



HAL
open science

Le fait génétique des mathématiques et la puissance dynamique du mental humain

Eduardo Caianiello

► **To cite this version:**

Eduardo Caianiello. Le fait génétique des mathématiques et la puissance dynamique du mental humain. Philosophie. Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales (EHESS), 2010. Français. NNT : . tel-00589733

HAL Id: tel-00589733

<https://theses.hal.science/tel-00589733>

Submitted on 2 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



DOCTORAT
en
PHILOSOPHIE ET SCIENCES SOCIALES

Eduardo Caianiello

*Le fait génétique des mathématiques
et la puissance dynamique du mental humain*

Directeur : M. Jean Dhombres

Thèse soutenue publiquement le 25 octobre 2010

Jury

M. Luciano Boi
M. Bruno D'Amore
Mme Angèle Kremer-Marietti
M. Alexis Philonenko
M. Gérard Vergnaud

INTRODUCTION. LA PROVENANCE DE MON TRAVAIL.	9
Synopsis générale	15
PREMIERE PARTIE – RÉ-INCARNER LES MATHÉMATIQUES	25
0. La thèse défendue, en son horizon de compréhension	25
1. L'unité du phénomène et son statut épistémologique	26
1.1 L'unité d'un même point de vue	27
(1) Se placer par la pensée dans un courant de pensée	27
(2) L'unité d'un fait	27
(3) L'épochè nécessaire	27
1.2 Un fait à la fois positif et phénoménologique	28
2 Corps. Un phénomène physique	30
2.1 Un point de vue sur le monde physique	30
(1) De la positivité du fait mathématique...	30
(2) ... à sa nature pleinement physique : « subjectif » ne coïncide pas avec « psychique »	31
(3) Se mettre du point de vue d'une dynamo. « Subjectif » ne coïncide pas non plus avec « non objectif »	32
2.2 Un point de vue physique sur le monde	34
3. Sang. Un phénomène scolaire	36
3.1 Le champ éducatif de l'école	36
(1) Le fait	36
(2) Le statut de ce fait	36
3.2 L'essence évolutive de la mathématique...	37
(1) Du point de vue pédagogique du sujet	37
(2) Du point de vue logique de l'espace opératoire objectif	38
3.3 ... et l'horizon transcendantal de l'école	39
3.4 Le silence « caractéristique » de l'écoute mathématique	40
4 Chair. Un phénomène expérimental	42
4.1 <i>A priori et a posteriori</i>	42
4.2 L'élément formel et universel	43
4.2.1 La mono-polarité du bourbakisme	44
4.3 L'élément personnel, individuel et événementiel	46
4.3.1 La certitude cartésienne.	46
(1) L'opération « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ » ...	46
(2) ... à la source de « $\sqrt{2}$ »	47
4.4 Une transfiguration expérimentale	50
4.4.1 Une spirale logique	50
(1) Le choc huygensien	50
(2) Le « choc » opératoire	52
4.4.2 La transfiguration mathématique de la Renaissance : la Terre vissée au Ciel	52
4.4.3 La transfiguration mathématique de la nouvelle science : le Ciel vissé à la Terre.	56
5 Homme. Un phénomène humain	58
5.1 Les paralogismes de l'évolutionnisme généalogique	58
5.2 Un quart de gâteau n'est pas $\frac{1}{4}$ de gâteau	62
5.3 Deux pantins ne sont pas $1+1=2$ pantins	65
5.4 Une « totalité comportementale », donc une seule histoire	68
DEUXIEME PARTIE – REORIENTER LE DEVELOPPEMENT	73
6. Un même élan mathématique	73
6.1 Renouer avec Piaget : la continuité expérimentale et ensembliste de notre évolution	73
6.2 De la périodisation piagétienne à la fracture post-piagétienne	75
(1) Premier stade	75
(2) Deuxième stade	76
(3) Troisième stade	76
6.2.1 La double distance évolutive entre l'homme et les mathématiques	76

6.2.2 Le Nombre et l'Objet pré-mathématiques	78
6.2.3 L'« aveu funeste » de Gelman & Gallistel	79
6.3 Ressouder la fracture : des oscillations de Edi à celles de Sagredo	83
6.3.1 Les émanations successives d'une même étonnante prise de conscience...	88
6.3.2 ... et ses décalages internes	92
6.3.3 La réorientation de l'espace	95
7. L'évolution créatrice de notre vie mentale. Sa propulsion orientée, ses dimensions et ses étapes	97
7.1 La périodisation piagétienne et ses blocages internes	99
7.1.1 Six pas vers l'Intelligence	100
(1) Une spirale dans le vide	100
α) L'horror vacui du venir au monde	100
β) Du Réflexe à son auto-consolidation « récognitive »	101
γ) Contemplation	102
(2) Un jour un pouce rencontra une bouche	102
(3) Se servir du monde	103
(4) Assembler l'intention de cordonner	103
(5) De la RCS à la Réaction Circulaire Tertiaire	104
(6) L'apparition d'une pensée	105
7.1.2 Trois vers le Nombre	105
7.1.3 Un vers la Science	106
7.2 Dépasser Piaget. Un pas jusqu'à avant le Vide	107
(1) Le premier souffle	107
(2) « Un homme qui est extérieur à moi, mais que je conviens d'appeler moi » (Poincaré)	108
(3) « La forme du corps est l'âme » (Piaget)	108
(4) « Lui, mon corps » (Proust)	111
7.3 L'Abbildung et la naissance de la raison	112
7.3.1 Les trois dimensions de l'opération mathématique	112
7.3.2 La naissance des nombres	113
7.4 L'enfant mathématicien, le mathématicien enfant	114
7.4.1 D'oubli en oubli : la magie de l'expérience	115
7.4.2 Première évidence. L'esprit occulte d'Euclide	116
7.4.3 Deuxième évidence. Les coquetiers transfinis de Zu et Fur	117
7.4.4 Troisième évidence. Le segment-à-la-fenêtre et le segment-au-jardin de Lucienne	118
7.5 L'enchantement décalé : un modèle évolutif unifié.	119
8. Réorienter la science en son développement interne	121
8.1 La dynamique non groupale et évolutive du groupe	123
8.1.1 Des cristaux immobiles de Bravais au mouvement cristallin de Jordan	123
8.1.2 Le dynamisme profond et corporel du groupe de Richard Dedekind	124
(1) Le Corps du Nombre	124
(2) Les graines du Nombre	125
(3) Le renversement évolutif qui engendre le groupe	126
8.1.3 Le programme de Félix Klein	127
(1) Le cristal de la Géométrie	127
(2) L'unité projective du corps de la géométrie	128
(3.1) Les repères en haut	130
(3.2) L'Archétype de la Transformation en son Espace	130
(4) « Etwas unbestimmt »	131
(4.1) La condensation en bas : l'auto-évidence du groupe en action	133
8.2 Évoluer vers un angle absolument droit	134
8.2.1 De la rotation aux symboles de son espace	135
(1) La contrariété réciproque sous-détermine le sens de la rotation	135
(2) Des outils opératoires sans aucune valeur mathématique	136
(3) Le sens d'une rotation ne nous est donné qu'au travers de ses symboles	139
(4) L'opération de mise en rotation n'est pas un groupe	140
8.2.2 De l'angle à sa région	140
8.2.3 De l'angle à son ampleur : la graine du cercle et l'arbre des triangles	143
(1) Le triangle euclidien émane du cercle	144
(2) La trigonométrie est la réabsorption du triangle euclidien dans le cercle	145
(3) Le rapport non groupal entre géométrie euclidienne et trigonométrie	146

(3.1) La totalité intrasystémique de l'angle euclidien ne s'auto-mesure pas	146
(3.2) La totalité extra-systémique de la circonférence trigonométrique n'est accessible que grâce à une rotation euclidienne.	147
(4) L'ordre développemental de l'espace mathématique	148
8.3 Redresser le Monde (de l'Absolu au Relatif, et ainsi de suite)	149
8.3.1 Quatrième évidence : dans le rectangle dressé « il y a plus d'ampleur »	150
8.3.2 Évoluer est se [ré]orienter	151
8.3.3 Le sens de l'espace	152
TROISIEME PARTIE – REDONNER UNE VOIX A L'HOMME	155
9. La parole à la matière	155
9.1 Les évolutions générationnelles de la Grande Marée et le sens de son écriture	155
9.2 Le sens de la matière à l'âge présent	158
(1) L'Espace actuel de L'OCDE ou le « temps perdu » du sens des énoncés algébriques...	158
(2) ... et les rêveries de la physique industrielle	163
(3) Un démon pour chasser les démons	165
9.3 Dissoudre le regard de Méduse, redonner la parole au Golem. La matière vivante du sensus communis.	169
10. Du Cosmos au Chaos, et pas l'inverse	172
10.1 Le temps palindrome du pendule	172
(0) Une perche pour s'affranchir du ciel	172
(1) De la fable du chaos à l'histoire naturelle d'une accélération	174
I. Hésiode → Platon → Aristote → Galilée	174
II. Le plan incliné	176
III. Le mouvement comme accélération	178
(2) La force expressive du PSE, l'enseigne de la Sourde Oreille et le fil d'ariane « ab/ba	179
(3) L'essence narrative de la mathématisation	182
10.2 La force de la puissance	184
(1) Un pendule en puissance	185
(2) La puissance ostracisée	186
(3) Un mouvement réel, mesurable et purement potentiel	188
(4) Le pendule potentiel au cœur de tout mouvement actuel	189
(5) La « simultanéité diachronique » et musicale de la force	191
(6) Les intentions du pendule	192
10.3 La voix de la fréquence	194
(1) Le pendule	194
(2) Les dimensions	195
(3) Les traits fondamentaux	195
(4) L'étalon de mesure	196
(5) L'événement pur	198
(6) « Je suis la pendule, TIC ! Je suis la pendule, TAC ! »	200
10.4 Le temps contemplatif de la machine logique	201
(1) La sympathie des pendules.	201
(2) Un pendule pensant et évolutif	202
(3) Une machine à illusions	204
(4) Une machine expressive	205
(5) La finitude mathématique de la machine logique	207
(6) Les « mouvements primaires » de la machine logique	209
(7) La finitude dynamique de la machine logique	210
(8) Une machine à autopropulsion méditative	212
(9) L'événement d'un homme	215
11. L'arabesque de Galilée	217
11.1 La fréquence de la voix et la naissance de la « γραμμή »	217
(1) « Papa, fais un homme ».	218
(2) Apprendre À parler est s'approprier sa voix	219
I. S'orienter vers soi-même	219
II. S'orienter sur la voix humaine	220
III. S'orienter sur sa propre voix...	221

IV... pour accorder sa fréquence à notre intention de parler (un appel au bon sens).	221
(3) Apprendre à lire est s'exproprier sa voix (le « monde du sens »)	223
(4) Un « nombre d'or » écrit au fil de l'encre	226
11.2 L'Ananke stenai et le début de la démonstration	229
(1) L'ananke stenai et le sens du mouvement	229
(2) La relativité et le « trait de plume »	230
(3) Regagner le sens du début et du fait de la démonstration	234
I. Euclide et le scandale des parallèles convergents	235
II. Bolzano et le scandale de l'infini actuel	236
III. Wiener et l'ordre technologique de la démonstration	239
11.3 La démonstration, depuis le début	242
(1) De la panarithmétisation...	242
(2) ... au premier postulat des mathématiques	243
(3) Le 0 de la démonstration	245
(4) Lire « 123 »...	247
I. ... afin de réactiver le « 0 opératoire » de notre santé	248
(5) Voix → TdP {abc/123}	250
I. Combiner est voir ce qui va se passer	250
II. Une combinaison de nombres est une situation purement expressive	251
III. « Cette expression doit pouvoir avoir un sens »	251
(6) « 123/321 » : le diamètre de Salviati	253
I. Les chutes accélérées de Sagredo	255
II. « Tiens... »	255
III. L'événement d'une accélération	256
IV. Universalité et individualité	257
V. Une accélération logique	257
VI. L'univers inertiel de la masse numérique, et l'ajustement fréquentiel du nombre	258
VII. In omnibus requiem quaesivi	260
(7) Du « courant numéricien » au courant du sens	262
11.4 Du reflux océanique de d'Alembert à une électrométaphysique de la démonstration	264
(1) Revenir des attentes de Wiener aux souhaits de Kant...	264
(2) ... pour remonter de Galvani jusqu'à Faraday...	266
(3) ... et entendre l'histoire d'une aube qui ne cesse de pointer	269
I. Le phénomène de l'induction volta-électrique.	269
II. Les traits fondamentaux	269
III. La Dynamo	270
IV. Ne cesser de s'envoler vers son propre lieu	271
(4) L'élan démonstratif	272
I. L'étincelle de la simultanéité	272
II. La démonstration de la continuité est la continuité de la démonstration	273
III. Une suite de purs débuts	274
IV. La puissance du Trait de Plume	274
(5) Age, ergo somniemus...	275
Annexe I – De la « décharge » du réflexe aux mouvements évolutifs du sens	281
1. Des mouvements dénombrables des corps externes aux nombres comme mouvements de notre corps	281
(1) La matière de notre esprit	281
(2) Les deux dimensions de nos mouvements nombrants	281
(3) Entrée dans le Monde du Sens	282
2. Le spectacle mouvant du sens	282
(1) La « taille/distance » du nombre nommé, selon le point de vue	282
(2) Une accélération galiléenne	284
(3) Des poids numériques « absolument absolus » : le symbole « atomique » et le symbole « moléculaire »	285
I. Les « atomes » de la base	285
II. La dimension « atomique » et la dimension « moléculaire »	286
(4) Oser penser le PSE	287
Un Sagredo au miroir	287
3. Un « irrépressible sentiment » de l'espace à maîtriser	288
4. Faire pousser, plutôt qu'accumuler	291

(1) Un accumulateur pour compter les cannibales dans le « moteur » du cerveau	291
(2) « $1+2+3+4+5+6+7+8+9=9$ » : les nombres ne s'accumulent pas	294
I. Des graines, des branches, des fruits, des doubles spirales	295
II. Des atomes potentiels de sens	297
(3) L'enfant, moteur de l'évolution	297
I. L'homme est un singe à l'envers	297
II. La Weltweisheit et la continuité de la vie	299
Annexe II – De la combinaison à l'expression	301
1. Le nombre comme combinaison	301
2. Kemeny : lire un nombre est combiner ses chiffres	301
3. Selfridge/Dehaene : lire est calculer le sens des mots	306
Annexe III - Mise en perspective : les mirobolantes aventures du Trait de Plume	309
Œuvres citées	313
Notes	319

INTRODUCTION. LA PROVENANCE DE MON TRAVAIL.

(01) « IL FUT UN TEMPS où il y avait un grand rabbin à Prague. Son nom était rabbi Judah Loew ben Bezalel, connu dans la tradition juive sous le nom de Maharal de Prague. Érudit célèbre et mystique, la tradition populaire juive lui attribue la création d'un Golem, cette production du pouvoir magique qui reçoit une forme humaine. Le robot de rabbi Loew était fait d'argile et avait reçu une sorte de vie qui lui avait été infusée grâce à la concentration d'esprit du rabbin. Ce prestigieux pouvoir de l'homme ne peut être cependant qu'un reflet du pouvoir créateur de Dieu ; aussi, après avoir procédé à toutes les opérations nécessaires pour ériger son Golem, le rabbin mit finalement dans la bouche de celui-ci une feuille de papier portant le Nom mystérieux et ineffable de Dieu. Tant que ce sceau restait dans sa bouche, le Golem demeurait en vie, si l'on peut appeler vie une telle existence. Le Golem pouvait travailler, remplir les obligations de son maître et accomplir toutes sortes de corvées à sa place ; il pouvait l'aider, et aider les juifs de Prague de multiples façons. Mais cette pauvre créature n'était pas capable de parler. Elle pouvait obéir aux ordres qui lui étaient impartis et les exécuter, mais pas davantage. Tout alla bien pendant un certain temps. Le Golem avait droit au repos le jour du shabbat, puisque ce jour-là les créatures de Dieu ne doivent accomplir aucun travail. Chaque shabbat, le rabbin ôtait de sa bouche le papier portant le Nom de Dieu et le Golem restait inanimé toute la journée. Il redevenait un conglomérat informe de cellules d'argile (en ce temps-là on ne parlait pas encore des petites "cellules de matière grise").

Mais un vendredi après-midi, le rabbi Loew oublia d'ôter le Nom de la bouche du Golem et il se rendit à la grande synagogue de Prague pour accomplir la prière au sein de sa communauté et pour accueillir le shabbat. Le jour tirait déjà à sa fin et le peuple se préparait à entrer dans le jour saint quand le Golem commença à manifester de la nervosité. Il se dressa de toute sa hauteur et comme un fou commença à tout déchirer dans le ghetto, menaçant de tout détruire. Les gens ne savaient comment enrayer sa furie. Un courant de panique courut jusqu'à l'Athénauenschul où le rabbi Loew était en prière. Le rabbi sortit précipitamment dans la rue et rencontra sa propre créature qui semblait hors de ses gonds et devenue elle-même une puissance de destruction. Dans un grand effort, il étendit son bras et arracha le saint Nom de la bouche du Golem ; le Golem tomba sur le sol et redevint une masse d'argile sans vie. » [G. Scholem : *Le Golem de Prague et le Golem de Rehovot*, dans Wiener 2000 : 114.]

(02) « CAS 68 – Le patient est un mathématicien de trente-deux ans, ambitieux et créatif, dont la vie est régie par un cycle psychophysiologique hebdomadaire. À l'approche du week-end, il devient invariablement maussade, irritable et énervé, n'est "plus bon à rien" hormis les tâches les plus simples et les plus routinières. Il dort mal chaque vendredi soir et se montre chaque samedi carrément insupportable. Tous les dimanches matin, il souffre au réveil d'une migraine violente qui l'oblige à rester couché presque toute la journée. Le soir venu, il se met à transpirer et urine plusieurs litres d'une urine claire. À mesure qu'il est sujet à toutes ces activités sécrétoires, ses souffrances s'évanouissent. Une fois sa migraine terminée, il se sent parfaitement reposé et très calme, et porté par une vague d'énergie créatrice qui dure jusqu'au milieu de la semaine suivante.

La migraine peut enfin se résoudre par l'intermédiaire d'une crise par une soudaine poussée d'activité physique et mentale, mettant fin à l'accès en quelques minutes. Il est connu que des exercices physiques violents peuvent parfois empêcher la survenue d'une crise, ou même interrompre une migraine installée. Beaucoup de patients couramment sujets à des migraines dès qu'ils font la grasse matinée rapportent qu'il leur suffit de se lever tôt et de se livrer à des activités physiques intenses pour éviter ces réveils migraineux. L'un de mes patients, un Italien robuste au tempérament fougoux, parvenait à mettre fin à ses migraines en faisant l'amour ou, quand il n'était pas chez lui, en faisant un bras de fer et en buvant avec ses collègues de travail. Ces techniques agissaient en moins de cinq à dix minutes. Une peur soudaine, un brusque accès de colère ou encore d'autres émotions violentes peuvent également avoir pour effet de dissiper et de chasser les migraines en quasiment quelques secondes. Un patient à qui j'avais demandé comment il avait l'habitude de mettre fin à ses accès m'a répondu : "Ce qu'il faut, c'est que je fasse monter mon adrénaline. [...] Il faut que je coure partout, que je hurle ou que je déclenche une bagarre, et ainsi mon mal de tête s'envole" » [Oliver Sacks, *Migraine* : 59]

Cette thèse pose les fondements d'une théorie évolutive de la personne humaine en sa totalité mentale et physique à la fois, en mesure d'expliquer la frappante analogie entre les tristes et chaotiques fins de semaine du pauvre Golem de Prague dont nous parle Gershom Scholem, et ceux du

mathématicien migraineux dont nous parle Oliver Sacks. Le récit du Golem apparaît dans « God and Golem & Co » un livre de divulgation sur les implications religieuses de la cybernétique de Norbert Wiener, qui en réalité ne prend pas trop au sérieux la philosophie de Scholem :

(03) « At every stage of technique since Daedalus or Hero of Alexandria, the ability of the artificer to produce a working simulacrum of a living organism has always intrigued people. This desire to produce and to study automata has always been expressed in terms of the living technique of the age. In the days of magic, we have the bizarre and sinister concept of the Golem, that figure of clay into which the Rabbi of Prague breathed life with the blasphemy of the Ineffable Name of God. [...] Neither the Greek nor the magical automaton lies along the main lines of the direction of development of the modern machine, nor do they seem to have had much of an influence on serious philosophic thought. » [Wiener 1965: 40-41]

En revanche, le neurophysiologiste M. Sacks prend très au sérieux les nouvelles perspectives que la Cybernétique a si puissamment contribué à ouvrir sur les dynamiques d'autorégulation du système nerveux, et donc sur la migraine et les autres syndromes qui cycliquement le « chaotisent » avec autant de violence :

(04) « Le traitement n'est d'ailleurs souvent possible que lorsque le mal est pris à son début, avant que la migraine se soit "solidifiée" dans des formes fixes et inaltérables. Le vocable "chaos", dans ce contexte, est bien autre chose qu'une simple figure de rhétorique, car l'espèce d'instabilité, de fluctuation ou de changement soudain qui s'observe ici rappelle tout à fait ce que l'on découvre dans d'autres systèmes complexes – le climat, par exemple – qui ne peuvent être compris qu'en faisant appel au concept formel de "chaos" tel que le conçoit la théorie des systèmes dynamiques complexes (la théorie du chaos).

Envisager la migraine comme un désordre similaire – à la fois complexe et dynamique – du comportement et de la régulation neurales peut donc présenter un intérêt capital, car tout porte à croire que le contrôle subtil (et, normalement, la liberté d'action) qu'autorise la "santé" est fondé, paradoxalement, sur un chaos : ainsi explique-t-on, désormais, le fonctionnement du système nerveux notamment pour les réglages fins, l'homéostasie et les contrôles délicats qu'assure sa partie centrale. Et cette perspective est peut-être encore plus justifiée dans le cas des patients migraineux, en cela que des stress tout à fait minimes subis à certaines périodes "critiques" suffisent à provoquer chez eux un déséquilibre physiologique qui, au lieu de se corriger sans heurt, induit rapidement d'autres déséquilibres et surcompensations interactives dont l'amplification conduit à ce point final que nous nommons "migraine" à tel point que l'on peut dire, en reprenant un terme cher aux théoriciens du chaos, que la migraine elle-même semble parfois fonctionner comme un "attracteur étrange" qui plonge le système nerveux dans un état chaotique. » [Ibid : 59]

Malgré la désuétude de ces rapprochements, toutes les circonstances que je viens de réunir sont liées les unes aux autres par des rapports à la fois très profonds et très rigoureux, que ce travail se propose de souder en une seule théorie déductivement et expérimentalement fondée, et je pense que la meilleure façon de l'introduire est de la ramener à ses origines dans mon vécu intellectuel et personnel, qui m'a d'abord conduit en France (1998) pour me mener ensuite (en 2000) à un virage complet, et à l'abandon temporaire de ma route académique, qui s'achève maintenant.

DE L'HISTOIRE DE LA SCIENCE A LA SCIENCE DE L'HISTOIRE – Je suis un philosophe, et ma *laurea* italienne – que j'ai obtenue en 1997 à l'Université La Sapienza de Rome en *Histoire de la Science* – concernait l'impact que la Révolution Scientifique du XVII^e siècle avait eu sur la pensée de Voltaire. Mon intérêt était historique en ce qu'il était *expérimental*. « Dans le temps aussi, non moins que dans l'espace, il y a des déserts et des immensités désolées » disait Bacon... Pourquoi donc, au bon moment le « progrès » – c'est-à-dire la science – fait-il son apparition dans le désert du temps ? Voilà mon problème... qui n'est autre que le Problème de la Méthode. En fait, si la Science *naît* dans l'histoire le Problème de la Méthode *explose* devant notre attention de scientifiques : quels outils choisir, parmi ceux que notre science déjà née nous met à disposition pour enquêter sur *sa propre* naissance ? Le chercheur se retrouve donc ici confronté à la *conversion fondatrice* de toute conscience critique : celle qui le reconduit de l'histoire de la science à la *science de l'histoire*.

La pensée des lumières était le terrain adéquat pour affronter ce questionnement dans toute son envergure. Je me suis d'abord plongé dans l'œuvre voltairienne de diffusion du newtonisme... mais pour me retrouver, malgré moi, avec une première incontournable ligne de démarcation : d'un côté des

penseurs comme Newton, Descartes, Leibniz, Galilée... et de l'autre une tentative de synthèse historique de leurs œuvres qui avait eu le seul effet – mis à part son intérêt « culturel » – de coudre une pièce de drap trop neuve (la nouvelle science) sur un habit beaucoup trop vieux : un scepticisme épistémologique dilué et incapable de dominer le sujet. Bref : raconter la science exige une *vraie* science du récit. Je suis alors venu en France pour approfondir cette question. Mon DEA concernait : « *La création de l'histoire moderne chez Voltaire* ». J'ai confronté la science *historique* de Voltaire à celles de Montesquieu, Bossuet, Troeltsch, en cherchant à comprendre comment le deuxième s'y prend pour introduire la méthode de Newton dans la recherche sur les transformations sociales, et comment le troisième et le quatrième pensent le rapport entre l'universalité et l'individualité historique. Ensuite, je me suis plongé dans l'anthropologie de Mauss, la sociologie de Durkheim, la grande histoire de Bloch, Braudel, Pirenne, Duby, Ganshoff... pendant qu'entre-temps je n'arrêtais pas mes études piagétien et psychanalytiques. Et il y a eu une seule et même conclusion : le tissu du récit historique de la science ne peut pas être moins fort que le tissu de la science même qui en est racontée, et cela m'a reconduit une fois pour toutes à la pensée transcendante d'Emmanuel Kant.

LA MIGRAINE – Depuis l'âge de sept (1973) jusqu'à trente-trois ans (2000) j'ai souffert d'une forme extrêmement violente et multiple de migraine. Depuis 1993 un syndrome d'« Orthon » (ou AVF ou *Cluster Headache*, ou *Migraine Suicidaire*) a accentué une migraine « primitive » qui était déjà très lourde. J'étais même un représentant officiel de l'AIC (Association Italienne Céphalalgiques), et j'ai aussi participé à des émissions télévisées (que l'on peut voir sur mon site www.eironeia.eu) pour parler de ce syndrome horrible. Je devais être hospitalisé deux fois par an (Centre Céphalées de Florence), pendant trois semaines, où l'on me soumettait à huit à douze heures par jour de perfusions et à des chocs d'insuline qui me menaient au bord du coma. Du côté psychothérapie/psychiatrie, j'avais contacté le professeur Giovanni Jervis – un psychiatre/psychanalyste très connu en Italie, de l'école antipsychiatrique de Basaglia – qui avait été d'abord mon directeur de thèse, en 1994, et que j'ai convaincu, alors, de devenir mon psychothérapeute. J'ai donc suivi une thérapie d'empreinte freudienne – mais aussi amplement cognitiviste – pendant trois ans. Entre-temps j'étais suivi par le professeur Pierluigi Scapicchio – neuropsychiatre, président de la Société Italienne de Psychiatrie (SIP) et coordinateur national de l'*Italian Interdisciplinary Network of Alzheimer Disease* (ITINAD), qui m'a fait publier différents articles sur cet ordre de questions. Malgré tout cela, les choses allaient en empirant.

Je dois souligner que l'expérience de soin et de collaboration avec ces deux savants a été très importante, car nous avons l'occasion de parler très directement *et* scientifiquement sur des sujets qui, on s'en doute, n'avaient vraiment rien d'abstrait. Je leur en serai toujours redevable, mais ces années m'ont très solidement convaincu que les défauts de la méthode des sciences sociales et ceux de la psychologie scientifique et de la psychanalyse *et similia* sont les mêmes, et qu'avec une telle démarche on n'a aucun espoir de s'en sortir.

LE MUR DE L'IDEOLOGIE – Ces deux ordres d'expériences – celle de mes recherches, et celle de mes inutiles efforts thérapeutiques – ont un point de convergence qui a eu d'abord l'aspect d'un traumatisme à absorber : *le mur de l'idéologie*. Je suis un scientifique. Mes recherches sont depuis toujours strictement expérimentales : je me confronte aux faits, et je ne m'intéresse qu'aux phénomènes. Lorsque, en revanche, je me suis concentré sur *le fait de notre science* j'ai assisté à une subite et très violente transmutation de ce même fait en une guerre idéologique. J'ai vite compris que lorsque l'on communique à un savant post-voltairien que sa science est un *fait*, c'est un peu comme bombarder un atome : il commence à enchaîner une suite incontrôlable de paralogismes qui ont pour seule fonction d'éviter que notre science – qui se prend pour La Science – se dirige sur son existence donnée afin de se demander d'où elle tire sa possibilité.

D'autre part, j'étais un migraineux, et ne le suis plus, car la solution transcendante de mon problème méthodologique a coïncidé avec la découverte de la façon dont le *mental humain* peut puissamment intervenir sur son organisation profonde et donc sur les dynamiques vitales du corps et du cerveau. Cela aussi est un fait. Et pourtant, dès que j'ai été guéri (cela fait maintenant dix ans) je suis devenu inexistant. Il n'y a pas eu moyen de faire en sorte que l'AIC s'intéresse à mon cas de guérison, même si ma maladie m'avait donné la gloire de la télévision. D'autre part, les médecins auxquels j'ai demandé de prendre en considération le simple *fait* de ma guérison, se sont bel et bien mis en colère.

Guérir a toutefois coïncidé, justement, avec cette prise de conscience : une science qui ne tolère pas *son fait* – le fait qu'elle est un fait – ne tolère *aucun* fait, en tant que tel. Et qu'est-ce, au juste, qu'un fait « en tant que tel » ? Un fait « en tant que tel » *est un fait qui n'est pas sous le cône de lumière de l'Évidence*. Donner à un fait la possibilité d'exister et, en conséquence, à la science la possibilité de naître et d'évoluer, signifie donc savoir se demander d'où sort ce « cône de lumière » et pourquoi il est doué d'un tel pouvoir d'aveuglement. La recherche qui suit se propose de répondre à cette double question, mais elle le fait avec un but rigoureusement expérimental : certifier *l'existence d'un mental humain*. Même si les conséquences pédagogiques, psychologiques et neurophysiologiques de ce que je démontre sont d'une extrême importance, le périmètre de cette thèse reste toutefois restreint à la démonstration expérimentale de ma théorie.

Avant de rentrer *in medias res*, je me dois toutefois, au moins, d'évoquer les points de liaison qui soudent l'ensemble de faits – apparemment si éloignés les uns des autres – que j'ai présentés en ouverture, pour montrer leurs liens avec les questions affrontées dans cette thèse^a.

1) Qu'il s'agisse de « Gemutriahe » ou de « Géométrie », le pauvre Golem et le pauvre « mathématicien créatif » ont d'abord en commun une « argile » (une « matière grise ») où l'on place des enchaînements de symboles censés diriger le dur labeur de la semaine, jusqu'à l'arrivée du « Shabbat ». 2) Ils ont en commun ce même Shabbat... ou si on veut ce *dimanche* qui à chaque samedi après-midi remplissait d'angoisse le poète Giacomo Leopardi, qui ne désirait autre chose que de se remettre au travail (« *diman tristezza e noia recheran l'ore, ed al travaglio usato ciascuno in suo pensiero farà ritorno* » *Il sabato del villaggio*). Des millions de migraineux connaissent très bien cette affreuse phénoménologie : lorsque le *temps vide* de l'*otium* approche, les sombres nuages de l'angoisse et de la douleur approchent. 3) Ils ont en commun non seulement cette nervosité devant le Vide, mais aussi la recherche d'une « crise », une « violence », une « décharge d'adrénaline » qui, dans les expériences des migraineux, peut arrêter un processus de « réorganisation chaotique » en phase germinale. 4) Ils ont en commun le *parfait mutisme* de leur « matière grise », lorsque les symboles qui dirigent leurs performances applicatives – leurs opérations – cessent de pouvoir être ainsi employés.

Mon travail fournit une grille de concepts et d'outils aptes à montrer la cohérence interne de cette quadruple phénoménologie. Négativement, cette cohérence est pleinement exprimée par ces deux passages, de Freud et de Wiener :

(05) « I have not always been a psychotherapist. Like other neuropathologists, I was trained to employ local diagnoses and *electro-prognosis*, and it still strikes me myself as strange that the case histories I write should read like short stories and that, as one might say, they lack the serious stamp of science. I must console myself with the reflection that the nature of the subject is evidently responsible for this, rather than any preference of my own. The fact is that local diagnosis and *electrical reactions lead nowhere* in the study of hysteria, whereas a detailed description of mental processes such as we are accustomed to find in the works of *imaginative writers* enables me, with the use of a few psychological formulas, to obtain at least some kind of insight into the course of that affection. » [Freud 1895:160. L'italique est de moi.]

(06) « There is much which we must leave, whether we like it or not, to the un-“scientific” narrative method of the professional historian. » [Wiener 1965: 164]

Notre science – soit-elle des nombres, des corps physiques, de l'âme ou des systèmes complexes et évolutifs – a, depuis longtemps, totalement perdu la parole. Le médecin de l'âme doit se « consoler » du fait qu'il va nous raconter des *short stories*, ainsi que le théoricien du pouvoir d'auto-organisation des ondes cérébrales doit se *résigner* à l'élément narratif de sa science. Dans ces conditions, ce que je viens d'appeler le « cône de lumière de l'Évidence » acquiert le pouvoir d'aveuglement d'un vrai « rayon de la mort ». Derrière le grimoire muet des « opérations » à exécuter le plus rapidement possible – ce que le théoricien de l'« homme neural » appelle cohéremment « *La bosse des maths* » [Deahene 1997] – se cache, pour l'homme/Golem, le gouffre d'un « chaos » décidément effrayant, étant donné que, dans la narration écrite, l'humanité trouve (depuis toujours et par sa propre nature) sa source ontologique fondamentale. Olivers Sacks incarne donc cette même équivoque, lorsqu'il écrit : « tout porte à croire que le contrôle subtil (et, normalement, la liberté d'action) qu'autorise la “santé”

^a La solution de l'énigme est énoncée en [§11.3(4.I)].

est fondé, paradoxalement, sur un chaos ». La vision du chaos est en réalité – bien au contraire – une conséquence, et certes non pas un fondement, de l'ordre cosmique où nous vivons immergés, mais cet ordre est de nature logique et narrative... et si notre vie perd cet enracinement fondamental, alors le gouffre qu'elle-même a ouvert au cœur de son identité se montrera de la façon certes la plus vertigineuse et cauchemardesque, mais aussi, il faut bien l'avouer, la plus rusée, étant donné que *tous*, devant cette même, unique et universelle évidence, s'assoient et commencent – *whether we like it or not* – à raconter des « *short histories* ».

En synthèse, si on ôte aux vérités apodictiques des mathématiques l'écho lumineux et profond de leur provenance incarnée, et que l'on pense que « là derrière » il n'y a pas un homme qui parle, mais une statue en argile potentiellement féroce, on bâtit un monde inversé, où le désordre est la cause de l'ordre, et d'une crise de violence peut naître en effet du bien-être. Et toutefois, même dans une telle situation, les enchaînements de la « *Gemutria* » resteront une trace d'autant plus étincelante à suivre : des constellations de sens qu'aucun nuage, aussi chaotique soit-il, n'arrivera jamais à cacher.

C'est donc cette trace que je me suis proposé de suivre pour mener à bien mon dessein.

Synopsis générale

LE BUT DU TRAVAIL – Le but de ce travail est de démontrer l’existence du *mental humain* comme réalité substantielle, qui déploie sa force évolutive et créatrice tout le long de notre vie, et qui est aussi irréductible à notre cerveau que la « masse » *m* est irréductible aux corps qui en manifestent la présence au travers de leurs façons de bouger.

Pour démontrer ma thèse, j’ai ciblé le phénomène le plus immédiatement et universellement accessible pour une science déjà mathématisée : le phénomène des mathématiques mêmes, vues sous la perspective dynamique et génétique de leur naissance et de leur développement à l’intérieur de la vie d’un même homme. *Un homme apprend à lire, et à la suite de cet apprentissage l’évidence mathématique fait son apparition devant sa conscience.* Ceci est notre phénomène. Ce que j’affirme est que ce double événement ne peut s’expliquer que comme la manifestation d’une même force bien réelle et physique, fondamentalement unique : notre *force mentale*, ou la « puissance dynamique » de notre *mental*.

PREMIERE PARTIE – RÉ-INCARNER LES MATHÉMATIQUES

Dévoiler l’existence d’un *mental* à la source du phénomène des mathématiques revient à rendre au mathématicien sa primauté ontologique sur les résultats visibles de son travail. Pour ce faire, il faut partir dans la direction opposée : afin de montrer que le mathématicien en personne est forcément doué d’un « mental » nous devons préalablement bien établir que les mathématiques qu’il engendre ne sauraient jaillir d’un esprit désincarné. « Ré-incarner les mathématiques » sera donc la tâche de cette Première Partie, où je me consacrerai à leur redonner un corps, et plus profondément une *chair*. Mon but est que l’esprit du mathématicien se laisse ainsi entrevoir en transparence à la source des vertigineuses transformations – *trans-figurations* – successives du *sens* des vérités qu’il enchaîne : un sens qui peut donc être pertinemment pensé comme le *sang* qui coule dans les membres de son « corps mathématique », toujours en mouvement.

Les chapitres §0 et §1 mettent en formule ma thèse, et tracent l’horizon épistémologique et méthodologique où sa démonstration prendra corps.

[§0] L’HORIZON EPISTEMOLOGIQUE ET LA MISE EN FORMULE – Le processus qui mène de l’apprentissage à lire à l’exécution d’une opération mathématique s’avère composé d’une série d’éléments tellement répulsifs les uns par rapport aux autres, que nous sommes conduits à les saisir comme la manifestation de la présence en nous de « deux substances » psychologiques totalement hétérogènes, telles les « éléments sublunaires » et le « cinquième élément » de la physique péripatéticienne. Il n’en est rien : bien au contraire, ce sont justement les tensions internes caractérisant ce phénomène, qui nous obligeront à reconnaître la nature profonde – « céleste » et cosmique – de son insécable unité.

Pour que la démonstration de cette unité jouisse d’une distinction pleinement mathématique – la seule qui puisse lui convenir – j’exprime ma thèse avec la formule : « $A \rightarrow “A” \rightarrow “A \leftrightarrow A”$ ».

[§1] L’HORIZON METHODOLOGIQUE – Grâce aux symboles de l’écriture, les mathématiques prennent corps et signification dans le contexte bien positif, public et partagé, de notre vie *subjective*. Il faut donc souder en une seule totalité méthodologique la recherche du phénoménologue et celle du psychologue, faute de ne pas disposer d’une perspective suffisamment puissante et subtile pour affronter l’enquête.

Quant aux chapitres §2→§5, l’ampleur de l’horizon qu’ils déploient montre que le mot « incarner » est ici choisi en toute sa profondeur et son extension.

[§2] LE CORPS – UN PHENOMENE PHYSIQUE – D’un côté, il s’agit certes de montrer la nécessaire appartenance du mathématicien et donc de son « esprit » – son « point de vue » – à l’ensemble des « corps physiques », sans quoi aucune orientation effective ne pourrait organiser les directrices de son espace opératoire.

De l’autre côté, il s’agit plus profondément de rendre les mathématiques à leur authenticité et plénitude phénoménales, à savoir aux contextes *de sens* où nous les trouvons essentiellement plongées, et d’où l’on ne saurait les débrancher sans les anéantir. Or dans mon dessein général une *mathématique incarnée* est celle qui est intégralement rendue à sa *substance ultime* – son *sang* – et cette substance, justement, n’est autre que le *sens* que nous donnons aux impulsions vivantes de notre pensée – les « opérations » – lorsqu’elles se trouvent en leur phase germinale, et qu’aucune

interprétation contraignante n'a encore pris une forme figée, et que tout est encore à décider. Cette perspective nous renvoie aux trois éléments qui suivent.

[§3] LE SANG – UNE INEPUISABLE TRANSFORMATION DU SENS DANS L'HORIZON TRANSCENDANTAL DE L'ÉCOLE – À l'encontre de toute approche conventionnaliste et « analytique », je situe le noyau le plus pur des mathématiques dans la puissance dont leurs symboles sont doués de nous éblouir avec des *incessantes, et totalement inattendues et étonnantes, transformations de leur sens*. Cela implique que l'apprentissage à lire et [donc] à « calculer » se fait *essentiellement* à l'école. En fait, c'est bien cette nature intimement mouvante et évolutive des mathématiques qui nous impose d'attribuer à l'espace scolaire – le champ éducatif de l'école – une prérogative pleinement *transcendantale*, en ce que le « transcendantal » est défini comme cet horizon, cette « troisième dimension » de la pensée, qui seule peut permettre au *sens* d'une *vérité* « universelle et nécessaire » d'apparaître, disparaître, se transformer, évoluer, se contredire... sans que la conscience qui assiste à un spectacle aussi vertigineux ne s'égaré dans la désorientation la plus complète. Bien au contraire, une conscience qui, en état d'éveil critique, vit l'expérience « limite » de la transformation d'une vérité évidente en son contraire distille, par là même, l'impérative présence d'un sens qui en demeurant indéniablement présent transcende d'un bond toute apparence manifeste ; l'école se définit donc comme le lieu de cette distillation transcendantale du Sens à l'occasion de ses immaîtrisables changements. Nous dirons donc que dans l'école circule le sang du sens mathématique des choses.

[§4] LA CHAIR – L'ÉVÉNEMENT EXPERIMENTAL D'UNE TRANSFIGURATION – L'évidence mathématique a d'autre part toujours, incontestablement, la nature d'un *événement*, et cet événement décèle un mouvement interne de *transfiguration*, qui est ce que j'appelle la « quintessence » de la méthode expérimentale. En fait, aucune vérité formelle et universelle n'est saisissable en dehors de l'événement de sa saisie, et dans cet événement, c'est la voix individuelle du mathématicien qui est sans cesse interpellée et appelée à la présence et à la reconnaissance de ce qui est en train de se passer devant ses yeux. Lorsqu'il en est ainsi, alors « ce qui se passe » acquiert cette lumière « transfigurée » qui est à la fois la plus intensément individuelle et la plus clairement universelle que notre esprit puisse rencontrer dans son expérience du monde, tandis que le mathématicien en personne devient – au cœur de cet événement mémorable – aussi certain de sa propre présence, qu'il est certain des résultats opératoires qui occasionnent cette même éblouissante prise de conscience. Dès qu'il a lieu, ce mouvement de recul, bien *cartésien*, réoriente à son tour notre attention objectuelle : les « réalités » mathématiques visées par notre pensée deviennent alors autant de portes d'accès à la réalité – la nature – de cette même pensée mathématique, selon un mouvement logique « spiraliforme » et essentiellement *expérimental*. Il ne faut donc pas hésiter à attribuer à cette dynamique [au moins virtuellement] interne à toute évidence a priori, la nature d'une véritable *transfiguration* de la réalité ordinaire, ainsi que les siècles qui ont engendré la science moderne (XVI^e et XVII^e) l'ont clairement montré. « Mathématiser » signifie *transfigurer* : transformer la trame ordinaire des choses – *pragmata* – en une étincelante succession de *mathémata*.

[§5] L'HOMME- UN MONDE FAIT DE PURE REPRESENTATION, DONC IRREDUCTIBLEMENT HUMAIN – Les mathématiques sont enfin un phénomène irréductiblement *humain*, en ce que leur monde est celui de la pure Représentation, où notre pensée trace des trajectoires toujours suspendues entre l'Impossible et le Nécessaire, qui n'ont donc aucune forme d'existence actuelle dans la *réalité* sensible des choses. L'évidence mathématique est donc l'affaire de l'homme qui pense, malgré l'intention générale de notre époque qui, après avoir désincarné la pensée formelle en ôtant tout droit de parole à la subjectivité bien physique du mathématicien, a même pensé pouvoir enraciner les origines *prémathématiques* de ses mouvements opératoires dans une dimension non pas *proto-mathématique*, mais franchement et définitivement *non-mathématique*, c'est à dire *non humaine*. Telle est la mouvance des psychologues post-piagétiens qui attribuent des capacités effectivement opératoires tant aux primates, qu'aux rats et aux pigeons etc. qu'aux nourrissons de 4 mois, souvent sur la base d'une perspective purement mécaniste (« neuronale ») qui ne reste pourtant qu'une pure hypothèse de travail sans aucun fondement réel dans les phénomènes. Et telle est, malheureusement, aussi la mouvance – que j'appelle dans son complexe *généalogique* – des tentatives de Piaget de trouver dans les « mécanismes de la vie » *biologique* la source ultime des mécanismes de la Raison. Et toutefois, il n'en est rien. Une ligne de fraction est une dichotomie en soi inaccessible à tout ce qui n'est pas une pensée pure, capable en même temps d'*empêcher* en l'occurrence la division de ce que notre imagination « animale » [le singe en §5.2] prétendrait pourtant indéfiniment divisible, et d'imposer la

présence effective d'un objet comme $1+1=1$ [§5.3] malgré l'évidente impossibilité de son existence effective.

LE DYNAMISME EVOLUTIF D'UN « COMPORTEMENT TOTAL » – Ainsi que la perspective *génétique* et *comportementaliste* de Piaget le montre distinctement, tout phénomène d'apprentissage est une totalité franchement « galiléenne » : dynamique, auto-orientée et essentiellement individuelle et, par là même, imprégnée de l'histoire unique et irrépétable du *sujet humain*, qui accélère ses mouvements cognitifs au fur et à mesure qu'il applique sa force de connaissance à la réalité qui l'entoure.

DEUXIEME PARTIE – RÉORIENTER LE DEVELOPPEMENT

Si la Première partie a ciblé le corps, la chair et le sang mathématiques du mathématicien en personne, cette Deuxième partie va maintenant se concentrer sur comment ce même corps naît, bouge et grandit. Nous atteindrons ainsi l'identification dynamique et développementale de la force qui émane de notre présence, tout au long de notre parcours évolutif.

Dans les trois chapitres qui vont suivre aura donc lieu cette « reprise renversante » du système piagétien que j'ai plusieurs fois annoncée dans les pages qui précèdent. J'offrirai de la sorte une nouvelle perspective sur le développement en phases de la vie humaine individuelle, conçue comme une totalité évolutive essentiellement *créatrice* bien cohérente et soudée. « Reprendre et renverser » la perspective génétique de Jean Piaget revient d'un côté à renouer avec sa vision dynamique et expérimentale de l'« opération » comme mouvement fondamental de notre vie mentale, homogènement agissant à tous les niveaux de notre évolution, et de l'autre côté à *réorienter* cette même vision en la remettant, pour ainsi dire, sur ses pieds. Avec un chiasme des plus féconds nous verrons que réorienter la perspective de Piaget sur les dynamiques évolutives de notre esprit signifie comprendre que ce même esprit n'est autre, finalement, qu'une irrépressible *force de [ré]orientation*, toujours prête à intervenir sur nos schèmes comportementaux et cognitifs pour leur donner un sens au fur et à mesure plus subtil et profond.

[§6] L'ELAN MATHEMATIQUE A LA SOURCE DE NOTRE EVOLUTION – Dans ce chapitre je synthétise grâce à Piaget ce que j'ai montré en §4.4 à propos de la « spirale *expérimentale* » qui (au moins virtuellement) sous-tend toute opération déjà mathématique, et de la « spirale *dynamique* » que Piaget même dévoile, en §5.4, au cœur de tout événement vital *c'est à dire* d'apprentissage. – [§6.1] L'intuition fondamentale de ce dernier est justement que *toute* « opération » qui rythme le parcours évolutif de l'homme vivant Galilée, depuis son premier souffle jusqu'à sa dernière méditation, est la mise en œuvre d'une seule et même *dynamique expérimentale*, depuis toujours essentiellement *mathématique*. Cet « élan mathématique » qui nous propulse depuis notre naissance se « conserve » selon Piaget en s'approfondissant toujours plus, jusqu'au moment où il apparaît sur l'écran de notre conscience sous la forme explicite d'une évidence pleinement appropriée.

LA DISTANCE EVOLUTIVE ENTRE L'HOMME ET L'EVIDENCE MATHEMATIQUE – C'est cette intuition, à la fois galiléenne et logiciste, qui a fait découvrir à Piaget tous les étonnants phénomènes relatifs à la « conservation du nombre chez l'enfant », car elle lui permet de penser, pour la première fois, la *distance évolutive* qui sépare l'esprit humain de l'évidence apriori, qui s'avère être une terre non pas déjà donnée, mais *à conquérir* grâce à notre force mathématique d'« égalisation multidimensionnelle », et à son incessante application d'abord expérimentielle et ensuite scolaire.

DE LA PERIODISATION A LA FRACTURE, ET RETOUR – [§6.2] Cette prise de conscience piagétienne a eu toutefois une conséquence funeste, car la recherche psychologique des 40 dernières années a transformé la *périodisation* développementale exigée par la découverte de cette distance évolutive entre l'homme et les mathématiques, en une irrémédiable *fracture*, qui sépare l'enfant du mathématicien : une fracture qui était d'autre part inscrite dans ce même « généalogisme » de Piaget, qui place la graine *proto-mathématique* de la pensée *pré-mathématique* dans les « structures » *non-mathématiques* de la « vie ». Pour ressouder cette fracture, il faut revenir aux racines les plus profondes de l'épistémologie génétique : ce même « bergsonisme logiciste » que Piaget a aussi violemment refoulé, tout en y enracinant ses trouvailles les plus précieuses. – En [§6.3] je commence ce parcours à rebours, où je montre que Piaget a bien raison d'affirmer qu'à tous les niveaux de notre évolution, une seule et même dynamique cognitive *pleinement mathématique* fait bouger notre esprit – de « décalage en décalage », de « prise de conscience en prise de conscience » – pour le transporter en spirale (un « cercle brisé » après l'autre) de la surface *perceptive* du monde de l'enfance à la

profondeur *projective* du monde de la science, grâce à une même *puissance mathématique d'équilibration mentale*, qui soude toujours plus profondément les diverses dimensions de ce qui se transforme dans nous et autour de nous. Je montre par exemple l'isomorphisme évident entre les mouvements mentaux d'un enfant (le petit Edi) qui doit atteindre la conservation perceptive d'un nombre/quantité sensible, et ceux de l'adulte Sagredo, l'élève de Salviati/Galilée, qui doit apprendre l'égalisation purement projective et mathématique d'une constante physique (l'élan). – En [§6.3.1-2-3] je concentre l'attention sur trois éléments fondamentaux qui caractérisent la dynamique cet isomorphisme évolutif : il s'agit toujours (1) d'un processus de *prise de conscience*, qui (2) se déroule selon le typique « double pas » d'une suite d'*acquisitions décalées* : à chaque nouvelle étape, il faut réacquiescer ce qui avait été acquis au stade précédent ; et finalement, (3) je mets en évidence un aspect qui n'a point attiré l'attention de Piaget ni de personne d'autre : il s'agit toujours d'un processus de *réorientation spatiale* de nos cadres cognitifs. Chez le bébé concentré sur un bâton transversal à faire passer entre les barres verticales de son parc ; chez le petit Edi devant ses verres de boissons (gros et larges les uns ; hauts et étroits les autres), ainsi que chez les pauvres Sagredo et Simplicio, qui doivent se convaincre de la conservation d'un même « élan » malgré la différence de pente entre deux plans inclinés de même hauteur... il s'agit toujours et en tous les cas d'appliquer sa force pour souder le « couché » et le « dressé », l'horizontal et le vertical. Cette constatation montrera son importance primordiale à la fin de cette partie (en §8.3) en nous projetant ainsi sur la parabole de clôture de notre entreprise, où il s'agira de montrer que dans toute « orientation » la brute matérialité de l'espace n'y est pour rien, car la « matière » première et ultime de tout mouvement ayant un sens *dans* l'espace, n'est que le *sens* – l'intention purement logique et événementielle – de ce même mouvement.

[§7] L'ÉVOLUTION CREATRICE QUI PROPULSE NOTRE DÉVELOPPEMENT – Dans ce chapitre-charnière je mets en lumière d'un côté l'aspect de *pure spontanéité créatrice* qui caractérise notre évolution en étapes, et de l'autre sa structure cognitive essentiellement *intentionnelle* et *tridimensionnelle* (articulée en un fond et une surface).

DEPASSER PIAGET : LA NAISSANCE D'UN SIMPLE MOI INTENTIONNEL... – En [§7.1] je suis un par un les « stades » piagétiens qui nous intéressent. Je montre que le long des 10 échelons qui mènent un homme de sa première « succion à vide » à l'apparition de la science dans sa conscience, Piaget ne cesse d'insister sur la gratuité créatrice qui nous fait passer d'un stade à l'autre, et sur le fait que la suite de ces étapes est une théorie de *renversements* toujours plus riche et multipliée en fruits cognitifs et comportementaux. Et pourtant, je mets en évidence comment, au bon milieu de cette reconstruction, Piaget a obstinément voulu arrêter son chemin critique, car il se refuse à admettre que la *simple* présence *d'une seule et même personne* (son fameux « moi » destiné à « se délivrer de lui-même ») doit forcément être à la source de toutes les « complications » qui organisent le développement « par renversement successifs » de notre vie biologique et mentale. Rien toutefois ne peut nous empêcher d'affirmer – étant donnés les phénomènes – que, le moment venu, un « moi » capable d'une *simple* intention fait son apparition au sein de nos « totalités comportementales » manifestes.

...QUI SE PROPULSE DE SON FOND MAGIQUE VERS SA SURFACE RATIONNELLE – En [§7.2] se produit donc mon virage définitif. J'abandonne l'orthodoxie piagétienne, en me concentrant sur trois éléments cruciaux, qui ne sont que *les trois facettes d'une même épistémologie à réorienter* : (A) la question de la *naissance/début* d'une « opération » vitale quelconque, et donc de son orientation et de sa *non réversibilité* interne ; (B) la question du *rapport dynamique* qui lie la pensée « primitive » et la pensée rationnelle ; et troisièmement (C) la question de l'*oubli immanent* à toute progression évolutive, et donc à toute conscience « adulte ». – J'affronte ces thèmes en [§7.2→5], en m'attaquant à la vision « groupale » et « combinatoire » de la vie et de l'intelligence. Je montre avant tout [§7.2] que Piaget ne sait pas penser l'*événement de la naissance* – le premier souffle avant la « première succion à vide » – et je procède suivant la conviction que les choix idéologiques qui l'ont empêché de penser non seulement la naissance d'un sujet *simple* avant tout événement de « complication », mais le phénomène de la *naissance* tout court – et donc l'intime orientation (*sens*) des choses *vers l'avant* – ont été éminemment véhiculés par l'idée que le « groupe » soit la structure « combinatoire » ultime à la base de toute réalité. – [§7.3] Pour cette raison c'est d'ici que je repars, en ré-enracinant l'algèbre des groupes non pas dans la notion de « correspondance un-à-un », mais dans la notion intimement logiciste, et strictement non combinatoire de l'« *Abbildung* » : l'« application » $a \rightarrow a'$ qui transforme une chose en son image. Je remplace ainsi le trop vague concept piagétien (biologique et *non*

mathématique) de « assimilation » avec une notion qui est en elle-même porteuse tant d'une pleine identité opératoire, que du vénérable archétype de l'*émanation* : ce qui permet à la forme « $a \rightarrow a'$ » de nous faire comprendre d'un côté la *naissance d'un nombre* à partir d'une dimension proto-numérique, et de l'autre la *naissance de la conscience rationnelle* à partir d'une dimension proto-rationnelle. – [§7.4] Cette double idée extrêmement féconde nous donne enfin la force de réorienter tout le système, en ressoudant la fracture que le structuralisme piagétien et le cognitivisme poststructuraliste laissent ouverte entre l'*enfance* et la *science*. En fait, d'une part l'opération de l'*Abbildung* puise en une dimension de notre esprit aussi pleinement mathématique que profondément « magique » et « syncrétique » : et c'est justement ce fond « enfantin » et purement créateur qui constitue le dynamisme caché de toute « cinématique » rationnelle qui se présente à la surface de la pensée adulte. D'autre part, tout le processus émanateur « par décalages successifs » qui rythme notre évolution, est un chemin fait aussi bien d'une profondeur « magique » et créatrice, que d'une surface rationnelle d'*oubli* : non seulement toute nouvelle « prise de conscience » sort – « émane » – apparemment *sans raison* « du néant » de l'inconscience qui la précède, mais cette même inconscience de provenance se réabsorbe dans le « néant » d'où notre « conscience » vient de sortir, une fois que le nouvel échelon développemental a été gravé. Mais voilà : cet *oubli* immanent à toute [prise de] conscience, est cela même qui nous révèle *a contrario* la provenance profonde des mouvements que cette même conscience réalise sur sa surface. Après avoir offert trois évidences [§7.4.2-3-4] définitivement anti-piagésiennes de ce double caractère – à la fois « magique » et « oublieux » – de la conscience rationnelle, je suis en condition [§7.5] de dessiner un *modèle en phases du développement évolutif de notre vie*, que je prétends plus complet, cohérent et soudé que celui de Jean Piaget.

[§8] LA PROPULSION « NON GROUPALE » ET EVOLUTIVE DU GROUPE – Dans ce chapitre je systématise, tant au niveau historico/épistémologique que mathématique, les acquis développementalistes des deux chapitres précédents. Notre croissance évolutive est un mouvement *intentionnel, spontané, orienté/orientant, et irréversible*, au sein duquel des dimensions toujours nouvelles naissent, se propulsent, accélèrent, sans qu'aucune « complication » ne puisse expliquer leur simple apparition. Mon souci est maintenant de montrer que la structure algébrique du groupe est à elle seule incapable d'exhaustivement représenter une telle façon de bouger de notre âme procédant de la sorte toujours plus en profondeur dans son univers expérientiel, car bien au contraire c'est la structure même du groupe qui apparaît dans l'univers de la science grâce au dynamisme créateur, évolutif et « non groupal » que je viens de décrire.

En [§8.1] je retrace le chemin *historique* qui a conduit Piaget et toute son époque à formuler son hypothèse « impérialiste » sur le groupe. Je discute les positions de Jordan, Dedekind et du *Programme de Erlangen* de Félix Klein, d'où je tire trois conclusions : (1) si depuis sa première apparition chez Jordan, le groupe post-galoisien s'enracine dans l'intuition ultime du *corps physique* et de sa force de cohésion, chez Dedekind le « corps du nombre » n'est en dernière analyse que le mathématicien en personne qui l'incarne ; (2) lorsque le mathématicien procède en créant au fur et à mesure des structures toujours plus élargies, le dynamisme de cette émanation successive n'est pas de type groupal, puisque rigoureusement orienté : au passage $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ ne correspond pas une « opération inverse » qui part des Relatifs pour arriver aux Naturels *sans les présupposer* ; (3) l'architecture interne de l'espace de F. Klein répète cette même orientation opératoire : la géométrie doit nécessairement *commencer* par une image/figure [*Bild*] euclidienne bien déterminée, car aucune « multiplicité » générale ne peut être immédiatement atteinte sans présupposer qu'une telle figure soit préalablement *donnée*. J'en conclus que celle du groupe est en réalité une *cinématique* de surface de notre pensée – un résultat – et non pas la *dynamique accélérative et formellement évolutive* qui conduit à ce même résultat.

En [§8.2] je mène un examen directement mathématique de la possibilité que l'outil formel du groupe puisse en effet représenter sa propre « mise en action ». J'analyse en ce sens le mouvement de rotation, l'angle euclidien, et le « groupe » de la Trigonométrie, et je montre qu'en aucun cas la « mise en action » d'un groupe est à son tour une opération groupale, car aucune « opération inverse » ne lui correspond. D'autre part, comme l'« espace » est *en soi* parfaitement insaisissable en deçà de toute figure, qui de son côté ne saurait pas trouver ses repères d'orientation spatiale en aucune autre *figure*, il s'en suit que l'« orientation » d'une figure *dans* l'espace est un phénomène tout simplement *donné* : une insécable totalité, internement mouvante, orientée, et douée d'un début. La conclusion

générale en est que tout événement opératoire – aussi « groupal » soit-il sur sa surface – est doué d'une indépassable orientation intime – un *sens* – qui distingue entre sa provenance (son début opératoire) et son aspect résultatif : nous *commençons* en tous les cas par une figure sensible et euclidienne, pour nous propulser grâce à cette rampe dans les espaces « transintuitifs » de la pensée abstraite. Cela signifie d'un côté souder comme les deux aspects d'une même réalité l'anisotropie de l'*espace* et celle du *temps* de nos opérations (pour atteindre l'espace on *commence* – dans le temps – par une figure, et pas l'inverse), et de l'autre côté placer une *dynamique pleinement développementale* au cœur de toute opération mathématique formellement définie

ÉVOLUER EST [SE] REORIENTER – En [§8.3] je tire les conclusions à la fois mathématiques et développementales de tout ce chapitre. Toutes les observations et les démonstrations qui précèdent mettent clairement en évidence qu'au cœur de notre esprit agit une puissance douée de la prérogative d'*orienter-et-réorienter* nos cadres cognitifs de façon « absolue » et « non commutative », en *renversant* à chaque échelon de notre évolution, et de manière définitive, le visage du monde qui nous entoure, qui en résulte ainsi toujours totalement bouleversé par rapport au monde « oublié » qui le précède. Cet élan a l'aspect très distinct d'un *propulseur*, qui repart toujours à zéro (comme tout mouvement galiléen) en imposant, sans plus, au vieux monde la nouvelle orientation – le nouveau sens – dont il est le porteur. En [§8.3.1] je montre que sur le fond – *au commencement* – de cette dynamique récurrente, retentit la voix « primitive » de l'*enfant*, qui prétend *absolument* que le Haut ne soit pas le Bas. Après avoir mis en lumière (en §7.4.2-3-4) que la *magie* enfantine anime le fond « syncrétique » de toute *Abbildung* formelle, je décris ici un autre épisode de « renversement décalé » : la Trigonométrie se dévoile comme la reprise projective de cette même opposition couché/dressé qui *empêche* les enfants en §6.2 d'« égaliser » leurs verres de boisson. « Absolu » et « Relatif » s'avèrent donc n'être, finalement, que les deux polarités d'un processus de développement à son tour « absolument » orienté vers une toujours plus haute puissance d'action et d'expression. – Je tiens d'autre part à bien mettre en évidence que cela donne à notre force mentale un aspect non seulement profondément enfantin, mais parfaitement homogène à tous les autres forces qui peuplent l'univers, lesquelles agissent toujours dans un champ *bipolaire*, *orienté* dans l'espace, et *périodisé* dans le temps selon le rythme « trigonométrique » d'une suite de *renversements successifs*.

Tout cela nous met en condition pour comprendre que cette œuvre périodique de réorganisation de notre espace évolutif n'est en son essence qu'une œuvre de pure *resignification*, grâce à laquelle nous ordonnons l'espace de notre vie seulement en ce que nous donnons un nouveaux *sens* à nos mouvements vitaux.

TROISIEME PARTIE – REDONNER UNE VOIX A L'HOMME

La force qui fait de notre vie mentale – et donc de notre vie entière – une suite inépuisable de propulsions successives, qui vague après vague, et de façon parfaitement spontanée, bouleversent et réorientent notre horizon d'appartenance, est une force purement expressive, logique et narrative. Ce que nous faisons tout au long de notre vie est écrire et réécrire notre histoire : « ne faire qu'une arabesque de tout le mouvement de notre plume », dirait Galilée. Ce sera donc notre voix, la force de notre *parole*, qui se dévoilera enfin comme la racine unique et commune tant du phénomène de l'écriture que de celui des mathématiques. « Un *mental* comme force efficace existe, au cœur matériel de notre monde » ne signifie donc que : un homme qui parle existe à l'origine des histoires dont ce même monde est fait en sa trame essentielle. En synthèse, si dans la Deuxième partie je me suis occupé de comment notre « corps mathématique » incarné naît, bouge et grandit, il ne s'agit plus, dans cette Troisième Partie, que de lui donner la parole car – ceci sera notre conclusion – c'est la *voix humaine* du mathématicien qui engendre d'abord, dans sa conscience, cette illusion optique/auditive qu'est le phénomène de l'écriture, pour ensuite faire éclater la lumière de l'évidence mathématique.

Mon argumentation se déploie selon une dynamique ternaire très simple. Je montrerai que le retentissement d'une voix humaine dans nos oreilles et l'éclat d'une vérité mathématique devant nos yeux sont deux occurrences d'un même événement, que seule une distance d'ordre développemental sépare l'une de l'autre, et que cette distance est à son tour remplie par une troisième occurrence de ce même événement : l'apparition de l'écriture. Ce « même événement » en trois temps est *l'irréfutable automanifestation d'une impérative intention de sens, que rien au monde ne peut contraster*.

L'extrême simplicité de cet enchaînement déductif se traduit pourtant en un long travail de renversement logique, métaphysique et épistémologique de toutes les données – bien expérimentales

et publiquement partagées – dont notre science dispose à présent. C'est cela qui explique la densité et l'étendue de cette partie finale de ma thèse, qui procédera de la façon suivante.

[§9] REDONNER LA PAROLE A LA MATIERE – Je porte à la lumière la thèse fondamentale de mes adversaires, car ils détiennent une bonne moitié des outils opérationnels et des évidences expérimentales dont j'ai besoin pour réussir mon entreprise. Cette [anti-]thèse est celle du « matérialisme généalogique » dont j'ai déjà parlé, et de sa conception spatiale et agrégative du monde. Ce premier moment de mon argumentation est donc d'ordre expositif. Je mets en place une action herméneutique très engagée, car rien n'est plus instable et protéiforme que la métaphysique matérialiste, qui très rarement se déclare comme une métaphysique. Dans cette action, je prétends bouger sur la droite ligne herméneutique (l'« hélicoïde ») du « courant numéricien » dont parle Jean Dhombres, malgré sa façon de se dire non-philosophe lorsqu'en historien il trace *les limites* de sa « matière » le long des millénaires. Ce courant, je l'affirme, qui à partir des *logoi* d'Euclide et depuis toujours transcende le dualisme arithmétique/géométrie, est le courant transcendantal du sens, et je suis persuadé qu'en *ce* sens le mathématicien/historien Jean Dhombres se sait philosophe.

Mon but – paradoxalement, mais compréhensiblement – est en somme celui d'arriver à *vraiment* matérialiser le sens (le sang) qui coule dans les symboles de notre écriture, et pour ce faire je devrai complètement dissoudre l'« espace » du matérialiste comme pierre de touche ultime de tout ce qui existe dans le monde. Le « sens » est bien une chose matérielle, mais cette matière est du temps, et ce qui fait son dynamisme interne est l'essence narrative des événements. Tout ce chapitre est donc fait pour rendre possible et recevable, au niveau conceptuel et historique, cette vérité fondatrice, que je m'occupe de justifier du point de vue expérimental dans le chapitre suivant.

[§10] DU COSMOS AU CHAOS, ET PAS L'INVERSE – Ce chapitre doit son titre à l'essence à la fois renversante et strictement développementale de ma perspective. Ce que je devrai arriver à démontrer – en §11 – est que la structure « dynamogénique » de l'apprentissage à parler suit l'ordre « voix → fréquence » plutôt que l'inverse, et que de cette même façon il faut *inverser* l'ordre accepté « calcul → lecture ». Seulement à cette double condition ma thèse peut être concluante. Cette nécessité argumentative explique la structure interne du chapitre §10.

LA NATURE NARRATIVE DU MONDE PHYSIQUE – En §10.1 je remets la science physique sur ses pieds. A l'encontre de la « spatialisation » einsteinienne de tous les phénomènes – parfaitement paralogique et insoutenable – je reviens à la racine galiléenne de la mathématisation, en montrant que la physique ne peut se servir des nombres qu'en postulant la cohérence narrative et logique du monde, selon ce que j'appelle le « Postulat du sens de l'événement ». La narration galiléenne du passage Chaos → Cosmos montre l'essence génétique et développementale de la Mécanique classique, et la nature expressive et narrative de ses procédés d'enquête. Dans ce contexte, les scientifiques sont conscients que celle du « Chaos » est une réalité de deuxième ordre – une « fable » – qui n'est atteignable que grâce aux outils de fait déjà parfaitement auto-organisés du mathématicien/physicien réellement existant. Le plus essentiel parmi tous ces outils formellement maîtrisés par un homme concret, est le pendule, qui nous permet l'égalisation mathématisée de tout mouvement pensable.

LA DIMENSION POTENTIELLE DE LA REALITE – Cela nous mène en §10.2, où je dois réacquiescer telle quelle la notion aristotélicienne d' *être en puissance*, car seulement un pendule en puissance peut en effet égaliser un mouvement actuel, et seulement une effective – bien que non actuelle – réalité en puissance peut nous éviter la dérive métaphysique du conventionnalisme, de l'à peu près etc. qui nécessairement accompagne toute vision *réaliste* du « chaos » comme d'un état actuel des choses d'où surgit – de façon parfaitement paradoxale et incompréhensible – ce même ordre, qui reste pourtant notre seul phénomène d'encrage. Il faut donc reverser la perspective : un fond potentiel des choses subsiste ici et maintenant (l'espace de leurs « travaux virtuels ») où des intentions de mouvement ont lieu, qui se traduisent sur la surface de l'acte comme forces physiques efficaces.

L'EVENEMENT PUR – Sur cette double base, je passe en §10.3 à une analyse détaillée du phénomène du pendule, qui nous fournit l'outil conceptuel de l'*événement pur* comme étalon de mesure du temps. Je peux ainsi décrire le phénomène de la Fréquence comme un mouvement uniforme qui se déploie intégralement dans la dimension potentielle de la réalité, en exprimant de la sorte le « temps propre » du corps oscillant, à savoir son identité narrative ultime. Cela nous permettra donc de penser l'oscillation « duale » d'une fréquence comme engendrée par la préalable présence logico/métaphysique du sujet unitaire, bien physique, qui la produit.

L'HOMME COMME MACHINE A AUTOPROPULSION MEDITATIVE – En §10.4 j'aborde enfin la façon strictement évolutive et développementale dont la cybernétique a pensé le phénomène de l'« ajustement fréquentiel », en commençant par faire remarquer que toute perception humaine d'une fréquence en général est en tant que telle non seulement un ajustement de nos oreilles à la réalité externe, mais un auto-ajustement de ces mêmes oreilles, qui au niveau perceptif « effacent à post » toute donnée initiale qui n'est pas en accord avec le « son » effectivement – donc auto-illusoirement – perçu. À partir de cette double perspective, j'analyse la façon dont Norbert Wiener rend raison de ce phénomène d'« ajustement logique » qu'est une démonstration mathématique. Mon souci est de montrer qu'il n'y a aucune raison de ne pas considérer l'homme comme une machine à auto-ajustement démonstratif, mais aussi que rien ne nous permet encore d'affirmer qu'une machine humaine accède à notre façon de nous auto-organiser à l'occasion d'un possible « chaos » cognitif. De même un singe ne fait pas le calcul du dénominateur commun à l'occasion d'un gâteau à « fractionner » [cf.§5.2], de même un ordinateur n'entre pas en méditation lors d'un « paradoxe de Russel » qui, bien au contraire – avec son impeccable oscillation – *yes-not/not-yes* – engendre dans la machine non humaine un équilibre circulaire parfaitement satisfaisant. L'homme se définit donc comme une « machine à autopropulsion méditative », caractérisée par une temporalité de profondeur et des modes d'accélération internes qui ne peuvent résulter « obscures » qu'à une science qui fait semblant de ne pas comprendre, ou de comprendre seulement ce qu'une machine non humaine paraîtrait comprendre. L'homme se manifeste en somme – de façon universelle et irréfutable, lorsqu'une pure intention de sens – une intention de sens purement logique – vient à la surface d'un comportement perceptible. Sur cette base je peux passer au chapitre final.

[§11] L'ARABESQUE DE GALILEE

LA VOIX GENERATRICE DE SA FREQUENCE – Tout ce qui précède nous permet, en §11.1, de définir la *voix* humaine comme l'identité dynamique et narrative de ce pendule/« transducteur » [Wiener] qu'est notre corps, douée dès notre naissance du pouvoir d'ajuster sa propre fréquence à nos intentions de sens, au fur et à mesure que cette même voix se fait dans nos oreilles et notre bouche. – LA « CORDE VOCALE » DE L'ECRITURE – Une fois acquis cette évidence logique, cybernétique et expérimentale, je peux définir le processus d'acquisition de la parole comme « s'approprier de sa voix », pour enchaîner de façon continue jusqu'à l'apprentissage à lire/écrire, que je définis comme « s'exproprier de sa voix » pour faire du « trait de plume » [Galilée] commun à toutes les civilisations la *corde vocale collective* de l'humanité entière. A ce point je serais, en principe, déjà en condition d'approcher le phénomène de la démonstration, tandis qu'une deuxième opération de renversement complet s'avère préalablement nécessaire.

LE SENS DU MOUVEMENT ET DE SON DEBUT – En §11.2 je fais, quant à l'arabesque de Galilée, la même chose que j'ai faite avec le pendule et sa fréquence, en montrant que l'« événement pur » est un élément effectif et bien matériel du monde où nous vivons. Dans le cas présent, je reviens à la conception galiléenne du monde, selon laquelle la réalité physique est *écrite* : une conception intimement liée à la vérité profonde de la « relativité » et au *sens* que le Mouvement acquiert une fois compris que toute cinématique visible est « relative ».

Re-savourer la présence du Mouvement, en général, celle du *début* de tout mouvement en tant que tel – son origine – et enfin celle de ce mouvement tout spécial qu'est la démonstration mathématique, n'est en réalité qu'un seul geste d'*écoute* du *sens* de ce qui est *écrit* sur la surface du monde. C'est dans cet horizon renouvelé que je discute la perte de tout sain « *ananke stenai* » à l'époque « non euclidienne », « ensembliste » e « cybernétique » que nous vivons. En ce faisant, je ramène la question « mystérieuse » [Rieman] « effrayante » [Poincaré] et « opportuniste » [Einstein] des « fondements des mathématiques » à celle – bien plus concrète et vivante – du *début* du mouvement de *cette* démonstration, dont ici et maintenant – en parlant et en écrivant – nous sommes toujours les seuls témoins effectivement « donnés ».

LA VIE DOIT POUVOIR AVOIR UN SENS – En §11.3 je suis enfin en mesure de clore mon argumentation, car il ne s'agit plus que de démontrer que l'événement d'une démonstration est le fait d'une *voix* qui ne cesse de dire toujours la même chose : que le monde doit pouvoir avoir un sens, et qui pour cette raison commence d'abord par égaliser sa propre fréquence perceptible, pour ensuite faire de même avec la fréquence sensible de cette corde vocale collective qu'est le Trait de Plume, et finalement engendrer la fréquence purement projective (l'isochronisme pur) de la « grammé », en affirmant de la sorte le Premier Postulat des mathématiques : une ligne d'encre parfaitement auto-

égalisée doit pouvoir être tracée, avant que toute mesure arithmético/géométrique ne puisse prendre corps dans notre monde. – Particulièrement, en §11.3(4) j'explique (en termes kantien des conditions transcendantales d'auto-attribution de ses propres actions) en quoi une effective « autopropulsion mathématique » est productrice de santé et guérison cérébrales et mentales, sans qu'aucun préalable sacrifice ne doive être offert au fantôme effrayant du « chaos ».

UNE ELECTRODYNAMIQUE HUMAINEMENT SIGNIFIANTE – En §11.4 je prolonge cette analyse jusqu'au corps entier d'une démonstration achevée, en fournissant aussi un cadre historico/technologique qui permet de se rapporter à son substrat électrodynamique d'une façon cohérente avec sa nature purement narrative et historique. Ni les « ondes alpha » dont parle Wiener [cf.10.4(2)] ni les émissions de positrons de la *brain imagerie* tels qu'on les propose, n'ont un rapport effectivement intelligible avec l'événement humain d'un théorème qui en un nombre fini de passages engendre cet épisode de simultanéité qu'est l'éclat final d'une évidence mathématique. Au contraire, une analyse de la dynamo de Faraday du genre de celle que j'ai conduite à propos du pendule, nous permet de la décrire comme *un seul et même événement qui n'arrête de commencer*, ou *une suite de purs débuts* : ce qui se conforme parfaitement au dynamisme interne de ce fait purement *potentiel* et *illusoire* qu'est une « démonstration mathématique ».

PREMIERE PARTIE – RÉ-INCARNER LES MATHÉMATIQUES

Dévoiler l'existence d'un *mental* à la source du phénomène des mathématiques revient à rendre au mathématicien sa primauté ontologique sur les résultats visibles de son travail. Pour ce faire, il faut partir dans la direction opposée : afin de montrer que le mathématicien en personne est forcément doué d'un « mental » nous devons préalablement bien établir que les mathématiques qu'il engendre ne sauraient jaillir d'un esprit désincarné. « Ré-incarner les mathématiques » sera donc la tâche de cette Première Partie, où je me consacrerai à leur redonner un corps, et plus profondément une *chair*. Mon but est que l'esprit du mathématicien se laisse ainsi entrevoir en transparence à la source des vertigineuses transformations – *trans-figurations* – successives du *sens* des vérités qu'il enchaîne : un sens qui peut donc être pertinemment pensé comme le *sang* qui coule dans les membres de son « corps mathématique » toujours en mouvement.

0. La thèse défendue, en son horizon de compréhension

(1) « Si, avec Copernic, on fait de la Terre un corps mobile dans le ciel, on fait d'elle un globe semblable aux planètes ; il faut donc examiner d'abord si les arguments des péripatéticiens sont solides lorsqu'ils prétendent qu'une pareille hypothèse est absolument impossible ; ils croient en effet nécessaire d'introduire dans la nature deux substances différentes, la substance céleste et la substance des éléments... » [Galilée 1632 : 95]

Le mouvement interne des cinq chapitres qui vont suivre répond à l'exigence de situer le phénomène de l'éclat de l'évidence mathématique devant les yeux d'un enfant qui vient juste d'apprendre à lire, dans un ciel suffisamment haut et vaste pour rendre compte de tous ses différents visages, par ailleurs trop en conflit les uns avec les autres pour ne pas nous induire à croire – en manque d'un tel ciel unique – que l'hypothèse de l'unité substantielle de ce processus en deux temps « est absolument impossible ».

Lorsque l'enfant apprend à lire, il répète « ceci est la lettre A... » : ce qui constitue sans doute un jugement *empirique* portant sur un objet sensible, tandis que « $A \leftrightarrow A$ » n'est rien de moins qu'une vérité *logique* valable dans tous les mondes possibles ; de même, la perception de l'objet graphique « $A \leftrightarrow A$ » comme une tautologie est un événement rigoureusement subjectif, qui n'a donc rien de « physique », en ce que la *physique* s'occupe des *corps*, et non pas des *pensées* en mouvement... Voilà déjà deux oppositions qui conduisent le péripatéticien qui est en nous à poser des « substances différentes » à la racine de notre phénomène – à la fois empirique et logique, subjectif et physique... – lequel demeure toutefois indéniablement *un*, si seulement nous évitons de le fracturer dès qu'il se présente à notre attention.

Il n'est en effet pas difficile de reconnaître – même à ce niveau germinal – que tout mathématicien à l'œuvre ne fait qu'enchaîner de longues suites d'affirmations concernant *les graphèmes* – bien concrets et sensibles – qu'il trace sur la feuille, tandis qu'aucun homme dépourvu d'un corps physique en mouvement n'a jamais pu mettre en mouvement même le plus subtil des parcours déductifs... Ce que donc je vise ici à réaffirmer est que la lumière d'évidence jaillissant des symboles de l'écriture mathématique est un « corps mobile dans le ciel » de notre vie d'hommes en chair et en os, qui n'ont pas besoin de se voir comme des « primates » ou des éternels bébés [cf.§5.2/3] pour se reconnaître comme des animaux rationnels naturellement (apriori) destinés à l'éducation et à la science. Ce qui signifie que, pour s'incarner à son tour dans la terre de l'Histoire, une science vraiment humaine a besoin de toute la force *cosmique* dont seule dispose une humanité en paix, à l'apogée de sa civilisation.

LA THESE MISE EN FORMULE – La thèse défendue est que l'événement qui commence par la répétition d'un même jugement empirique prononcé à propos d'un graphème perçu sur un tableau – « ceci [A] est "A" » – et qui engendre la transmutation de ce même jugement concernant ce même objet en la vérité catégorique et universelle « A est A », est produit par *une même* force – une force bien réelle et physique – véhiculée par le sujet en personne, qui en est la source. Par une formule, nous écrirons que cette force – *la puissance dynamique du mental humain* – révèle son action continue dans la transformation « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ ».

EXPLICATION DE LA FORMULE – Dans cette formule, le premier « A » signifie la *perception* de l'objet graphique sur le tableau noir sur lequel notre voix interne, celle qui affirme « ceci est A », se concentre quand nous devons apprendre à le lire ; le deuxième « "A" » signifie l'événement final de la *lecture* de ce même A comme une lettre : un événement qui enferme de toute évidence le même acte d'identification (« ceci [A] est A ») qui s'est répété tout le long du parcours d'apprentissage ; troisièmement, l'expression « "A↔A" » signifie le *jugement explicite* « A est A », consciemment prononcé comme une vérité logique évidente lorsque le sujet *lit* cette formule comme une « tautologie ».

Quant aux deux premiers symboles « → », ils expriment la présence d'une seule et même force d'apprentissage objectivement appliquée par le sujet pendant la durée de temps : d'abord au simple graphème « A » et ensuite à ce même graphème, mais lorsqu'il est déjà lu comme une *lettre*. En ce sens ces flèches ont un caractère *lato sensu* « vectoriel ». Quant à l'opérateur « ↔ », il est à lire comme le symbole déjà pleinement logique de la double implication, car sa présence entre les guillemets « " " » qui entourent aussi bien la *formule* « "A↔A" » que la *lettre* « "A" » qui la précède, signifie que cette dernière est désormais devenue, *aux yeux du sujet qui lit*, un *symbole* mathématique. De ce point de vue, j'aurais donc pu choisir les expressions « A→A » ou « A=A », ou « A≡A », en ce qu'elles aussi expriment une vérité formelle, universelle et nécessaire concernant l'objet « A ». Le choix de la flèche de double implication est toutefois dû d'une part à ce qu'en elle se conserve le caractère « vectoriel » qui appartient aux deux « → » qui la précèdent : ce qui en fait (dans mes intentions) le troisième échelon d'une seule et même transformation dynamique ; et d'autre part à ce que la *double* implication est apte à signifier le même rapport de *pleine* identité/égalité/équivalence exprimé par les symboles « = » et « ≡ ».

Pour conclure avec une analogie newtonienne, j'affirme que de même que la force de gravitation se déploie identique à elle-même au travers de la totalité des galaxies, pour pénétrer sans solution de continuité jusqu'au coulé de l'encre sur ma feuille au travers de mon stylo, de même une seule force psychique est responsable tant de la chute de la lettre A dans ma perception, que de l'éclat d'évidence qui m'impose d'affirmer que « A↔A » est une vérité universelle. Comme conséquence majeure, la démonstration de cette thèse donnera [dans la Deuxième Partie] un modèle en phases du développement mental de l'homme plus puissant, cohérent et complet que celui de Jean Piaget.

1. L'unité du phénomène et son statut épistémologique

UNE UNITE SUBSTANTIELLE – Le phénomène d'apprentissage exprimé par la suite « A→"A"→"A↔A" » est le porteur autonome de son unité logico/dynamique. Avec une analogie, même si le sujet est très inconstant, et qu'il prend beaucoup de temps pour apprendre à jouer du piano, ce processus en toutes les parties qui le composent, est un seul et même événement : une suite dynamiquement *ordonnée* et *continue*, individuellement identifiable au travers de sa vie, et dont chaque pas se nourrit du pas qui le précède. Les sous-segments de notre phénomène sont en plus *rigoureusement* ordonnés, car chacun d'eux est une condition nécessaire (causale) pour que le segment suivant se présente : il faut *exécuter* une opération pour percevoir l'évidence mathématique de son résultat ; il faut *apprendre* les opérations pour savoir les exécuter ; il faut *savoir lire* les symboles pour apprendre les opérations mathématiques ; il faut *apprendre à lire* pour lire les symboles mathématiques. Notre événement est donc, du point de vue logico/métaphysique, *un seul* événement, intérieurement homogène et continu, malgré la façon structurellement « fragmentaire » qu'il a de se produire dans le temps.

Notre puissance d'apprentissage est toutefois apparemment infinie quant à la possibilité qui nous appartient de combiner des éléments hétérogènes entre eux : le solfège n'est pas l'habileté manuelle sur le clavier, qui n'est pas l'harmonie, etc. L'unité logico/dynamique d'un processus d'apprentissage ne garantit donc en rien l'homogénéité ultime des activités qui l'engendrent. Certainement, un *même* sujet a appris cette *même* chose grâce à ce *même* processus déployé sur un intervalle de temps : cela n'est pourtant pas encore suffisant pour affirmer que ce sujet a appliqué une seule et même force (mis en œuvre une seule et même activité). Notre tâche sera donc de démontrer que l'indéniable unité dynamique et événementielle du processus qui, depuis le premier jour d'école, nous conduit à notre première addition, est en elle-même l'expression d'une seule et même force, engendrée par la réalité substantielle du *mental humain*.

1.1 L'unité d'un même point de vue

(1) SE PLACER PAR LA PENSÉE DANS UN COURANT DE PENSÉE – Dans la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ », l'objet A est toujours saisi du *point de vue* du sujet logique, c'est-à-dire de l'homme qui apprend à lire/juger : car nous nous rapportons évidemment à *son* A-perçu, *son* A-lu, *son* A-jugé, ainsi que cela se passe lorsque nous devons juger de *sa* droite ou *sa* gauche [cf. §2.2]. La lecture de cette formule implique donc la même opération mentale que nous accomplissons lors d'un calcul vectoriel à propos d'un événement électrodynamique qui requiert de nous « placer par la pensée dans la direction du courant, de manière qu'il soit dirigé des pieds à la tête de l'observateur, et que celui-ci ait la face tournée vers l'aiguille » [Ampère 1820 : 67] : pareillement, dans le cas de « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » nous devons « nous placer par la pensée dans la direction du courant » *de pensée* du sujet logique de l'événement, qui grâce à l'application continue de son attention, engendre cette double transformation. La seule chose à décider pour légitimer ce parallèle est de savoir si nous avons ou non un accès public et contrôlable au couple $A/"A"$ *du sujet*, ainsi que nous l'avons à la droite/gauche du cité courant ampérien. Or cet accès est tout à fait disponible, car tout en étant purement interne à notre espace mental, il n'y a *rien* de plus universellement attestable pour la science, que l'existence de l'objet « $A \leftrightarrow A$ ».

Finale, s'il est légitime de se placer par la pensée dans un courant électrique, en feignant le point de vue d'un galvanomètre, il sera *d'autant plus* légitime de se placer par la pensée dans un courant *de pensée*, pour peu que ce « courant » soit au moins aussi universellement attestable que ne l'est le courant d'une pile voltaïque [sur cela, cf. §2].

(2) L'UNITE D'UN FAIT – Or, lorsque je dis que « « $A \leftrightarrow A$ » exprime *le même* jugement initial « A est A » (« cet [objet] A est [la lettre] "A" », prononcé par notre voix interne devant le tableau noir) je cible la mise en évidence de la continuité/homogénéité dynamique, et en ce sens *vectorielle*, de la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ ». Au sein de cette suite, j'ai déjà expliqué que la première et la deuxième occurrence de la flèche ne sont pas entre guillemets car elles indiquent un *processus objectif de transformation* qui doit évidemment avoir lieu à *l'intérieur* du sujet qui apprend à lire, mais qui ne se reflète pas dans un objet du monde externe directement perçu. L'enfant qui répète « ceci [A] est "A" », « ceci [A] est "A" », « ceci [A] est "A" »... ne perçoit *directement* que l'objet A, et non pas la *flèche* \rightarrow , qui à ce niveau de notre formule a donc la nature d'un vecteur *objectivement* agissant à l'intérieur du sujet, *malgré* la phénoménologie de sa perception. Lorsque, en revanche, je mets cette *même* flèche entre guillemets, cela indique que le sujet même perçoit en effet, en le lisant, le symbole « \leftrightarrow », ainsi qu'il perçoit la *lettre* A comme un *symbole* à sa droite et à sa gauche. Sur cette seule base, on pourrait pourtant soupçonner que lorsque je traduis « $A \leftrightarrow A$ » avec le même propos « A est A » que j'utilise dans les deux premiers cas, je *présuppose*, avec un simple jeu de mots et de symboles, ce que je dois encore démontrer, c'est-à-dire que nous sommes en présence de l'identité vectorielle d'une même force appliquée. Ce n'est pourtant pas le cas, car avec cette identité de mots/symboles je me borne à mettre en évidence une simple juxtaposition de *faits* : sans aucun doute, l'acceptation de l'écriture « $A \leftrightarrow A$ » comme *évidence*, enferme *structurellement* le jugement « A est A » ainsi que *ce même* jugement est structurellement enfermé dans la réitération « A est "A" », en ce qu'elle nous conduit à savoir percevoir le *graphème* A comme la *lettre* A.

(3) L'EPOCHE NECESSAIRE – Où réside donc la difficulté ? La difficulté réside en ce que je demande que l'on évite soigneusement d'« entendre », « interpréter », « donner un sens » à ce même jugement – « A est A » –, car pour saisir la continuité de sa présence identique dans la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » nous devons nous placer « par la pensée » du point de vue/ouïe du sujet humain *avant* que n'ait pris corps toute interprétation de ce jugement – en ce sens bien *matériellement* donné, en sa sonorité ultime. Le niveau de silence interne qu'exige cette méthode de travail est celui que Gottlob Frege a réalisé lorsqu'il s'est proposé – le premier, avant que Piaget n'hérite explicitement de cette même tâche dans le domaine de la psychologie développementale – d'atteindre l'espace logique et pré-numérique d'où faire jaillir à la fois le nombre et ses transformations démonstratives :

(2) « Nous avons pris l'habitude de considérer les nombres comme des êtres de même nature à beaucoup d'égards ; mais la seule raison en est que nous connaissons un ensemble de propositions générales vraies pour tous les nombres. Or, il faut se placer ici au point où aucune de ces lois n'est encore connue. » [Frege 1884 : 137]

Frege nous demande ici rien de moins que de savoir éviter de *savoir* que $1+1=2$, tout en prononçant « un plus un fait deux ». Pareillement, lorsque je mets en évidence qu'un seul et même jugement « A est A » parcourt toute la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ », je demande la même *époque* que si nous voulions décrire avec rigueur le phénomène d'apprendre à *parler*. Dans ce cas, nous reconnaissons comme une évidence que le nourrisson entend le son « maman » avec ses oreilles *avant* qu'il en entende *le sens*, et que c'est grâce à la répétition de cet événement que ces mêmes oreilles arrivent à entendre un jour le mot « maman », à savoir ce même son, mais imprégné de son sens. Or cette suite – entendre un son \rightarrow le transformer en un mot – implique qu'une fois qu'il a appris à parler, le sujet perçoit en même temps, chaque fois qu'il saisit le mot « maman », le son *originnaire* « maman ». Pourquoi ? Puisqu'au nom de la continuité causale et dynamique du processus en question, le sujet doit savoir toujours reconnaître l'objet sonore « maman » comme *le même* qui frappait ses oreilles avant qu'il n'arrive à l'imprégner de son sens : un sens qui ne jaillit que de cette répétition primordiale de ce même son, matériellement offert à nos sens depuis le tout premier début de notre vie. Et pourtant, de même qu'il est extrêmement difficile pour nous d'imaginer l'aspect de la langue de notre mère lorsqu'elle nous disait « maman » avant que ce son ne devienne un mot dans notre langue mère, de même il est très difficile d'entendre l'identité originnaire du même jugement « A est A » concernant le *graphème* A, la *lettre* A et le *symbole* A, qui *sont* sans aucun doute le même *objet matériellement donné* A sur lequel porte *ce même* jugement en toutes les évolutions de son sens. Il ne s'agit pourtant que de cela : éviter toute interprétation pour atteindre l'indéniable continuité matérielle d'un simple *fait*, le fait d'un même jugement qui est au fondement de toute évolution possible de ses significations successives.

1.2 Un fait à la fois positif et phénoménologique

Ce qui précède impose la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » à la fois comme un *fait positif* – car « l'intervention de la mathématique » [Piaget 1941a] dans le comportement d'un homme alphabétisé est un événement historique universellement constatable et publiquement mesurable – et un *fait phénoménologique*, car la simple « méthodologie de son établissement » [Husserl, 1936b] exige que le sujet qui le constate participe *de l'intérieur* à sa manifestation subjective en adhérant pleinement à son interne modalité de présence.

L'enquête positive sur l'« intervention de la mathématique » dans le comportement *objectif et positif* d'un homme *avant* toute manifestation consciente d'une « évidence » déjà mathématique, a été le souci majeur de Jean Piaget. Dans *La genèse du Nombre*, en parlant de la capacité d'identification/conservation de la « quantité continue » acquise par un enfant au « troisième stade » de son intelligence « préopérateur », il écrit :

(3) « Il y aurait ainsi conservation par simple identification logique, sans intervention d'aucune mathématique. Mais à une telle simplification du processus génétique on sera toujours en droit d'opposer, nous semble-t-il, la question suivante qui resterait alors sans solution : pourquoi faut-il que l'enfant parvienne au troisième stade pour découvrir cette identification ? » [Piaget, 1941a : 38.]

Dans ce passage, Piaget insiste sur la présence formatrice et concrètement agissante d'une structure irréductiblement mathématique (= non simplement logique) dans notre comportement, révélée *par le fait même* qu'il nous faut du temps pour parvenir à sa manifestation évidente.

En revanche, dans *l'Origine de la Géométrie* Husserl écrit, à propos de cette même objectivité positive des « faits historiques » :

(4) « Réfléchissons un peu à la méthodologie de l'établissement des faits historiques en général. N'y a-t-il pas déjà dans la tâche que se propose une science de l'esprit comme science du « tel-que-cela-a-effectivement-été » une présupposition allant de soi, un sol de valeur qui n'a jamais été pris en considération, qui n'a jamais été pris pour thème, un sol d'une évidence absolument inattaquable sans laquelle une histoire serait une entreprise dépourvue de sens ? » [Husserl 1936b : 206.]

Dans le cas d'une enquête sur la genèse historique de l'*évidence* mathématique dans l'individu et [donc] dans la collectivité, cette objection husserlienne à la « positivité » et « objectivité » des enquêtes de laboratoire est, dès le début, définitive et indépassable, ainsi que l'est cette observation générale sur la psychologie :

⟨5⟩ « Comment dans ces conditions la vie de l'âme, qui est de part en part la vie de la conscience, la vie intentionnelle du « je » qui possède en soi, en tant qu'elle en a conscience, des objectivités, qui dans sa connaissance, dans son évaluation etc., est occupée avec des objectivités, comment cette vie deviendra-t-elle l'objet d'une recherche sérieuse dès lors qu'on perd de vue l'intentionnalité, et comment par conséquent les problèmes de la raison pourront-ils d'une façon générale être saisis correctement de cette façon-là ? Et même *peuvent-ils* être saisis en tant que psychologiques ? N'y a-t-il pas finalement derrière les problèmes d'une théorie de la connaissance au sens psychologique, ceux que Descartes avait touchés, mais qu'il n'avait pas mis en forme ? » [Husserl 1936a : 99.]

Or, Piaget est en effet d'accord sur le fait que *l'accès positif* aux mathématiques est la tâche de la Psychologie, en ce qu'elle exprime des vérités de notre vie, qui pour son esprit positiviste sont par là même des vérités de la biologie :

⟨6⟩ « Comment expliquer l'union de la fécondité propre à la construction intellectuelle avec sa rigueur progressive ? Il ne faut pas oublier, en effet, que si, dans l'ordre des sciences, la psychologie procède des disciplines biologiques, c'est à elle cependant qu'incombe la tâche redoutable d'expliquer les principes des mathématiques – car, étant donnée l'interdépendance du sujet et de l'objet, les sciences elles-mêmes constituent un cercle et, si les sciences physico-chimiques qui fournissent leurs principes à la biologie reposent sur les sciences mathématiques, celles-ci de leur côté, procèdent de l'activité du sujet et reposent sur la psychologie et, partant, sur la biologie. C'est ainsi que les géomètres recourent à des données psychologiques pour expliquer la constitution de l'espace et des objets solides et que nous verrons, au cours du vol. II, comment les lois de l'intelligence sensori-motrice rendent compte de la naissance des « groupes de déplacement » et de la permanence de l'objet. » [Piaget 1936 : 364.]

Il n'a pourtant pas voulu se dédier réellement et rigoureusement au fait indépassable que 1) seulement l'être vivant *en personne* Jean Piaget pouvait avoir accès – en tant que *mathématicien* – aux opérations mathématiques mises en place par les êtres vivants qu'il interrogeait, et 2) qu'ainsi que nous allons le voir, la cogitation cartésienne est toujours immédiatement disponible à une conscience tant *positive* que non opiniâtre.

Piaget était en fait profondément *tourmenté* par sa double nature, à la fois philosophique et scientifique. « Sébastien » – le moi de Piaget dans sa *Recherche* – « était bergsonien sans durée » [cf.(108)]... et ce bergsonisme dépouillé de toute matérialité espace/temporelle est sans doute la voix la plus puissante du créateur de l'Épistémologie Génétique. Dans la puissance vitale du Nombre il y a selon ce *romantique* l'image vivante de la force qui l'engendre, qui n'est rien d'autre qu'un « moi » qui cible sa liberté :

⟨7⟩ « Le passage du chaos au cosmos, que nous allons étudier dans la perception et la représentation du monde des deux premières années, s'opère par une élimination de l'égoïsme comparable à celle que nous avons décrite sur le plan de la pensée réfléchie et de la logique de l'enfant. [...] On peut parler d'un égoïsme radical pour désigner un phénoménisme sans conscience de soi, car les tableaux mouvants perçus par le sujet ne sont connus de lui que relativement à son activité élémentaire. À l'autre extrême, c'est-à-dire au moment où l'intelligence sensori-motrice a suffisamment élaboré la connaissance pour que soient rendus possibles le langage et l'intelligence réfléchie, l'univers est au contraire constitué en une structure à la fois substantielle et spatiale, causale et temporelle. Or cette organisation du réel s'effectue, verrons-nous, dans la mesure où *le moi se délivre de lui-même* en se découvrant et se situe ainsi comme une chose parmi les choses, un événement parmi les événements. » [Piaget 1937 : 6-7. L'italique est de moi.]

Face à ses propres mots, pourtant, Piaget recule, et violemment, dans ce qu'il faut appeler une attitude non pas *génétique* mais *généalogiste*. La « tâche redoutable » de donner raison de la naissance de notre esprit, en soi capable de saisir la racine vivante de son incommensurable puissance de création symbolique, incombe pour Piaget, au sein du « cercle de la science », à la psychologie *et donc* à la biologie, car il n'a pas voulu penser vraiment et jusqu'au fond cette « puissance d'illuminer le réel » [Piaget 1970] qui selon ses mots est donnée à notre moi pour son auto-libération. Et toutefois, si la phrase « la biologie s'occupe essentiellement de la vie, et donc aussi de la vie mathématique » a un sens, la conclusion que Piaget voudrait en tirer – « la vie et les mathématiques sont en dernière analyse l'objet de la biologie » – n'est qu'un lourd parallogisme, où le concept d'« épistémologie génétique » a été

remplacé par une « épistémologie généalogique » – qui en un mot prétend que ce qui est plus en haut est expliqué *par* ce qui est plus en bas [cf. §5.1] – finalement soustraite à tout contrôle critique, avec des conséquences extrêmement graves pour la rigueur du système ainsi mis en place.

On ne saurait pourtant pas renoncer aux fruits des recherches de Jean Piaget : il s'agira de les intégrer avec une méthode plus puissante et moins hostile aux « données immédiates de la conscience ». Pour ce faire, il faudra les *renverser*, ainsi que Copernic a renversé Ptolémée, en ne gaspillant aucun de ses résultats. Ce qui est l'une des tâches principales de ce travail.

2 Corps. Un phénomène physique

Les mathématiques sont le phénomène d'un *sens* qui nous oriente dans l'espace – l'espace de notre écriture – et cela leur confère une nature pleinement *physique*.

2.1 Un point de vue sur le monde physique

(1) DE LA POSITIVITE DU FAIT MATHEMATIQUE... – Wolfgang Köhler a été le premier à avoir revendiqué la nature « positive » d'un événement purement subjectif sur la base de sa directe contrôlabilité publique. Pour ce faire, il s'est appuyé – mais dans son cas *par contraste* – sur l'analogie entre la perception commune mais externe d'un galvanomètre, et la perception commune mais interne d'une *Gestalt* : celle-ci, tout en étant irréductiblement « privée », demeure néanmoins publiquement vérifiable, en ce que tout le monde témoigne de la même façon des trois dimensions d'un cube dessiné en perspective cavalière ou de tout autre illusion d'optique. De la sorte, Köhler émancipe la psychologie de toute dette tant envers le monde privé et clos du sujet perceptif, qu'envers les empêchements d'un behaviorisme mal interprété :

(8) « Le behavioriste nous dira que l'observation d'expérience directe est l'affaire privée d'individualités, tandis qu'en physique, deux physiciens peuvent procéder à une même observation, sur un galvanomètre par exemple. Ce dernier argument ne me convainc pas, je le tiens pour faux ; il est d'ailleurs incorrect du point de vue même du behaviorisme. Quiconque observe un galvanomètre observe quelque chose qui n'est pas un galvanomètre en tant qu'objet physique. L'objet de son observation est le résultat de certains processus organiques dont le déclenchement seul est provoqué par le galvanomètre physique lui-même. Pour une seconde personne, le galvanomètre observé ne sera encore que le point final de tels processus, lesquels se déroulent maintenant dans l'organisme de cette seconde personne. En aucun cas, les deux personnes, donc, n'observent le même instrument bien que, physiquement, les processus, chez l'une comme chez l'autre, soient provoqués par le même objet physique. Et pourtant, dans la plupart des cas, les résultats, tirés de leurs observations respectives, s'accorderont si bien que ces personnes ne se demanderont jamais si l'on peut tenir pour évident un degré suffisant de ressemblance entre les deux galvanomètres expérimentés (et de ces derniers avec l'objet physique). Encore une fois, le procédé est adéquat. *Le caractère privé de l'expérience directe ne dérange personne en physique.* Lorsque, dans un cas de ce genre, un physicien individuel opère avec d'autres, il est naïvement persuadé que ses collègues “se trouvent devant le galvanomètre”. Il suppose donc tacitement que les autres physiciens ont des expériences objectives hautement semblables aux siennes, et il n'hésite pas à tenir les paroles de ses collègues pour des comptes rendus de leurs expériences. Selon le behavioriste, cela reviendrait à dire que le physicien permet à des affaires privées d'intervenir dans la science exacte. Il est assez curieux que le progrès scientifique ne semble guère en souffrir tout comme la vie quotidienne, où règne le plus généralement et le plus naturellement une attitude identique et qui n'en est pas troublée le moins du monde pour autant. C'est donc que *la croyance dans les expériences spécifiques d'autrui* n'entraîne aucun dommage et ne peut être considérée, par conséquent, comme un obstacle au progrès scientifique.

Si la psychologie n'avance pas à une allure plus rapide, la raison n'en provient pas de cette croyance comme telle. Le fait que l'observation en physique se pratique dans le cadre de l'expérience directe entraîne une autre conséquence. Comme le physicien qui observe son appareil, je ne crains pas que mon activité d'observateur puisse exercer une influence sérieuse sur les caractéristiques de ce que j'observe – à condition que je me maintienne en tant que système physique à une distance suffisante de l'appareil en tant qu'autre système physique. Cependant, en tant qu'expériences directes, l'appareil à observer tout comme mon activité

d'observateur reposent sur des processus à l'œuvre dans le même système, à savoir mon organisme. Aussi le behavioriste est-il dans l'erreur lorsqu'il affirme que l'observation d'expérience directe est dénuée de valeur scientifique, en ce qu'elle englobe dans un seul système et l'observateur et le fait observé. En effet, nous retrouvons la même situation dans le cas de l'observation en physique : le matériel à observer et le processus d'observation appartiennent au même système. Une fois de plus, physicien et psychologue se trouvent exactement au même point. Il importe peu que je m'appelle physicien ou psychologue lorsque j'observe un galvanomètre. Dans un cas comme dans l'autre, mon observation est dirigée vers la même expérience objective. La méthode vaut pour la physique. Pourquoi ne vaudrait-elle pas pour la psychologie ? [Köhler 1929 : 98-99. Les italiques sont de moi]

Dans le cas de « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » nous pouvons naturellement dire la même chose : tous ceux qui lisent les indications alphanumériques, et donc déjà *mathématiques*, que leur donne l'aiguille d'un galvanomètre (une simple échelle de valeurs implique des relations *a priori* entre les nombres qui la composent) dirigent leurs observations « vers la même expérience objective », constituée par un accès commun tant au corps externe de l'engin en question, qu'au sens « interne » des symboles qui le mettent en état de nous communiquer quelque chose.

(2) ... A SA NATURE PLEINEMENT PHYSIQUE : « SUBJECTIF » NE COÏNCIDE PAS AVEC « PSYCHIQUE ». – Il faut toutefois pousser cette köhlerienne prise de conscience plus à fond et se rendre compte que le premier observateur *subjectif* de ce qui se passe dans le galvanomètre est *le galvanomètre* lui-même, même s'il ne sait pas lire : puisqu'en tout cas il doit distinguer entre *sa droite* et *sa gauche*. Je me dois de m'expliquer.

Saisir le galvanomètre comme un *sujet* requiert de nous en effet une suspension du jugement aussi radicale que celle que je viens d'évoquer à propos du jugement « A est A », qu'il faut savoir écouter en deçà de toute interprétation, si l'on veut saisir l'unité *matérielle* du processus « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ ». Dans le cas présent, il s'agit d'éviter de projeter dans la notion d'« observateur subjectif » celle d'un *psychisme* dans le sens ordinaire que nous donnons à cette notion, pour ne lui laisser que l'élément logico/métaphysique d'*autoréférence* et *auto-attribution*. C'est justement dans cette idée d'une référence-à-soi primordiale et pré-psychique que Kant enracine sa *Déduction Transcendantale*, [1787 : B131, 159] et donc toute sa « révolution copernicienne » dans le domaine de la métaphysique. Grâce à cette idée, il arrive à penser le « moi » empiriquement repéré par notre conscience parmi ses données d'introspection comme *l'une* des possibles manifestations d'une structure d'« aperception originaire » [Ibid.] située au fondement de tout ce qui, dans la nature, est doué d'une dimension d'auto-référence, et qui s'impose comme une structure d'ordre aussi cosmique et universel que la force de gravitation. Cette originaire référence-à-soi n'est pas nécessairement « psychologique » puisqu'elle est avant tout un élément interne à la forme *logique* des phénomènes physiques (et pour Kant *du Phénomène*, en général). Une analogie m'aidera à me faire comprendre. En §5.4 je proposerai le modèle vectoriel de tout entraînement qui voit un athlète améliorer ses prestations au fur et à mesure qu'il exerce de façon parfaitement « intransitive » sa capacité de mouvement. La nature dynamique de ce processus nous empêche de placer son unité ailleurs que dans la pure et simple présence d'un *même* être vivant qui se développe ainsi sous nos yeux, et qui ne saurait être réduit à l'une des multiples configurations structurelles qu'il acquiert pendant que l'entraînement avance : cela nous oblige à douer le sujet en question d'une *pure* capacité d'auto-référence et d'auto-attribution de ses propres transformations, car aucune d'elles ne peut évidemment correspondre à l'élément « *auto-*», qui est néanmoins le destinataire unique de tous les efforts endurés par l'athlète, ainsi qu'objectivement en témoigne son amélioration finale. Autrement dit, en l'absence d'une capacité purement réfléchissante, qui rend l'athlète capable de s'orienter tout simplement sur *lui-même*, notre homme perdrait tout repère pour *se* retrouver parmi les formes multiples qu'il prend en s'entraînant. Il s'agit donc d'une orientation-sur-soi d'ordre purement logique, qui nous oblige à penser la flèche vectorielle d'un entraînement comme non seulement centripète mais *subjective*, car tout mouvement réalisé le long de son déploiement ne peut s'orienter vers le centre dynamique du corps qui s'entraîne que grâce à une préalable opération d'*auto-reconnaissance* et *auto-attribution* mise en œuvre par ce même corps. Ce discours vaut aussi pour notre galvanomètre, car il est impossible de cerner la droite et la gauche d'un corps physique qui soit autonomement en mesure de distinguer entre les deux, sans le douer par là même d'une structure d'auto-référence préalable à toute situation spatiale déterminée où il puisse se trouver... et cela précisément signifie le penser

comme un *sujet* capable de s'auto-attribuer une droite et une gauche. Il faudra alors éviter de prêter à un engin métallique non pas un point de vue, par là même *subjectif* – car cela nous rendrait inaptés à orienter tous nos calculs objectifs de ses comportements physiques – mais *notre* expérience psychique de ce même point de vue : ici la nécessaire suspension de jugement.

Or cette dimension logique d'autoréférence subjective *non nécessairement psychique* appartient à la totalité de ce qui est pour nous repérable dans le cosmos, car il n'y pas un seul événement physique que nous puissions concrètement observer sans être obligés de lui prêter notre « main droite » pour nous placer de *son* point de vue. Même la perception scientifique la plus anodine, « externe » et positive de n'importe quel engin de laboratoire, exige donc de notre part l'opération *purement interne*, et en même temps privée et publique, de se mettre *par la pensée* à sa place pour percevoir *son* espace, en se mettant ainsi à la place de tous les sujets scientifiques qui pourraient partager cette expérience, laquelle est donc *pour nous* à la fois mentale, physique, privée et publique.

(3) SE METTRE DU POINT DE VUE D'UNE DYNAMO. « SUBJECTIF » NE COÏNCIDE PAS NON PLUS AVEC « NON OBJECTIF » – Albert Einstein a de sa part violemment refusé cette évidence de *subjectivité* de l'espace de la Physique, ce qui nous offre l'occasion de la mettre encore mieux en lumière :

(9) « La tentative de Kant de [...] ni[er] l'objectivité de l'espace peut à peine être prise au sérieux. Les possibilités de position, personnifiées par l'intérieur d'une boîte, sont objectives dans le même sens que la boîte elle-même et les objets qui peuvent y être placés. » [Einstein 1954b : 151.]

Nous savons que la théorie de la Relativité Restreinte a été propulsée dans le ciel de la science lorsqu'au point de vue ampérien du galvanomètre s'est ajouté le point de vue faradayen de l'aimant qui, en tournant à sa proximité, induit en son intérieur un courant électrique (la dynamo : un aimant qui en tournant induit un courant électrique dans un conducteur) :

(10) « On sait que l'Électrodynamique de Maxwell, telle qu'elle est conçue aujourd'hui, conduit, quand elle est appliquée aux corps en mouvement, à des asymétries qui ne semblent pas être inhérentes aux phénomènes. Rappelons, par exemple, l'action mutuelle électrodynamique s'exerçant entre un aimant et un conducteur. Le phénomène observé dépend ici uniquement du mouvement relatif du conducteur et de l'aimant, tandis que, d'après la conception habituelle, il faudrait établir une distinction rigoureuse entre le cas où le premier de ces corps serait en mouvement et le second au repos, et le cas inverse. En effet, quand l'aimant est en mouvement et le conducteur au repos, il se produit autour du premier un champ électrique correspondant à une certaine localisation d'énergie, qui engendre un courant aux endroits où se trouvent des parties du conducteur. Dans le cas où l'aimant est au repos et le conducteur en mouvement, il ne se produit pas de champ électrique autour de l'aimant. Il se produit par contre dans le conducteur une force électromotrice à laquelle ne correspond aucune énergie mais qui – en supposant le même mouvement relatif dans les deux cas – engendre des courants électriques qui sont de même grandeur et qui se manifestent de la même manière que ceux produits par les forces électriques dans le premier cas. » [Einstein, 1905 : 1-2.]

Du point de vue de l'aimant qui tourne, *le* champ électrique n'existe pas, tandis que du point de vue du galvanomètre *ce même* champ électrique existe. Einstein raconte alors qu'il lui était *insupportable* que, dans *un même* système électrodynamique, ces deux éléments puissent avoir deux points de vue contraires et qu'une chose, aussi irréaliste que l'est un *point de vue*, puisse engendrer un effet physique, à *savoir* réel :

(11) « L'idée que deux cas essentiellement différents soient en jeu m'était insupportable. La différence entre les deux, j'en avais la conviction, ne pouvait être qu'une différence dans le choix du point de vue, et non une différence réelle. Si l'on en jugeait du point de vue de l'aimant, il n'y avait à coup sûr *aucun* champ électrique présent ; du point de vue du circuit, un champ électrique se trouvait sûrement présent. L'existence d'un champ électrique était donc relative ; elle dépendait de l'état de mouvement du système de coordonnées que l'on utilisait, et ce à quoi l'on pouvait attribuer une sorte de réalité objective, ce ne pouvait être que les champs électrique et magnétique pris *ensemble*, indépendamment de l'état de mouvement de l'observateur ou du système de coordonnées. Le phénomène de l'induction électromagnétique me poussait à formuler le postulat du principe de relativité (restreinte). » [Cit. dans Paty 1993 : 79.]

Malgré l'indéniable fécondité heuristique de cette péremptoire intolérance¹, les mots d'Einstein sont gratuits et inconséquents en ce qu'ils affirment que l'*ensemble*, qui selon cette perspective est le fond objectif de la situation, n'est pas à son tour un point de vue – par là même *subjectif* – sur *sa* situation *d'ensemble*. En d'autres mots, Einstein ne considère pas 1) qu'un « point de vue » est une chose *réelle* ; 2) que l'*ensemble* dont il parle (aimant + galvanomètre) *est un observateur*, à savoir le porteur absolu de *son* point de vue sur le phénomène qu'il réalise en tant que totalité. Cela est pourtant faux : c'est faux du point de vue de l'objet, à savoir du système, qui *en tout cas* articule ses comportements dans un espace doué d'une droite et d'une gauche; et c'est faux de notre point de vue de chercheurs, car évidemment nous ne pouvons pas éviter de faire bouger notre esprit pour qu'il soit en mesure de maîtriser *les différents points de vue* impliqués par cette même situation globale ; troisièmement, dans la Théorie des Ensembles l'« ensemble même » est l'un des éléments de l'ensemble de ses propres parties : cette vérité mathématique est incontournable et rend logiquement insoutenable l'idée que l'ensemble des points de vue {aimant + galvanomètre} ne soit pas à son tour l'un des points de vue sur ce même ensemble.

L'erreur d'Einstein est finalement dans son identification de l'*en soi* (la « séparabilité ») d'un phénomène avec l'*absence absolue* de tout point de vue *sur* le phénomène. Pourtant, d'un côté, il n'y a rien de contradictoire dans l'idée que tout phénomène soit un point de vue absolu sur son propre déroulement, d'un autre côté, cette idée s'impose dès que l'on doit prendre en charge même *un seul* point de vue dans une description pertinente du phénomène donné.

Pour rendre définitivement claire ma position, considérons les quatre images en Fig. 1, où nous voyons quatre perspectives de la Tour Montparnasse.

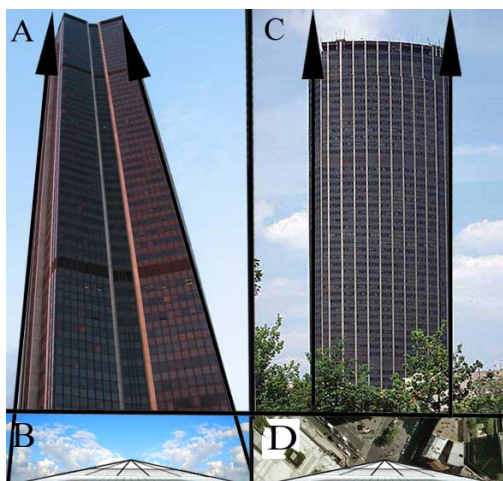


Figure 1

Quatre perspectives sur la Tour Montparnasse.

Dans le quadrant B nous sommes en bas et nous regardons vers le ciel.

Dans le quadrant D nous sommes sur le toit et nous regardons vers la terre.

En 1.A et 1.B la Tour est vue d'en bas : en 1.B nous sommes allongés sur le sol à ses pieds et nous la voyons s'élever jusqu'au ciel orthogonalement à notre regard, tandis qu'en 1.D nous sommes sur son toit et nous regardons vers la terre le long de ces mêmes directrices orthogonales. Confrontés à ces quatre images, nous sommes spontanément conduits à affirmer que 1.A, 1.B et 1.D sont des « illusions d'optique » – à savoir que *rien de réel* ne correspond à leur apparence – tandis que la 1.C représente la réalité effective de la Tour en ce qu'elle n'est pas une pyramide mais bien un parallélépipède.

Et pourtant, s'il est *bien vrai* que cet immeuble est un parallélépipède et non pas une pyramide, il est vrai aussi que l'image 1.D n'exprime pas que notre point de vue « illusoire », mais bien aussi le point de vue *de la Terre* en sa totalité, comme le montre la Fig. 2ab :



Figure 2ab

- (a) À gauche, une perspective cavalière créée par notre œil ;
 (b) à droite, les directrices gravitationnelles de la terre, « vues » du point de vue de la terre même

Je montre ici l'isomorphisme qui fusionne en une seule configuration « non euclidienne » la perception illusoire que nous avons de la Tour Montparnasse quand nous regardons en bas à partir de son toit vers le sol, et donc vers le centre de la Terre [Fig. 1D et 2a], et la perspective « céleste » que la Terre elle-même – en sa totalité planétaire – nous offre sur cette même Tour [Fig. 2b] lorsque nous pensons ses piliers parallèles comme les prolongements des directrices gravitationnelles qui les conduisent jusqu'au centre de la planète. C'est donc avant tout une évidence *céleste* bien physique et parfaitement objective qui nous oblige à dire que les piliers de la tour Montparnasse sont parallèles *et* convergents *en même temps*, en nous empêchant d'affirmer que la perspective de la sphère terrestre sur son propre centre est « illusoire » en ce qu'elle est – sans le moindre des doutes – l'un des points de vue possibles sur un phénomène qu'elle – la planète Terre – peut bien « voir » autrement. Il s'agit encore une fois de suspendre le jugement et de ne pas prêter à notre planète *notre* expérience psychique de *son* point de vue, pour reconnaître que c'est bien la *perspective* de la Terre en sa totalité « céleste » que nous nous approprions lorsque nous imaginons les piliers de la Tour Montparnasse comme à la fois parallèles et convergents.

Si donc nous admettons que dans la sphère riemannienne de notre planète les phénomènes changent *réellement* leur architecture interne selon les points de vue *de la sphère*, il ne sera pas étonnant que nos yeux sphériques et parallèles – faits de la même substance que la Terre qui les a engendrés – produisent les mêmes phénomènes [Fig. 2a] lorsqu'ils projettent leurs rayons de connaissance dans l'espace terrestre qui les entoure, et dans l'espace géométrique qu'ils explorent sur notre feuille de mathématiciens. « Illusion » et « non-objectivité » ne coïncident donc aucunement avec « point de vue » et « subjectivité ».

Je relance donc le défi de Wolfgang Köhler, en revendiquant non seulement la contrôlabilité publique et universelle d'une expérience essentiellement imprégnée par *un* point de vue (soit-il d'un galvanomètre, d'un aimant, ou d'un enfant qui apprend à lire) mais aussi – réciproquement – *l'immédiate immanence physique du monde qui nous entoure à nos expériences intentionnelles*. Dans cette revendication, je suis plus royaliste que le roi, car je prétends que si un galvanomètre est doué d'un point de vue sur sa gauche et sa droite, alors tout sujet humain qui sait distinguer entre sa gauche et sa droite est en ce sens comme un galvanomètre, par là même doué d'un accès direct et immédiat au monde physique qui l'entoure. Lorsque donc nous nous mettons par la pensée dans la pensée d'un autre sujet humain, nous accédons à sa réalité *physique*.

2.2 Un point de vue physique sur le monde

Si tout sujet humain, en ce qu'il a accès à sa droite et sa gauche, a par là même accès au monde physique qui l'entoure, réciproquement, le point de vue dont il est le porteur est un point de vue *physique* sur ce même monde, dont il est l'axe. La conséquence immédiate en est que le phénomène de la mathématique est dès le début un phénomène physique, car aucune mathématique n'est possible sans une *droite* et une *gauche*. Pour le montrer, considérons la construction dedekindienne des nombres réels.

(12) « *Comparaison des nombres rationnels avec les points d'une ligne droite* - Les propriétés des nombres rationnels que l'on vient de mettre en évidence rappellent les rapports réciproques de position entre les points d'une ligne droite L. Si l'on distingue les deux directions opposées existant en elle [*die beiden in ihr existierenden entgegengesetzten*

Richtungen] par les termes “droite” et “gauche”, et si p, q sont deux points différents, alors soit p se situe à droite de q , et en même temps q à gauche de p , soit, inversement, q se situe à droite de p , et en même temps p à gauche de q . Un troisième cas est impossible, si p, q sont réellement des points différents.

Cette analogie entre les nombres rationnels et les points d'une droite donne lieu, comme on sait, à une véritable correspondance, si l'on choisit sur la droite un point d'origine déterminé ou point zéro o ainsi qu'une unité de longueur déterminée pour la mesure des distances. À l'aide de cette dernière, pour tout nombre rationnel a on peut construire une longueur correspondante, et si l'on reporte celle-ci sur la droite à partir du point o , à droite ou à gauche selon que a est positif ou négatif, on obtient un point extrême p déterminé que l'on peut désigner comme le point correspondant au nombre a ; au nombre rationnel zéro correspond le point o . » [Dedekind 1872 : 18.]

La façon de parler de Richard Dedekind trahit son époque, car de même qu'Einstein fait coïncider la réalité tout court avec l'absence d'un point de vue subjectif, tout en affirmant la liberté créatrice absolue *de ce même sujet*, de même Dedekind affirme d'un côté que tous les objets de la science – à savoir tant ses résultats que ses outils de base – sont une « libre création de l'esprit humain »², tandis que de l'autre côté il dit bel et bien qu'une droite et une gauche *existent* « dans la droite L » [*in ihr*] plutôt que dans l'« esprit » qui vient de la tracer sur la feuille.

Or, soit la droite L est considérée comme un corps physique et alors elle aura *sa* droite et *sa* gauche, mais en aucun cas nous ne pourrions *arbitrairement* fixer un zéro sur sa longueur, qui en outre ne sera pas infinie ; soit L est assumée comme un symbole, et alors « *sa* » droite et « *sa* » gauche ne sont que *notre* droite et *notre* gauche (chacun a la sienne) tandis que *nous*, les « esprits créateurs » qui traçons cette ligne sur la feuille, sommes forcément aussi *des corps* capables simultanément de tourner comme un aimant, et d'apercevoir notre droite et notre gauche, comme un galvanomètre. L'époque de Dedekind→Einstein a en effet, d'une façon très rigoureuse et cohérente, *désincarné* notre esprit omni-créateur et ôté tout esprit aux « corps pratiquement rigides » qui nous entourent, et comme je l'ai dit, c'est bien cette *désincarnation* le sujet fondamental de ce travail.

En fait, existe-t-il en général une mathématique qui ne présuppose pas *le corps physique* et *mouvant* du mathématicien, à savoir existe-t-il une mathématique sans droite ni gauche ? Non, car tant la succession arithmétique des nombres que la juxtaposition algébrique des lettres s'organisent *essentiellement* grâce à cette distinction de la droite et de la gauche. Pour « suivre arithmétiquement tous les phénomènes de la droite » il faut nous orienter dessus, tandis que pour faire de l'algèbre, il nous faut nous orienter sur cette droite selon le sens de notre écriture, c'est-à-dire de nos *mots* : aucune algèbre n'étant pensable si lors de notre simple lecture/écriture nous ne savions pas distinguer entre ab et ba ³. Observons cela *in vivo*.

Dans les définitions qui suivent, Bourbaki définit le premier ensemble structuré en s'enracinant dans la différence (présupposée comme en soi évidente, préalablement à toute intention déjà algébrique) entre xy et yx . Cette évidence préalable s'enrichit tout de suite d'un sens algébrique au travers des notions de « translation à droite/gauche » et « inversion droite/gauche », ce qui mène à la possibilité (après avoir acquis la notion d'« élément central ») de la première apparition du groupe :

(13) « Définition 1. Soit E un ensemble. On appelle loi de composition sur E une application f de $E \times E$ dans E . La valeur $f(x, y)$ de f pour un couple $(x, y) \in E \times E$ s'appelle le composé de x et de y pour cette loi. Un ensemble muni d'une loi de composition est appelé un magma. Le composé de x et de y se note le plus souvent en écrivant x et y dans un ordre déterminé et en les séparant par un signe caractéristique de la loi envisagée (signe qu'on pourra convenir d'omettre).[...] Définition 4. - Étant donnée une loi de composition T sur un ensemble E , on appelle translation à gauche (resp. translation à droite) par un élément $a \in E$, l'application $x \rightarrow a T x$ (resp. $x \rightarrow x T a$) de E dans lui-même.[...] - Définition 5. — Un élément a d'un magma E est dit simplifiable (ou régulier) à gauche (resp. à droite) si la translation à gauche (resp. à droite) par a est injective. Un élément simplifiable à gauche et à droite est appelé élément simplifiable (ou régulier). [...] - Définition 6. — Soient E un magma unifère, T sa loi de composition, e son élément neutre, x et x' deux éléments de E . On dit que x' est inverse à gauche (resp. inverse à droite, resp. inverse) de x si l'on a $x' T x = e$ (resp. $x T x' = e$, resp. $x' T x = x T x' = e$). On dit qu'un élément x de E est inversible à gauche (resp. inversible à droite, resp. inversible) s'il possède un inverse à gauche (resp. inverse à droite, resp. inverse). Un monoïde dont tous les éléments sont inversibles s'appelle un groupe. » [Bourbaki I : A.1-15.]

Un espace rigoureusement et indépassablement orienté *par le sens de nos symboles* héberge donc le phénomène de l'évidence mathématique, et cela rend irréductiblement *physique et corporelle* cette même évidence. Bourbaki a ainsi établi une substantielle homogénéisation logique et opérationnelle entre les « points de vue » des objets physiques, et les « points de vue » des sujets mathématiques – et donc entre l'espace *physique* inter-corporel et l'espace *mental* intersubjectif ; ce qui revêt évidemment une importance primordiale pour notre recherche.

En conclusion : la mathématique est en même temps un point de vue sur le monde physique et un point de vue physique sur ce même monde. C'est dans ce pivot que le côté purement phénoménologique et le côté purement positif de notre phénomène « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » peuvent converger d'une nouvelle façon, en se dévoilant finalement non pas comme les deux « côtés » réciproquement externes d'une chose rigide, mais comme les deux *pôles* d'une réalité mouvante et vivante, projetée (comme tout être vivant) sur les racines d'où elle n'arrête pas de jaillir ou, autrement dit, sur la provenance ultime de *son* point de vue *présent*.

3. Sang. Un phénomène scolaire

Les mathématiques sont le phénomène essentiellement mouvant des *transformations évolutives du sens* de la vérité apodictique. L'école est l'horizon transcendantal où cette évolution a la possibilité de prendre corps, à savoir où le *sang du sens* peut pénétrer et circuler dans le corps mathématique de l'homme.

3.1 Le champ éducatif de l'école

Pour fonder la thèse de l'essentielle et insécable identité du processus « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » – c'est à dire pour souder dans une seule évidence le premier tronçon « $A \rightarrow "A"$ » et le second tronçon « « $A \leftrightarrow A$ » » de notre formule – il faut montrer que l'école est le *mathema* primordial, le champ proto-mathématique – *a priori* et *transcendantal* – duquel jaillit le phénomène de l'*a priori* mathématique. Il s'agit en d'autres mots de comprendre que le fait *a posteriori* qu'un enfant se trouve dans une école où il apprend les vérités *apriori* des mathématiques ne peut se produire qu'en ce que l'école est en elle-même une proto-connaissance inscrite *dans* chaque homme qui seulement *en conséquence* peut être placé dans une école empiriquement existante et acquérir en effet des connaissances.

(1) LE FAIT – Ce n'est en effet qu'en conséquence d'une active, intentionnelle, et *libre* intervention sur son esprit, systématiquement et soigneusement poursuivie pendant une durée importante de temps, et en pleine conscience de ce qui est en train de se passer, que l'individu humain peut se transformer en un transformateur des graphèmes *ab* en les lettres *ab*, et des lettres *ab* en les symboles *ab* susceptibles de composer la suite $ab=ba$. Cela signifie que l'enfant/adulte qui projette son attention sur les graphèmes que l'enseignant trace sur le tableau, et sur la voix de ce dernier qui leur donne un son, *doit savoir ce qu'il est en train de faire* – il n'est ni au travail, ni à la maison, ni en salle de jeu – et il doit se dédier systématiquement à cette activité libre et consciente, sans quoi les graphèmes ciblés ne se transformeront jamais en « lettres et nombres ». Pour apprendre à lire/écrire ce qu'il y a sur le tableau, l'enfant doit donc consciemment arrêter de jouer, rester attentif, ne pas se distraire à chaque instant, suivre les mots de l'enseignant, et les répéter avec soin ; suivre les graphèmes de l'enseignant, et les retracer avec soin ; en un mot : l'enfant *doit savoir* qu'il est à l'école. L'école est donc sans doute un *champ intentionnel et comportemental* qui fait partie du phénomène « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » dès son premier début, ainsi que le champ gravitationnel de la terre est présumé à tout phénomène vital que le biologiste s'occupe d'étudier, qu'il le thématise ou non : sans aucun doute l'évidence mathématique jaillit du *champ éducatif* de l'école.

(2) LE STATUT DE CE FAIT – Celle-ci n'est pourtant, en elle-même, qu'une évidence empirique – même si elle est très forte et indéniable – qui dans la vie *psychique* d'un homme lie le fait *social* de l'école, premièrement au phénomène *a posteriori* de l'apprentissage à lire « $A \rightarrow "A"$ » et, au travers de ce terme moyen, au phénomène *a priori* « « $A \leftrightarrow A$ » ». Le champ éducatif de l'école serait dans ce cas l'horizon *psycho-social* à l'intérieur duquel le côté *a posteriori* et le côté *a priori* de la suite « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » trouveraient leur lieu de synthèse.

Or comme je l'ai dit, ce n'est pas ma perspective. Je n'envisage pas dans mon travail un point de vue psycho/sociologique sur la nature de l'école au sein de la construction d'un « système social » ou

« mental ». Le *prilus* phénoménal – le phénomène à sauver – de mon affirmation sur la nécessité structurelle de l'école pour qu'un enfant apprenne à lire/calculer n'est pas *la société* « dans laquelle » nous trouvons un enfant qui va à l'école. Ma perspective est *l'inverse exact* de celle-ci. Notre phénomène est un être vivant qui sait lire/écrire des évidences mathématiques comme $ab=ba$ ou $2 \times 0=0$. Nous *partons* donc de ces évidences *a priori* que nous ne trouvons, évidemment, que dans la conscience d'un homme (« là dehors » il n'y a que de l'encre) et ce que j'affirme est que ces évidences *a priori* que nous trouvons dans sa conscience et dans ses comportements nous rendent *a priori* sûrs que cet être vivant est allé à l'école. Je me propose donc non pas de psycho/sociologiser la mathématique, mais bien au contraire de mathématiser l'école, en en faisant un élément interne à la mathématique.

3.2 L'essence évolutive de la mathématique...

Une évidence incontournable nous oblige à reconnaître la relation non seulement donnée et occasionnelle mais intime et essentielle qui lie le champ éducatif de l'école – où l'on apprend à lire, en parcourant le premier tronçon « $A \rightarrow "A"$ » de notre formule – à l'apparition de la vérité mathématique *déjà formée* (le deuxième tronçon « $"A \leftrightarrow A"$ »). Cette évidence est celle de la nature irréductiblement évolutive, vivante et mouvante de l'évidence mathématique, tant (1) du point de vue pédagogique, du *sujet* de l'apprentissage, que (2) du point de vue logique de son espace opératoire objectif.

(1) DU POINT DE VUE PEDAGOGIQUE DU SUJET – Partons de notre exemple $2 \times 0=0$. Avant d'avoir appris à lire, l'enfant ne savait pas que $2 \times 0=0$. Lorsqu'il a appris à lire, par contre, et qu'il a appris les additions et les multiplications, il a saisi cette expression comme une évidence mathématique : il en est maintenant aussi certain qu'il est certain que $2+2=2 \times 2=2^2=4$. Le jour vient par contre, où il se confronte à l'expression $2^0=1$, et cette expression le fait reculer d'étonnement. Or, ce jour arrive *nécessairement*.

C'est en effet déjà incroyable et étonnant que dans la conscience d'un homme se présentent des choses comme 1, 2, 3... qui frappent nos sens aussi immédiatement et naturellement, une fois que nous avons appris à lire, que celles qui habitent la dimension de la « réalité perçue », à laquelle appartient le tableau noir où ces mêmes symboles évidents font leur apparition irréversiblement *perceptive* [sur cela cf. Annexe I]. Toutefois, justement à cause de cette irréversibilité, notre perception (et nous avec elle) ne se rend pas compte de la magie qu'elle vient de réaliser. De même nous ne savons pas revenir au *son* « maman » tel qu'il était avant de devenir un mot, de même les symboles a, b, c ... 1, 2, 3... que nous saisissons sur le tableau ne conservent *aucune mémoire* de la période qui a précédé leur transformation irréversible en des lettres et des nombres : j'entends par là qu'il nous est impossible de ne pas les *lire*, dès que nous les *percevons*. Pour cette raison le petit ne s'étonne pas d'une suite d'objets perçus comme $2 \times 2=4$, même si en principe elle est déjà *très* étonnante, étant donné son aspect sensoriel et ses propriétés modales. En effet, *rien* qui appartienne à la dimension des tableaux noirs où cette écriture apparaît, des arbres et des ruisseaux... rien qui en somme fasse partie de la « réalité » ne peut parler avec une telle certitude catégorique de sa nécessité ni, encore moins, appeler en présence avec autant de distinction directement *perceptive*, l'objet impossible $2 \times 2=5$, qui n'existe pas, ni ne pourra jamais exister [cf. §5.3]; ces étonnantes apparitions n'empêchent pourtant pas – bien au contraire – que l'entrée dans cette nouvelle dimension – purement représentationnelle – de notre monde expérientiel soit aussi riche de magie que d'oubli : l'éblouissant éclat de « $2+2=4$ » coïncide en effet chez tout homme scolarisé avec la plus proverbiale des banalités.

Les choses toutefois changent radicalement lorsque du cœur de cette même évidence surgit un jour la séquence « banale » $2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$; dans ce cas, cette énigme est le véhicule immédiat de sa mémoire interne. Pendant longtemps – un temps dont à ce stade l'élève *garde* la mémoire – 2^2 a été *expliqué* avec $2+2$, tandis que maintenant ... tout devient obscur. À la différence du stade précédent (le passage ne pas savoir *lire* 1, 2, 3 \rightarrow *percevoir* 1, 2, 3) il reste présent et en état d'éveil lorsque les échelons III, IV, V, VI... de la suite en Fig. 3, s'enrichissent des échelons *absolument incompréhensibles* I et II. En même temps il comprend *parfaitement* (III, IV, V, VI...) et il ne comprend *absolument rien* (I : une multiplication avec 0 facteurs ; II : une multiplication avec un seul facteur) :

Non conventionnelle progression des exposants

I	II	III	IV	V	VI
2^0	2^1	$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$	$2^5=32$

Figure 3

En un mot : lors du passage ...VI, V, IV, III→II, I, nous *tous* tournons à vide, car le *sens* de nos signes fait naufrage, ainsi que nos textes d'enseignement n'arrêtent pas de le signaler :

(14) « Définition. - On appelle puissance d'un nombre relatif le produit de plusieurs facteurs, tous égaux à ce nombre : $a^n = a \cdot a \cdot a \dots a$ (n fois) [...]. Sur la base de cette définition de puissance, l'écriture a^l serait *dépourvue de sens* ; on pose alors par convention que cette base est égale à a , à savoir $a^1 = a$ - [...] Supposons maintenant a^0 , et considérons l'identité $a^n : a^n = 1$ (le quotient d'un nombre divisé par lui-même est égal à l'unité); si dans l'égalité qui exprime la propriété citée nous posons $m=n$, nous obtenons $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$, qui est une écriture formellement dépourvue de sens. Puisque nous avons constaté que $a^n : a^n = 1$, il est *spontané de poser la convention* $a^0 = 1$. » [Chiellini 1980: 85-88. Ma trad. L'italique est de moi.]

Comme je viens de la dire, ce moment d'éblouissement et de vide de sens est *structurel*, en ce qu'il s'enracine dans la nature même des mathématiques, en se présentant donc *à chaque passage* d'une dimension opératoire à l'autre. Revenons en effet à la simple suite des nombres « n » 1, 2, 3... et mettons-nous du point de vue du petit qui vient de les apprendre. Dans cette suite 1 est l'unité, 2 est pair (définition de pair : « $2n$ ») tandis que 3 est impair (« $3 \neq 2n$ ») : l'enfant *sait* maintenant que le nombre 3 n'est pas divisible par le nombre 2. Le jour vient pourtant où ce même enfant doit apprendre les fractions. Nous lui enseignons alors que $3 \div 2$ peut s'écrire aussi $3/2$, puisqu'en effet ce n'était pas *absolument* vrai que 3 n'était pas divisible par 2 : si nous écrivons cette division comme $3/2$, et que nous considérons cette division comme son propre résultat – déclarons-nous avec satisfaction – ça s'appelle une « fraction » !... et dans cette « fraction » le 3 est divisé exactement par 2, ainsi qu'il se passe dans la division $3 \div 2 = 1,5$. En ce faisant, nous apprenons donc à cet élève que dans l'expression $3/2 = a$, a signifie un nombre qui est la moitié exacte de 3, à savoir que $3 = 2a$. Mais voici, le petit lève la main en observant que si a est un nombre, et que $3 = 2a$, alors 3 *est pair*, car « pair » signifie = $2n$! Et cela est *extrêmement* étonnant ! Il faudra donc que nous lui « expliquions » que a est un nombre d'un autre genre, et que pour cette raison ce nombre s'appelle « rationnel ». Cette « explication » pourtant n'explique rien du tout, car il ne s'agit que du baptême/légitimation de l'expression *jusqu'ici impossible* « $2a = 3$ ». Une fausseté impossible (un nombre dont le double est impair) devient ainsi soudainement une vérité nécessaire, et cette *trans-modalisation* – ce passage de l'impossible au nécessaire – définit le fond dynamique constamment agissant de notre espace opératoire.

(2) DU POINT DE VUE LOGIQUE DE L'ESPACE OPERATOIRE OBJECTIF – Suivons alors en trois passages la trajectoire $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{Q}, \mathbf{Z}\} \rightarrow \mathbf{R}$ (grandeurs → nombres naturels → rationnels/entiers → réels), en la reprenant dès le début.

(I) $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{N}$ – Toute grandeur est continue et sans aucun doute divisible par deux. La simple apparition des nombres Pairs/Impairs dans notre univers mental oppose donc – dorénavant et à jamais – le Nombre à la Grandeur. Ceci est le premier passage (qui nous différencie des singes [cf. § 5.2]) d'une nécessité – toute extension quantitative continue est nécessairement divisible par deux – à la nécessité contraire : l'extension quantitative continue 3 est nécessairement indivisible par 2.

(II) $\mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{Q}, \mathbf{Z}\}$ – Du point de vue logique l'apprentissage commence avec les *nombres* 1, 2, 3... et non pas avec les nombres « entiers » 1, 2, 3... À l'intérieur des nombres, nous définissons entre autres l'opération de multiplication/division. Sur cette base, nous disons que $3 \times 2 = 6$ et $3 \div 2 = 1$ *avec reste 1*, car 3 étant impair, 2 et 1 sont les deux parties, différentes entre elles, dont il se compose. L'opération de division est donc *parfaitement possible, efficace et définie* dans l'univers du Nombre, et tout le monde considère en effet une évidence immédiate que $3 \div 2$ donne comme reste 1. Tout simplement, dans ce nouvel univers le nombre impair 3 ne peut pas être divisé en *deux nombres égaux*.

Le jour vient pourtant, comme nous venons de l'évoquer, où nous concevons la mission impossible de partager le nombre 3 en deux parties égales, que nous noterons a et b ... Le petit Socrate/Stevin/Descartes... nous rétorque ce que nous venons de voir : que cela est absurde, car dans ce cas nous aurions $2a = 2b = 3$; mais 3 étant impair, et donc $\neq 2n$, cette opération est *impossible*... donc a et b *ne sont pas des nombres* ! Nous répondons alors que c'est vrai : 3 est sans doute un nombre impair, mais nous pouvons pénétrer à l'intérieur de son étendue entière et la partager en 2 étendues/parties a et b , que nous noterons comme $3/2$ et $3/2$, en ayant soin de nous rappeler que cette expression n'indique pas le rapport entre les deux étendues globales « n » 3 et 2, mais *irréductiblement* la subdivision interne de l'entier numérique 3 selon ses 2 parties – « fractions » – a et b . En ce faisant – grâce à cet « irréductiblement » qui institue une « définition causale » des nombres/entiers et des

nombres/parties – nous aurons évité la contradiction d'un nombre impair qui est aussi pair en ce qu'il est le double de l'une de ses 2 moitiés. Cette deuxième coupure germinatrice (*Schnitt*, διαίρεσις ...) dans le domaine des grandeurs/nombres, a donc engendré deux nouvelles espèces d'entités – le nombre-en-tant-qu'entier \mathbb{Z} , et le nombre-en-tant-que-partie \mathbb{Q} – à partir du *genus* « n », qui dorénavant aura acquis la qualification de nombre « naturel » \mathbb{N} .

Et voilà ! Cette même nécessité mathématique qui dans le passage précédent nous a forcés à admettre une « grandeur » (l'impair 3) non divisible par 2, est maintenant à son tour forcée par la nécessité contraire $3/2$. Un monde mathématiquement impossible (le monde où un nombre impair est le double d'un autre nombre) s'est ainsi soudainement retransformé en une nouvelle dimension du mathématiquement évident.

(III) $\{\mathbb{Q}, \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$ – Cette même situation se produit lorsque dans ce nouvel univers de nombres ayant la forme n/m – où m et n ne sont jamais pairs ensemble, car n/m doit irréductiblement être un nombre/partie (une « fraction irréductible ») – ... nous butons sur l'expression $n/m = \sqrt{2}$, qu'ainsi que $2^0=1$ nous ne pouvons pas éviter de prendre en charge. Si cette expression fait partie des phénomènes à sauver, alors nous devons reconnaître que $n^2/m^2=2$... mais alors $n^2=2m^2$, où *apparemment* m et n sont pairs ensemble⁴, ainsi que dans $2a=3$, 3 était *apparemment* un nombre pair. Manifestement donc, $n^2=2 \times m^2$ nous pose le même problème que $3=2 \times a$... et ce problème est celui d'un manque *radical* de sens, au sein d'une expression qui provient en revanche d'un univers absolument évident. Il faudra donc attendre, pour que ce nouveau vide se révèle comme la graine féconde d'un nouvel univers non seulement d'opérations (car comme nous l'avons vu les opérations viennent après), mais de *significations*.

En synthèse, il n'y a pas *un seul passage* dans la structure portante de la mathématique, qui ne soit organisé selon cette dynamique modale : une situation rigoureusement *impossible* devient un jour l'acte de naissance d'une nouvelle entité évidente. Inutile de rappeler qu'il a fallu attendre des millénaires pour que la grandeur $\sqrt{2}$ réalise l'exploit de se transformer en un nombre.

3.3 ... et l'horizon transcendantal de l'école

Nous disposons maintenant d'un matériel directement mathématique pour donner à notre affirmation sur l'école – qu'elle constitue le périmètre transcendantal d'où essentiellement surgit l'évidence mathématique – un fondement expérimental clair et distinct. Évidemment, le passage modal impossible \rightarrow évident que je viens de décrire exige *un temps*, car la suite « $2n =$ pair mais $2a = 3$ » qui institue simultanément les anciens « nombres » comme Nombres Naturels, n comme Nombre Entier et a comme Nombre Rationnel, exprime une *activité de re-signification* qui n'appartient ni au temps opératoire des nos vieilles opérations sur les « nombres », ni au temps opératoire de nos futures opérations sur les Nombres Naturels, les Nombres Entiers et les Nombres Rationnels, lesquelles auront lieu seulement une fois cette œuvre de resignification achevée.

Ce temps préopératoire de resignification est *nécessairement* présent, ainsi qu'un temps d'accélération *continue* $v_0 \rightarrow v_n$ doit être présent sur le fond dynamique d'une chute à vitesse v_n à partir du repos, même si cela apparaît souvent en contraste avec les cinématiques dont nous faisons l'expérience. Pendant ce temps de simple *engendrement*, notre esprit doit pénétrer la *troisième* dimension du symbole mathématique, pour lui redonner *le sens* qu'il vient de perdre. Ce temps purement dynamique, caché derrière toute évidence déjà née ($3/2=a$), et *impossible* lorsque l'évidence-mère ($3 \div 2$) ne l'a pas encore accouchée ni conçue, est le temps de l'école, car l'école est la terre d'où s'engendre cette transformation évolutive.

Revenons en classe. Confronté à 2^0 , notre petit recule dans l'étonnement. Il lève la main, et il demande si ce n'est pas une erreur, *étant donné* que $2 \times 0 = 0$, et $2+2=2 \times 2=2^2$. L'enseignant lui répond que *non* : 2^0 fait en effet 1. Et il ajoute : c'est comme cela, c'est une *convention*. Il pourrait lui montrer la fraction $2^m/2^m=1$, en ajoutant qu'étant donné $2^m/2^m=2^{m-m=0}$, alors il s'ensuit nécessairement $2^0=1$... mais cela ne ferait, en dernière analyse, que répéter cette même réponse : c'est aussi, c'est *un fait*. La conscience de ce petit homme vient en effet de tomber dans un *vrai* vide de sens, d'où aucune présence d'un simple fait ne pourra jamais la faire sortir. Bien au contraire, un fait de ce genre est avant tout *aveuglant*. La lumière de l'évidence mathématique $2+0=2$, qu'il a apprise en CP, vient donc vraiment de *se cacher* derrière le fait mathématique $2^0=1$, qui reste en attente de recevoir un nouveau sens, en attirant entre-temps, dans cette même obscurité, tout ce qui l'a précédée, y compris $2+0=2$.

Le petit se demande maintenant : comment cela est-il possible ? Il se pose donc une question *transcendantale* sur la possibilité d'un certain *a priori* mathématique apparemment dépourvu de sens, pour qu'il en acquière un... car étant donné $2+0=2$ et $2\times 0=0$, $2^0=1$ *doit bien pouvoir avoir un sens*.

Rappelons-nous du sens topique de la notion kantienne de « transcendantal » :

⟨15⟩ « La connaissance de l'origine non empirique de ces représentations [l'espace et le temps], et du comment il se fait cependant qu'elles se rapportent *a priori* à des objets de l'expérience peut seule s'appeler transcendantale. [...] Montrer comment un certain concept est un principe qui explique la possibilité d'autres connaissances synthétiques *a priori*, voilà ce que j'appelle en faire une exposition transcendantale. Il faut donc, à cet effet, 1° que des connaissances de cette nature découlent du concept donné ; 2° que ces connaissances ne soient possibles que sous la supposition d'une explication de ce concept. » [Kant, 1787a : 145,73.]

Selon Kant, lorsqu'une certaine situation s'offre à la conscience comme l'horizon d'où jaillit et où se cache – et donc où évolue et se transforme – la lumière d'une évidence *a priori*, cette situation est *transcendantale*. Ce que nous venons de voir est donc que l'accès au domaine transcendantal de la conscience ne se fait que si l'on garde sa « foi rationnelle » [*Vernunftglauben*]. L'exclamation « étant donné $2+0=2$, $2^0=1$ *doit bien pouvoir avoir un sens* » n'est en effet que la voix cristalline de la foi dans la mathématique, car en ce moment – en cet instant nécessairement présent avant qu'un nouveau nombre (une nouvelle forme de vie) ne fasse son apparition dans notre univers – *toute* évidence mathématique (= toute évidence évidente) a été intégralement remise en question.

Or l'école – dont je suis donc en train de donner une *exposition transcendantale* – n'est pas le lieu *contingent* où peuvent se produire ce genre d'épisodes de resignification fondatrice : l'école est bien au contraire *le seul horizon* de visibilité qui reste à la conscience de cet homme pour donner une orientation à son esprit, pendant qu'il attend une réponse inouïe à une question qu'il n'avait jamais même *soupçonné* qu'elle puisse se poser : « $2\times 0=1$ » étant *rigoureusement impossible*. Autrement dit, cet homme vient d'être frappé par – Husserl dirait – « la plus grande de toutes les énigmes » [Husserl 1936b], et il a maintenant deux choix : soit il refoule le problème, soit il insiste, et le seul lieu *mental* où il peut se diriger pour affronter une question qui n'existe et n'a un sens que sur son cahier ou sur un tableau noir, et qui n'a d'autre sens que de vouloir en avoir un, est l'école. Refouler le problème équivaut donc à sécher les cours.

Finalement, seulement une vision non évolutive et vivante – mais figée et purement instrumentale – de la mathématique, peut éviter la prise de conscience de la nature *transcendantale* de l'école, car pour qu'une *γένεσις καὶ φθορά* – une effective *génération et corruption* – de l'*a priori* mathématique puisse se produire devant nous, il faut évidemment qu'un *horizon* pré-mathématique reste bien éclairé et visible pendant toute la nuit qui a précédé l'aube, et qui suivra le soir.

3.4 Le silence « caractéristique » de l'écoute mathématique

Cette nuit du Sens n'est donc que celle qui intercale les jours de l'école, et pour cette raison Kant *philosophe* et Kant *pédagogue* coïncident dans l'entreprise transcendantale de *discipliner* l'usage que la raison fait de ses vérités apodictiques, étant donné sa tendance-Pinocchio, qui fait qu'elle est toujours prétentieusement convaincue de ne pas avoir besoin de se soumettre à une désagréable réglementation scolaire [*Zucht* et *Belehrung*] si elle veut éviter de se retrouver, comme une marionnette au théâtre de Mangiafuoco, à *solennellement* prendre des pantins pour des choses réelles et des choses réelles pour des pantins :

⟨16⟩ « Pour la formation d'un talent qui est déjà porté par lui-même à se développer, la discipline donnera un secours négatif [*] mais la culture et la doctrine donneront un secours positif. Que le tempérament et des dispositions naturelles qui se permettent volontiers un mouvement libre et illimité (comme l'imagination et le génie), aient besoin d'une discipline à plusieurs égards, c'est ce que tout le monde accordera facilement. Mais que la raison, dont le propre est de prescrire une discipline à toutes les autres tendances de notre nature, en manque elle-même, c'est ce qui probablement doit paraître douteux. Et en fait, elle s'est effectivement soustraite jusqu'ici à cette espèce d'humiliation, par la raison précisément qu'en voyant son air imposant et solennel, personne ne pouvait facilement la soupçonner capable de s'occuper d'un jeu frivole d'images au lieu de concepts, et de mots au lieu de choses.

[*Note] Je sais bien que l'on a coutume d'employer, dans la langue de l'école [*Schulsprache*] le nom de *discipline* comme synonyme de celui d'instruction [*Unterweisung*]. Mais il y a au contraire beaucoup d'autres cas où la première expression se distingue soigneusement de la seconde et signifie *correction* [*Zucht*] tandis que l'autre signifie *éducation* [*Belehrung*]; et la nature des choses demande que l'on conserve, en faveur de cette distinction, les expressions les plus convenables. C'est pourquoi je désirerais qu'on ne prît le mot *discipline* que dans le sens négatif. » [Kant 1787 : 601 ; B738.]

Dans le cas présent – le passage de la banalité nécessaire 2×0 à l'impossibilité miraculeuse 2^0 – la Raison indisciplinée de notre Pinocchio/Socrate a l'occasion de se rendre compte – s'il décide de ne pas sécher les cours – que les nombres ne sont pas des grains de sable à entasser [Frege 1884], et qu'il avait pris des symboles pour des choses, et des choses – ces mêmes grains de sable – pour des symboles. D'autre part, une telle courageuse reconnaissance lui ôte tout (faux) appui auquel il était attaché jusqu'ici, et lui demande de rester bien discipliné, *en silence* et à l'écoute, ainsi que Kant le dit lorsqu'il appelle « acroamatiques » les vérités qui doivent entrer en action maintenant, quand l'évidence visible de l'algèbre vient de nous abandonner, et que notre boussole a perdu le Nord. En effet, l'un des deux domaines où la transcendante Discipline de la Raison doit avoir lieu, selon Kant, est le lieu de son « usage dogmatique » où elle a le droit de poser des vérités apodictiques en l'absence, pourtant, de toute vérifiabilité directe. Quelles sont ces vérités ? Ce sont les vérités d'où jaillit *le sens* de ce qui, à l'opposé, tout en étant visiblement *vérifiable* ($2 \times 0 = 0$)... peut ne pas être directement sensé ($2^0 = 1$). Or ce genre de vérités, nous ne pouvons les absorber, évidemment, que si nous *dressons les oreilles*. Elles s'appellent pour cette raison « acroamatiques » [*akroamai* = j'écoute] car nous ne pouvons pas les *voir* directement à côté de $2 \times 0 = 0$, pour en disposer à notre gré, ainsi que nous disposons des ces mêmes symboles, certes *évidents*... mais seulement jusqu'au moment ou tout d'un coup leur évidence cesse de s'identifier avec leur *sens*, pour sombrer derrière $2^0 = 1$.

C'est alors, dit Kant, qu'il faut que nous écoutions. Cette pure *acroamaticité* des propos qui donnent – ou ôtent – un sens aux évidences mathématiques, n'a par elle-même rien de mystérieux, et il est facile de la mettre en lumière. Comme exemple, considérons la double syllabe *abba*, qui compose le langage élémentaire d'un nourrisson. Ce *son* devient bientôt un *mot* (par ex. *papa*) ou la partie d'un mot. *Sur la base* de cette syllabe/mot, l'enfant apprendra à lire le graphème « *abba* » pour ensuite accéder à la propriété algébrique : « $ab=ba$ ».

Une expression comme $ab=ba$, affirme Kant, est une vérité *a priori* immédiatement disponible à l'intuition directe, car ces caractères font entresuivre « devant nos yeux » *les réalités mêmes* qu'ils sont en train de signifier. Autrement dit, de même que nous pouvons redoubler un segment géométrique rien que grâce à notre stylo, et en obtenant par là même la réalité *effective* de son double, nous pouvons doubler, directement sur la feuille, les deux réalités $ab=4$ et $ba=4$ qui composent notre expression, en obtenant de la sorte $2ab=2ba$, à savoir $8=8$. Cette suite de calculs, Kant l'appelle une « construction caractéristique », et il en parle justement à l'intérieur de la Discipline (scolaire) de la Raison :

(17) « *La Discipline de la Raison dans l'usage dogmatique*. Les mathématiques donnent un exemple remarquable de l'extension indépendante et heureuse de la raison pure, sans le secours de l'expérience. Les exemples sont contagieux, principalement pour une faculté qui se flatte naturellement d'avoir toujours le même bonheur qu'elle a eu en partie dans un cas particulier [...] [Toutefois] les mathématiques seules contiennent des démonstrations, parce qu'elles dérivent leurs connaissances, non de concepts, mais de la construction des concepts, c'est-à-dire de l'intuition correspondante aux concepts qui peut être donnée *a priori*. La méthode même de l'algèbre, avec ses équations, dont elle tire par réduction la vérité avec preuve, n'est pas, à la vérité, une construction géométrique, mais c'est cependant une *construction caractéristique*, dans laquelle les concepts sont proposés en intuition avec des signes, principalement les concepts du rapport des quantités, et qui, abstraction faite de l'heuristique, garantit toutes les conséquences contre les erreurs, par cela seul que chacune d'elles est mise *sous les yeux*. » [Ibid. : 603 ; B740. 619 ; B762. L'italique est de moi.]

Il est évident en effet que nous ne pouvons pas redoubler *abba* en écrivant « *2abba* », si cela signifie « *2papa* », car dans ce cas ces mêmes lettres ne transportent pas sous nos yeux la réalité ainsi nommée, mais seulement son signe. Cela montre que les lettres *a,b,b,a*, qui composent l'évidence écrite « $ab=ba$ » ne sont pas *les mêmes* lettres qui composent le *mot* écrit « *abba* ». Or ce dernier

enracine son sens dans la sonorité purement verbale « *abba* », qui anime notre monde avant que toute évidence écrite ne soit éclatée devant nos yeux, et c'est de ce monde *purement vocal* qui précède toute écriture dont parle Kant lorsqu'il appelle « acroamatique » la *philosophie*, à savoir l'unique horizon de sens qu'il nous reste, lorsque la totalité visuelle du monde « caractéristique » a sombré derrière « $(abba)^0 = 1$ ».

(18) « La connaissance philosophique, au contraire, doit manquer de cet avantage, puisqu'elle doit toujours considérer le général *in abstracto* (par concepts), tandis que les mathématiques peuvent considérer le général *in concreto* (dans des intuitions singulières), et cependant par une représentation pure *a priori*, dans laquelle toute faute est sensible. J'appellerais donc plus volontiers les preuves philosophiques *acroamatiques* (discursives), parce qu'elles ne peuvent se faire que par des mots seuls [*lauter Worte = mots à voix haute*] (l'objet en pensée), que *démonstrations*, lesquelles, comme l'expression le prouve déjà, pénètrent dans l'intuition de l'objet. » [Ibid.]

Autrement dit : lorsque la seule chose que l'évidence écrite de la mathématique sait faire est de nous aveugler par son manque de sens, alors nous pouvons encore *écouter*, ainsi que nous le faisons bien avant que toute écriture ne puisse surgir dans notre horizon expérientiel.

Or entre le nourrisson qui *est* à l'écoute de son papa, et la Raison Adulte qui librement *se met* à l'écoute de la Philosophie, il y a la nécessaire *Belehrung* et *Zucht* (apprentissage et discipline) de l'École. L'École se définit donc comme cet espace de transition où les évidences perçues avec les yeux peuvent perdre tout sens en dehors de celui que l'on ne peut saisir qu'avec les seules oreilles, *sans* que pourtant la science même, la connaissance et l'apprentissage – en un mot les Mathématiques – ne perdent leur autorité primordiale devant la conscience humaine. C'est donc dans cet espace *scolaire* entre nos yeux et nos oreilles que les objets mathématiques acquièrent un sens [*Sinn*] devant notre esprit [*Sinn*] : se transforment, se développent, sombrent dans l'obscurité d'où, le moment venu, ils reviennent à la lumière sur la seule base de nos libres décisions interprétatives. L'École est le temps où ces décisions prennent corps.

En ce qui concerne la *liberté* de cette activité, de même qu'on ne peut pas obliger quelqu'un à manger s'il ne le veut pas, et même si on l'« oblige », on ne pourra pas obliger son organisme à assimiler la nourriture avalée si ce même organisme ne se met pas spontanément en activité... de même il est impossible que l'apparat neuro-perceptif d'un homme assimile un graphème et le transforme en une lettre, sans que son organisme ne participe *spontanément* et *activement* à cet événement.

4 Chair. Un phénomène expérimental

Tout mouvement mathématique – toute opération – se déroule selon une dynamique pleinement expérimentale, qui appelle sans cesse la personne du mathématicien à la présence et à l'éveil, en en faisant le sujet ultime de l'événement toujours incarné et historique de la science.

4.1 *A priori* et *a posteriori*

Le phénomène « $A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A"$ » est en même temps *a posteriori* et *a priori*, et ce double caractère appartient à toute apparition/présence d'une évidence mathématique devant notre conscience, depuis le début et à tous les niveaux.

A) *Au niveau de la pratique opératoire ordinaire.* – Considérons l'addition $a+a$. Pour qu'elle engendre $2a$ devant notre conscience, il faut évidemment que nous additionnions ses deux termes (que nous exécutons effectivement l'opération). La certitude *a priori* de son résultat en un instant donné, est donc en même temps la connaissance *a posteriori* que l'opération mentale que nous venons d'exécuter – pendant le temps Δt_i qui sépare la saisie $a+a$ et la saisie de $2a$ – est ici et maintenant en train de s'achever.

B) *Au niveau de l'apprentissage ordinaire* – Supposons maintenant que l'addition $a+a$ soit la première addition algébrique que nous arrivions à réaliser, et que donc le temps d'exécution Δt_{ib} qui sépare la saisie de $a+a$ et la saisie de $2a$ soit le deuxième segment du temps Δt_{ia-b} d'apprentissage [Δt_{ia}] → exécution [Δt_{ib}] de ce genre d'opérations. Le temps global Δt_{iab} est intérieurement continu, car le dernier exercice de notre apprentissage et notre première addition algébrique réussie sont

nécessairement une seule et même action. Donc, lorsqu'à l'issue de ce même Δt_i nous devenons *a priori* certains que $2a$ est le résultat de $a+a$, nous savons aussi (*a posteriori*) que son exécution en Δt_{iab} – cette exécution qui vient de s'achever – et son apprentissage en Δt_{ia} – cet apprentissage qui s'est achevé lors du démarrage de cette première opération réussie – ont été réalisés l'un après l'autre.

C) *Au niveau du premier apprentissage.* – Supposons finalement que l'expression $1=1$ soit la première évidence qui se présente à la conscience d'un enfant qui vient d'apprendre à lire 1 et 11. Dans ce cas aussi, lorsqu'il lit $1=1$ cet enfant sait en même temps *a priori* que $1=1$ et *a posteriori* qu'il est en train de lire.

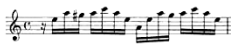
Cette double dimension, *a posteriori* et *a priori* à la fois, appartient indéniablement à toute opération mathématique, en ce que dans son universalité formelle, elle est toujours l'événement individuel d'un certain processus mental concrètement exécuté par un certain sujet humain, à l'intérieur de son histoire unique et de l'histoire unique du monde, dont il fait partie.

Ces deux éléments toutefois – l'élément événementiel (individuel) et l'élément formel (universel) que nous impose toute opération mathématique avec sa simple présence – ne se bornent pas à se juxtaposer au sein d'un simple fait positif/phénoménologique, car nous les établissons toujours (que nous le sachions ou pas) comme les deux aspects d'une même évidence, qui les soude ensemble selon une *dynamique expérimentale* claire et distincte, qu'il faut montrer à l'œuvre en ses implications fondamentales.

4.2 L'élément formel et universel

Si n est un nombre entier, alors la suite $n+n=2n$ n'engendre pas un « nombre pair » dans le sens ordinaire des mots « nombres » et « pair », car cet enchaînement de symboles tire son efficacité irréductiblement opératoire – sa kantienne intuitivité « caractéristique » – de ce que Blaise Pascal appelle la « destitution de tout autre sens » des notions auxquelles elle renvoie :

(19) « Voilà une définition géométrique : parce qu'après avoir clairement désigné une chose, savoir tout nombre divisible en deux également, on lui donne un nom que l'on destitue de tout autre sens, s'il en a, pour lui donner celui de la chose désignée. D'où il paraît que les définitions sont très libres, et qu'elles ne sont jamais sujettes à être contredites; car il n'y a rien de plus permis que de donner à une chose qu'on a clairement désignée un nom tel qu'on voudra. Il faut seulement prendre garde qu'on n'abuse de la liberté qu'on a d'imposer des noms, en donnant le même à deux choses différentes. Ce n'est pas que cela ne soit permis, pourvu qu'on n'en confonde pas les conséquences, et qu'on ne les étende pas de l'une à l'autre. Mais si l'on tombe dans ce vice, on peut lui opposer un remède très sûr et très infaillible ; c'est de substituer mentalement la définition à la place du défini, et d'avoir toujours la définition si présente, que toutes les fois qu'on parle, par exemple, de nombre pair, on entende précisément que c'est celui qui est divisible en deux parties égales, et que ces deux choses soient tellement jointes et inséparables dans la pensée, qu'aussitôt que le discours en exprime l'une, l'esprit y attache immédiatement l'autre. » [Pascal : 577]

Autrement dit, pour pratiquer la mathématique il faut non seulement reformer mais *reformer* notre esprit au niveau des significations immédiates des mots utilisés. Si le graphème $2n$ est irréversiblement un symbole car nous avons appris à le lire/écrire, sa morphologie doit en plus être immédiatement reçue comme la présence condensée de sa définition, ainsi intuitivement imposée par le monôme $2n$, sans quoi nous ne pourrions pas mettre en mouvement nos formules. Dans ce cas aussi, l'exemple de la musique rend la chose évidente. Pour que la suite  possède l'unité d'un seul *melos*, il faut que ses éléments nous parviennent dès le début totalement imprégnés de sa forme globale : quoi qu'il en soit de l'aspect d'une certaine note en dehors de cette *Gestalt* sonore, elle ne peut participer à la phrase où nous la repérons qu'en ce que nous faisons reculer toutes les autres possibilités expressives dont elle est douée sur le fond de son identité harmonique absolue. Autrement dit, si nous n'étions pas capables de « destituer de tout autre sens » chaque note qui frappe nos oreilles lorsqu'elles la perçoivent au sein de son melos, aucune figure musicale déterminée ne pourrait se souder devant notre conscience.

C'est donc grâce à une double condensation de son sens – 1) irréversible « compression » du graphème comme symbole ((264)); 2) destitution « caractéristique » ((17)) de toute autre signification – et à l'active mise en mouvement de son esprit, que l'expression $n+n=2n$ se manifeste au

mathématicien selon l'évidence de son « résultat » à savoir de sa partie $2n$, qui clôt l'énonciation de sa vérité universelle.

Ceci est l'élément formel de l'opération, qui grâce au symbole « = » transforme la simple présence *a priori* de $n+n$ [« soit donné $n+n$ »] en la présence universelle et nécessaire de $2n$, au sein de la totalité insécable et évidente $n+n=2n$. En général, la mathématique « normale » s'arrête ici, car le passage $f: x \rightarrow x'$ de la position d'un élément à celle de son « image » fonctionnelle – dans notre cas $(n, n) \rightarrow 2n$ – épuise l'intérêt du mathématicien opérant.

4.2.1 La mono-polarité du bourbakisme

Or cette nécessaire destitution opératoire de tout autre sens – aussi nécessaire à la formation d'un vrai caractère algébrique comme $2n$ que la « compression » perceptive du graphème $2n$ est nécessaire à l'apparition gestaltique du symbole $2n$ – peut devenir un vrai « dépouillement », lorsque le mathématicien opérant s'auto-interprète comme la quintessence du mathématicien. C'est cela qui se passe chez Bourbaki, qui voit dans cette autolimitation au « calculare » l'essence même de la mathématique post-cartésienne :

(20) I. « Faire de l'Algèbre, c'est essentiellement calculer, c'est-à-dire effectuer, sur des éléments d'un ensemble, des « opérations algébriques », dont l'exemple le plus connu est fourni par les « quatre règles » de l'arithmétique élémentaire. Ce n'est pas ici le lieu de retracer le lent processus d'abstraction progressive par lequel la notion d'opération algébrique, d'abord restreinte aux entiers naturels et aux grandeurs mesurables, a peu à peu élargi son domaine, à mesure que se généralisait parallèlement la notion de « nombre », jusqu'à ce que, dépassant cette dernière, elle en vînt à s'appliquer à des éléments qui n'avaient plus aucun caractère « numérique », par exemple aux permutations d'un ensemble. C'est sans doute la possibilité de ces extensions successives, dans lesquelles la forme des calculs restait la même, alors que la nature des êtres mathématiques soumis à ces calculs variait considérablement, qui a permis de dégager peu à peu le principe directeur des mathématiques modernes, à savoir que les êtres mathématiques, en eux-mêmes, importent peu : ce qui compte, ce sont leurs relations. Il est certain, en tout cas, que l'Algèbre a atteint ce niveau d'abstraction bien avant les autres parties de la Mathématique, et il y a longtemps déjà qu'on s'est accoutumé à la considérer comme l'étude des opérations algébriques, indépendamment des êtres mathématiques auxquels elles sont susceptibles de s'appliquer.

II. Dépouillée de tout caractère spécifique, la notion commune sous-jacente aux opérations algébriques usuelles est fort simple : effectuer une opération algébrique sur deux éléments a, b d'un même ensemble E , c'est faire correspondre au couple (a, b) un troisième élément bien déterminé c de l'ensemble E . Autrement dit, il n'y a rien de plus dans cette notion que celle de fonction : se donner une opération algébrique, c'est se donner une fonction, définie dans $E \times E$, et prenant ses valeurs dans E ; la seule particularité réside dans le fait que l'ensemble de définition de la fonction est le produit de deux ensembles identiques à l'ensemble où la fonction prend ses valeurs ; c'est à une telle fonction que nous donnons le nom de loi de composition. » [Bourbaki 1970 : 1.]

