well adiabatic transport. *Phys. Rev. A*, 79(1):012113, Jan 2009. (Cité pages 69 et 192).
- [145] M. Rab, J. H. Cole, N. G. Parker, A. D. Greentree, L. C. L. Hollenberg, and A. M. Martin. Spatial coherent transport of interacting dilute bose gases. *Phys. Rev. A*, 77(6):061602, Jun 2008. (Cité pages 69 et 192).
- [146] James A. Stickney, Dana Z. Anderson, and Alex A. Zozulya. Transistorlike behavior of a bose-einstein condensate in a triple-well potential. *Phys. Rev. A*, 75(1):013608, Jan 2007. (Cité pages 69 et 192).
- [147] Uwe R. Fischer, Christian Iniotakis, and Anna Posazhennikova. Coherent single atom shuttle between two bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 77(3):031602, Mar 2008. (Cité pages 69 et 192).
- [148] A. Micheli, A. J. Daley, D. Jaksch, and P. Zoller. Single atom transistor in a 1d optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 93(14):140408, Oct 2004. (Cité pages 69 et 192).
- [149] Ingrid Bausmerth, Uwe R. Fischer, and Anna Posazhennikova. Quantum top inside a bose-einstein-condensate josephson junction. *Phys. Rev. A*, 75(5):053605, May 2007. (Cité pages 69 et 192).
- [150] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hansch, and C. Zimmermann. Fast loading of a magneto-optical trap from a pulsed thermal source. *Journal of Applied Physics*, 84(12):6499–6501, 1998. (Cité page 73).
- [151] Tilo Steinmetz. *Resonator-Quantenelektrodynamik auf einem Mikrofallenchip*. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2008. (Cité pages 76, 77, 85, 110, 112 et 117).
- [152] W. Ketterle and N.J. van Druten. Evaporative cooling of atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 37:181–236, 1996. (Cité page 77).
- [153] D. U. Gubser, S. A. Wolf, and J. E. Cox. Shielding of longitudinal magnetic fields with thin, closely spaced, concentric cylinders of high permeability material. *Review of Scientific Instruments*, 50(6):751–756, 1979. (Cité page 77).
- [154] S. M. Freake and T. L. Thorp. Shielding of low magnetic fields with multiple cylindrical shells. *Review of Scientific Instruments*, 42(10):1411–1413, 1971. (Cité page 77).