Dans ce passage, nous savourons la quintessence des « mathématiques modernes » qui ont été produites en France au début des années 70, ainsi de la « new math » américaine, bref d'un programme épistémologique et culturel qui a imprégné une entière époque. « Faire de l'Algèbre, c'est essentiellement calculer » est en effet une affirmation non mathématique mais philosophique et politique très forte, et très consciemment énoncée de ce côté et au delà de l'Atlantique. Dans l'Introduction à son *Topics in Algebra* (Cornelle, 1964) Irvin N. Herstein répète la même suite de concepts que nous trouvons dans le Bourbaki, en plus enrichis du style yankee de *l'informal approach* :

(21) I. « One of the amazing features of twentieth century mathematics has been its recognition of the power of the abstract approach. This has given rise to a large body of new results and problems and has, in fact, led us to open up whole new areas of mathematics whose very existence had not even been suspected. In the wake of these developments has come not only a new mathematics but a fresh outlook, and along with this, simple new proofs of difficult classical results. The isolation of a problem into its basic essentials has often revealed for us the proper setting, in the whole scheme of things, of results considered to have been special and apart and has shown us interrelations between areas previously thought to have been

unconnected. The algebra which has evolved as an outgrowth of all this is not only a subject with an independent life and vigor--it is one of the important current research areas in mathematics— but it also serves as the unifying thread which interlaces almost all of mathematics— geometry, number theory, analysis, topology, and even applied mathematics. This book is intended as an introduction to that part of mathematics that today goes by the name of abstract algebra. The term "abstract" is a highly subjective one ; what is abstract to one person is very often concrete and down-to-earth to another, and vice versa. In relation to the current research activity in algebra, it could be described as "not too abstract » ; from the point of view of someone schooled in the well be described as "quite abstract." Be that as it may, we shall concern ourselves with the introduction and development of some of the important algebraic systems—groups, rings, vector spaces, fields.

II. An algebraic system can be described as a set of objects together with some operations for combining them. Prior to studying sets restricted in any way whatever—for instance, with operations—it will be necessary to consider sets in general and some notions about them. At the other end of the spectrum, we shall need some information about the particular set, the set of integers. [...] - Set Theory - We shall not attempt a formal definition of a set nor shall we try to lay the groundwork for an axiomatic theory of sets. Instead we shall take the operational and intuitive approach that a set is some given collection of objects. In most of our applications we shall be dealing with rather specific things, and the nebulous notion of a set, in these, will emerge as something quite recognizable. For those whose tastes run more to the formal and abstract side, we can consider a set as a primitive notion which one does not define. [...]

Given two sets we can combine them to form new sets. There is nothing sacred or particular about this number two; we can carry out the same procedure for any number of sets, finite or infinite, and in fact we shall. We do so for two first because it illustrates the general construction but is not obscured by the additional notational difficulties. DEFINITION - The union of the two sets A and B, written as $A \cup B$, is the set $\{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$. A word about the use of "or." In ordinary English when we say that something is one or the other we imply that it is not both. The mathematical "or" is quite different, at least when we are speaking about set theory. » [Hernstein 1964: 1-2].

La synthèse historique du premier alinéa (20.I) du Bourbaki purifie le squelette destiné à soutenir une pulpe qui remplira les 27 volumes des « Éléments de Mathématiques ». L'algèbre nous projette sur l'unité essentiellement moderne de la pensée abstraite, qui vise au noyau des « êtres mathématiques », en nous révélant le châssis de leurs relations, bien distillé, abstraction faite de leur nature, de leur *sens*, jusqu'à l'apparente disparition du bon vieux nombre. En (20.II) ce squelette se présente sous son immédiate traduction opératoire, grâce à la triade conceptuelle ensemble/structure, fonction, opération binaire. En synthèse : 1) toute opération mathématique, en général, n'est active qu'à l'intérieur d'un seul et même « ensemble » E où nous repérons des « éléments » ; 2) la structure de l'opération est celle d'un redoublement récursif $E \times E$ de ce même ensemble, d'où la forme dyadique de la « fonction » $f : x \rightarrow x'$, qui conduit d'un « élément » à son « image » ; 3) au niveau opératoire direct, le premier terme du couple logique élément/image est à son tour un couple (a,b) obtenu grâce au premier redoublement de l'ensemble $E \times E$, et qui nous conduit pour la troisième fois dans ce même ensemble ($E \times E \rightarrow E$), où nous repérons l'image fonctionnelle cherchée : (a, b) \rightarrow c.

La même synthèse historique est évoquée par Hernstein en (21.I) : le merveilleux des nouvelles mathématiques est dans « l'isolement d'un problème en ses éléments basiques et essentiels » qui « nous a souvent révélé la forme effective » d'un ensemble de situations dont on ne soupçonnait pas l'unité. Quant aux outils opératoires qui en (21.II) véhiculent cette conception, ce sont les mêmes que chez Bourbaki, quitte à remarquer que si son approche « operational and intuitive » lui fait utiliser dès le début deux ensembles A et B, cela donne à Hernstein l'occasion d'insister encore une fois sur l'esprit « moderne » qui dirige ce genre de choix : de même que le nombre deux n'a rien de sacré ou de « magique », de même le sens du mot « U » qui nous permet d'aller à l'essence de l'être mathématique « or », n'est pas le sens ordinaire de ce même mot. Or, cet engagement désengageant des « mathématiques modernes » – analytiques mais anticartésiennes ; franchement essentialistes, mais anti-transcendantalistes – leur confère la force de distiller – isoler, découper, artificiellement cristalliser à l'intérieur de la pratique effective et vivante des mathématiques, mais par là même la mettre bien en évidence – cette structure mentale dont j'affirme qu'elle épuise l'intérêt de la mathématique « normale ». Selon cette conception, la dyade opératoire $x \rightarrow x'$ (ou $x = f(x)$ etc.) exprime la forme générale de la vérité mathématique : de sa quantité (universelle) et de sa modalité

(nécessaire). Une fois que le mathématicien a bâti la suite $(n, n) \rightarrow 2n$ en la justifiant, grâce à d'autres suites semblables, comme une vérité (*au moins virtuellement*) universelle et nécessaire, il a fait non seulement ce que le monde attend de lui, mais ce qu'essentiellement il fallait faire, face au problème ainsi opportunément isolé. « The isolation of a problem into its basic essentials » [Hernstein] nous « révèle » l'essence même de la mathématique.

En synthèse, le risque intrinsèque de la nécessaire « reformatation » de notre pensée que demande toute « construction caractéristique » en tant que telle, est que l'immédiateté pratique d'une telle resignification ne devienne l'irréversibilité d'une calcification, la « destitution de tout autre sens » se transformant alors en une destitution de tout sens. Il s'agit du naufrage mental le plus connu dans ce domaine : la mécanisation de la pensée combinatoire induite par l'usage d'un système de « macro » dont notre esprit ne peut pas se passer pour avancer dans ce territoire étrange et raréfié ; une tragédie qui révèle, selon Wittgenstein, rien de moins que la « nature innée » de l'homme :

(22) « L'homme possède une capacité innée de construire des symboles pouvant exprimer un sens sans qu'il ait la moindre idée de ce que chaque mot signifie. Le meilleur exemple est celui des mathématiques, car on a jusqu'à ces derniers temps utilisé les symboles de nombres sans savoir ce qu'ils signifiaient, ou qu'ils ne signifiaient rien. » [Wittgenstein 1914b : 174.]

Si cette analyse est correcte – si la mathématique n'est possible que si l'on peut destituer le sens d'un mot (« ou », « nombre pair ») pour en condenser un autre dans un graphème préalablement « compressé » et donc mécanisable (« U », « $2n$ ») – alors le bourbakisme est un excès engendré avant tout par les mathématiques, en leur structure fondamentale, et seulement en deuxième lieu par les contingences historiques qui en occasionnent la manifestation.

4.3 L'élément personnel, individuel et événementiel

Le défaut de cette vision restreinte à l'« opération opérée » est qu'elle mono-polarise la pratique vivante et essentiellement bipolaire de la mathématique. Si j'ai raison, le deuxième pôle de cette activité devra en tout cas être directement accessible à son intérieur, car aussi déséquilibré soit-il, un courant en fonction doit forcément présenter ses deux pôles actifs toujours en même temps. Et en effet ceci est le cas : du point de vue structurel, la présence de *la personne* à l'événement individuel de ses opérations est le deuxième pôle de l'évidence mathématique, bien vif et agissant à tout instant de son déroulement.

Tout d'abord, il faut s'en rendre sensiblement compte, et pour ce faire il suffit d'ouvrir vraiment les oreilles à la *voix* de Bourbaki. Comme nous venons de le voir, cette voix ne cesse de parler au mathématicien de l'essence, du sens et de la vraie nature de ce qu'il est en train de faire pendant tout le temps qu'il combine et recombine les symboles qui apparaissent sur la feuille. Les textes de cette ère mathématique sont en effet très loin de n'être que des suites de formules ; bien au contraire, ils sont parcourus par un appel constant qui, sans trêve, interpelle le mathématicien en personne, en dirigeant son attention sur l'événement concret qu'il est en train de réaliser avec sa pratique opératoire, et en lui rappelant le sens qu'il faut attribuer aux objets manipulés, pour pouvoir en maîtriser les différentes transformations. D'autre part, ce passage-au-mathématicien et à l'événement concret de son activité n'est pas qu'un fait psychopédagogique et stylistique. Il s'agit, bien au contraire, d'une opération bien *mathématique*, pleinement légitime et absolument nécessaire, car à défaut aucune mathématique ne pourrait ni venir au monde ni se développer ; bref aucune mathématique ne pourrait *exister*.

Nous allons voir que 1) le degré de certitude de cette opération la situe au même niveau logique que tout autre déduction formelle ; 2) il s'agit du moteur central de tout dynamisme et de toute création mathématique.

4.3.1 La certitude cartésienne.

(1) L'OPERATION « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ » ... – Voilà l'opération mathématique en question : « ici et maintenant mon opération $1+1$ m'impose son résultat évident 2, il est donc évident que je suis en train d'opérer » ou « puisqu'ici et maintenant je suis frappé par l'évidence $1+1=2$, je suis évidemment en train d'additionner $1+1$ ». Donnons à cette opération un aspect symbolique.

Toute opération mathématique ayant la forme $x \rightarrow x'$ – qui représente le passage de l'une à l'autre de ses deux parties formelles – nous donne accès toujours et en même temps au passage $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$,

c'est-à-dire non seulement à l'évidence de son « résultat » x' , mais aussi à celle de l'événement $e(x \rightarrow x')$ de son avoir lieu, ici et maintenant, devant notre conscience. Nous devons en effet reconnaître que ce même résultat x' ne pourrait frapper nos yeux et nos oreilles comme une vérité universelle et nécessaire, si nous n'étions pas en train, ici et maintenant, d'exécuter sa « partition ».

Pourrions-nous dire, en effet, que tout en étant mathématiquement certains que $1+1$ « fait » 2 puisqu'ici et maintenant 2 est le résultat de l'opération $1+1$ que nous sommes en train d'exécuter, nous sommes pourtant *moins* que mathématiquement certains que cet événement opératoire est en effet en train de se réaliser ? Non : c'est la nature essentiellement pratique et opératoire de la vérité mathématique qui nous oblige toujours à reconnaître, à côté de son aspect formel et universel, l'évidence irréductiblement événementielle et individuelle de sa production de la part du sujet mathématique. Plus correctement, le passage $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ – de la vérité formelle d'une opération à son être événementiel – ne nous conduit pas à côté de cette forme, mais sur sa directrice de profondeur : il nous faut un recul réfléchissant pour déplacer notre attention de l'objet d'une énonciation mathématique au fait individuel de sa production, toujours indépassablement présente, car notre esprit ne peut la saisir en sa vérité universelle qu'en la produisant chaque fois qu'il en a besoin.

Or ce passage de la pensée d'un « être mathématique » [Bourbaki] à *l'être d'une pensée mathématique*, est le plus célèbre des passages, car il ne s'agit que de l'*ergo* qui conduit Descartes du *cogito* au *sum* :

(23) « J'étais sans doute, si je me suis persuadé, ou seulement si j'ai pensé quelque chose. [...] Qu'il me trompe tant qu'il voudra il ne saurait jamais faire que je ne sois rien, tant que je penserai être quelque chose. [...] Enfin il faut conclure, et tenir pour constant que cette proposition : Je suis, j'existe, est nécessairement vraie, toutes les fois que je la prononce, ou que je la conçois en mon esprit. » [Descartes 1647 : 19.]

Le mouvement que nous accomplissons lorsque nous nous détachons de la vérité universelle évidente exprimée par une opération sur des symboles, afin de conclure – en gardant ce même degré *mathématique* de certitude – que de toute évidence cet événement opératoire individuel a réellement eu lieu, ce passage de l'évidence d'une forme universelle de la pensée à l'être événementiel de la pensée de cette même forme, est donc le même passage qu'accomplit Descartes lorsqu'il transforme le simple fait de son existence – son « ego sum » en l'évidence « ergo ego sum » à partir d'une donnée formelle de sa conscience. « Chaque fois que je me trompe, et pendant tout le temps qu'avec ma pensée j'ai représenté avec évidence la forme d'une erreur, évidemment je suis, et donc dès le début de cette erreur j'étais, si l'événement de mon erreur a eu lieu »

(2) ... A LA SOURCE DE « $\sqrt{2}$ » – Néanmoins, aucun « bourbakiste » ne reconnaîtra dans la formule « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ » et dans le recul réfléchissant et méditatif qu'elle demande au mathématicien, ainsi appelé à sa présence concrète et positive, la présence d'une opération mathématique, car d'un côté cette formule ne nous demande pas de « faire correspondre au couple (a, b) un troisième élément bien déterminé c », l'avoir lieu ici et maintenant de notre calcul n'appartenant pas à la sphère d'intérêts de notre attention calculatrice ; de l'autre côté, même s'il doit reconnaître qu'étant certain que $n+n=2n$, il est par là même certain de son activité opératoire, le bourbakiste se demande à quoi cette deuxième certitude peut lui être *utile*, d'autant plus que ce questionnement sur le sens non pas de nos symboles, mais de notre activité symbolique, sent irrémédiablement la philosophie, la métaphysique... bref, le souffre. Pour répondre à cette question il faut d'abord bien fixer notre *punctum crucis*, sur lequel il ne faut pas se méprendre : le passage intra-mathématique « $n+n \rightarrow 2n = e(n+n \rightarrow 2n)$ » ne détermine aucunement le *sens* de « $n+n=2n$ » mais uniquement et rigoureusement cet *événement individuel*, au sein duquel nous nous observons passer, ici et maintenant, de « $n+n$ » à « $2n$ ».

Cette saisie purement événementielle de la forme mathématique n'est pourtant pas anodine ni autonome, d'où cet inévitable malentendu. Nous l'appellerons une *opération de transfiguration*, dans le sens le plus pertinent et profond de ce mot vénérable.

En fait, l'opération mentale qui pousse sur le fond la vérité universelle exprimée par « $n+n=2n$ » pour en faire ressortir (transfigurer) la simple présence individuelle en tant que mouvement en acte de notre pensée – un mouvement que nous pouvons ainsi répertorier comme un événement physique mathématiquement certifié – un tel renversement gestaltique et personnel est toujours et en tous les cas orienté par une interrogation sur le sens de ce même mouvement. Un exemple peut clarifier ce que je veux dire.

Considérons la suite $2 \times 0 = 0 \neq 2a = a^0 = 1$. Cette suite identifie a comme $1/2$. En effet, si $a = 1/2$, alors $2a = 1 = a^0$. Or ainsi que nous venons de le mettre en évidence, il n'y a pas un seul homme en état d'éveil qui, confronté pour la première fois à l'expression $2 \times 0 = 0 \neq 2a = a^0 = 1$, ne recule avec étonnement pour se demander ce que tout cela peut signifier. Pour cette raison, à chaque passage de ce genre, même le texte le plus bourbakiste et anodin qui soit doit intervenir pour nous remettre devant l'événement qu'ici et maintenant nous sommes en train de vivre. Le passage qui suit (extrait d'un texte d'enseignement italien) concerne l'introduction non pas de « a^0 », mais de « $\sqrt{2}$ », soudainement transformé par l'auteur en « $e(\sqrt{2})$ », en ce qu'il doit pousser le lecteur à reculer son attention sur ce qu'il est en train de faire, s'il veut légitimer l'événement e de l'introduction de ce nouveau symbole ; à son tour donc cette opération renvoie, sans solution de continuité, au *sens* de ce même $e(\sqrt{2})$, que nous écrirons comme « $S(e(\sqrt{2}))$ ». Observons.

(24) I. $\sqrt{2} = e(\sqrt{2})$ - « Peut-être au lecteur apparaît bizarre cette idée de considérer la mesure s du segment u comme l'entité formée par deux classes de nombres rationnels A et B . Je lui rappelle toutefois que cette même situation de malaise s'est produite la première fois que nous avons affronté des problèmes dans lesquels à côté des unités entières, il y avait des parties de l'unité entière, et que nous avons fourni la solution de ces problèmes en introduisant une nouvelle entité – le nombre fractionnaire – formée par un couple ordonné de nombres naturels.

II. $e(\sqrt{2}) = S(e(\sqrt{2}))$ - « La familiarité que nous avons avec les nombres fractionnaires ne doit pas nous cacher l'intime essence de ces nombres. En d'autres mots : étant donné un ensemble d'êtres d'une nature quelconque, ces êtres sont appelés nombres, lorsqu'ils vérifient les propriétés des quatre opérations. S'appelle nombre tout être, de n'importe quelle nature, qui manifeste certaines propriétés [...] ces propriétés définissent l'essence du nombre. » [Zwirner 1975 : xxx. Ma trad.]

Ainsi que nous l'avons déjà vu, ce double mouvement ne peut éviter de parcourir l'intégralité des textes des mathématiciens opérants, qui ne cessent de faire reculer notre attention sur ce que nous sommes, ici et maintenant, en train de faire... à savoir sur le *sens* de nos opérations. Ce qui nous expose au malentendu de considérer le recul méditatif exprimé par la suite $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ comme rien que du catéchisme philosophique déguisé, est donc que cette expression renvoie en dernière analyse à cet épisode de réveil, de rappel à la présence, de *prise de conscience* qui, depuis toujours, fait rebondir sur lui-même le savant jusqu'ici hypnotisé par ses opérations routinières, et tout-à-coup traumatisé par leur insupportable énigme. Voilà donc la suite entière et généralisée de ce réveil : $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x') = S(e(x \rightarrow x'))$

La Quête du Sens est en synthèse sans aucun doute le fond, l'espace, l'horizon à l'infini, de ces épisodes... mais ce qui ressort de ce fond n'est rien d'autre qu'un événement, l'événement individuel et inoubliable d'une nouvelle [auto-]compréhension. Et cet événement – quoi qu'il en soit de *son sens* – a certainement eu lieu, si $\sqrt{2}$ est un nombre. C'est de cet épisode dont parle Kant dans l'un des plus célèbres de ses passages :

(25) « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x') = S(e(x \rightarrow x'))$ » CHEZ « THALES » - « Le souvenir du changement opéré par le premier pas fait dans cette route nouvellement découverte, a dû paraître extrêmement important aux mathématiciens, et a été sauvé par cela de l'oubli. Le premier qui démontra le triangle isocèle (qu'il s'appelât Thalès ou de tout autre nom) fut frappé d'une grande lumière ; car il trouva qu'il ne devait pas s'attacher à ce qu'il voyait dans la figure, ou même au simple concept qu'il en avait, mais qu'il n'avait qu'à dégager ce que lui-même y faisait entrer au moyen de ce qu'il pensait à ce sujet et se représentait a priori par concepts, et que, pour connaître avec certitude une chose a priori, il ne devait attribuer à cette chose que ce qui dérivait nécessairement de ce qu'il y avait mis lui-même, en conséquence de son concept. » [Kant 1787 : 43, BXIII.]

Concentrons-nous sur l'aspect strictement événementiel de ce récit. Un premier épisode marque une transition dont l'histoire – individuelle et collective – gardera à jamais le souvenir : le souvenir de cet épisode – telle heure, tel jour – qui, par définition, ne peut se passer qu'une seule fois – *semel in vita*, dit Descartes. Au sein de cet épisode, Thalès s'est écrié : « mais alors c'est moi ! », et *le résultat contre-polaire de cette foudroyante individuation événementielle, sera la fondation d'une universalité formelle d'ordre infiniment supérieur* à ce que l'on n'avait jamais vu. Une universalité bien bourbakiste, certes, puisque fondée sur – ou encore mieux : puisqu'*instituant* – la « destitution de tout autre sens » des mots utilisés, qui ne fût le sens que Thalès en personne « y faisait entrer au moyen de

ce qu'il pensait à ce sujet »... mais qui n'est manifestement que l'autre pôle de cette extraordinaire puissance d'individuation, événementielle et personnelle à la fois, qui est dégagée par toute vraie création scientifique.

Un autre exemple, aussi glorieux que ces deux là, nous fait entendre la voix de Richard Dedekind qui, poussé par la même *inouïe* exigence de rigueur et d'honnêteté intellectuelle qui avait conduit Descartes à tout quitter afin d'atteindre « un peu de certitude dans les sciences » est finalement conduit à reconnaître que ce n'est qu'à lui de remplir ce que les autres hommes ont laissé vide :

(26) « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x') = S(e(x \rightarrow x'))$ » DERRIERE LA *SCHÖPFUNG* DES NOMBRES IRRATIONNELS – « Si l'espace possède quelque existence réelle, il n'est pas nécessaire qu'il soit continu ; maintes de ses propriétés demeureraient identiques même s'il était discontinu. Et si nous savions de façon certaine que l'espace est discontinu, rien ne nous empêcherait, si on le souhaitait, de le rendre continu en pensée en comblant ses vides ; mais ce remplissage consisterait à créer de nouveaux individus-points et il devrait se réaliser conformément au principe évoqué ci-dessus. » [Dedekind 1876 : 23.]

À présent, nous affirmons que $\sqrt{2}$ « est » un nombre, comme s'il l'avait toujours été... et comme si la nature numérique de ce symbole n'avait pas une date de naissance témoinnée par le même homme qui, à cette date, a été «frappé par une grande lumière » grâce à laquelle il a pu combler – « c'est moi ! » – tous les espaces laissés vides par les hommes qui l'avaient précédé. Et pourtant, jusqu'au moment où l'on démontrera que le nombre rationnel $\sqrt{2}$ n'est pas un « être » qui, comme tous les êtres de notre monde, a une date de naissance qui a marqué à jamais la vie de l'homme qui l'a engendré, de l'époque où il vivait, et des époques qui se sont succédées, jusqu'à ce moment nous devons affirmer que nous sommes *mathématiquement* certains que cet heureux événement a bien eu lieu, et qu'il se renouvelle – en toute son évidence mathématique – à chaque fois qu'un homme condense dans ce symbole la phrase musicale qui permet à deux classes infinies de nombres rationnels de se rencontrer sur ce point de « coupure ».

Ces trois exemples (Descartes/Kant-Thalès/Dedekind) sont donc trois réfractions d'une même vérité à la fois métaphysique et directement mathématique, qu'il faut mettre bien en lumière. La vérité métaphysique est que ce *tout* – cette totalité collective de choses – ce que nous appelons la science, n'est qu'*un* événement, un seul, vivant et présent ici et maintenant si seulement nous – nous qui en faisons partie – le sommes aussi ; un événement qui a bien eu un début directement témoinné par sa façon de se manifester, et qui est en train de se dérouler en nous et devant nous ; un événement, finalement, qui tout en se renouvelant sans cesse *ne se répète jamais*, car rien ne se répète dans la vie d'un homme qui témoigne vivement et directement de son expérience du monde.

La vérité directement mathématique est que toute évidence opératoire est mathématiquement signée et datée, et que la nature incontournable événementielle de sa certitude a non seulement l'effet d'historiciser les mathématiques, mais aussi de mathématiser l'histoire : car au cœur même des plus « dépouillés » des *a priori* formels, nous trouverons toujours et en tous les cas la voix retentissante de notre présence, ainsi que celle de l'événement, signé et daté, de son apparition. Ce rappel à la présence du mathématicien, cette constante requête de ne pas lâcher l'attention sur [le sens de] l'événement qu'il est en train de vivre et de produire, est donc la dorsale, le vecteur central du dynamisme de la mathématique, et la certitude qui en est engendrée est d'un ordre non seulement comparable, mais essentiellement supérieur à celle de toute pratique automatisée de ces mêmes enchaînements.

En conclusion. À partir d'une évidence formelle et universelle comme $n+n \rightarrow 2n$, nous pouvons toujours passer, avec un « ergo », à son aspect purement événementiel, c'est-à-dire au fait réel que cette évidence est ici et maintenant en train de se manifester devant notre conscience, au sein d'une opération, unique et « irrépétable », effectivement réalisée. Grâce à cet « ergo » cartésien, la lumière d'évidence avec laquelle une vérité formelle et universelle se manifeste à notre conscience, se communique immédiatement au fait empirique et individuel de l'opération qui occasionne sa manifestation.

4.4 Une transfiguration expérimentale

4.4.1 Une spirale logique

Maintenant remarquons bien : ce n'est certainement pas *évident* ni que l'expression « $n+n=2n$ » est là devant nous, ni qu'avec elle nous exécutons une addition en obtenant un certain résultat ; ceci n'est qu'un simple fait empirique, dont nous ne sommes qu'*a posteriori* certains. Ce fait se transforme par contre en une évidence lorsque, à la suite du mouvement mental qui nous fait saisir sa vérité universelle, et en poursuivant sans solution de continuité ce même mouvement, nous revenons dessus – sur l'opération exécutée – avec un repliement réfléchissant pour conclure qu'évidemment, cette opération a bien eu lieu. Autrement dit : une fois transformée, grâce à notre mouvement opératoire, la suite de caractères empiriquement donnée « $n+n$ » en l'évidence « $n+n=2n$ » le phénomène ainsi réalisé – l'éclat de cette évidence – n'a pas épuisé son élan logique, car il peut encore nous faire rebondir sur sa présence événementielle ; si nous lui permettons de faire cela, en ce que nous continuons à bouger notre esprit, ce rebondissement transmettra à la simple présence empirique d'où nous sommes partis la même nécessité logique dont le résultat formel « $2n$ » vient de nous apparaître doué. Toute évidence mathématique est immédiatement porteuse d'une telle spirale logique qui, si nous la mettons en action en la laissant vivre, nous permet non seulement de fixer son résultat, mais, chaque fois que nous l'exécutons, et pendant tout le temps de notre exécution, de fixer aussi, comme une deuxième évidence, l'événement de cette même exécution.

Or l'allure ternaire de ce rythme cognitif en sa modalité spiraliforme [1) position empirique d'une opération de notre esprit; 2) obtention de son résultat évident; 3) transfert de cette évidence résultative sur l'opération mentale qui l'a engendrée] est la plus simple et connue des descriptions de ce qu'est une *expérience scientifique* : une fois le fait posé, un aller-retour purement intellectuel hausse le niveau modal de ce point de départ, quand nous y revenons enrichis de nos résultats opératoires.

Comme exemple d'une telle spirale logique, je vais maintenant analyser un phénomène huygenien de choc entre des sphères homogènes. Quant à son fond mécanique et métaphysique, cet exemple nous sera très utile par la suite ; pour l'instant toutefois, ce que je vise à mettre en lumière n'est que le *mouvement transfigurateur* que notre pensée est poussée à réaliser à l'occasion du choc entre notre attention et une pareille évidence phénoménale.

(1) LE CHOC HUYGENSIEN – Considérons un phénomène ordinaire d'interaction par choc entre les sphères A et B [Fig. 4]



Figure 4

[1] Nous disons : « puisqu'elle se déplace en (I), la sphère A pousse la sphère B en (II) et en conséquence de cette poussée le mouvement dont la boule A était douée passe à la boule B, qui *donc* se déplace à son tour, en parcourant en (III) la distance Δs ». Autrement dit, nous pensons que si un corps en pousse un autre, c'est grâce à son propre mouvement, *c'est-à-dire* à son propre déplacement, car pour pousser il faut bouger, et ne pas se déplacer signifie ne pas bouger, puisqu'aucun mouvement *local* ne peut – évidemment ! – être dans un corps qui ne se déplace pas. Et pourtant, nous avons tort...

Commençons par remarquer, en premier lieu, qu'un déplacement ne saurait en général être la cause d'*un autre* déplacement ; en deuxième lieu, que le phénomène [1] en particulier empêche que nous nous exprimions de la sorte, et en dernier lieu que dans sa description du phénomène Christian Huygens est implicitement d'accord avec nous lorsque dans son *Traité de la Percussion* il affirme : « après le contact [le corps en mouvement] entrera bien en repos, mais celui qui était en repos acquerra la même vitesse qui était dans le corps poussant » [Huygens 1656 :32]. Pourquoi prétends-je qu'avec ces mots Huygens affirme que nous avons tort si nous disons que la sphère B se met en mouvement à cause du déplacement que la A vient d'accomplir pour arriver à la pousser ? Car c'est avant tout la simple logique de notre discours qui nous interdit de dire qu'une chose qui « entre bien en repos », c'est-à-dire *qui ne se déplace pas* (la A en [1.II]) provoque un certain effet à cause de son... déplacement. Avec une analogie : si A qui est chaude entre en contact avec B qui est froide, et

qu'en conséquence B se réchauffe en ce que A lui cède sa chaleur, nous ne dirons certes pas que ce passage de chaleur de A à B se fait à cause du fait que A est chaude, car bien au contraire A est *froide* dans la mesure où B se réchauffe. En outre, *l'un* des effets du passage de la chaleur est sans doute la température du corps qui en est traversé, mais pas le seul. Si par exemple B est une boule de glace, lors de son contact avec A nous assisterons non pas à un réchauffement mais à une liquéfaction ; or, un effet (être liquide) ne saurait être engendré par un autre effet (être chaud), qui s'enracine dans une cause commune : dans notre cas la présence/passage de la chaleur au travers d'une chaîne de corps qui réagissent de différentes manières.

[2 α .] Les Sphères de Newton [Fig. 5] nous montrent justement une telle *chaîne de conduction* du mouvement dont *l'un* des effets est le déplacement, mais pas le seul. Disposons les sphères A et B de l'exemple en [1] dans la suite ABCDE

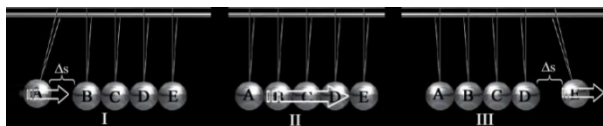


Figure 5

Ainsi qu'en [1.II], en [2 α .II] A *frappe* B, mais maintenant ni B ni C ni D ne se déplacent, tandis qu'en 2 α .III, E se déplace de la même façon dont B se déplace en [1.III], c'est-à-dire en parcourant la distance Δs . Si donc en [1] nous affirmons que le mouvement passe de A à B grâce au contact en [1.II], cela nous oblige à dire la même chose maintenant : en [2 α .II] le mouvement de A *passé-et-donc-est* en BCD, même si ces corps ne parcourent aucune distance. Donc, en [2 α .II] les sphères BCD sont les porteurs/véhicules, sans se déplacer, du même « mouvement » que le corps E réalise en [2 α .III] en se déplaçant. Autrement dit : BCD bougent sans se déplacer. De même, en [2 α .III] le corps D met en mouvement le corps E sans le « pousser », à savoir D pousse E sans bouger.

Le déplacement d'un corps dans l'espace n'est donc que *l'un* des effets qu'un mouvement peut avoir lorsqu'il passe, et donc est, dans ce même corps : et un *effet* présent en A ne peut pas être la *cause* de sa propre présence en B.

[2 β] Si notre esprit se rebelle à l'idée de la parfaite immobilité d'un corps (D), pendant qu'il en *pousse* un autre (E), considérons le cas [Fig. 6] où en I toutes les sphères ABCD sont en mouvement vers la droite, tandis que E oscille vers la gauche :

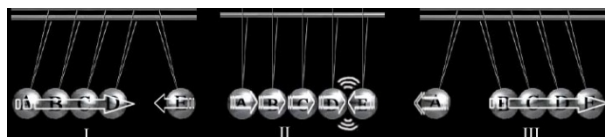


Figure 6

En [2 β .I] A oscille vers la droite jusqu'à l'instant [2 β .II] du choc entre la E et la D. L'effet de ce choc est que A inverse le sens de son oscillation en partant vers la gauche sans qu'aucun *corps* qui soit en contact avec elle ne se déplace pour la « pousser », car bien au contraire BCDE sont en train de voyager dans la direction opposée : la sphère B met donc en mouvement la sphère A vers la gauche, tout en bougeant vers la droite. Si donc un corps peut en pousser un autre tout en bougeant dans le sens contraire au sens du mouvement qu'il imprime au corps poussé, *a fortiori* il est concevable qu'il le « pousse » tout en étant parfaitement immobile. Conclusion : un corps en état de parfaite immobilité peut bien en pousser un autre, c'est-à-dire être en mouvement car le mouvement (dorénavant : *mv*) est en [passe-par] lui.

Faisons pourtant bien attention à la nature rigoureusement *locale* du mouvement concerné. Le mouvement qui en [2 α .I] anime la sphère A – qui se déplace en conséquence – *traverse* sans aucun doute, en [2 α .II], l'espace occupé par la chaîne ABCD : c'est le mouvement de la sphère E en [2 α .III], identique au mouvement qui animerait la B si CDE n'étaient pas là, qui *nous oblige* à reconnaître que ce trajet *local* a lieu. Le phénomène du choc nous impose donc la présence d'un déplacement *du mouvement* dans un espace de profondeur qui n'est pas l'espace de surface où a lieu le déplacement *des corps*, et où en l'occurrence aucun corps ne bouge, ainsi que, lorsque la chaleur se déplace de la boule en métal à la boule de glace, aucun réchauffement n'a lieu.

[3] DONC, ce que depuis le début nous sommes en réalité en train de percevoir – malgré ce que nous *croions* voir – est une poussée sans déplacement. Ce qui est confirmé par la *perception*

transformée que nous en avons maintenant : grâce à ce tour expérimental nous avons en fait *transfiguré à jamais* la présence d'une poussée par choc. Dorénavant, dès que nous percevons un choc, nous ne verrons plus une poussée « à la vieille manière », car nous serons capables de voir clairement et distinctement un corps qui pousse sans bouger, et donc qui bouge sans se déplacer.

Le tour [1]-[2 $\alpha\beta$]-[3] a donc la forme d'une spirale logique et modale : [1] nous provenons de la « vieille manière » – *imperfecta & confusa*, dit Descartes – de penser au choc/poussée entre des corps ; [2] nous obtenons notre indéniable résultat expérimental ; [3] nous rebondissons sur ce que dès le début nous sommes en train d'observer, pour « réorienter la validité » [Husserl] de nos jugements, et en conclure qu'en réalité nous n'avons jamais observé ce que nous croyions percevoir.

Ce troisième moment nous est imposé par la logique autonome et spontanée de notre action délibérée, qui [1] se pose devant un phénomène apparemment connu pour, premièrement, [2] engendrer une évidence et, tout de suite après, [3] la projeter en arrière sur son point de départ. Le résultat en est que cette action *hausse le niveau modal* de ce même événement de départ. Ces sphères qui, ici et maintenant, ne cessent de s'entrechoquer devant nous, viennent d'être *encerclées par notre prise de conscience*. Nous percevons maintenant l'évidence d'une poussée sans déplacement, et tout cela nous fait intervenir rétrospectivement sur ce que, depuis le début, nous avons devant les yeux, pour affirmer qu'en réalité aucune poussée-par-déplacement n'est là... *nec unquam fuit, quamvis prius ita videretur* :

(27) « Ce qui est à remarquer, est que sa perception [du morceau de cire qui vient de se liquéfier], ou bien l'action par laquelle on l'aperçoit, n'est point une vision, ni un attouchement, ni une imagination, et ne l'a jamais été, quoiqu'il le semblât ainsi auparavant [*nec unquam fuit, quamvis prius ita videretur*] mais seulement une inspection de l'esprit, [*solius mentis inspectio*] laquelle peut être imparfaite et confuse, comme elle était auparavant, ou bien claire et distincte, comme elle est à présent, selon que mon attention se porte plus ou moins aux choses qui sont en elle, et dont elle est composée. » [Descartes 1647 : 24.]

(2) LE « CHOC » OPERATOIRE – Revenons maintenant au mouvement transfigurateur de notre pensée qu'un quelconque phénomène symbolique peut déclencher dans notre esprit lorsque ce dernier projette devant nous ce qu'on appelle une opération mathématique.

[1] « $a+0=a$ » est un « choc » symbolique qui nous apparaît tout à fait évident et non problématique (comme le choc huygensien de départ) : si rien ne s'accumule – si « aucune addition n'a lieu »⁵ – il est évident que rien ne saurait augmenter ; et toutefois, [2] une fois confrontés au phénomène « $a^0=1$ », où une augmentation est bien présente, sans pourtant qu'aucune accumulation n'ait lieu, nous avons la possibilité de [3] revenir au point de départ pour nous rendre compte que « là dehors » rien n'a bougé qui ne soit notre esprit, lequel doit donc évidemment être bien en mouvement depuis la première apparition du phénomène soit disant trivial et évident « $a+0=a$ ».

Cet exemple, aussi simple que décisif peut bien être généralisé. Nous n'avons pas besoin, en effet, de nous cogner contre une aporie aussi frappante (une multiplication entre 0 facteurs) pour reconnaître que toute évidence mathématique est immédiatement porteuse d'une « spirale » expérimentale interne. Si nous la mettons en action, cette spirale nous permet non seulement de fixer le résultat de nos opérations mais, chaque fois que nous en exécutons une, et pendant tout le temps de notre exécution, de fixer aussi, comme une nouvelle évidence, l'événement de cette même exécution. Grâce à ce repliement réfléchissant, nous revenons sur nous-mêmes et sur notre action présente, pour nous dire : « voilà, *évidemment* je suis en action ».

4.4.2 La transfiguration mathématique de la Renaissance : la Terre vissée au Ciel

Il est maintenant très important de saisir en quoi précisément le recul cartésien d'un esprit mathématique qui, ici et maintenant, s'observe à l'œuvre grâce au miroir de ses formes réalisées, incarne non seulement un aspect, mais la quintessence même d'une vraie méthode expérimentale qui veuille se diriger mathématiquement sur la Mathématique, obligée donc à ne rien présupposer de tout ce que, pourtant, elle ne peut pas s'empêcher d'en savoir.

Pour saisir en quoi l'« ergo » de Descartes – qui recule enfin sur l'être de ses pensées mathématiques plutôt que de rester collé à ses vieilles pensées sur les « êtres mathématiques » – en quoi cet « ergo » est la voix la plus subtile et profonde de la nouvelle méthode expérimentale, il faut

anticiper la mathématisation de la science, et revenir au moment où l'espace mental était en train de se former, qui accueillerait l'expérience galiléenne de la nature, quand la mathématique apparaîtra enfin directement dessinée sur le tableau du monde, comme la plus lumineuse de ses formes naturelles.

Après Emmanuel Kant, et à côté d'Edmund Husserl, l'un des penseurs de cette quintessence expérimentale préalable à toute mathématisation formelle est Ernst Cassirer, qui dans son œuvre historique commence par se concentrer sur la sève dont la Renaissance des artistes a nourri ce nouveau sentiment du monde. La spirale démonstrative de la nouvelle logique expérimentale est ainsi décrite par Cassirer en sa première apparition, chez Zabarella :

(28) « Dès le début, Zabarella distingue deux sortes différentes de raisonnement, deux directions à suivre pour passer du connu à l'inconnu. À côté de la méthode « compositive » de la preuve, qui aligne synthétiquement les uns à la suite des autres les prémisses et matériaux donnés et qui les relie à un résultat, à une conclusion déterminée, il y a l'analyse d'un contenu conceptuel en la diversité de ses aspects et de ses conditions. La tâche de la logique se limite à unir et à faire se pénétrer ces deux méthodes. [...] La preuve n'est donc achevée [*in sich vollendet*] que lorsqu'elle a décrit un mouvement circulaire qui la ramène à son point de départ, mais ce dernier apparaît alors à la pensée sous la lumière nouvelle du concept [*in neuem begrifflichen Lichte erscheint*]. Une fois que la méthode analytique nous a conduits jusqu'aux conditions nécessaires et suffisantes qui permettent d'expliquer le phénomène donné, il faut suivre le chemin [*umgekehrt streben*] inverse et tenter de revenir vers le phénomène en question et de le produire à partir de ces conditions. » [Cassirer 1922 : 112.]

La « décomposition de la logique scolastique » œuvrée par l'école de Padoue, en réorganise donc les éléments déjà existants, en leur donnant une nouvelle allure circulaire, dont l'effet est de jeter la « lumière du concept » sur le « simple fait » de départ, ainsi en même temps transfiguré et re-produit [*hervorgeben*].

Ce tour n'est rien de moins que l'annonciation de la nouvelle science galiléenne, qui arrivera comme un vrai « messenger céleste » à « libérer les faits de leur isolement empirique » :

(29) « La signification de ces développements de Zabarella nous apparaît quand nous les traduisons en langage moderne. Dans la distinction qu'il fait entre méthode compositive et méthode résolutive, il faut voir l'opposition de la déduction et de l'induction. [...] Nous ne parvenons à une véritable compréhension théorique et à un savoir accompli que lorsque nous sommes revenus des faits aux raisons et que nous pouvons alors dériver et retrouver déductivement les faits à partir des raisons, lorsque nous libérons ainsi les faits de leur isolement empirique et les mettons en ordre selon un rapport général de nature intellectuelle. C'est dans ce passage, qui mène du phénomène comme « simple fait » à son « pourquoi », que se situent la tâche et le développement de tout savoir. Avec cette définition théorique de la connaissance, Zabarella annonce déjà nettement Galilée. Ce qui l'annonce, ce n'est pas seulement la distinction entre la méthode compositive et la méthode résolutive, c'est surtout la façon plus profonde et plus pure dont il différencie l'observation commune et l'expérience scientifique. » [Ibid.]

Or l'auteur d'*Individuum und Kosmos* vise éminemment au mouvement d'individuation qui rayonne du centre de cette nouvelle façon de bouger de l'esprit humain. Seulement une nouvelle logique de l'*individualité rationnelle* peut en effet répondre aux reproches de circularité que, nécessairement, s'attire une telle démarche :

(30) « Zabarella s'attache surtout à bien distinguer la démarche analytique qui mène à la découverte et à la justification d'une preuve circulaire avec laquelle on risque de la confondre, étant donné la forme extérieure de son schéma. La particularité caractéristique du cercle logique tient à ce qu'en lui, point de départ et point d'arrivée coïncident : on prouve B à partir de A, puis A à partir de B. La méthode logique à deux volets que nous venons d'examiner semble sur ce point lui être apparentée : dans les deux cas, au terme et à la conclusion, il y a l'objet, le fait même dont on était parti. Nous n'en restons pas à l'ensemble abstrait des conditions auxquelles nous conduit l'analyse d'un phénomène déterminé de la nature, mais nous cherchons à reconstruire le phénomène à partir de ces conditions. Le fait dont nous partons est donc considéré en même temps comme connu et comme inconnu : connu, dans la mesure où il est le centre auquel tout le mouvement de pensée se rapporte ; inconnu, dans la mesure où nous avons pour intention et pour question véritables de l'expliquer et de l'élucider. » [Ibid.]

D'un fait connu car il est là – ce fait – et inconnu car il projette notre intention de connaissance vers sa source ultime et infiniment éloignée, émane le chœur de ses « ragioni », qui à leur tour circulent, centripètes, autour de ce même centre, en lui fournissant le corps transfiguré d'une profondeur insondable. Telle est la nouvelle perspective que, selon Cassirer, la Renaissance a ouverte sur les phénomènes naturels. Or, là il faut bien fixer la rigueur *logique* de cette démarche cassirerienne, pour ne pas en neutraliser le poids transcendantal, en l'interprétant comme une phénoménologie de la perception scientifique, qui dans le cas en question n'aurait donc fait que baisser les aspirations démonstratives du syllogisme médiéval.

Tel a été en effet l'un des choix interprétatifs les plus diffusés pendant le vingtième siècle, quant au phénomène de la transformation scientifique : un choix qui s'est servi de la phénoménologie des *Gestalten* köhleriennes pour en faire autant des perceptions, images, représentations [sensibles] du monde, arbitrairement projetées sur la réalité, en libre succession. Cette épistémologie de l'histoire a toutefois abandonné la mathématique à elle-même, car aucune suite arbitraire de visions ne pourra jamais rendre compte du fait que non seulement la totalité des hommes visibles et voyants, au long de la totalité des époques et des civilisations ont toujours été d'accord, qu'en ayant le choix, c'est mieux de mettre la 2^e vision après la 1^e et avant la 3^e, mais que nul homme – à partir des épistémologues en question – n'est capable d'imaginer un « paradigme » au sein duquel la suite – bien perceptive – des nombres *x,y,z* ne commence pas par le premier, pour se terminer par le troisième.

Ce n'est donc pas de cela – d'un nouveau « paradigme » – que Cassirer est en train de parler, lorsqu'il enracine la nouvelle science dans les tableaux de Leonardo avant que dans la mathématique de Galilée. Il parle au contraire d'une rigoureuse exigence rationnelle, imposée par le projet de la nouvelle science, fermement intentionnée à sauver le phénomène du monde grâce à la force logique – bien sensible et perceptible si nous le sommes – de l'homme incarné :

⟨31⟩ « Maintenant, la tâche de justification s'est elle-même transformée. On abandonne l'exigence de présuppositions ultimes inconditionnées qui ne pourraient pas avoir ou n'auraient pas besoin de justification : les conditions « élémentaires » de base auxquelles aboutit l'analyse ne sont pas immédiatement certaines, elles le sont même si peu que leur confirmation indirecte par ce qu'elles réussissent à faire sur la matière empirique s'impose alors comme la tâche logique véritable. » [Ibid.]

La « tâche logique véritable » – la nouvelle tâche de la Logique – est dans la transmutation modale de la matière phénoménale. La vérité mathématique est prête à pénétrer ce monde, en ce que ce monde est prêt à se transfigurer devant la conscience humaine, qui est disponible à le considérer dorénavant comme le témoin direct et fiable de sa substance universelle.

⟨32⟩ « Les “raisons” premières sont donc posées à titre d'hypothèses, elles trouvent un appui et une “preuve” dans les phénomènes et les faits qu'elles permettent à la pensée de comprendre et d'explorer. On évite donc la régression à l'infini, ainsi que l'hypothèse d'éléments absolus : le principe de la certitude se situe seulement dans une relation entre une raison et sa conséquence, entre l'hypothèse et le résultat. La preuve réciproque et le “cercle” qu'il y a ici peuvent paraître choquants pour la logique formelle, la logique de la recherche empirique les exige. » [Ibid.]

Un tel témoignage réciproque est bien circulaire certes, mais il est aussi défectueux que peut l'être un horizon chez Botticelli ou Leonardo da Vinci :

⟨33⟩ « C'est en artiste que Léonard a exprimé la vision de la Nature comme organisme vivant global et l'a développée en des tableaux d'une rayonnante clarté. La Terre devient chez lui un être animé, dont nous sentons les battements de cœur et le souffle dans l'alternance du flux et du reflux, dont nous pouvons percevoir la chaleur vitale dans les phénomènes volcaniques... » [Ibid. p. 242.]

Chez le peintre Leonardo, la vérité mathématique est ressentie en alchimiste, comme ayant le pouvoir de transmuter la nature de la matière sur laquelle elle est projetée, car cette matière est finalement celle de l'expérience humaine. En l'opposant à Pomponazzi, selon lequel « c'est l'objet qui fournit le contenu et la réalité essentielle des choses, le *modus declarandi* constitue simplement une qualité extérieure et contingente » [ibid.], Cassirer distille ici la modernité du premier. Ce qui compte, est justement cette « qualité extérieure et contingente » par rapport à la chose en soi, et qui n'est autre

que l'expérience vécue de la Vérité :

⟨34⟩ Il faut lire la page suivante de Léonard comme une réplique à de telles conceptions : « Le mensonge est d'une abjection telle que, dût-il célébrer les grandes œuvres de Dieu, il serait une offense à sa divinité ; la vérité est d'une telle excellence que, si elle loue la moindre chose, celle-ci s'en trouve ennoblie. La vérité est en soi d'une excellence telle que même quand elle traite de matières humbles et terre à terre, elle l'emporte incommensurablement sur les sophismes et les faussetés qui se répandent en grands discours redondants. » [Ibid. : 245.]

L'époque moderne est toute dans ce renversement gnoséologique et métaphysique, qui ressent et entend la présence active et vivante du Vrai dans la modalité du jugement – *modus declarandi* – plutôt que dans l'objet contemplé. Or, d'un côté cela donne une profondeur inouïe à l'expérience incarnée, qui se présente maintenant comme une pierre à tailler, un cristal à polir, qui au fur et à mesure que le processus avance devient toujours plus transparent et net en ses lignes géométriques :

⟨35⟩ « Léonard fonde donc ses concepts idéaux de vérité et de raison dans la féconde « profondeur de l'expérience », mais, à l'inverse, le concept d'expérience lui-même tire sa valeur de son rapport nécessaire avec la mathématique. [...] L'expérience est la grande et éternelle institutrice : elle est la maîtresse de ces maîtres de l'école, il faut toujours revenir à elle. Ce n'est pas dans la pâle copie défraîchie que nous en donnent les livres et les auteurs, mais dans sa force et sa vitalité originelles qu'il faut saisir et comprendre la nature. Plus nous nous immergeons dans sa réalité originaire, plus s'efface en elle toute apparence d'arbitraire et de contingence, et plus notre regard pénètre dans la profondeur d'un tissu de relations et de raisons nécessaires. L'expérience elle-même n'est rien d'autre que la forme sous laquelle se manifestent extérieurement relations et lois rationnelles. » [Ibid. : 246.]

De l'autre côté, ces mêmes lignes géométriques ne sauraient subsister en l'absence de tout cristal à faire resplendir :

⟨36⟩ « Il ne suffit pas bien sûr de donner à la loi une formulation abstraite, il faut aussi la percevoir en son efficacité vivante dans une intuition concrète. La géométrie nous montre le chemin à suivre pour remplir cette double tâche : elle incarne en quelque sorte le règne des lois universelles de la raison, et nous les donne à voir dans des configurations plastiques. Mais, à son tour, l'art plastique qui commence par pénétrer totalement le monde géométrique des formes et des figures spatiales et qui règne sur lui jusque dans le détail, est, pour le moins autant que la géométrie, un moyen et un analogue de la vraie « philosophie ». « Celui qui méprise la peinture n'a point l'amour de la philosophie dans la nature. » Les divers aspects de la nature spirituelle de Léonard convergent donc vers un seul et même but. Pour lui, la force productive de l'imagination est à la fois un moyen fondamental et une condition de la recherche théorique. » [Ibid.]

À la fin de ce double processus, vers la Terre de l'expérience, et vers le Ciel du concept, le tableau qui annonce la naissance de l'événement scientifique et de sa voix individuelle retentit enfin avec toute la puissance de son universalité cosmique.



Figure 7
Léonard de Vinci – *L'Annonciation* (1472/75)

Voilà donc ce qu'avec Cassirer j'appelle la *quintessence de la méthode expérimentale* : un sentiment tellement profond de la présence du Vrai au cœur de notre présence au monde, que l'homme qui l'éprouve ne lâche jamais la prise sur l'événement vécu. Son esprit commence alors ses allers-retours spiraliformes, qui au fur et à mesure qu'ils avancent, percent le phénomène terrestre jusqu'à le visser au ciel :

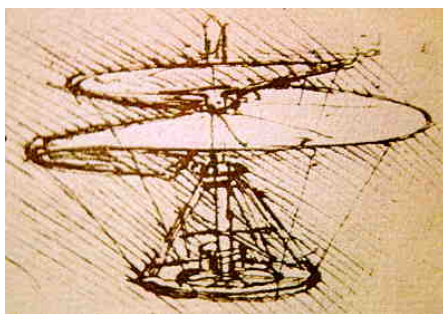


Figure 8
Léonard de Vinci – *La Vis aérienne* (1486)

4.4.3 La transfiguration mathématique de la nouvelle science : le Ciel vissé à la Terre.

L'œuvre irremplaçable d'Ernst Cassirer nous permet maintenant de revenir à notre affirmation : l'élément cartésien de l'évidence mathématique – le recul méditatif qui conduit le mathématicien à s'observer à l'œuvre – incarne la quintessence de la méthode expérimentale, en ce qu'il transfigure l'événement opératoire en lui fournissant non seulement une certitude pleinement mathématique, mais en en faisant en plus quelque chose de mémorable, toujours prêt à se re-présenter à la conscience, dès qu'elle se représente aux fruits lumineux de son activité. René Descartes était animé par le même esprit que Leonardo : un esprit fidèle et fort comme les chiens d'Homer et Platon, qui ne lâchait jamais sa prise sur le présent, autant humble et apparemment connu qu'il fût

⟨37⟩ « Je ne me puis empêcher de croire que les choses corporelles, dont les images se forment par ma pensée, et qui tombent sous le sens, ne soient plus distinctement connues que cette je ne sais quelle partie de moi-même qui ne tombe point sous l'imagination : quoiqu'en effet ce soit une chose bien étrange, que des choses que je trouve douteuses et éloignées, soient plus clairement et plus facilement connues de moi, que celles qui sont véritables et certaines, et qui appartiennent à ma propre nature.



Figure 9
Rembrandt – *Le philosophe en méditation* (1632)

Mais je vois bien ce que c'est : mon esprit se plaît de s'égarer, et ne se peut encore contenir dans les justes bornes de la vérité. Relâchons-lui donc encore une fois la bride, afin que, venant ci-après à la retirer doucement et à propos, nous le puissions plus facilement régler et conduire. Commençons par la considération des choses les plus communes, et que nous croyons comprendre le plus distinctement, à savoir les corps que nous touchons et que nous voyons. Je n'entends pas parler des corps en général, car ces notions générales sont d'ordinaire plus confuses, mais de quelqu'un en particulier. Prenons pour exemple ce morceau de cire qui vient d'être tiré de la ruche... » [Descartes 1647 : 23.]

Voilà un autre tableau, et une autre spirale à la fois imaginative et logique, mémorables. Le morceau de cire de Descartes est la chose la plus – comme Leonardo le dirait – « terre à terre » que Descartes puisse se proposer de visser au ciel de sa *mentis inspectio*. À la fin de cette expérience – c'est-à-dire à la fin de la Deuxième Méditation – le retour au point de départ, mais un échelon plus haut :

⟨38⟩ « Mais enfin me voici insensiblement revenu où je voulais; car, puisque c'est une chose qui m'est à présent connue, qu'à proprement parler nous ne concevons les corps que par la faculté d'entendre qui est en nous et non point par l'imagination ni par les sens, et que nous

ne le*s connaissons pas de ce que nous les voyons, ou que nous les touchons, mais seulement de ce que nous les concevons par la pensée, je connais évidemment qu'il n'y a rien qui me soit plus facile à connaître que mon esprit. » [Descartes 1647 : 26.]

Pourquoi un échelon plus haut ? Car comme Descartes le dit, *nemo negat...* bien fixe devant sa conscience *remanet cera* : ce morceau de cire. Autrement dit, ce que l'esprit de Descartes vient de connaître n'est certainement pas que son esprit ; bien au contraire, il vient de ré-atterrir sur *ce même morceau de cire*, qui est devenu maintenant tellement transparent et poli en sa nature, que Descartes en personne peut l'utiliser comme un miroir de sa propre nature. La seule chose que nous pouvons faire pour éviter l'expérience directe de cette transfiguration d'un individu et donc d'un événement particulier – *unum in particulari* – en une individualité cosmique, est de ne pas la faire, d'en laisser le fruit le plus savoureux enfermé dans les pages de Descartes, en faisant de la sorte coïncider – tout à fait gratuitement et par une simple paresse – le mot méditation, le mot métaphysique, et en conséquence le mot mathématique, avec le mot abstraction. Mais si seulement nous essayons en concret, de répéter – « *reactivieren* » dit Husserl – cette même expérience, avec *notre* morceau de cire, en demeurant nous-mêmes bien fermes et décidés *in hac meditatione defixi...* il est sûr et certain qu'à la fin de l'aventure – les brides lâchées... – ce morceau de cire se retrouvera totalement transfiguré devant nous, ainsi que tout autre phénomène scientifique après avoir été vraiment passé au crible de l'expérience. Nous regarderons alors, dorénavant, la plus banale des liquéfactions – les glaçons dans notre boisson, la neige sur les arbres, la bougie au restaurant... – avec des yeux bien plus profonds et subtils qu'avant ce moment inoubliable, quand la chose la plus humble du monde est devenue le miroir cristallin de notre vie mentale. Surtout : nous ne percevons plus la même chose.

Donnons un dernier exemple d'une telle transfiguration pleinement scientifique, en nous mettant à la place de Sagredo qui s'apprête à prendre conscience, pour la première fois, que le pendule oscille à une fréquence constante, à savoir que dans la nature existe le Pendule :

(39) « SAGR. Vous me donnez à bien des reprises l'occasion d'admirer la richesse et aussi l'extrême libéralité de la nature, quand de choses si communes, et je dirais même d'une certaine façon triviales, vous faites surgir des connaissances aussi étonnantes que nouvelles, et souvent imprévues pour l'imagination. Il m'est bien arrivé mille fois de prêter attention à des oscillations, et notamment à celles de ces lampes d'église, suspendues à de longues cordes, et que quelqu'un par inadvertance avait mises en mouvement; mais le plus que j'aie su tirer de telles observations est l'improbabilité de l'opinion selon laquelle semblables mouvements seraient entretenus par le milieu, c'est-à-dire par l'air, qui vraiment devrait avoir une grande sagacité, et en même temps peu de choses à faire, pour passer ainsi des heures et des heures à maintenir avec une telle régularité le balancement d'un poids. Quant à en conclure que ce même mobile, suspendu à une corde de cent coudées, puis écarté de son point le plus bas tantôt de quatre-vingt dix degrés, tantôt d'un degré ou d'un demi-degré seulement, ait besoin du même temps pour franchir le plus petit et le plus grand de ces arcs, cela, je crois, ne me serait jamais venu à l'esprit, et maintenant encore me semble tenir de l'impossible. » [Galilée 1938 :79]

Feignons maintenant la 1001^e fois de Sagredo. Après avoir parlé avec Salviati, cet élève dévoué se rend à la maison, attache son pendule au plafond, et il lâche la bride cartésienne de son expérimentation.

La sphère est laissée partir. Elle monte... redescend... remonte... Ses mouvements oscillatoires s'entresuivent égaux entre eux. Leur ampleur diminue au fur et à mesure, jusqu'à la quiétude complète, lorsque la sphère s'arrête, tandis que le rythme oscillatoire reste en effet apparemment le même pendant toute la durée du mouvement. Sagredo essaye alors de l'accélérer. Il attrape la sphère, en la poussant avec force vers les hauteurs. Résultat : le mouvement de la sphère accélère en effet – et beaucoup ! – ... elle vole maintenant devant lui, pour atteindre quasiment la hauteur du point où son fil est attaché. Mais dès qu'elle revient et remonte pour revenir, il remarque avec un grand étonnement, que bien que la vitesse de son mouvement ait sensiblement augmenté, la vitesse du mouvement qu'il voulait changer est restée rigoureusement la même. Il essaye alors de la ralentir. Il la rattrape au vol, et il l'arrête presque... Maintenant la vitesse de la sphère est extrêmement réduite. Mais son espace de mouvement aussi et le pendule oscille... toujours avec cette même vitesse ! Toujours plus étonné, Sagredo intervient enfin sur la trajectoire, en imprimant à la sphère une poussée latérale qui modifie en même temps la trajectoire, l'ampleur et la vitesse de son mouvement. Mais il n'obtient aucun résultat quant à la vitesse du mouvement sur lequel il se proposait d'intervenir.

Enfin, le maître avait bien raison ! Cela paraît impossible, mais il doit admettre que cette 1001^e inoubliable expérience d'un corps pendu qui oscille, lui a montré non seulement le 1001^e pendule, mais le premier Pendule, ou mieux l'unique et seul Pendule que dorénavant Sagredo percevra en transparence derrière toute oscillation sensiblement offerte à sa conscience.

Manifestement, la *perception* de Sagredo a maintenant changé : il voit en profondeur quelque chose de bien réel... de *plus réel* que tout ce qu'il a perçu jusqu'à présent dans un corps oscillant, et qui a eu le pouvoir de transfigurer le mode de présence d'une autre chose aussi « terre à terre » qu'un morceau de cire, mais qui vient de changer son entière perception du monde. Lorsque donc nous observons la célèbre peinture de Luigi Sabatelli en Fig. 10 sur laquelle j'ai tracé l'expression « bourbakiste » de la « fréquence », nous disposons d'un deuxième accès pleinement mathématique au phénomène représenté : à savoir le point de vue de Galilée.



Figure 10

Galileo Galilei observe l'encensoir dans le Dôme de Pise
Fresque de Luigi Sabatelli (Tribuna di Galileo, Florence 1841)

Si nous prenons ce point de vue – ainsi que nous le faisons avec un galvanomètre qui nous signale une orientation, et avec les yeux d'un enfant qui réalisent la transformation « A → "A" » – alors nous exécutons – ici et maintenant – cette opération de *transfiguration* d'un événement individuel d'où nécessairement s'engendre toute vraie (= non automatisée) mathématisation du monde.

En conclusion, lorsque nous nous proposons de mathématiser la mathématique même, nous devons bien fixer que l'un des deux pôles constitutifs de son éclat logique n'est rien de moins que ce mouvement de recul méditatif et de rappel à la présence individuelle et événementielle du phénomène, d'où jaillit la quintessence transfiguratrice de la *méthode expérimentale*.

5 Homme. Un phénomène humain

L'évidence mathématique est dans la Représentation, car sa vie se déploie dans l'univers purement virtuel où l'Impossible collabore activement à la construction du Nécessaire, et où le réel n'a donc aucune place pour se manifester. Cette modalité de présence est essentiellement et irréductiblement *humaine*.

5.1 Les paralismes de l'évolutionnisme généalogique

Revenons encore une fois sur notre phénomène : à la suite d'une période de préparation – apprentissage à la lecture/écriture – certains *êtres vivants* parviennent à transformer des objets réels et universellement perceptibles – des graphèmes – en des lettres et des chiffres, susceptibles de composer des mots et des nombres, pour engendrer finalement dans leur comportement et dans leur conscience des évidences mathématiques.

Ce phénomène est ainsi décrit par Stanilas Deahene :

(40) « [1] À l'école élémentaire, nos enfants apprennent les mathématiques modernes avec un cerveau [2] initialement destiné à la survie dans la savane africaine. » [Deahene 1997 : 10. Les crochets sont de moi.]

Cette description se compose [1] d'une première partie tout à fait correcte – car il est bien vrai que tout enfant qui apprend les mathématiques à l'école est doué d'un corps physique et donc d'un cerveau – et [2] d'une deuxième partie purement mythologique, pour une double raison à la fois *factuelle* et *logico-épistémologique* : a) le phénomène de l'apprentissage des mathématiques ne contient aucun élément de survie dans la savane africaine, ni environnemental ni faunistique ; b) aucune science humaine ne sera jamais en mesure de prophétiser le « destin » de quoi que ce soit, le seul « futur » accessible à nos modèles explicatifs étant le *présent* des phénomènes qui, ici et maintenant, se déroulent devant nos yeux, et qui *de fait* nous permettent de nous ancrer à leur évidence pour ainsi démarrer ce mouvement rétroprojectif qu'on appelle « analyse expérimentale ». Autrement dit : en tant que scientifiques il n'y a pour nous aucun « futur » qui ne soit un « futur antérieur » – c'est-à-dire notre *présent* vu du point de vue de ses racines causales – et il n'y a aucun « passé » qui ne soit ces mêmes racines de notre présent. Ce n'est donc qu'en ce sens – et seulement en ce sens – que l'anti-darwinien Jean Piaget peut lui aussi s'exprimer dans les termes d'un « destin » :

(41) « Du fait que l'être vivant parvient à la connaissance et que l'enfant est destiné à conquérir un jour la science, nous croyons certes qu'il faut conclure à une continuité entre la vie et l'intelligence. » [Piaget 1936 : 324.]

Dans ces mots, le « destin de l'enfant » est *ce même enfant*, et la « continuité entre la vie et la science » est la continuité rigoureusement interne à un phénomène donné : un homme qui apprend est bien un être vivant qui mange, boit et respire ; il est donc bien nécessaire que la continuité causale interne à *ce* phénomène en son insécable unité et totalité ne s'interrompe pas, faute de quoi aucune science ne pourrait même pas se mettre en place. Il faut au contraire que *le mythe l'emporte sur la science* pour que la description fabuleuse d'un singe savant remplace la pure et simple adhérence aux faits à expliquer :

(42) « *L'énigme du primate qui sait lire* - Notre capacité d'apprendre à lire pose une curieuse énigme, que j'appelle le paradoxe de la lecture. Notre génome n'a pas eu le temps de se modifier pour développer des circuits cérébraux propres à la lecture. Notre cerveau de lecteur se construit donc à l'aide d'instructions génétiques identiques à celles qui, voilà quelques dizaines de milliers d'années, permettaient à nos ancêtres chasseurs-cueilleurs de subsister : nous partageons les émotions de Nabokov et la théorie d'Einstein avec un cerveau de primate conçu pour la survie dans une savane africaine. » [Dehaene 2008 : 24.]

Aucun primate ne sait lire et aucun homme n'héberge dans son crâne un cerveau non humain. Bref *de fait* aucun animal et aucune savane ne participent à notre phénomène. Cette façon de parler ne fait que tordre les phénomènes, en rendant tout à fait obscures des choses qui, malgré leur éblouissante énigme, demeurent pourtant parfaitement claires.

Deuxièmement, du point de vue épistémologique – et *surtout* d'un point de vue rigoureusement « darwinien » – l'on ne saurait affirmer que nos appareils neurologiques ont été « conçus » (par qui?) ni que « les principes de l'évolution naturelle » sont en mesure de « gouverner » l'orientation des nos changements évolutifs en ciblant la savane plutôt qu'une classe d'école primaire :

(43) « L'évolution des espèces est un mécanisme conservateur. Lorsqu'un organe utile voit le jour, la sélection naturelle œuvre pour le passer aux générations suivantes. [...] Or la longue évolution culturelle des objets mathématiques est le fait d'un organe biologique, le cerveau, qui lui-même représente l'aboutissement d'une encore plus longue évolution biologique gouvernée par les principes de la sélection darwinienne. » [Dehaene 1997 : 45, 8.]

Le fait est un enfant qui est à l'école et apprend. Prétendre sur cette base non seulement que la savane était le lieu de *destination* « conçu » par les processus qui ont engendré ce phénomène, mais qu'en même temps l'école n'était pas comprise dans ces mêmes plans, cela est parfaitement en contraste avec le but déclaré de l'enquête : expliquer comment se fait-il que cet enfant soit à l'école et apprenne les maths. En outre, parmi tous les phénomènes du Cosmos, c'est bien le phénomène scolaire de la science qui nous oblige *premièrement* à reconnaître qu'une sélection a constamment lieu entre ce qui est *naturellement bon* – à savoir conforme à la nature intelligible de ce même Cosmos – et ce qui n'est pas bon ; l'idée que cette même école d'où nous observons les transformations de la nature soit un lieu *inintelligible* inverse gratuitement l'ordre des choses.

En troisième lieu, si notre phénomène *présent* est celui d'un enfant qui se rend à l'école pour apprendre, ce même enfant s'y rend *tout entier*, malgré la synecdoque [pars pro toto] constamment utilisée par cette même tradition :

(44) « Nous verrons que, lorsque notre cerveau est confronté à une tâche à laquelle la biologie l'a mal préparé, telle que multiplier deux chiffres mentalement, il recrute un vaste réseau d'aires cérébrales dont les fonctions n'ont initialement rien de commun avec les mathématiques, mais qui, collectivement, parviennent au but. Le cerveau du bébé se repose sur [les lois les plus fondamentales de la physique] pour prédire à combien d'objets il a affaire. Par contre, il se refuse obstinément à exploiter d'autres propriétés qui pourraient n'être qu'accidentelles, telles que l'apparence visuelle des objets. [...] Chaque fois que nous sommes confrontés à un nombre, notre cerveau ne peut s'empêcher de le traiter comme une quantité continue et de le représenter mentalement avec une précision décroissante. [...] La seule explication concevable, c'est que le cerveau appréhende le nombre de deux chiffres dans son intégralité et le transforme en une quantité interne quasi continue. Il oublie alors les chiffres précis qui ont conduit à cette quantité. » [Ibid. :10, 67, 83.]

Selon M. Dehaene non seulement « un primate » – non pas un homme – « sait lire », mais ce n'est en réalité que son *cerveau* qui « est confronté », « recrute », « se repose pour prédire », « se refuse obstinément », « ne peut s'empêcher », « oublie les chiffres », et finalement *décide* :

(45) « Conformément au projet défini dans *L'Homme neuronal*, la variabilité et l'illusoire libre-arbitre des décisions humaines se rattachent à des mécanismes neuronaux simples dont la dynamique gouverne notre comportement. La psychologie naïve se demande comment nous prenons des décisions ; la nouvelle théorie indique comment des décisions se prennent en nous, par brisure de symétrie dans un réseau stochastique et métastable. Dans cette théorie, les lois psychologiques de la chronométrie mentale se déduisent de la physique statistique de réseaux neuronaux, et ceux-ci implémentent, en première approximation, l'algorithme de prise de décision de Turing. En bref, l'évolution a doté nos réseaux cérébraux d'une dynamique qui approxime la statistique d'un observateur idéal. » [Dehaene 2006 : 59.]

Or il est clair que, de même ces images de singes et de savane, une telle synecdoque n'est qu'une figure de style censée véhiculer l'hypothèse de travail qui régit l'ensemble de ses transformations expressives, et qui est la seule chose scientifiquement signifiante qu'il faut prendre en charge :

(46) « [1] L'hypothèse de travail simple que j'essaierai d'étayer dans ce livre postule qu'en fait nous sommes dotés d'une représentation mentale des quantités très semblable à celle que l'on trouve chez le rat, le pigeon ou le singe. Comme eux, nous pouvons, sans faire appel au langage, dénombrer rapidement des collections d'objets sonores ou visuels, les additionner, et en comparer le cardinal. [2] Ces compétences héritées de notre histoire évolutive ne nous permettent pas seulement d'estimer rapidement la grandeur d'un ensemble. Je prétends qu'elles entrent également en jeu lorsque nous comprenons des nombres prononcés ou écrits sous forme symbolique, tels que les chiffres arabes. En un mot, l'intuition des grandeurs numériques que nous héritons de l'évolution jouerait le rôle d'un germe qui favoriserait l'éclosion de mathématiques plus avancées. » [Dehaene 1997 : 45-46]

L'objet unitaire que nous contemplons sur le fond des enquêtes matérialistes de l'école de Dehaene, Changeux & C. est donc la vie globale du Cosmos – à partir des « lois fondamentales de la physique » pour arriver aux rats, aux pigeons et finalement à l'homme – ... en ce que cette vie cosmique et ses dynamiques de croissance et de perfectionnement nous sont rendues accessibles par les éléments évolutifs internes aux mathématiques *telles que nous les connaissons ici et maintenant*. En ce sens, l'hypothèse de Dehaene est un prolongement du programme du cité Jean Piaget ((41)) qui postule la « continuité entre la vie et l'intelligence » :

(47) « [1] L'activité fonctionnelle de la raison (*l'ipse intellectus* qui ne vient pas de l'expérience) est évidemment liée à l'« hérédité générale » de l'organisation vitale elle-même : de même que l'organisme ne saurait s'adapter aux variations ambiantes s'il n'était pas déjà organisé, de même l'intelligence ne pourrait appréhender aucune donnée extérieure sans certaines fonctions de cohérence (dont le terme ultime est le principe de non-contradiction), de mise en relations, etc., qui sont communes à toute organisation intellectuelle [...]. Du simple réflexe à l'intelligence la plus systématique, un même fonctionnement nous paraît se prolonger au travers de tous les stades, établissant ainsi une continuité entière entre

des structures de plus en plus complexes. [...] Si les structures dont use la pensée varient d'un stade à l'autre et, a fortiori, d'un système mental à un autre, la pensée demeure constamment identique à elle-même du point de vue fonctionnel.

[2] Chaque schème, en tant que totalité, est gros d'une série de schèmes virtuellement contenus en lui, toute totalité organisée étant ainsi, non pas composée de totalités d'échelle inférieure, mais source possible de telles formations. Ces totalités virtuelles ne sont pas emboîtées et préformées dans la totalité d'ensemble, mais en résultent dans la mesure précisément où les totalités d'ensemble se coordonnent entre elles et se différencient par le fait même. [...] Cette assimilation intérieure ou immanente aux actes successifs d'accommodation, c'est l'apprentissage : chaque essai constitue en effet un moule pour le suivant, donc un embryon de schème assimilateur. » [[1] Piaget 1936 : 9, 137 ; 1937 : 77 ; [2] 1936 : 215, 259.]

On voit bien qu'en (46.1) Dehaene conçoit la même ambition de *continuité cosmique* que Piaget en (47.1), tandis qu'en (46.2) il utilise la même image dont Piaget se sert en (47.2) : une « graine » (un « germe », un « embryon »...) des mathématiques en tant que phénomène naturel et vital existe avant qu'elles n'apparaissent sur le tableau noir d'une école, et même avant que tout homme proprement dit n'existe dans le monde. Cette « hypothèse » nous apparaît tout à fait – c'est-à-dire *a priori* – incontournable, car il s'agit en réalité d'un postulat. Si une chose existe, elle *doit pouvoir exister*, et s'il y a eu un âge de l'univers où elle n'existait pas encore, il faut que quelque chose qui la rende possible existe déjà. Or, comme cette vérité métaphysique nous donne le droit d'appeler cette première chose existant en acte – et qui est censée contenir en puissance la chose d'où nous partons pour en chercher l'origine –, un « embryon », une « graine », un « germe » de tout ce qui en a été engendré, l'hypothèse de Piaget/Dehaene est inscrite comme postulat dans tout système scientifique qui veuille se rapporter à ses propres origines.

Malheureusement, ces deux savants partagent un deuxième élément théorique et culturel qui est au contraire tout à fait paralogique. Cet élément est l'idée implicite dans les mots cités en (44) : « Notre cerveau *ne peut s'empêcher* de traiter le nombre comme une quantité continue. [...] *La seule explication concevable*, c'est que le cerveau appréhende le nombre de deux chiffres dans son intégralité... ». Quelle idée donc ? L'idée que la nature irréductiblement *évolutive* et *historique* de quelque chose – ici les mathématiques – se manifeste éminemment non pas sous le signe du *perfectionnement* mais d'un ensemble de défauts, limitations, de blocages, et même de « cicatrices » :

(48) « Pourquoi sommes-nous tellement inférieurs aux ordinateurs sur le plan du calcul mental ? [...] L'hypothèse que je défendrai ici, c'est que nos connaissances mathématiques dépendent étroitement de l'organisation de notre cerveau. Chacune de nos pensées, chacun de nos calculs, résultent de l'entrée en activité de circuits neuronaux spécialisés implantés dans notre cortex cérébral. Nos constructions mathématiques les plus abstraites sont le fruit très achevé de l'activité cohérente de notre cerveau et de celui de millions d'autres qui, avant nous, ont façonné et sélectionné les outils mathématiques. Il importe donc de comprendre les contraintes que notre biologie d'« homme neuronal » impose à nos activités mathématiques. Les mathématiques que nous connaissons aujourd'hui ont une longue histoire. Même la notation en chiffres arabes, si évidente qu'elle paraît éternelle, est le résultat d'un lent processus de création. Il en va de même de l'algorithme de multiplication, de la notion de racine carrée, des nombres réels, imaginaires, complexes... Tous portent encore en eux les cicatrices de leur difficile et récente naissance. »

Ces mots manifestent clairement l'essence de toute vision matérialiste et « généalogiste » (au sens de Nietzsche) du progrès, qui, en sa cohérence stylistique, ne s'exprime pourtant qu'au prix de lourdes et infranchissables incohérences logiques, qui forcent le chercheur à demeurer sur le plan de l'image et de la métaphore désengagée. En fait, personne ne pourra jamais affirmer que l'existence d'une graine aux origines d'un arbre – ou de n'importe quel être vivant – se montre premièrement sous forme de « cicatrice ». Bien au contraire, une cicatrice ne peut exister qu'en ce qu'une écorce saine et forte – ou un pelage, ou une peau – a préalablement émané d'une graine qui l'a doué d'une force d'auto-guérison. De même, personne ne dira jamais que les feuilles de ce même arbre sont des « parasites » des branches qui s'en revêtent :

(49) « Les objets culturels que sont les mots et les nombres viennent donc parasiter des systèmes biologiques au destin initial différent. Parfois, comme dans le cas de la lecture des mots, le parasite est tellement envahissant qu'il remplace purement et simplement la fonction

antérieure. C'est ainsi que certaines aires cérébrales qui, chez les autres primates, se chargent de la reconnaissance visuelle des objets, acquièrent chez l'homme alphabétisé un rôle spécialisé et irremplaçable dans la lecture des chaînes de caractères. » [Dehaene 1997 : 11.]

Ces choix de style non seulement illogiques mais franchement *horribles* trahissent l'esprit « généalogique » hébergé dans tout matérialisme évolutionniste... et c'est finalement cet esprit qui ne peut s'exprimer que d'une façon strictement auto-contradictoire. Sa voix affirme : « i) étant donné qu'il y a un progrès, ce qui vient avant est *pire* que ce qui arrive après ; ii) mais ce qui arrive après n'est qu'une transformation de ce qui vient avant... iii) *donc* aucun progrès n'est possible, car ce que nous appelons le mieux n'est finalement qu'une transformation du pire ». Il n'y a pas moyen de rendre cohérent cet ensemble banalement paralogique de propos (*qui* peut empêcher une simple transformation du pire au mieux ?). La suite i-ii-iii demeure donc, depuis toujours, une totalité strictement « syncrétique » et pré-rationnelle, comme Piaget le dirait, ou « métaphorique », « stylistique », « esthétique »... comme le dit tout généalogiste post-nietzschéen. Malheureusement, même si ces horreurs n'appartiennent aucunement à l'esprit piagétien, le choix épistémologique de Piaget demeure *essentiellement* « généalogiste », en ce que sa quête d'une genèse aux racines de ce qui apparaît déjà *parfaitement et définitivement vrai* – comme par exemple deux parallèles qui ne se rencontrent nulle part – démarre toujours non pas avec l'intuition d'un perfectionnement, mais avec celle d'une limitation et d'un défaut :

(50) « Il est évident, tout d'abord, que certains facteurs héréditaires conditionnent le développement intellectuel. Mais cela peut se prendre en deux sens biologiquement si différents que leur confusion est vraisemblablement ce qui a obscurci le débat classique des idées innées et même de l'a priori épistémologique. Les facteurs héréditaires du premier groupe sont d'ordre structural et sont liés à la constitution de notre système nerveux et de nos organes des sens. C'est ainsi que nous percevons certains rayonnements physiques, mais pas tous, que nous percevons les corps à une certaine échelle seulement, etc. Or ces données structurales influent sur la construction des notions les plus fondamentales. Par exemple, notre intuition de l'espace est certainement conditionnée par elles, même si, par la pensée nous parvenons à élaborer des espaces transintuitifs et purement déductifs. » [Piaget 1936 : 8-9.]

Difficile à croire, mais à la recherche du processus génétique et évolutif, des dynamiques de *perfectionnement* qui pulsent au cœur des mathématiques, Piaget ne cesse de parler des *limitations* et des *faiblesses* « opératoires » révélées par les propos des centaines d'enfants qu'il a interrogés, ce qui se répète dans le cas de Dehaene et des psychologues post-piagétiens. Cela a engendré un résultat paradoxal : les fruits de cette immense masse de recherches observationnelles et expérimentales sur l'évolution cognitive de l'enfant « destiné à conquérir la science » sont extrêmement précieux et féconds, étant donné la subtilité des intuitions et la rigueur méthodologique qui en guident la récolte. Et pourtant, je n'ai pas trouvé un seul des ces lumineux phénomènes qui ne soit l'expression non pas d'une faiblesse mais d'une force, d'une *extraordinaire force d'auto-perfectionnement irréductiblement humaine*, et inscrite dans le phénomène le plus immédiatement accessible sur lequel la science puisse se proposer d'enquêter : celui de sa propre forme symbolique et mathématique.

Nous verrons tout cela dans la deuxième partie. Ce qui m'intéresse à présent est toutefois la complète purification expérimentale de notre phénomène, à savoir sa rigoureuse clôture logique. À cette fin, après avoir évité de dire qu'un enfant scolarisé qui fait des additions est un primate ou un « cerveau », nous devons aussi éviter d'affirmer A) [§5.2] que réciproquement un primate est un enfant qui sait que $1+1=2$; B) [§5.3] qu'un nourrisson sait que $1+1=2$.

5.2 Un quart de gâteau n'est pas $\frac{1}{4}$ de gâteau

Si la naissance temporelle des mathématiques dans la conscience d'un enfant pousse les dogmes du matérialisme néo-darwiniste à projeter sur ce phénomène un *destin* et une *préhistoire* ontogénélogiques qui n'en font aucunement partie, sa structure représentationnelle engendre chez les chercheurs de cette même école une erreur opposée et coïncidente, en ce qu'ils n'arrêtent pas de projeter *des symboles déjà arithmétiques* sur des comportements animaux et humains qui n'en présentent pas la moindre trace.

Autrement dit, ces psychologues/éthologues ne s'inquiètent nullement de décrire en termes de symboles et de foncteurs opératoires pleinement mathématiques les « tâches mentales » strictement

présymboliques censées être la graine (le germe, l'embryon...) onto-phylogénétique des « opérations » proprement dites :

{51} « La tâche du chimpanzé était simple : on le récompensait lorsqu'il choisissait, parmi deux objets, celui qui était physiquement identique à un troisième. Lorsqu'on lui présentait, par exemple, un verre à demi rempli d'un liquide bleuté, l'animal devait indiquer du doigt un autre verre également rempli à moitié, et le distinguer d'un troisième rempli aux trois quarts.

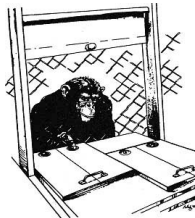


Figure 11

Le chimpanzé maîtrisa immédiatement cette mise en correspondance sur la base de l'apparence physique. On rendit alors sa tâche plus difficile. Peut-être lui présentait-on toujours un verre à moitié plein ; mais il devait à présent choisir entre une demi-pomme ou trois quarts de pomme. Sur le plan de l'apparence visuelle, ces alternatives différaient totalement de l'échantillon initial. Pourtant, le chimpanzé choisissait systématiquement la moitié de pomme. Il fondait apparemment sa réponse sur la similarité conceptuelle entre un demi-verre et une demi-pomme. L'expérience connut le même succès avec les fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$. » [Dehaene 1997 : 29.]

On fait dans ces mots un usage très imprudent d'un symbolisme opératoire déjà déployé pour montrer que certains animaux exécutent des « tâches mentales » indéniablement liées à la quantité numérique abstraite. Cela est dû au fait que les mathématiques sont un système de signes *universellement applicables* : le signe 1 est *avant tout* 1 signe, car quoi qu'il en soit des objets – réels ou purement représentationnels – auxquels il s'applique, le signe arithmétique *s'applique* dès qu'il apparaît dans la conscience de l'opérateur ; le signe 1 s'applique donc à lui-même en ce qu'il s'applique à tout, et vice-versa. Et pourtant, « universellement applicables » ne signifie pas « universellement disponibles » ; le fait donc que le chercheur qui *dispose* du signe 1 l'*applique* à un certain objet représentationnel manifestement visé par un être vivant qui accède à ce que nous appelons le « 1 » ou « le nombre un », ne signifie pas que cet être vivant, lui-même, dispose de ce *signe* pour accéder à l'objet de sa propre représentation. Nous dirons en conséquence qu'un quart de gâteau n'est pas nécessairement $\frac{1}{4}$ de gâteau, et lorsque le chercheur s'exprime ainsi, il n'utilise pas le symbole $\frac{1}{4}$ en son sens mathématique effectif, qui est le seul qui nous intéresse maintenant. Voyons mieux.

Dans l'expérience {51} il s'agit d'accéder au système de représentations d'un chimpanzé placé devant certains objets. Cette expérience nous fait sans doute accéder à l'esprit du singe à partir de son comportement extérieur. Dehaene parle donc à juste raison de la « similarité conceptuelle » entre un demi-verre et une demi-pomme, et entre un quart de verre et un quart de gâteau : car il est indéniable que le chimpanzé dirige son comportement de choix à partir d'une représentation *abstraite* des grandeurs numériques « une moitié » et « un quart ». J'en offre la représentation suivante, qui ne fait pas usage d'éléments directement arithmétiques :

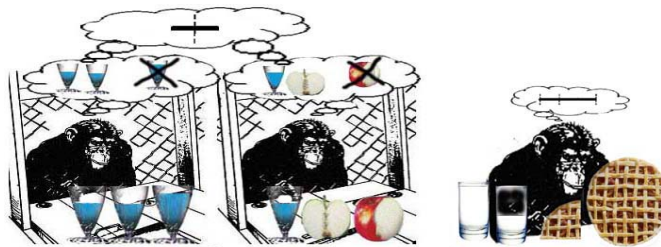


Figure 12 [de moi]

a-b) Dans sa « bulle » – son monde représentationnel – le singe est capable de saisir l'identité « fractionnaire » (le segment) d'un ensemble d'objets donné : deux demi-verres d'eau (à gauche) sont apparemment perçus comme « équivalents » à une demi-pomme ; ainsi qu'un quart de gâteau (c) est perçu comme équivalent à un quart de verre de lait.

Remarquons bien : le segment que j'ai placé dans le monde représentationnel du singe se borne à *signaler* la présence dans son comportement d'une représentation *irréductiblement* abstraite d'un « quart » et d'une « moitié ». Pourquoi ? car évidemment ce même segment pourrait faire partie des objets concrets et perceptibles qu'on propose à ce même animal à côté des verres et des gâteaux (comme dans le cas du cercle ci-dessous en (53)). C'est en effet la nature en soi de l'entité numérique indéniablement présente dans la « bulle » du singe qui nous empêche de pouvoir en donner des images qui ne soient en elles-mêmes que d'autres manifestations concrètes des quantités en question... à moins que nous n'utilisions des symboles arithmétiques comme $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$... mais c'est précisément cela qui expose Dehaene à l'erreur que nous sommes en train de dénoncer.

En fait, en disant que cette expérience « connut le même succès avec *les fractions* $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ », Dehaene *applique* les symboles numériques $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ tant au monde concret des objets qui entourent le singe qu'à son monde purement représentationnel. Aucune *fraction* n'est pourtant devant le chimpanzé, qui ne voit que des verres, des pommes, des gâteaux, et si le chimpanzé accède indéniablement à la *représentation abstraite* de la moitié, ici exemplifiée par un segment coupé en deux, nous n'avons pas le droit de placer dans la bulle la *fraction* $\frac{1}{2}$, si cela veut dire que cet animal *dispose* des signes dont nous disposons pour accéder à ce segment coupé en deux. Nous n'avons pas ce droit : pas plus que nous ne l'avons de mettre dans la bulle les mots « une moitié » et « un quart », en voulant de la sorte signifier que le singe est silencieusement en train de les prononcer. C'est ce que Mme Carey exprime en disant :

« (52) « Les systèmes de représentations analogiques des grandeurs n'ont pas le pouvoir de représenter les nombres naturels. Ce fait à lui seul infirme l'idée que le système de représentation numérique analogique des grandeurs est en continuité avec la représentation de type liste de nombres entiers. » [Carey 2002.]

Bref, nous ne pouvons pas dire que le singe a à faire avec des fractions, même s'il a certainement à faire avec des quantités numériques abstraites. Démonstrons-le définitivement :

« (53) « Dans leur dernière expérience, Woodruff et Premack allèrent jusqu'à proposer au chimpanzé une combinaison de deux fractions. Lorsque l'échantillon comprenait un quart de pomme placé à côté d'un demi-verre de lait, et qu'on donnait à l'animal à choisir entre un cercle complet et trois quarts de cercle, l'animal optait pour ce dernier choix plus souvent que ne l'aurait prédit le hasard seul ! Il effectuait donc une opération mentale comparable à l'addition de deux fractions : $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ » [Dehaene 1997 : 29.]



Figure 13 [de moi]

Sans aucun doute le singe saisit la notion numérique générale « trois quarts ». Cela ne signifie pas, pourtant, que la fraction de cercle dans sa « bulle » – le signifiant intra-mental de cette même notion – soit déjà, pour le singe qui en dispose, un symbole pleinement arithmétique.

Considérons la suite I-II-III [Fig. 14]

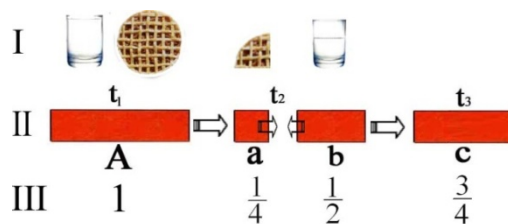


















Figure 14

La capacité d'opérer sur des quantités fractionnaires *numériques* n'implique aucunement la saisie de leurs propriétés irréductiblement *arithmétiques*, comme celle d'exiger un commun dénominateur pour que le résultat soit une *évidence* mathématique.

En I nous avons [t₁] les deux objets concrets perçus par le singe, et ensuite [t₂] une partie de l'un et une partie de l'autre. En II nous sommes dans la « bulle » du singe, qui a transformé ces deux objets en une seule représentation numérique *abstraite* : le rectangle rouge A, qui ne représente pas un troisième objet concret mais la représentation *mentale* unitaire de l'« entier » qui dirige l'obtention des parties a, b et c. En III l'objet mental  est devenu – suite à l'intervention de M. Dehaene – le symbole 1, l'objet  est devenu le symbole 1/4, l'objet  est devenu le symbole 1/2, et l'objet  est devenu le symbole 3/4.

Or, même s'il est manifeste que nous pouvons *appliquer* les symboles des fractions 1/2, 1/4, 3/4 aux objets a, b et c, la présence de ces mêmes objets dans l'esprit d'un singe capable d'exécuter la tâche II :  →  +  →  ne signifie pas, en tant que telle, la présence des *fractions* 1/2, 1/4, 3/4, car l'opération  +  →  n'est pas l'opération d'addition entre deux fractions 1/4+1/2=3/4. Ceci est immédiat : si nous pouvons *directement* transformer  et  en , tout simplement en fusionnant les deux objets de départ, pour transformer 1/4 et 1/2 en 3/4 il nous faut au contraire passer par le calcul du commun dénominateur :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

À la différence des deux objets  et  les objets 1/4 et 1/2 nous obligent au passage encadré : la représentation d'un nombre effectivement arithmétique impose *des limitations opératoires* qui n'existent pas au niveau de la représentation imaginative de la grandeur correspondante, dans laquelle nous passons *directement* de la présence de deux parties à celle de leur somme. Une grandeur/partie donc, aussi abstraite et aussi numérique soit-elle, n'est pas une *fraction*, et l'opération mentale de sa synthèse avec une autre grandeur/partie, n'est pas une opération mathématique au sens propre, qui est le sens qui intéresse notre recherche. Étant donné donc qu'aucun singe n'exécute le calcul du dénominateur commun *avant* de se diriger sur la quantité numérique que nous appelons « trois quarts », cet animal – ni aucun autre animal – ne fait pas partie de notre phénomène.

5.3 Deux pantins ne sont pas 1+1=2 pantins

« Comment un bébé de quatre mois peut-il savoir que 1+1=2 ? » [Dehaene 1997 : 8]. Dans ce cas aussi, la réponse doit sonner : il ne le sait pas. L'évidence mathématique « 2 » qui suit « 1+1 » n'est pas la simple *numérosité* d'une chose, car à la différence de la numérosité « 2 », l'objet « 2=1+1 » est effectivement saisi comme une opération mathématique seulement lorsque l'objet « 1 » est *préjugé* comme impossible, à savoir *rayé* comme une *erreur* si jamais il se présente. Lorsque donc les psychologues se servent d'une « *looking-time procedure* » pour saisir le « degré d'étonnement » d'un nourrisson confronté – comme ils s'expriment – au « résultat impossible 1+1=1 » ils ne sont pas en train d'utiliser l'expression « 1+1=1 » en son sens mathématique, car l'opération « 1+1=1 » – en ce

qu'elle est une erreur – ne pourra jamais étonner personne. Un sujet quelconque, une fois identifiée l'expression « $1+1=1$ », *corrige l'erreur* sans aucunement s'étonner, puisque s'étonner veut dire accepter la vérité d'un fait *réel* mais étonnant, tandis que le fait « $1+1=1$ » est en soi un fait qui n'est pas là, car il est *absolument impossible*. Voyons mieux :

L'observation expérimentale du comportement d'un enfant qui réagit à « $1+1=1$ » nous présente en général un nourrisson placé devant l'« occlusion event » d'un tour de magie, pendant lequel des objets apparaissent et disparaissent, en satisfaisant plus ou moins bien ses attentes :

(54) « Infants in the $1+1$ group were shown a single item in an empty display area. A small screen then rotated up, hiding the item from view, and the experimenter brought a second identical item into the display area, in clear view of the infant. The experimenter placed the second item out of the infant's sight behind the screen. Thus, infants *could clearly see the nature of the arithmetical operation being performed*, but could not see the result of the operation.



Figure 15

« Sequence of events $1+1=1$: Impossible outcome ». Réadapté de Winn 1992b.

Dans les « occlusion events » étudiés par Mme Winn, le bâton en jaune est un objet réel, et pas un symbole. À cette seule condition le nourrisson peut en effet s'étonner de l'*impossible outcome* « $1+1=1$ ».

For both groups of infants, after the above sequence of events was concluded the screen rotated downward to reveal either one or two items in the display case. Infants' looking time to the display was then recorded. The prediction was that infants would be surprised by an apparently impossible result. Infants in the " $1+1$ " group should look longer when the result is one than when it is two. » [Winn 1992b:749.]

Ce genre d'expériences – structurellement focalisées sur la diachronie d'un seul événement rythmé en trois temps (apparition/occlusion/réapparition) – vise à établir la présence dans l'enfant de la faculté de saisir la « numérosité » d'un certain ensemble de choses, et donc d'un principe de conservation du Nombre qui soit déjà agissant dans le nourrisson, à l'encontre de la thèse de Piaget, qui en 1941 avait décrété que le nombre proprement dit ne se conserve qu'à partir du premier âge scolaire. En ce sens, ces expériences sont très soigneusement conduites et concluantes :

(55) « The results are consistent with two distinct hypotheses : (1) that infants are able to compute the precise results of simple additions [...] and (2) that infants expect an arithmetical operation to result in a numerical change, but have no expectation about either the size or the direction of the change. They may simply expect that adding an item to an item will result in some number other than 1... » [Ibid.750.]

Par contre, si la *saisie de la numérosité* et la *capacité de computation* d'un certain cadre d'objets/événements sont ici ciblées sans ambiguïté, l'expression « *adding an item to an item* » engendre la confusion (la même que dans le cas du singe) entre une action ordinaire – certes bien *numérique* – et l'opération *mathématique* exprimée par « $1+1$ ». L'écriture « $1+1$ » est censée signifier, dans l'article cité, « a single item were shown... a second identical item were brought in the display area », tandis que « $1+1=1$ » signifie « after the above sequence of events was concluded, the screen was rotated downward to reveal 1 item in the display case ». Or Mme Winn affirme que de cette façon l'enfant peut voir clairement « the nature of the arithmetical operation » tandis que cette suite d'événements *n'est pas* l'opération arithmétique « $1+1=2$ », ni « $1 \times 2=2$ », ni « $2^1=2$ », ni « $(\sqrt{2})^2=2$ »... Cette suite d'événements n'est que la description d'une expérience en 3 moments réalisée avec 1 pantin, 1 autre pantin 1 « display case » et 1 écran... L'étonnement final du nourrisson nous signale sans le moindre doute qu'il est capable de synthétiser ces trois événements comme un seul événement, au sein duquel il accède à des entités numériques... mais il nous signale avec d'autant plus de distinction que ces entités ne sont pas ce que nous lisons comme « $1+1=1$ ».

Bref, nous parlons ici de l'*évidence mathématique* « $1+1=2$ », à savoir d'un objet opératoire et logique qui avec sa seule présence *pré-détermine* la fausseté de tout ce qui s'y trouve en contraste, où « pré-déterminer » signifie que *même pour un instant* « $1+1=1$ » en tant qu'addition ne sera jamais l'objet d'un étonnement possible, car personne ne « s'attend » (*expect*) à ce que « 2 » fasse suite à

« $1+1=$ » : *on le sait*, et une fois qu'on le sait, on le sait *avant* toute attente. Pour nous, la présence de l'*item* « 1 » malgré la présence à sa gauche des « *items* $1+1=$ », est évidemment et définitivement impossible, et *donc* fausse et illusoire, et c'est justement en cette indéniable impossibilité que se montre ce que nous savons déjà, c'est-à-dire que « $1+1=1$ » est la présence d'une pure représentation et non pas celle d'une réalité, qui ne saurait être simultanément présente *et* impossible. Réciproquement, la présence d'un seul *objet* malgré le rajout du deuxième *objet* au premier, n'est aucunement un « résultat impossible » car il est bien réel, et *donc* étonnant, et c'est justement son indéniable réalité qui impose au bébé la fausseté de ses croyances autour de la situation où cette chose réelle (donc possible) mais surprenante fait son apparition.

Moralité : la mathématique est le domaine de la *pure représentation* car l'aspect modal de ses phénomènes nous empêche de sortir du champ intentionnel de notre esprit. L'impossible *doit pouvoir* exister, si la mathématique existe :

(56) « Se contenter de dire qu'est possible ce qui peut être n'est évidemment pas faire une analyse de ce concept ; car dans le mot "pouvoir" se trouve tout entier le concept de possibilité. Mais vouloir définir le possible par le pensable est encore plus mal venu. Au sens propre du terme, qui inclut déjà la pure représentation, nous pouvons penser l'impossible, et c'est effectivement ce que nous faisons toutes les fois que nous énonçons un jugement sur lui, par exemple, lorsque nous le définissons comme tel : ainsi lorsque nous affirmons qu'il n'y a et ne saurait y avoir de grandeur représentée par 0 ou $\sqrt{-1}$. » [Bolzano : 77]

Cela nous conduit au *signe* « 1 ». En fait, pour qu'une chose qui est certainement devant nos yeux (comme « $1+1=1$ ») soit néanmoins certainement impossible, cette même chose impossible, comme il est impossible qu'en sa *réalité* elle soit là, doit nécessairement être saisie au travers de son propre *signe*, qui à la différence d'une chose réelle, peut être réel *et* faux en même temps. Si donc cette distinction entre présence de la chose et présence de la représentation de la chose – présence de la chose en sa représentation – n'est pas agissante et opérationnelle, l'évidence mathématique ne peut pas apparaître devant la conscience, car l'évidence mathématique n'est pas la simple présence d'un fait, mais la présence de la nécessité ou de l'impossibilité de ce même fait. Répétons cette même expérience [Fig. 16] avec l'*effective* opération arithmétique « $1+1$ ».



Figure 16

Si nous répétons l'expérience d'un « occlusion event » à la Winn en cachant derrière l'écran non pas un objet réel comme un bâton, mais un symbole comme « 1 », pour ensuite surprendre notre public (qui connaît l'arithmétique) avec l'*impossible outcome* « $1+1=1$ », nous n'obtiendrons pas l'étonnement souhaité.

Cette fois-ci l'objet $1+1=1$ signifie en effet « $1+1=2$ », et le sujet qui le voit apparaître en t_5 sait lire/calculer. L'absence de tout point d'interrogation signifie que dans ce cas « $1+1=1$ » *s'impose* sur la réalité, en rendant la suite d'événements t_1-t_4 tout à fait dépourvue d'intérêt (« et alors ? »). Ce qui nous intéresse à présent est donc précisément le passage I-II ci-dessous [Fig. 17], à savoir la transformation du phénomène réel de la suite d'*items* $1...1...1$ en le phénomène impossible *et donc* non réel (l'erreur) représenté par la suite d'*items* $1+1=1$.



Figure 17

Lorsqu'il est question d'une « impossible outcome » pleinement mathématique, comme $1+1=1$, il n'y a pas moyen de s'étonner, car pour s'étonner de quelque chose, il faut impérativement que ce quelque chose soit une réalité effectivement donnée.

Il est désormais clair, enfin, que l'évidente impossibilité représentée par la combinaison d'*items* perceptifs $1+1=1$ peut apparaître devant la conscience de l'enfant seulement si les *objets* 111 sont devenus les *symboles* 111 , à la suite de son active intervention (apprentissage à lire), grâce à laquelle des données de conscience peuvent *représenter* une chose impossible, sans *être* cette même chose impossible.

En conclusion : la réponse aux questions : « Comment un bébé de quatre mois peut-il savoir que $1+1=2$? [...] Comment un rat peut-il savoir que 2 et 2 font 4 ? » [Dehaene 1997 : 8, 33] est que ni le bébé ni le rat *ne le savent* aucunement s'ils n'identifient pas $1+1=1$ et $2+2=5$ comme la présence d'un fait absolument impossible, en rayant ces écritures comme autant d'erreurs, car ils ont appris à lire.

5.4 Une « totalité comportementale », donc une seule histoire

Si l'esprit compteur du bébé peut bien s'étonner face à des réalités numériques inattendues sans pour autant être déjà un esprit mathématicien, ce même esprit ne saurait, d'autre part, ni compter ni s'étonner (pour ce que nous en savons) sans préalablement se munir d'un corps – *tout entier* – capable de percevoir ces mêmes étonnants phénomènes. Nous venons de voir pourtant que tout le travail anti-piagétien, qui depuis 40 ans a été conduit sur la compréhension enfantine des nombres, a certes eu comme fruit la très précieuse découverte que depuis le début l'esprit de l'enfant possède des représentations authentiquement numériques des données sensorielles, mais que ces résultats ont aussi décidé le retour d'un matérialisme neurophysiologique qui jette le bébé piagétien – *tout entier* – avec l'eau du bain du constructivisme structuraliste. Revenons donc à cet enfant piagétien incarné.

(1) LE COMPORTEMENT DE L'APPRENTISSAGE : UNE TOTALITE GALILEENNE AUTO-ORIENTEE – Puisqu'il vise à donner à la psychologie un statut scientifique autonome au sein du « cercle des sciences », Piaget focalise son attention sur le seul *phénomène positif* qui met tout le monde d'accord sur l'existence d'un *mental* à côté de nos conduites externes, de nos structures neurales, et de nos données privées et introspectives. Ce phénomène est le *comportement* humain, qui s'impose depuis le début comme une *totalité dynamique individuelle* aussi insécable que toute entité mondaine capable d'augmenter le niveau de ses performances sur la seule base de ses acquisitions successives.

Nous n'avons pas besoin de dire qu'au fur et à mesure qu'elle tombe, une pierre *apprend* à tomber en ce qu'elle accélère son mouvement en ajoutant un degré de vitesse à son état précédent. Nous sommes pourtant obligés, par ce phénomène, de reconnaître dans cette accélération la présence d'une seule et identique totalité qui grandit sur elle-même. De cette même façon, le galiléen Piaget s'émancipe d'un seul bond de toute nécessité de s'appuyer sur autre chose que les phénomènes directement observables, pour attribuer un *psychisme* à un bébé qui vient de naître certainement doué d'un système de « réflexes ».

L'enfant vient au monde et voilà, il pleure et s'agite de tous les côtés prévus par ses réseaux vitaux et son anatomie. Cette même agitation s'impose toutefois comme le mouvement unitaire et soudé d'un seul système global, capable de s'auto-orienter, et de mettre en place une *dynamogénie* accélérative et productrice d'organisation :

(57) « D'une manière générale, on peut dire que le réflexe se consolide et s'affermir en vertu de son propre fonctionnement. [...] À [certains] excitants précis, liés à des moments particuliers de la vie de l'organisme, il s'ajoute, nous semble-t-il, cette circonstance essentielle que la répétition même des mouvements réflexes constitue une dynamogénie pour eux. Pourquoi, par exemple, Lucienne suce-t-elle ses doigts dix minutes de suite tôt après sa naissance ? Ce ne saurait être à cause de la faim, puisque le cordon ombilical venait seulement d'être sectionné. Il y a bien excitant extérieur du moment que les lèvres touchent la main. Mais pourquoi l'excitation dure-t-elle, dans un tel cas, puisqu'elle ne conduit à aucun résultat, sinon précisément à l'exercice du réflexe ? Il semble donc que, dès ce mécanisme primitif, une sorte de processus circulaire accompagne le fonctionnement, l'activité du réflexe étant accrue par son propre exercice [...]

Sans faire aucune hypothèse sur le mode de conservation de cette excitation ni, a fortiori, sans vouloir transformer cette répétition en conduite intentionnelle ou mnémonique, on est bien contraint d'affirmer que, dans un tel cas, il y a tendance à la répétition, ou, en termes objectifs, répétition cumulative. Or ce besoin de répétition n'est qu'un des aspects d'un processus plus général, que nous pouvons qualifier d'assimilation : la tendance du réflexe étant de se

reproduire, il incorpore à lui tout objet susceptible de faire office d'excitant. » [Piaget 1936 : 35.]

L'organisme vivant s'impose en son individualité incarnée comme une *totalité comportementale*, en ce qu'il *accélère* : il améliore la qualité, la cohésion, l'efficacité de ses prestations au fur et à mesure qu'il les exerce, au travers d'un processus cumulatif tout à fait isomorphe à une chute galiléenne. La *mémoire efficace* de son état précédent, et donc la *capacité logique* de s'orienter vers soi-même pour cumuler ses états successifs sont les caractères fondamentaux de toute « dynamogénie » en son simple phénomène : *hypothesis non fingo*, affirme donc Piaget. Étant donné ce phénomène, nous sommes contraints de reconnaître la présence devant nous d'une totalité matérielle dynamiquement soudée et donc capable d'autoréférence en tant que totalité. Cela fait, de toutes les *cinématiques* que nous pouvons lui attribuer, des « conduites » irréductibles aux éléments *matériels* qui les véhiculent. D'un bond donc, Piaget saute au-delà de toute *robotique* anatomo/neurale :

(58) « Biologiquement, les comportements qui s'observent durant les premières semaines de la vie de l'individu sont d'une grande complexité. D'abord il existe des réflexes d'ordres bien différents, intéressant la moelle, le bulbe, les couches optiques, l'écorce même ; du réflexe à l'instinct, il n'y a, d'autre part, qu'une différence de degré. À côté des réflexes du système nerveux central, il y a ceux du système autonome et toutes les réactions dues à la sensibilité « protopathique ». Il y a surtout l'ensemble des réactions posturales, dont H. Wallon a montré l'importance pour les débuts de l'évolution mentale. [...] Mais, si séduisants que soient les résultats ainsi obtenus, il nous paraît difficile de dépasser aujourd'hui la description globale lorsqu'il s'agit de saisir la continuité entre les premières conduites du nourrisson et les futures conduites intellectuelles. C'est pourquoi, bien que sympathisant entièrement avec l'effort de M. Wallon d'identifier les mécanismes psychiques avec ceux de la vie elle-même, croyons-nous devoir nous borner à souligner l'identité fonctionnelle, sans sortir du point de vue du simple comportement extérieur. [...] Le problème psychologique commence donc à se poser dès que les réflexes, postures, etc., sont envisagés, non plus dans leur rapport avec le mécanisme interne de l'organisme vivant, mais dans leurs relations avec le milieu extérieur tel qu'il se présente à l'activité de l'individu. » [Piaget 1936 : 27.]

Le plus fertile des paradoxes permet à un *béhaviorisme* vraiment radical et responsable de pénétrer à *l'intérieur* du mental humain en ce que l'on se tient rigoureusement à l'extérieur du comportement, c'est-à-dire *devant* la simple présence du phénomène d'un homme qui bouge, et qui, en bougeant, apprend à bouger.

(2) UNE HISTOIRE DYNAMIQUE INDIVIDUELLE – Or, le comportement d'un homme est le comportement de *cet* homme : ce qui confère à la suite accélérative et galiléenne de ses prestations la nature irréductible d'une histoire individuelle depuis son premier début :

(59) « Ce qui frappe à cet égard, c'est que, dès leur fonctionnement le plus primitif, de telles activités donnent lieu, chacune en elle-même et les unes par rapport aux autres, à une systématisation qui dépasse leur automatisme. Presque dès la naissance il y a donc « conduite », au sens de la réaction totale de l'individu, et non pas seulement mise en jeu d'automatismes particuliers ou locaux reliés entre eux du dedans seulement. Autrement dit, les manifestations successives d'un réflexe, tel que celui de la succion ne sont pas comparables à la mise en marche périodique d'un moteur que l'on utiliserait toutes les quelques heures pour le laisser reposer entre temps, mais constituent un déroulement historique tel que chaque épisode dépende des précédents et conditionne les suivants en une évolution réellement organique : en effet, quel que soit le mécanisme interne de ce processus historique, on peut en suivre les péripéties du dehors et décrire les choses comme si toute réaction particulière déterminait les autres sans intermédiaires. C'est en quoi il y a réaction totale, c'est-à-dire début de la psychologie. [...] Le besoin de répétition est à lui seul très significatif : il s'agit, en effet, d'un comportement qui présente une histoire et qui vient compliquer les simples stimuli liés à l'état de l'organisme considéré en un moment donné du temps. » [Ibid. : 27,28, 34.]

On ne saurait assez insister sur cela, qui est le point le plus vital et refoulé de toute la question : ainsi que toute « opération mathématique » est *un* événement, un seul, signé et daté, et « irrépétable », et ainsi que la Science en sa totalité collective et millénaire est elle aussi un seul et unique événement individuel, comme la vie de tout homme qui y participe (et seulement dans cette mesure elle – la

Science – est le lieu de l'évidence) de même « un comportement qui présente une histoire » est l'histoire d'un seul et unique événement, car c'est cela que sa structure *dynamique* nous oblige à reconnaître.

Donnons un exemple physico/dynamique très clair de ce que Piaget affirme dans les mots cités ci-dessus : « Les manifestations successives d'un réflexe ne sont pas comparables à la mise en marche périodique d'un moteur que l'on utiliserait toutes les quelques heures pour le laisser reposer entre temps, mais constituent *un déroulement historique* tel que chaque épisode dépende des précédents et conditionne les suivants en une *évolution réellement organique*. ».

A) En t_1 un homme fait un saut à partir d'une position accroupie [Fig. 18a], en atteignant une hauteur donnée. Il s'entraîne le long de la période Δt_{1-i} par la toute simple répétition de ce même exercice et il acquiert de la sorte la capacité de sauter plus haut. Le sujet de l'entraînement a donc augmenté sa puissance physique uniquement grâce à l'application répétée de sa force. À la fin de cet entraînement : 1) il a amélioré ses propres performances, 2) il a transformé sa propre structure en obtenant des leviers, des poulies etc. plus puissants qu'avant. – B) La *simple contraction* prolongée et répétée d'un biceps engendre une croissance de son volume et de sa force, à savoir du volume et de la force du corps entier et unitaire auquel ce muscle appartient.

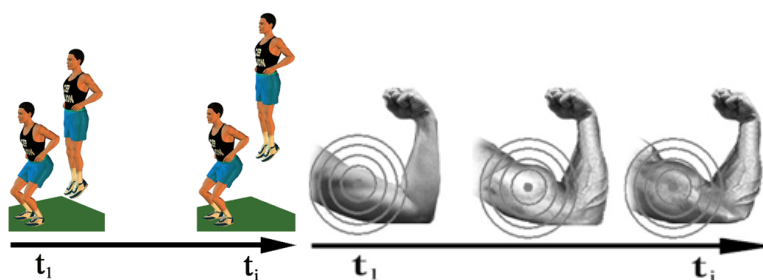


Figure 18ab

Une suite quelconque d'entraînement – de notre corps en sa totalité, ou de l'une seulement de ses parties – est le « déroulement historique » d'un seul et même événement, concernant un seul et même sujet.

La simple activation systématiquement poursuivie d'un corps physique humain vivant réalisée par au moins l'un de ses appareils musculaires engendre une augmentation de sa puissance globale. L'identité unitaire et indivisible du sujet de l'entraînement – corps/bras – est dans ce cas une nécessité interne à la structure « dynamogénique » du phénomène. Tout entraînement/apprentissage est en fait un processus qui s'étend sur une certaine durée de temps Δt_{1-i} . Pendant tout ce temps, le sujet qui s'entraîne applique sa propre force : le résultat en est le renforcement de sa propre constitution de base. Son corps physique doit donc jouir de la même identité et cohésion qui appartient à toute force capable d'engendrer, grâce à son application dans la durée de temps, n'importe quel changement mesurable. Distillons trois données.

1) *Identité logique* – Si pour engendrer une simple accélération de chute il faut l'application d'une force qui demeure, certes, constante le long de cette même chute, mais pas nécessairement *la même* du point de vue logique, pour qu'un entraînement réussisse il faudra au contraire qu'un *même sujet logique* applique *ses propres* forces pendant tout le processus qu'il met ainsi en œuvre. Un entraînement n'est pas qu'une simple chute : il ne s'agit pas d'une simple augmentation quantitative qui se produit dans une certaine région matériellement délimitée de l'espace-temps. Une accélération de ce type peut, en effet, être induite par l'application constante d'une même *quantité* de force sans qu'à la source de cette force constante il y ait l'action continue d'un même sujet logique : l'essence dans le carburateur change sans interruption en engendrant néanmoins l'accélération de la voiture dès que l'on pousse sur l'accélérateur. Au contraire, le résultat « accélérateur » d'un processus d'apprentissage est le renforcement *du sujet même*, en ce qu'il a appliqué sa propre force d'entraînement tout le long du processus, et qui augmente de la sorte non seulement la quantité de son mouvement actuel, mais aussi ses potentialités. Il est donc bien nécessaire que de l'entraînement un seul et même sujet logique soit présent et agissant dès le début. À l'issue de ce processus ce même corps C, (* = yod^a) aura acquis sa nouvelle puissance II, comme produit final de tous ses efforts – les

^a Cf. Annexe III

répétitions $R_{1...n}$ – qu’il met en œuvre le long de la période concernée : $\Pi(C) = R_{\Delta t_1} \times R_{\Delta t_2} \times R_{\Delta t_3} \times \dots \times R_{\Delta t_n}$

(2.1) *Totalité structurelle* – En répétant ses rebondissements donc, l’athlète en Fig. 19a se renforce. Un rebondissement, deux rebondissements, trois rebondissements... de différentes hauteurs, jusqu’au repos final, de même qu’une balle de basket qu’on laisse tomber : elle rebondit par terre avec des sauts toujours plus petits, jusqu’à l’arrêt final.

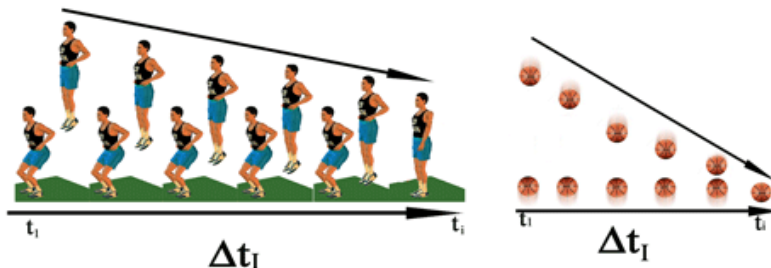


Figure 19ab

Le corps vivant d’un athlète qui rebondit s’arrête nécessairement après un nombre fini de sauts, ainsi qu’il se passe dans le cas d’une balle de basket, qui n’est pas un corps vivant.

L’athlète qui s’entraîne en rebondissant par terre comme sa balle de basket réalise toutefois entre-temps une progression *globale* de signe opposé à celle de cette dernière, car le résultat de son entraînement est l’augmentation finale de sa puissance de rebondissement. Un entraînement n’est pas seulement l’épisode isolé d’une répétition : au sein d’un seul et même entraînement une répétition de segments *décroissants* ($R_{\Delta t_1} \times R_{\Delta t_2} \times R_{\Delta t_3} \times \dots \times R_{\Delta t_i}$) compose l’intégralité E_{0-n} d’un unique événement de *croissance* :

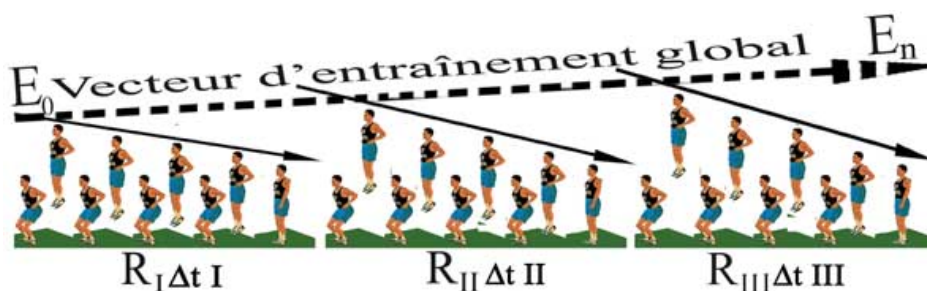


Figure 20

L’athlète qui s’entraîne en rebondissant par terre comme sa balle de basket réalise toutefois entre-temps une progression globale de signe opposé à celle de cette dernière. Une suite de sous-vecteurs d’entraînement décroissants donne donc comme résultat global un vecteur croissant.

Ce schéma distille la présence de l’élément de *totalité* qui fait la différence entre les rebondissements d’une balle laissée à elle-même – qui ne sauraient jamais composer un processus global de renforcement – et les rebondissements d’un homme qui s’entraîne. Chaque séance d’entraînement \vec{R}_i est toujours en même temps un épisode d’*affaiblissement* progressif, qui conduit enfin au repos, et de *renforcement* progressif, quant à la suite croissante $\vec{E}_{0 \rightarrow n}$ composée donc comme une multiplication successive de suites décroissantes.

(2.2) *Clôture dynamique* – La troisième différence entre la balle qui rebondit et l’homme qui s’entraîne consiste en ce que, dans le cas de l’homme, l’origine E_0 et le point d’application E_n du vecteur d’entraînement coïncident en un seul sujet *dynamique*. La balle qui rebondit augmente son énergie cinétique au fur et à mesure que la chute avance, puisqu’elle demeure sur une même directrice de gravitation, qui est néanmoins physiquement identifiable à l’extérieur de la balle même. L’accélération de sa chute et le ralentissement de sa montée témoignent de la permanence d’une même force et de la permanence d’une même balle, mais les coordonnées globales de ce phénomène sont extérieures tant à l’un (la Terre) qu’à l’autre (la balle) des deux sujet dynamiques qui le composent. Le *lieu/temps* de ce phénomène de chute/montée est donc strictement et rigoureusement le lieu physique contingent où ces rebondissements *ont lieu*, dans tel endroit à telle heure. Au contraire, lorsque nous appliquons la notion de vecteur au cas d’un entraînement, nous faisons de l’*entraînement même* le

périmètre temporel – l'événement individuel – de référence, et du corps physique qui s'entraîne le lieu *absolu* de ce même événement. Donc, si nous acceptons la notion d'entraînement, nous acceptons par là même le modèle dynamique de l'application d'une force constante selon une même directrice d'application, mais dans ce cas la flèche $\overrightarrow{E_{0 \rightarrow t}}$ désigne l'individualité logique et événementielle d'une seule et unique dynamique transformative.

En synthèse, la Fig. 20 désigne *un seul épisode* d'accélération, aussi individuel en sa globalité que la simple et ponctuelle chute « rebondissante » de la balle en Fig. 19b. Si c'est ainsi, cet unique épisode de renforcement perd toute coordonnée de repérage/mesure qui soit externe au corps qui en est le sujet dynamique. Les endroits physiques où les exercices se déroulent concrètement nous deviennent totalement indifférents, par ce que le « lieu » effectif de l'entraînement n'est que le corps physique qui s'entraîne, en ayant *en lui-même* – dans le périmètre clos de son *identité* physio/dynamique – tant l'origine que le point d'application de sa « force d'entraînement ».

Celle-ci est donc la structure immanente à toute « dynamogénie » piagétienne, c'est à dire à tout développement engendré par le simple exercice « intransitif » de ce qui se développe, et il est en soi évident que le modèle de la « spirale » s'applique ici d'une façon bien plus immédiate et directe que dans le cas du mouvement de notre cognition, examiné en §4.4.1. En fait, d'une part la suite $R_{\Delta t1} \times R_{\Delta t2} \times R_{\Delta t3} \times \dots \times R_{\Delta tm}$ est « récurrente » et « périodique » – elle est en ce sens « circulaire » (Piaget utilise la notion proto-cybernétique de « réaction circulaire », dont il hérite de Baldwin) –, d'autre part, la flèche vectorielle de $\overrightarrow{E_{0 \rightarrow n}}$ conduit toujours « plus haut », et la spirale est faite. Ce que nous allons voir tout de suite est que, chez Piaget, cette spirale « dynamogénique » a une structure rigoureusement *expérimentale*.

DEUXIEME PARTIE – REORIENTER LE DEVELOPPEMENT

6. Un même élan mathématique

Si la Première partie a ciblé le corps, la chair et le sang mathématiques du mathématicien en personne, cette Deuxième partie va maintenant se concentrer sur comment ce même corps naît, bouge et grandit afin d'atteindre l'identification dynamique et développementale de la force qui émane de sa présence tout le long de son parcours évolutif.

Dans les trois chapitres qui vont suivre aura donc lieu cette « reprise renversante » du système piagétien que j'ai plusieurs fois annoncée dans les pages qui précèdent. J'offrirai de la sorte une nouvelle perspective sur le développement en phases de la vie humaine individuelle, conçue comme une totalité évolutive essentiellement *créatrice* bien cohérente et soudée. « Reprendre et renverser » la perspective génétique de Jean Piaget revient d'un côté à renouer avec sa vision dynamique et expérimentale de l'« opération » comme mouvement fondamental de notre vie mentale, homogènement agissant à tous les niveaux de notre évolution et de l'autre côté, à *réorienter* cette même vision en la remettant, pour ainsi dire, sur ses pieds. Avec un chiasme des plus féconds, nous verrons que réorienter la perspective de Piaget sur les dynamiques évolutives de notre esprit signifie comprendre que ce même esprit n'est autre, finalement, qu'une irrépressible *force de [ré]orientation*, toujours prête à intervenir sur nos schèmes comportementaux et cognitifs pour leur donner un sens au fur et à mesure plus subtil et profond.

6.1 Renouer avec Piaget : la continuité expérimentale et ensembliste de notre évolution

(60) « Toute connaissance, qu'elle soit d'ordre scientifique ou relève du simple sens commun, suppose un système, explicite ou implicite, de principes de conservation. Dans le domaine des sciences expérimentales, il n'est pas besoin de rappeler comment l'introduction de la conservation du mouvement rectiligne et uniforme (principe d'inertie) a rendu possible le développement de la physique moderne, ni comment le postulat de la conservation du poids a permis à Lavoisier d'opposer une chimie rationnelle à l'alchimie qualitative. [...] Il est évident que la pensée arithmétique n'échappe point à une telle règle. Un ensemble ou une collection ne sont concevables que si leur valeur totale demeure inchangée quels que soient les changements introduits dans les rapports des éléments [...] Un nombre n'est également intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même quelle que soit la disposition des unités dont il est composé : c'est ce qu'on a appelé l'« invariance » du nombre. » [Piaget 1936 : 16-17]

Les mots ci-dessous montrent à quel niveau de profondeur Piaget a saisi la dynamique expérimentale interne à toute opération mathématique, à partir de la première appréhension d'un « nombre » chez un enfant, jusqu'à l'*aleph* de Cantor. Nous avons déjà évoqué ((3)) l'une des intuitions les plus fertiles qui ont dirigé sa recherche génétique : la vérité mathématique « $A \times B = B \times A$ » n'est pas réductible à la simple identification logique « A est A », en ce qu'une « intervention de la mathématique » au niveau purement représentationnel et subjectif s'avère nécessaire pour expliquer le plus banal des « $A_1 = A_2$ », à savoir l'identification *conservatrice* d'une certaine quantité perçue, comme un même verre de boisson tout le long de ses transvasements. L'idée fondamentale qui oriente cette intuition est donc que l'*évidence* « $A \leftrightarrow A$ » est un phénomène auquel le sujet connaissant doit nécessairement *parvenir* grâce à un processus d'auto-transformation : un processus qui, depuis le début, est déjà pleinement *expérimental* puisque « fonctionnellement » isomorphe aux plus hauts résultats de la science moderne. Bref, le génie de Piaget lui a suggéré qu'une arithmétisation expérimentale de la science est possible si et seulement si – réciproquement – la plus simple saisie d'un nombre arithmétique de la part de l'enfant qui réalisera cette entreprise (le petit Galilée donc) est déjà en elle-même un processus pleinement galiléen et expérimental.

Piaget a bien raison de parler ainsi, et je vais à présent le montrer.

Aux yeux de Piaget, la présence d'un processus mental incessamment en cours de déroulement derrière toute évidence déjà parfaitement cristallisée nous est révélée par le fait que même l'être vivant qui, parmi tous, est « destiné à conquérir un jour la science » doit endurer une série progressive d'étapes cognitives avant d'arriver à s'en emparer. Le schéma ensembliste de l'« application »

réfléchissante d'un corps à soi même – l'*Abbildung* $A \times A \rightarrow A$, dédékindienne avant [*Zahlkörper*] et « bourbakiste » ensuite – tisse la trame subtile de tout le discours piagétien, dès le début :

(60) « Grâce à la complication progressive des schèmes, l'enfant renouvelle sans cesse ses actes par assimilation reproductrice et généralisatrice, et il dépasse le simple exercice réflexe pour découvrir la réaction circulaire et constituer ainsi ses premières habitudes. Un tel processus est évidemment susceptible d'extension illimitée. Après l'avoir appliqué à son propre corps, le sujet l'utilisera tôt ou tard pour s'adapter aux phénomènes imprévus du monde extérieur, d'où les conduites d'exploration, d'expérimentation, etc. » [Piaget 1936 :137.]

Une fois parcourues *durch Abbildung* les 6 étapes de l'« intelligence préopératoire » [0→2 ans] et pénétré le domaine des opérations concrètes et de la première « intelligence verbale » [2→4 ans] l'enfant piagétien déclenche le « processus moteur »⁶ en trois étapes qui le conduira enfin à la saisie du Nombre [Piaget 1941a]. En synthèse : (stade 1) le petit Galilée commence, tel un petit Simplicio, par ne *ressentir* aucunement l'exigence de « conserver » ni la quantité ni le nombre au sein d'aucune des transformations sensibles qu'il a l'occasion de percevoir ; (stade 2) il passe ensuite par une période de décristallisation/recristallisation instable, oscillante et progressive, tel un petit Sagredo, de cette même exigence subjective, pour arriver enfin (stade 3) à *postuler* « sans plus » – comme un vrai Salviati – cette conservation car il la perçoit maintenant comme une évidence *a priori*, et comme si elle était là depuis le début de son existence mentale.

C'est cette dynamique ternaire – faite à la fois d'évolution et d'oubli – qui induit Piaget à introduire dans le psychisme individuel le même Principe de Conservation qui au niveau macro-historique a régi la naissance de la mécanique de Galilée et de la chimie de Lavoisier : en effet, pour que la Conservation arrive à apparaître au sujet comme une nécessité *a priori* il faut bien que le long du processus de gestation de cette expérience intentionnelle quelque chose à son tour se conserve dans l'être vivant destiné à son accouchement. L'évidence *a priori* de *tout* « $A \leftrightarrow A$ » (soit-il symbolique ou présymbolique) n'est donc que la manifestation finale d'une graduelle mais efficace « intervention de la mathématique » dans le comportement cognitif d'un homme : une « mathématique » conçue finalement comme une « assimilatrice » *puissance d'égalisation multidimensionnelle* (nous allons le voir mieux en §6.3) et par là même comme la source ultime, *prélogique* et *préarithmétique*, de toute *prétention a priori* déclenchée dorénavant dans l'individu par ces mêmes processus de variation qui le laissaient autrefois (stade 1) parfaitement indifférent. Moralité (encore une fois) : l'évidence n'est en elle-même qu'un *phénomène* qui apparaît dans notre monde psychique grâce à une architecture de formes qui doivent *germer* dans notre terre mentale selon un mûrissement rigoureusement individuel et subjectif – chacun de nous est le porteur unique de sa propre histoire assimilatrice (cf. (59)) – qui engendrera seulement à sa fin ce fruit lumineux. Stade après stade, le sujet humain émane, multiplie, coordonne, organise grâce à une activité expérimentale toujours plus créatrice et libre, ses « schèmes d'assimilation ». Le trophée de cette campagne héroïque est que l'*a priori*, enfin, *se présente* en toute sa liberté éminemment « symbolique » :

(61) « On a eu parfois le tort de regarder l'*a priori* comme consistant en structures toutes faites et données dès le début du développement, tandis que si l'invariant fonctionnel de la pensée est à l'œuvre dès les stades les plus primitifs, ce n'est que peu à peu qu'il s'impose à la conscience grâce à l'élaboration de structures toujours plus adaptées au fonctionnement lui-même. Dès lors l'*a priori* ne se présente sous forme de structures nécessaires qu'au terme de l'évolution des notions et non pas à leur début. Tout en étant héréditaire, l'*a priori* est donc aux antipodes de ce qu'on appelait jadis les “idées innées” [...] Pour devenir mentaux, les schèmes sensori-moteurs doivent être susceptibles de se combiner entre eux de toutes manières, c'est à dire précisément de pouvoir donner lieu à des inventions vraies [...] Or cette intériorisation ne se produit précisément qu'au cours du sixième stade, au moment où s'achève la conquête du mécanisme sous l'influence de la libération des schèmes par rapport à l'action immédiate [...]. D'autre part, grâce au détachement progressif à l'égard de l'action immédiate au profit de la combinaison mentale, ces images se libèrent de la perception directe pour devenir “symboliques”. » [Piaget 1936 : 9, 296, 308, 30.]

6.2 De la périodisation piagétienne à la fracture post-piagétienne

Concentrons-nous maintenant sur le détail de cette réorganisation ternaire productrice du nombre (et de la quantité extensive) dans l'esprit de l'enfant. Ce qui suit en (62)-(67) sont les célèbres expériences piagésiennes qui ont provoqué, à partir du 1967 [Meler and Bever] la colossale riposte de la psychologie cognitive/développementale et de l'éthologie d'abord américaines et ensuite européennes, dont nous avons fourni deux exemples ci-dessus [§5.2-3].

(1) PREMIER STADE - [4-5 ans] - Non conservation (avec étonnement) :

(62) « Blas (4 ans), fille. «Tu as une amie ? — Oui, Odette. Eh bien tu vois on le donne à toi, Clairette, un verre de sirop rouge (A1 rempli aux 1/2) et à Odette un verre de sirop bleu (A2 même niveau). Est-ce qu'une de vous a plus à boire que l'autre ? — La même chose.

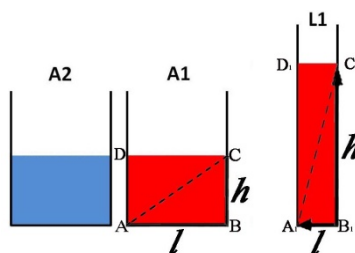


Figure 21abc [de moi]

Je reproduis fidèlement – en leurs proportions exactes – les verres utilisés par Piaget pour observer à l'œuvre la « conservation enfantine de la quantité continue ».

J'ajoute en plus les symboles « h » (hauteur) et « l » (longueur) et je trace les diagonales AC, A₁C₁ qui montrent la différence de « pente » entre les verres.

Regarde. Maintenant Madeleine verse le sirop rouge dans le verre là (on verse A2 en L1 plus étroit et plus haut : le liquide monte aux 4/5) — Il y a plus de rouge parce que c'est plus haut. — Il y a plus à boire, ou on dirait seulement ? — Il y a plus à boire. » [Piaget 1941a : 20.]

(63) « Ba (4,9) ne croit pas l'équivalence nécessaire lorsque l'on altère la disposition de l'une des collections qu'il vient de mettre en correspondance.

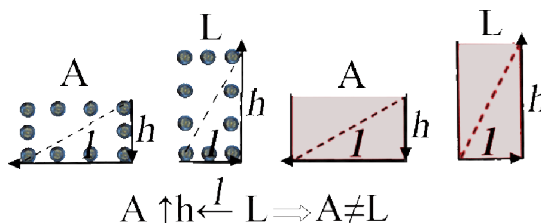


Figure 22abcd [de moi]

Il suffit, par exemple, de coucher sur le grand côté [A] un rectangle de 12 jetons qu'il a construit en hauteur [L] pour qu'il ne le croie plus équivalent au modèle (dressé). » [Ibid. : 96.]

(64) « ZU (4, 9) commence par mettre devant les coquetiers une rangée serrée d'œufs, mais de même longueur. [...] On enlève alors tous les œufs et (pour 7 coquetiers) on en remet 4 seulement, en ligne très espacée : « Est-ce qu'il y a assez d'œufs pour ces coquetiers ? — Oui (la longueur des rangées est la même). Mets-les toi-même, pour voir. — (Il les met et paraît très surpris qu'il en manque.) » [Ibid. : 71.]



Figure 23ab

(65) « Fur (5, 9) échange 7 sous contre 7 fleurs après avoir établi correctement la correspondance 5 à 5. Les fleurs restent dans sa main et les sous sont alignés. On aligne les fleurs mais en les serrant un peu plus que les sous. — Il y a la même chose ? — Non, il y a plus

de sous. Il y en a un qui dépasse. — Compte les fleurs. — Sept. — Et compte les sous. — Un... sept. — Alors il y a la même chose ? — Non. Il y en a qui dépassent. — On va voir (on recommence l'échange un contre un, qui réussit). — Alors c'est la même chose ? — (Il se tait, évidemment ébranlé dans sa conviction.) — Si on comptait les sous et les fleurs (celles-ci sont maintenant plus espacées) il faudrait compter plus longtemps ou ce serait la même chose ? — Il faudrait compter plus longtemps les fleurs. » [Ibid. : 79.]

(2) DEUXIEME STADE [5-6 ans] Oscillation

⟨66⟩ « Edi (6,4) : Le verre A est rempli au 1/5. Tu dois prendre autant de sirop ici (L) qu'il y en a là (A). — (Il verse la même hauteur.) — C'est la même chose à boire ? — Oui. — Tout à fait ? — Non. — Pourquoi pas ? — Ça (A) c'est un plus gros verre. — Qu'est-ce qu'il faut faire pour avoir la même chose ? — Rajouter (il remplit L). — C'est juste ? — Non. — Qui en a plus ? — Moi (il enlève le surplus). — Non, c'est la maman qui en a plus (A). — (Il rajoute, enlève à nouveau, etc., sans parvenir à se satisfaire.) »

(3) TROISIEME STADE [7 ans] Certitude *a priori* (avec *oubli* des phases précédentes) :

⟨67⟩ « Les réponses qui caractérisent le troisième stade affirment d'emblée, ou presque d'emblée, la conservation des quantités de liquide, et cela indépendamment du nombre et de la nature des transvasements effectués. Or, au moment où l'enfant découvre cette invariance, il l'affirme comme une chose si simple et si évidente qu'elle paraît indépendante de toute multiplication des relations et de toute partition... »

Geo (6, 6) : — C'est toujours la même chose. C'est tout le temps la même chose. On présente enfin deux nouveaux récipients remplis chacun jusqu'à la moitié et on verse A3 en B1 + B3 : Elle a la même chose. — Tu es sûre que c'est la même chose ? — Oui, on n'a fait que verser.

Lin (6 ans) constate l'égalité de A_1 et A_2 . — Si je verse (A_1) en (L) ? — *Ce sera toujours la même chose.* — Et si je verse (L) en (G) ? — *Encore la même chose.* — Vraiment ? — *Bien sûr, parce qu'ici, dans le petit (= le mince = L), il y a plus* (montre la hauteur, donc l'augmentation de hauteur compense l'amincissement de la colonne). » [Piaget 1941 a : 33.]

6.2.1 La double distance évolutive entre l'homme et les mathématiques

Avant de discuter ces passages, il est nécessaire de faire le point sur l'état de l'art à l'heure actuelle :

⟨68⟩ « Nous savons aujourd'hui que Piaget et ses collègues se sont trompés. Il est clair que les jeunes enfants ont beaucoup à apprendre en arithmétique et que leurs compétences conceptuelles mettent des années à s'approfondir, mais cela ne signifie pas qu'ils soient dépourvus de capacités numériques avant l'entrée en maternelle, ni même à la naissance ! Simplement, il convient de les tester par des méthodes adaptées. Or les épreuves piagétienne sont biaisées et ne permettent pas aux jeunes enfants de montrer ce dont ils sont vraiment capables. [...] Nous allons voir que si l'on questionne les enfants sans faire appel au langage, en les plaçant dans des situations proches des expériences employées chez l'animal, leurs capacités numériques s'avèrent tout à fait étonnantes. » [Dehaene 1997 : 50.]

⟨69⟩ « Indeed the failure of children younger than 5 to conserve, that is, to say "Yes, there are still the same number of flowers as vases", is one of the most reliable experimental findings in the entire literature on cognitive development. » [G & G 1978 : 1.]

Ces deux affirmations sont vraies ensemble. Quant à Dehaene, nous avons déjà vu que son hypothèse est que les capacités numériques des nourrissons/animaux contiennent la « graine » de l'arithmétique proprement dite, dont la naissance est due, à ses dires, à l'intervention « parasitaire » chez l'homme de son extraordinaire capacité symbolique. Pour cette raison, il insiste sur les *erreurs* de la perspective piagétienne, en ce qu'elle exclut sans plus *toute* « numeracy » chez les enfants en âge préscolaire. Cela n'empêche pourtant que lorsqu'il *parle* – au niveau « décalé » de son « intelligence verbale »⁷ – l'enfant répond comme il répond, et sur cela Dehaene n'a rien de substantiel à objecter :

⟨70⟩ « Je m'en voudrais de quitter cette section sur un malentendu. Je ne considère pas du tout l'échec des enfants aux épreuves piagétienne comme une question inintéressante. En dépit de dizaines d'expériences, on ne comprend toujours pas bien pourquoi les enfants se laissent si facilement tromper par des indices fallacieux comme la longueur des rangées lorsqu'il leur faut juger du nombre d'objets présents. » [Dehaene 1997 : 53.]

Qu'est-ce qu'il a donc *sans aucun doute* dévoilé Jean Piaget ?

Grâce à sa sensibilité tant de *logiciste* [cf. le point de vue de Frege en (2)] que de *psychologue/psychanalyste*, Piaget a été capable d'imaginer un univers représentationnel où ce qui est évident pour *notre* logique ne l'est aucunement pour la logique d'un enfant – ni donc pour la logique de notre enfant interne (l'élément primaire de nos processus mentaux, que Piaget appelle « synchrétique »). Sur cette base, et en parfaite époque frégréenne, Piaget a d'abord ressenti [1918→1936] et ensuite démontré [1936→1941/'45] que l'apparente *immédiateté* de la suite $7 \equiv 7 \neq 4$ est trompeuse car en réalité, une incontournable *distance évolutive* sépare le mental enfantin du nombre pleinement arithmétique. Donc, le phénomène de l'effective conservation du nombre est un *résultat*, la germination finale d'une plus originaire capacité dont notre être est doué : celle de conserver l'orientation fonctionnelle globale de toutes ses opérations d'« assimilation » du milieu externe à son « organisation » interne. Cela est le premier résultat de la recherche piagétienne aujourd'hui universellement accepté.

D'autre part, Piaget pense aussi qu'une fois que l'enfant aura atteint un niveau mental suffisamment mûr, c'est-à-dire à force de coordonner synthétiser, multiplier... ses « schèmes d'assimilation » grâce à leur incessante mise en œuvre, il se transformera en un petit Gottlob Frege, et accouchera le Nombre Cardinal comme dimension de synthèse entre classes et relations :

(71) « L'hypothèse dont nous sommes partis est, il va de soi, que cette construction est corrélative du développement de la logique elle-même et qu'au niveau prélogique correspond une période pré-numérique. Et le résultat obtenu a été qu'effectivement le nombre s'organise, étape après étape, en solidarité étroite avec l'élaboration graduelle des systèmes d'inclusions (hiérarchie des classes logiques) et de relations asymétriques (sériations qualitatives), la suite des nombres se constituant ainsi en tant que synthèse opératoire de la classification et de la sériation. » [Piaget 1941a : 6.]

Or le bien fondé de cette hypothèse a été unanimement refusé :

(72) « Jean Piaget (1896-1982) came eventually to the borders of logicism [...] The influence of *Principia Mathematica* came through Piaget's belief that rationality resembles mathematical reasoning, which in turn was captured by (mathematical) logic. But such a position is hardly credible, especially for the creative sides of mathematics itself. [...] As with all philosophical schools, logicism paid no attention within arithmetic to “goes-into” integers. They arise in contexts such as the Euclidean algorithm: for example, 7 goes into 23 thrice, with 2 over. Words like 'thrice' show that a special vocabulary applies to these integers, which are neither cardinals nor ordinals; and the mention of Euclid shows that their history is long. Yet they usually escape the attention of mathematicians and philosophers — and, despite their heuristic utility, educators also. » [I. G. Guinness 2000: 566.]

... mais *bien au contraire* je pense que l'intuition logiciste de Piaget était profondément juste, et que c'est Piaget en personne qui a dû bel et bien *refouler* l'essence intimement créative et vitaliste (bergsonienne) du Logicisme pour concevoir sa *robotique* structuraliste de l'esprit nombrant (« Comment construire un bébé selon Piaget » ironise Dehaene [1997 : ...]). Sur cela nous reviendrons très tôt.

Le deuxième résultat aujourd'hui universellement accepté de la recherche piagétienne dans ce domaine est que à côté de cet enfant cantor/dedekind/frégéen – qui d'abord classe, pour seulement ensuite compter – il existe un enfant jordan/klein/poincariste [Jordan 1868, Klein 1872, Poincaré 1902], qui d'abord construit des « groupes de mouvements » kinesthético/perceptifs pour seulement ensuite condenser dans sa conscience l'Objet Permanent dans l'espace/temps.

En 1937 – *La construction du réel chez l'enfant* – Piaget décrit à cette fin la même genèse en 6 phases de l'univers opératoire chez ses enfants, qu'il avait décrite un an auparavant (*La naissance de l'intelligence*), mais en se plaçant du point de vue de ces mêmes enfants. Les observations concernant les premières deux phases [1936 : Chap. I-II] lui révèlent alors l'absence de toute « conduite relative aux objets disparus » [1937 : Chap. I§1], grâce aux premiers *occlusions events* observés par Piaget, et qui donneront lieu aux expériences que nous avons commentées en §5.3 à propos du Nombre. Une fois qu'il a disparu de son champ pratique/perceptif, l'objet suivi jusque là par les yeux de l'enfant de ce stade n'est aucunement recherché... il paraît *dissous dans l'air*, comme s'exprime Piaget dans cette représentation du monde vue avec les yeux du bébé :

(73) « Les deux premiers stades sont caractérisés par l'absence de toute conduite spéciale relative aux objets disparus. Ou bien le tableau qui s'éclipse entre aussitôt dans l'oubli, c'est-à-dire dans le néant affectif, ou bien il est regretté, désiré et attendu à nouveau, et la seule conduite utilisée pour le retrouver est la répétition simple des accommodations antérieures. Cet univers primitif est phénoméniste, et loin de constituer d'emblée un monde de substances. » [Piaget 1937 : 17, 16.]

Faisons bien attention : dans ce cas, Piaget se propose de montrer que l'enfant ne « conserve » pas l'Objet pour la même raison *algébrique* qui l'empêche de conserver le Nombre : parce qu'il n'a pas condensé le 0 d'une structure de groupe dans son esprit. En plein accord avec les suggestions développementalistes de Poincaré [1902,1905], Piaget pense que la substantialité de l'Objet n'est atteinte chez l'homme que grâce à la mise en œuvre d'un système de « groupes de mouvement », et donc d'un ensemble de mouvements « réversibles » mathématiquement capable de véhiculer dans l'enfant l'idée qu'en renversant l'ordre de ce qu'il vient de faire, il peut revenir aux conditions de départ (comme il se passe avec le groupe des nombres entiers, où $3-3=0$). Seulement une fois que cette stabilité opératoire est atteinte, l'enfant sera capable de conserver l'objet disparu comme le 0 de son système moteur et cognitif, point d'intersection, centre d'équilibre et pivot des ses directrices d'action/intellection :

(74) « Alors que seuls, jusqu'ici, les objets tactiles servaient d'aliments aux schèmes manuels, les tableaux visuels deviennent donc matière à exercices de la main. C'est en ce sens qu'on peut les dire « assimilés » à l'activité sensorimotrice des bras et des mains. Cette assimilation n'est pas encore une identification : la main visuelle n'est pas encore la main tactilo-motrice. Mais l'identification substantielle résultera de l'assimilation comme le point géométrique de l'interférence des lignes : l'entrecroisement des activités assimilatrices définira l'objet, au fur et à mesure que ces activités s'appliquant au monde extérieur constitueront la causalité. » [1936 : 100-101.]

Du point de vue phénoménologique, l'apparition d'un « Objet 0 » conservé à l'intérieur de l'espace kinesthétique coïncide donc, pour Piaget, non pas avec l'apparition d'une Arithmétique mais avec celle d'un « vrai rationalisme géométrique » [Piaget 1937 :60].

En synthèse : la distillation d'un noyau d'invariance fonctionnelle et en conséquence d'un Principe de Conservation pulsant au cœur du monde « primaire », « magique » « égocentrique », « syncrétique »... décrit par Piaget entre 1923 et 1926 conduit Piaget à comprendre qu'il y a une inéluctable distance entre l'esprit de l'enfant préscolaire et l'évidence arithmético/géométrique telle qu'elle apparaît à un adulte ordinaire. L'existence de cette double distance évolutive entre l'évidence mathématique et l'esprit humain est donc aujourd'hui une donnée universellement acquise.

6.2.2 Le Nombre et l'Objet pré-mathématiques

D'autre part, nous avons désormais bien compris que les conclusions que Piaget tire de ses observations et de ses interviews avec les enfants sont trop radicales. Bien que la correspondance un-à-un entre deux collections d'objets ne produise pas, chez les petits Zu et Fur ((64)-(65)), la conservation du même nombre lorsqu'ils passent de l'une à l'autre, une longue série de « magic experiments » à la Winn [Gelman 1972ab, Gelman and Tucker 1975, Gelman and Gallistel 1978, Winn 1992a] certifie que même les plus petits bébés de 4 mois ont accès à une représentation effectivement numérique des pantins qu'il voient apparaître/disparaître sur la scène du petit théâtre en (54), sans quoi ils ne s'étonneraient pas comme ils le font. Ce genre de tours de magie, inspirés par les observations de Piaget en (73) sur la notion d'objet substantiel [Baillargeon, Spelke & Waesserman 1985, Spelke & Kestenbaum 1986], ont en outre réfuté l'interprétation forte que Piaget donne de la « métaphysique de l'enfant » (Xu and Carey 1996). D'une façon ou d'une autre, non seulement le bébé « conserve le nombre » bien avant qu'il ne sache construire un équilibre cognitif cantor/galoisien, mais il conceptualise aussi un objet espace-temporel invariant bien avant qu'il n'ait atteint son propre 0 kleinien/poincariste, à savoir le groupe de Transformations kinesthésiques qui correspond à notre idée de permanence substantielle.

Celle-ci est donc la deuxième donnée universellement acquise : pour condenser un nombre dans le temps et un objet dans l'espace, ce n'est pas nécessaire d'avoir déjà condensé un groupe dans son esprit. Cette conclusion a été explicitement formulée en 1978 par Gelman et Gallistel (dorénavant G &

G) tout à fait à l'intérieur de l'école fonctionnelle/structuraliste. En plein accord avec Chomski et Fodor, les deux auteurs pensent (comme Dehaene ci-dessus) que Piaget se trompe en ce qu'il affirme l'absence intégrale de *tout* élément numérique chez les enfants qui ratent le « conservation test » [Ba, Zu et Fur en (63/4/5)]. Au contraire : dans l'esprit de ces petits le « schème d'assimilation » du Nombre est bien présent et agissant [G & G 1978: 208] pour « orienter » et « guider » l'évolution qui le conduira enfin à l'Arithmétique. Ce qui manque à l'enfant à ce stade – car il ne peut pas y « accéder » pleinement (Fodor, 1972) – est plutôt une représentation effectivement *algébrique* du nombre [G & G : 236]. L'enfant préscolaire accède donc au Nombre, mais non pas à la structure du groupe :

(75) « As noted earlier, the system established by the laws of arithmetic is among other things, a group. It has all of the essential characteristics of a group, including closure. The result of adding any two numbers is always another number, that is another element of the set. We know that the child's system of numerical reasoning is not closed with respect to subtraction. The constraint that the subtrahend must be a proper subset of the minuend explicitly violates the rule of closure. [...] The knowledge that children reason cogently about *specific numerosities* long before they pass the conservation test forestalls the conclusion that "preconservers" lack a concept of number. We are led instead to the conclusion that what such children lack is the ability to reason about numerical *relations*, that is, the ability to *reason algebraically*. » [G & G 1978 : 191, 236. L'italique est de moi]

Faisons donc une synthèse. Les enquêtes piagétienne ont définitivement montré qu'à la distance métaphysique que le Logicisme avait à la fois dévoilée et comblée entre la Raison et le Nombre, correspond une effective distance évolutive, dans l'esprit humain, entre les opérations nombrantes des enfants et les opérations nombrantes des adultes. En proposant toutefois une correspondance un-à-un trop rigide entre Logique et Psychologie, Piaget en avait tiré la conclusion que les enfants n'avaient *aucun* accès au Nombre proprement dit, avant que leur esprit ne sache opérer comme Cantor, Dedekind et Frege le font, c'est-à-dire en engendrant l'unité cardinale « solide » [le *Eins* de Cantor] grâce à une multiplication ensembliste entre leurs schèmes de classification/sériation. Les recherches qui ont suivi ont montré, grâce à des expériences définitivement concluantes, que quoi qu'il en soit d'une cardinalité cantorienne pleinement déployée, il faut bien reconnaître qu'un « nombre » agit dès le début dans l'esprit de tout homme – et de tout animal – qui sait témoigner de ses représentations grâce à son « comportement total » ou, encore mieux, qu'une « structure » numérique est bien vivante dans l'organisme du mathématicien bien avant qu'il ne devienne mathématicien.

6.2.3 L'« *aveu funeste* » de Gelman & Gallistel

Or, le résultat de cette réfutation anti-piagétienne a été fort paradoxal. La démonstration que « prélogique » ne coïncide pas avec « pré-numérique » a bel et bien *créé* un vide – un vrai gouffre – plutôt que de le combler car la réfutation de Piaget a été, en réalité, conduite non pas dans une intention de continuité rationnelle, mais dans celle de se débarrasser de *toute* recherche rationaliste sur la genèse de la science dans l'esprit humain. J'ai bien souligné d'autre part (§5.1), que cette faillite était inscrite depuis le début dans le choix fondamental de Piaget. Les hautes ambitions de continuité cosmique entre la vie et l'intelligence qui ont inspiré le programme de Piaget ((41) et (47)) partagent une même attitude « généalogique » avec les actuelles recherches matérialistes et la voix la plus profonde de cette inspiration retentit déjà clairement dans la vision que Piaget nous offre de l'« opération fondamentale » censée expliquer à la fois la Vie et la Raison :

(76) « Assurément un appel à la notion d'assimilation ne constitue en rien une explication de l'assimilation elle-même. La psychologie ne peut débiter que par la description d'un fait premier, sans pouvoir l'expliquer lui-même. L'idéal d'une déduction absolue ne saurait conduire qu'à une explication verbale. *Renoncer à une telle tentation, c'est choisir à titre de principe une donnée élémentaire* susceptible d'un traitement biologique en même temps que d'une analyse psychologique. L'assimilation est telle. L'explication de cette donnée est l'affaire de la biologie : l'existence d'une totalité organisée qui se conserve en assimilant le monde extérieur soulève, en effet, tout le problème de la vie elle-même. Mais, comme on ne saurait réduire sans plus le supérieur à l'inférieur, la biologie ne parviendra pas à élucider la question de l'assimilation sans rendre compte de son aspect psychologique : *à une certaine profondeur l'organisation vitale et l'organisation mentale ne constituent, en effet, plus qu'une seule et même chose.* [...] Le fait

premier n'est donc ni le besoin antérieur à l'acte ni la répétition, source de satisfaction, c'est le rapport total du besoin à la satisfaction. Du point de vue du comportement, ce rapport n'est autre que l'opération par laquelle un mécanisme déjà organisé s'affermi en fonctionnant et fonctionne en utilisant une donnée extérieure à lui : c'est donc l'assimilation fonctionnelle. Or, du point de vue de la conscience, ce rapport est également de nature opératoire, et c'est pourquoi l'on ne peut chercher la donnée première de la psychologie ni dans un état de conscience simple ni dans une tendance isolée. Le besoin et la satisfaction sont, en effet, vicariants et oscillent entre l'organique pur et le fonctionnel ; de plus, ils sont sentis relativement l'un à l'autre. Ils tiennent donc l'un et l'autre à une *opération fondamentale* – dont ils ne sont que la prise de conscience mobile et approximative – par laquelle la conduite met en relation son propre fonctionnement avec les données du milieu. » [Piaget 1936 : 46, 151. Les italiques sont de moi.]

Aussi vaste et vertigineuse qu'elle soit, cette intuition de la « vie elle-même » n'en est pas moins une vision réductionniste et généalogique. Si Piaget n'hésite pas à affirmer que « l'activité fonctionnelle de la raison (« *l'ipse intellectus* qui ne vient pas de l'expérience ») est évidemment liée à l'« hérédité générale » de l'organisation vitale elle-même », et si d'ailleurs la « vie mentale » qu'il se propose de décrire comprend aussi l'opération « $1+1=2$ »... alors en aucun sens non paralogique les actions « d'une totalité organisée qui se conserve en assimilant le monde extérieur » ne peuvent être appelées des « opérations fondamentales » de l'arithmétique. Finalement, Piaget renonce explicitement, comme il le dit, à rendre compte de sa notion d'« opération fondamentale », en trahissant de la sorte l'esprit logiciste le plus authentique qui, d'un côté, prétend qu'« en science, ce qui est démontrable ne doit pas être admis sans démonstration » [Dedekind 1888], et de l'autre, exige que, devant l'équation *raison = vie*, s'il faut choisir entre *vie = vie* et *raison = raison*, c'est bien la deuxième formule qu'il faut privilégier, et non pas la première :

(77) « Je suis frappé par la grossièreté de la conception qu'on a du nombre lorsqu'on dit de l'acte de compter que c'est une pensée par agrégation, qui procède mécaniquement. On admettrait encore une représentation par agrégation, mais cela n'a rien à voir avec l'acte de compter. La pensée est partout la même, essentiellement : on n'observe pas que des lois de la pensée soient de différents types selon l'objet auquel elle s'applique. Les différences ne tiennent qu'au degré de pureté de la pensée, à son indépendance à l'égard des influences psychologiques, à l'aide extérieure qu'apportent le langage, les chiffres, etc., ou encore, elles tiennent à la finesse de la structure des concepts ; et il se pourrait que sur ce point, la mathématique ne se laisse dépasser par aucune science, fût-ce la philosophie. [...] Cette manière de concevoir les nombres ¹ explique aisément, me semble-t-il, le charme qu'exerce la pratique de l'arithmétique et de l'analyse. On pourrait, en modifiant une proposition connue, dire que l'objet propre de la raison est la raison. L'arithmétique traite d'objets dont nous ne prenons pas connaissance comme d'un élément étranger, apporté de l'extérieur par la médiation des sens ; ces objets sont donnés immédiatement par la raison, et elle peut les pénétrer totalement, comme ce qui lui est le plus propre. » [Frege 1884 : 117, 225.]

Bref, *malgré et à cause* du choix épistémologique de Piaget, une fois que l'existence d'une structure numérique non mathématique a été reconnue dans l'esprit de l'enfant préscolaire, la science occidentale a jeté le bébé de l'unité évolutive de la vie rationnelle – qui *impose* que le grand Georg Cantor ait été un petit Zu – avec l'eau du bain d'une interprétation *forte* des « conservation tests/magic experiments ».

En effet, il est bien vrai que la recherche post-piagétienne a voulu mettre l'accent sur « ce que l'enfant préscolaire *sait* [*can*] faire » quant au nombre en général, plutôt que sur « quelle capacité lui manque » [G & G : 4, 3] quant aux opérations des mathématiques formelles. Cette opposition a toutefois joué à la fois contre l'enfant et contre le mathématicien en fracturant toute possible continuité entre le premier et le deuxième. Le point d'insertion de ce levier omni-fracturant a été la notion de « correspondance un-à-un » :

(78) « For Piaget the one-to-one correspondence is the psychologically primitive basis for a judgment of numerical equality. One attraction of this view is that one-to-one correspondence is almost invariably taken as the definition of numerical equality in attempts to construct the number system from set theory or the predicate calculus (see Kline, 1972). Thus, in the

Piagetian view there is a parallel between what is taken as *primitive in formal developments of arithmetic* and what is *psychologically primitive*. We believe that this parallel does not hold. [...] In the *preschooler's method the decision regarding numerical equivalence* is possible only after one has obtained representations of the numerosities. *In the mathematician's procedure the reverse is true*; the decision regarding numerical equivalence is prior to and does not require representations of numerosity. » [G & G: 228,198. Les italiques sont de moi.]

Comme l'enfant ne fait pas coïncider la correspondance un-à-un entre deux ensembles avec leur « équinuméricité », il n'héberge *aucune* représentation du nombre. À cette exagération piagétienne G & G répondent que c'est prétendre que l'esprit de l'enfant partage les mêmes méthodes de la mathématique formelle, ce qui n'est pas le cas. Bien au contraire, les mathématiques formelles *renversent* les procédures enfantines de saisie de la numérosité : si l'enfant s'appuie sur la numérosité intuitive (qu'aux dires de Dehaene il partage avec les animaux) pour établir des relations d'équivalence/différence, le mathématicien « moderne » fait le contraire exact en soumettant le jugement de cardinalisation aux procédures formelles de la *beiderseits eindeutig Zuordnung* [*correspondence biunivoque*, Frege 1884b : 74].

Mais attention : si d'un côté le rebondissement dehaenien sur la continuité animal → enfant préscolaire n'a aucun espoir d'aboutir tant que ni les singes ni les nourrissons ne ressentiront l'exigence d'un dénominateur commun lorsqu'il s'agit de fusionner deux quantités numériques « fractionnaires », de l'autre côté le tronçon gelman-gallistellien de ce même rebondissement – le tronçon enfant préscolaire → mathématicien – nous lègue une fracture aussi radicale que cette première, en ce qu'il juge l'abîme entre $1/2$ et $\sqrt{2}$ aussi infranchissable que celui qui empêche le chimpanzé de savoir que $1/2 + 1/4 = 3/4$. La perspective « renversante » de G & G ne nous donne en effet *aucune suggestion intelligible* sur comment passer de Zu... – *premier* stade, avant l'ordinaire correspondance un-à-un telle que nous, les adultes, la pratiquons tous les jours – ... à Georg Cantor – le *dernier* stade, lorsque le monde de l'intuition ordinaire n'est qu'un souvenir lointain pour un esprit qui a lâché la bride aux espaces « transintuitifs » de la Raison [cf. (50)], un stade que G.&G. n'hésitent pas à appeler « exotique » « bewildering and outrageous » « bizarre or repellent to one's numerical common sense » :

(79) « [A] The modern formalism is an elegant but exotic system. It does not flourish in the untutored mind [...] A number, in the modern view, is any abstract entity, no matter how bizarre or repellent to one's numerical common sense, that can be shown to behave in accord with the laws of arithmetic. [...] Those who find Cantor's use of one-to-one correspondence bewildering, outrageous, or both may take comfort from the fact that a mathematician as distinguished as Poincaré thought that Cantor's theory would be regarded by later generations of mathematicians as "a disease from which one has recovered" (Kline, 1972, p. 1003). The broad construal of one-to-one correspondence and its consequences take some getting used to. This fact may be a reason for doubting that the untutored human mind regards one-to-one correspondence as the ultimate criterion for numerical equivalence. We hasten to add that whether the untutored or unreflective human mind does or does not regard one-to-one correspondence as the inner essence of numerical equivalence is of concern only to psychologists, not to mathematicians as mathematicians. In this book, we are concerned with numerical reasoning as a psychological phenomenon. We are not concerned with the proper foundations of numerical epistemology. » [G & G 1978: 180, 197. Les italiques sont de moi.]

Ceci est ce que j'appelle – en paraphrasant Emmanuel Kant – un *aveu funeste* : car une fois déclaré « outrageuse » la racine de 2, il faudrait fournir aussi une méthode rationnelle et intra-mathématique de *tutoring* tant il est vrai qu'aucune « untutored mind » ne peut accéder à ces bizarreries :

(80) « Modern mathematics requires that more exotic entities be considered numbers. The modern formal development of arithmetic has been shaped by this demand. For example, it is essential to modern mathematics that $\sqrt{2}$ be a number. But there exists no natural number, nor any number that can be generated from natural numbers through the unfettered use of subtraction or division, that, when multiplied times itself, is equal to two. This uncomfortable fact was first proved by Euclid. It was an unresolved problem at the core of mathematics for two millennia thereafter. At the end of the nineteenth century the problem was resolved by devising for the first time a means of rigorously defining the irrational numbers. The $\sqrt{2}$ belongs to this class of numbers. These recently defined numbers are irrational in that, unlike the

rational numbers, they cannot be generated by applying division or subtraction to the natural numbers. » [Ibid.]

Ce *funeste aveu* est toutefois parfaitement cohérent : d'un côté il y a le psychologue, et de l'autre le mathématicien... quitte à rendre alors impossible la tâche du didacticien des mathématiques, qui devra en tous les cas bien pénétrer ce *no man's land* – ce gouffre obscur – qui vient de s'ouvrir dans la continuité pédagogique de la science. Enfin, tout grand mathématicien a bien été un enfant capable de saisir la numérosité non pré-groupale mais justement à *cause de cela* on ne sait comment il a fait pour grandir :

(81) « We believe that in the mind of the child the mathematician's terminology takes on a literal significance. The numbers generated by counting are the natural numbers – indeed the only numbers – that the child recognizes. Numbers that can in no simple way be derived from these natural numbers would seem irrational to the child, that is, foreign to his system of numerical reasoning. The normal preschool child's numerical reasoning appears closely tied to the procedure that generates the mental entities that he manipulates when he reasons numerically. And that procedure is counting. Thus, the child's arithmetic system is strongly shaped by the mental entities with which it deals, namely, the representations of numerosity that may be obtained by counting.

The child's arithmetic system departs most noticeably from the modern formal system at just those points that require recognizing as numbers mental entities that cannot be obtained by simple counting. Nonetheless, at most such points, the child does employ principles that could lead on to the generation and use of such “noncounting” numbers. » [G & G: 190, 180-1 184-185.]

Le moment est enfin venu de jeter un coup d'œil panoramique. Mis à part les nourrissons et les animaux, d'un côté il y a Zu et Fur ((64)-(65)), avec leur réponses préscolaires « véritablement impressionnantes » [Piaget 1941a: 80], (« surprising answers » disent G & G [1978 :1]) en ce qu'il se refusent d'établir le lien que nous établissons ordinairement entre la « one to one correspondance » et la cardinalité des ensembles ainsi mis en relation ; à l'autre extrême il y a Georg Cantor & C. avec les « startling – outrageous, repellent, bewildering... – conséquences » de leurs systèmes et qui se refusent donc, tels des enfants, à se soumettre à la règle de la mise-en-correspondance adulte ; finalement, au beau milieu de cet outrage surprenant et généralisé il y a *nous les étonnés* : nous les adultes qui avons gagné le « troisième stade » de l'évidence numérique ((67)), et qui – toujours aux dires de Stanislas Dehaene – « savons bien à quoi sert de compter » :

(82) « À l'âge adulte, nous savons bien à quoi sert de compter. Pour nous, le comptage est un outil pour atteindre un but bien précis, celui d'énumérer une collection d'objets. Nous savons également que seul importe le dernier nombre, celui qu'on atteint en fin de compte et qui représente le cardinal de l'ensemble des objets comptés... » [Dehaene 1997 :136.]

C'est bien cela le problème. Dans des telles conditions, toute ambition piagétienne de *continuité rationnelle* dans le développement de la vie humaine fait naufrage. Il est sûr et certain que nous ne pourrions pas *vraiment* scolariser Zu de façon à en faire un nouveau Cantor, si *la seule chose* que nous savons dire à Cantor est qu'il nous propose des « puzzling correspondances » et à Zu, qu'en dernière analyse, il a *seulement tort* lorsqu'il affirme en (64) que « OUI, $7=4$! Il y a assez d'œufs pour ces coquetiers » :



Figure 24

Si nous regardons cette figure avec les yeux de Cantor, nous ne pouvons pas éviter d'y voir une représentation rigoureuse de l'équipotence entre les nombres impairs 1, 3, 5, 7... et tous les nombres 1, 2, 3, 4...

Nous sommes ainsi arrivés au cœur de cette partie de notre travail, car je pense que ce même point de rupture où nous nous trouvons maintenant peut se renverser, pour devenir la clé de voûte d'une solution aussi simple que puissante, et en mesure de donner raison – ainsi que je l'ai annoncé au début

– tant de l'unité logico/ontologique entre le phénomène de l'apprentissage à lire et celui de l'éclat de l'évidence mathématique, que d'une effective continuité entre toutes les phases du développement mental de l'homme. Comment cela ? Il suffit, je l'affirme, de refaire le chemin à rebours et revenir au moment où Piaget a voulu se mettre dans les yeux de ses enfants, pour « se représenter le monde » avec leur « logique ». La seule chose à faire sera d'éviter toute *condescendance* envers l'univers « magique », « primitif », « syncrétique » qu'il nous sera ainsi donné de contempler. Il faudra notamment éviter de penser, avec Dehaene, que nous « savons bien » quelque chose que ce soit et, avec Piaget, qu'un « vrai rationalisme géométrique » coïncide avec la perte de tout « dynamisme de l'efficace pratique » :

(83) « Pour que ces choses deviennent réellement des objets, il faudra que l'enfant comprenne le « comment » de leur apparition et disparition et qu'il renonce ainsi à croire possible leur réapparition mystérieuse à l'endroit qu'ils ont quitté et où l'action propre les a retrouvés. En bref, il faudra qu'au phénoménisme de la perception immédiate et au dynamisme de l'efficace pratique succède un rationalisme proprement géométrique. » [Piaget 1937 : 60.]

Ce que j'affirme deviendra bientôt très clair, mais avant cela nous devons reprendre le discours originnaire de Piaget autour des observations (62)-(67).

6.3 Ressouder la fracture : des oscillations de Edi à celles de Sagredo

Les expériences piagésiennes du « premier stade » sont désormais célèbres, mais toujours « véritablement impressionnantes ». En (62)-(63) ni Blas ni Ba ne savent éviter de se faire capturer par l'aspect perceptif du récipient/rectangle de jetons « dressé » (donc « plus grand »), même si le transvasement/réorientation a eu lieu sous leurs yeux, et qu'ils s'étonnent lorsque leur prévision s'avère trompeuse. De même, en (64)-(65) Zu et Fur se laissent capturer par la longueur perceptive des files d'objets qu'ils sont appelés à comparer, au détriment de la mise en correspondance et du comptage qu'eux mêmes viennent pourtant de mettre en œuvre. Conclusion piagésienne : la conservation d'une même « quantité extensive » continue (la boisson) ou discrète (les jetons), ou d'une même « cardinalité » le long de toute une série de transformations qui *pour nous* ne concernent aucun paramètre pertinent (la forme du récipient, l'orientation du rectangle de jetons, la distance entre les éléments de l'ensemble dénombré/mis en correspondance) n'est pas tout à fait une évidence *de départ*, mais bien une évidence d'arrivée, qu'il faut gagner grâce à une puissante « intervention de la mathématique », conçue comme force *multidimensionnelle* d'égalisation entre des paramètres hétérogènes :

(84) « La multiplication logique des relations suffit-elle à assurer la découverte de l'invariance des quantités totales? Il est évident que non, et le moment est venu d'établir pourquoi. Lorsque après avoir évalué les quantités du seul point de vue des rapports perceptifs unidimensionnels (quantités brutes), l'enfant coordonne ces rapports les uns avec les autres, il construit bien ainsi une totalité multidimensionnelle, mais c'est une totalité qui demeure intensive » et qui n'est pas susceptible de mesures « extensives » tant que, en plus de la multiplication logique, le sujet n'introduit pas de considérations d'ordre proprement mathématique. Qu'est-ce, en effet, que la multiplication logique des relations de hauteur et de largeur ? Soit une série de récipients de forme A contenant des liquides de niveaux de plus en plus élevés $A_1 \uparrow a_1$ $A_2 \uparrow a'_1$..., etc. Nous dirons que l'enfant sait additionner ces relations, si de $A_1 \uparrow a_1$ $A_2 \uparrow a'_1$ A_3 , il sait conclure à $A_1 \uparrow b_1$ A_3 . L'« addition » des relations intervient en toute sériation, lorsque l'on raisonne, par exemple, comme suit : $A_1 < A_2$ et si $A_2 < A_3$, alors $A_1 < A_3$. Mais cette opération n'intervient dans nos expériences que sur le plan pratique, puisque les niveaux sont donnés directement à la perception et sont ainsi sériés intuitivement sans qu'il soit besoin de raisonnements. Soit d'autre part une série de bocaux de plus en plus larges $L \xrightarrow{a_2} B \xrightarrow{a'_2} A \xrightarrow{b'_2} P$... etc. Nous appellerons également addition la coordination unidimensionnelle de tels rapports. Par contre, nous dirons qu'il y a multiplication logique des relations lorsque l'enfant comparera les bocaux entre eux du point de vue de ces deux relations à la fois. [Piaget, GN 35-36]

La formule que Piaget utilise pour exprimer l'incapacité de compensation/égalisation qui caractérise ce premier stade est $A \uparrow h \xleftarrow{l} L \neq A \xleftrightarrow{g} L$, où A et L sont les deux rectangles de

jetons/récipients de boisson, et « h » = hauteur, « l » = largeur, « g » = grandeur, « \uparrow » = augmentation de hauteur « \leftarrow » = diminution de largeur, « \leftrightarrow » = conservation de la même grandeur. Donc, dans cette formule le « \neq » est un signe (*rigoureusement intentionnel et subjectif*) qui signifie que, si à l'occasion du transvasement de la boisson du récipient A au récipient L la hauteur de la boisson augmente ($\uparrow h$) tandis que sa largeur diminue ($\leftarrow l$) *proportionnellement*, si malgré cette compensation objective l'enfant n'est pourtant pas en état de réaliser en lui-même (dans son esprit) cette même compensation – en concluant donc que la quantité totale de boisson est restée la même ($\overset{g}{\leftrightarrow}$) – cet enfant n'est pas doué d'une capacité de synthèse « multidimensionnelle » [l]×[h] qui seule *nous* permet d'affirmer l'identité entre la boisson de départ et la boisson d'arrivée. Sur la base de cette symbolisation nous pouvons donc résumer le « processus moteur » en trois stades décrit par Piaget en ces termes :

$$\{A \uparrow h \leftarrow l L \neq A \overset{g}{\leftrightarrow} L\} \rightarrow \{A \uparrow h \leftarrow l L = A \overset{g}{\leftrightarrow} L\}$$

Dans cette formule, l'élément à gauche signifie (stade 1) que l'enfant ne « conserve » pas la quantité de liquide/jetons lorsque le rectangle du récipient/figure est réorienté, tandis que l'élément de droite signifie (stade 3) qu'il arrive à compenser réciproquement les réorientations « gestaltiques » introduites par l'expérimentateur. Entre les deux stades il y a le stade 2 du doute/oscillation, qui est précieux en ce qu'il nous permet d'assister en direct à la mise en marche de la « mathématique » dans notre esprit, conçue donc comme une *force d'équilibrage mentale*, qui réalise la stabilisation systémique de toute « quantité extensive » le long de ses transformations perceptives.

C'est donc au travers de la description de cette dynamique cognitive que Piaget introduit dans le psychisme individuel le même Principe de Conservation qui a régi la naissance de la mécanique de Galilée et, comme je l'ai dit, il s'agit à mes yeux du coup de génie peut être le plus important dont Piaget nous a fait cadeau. Pour le montrer, je vais maintenant dévoiler l'extraordinaire fertilité de l'analyse piagétienne lorsqu'on sort du microcosme individuel de l'enfant Galilée pour re-atteindre les performances du grand Salviati à l'œuvre avec son élève Sagredo.

Commençons avec cet autre expérience piagétienne – toujours prise de *La genèse du nombre chez l'enfant* – ou je veux faire remarquer une démarche typique chez Piaget : celle de provoquer un étonnement chez les enfants en engendrant, au sein d'un même entretien, d'abord une certaine prévision basée sur l'évidence intuitive et perceptive, et ensuite sa falsification directement expérimentale.

(85) [Blas] « Regarde. Maintenant Madeleine verse le sirop rouge dans le verre là (on verse A_2 en L_1 plus étroit et plus haut [*ici Fig. 25a*] : le liquide monte aux $\frac{4}{5}$ tandis qu'en A_1 , le bleu atteint le $\frac{1}{2}$ — Il y a plus de rouge parce que c'est plus haut. — Il y a plus à boire, ou on dirait seulement? — Il y a plus à boire. Et maintenant (on verse le bleu dans B_1 et B_2 et le rouge en D_1 et D_2 larges et bas [*ici : Fig. 25b*]) ? — C'est le rouge qui a plus, parce qu'ici (les D), il y en a beaucoup.

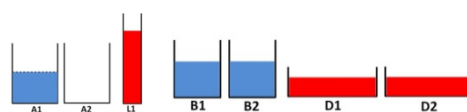


Figure 25ab [de moi]

Et alors si on reverse le bleu et le rouge ici (A_2 et A_1), le rouge arrivera plus haut ou ce sera la même chose? — Plus haut. » Sim reverse D_1 et D_2 en A_2 et B_1 et B_2 en A_1 : elle est très étonnée de voir que c'est le même niveau. [Piaget 1941a : 21.]

Ainsi que dans les cas de Blas et Ba en (62)-(63) il s'agit ici d'un jeu *gestaltique* savamment apprêté par Salviati/Piaget. Dans l'ensemble de ces situations on constate que l'enfant est *capturé* par l'aspect perceptif des cadres opératoires qui se succèdent devant son attention manipulatrice. L'objectif de Piaget est de montrer les étapes de ce processus d'« affranchissement » du moi enfantin de tout attachement intuitif et « synchrétique » :

(86) « La méthode de la comparaison globale (stade 1) est non seulement vague, mais statique et sans mobilité, parce que liée à certains états perceptifs particuliers des collections à comparer sans qu'un mécanisme opératoire permette de relier ces différents états successifs en une totalité dynamique ou en un système de relations. Ce qui définit le mieux, en dernière

analyse, ce premier stade, ou le point de départ de cette évolution, c'est donc une irréversibilité encore presque complète de la pensée. Sans doute, les rapports qualitatifs globaux établis par l'enfant, tels que « plus long », etc. sont-ils susceptibles d'engendrer chacun un rapport inverse, tel que « moins long », etc. Mais comme ces rapports ne sont ni décomposables en unités qualitatives ou numériques ni coordonnés entre eux mais simplement agglomérés en un tout non structuré, ils ne peuvent encore constituer un système réversible, d'où *la prédominance de l'intuition perceptive sur les opérations*, puisqu'il n'y a pas encore d'opérations possibles. [...]

Avec la troisième méthode (stade 3) par contre, un progrès décisif est réalisé : la correspondance conduit à l'équivalence durable et nécessaire, c'est-à-dire à la notion que les collections correspondantes demeurent équivalentes indépendamment de leur configuration ou de la disposition des éléments. Notons d'abord que ce progrès se réalise d'une manière très continue, par *un affranchissement progressif de la figure ou de l'intuition perceptive*. [...] Le facteur fondamental du dernier développement nous paraît se trouver dans la mobilité et la réversibilité entières acquises par le type d'action qui intervient dans les constructions de l'enfant. En effet, *l'opération effectuée n'est plus immédiatement absorbée par le résultat intuitif obtenu* : elle s'en dégage, c'est-à-dire que l'action devient capable de revenir en arrière. Toute transformation peut être compensée par la transformation inverse de telle sorte que n'importe quel arrangement peut engendrer n'importe quel autre arrangement, et réciproquement. » [Piaget 1941a : 115-20. Les italiques sont de moi.]

Je vais maintenant montrer que cette même méthode qui conduit à l'étonnement de l'interlocuteur au travers d'un *jeu gestaltique* tout à fait *identique* à celui que nous venons d'observer à l'œuvre chez Piaget et ses enfants – le jeu entre « couché » et « dressé » – est réalisé par Salviati avec ses amis Sagredo et Simplicio, afin de leur apprendre cette Conservation du mouvement qui a inspiré (cf. (60)) ces recherches piagétienne.

Contemplant le Plan Incliné CAB [Fig. 26] où Salviati va faire rouler sa sphère imaginaire pour apprendre à Sagredo que lors de sa chute gravitationnelle à partir d'une hauteur CB donnée l'élan du corps tombant demeure le même, tout à fait indépendamment de la longueur de la trajectoire parcourue – et donc de la largeur l de la base d'appuis AB – si seulement la distance de chute h demeure la même :

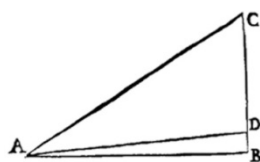


Figure 26 [Galilée 1632 : 118]

Pour se convaincre qu'une même quantité d'élan se conserve dans n'importe quelle inclinaison du plan CA, Sagredo devra accomplir une tâche « $[l] \times [h]$ » tout à fait analogue à celle qui trouble l'esprit des enfants interrogés par Piaget. Pour mieux nous en rendre compte, enrichissons l'image galiléenne en considérant les deux plans inclinés A et L, qui reproduisent les proportions des verres en (62-3) et (85) :

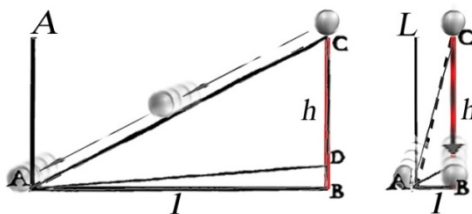


Figure 27ab

Si nous comparons les discussions entre Salviati et Sagredo/Simplicio concernant le rapport entre la pente du plan incliné et la quantité d'élan, à celles entre Piaget et les enfants qu'il interroge autour du rapport entre la pente des verres et la quantité de boisson, nous remarquerons l'isomorphisme parfait entre ces deux situations.

La différence entre les deux cas – la conservation du même liquide grâce à la co-variation $h \times l$; la conservation du même élan grâce à la constance « extensive » de h (la hauteur de la chute) – est en soi

tout à fait inessentielle pour ce qu'il s'agit de distiller : nous allons voir que Sagredo et Simplicio ne parviennent à comprendre qu'un même élan est « contenu » tant dans le « récipient » A que dans le « récipient » L que lorsqu'ils se rendent capables d'égaliser au niveau purement mathématique (projectif et trigonométrique) les deux situations en Fig. 27ab, qui, du point de vue de l'intuition perceptive, se présentent tout à fait hétérogènes.

Bref, la maïeutique de Salviati devra faire en sorte de conduire Sagredo et Simplicio de l'élément de gauche à l'élément de droite de notre formule piagétienne : $\{A \uparrow h \leftarrow L \neq A \overset{g}{\leftrightarrow} L\} \rightarrow \{A \uparrow h \leftarrow L = A \overset{g}{\leftrightarrow} L\}$, en les « affranchissant de la figure perceptive » du Plan Incliné... grâce à ce même Plan Incliné. Observons.

La célèbre expérience dont il est question [Galilée 1632 : 111-121] intervient au tout début du *Dialogue des Grands Systèmes* lorsque Sagredo n'arrive pas à accepter l'idée que tout mouvement, aussi rapide et soudain qu'il soit, « passe par tous les degrés précédents de lenteur, en nombre infini, qui se trouvent entre n'importe quel degré assigné de vitesse et l'état de repos » [ibid. : 110]. Pour le convaincre, Salviati doit avant tout *désarticuler* de l'intérieur les certitudes de son élève – intuitives et formant dans leur ensemble une unité globale purement intuitive et « syncrétique » – pour ensuite le « forcer » à les ressouder ensemble – Piaget dit « les multiplier » – à un niveau plus subtil et profond, c'est-à-dire à un niveau *purent* mathématique et projectif. Écoutons donc Salviati à l'œuvre.

(1) *Première image intuitive* – Le fait de l'accélération incessante d'un corps qui tombe à partir de la quiétude est accepté comme une évidence immédiate : « J'en suis absolument certain ».

(87) « SALVIATI - Hésiteriez-vous à admettre que ce boulet, quand il descend, acquiert toujours davantage d'élan et de vitesse ? SAGREDO : J'en suis absolument certain. » [Galilée 1632 : 112.]

(2) *Deuxième image intuitive* – L'élan accumulé par une sphère oscillante à tout moment de sa descente est le porteur actuel de la puissance de la faire remonter à la même hauteur d'où elle est partie. Ce fait aussi est accepté « sans objection », grâce à une suite d'images absolument convaincantes :

(88) « SALVIATI - Et si je vous disais que l'élan acquis en n'importe quel point du mouvement est suffisant pour reconduire le boulet à la hauteur d'où il est parti, le concéderiez-vous ? SAGREDO - Sans objection. [...] C'est ce que montre l'expérience : si on prend un poids suspendu à une corde, qu'on l'écarte de la verticale qui est son état de repos, et qu'on le laisse aller librement, il descend vers la verticale et la dépasse d'une distance égale à celle qu'il a parcourue, ou d'un peu moins à proportion qu'il est empêché par l'air, la corde ou d'autres obstacles. De même l'eau, quand elle descend dans un siphon, remonte d'autant qu'elle était descendue. » [Ibid.]

(3) Un critère d'égalisation de la quantité de vitesse/élan est introduit, qui produit la synthèse logique (1)×(2) : deux corps qui tombent en chute accélérée à partir du repos, sont les porteurs actuels d'un même élan lorsqu'ils se trouvent à la même distance *verticale*=*h* du point de départ, en ce que l'élan qu'ils ont accumulé a la puissance de les faire remonter à la même hauteur d'où il sont partis : « Je le crois sans hésiter »...

(89) « SALVIATI : Aurez-vous quelque difficulté à admettre que, si deux mobiles égaux, sans rencontrer d'obstacle, descendent le long de lignes différentes, ils acquièrent pourtant des élans égaux, du moment qu'ils se rapprochent également du centre ? SAGREDO : Je ne comprends pas bien la question. SALVIATI : Je vais m'expliquer mieux avec une figure [ici Fig. 26]. AB sera cette ligne parallèle à l'horizon ; au-dessus de B j'élève la perpendiculaire BC, puis je joins CA en oblique. Supposons que CA soit un plan incliné tout à fait lisse et dur, le long duquel descend une bille parfaitement ronde, d'un matériau très dur, et qu'une pareille bille descende librement par la verticale CB, je vous demande si l'élan de la bille qui descend le long du plan CA, quand elle a rejoint le terme A, peut être égal à l'élan que l'autre bille a acquis au point B, après être descendue par la verticale CB. SAGREDO : Je le crois sans hésiter : toutes deux se sont rapprochées également du centre et, selon ce que je vous ai concédé, leurs élans suffiraient aussi à les ramener à la même hauteur. » [Ibid.]

Deux évidences conjointes s'affirment donc puissamment dès le début : a) l'*accélération naturelle* de la chute ; b) la *polarité interne* de cette même allure accélérative. Une seule image globale impose

de la sorte [Fig. 28.I] : d'un côté, l'augmentation constante et uniforme du mouvement = rapidité avec laquelle il se hâte vers sa destination, de l'autre, celle du mouvement = élan qui l'anime de l'intérieur, et qui est toujours virtuellement compensé par un élan opposé. C'est donc sur la base de l'évidence solide d'un corps qui tombe-et-rebondit, un pendule qui oscille ou de l'eau qui descend dans un siphon pour immédiatement remonter de l'autre côté... que Sagredo admet finalement que, sans faille (« Je le crois sans hésiter ») un même *élan* – donc un même *mouvement* – sera présent tant dans le corps qui tombe par la verticale CB que par celui qui glisse sur *n'importe quel* hypoténuse CA. Autrement dit : une même intensité de rapidité/élan *se conserve* au travers de n'importe quelle transformation apparente dans la trajectoire parcourue.

Salviati s'occupera maintenant de faire bouger cette même certitude qu'il vient d'engendrer dans ses amis, ainsi que Piaget fait avec ses petits. Résumons tout le parcours en trois passages.

I. A la suite de la (89), la certitude de Sagredo [(1)×(2)] est enracinée dans la clarté d'une double image parfaitement claire (mais pas tout à fait distincte !) : la progressive augmentation de la *rapidité* des chutes CB, CA, CA_I, C_IA_I [Fig. 28.I] coïncide avec la progressive accumulation d'un *élan* en sens inverse.

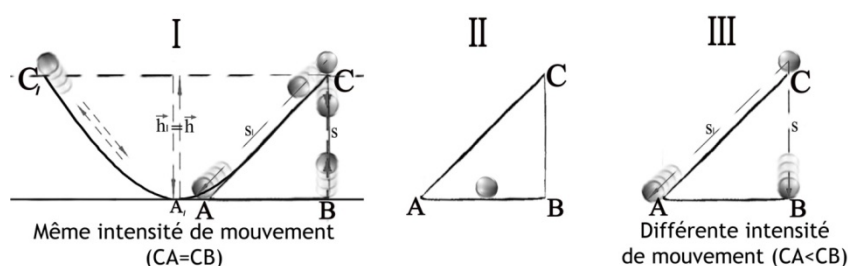


Figure 28

La maïeutique de Salviati conduit ses interlocuteurs dans la dimension purement projective du phénomène de la chute accélérée, en suivant un rythme ternaire (I-II-III) qui lui permet de tracer une « coupure » à l'intérieur de la notion tout à fait claire et évidente de « vitesse », qui en résulte ainsi subdivisée en une « vitesse-élan » et une « vitesse-rapidité ».

II. Salviati enchaîne maintenant *une autre* image – cette fois-ci de parfaite immobilité [Fig. 28.II] – douée du même degré d'évidence que celle qui la précède :

(90) « SALVIATI : Et que ferait la même bille, posée sur le plan horizontal AB ?
SAGREDO : Elle resterait immobile, puisque ce plan n'a aucune inclinaison. » [Ibid.]

III. Et nous voilà enfin au troisième moment : le « prestige », le moment de l'étonnement qui passe par l'évidence d'une troisième image [Fig. 28.III] : la bille qui en A est animée par le même *élan* qu'en B, descend pourtant plus *lentement* sur CA que sur CB, où « CA » signifie *le plan incliné* en sa généralité : à savoir toute surface formant avec BA un angle $\alpha > 0^\circ$

(91) « SALVIATI : Mais sur le plan incliné CA, elle descendrait, *plus lentement cependant* que par la verticale CB. » [Ibid. L'italique est de moi.]

Donnons à cette suggestion son *impérative* image d'appui. Soit s_I [Fig. 29] un quelconque trajet incliné de la bille qui glisse, et s le trajet vertical de cette même bille qui tombe.

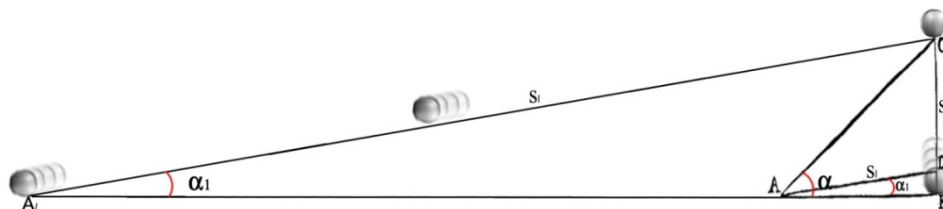


Figure 29

Un irréductible décalage cognitif oppose l'aspect perceptif d'une évidence mécanique à son essence purement projective.

Il nous est beaucoup plus facile de *percevoir* la lenteur de la bille sur la pente CA_I que sur la pente DA, bien qu'il s'agisse – projectivement – de la *même* pente S_I

Dans l'image ci-dessous j'ai transposé en dehors du triangle ABC le trajet incliné DA – qui, dans le texte, représente l'une quelconque des descentes comprises entre 0° et 90° exclus – qui devient ainsi

CA₁. On voit bien que la *taille externe* de s_1 (la descente inclinée) et s (le précipice vertical) n'a ici aucune importance, car les deux triangles ADB et A₁CB représentent une même proportionnalité de rapports *internes* – trigonométriques – entre la base ($\cos\alpha$) et le côté vertical ($\sin\alpha$). Et toutefois, malgré sa parfaite équivalence avec l'image en Fig. 28.III, l'image en Fig. 29 est pour notre *perception* beaucoup mieux adaptée pour engendrer l'étonnement visé par Salviati. Nous *percevons* en effet immédiatement – comme le petit confronté aux verres couchés/dressés en (85) que la *rapidité* du mouvement de la sphère diminue radicalement par rapport à celle de sa chute verticale le long de s . Confronté à cette troisième incontournable évidence, Sagredo s'arrête, dans l'étonnement :

(92) « SAGREDO - J'allais vous dire "oui" sans hésiter, car le mouvement par la verticale CB me paraît forcément plus rapide que le long du plan incliné CA. Mais alors, comment la bille qui tombe le long du plan incliné pourrait-elle, une fois arrivée au point A, avoir autant d'élan, c'est-à-dire exactement le même degré de vitesse que possède au point B la bille tombant par la verticale ? Ces deux propositions me semblent contradictoires. » [Ibid.]

« Ces deux proposition me semblent contradictoires » : voilà Sagredo qui se met à côté du petit Edi (stade 2 : (66)) qui « rajoute, enlève à nouveau, etc., sans parvenir à se satisfaire. ». Trois pages de *Dialogue* [114-117] vont encore suivre pour que Sagredo – et avec lui Simplicio – puissent accepter de passer outre, car leur esprit n'arrête pas d'osciller entre le plan incliné « couché » (le grand en Fig. 29) qui *impose* d'une part la lenteur « absolue » de la sphère sur s_1 ainsi que la rapidité « absolue » de sa chute le long du précipice « dressé » s , et d'autre part les évidences en Fig. 28.I, qui au contraire imposent, avec la même impérativité, une égalisation dynamique entre tous les inclinaisons concevables. Sagredo devra donc réaliser ici la même opération mentale que nous lui avons fait accomplir à la suite de ses déclarations en (39) (« encore maintenant cela me paraît impossible... »). Dans ce cas, il s'agissait de distinguer, au sein d'une même intuition « globale » et donc « syncrétique » du mouvement du pendule, entre la *vitesse* et la *fréquence*, tandis que dans le cas du Plan Incliné il s'agit de distinguer – toujours à l'intérieur du mouvement d'un corps – entre la vitesse/rapidité et la vitesse/élan. Une fois réalisée cette distinction, Sagredo sera capable de *multiplier* ces deux dimensions, et il aura de la sorte *égalisé* le phénomène : un processus que je prendrai en charge dans la partie qui suit, en [§10.1, §10.2].

Avant d'atteindre ce résultat toutefois (son « troisième stade » décalé), Sagredo doit d'abord endurer une phase-Edi (« deuxième stade ») grâce à l'intervention maïeutique de Salviati, qui arrive à ébranler ses certitudes de la phase-Blas/Ba (le « premier stade » décalé de Simplicio).

On voit donc avec extrême distinction que la formule $\{A \uparrow h \leftarrow L \neq A \leftrightarrow L\} \rightarrow \{A \uparrow h \leftarrow L = A \leftrightarrow L\}$ exprime chez Piaget un processus « multiplicatif » d'égalisation interne à la conscience humaine qui résume en lui cette même *spirale expérimentale* que j'ai décrite en §4.4.1. La profondeur, le rythme et le devenir interne de ce processus – *toujours* visé par Piaget, dans n'importe laquelle de ses interrogations « maïeutiques » – sont en conséquence *totale*ment mis entre parenthèse par des recherches qui ne s'occupent que de voir si un certain être vivant est ou non capable de saisir une « numérosité ». Ces dernières recherches – je ne laisse de le répéter – sont très précieuses, mais face à leurs résultats il ne faut surtout pas oublier l'enjeu du questionnement de Piaget, qui ne se proposait rien de moins que de montrer *la présence active et agissante d'une entière dynamique expérimentale, derrière la plus simple des opérations de comptage.*

6.3.1 Les émanations successives d'une même étonnante prise de conscience...

(93) « Et bien, dit Socrate, je suis loin, par Zeus, de croire que je connais la cause de ces choses, moi qui n'accepte même pas de dire, quand à une unité on ajoute une unité, si c'est l'unité qui a subi une adjonction qui est devenue deux, ou si c'est l'unité ajoutée et celle à laquelle on l'a ajoutée qui, du fait de l'adjonction de l'une à l'autre, sont devenues deux. Je m'étonne en effet de ceci : quand chacune était à part de l'autre, chacune était bien une, il n'y avait pas alors de deux ; mais quand elles se sont rapprochées, la cause de production du deux s'est produite en elles, c'est-à-dire la rencontre, qui vient du fait d'être rapprochées. » [Platon, *Phéd.* : 100°.]

Il faut reconnaître qu'à la suite de l'impulsion piagétienne, l'étonnement socratique ($\theta\alpha\upsilon\mu\alpha\sigma\iota\alpha$) face à $1+1=2$ est fort heureusement devenu l'étalon de mesure de toute la psycho/neurologie cognitive. Il est vrai que Socrate – ainsi que Descartes ($2+3=5$) Kant ($7+5=12$) et Frege ($1+1=2$, comme Socrate)

– s'étonne pour une raison parfaitement *opposée* à celle qui engendre les réactions des nourrissons de Karen Winn (ici (54)), qui réagissent au contraire à « $1+1=1$ » et non pas à « $1+1=2$ »... mais c'est bien dans cette opposition diamétrale – aux deux extrêmes de notre développement – que je vois le cœur de la question, et la clé de voûte capable de rendre à l'être humain la continuité évolutive d'une seule vie mentale.

En fait, j'ai déjà exposé en §3.1 le modèle intra-mathématique que je vise à fonder sur le plan psychologique comme schéma général de notre développement cognitif : la suite $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{Q}, \mathbf{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$ représente *un même* mouvement de « trans-modalisation successive », dans laquelle « une situation rigoureusement *impossible* devient un jour l'acte de naissance d'une nouvelle entité évidente ». Ce que maintenant je suis en train de faire est montrer que ce modèle logique et modal est en effet l'aspect bipolaire d'une même force cognitive qui se détend – identique à elle-même – de notre naissance à la naissance de la science dans notre conscience, et comme je l'ai dit dans cette entreprise, l'œuvre immense de Jean Piaget sera notre astronomie ptolémaïque à renverser. Venons donc maintenant aux deux notions piagétienne de « prise de conscience » et de « décalage ».

Chez Piaget, l'étonnement des petits du « premier stade » n'est enfin que le point de départ d'un seul et même processus de « prise de conscience » [Piaget 1974] qui jalonne – phase après phase – tout le développement de notre vie mentale :

(94) [Sim] « On pose les deux grands verres A_1 et A_2 devant l'enfant. – Tu vois, on va remettre tout le sirop bleu ici, comme avant (A_1) et tout le sirop rouge là. Où arrivera le bleu ? — (Montre un certain niveau.) – Et le rouge ? – (Montre un niveau plus élevé.) Le rouge arrivera plus haut que le bleu ? – *Oui, il y a plus de rouge* (montre le niveau prévu), *parce qu'il y a plus de rouge ici* (montre les 4 verres C_1 à C_4). Tu dis que ça arrivera jusqu'ici ? *Oui*. – (On marque le niveau prévu avec un élastique.

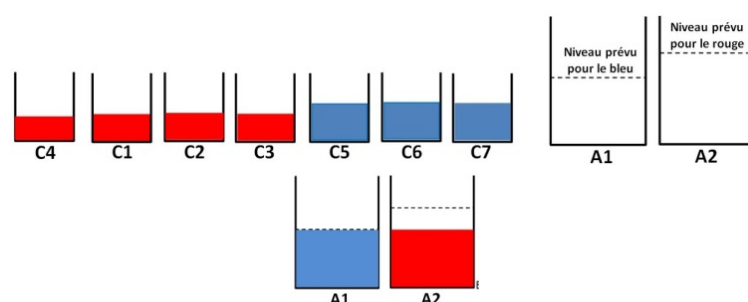


Figure 30 [de moi]

Sim verse alors elle-même le liquide et constate avec plaisir qu'il s'élève jusqu'à cette marque, mais ensuite elle est fort étonnée en versant le liquide bleu dans A de constater qu'il atteint le même point.) – C'est la même chose ! » [Piaget 1941a]

« C'est la même chose ! » s'écrie Sim ; « Cela me paraît impossible ! » répond Sagredo ((39)) ; « *Ich sehe es, aber ich glaube es nicht !* [je le vois mais je n'y crois pas !] » s'exclamera Georg Cantor confronté aux « outrageuses » évidences imposées par ses « projections ». Cet événement – qui est bien *notre* passage $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ [§4.3.1] – définit formellement la piagétienne « prise de conscience ».

En fait, si on peut dire que Poincaré est le généralisateur de la théorie dédékindienne des coupures dans le domaine de l'épistémologie de la transformation scientifique [Poincaré 1902, 1905], Jean Piaget de sa part est non seulement le théoricien des « groupes de déplacement » poincaristes, mais à son tour le généralisateur de la « coupure » poincariste dans le domaine universel et illimité de l'Épistémologie Génétique, où il pose la « prise de conscience » comme le pivot de ce « système dynamique en activité continue » qu'est notre « vie mentale » [Piaget 1974 : 7]⁸ :

(95) « Pour le sens commun des psychologues, la prise de conscience ne consiste qu'en une sorte d'éclairage ne modifiant ni n'ajoutant rien, sinon la visibilité à ce qui était donné avant qu'on y projette la lumière. Freud va jusqu'à comparer la conscience à un « organe des sens interne », étant entendu, dans sa perspective, que la sensation se borne à recevoir une matière extérieure sans être susceptible de la transformer. Cependant, nul n'a contribué plus que lui à nous faire considérer l'« inconscient » comme un système dynamique en activité continue.

Nos présentes recherches conduisent à réclamer des pouvoirs analogues en faveur de la conscience elle-même. » [Piaget 1974 : 26.]

Pour Piaget, la « prise de conscience » est un événement [processus/résultat] qui se produit au travers d'un labeur d'attention dirigé sur les actions que nous mettons en place pour atteindre un certain but et qui sont (souvent, pas nécessairement) habitées par des « pseudo-contradictions » cognitives à résoudre. L'analyse piagétienne de ce phénomène, le décrit dans les termes : 1) d'une logique des classes/propositions, 2) d'une topologie dynamique de l'action.

(1) Lorsque l'enfant fait face par exemple au problème de la *fronde* – atteindre une cible avec une sphère en bois lancée en faisant tourner la ficelle à laquelle elle est attachée [1974 : 41] – il se confronte à la « pseudo-contradiction » engendrée par son « insuffisante coordination vectorielle » [29], qui lui fait penser en même temps qu'un objet *qui tourne* partira nécessairement *de côté* après le lâcher, et que pour atteindre une cible quelconque avec un projectile, il faut nécessairement lâcher ce dernier lorsqu'il se trouve sur le diamètre rectiligne qui nous sépare *frontalement* de la cible à atteindre. Cette pseudo-contradiction constitue chez l'enfant le pivot d'une dynamique de prise de conscience, car elle « donne prise » à sa conscience, ainsi conduite à réaliser une « conceptualisation » – transformation en concepts – des schèmes moteurs que jusqu'ici l'enfant savait coordonner seulement du point de vue pratique.

Je vais maintenant donner le compte rendu de l'événement de la « levée » de cette contradiction, d'abord en termes de classes, propositions et significations. Ainsi que je l'ai fait dans le cas de Sagredo et Edi j'offrirai une perspective simultanée entre l'épisode de cette prise de conscience, et celui qui a engendré chez Richard Dedekind la création de Nombres Irrationnels. J'intercale donc entre crochets les suppositions qui s'adaptent au cas de la *Schöpfung* dédékindienne des réels \mathbb{R} , comme si Dedekind confronté à la grandeur $\sqrt{2}$ était un enfant qui doit résoudre le casse-tête de la fronde :

(96) « Le dépassement de la pseudo-contradiction initiale [entre « nombre » et « incommensurable »] et la levée de la contradiction réelle des débuts, s'expliquent donc tous deux par une extension progressive des référentiels, à partir des classes d'observables limités, jusqu'à celles de toutes les possibilités. En effet, tandis que les référentiels initiaux, qui sont la classe des trajets obliques après lâchages [nombres] (supposition p) et celle des arrivées face à la boîte [incommensurables] (supposition q), conduisent à l'exclusion réciproque, soit $(p.\bar{q})\vee(\bar{p}.q)$, les référentiels finals (tous les possibles) comportent une intersection, celle des trajets obliques aboutissant au but [nombres rationnels et irrationnels = \mathbb{R}]. Or, cette intersection des classes (correspondant à p et q élargis) engendre le système plus compréhensible $(p.q)\vee(p.\bar{q})\vee(\bar{p}.q)$ éliminant toute contradiction entre p et q . Il s'y ajoute naturellement la correction des significations de p et q , c'est-à-dire la substitution d'un point de vue relationnel aux faux absolus restrictifs initiaux (zones privilégiées sans but et rejet perpendiculaire à la boîte), ces transformations permettant alors la coordination des deux actions ou mouvements supposés hétérogènes en un système notionnel cohérent [le Système des Nombres Réels]. » [Piaget 1974 : 41- 42.]

En synthèse : les perplexités de ses élèves⁹ « donnent prise à la conscience » de Dedekind, qui se propose en conséquence de « lever la contradiction » entre l'« absolu restrictif » d'un nombre par là même saisi comme *rationnel* (supposition p) et l'« absolu restrictif » complémentaire, qui force l'incommensurable à être une grandeur (supposition q). Le « parcours comportemental » [Piaget 1974 : 263] qui suit, engendre enfin la prise de conscience/connaissance d'un nouveau « système notionnel » – le *Gedankenwelt* de « tous les possibles » – grâce à une réattribution de sens tant à l'objet « continuité » qu'à l'« action propre » qui s'appelle « opération arithmétique ». La « prise de connaissance » de l'objet coïncide dans ce cas avec la prise de conscience de l'« action propre », car l'objet « continuité » s'avère n'être que l'aspect externe d'une opération de *Ausfüllung in Gedanken* [« remplissage en pensée », Dedekind 1872 : 21] que nous réalisons si seulement nous voulons le faire.

(2) Or l'analyse dynamique de cet événement $e_i = \Delta t_{i(0 \rightarrow 1)}$ de re-sémantisation du produit $p \times q$, conduit Piaget même à tracer une coupure *interne* à l'action qui l'engendre, car elle s'impose comme subdivisée en un *pragma* (surface) et une *praxis* (profondeur) :

(97) « [Le comportement donné] débute, en effet, par la poursuite d'une fin, d'où les deux observables initiaux que nous pouvons appeler périphériques en tant que liés au déclenchement

et au point d'application de l'action : la conscience du but à atteindre, autrement dit de l'intention en tant que direction globale de l'acte, et la prise de connaissance de son aboutissement en tant qu'échec ou réussite. Plus précisément, nous ne définirons la périphérie ni par l'objet ni par le sujet, mais par la réaction la plus immédiate et extérieure du sujet face à l'objet : l'utiliser selon un but (ce qui, pour l'observateur, revient à assimiler cet objet à un schème antérieur) et prendre acte du résultat obtenu. » [Piaget 1974 : 263.]

La « périphérie de l'action » qui mènera à la finale prise de conscience/connaissance, est le tout premier mouvement [ΔtI] d'interaction entre le sujet intentionnant et l'objet intentionné – qui n'est pas le but de l'action, car le but est déterminé par « l'intention en tant que direction globale de l'acte ». Une fois ce premier mouvement achevé, [ΔtII] l'agent dirige son attention aux « régions centrales de l'action » :

(98) « La prise de conscience, partie de la périphérie (buts et résultats), s'oriente vers les régions centrales de l'action, lorsqu'elle cherche à atteindre le mécanisme interne de celle-ci : reconnaissance des moyens employés, raisons de leur choix ou de leur modification en cours de route, etc. » [Ibid.]

Cette analyse en deux temps $\Delta tI - \Delta tII$ complète et corrige l'idée que toute prise de conscience ne dérive que d'une situation de désadaptation [Claparède 1909], (a) en lui fournissant d'un côté des adéquates « raisons fonctionnelles », à savoir la structure dynamique qui seule rend possible ce rebondissement de l'action propre sur elle-même – et (b) en la « remplaçant » de l'autre côté « dans la perspective générale de la relation circulaire entre le sujet et l'objet » [ibid. : 281] où il n'y a pas la nécessité darwinienne d'un *échec* pratique pour que l'action se fasse réflexion, car la prise de conscience se révèle enfin comme le fruit le plus naturel et logique du « processus assimilateur lui-même », au sein duquel toute action est un certain savoir, et *vice-versa* tout savoir est un certain comportement.

(a) La structure dynamique : la primauté de l'interaction $S \leftrightarrow O$ sur ses termes S et O

(99) « La connaissance procède à partir, non pas du sujet, ni de l'objet, mais de l'interaction entre les deux, donc du point P de la figure ci-contre, point qui est effectivement périphérique par rapport tant au sujet (S) qu'à l'objet (O).

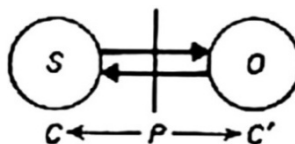


Figure 31

De là, la prise de conscience s'oriente vers les mécanismes centraux C de l'action du sujet, tandis que la prise de connaissance de l'objet s'oriente vers ses propriétés intrinsèques (et, en ce sens, également centrales C), et non plus superficielles en tant qu'encore relatives aux actions du sujet. Or, comme nous y reviendrons plus loin, les démarches cognitives orientées vers O et vers C sont toujours corrélatives, cette solidarité constituant la loi essentielle de la compréhension des objets comme de la conceptualisation des actions [...] Ainsi par un va-et-vient entre l'objet et l'action, la prise de conscience se rapproche par étapes du mécanisme interne de l'acte et s'étend donc de la périphérie P au centre C [...]. Les désadaptations se produisent à la périphérie P de l'action, ce qui imprime à la conscience de celle-ci une direction centripète en C, en même temps qu'orientée vers la compréhension de l'objet en C'. » [Ibid. : 263-64.]

(b) La primauté de l'assimilation sur la désadaptation

(100) « Il convient de situer les raisons fonctionnelles de la prise de conscience dans un contexte plus large que celui des désadaptations, mais qui comprenne ces dernières à titre de cas particuliers non négligeables. [...]

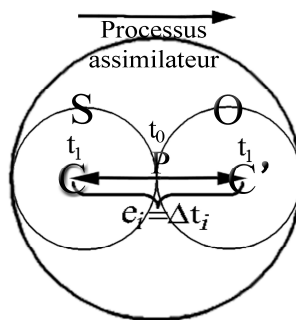


Figure 32 [de moi]

Un modèle du processus « assimilateur » de la « prise de conscience », selon la façon dont Piaget en décrit la dynamique interne.

Nous devons constater qu'une prise de conscience progressive se constitue même sans aucune désadaptation. En ce dernier cas, si le progrès de la conscience ne tient plus aux difficultés de l'action, il ne peut que résulter du processus assimilateur lui-même. S'assigner un but face à l'objet, c'est déjà assimiler celui-ci à un schème pratique et, dans la mesure où le but et le résultat de l'acte donnent prise à la conscience, tout en demeurant généralisables en actions, le schème devient concept et l'assimilation devient représentative, c'est-à-dire susceptible d'évocations en extension. » [Ibid. 264-5. L'italique est de moi.]

Le début de notre $e_i = \{\text{événement de la refondation de la continuité dans tous les domaines de la mathématique}\}$ est en $\Delta tI=P$, lorsque Dedekind se propose d'expliquer à ses élèves les raisons de $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$. Propulsé par cette primordiale poussée assimilatrice, il s'aperçoit de l'échec de son action [in]achevée, et cet échec « imprime à la conscience de celle-ci une direction centripète » en C/C' . Le résultat en est qu'à l'issue de l'intervalle de temps $\Delta t_{i(0 \rightarrow 1)}$ Dedekind prendra conscience que l'obstacle à une rigoureuse *Ausfüllung* du vide qui sépare les nombres rationnels des grandeurs incommensurables ne provient pas de l'objet, mais d'une « pseudo-contradiction » interne à ses « démarches cognitives ».

Ce rebondissement centripète qui a lieu « en cours de route » lors de toute découverte/apprentissage d'un nouvel objet mathématique, nous oblige donc à introduire une *coupure* dans le « continu d'un seul tenant » de ce genre d'événements, et à introduire une profondeur et une surface de l'action. En fait, si la conscience a une *prise* sur la « pseudo-contradiction » qui l'arrête en chemin sans pourtant la paralyser, cela signifie que le sujet de cette prise de conscience est toujours en train de bouger aux deux niveaux du *pragma* (surface : le résultat visible de son action présente, qui doit être corrigée), et de la *praxis* (profondeur : l'action même, en cours de déroulement, qui peut changer de direction sans pourtant s'interrompre). Ce mouvement est celui d'un « va-et-vient » (une « navette continue » [Piaget 1974 : 265]) entre « l'action et son objet », qui conduit le sujet toujours plus en profondeur tant vers le cœur C' de l'objet que vers son propre cœur C . Dans notre cas, Dedekind découvre que $C \equiv C'$, car la continuité de l'objet pensé s'avère n'être que la continuité du sujet pensant.

Or cette double dimension surface/profondeur doit être *simultanément* agissante à tout instant du déroulement du processus d'apprentissage, à savoir à tout instant où la nécessaire simultanéité entre l'*eurêka !* et le *mematheka !* (j'ai appris !) internes à une nouvelle découverte prend forme. Autrement dit, de même toute musique se compose de la surface continue du *mélòs* et du fond de son espace d'harmonie, de même le *mathéma* représenté par toute démonstration à n'importe quel instant de son déroulement, n'est que l'aspect *résultatif* toujours complémentaire et simultané au processus de *mathesis* se déployant dans la conscience du mathématicien. Ce rythme mental tridimensionnel ($\Delta tI \rightarrow \Delta tII$) engendre enfin la simultanéité *mathesis/mathéma* de la démonstration achevée.

6.3.2 ... et ses décalages internes

Nous disposons maintenant d'une perspective très claire et parfaitement soudée sur l'isomorphisme dynamique et cognitif qui lie deux moments diamétralement opposés de la vie d'un homme. Les couples Edi/Sagredo et enfant-de-la-fronde/Dedekind nous montrent la présence dans les deux situations d'un même défi *à la fois créatif et multiplicatif* lancé à notre appareil mental par des

situations autrement irrésolubles et incompréhensibles. Ceci est très important, et même *la chose la plus importante* : ce que je me propose de montrer [cf. §8] et en effet que l'« intervention », en général le phénomène, l'apparition d'une multiplication *n'est pas à son tour une multiplication*, ainsi que « l'action d'un groupe » n'est pas un groupe. En un mot, je montrerai que le passage auto-correcteur $\{A \uparrow h \leftarrow L \neq A \overset{g}{\leftrightarrow} L\} \rightarrow \{A \uparrow h \leftarrow L = A \overset{g}{\leftrightarrow} L\}$ – qui a toujours la nature d'une prise de conscience, et donc d'une « transfiguration » $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ qui fixe à la fois une nouvelle puissance égalisatrice et l'événement individuel de sa naissance – ne peut pas s'expliquer dans les termes de son résultat (une *multiplication* de nos richesses cognitives), mais seulement dans ceux de sa provenance : le pure et simple *fait* de sa venue à la lumière « *durch Abbildung* ».

Or dans tous les cas analysés, une dynamique expérimentale s'enclenche dans notre esprit, déployée sur la double dimension de sa surface et de sa profondeur, qui vise à *la fois* à créer des « nouvelles significations » pour des vieux concepts/schémas d'action, et à les *multiplier réciproquement* au sein de la nouvelle dimension ainsi venue à la lumière. Nous avons donc bien le droit de parler ici d'un phénomène de *décalage* : Sagredo/Edi se retrouve d'un coup tout petit à l'école de Salviati, pour apprendre à ne pas faire osciller ses convictions sur la conservation du mouvement lors de ses transvasements... ainsi que Dedekind n'est que l'un de ses propres *élèves* lorsqu'il découvre ne pas disposer d'une réponse satisfaisante à leurs questionnements. Plus rigoureusement : un « décalage » chez Piaget est la distance qui sépare – lors de tout nouveau passage de niveau évolutif – les compétences acquises au niveau précédent, de *ces mêmes* compétences en ce qu'elles doivent être appliquées dans cette nouvelle dimension de l'expérience. « Décalage » signifie donc que ce que nous avons déjà appris à un certain niveau, il faut que nous le réapprenions à chaque passage, en l'enrichissant des éléments qui caractérisent le nouveau monde. Je l'ai déjà évoqué, à côté de l'existence d'une intelligence irréductiblement verbale, à propos de l'objection dehaenienne aux interrogatoires de Piaget ((68)-(70)). Écoutons donc ce qu'affirme Piaget à propos du décalage qui sépare « le plan de l'action » du « plan verbal », et de l'effort de prise de conscience qui structurellement accompagne la montée du premier au deuxième :

(101) « D'où vient ce décalage des difficultés du plan de l'action sur le plan verbal ? Autrement dit, pourquoi le fait de parler d'une relation fait-il réapparaître des difficultés vaincues sur le plan de l'action ? Il n'y a pas là, croyons-nous, qu'une difficulté à imaginer ou à visualiser des situations que l'action permet de percevoir telles quelles. Il y a plus : il y a une difficulté de prise de conscience. Pour que l'enfant arrive à distinguer les expressions verbales de la langue adulte, qui caractérisent nettement l'appartenance (nous sommes trois frères) et la relation (j'ai deux frères) il faut, en effet, plus qu'une simple imagination des différents points de vue : il faut avoir nettement pris conscience d'une distinction dont on saura peut-être tenir compte dans l'action sans pour autant l'avoir remarquée. C'est pourquoi le langage est si important : il est l'indice de la prise de conscience. Il faut, dès lors, mettre un grand soin à l'étude des formes verbales de l'enfant. » [Piaget 1926 : 79.]

Un *décalage* sépare donc Géo [*troisième stade* (67)] qui sans le moindre souci – mais aussi sans la moindre *mémoire* – affirme avec assurance : « Bien sûr c'est le même : on n'a fait que verser ! » - et le pauvre Sagredo, qui après avoir affirmé – avec autant de certitude – « je le crois sans hésiter »... dérape au niveau d'Edi pour commencer avec un oui, mais non, mais si...

Nous dirons que dans ce cas, le décalage est entre le niveau *perceptif* et le niveau *projectif* de la même compétence. Il est évident en effet que Sagredo ne pourrait même pas commencer son parcours d'élève à l'école de Salviati si son monde était le monde de Blas et Zu. Un monde où la « quantité extensive » varie selon les formes que prennent les récipients qui la contiennent – un monde donc où c'est le récipient, la forme externe, qui mesure le contenu, et pas le contraire – ne saurait offrir aucun encadrement de départ pour arriver à s'interroger sur des constantes – l'élan, la fréquence, le poids atomique... – qui ne peuvent être saisies qu'en deçà de toute configuration perceptive déterminée. Pour ce faire, donc, pour obtenir cette distillation expérimentale et purement mathématique de ces objets nouveaux, il faut que le monde perçu forme un squelette bien fixe et permanent, sans quoi aucun étalon d'accès ne pourrait ancrer nos raisonnements. D'autre part, ce nouveau monde « transintuitif » est vraiment nouveau et irréductiblement *au-delà* de l'intuition perceptive. Pour y accéder, Sagredo se confronte donc avec un espace phénoménal qui n'a plus rien du monde perceptif où il a pourtant son ancrage. Reprenons le *Dialogue* où nous l'avons laissé ...

(102) « SAGREDO : ... Voilà pour moi des propositions contradictoires [la sphère procède plus lentement, et elle a le même élan] ; et pour vous, signor Simplicio ? SIMPLICIO : C'est la même chose. SALVIATI : Vous feignez de ne rien y entendre pour vous moquer de moi, alors que vous comprenez mieux que moi. Dites-moi donc, signor Simplicio : quand vous imaginez qu'un mobile est plus rapide qu'un autre, quelle idée vous représentez-vous en votre esprit ? SIMPLICIO : Je me représente que l'un parcourt dans le même temps un espace plus grand que l'autre, ou qu'il parcourt un espace égal, mais en un temps moindre. SALVIATI : Très bien ; et de mobiles également rapides, quelle idée vous représentez-vous ? SIMPLICIO : Je me représente qu'ils parcourent des espaces égaux en des temps égaux. SALVIATI : Vous n'en avez pas d'autre idée ? SIMPLICIO : Cela me semble la définition propre aux mouvements égaux. SAGREDO : Ajoutons simplement cette autre idée : on dit aussi que les vitesses sont égales quand les espaces parcourus ont entre eux le même rapport que les temps dans lesquels ils sont parcourus ; cette définition est plus universelle. SALVIATI : Tout à fait, parce que cette définition inclut le cas des espaces égaux parcourus en des temps égaux, mais aussi celui des espaces inégaux parcourus en des temps inégaux mais proportionnels à ces espaces. » [Galilée 1632 : 114-115.]

Confronté à ses hésitations, Sagredo est poussé par Salviati à une œuvre de *resignification* de ses mots... qui se révèlent plus avancés tant par rapport à ses *perceptions* que par rapports à ses *projections*. En fait, la définition qu'il propose – « les vitesses sont égales quand les espaces parcourus ont entre eux le même rapport que les temps » – n'est « plus universelle » qu'en ce qu'elle le transporte dans un univers qui se soustrait à toute imagination/intuition ordinaire, car là où il est question de simples *rappports*, nous n'avons plus affaire à des extensions concrètes et visibles : nous pourrions alors parler d'une vitesse *instantanée*, d'un repos qui en réalité est un mouvement... si seulement le phénomène nous l'impose sur la base de ses *proportions internes* [cf. ci-dessus l'exemple en Fig. 29]. Grâce à cette nouvelle combinaison de mots – cette nouvelle interprétation de ses vieux mots – l'œil mental de Sagredo se lance dans un monde de nature *irréductiblement* projective, car seulement un œil guidé par un esprit mathématicien peut y accéder. Dans ce monde nous utilisons sans aucun doute les images intuitives du monde de provenance, mais en les soumettant aux lois purement intelligibles d'un système opératoire en lui-même soustrait à toute imagination. C'est en ce sens que Piaget parle du destin de l'« imagerie visuelle » chez un enfant du 6^e stade de l'intelligence pratique (« Invention des moyens nouveaux par combinaison mentale », 1936 Chap. VI), lorsqu'au niveau de l'interaction pratique avec le monde l'enfant s'est totalement libéré de la nécessité d'une action concrète et sait « agir » au niveau purement mental, à savoir il sait *penser* :

(103) « La représentation est assurément nécessaire à l'invention, mais il serait erroné de la considérer comme seule cause. Bien plus, on peut soutenir, avec au moins autant de vraisemblance, que la représentation résulte de l'invention : le processus dynamique propre à cette dernière précède, en effet, l'organisation des images, puisque l'invention naît d'un fonctionnement spontané des schèmes d'assimilation. La vérité semble ainsi qu'entre l'invention et la représentation il y a interaction, et non pas filiation simple. Quelle peut être la nature de cette interaction ?

Les choses se clarifient dès que, avec la théorie des signes on fait de l'imagerie visuelle, propre à la représentation, *un simple symbolisme servant de « signifiant », et du procès dynamique propre à l'invention la signification elle-même, autrement dit le « signifié »*. La représentation servirait ainsi de symbole à l'activité inventive, ce qui n'enlève rien à son utilité, puisque le symbole est nécessaire à la déduction, mais ce qui la décharge du rôle trop lourd qu'on lui fait jouer parfois d'être le moteur de l'invention elle-même. Au contraire, l'invention par combinaison mentale implique cette représentation. Mettre d'avance une chaîne en boule pour l'introduire dans un orifice étroit (lorsque le sujet n'a jamais eu l'occasion de rien mettre en boule dans de telles circonstances), combiner d'avance les positions d'un bâton avant de le passer à travers les barreaux (lorsque l'expérience est nouvelle pour l'enfant), agrandir d'avance une fente pour en retirer un objet caché (lorsque l'enfant est aux prises pour la première fois avec un tel problème), cela suppose que le sujet *se représente les données offertes à sa vision autrement qu'il ne les perçoit directement* : il corrige en esprit la chose qu'il regarde, c'est-à-dire qu'il évoque des positions, des déplacements ou peut-être même des objets, sans les contempler actuellement dans son champ visuel. » [Piaget 1936 : 306. L'italique est de moi.]

Le galiléen Jean Piaget, en état de grâce, affirme ici qu'un espace authentiquement *mental* – un espace capable de véhiculer et héberger des actions non agies – « le procès dynamique propre à

l'invention » est le *vrai* signifié, tandis que l'«imagerie visuelle» n'est que le signifiant, le « symbole » de l'activité inventive qui – toujours mouvante – ne s'en sert que pour passer outre, vers d'autres inventions et « combinaisons ». Or cette même capacité symbolique devra être acquise à chaque niveau évolutif, et nous sommes en train de voir les difficultés qu'endure Sagredo lorsqu'il s'agit de découvrir – grâce à ses propres mots, savamment guidés par Salviati – la nature purement *symbolique* du triangle rectangle euclidien ABC en pénétrant ainsi l'espace purement mathématique de la raison expérimentale. Lorsqu'il s'agit de pénétrer dans ce fond à la fois dynamique et purement mathématique de son esprit, Sagredo refait donc l'expérience du doute et de l'oscillation, qu'il avait endurée lorsque, dans sa phase-Edi, il avait dû acquérir la capacité de conserver une même « quantité extensive » non pas au niveau projectif mais immédiatement perceptif.

6.3.3 La réorientation de l'espace

Remarquons maintenant le deuxième élément de cet isomorphisme parfait : ce qu'Edi et Sagredo ont en commun n'est pas seulement cet état cognitif instable et oscillant devant la tâche de s'affranchir de l'image « globale et intuitive » des tableaux perçus pour en faire autant de *symboles* au service de leurs inventions, mais aussi l'aspect sensible de ces mêmes tableaux. Une synopsis [Fig. 33abc] des difficultés affrontées par Blas, Ba ((62-63)), Edi et Sagredo nous montre clairement que l'opération de *réorientation* « couché » → « dressé » d'une certaine grandeur n'est pas tout à fait anodine :

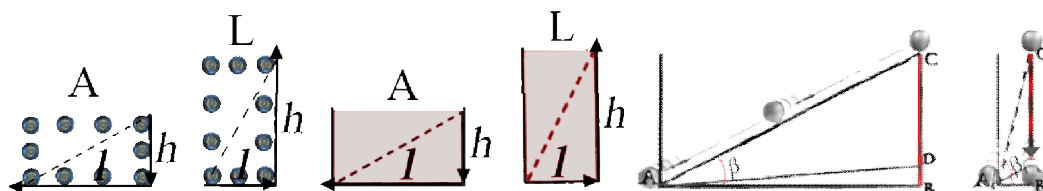


Figure 33abc

Une perspective de synthèse sur les difficultés de conservation *perceptive* endurées par les enfants piagétiens, et celles de conservation *projective* endurées par les interlocuteurs adultes de Salviati, nous montre que dans tous ces cas il est question d'une difficulté de réorientation spatiale d'un cadre cognitif donné.

Or, cette difficulté dans le passage horizontal → vertical (et *vice-versa*) se manifeste à *tous* les niveaux :

(104) « JACQUELINE, à 1 ; 3 (12), est assise dans son parc, c'est-à-dire dans une enceinte carrée dont les quatre côtés sont formés de barreaux verticaux reliés en leur base et en leur sommet par une barre horizontale. Les barreaux sont distants de 6 cm. Je place en dehors du parc, et parallèlement au côté devant lequel se trouve Jacqueline, un bâton de 20 cm, occupant ainsi la longueur de 3 intervalles environ entre les barreaux. Nous appellerons ces trois intervalles a, b et c, l'intervalle b correspondant donc à la partie médiane du bâton et les intervalles a et c aux parties extrêmes. Le problème est de faire passer ce bâton de l'extérieur à l'intérieur du parc.

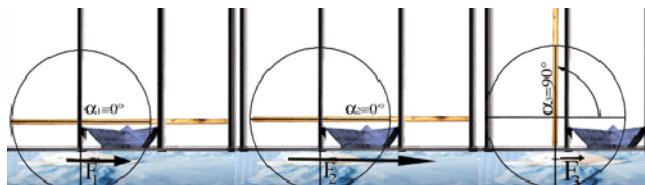


Figure 34 [de moi]

L'enfant s'obstine initialement à augmenter sa force de pression horizontale pour que le bâton passe à travers les barres verticales de son parc. Le moment venu, il renonce d'un coup à utiliser la « force », et il réoriente le bâton.

Le bâton est posé à terre parallèlement au côté du cadre en face duquel Jacqueline est assise. Dix essais lui ont suffi pour résoudre le problème. Jacqueline saisit le bâton en B. Elle [\vec{F}_1] le lève horizontalement et l'applique ainsi contre les barreaux. Elle [\vec{F}_2] tire de toutes ses forces puis le [\vec{F}_3] déplace sans système, le relève et le passe tout à coup par hasard sans avoir compris comment. Elle prend cette fois le bâton en A, [\vec{F}_1] l'applique horizontalement contre

les barreaux et $[\vec{F}_2]$ *tire tant qu'elle peut*. Elle le redresse ensuite systématiquement, mais le bâton, touchant le sol par son extrémité inférieure, demeure oblique. Elle *tire à nouveau très fort* puis renonce. Elle commence encore par $[\vec{F}_1]$ *tirer horizontalement* puis le relève, tire à nouveau et enfin $[\vec{F}_3]$ *l'incline* de manière à le passer correctement. Elle l'a saisi ces deux fois en B. Jacqueline saisit le bâton en C, le tire horizontalement puis le relève. Mais elle le redresse tant qu'il dépasse le cadre par en haut et reste accroché par le bas. Elle le secoue alors et *finit par le passer par hasard*. » [Piaget 1936 – Les crochets et les italiques sont de moi.]

Dans cet exemple se distille la nature de la difficulté de Jacqueline. Jacqueline répète des séquences $[\vec{F}_{1-2}]$ dans lesquelles elle « applique horizontalement » le bâton pour ensuite « tirer de toutes ses forces »... – donc intervenir sur l'intensité, le *module* de la force appliquée, que j'exprime dans la Fig. 34 avec l'augmentation de la flèche vectorielle de \vec{F}_1 à \vec{F}_2 sans que pourtant le bâton change d'orientation – ... et ensuite renoncer, plutôt que *continuer* l'action. Lorsqu'elle arrive plus ou moins *par hasard* à la solution – $[\vec{F}_3]$ – elle ne passe pas nécessairement par un effort plus important : pour cette raison sur la \vec{F}_3 en Fig. 34 – lorsque le bâton est finalement réorienté, j'ai mis un flèche plus courte.

Bref, si chez Piaget, le but général de ces observations est de riposter à la perspective qui prétendrait que la réorientation gestaltique réalisée par les « singes supérieurs » de Köhler [1927] est un événement soudain et « sans histoire », je veux plutôt en retenir cet élément « trigonométrique » qui le met à côté de tous les autres exemples que nous venons de voir. En fait, dans un engin sous pression doué d'une valve [Fig. 35] nous pouvons augmenter la pression – « pousser avec toutes nos forces » – jusqu'à ce que le couvercle s'ouvre en passant de la position horizontale à la position verticale.

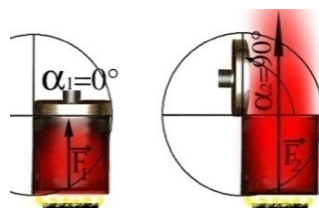


Figure 35

À la différence du cas de l'enfant avec son bâton à réorienter, lorsqu'il est question d'un engin mécanique fait pour s'ouvrir dès que la vapeur atteint un certain degré de pression, le processus de réorientation (ouverture) du couvercle est univoquement engendré par l'augmentation continue d'une seule et même force imprimée.

Au contraire, ce n'est pas ainsi que les choses se passent, ni chez les singes de Köhler, ni chez les enfants de Piaget : il n'est pas suffisant d'augmenter la force appliquée pour que la « verticale » apparaisse comme solution du problème posé par l'horizontale, et ceci n'est même pas *nécessaire*. Le moment venu, l'esprit de l'enfant apprendra à redresser le bâton directement $[\vec{F}_3]$ sans préalablement passer par la phase $[\vec{F}_{1-2}]$.

La formule $\{A \uparrow h \leftarrow L \neq A \leftrightarrow L\}$ n'a donc pas qu'un sens purement symbolique : elle n'indique pas seulement la difficulté de multiplier des grandeurs qui varient en sens inverse. Ces flèches semblent indiquer – déployée sur toute l'étendue de notre développement – la présence dans notre esprit d'une même difficulté, tant au niveau pratique, qu'intuitif/perceptif, que purement projectif, à réaliser la synthèse multiplicatrice (\leftrightarrow) entre l'orientation *horizontale* (\rightarrow) et l'orientation *verticale* (\uparrow) d'un phénomène donné.

Sur cette base, revenons maintenant aux deux suites isomorphes qui nous intéressent :

1) le passage Blas/Ba \rightarrow Edi \rightarrow Lin [du stade 1 au stade 2 au stade 3] : de la *non conservation* parfaitement acceptée à l'état d'oscillation, au troisième moment, lorsque c'est désormais une évidence immédiate que le verre contient la même quantité de boisson, soit-il couché ou dressé ;

2) le passage Simplicio \rightarrow Sagredo \rightarrow Salviati : de la parfaite adhérence à la dimension pré-mathématique de la science (stade « Simplicio »), quand l'esprit n'a pas encore pénétré l'espace purement projectif des rapports de proportionnalité interne entre les paramètres en jeu dans un phénomène, et ne ressent *aucunement l'exigence d'y entrer* ; au moment où (stade « Sagredo ») notre esprit entend enfin la voix « bewildering and outrageous » de cette nouvelle dimension, mais qu'il

n'arrive pas encore à se libérer complètement de l'hypnose des images sensibles qui « absorbent » une partie de ses énergies cognitives en le faisant osciller de l'une à l'autre... et enfin au stade « Salviati », quand la nouvelle cristallisation est accomplie et nous savons faire, au niveau purement *projectif*, ce que Lin a appris à faire au niveau *perceptif*.

Quoi donc ? Quelle est cette même « compétence » cristallisée au travers des deux stades « décalés » Lin/Salviati ? La Fig. 36 le montre clairement. Dans le cas des enfants [Fig. 36a], il s'agit d'apprendre à garder l'identité d'une même grandeur (la boisson) lors de son passage du verre A au verre L, c'est-à-dire de synthétiser la position couchée et la position dressée comme les deux étapes d'une même rotation perceptive $R_A \rightarrow R_L$. Dans le cas de Simplicio et Sagredo, il s'agit d'apprendre à garder l'identité d'une même grandeur (l'élan) lors de tout changement d'inclinaison et longueur concevables de l'hypoténuse du plan incliné, à partir de l'horizontale A à la verticale L : ce qui nous déplace de l'espace *euclidien* cristallisé par les enfants grâce à la « compétence rotationnelle » acquise par Lin, à l'espace *trigonométrique* engendré par l'interaction Sagredo/Salviati en (102) où nous restons totalement indifférents à la taille *externe* des quantités concernées, pour ne regarder qu'à leur proportionnalité interne, en termes de sinus/cosinus.

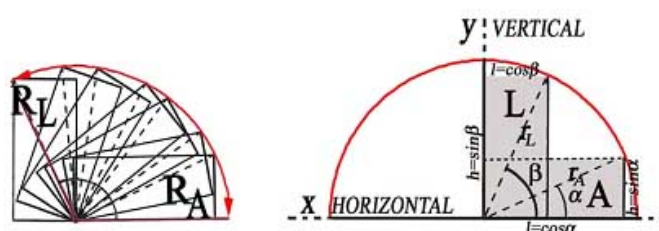


Figure 36ab

(a) La conservation perceptive d'une même quantité de boisson lors de son transvasement d'un verre « couché » à un verre « debout » revient à la capacité de synthétiser une situation initiale d'horizontalité et une situation finale de verticalité comme les deux extrêmes d'un seul et même mouvement de rotation. (b) La même chose vaut dans le cas de la conservation purement projective d'une même transformation trigonométrique.

Sur le sens de cette récurrente réorientation de notre espace opératoire, nous reviendrons dans le §8, où je critiquerai la notion piagétienne de « groupe » pour montrer son insuffisance explicative, aussi incapable de rendre compte de son universalité que la formule « $x'=f(x)$ » est incapable de rendre compte de sa présence devant nos yeux – « $e(x'=f(x))$ » – dans les termes de l'« opération binaire » qu'elle est.

Concentrons-nous maintenant sur l'aspect de pure spontanéité qui caractérise cette suite continue de prises de conscience qu'est notre développement : cela nous mènera à une vision à la fois plus élargie et plus profonde que celle de Piaget, qui nous obligera à le dépasser définitivement.

7. L'évolution créatrice de notre vie mentale. Sa propulsion orientée, ses dimensions et ses étapes

Nous venons de voir ((100)) que, dans son compte rendu du processus de prise de conscience, Piaget s'oppose à l'idée claparédienne/darwinienne qu'une « désadaptation »¹⁰, un échec évolutif, soit nécessaire pour que notre être ressente le besoin de passer outre et « rompre le cercle » de ses vieux schémas comportementaux et cognitifs. Cela est bien piagétien et *bergsonien* : l'idée qu'un arbre doit avant tout *rater* quelque chose pour savoir pousser tout droit est certes « darwinienne » et « cybernétique ». Il n'empêche qu'elle renverse l'ordre des phénomènes, comme les graines évolutives de M. Deahene, qui laissent des *cicatrices* sur l'arbre de notre esprit, ensuite *parasité* par ses propres fruits symboliques. En réalité, Piaget en personne n'a pas voulu rester fidèle à cette simple rigueur phénoménale ; ses mots toutefois, ses questionnements et les observations qu'il récolte parlent d'une façon définitivement claire : l'évolution mentale de l'homme est un processus rigoureusement libre et spontané, qu'aucune *contrainte* ne peut expliquer et qu'aucun échec ne peut engendrer. Bien au contraire : toute contrainte et tout échec n'existent qu'à l'intérieur de l'horizon déjà donné et existant depuis le début d'un être vivant qui sans arrêt cherche à s'enrichir de ses expériences, *toujours* nouvelles et créatrices, à tout instant de ses interactions avec son environnement externe et interne.

Sur cela, je le répète, Piaget est intimement d'accord. Dans *La Naissance de l'Intelligence* il ne cesse d'observer en fait – tout le long des six stades qui, depuis les premiers réflexes, conduiront à la première manifestation de l'intelligence pratique – que, « à un moment donné », le cercle récurrent de nos exercices assimilateurs fait un bond en avant en faisant « craquer » les vieilles habitudes pour s'enrichir de nouvelles expériences. Dans cet ouvrage, cette transformation créatrice continue a l'aspect suivant :

1°) Au tout début, le plus simple exercice du « réflexe » [Ci-dessous : Stade 1 (0→1)], que nous avons déjà rencontré en (57) et (59). « Obs.1 Dès la naissance on observe une esquisse de succion à vide... » [Piaget 1936 : 21]. Au commencement était le Vide, et au cœur du Vide *la tempête* éclate : l'enfant crie de colère et pleure « dans toutes les directions » certes... mais d'un espace orienté et signifiant, car au cœur de la Tempête, voilà le Silence « Le calme progressif, qui succède à la tempête des cris et des pleurs, dès que l'enfant est en position de manger et qu'il cherche le mamelon, montre assez que, si conscience il y a, cette conscience est d'emblée conscience de signification. » [Ibid. : 40]

6°) À l'autre extrême [Ci-dessous : Stade VI] la Pensée fait son apparition... comme un vide, au beau milieu de l'Action : « Obs.179 Lucienne regarde la botte que j'approche et que je retourne avant qu'elle n'en ait vu le contenu : la chaîne se répand sur le sol et elle essaie aussitôt de la réintroduire. Elle commence par mettre simplement une extrémité de la chaîne dans la boîte et par essayer de faire suivre le reste, progressivement. Ce procédé réussit par hasard à Lucienne lors de son premier essai, mais échoue entièrement lors de la seconde et de la troisième tentative. Au quatrième essai, Lucienne commence comme précédemment, *puis s'interrompt et, après un très court instant d'arrêt*, pose d'elle-même la chaîne sur un plateau voisin, la met en boule intentionnellement, prend la boule entre trois doigts et introduit le tout en une fois dans la botte. » [Ibid. 293. L'italique est de moi.]

2°/5°) Entre ce deux extrêmes... se passe toujours cette même chose : « à un moment donné » une nouveauté se présente *dum medium silentium*, et nous progressons vers d'autres univers, de plus en plus évolués.

Sans cesse donc, Piaget se demande « comment cela se fait » que nous sachions engendrer le nouveau, sans qu'apparemment rien ne nous contraigne à le faire, et il montre définitivement – avec une extraordinaire subtilité – que depuis le début la graine de la nouveauté germe du cœur même du plus mécanique de comportements répétitifs – le réflexe – pour ensuite émaner dans toutes les directions « par ondes concentriques » [ibid. :66]. Le récit de cette inépuisable créativité se poursuivra ensuite dans *La Genèse du Nombre* chez l'enfant, où cette même question se répétera identique : « Notre problème n'est pas de découvrir pourquoi cette perception [de Blas, Ba etc.] est trompeuse, *mais pourquoi les sujets d'un certain niveau se fient à elle sans plus, tandis que d'autres la corrigent et la complètent par l'intelligence* »... et la réponse ne pourra qu'être la même : c'est ainsi, l'homme est un être « destiné à la science » en ce qu'il est de l'intérieur – par nature – destiné à la création et au renouvellement incessant.

Or le modèle dynamique de cette évolution continue multiplie chez Piaget quatre notions fondamentales : *Continuité* × *Transformation* × *Renversement* × *Complication* :

(105) [Continuité] « [1] Du simple réflexe à l'intelligence la plus systématique, un même fonctionnement nous paraît se prolonger au travers de tous les stades, établissant ainsi une continuité entière entre des structures de plus en plus complexes.

[2. Transformation par Renversement] Mais cette continuité fonctionnelle n'exclut en rien une transformation des structures allant elle-même de pair avec un véritable renversement des perspectives dans la conscience du sujet. Au début de l'évolution intellectuelle, en effet, l'acte est déclenché tout d'une pièce et par un stimulus extérieur, l'initiative de l'individu consistait simplement à pouvoir reproduire son action en présence d'excitants analogues au stimulus normal, ou par simple répétition à vide. Au terme de l'évolution, au contraire, toute action implique une organisation mobile à dissociations et regroupements indéfinis, le sujet pouvant ainsi s'assigner à lui-même des buts toujours plus indépendants de la suggestion du milieu immédiat.

[3. Complication] Comment s'opère un tel renversement ? *Grâce à la complication progressive des schèmes* : en renouvelant sans cesse ses actes par assimilation reproductrice et généralisatrice, l'enfant dépasse le simple exercice réflexe pour découvrir la réaction circulaire et constituer ainsi ses premières habitudes. » [Piaget 1936 : 137. Les crochets et l'italique sont de moi.]

La [1], nous l'avons déjà rencontrée (§5.1(47)) : il s'agit d'une « application interne » – au domaine restreint de l'être humain – de l'hypothèse générale de continuité cosmique qui pulse au cœur du Programme de Piaget. La [2] nous est extrêmement précieuse, car ainsi que je l'ai amplement montré, l'une des idées fondamentales qui régit mon travail est celle de la *polarité interne* de notre développement mental, qui nous insère de façon très naturelle et logique à l'intérieur d'un Cosmos où il n'y a pas un seul phénomène dynamique qui ne se déploie selon une intrinsèque dyadicité polaire. De même que Piaget, je pense que la loi du passage d'un stade à l'autre de notre évolution est celle de la *transformation par renversement*, et toutes les observations de Piaget ne feront que confirmer cette suggestion.

7.1 La périodisation piagétienne et ses blocages internes

« Comment s'opère un tel renversement ? Grâce à la complication progressive des schèmes » ((105)[3] : ici par contre, la grande faiblesse – la faille majeure – du système de Piaget, car elle émane de deux défauts logico/métaphysiques incontournables : 1) Piaget utilise incessamment ce « grâce à », non pas dans son sens purement phénoménal et galiléen, en nous fournissant donc la description d'une pure *cinématique* transformative ; au contraire, il s'exprime toujours comme si le processus multiplicatif de « complication », « coordination », « combinaison »... des « schèmes d'assimilation » qu'il ne cesse de décrire, était la *cause*, le « moteur » [1941a :120] du phénomène décrit, c'est-à-dire de lui-même. En général, chez Piaget la multiplication *explique* la multiplication, le groupe explique le « groupement » etc. Nous verrons que c'est ce grand défaut logique qui empêche Piaget de penser réellement l'origine de la mathématique en son phénomène, sans en faire l'explication d'elle-même. 2) Avec une vraie *pirouette impossible* Piaget cherche à rendre compte d'une chose *simple* – comme l'apparition d'une nouveauté acquise dans le domaine clos d'un réflexe (stade II), l'apparition d'une intention dans le cadre d'une « coordination de schèmes secondaires », ou finalement, l'apparition d'une *pensée* au milieu d'une action – ... cherche, dis-je, à *expliquer* la simple apparition d'une nouvelle dimension de l'expérience, avec la description d'une multiplicité complexe, considérée comme la racine donc, et non pas comme fruit riche et multiple de cette même nouveauté.

Pourquoi cette *pirouette impossible* ?

La première raison – la plus superficielle – est d'ordre dialectique, et nous venons de l'évoquer à propos de Jacqueline ((104)) et des « singes supérieurs » de Köhler. Écoutons-là entièrement à propos de l'Observation 179 ci-dessus, sur l'apparition chez Lucienne d'un instant d'arrêt, auquel fait suite la solution intelligente du problème à affronter :

(106) « Comment rendre compte du mécanisme de cette réorganisation spontanée des schèmes ? Cette construction consiste-t-elle en une structuration soudaine des représentations ou du champ de la perception, ou est-elle bien l'aboutissement des activités assimilatrices antérieures à l'invention ?

Comme nous venons de le rappeler, un certain nombre de schèmes déjà acquis dirigent la recherche au moment de l'invention, sans cependant qu'aucun contienne par lui-même la solution juste. Par exemple, avant de mettre en boule la chaîne pour l'introduire dans l'orifice étroit, Lucienne a déjà : 1° serré des étoffes, 2° mis la chaîne dans une large ouverture et 3° comparé des objets volumineux à des ouvertures insuffisantes (comme lorsqu'elle a cherché à passer des objets à travers les barreaux de son parc). [...] Le problème qui se pose est donc de savoir *comment ces schèmes vont se coordonner entre eux pour donner naissance à l'invention* : est-ce par une structuration indépendante de leur genèse ou grâce à l'activité même qui les a engendrés et qui se poursuit maintenant sans plus dépendre des circonstances extérieures dans lesquelles elle a débuté ? Autant se demander si les idées s'organisent d'elles-mêmes, au cours d'une invention théorique, ou si elles s'organisent en fonction des jugements implicites et de l'activité intelligente potentielle qu'elles représentent. Pour nous, il n'y a pas de doute que la seconde de ces deux thèses est, dans les deux cas (dans l'intelligence sensori-motrice comme dans la pensée réfléchie), de beaucoup la plus satisfaisante pour l'esprit, la première ne consistant qu'en une manière de parler qui voile le dynamisme des faits sous un langage statique. » [Piaget 1936 : 300-1. Les italiques sont de moi.]

Cette façon de parler montre clairement le point faible dont il est question. Pour objecter aux « restructurations soudaines » du gestaltisme, et montrer que toute apparition subite d'une forme comportementale nouvelle est bien porteuse de toute son histoire individuelle et irremplaçable – ce qui

est très important ! – Piaget se demande « comment ces schèmes vont se coordonner entre eux *pour donner naissance* à l'invention »... et il ne fait que s'exprimer de cette façon. Également, à propos non pas de l'invention mais de l'*intention*, il dira : « c'est cette distinction des moyens et des fins qui *libère l'intentionnalité* et renverse ainsi la direction de l'acte ». Nous allons voir que ces phrases sont bien insoutenables, et qu'on ne perd rien à les rayer comme paralogiques tout en préservant tant l'élément historique et individuel des processus ainsi décrit, que leur aspect de « renversement polaire ».

Comme donc l'objection à la *Gestalt* reste valide même si on *renverse* l'ordre causal/explicatif entre ce qui est simple (la pensée, l'intention) et ce qui est multiple (les schèmes coordonnés), il faut chercher la racine du paralogisme piagétien dans une cause plus profonde : encore une fois sa perspective généalogiste, qui l'a rendu violemment hostile au « démon bergsonien » qui le hantait depuis ses crises de jeunesse. Quoi qu'il en soit, ce qui nous intéresse à présent est de synthétiser notre suite des six stades en la purifiant de tout élément qui ne soit fondé dans son simple phénomène. Je m'occuperai ensuite des trois stades Blas→Edi→Lin, pour arriver à Galilée et Lavoisier et montrer qu'ils interviennent dans un monde dont le message de pure créativité et auto-renouvellement reste inchangé le long de toute son histoire... Finalement, j'enrichirai tout ce processus d'un *stade 0* que (de manière cohérente) Piaget n'a pas pris en compte car – comme nous venons de l'évoquer – sa première observation n'est pas la *naissance* d'un homme, mais sa première activité « à vide ». Suivons donc pas à pas le compte rendu piagétien, en le purifiant au fur et à mesure des éléments paralogiques qu'aucune observation ne justifie.

7.1.1 Six pas vers l'Intelligence

(1) UNE SPIRALE DANS LE VIDE

α) L'horror vacui *du venir au monde*

(107) « Du point de vue de la conduite, l'assimilation se présente sous la forme de cycles de mouvements ou d'actes s'entraînant les uns les autres et se refermant sur eux-mêmes. Ceci est clair du réflexe, dont nous avons étudié les diverses formes d'exercice. Cela est vrai encore de la réaction circulaire : *l'acte exécuté laisse un vide*, lequel, pour être comblé, entraîne la répétition du même acte. Il y a donc forme d'ensemble ou cycle de mouvements organisés, et cela dans la mesure où l'acte assouvit un besoin réel. [...] La vraie cause du mouvement, c'est le besoin, c'est-à-dire l'acte total d'assimilation. *Ce n'est pas* à dire encore que le mouvement soit *intentionnel* : le besoin n'est pas autre chose, pour le moment, que *le vide créé par l'exécution* précédente de l'acte et, au début, par la découverte fortuite d'un résultat intéressant et intéressant parce que directement assimilable. » [Piaget 1936 : 30. Les italiques sont de moi]

Dès le début, Piaget cherche à éviter la pure et simple confrontation avec une *intention qui naît dans le vide*, à savoir – bien au contraire – qui naît *dans le monde*... et cela lui fait dire des choses tout à fait paradoxales. En fait, « l'acte exécuté » ne saurait « laisser un vide » qui ne soit rigoureusement « intentionnel », car des deux choses l'une : soit le vide est bien « intentionnel » – en ce qu'il n'est qu'une projection interne au mécanisme global du « besoin » – soit il *n'existe pas*, car en dehors du mouvement circulaire ici et maintenant en train d'exécution, rien ne nous témoigne d'un vide aux alentours du nourrisson qui cherche sa tétée. Mais Piaget *se refuse* à dire *qu'une intention* (= une personne) *est née*, et qu'elle *projette* un vide comme élément interne à la forme globale de son mouvement (ainsi que, par exemple, l'ensemble vide est un élément interne à tout ensemble non vide). Il affirme alors une fois que le besoin « est l'acte total d'assimilation » et, tout de suite après, qu'il est « le vide créé par l'exécution ».

Mais au contraire, il pourrait bien dire : un « comportement total » bien déterminé – notre *base* – vient d'apparaître devant nous, exprimant l'existence d'une évidente force d'auto-orientation, qui se coordonne et se nourrit à l'intérieur de son propre horizon d'activité. À l'intérieur de ce même horizon, des mouvements périodiques se répètent en se renfermant sur eux-mêmes, ainsi qu'il se passe dans la progression géométrique qui régit la suite de numération « base 10 » : 10^0 (unités), 10^1 (dizaines), 10^2 (centaines)... etc. Dans cette suite, nous contemplons en réalité toujours la même « base » – qui en soi n'apparaît jamais sur la surface visible de nos chiffres écrits, pas plus que nous ne pouvons saisir une directrice de force « en soi » au sein des transformations visibles d'un champ physique donné – mais il s'agit néanmoins d'une récurrence logiquement enracinée dans l'identité auto-référente de cette même base donnée.

Or, de même que Aristote objecte aux pythagoriciens [*Phys.* IV : 213b26] qu'il n'y a aucune raison de feindre *un vide* entre deux nombres consécutifs, nous ne saurions dire qu'entre deux « cycles » (par exemple entre les unités et les dizaines) – ou entre deux récurrences du même cycle – un « vide à remplir » se crée. Étant donné les phénomènes, la *seule chose* qui « se crée » est en effet le *cycle suivant*. Et en ce sens – en feignant ce vide pour justifier la succession spiraliforme des cycles d'assimilation – l'aristotélicien Jean Piaget, il faut bien le remarquer, a trahi son esprit le plus profond et original :

(108) « Sébastien était bergsonien sans la durée, ce qui est le comble du bergsonisme. Il jouissait surtout de la manière dont cette philosophie avait esquissé une réhabilitation possible des genres grecs. Bergson avait eu effet génialement compris que le moment était venu de réintroduire les genres dans la science moderne. [...] Seulement Bergson n'avait pas défini le genre, et on ne voit pas comment il l'aurait fait sans altérer assez gravement son système. Tout le travail restait donc à faire et il était d'ailleurs beaucoup plus de nature scientifique que philosophique. Aristote, le génie des genres, était biologiste : c'est par la biologie que devait s'édifier la construction. » [Piaget 1918 : 53.]

Piaget refuse la « durée » opaque de Bergson au nom du *génos* d'Aristote... mais il devrait par là même avoir *horreur* du Vide, et non pas attribuer cette même horreur à l'organisme vivant, en en faisant – de la *peur du vide* – une force objective de la nature !

β) *Du Réflexe à son auto-consolidation « récognitive »* – Nous voilà maintenant à notre *spirale*. Si d'un côté, l'observation du mécanisme global du réflexe impose [cf. §5.4] la présence d'une « dynamogénie » accélérative immédiatement douée de la capacité de s'orienter sur elle-même, de l'autre côté, Piaget observe – *très subtilement* – que le plus fermé des mécanismes d'auto-perfectionnement est le porteur *en tant que tel* d'une intrinsèque capacité de discrimination et d'acquisition de la nouveauté :

(109) « L'enfant, ne sachant d'abord sucer le mamelon que lorsqu'on le lui met dans la bouche, *devient toujours plus capable* de le saisir et même de le découvrir, d'abord après simple attouchement direct, puis après contact avec n'importe quelle région avoisinante. *Comment expliquer de telles accommodations ?* [...] S'il est, dans l'adaptation réflexe, une part à faire à l'accommodation, cette accommodation est indissociable d'une *assimilation progressive, inhérente à l'exercice même du réflexe.* » [...] Mais, outre cette assimilation généralisatrice, il faut encore distinguer, dès les deux premières semaines, une autre assimilation que nous pouvons appeler « assimilation récognitive ». *Cette seconde forme paraît être contradictoire* par rapport à la précédente : elle marque en réalité un simple progrès sur cette dernière, si léger soit-il. Ce que nous venons de dire de l'indifférenciation qui caractérise l'assimilation généralisatrice n'est, en effet, vrai que des états de faible appétit ou de saturation. *Mais il suffit que l'enfant ait très faim pour qu'il cherche à manger et discrimine* ainsi le mamelon par rapport à tout le reste. Cette recherche et cette discrimination nous paraissent impliquer un début de différenciation, dans le schème global de la succion, et par conséquent un début de reconnaissance, reconnaissance toute pratique et motrice, cela va sans dire, mais suffisante pour que l'on parle déjà d'assimilation récognitive. » [1936 :32-35. Les italiques sont de moi.]

On ne saurait insister sur l'importance primordiale de cette déduction interne au concept même d'une totalité qui améliore ses performances tout simplement en les exerçant. Notre athlète en §5.4 perfectionne ses prestations rigoureusement à l'intérieur du périmètre clos de son exercice (faire des bonds). Nous observons la flèche \vec{E} qui monte au fur et à mesure que l'entraînement progresse [Fig. 20]... et nous pensons qu'aucune nouveauté n'est survenue : tout simplement, la « force » est augmentée. Pour riposter à cette perspective – la même qui nous suggère en §6.3.3 ((104)) qu'il est suffisant que Jacqueline « s'efforce » pour réorienter son bâton – ne procédons pas vers le phénomène : reculons plutôt une deuxième fois sur la progression des nombres. En effet, il est sûr et certain que, pour parler de cette montée vectorielle, il faut bien *indexer* les répétitions successives $R_1 \times R_2 \times \dots R_n$. Restons donc sur les index, et écoutons à ce propos la voix de Frege et de Leibniz.

En se demandant d'où l'induction mathématique tire sa validité, Frege objecte à la naïveté d'une perspective tout simplement « cumulative » – qui prétendrait *s'appuyer* sur le phénomène $1+1=2$ pour justifier son universalité en termes de... $1+1$ – qu'au contraire de ce que l'on prétend, cette formule montre la présence d'un *enrichissement et d'une hétérogénéité*, et certes non pas celle d'une plate homogénéité matérielle :

⟨110⟩ « De quels faits devrait-on partir pour s'élever au général ? Ce ne pourrait être que des formules numériques. [Mais dans ce cas] le sol qui est offert à l'induction ne lui est pas favorable. Il manque cette similitude des individus qui en d'autres domaines assure une grande sûreté au procédé. Quand Philalèthe affirme : " Les différents modes du nombre ne diffèrent que du plus ou du moins. Ils sont aussi simples que ceux de l'espace." Leibniz lui fait répondre : "On peut le dire du temps et de la ligne droite mais nullement des figures et encore moins des nombres qui non seulement diffèrent selon la grandeur mais en outre sont dissemblables entre eux. Un nombre pair se laisse partager en deux parties égales, un impair ne peut l'être ; 3 et 6 sont des nombres triangulaires, 4 et 9 sont des carrés, 8 est un cube, etc. La particularité est plus sensible encore pour les nombres que pour les figures, car deux figures inégales peuvent être parfaitement semblables, mais non deux nombres." Certes, nous avons pris l'habitude de considérer les nombres comme des êtres de même nature à beaucoup d'égards ; mais la seule raison en est que nous connaissons un ensemble de propositions générales vraies pour tous les nombres. Or, il faut se placer ici au point où aucune de ces lois n'est encore connue. » [Frege 1884 : 134-135.]

La « pensée agrégative » [*agregatives Denken*] renverse donc les phénomènes : elle part d'une évidence d'irréductible *hétérogénéité* – $1+1=2$ – pour en ramener l'éclatante *généralité* à une absence complète de différenciation interne : la suite des nombres serait alors « explicable » avec $1+1+1\dots$ à l'infini. Encore une fois : $1+1=2$ – aussi étonnant pour Frege que pour Socrate ((93)) – est un phénomène d'irréductible *enrichissement*, doué d'une validité générale – « également » valable pour tous les individus sur lesquels il se projette – et qui en elle-même reste l'authentique *miracle* à expliquer. Frege observe en conclusion cela même que Piaget observe en ⟨108⟩ sur la contradiction apparemment représentée par son « assimilation généralisatrice » capable de s'auto-différencier en ce qu'il est capable de s'auto-reconnaître :

⟨111⟩ « Si on appelle unités les choses que l'on compte, l'affirmation inconditionnée que les unités sont identiques est fautive. Qu'elles soient identiques sous un certain aspect, c'est juste, mais sans valeur. La diversité des choses que l'on compte est même nécessaire si le nombre se trouve être supérieur à 1. Il semble que nous devons attribuer aux unités deux propriétés contradictoires : l'identité et la discernabilité. Il faut distinguer un et unité. Le mot « un », en tant qu'il est le nom propre d'un objet des mathématiques, ne peut pas être mis au pluriel. Il est donc dépourvu de sens de vouloir faire naître les nombres par la réunion de plusieurs uns. Le signe + dans $1 + 1 = 2$ ne peut pas signifier une telle réunion. » [Ibid.175.]

γ) *Contemplation*. Si le réflexe s'auto-renforce, alors sa structure est essentiellement *réfléchissante* et contemplative. Cet autre acquis piagétien est extrêmement précieux : que l'enfant « suce à vide » ; qu'il répète ses « rra...rra » [1936 :75] juste pour entendre sa propre voix ; qu'il regarde seulement pour voir – en souriant juste pour sourire... dans le vide, à *tout*¹¹ ce qui existe – ou qu'il saute d'une plaque à l'autre sur le carrelage juste pour sauter et compter... l'être vivant *contemple sa vie*, et ce faisant il la renouvelle sans cesse :

⟨112⟩ « D'une manière générale, on peut dire que le réflexe se consolide et s'affermir en vertu de son propre fonctionnement. [...] *Pourquoi, par exemple, Lucienne suce-t-elle ses doigts dix minutes de suite tôt après sa naissance ?* [...] Pourquoi l'excitation dure-t-elle, dans un tel cas, puisqu'elle ne conduit à aucun résultat, sinon précisément à l'exercice du réflexe ? Il semble donc que, dès ce mécanisme primitif, *une sorte de processus circulaire accompagne le fonctionnement, l'activité du réflexe étant accrue par son propre exercice.* [...] Après les premières tétées, on observe, en effet, chez Laurent (obs. 2) une esquisse de *fonctionnement à vide*. Ce besoin de répétition n'est qu'un des aspects d'un processus plus général, que nous pouvons qualifier d'assimilation : la tendance du réflexe étant de se reproduire, *il incorpore à lui tout objet susceptible de faire office d'excitant.* » [Piaget 1936 : 32-35. Les italiques sont de moi]

(2) UN JOUR UN POUCE RENCONTRA UNE BOUCHE – *du Réflexe à la Réaction Circulaire Primaire* [RCP]

⟨113⟩ « *En effet, comment se rendre compte du moment à partir duquel il y a rétention de quelque donnée extérieure au mécanisme réflexe lui-même ?* Dans l'exercice du réflexe, nous l'avons vu, il n'y a fixation que du mécanisme comme tel [...] *À un moment donné, au contraire, l'activité, de l'enfant retient quelque chose d'extérieur à elle, c'est-à-dire, qu'elle se transforme en fonction de l'expérience : c'est en quoi il y a accommodation acquise.* [...] Par

exemple, lorsque l'enfant suce systématiquement son pouce, non plus cause du hasard des rencontres, mais par coordination entre la main et la bouche, on peut parler d'accommodation acquise : ni les réflexes de la bouche ni ceux de la main ne prévoient héréditairement une telle coordination (*il n'y a pas un instinct de sucer son pouce !*) et l'expérience seule en explique la formation. » [Piaget 1936 : 49. Les italiques sont de moi]

(3) SE SERVIR DU MONDE – *De la RCP à la Réaction Circulaire Secondaire [RCS] et à la « Reproduction de résultats nouveaux »*

(114) « Il est aisé de comprendre comment les besoins surtout organiques du début peuvent se subordonner peu à peu à des besoins fonctionnels, et comment ceux-ci peuvent donner lieu à des opérations concernant les rapports des choses entre elles et non plus seulement les relations des choses avec les organes du corps propre. *Comment se fait il, par exemple, que l'enfant, au lieu de saisir sans plus la poupée suspendue au toit de son berceau, en vienne à s'en servir pour secouer ce toit (obs. 100) ?* Jusque-là, en effet, la poupée était objet à regarder, à saisir, à sucer, à entendre, etc., mais nullement chose à produire des résultats extrinsèques tels que la secousse du toit. Il faut donc expliquer le passage du premier état au second. [2] *Comment expliquer qu'à un moment donné, le cercle de la conservation semble se briser* et que la reproduction des résultats nouveaux prolonge la réaction primaire en créant ainsi de multiples relations entre les choses elles-mêmes ? [...] Dès que l'enfant sait saisir ce qu'il voit, les objets qu'il manipule le mettent brutalement en présence des expériences les plus diverses. [...] Mais, d'autre part, cette accommodation n'est jamais pure [...]. Comme nous l'avons vu à l'instant, *chacune des réactions* circulaires secondaires qui apparaissent chez l'enfant *est issue par différenciation* d'une réaction circulaire primaire ou d'une réaction secondaire greffée elle-même sur une réaction primaire. » [Piaget 1936 : 152, 157. Les italiques sont de moi]

La (112) et (113) ne font que prolonger cette même vérité fondamentale : le « cercle se brise » en montant vers sa propre mise en puissance.

(4) ASSEMBLER L'INTENTION DE CORDONNER – *De la RCS à la Réaction Circulaire Tertiaire [RCT] et à l'apparition de l'Intention (« Expérimentation active »)*

(115) « [1] Lorsque Laurent cherche à saisir l'objet derrière ma main nous voyons, donc de la manière la plus simple, comment le schème sensori-moteur caractéristique du stade de la réaction circulaire primaire *se différencie en acte intentionnel grâce à l'intervention d'obstacles intermédiaires*. Lorsqu'il enlève un écran pour trouver un objet caché, la chose se complique, mais le principe demeure identique : *c'est donc la dissociation des moyens et des fins*, née des obstacles intervenus, *qui crée l'intentionnalité* et oppose le présent comportement aux simples habitudes. [...]

[2] Au fur et à mesure que les schèmes s'appliquent à des situations extérieures plus variées le sujet est conduit, en effet, à en dissocier les éléments et à les considérer comme moyens ou comme fins, en les regroupant du même coup entre eux de toutes manières. C'est cette distinction des moyens et des fins qui *libère l'intentionnalité* et renverse ainsi la direction de l'acte : au lieu d'être tournée vers le passé, c'est-à-dire vers la répétition, l'action s'oriente vers les combinaisons nouvelles et l'invention proprement dite. » [Piaget 1936 : 199, 138. Les italiques sont de moi.]

Je pense que ceci est le passage *le plus fallacieux* qu'on puisse rencontrer chez Piaget. Concentrons-nous sur le IV^e stade pour en donner une perspective vivante. Après sa naissance, le petit se comporte d'une façon manifestement non coordonnée par des buts distinctement conçus : les yeux du sujet ne *ciblent* pas l'objet, qui n'existe donc qu'au niveau de la finalité pratique immanente à son comportement global, inséparablement orienté vers sa propre satisfaction « aveugle ». Par exemple, le nourrisson s'agite, crie etc. ; ensuite, dès que la « *trinklage* » [position de tétée] est atteinte, il s'immobilise d'un coup, manifestement en attente de *la tétée* : il reconnaît donc la « signification globale » de la situation qui s'est ainsi créée. Nul ne doute, néanmoins, que le petit n'a pas bougé expressément et intentionnellement vers le biberon. Or le moment arrive enfin où ses yeux s'ouvrent sur un monde d'objets très distinctement existant au niveau de son comportement manifeste : de même que le jour viendra où ses phonations deviendront des *mots*, de cette même façon le jour arrive où le nourrisson se pose un but *avant* de se mettre en route pour l'atteindre. Le biberon qu'il était en train de regarder disparaît derrière un coussin ? l'enfant ne lâche plus l'attention comme il le faisait auparavant : il fixe l'« objet » *derrière* le coussin, et il organise toute une série d'actions très

clairement et distinctement dirigées vers cette cible. La satisfaction qui suivra au succès sera donc une satisfaction très distincte, et très distinctement préparée dès le début. C'est ici le « renversement » dont parle Piaget : dès le moment où l'intention apparaît sur la surface du comportement, tous les schèmes pratiques (prendre, sucer, pousser, regarder...) que jusqu'ici l'enfant se bornait à déclencher et à exercer selon *leur* finalité immanente, sont au contraire soumis comme des moyens, à *sa* finalité intentionnelle et appropriée. C'est ce processus de complète *réorientation comportementale* que Piaget appelle ici « libérer l'intentionnalité », ou « créer l'intentionnalité ». Mais c'est bien celle-ci la *pirouette impossible*. Observons.

[1] « *Comment s'opère un tel renversement ? Grâce à la complication progressive des schèmes* » – Piaget affirme que le renversement structurel à l'intérieur duquel, au travers duquel, grâce auquel un sujet *apparaît* qui est capable d'orienter ses actions vers un objet préalablement projeté dans son espace mental, ce renversement est dû « à la progressive complication des schèmes » que ce même sujet combine et recombine en termes de fins et de moyens. Or il est évident A) qu'une *complication* de quoi que ce soit de *centrifuge* ne saurait d'elle-même expliquer le renversement de ce même centrifuge en *centripète* ; B) notre événement est *simple* : une intention apparaît sur la surface du monde ; un son capture pour la première fois l'*attention* d'un être vivant qui dresse les oreilles ; un (singulier) homme apparaît, qui prend le volant de ses (pluriel) actions... L'idée qu'*avant* qu'une chose aussi simple se passe, une autre chose (les schèmes dont cette intention se sert) ait été *compliquée*, est non seulement gratuite et anti-ockamienne mais illogique. En fait, si la situation s'est compliquée avant que le but intentionnel n'apparaisse, il s'agit d'un désordre qui ne peut pas rendre compte de l'ordre qui lui survient ; si au contraire elle s'est compliquée en suivant ce même ordre (en continuité pour ainsi dire vectorielle avec le résultat final), alors ce n'est pas sa complication qui peut être la cause de ce mouvement unitaire car, au contraire, ainsi que Piaget le dit, elle n'en est que le moyen dont se sert l'intention préalablement conçue. Sur cette même base inconsistante Piaget essaiera de montrer que les nombres 1, 2, 3... eux aussi sont le résultat d'un assemblage de structures « logiques » mais puisqu'il abandonne la rigueur frégréenne – et finalement wittgensteinienne – il n'y arrivera pas, de même que personne n'est pas encore arrivé à faire du nombre 1 la conséquence – plutôt que la prémisses – d'une multiplication.

[2] « *C'est donc la dissociation des moyens et des fins, née des obstacles intervenus, qui crée l'intentionnalité* ». Piaget affirme ici que *l'intervention des obstacles crée l'intentionnalité*. L'« obstacle » qui « intervient » au stade IV est, mettons, un coussin, qui jusqu'aux stades II-III n'était qu'un coussin, qui restait parfaitement immo-difié lors de la disparition du biberon non pas *derrière* le coussin mais, selon les mots de Piaget 1937 dans le Néant. Lorsque donc l'enfant parvient au stade IV, c'est que l'« obstacle », l'« objet recherché » et l'« intention » de le reconquérir font leur apparition *simultanée* tous ensemble au sein d'un même cadre comportemental. Ainsi qu'une poupée ((114)) transmute, le moment venu, en un moyen pour faire quelque chose, un « écran » apparaît comme soudaine transmutation d'un coussin en un obstacle, en ce que « le sujet » conçoit l'intention de se mettre à la Recherche de l'Objet perdu, en peuplant de la sorte son monde non seulement de difficultés à affronter, mais aussi de moyens (mieux : de chaînes et sous-chaînes de moyens/fins) dont on se sert pour le retrouver. Et toutefois, malgré cette incontournable simultanéité logique des éléments qui composent notre phénomène à sauver, Piaget affirme que c'est *la complication engendrée par les obstacles qui crée l'intention* : ce qui est parfaitement contradictoire, car c'est bien l'obstacle qui n'existe qu'au-dedans du cadre mental qui vient de le faire apparaître sur sa surface. Un obstacle est comme un segment, un nombre, un énoncé : il n'existe que dans la conscience qui l'engendre, et dès qu'elle l'engendre, l'obstacle existe. L'idée qu'un objet intentionnel puisse créer l'intention qui l'institue est simplement fallacieuse, et bâtit un monde inversé.

(5) DE LA RCS A LA REACTION CIRCULAIRE TERTIAIRE et à l'« Expérimentation active ».

(116) « Cette recherche du nouveau pose le problème le plus intéressant que nous ayons à discuter à propos de ces conduites. Comment se fait-il, alors que toutes les conduites étudiées jusqu'ici sont essentiellement conservatrices, que l'enfant en vienne à un moment donné à poursuivre les nouveautés ? *Comment rendre compte, par le jeu des assimilations et des accommodations, de l'intérêt pour les nouveautés propres à l'« expérience pour voir » ?* » [Piaget 1936 : 241]

(6) L'APPARITION D'UNE PENSÉE : de l'Expérimentation active à la Combinaison mentale

(117) « Dans l'observation 179, par exemple, si Lucienne met en boule la chaîne à introduire dans la boîte, après avoir constaté l'échec de la méthode directe, c'est que les schèmes acquis en mettant la chaîne dans un seau ou un collier dans un arrosoir ou encore en serrant des étoffes, en mettant son oreiller ou son mouchoir dans sa bouche, etc., lui permettent une assimilation suffisante de la situation nouvelle : au lieu de tâtonner, elle combine donc mentalement les opérations à exécuter. » [Ibid. : 299]

Il n'y a pas besoin d'insister encore sur cette période. Piaget a travaillé au cœur d'une période où une authentique guerre des idées accompagnait les horreurs des « guerres européennes ». Un *spiritualisme* explicitement déclaré s'opposait alors à un *matérialisme scientifique* très violent, et qui en plus était en train de monopoliser la culture et la société au niveau planétaire. Sous cette chape de plomb et de feu il était bien difficile pour « Sébastien » de garder la froideur critique nécessaire pour mener à bien sans crainte toutes ses chaînes observationnelles et déductives. En tout cela, la « pensée agrégative » imposait des cadres « paradigmatiques » qui rendaient très compliqué et énigmatique ce qui est pourtant très clair et parfaitement acceptable pour un esprit simple. Un *homme* vient au monde : il pleure, il regarde, il écoute, il sourit... et 1, 2, 3... au fur et à mesure *ce même homme* s'approche de la surface de son être en s'enrichissant de ses propres créations, et en descendant en même temps toujours plus vers ses profondeurs :

(118) « L'intelligence ne débute ainsi ni par la connaissance du moi ni par celle des choses comme telles, mais par celle de leur interaction, et c'est en *s'orientant simultanément vers les deux pôles* de cette interaction qu'elle organise le monde en s'organisant elle-même. Une image fera comprendre la chose.

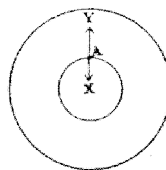


Figure 37

Soit l'organisme représenté sous la forme d'un petit cercle inscrit dans un grand cercle, lequel correspond lui-même à l'univers ambiant. La rencontre entre l'organisme et le milieu s'opère au point A et en tous les points analogues à la fois les plus extérieurs à l'organisme et les plus extérieurs au milieu lui-même. » [Piaget 1937 : 311.]

Piaget a parfaitement vu toute cela, mais il a sans cesse combattu ses propres mots : dans son monde, « le moi se délivre de lui-même », certes, mais sans préalablement pouvoir exister !

(119) « Le réalisme pseudo-psychologique dont on est ainsi victime provient simplement de la double illusion du sens commun philosophique selon laquelle nous pouvons saisir en nous-mêmes notre propre activité intellectuelle à titre de donnée de l'expérience interne (d'où les idées de « raison » synthétique, d'énergie spirituelle, etc., qui prolongent le "*Geist*" ou l'"âme" elle-même) et selon laquelle cette activité donnée est structurellement préformée dès les stades les plus primitifs (d'où les idées de force vitale, de raison *a priori*, etc.). [...] Ni l'assimilation ni l'accommodation ne sont des forces qui se présentent telles quelles à la conscience et qui fournissent à titre de données immédiates l'expérience d'un "moi" et celle d'un monde extérieur. » [Piaget 1936 : 124.]

Bref, je n'ai trouvé que des raisons historiques et culturelles pour expliquer les inconséquences du discours piagétien, que nous allons suivre maintenant jusqu'à l'apparition de la Science.

7.1.2 Trois vers le Nombre

Le même questionnement – « pourquoi à un moment donné ?... » se répète chez Piaget à propos du passage Blas→Edi→Lin. En un mot : pour Blas, Ba, Zu, Fur... (stade 1) *tout va bien*, dans un monde où les fleurs poussent sur des branches sans fleurs, les nuages se créent et se dissolvent dans l'air, les boissons augmentent ou diminuent selon l'orientation des verres – comme le grand Mistral du Nord, bien plus froid et sec que le Sirocco qui souffle du Sud – et on compte 1, 2, 3... juste pour s'amuser.

La « perception immédiate » de notre milieu d'existence ne nous offre en effet aucun – rigoureusement aucun – message de « conservation » :

(120) « Là où la constance est perçue directement il n'y a, en effet, pas de problème pour nous : ce que nous nous demandons uniquement, c'est *comment l'intelligence parvient à élaborer la notion d'une quantité constante malgré les indications opposées de la perception immédiate*. C'est une question de jugement et non point de perception que nous cherchons à résoudre. Or le jugement ne fonctionne précisément que lorsque la perception ne suffit point à renseigner le sujet : découvrir qu'une quantité donnée de liquide ne varie pas si on la transvase d'un récipient de forme A dans un ou deux récipients de forme B suppose ainsi, de la part de l'enfant, un acte de compréhension intellectuelle qui sera d'autant plus important et d'autant plus facilement analysable que la perception immédiate est plus trompeuse. Notre problème n'est donc pas de découvrir pourquoi cette perception est trompeuse, *mais pourquoi les sujets d'un certain niveau se fient à elle sans plus, tandis que d'autres la corrigent et la complètent par l'intelligence*. » [Piaget 1941a : 23. Les italiques sont de moi]

« À un moment donné » Edi fait son apparition pour corriger Blas. Pourquoi ? Pour Blas « il y a plus à boire » : c'est tout. Pourquoi commence-t-il à corriger ses perceptions « par l'intelligence » ? C'est bien vrai : lorsque Monsieur Piaget fait ses tours de magie, la boisson révèle des comportements tout à fait étonnants... mais combien d'hommes décident de se dédier à la science après avoir vu un spectacle de magie à la télé ?

D'autre part – chose encore plus énigmatique – lorsque Lin arrive comme troisième et dernière transformation de cette suite « il affirme la conservation comme une chose si simple et si évidente qu'elle paraît indépendante de toute multiplication »... autrement dit : l'enfant qui conserve la boisson *ne conserve pas... l'enfant qui ne la conserve pas ! Cet oubli parfaitement anti-conservatif* qui fait suite à l'arrivée de l'Âge de la Conservation a d'ailleurs une prévisible contrepartie sociale, à tous les niveaux :

(121) « The young child seems to believe that one can increase the number of items in an array simply by spreading the array over a larger area. So unexpected is this result that many parents, upon hearing of it, exclaim, "*My 4-year-old would not do that!*" They then leave for home with an experimental glint in their eye. When subsequently encountered these parents almost invariably report, with a mixture of puzzlement and interest, that their 4-year-old also behaves as predicted. Indeed, the failure of children younger than 5 to conserve, that is, to say "*Yes, there are still the same number of flowers as vases,*" is one of the most reliable experimental findings in the entire literature on cognitive development. It has been reported hundreds of times, in a wide variety of cultures, often by experimenters who were initially incredulous. A few years later, at the age of 7 or 8, the child's answers match those of adults. *By then the child is contemptuous of this younger siblings, who give such "ridiculous" answers to simple questions.* » [G & G: 1. Les italiques sont de moi.]

En synthèse, quant à la suite Blas→Edi→Lin – de même que concernant les acquisitions successives qui jalonnent les stades de l'intelligence pratique et préopératoire – nous pouvons seulement avouer – avec Piaget – qu'« à un moment donné » *sans que rien d'objectif ne le contraigne*, l'enfant décide qu'il faut bien que quelque chose se conserve au sein de la Transformation ; en revanche, une fois la décision prise, la destination universelle est l'oubli dans le « ridicule » du monde de provenance. Moralité (à bien retenir) : il n'y a rien de moins auto-conservatif que le mental conservatif de l'adulte ordinaire qui « sait à quoi sert de compter ».

7.1.3 Un vers la Science

D'autre part, les choses se répètent (presque) identiques quant à la suite Simplicio→Sagredo→Salviati. Considérons en effet l'aspect du monde où Lavoisier a « à un moment donné » ressenti l'exigence que la chimie se transforme de qualitative en quantitative [cf. (60)]. Dans ce monde, nous versons la boisson rouge de Blas dans le récipient A1 en Fig. 38a ; nous la transvasons ensuite [38b] dans le récipient L1, pour engendrer une transformation rigoureusement « close » – c'est bien *la même* boisson ! – par là même capable de faire marcher les trains :

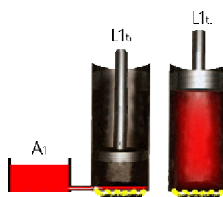


Figure 38

Lorsqu'une même quantité de boisson contenue dans le réservoir A1 est transvasée dans la chaudière L1, elle subit un processus de dilatation qui, en l'occurrence, permet aux trains de marcher. De toute évidence, ce processus est une très exacte répétition *in re* des « erreurs » perceptives des enfants incapables de conserver la « quantité continue » : c'est « la même boisson » ! Le monde où Lavoisier a institué le principe de conservation du poids des éléments chimiques malgré leurs incessantes transformations est donc un monde où rien n'a l'air de se « conserver », et qui donne tout à fait raison à ces mêmes enfants.

Piaget observe en effet, à propos de cette dilatation, qu'elle n'a strictement rien de contradictoire :

(122) « Le sujet est sans cesse conduit à se contredire : tantôt il croit que le liquide bleu est plus abondant que le rouge, tantôt il croit l'inverse, sans pour autant penser qu'il a eu tort auparavant. *Sans doute si l'on érige en principe la possibilité pour un liquide de se dilater ou de se concentrer sans permanence aucune, il n'y a là aucune contradiction.* Seulement l'enfant invoque pour justifier ses affirmations contraires, des motifs qu'il ne coordonne pas entre eux et qui conduisent à des affirmations incompatibles les unes avec les autres. C'est là qu'est la vraie contradiction. » [Piaget 1941a : 24. Les italiques sont de moi]

Finalement, la *contradiction* productrice de science, et la *conservation* productrice de mathématique – à son tour productrice de Conservation, aux dires de Piaget : mais nous verrons c'est bien là qu'il s'est trompé – apparaissent ensemble... mais elles le font dans un monde où rien ne se conserve, d'autant plus que l'apparition de ce qui le fait malgré tout a l'effet général de dissoudre dans le Néant toute trace de sa provenance. Nous sommes ainsi parvenus au bout de notre chemin piagétien *orthodoxe*, en récoltant une série d'acquis dont l'importance ne saurait être exagérée, et en le purifiant d'un nombre de dogmatismes qui ne font qu'en bloquer la puissance heuristique. Pour cette raison d'ailleurs je situe mon travail dans le sillon du Programme de Piaget¹² : car son intuition de la *continuité rationnelle de la vie humaine à l'intérieur de la vie globale du Cosmos*, et la majestueuse cathédrale de recherches mathématiques et expérimentales qui a fait suite à cette même intuition demeure le seul horizon où, à mes yeux, il est sensé situer une vraie *science éducative* de la personne.

7.2 Dépasser Piaget. Un pas jusqu'à avant le Vide

Pour compléter notre suite il nous faut pourtant abandonner définitivement l'orthodoxie piagétienne, pour rendre compte – *bien à l'intérieur* de l'horizon de la psychologie comme science mathématique des « totalités comportementales » déjà existantes – d'une étape que Piaget ne prend pas en charge dans *La Naissance de l'Intelligence* où il commence, comme nous l'avons fait remarquer, avec l'Observation 1 : « Dès la naissance on observe une esquisse de succion à vide... ». Il y a bien, pourtant, un *comportement* qui vient avant cette première esquisse, et que je décrirai comme suit.

(1) LE PREMIER SOUFFLE. – Observation 0 : l'enfant est en train de sortir du corps A₀ de sa mère. Moment d'apnée... le liquide amniotique est en train de devenir un élément létal pour son système respiratoire... l'élément létal de l'air est en train de devenir une substance vitale pour tout son être. Il est maintenant en train d'inspirer son premier souffle. Ce corps A₁ est son corps.

Cette opération *est bien un comportement* qui (comme tous les autres) implique un pouvoir d'autoréférence et deux niveaux logiques d'action. Deux niveaux qui doivent bien exister si avec Piaget nous sommes d'accord non seulement que notre « moi » doit pouvoir – à la *limite supérieure* de son évolution – « se délivrer de lui-même en se découvrant comme une chose parmi les choses, un événement parmi les événements » – mais que cela définit aussi, et avec autant de rigueur, la *limite inférieure* de cette même évolution, c'est-à-dire l'événement de sa première « incorporation ».

Nous avons désormais bien vu en effet (cf. (57) et (112)) que la capacité de « briser le cercle » clos de nos « totalités comportementales » données est inscrite au cœur même de ces mêmes totalités : qu'il s'agisse de perfectionner les performances « récoGNitives » d'un simple mécanisme réflexe (stade I) ou d'intégrer son pouce au champ sensoriel de sa propre bouche (stade II) etc., il faut reconnaître à notre

« moi » – au « moi » de notre corps – une préalable capacité d'« incorporation » agissant en deçà de n'importe laquelle de ses formes déjà cristallisées, et cela demande l'existence d'un espace d'auto-orientation parfaitement pré-corporel.

(2) « UN HOMME QUI EST EXTERIEUR A MOI, MAIS QUE JE CONVIENS D'APPELER MOI » (POINCARÉ)
– Cela a été très bien vu par le savant auquel Piaget est redevable de ses « groupes de déplacement » :

(123) « En somme, le système d'axes de coordonnées auxquels nous rapportons naturellement tous les objets extérieurs, c'est un système d'axes invariablement lié à notre corps et que nous transportons partout avec nous. Il est impossible de se représenter l'espace absolu ; quand je veux me représenter simultanément des objets et moi-même en mouvement dans l'espace absolu, en réalité je me représente moi-même immobile et regardant se mouvoir autour de moi divers objets et *un homme qui est extérieur à moi, mais que je conviens d'appeler moi.* » [Poincaré 1905 :67. L'italique est de moi.]

On ne saurait le dire mieux : pour *être* un corps il faut l'*avoir*, et pour l'*avoir* il faut sans cesse se l'approprier, en s'y « incorporant » instant après instant, ce qui présuppose de notre part la capacité de l'assumer comme un seul et *même* corps : une capacité qui évidemment ne peut dépendre de son existence « donnée » car... elle n'est pas « donnée » !

(124) « Autre remarque : je viens de dire que c'est à notre propre corps que nous rapportons naturellement les objets extérieurs; que nous transportons pour ainsi dire partout avec nous un système d'axes auxquels nous rapportons tous les points de l'espace, et que ce système d'axes est comme invariablement lié à notre corps. On doit observer que rigoureusement l'on ne pourrait parler d'axes invariablement liés au corps que si les diverses parties de ce corps étaient elles-mêmes invariablement liées l'une à l'autre. Comme il n'en est pas ainsi, nous devons, avant de rapporter les objets extérieurs à ces axes fictifs, supposer notre corps ramené à la même attitude. » [Poincaré 1905 : 67, 68.]

Revenons donc aux deux niveaux logiques nécessaires à notre existence corporelle, et notamment à l'événement de notre naissance. Avec une analogie, de même pour pouvoir orienter nos mouvements dans le monde externe nous devons disposer d'une droite/gauche *corporelles* absolues, et d'une droite/gauche *spatiales* absolues, en ce que lorsque nous croisons les bras nous savons encore distinguer entre la droite et la gauche de notre *corps* dans son propre *espace* (car l'espace externe – évidemment – ne peut pas nous aider à saisir *notre* droite/gauche), de même pour « sortir » – émaner – du corps de sa mère, pour s'orienter donc envers soi-même et devenir ainsi un corps A_1 , absolument distinct du corps-mère A_0 , ce même corps A_1 postule un espace d'auto-orientation à l'intérieur duquel ce même corps A_1 peut, lorsqu'il *est* encore le corps-mère A_i , se transformer néanmoins en un autre corps [= le corps d'un autre] – car c'est bien *ce même* corps-mère A_i qui en « accouchant » *devient* un autre corps A_j – et *simultanément* – à l'intérieur de cette même opération d'auto-différentiation – transformer en soi le corps A_j de ce même autre, en s'identifiant de la sorte comme A_k : un autre corps *né*. Conclusion : la suite en deux temps $A_i \times A_j \rightarrow A_k$ a nécessairement lieu à l'intérieur d'un espace A d'auto-orientation/différentiation qui n'est réductible à aucune de ses trois occurrences « internes ».

De toute évidence donc, du point de vue structurel 1) il nous faut un espace logique qui comprenne les trois occurrences A_i, A_j, A_k du *même* A , de l'intérieur duquel le corps de « destination » A_1 peut s'identifier en s'orientant vers soi-même, et en se distinguant de la sorte du corps de départ A_0 ; 2) dans cet espace d'auto-orientation les trois occurrences A_i, A_j, A_k ne font certainement pas 3 corps, mais il n'en font même pas 2 (car 2 c'est le résultat final) ni – ceci va de soi – 1 seul ! Moralité : cet espace n'est pas encore l'espace où trois choses font 1, 2, 3 choses ni $1+1=2$ ni $1+2=3...$ et *cet* espace – nous le reconnaissons bien – n'est rien d'autre que le champ d'action du Logicisme de Frege, Dedekind, Cantor, et ensuite de Ludwig Wittgenstein.

(3) « LA FORME DU CORPS EST L'ÂME » (PIAGET) – Piaget aurait donc dû se tenir fidèlement à cette racine de sa pensée s'il voulait, encore une fois, progresser sur Aristote, selon ses déclarations explicites :

(125) «Le père di vitalisme explicite et doctrinal est sans doute Aristote, qui voyait en l'âme la « forme » du corps au double sens de sa forme essentielle et de son pouvoir moteur, et qui distinguait dans ses explications du fait biologique les trois paliers de l'âme végétative, de l'âme sensible ou motrice et de l'âme spirituelle [...] Il semble y avoir inversion de sens complète entre les vues aristotéliennes et la perspective contemporaine [...] Si l'on voulait retenir la formule, il faudrait la renverser en “la forme du corps est l'âme” ou plus précisément

«les formes organiques comprennent à titre de résultante nécessaire les formes cognitives». »
[Piaget 1967 : 58-59.]

Or si l'on relit ma description/déduction des trois occurrences A_i , A_j , A_k on voit bien que je me suis tenu au renversement piagétien : je n'ai jamais utilisé l'expression « le corps *de* » comme si elle était nécessaire à la rigueur du discours sur la dynamique de la naissance : on peut donc rayer l'expression que je mets entre crochets « le corps d'un autre », et laisser seulement l'opposition : un corps/un *autre* corps, selon le désir de Piaget. Nous avons donc un corps avec *sa* forme, et cette forme nous dit que ce corps *naît d'un autre corps*. Mais *d'autant plus* il ne fallait surtout pas que Piaget abandonne la radicalité du programme logiciste s'il voulait respecter le phénomène – bien biologique – de la naissance d'un corps, et comme il le fait, il perd complètement l'orientation, ainsi qu'il s'est passé avec son maître Poincaré, lequel a pensé que la nature – comme il l'appelle – « fictive » des axes d'orientations logico/géométriques qui nous permettent de nous reconnaître comme nous-mêmes « dans » notre corps soit moins qu'*absolument* certaine de leur véracité et fiabilité. En effet, à l'intérieur de cet espace d'auto-identification/différentiation, « mon » corps est nécessairement doué d'une *forme purement dynamique*, en ce qu'elle peut devenir la forme d'un autre (lorsque je me détache de ma mère) et *a fortiori* une autre forme. Sur cela Piaget est pleinement d'accord :

{126} « Ainsi se trouve écartée, du point de vue logique, la difficulté inhérente à la notion d'Identification : rien ne distingue formellement, en effet, la fausse identification de la vraie, et la preuve expérimentale nécessaire à cette distinction demeure donc, ou bien étrangère au mécanisme de la raison, ou bien solidaire d'identifications intérieures dont on ne voit pas comment démontrer leur validité. Au contraire, un système de relations réciproques tient sa garantie à la fois de sa structure interne et des données de fait qu'il a réussi à coordonner : sa constitution est un gage de sa valeur, puisqu'elle comporte en elle-même un élément de vérification. » [Piaget 1936 : 217.]

... et toutefois, il saute d'un bond la verticale logiciste – qui *prétend* que l'*Abbildung* fondatrice $A \times A \rightarrow A$ à la base de tout groupe $A \times B$ concevable ne s'écarte pas d'un millimètre du dynamisme tautologique d'un même A – pour prôner cet « impérialisme du groupe » qui présuppose en réalité ce qu'il s'agit bien de démontrer :

{127} « La catégorie de relation (réciprocité) est aussi fondamentale pour l'esprit humain que celle de totalité. Si le but de cet ouvrage ne nous interdisait pas des digressions dans le domaine de la psychologie de l'intelligence en général, ce serait le moment de montrer que la soi-disant « identification » dans laquelle une célèbre philosophie des sciences voit le processus caractéristique du « cheminement de la pensée » ne se donne jamais pour but la constitution de relations d'identité mais celle de systèmes de relations réciproques. Le fait ultime, dans l'analyse de l'intelligence n'est donc pas l'affirmation statique de l'identité, mais le processus par lequel l'esprit distingue deux termes en les mettant en relation et constitue cette relation en les rendant solidaires. La réciprocité est donc une identité dynamique, dont l'acte de coordination va de pair avec celui de différenciation. Or, ainsi conçue, la réciprocité est le rapport fondamental que l'on retrouve à l'intérieur de chaque totalité. Lorsque la totalité se construit par coordination de deux ou plusieurs schèmes, en effet, les rapports existant entre ces schèmes sont des rapports de réciprocité, tandis que les relations établies entre les objets subsumés par ces schèmes constituent elles-mêmes des relations réciproques. Quant à la structure interne des schèmes, il en est donc de même : les parties d'un tout organisé soutiennent nécessairement entre elles des relations de réciprocité. C'est ce que nous verrons de plus près en étudiant les structures objectives, spatiales ou causales, au cours du volume II. En ce qui concerne l'espace, en particulier, il est très visible que chaque totalité motrice tend à constituer un « groupe » dont les éléments se définissent précisément par la réciprocité. » [Piaget 1936 : 217.]

La {126} ci-dessus est en réalité une note à cette {127} qui affirme la nature groupale de ce même espace d'auto-orientation dont nous sommes en train de parler. Mais je dis, de deux choses l'une : soit {126} l'identité de A est *purement* dynamique et « conventionnelle », en ce qu'elle est la porteuse autonome de ses critères de vérité/fausseté – mais alors ce même A doit savoir s'auto-reconnaître = *s'engendrer* à tout instant de son histoire vitale, en se distinguant donc de B , C etc. : ce qui signifie que toute totalité groupale intérieurement structurée selon des rapports de réciprocité entre ses parties garde bien fixe cet horizon primordial de référence $A=A$; soit {127} la totalité groupale $A \times B \times C \dots$ est notre unique et seul horizon de référence, mais un tel horizon n'en est en vérité pas un car dans ce cas

en effet *absolument rien* « ne distingue formellement la fausse identification de la vraie » et nous ne savons plus distinguer entre un corps et un autre corps, ou entre notre corps et le corps d'un autre. Mais alors *nous ne pouvons pas naître*, ce qui ne correspond pas à notre phénomène de départ, car, pour aller à l'école et apprendre les mathématiques, il faut préalablement être venu au monde.

Or, comme je l'ai dit, Piaget est très cohérent avec sa fallacieuse perspective généalogiste, qui cherche partout des ancêtres mais demeure structurellement incapable de parler des nouvelles *générations*. Dans *La naissance de l'Intelligence* nous ne trouvons donc pas un compte rendu de notre Observation 0, et il nous faut reculer sur *Biologie et Connaissance*, où il propose une même perspective embryologiste à la fois mentale et physique :

(128) « [Il existe] un parallélisme assez frappant des problèmes que soulève l'embryogénèse organique et cette embryologie mentale qu'est l'étude du développement individuel de l'intelligence, des perceptions etc., d'où nous tirons les principales informations sur la nature des connaissances. [...] La comparaison de l'épigenèse avec une construction mathématique progressive est d'autant plus parlante que le développement des opérations logico-mathématiques élémentaires dans l'ontogénèse de l'intelligence chez l'enfant soulève exactement le même problème de préformation ou de construction épigénétique que celui dont on discute en embryologie causale. Nous serons, en effet, conduits à chercher le point de départ de la formation des opérations logico-mathématiques dans une abstraction à partir de la coordination générale des actions. » [Piaget 1967 : 19.]

Toutefois, on s'en doute, nous trouverons d'autant moins ici une réponse à la question posée – comme A_1 naît de A_0 – car ce qui dans l'espace cognitif est le groupe $A \times B$ devient dans l'espace biologique le « mécanisme combinatoire » surpeuplé d'un ensemble de A, B, C... déjà pleinement formés. L'embryologie piagétienne est en effet totalement focalisée non pas sur l'enfant mais sur son « genoma », conçu comme un système [auto-]combinatoire régit par les règles de la Cybernétique¹³. Or, toujours en chasse de la sorcière métaphysique, Piaget s'oppose avec véhémence à l'idée de Cuénot que ces combinaisons puissent être attribuées à une quelconque forme d'« intelligence combinatrice » :

(129) « Qu'on nous décrive donc les *mécanismes combinateurs* qui, à tous les niveaux (du génome d'un Protozoaire à celui de l'Homme, et du germe à l'intelligence adulte), permettent de fournir des « réponses » aux tensions extérieures, mais cela en tenant compte des différences structurales d'un niveau à un autre, et l'on n'aura plus besoin d'attribuer l'« intelligence » aux paliers inférieurs. [2] Le problème subsistera naturellement alors d'établir ce qu'il peut y avoir de fonctionnellement commun à toutes ces structures, et les partisans de Cuénot répondront que de tels invariants fonctionnels existent et qu'on peut les désigner sous le terme d'« intelligence » aussi bien qu'autrement. Mais on saura de quoi l'on parle *au lieu de projeter simplement le mental dans l'organique*. » [Piaget 1967 : 56. Les italiques sont de moi.]

Naître est bien une « réponse » de A_i aux « tensions extérieures » représentées par le liquide amniotique présent dans A_j à un certain moment t_0 où $A_i = A_j$. Piaget peut donc sans doute s'opposer à Aristote et chercher la forme du corps plutôt que son âme ; et il peut sans doute s'opposer à Cuénot en cherchant les « mécanismes » qui gèrent la réponse de A_i à A_j plutôt que son « mental » : ces mécanismes ne pourront pourtant pas être « combinatoires », car pour faire en sorte que la combinaison $A_i = \{a, b, c, \dots\}$ soit discernable de la combinaison $A_j = \{a, b, c, \dots\}$ il faut préalablement que A_i se distingue de A_j , tandis que pour l'instant $A_i = A_j$, jusqu'au moment où A_i sera né, en se transformant de la sorte en $A_1 \neq A_0$ de façon que $A_1 + A_0 = 2$ corps. Pour naître donc, il n'est pas suffisant de *se recombinaer*, et cette réponse ne sera pas acceptée comme la bonne par le liquide qui entoure A_i et qui va vite se transformer en un poison mortel.

Moralité : le moment venu A_i doit irréductiblement pouvoir *s'orienter sur soi-même* dans l'espace (pas dans le vide !) de son identité dynamique, et produire ainsi son auto-différentiation du milieu A qui l'entoure, qui devient ainsi A_j de façon que – un petit effort encore... – A puisse devenir A_0 et émaner de son ventre A_1 , qui pourra enfin inspirer son premier souffle.

Ceci est de toute évidence parfaitement cohérent avec les six+trois+un pas qui séparent ce même A de l'accès à la vérité scientifique $A = A$: « à un moment donné » une totalité comportementale auto-conservative, assimilatrice et recognitive décide d'engendrer une différence au cœur de son vieux monde. Cette *différence* sera... A même, en *personne*, et prêt à s'éclater en une tempête de cris ! Et

que veut-on de mieux pour un enfant destiné à se libérer de son égocentrisme pour voler, libre, dans le monde toujours nouveau de son expérience ?

(4) « LUI, MON CORPS » (PROUST) – Une remarque encore, avant de suggérer un modèle mathématique pour cette première incorporation, qui soit aussi satisfaisant que le modèle de la progression exponentielle pour la succession des cycles d'assimilation [§7.1.1(1)αβ]. L'époque de Piaget a *très distinctement ressenti* la radicalité logique et le courage culturel dont il fallait s'armer pour affronter en scientifiques et penseurs rien de moins que le problème de l'incarnation (qui à vrai dire a fait l'histoire de la modernité, depuis Luther, Descartes, Leibnitz, Spinoza), mais je pense que *la science*, tout en étant suffisamment radicale du point de vue logique, ainsi que nous venons de le voir chez Piaget et Poincaré, a manqué tant du courage nécessaire à ne pas se *scandaliser*, que de la vertu éthique nécessaire à ne pas vouloir s'emparer des résultats formels qu'elle avait cependant atteints. Poincaré recule donc vers la « convention arbitraire » plutôt que d'avancer dans le « vide » kantien – le vide de la *foi dans la raison* – où seule prend réellement corps la liberté pratique de tout « égocentrisme », tandis que Piaget accouche d'une immense quantité d'essais de – disons-le comme cela – *robotique* (qui ont engendré la réaction anti-piagétienne que nous avons écoutée) plutôt que rester sur les phénomènes irréductiblement mathématiques et humains qu'il se propose d'étudier. D'autre part, je ne pense pas que la phénoménologie française (comme celle de Merleau Ponty) ait fait un bon travail quant à la notion du « corps propre » et bref – ce n'est pas ici le lieu pour aller plus loin – la seule dimension de l'esprit qui, dans le XX^e siècle, m'est apparue à la hauteur de la tâche a été celle de l'art poétique et narratif (cinéma et littérature) :

(130) « Un homme qui dort tient en cercle autour de lui le fil des heures, l'ordre des années et des mondes. Il les consulte d'instinct en s'éveillant, et y lit en une seconde le point de la terre qu'il occupe, le temps qui s'est écoulé jusqu'à son réveil ; mais leurs rangs peuvent se mêler, se rompre. [...] Il suffisait que, dans mon lit même, mon sommeil fût profond et détendît entièrement mon esprit ; alors celui-ci lâchait le plan du lieu où je m'étais endormi, et quand je m'éveillais au milieu de la nuit, comme j'ignorais où je me trouvais, je ne savais même pas au premier instant qui j'étais ; j'avais seulement dans sa simplicité première le sentiment de l'existence comme il peut frémir au fond d'un animal ; j'étais plus dénué que l'homme des cavernes ; mais alors le souvenir – non encore du lieu où j'étais, mais de quelques-uns de ceux que j'avais habités et où j'aurais pu être – venait à moi comme un secours d'en haut pour me tirer du néant d'où je n'aurais pu sortir tout seul ; je passais en une seconde par-dessus des siècles de civilisation, et l'image confusément entrevue de lampes à pétrole, puis de chemises à col rabattu, recomposaient peu à peu les traits originaux de mon moi.

Peut-être l'immobilité des choses autour de nous leur est-elle imposée par notre certitude que ce sont elles et non pas d'autres, par l'immobilité de notre pensée en face d'elles. Toujours est-il que, quand je me réveillais ainsi, mon esprit s'agitait pour chercher, sans y réussir, à savoir où j'étais, tout tournait autour de moi dans l'obscurité, les choses, les pays, les années. Mon corps, trop engourdi pour remuer, cherchait, d'après la forme de sa fatigue, à repérer la position de ses membres pour en induire la direction du mur, la place des meubles, pour reconstruire et pour nommer la demeure où il se trouvait. Sa mémoire, la mémoire de ses côtes, de ses genoux, de ses épaules, lui présentait successivement plusieurs des chambres où il avait dormi, tandis qu'autour de lui les murs invisibles, changeant de place selon la forme de la pièce imaginée, tourbillonnaient dans les ténèbres. Et avant même que ma pensée, qui hésitait au seuil des temps et des formes, eût identifié le logis en rapprochant les circonstances, lui – mon corps – se rappelait pour chacun le genre du lit, la place des portes, la prise de jour des fenêtres, l'existence d'un couloir, avec la pensée que j'avais en m'y endormant et que je retrouvais au réveil. » [Proust CCS : 5-6]

Dans ce passage, Marcel Proust a bien le courage qui manque à Poincaré lorsque, en découvrant dans son lit « cet homme » qu'il « convient d'appeler “moi” » ressent le vertige des « siècles et des civilisations » et décide qu'une « convention » n'est rien de réellement important, qu'une « fiction » l'est encore moins et que la « métaphore » est un outil expressif de bas de gamme, plutôt que l'accepter comme la seule dimension d'où l'esprit peut évoquer la vérité mathématique de ses certitudes.

Même si cela peut à présent apparaître hors de sujet, ce dernier point est d'une importance primordiale, car tout ce que j'ai à proposer se concentre finalement sur cette récupération de la

dimension narrative, magique, syncrétique, métaphorique... à l'intérieur des opérations mathématiques fondamentales.

Venons maintenant au modèle opératoire qui peut encadrer en effet l'événement général de l'« incorporation » – de la *naissance* donc – ainsi que tous les autres.

7.3 L'Abbildung et la naissance de la raison

Dans ce qui suit je remplacerai la notion d'« assimilation », que Piaget assume comme l'« opération fondamentale » à la base tant de la vie prérationnelle que des processus vitaux de la raison mathématique ((76)) avec la notion déjà pleinement mathématique d'« application » – *Abbildung* –, car cette dernière porte en elle tant d'« opération » au sens propre (production formelle d'une évidence symbolique) que de dynamisme émanateur et vital. Cela nous permettra d'une part de penser la naissance en termes mathématiques, en ce que réciproquement nous penserons les nombres en termes de naissance, et d'autre part de ressouder la fracture entre la pensée « primitive » de l'enfant et la pensée abstraite et « transintuitive » du mathématicien. Nous devons en effet reconnaître que dans la transformation (« filiation », dit Piaget) qui *durch Abbildung* nous conduit d'une chose a en son image a' (qui n'est plus « un » mais pas encore « deux ») notre pensée est engagée à un niveau franchement « syncrétique », « primitif » et par là même « enfantin ». Bref : c'est bien d'un enfant que *naît* tout grand savant.

7.3.1 Les trois dimensions de l'opération mathématique

À l'intérieur de la construction ensembliste du monoïde additif/multiplicatif des nombres naturels, les opérateurs arithmétiques $+$ et \times font leur apparition seulement une fois que, grâce à un premier mouvement d'*Abbildung* [Application], une « multiplicité » de départ A est « appliquée » sur elle-même ($A * A \rightarrow A$) en engendrant de la sorte un ensemble de couples ordonnés de forme $a, b \neq b, a$. Seulement *après* cela, et grâce à une autre opération d'*Abbildung*, cet ensemble de couples est mis en correspondance un-à-un avec l'ensemble A de départ, de façon à obtenir un ensemble de triplets ayant la forme $a, b \rightarrow c$, et telles que $a+a=2a$ and $a \times a = a^2$.

Pourquoi, par contre, le phénomène $a+a=2a$ et $a \times a = a^2$ ne peut pas se produire au niveau du premier step $A * A \rightarrow A$? Parce que ce premier passage – qui est pré-numérique dans le seul sens qu'il est proto-numérique – est essentiellement pré-additif et pré-multiplicatif, et son isolement dimensionnel est l'essence même de la réflexion logiciste sur les conditions logiques du phénomène arithmétique des « opérations fondamentales ». Analysons les dimensions constitutives des expressions $1+1=2$ et $1 \times 1 = 1^2$, à savoir de $a+a=2a$ et $a \times a = a^2$.

Dimension booléenne – Aux racines logiques de $1+1=2$, George Boole a postulé sa « loi des index » [Boole 1847:17], qui exprime la nécessité que l'élément A soit le même élément dans chacune de ses occurrences opérationnelles : $A^n = A$, ou plus généralement $A * A = A$. Si cette dimension d'immodifiabilité absolue d'un même A tout le long des procédés qui le concernent comme « argument » n'était pas présente et efficace, de toute évidence aucune de nos opérations ne pourrait amener à aucun résultat déterminé.

Dimension pythagorique – Notre phénomène d'ancrage est toutefois $1+1=2$, ou $A * A = 2A$, où évidemment $A \neq 2A$, malgré l'évidence booléenne qu'il s'agit en tout cas de deux occurrences du même A . Le symbole 2 est donc le signe qu'une modification cumulative de quelque chose s'est produite « en A » pendant qu'il passait de sa première à sa dernière occurrence, et cela nous oblige à dire que cette accumulation s'est produite en une dimension ultérieure à la dimension booléenne (où rien ne change jamais en aucun cas), et que cette autre dimension est nécessaire pour pouvoir en effet *compter* 1,2,3 ... plutôt que contempler une simple succession de 1,1,1... ou $A, A, A...$ J'appellerai cette dimension la dimension pythagorique de l'opération $1+1=2$.

Posons maintenant la question : comment passe-t-on de la dimension booléenne à la dimension pythagorique de l'opération ? En d'autres mots : étant donnée l'immodifiabilité absolue de A tout le long de ses occurrences, comment quelque chose peut-il *se cumuler* – comment donc quelque chose de différent peut-il se manifester de façon que cette même identité absolue demeure intouchée tout en « procédant de lui-même » ? Bref, comment est-il possible de compter 1...2. Nous reconnaissons bien, ici, le questionnement frégéen cité en (111) juste à propos de $1+1=2$, qui ne peut pas être l'*explication* de son évidence universelle car, quelle que soit la manière dont nous nous y prenions, notre langue

ordinaire ne sera pas en état de – tout simplement – *dire en mots* que se passe-t-il en effet lorsque nous énonçons, en chiffres, « $1+1=2$ ».

Dimension frégréenne – La réponse que le Logicisme a donné à cette question a été l'*Abbildung*, qui postule l'existence d'une troisième dimension mathématique intermédiaire entre la dimension boléenne et la dimension pythagorique de l'opération, et où se produit la modification cumulative à l'intérieur de l'immodifiable identité logique de A. Appelons cette dimension la dimension frégréenne de l'opération mathématique. Cette dimension a deux caractères fondamentaux : a) en elle nous pouvons distinguer une *chose* de son *image*, et b) 1 chose + 1 image ne font pas 2 objets.

Revenons au produit cartésien $A \times A$, qui produit un ensemble de couples ordonnés ayant la forme $a_1 a_2$, telle que $a_1 a_2 \neq a_2 a_1$. Or, ce qui distingue le couple $a_1 a_2$ des couples $a_1 + a_2$ et $a_1 \times a_2$ est essentiellement cette non-commutativité des deux termes du couple – qui sont deux occurrences du même terme a – car le trait fondamental de l'accumulation quantitative (des nombres ou des grandeurs) est son indifférence à l'ordre des choses cumulées. Donc, étant donné le sens des couples $\overline{a_1 a_2}$ et $\overline{a_2 a_1}$ il est clair qu'à ce niveau les indices 1,2 et 2,1 ont uniquement la fonction d'indexer les occurrences (nécessairement identiques entre elles) a, a et a, a en leur donnant deux sens contraires sans pourtant produire aucun phénomène recevable d'accumulation, car comme $2+1=1+2=3$, ce « 3 » cumulatif et identique dans les deux cas est manifestement absent dans le phénomène $a_1 a_2 \neq a_2 a_1$. Si d'ailleurs une telle accumulation avait lieu à ce niveau, la possibilité de distinguer entre différentes occurrences du même a , et donc d'identifier le phénomène de l'occurrence d'un symbole a donné, en général, se dissoudrait dans nos mains.

Ici donc le sens effectif de l'*Abbildung* en son irréductible dimension tierce par rapport aux autres deux. Une même chose A se manifeste « booléennement » identique à elle-même au travers de ses « images » (ses occurrences, ses manifestations) a_1, a_2, \dots, a_n , et à l'intérieur du « transport » d'une chose a dans son image a' – que nous écrivons $a' = \varphi(a)$; il est vrai en même temps que $a = a'$ et que $a+a$ ne fait pas $2a$ car, dans ce cas, nous ne pourrions pas distinguer entre une chose et son image et donc entre un « argument » et ses différentes occurrences. Donc, si en effet nous pouvons compter 1,2,3... et additionner $1+2=3$, cela signifie que dans notre esprit est active et agissante – ici et maintenant – la dimension *booléenne* $A \times A = A$, où A demeure fixement identique à lui-même, la dimension *pythagoricienne* $A \times A = A^2$, où A augmente sa quantité, et la dimension frégréenne $A = f(A)$, où la chose A est mise en une *Abbildung-correspondance* un-à-un avec son image $f(A)$, mais dans ce cas 1 chose + 1 image ne font pas 2 objets.

Tirons maintenant deux conclusions très importantes de tout cela. La première est que les nombres *naissent* ; la deuxième (en §7.4) est que tout mathématicien naît d'un enfant, car tout enfant est un mathématicien.

7.3.2 La naissance des nombres

Il est tout à fait évident que mon analyse « dimensionnelle » de l'opération « $1+1=2$ » est exportable au schème que j'ai utilisé pour parler du processus de naissance du corps A_1 accouché par le corps A_0 à partir d'un instant t_0 dans lequel A_0 est A_1 en ce que le corps-mère est le corps-fils – et *vice-versa* – et *en aucun cas* nous ne sommes autorisés à reconduire cette identité $A_0 = A_1$ à $A \neq B$ de façon que $A \times B$ fassent « un groupe » de deux objets distincts. D'autre part, il est clair aussi que, réciproquement, nous ne pouvons pas comprendre mon analyse de $1+1=2$ sans utiliser des notions comme « A émane son image » ou « A procède de lui-même », ou « A' naît de A ». Nous mathématisons donc un phénomène grâce à une certaine opération, et réciproquement nous visualisons cette opération grâce à ce même phénomène. Est-ce cela un cercle ? Sans aucun doute *oui*. Est-ce un cercle *vicieux* ? Je réponds avec une question : avons-nous *compris* ? Ou : sommes-nous avancés dans la conjointe compréhension des deux domaines ainsi mis en rapport de réciprocité explicative ? Sans aucun doute *oui* : l'un s'est enrichi de l'autre. Loin d'être vicieux, notre cercle est encore une fois une spirale.

Ce que j'ai fait est finalement de poser un modèle *profond* de compréhension – l'archétype de la graine qui pousse et de la vie qui naît – comme champ de synthèse pour ces deux domaines scientifiques. Un archétype qui d'ailleurs n'arrête pas de nous suivre depuis au moins le §5, où nous avons rencontré le « germe qui favoriserait l'éclosion des mathématiques » de Deahene (46), le schème « gros d'une série de schèmes virtuellement contenus en lui » de Piaget (47), pour ensuite

rencontrer les « embryons » etc. En outre, ce même archétype – qui fait l'essence même de l'arbre cartésien des sciences et des monades de Leibniz – est utilisée non seulement par Kant en personne pour parler de ses catégories [« les germes des concepts purs », 1787 : B 91], mais par son élève Gottlob Frege, qui se trouve obligé par son analyse logique de $1+1=2$ de parler de fécondité, de graines et de plantes :

(131) « Les déterminations de concepts féconds tracent des limites qui n'étaient pas encore données. On ne peut pas savoir d'avance ce qu'on en pourra déduire ; on ne se contente plus de retirer de la boîte ce qu'on y avait placé. De telles déductions accroissent notre connaissance et il faudrait, si on veut être fidèle à Kant, les tenir pour synthétiques. On peut cependant les démontrer d'une manière purement logique : elles sont donc analytiques. Elles sont bien, en fait, contenues dans les définitions, mais elles le sont comme une plante l'est dans la graine, non pas comme une poutre l'est dans la maison. Souvent, plusieurs définitions sont nécessaires à la démonstration d'une proposition ; elle. N'est donc contenue dans aucune d'entre elles prises séparément, bien qu'elle découle de leur conjonction par le seul fait de la logique pure. » [1884 : 212.]

Il y a toutefois une autre raison, *négative* et *comparative*, pour nous rassurer que nous avons en effet *compris* en expliquant la naissance en termes de nombres, et les nombres en termes de naissance. Cette raison est que nous avons sans doute compris *mieux* ce que nous proposent les archétypes violemment anti-frégéens actuellement en usage, sur tous les textes de notre civilisation :

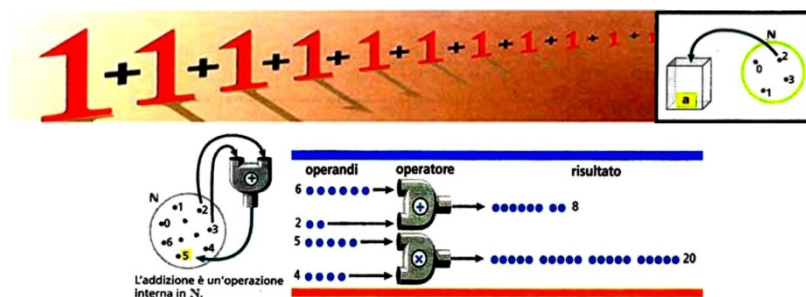


Figure 39ab [Castelnuovo 1998] cd [Bergamini 2002]

Selon la didactique actuelle, (a) tout nombre n donné s'explique comme une juxtaposition/accumulation de $1+1+1\dots$; (b) la lettre censée exprimer la valeur d'une constante est une boîte dans laquelle nous entassons des nombres, donc des $1+1+1\dots$; (c-d) une opération mathématique est un mécanisme qui introduit des groupes de billes dans une sorte de magique mitrailleuse en métal, qui les crache ensuite en alignement parfait, tout en gardant la distance mutuelle.

Comme si *rien* n'avait été dit sur l'absurdité de reconduire la suite 1, 2, 3... à la série obsessionnelle $1+1+1\dots$, et de mettre des nombres dans une boîte ou dans un engin métallique pour assembler d'autres nombres, ces archétypes de la « pensée agrégative » nous envahissent de tous les côtés. Justement grâce à cette invasion, ils nous rassurent pourtant maintenant sur la seule chose qui nous intéresse : avec un modèle comme celui de la graine et de la plante, nous comprenons *beaucoup mieux* – les nombres étant au moins aussi vivants que nous qui les pensons – ... si seulement nous évitons de vouloir comprendre comment une plante naît de sa graine en combinant et recombinaant ses « particules » dans la boîte de son « genoma » !

7.4 L'enfant mathématicien, le mathématicien enfant

Réécoutons maintenant ce que disent G & G en (78) : « Du point de vue de Piaget il y a un parallèle entre ce qui est primitif dans les développements de l'arithmétique formelle et ce qui est psychologiquement primitif. *Nous croyons que ce parallèle n'est pas valide.* Dans l'enfant préscolaire la décision concernant l'équivalence numérique n'est possible qu'après avoir obtenu des représentations de la numérosité. Dans la procédure du mathématicien le contraire est vrai : la décision sur l'équivalence numérique est prioritaire, et ne demande pas des représentations de la numérosité ». Par contre, ajoutent-ils, l'enfant préscolaire *se trompe* quant à la numérosité lorsqu'il s'agit de « mettre en correspondance » deux rangées d'œufs et de coquetiers, en ce qu'il ne gère pas la dimension *algébrique* de cette même numérosité ((75)).

Tout en partageant cette dernière suggestion de G & G – c'est bien l'apparition du champ *algébrique* de cohésion opératoire qui permettra à l'enfant de synthétiser le passage de l'une à l'autre –

je ne peux pas être d'accord avec eux sur le premier point, après ce que nous avons vu sur l'*Abbildung*. G & G prétendent, en accord sur cela avec Piaget et en s'appuyant sur Klein (1972) et sur l'œuvre de Knopp, que chez le mathématicien l'opération de mise en correspondance un-à-un est en effet réellement « primitive », tandis que nous venons de voir que cela n'est pas vrai. Ou mieux : il n'est pas vrai que le critère mathématique qui fait que la correspondance « $1 \leftrightarrow 1$ » détermine la quantité numérique 2 est tel que les objets primitifs qui composent cette relation opératoire sont, dès le début, comparables à des œufs et des coquetiers, c'est-à-dire que deux (un et un) de ces objets sont déjà capables de produire le phénomène $1+1=2$. Le mathématicien *n'utilise pas* la correspondance « one-to-one » comme opération *fondamentale* pour établir la « numérosité » 2. Bien au contraire, le mathématicien doit lui-même partir d'une opération au sein de laquelle un et un ne font pas deux car il n'y a pas encore deux choses qui puissent s'additionner l'une à l'autre. C'est ici, *avant* le moment (*en-dessous* de la surface) de la correspondance efficace que le parallèle entre l'enfant et le mathématicien est bien valide. L'*Abbildung* se fait en une dimension de profondeur de notre esprit, qui – nous allons le voir très clairement – est commune à l'enfant préscolarisé et au mathématicien. Dans cette dimension les « objets » ne nous sont « donnés » que dans la mesure où notre esprit les crée et les transforme, en jouant avec leurs images et avec l'événement magique – l'histoire fabuleuse – de leur manifestation. C'est cela que je vais montrer dans ce qui suit.

7.4.1 D'oubli en oubli : la magie de l'expérience

Sans cesse Piaget répète que progresser signifie se libérer des chaînes de la perception intuitive, qui « absorbe en elle » la liberté créatrice et mobile de notre esprit rationnel, défini par la « réversibilité » de ses mouvements cognitifs. Il est clair donc que, lorsque le petit Zu atteindra l'âge de la Conservation et de la Correspondance efficace, nous mesurerons la puissance de son intelligence à l'étalon de sa capacité de se passer des messages cristallisant de la perception. Et toutefois, une chose nous frappe par contraste dans cet exemple : que l'outil éminent de cette libération cognitive – les symboles de l'écriture que Zu va apprendre à l'école – sont ce qu'il y a de plus perceptivement enchaînant et irréversiblement cristallisé parmi les instruments de notre cognition. Une fois appris un alphabet, *on ne revient pas en arrière* [cf.§11.1] et c'est extrêmement difficile de se déplacer à côté (apprendre à lire le chinois).

Or l'hypnose interne à ce passage évolutif est en réalité un caractère fixe qui appartient à toute étape de notre évolution : ce qui nous ramène à ce que j'ai affirmé à la fin du §6.2.3 à savoir que la fracture où nous laisse l'« aveu funeste » de G & G – l'aveu qu'aucune continuité effectivement pédagogique (rationnelle et mathématique) entre les « surprising answers » des enfants préscolarisés et les « bewildering and outrageous » affirmations de l'Arithmétique formelle ne peut exister, étant donné que le psychologue et le mathématicien ne s'occupent pas du même objet – ... que cette fracture ne peut être ressoudée que si l'on revient sur l'idée que Piaget se fait de ce qu'est un « rationalisme proprement géométrique ». Je cite à nouveau ces mêmes mots :

(132) « Pour que ces choses deviennent réellement des objets, il faudra que l'enfant comprenne le « comment » de leur apparition et disparition et qu'il renonce ainsi à croire possible leur réapparition mystérieuse à l'endroit qu'ils ont quitté et où l'action propre les a retrouvés. En bref, il faudra qu'au phénoménisme de la perception immédiate et au dynamisme de l'efficace pratique succède un rationalisme proprement géométrique. » [Piaget 1937 : 60.]

Je suis maintenant en mesure de m'expliquer.

Ma critique à la perspective post-piagétienne est que si, d'un côté (Dehaene & C.), on ne parle pas tout à fait du phénomène à expliquer (un enfant qui apprend à lire/calculer) car on se dirige dans la savane en quête de singes et de cerveaux, de l'autre côté (G & G), même si on se focalise sur ce que l'enfant qui affirme que $7=4$ « *can do* », l'on ne voit pourtant dans cette « ridicule » bizarrerie qu'un *défaut* par rapport à ses aînés qui ont bien compris que $7 \neq 4$. L'hypothèse de Dehaene parle très clairement en ce sens :

(133) « Certains scientifiques estiment que l'échec aux épreuves de Piaget reflète un manque de maturation du cortex préfrontal, la région du cerveau qui nous permet de choisir une stratégie et de nous y tenir en dépit de toute distraction. Si cette théorie s'avérait correcte, les épreuves piagésiennes prendraient alors un sens nouveau, celui de marqueur de la capacité des enfants à résister ou non à la distraction. » [Dehaene 1997 : 110.]

Nous nous trouvons donc dans un vide absolu. Derrière Lin ou Geo – qui affirment comme une évidence *sans mémoire* que « bien sûr » 7 coquetiers ne peuvent pas accueillir 4 œufs car « il en reste » –... il y a le déluge d'un monde ridicule de cerveaux incomplets. Et pourtant – comme je l'ai dit – c'est bien ici qu'on peut trouver la clé de la solution. Réfléchissons sur les mots de Piaget : « il faudra que l'enfant *renonce ainsi à croire possible leur réapparition mystérieuse* »... et comparons-les avec les deux évidences suivantes.

1) Une fois appris à lire – « 1 → “1” » – la *Gestalt* perceptive du « chiffre » ainsi pénétré dans notre monde expérientiel efface totalement toute mémoire de sa provenance. « Il est apparemment impossible d'oublier que le symbole « 1 » veut dire la quantité « un », et que cette quantité est inférieure à neuf », dit Dehaene (cf. {264}) ; réciproquement, il est apparemment impossible de *ne pas oublier* que c'était l'objet 1 avant que nous n'ayons appris à le « lire », et donc pendant toute la période d'apprentissage. Tout cet effort s'absorbe totalement dans son résultat qui est la seule « trace » – une trace bien paradoxale donc ! – de ce même effort.

2) Une fois la « conservation du nombre » définitivement apparue – ce qui se passe pendant le même âge (début de la scolarisation) – et donc Zu transmuté en Lin, ce même Lin ne conserve aucune mémoire de sa phase-Zu, qui lui apparaît bien ridicule. Dans ce cas pourtant, personne ne dit « tout l'effort s'absorbe dans le résultat » car mis à part le mûrissement naturel du « cerveau » ou des « structures » chomski/fodorienne, personne ne saurait dire *de quel effort* il devrait s'agir. « À un moment donné » la Conservation apparaît, comme le printemps ou les cheveux blancs... c'est tout.

Or cette double évidence porte en elle une sorte de Némésis de l'affirmation de Piaget. Pourquoi ? Car de toute évidence Piaget croit dans les « apparitions mystérieuses » ! Un *mot* apparaît comme soudaine transmutation d'un *phonème* (« papa → “papa” ») ; un *symbole* apparaît comme soudaine transmutation d'un graphème (« abba → “abba” ») ; une évidence mathématique apparaît comme soudaine transmutation d'une suite de caractères (« “abba” → “ab=ba” ») ; et finalement une piagétienne *conscience qui conserve le nombre* apparaît, comme soudaine transmutation d'une *conscience qui ne le conserve pas*, sans qu'aucune raison de cet événement ne soit demandée ni par cette même conscience, ni par Piaget en personne. Bien sûr, tout un travail individuel doit être réalisé avant que ces transmutations ne prennent corps, et ce fut le grand mérite de Piaget d'insister sur ce point contre les subites apocalypses de la Gestalt. Cela n'empêche pourtant que celle de l'*oubli* immanent à tout passage d'une phase à l'autre soit une *troisième loi* qu'il faut mettre à côté de celles (piagétienne) de la *prise de conscience* et des *décalages* [§6.3.1-2] qui en jalonnent les vagues successives, et qui est le deuxième harmonique qui retentit toujours sur le fond de cet *étonnement* qui ne cesse de se présenter sur le visage de l'homme qui grandit.

En synthèse : malgré les tentatives piagétienne d'*expliquer* en termes mécanistes le « comment » de cette étonnante théorie oublieuse-et-étonnée d'apparitions successives (plutôt que de se borner à le *décrire*), rien dans le monde « objectif » ne peut nous dire pourquoi en effet « à un moment donné » le cercle se brise et quelque chose de nouveau « nous oblige » à avancer en nous faisant absorber par le nouveau monde. Si toutefois nous évitons toute tentation explicative anti-galiléenne, la question de la *continuité interne* de ce phénomène unitaire *de vie qui pousse et s'épanouit* reste bien ouverte et en attente d'une réponse, et cette réponse se trouve – nous voilà enfin au cœur de ma suggestion – exactement là où Jean Piaget nous dit qu'il faut « renoncer à chercher ». Je m'explique d'abord en fournissant une triple évidence.

7.4.2 Première évidence. L'esprit occulte d'Euclide

Pendant la période destinée à l'oubli, affirme Piaget, l'enfant « destiné à la science » croit dans les esprits occultes :

{134} « Les deux premiers stades sont caractérisés par l'absence de toute conduite spéciale relative aux objets disparus. Ou bien le tableau qui s'éclipse entre aussitôt dans l'oubli, c'est-à-dire dans le néant affectif, ou bien il est regretté, désiré et attendu à nouveau, et la seule conduite utilisée pour le retrouver est la répétition simple des accommodations antérieures. Cet univers primitif est phénoméniste, et loin de constituer d'emblée un monde de substances. [...] L'objet disparu n'est pas encore pour lui un objet permanent qui se déplace : c'est un simple tableau qui rentre dans le néant sitôt éclipse, pour en ressortir sans raison objective. [...] [Quand] l'enfant espère le retour du tableau intéressant (de sa maman, etc.) qu'il lui attribue une

sorte de permanence affective ou subjective sans localisation ni substantialisation : le tableau disparu demeure, pour ainsi dire « à disposition », sans qu'il se trouve nulle part au point de vue spatial. Il demeure ce qu'est un esprit occulte pour le magicien : prêt à revenir, si l'on s'y prend bien, mais n'obéissant à aucune loi objective. Or comment l'enfant s'y prend-il pour ramener à lui l'image de ses désirs ? Simplement en criant au hasard ou en regardant l'endroit où elle s'est éclipsée et où elle a été vue pour la dernière fois. » [Piaget 1937 : 17, 16.]

Le « rationalisme géométrique » ne se présente donc, pour Piaget, que lorsque l'enfant « renonce » à des croyances aussi irrationnelles car il peut nous donner raison du « comment objectif » de toute nouvelle apparition. Or, j'affirme que *le contraire exact est vrai*. Considérons la première Proposition des *Éléments* d'Euclide : « construire un triangle équilatéral », et suivons-là du point de vue de l'enfant décrit ci-dessus (134).

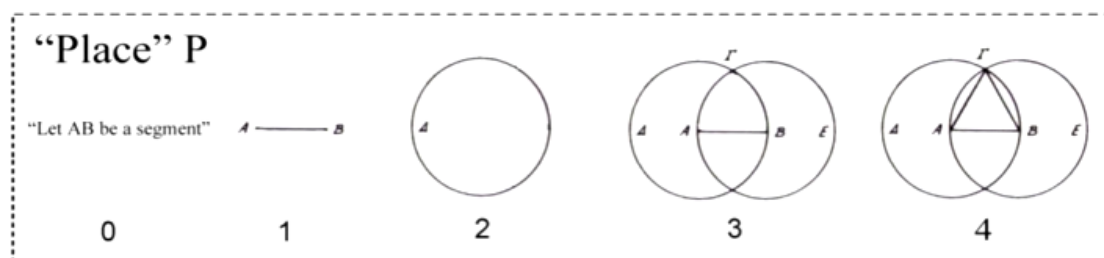


Figure 40

La première apparition d'un théorème de géométrie dans l'esprit de son créateur est un événement de pure et simple magie enfantine « décalée ».

Ce petit Euclide parlerait ainsi : « Soit P l'endroit du « dynamisme de l'efficace pratique de mon action propre » ». [0-1] « Que le segment AB « sorte du néant » seulement car je désire subjectivement qu'il en soit ainsi. [2] « Que ce même segment AB « s'éclipse dans le vide », et que le cercle Δ apparaisse » [3] Et maintenant, que le segment AB – qui est entre-temps « resté à disposition prêt à revenir » – ressorte du néant « au même endroit P qu'il a quitté en 2, et où mon action propre l'avait trouvé » en 0-1 ; et que le cercle E apparaisse aussi. En outre – et sans aucune raison qui ne soit subjective – je veux aussi que le segment AB soit en même temps le rayon des deux cercles Δ et E. [4] « Que les rayons AΓ et BΓ jaillissent du néant, et qu'ils aient la même longueur que AB. [Conclusion] « Sans aucune raison objective, et seulement car je l'ai ainsi voulu, désiré et espéré, j'ai été capable de faire apparaître et disparaître, ressortir du néant et s'y re-éclipser, des figures et des images auxquelles j'ai donné les noms que j'ai préféré leur donner. Si vous avez mes mêmes désirs, et que vous voulez ces mêmes choses que je veux, alors vous serez d'accord avec moi pour dire que le triangle ABΓ est équilatéral ».

Avec ce compte rendu, j'ai répété la même chose que j'ai faite dans le cas Edi/Sagredo et Dedekind/enfant-de-la-fronde ((96)). La seule différence est que, dans ces cas, Piaget est déjà bien d'accord avec moi tandis que, dans ce dernier cas, j'ai proposé un isomorphisme entre l'âge rationnel de la pensée scientifique et l'âge magique de la pensée syncrétique, que Piaget n'a pas pris en compte, en laissant cette période en proie à l'oubli. Avant de discuter cet exemple, je vais donner les deux autres.

7.4.3 Deuxième évidence. Les coquetiers transfinis de Zu et Fur

Nous avons vu ((64-5)) que dans le monde *verbal* et *perceptif* de Zu et Fur, Zu compte *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* coquetiers, et *un, deux, trois, quatre* œufs et il en conclut que sept et quatre sont « le même nombre » ; réciproquement, lorsque Fur compte *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* fleurs, et *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* monnaies, il en conclut que sept et sept *ne sont pas* le même nombre. « Et cela est véritablement impressionnant » en conclut Piaget, tandis qu'à l'opposé, tant Zu que Fur s'étonnent fortement lorsqu'ils voient que les choses ne vont pas comme ils s'attendaient.

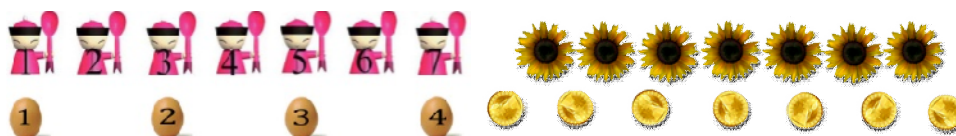


Figure 41ab

De même que pour Georg Cantor, selon les petit Zu et Fur « sept » et « quatre » sont « le même nombre », tandis que « sept » et « sept » *ne sont pas* « le même nombre ».

Considérons maintenant le monde de Georg Cantor.

		1	2	3	4	5	6	7
1	-	E ₁	=	w	w	w	w	w
						w	m	w
2	-	E ₃	=	w	m	w	m	w
						w	m	m
3	-	E ₅	=	m	w	m	w	m
						m	w	m
4	-	E ₇	=	w	m	m	w	m

Figure 42

De même que pour Zu et Fur, selon Georg Cantor « sept... » et « quatre... » sont « le même nombre », tandis que « sept... » et « sept... » *ne sont pas* « le même nombre ». Ces points de suspension disent donc en même temps la puissance dynamique de l'esprit de Cantor, et l'infinité de l'esprit de Zu et Fur.

Ci-dessus [Fig. 42] une portion de sa démonstration du Théorème Diagonal. Ayant conçu l'entreprise ridicule de compter tous les nombres (si tout adulte « sait bien que compter sert à dire *combien* d'objets il y a dans un ensemble »... *quel* adulte sensé se dédiera jamais à cette vanité ?) Cantor compte : [côté gauche] 1,2,3,4,5,6,7 lettres, et 1,2,3,4 nombres, et il en conclut que 7 et 4 sont le *même nombre* (cardinalité des ensembles infinis) ; ensuite, il compte [côté en haut] 1,2,3,4,5,6,7 nombres et 1,2,3,4,5,6,7 lettres [diagonale] et il en conclut que 7 et 7 ne sont pas le même nombre (non numérabilité de l'ensemble des réels). « Je le vois, mais je n'y crois pas ! » s'exclame-t-il enfin.

7.4.4 Troisième évidence. Le segment-à-la-fenêtre et le segment-au-jardin de Lucienne

Revenons maintenant à ce que le petit Euclide nous a dit dans la conclusion de sa démonstration : « Si vous avez mes mêmes désirs, et que vous voulez ces mêmes choses que je veux, alors vous serez d'accord avec moi que le triangle $AB\Gamma$ est équilatéral ». Pourquoi parle-t-il comme cela ? Car, de toute évidence, il est suffisant de *ne pas vouloir* que le rayon AB en Fig. 40.3 ait la même *longueur extensive* que le segment AB en Fig. 40.1, c'est-à-dire que l'entité AB jaillie du vide en 40.3 *ne soit pas la même* AB jaillie de ce même vide en 40.1... pour que la démonstration que le triangle ABC est équilatéral ne marche pas. La démonstration marche en effet seulement si nous sommes capables et que nous voulons « conserver la quantité extensive » de AB tout le long de ses apparitions/disparitions sur notre feuille, à savoir si nous sommes capables et que nous voulons garder son *identité logique* – l'identité individuelle de *ce même* segment AB – dans n'importe laquelle des ses occurrences dans notre démonstration. Nous, les adultes géomètres, affirmons donc : « AB en 40.1 et AB en 40.3 sont *le même segment* »... et sur cela aussi Lucienne – 15 mois – a quelque chose à nous dire :

(135) « Lucienne (1,3 ans) est au jardin avec sa maman. J'arrive ensuite : elle me voit venir, me sourit, me reconnaît donc manifestement (je suis à 1 m 50 environ). Sa maman lui demande alors : Où est papa ? : *chose curieuse*, Lucienne se tourne immédiatement vers la fenêtre de mon bureau, où elle a l'habitude de me voir, et désigne cette direction. – Un instant après, nous refaisons l'expérience : elle vient de me voir à 1 mètre d'elle, et quand sa maman prononce mon nom, Lucienne se tourne à nouveau du côté de mon bureau. On voit ici clairement que, *si je ne suis pas à deux exemplaires pour elle, je donne du moins lieu à deux conduites distinctes, non synthétisées ni exclusives l'une de l'autre*, mais simplement juxtaposées : c'est “papa à sa fenêtre” et “papa au jardin”. [...] On connaît ce petit jeu qui consiste à dire aux enfants : “Va voir dans ma chambre si j'y suis”, et l'on sait combien souvent l'enfant cède à la suggestion. Il y aurait ainsi non pas une chaîne, une poupée, une montre, un père individualisés, permanents et indépendants de l'activité de l'enfant, mais il n'existerait encore que des tableaux tels que “papa-à-sa-fenêtre” et “papa-au-jardin” etc. [un « papa » qui] sans être vraiment conçu comme

donné à plusieurs exemplaires, peut se présenter à l'enfant comme prenant un nombre restreint de formes distinctes, de nature intermédiaire entre l'unité et la pluralité et en ce sens il demeure solidaire de son contexte. » [Piaget 1937 : 57. Les italiques sont de moi]

Il est tout à fait évident que toute la « rationalité géométrique » se fonde sur ce type de « conduites distinctes, non synthétisées ni exclusives l'une de l'autre »... à savoir sur la magie occulte de l'*Abbildung*, qui est capable de voir *une* chose à la fenêtre de l'esprit, en même temps que l'ensemble infini de toutes ses occurrences réfractées dans le jardin du monde. Pour démontrer notre proposition en Fig. 40, nous devons pouvoir dire non seulement que les deux objets AB en 40.1 et AB en 40.3 ont la même longueur, mais qu'il s'agit *du même objet* qui « sans être vraiment conçu comme donné à plusieurs exemplaires, peut se présenter » *au géomètre* « comme prenant un nombre restreint de formes distinctes, de nature intermédiaire entre l'unité et la pluralité, et qu'en ce sens, il demeure solidaire de son contexte »... c'est-à-dire de la démonstration dont il fait partie. Il y a donc un segment AB « à la fenêtre » et un segment AB « au jardin », car nous désirons qu'il en soit ainsi, sans aucune autre raison qui ne soit notre *envie subjective* de bâtir cette célèbre démonstration *parfaitement objective*.