- [155] Eugene Paperno, Hiroyuki Koide, and Ichiro Sasada. A new estimation of the axial shielding factors for multishell cylindrical shields. volume 87, pages 5959–5961. AIP, 2000. (Cité page 77).
- [156] A. Mager. Magnetic shielding efficiencies of cylindrical shells with axis parallel to the field. *Journal of Applied Physics*, 39(3):1914, 1968. (Cité page 77).
- [157] Friedemann Reinhard. *Design and Construction of an Atomic Clock on an Atom Chip*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. (Cité pages 77 et 112).
- [158] Analog Devices application note AN-347. Shielding and guarding. (Cité page 83).
- [159] Olivier Morice, Yvan Castin, and Jean Dalibard. Refractive index of a dilute bose gas. *Phys. Rev. A*, 51(5):3896–3901, May 1995. (Cité page 84).
- [160] Y. Shin, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, A. Schirotzek, and W. Ketterle. Observation of phase separation in a strongly interacting imbalanced fermi gas. *Phys. Rev. Lett.*, 97(3):030401, Jul 2006. (Cité page 84).
- [161] C.-S. Chuu, F. Schreck, T. P. Meyrath, J. L. Hanssen, G. N. Price, and M. G. Raizen. Direct observation of sub-poissonian number statistics in a degenerate bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, 95(26):260403, Dec 2005. (Cité page 84).
- [162] Nicolas Schlosser, Georges Reymond, Igor Protsenko, and Philippe Grangier. Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap. *Nature*, 411(6841):1024–1027, 2001. (Cité page 84).
- [163] Peter Horak, Bruce G. Klappauf, Albrecht Haase, Ron Folman, Jörg Schmiedmayer, Peter Domokos, and E. A. Hinds. Possibility of single-atom detection on a chip. *Phys. Rev. A*, 67(4):043806, Apr 2003. (Cité page 85).
- [164] Romain Long, Tilo Steinmetz, Peter Hommelhoff, Wolfgang Hänsel, Theodor W. Hänsch, and Jakob Reichel. Magnetic microchip traps and single atom detection. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 361(1808):1375–1389, 2003. (Cité page 85).
- [165] Igor Teper, Yu-Ju Lin, and Vladan Vuletić. Resonator-aided single-atom detection on a micro-fabricated chip. *Phys. Rev. Lett.*, 97(2):023002, Jul 2006. (Cité page 85).
- [166] Yves Colombe, Tilo Steinmetz, Guilhem Dubois, Felix Linke, David Hunger, and Jakob Reichel. Strong atom-field coupling for bose-einstein condensates in an optical cavity on a chip. *Nature*, 450(7167):272–276, 2007. (Cité page 85).
- [167] Roger Gehr, Jürgen Volz, Guilhem Dubois, Tilo Steinmetz, Yves Colombe, Benjamin L. Lev, Romain Long, Jérôme Estève, and Jakob Reichel. Cavity-based single atom preparation and high-fidelity hyperfine state readout. *quant-ph/arXiv:1002.4424*. (Cité page 85).
- [168] G. Reinaudi, T. Lahaye, Z. Wang, and D. Guéry-Odelin. Strong saturation absorption imaging of dense clouds of ultracold atoms. *Opt. Lett.*, 32(21):3143–3145, 2007. (Cité pages 86 et 98).
- [169] Rodney Loudon. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 2000. (Cité page 90).
- [170] Michael A. Joffe, Wolfgang Ketterle, Alex Martin, and David E. Pritchard. Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a zeeman slower. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10(12):2257–2262, 1993. (Cité page 93).



- [171] Gael Reinaudi. *Manipulation et refroidissement par évaporation forcée d'ensembles atomiques ultra-froids pour la production d'un jet intense dans le régime de dégénérescence quantique : vers l'obtention d'un laser à atomes continu*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. (Cité page 98).
- [172] K.E. Gibble, S. Kasapi, and S. Chu. Improved magneto-optic trapping in a vapor cell. *Opt. Lett.*, 17(7):526–528, 1992. (Cité page 110).
- [173] S. Wildermuth, P. Krüger, C. Becker, M. Brajdic, S. Haupt, A. Kasper, R. Folman, and J. Schmiedmayer. Optimized magneto-optical trap for experiments with ultracold atoms near surfaces. *Phys. Rev. A*, 69(3):030901, Mar 2004. (Cité page 110).
- [174] Clément Lacroûte. *Développement d'une horloge atomique sur puce à atomes : optimisation de la durée de cohérence et caractérisation préliminaire*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. (Cité page 112).
- [175] Robin Kaiser. *Manipulation par laser d'Helium métastable : effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1990. (Cité page 113).
- [176] Wolfgang Demtroder. *Laser Spectroscopy*. Springer, 2008. (Cité page 113).
- [177] F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta, and E. Arimondo. Enhanced absorption hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic field. *Phys. Rev. A*, 63(6):065401, May 2001. (Cité page 113).
- [178] Eugene I Butikov. Parametric excitation of a linear oscillator. *European Journal of Physics*, 25(4):535, 2004. (Cité page 122).
- [179] B. Zhang, C. Henkel, E. Haller, S. Wildermuth, S. Hofferberth, P. Krüger, and J. Schmiedmayer. Relevance of sub-surface chip layers for the lifetime of magnetically trapped atoms. *Eur. Phys. J. D*, 35(1):97–104, aug 2005. (Cité pages 125 et 126).
- [180] C. Henkel and M. Wilkens. Heating of trapped atoms near thermal surfaces. *Europhys. Lett.*, 47(4):414–420, aug 1999. (Cité page 125).
- [181] C. Henkel, P. Kruger, R. Folman, and J. Schmiedmayer. Fundamental limits for coherent manipulation on atom chips. *Appl. Phys. B*, 76:173, 2003. (Cité page 125).
- [182] C. Henkel, S. Potting, and M. Wilkens. Loss and heating of particles in small and noisy traps. *Appl. Phys. B*, 69(5):379–387, 1999. (Cité page 125).
- [183] C. Henkel and S. Potting. Coherent transport of matter waves. *Appl. Phys. B*, 72:73, 2003. (Cité pages 125 et 126).
- [184] D.M. Harber, J.M. McGuirk, J.M. Obrecht, and E.A. Cornell. Thermally induced losses in ultracold atoms magnetically trapped near room-temperature surfaces. *J. Low Temp. Phys.*, 133:229–238, 2003. (Cité page 126).
- [185] M. P. A. Jones, C. J. Vale, D. Sahagun, B. V. Hall, and E. A. Hinds. Spin coupling between cold atoms and the thermal fluctuations of a metal surface. *Phys. Rev. Lett.*, 91(8):080401, Aug 2003. (Cité page 126).