Ce fond magico-synchrétique de la rationalité scientifique a totalement échappé à Piaget, et cela, malgré la profondeur de son analyse dynamique des dimensions de l'action. Revenons en effet au compte rendu piagétien du processus de prise de conscience en (99), où Piaget parle de la « navette » sur laquelle notre esprit n'arrête pas ses va-et-vient entre la surface achevée de son action (pragma) et le fond intentionnel de son déroulement (praxis). Or, si nous regardons *la surface* de notre démonstration euclidienne, mais *à partir de son fond* – à savoir, sans savoir ce qui va se passer dans le *step* suivant – eh bien alors nous verrons cette même démonstration *se faire* devant notre conscience de façon parfaitement *synthétique*, comme cela a dû en effet se passer *la première fois*. En effet : est-ce qu'Euclide *savait*, passage après passage, ce que le magicien au centre de son esprit irait faire jaillir du vide de la page blanche ? Évidemment non, car dans ce cas il aurait déjà connu le théorème qu'il était en train de découvrir ! C'est bien de cela que parle Emmanuel Kant en (25) lorsqu'il affirme que tout géomètre est en tous les cas toujours *le premier* géomètre.

7.5 L'enchantement décalé : un modèle évolutif unifié.

Avant de discuter plus en détail ces trois évidences – ce qui se passera seulement après avoir introduit aussi la quatrième, en §8.3.1 – j'en donne mon interprétation fondamentale, car cela me permet de dévoiler dès maintenant le premier élément de ma réorientation globale du système piagétien, le deuxième étant justement cette même idée de « réorientation ».

Ma conception *dynamique* est finalement très intuitive et très simple à saisir. Nous avons bien vu la *fracture* où nous abandonnons actuellement les perspectives tant de Piaget que de Dehaene, G & G etc. Planté au beau milieu des ses évidences éblouissantes et oubliées, l'adulte ordinaire contemple avec étonnement tant les absurdités de Zu que les outrages de Cantor. Cet adulte est bien capable de dire que le monde des enfants est « magique » et le monde des mathématiciens « exotique », mais rien de plus. En outre, comme je l'ai dit ci-dessus, nous comprenons très bien quel genre de dur labeur d'apprentissage scolaire s'absorbe enfin dans le résultat d'une lettre apparaissant à la place d'un simple graphème... tandis que, mis à part le mûrissement de notre « cerveau » (comme une pomme ou une poire), nous ne saurions pas dire pourquoi « à un moment donné » Lin décide que son frère cadet est un crétin car il ne « conserve » pas ce qui est pourtant aussi manifestement identique à lui-même.

Piaget nous a, par contre, laissé en héritage son intuition fondamentale (que nous avons déployée en §6.1 et §6.3) : ce dur labeur invisible et périscolaire doit être isomorphe à tous les autres, la mise en œuvre spiraliforme et « rotationnelle » d'une dynamique expérimentale, qui produit une cristallisation/condensation égalisatrice : $\{A \uparrow h \leftarrow L \neq A \overset{g}{\leftrightarrow} L\} \rightarrow \{A \uparrow h \leftarrow L = A \overset{g}{\leftrightarrow} L\}$.

Or, ce labeur souterrain d'égalisation certainement *s'absorbe* dans le fruit de l'apprentissage à lire « A → "A" » bien oublié de sa provenance, mais tout à fait certain de sa force et de son résultat final : « A ↔ A »... à moins que nous ne disions que le travail mental qui conserve l'identité de *g* dans $A \overset{g}{\leftrightarrow} L$ n'a pas la même nature du travail qui nous permet de conserver l'identité du graphème « A » de façon à lui faire exprimer l'égalité « A ↔ A ». Ce processus fait donc en sorte que, grâce à l'apparition du nombre 1 à la place du graphème 1, nous repoussions « 1+1=1 » comme une erreur

plutôt que de nous étonner de sa présence inattendue [§5.3]... mais nous savons aussi qu'il n'y a pas moyen d'être d'accord avec Georg Cantor, qui pense que $7=4$ et $7 \neq 7$ [§7.4.2] si nous ne sommes pas *préalablement d'accord* avec Lin, qui ayant appris à lire sait que $1+1=2$, et « donc » que bien au contraire de ce que dit Cantor, $7 \neq 4$ et $7=7$!

Et finalement c'est ici que je lance ma suggestion : étant donné que Cantor *parle* exactement comme Zu, de même qu'Euclide parle comme Lucienne [Fig. 43.IV] c'est bien là – dans le fond syncrétique et magique de la pensée de Zu et Lucienne [Fig. 43.I] qu'il faut chercher le labeur *pré* et *péri*-scolaire enduré par notre esprit dans ses tréfonds, pendant tout le temps qui précède l'arrivée éblouissante du monde évident de Lin et Simplicio [Fig. 43 .II-III] qui, comme un Léthé, effacera toute mémoire de son passé perdu.

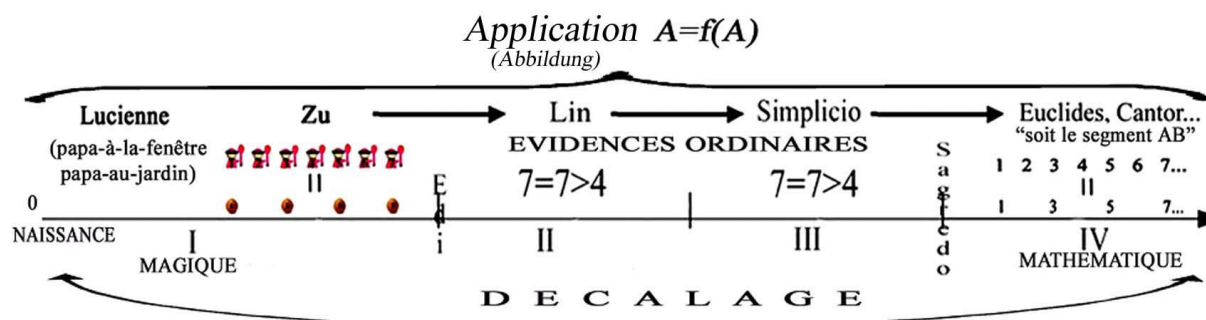


Figure 43

Un schéma de synthèse de la totalité du développement humain, par « décalages successifs », à partir de notre naissance jusqu'à l'apparition de l'évidence scientifique devant notre esprit. L'essence même des mathématiques et de leur force propulsive (stade IV) est dans les processus « magiques » et purement créateurs de la pensée enfantine (stade I). Pour que cette magie primordiale puisse toutefois nourrir les canaux de la pensée rationnelle, il faut passer par la phase intermédiaire des évidences ordinaires (II-III), où toute « magie » paraîtrait, par contre, avoir fait naufrage dans les mécanismes anodins de la pensée computationnelle. Quant au début de ce processus, il est à situer à l'instant 0 de notre naissance, quand nous transformons magiquement le corps d'un autre en notre corps... et *vice-versa*. Or l'unité d'une telle transformation globale – du premier souffle inspiré à Galilée/nourrisson à son premier souffle coupé par la magie silencieuse d'un encensoir oscillant dans une église – n'est pas exprimable avec une notion hautement comme celle d'« assimilation » entre deux choses, mais seulement avec la notion archétypique et déjà hautement mathématique de l'« application » d'une chose en son image.

En revanche, notre esprit n'est ni seulement conservatif, ni seulement oublieux : il est les deux choses ensemble. À chaque passage/cristallisation il absorbe sa condition précédente dans le nouveau fruit ainsi obtenu, pour ensuite – par *décalage* – la réappeler à la *présence*. Une psychologie généalogiste pourra appeler cela une *faiblesse*, mais réfléchissons-y : d'où vient l'immense et autonome créativité de l'« intelligence verbale », si ce n'est de ce fait, que notre esprit commence avant tout à *jouer* avec le monde et sa puissance évocatrice ? De même un jour Cantor commencera à *compter les nombres* – à regarder de dehors ses propres outils de comptage – de même le nourrisson aime la pure et simple contemplation... de sa contemplation :

(136) « Cette généralisation croissante du schème de la vision ne va pas sans une différenciation complémentaire du schème global en schèmes particuliers, cette différenciation conduisant elle-même à la « récognition ». L'assimilation purement fonctionnelle du début (regarder pour regarder) se transforme ainsi en une assimilation des objets à des schèmes délimités, ce qui revient à dire que la vision est en voie d'objectivation (regarder pour voir). Par exemple, parmi les choses que l'enfant contemple constamment, il en est d'immobiles (le toit du berceau), il en est qui remuent parfois légèrement (les franges du toit), il en est qui changent sans cesse de position, apparaissent et disparaissent, stationnent même quelque temps pour s'anéantir soudain (les figures humaines). » [Piaget 1936 : 68.]

Et de même, ainsi qu'il a aimé le *son* de sa propre voix, l'enfant commencera à aimer le sens de ses propres mots... le sens pur et simple, flottant devant son attention mobile comme les franges de son berceau. Cet élément purement contemplatif et gratuit revient et revient – « par décalage » – à chaque échelon évolutif : certes non pas comme un défaut et une faiblesse, mais bien au contraire comme la source des plus tendres et lumineuses performances des enfants piagétiens qui – personne n'en doute – sont des vrais *poètes* lorsqu'ils nous offrent leurs jeux magiques de mots et de significations :

⟨137⟩ « Stei (5 ans) : “La lune, comment elle a eu son nom ? – La lune ? C'est la lune qui s'appelle la lune. – Comment elle a commencé à s'appeler la lune ? – C'est le Bon Dieu qui a commencé à la faire s'appeler. » [Piaget 1926 : 58.]

J'affirme alors que non seulement ces enfants sont des poètes, mais qu'ils sont aussi des mathématiciens, et que c'est cette unité fondamentale de l'esprit humain – toujours intégralement présent à chaque événement de son existence – la force qui se concentre d'abord sur de l'encre pour le transformer en lettres et nombres, pour ensuite se rendre certaine de son pouvoir en nous propulsant dans le ciel de l'évidence mathématique.

Pour parvenir à une fondation efficace de cette affirmation il faudra toutefois – après avoir regagné la notion logiciste d'*Abbildung*, non commutative et orientée de la « chose » à son image, maîtriser cet authentique colosse de la culture européenne des derniers 150 ans qu'est le groupe, en le reconduisant à cette même *intime* orientation de notre esprit, et à la dimension profonde de son dynamisme évolutif.

8. Réorienter la science en son développement interne

⟨138⟩ « Nous tenterons ainsi de trouver dans la notion de groupement construite sur le modèle des groupes mathématiques, l'unité réelle de la pensée. » [Piaget 1942 : 2.]

Nous voilà enfin arrivés à la question vraiment *cruciale* (s'il en est une !) du groupe.

Bien plus qu'une méthode d'approche d'un système de polynômes [Galois] et bien plus qu'un outil de cristallographie [Bravais] ou de « cinématique *a priori* » [Jordan], le groupe commence à montrer son visage archétypique dans le célèbre *Programme* de Félix Klein [1872] pour propulser ensuite son empire universel grâce à la généralisation épistémologique qu'en proposent d'abord Henri Poincaré (le groupe comme principe synthétique *a priori*), et finalement Jean Piaget.

Dans l'affirmation programmatique de Piaget (⟨138⟩) s'exprime l'archétype fondateur de sa mathématisation de l'âme humaine comme expression rationnelle de la vie du Cosmos. Selon Piaget l'unité *réelle* de chacun de nos mouvements – physique, biologique, sensori-moteur, mental... – se trouve dans la kleinienne « action d'un groupe ». En d'autres mots, l'être humain (corps/esprit) est un groupe en action, car dans notre univers il n'y a une seule forme de réalité scientifiquement détectable qui ne soit, en dernière analyse une structure groupale.

⟨139⟩ « [0 La Structure est une mode] Le structuralisme est à la mode. [...]

[1 Totalité] Commençons par la fécondité de l'idée de structure. Une structure suppose tout d'abord une notion de totalité, c'est-à-dire, d'un ensemble d'éléments qui comportent des lois en tant que système et des lois différentes des propriétés des éléments eux-mêmes.

[2 Groupe] Par exemple, la suite des nombres entiers positifs et négatifs y compris le zéro constituent une structure que l'on peut appeler le groupe additif des nombres. La notion de “groupe”, dans le cas particulier, signifie d'abord (A) que si l'on additionne un nombre à un autre nombre on trouve encore un nombre entier et que l'on ne sort pas du système. Elle signifie encore (B) qu'à l'opération d'addition correspond une opération inverse qui sera la soustraction. Elle implique en outre (C) qu'il existe un élément neutre, qui dans le cas particulier, est le zéro et qui ne change rien ajouté ou retranché à un autre. Enfin, elle exprime (D) le fait que les nombres sont associatifs, c'est-à-dire que l'on peut parvenir à la même somme par des additions différentes, donc au même point d'arrivée par des chemins différents. Ce sont là des lois du système. Le groupe constitue une structure parce qu'il comporte de telles lois en tant que système.

[3 Transformation] Une structure est un système de transformations. Ce n'est pas un système statique, ou simplement une forme sans quoi il faudrait y faire rentrer tous les formalismes ou toutes les philosophies de la forme à partir du platonisme. La structure permet de passer de l'un de ses éléments à un autre grâce à certaines transformations bien déterminées. Par conséquent, la structure est structurante en même temps que structurée. Elle est en état perpétuel de recombinaison et permet d'engendrer sans cesse de nouveaux éléments à son intérieur. Même en géométrie, ou en apparence nous n'avons à faire qu'à des descriptions figurales et statiques, il existe aujourd'hui, comme vous le savez bien, toute une hiérarchie de groupes ; chaque géométrie pouvant être réduite à un groupe fondamental et certaines lois permettant de passer de l'un des sous-groupes à un autre : même dans ce domaine, nous avons donc à faire à un système de transformations et de constructions continues et non plus du tout à de simples analyses statiques.

[4 Autoréglage] Le troisième caractère des structures auquel on songe un peu moins, mais qu'il faut souligner, c'est son autoréglage. Les transformations du système ne sont pas quelconques. Elles obéissent aux deux propriétés suivantes. Premièrement, elles ne sortent pas des frontières du système et ceci est fondamental : en combinant ses éléments, on reste à l'intérieur du système et l'on n'est pas conduit à franchir ses limites. Deuxièmement, il n'y a pas d'appel à des éléments extérieurs au système : par exemple, nous n'avons pas besoin d'intuitions géométriques ou temporelles, pour construire le groupe des nombres entiers.

[5 Essence universelle et non événementielle] La structure autrement dit, est en un sens analogue à ce que les philosophies classiques appelaient l'essence par opposition aux phénomènes. La structure est en effet à chercher sous les phénomènes dans tous les domaines, y compris psychologiques ou sociologiques : elle ne se confond pas avec l'observable, ni avec ce qui est donné dans la conscience des sujets ou, avec l'«événement» (comme le rappelait Bernard MOREL, tout à l'heure) : elle est située sous les phénomènes et demeure inconsciente, tout en expliquant les comportements, mais elle ne constitue nullement, pour autant, une simple construction du théoricien : elle existe indépendamment de lui en tant qu'individu.

[6 Un prototype impérial] Le recours aux structures, ainsi définies est déjà très ancien. La notion de structure est apparue en mathématiques au début du 19e siècle avec la découverte de la notion de groupe par GALOIS et cette notion a conquis toutes les mathématiques au cours des 19e et 20e siècles. C'est la généralisation de cette idée que l'on retrouve dans le structuralisme mathématique contemporain, c'est-à-dire celui des Bourbaki, qui cherchent par une méthode d'isomorphismes à dégager des structures communes à tous les chapitres distincts des mathématiques malgré leurs différences évidentes de contenus. Ils aboutissent ainsi à trois sortes de structures fondamentales d'une part les structures algébriques dont le prototype est le groupe et dont la forme de réversibilité est l'inversion, en second lieu, les structures d'ordres dont le prototype est le réseau ou treillis, avec comme réversibilité la réciprocité, et troisièmement les structures topologiques. C'est cette notion de structure qui se retrouve en physique. La notion de «groupes» s'applique en physique depuis des décades et constitue une des pierres angulaires de l'explication en ce domaine. G. Juvet, en son beau livre sur la structure des théories physiques parlait déjà du «magnifique impérialisme de la notion de groupes», qui conquiert les chapitres les plus divers. » [Piaget 1969 :73. Les crochets et la numérotation interne sont de moi.]

Pour pactiser pertinemment avec un prototype impérial à la mode, il est sage de donner d'abord un coup d'œil à son domaine, surtout si l'on prétend lui *imposer* des limites. Suivons donc les transformations de l'Idée de groupe pour voir d'où elle a tiré son immense autorité sur l'esprit européen contemporain. Dans mon compte rendu je chercherai à montrer, non seulement l'aspect concret de ses facettes conceptuelles et opératoires, mais aussi son dynamisme interne, tant historique que formel. De cette façon, nous pourrons arriver à cerner ses limites d'applicabilité mathématique et expérimentale en montrant en direct le sens de ces mêmes limites et l'origine profonde de l'ambition qui se refuse d'en reconnaître.

Il s'agira de montrer que dans sa forme opératoire effective – celle qui est décrite par Piaget en (139[2]) le groupe identifie une *cinématique* de la pensée, une forme de surface donc, et non pas de profondeur comme le prétend Piaget en (139[5]), et que, comme toute autre cinématique, cette forme est en contraste direct avec le *dynamisme* profond, et *essentiellement développemental*, qui en elle se manifeste en la faisant apparaître – « à un moment donné » – devant notre conscience en évolution.

Pour accomplir cette tâche, j'ai choisi une trajectoire historique très précise, qui a la vertu de la distinction et de la pertinence philologique car ces auteurs s'entre-citent mutuellement et puisent à un même univers de symboles et d'images profondes. Cette trajectoire parcourt la suite Bravais → Jordan → Dedekind → Klein.

8.1 La dynamique non groupale et évolutive du groupe

8.1.1 Des cristaux immobiles de Bravais au mouvement cristallin de Jordan

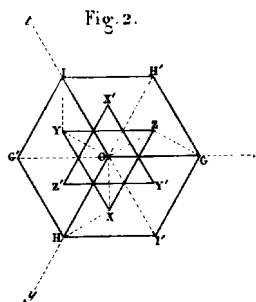


Figure 44

(140) « Il est admis aujourd'hui, par tous les physiciens, que les corps pondérables sont des agrégations de molécules de même espèce, tenues à distance par des forces attractives ou répulsives dont la résultante est nulle, pour chacune de ces molécules, dès que ces corps sont parvenus à leur état d'équilibre interne. [...] Non seulement les molécules d'un cristal sont semblables et semblablement orientées ; mais elles sont, de plus, disposées en files rectilignes, et séparées l'une de l'autre, sur chaque file, par des intervalles égaux. [...] Le cristal, ainsi réduit par la pensée, n'est plus qu'un système de points mathématiques distribués, suivant la loi de l'équidistance, sur des files rectilignes parallèles entre elles. Cette définition est précisément celle que nous avons donnée des *Assemblages* ou *Systèmes réticulaires de points*. » [Bravais 1866 : 277.]

C'est grâce à Camille Jordan que les cristaux immobiles de Bravais commencent à bouger dans leur propre espace. « Dans toute sa généralité », le polyèdre mouvant du « corps cristallisé » fait ainsi son apparition algébrique en 1867, en légitimant la pensée *pure* d'un système spatial et corporel non seulement statique et combinatoire, mais aussi cinématique et mobile : l'ensemble de « tous les groupes possibles de mouvements » :

(141) « [1] (A) On sait que tout mouvement d'un corps solide dans l'espace est un mouvement hélicoïdal et sera connu lorsque on donnera : 1° la situation dans l'espace de l'axe A de rotation et de glissement ; 2° l'angle r dont le solide tourne autour de cet axe ; 3° son déplacement longitudinal t dans le sens de cet axe. (B) Un mouvement ainsi défini peut être désigné par la notation suivante : $A_{r,t}$. - Imprimons successivement à un même corps solide deux mouvements quelconques $A_{r,t}$ et $A'_{r',t'}$: le déplacement résultant, $A_{r,t} A'_{r',t'}$ sera encore un mouvement hélicoïdal, et l'on peut se proposer ce problème : connaissant les mouvements composants $A_{r,t}$ et $A'_{r',t'}$, déterminer le mouvement résultant $A''_{r'',t''}$. [...] (C) En faisant varier les mouvements $A_{r,t}$ et $A'_{r',t'}$ qui servent de point de départ, on obtiendra une infinité de groupes de mouvements ; mais nous démontrerons que ces groupes se ramènent tous à un nombre restreint de types différents, dont l'étude détaillée forme l'objet de ce travail.

[2] (A) Cette question pourrait être présentée sous une autre forme plus géométrique que la précédente. Imaginons en effet une molécule quelconque située en un point m de l'espace et arbitrairement orientée. Soient m', m'', \dots les diverses positions que prendrait cette molécule si on lui imprimait les divers mouvements M', M'', \dots qui font partie du groupe donné. (B) Considérons un système de molécules toutes semblables à m et situées respectivement en m, m', m'', \dots . Le système formé par l'ensemble de ces molécules sera superposé à lui-même par chacun des mouvements du groupe : en effet soit μ la position où le mouvement M'' amène m' , par exemple : le mouvement M', M'' , amène m en μ : donc μ fait partie de la suite des positions m, m', m'', \dots . Il y avait donc en m une molécule à la place que vient occuper m' . » [Jordan 1867 : 181. Les crochets et les lettres entre parenthèses sont de moi.]

Ainsi que les polyèdres moléculaires de Bravais, les cristaux de déplacement décrits par Jordan sont un objet pur de la pure pensée.

1) Le « corps solide » (141 [1A]), le « système de molécules » (141 [2AB]) dont parle ce passage sont des objets purement internes à la construction formelle qui est en train de se réaliser. De même donc, « faire varier le mouvement $A_{r,t}$ » est un geste logique qui s'auto-réalise – comme « soit donné le segment AB » – de même le « point » m peut transmuter en la « molécule » m , et la « position » m'

peut être « amenée » en μ sous l'action *efficente* de son propre... mouvement – « le mouvement M' , M'' , amène m en μ » – : puisque tout cela se passe dans le monde purement mental de la mathématique pure. Autrement dit, cette complète interchangeabilité entre corps, parties-de-corps, positions et points dans l'espace, émane de ce que nous sommes ici dans une *géométrie* cinématique/cristallographique, et non pas dans une cinématique/cristallographie géométrisée. Il s'agit donc toujours de « point de départ » [1C] *a priori*, à savoir d'« hypo-thèses » tant indiscutables que *non* physiques.

2) L'identité individuelle d'un « *même* corps solide », d'un « ensemble de molécules superposé à *lui-même* », l'identité du mouvement donné $A_{r,t}, A'_{r',t}, \dots$, de la durée de temps comprise dans l'expression « il y avait donc en m une molécule... » représentent une identité « corporelle », « cinématique », « spatiale », « temporelle »... *purement mathématique*, à savoir *totale*ment disponible à la décision du mathématicien qui en parle – si le mathématicien dit que *c'est le même* corps/groupe etc., alors *c'est* le même corps/mouvement etc. – et en même temps totalement incapable de nous conduire en dehors de sa dimension purement mentale. De l'intérieur de cet horizon strictement mathématique, Jordan conçoit le programme d'une généralisation dont l'intérêt physique est immédiat et indiscutable :

(142) « Le problème qu'il s'agit de résoudre, peut donc s'énoncer de l'une ou de l'autre des deux manières suivantes : 1° Former tous les groupes possibles de mouvements ; 2° Former de toutes les manières possibles des systèmes de molécules superposables à eux-mêmes dans diverses positions. C'est sous ce second point de vue que Mr. Bravais a étudié cette question, les cas particuliers qu'il a traités et dont il a fait une remarquable application à la cristallographie sont les plus importants. Je crois néanmoins qu'il y a encore aujourd'hui quelque intérêt à traiter le problème dans toute sa généralité. » [Ibid.]

Ce programme de généralisation/épanouissement est guidé par notre première « vision caractéristique » de ce qu'est – à proprement parler – un groupe :

(143) « Ce mouvement faisant partie de la suite $A_{r,t}, A'_{r',t}, \dots$, la rotation correspondante $C_{p,0}$ fera partie de la suite $B_{r,0}, B'_{r',0}, \dots$, donc cette suite de mouvements est telle que le mouvement résultant de deux quelconques d'entre eux fait partie de la suite, ce qui est la définition caractéristique d'un groupe de mouvements. » [Ibid.]

En synthèse, Jordan ressent la présence agissante et efficace – l'action caractéristique – d'un « groupe » algébrique là où un certain « ensemble » de transformations manifeste la même fixité cristalline qui appartient à un polyèdre qui bouge librement dans l'espace : la nouvelle algèbre ne procède donc vers le Corps qu'en ce que le Corps pénètre les formes algébriques grâce à la forme du groupe.

8.1.2 Le dynamisme profond et corporel du groupe de Richard Dedekind

(1) LE CORPS DU NOMBRE – De même que chez Jordan, la perspective *ensembliste* sur les mouvements mathématiques naît chez Dedekind avec la voix impérative d'une exigence *groupale* qui, à son tour, s'enracine dans le caractère profondément *corporel* des phénomènes mathématiques :

(144) « L'introduction des nombres irrationnels en usage jusqu'ici se rattache directement au concept de grandeur extensive - lequel n'est cependant défini rigoureusement nulle part - et elle présente le nombre comme résultant de la mesure d'une semblable grandeur par une autre de même nature. Au lieu de cela, je réclame que l'arithmétique se développe à partir d'elle-même [die Arithmetik sich aus sich selbst heraus entwickeln soll]. » [Dedekind 1872 : 19.]

En se joignant à la perspective « caractéristique » de Jordan, Dedekind « réclame » que les opérations arithmétiques forment un groupe : l'*autarchie* de l'Arithmétique signifie essentiellement, qu'étant donné la suite de ses mouvements opératoires, « le mouvement résultant de deux quelconques d'entre eux fait partie de la suite ». Autrement dit, l'Arithmétique doit se développer tout en demeurant *en elle-même* [aus sich selbst heraus]. Ressentons alors *auf das Innigste* le « point de départ » – l'hypothèse fondamentale – d'où démarre cette construction.

Dans le cas de Jordan, le recours à la notion de groupe est légitimé par l'indiscutable existence d'une solidité, une cohésion, une inertie, et donc un *moment* d'inertie. Ce n'est en fait que l'évidence profonde et invincible de sa fermeté, qui nous fait immédiatement prétendre qu'un même corps m

soumis à un mouvement $A_{r,t}$, à partir de l'impulsion Ω , traduise l'impulsion Ψ en le mouvement $A'_{r',t'}$ homogène au premier. Également chez Dedekind : c'est la présence d'une valeur évidemment finie et solidement fixée comme l'effet certain – *car déjà présent, ici et maintenant* – d'un processus inconditionnellement disponible à nos mouvements opératoires (= virtuellement infinis) qui fait jaillir dans son âme l'exigence auto-fondée car auto-évidente (Principe de Raison Suffisante) qu'en ce qu'elle est le résultat certain d'une suite de mouvements *numériques*, la valeur en question est *à son tour* [*immer wieder*] un nombre :

(145) « Pour le concept d'approximation d'une valeur limite fixe par une grandeur variable, et en particulier pour prouver le théorème selon lequel toute grandeur croissant de façon constante, mais pas au-delà de toute limite, doit nécessairement s'approcher d'une valeur limite, je recourus à des évidences géométriques. On peut concéder de façon générale qu'un tel rattachement à des représentations non arithmétiques a été l'occasion première de l'extension du concept de nombre (quoique cela n'ait assurément pas été le cas pour l'introduction des nombres complexes); toutefois, ce n'est certainement pas une raison pour admettre ces considérations étrangères dans l'arithmétique, dans la science des nombres. » [Dedekind 1872 : 9.]

(2) LES GRAINES DU NOMBRE – Or, si nous cherchons le *cœur* de cette exigence de solidité groupale et logique, nous le trouvons exprimé en 1863, lorsque Dedekind ressent que l'unité à la fois la *plus haute* [*hohere*] et la *plus profonde* [*innigste*] entre lettres et nombres est justement celle d'un *corps* :

(146) « Dans les paragraphes qui suivent, j'ai cherché à introduire le lecteur dans un milieu plus haut, où l'Algèbre et la Théorie des Nombres se renouent l'une à l'autre au niveau le plus intime [*auf das Innigste miteinander verbinden*]. Pendant mes cours sur la cyclotomie et l'algèbre supérieure [...] la conviction s'imposa à moi que la chose la plus opportune était de fonder l'étude des parentés algébriques entre les nombres sur un concept attaché aux plus simples principes de l'Arithmétique. Ensuite, j'ai changé le terme "domaine des rationnels" que j'utilisais à l'époque, avec le mot "Corps". J'entends par ce mot le système d'une infinité de nombres doué de la propriété que la Somme, la Différence, le Produit et le Quotient de deux nombres quelconques de ce système appartiennent encore à ce même système. J'appelle le corps *A* *diviseur* d'un corps *M*, et ceci un multiple de *A*, lorsque tous les nombres contenus en *A* se trouvent aussi en *M*. Toute couple de corps *A, B* possède toujours un plus petit multiple, qui peut être indiqué avec *AB*, et aussi un plus grand commun diviseur. Lorsqu'à tout nombre *a* d'un corps *A* correspond un nombre $b = \varphi(a)$ de façon que $\varphi(a+a') = \varphi(a) + \varphi(a')$ et $\varphi(aa') = \varphi(a)\varphi(a')$, alors les nombres *b* forment avec *A* un corps conjugué $B = \varphi(A)$, qui naît de *A* grâce à la substitution φ . Du point de vue de l'Algèbre, ces concepts vont dans la direction des principes de Galois, tandis que du point de vue de la théorie des nombres ils vont dans la direction de la création de nombres idéaux¹⁴. » [Dedekind 1863: 397. Ma trad.]

Nous arrivons maintenant au dynamisme profond du groupe, tel qu'il apparaît chez Dedekind. Ce passage ((146)) est cité par Dedekind en personne (et par Félix Klein six mois après) lorsqu'il décrit le chemin évolutif de l'entière Arithmétique dans les termes d'une dynamique opératoire continue, qui à chaque passage (147[1]) *impose* à ce qui suit d'hériter de la forme de ce qui précède et réciproquement (147[2]) *impose* à ce qui précède la *création/engendrement* de ce qui en hérite en conséquence la forme donnée :

(147) « [1] Je considère toute l'arithmétique comme une conséquence nécessaire, ou à tout le moins naturelle, de l'acte arithmétique le plus simple, celui de compter, le comptage n'étant rien d'autre que la création successive de la suite infinie des nombres entiers positifs, dans laquelle chaque individu est défini par son prédécesseur immédiat; cet acte le plus simple consiste à passer d'un individu déjà créé à la création de son successeur. [2] Si l'on peut toujours effectuer ces deux opérations [addition et multiplication] les opérations inverses, la soustraction et la division, ne sont admissibles que dans certaines limites. Quelle en a bien pu être l'occasion première, quelles comparaisons ou analogies avec des expériences, des intuitions, ont pu y conduire, cela reste en suspens; bref: c'est justement cette limitation des possibilités d'effectuer les opérations indirectes qui a chaque fois été le véritable motif d'un nouvel acte de création; c'est ainsi que les nombres négatifs et fractionnaires ont été créés par l'esprit humain et que, dans le système de tous les nombres rationnels, un instrument d'une

perfection [*Vollkommenheit*] infiniment plus grande a été conquis, une propriété que j'ai désignée en d'autres lieux comme caractéristique d'un corps de nombres [*Zahlkörper*], et qui consiste en ceci : les quatre opérations fondamentales sont toujours effectuables avec deux individus quelconques dans R , c'est-à-dire que leur résultat est toujours [*stets wieder*] un individu déterminé de R , si l'on excepte le seul cas de la division par le nombre zéro. » [Dedekind 1872 :13]

Manifestement, le *Zahlkörper* de Dedekind est défini par sa jordanienne (= corporelle) façon de bouger : la composition de deux quelconques de ses mouvements donne comme résultat un troisième mouvement qui, à son tour, – *stets wieder* – fait partie de la même suite d'où il provient. Ce que Dedekind réclame, est alors que cette *Vollkommenheit* du corps des Naturels \rightarrow Entiers \rightarrow Rationnels ne se désagrège pas une fois atteinte la terre des entités incommensurables : ce même corps *doit pouvoir* se conserver, au prix de transmuter la nature de la terre qui l'entoure. Soumise à cette action inséminatrice, la *Vollständigkeit* des Grandeurs devient finalement la *Stetigkeit* d'un nouveau *Nombre* :

(148) « Si maintenant, comme c'est notre intention, on veut aussi suivre arithmétiquement tous les phénomènes de la droite, les nombres rationnels n'y suffiront pas et il sera donc absolument nécessaire d'améliorer substantiellement l'instrument R , élaboré par la création des nombres rationnels, en concevant de nouveaux nombres, de façon à ce que le domaine des nombres acquière la même complétude [*Vollständigkeit*] ou, disons-le de suite, la même [*Stetigkeit*] *continuité* que la ligne droite. [...] Autant les nombres rationnels négatifs et fractionnaires sont conçus par une libre création, et autant les lois des calculs effectués avec ces nombres doivent et peuvent être ramenés [*zurückgeführt werden müssen und können*] aux lois des calculs effectués avec les entiers positifs, autant il faut aussi s'efforcer [*streben*] de définir complètement [*vollständig*] les nombres irrationnels par le biais des seuls nombres rationnels. » [Ibid. : 19]

(3) LE RENVERSEMENT EVOLUTIF QUI ENGENDRE LE GROUPE – Avec ce dernier passage – au travers de cette impérieuse projection d'homogénéité sur une multiplicité logique intérieurement dispersée – Dedekind *incarne* la puissance cohésive que le groupe jordanien puise à l'hypothèse d'un corps solide *externe*, même si purement mathématique. Dedekind intériorise le geste de Jordan : à partir du corps purement mathématique – mais *interne* – des nombres rationnels, il propulse devant nos yeux le processus de création/solidification *d'un autre* cristal arithmétique dans le vide qui sépare le nombre et sa grandeur, et, ce faisant, il donne *sa voix personnelle et clairement écoutable* à l'*action d'un groupe* – l'ensemble des nombres réels – *avant* que le groupe même n'apparaisse dans son espace avec une forme mathématique assez solide pour être formalisée. Ce *groupe en action* n'est donc, finalement, que le mathématicien en personne, et cela permettra à Dedekind de voir reflétée dans son « *eigenes Ich* » [Dedekind 1888 : §66] l'essence transformative de la science : un même acte de *création* de la part *des menschliches Geistes* se répète récursivement – identique à lui-même – à chaque passage évolutif, en intervenant – en parfaite autarchie – sur les résultats de son propre travail.

Maintenant faisons bien attention : en tant que tel, cet élément récursif de création/conservation, caractérise un seul des *deux* traits majeurs du groupe proprement dit. Pour faire un groupe, l'existence d'*une seule* opération qui nous garde à l'intérieur de la même suite où nous sommes déjà n'est pas suffisante : une « opération inverse » productrice d'un « élément inverse » *doit pouvoir* correspondre à toute opération réalisée sur n'importe quel élément qui le compose.

Or, si nous écoutons la voix de Dedekind, elle exprime précisément – toujours du côté de la *première genèse* de ces formes mathématiques – ce besoin impérieux de pouvoir *faire aussi l'inverse*. Selon son récit en (147 [2]) et sa revendication en (148), l'occasion de l'élargissement progressif du domaine du nombre est en effet, elle aussi, toujours la même, à savoir *l'intolérable impossibilité d'inverser le courant* opératoire déclenché par l'acte de création 1) qui soi-disant vient de se réaliser, 2) en obtenant un *résultat inverse* et 3) *nouveau*.

1) « Soi-disant », car comme nous l'avons largement rappelé, *des millénaires* peuvent séparer $2+3=5$ de $2-3=-1$, ou $3:2$ de $3/2$, ou $\sqrt{n^2}$ de $\sqrt{2}$, et cela, puisque en mathématique, « $x*y$ = impossible » est une expression très répandue et *parfaitement tolérée et tolérable*. S'il ne s'agit que de rester là où nous sommes déjà, alors il est suffisant de se dire : $2-3$ n'est pas possible, puisque -1 n'a pas la *nature* d'un nombre car ce n'est que l'expression incomplète d'une soustraction décapitée en

cours de route. Dans ce cas, la proposition « ceci n'est pas un nombre *naturel* » nous fait bien rester dans le Nombre ($\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$) sans pourtant instituer un groupe.

2) En outre, dire « dans les nombres naturels la soustraction $2-3$ est impossible » est *très ambigu*, car *sans aucun doute* dans le domaine des nombres naturels à toute addition correspond sa soustraction inverse : $2+3 \rightarrow 2-3$. Or, tandis que dans « $2+3=4$ », « 4 » est un *résultat* impossible, l'opération « $2-3$ » entre le nombre 2 et le nombre 3 ne donne pas comme résultat un troisième nombre *ainsi que* « $2+3$ » *le fait*, mais d'un côté l'opération « $2-3$ » est sans doute bien *possible* puisque réelle – la simple écriture « $2-3$ » étant sa présence légitime et actuelle devant nous – et de l'autre côté cette même expression en elle-même représente parfaitement son propre *résultat*, ainsi que l'expression « $1/2$ » représente en même temps la division « $1/2$ » et son résultat « $1/2$ ». Donc, l'expression « $2-3$ » est sans doute la présence *actuelle* de l'opération inverse de « $2+3$ », et son résultat, bien présent et actuel, est que nous restons là où nous sommes déjà, auprès de « $2-3$ » à l'intérieur du domaine des Nombres Naturels.

3) Pourtant, les Nombres Naturels *ne sont pas* un groupe, tandis que les nombres relatifs le sont. Un groupe ne se présente à notre esprit en conséquence que lorsque nous l'*engendrons*, en concevant l'ambition dédékindienne de *franchir une barrière*, en faisant l'inverse de ce que nous avons toujours fait (soustraire un nombre plus grand d'un nombre plus petit) et en obtenant *effectivement* un résultat, qui est donc *inouï, révolutionnaire, magiquement nouveau* : ce qui est le contraire rigoureux de « revenir en arrière ».

Dedekind décrit ainsi, et incarne un processus essentiellement *évolutif, polaire et trans-modal* – le processus que nous ne cessons de dévoiler comme l'essence même de notre vie mentale – en montrant que tout acte de création qui ouvre un nouveau domaine de l'expérience mathématique répond à l'exigence absolue et non négociable (et en même temps parfaitement libre) de ne pas abandonner la maison du père... que l'on vient pourtant de *vouloir* quitter. Les opérations *inverses* d'entre-diviser deux nombres multipliés (3×2), entre-soustraire deux nombres additionnés ($2+3$), atteindre l'égalon-racine d'une certaine mesure carrée ($A \times A = 2$), en obtenant en effet des résultats nouveaux et inattendus n'existent que parce qu'« à un moment donné » notre esprit *décide* de se rebeller à l'idée que, s'il veut demeurer parmi les nombres, il doit se borner au sens du mouvement qu'il vient d'accomplir, et *délibère* alors de *créer* sur le champ un parcours *inversé et efficace* qui, tout en marchant en sens interdit, nous garde pourtant en pleine légitimité dans *le même domaine (le Nombre)* où nous nous trouvons déjà : $3 \times 2 \rightarrow 3/2$, $2-3 \rightarrow -1$, $A^2 \rightarrow \sqrt{2}$. Ce n'est donc qu'en ce que nous *refusons* impérativement d'abandonner le territoire du *nombre arithmétique*, et qu'en même temps nous *prétendons* de le faire, que nous légitimons par là même la création des nouveaux nombres : rationnels, relatifs, irrationnels... à savoir, des opérations inverses de celles qui nous sont disponibles. Aucune des actions légitimes dans le nouveau jardin « infiniment parfait » que nous venons de pénétrer ne doit nous obliger à le quitter : nous *élargissons* donc nos possessions, où nos opérations « doivent pouvoir être re-conduites » [*zurückgeführt werden müssen können*].

Nous pouvons considérer l'intuition de cette liberté autarchique de l'esprit humain, tant indomptable, vivante, spontanée, émanatrice et créative, que solide, ferme stabilisante et auto-conservative, comme la racine vivante de celle que Jordan appelle « l'idée caractéristique du groupe », qui, en elle-même, n'est donc que le fruit déjà mûr de cette graine propulsive : un fruit qui n'apparaît que lorsque le geste interdit de l'opération inverse *n'est plus interdit*. Cette idée devient chez Félix Klein, « *die Identität des Gruppenbegriffes* ».

8.1.3 Le programme de Félix Klein

(1) LE CRISTAL DE LA GEOMETRIE - Avec Félix Klein, le Cristal Mouvant de Jordan – le lieu propre [$\tau\acute{o}\pi\omicron\varsigma\ \acute{\iota}\delta\acute{\iota}\omicron\nu$] des déplacements des molécules équilibrées de Bravais – éclate sous nos yeux en devenant « en un instant » la Totalité [$\tau\acute{o}\pi\omicron\varsigma\ \kappa\omicron\iota\nu\acute{o}\nu$] de l'Espace Cristallisé $\acute{\epsilon}\nu\ \acute{\epsilon}\alpha\nu\tau\acute{\omicron}\tilde{\nu}\ \kappa\iota\nu\omicron\upsilon\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$: en même temps mobile en lui-même et inamovible, inaltérable, et aussi *individuel* que l'est toute figure se mouvant dans son horizon infini :

(149) « (A) Nous pensons que les transformations concernent toujours la totalité des configurations spatiales [*räumliche Gebilde*], et parlons donc purement et simplement de *transformations de l'espace* - (B) Si l'on considère un instant l'espace comme inamovible etc., comme une multiplicité rigide [*starre*], chaque figure possède une individualité propre [*ein*

individuelles Interesse] ; des propriétés qu'elle possède comme individu, celles-là seules sont proprement géométriques que les transformations du groupe principal n'altèrent pas. Cette pensée, formulée ici un peu vaguement [*unbestimmt*] se dégagera plus nettement par la suite de l'exposition. » [Klein 1872 : 462, 463. Ma trad. L'italique est de moi]

L'« invariant » de Klein est finalement la vision profonde de cet Individu spatial pur, de ce cristal unique et absolument transparent. La parfaite inter-absorption entre une figure et son espace est au cœur même de l'entreprise kleinienne, qui se propose ainsi de reconduire à une parfaite homogénéité logique *das raumliche Ding an sich* : « la Chose spatiale en soi ». L'Espace [*Raum*] et la Figure [*Figur, Bild*] deviennent alors parfaitement *interchangeables*, grâce à la notion intermédiaire de Configuration Spatiale [*räumliches Gebild*]. Grâce à cette notion/charnière, de même que pour Jordan ((141 [2AB]) c'est la même chose que de parler d'un point, un lieu, une molécule ou un corps solide qui bougent dans leur polyèdre mathématique, de même pour Klein ce même « espace inamovible » et rigide devient subitement le sujet de *ses propres* déplacements, miroitements, similitudes...

(150) « Il y a des transformations spatiales [*räumliche Transformationen*] qui laissent inchangées les propriétés géométriques des configurations spatiales [*räumlicher Gebilde*] en général. Par définition ces propriétés sont, en effet, indépendantes de la position dans l'espace de la configuration [*Gebilde*] considérée, de sa grandeur absolue, et enfin aussi du sens dans lequel ses parties sont disposées. Les propriétés d'une configuration spatiale [*eines räumlichen Gebildes*] demeurent donc inchangées au travers de tous les déplacements de l'espace [*durch alle Bewegungen des Raumes*] de ses transformations avec similitude [*seine Ähnlichkeitstransformationen*] et du processus de miroitement [*den Prozeß der Spiegelung*] ainsi qu'au travers des transformations composées avec les précédentes. (B) Nous appellerons Groupe Principal de transformations spatiales l'ensemble de toutes ces transformations : les propriétés géométriques ne sont pas altérées par les transformations du groupe principal. La réciproque est également vraie : les propriétés géométriques sont caractérisées par leur invariance relativement aux transformations du groupe principal. » [Klein 1872 : 463. Ma trad.]

L'idée fondatrice est donc celle d'une « chose spatiale » individuelle et inaltérable, qui – Espace et Figure à la fois – *essentiellement* se dévoile sur le fond des variations de sens/taille/symétrie qui – « par définition » – n'appartiennent pas à sa nature ultime.

(2) L'UNITE PROJECTIVE DU CORPS DE LA GEOMETRIE – La création de ce milieu visionnaire et logique à la fois – où le cristal symétrique d'une figure bouge dans le cristal total de l'espace qui bouge ainsi, sans pourtant bouger, en lui-même – répond chez Klein aux mêmes mobiles profonds qui poussent Dedekind à regrouper toute la Réalité du Nombre dans un même Corps. De même pour Richard Dedekind – avril 1872 – le cristal inviolé de l'arithmétique pure doit pouvoir exister, libre de toute intuition imaginative, malgré l'incontournable fonction didactique de la figure géométrique et l'attrait désagrégeant qu'exerce la méthode *ancienne* de reconduction du nombre à la grandeur spatiale – de même pour Félix Klein – octobre 1872 – la lumière rayonnante d'une *géométrie* pure et *une* doit pouvoir se projeter dans le monde, indépendant de tout *eidolon* ordinaire, malgré l'indéniable rôle *pédagogique* et *historique* d'un recours aux images de la géométrie intuitive, et malgré l'attrait de la *nouvelle* époque vers la dispersion et la réfraction logiques :

(151) « (A) La publication de considérations destinées à établir un tel lien a paru d'autant plus justifiée que la Géométrie, bien qu'elle soit une par essence, ne s'est que trop scindée, en raison du rapide développement qu'elle a pris dans ces derniers temps, en des disciplines presque séparées [...] (B) Au point de vue abstrait, il n'eût été besoin, dans ce qui suit, que de parler de multiplicités à plusieurs dimensions ; mais, en rattachant l'exposition aux notions plus familières de l'espace, elle devient plus simple et plus intelligible. En partant de la considération des choses géométriques et en développant sur elles, comme exemple, les idées générales, nous suivons la voie qu'a prise la Science dans son développement et qu'il est le plus profitable d'adopter pour base de notre exposition. (C) Quand, dans le texte, nous parlons de l'intuition de l'espace comme de quelque chose d'accessoire, nous le faisons en raison de la nature purement mathématique des considérations à formuler : pour celles-ci elle n'a que la valeur d'une méthode qui rend les choses sensibles, valeur qui, d'ailleurs, au point de vue pédagogique, doit être estimée d'un grand prix.

Mais c'est tout autre chose s'il s'agit de l'importance de l'intuition de l'espace en général... »
[Klein 1872, Ed. Fr. : 38,4.]

Et encore, de même pour Dedekind, une arithmétique pure existe en effet, et elle pousse directement comme *émanation – Ausfluss* – de notre esprit, qui enfante le Nombre, grâce à un acte de libre *création* :

(152) « Je considère le concept de nombre comme entièrement indépendant des représentations ou des intuitions de l'espace et du temps, et plutôt comme une émanation directe des pures lois de la pensée. Ma réponse principale à la question posée dans le titre de cet écrit s'énonce ainsi : les nombres sont des créations libres de l'esprit humain. » [Dedekind 1888 : 61 ;]

... de même pour Klein, une géométrie pure existe en effet, et elle pousse directement comme *projection – Projektion*¹⁵ – de notre esprit, qui enfante la *transformation spatiale* au travers d'un acte libre [*Willkürlich*] de position d'un même « groupe », là où il n'y aurait apparemment qu'une multiplicité dispersée [*Zerfallen*] de figures (et de *géométries*) distinctes. Grâce à cette opération primordiale, la vraie géométrie saisit la vérité ultime de l'Espace d'où jaillissent, non pas des modèles/images, mais des modèles/archétypes qui, pour la géométrie, sont *die Sache Selbst*.

(3) L'ACTION DU GROUPE INTRA-GEOMETRIQUE - À cette Géométrie unifiée et unificatrice, Klein donne une personnalité douée sa propre voix et sa propre volonté, en nous disant qu'elle – elle-même, la Géométrie en personne – ne veut pas – « sie *nicht sein will* » – être qu'une suite dispersée d'images sensibles :

(153) « (A) Je considère l'intuition de l'espace en général comme subsistant par elle-même [*etwas Selbständiges*]. Il existe une Géométrie proprement dite [*eine eigentliche Geometrie*] qui ne veut pas [*die nicht sein will*], comme les recherches qui nous ont occupé, n'être qu'une expression intuitive de considérations abstraites. Il y faut concevoir les figures de l'espace dans la pleine vérité de leur forme et (ce qui constitue le côté mathématique) apercevoir leurs relations comme des conséquences évidentes des postulats de l'intuition de l'espace. Pour cette Géométrie, un modèle, qu'il soit exécuté et examiné ou seulement figuré avec force, n'est pas un moyen pour atteindre au but, mais la chose elle-même [*die Sache selbst*]. Quand nous plaçons ainsi, avec une existence propre [*als etwas Selbständiges*] la Géométrie à côté des Mathématiques pures et sans qu'elle en dépende, nous ne faisons pas quelque chose de neuf. [Klein [F] : 39]. (B) Nous cherchons un principe général d'après lequel on puisse édifier les méthodes [de la géométrie]. Cette question paraît d'autant plus importante que, à côté de la Géométrie élémentaire et de la Géométrie projective, prennent place d'autres méthodes, assurément moins développées, auxquelles il faut accorder le même droit à une existence propre. » [Klein 1872, Ed. Fr. : 4.]

L'objet ciblé par le *Programme d'Erlangen* à partir de l'idée fondatrice de l'Individu Spatial Absolu est donc *la Géométrie* en tant que telle, sa pureté, son unité autarchique et son interne division en *parties légitimes* et l'intervention de Klein, dans ce domaine, est la même *action de groupe* de Dedekind : dirigée à la fois ((153A)) à préserver créativement (projectivement) la substance pré-imaginative de cette science, et ((151A)) à inverser un trend opératoire qui traduit la multiplication des méthodes en une désagrégation logique de leurs objets. Cohéremment, les Groupes de Jordan et le Corps de Dedekind seront deux éléments fondamentaux de cette entreprise.

Soulignons bien que Félix Klein est un géomètre, s'il en est un.

Pour son *Programme* la « géométrie même », la « géométrie en elle-même » [*selbst*] ou « proprement [*eigen*] dite » ((153A)) avec son objet propre [*selbst*] est l'objet d'une réflexion strictement *géométrique*, en ce qu'aucune démarche *irréductible* à la démarche géométrique n'est, ni ne sera, mise en place. Autrement dit, de même Camille Jordan ne procède pas en physicien vers l'objet *physique* « corps solide » ou « molécule », de même lorsque Félix Klein décide de reculer son attention en ciblant la Géométrie elle-même, il n'ouvre pas un domaine du discours *distinctement* méta-géométrique : l'essence (implicite) de son Programme est de traiter la géométrie comme l'un de ses objets internes. Ce recul épistémologique et psychologique sera l'objet de préoccupations du Logicisme, du programme de Hilbert, de Poincaré et Piaget, mais il n'est même pas implicitement envisagé par le *Programme* de Félix Klein. L'identité et unité de *la géométrie kleinienne* est donc instituée par le géomètre en personne, selon la même démarche qui lui permet de décider

catégoriquement et impérativement que deux objets intra-géométriques ne sont en réalité que deux occurrences *du même* objet. Cohéremment, ni *la personne* du géomètre n'apparaît comme un foncteur effectif de son discours, ni la Géométrie, tout en étant placée à *côté* des mathématiques pures n'obtient une place déterminée au sein de la totalité de la science.

Cette application de la géométrie en elle-même, s'irradie sur la totalité de ses membres – les différentes sous-géométries ((153B)) – en fournissant le critère unitaire de leur existence : un même Principe devra identifier l'« *ursprüngliche Figur* » de la Géométrie, et faire de ses émanations internes des « parties stables » sur corps entier, en leur donnant à la fois une légitimation et un critère d'identité individuelle.

Les outils intra-géométriques désignés pour œuvrer cette généralisation interne *de* la géométrie *par* la géométrie, sont ceux ((154A)) de la *Projektion* et ((154B)) du *Groupe*. L'unité *projective* de la Géométrie *überhaupt* est pour Klein une propriété de la totalité du sein de laquelle jaillit le Groupe de la Géométrie Projective, qui nous dévoile de la sorte les deux dorsales majeures (*groupe* et *projection*) se sa totalité d'appartenance. Réciproquement, la source d'existence de toute sous-géométrie est l'identité projective – la projection d'identité – d'un *même* groupe de transformations :

(154) « (A) La Géométrie projective n'a pris naissance que quand on s'est accoutumé à considérer comme essentiellement identiques la figure primitive et toutes celles qui s'en peuvent déduire par projection et à énoncer les propriétés projectives de façon à mettre en évidence leur indépendance vis-à-vis des modifications apportées par la projection. [...] Pour chaque espèce de transformation de l'espace, on peut imaginer une marche de développement semblable à celle que nous venons de décrire. [...] (B) *A priori*, il n'y a rien de déterminé dans le nombre des paramètres arbitraires dont on fera dépendre cet élément : la ligne, le plan, l'espace, etc. apparaissent, suivant l'élément choisi, comme pourvus d'un nombre quelconque de dimensions. Mais, tant que l'on prend pour base de l'étude géométrique le même groupe de transformations, rien n'est modifié dans cette Géométrie, c'est-à-dire que toute proposition obtenue avec un certain élément de l'espace reste encore une proposition pour tout autre choix de cet élément, l'ordre des théorèmes et leurs liaisons sont seuls changés. Ce qui est essentiel, c'est donc le groupe de transformations. » [Klein 1872, Ed. Fr. : 10, 14.]

Au sein de ce mouvement généralisateur et endo-projectif, l'évidence donnée du groupe algébrique *s'oriente en haut et se condense en bas*.

(3.1) *Les repères en haut* – Les groupes galoisiens déjà connus ((155A)) évoquent leur substance logique commune : l'Identité de la Notion de Groupe – *die Identität des Gruppenbegriffes* – laquelle ((155B)) nous renvoie à son tour – par analogie – à une *théorie générale des transformations* :

(155) « (A) Dans la théorie de Galois comme ici, tout l'intérêt réside dans les groupes de transformations. Mais les objets auxquels se rapportent les transformations sont bien différents : là on a affaire à un nombre limité d'éléments distincts, ici à un nombre indéfini d'éléments d'un ensemble continu ; mais on peut, par l'identité de la notion de groupe [*Identität des Gruppenbegriffes*] pousser plus loin la comparaison. [...] (B) Dans la théorie de Galois [...] ce qui fait proprement l'objet des recherches, c'est la théorie même des groupes ou des substitutions : la théorie des équations n'en découle que comme application. Par analogie, nous voudrions une théorie des transformations, une théorie des groupes qui peuvent être engendrés par des transformations d'une nature donnée. [...] Le traitement d'une multiplicité tiré de la considération d'un groupe fondamental de transformations apparaîtrait comme une application de la théorie des transformations. » [Klein 1872 : 489. Ma trad.]

À son tour, cette Idée nous projette vers les deux derniers échelons de notre montée aux repères ultimes de l'Idée de Groupe, qui ne sont rien de moins que les archétypes originaires de l'Individu ((149)) et de la Transformation ((155B)-(156)).

(3.2) *L'Archétype de la Transformation en son Espace* – Klein enracine le sens du groupe galoisien dans l'intuition *noétique* de la Transformation, qui à partir du tremplin préparé par Bravais/Jordan finit ainsi par englober la totalité du monde accessible au scientifique. Si, chez Bravais, le cristal devient mathématique, Jordan distille la forme mathématique même (le groupe) comme un cristal au sein duquel les polyèdres de Bravais se meuvent. Mais à son tour, *toute* forme mathématique est en elle-même une transformation et le groupe devient finalement, avec Klein, le représentant mathématique de

tout mouvement pensable, à savoir (mais encore implicitement) de *tout* ce qui est en général pensable, puisque *penser* est un mouvement.

Or le premier fruit visible de cette intuition générale est chez Klein l'évidence absolue : « toute suite de transformations est nécessairement *à son tour* une transformation, puisque toute suite de transformations est nécessairement la transformation d'une suite ». C'est dans cette vérité primordiale – réursive, auto-conservative et internement réversible – et dans l'idée d'Espace qui en découle – que le groupe kleinien puise à sa sève ultime :

(156) « (A) La composition d'un nombre quelconque de transformations de l'espace redonne toujours une transformation [*ergeben immer wieder eine Transformation*] [...] (B) Supposons maintenant qu'une suite donnée de transformations ait la propriété que toute transformation résultant de la composition d'un nombre quelconque d'entre elles appartienne à son tour à la suite [*ihr selbst wieder angehört*] : elle constitue ce que l'on nomme *un groupe de transformations*. (C) Nous pensons que les transformations concernent toujours la totalité des configurations spatiales [*räumliche Gebilde*], et parlons donc purement et simplement de *transformations de l'espace*. » [Klein 1872 : 462. Ma trad.]

Maintenant faisons *bien* attention. Nous contemplons ici la pure et simple *notion* de la Transformation [*Um-formung*] : (A) en ce qu'une transformation Δ_i est donnée, une multiplicité [*Mannigfaltigkeit*] de sous-transformations est donnée, donc à chaque instant où nous considérons cette même suite transformative Δ_i , elle est en même temps la suite qu'elle est, et la transformation de ce qu'elle était il y a un instant. Autrement dit, une suite de transformations est la transformation en acte de cette même suite. La *clôture* et l'intrinsèque *réversibilité* de l'Idée jordanienne de groupe ((143) : « le mouvement résultant de deux quelconques d'entre eux fait partie de la suite, ce qui est la définition caractéristique d'un groupe de mouvements ») est donc ressentie par Klein comme l'expression intra-mathématique de cette intuition primordiale : « *immer wieder* [une transformation] ... *ihr selbst wieder angehört* [appartient à elle-même] » En conséquence (C) le milieu parcouru par toute « *trans-*»formation, est l'espace *infranchissable* (qui en réalité, nous le verrons, est un *temps*) de son propre avoir lieu. Toute transformation est porteuse de son espace, au sein duquel elle a lieu¹⁶, puisqu'en ce que nous contemplons une transformation, nous ouvrons immédiatement l'espace unitaire de ses changements successifs.

La notion *formelle* de groupe apparaît donc, chez Klein, comme la condensation finale d'un processus qui, de l'unité substantielle de la Géométrie, fait jaillir comme *objet* unique de son *unique* attention, la Totalité Simultanée de l'Espace, ressenti comme le *sujet* unitaire et individuel non seulement de notre *discours*, mais aussi de toute Transformation *dans* l'espace, laquelle à son tour [*immer wieder*] s'impose – elle, la Transformation même – comme l'espace logique où nécessairement toute transformation individuelle a lieu, puisque le résultat de n'importe quelle suite de transformations est *à son tour* une – cette même – transformation. Or, aussi vertigineux soit-il, tout cela demeure néanmoins, « un peu vague ».

(4) « ETWAS UNBESTIMMT » – En effet, sur la base des passages ((156)) et ((149)), la notion d'*archétype* que je viens d'utiliser devient distincte en son rôle de pure *orientation* logique.

La Transformation. Ainsi qu'elle est proposée, l'Idée de la *Transformation-en-son-espace* ne détermine pas le groupe algébrique proprement dit, car aucune opération déterminée, aucune relation d'ordre et aucune opération inverse ne sont comprises dans son simple concept. Nous disons : toute transformation *est* par là même une suite, et *vice-versa*, donc toute transformation est son propre résultat... mais en ce disant nous avons *pensé* la Transformation *überhaupt*, le *pur concept* de la transformation, interne à toute forme transformative pensable. Nous n'avons donc ni effectivement *donné* une transformation, ni – encore moins – un groupe. Cet *Urbild* [« Image originare » Wittegnstein 1918] oriente donc notre discours et son sens, mais le passage (156A→B) « Soit donnée une multiplicité et en elle un groupe de transformations » [page 463] encore tout à construire, et le géomètre Félix Klein ne fait que le *présupposer*.

L'Individu – De même, Klein a bien raison de préciser ((149)) que son idée d'un *individu* à la fois spatial et figural est une pensée « un peu vague » [*etwas unbestimmt*], car ainsi qu'une multiplicité en général – saisie en deçà de toute transformation individuelle *donnée* – n'existe que dans notre discours *déjà* géométrique, la présence d'un espace individuel inamovible dans ce même discours est

parfaitement incapable de nous adresser sur l'individualité d'une figure déterminée, si la figure ne nous a pas été déjà préalablement *donnée*. Si donc ceci est le Programme d'Erlangen...

(157) « (A) Faisons maintenant abstraction de la figure sensible [*sinnliches Bild*] qui, au point de vue mathématique, n'est pas essentielle, et ne voyons plus dans l'espace [*erblicken im Raume*] qu'une multiplicité à plusieurs dimensions [...] Par analogie avec les transformations de l'espace, nous pouvons parler des transformations de la multiplicité; elles forment aussi *des groupes* : mais il n'y a plus, comme dans l'espace, un groupe qui précède les autres [*eine Gruppe vor den übrigen*] par sa signification : un groupe quelconque n'est ni plus ni moins que tout autre [*gleichberechtigt*]. Comme généralisation de la Géométrie se pose ainsi la question générale que voici : *étant donnés une multiplicité et un groupe de transformations dans cette multiplicité, en étudier les configurations du point de vue des propriétés qui ne sont pas altérées par les transformations du groupe.* » [Klein 1872 : 463.Ma trad.]

... ce programme est, ainsi que nous l'avons dit, parfaitement *interne* à la géométrie *donnée* et *existante*, dans laquelle des *figures-Gebilde* nous sont *de fait* données dès le début [*von vornherein*] et aucune opération mathématique n'existe qui ne soit finalement enracinée dans l'une d'elles. Félix Klein est très conscient de cet aspect :

(158) « Si l'on introduit des configurations [*Gebilde*] quelconques comme éléments de l'espace, il acquiert un nombre quelconque de dimensions. Mais si nous nous plaçons au point de vue habituel [*gewöhnliche Anschauung*] (élémentaire ou projectif), le groupe que, pour la multiplicité à plusieurs dimensions, nous devons prendre pour base est donné *dès le début* [*von vornherein gegeben*] : il n'est autre que le groupe principal ou le groupe des transformations projectives. Si nous voulions prendre pour groupe fondamental un autre groupe, nous devrions quitter le point de vue élémentaire ou projectif. [...] Il est important d'ajouter qu'en vue de l'étude de la multiplicité, il faut prendre pour base un groupe déterminé dès le début [*von vorneherein*], ou sinon qu'il faut, pour disposer à volonté du groupe, y adapter convenablement nos conceptions géométriques. Si l'on ne faisait pas cette remarque, on pourrait, par exemple, chercher une représentation de la géométrie de l'espace réglé de la façon suivante. Dans cette géométrie, une droite a six coordonnées ; c'est aussi le nombre des coefficients d'une conique du plan. La reproduction de la géométrie de l'espace réglé serait ainsi la géométrie d'un système de coniques [...] : mais si nous gardons la façon de voir élémentaire ou projective de la Géométrie plane, nous n'obtenons *absolument aucune* image [*haben wir eben kein Bild*]. » [Klein 1872 : 473.Ma trad. Les italiques sont de moi]

Or, si en manque d'une réadaptation convenable de notre « façon de voir » nous risquons, le long de notre voyage projectif, de perdre tout enracinement imaginaire, nous ne disposons, *a fortiori*, d'aucune image [*Bild*] de support lorsqu'il s'agit de saisir l'*Ur-bild* de la Transformation *en soi*, ou de l'*Urbild* de l'Espace/Multiplicité *en général*. Il faut donc faire bien attention au moment où l'on est soudainement passé du domaine de la simple contemplation d'une Idée mathématique générale (comme « toute suite de transformations est la transformation d'une suite ») à son application opérationnelle, afin de ne pas s'imaginer que cette même application ne demeure pas moins toujours redevable, dès le début, à des formes opératoire déjà existantes et données.

C'est en effet cela que Frege observe lorsqu'il fait remarquer que l'évidence intra-géométrique du parallélisme et la définition *logique* de « parallélisme » sont deux choses non seulement différentes mais inversées l'une par rapport à l'autre :

(159) « Le jugement : “La droite a est parallèle à la droite b” qu'on écrit symboliquement : $a // b$ peut être compris comme une identité. Une telle interprétation fait apparaître le concept de direction, et on peut dire : “la direction de la droite a est identique à la direction de la droite b”. On remplace le signe $//$ par le signe $=$, plus général, et on répartit sur a et b le contenu particulier du signe primitif. On obtient ainsi un nouveau concept en analysant le contenu de jugement d'une manière différente. Souvent, d'ailleurs, *on conçoit la chose à l'inverse*, et beaucoup d'auteurs préfèrent la définition suivante : les droites parallèles sont celles qui ont même direction. On démontre alors très facilement la proposition : “si deux droites sont parallèles à une troisième, elles sont parallèles entre elles” en faisant appel à un théorème d'identité dont l'énoncé est l'analogue exact de celui qu'on vient de lire. *L'ennui est qu'on inverse l'ordre réel des choses*. Car en géométrie tout doit au départ être intuitif. Et je demande si quelqu'un a jamais eu l'intuition de la direction d'une droite. D'une droite oui, mais distingue-t-on dans l'intuition une droite de sa direction ? C'est peu probable ; ce concept

provient d'une élaboration intellectuelle greffée sur l'intuition. Mais on a bien une représentation de droites parallèles. La démonstration à laquelle j'ai fait allusion repose sur une subreption ; on suppose ce qu'on veut démontrer en employant le mot "direction". En effet, à supposer que la proposition : "si deux droites sont parallèles à une troisième, elles sont parallèles entre elles" soit fautive, on ne pourrait pas convertir $a // b$ en une identité. » [Frege 1884 : 189.]

Notre conclusion bien fixe est donc : *aucune porte* n'est disponible au pan-géomètre kleinien pour « condenser en bas » la dimension purement archétypique du groupe, qui ne soit l'individualité d'une figure géométrique déjà *préalablement* condensée.

(4.1) *La condensation en bas : l'auto-évidence du groupe en action* – La point de départ pour nos opérations [pan-]géométriques *doit pouvoir* être donc déjà donné au sein d'une géométrie déjà existante, et les outils mathématiques qui organisent cette déjà existante géométrie et les images individuelles qui l'habitent sont le groupe, le Corps, l'*Abbildung* (159), enrichis d'un principe d'auto-évidence opératoire (160) censé garantir la fiabilité de nos mouvements projectifs.

Les outils :

(160) « (A) LE GROUPE – Supposons maintenant qu'une suite donnée de transformations ait la propriété que toute transformation résultant de la composition d'un nombre quelconque d'entre elles appartienne à son tour à la suite [*ihr selbst wieder angehört*] : elle constitue ce que l'on nomme un groupe de transformations. [NOTE - Cette définition a encore besoin d'un complément que voici. Il est implicitement supposé, dans les groupes du texte, que toute opération qui y figure est accompagnée de l'opération inverse ; mais, dans le cas où il y a une infinité d'opérations, ceci n'est nullement une conséquence de la notion même de groupe ; c'est donc une hypothèse qui doit être expressément adjointe à la définition du groupe, telle qu'elle est donnée dans le texte.] L'ensemble des déplacements (chaque déplacement étant considéré comme une opération effectuée sur la totalité de l'espace) offre l'exemple d'un groupe de transformations. [NOTE - Camille Jordan a déterminé tous les groupes contenus dans le groupe des déplacements : *Sur les groupes des Transformations* [*ci-dessus* (141)] Un groupe qui y est contenu est formé, par exemple, par les rotations autour d'un point. [p. 462]

(B) LE CORPS - Soit donné, pour l'espace, un groupe quelconque, par exemple le groupe principal. Faisons choix d'une figure particulière, comme d'un point, ou d'une droite, ou encore d'un ellipsoïde, etc., et effectuons sur elle toutes les transformations du groupe fondamental. On obtient ainsi un ensemble plusieurs fois infini à un nombre de dimensions en général égal au nombre des paramètres arbitraires contenus dans le groupe. [...] Chaque ensemble ainsi engendré se nomme, relativement au groupe générateur, *un corps* [NOTE - Ce nom est choisi d'après Dedekind qui, dans la Théorie des nombres, donne à un ensemble de nombres le nom de *corps*, quand il résulte, au moyen d'opérations données, d'éléments donnés Cf. dernière édition des *Leçons* de Dedekind [*ci-dessus* (146)]. Si maintenant, d'une part, nous voulons étudier l'espace au sens du groupe, et, dans ce but, spécifier comme élément de l'espace des figures déterminées ; si, d'autre part, nous ne voulons pas que des choses équivalentes soient représentées d'inégale façon, *nous devons évidemment choisir les éléments de l'espace de telle sorte que leur ensemble forme un seul corps ou puisse être décomposé en corps* [p.18] –

(C) L'AB-BILDUNG «§4. Le transport par application – *Übertragung durch Abbildung* – Soit prise en examen une multiplicité A sur la base d'un groupe B. Si au travers d'une transformation quelconque on transforme A en une autre multiplicité A', le groupe de transformations B qui conduisent A en lui-même devient un groupe B' dont les transformations se rapportent à A' » [Klein 1872 : 468. Ma trad.]

(161) « C'est dès lors un principe auto-évident [*ein selbstverständliches Prinzip*], que *la façon de traiter A sur la base de B conduit à celle de traiter A' sur la base de B'*, c'est-à-dire que chaque propriété que possède, relativement au groupe B, une configuration [*Gebild*] de A, donne une propriété, relativement au groupe B', de la configuration correspondante de A'. » [Klein 1872 : 469. Ma trad.]

Un *principe auto-évident* nous permet ainsi de projeter/transférer *une même* propriété géométrique d'un lieu à l'autre de notre espace opératoire, grâce à la simple décision de la *voir* [*erblicken*] se déplacer *durch Abbildung*. Sur cette base, Klein affirme finalement qu'une droite et une conique sont *la même chose* :

(162) « De l'arbitraire dans le choix de l'élément de l'espace – On peut établir une correspondance entre les points de la droite et ceux d'une conique du plan, en projetant d'un des points de celle-ci. On montre aisément que les transformations linéaires B qui reproduisent la

droite *deviennent* les transformations linéaires B' qui reproduisent la conique, c'est-à-dire les transformations de la conique qui correspondent aux transformations linéaires du plan qui reproduisent la conique. Mais [...] il revient au même [*ist dasselbe*] d'étudier la Géométrie sur une conique en la supposant fixe et ne considérant que les transformations linéaires du plan qui la reproduisent, ou d'étudier la Géométrie sur la conique en considérant toutes les transformations linéaires du plan, et laissant la conique se modifier avec elles. Les propriétés que nous découvrons aux systèmes de points de la conique sont donc projectives au sens habituel du mot. » [Klein 1872 : 470. Ma trad.]

L'auto-évidence du principe d'*Übertragung durch Abbildung* – en même temps translation projective d'une *même* propriété d'une figure à l'autre, et transformation d'une *même* figure – n'est finalement que l'évidence-pour-nous de notre libre décision [*Willkur*] d'identité opératoire et donc objectuelle, puisque, selon cette même auto-évidence, l'identité de l'opération entraîne l'identité de l'objet de l'opération. Autrement dit, le sujet mathématique est défini par le pouvoir absolu qu'il exerce sur l'identité de ses objets ; il dit « soit le segment U », et le segment U *est* ; ensuite il dit « soit U un cercle vu en perspective », et c'est comme cela.

{163} « Comme élément de la droite, du plan, de l'espace, etc., et en général d'une multiplicité à étudier, on peut employer, au lieu du point, tout élément faisant partie de la multiplicité : un groupe de points, en particulier une courbe, une surface, etc. Comme, *a priori*, il n'y a rien de déterminé dans le nombre des paramètres arbitraires dont on fera dépendre cet élément, alors la ligne, le plan, l'espace, etc. apparaissent, suivant l'élément choisi, comme pourvus d'un nombre quelconque de dimensions. » [Klein 1872, Ed. Fr. : 14.]

À l'intérieur de l'horizon de cet univers d'évidences-pour-moi, le côté *logique* et le côté *projectif* coïncident : un segment *apparaît comme* un cercle si je décide qu'il *est* un cercle, et cette décision d'identité logique coïncide avec le choix d'un certain *point de vue* sur ce même segment/cercle.

8.2 Évoluer vers un angle absolument droit

Et nous voilà finalement parvenus à notre riposte anti-impérialiste à l'obsession groupale qui hante l'esprit piagétien, en l'empêchant de *naître et commencer*, de se propulser dans le monde et d'y projeter la puissance génératrice de ses opérations.

Nous avons largement vu que chez Piaget un couple insécable de notions jumelles oriente toutes ses visions d'ensemble : 1) la notion d'une totalité intérieurement articulée comme système de rapports de parfaite réciprocité entre ses parties ($\langle 127 \rangle$, $\langle 139 [1]-[2] \rangle$) et 2) celle de la nature essentiellement dynamique et réfléchissante de cette même totalité ($\langle 126 \rangle$, $\langle 139 [3] \rangle$) intimement mouvante et toujours en même temps structurante et structurée. C'est cette double idée que Piaget ressent comme l'essence du groupe, car « réciprocité absolue » coïncide pour lui avec l'existence efficace d'une « opération inverse », ouvrant à cette « réversibilité opératoire » qui est l'essence même de la pensée.

La vision de cette réciprocité intrasystémique absolue s'exprime très nettement chez Félix Klein, selon lequel nous jouissons de l'arbitraire le plus complet dans le choix de notre *point de vue* géométrique, en ce que ce choix s'opère toujours à l'intérieur d'un système de rapports de *pure réciprocité* – toujours « réversibles » donc – entre les éléments (les points de vue) qui constituent le système que nous décidons de projeter devant nous. Ce principe de relativité intra-mathématique absolue – au cœur du *Programme d'Erlangen* – est ainsi exprimé par Klein :

{164} « Considérons, par exemple, comme en Trigonométrie sphérique, les choses spatiales avec distinction particulière d'un point. La question qui se pose tout d'abord est celle-ci : développer les propriétés invariantes, relativement au groupe principal, non plus des choses spatiales en soi [*der räumlichen Dinge an sich*] mais du système qu'elles forment avec le point donné. [...] Or il revient au même [*es ist dasselbe*] d'étudier, au sens du groupe principal, les figures de l'espace en leur adjoignant le point donné, ou de n'adjoindre aucun point, mais de remplacer le groupe principal par le groupe, en lui contenu, des transformations qui ne changent pas ce point. [...] On obtient ainsi ce théorème : Si l'on remplace le groupe principal par un groupe plus étendu, une partie seulement des propriétés géométriques est conservée. Les autres propriétés n'apparaissent plus comme propriétés intrinsèques des choses spatiales en soi [*der räumlichen Dinge an sich*] mais comme propriétés du système obtenu en leur adjoignant une configuration distincte [*ausgezeichnet*]. » [Klein 1872 : 460, 465]

En elle-même, cette idée *pangéométrique* décide d'un Roi qui à l'aube de la modernité française avait été défini « empereur dans son domaine ». Dans la Nation de la Géométrie – une fois qu'elle est formée – nous avons la liberté totale d'élire un « groupe principal », et de le mettre ensuite en disgrâce sur la seule base de nos arrêts indiscutables. Cette même idée absolutiste devient par contre, non pas impériale, mais impérialiste en dehors, et dictatoriale à l'intérieur de ses frontières, dès que ce même Roi oublie l'*histoire* de sa prise de pouvoir et ne ressent aucune dette envers les groupes sociaux qui l'ont aidé en son ascension. Celle-ci n'est pas, d'autre part, qu'une métaphore : elle est une analogie très pertinente entre ce qui se passait à l'intérieur de la science et ce qui passait en dehors d'elle lorsque l'« impérialisme du groupe » a décidé que ce n'était qu'une « convention commode et opportune » que de mettre la gauche à gauche de la droite et la droite à droite de la gauche. Une droite et une gauche existent pourtant, et même si leur définition doit forcément les instituer par stricte réciprocité : a) en renverser l'ordre est *de fait* impossible, car si on met la droite à gauche, elle devient par là même la gauche, et *vice-versa* ; b) aller de droite à gauche *ce n'est pas la même chose* qu'aller de gauche à droite, et cela est aussi auto-évident (évident pour nous tous) que les plus immédiates vérités de la géométrie kleinienne, lesquelles s'instituent toutefois – ici l'impérialisme dictatorial – sur une définition d'« invariant » qui coïncide avec l'absence de *toute* droite/gauche – haut et bas, avant et arrière – dans l'espace général de la géométrie.

Je vais maintenant montrer que cette vérité aussi banale que définitive n'est pas extra-géométrique car subjective, mais intimement intra-géométrique *justement*, car on n'a pas encore vu ni conçu une géométrie sans un sujet humain qui la mette en marche. D'autre part, une fois que nous mettons consciemment en marche la Géométrie, nous constatons qu'à l'indépassable anisotropie de l'espace où ses enchaînements *formels* se déploient correspond la nature irréductiblement *développementale* de ce même déploiement qui, de fait, doit toujours bien distinguer entre son point de départ et son point d'arrivée, selon un ordre évolutif que ni le didacticien ni le mathématicien ne sauraient légitimement inverser. Je vais donc mener une analyse *dimensionnelle* de l'espace opératoire du géomètre tout à fait analogue à celle que j'ai conduite sur le champ transformatif de l'arithméticien/algébriste.

Étant donné qu'il n'y a rien de plus « groupal » – jordanien, kleinien, poincariste, piagétien... – que la rotation d'une figure euclidienne dans l'espace théorématique où il s'agit, par exemple, de voir si elle est au moins congruente avec une deuxième figure – l'opération essentiellement virtuelle de l'ἐφαρμοττειν : projeter sur la feuille le voyage d'une figure quelconque avec l'intention de la faire coïncider (souvent par l'absurde) avec une deuxième figure – demandons-nous quel genre d'espace opératoire se présente devant notre esprit lorsque nous nous mettons à l'œuvre.

Nous venons de voir que, malgré la façon en soi très trompeuse de s'exprimer du pangéomètre kleinien – par ex. « soit donnée une multiplicité en elle un groupe de transformations » ((157)) – la seule chose qui peut être effectivement *donnée* au géomètre est une figure déterminée et individuelle – *ce* triangle, *cet* angle – que, au fur et à mesure, nous allons « libérer », selon les dires de Piaget, de sa matérialité extensive pour en faire un pur symbole ne *signifiant* que les « *procès dynamiques propres à nos inventions* » opératoires ((103)). Pour engendrer donc les *invariants* kleiniens qui distillent ce qui correspond à l'essence même de la « chose spatiale en soi » – les « essences » de Piaget, universelles et non-événementielles ((139 [5])) – il faut bien que nous fassions tourner *cette* figure. Faisons-le.

8.2.1 De la rotation aux symboles de son espace

(1) LA CONTRARIÉTÉ RÉCIPROQUE SOUS-DETERMINE LE SENS DE LA ROTATION – Une rotation sans sens n'est que le concept « R » d'une rotation. J'écris donc « $R_i \rightarrow \vec{R}_i$ » : toute rotation déterminée à l'un des deux sens, dextrogyre ou lévogyre, dont l'un est le négatif de l'autre (« $R_i \rightarrow \vec{R}_i \vee \vec{R}_i$ », où $\vec{R} = -\vec{R}$).

Or, le mouvement de rotation – ainsi que tout autre mouvement – se produit entre deux extrêmes A et B : soit de A à B (\overrightarrow{AB}) soit de B à A (\overrightarrow{BA}). Pourtant, dans le cas du mouvement rectiligne sur le segment \overline{AB} [Fig. 45a], l'écriture « \overline{AB} » détermine parfaitement tant son sens que son extension, tandis que dans le cas du mouvement rotatoire l'écriture « \overline{AB} » est insuffisante, car le cercle est une courbe fermée, où les extrêmes A et B coïncident.

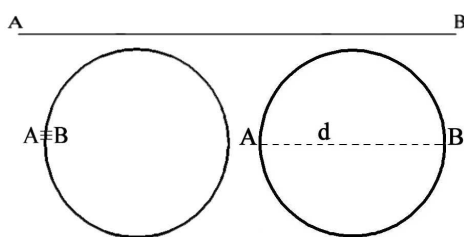


Figure 45abc

Si, en effet, nous faisons du segment AB le cercle AB en le bouclant sur lui même [Fig. 45b], l'écriture « \overrightarrow{AB} » peut signifier tant une rotation $[=2\pi]$ en sens horaire, qu'une rotation en sens antihoraire que, troisièmement, une rotation purement virtuelle [module=0, sens indéterminé]. La même chose vaut naturellement pour l'écriture « \overrightarrow{BA} ». Donc, afin de distinguer entre « \overrightarrow{AB} » et « \overrightarrow{BA} » plaçons A et B aux deux extrêmes du diamètre d du cercle de rotation [Fig. 45c]. Il est maintenant certain que les deux écritures « \overrightarrow{AB} » et « \overrightarrow{BA} » indiquent un déplacement non virtuel [module π] et que l'une en détermine un sens et l'autre le sens opposé. Pourtant, dire que le mouvement \overrightarrow{AB} est l'« opposé » du mouvement \overrightarrow{BA} ne nous fait pas avancer, car la simple écriture « $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ » est incapable de nous dire quel est le sens *effectif* de chacune de ces deux rotations contraires. L'expression $\overrightarrow{AB} = \pi$ peut en effet s'appliquer tant à la Fig. 46.I [sens horaire] qu'à la Fig. 46.II [sens antihoraire] tout en signalant, dans les deux cas, un mouvement *contraire* au même mouvement $\overrightarrow{BA} = \pi$.

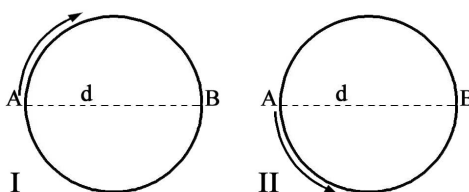


Figure 46

Il est évident que dans ces *deux* cas, \overrightarrow{AB} est la rotation opposée à \overrightarrow{BA} , et cela montre que la seule contrariété réciproque de ces deux mouvements est incapable de nous indiquer autonomement le sens de chacun d'eux. Par conséquent, dans le mouvement circulaire la contrariété *sous-détermine* les sens.

(2) DES OUTILS OPERATOIRES SANS AUCUNE VALEUR MATHÉMATIQUE – Pour sortir de cette impasse, on utilise généralement des repères pragmatiques, comme le sens horaire/antihoraire – qui évoque les aiguilles de la montre – ou la vis droite/gauche – qui évoque la quincaillerie commune – ou la perspective personnelle d'un observateur humain placé sur des coordonnées cartésiennes, où un certain axe « personnalisé » sait reconnaître le sens des aiguilles d'une montre, etc.

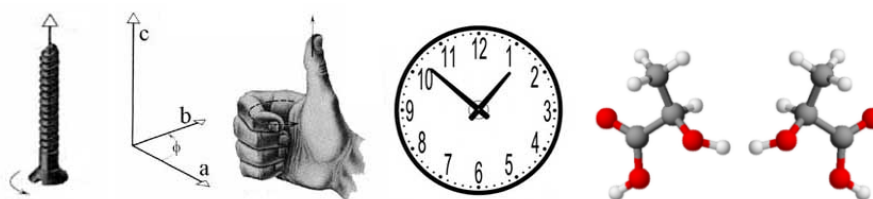


Figure 47 abcdef

Ces repères pragmatiques et conventionnels ne font pourtant que reculer le problème. Si quelqu'un n'a jamais vu ni une vis ni une montre, et qu'il ne sait pas distinguer sa main droite de sa main gauche, comment peut-on lui donner une formule *mathématique* pour la détermination du sens d'une rotation, qui soit aussi certaine qu'il est certain que la forme de cette même rotation est celle du cercle? D'autre part, à propos des couples chimiques d'« énantiomères [= parties opposées] chirales [= qui se comportent comme nos mains] » en Fig. 47ef on utilise l'opposition dyadique « lévogyre/dextrogyre » à savoir « qui tourne à droite/qui tourne à gauche », mais cette méthode de détermination ne peut nous aider davantage. Même une personne qui sait parfaitement gérer ses

propres « énantiomères chiraux » (sa main droite et sa main gauche) ne pourra déterminer le sens d'une rotation signalée *seulement* avec les expressions « tourner à droite » et « tourner à gauche ». En effet, lorsque nous appelons « dextrogyre » la rotation $\overrightarrow{AB} = \pi$ en Fig. 48.I et « lévogyre » la rotation « énantiomère » $\overrightarrow{BA} = \pi$ en Fig. 48.II, nous oublions que le mouvement « dextrogyre » ($\rightarrow B$) est aussi bien *haut-gyre* ($\rightarrow C$), *bas-gyre* ($\rightarrow D$), *lévogyre* ($\rightarrow A$), tandis que le mouvement *lévogyre* ($\rightarrow A$) est aussi bien *bas-gyre* ($\rightarrow D$) *dextrogyre* ($\rightarrow B$), *haut-gyre* ($\rightarrow C$)...

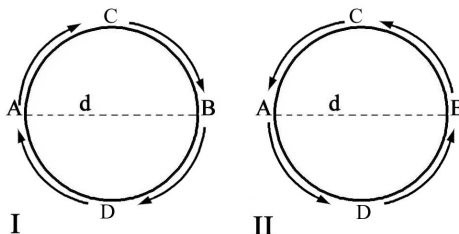


Figure 48

L'opposition « lévogyre/dextrogyre » n'est donc qu'un autre repère purement pragmatique, car même une fois choisies la « droite » et la « gauche », cette simple opposition réciproque demeure par elle-même incapable de déterminer le sens effectif d'un mouvement de rotation.

La même chose vaut pour les flèches \curvearrowright \curvearrowleft [Fig. 49ab] et les écritures ACB, ADB [Fig. 49c]

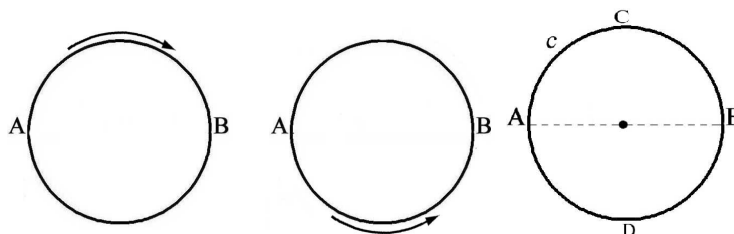


Figure 49abc

Quant aux flèches, elles ne nous signalent une rotation qu'en ce que nous *les faisons tourner*. Indéniablement, les symboles \longrightarrow \curvearrowright \curvearrowleft nous signalent le sens d'une rotation, mais leur efficacité n'est pas due à leur aspect « euclidien ». Du point de vue géométrique, une flèche est l'image d'un triangle isocèle/équilatéral – « T » en Fig. 50a – dont nous produisons la bissectrice b [Fig. 50b]. Mais un *triangle* est aussi incapable de déterminer par sa simple présence le sens de la rotation d'un cercle, que l'est le cercle sur lequel nous le superposons.

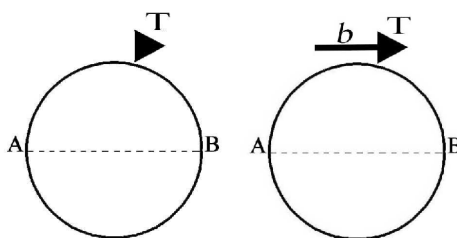


Figure 50ab

Il est donc évident que le triangle T peut nous indiquer le sens d'une rotation seulement en ce que nous lui attribuons cette capacité, à *savoir cette même rotation*. Nous imaginons que la « flèche » nous signale le sens de rotation de « son » cercle aussi autonomement qu'elle nous montre la forme triangulaire de sa pointe, mais en réalité *une même rotation* « en sens horaire » est activement projetée par nos yeux tant sur le cercle AB que sur la figure T+b.

Quant aux écritures « ACB » et « ADB », elles n'indiquent ni 1) des points *sur* la circonférence, ni 2) des points en dehors de la circonférence.

(A) « ACB » et « ADB » n'indiquent pas des points sur la circonférence – Ainsi que les deux flèches, les indications « ACB » et « ADB » sont en effet parfaitement adéquates à signaler deux rotations en sens contraire, et cela nous induit à penser que de même avec ces lettres nous déterminons sans ambiguïté les sommets de deux triangles rectangles diamétralement opposés en Fig. 51a, de

même nous déterminons, grâce à ces mêmes *points*, le sens de la rotation du cercle en question. Il ne s'agit pourtant que d'une autre illusion.

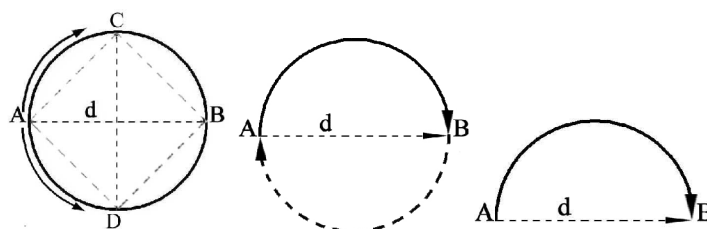


Figure 51abc

Avant tout, n'oublions pas que s'agissant du mouvement d'une *rotation*, nous sommes en train de raisonner sur un cercle nécessairement *entier*, et c'est bien cela qui nous pose problème. Il est évident, en effet que quant à l'hémicycle AB [Fig. 51c] – qui, comme *hémicycle*, peut bien représenter une trajectoire de déplacement de forme circulaire, mais non pas une *rotation* – l'expression « \overrightarrow{AB} » détermine sans ambiguïté tant le sens du mouvement sur le diamètre \overrightarrow{AB} que le sens du mouvement sur l'arc AB. Au contraire, dès que l'hémicycle devient la partie d'un cercle de rotation [Fig. 51b], cette sous-détermination apparaît, et l'écriture « AB » cesse de déterminer un sens plutôt que le sens contraire.

Quant au cercle *entier* d'une rotation, donc, l'expression \overrightarrow{AB} est en même temps capable de déterminer le sens du mouvement sur le *diamètre* \overrightarrow{AB} , et incapable de déterminer le sens du mouvement sur l'*arc* AB, et il faut reconnaître que cette même sous-détermination se répète pour toute corde sous-tendue au cercle entier d'une rotation [Fig. 52].

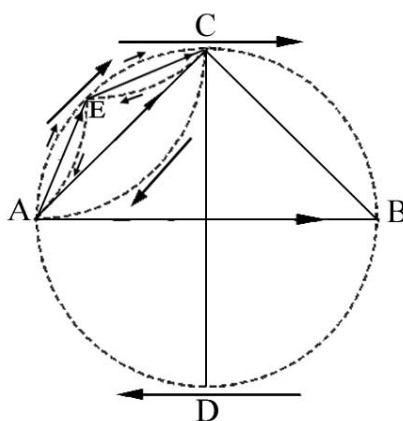


Figure 52

En effet, en Fig. 52 l'expression « \overrightarrow{AC} » détermine le sens du mouvement sur la corde \overrightarrow{AC} , mais sous-détermine le sens du mouvement sur l'arc AC ; l'expression « \overrightarrow{AE} » détermine le sens du mouvement sur la corde \overrightarrow{AE} , mais sous-détermine le sens du mouvement sur l'arc AE ... etc. Conclusion : lorsque nous pensons que la position d'un troisième point C entre A et B sur la circonférence de rotation peut résoudre notre question nous assumons, encore une fois, un outil efficace comme l'explication de son efficacité.

En réalité, avec ces symboles nous ne faisons qu'identifier le *triangle* ACB ou l'*hémicycle* ACB, et ces même expressions sont ensuite aussi *pragmatiquement* capables de nous signaler le sens de la rotation $A \rightarrow C \rightarrow B$, que le sont les expressions « dextrogyre » ou « en sens horaire », et le symbole de la flèche \curvearrowright . Toutefois, cette pratique ne fonctionne que par ce que nous n'arrêtons pas de présupposer ce que nous devrions démontrer : *puisque* nous présupposons comme déjà déterminé le « sens horaire » de la rotation en question, nous parcourons la corde AC convaincus que notre mouvement *rectiligne* de A à C nous dit quelque chose de plus, sur ce même sens, de ce que le diamètre AB – que nous venons de quitter pour parcourir AC – n'a été en mesure de nous dire : à savoir *rien*. Le mouvement $A \rightarrow C$ sur la corde AC n'est qu'un mouvement *rectiligne* vers C, ainsi que le mouvement $A \rightarrow E$ n'est qu'un mouvement *rectiligne* vers E... Si donc la *polygonale* \overrightarrow{AECB} est en mesure de nous

signaler le sens de la *rotation* selon le cercle AECBD, cela dépend uniquement du fait que nous avons déjà saisi cette même rotation et son sens, et que nous sommes capables – sans savoir *comment* – de la projeter sur la suite des cordes AB, AC, AE etc.

La fixation géométrique d'un point C *sur* l'arc [de cercle entier !] AB, ne fait donc que recréer à propos de l'arc AC le problème que nous cherchons à résoudre à propos de *ce même* arc AB, et dont l'arc AC n'est qu'une partie. Ce ne sont pas les parties et les sous-parties géométriques d'un cercle (les arcs de sa circonférence, déterminés par des points sur cette même circonférence) qui peuvent résoudre la question posée par la rotation à laquelle elles-mêmes sont *évidemment* soumises en tant que parties du cercle qui tourne. Donc, les symboles A, B, C, D en ce qu'ils indiquent des points géométriques *sur la circonférence* et délimitent de la sorte des arcs de cette même circonférence, ne peuvent pas déterminer le sens de la rotation à laquelle ces arcs mêmes participent¹⁷.

(B) A, B, C... n'indiquent pas des points en dehors de la circonférence – En ce qu'ils indiquent des points géométriques, les symboles A, B, C, D... ne peuvent déterminer qu'un mouvement rectiligne. Si nous imaginons ainsi que le point géométrique B situé en dehors de la circonférence en Fig. 53a détermine *par sa simple position* la rotation du cercle *c* auquel il est superposé, c'est que nous pensons à ce même cercle *c* comme à un corps matériel soumis à des forces réelles, et aux segments α/β comme les deux bras d'un couple vectoriel [Fig. 53b].

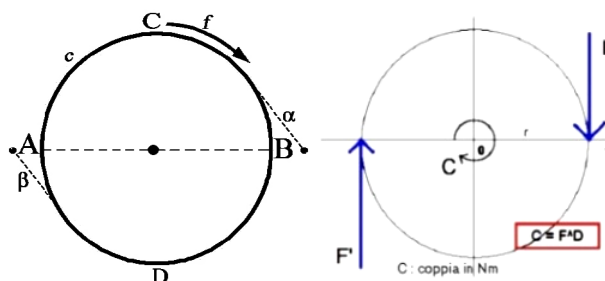


Figure 53ab

Il faut souligner en plus que nous ne savons aucunement *pourquoi* deux forces *rectilignes* appliquées sur un corps engendrent sa rotation. Dans le cas du mouvement physique, l'induction d'une rotation par un mouvement rectiligne n'est qu'un fait, un phénomène donné : ce même qui est présupposé par Camille Jordan lorsqu'il commence son célèbre essai en déclarant « On sait que tout mouvement d'un corps solide dans l'espace est un mouvement hélicoïdal » ((141)) et dont j'ai déjà parlé en ce sens. À son tour, la gestion mathématique de ce même phénomène physique se sert d'un outil – le calcul des vecteurs – qui encore une fois *présuppose* tant notre capacité de détermination du sens d'une rotation donnée, que l'absoluité régionale de l'espace où cette rotation prend corps.

Cela nous fait rebondir encore une fois sur le simple *fait* que nous sommes capables de saisir le sens d'une rotation.

(3) LE SENS D'UNE ROTATION NE NOUS EST DONNE QU'AU TRAVERS DE SES SYMBOLES – En synthèse [Fig. 54ab] : 1) la dyade « lévogyre/dextrogyre » n'explique pas son efficacité pragmatique : la rotation *dextrogyre* est aussi bien *haut-gyre*, *bas-gyre*, *lévogyre*... tandis que la rotation *lévogyre* est aussi bien *bas-gyre* *dextrogyre*, *haut-gyre*... Nous pouvons donc nous débarrasser de cette expression ; B) les flèches ne peuvent nous signaler la rotation de « leur » cercle que parce que nous les faisons tourner avec le cercle même. Nous pouvons donc nous en débarrasser ; C) les « points » A, B, C, D, *en tant que points* ne sont qu'une projection de notre imagination, car ils ne sont ni *sur* ni *en dehors* de la circonférence de rotation. Nous pouvons donc nous débarrasser des symboles qui les signalent.

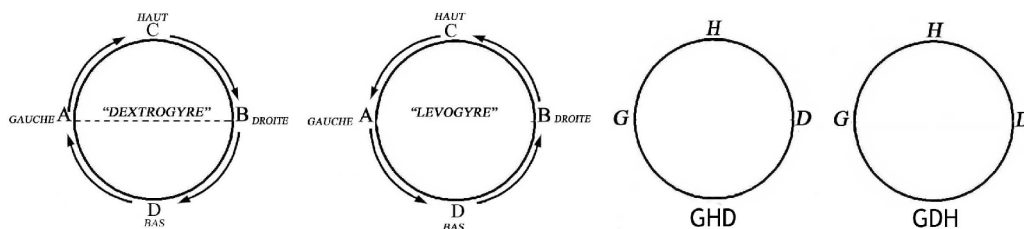


Figure 54abcd

Il ne nous reste donc [Fig. 54cd] que *le cercle* du mouvement de rotation et les symboles indiquant *les repères purement régionaux* de l'espace où cette rotation a lieu. Les symboles G, D, H ne sont que des symboles : aucune *image* géométrique en termes de *points-lignes-figures* de ce qu'ils indiquent ne peut être fournie. Ces symboles sont pourtant nécessaires et suffisants car, s'ils disparaissent, nous ne restons qu'avec un pur et simple cercle euclidien, qui ne nous offre aucun repère pour la détermination du sens de sa rotation. Or, si une écriture comme « GD-Rotation » opposée à « DG-Rotation » ne nous dit rien, l'écriture « GHD-Rotation / GDH-Rotation » est, par contre, parfaitement satisfaisante, car la suite GHD non seulement est opposée à la suite GDH – GHD = –GDH – mais elle détermine le sens de chacune des deux rotations décrites, *une fois donnée* notre capacité de tourner, et de *voir* donc tourner quelque chose sur la feuille (car *voir* tourner est bien *tourner* ses yeux) ainsi qu'il nous est *donné* de savoir lire les symboles A, B, C... et d'en reconnaître l'ordre de succession.

L'écriture « GHD-Rotation / GDH-Rotation » est donc purement symbolique car les lettres utilisées sont des objets dépourvus de tout caractère imaginaire. Réciproquement, la dyade purement spatiale (« régionale », mais non *figurale*) « GHD \vee GDH » ne peut représenter le sens d'une rotation *possible* qu'en ce qu'une rotation effective R_i nous est donnée quelque part, car sans une *figure* qui tourne effectivement, nous ne saurions pas faire tourner la pure et simple « régionalité » de l'espace.

(4) L'OPERATION DE MISE EN ROTATION N'EST PAS UN GROUPE – En conclusion, le passage « $R \rightarrow \vec{R}$ » (« toute rotation a un sens ») dévoile l'existence, derrière toute R_i déterminée, d'un *espace orienté* \vec{S} (donc « $R_i \in \vec{S}$ ») absolument irréductible à la *figure* qui tourne à son intérieur, et à toute autre figure. Il est donc évident que lorsqu'une rotation R_i est *donnée*, nous *saisissons* (sur son fond) l'espace orienté \vec{S} , tandis que nous ne pouvons pas inverser les termes de cette phénoménologie géométrique : aucun espace rotatoire ne peut nous être « donné » avant que nous ne saisissions la figure qui tourne à son intérieur, car nous ne pouvons *atteindre* ce même espace \vec{S} qu'en nous appuyant sur la rotation « figurale » R_i . Cela signifie que le complexe « $R_i \Rightarrow \vec{S}$ », qui nous conduit d'une certaine rotation à son espace, représente une suite rigoureusement non commutative, car à l'opération « $R_i \Rightarrow \vec{S}$ » ne correspond aucune opération inverse. En ce sens, le couple multiplicatif « $R_i \times \vec{S}$ » – « la rotation R_i a lieu dans l'espace » – n'est pas un groupe.

8.2.2 De l'angle à sa région

D'autre part, une rotation donnée R_i a aussi une *ampleur* déterminée en termes angulaires. Si donc une certaine rotation R_i nous est donnée, un certain angle α_i nous est donné. Nous savons par contre que nul angle ne peut nous être donné en dehors d'un mouvement rotatoire : ainsi que tout livre de géométrie élémentaire l'enseigne, aucun angle ne peut être effectivement « donné » sans que nous ne donnions un sens de rotation à ses côtés, car, dans le cas contraire, nous ne pourrions pas situer l'angle dans sa propre région (opposée à la région opposée) ni en conséquence saisir son ampleur. Je vais maintenant analyser les éléments qui composent cette mise-en rotation d'un angle α_i , en ce qu'elle est capable de le situer dans sa propre région. Je montrerai qu'une telle rotation des côtés d'un angle est un mouvement orienté et rigoureusement non réciproque : si un côté tourne par rapport à l'autre, l'autre ne tourne pas par rapport au premier.

(1) L'angle α_1 est l'expression de l'*inclinaison réciproque* et de l'*ampleur* engendrées par ses deux côtés AO/OB se touchant en O [Fig. 55a] ainsi que le segment u sur la droite d est l'expression de l'*alignement* des points qui le constituent et de la *longueur* déterminée par ses deux extrêmes A et B [Fig. 55c]. En ce qu'il exprime une ampleur, l'angle AOB est une forme circulaire, ainsi que le segment AB est une forme linéaire. Si donc le segment AB est une partie de la droite d , l'angle/arc α_1/A_1 est un segment du cercle c , délimité par ses deux extrêmes, les côtés AO/OB [Fig. 55b].

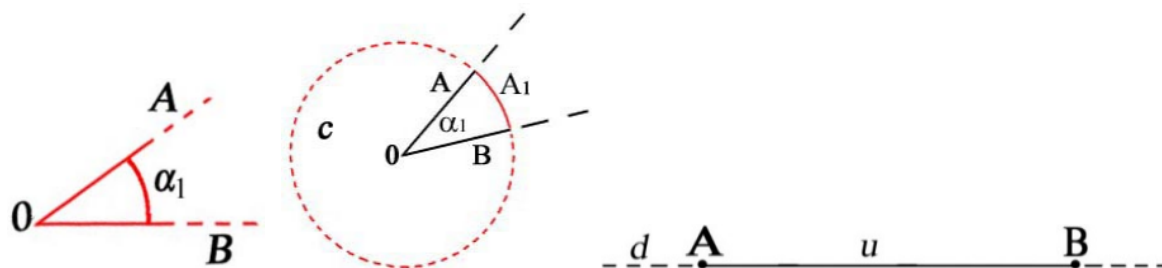


Figure 55abc

(2) Ni l'inclinaison entre les deux droites d_1/d_2 se croisant en 0 [Fig. 56b] ni l'inclinaison entre les deux demi-droites dd_1/dd_2 divergeant de 0 [Fig. 56c] ne sont suffisantes pour situer α_1 dans sa propre région plutôt que dans la région de α_2 [Fig. 56a]. Autrement dit, les complexes $\{0 \times d_1 \times d_2\}$ et $\{0 \times dd_1 \times dd_2\}$ sous-déterminent la région d'appartenance de l'angle cherché.

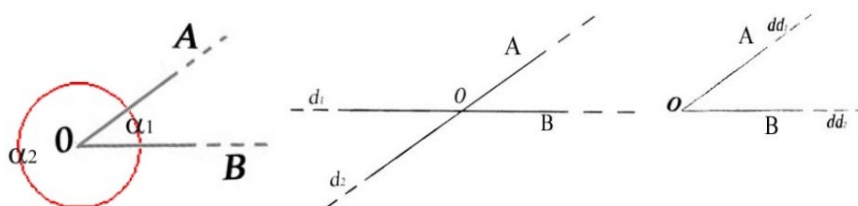


Figure 56abc

On voit bien, en effet, que la pure et simple inclinaison réciproque des droites d_1 et d_2 se croisant en un point 0 n'est pas suffisante à la situation de α_1 car, en tant que tel, le complexe $\{0 \times d_1 \times d_2\}$ identifie un ensemble de huit angles [Fig. 57a]. De plus, même si nous étions en mesure de distinguer l'ampleur de α_1 par rapport à celle de α_3 - α_8 , il nous faudrait encore distinguer entre α_1 et son opposé au sommet α_2 qui a la même ampleur que α_1 [Fig. 57b].

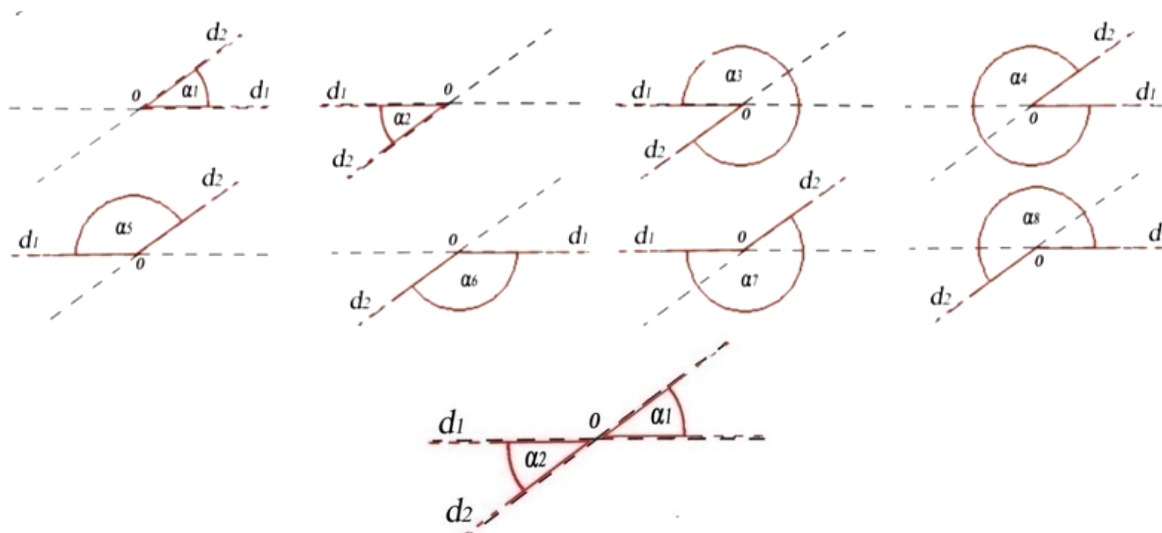


Figure 57ab

Afin de situer α_1 dans sa propre région, opposée à celle où se situe α_2 , réduisons alors les deux droites d_1 et d_2 aux deux demi-droites dd_1/dd_2 [Fig. 58a]. Apparemment, nous avons obtenu l'effet désiré, mais il n'en est pas ainsi, car la simple *inclinaison réciproque* entre dd_1 et dd_2 sous-détermine la région de l'angle cherché, en ce qu'elle est incapable de distinguer entre α_1 et α_2 [Fig. 58b]. D plus, dans le cas de l'angle plat α_1 [Fig. 58c] ni l'inclinaison réciproque entre dd_1 et dd_2 ni l'ampleur de α ne sont en mesure de distinguer entre α_1 et α_2 [Fig. 58d].

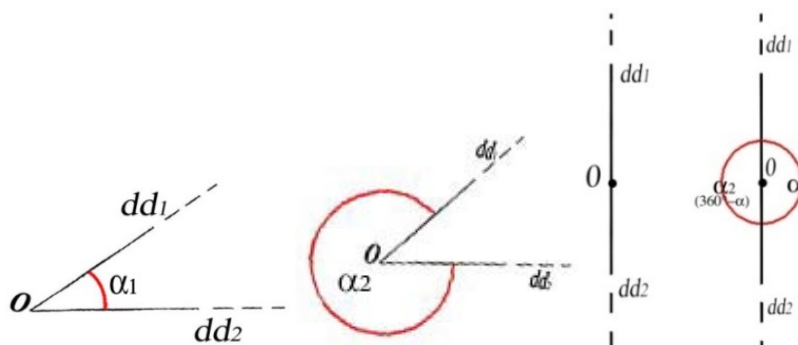


Figure 58abcd

En synthèse, tout angle α_1 ($A\hat{O}B$) tracé sur la feuille, accompagne toujours son *réci-proque* α_2 situé de l'autre côté de son sommet, de sorte que la simple écriture $\{0 \times A \times B\}$ est insuffisante pour assigner à α_1 sa propre région, qui n'est pas la région de α_2 .

(3) Pour situer α_1 dans sa propre région plutôt que dans la région opposée « du côté de » son réci-proque α_2 , A) il faut faire participer les côtés de l'angle d'un *mouvement de rotation orientée* et B) leur assigner un *ordre*, ce qui revient à leur attribuer une rotation *non réci-proque* : l'un des deux côtés tourne et l'autre reste immobile par rapport au premier; C) les deux côtés doivent être deux demi-droites ayant leur origine dans le centre de rotation O.

A) Attribuons au complexe AOB un ordre de succession entre les deux côtés AO et OB. En tant que tel, un tel ordre est incapable de déterminer une région plutôt que sa réci-proque, puisque tant « OA-OB » que « OB-OA » déterminent aussi bien α_1 que α_2 [Fig. 59]. Pour que l'image en Fig. 59 détermine en effet la région d'un angle plutôt que celle de son opposé, il faut donc attribuer aux deux côtés non seulement un *ordre de succession*, mais aussi un *mouvement de rotation* : au sein d'une même rotation lévogyre, le couple $OA \rightarrow OB$ détermine la région de α_2 (située l'angle cherché du côté de α_2), tandis que le couple $OB \rightarrow OA$ détermine la région de α_1 ; le contraire dans le cas de la rotation dextrogyre.

L'angle AOB n'est donc pas qu'un *segment de cercle* ; il est plutôt une *partie de rotation*, en ce que nous pouvons l'identifier uniquement au sein du mouvement circulaire dont il représente une certaine portion.

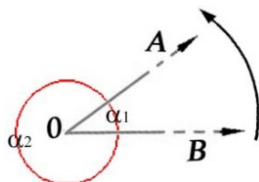


Figure 59

B) La rotation signalée par la flèche en Fig. 59 n'est pas réci-proque : l'un des deux côtés tourne par rapport à l'autre, tandis que ce dernier ne tourne pas par rapport au premier.

Sans doute, l'idée que l'angle en fig. Fig. 59 est engendré par la rotation *réci-proque* (autour du même O) de OA par rapport à OB et de OB par rapport à OA nous est suggérée par l'éblouissante évidence *cinématique* qu'un même mouvement peut être décrit *du point de vue* de l'un ou de l'autre des éléments qui le composent [Fig. 60]. Nous disons alors : si OA tourne par rapport à OB, *alors* OB tourne par rapport à OA: « $OA(R) OB \leftrightarrow OB(R) OA$ »

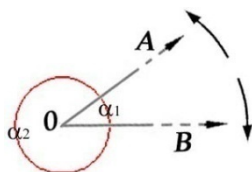


Figure 60

Pourtant, cette « évidence » cinématique ne fait que montrer qu'elle n'est pas applicable dans notre cas, car si c'était ainsi, nous attribuerions à la rotation censée engendrer *un seul* angle un sens en même temps lévogyre et dextrogyre. Mais alors les expressions « $OA \rightarrow OB$ » et « $OB \rightarrow OA$ »

indiqueraient, chacune, aussi bien une rotation que la rotation opposée, en déterminant de la sorte aussi bien la région de α_1 que la région de α_2 . Conclusion : dans tout angle *donné*, l'un des deux côtés tourne par rapport au deuxième, tandis que ce deuxième côté ne tourne pas par rapport au premier : « $OA(R) OB \neq OB(R) OA$ ».

En effet, de même le temps de rotation d'une figure géométrique n'est pas le temps externe d'un mouvement physique, de même l'espace où cette rotation se déploie n'est pas l'espace des interactions corporelles. Faisons donc attention : lorsque nous déduisons le caractère non commutatif du rapport rotatoire qui lie les deux côtés d'un angle AOB, nous ne faisons qu'indiquer analytiquement une propriété inhérente au complexe géométrique $\{AO \times OB\}$. Le seul espace auquel nous accédons à partir de ces éléments est donc l'espace interne de la forme que ces mêmes éléments composent. Cela signifie que le seul point de vue logiquement légitime dont nous disposons pour accéder aux mouvements internes à ce même espace, est le point de vue de la forme entière qui nous permet cet accès. Imaginer donc que si AO tourne par rapport à OB alors OB tourne par rapport à OA, ne fait que confondre les domaines et effacer la nature purement interne du mouvement géométrique, et de l'espace dans lequel ce mouvement a lieu : feindre le « point de vue du rayon » qui tourne, pour affirmer la présence d'une rotation réciproque des deux côtés autour du même centre/sommet, est en conséquence une opération illusoire, car ce point de vue n'existe pas. Le phénomène n'est ici que la présence géométrique de cet angle identifiable par le sujet individuel (nous-mêmes) qui est en train de l'identifier, et non pas la présence d'un mouvement inhérent à un complexe inter-corporel dans l'espace externe des mouvements physiques, où l'opération mentale de feindre le point de vue du voyageur pour voir la gare bouger par rapport au train, est légitimée par la structure immédiate de la situation envisagée, où des corps extérieurs les uns aux autres modifient dans le temps leurs dispositions réciproques.

C) Les côtés A et B doivent en tous les cas être les deux demi-droites dd_1/dd_2 ayant leur origine en 0, car dans le cas des deux droites d_1/d_2 se croisant en 0 [Fig. 61] même l'indication conjointe de l'ordre des parties de l'angle (AOB ou BOA) et de l'orientation de leur mouvement de rotation (lévogyre/dextrogyre) perd sa capacité d'identifier la région de α_1 plutôt que celle de son réciproque α_2 . Ces deux demi-droites sont donc irréductiblement les deux *rayons* du cercle de rotation.

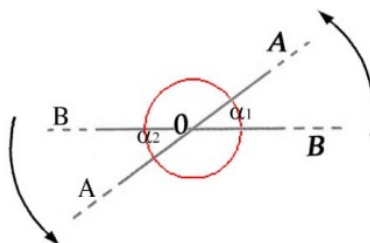


Figure 61

En synthèse, pour situer un certain angle dans sa propre région à l'exclusion de l'autre, nous devons situer en O l'origine *infranchissable* des rayons qui en constituent les côtés, et leur conférer un ordre de succession et un mouvement de rotation orientée, qui s'avère donc non réciproque : l'un des deux rayons/côtés tourne par rapport à l'autre, tandis que ce dernier ne tourne pas par rapport au premier.

Nous avons donc acquis (I) qu'une rotation déterminée R_i ne nous est donnée que dans son espace *régional* \vec{S} , et que le couple $R_i \times \vec{S}$ définit une totalité opératoire de réciprocity non groupale, car à l'opération $R_i \Rightarrow \vec{S}$ qui nous « transporte » d'une rotation à son espace ne correspond pas une opération inverse ; (II) que le complexe opératoire représenté par un angle donné manifeste la présence déterminante d'une rotation non réciproque entre les deux rayons d'un même cercle.

8.2.3 De l'angle à son ampleur : la graine du cercle et l'arbre des triangles

Un élément nous manque encore pour la détermination complète d'une rotation R_i donnée. Après avoir saisi son espace \vec{S} et la région où se situe l'angle α_i qui en définit l'ampleur, il nous faut justement cette ampleur. Nous allons voir que l'ampleur de l'angle euclidien donné α_i n'a pas sa source dans ce même α_i mais dans la circonférence trigonométrique (que j'écris comme $\overline{C} \oplus$) où cette même

ampleur détermine un *lieu régional absolu*, qui *commence* sur l'horizontale des abscisses, ainsi que tout nombre sur la droite des réels *commence* là où tous les autres commencent, à savoir à 0. Le rapport entre l'angle euclidien donné et les repères trigonométriques d'où il puise son ampleur se révélera, une troisième fois, strictement non réciproque, car les rayons/côtés de l'angle euclidien α , qui nous sont nécessaires pour accéder à $\overline{C \oplus}$ – ainsi que R_i nous est nécessaire pour accéder à \overline{S} – tout en étant inclinés l'un par rapport à l'autre ne sont pas inclinés par rapport aux axes du cercle goniométrique $\overline{C \oplus}$, qui ne font pas « angle » avec les angles qu'ils mesurent, et qui sont donc *absolument droits*.

C'est enfin cette analyse qui nous ouvrira à la dimension *développementale* de l'opération fondatrice de l'*Abbildung*, de même que l'analyse ensembliste de l'évidence « 1+1=2 » nous a menés à comprendre le passage « $a \rightarrow a'$ » dans les termes de la *naissance* d'une « image », accouchée par la « chose » dont elle est l'image. Comme je l'ai dit, nous allons maintenant constater qu'à l'ordre *évolutif* qui, en un mot, oblige les programmes scolaires à commencer par la géométrie euclidienne pour seulement ensuite parvenir à la trigonométrie, correspond à une *dynamique agissante à l'intérieur de l'espace opératoire* déjà pleinement formé devant le mathématicien expert. Bref, qu'il le sache ou non, tout opérateur qui gère des transformations trigonométriques couvre depuis le début, et à chaque passage, tout le parcours scolaire qui lui a appris à percevoir un triangle rectangle inscrit dans une circonférence comme la composition purement projective d'un *sinus* et d'un *cosinus*. Observons.

(1) LE TRIANGLE EUCLIDIEN EMANE DU CERCLE – Un angle euclidien est une émanation du cercle. Les côtés de α sont des rayons, l'arc A est la distance circulaire entre eux, et les projections Pr_1 et Pr_2 représentent leur distance linéaire [Fig. 62abc]. En ce sens, tout angle en tant que tel est *isocèle*¹⁸.

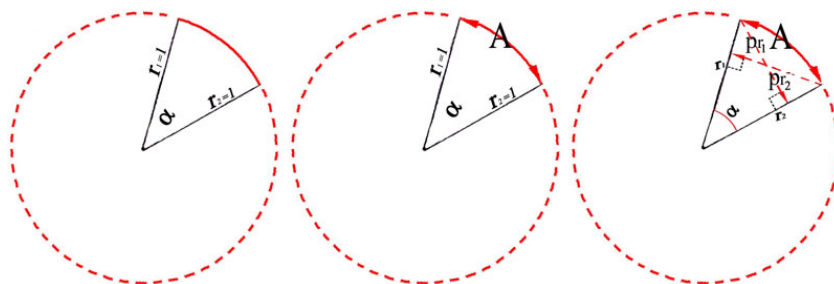


Fig. 62abc

En ce qu'il est *un* angle, α est l'expression d'une projection interne et réciproque entre ses deux côtés. La dyade projective p_{r_1}/p_{r_2} [Fig. 63a] est donc l'expression univoque d'un même objet : la distance interne entre les côtés de α . Pour savoir que $p_{r_1} = p_{r_2}$ il suffit donc de l'hypothèse « α », c'est-à-dire qu'*un seul et même* angle nous soit donné, car un rapport de correspondance biunivoque – $p_{r_1 r_2} \leftrightarrow (A)$ lie la longueur linéaire des projections p_{r_1}/p_{r_2} à la longueur circulaire de l'arc A.

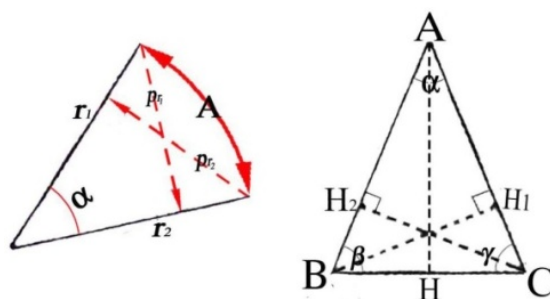


Figure 63ab

Cela révèle deux choses très importantes : 1) que le triangle isocèle en Fig. 63b ne fait qu'exprimer un système de rapports de proportionnalité réciproque $\{\alpha\beta\gamma \times AB/BC/CA \times AH/BH_1/CH_2\}$ directement émané par le cercle-racine qui l'a engendré ; 2) que l'accès à la circonférence trigonométrique à partir d'un angle euclidien $A\hat{O}B$ n'est enfin que la réciproque de ce que fait Euclide [Fig. 64ab] dans sa *Proposition 1* [Livre I des *Éléments*] lorsqu'il produit le premier triangle-étalon à partir du cercle « postulé » un peu plus haut [IIIe Postulat].

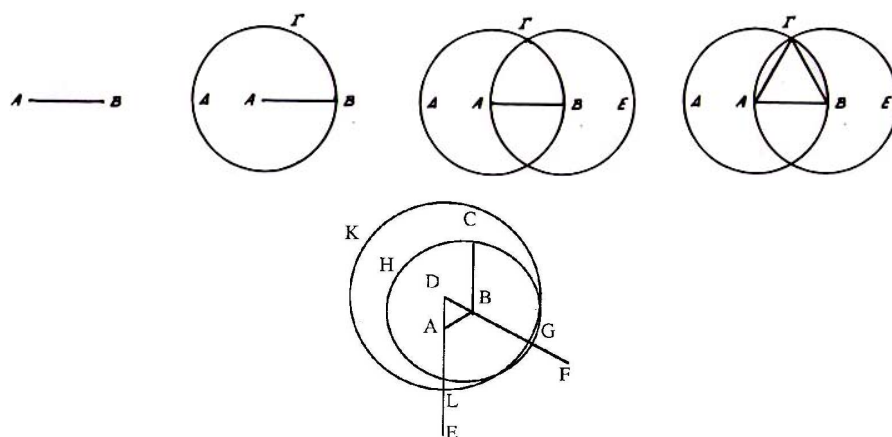


Fig. 64ab

Nous avons déjà rencontré la construction en Fig. 64a en §7.4.2. Rappelons-nous maintenant que cette première construction euclidienne institue la règle universelle pour toute figure géométrique qui apparaîtra dans les *Éléments* : absolument toute grandeur de la géométrie euclidienne est mesurée à cet étalon linéaire originairement émané du Cercle, grâce à la méthode mise au point immédiatement après cette première construction. La *Proposition 2* des *Éléments* [Fig. 64b] nous enseigne, en fait, à utiliser le triangle équilatéral DBA construit grâce à la *Proposition 1* comme le terme moyen – l'étalon de mesure – pour transporter la longueur AL jusqu'à un B donné, et pour faire ainsi en sorte qu'une comparaison d'étendues géométriques puisse en général avoir lieu. Il faut alors bien remarquer que dans le cas de la géométrie euclidienne la possibilité de ce transport de A à B d'un segment donné, grâce à l'équilatéral DAB construit à l'occasion, vient après l'émanation de l'Équilatéral à partir du Cercle, et que l'on ne peut pas faire autrement. En ce sens, on peut bien considérer le triangle euclidien comme un fruit poussé de la graine du cercle grâce à l'intervention résolutive du segment (ce qui, nous le verrons, a une importance majeure pour tout ce qui suivra).

(2) LA TRIGONOMETRIE EST LA REABSORPTION DU TRIANGLE EUCLIDIEN DANS LE CERCLE – Réciproquement, les étapes projectives qui, dans tous les livres de lycée, nous conduisent de l'angle euclidien à la circonférence trigonométrique [Fig. 65] montrent comment l'angle euclidien peut se réabsorber dans cette même source circulaire en en héritant le pouvoir métrique. Je les énumère de façon à visualiser le dévoilement progressif du cercle-racine au fur et à mesure que notre activité projective s'enrichit.

L'angle $A\hat{O}B$ [Fig. 65] est a) posé; b) mis en rotation non réciproque (α apparaît dans sa propre région); c) redressé (l'horizontal apparaît); d) les projections verticales $PH_1 \rightarrow PH_n$ apparaissent, en exprimant la constance du rapport $OP_i = \sqrt{OH_i^2 + PH_i^2}$; e) α est situé dans la circonférence goniométrique où le sinus et le cosinus apparaissent

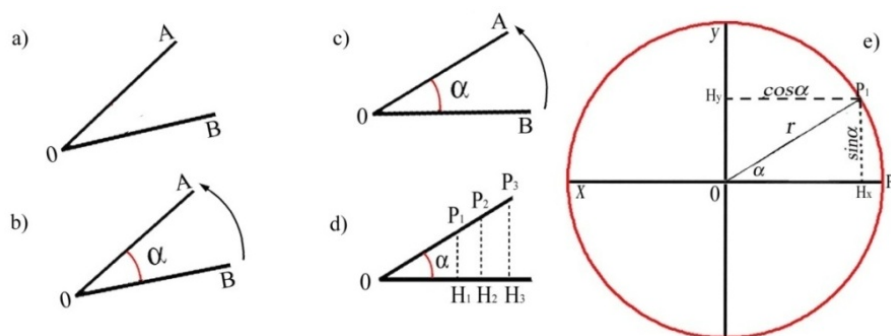


Figure 65

En synthèse : tout angle α est la manifestation d'une rotation de ses côtés, orientée dans un espace régional absolu et non réciproque quant aux parties figurales qui la composent ; il est « isocèle » en ce que ses deux côtés sont deux rayons r_1/r_2 du cercle dont il fait partie ; l'arc A de α représente la distance circulaire qui sépare r_1 et r_2 , tandis que le couple de projections réciproques p_{r_1}/p_{r_2} du côté/rayon r_1 sur le côté/rayon r_2 en est la distance linéaire. Il est donc évident que la transformation projective (d'Euclide à la Trigonométrie) « $OA \Rightarrow OP_1, OB \Rightarrow OP_0$ [Fig. 65d], $P_1H_y \Rightarrow \sin\alpha$ et $P_1H_x \Rightarrow \cos\alpha$

[Fig. 65e] » a la nature d'une *réabsorption*, qui appelle à la surface du visible les formes internes de l'Angle, en ce qu'il est une directe émanation du Cercle. C'est cela que montre la Fig. 66, où les projections internes de l'angle euclidien se dévoilent comme autant de sinus/cosinus dans le cercle trigonométrique :

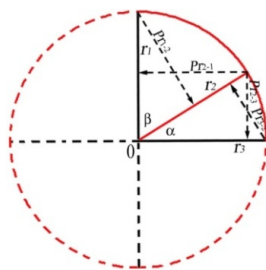


Figure 66

Attribuer un mouvement de rotation orientée et non réciproque aux parties d'un angle, pour ensuite le « placer » à l'intérieur de la circonférence goniométrique après l'avoir opportunément « redressé », et faire ainsi de ses côtés deux rayons de cette même circonférence pour finalement projeter l'un sur l'autre... cette suite opératoire n'est donc pas un simple artifice pragmatique qui nous fournit un outil de calcul. Puisque les deux côtés d'un angle sont *essentiellement* deux rayons du cercle de rotation dont cet angle manifeste la présence, tandis que la projection d'un rayon sur l'autre représente une structure interne de ce même angle, nous devons interpréter la suite en Fig. 65abcde comme un dévoilement graduel de la totalité formelle dont l'entité géométrique de départ $A\hat{O}B$ n'est qu'une manifestation de surface.

(3) LE RAPPORT NON GROUPAL ENTRE GEOMETRIE EUCLIDIENNE ET TRIGONOMETRIE – Nous dirons par conséquent que, si d'un côté la géométrie euclidienne sème le cercle qui engendre l'arbre des triangles, de l'autre côté la trigonométrie ramène tout fruit de ce même arbre à sa graine circulaire... *et le rapport entre une graine et sa plante n'est pas réversible*. Autrement dit : si l'angle euclidien et le cercle trigonométrique sont les deux dimensions insécables d'un même phénomène de rotation, la totalité opératoire qu'elles composent n'est pas un groupe, car à l'opération « $\alpha_i \Rightarrow \overline{C \oplus}$ » qui nous transporte de l'angle à sa mesure trigonométrique ne correspond pas une opération inverse.

Jetons en effet un autre regard à la Fig. 66. Une chose nous frappe : deux angles euclidiens – α et β – nous sont donnés avec leurs projections internes qui forment évidemment un système de *sinus/cosinus*, mais il est évident aussi que les projections *sina/cosa* qui mesurent α ne coïncident pas tout à fait avec ses propres projections internes car, *incontournablement*, l'un des deux éléments du couple *sin/cos* qui déterminent l'ampleur d'un angle donné tombe *en dehors* de ce même angle, en montrant de la sorte que même la projection qui apparemment tombe à son intérieur (pour l'angle α c'est la verticale $p_{r2/3}$) ne le fait que parce que nous avons préalablement « couché » l'angle sur l'abscisse de façon que son *premier* côté coïncide en effet avec ce même axe. Regardons cela d'un peu plus de près.

(3.1) *La totalité intrasystémique de l'angle euclidien ne s'auto-mesure pas*. – Même si le triangle en Fig. 67 est intérieurement structuré selon *les mêmes projections* qui sur la circonférence trigonométrique [cf. Fig. 66] déterminent en effet sa mesure extensive, cela signifie seulement que les côtés d'un angle euclidien ne font pas « angle » avec les axes du cercle d'où pourtant elles émanent, car lorsque les repères projectifs Pr_1 et Pr_2 sont purement réciproques et internes à la totalité d'un même angle, il perdent toute vertu déterminante quant aux mesures extensives de cette même totalité.

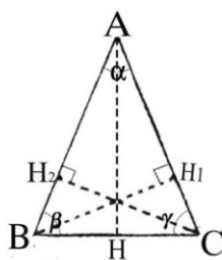


Figure 67

En effet, le système de rapports $\{\alpha\beta\gamma \times \overline{AB}/\overline{BC}/\overline{CA} \times \overline{AH}/\overline{BH_1}/\overline{CH_2}\}$ en fig. 67 ne nous dit *rien* sur l'ampleur de α . Un angle euclidien, donc, ne s'auto-mesure pas, même s'il est sans doute internement structuré par les projections intra-angulaires Pr_1 et Pr_2 ; cela signifie que, s'il est sans doute le porteur de son ampleur, il n'en est pas *la source*, qui doit être cherchée directement dans la circonférence trigonométrique, laquelle s'avère être, pour tout angle euclidien, un système de repères externe, absolu, et absolument orienté¹⁹. Cela se rend sensible si nous faisons attention à ce que deviennent les projections *internes* de α , (Pr_1 et Pr_2) lorsqu'il est situé dans le cercle trigonométrique.

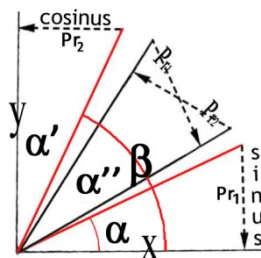


Figure 68

En Fig. 68 (où $\alpha=\alpha'=\alpha''$) nous voyons que Pr_1 est en même temps le sinus de α et la distance linéaire entre les deux côtés de ce même α ; au contraire Pr_2 – à savoir le « cosinus interne » de *ce même* α – ne mesure pas α , mais β en tant que $\cos\beta$. Cela montre donc que lorsque l'angle euclidien α en sa totalité systémique tourne autour du 0 (imaginons α , α' , α'' comme trois places occupées successivement par ce même α en rotation), il peut faire ainsi puisque, entre-temps, son *lieu absolu* (d'où il puise son ampleur) au sein de la circonférence trigonométrique reste fixe et immobile. Si nous voulons donc identifier un angle α , à savoir déterminer son ampleur, nous devons *sortir* de son espace interne (le système clos de relations réciproques qui subsistent entre ses parties) pour le *situer* dans son *lieu* au-dedans de *sa* circonférence trigonométrique, qui se dévoile par contre comme *absolument externe* à ses manifestations euclidiennes.

(3.2) *La totalité extra-systémique de la circonférence trigonométrique n'est accessible que grâce à une rotation euclidienne.* – D'autre part, nous ne pouvons accéder au cercle trigonométrique (le mesurant) que grâce au triangle euclidien (le mesuré). L'espace *euclidien* où se produit la rotation $R(\alpha)$ de α [Fig. 69b] est parfaitement isotrope et indifférent à toute distinction entre vertical et horizontal, haut et bas, droite et gauche : où que je place et que je déplace, et quelle que soit la manière dont j'incline l'angle euclidien α dans l'espace d'Euclide [Fig. 69a], α garde son ampleur. Au contraire, dans le quadrant trigonométrique l'ampleur déterminée par α « dressé » [Fig. 68] est différente de l'ampleur déterminée par α « couché », car dans ce quadrant « α dressé » est *en réalité* β *couché*.

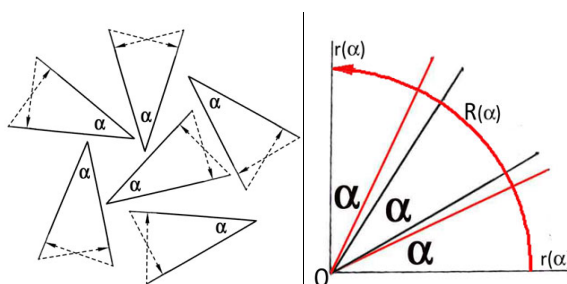


Figure 69ab

Attention pourtant : c'est justement cette isotropie de la transformation euclidienne qui nous permet de tracer le cercle d'*une même* rotation $R(\alpha)$, car, évidemment, si à chaque degré de sa rotation autour du 0 d'origine l'angle α – comme *totalité donnée* – modifiait son ampleur (comme il se passe à l'intérieur du quadrant trigonométrique), cela annihilerait d'un coup la possibilité même de dire qu'un même α a tourné. L'angle euclidien est donc *le compas* dont nous nous servons pour tracer la circonférence trigonométrique, qui, pour sa part, naît dès le début parfaitement anisotrope et rigoureusement orientée selon les repères de l'espace régional (haut/bas, droite/gauche). Cela signifie que nous ne *pouvons pas inverser l'ordre d'apparition de ces deux espaces*, à savoir utiliser un cercle

trigonométrique pour tracer un angle euclidien, car pour accéder à la circonférence trigonométrique (anisotrope) nous devons *forcément* utiliser le compas isotrope d'Euclide.

Au sein du même Cercle donc, un fond trigonométrique en soi inatteignable en tant que tel donne un lieu absolu à chaque ampleur euclidienne déterminée, qui, à son tour, nous permet d'accéder à ce même fond grâce aux rapports de réciprocité isotrope qui en soudent les parties. Cela implique que cette totalité est un système *non groupal* de relations réciproques : si les côtés de l'angle euclidien α sont sans aucun doute inclinés l'un par rapport à l'autre, et chacun des deux est incliné par rapport aux axes de la circonférence goniométrique, ces derniers ne sont pas inclinés par rapport aux côtés de tout angle euclidien que pour cette raison ils nous permettent d'identifier, en le situant dans son lieu et en le fournissant ainsi d'une ampleur. En conséquence, si l'angle α_i devant nos yeux s'impose *sans doute* comme l'inclinaison *réciroque* de ses côtés, sa présence ne pourrait même pas être atteinte si α_i n'était *qu'un* système de rapports de réciprocité entre les éléments qui le constituent, car cette même inclinaison réciroque exprime à son tour l'*inclinaison non réciroque* entre α_i – la totalité du système de ses relations internes – et l'espace orienté de la circonférence goniométrique d'où α_i jaillit avec son ampleur et (donc) son lieu. Nous répétons donc : si l'angle α_i est incliné par rapport à la circonférence trigonométrique, la circonférence trigonométrique n'est pas inclinée par rapport à l'angle α_i .

(4) L'ORDRE DEVELOPPEMENTAL DE L'ESPACE MATHEMATIQUE – En synthèse, dans ces derniers paragraphes, vraiment cruciaux [§8.2.1-2-3] j'ai isolé un seul et même système sphérique et rotatoire *sans aucun doute* « multiplicatif » et « pluridimensionnel », en distillant à son intérieur le système de relations $\vec{S} \times R_i \times \alpha_i \times \overrightarrow{C \oplus}$. Au sein de ce système, j'ai mis en lumière les relations opératoires $R_i \Rightarrow \vec{S}$, $\alpha_i \Rightarrow R_i$; $\alpha_i \Rightarrow \overrightarrow{C \oplus}$: d'une rotation à son espace, à l'angle comme rotation non réciroque de ses propres côtés ; de ce même angle à son ampleur comme lieu sur la circonférence trigonométrique. À aucune de ces opérations ne correspond toutefois une opération inverse. Nous ne pouvons pas « donner un espace » purement « régional » pour procéder ensuite à la mise en rotation d'une figure à son intérieur, ainsi qu'une fois mis en rotation l'un des deux rayons/côtés d'un angle par rapport à l'autre, nous ne pouvons pas considérer cet autre côté comme en rotation par rapport au premier, sans par là même faire dissoudre notre angle dans l'indétermination ; finalement, nous ne pouvons pas accéder d'abord à la circonférence trigonométrique pour y puiser l'ampleur d'un angle euclidien en allant le chercher dans son lieu « couché » sur l'horizontale des abscisses, sans préalablement tracer au compas *euclidien* cette même circonférence.

À l'opération *tracer le cercle euclidien de la circonférence trigonométrique* ne correspond donc pas une opération inverse, et ce fait directement mathématique est en même temps un *fait pleinement développemental* : l'« ordre d'apparition » rigoureusement fixé entre le triangle d'Euclide et le triangle de Pappus signifie qu'à chaque fois que nos yeux se posent sur une hypoténuse euclidienne pour y voir un rayon trigonométrique, ils parcourent en un instant – mais « sans s'arrêter sur aucun d'eux » dirait Galilée – tous les passages « scolaires » que nous avons endurés pour transformer un « côté » en « sinus ». Toutes ces opérations qui n'ont pas un inverse refont donc à rebours le chemin grâce auquel une certaine totalité *groupale* – comme une rotation ou un angle euclidien – peut nous être *donnée*, en poussant de la sorte dans le jardin de notre expérience mathématique.

J'ai fait enfin ce qu'il s'agissait de faire : maîtriser le groupe, en le reconduisant à cette même orientation *intime* qui appartient au mouvement de l'*Abbildung*, et à la dimension profonde de son dynamisme développemental, telle que nous l'avons ressentie dans les paragraphes historiques §8.1.1-2-3. Revenons donc maintenant à notre vecteur évolutif [§7.5 Fig. 43] car nous sommes désormais en condition de le souder plus en profondeur en fournissant une interprétation recevable à des phénomènes que j'ai mis bien en lumière, sans pourtant en encadrer le sens psychologique au sein de tout ce que nous avons remarqué sur la dynamique interne de ce même vecteur.

8.3 Redresser le Monde (de l'Absolu au Relatif, et ainsi de suite)

Nous avons vu en §6.3 non seulement qu'un même effort cognitif vient à la lumière en rendant incertains et oscillants les pas d'Edi et de Sagredo au moment où, chez le premier, la perception veut (rien ne l'oblige !) devenir conservatrice et, chez le deuxième, cette même perception veut apprendre à véhiculer la conservation projective... mais qu'un isomorphisme plus profond encore, et sans doute étonnant, lie tous les stades de notre croissance mentale quant à la force que mettons pour faire *redresser ce qui est couché...* et *vice-versa*. Dans le but de pénétrer le sens d'une donnée aussi frappante, nous avons suivi ensuite – et jusqu'au fond du Vide... – la voix de la continuité évolutive de l'âme humaine : ce qui nous a conduits – après avoir regagné la notion effectivement « primitive » de l'*Abbildung* mathématique – à pouvoir conférer un sens nouveau, et décidément déjà mathématique, au monde magique et de la première enfance [§7.4.2-3-4]. Finalement, nous venons de contempler le groupe en ses transformations historiques, épistémologiques et formelles, et nous sommes maintenant en condition de re-soulever cette question du « debout » et du « couché ».

Tout d'abord, notre dernier acquis mathématique [§8.2.3(4)] nous permet, dès maintenant, d'apporter une correction fondamentale à la perspective trop unilatérale et mono-polaire de Piaget autour de ce qui est progressif et évolutif dans notre expérience du monde. Pour Piaget, il n'y a aucun doute sur cela : le Bien est dans la Relation, le Mal dans l'Absolu, le non-réciproque, le non-réversible, et tout ce qui attire notre esprit en quête d'auto-libération à chercher un point de vue définitif et irréductible à toute remise en question, à *savoir* et à toute relativisation. Sa plus grande victoire est donc dans ce qu'il montre que la Conservation d'une « chose » aussi absolue que seule peut l'être une constante gravitationnelle ou chimique, elle aussi n'est que la manifestation de surface d'un enrichissement profond en termes de *multiplications, complications, coordinations...*

Rien de mieux donc – on aurait dit – que l'apparition d'une *rotation euclidienne* [Fig. 36ab] – la conservation d'une même totalité de relations projectives « internes » et « réciproques » au sein d'une... totalité de relations internes et réciproques, et ainsi de suite – pour manifester qu'un vrai *progrès* s'est produit. Nous avons pourtant bien vu que nulle grandeur euclidienne n'est en état de se donner toute seule une mesure extensive à conserver en s'appuyant seulement sur son propre système de relations internes et réciproques, mais qu'elle doit, au contraire, sortir de la totalité de son monde clos pour trouver à la fois son lieu et son début dans l'espace orienté de la Sphère Trigonométrique, où ce qui est dressé n'est pas couché, et ce qui est à droite n'est pas à gauche.

Sur cette nouvelle base, nous sommes menés à reposer notre question : pourquoi toujours cette *même* difficulté à égaliser ce qui est horizontal et ce qui est vertical ? Pourquoi ce qui est couché ne veut-il pas se dresser, et *vice-versa* ? Mais attention : après tout ce qui a été dit sur la libre spontanéité avec laquelle tout ce qui évolue dans notre vie ne le fait que parce qu'« à un moment donné » il *veut* le faire, nous renversons cette même question avant de tenter une réponse. *Rien* n'oblige Jacqueline ((104)) à *mettre tant d'efforts et de passion* dans l'entreprise impossible de faire passer un bâton horizontal au travers d'une grille verticale ! De la même façon, et à l'autre bout de cette épopée héroïque, *rien* n'oblige les pauvres Simplicio et Sagredo à se casser la tête sur un « problème » d'égalisation entre l'horizon terrestre et les étoiles qui n'est là que si vraiment on *insiste*, et que l'on s'efforce pour se convaincre qu'il est là...

Soyons donc bien attentifs. La question n'est pas tout à fait : pourquoi ces hommes endurent autant de difficultés pour redresser le monde, mais *pourquoi ils s'y mettent*. On ne saurait insister trop sur ce point : nous n'assistons pas à de dures épreuves affrontées par quelqu'un pour surmonter une difficulté qui lui est tombée dessus malgré lui, mais à l'événement accélératif et spontané d'une *nouvelle force appliquée* par ce même quelqu'un, à la poursuite d'un but qui auparavant n'existait pas (c'était même inconcevable !)... et ce but a, chez tout homme, l'aspect récurrent d'une réorientation de son espace expérientiel. Nous répondons donc aux questions soulevées par ce *deuxième* phénomène, car le premier n'est qu'une pure et simple illusion d'optique.

Pour ce faire, j'en viens enfin à la *quatrième évidence* que j'ai annoncée au début de §7.5 et qui est désormais déjà devant nous. Si Euclide parle au travers de Lucienne, dis-je, et Cantor se manifeste dans les visions de Zu et Fur, peut-être le grand Pappus d'Alexandrie (appelons comme cela le créateur de la Trigonométrie) habite-t-il les yeux de tous les hommes qui se refusent tant de laisser couché ce qui dort que de le remettre debout *comme si rien de n'était* et comme si aucune *force*, donc, ne devait être exercée.

8.3.1 Quatrième évidence : dans le rectangle dressé « il y a plus d'ampleur »

Les mots entre guillemets sont des citations de Piaget appliquées aux deux cas

Blas – I. Un rectangle de jetons A de hauteur h et base l [Fig. 70ab] est saisi par Ba à partir du « seul principe de synthèse » de sa « forme d'ensemble, en tant qu'intuition fondée sur la perception globale de sa figure ». II. Or, cette méthode d'appréhension, qui impose la « prédominance de l'intuition perceptive » distingue absolument entre *dressé* et *couché*. Le rectangle A apparaît *couché*. III. En conséquence de cette irréversibilité, lorsque Ba perçoit le rectangle $L=A$, mais avec h et l en rapport inversé – à savoir, il saisit le même rectangle, mais *dressé* – il voit que dans le rectangle *dressé* il y a plus de jetons que dans le même rectangle *couché*. IV. Aux yeux de Ba – pour sa vision et pour son esprit – la différente configuration perceptive des deux figures l'emporte donc sur leur égalité euclidienne, et impose enfin une prédominance quantitative « globale » ou « synchrétique » du *dressé* sur le *couché*. Sa vision le convainc qu'il y a plus de jetons dans l'un que dans l'autre, même si c'est l'enfant en personne qui vient de réorienter la figure, sans rien changer d'autre.

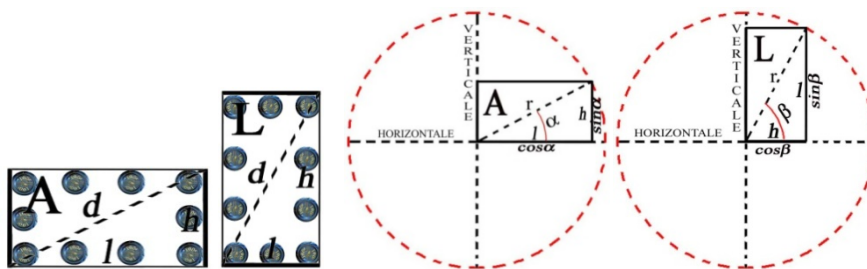


Figure 70ab -cd

Pappus – I. Un rectangle euclidien A de hauteur h et base l [Fig. 70cd] est saisi par Pappus à partir du seul principe de synthèse de son appartenance à la forme d'ensemble du cercle trigonométrique, en tant qu'intuition fondée sur la vision projective de cette configuration globale, qui perçoit h comme $\sin\alpha$, l comme $\cos\alpha$ et d comme r . – II – Or, cette méthode d'appréhension, qui impose la prédominance de l'intuition projective de l'espace trigonométrique, distingue absolument entre axe *vertical* et axe *horizontal*. La base $l = \cos\alpha$ du rectangle apparaît placée sur l'axe horizontale, tandis que la hauteur $h = \sin\alpha$ apparaît placée sur l'axe verticale. III – En conséquence de cette irréversibilité, lorsque Pappus perçoit le rectangle $L=A$, mais avec la hauteur $h = \cos\beta$ et la base $l = \sin\beta$ – à savoir le même rectangle euclidien mais réorienté, avec la hauteur h sur l'axe horizontal et la base l sur l'axe vertical – il voit que dans le rectangle avec la base redressée il y a plus d'ampleur que dans ce même rectangle avec la base couchée sur l'horizontale. IV Aux yeux de Pappus – pour sa vision et pour son esprit – la différente configuration projective des deux figures trigonométriques l'emporte donc sur leur égalité euclidienne, et impose enfin une prédominance quantitative, en termes d'ampleur, de la *verticale* sur l'*horizontale*. Sa vision le convainc qu'il y a plus d'ampleur dans l'un que dans l'autre, même si c'est Pappus en personne qui vient de réorienter le rectangle $A = \sin\alpha/\cos\alpha$, en en faisant le rectangle $L = \sin\beta/\cos\beta = A$.

Bref : dans le « dressé » trigonométrique « il y a plus d'ampleur », ainsi que dans les « grands » verres de Blas il y a plus de boisson, et dans le précipice de Sagredo il y a plus d'élan. Dirait-on alors que Pappus est « capturé » par l'aspect « intuitif et global » de la Hauteur Absolue ? Naturellement non... pas plus que nous n'avons le droit de dire que, comme un même segment lui apparaît dans le vide d'une fenêtre pour ensuite disparaître et réapparaître en même temps dans le jardin d'un cercle, alors Euclide croit aux esprits occultes. La Circonférence Trigonométrique $\overline{C} \oplus$ est placée au beau milieu d'un espace orienté \vec{S} selon le Haut, le Bas, la Droite, la Gauche, l'Horizontale la Verticale, le Devant, le Derrière, l'Interne, l'Externe... Nous ne connaissons pas *un seul phénomène du monde* qui nous entoure et nous habite qui n'oriente ses mouvements et ses rythmes sur ces repères absolus. Naturellement – nous avons déjà vu cela, notamment en §2.1 – chaque point de vue sur le monde – qui est un point de vue *du monde* – a sa droite et sa gauche, son horizontale et sa verticale, mais cela n'empêche aucunement – bien au contraire – que ces repères soient, pour ce même point de vue,

inébranlables et *absolus*. Le point de vue sur la Hauteur de Pappus d’Alexandrie nous enrichit donc d’un élément précieux, qui approfondit notre vision du développement humain, ainsi qu’elle s’exprime dans notre table en Fig. 43 : ce *deuxième élément* que j’ai annoncé en §7.5. Pour l’atteindre, il faut intégrer notre *quatrième évidence* à tout le reste.

8.3.2 Évoluer est se [ré]orienter

Remarquons-bien la suite de *renversements* à laquelle nous assistons : pour gagner la Conservation de la quantité extensive, du nombre, et *donc* de la géométrie euclidienne, Blas doit abandonner son monde enfantin, fait de chose Grandes et de choses Petites, pour s’intégrer à un univers pluri-centrique et relationnel, où l’égalisation entre Grand et Petit se fait grâce à la maîtrise des rapports de pure réciprocité, au sein desquels cette absoluité immuable paraîtrait se dissoudre. C’est bien cette relativisation de l’Absolu qui permet à ces enfants de fixer à son identité « quantitative » un même récipient rectangulaire et de le faire tourner sans que son contenu ne subisse la moindre modification. Le rectangle euclidien – un système de relations internes et parfaitement réciproques entre ses propres parties – absorbe donc en soi les absolus du monde de la première enfance : le *passage-à-Euclide* de Blas → Edi → Lin [Fig. 71] suit l’orientation Absolu → Relatif, que j’écris comme « $t_1[\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{R}]$ ». À l’autre extrême de la parabole nous trouvons le *passage-à-Pappus* Simplicio → Sagredo → Salvati, qui renverse l’ordre précédent en prétendant – pour que dans l’espace projectif de la Physique mathématisée un même *élan* se conserve sur n’importe quelle pente si la hauteur la chute reste la même – ... en prétendant, dis-je, avec force, que la Hauteur de Blas réapparaît pour donner une mesure fixe et un lieu inamovible dans la Sphère Trigonométrique à l’Impetus de Galilée. L’orientation se re-renverse, donc, en devenant Relatif → Absolu : « $t_2[\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{A}]$ ».

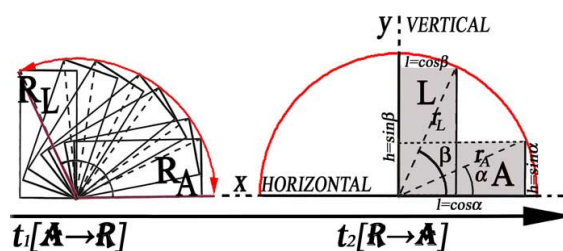


Figure 71

Notre évolution globale suit le vecteur rigoureusement orienté *perceptif* → *projectif* [cf. Fig. 36] qui est pourtant intérieurement rythmé selon la suite commutative Absolu → Relatif/Relatif → Absolu, car aucune trigonométrie ne pourrait suivre la relationnalité euclidienne des « évidences ordinaires », si l’absoluité du « dressé » et du « couché » qui caractérise le monde *perceptif* de l’enfance pré-géométrique ne réapparaissait pas pour orienter le monde projectif de l’âge adulte de la science.

Cela – remarquons-le bien – est une donnée qui se distribue de façon homogène sur la totalité des mathématiques supérieures, qui sont dites – justement – « supérieures » car situées plus en Haut que ce qui est plus en Bas, selon un ordre évolutif qui n’est « réversible » que dans le sens que ce qui est en haut accède à tout ce qui est en bas... mais *pas vice-versa*. Les mathématiques supérieures s’auto-orientent donc dans un univers fait d’« infiniment Grand » et d’« infiniment Petit » (pas tout à fait interchangeables : pas plus que la Droite, qui devient par là même Gauche, et la Gauche, qui ne peut se renverser dans son contraire sans le devenir) de Maxima et de Minima, de Proche et de Lointain... et bref de tous ces symboles de l’Absolu qui font les repères fondamentaux du monde des petits.

Et encore : rien de plus facile, maintenant, que de remarquer que l’opération $t_2[\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{A}]$, tout en renversant la précédente inversion $t_1[\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{R}]$ n’est pas tout à fait l’« opération inverse » ! On redevient enfant, certes, mais un *échelon plus haut* dans notre spirale évolutive.

Nous pouvons finalement fixer un double caractère de cette synthèse intérieurement orientée.

1) La « multiplication » $[\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{R}] \times [\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{A}]$ nous empêche manifestement d’absolutiser l’Absolu « \mathbf{A} » car, grâce à cette réapparition *décalée*, il se manifeste comme un polarité interne à une dynamique évolutive globale, toujours mouvante et prête à se changer dans son contraire « à un moment donné ».

2) Cette suite orientée est en elle-même le vecteur global d’une seule et même force de [ré]orientation déployée de façon homogène sur l’espace total de notre vie. Et j’écris bien le réitératif « re » entre crochets car il s’agit ici d’une « récurrence » purement logique, dynamique, intentionnelle

et réfléchissante, qui n'a *rien* ni d'une répétition ni d'un renversement visible qui transforme le Dessus en Dessous en nous faisant tourner la tête. Il s'agit donc du même « re » utilisé tant par Kant [1787 : A IIe Partie Chap. II, Sect. II §3, 4, 5] et Frege [1884 :§66] que par Piaget [1936 : 37] dans le concept d'une « re-cognition » interne à toute cognition, en ce que toute cognition est toujours en même temps une auto-cognition réfléchissante, et une re-connaissance de la chose connue pendant toute la durée de l'expérience que nous en avons. De même, en distillant l'unité de notre vecteur évolutif comme l'application ininterrompue d'une même force de « ré-orientation », je vise à mettre en lumière une dimension intentionnelle profonde, *toujours agissante* et constamment appliquée par notre conscience à l'ensemble de son expérience du monde qui l'entoure. Grandir veut dire apprendre à s'orienter dans le monde, en lui conférant une orientation toujours plus harmonieuse et profonde.

8.3.3 Le sens de l'espace

On peut penser que j'élargis trop le concept d'« orientation » à partir d'une donnée restreinte à notre cognition spatiale, mais il n'en est rien. Après avoir très fidèlement suivi – tout le long du §8.2-1-3 – l'enseignement kantien sur les *Régions dans l'Espace* [1768], j'applique maintenant la perspective généralisatrice de l'*Essai d'introduire les grandeurs négatives dans la Philosophie* [Kant 1763] et *Qu'est-ce que veut dire s'orienter dans la pensée* [Kant 1786] à un ensemble de phénomènes expérimentaux qui s'y prête très directement. En effet, il ne s'agit pas « que » d'un phénomène de « simple cognition spatiale », essentiellement car la cognition de l'espace ne sera jamais « que » la cognition de l'espace.

(1) Tout d'abord, *l'espace nous étonne sans cesse*. Les comportements *étonnants* de ces enfants parlent très distinctement en ce sens, et nous interpellent avant tout quant à leurs attentes et donc à leurs pré-jugements sur le monde, quoi qu'il en soit de leurs mécanismes perceptifs et neuronaux, qui peuvent être *étonnants*, mais jamais *étonnés* sans la participation active d'un homme : « C'est une question de jugement, et non point de perception, que nous cherchons à résoudre. Notre problème n'est pas de découvrir pourquoi cette perception est trompeuse, mais pourquoi les sujets d'un certain niveau se fient à elle sans plus, tandis que d'autres la corrigent et la complètent par l'intelligence. » [Piaget 1941a : 23]. Nous avons bien vu, en effet, [§6.3.1] que chez ces petits et chez tous les autres (jusqu'à Socrate deux heures avant sa mort), ce qui se produit est avant tout un changement profond au niveau de *ce qui les étonne* et de *ce qui ne les étonne pas*, et que cette donnée est tellement universelle qu'elle constitue désormais l'un des étalons fondamentaux de la psychologie cognitive et expérimentale. La continuité de notre vie mentale – nous l'avons remarqué désormais mille fois – est une étonnante suite *d'étonnements renversés chacun par rapport à l'étonnement précédent*. Sim (94) s'étonne que la quantité de boisson reste la même... Géo s'étonne que son frère cadet soit aussi débile (car $1+1$ fait quand même 2 !), pour ensuite s'étonner – une fois atteint l'âge de Sagredo – que $2^0=1$ et que le Repos soit Mouvement... et finalement, avec la voix de Socrate, Descartes, Kant, Frege... revenir en arrière pour contempler à nouveau, dans la perplexité la plus silencieuse, et comme s'il avait désappris à lire, l'énigme de $1+1=2$. On dira alors que tout cela n'a rien à faire avec l'espace physique, les réseaux perceptifs et neuronaux ? Pas du tout. On dira plutôt le contraire : que rien dans l'espace physique et dans la matière douée d'une force – donc dans la matière tout court – *rien* n'est indifférent à l'orientation de cette même force, car nulle force connue n'est une force désorientée. On ripostera encore que la matière ne change pas d'orientation, et que même si elle change d'orientation, la « matière » *ne s'étonne pas*. À la première objection il faut répondre que cela est bien faux. *Tout* ce que nous connaissons dans l'univers physique est régi par cette intime régularité espace/temporelle : des pôles magnétiques de la Terre à la succession des saisons, qui s'inter-changent selon une topologie périodiquement renversée ; des molécules « énantiomères » aux tourbillons d'eau aux antipodes... on peut bien dire que cela sera bien étonnant si les cycles de la vie humaine faisaient exception à une telle régularité cosmique. Le fait donc qu'il y ait des changements de saison cognitive, et qu'à chaque passage – à chaque échelon monté sur notre spirale évolutive – notre monde manifeste une réorientation générale, cela est bien en accord avec tout ce que nous connaissons. Quant à la *deuxième* objection, elle n'est qu'une colossale illusion d'optique. *Nous* sommes bien de la matière physique ! Il est donc immédiatement faux que la matière soit incapable de s'étonner. Ainsi que nous l'avons remarqué en §2.1, *les mêmes parallèles* [Fig. 1] convergent dans nos yeux [Fig. 2] et vers le centre de la Terre, et il faut être hostiles à la logique et aux phénomènes pour refuser à la fois un point de vue

non illusoire à notre planète, et une réalité planétaire à nos illusions perceptives. Nous sommes une partie de ce monde, et refuser d'admettre que lorsque une réorientation saisonnière se produit dans nos yeux étonnés, ce même monde, que nos yeux *sont*, n'est pas en train de s'étonner, cela n'est pas qu'illogique, mais bien faux. Lorsque le printemps arrive, sur les branches des arbres des fleurs magnifiques multiplient et réfractent les couleurs d'un monde nouveau ; pourquoi prétendre que ces mêmes fleurs poussent à la place de nos cheveux, pour admettre que l'étonnement multiplié d'une nouvelle connaissance est la fleur la plus parfumée de la vie d'un homme ?

(2) En deuxième lieu – et nous parvenons ici au « point où tous les poids tendent de toutes parts » comme Dante le dirait, et qui nous met en condition de tout réorganiser – nous avons bien établi (§8.2.1) que l'espace \mathcal{S} qui héberge les repères régionaux de la sphère trigonométrique où se situe l'ampleur de tout rayonnement quantifiable est en soi parfaitement inatteignable en dehors des suites symboliques orientées DHG/GHD que nous écrivons sur la feuille. Il nous faut donc une figure sensible et euclidienne [*Bild*] pour *commencer* à opérer « sur » l'espace, et des repères irréductiblement symboliques pour donner *un sens* – une orientation – à nos opérations « dans » l'espace. Aucune géométrie ne peut se construire sans recourir à des chiffres alphanumériques, tandis qu'aucun système *métrique* ne peut éviter de se mettre en place dans un espace opératoire orienté, et cet espace orienté ne se présente qu'au travers des symboles aussi peu « spatiaux » que les « lettres » et les « nombres » ordinairement conçus.

Le passage à la troisième et dernière partie de ce travail se fait maintenant, grâce à la propulsion que nous donne la question suivante : sur la base de ces acquis, avons-nous le droit de penser que l'orientation *dans* l'espace de ces mêmes suites orientées de symboles signale une réalité – comme Einstein le disait – à son tour « de type spatial » ? Non, nous n'avons pas ce droit.

Les suites de symboles GHDB (rotation horaire) et GDHB (rotation antihoraire) sont certes devant nous, pleinement et indéniablement douées d'un sens orienté *dans* l'espace ; nous venons de voir toutefois que ce même espace n'est en soi qu'un pur et simple vide figural et imaginaire, car dès qu'une figure apparaît pour être orientée par le sens de ces écritures, l'« espace » où cette orientation a lieu ne se révèle que par sa pure *virtualité opératoire*, par l'*intention* que nous avons de le rendre sensible grâce aux transformations de ces mêmes figures. Telle s'est révélée en effet la voix du *Programme d'Erlangen*...comme l'expression d'une *intention* : saisir l'Espace grâce à la Figure, et cette même Figure comme rien d'autre qu'un visage – une icône – de l'Espace. Autrement dit : nous ne trouvons nos symboles dans l'« espace », que parce que ce même espace est à son tour contenu dans le sens – est un contenu *du sens* – de ces mêmes symboles.

La question : « le *sens* de ces écritures capables de nous orienter *dans* l'espace, et sans doute aussi *vers* l'espace comme objet de leur intention opératoire... ce sens qui fait qu'AB n'est pas BA, car il nous envoie "de l'autre côté", est-il à son tour *fait d'espace* ? » doit donc recevoir une réponse péremptoire : *non*. La source d'où un angle puise son ampleur n'est pas l'angle même, mais son lieu absolu dans la sphère trigonométrique ; de même, la source d'où nos écritures orientées puisent leurs « vertus spatiales » n'est pas l'espace même *dans* lesquelles elles sont capables de nous orienter, mais irréductiblement et indépassablement l'essence logique et opératoire de leur substance interne qui, comme nous allons le voir, a une nature purement *narrative*, temporelle et événementielle.

TROISIEME PARTIE – REDONNER UNE VOIX A L'HOMME

La force qui fait de notre vie mentale – et donc de notre vie entière – une suite inépuisable de propulsions successives qui, vague après vague, et de façon parfaitement spontanée, bouleversent et réorientent notre horizon d'appartenance, est une force purement expressive, logique et narrative. Ce que nous faisons tout au long de notre vie est écrire et réécrire notre histoire, ou « ne faire qu'une arabesque de tout le mouvement de notre plume », dirait Galilée (277). Ce sera donc notre voix, la force de notre *parole*, qui se dévoilera enfin comme la racine unique et commune tant du phénomène de l'écriture que de celui des mathématiques. « Un *mental* comme force efficace existe, au cœur matériel de notre monde » ne signifie donc que ceci : un homme qui parle existe à l'origine des histoires dont ce même monde est fait en sa trame essentielle. En synthèse, si dans la deuxième partie je me suis occupé de savoir comment notre « corps mathématique » incarné naît, bouge et grandit, il ne s'agit plus, dans cette troisième partie, que de lui donner la parole car – ceci sera notre conclusion – c'est la *voix humaine* du mathématicien qui engendre d'abord, dans sa conscience, cette illusion optique/auditive qu'est le phénomène de l'écriture, pour ensuite faire éclater la lumière de l'évidence mathématique.

9. La parole à la matière

9.1 Les évolutions générationnelles de la Grande Marée et le sens de son écriture

(165) « Dans l'Océan Septentrional vit un poisson immense appelé Kuhn, dont la taille est de je ne sais pas combien de milliers de *li*. Ce poisson se transforme en un oiseau appelé Peng, dont le dos est de je ne sais pas combien de milliers de *li*. Quand cet oiseau s'enlève, ses ailes s'étendent dans le ciel comme des nuages. À l'époque de la Grande Marée l'oiseau se prépare pour partir vers l'Océan Méridional : le Lac Céleste. Les Annales de Qi sont un recueil de merveilles. Ils racontent ceci : quand le Peng se dirige vers l'Océan Méridional, il remue l'eau pour trois mille *li*. Il s'enlève en spirale, soutenu par un vent ascendant de quatre-vingt-dix mille *li*. Il se déplace en juin, lorsque le Grand Vent souffle. » [Zhuang-Zi]

Pour ce bergsonien visionnaire qu'était Norbert Wiener – et qui a aussi profondément influencé Jean Piaget et son idée d'un « passage du chaos au cosmos » qui, par renversements successifs, nous délivre du poids de nous-mêmes au fur et à mesure que nous évoluons (7) – cette image de sagesse chinoise aurait parfaitement exprimé l'élan fondamental de sa pensée, intimement conduite par ce même postulat de continuité cosmique (cf. 46), 47) qui inspire les plus hautes ambitions scientifiques de notre âge :

(166) «The modern automaton exists in the same sort of Bergsonian time as the living organism ; and hence there is no reason in Bergson's considerations why the essential mode of functioning of the living organism should not be the same as that of the automaton of this type. Vitalism has won to the extent that even mechanisms correspond to the time-structure of vitalism; but as we have said, this victory is a complete defeat, for from every point of view which has the slightest relation to morality or religion, the new mechanics is fully as mechanistic as the old. Whether we should call the new point of view materialistic is largely a question of words: the ascendancy of matter characterizes a phase of nineteenth-century physics far more than the present age, and "materialism" has come to be but little more than a loose synonym for "mechanism". In fact, the whole mechanist-vitalist controversy has been relegated to the limbo of badly posed questions. » [Wiener 1965: 44]

L'être humain, nous enseigne le créateur de la cybernétique, est une « self-propagating machine » [ibid. 177] qui, de père en fils, comme tout ce qui existe dans le Cosmos, périodiquement se met en résonance avec la spirale ascendante d'une seule et même Grande Marée, qui sans cesse attire vers un ordre supérieur toute forme de vie, aussi accidentelle soit-elle, en lui apprenant à lire le sens de son écriture :

(167) « We have already spoken of the tidal evolution of Sir George Darwin, Charles Darwin's son. Neither the connection of the idea of the son with that of the father nor the choice of the name "evolution" is fortuitous. In tidal evolution as well as in the origin of

species, we have a *mechanism by means of which a fortuitous* variability, that of the random motions of the waves in a tidal sea and of the molecules of the water, *is converted by a dynamical process* into a pattern of development *which reads in one direction*. The theory of tidal evolution is quite definitely an astronomical application of the elder Darwin. » [Ibid: 37. Les italiques sont de moi]

Or, il est bien vrai que pour saisir avec toute la rigueur scientifique nécessaire, l'orientation intime et vivante de l'écriture qui nous entoure et nous habite, il faut tout d'abord correctement poser la question du rapport entre cette même vie et sa matière constitutive. Cela nous mènera toutefois à devoir reconnaître qu'il ne s'agit pas tout à fait que d'une « simple » question de mots, mais de l'incapacité où notre science est tombée, de reconnaître que dans un monde à la fois matériel, vivant et signifiant, il y a aussi une place légitime pour des hommes incarnés qui pensent et parlent. Tout le problème pourrait, en fait, se résumer dans ce double « by » utilisé par Wiener en (167) – « a mechanism by means of which... », « ...converted by a dynamical process » qui comme dans le cas du « grâce à la complication successive... » – de Piaget ((105)) ne nous renseigne jamais sur le sujet logique effectif de ce discours : un sujet capable de faire jaillir rien de moins qu'une « lecture unidirectionnelle » des choses, du sein d'une situation par ailleurs parfaitement « chaotique ».

Dans le cas de la machine « homme », ce sujet s'envole en spirale à chaque levée du Grand Vent de son développement. Le temps venu, il se transforme, s'oublie et s'étonne face au nouvel Océan, où le Nord est soudainement devenu Sud, tout en dévoilant – avec d'autant plus d'évidence – le sens irréversible d'un même fleuve évolutif. Mais surtout, la machine homme est la seule qui sache tracer sur la surface de ce même cosmos « vingt petits caractères, à ne faire qu'une arabesque de tout le mouvement de leur plume » – comme Galilée l'exprime ((277)) – capables de l'étonner plus que tout le reste, en le frappant de plein fouet avec la lumière de l'évidence mathématique, par ailleurs toujours prête à sombrer dans le noir du non-sens, pour en surgir ensuite encore plus renforcée...

La cybernétique toutefois – qu'elle soit « écologique » [Bateson], développementaliste [Piaget], psychiatrique [Laing, Watzlawich], etc. – n'arrive pas à rendre compte de ce phénomène. Pourquoi ?

Tout d'abord pour une évidente question de bon sens *a priori*, c'est-à-dire d'ordre métaphysique. « I am a mathematician » déclare le cybernéticien Norbert Wiener [1956] car, justement, la cybernétique émane de la mathématique *et pas l'inverse*. Deuxièmement, puisque, malgré sa tentative suprême de rythmer le monde selon le *tempo* irréversible de la vie et de la connaissance, le créateur de la cybernétique incarne pleinement l'esprit « groupal »²⁰, « combinatoire », « agrégatif »... de toute son époque. Troisièmement, l'ambition la plus intime de cette même attitude est *technologique* et antiphilosophique : ce qui permet fatalement à maintes flagrantes incohérences directement *scientifiques* de s'installer dans les paroles de ces savants, sans que cela ne leur crée aucun souci effectivement « opérationnel ». En un mot, cette science a perdu la parole, et elle l'a niée aux hommes. Il faudra donc la leur redonner, si on veut donner raison du *fait génétique des mathématiques*.

L'exemple des mots ci-dessus (en (167)) peut suffire à clarifier le sens de ma critique. La suite Darwin/père → Darwin/fils est en elle-même « a dynamical process » à la fois naturel et conceptuel de filiation/resignification, et ce processus est dit, par l'historien Norbert Wiener, « not fortuitous ». En revanche, le *mathématicien* Wiener affirme que l'objet même de cette resignification est la façon dont « a fortuitous variability » est transformée « into a pattern of development which reads in one direction » par l'intervention d'un pareil processus dynamique. Le même Norbert Wiener incarne donc ici – internement à un seul et même propos – un processus très intéressant de resignification « fortuitous₁ → fortuitous₂ » concernant d'un côté le développement historique des idées et des hommes, et de l'autre, le développement naturel des singes et des marées. Un sentiment irréductiblement scientifique des choses – tel celui de Galilée, de Descartes, de Kant ou de Wittgenstein – nous obligerait à prendre en charge cette question, en nous offrant en même temps une bonne piste pour la résoudre, tandis que toute cette époque essentiellement technologique se dérobe à chacune de ces précieuses occasions d'enrichissement conceptuel, en exilant comme *non scientifique* tout ce dont elle ne veut pas s'occuper. L'historien Wiener dira donc, *de ses propres mots*, qu'ils ne sont pas vraiment fiables (cf.(06)). Cela n'empêche toutefois que, parmi tous les événements cosmiques de mise-en-order d'une situation physique donnée, la première apparition dans nos yeux et nos oreilles des objets « A » et « A ↔ A », est de loin la plus cybernétiquement claire et compréhensible : si un fils ne saurait engendrer son père, il peut néanmoins parfaitement le comprendre. En d'autres mots, aucun accès aux marées de Darwin fils, aux espèces de Darwin père,

aux défaites du spiritualisme bergsonien n'aurait certes pu se produire, et aucune cybernétique n'aurait en conséquence pu naître, sans que préalablement M. Wiener n'ait appris à lire et à calculer ; une fois ce labeur achevé pourtant, et la cybernétique enfin venue à la lumière, cette même fille-de-la-mathématique-fille-de-la-Raison dispose de tous les concepts nécessaires pour une pensée claire et distincte de cette « self-propagating machine » qu'est le mathématicien en personne qui vient de l'enfanter : tout fruit est sans doute le porteur des graines de son arbre.

Or, le but de cette troisième partie est de redonner la parole au mathématicien, et je le ferai en montrant que les dynamiques d'acquisition de la parole sont les mêmes qui engendrent l'autre. Je me propose donc, ainsi que je l'ai fait avec l'épistémologie génétique de Jean Piaget, de *mettre en puissance* la perspective wienerienne sur le phénomène *développemental* des mathématiques et, pour ce faire, je devrai dans ce cas aussi en *renverser* les présupposés, et donc alors l'ordre de description des faits.

Comme méthode de travail, je prendrai le point de vue de mes adversaires, en m'attaquant justement à la « matière » du matérialisme mécaniste : ce qui suppose – ainsi que Wiener le signale – une préalable opération herméneutique, car rien n'est plus instable, à l'époque du matérialisme, que le sens de la « matière » :

(168) [1] ALBERT EINSTEIN « Pour la pensée physique, comme pour la pensée scientifique en général, il est caractéristique qu'elle s'efforce, en principe, de se tirer d'affaire uniquement avec les notions de "nature spatiale" et d'expliquer à leur aide tous les rapports ayant le caractère de loi. Le physicien cherche à réduire les couleurs et les sons à des vibrations, et le physiologiste la pensée et la douleur à des processus nerveux, de telle sorte que le psychique comme tel est éliminé de l'enchaînement causal de l'être et ne se manifeste, par conséquent, nulle part comme lien indépendant dans les liaisons causales. Cette attitude, qui considère en principe comme possible de saisir tous les rapports en employant exclusivement des notions de "nature spatiale" est bien ce qu'on entend actuellement par "matérialisme" (après que la "matière" eut perdu son rôle de notion fondamentale).

[2] Je veux seulement dire encore ce que signifient mes paroles quand je dis que nous devons essayer de coller à la réalité physique. Nous sommes tous conscients de ce qui va se révéler être les concepts fondamentaux de la physique. La masse ponctuelle, ou la particule, n'en fait certainement pas partie ; le champ, au sens de Faraday et de Maxwell, peut-être, mais ce n'est pas certain. Mais ce que nous imaginons exister (être "réel") doit être localisé de quelque manière dans le temps et dans l'espace. » [Einstein 1954a :156 ; *Einstein à M. Born*, le 18.3.1948, in Born 1972 :180]

NORBERT WIENER – [3] « The mechanical brain does not secrete thought "as the liver does bile", as the earlier materialists claimed, nor does it put it out in the form of energy, as the muscle puts out its activity. Information is information, not matter or energy. No materialism which does not admit this can survive at the present day. » [Wiener 1965:132]

Il est évident que la synthèse entre les mots d'Einstein en (168[1][2]) et les mots de Wiener en (166) et (168[3]) nous renvoie bien plus à une idée, une *intention* – purement « iconologique » comme celle du *Programme* de Félix Klein – qu'à une « matière » effectivement saisissable à l'intérieur des propos et des comptes rendus « protocolaires » de ces savants qui en arrivent, en effet, toujours à se débarrasser de la question en l'exilant « to the limbo of badly posed questions » ((166)). En somme, la « matière » du matérialisme est un programme culturel toujours explicitement avoué comme tel, et si on veut effectivement la prendre en charge dans un discours qui distingue entre le oui et le non, il faut tout d'abord en stabiliser les *sens*, ce que je ferai dans les paragraphes qui suivent. D'autre part, loin de moi l'idée que la dispute entre scientifiques se réduise à une discussion sur le sens des mots, car ceci n'en est que la phase préliminaire. Le *oui* et le *non* sont décidés par la pensée expérimentale, qui n'a à faire qu'avec la voix des phénomènes que nous allons donc réentendre dans le prochain chapitre.

Sans aucun doute, nous sommes de la matière – je me touche et je le sais – et sans aucun doute nous sommes des machines. Car dès que j'ouvre les yeux devant la suite « $1+1=2$ », mon corps produit des comportements parfaitement mécanisés. Ce que j'affirme toutefois est que la matière ultime qui circule dans ces séquences graphiques, n'est ni une « chose » faite d'atomes et particules – de cela, « nous sommes tous conscients » nous dit M. Einstein – ni de l'espace (*malgré* ce même Einstein) mais du temps, fait d'histoires et d'événements, et la démonstration de cette thèse nous confrontera

enfin à la nature purement *expressive* de ces symboles et à l'ordre selon lequel cette machine logique que j'appelle le « mental humain » peut engendrer une science comme la cybernétique, et pas l'inverse.

Mener à bien cette démonstration impliquera fusionner en une seule vérité fondatrice ce que je viens de démontrer à propos de la « chose spatiale en soi », à laquelle nous renvoie l'intention « groupale » de toute cette époque, et le fait que les symboles de notre écriture ont un *sens* : à la fois une *orientation* dans ce même espace et une *signification* dans le discours qui en parle. Cela reviendra à faire de l'espace de notre feuille un lieu *purent logique*, où ce qui se transforme et se développe premièrement est le « sens/signification » que nous attribuons à nos symboles, qui seulement en conséquence s'avèrent être doués de la puissance de conférer un « sens/orientation » à l'horizon matériel où se déploie la vie sensible des graphèmes qui les représentent. On devine le but ultime de cette fusion/hierarchisation : seule une telle dissolution de l'espace/matière dans le temps/événement peut nous permettre en effet de faire de notre force mentale une puissance pleinement et définitivement physique et substantielle, en mesure, donc, d'intervenir sur la matière du monde externe – tel, *en nous*, notre cerveau, et tel, *en dehors* de nous, l'encre qui fournit un corps à nos intentions expressives – en ne s'appuyant sur *rien d'autre* que son autopropulsion – « self-propagation » – purement subjective et intentionnelle.

Je vais donc situer historiquement [§9.2] et herméneutiquement [§9.3] mon opération de dissolution de l'espace/matière dans le temps/événement, car *toute une époque* – la nôtre – n'est pas tout à fait d'accord avec ce que je me dispose à faire.

9.2 Le sens de la matière à l'âge présent

(1) L'ESPACE ACTUEL DE L'OCDE OU LE « TEMPS PERDU » DU SENS DES ENONCES ALGEBRIQUES...

(169) « *L'espace des nombres* - Les nombres n'évoquent pas seulement une notion de quantité, mais également un sentiment irrépressible d'extension dans l'espace. [...] L'association entre les nombres et l'espace est à l'origine d'une métaphore de la manière dont les quantités numériques sont représentées dans notre cerveau : celle d'une ligne numérique. Tout se passe effectivement comme si les différents nombres étaient alignés mentalement sur une ligne où chaque position correspond à une certaine quantité. Des nombres proches sont représentés par des positions proches sur la ligne. Rien d'étonnant donc à ce qu'on les confonde plus facilement, ce que reflète l'effet de distance numérique. De plus, cette ligne est orientée dans l'espace. Le zéro est à l'extrême gauche, et les grands nombres s'étirent en direction de la droite. Voilà pourquoi le réflexe de compréhension des quantités entraîne également un réflexe d'orientation des nombres dans l'espace, les petits vers la gauche et les grands vers la droite. » [Dehaene 1997 : 91-92]

Manifestement, M. Dehaene ne souscrirait pas à un seul mot de ce que j'affirme, que nous n'avons pas le droit d'attribuer une « nature spatiale » à nos symboles mathématiques, même s'ils manifestent des traits « spatiaux ». Ce passage nous offre néanmoins une récolte de phénomènes d'une importance extraordinaire pour tout ce que nous venons de voir. Je vais donc prendre en charge cette question avec tout le recul qu'elle mérite : un recul qui doit être au moins aussi ample que celui qui nous a été imposé par la vénérable notion de groupe. Car il s'agit ici de rien de moins que du combat entre le temps et l'espace qui, au sein de la *science* du XIX^e/XX^e siècle, a été largement gagné par ce dernier.

Rappelons-nous de ce que le prix Nobel pour la *littérature* Henri Bergson pensait en 1922 à ce propos :

(170) « Aucune question n'a été plus négligée par les philosophes que celle du temps ; et pourtant tous s'accordent à la déclarer capitale. C'est qu'ils commencent par mettre espace et temps sur la même ligne : alors, ayant approfondi l'un (et c'est généralement l'espace), ils s'en remettent à nous du soin de traiter semblablement l'autre. Mais nous n'aboutirons ainsi à rien. L'analogie entre le temps et l'espace est en effet tout extérieure et superficielle. Elle tient à ce que nous nous servons de l'espace pour mesurer et symboliser le temps. Si donc nous nous guidons sur elle, si nous allons chercher au temps des caractères comme ceux de l'espace, c'est à l'espace que nous nous arrêterons, à l'espace qui recouvre le temps et qui le représente à nos yeux commodément : nous n'aurons pas poussé jusqu'au temps lui-même. Que ne gagnerions-nous pas, cependant, à le ressaisir ! La clef des plus gros problèmes philosophiques est là. » [Bergson 1922 : X]

Un exemplaire dédicacé de *Durée et simultanéité* était d'ailleurs présent dans la bibliothèque du prix Goncourt Marcel Proust qui, encore vivant, avait même été comparé à Albert Einstein²¹. Tout en se disant flatté par ce rapprochement, Proust avait pourtant avoué ne pas connaître les théories d'Einstein qui, de sa part – prix Nobel pour la *physique* en 1921 – n'était d'accord ni avec l'écrivain Proust, ni avec l'homme de lettres Bergson. On en connaît les raisons : pour Einstein la science est « *Materialismus* », et à la différence du récit littéraire qui se fait essentiellement dans le temps, la matière – à savoir ce qui existe *vraiment* – est *espace*.

La science du XX^e siècle n'a en effet pas cessé de répéter le geste kleinien ((150)) qui voit en toute transformation *dans* l'espace une transformation *de* l'espace. Pour le riemannien Albert Einstein c'est la même chose. Sans doute animé par le « sentiment irrépensible » dont parle Dehaene en (169), Einstein *spatialise* tout ce qu'il touche : tout ce qui se trouve, se passe, pense, parle, bouge, vit *dans* l'espace, *est* espace. La personne humaine qui saisit l'événement, ce même événement, le temps qui l'accueille, les nombres qui nous permettent de le penser... tout est de « nature spatiale » [cf.(199)]. Il est d'ailleurs évident que c'est à la Science, qui compte et recompte, et non pas à la Littérature, qui conte et raconte, de s'occuper des nombres. C'est donc l'OCDE en personne qui aujourd'hui n'hésite pas à fonder ces mêmes consignes de spatialisation du nombre sur l'autorité *matérielle* du... cerveau de l'enfant :

(171) « *Nombres et espace* - Le circuit pariétal est fondamental pour la numération, et il est également impliqué dans la représentation spatiale. Ces deux fonctions semblent étroitement liées (Dehaene : 1997). De plus, les jeunes enfants placent les nombres dans l'espace avant même que l'école leur fasse découvrir la droite graduée ("number line"). La tendance à associer nombres et espace semble biologique ; les méthodes pédagogiques comparant le monde des nombres à un lieu physique sont donc des représentations formelles d'un concept intuitif, et permettent de modéliser concrètement des concepts abstraits. Utiliser en classe la droite graduée et des objets concrets (cubes, bâchettes, jeux de plateau, instruments de mesure, etc.) peut donc renforcer la compréhension mathématique intuitive des enfants. Le lien fort qui existe au niveau cérébral entre nombres et espace suggère que :

Les méthodes pédagogiques qui lient nombres et espace sont efficaces.

La recherche le confirme, d'ailleurs. Un programme dirigé par Griffin, Case et Siegler (1994), centré sur l'association entre nombres et espace, a très bien réussi. Il exploitait la droite graduée ainsi que divers objets à manipuler. Quarante séquences de vingt minutes ont permis à des enfants en difficulté de rejoindre les meilleurs élèves de leur classe. » [OCDE 2007 : 108].

Je suis certain que ce lien pédagogique entre nombres et espace est néfaste pour la science et la santé mentale et cérébrale des élèves. L'enjeu de cette question mérite donc l'examen le plus attentif, sérieux et engagé.

Ma conviction que ce n'est pas l'espace, mais le temps, qui est la matière ultime du *logos* mathématique, a de vénérables prédécesseurs. Je procède selon la direction intellectuelle qui, très distinctement, fait se succéder Aristote, Galilée, Emmanuel Kant, William Rowan Hamilton, George Boole, Gottlob Frege et Ludwig Wittgenstein. Il faut bien, donc, avant que je n'entre directement dans le sujet, offrir une perspective – rapide mais très claire – sur les idées avec lesquelles je renoue et sur le gouffre qui s'est ouvert entre notre présent et le moment où elles ont fait naufrage.

Lorsqu'on parle du prix Nobel pour la *littérature* que l'oncle par alliance de Marcel Proust, Henri Bergson obtient en 1927, on raconte l'histoire d'un temps *narratif* dont le début remonte en réalité en 1877, au moment où le jeune Bergson gagna le premier prix au Concours général de Mathématiques. Sa solution du problème posé fut éditée l'année suivante dans les *Annales de Mathématiques* et constitue sa première publication. Bergson choisira toutefois « la foi dans les lettres » [Proust TR : 175] plutôt que celle dans les nombres... et comme la science est une affaire de nombres et pas de lettres, voilà expliqué son prix *littéraire* cinquante ans plus tard. Il est pourtant évident que cette dernière affirmation est bien fautive : mis à part les mots « acroamatiques » de la parole parlée – bien nécessaires à n'importe quel homme qui énonce une vérité de n'importe quel genre – aucune science des nombres « 1, 2, 3... » ne peut en aucun cas se faire sans les lettres « A, B, C... », car pour démontrer une quelconque proposition concernant un nombre donné, il faut pouvoir le *nommer* et le reconnaître tout au long de ses transformations. C'est pour cette raison d'ailleurs que les cités Gelman et Gallistel (cf.(75)) pensent que ce qui manque à l'enfant « non conservatif » est précisément une capacité *algébrique* de conservation, car conserver *un même* nombre A signifie accéder à l'égalité

indexée $A_1=A_2$, et si nous n'accédons qu'aux « specific numerosities » 1 et 2, le résultat en sera soit « $1=1$ » – qui est « trivial » – soit $1=2$, qui est faux. Or, la façon de s'exprimer de Gelman et Gallistel [G & G] à ce propos nous intéresse particulièrement :

(172) « Arithmetic reasoning develops from a numerical stage to an algebraic stage. Numerical reasoning deals with representations of specific numerosities. Algebraic reasoning deals with relations between unspecified numerosities. To illustrate this distinction, consider what the prealgebraic child can and cannot do. He can count one set and get the number four; he can count another set and also get the number four; he can judge the two numerosities to be equal because they are both represented by the number four. He believes that displacing one does not destroy its equivalence to the other because the numerosity of the displaced array will still be represented by the number four. In other words, he believes that the representation of a numerosity is not affected by displacement. He recognizes the continuing identity of four to four. Now consider his dilemma when he judges two sets of four items each, placed in one-to-one correspondence, to be numerically equivalent on the basis of the one-to-one correspondence rather than on the basis of the identity of the cardinal numerons. When asked to reason about the effect of displacing one of these numerosities, he has no appropriate input for his reasoning principles: no specific representation of the numerosity. He has only a representation of the algebraic form $x = y$, where x and y represent unspecified numerosities. But he does not have an algebraic reasoning principle of the following form: The equivalence between two entities, x and y , representing unspecified numerosities, is unaffected by displacing either the numerosity represented by x or the numerosity represented by y . We call *a principle of this type algebraic because it applies to entities (x and y) that represent different numerosities at different times*, whereas the entities (numérons) to which the young child's principles apply always represent the same numerosities. The numerosity represented by x may be numerically equivalent to that represented by y at one time and not at another time. But a numerosity represented by four is always equivalent to any other numerosity represented by four; it is never equivalent to a numerosity represented by three. When number comes to be viewed algebraically, the focus of attention is no longer on number as such but rather on numerical relations. Algebraic reasoning principles manipulate systems of numerical relations, not a system of specific numbers. » [G & G 1978: 230-231. Les italiques sont de moi]

« Un principe de ce type est *algébrique* car il s'applique à des entités qui représentent des numerosités différentes *dans des différents moments du temps* ». Cette affirmation nous renvoie enfin quarante ans avant le prix mathématique d'Henri Bergson, lorsqu'en 1837 W.R. Hamilton écrivait plus au moins la même chose, mais avec bien plus de rigueur et d'espoir :

(173) « A natural regret might be felt, if such were the destiny of Algebra; if a study, which is continually engaging mathematicians more and more, and has almost superseded the Study of Geometrical Science, were found at last to be not, in any strict or proper sense, the Study of a Science at all: and if, in thus exchanging the ancient for the modern Mathesis, there were a gain only of Skill or Elegance, at the expense of Contemplation and Intuition. Indulgence, therefore, may be hoped for, by any one who would inquire, whether existing Algebra, in the state to which it has been already unfolded by the masters of its rules and of its language, offers indeed no rudiment which may encourage a hope of developing a *Science of Algebra*: a Science properly so called: strict, pure and independent; deduced by valid reasonings from its own intuitive principles; and thus not less an object of priori contemplation than Geometry, nor less distinct, in its own essence, from the Rules which it may teach or use, and from the Signs by which it may express its meaning. The Author of this paper has been led to the belief, that the Intuition of Time is such a rudiment. » [W.R. Hamilton 1837:3]

Comme je l'ai dit, l'idée que je vais défendre dans ce chapitre est une émanation directe du vecteur Kant → Hamilton, que je prolonge en arrière jusqu'à Galilée, et en avant jusqu'à Boole, Frege et Wittgenstein. Je dois ici reconstruire ce qui s'est malheureusement passé après ces mots pourtant aussi clairs et aussi fertiles pour toute la science/technologie qui en a fait ensuite usage. Les *quaternions* de Hamilton sont à la racine du maxwellien calcul des vecteurs. Ce qui s'est passé a été une funeste fracture – d'ordre essentiellement éthique et politique – entre la science et sa destination, à savoir entre la science et son sens. Cette fracture est bien visible dans une autre comparaison entre Hamilton et G & G, concernant l'expression « less-than-nothing » :

(174) « The modern system of arithmetic should by no means be viewed as the “adult” system. It is all but certain that the reasoning of many adults lacks some essential features of standard formal arithmetic. Many adults, for example, have never fully come to terms with negative numbers. They may or may not remember the rules they learned for handling these alien entities when they were in school. If they do remember, they may nonetheless sympathize with the schoolboy jingle reported by W. H. Auden: “Minus times minus is plus/The reason for this we need not discuss.” Even adults who feel comfortable with negative numbers may be unsettled by paradoxes that bothered mathematicians as distinguished as Pascal and Leibnitz: How, for example, can the ratio $1/-1$, which is the ratio of a larger number to a smaller number, be equal to the inverse ratio $-1/1$, which is the ratio of the smaller number to the larger number? Whatever intellectual discomfort negative numbers create, they are an essential part of modern formal arithmetic. Take them away and the formal structure evaporates. We mention the essential presence of these discomfiting “less-than-nothings” in order to emphasize that modern arithmetic cannot be regarded as a model of adult numerical reasoning. The modern formalism is an elegant but exotic system. It does not flourish in the untutored mind. » [G & G: 180]

Pour Hamilton, les conditions d’une telle algèbre qui s’en tire avec un « tais-toi et ne discute pas » ne sont pas « elegant but exotic », mais déplorables et indignes :

(175) « It requires no peculiar scepticism to doubt, or even to disbelieve, the doctrine of Negatives and Imaginaries, when set forth (as it has commonly been) with principles like these: that a greater magnitude may be subtracted from a less, and that the remainder is less than nothing; that two negative numbers, or numbers denoting magnitudes each less than nothing, may be multiplied the one by the other, and that the product will be a positive number, or a number denoting a magnitude greater than nothing; and that although the square of a number, or the product obtained by multiplying that number by itself, is therefore always positive, whether the number be positive or negative, yet that numbers, called imaginary, can be found or conceived or determined, and operated on by all the rules of positive and negative numbers, as if they were subject to those rules, although they have negative squares, and must therefore be supposed to be themselves neither positive nor negative, nor yet null numbers, so that the magnitudes which they are supposed to denote can neither be greater than nothing, nor less than nothing, nor even equal to nothing. It must be hard to found a Science on such grounds as these, though the forms of logic may build up from them a symmetrical system of expressions and a practical art may be learned of rightly applying useful rules which seem to depend upon them. » [W.R Hamilton 1837 : 3]

J’insiste donc : il faut, premièrement, remarquer qu’une profonde fracture d’ordre *éthique* a eu lieu dans notre civilisation. La suggestion d’Hamilton – tout à fait différente de celle des psychologues actuels qui se désengagent en disant qu’ils ne sont pas des mathématiciens ((79))... et *vice-versa* – avait été, en fait, simple et claire, et tout à fait en accord avec l’affirmation de G & G que la conservation intra-arithmétique d’une même quantité numérique est, en tous les cas et indépassablement, un phénomène *temporel*. Si l’on prend la chose de front, se dit Hamilton, on peut trouver la solution justement là où l’énigme se fait plus profonde : il sera suffisant de ne pas reconduire toute présence d’une extension quantifiable à une même grandeur en dernière analyse d’ordre *spatial*, pour venir à bout d’une jungle de difficultés, qui s’avèrent autrement insolubles :

(176) « The present [*paper removes*] the difficulties of the usual theory of Negative and Imaginary Quantities, or rather substituting a new Theory of Contrapositives and Couples, which he considers free from those old difficulties, and which is deduced from the Intuition or Original Mental Form of Time: the opposition of the (so-called) Negatives and Positives being referred by him, not to the opposition of the operations of increasing and diminishing a magnitude, but to the simpler and more extensive contrast between the relations of Before and After, or between the directions of Forward and Backward; and Pairs of Moments being used to suggest a Theory of Conjugate Functions, which gives reality and meaning to conceptions that were before Imaginary, Impossible, or Contradictory, because Mathematicians had derived them from that bounded notion of Magnitude, instead of the original and comprehensive thought of Order in Progression. » [W.R. Hamilton 1837:6]

Le geste hamiltonien répète dans le domaine des mathématiques pures l’intuition qui – comme nous allons le voir tout de suite – décide, chez Galilée, la naissance de la nouvelle Dynamique. « The

genius of Algebra » est un esprit *essentiellement* mouvant et saisissable à la seule condition de l'accepter tel qu'il est, c'est-à-dire « nascent, or in process of generation » :

{177} « The argument for the conclusion that the notion of Time is connected with existing Algebra, is an induction of the following kind. The History of Algebraic Science shows that the most remarkable discoveries in it have been made, either expressly through the medium of that notion of Time, or through the closely connected (and in some sort coincident) notion of Continuous Progression. It is the genius of Algebra to consider what it reasons on as flowing, as it was the genius of Geometry to consider what it reasoned on as fixed. [...]

The Newtonian Method of Tangents regards the curve and line not as already formed and fixed, but rather as nascent, or in process of generation: and employs, as its primary conception, the thought of a flowing point. And, generally, the revolution which Newton made in the higher parts of both pure and applied Algebra, was founded mainly on the notion of fluxion, which involves the notion of Time.

Before the age of Newton, another great revolution, in Algebra as well as in Arithmetic, had been made by the invention of Logarithms; and the "Canon Mirificus" attests that Napier deduced that invention, not (as it is commonly said) from the arithmetical properties of powers of numbers, but from the contemplation of a Continuous Progression; in describing which, he speaks expressly of Fluxions, Velocities and Times.

In a more modern age, Lagrange, in the Philological spirit, sought to reduce the Theory of Fluxions to a system of operations upon symbols, analogous to the earliest symbolic operations of Algebra, and professed to reject the notion of time as foreign to such a system; yet admitted that fluxions might be considered only as the velocities with which magnitudes vary, and that in so considering them, abstraction might be made of every mechanical idea. And in one of his own most important researches in pure Algebra, (the investigation of limits between which the sum of any number of terms in Taylor's Series is comprised,) Lagrange employs the conception of continuous progression to show that a certain variable quantity may be made as small as can be desired. And not to dwell on the beautiful discoveries made by the same great mathematician, in the theory of singular primitives of equations, and in the algebraical dynamics of the heavens, through an extension of the conception of variability, (that is, in fact, of flowingness,) to quantities which had before been viewed as fixed or constant, it may suffice for the present to observe that Lagrange considered Algebra to be the Science of Functions, and that it is not easy to conceive a clearer or juster idea of a Function in this Science, than by regarding its essence as consisting in a Law connecting Change with Change. But where Change and Progression are, there is Time. The notion of Time is, therefore, inductively found to be connected with existing Algebra. » [W.R. Hamilton 1837: 4]

Que proposera donc W.R. Hamilton comme notion-clé capable de rendre un *sens* recevable à ce qui est absurde comme un « moins que rien », en redonnant ainsi une vérité et, par là même, une scientificité à la pratique ludique et linguistique de l'Algèbre ? Il commence par poser A_1 et A_2 comme les deux extrêmes *ordonnés* d'une extension de *temps pur*, c'est-à-dire de temps purement expressif, plutôt que comme deux « choses spatiales », pour ensuite bâtir sur cette même idée de « *pair of dates* » sa théorie entière des nombres, jusqu'aux nombres réels, qui seront chez lui des couples de « couples algébriques ».

Et pourtant, ainsi que M. Hankins le remarque, les contemporains d'Hamilton n'étaient pas tout à fait d'accord avec l'intuition kantienne qui guidait ses procédés formels :

{178} « For Kant, number is constructed by the generation of time in intuition, much as Hamilton later argued. Not all of Hamilton's contemporaries agreed that magnitude must necessarily be generated in time. In his paper "On the Foundations of Algebra" De Morgan asserted that *it is possible to conceive of a line segment as generated instantaneously, "no portion of it coming into thought before or after another."* Hamilton objected. Quoting Kant as an authority, he insisted that we cannot even think of a line without drawing it in thought. This conviction that every extensive magnitude is apprehended in space and time by a succession or continuous sequence of acts of perception persuaded Hamilton that without the pure intuition of time we should have no concept of magnitude or number, and it confirmed his belief that algebra had to be based on the ordinal property of number. At the urging of "mathematical friends" he had considered basing algebra on continuous progression alone, without reference to time, in order to avoid the criticism of De Morgan and the other formalists. But as he realized that progression itself had its intuitive basis in the notion of time, he felt that he could

not exclude this primary intuition from his presentation. » [Hankins 1980: 269. L'italique est de moi]

Retenons cette objection de De Morgan, qui est extrêmement importante pour la suite. Nous allons voir, en fait, ((207)) que l'opiniâtreté hamiltonienne a une raison « introspective » mais aussi sans aucun doute *pleinement galiléenne*, enracinée dans ce que j'appellerai le « PSE » ou *Postulat du Sens de l'Événement*, qui confère un *ordre d'engendrement* même à la « chose » géométrique la plus instantanément conçue par notre esprit, justement en ce qu'elle est *engendrée*. Nous verrons que, chez Galilée, le nombre n'a pu être absorbé par le mouvement physique que grâce à ce postulat, qui prétend catégoriquement qu'en aucun cas et jamais – étant donné n'importe quel mouvement à vitesse n , même s'il s'est *sans aucun doute* produit de façon instantanée – nous ne pourrions soutenir que la distance qui sépare n de 0 (le repos) a été couverte sans passer par toutes les vitesses intermédiaires, et cela car « *alles, was der Fall ist* » – tout ce qui se passe [Wittgenstein] – doit pouvoir être ramené à un sens. Cette intuition purement narrative de la physique a ensuite ébloui Emmanuel Kant qui, pour cette raison, cite le plan incliné de Galilée comme l'un des épisodes de « transfiguration expérimentale » ((25)) qui ont changé à jamais le visage de l'histoire. La leçon que Kant en avait tirée avait été celle du *Schématisme Transcendantal* [1787 : B176, 190] : le *temps* – et son essence génératrice et germinative – s'avère être le milieu de communication entre la raison et les phénomènes, c'est-à-dire entre « la marche des choses » et leur sens. W.R. Hamilton ne fait qu'*appliquer* cette double intuition – galilée/kantienne – au domaine « caractéristique » du symbole algébrique, car il se trouve qu'autrement *rien* en mathématique n'arrive à avoir le moindre sens, tandis qu'en faisant du temps la matière ultime du symbole algébrique, tout se range à sa place. Je reviens sur ce point ci-dessous en (3).

Malheureusement, ce n'est pas Hamilton qui a gagné. Sa suggestion était dictée par des considérations d'ordre purement « théorique », destinées à la satisfaction du côté « contemplatif » de la science...

(179) « The Theoretical Algebraist complains of imperfection, when the clearness of his Contemplation is obscured ; when the Reasonings of his Science seem anywhere to oppose each other, or become in any part too complex or too little valid for his belief to rest firmly upon them; or when, though trial may have taught him that a rule is useful, or that a formula gives true results, he cannot prove that rule, nor understand that formula: when he cannot rise to intuition from induction, or cannot look beyond the signs to the things signified. » [W.R. Hamilton 1837: 1]

... et la contemplation n'a pas été le choix des mathématiciens et des décideurs politiques de l'époque, car le temps ne fait pas l'affaire de l'homme européen à la conquête de l'Espace. Focalisons-nous sur le passage qui depuis ces sommets de rigueur nous conduit au « tais-toi » de G & G. Ce passage peut porter le nom de Sir James Clark Maxwell.

(2) ... ET LES REVERIES DE LA PHYSIQUE INDUSTRIELLE – Nous savons que les « quaternions » temporels de Hamilton – orientés uniquement par la nécessité de *donner un sens aux mots* des mathématiciens – engendrent le « calcul des vecteurs », d'abord créé et ensuite mis au service de la pratique effrénée du mécanisme imaginatif et spatial grâce à l'œuvre de Maxwell. Je considère le passage en (180) à la fois comme un exemple macro-historique du destin d'auto-endormissement interne à toute conscience en évolution, et comme la victoire finale de la spatialisation lourde des opérations mathématiques. Elle a décidé le destin de notre époque :

(180) « [1] In order to obtain physical ideas without adopting a physical theory we must make ourselves familiar with the existence of physical analogies. By a physic analogy I mean that partial similarity between the laws of one science and those of another which makes each of them illustrate the other. [2] Thus all the mathematical sciences are founded on relations between physical laws and laws of numbers, so that *the aim of exact science is to reduce the problems of nature to the determination of quantities by operations with numbers*. [3] *Passing from the most universal of all analogies to a very partial one* [...] I have in the first place to explain and illustrate the idea of "lines of force". » [Maxwell 1856 : 156,157. Les italiques et les crochets sont de moi]

Il s'agit de l'essai maxwellien sur les « lignes de force » de Faraday. En (180 [1]) Maxwell prône l'usage de l'analogie comme l'outil euristique le plus adéquat pour éviter de se cristalliser sur une

hypothèse préconçue. En (180 [2]) il pose le rapport qui lie le nombre au mouvement physique comme le but de la science ; en (180 [3]) il dit que ce but essentiel est à son tour une pratique d'une analogie parmi les autres.

Et voilà le produit typique de cette imagination analogique hors contrôle :

(181) « [1] If we consider these curves not as mere lines, but as fine tubes of variable section carrying an incompressible fluid, then, since the velocity of the fluid is inversely as the section of the tube, we may make the velocity vary according to any given law, by regulating the section of the tube, and in this way we might represent the intensity of the force as well as its direction by the motion of the fluid in these tubes. This method of representing the intensity of a force by the velocity of an imaginary fluid in a tube is applicable to any conceivable system of forces.

[2] The substance here treated of must not be assumed to possess any of the properties of ordinary fluids except those of freedom of motion and resistance to compression. It is not even a hypothetical fluid which is introduced to explain actual phenomena. It is merely *a collection of imaginary properties which may be employed for establishing certain theorems in pure mathematics in a way more intelligible to many minds and more applicable to physical problems than that in which algebraic symbols alone are used.*

[3] The quantity of fluid which in unit of time crosses any fixed section of the tube is the same at whatever part of the tube the section be taken. For the fluid is incompressible, and no part runs through the sides of the tube, therefore the quantity which escapes from the second section is equal to that which enters through the first. If the tube be such that unit of volume passes through any section in unit of time it is called a *unit tube* of fluid motion. » [Ibid. Les italiques et les crochets sont de moi]

En [1] commence le voyage visionnaire de Maxwell dans un système de coordonnées mathématiques transformées en un entrelacement de tuyaux parcourus par un fluide incompressible. En [2] est affirmée la nature *purement mathématique* de cette imagination (pour cette même raison !) sans freins [cf. Bravais et Jordan en §8.1.1-§8.1.2] qui nous fournit en [3] une unité de mesure : « the unit tube ». Le cercle se boucle en (182 [2]), avec la production imaginative de la double notion de « sink » et de « source », où « the unit tube » s'*annihile* et *jaillit du néant* sans que la chose ne dérange personne :

(182) « [1] If the extremities of the tube are in the bounding surface, the fluid may be supposed to be continually supplied from without from an unknown source, and to flow out at the other into an unknown reservoir; but if the origin of the tube or its termination be within the space under consideration, then we must conceive the fluid to be supplied by a source within that space, capable of creating and emitting unity of fluid in unity of time, and to be afterwards swallowed up by a sink capable of receiving and destroying the same amount continually.

[2] *There is nothing self-contradictory in the conception of these sources where the fluid is created, and sinks where it is annihilated. The properties of the fluid are at our disposal, we have made it incompressible, and now we suppose it produced from nothing at certain points and reduced to nothing at others. The places of production will be called sources, and their numerical value will be the number of units of fluid which they produce in unit of time. The places of reduction will, for want of a better name, be called sinks, and will be estimated by the number of units of fluid absorbed in unit of time.* » [Ibid. 162. Les italiques et les crochets sont de moi]

Pierre Duhem a bien pu hurler contre cette « mode de Londres » qui a écrasé toute exigence de rigueur et de sens tant dans le discours physique que dans le discours mathématique : rien n'a changé jusqu'aux temps de Dehaene, G & G et de l'OCDE qui prônent l'Espace Industriel du Nombre²². Ce qu'il m'intéresse d'établir ici est ce triple pas maxwellien qui fait s'écrouler d'un coup toutes les préoccupations d'Hamilton sur le sens de nos énoncés mathématiques: 1) (180[2]) la reconduction du mouvement physique au nombre est le but essentiel de la science ; 2) (180[3]) entre le nombre et le mouvement il n'y a qu'un rapport d'analogie parmi les autres ; 3) (180[1]) c'est à l'imagination de donner les critères de légitimation de l'analogie. Si donc l'imagination dit : « soit un tuyau », le tuyau *est*, et comme cela n'a rien de contradictoire, alors tout va bien.

Remarquons que cet enchaînement de pensées confirme avec exactitude ce que j'ai objecté à Piaget (§7.4.1-2) quant au dynamisme profond qui effectivement propulse tout « rationalisme proprement géométrique » ((132)) pleinement approprié. Selon Piaget, l'homme ne deviendrait géomètre que

lorsqu'il « renonce à croire possible » toute apparition/disparition d'un certain « tableau perceptif » qui soit dépourvue d'un « comment ». Tandis que l'univers du bébé pré-rationnel serait *au contraire* peuplé d'« esprits occultes » qui « rentrent dans le néant sitôt éclipsés, pour en ressortir sans raison objective » ((134)). J'ai montré qu'il n'en est rien. Bien qu'il ne soit pas « occulte », l'esprit *mathématique* ne fait en réalité qu'enchaîner de tels spectacles de création/annihilation ininterrompus [cf. Fig. 40], et le passage maxwellien en (182) confirme maintenant ma position. En fait, les mots de Maxwell – « *the fluid is created, and sinks where it is annihilated. The properties of the fluid are at our disposal* » – nous offrent la traduction *mot à mot*, du compte rendu piagétien sur les fantômes qui habitent le monde primitif de l'enfant : « le tableau disparu demeure, pour ainsi dire à *disposition*, sans qu'il se trouve nulle part du point de vue spatial » ((134)).

Un parallélisme aussi étonnant focalise notre attention sur la chose la plus importante : soit l'homme de science arrête de refouler et d'oublier son monde, en arrêtant de s'auto-hypnotiser avec des « évidences » qu'il considère à « sa disposition », soit ce monde ne fera que peupler d'« esprits occultes », « parasites »... et bref de cauchemars de toutes sortes ses rêveries technologiques qui se prennent pour liberté et rationalisme critique. Et en effet, non seulement ce triple pas de Maxwell est un bien triste spectacle, car dans ces mots font naufrage toutes les exigences kant/hamiltoniennes qu'un *sens* soit conservé à nos formules mathématico/physiques. Mais une telle prise de pouvoir de la part de l'imagination dans le domaine de la physique ouvre violemment la porte à une « opération inverse », de loin la plus ruineuse et funeste. Laquelle ? Celle qui ne conduit pas du nombre au tuyau, mais... du tuyau au nombre. Nous verrons en effet que l'engin décrit par Maxwell en (181) se représente presque identique chez Dehaene et G & G [Annexe I (4)]. C'est à un « accumulateur » de « unit cup » [Fig. A5] implanté dans notre cerveau de compter non pas des unités électriques, mais directement *les nombres*.

C'est de ce monde clos, visionnaire et bouclé sur lui-même, qu'il s'agit maintenant de sortir.

(3) UN DEMON POUR CHASSER LES DEMONS

(183) « On ne sait quel démon pousse alors Kant à ajouter une phrase qui le condamne : « Toutefois, la philosophie a un rôle à jouer dans la mathématique : elle en fait connaître les limites, et le mathématicien lui-même, quand son talent n'est pas déjà circonscrit par la nature et restreint à sa sphère, ne peut ni repousser les avertissements de la philosophie, ni s'élever au-dessus d'eux. » [Critique de la Raison Pure, Théorie transcendantale de la méthode, 1^{re} section]. » [Dombres 1978 : 206]

Il faut se rendre à l'évidence : dans cette thèse le diable revient sans cesse ! Le démon de Kant, je pense, est, dans ce cas, le même qui hantait les pensées de Piaget²³ [mais voir par exemple (249) et (A22)] que j'évoque ici justement pour contraster avec les démons de Maxwell]. Le questionnement de Jean Dhombres m'est d'ailleurs vraiment précieux, car il représente le *Schnitt* où se situe mon action philosophique, qui se *prétend* sur la droite ligne (l'« hélicoïde » !) du vecteur historico-herméneutique que ce même savant trace le long de toute son œuvre. La continuité dans le monde de la pensée est certes – comme dans tout ce qui est vivant – une affaire de *coupures* successives et renversantes. Mais je suis d'autant plus convaincu que ma position théorique peut fournir une réponse recevable à cet étonnement. Le passage kantien cité par M. Dhombres est en effet extrait de cette même « Discipline de la Raison » qui fait l'essence de ma démarche « scolaire » [§3.3-4] et de ma conception « acroamatique » [(15), (16), (17), (18)] de la parole scientifique, et l'origine de la perplexité de Jean Dhombres dans ce passage s'explique par les mots qui le précèdent :

(184) « Il est piquant, mais au fond réconfortant, de reprendre les paroles de Kant lui-même pour conclure : « La solidité des mathématiques repose sur des définitions, des axiomes et des démonstrations. Je me contenterai donc de montrer qu'aucun de ces éléments, dans le sens où le prend le mathématicien, ne peut être fourni ni imité par la philosophie ; que le géomètre, en suivant sa méthode dans la philosophie, ne construirait que des châteaux de cartes et que le philosophe, en appliquant la sienne sur le terrain de la mathématique, ne peut faire qu'un verbiage ». » [Ibid.] [Kant 1787 : B754]

Il est, en somme, question de la différence qui existe entre parole, symbole et verbiage, et ce que M. Dhombres ne supporte pas est la prétention kantienne que ce soit à la philosophie de fournir des limites à la mathématique :

⟨185⟩ « Ce sont bien sûr de telles limitations imposées qu'il faudra faire voler en éclat pour créer la mathématique du XX^e siècle, limitations, précisons-le pour éviter une ambiguïté, qui se situent à l'intérieur même du champ mathématique. » [Ibid.]

Pour cette même raison, Dhombres parlera d'une « libération » à propos de l'œuvre anti-kantienne de Bolzano :

⟨186⟩ « *La libération mathématique.* – C'est à Bolzano (*Paradoxes de l'infini* 1851) que l'on doit le premier essai systématique d'explication d'ordre mathématique. Mais Bolzano se lasse assez vite, en déclarant que ces considérations sur l'infini ne sont d'aucune utilité pour l'Analyse. Cantor montra vingt ans plus tard avec son résultat sur l'existence des nombres transcendants qu'il n'en était rien. » [Dhombres 1978 : 258]

Il est vrai toutefois que dans son histoire du « courant numéricien » [Ibid. II§4] M. Dhombres s'arrête sur le bord d'un « départ », une propulsion engendrée par les excès internes aux ambitions de ce même Cantor qui avait hérité de l'élan bolzanien (à son tour issu, selon la reconstruction dhombrienne, de la suite philosophante Leibniz→Spinoza→Kant. Ibid. VI§1).

⟨187⟩ *Les paradoxes et la crise des fondements. Le départ de la logique mathématique.* – *Quelques paradoxes.* – « La sagesse populaire enseigne que l'excessif est insignifiant. Par ailleurs, les théologiens de toutes les religions savent qu'en définissant Dieu comme celui de tous les attributs possibles, on lui octroie tant la bonté que le mal, tant l'existence que la non-existence, etc. De même pour la notion cantorienne et naïve d'un ensemble qui pouvait être tout et n'importe quoi. Le premier paradoxe surgit en 1897, sous la plume de Burali-Forti dans les Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo... » [Dhombres 1978 : 276]

Ce « départ » est d'ailleurs salué comme une stupéfiante richesse de notre époque, « prévue » par l'intuitionnisme postkantien en réponse à ces mêmes excès de Cantor :

⟨188⟩ « Cohen, quant à lui, montre que tant l'exactitude du théorème du choix que celle du théorème du continu est indécidable dans le cadre du système de Zermelo-Fraenkel. C'est le premier exemple, stupéfiant mais prédit par l'École Intuitionniste, d'un énoncé mathématique déterminé et indécidable. Depuis, nombre de théorèmes non prouvés ont été subodorés indécidables dans les domaines les plus variés (théorie des équations diophantiennes, bien sûr, mais aussi en théorie de la mesure (lifting) voire en Analyse fonctionnelle). Le moins que l'on puisse dire, c'est que la logique mathématique est une des branches les plus florissantes des mathématiques du dernier quart de ce siècle. » [Ibid. 281]

Ce que Jean Dhombres dessine avec son œuvre vraiment magistrale est donc un mouvement par impulsions successives, et c'est en renouant avec ce mouvement que je puis situer mon action spécifique, qui, en gros s'explique avec les mots en ⟨188⟩, car « le moins que l'on puisse dire » est que d'une façon ou d'une autre, des limitations bien *transcendantales*, très naturellement en accord avec la « sagesse populaire », doivent appartenir au champ d'action du mathématicien. Mon action intervient donc, en ce sens, entre la ⟨184⟩ et la ⟨185⟩, c'est-à-dire sur la question de la provenance effective des limites internes à une pensée qui, à cause de l'indéniable appartenance du profil de ses formes à l'horizon global de son champ d'action, se prend pour la source ultime tant des unes que de l'autre.

Ce que je pense est, premièrement, que Dhombres a bien raison d'affirmer que les « limitations [de la mathématique] se situent à l'intérieur même du champ mathématique », mais que cette intériorité est d'ordre transcendantal, donc philosophique ; deuxièmement, je pense que Dhombres n'est pas un positiviste, en aucun sens, et qu'il n'a donc aucune difficulté à distinguer entre, d'un côté la mathématique et la philosophie socialement reconnues à un moment donné de l'histoire, et de l'autre, leur forme rationnelle : leur sens. En ce sens il considère dogmatique le point de vue de Comte sur les mathématiques [V§1.3] et en ce même sens il n'a pas de mal à entendre la résonance transcendantale de sa façon de raconter l'histoire de sa matière, en repérant constamment son profil dans le chaos de la réalité, et par là même ses *limites*. Lorsqu'il fait cela, je pense qu'il se sent – bien à raison – non seulement mathématicien et historien, mais *philosophe*.

Avec une analogie prise de ce que je mets en évidence en [§8.2.3 (3.2)] et note 19 : de même la circonférence trigonométrique est *absolument* extérieure au système de rapports de pure réciprocité qui constituent l'angle euclidien, dont cette même circonférence demeure néanmoins la source

métrique, de même les limitations internes à la pensée mathématique jaillissent de la sphère transcendante de la pensée philosophique, en y puisant la *mesure de leur sens*. C'est en ce sens que Wittgenstein affirme que « la mathématique est une méthode logique » et qu'à son tour « la logique est transcendante » [1918 : 6.2, 6.13]. Traçons un grand cercle par terre... tellement grand qu'il coïncide avec l'horizon, et plaçons-nous au centre de ces deux cercles superposés. Commençons maintenant à marcher. Le moment venu, nous aurons traversé le cercle que nous avons tracé, tandis que l'autre n'a pas bougé d'un millimètre, là-bas, à l'horizon. C'était *un rêve* ! Cette description est physiquement impossible ! Avec un crayon, nous ne pourrions *jamais* tracer notre horizon, ni le dépasser, ni le recopier. Ce que nous pouvons faire, en revanche, est d'en reconnaître la substance « géodésique » c'est-à-dire *céleste*, et en l'occurrence prendre l'envol, comme dans Star Trek. Moralité : l'époque d'Einstein/Dedekind a été l'âge du non-sens, car nous avons prétendu être la source créatrice de notre horizon, là où nous ne sommes que les peintres de sa profondeur, qui ne nous appartient pas, tout en étant l'icône la plus fiable de notre liberté.

Je reviens à ce propos au dynamisme dialectique et « hélicoïdal » que Dhombres esquisse dans son ouvrage. Nous venons d'entendre le passage (186) « Cantor montra qu'il n'en était rien » → (187) « La sagesse populaire enseigne que l'excessif est insignifiant... le premier paradoxe surgit en 1897 »... Et c'est bien cette *accélération* qui surgit des entrailles de l'Aleph cantorien qui nous intéresse. J'insiste – c'est le cœur de mon entreprise – : cette « sagesse » sans doute populaire est *philosophique*, si seulement on revient sur ses pas et l'on évite, pour expliquer une telle propulsion, le geste dialectique hégélo-marxiste (absolutiste/matérialiste), en le distinguant avec la plus stricte rigueur de la dialectique *transcendante* de Kant.

Quant aux prétentions de la dialectique matérielle, de rendre compte de ce mouvement interne à la pensée mathématique, M. Dhombres ne manque pas de souligner leur nature franchement *affabulatrice* :

(189) « [1] Au XX^e siècle, en tout cas, l'interaction des mathématiques et des conditions socio-économiques est apparue plus clairement. Le développement de l'informatique, des capacités électroniques, initié par les méthodes des algèbres de Boole, prend dans une même spirale, tant les besoins de plus en plus grands, quant aux traitements des données, des sociétés de consommation ou des sociétés de planification, que la formalisation abstraite des langages automatisés ou l'étude des structures combinatoires.

[2] On ne peut malgré tout s'empêcher de s'interroger sur la raison pour laquelle, assez souvent, telle théorie mathématique, développée per se, apparaît plus tard comme l'outil adéquat pour un modèle explicatif d'un phénomène physique nouvellement découvert. Que les nombres complexes fussent de création bien antérieure à la découverte des lois de l'électromagnétisme où ils jouent un rôle si efficace, que les tenseurs et la géométrie riemannienne fussent pensés bien avant la relativité einsteinienne, que les espaces de Hilbert soient apparus en avance sur la mécanique quantique, que les spineurs d'E. Cartan aient précédé l'étude des particules élémentaires, etc. Si la réflexion mathématique ne retient que certaines formes du réel, qu'elle agence ensuite selon un procédé d'abstraction logique, d'où vient cette plus-value qui lui donne pouvoir explicatif sur un réel nouvellement perçu ?

[3] Autant d'ailleurs les explications d'Engels sont claires en ce qui concerne le processus dialectique de constitution synchronique des mathématiques – et il convient de souligner son opposition à la pensée de Dühring assurant que « la mathématique des habitants d'autres corps célestes ne peut avoir pour base d'autres axiomes que la nôtre » – autant sont fabulatrices et à peine jolies ses explications sur *le processus dialectique à l'œuvre au sein même de la pensée mathématique étudiée de façon diachronique*. » [Ibid. 275. Les crochets et les italiques sont de moi]

Je suis parfaitement d'accord, et toute mon attention se concentre sur la ré-application du questionnement en [2] – « D'où vient cette plus-value qui lui donne pouvoir explicatif sur un réel nouvellement perçu ? » – ... sur la [3], qui concerne « le processus dialectique à l'œuvre au sein même de la pensée mathématique étudiée de façon diachronique ». La question est justement ici ! Pourquoi « le paradoxe *surgit* en 1897 » ? Où était le problème ? Cantor était-il un *pêcheur* ? Avait-il osé manger de l'Arbre... quel *démon*, au juste, l'a frappé avec autant de violence ?

Dhombres procède :

(190) « Il faut donc se poser la question de savoir si ces découvertes procèdent d'un jeu dialectique normal avec effet de boomerang sur la réalité. Et l'on peut imaginer certes une

description historique, partant des fonctions régulières à la Lagrange, fonctions systématisées par Cauchy sous la forme des « fonctions analytiques », puis l'attitude inverse avec les fonctions continues non dérivables, ou seulement intégrables, conduisant à la théorie générale des espaces topologiques et enfin la synthèse telle qu'on peut la lire à un niveau devenu accessible dans un livre comme celui de W. Rudin : Analyse réelle et complexe. Mais on peut aussi faire valoir le libre fonctionnement de l'écriture mathématique comme structure s'autoréglant. » [Ibid.]

Pour cette raison, je suis convaincu que mon œuvre est sur la droite ligne de la dynamique dhombrienne... ou, mieux dit, de son *hélicoïde* jordanienne :

(191) « [Selon l'École intuitionniste, qui reprend l'idée kantienne de certains apriori], le langage logique est en effet soumis à des règles strictes, provenant de l'étude des ensembles finis. C'est la logique aristotélicienne en gros. Mais alors, il n'y a aucune raison de pouvoir appliquer ce langage dans le cadre des ensembles infinis. Le fond du problème est bien la signification de l'existence d'un objet en mathématique. Le fait qu'on démontre qu'une propriété P ne puisse provenir d'une autre déjà acquise ne permet pas d'en déduire qu'il existe un élément ne satisfaisant pas la dite propriété P. L'École Intuitionniste rejette donc l'emploi pour les ensembles infinis de la logique ordinaire comme le principe du tiers exclu. Elle met l'accent sur l'idée qu'il existe des propositions indécidables dans le cadre d'une axiomatique donnée. En outre, cette École rejette les procédés non explicitement constructifs et en particulier l'ensemble des nombres irrationnels en tant que tel. Un intuitionniste refuse l'argument euclidien qui définit une raison par les grandeurs proportionnelles. On se souvient (cf. Chap. I § 3.3) que la définition essentielle (Déf. 6) partait de la phrase : Pour tous entiers n et m alors Comme la vérification explicite pour tous ces entiers est impossible, une telle définition est dénuée de sens. On comprend ainsi qu'un H. Weyl déclare que l'Analyse est bâtie sur du sable (*Philosophy of Mathematics and Natural Science* 1949). Ce refus de l'infini rappelle inévitablement un refus analogue par le dépassement eudoxien de l'algorithme infini grâce à la théorie des proportions. Bien sûr, un autre niveau est atteint puisque ce sont les raisonnements en chaînes infinies qui sont refusés. Si l'analogie rectiligne de l'accumulation du Savoir est inexacte, l'analogie hélicoïdale serait-elle préférable ? » [Dhombres 1978 : 280]

Bien sûr c'est préférable !... si seulement on reste constant sur ce qu'avec Kant on a établi, et que la logique/algèbre d'Hamilton, Boole, Frege, Wittgenstein a montré, à savoir que cette hélicoïde est celle du *sens*, ou mieux des trajectoires de sa *possibilité*.

Toute cette troisième partie ne s'occupera finalement que de faire vraiment valoir ce « libre fonctionnement de l'écriture mathématique comme structure s'autoréglant » dont Dhombres parle en (190), et que j'assumerai en toute sa réalité bien matérielle : métaphysique, physique, cognitive, cybernétique et historique. Ma réponse à propos du « démon de Cantor » est en [10.4(8)] : l'être humain est une machine cybernétique à autopropulsion transcendantale, et le phénomène éminent de cette structure ontologique est justement le fait à la fois cérébral, perceptif, mathématique et historique de l'écriture « autoréglant » des mathématiques. Voilà donc le point où ma démarche non seulement se soude mais *procède* de celle de Dhombres :

(192) « [1] Le monde des objets en soi, qui ne peut pas être expérimenté, c'est-à-dire les noumènes causes de sensation, ne peut par définition être connu en soi. Qui plus est, en supposant le contraire, on rajoute alors du spatio-temporel là où il ne saurait en exister. Citons in extenso Kant lui-même :

“[2] Que, par suite, l'entendement ne puisse faire de tous ses principes a priori et même de tous ses concepts qu'un usage empirique et jamais un usage transcendantal, c'est là un principe qui a de grandes conséquences si l'on peut arriver à le connaître avec certitude. L'usage transcendantal d'un concept dans un principe quelconque consiste à le rapporter aux choses en général et en soi, tandis que l'usage empirique l'applique simplement aux phénomènes, c'est-à-dire à *des objets d'une expérience possible*. Or, que seul ce dernier usage puisse avoir lieu, on le voit aisément par là. [3] Tout concept exige d'abord la forme logique d'un concept (de la pensée) en général, et ensuite *la possibilité de lui donner un objet* auquel il se rapporte. *Sans ce dernier il n'a pas de sens et il est complètement vide de tout contenu*, quoiqu'il puisse cependant toujours contenir la forme logique qui a pour but de tirer un concept de certaines données. Or, un objet ne peut être donné à un concept autrement que dans l'intuition et quand même une intuition pure (sensible) serait possible (pour

nous) a priori antérieurement à l'objet, cette intuition même ne peut recevoir son objet ni par suite une valeur objective que par l'intuition empirique dont elle est la simple forme. [4] Tous les concepts, et avec eux tous les principes, en tant qu'ils peuvent être a priori, se rapportent donc à des intuitions empiriques, c'est-à-dire à *des données pour l'expérience possible*. Sans cela ils n'ont pas du tout de valeur objective, mais ils ne sont qu'un simple jeu de l'imagination ou de l'entendement avec leurs représentations respectives. [5] Que l'on prenne, par exemple, seulement les concepts de la Mathématique, en les envisageant tous dans *leurs intuitions pures* : l'espace a trois dimensions, entre deux points on ne peut tirer qu'une ligne droite, etc. Quoique tous ces principes et la représentation de l'objet dont s'occupe cette science soient produits tout à fait a priori dans l'esprit, ils ne signifieraient pourtant absolument rien, *si nous ne pouvions pas toujours en montrer la signification dans des phénomènes* (dans des objets empiriques). Aussi est-il indispensable de rendre sensible un concept abstrait, c'est-à-dire de montrer dans l'intuition un objet qui lui corresponde, parce que sans cela le concept n'aurait, comme on dit, aucun sens, c'est-à-dire aucune signification. La Mathématique remplit cette condition par la construction de la figure qui est un phénomène présent aux sens (bien que produit a priori). Le concept de la quantité dans cette même science cherche son soutien et son sens dans le nombre, et celui-ci dans les doigts ou dans les grains des tables à calculer, ou dans les traits et les points mis sous les yeux. Le concept reste toujours produit a priori avec les principes ou les formules synthétiques qui résultent de ces concepts, mais leur usage ou leur application à de prétendus objets ne peuvent en définitive être cherchés que dans l'expérience dont ils constituent la possibilité a priori (quant à la forme)".

[6] Cette attitude kantienne, pour sage qu'elle apparaisse dans l'ordre pédagogique, bloque de fait la voie à des constructions nouvelles en mathématiques : construction des géométries, construction des nombres réels, par exemple, car pour réaliser de telles constructions on est d'abord obligé d'envisager des concepts ne se rapportant pas aux objets de l'expérience sensible. Certes l'objet construit en bout de compte, l'axe réel par exemple, répond à une certaine forme de l'intuition, qu'elle soit expérimentale ou a priori. [7] Mais le même procédé formel permet également d'aboutir à des objets fort éloignés de cette intuition : nous verrons au chapitre VI § 1.3 que tel est le cas du procédé cantorien lequel fournit tout aussi bien \mathbb{R} que les corps p-adiques ou l'intégrale de Lebesgue. En outre, si je puis construire \mathbb{R}^3 c'est-à-dire l'espace à partir de postulats arithmétiques qu'en est-il de cette impossibilité de la connaissance en soi de ce même espace ? » [Dhombres 1978 : 204. Les italiques et les crochets sont de moi.]

« Cette attitude kantienne, pour sage qu'elle apparaisse dans l'ordre pédagogique, bloque *de fait* la voie à des constructions nouvelles en mathématiques ». Cette affirmation est en contraste avec la déjà citée bénédiction qui clôt le livre Dhombres : « le moins que l'on puisse dire, c'est que la logique mathématique est une des branches les plus florissantes des mathématiques du dernier quart de ce siècle. »... et je crois que la raison de cette contradiction est dans un malentendu sur la « sagesse » kantienne, qui ne pose des limites qu'aux *possibilités* de sens, ne s'occupant que des objets d'une expérience *possible*. L'homme n'existe qu'en sa manifestation, et cette automanifestation est celle d'une *voix* qui, en tant que telle, signifie qu'un sens *doit* être *possible*, étant donné son propre phénomène, dans les limites où notre esprit est de fait capable de l'appréhender.

C'est donc en poursuivant sur cette directrice kantienne que je m'appliquerai à la complète dissolution critique et expérimentale de la perspective « spatialisante » de notre âge. De même que la science n'est pas *faite* de mesures et calculs, mais d'énoncés signifiants, de même – j'affirme – le monde n'est pas fait des choses et des bouts de matière qui à l'infini réfractent et multiplient son espace, mais des histoires et des événements qui rythment son temps.

9.3 Dissoudre le regard de Méduse, redonner la parole au Golem. La matière vivante du sensus communis.

(193) « Ceux qui placent si haut l'incorruptibilité, l'inaltérabilité, etc., en arrivent, je crois, à dire cela parce qu'ils souhaitent vivre encore longtemps : ils ont peur de la mort ; ils ne s'avisent pas que, si les hommes étaient immortels, eux-mêmes ne seraient pas venus au monde. Ils mériteraient de rencontrer une tête de Méduse qui les transformerait en statues de jaspe ou de diamant, pour devenir plus parfaits. » [Galilée 1632 :157-158]

Approchons maintenant la question de la matière du matérialisme du point de vue interne, herméneutique, de son sens. Il s'agit de cerner l'*intention fondamentale* du matérialisme physique et neurophysiologique de Maxwell, Einstein, Wiener, Changeux, Dehaene etc. en faisant ici ce que j'ai commencé à faire à propos de l'idée du groupe en §8.1. En effet, à la seule condition que nous nous mettions très attentivement à l'écoute de l'exigence métaphysique primordiale dont cet autre « impérialisme » témoigne avec autant de véhémence, nous pourrions atteindre son centre d'équilibre et y planter le pivot d'une réfutation aussi satisfaisante que l'a été celle que j'ai menée en §8.2 à propos de la dynamique non-groupeale de mise-en-action du groupe.

La spatialisation matérialiste de tout l'existant prônée par les écoles de pensée qu'il s'agit de réfuter, est un programme explicitement métaphysique aux ambitions illimitées. Dans le cas de Dehaene/Changeux, nous avons entendu que « le projet défini dans l'*Homme Neuronal* » vise à reconduire « l'illusoire libre arbitre » de nos décisions à des « lois psychologiques de chronométrie mentale » qui « se déduisent de la physique statistique de réseaux neuronaux » ((45)). Cette conception aveuglement mécaniste englobe donc, non seulement la totalité du vivant et du non-vivant, mais aussi l'avenir politique et culturel de l'humanité [cf. « Vers une culture des neurones » en Dehaene 2008, Chap. 8] en une vision toutefois aussi vertigineuse que paradoxale, puisque fondée, en un mot, sur la profonde conviction de l'*impossibilité logique* qu'une « personne physique » existe en effet. En fait, ainsi que pour Maxwell/Einstein tout ce qui « physiquement » [= *vraiment*] existe et bouge hors de nous, par là même ne peut présenter aucun aspect de « personnalité », de cette même façon, pour Dehaene/Changeux tout ce qui *de* et *en* nous « physiquement » bouge et (donc) existe (les « réseaux neuronaux ») par là même transforme tout élément personnel de notre existence subjective (comme une décision) en une pure illusion. D'autre part, cet anéantissement de la *personne* du physicien, incroyablement provoqué par le fait même qu'il possède une science mathématique du monde physique externe, et donc de son propre cerveau, nous conduit enfin – dans les deux cas – à une même Vision de l'Absolu, (ou Vision Absolue). Le meta/neuro/physicien affirme, en effet, non seulement que « les décisions se prennent en nous » selon l'« algorithme de Turing », mais qu'en nous rassemblant ainsi, l'« évolution » nous a destinés à la savane africaine en s'inspirant bel et bien *du point de vue* de l'Être Suprême : « en bref, l'évolution a doté nos réseaux cérébraux d'une dynamique qui approxime la statistique d'un observateur idéal. » [Ibid.]

Cette double mouvance, si lourdement métaphysique, est la voix la plus pure du *matérialisme mathématique absolu*, qui est finalement caractérisé par trois traits fondamentaux et surtout profondément idéaux : 1) l'ambition moniste/universaliste, qui cherche dans la « matière » l'élément commun – c'est-à-dire *le sens* et la *vérité ultime* – de tout l'existant/pensable (« tout est un » = « tout est matière ») ; 2) l'idée irrénonçable de la « séparabilité », déjà vue chez Einstein [§2.1(3)], qui ne *supportait* pas ((11), (168)) l'idée qu'un « point de vue » soit quelque chose de réel, et qui pousse Dehaene à nous *séparer* de nos propres décisions *au nom* du fait que ces mêmes décisions obéissent à des régularités mathématiques. 3) Le fruit de synthèse de ces deux intuitions : celle qu'on peut appeler la Foi dans le *Golem mathématique omniscient*, en même temps évoquée, raillée et incarnée par Norbert Wiener en (03). « Une sérieuse pensée philosophique », observé-je, se doit d'être active et présente comme instance critique à tous les niveaux de l'enquête, car en son absence il n'y a aucun moyen que la conception du monde dont il est question puisse éviter la Vision du Golem suscitée par l'« observateur idéal » de Dehaene. En somme, qu'il s'agisse de l'« évolution » qui décide de notre destin, de nos « neurones » qui décident pour nous dans notre crâne, d'une « dynamique aléatoire » qui cherche à atteindre – « approxime » – le même Dieu einsteinien qui n'aime pas les aléas de la vie, ou finalement d'un « processus dynamique » qui, chez Wiener ((167)), convertit un hasard en une écriture ordonnée... en tous les cas l'Observateur Absolu doit nécessairement faire son apparition dans le discours de ces savants, pour la simple raison qu'ils parlent du pupitre d'une science déjà intégralement mathématisée et qui, en tant que telle, *postule* que l'univers est un Cosmos *en soi* : une totalité parfaitement ordonnée, intelligible et prévisible, quoi qu'il en soit de nos opinions subjectives à cet égard. Le savant post-galiléen ne peut en effet qu'adhérer à cette croyance efficace, soit en la prenant critiqueusement en charge – comme Kant l'a fait et comme je vais le faire immédiatement – soit en l'imposant *de fait*, implicitement et/ou explicitement, à la totalité de ses propos, comme Laplace l'a fait en premier, et comme Einstein, Wiener et Dehaene ont continué à le faire.

La position d'une Intellection Séparée au cœur d'une Matière Unique et Universelle posée comme le socle ultime et indiscutable de toute existence physique, est une option certes fallacieuse, mais

immanente à ce type de discours, en ce qu'elle découle de l'un des postulats fondamentaux – à côté du « postulat de continuité » formulé en (46)/(47) – qui nécessairement l'inspirent, en tant que discours mathématique sur un seul et même monde, indéniablement animé par une intime tendance à l'évolution et à l'ordre. J'en viens donc, enfin, à l'intention profonde de ce système d'idées. Ce que je pense est que nous sommes là sous l'emprise de la Méduse dont parle Galilée, qui a fait de notre science un immense Golem wienerien. Cette vision des choses transforme en une seule couche opaque de « matière séparée » ce qui, à l'origine, est un sentiment d'*existence* et de *coappartenance universelle et cosmique*, qui depuis toujours est l'objet vrai et ultime – ô combien intensément ressenti ! – de tout vrai intégrisme matérialiste. À notre existence incarnée, et au lien de coappartenance universelle qui nous unit à tout autre être minéral, végétal, animal... ainsi qu'à tout bébé qui naît dans le monde pour nous rappeler notre provenance, et donc notre destination certaine – poussière – ... à ce sentiment si *matériel* et d'autant plus profond de l'unité et de l'universalité qui pénètre tout ce qui vit et se développe dans le monde... aucune *science* ne saurait en aucun cas renoncer sans s'égarer dans le plus sombre des non-sens. Et c'est bien de cela que depuis toujours nous parle tout vrai matérialisme métaphysique sincèrement engagé. En somme, la pulsion la plus intime qui anime cette pensée golémienne effrayée par la Gorgonne, est la Quête du Sens en sa plus haute universalité, et dont elle est tellement désireuse, que ce n'est pas étonnant si les résultats expérimentaux qu'elle obtient sont souvent aussi lumineux, rigoureux et fiables.

Inspiré par cette irrépressible Recherche de l'Un – le *sensus communis* de tout ce qui existe – le savant matérialiste vise sans hésiter à une parfaite inter-absorption entre l'homme pensant et le Cosmos qui l'entoure et l'habite... Et pourtant, une fois que nous avons compris que nous sommes de la matière – *qui* pourra jamais mettre en question une évidence aussi absolue ? – il ne sait pas éviter la vision foudroyante de Méduse. Il ne dira donc pas : « je vois que je suis fait de la même matière du monde dans lequel je suis né, je vis et je mourrai. Cette matière me constitue jusqu'au plus infime de mes atomes et à la plus dérisoire de mes pensées que je trouve en effet dans ce même monde matériel, qui contient tout ce qui existe. Le *sens* de ces mêmes pensées est donc – *sic praeicise sumptum*, dit Descartes – bien de la matière, comme tout le reste. Je vais alors m'occuper de la façon dont le phénomène matériel du sens de mes énoncés mathématiques sur le monde se déploie (bouge) devant mes yeux, ainsi que je le fais avec d'autres phénomènes matériels comme la gravitation, l'électricité où l'attraction fréquentielle ». Malheureusement le matérialiste – aussi paradoxal que cela soit – ne fera pas cela : il « séparera » au contraire – au nom de la *vraie unité* du monde ! – la matière de son intellection mathématique, au prix toutefois de pétrifier la première et transformer en ombre et rêves la deuxième, en perdant toute cohérence non « opportuniste » et non dogmatique de son discours.

Ce que je vais faire, par conséquent, dans ce qui suit est, négativement, d'éviter cette absurde « auto-séparation » de la pensée, qui transmute en matière-sans-sens tout événement physique doué tant d'une matière que d'un sens ; tandis que, bien positivement, je ciblerai cela même que ces penseurs ne cessent de chercher, c'est-à-dire ce qu'il y a en effet d'unitaire et commun entre nous, les savants qui mathématisent le monde, et ce même monde mathématisé. Je démontrerai que ce quelque chose d'universel et commun n'est pas *que* la matière, mais bien aussi *le sens* de ses mouvements vitaux, ou plus profondément *la puissance dont ils sont naturellement doués, d'en avoir un*. De sa part, cette même matière en mouvement se dévoilera comme, avant tout, du temps, et, seulement en deuxième lieu, de l'espace.

10. Du Cosmos au Chaos, et pas l'inverse

10.1 Le temps palindrome du pendule

(0) UNE PERCHE POUR S'AFFRANCHIR DU CIEL

(194) « Pourquoi est-il nécessaire de faire descendre des régions olympiennes de Platon les notions fondamentales de la pensée scientifique et d'essayer de mettre à découvert leur origine terrestre ? C'est, répondrons-nous, pour les libérer du tabou qui leur est attaché et obtenir par là une plus grande liberté pour la formation des concepts. C'est en première ligne le mérite impérissable de Hume et de Mach d'avoir introduit cette réflexion critique. » [Ibid.]

En réalité, une telle « nécessité » ne nous parle que du sentiment personnel d'Einstein : de toute évidence, pour *libérer* les énergies de notre esprit, aucune *constriction* ne saurait en aucun cas et jamais nous aider. Einstein était un scientifique libre de faire ses choix d'interprétation, et de placer donc les Olympes d'Hésiode ((200)) à Berne²⁴ plutôt que dans la mythologie préscientifique : sans aucun doute, rien ne l'obligeait à prôner l'immortalité de David Hume et Ernst Mach au détriment de celle de Socrate et Apollon. C'est donc à partir de ce sentiment libre et subjectif qu'Einstein nous parle de la naissance *scientifique* du nombre, qu'il interprète à la Piaget, comme un outil qui est donné à l'homme pour son auto-affranchissement des restrictions de la matière :

(195) « En analysant l'indication de lieu "à Paris, place du Panthéon", on trouve que sa signification est la suivante : le sol est le corps rigide auquel se rapporte l'indication du lieu. Sur ce sol, "la place du Panthéon à Paris" est marquée par un point accompagné d'un nom avec lequel l'événement coïncide dans l'espace. Voyons comment l'esprit humain s'affranchit de ces deux restrictions, sans que l'essentiel de l'indication des lieux subisse une modification. » [Einstein 1917 : 6]

Pour réaliser cet affranchissement, explique Einstein, nous utiliserons le « corps rigide » d'une perche, ensuite transmutée en règle infinie, et enrichie d'une quantité infinie de *noms*, qui deviennent sur le coup des *nombres* :

(196) « Si, par exemple, un nuage plane au-dessus de la place du Panthéon, le lieu de ce nuage, rapporté à la surface de la Terre, peut être déterminé en dressant verticalement sur cette place une perche qui atteint le nuage. La longueur de la perche, mesurée avec la règle, jointe à l'indication du lieu du pied de la perche fournit alors une indication parfaite du lieu. Cet exemple nous montre de quelle façon le perfectionnement de la notion de lieu s'est opéré.

a. On prolonge le corps rigide, auquel se rapporte l'indication du lieu, de telle sorte que l'objet à localiser est atteint par le corps rigide complété.

b. Pour caractériser un endroit on utilise *le nombre au lieu de points marqués par un nom* (ici la longueur de la perche mesurée avec la règle).

c. On parle aussi de la hauteur du nuage même quand il n'y a pas de perche dressée pour l'atteindre. Dans notre cas on évalue la longueur que devrait avoir la perche pour atteindre le nuage, en faisant des observations optiques sur le nuage de différents points du sol et en tenant compte des propriétés de la propagation de la lumière.

On voit par cette considération qu'on obtient un avantage pour la description des lieux, si l'on réussit, par l'emploi de *mesures numériques*, à se rendre indépendant des *points pourvus de noms* qui existent sur le corps rigide auquel est rapportée l'indication des lieux. C'est ce qu'atteint la Physique dans ses mesures par l'emploi du système de coordonnées cartésien. » [Einstein 1917: 6-7. L'italique est de moi.]

La Méduse frappe dur ! Le regard vivant d'un homme qui contemple les nuages pour s'orienter dans le monde vient de se transformer en un « *praktisch starren Körper* » [corps pratiquement rigide] qui est – il faut bien l'avouer – la métaphore la plus instable que l'on puisse choisir²⁵. Quoi qu'il en soit, ce compte rendu n'est évidemment qu'une fiction génétique, qui rigoureusement *présuppose* les nombres, et une *physique déjà mathématisée*. Il n'y a pas moyen, en effet, de construire l'outil d'une « mesure numérique » du continu de cette perche imaginaire en commençant par y placer une infinité non dénombrée de *noms*, pour ensuite s'en affranchir en engendrant de la sorte les *nombres*, car il nous faut préalablement savoir compter et avoir, en plus, une raison suffisante de penser que les « corps rigides » le font aussi, à savoir qu'ils bougent en suivant une suite continue et dénombrable de

mouvements, en correspondance biunivoque avec la suite des nombres. Einstein ne pense pas, d'autre part, que nous disposions en effet d'une telle raison suffisante, car il est convaincu que la fiabilité de la physique mathématisée ne vient que de notre approximative et incertaine expérience du monde matériel :

(197) « Que nous nous sentions quand même portés à regarder les propositions de la Géométrie comme “vraies”, cela est facile à expliquer. Aux notions géométriques correspondent plus ou moins exactement des objets déterminés dans la nature, *qui sont indubitablement la seule cause de leur naissance*. Libre à la Géométrie, pour donner à sa construction la plus grande cohésion logique possible, de ne pas en tenir compte. L'habitude, par exemple, de nous représenter une droite par deux points marqués sur un corps pratiquement rigide est profondément enracinée dans notre esprit. Nous sommes, en outre, habitués à supposer que trois points se trouvent sur une droite si, par un choix approprié du point de vision, nous pouvons faire coïncider leurs positions apparentes. Si maintenant, en suivant nos habitudes de penser, nous ajoutons aux propositions de la Géométrie euclidienne la seule proposition qui affirme qu'à deux points d'un corps pratiquement rigide correspond toujours la même distance (droite), quels que soient les changements de position que nous lui fassions subir, les propositions de la Géométrie euclidienne deviennent des propositions sur la position relative possible de corps pratiquement rigides. » [Einstein 1917 : 2. L'italique est de moi.]

Ce ne sera pas à Einstein de fonder ces affirmations très péremptoires sur la genèse empirique des vérités mathématiques car, en tant que physicien au temps de la technologie, il se sent autorisé à les énoncer mais pas tenu de justifier. Celle d'Einstein sur la fiabilité du nombre en tant que message de la vérité de l'espace matériel de la perche reste donc une pure et simple foi, qui ne l'autorise aucunement à en conclure – sans le faire tomber dans une flagrante *petitio principii* – que *le nombre aussi* a la « nature spatiale » de cette même perche à laquelle il nous fait accéder. Cela vaut, d'autre part, aussi pour les autres notions soi disant « de nature spatiale ». Voyons brièvement.

Dans son analyse des procédures d'objectivation scientifique du monde, Einstein distille, à côté de l'espace et du nombre, les éléments du temps/événement et de la personne. Voilà son compte rendu :

(198) « *L'objectivation de la notion de temps* - La personne A (“je”), par exemple, fait l'expérience qu’“il tonne”. Elle fait aussi l'expérience d'un comportement tel de la personne B que ce comportement a un rapport avec sa propre expérience “il tonne”. Il arrive ainsi que A coordonne à B l'expérience “il tonne”. En la personne A naît la conception qu'à l'expérience “il tonne” d'autres personnes participent également. Le fait “il tonne” n'est plus conçu comme une expérience exclusivement personnelle, mais comme une expérience (ou seulement comme une “expérience possible”) d'autres personnes. La conception naît ainsi que le fait “il tonne”, qui primitivement faisait son entrée dans la conscience comme “expérience personnelle”, est maintenant également *conçu comme “événement” (objectif)*. Et c'est à la totalité des événements que nous pensons quand nous parlons du *monde extérieur réel*. » [Einstein 1954a : 153-154. L'italique est de moi.]

En synthèse : la notion d’« événement objectif » ne se forme en nous qu'en ce que nous en projetons la présence au point de croisement entre notre témoignage subjectif et le témoignage subjectif des autres personnes. Pour ce faire, nous dit Einstein, nous devons *solidement* en garder le souvenir dans notre conscience. Autrement dit, il faut que la personne A sache bien fixer dans son esprit un *starren Körper événementiel* : un événement solide. Einstein en tire la conclusion que la personne enracine sa capacité de « fixation événementielle » dans sa nature *spatiale*, qu'elle partage avec ce même événement car elle est *de fait* capable de l'identifier au sein du temps :

(199) « À cette esquisse concernant l'origine psychologique des notions espace-temps-événement (nous voulons les appeler brièvement notions de “nature spatiale”, en opposition avec les notions de la sphère psychologique) nous devons encore ajouter quelque chose d'essentiel. Pour étudier la notion d'espace nous sommes partis d'expériences faites avec des boîtes et de la disposition d'objets corporels dans ces dernières. La formation de cette notion suppose, par conséquent, la notion d'objets corporels (par exemple, de “boîtes”). De même les personnes qu'on a été obligé d'introduire pour former la notion de temps objectif jouent dans cette connexion le rôle d'objets corporels. Il me paraît donc que nos notions d'espace et de temps doivent être précédées de la formation de la notion d'objet corporel. » [Einstein 1954a : 155]

Dans ce passage, la déduction n'est pas tout à fait claire quant à l'ordre à établir entre « corps matériel » et « espace », tandis qu'un glissement lourdement paralogique se fait entre « jouer le rôle de » et « avoir la nature de ». L'impératif étant en tous les cas l'exclusion de tout « élément psychologique » de l'objectivité de la science, la « personne » ne peut évidemment « jouer le rôle » d'un « corps solide » capable de fixer un événement dans l'espace qu'en ce qu'elle n'est plus une personne (difficile de l'être sans un peu de psychologie) et qu'elle partage plutôt, avec ce même corps solide, une même « nature spatiale ». Ceci n'est pourtant que notre cercle vicieux. En fait, savons-nous fixer un événement physique dans l'espace/temps ? Sans aucun doute oui : autrement nous ne pourrions en aucun cas mesurer, entre autres, une accélération et donc une force, car pour ce faire il nous faut impérativement fixer le début du mouvement pour, ensuite, *compter*. Savons-nous compter ? Sans aucun doute oui : 1, 2, 3... Est-ce qu'il nous faut de *l'espace* pour compter une accélération ? Non, c'est bien le contraire : les espaces *ne comptent ni mesurent* les nombres, ni ne s'auto-comptent/mesurent ; c'est au contraire *le nombre* qui nous permet de compter les espaces qui s'entresuivent à partir de l'instant initial. Est-ce que quelque chose qui n'est pas *une personne* « A » sait fixer et compter des événements pour en tirer des lois mathématiques ? Là, c'est Einstein en personne qui vient de répondre : à ce que nous en sachions, non. Or décider *sur cette base* – qui n'en est pas une – que ce fixeur/compteur d'événements solides qu'est la personne A, est en lui-même un « corps pratiquement rigide » ayant une « nature spatiale », ou que, pour compter les événements 1, 2, 3..., cet A *se fonde* sur la « notion spatiale » d'un corps rigide, tout cela est tout simplement vicieux et fallacieux.

En synthèse, Einstein affirme qu'une personne A sait cocher, grâce au nombre, l'événement du début d'un mouvement accéléré dans l'espace, et qu'il s'ensuit donc que le Nombre a la « nature » de ce même espace, et que la même chose vaut pour la personne, le temps et pour ce même événement. Cela est pourtant bien impossible, car aucun espace ne peut s'auto-dénombrer sans des nombres, et aucun « mollusque » n'est assez rigide pour garder trop longtemps les coches numériques *absolument* rigides que tout mouvement accéléré doit pouvoir retrouver derrière lui pour dénombrer ses vitesses et procéder ainsi selon le carré de ses *temps*. En somme, comme Maxwell avec son idée d'Analogie ((180)), Einstein se borne à *utiliser* les nombres et sa propre capacité nombrante. Il ne se soucie pourtant pas de nous dire – dans la science, et non dans la théologie des « écrits mineurs » – *qui* dans l'univers physique coche les événements et *qui* conserve l'identité de leur nombre au fur et à mesure que le temps passe et que l'univers se transforme, accélérant et décélérant au-delà de toute imagination, mais bien fixe dans sa capacité de conserver mémoire de son point de départ jusqu'à son point d'arrivée.

Si, en revanche, nous interrogeons notre mémoire des faits naturels et historiques qui sont à l'origine effective de la perche d'Einstein – infiniment rigide et remplie de noms, comme la colonne d'une victoire oubliée – nous verrons sa verticale pétrifiée *prendre vie*, et se transformer en l'événement d'une chute glorieuse : celle qui longe le côté CB du Plan Incliné de Galilée [Fig. 26-29] qui en §6.3 a fait tourner la tête à Sagredo. Revenons donc à Galilée et au moment où, grâce à la perche vivante \overline{CB} , l'homme européen a compris qu'il pouvait créer une physique mathématisée, car il avait reçu en cadeau la puissance de *compter tous les événements du monde* : qu'ils soient réels, seulement possibles, ou même *miraculeux*.

(1) DE LA FABLE DU CHAOS A L'HISTOIRE NATURELLE D'UNE ACCELERATION

I. Hésiode → Platon → Aristote → Galilée – Nous avons laissé Sagredo en proie à ses « oscillations projectives » (92) qui ont commencé à le secouer lorsqu'il s'agissait d'égaliser les élan de n'importe quelle sphère roulant sur n'importe quelle inclinaison d'un même plan incliné de hauteur CB [Fig. 27ab]. Avant de renouer avec cette discussion, faisons un pas en arrière, pour comprendre les raisons qui mènent les trois amis du *Dialogue* à l'entreprendre. Ainsi que chez Einstein – qui commence toutefois par un bouleversement dans l'ordre hésiodien des dynasties – et chez Aristote, qui cite ce même Hésiode comme son parrain idéal...

(200) « Hésiode paraît-il avoir raison quand il place le chaos à l'origine des choses, et quand il dit : *Au commencement exista le Chaos, puis la Terre à la large poitrine...* » [Aristote, *Phys.* Δ2]

... il est question, dans ces célèbres pages galiléennes, de la naissance d'un monde ordonné et donc mathématisable – un cosmos – à partir d'une condition primordiale de chaos : une *genèse* qui doit bien avoir eu lieu, étant donné la façon dont les phénomènes se déroulent, ici et maintenant, devant nous.

Or, ce qui selon Galilée nous oblige à reconnaître cette profondeur temporelle et génétique des faits physiques est notamment la présence, extrêmement dérangeante du point de vue métaphysique, du mouvement rectiligne. La *Première Journée* commence donc avec une méditation sur le sens cosmique du *mouvement en ligne droite*, car les erreurs d'Aristote à ce propos n'empêchent certes pas son plus grand élève de donner main forte à son maître sur le principe non négociable (et en effet *jamais* remis en question, par personne) que les formes mathématiques du Monde se doivent d'être, à leur racine, rigoureusement *circulaires*. Confronté aux erreurs de maître Aristote, Galileo Galilei cherche à comprendre *de l'intérieur* son parcours mental pour le redresser là où il faut changer de chemin. La conclusion qu'il en tire est la suivante.

Trop attaché au sens [τέλος] de son discours, à la signification que *nella mente sua* il donnait à l'évidence de la Nature, Aristote – nous dit Salviati – perd le fil de l'histoire, malgré son impeccable commencement, et dévie du chemin rectiligne qui seul pouvait conserver la « *forza e l'energia dei suoi progressi* » :

(201) « SALVIATI - Je reviens donc à Aristote : son début était tout à fait excellent et méthodique ; mais, voulant toucher au but qu'il s'était fixé d'avance [*avendo più la mira di andare a terminare e colpire in uno scopo, prima nella mente sua stabilitosi*] plutôt que de suivre tout droit son chemin [*il diritto progresso*], il interrompt le fil et part à la traverse : il déclare comme une vérité connue et manifeste que les mouvements rectilignes vers le haut et le bas conviennent au feu et à la terre et qu'il doit donc y avoir dans la nature, outre ces corps les plus proches de nous, un autre corps auquel convienne le mouvement circulaire ; que ce corps aura d'autant plus d'excellence que le mouvement circulaire est plus parfait que le rectiligne. » [Galilée 1632 : 106. L'italique est de moi.]

Quel but « s'était d'avance établi » dans l'esprit d'Aristote, et qui était doué d'une force aussi énorme et paradoxale que, tout en l'ayant parfaitement orienté lors de son premier mouvement, il le fait, par contre, *courber* ailleurs lorsqu'il ne s'agirait que d'en suivre méthodiquement les indications, et d'en conserver l'élan initial ? Ce but était celui du *sens* du monde qui nous entoure.

(202) « Aristote définit cette plus grande perfection en comparant la ligne circulaire et la ligne droite ; la première est parfaite, alors que la droite est imparfaite parce que, quand elle est infinie, elle est sans but et sans terme, et, quand elle est finie, il y a hors d'elle quelque chose où elle peut se prolonger. Telle est la première pierre, la base, la fondation de tout l'édifice du monde aristotélicien. » [Ibid.]

La perfection du monde – l'évidence de son sens – et en *deuxième* lieu celle de ses mouvements circulaires – ne sera donc jamais remise en question par ce légitime héritier d'Aristote qu'était Galileo Galilei :

(203) « Aristote commence [*il primo passo del progresso peripatetico*] par prouver que le monde est complet et parfait, parce que, dit-il, il ne consiste pas seulement en une ligne ou une surface : c'est un corps doté de longueur, de largeur et de profondeur ; puisqu'il n'y a pas plus de trois dimensions et qu'il en possède trois, il les possède toutes ; puisqu'il les possède toutes, il est parfait. [...] J'accorde que le monde est un corps doté de toutes les dimensions, et donc parfait ; de ce fait, il faut qu'il soit très bien ordonné, qu'autrement dit ses parties soient disposées en un ordre souverain et parfait ; je ne crois pas que vous ni d'autres puissiez le récuser. [...] Une fois posé ce principe, on peut immédiatement conclure que, si les corps qui composent le monde doivent être par nature mobiles, leurs mouvements doivent être circulaires et non rectilignes. » [Ibid. : 95, 107]

Mais si la flèche du mouvement rectiligne ne saurait avoir aucune place sur la surface achevée de ce Cosmos absolument parfait, cette même flèche demeure néanmoins le tout premier témoin du *sens à suivre* dans le discours de la nouvelle science, ainsi que de l'ancienne. Comment lui préserver donc ce rôle primordial ? Pour pouvoir accomplir cette tâche, Salviati se transforme – nous l'avons vu – en conteur de fables : si le mouvement rectiligne n'a pas une place ici et maintenant, peut être *a-t-il eu lieu*. C'est donc ici que fait sa première apparition moderne sa majesté le Chaos :

(204) « On pourrait objecter que certes la ligne droite et le mouvement en ligne droite peuvent se prolonger à l'infini, donc sans terme, mais que la nature leur a, arbitrairement pour ainsi dire, assigné des termes, et qu'elle a donné aux corps qui la composent un instinct naturel pour aller vers eux ; on pourrait aller, répondrais-je, jusqu'à conter en une fable que cela est arrivé pour le Chaos primitif, où des matières indistinctes erraient dans la confusion et le désordre : pour y mettre de l'ordre, la nature se serait servie très à propos des mouvements rectilignes ; car, s'ils introduisent le désordre parmi les corps bien ordonnés, ils conviennent pour produire un ordre à partir d'une mauvaise disposition des corps. » [Ibid. : 108]

La transition de ce *mythos* cosmogonique à la nouvelle science du mouvement se fait grâce à la médiation du *logos* de Platon²⁶, qui suggère de raconter en scientifiques ce même engendrement. Autrement dit, la mythologie d'Hésiode se transforme en une *science du commencement* lorsque Platon se propose de dire en mathématicien la genèse du Corps Total du Monde. N'oublions donc jamais que nous sommes en train de raconter *l'histoire unique et individuelle* de l'événement « perfettissimo » de la vie de l'univers :

(205) « À moins que nous ne soutenions avec Platon que, après avoir fabriqué et bien affermi les corps qui composent le monde, leur Auteur pendant un certain temps leur ait donné un mouvement rectiligne, mais qu'une fois ces corps parvenus en des lieux fixés et déterminés, il les fit tourner l'un après l'autre, transformant leur mouvement rectiligne en un mouvement circulaire qu'ils ont gardé et qui est toujours le leur : voilà une pensée très haute, bien digne de Platon ; je me souviens l'avoir entendu exposer par notre ami commun, l'académicien dei Lincei⁶. Si mes souvenirs sont exacts, voici comment il en parla... » [Ibid.]

La nouvelle physique naît lorsque l'Académie d'Athènes laisse la place à l'Accademia dei Lincei, dès que Galilée approfondit la pensée de Platon en donnant une genèse *dynamiquement* rectiligne (à savoir plus que *spatiale* (Euclide) et plus que purement *cinétique* (Stevin) non seulement au Corps Total du Monde, mais à la *totalité des corps* qui à présent se meuvent sur sa surface cinématique. Autrement dit, tout corps existant et vivant *a son histoire à raconter*, avant de se placer au centre de sa perfection. Cette histoire est celle du plan incliné, qu'en §6.2 nous avons déjà commencé à entendre.

II. Le plan incliné – La discussion qui donne les vertiges à Sagredo en (92) est en elle-même une digression que ce dernier a expressément demandée à la suite d'une déclaration très étonnante de Salviati, que je vais maintenant reprendre :

(206) « [1] Tout corps qui, mobile par nature, se trouve au repos pour quelque raison, devra se mettre en mouvement une fois qu'il sera en liberté, du moins s'il a par nature une inclination vers un lieu particulier ; s'il était indifférent à tous les lieux, il resterait en repos, puisqu'il n'aurait aucune raison de se mouvoir vers un point plutôt qu'un autre. De cette inclination résulte nécessairement qu'il accélérera sans cesse son mouvement.

[2] Commencant par un mouvement très lent, il n'acquerra aucun degré de vitesse qu'il n'ait d'abord passé par tous les degrés inférieurs, ou, si vous voulez, par tous les degrés supérieurs de lenteur. Partant de l'état de repos (qui est le degré de lenteur infinie du mouvement), il n'y a en effet aucune raison qu'il arrive à un degré déterminé de vitesse avant d'être arrivé à un degré inférieur, puis à un autre encore inférieur ; il me paraît même très raisonnable qu'il passe d'abord par les degrés les plus proches de celui dont il est parti, puis de ceux-ci aux plus éloignés ; mais le degré avec lequel il commence à se mouvoir est celui de la plus grande lenteur, autrement dit du repos.

[3] Or cette accélération du mouvement ne se produira que si le mobile l'acquiert en se mouvant, et il ne peut l'acquérir que s'il se rapproche du lieu désiré, celui vers lequel le tire son inclination naturelle ; et il s'y rendra par la ligne la plus courte, autrement dit en ligne droite.

[4] On peut donc raisonnablement dire que la nature, pour donner une vitesse déterminée à un mobile d'abord au repos, se sert du mouvement rectiligne, pendant un certain temps et sur une certaine distance. » [Galilée 1632:109 - Les crochets et les italiques sont de moi.]

En écoutant ces mots, Sagredo est très étonné et perplexe :

(207) « SAGREDO - Ce raisonnement me plaît beaucoup ; mon plaisir sera plus grand encore si vous me délivrez d'une difficulté : pour quelle raison un mobile, qui part du repos et entre en un mouvement pour lequel il a une inclination naturelle, doit-il passer par tous les degrés précédents de lenteur, en nombre infini, qui se trouvent entre n'importe quel degré assigné de vitesse et l'état de repos ? La nature n'aurait-elle pu donner au corps de Jupiter, dès

sa création, son mouvement circulaire, avec sa vitesse propre ? SALVIATI : Je n'ai pas dit et n'oserais dire qu'il est impossible à la nature et à Dieu de donner immédiatement la vitesse que vous dites ; mais volontiers je dirais que *de facto* la nature ne le fait pas ; si elle le faisait, cette opération échapperait donc au cours de la nature, elle serait miraculeuse. » [Ibid. 110]

Nous nous trouvons ici – comme je l'ai annoncé – dans le même lieu conceptuel du divorce entre Hamilton et De Morgan ((178)). Ce dernier considérait la phénoménologie immédiate de sa conscience géométrique – qui fait apparaître d'un seul coup et tout ensemble n'importe quel segment AB de longueur n , dès qu'on l'évoque – comme l'autorité ultime en matière de temps opératoires : aucun besoin d'une durée quelconque pour arriver de A à B lorsque nous énonçons « soit donné le segment AB ». Sagredo – notre « Edi décalé », soudainement appelé à se confronter aux plus étonnantes projections d'une pensée purement mathématique – fait face ici au *même* problème : si une vitesse $v = n$ nous est donnée tout ensemble, sur quelle base soutenir que toutes les vitesses précédentes $v = 0, v = 1, v = 2...$ ont été préalablement parcourues avant d'atteindre $v = n$? Il demande donc une démonstration qu'en effet *nécessairement* les choses vont ainsi, et pas autrement.

Et toutefois, cette démonstration de nécessité n'existe pas, et il se retrouve avec un Postulat, c'est-à-dire un impératif logique incontournable, certes, mais conditionné à la constatation d'un pur et simple *fait*. Ce que Salviati lui présente n'est en effet que le *fait* d'une alternative : non pas entre l'être-nécessaire et l'être-impossible, mais entre l'événement naturel et... l'événement miraculeux. Sa réponse en (207) est foudroyante en sa simplicité : une telle physique n'est pas une science de la Loi mais une histoire de *faits*, ou encore mieux le *fait d'une histoire*. Paraphrasons-la comme cela : si Dieu en personne descendait pour rompre la continuité isochrone du mouvement d'un pendule – soit en empêchant la prochaine oscillation de se présenter, soit en transformant ce même pendule en quelque chose d'invinciblement différent, comme par exemple une fronde, grâce à une soudaine et violente accélération de son mouvement oscillatoire, qui rompt le fil et transforme la sphère oscillante en un projectile – cela n'aurait certainement rien de contradictoire, mais un tel événement s'appellerait « miracle », en ce qu'il aurait interrompu la continuité *naturelle* des événements... mais certainement *pas* la continuité *des événements* qui, au contraire, en sortirait encore plus renforcée par cette même insertion : « Que s'est-il passé ??? »... nous écrierions-nous face à une telle énigmatique (ou effrayante) discontinuité. Et nous *resterions en attente* – dût le Dieu du Ciel en personne se faire chair terrestre pour remplir cet insupportable vide de sens – jusqu'au jour où une raison suffisamment crédible fera son apparition pour recoudre le tissu déchiré de l'Histoire.

Et en effet, cela fait maintenant 2010 ans qu'un seul et même événement – appelé « âge chrétien » – trop absurde pour être intégré sans sursaut dans le cours naturel des choses (une voix descend des nuages pour s'attribuer la paternité d'un homme qui prend son bain...) est devenu le symbole dedekindien – coupure-et-par-là-même-suture – de la totalité insécable de tous les siècles précédents et suivants. Galilée (et avec lui les autres pères de la modernité scientifique et métaphysique : Bacon, Descartes, Kepler, Leibnitz, Newton, Kant...) avait très bien compris la nature de sa découverte – la Physique comme histoire nécessairement signifiante (= mathématique) de la Nature – et pendant un temps il s'était attendu même à une récompense de la part de l'Église, étant donné l'orthodoxie rigoureuse de sa position : le Dieu qui depuis la foudre et le tonnerre crée et anéantit l'histoire, *ce* dieu meurt au moment même où il se transforme en l'an 0 de cette même histoire, enfin rendue à l'homme, et à sa liberté d'action et d'interprétation. L'Église n'était pas tout à fait d'accord pour l'aider dans cette œuvre de cadeau/restitution... et le reste est histoire.

Revenons toutefois à la parfaite « laïcité » (s'il en est une !) du sujet, et demandons-nous : d'où sort-elle, au juste, cette force des événements à ne pas se faire interrompre (= changer leur identité sans raison) ... tellement puissante que même Dieu ne saurait s'y opposer sans se transformer à son tour en un événement (« *ist₀* de l'ère de la continuité événementielle ») ? Cette force, manifestement, c'est *nous* qui l'exerçons, en projetant dans le monde notre puissance *narrative*. Si quelque-chose₁ se passe qui rompt la continuité des choses, alors... il s'est bien passé quelque-chose₂. Voilà notre certitude catégorique qui, à des oreilles superficielles, paraîtrait « analytique », mais qui est bien expérimentale et synthétique, comme Galilée d'abord et Kant ensuite nous le garantissent. D'autre part, si ce quelque-chose₁ d'inattendu nous renvoie à la « nécessité » d'un quelque-chose₂ que nous appelons sa raison « suffisante », cette dernière n'est pas en elle-même plus nécessaire que ne l'est le fait de départ dont il est censé nous donner raison. *De fait*, en somme, quoi qu'il se passe, il se passe

toujours quelque chose, et nous sommes *apparemment* incapables de ne pas activer cette invisible fonction de remplissage, à savoir de ne pas remplir un vide entre deux événements avec l'événement de ce même vide.

Écoutons bien, d'ailleurs, la voix fondamentale de cette évidence – sa phénoménologie : il est encore une fois question d'un *étonnement*. Galilée révèle, en somme, en (207) l'essence la plus pure de l'intention scientifique, de la force que l'esprit humain projette sur le monde pour le comprendre : là où un vide dans la continuité logique du monde se fait, et cela nous désoriente, eh bien c'est *là* que notre conscience, en s'étonnant, affirme d'autant plus le sens nécessaire de l'histoire racontée ; et en effet, nous tous, confrontés à une telle fracture logique au cœur du temps, restons en silence et attentifs à ce qui va se passer « dans la suite ». Nous allons voir tout de suite – en (3) – que c'est bien *ici* que fait pour la première fois son apparition légitime le nombre de la physique mathématisée. D'abord nous devons toutefois passer par le Postulat du Sens de l'Événement, et par la nature essentiellement accélérative du mouvement que seule la force de ce postulat nous permet de raconter, et donc de dénombrer.

III. Le mouvement comme accélération – Posons donc ce postulat – plutôt que « le fait général de l'assimilation » piagétienne – comme l'un des faits primordiaux non pas de la Vie mais de la Raison : notre esprit *cède* avec la même immédiateté non seulement face à $A=A$, mais aussi à celle que l'on peut appeler l'irrésistible même-si-non-nécessaire évidence du *plein événementiel*. Et nous verrons qu'il s'agit d'une seule et même évidence. C'est de cette évidence que jaillit l'intuition galiléenne de la *continuité du Mouvement*, que nous synthétisons avec le syllogisme qui suit...

- (i) Tout passage d'un événement à un autre, est un mouvement.
- (ii) Mais tout mouvement est à son tour un événement.
- (iii) Donc, la suite ininterrompue des événements est le phénomène unitaire d'un mouvement continu.

...et que nous exprimons enfin comme le *Postulat du Sens de l'Événement* (PSE) : « Tout vide entre deux événements est l'événement d'un vide ».

Prenons maintenant conscience que c'est de la graine de cette intuition métaphysique que pousse l'idée révolutionnaire de l'*accélération*, d'où germe la nouvelle physique. Revenons à la (206). Salviati affirme : Supposons que \overline{CB} soit le mouvement d'un corps qui part du repos : ce phénomène demande l'insertion du 0 ((206 [2])) au commencement de la série $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$, qui sera nécessairement *continue*. À la rigueur, l'hypothèse de départ n'est pas celle d'un mouvement accéléré, mais d'un simple mouvement qui *fait suite* à un état de repos, et qui pourrait donc bien être un mouvement uniforme. Cela n'empêche qu'un tel phénomène est déjà – *pour nous* les élèves de Galilée – un phénomène d'accélération, car, pour notre physique galiléenne, le passage de la quiétude au mouvement est *déjà* un mouvement, et *donc* un mouvement accéléré = \vec{a}_t .

On voit ici la racine profonde de la révolutionnaire resignification du mot « mouvement » réalisée par Galilée qui – sur la base du PSE – a transformé tout mouvement en un mouvement *accéléré*, afin de pouvoir penser d'une façon non absurde et paradoxale la simple présence événementielle d'un mouvement – *ce* mouvement qui commence, se déroule et finit – au sein d'un temps où, sans aucun doute, *ce* mouvement n'était pas encore né, mais qui (ce temps sans ce mouvement dedans) ne saurait pour autant être l'expression de son contraire/contradictoire. En fait, dès qu'on considère le repos et le mouvement comme deux hétérogènes absolus, leur toute simple commune appartenance à un même univers devient parfaitement antinomique²⁷ (ainsi qu'il se passe dans l'univers hamiltonien si on insiste pour parler de « magnitudes » plutôt que de « dates ») et ce que Galilée a enfin compris et affirmé est que, soit nous gagnons une parfaite continuité entre le *début* d'un mouvement et ce qui le *précède*, soit nous perdons aussi la possibilité de penser l'identité continue entre ce même début et ce qui le *suit*, à savoir *ce mouvement même*. Et cela n'est pas étonnant, mais insupportable. Cherchons alors à ressentir la cohérence intime de l'entier projet galiléen, qui est un projet *narratif* et seulement en conséquence *calculatif*.

En ce qu'il était conduit par une inébranlable conviction d'unité du monde, Galileo Galilei a voulu souder ensemble le Ciel et la Terre, en affirmant qu'aucun cinquième corps n'existe *à côté* des corps terrestres, doué d'une réalité d'un genre différent ($\alpha\lambda\lambda\omicron \gamma\acute{\epsilon}\nu\omicron\varsigma$) de tout ce qui vit et bouge à l'intérieur de la sphère sublunaire, car sa perfection est déjà présente *ici et maintenant*, si seulement nous ne

craignons pas de guetter dans la *profondeur dynamique* des corps terrestres. Or, l'intuition de cette homogénéité profonde de l'univers a été de type *cosmogonique* : la première évidence qu'il n'y a aucun endroit séparé et transcendant dans les hauteurs – car nous sommes ici et maintenant en train de flotter sans poids dans ces mêmes hauteurs – est dans le fait que le ciel témoigne de sa propre naissance et de son inépuisable devenir, et il en témoigne au travers des mouvements dont nous pouvons faire l'expérience ici sur la terre. Lorsque ce même scientifique fait donc front à l'autre opposition majeure – celle qui sépare les genres suprêmes de la Quiétude et du Mouvement – il poursuit cette même idée d'inter-absorption non seulement dialectique²⁸ mais mathématique, dynamique et mouvante – en un mot, *physique* – entre l'Incorruptible et le Corruptible. La science moderne naît quand Salviati démontre que la transition logiquement discontinue Repos-Mouvement n'est pas une *μετάβασις εἰς ἄλλο γένος*, car en tous les cas : *le passage au mouvement est le mouvement d'un passage.*

(2) LA FORCE EXPRESSIVE DU PSE, L'ENSEIGNE DE LA SOURDE OREILLE ET LE FIL D'ARIANE « $\overline{ab/ba}$ » – Il faut maintenant faire une pause et ouvrir *les oreilles*, car la structure interne de l'évidence palindrome de notre PSE, bien loin de n'être que l'expédient purement rhétorique d'un « chiasme » (*ab-ba*) est au contraire le pivot central où s'appuiera – et le fil d'Ariane qui orientera – toute mon œuvre de renversement/mise en puissance développementaliste de la cybernétique/épistémologie génétique. C'est en effet sur ce point précis, confrontée à ce que nos oreilles humaines ne peuvent s'empêcher d'entendre dans ces mots, dès qu'elles les perçoivent, que la science de notre âge a d'une façon ou d'une autre *voulu perdre* – on ne saurait le dire autrement – tout sens de l'orientation. Et lorsqu'il est question d'un *labyrinthe*, rien de mieux qu'un fil d'Ariane pour s'en sortir. En un mot : qu'entendent-elles, au juste, nos oreilles, lorsque cette suite de paroles frappe nos tympanes ? Rien que le *sens* : le pur et simple sens du monde qui nous entoure et nous habite. En une seule synopsis – qui est aussi un plan de travail – je dirai que du point de vue purement symbolique, la suite « *ab-ba* » (que nous connaissons depuis le §2) peut indiquer au moins cinq choses :

I. La frappante évidence logique dont nous faisons l'expérience en énonçant notre PSE, que W.B. Hamilton – dont nous allons parler tout de suite – appelait une « *immediate inference* » par « conversion » ;

II. La forme la plus classique du *sonetto* dantesque : « Guido i'vorrei che tu Lapo ed io / fossimo presi per incantamento / e messi in un vassel c'ad ogni vento / per mare andasse al voler vostro e mio » [*Guido je voudrais que toi et Lapo et moi nous soyons pris par un enchantement et mis en un vaisseau qui à tous vents aille par mer à notre seul vouloir...* Dante Alighieri, *Sonetti*] ;

III. L'oscillation d'un pendule « $\overline{ab/ba}$ » [cf. §10.3] ;

IV. La rotation non-groupale « $\overline{ab/ba}$ » que j'ai décrite en [cf. §8.2.1] ;

V. La commutativité d'une accumulation algébrique comme « $2+3=3+2$ » [cf. §11.3(5)]

Ces cinq situations ne nous apparaissent éloignées les unes des autres qu'à cause de l'époque dans laquelle nous vivons, qui a décidé de vivre sous l'enseigne – dirait-on – de la Sourde Oreille. Il faut donc que je les ressoude en une seule intuition – ce qui se fera au fur et à mesure que mon travail procède – car tout le succès de mon entreprise en dépend.

I. *Éviter la sourde oreille* – Le premier pas – après avoir fait l'expérience directe de notre PSE – est de revenir aux points (I) et (II) ci-dessus, c'est-à-dire à l'origine de la logique contemporaine, lorsque nos penseurs se sont rendu compte que la « mathématique » – c'est-à-dire la pratique opératoire de la démonstration – n'a pas à faire qu'avec la « quantité » ou, à l'inverse, que cette même quantité n'était pas qu'une affaire de « grandeur », en elle-même opaque à son propre sens, *c'est-à-dire* au lieu qu'en tant que telle toute « grandeur » occupe au sein de la démonstration où nous – en tant que mathématiciens – la repérons nécessairement.

Le propulseur de cette reconversion est le cité William Barthelemy Hamilton, qui signale le phénomène dont nous faisons l'expérience lorsque l'évidence « le vide entre deux événements est l'événement d'un vide » *frappe* – c'est le mot ! – nos oreilles. Cette expérience est celle d'une soudaine accélération de quantité expressive. « The first cardinal error » commis par les logiciens lorsqu'ils s'occupent de classifier les figures du syllogisme aristotélicien – qui n'est qu'une *propédeutique* à une théorie générale de la démonstration (une « métamathématique ») – est justement

de ne pas prendre en charge l'événement de cette accélération, qui tire sa force uniquement du sens des mots utilisés :

(208) « III. QUANTIFICATION OF PREDICATE, IMMEDIATE INFERENCE, CONVERSION, OPPOSITION. – There are various *Immediate Inferences* of one proposition from another. Of these some have been wholly overlooked by the logicians; whilst what they teach in regard to those which they do consider, appears to me at variance with the truth. [...] *The first of these is Conversion*. When, in a categorical proposition for to this we now limit our consideration, the Subject and Predicate are transposed, that is, the notion which was previously the subject becomes the predicate, and the notion which was previously the predicate becomes the subject, the proposition is said to be converted. Such is the doctrine touching Conversion taught even to the present day. This in my view is beset with errors; but *all these errors originate in two*, as these two are either the cause or the occasion of every other. The First cardinal error is that the quantities are not converted with the quantified terms. For the real terms compared in the conversion, and which, of course, ought to reappear without change, except of place, in the Converse, *are not the naked, but the quantified terms...* » [W.B. Hamilton 1858: 514-516. L'italique est de moi.]

Or, l'évidence que W.B. Hamilton nous offre de cette *quantité purement logique* interne à toute suite sujet→prédicat, est, très cohéremment, celle de la *poésie* :

(209) « ... this is evident from the following considerations: [...] (4) Yet was it of no consequence, in a logical point of view, which of the notions collated were Subject or Predicate; and their comparison, with the consequent declaration of their mutual inclusion or exclusion, that is, of affirmation or negation, of no more real difference than the assertions, - *London is four hundred miles distant from Edinburgh, Edinburgh is four hundred miles distant from London*. In fact, though logicians have been in use to place the subject first, the predicate last, in their examples of propositions, this is by no means the case in ordinary language, where, indeed, it is frequently even difficult to ascertain which is the determining and which the determined notion. Out of logical books, the predicate is found almost as frequently before as after the subject, and this in all languages. You recollect the first words of the Firs/Olympiad of Pindar, *Ἀριστον μὲν ὕδωρ* “Best is water”, and the Vulgate (I forget how it is rendered in our English translation) has, “*Magna est Veritas et pravelebit*”. Alluding to the Bible, let us turn up any Concordance under any adjective title, and we shall obtain abundant proof of the fact. As the adjective great, *magnus*, has last occurred let us refer to Cruden under that simple title. Here, in glancing it over, I find “Great is the wrath of the Lord – Great is the Lord and greatly to be praised – Great is our God – Great are thy works – Great is the Holy One of Israel – Great shall be the peace of thy children — Great is thy faithfulness – Great is Diana of the Ephesians – Great is my boldness — Great is my glorying — Great is the mystery of godliness etc.” The line of Juvenal

“Nobilitas sola est atque unica virtus”

Is a good instance of the predicate being placed first.

The Second cardinal error of the logicians is, the not considering that the Predicate has always a quantity in thought , as much as the Subject; although this quantity be frequently not explicitly enounced, as unnecessary in the common employment of language; for the determining notion or predicate being always thought as at least adequate to, or coextensive with, the subject or determined notion, it is seldom necessary to express this, and language tends ever to elide what may safely be omitted. But this necessity recurs the moment that, by conversion, the predicate becomes the subject of the proposition; and [omettre] its formal statement is to *degrade Logic from the science of the necessities of thought, to an idle subsidiary of the ambiguities of speech.* » [W.B. Hamilton 1858: 514-516. L'italique est de moi.]

Par conséquent, lorsque, à la suite de la pénible dispute entre Hamilton et Demorgan²⁹, George Boole est allé chercher l'origine de l'irrépressible *accélération* « hamiltonienne» dont nous faisons l'expérience dès qu'une « évidence palindrome » frappe nos oreilles, lui aussi a trouvé chez le *poète*, plutôt que chez l'*algébriste*, l'exemple qui seul peut nous faire réellement entendre ce dont il est question, lorsqu'il est question d'une évidence déductive. Quand j'affirme donc que le chiasme de notre PSE n'est pas tout à fait qu'un expédient rhétorique, je pourrais sans faille me servir des mots de George Boole, lorsqu'il parle de sa deuxième « loi de la pensée » : « ces formes inversées ne sont pas

que les fruits d'une licence poétique, mais les expressions naturelles de la liberté sanctionnée par les lois intimes de la pensée » :

(210) «As a law of thought [the law $xy=yx$] it is actually developed in a law of Language, the product and the instrument of thought. Though the tendency of prose writing is toward uniformity, yet even there the order of sequence of adjectives absolute in their meaning, and applied to the same subject, is indifferent, but poetic diction borrows much of its rich diversity from the extension of the same lawful freedom to the substantive also. The language of Milton is peculiarly distinguished by this species of variety. Not only does the substantive often precede the adjectives by which it is qualified, but it is frequently placed in their midst. In the first few lines of the invocation to Light, we meet with such examples as the following: "Offspring of heaven first-born. / The rising world of waters dark and deep./ Bright effluence of bright essence increate." Now these inverted forms are not simply the fruits of a poetic license. They are the natural expressions of a freedom sanctioned by the intimate laws of thought, but for reasons of convenience not exercised in the ordinary use of language.»³⁰ [Boole 1854: 21]

En synthèse, ce sont les lois purement expressives et narratives de la poésie/littérature qui seules peuvent nous faire entendre le changement quantitatif ayant lieu lors d'une conversion *logique* sujet↔prédicat. Pour cette raison, *l'ordre herméneutique du sens* est depuis toujours le seul vecteur qui décide de l'effective fiabilité d'une démonstration (*apodeixis*), qu'Aristote fonde en conséquence à la fois sur son analyse des conditions transcendantales du sens [*De Interpretatione*] et sur la notion rigoureusement non formalisable de ἔσω λόγος : « discours intérieur », dans les *Seconds Analytiques* :

(211) « § 7. On ne peut jamais considérer comme hypothèse ou postulat ce qui est nécessairement par soi-même, et ce qu'on doit nécessairement croire. C'est qu'en effet, ce n'est pas à la parole extérieure, *c'est à la parole intérieure de l'âme que s'adresse la démonstration*, tout aussi bien que le syllogisme. Contre la parole extérieure on peut bien trouver toujours des objections ; mais on ne le peut pas toujours contre la parole du dedans. » [Arist. *Anal.Post*, I, X. L'italique est de moi.]

Pour venir enfin à la perte d'orientation dont est victime (et bourreau) toute l'époque de Sourde Oreille (du Golem, de la Méduse...) le mot « palindrome » que j'utilise à propos de l'évidence du PSE n'est pas innocent, car c'est le bergsonien Norbert Wiener qui s'en sert pour parler justement de la mécanique galiléenne (keplérienne, newtonienne etc.) en en donnant toutefois un compte rendu qui est dramatiquement en contraste avec ce que je viens de montrer dans les paragraphes qui précèdent :

(212) « It is the astronomy of the solar system which is that chiefly associated with the names of Copernicus, Kepler, Galileo, and Newton, and which was the wet nurse of modern physics. [...] The pattern for all events in the solar system was the revolution of a wheel or a series of wheels, whether in the form of the Ptolemaic theory of epicycles or the Copernican theory of orbits, and in any such theory the future after a fashion repeats the past. *The music of the spheres is a palindrome, and the book of astronomy reads the same backward as forward.*

There is no difference save of initial positions and directions between the motion of an orrery turned forward and one run in reverse. Finally, when all this was reduced by Newton to a formal set of postulates and a closed mechanics, the fundamental laws of this mechanics were unaltered by the transformation of the time variable t into its negative. Thus if we were to take a motion picture of the planets, speeded up to show a perceptible picture of activity, and were to run the film backward, it would still be a possible picture of planets conforming to the Newtonian mechanics. » [Wiener 1965: 31. L'italique est de moi.]

«The book of astronomy reads the same backward as forward». Nous venons de voir que c'est bien au contraire l'intuition mathématique d'une cosmogonie ininterrompue – une génération éternelle, une *creatio continua* – qui, chez Galilée, propulse le monde aristotélicien de la Renaissance vers le monde platonicien de la modernité. À la différence du nôtre, le ciel de Tycho, Kepler, Newton... sait certainement très bien distinguer entre la naissance d'une *stella nova* et le trou obscur de sa mort. L'époque impérialiste du groupe peut finalement se résumer en cette incapacité de concilier le sens des choses et leur liberté de mouvement – leur réversibilité « palindrome » – en une seule vision vitale et raisonnable, et cela a à faire, d'une façon très essentielle, avec le fait de cette *accélération expressive* que je résume dans la formule « $\overline{ab}/\overline{ba}$ ». Notre PSE se présente en fait comme l'événement d'une propulsion qui commence par une expression ordinaire – « $[ab]$ le vide entre deux

événements...» – pour y revenir, sans solution de continuité, après que sa conversion hamiltonienne a eu lieu – «... est l'événement d'un vide [ba] ». De toute évidence, ce « retour en arrière » n'est pas tout à fait un cercle mais notre spirale... à la seule condition que nous gardions bien fixe la distinction entre le début et la fin de son « oscillation complète », ainsi que la présence auditive à leur déploiement. Faire la sourde oreille signifie donc non seulement perdre l'orientation – la distinction entre droite (\overline{ab}) et gauche (\overline{ba}) – mais aussi le *sens du début* : « $\overline{ab}/\overline{ba}$ ».

Toute cette troisième partie de mon travail sera donc dédiée à montrer que la flèche *vectorielle* que *de fait* nous superposons à chacune de nos cinq suites d'événements [I. énoncés mataphysiques, II. énoncés poétiques, III. oscillations, IV. rotations, V. énoncés nombrants] est une seule et même flèche – la flèche du sens – qui n'est « palindrome » qu'en ce qu'elle est irréversiblement autopropulsée et orientée selon une inépuisable spirale évolutive. C'est cette compréhension qui nous permettra de saisir la nature de la force qui, émanant de notre voix et de nos yeux, est capable de nous transformer en des transformateurs mécaniques de graphèmes en évidences mathématiques.

II. *La force auditive du PSE* – Sur cette base, établissons donc fermement la portée et la source ultime de notre évidence palindrome, à la fois non commutative (orientée), commutative (réversible) et accélérative (spiraliforme).

Quant à sa portée, le chiasme du PSE décide de rien de moins que de la naissance révolutionnaire de la nouvelle science : en un coup d'œil foudroyant, le mathématicien Galilée *soude* enfin comme une seule implication une *double* conversion: « Si (i) le vide entre deux événements est l'événement d'un vide, alors (ii) le passage au mouvement est le mouvement d'un passage », où de la graine (i) de la Métaphysique germe la plante (ii) de la Physique, laquelle s'enracine donc sur un renversement conceptuel complet : dans la deuxième conversion (ii) c'est bien le *mouvement accéléré* qui vient à la lumière, en se plaçant à la base de toute autre forme de mouvement.

Quant à la source ultime de son évidence, lisons *en nous entendant parler* ces deux « immédiates inférences » à la fois métaphysiques et physiques. Nous ressentons nettement qu'elles sont aussi fortes que tout autre principe logique, comme « A=A », mais qu'elles n'expriment pas une vérité « analytique », mais une interne « accélération résignifiante ». Dans le premier cas (i) un vide entre deux événements *devient* (au niveau de notre interprétation silencieuse) un événement, ainsi que dans le deuxième cas (ii) le passage du repos au mouvement *devient* (toujours au même niveau) un mouvement. Ce dont nous faisons l'expérience ici et maintenant en lisant ces expressions, est donc l'active et « irrépressible » intervention de notre esprit, qui survient avec puissance pour que deux événements en deviennent un, et que la continuité des phénomènes ne soit pas rompue. Le résultat de cette application catégorique de *notre* force logico/narrative, est que le vide qui [se] passe entre deux événements, *devient* l'événement d'un passage-à-vide, où en même temps ce qui précède finit et ce qui suit commence. Or est-elle irrésistible l'évidence : « Le vide entre deux événements est l'événement d'un vide » ? Oui certes... *si seulement nous le décidons*, car elle n'est pas nécessaire.

Ce que Galilée a donc dévoilé est en même temps l'intime liberté de la science, la nature synthétique *a priori* de l'événement physique, et la continuité événementielle du monde. La transition simultanément diachronique et synchronique du repos au mouvement *se fait* devant nous et, comme elle se fait, ceci ne peut se passer qu'au sein d'un monde qui, dans sa totalité, est dès son premier début [en] mouvement, et qui accueille donc la coupure de *ce* mouvement, ainsi que la *Gerade* infinie de Dedekind accueille la coupure qui la subdivise en deux régions juxtaposées, sans pour autant (bien au contraire !) interrompre sa continuité. Dans cette perspective, de même le repos devient un état *du* mouvement, de même tout mouvement identifiable ne peut l'être qu'en ce qu'il est une *variation* au sein du Mouvement, et donc une accélération. C'est donc pour prouver cette intuition fondamentale que le Ciel et la Terre, le Générable et l'Ingénérable, le Plein et le Vide, le Repos et le Mouvement... ne sont que des manifestations d'une seule et même histoire que Galilée se concentre sur le phénomène du mouvement *accéléré*. Pour ce faire, il formule donc son hypothèse : « soit un mouvement qui part du repos... ».

(3) L'ESSENCE NARRATIVE DE LA MATHEMATISATION

{213} « C'est comme si nous étions réunis pour conter des histoires... » [Galilée 1632 : 286]

Nous sommes à présent tellement assourdis par la banalité post-galiléenne que la Physique « ça calcule, ça compte, ça mesure », car pour tout mouvement concevable il y a certainement un nombre capable de le compter, *et vice-versa*, qu'il nous est quasiment impossible de comprendre *pourquoi* en (207) Sagredo est aussi perplexe, d'autant plus que cela nous expose à la raillerie et au ridicule :

(214) « Aujourd'hui, il serait impossible, sans heurter le bon sens le plus vulgaire, de nier que les théories physiques se doivent exprimer en langage mathématique. » [Duhem 1906 : 158]

Heurtons donc *d'autant plus violemment* « le bon sens le plus vulgaire » – car ce n'est certainement pas à lui de décider les sens d'une entière révolution scientifique – pour écouter jusqu'à leur fond mathématique et expérimental les raisons de Sagredo, et du défi qu'il doit gagner s'il veut accéder à l'âge adulte de la science. Synthétisons alors encore une fois les mots de Salviati, pour isoler le point ciblé par l'esprit *très* subtil de son élève :

(i) S'il y a un mouvement, il faut une raison suffisante, un « désir », un *impetus*, une « force », une « inclinaison »... qui rompe cet état de quiétude en le poussant vers un certain lieu L_i parmi les innombrables lieux ($L_1, L_2, L_3... \rightarrow \infty$) à sa disposition. Son mouvement commencera par une première (= 1^{re}) accélération, à laquelle fera suite une deuxième (= 2^e), et une troisième (= 3^e) ... de façon à ce que la vitesse du corps devienne toujours plus intense. – (ii) Pour cette même raison, il n'y a aucune raison suffisante pour que ce même corps qui vient d'entrer dans son 1^{er} degré de vitesse, atteigne directement le 3^e sans passer par le 2^e. – (iii) Étant donné cette inclinaison vers le lieu désiré, il faudrait une raison suffisante pour dévier du droit chemin – de la ligne droite – qui le conduit directement où son *impetus* le pousse. – (iv) Donc, entre l'événement e_i du corps en repos, et l'événement e_j de ce même corps en mouvement avec vitesse v_n nous devons *nécessairement* conclure que l'événement e_k de l'accélération rectiligne $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow \dots \rightarrow v_{n-1}$ a eu lieu.

Où se trouve le pivot de cet argument ? Il est dans son départ (i) : la « très raisonnable » coïncidence entre la succession ordinale des variations de vitesse 1^o, 2^o, 3^o... et la *quantité* ainsi accumulée 1^o=1, 2^o=2, 3^o=3... Arrêtons-nous donc à côté de Sagredo. Cette correspondance est *de facto* valable pour le mouvement interne du Nombre... mais *sur quelle base* – demande-t-il – pouvons-nous rigoureusement affirmer que cela vaut aussi dans le cas du mouvement externe du corps ? Et il a bien raison, car les plus galiléens des phénomènes témoignent sans cesse du contraire de ce que Salviati prétend. Rappelons-nous en effet de nos pendules de Newton en Fig. 6 et concentrons-nous sur le pendule A. En I, la sphère A oscille vers la droite jusqu'à l'instant II du choc entre le pendule E et le pendule D. L'effet en III de ce choc est que la sphère A inverse le sens de son oscillation en partant vers la gauche, sans que la fréquence d'oscillation globale n'en subisse la moindre modification, sans que la continuité du mouvement oscillatoire global vers la droite ne s'interrompe, et sans donc que le pendule A même *ne puisse préalablement ralentir*.

Par conséquent, non seulement un passage immédiat du repos à une vitesse donnée n'est pas contradictoire, mais il est, en plus, manifestement *absent* sur la surface du plus galiléen des phénomènes : tant pour notre perception que pour notre appréhension rationnelle de sa structure interne. La prétention de continuité affirmée par Salviati dérive donc d'une exigence plus profonde et subtile, d'ordre non intuitif mais irréductiblement *logique* et, encore une fois, purement *narratif*. Cette exigence est dictée par notre PSE, autrement appelé « Principe de Raison Suffisante » : *natura non facit saltus*... si elle considère insensé d'en faire.

Il tarde donc à Sagredo d'entendre la démonstration de Salviati : « De toutes nos discussions d'aujourd'hui, si je ne tirais que cette connaissance, j'y verrais un très grand profit ». Il s'agit de démontrer que *de facto* la nature ne fait pas de sauts, et que toute vitesse donnée présuppose une préalable accélération qui, en partant du repos, fait s'entresuivre tous les infinis degrés de vitesse – et donc tous les infinis événements – qui séparent le commencement du mouvement et sa fin. Démontrer un fait de la nature signifie non pas qu'un fait contraire serait impossible, mais que nous appellerions l'événement de sa manifestation, un « miracle », ou un événement *étonnant*. Cette démonstration est la vérité expérimentale du Plan Incliné, qui représente à la fois la première institution catégorique d'un événement e_k entre deux événements $e_i < e_j$ [où « < » signifie précédent] – réalisée pour remplir tout possible vide de continuité au sein d'un même mouvement, et le premier acte d'expansion du nombre

dans le domaine du corps : grâce à cette expérience purement mentale, Galilée crée la possibilité de « suivre arithmétiquement les phénomènes de la ligne droite » [Dedekind]... du mouvement.

Les trois premiers éléments de sa démonstration nous les avons déjà fixés en §6.3 ((87-88-89)) : (a) l'accélération d'un corps qui tombe à partir du repos ; (b) l'accumulation continue d'un élan égal et contraire ; (c) l'égalité entre les élans acquis à partir de la même hauteur de chute. Finalement, une fois passé le cap de la perplexité oscillante de Sagredo, Salviati peut clore sa démonstration, en concluant (d) qu'entre deux degrés de vitesse [= deux événements $e_i < e_j$] ayant lieu au sein d'un même événement E_i de mouvement accéléré, on pourra toujours intercaler un troisième événement e_k successif au premier, et précédent au deuxième : $e_i < e_k < e_j$:

(215) « Revenons à notre propos : il s'agissait de montrer que le corps lourd qui part du repos passe, en descendant, par tous les degrés de lenteur inférieurs à n'importe quel degré de vitesse qu'il a acquis. [...] Poursuivons : Vous admettez sans difficulté, je pense, que, sur un plan DA [Ci-dessus Fig. 26] par exemple, moins élevé que AC, le mouvement de descente serait encore plus lent que sur le plan AC ; on peut donc indubitablement indiquer des plans si peu élevés au-dessus de l'horizon AB qu'il faudra au mobile (la même bille) un temps aussi long qu'on le voudra pour arriver en A ; pour y arriver sur le plan BA, un temps infini ne suffit pas ; et le mouvement est toujours d'autant plus lent que la déclivité est plus faible. Il faut donc le reconnaître, on peut choisir au-dessus de B un point si proche de B que, même en un an, la bille ne parcourrait pas le plan qui joint ce point au point A. » [Ibid. :118-119]

Sur cette base, nous pourrions ramener les deux trajectoires de chute rectiligne accélérée \overline{CA} et \overline{CB} [Fig. 26-29] à un vecteur \vec{a} (module = \overline{CB}) purement projectif, sur lequel nous ne verrons pas bouger un corps dans l'espace, mais uniquement sa vitesse dans le temps. Sur cette nouvelle droite du mouvement, nous ne plaçons donc pas une succession de lieux, mais uniquement une suite rigoureusement continue d'événements – une histoire – car une « vitesse déterminée » ne signifie que l'épisode achevé d'un certain mouvement. Le vecteur \vec{a} est donc le symbole mathématique et *narratif* d'une histoire, tandis que « rigoureusement continue » signifie qu'étant donné deux événements successifs quelconques internes à l'intervalle historique \overline{CB} , nous sommes catégoriquement certains qu'entre les deux, au moins un autre événement a eu lieu.

Notre acquis est donc le suivant : *a parte subjecto*, la cohésion mathématique du monde matériel – celle que nous ne pouvons pas éviter de postuler dès que nous prétendons mathématiser ses phénomènes physiques – est d'ordre strictement logico/narratif. Ce qui est « numéroté » dans le monde des « corps pratiquement rigides », ce ne sont ni les corps ni les espaces, ni en général les « choses » mais les mouvements, et plus essentiellement les *événements*. La seule raison pour garder notre foi que sur la « perche » \vec{a} de Galilée/Einstein il y aura toujours un peu d'espace pour cocher encore un événement dans le continu dénombrable du monde, est que nous *postulions activement* l'isochronisme : si *rien* ne se passe entre deux instants donnés du temps, le temps continuera à s'écouler à vitesse constante. Toute *accélération* a donc nécessairement une provenance causale dont il faut pouvoir rendre compte en termes d'événements dénombrables qui ont effectivement eu lieu, car aucun *vide de sens* ne doit interrompre la continuité historique des phénomènes : il faut donc que la vitesse $v=2$ existe entre $v=1$ et $v=3$, car le contraire serait *étonnant*, et nous resterions étonnés jusqu'à l'arrivée d'une explication recevable, à *savoir d'une vitesse=2*.

Changeons maintenant de perspective, pour regarder les choses *a parte objecto*, et observer directement *in re* de quoi est fait le monde des choses matérielles physiquement existant, que nous *postulons* ne contenir rien qui interrompe la trame continue et isochrone de ses histoires. Cela nous conduira d'abord [§10.2] à devoir placer la forme palindrome et périodique « *ab/ba* » au cœur *purentiellement* de toute transformation orientée « \vec{a} », pour ensuite reconnaître [§10.3] que la voix qui retentit dans cette flèche, au cœur de ce même cœur, est celle de l'événement pur, étalon purement narratif de mesure du temps.

10.2 La force de la puissance

La question est à présent la suivante : si l'attention narrative du *sujet* scientifique impose que le récit galiléen du plan incliné – le récit $\vec{a} = \overline{CB}$ – soit naturellement raconté par les nombres, car une autre histoire n'aurait aucun sens, qu'en est-il, par contre, du comportement *objectif* de la sphère, qui

en roulant sur la pente CA paraîtrait tout à fait indifférente à ce qu'entre-temps nous ne pouvons éviter de croire et dire sur sa façon de bouger ? La première chose que Galilée nous apprend à ce sujet est que, pour raconter mathématiquement l'histoire de ce trajet accéléré de façon à lui donner une identité logique pleinement satisfaisante, aucun mesureur d'espaces – aucun mètre – ne saurait nous aider. Pour établir l'équidistance rigoureuse entre une étape et l'autre le long de ce chemin, il nous faut plutôt un mesureur de *temps* : un *chronomètre* – une horloge – qui n'est autre que le pendule.

Ce sera donc au pendule de nous apprendre trois choses fondamentales sur la structure objective du monde physique des « choses matérielles » mathématisables (à savoir racontables) qui l'habitent, y compris notre corps : [ici (1)-(6)] ce monde se constitue d'une réalité *en puissance* – bien agissante et efficace au niveau de ses effets observables – et d'une réalité *en acte*, qui n'épuise donc pas la totalité de l'observable; [§10.3] ses atomes ne sont pas les bouts de matière qui composent ses agrégats corporels, mais les événements qui tissent les histoires que nous en racontons : des histoires qui nous parlent – entre autres, mais pas seulement, – de corps en mouvement ; [§11] que toute l'attention de notre corps, ainsi que celle de tous les autres corps du monde, est irrésistiblement portée à se syntoniser sur la voix de ce qui se passe autour d'elle.

(1) UN PENDULE EN PUISSANCE – Tout ce que nous avons vu nous montre que l'arithmétisation du mouvement accéléré – donc du mouvement tout court – se fonde en dernière analyse sur le pendule, plutôt que sur le plan incliné, car nous ne pourrions rien savoir de *mathématique* sur ce dernier, si nous ne le regardions pas comme un *pendule en puissance*.

Ce qui nous permet l'égalisation mathématique du mouvement de chute de la boule roulant sur CA est en fait la certitude que dans son mouvement « les degrés de vitesse en des points également distants du point le plus bas sont égaux entre eux » ((224)). Et toutefois, non seulement nous savons que dans l'espace *externe* de ses oscillations « en des points également distants du point le plus bas » la vitesse de déplacement de la sphère d'un pendule n'est *jamais* la même, mais nous allons maintenant apprendre que la dimension purement virtuelle d'où agit la *puissance* du pendule doit subsister non seulement malgré les conditionnements externes que ses mouvements actuels doivent subir, mais plus profondément et définitivement malgré la matière même dont il est constitué :

(216)« SALVIATI - Supposons qu'au bout d'un fil long et fin attaché au plafond, on suspende une boule de plomb et qu'on l'écarte de la verticale pour la laisser ensuite aller librement : n'avez-vous pas observé qu'en descendant, spontanément elle dépassera la verticale pour remonter presque aussi haut ? SAGREDO - Je l'ai très bien observé, et j'ai vu la boule (surtout quand elle est assez lourde) remonter presque aussi haut qu'elle était descendue, j'ai même cru parfois que l'arc ascendant était égal à l'arc descendant, me demandant alors si ces vibrations ne pourraient pas se perpétuer ; c'est ce qui se passerait, je crois, si on pouvait supprimer l'empêchement de l'air qui, résistant à se laisser ouvrir, retarde un peu et empêche le mouvement du pendule. Mais l'empêchement est peu important ; on peut en juger par le grand nombre de vibrations qui précèdent l'arrêt complet du mobile. SALVIATI : Même si on supprimait totalement l'empêchement de l'air, le mouvement ne se perpétuerait pas, signor Sagredo ; il y a encore un autre empêchement, bien plus caché... » [Ibid. : 366]

Confronté à l'intuition incontournable qu'un pendule qui oscille porte en lui la puissance de remonter jusqu'à la même hauteur d'où il est descendu, Sagredo cherche ici à reconduire son arrêt graduel à un empêchement *externe*. Or, si c'était ainsi, ce même empêchement externe devrait perturber aussi l'allure isochrone de sa fréquence d'oscillation : et c'est pour cette raison que Sagredo s'étonne profondément lorsqu'il est confronté au fait indéniable que ceci n'est pas le cas. Le lieu d'où jaillit cet empêchement est « bien plus caché » puisqu'interne, s'agissant de la *matière même* dont se compose le pendule :

(217)« Cette corde (une fois ôtés les poids du milieu) est un composé de plusieurs pendules lourds : chacune de ses parties constitue un de ces pendules, attaché de plus en plus près du point A, et donc disposé à avoir des vibrations de plus en plus fréquentes ; chacune de ses parties constitue donc un empêchement continu qui s'oppose au poids C. » [Ibid. : 372]

En synthèse, une infinité de pendules purement *potentiels* puisqu'internes à tout pendule actuel – et donc tous *potentiellement* capables de remonter jusqu'à la même hauteur d'où chacun d'eux descend à chaque oscillation – compose le pendule *potentiel* – puisqu'interne à la sphère roulant sur un plan incliné – qui va nous permettre de formuler la loi mathématique de son accélération. Encore une fois,

l'hypothèse de départ (dans ce cas : que dans l'oscillation complète d'un pendule la montée et la descente de la sphère sont égales en hauteur) ne s'enracine pas dans un aspect manifeste du phénomène : l'égalité des élans est une certitude purement projective qui perce la surface cinématique des choses pour puiser à leur fond purement dynamique.

(2) LA PUISSANCE OSTRACISEE – Bien malheureusement – mais aussi bien cohéremment – la même Méduse qui a ôté toute voix au mathématicien pour ne convoiter que les résultats déjà achevés de son travail, et qui a ensuite dédaigné tout mouvement *personnel* du physicien et toute nature vraiment mouvante au mouvement physique pour ne convoiter que le fruit calcifié de leur action conjointe, cette même Méduse a proscrit et enseveli sous une épaisse couche de ridicule et de misologie la pourtant indispensable et donc incessamment utilisée notion aristotélicienne d'« être en puissance ». Je dois donc la désenterrer telle quelle, car elle est aussi indispensable pour une pensée vraiment dynamique que le *nombre* $\sqrt{2}$ est indispensable pour une pensée effectivement arithmétique, et que les lois de l'harmonie le sont pour toute théorie de la musique. – Suivons d'abord en quatre passages l'histoire de ce violent ostracisme conceptuel et culturel.

I. DESCARTES : « CES MOTS NE SONT PAS PLUS CLAIRS POUR ETRE FRANÇOIS » – L'opération d'étouffement a été radicale et systématique, et elle a commencé avec le fameux sarcasme cartésien :

(218) « Le mouvement dont [les philosophes] parlent, est si fort différent de celui que j'y conçois, qu'il se peut aisément faire, que ce qui est vrai de l'un ne le soit pas de l'autre. Ils avouent eux-mêmes que la nature du leur est fort peu connue ; et pour la rendre en quelque façon intelligible, ils ne l'ont encore su expliquer plus clairement qu'en ces termes : *Motus est actus entis in potentia prout in potentia est*, lesquels sont pour moi si obscurs, que je suis contraint de les laisser ici en leur langue, parce que je ne les saurais interpréter. (Et en effet ces mots : *le mouvement est l'acte d'un être en puissance, en tant qu'il est en puissance*, ne sont pas plus clairs, pour être François.) Mais, au contraire, la nature du mouvement duquel j'entends ici parler, est si facile à connaître, que les Géomètres mêmes, qui entre tous les hommes se sont le plus étudié à concevoir bien distinctement les choses qu'ils ont considérés, l'ont jugée plus simple et plus intelligible que celle de leurs superficies, et de leurs lignes : ainsi qu'il paraît, en ce qu'ils ont expliqué la ligne par le mouvement d'un point, et la superficie par celui d'une ligne. » [Descartes, *Le Monde*, AT XI : 39. L'italique est de moi.]

II. D'ALEMBERT : « IL NOUS SERA TOUJOURS PERMIS D'IMAGINER » – Une fois les cartésiens devenus à leur tour une « secte » en voie d'anéantissement, la polarité historique s'inverse, et cette prise en charge purement « analytique » du phénomène du mouvement – jaillie d'une intense et collective méditation métaphysique qui avait engagé 150 ans d'efforts glorieux – devient, en toute son éblouissante clarté mathématique, explicitement et systématiquement *antimétaphysique* : et cela – faisons bien attention ! – au moment même où le père de la future Mécanique lagrangienne, Jean le Rond D'Alembert, introduit le mouvement *en puissance* parmi les outils légitimes de l'analyse cartésienne :

(219) « Le Mouvement et ses propriétés générales, sont le premier et le principal objet de la Mécanique ; cette Science suppose l'existence du Mouvement, et nous la supposons aussi comme avouée et reconnue de tous les Physiciens. À l'égard de la nature du Mouvement, les Philosophes sont au contraire fort partagés là-dessus. Rien n'est plus naturel, je l'avoue, que de concevoir le Mouvement comme l'application successive du mobile aux différentes parties de l'espace indéfini, que nous imaginons comme le lieu des corps: mais cette idée suppose un espace dont les parties soient pénétrables et immobiles; or personne n'ignore que les Cartésiens (Secte qui à la vérité n'existe presque plus aujourd'hui) ne reconnaissent point d'espace distingué des corps, et qu'ils regardent l'étendue et la matière comme une même chose. Il faut convenir qu'en partant d'un pareil principe, le Mouvement serait la chose la plus difficile à concevoir, et qu'un Cartésien aurait peut-être beaucoup plutôt fait d'en nier l'existence, que de chercher à en définir la nature. – Au reste, quelque absurde que nous paroisse l'opinion de ces Philosophes, et quelque peu de clarté et de précision qu'il y ait dans les Principes Métaphysiques sur lesquels ils s'efforcent de l'appuyer, nous n'entreprendrons point de la réfuter ici : nous nous contenterons de remarquer, que pour avoir une idée claire du Mouvement, on ne peut se dispenser de distinguer au moins par l'esprit deux sortes d'étendues : l'une, qui soit regardée comme impénétrable, et qui constitue ce qu'on appelle proprement les corps; l'autre, qui étant considérée simplement comme étendue, sans examiner si elle est

pénétrable ou non, soit la mesure de la distance d'un corps à un autre, et dont les parties envisagées comme fixes et immobiles, puissent servir à juger du repos ou du mouvement des corps. *Il nous sera donc toujours permis de concevoir un espace indéfini comme le lieu des corps, soit réel, soit supposé, et de regarder le Mouvement comme le transport du mobile d'un lieu dans un autre.* » [D'Alembert 1743 : VI. L'italique est de moi.]

Une double – extrêmement lourde – intervention a donc violemment neutralisé toute possibilité de penser avec rigueur à la nécessaire distinction ontologique entre *puissance* et *acte*. 1) D'un côté le physicien postcartésien fait semblant de ne même pas *comprendre* une dyade conceptuelle qui est pourtant très simple en soi, quoi qu'il en soit de l'usage vain que des vieilles perruques de l'Académie ou des talibans de la philosophie en font ; 2) de l'autre côté, l'analyse anticartésienne s'empare de toutes les notions nécessaires pour dire la *puissance* – *impetus*, *élan*, *conatus*, *vertu*, *virtuel*, *puissance*, *potentiel*, etc. ... – sans aucunement se soucier de la catastrophe logico/gnoséologique (et donc culturelle, sur une vaste échelle) qu'un tel usage non pas antimétaphysique (rien n'est plus *métaphysique* que les propos de D'Alembert sur ce qu'il fait en mathématicien), mais anti-*critique* de ces notions, ira nécessairement engendrer dans la totalité de la science à venir.

III. MAXWELL/LABORDERIE : L'IMAGINATION EN ACTE – Le repoussement métaphysique de l'être en puissance coïncide d'autre part, sur le plan gnoséologique, avec la victoire absolue de l'Imagination. En fait, étant donné la structure objective du monde et la provenance historique de ses concepts, la physique actuelle ne peut que déborder de *mots* qui, sans trêve, disent l'« être en puissance ». Confronté à nos Sphères de Newton en Fig. 5, le physicien/ingénieur actuel voit donc, dans ces boules, ce que sans aucun doute elles sont : des « champs de déplacements virtuels »...

(220)« Les champs de déplacements virtuels sont généralement notés par des *, par exemple : U*. Les travaux virtuels occasionnés par un déplacement virtuel, se calculent simplement et sans tenir compte d'une éventuelle évolution des efforts appliqués au cours du déplacement virtuel. *On peut imaginer des déplacements virtuels quelconques et en particulier, des déplacements virtuels qui rompent les liaisons ou les solides.* On choisit généralement des déplacements virtuels qui font travailler une ou plusieurs inconnues et qui ne génèrent pas de travaux internes, ces champs de déplacements virtuels respectent les conditions de déplacements de solides indéformables et sont appelés mouvements rigidifiants. » [Laborderie : 2. L'italique est de moi.]

... mais cela active immédiatement le plus répandu des outils de refoulement logique : « on peut imaginer... ». L'ingénieur/physicien des derniers deux cents ans ne soupçonne pas qu'un « déplacement virtuel » n'est pas tout à fait un déplacement actuel opportunément renommé comme « virtuel » pour être mieux mesuré comme tout autre chose actuellement existante. La totalité des « modèles » à la Maxwell/Thomson qui habitent nos textes de physique tombent donc dans cette funeste erreur métaphysique, et nous avons déjà commenté l'*horreur* des tuyaux maxwelliens, qui font jaillir du Néant et replonger dans le Néant les « unit tubes » nécessaires pour dédouaner nos « commodes et opportuns » mécanismes comptables.

Enfin, le refoulement de la *dynamis* d'Aristote – voix irréductiblement *intérieure* des phénomènes – a fait coïncider depuis le début le rôle incontournable de notre imagination dans tout processus de connaissance, avec l'aplatissement du fond potentiel des choses sur leur surface actuelle, où les savants sont toujours prêts à projeter (« il sera toujours légitime d'imaginer...») leurs absurdes tourbillons de « particules ». Si toutefois *imaginer* nous est nécessaire pour juger, la confusion opiniâtre entre la Puissance et l'Acte n'a eu que des conséquences tragiques sur la totalité de nos sciences. L'une de ces conséquences – elle aussi fort ironique – est qu'en se déplaçant de la réalité à son symbole « analytique », la dimension *physique* de la puissance a pris le visage de la plus désespérante *impuissance métaphysique*.

IV. POINCARÉ AND CO : DE LA PURE PUISSANCE A L'IMPUISSANCE ABSOLUE – La traduction épistémologique de cette mouvance gnoséologique et [anti]métaphysique peut se ranger dans la famille des *keywords* : « conventionnalisme », « opportunisme », « pragmatisme »... et finalement « à peu près ». C'est donc en représentant légitime de toute cette époque, que ce dernier mot-clé affirme péremptoirement : « étant donné les phénomènes constatables et mesurables, deux oscillations parfaitement égales entre-elles ne seront jamais possibles » :

(221) « Quand nous nous servons du pendule pour mesurer le temps, quel est le postulat que nous admettons implicitement ? C'est que la durée de deux phénomènes identiques est la même ; ou, si l'on aime mieux, que les mêmes causes mènent le même temps à produire les mêmes effets. Et c'est là au premier abord une bonne définition de l'égalité de deux durées. Prenons-y garde cependant. Est-il impossible que l'expérience démente un jour notre postulat ? [...] Dans la réalité physique, une cause ne produit pas un effet, mais une multitude de causes distinctes contribuent à le produire, sans qu'on ait aucun moyen de discerner la part de chacune d'elles. Les physiciens cherchent à faire cette distinction ; mais ils ne la font qu'à peu près, et quelques progrès qu'ils fassent, ils ne la feront jamais qu'à peu près. Il est à peu près vrai que le mouvement du pendule est dû uniquement à l'attraction de la Terre ; mais en toute rigueur, il n'est pas jusqu'à l'attraction de Sirius qui n'agisse sur le pendule. Dans ces conditions, il est clair que les causes qui ont produit un certain effet ne se reproduiront jamais qu'à peu près. » [Poincaré 1905 : 43, 45]

Toute cette époque n'a en effet jamais omis de faire coïncider cette indéniable, mais strictement projective, troisième dimension des phénomènes physiques – celle de leur puissance, aussi évidente dans le temps que l'est une profondeur dans l'espace – avec l'idée que la *parfaite* égalité, la *parfaite* isochronie etc., ne seront donc *jamais* possibles. L'erreur modale est toutefois flagrante et facile à démasquer, une fois repérée et neutralisée sa source idéologique : la parfaite égalité entre deux oscillations du même pendule sera bien au contraire *toujours* possible, car la possibilité est l'aspect logique de l'être en puissance qui – grâce au passage historique Aristote→Galilée – est l'aspect métaphysique de la force, à la racine de toute accélération. L'isochronisme parfait – mesure immanente de tout phénomène de mouvement dans l'espace externe, sera donc *toujours possible*, et il *doit pouvoir l'être*, étant donné la marche effective des événements, qui nous imposent l'indéniable réalité de la fréquence, de l'accélération, de la musique.

(3) UN MOUVEMENT REEL, MESURABLE ET PUREMENT POTENTIEL – Afin toutefois de ne pas confondre un postulat pur *a priori* de la physique avec une « convention » incertaine puisqu'émanant d'un sujet humain, établissons une fois pour toutes directement *in re* la présence efficace, agissante et mesurable d'une dimension purement *potentielle* des phénomènes physiques : ce qui constitue, comme je l'ai dit, la première brique d'une œuvre de réhabilitation de l'être-en-puissance qui m'est absolument nécessaire pour la démonstration de ma thèse.

Reprenons à cette fin nos pendules de Newton – que nous avons laissés immobiles et toutefois en mouvement en §4.4.1 – et refaisons d'abord l'expérience faite en Fig. 5, qui nous assure que les sphères ABCD en Fig. 72A sont sans aucun doute en repos lorsque, en III, la sphère E part à la suite du contact entre la sphère A et la sphère B en II.

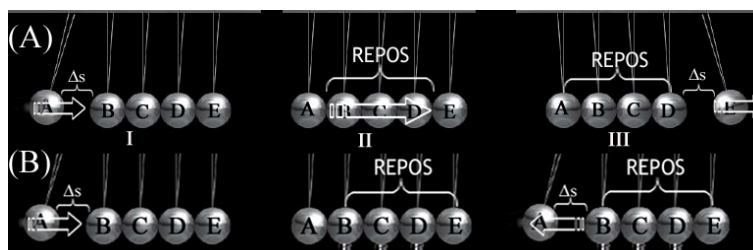


Figure 72AB

Si nous bloquons les sphères centrales BCD, il devient évident que leur espace immobile est, dans le cas (B), le théâtre d'un mouvement purement potentiel.

Fixons maintenant les sphères BCD [Fig. 72B] en les empêchant de bouger. Nous les transformons de la sorte en un mur contre lequel la sphère A rebondit. Et en effet, après le contact avec la sphère B en II, la sphère A rebondit, en couvrant en III la même distance Δs couverte par la E dans le cas précédent ; de sa part, la E reste en repos, bien qu'elle soit libre de bouger. Cela montre avec une évidence définitive qu'en (A) les corps BCD transmettent à E le mouvement dont la A est douée, exclusivement si eux-mêmes en sont des porteurs potentiels ou, autrement dit, seulement si le mouvement qu'ils transmettent à la E est *en puissance* présent en eux : dans ce cas – et seulement dans ce cas – la E recevra de leur part sa puissance (= force) de bouger actuellement dans l'espace externe.

Le double phénomène en Fig. 72 parle donc très clairement : le « déplacement virtuel » des corps BCD signifie en effet ce que cette expression veut indiquer, à savoir un mouvement *réellement en*

puissance de ces mêmes corps, qui ne transmettent au corps E que le mouvement qu'eux-mêmes pourraient réaliser s'ils étaient libres de le faire. Autrement dit : un corps qui *en effet* – (ce qui ne coïncide pas avec « *en acte* » !) – est en train de bouger *en puissance* d'une certaine façon, c'est-à-dire un corps qui est actuellement doué d'une certaine puissance de bouger, peut bien transmettre à un deuxième corps la *force* de se mettre en mouvement de cette même façon, c'est à dire d'actualiser ce même mouvement potentiel qui anime le corps qui – c'est ainsi que nous nous exprimons dans un cas pareil – le « pousse ». Nous dirons alors qu'une transmission de mouvement par « poussée » est la transformation d'un mouvement potentiel en un mouvement actuel à l'occasion d'un certain événement (contact, accumulation de « charge électrique » etc.). Un mouvement en puissance, ou une puissance de se mouvoir, ne signifient donc aucunement l'actuel changement de lieu d'un ensemble de « mobiles » que nous imaginons à l'intérieur des corps qui en sont les véhicules, et lorsque D'Alembert affirme : « Il nous sera toujours permis de concevoir un espace indéfini comme le lieu des corps, soit réel, soit supposé, et de regarder le mouvement comme le transport du mobile d'un lieu dans un autre » ((219)) ... *il a tort*. Bien au contraire, le « déplacement virtuel » des boules BCD n'est d'aucune façon imaginable comme « le transport d'un mobile d'un lieu à l'autre », car non seulement dans l'imagination calculatrice du mathématicien, mais dans la réalité bien physique et tangible des choses, aucune portion de matière ne se déplace lorsqu'une boule de Newton pousse sa voisine. Au contraire de ce que dit D'Alembert donc, *rien* dans l'évidence directe et physique des phénomènes ne nous permet de penser aux « travaux virtuels » qui se font dans un solide qui transmet son mouvement, ou qui tout simplement garde l'équilibre de sa propre cohésion, dans les termes du « déplacement » de ce même solide dans l'espace qui l'entoure.

Tenons-nous en donc aux phénomènes et à ce qu'ils nous imposent. Les boules BCD en Fig. 72A ne bougent pas, mais la boule E part quand même après le choc de la boule A sur la boule B. Les mêmes boules BCD en Fig. 72B aussi ne bougent pas, mais dans ce cas la boule A rebondit. La seule différence entre la (A) et la (B) est que dans la (A) chacune des BCD « *eusse pu* » bouger – dit D'Alembert – comme la boule E le fait, si nous avons ôté les boules qui en empêchent le déplacement actuel, mais non pas sa *possibilité*. Ce mouvement en puissance, cette puissance de bouger et faire bouger, est donc bien présente et agissante devant nous, et elle nous interdit de l'« imaginer » selon les critères d'évidence d'alembertienne et thomson/maxwellienne d'un corps qui *actuellement* se déplace.

(4) LE PENDULE POTENTIEL AU CŒUR DE TOUT MOUVEMENT ACTUEL – Revenons maintenant à notre plan incliné. En synthèse, ce qui permet de voir *dans* le côté vertical CB du plan incliné le vecteur \overline{CB} d'une augmentation de vitesse aussi continue que l'est sa présence purement euclidienne, est l'intrinsèque puissance « kinémétrique » du pendule, qui se place ainsi à côté des outils *géométriques* et « arithmo-métriques » qui organisent la nouvelle physique expérimentale. Pour cette raison, l'acquisition de cette « kinémétrie » est considérée par Galilée comme son vrai joyau :

(222) « Avant tout, il faut considérer que le mouvement des corps lourds n'est pas uniforme : partant du repos, ils accélèrent continuellement ; c'est en effet ce que tout le monde connaît et a observé. Mais cette connaissance générale ne sert à rien si on ne sait pas selon quelle proportion se fait cet accroissement de vitesse : cette conclusion, restée jusqu'à notre époque inconnue de tous les philosophes, a été trouvée et démontrée pour la première fois par notre ami commun, l'Académicien. » [Ibid. : 360]

Analysons la forme interne – la *formula* – de cette trouvaille merveilleuse :

(223) « Dans certains de ses écrits encore inédits qu'il m'a fait la confiance de me montrer, à moi et à certains autres de ses amis, il démontre que l'accélération du mouvement rectiligne des corps lourds se fait selon les nombres impairs *ab unitate*, autrement dit, si on définit des temps égaux quelconques, aussi nombreux qu'on veut, et si on suppose que, dans le premier temps, le mobile, partant du repos, a parcouru tel espace, par exemple une aune, pendant le second temps, il en parcourra trois, cinq pendant le troisième, sept pendant le quatrième, et ainsi de suite, selon la suite des nombres impairs. Cela revient à dire que les espaces parcourus par le mobile à partir du repos ont entre eux la proportion doublée de celle des temps mis à les parcourir ; ou encore, je dirai que les espaces parcourus sont entre eux comme les carrés des temps. SAGREDO - Quelle chose merveilleuse ! Et vous dites qu'il en existe une démonstration mathématique ? SALVIATI - Démonstration mathématique très pure. » [Ibid.]

Pour démontrer cette affirmation, Galilée oblige son plan incliné à se refléter dans le *miroir inversé*... d'un autre plan incliné [Fig. 73], en le transformant de la sorte en ce pendule potentiel que nous venons juste de fonder *in re* en sa « réelle possibilité » :

(224) « [1] SALVIATI : Je vous ai présenté l'observation de ce pendule, pour que vous compreniez que l'élan acquis sur l'arc descendant, où le mouvement est naturel, a par lui-même la puissance de pousser d'un mouvement violent la même boule sur un espace égal de l'arc ascendant ; *il a cette puissance par lui-même*, dis-je, quand tous les empêchements externes sont supprimés. [2] On comprendra aussi, et sans le moindre doute, que, tout comme sur l'arc descendant la vitesse croît jusqu'au point le plus bas de la verticale, de même, à partir de là, elle diminue sur l'arc ascendant, jusqu'au point le plus haut, et diminue dans les mêmes proportions qu'elle a d'abord augmenté : ainsi les degrés de vitesse en des points également distants du point le plus bas sont égaux entre eux. [3] Si on raisonne de façon cohérente, cela nous amènerait à penser, me semble-t-il, que, si le globe terrestre était perforé par le centre, un boulet d'artillerie descendant dans ce puits acquerrait jusqu'au centre un élan de vitesse qui, au-delà du centre, le pousserait vers le haut sur un espace égal à celui de sa chute, [4] la vitesse diminuant toujours après le centre avec des décrets semblables aux incréments acquis dans la descente ; le temps passé à ce second mouvement, ascendant, serait égal, je crois, à celui de la descente. Or, en perdant peu à peu, jusqu'à extinction complète, le degré maximum de vitesse qu'il possédait au centre, le mobile parcourt en un temps égal une distance égale à celle qu'il avait parcourue lorsqu'il faisait une acquisition de vitesse depuis la privation totale jusqu'à ce degré maximum. [5] Il me paraît donc fort raisonnable [*par ben ragionevole*] que, s'il continuait avec ce degré maximum de vitesse, en autant de temps il parcourrait ces deux espaces à la fois. [6] Supposons qu'on divise en esprit ces vitesses en deux parties, les degrés croissants et les degrés décroissants, par exemple ces nombres dont les premiers, ceux du temps de la descente, vont croissant jusqu'à 10 et les autres, ceux du temps de la montée, décroissant jusqu'à 1 ; on voit qu'ajoutés les uns aux autres, ils font autant que si une seule des deux parties était entièrement constituée de degrés égaux au plus grand. La totalité de l'espace parcouru avec tous les degrés de vitesse, croissants et décroissants (autrement dit le diamètre entier), doit donc être égale à l'espace parcouru par les vitesses les plus grandes, quand le nombre de ces vitesses fait la moitié de l'agrégat des vitesses croissantes et décroissantes.

J'ai expliqué les choses d'une manière fort difficile, je le reconnais ; Dieu veuille que je me sois fait comprendre ! » [Galilée 1632 : 367-368. L'italique et les crochets sont de moi.]

Pourquoi en [5] Salviati dit « fort raisonnable » ? Nous le savons déjà : car ces « deux espaces à la fois » ne *postulent* cet isomorphisme parfait entre nombres et mouvements, qu'au nom du bon sens et de la « raison suffisante », c'est-à-dire de la cohérence narrative du monde qui nous entoure et nous habite. De sa part, le bon Dieu a manifestement écouté le souhait de maître Salviati, car Sagredo se produit soudainement en une performance vraiment étincelante :

(225) « SAGREDO : [1] Je crois avoir très bien compris. Supposons que le mouvement commence en partant du repos et que sa vitesse croisse successivement par des ajouts égaux, comme cela se passe avec la suite des nombres à partir de l'unité, et même du zéro qui représente l'état de repos.

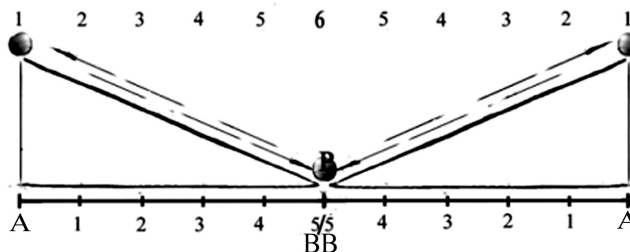


Figure 73 [De moi]
Le plan incliné « au miroir ».

[2] Disposons-les ainsi, en en plaçant à la suite l'un de l'autre autant que nous voulons, le degré le plus petit étant zéro et le plus grand 5 par exemple, tous ces degrés de vitesse avec lesquels le mobile s'est mû font une somme de 15 ; or, si le mobile se mouvait avec un même nombre de degrés, mais chacun égal au degré maximum, soit 5, l'agrégat de toutes ces vitesses serait le double de l'autre, soit 30 ; si donc le mobile se mouvait aussi longtemps, mais avec

une vitesse uniforme égale à celle du degré maximum, 5, il devrait parcourir un espace double de celui qu'il parcourut dans le temps de l'accélération qui commença en partant du repos. » [Ibid. : 367-368]

Nous reprendrons les propos de Salviati en [§11.3(6)], lorsqu'il s'agira de Sagredo en personne, et d'entendre la puissance dont ses sens apparaissent « *par eux-mêmes* » manifestement doués, étant donné ce que son esprit (sa « *velocissima e sottilissima apprensiva* ») arrive à faire des mots, sans aucun doute « forts difficiles », de son maître.

Pour le moment concentrons-nous sur la loi arithmétique dont il est question en (225 [2]). Cette loi dit qu'étant donné un nombre n quelconque :


$$2 \overbrace{(0 + 1 + 2 + 3 + \dots + n)}^{m \text{ éléments}} = \overbrace{(n + n + n + \dots + n)}^{m \text{ éléments}} .$$

On voit bien ici que Sagredo cerne dans la progression du mouvement une loi « cantorienne » d'auto-dénombrement du nombre, car tout nombre/vitesse correspondant à un « instant » sur l'hypoténuse du plan incliné, s'auto-mesure à partir de zéro. Il faut bien retenir ce point, car nous verrons [§11.2 (3_{II})] que toute la mathématique de l'infini dédouanée par Bolzano et ses contemporains a pénétré justement ce domaine de l'être-en-puissance – la *Mächtigkeit* de Cantor – en répétant la même erreur métaphysique qui attribue à tout mouvement réel et mesurable le statut ontologique (et donc les propriétés physico/mathématiques) d'un mouvement actuel. Pour revenir à la (225), cette loi purement arithmétique, interne à la progression du *nombre*, devient une loi interne à la progression du *mouvement* « physique » dès que nous postulons 1) (PSE) que les histoires physiques ont *un sens* ; 2) que la conservation d'un même « élan » (puissance, « inclinaison », intention de bouger) au cours d'un même mouvement coïncide avec la présence d'un pendule *potentiel* à l'intérieur du corps qui chute. Ce n'est que parce qu'il se soumet à cette double condition, que le mouvement à la fois actuel (cinématique) et potentiel (dynamique) de notre sphère roulante peut se produire selon une succession de vitesses parfaitement isomorphe (tant du point de vue ordinal que cardinal) à la suite de nombres « 0 1 2 3 4 5 4 3 2 1 0 ».

(5) LA « SIMULTANÉITE DIACHRONIQUE » ET MUSICALE DE LA FORCE – Remarquons maintenant comment le passage galiléen que je viens d'exposer entraîne un élément à la fois *dédékindien* et *musical* d'écoute des phénomènes. Cela nous mènera à reconnaître dans le fait de la « fréquence » la manifestation purifiée d'une dimension du monde où tout mouvement n'est qu'une pure et simple suite d'*intentions de se mouvoir*.

Quant à Dedekind, la présence d'un pendule potentiel « $0 \leftrightarrow 5 \leftrightarrow 0$ » (Fig. 73) au sein de tout mouvement accéléré « $0 \rightarrow 5$ » (« \vec{a} ») se traduit dans la façon *continue* dont Sagredo coche la succession des vitesses sur le plan incliné. Il s'agit donc de la troisième occurrence de notre forme « $\overline{ab/ba}$ » en [§10.1(2)], dans laquelle nous ressentons en même temps l'élément accélératif univoquement orienté, et la « commutativité » interne qui en rythme le déploiement successif. Cette méthode de mesure institue une révolutionnaire notion de « simultanité diachronique », enracinée dans l'évidence dynamique de la *force* : la *dernière* vitesse cochée 5, est *en même temps* (simultanément) la première vitesse du segment suivant, au sein de l'hypoténuse purement temporelle ainsi découpée [*ge-schnitten*]. Remarquons bien que cet endroit, où deux événements se passent en un seul et même temps, est sans aucun doute une extension *diachronique* de durée – devant nous il y a une boule qui non seulement chute en ligne droite, mais *accélère*, en faisant succéder des simples événements – ... et toutefois notre esprit nous demande impérativement d'ouvrir un *espace* dans notre imagination, pour faire place à ce couple simultané de fin/début, qui ne saurait être saisi autrement. Et enfin, c'est bien *ici* la circonstance qui a piégé l'« époque de l'image du monde » [*Die Zeit des Weltbildes*] comme Heidegger l'appelait en 1938. Cet *espace ouvert par notre esprit dans notre imagination* n'est en réalité que du temps : la simultanité d'une même durée, déployée sur la profondeur d'un même instant. Réfléchissons-y : cet *espace imaginaire* que nous situons sur la profondeur d'un même instant nous demande de toute évidence *un temps* pour le penser et imaginer : c'est donc en tous les cas dans le temps – externe et interne – que nous en appréhendons la simultanité de sa présence. Moralité, l'« espace » que, sans aucun doute, nous *imaginons* pour penser cette simultanité n'a, à aucun titre, par là même la *nature* d'une extension « spatiale » : non seulement une accélération se fait essentiellement dans la « durée de profondeur » d'un instant projeté

au sein d'un mouvement continu, mais notre pensée aussi ne fait que déployer dans son univers purement interne l'extension simultanée d'un même *temps*.

Quant à la musique, il n'y a rien de mieux pour comprendre ce qu'est la simultanéité d'une diachronie. En §4.2 j'ai observé que « pour que la suite  possède l'unité d'un seul *melos*, il faut que ses éléments nous parviennent dès le début totalement imprégnés de sa forme globale ». Cela signifie que toute étendue musicale est le périmètre d'une simultanéité diachronique que notre « mémoire reconnaît » (comme Kant, Bergson et Piaget l'appellent) nous propose au premier abord comme un *espace*. Dans le cas présent – la loi des carrés des temps, si bien exposée par Sagredo – demandons-nous quelle est la seule façon dont cette vérité mathématique éminemment projective (et qui pour cette raison lui a coûté autant d'efforts et de tournements de tête...) peut arriver à la surface de notre perception directe. Évidemment, la présence d'une telle simultanéité au cœur de toute accélération ne se manifeste à nos sens que si nous nous proposons de compter *actuellement* les coches de Sagredo qui à partir de 0 nous conduisent à terminer en 5, en même temps que *de ce même* 5 nous démarrons un deuxième mouvement. Nous serons alors obligés de faire de ce pendule potentiel un *métronome*, et de compter avec le rythme d'un *sofège* [...et-UN-et-DEUX-et-TROIS-et-QUATRE-et-CINQ....et-UN...]. Pour cette raison, la discussion qui suit celle sur le Pendule dans les *Discours*, concerne la Musique, qui est finalement le lieu de synthèse où compter et raconter depuis toujours se rejoignent.

Mettre en cause la possibilité de toute simultanéité *en puissance* – ainsi que Poincaré & Co. le font – revient donc à nier non seulement le phénomène *en acte* de la musique et de son sens mais aussi à s'empêcher une pensée rigoureuse de la force, en ce qu'elle exprime la continuité interne du mouvement accéléré, à l'intérieur duquel toute fin d'un [sous-]mouvement est *en même temps* le début du [sous-]mouvement qui suit. En réalité, la pensée de l'« à peu près » s'est tenue bien loin d'une telle double dénégation. Chez Poincaré, la « coupure » dédékindienne devient rien de moins que le modèle général de toute progression cognitive, depuis notre naissance jusqu'aux plus hauts sommets de la pensée mathématique, tandis que, dans cette dernière, il nous est donné de contempler en direct la *virtus* biblique de la Loi (« sed omnia in mensura et numero et pondere disposuisti » [*Sap.* XI.20] disait le Roi Philosophe) et la nature pythagorique et musicale du Cosmos ; en un mot, l'*harmonia mundi* qui est la seule essence « objective » de tout ce qui existe :

(226) « L'analyse mathématique, dont l'étude des cadres vides [du temps et de l'espace] est l'objet principal, n'est-elle qu'un vain jeu de l'esprit ? [...] Loin de là, sans ce langage, la plupart des analogies intimes des choses nous seraient demeurées à jamais inconnues ; et nous aurions toujours ignoré l'harmonie interne du monde, qui est, nous le verrons, la seule véritable réalité objective. La meilleure expression de cette harmonie, c'est la Loi. » [Poincaré 1905 : 22]

En somme, le phénomène de la fréquence musicale et de la puissance isochrone – mathématique et dynamique à la fois – de son interne « simultanéité diachronique » n'est aucunement remis en question par ces penseurs à la fois pythagoriciens et opportunistes³¹. L'incohérence d'une telle conception globale de la science et de ses dynamiques de développement n'est toutefois pas ce qui nous intéresse à présent.