- [186] C. Henkel. Magnetostatic field noise near metallic surfaces. *Eur. Phys. J. D*, 35:59–67, 2005. (Cité page 126).
- [187] Jérôme Estève. *Du miroir au guide d'onde atomique : effets de rugosité*. PhD thesis, Université Paris-Sud - Paris 11, 2004. (Cité page 127).
- [188] Jozsef Fortagh and Claus Zimmermann. Magnetic microtraps for ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 79(1):235–289, Feb 2007. (Cité page 131).
- [189] B. Desruelle, V. Boyer, S. G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, A. Aspect, and M. Lécrivain. Interrupted evaporative cooling of  $87\text{rb}$  atoms trapped in a high magnetic field. *Phys. Rev. A*, 60(3):R1759–R1762, Sep 1999. (Cité page 142).
- [190] V. Boyer, S. Murdoch, Y. Le Coq, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect. Multifrequency evaporative cooling to bose-einstein condensation in a high magnetic field. *Phys. Rev. A*, 62(2):021601, Jul 2000. (Cité page 142).
- [191] T. A. Savard, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Phys. Rev. A*, 56(2):R1095–R1098, Aug 1997. (Cité page 146).
- [192] Ivar Zapata, Fernando Sols, and Anthony J. Leggett. Josephson effect between trapped bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 57(1):R28–R31, Jan 1998. (Cité page 146).
- [193] S. Whitlock, C. F. Ockeloen, and R. J. C. Spreeuw. Sub-poissonian atom-number fluctuations by three-body loss in mesoscopic ensembles. *Phys. Rev. Lett.*, 104(12):120402, Mar 2010. (Cité pages 146, 160 et 191).
- [194] Amir Itah, Hagar Veksler, Oren Lahav, Alex Blumkin, Coral Moreno, Carmit Gordon, and Jeff Steinhauer. Direct observation of a sub-poissonian number distribution of atoms in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 104(11):113001, Mar 2010. (Cité pages 146, 160 et 191).
- [195] C. Bodet, J. Estève, M. K. Oberthaler, and T. Gasenzer. Two-mode bose gas: Beyond classical squeezing. *Phys. Rev. A*, 81(6):063605, Jun 2010. (Cité page 148).
- [196] Yvan Castin and Jean Dalibard. Relative phase of two bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 55(6):4330–4337, Jun 1997. (Cité pages 149, 163, 168 et 169).
- [197] M. Lewenstein and L. You. Quantum phase diffusion of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 77(17):3489–3493, Oct 1996. (Cité pages 149, 163 et 166).
- [198] E. M. Wright, D. F. Walls, and J. C. Garrison. Collapses and revivals of bose-einstein condensates formed in small atomic samples. *Phys. Rev. Lett.*, 77(11):2158–2161, Sep 1996. (Cité pages 149, 163, 165, 166 et 170).
- [199] A. Sinatra, Y. Castin, and Yun Li. Particle number fluctuations in a cloven trapped bose gas at finite temperature. *Phys. Rev. A*, 81(5):053623, May 2010. (Cité pages 157 et 192).
- [200] P. Hyllus, L. Pezzé, and A. Smerzi. Entanglement and sensitivity in precision measurements with states of a fluctuating number of particles. *arXiv:1003.0649*. (Cité page 160).
- [201] Klaus Mølmer. Optical coherence: A convenient fiction. *Phys. Rev. A*, 55(4):3195–3203, Apr 1997. (Cité pages 163 et 170).

- [202] Alice Sinatra and Yvan Castin. Phase dynamics of bose-einstein condensates: Losses versus revivals. *Eur. Phys. J. D*, 4:247–260, 1998. (Cité pages 164, 165, 166 et 170).
- [203] A. Sinatra, Y. Castin, and E. Witkowska. Coherence time of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 80(3):033614, Sep 2009. (Cité page 164).
- [204] P. Villain, M. Lewenstein, R. Dum, Y. Castin, L. You, A. Imamoglu, and T. A. B. Kennedy. Quantum dynamics of the phase of a bose-einstein condensate. *J. Mod. Opt.*, 44(10):1775–1799, 1997. (Cité pages 165 et 170).
- [205] Serge Haroche. Cours du coll ge de france (le on 4, année 2006-2007). (Cité page 165).
- [206] G.-B. Jo, J.-H. Choi, C. A. Christensen, T. A. Pasquini, Y.-R. Lee, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Phase-sensitive recombination of two bose-einstein condensates on an atom chip. *Phys. Rev. Lett.*, 98(18):180401, Apr 2007. (Cité pages 166, 174 et 182).
- [207] R. G. Scott, T. E. Judd, and T. M. Fromhold. Exploiting soliton decay and phase fluctuations in atom chip interferometry of bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 100(10):100402, Mar 2008. (Cité page 166).
- [208] Juha Javanainen and Sung Mi Yoo. Quantum phase of a bose-einstein condensate with an arbitrary number of atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 76(2):161–164, Jan 1996. (Cité pages 166 et 169).
- [209] M. Naraschewski, H. Wallis, A. Schenzle, J. I. Cirac, and P. Zoller. Interference of bose condensates. *Phys. Rev. A*, 54(3):2185–2196, Sep 1996. (Cité pages 166 et 169).
- [210] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger. Measurement of the spatial coherence of a trapped bose gas at the phase transition. *Nature*, 403(6766):166–170, 2000. (Cité page 166).
- [211] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, Hänsch, and I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415:39–44, 2002. (Cité page 166).
- [212] Zoran Hadzibabic, Sabine Stock, Baptiste Battelier, Vincent Bretin, and Jean Dalibard. Interference of an array of independent bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 93(18):180403, Oct 2004. (Cité page 166).
- [213] R. H. Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177:27, 1956. (Cité page 169).
- [214] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook. Hanbury brown twiss effect for ultracold quantum gases. *Science*, 310:638–651, 2005. (Cité page 169).
- [215] J. I. Cirac, C. W. Gardiner, M. Naraschewski, and P. Zoller. Continuous observation of interference fringes from bose condensates. *Phys. Rev. A*, 54(5):R3714–R3717, Nov 1996. (Cité page 169).
- [216] M. Saba, T. A. Pasquini, C. Sanner, Y. Shin, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Light Scattering to Determine the Relative Phase of Two Bose-Einstein Condensates. *Science*, 307(5717):1945–1948, 2005. (Cité page 169).
- [217] M. A. Hofer, M. J. Ablowitz, I. Coddington, E. A. Cornell, P. Engels, and V. Schweikhard. Dispersive and classical shock waves in bose-einstein condensates and gas dynamics. *Phys. Rev. A*, 74(2):023623, Aug 2006. (Cité page 174).