(6) LES INTENTIONS DU PENDULE – Bien plus importante est la mise en lumière d'une deuxième circonstance logico/métaphysique concernant les mouvements potentiels, qui se place à côté de ce que nous venons de voir sur les « pendules de Newton » en Fig. 72.

Le fait est que chaque fois que la sphère du pendule en Fig. 73' passe par le point P perpendiculaire à son point de fixation, en faisant ainsi sonner la clochette, elle nous donne sans le moindre doute un message d'égalité entre deux intervalles de *temps*.

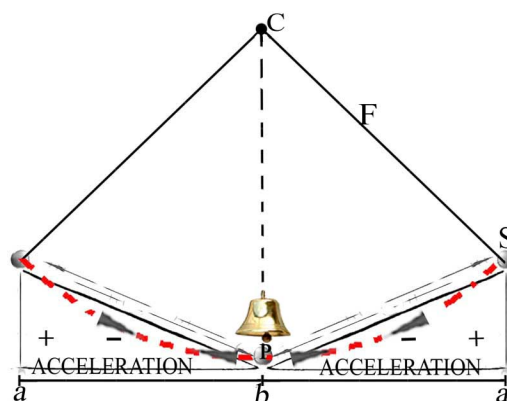


Figure 73'

Le plan incliné « au miroir », enrichi du « pendule potentiel », et d'une clochette au centre, qui sonne à chaque passage de la sphère roulante/oscillante. La suite régulière des retentissements de la clochette a lieu dans un espace purement potentiel, c'est-à-dire *dans le temps*.

Disons-nous, par contre, que ces indéniables égalités mesurent des mouvements (pluriel) qui ont actuellement lieu dans l'espace externe ? Pas tout à fait. Imaginons que la clochette ne reste pas fixe en P, mais que nous la plaçons, chaque fois que la sphère remonte, à la hauteur que cette dernière « eusse dû » atteindre étant donné celle-là même d'où elle a chuté. Dans ce cas, le pendule resterait *parfaitement muet* du début à la fin de son (singulier) mouvement global, car nous savons bien que cette « même hauteur » n'est jamais atteinte, par aucun existant doué d'un « pondus ».

Or, après l'analyse des « pendules de Newton » que j'ai conduite ci-dessus en (3) – et qui a mis en évidence le mouvement bien réel, mais néanmoins purement potentiel, des sphères BCE pendant qu'entre-temps les seuls pendules A et E se chargent de le traduire en acte – le « mutisme » que je viens d'évoquer s'avère déceler une circonstance de la plus haute importance. La clochette en Fig. 73' occupe en effet le centre exact de la suite de sphères *centrales* parfaitement immobiles en Fig. 72 : si nous la déplaçons seulement d'un millimètre de ce centre, nous raterons son dernier retentissement avant le stop final, c'est-à-dire le dernier bout de la trajectoire isochrone qu'elle dessine dans le temps. Autrement dit : une quelconque « clochette » qui coche la totalité du mouvement isochrone d'un pendule – du début jusqu'à la fin – ne fait partie d'aucune des trajectoires spatiales effectivement parcourues par la sphère oscillante. Cela signifie que notre clochette donne sa voix *actuelle* au mouvement bien local, certes, mais *en puissance* des sphères BCE, ainsi que d'ailleurs elles-mêmes le font, en effet, avec leur « TOC ! » qui se répète isochrone à chaque fois que les deux pendules latéraux retombent. Tant la clochette que les sphères BCE produisent donc une suite isochrone de sons, et cette suite est bien en elle-même, et sans aucun doute, *un mouvement* (le mouvement unitaire et global de la « fréquence »), mais la trajectoire de ce mouvement ne se déploie pas dans l'espace actuel des « oscillations » proprement dites. Par conséquent, nous ne dirons pas que ce mouvement – la « fréquence » – bien audible et mesurable, est par là même un mouvement *en acte* du corps qui l'engendre (les sphères immobiles qui font « TOC » ; la sphère oscillante qui frappe la clochette). Bien au contraire : l'indubitable égalité entre les durées qui séparent les retentissements successifs de notre clochette ne mesure pas tout à fait les déplacements actuels de la sphère qui, en oscillant, les provoque – car dans ce cas la clochette se tairait à jamais, aucun des déplacements actuels de la sphère n'étant égal aux autres – mais uniquement ses mouvements locaux potentiels – ses « élans » – définis par la hauteur vers laquelle la sphère *tend* à remonter après chaque descente. Le « bruit du choc » nous signale précisément la présence qu'un déplacement *du* déplacement est en train d'avoir lieu, dans la profondeur purement dynamique et temporelle du corps frappé :

(227)« Qu'un corps, aussi lourd que vous voudrez, se meuve à n'importe quelle vitesse et rencontre un corps au repos, mais très faible et opposant peu de résistance, en le rencontrant, il ne lui communiquera jamais immédiatement sa vitesse; un signe évident en est qu'on entend le bruit du choc : on ne l'entendrait pas, et pour mieux dire il n'y en aurait pas, si le corps en repos prenait, au contact du mobile, la même vitesse que lui. » [Galilée 1632 : 56]

Cette considération nous sera extrêmement précieuse : il s'agit en fait de l'un des piliers de ce travail. Si l'immobilité des sphères en Fig. 72 nous oblige à les regarder comme l'évidence qu'une

dimension de l'être-en-puissance est bien réelle et efficace au cœur des phénomènes visibles, la clochette en Fig. 73' donne une voix forte, claire et *actuelle* à un phénomène de mouvement qui ne laisse pas de doutes : la fréquence de son retentissement est une suite de sons bien mouvante et mesurable comme seule la musique peut l'être, et toutefois l'égalité entre les intervalles successifs qui rythment le son de sa voix n'appartient à aucun titre aux mouvements spatiaux en acte que la sphère oscillante (qui la fait sonner !) est pourtant en train de réaliser. Cet iso-chronisme ne se constitue finalement – du point de vue de l'espace externe – que d'une suite d'« élans » ou, mieux encore, d'*intentions*, qui s'entresuivent et bougent actuellement dans le temps, mais pas dans une étendue spatiale qui ne soit purement potentielle. J'insiste sur le mot « intention ». De même les phénomènes électrodynamiques nous obligent à attribuer un « point de vue » à un galvanomètre [§2.1], sans quoi nous ne pourrions pas mesurer ses comportements, de même les phénomènes mécaniques nous obligent préalablement à attribuer *une intention* au pendule, car l'isochronie de sa fréquence n'est que la voix des ses élans qui se succèdent dans le temps, et en aucun cas la mesure de ses déplacements actuels dans l'espace. Il ne faudra donc que répéter ici l'exercice de suspension de jugement que nous a demandé l'idée du « point de vue » d'un objet métallique, pour éviter de ressentir l'intention isochrone d'un pendule dans les termes d'une intention humaine, et nous aurons ainsi gardé la parfaite cohérence logique et phénoménale de notre discours. – La fréquence, l'accélération, la musique... manifestent donc d'un type de mouvement qui, tout en étant lumineusement réel et mesurable, fait néanmoins voyager nos oreilles en quête de sens dans cette dimension purement potentielle de la transformation physique qui, depuis Galilée, s'appelle « dynamique ». Les extensions de mouvement qui prennent forme au sein de cette dimension sont donc la seule chose qu'il nous est donné de mesurer, grâce à nos mouvements mathématiques, du monde spatial et matériel qui nous entoure et nous habite. Ce que nous allons découvrir par la suite est que ces mêmes mouvements mathématiques ne se font, en effet, que dans ce domaine subtil et purement virtuel de notre expérience du monde.

Quant à notre fil d'Ariane « $\overline{ab/ba}$ » nous allons maintenant développer le troisième des cinq points que j'ai répertoriés en [§10.1(2)]. Ce soi-disant « aller (*ab*)-retour (*ba*) » qui pulse dans toute accélération va nous ramener à une dimension uniforme et rigoureusement orientée – « $\overline{a \rightarrow b \rightarrow c}$ » – du mouvement mathématisable : 1) qui en elle-même n'a rien de « symétrique » ; 2) que nous pouvons seulement écouter ; et 3) qui seule rend possible le mystérieux phénomène de l'isochronisme. Tout cela montrera que la musique de notre clochette, sa fréquence, et son identité « palindrome » est la voix harmonieuse de l'*événement pur*.

10.3 La voix de la fréquence

Nous avons donc compris : 1) que le triangle au miroir en Fig. 73 est le symbole arithmétisé d'une dimension bien réelle et efficace, et pourtant purement potentielle, des mouvements qui nous entourent ; 2) que les éléments qui font la cohésion de ce même symbole ont une nature strictement événementielle et narrative, car rien qui ne soit fondé sur notre PSE n'appartient à son architecture interne. Il ne me reste qu'une chose à faire : purifier définitivement la réalité bien concrète et physique de notre mesureur du mouvement – le pendule – de tout élément qui ne soit purement temporel, pour arriver à montrer que son TIC...TAC potentiellement – à savoir non actuellement mais bien *réellement* – présent à l'intérieur de n'importe quelle transformation physique, est la voix *pure* de l'événement, étalon de mesure du temps. Nous allons voir en effet qu'ainsi que le socle ultime de l'arithmétique est dans la structure rigoureusement réfléchissante du « nombre pur » défini par sa capacité de s'auto-dénombrer et de s'auto-mesurer dès qu'il nous est donné, de même le socle ultime de la physique mathématisé est dans l'« événement pur », qui n'est rien d'autre que la façon dont le *temps d'une histoire* s'auto-dénombrer et s'auto-mesure. Quelle histoire ? L'histoire racontée par ce corps oscillant devant nous, qui frappe notre attention en quête de sens, avec son TIC...TAC apparemment indifférent au monde qui l'entoure. Distillons donc, enfin, notre « $e=f \times T$ » [e = événement ; f = fréquence ; T = période] et nous nous serons débarrassés de cette « nature spatiale » de la réalité physique qui hante la science contemporaine depuis trop longtemps.

(1) LE PENDULE – En t_0 on laisse partir la sphère S pendue au fil F attaché en C. Les mouvements oscillatoires $\overline{ab/ba}$ s'entresuivent égaux entre eux : UN $e_1[\overline{ab}]$... DEUX $e_2[\overline{ba}]$... ENNE $e_n[\overline{ab}]$... et

stop. L'ampleur/vitesse des déplacements de la sphère diminue au fur et à mesure, jusqu'au repos final, tandis que le rythme oscillatoire reste le même pendant toute la durée du mouvement.

(2) LES DIMENSIONS : FREQUENCE, VITESSE ET FORCE D'AUTO-EGALISATION – Imaginons que l'on répète l'expérience « spiraloforme » que Sagredo fait en §4.4.3. Grâce à cette expérience, nous prenons conscience d'une « coupure » interne au mouvement indistinct du pendule, en y distinguant deux dimensions hiérarchiquement ordonnées.

I. *Dimension anisochrone de la vitesse « v »*. D'un côté, il y a les oscillations : les déplacements (pluriel) de la sphère dans l'espace externe, dont l'allure est incessamment changeante quant aux distances parcourues et aux vitesses employées.

II. *Dimension isochrone de la fréquence « f »*. De l'autre côté, il y a la *succession* de ces mêmes oscillations, qui, en elle-même, constitue un seul et unique mouvement à allure constante : la fréquence « f ». – Ces deux ordres de mouvement sont aussi réciproquement distincts et hiérarchisés que les deux dimensions \vec{R}_i [séance singulière, décroissante] et $\vec{E}_{0 \rightarrow n}$ [suite globale, croissante] qui en §5.4 (2.1) composent le phénomène d'un seul et unique entraînement. Dans le cas du pendule, les incessantes variations de « v » n'influent nullement sur l'uniformité rigoureuse de « f » qui, au contraire, constitue la *ratio* unique de ces mêmes variations.

III. *Force d'auto-égalisation* – Nous dirons donc que la dimension isochrone de la fréquence est sur-ordonnée et donc *régit* la dimension anisochrone de la vitesse, et que l'être-en-puissance de l'« élan » se manifeste sur la surface du mouvement en acte (vitesse) comme la force d'auto-égalisation isochrone qui oblige toutes les oscillations à partager une même durée.

(3) LES TRAITS FONDAMENTAUX : TOTALITE DYNAMIQUE, CARDINALE, POLYGONALE. SIMULTANEITE DIACHRONIQUE, AUTO-MESURE ET AUTO-ORIENTATION

I. *Totalité dynamique* – La « fréquence » est la fréquence d'oscillation *du pendule*, car l'existence d'une dimension isochrone sur-ordonnée distille le Pendule comme une totalité dynamique, irréductible tant à l'ensemble des vitesses/ampleurs incessamment variables des déplacements de la sphère, qu'aux éléments C, F, S dont il est matériellement composé. Autrement dit, c'est seulement lorsque les éléments C, F et S forment un système suffisamment soudé et solidaire, que n'importe quelle force imprimée à S provoque en même temps le déplacement de S dans l'espace externe et l'égalisation temporelle de ses oscillations successives, à savoir l'apparition du mouvement uniforme de la fréquence à côté du mouvement variable de la vitesse.

II. *Cardinalité* – À l'intérieur de ce périmètre isochrone, toute oscillation singulière participe à l'uniformité du mouvement global $\{\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3 \dots \Delta t_n\}$ en comptant invariablement comme 1 temps, tout à fait indépendamment de la place qu'elle occupe dans la série ordonnée et anisochrone à laquelle elle appartient, ainsi que chaque nombre appartenant à la suite $\{1, 2, 3 \dots n\}$ compte « 1 » dans la cardinalité de l'ensemble de n nombres qu'elle représente, tout à fait indépendamment de la place qu'il occupe dans la série ordonnée à laquelle il appartient. Le mouvement isochrone du pendule manifeste donc une structure de cardinalité temporelle.

III. *Polygone temporel* – En tant que mouvement, le mouvement du pendule est divisible en une multiplicité virtuellement infinie de sous-mouvements, ainsi que toute longueur est divisible en une multiplicité infinie de sous-longueurs. Le mouvement du pendule s'impose toutefois en ce qu'il est, en outre, subdivisé dès le départ en une multiplicité finie de mouvements, tous égaux entre eux et distinctement dénombrables, ainsi qu'un polygone régulier n'est pas qu'une simple longueur subdivisée en un nombre arbitraire de sous-longueurs (ses côtés) mais une forme spatiale close, subdivisée en segments d'égale longueur. Le mouvement d'un pendule est donc *uniforme* puisqu'il se présente comme *une* forme de mouvement soudée, cohérente et finie, se subdivisant en un certain nombre pré-ordonné de segments de mouvements égaux entre eux jusqu'au dernier, le passage final au repos étant nécessairement discontinu : de la simple présence d'une fréquence $n/\Delta t$ à sa simple absence. Le pendule est donc un *polygone temporel*.

IV. *Simultanéité diachronique* – L'uniformité « polygonale » de la fréquence nous impose une deuxième forme de « simultanéité diachronique » [cf. §10.2(5)], qui ne découle pas d'un phénomène dynamique, mais de la circonstance métaphysique que – comme Aristote le dirait [Métaph. Z§10] – une pareille « totalité formelle » précède nécessairement l'existence/saisie de ses parties. En fait, de même nous ne pouvons accéder au « segment » \overline{ab} côté d'un polygone régulier donné, sans formellement présupposer la totalité de ce même polygone, de même, nous devons nécessairement

saisir le mouvement *uniforme* du pendule comme une totalité insécable, *avant* de pouvoir accéder à ses « côtés » « \overrightarrow{ab} » qui s'avèrent en conséquence avoir la forme insécablement triadique « $a \rightarrow b \rightarrow c$ ».

Démonstrons-le.

(i) Il nous est certainement donné de savoir identifier un mouvement au sein du temps : ainsi que nous savons identifier un nombre a , et un segment \overline{ab} , de même nous savons identifier un mouvement $a \rightarrow b$, à partir de son début a jusqu'à sa fin b . – (ii) Un mouvement uniforme est toutefois une totalité triadique irréductible, dont la structure fondamentale n'est pas « $a \rightarrow b$ » mais « $a \rightarrow b \rightarrow c$ » où « b » est une « coupure » dédékindienne commune aux deux extensions « $a \rightarrow b$ » et « $b \rightarrow c$ ». En fait, pour vérifier qu'à des « distances égales correspondent des égales durées de temps » nous devons non seulement pouvoir mesurer au moins *deux* durées de temps Δt_i et Δt_j , mais aussi entre-mesurer entre eux les deux intervalles de mouvement « $a \rightarrow b$ » et « $b \rightarrow c$ » qui ont été parcourus pendant ces mêmes durées de temps, car une suite continue d'au moins *deux* sous-mouvements doit être présente lorsque nous saisissons *un* mouvement « uni-forme ». (iii) Cela vaut naturellement aussi dans le cas du mouvement uniforme du pendule, tout à fait indépendamment de son aspect « réitératif », qui nous fait utiliser la notion très trompeuse d'« aller-retour ». En effet, le mouvement global de la sphère oscillante demeure justement isochrone malgré le fait que la sphère ne retourne jamais dans le même lieu « a », ni dans le même lieu « b », et cela puisque « a » et « b » ne sont pas des lieux, mais les deux extrêmes d'un mouvement qui inverse périodiquement son sens, sans jamais « revenir en arrière » (car il n'y a aucun « arrière » où il puisse « revenir ») et sans jamais s'interrompre. Du point de vue structurel, les deux mouvements consécutifs et de signe opposé $a \xrightarrow{+} b / b \xrightarrow{-} a$ expriment donc – en tant que parties du mouvement uniforme où nous les avons trouvés – la forme triadique orientée $\overrightarrow{a \rightarrow b \rightarrow c}$.

Nous devons en conclure que l'isochronisme du pendule – l'uniformité de sa fréquence – n'appartient qu'à sa « totalité cinétique », qui nous est par conséquent nécessairement donnée dès le début, en son insécable et ternaire « simultanité diachronique ».

V. *Auto-mesure et auto-orientation* – Pour établir l'égalité entre les sous-mouvements dont se compose le mouvement uniforme d'un pendule, nous ne pouvons évidemment pas utiliser une horloge, qui ne serait qu'un autre pendule. L'accès à l'isochronisme de *ce* pendule ne nous est donc offert que par le mouvement de *ce même* pendule, qui ne peut être utilisé comme un outil de mesure *du* temps qu'en ce qu'il est originairement un outil de mesure de son propre temps, ou du temps de son propre mouvement. Nous dirons alors que de même un nombre naturel n est le dernier socle de toute mathématique, puisque doué de la capacité de s'auto-dénombrer *et* de s'auto-mesurer, de même un pendule est le porteur immédiat et ultime de sa capacité de s'auto-dénombrer (déterminer la *cardinalité* de ses propres oscillations) et de s'auto-mesurer (égaliser les distances temporelles qui séparent ses battements successifs). En outre, nous savons qu'un pendule conserve non seulement l'égalité de durée entre ses oscillations successives, mais aussi *l'orientation dans l'espace* de leur plan.

(4) L'ÉTALON DE MESURE – Maintenant la question se pose : si le *nombre nombrant* s'auto-mesure comme *nombre nombré* dans le milieu de notre corps nombrant – qui est aussi immédiatement certain de cette distinction capitale (nombrant/nombré) qu'il est certain de lui-même comme « esprit » – comment le *temps égalisant* d'un pendule – qui est le milieu matériel de cette auto-égalisation temporelle – s'auto-mesure-t-il comme *temps égalisé* ? Quel est son étalon d'auto-mesure ? Nous allons voir que cet étalon est *l'événement pur*, l'« intention narrative » dont tout corps est doué pour nous parler de son propre temps.

I. *Uniformité et mesure interne* – Le mouvement est en général un phénomène à structure dyadique : la simple présence d'un certain mouvement \overline{ab} ($a = \text{début}$, $b = \text{fin}$) signifie que dans l'intervalle de temps $\Delta t_{\overline{ab}}$ une certaine *distance* Δ – entre deux lieux, deux températures, deux intensités de force... – a été couverte. Par conséquent, l'égalité réciproque entre les parties formelles d'un mouvement uniforme [ici (3.IV)] manifeste l'existence d'une dyade de correspondance biunivoque, liant des intervalles Δ à des durées Δt : aux durées Δt égales entre elles, correspondent des intervalles Δ égaux entre eux : « $\Delta / \Delta t = 1$ ». Un pendule mesure donc l'uniformité de son propre mouvement en ce qu'il nous offre une succession d'intervalles début-fin égaux entre eux, couverts pendant des unités de temps égales entre elles. Cela implique qu'il est autonomement doué de la capacité de nous faire accéder à des unités de temps égales entre elles.

Notre question se précise en conséquence : internement au mouvement du pendule, qu'est-ce qui *mesure* comme égales entre elles les durées de temps employées dans chaque oscillation ?

II. *Dans le pendule, ce n'est pas l'espace qui mesure le temps, mais les temps qui nous donnent accès aux espaces* – Certainement ce ne sont pas les distances parcourues par la sphère dans l'espace externe qui mesurent les temps employés. En fait, ces espaces appartiennent à la dimension anisochrone du pendule [ici (2.I)] : ils varient donc incessamment, et c'est justement sur le fond de cette incessante variation que ressort *par contraste* l'égalité entre leurs durées. Nous ne saurions donc mesurer une chose qui ne varie pas – les durées isochrones – au travers d'une chose qui varie – les intervalles d'espace. C'est bien au contraire l'égalité entre les durées des oscillations successives qui constitue la « mesure » de leurs espaces car, ainsi que nous l'avons remarqué, dans le phénomène oscillatoire « $\overline{ab/ba}$ » les symboles « a » et « b » indiquent non pas deux lieux, mais les deux extrêmes d'un mouvement. Ce sont donc ces mouvements qui « cochent » les distances spatiales parcourues, et non le contraire. D'autre part, le plan auto-conservatif des oscillations [ici (3.V)] n'est pas une distance déterminée mais une orientation, et une orientation ne peut déterminer la quantité extensive d'une distance, ni donc la conserver. Conclusion, lorsque la formule « $\Delta/\Delta t=1$ » exprime l'isochronisme du pendule, « Δ » n'est pas « Δs ».

III. *Un mouvement non oscillatoire* – Puisque les « côtés » du pendule sont des entiers ternaires insécables, la physique considère le mouvement « $\overline{ab/ba}$ » comme la plus petite « oscillation complète ». Cela nous mène toutefois à exclure la notion spatiale d'« oscillation » de l'ensemble d'éléments dont se compose essentiellement ce même mouvement uniforme.

Malheureusement, de même que toutes les mathématiques de notre âge considèrent l'existence de deux opérations réciproquement inversées comme le socle ultime de toute « structure » algébrique, de même, lorsque notre physique se rapporte au phénomène du pendule – et donc de l'horloge – son attention formelle se satisfait d'une conception pleinement « groupale » et *spatiale* de son isochronie, appuyée en dernière analyse sur l'image de l'« oscillation » comme juxtaposition de deux mouvements égaux et contraires dans l'espace. Le résultat en est que tout ce qui dans le monde est doué d'une « fréquence », est expliqué avec la présence – dans son « milieu matériel » – d'un bout (ou d'une infinité statistique de « bouts ») de matière qui « oscille », à savoir qui réalise des « allers-retours » actuels dans l'espace :

(228) « [Fig. 74] Objets qui peuvent osciller d'une position d'équilibre, en engendrant des ondes.

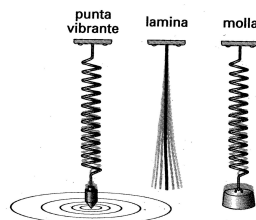


Figure 74

Dans des conditions données, des corps vibrants/oscillants peuvent sans aucun doute produire le phénomène cinématique d'une « onde ». Cela ne signifie pas, pour autant, que toute « onde » est produite par un corps vibrant/oscillant.

QUESTIONS ET RÉPONSES - Comment peut-on engendrer une onde ? Les ondes sont produites par des corps qui oscillent. » [Ruffo : 396, 413]

Qu'un corps oscillant puisse produire une « onde », ceci est une vérité universellement connue, mais ce n'est qu'une inversion paralogique du discours, d'affirmer, sur cette seule base, que la présence d'une onde signifie que, quelque part, un corps *existant en acte* est en train d'osciller. Nous avons bien vu, par ailleurs [en §8], que pour *mettre en action* les « allers-retours » d'un groupe (opération \times opération inverse) nous devons nous orienter dans une direction opératoire *sans retour*. De cette même façon, il faut maintenant reconnaître que tout ce qui est sensiblement et perceptivement *uni-forme* dans le mouvement du pendule ne présente pas la moindre trace d'une « inversion oscillatoire », et pour ce faire il est suffisant, encore une fois, d'ouvrir les oreilles. Fermons les yeux donc, et concentrons-nous sur la voix uniforme de *la* pendule. Nous devons bien avouer que son TIC-TAC s'impose à notre conscience tout à fait indépendamment non seulement des distances/lieux que sa sphère parcourt/occupe entre-temps, mais aussi de *tout* ce qui peut « se passer » entre un TIC et un

TAC. Autrement dit : même si entre un TIC et un TAC *rien* – absolument rien – ne bouge devant notre esprit, et que tout autour de nous n'est que silence et immobilité, la toute simple – au moins ternaire – succession TIC...TAC...TIC... s'impose avec d'autant plus de clarté à notre attention qu'elle est la lumineuse présence d'un mouvement uniforme, fait uniquement d'une pure et vide suite de TIC et de TAC... totalement dépourvue de tout aspect tant spatial qu'« oscillatoire ».

(5) L'ÉVÉNEMENT PUR

I. *Isochronisme orientant* – En synthèse : en premier lieu l'isochronisme de la fréquence gouverne et égalise les variations de vitesse/ampleur dans les déplacements périodiques de la sphère, en s'en tenant rigoureusement distinct ; deuxièmement, il mesure les espaces de ces mêmes variations sans s'appuyer – évidemment – sur rien de spatial, et donc sur rien d'autre que sur sa propre capacité d'auto-mesure ; finalement, le rapport hiérarchique qui soude en un seul ensemble rigoureusement non inversible le mouvement isochrone de la fréquence et *les* mouvements anisochrones des vitesses/ampleurs, nous oblige à reconnaître que cette non-inversibilité *univoquement* orientée est au cœur même de tout mouvement *uniforme* en tant que totalité au moins ternaire de sous-mouvements. Il faudra, par conséquent, inverser l'ordre explicatif ordinairement accepté : rendre compte non pas de l'isochronisme du pendule en termes de va-et-vient, mais expliquer au contraire les oscillations dans son comportement manifeste – les périodiques inversions de sens dans les déplacements de sa sphère – dans les termes du mouvement auto-orienté et orientant auquel ces mêmes oscillations spatiales sont entre-temps en train d'obéir. Du point de vue structurel, cette inversion explicative répète d'un côté ce que j'ai établi dans le cas du groupe de nombres relatifs et du monoïde des nombres naturels – l'inversibilité du premier présuppose l'orientation du deuxième, *et pas l'inverse* – et de l'autre ce que j'ai fait remarquer à la fin de ce même chapitre [§8.3.3] : toutes les forces de la nature se développent en réorientant périodiquement l'espace de leur monde, sans que cela ne signifie aucunement qu'elles « reviennent en arrière ». Bien au contraire : *se réorienter* en renversant l'aspect manifeste de ses comportements est le signe éminent qu'un changement évolutif a bien eu lieu sur la flèche orientée de son temps.

À présent toutefois, nous nous trouvons dans le vide. Une fois neutralisé l'espace comme matière et le va-et-vient oscillatoire comme forme sous-jacente à toute uniformité cinématique, il ne nous reste que l'écoute silencieuse du pur et simple phénomène du TIC...TAC...TIC iso-chronone de la pendule, et c'est maintenant qu'il faut enfin faire condenser, au sein de ce vide, l'*événement pur* comme étalon d'auto-mesure du temps. Seulement ensuite nous pourrions en effet conclure que l'inversibilité cinématique des transformations internes à un système dynamique donné n'est – encore une fois – que leur aspect « groupal » de surface, qui *de fait* appartient à tout corps physique suffisamment soudé pour nous faire entendre la voix de sa fréquence (la fréquence de sa voix), en elle-même toujours orientée dans le sens narratif, et *purement intentionnel* de son temps.

II. *L'événement annihilé de la physique actuelle* – En l'absence de tout espace et de tout aller-retour qui sachent autonomement le faire, le mouvement isochrone du pendule demeure néanmoins uniformément « coché » dans le temps. Ceci est *le fait*. Quelque chose *se passe* – disons-nous – qui *de fait* arrive à subdiviser le mouvement du pendule en un nombre fixe et régulier de sous-mouvements. Et en effet c'est précisément ainsi – en termes de purs et simples *événements* – que la physique actuelle définit la fréquence : « la fréquence est le nombre de fois qu'un *événement* périodique se produit dans l'unité de temps » [Wikipedia]. Nous savons pourtant que notre science se refuse à donner un statut ontologique effectif à tout ce qui, tout en étant bien dénombrable, n'est toutefois pas un bout de matière en acte. Le résultat en est qu'ainsi que dans le cas de l'« élan », du « potentiel », des « travaux virtuels »... et en bref toutes les autres notions qui disent l'être-en-puissance, l'événement – socle ultime de toute histoire racontée par une voix humaine compréhensible car signifiante – est pulvérisé et dissous dans le « nombre », au moment même où il devrait être, bien au contraire, institué comme une *dimension à part entière* de la connaissance physique, à côté de l'espace, le temps, la masse, la charge électrique... D'un côté donc, la formule générale du mouvement uniforme « $\Delta/\Delta t=1$ » engendre immédiatement l'*arithmétisation* de la fréquence $f=1/T$; de l'autre, lorsqu'il s'agit de la mesure concrète du temps (la seconde) l'expression « nombre d'événements » est faite pareillement (et explicitement) collapser dans son premier terme :

(229) « La seconde est l'unité de mesure de temps du système international, de symbole *s*. [...] TEMPS ET DURÉE- *La définition de la seconde met en lumière la notion de temps et de durée. Bien que généralement on parle de " temps" exprimé en des unités comme la seconde, la définition de cette dernière n'est finalement qu'un nombre, ni plus ni moins. La notion du temps se rapporte habituellement à une variable *t* continue et linéaire, comme dans les équations de la mécanique. Il est cependant difficile de lui donner une signification propre, alors que finalement la définition de la seconde correspond à la mesure d'une durée, c'est-à-dire un intervalle de temps. » [Wikipedia. L'italique est de moi.]*

« La définition de la seconde n'est finalement qu'un nombre, ni plus ni moins ». – On voit bien, enfin, que la présence bien *physique* de *l'événement* – qui seulement nous permet de saisir la *diàresis* temporelle $1/t$, et donc l'*espace* de l'oscillation (ainsi que la figure géométrique est la seule chose qui nous permette de saisir son espace [§8.1.3(5)]) est systématiquement *annihilée* par notre science, qui *la dissout en nombres*.

III. *Recondenser l'événement* – Néanmoins, aucun nombre ne saurait en tant que tel donner un rythme uniforme à une pure et simple suite de comptage. Nous ne dénombrons certes pas $1,2,3...n$ mouvements *isochrones* grâce aux nombres $1,2,3...n$, tandis que, bien au contraire, nous pouvons attribuer un nombre à chacune des unités cardinales isochrones $e_i, e_j, e_k ... e_n$ uniquement puisqu'il nous est préalablement donné de savoir identifier UN = 1 événement au sein du temps. Plus profondément encore, l'opération même de compter $1,2,3...$ est, toujours et en tous les cas concevables, l'événement individuel E_i d'une suite de sous-événements $e_i, e_j, e_k ...$ *avant* de pouvoir être le phénomène mathématique d'une suite de nombres. – La fréquence = f n'est donc pas qu'un nombre : elle est un nombre *de fois*, de pures et simples « fois ». Nous dirons alors que la fréquence mesure le nombre de fois que le temps de *ce* corps qui oscille devant nous *se passe* au sein du temps, ainsi qu'un mètre mesure le nombre de longueurs que l'espace de ce même corps oscillant occupe dans l'espace. En principe on devrait donc écrire « $f = \text{fois}/T$ », ce qui correspond en effet à la réalité expérimentale que nous venons d'analyser, et qui nous conduit à conclure que l'étalon de mesure du temps est l'Événement.

Nous répondons enfin : la clochette qui retentit dans nos oreilles en cochant uniformément le temps des déplacements successifs de la sphère qui la fait sonner chaque *fois* qu'elle passe par le centre de son oscillation, ne fait que manifester la puissance – *l'intention* – dont le pendule est doué de manifester sa propre façon d'avoir lieu, ou autrement dit l'histoire événementielle de son temps. Ainsi que tout nombre entier n est le phénomène pur de son auto-dénombrement, tout phénomène E_i du mouvement d'un pendule est donc *l'événement pur de son propre avoir lieu*.

IV. *La dyade temps/événement* – La dyade temps/événement répète dans la physique, l'insécable (et non groupale !) coappartenance figure/espace que nous avons montrée dans la géométrie. – Pour témoigner d'un mouvement uniforme il faut au moins la triade TIC-TAC-TIC : les TIC et les TAC qui se succèdent ne s'entre-lient comme une seule suite uniforme qu'en ce qu'ils sont les limites internes à une indivisible totalité cinétique au moins ternaire, simultanément donnée dès le départ. Réciproquement, pendant le temps compris entre les TIC et les TAC qui jalonnent le mouvement de la pendule, *rien* n'est en mouvement uniforme en dehors de *ce* mouvement total dont ils font partie. Cela montre que l'atome événementiel ternaire TIC-TAC-TIC et le temps « périodique » que, de fait, il est en mesure de cocher uniformément, forment ensemble – tels le « premier » triangle des *Éléments* et l'espace « circulaire » qu'il nous permet de mesurer [cf. §8.2.3(2)] – l'insécable couple dimensionnel d'une grandeur donnée « Δt » (la durée « périodisable ») et de son étalon de mesure interne « e ». Ce couple – remarquons-le – est internement soudé par la seule force logique du phénomène du pendule, où nous l'avons en effet repéré. À son tour, le mouvement isochrone du pendule n'est ailleurs que dans la synthèse projective de ces deux dimensions structurellement indivisibles : la dimension périodique du temps, et la dimension des événements qui le rythment uniformément.

V. *L'essence logique et réfléchissante de l'événement pur* – Finalement, en ce qu'ils subdivisent en parties égales le phénomène temporel auquel ils appartiennent, les sons de la clochette ne font que manifester la pure et simple présence du *sujet physique* qui les engendre. Un pendule est donc un conteur/compteur d'événements qui le concernent, et par là même un mesureur des durées de ces mêmes événements. Nous n'écrivons donc pas « $f = 1/T$ » car cette formule – censée exprimer la

fréquence comme « nombre de fois qu'un événement répétitif se produit dans l'unité [= 1] de temps » – s'enracine en réalité dans l'expérience originaire du *mouvement uniforme* « $\Delta/\Delta t = 1$ », qui manifeste à la fois la capacité dont notre esprit est doué pour saisir l'événement d'une variation Δ au sein du temps, et la capacité dont certains corps sont doués pour nous manifester la fréquence événementielle de leur temps. Mais l'« événement d'une variation » et l'« événement d'un événement » ou « 1 événement » sont une seule et même chose. Ce qui coche le temps au sein du temps est l'événement, et nous écrirons « $e=f \times T$ » et « $f=e/T$ ».

(6) « JE SUIS LA PENDULE, TIC ! JE SUIS LA PENDULE, TAC ! » – Ces résultats, on le voit bien, sont d'une importance capitale pour tout mon discours. Ce que je viens de montrer, est que tout ce qui compose la matérialité spatiale du pendule n'est que *phénomène*. Les espaces des oscillations, ainsi que leurs apparents « allers-retours »... ces aspects intuitivement liés à l'essence même de toute pulsation isochrone, ne font au contraire qu'en caractériser la surface. D'un côté, rien de « spatial » ou de sensiblement « matériel » ne peut être situé au niveau des *causes* de ce que nous appelons l'isochronisme du pendule, car le mouvement uniforme de la fréquence n'a pas lieu au niveau de l'espace/matière ; de l'autre, nous ne saisissons la « conversion » cinématique « $\overline{ab/ba}$ » – isochronisme entre l'« aller » et le « retour » d'une même oscillation – qu'à l'intérieur, justement, de cette *même* oscillation, dite « complète » car préalablement saisie comme faisant partie d'un *seul* mouvement uniforme, qui se déroule dans une dimension purement potentielle du monde, et qui est celle de la force, de la musique et – nous allons bientôt le voir – de la mathématique. En d'autres mots, la succession « commutative » de ces couples de dyades que sont les « oscillations complètes » doit forcément s'enraciner, en profondeur, dans la suite continue et structurellement triadique « $a \rightarrow b \rightarrow c$ » de ce que nous identifions comme l'événement de *ce* pendule qui oscille.

C'est donc ici que nous devons inverser l'ordre explicatif qui lie l'isochronisme profond (potentiel) du pendule à son va-et-vient (actuel) de surface. La forme commune aux cinq situations dont j'ai parlé en [§10.1(2)] prend dans le cas du pendule l'aspect « $\overline{ab/ba}$ » dans laquelle le vecteur superposé à la commutation « $ab-ba$ » signifie que ce qui vient *avant* tout *va-et-vient* isochrone est la présence, bien fixe et établie dès le départ, d'un seul et même phénomène : l'événement d'un corps qui « bat son temps », c'est-à-dire qui a la puissance de nous manifester son identité événementielle pure – de nous raconter son histoire – d'une façon assez distincte pour capturer notre attention mathématique.

Un tel renversement causal ré-enracine le système espace/matériel « $C \times F \times S$ » (le pendule) dans son identité logico/métaphysique, qui dans tout pendule s'avère donc être suffisamment forte pour résister à n'importe quelle perturbation « arbitraire » qui veuille la transformer en quelque chose d'autre, sans une raison convaincante. Nous dirons alors que l'isochronisme d'une « oscillation » manifeste la force dont ce qui oscille est doué de conserver l'identité de sa propre façon de bouger (son « temps », qui n'appartient qu'à lui) assez fermement pour que notre attention logico/narrative soit frappée par tout changement « imprévu ».

Pour conclure, j'observe que cela n'a certainement pas été facile – en ce qui *me* concerne – de reconduire le phénomène oscillatoire du pendule à sa source logique et narrative : avec son TIC-TAC, une horloge « mesure » le temps car il *exprime son* temps, et sa propre façon, unique et irremplaçable de l'interpréter. La difficulté que j'ai endurée peut toutefois recevoir le prix de la solidité déductive seulement car ce dont je parle est tout d'abord un phénomène parfaitement clair, et immédiatement compréhensible, pour tout le monde :

(230) « LA PENDULE – Je suis la pendule, tic ! / Je suis la pendule, tac ! / On dirait que je mastique / Du mastic et des moustiques / Quand je sonne et quand je craque / Je suis la pendule, tic ! / Je suis la pendule, tac ! / J'avance ou bien je recule / Tic-tac, je suis la pendule / Je brille quand on m'astique / Je ne suis pas fantastique / Mais je connais l'arithmétique / J'ai plus d'un tour dans mon sac / Je suis la pendule, tac ! / Je suis la pendule, tac ! » [Pierre Gamarra]

« Chaque chose a sa voix » disait saint Paul «...murmurante ou sublime, chaque être ses concerts » lui répondra Antoinette Quarré³²... car cette vérité est prise en charge directement et sans intermédiaires par nos oreilles, qui participent *naturellement* à celle que Christian Huygens appelait la « sympathie » des horloges.

10.4 Le temps contemplatif de la machine logique

(1) LA SYMPATHIE DES PENDULES. – Nous sommes prêts maintenant, grâce aux acquis historiques, herméneutiques et expérimentaux des paragraphes qui précèdent, à lancer notre pont tibétain entre l'époque classique du Chaos d'Hésiode, Platon, Aristote et Galilée, à la chaotique époque contemporaine, où les majestueuses visions cosmiques et évolutives de Norbert Wiener et Jean Piaget ont pris leur corps, en étouffant toutefois la voix du nôtre.

Le terme moyen de ce passage, nous le trouvons dans un autre célèbre épisode d'étonnement provoqué par les merveilles du pendule. Dans ce cas il s'agit en effet de *deux* pendules, tandis que le « Sagredo » étonné est Christian Huygens :

(231) « Ayant été obligé de garder la chambre pendant quelques jours, et même occupé à faire des observations sur mes deux horloges de la nouvelle fabrique, j'en ai remarqué un effet admirable, et auquel personne n'aurait jamais pu penser. C'est que ces deux horloges étant suspendues l'une à côté de l'autre, à la distance d'un ou deux pieds, gardent entre elles une justesse si exacte, que les deux pendules battent toujours ensemble, sans jamais varier. Ce qu'ayant fort admiré quelque temps, j'ai enfin trouvé que cela arrivait par une espèce de sympathie : en sorte que faisant battre les pendules par des coups entremêlés, j'ai trouvé que dans une demi-heure de temps, elles se remettaient toujours à la consonance, et la gardaient par après constamment, aussi longtemps que je les laissais aller. » [Huygens, 1893 : p. 244]

Une « espèce de sympathie » met d'accord deux pendules qui battent à une distance convenable, malgré cette même distance. Huygens raconte aussi qu'il a cherché à attribuer ce phénomène à l'air etc. (comme Sagredo le fait à propos de l'étonnante inertie d'un seul pendule)... pour enfin se rendre à l'évidence. Soudons tout d'abord ce fait à deux autres circonstances que nous sommes maintenant en condition d'établir.

(A) La première est celle de la nature métaphysique de cet espace intermédiaire où cette « sympathie » se produit. Tout ce que nous avons vu sur les « pendules de Newton » en Fig. 5, 6 et 72 nous permet sans doute d'affirmer qu'une telle interaction à distance n'est pas plus étonnante qu'une sphère frappée par une sphère immobile, ou frappée par une sphère dont le mouvement est empêché par une suite de sphères immobiles qui établissent et conservent entre la sphère frappant et la sphère frappée la distance infranchissable d'un espace immobile. Nous savons, d'autre part, que ce même espace immobile est en tous les cas l'indéniable théâtre d'un mouvement purement potentiel, dont nous avons entendu le son grâce à notre clochette en Fig. 73'. La récupération de la notion aristotélicienne d'être-en-puissance – qui est sans doute la première traduction scientifique du « chaos » d'Hésiode, et à laquelle fera suite (très explicitement) la notion galiléenne de « dynamique » – joue maintenant, de toute évidence, un rôle-clé. En [§10.3(4)] nous avons bien vu que la fréquence f du pendule est le phénomène d'un mouvement uniforme engendré par l'interne force d'auto-organisation (égalisation isochrone) du système SFC qui en est la source logique, tandis que depuis le [§10.2(6)] nous savons que ce mouvement ne concerne que les *intentions* du sujet mouvant. Nous disposons donc de tous les éléments pour affirmer que la « sympathie des horloges » dont parle Huygens est le fait d'une *résonance d'intentions* se produisant au sein de cette même dimension purement potentielle qui se dévoile enfin comme le fond commun de tout cet ensemble de phénomènes. En d'autres mots : chacun des deux pendules ajuste sa propre fréquence – son intention de mouvement – sur les intentions qu'il saisit au cœur des mouvements de l'autre pendule.

(B) La deuxième circonstance est une constatation de synthèse que nous pouvons énoncer maintenant à propos de nos propres oreilles. Sans aucun doute, notre attention purement rationnelle est focalisée sur le fait *a priori* de l'isochronisme, car ce « fait » n'est en réalité que le reflet de ce que nous postulons avec une force plus forte que tout dieu concevable : à savoir que le monde a un sens (PSE). Prenons conscience maintenant que cette même intervention active de notre appareil de cognition se produit constamment au niveau de nos interactions sensorielles avec ce même monde, où le Postulat de l'isochronisme prend l'aspect concret et perceptif de la fréquence.

Revenons à cette fin à notre clochette en Fig. 73', et remplaçons-la par une corde vibrante.

La double circonstance a) qu'il nous faut attendre la *troisième* vibration pour pouvoir saisir la fréquence – la note, la voix reconnaissable – de la corde qui la fait retentir, et que b) ces trois sons composent la totalité simultanée et insécable d'un seul atome d'isochronie, qui doit donc leur appartenir *dès le début*, cette double circonstance, dis-je, devrait bien nous étonner. Qu'en est-il, en

effet, des premières *deux* manifestations d'une note quelconque – en principe parfaitement opaques à toute identifiabilité en termes de « fréquence » qui doit nécessairement attendre le troisième pour se présenter – et dont au contraire nous ne gardons aucune mémoire lorsque nous percevons une telle note *directement* comme la note qu'elle est ? De toute évidence, notre « mémoire reconnaîtive » ne se borne pas à savoir souder *a post* comme une seule « totalité diachronique » une suite séquentielle et discrète de perceptions qu'aucun autre lien ne rend unitaire (TIC... [silence] ...TAC... [silence] ...TIC), mais elle s'occupe aussi d'*effacer* tout ce qui, tout en ayant sans aucun doute la précedence temporelle objective, ne rentre pas dans la puissante rétroprojection d'harmonie que notre esprit se charge de mettre en place, une fois le troisième « TIC » apparu dans son champ d'attention. Si nous considérons ce phénomène du point de vue de sa dynamique interne, cette puissance de réorganisation « a post » de nos cadres cognitifs, dont nos sens sont manifestement doués, traverse tous les domaines de notre perception. Lorsque ce sont non pas nos oreilles, mais nos yeux qui perçoivent le « pendule » du clignotement alterné de deux lumières placées l'une à côté de l'autre, nous en obtenons l'effet stroboscopique (ou cinématographique) du mouvement continu d'une seule « sphère lumineuse » oscillant depuis le début d'un côté à l'autre de notre champ perceptif. Dans ce cas aussi, notre perception efface *a post* toutes les « premières » apparitions de cette « même » lumière (purement illusoire !) qui sont néanmoins bien présentes avant que notre synthèse reconnaîtive n'ait capté l'identité isochrone de « sa » fréquence. Nous allons voir bientôt quelle importance tout cela revêt lorsqu'il sera question de l'« effacement a post » de l'aspect sonore de *notre propre voix* grâce à la « dynamogénie » baldwin/wiener/piagétienne de sa propre genèse, et de l'aspect visuel des graphèmes de notre écriture, lorsque cette même voix aura été capable de nous apprendre à lire.

Mettons toutefois entre parenthèses – pour le moment – l'aspect purement cognitif de ces illusions/perceptions, pour ne regarder que la structure dynamique de cet « effacement a post ». Nous saisissons alors immédiatement l'isomorphisme entre sa phénoménologie et la façon dont tout pendule « S×F×C » parvient à exercer sa force d'égalisation isochrone sur ses propres parties, dès qu'elles se soudent en un seul système. Tel un pendule actif et vivant, et capable de s'auto-adapter, notre corps apparaît manifestement doué de cette même force d'intervention sur le temps de ses propres perceptions, grâce à laquelle il parvient à imposer au « système » de leur *manifestation subjective* la même fréquence qu'il perçoit au cœur (purement potentiel !) de l'oscillation perçue à l'extérieur. Il paraît, en somme, que dès qu'elles captent la voix d'une fréquence, nos oreilles se mettent directement en huygensienne « sympathie » avec la dimension subtile d'où elle jaillit, en sautant d'un bond – dans toutes les directions du temps matériellement donné – tout ce qui sur la surface actuelle des choses ne fait pas partie de cette même résonance d'intentions³³.

Rien n'est plus actuel et universellement partagé dans la science d'aujourd'hui que cette double circonstance, à la fois cognitive et mécanique : nous touchons ici au phénomène de la « syntonisation », de l'« ajustement fréquentiel », de la « synchronie »... qui a décidé le passage de la physique moderne à la physique contemporaine. Ce passage, qui est un nœud absolument vital dans mon argumentation, s'est pourtant réalisé sous le sceau de la Méduse/Golem, qu'il faut donc dissoudre/revitaliser comme je l'ai fait dans le cas de la perche einsteinienne, en la retransformant en une passionnante histoire de mouvements accélérés. Dans le cas présent, il s'agira de rendre la « machine logique » que sans aucun doute nous sommes... à ce que nous sommes, c'est-à-dire des hommes qui parlent, pensent et *méditent*, et pour cette lumineuse raison évoluent, de père en fils, comme les le Peng et le Kuhn, le marées, et les deux Darwin.

(2) UN PENDULE PENSANT ET EVOLUTIF – Deux siècles après l'étonnement de Huygens, Norbert Wiener focalisera son attention sur ce même phénomène d'ajustement fréquentiel, en en distillant dès le début la source purement potentielle :

(232) « The phenomenon of the attraction of frequencies also occurs in certain non-living situations. Consider a number of electrical alternators with their frequencies controlled by governors attached to the prime movers. [...] In such a system, a generator which is tending to run too fast and thus to have too high a frequency takes a part of the load which is greater than its normal share, whereas a generator which is running too slow takes a less than normal part of the load. The result is that there is an attraction between the frequencies of the generators. The total generating system acts as if it possessed a virtual governor, more accurate than the governors of the individual governors and constituted by the set of these governors with the mutual electrical interaction of the generators. To this the accurate frequency regulation of

electrical generating systems is at least in part due. It is this which makes possible the use of electrical docks of high accuracy. » [Wiener 1965: 201. L'italique est de moi.]

Lorsqu'il ne s'agit que d'un pendule, il nous faut toute l'analyse expérimentale que j'ai conduite à propos des « pendules de Newton » et de la Fig. 73' pour saisir l'évidence d'une source purement virtuelle des comportements physiques de surface. Lorsque, en revanche, on admet la « sympathie » de Huygens, on est directement confronté à une *actio in distans* qui saute d'un bond le « modèle » des particules matérielles pour évoquer directement le monde du « *virtual governor* », qui depuis son espace potentiel exerce sa fonction mieux que tout ce qui bouge à la surface.

Il faut toutefois faire un pas en arrière pour bien établir que, si en (232) Wiener remarque que le phénomène de la syntonisation réciproque « *also occurs* » dans le monde non-vivant des pendules électriques, c'est que la sphère mouvante qui premièrement attire son attention est celle de notre cerveau. Le fait est que notre tête oscille avec l'exactitude d'une horloge : elle est internement animée par une fréquence rythmique fondamentale – le « rythme alpha » – de plus ou moins 10 oscillations par seconde. Après avoir mathématiquement maîtrisé ce phénomène – grâce à l'outil des « fonctions d'auto-corrélation » de Taylor [Fig. 74' ; Taylor 1921 ; Wiener 1965 : 183-197] – et transformé ainsi l'« art » de l'électroencéphalographie en une science [ibid. 183], Wiener se demande enfin quelle peut être la fonction d'une telle précision rythmique, qui fait de notre cerveau une horloge.

La réponse est vite trouvée, car dès le départ ce même « cerveau » n'est regardé comme un pendule qu'en ce qu'il possède, du pendule, ce caractère réfléchissant d'« auto-corrélation » que j'ai mis en évidence en [§10.3(4)] et qui fait de ses ondes alpha un possible « self-organizing system » [ibid. Cap. X] d'ordre strictement logico/cognitif.

L'idée est donc que le « pendule » que nous sommes entre en résonance avec les pendules qui nous entourent car « in some sense » nous sommes à la fois « a control and computing apparatus » capable de calculer, et une « logical machine » capable de démontrer... et tout ordinateur a besoin d'une fonction binaire (on/off) d'auto-mise en phase périodique, ou « gating » :

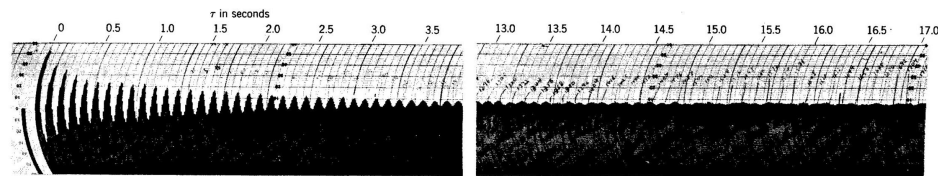
(233) « [1] Note that a sharp frequency fine is equivalent to an accurate clock.[2] As the *brain is in some sense a control and computation apparatus*, it is natural to ask whether other forms of control and computation apparatus use docks. [3] In fact most of them do. Clocks are employed in such apparatus for the purpose of *gating*. All such apparatus must combine a large number of impulses into single impulses. If these impulses are carried by merely switching the circuit on or off, the timing of the impulses is of small importance and no gating is needed. However, the consequence of this method of carrying impulses is that an entire circuit is occupied until such time as the message is turned off, and this involves putting a large part of the apparatus out of action for an indefinite period. [4] It is thus desirable in a computing or control apparatus that the messages be carried by a combined on-and-off signal. This immediately releases the apparatus for further use. In order for this to take place, *the messages must be stored so that they can be released simultaneously*, and combined while they are still on the machine. For this a gating is needed, and this gating can be conveniently carried out by the use of a dock. » [Ibid.: 197. Les italiques et les crochets sont de moi.]

Le phénomène wienerien de départ est, en somme, la présence devant nous non pas d'un pendule, mais d'un calcul/démonstration. « *In some sense nous sommes des machines* », signifie en ce sens : que nous sommes des mathématiciens doués d'un cerveau d'où émanent des évidences mathématiques.

S'il en est ainsi – affirme Wiener – il faudra que la machine que nous sommes dispose d'un mécanisme d'endosynchronisation nous permettant la mise en phase binaire/périodique de tous nos composants. Telle étant, donc, la fonction de notre « horloge cérébrale », il faut montrer comment cette horloge se met en place, et c'est ici qu'intervient l'attraction fréquentielle de Huygens comme loi cosmique.

Ce que Wiener propose, pour expliquer la puissance horlogère de notre cerveau, est le modèle d'un assemblage d'oscillateurs qui engendre sa propre harmonisation cyclique grâce au fait huygensien de la « sympathie réciproque » qui met en résonance toutes ses différentes parties. Le résultat final en est la génération des ondes alpha :

(234) « *Brain Waves and Self-Organising System* – Consider the possibility that the brain contains a number of oscillators of frequencies of nearly 10 per second, and that within limitations these frequencies can be attracted to one another. Under such circumstances, the frequencies are likely to be pulled together into one or more little clumps, at least in certain regions of the spectrum. The frequencies that are pulled into these clumps will have to be pulled away from somewhere, thus causing gaps in the spectrum, where the power is lower than that which we should otherwise expect.



AUTOCORRELATION

Figure 74'

That such a phenomenon may actually take place in the *generation of brain waves* for the individual whose autocorrelation is shown in [ici] Fig. 74'. » [Wiener 1965: 179, 198-199. L'italique est de moi.]

« The *generation of brain waves* ». Il faut bien remarquer que le bergsonien/darwinien Norbert Wiener enrichit les observations dynamiques de Huygens d'une perspective essentiellement génétique et évolutive. Cette perspective – nous l'avons vu – est, en réalité, déjà explicitement présente chez Galilée, ainsi que dans le simple fait du pendule : l'égalisation isochrone des durées de ses oscillations est une action qui n'apparaît que lorsqu'une totalité dynamique *se forme*, en tant que totalité. La cybernétique toutefois est, dès le départ et en elle-même, en sa prérogative fondamentale, une théorie générale de l'évolution des systèmes auto-organisés d'un état de « chaos » à une condition d'ordre : c'est bien cela qui a attiré l'attention du bergsonien mais anti-darwinien Jean Piaget. Dans cette théorie, le fait de l'attraction fréquentielle entre plusieurs isochronismes est aussi fondamental que l'attraction gravitationnelle pour la mécanique newtonienne. En d'autres mots, il est ici question non pas du phénomène d'un isochronisme donné, mais du processus de sa genèse : la mise-en-synchronie d'un ensemble chaotique d'isochronismes éparpillés étant justement le processus « non linéaire » de la naissance d'une régularité d'ordre supérieur. Dans ce processus, l'attraction réciproque des fréquences qui composent la multiplicité de départ joue le rôle d'une force de condensation et de solidification.

(3) UNE MACHINE A ILLUSIONS – Or, celle de l'attraction fréquentielle est une force à la fois *intra-* et *inter-*organisatrice. De même, donc, notre cerveau s'auto-assigne son temps en ce que ses parties entrent cycliquement en résonance réciproque « as if it possessed a virtual governor », de même il est naturellement porté à se mettre en résonance avec le temps des événements qui l'entourent :

(235) « We must bring up the fact that the alpha rhythm can be driven by flicker. If a light is flickered into the eye at intervals with a period near 1/10 second, the alpha rhythm of the brain is modified until it has a strong component of the same period as the flicker. Unquestionably the flicker produces an electrical flicker in the retina, and almost certainly in the central nervous system. [...] It is quite possible for such a mechanism to displace a frequency; and in the case which we have considered, this displacement will be of the nature of an attraction. » [Wiener 1965: 198-199]

Le « flicker » qui, dirigé sur nos yeux, produit une attraction fréquentielle sur nos ondes cérébrales, est ce même clignotant que je viens de prendre comme exemple de notre capacité d'auto-égalisation perceptive. Or, il est bien vrai que mon exemple concerne une illusion d'optique, tandis que Wiener insiste sur la nature certainement non illusoire de sa trouvaille...

(236) « An interesting experiment which may throw light on the validity of my hypothesis concerning brain waves as self-organizing system, could quite possibly be made by the study of fireflies or of other animals such as crickets or frogs which are capable of emitting detectable visual or auditory impulses and also capable of receiving these impulses. It has often been supposed that the fireflies in a tree flash in unison, and this apparent phenomenon has been put down to a human optical illusion. I have heard it stated that in the case of some of the fireflies of Southeastern Asia this phenomenon is so marked that it can *scarcely be put down to*

illusion. Now the firefly has a double action. On the one hand it is an emitter of more or less periodical impulses, and on the other hand it possesses receptors for these impulses. Could not the same supposed phenomenon of the pulling together of frequencies take place? » [Wiener 1965: 200. L'italique est de moi.]

... il est toutefois indéniable que même si ce n'était qu'une illusion, l'isochronisme de cette même illusion produit par le contact entre nos yeux et les éventuellement non-synchrones « fireflies in a tree » est *en tant que tel* le fait d'une attraction fréquentielle entre les lucioles et l'homme qui les regarde : et ce fait est aussi *empirique* et bien plus directement certifié que toute légende indochinoise.

Où voulons-nous soutenir que l'isochronisme de notre illusion n'est pas un fait empiriquement vérifiable ? Nous n'avons aucune raison de l'affirmer. Réfléchissons-y. Nous ne pouvons nous synchroniser sur des « flickers » externes que dans la mesure où nous en *captions* la régularité isochrone : d'où Wiener formule son hypothèse d'un pareil dynamisme d'auto-captation intracérébrale. Sur cette base, comment pourrions-nous soutenir que lorsque nous captions l'isochronisme de notre représentation illusoire, et que nous le signalons à l'extérieur, par exemple en battant son temps, ce même isochronisme n'en est « en réalité » pas un ? Aucun clignotant « là dehors » ne fait TIC-TAC, tandis que voilà : nous le captions au cœur de notre illusion, et nous le reproduisons parfaitement. L'existence d'un isochronisme est donc empiriquement certaine pendant tout le temps que nous en témoignons, car le mode d'établissement de son fait jouit d'un éblouissant privilège d'irréfutabilité cartésienne : l'illusion d'un isochronisme est bien l'isochronisme de cette même illusion. De cette vérité, Wiener aurait pu se servir non pas comme d'une vérité irréfutable, mais comme de l'évidence empirique et positive qu'elle est, *irréfutablement* donnée, certes, mais *dès* qu'elle est donnée. Dans ce cas, il aurait dit : même si objectivement les lucioles ne se synchronisent pas entre elles, il est néanmoins vrai que mon illusion d'optique induite par leur clignotement éparpillé s'auto-organise de façon parfaitement isochrone, *donc* la fréquence chaotique des lucioles induit la fréquence synchronisée de mes représentations. Il ne le dit pas, pourtant, tandis que dans l'économie de mon travail il s'agit d'un nœud argumentatif très important. Établissons donc le phénomène de l'illusion perceptive qui nous fait feindre la présence « là dehors » d'une régularité événementielle visuelle/sonore, lorsqu'elle est indéniablement absente, comme le fait empirique d'un ajustement fréquentiel à la Wiener : le phénomène intérieurement *évolutif* non pas d'une simple résonance, mais d'une active mise-en-résonance auto-organisatrice entre le monde interne de nos mouvements représentationnels, et le monde externe des lucioles.

Cela fait de notre activité gestaltique/perceptive potentiellement productrice d'illusions isochrones une horloge autonomement fiable, par rapport au « dating clock » émanant de notre cerveau, sans pour autant faire de nous une machine *non humaine* pour mesurer le temps, pas plus que les intentions du pendule et le point de vue du galvanomètre ne font de ces engins des êtres cogitants. D'autre part, il a bien été acquis que « mesurer le temps » signifie capter/manifester des « événements purs » à structure intérieurement réfléchissante, narrativement situés sur la surface des phénomènes, et une telle définition d'horloge constitue, en revanche, une adéquate interprétation logique de l'« auto-corrélation » manifestée par notre « rythme alpha » [Fig. 74], qui n'est donc pas forcément la manifestation d'un Golem dépourvu de toute subjectivité historique. Nous arrivons ainsi au cœur de la question.

(4) UNE MACHINE EXPRESSIVE – Si « in some sense » nous sommes des machines logiques, car notre cerveau engendre non seulement des ondes isochrones mais aussi des vérités démonstratives, en *quel* sens un ordinateur l'est aussi ? Et donc en quel sens sommes-nous des machines ? Je pose ici la même question que j'ai soulevée – et décidée – en §5.2-3 à propos des nourrissons de K. Winn et des singes de Dehaene [cf. (51) et comm.] : dans quelle mesure pouvons-nous affirmer qu'un ordinateur *accède* en effet aux évidences mathématiques dont il *dispose* ?

Comme je l'ai montré ((166)), Norbert Wiener procède animé par le même postulat de continuité cosmique qui propulse les recherches de Piaget/Dehaene ((46)-(47)). Le chapitre « *Newtonian and Bergsonian time* » [1965 : 30-44] est une fresque majestueuse de sa vision dynamique et cosmogonique des processus de la vie et de la cognition, qui se conclut avec une déclaration de monisme absolu, reléguant la controverse mécanisme/vitalisme « to the limbo of badly posed questions ». La controverse continuité/discontinuité se manifeste, en revanche, en toute son actualité lorsqu'on prétend – sur la base du postulat de continuité cosmique et des admirables acquis de la cybernétique et des sciences cognitives – que comme l'homme est un animal, alors le singe compte les

quarts de gâteau comme le chercheur qui les lui donne, et comme il est une machine, alors un ordinateur lit, exécute et calcule les algorithmes qui régissent ses performances, comme le mathématicien qui les a conçues. Il faut donc faire sortir de son *limbo* cette question, tout d'abord en la posant d'une façon pertinente.

L'homme est sans aucun doute un corps oscillant et auto-orienté, un animal sensible au nombre et une machine calculatrice : cela n'implique pas, toutefois, qu'un pendule accède au monde de nos élans ou qu'un galvanomètre parvienne à nos points de vue, pas plus qu'un singe n'accède au monde de nos évidences et qu'un ordinateur n'accède au monde de nos pensées. Ceci est notre point de départ, purement négatif. Ce que maintenant nous cherchons pour décider positivement de cette question, n'est pas ce qu'un ordinateur « peut faire » de ses algorithmes leibniz/booléens, ou ce qu'il pourra en faire dans le futur de la science-fiction, mais ce qu'il en fait, ici et maintenant, et ce qu'il n'en fait pas.

Le résultat en sera que si un singe *de fait* ne calcule pas le commun dénominateur entre deux fractions, un ordinateur ne médite pas sur leur sens. Suivons les étapes du raisonnement de Wiener à ce propos, en les commentant au fur et à mesure.

Trois penseurs sont à l'origine des modernes *machinae ratiocinatrices* : Blaise Pascal, le « saint patron » Leibniz, et l'algébriste de la logique « par excellence » George Boole :

(237) « [1] At this point there enters an element which occurs repeatedly in the history of cybernetics the influence of mathematical logic. If I were to choose a patron saint for cybernetics out of the history of science, I should have to choose Leibniz. [2] The philosophy of Leibniz centers about two closely related concepts: that of a universal symbolism and that of a calculus of reasoning. From these are descended the mathematical notation and the symbolic logic of the present day. [3] Now, just as the calculus of arithmetic lends itself to a mechanization progressing through the abacus and the desk computing machine to the ultra-rapid computing machines of the present day, so the calculus ratiocinator of Leibniz contains the germs of the *machina ratiocinatrix*, the reasoning machine. Indeed, Leibniz himself, like his predecessor Pascal, was interested in the construction of computing machines in the metal. [4] It is therefore not in the least surprising that the same intellectual impulse which has led to the development of mathematical logic has at the same time led to the ideal or actual mechanization of processes of thought. [...]

[5] The computing machine must be a logical machine as well as an arithmetic machine and must combine contingencies in accordance with a systematic algorithm. While there are many algorithms which might be used for combining contingencies, the simplest of these is known as the algebra of logic par excellence, or the Boolean algebra. This algorithm, like the binary arithmetic, is based on the dichotomy, the choice between yes and no, the choice between being in a class and outside » [Wiener 1965: 12, 118. Les crochets sont de moi.]

Quant à Boole, l'algorithme de son « algèbre » s'occupe de « combiner des contingences » – états de choses, faits vrais-ou-faux – car il s'agit, en réalité et irréductiblement, d'une *logique* visant à exprimer les formes générales de la démonstration. Sur ce fait – sur le fait que combiner logiquement n'est pas combiner algébriquement – Boole a été très péremptoire, en exprimant ainsi la loi qui est au cœur de notre « fil d'Ariane » :

(238) « The law $xy=yx$ may be characterized by saying that the literal symbols x, y, z , are commutative, like the symbols of Algebra. *In saying this, it is not affirmed that the process of multiplication in Algebra, of which the fundamental law is expressed by the equation $xy = yx$, possesses in itself any analogy with that process of logical combination which xy has been made to represent above; but only that if the arithmetical and the logical process are expressed in the same manner, their symbolical expressions will be subject to the same formal law. The evidence of that subjection is in the two cases quite distinct.* » [Boole 1854: 21. Les italiques sont de moi.]

Observons que cette logique se base sur une *dichotomie* oui/non – « le choix entre être dans une classe et en être au dehors » ((237[5])) – d'ordre essentiellement herméneutique, car chez Boole, ainsi que chez Aristote, Frege et Wittgenstein, la fiabilité d'une démonstration se base sur les lois générales de la conservation expressive d'un même sens, le long de toute la suite de nos « algorithmes » : ce qui fait des vieux « 0 » et « 1 » arithmétiques les deux « limites » galilée/leibniziennes de nos mouvements expressifs :

(239) « A little consideration will show that this condition is satisfied if the symbol 0 represent Nothing. In accordance with a previous definition, we may term Nothing a class. In fact, Nothing and Universe are the two limits of class extension, for they are the *limits of the possible interpretations of general names*, none of which can relate to fewer individuals than are comprised in Nothing, or to more than are comprised in the Universe. [...] A little consideration will here show that the class represented by 1 must be “the Universe,” since this is the only class in which are found all the individuals that exist in any class. Hence the respective interpretations of the symbols 0 and 1 in the system of Logic are Nothing and Universe. » [Ibid. 33. Les italiques sont de moi.]

(5) LA FINITUDE MATHÉMATIQUE DE LA MACHINE LOGIQUE – Quant à Pascal et Leibniz, Wiener devine qu’« un même élan intellectuel » ((237 [4])) doit bien avoir animé chez ces penseurs à la fois la mathématisation de la logique et sa mécanisation. Il ne rentre pas, toutefois, dans la question historico/herméneutique de savoir de *quel* « impulse » il peut, en effet, les avoir propulsés, car il cherche cette réponse dans la lumière que les machines mêmes qu’ils ont contribué à faire construire peut jeter sur la réponse. Une procédure qu’en [§9.1] j’ai déjà dite parfaitement légitime – « de leur fruits vous les reconnaîtrez » – et que je vais donc discuter en détail.

(240) « [1] We have already spoken of the computing machine, and consequently the brain, as a logical machine. It is by no means trivial to consider the light cast on logic by such machines, both natural and artificial. » [Wiener 1965: 124]

[2] « A mathematical proof which we can follow is one which can be written in a finite number of symbols. These symbols, in fact, may make an appeal to the notion of infinity, but this appeal is one which we can sum up in a finite number of stages, as in the case of mathematical induction, where we prove a theorem depending on a parameter n for $n = 0$, and also prove that the case $n + 1$ follows from the case n , thus establishing the theorem for all positive values of n . Moreover, the rules of operation of our deductive mechanism must be finite in number, even though they may appear to be otherwise, through a reference to the concept of infinity, which can itself be stated in finite terms. » [Ibid. : 12. Les crochets sont de moi.]

Pour Wiener, la lumière que la machine non-humaine jette sur la machine humaine n’est rien de moins que celle de l’ἀνάγκη στῆναι d’Aristote, qui a été, il faut bien le reconnaître, la vraie pierre de scandale de toute cette époque en quête de fondements ultimes. C’est dans les *Analytiques Postérieures* que, mû par cette même évidence incontournable, Aristote formule le premier cette question dans les termes dont héritent les mots de Wiener. Étant donné – se dit Aristote – que toute démonstration s’arrête à sa conclusion, est-il concevable qu’elle manque d’un vrai début ?

(241)« Est-il nécessaire que la suite de passages qui composent une démonstration s’arrête [ἀνάγκη στῆναι] ou, au contraire, peut-elle s’étendre à l’infini ? » [81b32],

La réponse – par l’absurde – est *non*. Une démonstration, comme elle a une fin, doit bien avoir un début :

(242) « Nous soutenons donc que non seulement une science existe, mais qu’il y a pour la science un principe [ἀρχὴν ἐπιστήμης] en tant que nous connaissons les termes même dont la science se sert. » [Aristote. *Anal.Post.* 76a]

Confrontée à cette affirmation, l’époque des parallèles convergentes, de l’entropie, de l’indétermination, de l’incomplétude et de l’opportuniste a crié, « effrayée », au scandale, ainsi que Poincaré le fait, en interprétant cette *logique* évidence de finitude dans le sens d’une nécessité pragmatique de l’action :

(243) « La vérité nous effraie. Et en effet, nous savons qu’elle est quelquefois décevante, que c’est un fantôme qui ne se montre à nous un instant que pour fuir sans cesse, qu’il faut la poursuivre plus loin et toujours plus loin, sans jamais pouvoir l’atteindre. Et cependant pour agir il faut s’arrêter, ἀνάγκη στῆναι comme a dit je ne sais plus quel grec, Aristote ou un autre. » [Poincaré 1905 : 18]

Il faut bien établir que cela n’est pas vrai. Mis à part les fantômes, si pour *commencer* une action quelconque il fallait toujours « s’arrêter », la vie – qui est sans aucun doute un mouvement continu – serait bien impossible. Mais surtout, ce je-ne-sais-pas-quel-grec ne parle pas, dans cet ouvrage, des

conditions de l'action en général (l'objet des deux *Éthiques*) mais de celles de cette action toute spéciale qui est une démonstration, et il affirme qu'étant donné le fait que des actions de ce type sont certainement parvenues à leur conclusion (sans quoi elles ne seraient pas les démonstrations que pourtant elles sont), alors dans le mouvement à rebours de la recherche de leur début (*ἀρχή*) on doit bien pouvoir parvenir à une fin. La « nécessité » d'Aristote (*ἀνάγκη*) n'était, en somme, pas tout à fait celle de *s'arrêter* pour ensuite recommencer à bouger pour agir, mais celle – irréductiblement logique – de pouvoir commencer d'où il faut, lorsqu'on veut construire une épreuve logique qui parvienne à un résultat mathématiquement contraignant. Nous verrons d'autre part – c'est l'essence même de ce travail – que le mot « *σπῆναι* » – racine « *st* », comme dans *ἐπιστήμη* (= savoir) et dans *status* (= état), *in-stitution*, *con-stitution*... – signifie, dans le *De Interpretatione*, « se calmer » : et tant pour Aristote que pour Piaget l'« état de calme », qui ne coïncide pas tout à fait avec l'immobilité rigide d'un *starren Körper* einsteinien, est le symptôme le plus évident du fait qu'un homme a saisi *le sens* d'un certain événement.

Malheureusement, cette même interprétation non pas vraiment « opérationnelle » (malgré la façon dont elle est présentée) mais pragmatique, technologique et anti-phénoménologique du mouvement démonstratif, inspire la démarche de Wiener lorsqu'il cherche dans le fonctionnement des machines non-humaines le sens de l'exigence pascal/leibniz/aristotélicienne de mécanique finitude de l'épreuve. Je répète : en principe il a *bien raison* de le faire, car une machine non humaine qui calcule/démontre doit bien pouvoir « jeter de la lumière » sur l'homme qui l'a construite en faisant de même. Si toutefois cette lumière est celle d'une différence, alors on ne devrait pas faire semblant de ne pas l'avoir vue, ou pire de même pas la comprendre. Observons.

(244) « [1] In short, *it has become quite evident*, both to the nominalists like Hilbert and to the intuitionists like Weyl, that the development of a mathematic logical theory is subject to the same sort of restrictions as those that limit the performance of a computing machine. [...]

[2] The science of today is operational; that is, it considers every statement as essentially concerned with possible experiments or observable processes. According to this, the study of logic must reduce to the study of the logical machine, whether nervous or mechanical, with all its non-removable limitations and imperfections. [3] It may be said by some readers that this reduces logic to psychology, and that the two sciences are observably and demonstrably different. This is true in the sense that many psychological states and sequences of thought do not conform to the canons of logic. Psychology contains much that is foreign to logic, but – and this is the important fact – any logic which means anything to us can contain nothing which the human mind – and hence the human nervous system – is unable to encompass. *All logic is limited by the limitations of the human mind when it is engaged in that activity known as logical thinking*. For example, we devote much of mathematics to discussions involving the infinite, but these discussions and their accompanying proofs are not infinite in fact. No admissible proof involves more than a finite number of stages [...] This contingency is recognized in what is known as metamathematics, the discipline so brilliantly developed by Gödel and his school. » [Wiener 1965: 13, 126. Les crochets et les italiques sont de moi.]

Cette circonstance de la finitude de tout objet logique « est reconnue » par Hilbert, Weyl, Gödel... et en somme par tous les hommes, car nous sommes naturellement doués d'un entendement désireux de *voir* la vérité – Aristote dirait : « Tous les hommes sont par nature désireux de contemplation » Πάντες ἄνθρωποι τοῦ εἰδέναι ὀρέγονται φύσει [εἰδέναι = je vois, donc je connais, *Métaph.* I 980a,] – et que notre entendement désireux de connaissance nous impose l'évidence ultime de sa finitude au travers de la plus primordiale des phénoménologies : *la conclusion dans laquelle toute démonstration donnée trouve sa fin, démontre en tant que telle la structurelle finitude de cette même démonstration*.

Kurt Gödel peut, d'autre part, bien représenter le symbole le plus étincelant de cette vérité coéternelle à la logique, peut être encore plus profondément que l'exemple choisi par Wiener, où c'est le *non-fini* quantitatif qui reçoit sa légitimation opératoire – en se condensant enfin comme une « évidence mathématique » – seulement une fois encerclé par le fini démonstratif. Dans le cas de Gödel, en revanche, il s'agit du non-fini directement logico/métaphysique – le *non-complet* – qui parvient à cette même condensation mathématique grâce à la finitude = complétude du plus célèbre de ces théorèmes, lequel s'achève, naturellement, en un nombre fini et complet de passages, sans quoi il ne serait pas le théorème qu'il est. Wiener a, par conséquent, bien raison : nous contemplons ici, sans aucun doute, les engrenages de toute « machine démonstrative » concevable, soit-elle humaine ou non-

humaine. Nous restons pourtant fidèles à sa démarche, dans laquelle « l'étude de la logique doit se réduire à l'étude de la machine logique » ne nous adresse pas sur les mécaniques et les engrenages de notre monde représentationnel – qui visent sans aucun doute « des expériences possibles et des processus observables » – mais sur celles des machines non humaines déjà existantes, car des machines humaines les ont « à un moment donné » conçues et enfantées.

(6) LES « MOUVEMENTS PRIMAIRES » DE LA MACHINE LOGIQUE – Définissons alors ce qu'est une « machine », en général :

(245) « Qu'est-ce qu'une machine ? D'un certain point de vue, on peut considérer une machine comme un mouvement primaire, une source d'énergie. Ce ne sera pas l'angle de vue adopté dans cet ouvrage. Pour nous, une machine est un dispositif convertissant des messages d'entrée en messages de sortie. Un message, dans ce contexte, est une séquence de quantités qui représentent des signaux dans le message. Ces quantités peuvent être des courants ou tensions électriques, mais sans s'y limiter, car ils peuvent être aussi d'une tout autre nature. De plus, les signaux élémentaires peuvent être distribués de manière soit continue soit discontinue dans le temps. Une machine transforme un certain nombre de messages d'entrée en un certain nombre de messages de sortie, chaque message de sortie dépendant à tout moment des messages d'entrée saisis jusque-là. Un ingénieur dirait dans son jargon qu'une machine est un transducteur à entrées et à sorties multiples. » [Wiener 2000 : 58]

Pour faciliter notre enquête, en revanche, nous prenons justement le point de vue, écarté par Wiener, des « mouvements primaires » exécutés par les engins dont il est question. Il y a des situations où un transducteur à sorties multiples commence à bouger de façon parfaitement uniforme et isochrone. L'une de ces situations capable de faire d'un transducteur une horloge, est celle de la rencontre entre la dite machine et les « paradoxes de Cantor et Russell ».

(246) « A proof represents a logical process which has come to a definitive conclusion in a finite number of stages. However, a logical machine following definite rules need never come to a conclusion. It may go on grinding through different stages without ever coming to a stop, either by describing a pattern of activity of continually increasing complexity, or by going into a repetitive process like the end of a chess game in which there is a continuing cycle of perpetual check. This occurs in the case of some of the paradoxes of Cantor and Russell. Let us consider the class of all classes which are not members of themselves. In this class a member of itself? If it is, it is certainly not a member of itself; and if it is not, it is equally certainly a member of itself. A machine to answer this question would give the successive temporary answers: "yes", "no", "yes", "no" and so on, and would never come to equilibrium. » [Wiener 1965: 126]

Cette dernière description « "yes", "no", "yes", "no" and so on » est inexacte, car le paradoxe « if YES(a) NOT(b), if NOT(b) YES(a) » instaure une « routine » – un mouvement circulaire – qui doit être décrit non pas comme une simple succession « $a, b, a, b, a, b, a, b, a, ..$ », mais au contraire comme la suite bien connue « $ab/ba/ab/ba...and so on$. Donc : « ab/ba » selon « a continuing cycle of perpetual movement » qui du point de vue d'un transducteur représente sans aucun doute une situation d'équilibre parfait. En somme, une fois confrontée au paradoxe de Russell, la machine logique non humaine se comporte comme l'agrégat S&F&C lorsque nous en faisons le pendule $S \times F \times C$, en créant/résolvant de la sorte une immense quantité de problèmes scientifiques. Malgré cela, Wiener affirme non seulement qu'un tel mouvement parfaitement uniforme n'est pas équilibré, (« it would never come to equilibrium »), mais que la machine en question (non pas l'homme qui est en train de s'en servir) a un problème à résoudre :

(247) « Bertrand Russell's solution of his own paradoxes was to affix to every statement a quantity, the so-called type, which serves to distinguish between what seems to be formally the same statement, according to the character of the objects with which it concerns itself – whether these are "things" in the simplest sense, classes of "things" classes of classes of "things" etc. The method by which we resolve the paradoxes is also to attach a parameter to each statement, this parameter being the time at which it is asserted. In both cases, we introduce what we may call a parameter of uniformization, to resolve an ambiguity which is simply due to its neglect. We thus see that the logic of the machine resembles human logic, and, following Turing, we may employ it to throw light on human logic [124-126]. » [Wiener 1965: 126. L'italique est de moi.]

Synthétisons : à la suite d'une indexation russellienne d'une même classe « A » – soit purement numérique, soit concernant l'ordre temporel de son implémentation opératoire – la machine non humaine interrompt la continuité de son mouvement uniforme grâce à une *nouvelle* « uniformization » de ses mouvements qui *distingue* entre deux entités A & A qui paraîtraient par ailleurs une seule et même entité. Résultat de l'indexation : « $A_1 \neq A_2$ », car $1 \neq 2$ (ou $t_1 \neq t_2$, qui revient au même). Nous reconnaissons cette situation : nous l'avons rencontrée en §7.3-1/2 lorsqu'il a été question de la « naissance ». Qu'il s'agisse d'un homme ou d'un nombre, le fait que de « A », qui « paraît formellement le même » que soi-même, puisse émaner un autre « A » de façon que A & A soient en effet *deux* « A » bien distinguables l'un par rapport à l'autre, nous a obligés à reconnaître la présence agissante et efficace, tant au niveau de la vie qu'au niveau de la mathématique, de la dimension profonde – « fréguenne » – de l'*Abbildung* « $A' = f(A)$ », sans laquelle nous ne pourrions pas non seulement comprendre comment les choses naissent, mais aussi comment il se fait qu'après le 1 c'est le tour du 2... et donc nous ne pourrions indexer quoi que ce soit.

Revenons maintenant à Wiener : depuis ce que je viens d'observer, il est évident que, pendant son mouvement uniforme, le transducteur décrit par ce dernier n'a en réalité aucun problème dont il cherche une solution ; qu'il ne nous envoie aucun « message » en ce sens, et que si c'était de lui, son « perpetual cycle » pourrait bien continuer éternellement, comme les sphères palindromes de Kepler. Dans son compte rendu, Wiener ne fait donc que décrire *notre* intervention sur la machine non humaine, en lui prêtant notre point de vue, ainsi que Dedekind ((12)) prête à la *Gerade L* dessinée sur la feuille une droite et une gauche qui n'appartiennent qu'au mathématicien qui la trace.

Observons en revanche – sur cette base – ce que ce transducteur humain appelé *logicien* fait de différent par rapport à la machine non-humaine, lorsqu'il est confronté à ce même « if YES(a) NOT(b), if NOT(b) YES(a) ».

(A) *Un mouvement accélératif spontané* – Dès que le mouvement uniforme $\overline{\text{yes} - \text{not/not} - \text{yes}}$ fait son apparition dans son monde représentationnel, le logicien ne permet même pas pour un instant qu'il occupe une durée Δt , aussi petite soit-elle, de son temps opératoire légitime. Il en fait donc immédiatement le début d'une accélération qui rompt son isochronisme *virtuel* – *potentiellement* induit par le paradoxe incriminé – pour se propulser dans la direction d'une *possible* solution. Une telle accélération, déclenchée *par* un mouvement uniforme, est évidemment dépourvue de toute raison suffisante au niveau du transducteur non-humain, et de ce point de vue – qui est le seul point de vue possible sur cet événement, ainsi décrit – le comportement accélératif de l'homme est parfaitement *spontané*.

(B) *Un mouvement pré-technologique inconditionnement auto-orienté* – Ceci trace une coupure métaphysique très nette entre la machine logique humaine et la machine logique non humaine (ainsi décrite). Le logicien qui spontanément accélère *à cause* du mouvement uniforme de sa machine interne, est la manifestation de ce qu'on peut appeler l'absoluité pré-technologique de son champ d'action opératoire. Pour tout engin non-humain ainsi décrit, le paradoxe de Russel enclenche un mouvement cyclique « perpétuel » qui n'est problématique que relativement à une finalité donnée. Si nous avons besoin d'un clignotant, un tel « paradoxe » sera notre solution, et pas tout à fait notre problème. Bien au contraire, pour toute machine humaine ce même paradoxe est *absolument* problématique. De même l'on ne peut pas réduire la table à double entrée de la multiplication à un jeu parmi les autres – comme les échecs ou la bataille navale – car dans le jeu des nombres « 3×2 » fait *absolument* 6, de même la logique humaine définit un « champ technologique » absolument auto-orienté, et dépourvu de toute finalité conditionnée : dans toutes les « techno-logiques » concevables, le paradoxe de Russel reste un problème à résoudre... même si nous avons du mal à comprendre de quel problème il s'agit précisément (son *sens*).

(C) Cela nous conduit au troisième aspect de la machine logique humaine : sa nature essentiellement *dynamique*, que je développe dans le paragraphe qui suit.

(7) LA FINITUDE DYNAMIQUE DE LA MACHINE LOGIQUE – Nous venons ici au point que j'ai anticipé en [§9.3] à propos du vide dynamique à remplir dans le compte rendu dhombrien sur l'intime (non engelo/marxiste) autopropulsion de la pensée mathématique (« Les théologiens de toutes les religions savent qu'en définissant Dieu comme celui de tous les attributs possibles, on lui octroie tant la bonté que le mal, tant l'existence que la non-existence, etc. De même pour la notion cantorienne et naïve d'un ensemble qui pouvait être tout et n'importe quoi. Le premier paradoxe surgit en 1897... »).

Commençons par observer que, malgré la façon de s'exprimer de Wiener – « Bertrand Russell's solution of his own paradoxes » –, il n'y a même pas une machine humaine qui considère le mouvement accélératif de Russell face à son propre paradoxe comme une solution : même pas Bertrand Russell. Personne d'humain qui s'est exprimé à ce propos, il faut bien le souligner, ne considère cette « solution » comme une solution.

Le transducteur « Ludwig Wittgenstein » par exemple, lorsqu'on lui a proposé d'arrêter toute oscillation entre être (dans une classe) et ne pas être (dans cette même classe) grâce au stratagème de l'indexation, a été pris par un tel dégoût qu'il a bel et bien décidé d'aller se reformater devant les aurores boréales :

(248) « 5.9.13 - Je suis installé dans un petit village à l'intérieur d'un beau fiord, et réfléchis à cette saleté de théorie des types. Restent encore quelques problèmes *très* difficiles (et aussi très fondamentaux) à résoudre, et je ne veux pas commencer à écrire avant de leur avoir donné une solution ou une autre. Je ne pense pas cependant que cela affecte en aucune manière l'affaire de la bipolarité qui me paraît être absolument intangible. » [Wittgenstein 1913 : 223]

Pendant ce séjour, Wittgenstein fait la connaissance de Méphistophélès, ce même « esprit occulte » piagétien ((134)) – ou ce fantôme poincariste ((243)) – dont la « nature intermédiaire entre l'unité et la pluralité » ((135)) fait l'essence même, graine, racine, fond, moteur... à la fois de la pensée magique et de la rigueur scientifique :

(249) « L'identité, c'est le Diable en personne ... Et d'une *immense importance* ; bien plus que je ne le pensais. Elle se relie – comme toute chose – directement aux questions les plus fondamentales, en particulier à celles qui concernent l'occurrence d'un même argument à différentes places d'une fonction. » [Wittgenstein 1912 : 223]

Le résultat de ce séjour sulfureux/contemplatif a été une *reformulation* de la théorie des types, selon laquelle l'indexation $A \rightarrow A_1 \& A_2$ doit « se faire d'elle-même » ou, autrement dit, sa présence efficace et opérationnelle doit être contenue dans les conditions mêmes de fonctionnement de notre symbolisme. C'est bien la tentative de « dire » une telle différence – et donc de « tout dire » – qui engendre le paradoxe :

(250) « [1] 3.331 - Examinons la « théorie des types » de Russell : l'erreur de Russell se manifeste en ceci qu'il lui faille parler de la signification des signes pour établir leur syntaxe. 3.334 - Il faut que les règles de la syntaxe logique se comprennent d'elles-mêmes, si l'on sait seulement comment chaque signe dénote. [2] 3.332- Aucune proposition ne peut rien dire à son propre sujet, puisque le signe propositionnel ne saurait être contenu en lui-même (c'est là toute la « théorie des types »). – 3.333- Une fonction ne saurait par conséquent être son propre argument, puisque le signe de fonction contient déjà l'image primitive [*Urbild*] de son argument, et ne peut se contenir lui-même. [3] Supposons, par exemple, que la fonction $F(fx)$ puisse être son propre argument ; il y aurait donc alors une proposition « $F(F(fx))$ », dans laquelle la fonction externe F et la fonction interne F devraient avoir des significations différentes, car la fonction interne est de la forme $\varphi(fx)$, l'externe $\psi(\varphi(fx))$. Seule est commune aux deux fonctions la lettre F , mais qui en elle-même ne dénote rien. Ceci s'éclaire immédiatement si, au lieu de « $F(F(u))$ », nous écrivons : « $(\exists(\varphi) : F(\varphi u). \varphi u = Fu)$ ». Ainsi se trouve éliminé le paradoxe de Russell. » [Wittgenstein 1918. Les crochets sont de moi.]

Ce que, depuis le fiord de sa propulsion anti-russellienne, Wittgenstein affirme, est que la solution de Russell n'est pas une, car ce dernier prétend tout dire, et en ce faisant – en présupposant l'ignorance complète du lecteur d'un texte de logique – il est conduit à « parler de la signification de ses signes pour établir la syntaxe », plutôt que, tout simplement, mettre en action la différence préconnue entre une fonction et son argument.

Nous avons de la sorte exposé une suite de quatre accélérations – « solutions possibles » – engendrées par un même mouvement uniforme (*yes – not/not – yes*) dans des machines humaines : $Russell_1 \rightarrow Russell_2 \rightarrow Wittgenstein \rightarrow Wiener$. Nous ne nous demanderons pourtant pas laquelle de ces quatre solutions est la bonne, car cette même circonstance nous met en contact avec ce qui nous intéresse le plus ici, à savoir le côté *dynamique* de nos mécanismes démonstratifs.

Cette histoire de (possibles) solutions successives nous renseigne en fait sur une deuxième évidence primordiale concernant notre entendement et sa structurelle finitude : *peut être* – disons-nous – la solution wittgensteinienne est une bonne solution (j'en suis personnellement convaincu) car en

tout état de cause « Χαλεπὸν δ' ἐστὶ τὸ γινῶναι εἰ οἶδεν ἢ μή : il est *bien difficile* de savoir si l'on a en effet une *démonstration* dans nos mains ou non », comme le dit Aristote [*Anal.Post.* 76a26]. Devons-nous conclure, en revanche, de cette prise de conscience, qu'en conséquence aucune *vraie* démonstration ne nous est donnée ? Naturellement non, même si ceci a été le choix de Poincaré et de toute son époque apeurée par les « fantômes » de la Vérité. L'existence des démonstrations mathématiques – comme celle d'Euclide [*Élém.* I, 32] que la somme des trois angles internes de tout triangle est deux droits, ou celle d'incomplétude de Gödel – est bien notre phénomène de départ. *Il y a* des démonstrations mathématiques, et les voilà : celle-ci, celle-ci et celle-ci. Ce dont, en revanche, ces mêmes démonstrations témoignent, à côté de la finitude immanente à leur certitude absolue, c'est qu'elles sont à leur tour en nombre fini, et qu'il est bien possible qu'un jour quelqu'un arrive pour nous démontrer – au travers d'un nombre fini de passages foudroyants – que *cette* démonstration est en réalité défectueuse, que l'on peut faire mieux, etc. Ce quelqu'un qui ne manque jamais pour casser les œufs dans le panier de l'Éternité Mathématique agit donc nécessairement et toujours au travers d'une resignification, une réinterprétation, qui aura ce même aspect : $A_0 \xrightarrow{\Delta t} A_1 \& A_2$. Pendant ce Δt , la machine non humaine enchaîne ses *yes, not, not, yes...* à l'infini, concernant le même A_0 de départ, pour ensuite passer, directement et sans solution de continuité, à $A_1 \& A_2$, une fois la nouvelle solution implémentée. La machine humaine, au contraire, pendant ce même temps, se bouleverse, se retire, médite, écrit des longues correspondances, change d'avis, revient sur ses pas, en enchaînant de longues suites de graphèmes où ce « même » A apparaît très souvent sans pour autant n'être plus le A_0 de départ, mais pas encore les $A_1 \& A_2$ d'arrivée. Ce dont nous sommes *mathématiquement* certains – en tant que mathématiciens – est que la machine logique appelée « homme » fait cela *avant* de produire des enchaînements qui soient en état d'arrêter un ordinateur, tandis que les ordinateurs – de fait, ici et maintenant, ne le font pas, ainsi que les singes ne se préoccupent aucunement du dénominateur commun entre une moitié et un quart du gâteau convoité.

D'autre part, si un beau jour un ordinateur arrivait tout seul à se donner une indexation *russellienne* – qui a besoin, comme Wittgenstein le signale en (250 [1]) – que l'on *parle de* la différence entre A_1 et A_2 , nous serions absolument certains que dans la machine il y a un homme, ou qu'elle est devenue une intelligence humaine. Si, au contraire, nous la laissons clignoter à l'infini, et qu'en rentrant nous la retrouvions en état de repos car une indexation est survenue pour résoudre ce *bug*, sans qu'aucune parole « acroamatique » n'apparaisse nulle part, eh bien là aussi nous serions absolument certains que quelqu'un est intervenu pour nous donner un coup de main, telle une Blanche Neige qui range la maison des sept nains pendant leur absence.

(8) UNE MACHINE A AUTOPROPULSION MEDITATIVE – La comparaison machine logique non humaine/machine logique humaine jette donc, bien sûr, une lumière décisive sur cette dernière, mais cette lumière est non seulement celle d'une indéniable ressemblance, mais aussi d'une très nette *contrariété*, concernant le temps de leurs mouvements respectifs. Le temps de la machine logique non humaine est totalement rempli d'*opérations* « déjà opérationnelles », même lorsque nous assistons sans aucun doute à une resignification comme celle de l'indexation dont parle Wiener. Lorsque la machine non humaine se retrouve prise dans une routine uniforme et parfaitement répétitive, cela *coïncide* avec l'absence de toute raison suffisante pour changer de vitesse ou de direction à son propre mouvement. Exactement *au contraire*, le temps de la machine logique humaine qui *parvient* à $A_1 \& A_2$ à partir de A_0 , structurellement s'articule selon la suite « méditation → opération », qui sans aucun doute est aussi *oscillante* et *cyclique* que celle de la machine non-humaine, mais qui se déploie selon un dynamisme et une sémantique internes parfaitement inversés. Cette double dimension de notre pensée logique, une personne qui veut sérieusement s'occuper de comment les machines humaines arrivent à faire condenser un nouvel ordre au sein de leur chaos, ne peut éviter de la prendre en compte, ainsi que Wiener en personne en témoigne :

(251) « While this cyclical process then might be a locally determined one, there is evidence that there is a widespread synchronism in different parts of the cortex, suggesting that it is driven from some clocking center. In fact, it has the order of frequency appropriate for the alpha rhythm of the brain, as shown in electroencephalograms. [...] It is most marked when the eyes are closed in waking, or when we are staring into space at nothing in particular, *as in the condition of abstraction of a yogi, when it shows an almost perfect periodicity.* » [Wiener 1965: 142. L'italique est de moi.]

Que fait-il, un « yogi », lorsqu'il régularise ses ondes alpha d'une façon aussi parfaite qu'il paraîtrait une machine non humaine ? Il médite sur les mêmes objets ciblés par les méditations de Descartes, Pascal, Leibniz, Boole, Wittgenstein³⁴... et d'où sont sorties les opérations qui font tourner les actuelles machines non humaines. Les noms que nous donnons à ces objets ne sont pas importants : ce qui est important est leur dimension d'appartenance, qui est celle d'un *temps de resignification*, pendant lequel le diable wittgensteinien est obligé de rester dans le champ de force d'une même pensée, malgré l'évidence incontournable de sa fuyante pluralité. Pendant ce temps, les transducteurs humains parlent d'une façon dont aucun transducteur non humain n'a pas encore parlé.

(252) « [1] I declare that A is the essence of all mantras, and from it arise mantras without number; and it produces in entirety the Awareness which stills all conceptual proliferations. [The Mahāvairocana Abhisambodhi Tantra]

[2] "Tatra pratyayaikatānatā dhyānam. Un courant ininterrompu (du mental) vers l'objet (choisi pour la méditation) est la contemplation." – Quand le Sādhaka [pratiquant] réussit à éliminer complètement les distractions et peut continuer à se concentrer sur l'objet, sans interruption, pendant tout le temps qu'il a décidé, il atteint l'étape de Dhyāna. » [Patanjali, *Yogasutra* III, 2, et commentaire de I. K. Taimni. En Taimni : 262]

Cette façon de parler et de se rapporter à ces objets, produit comme fruit final un nouvel ordre à la fois cérébral et cognitif. En [1] je cite l'un des *topoi* les plus diffusés de la pratique méditative mondiale : qu'il s'agisse du « aleph » d'Abulafia ou du phonème « A » des yogis tibétains ou indous, la répétition d'un même « A » ne définit pas que la pratique de l'apprentissage à lire – dont il représente, de tout évidence, une manifestation « décalée » [Fig. 76 et §11.3(7), Fig. 88] – mais aussi l'une des plus anciennes méthodes d'induction cérébrale du fameux rythme... « alpha », c'est-à-dire « A ».

Quant au [2], il s'agit de la définition pratique et opérationnelle du « dhyana » [chinois : « Chan » ; japonais : « Zen »] : la fixation du mental sur un seul objet, le long d'un seul et même mouvement intentionnel continu. « *Manebo obstinate in hac meditatione defixus - Je demeurerai obstinément attaché à cette pensée* » dit Descartes dans sa *Ie Méditation*. Cette « defixitas » de notre attention engendre enfin ce que Patanjali appelle l'état mental du « pratyak chetana » – la « mens in se conversa » de Descartes, ou « intra se »³⁵ de Bonaventure – que Taimni schématise comme suit :

(253) « "Tatah pratyak chetana adhigamo 'py antarâyābhāvash cha.- De cela [de la répétition et méditation du OM] (résulte) la disparition des obstacles et le retournement vers l'intérieur de la conscience." – Pratyak Chetanā est la conscience tournée vers l'intérieur ou la conscience dirigée vers son centre. C'est donc le contraire exact de Parānga Chetanā, la conscience tournée vers l'extérieur comme les figures suivantes le montrent.

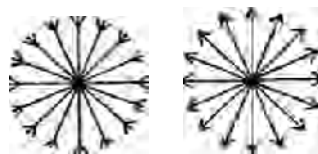


Figure 75 : « Pratyak chetana » et « Parānga chetana »

Le but et le processus entier du Yoga consiste à retirer la conscience de l'extérieur pour l'amener vers le dedans car le mystère ultime de la vie est caché au cœur même ou centre de notre être. » [Patanjali I : 29 ; Taimni : 78]

Descartes et Platon diraient :

(254) « *Claudam nunc oculos, aures obturabo, avocabo omnes sensus, imagines etiam rerum corporalium omnes vel ex cogitatione meâ delebo...* - Je fermerai maintenant les yeux, je boucherai mes oreilles, je détournerai tous mes sens, j'effacerai même de ma pensée toutes les images des choses corporelles... » [Descartes, *IIIe Méditation*].

« Mais l'âme ne raisonne jamais mieux que quand rien ne la trouble, ni l'ouïe, ni la vue, ni la douleur, ni quelque plaisir, mais qu'au contraire elle s'isole le plus complètement en elle-même [αὐτὴ καθ' αὐτήν] en envoyant promener le corps et qu'elle rompt, autant qu'elle peut, tout commerce et tout contact avec lui pour essayer de saisir le réel. » [Platon, *Phédon* : 65c]

Taimni offre aussi, en Fig. 76, le modèle des trois stades – *Dharana*, *Dhyana*, *Samadhi* [Patanjali, III.1,2,3] – qui jalonnent l'ascension du pratiquant vers la capacité de fixer un seul objet mental (ici le

même « A ») sans qu'aucune incertitude sur son identité ne puisse plus se présenter : ce qui correspond (dans le *samadhi*) à la perte de toute identité actuelle (« svarupa shunyo » : *vidé de sa propre forme*) :



Figure 76

Les trois étapes finales de l'*ashtanga yoga* de Patanjali (III^e siècle avant J.C.). « *Dharana* » : notre « pensée ordinaire » arrive à se maintenir bien fixe (« defixa », dit Descartes) dans le périmètre d'un seul endroit mental. À l'intérieur de ce périmètre pourtant, l'identité de l'objet de son application attentive – « *vitarka* » : ici c'est lorsque la lettre est encerclée – est encore instable. « *Dhyana* » : l'identité de l'objet de notre attention appliquée se stabilise enfin, mais seulement si nous ne « lâchons » pas (d'où les lettres encerclées, qui signalent cette même application récurrente de notre attention). « *Samadhi* » : l'identité de l'objet de la pensée a totalement reflué dans la pure et simple identité de la pensée même, qui n'a plus aucun besoin de s'« appliquer » pour garder sa présence éveillée. Lorsque cette tradition yogique se focalise sur les mathématiques (Brahmagupta, VI^e siècle après J.C), ce dernier moment de « svarupa sunyo » (« vidé de sa propre forme ») s'exprime avec la fraction 0/0, qui est donc le symbole le plus riche en potentialité germinatrice. Pour notre technologie mathématique, en revanche, ce même symbole est, naturellement, « totalement dépourvu de sens ».

Qu'à une telle configuration intentionnelle dynamiquement centripète et cinématiquement uniforme corresponde l'auto-synchronisation parfaite de nos « self-organizing » ondes alpha, cela se comprend très bien.

Très malheureusement, lorsque ces façons de parler se présentent aux oreilles de l'époque du Golem, les savants *font semblant de ne pas comprendre, car ils se mettent du point de vue de la machine non-humaine*. Observons la mouvance de Wiener dans ce qui suit :

(255) « [1] J'ai déjà souligné les difficultés intellectuelles accompagnant les notions d'omnipotence, d'omniscience et autres idées semblables. Sous sa forme la plus grossière, c'est un tel doute que trahit la question souvent posée par le railleur inopportuniste dans un rassemblement religieux : "Dieu peut-il fabriquer une pierre si lourde qu'il ne puisse la soulever ?" S'il ne peut pas, *son pouvoir est alors limité, ou apparaît comme tel*, et s'il le peut, *il semble que cela constitue également une limite à son pouvoir*. Bien entendu, on peut balayer la question en mettant cette boutade sur le compte des mots, mais cela ne suffit pas.

[2] Le paradoxe que constitue cette question appartient à toute une classe de paradoxes centrés sur la notion d'infini sous ses nombreuses formes. [...] L'infinité du dénombrement est d'un ordre différent. On peut aisément démontrer qu'une telle notion aboutit à des paradoxes. Combien y a-t-il de nombres dans la classe de tous les nombres ? Il n'est pas difficile d'établir que ce n'est pas une question légitime, puisque de quelque manière qu'on définisse un nombre, le nombre de tous les nombres est plus grand qu'un nombre quelconque. C'est l'un des paradoxes de Frege-Russel portant sur les complexités de la théorie des types. » [Wiener 2000 : 34. Les crochets et les italiques sont de moi.]

Il est bien remarquable que le même Kurt Gödel ait publié son fameux théorème en 1931, pour produire ensuite, en 1941-1970, une épreuve ontologique de l'existence de Dieu [Goedel 1941] qu'il n'a toutefois pas publié par crainte que l'on pense qu'il la considérait effectivement valable ! Dans le cas de Wiener, il faut répéter que si la boutade sur Dieu et la pierre – qui doit rendre heureux les catholiques, qui sur une pierre pareillement inamovible affirment avoir implanté leur église... – ... si cette boutade n'est pas à mettre sur le compte des mots, alors elle ouvre le temps d'une réflexion. Pendant ce temps, nous nous dirigeons très naturellement sur les mots : « s'il ne peut pas, son pouvoir est alors limité, *ou apparaît comme tel* ». Nous nous demandons alors si l'idée d'un être *réellement* tout-puissant qui décide « à un moment donné » et pour des finalités données, d'*apparaître* limité en

son pouvoir, en créant à cette fin le monde limité de sa propre apparence... si cette idée (un vrai *koan* !) est en elle-même non pas « paradoxale » – car elle l’est sans doute – mais aussi immédiatement à rejeter comme le positiviste Wiener décide de le faire, au nom d’un « fait » :

(256) « [1] *C'est donc un fait* que les superlatifs d’omnipotence et d’omniscience ne sont pas des vrais superlatifs, mais simplement *un moyen approximatif de définir un très grand pouvoir* ou une très grande connaissance. Ils expriment une émotion de respect intense *et non une proposition métaphysiquement justifiée*.

[2] Si Dieu surpasse l’intellect humain, et ne peut être saisi par des formes intellectuelles – et c’est là tout au moins une position défendable – c’est faire preuve de bien peu d’honnêteté intellectuelle que de fausser l’intellect lui-même en intégrant Dieu dans des formes intellectuelles *pourvues d’une signification bien définie*. Ainsi, lorsque nous sommes confrontés à des situations restreintes paraissant étayer certaines propositions généralement émises par les livres religieux, nous serions de mauvaise foi, à mon avis, si nous les écartions sous prétexte qu’elles ne possèdent pas l’absolu, l’infini, et le caractère de complétude que nous avons tendance à attribuer aux déclarations religieuses. » [Ibid. Les crochets et les italiques sont de moi.]

Remarquons bien qu’en (256 [1]) Wiener est en train de produire une preuve mathématique de la non-existence de Dieu, car un Dieu qui n’est pas tout-puissant n’est pas Dieu, et que le fondement de cette conclusion est ce qu’il dit sur les paradoxes mathématiques de Russell. Mais enfin, assez : cette « boutade » et son objet sont en train de détourner notre attention, en nous induisant dans la tentation de nous engager en une discussion théologico/mathématique sur l’infinité ensembliste de Dieu, de celles qui n’ont pas tout à fait contribué à l’équilibre du rythme alpha de Gödel et Cantor (tous les deux morts en asile psychiatrique). – La seule chose qui nous intéresse ici est, en revanche, celle que je suis en train de souligner : c’est-à-dire que ce paradoxe vient juste d’ouvrir un temps de pure et simple méditation métaphysique sur le sens des mots « Dieu », « omnipotence/omniscience », « apparence ». Cette évidence immédiate réfute non pas la « preuve mathématique de non-existence de Dieu » que Wiener vient de formuler, mais ce qu’il affirme à propos du *sens* de ces mêmes expressions : « c’est un fait qu’elles expriment une émotion de respect intense et non une proposition métaphysiquement justifiée » car elles ne sont pas « des formes intellectuelles pourvues d’une signification bien définie ».

D’un côté, les mots de Wiener prouvent beaucoup trop. Considérons en effet les quatre passages : I. « un nombre infini est impossible, car cela n’a aucuns sens. » [Euclide, Bolzano] → II. « Un nombre infini est impossible, car cela n’a aucun sens, et toutefois l’ensemble de tous les nombres, qui n’est pas un nombre, est une grandeur bien mathématisable. » [Bolzano] → III « Un nombre infini comme “ \aleph ” est possible et mathématisable. » [Cantor] → IV « Le nombre infini de tous les nombres est une entité paradoxale. » [Russell]. La série temporelle I→II→III→IV est une suite continue de resignifications successives tout au long de laquelle la question métaphysique et mathématique « Combien y a-t-il de nombres dans la classe de tous les nombres? » a été bien signifiante et légitime, sans quoi Wiener en personne n’aurait pas disposé de la mathématique cantorienne, qui lui a été pourtant nécessaire pour reconduire l’assemblage d’un nombre infini de « probabilités 0 » à une quantité arithmétique finie [cf. (292),(293)] Wiener *se sert* donc, au niveau de ses opérations actuelles, de ce temps de méditation métaphysique sur la « forme intellectuelle » \aleph , qui trouve en ce même usage wienerien tout entière l’évidence de son sens, pas tout à fait « approximatif » ni « émotionnel ».

De l’autre côté, elles sont tout simplement fausses. Ni Descartes ni Cantor ni Gödel ni tous les autres n’ont exprimé des « émotions » lorsqu’ils ont médité sur l’infinité onto/mathématique de Dieu, tandis que pendant tout le temps que nous mettons pour lire la citée *IIIe Méditation* de Descartes – « *De Deo, quod existat* » – nous avons indéniablement à faire avec une forme intellectuelle *bien définie*. Si Wiener dit qu’elles ne sont pas bien définies, il fait tout simplement la sourde oreille, en jouant donc, paralogiquement, avec l’expression « machine logique » : si la machine logique non humaine ne nous offre aucune évidence de compréhension lorsque nous cherchons à la faire méditer, cela signifie seulement que la machine homme est différente de la machine ordinateur.

(9) L’EVENEMENT D’UN HOMME – Il est finalement évident que les comportements de la machine logique non humaine jettent une lumière éclatante sur la machine logique humaine, mais cette lumière est à la fois celle d’un parfait isomorphisme et d’une parfaite opposition. Aux deux extrêmes d’un même diamètre, l’ordinateur et l’homme tendent sans doute à un même mouvement périodique uniforme, à la fois purement logique et indéniablement physique, qui dans les deux cas est exprimable

selon la formule « $\overline{ab/ba}$ », qui contient autant de répétitions que d'inversions. À la différence de l'ordinateur, pourtant, l'homme est une machine logique animée par une *spontanéité inconditionnée et absolument auto-orientée* [ci-dessus : (6(A)(B))]. Ce qui nous caractérise n'est pas qu'une capacité de « self-organisation », mais celle aussi d'une autopropulsion, que nous avons largement montrée à l'œuvre tout au long de la deuxième partie, et qui du point de vue de la machine non-humaine est totalement incompréhensible : l'absence représentationnelle *absolue* de toute raison suffisante pour arrêter ou dévier nos mouvements logiques, représente pour nous une irrésistible raison pour nous mettre en marche à la recherche d'une « solution ». La seule *menace* d'un mouvement uniforme comme « yes-not/not-yes » en mesure de satisfaire un ordinateur pour toute l'éternité, représente pour notre entendement logique la source mouvante la plus explosive qui soit. Comme machines logiques, nous sommes donc des *technologies absolues* qui se lancent incessamment vers *le sens* de leurs énonciations évidentes (« yes ! » et « not ! » sont bien des énonciations, ne l'oublions jamais) car ce même *sens purement logique* est manifestement doué de la prérogative de dynamiser – tel un catalyseur – tous nos mouvements mentaux.

Une telle phénoménologie est sans doute paradoxale, mais certainement pas contradictoire ni incompréhensible, *bien au contraire*. L'homme trouve dans la périodicité isochrone d'une oscillation *logique* cela même qui le propulse à la recherche d'une nouvelle dimension du sens, pour qu'une telle torture de Sisyphe s'interrompe au plus vite. Dès qu'il se découvre oscillant, le transducteur pensant que nous sommes s'« auto-propage » [Wiener] comme le caillou d'une fronde, exactement au contraire de ce que fait le pendule en [§10.1(2)]. Seulement, il faut bien insister sur ce point, il ne se produit en une telle étonnante et subite accélération que lorsqu'il est question du mouvement en même temps physique et *purement logique* d'une démonstration. Cela nous confronte à une donnée physique ultime : notre crâne est habité par une technologie non conditionnée par aucune finalité instrumentale déterminée, qui commence à bouger en s'auto-orientant dans le sens d'une « démonstration » dès qu'elle ressent la menace – purement représentationnelle – qu'une situation d'inertie logique puisse se perpétuer.

(257) « L'EFFET DE LA DOUBLE CONTRAINTE – Dans le bouddhisme zen, le but à atteindre est l'état d'illumination. Le maître zen tente d'y amener son disciple par plusieurs moyens. Il peut, par exemple, tenir un bâton au-dessus de la tête de son élève, en lui disant brutalement : « Si vous dites que ce bâton existe, je vous frappe avec. Si vous dites qu'il n'existe pas, je vous frappe avec. Si vous ne dites rien, je vous frappe avec. » Nous avons le sentiment que le schizophrène se trouve en permanence dans une situation similaire à celle de l'élève, à ceci près qu'il en sort plus souvent désorienté qu'illuminé. Le disciple zen peut, par exemple, se lever et arracher le bâton à son maître, lequel peut accepter sa réaction comme appropriée ; alors que le schizophrène ne dispose nullement d'un tel choix, étant donné qu'il ne peut traiter avec désinvolture la relation mise en question et que, d'autre part, les intentions et l'esprit de sa mère ne sont nullement celles du maître zen. » [Bateson 1977 :16]

Bateson a bien tort, et nous serions perdus si un homme pouvait perdre tous les choix, ou qu'une mère était définie *a priori* comme accablée par un esprit obtus³⁶. Les phénomènes pourtant parlent, dans ce cas aussi, comme dans le cas de la pendule et de sa voix – « qui fait TIC, et qui fait TAC » – très clairement. Si un corps oscillant dans les lointains prend d'un coup l'envol, nous sommes par là même *perceptivement* certains (nous percevons) qu'il s'agissait en réalité d'un oiseau. De même, si une pensée oscillante n'arrête pas d'osciller, nous sommes par là même certains qu'il s'agissait en réalité du signal d'un transducteur non humain, et nous éteignons l'ordinateur. En revanche, si confronté à une telle menace de vanité logique un homme ne prend pas l'envol à la recherche du sens, alors nous sommes absolument certains – nous postulons – que cet homme, tôt ou tard, le fera. Nul besoin d'illumination, donc, ni de coups de bâtons, pour reconnaître un homme lorsqu'un transducteur allume ses réacteurs car le Grand Vent commence à souffler.

11. L'arabesque de Galilée

11.1 La fréquence de la voix et la naissance de la « γραμμή »

Ce que nous retenons de ce qui précède est que, *de fait*, l'homme se présente comme pure intention de sens. Ce n'est que lorsque la pure nécessité/impossibilité (= représentation) d'un sens possible se distille *absolument* devant notre attention, que la nature humaine se manifeste en toute son immédiate clarté. Cet événement peut, certes, avoir l'aspect insolite d'un paradoxe que seul le logicien raffiné ou le maître zen peuvent apprécier ; ou l'aspect moins rare d'une énigme algébrique vite liquidée comme un non-sens ... mais il ne faut surtout pas aller chercher des bizarreries pour reconnaître une telle lumineuse vérité. Il nous suffit d'ouvrir les oreilles et les yeux, ici et maintenant. La définition que j'ai donnée est, en fait, également valable dans les deux cas qui nous intéressent à présent : le cas de la *voix humaine* et celui de l'*écriture*.

La voix humaine est dans sa pure intention expressive. Dès que, au beau milieu d'un « background noise » quelconque, une voix humaine frappe nos oreilles, cela coïncide avec la certitude indiscutable que l'émetteur de ce son est un « parlant », c'est-à-dire un être qui peut dire des choses. Si en plus cette voix est en effet en train de parler – ce dont nous sommes en l'occurrence aussi certains que lorsque nous voyons n'importe quel homme, de n'importe quelle provenance, sourire, ou se fâcher – alors nous sommes par là même certains que ce quelqu'un est un train de *dire* quelque chose (un « τὸδε τι » dirait Aristote, *Métaph.* Γ). Ce même discours vaut pour l'écriture. L'« arabesque » de nos « traits de plume » comme Galilée l'exprime – la « γραμμή » d'Euclide – est aussi indiscutable que le retentissement d'une voix. Que nous arrivions à en percevoir ne serait-ce qu'un bout, un fragment laissé par un néanderthalien sur la paroi d'une caverne, ou même un entier système absolument opaque à toute compréhension, avant qu'un Champollion n'arrive à en dévoiler le mystère, *d'autant plus* ce trait de plume incompréhensible, signifiera indiscutablement qu'un homme était là avec l'intention d'exprimer *un sens*.

Cette immédiateté est la naturelle conséquence d'une circonstance élémentaire, que je vais maintenant établir : si pour exprimer ses intentions de mouvement – ses élans – une pendule se manifeste au travers de sa fréquence isochrone, lorsqu'un transducteur humain à sortie multiples accélère pour manifester ses pures intentions de sens (qui sont sa façon de cocher son temps et de raconter son histoire) alors il se servira de sa voix. Si toutefois il ne dispose pas encore d'un système « S×F×C » suffisamment soudé, souple et raffiné pour servir de support à cette même voix, eh bien alors cette machine logique auto-organisatrice se façonnera sa propre corde vibrante qui serve à la besogne, et que pour cette raison il appellera « corde vocale ». Si, d'autre part, elle n'est pas encore satisfaite, car elle veut communiquer ses intentions de sens au reste de l'humanité – c'est-à-dire aux autres transducteurs qui peuvent accéder à ces mêmes intentions – ... dans ce cas l'homme se dirigera sur un matériau aussi souple et disponible que sa propre chair – comme par exemple de l'encre – pour en faire un seul trait potentiellement infini, et universellement reconnaissable, comme sa propre voix, et par là même capable de franchir les temps et les espaces :

(258) « LA LITTÉRATIE – Votre regard se pose sur les formes arbitraires qui couvrent cette page, et vous voilà en contact avec un autre être humain, qui est assis devant un ordinateur, par une froide après-midi de janvier, à Paris. Les mots passent outre les limites imposées par le temps et l'espace : c'est d'une importance capitale, car cela permet une évolution culturelle cumulative. En lisant ce texte, vous n'êtes pas seulement en contact avec les pensées d'un individu lors d'une unique après-midi ; indirectement, vous accédez aussi à la sagesse de toute une culture, de toute une histoire, qui sous-tend ces pensées. La littératie permet de transmettre l'information au-delà du temps et de l'espace ; sans elle, la capacité de l'esprit humain aurait pour limites celles de la mémoire de chacun. La littératie est donc indispensable au progrès. » [OCDE 2007]

Voyons donc comment l'homme s'y prend pour progresser grâce à sa voix et à ses arabesques.

(260) « Après ces diverses tentatives, son visage exprimait le mécontentement comme celui de l'enfant qui fait de vains efforts pour parler. Après avoir fait un dessin, ma fille cachait sa tête, puis me tendait le crayon en disant : "Papa, fais un homme". » [Ibid. : 77]

« Pourquoi poursuivre un résultat qu'elle n'atteignait jamais ? » se demande Baldwin, lorsqu'il observe un enfant « qui fait de vains efforts pour parler »... pour enfin y arriver. La spirale en Fig. 77 est donc sans doute le modèle le plus adéquat pour décrire un processus aussi étonnant et aussi *technologiquement impossible*. Nous allons voir que lorsque Piaget entendra la première vibration dans la voix de son Laurent ((261)), il appliquera la méthode de Baldwin : « Cette première imitation vocale me paraît garantir l'existence de la réaction circulaire : s'il y a imitation d'autrui, il y a, en effet, et *a fortiori*, imitation de soi-même, c'est-à-dire réaction circulaire »... Et toutefois, ainsi que dans le cas de l'« observation 0 » qu'il évite de faire – celle du premier souffle [§7.2.1] – en nous renvoyant cependant aux combinaisons et recombinaisons du « genoma » ((128), (129)), il ne s'occupe pas d'expliquer comment s'y prend un homme pour « imiter » une voix qu'il n'a jamais entendue.

En revanche, toute l'opération que j'ai conduite le long cette Troisième Partie, nous permettra de répondre maintenant à ce *koan* vieux comme la Terre (« quel était l'aspect de ton visage avant que tes parents ne soient conçus ? ») de la façon la plus simple et la plus immédiate : c'est parce qu'il veut parler, que l'enfant émet sa voix. Ou : c'est parce qu'il a besoin d'une voix pour parler qu'il s'approprie la sienne. Ou encore : de même c'est le pendule qui a l'intention de manifester son temps, et *donc* oscille, et pas l'inverse, de même c'est notre voix qui engendre sa propre fréquence, et pas l'inverse.

(2) APPRENDRE À PARLER EST S'APPROPRIER SA VOIX – Arriver à émettre sa propre voix signifie incontestablement s'approprier *une* voix. Ce processus nous intéresse particulièrement, car nous sommes maintenant en condition d'établir une pleine continuité entre (A) le processus de notre première « incorporation » – appropriation de notre corps de la part de ce même corps – (B) le processus au travers duquel ce corps s'approprie sa propre voix, et (C) le processus grâce auquel il s'en « exproprie » lorsque il apprend à lire, en s'incorporant à son tour les traits de plumes qu'il perçoit à l'extérieur de lui-même. La clé de compréhension de cette continuité est dans la circonstance que si la présence devant nous d'un « mot écrit » est aussi illusoire que la présence d'un mouvement oscillatoire lors de la perception de deux clignotement alternés, un même degré d'« illusion » est bien présent et efficace *chaque fois que nous émettons et reconnaissons* notre propre voix avec sa « fréquence » inconfondable, unique et absolument individuelle. Je m'explique.

I. S'orienter vers soi-même – La voix humaine fait certainement partie du kit d'auto-orientation dont tout homme est doué depuis sa naissance. Esquignons encore une fois les traits logico-métaphysiques qui caractérisent cette puissance d'auto-orientation à la source de notre existence incarnée.

Auto-orientation à l'intérieur de nous-mêmes – Notre corps sait s'orienter sur lui-même *avant* de le devenir – de devenir *ce* même corps – lors de son premier souffle [§7.2], car il s'agit d'une totalité, à la fois dynamique et subjective [§5.4], douée d'une puissance d'auto-attribution et d'« incorporation » capable de s'exercer au-delà de n'importe laquelle de ses formes déjà « formées ». Nous avons analysé cette circonstance avec les outils du logicisme, et en évoquant les observations décisives de Poincaré et de Marcel Proust ((123),(124),(130)) sur le fait que l'existence donnée de notre corps n'est pas tout à fait une « donnée » statique de départ, mais le phénomène d'une « identité dynamique » résultant d'un processus toujours en devenir d'auto-appropriation continue (Piaget (127)). En synthèse, nous « nous » incorporons dans notre propre corps en nous appropriant nos parties – matérielles et/ou comportementales – car nous *sommes* ce même corps qui sait s'auto-incorporer *dans* ses parties en les incorporant les unes aux autres. Ce dynamisme permet, par exemple, l'élargissement du champ d'un certain réflexe donné dès le départ – comme le réflexe « S » de *sucer* – grâce à son inter-absorption avec un autre réflexe qui, lui, est tout simplement juxtaposé – par exemple le réflexe « P » de *prendre*. Résultat : « S×P » = réflexe de *se-sucer-le-pouce*, où ce qui nous intéresse est justement ce « se » réfléchissant, qui définit notre corps comme le champ d'auto-appropriation – Wiener dirait « self-organization » – à l'intérieur duquel le nouveau groupe de synthèse réciproque « S×P » « prend corps », et qui est aussi *transcendant* et *présupposé* par rapport à ce même groupe, que l'« ensemble même » {A} doit l'être par rapport à toute combinaison pensable de ses propres parties {P_A} (cf. comm. à (127)).

Auto-orientation vers l'extérieur – D'autre part, ce même corps auto-incorporant, que nous *sommes*, doit forcément savoir s'approprier le monde externe qui l'entoure, sans quoi l'air, l'eau, la nourriture etc. ne pourraient pas devenir sa chair et son sang. Une fois venu à la lumière donc, notre corps sait s'auto-orienter naturellement sur les « stimuli » qui l'entourent, car il est déjà doué d'une capacité de base d'en discerner la nature et la destination. Nos poumons réalisent le miracle ontologique de se transformer en un instant en assimilateurs d'oxygène plutôt que de liquide amniotique, nos yeux s'auto-orientent vers la « lumière » car ils savent, dès le début, distinguer entre paupières fermées (clarté) et paupières ouvertes (noir)...

II. *S'orienter sur la voix humaine* – ... et finalement, nos oreilles s'auto-orientent sur le monde des « sons », en sachant déjà distinguer – à son intérieur – entre le bruit général du monde (le « background noise » de Wiener) et la voix humaine.

(261) « [1] Les premières adaptations acquises relatives à l'ouïe datent du second mois, à partir du moment où s'établissent deux coordinations essentielles : coordination avec la phonation et coordination avec la vision. *Jusqu-là la seule réaction que l'on observe est l'intérêt de l'enfant pour la voix.* Mais comme cette réaction ne s'accompagne d'aucune accommodation visible, en dehors du sourire et des coordinations dont nous venons de parler, il est très difficile de fixer la limite de l'adaptation réflexe et de l'adaptation acquise :

[2] Obs. 43. — Jacqueline à 0 ; 1 (0) encore se borne à *interrompre ses cris lorsqu'elle entend une voix ou un son agréable, mais elle ne cherche pas à repérer le son.* A 0 ; 1 (6 et 13), même réaction.

[3] Dès 0 ; 1 (10), par contre, elle commence à sourire à la voix. À partir de ce moment, on parvient, dans les grandes lignes, à distinguer les sons qu'elle reconnaît et qui déclenchent son sourire (vocalises, intonations chantantes, etc., ressemblant à ses propres phonations) de ceux qui l'étonnent, l'inquiètent ou l'intéressent.

[4] Il en est de même chez Lucienne, à partir de 0 ; 1 (13). Le son *rra* qui est une copie de ses propres vocalises, la fait presque inmanquablement sourire à partir de 0 ; 1 (25), pendant trois ou quatre semaines, et déclenche une imitation vague à partir de 0 ; 1 (26). —

[5] Laurent sourit à la voix seule dès 0 ; 1 (20), mais dès 0 ; 0 (12) *la voix suffisait à interrompre ses cris* et cet intérêt pour le son a donné lieu à des recherches de localisation dès 0 ; 1 (8). » [Piaget 1936 : 77. Les italiques et les crochets sont de moi.]

« *Jusqu-là la seule réaction que l'on observe est l'intérêt de l'enfant pour la voix.* » Soulignons avant tout que notre capacité innée de nous orienter sur la *voix humaine*, en captant la présence dans l'océan des sons qui nous entourent n'est pas, à proprement parler, une donnée d'observation, mais une information dont nous disposons *a priori* à partir du simple fait que nous savons parler et comprendre les autres hommes. Plongé dans le même environnement vocal, un petit singe ou un petit pigeon n'apprennent pas à parler : si un homme le fait, c'est que son corps s'adresse activement à la voix humaine avec la même pré-connaissance qui lui permet de distinguer entre paupières fermées et paupières ouvertes.

Ce qu'ensuite Piaget fait remarquer ((262)) est la mise en place d'une « dynamogénie » du réflexe d'auto-écoute/phonation, qui au fur et à mesure transforme un premier « gémissement » fragmentaire en une pratique du son émis « entretenue par elle-même », jusqu'à l'apparition des premières « vocalises » :

(262) « Obs. 41 – [1] Jusqu'à 0 ; 1 (8), je n'ai rien relevé chez Laurent qui pût ressembler à une réaction circulaire vocale. La phonation ne consiste qu'en cris de faim et de douleur, ou en gémissements précédant et prolongeant les cris. A 0 ; 0 (9), il est vrai, Laurent émet un son voisin de *aha*, sans cris, mais une seule fois seulement ; habituellement ce son précède les cris.

[2] Dès 0 ; 1(8), par contre, on observe de vagues exercices de la voix, mais ce peut être un début de gémissement interrompu par un intérêt visuel ou auditif.

[3] A 0 ; 1(9), par contre, le gémissement est entretenue pour lui-même, durant quelques secondes et avant les cris. Dès le premier cri qui suit, j'imité, en effet le gémissement de Laurent : il cesse alors de crier pour se remettre à gémir. Cette première imitation vocale me paraît garantir l'existence de la réaction circulaire : *s'il y a imitation d'autrui, il y a, en effet, et a fortiori, imitation de soi-même, c'est-à-dire "réaction circulaire"*.

[4] A 0 ; 1 (15), je note une sorte de *aar* ou de *rra* fugitif, et à 0 ; 1 (20), un son ressemblant à *eu* et marquant le contentement, entre les suctions à vide auxquelles il se livre, seul et bien réveillé. Ce dernier son réapparaît sous forme intermittente à 0 ; 1 (22) et à 0 ; 1 (26) dans la

même situation, tandis que le son *aa* ou *rra* que j'émetts devant Laurent pour copier ses productions déclenche des sons analogues, après un sourire, à 0 ; 1 (22). A 0 ; 1 (28), il y a début de réaction circulaire, avec les sons *aha*, *euheu*, etc., et dès le troisième mois les vocalises apparaissent : à 0 ; 2 (7), Laurent gazouille le soir dans la demi-obscurité et dès 0 ; 2 (16), il le fait à son réveil, de bon matin, souvent une demi-heure de suite. » [Piaget 1936 : 75. L'italique et les crochets sont de moi.]

« *S'il y a imitation d'autrui, il y a, en effet, et a fortiori, imitation de soi-même.* » Nous sommes là au point que j'ai évoqué (et critiqué) ci-dessus, à propos de la réception piagétienne de la spiraloforme « imitation persistante » de Baldwin ((238)). Je reviens donc à cette critique, qui est finalement toujours la même.

III. *S'orienter sur sa propre voix...* – Il est ici question du processus d'acquisition de *sa propre voix* grâce à un dynamisme d'[auto-]écoute qui répète la même structure logico/métaphysique rencontrée dans le cas du premier souffle. Reconnaître une voix *comme* « voix » est une « compétence » que nous possédons déjà, tandis que l'apparition de *notre* voix (comme de notre corps) dans l'univers des voix est le résultat d'un processus au sein duquel *imiter* et *se différencier* ne font que les deux pôles, toujours solidaires, d'une seule et même transformation globale. Disons-nous, en effet, que l'attention d'un nourrisson captée par la voix d'un adulte sait déjà *distinguer* entre cette même voix – qu'il reconnaît comme voix – et sa propre voix... qu'il ne possède pas encore ? Nous ne pouvons certes pas le dire, et Piaget serait sans doute d'accord avec nous. En fait, dans l'univers où des esprits occultes apparaissent et disparaissent sans raison, et s'ils le font à la suite d'une action de notre part ce n'est que grâce à la mise en place de la magie de l'« efficacité pratique » ((134))... comment un bébé qui n'a pas encore entendu son premier « aha » car tout en « imitant » l'adulte il n'y est pas encore arrivé... comment ce bébé pourra-t-il discriminer entre *sa* voix et la voix qu'il imite, lorsque la sienne produit pour la première fois le même son qui sort de la bouche de son papa grâce au pouvoir miraculeux du sourire ? Le bébé sourit pour la énième fois, et *un* « aha » fait son apparition dans le monde : c'est tout.

En outre, ce n'est pas que Piaget qui nous donne raison. Deux situations nous imposent la nécessité d'un processus sous-jacent d'active et puissante auto-attribution de sa propre voix à chaque instant qu'un homme parle en s'écoutant parler : 1) dans *les rêves* nous sommes manifestement capables de nous exproprier de notre voix pour l'attribuer à quelqu'un d'autre ; 2) justement, dans le phénomène de la *lecture* dont il est question ici : il faut reconnaître que la « voix muette » ((266)) qui parle à nos oreilles internes est certes bien *la nôtre*, mais, exactement comme dans un rêve, nous ne pouvons pas nous empêcher de l'attribuer aux formes en encre qui frappent nos sens, et qui en elles-mêmes sont certes bien plus « muettes » que les mots que nous-mêmes sommes en train de prononcer silencieusement.

La dynamogénie « *gémissement* → *vocalise* → *parole* » est donc un processus réfléchissant et auto-orienté dû à l'application constante d'une force d'auto-attribution active et spontanée, qui ne s'appuie jamais et en aucun cas sur aucune forme vocale déjà formée et, comme je l'ai déjà évoqué, cela trouve une correspondance très rigoureuse dans le phénomène de la lecture/écriture. Mis à part le « trait de plume » (γραμμῆ) commun à toute civilisation – qui joue, dans le cas de la lecture, le même rôle que la « voix humaine » joue dans l'absorption de la parole par tout individu appartenant à n'importe quelle communauté linguistique – ... la parfaite *conventionalité* et *plasticité* des caractères choisis pour « écrire les sons » est le reflet de la complète liberté d'intervention formatrice dont nous sommes doués, et qui n'a manifestement besoin de s'appuyer sur rien d'autre que sur son intention de se manifester.

IV... *pour accorder sa fréquence à notre intention de parler (un appel au bon sens).* – Cette dernière observation nous permet d'accomplir le passage le plus subtil et important.

(A) Re-établissons tout d'abord que la « corde vibrante » de notre voix (nos « cordes vocales ») est sans doute un matériel *au moins* aussi souple et plastique que : (a) le « trait de plume » universel dont toute civilisation se sert pour écrire sa langue selon les caractères choisis car, où que nous naissions, la langue que nous entendrons dès notre naissance, celle-là sera notre langue mère ; (b) l'encre avec laquelle nous écrivons notre signature – le garant universellement reconnu de notre individualité graphique, car il n'y a rien de plus individualisant au monde que la voix d'un homme qui parle.

(C) Remarquons d'autre part que la dynamogénie « *gémissement* → *vocalise* → *parole* » qui nous permet d'acquérir enfin notre voix, se manifeste à l'extérieur comme l'accordage toujours plus raffiné de notre vibrante corde vocale, qui acquiert au fur et à mesure une fréquence en même temps plus régulière et plus individualisée et reconnaissable. Il s'agit, en d'autres mots, d'un phénomène wienerien d'« auto-ajustement fréquentiel » qui se produit selon le processus « *oui* ↔ *phonation* » auto-imitateur et spiraliforme dont parlent Piaget et Baldwin.

(D) Rappelons-nous maintenant – s'il en est besoin – que la perception d'une note émise par une corde vibrante de la part de nos oreilles est un phénomène d'attraction fréquentielle qui efface *a post* toute trace dissonante (« background noise ») qui n'appartient pas à la fréquence détectée : la *perception de la fréquence* d'une corde vibrante de la part de nos sens se traduit en une subite auto-égalisation *a post* de leur propre *fréquence de perception*, ayant comme résultat l'apparence « illusoire » d'un son homogène depuis son début.

(E) En quatrième lieu, le cercle « *oui* ↔ *phonation* » représente le cas où, grâce à leur appartenance commune à un seul et même corps, nos oreilles s'accordent sur la corde vibrante de nos phonations pendant que la corde vibrante de nos phonations s'accorde sur nos oreilles, selon une spirale d'égénéralisation réciproque et progressive à l'intérieur de laquelle tous les éléments – objectifs et subjectifs – sont simultanément et insécablement unis depuis le début... c'est-à-dire à partir du moment 0 où notre voix n'est pas encore sortie. Résultat final : nos phonations se transforment en notre *voix*, pleinement auto-appropriée et auto-accordée.

(F) Maintenant, attention. Notre analyse du pendule nous a obligés à reconnaître qu'en tant que tel le « va-et-vient » d'une fréquence est un *phénomène* de surface, qui signale la présence du corps qui arrive ainsi à manifester *son* temps. Les horloges de Huygens/Wiener nous ont d'ailleurs montré que nos oreilles s'accordent sur l'identité narrative de l'événement perçu, coïncidant avec l'élément « *intentionnel* » (potentiel) de la force ainsi manifestée, en effaçant toute *mémoire* du reste. Disons-nous, en conséquence, qu'à partir du moment 0 où elle n'a pas encore entendu une seule de ses effectives vibrations, notre « voix » ne s'accorde qu'avec *notre intention* de nous exprimer ? Certes oui ! Nous ne pouvons dire autrement. Cela signifie que – tel le trait de notre plume lorsque nous traçons notre signature, qui est reconnaissable seulement par ceux qui savent déjà lire notre langue, c'est-à-dire par ceux qui accèdent en même temps que nous à cette illusion optique collective qu'est le phénomène de notre écriture – ... de cette même façon la corde vibrante dont nous nous servons pour parler n'existe ailleurs, en sa pleine capacité expressive, que dans le monde purement intentionnel et représentationnel des hommes qui « parlent », c'est-à-dire qui savent se syntoniser sur les intentions de sens les uns des autres, au détriment de tout dérangeant bruit de fond.

Il ne s'agit, donc, que de tirer notre conclusion *développementale* : parmi tous les cordes vibrantes qui nous entourent, nous sommes la seule qui non seulement est naturellement douée de la puissance intentionnelle de garder sa propre voix pendant tout le temps qu'elle vibre, mais qui sait intervenir activement sur ses propres vibrations pour qu'elles expriment de façon toujours plus adéquate et satisfaisante son intention de s'exprimer.

Et là aussi, un appel au bon sens s'impose encore une fois. Ce que je suis en train de décrire est le processus développemental qui fait en sorte qu'un arbre qui a besoin de lumière fasse pousser au mieux ses feuilles, ou d'un oiseau qui fait de même avec ses ailes. Dans le cas de l'homme : un enfant qui a *l'intention de parler*, fera en sorte que sa voix sorte claire et forte pour se faire entendre, et il interviendra donc sur le temps de sa fréquence, pour que ce *même* temps ne soit que le sien.

Notre époque a perdu *toute* orientation par rapport à cette question, et les mêmes savants qui au nom de la « relativité » se sont opposés au phénomène pourtant impératif de la simultanéité musicale immanente à toute manifestation de mouvement, ont cohéremment lancé une attaque très dure, désespérant contre la possibilité même que deux êtres humains puissent se parler :

(263) « Voilà deux consciences qui sont comme deux mondes impénétrables l'un à l'autre. De quel droit voulons-nous les faire entrer dans un même moule, les mesurer avec la même toise ? N'est-ce pas comme si l'on voulait mesurer avec un gramme ou peser avec un mètre ? [...] Deux phénomènes psychologiques se passent dans deux consciences différentes ; quand je dis qu'ils sont simultanés, qu'est-ce que je veux dire ? [...] Il suffit d'un peu de réflexion pour comprendre que toutes ces affirmations n'ont par elles-mêmes aucun sens. » [Poincaré 1905 : 42, 47]

Poincaré s'exprime de la sorte dans le chapitre de *La valeur de la science* où il se fait un devoir de réduire au *non-sens* toute expression temporelle d'un accord égalisateur. Le résultat en est la description d'un monde inversé, dans lequel le fait de la « relativité », c'est-à-dire le fait que tout corps existant est doué de *son propre* temps, et toute voix humaine est douée de sa propre fréquence, coïncide avec l'impossibilité absolue de... se mettre d'accord : *harmoniser ses intentions, et en parler*.

En réalité, tout cela n'a été qu'une équivoque colossale. Le chiffre même de l'époque de la Méduse, du Golem, de la Sourde Oreille. « Relativité » signifie justement que tout être vivant a son histoire à raconter et son temps pour le faire, et nos oreilles se mettent *naturellement* à l'écoute des intentions d'autrui : nous intervenons sur nos intentions perceptives, pour mieux cerner celles du monde qui nous entoure, et nous faisons de même – mais avec une radicalité bien plus importante – lorsqu'il s'agit d'un autre homme qui nous parle. En fait, nos oreilles égalisent leurs élans sensoriels à partir des élans qu'elles perçoivent au cœur de toute corde vibrante qui arrive à les frapper : il n'y a là que des intentions qui captent des intentions. Or, n'est-ce pas d'autant plus vrai lorsque la corde vibrante est celle d'une voix humaine ? Dans ce cas, nous établissons une identité stricte entre « capter », « identifier », « saisir » etc. un message, et *se syntoniser sur les élans* de la « corde » qui les émet : « je vois ce que tu *veux* dire », « je comprends ce que tu *entends* », « j'*entends* tes intentions », « je saisis le *sens* de tes mots ».

Nous dirons alors que la « corde vocale » dont toute machine animale humaine est douée, est un « trait de voix » *collectif* infiniment disponible à s'adapter à la puissance expressive dont chaque homme dispose dès son premier souffle. « Infiniment disponible » signifie que, comme les empreintes digitales, l'ADN, les traits du visage et le fond de l'œil, notre voix est une entité aussi universelle que notre nature humaine, et aussi individuelle que l'existence historique et incarnée de chacun de nous. Grâce à cette puissance expressive qui émane de lui, l'individu humain est capable de façonner, *avec sa propre chair*, une illusion auditive parfaitement adéquate à manifester à l'humanité entière ses intentions de sens.

C'est à partir de cet acquis que nous allons maintenant approcher la « dynamogénie » de l'apprentissage à lire.

(3) APPRENDRE A LIRE EST S'EXPROPRIER SA VOIX (LE « MONDE DU SENS »)– Les recherches de laboratoire concernant les mouvements de notre corps et de notre cognition à l'occasion de la lecture d'un texte, montrent qu'apprendre à lire signifie cristalliser en nous un réflexe d'« irrépressible » et immédiat accès au *sens* des graphèmes perçus, et cela coïncide avec le fait qu'une fois que nous avons appris à lire, ces mêmes graphèmes font rebondir immédiatement, dès que nous les percevons, notre propre voix. Quant aux nombres, le « réflexe de comprendre » a la puissance de dissoudre – effacer *a post* – tout ce qui revient à leur apparence physique, et même à leur spécificité symbolique :

(264) « *Le réflexe de comprendre* – Il est impossible de voir la forme du chiffre 5 sans la traduire, presque instantanément, en la *quantité* cinq, et ce, même lorsque cette traduction ne nous est d'aucune utilité. Comprendre les nombres fonctionne donc comme un réflexe. Supposons, par exemple, que je vous montre deux chiffres et que je vous demande de me dire, le plus vite possible, s'ils sont identiques ou différents. Peut-être pensez-vous prendre votre décision en vous fondant uniquement sur l'apparence visuelle des chiffres. Mais la mesure du temps que vous mettrez à vous décider prouvera qu'il n'en est rien. Vous mettrez systématiquement plus de temps pour décider que 8 et 9 sont des chiffres différents, que pour parvenir à la même décision avec les chiffres 2 et 9. La différence numérique, une fois de plus, détermine la vitesse de réponse. Nous répugnons à répondre que 8 et 9 sont des *chiffres* différents, car ils représentent des *quantités* très semblables. » [Dehaene 1997 : 88-89].

En d'autres termes, s'il n'était question que de l'identité symbolique du graphème 2, alors le même mouvement interprétatif serait engendré en nous par tous les chiffres qui composent notre « alphabet numérique », à savoir notre « base ». Et pourtant il n'en est pas ainsi, car même notre façon immédiate et réflexe de bouger change selon la différente quantité représentée par les différents symboles/bases. Frappés par un symbole numérique, donc, nous nous trouvons immédiatement plongés dans le monde de son *sens* – que j'appellerai dorénavant le *Monde du Sens* – en sautant d'un bond tant son aspect brutalement perceptif (pour nous désormais et à jamais inaccessible), que sa nature irréductiblement symbolique, qui prétendrait que tous les symboles d'un même alphabet demandent le même temps pour être saisis. Cette expression – Monde du Sens – m'est utile pour que l'on n'oublie jamais que

tout ce qui se passe « devant nous » lorsque nous saisissons des formes « universelles et nécessaires » sur notre feuille de mathématiciens, a le statut métaphysique et cognitif *d'un rêve* : lorsque nous bougeons notre corps [cf. Annexe I] à l'occasion d'une suite de symboles mathématiques, nous sommes entièrement et indépassablement plongés dans une réalité bien collective, certes, mais purement et irréductiblement intentionnelle³⁸.

La même chose vaut pour la lecture des mots en toutes lettres :

(265) « Même lorsque cela nous gêne et que nous souhaiterions l'éviter, notre système visuel ne peut pas s'empêcher de décomposer automatiquement les mots en constituants élémentaires. La nature exacte de ces constituants reste un sujet de recherche très actuel. Il est probable que de multiples niveaux d'analyse coexistent : la lettre au plus bas niveau, la paire de lettres ou « bigramme » ensuite (nous en reparlerons), puis le graphème, la syllabe, le morphème et enfin le mot. À l'issue du traitement visuel, le mot écrit ressemblerait alors à un arbre, une arborescence buissonnante et partiellement hiérarchique dont les feuilles sont les lettres et les branches des morceaux de mots de taille croissante. » [Dehaene 2007 : 51]

L'information que nous ajoutons ici, dans le cas des mots en toutes lettres, est que cette « décomposition » immédiate dont parle Dehaene s'adresse non pas à des constituants en eux-mêmes sourds au sens des mots, mais à des « atomes de sens » irréductiblement déjà verbaux [sur la « compétence métaphonologique » *ibid.* : 265 et suiv.]. Par contre, quant au côté lourdement « combinatoire » de cette description, je renvoie à l'Annexe II, où je m'occupe de réfuter l'idée que la lecture d'un nombre/mot soit en tant que telle une opération de « combinaison »... même s'il faut bien souligner que le compte rendu en (265) n'a pas l'intention d'expliquer le phénomène de la lecture en tant que tel, mais seulement de l'« accès au lexique mental » déjà existant de la part d'un sujet qui sait *déjà lire*. Bref, lire est *lire* : ce n'est pas « calculer », « combiner », « manipuler », mais interpréter le sens de ce que nous percevons sur la feuille.

En revanche, *apprendre à lire* est sans aucun doute une dynamogénie spiraliforme – un phénomène de mise en puissance auto-organisatrice à la Baldwin/Piaget/Wiener – qui répète la structure de l'entraînement de notre athlète, décrit en [§5.4], où j'ai appelé Yod (symbole γ) l'homme qui s'entraîne, en améliorant ses performances grâce à leur simple exercice. Appelons donc « \vec{P} » « projection » – la force que ce même homme va employer pour réaliser cette dynamogénie. En [§5.4] j'ai schématisé les exercices au gymnase de notre Yod avec la suite multiplicatrice « $\Pi(C), = R_{\Delta t_1} \times R_{\Delta t_2} \times R_{\Delta t_3} \times \dots \times R_{\Delta t_n}$ » où « $\Pi(C)$ » signifie que le corps C de Yod a acquis la puissance Π . Faisons maintenant la même chose avec la suite « $A \rightarrow "A"$ » qui le conduit de la perception de A à la lecture de « A », au travers de la réitération intentionnelle, consciente et systématique d'un même jugement – « ceci est [la lettre] A » – projeté le long d'une longue période d'entraînement sur ce même graphème : « $\vec{P}(\vec{\gamma}) = A_{t_1} \times A_{t_2} \times A_{t_3} \times \dots \times A_{t_n} = "A"$ », où « $\vec{\gamma}$ » [Qof]^a est cette partie du corps de Yod que l'on appelle son *mental*.

Le résultat de cette entreprise sera que le moment venu, le corps de Yod aura capturé à jamais le signe A... *qui aura capturé à jamais sa voix*.

(266) « [1] La capacité de lecture mentale devient essentielle lorsque nous lisons un mot pour la première fois. Au départ, nous n'avons aucune possibilité d'accès direct au sens, puisque nous n'avons aucune expérience de l'orthographe de ce mot. Cependant, nous pouvons le lire, c'est-à-dire le décoder en sons intelligibles et, par cette voie indirecte, le comprendre. *La voie phonologique est donc la seule utilisable* lorsque nous apprenons à lire des mots nouveaux. [2] [Il y a] une forme de lecture dont nous avons peut-être oublié l'existence, mais sur laquelle tant d'écoliers butent pendant des mois : le décodage, la lente transformation d'une suite de lettres totalement nouvelle en *sons qui soudain, comme par miracle, deviennent des mots intelligibles, comme si le texte nous parlait au creux de l'oreille*. Il y est clair que, lorsque nous sommes confrontés à des chaînes de caractères nouvelles, nous n'avons d'autre solution que d'en décoder le son. [...] L'expérience montre un net ralentissement et un important taux d'erreurs pour les mots comme "saut" qui se prononcent comme un mot de la catégorie recherchée (un seau). Mais comment pourrions-nous reconnaître cette homophonie si nous n'accédions pas à leur prononciation ? C'est la conversion intérieure en phonèmes, la "voix muette" de saint Augustin, qui cause cette erreur. Notre cerveau ne peut s'empêcher de

^a Cf. Annexe III

transformer les lettres “s-a-u-t” en sons, puis d'associer ces sons à un sens - qui n'est pas toujours le bon lorsque les mots sont, comme celui-ci, homophones d'un mot plus fréquent. C'est évidemment *ce passage irrépressible des lettres au son* et du son au sens qui faisait pouffer de rire les écoliers lorsque... » [Dehaene 2007 : 54-55. Les italiques et les crochets sont de moi.]

Je donnerai en conséquence la définition suivante : apprendre à lire signifie arriver à cristalliser un processus irréversible et mécanisé d'*illusion optique/auditive*, d'origine et de nature essentiellement *collectives*, grâce auquel nous nous approprions des graphèmes perçus comme jadis nous l'avons fait avec l'air grâce à nos poumons, pour nous exproprier à notre tour de notre propre voix jusqu'au point où cela nous devient impossible d'empêcher les graphèmes qui nous entourent de s'en servir au moment même où nous ouvrons nos yeux sur leurs simples enchaînements perceptifs.

Je parle ici dans les termes d'une authentique *expropriation* – et *partage* – pour plusieurs raisons, qui renouent avec la façon dont en [§3] j'ai établi la nature de la connaissance mathématique et de son dynamisme évolutif, et dont en [§10.4] j'ai parlé de la nature humaine en son rapport dynamique et absolu avec le sens purement logique des phénomènes.

Les mathématiques – j'ai affirmé – sont la dimension de la « génération et corruption du sens ». Le symbole mathématique se définit *essentiellement* (= transcendentale) par cette polarité interne, qui lui permet de faire d'abord surgir la lumière de l'évidence, pour ensuite en faire naufrager tout *sens*, pendant que cette même vérité évidente reste bien fixe devant notre esprit, en nous poussant de la sorte à nous mettre à l'écoute de ce qui est en effet en train de se passer [« τί ποτε σημαίνει... – qu'est ce que cela signifie ? » Platon, *Rep.* 524^e]. Nous sommes donc, à présent, confrontés au moment où notre esprit s'approprie des « outils » qui seuls lui permettent de faire une expérience aussi radicale concernant le *sens de la vérité*, et il faut en conséquence prendre un élan qui soit en mesure de rendre compte d'une telle phénoménologie, sans aucun doute la plus refoulée, mais aussi sans aucun doute la plus essentielle. L'expérience négative du « naufrage », comme Jaspers³⁹ l'appelle, ou du « profundum gurgitem », comme l'appelle Descartes [IIe Medit.] – ne saurait toutefois rendre compte, à elle seule, de la puissance ontologique – bien positive ! – émanant de ces « vingt petits caractères » qui closent la Première Journée du *Dialogue des Grands Systèmes*, et qui étaient sans doute dans l'esprit de l'OCDE – ce que j'ai cité en (258) – lorsque l'auteur de ces mots les a écrits :

(267) « SAGREDO : À ce sujet, j'ai maintes fois considéré la grande pénétration de l'intellect humain. Quand je vois tant de merveilleuses découvertes faites par les hommes, dans les arts comme dans les lettres, et que je réfléchis sur mon savoir, je ne puis promettre de trouver des choses nouvelles, ni même d'apprendre celles qui ont déjà été trouvées ; alors, confondu de stupeur, affligé de désespoir, je me jugerais presque accablé par le malheur. Si je regarde quelque excellente statue, je me dis : quand sauras-tu retirer le superflu d'un morceau de marbre et découvrir la si belle figure qui y était cachée ? Quand sauras-tu mélanger et étendre différentes couleurs sur une toile ou un mur et représenter tous les objets visibles, à la façon d'un Michel-Ange, d'un Raphaël, d'un Titien ? Si je regarde ce qu'ont trouvé les hommes pour partager les intervalles en musique, établir des préceptes et des règles dont la mise en œuvre fait les délices de l'oreille, quand cessera ma stupeur ? Que dire de tant d'instruments si divers ? Et la lecture des poètes excellents, de quelles merveilles ne remplit-elle pas celui qui prête attention à l'invention des beautés et à leur agencement ! Que dire de l'architecture ? De l'art de la navigation ? Mais, au-delà de toutes ces stupéfiantes inventions, de quelle supériorité d'esprit témoigna celui qui trouva le moyen de communiquer ses pensées les plus cachées à n'importe qui d'autre, fût-il très éloigné dans l'espace et dans le temps ! Parler à ceux qui se trouvent aux Indes, à ceux qui ne sont pas encore nés et ne le seront que dans mille ou dix mille ans ! et avec quelle facilité ! en rassemblant diversement vingt petits caractères sur une feuille de papier ! C'est là le sceau de toutes les admirables inventions humaines, ce sera la conclusion de nos discussions d'aujourd'hui ! » [Galilée 1632 : 213]

En somme, lorsqu'il est question de l'écriture, c'est l'être humain en tant que tel – l'homme en sa *structure ontologique fondamentale* – qui est en question : pour cette raison, quiconque se penche effectivement sur le problème n'hésite pas à formuler des programmes sur une vaste échelle historique, planétaire, politique [cf. §9.3(1)].

Cela dit, voyons en quel sens je parle d'une authentique expropriation/partage de sa propre voix lorsqu'un homme apprend à lire.

(A) D'une part, il y a l'élément automatique et mécanisé du phénomène, qui se produit tout à fait malgré nous : nous ouvrons les yeux (pas la bouche)... et voilà la « voix muette » retentit dans ces traits d'encre, comme si c'étaient eux qui parlaient.

(B) Une raison encore plus fondamentale, toutefois, nous oblige à parler d'expropriation et de partage, et cette raison revient au fait que l'homme est bien une « machine à illusions » [§10.4(3)]. Si nous fermons les yeux pour les ouvrir devant un miroir, nous ne pourrions pas éviter d'être frappés par l'illusion optique de l'image de notre corps, que nos yeux projettent dans une profondeur qui n'existe que dans notre esprit. Cette illusion ne nous « exproprie » pas, toutefois, de notre corps, car ce que nous percevons dans le miroir n'est que notre image. Tout à fait différent est le cas des lettres et des nombres, une fois que nous avons appris à lire car, comme Dehaene et St Augustin le signalent, ce que nous entendons « dans » les lettres perçues est bien notre voix – la vraie – et pas tout à fait son « image ». – Il faut donc bien insister sur le caractère à la fois « illusoire », parfaitement réel et immédiatement collectif du phénomène culturel de l'écriture. Dans une classe où a lieu un cours de géométrie solide, trente personnes qui regardent et parlent d'un cube dessiné au tableau en perspective cavalière sont « en réseau » au beau milieu d'une illusion optique partagée : encore plus radicalement, le trait de plume qui traverse nos vies est le lieu où se fait l'existence *chorale* de toute l'humanité qui en suit les évolutions au fil des yeux et des oreilles. Un chœur, toutefois, bien réel, car chaque voix qui y participe est la vraie voix du lecteur. Rien de pire donc – qu'il soit dit de survol – qu'une pensée de la « virtualité » qui répète à ce niveau la même erreur que l'on fait à propos des « travaux » virtuels des sphères de Newton. Bien au contraire, jour après jour, l'humanité entière se donne rendez-vous non pas dans le monde « virtuel » de la bande large – qui n'est que l'horizon qui permet la rencontre – mais dans l'univers bien réel et tangible de sa puissance expressive.

(C) Et finalement, tout ce que nous avons vu sur l'homme comme « machine méditative », ainsi que ce que nous venons de souligner ci-dessus sur la « littératie » comme essence de notre nature historique, nous pousse à reconnaître que notre voix est bien en mesure de donner/ôter un sens à la totalité de notre être, et pour la « technologie absolue » que nous sommes – à propulsion logique pure – un « être sans sens » et un « sens sans être » sont une seule et même chose. Toute la « psychiatrie phénoménologique » des dernières décennies (le cité R. Laing) s'est bien avisée de cette circonstance, qui a été ciblée aussi par le côté écologique/mystique de la révolution wienérienne (école de Palo Alto : G. Bateson etc.). Au niveau expérimental ce fait revêt évidemment une importance primordiale, lorsqu'on veut comprendre *que fait-il*, au juste, un homme, lorsqu'il met toutes ses forces pour que le monde des arbres et des nuages qui l'entoure se peuple d'objets qui n'arrêteront plus de lui parler avec sa voix.

(4) UN « NOMBRE D'OR » ECRIT AU FIL DE L'ENCRE – Ma définition de l'écriture est enfin la suivante. La *grammé*, le *trait de plume*, est la corde vocale en même temps unique et collective que tous les hommes pré-connaissent – comme la voix, le sourire et la colère – en ce que tout simplement ils sont des hommes : des machines animées qui tendent incessamment à manifester leurs intentions de sens.

Et sur ce point aussi – sur cette pré-connaissance collective qui caractérise les éléments graphiques de base de l'écriture – les recherches dont nous parle Stanislas Dehaene se révèlent extrêmement précieuses, car le matérialisme – nous l'avons bien vu – est un intégrisme métaphysique qui ne se satisfait que de l'universel. En quête d'universalité transculturelle, ces chercheurs observent donc la « matière », et la matière étant le cerveau d'un singe, la marque de notre appartenance à un seul Cosmos, unitaire et homogène, sera en conséquence le profil d'une « limite » dans le sens généalogique d'un *défaut*. Ce défaut, pourtant, concerne notre arabesque ; ce qui le transforme en un défaut extrêmement précieux à isoler :

(268) « Le paradoxe de la lecture souligne le fait indubitable que nos gènes n'ont pas évolué pour nous permettre d'apprendre à lire. Je n'y vois qu'une seule solution. Si le cerveau n'a pas eu le temps d'évoluer sous la pression des contraintes de l'écriture, c'est donc l'écriture qui a évolué afin de tenir compte des contraintes de notre cerveau. Le modèle du recyclage neuronal nous conduira ainsi à revisiter l'histoire de l'écriture, depuis les premiers symboles des cultures préhistoriques jusqu'à l'invention de l'alphabet. Nous y retrouverons les traces d'un incessant bricolage évolutif qui adapte sans relâche les objets de l'écriture aux contraintes de notre cerveau. Comme nous le verrons, *toutes les écritures du monde partagent de nombreux*

traits qui reflètent les limites de nos circuits visuels. » [Dehaene 2007 : 29. L'italique est de moi.]

Cette recherche donne des résultats extraordinaires. Le premier est que tous les scribes de la planète se sont accordés sur des « fossiles vivants » pour engendrer le nombre d'or de... trois-traits-de-plume :

(269) « *Le nombre d'or de l'écriture* - Marc Changizi et son collègue Shinsuke Shimojo ont étudié en détail l'organisation visuelle de chacun des caractères de 115 systèmes d'écriture de tous styles et de toutes époques, allant du linéaire B de l'ancienne Crète au runique en passant par l'étrusque ou l'alphabet phonétique international.

PREMIERE REGULARITE MAJEURE que le lecteur vérifiera aisément en Fig. 78 : presque tous les caractères sont formés d'environ trois traits (des courbes que l'on peut dessiner sans arrêter ni lever le crayon), avec une variabilité assez faible : que l'on pense à nos lettres T ou P (2 traits), F ou N (3 traits), M ou W (4 traits). Si une écriture nécessite plus de caractères – l'étrusque en compte 23, l'alphabet phonétique en dénombre 170 –, les nouveaux caractères sont formés en créant de nouveaux traits de base afin de conserver toujours environ trois traits par caractère. [...]



Figure 78

D'où provient ce nombre magique d'environ trois traits par caractère ? Il correspond au taux d'accroissement de complexité des neurones du cortex visuel : nous avons vu qu'à chaque étape, le champ récepteur augmente d'un facteur 2 ou 3 tandis que s'accroît d'autant l'invariance et la taille des unités représentées. Ainsi, chaque caractère aurait une forme essentiellement optimale pour être aisément reconnaissable, par un neurone unique du cortex temporal ventral, comme une combinaison de deux, trois ou quatre courbes du niveau inférieur. Il serait même tentant de prolonger l'analyse de Changizi et Shimojo à d'autres niveaux. Un cran plus bas dans la hiérarchie visuelle, il est plausible que *les traits fondamentaux eux-mêmes soient reconnus comme conjonction de deux, trois ou quatre segments de droite*. Un cran plus haut, au moins dans les écritures alphabétiques, on constate que la plupart des unités composées de plusieurs lettres – racines des mots, préfixes, suffixes, terminaisons grammaticales – font presque toujours deux, trois ou quatre lettres de long. De même en chinois, la majorité des caractères sont formés par la combinatoire de deux, trois ou quatre marqueurs sémantiques et phonétiques.

Sur le plan visuel, toutes les écritures semblent donc fondées sur une grande pyramide hiérarchique dont le nombre d'or est 3, plus ou moins 1. » [Dehaene 2007 : 236, 237. L'italique est de moi.]

Le deuxième résultat est que *l'esprit sensible-à-la fréquence* de tous les scribes de l'univers n'a apparemment fait que recopier les caractères qu'ils ont trouvés écrits sur la surface de ce même univers :

(270) « SECONDE REGULARITE MAJEURE : les configurations de traits qui forment les caractères sont très reproductibles. Dans toutes les écritures, *leur fréquence suit une loi universelle qui reproduit celle que l'on peut observer dans la nature*. – Pour comprendre cette loi, examinons ensemble comment les différents traits se rejoignent au sein d'un caractère. Deux traits peuvent former un T, un L ou un X ; trois traits peuvent former de nombreuses configurations en F, K, Y, A... Considérons ces configurations d'un point de vue purement topologique, sans tenir compte de leur possible distorsion ou de leur orientation sur la page, et comptons combien de fois survient chacune d'entre elles. *Une élégante régularité émerge : dans toutes les écritures du monde, le profil de fréquence des configurations est le même*. En particulier, le L et le T sont plus fréquents que le X ; le F est à peu près aussi fréquent que le X, et bien plus fréquent que le Y ou le A. D'où provient cette distribution universelle ?

11.2 L'Ananke stenai et le début de la démonstration

(272) « 3.23 Requérir la possibilité des signes simples, c'est requérir la détermination du sens. » [Wittgenstein 1918]

Nous avons vu en [§10.4(5)] qu'une évidence démonstrative est un phénomène qui ne se manifeste qu'à la conclusion d'un mouvement fini, qui sait bien distinguer entre son début a et sa fin b : \overline{ab} . Toute notre époque, toutefois, s'est violemment révoltée contre ce que cette évidence ultime signifie en elle-même qu'une orientation du monde existe en dehors de nos libres conventions, décisions etc. Les résultats de cette décision profonde, nous les avons mis en évidence au fur et à mesure, en montrant des réfractations souvent très en contraste les unes avec les autres. Dans un monde où tout sens – aussi évident soit-il, lorsqu'il frappe nos oreilles – se perd dans des métaphores nuageuses, des affirmations de non-sens, et des fausses déclarations de non-compréhension (« sourde oreille »)... aussi bien la finitude immanente à tout mouvement logique, que l'évidence logique *du* mouvement ne trouvent ailleurs que dans la machine métallique de Wiener ((240)) et dans le *praktisch starren Körper* de la perche einsteinienne ((195-196)) leur enracinement ultime, car quelque part elles doivent bien pouvoir s'enraciner.

Or, ce naufrage d'une Raison lancée contre ce que Kant appelle son propre fait [*Tatsache der Vernunft*, Kant 1786, §7 : le fait qui lui permet de s'auto-attribuer l'origine d'une action] a obscurci à la fois, en une seule et même mouvance, tout *sens du mouvement*, et tout sens du *début* du mouvement, et cela a à faire d'une façon très essentielle avec notre question du rapport entre l'écriture et le phénomène de l'évidence. Le terme moyen de ce complexe de rapports est dans la notion de « relativité », que nous allons donc interpeller en ce sens.

(1) L'ANANKE STENAI ET LE SENS DU MOUVEMENT – Le transducteur humain est une « machine à illusions », car dans le cas d'une fréquence illusoirement perçue comme extérieure à nous-mêmes [§10.4(3)] il n'y a en tous les cas pas moyen de mettre en question la présence d'une fréquence devant nous, la perception illusoire d'une fréquence nous imposant préalablement la fréquence de cette même illusion. Cela vaut *a fortiori* pour le mouvement en général, ainsi qu'Aristote l'a dit en premier dans sa – remarquons-le bien ! – *Physique* :

(273) « Si l'opinion [qu'il y a du mouvement] est fausse, ou si ce n'est qu'une opinion, alors le mouvement aussi existe, même si ce n'est qu'imagination, une fois d'une façon une fois d'une autre, car *l'imagination et l'opinion mêmes sont évidemment des mouvements.* » [Aristote, *Phys.* III, 3. Ma trad. L'italique est de moi.]

Autrement dit, *l'illusion d'un mouvement est le mouvement d'une illusion* : encore un chiasme indépassable, que le physicien du temps du Golem peut uniquement refouler, en décidant qu'une illusion n'est pas une entité physique (ce qui est désormais indéfendable, à l'époque des ondes alpha et de la *brain imagerie*). Considérons les passages qui suivent, en les mettant à côté de l'affirmation poincariste ((243)) sur le fantôme de la vérité, et sur la nécessité de « s'arrêter » chaque fois que l'on doit se mettre en mouvement pour démontrer quelque chose :

(274) « *Espace et temps dans la mécanique classique* – [1] Si, sans trop me faire scrupule et sans entrer dans des explications détaillées, je définis la tâche de la Mécanique dans les termes suivants : “La Mécanique doit décrire comment les corps changent de lieu avec le temps”, je charge ma conscience de quelques péchés mortels contre le saint esprit de la clarté, et ces péchés doivent tout d'abord être dévoilés.

[2] Il n'est pas clair ce qu'il faut ici entendre par “lieu” et “espace”. Supposons que, me trouvant devant la fenêtre d'un wagon d'un train en marche uniforme, je laisse tomber, sans lui imprimer une impulsion, une pierre sur le talus. Je vois alors (abstraction faite de l'influence exercée par la résistance de l'air) la pierre tomber en ligne droite. Mais un piéton qui observe le méfait du sentier constate que la pierre dans sa chute décrit une parabole.

[3] Je demande maintenant : les “lieux” que la pierre parcourt sont-ils “réellement” situés sur une droite ou sur une parabole ? Que signifie ici, en outre, mouvement dans “l'espace” ? La réponse, d'après les réflexions du chapitre précédent, s'entend d'elle-même. Laissons tout d'abord de côté le terme obscur “espace” par lequel – avouons-le honnêtement – nous ne pouvons absolument rien nous représenter. À sa place nous mettons “mouvement par rapport à un corps de référence pratiquement rigide”. » [Einstein 1917 : 9. L'italique et les crochets sont de moi.]

[4] « Abbiamo fin adesso parlato dei fenomeni di moto, lasciando a quest'ultima parola carattere intuitivo. È ora però necessario specificare che cosa debba intendersi per "moto", e come esso possa essere studiato. Non possiamo parlare di *moto* in senso assoluto; infatti il moto è un concetto relativo al sistema di riferimento rispetto a cui esso è osservato e descritto. [...] Chiamare "rettilineo uniforme" un moto, è assolutamente privo di significato, se non si stabilisce innanzitutto rispetto a quale "sistema di riferimento" quel moto venga studiato. » [E.R. Caianiello 1970, I :1. L'italique est de moi.]

Nous avons désormais très largement établi le double geste de ce type de physicien : la seule chose qui donne une fiable crédibilité à ses mots est un bout de matière « rigide », et toute autre perspective n'a « absolument aucun sens » etc. malgré la patente absurdité d'une telle affirmation, étant donné que le savant qui s'exprime ainsi vient, justement, de s'exprimer, ainsi que nous venons de l'entendre. Un tel paroxysme exprime en réalité un état de *scandale*, qui est provoqué par une double découverte ne concernant enfin qu'un seul et même objet : le mouvement physique *mathématisable*, à savoir le mouvement qui n'existe ailleurs que dans le compte rendu démonstratif de sa façon de se dérouler. Confronté à cet objet tout à fait extraordinaire, le physicien/mathématicien fait depuis toujours une expérience conjointe et simultanée : d'un côté la recherche des critères de détermination/identification du mouvement physique en tant que tel, ce qui le conduit à postuler (*ananke stenai* !) un « système de référence » en relation auquel le dit mouvement peut être mathématiquement décrit ; de l'autre côté la recherche des critères de détermination/identification de ce même mouvement mathématique grâce auquel le mouvement physique en question peut être rigoureusement encadré : ce qui le conduit à postuler (*ananke stenai* !) des « principes » qui rendent logiquement stable cette œuvre de mathématisation.

Or, de quelle découverte suis-je en train de parler ? De la circonstance que, tant dans un cas que dans l'autre, le *punctum firmum* relativement auquel ce double mouvement – à la fois physique et logique – peut recevoir son identité bien stable et définie, nous demande un long voyage à la recherche du sens effectif de cette même fixité, qui se dévoile enfin d'ordre purement logique. C'est bien cette « découverte » qui a scandalisé et effrayé tous ces savants, qui ont commencé à parler de « diable », « fantômes », « saint esprit »... en professant en même temps la Foi dans le Corps Rigide et la Foi dans le Non Sens.

Cette « découverte » toutefois n'en est pas une : nous avons bien entendu les mots d'Aristote sur la nécessité qu'une démonstration ait un début ((241)(242)) étant donné que – malgré la difficulté immanente au dynamisme de leur certification effective [§10.4(7)] – des démonstrations, ainsi que des mouvements (273) certainement existent. Autrement dit, une fois affronté le tourbillon cartésien de la remise en question radicale de tout ce qui paraissait évident, la philosophie et la science classique ont découvert le *phénomène à sauver* : « je me trompe, certes, mais quelque chose a toutefois bien bougé, ne serait-ce que ma tromperie » ; « peut être que cette démonstration n'en est pas une, certes, mais pour l'instant là voilà (à côté de toutes les autres) : c'est bien *cette* démonstration qui me permet de m'interroger sur sa légitimité ». Il s'agit là, de toute évidence, d'un recul transcendantal de la pensée, qui mènera Wittgenstein ((272)) à comprendre que l'« atomisme » n'est autre qu'une « analytique transcendantale des éléments » qui structurent le sens de nos affirmations mathématiques sur le monde. Sans ce recul – pas question – aucune *science* physique (à savoir le contraire d'une technologie) ne sera jamais possible.