- [218] E. Charron, M. A. Cirone, A. Negretti, J. Schmiedmayer, and T. Calarco. Theoretical analysis of a realistic atom-chip quantum gate. *Phys. Rev. A*, 74(1):012308, Jul 2006. (Cité page 183).
- [219] Hui Yan, Guoqing Yang, Tao Shi, Jin Wang, and Mingsheng Zhan. Quantum gates with atomic ensembles on an atom chip. *Phys. Rev. A*, 78(3):034304, Sep 2008. (Cité page 183).
- [220] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell. Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas. *Phys. Rev. A*, 66(5):053616, Nov 2002. (Cité page 183).
- [221] Sébastien Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de Rubidium et de Césium*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001. (Cité page 183).
- [222] M. Khudaverdyan, W. Alt, I. Dotsenko, L. Förster, S. Kuhr, D. Meschede, Y. Miroshnychenko, D. Schrader, and A. Rauschenbeutel. Adiabatic quantum state manipulation of single trapped atoms. *Phys. Rev. A*, 71(3):031404, Mar 2005. (Cité page 187).
- [223] J.R. Ensher, D.S. Jin, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. Bose-einstein condensation in a dilute gas : Measurement of energy and ground-state occupation. *Phys. Rev. Lett.*, 77(4984), 1996. (Cité page 200).
- [224] Masudul Haque. Weakly non-ideal bose gas: Comments on critical temperature calculations. *arXiv:cond-mat/0302076*. (Cité page 200).

## États comprimés atomiques sur puce à atomes

**Résumé** Dans ce mémoire, nous décrivons le montage d'une expérience permettant la production de condensats de Bose-Einstein d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  sur une puce à atomes, ainsi que leur séparation en deux dans un double puits de potentiel. Un système d'imagerie de précision a été développé, permettant une mesure absolue des populations avec un très faible bruit, quasiment limité par le bruit de grenaille optique. Nous avons alors mesuré la statistique des populations après séparation, et observé directement des états comprimés en nombre, jusqu'à  $-4.9$  dB aux basses températures par rapport à un gaz de particules classiques, indépendantes. La dépendance en température des fluctuations a également été étudiée. Pour un gaz thermique, les fluctuations sont poissonniennes, résultant de la distribution de probabilité des macroétats de différences de population données. Dans le régime dégénéré, l'effet entropique favorisant les petites différences de population disparaît, donnant lieu à des fluctuations super-poissonniennes, jusqu'à  $+3.8$  dB proche de la température de transition. Aux basses températures, le coût énergétique associé aux interactions est plus important que l'énergie thermique, et favorise alors les faibles différences de population résultant en des fluctuations sub-poissonniennes. Ces deux comportements sont interprétés théoriquement à l'aide d'un modèle simple, ainsi que de simulations numériques plus élaborées. Nous avons également mesuré l'évolution de la phase relative entre les deux nuages, et son brouillage dû aux interactions, permettant alors de démontrer que la séparatrice construite est cohérente.

**Mots-clés** condensat de Bose-Einstein, interférométrie, puce à atomes, jonction Josephson, états comprimés, séparatrice à atomes

## Atomic squeezed states on an atom chip

**Abstract** In this thesis, we describe the construction of an experiment, allowing to produce  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates on an atom chip, and then split them in a double well potential. An accurate imaging system has been developed, in order to be able to measure the absolute value of the populations of the double well within a very low noise level, almost limited by the optical shot noise. We measure atom number statistics after splitting, and directly observe number squeezed states, down to  $-4.9$  dB at low temperatures, compared to a classical gas, of independent particles. The dependence in temperature of fluctuations has been also studied. For a thermal gas, poissonian fluctuations are given by the probability distribution of the macroscopic configurations with a given atom number difference. In the degenerate regime, the entropy effect which favors small number differences vanishes, leading to super-poissonian fluctuations, to more than  $+3.8$  dB close to transition temperature. At low temperatures, the interaction energy cost associated with number fluctuations exceeds the available thermal energy, leading to sub-poissonian fluctuations. Those two behaviours have been theoretically explained, both with a simple analytical model and a numerical one. We also measured the evolution of the relative phase between the two clouds, and its collapse due to interactions, allowing us to claim that this splitter is a coherent one.

**Keywords** Bose-Einstein condensate, interferometry, atom chip, Josephson junction, squeezed states, atomic splitter