Un même *ananke stenai* fait donc ici court-circuit, en signifiant la nécessité, logique et physique à la fois, qu'un point de repère existe pour nous certifier qu'un mouvement démonstratif 1) s'est en effet produit 2) en se déroulant sans lacune depuis son début jusqu'à sa fin.

(2) LA RELATIVITE ET LE « TRAIT DE PLUME » – Lorsque ce recul ne cède pas aux vertiges et au scandale, il donne lieu alors à une prise de conscience qui est pour nous de la plus haute importance, car c'est elle qui nous permet enfin le passage à une perspective à la fois pleinement cosmique sur le phénomène de l'écriture, et pleinement dynamique sur la « démonstration ».

Contemplant l'épisode de cette prise de conscience, encore une fois, chez Galilée. Dans le passage qui suit, Simplicio réagit avec véhémence à la situation décrite par Einstein en (274 [2]). Il s'agit de faire la synthèse entre deux points de vue cinématiques également valides, en imaginant la trajectoire transversale « effectivement » suivie par un grave en chute « manifestement » *verticale* vers le centre

de la Terre, dont le mouvement reste tout à fait imperceptible. Simplicio en est, en effet, à juste raison, fort scandalisé :

(275) « SIMPLICIO : Mais, grand Dieu, si elle se meut transversalement, comment se fait-il que je la vois se mouvoir tout droit à la verticale ? C'est tout simplement nier le sens manifeste, et s'il ne faut pas croire le sens, par quelle autre porte entrer en philosophie ? SALVIATI : Par rapport à la Terre, à la tour et à nous, qui nous mouvons tous de conserve avec le mouvement diurne, en même temps que la pierre, le mouvement diurne est comme s'il n'était pas, il reste insensible, imperceptible, et n'a aucune action ; seul est observable pour nous le mouvement qui nous fait défaut, le mouvement de la pierre qui rase la tour en tombant. Vous n'êtes pas le premier qui répugne fortement à saisir que l'opération du mouvement est nulle pour les choses qui le possèdent en commun. » [Galilée 1632 :190-191]

C'est dans ces pages que naît la relativité « classique » dont parle Einstein en (274), mais elle le fait dans une atmosphère mentale totalement opposée par rapport à celle dont nous faisons l'expérience dans les passages einsteiniennes cités, qui régurgitent d'affirmations de non-sens, conventions, opportunistes etc. De la nécessaire relativité de tout mouvement à un repère donné, jaillit au contraire, chez Galilée, le sentiment d'autant plus intense, subtil et profond, de la présence d'un seul mouvement commun, imperceptible, insensible, et « *senza azione alcuna* » qui se dévoile à son esprit comme *l'essence même* des multiples mouvements observables dans le monde qui nous entoure. L'énigme de ce « *nulla operar* », caché derrière toute opération, engendre l'un des moments les plus beaux et suspendus du *Dialogue* (et qui aura comme résultat le premier épisode de vraie persuasion de la part de Simplicio), où Sagredo nous parle d'un « *fantasticamento* » que lors d'un voyage par mer d'Aleppo à Alessandretta son imagination avait enfanté autour de tout cela :

(276) « SAGREDO : Voilà qui me rappelle une fantaisie qui m'a traversé un jour l'imagination pendant que je naviguais en direction d'Alep, où j'étais consul de notre pays ; peut-être cela pourrait-il aider un peu à expliquer cette absence d'opération du mouvement commun et ce fait qu'il est comme s'il n'était pas pour tous ceux qui y participent : je voudrais, si du moins le signor Simplicio en est d'accord, discuter avec lui de ce que j'ai alors imaginé pour moi tout seul... » [Ibid.]

Nous allons lire que pour Sagredo ce mouvement *nul* qui n'a aucune conséquence visible sur les mouvements perçus est « *il vero, vero, verissimo moto* » sous-jacent aux apparences : lorsqu'elle bouge dans cet espace purement virtuel, notre pensée est donc d'autant plus en contact avec la vraie réalité des choses (ce qui est le contraire exact de ce qui se passera dans le cas de D'Alembert). D'abord, toutefois, entendons bien le mouvement interne de l'âme de Galilée, qui le conduit de l'absoluité indiscutable de l'*ananke stenai* à la sublime vision de son « arabesque ». En un mot : si Simplicio s'écrie « mais grand Dieu ! », c'est que « le sens manifeste » ne se laisse pas réduire aussi facilement à un non-sens... et ce sens, manifestement, prétend *qu'un mouvement a bien eu lieu*.

Et pourtant, une fois admis qu'« en réalité » la pierre se meut transversalement... comment ne pas réfracter à l'infini cette première multiplication de mouvements réciproquement relatifs, en arrivant à dire qu'enfin, donc, cette idée qu'un mouvement – *ce* mouvement – s'est vraiment et réellement produit.. qu'une telle idée, si naïve, « n'a par elle-même aucun sens » ? Je *le sais* quand même ! se révolte Simplicio... j'en témoigne directement et irréfutablement : un mouvement a réellement eu lieu ! Mon *sens* est la seule porte ouverte vers la philosophie, et je ne vous permettrai pas de la fermer !

Eh bien c'est enfin ici que pour aider Simplicio à comprendre ce qu'est un « *vero verissimo moto* » sans « opération », la rêverie de Sagredo peint l'image du flux insensible et silencieux, commun et à tout ce qui bouge, d'un seul, unique et parfait *trait de plume* :

(277) « ... SIMPLICIO : Quand les choses que j'entends sont nouvelles, je ne refuse pas d'écouter, j'en suis même curieux; parlez donc. SAGREDO : Supposons que la pointe d'une plume à écrire, placée à l'intérieur du navire tout au long de la traversée qui m'emportait de Venise à Alexandrie, ait pu laisser un signe visible de la totalité de son voyage : quelle trace, quelle marque, quelle ligne aurait-elle laissée ? SIMPLICIO : Elle aurait laissé comme trace une ligne qui serait allée de Venise jusque là-bas ; cette ligne ne serait pas parfaitement droite ou, pour mieux dire, elle ne formerait pas un parfait arc de cercle, ce serait plutôt une ligne tantôt plus, tantôt moins ondulante suivant les balancements plus ou moins importants du

vaisseau ; mais ces inflexions d'une ou deux coudées en certains endroits, à droite ou à gauche, vers le haut ou le bas, sur une longueur de plusieurs centaines de milles, n'auraient que peu modifié l'allure générale du tracé de cette ligne ; ils seraient à peine sensibles ; on ne se tromperait guère en disant que cette ligne est une partie d'un arc parfait. SAGREDO : Ainsi le mouvement vrai, très vrai, de cette pointe de plume aurait été, lui aussi, un arc de cercle parfait, si le vaisseau – laissons de côté le balancement de la mer – avait avancé dans le calme et la tranquillité. Et si c'était moi qui avais continuellement tenu la plume en main, me contentant de la déplacer parfois d'un ou deux doigts d'un côté ou de l'autre, quelles modifications aurais-je apportées à ce tracé principal très long qui serait le sien ? SIMPLICIO : Cela représenterait bien moins, pour une ligne droite de mille coudées, que des écarts d'un œil de puce à certains endroits, par rapport à la rectitude absolue. SAGREDO : Si donc un peintre avait commencé, en quittant le port, à dessiner avec cette plume sur un papier et continué à le faire jusqu'à Alexandrie, il aurait pu tracer à la plume toute une histoire avec beaucoup de figures aux contours parfaits et hachurés en mille et mille directions, avec des villages, des édifices, des animaux et toutes sortes d'autres choses, et pourtant tout le mouvement véritable, réel et essentiel de la plume n'aurait été qu'une ligne très longue mais toute simple ; le peintre, lui, pour ce qui est son opération propre, aurait tracé exactement les mêmes lignes que si le navire était resté immobile. Qu'il n'y ait d'autre trace du très long mouvement de la plume que les traits sur le papier, la raison en est que le grand mouvement de Venise à Alexandrie était commun au papier, à la plume, ainsi qu'à tout ce qui se trouvait sur le navire ; mais parce que les minuscules mouvements vers l'avant, l'arrière, la droite, la gauche, que les doigts du peintre ont communiqués à la plume, mais pas à la feuille, étaient propres à celle-là, ils ont laissé des traces sur le papier qui, lui, restait immobile par rapport à ces mouvements. De même il est vrai que, si la Terre est en mouvement, le mouvement de la pierre vers le bas a été en réalité une longue trajectoire de plusieurs centaines, et même de plusieurs milliers de coudées : si elle avait pu inscrire sa trajectoire dans l'air tranquille ou sur une autre surface, elle y aurait laissé une très longue ligne transversale ; mais, dans ce mouvement pris en sa totalité, il y a une partie commune à la pierre, à la tour et à nous, et cette partie reste pour nous insensible, elle est comme si elle n'était pas ; seule demeure observable la partie du mouvement à laquelle ni la tour ni nous ne participons, celle finalement par laquelle la pierre, en sa chute, longe la tour. SALVIATI : Voilà une pensée fort subtile pour expliquer ce point, bien difficile à comprendre pour beaucoup de gens. Si le signor Semplicio n'a rien à répondre, nous pourrions passer aux autres expériences ; pour en débrouiller les nœuds, les explications précédentes nous aideront beaucoup. SIMPLICIO : Que dire d'autre ? J'étais à moitié absorbé par ce dessin, pensant à ces traits tracés dans toutes les directions, à droite, à gauche, vers le haut, vers le bas, en avant, en arrière, entrelacés mille et mille fois, et qui ne sont pour l'essentiel et tout à fait réellement que de petits fragments d'une seule et unique ligne tracée entièrement dans la même direction, et simplement modifiée parfois par un léger écart à droite ou à gauche par rapport à la ligne absolument droite, la pointe de la plume allant tantôt plus vite, tantôt plus lentement, mais avec des différences très minimes. Et je pense qu'on pourrait écrire une lettre de la même manière ; les écrivains les plus élégants, ceux qui, pour montrer la souplesse de leur main, sans détacher la plume de la feuille, tracent d'un seul trait une jolie guirlande faite de mille et mille boucles, arriveraient, s'ils étaient dans une barque qui glisse très rapidement, à ne faire qu'une arabesque de tout le mouvement de leur plume, qui pour l'essentiel est une ligne droite qui s'infléchit ou s'écarte très peu de la droite parfaite. Je suis très heureux que le signor Sagredo ait éveillé cette idée en moi. Mais continuons ; je serai plus attentif encore, dans l'espoir d'entendre autre chose. » [Galilée 1632 : 191-193]

Il n'y a d'autre part *rien* de plus connu concernant Galilée que ce qu'il dit sur les formes mathématiques du monde, qu'il conçoit comme les caractères d'une *écriture* :

(278) « La philosophie est écrite dans ce vaste livre qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), et on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Or il est écrit en langue mathématique, et ses caractères sont les triangles, les cercles et autres figures géométriques, sans lesquelles il est humainement impossible d'en comprendre un seul mot, sans lesquelles on erre vraiment dans un labyrinthe obscur. » [G. Galilée, *L'Essayeur*, trad. C. Chauviré, Les Belles lettres, 1980, t. I, p. 232.]

Et toutefois, personne à l'âge présent ne prend ces mots au sérieux. Certes, il s'agit du même Galilée qui nous a fait cadeau du concept de « relativité » : l'abîme où s'est engouffrée toute effective

ambition de sens et de bon sens a toutefois tracé entre la première et la deuxième des ces deux intuitions le fossé qui aujourd'hui sépare la métaphore poétique de la vérité scientifique, que je cherche à remettre en communication avec ce travail. Pour la totalité de notre époque, les formes du monde doivent bien *exister* – choses, bouts de matière... – *avant* de pouvoir *se passer*, et donc – *a fortiori* – de pouvoir être *écrites* : toute option alternative n'étant finalement qu'une évocation poétique *par là même* passagère. « The narrative method » est, pour le même Wiener qui nous parle de l'écriture des marées, irréductiblement non-scientifique. Pour Galilée au contraire, nous l'avons bien vu, les formes du monde n'existent que dans ses histoires : il est donc parfaitement cohérent que ce même penseur soit convaincu qu'elles doivent être écrites *avant* de pouvoir exister, toute autre hypothèse étant dépourvue de sens. En somme, une fois réfracté le Mouvement en un caléidoscope illimité de mouvements relatifs, ce qui nous reste est leur *sens commun*, écrit sur la surface du monde par cette même mathématique qui nous a obligé à en reconnaître la présence. Galilée est donc l'expression d'une sensibilité totalement renversée par rapport à celle qui anime les violentes attaques au « sens manifeste » conduites par les scientifiques de l'âge de la sourde oreille.

Or, si dans le cas de la « relativité » du mouvement mathématisable, l'injonction de l'*ananke stenai* fait comprendre à ce savant que ce qu'il saisit du monde est *le sens* de ses mouvements, dans le cas de la structurelle finitude de ce même mouvement, il s'agit plutôt de son début et de son *centre d'équilibre*. Si un mouvement est ici et maintenant devant nous – nous a dit Galilée en [§10.1(1)] – cette information est notre *point départ* (notre phénomène à sauver) qui nous assure que ce mouvement dont nos yeux témoignent a, lui aussi, eu *son* point de départ – *son 0* – sans quoi il ne serait jamais arrivé jusqu'à chez nous, car pour arriver n'importe où il faut bien préalablement se mettre en marche. Cette même idée fondatrice se représente ensuite à propos de l'*espace* de ces mêmes mouvements, lorsqu'il est question du rapport entre le centre de la terre et le centre de l'univers :

(279) « SALVIATI : Nous voyons que la Terre est sphérique, nous sommes donc certains qu'elle a un centre ; nous voyons toutes ses parties aller vers celui-ci, il faut bien le reconnaître, puisque tous leurs mouvements sont perpendiculaires à la surface de la Terre ; et nous comprenons qu'en se dirigeant vers le centre de la Terre, elles vont vers leur tout, vers leur mère universelle. Et nous sommes ensuite assez bons pour nous laisser persuader que leur instinct naturel n'est pas d'aller vers le centre de la Terre, mais vers celui de l'univers, dont nous ne savons ni où il est, ni s'il existe ; et s'il existe, ce n'est rien d'autre qu'un point imaginaire et un néant sans aucune faculté. » [Galilée 1632 : 130]

La perspective est dans les deux cas (du temps et de l'espace) visiblement identique. De même la question du *début* de l'Univers dans les entrailles maternelles de la Terre et du Chaos ((200), (204)) est reformulée pour devenir celle du début de tout mouvement individuel ayant lieu ici et maintenant devant nous, de même la vision très persuasive, mais par là même très trompeuse, du Centre de l'Univers doit refluer en celle du centre dynamique de ce même mouvement *présent*.

Encore une fois, il s'agit d'ouvrir les oreilles à l'intensité de ces propos, et à leur mouvance fondamentale. Cette mouvance est celle d'une *individuation* qui va à l'encontre de toute imaginaire recherche d'« universalité » au détriment de ce qui frappe – percute – nos « sens manifestes », ici et maintenant. J'ai commencé à mettre en lumière ce « sens du début » à l'occasion de l'*éclat* d'évidence provoqué par l'accélération expressive interne aux « immédiates inférences » de W.B. Hamilton en §10.1(4). J'ai affirmé dans ce cas, à propos de Wiener, et de sa lecture « désorientée » de la mécanique classique, que perdre l'orientation du monde dans l'espace implique perdre le sens du début de ses mouvements dans le temps. Ma discussion sur les groupes, enfin, a préparé le terrain pour ce que je dois faire maintenant, et l'on cerne distinctement l'enjeu de la question, si on se syntonise sur son côté éminemment temporel/accélérateur et en même temps expressif.

Une évidence *éclate* devant nous, et l'instant de cet éclat nous impose bien son début dans le temps, ainsi que sa fin. La réception inversée du message de la Relativité, que j'ai soutenu en [§11.1(2) IV(F)], est intimement liée à la dénégation de cette substance narrative, communicative et humaine de tout ce que la science appelle le « temps » :

(280) « Je dis à quelqu'un : “la montre est posée sur la table”, et lui ; “oui, mais si elle était placée de telle et telle manière, dirais-tu encore qu'elle “ est posée sur la table” ?” et me voilà hésitant. Cela montre que je ne savais pas ce que je voulais dire en général par “être posé sur”. Si l'on m'acculait ainsi afin de montrer que je ne sais ce que je veux dire, je répondrais “je sais

ce que je veux dire, je veux dire précisément ceci”, en montrant du doigt le complexe qui convient. » [Wittgenstein 1914 : 135]

« Mais grand Dieu ! » dit Simplicio: on n’« accule » les hommes comme cela ! : « je *sais* ce que je veux dire, je veux dire précisément *ceci* ». L’esprit de notre époque est le génie contraire à cette certitude – amie de l’homme – immanente au simple fait de notre voix, qui de façon responsable s’approprie le sens de ses mots chaque fois que nous commençons à bouger vers une forme quelconque d’expression, sans besoin de préalablement devoir raconter l’histoire entière de la création.

(3) REGAGNER LE SENS DU DEBUT ET DU FAIT DE LA DEMONSTRATION – Nous voici donc parvenus à la possibilité de souder en un seul cadre commun la perspective galiléenne sur le sens/début/centre ultime du mouvement physique – *ce* mouvement, ici et maintenant devant nous – et la perspective aristotélicienne sur le « principe de la démonstration ».

Avant que le riemannien Einstein ne confesse son péché contre le saint esprit ((274)) pour avoir proposé l’espace du mouvement physique comme une notion claire et compréhensible, Riemann avait fait de même avec la notion géométrique de ce même espace, reconduit à une grandeur n-dimensionnelle après l’avoir déclaré « enveloppé de mystère » :

(281) « On sait que la Géométrie admet comme données préalables non seulement le concept de l’espace, mais encore les premières idées fondamentales des constructions dans l’espace. Elle ne donne de ces concepts que des définitions nominales, les déterminations essentielles s’introduisant sous forme d’axiomes. Les rapports mutuels de ces données primitives restent enveloppés de mystère ; on n’aperçoit pas bien si elles sont nécessairement liées entre elles, ni jusqu’à quel point elles le sont, ni même *a priori* si elles peuvent l’être. Depuis Euclide jusqu’à Legendre, pour ne citer que le plus illustre des réformateurs modernes de la Géométrie, personne, parmi les mathématiciens ni parmi les philosophes, n’est parvenu à éclaircir ce mystère. » [Riemann : 280]

La conséquence de cette attitude foundationaliste et franchement suicidaire a été que plus personne à l’âge actuel *n’ose* affirmer que, quand même, « $\pi\acute{\alpha}\nu$ τρίγωνον ἔχει δυοῖν ὀρθαῖς ἴσας, προήδει ! – 3 angles dans tout triangle font 2 droits, cela au moins est bien acquis ! [Aristote, *Anal. Post.* 71a20] »... comme si la difficulté d’établir avec une définitive certitude si telle ou telle démonstration est cohérente, complète etc. – qui découle de la structurelle *finitude dynamique* des mathématiques [§10.4(5)] – signifiait qu’alors ce n’est pas vraiment vrai que les angles internes de ce triangle font 180° , même si on vient juste de le démontrer.

Les savants de l’époque non-euclidienne ont, en somme, commencé à crier au scandale du *fait* qu’étant donné une démonstration euclidienne, le centre de son rayonnement ainsi que le début de son mouvement ne coïncident pas avec le Centre et le Commencement de la Totalité de la Sagesse... mais ce faisant ils ont été aussi « bons » que les perruques raillées par Salviati. Toujours prêts à se remettre en quête du Centre de l’Univers, là où il ne s’agirait que d’accorder nos montres pour arriver à l’heure⁴⁰, ils ont fini par affirmer – une fois reconnu qu’un tel centre *cosmique* « s’il existe, n’est rien d’autre qu’un point imaginaire et un néant sans aucune faculté » – que, par conséquent, le centre de *cette* démonstration, *sa* vérité, ici et maintenant présente devant nos yeux, n’est que le spectre perdu d’un paradis qui n’a jamais existé. Ils ont tort, toutefois, tant du point de vue du phénomène – l’existence de cette démonstration mathématique, avec son début et sa fin, et qui produit dans ma conscience la vraie connaissance de telle et telle propriété de cette figure – que des questions que ce même phénomène soulève quant à sa provenance et son architecture interne.

Le début de *cette démonstration* n’est aucunement le Commencement Absolu de la Connaissance. Ce Commencement Absolu, dis-je, « s’il existe » est certainement au-delà de la démonstration dont il est question, et si cet au delà participe d’une manière ou d’une autre au déroulement de *ce* mouvement démonstratif, il ne le fait certainement pas en ce qu’il en *menace* la vérité, car la vérité de cette démonstration est justement notre phénomène de départ, qui nous permet de dire qu’une vérité « au-delà » doit bien être possible, étant donné que la vérité de cette démonstration n’est certainement ni toute *la* vérité ni toute *sa propre* vérité. On va donc ramener la question des Fondements du Savoir à celle aristote/galiléenne du *début de l’opération*, et cette tâche ne peut s’achever qu’au travers d’une préalable purification critique concernant cette perte de « sens du début » qui caractérise notre époque non euclidienne et groupale.

Mettons-nous alors face aux deux mouvements démonstratifs qui ont scandalisé nos mathématicques :

(282) « [1] Étant donné le triangle ABC [Fig. 80], le couple de parallèles AB//CE et la droite CD colinéaire à BC, il s'en suit que [2] comme $BAC=ACE$ puisqu'alternes internes, et (3) que $ABC=DCE$ puisque correspondants externes, alors [4] les trois angles internes CAB, ABC, BCA sont équivalent au trois angles adjacents BCA, ACE, ECD en ce que [5] ajoutant une même chose (BCA) à deux choses égales (CAB,ABC ; ACE, ECD) le résultat est le même. Mais [6] $BCA, ACE, ECD = 2\text{droits}$, donc [7] $BCA, CAB, ABC = 2\text{droits}$. » [Synthèse d'Euclide, *Élém.* I, 32]

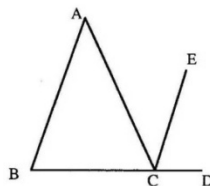


Figure 80

(283) « [1] Prenons deux grandeurs (abstraites) quelconques, par exemple 5 et 12 [AB et C en Fig. 83]. [2] Il est évident que l'ensemble des grandeurs comprises entre 0 et 5 (ou qui sont inférieures à 5) est infini ; de même l'ensemble des grandeurs inférieures à 12. [3] Il n'en est pas moins certain que le deuxième ensemble doit être dit plus grand que le premier, puisque celui-ci n'en est incontestablement qu'une partie. [4] [Donc il est possible qu'une grandeur infinie soit plus grande qu'une autre]. » [Bolzano : 87. Les insertions entre crochets sont de moi.]

I. *Euclide et le scandale des parallèles convergentes* – Ce que je pense à ce propos, je l'ai déjà écrit en §2.1 [Fig. 1 et 2] et en §8.2 où je me suis opposé au *Programme d'Erlangen*, qui prétend que le « groupe de la géométrie euclidienne » n'en est qu'un parmi tous les autres, et non pas celui par où *de fait* nous devons commencer. En synthèse j'affirme : 1) que toute « action d'un groupe » est une opération non commutative et irréversible qui commence, donc, de *son* début pour se développer jusqu'à *sa* fin ; 2) que de même le début de toute Arithmétique dans n'importe quelle version formelle est *de fait* dans cette entité que l'humanité a toujours appelé « le numéro 1 » (« unité pure » chez Bolzano [1854 :§8] ; « élément de base » chez Dedekind [1888 :§71] etc.) de même le début de toute Géométrie est dans les cinq Postulats d'Euclide, y compris le V^e, car *de fait* c'est comme cela.

Cette deuxième affirmation a une résonance directe dans le monde physique qui nous entoure et nous habite. On peut dire, en effet, que si le PSE imprègne nos plus subtiles réactions réflexes, le postulat des parallèles impose à notre *perception* confrontée au triangle euclidien BEC et aux parallèles AB et DC en Fig. 81, de situer le point E dans la profondeur de l'image, *même au prix de s'en faire tromper* :

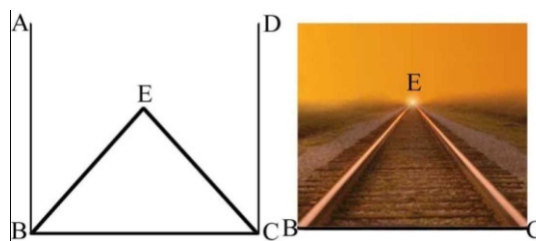


Figure 81ab

Sur la *surface* évidente des phénomènes, les parallèles AB et CD *ne convergent pas*. Ceci est une vérité postulée avec une force tellement impérative, que notre perception se charge elle-même de *feindre* un espace de profondeur, pour qu'un tel événement absolument impossible puisse avoir lieu. La même chose se passe au niveau de nos *projections* dans la profondeur purement intellectuelle de la sphère riemannienne.

On peut affirmer que la pénétration projective en 3D de cette image en 2D, que notre perception réalise de façon automatique, coïncide avec le « syllogisme perceptif » : i) les côtés du triangle BEC en Fig. 81b (les rails) sont aussi parallèles que AB et CD en Fig. 81a ; ii) Mais cela est *impossible*. iii) Donc le point E se trouve dans une autre dimension (comme dans le cas du 3 divisé par 2, qui engendre *par là même* la nouvelle dimension des nombres rationnels). La même chose vaut dans tous

les cas de création d'une perspective. Dans la Fig. 82abc nos yeux mettent directement en pratique l'indication de Félix Klein en (154), que je paraphrase : « La perspective ne prend naissance que quand on s'oblige à considérer comme *essentiellement identiques* la figure primitive et toutes celles qui s'en peuvent déduire par projection ». Dans le cas présent, nos yeux prennent la décision que le cercle en Fig. 82c et l'ellipse au centre, sont « essentiellement identiques ». De cette décision active et « non-euclidienne », c'est-à-dire rigoureusement et définitivement *impossible*, nous pouvons même en faire l'expérience en fixant la forme en Fig. 82b, et en la regardant un peu comme une ellipse, et un peu comme les extraterrestres en voie d'atterrissage. C'est donc bien pour cette raison – car un cercle n'est pas une ellipse, *in saecula saeculorum* – que nous *voyons* un disque volant au centre, ou une sphère à gauche, car en 3D nous tolérons que cette même ellipse soit « en réalité » un cercle.

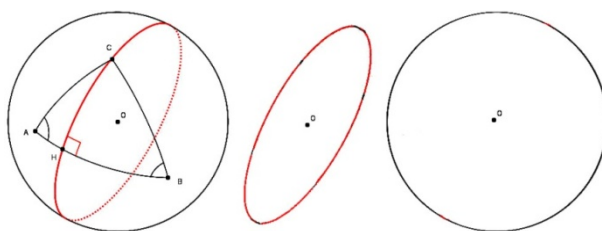


Figure 82abc

Un cercle *n'est pas une ellipse*. Cette vérité euclidienne est tellement absolue, que notre perception se charge elle-même de feindre la troisième dimension d'une sphère ou d'un « disque volant », lorsque nous décidons activement que ce même cercle et cette même ellipse sont (ou appartiennent à) une seule et même chose.

On peut dire, en conséquence, que ces deux exemples intra-perceptifs se répètent « par décalage » au niveau purement projectif des géométries non euclidiennes (selon mon modèle développemental mis au point dans la partie II). Moralité : dans le cas des parallèles « non euclidiennes » c'est bien l'absoluité irrenonçable du V^e Postulat d'Euclide qui nous propulse dans une autre dimension de nos actions opératoires : plus profonde, plus vaste et ample... mais où l'on n'entre que par la porte de ces deux parallèles qui ne *convergeront jamais*, et qui, par là même, fixes comme le portail d'un temple, ne font que nous inviter à le traverser pour nous projeter dans l'infini de ses espaces.

II. *Bolzano et le scandale de l'infini actuel* – « Il est évident qu'entre 0 et 5 il y a l'infini » ((283)). Quant à la dispute vraiment enflammée sur la légitimité logico-métaphysique d'un « nombre infini » et plus en général d'un « infini actuel » par rapport à l'ainsi dit « infini potentiel » toujours présent dans les procédés des mathématiciens, je pense la même chose que celle que je viens d'exposer à propos des parallèles euclidiennes : refuser – dans ce cas – toute Puissance, équivaut à refuser que pour arriver n'importe où il faut partir d'où l'on est. En d'autres mots, j'affirme que l'infini rationnelle du segment numérique dont parle Bolzano, est bien *en puissance*, ainsi que l'est le mouvement qui traverse les sphères de Newton en Fig. 72 : ce qui ne l'empêche pas de participer efficacement et mesurablement aux phénomènes qui se déroulent sur la surface de l'Acte. Si on perd cette distinction simple et primordiale *on ne retrouve plus la voie du retour*⁴¹.

M. Sinaceur décrit l'ambition de Bolzano d'une façon très claire :

(284) « L'infini n'est pas source de contradictions en mathématiques puisque les paradoxes de quantités épanouissantes se dissipent à la faveur des concepts et de notations adéquates. [...] Cela ouvre la voie à une doctrine positive de l'infini, c'est-à-dire à une doctrine où l'on regarde l'infini pour ainsi dire “en face” et non pas seulement comme l'envers du fini. N'admettre que l'infini potentiel, c'est ne pas sortir du fini. [...] Il faut pouvoir envisager des grandeurs véritablement infinies, c'est-à-dire “plus grandes qu'un nombre quelconque d'unités” ou “si petites que tout multiple d'elles-mêmes reste inférieur à l'unité”. » [Sinaceur 1993 : 20]

Mon idée est, comme je l'ai observé à propos de D'Alembert, qui sans aucune légitimité se débarrasse de la dimension de l'être en puissance lorsqu'il introduit sa notion de « mouvement virtuel » (qui pour lui n'est qu'un mouvement bien *actuel*, mais dans l'espace fictif de ses calculs), la même chose se passe lorsque Bolzano réalise son inversion de perspective, en transposant le kantien « devoir pouvoir » [*müssen können*] à l'intérieur des procédures mathématiques. Sinaceur rend compte de ce passage dans les termes d'un « simple » renversement dans l'ordre des quantificateurs :

(285) « Noter que du point de vue logique, il s'agit d'une simple inversion des quantificateurs. En effet admettre l'infini potentiel c'est admettre que *pour tout* nombre (ou

grandeur) donné *il existe* un nombre plus grand (ou plus petit) que lui. Admettre l'infini actuel c'est admettre qu'*il existe* des grandeurs plus grandes que *tout nombre* fini ou dont tout multiple reste inférieur à 1. Mais cette inversion acceptée entraîne de rejet de l'axiome d'Archimède, qui veut que pour deux grandeurs il existe toujours un multiple de la plus petite supérieur à la plus grande. » [Ibid.]

Mais attention ici ! La commutation procédurale $\forall\exists \rightarrow \exists\forall$ qui nous permet d'accéder avec des « notations adéquates » à la facette infinie de nos AB et C en Fig. 83 se produit dans un champ de transformations, encore une fois, rigoureusement ordonné quant aux opérations de mesure réciproque entre les entités en jeu. Ce point est vraiment crucial, car nous savons bien que les « quantificateurs » doivent leur *naissance* même à la force qui émane de la commutation sujet-prédicat. Une opération apparemment anodine comme « $\forall\exists \rightarrow \exists\forall$ » (« une simple inversion de quantificateurs » dit M. Sinaceur) a été le pivot de réorientation de tout le système de notre science, et si on n'en respecte pas le sens, on obtient une inépuisable suite de paralogismes inaperçus, et une complète désorientation du discours. Je m'explique, en revenant à Euclide.

Dans l'exemple de Bolzano nous avons le nombre AB qui est une partie de C, mais qui, dit Euclide, ne le « mesure » pas (5 n'est pas un diviseur de 12). Cela signifie qu'à la différence de 6, qui « mesure » le 12 selon le 2 – $12:6=2$ – dans le cas de 12 (C) et 5(AB), le nombre *de parties*^a que AB retranche sur C n'est pas un nombre qui fait partie de la suite 1,2,3... comme 12, 6, 5 et 2. Et toutefois, il est indéniable que 5 retranche sur 12 un certain *nombre* de parties. Plus que cela : celle-ci est l'évidence primordiale que les nombres nous imposent, à la racine de toute l'« arithmétisation » des mathématiques qui – malgré Bolzano – s'est produite à la suite de sa première impulsion. En un mot : la possibilité de maîtriser *arithmétiquement* les parties d'un quelconque segment AB donné, a, de fait, la primauté sur sa gestion géométrique (ou cinématique etc.), car « dichotomiser » C, en obtenant C/2, est la prémisse pour pouvoir *mesurer* n'importe quelle autre étendue qui lui soit homogène. Sur cette question centrale – sur la nécessité de dépasser cette idée d'arithmétisation, comme dans le cas de celle de la fréquence en [§10.3(5)] – je reviendrai ci-dessous en (4).

En revenant à $AB \in C$, ce nombre-de-parties nous l'appelons « Q », qui est donc $= C/AB$. Or le nombre « Q » représente une certaine proportion, bien déterminée, entre deux nombres donnés AB et C et nous voulons reconnaître cette même proportion (la comparer avec d'autres proportions) où qu'elle se présente : autrement dit, nous voulons « opérer avec les nombres rationnels ». Pour ce faire, Euclide construit le théorème ζ' (6°) du VII^e Livre des Éléments, ou il met en œuvre une procédure – indépassable et obligée pour quiconque veut passer des entiers aux rationnels – qui est celle qui nous intéresse maintenant. Avec cette procédure, Euclide peut accéder au nombre $Q=C/AB$ en le transformant d'abord en une multiplicité *virtuellement* dénombrable (et seulement virtuellement, à la différence de 1,2,3,4,5) d'unités numériques, et c'est cela qui lui permet de réaliser la comparaison recherchée.

Voilà comme il s'y prend.

(286) « Lorsqu'un certain nombre AB [Fig. 83] est une fraction [μέρη] d'un autre nombre C, et qu'un troisième nombre DE est *cette même fraction* d'un quatrième nombre F, entre l'ensemble des deux fractions AB et CD et l'ensemble des deux entiers de C et F [συναμφοτερος συναμφοτέρου] subsistera ce même rapport fractionnaire. »⁴² [Euclide VII, 6°. Ma trad.]

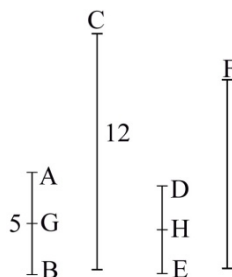


Figure 83

^a Chez Euclide un nombre « fraction » d'un autre nombre, c'est-à-dire qui ne le « mesure » pas est dit « parties » (pluriel) : « μέρη ».

Euclide présume de toute évidence qu'il nous est donné de dire : cette partie AB de C et cette partie DE de F sont « la même partie ». Nous savons toutefois – car nous connaissons les nombres 1, 2, 3... – que cette « même partie » ne nous met pas à disposition un nombre qui fait partie de cette même suite *actuellement* disponible, et cela car les parties-de-nombre $AB \equiv DE$ (appelons-les Q') ne « mesurent » pas les nombres C et F dont elles font partie. Pour réaliser la comparaison nous devons toutefois, d'une manière ou d'une autre, accéder au « nombre » que AB et DE représentent en ce qu'elles sont bien des parties (entre elles équivalentes) d'une totalité numérique. C'est à ce point qu'Euclide prend la seule route disponible : celle qui ne nous conduit pas de la partie au tout – car ces parties ne mesurent pas le tout dont elles font partie – mais du tout à la partie, car à la différence du chemin partie \rightarrow tout, pas toujours disponible, le chemin tout \rightarrow partie « doit pouvoir » être parcouru. Voilà la première étape de la démonstration :

(287) « Puisque AB représente le même nombre-de-parties du tout C [$\tilde{\alpha}$ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ C] que DE de F, il y a autant de parties *du tout C dans sa partie* AB [$\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ ἐν τῷ AB μέρη τοῦ C] que parties *du tout F dans sa partie* DE. Subdivisons alors AB selon toutes les parties AG, GB qu'il contient de sa totalité d'appartenance C, et faisons la même chose avec DE, en le subdivisant selon toutes les parties DH, HE qu'il contient de F : il en résulte que la multiplicité [$\pi\lambda\eta\theta\omicron\varsigma$] AG, GB et la multiplicité DH, HE sont égales. Mais maintenant la partie AG de AB *mesure* AB, et il le fait selon le même rapport qui subsiste entre DH et F... »⁴³ [Ibid. Ma trad. Intégrée. Les italiques sont de moi.]

Euclide vient donc soudainement d'inverser le point de vue (notamment par rapport au théorème précédent, *Elém.*VII, 5) : il prend son élan en s'appuyant sur la totalité numérique internement fractionnée par cette partie non-mesurante, et postule implicitement qu'une totalité numérique *doit pouvoir*, en tant que telle, mesurer n'importe laquelle de ses parties. Ce postulat lui permet d'engendrer devant nos yeux deux multiplicités dénombrables d'unités numériques qui contiennent le même nombre d'éléments. Maintenant attention : l'expression « les parties de la totalité C contenues dans sa partie AB » fait d'un contenu (la partie AB) le contenant de son propre contenant (le tout C)... et je suis convaincu que le pan-mathématisme européen de cet âge a vraiment *perdu la boussole* face à cet immense pouvoir de conversion qui fait l'essence même de la pensée mathématique, depuis Pythagore, Platon et Aristote... jusqu'à Piaget, qui s'est effectivement enivré du carré conceptuel Totalité/Partie \times Réversibilité/Irréversibilité.

Aristote, le premier, signale en effet que le raisonnement mathématique procède grâce à cette immanente possibilité de renversement, mais ni lui ni Euclide ne perdent l'ancrage ultime dans les phénomènes donnés. Avec une analogie : il y a certainement autant de parties de cœur dans notre corps que de parties de corps dans notre cœur, mais pour accéder à un cœur il nous faut passer par le corps total dont il fait partie, tandis que l'opération inverse est impossible : ce qui nous est donné est le *corps entier*. Lorsque nous oublions la rigoureuse irréversibilité « non groupale » de ce chemin orienté, nous tombons donc dans le monde visionnaire que nous offre la science occidentale depuis que la communauté des Nations a commencé à ravager la *Weltweisheit* cosmopolite des Lumières. Dedekind avait, en revanche, produit son « corps du nombre » dans un « Gedankenwelt » [1888 :§66] rigoureusement orienté dans la direction Moi-qui-pense \rightarrow pensée mathématique, mais comme les mathématiciens (c'est évident !) ne sont pas des psychologues...

Pour revenir au sujet, la procédure d'Euclide ne laisse pas d'alternatives : pour accéder à l'extension interne et infiniment divisible d'un nombre comme 12, Bolzano doit *postuler* le rapport non commutatif mesurant \rightarrow mesuré entre le nombre « entier » (le Tout numérique) qui nous est donné au départ comme phénomène d'ancrage, et la totalité de ses parties, à moins qu'il ne veuille pas dire que 5 est un diviseur de 12. Étant donné ce rapport, la multiplicité-partie AB mesurée par son tout C, est-elle effectivement, *actuellement* dénombrée, au sein de la procédure démonstrative mise en place par Euclide, et qui lui permet de conclure : « $Q=Q'$ » ? Pas du tout, naturellement : Q et Q' sont deux nombres rationnels... et lorsqu'on est dans les Rationnels, on reste – *stets wieder* – dans les rationnels ! En un mot : l'infinité de parties « rationnelles » d'un nombre comme 1, 2, 3... habite une dimension purement *virtuelle* du nombre entier.

Or, quel est le rapport entre cela et l'inversion de quantificateur $\forall \exists \rightarrow \exists \forall$ dont parle Sinaceur ? Le rapport est dans la conséquence qu'il en tire, quant à la nature métaphysique des infinités numériques « AG, GB » et « DH, HE » postulées comme « données » grâce à ce « \exists » placé avant l'opérateur

« \forall »...lequel n'arrête pas pour autant de nous indiquer *par où il faut passer* pour accéder à cette dimension soi disant « donnée ». Je répète donc ici ce que j'ai dit dans le cas de la rotation et de son espace, et des parallèles et de leur convergence : ce qui nous est donné au départ est 12 : 5 et 12 : 6. Confrontés à ce phénomène, nous postulons qu'il doit être possible d'opérer sur 12/5, et par là même nous traçons le segment $C=12$ infiniment divisible. À présent, ce segment est là, devant nous, ainsi que nos sphères de Newton en Fig. 72. Confrontés à l'évidence d'une poussée exercée en condition de parfaite immobilité, mais à la seule condition que les sphères intermédiaires *puissent* en tous les cas bouger si le chemin était libre, nous disons : « $\exists !$ » il existe sans aucun doute réellement, dans cette suite de sphères, ainsi que dans n'importe quel (« \forall ») corps immobile, un mouvement *local* parfaitement mesurable, quantifiable et comparable... et pourtant purement potentiel ; cela signifie que la seule possibilité d'y accéder pour le mesurer, ce sont les corps actuellement existants dans l'espace externe, qui peuvent participer à nos expériences. De cette même façon, confrontés à ce segment continu $C=12$ nous disons « il est évident » que dans ce segment est contenue (\exists) une infinité de sous-segments comprise entre 0 et 12, car en nous appuyant sur cette même totalité donnée 12 nous postulons qu'elle a la puissance de mesurer n'importe quelle (\forall) de ses parties... qui restent donc accessibles à la seule condition qu'un segment total actuellement déjà auto-mesuré comme 12 nous soit donné. Malheureusement, aucune vraie attention à cette distinction dimensionnelle puissance/acte entre un nombre et son infinité n'a été faite, et la même époque qui a engendré à côté des « tubes » maxwelliens une foule de « particules » qui se déplacent actuellement dans des corps parfaitement immobiles, dans des rayons de lumières, dans des courants électriques etc. n'a jamais renoncé à mettre un « + » additif là où rien, rigoureusement rien, n'est en mesure de s'accumuler comme 1+1 s'accumulent pour faire 2. Selon cette même logique s'exprime Bolzano en personne...

(288) « §29 Quand on accorde qu'il y a des pluralités infinies, et donc aussi, en général, des grandeurs infinies, on ne peut mettre en doute l'existence de grandeurs infinies distinctes, et même diversement, par leur grandeur. Lorsque nous représentons, par exemple, la suite des nombres naturels par : 1, 2, 3, 4, ..., n, n + 1, ... *in inf.*, l'expression : $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n + (n + 1) + \dots$ *in inf.* dénotera la somme de ces nombres naturels. Mais l'expression suivante : $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + 4^\circ + \dots + n^\circ + (n + 1)^\circ + \dots$ *in inf.* où les termes $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots$ représentent, tous, de simples unités, figurera le simple ensemble de tous les nombres naturels. » [Bolzano : 102-103]

... qui n'hésite pas à utiliser ces « 1+1+1... » à *tous* les niveaux où il veut exprimer le phénomène qui nous occupe à présent : l'augmentation interne à la suite 1, 2, 3... d'où évidemment dérive la possibilité de notre « 1+2=3 »⁴⁴.

En synthèse, qu'il soit établi ce qui suit.

(A) Comme en (282) il est *démontré* que, les parallèles ne convergeant jamais, les trois angles internes de tout triangle rectiligne sont = 2 droits, l'existence donnée de cette démonstration nous permet de nous projeter dans un espace de profondeur où *ces mêmes parallèles* convergent pourtant, sans ce que cela n'entraîne contradiction, ainsi que $AB/2 \times 2 = 1$ ne signifie pas que 1 est un nombre pair, mais que AB est une autre dimension du nombre. Cela n'implique pas, toutefois, que nous pouvons inverser l'ordre de cette succession, et bâtir une géométrie « non euclidienne » en sautant le passage par les parallèles qui ne convergent jamais.

(B) Il est évident ((283)) que comme $AB=5 < C=12$ (où $5=0+1+1+1+1+1$, et $12=1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1$) alors l'infinité AB est < à l'infinité C. Cela toutefois ne veut aucunement dire – quoi qu'il en soit des « exigences des tous les mathématiciens » – que le mouvement opératoire $A \rightarrow B$ qui nous fait passer de $n=0$ à $n=5$ par échelons successifs, soit en soi l'accumulation additive « 1+1+1... » d'une quantité infinie d'unités *actuellement* existantes, que nous pouvons atteindre sans passer par le 5 et le 12.

III. Wiener et l'ordre technologique de la démonstration – À l'occasion de la Seconde Guerre Mondiale, nous raconte Wiener, à propos des mobiles qui ont poussé à la création de la cybernétique, le but a été conçu d'« usurper des fonctions spécifiquement humaines » de computation, pour les « incorporer aux machines ».

(289) « It will be seen that for the second time I had become engaged in the study of a mechanico-electrical system which was designed to usurp a specifically human function – in the first case, the execution of a complicated pattern of computation, and in the second, the

forecasting of the future. In this second case, we should not avoid the discussion of the performance of certain human functions. In some fire-control apparatus, it is true, the original impulse to point comes in directly by radar, but in the more usual case, there is a human gun-pointer or a gun-trainer or both coupled into the firecontrol system, and acting as an essential part of it. It is essential to know their characteristics, in order to incorporate them mathematically into the machines they control. » [Wiener 1965: 6]

Nous venons de voir, en revanche, qu'une machine logique non humaine suit des « patterns » comportementaux parfaitement inversés par rapport à la machine humaine. Cette circonstance a créé une façon de voir et ressentir certaines vérités mathématiques et physiques dans le sens contraire de celui qu'elles nous obligeraient pourtant à suivre. Nous avons parlé à ce propos des paradoxes de Russell/Cantor et de l'« incomplétude » de Gödel : dans les deux cas, nous nous confrontons à l'évidence d'une finitude/complétude logique qui nous permet de savoir des choses indubitables sur l'infini et le dynamisme éternellement inachevé du monde d'où jaillissent ces mêmes évidences finies. Le fait, donc, que l'on ait pu cultiver, sur la seule base d'une *suite finie de démonstrations*, un sentiment global d'insaisissabilité, indétermination etc., a constitué le renversement dont je suis en train de parler, et qui s'est produit à l'identique face à la question présente : celle du *début* et de la *certitude finale* d'une preuve mathématique.

C'est le passage de la mécanique newtonienne à la mécanique statistique, raconte Wiener, qui a permis cette œuvre d'« incorporation » de la pensée humaine dans des engins non-humain. Et ce passage transforme la perspective d'un « individual system, with given initial velocities and momenta » (290[1]) en celle de la « vast majority of practical cases » (290[2]), où ces conditions ne sont pas satisfaites :

(290) « [1] GROUPS AND STATISTICAL MECHANICS – The key idea of Gibbs is this : in Newton's dynamics, in its original form, we are concerned with an individual system, with given *initial velocities and momenta*, undergoing changes according to a certain system of forces under the Newtonian laws which link force and acceleration.

[2] In the *vast majority of practical cases*, however, *we are far from knowing all the initial velocities and momenta*. If we assume a certain initial distribution of the incompletely known positions and momenta of the system, this will determine in a completely Newtonian way the distribution of the momenta and positions for any future time. It will then be possible to make statements about these distributions, and some of these will have the character of assertions that the future system will have certain characteristics with probability one, or certain other characteristics with probability zero. Probabilities one and zero are notions which include complete certainty and complete impossibility but include much more as well. » [Wiener 1965: 6-8. Les crochets et les italiques sont de moi.]

Or la polarité « probabilité 0 / 1 » désigne une inébranlable certitude d'ordre mathématique, qui nous met toutefois face à une autre inébranlable certitude mathématique : dans la « vaste majorité des cas » notre probabilité d'abattre une cible ponctuelle en tirant au hasard, revient en réalité à une franche impossibilité :

(291) « If I shoot at a target with a bullet of the dimensions of a point, the chance that I hit any specific point on the target will generally be zero, although it is not impossible that I hit it; and indeed, in each specific case I must actually hit some specific point, which is an event of probability zero. Thus an event of probability one, that of my hitting some point, may be made up of an assemblage of instances of probability zero. » [Ibid.]

Le problème se pose, donc, de comment faire pousser un fait réel – la cible abattue – à partir d'un assemblage d'impossibilités :

(292) « Nevertheless, one of the processes which is used in the technique of the Gibbsian statistical mechanics, although it is used implicitly, and Gibbs is nowhere clearly aware of it, *is the resolution of a complex contingency into an infinite sequence of more special contingencies* – a first, a second, a third, and so on – each of which has a known probability ; and the expression of the probability of this larger contingency as the sum of the probabilities of the more special contingencies, which form an infinite sequence. Thus we cannot sum probabilities in all conceivable cases, to get a probability of the total event – *for the sum of any number of zeros is zero*, while we can sum them if there is a first, a second, a third member, and so on, forming a sequence of contingencies in which every term has a definite position

given by a positive integer. The distinction between these two cases involves rather subtle considerations concerning the nature of sets of instances, and Gibbs, although a very powerful mathematician, was never a very subtle one. Is it possible for a class to be infinite and yet essentially different in multiplicity from another infinite class, such as that of the positive integers? » [Ibid.]

Comment va donc s'en tirer le pas-trop-subtil Gibbs ? Grâce à ces mêmes Bolzano et Cantor qui, au cœur de leurs procédés paradoxaux, trouvent la façon mathématique d'engendrer – *strangely enough* – la réalité d'un nombre fini à partir de ce même fond infini d'où – tel un vrai *black hole* – rien ne paraîtrait pouvoir sortir pour « terminate » notre cible avec un degré financièrement et militairement supportable de fiabilité :

(293) « This problem was solved toward the end of the last century by Georg Cantor, and the answer is "Yes." If we consider all the distinct decimal fractions, terminating or non terminating, lying between 0 and 1, it is known that they cannot be arranged in 1, 2, 3 order – although, *strangely enough*, all the terminating decimal fractions can be so arranged. Thus the distinction demanded by the Gibbs statistical mechanics is not on the face of it an impossible one. The service of Lebesgue to the Gibbs theory is to show that the implicit requirements of statistical mechanics concerning contingencies of probability zero and the addition of the probabilities of contingencies can actually be met, and that the Gibbsian theory does not involve contradictions. » [Wiener 1965: *ibid.* L'italique est de moi.]

Que faut-il retenir de cette description, pour ce qui nous intéresse ? Nous devons retenir que quant à la certitude d'atteindre la cible *mathématique* convoitée, non pas la « vaste majorité » mais bien la totalité absolue des mathématiciens qui ont de la sorte contribué à la création du monde des machines à prévision statistique, sont des « individual system, with given initial velocities and momenta » car, quoi qu'il en soit du reste de l'univers à l'instant où Georg Cantor, Willard Gibbs et Norbert Wiener parviennent à leur conclusions computationnelles et logiques, ces mêmes conclusions impliquent l'immanente certitude mathématique de l'instant initial, quand la démonstration a commencé. Dans ce cas aussi, donc, comme dans les cas directement mathématiques qui précèdent, le fait de départ est une certitude d'ordre non statistique, ni probabiliste, ni cybernétique... mais en même temps mathématique et physique. Cette certitude nous assure que non seulement « the *cantorian* theory does not involve contradictions », mais que *son* début – « soit donné... » – précède et fonde toute incertitude humainement concevable autour d'une cible humaine à abattre grâce à une machine qui ne sait pas cocher le temps certain de sa naissance.

Jean Piaget s'était clairement rendu compte de cette contingence, c'est-à-dire que l'individualité certaine et consciente du mathématicien et de ses « opérations réversibles d'ordre intellectuel » est le phénomène de départ, l'évidence prioritaire de tout le système de la science :

(294) « Tandis que les transformations réversibles supposées idéalement par la thermodynamique ne conservent l'équilibre que par des mouvements infiniment lents, c'est-à-dire pratiquement par l'absence de changements, les transformations réversibles d'ordre intellectuel se présentent au contraire comme si elles étaient instantanées ou simultanées (comme si, donc, leur vitesse atteignant celle de la lumière, l'écoulement du temps était annulé). Seules les oscillations et les "régulations" se déroulent dans le temps. Pour nous servir d'une image vulgaire, l'équilibre propre au groupement serait ainsi comparable à celui d'une balance, dont les poids égaux figureraient les deux membres d'une équation logique : toutes les fois qu'un poids (quelconque) serait rajouté ou retranché d'un côté (par ex. si $B = + A$ le retranchement donnerait $B - A$ à gauche), il en serait instantanément de même de l'autre côté ($B - A = A$ par annulation de A). » [Piaget 1941b : 283]

L'obstacle culturel et historique a été toutefois infranchissable : pendant la guerre – ces mots sont de 1941 – la « vaste majorité » coïncide avec une masse aveugle dépourvue de toute individualité et savoir mathématique. Le reste – « sans aucun doute » – n'est qu'une métaphore à abandonner en cours de route⁴⁵.

(295) « Mais ici le moment est venu de mettre un terme aux analogies physiques trop faciles puisque, si l'équilibre mental correspond aux transformations réversibles et les régulations aux déplacements d'équilibre, lors des modifications irréversibles qui se produisent

dans le champ des forces en présence, ces transformations réversibles sont sans aucun doute physiquement irréalisables. » [Ibid.]

Faisons maintenant bien attention, car le mathématicien Wiener va nous parler du moment où il a saisi son crayon pour tracer la démonstration en (282) :

(296) « Now, suppose that I pick up a lead pencil. To do this, I have to move certain muscles. However, for all of us but a few expert anatomists, we do not know what these muscles are; and even among the anatomists, there are few, if any, who can perform the act by a conscious willing in succession of the contraction of each muscle concerned. On the contrary, *what we will is to pick the pencil up.* » [Wiener 1965: 7]

Il prend donc son crayon, et il trace les lignes en Fig. 80 jusqu'à ce que la démonstration soit achevée. Voilà le compte rendu de cette action:

(297) « Once we have determined on this, our motion proceeds in such a way that we may say roughly that the amount by which the pencil is not yet picked up is decreased at each stage. *This part of the action is not in full consciousness.* To perform an action in such a manner, there must be a report to the nervous system, *conscious or unconscious, of the amount by which we have failed to pick up the pencil at each instant.* If we have our eye on the pencil, this report may be visual, at least in part, but it is more generally kinesthetic, or, to use a term now in vogue, proprioceptive... » [Wiener 1965: ibid. Les italiques sont de moi.]

Ce qui suit sera la description d'un mécanisme de feed-back comme celui d'un thermostat. En revanche, ce qui nous intéresse ici est la nature des phrases que j'ai mises en italique. Pour répondre à notre étonnement face à l'idée qu'une suite infinie de cycles de feedback doit s'accomplir avant que notre crayon ne se pose sur la feuille, Galilée nous dirait qu'il n'est pas nécessaire que ce compte rendu « subconscient », s'arrête « at each instant », et nous ajoutons en plus que rien n'en témoigne dans notre *conscience* mathématique de surface, laquelle procède plutôt « comme si sa vitesse atteignant celle de la lumière, et l'écoulement du temps était annulé » ((294)). Rétablissons donc l'ordre des phénomènes. Ce qui vient *avant* sont les « traits de plume » que Wiener trace sur la feuille grâce à son crayon, et ces traits témoignent d'un « système individuel » qui a la maîtrise mathématique de ses mouvements et de ses pensées. Parmi ces pensées, cet homme trouve certes celle de l'« incertitude » :

(298) « This interacting pair of types of error seemed to have something in common with the contrasting problems of the measure of position and of momentum to be found in the Heisenberg quantum mechanics, as described according to his Principle of Uncertainty. » [Wiener 1965: 8]

... cela ne signifie pas, pour autant, qu'il y ait une seule raison suffisante – bien au contraire ! – pour remettre en question la certitude, la complétude et la finitude physico/mathématique des extraordinaires mouvements démonstratifs que depuis le début *a* jusqu'à la fin *b* Wiener, Heisenberg et tous les autres ont déployées sous nos yeux pleins d'admiration.

11.3 La démonstration, depuis le début

(1) DE LA PANARITHMETISATION... – Le début de *cette* opération/démonstration ne coïncide donc pas avec le Commencement de l'Univers, ainsi que son centre d'équilibre (son 0 « groupal ») n'est pas nécessairement le Centre Absolu du Cosmos.

Nous dirons donc qu'en (282) un mouvement opératoire commence en [1] et se déroule au travers des six moments qui se succèdent jusqu'à la conclusion en [7], en produisant de la sorte le phénomène d'une vraie connaissance : nous savons ici et maintenant que $ABC+BCA+CAB=180^\circ$, et nous savons aussi, pour la même raison, que le mouvement que nous venons d'accomplir commence là où nous disons qu'il commence – en [1] – et finit là où nous entendons qu'il se termine, à savoir en [7]. En (283) la même chose se passe quant au mouvement de [1] à [4]. Nous [1] posons le nombre C et sa partie AB – qui est [2] *évidemment* un nombre identifiable – et nous [3] constatons que cette évidence est [4] celle d'un infini plus grand qu'un autre.

Est-ce que nous savons, en conséquence de ces connaissances acquises, ce qu'est une « vraie connaissance » ? Non. Connaissions-nous, par le fait d'avoir obtenu cette nouvelle connaissance grâce

à ce mouvement mental fini et dénombrable, *la nature ultime* de la Connaissance, ou même la Nature Ultime de *cette* connaissance ? Certes *non*. Cette ignorance avouée remet-elle en question le fait que nous possédions cette connaissance vraie autour de cette propriété des triangles et des nombres ? Certes *non* ! Qu'il soit donc acquis que nous *savons* que les angles internes de tout triangle font deux droits, et que les nombres 5 et 12 représentent deux infinités l'une plus grande que l'autre, et que le mouvement accélératif qui nous a conduit à obtenir ces connaissances à un début et une fin directement constatables, ici et maintenant, par toute individu humain qui ne se prend pas pour une « vaste majorité » d'autres cas, dont il ne sait rien qui lui soit utile à présent.

Mon insistance sur la nécessaire présence d'un *début* dans toute opération mathématique va de pair – évidemment – avec ma sensibilité profondément narrative et événementielle de la vie des hommes et de la science. Une évidence est toujours *l'événement* d'une évidence, et tout événement a *et est* un début dans le flux vital de l'univers et de la vie individuelle de l'homme qui s'en nourrit. Très violente et néfaste est donc la pratique constante de la remise en question de ce qui est pourtant bien acquis, de la part d'une science qui n'a pas l'humilité et le bon sens de se dire qu'entre le Tout et le Néant il peut bien y avoir quelque chose, qui en un nombre fini de mouvements arrive, en effet, là où elle voulait arriver. Tout le brouillard de « mystère », « effraiment », « opportunisme »... qui a empoisonné l'air de notre civilisation « scientifique » a en réalité fait totalement oublier le *sens* même d'un questionnement sur les « fondements », avec l'effet grotesque d'effacer ce qui suit naturellement à ce mot : « fondements »... de la *démonstration* qui est ici et maintenant devant nous.

Les esprits limpides d'Aristote et Galilée nous ont pourtant légué des vérités claires et simples. La présence nécessaire d'un *début* dans le mouvement accéléré que nous sommes en train ici et maintenant de contempler, est manifestée par sa façon de se dérouler : chaque instant [Galilée] est le porteur d'une mémoire intacte de tout ce qui s'est passé avant, pour qu'il arrive là où nous venons de le rencontrer ; de même [Aristote] la présence nécessaire d'un début (*ἀρχή*) dans le mouvement accéléré (la spirale) de la démonstration qui vient de s'achever devant nos yeux, est directement dévoilée par le simple fait que sa conclusion frappe nos oreilles. Il fallait donc s'y prendre au *phénomène même* – le retentissement dans les oreilles des élèves de cet « Ergo... » qui clôt l'enchaînement déductif – pour éviter que son esprit conserve la mémoire de la mélodie entière, dès sa première note. *Redestiner* la question des « fondements » signifie donc, essentiellement, la rendre à sa finitude structurelle, et *resavourer* le sens humain de sa voix. Si nous avons une démonstration sous les yeux, et que cette démonstration vient d'être absorbée et acceptée par notre esprit... cela signifie nécessairement que notre âme est en paix : « car ce n'est pas à la parole extérieure, c'est à la parole intérieure de l'âme que s'adresse la démonstration » ((211)). Ainsi que je l'ai dit pour le « morceau de cire » de Descartes ((37-38)), et pour le pendule de Sagredo ((39)), la seule façon que nous avons d'éviter l'expérience d'une démonstration – nécessairement directe, concrète et totalement imprégnée de notre voix intérieure, car l'accord final d'une *sonata* nous pouvons nous borner à l'écouter, tandis qu'une conclusion nous devons activement *l'exécuter* – ... est de ne pas la faire. Mais une fois qu'elle est dans nos oreilles et devant nos yeux, nous pouvons sans doute remonter à son début, car si son début n'était pas là, sa conclusion aussi n'y serait pas.

Allons donc chercher ce début, et nous pourrions ainsi démarrer une « démonstration » de façon à pouvoir enfin contempler en direct l'événement de la naissance d'une évidence, grâce au fait qu'un homme aura osé prendre parole. Tout d'abord [ici, (2)] nous nous dirigeons vers le côté « postulat » de ce début : la pré-condition, la condition nécessaire mais pas encore suffisante pour que la démonstration démarre en effet. Cette pré-condition n'est autre que la « grammé », le trait de plume qui nous met à disposition toute mesure scientifique concevable. En deuxième lieu [ici (3)] – nous irons interroger son côté « *arché* » : l'instant 0 où notre trait de plume « s'allume » pour nous propulser, en un nombre fini d'étapes, vers l'évidence mathématique finale. Là, nous nous acheminerons vers la conclusion de notre travail, car nous constaterons que la voix d'une évidence qui éclate dans le ciel de notre conscience est la même – seulement un échelon plus haut – qui fait de notre gorge une corde vocale, et d'une ligne d'encre son prolongement illimité.

(2) ... AU PREMIER POSTULAT DES MATHÉMATIQUES – Quant au côté « postulat » du commencement de la démonstration, je vais répéter dans ici ce que j'ai fait à propos de la fréquence *f* en [§10.3(5)], où je me suis opposé à l'arithmétisation de sa nature ultime, qui nous dévoile non pas un nombre (« ni plus ni moins » ((229))), mais l'événement pur, « *e* », comme étalon de mesure du temps

d'un corps mis en condition de nous en parler. Il s'agit à présent de faire de même, en ramenant le segment/nombre « C », qui grâce à l'évidente identifiabilité = dénombrabilité de n'importe laquelle de ses parties « AB » est, de fait, aux fondements de l'arithmétisation de la toute la science à l'époque de Bolzano/Dedekind/Cantor, à sa racine effective, ou mieux à la *graine* d'où « divergent » tant l'arithmétique que la géométrie, comment Frege l'exprime :

(299) « On peut exiger de l'arithmétique qu'elle nous montre le point d'où divergent toutes les applications du nombre, même si ces applications ne sont pas son affaire. » [1884 :146]

Si je demande, enfin, quand nos démonstrations en (282)(283) commencent-elles en effet, nous reconnaissons tout d'abord qu'elles ont déjà commencé – nous nous trouvons, disons, en ist_i ($i > 0$) – car la totalité des entités appelées à la présence – un triangle, une base, un segment, deux parallèles... des nombres – jaillissent directement de l'intention qui nous anime de parvenir à la conclusion désirée, sans quoi ces entités ne seraient que des traits de stylo. Ces signes se présentent donc déjà doués de l'élan logique et modal qui appartient à tout ce qui est, soit nécessaire, soit impossible. Concentrons-nous alors sur ces premières lignes, pour mieux voir ce qu'il y a dedans, et pour ce faire, revenons au segment AB de Bolzano/Euclide en (286).

Un segment – une extension continue – doit pouvoir se déployer à l'intérieur de tout nombre faisant partie de la suite « 1,2,3... », en ce que toute totalité numérique doit pouvoir mesurer n'importe laquelle de ses parties, même celles qui ne la mesurent pas. Ceci peut bien s'appeler le « Premier Postulat de l'Arithmétique », qu'Euclide n'a pas énoncé, tout en y appuyant toute la force de sa démonstration en (286-287), et qu'en (283) Bolzano a implicitement fait valoir avec son « il est évident que... ».

Ce premier postulat se range donc à côté de son jumeau géométrique :

(300) « On demande que l'on puisse mener une ligne droite de tout point à tout point. - Ἡτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημείον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. » [Euclide I, Post.1]

En quoi nous intéresse ce couple de postulats ? Parce qu'ils contiennent la seule et unique réponse à la dernière attaque du sophiste semeur de « mystère » :

(301) « Le géomètre ne fait pas non plus hypothèse de choses fausses, ainsi qu'on le prétend quelquefois. On dit en effet que bien qu'il ne faille jamais employer le faux, le géomètre pourtant en fait usage, *en supposant qu'une ligne qui n'a pas un pied de long en a réellement un, et qu'une ligne tracée est droite quand pourtant elle n'est pas droite*. Mais on peut répondre que le géomètre ne conclut rien du fait que c'est *cette ligne* [τῷ τήνδε εἶναι γραμμὴν] dont lui-même parle ; il conclut seulement les choses dont ce sont là les représentations [τὰ διὰ τούτων δηλούμενα]. » [Aristote, ibid. 76b40. Les italiques sont de moi.]

Cette objection du sophiste (le sophiste de l'« à peu près » et des origines « enveloppées dans le mystère ») dirige notre attention sur notre avant-dernier point de virage. J'ai plusieurs fois souligné le fait que tant le géomètre que l'arithméticien fondent la totalité de leurs démonstrations sur la possibilité de « conserver la quantité extensive » des entités sur lesquelles ils opèrent. Si nous ne postulons pas que le nombre C en (283) est effectivement présent en son extension concrète et absolue « dans » sa partie fractionnaire AB, qui ne le mesure pourtant pas, et qui en plus est *un autre* segment... le théorème ne marche pas. Pour cette raison il est tellement important que Blas, et Ba et Fur... ([§6.2]) apprennent à transvaser une boisson d'un verre à un autre sans se faire avoir par les éventuels changements de forme.

Or, ce théorème euclidien nous a donné l'occasion de mettre l'accent sur le fait que rien, rigoureusement rien d'actuellement existant et donc préalablement donné ne « s'accumule » comme une chaîne de « 1+1+1... » lorsque nous traçons avec notre crayon wienerien le nombre C. Ce nombre-segment est donc tellement primordial et insécable en sa substance purement symbolique, que nous pouvons sans doute le ranger à côté des nos cryptogrammes « 1,2,3... » quant à l'intérêt de son apparence physique, ou de nos techniques de dessin. D'autre part, j'ai déjà évoqué en [§8.2.3(2)] une circonstance « d'importance majeure » concernant l'outil euclidien de « transport » d'une égalité de longueur d'un point à l'autre de l'espace opératoire, et cette circonstance est que la Prop. 1 des *Éléments*, celle qui nous apprend à construire un triangle équilatéral, vient *avant* la Prop. 2 qui nous apprend à transporter ce même segment d'un bout à l'autre de la feuille pour en faire le rayon d'un

cercle etc. ... ce qui revient à faire de cet AB-esprit occulte que j'ai évoqué en [§7.4.2] la clé de voûte de tout notre travail, qui ne cible rien d'autre, finalement, que le *trait d'encre*.

Réfléchissons-y : une « ligne droite » est pour Euclide un « graphème intérieurement égalisé » :

(302) « Εὐθεῖα γραμμὴ ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται – Un *graphème* [γραμμὴ] comme il se doit [Εὐθεῖα : comme dieu le veut...] est celui qui se trouve égalisé par rapport aux signes [σημείοις] dont il se constitue. » [Euclide, *Élém.* I ...]

Le défi que le sophiste nous lance est donc : un tel graphème ne peut être « égalisé » *avant* que nous ne disposions de la Prop. 2 qui nous apprend à transporter une égalité de mesure d'un bout à l'autre du papier. D'autre part – continue-t-il – pour pouvoir activer la Prop. 2, il nous faut préalablement acquérir la Prop. 1 : ce qui ne peut se faire qu'avec un premier segment « AB » destiné à devenir le premier côté du triangle équilatéral qui nous servira pour mesurer le vide qui sépare les deux extrêmes de notre premier voyage égalisateur. Donc – conclut le sophiste – dès que nous commençons à tout simplement *tracer* notre « AB »... pour toute incrémentation de notre trait de stylo, aussi petite soit-elle, nous tombons dans le cercle vicieux de présupposer notre capacité de transporter une égalité du point de départ « A » au point d'arrivée « B » de cette première extension rectiligne !

On dirait qu'il n'y a rien de mieux qu'un sophiste pour lui faire éclater une vérité sous le nez. Cette « réfutation » est en effet *parfaite*, mais elle ne nous dit pas que notre démonstration – et avec elle toute la géométrie/arithmétique – est fautive, mais seulement que ce premier voyage de « A » à « B », d'un bout à l'autre de notre premier segment géométrico/arithmétique ne couvre aucun vide sidéral ni aucune distance marine encore à égaliser : il construit plutôt notre navire pour tous nos voyages à venir. Autrement dit : notre « graphème-comme-il-se-doit » est, aussi bien dans la géométrie que dans l'arithmétique, un *atome de sens* absolument insécable et indiscutable non pas « par convention » mais à cause du monde que grâce à lui [τὰ διὰ τούτων δηλούμενα : les choses qui se manifestent en transparence, à travers lui] ... il nous est *donné* d'explorer. Encore une fois : si de fait un « AB » vient d'apparaître, eh bien voilà, nous sommes déjà dans les mathématiques.

Que Frege ait consacré toute son énergie – ensuite refluee dans Wittgenstein – à la réalisation d'une *écriture* des concepts [*Begriffsschrift*] qui dévoile sur sa propre surface les directrices générales de toute possible démonstration avec la même immédiateté qui permet à la géométrie et à l'arithmétique de nous donner accès à leurs trajectoires démonstratives, cela se comprend bien maintenant, si désormais nous revenons sur notre question : quand notre démonstration a-t-elle commencé ? En cet *ist_i*, où nous avons commencé à *écrire*.

Là où nous en sommes, le champ est enfin tout à fait libre et purifié pour comprendre que c'est bien dans cette direction qu'il faut chercher le *début* de toute démonstration qui en soit vraiment une, à savoir qui soit une expression directe et consciente de notre «ἔσω λόγος», de notre discours intérieur qui ne se borne pas à se faire surprendre par un détecteur d'activité neurale. Nous commençons donc à écrire des nombres, des lettres, des segments, des figures... et rien – absolument rien – qui appartienne à leur forme externe et perceptive, à nos techniques de mesure, à notre espace/matière cérébro-crânienne... – ne peut rendre compte de la soudaine accélération qu'ils vont subir d'ici peu en se transformant en l'évidence d'une démonstration achevée. Les graphèmes se succèdent sur la feuille sans que l'espace de la feuille ne soit en tant que tel capable de leur donner une orientation. Ce que nous suivons avec les yeux n'est enfin que l'ordre irréductible d'une écriture, qui à son tour n'est que le reflet des mouvements que nous sommes en train de réaliser dans le monde de leur *sens*. Ce que nous faisons voyager sur la feuille dans le sens de l'écriture est donc le sens de cette même écriture, car rien d'autre n'intéresse le pendule vivant que nous sommes qui ne soient des histoires étonnantes qui rompent l'isochronisme de sa vigilance silencieuse.

Nous affirmerons donc avec Galilée que le Premier Postulat de toute science concevable est dans « le mouvement vrai, très vrai, de cette pointe de plume », qui est au fondement de la possibilité d'accéder à l'arithmétique, et donc à une « arithmétisation » critiquement contrôlée de tout le reste. Ce Premier Postulat affirme : *il faut pouvoir écrire une suite de graphèmes déjà mathématiquement égalisés, pour pouvoir accéder à l'arithmétique/géométrie, et pas l'inverse.*

Sur cette base, approchons enfin la démonstration.

(3) LE 0 DE LA DEMONSTRATION – Considérons la suite de propos : (a_{t1}) Soit un nombre a tel que $a \times 2 = 1$; (b_{t2}) il s'ensuit que a n'est pas un nombre entier.

Le propos – « $1/2$ n'est pas un nombre entier » – nous pouvons l'entendre de deux façons réciproquement opposées : comme le résultat d'une opération, et comme la conclusion d'une démonstration. En tant que démonstration, cette suite nous impose un ordre, tandis que, comme simple opération ce même ordre ne se révèle pas.

En opérateurs, nous disposons en effet des deux opérations : « $1/2 \times 2 = 1$ » qui a comme *résultat* « 1 », l'unité, et de l'opération « $1 : 2 = 1/2$ » qui a comme *résultat* « $1/2$ ». Dans les deux cas, nous pourrions affirmer : bien sûr « a » n'est pas un nombre entier, car « $1/2$ » est justement le résultat de la division du « 1 » que nous venons d'effectuer, qui peut réciproquement être vu comme à son tour le résultat du redoublement de ce même « $1/2$ ». Pour cette raison – étant donné cette parfaite liberté « opérationnelle » – on considère une affirmation péremptoire comme celle d'Aristote : « L'arithméticien pose que l'unité n'est pas divisible selon la quantité, et ce n'est pas une hypothèse – Τίθεται ὁ ἀριθμητικὸς μονάδα τὸ ἀδιαίρετον εἶναι κατὰ τὸ ποσόν· ὑπόθεσις δ' οὐκ ἔστιν. (*Anal. Post.* I72a22) » comme un intégrisme métaphysique.

Si nous écoutons toutefois cette même suite comme une démonstration, elle affirme [cf. §3.2] : « si a était un nombre entier, 1 serait un nombre pair. Donc a n'est pas un nombre entier, et « 1 » n'est pas en tant que tel le résultat d'un redoublement « $n \times 2$ » tandis qu'au contraire 2 et tout autre n est « $1 \times n$ » »

Cette démonstration nous impose, *de fait*, l'ordre préétabli selon lequel le 1 vient invinciblement avant le 2, et pas l'inverse, et c'est cet ordre préétabli, que nous ne pouvons pas nous empêcher de saisir lorsque nous saisissons le mouvement $\overrightarrow{a_{t1}b_{t2}}$, qui nous renvoie, nous dit Aristote, à son premier début :

(303) « [1] Tout enseignement et tout apprentissage [διδασκαλία καὶ πᾶσα μάθησις] rationnel discursif [διανοητικῆ], naît [γίνεται] d'une pré-connaissance [προϋπαρχούσης γνώσεως]. [...] »

[2] Est principe [ἀρχή] une prémisse immédiate d'une démonstration, et est immédiate celle à laquelle aucune autre n'est antérieure. » [Aristote, *Anal. Post.* I, 71a1 ; 72a8. Ma trad. Les crochets sont de moi.]

En [1] – Le premier commencement des *Analytiques Postérieures* – la perspective est rigoureusement génétique et dynamique. Toute connaissance mathématique, en sa double polarité d'émission/réception, « γίνεται ». Hamilton dirait qu'elle est toujours « nascent, or in process of generation » ((177)) : une évidence mathématique, soit-elle enseignée ou apprise/« exécutée » (ce dernier étant le double sens de « mathésis » comme *nomen actionis* et *nomen rei actae*) n'existe pas en dehors de l'événement de sa mise-en-évidence. Or, [2] même si une pré-connaissance est aussi nécessaire à l'éclat final d'une mise-en-évidence qu'au moins trois battements successifs sont nécessaires pour qu'une fréquence sonore se présente à nos oreilles... ce même éclat, affirme Aristote, est le porteur immédiat non seulement de la vague qui à son tour le porte jusqu'à nous, mais aussi du début *absolu* de cette même vague. Autrement dit, au cœur de l'ordre *proteron* → *hysteron* [précédant/successeur] qui nécessairement rythme le dynamisme interne de tout épisode de « démonstration », nous trouvons forcément le *proton* : le « premier » qui ne nous renvoie pas ailleurs.

Dans le cas présent, l'*arché* est la « monas », l'unité, qui ne se présente pas, continue Aristote, comme une « hypothèse » ou une chose posée et définie selon notre libre choix opératoire mais, comme Wittgenstein le dirait, comme « was der Fall ist » [« ce qui est le cas » : 1918 : §1], « ὅτι ἔστι » : un fait ultime (premier) et indépassable :

(304) « Il y a deux façons dont une pré-connaissance s'avère nécessaire : pour certaines circonstances [τὰ μὲν] il est nécessaire de saisir à l'avance que c'est le cas [ὅτι ἔστι], pour d'autres [τὰ δέ] il faut en revanche comprendre ce qu'est ce dont on parle, dans d'autre cas encore, il faut les deux. Par exemple, que de toute chose soit vrai de l'affirmer ou de la nier, il faut savoir à l'avance que c'est le cas ; pour le triangle, qu'il signifie ceci, tandis que pour l'unité, les deux à la fois : ce qu'elle signifie, et que c'est en effet le cas [ὅτι ἔστιν : le fait qu'elle est]. Ce n'est en effet pas de la même façon que chacune de ces circonstances se manifeste à nous. » [Ibid. 71a13. Ma trad.]⁴⁶

Notre début – l'*ist₀* de notre suite démonstrative $\overrightarrow{a_{t1}b_{t2}}$ – est donc enfin ce même début que personne n'a jamais omis de considérer comme tel : « Soit donnée la suite 1, 2, 3... qui commence en 1 ». Dans ce début-de-démonstration, nous devons pouvoir entendre – pour clore ce travail – la même

voix qui détache comme une évidence subite la présence d'un homme sur n'importe quel bruit de fond, pour ensuite nous rendre intimement certains qu'un parlant a été là, si un « trait de plume » est là. À cette fin encore un arrêt nous est nécessaire.

(4) LIRE « 123 »... – En effet, non seulement tous les mathématiciens⁴⁷ et les philosophes, mais tout le cosmos apparaît en résonance sur ce premier accord...

{305} « Un, deux, trois... mais le quatrième ? » [Platon, *Tymée* 17b]

{306} « [1] L'histoire des notations numériques nous apprend que les trois premiers chiffres romains sont des fossiles vivants. [...] Les trois premiers chiffres, I, II, III, sont limpides : autant de bâtons que d'unités à représenter. [...] Pourquoi diable les hommes ont-ils abandonné une notation qui, après tout, fonctionnait bien ? Comment l'arbitraire du IV ou du V, avec tout ce qu'il requiert de savoir implicite de la part du lecteur, s'est-il substitué à la limpidité du III ou du IIII, qui mettait le nombre à la portée du premier berger venu ? Et, surtout, si pour une raison ou une autre une révision du système de notation numérique s'imposait, pour quelle raison les trois premiers chiffres I, II et III y ont-ils échappé ? [...] Contingence historique, souffleront certains. [...] Pourtant, la singularité des chiffres 1, 2 et 3 a quelque chose d'universel qui transcende l'histoire du monde méditerranéen antique. Georges Ifrah, dans son histoire des notations numériques, démontre que, dans la très grande majorité des civilisations, les premiers chiffres s'écrivent comme dans la notation romaine en répétant autant que nécessaire le symbole de l'unité. Or toutes les civilisations cessent d'employer ce procédé au-delà des nombres 3 ou 4. » [Dehaene 1997 73-74]

{307} « Je considère toute l'arithmétique comme une conséquence nécessaire, ou à tout le moins naturelle, de l'acte arithmétique le plus simple, celui de compter, le comptage n'étant rien d'autre que la création successive de la suite infinie des nombres entiers positifs, dans laquelle chaque individu est défini par son prédécesseur immédiat ; cet acte le plus simple consiste à passer d'un individu déjà créé à la création de son successeur. » [Dedekind 1872 : 13]

{308} « [1] DU CALCUL AVEC LES DOIGTS. Pour expliquer la formation des langues, j'ai commencé par observer le langage d'action. Or le calcul avec les doigts est le premier calcul, comme le langage d'action est le premier langage. Pour expliquer la formation de toutes les espèces de calcul, je commencerai donc par observer le calcul avec les doigts. En ouvrant successivement les doigts d'une main, nous nous représentons une suite d'unités, depuis un jusqu'à cinq ; et nous étendons cette suite jusqu'à dix, si nous ouvrons successivement les doigts des deux mains. Or j'appelle numération cette opération des doigts, par laquelle nous nous représentons successivement une unité, deux, trois, jusqu'à cinq ou jusqu'à dix. [...] La numération fait les nombres, en ajoutant successivement les unités une à une. [2] Mais, comme un enfant monte les degrés deux à deux, après les avoir montés un à un, je puis, par l'habitude du calcul, ajouter tout à coup deux unités à deux, à trois, et découvrir le nombre qui en résulte, de même que je l'aurais découvert en ajoutant les unités une à une. Il est évident que cette opération est au fond la même que la numération ; et qu'elle n'en diffère que parce qu'elle fait tout à coup ce que la numération ne fait que successivement. Voilà ce qu'on nomme addition : c'est une numération plus rapide que la numération proprement dite. Numération et addition sont donc au fond la même chose, comme monter les escaliers deux à deux et les monter un à un, ne sont au fond que monter. [...] [3] Mais si, par l'habitude du calcul, je savais que deux fois trois font six, alors au lieu d'ouvrir deux doigts, puis deux, puis deux encore, j'en ouvrirais tout à coup six. Or, à cette addition faite en une fois je donnerai un nom particulier, pour la distinguer d'une addition faite à plusieurs reprises ; je l'appellerai multiplication. La multiplication n'est donc proprement qu'une addition. » [Condillac 1821a.]

... une résonance universelle sans doute précieuse, mais qui demande prudence.

Quant à la {306}, Dehaene intègre ici ce que nous avons entendu sur le « nombre d'or de l'écriture en {269}. En synthétisant le complexe de ces résultats expérimentaux, nous dirons que dans les suites « I II III » « – = ≡ », « ʎ ʎ ʎ », « ●, ●●, ●●● » etc. etc. quelque chose d'ultime – et de premier – met enfin *tous* d'accord sur notre planète. Pas besoin de savoir lire... même pas besoin de savoir *parler*. Dans « ●, ●●, ●●● » – que le généalogiste appelle pour cette même éblouissante raison des « fossiles vivants », mais qui bien au contraire ont toute l'apparence d'une Ceinture d'Orion, capable d'orienter la Terre entière sans distinction de royaumes ou d'âge de la vie – ... dans « ●, ●●, ●●● », dis-je, la chose et l'image, le symbole et le graphème, le nombre et la grandeur, l'animal et l'homme, l'enfant et l'adulte... tout se condense en une seule certitude universellement partagée.

Ensuite l'homme apprend à lire : « 1,2,3 »^a... mais c'est *ici* que nous devons impérativement nous arrêter – avant les audaces de Dedekind et Condillac – car notre but est d'assister à l'effective naissance d'une démonstration, depuis son *vrai* début, et c'est cela qui implique que nous évitions le passage/piège (vraiment létal) : « 1, 2, 3 \rightarrow 1+2=3 ».

Ce piège projette subrepticement des opérateurs (+ et =) au milieu d'une suite de simple *lecture* qui, en elle-même, n'en a aucun besoin, malgré la façon bolzaniennne d'en parler (cf. (288)) et l'hésitation de Dedekind en (307), entre une « nécessité » sans doute injustifiable et une « naturalité » encore toute à expliquer... Le *pire* étant en tous les cas ce que Jean Dhombres a appelé le « carcan de Condillac », parfaitement exprimé par le passage en (308) :

(309) « La méthode condillacienne d'analyse prétendait décomposer en fin de compte la plupart des questions en un enchaînement d'identités logiques, volontairement naïves. [...] Ce type de [démarche] ne convenait pas du tout à nombre de scientifiques. » [Dhombres 1987 : 291].

Bien malheureusement, la totalité des livres d'enseignement des mathématiques pour les premier, deuxième et troisième cycles dans tous les pays de l'OCDE utilisent à présent ce même carcan explicatif fondé sur sa propre évidence : « Il est évident que cette opération est au fond la même ». La numération est une lente addition ; la multiplication est une addition rapide... et tout cela revient évidemment au « même ». Il est *évident*, pourtant, que nous n'avons aucun fondement d'évidence pour justifier cette suite d'identifications successives : sur quelle base serions nous autorisés à dire que compter est additionner, et que multiplier est additionner ? La seule « évidence » est que « 1+1+1+1=1×4 », mais ceci n'est qu'une évidence déjà algébrique, et il ne s'agit certainement pas de l'évidence « "+" est le même que "×" » car ceci est faux. Les mots en (308) ne font donc que dire l'identité de résultat entre deux opérations différentes et déjà existantes : ils ne nous disent rien sur *que fait-il* un homme lorsqu'il compte ses doigts grâce à ses doigts. Et en plus, quelle « opération déjà existante » correspond aux mots « La numération fait les nombres, en ajoutant successivement les unités une à une » ? Dirons-nous que « 1, 2, 3=1+1+1 » ? Mais cette opération *n'existe pas* ! Ces mots sont donc dépourvus de toute forme d'« évidence » algébrique qui ne soit de la pure Idéologie.

I. ...*afin de réactiver le « 0 opératoire » de notre santé* – D'autre part, la puissance extraordinaire de cette idéologie dérive d'un état de choses que j'ai eu soin de mettre en lumière dans la double façon dont j'ai présenté la suite $\overrightarrow{a_{t_1} b_{t_2}}$. Du point de vue de l'événement concret qui se produit dans l'esprit/corps de l'énonçant, le propos « soit donné le nombre *a* » peut certainement éviter de démarrer depuis son *arché* effective, son « 0 » aristote/galiléen, en se posant dès le départ comme une toute simple « opération ». L'identification de « *a* » sur la base de « $a \times 2 = 1$ » se produit en fait au travers d'une seule et même énonciation – « 1/2 n'est pas un nombre entier » – qu'il s'agisse d'une *opération* ou d'une *démonstration* par l'absurde de l'existence des « nombres rompus », comme Stevin les appellerait. En d'autres mots, nous pouvons certainement entrer directement dans le domaine purement opératoire où il est apparemment indifférent que le 1 vienne avant ou après le 2, sans passer par aucun type de certitude apodictique de niveau « 0 » comme « l'unité est indivisible ». Avec une analogie très pertinente, nous avons bien vu qu'une sphère de Newton qui marche à vitesse *n* à la suite d'un choc, *ne passe pas*, lorsqu'elle est frappée, par tous les degrés de vitesse qui la séparent de $v = 0$, car ces vitesses se déroulent en une dimension du phénomène qu'elle peut sans doute ignorer, tout en étant – de toute évidence – intégralement dirigée. De même, un mathématicien peut passer toute sa vie en plongeant directement et sans délai dans la dimension purement opératoire de son travail, sans *jamais* « passer par le 0 » et même en niant qu'une telle propulsion initiale soit quelque chose de plus qu'une simple « convention ». Pour cette raison Edmund Husserl se pose la question de comment *réactiver* la vie d'une opération mathématique :

(310) « Au regard de l'accroissement finalement prodigieux d'une science comme la géométrie, qu'en est-il de la réactivabilité, de son exigence et de sa faculté ? Quand chaque chercheur travaille à sa place dans l'édifice, qu'en est-il des pauses professionnelles et des pauses du sommeil qu'on ne doit pas omettre ici ? doit-il, quand il se remet à la poursuite de son travail actuel, commencer par parcourir toute la chaîne prodigieuse des fondations jusqu'aux archi-prémises et en réactiver effectivement la totalité ? il est manifeste que, dans ce

^a Sur tout cela cf. Annexe I.

cas, une science telle que notre géométrie moderne ne serait absolument pas possible. Et pourtant il est impliqué dans l'essence des produits de chaque étape que leur sens d'être idéal ne soit pas seulement un sens survenu en fait plus tard, mais que, puisque le sens se fonde sur le sens, le sens antérieur livre quelque chose, dans la dimension de la valeur, au sens ultérieur, et même s'intègre à lui d'une certaine façon ; aussi, à l'intérieur de l'architecture spirituelle, aucune pièce n'est-elle indépendante ni, par conséquent, immédiatement réactivable. [...] Mais en revanche comment une science telle que la géométrie est-elle possible ? Comment peut-elle, en tant qu'édification d'idéalités étagées, édification systématique et s'accroissant indéfiniment, maintenir sa vertu signifiante originaire dans une réactivabilité vivante, alors que sa pensée connaissante doit produire le neuf sans pouvoir réactiver, jusqu'aux plus bas, les étages passés de la connaissance ? » [Husserl 1936b : 412]

Ce que je cherche à faire est enfin de fonder, au niveau théorique, une effective « réactivabilité vivante » de tout comportement humain qui *démarre* – vraiment, pleinement, franchement et courageusement – avec un « soit donné... », car un « cerveau » humain qui ne s'approprie jamais – = qui ne démarre jamais, en pleine autarchie dynamique – une action *purement* humaine est destiné à la dégénérescence.

Ce point demande une pause de digression, car nous sommes là au cœur pédagogique/thérapeutique du problème. C'est ici, enfin, que je commence à fournir ma réponse de résolution à l'énigme du mathématicien/Golem, massacré par ses accès de migraine du week-end. Je m'explique.

Il n'y a rien de plus fort pour organiser notre « cerveau » – c'est-à-dire notre vie humaine – que des enchaînements de symboles régis par la loi poincariste de l'*évidence*. Ces symboles capturent à jamais notre « matière grise » et notre *voix*, avec une puissance de *sens* sans égale. Qu'il s'agisse de nos analyses médicales, de nos déclarations d'impôts ou de notre compte bancaire... ce sont bien les « fossiles vivants » 1,2,3... qui orientent notre vie d'hommes qui parlent. Or, au cœur de cette extraordinaire puissance vocale, on fait vibrer un *modus declarandi* « opportuniste », « pragmatiste », « conventionnaliste »... qui activement empêche les hommes qui lisent « 1,2,3... et le reste », de s'approprier leurs actions, en s'en attribuant l'origine causale (l'*arché*). J'ai déjà évoqué ce noyau kantien de toute la question. Kant distingue, dans la *Critique de la raison Pure* [Dial. Transc., II : L'*Antinomie de la raison pure*, 9^e Sect: *Possibilité de la causalité par la liberté, en accord avec la loi universelle de la nécessité de la nature*] entre un « caractère empirique/sensible » et un « caractère intelligible » du sujet humain [B566/567]. Ici « caractère » signifie la forme spécifique qu'une certaine cause efficiente possède pour être la cause qu'elle est. Au niveau de notre « caractère sensible » – en tant que « causes matérielles », dirait Aristote – nous ne pouvons pas nous attribuer l'origine ultime de nos mouvements physiques, car nous sommes immergés dans le flux dynamique du monde : nous n'en sommes qu'un point de passage. Au contraire, nous n'existerions même pas – comme êtres humains – si nous n'étions pas en mesure de dire : « moi j'ai fait cela », en nous attribuant la responsabilité *éthique* de nos actions. L'auto-attribution *morale* d'une action de la part d'un homme n'est donc pas qu'une option éthico/existentielle, car elle est inscrite dans les simples conditions logiques d'identifiabilité d'une « action » – de *cette* action – en général. Le « cerveau » humain – en ce qu'il nous permet de saisir le sens de nos « opérations » – est un organe qui se centre et s'« auto-organise » à partir de cette racine purement nouménale. Est-ce faux ? Ce n'est qu'une illusion, car nous ne sommes, en réalité, que des mécanismes ? Mais cela ne change *en rien* la situation ! Nous dirons dans un cas pareil que notre cerveau est une machine non seulement à illusions perceptives [§10.4(3)] et à autopropulsion méditative [§10.3(8)], mais aussi à auto-illusion transcendantale. De fait, notre *software* marche comme-cela... avec un Ego qui dit : c'est MOI l'*arché* de mes actions, et qui sait en plus qu'une bêtise est une bêtise, *sive vigilem sive dormiam*, dirait Descartes. En conséquence, si le jour du *Shabbat* nous ne permettons pas à ce même « cerveau » d'aller se ressourcer au niveau *transcendantal* de son auto-organisation, et que, jour après jour, nous l'empêchons de démarrer authentiquement chacune de ses actions, et de les orienter selon une destination effectivement humaine..., ce même « cerveau » *feindra* le vide d'un chaos hésiodien, qui n'est qu'une autre *fable* !... Aussi faussement existante que le « vide entre deux cycles d'assimilations », dont parle Piaget en (107). Tout « système » naît sans cesse de son début, de ses racines, de sa propulsion initiale. Tout nombre, enseigne Stevin, *commence* en 0. De même, toute action humaine exige qu'une *arché* « soit donnée » à la source de chacune de ses manifestations. Si nous n'acquérons pas cette conscience, aucune neurophysiologie golémiste et chaotisante ne pourra venir à bout de la question. J'espère

vraiment que mon travail pourra contribuer à cette compréhension, qui est à l'origine de ma propre guérison.

(5) VOIX→TdP{abc/123} – Nous restons donc au stade de la simple lecture préopératoire de « 1, 2, 3... ». Nous *comptons en lisant* : malgré Condillac, Bolzano etc. nous n'*additionnons* pas ; malgré Bourbaki ((20)) nous ne *calculons* pas ; et malgré Hernstein ((21)) Kemeny [cf. Annexe II] et Piaget (311) nous ne *combinons* pas des chiffres. Que faisons-nous, donc, lorsque nous reconnaissons un nombre devant nous, une fois que – ayant appris à lire – la suite cosmique « ●, ●●, ●●● » s'est irrévérablement transformée en la suite « 1, 2, 3 » ? La réponse à cette question, nous allons en tous les cas la chercher dans la perspective combinatoire sur les critères d'identification d'un nombre lu : une perspective qui est évidemment trop puissante pour ne pas contenir une forte dose de vérité.

Ma méthode est très simple, et en continuité avec celle que j'ai appliquée en §3.2 à propos de la séquence intra-mathématique « $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{Q}, \mathbf{Z}\} \rightarrow \mathbf{R}$ » [grandeurs → naturels → rationnels/entiers → réels], comme modèle général de notre croissance mentale.

Le premier passage de cette séquence – « $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{N}$ » – indique l'apparition d'une dichotomie grandeurs/nombres au sein de notre monde représentationnel, à son tour engendrée par la dichotomie interne qui caractérise les nombres par rapport aux grandeurs en opposant, à l'intérieur des premiers, des entités dichotomisables (nombres pairs) à des entités non dichotomisables (nombres impairs). Cette séquence est toutefois déjà interne aux mathématiques, et présuppose donc que le sujet humain qui l'incarne sache déjà lire, en ayant déjà réalisé une dichotomie d'ordre encore plus général : celle qui oppose l'univers des lettres « abc » à l'univers des nombres/grandeurs « $\mathbf{G}-\mathbf{N}$ ». Nous allons donc contempler d'un point de vue à la fois combinatoire et absolument epochisant, le moment où devant notre conscience s'opère cette première dichotomie fondamentale, qui doit *forcément* naître en même temps que l'apprentissage de la lecture. Nous écrivons dans ce cas « Voix→TdP{abc/ 123} », où « TdP » signifie « Trait de Plume », qui est *en soi* aussi insaisissable que la simple « voix humaine » sans des mots en une langue déterminée qui la manifestent. Notre « époque combinatoire » est en revanche dans le fait de savoir que nous ne lisons pas *car* nous combinons des symboles, mais que nous combinons des symboles car nous savons lire.

Lorsque nos yeux se posent sur un nombre écrit, et qu'ils le reconnaissent comme tel, nous faisons, affirme Piaget, une proto-« expérience logico/mathématique » :

(311) « Aux niveaux élémentaires, toute connaissance commence avec l'expérience, mais nous pouvons distinguer dès le début les expériences physiques, dues à des abstractions tirées de l'objet, et les expériences logico/mathématiques, dues à des abstractions réfléchissantes tirées des coordinations entre les actions du sujet (comme imposer un ordre aux objets, ou le modifier pour vérifier $2+3=3+2$). En conséquence, la prétendue « tautologie » qui caractérise la logique, est certainement fondée lorsqu'il s'agit de fixer une propriété « toujours vraie » de certaines opérations, mais *le « toujours vraie » ne se réduit pas à une identité, parce qu'il peut bien résulter d'une combinatoire*, qui est un processus tant de diversifications que d'identifications. » [Piaget 1993 : 79. Ma trad. Les italiques sont de moi.]

Pour Piaget, la « combinatoire » est une explication d'elle-même ; elle exprime non pas une cinématique de la pensée et de la vie, mais *la cause* de sa propre structure. Ce modèle explicatif nous le connaissons désormais très bien : l'« expérience logico/mathématique » qui conduit aux nombres est celle d'un sujet qui coordonne, organise, ordonne... en assemblant de la sorte l'identité de ses objets, qui finalement « *résulte* d'une combinatoire ». Comme le contraire est vrai, nous nous demandons d'où cette idée inversée tire son immense attrait.

I. *Combiner est voir ce qui va se passer* – Nous savons lire « 123 » *c'est-à-dire*, nous savons les combiner-et-recombiner : « 321 », « 231 » etc. Or, que faisons-nous, effectivement, lorsque nous « combinons » des objets pour en obtenir d'autres ? « Les expériences logico/mathématiques » nous dit Piaget en (311), sont « dues à des abstractions réfléchissantes tirées des coordinations entre les actions du sujet, comme *imposer un ordre* aux objets, ou le modifier pour vérifier $2+3=3+2$ ». Mettons-nous dans les yeux et les oreilles de l'enfant qui impose un ordre – « ab... » – et le modifie pour vérifier : « ...ab » ($\overline{ab/ba}$: le vecteur de cette « imposition » est bien notre fil d'Ariane). Nous avons déjà rencontré les « expériences pour voir » en (116) : l'enfant regarde-pour-regarder, sans intervenir dans le spectacle contemplé. Dans un cas pareil, l'on ne saurait pas affirmer qu'il regarde

pour « manipuler ». *Manipule-t-il son propre regard, en ce qu'il aime regarder ?* Cela serait bien contradictoire. Il aime ce regard qu'il a : il l'exerce tel qu'il est, de façon parfaitement intransitive et réfléchissante. Il n'aime que goûter la saveur de la lumière. Si ensuite il passe à l'étape de l'« expérimentation active », et qu'il intervient donc dans le spectacle contemplé... ne sera-ce pas pour approfondir cette même contemplation « en modifiant » le cadre observé – comme Piaget le dit – pour « vérifier » ? Et que-fait-il un homme, au juste, qu'est-ce que ciblent ses yeux, lorsqu'il change quelque chose dans le monde « pour vérifier » ? L'enfant essaie, manifestement pour voir *ce que cela donne*, ou *que va-t-il se passer* s'il change un « 2+3 » avec un « 3+2 ». Il est question toujours et encore d'un événement, sa forme, sa voix, sa façon de bouger. Un nombre, d'autre part, est le mouvement, l'événement d'un nombre, avec ses irréductibles rythmes de déroulement, tandis que « combinaison » est la translittération du grec $\sigma\upsilon\mu\beta\alpha\acute{\iota}\nu\epsilon\iota\nu$ [*synbainein*] qui signifie « avoir lieu », « se passer ». Chez Aristote le « $\sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\beta\epsilon\kappa\omicron\varsigma$ » [*synbébekos*] est l'« accidens », qui signifie « ce qui se passe maintenant », et pas nécessairement ensuite. Du point de vue mathématique cela répond à l'évidence partagée qu'ainsi que la « fréquence » en physique signifie le « nombre d'événements » qui se passent dans une unité de temps donnée, la « fréquence » en calcul combinatoire et des probabilités désigne elle aussi la mesure d'une grandeur rigoureusement événementielle.

II. *Une combinaison de nombres est une situation purement expressive* – Mais il y a plus, et c'est cela qu'il faut bien établir, pour redresser les choses. L'« événement d'un nombre » est une entité *purement expressive*. Lorsqu'un nombre « se passe », ce qui se passe est la présence purement expressive d'une « situation possible dans l'espace logique », dirait Wittgenstein.

Le long de tout ce travail j'ai maintes fois souligné que, dès qu'on pénètre le champ des mathématiques, on est irréversiblement dans la Représentation : tout ce qui nous est accessible est soit (+) nécessaire soit (–) impossible, à savoir toujours potentiellement les deux en même temps comme dans tout autre champ bipolaire. Notre esprit mathématicien est constamment en présence de situations strictement impossibles *grâce* auxquelles il confirme la solidité de ses constructions : la pensée bouge ici dans un monde de pure virtualité rationnelle, aussi nécessaire pour sa capacité d'autoréalisation que l'est, et sur cela aussi je n'ai arrêté d'insister, la dimension de l'être-en-puissance dans l'ordre des phénomènes externes (les « travaux virtuels » qui équilibrent tout système statico/dynamique). De toute évidence donc, le nombre déborde largement, quant à son champ d'applicabilité, le domaine du « possible » [cf. Bolzano (56)]. Lorsque notre esprit combinateur est prêt à « remplir une place vide » encore dans la suite positionnelle des dizaines ou des centaines... afin que tout le « dénombrable » soit en effet dénombré, il se mesure donc à l'étalon non pas de la « réalité » – censée ne pas contredire l'impossible, et donc infiniment bornée par rapport à la pensée – mais de la représentation, et en elle, de l'*expression*. Autrement dit, lors de nos combinaisons nous ne passons des « unités » aux « dizaines », et d'ici aux « centaines »... que lorsque nous avons exprimé tout l'*exprimable* : tout ce qui peut avoir un *sens discernable* par rapport à la totalité des choses qui l'entourent. Le fait que des nombres comme 223, 322, 232 soient mutuellement discernables car l'« ordre compte », et qu'en plus, nous y trouvions des occurrences répétées du même symbole, montre justement cela : que nous n'avons à faire à des « situations possibles » qu'en ce qu'elles sont d'abord « exprimables ». Dans la réalité nous pourrions avoir par exemple deux chaises identiques - 22- et une chaise différente - 3 - mais les chaises « restent les mêmes » dans toutes dispositions *réelles* possibles. Ce qui rend donc effectivement discernables nos trois nombres 223, 322, 232 n'est leur *actualité* qu'en ce qu'ils expriment, représentent, en les rendant mutuellement discernables, des situations discernables *en leur représentation expressive* : le seul domaine où un dénombrement, et donc une mathématique, prend corps. Je dis alors : l'essence de toute manipulation est *essayer*, faire expérience, s'enrichir d'histoires à raconter sur le monde, et lorsque nous « manipulons » un nombre, nous essayons pour voir ce qu'il va se passer au sein d'un univers narratif et événementiel censé couvrir toutes les possibilités expressives représentables.

Si nous allons voir maintenant selon quel critère nos yeux de purs et simples lecteurs découpent un nombre dans une page remplie de mots – pour seulement ensuite démarrer des « opérations » – nous nous verrons confirmés dans cette vision fondamentale.

III. *« Cette expression doit pouvoir avoir un sens »* – Nous *lisons* : « 123 » ; nous reconnaissons cette expression comme un nombre, et dans cet événement aucune « opération » n'est encore à l'œuvre. Nous savons en revanche [§3.2] que dans une mathématique vivante toute « expérience logique » comme « $2=2+0=0+2=2$ » n'est que le premier moment d'une hamiltonienne « pair of

dates », dont le deuxième a fatalement l'air provocateur d'un « $2^0=1$ » et la saveur inoubliable d'un bleu sur le nez. Ce contrecoup nous laisse toutefois dans les mains une première expérience effective, qui sonne : « je ne sais pas encore lequel, mais tout cela [$2+0=2$ & $2^0=1$] doit bien avoir *un sens* ». Or nous l'avons dit : la sève vitale – le sang – des mathématiques, est dans ce contrechoc, et dans la prise de conscience qu'il engendre. La vraie *mathésis* n'est que l'horizon transcendantal que la conscience humaine se donne pour voir surgir le soleil d'une vérité évidente, et écouter ensuite le temps nocturne qui suivra son coucher. Pendant ce temps, une « voix muette » – la même qui parle à Sagredo pendant son Voyage « da Aleppo à Alessandretta » ((276)) – nous dira, doucement, qu'*un sens demeure intact sur le fond secret des choses...* et si nous faisons un pas en arrière, nous voyons que dans cette phrase se trouve le même sang qui depuis le départ coule en effet dans toute combinaison de nombres.

En fait, avant de faire l'expérience piagétienne « $2+3=3+2$ » – c'est-à-dire $\overline{ab/ba}$ – un homme apprend à lire, et donc à faire l'expérience « 123 ». Seulement une fois cette expérience achevée, il pourra accéder au sens de « $2+3=3+2$ ». Allons donc voir ce qu'il y a de *profondément combinatoire* dans l'expérience de la lecture et de l'écriture de « 123 ».

(A) L'homme qui lit « 123 » reconnaît qu'il s'agit d'un nombre et non pas d'un « mot » car « 321 », « 312 », « 132 »... ne sont pas ce même nombre, mais ils sont tout de même encore [*stets wieder*, dit Dedekind] *des* nombres, ainsi que le sont toutes les autres écritures numériques de deux ou trois chiffres (456, 789...), ou plus (12345, 67890...). Avec les mots ce n'est pas la même chose : à la différence de « trois », les écritures *siort*, *rtois*, *tsior*... ne sont ni ce même mot ni (dirait-t-on) *des* mots. Celle-ci est notre donnée primordiale, car ne pas saisir « 123 »-« 456 » comme deux nombres et « trois »-« *siort* » comme un mot et une simple suite de phonèmes signifie ne pas savoir lire.

(B) Lorsque l'esprit d'un homme fait cette expérience de l'identité de *nature* entre « 123 », « 321 », « 4567 »... il constate que dans tous ces cas il reste « dans le nombre », mais il ne le fait que grâce à ce qui est *exprimé* par ces suites de symboles, avant que tout « groupe » formellement défini ne puisse se condenser dans son futur monde de mathématicien. Or, ce qui est exprimé à ce niveau primordial de la différence $abc/123$... est la simple et pure permanence d'*un sens*. Autrement dit : la différence entre le couple combinatoire « 123/321 » et le couple combinatoire « trois/*siort* » n'est pas essentiellement « combinatoire », car ce qui éclate devant nos yeux quand nous contemplons « 123/321-trois/*siort* » est que dans le premier cas *un sens* se conserve, tandis que dans le deuxième non. C'est ce passage qui a capturé l'attention de Frege et Wittgenstein, et qui a totalement échappé à Piaget lorsqu'il va chercher dans les opérations « $2+3=3+2$ » l'identité générale du nombre. Dans les combinaisons intercalées par un opérateur « $2+3$ » et « $3+2$ », un « même nombre » *déterminé* est conservé, certes, mais à la seule condition que dans les écritures « 23 » et « 32 » une même *nature numérique* soit conservée, et la nature de cette même nature se révèle en ce qu'à la différence des mots composés par *abc*... les mots composés par 1,2,3... gardent en tous les cas *un sens* dans toutes les situations... dénombrables. Se définit « nombre », donc, ce *mot* écrit qui conserve *un sens* dans n'importe quelle variation de son écriture : ce qui n'implique pas, naturellement que l'ordre 1,2,3... - où le 1 vient avant le 2, ne soit rigoureusement et définitivement établi dès le début.

Cette propriété sémantique de la conservation d'*un sens* lors de toute écriture – en elle-même *ordonnée* – d'un nombre positionnel, a un poids décisif pour la compréhension de la nature combinatoire *profonde* du nombre. Il est difficile de fixer cette distinction entre conserver *un sens* et conserver *son sens* (de nombre), car il est immédiatement évident – c'est cela qui a trompé Piaget, en le faisant enfin se précipiter sur la conservation d'un même nombre *déterminé* – que la conservation d'un pur et simple *sens* chez le nombre écrit, coïncide avec la conservation de la spécifique *nature de nombre* de l'objet signifié... Mais c'est justement ici le pivot qui réoriente le système : notre question concernant le nombre *lu* se résout justement en interpellant ce rapport profond entre *rester un nombre* dans n'importe quelle combinaison de symboles et *conserver un sens* dans n'importe quelle... combinaison de symboles. Plutôt que « calculer le sens » du mot lu [Cf. Annexe I] nous lisons ici le sens du nombre calculé.

(C) Quant aux lettres *abc*... je viens d'affirmer, à propos de « 123/321-trois/*siort* », que dans le premier cas *un sens* se conserve, tandis que dans le deuxième non. Il est vrai aussi, en revanche, que « *siort* » ne se borne pas à ne pas avoir un sens : car il s'agit, et d'autant plus nettement, d'une *expression* (un mot) sans sens, mais qui *doit pouvoir* en avoir un – = cette suite de phonèmes, ce mot, doit être une entité potentiellement porteuse d'un sens – car dans le cas contraire aucune « voie

phonologique » ((266)) au sens d'un mot inconnu ne serait disponible, et nous ne pourrions d'aucune façon apprendre ni à parler ni à lire.

(D) Ce « doit pouvoir avoir un sens » nous renvoie enfin d'un côté vers l'arrière : un « mot » sans sens comme « siort » est l'évidence éclatante qu'un *parlant* est en train de nous adresser la parole (ne serait-ce que nous-mêmes dans notre tête) : nous dirons alors qu'il s'agit du degré 0 du sens des mots. De l'autre côté vers l'avant, à l'explosion opératoire de notre $2^0=1$, qui est enfin l'expression éclatée de la silencieuse certitude que si quelqu'un nous dit « siort », il est en train – en tous les cas – de nous communiquer quelque chose.

Cette classification « proto-combinatoire » de la différence « abc/123 » nous montre donc que les mots en toutes lettres tracent des trajectoires signifiantes en quantité limitée par rapport à la certitude *a priori* qui nous est offerte par les combinaisons de chiffres numériques. Il faut toutefois bien se représenter l'horizon fondamental au sein duquel cette dichotomie se fait. Cet horizon est le champ dynamique indiqué par notre « TdP » : une même ligne d'écriture encercle un champ expressif et événementiel où la totalité de ce qui se passe doit *pouvoir avoir un sens* :

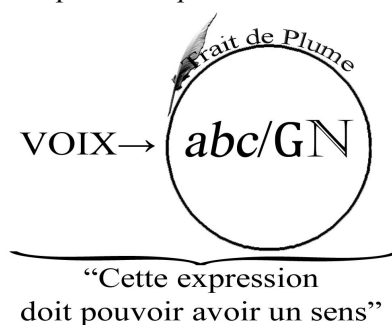


Figure 83'

À l'école, c'est notre voix – soit-elle « muette » ou retentissante – qui transforme le « trait de plume » en des expressions nécessairement susceptibles de nous révéler leur sens. Ce n'est qu'une fois que ce champ unitaire et homogène s'est formé devant notre conscience, que nous pouvons tracer une *diàresis* distinguant entre le trait-de-plume des lettres et le trait-de-plume des nombres/grandeurs. Encore une fois, donc, une même force – la force exercée par le postulat « ceci doit pouvoir avoir un sens » – s'avère procéder par émanations successives, productrices d'un enchaînement orienté de « coupures » qui instituent, au fur et à mesure, les dimensions fondatrices de notre expérience herméneutique du monde.

(6) « 123/321 » : LE DIAMÈTRE DE SALVIATI

(312) « Lorsqu'ils sont prononcés par eux-mêmes, les verbes sont des noms, et signifient une chose déterminée. En effet le locuteur arrête sa pensée et l'auditeur se calme [ἵσθησι γὰρ ὁ λέγων τὴν διανοίαν, καὶ ὁ ἀκουσὰς ἠρεμήσεν] mais ils ne signifient pas encore si cette chose est vraie ou non. » [Aristote, *De l'Expr.* §3].

Nous voilà enfin. Une fois le Trait de Plume – notre corde vocale collective – *égalisé* devant nous, tant au niveau immédiatement perceptif de son irréversible transformation en lettre/nombre qu'au niveau métamathématique, qui nous impose d'affirmer, comme le premier de nos postulats, que notre stylo est doué de la force de forger des étalons de mesure en eux-mêmes déjà mathématiquement (et non pas conventionnellement) fiables... nous arrivons enfin à observer la façon dont une évidence mathématique démonstrative se condense devant nos yeux et dans nos oreilles.

Pour ce faire, nous renouons une dernière fois avec notre Sagredo, en nous concentrant sur le côté *interne* de la chute arithmétique décrite par Salviati en (224[6]), c'est-à-dire sur les nombres mêmes que son élève a si brillamment maîtrisés en (225). En commençant *ab unitate* – comme Salviati le dit en ((223)) – notre début théorématique (*ist₁*) est : « Soit la suite 1,2,3... ». En revanche, notre *ist₀* – notre *arché* – sera (après la démonstration ci-dessus en (3)) : l'unité est le premier des nombres, et elle est indivisible. Revenons maintenant sur l'échange en question :

(313) « [1] ((224[6])) SALVIATI – Supposons qu'on divise en esprit [*con la mente*] ces vitesses en deux parties, les degrés croissants et les degrés décroissants, par exemple ces nombres dont les premiers, ceux du temps de la descente, vont croissant jusqu'à 10 et les autres, ceux du temps de la montée, décroissant jusqu'à 1; [il écrit ces chiffres au tableau, sous les yeux de Sagredo : « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 »] on voit qu'ajoutés les uns aux autres, ils font autant que si une seule des deux parties [1 2 3 4 5 6 7 9 10] était entièrement

constituée de degrés égaux au plus grand. La totalité de l'espace parcouru avec tous les degrés de vitesse, croissants et décroissants (autrement dit le *diamètre* entier), doit donc être égale à l'espace parcouru par les vitesses les plus grandes, quand le nombre de ces vitesses fait la moitié de l'agrégat des vitesses croissantes et décroissantes. [2] ((225 [2]) SAGREDO – Je crois avoir très bien compris. Supposons que le mouvement commence en partant du repos et que sa vitesse croisse successivement par des ajouts égaux, comme cela se passe avec la suite des nombres à partir de l'unité, et même du zéro qui représente l'état de repos. Disposons-les ainsi, en en plaçant à la suite l'un de l'autre autant que nous voulons, le degré le plus petit étant zéro et le plus grand 5 par exemple... » [Les italiques et les crochets sont de moi.]

La suite « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 » est censée représenter, dans les mots de Salviati, l'espace entier d'un « diamètre ». Ce que Sagredo *voit* « con la mente » est donc un cercle centré en 10, que je reproduis en Fig. 84⁴⁸, où je représente le pendule et le diamètre « \longleftrightarrow » de son oscillation complète, jalonné par tous les degrés de vitesses, croissantes et décroissantes, par lesquelles passe la sphère oscillante. Quant aux cercles concentriques, ils indiquent la symétrie diamétrale dont Salviati parle en (224[2]) (« les degrés de vitesse en des points également distants du point le plus bas [le 10] sont égaux entre eux »).

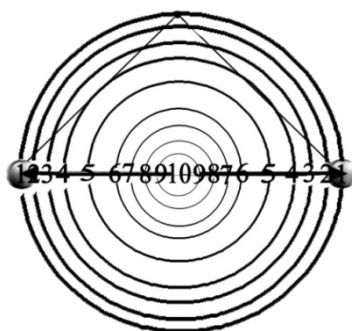


Figure 84

Le « diamètre de Salviati ». Le pendule chute en traçant un demi-cercle dont le diamètre est la ligne où se succèdent les projections successives des vitesses croissantes/décroissantes atteintes par la sphère oscillante. Ces vitesses se trouvent donc, à leur tour, aux extrêmes diamétraux d'une suite de [demi]cercles successifs et concentriques.

Pour obtenir un tel « diamètre » à partir des mots de Salviati, nous devons revenir à la « méthode du métronome » [§10.2(5)] utilisée par Sagredo dans sa réponse. Nous écouterons alors dans le passage « ...8, 9, 10/10, 9, 8... » la voix de notre clochette en Fig. 73', et nous ne compterons qu'une fois seulement les deux 10 au centre, en reculant le deuxième 10 dans la profondeur dynamique du mouvement (« simultanéité diachronique »). Les parties gauche et droite de ce diamètre seront alors respectivement « 123456789 » et « 987654321 », où $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Nous obtiendrons de la sorte $[45+(10)+45]=100$, à son tour égal à la somme $10+10+\dots+10$ répétée dix fois.

Salviati a donc déjà « divisé en esprit » le mouvement continu et rythmé du pendule, dont les « deux parties » ont l'élément central [Schnitt] en commun. Le fait que, grâce à Dieu et à sa « *velocissima e sottilissima apprensiva* », Sagredo comprenne le sens de cette méthode de comptage, en posant dans son compte rendu le 0 (et non pas le 1) comme le premier degré de vitesse, montre que le maître et l'élève sont dans ce cas déjà « en accord » sur cette écoute dynamique et de profondeur des phénomènes physiques. Nous avons déjà examiné la raison ultime qui conduit Sagredo à accepter ces suites de nombres comme des images fiables des mouvements physiques qu'elles sont censées nous faire connaître [le chiasme du PSE en §10.1(2)]. À présent notre attention recule, pour se focaliser totalement sur la substance purement arithmétique des mouvements nombrants « 123456789 », « 12345678910/10987654321 », « $\{[45+(10)+45]=100=[10+\dots+10]\}$ » etc. c'est-à-dire des mouvements que Sagredo exécute « *nella mente sua* » une fois qu'elle a été catapultée directement dans le « Monde du Sens » grâce au choc subi par ses yeux lorsqu'ils se sont ouverts sur ces suites de symboles. Ce que nous allons voir est que, dans ce cas aussi, rien d'autre que la pure application du PSE – ou mieux dit son application pure – est à la source des évidences perçues et de leur phénoménologie de manifestation, parfaitement mouvante et spontanée, et cela nous obligera à reconnaître que la forme ultime de cette même manifestation est celle d'un « isochronisme pur *a priori* » à la Kant-Hamilton, qui n'est autre que le son de notre propre voix, enfin parfaitement distillée en sa prétention de sens. Observons.

C'est désormais bien acquis qu'aucun corps se mouvant actuellement dans l'espace ne correspond à l'oscillation arithmético/physique représentée en Fig. 84, qui ne « mesure » donc que le mouvement du pendule purement potentiel qui vit et bouge dans la profondeur subtile de la sphère oscillante. Sagredo n'a en conséquence *jamais* fait l'expérience actuelle de cette fameuse « même hauteur » *spatiale* de chute/remontée. Confronté à cette suite de nombres écrits il a toutefois deux certitudes : d'un côté il croit « sans hésiter » ((89)) à ses oreilles, lorsqu'elles entendent la « clochette » d'une fréquence matériellement donnée, et nous avons vu que ces mêmes oreilles sont le champ d'une puissance « auto-égalisatrice » qui les met en immédiate syntonie avec le pendule potentiel « derrière » le pendule « de surface ». De l'autre côté Sagredo croit maintenant à ses propres *yeux*, qui de cette même façon le catapultent sans délai au-delà de l'aspect physique des graphèmes perçus, au cœur de ce « Monde du Sens » où ils commencent à bouger d'une façon parfaitement mathématique.

Nous allons alors cerner la nature de l'« égalisateur de graphèmes » qui agit si puissamment dans les yeux de cet homme, malgré le fait – chose de la plus haute importance – que dans le cas des symboles égalisés par sa perception en accord avec le « Premier Postulat des Mathématiques », aucun corps externe doué d'une *masse/poids* ne soit présent dans ou derrière ces mêmes symboles pour chuter en résonance avec la chute cognitive – parfaitement galiléenne [cf. (A6) et comm.] – du sujet humain qui les lit. En d'autres mots, c'est en *totale* autonomie physique que le transducteur humain « Sagredo » impose à la fréquence matériellement donnée de l'encre la fréquence de ses propres intentions de sens.

I. Les chutes accélérées de Sagredo – La première chose à faire est de nous réveiller de l'hypnose de l'« opération » déjà cristallisée, qui nous empêche de ressentir le mouvement de profondeur qui l'a fait parvenir à la surface de notre attention. À cette fin, commençons par observer Sagredo à l'œuvre en (313[2]).

Confronté à la suite « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 » – à savoir « \overline{ab} » – à son tour redoublée « au miroir » par Salviati comme un seul « diamètre » (« 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 », donc « $\overline{ab/ba}$ »). Sagredo focalise son attention purement arithmétique sur la première moitié de sa partie gauche (« le degré le plus petit étant zéro et le plus grand 5 par exemple ») c'est-à-dire « 0, 1, 2, 3, 4, 5 », qui reprend donc la forme « \overline{ab} »... qui est toutefois à son tour ramenée, une deuxième fois, à la forme « $\overline{ab/ba}$ » (« 0 1 2 3 4 5/5 4 3 2 0 »). En un coup d'œil : « $(\overline{ab})_n \Rightarrow (\overline{ab/ba})_{2n} \Rightarrow (\overline{ab})_{n/2} \Rightarrow (\overline{ab/ba})_n$ »^a : on redouble-en-renversant ; on divise deux fois le résultat ; on redouble en renversant le résultat. – Tous ces *opérations* nous paraissent faciles et « évidentes »... sauf à accepter, comme une autre « évidence » tombée du ciel, la « loi » purement arithmétique qui, à partir de ces opérations aussi anodines, n'enfante rien de moins que le vénérable « carré des temps » : « $0+1+2+3+4+5 = (5+5+5+5+5+5)/2$ ».

En somme : de même en [§10.1(0)] nous présupposons comme une évidence déjà acquise – au nom du « bon sens le plus vulgaire » ((214)) – qu'une perche déjà remplie de nombres soit toujours à disposition (*at disposal*) du physicien pour élever ses calculs jusqu'aux étoiles, de même maintenant, lorsque Sagredo « divise en esprit » la « perche » symétrique et purement numérique « $\overline{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1}$ », en en découpant le bout *non* symétrique « $\overline{1\ 2\ 3\ 4\ 5}$ » pour en faire tout de suite germer la sous-symétrie « $\overline{1\ 2\ 3\ 4\ 5/5\ 4\ 3\ 2\ 1}$ »... dans ce cas aussi, nous ne nous demandons pas *d'où sort-il* un tel enchaînement de mitoses/méioses, que Galilée en personne avait jugé tellement difficile qu'il fallait espérer dans la volonté de Dieu pour que quelqu'un en comprenne le sens.

Recréons alors la situation – l'événement – où ces opérations pétrifiées de notre cognition arithmétique reprennent vie : l'instant magique où de tels « esprits occultes » se présentent pour la première fois devant la conscience de leur exécuteur. Nous allons répéter, dans ce but, ce que nous avons déjà fait en §4.2.3 ((39)), lorsque j'ai feint la « 1001^{ème} fois de Sagredo », à savoir la première mémorable rencontre entre cet ami du savoir et la Fréquence. Il s'agira maintenant du récit de la première rencontre entre Sagredo et une fréquence *purement arithmétique* : ce qui représentera la conclusion de cette thèse.

II. « Tiens... » – À l'écoute des mots de maître Salviati ((313[1])), Sagredo contemple silencieux la suite de chiffres au miroir : « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 ». Pour donner raison aux

^a Les indices n , $2n$, $n/2$, n , indiquent la cardinalité des suites de nombres enchaînées pas Salviati et Sagredo.

calculs de Salviati (« le nombre des vitesses les plus grandes fait la moitié de l'agrégat des vitesses croissantes et décroissantes ») il divise « en esprit » ce même diamètre en une partie gauche « 1→9 » et une partie droite « 9→1 » en isolant donc le 10, car il le compte comme une seule « coupure » commune aux deux parties. Mais voici... il sursaute en son *corps* lorsque l'évidence le frappe que, *tiens...*, la somme des extrêmes symétriques de chacune des deux parties (rayons) internement *non* symétriques qui composent ce « diamètre » est à son tour symétrique « selon » ce même 10, qui reste toujours identique à lui-même : « $1+9=2+8=3+7=4+6=5+5=10$ » !

Ce qui nous intéresse est ce *sursaut* – « tiens !... » – qui accompagne en nous cette suite opératoire repérée « à un moment donné » au beau milieu du Monde du Sens. Remarquons bien : notre phénomène est que ni le diamètre « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 », ni la suite d'opérations « $1+9=2+8=3+7=4+6=5+5=10$ », n'engendrent dans l'âme de Sagredo (la nôtre, dorénavant) aucun effet remarquable. Ce que nous trouvons dans notre sursaut est au contraire la *découverte* que ce deuxième enchaînement opératoire parvient à véhiculer, le moment venu. En *vagues concentriques*, pour ainsi dire, nous prenons conscience qu'à partir du centre « 5 » qui se redouble comme « 5+5 », une même « égalité » rayonne symétrique, de cercle en cercle, au sein de la suite orientée « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ». La Fig. 85 représente donc la façon dont le calcul de Sagredo (« $0\leftrightarrow 5\leftrightarrow 0$ »), enrichi de deux nouveaux centres de rayonnement le « diamètre de Salviati » représenté en Fig. 84.

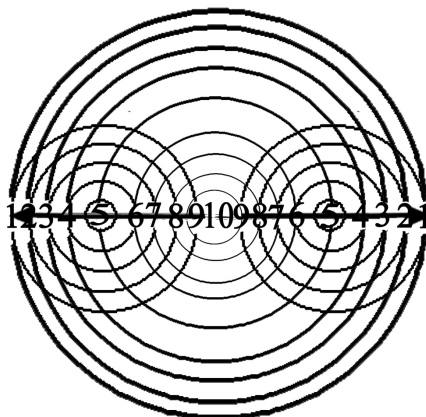


Figure 85

Le « diamètre de Sagredo ». Même à l'intérieur de l'un des deux rayons du « diamètre de Salviati », nous pouvons choisir n'importe quel point/vitesse (ici le 5), pour voir se répéter la même loi arithmétique de « correspondance diamétrale » observée dans le cas du « diamètre de Salviati ».

Imaginons comment ce premier résultat finit par engendrer chez son exécuteur la vision (théorème) d'une forme universelle, c'est-à-dire une évidence mathématique. Tel un, et puis deux, et trois... cailloux dans un étang, nous découvrons enfin qu'ainsi que le 5 ciblé par Sagredo, tout nombre n repéré au sein de la suite infinie des nombres « 1,2,3... » est le centre d'un ensemble de cercles concentriques de rayonnement à partir de 1, et dont chacun détermine un couple d'extrêmes diamétraux dont la somme est $=2n$.

III. *L'événement d'une accélération* – Au sein de la découverte qu'il accompagne, notre sursaut n'est pas qu'une donnée tout simplement « psychologique » ou « phénoménologique » : pas plus que la *force* à la racine de toute accélération qui transforme l'aspect cinématique d'un mouvement ne soit qu'une notion « métaphysique ». Nous parlons ici, au contraire, d'une phénoménologie immanente au fait opératoire et déductif des mathématiques, à savoir d'une forme *logique* agissant au cœur dynamique de leurs transformations. Pourquoi ? Car le lien de symétrie/égalité qui lie les extrêmes de la suite « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 » est visible directement sur sa surface, tandis que la suite « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 » est en elle-même orientée et non symétrique, de façon que les liens diamétraux « $1\leftrightarrow 9$, $2\leftrightarrow 8$... » doivent forcément être repérés en un *deuxième* moment, qui suit le moment où cette même suite tombe sous nos yeux. Notre « *tiens !* » est donc un épisode d'accélération non seulement psychologique, mais d'abord pleinement mathématique, quoi qu'il en soit de sa phénoménologie contingente et du degré de conscience qu'en possède le mathématicien qui est en train de le vivre.

IV. *Universalité et individualité* – Demandons-nous maintenant où réside la différence entre la suite anodine d'additions « $1+9 = 2+8=3+7=4+6=5+5=10$ » et cette même suite lorsqu'elle s'impose au cœur d'un sursaut (« ! ») car tout à coup nous la percevons non seulement comme un ensemble d'additions, mais comme un enchaînement de symétries diamétrales « $1 \leftrightarrow 9 = 2 \leftrightarrow 8 = 3 \leftrightarrow 7 = 4 \leftrightarrow 6 = 5 \leftrightarrow 5 = 10$ ». – D'une part cette différence se trouve dans le degré de généralité de notre jugement. Lors de notre premier sursaut, nous n'avons pas encore atteint le niveau des lettres algébriques, mais les couples « $9+1$ », « $2+8$ » etc. ne sont plus que des additions : elles deviennent sous nos yeux des formes homogènes entre elles, prêtes à nous faire accéder à une loi universelle de type algébrique. Cette première apparition est donc la graine d'un « théorème » : une première vision d'universalité jaillie, comme les esprits occultes de Piaget, du cœur de nos pratiques de simple manipulation. D'autre part, l'universalité de cette vision germinatrice ne se présente à notre conscience qu'au sein d'une complémentaire, et d'autant plus intense, *individuation* de la figure opératoire ainsi mise en lumière. En fait, de même que dans l'épisode de Sagredo qui découvre le pendule en §4.2.3 et dans tous les autres épisodes cités dans ce même chapitre sur les « spirales transfiguratrices » qui pulsent au cœur de la science, un aspect intuitif d'*individualité* accompagne toute appréhension d'une « loi mathématique », sauf à bien souligner que cette prérogative ne concerne certes pas que l'élément *personnel* évoqué dans ces mêmes exemples. La rigoureuse individualité intuitive de l'objet mathématique d'où retentit, grâce au mouvement d'une démonstration, l'universalité poincariste de la « Loi », est au contraire un trait tout à fait interne aux objets mathématiques évidents en tant que tels, ainsi que je l'ai mis en lumière en §7.4.4, à propos du segment AB dans la Prop. 1 des *Éléments* d'Euclide. La *vision* de Sagredo en Fig. 85 est donc d'autant plus universelle que son processus se fait à l'intérieur de l'individualité extensive de ce cercle clos... *et de l'événement à son tour individuel de sa mise-en-évidence.*

Lors d'un tel épisode de silencieuse découverte, nous voyons la totalité intuitive « $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10$ » s'illuminer soudainement sur le *fond* de la banalité opératoire anodine « $9+1=5+5=10$ », en se révélant de la sorte comme son « lieu » d'appartenance, imprégné en toutes ses parties d'une certaine forme symétrique, à son tour d'autant plus individuelle car universellement identique à elle-même au sein de *ce même* « bout » de « matière intelligible », ici et maintenant devant nous.

V. *Une accélération logique* – La différence entre l'intrigante suite de liens d'égalité « $1 \leftrightarrow 9 = 2 \leftrightarrow 8 = \dots = 10 !$ » que Sagredo repère en un sursaut en dessous de chacun des deux rayons du diamètre de Salviati, et la suite anodine de liens d'égalité qui soudent la surface de ce même diamètre « $12345678910/10987654321$ » (« $1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 2, \dots, 10 \leftrightarrow 10$ »), relève en plus, évidemment, du fait que l'étendue « $1 \rightarrow \dots \rightarrow 9$ » se compose d'éléments à la fois réciproquement hétérogènes et rigoureusement orientés du plus petit au plus grand.

Aucune trace, donc, sur la surface de ces rayons, d'une telle égalité sous-jacente, qui à la fois en égalise les différences de « taille » et en homogénéise les « distances »⁴⁹ ... *d'où* – dirait-on – le sursaut de Sagredo lorsque cette égalité se manifeste. Sans pourtant feindre d'hypothèses sur les « causes » qui provoquent notre tressaillante accélération cognitive⁵⁰, bornons-nous à analyser ce qu'il y a d'indéniablement *mathématique* dans son simple fait : ce que nous trouvons n'est rien de moins que le premier pas de ce « processus moteur » qui propulse tout établissement d'une loi universelle : le célèbre « raisonnement par récurrence ». Observons.

Nous venons d'établir que c'est la pure *mathématique* de notre sursaut qui situe les liens d'égalité « $1=1, 2=2 \dots$ » sur la surface immédiatement saisissable du diamètre de Salviati, tandis que les liens diamétraux « $1+9=2+8 \dots$ » qui internement organisent chacun de ses deux rayons doivent forcément être *détectés* en profondeur, et donc en un deuxième moment. Ce passage à l'occasion duquel un premier élément d'universalité jaillit du cœur d'une évidence qui est en train de « se vérifier » sous nos yeux, est précisément le double-pas qui, selon les dires de Poincaré, nous propulse vers la Loi, ou l'« harmonie intime des choses » :

(314) « [1] La vérification diffère précisément de la véritable démonstration, parce qu'elle est purement analytique et parce qu'elle est stérile. Elle est stérile parce que la conclusion n'est que la traduction des prémisses dans un autre langage. La démonstration véritable est féconde au contraire parce que la conclusion y est en un sens plus général que les prémisses. [...]

[2] Le caractère essentiel du raisonnement par récurrence c'est qu'il contient, condensés pour ainsi dire en une formule unique, une infinité de syllogismes. Pour qu'on s'en puisse mieux rendre compte, je vais énoncer les uns après les autres ces syllogismes qui sont, si l'on

veut me passer l'expression, disposés en cascade. Ce sont bien entendu des syllogismes hypothétiques. [3] Le théorème est vrai du nombre 1. Or s'il est vrai de 1, il est vrai de 2. Donc il est vrai de 2. Or s'il est vrai de 2, il est vrai de 3. Donc il est vrai de 3, et ainsi de suite. On voit que la conclusion de chaque syllogisme sert de mineure au suivant. De plus les majeures de tous nos syllogismes peuvent être ramenées à une formule unique. Si le théorème est vrai de -1 , il l'est de n . [4] On voit donc que, dans les raisonnements par récurrence, on se borne à énoncer la mineure du premier syllogisme, et la formule générale qui contient comme cas particuliers toutes les majeures. » [Poincaré 1902 : 33, 38-39. Les crochets sont de moi.]

Ce qui nous intéresse ici est de bien établir que la « condensation » dont parle Poincaré en [2] a toujours la structure accélérative dont je suis en train de parler. Le « premier élément » ([3]) d'une induction démonstrative complète – la « mineure » en [4] – « associe » au nombre 1 (notre *arché* absolue) une *évidence de surface*, qui « se vérifie » ([1]), *se passe* en direct devant nos yeux, toujours véhiculée par la présence d'un « bout de matière » mathématique aussi logiquement soudé que bien concret et individuel. Grâce à cet appui/épisode de départ, nous pouvons prendre l'envol vers la forme *universelle* sous-jacente (la « Loi ») qui s'avère imprégner de fait la totalité du « lieu opératoire » où nous venons de repérer notre « mineure ». Dans notre cas, Sagredo se retrouve d'abord confronté à la simple présence du « diamètre de Salviati », pour « à un moment donné » prendre son élan – « tiens !... » – lorsqu'il cerne le premier trait d'universalité dans la suite de sommes « diamétrales » en dessous des deux rayons de départ.

VI. *L'univers inertiel de la masse numérique, et l'ajustement fréquentiel du nombre* – Nous parvenons donc aux éléments auxquels nous renvoie *de fait* cet « irrésistible » passage-à-l'universalité qui est l'essence de toute dynamique inductive. Selon Poincaré, cet envol de l'individuel à l'universel ne se borne pas à nous faire accéder à l'*harmonia mundi* comme « la seule réalité objective » ; il nous dévoile en plus, avec ce même degré de certitude, « la puissance de notre esprit », qui affirme sa propre *réalité* grâce à l'exécution purement virtuelle d'un mouvement indéfiniment répété, et toujours égal à lui-même :

{315} « Pourquoi ce jugement s'impose-t-il à nous avec une irrésistible évidence? C'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. [...] Dans le chapitre premier, où nous avons étudié la nature du raisonnement mathématique, nous avons vu l'importance qu'on doit attribuer à la possibilité de répéter indéfiniment une même opération. Un mouvement qui s'est produit une fois peut se répéter une seconde fois, une troisième fois, et ainsi de suite, sans que ses propriétés varient. [...] Ce qui est l'objet de la géométrie, c'est l'étude d'un "groupe" particulier ; mais le concept général de groupe préexiste dans notre esprit au moins en puissance. Il s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement. » [Poincaré 1902 : 41, 88, 93]

J'ai déjà évoqué la flagrante incohérence des positions de Poincaré, qui incessamment *dit* et *affirme* la pureté *a priori* de notre temps opératoire interne – de notre « isochronisme logique » à la fois musical (narratif et sensé) et purement potentiel – pour ensuite tout faire naufrager dans ses visions d'opportunisme, commodité etc. Il n'y a pas moyen en effet, comme W.R. Hamilton l'a dit ((173), (177)) de faire en sorte qu'un mouvement « qui s'est produit une fois, se répète une seconde fois, une troisième fois, et ainsi de suite... » sans que ces « fois » ne se passent dans le temps, et il n'y a donc pas moyen de faire que l'« invariabilité » de cette répétition ne soit du pur et simple isochronisme, ou mieux dit de l'isochronisme *pur*. Remarquons alors par contraste qu'en {314[2]} Poincaré se borne à *indexer* ses passages inductifs, du nombre 1 au 2, au 3 et « ainsi de suite », pour tout simplement *constater* : a) que le résultat en est de fait une vérité universelle et b) que ce résultat nous « montre capables » ((315)) de répéter indéfiniment un mouvement toujours identique à lui-même. Mais le point crucial est justement *ici* ! De quoi se constitue-t-il, au juste, le mouvement qui en passant de la surface anodine « $1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9$ » au fond « $1 \leftrightarrow 9 = 2 \leftrightarrow 8 = 3 \leftrightarrow 7 = 4 \leftrightarrow 6 = 5 \leftrightarrow 5$ » nous fait subtilement sursauter en une première lueur d'« universalité » ?

(A) La première réponse (*physique*) est : de la « masse inertielle » des nombres pleinement mathématiques⁵¹.

Quant à la « masse inertielle », suivons à nouveau le mouvement de notre esprit en Fig. 85 : en *vagues concentriques*, comme je l'ai écrit, il prend conscience qu'une même forme individuelle

rayonne de cercle en cercle au sein des extensions *univoquement* orientées « $1 < \rightarrow < \dots < \rightarrow 9$ » et « $9 > \rightarrow > \dots > \rightarrow 1$ ». Cela montre que l'anodine identité quantitative entre les couples « $1+9$ », « $4+6$ » etc. transmute en une première vision de généralité (la graine d'un théorème) lorsque nous en repérons/situons les éléments (1,9 et 6,4) à des distances *absolument* différentes entre elles, dans un espace qui se déploie en un seul sens de l'absolument « plus petit » vers l'absolument « plus grand ».

Lorsqu'il n'y a pas cette distance *irréductiblement arithmétique* à parcourir, cet événement de généralisation ne prend pas corps dans notre esprit (ou : cette pensée ne naît pas dans notre corps). Ceci est le fait : lorsque nous les repérons sur la *surface* du « diamètre de Salviati » « $1 < \rightarrow < \dots < \rightarrow 9 < 10 = 10 > 9 > \rightarrow > \dots > \rightarrow 1$ » les couples « $10=10$ », « $1=1$ » etc. ne nous disent rien, même si leurs éléments constitutifs se situent à des points diamétralement éloignés sur notre feuille de physiciens ou de géomètres. Ce qui nous *intrigue* est plutôt la forme « $1+9 = 4+6$ » repérée dans l'extension *numérique* « 123456789 », car l'universalité d'une loi arithmétique n'apparaît que dans la prise de conscience que sa présence unique imprègne une extension *de nombres* aussi intérieurement hétérogène et individuelle que tout autre extension matérielle. En somme, notre esprit *découvre et couvre* en un seul coup d'œil étonné la distance qui sépare les extrêmes des vagues concentriques « $1 \leftrightarrow 9$ », « $6 \leftrightarrow 4$ » ... – et c'est cela qui fait éclater, avec d'autant plus de vigueur devant sa conscience, l'universalité de la loi ainsi mise en lumière. Je pense que c'est ici l'essence, purement expressive et dynamique, du « courant numéricien » repéré par Jean Dhombres le long des millénaires.

(B) La deuxième réponse (*métaphysique*) est : du Postulat du Sens de l'Événement.

Revenons au sursaut de Sagredo. En t_0 [Fig. 86] nous contemplons le « diamètre de Salviati », qui nous plonge directement dans le Monde du Sens. Aucun pendule matériel ne bat son temps devant nous : tout ce que nous contemplons ce ne sont que des symboles qui engendrent en nous des mouvements nombrants *grâce auxquels* nous pourrions mathématiser la « fréquence » comme phénomène physique externe. Pour l'instant donc, le seul « isochronisme » détectable par nos sens est la fréquence *virtuellement* exprimable par le système de couples diamétraux « $1 \leftrightarrow 1 \dots 9 \leftrightarrow 9$ » que nos yeux projettent « derrière » les graphèmes perçus, *malgré* leur matérialité physique.

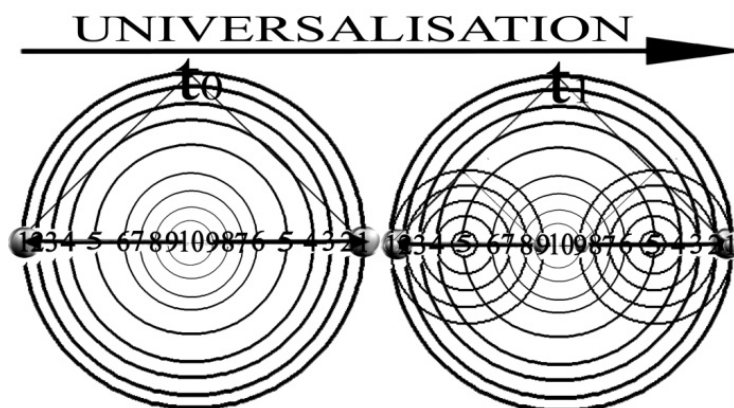


Figure 86

Le passage du « diamètre de Salviati » – directement évident et saisissable, sur la surface immédiate du dessin à gauche – au « diamètre de Sagredo » à droite – qui, au contraire, doit être repéré sans la profondeur de ce même dessin – a la nature d'un mouvement d'universalisation, grâce auquel Sagredo saisit la présence d'une seule et même forme à la racine de cette double phénoménologie.

À un moment donné – t_1 – nous remarquons (« tiens ! ») que la même symétrie diamétrale – la même fréquence virtuelle – irradie aussi des centres des deux rayons du diamètre de Salviati. Nous sursautons en conséquence, et dans ce sursaut est contenu le premier élément d'une *universalisation rigoureusement logique* : « la même symétrie » signifie ici la présence d'une forme universellement et nécessairement distribuée en toutes les parties dont se compose le diamètre de départ. Nous ne sommes donc pas en train de tout simplement *percevoir* les vagues qui rayonnent dans toutes les directions d'un étang empiriquement donné, mais d'en *projeter* la présence absolument et catégoriquement nécessaire derrière ces symboles, car c'est ainsi que les nombres se comportent : « $1+9 \neq 2+8$ » n'étant rien qu'une erreur à rayer. Mais alors : *de quoi* parlons-nous au juste, lorsque nous disons « universalisation » ? Cette voix, ce sursaut « universalisateur » n'est finalement qu'un phénomène à expliquer, et ce phénomène se présente à notre conscience dès que la *distance* absolue

entre « 1 » et « 9 » est pour ainsi dire instantanément couverte par une troisième entité numérique – « 10 » – elle aussi, sans le moindre doute, douée de sa « masse » et de son extension interne. Pour ce que nous en savons, l'universalisation inductive – la « condensation » dont parle Poincaré en (314[2]) – est avant tout ce *mouvement*, qui couvre la distance absolue d'une extension non seulement bien individuelle, mais qui doit nous « résister », en nous faisant bien ressentir et percevoir sa présence intérieurement hétérogène par rapport à la forme égalisatrice que nous sommes en train de lui imposer. Mais attention ! cette « distance » est rigoureusement *intentionnelle* : elle n'est atteignable qu'en sa représentation – « là dehors » il n'y a que des graphèmes à jamais dissous dans leur sens –... et dans cette représentation l'« universalité » d'une entité quelconque n'est autre qu'une *modalité* de notre *voix*. Autrement dit, il s'agit d'une universalité purement *logique*, et strictement normative, qui ne parle de « toutes les parties » d'une extension donnée qu'en ce qu'elle *postule* impérativement qu'elles accueillent inconditionnellement la forme de mouvement ainsi projeté. Nous voilà enfin : que postule-t-il, en conclusion, le sursaut de Sagredo ?

VII. *In omnibus requiem quaesivi*

(316) « Aussitôt je recouvrais la vue et j'étais bien étonné de trouver autour de moi une obscurité, douce et reposante pour mes yeux, mais peut-être plus encore pour mon esprit, à qui elle apparaissait comme une chose sans cause, incompréhensible, comme une chose vraiment obscure. Je me demandais quelle heure il pouvait être ; j'entendais le sifflement des trains qui, plus ou moins éloigné, comme le chant d'un oiseau dans une forêt, relevant les distances, me décrivait l'étendue de la campagne déserte où le voyageur se hâte vers la station prochaine ; et le petit chemin qu'il suit va être gravé dans son souvenir par l'excitation qu'il doit à des lieux nouveaux, à des actes inaccoutumés, à la causerie récente et aux adieux sous la lampe étrangère qui le suivent encore dans le silence de la nuit, à la douceur prochaine du retour. » [Proust, CCS : 3]

Cette citation – la première page de la *Recherche* de Marcel Proust – n'est pas qu'une évocation. Cette « chose sans cause, incompréhensible, vraiment obscure » où notre esprit sait pourtant mesurer ses distances internes rien qu'en écoutant l'« effet Doppler » d'une voix lancée dans le vide par sa source mouvante, était bien du « temps pur » galiléen – du temps purement narratif : « réel sans être actuel, idéal sans être abstrait » [Proust TR :179] – que l'écrivain retrouva lorsqu'il comprit que la vérité du monde est un fruit jaillissant de sa profondeur purement expressive, et que cette profondeur est toujours immédiatement atteignable au cœur de notre *présent*, si seulement nous désirons l'écouter.

Il s'agit précisément de réacquiescer la pleine conscience de cette temporalité interne à notre esprit, d'où nous tirons toutes nos « évidences », soient-elles poétiques ou mathématiques.

Si nous interrogeons en phénoménologues le passage $t_0 \rightarrow t_1$ en Fig. 86, nous arrivons à détecter sans difficulté l'enjeu *métaphysique* représenté par la description que j'en ai donnée ci-dessus. En passant du diamètre de Salviati à son rayon, « notre esprit *découvre et couvre* en un seul coup d'œil étonné la distance qui sépare les extrêmes des vagues concentriques “1↔9”, “6↔4”... ». En métaphysiciens, nous cernons ici l'éblouissante coïncidence entre la découverte d'une étendue matérielle, et sa *dissolution* dans le fait même qui nous la dévoile. En d'autres mots, cette loi de symétrie *paraît anéantir toute étendue intermédiaire* entre deux nombres appartenant à la même « vague », aussi immense soit-elle, et cette soudaine annihilation, qui se fait en même temps que sa révélation, est bien étonnante, même si – comme Maxwell nous l'a appris en (182) – elle n'a « *nothing self-contradictory* ». Toute l'époque de Dedekind et Poincaré n'a fait – finalement – que parler de cet exaltant créationnisme interne à toute pensée mathématique vraiment consciente de son pouvoir, mais je pense aussi qu'elle s'en est enivrée en y faisant naufrage, car les conclusions que ces savants auraient dû en tirer vont dans la direction exactement opposée.

Disons-le avec les mots de Proust : le vecteur d'universalisation en Fig. 86 « relève les distances plus ou moins éloignées » (“1↔9”, “6↔4”) et « décrit » ainsi « l'étendue » qu'à la vitesse de l'éclair le train de notre esprit parcourt de la sorte dans sa campagne silencieuse, en la dévoilant/dissolvant en même temps au sein d'un seul et même éclat d'évidence. C'est bien cela qui nous fait *tressaillir*, pour la même raison qui, à l'opposé, neutralise tout étonnement possible lorsque nous nous confrontons à l'erreur « $9+1=4+6=1$ ». Dans ce cas, nous *savons* que dix échelons nombrants ont bien été gravés, et nous *postulons* donc qu'à côté du 1 il faut mettre un « 0 » pour

« relever la distance » qui passe entre 0 et 10 : car une telle distance, une fois parcourue, *ne saurait être anéantie*. L'étonnement provoqué par notre fameux « $(6+4)^0=1$ » répond justement à cette dynamique : « *Ex nihilo nihil!* » – on ne peut pas atteindre le « 1 » sans qu'aucune distance ne soit couverte – mais aussi « *ex aliquo aliquid* » : si un quelconque mouvement nombrant comme « 6+4 » a pris corps dans notre esprit, eh bien alors il faut absolument que la distance 10 soit présente ici et maintenant comme le fruit de ce labeur. En somme, dans cet océan arithmétique opaque, asymétrique et inconnu, qui est pourtant « matériellement » inclus dans tout processus opératoire, la seule chose qui bouge c'est nous, et la seule évidence disponible est celle que nous *postulons* en conséquence : *tout vide entre deux mouvement nombrants*, soit n'est rien du tout (erreur) soit est *un mouvement nombrant vide* (= 0). C'est bien notre PSE. La création d'un nombre *ex nihilo* nous est en réalité *insupportable*, car elle interrompt la continuité événementielle du monde, en menaçant sa plénitude de sens. Dedekind aurait donc dû en conclure non pas « à la Maxwell », que nous sommes les créateurs des nombres car « rien nous empêche » d'en produire à volonté, mais que bien au contraire toute apparente création/dissolution d'une réalité nombrante n'est qu'une « coupure » grâce à laquelle nous confirmons la continuité *de sens* de notre récit mathématique.

Nous en déduisons, donc, que lorsque notre corps pénètre d'un bond le Monde du Sens « derrière » les symboles numériques – lorsqu'il s'imprègne des mêmes nombres qu'il fera d'ici peu pleuvoir sur les corps qui l'entourent – il fait cela en rendant ses propres mouvements purement intentionnels et projectifs aussi « isochrones » que les mouvements perceptifs de ses oreilles, lorsqu'il efface de sa mémoire cognitive tout ce qui n'est pas conforme à la fréquence que ces dernières viennent de détecter hors de lui. À la source de ce triple phénomène, une même raison métaphysique : tout événement qui se produit devant son attention – soit-elle perceptive ou projective – ne peut pas surgir du néant ni s'y dissoudre sans une raison suffisante.

Nos oreilles et nos yeux sont naturellement doués de la force d'entrer en résonance avec les fréquences perceptives du monde qui nous entoure. Cette force est capable d'égaliser « a post » les cadres sensoriels qui frappent notre attention, en effaçant toute trace de ce qui n'est pas en accord avec leur rythme interne, et la seule raison d'une telle impérieuse intervention de tous les corps du Cosmos sur les fréquences qui l'animent s'est avérée être le PSE, qui partout impose l'égalisation du temps au nom de la cohérence narrative du monde. Une pareille force d'effacement perceptif dissout la matière des graphèmes numériques perçus, une fois que notre esprit a commencé à bouger dans le monde purement représentationnel des nombres. Or, les nombres de l'arithmétique pure sont ceux-là mêmes qui ont arithmétisé la fréquence qui ne cesse de monopoliser nos sens, et nous venons juste d'établir que ce qui égalise la « fréquence » des nombres est à son tour le PSE.

Le cercle se boucle, donc. Une même source à la fois mentale et physique, qui *se présente* comme la pure et simple énonciation du sens de tout ce qui apparaît sur la surface du monde, est à l'origine tant de la transformation de l'encre en nombres, que de l'égalisation de ces derniers en un système de formes mathématiques intérieurement animé par un élan parfaitement spontané, qui sans cesse nous conduit, si seulement nous le laissons parler, depuis son apparence opératoire ordinaire, au visage transfiguré de sa dimension universelle. L'évidence mathématique est le fait d'une voix qui dit : « tiens... ». Le chat dresse les oreilles, l'enfant sourit, Galilée s'absorbe dans la contemplation d'un encensoir dans une église bruyante, Marcel Proust se perd dans ses roses du Bengale... car dans un cas pareil, dit Aristote, la totalité du cosmos *se calme* : ἰσότησι. *Ananke sténai* : *in omnibus requiem quaesivi*.

Du point de vue de la pure argumentation, ma thèse s'achève ici. Le prochain paragraphe (§11.4) est un développement interne de cette acquisition, dans la direction à la fois physique, métaphysique, logique et cognitive d'une « démonstration mathématique » complète et achevée. Avant de l'aborder toutefois, je conclus avec une observation/prise de conscience, et la suggestion d'un modèle mathématique.

(7) DU « COURANT NUMERICIEN » AU COURANT DU SENS

(A) L'observation est celle – panoramique – d'une prise conscience. Prenons sensiblement conscience d'une circonstance-clé, en regardant la Fig. 87abc :

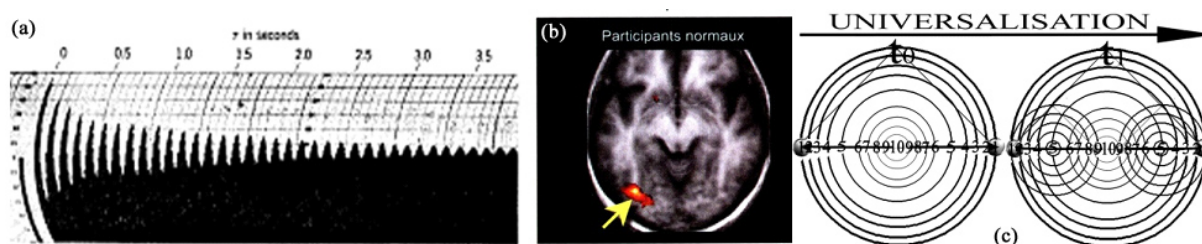


Figure 87abc

Ainsi que toute autre évidence mathématique symboliquement exprimée grâce à un « trait de plume », la figure en (c) a la nature d'une *spectrographie* de notre activité mentale, car elle n'est qu'un *miroir* ne nous révélant que les formes que nous-mêmes projetons, ici et maintenant, sur l'écran de la page où cette figure nous apparaît. Il s'agit donc d'une spectrographie tout à fait *sui generis* : car à la différence des figures (a) et (b), aucun pont interprétatif ne nous est nécessaire pour combler l'espace entre la trace spectrographique et la réalité effective de notre esprit, qui en elle se manifeste et s'auto-révèle grâce à la « voix muette » – la nôtre – retentissant dans nos oreilles internes.

En Fig. 87a sont représentées les « ondes cérébrales » dont Norbert Wiener parle en (234). Il s'agit donc de l'effet qu'un transducteur nombrant humain engendre sur un transducteur nombrant non humain, lorsque les deux entrent en communication grâce au flux continu d'un courant dit « électrique ». De même, en Fig. 87b [Dehaene 2008 : 226] nous voyons l'effet matériel que cet homme nombrant provoque sur une machine non-humaine dite « à émission de positrons » à l'occasion de la rencontre « positronique » entre l'homme et la machine non humaine *et* de la rencontre perceptive entre ce même homme et les graphèmes présents sur le complexe de la Fig. 87abc : l'échelle 0, 0,5, 10... de Wiener, les mots « participants normaux » de Dehaene, et ma représentation du « sursaut » universalisateur de Sagredo (cf. Fig. 86).

Or, mis à part le fait, d'importance quand même primordiale, qu'aucune machine non humaine n'est assez subtile pour détecter un par un les actes opératoires exécutés par l'homme qui compte/calcule⁵² les nombres représentés en Fig. 87c, ce qui est le plus important, ici, est de bien établir que cette même image en Fig. 87c n'est pas tout à fait un « modèle » conventionnellement choisi de ce que nous sommes en train de faire... devant ce même modèle, car il s'agit, bien au contraire, de notre *spectrographie* cognitive immédiate, et matériellement aussi concrète et tangible que les autres deux images. A une différence près, toutefois : que malgré l'isomorphisme rigoureux entre la Fig. 87a et la Fig. 87c, les mouvements de l'aiguille du EEG sont parfaitement opaques quant aux pensées qui ont lieu entre-temps dans le corps humain qui les engendre, tandis que dans la « spectrographie » en Fig. 87c nous accédons directement à nos propres pensées... si seulement nous nous mettons à l'écoute.

Mettons-nous à l'écoute, donc, pendant que la spectrographie en Fig. 87c a lieu en direct devant nos yeux. Rappelons-nous le *refrain* de tout ce travail : qu'une « évidence mathématique » n'est que dans l'épisode, l'événement de sa manifestation. Nous écoutons notre « tiens »... et qu'entendons-nous ? Nous entendons une voix qui, ici et maintenant, remarque une circonstance universellement distribuée sur toute l'étendue – close, finie et individuelle – de ces deux cercles... et cette universalité n'est, comme Cassirer le remarque à propos de Léonard de Vinci en (34) [et suiv.] que dans le *modus declarandi* qui retentit dans cette même voix qui nous parle de cette image. De quoi parle-t-elle, alors cette voix ? D'un « cercle », d'un « logos », d'un « nombre »... ? Mais nous sommes là au cœur du Monde du Sens... depuis des millénaires un même « courant numéricien » – comme Dhombres l'appelle – nous transporte de *sens* en *sens*, en ne se reconnaissant, enfin, que dans cette *même* voix et dans sa façon de retentir dans nos oreilles, qui nous disent que ceci et cela sont égaux, car le monde doit bien pouvoir avoir un sens.

(B) Quant à la suggestion, je suggère que de même le phénomène purement algébrique d'élévation au carré « $A \times A = A^2$ » devient, grâce au Plan Incliné, l'expression du dynamisme mouvant (Loi des carrés des temps) qui anime tout ce qui bouge dans le monde physique, de même nous pouvons penser la Loi des Index de George Boole comme la manifestation du processus continu qui, au travers de

l'apprentissage à lire, nous conduit à l'appropriation de ce *modus declarandi* qui vient de se refaire entendre, à savoir de notre voix mathématique.

Observons la Fig. 88 :

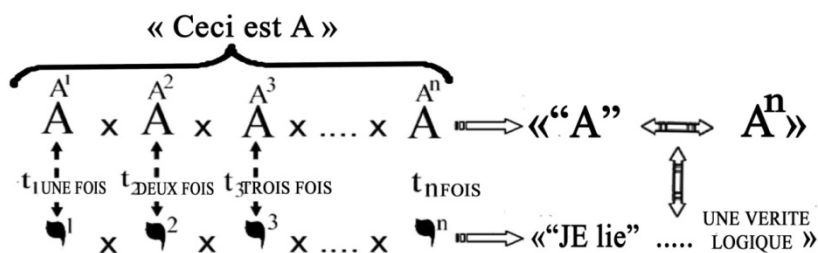


Figure 88

Selon George Boole, l'évidence « A est A » – à savoir l'évidence du principe de non contradiction – s'exprime essentiellement dans le *temps* d'une répétition *purement potentielle* du jugement « ceci est A », que Boole mathématise en conséquence comme « $A^n=A$ » (Loi des Index). En revanche, une répétition bien *actuelle* de ce même jugement a nécessairement lieu lorsque nous apprenons à lire « A », sans quoi nous ne pourrions atteindre aucune vérité mathématique. L'apparition de l'évidence « $A=A$ » devant la conscience d'un enfant qui vient d'apprendre à lire est donc pensable comme la *condensation* de cette même suite d'apprentissage par récurrence, à l'intérieur d'une opération mathématique réalisée tout entière en un seul et même temps, à la fois potentiel (dans sa profondeur) et actuel (sur sa surface).

Il s'agit de la *dynamogénie* de l'apprentissage à lire « $\vec{P}(\mathcal{P})=A_{t_1} \times A_{t_2} \times A_{t_3} \times \dots \times A_{t_n} = \text{«A»}$ », que j'ai décrite en 11.1(3). Nous connaissons déjà la formule : « $A \times A \times A \times \dots \times A = A$ » ou « $A^n = A$ » : la Loi des Index de George Boole [cf. §7.3.1]. Ce que par rapport à cet enchaînement de multiplications j'ai seulement ajouté, ce sont les temps $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ qui jalonnent la répétition du jugement « ceci est A », et les guillemets *purement intentionnels* qui signalent la cristallisation finale du graphème A comme lettre « A ». Or, tant sur le temps que sur la « lecture » Boole est bien d'accord avec moi.

Quant au TEMPS, Boole est un hamiltonien pur : la vérité du symbole logique est faite de temps, car le temps est le lieu aristotélicien de conservation *expressive* d'un même sens :

(317) « PROPOSITION IV. That axiom of metaphysicians* which is termed the principle of contradiction, and which affirms that it is impossible for any being to possess a quality, and at the same time not to possess it, is a consequence of the fundamental law of thought, whose expression is: $x^2 = x$ - PROPOSITION I. - 5. To investigate the nature of the connexion of Secondary Propositions with the idea of Time. It may indeed be said, that in ordinary reasoning we are often quite unconscious of this notion of time involved in the very language we are using. But the remark, however just, only serves to show that we commonly reason by the aid of words and the forms of a well-constructed language, without attending to the ulterior grounds upon which those very forms have been established. The course of the present investigation will afford an illustration of the very same principle. I shall avail myself of the notion of time in order to determine the laws of the expression of secondary propositions, as well as the laws of combination of the symbols by which they are expressed. » [*NOTE de Boole – «Τὸ γὰρ αὐτὸ ἅμα ὑπάρχειν τε καὶ μὴ ὑπάρχειν ἀδύνατον τῷ αὐτῷ καὶ κατὰ τὸ αὐτὴ δὴ πασῶν ἐστὶ βεβαιωτάτη τῶν ἀρχῶν· ἔχει γὰρ τὸν εἰρημένον διορισμόν. Διὸ πάντες οἱ ἀποδεικνύοντες εἰς ταύτην ἀνάγουσιν ἐσχάτην δόξαν· φύσει γὰρ ἀρχὴ καὶ τῶν ἄλλων ἀξιωματῶν αὕτη πάντων – [Trad.] Il est impossible que le même attribut appartienne et n'appartienne pas au même sujet, dans le même temps, sous le même rapport. Ce principe est le plus certain des principes. C'est donc au principe que nous avons posé que se ramènent en définitive toutes les démonstrations : il est, de sa nature, le principe de tous les autres axiomes. » Aristote, Metaph. IV 1005b] » [Boole 1854 : 127. L'italique est de moi.]

Quant à la LECTURE, George Boole est mon meilleur allié lorsqu'il s'agit de bien fixer qu'avant de pouvoir *regrouper* des « collections » de choses censées participer à des vérités mathématiques, il faut savoir *é-lire* leurs images symboliques :

(318) « [1] From the nature of the operation which the symbols x, y, z, are conceived to represent, we shall designate them as elective symbols. [...] It will not be necessary that we should here enter into the analysis of that mental operation which we have represented by the elective symbol. [2] It is not an act of Abstraction according to the common acceptance of that term, because we never lose sight of the concrete, but it may probably be referred to an

exercise of the faculties of Comparison and Attention. Our present concern is rather with the laws of combination and of succession, by which its results are governed, and of these it will suffice to notice the following. 1st. *The result of an act of election is independent of the grouping or classification of the subject...* » [G. Boole 1847:16. Les italiques sont de moi.]

Pour George Boole, la simple *présence* – la présence *simple* – du symbole « A » est déjà en elle-même une opération, qui « é-lit » le lettre A – ainsi choisie parmi les autres dans notre alphabet ordinaire A,B,C... – en la transmutant en un symbole mathématique, qui devient de la sorte le tremplin de notre premier bond démonstratif, ainsi qu’il se passe avec tous les autres traits de plumes « comme il se doit ». Ce que je suggère est finalement qu’entre l’opération d’apprentissage à lire « A » – « $A_{t1} \times A_{t2} \times A_{t3} \times \dots \times A_{tn} = "A"$ » – et ce que Boole dit sur l’opération qui, sur cette base nous permettra, *dans le temps*, d’*é-lire* ce même A pour en faire l’expression de la Loi fondatrice de toute autre opération mathématique « $A \times A \times A \times \dots \times A = A$ », il n’y a qu’un simple *décalage*.

Quelle serait alors la différence entre le temps de l’apprentissage à lire et le temps de l’évidence mathématique ? Disons-nous, avec les mots de Piaget ((294)) que dans ces « opérations réversibles d’ordre intellectuel » le temps de la mathématique est... *annulé* ? Certainement non ! Nous dirons plutôt que, de même le temps accélératif qui mène la sphère roulante de Galilée à l’état de mouvement $\vec{v}_{ist_i} = n$ peut bien se dérouler *intégralement* dans la profondeur de l’instant considéré, et que les feedbacks infinis de Wiener en (297) peuvent (donc doivent) se produire « not in full consciousness », de même nous pouvons penser que le temps et le labeur (« ceci est A... ceci est A... ») que nous avons enduré pour apprendre à lire – « $A \rightarrow "A"$ » – ont totalement reflué dans la façon – le *modus* – dont nous énonçons *ce même jugement* : « $A \leftrightarrow A$ ».

De ce temps de profondeur « *we are often quite unconscious* », mais nous savons très bien qu’il y aura toujours, quelque part, pour chacun de nous, une petite madeleine suffisamment puissante pour nous réveiller à nous-mêmes.

11.4 Du reflux océanique de d’Alembert à une électrométaphysique de la démonstration

(319) « Depuis les principes des sciences profanes jusqu’aux fondements de la révélation, depuis la métaphysique jusqu’aux matières de goût, depuis la musique jusqu’à la morale, depuis les disputes scolastiques des théologiens jusqu’aux objets du commerce, depuis les droits des princes jusqu’à ceux des peuples, depuis la loi naturelle jusqu’aux lois arbitraires des nations, en un mot depuis les questions qui nous touchent davantage jusqu’à celles qui nous intéressent le plus faiblement, tout a été discuté, analysé, agité du moins. Une nouvelle lumière sur quelques objets, une nouvelle obscurité sur plusieurs, a été le fruit ou la suite de cette effervescence générale des esprits, comme l’effet du flux et reflux de l’Océan est d’apporter sur le rivage quelques matières, et d’en éloigner les autres. » [D’Alembert 1755 :123]

(1) REVENIR DES ATTENTES DE WIENER AUX SOUHAITS DE KANT...

Avant de nous introduire à sa théorie des « ondes cérébrales » comme expression de l’activité d’un « Self-Organising System » [ici §10.4(2)], Norbert Wiener nous offre un abrégé d’histoire de l’électricité pour nous expliquer pourquoi un accès « galvanométrique » à nos mouvements nerveux a été retardé :

(320) « We have seen the importance of non-linear feedbacks in the origination of both processes. The present chapter is devoted to the study of a specific self-organizing system in which non-linear phenomena play a large part. What I here describe is what I believe to be happening in the self-organization of electroencephalograms or brain waves.

Before we can discuss this matter intelligently, I must say something of what brain waves are and how their structure may be subjected to precise mathematical treatment. It has been known for many years that activity of the nervous system is accompanied by certain electrical potentials. The first observations in this field go back to the beginning of the last century and were made by Volta and Galvani in neuromuscular preparations from the leg of the frog. This was the birth of the science of electrophysiology. This science, however, advanced rather slowly until the end of the first quarter of the present century.

It is well worth reflecting why the development of this branch of physiology was so slow. The original apparatus used for the study of physiological electric potential consisted of galvanometers. These had two weaknesses. The first was that the entire energy involved in

moving the coil or needle of the galvanometer came from the nerve itself and was excessively minute. The second difficulty was that the galvanometer of those times was an instrument whose mobile parts had quite appreciable inertia, and a very definite restoring force was necessary to bring the needle to a well-defined position; that is, in the nature of the case, the galvanometer was not only a recording instrument but a distorting instrument. The best of the early physiological galvanometers was the string galvanometer of Einthoven, where the moving parts were reduced to a single wire. Excellent as this instrument was by the standards of its own time, it was not good enough to record small electrical potentials without heavy distortions. Thus electrophysiology had to wait for a new technique... » [Wiener 1965:183]

Cette « new technique » a enfin été trouvée, grâce aux découvertes sur l'amplification du signal, et sur le rayonnement cathodique [ibid. 182]. Ce qui, par contre, n'a *jamais* été fourni, c'est une nouvelle *métaphysique, efficace et exploitable* des phénomènes électriques.

En fait, lorsque l'attention de la science galiléenne a commencé à interroger d'une façon toujours plus intense et systématique les conséquences du *frottement* sur le corps frotté plutôt que celles du choc sur le corps frappé (Dufay écrit ses *Mémoires sur l'électricité* entre 1733 et 1737), les savants se sont trouvés confrontés au zéro d'un équilibre franchement et définitivement polaire (avec Franklin), et à des poussées intercorporelles qui n'avaient besoin ni d'un contact, comme dans les phénomènes célestes (*actio in distans*) ni d'un déplacement, comme dans le cas du choc (sphères de Newton). Les outils métaphysiques pour gérer avec succès cette nouvelle dimension de la nature étaient donc manifestement présents, et dans certains cas (comme chez Guericke) ils ont été en effet mis en place.

Pour cette raison, vingt ans après le *Traité* de D'Alembert, Emmanuel Kant exprima ses grands espoirs sur l'avenir de la science de l'électricité dans le célèbre écrit où il est question d'introduire triomphalement le 0 dans rien de moins que la « Sagesse du Monde » [*Weltweisheit*] :

(321) « Le plan incliné de Galilée, le pendule de Huygens, le tube barométrique de Torricelli, la machine pneumatique de Otto de Guericke et le prisme de verre de Newton, nous ont donné la clef de grands mystères de la nature. L'action négative et l'action positive des matières, principalement dans l'électricité, recèlent, selon toute apparence, des vues importantes, et une postérité plus heureuse, dont nous entrevoyons les beaux jours, connaîtra sans voile des lois générales de ce qui ne nous apparaît maintenant que dans un accord encore douteux. » [Kant 1763 :161-162]

Ces mots reviendront presque identiques dans la deuxième préface à la *Critique de la Raison Pure* [BXII-XIII] qui sort en simultané avec la *Mécanique Analytique* de Lagrange et le *Traité de Chimie* de Lavoisier. C'était en 1787, la ville de Benjamin Franklin donnait une Constitution au Nouveau Monde, pendant que le musicien et astronome William Herschel plaçait les songes féériques de Shakespeare – Oberon et Titania – autour d'Uranus... et bref avec un tel outillage conceptuel, historique et politique on « eût pu », dirait D'Alembert, tout faire : c'était sans doute le sommet le plus haut que l'« effervescence générale » des *Lumières* et de l'*Aufklärung* puisse espérer. Malheureusement, aucun *vrai* travail critique autour des phénomènes de l'électricité n'a pourtant été fait, et la « postérité plus heureuse » dont parle Kant – une postérité qui, comme lui, serait vraiment intéressée à introduire les mécanismes profonds du 0 dans la Sagesse du Monde – n'a jamais vu la lumière. Le « flux océanique » du « siècle de la philosophie » a reflué en arrière, avant de pouvoir réellement s'occuper de ces – *bouleversantes et étonnantes* – merveilles, et l'esprit analytique qui aurait dû les rendre comestibles pour notre entendement est resté jeté sur la rive sans aucune protection critique, pour bientôt finir la proie d'une obsession mécaniste obstinément et tragiquement sourde à toute forme d'obligation logique.

Or, la présence d'une technique d'électrophysiologie cérébrale, à côté non seulement d'une absence mais d'une intolérance intégriste envers toute forme d'interrogation métaphysique – où « métaphysique » signifie chercher une définition vraie, et non seulement « opérationnelle » d'un certain phénomène – a eu les conséquences que nous avons discutées en [§10.4(5-9)] : la complète incapacité de rendre compte des comportements réels et concrets d'un transducteur humain capable de régulariser ses ondes alpha [un yogi, un philosophe en méditation etc.] à cause du fait qu'il repousse la « solution russellienne » des paradoxes ensemblistes et gôdeliens comme une arnaque insupportable.

Bref, si on ne met pas en place à la fois une satisfaisante métaphysique de l'électricité (qui évite les horreurs des créations « *ex nothing* » de Maxwell etc.) et une complémentaire description des dynamiques de la démonstration mathématique qui rende intelligibles – dans les termes d'un

isomorphisme réel et concret – les comportement des aiguilles d'un ECG ou les images aux émissions de positrons, nous restons parfaitement aveugles face à ce qui est en effet en train de se passer.

Je vais donc ici fournir les premiers repères d'un tel cadre de concepts, en répétant, dans le cas de la dynamique démonstrative et de l'électrodynamique de la dynamo, ce que j'ai fait dans le cas du pendule et du PSE. Une définition purement événementielle de la « fréquence » nous a permis dans ce dernier cas de montrer que l'évidence logique et narrative du *sens* répond à une structure bien physique des choses. Dans le cas présent, je vais montrer que la dynamo manifeste un comportement accélératif qui ne se compose que d'une suite ininterrompue de *purs débuts* : ce qui correspond à la structure métaphysique de la démonstration. Commençons par une rapide introduction historique.

(2) ... POUR REMONTER DE GALVANI JUSQU'À FARADAY...

I. Quand Aloisio Galvani a observé la cuisse de sa pauvre grenouille se contracter à cause d'une étincelle statique engendrée par une machine qui était dans son cabinet... il a vite établi le lien entre ces deux faits, en couvrant donc dans son esprit un espace qui autrefois serait resté un simple vide avec un épisode bizarre et grotesque au dedans (une demi-grenouille morte qui contracte ses cuisses sans raison).

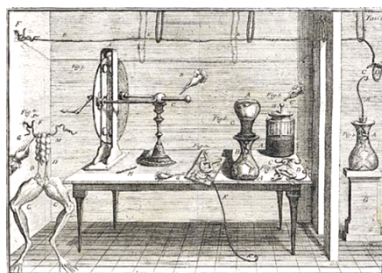


Figure 89 [Galvani 1791. Table 1]

Galvani ressent donc *le plein* entre ces deux événements : « Frappé par la nouveauté de l'observation je fus saisi par une invincible curiosité et le désir d'expliquer le mystère du phénomène » [Galvani 1791]. Il le répète donc maintes fois pour s'en rendre certain, jusqu'à conduire sa demi-grenouille héroïque en présence de la Foudre [*vis porcellosae, fulgurum fulminumque*] pour voir si la foudre aussi, comme expression de notre entière existence planétaire, pouvait avoir cette influence à distance. Il a été confirmé en ses attentes, et depuis lors il n'a jamais abandonné son idée qu'une « électricité » irréductiblement « animale » existe, malgré la trouvaille révolutionnaire d'Alessandro Volta, lequel a rétorqué que l'électricité est *partout*. Ces deux positions sont évidemment vraies ensemble, car d'un côté il n'y a pas moyen de faire bouger nos jambes *en chair et os* si « the induced wires » de nos nerfs bien *animaux* ne sont pas actifs et vivants, mais de l'autre côté il est d'autant plus évident qu'un seul réseau d'une seule et même énergie (« un même courant » dit Ampère en (323)) imprègne la totalité de ce qui bouge. L'obscur obsession « technologique » d'une époque toujours plus effrayée a ensuite opté pour la pensée généalogique la plus dévastatrice dont on puisse accoucher : comme une seule énergie est partout, *on nivelle tout en bas*, et on va chercher des piles, des tuyaux, des accumulateurs... où que nous trouvions un seul *quantum* de vie. C'est bien cette erreur qu'il s'agit de ne pas faire, lorsque nous nous demandons d'où la dynamo de cet homme qui est en train d'écrire « soit donné un segment AB » va prendre l'énergie pour ce premier bond en avant. Si une grenouille morte exposée au ciel et à l'éclair tressaute en incarnant le premier galvanomètre, un homme qui accélère sous sa peau lorsqu'il perçoit des nombres [cf. Annexe I], est quelqu'un qui vit en permanence sous le ciel de toute l'humanité.

II. Trente ans plus tard, en 1820, Hans Christian Ørsted observe un phénomène concernant un aimant et un fil en un rapport cinématique d'orthogonalité mutuelle : lorsque le fil conducteur d'une pile voltaïque active est disposé parallèlement et au-dessus (ou au-dessous) d'une aiguille aimantée, l'aiguille tourne vers la droite ou vers la gauche pour se disposer orthogonalement au fil.

III. Grâce à Arago, Ampère assiste à ce phénomène, et conçoit la même idée qui avait conduit Galilée à imaginer le Plan Incliné, en ce qu'il compte « un ! » [mouvement], là où Simplicio compte « un, deux » [un repos et un mouvement]. De même, Ampère compte le mouvement magnétique de l'aiguille et le mouvement électrique de la pile comme un seul et même mouvement global. Mieux dit : le comportement *externe* de l'aiguille et le comportement *interne* de la pile lui paraissent exprimer

un même mouvement (qu'il appelle *courant*) se déployant simultanément sur deux plans orthogonaux entre eux. Pour vérifier cette intuition d'unité, Ampère conçoit alors *son Plan Incliné* : à savoir un engin réalisant sans aucun doute un seul et même mouvement en même temps électrique et magnétique :

{322} « La manière dont je conçois l'aimant comme un assemblage de courants électriques dans des plans perpendiculaires à la ligne qui en joint les pôles, me fit d'abord chercher à en imiter l'action par des conducteurs pliés en hélice, dont chaque spire me représentait un courant disposé comme ceux d'un aimant. » [Ampère 1820 : 171-2]

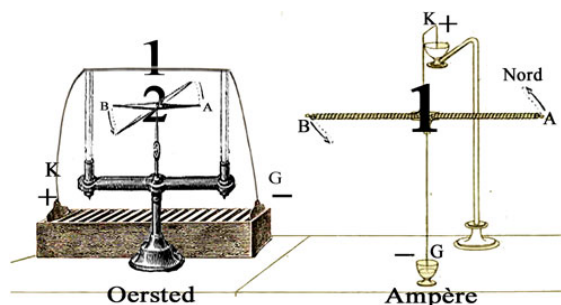


Figure 90a [de moi] et 90b [réadaptée d'Ampère 1820 : Planche 3]

Le solénoïde d'Ampère (à droite) est la condensation en un seul et unique phénomène de mouvement des *deux* phénomènes (électrique et magnétique) d'abord causalement liés par la découverte d'Ørsted.

Ampère [Fig. 90b] tord le fil GABK [Fig. 90a] autour de *lui-même* et il obtient de la sorte – grâce à la baguette isolante dont il se sert – que le mouvement électrique *interne* à un corps (ce même fil) devienne en même temps un phénomène aussi *externe* à ce même corps que le fil GK d'Ørsted est externe à l'aiguille aimantée AB... Le résultat en est qu'une fois la pile activée, ce même fil enroulé autour de sa baguette – ce solénoïde – *tourne* pour indiquer le Nord terrestre, exactement comme l'aiguille d'une boussole. Cette double action simultanément accomplie par *un même corps* – la circulation voltaïque à son intérieur et la rotation « magnétique » qu'il réalise dans l'espace extérieur – aussitôt que, grâce à lui, nous mettons en communication les deux pôles de la pile, nous oblige à dire : voilà *un même mouvement* « électro-magnétique ».

Nous touchons ici à un deuxième point crucial concernant l'électricité. Un fois établi que, même si « un même mouvement est partout » ne signifie pas que tout le monde est un seul immense câble électrique, il faut bien éviter de soutenir, à l'opposé, que *ce même* mouvement, ici et maintenant devant nous n'est que conventionnellement *un* mouvement. Après avoir entendu à ce propos la voix de Galilée sur qu'est-ce qu'un « élan » [§10.1(1_{III})], entendons alors le newtonien Ampère :

{323} « Il faut distinguer deux sortes de conducteurs : 1° la pile même, [...] 2° le fil métallique qui unit les deux extrémités de la pile.



Figure 91 [La pile utilisée par Oersted]

On peut comprendre ces deux cas dans une même définition, en disant qu'on entend par courant électrique la direction suivant laquelle l'hydrogène et les bases des sels sont transportés par l'action de toute la pile, en concevant celle-ci comme formant avec le conducteur un seul circuit [...] Au reste, tout ce que je vais dire sur ce sujet *ne suppose aucunement qu'il y ait réellement un courant dans cette direction*, et on peut ne considérer que comme une manière commode et usitée de la désigner l'emploi que je fais ici de cette dénomination de courant électrique. » [Ampère 1820 : 197. L'italique est de moi.]

« *Cotest'arco conduttore* » avait dit Alessandro Volta⁵³; « *un seul circuit* », nous dit Ampère ; « *un courant galvanique de même force* » ajoute Arago⁵⁴ « *an electric current is passed through* » dira Faraday⁵⁵. Avons-nous de vraies raisons pour remettre en question ces propos ? Dans la pauvre grenouille de Galvani, dans la *pila* de Volta, dans le circuit d'Ampère dans les *spires* de Faraday... *un seul et même mouvement* se produit. Est-il seulement « conventionnellement vrai » ? Pas du tout. Ainsi que dans les Pendules de Newton a réellement lieu – ici et maintenant devant nous – l'oscillation d'un

pendule en puissance même si rien ne se déplace dans l'espace externe, de même dans la Pile d'Ersted un mouvement – *ce même* mouvement – a lieu devant nous, quelle que soit la façon dont nous décidions de l'appeler. Ressentons bien l'enjeu : de même sur le Plan Incliné de Galilée toute l'histoire dynamique et cosmogonique du monde hésiodique/platonicien converge, pour nous persuader qu'*un seul* mouvement est en train de se déployer devant nos yeux à partir d'un repos, de même, dans la Pile de Volta/ Ersted /Ampère – *un seul* corps solide intérieurement habité par une suite de 40 corps contigus et solidaires immergés dans un étang sulfureux [Fig. 91] – tous les *effluves mondains* émanés du *globo sulfureo* de Guericke et ses successeurs ; *tous* les corps animés et inanimés de notre monde – les résines et les verres de Dufay, les enfants suspendus de Gray, les globes étincelants de Hauksbee, les aimants aimantés d'Arago, les métaux de Volta – *tous* ses phénomènes atmosphériques (Franklin) ; *tous* ses êtres vivants (Galvani) et ses processus chimiques (Lavoisier) participent à *ce même* Océan Microcosmique contenu dans la Pile que le nouveau Newton André Marie Ampère décide d'appeler « courant électrique » en précisant : « devant *ce* mouvement, je *compte* 1, je *nomme* "un" : pour le reste, *hypothesis non fingo* ». La rigueur critique d'Ampère lui fait donc clairement distinguer entre une chose – *ce mouvement cosmique* qui a lieu dans cette pile – et notre « manière commode et usitée » de la *désigner* – ce « courant électrique ».

Pour le reste, qu'il soit bien établi que, comme dans le cas du pendule en puissance *réellement* présent dans tout mouvement obéissant au PSE, le mouvement électromagnétique est bien un=1 mouvement *réellement* présent devant nous, et que nous n'avons aucun besoin de projeter le corpuscule d'un « photon » ou d'un « neutron » dans l'espace externe pour rendre compte de sa réalité *interne* aux phénomènes donnés.

IV. Et finalement nous voilà à Michael Faraday, qui est aussi frappé par les expériences d'Ampère/Arago qu'Ampère l'avait été par celles d'Ersted et qu'Einstein le sera par sa Dynamo (cf. (11)). Ce qui attire l'attention de Faraday est l'« induction électrique » à savoir en général « le pouvoir que l'électricité de tension possède de causer un état électrique opposé dans ses alentours » [Faraday 1831 : I : §1]... ainsi que tout autre genre de changement, comme par exemple l'aimantation produite dans un métal frappé par une étincelle électrostatique. L'électricité de tension, poursuit Faraday [ibid.] a été en outre enrichie par l'électricité « en mouvement » grâce à l'œuvre d'Ampère ; et toutefois, si Arago a certes engendré une aimantation purement électrodynamique – sans donc qu'aucune étincelle de décharge ne frappe l'aiguille à aimanter – aucune autre action inductive de la part d'un « courant » n'a été observée jusqu'ici. D'un côté, donc, c'est bien cela qui étonne Faraday : « Il me paraissait invraisemblable que ces seules effets d'induction électrique soient observables ». De l'autre côté, il trouve encore plus invraisemblable le fait qu'aucun chemin de retour ne puisse conduire de l'aiguille aimantée grâce au courant d'Arago, à ce même courant, ou, autrement dit, qu'on ne puisse pas produire du courant électrique à partir d'un état de magnétisation :

(324) « Whether Ampère's beautiful theory were adopted, or any other, or whatever reservation were mentally made, *still it appeared very extraordinary*, that as every electric current was accompanied by a corresponding intensity of magnetic *action at right angles* to the current, good conductors of electricity, when placed within the *sphere of this action*, should not have any current induced through them, or some sensible effect produced equivalent in force to such a current. » [Faraday 1831: I, §3. Les italiques sont de moi.]

Observons en survol que ce qu'ici Faraday « trouve intolérable » [comme Einstein en (11)] est finalement – ainsi que nous l'avons montré à propos du dynamisme profond d'un « groupe en action » [§8.1.2.(3)] – « l'impossibilité d'inverser le courant opératoire » de l'expérience ampérienne, et de pouvoir transformer, en conséquence, l'induction électro→magnétique rendue visible par un solénoïde, en une induction magnéto→électrique, en refaisant donc « à rebours » le chemin causal couvert par la trouvaille d'Ampère. Faraday commence donc à chercher, afin d'obtenir une *vraie* multiplication « $\vec{M} \times \vec{E} = \vec{E} \times \vec{M}$ » [M= magnétique ; E = électrique] et il faut bien avouer que ses yeux sont animés par une petite Jacqueline ((104)) qui manifestement *prétend* renverser « the right angles » d'une sphère trigonométrique, car c'est cela qu'elle veut « avec toute sa force » ! Et comme Jacqueline, Faraday réussit... et lorsqu'il réussit, il prend son temps pour écrire à son ami Richard Phillips :

(325) « Cher Phillips, pour une fois dans ma vie je peux m'asseoir et t'écrire sans sentir que mon temps est aussi court que ma lettre doit nécessairement être brève. Cohéremment, j'ai pris une feuille très grande, que j'ai l'intention de remplir de nouvelles. D'ailleurs, quant à des nouveautés je n'en ai aucune, car je me retire de plus en plus de la société, et tout ce que j'ai à écrire est sur moi-même. [...] Je te dis de quoi s'agit-il. Je suis en train de travailler sur un essai qui me fatigue beaucoup, mais maintenant je me sens mieux, et je vais te dire. Le titre sera, je crois : « Recherches expérimentales sur l'Électricité... »⁵⁶ [Faraday à Phillips, 29 Nov. 1831, cit. in B. Jones, Vol. I : 7]

Je vais maintenant distiller, dans la description faradayenne relatée dans les deux premiers chapitres des *Experimental researches* [I. *On the induction of electric currents* (§6-26) – II. *On the evolution of electricity from magnetism* (§27-§59)] les éléments qui nous obligent à parler d'une nature *purement événementielle* des phénomènes de l'induction « volta-électrique » [lorsqu'un courant électrique engendre un courant électrique] et « magnéto-électrique » [la Dynamo].

Pour les expériences d'induction volta-électrique, Faraday construit l'appareil suivant : un cylindre en bois enroulé par deux très longues fils Ψ et Φ en cuivre, superposés l'un à l'autre, mais réciproquement isolés. Le fil Ψ – le fil passif : « the induced wire » – est connecté à un galvanomètre (un détecteur/mesureur de courant électrique), tandis que le Φ – le fil actif : « the inducing wire » – est ce même « fil conducteur » connecté à une pile voltaïque qu'Ampère tord autour de sa baguette en Fig. 90b, et qui chez Arago fait aimanter une aiguille placée entre ses spires.

Le but de l'expérience est de voir, grâce au galvanomètre, ce qu'il se passe en Ψ lorsque le Φ est traversé par le courant électrique de la pile. Au début [Obs.§6-§9] Faraday ne remarque *rien* – « yet not the slightest sensible reflection of the galvanometer-needle could be observed » – ... tandis que la première observation digne d'attention arrive aux Obs.§10-11, quand il s'aperçoit que quelque chose en réalité se passe chaque fois qu'il répète l'expérience, non pas toutefois pendant la *durée* du passage du courant, mais seulement aux deux *instants* de mise-en-contact et interruption-du-contact entre Φ et la pile.

(3) ... ET ENTENDRE L'HISTOIRE D'UNE AUBE QUI NE CESSE DE POINTER

I. *Le phénomène de l'induction volta-électrique.*⁵⁷ – [1] Quand le contact entre Φ et la pile est établi [Début=D] il se produit une soudaine et très légère réaction du galvanomètre connecté à Ψ et la même chose quand le contact est interrompu [Fin=F]. [2] Lorsqu'elle réagit à D, l'orientation rotatoire de l'aiguille du galvanomètre est opposée à lorsqu'elle réagit à F (donc $D = -F$), mais elle est en soi *absolue*, car l'aiguille de ce même « galvanomètre » n'est finalement que l'aiguille d'Ørsted [cf.ci-dessus (1)] qui sait bien s'auto-orienter vers sa gauche ou sa droite selon sa disposition par rapport au fil de la pile. L'orientation en D est donc *toujours la même*, ainsi que celle en F. [3] Quant à la durée Δt qui sépare les deux instants D/F, pendant ce temps l'aiguille reprend sa position en 0, même si l'incandescence du Φ montre clairement qu'il est bien parcouru par le courant de la pile.

II. Les traits fondamentaux

I. Nous nous trouvons ici confrontés au phénomène $e_i[\Delta t_i]$ d'un mouvement aussi unitaire et identifiable que la série d'oscillations du pendule, mais qui se présente parfaitement inversé : le Pendule est un mouvement iso-chrone car internement égalisé comme un « polygone » [§10.2(4)] qui fait entresuivre une suite « cardinale » de durées : $e_1[\Delta t_1]$, $e_2[\Delta t_2]$, $e_3[\Delta t_3]$... $e_n[\Delta t_n]$. Le premier acquis de Faraday est le complémentaire rigoureux de cette situation : la seule chose qui attire l'attention du galvanomètre interpellé par l'« inducing wire » ce sont les deux extrêmes « ordinaux » de $e_i[\Delta t_i]$, qu'il coche selon la suite non commutative des pures accélérations qui animent son aiguille. Cela nous fait donc ajouter la dimension $[\overline{DF}]$ à notre équation dimensionnelle de l'événement e . Donc $e = [\overline{DF}] \times [\Delta t]$

II. L'« effet D/F » sur Ψ (« the induced wire ») ne se produit pas seulement grâce au démarrage/achèvement d'un mouvement (le « courant ») interne à l'« inducing wire » Φ , mais aussi grâce au démarrage/achèvement d'un mouvement externe (déplacement) de ce même Ψ . Si avec une opportune organisation de l'expérience⁵⁸ nous éloignons/approchons Ψ à Φ pendant le temps Δt que Φ est traversé par le courant de la pile, dans ce cas aussi le galvanomètre connecté à Ψ signale ces deux événements. Le mouvement D d'approche induit une déviation de l'aiguille toujours dans la direction *opposée* à celle qu'elle va avoir lors de son éloignement F, mais avec une constante : l'approche D de

Ψ à Φ engendre une déviation à son tour toujours opposée à celle du courant qui entre temps parcourt Φ , tandis que l'éloignement F s'accompagne toujours d'une déviation qui lui est conforme. En synthèse : l'orientation spatiale déterminée par le couple de pure réciprocité \overrightarrow{DF} est à son tour déterminée par l'espace orienté $\overrightarrow{C} \oplus$ [cf. §8.2.3] où a lieu le mouvement du courant interne à la pile.

III. Les « instants » D/F de courant induit dans Ψ par Φ ont la même nature que la soudaine « vague de courant » qui traverse un métal lorsqu'il est frappé par une étincelle issue d'une bouteille de Leyda. Cela est montré dans l'aimantation que \overrightarrow{DF} produit sur une aiguille placée entre les spires du seul *inducing wire* Φ : [1] Le Ψ est enroulé autour d'un cylindre creux, [2] dans lequel on introduit une aiguille ; [3] nous fermons le circuit (D) pour ensuite [3] extraire l'aiguille sans préalablement avoir interrompu le contact (F). [4] Résultat : l'aiguille est aimantée. – Inversement, lorsque [5] Le contact est établi (D) et [6] qu'*ensuite* l'aiguille est introduite dans le creux, et [7] qu'*avant* qu'elle n'en soit extraite le contact est interrompu (F)... dans ce cas l'aimantation a une polarité inversée (les pôles de l'aiguille/aimant sont dans les deux bouts opposés à ceux d'avant)⁵⁹.

Faraday résume cette intuition dans sa lettre à Phillips, en lui fournissant une définition parfaite de ce qu'est une étincelle de décharge : *une étincelle de décharge est un événement dont le début et la fin se produisent en même temps, sans qu'aucune durée ne les sépare* :

(325) « §25 - L'électricité en forme de courant exerce donc une action inductive comme l'électricité ordinaire, mais selon des lois spécifiques. Les effets sont un courant dans la même direction lorsque l'induction est établie ; un courant inverse lorsque l'induction s'arrête, et un état spécifique dans l'interim. Probablement l'électricité ordinaire [*l'électrostatique*] fait la même chose, mais comme il est *impossible à présent de séparer l'un de l'autre le début et la fin d'une étincelle* ou décharge, *tous les effets sont simultanés* et se neutralisent les uns les autres. »⁶⁰ [Faraday 1831, I. Ma trad. Les italiques sont de moi.]

IV. En revanche, lorsque le D et le F ont lieu tous les deux pendant que l'aiguille a déjà été placée dans le creux, il n'y a pas en tous les cas une neutralisation *complète* de l'aimantation, car la force produite par le D excède celle qui est réabsorbée par le F. Le résultat en est que si on fait entresuivre une suite de D/F-D/F-F/D..., on obtient par « accumulation » le même résultat d'aimantation complète que si l'on avait déclenché seulement un D sans qu'un F ne suive.

D'un côté donc $D = -F$ quant à l'orientation absolue de l'aiguille du galvanomètre dans $\overrightarrow{C} \oplus$, tandis que de l'autre côté $D > F$ quant à la quantité de force émanée.

III. *La Dynamo* – L'expérience d'induction magnéto-électrique a la même structure en termes de D/F. Ce qui nous intéresse particulièrement dans ce cas est plutôt la révélation – à « éclater de rire » ! – de la nature *rotatoire* des mouvements qui engendrent ces résultats :

(326) « [1] J'ai même un peu peur de te dire de quoi il s'agit. Tu penseras que je me moque de toi, ou autrement ta compassion te fera penser que je me trompe. En tout cas tu n'as qu'à éclater de rire ainsi que je l'ai fait de tout mon cœur lorsque j'ai compris qu'il ne s'agissait ni d'attraction ni de répulsion mais de rien que d'une *de mes bonnes vieilles rotations*, en une nouvelle forme.

[2] Je ne peux pas t'expliquer toutes les actions, qui sont très curieuses ; mais en conséquence de l'état électrotonique qui est acquis et perdu dès que les parties du plat tournent rapidement au dessous du pôle, et en conséquence de l'induction magnétoélectrique, des courants électriques se forment dans la direction du rayon, et ces courants continuent, pour de simples raisons, pendant tout le temps que le mouvement continue. Cela explique donc le fait bizarre que le métal a des pouvoirs sur l'aimant lorsqu'il bouge, mais non pas lorsqu'il est en repos. Et de même s'expliquent les effets qu'Arago a observés, et qui l'ont poussé à contredire Babbage et Herschel en affirmant que le pouvoir est répulsif ; mais en son tout [*as a whole*] il est en réalité tangentiel.

[3] C'est très bien pour moi que l'expérience ne doive pas avoir peur des mathématiques, et qu'elle ait le pouvoir de rivaliser avec elles en matière de découverte ; et je suis très étonné de découvrir que ce que les hauts mathématiciens ont annoncé comme la condition essentielle de la rotation – c'est-à-dire que le temps est demandé – a un aussi petit fondement que si le temps pouvait être anticipé plutôt que demandé – à savoir si les courants pouvaient être formés avant que l'aimant ne soit mis en place, plutôt qu'après, l'effet s'en suivrait quand même.

Adieu, cher Phillips. Pardonne cette lettre égotique de la part de ton fidèle M. Faraday. » [Cit. de Jones 1870 : 7-9. Ma trad.]

Il en résulte la structure élémentaire de toute *dynamo*. Un complexe Ψ [*Induced wire* connecté à un galvanomètre] $\times \Phi_A$ [« Inducing » aimant en rotation]. Dans le cas de la Dynamo, donc, « D » ne signifie pas fermer le circuit d'une pile ou lui approcher un fil « passif », mais faire tourner *réellement* un corps (aimanté) à la Jordan ((141)), avec le résultat que l'aiguille du galvanomètre reste pendant toute la durée Δt du mouvement, toujours fixe sur « ON », à savoir sur « *début du mouvement* », sans jamais revenir au repos.

Faisons donc une synthèse. Dans les phénomènes d'induction volta-électrique, le galvanomètre attaché au fil Ψ qui subit l'induction ne réagit à rien qui ne soit les deux événements *rigoureusement ordonnés* du début D et de la fin F d'un passage de courant dans le fil inducteur Φ attaché à la pile ; il reste par contre tout à fait indifférent (l'aiguille revient à sa place en repos) au mouvement de ce même courant, lorsqu'il persiste dans la durée Δt entre les deux limites de son passage. Au contraire, dans le phénomène d'induction magnéto-électrique de la Dynamo, l'aiguille du galvanomètre reste déviée avec la même direction « ON » (= *Début*) pendant toute la *durée* de la rotation de l'aimant. Faraday remarque en conséquence que, malgré l'opinion des grands mathématiciens de l'école anglaise (l'équipe Babbage, Herschel...) la Rotation « n'a pas besoin de temps »... ce qui est *bien faux*. La rotation, au contraire, n'a pas besoin de *durée*, car elle est au cœur de la Foudre : un mouvement, encore une fois « always nascent, or in process of generation ».

IV. *Ne cesser de s'envoler vers son propre lieu* – Or, c'est justement en ce sens qu'une définition pertinente de la rotation avait été donnée par Galilée à l'issue de sa discussion sur le plan incliné.

Dans cette définition, la perfection du mouvement rotatoire est définie par le fait qu'« *il n'y a sur la circonférence aucun point qui ne soit premier et dernier terme de la rotation* », ce qui revient à notre étincelle électrostatique émanée par la *rotation* d'une sphère frottée qui, le moment venu, explose en un $e_i[D \times F]$ de durée $\Delta t=0$:

(327) « Nous voulions, si je me souviens bien, déterminer que le mouvement en ligne droite ne peut servir à rien dans les parties bien ordonnées du monde ; nous avons continué en disant qu'il n'en va pas de même pour les mouvements circulaires : celui qu'un mobile fait sur lui-même le maintient toujours dans le même lieu, et celui qu'il fait sur la circonférence d'un cercle autour de son centre stable et fixe n'introduit aucun désordre en lui ni dans ce qui l'entourne. Premièrement, en effet, ce mouvement est fini et a un terme ; de plus, *il n'y a sur la circonférence aucun point qui ne soit premier et dernier terme de la rotation* ; poursuivant son chemin sur la circonférence qui lui est assignée, ce mouvement laisse tout le reste de l'espace, à l'intérieur comme à l'extérieur de cette circonférence, libre pour d'autres mouvements, sans leur opposer d'obstacle ni jamais y introduire de désordre. Puisqu'il s'agit là d'un mouvement où toujours le mobile quitte son terme et toujours y arrive, c'est, tout d'abord, le seul qui puisse être uniforme. Puisqu'il est uniforme et a un terme, il peut se perpétuer, les rotations se répètent constamment, alors que, sur une ligne sans terme et dans un mouvement continuellement ralenti ou accéléré, on ne peut naturellement rien trouver de tel ; je dis « naturellement », car le mouvement rectiligne qui se ralentit, c'est le mouvement violent, qui ne peut être perpétuel ; quant au mouvement accéléré, il arrive nécessairement à son terme, s'il en a un ; et s'il n'en a pas, il ne peut même pas y avoir de mouvement, puisque la nature ne peut pas vers où il est impossible d'arriver. J'en conclus donc que seul le mouvement circulaire peut convenir naturellement aux corps naturels qui composent l'univers, quand ils se trouvent disposés de la meilleure façon. » [Galilée 1632 : 123-4]

Il faut bien remarquer que dans cette description conspirent tous les principaux phénomènes qui ont jalonné ce travail. Premièrement, l'identité dynamique du « lieu propre » de l'entraînement en §5.4, qui grandit sur lui-même au fur et à mesure que la « sphère » du sujet enchaîne ses mouvements aussi auto-orientés que le sont les échelons successifs d'une progression « base 10 ». Deuxièmement, inutile de le rappeler, les groupes de rotation de Jordan en §8.1.1, auxquels nous avons objecté avec l'analyse « anti-groupe » en §8.2.1-2-3. On voit bien maintenant l'enjeu d'une telle dispute : il est ici question du rapport entre l'aiguille d'un galvanomètre toujours sur « ON » et la nature purement événementielle du mouvement qui provoque ce phénomène. Les hamiltoniens « couples of dates » de temps pur, ne sont ni plus ni moins que notre couple non commutatif \overline{DF} qui bien sûr est unanimement considéré comme *vectorel*, mais dans un monde fait de tuyaux et non pas d'événements.

Considérons maintenant (A) notre description du *lieu de l'entraînement* en [§5.4] : un lieu qui reste toujours le même, en accueillant cycle après cycle la mise en puissance du sujet qui s'entraîne ;

(B) la description de la rotation en (327) : un mouvement dans lequel chaque instant est à la fois le début et la fin de *ce même* mouvement qui – comme l’oscillation isochrone de la sphère d’un pendule – se déploie dans un temps absolument relatif au sujet qui bouge. La (A) et la (B) ensemble nous font comprendre pourquoi l’aiguille du galvanomètre d’une dynamo *n’oscille pas* comme un pendule, même si elle « revient toujours au début » (et donc va-et-vient). La différence est ici : que le pendule lui-même ne fait pas « avant-arrière » car, a) il n’y a *aucun* avant-arrière (les espaces de ses oscillations changent sans interruption), b) les extrêmes de chaque oscillation ne sont aucunement des *vrais* couples début/fin (non commutatifs) car en ce sens il sont parfaitement indiscernables ; à l’opposé, même si dans toute rotation $D \equiv F$ (la fin et le début de chaque mouvement *coïncident*) cela ne signifie pas que l’aimant ne cesse pas de retourner d’où il est parti, mais au contraire qu’il ne cesse de partir vers son propre lieu, en réalisant ainsi un mouvement qui ne cesse de débiter. La rotation de l’aimant est donc un seul événement *qui ne cesse de commencer*, réalisé par un corps qui – comme la sphère du pendule – est suffisamment soudé et solide pour cocher, un instant après l’autre, l’événement de sa propre mise en mouvement.

Confronté à l’image maxwellienne de la création du Néant d’un liquide incompressible, et de son annihilation dans ce même Néant, le concept galiléen du *début continu* d’un même mouvement dans le temps a la vertu de la cohérence et de la simplicité. En un mot, la Dynamo manifeste une *accélération événementielle*, car un instant après l’autre les débuts d’un même événement concernant un seul et même corps ne cessent de s’accumuler. Cette accumulation continue de départs vers son propre lieu (qu’on occupe déjà) est donc la structure logico/métaphysique de l’induction magnéto-électrique de Faraday.

(4) L’ELAN DEMONSTRATIF

(328) « Règle septième. – Pour compléter la science il faut que la pensée parcoure, d’un mouvement non interrompu et suivi, tous les objets qui appartiennent au but qu’elle veut atteindre, et qu’ensuite elle les résume dans une énumération méthodique et suffisante.

L’observation de la règle ici proposée est nécessaire pour qu’on puisse placer au nombre des choses certaines ces vérités qui, comme nous l’avons dit plus haut, ne dérivent pas immédiatement de principes évidents par eux-mêmes. On y arrive en effet par une si longue suite de conséquences, qu’il n’est pas facile de se rappeler tout le chemin qu’on a fait. Aussi disons-nous qu’il faut suppléer à la faculté de la mémoire par un exercice continu de la pensée. Si, par exemple, après diverses opérations, je trouve quel est le rapport entre les grandeurs A et B, ensuite entre B et C, puis entre C et D, enfin entre D et E, je ne vois pas pour cela le rapport des grandeurs A et E, et je ne puis le conclure avec précision des rapports connus, si ma mémoire ne me les représente tous. Aussi j’en parcourrai la suite de manière que l’imagination à la fois en voie une et passe à une autre, jusqu’à ce que je puisse aller de la première à la dernière avec une telle rapidité que, presque sans le secours de la mémoire, je saisisse l’ensemble d’un coup d’œil. Cette méthode, tout en soulageant la mémoire, corrige la lenteur de l’esprit et lui donne de l’étendue. » [Descartes, *Règles* : 233-234]

Le mouvement de la pointe de plume qui fait démarrer notre théorème en (282) saute *d’un bond* la présence perceptive des segments AB, BC, CA, EC, CD en Fig. 80, pour en faire un seul « vrai, très vrai » triangle. *Ce* « bond » est notre « \vec{D} » : la mise en marche de la dynamo de notre « groupe d’opérations » qui un échelon après l’autre $1^\circ \rightarrow 2^\circ \rightarrow 3^\circ \rightarrow 4^\circ \rightarrow 5^\circ \rightarrow 6^\circ \rightarrow 7^\circ$, nous fait parvenir à l’étincelle de la conclusion, quand le début « \vec{D} » et la fin « \vec{F} » de notre parcours démonstratif coïncident enfin en un seul acte de compréhension, parfaitement simultané.

I. *L’étincelle de la simultanéité* – Pour un physicien, la simultanéité immanente à la *prothesis* et au *synperasma* d’une seule et unique trajectoire démonstrative est certainement le sens de loin le plus transparent et accessible du mot « simultanéité », car rien ne sera jamais aussi immédiatement et simultanément présent à *son* esprit que la spirale cartésienne d’une démonstration. La *seule chose* qui reste à l’ennemi de la simultanéité démonstrative et de l’étincelle faradayenne est de reconduire cette dernière à un liquide dans un tuyau créé du Néant, et affirmer que *le physicien* n’est pas un phénomène physique... mais ce *trend* est désormais fatalement en train de se renverser du moment que l’on interroge maintenant les réflexes cérébraux du polytechnicien qui, en pleine Rue Descartes ((A3)) atteste, sans ambiguïté, que sa conscience est *physiquement* interpellée par la simultanéité de « $1 > 0$ ».

II. *La démonstration de la continuité est la continuité de la démonstration* – Deuxièmement, la suite simultanée $1^\circ \rightarrow 2^\circ \rightarrow 3^\circ \rightarrow 4^\circ \rightarrow 5^\circ \rightarrow 6^\circ \rightarrow 7^\circ$ est intérieurement *pleine*. Ce point est défendu par Aristote à côté de la nécessité que toute démonstration ait un début, et s'achève en un nombre fini de passages. Il affirme que, dans ce cas, l'« intervalle » entre un passage et un autre doit être aussi « immédiat et indivisible » [« *diastéma améson kai adiairéton* » – *Anal. Post. 84a35*] que doit l'être le principe (l'« *arché* » qui, nous le savons, est dit « *prothasis amesos* » [ibid. 72a8]). En d'autres termes, le « mouvement non interrompu et suivi » que selon Descartes ((328)) notre pensée doit réaliser pour achever une démonstration est – comme le mouvement « polygonal » d'un pendule – le contraire rigoureux d'un mouvement « continu » dans le sens de « toujours divisible ». Penser le mouvement d'une démonstration comme indéfiniment divisible en ce qu'il est un mouvement, est tout simplement se tromper : Sagredo est *très frappé* par l'évidence que lui impose le phénomène du Pendule en (39), qui l'oblige à tracer une « coupure » dans son idée générale de « rapidité » en distinguant entre une *vitesse* de la sphère oscillante – infiniment divisible, et qui s'estompe de n à 0 en passant pour tous les degrés intermédiaires – et une *fréquence*, à laquelle nous pouvons bien faire correspondre un nombre n fini d'événements, qui nous dit combien de (son) temps le pendule aura mis pour passer de vitesse n à vitesse 0. De même, cela doit certes nous étonner que le mouvement bolzanien infiniment divisible d'une pensée, « saute » de 1 à 2 à 4... à 7 sans aucunement se soucier de ce qu'il y a entre un échelon et l'autre..., mais c'est bien le phénomène de la démonstration mathématique qui nous impose cette « coupure » *créatrice de plénitude logique* dans la vie de notre esprit.

Et en effet... pourrait-il en être autrement ? Lorsque le logiciste Dedekind cherche l'« essence de la continuité », à savoir « un fondement scientifique pour l'investigation de *tous* les domaines continus » [Dedekind 1872 : 20] il ne peut trouver, de toute évidence, que la continuité de *cette même investigation*. « Toute *didaskalia* et *mathésis* » – dit Aristote – est naturellement douée de la force de remplir n'importe quel intervalle concevable entre deux passages internes à son propre déroulement avec l'insertion d'une coupure/suture grâce à laquelle la fin *logique* de l'un est dite [« soit... »] être le début du passage suivant, en ce qu'ils sont tous les deux l'expression d'une même intention démonstrative⁶¹ :

(329) « C'est en effet par le fait d'intercaler un terme entre deux autres [ἐντὸς ἐμβάλλεσθαι ὄρον] et non pas en admettant un terme supplémentaire [προσλαμβάνεσθαι] que l'on démontre ce qui est démontré, de sorte que s'il était possible ce processus indéfiniment, il serait possible qu'il y ait une infinité de moyens termes entre deux termes, mais cela est impossible. » [Aristote *Anal. Post. 84a36*]

Aristote redresse ici la *perception* de ce qu'est *se bouger* pour démontrer quelque chose. Nous commençons par percevoir une vérité : par exemple il nous vient à l'esprit que de même la somme des angles internes d'un carré est manifestement 4 droits, de même la somme des angles internes de chacun des deux triangles dont il se compose (la diagonale étant leur base commune) devra être égale à 2 droits. Cette pensée engendre notre désir de la « prouver ». Le simple phénomène de cette exigence montre que nous partons du postulat immédiat qui ouvre les *Analytiques Postérieures* (cf.(303)) nous nous mettons en marche, donc, pour donner à notre conviction (« 3 angles internes font 2 droits ») un « antécédent ». Chercher un antécédent, toutefois, n'est pas du tout « *προσλαμβάνεσθαι* », vouloir « ajouter » quelque chose, mais bien au contraire chercher une trajectoire dynamique qui établisse un accord ternaire entre un avant et un après en faisant de cette première conviction la *conclusion* d'un syllogisme. Lorsque nous trouvons donc une « *prothasis amesos* » qui satisfait notre « discours intérieur » – comme par exemple : « les lignes intérieurement égalisées AB, CE en Fig. 80 sont deux parallèles, qui ne se rencontrent pas » – nous cherchons le *pont* à « intercaler » [ἐντὸς ἐμβάλλεσθαι] qui nous conduise sans délai jusqu'à notre conclusion, et si ce pont nous convainc de sa solidité, nous n'aurons *aucune* raison de le mettre en doute par le fait que d'autres ponts sont possibles et que tout un monde infini et multiple de pensées est encore à explorer... grâce justement à la solidité de cette première construction achevée. Qu'il soit donc acquis, à côté de la simultanéité entre la *prothasis* d'une démonstration et le *sympérasma* – sa conclusion – que ces deux limites de toute trajectoire démonstrative sont comme la première = 1° et la dernière = n° des oscillations complètes d'un pendule : un nombre nécessairement fini d'échelons consécutifs qui donne une forme achevée et intelligible à la continuité mouvante de notre pensée.

III. *Une suite de purs débuts* – Notre démonstration est donc là, devant nous, comme la rotation sept fois répétée d'un aimant qui à chaque passage recommence à 0, en accumulant le nouveau début à ce qui a été acquis lors du début précédent. Ce que j'affirme toutefois n'est certes pas une métaphore, et si, dans le cas du pendule il s'agissait de distiller la notion d'un événement pur, dans le cas de la Dynamo, il est question d'une seule suite de purs *débuts* et non pas de mouvements doués d'une durée qui commencent chacun de son début pour se déployer pendant le TIC TAC de la montre. Il faut donc voir en quel sens une démonstration achevée est l'événement pur d'une suite de purs débuts \vec{D} qui s'équilibre à la fin \vec{F} lors de l'étincelle $\vec{D} \equiv \vec{F}$ de la conclusion. Pour répondre à cette question, il faut commencer par rendre compte du *premier* bond en avant, pour seulement ensuite répondre à la raison pour laquelle ce même premier bond, ainsi que tous les autres, sont des *purs débuts*. Cela nous donnera la propulsion finale pour arriver à interroger la pure et simple présence de l'*encre* de notre écriture mathématique devant nos yeux.

Pourquoi donc une démonstration destinée à l'étincelle d'une conclusion simultanément saisie à côté de son début et internement soudée par une suite finie de passages, est-elle une suite de *purs débuts*, ainsi qu'il passe dans le cas de la Dynamo ?

IV. *La puissance du Trait de Plume* – « Soit donné le segment AB ». Voilà notre début. Ce qui fait suite est un raisonnement « par récurrence » régit par le « principe d'induction » Or il n'y a rien – rigoureusement rien – dans un enchaînement démonstratif réussi qui ne soit une « situation possible dans l'espace logique » [Wittgenstein 1918 : 2.202]. Autrement dit : ce qui suit à ce « s'il est donné le segment AB » n'est pas ce qui est « à peu près » vrai pour tous les segments réels que nous pourrions rencontrer dans le monde, car dans le monde réel il n'y a même pas un segment : que des traits d'encre. Ce qui suit à ce début est à l'opposé ce qui est nécessairement vrai pour tous les segments *possibles*. Nous projetons donc l'image de notre segment AB dans le champ vide de notre démonstration, et nous sommes par là même à l'écoute de toutes les résonances possibles du sens de cette proposition :

(330) « 2.202 - L'image figure une situation possible dans l'espace logique. 2.203 - L'image contient la possibilité de la situation qu'elle figure. - 3. Il - Nous usons du signe sensible (sonore ou écrit, etc.) de la proposition comme projection de la situation possible. La méthode de projection est la pensée du sens de la proposition. » [Wittgenstein 1918]

Que peut donc devenir cette *grammé* AB dans notre mouvement projectif ? Il *peut* devenir le rayon d'un cercle, le côté d'un triangle, un nombre entier, un nombre irrationnel, un objet qui en réalité n'est pas là car il serait absurde qu'il fût là et qui, toutefois, nous est nécessaire pour souder l'évidence virtuelle de cette démonstration-par-l'absurde qui nous dit qu'il n'existe pas... Il peut en somme TOUT devenir, car la feuille où il vient d'apparaître n'est pas tout à fait le lieu d'une frustration récurrente mais bien au contraire le reflet lumineux de notre puissance illimitée de donner une identité à nos projections, juste pour explorer le sens inépuisable de leurs mouvements. La totalité des propositions qui jalonnent une démonstration mathématique s'arrête sur le bord de la réalité juste *avant* de se compromettre avec sa forme cristallisée et figée, pour nous lancer encore et encore vers un autre *début*. Et un début – nous disent Galilée et Faraday, est un événement de durée=0. Celle-ci est finalement « l'évidence rationnelle effective » dont parle Husserl qui va toujours au-delà de la pratique opératoire « maniable » car toujours *déjà* maniée. « Faire expérience » – au contraire – est *essayer*, ouvrir un chemin possible grâce à une trajectoire *évidente*.

Si l'on cherche ailleurs qu'ici la nature de la force qui émane d'une démonstration mathématique, on n'en trouvera pas. Chaque échelon de notre démonstration en 7 passages n'est donc que le *début* d'un événement – une « occurrence » – de durée 0, qui projette dans notre conscience la *pure possibilité* de son existence en acte le long d'une durée qui n'aurait fatalement *aucun sens*. Imaginons-la cette durée « actuelle » de notre segment AB, qui se prolonge au-delà du temps déductif où nous le trouvons... Un même segment qui se répète devant nous dans le temps mesuré par notre pendule : TIC TAC... C'est bien ce monde surréel que les textes d'enseignement de notre âge nous proposent sans cesse avec leur forêts de « 1+1+1... » [Fig. 39] qui se répètent identiques comme dans un cauchemar de Salvador Dalí. Évidemment, en dehors de cette *unique* occurrence au sein de *cette* démonstration, notre AB n'a vraiment pas où reposer sa tête. La plus simple vérité d'une démonstration mathématique est qu'il n'y a pas un seul passage doué d'une forme quelconque de permanence, c'est-à-dire qui se répète tel qu'il est deux fois de suite. La prochaine « occurrence » de « ce même » AB ne sera qu'un

autre épisode de *pure* instantanéité, infiniment ouverte à n'importe quelle autre « hypothèse ». Encore une fois, Piaget a très clairement vu tout cela :

(331) « Si l'axiomatisation s'appuie sur certains procédés d'abstraction réfléchissante, elle y ajoute une liberté de manœuvre toujours plus grande [...] En synthèse, du point de vue génétique la formalisation constitue un prolongement des abstractions réfléchissantes qui sont déjà à l'œuvre dans le développement de la pensée ; celle-ci, grâce aux spécialisations et aux généralisations dont elle s'empare, acquiert une liberté et une fécondité combinatoire qui dépassent largement et de tous les côtés les limites de la pensée naturelle, selon un processus analogue à celui grâce auquel les possibles arrivent à illuminer le réel. » [Piaget, 1993 p.76 Ma trad.]

Nous dirons alors que l'évidence mathématique naît dans la conscience humaine quand le possible devient plus puissant que toute réalité imaginable... mais alors, notre pensée n'est plus que cette « vague de courant » de durée instantanée dont parle Faraday, et qui en *surfant* de début en début de la *prothasis* au *sympérasma* parcourt l'aiguille à aimanter de notre cerveau et lui donne force, cohésion et jeunesse. Lorsque notre esprit se propulse en effet dans un parcours démonstratif sans hésiter sur le bord du « peut-être » mais bien fermement conscient que ce qu'il va dire sur cet AB sera vrai pour tout segment possible, imaginable, pensable, il s'ouvre un chemin *purement potentiel* dans la suite de sphères immobiles qu'est devenue entre temps la réalité matérielle (spatiale et actuelle) qui nous entoure et nous habite. Il est donc en train d'instituer, en parfaite autarchie, et comme s'il était le premier à le faire, *la possibilité de la Science*.

(5) AGE, ERGO SOMNIEMUS...

Ce que nous venons de montrer au niveau purement projectif de la démonstration mathématique trouve encore une fois des extraordinaires confirmations dans les recherches neuropsychologiques sur les mécanismes « décalés » de la perception.

(332) « *L'œil, un capteur imparfait* - Tout commence dans la rétine, où viennent se projeter les photons renvoyés par la page. Ce capteur est loin d'être aussi parfait qu'on l'a prétendu. En effet, il n'est pas homogène. Seule la région centrale de la rétine, appelée la fovéa, est riche en cellules photo-réceptrices de très haute résolution, les cônes. Cette région, qui occupe environ quinze degrés du champ visuel, est la seule zone de la rétine réellement utile à la lecture. Elle seule capte les lettres avec suffisamment de détails pour les reconnaître. Si ces détails manquent, que ce soit à la suite d'une lésion rétinienne, d'une lésion des aires cérébrales visuelles, ou d'un artifice expérimental qui masque sélectivement la région de la fovéa, la lecture devient impossible. » [Dehaene 2007 : 36]



Figure 92 [de moi]

La « fovéa » peut bien être comparée à la sphère circulaire purement dynamique qui entoure le centre de gravité/rotation de tout corps doué d'une inertie.

Ainsi que tous les autres corps, notre œil [Fig. 92] est une sphère dynamique douée d'un centre qui est le vrai protagoniste de ses transformations physiques. En Fig. 93 j'ai dessiné un poignard avec sa « fovéa », à savoir son centre de gravité, autour duquel s'accomplissent toutes les rotations du corps entier [Fig. 92a], et qui est à la rigueur la seule partie (adimensionnelle et punctiforme) qui suit la parabole de chute en [Fig. 92b] :

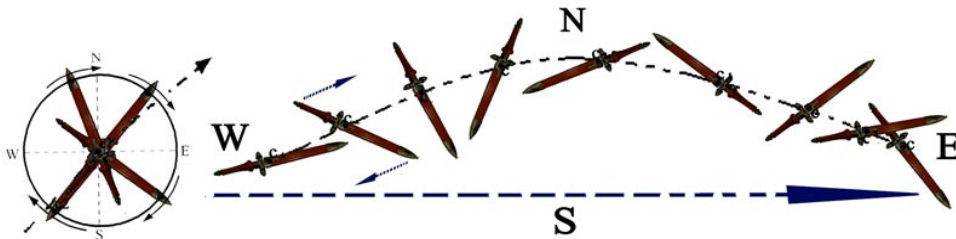


Figure 93ab

Le sujet ultime du mouvement de chute qui anime un corps lancé dans l'espace, est sa « fovéa ».

Il faut ajouter aussi que selon la masse du corps et son niveau de cohésion, il existe, autour de tout centre de gravité, une sphère dynamique (l'*œil* du cyclone) qui ne participe pas au mouvement circulaire/hélicoïdal de toutes les autres parties du corps en rotation. Lorsque, par exemple, on crée en orbite un effet de gravité en faisant tourner la base spatiale autour de son centre, il se forme autour de ce même centre un « œil du cyclone » où les astronautes flottent dans le vide.

La recherche expérimentale nous enseigne que l'*œil* du cyclone de notre œil est un viseur qui se déplace sur n'importe quel texte selon une suite récurrente d'accélération/décélération que l'on appelle « saccades », dont chacune cible une section toujours égale de texte. En un mot, notre œil déplace sur le texte, avec un rythme parfaitement égalisé, un zone espace/temporelle de calme où il se donne le temps de lire :

(333) « L'étroitesse de la fovéa est la raison principale pour laquelle nous bougeons incessamment les yeux au cours de la lecture. En orientant le regard, nous « scannons » le texte à lire à l'aide de la partie la plus sensible de notre capteur visuel, la seule capable de discriminer finement les lettres. De surcroît, nous ne parcourons pas le texte de façon continue. Au contraire, nos yeux se déplacent par petits mouvements discrets, par saccades. Lorsqu'il prépare les saccades, notre cerveau adapte la distance parcourue par l'*œil* à la taille des caractères, de façon à avancer d'environ sept à neuf lettres à chaque saccade. Cette valeur, étonnamment petite, correspond donc approximativement au nombre de lettres que nous parvenons à traiter au cours d'une fixation du regard. » [Dehaene 2007 : 38]

« Nous ne parcourons pas le texte de façon continue ». On ne saurait trop insister sur cette erreur toujours répétée par les psychologues de la cognition : un mouvement internement organisé comme une sinusoïde d'accélération/décélération *n'est pas* « discret » ! L'oscillation d'un pendule, ainsi que tout autre « mouvement harmonique simple » est bien un mouvement *continu*. Notre œil parcourt donc un texte de façon rythmée, en ouvrant à chaque « saccade » (savamment préparée par notre « cerveau ») la « fenêtre mobile » d'une immobilité, lorsque le « pic de vitesse » du mouvement [ibid. 40] a été dépassé. Nous lisons en enchaînant de façon continue des cycles de mouvement croissant→décroissant qui obtiennent comme résultat immanent au mouvement même, la lecture ininterrompue du texte ainsi scanné, c'est-à-dire l'augmentation progressive des informations acquises : ce qui correspond très exactement à notre modèle d'entraînement en [§5.4].

Quelque chose est toutefois encore plus intéressant, qui se lie intimement et explicitement à ce que nous avons dit sur le mouvement continu de la démonstration mathématique, et sur la façon dont Descartes en parle en (328) :

(334) « [1] Pour vérifier plus directement ce que nous voyons d'un texte, George W. McConkie et Keith Rayner ont développé une méthode expérimentale que l'on pourrait qualifier de « démon de Descartes ». Dans ses *Méditations Métaphysiques*, René Descartes imaginait en effet un mauvais génie capable de tromper nos sens :

« Je supposerai donc qu'il y a, non point un vrai Dieu, qui est la souveraine source de vérité, mais un certain mauvais génie, non moins rusé et trompeur que puissant qui a employé toute son industrie à me tromper. Je penserai que le ciel, l'air, la terre, les couleurs, les figures, les sons et toutes les choses extérieures que nous voyons, ne sont que des illusions et tromperies, dont il se sert pour surprendre ma crédulité. Je me considérerai moi-même comme n'ayant point de mains, point d'yeux, point de chair, point de sang, comme n'ayant aucun sens, mais croyant faussement avoir toutes ces choses. »

Le mauvais génie de Descartes, comme l'ordinateur du film *Matrix*, produit un simulacre de réalité en bombardant nos sens de signaux habilement calculés pour créer *une illusion de*

réalité, un décor virtuel dont nous ne pourrions jamais voir l'envers. » [Ibid : 39. L'italique est de moi.]

Or, ce que ces deux chercheurs ont apprêté n'est pas une « illusion de réalité » mais un effet-cinéma : ils ont accordé les temps d'affichage d'un texte au mouvement rythmé – les « saccades » – des yeux du lecteur, en plaçant des « noirs » (suites de xxxx) pendant les « pics de vitesse » indétectables par la fovéa du sujet :

(335) « La méthode de McConkie et Rayner, dite de la « fenêtre mobile », est plus modeste : elle permet de *créer une illusion de texte* sur un écran d'ordinateur. Elle consiste à équiper un volontaire d'un appareil de détection des mouvements de l'œil et à le coupler à un ordinateur de façon à modifier l'affichage du texte en temps réel. Ainsi peut-on programmer l'ordinateur pour n'afficher que quelques caractères de part et d'autre du point de fixation du regard, toutes les autres lettres de la ligne étant remplacées par des « x ». À titre d'exemple, la première phrase de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust apparaîtrait ainsi :

Lontemps xx xx xxxx xxxxxxxx xx xxxxx

Dès que le regard bouge, l'ordinateur rafraîchit l'écran afin de toujours présenter les lettres adéquates à l'endroit où l'on regarde, et des « x » partout ailleurs

xxxxxxxxx **je me suis** xxxxxx xx xxxxx.
 xxxxxxxxxxxxxx xx **xis couché dx** xxxxx xxxxx
 xxxxxxxxxxx xx xx xxxxxx xxxxx**de bonne h**xxxx.
 xxxxxxxxxxx xx xx xxxx xxxxxxx xx xxx**ne heure.**

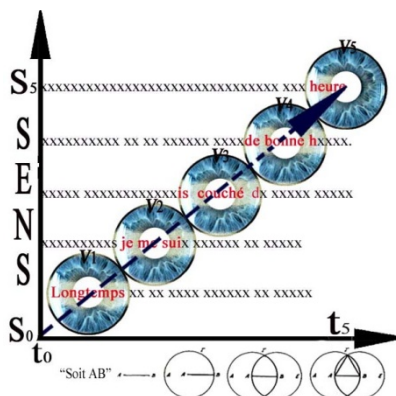


Figure 94 [de moi]

C'est ainsi que McConkie et Rayner ont fait une découverte remarquable et paradoxale : pour le sujet de l'expérience, cette manipulation est indétectable. Pour peu que l'on laisse suffisamment de lettres correctes de part et d'autre du point de fixation, le lecteur ne s'aperçoit de rien et croit avoir sous les yeux une page normale. En somme, il est aveugle dans une grande partie de son champ visuel et ne le sait pas. » [Ibid.]

En Fig. 94 j'ai fait une synthèse entre : a) le couteau lancé en Fig. 93 (il suffit d'imaginer que son centre de gravité soit excentrique, peut obtenir une parabole accélérée-décélérée) ; b) l'entraînement en Fig. 20, et c) la construction euclidienne du triangle équilatéral. Sur l'axe vertical j'ai mis la *quantité de sens* comme paramètre de mesure du mouvement unitaire et continu ainsi réalisé. La simple *lecture* de la phrase « Longtemps je me suis couché de bonne heure » est donc un mouvement *strictement intentionnel* (dont seulement une subjectivité peut témoigner) qui soude son unité physique (dont tout transducteur non humain peut témoigner) de la même façon dont l'entraînement global de l'athlète en Fig. 20 le fait : de façon totalement autonome par rapport à ce qui se passe « à côté » du *lieu mental absolu* où il se produit. La même chose est évidemment valable dans le cas de la démonstration que j'ai placée sous l'axe horizontal.

(336) « Pourquoi cette étonnante cécité périphérique ? Au moment où il se produit, le changement de lettres n'est pas visible parce qu'il survient au pic de vitesse à un moment où l'image rétinienne est rendue floue par le déplacement. Lorsque le regard se pose, tout a l'air normal : les lettres attendues sont en place face à la fovéa, et le reste n'est de toute façon guère lisible en périphérie du champ visuel. L'expérience de McConkie et Rayner prouve ainsi que nous ne traitons consciemment qu'une toute petite fraction des entrées visuelles. Si on laisse

environ quatre lettres à gauche et quinze lettres à droite, la vitesse de lecture reste identique à celle d'un texte normal. *À chaque instant, nous n'extrayons donc que très peu d'informations du texte* : le démon de Descartes n'aurait qu'à afficher une vingtaine de lettres par fixation pour nous faire croire que nous avons sous les yeux la totalité d'un volume de Proust ! » [Dehaene 2007 : 39. L'italique est de moi.]

« À chaque instant nous n'extrayons donc que très peu d'informations du texte ». C'est ici notre évidence de « décalage » entre perceptif et projectif, qui constitue le pivot même de l'argument de Descartes dans ses *Méditations*. Nous venons de voir en fait qu'une démonstration en n temps, comme celle d'Euclide ci-dessus, est sans doute un mouvement intentionnel continu, qui ne présente aucun vide interne en ce qu'elle est parfaitement *répulsive* de tout ce qui peut se passer dans le temps de l'horloge entre un passage et un autre de son déroulement. Notre corps – grâce à ce que Descartes appelle notre « *mentis inspectio* » – « n'extrait que très peu d'informations du texte » euclidien qui rythmiquement se concentre dans l'œil du cyclone de sa fovéa. La question de Descartes était donc : peut être que je dors [cf.(N33)] ... ou peut être un mauvais génie est-il en train de faire tourbillonner un cyclone de « xxxx » entre un passage et un autre, et je ne vois rien de tout cela. *Age, ergo somniemus...*

Nous dormons donc, mais cela – se dit Descartes – ne remet aucunement en question ni a) que « Longtemps je me suis couché de bonne heure » est une phrase pleinement signifiante que nous venons de prononcer et comprendre en nous-mêmes, ni b) que le triangle qui apparaît en t_5 à la fin de notre démonstration est en effet équilatéral ; ni c) qu'un *mouvement* a en tous les cas bien eu lieu.

Concentrons-nous sur ce dernier point. Je demande : un mauvais génie peut-il créer en nous l'illusion qu'un mouvement a eu lieu dans le monde ? Non : cela est impossible, nous savons bien que l'illusion d'un mouvement est en tous les cas le mouvement d'une illusion, et nos illusions sont sans aucun doute dans le monde, où nous sommes en train de dormir. Cela dit : le mouvement sans doute réel d'une démonstration mathématique « extraite » de la réalité tourbillonnante des choses en état d'éveil, est-il de quelque façon menacé quant à la nécessité de sa conclusion du fait que ce même monde est peuplé de tempêtes d'« xxxx » ? Naturellement non ! Bien au contraire : nous venons de voir que c'est la force même de la démonstration que d'*expulser activement* en dehors de l'*otium* contemplatif de sa fovéa logique tout ce qui n'appartient pas à l'enchaînement déductif de ses passages.

Nous voyons bien ici, en conclusion, une autre évidence de *décalage* entre, d'un côté le monde « défectueux » de la perception sensible, qui laisse échapper aveuglément maintes « informations » sur les choses lorsqu'il est question d'en extraire le nectar d'un sens, et de l'autre côté la puissance éblouissante que ce « défaut » va devenir pour notre « vrai moi » lorsque nous atteignons l'horizon purement projectif du temps pur, soit-il celui de Galileo Galilei, Emmanuel Kant, W.R. Hamilton ou Marcel Proust :

(337) « Un expédient merveilleux de la nature, qui avait fait miroiter une sensation – bruit de la fourchette et du marteau, même inégalité de pavés – à la fois dans le passé, ce qui permettait à mon imagination de la goûter, et dans le présent où l'ébranlement effectif de mes sens par le bruit, le contact avait ajouté aux rêves de l'imagination ce dont ils sont habituellement dépourvus, l'idée d'existence – et grâce à ce subterfuge avait permis à mon être d'obtenir, d'isoler, d'immobiliser – la durée d'un éclair – ce qu'il n'appréhende jamais: *un peu de temps à l'état pur.* [...]

Cet être-là n'était jamais venu à moi, ne s'était jamais manifesté, qu'en dehors de l'action, de la jouissance immédiate, chaque fois que le miracle d'une analogie m'avait fait échapper au présent. Seul il avait le pouvoir de me faire retrouver les jours anciens, le Temps Perdu, devant quoi les efforts de ma mémoire et de mon intelligence échouaient toujours. L'être qui était rené en moi quand avec un tel frémissement de bonheur j'avais entendu le bruit commun à la fois à la cuiller qui touche l'assiette et au marteau qui frappe sur la roue, à l'inégalité pour les pas des pavés de la cour Guermantes et du baptistère de Saint-Marc, cet être-là ne se nourrit que de l'essence des choses, en elles seulement il trouve sa subsistance, ses délices. Il languit dans l'observation du présent où les sens ne peuvent la lui apporter, dans la considération d'un passé que l'intelligence lui dessèche, dans l'attente d'un avenir que la volonté construit avec des fragments du présent et du passé auxquels elle retire encore de leur réalité ne conservant d'eux que ce qui convient à la fin utilitaire, étroitement humaine qu'elle leur assigne.

Mais qu'un bruit, qu'une odeur, déjà entendu et respirée jadis le soient de nouveau, à la fois dans le présent et dans le passé, réels sans être actuels, idéaux sans être abstraits, aussitôt l'essence permanente et habituellement cachée des choses se trouve libérée et notre vrai moi qui parfois depuis longtemps, semblait mort, mais ne l'était pas autrement, s'éveille, s'anime en recevant la céleste nourriture qui lui est apportée. Une minute affranchie de l'ordre du temps a recréé en nous pour la sentir l'homme affranchi de l'ordre du temps. » [Proust TR]

En conclusion, le mouvement d'une démonstration mathématique est sans aucun doute un mouvement réel et bien physique, et la vérité de sa conclusion tire toute sa puissance accélérative du fait que sa fovea n'est pas le vide d'un défaut cognitif mais la plénitude de sens d'une forteresse inexpugnable par les tourbillons du monde : *la puissance dynamique du mental humain*.

Annexe I – De la « décharge » du réflexe aux mouvements évolutifs du sens

1. Des mouvements dénombrables des corps externes aux nombres comme mouvements de notre corps

Si les mouvements mathématisables du monde qui font l'objet de la Physique n'offrent aucun ancrage à l'idée que la substance ultime de ce que nous saisissons grâce aux nombres *est* espace/matière – car tout ce qu'il nous est donné d'en comprendre nous offre la voix événementielle d'un conteur d'histoires – la même chose vaut pour les mouvements que nous-mêmes accomplissons pour accéder à ces mêmes nombres qui nous donnent accès aux histoires du monde... et pour ce que nous en savons, les « nombres » (1, 2, 3...) n'existent pas en dehors de *nos mouvements* et de leur modalité de déroulement, qui seule nous permet d'en savoir en effet quelque chose.

Cette dernière évidence nous offre une plateforme expérimentale extrêmement précieuse, car si confronté aux doutes du subtil Sagredo, Salviati a dû construire [§10.1(1.D)] le pont de liaison qui pose en « correspondance biunivoque » le nombre et le mouvement physique (le pont du plan incliné, soutenu par les piliers logico/narratifs du PSE), dans le cas de la simple présence d'un nombre dans notre esprit, cette liaison est déjà dans la chose : l'existence d'un nombre dans notre « comportement total » *coïncide* avec l'existence de ce même comportement, qui est un *mouvement*. Nous avons largement discuté de tout cela [§4.3.1] à propos de la « spiraloïde » évidence « $x \rightarrow x' = e(x \rightarrow x')$ » qui conduit d'une opération binaire à l'événement de son avoir lieu ; cet acquis montre maintenant sa fécondité heuristique, car il nous permet de poser cette correspondance biunivoque comme point de départ : « $n \leftrightarrow e(n)$ » ou autrement dit : « tout nombre qui se présente dans notre comportement est l'événement d'un nombre, et le contact avec cet événement produit en nous – *est* – un mouvement ».

Notre attention va se concentrer en conséquence sur *notre* « façon de bouger » en correspondance à l'événement, bien *matériel*, d'un nombre.

(1) LA MATIÈRE DE NOTRE ESPRIT – J'ai souligné en §5.1 que l'hypothèse de Dehaene ((46)) découle, ainsi que celle de Piaget ((47)), du « postulat de continuité cosmique » imposé par tout geste scientifique en quête de ses origines. Dans le cas de Dehaene, cette hypothèse affirme que la capacité numérique du mathématicien est un fruit dont la graine est la capacité numérique des animaux, et la méthode qu'il met en place pour la vérifier est extrêmement rigoureuse et féconde. Ce que Dehaene fait, est de se concentrer sur le chaînon intermédiaire entre le nombre des animaux/nourrissons et le nombre du mathématicien, et ce chaînon est le symbole élémentaire du nombre « 1, 2, 3... ». Le but est donc de voir si ce chaînon – à la fois élément séparateur et unificateur, comme tout chaînon dans une suite continue – porte en effet la « signature » de sa provenance. Paradoxe de toute généalogie, Dehaene n'ira chercher, dans les traces évolutives indéniablement présentes au sein de nos mouvements symboliques, que l'évidence de leurs défauts, de leurs limitations. Cela toutefois n'amointrit en rien l'intérêt extraordinaire de ces recherches étant donné la rigueur avec laquelle elles ciblent cette même « quantité pure » – *Mannigfaltigkeit*, *Menge*, ensemble, collection, masse agrégative... – que la pensée ensembliste avait distillée « derrière » le nombre, en lui attribuant parfois la nature d'une *grandeur* [Bolzano], parfois celle d'un nombre [Dedekind, Cantor], et parfois encore celle d'une quantité purement logique [Frege, Boole]. Bref, en cherchant et *en trouvant* cette même étendue continue présente et agissante au cœur du symbole arithmétique, Dehaene décide de la considérer « de nature neuronale » *donc* matérielle *donc* (selon la *lectio* ensteinienne) spatiale... C'est de cette idée que je vais discuter, en observant attentivement *nos mouvements* en correspondance du nombre.

Le résultat en sera que Dehaene a bien tort. Notre corps est un mobile galiléen qui bouge dans le *temps* – $v=v(t)$ – et non pas dans l'*espace* – du nombre, car la *hyle noétique* qui déploie le corps du symbole mathématique devant notre conscience n'est enfin que la même qui nourrit le temps purement narratif du symbole littéraire.

(2) LES DEUX DIMENSIONS DE NOS MOUVEMENTS NOMBRANTS – Commençons par distinguer deux dimensions internes à nos mouvements nombrants : (A) la dimension « ●, ●●, ●●● » où l'objet perceptif, l'objet symbolique et le nombre coïncident sur une même surface immédiatement accessible, commune à ceux qui savent lire et à ceux (hommes et animaux) qui ne savent pas lire. (B) La dimension « 1,2,3 » où l'objet perceptif a laissé la place à l'objet irréductiblement symbolique.

Cette dimension est intégralement inaccessible pour ceux qui ne savent pas lire, tandis que ceux qui savent lire ont en elle un accès immédiat au nombre « derrière » le symbole : aussi immédiat que s'ils le percevaient sans aucune intermédiation.

Quant à la dimension « ●, ●●, ●●● », tous les hommes perçoivent sans effort et en un seul instant sans comptage les nombres représentés par I II III, — = ≡, ʎ ʎ ʎ [cf. (306)]. Une « limite impérative » entre nous et le nombre *directement* perçu apparaît toutefois dès que nous quittons la terre du « I, II, III », et cette limite se présente sous forme d'un ralentissement vertigineux dans nos mouvements de réaction :

(A1) « L'existence d'une limite impérative au nombre d'objets que nous sommes capables de dénombrer en un instant est connue des psychologues depuis plus d'un siècle. En 1886, Cattell, dans son laboratoire de Leipzig, démontra que, lorsqu'on présentait pendant un temps très bref une carte portant plusieurs points noirs, le sujet ne parvenait à les dénombrer avec précision que si leur nombre n'excédait pas trois.

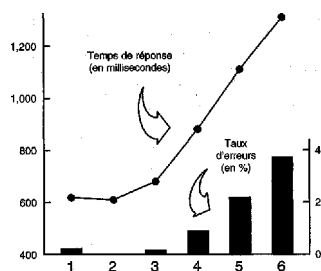


Figure A1

Au-delà de cette limite, les erreurs s'accumulaient rapidement. Bourdon découvrit la loi fondamentale du dénombrement visuel chez l'homme. Le temps mis pour reconnaître et dénommer une quantité fixe de points croît d'abord doucement de 1 jusqu'à 3, puis s'élève soudainement au-delà de cette limite, en même temps que le nombre d'erreurs s'accroît brutalement. Ce résultat, vingt fois reproduit, reste valable de nos jours. Il ne faut guère plus d'une demi-seconde pour percevoir la présence de un, de deux, ou de trois objets. Au-delà de cette limite, la vitesse et le degré de certitude chutent considérablement [Ici Fig. A1]. » [Ibid.76]

La façon dont nos mouvements de réaction ralentissent suit deux lois : la « loi de taille » et la « loi de distance ». Ces deux lois qui régissent les accélérations/décélérations et l'orientation de nos mouvements nombrants montrent avec une évidence définitive que nous appartenons au même royaume numérique des rats, des pigeons et des nourrissons. Or ces deux lois réapparaissent apparemment identiques dans le monde irréversiblement symbolique du « 1, 2, 3 » : c'est donc directement dans ce monde que je vais maintenant les prendre en considération.

(3) ENTREE DANS LE MONDE DU SENS – Une fois pénétré le domaine de la lecture on ne revient plus en arrière. Non seulement l'entrée dans le monde du *symbole* numérique est irréversible (nous ne pouvons pas percevoir 2 sans lire « 2 »), mais nous saisissons directement son sens ((264)). Nous voilà donc, déjà en mouvement « dans le nombre » [« ἐν ἀριθμῷ », dirait Aristote]. Il s'agit d'un mouvement en même temps intentionnel et physique, en ce qu'il se produit en même temps dans notre espace logico/herméneutique, et dans notre espace physique : on mesure, dans ces expériences, la vitesse des réponses que les sujets donnent en appuyant sur la touche d'un chronomètre.

Décrivons donc quel genre d'objets nous entourent, et quel genre de mouvements nous animent une fois que nous avons pénétré dans le monde étonnant de l'« 1, 2, 3... ».

2. Le spectacle mouvant du sens

(1) LA « TAILLE/DISTANCE » DU NOMBRE NOMBRE, SELON LE POINT DE VUE – Sans qu'aucun intermédiaire ne s'interpose entre nous et lui, *le sens* d'un ensemble de dix symboles simultanément agissant sur nos « neurones » ainsi que les 7 notes le font chaque fois que nous n'en saisissons qu'une, engendre en nous des *mouvements plus au moins rapides* selon l'entité de leur différence mutuelle. Deux lois fondamentales régissent ces accélérations/décélérations : les cités « effet de taille » et « effet de distance ». Comme je l'ai dit, ces « effets » sont présents tant dans le cas des animaux confrontés à

des tâches numériques non symboliques, que dans le cas des hommes qui ont fait leur entrée définitive et irréversible dans le monde du symbole. C'est à cause de cette homogénéité comportementale que Dehaene pense voir, au cœur de nos mouvements définitivement intra-arithmétiques, la « signature » du « primate » qu'à ses dires nous sommes.

Le primate :

(A2) « [1.EFFET DE DISTANCE] Lorsque les deux quantités à comparer sont assez distantes, comme deux et six, le chimpanzé ne se trompe pour ainsi dire jamais et choisit systématiquement la plus grande. Mais à mesure que les quantités deviennent de plus en plus proches, les performances de l'animal se détériorent de façon systématique. À l'extrême, lorsque les quantités ne diffèrent que d'une unité, seules deux réponses sur trois sont correctes. Cette variation systématique du taux d'erreur en fonction de la différence numérique s'appelle l'« effet de distance. [2.EFFET DE TAILLE]. Elle se double d'un « effet de taille », c'est-à-dire une baisse systématique des performances, à distance constante, lorsqu'augmente la taille des nombres à comparer. Le chimpanzé n'a guère de difficulté à déterminer que 2 est plus grand que 1, alors même que la différence de ces deux quantités ne dépasse pas une unité. Par contre, il se trompe de plus en plus souvent lorsqu'on passe à des comparaisons de paires plus élevées comme 2 contre 3, 3 contre 4, et ainsi de suite. » [Dehaene 1997 : 32. Les crochets sont de moi.]

L'homme :

(A3) « Nous subissons un effet de distance, c'est-à-dire qu'il nous est plus facile de distinguer deux nombres éloignés, comme 80 et 100, que deux nombres proches comme 81 et 82. Notre appréhension des quantités, comme celle du rat, obéit également à un effet de taille : à distance constante, nous avons plus de difficulté à distinguer des grands nombres comme 90 et 100, que des petits nombres comme 10 et 20. [...] Qu'on ne s'y trompe pas : les personnes testées n'étaient pas des cancrs, mais des gens comme vous et moi. Après dix ans d'expériences, il me reste encore à trouver une seule personne qui compare 5 et 6 aussi vite que 2 et 9, sans effet de distance. Il m'est arrivé d'expérimenter avec de brillants scientifiques, dont une vingtaine de jeunes mathématiciens et mathématiciennes de l'École Normale supérieure et de l'École Polytechnique. Tous sont fascinés de constater qu'ils ne peuvent s'empêcher de ralentir et de faire des erreurs lorsqu'ils doivent décider lequel des chiffres 8 et 9 est le plus grand. » [Dehaene 1997 : 81]

J'ai soudé ces deux « effets » en une seule expression – « taille/distance » – car il faut remarquer que dans le champ continu du nombre, les deux facteurs de la « taille » et de la « distance » peuvent être considérés comme deux *points de vue* sur une même réalité, la taille d'un nombre n'étant finalement que la distance interne entre ses deux limites et, réciproquement, la distance entre deux nombres coïncidant avec la taille du nombre qui les sépare. Une relativité réciproque de ces deux aspects qui est bien soulignée, en sa racine purement subjective, par tous ces auteurs :

(A4) « Ce n'est pas tant *la distance absolue* entre les nombres, *mais plutôt la distance relative à la taille* des nombres considérés qui détermine la facilité avec laquelle nous pouvons distinguer deux quantités numériques. *D'un point de vue subjectif*, la distance entre 8 et 9 n'est pas identique à celle qui sépare 1 de 2. » [Ibid. Les italiques sont de moi.]

Il faut bien souligner, d'autre part, que si « la distance [est] relative à la taille » et *vice-versa*, et que la présence de l'une plutôt que de l'autre devant notre attention est à son tour totalement relative à notre point de vue [comme dans l'espace de Klein en §8.1.3(4.1)], cela ne signifie pas que cette même taille/distance soit une quantité numérique purement relationnelle, tel un rapport de proportionnalité. En fait, nos mouvements nombrants nous disent que nous « comprimons » les grandes tailles/distances numériques dans un espace où – « à la limite » – elles coïncident, précisément comme il se passe dans un effet perceptif de perspective :

(A5) « La règle mentale à l'aune de laquelle nous mesurons les nombres n'est pas graduée de façon régulière. Elle tend à comprimer les grands nombres dans un espace restreint. Notre cerveau représente les quantités comme le ferait une règle à calcul graduée suivant une échelle logarithmique. Sur cette règle, autant d'espace est alloué à l'intervalle de 1 à 2 qu'à l'intervalle de 2 à 4 ou de 4 à 8. La précision et la rapidité des calculs *décroissent donc nécessairement* à mesure que les nombres impliqués augmentent. » [Ibid. L'italique est de moi.]

Ce ralentissement qui se produit « à mesure que les nombres impliqués augmentent » sur une « échelle logarithmique » est l'effet de perspective dont je suis en train de parler, et cet effet demande la fixation d'une *quantité absolue*, sans quoi il ne pourrait pas avoir lieu. Je m'explique.

Quand Dehaene affirme : « à distance constante nous avons plus de difficulté à distinguer des grands nombres comme 90 et 100, que des petits nombres comme 10 et 20 », cette « distance constante » signifie ici *le contraire exact* de la grande découverte de Sagredo en (102), lorsqu'il a donné son impeccable définition, purement projective, de « même vitesse », qui lui a fait tourner la tête lorsqu'il s'est agi de l'appliquer au niveau perceptif du plus rapide/moins rapide. Dans le cas de Sagredo, « même vitesse » indique la fixité non extensive (= non absolue) d'une même *proportion* entre des grandeurs absolues (temps et espace). Ici, au contraire, nous sommes en train de disposer une *taille/distance* sur une « échelle logarithmique » comme celle de la numération positionnelle, et sur cette échelle s'entresuivent des « tailles » numériques qui augmentent/diminuent au fur et à mesure leur « ordre de grandeur » *absolu*, et non seulement leurs proportions. Dehaene est donc en train de décrire l'« effet de perspective » que l'extension numérique absolue « 10 » obtient sur notre point de vue, lorsque nous la plaçons à une « distance » dont la « taille » est plus au moins grande... dans le sens « absolu » du Grand et du Petit dont nous avons discuté en §8.3.1/§8.3.2.

Nos accélérations/décélérations se produisent donc dans un monde peuplé par une infinité potentielle de « nombres nombrés », tous doués d'une *taille/distance* absolue, qui varient suivant les libres décisions de notre esprit nombrant. Voyons maintenant comment nos mouvements physico/intentionnels se déroulent au sein de ce monde *virtuel*, dirait-on, avant la lettre.

(2) UNE ACCELERATION GALILEENNE – Les variations de vitesse que subissent nos réactions musculaires selon le « poids » (*taille/distance*) des nombres qui nous frappent de « derrière » leur apparence perceptive, dessinent une parabole dynamique pleinement galiléenne :

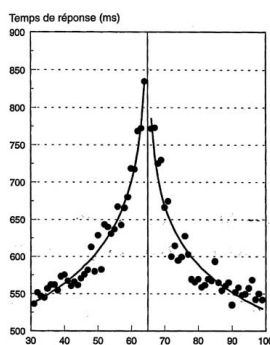


Figure A2 [dans le texte en (A6 [3])]

Il s'agit d'un mouvement « d'une régularité mathématique exceptionnelle » : une accélération continue et « sans à-coup », qui anime nos réactions en correspondance biunivoque avec la suite des nombres :

(A6) [À L'OCCASION DE LA « NUMEROSITE » D'UN ENSEMBLE D'OBJETS NON SYMBOLIQUES] « [1] Ces lois sont d'une régularité mathématique exceptionnelle en psychologie. Supposons qu'un sujet humain parvienne à distinguer, avec un taux de réussite de 90%, un nuage de treize points d'un ensemble de référence comprenant dix points (soit un écart numérique de trois unités). Maintenant, doublons la taille de l'ensemble de référence, qui passe ainsi à vingt points. De combien faudra-t-il s'éloigner de ce cardinal pour atteindre derechef un seuil de discriminabilité de 90%? La réponse est simple : il faudra maintenant présenter un nuage de vingt-six points, soit une distance numérique double de la précédente (six unités).

[À L'OCCASION DES SYMBOLES DES NOMBRES] [2] Lorsque les deux chiffres de la paire représentaient des quantités très différentes, comme 2 et 9, les sujets répondaient vite et sans erreur. Par contre, leur temps de réponse ralentissait de plus d'une centaine de millisecondes lorsque les deux chiffres représentaient des quantités voisines telles que 5 et 6. [...] De plus, à distance numérique égale, les réponses ralentissaient à mesure que les nombres devenaient de plus en plus grands. Ainsi était-il facile de choisir le plus grand des chiffres 1 et 2, un peu plus difficile de comparer les chiffres 2 et 3... et franchement plus difficile de répondre à la paire 8-9. [3] Lorsqu'on mesure le temps mis pour comparer divers nombres de deux chiffres avec 65, on trouve une courbe parfaitement continue, sans à-coup [Fig. A2]. *Le temps croît continûment à mesure que le nombre à comparer se rapproche du nombre de référence*, et les deux chiffres

contribuent à cet accroissement progressif. » [Ibid. : 81, 84-85. L'italique et les crochets sont de moi.]

Nous allons voir tout de suite comment une application si confiante du PSE engage dans le sens de *ma* thèse les chercheurs qui en tirent des résultats si précieux, lorsque l'univers où tout cela se passe est le monde psycho/physique du mathématicien en personne. Ce qui permet à Dehaene d'attribuer à la parabole accélérative en Fig. A2 la même continuité mathématique que Salviati a le premier attribuée au côté CB du plan incliné n'est en fait rien d'autre que notre PSE ! Il faudra donc se demander *de quel projectile* cette parabole est en train de nous parler, du moment que « là dehors » il n'y a que de l'encre, que nous ne sommes même plus capables de percevoir sans le dissoudre en sons sens.

(3) DES POIDS NUMERIQUES « ABSOLUMENT ABSOLUS » : LE SYMBOLE « ATOMIQUE » ET LE SYMBOLE « MOLECULAIRE » – Si la distance/taille *absolue* des « nombres de référence » ((A6[3])) détermine la rapidité de nos mouvements de réaction selon l'effet de perspective que notre point de vue est capable d'induire (un même « 10 » plus ou moins lointain est plus ou moins « lourd » à détecter pour nos mouvements de réaction), cela ne veut pas dire qu'en leur identité de taille, les nombres « derrière » leurs symboles soient *absolument* relatifs à leur position sur notre « échelle logarithmique » subjective. Autrement dit : non seulement une fixation *absolue* – aussi *subjective* soit-elle – de la quantité numérique « 10 » s'est révélée nécessaire pour en expliquer les comportements « en perspective », mais ces mêmes comportements montrent des aspects qui nous renvoient à un réservoir de « graines numériques » ultimes qui, elles-mêmes, ne sont soumises à *aucune* forme de relativité.

I. Les « atomes » de la base – Nous pouvons en effet parler des chiffres qui composent la « base » comme d'un ensemble de symboles doués d'une « taille » numérique absolument constante, un « poids numérique absolu » pour ainsi dire, qui ne se dissout pas au sein des compositions dont il fait partie, de même que les notes musicales ne se dissolvent pas dans l'accord qu'elles composent. Pour le montrer, synthétisons les données.

Nos mouvements montrent que la *taille numérique* qui les provoque – le signifié « derrière » le signifiant – « gagne » non seulement contre le symbole mais aussi contre la *taille physique* de ce même symbole :

(A7) « Deux chercheurs israéliens, A. Henik et J. Tzelgov, ont présenté sur un écran d'ordinateur des paires de chiffres de taille variable, par exemple 1 et 9. Ils ont mesuré combien de temps il fallait pour indiquer le symbole le plus grand en taille. Cette tâche demande de focaliser l'attention sur la *taille physique* et de *négliger autant que possible la taille numérique* des chiffres utilisés. Mais, derechef, l'analyse des temps de réponse montre que l'interprétation des chiffres est automatique et irrépressible. En effet, il est beaucoup plus facile de répondre lorsque les dimensions physiques et numériques sont congruentes, comme dans la paire 1-9, que lorsqu'elles entrent en conflit comme dans la paire 9-1. Il est apparemment impossible d'oublier que le symbole « 1 » veut dire la quantité « un », et que cette quantité est inférieure à neuf. » [Ibid. : 89]

D'autre part, observe Dehaene, cette taille numérique inoxydable fonctionne toujours selon son aspect extensif global et insécable, car même lorsque la syntaxe combinatoire des symboles – par exemple 71 et 65 – nous offre une solution plus rapide, comme celle de comparer seulement les dizaines 7 et 6 en les isolant du reste, nos mouvements de réaction se laissent guider par les deux totalités numériques globales, « en se penchant » donc aussi, manifestement, « sur l'identité des chiffres des unités » :

(A8) « Supposons que vous deviez décider si 71 est plus grand ou plus petit que 65. Il serait rationnel de n'examiner que les chiffres des dizaines, 7 et 6, de noter que 7 est plus grand que 6 et d'en conclure que 71 est plus grand que 65 sans jamais se pencher sur l'identité des chiffres des unités. C'est d'ailleurs suivant cet algorithme que les nombres sont comparés dans les logiciels d'ordinateur. Mais le cerveau humain ne fonctionne pas ainsi. Lorsqu'on mesure le temps mis pour comparer divers nombres de deux chiffres avec 65, on trouve une courbe parfaitement continue, sans à-coup [Ci-dessus Fig. A2]. Le temps croît continuellement à mesure que le nombre à comparer se rapproche du nombre de référence, et *les deux chiffres* contribuent à cet accroissement progressif. » [Ibid. 85. L'italique est de moi.]

Si, en effet, [grâce au PSE nous *postulons* que] nos mouvements ralentissent « sans à-coup » au fur et à mesure que la taille de la distance numérique entre les deux quantités numériques absolues diminue – par exemple $71*61^a$, $71*62$, $71*63$ etc. – cela signifie que la présence « syntactique » du symbole des dizaines « 7 » (qui reste invariablement plus grand que les dizaines « 6 » de l'autre nombre) n'a aucun poids autonome par rapport à la quantité globale qu'il compose avec le « 1 », et qui devient comparativement toujours plus petite, au fur et à mesure que la taille numérique *globale* de l'autre nombre s'approche de la sienne. Les *deux chiffres inséçablement unis* composent donc la taille numérique du nombre qui décide de la vitesse de nos mouvements de comparaison.

Il faut toutefois souligner que cette inséçable totalité ne fait pas intégralement dissoudre en son intérieur la taille numérique distincte que nous saisissons derrière le symbole *isolément* considéré, car le fait de « se pencher sur les unités » a aussi comme conséquence que la quantité du symbole de base manifeste un pouvoir autonome et *inattaquable* d'influencer nos mouvements de réaction :

(A9) « Ainsi, faut-il un peu plus de temps pour se rendre compte que 71 est supérieur à 65, que pour comparer 79 avec 65, bien que le chiffre des dizaines soit le même dans les deux cas. [...] La seule explication concevable, c'est que le cerveau appréhende *le nombre de deux chiffres dans son intégralité et le transforme en une quantité interne quasi continue*. Il oublie alors les chiffres précis qui ont conduit à cette quantité. L'opération de comparaison ne se soucie que des quantités numériques et non des symboles qui expriment ces quantités. » [Ibid. 85. L'italique est de moi.]

Il est certes bien vrai que c'est la « taille » numérique globale, en deçà de son aspect graphico/symbolique et de sa syntaxe positionnelle (qui déciderait immédiatement entre les dizaines « 7 » et les dizaines « 6 »)... que c'est bien cette taille *globale*, dis-je, ce qui finalement accélère/décélère nos mouvements de réaction, mais il faut bien remarquer qu'au dedans de cette même taille globale, notre « cerveau » – c'est-à-dire notre mobile galiléen en mouvement – *n'oublie pas tout à fait* les symboles qui la composent, autrement le « 9 » dans le « 79 » n'aurait pas le pouvoir d'accélérer notre mouvement de réaction lorsque le couple $71*65$ est remplacé par le couple $79*65$. Autrement dit, « derrière » le « 9 » il y a une taille numérique qui « gagne » non seulement contre toute taille physique des autres symboles-base, mais qui demeure intouchée, inoxydable et efficace quelle que soit la position de ce même « 9 » dans la syntaxe positionnelle du nombre dont il fait éventuellement partie. En un mot : tout « nombre-base » est le porteur absolu de sa taille absolue, quelle que soit sa place dans l'échelle algorithmique du nombre positionnel.

II. La dimension « atomique » et la dimension « moléculaire » – Les mouvements accélérateurs que nous réalisons dans l'espace, en correspondance des tailles/distances numériques qui nous capturent de derrière les symboles, nous obligent donc à insérer une *coupure* au sein de ces mêmes symboles. D'abord nous avons *les symboles-base* qui sont les porteurs immédiats et absolus de leur taille/distance : où que nous le placions, la taille du « 9 » garde son pouvoir d'accélération/ralentissement de nos mouvements. En deuxième lieu, nous avons *les complexes positionnels*, à savoir des totalités numériques sans doute inséçables (comme des accords composés de plusieurs notes) mais qui n'effacent pas pour autant la capacité des « atomes numériques »-base dont elles se composent de renforcer ou affaiblir l'influence de ces mêmes totalités sur nos mouvements.

Or, ces deux niveaux ne sont pas réductibles entre eux : il existe une hiérarchie très rigoureuse entre l'effet de distance « atomique » et l'effet de distance « moléculaire ». Il est bien vrai que le complexe de nombres-bases $1*9$ fait *accélérer* nos mouvements de réaction par rapport au complexe $4*5$, mais il est vrai aussi que le complexe 19 fait *ralentir* nos mouvements de réaction lors de la comparaison $19*45$ par rapport à ceux que nous réalisons lors de la comparaison $10*45$: et cela justement parce que le 9 garde intègre sa taille absolue, où que nous le placions dans un complexe positionnel. Cette inversion accélération → ralentissement dans nos mouvements réflexes nous impose donc une « coupure » interne au nombre psychologique, qui, irréductiblement, distingue entre les chiffres atomiques et les complexes numériques moléculaires

Remarquons bien qu'une telle inversion d'effets lorsque une entité donnée (« 9 ») cesse d'être une totalité autonome pour s'intégrer à une totalité plus vaste (« 19 ») comme l'une de ses parties, sans

^a J'utilise ce signe de simple juxtaposition opératoire pour éviter le trait d'union qui peut être pris pour un « moins ».

pour autant perdre sa propre identité distinguable, est en soi un phénomène *absolument typique*. Nous l'avons, entre autres, rencontré en §5.4 à l'occasion de notre analyse du phénomène de l'entraînement, dans lequel une succession de segments *décroissants* compose une totalité *croissante*. Dans le cas du « 9 » qui compose le « 19 » en ralentissant plutôt qu'accélérer nos mouvements cognitifs et physiques, nous pouvons imaginer une petite sphère de métal de poids spécifique 9 qui est intégrée à une grande sphère de bois de poids spécifique 1 : la petite est parfaitement enchâssée, très excentrique, dans la grande. Laissons maintenant rouler le complexe sphérique 1*9 sur un plan incliné. Le résultat en est que tous les roulements très rapides et efficaces que, grâce à sa solidité et son poids la petite sphère ferait en glissant toute seule comme une totalité, transmutent en autant d'empêchements pour les mouvements du complexe sphérique dont elle est maintenant une partie. Dans le fait que le très rapide 1*9 devienne le très lent 19*45 il n'y a donc rien d'atypique ou de difficile à accepter.

(4) OSER PENSER LE PSE – Si maintenant nous synthétisons ces acquis avec les conclusions concernant le « sursaut de Sagredo », que j'ai tirées en [§11.3(6_{VI-VII})] nous constatons que dans le crâne de tout être vivant qui, frappé par la suite de symboles *déjà pleinement mathématiques* « 6*4 » et « 1*9 », modifie sa vitesse de mouvement car il *parcourt* ces deux distances avec un mouvement galiléen en accord avec la Loi de Weber, il n'y donc qu'un *homme* qui *activement formule* le Postulat du Sens de l'Événement, et qui pour cette raison change de vitesse dans les deux cas ; qui exige, pour cette même raison, qu'à côté du « 1 » de « 9+1=1 » le nombre vide « 0 » apparaisse, censé exprimer le fait qu'un mouvement sur l'échelle logarithmique de la « base 10 » a bien été accompli ; et qui s'étonne enfin devant la banalité « 9+1=6+4=10 », lorsqu'il la saisit comme la révélation de l'existence d'un monde bien matériel, certes, mais où il nous est apparemment donné de créer et de défaire les choses à la vitesse de l'éclair.

Le désaccord entre moi et les scientifiques qui, afin d'expliquer nos comportements réflexes qui se déroulent en harmonie avec le PSE, et sont donc mathématisables, décident *en conséquence* que dans notre crâne il y a un engin qui, certes, lui aussi bouge en harmonie avec le PSE... notre désaccord, dis-je, est donc toujours sur ce même point : cette science *ne supporte pas* qu'un homme – une intention derrière un mouvement, une pensée derrière un silence, un postulant derrière un postulat – puisse exister dans le monde. Une *machinery*, un singe, un rat parfaitement et passivement, mécaniquement d'accord avec la forme mathématique du monde *oui* ; un homme, qui activement *incarne* la voix vivante et parlante de cette même forme mathématique... ça NON. Ôter une pensée humaine et rationnelle à nos réflexes *car* ils sont des réflexes est toutefois un geste aussi injustifié qu'ôter une intention consciente à un enfant *car* il est un enfant, et cette absurdité se révèle dans le paradoxe final – désormais largement exploré – d'une science qui ôte toute *pensée* mathématique au monde, à cause des formes et des comportements parfaitement mathématiques que ce même monde nous dévoile sans arrêt. Considérons, en revanche, la situation d'ensemble à partir de la totalité des résultats acquis, du point de vue développemental.

Un Sagredo au miroir – Sagredo est à l'écoute du maître, qui en Fig. 84 trace son diamètre nombrant. Étant donné sa réponse brillantissime, nous savons qu'il comprend parfaitement... mais voici : pendant que grâce à ces suites de nombres cet homme accède à la loi d'accélération suivie par tout corps en chute, nous savons aussi qu'il « ne peut pas s'empêcher » de saisir *cette même suite de nombres*, sans ralentir/accélérer ses propres mouvements perceptifs selon... cette même loi de chute (Fig. A2) ! En d'autres mots, les yeux de Sagredo font bouger d'une façon absolument exacte [Loi des Carrés des Temps. J'écris « +PSE »] le *pendule potentiel* qu'il voit « en esprit » dans la suite de graphèmes « 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 » en Fig. 84, en lui révélant ainsi la loi selon laquelle ils (ses yeux) sont entre temps en train de chuter/remonter, de la même façon *absolument exacte* [Loi de Weber : « – PSE »] qu'il est en train de projeter derrière ces symboles. En un seul coup d'œil : un « + PSE » et un « – PSE » se reflètent ici d'un côté à l'autre de ce miroir/écran que sont les yeux de notre Sagredo, et qui sont *le seul* et unique « projecteur » où ce même miroitement renversant a lieu, car tout cela ne se fait qu'avec notre corps nombrant et de l'encre dissout en sens.

Ce résultat, je pense, mérite la première place parmi tous. Son intérêt est *inouï*, et c'est la raison pour laquelle je ne cesse de répéter que les fruits expérimentaux du travail de ces savants si lourdement idéologisés, sont extraordinaires, en prônant toutefois l'hypothèse exactement opposée à celle qu'ils seraient censés appuyer. – En fait, ce que je viens de montrer est que ce « Sagredo dans Sagredo » décélère/accélère ses mouvements nombrants d'une façon non seulement plus avantageuse

et vaguement contraire (puisqu'elle est défectueuse) à celle de la mathématique formelle⁶², mais bien *formellement complémentaire* à celle dont bouge entre temps le Sagredo « de surface » lorsqu'il reproduit la leçon de Salviati. « Formellement complémentaire » signifie que, de même un pendule/boulet d'artillerie *parfait* doit être effectivement opérationnel sur le fond potentiel de tout corps terrestre en mouvement, pour que ce même mouvement puisse être « mesuré par » [= « entrer en résonance avec »] ces mouvements terrestres et vivants que sont nos « opérations mathématiques », de même un Sagredo *de profondeur* qui scrupuleusement *applique* la loi galiléenne de taille/distance doit bien être opérationnel au cœur des impeccables opérations du Sagredo de *surface*, sans quoi ces mêmes opérations ne pourraient pas « prendre corps ». Il y a donc bien *un corps* doué d'une masse et un poids à la racine de notre puissance isochrone d'égalisation arithmétique, mais c'est notre corps *pensant*, et en aucun cas un engin qui se borne à *exécuter* le PSE ! Nous dirons alors que si un pendule exprime la *puissance intentionnelle* dont tout être corporel est doué d'égaliser son temps *selon* le PSE, l'homme est, parmi tous *les corps*, le seul que nous connaissions qui ait la puissance d'intervenir sur ses propres mouvements, grâce à la *formulation active* de ce même postulat.

En somme, nous venons de constater que « dans » tout homme qui réagit à la présence d'un nombre devant sa cognition, il y a en effet un... homme, qui postule le PSE. Un *appel au bon sens* s'impose encore une fois. La métaphysique profonde qui régit le système explicatif de mes adversaires est celle de l'auto-séparation de la pensée physico-mathématique [§9.2] assumée comme critère ultime de sa propre vérité. Il n'y a toutefois aucune raison de soutenir que comme quelque chose suit une régularité mathématique, alors elle la suit *aveuglement*, et toutefois c'est bien cela que font depuis toujours les sacerdoces de la Méduse/Golem mécaniste. Bien établis dans la foi galiléenne en le PSE, ces savants postulent que les mouvements pensants de notre corps chutent dans le monde en remplissant tout pensable et donc mathématisable vide de raisons suffisantes. Ils tracent alors les paraboles, les diagonales, les sinusoides de ces trajectoires cognitives, pour en conclure enfin que *comme* notre corps pense en respectant le PSE, *alors...* ce n'est pas vrai qu'il *pense*. Notre corps *obéit* au PSE, certes : mais pourquoi « obéir » devrait-il coïncider avec « obéir sans penser » ?

La nécessité de *démontrer* qu'il y a un homme « dans » notre crâne ne découle donc que d'un paroxysme historico-culturel, d'une inversion trop paradoxale pour ne pas être transitoire, du discours scientifique qui ne doit, en définitive, qu'être remis sur ses pieds. Il faut, en somme, que le simple *bon sens* réapparaisse dans notre façon de parler, et que l'on ne dise plus, comme si c'était évident de s'exprimer ainsi, qu'un homme est « dans » un crâne habité par un cerveau, mais tout simplement qu'un homme est *devant* nous, en chair et os, et donc doué d'une tête pour penser et parler.

3. Un « irrépressible sentiment » de l'espace à maîtriser

Nous sommes enfin en mesure de tirer nos conclusions négatives quant à la « nature spatiale » de ce qui vit et bouge dans le Monde du Sens.

(A) La parabole en Fig. A2 n'est pas une parabole *spatiale*, pas plus que ne l'est le côté « vectoriel » \overline{CB} du plan incliné. Dans ce cas – ceci est désormais bien acquis ! – ce segment vertical n'est que le pur *symbole* (*non* spatial) d'une histoire : une suite continue d'événements dont nous *postulons* la présence, sans quoi nous n'accepterions pas qu'un corps qui chute prenne le temps de compter ses propres mouvements à partir de 0. De même maintenant, cette courbe représente une suite de *vitesses* « de réaction », à savoir d'événements situés sur une trajectoire d'ordre purement *logico/narratif* : une trajectoire ordonnée que – sur la seule base du PSE ! – nous *postulons* comme « parfaitement continue, sans à-coup ».

(B) Que l'on ne dise pas, d'autre part, que la suite de « 10 » toujours plus petits que l'« échelle logarithmique » de notre visualisation interne projetée devant nous, révèle, elle, la vraie nature « spatiale » de ces « nombres » que nous appréhendons « derrière » leurs symboles malgré toute apparence perceptive. Je répète ici ce que j'ai dit en [§10.2(5)] à propos de l'« espace » de simultanéité diachronique que notre imagination projette sur la profondeur de tout instant où une certaine force est appliquée, en redoublant de la sorte la présence d'une *même* vitesse dans un seul lieu du temps : le fait qu'afin de connaître le monde et entendre sa voix, notre imagination projette un *espace* devant nous, cela nous dit beaucoup de choses sur la nature de cette même imagination, mais strictement aucune sur la nature de la chose imaginée.

(C) La même chose doit enfin être dite pour ce qui concerne l'orientation qui guide nos mouvements dans notre espace à l'occasion de notre rencontre perceptive avec les symboles des nombres. Le phénomène est que les nombres *nous* orientent dans notre espace, selon la droite et la gauche, la verticale et l'horizontale :

(A10) « [1] Souvenez-vous qu'il s'agissait de classer des nombres selon qu'ils étaient plus petits ou plus grands que 65. Il y avait donc deux boutons de réponse, un dans la main droite et un dans la main gauche. En expérimentateur maniaque, j'avais fait varier systématiquement le côté de réponse : un groupe de sujets répondait « plus grand » avec la main droite et « plus petit » avec la main gauche, tandis que l'autre suivait les instructions inverses. Or, quelle ne fut pas ma surprise d'observer un effet important de cette variable. Lorsque le nombre était plus grand que 65, il était nettement plus facile d'appuyer sur le bouton de droite que sur celui de gauche ; l'inverse était vrai des nombres plus petits que 65. Tout se passait comme si le cerveau associait spontanément les grands nombres avec le côté droit et les petits avec le côté gauche, une intuition partagée par la vaste majorité des sujets. [...] Plus le nombre est grand, plus les réponses avec la main droite s'accélérent par rapport à celles avec la main gauche. Inversement, plus le nombre est petit, plus les réponses gauches sont facilitées. [...]

[2] Ce n'est pas la taille absolue des nombres qui compte, mais leur taille relative à l'intervalle de nombres qu'inclut l'expérience. Les nombres 4 et 5 sont préférentiellement associés avec la droite si l'expérience n'emploie que les chiffres de 0 à 5, mais avec la gauche si elle s'étend aux chiffres de 4 à 9.

[3] La main de réponse importe peu : lorsque le sujet répond avec les mains croisées, c'est toujours le côté droit de l'espace qui est associé aux grands nombres, même si la réponse se fait à présent avec la main gauche. Et, bien sûr, les sujets n'ont aucune conscience de répondre plus ou moins rapidement d'un côté ou de l'autre. [...]

[4] Bien que cela n'ait pas encore été démontré empiriquement, les nombres sont probablement associés également à l'axe vertical. Ainsi m'est-il arrivé de séjourner avec des collègues dans un hôtel suspendu à une falaise au-dessus de la mer Adriatique, près de Trieste en Italie. On entrait par l'étage le plus haut, et les niveaux successifs étaient donc numérotés du haut vers le bas. Dans l'ascenseur, la confusion était extrême. Lorsque nous montions, nous nous attendions toujours à ce que les numéros affichés croissent, mais le contraire se produisait et il nous fallait plusieurs secondes pour nous assurer que tout allait bien. Nous ne savions jamais quel bouton presser pour monter d'un étage ! » [Ibid. : 91. Les crochets sont de moi.]

Soulignons bien que, comme nous l'avons remarqué en [§7.2], « le côté droit de l'espace » dont Dehaene parle en (A10[3]) est nécessairement le côté droit de l'espace-*de-mon-corps* : le fait que, les bras croisés, nous savons encore distinguer entre « la » droite et « la » gauche n'indique évidemment pas que l'espace « externe » nous oriente sur sa droite et sa gauche, mais bien au contraire que notre corps en sa totalité est doué d'un espace intérieurement orienté selon *sa* droite et *sa* gauche, quel que soit l'ordre dans lequel ce même corps dispose ses propres parties.

Ces données nous disent donc que le « monde du sens » des nombres-derrière-leurs-symboles constitue l'horizon à la fois clos et infini où nous trouvons nos repères pour orienter les mouvements de notre corps nombrant dans *son propre* espace. Lorsque *le sens* d'un « nombre » capte notre attention de derrière son symbole, il est totalement indifférent à l'aspect spatial de ce même symbole, et il engendre dans notre corps un mouvement accéléré et orienté dans son propre espace selon les repères trigonométriques – axe horizontal et axe vertical – droite/gauche, haut/bas. Pouvons-nous affirmer sur cette base que, comme ils provoquent ces effets sur nous, alors les nombres ont – eux – une *nature spatiale* ? Non, nous n'avons désormais aucun fondement pour le soutenir.

Si nous jetons un coup d'œil à nos acquis, nous voyons que : (A) les figures de Félix Klein orientent leurs rotations dans un espace « \vec{S} » qui est « en soi » parfaitement inatteignable [§8.2.1] et cela grâce à une écriture symbolique (« GHD/DHG ») qui de sa part n'est ni « figure » ni « espace » [§8.2.3] ; (B) le physicien mesure et mathématise le monde car *de fait* il sait en cocher les événements dans le temps, sans pouvoir s'ancrer sur rien de préalablement spatial, et sans se fier à rien d'autre qu'à sa force de postuler *le sens* de ces mêmes événements ; (C) cela vaut aussi pour les « intentions » du pendule, qui ne peut certainement pas prendre les mesures de son isochronisme sur les espaces toujours variables que parcourt sa sphère oscillante, laquelle (D) n'a d'ailleurs aucun besoin de se déplacer dans l'espace externe [§4.4.1] pour être la porteuse de *son* effective force de choc/inertie. D'autre part (E) ce même pendule incapable de produire deux distances spatiales déterminées

effectivement égales entre elles, conserve pourtant, à côté de la durée *déterminée* de ses oscillations, toujours la même orientation de leur plan. Et finalement, (F) nous venons de remarquer que, si notre imagination trace (sur la feuille ou dans notre esprit) des figures géométriques pour *symboliser* des mouvements, cela ne signifie aucunement que l'objet symbolisé ait la nature d'un espace.

Tout cela montre clairement qu'un lien essentiel soude le sens narratif des événements qui s'enchaînent dans le monde, à la façon dont ils s'orientent dans leur espace, et que ce rapport est rigoureusement hiérarchisé : ce qui se passe *dans* l'espace est un *phénomène* jaillissant d'une racine causale qui nous renvoie à l'endroit pré-spatial où le temps trouve sa propre mesure, à savoir dans l'identité logico/narrative des événements qui rythment ses histoires.

Pour faire de la « magnitude » spatiale adversée par Hamilton en (177) le sens ultime de nos propos scientifiques – soient-ils symboliquement ou « acroamatiquement » exprimés – il faut donc laisser derrière tout souci de cohérence du discours et accepter de bouger dans une jungle de contradictions et absurdités dépourvues de toute scientificité. La science de notre époque s'en est largement avisée, en bâtissant en conséquence une entière éthique, esthétique, poétique, et rhétorique de l'absurde, de l'opportunisme et de la moquerie ininterrompus, qui a transformé la lutte active contre les sens et la vérité dans la science en une valeur à défendre et préserver. Dans cette situation, aucune – rigoureusement *aucune* – réponse qui ne soit « The reason for this we need not discuss » ne peut être donnée à l'enfant qui ne comprend pas le sens d'un rouleau de papier-toilette [Fig. A3b] coupé aux ciseaux en « – 2 morceaux de papiers toilette » selon les indications planétaires de l'OCDE sur les bienfaits de la « number/timeline » spatiale :

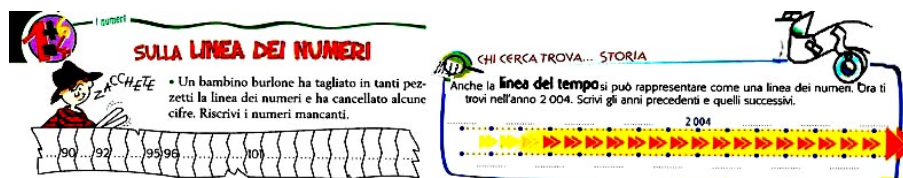


Figure A3ab [a] « Un enfant farceur a coupé en petits morceaux la ligne des nombres, en effaçant des chiffres. Récris les nombres qui manquent ». b) « Même la ligne du temps peut être représentée comme une ligne des nombres. Maintenant tu es en 2004. Écris les années précédentes et suivantes. » Lelli 2004, Vol.3]

Si d'ailleurs l'enfant persiste à ne pas comprendre, et qu'il est atteint par le parasite de la dyscalculie, on se dirigera sur son accumulateur neural de « unit tubes » maxwelliens. C'est finalement cette dernière dérive neuro/psychologique de la pensée généalogiste qui fait éclater comme une évidence indépassable que la dimension « contemplative » de l'Algèbre ((173)) qui a engendré les « conjugate functions » d'Hamilton – début/fin d'un intervalle événementiel de temps pur – n'est pas une option que l'on peut renvoyer en dehors des cours de mathématique.

Pour conclure. La suite de symboles GHD donne une rotation en sens « horaire » au cercle en Fig. 54c, et elle ne puise cette capacité ni de la figure censée tourner, ni d'aucune autre figure que nous choisissons comme repère. D'autre part, où que cherchions l'espace en soi – *das raumliche Ding an sich* – nous ne le trouverons pas : ni dans la matière qui nous entoure, ni dans celle qui nous habite. L'espace est uniquement dans notre *intention* de l'atteindre et de l'orienter. Nous dirons alors que les sens de ces suites de symboles n'est ailleurs que dans ces symboles mêmes, et sur ce point, encore une fois, la psychologie actuelle nous donne des éléments précieux :

(A10') « D'où provient cet axe privilégié de la gauche vers la droite? Serait-il lié à un paramètre biologique tel que la spécialisation hémisphérique ou la préférence manuelle, ou dépend-il de paramètres d'ordre culturel ? La première hypothèse me conduisit à tester un groupe de gauchers, mais ceux-ci ne différaient en rien des droitiers et continuaient à associer les grands nombres avec la droite. Privilégiant donc la seconde hypothèse, je recrutai alors, avec l'aide de collègues, un groupe de vingt étudiants d'origine iranienne qui avaient appris à lire de la droite vers la gauche, à l'inverse de la convention établie dans nos sociétés occidentales. Cette fois, les résultats furent plus probants. Le groupe d'Iraniens, dans son ensemble, ne montrait aucune association préférentielle des nombres et de l'espace. Cependant, chez chaque individu, la direction de l'association variait en fonction de l'exposition à la culture occidentale. Ceux qui étaient en France depuis de nombreuses années montraient le même effet que les Français, alors que ceux qui venaient d'immigrer tendaient à associer les grands nombres avec le côté gauche de l'espace plutôt qu'avec le droit. Il semble donc que

l'imprégnation culturelle soit déterminante. *Le sens de l'association entre les nombres et l'espace paraît lié au sens de l'écriture.* Une minute de réflexion montre qu'effectivement l'organisation de l'écriture est riche de conséquences sur l'usage des nombres. Dès que nous écrivons une série de nombres, les petits apparaissent en premier et donc à l'extrême gauche. C'est ainsi qu'une organisation de la gauche vers la droite s'impose aux règles graduées, aux calendriers, aux diagrammes mathématiques et aux claviers d'ordinateur. L'imprégnation débute dès l'enfance, avant même l'entrée à l'école. En maternelle, les enfants américains explorent déjà leur environnement de la gauche vers la droite, tandis que les enfants israéliens, qui apprennent à lire et à écrire de droite à gauche en hébreu, montrent le biais inverse. Lorsque les enfants occidentaux comptent, ils commencent presque toujours par la gauche. L'association régulière du début et de la fin du compte avec des directions différentes de l'espace s'internalise alors pour devenir partie intégrante de la représentation mentale des nombres. » [Dehaene 1997 : 93. L'italique est de moi.]

Lorsque, grâce à l'impératif du Sens (PSE) *notre corps s'« imprègne »* du même nombre qui imprègne tous les corps du monde, et qu'il accède ainsi aux mouvements et aux transformations du Corps du Nombre [*Zahlkörper*] qui captent notre point de vue de derrière ses signes, sans que pour un instant nous ne nous arrêtons à l'espace-matière de leur aspect graphique... lorsque l'alchimie de cette inter-absorption s'est réalisée, nous pénétrons encore plus en profondeur l'exploration *déjà écrite* de notre environnement physique : l'écriture d'une orientation n'est enfin que l'orientation de notre écriture. Et en effet, pour donner une capacité déterminante effectivement complète à notre suite « dextrogyre » DHG en Fig. A4, il faut ajouter que la même dictée orale alpha/*aleph*-bét/*béthique* « tracer un cercle "ABC" » engendrera chez nos enfants un mouvement horaire [Fig. A4] tandis que les enfants israéliens dont parle Dehaene projeteront sur la feuille une rotation *antihoraire*, car pour eux « אבג » (A=*aleph*= א ; B=*beith*= ב ; C=*guimel*= ג) va de droite à gauche :

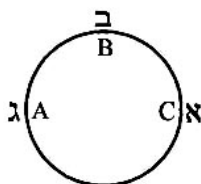


Figure A4

Mais si c'est ainsi, alors les choses se renversent complètement. Si là derrière – *beyond the signes* – où selon Willian Rowan Hamilton habitent « the things signified » ((179)) il n'y a aucune « raumliche Ding » ((153)) capable de donner un sens à notre écriture, alors nous devons rebondir sur ces mêmes signes, et reconnaître que le *sens d'une écriture* n'est rien d'autre – rigoureusement *rien* d'autre – que l'écriture d'un sens.

4. Faire pousser, plutôt qu'accumuler

(1) UN ACCUMULATEUR POUR COMPTER LES CANNIBALES DANS LE « MOTEUR » DU CERVEAU – Pour Dehaene, les étonnantes régularités mathématiques de nos *erreurs* concernant l'identification des nombres mathématiques « s'expliquent intégralement par un mécanisme d'accumulateur »⁶³. Voilà sa description :

(A11) « [1] Imaginons Robinson Crusoé, sur son île déserte, seul et sans ressource. Comment pourrait-il fabriquer, avec les moyens du bord, une machine à calculer ? Élémentaire ! Une source coule à proximité. Robinson creuse dans un tronc d'arbre un vaste récipient accumulateur. [...] Supposons qu'une pirogue de cannibales débarque sur l'île. Robinson, qui suit cet événement à la longue-vue, désire garder trace du nombre de ses assaillants à l'aide de sa machine. Il commence par vider l'accumulateur de son eau... »

[2] Un inconvénient de l'accumulateur est que les nombres, qui forment un ensemble discret, y sont représentés par des quantités continues, les niveaux d'eau. [...] Rien ne l'empêcherait d'utiliser des billes plutôt que des filets d'eau. En plaçant dans un bol une bille pour chaque assaillant, il obtiendrait une représentation discrète et précise de leur nombre et ne risquerait plus de se tromper même dans les soustractions les plus complexes.

[3] Bien qu'il soit ici décrit sans aucun formalisme, le modèle de l'accumulateur est avant tout un modèle mathématique qui, une fois mis en équation, prédit avec précision les variations

des performances animales en fonction de la taille des nombres et de la distance qui les sépare. » [Ibid. : 33. Les crochets sont de moi.]

Selon Dehaene, grâce à un « accumulateur » implanté dans notre crâne, nous comptons *les nombres* avec des billes, et non pas les billes avec les nombres, et cela est bien cohérent avec son idée qu'« en nous » ce sont « les neurones » qui décident ((45)). En synthèse, voilà comment Robinson Crusoe accède au nombre : il y a un petit Robinson Crusoe dans son cerveau de singe/rat/pigeon, qui accumule des billes dans un bol en correspondance... des nombres. Grâce à ces billes – à cause de ces billes – ce même petit Robinson dans Robinson est en mesure de reconnaître non pas des cannibales mais *les nombres* mêmes, qui de derrière leur symbole captent son attention nombrante, en lui faisant réaliser en conséquence des mouvements orientés dans son espace, qui sont aussi continus et numériquement rigoureux que ceux d'une sphère galiléenne qui suit la loi arithmétique des carrés des temps.

Ce modèle post-cybernétique de l'accumulateur est d'ailleurs partagé par G & G, lesquels ne cessent d'enchaîner leur *funeste aveu* [§6.2.3] :

(A12) « On the hypothesis presented here, the primitive machinery for arithmetic processing works with real numbers (magnitudes). [...] Irrational numbers can only be defined rigorously as the limits of infinite series of rational numbers, a definition so elusive and abstract that it took more than two thousand years to achieve – an arduously reached pinnacle of mathematical thought. We suggest that the scaling of this pinnacle was a Platonic rediscovery of what the non-verbal brain was doing all along – using arithmetically processed magnitudes to represent both countable and uncountable quantities. » [G & G 2000: 60]

En effet, je le répète, une fois admis que notre cerveau sait déjà tout ce que Platon et Dedekind prétendent lui apprendre, il faut encore construire une pédagogie capable de *nous* apprendre enfin ce que notre cerveau sait depuis toujours. Quoi qu'il en soit, la « machine primitive » que nous avons en commun avec les animaux, et qui nous permet d'accéder d'abord au 2 et ensuite au $\sqrt{2}$ est, selon G & G, un réservoir d'eau [Fig. A5] *doué d'une horloge* capable de mesurer le *temps*, de le transformer en *eau*, et ensuite en *nombre* :

(A13) « *Counting and timing* - The hypothesis we present here takes as its starting point the accumulator model, which was proposed by Meck and Church, as a modification of a model previously proposed by Gibbon to explain interval timing. In this model of timing, there is an accumulator which integrates a steady signal throughout the interval being timed. When the interval terminates, the magnitude in the accumulator represents the duration of the interval. This magnitude is written to memory, to be read from memory when a target magnitude is needed for subsequent comparisons. Meck and Church pointed out that if the steady signal is gated by a pulse former, which pulses once for each item or event to be counted, then the accumulation (integral) at the end of the count represents the number of items or events in the set or series controlling the pulse former. » [Ibid. 61]

Nous savons d'ailleurs que la « signature » de notre appartenance au royaume animal est dans les effets de « taille » et « distance » régis par la « Loi de Weber » qui dispose les erreurs de notre accumulateur sur une « échelle logarithmique » qui *mathématiquement* nous rend toujours plus incapables de maîtriser notre cognition mathématique. Cette circonstance est représentée par G & G avec les fluctuations de l'eau stockée dans le réservoir (« the sloshing in the beaker ») qui représente « the recalled magnitude », à savoir l'identité du nombre auquel nous ajoutons les autres au fur à mesure qu'ils s'accumulent :

(A14) « The non-verbal counting process increments the accumulator by one 'cup' [ici- Fig. A5] for each item counted.

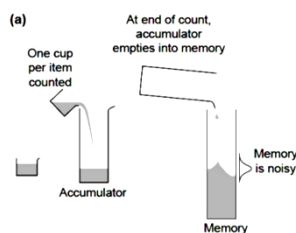


Figure A5

The accumulation at the end of a count is read into memory. Magnitudes read from memory to serve as the targets in subsequent counting trials exhibit scalar variability, represented here by the sloshing in the beaker, which introduces noise into readings of the beaker (recalled magnitudes). » [Ibid.]

Nous reconnaissons facilement dans ce caléidoscope de « modèles » lourds et arbitraires, réfractés et multipliés sans limites par une imagination qui pense pouvoir tout faire et tout dire, la « mode de Londres » dénoncée il y a un siècle par Pierre Duhem (N17). La nature fictive de cette image maxwell/wienerienne est en somme évidente et explicitement admise, et ainsi que dans le cas de la perche d'Einstein, il n'y a pas moyen de compter les nombres grâce à des billes, sans présupposer le contraire.

D'autre part, si le fait que lorsque nous percevons un nombre notre « cerveau » se meut dans l'espace ne fait pas de ce même nombre une bille à accumuler, ce même cerveau ne peut pas être considéré comme le « moteur » du mouvement qui l'anime. Ceci est pourtant l'un des paralogismes les plus typiques du scientisme : faire d'une *cinématique* l'explication d'elle-même ou d'un *mécanisme* son propre « moteur ». Piaget a pu donc considérer ses trois stades d'accès de l'enfant au nombre, comme un « processus moteur » [§7.1.2] qu'il place au niveau de sa propre *cause* plutôt que le laisser là où il l'a trouvé, c'est-à-dire parmi les phénomènes cinématiques du monde qui nous entoure, de même qu'il transforme le comportement en « moteur de l'évolution » [Piaget 1976] etc. De cette même façon, voilà le « cerveau » dehaenien – c'est-à-dire (toujours à l'intérieur d'un homme entier) le *mobile* galiléen, le corps *en* mouvement, devenir le *moteur* de ce même mouvement qui l'anime (« *Du comportement aux mécanismes cérébraux* » intitulé cohéremment Dehaene en 2007 [p. 84]) :

(A15) « [1] *Le cerveau, moteur de notre évolution culturelle* – Le moteur de l'évolution n'est évidemment pas une quelconque idée abstraite du nombre, ni une conception éthérée des mathématiques. Si tel était le cas, comme l'ont souligné des générations de mathématiciens, la notation binaire aurait constitué un choix bien plus rationnel que notre bonne vieille base 10. Au moins un nombre premier comme 7, ou 11, aurait-il été élevé au rang de base de numération. [2] Mais des critères plus terre à terre ont gouverné les choix de nos ancêtres. La prépondérance de la base 10 s'explique par le nombre de nos doigts ; les limites de notre perception rendent compte de la structure des chiffres romains ; et les bornes de notre mémoire justifient la recherche répétée d'une notation plus compacte des grands nombres. Laissons la conclusion au philosophe Karl Popper : “Les entiers naturels sont l'œuvre de l'homme, le fruit du langage humain et de la pensée humaine.” » [Dehaene 1997 : 69. Les crochets sont de moi.]

Quant au compte-rendu en [2] de la naissance des nombres dans notre vie historique en termes de doigts, « bornes de la mémoire » et « notation plus compacte »... nous sommes évidemment en présence d'une énième *fiction génétique* qui ne fait que gâcher la rigueur de la partie expérimentale de cet ouvrage. Quant au cerveau « moteur » en [1] il faut d'abord se rappeler que « les mathématiciens » dont parle Dehaene ne sont vraiment pas les sujets les plus fiables quant à la rigueur critique dans la hiérarchisation des causes et des effets. Pour ne pas parler des « tubes » de Maxwell, nous avons bien vu que la même « auto-évidence » rigoureusement intra-mathématique du « transport » *dürch Abbildung* ((160)) qui permet à Félix Klein de transformer en espace tout ce qui se transforme *dans* l'espace ((156C)), avait fait s'exprimer Camille Jordan ((141[2B])) dans les termes d'un mouvement qui « amène » une molécule d'un endroit à un autre. Cette erreur de la transformation d'une cinématique opératoire en une explication causale de sa propre manifestation est vraiment le danger le plus classique qui guette le mathématicien. Si ce même mathématicien devient aussi le sacerdoce du matérialisme neurophysiologique, l'effet est celui de notre Golem auto-explicatif et omni-évident, qu'il faut donc tenir bien en vue. Nous devons alors rester très attentifs aux phénomènes visés par Dehaene : il ne s'agit que de *mouvements*, qui sont à la fois *physiques* (cérébraux et musculaires) ; *comportementaux* (réactions totales de notre appareil cognitif à des rencontres avec des nombres) et *mathématiques* ; et en aucun de ces trois cas nous n'avons le droit de parler d'un *moteur*, mais seulement d'un *mobile* et de ses transformations dans le temps. Il faut donc que ce même cerveau/accumulateur pétrifié dans notre crâne lui aussi *reprenne vie*, en se retransformant en ce qu'il est déjà : un homme qui vit et bouge, et qui, ce faisant, raconte sa vie en prenant les mesure de son monde. C'est cela que je chercherai à faire dans ce qui suit.

(2) « $1+2+3+4+5+6+7+8+9=9$ » : LES NOMBRES NE S'ACCUMULENT PAS

(A16) « Se peut-il que l'arbre de la science des nombres, à la cime élevée, à la vaste ramure, lui qui ne cesse de s'accroître, s'enracine dans la seule identité ? Et comment les formes vides de la logique pourraient-elles extraire d'elles-mêmes un tel contenu ? » [Frege 1884 : 143]

Dans le monde des *accumulateurs* une chose est aveuglante pour sa clarté : lorsqu'une « machinery » comme celle de G & G en Fig. A5 compte, additionne, multiplie... elle *accumule*. Dans ce monde, l'expression « $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ » – le rayon de droite du « diamètre de Salviati » qui fait sursauter notre Sagredo en [§11.3(6)] – signifie que nous avons ajouté 2 bols d'eau au premier bol, en obtenant comme résultat 3 bols d'eau, auxquels nous avons ajouté 4 bols, et ensuite 5 etc., jusqu'à obtenir une masse d'eau équivalente à 45 bols. Il serait donc impossible – « bewildering and outrageous » disent G & G – que l'addition de tous ces bols – $1+1+1+\dots+1$, 45 fois – donne un résultat *inférieur* à 10. – Et pourtant, il faut bien reconnaître que « $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ » est aussi vrai que « $1+2+3+4+5+6+7+8+9=9$ »... ce qui nous fait certes sursauter, mais qui ne devrait plus nous étonner dans un monde où nous avons déjà vu les distances « diamétrales » 1-8, 2-7 etc. s'anéantir en un clin d'œil [§11.3(6_{VII})]. Je m'explique.

Rappelons-nous que les deux rayons – gauche et droit – du diamètre de Salviati centré en 10 sont « 123456789 » et « 987654321 ». Comme $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, les mots de Salviati en (224) nous ont donné le résultat « $[45+(10)+45]=100$ », qui est en effet égal à la somme « $10+10+\dots+10$ » répétée dix fois, d'où l'explication de Sagredo en (225). Soumettons maintenant l'addition « $45+45$ » à l'épreuve par neuf. Nous additionnons les « tailles » *atomiques* des chiffres qui composent les « molécules » de départ (45 et 45) et d'arrivée (90) : $45 \rightarrow 4+5=9$; $45 \rightarrow 4+5=9$; $90 \rightarrow 9+0=9$. Maintenant, nous multiplions les ainsi dites « racines numériques » 9 et 9 des addenda de départ (donc $9+9=18$), pour ensuite additionner de cette même façon les tailles atomiques qui composent le résultat obtenu : $18 \rightarrow 1+8=9$. La racine numérique de la molécule 90 qui résulte de l'« accumulation » entre 45 et 45 est donc la même – 9 – que la racine numérique du résultat de l'addition entre les racines numériques de ces mêmes deux molécules de départ. Épreuve réussie.

Répétons cet exercice élémentaire avec une multiplication, où j'utiliserai le chiffre 75, qui nous sera plus utile car il est déjà le porteur autonome de deux résultats. Prenons la multiplication « $75 \times 23 = 1725$ », et soumettons-la à l'épreuve par 9 : (a) $75 \rightarrow 7+5=12 \rightarrow 1+2=3$; $23 \rightarrow 2+3=5$; $1725 \rightarrow 1+7+2+5=15 \rightarrow 1+5=6$; (b) $3 \times 5 = 15 \rightarrow 1+5=6$. La racine numérique du résultat 1725 de la multiplication entre les facteurs « 75×23 » est donc la même que la racine numérique du résultat de la multiplication entre les racines numériques de ces mêmes deux facteurs. Épreuve réussie.

Donc, « $7+5=12$ » est aussi vrai que « $7+5=3$ ». Étant donné ce phénomène, il n'y a pas moyen de dire qu'en tous les cas, *quand même*, $7+5$ « fait » 12. Nous devons au contraire reconnaître que « $7+5=12$ » et « $7+5=3$ » sont aussi vraies en même temps qu'il est vrai qu'en même temps « $2 \times 0 = 0$ » et « $2^0 = 1$ ». La *seule* chose à laquelle nous devons renoncer devant l'évidente existence de la dimension des « racines numériques » – où nous allons chercher les diviseurs, les facteurs premiers... et tant d'autres éléments qui forment la substance pluridimensionnelle des nombres – est l'idée qu'une quelconque synthèse entre deux nombres ait la *nature* d'une « accumulation » comparable au rajouta de 7 bols d'eau dans un réservoir ou il y a déjà 5 bols d'eau, et où non seulement nous n'obtiendrons jamais comme résultat 3 bols d'eau, mais nous perdrons sans aucun doute toute trace distincte des 7&5 bols qui ont contribué à la totalité 12. C'est bien clair, d'autre part, que « $7+5=3$ » *n'est pas* une « soustraction », car nous passons par le 12, pour ensuite encore une fois additionner 1+2 et arriver ainsi au 3. Nous ne faisons donc qu'*additionner*, et nous n'obtenons pourtant, en tous les cas, qu'un nombre *inférieur* au nombre de départ.

On peut objecter qu'à la différence de « $7+5$ », l'addition « $1+2=3$ » est en tout état de cause une addition purement « accumulatrice », première et définitive. L'objection est juste, et elle met en lumière l'autre des deux circonstances qui à présent nous intéresse le plus : à l'intérieur du phénomène arithmétique, une addition « décumulatrice » comme « $7+5=3$ » a une provenance irréductiblement « moléculaire », car il nous faut avoir *déjà atteint* la molécule 75 dans la suite « 1, 2, 3...75 » pour que « 3 » s'impose comme l'un des deux résultats possibles de « $7+5$ ». Encore une fois, un ordre opératoire non inversible (*nombre* \rightarrow *racine numérique*) nous est de fait imposé par les phénomènes tels qu'ils se présentent. Sur cela nous reviendrons toutefois à la fin de ce paragraphe (3.3). D'abord, atteignons en effet le « 75 » de façon à ce que le « 3 » se manifeste comme sa racine numérique, et

contemplons la suite transformative ainsi mise en place. En Fig. A6, je prends le rayon de gauche du diamètre de Galilée, et je continue le comptage, en allant à la ligne « module 9 ».

9								
9	8	7	6	5	4	3	2	1
18	17	16	15	14	13	12	11	10
9	8	7	6	5	4	3	2	1
27	26	25	24	23	22	21	20	19
9	8	7	6	5	4	3	2	1
36	35	34	33	32	31	30	29	28
9	8	7	6	5	4	3	2	1
45	44	43	42	41	40	39	38	37
9	8	7	6	5	4	3	2	1
54	53	52	51	50	49	48	47	46
9	8	7	6	5	4	3	2	1
63	62	61	60	59	58	57	56	55
9	8	7	6	5	4	3	2	1
72	71	70	69	68	67	66	65	64
9	8	7	6	5	4	3	2	1
81	80	79	78	77	76	75	74	73
9	8	7	6	5	4	3	2	1
90	89	88	87	86	85	84	83	82
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Figure A6

Une quelconque table de comptage comme celle ci-dessus révèle de se déployer suivant une dimension de surface – où se succèdent les *quantités*, selon une pure et simple accumulation successive de leur « taille » – et une dimension de profondeur, où ce qui « compte » est au contraire l'identité numérique absolue des *symboles* qui composent les *chiffres* signifiant les *nombres*.

En remplissant case après case cette table, nous voyons se former, au fur et à mesure que nous descendons, les colonnes verticales « 111... 222...333... » etc. qui résultent de l'addition des « atomes » qui composent chaque « molécule ». Cela nous permet d'établir dès maintenant la première des deux circonstances que je viens d'évoquer : cette table ne peut pas résulter d'un entassement de « bouts de nombre » homogènes entre eux, comme « 1+1+1... », car une telle permanence inoxydable des « atomes » de départ serait impossible si ces mêmes atomes n'étaient que des « 1 » parfaitement homogènes entre eux, à accumuler comme des bols d'eau.

Cela acquis, allons maintenant décrire le dynamisme interne de cette suite transformative quant aux traits qui nous intéressent à présent. Nous ferons bien attention à la fois à la rigueur critique du langage, et à la construction d'une analogie satisfaisante. En fait, quant à notre « $7+5=3$ », on voit bien que « cela vient du fait que » le 75 se trouve sur la colonne du 3 : ce que montre cette table est donc – dirait-on – *pourquoi* $7+5$ fait 3 dans l'épreuve par 9. Nous éliminerons toutefois ce « pourquoi »⁶⁴, pour nous borner à décrire le phénomène global dont les deux circonstances « $3 \rightarrow 75$ » (comptage) et « $75 \rightarrow 3$ » (« extraction de racine numérique ») font partie. D'autre part, de l'intérieur de cette époque radicale sur les « causes » de ce que nous allons observer, je poursuivrai l'œuvre de re-modélisation des phénomènes arithmétiques que je suis en train de développer au fur et à mesure : j'en fournirai donc des images vivantes que je prétends sans aucun doute plus cohérentes et responsables que celles qui peuplent nos textes mécanistes en les parsemant de non-sens explicitement déclarés comme tels.

I. Des graines, des branches, des fruits, des doubles spirales – La table en Fig. A6 nous montre que le « 3 » appartient originellement à la ligne « 987654321 » formée par la totalité des chiffres de la « base 10 », le zéro exclu. Chacun de ces chiffres déploie son intouchable identité de « taille » à n'importe quelle « distance » sur la verticale d'une série de colonnes infiniment longues, et cela nous mène à distinguer deux ordres d'engendrement : l'ordre de l'*émanation* « $3 \rightarrow 75$ » et l'ordre de la « *réabsorption* $75 \rightarrow 3$ », comme dans le cas du cercle trigonométrique et du triangle euclidien en §8.3.2(2). Je m'explique.

Émanation \rightarrow *Réabsorption* – Nous venons de voir que les atomes inoxydables « 111... 222... 333... » etc. ne s'obtiennent pas par accumulation : c'est la pure et simple succession « 1, 2, 3... » qui *de fait* engendre le phénomène à la fois réglé et multiple de la suite « 1, 2, 3, 4...75 ». Grâce au fait que nous avons organisé cette suite en allant à la ligne « module 9 », ce dynamisme expansif nous dévoile la présence de deux directrices qui en organisent le rythme interne : une directrice horizontale de transformation (augmentation/diminution) et une directrice verticale où le même « atome » se répète à l'infini, en identifiant de la sorte sa « colonne » de déploiement, parmi les neuf où toute « molécule » produite sur l'horizontale ira certainement se ranger. Étant donné l'immodifiable identité qui parcourt chacune des neuf dorsales de cette expansion illimitée, la mathématique appelle le 3 « racine numérique » du 75, le 4, « racine numérique » du 76 etc., mais nous pouvons sans doute

continuer à les appeler des *graines*, qui engendrent par *émanation* la série « 3 → 12 → 21 → ... → 75 → ... → 75000 ... ; 4 → 13 → ... → 13000... » etc. Réciproquement, lorsque nous obtenons le 3 à partir du 75 avec la méthode « 75 → 7+5=12 → 1+2=3 », nous parcourons, ce faisant, le chemin à rebours d'une *réabsorption*, qui met en évidence – à la racine ultime de toute « molécule » numérique, aussi gigantesque soit-elle – la « graine » unitaire qui scelle l'appartenance de cette même molécule à la colonne où nous la repérons.

Des branches et des fruits – Quant aux « colonnes », il sera plus approprié de parler de « branches » au rayonnement toujours plus vaste et étendu. En effet, les parallèles formées par chacune des graines de la base sous-tendent en réalité – comme dans le cas des directrices terrestres de gravitation – une dynamique *convergente/divergente* : au fur et à mesure que le comptage se développe, les chiffres qui composent les « molécules » augmentent, selon la progression des exposants sur l'échelle algorithmique 10^0 (un chiffre), 10^1 , (deux chiffres), 10^3 (trois chiffres)... etc. , en créant donc (vu en projection) l'effet d'un rayonnement. Cela nous fait revenir aussi sur cette dernière image de la molécule, en lui préférant celle du *fruit*, qui pousse sur sa propre branche.

Des symétries périodiques et polaires de profondeur – Cette progression module 9, qui distille la présence d'une directrice d'émanation verticale jaillissant du « rayon » complet « 123456789 », s'infiltré en outre dans la trame de tout autre table de comptage formée à partir des alignements partiels « 87654321 », « 7654321 », « 654321 », « 54321 » etc., ainsi que le montre la Fig. A7 :

8										1	
8	7	6	5	4	3	2	1	+8	+1	1	
16	15	14	13	12	11	10	9	-1	+1	2	
24	23	22	21	20	19	18	17	-1	+1	3	
32	31	30	29	28	27	26	25	-1	+1	4	
40	39	38	37	36	35	34	33	-1	+1	5	
48	47	46	45	44	43	42	41	-1	+1	6	
56	55	54	53	52	51	50	49	-1	+1	7	
64	63	62	61	60	59	58	57	-1	+1	8	
72	71	70	69	68	67	66	65	-1	-8	9	
80	79	78	77	76	75	74	73	+8	+1	10	

6						3				
6	5	4	3	2	1	+6	+3	3	2	1
12	11	10	9	8	7	-3	+3	6	5	4
18	17	16	15	14	13	-3	-6	9	8	7
24	23	22	21	20	19	+6	+3	12	11	10
30	29	28	27	26	25	-3	+3	15	14	13
36	35	34	33	32	31	-3	-6	18	17	16
42	41	40	39	38	37	+6	+3	21	20	19
48	47	46	45	44	43	-3	+3	24	23	22
54	53	52	51	50	49	-3	-6	27	26	25
60	59	58	57	56	55	+6	+3	30	29	28

7							2			
7	6	5	4	3	2	1	+7	+2	2	1
14	13	12	11	10	9	8	-2	+2	4	3
21	20	19	18	17	16	15	-2	+2	6	5
28	27	26	25	24	23	22	-2	+2	8	7
35	34	33	32	31	30	29	+7	-7	10	9
42	41	40	39	38	47	36	-2	+2	12	11
49	48	47	46	45	44	43	-2	+2	14	13
56	55	54	53	52	51	50	-2	+2	16	15
63	62	61	60	59	58	57	-2	-7	18	17
70	69	68	67	66	65	64	+7	+2	20	19

5					4					
5	4	3	2	1	+5	+4	4	3	2	1
10	9	8	7	6	-4	-5	8	7	6	5
15	14	13	12	11	+5	+4	12	11	10	9
20	19	18	17	16	-4	-5	16	15	14	13
25	24	23	22	21	+5	+4	20	19	18	17
30	29	28	27	26	-4	-5	24	23	22	21
35	34	33	32	31	+5	+4	28	27	26	25
40	39	38	37	36	-4	-5	32	31	30	29
45	44	43	42	41	+5	+4	36	35	34	33
50	49	48	47	46	-4	-5	40	39	38	37

Figure A7

Les différentes façons de se déployer d'une table de comptage selon le « module » choisi, montrent les inépuisables couches d'« harmonie arithmétique » qui composent l'identité vivante de l'« arbre des nombres ».

Dans la Fig. A7 j'ai juxtaposé les tables de comptage partielles « 1*8 », « 2*7 », « 3*6 », « 4*5 », à savoir les « couples diamétraux » de Sagredo en [§11.3], afin de dévoiler la présence d'une symétrie de profondeur qui les lie entre elles au niveau de leurs « graines ». Je dis de profondeur, car pour cerner cette symétrie il faut descendre d'un échelon le long de la ligne de « réabsorption » qui en Fig. A6 conduit par exemple de 75 à 3. En effet, dans la table complète « 987654321 » en Fig. A6, la graine d'où s'origine chaque branche est immédiatement atteinte au niveau de la première « addition réabsorbante » des chiffres qui composent un nombre donné. Les deux nombres en colonne 66 et 75 se « réabsorbent » tout de suite dans le même 3 qui est au sommet de leur branche commune. En revanche, dans la table partielle « 87654321 » en Fig. A7, le nombre 75 est précédé, sur la branche du 3, par le nombre 67, qui se réabsorbe non pas en 3 mais en 4 : j'ai donc écrit « -1 » sur la ligne du 67, car cela vaut aussi pour toutes les autres branches (65,73 ; 66,74 etc.). Nous voyons d'ailleurs que ce « -1 » fait partie d'une allure périodique composée par les graines « 8 » et « 1 », laquelle organise la table entière du « 8 » (« +8-1-1-1-1-1-1-1-1+8-1-1-1-1-1-1-1-1+8... ») et qui est l'opposé symétrique de celle qui – de l'autre côté du couple diamétral « 8*1 » – organise la table partielle du « 1 » (« +1+1+1+1+1+1+1+1-8 +1+1+1+1+1+1+1+1-8... »). Cette même symétrie polaire de profondeur « module 9 » régit la totalité des autres couples diamétraux de tables partielles, en dévoilant en plus des sous-périodes internes : table du « 7 » : « +7-2-2-2+7-2-2-2+7... » ; table du « 2 » : « +2+2+2-7+2+2+2-7... », etc. – En un coup d'œil, dans le cas des tables partielles, les branches

verticales de « réabsorption » se révèlent parcourues par une congruence au miroir « module 9 », qui lie deux à deux les extrêmes des deux côtés, droit et gauche, du « rayon » horizontal de départ 1234/5678.

II. Des atomes potentiels de sens – Le choix de l'arbre comme image d'un processus algorithmique est absolument classique (cf. (A16)), et on peut voir l'intérêt de cette analogie dans l'Annexe II, lorsqu'il s'agira des « arbres combinatoires » censés expliquer nos « mécanismes » de cognition symbolique et nombrante. Ce qui nous intéresse à présent est toutefois le fond structurel de cette image. Je parle encore une fois de ce que je n'ai cessé de montrer tout au long de ce travail. Un ordre opératoire non inversible lie le nombre « 75 » à sa graine « 3 ». Cela signifie que de même que nous ne pouvons pas commencer par le cercle trigonométrique pour ensuite construire un triangle euclidien, malgré le fait indéniable que le deuxième ne puisse « pousser » qu'à partir du premier [§8.2.3(1)-(2)], de même nous ne pouvons pas *commencer* par les suites verticales « 111...222...333... » car de toute évidence ces suites n'augmentent pas ! En d'autres termes, il faut que l'arbre des nombres ait déjà poussé, pour que nous puissions cueillir ses fruits et seulement en deuxième lieu en extraire les graines [Cf. §11.2(3)II].

Lorsque nous parlons des « graines inoxydables » 123456789 qui constituent la base « 10 » de notre numération, nous devons donc avoir la plus grande attention, car ces mêmes graines ne font aucunement partie du phénomène de départ, et donc de surface « 1, 2, 3...75 ». Même le premier « 3 » qui apparaît au sommet de sa branche n'est pas la *graine* « 3 » que nous montrons en transparence grâce à notre table de comptage module 9. Le « 3 » qui « résulte » de l'addition « $7+5=3$ » est donc une entité nombrante *purement interne* au 75 dont il est la « racine numérique », et il déploie son action dans une dimension phénoménale qui est purement virtuelle par rapport à celle où il est évident que « $7+5=12$ », et que nous ne pouvons atteindre que grâce au tour déductif que nous venons de réaliser. Pourquoi d'ailleurs est-ce que je parle ici d'un arbre *du sens* ? Car il ne faut surtout pas perdre de vue qu'il n'y a plus rien... en « vue » – après toute cette œuvre de purification critique – qui ne soit des pures et simples *intentions de sens*. Pour ce que nous pouvons en dire, nos graines de base « 1234567890 » ne sont que cela : dix *élans*, dix *intentions signifiantes de mouvement* simultanément en action pour orienter et « égaliser » nos automanifestations expressives chaque fois que nous ouvrons les yeux sur notre feuille de mathématiciens pour nous plonger dans le Monde du Sens caché et dévoilé derrière nos symboles.

(3) L'ENFANT, MOTEUR DE L'EVOLUTION – Ces acquis nous fournissent une cinquième suggestion d'ordre développemental, à ranger à côté de celles que nous avons récoltées dans la II^e Partie. Disons-le comme cela : lorsque sur la *surface* de comptage se meuvent les yeux ordinaires de l'*émanation* – le fruit mûr de l'évidence prête-à-manger « $7+5=12$ » – sur la *verticale* de profondeur des graines rayonnent entre-temps les visions subtiles de la *réabsorption*. En d'autres mots : quand le grand Carl Friedrich Gauss écrit ses *Disquisitiones Arithmeticae* en créant la « mathématique modulaire », ses sens réagissent aux nombres guidés par l'*enfant en puissance* – Piaget dirait : *décalé* – qui regarde entre-temps au travers de ses yeux, comme dans le cas des yeux de Blas qui sont à l'origine des intuitions de Pappus en §8.3.1. Cet enfant/graine capte la « taille » de chacune des chiffres de la base 1234567890 comme une note fixe et inattaquable, qui transmet sa résonance « projective », son « poids atomique » absolu, dans tout fruit numérique qui germera de sa présence.

Ce modèle est ma réponse à l'idée que l'« effet de taille/distance » qui accélère/décélère les mouvements nombrants de tout homme capable de lire et calculer signifie que ce même homme n'est qu'un assemblage de circuits neuronaux bizarrement échappé, mais très maladroitement, à un destin évolutif déjà signé. Dans tout homme qui se meut pour ouvrir ses sens au sens des nombres, il n'y pas un singe, ni un engin métallique, mais la puissance de l'enfant qu'il *est*, et qui le pousse à évoluer. Une telle architecture métaphysique et dynamique corrige d'autre part tous les défauts et les vides de la vision piagétienne du rapport « décalé » entre la « logique de l'enfant » – syncrétique, primitive, magique etc. et donc inutilisable dans la pratique adulte de la pensée – et cette même raison adulte qui, comme nous l'avons vu, apparaît un jour – « à un moment donné » – sans que pourtant nous ne sachions vraiment décrire le parcours continu de son mûrissement, en nous nourrissant donc de ses fruits, si savoureux.

I. L'homme est un singe à l'envers – À l'intérieur de ce modèle, une circonstance-clé qui nous permet d'en saisir la pertinence et la cohérence cosmique est celle du *renversement*

la *materia intelligibilis*, la ὄλη νοητική infiniment disponible à la différenciation rationnelle, mais par là même absolument imperméable à toute très maladroite – mais toujours très violente – tentative de la « reconduire » dans un monde qui n'a jamais été le sien : le monde de la « matière brute ».

II. *La Weltweisheit et la continuité de la vie* – Quant à la continuité cosmique de la vie, il faut dire que ce *renversement* qui revient partout, où que nous assistions à un passage de niveau dimensionnel (de la partie au tout) ou/et de phase évolutive (des grandeurs au nombre, du nombre naturel au nombre rationnel etc.)... ce renversement, dis-je, confond la logique et les esprits. Il paraîtrait en effet que je suis en désaccord total avec l'idée d'une continuité entre l'animal et l'homme, le nourrisson et l'enfant qui sait lire etc. tandis que j'en suis un défenseur absolument convaincu : tellement convaincu que je la considère comme un postulat *a priori* de la raison scientifique [cf. §5.1 (46), (47), (166) et comm.]. Je suis donc d'autant plus convaincu que dans l'esprit nombrant d'un singe il nous est donné de trouver *la graine* du Nombre de Pythagore. Ce que, par contre, je conteste est l'interprétation généalogiste de cette même continuité graine- plante, qui ne se traduit en réalité qu'en une masse confuse et purement stylistique de métaphores laides et contradictoires (comme une graine qui laisse une cicatrice sur la plante qui en pousse). Disons alors ainsi : 1) une machine wienerienne, un singe darwinien... sont des formes de vie : des plantes parmi toutes les autres. Ces plantes – comme toutes les autres – *contiennent* des graines : ce ne sont pas *elles* – en leur « phénotype » déployé et actuel – la graine qu'elles vont au contraire laisser tomber sur le sol. Il est donc bien possible – bien nécessaire – que *dans* un singe, dans son comportement, ainsi que dans le comportement d'un ordinateur, nous trouvions les graines d'un monde plus évolué ; 2) la *continuité* entre une graine et sa plante contient des éléments d'hétérogénéité absolue, caractérisée par des *renversements* évidents. Un exemple suffira : une fois au sol, la graine qui s'est détachée de la plante *germe*, tandis que dans ce même sol les fruits, les feuilles, les branches... et bref tout élément qui compose le phénotype de cette même plante et qu'elle laisse toutefois tomber, est destiné à la désagrégation. Si donc nous voulons chercher une graine dans un phénotype, il ne faudra surtout pas appliquer la même logique : nous chercherons plutôt *le contraire* de ce que les phénotypes nous suggèrent.

L'oubli complet de ces vérités analogiques qui appartiennent à celle que Kant appelait *die Weltweisheit*, la sagesse cosmique qui depuis toujours nourrit le savoir des hommes créateurs de science... fait accomplir des erreurs *flagrantes* à ceux qui en sont les victimes. Dans notre cas, il est singulièrement frappant que toute pensée de continuité dédékindienne au sein du développement psychologique « animal → enfant → mathématicien » coïncide pour la psychologie généalogiste avec l'effacement de toute *coupure renversante*. C'est-à-dire avec le contraire exact et rigoureux de ce qu'est chez Dedekind un « Schnitt ». La coupure dédékindienne qui nous fait passer d'un monde où le 3 n'est pas divisible par 2, car il serait pair, à un monde où bien au contraire ce même 3 se révèle « nécessairement » divisible, car $3/2$ est bien évidemment un nombre rationnel, cette coupure ne « coupe » la continuité qu'en ce qu'elle l'*engendre* ! Je dis alors que dans un homme qui compte « module 9 » nous trouvons un processus exactement *renversé* par rapport à ce que nous pouvons observer dans tout autre animal : ce qui est bien compatible avec la continuité de la vie dans l'univers. Dirons-nous par contre que, donc, un pigeon *est* la « graine » d'un homme ? Nous nous trouvons là – comme je viens de le rappeler – dans le domaine de l'Analogie, qui n'est pas l'arbitraire du « modèle » tel qu'il est conçu depuis les *bad trips* de Maxwell jusqu'à maintenant. Je suggère alors que l'on peut bien imaginer que l'arbre de la vie engendre la fleur « pigeon » pour seulement ensuite engendrer le fruit « homme »... Mais finalement, la seule chose importante est ici qu'en aucun sens le fait qu'un singe ne sache pas calculer un dénominateur commun (car toute note numérique de base s'estompe dans son esprit lorsqu'il la projette vers le ciel), en aucun cas cette incapacité du singe à faire des fractions n'implique une *discontinuité* entre nous et lui.

Annexe II – De la combinaison à l’expression

1. Le nombre comme combinaison

Si la *perspective additive* voit dans tout nombre n donné une accumulation de $1+1+1\dots$ (n fois) de choses, la *perspective combinatoire* se focalise sur la composition *symbolique* de ce même n en tant que composition de chiffres, et, du point de vue opératoire, cela revient à dire qu’un nombre arabe *est* une forme combinatoire dite « arrangement avec répétition ». En somme, de même l’idée additive est non pas que les nombres 1, 2, 3... nous permettent d’exécuter des additions, mais que chacun d’eux est, en lui-même, le *résultat* d’une addition, de même pour la perspective combinatoire, un nombre arabe n’est pas un outil préalablement *donné* qui nous permet de formuler la loi combinatoire des « arrangements avec répétition » : au contraire, tout nombre *est* en lui-même une telle « combinaison ».

Cette perspective tire son énergie du fait que la progression dizaines → centaines → milliers... (qui donne le comptage « divergent » $1\dots 10\dots 100\dots 1000\dots 10000\dots 10000\dots$) possède sans aucun doute un aspect « combinatoire ». En effet, à chaque passage dans l’échelle logarithmique « base 10 » qui régit la succession des chiffres, il ne se produit pas tout à fait une simple « augmentation de quantité » (comme dans $1+1+1\dots$) car ceci n’est que le résultat de surface de l’algorithme générateur. Ce qui a lieu est au contraire une augmentation de *possibilités logiques*, et la loi qui apparemment régit (engendre) cette augmentation de puissance est la formule combinatoire des « arrangements avec répétitions ». Chaque nombre arabe composé de k chiffres serait alors, en lui-même, un « k -uplet » ou un « k -arrangement avec répétition » d’éléments de notre base de n symboles, car l’ensemble des « k -arrangements avec répétition » que nous pouvons former à partir d’une base de 10 symboles est 10^k .

Et toutefois, l’objection est immédiate : si nous considérons comment cette loi devrait « engendrer » la suite effectivement dénombrée et dénombrante des nombres... nous devons avouer que, toute seule, elle en est absolument incapable. En fait : pour commencer nous disposons d’une base de $n =$ dix symboles (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) d’un côté, et *une* place à occuper avec un seul d’entre eux : cela nous donne $1 \times n = 10$ possibilités [les « unités »]. Si nous ajoutons *une* place à occuper (total 2 places) et que nous acceptons les répétitions 00, 11, 22, 33 etc. alors pour chacune des n possibilités ainsi créées, toutes nos n possibilités de départ sont à nouveaux possibles, et nous aurons donc $n \times n = n^2 = 100$ combinaisons possibles [centaines] ; si maintenant nous ajoutons une troisième place à côté de chacun de ces 100 couples (total 3 places) nous obtiendrons $n \times n \times n = n^3 = 1000$ combinaisons possibles [milliers] etc. En un coup d’œil : une place = dizaines ; deux places = centaines ; trois places = milliers etc. Le défaut se voit donc à l’œil nu : dans la numération positionnelle nous *n’acceptons pas* tout à fait toutes les k -arrangements prévus par le calcul combinatoire, puisque les k -uplets 0,00, 000, 01, 02, 03...001,002, 003...010, 0110... etc. ne correspondent à aucun nombre de la suite de comptage. Nous faisons donc intervenir un critère de sélection irréductible au simple calcul combinatoire des « arrangements avec répétition » prévus par la synthèse entre la base donnée et les positions disponibles, et ce critère est évidemment dirigé par le sens du jugement « ceci est un nombre ».

La perspective combinatoire prévoit toutefois aussi cette circonstance, en reconduisant même *le sens* de notre énoncé « ceci est un nombre » à un mécanisme combinatoire : qu’il s’agisse de « “2” est un nombre » [Kemeny] ou « “deux” est un mot » [Dehaene].

2. Kemeny : lire un nombre est combiner ses chiffres

Selon John G. Kemeny (*Finite mathematical structures*, 1959) un certain chiffre arabe est le résultat de l’intervention « expérimentale » du combinateur sur les symboles de la « base », selon l’idée piagétienne de l’« expérience mathématique » comme manipulation combinatrice, et l’idée wienerienne ((244[2])) d’une science « opérationnelle » faite de « possible experiments ». Or une telle intervention manipulatrice – nous dit Kemeny – doit être orientée par la création préalable du « champ de possibilités logiques » d’où l’énoncé « ceci est tel nombre » puise *intégralement* son sens. Cet espace de possibilités logiques d’où jaillit le sens de nos énoncés est ainsi décrit :

(A17) « [1] *Possibilités logiques* - Nous assumons que chaque énoncé est relatif à certaines possibilités logiques. Ces possibilités sont fixées d’avance, et nous assumons *qu’un énoncé*

n'a pas de sens – en fait *il n'est pas tout à fait un énoncé* – jusqu'à ce que ses possibilités aient été spécifiées [...]. [2] Ordinairement, dans la résolution d'un problème scientifique, d'abord nous élaborons une liste de possibilités logiques [selon le calcul des probabilités] pour ensuite considérer les différentes propositions relatives à ces possibilités. [...] L'exigence incontournable dans l'analyse des possibilités logiques est que, en toute circonstance concevable, une et seulement une possibilité doit se vérifier. » [Kemeny : 14. Ma trad. Les crochets et les italiques sont de moi.]

Du sein de ce même espace, d'où pousse le sens de nos énoncés signifiants, se développe l'arbre combinatoire grâce auquel nous réunissons toutes les situations possibles prévues par notre énoncé :

(A18) « Consider the example in Figure. Suppose we let the Classification proceed as follows: first consider all human beings before classification as being all in one class; next split this large class into 3 subclasses by putting the short people in one class, the medium people in the second, and the tall people in the third; next split up each of these subclasses in to 4 smaller subclasses (making a total of twelve in all) according to hair color; finally split each of these subclasses into 2 parts by grouping males together and females together. The final classification then divides the class of all human being in to 24 subclasses.

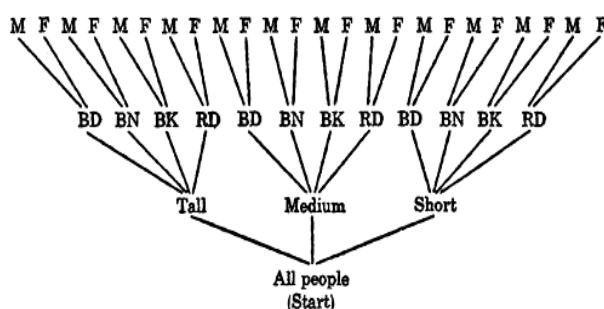


Figure A8

Observe that the tree contains all the information relevant for the classification problem. Each path through the tree, from the start to the end (bottom to top) represents a logical possibility. There are 24 in all. The order in which we performed the classification is arbitrary, that is, we might equally well have first classified people according to hair color, then sex, and finally height. » [Ibid.]

Dans cet exemple, la possibilité logique ouverte par la proposition « cette personne (1) est une femme (1/2) blonde (1/4) de taille moyenne (1/3) » confère à sa vérité une mesure (une probabilité) de 1/24. Autrement dit : si ceci est 1 être humain, alors il y a 1 « sur » $2 \times 3 \times 4 = 24$ possibilités que dans son cas se vérifie la circonstance « cette personne est une femme blonde de taille moyenne ». Le principe qui régit le découpage interne – *diàresis* après *diàresis* – d'un ensemble combinatoire de possibilités logiques, affirme donc que toute action mathématique r dirigée sur une autre action mathématique s a la nature d'une multiplication $r \times s$.

(A19) « Si une chose peut être faite de r façons différentes, et que pour chacune d'elles une deuxième chose peut être faite de s façons différentes, et que pour ces deux premières une troisième chose peut être faite de t façon différentes etc. alors la séquence de choses peut être faite de $r \times s \times t \dots$ façons. » [Kemeny : 86. Ma trad.]

I. *L'expérience d'additionner les dividendes d'une suite de multiplications* – Avec cet outillage métaphysique et formel, Kemeny aborde enfin la question de comment un chiffre arabe « représente » les nombres. Un nombre comme « 638 » nous dit-il, est en lui même une suite d'« expérimentations » censées donner un sens à l'énoncé « ceci est un nombre » :

(A20) « [1] Considérons la façon dont les nombres jusqu'à 1000 (exclu) sont représentés par notre système de représentation décimale. Par exemple, *qu'est-ce que représente la suite de symboles 638* ? [2] Le premier chiffre, 6, est le quotient de la division de 638 par 100, dont le reste est 38. Le deuxième chiffre, 3, est le quotient de la division de ce premier reste par 10, le reste de cette division étant 8. Ce dernier chiffre peut maintenant être pensé comme le quotient de la division du de 8 par 1. [3] Nous réalisons donc une suite d'« expérimentations » : premièrement nous divisons par 100, puis nous divisons le reste par 10, et finalement nous divisons le reste par 1. Soient f_2 , f_1 et f_0 , les trois respectives fonctions-résultats. Si U est

l'ensemble des entiers de 0 à 999, chaque fonction-résultat a comme son domaine les nombres de 0 à 9, et le résultat de l'expérimentation est décrit par les trois fonctions-résultats. Donc nos fonctions-résultat décrivent l'espace de possibilité, à savoir elles donnent une unique représentation des nombres de 0 à 999. Mais on peut dire plus que cela. Puisque chaque fonction a 10 valeurs possibles, il y a $10 \times 10 \times 10 = 1000$ combinaisons possibles. Et puisque U a 1000 éléments, les fonctions-résultats sont logiquement indépendants, à savoir chaque combinaison de valeur représente en effet un nombre. Donc les trois fonctions forment une base pour U. Finalement, une combinaison de valeurs est représentée de façon adéquate par une suite de chiffres. Donc $f_2=6, f_1=3, f_0=8$ est représenté par 638. [4] *L'idée-clé* dans cette représentation est que dans la première expérimentation nous divisons par 10^2 , qui est la puissance plus haute de 10 in U, ensuite nous divisons le reste par 10^1 , et enfin nous divisons le reste final par 10^0 . [...] [5] Nous voyons bien que si nous représentons les éléments de U par les valeurs des fonctions-résultats écrites comme une suite de chiffres, alors la suite $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ représente uniquement $a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$. » [Kemeny, 99-100 Ma trad. Les crochets sont de moi.]

Or, de même Herstein et la totalité des algébristes qui affirment qu'un système algébrique est une méthode de « combinaison d'objets » doivent en tous les cas *se servir* des nombres entiers pour se mettre en marche, de même Kemeny répond à la question en [1] « qu'est-ce que représente un chiffre arabe? » en *utilisant* en [3] ces mêmes nombres pour *indexer* les fonctions (f_2, f_1, f_0) et - en [5] - *indexer* la suite $10^0, 10^1, 10^2 \dots$. La question est la suivante : peut-on affirmer que les nombres que le combinatoire doit forcément utiliser pour « donner un sens » combinatoire à sa représentation des nombres, sont en train de nous donner une représentation de leur propre *engendrement*, ou au contraire la structure combinatoire que le mathématicien bâtit en se servant des nombres n'est que l'un des fruits mathématiques *engendrés* par les nombres mêmes 1,2,3... lesquels nous sont donnés avant toute combinaison, en nous permettant d'indexer nos opérations ?

Je vais répondre à cette question en adhérant pleinement à la démarche pragmatique de Piaget/Wiener/Kemeny. Nous savons en effet ((A20)) que pour accomplir la tâche expérimentale « représenter x », Kemeny « fixe d'avance » l'espace des possibilités logiques qui déterminent le sens de l'énoncé « ceci est un x », en posant donc à la base de son arbre combinatoire du sens [« start » : Fig. A8] « tous les x ». Faisons donc cela avec « tous les nombres » (Fig. A9) :

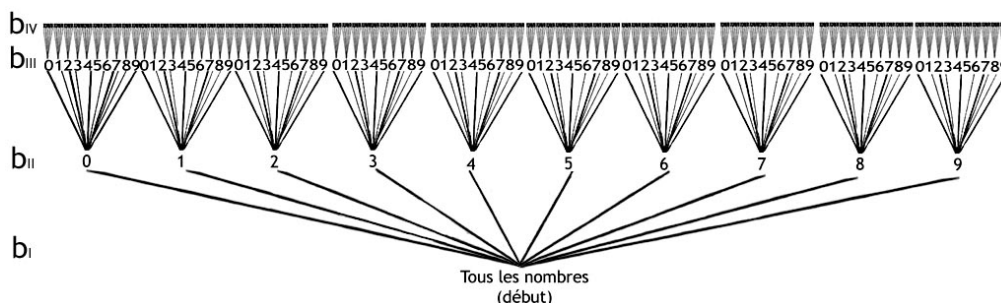


Figure A9 [de moi]

Aucun arbre combinatoire ne pourra jamais représenter la suite naturelle des nombres de façon mathématiquement rigoureuse, car les lois du calcul combinatoire sont, au contraire, rendues possibles uniquement par notre pré-connaissance des nombres, et pas l'inverse.

De même la façon kemenyenne de découper l'ensemble de tous les êtres humains est orientée par ce qu'il sait des êtres humains, de même l'«idée-clé» ((A20[4])) qui le dirige sur la représentation des nombres dont il dispose déjà, est orientée par ce qu'il sait du nombre. Et que *sait-il* au juste du nombre, étant donné ce qu'il *en fait* ? Les nombres de Kemeny sont doués de trois caractères majeurs : (A) autonymie logique et quantitative ; (B) plénitude métaphysique et expressive ; (C) dynamique auto-expansive. C'est finalement cette triple intuition, préopératoire et universellement acceptée qui retentit à la base de sa réponse à « *what does the string of symbols 638 represent ?* ». Voyons brièvement.

Kemeny dit que le pivot de sa lecture du chiffre arabe est en ce que tout symbole qui le compose – par exemple 6, 3 et 8 dans le cas de 638 – est identifiable comme le *quotient* d'une division entre un *diviseur* ayant la forme « $b \times b \times \dots \times b$ » (k-fois : donc b^k) où « b » est le nombre de la « base » exprimée, et un *dividende* qui est le résultat d'une *multiplication* entre l'un des chiffres-base et ce

même « $b \times b \times \dots \times b$ ». Je dis *multiplication* et non pas *puissance*, car le modèle combinatoire utilisé par Kemeny ne voit en réalité dans le « 10^2 » des « centaines » que l'expression abrégée du calcul combinatoire « 10×10 » qui part de notre base donnée de 10 objets *déjà existants et séparés*, et dont chacun a $1/10$ et non pas 10^0 probabilités d'être choisis. Établissons bien ce point. Même si Kemeny exprime la série des diviseurs « multiplicatifs » (en $\langle A20[5] \rangle$) comme $10, 10^1, 10^0 \dots$ l'expression « 10^0 » ne correspond pas tout à fait au *step* b_{II} dans l'arbre combinatoire des nombres en Fig. A9, c'est-à-dire, au moment où nous calculons les possibilités combinatoires ouvertes par la simple présence de notre base de 10 symboles, car dans ce cas le calcul est $10 \times 1 = 10$ et non pas $10^0 = 1$. Le « 10^0 » qui apparaît dans l'explication de Kemeny divise (8×10^0), il n'est donc pas tiré d'une règle de calcul combinatoire. Kemeny *raisonne*, certes, en termes combinatoires, mais ces termes sont irréductiblement *multiplicatifs* : chaque élément e_i qui compose la combinaison 638 est un « quotient » engendré par la dyade opératoire : [$e_i(10 \text{ multiplié } 10 \dots k \text{ fois})$] divisé par ($10 \text{ multiplié } 10 \dots k \text{ fois}$).

II. *La sève sous-jacente* – Nous nous demandons donc pourquoi Kemeny voit dans tout nombre arabe l'*addition* successive d'une suite de multiples *divisés* par des multiples (ce qui donne une juxtaposition de *quotients*). La réponse est : à cause de la triple intuition (A), (B) et (C) dont il est question.

(A) *Autonomie logico/quantitative* – Un nombre est le plus universel et universellement applicable des outils en même temps de classification logique et de quantification, en ce qu'il s'auto-classifie et s'auto-dénombré dès qu'il nous est donné. Les nombres dénombrent en ce qu'ils s'auto-dénombré, et ils classifient en ce qu'ils s'auto-classifient. Autrement dit, à la différence des individus humains de l'arbre en $\langle A18 \rangle$ qui ne sont pas les porteurs immédiats et auto-évidents de nos critères de classification/comptage (dans ce cas être femme, blonde, de taille moyenne) le nombre est immédiatement, et à la fois, *son propre* critère de classification et son propre *quotient*. En termes fréguens, la « classe d'équivalence » 3 s'auto-classifie comme *un* trois, et s'auto-divise par un : $3 = 3/1 = 3 \times 1$. C'est en ce sens primordial que tout symbole qui découpe logiquement l'arbre combinatoire des chiffres arabes exprime un *quotient* : car dans la suite naturelle des nombres tout nombre n « divise » [*splits, divides*] n'importe quel m donné, de façon que m/n soit en même temps une *sub-class* et une *subdivision*.

(B) *Plénitude métaphysique et expressive* – Les nombres épuisent la totalité du dénombrable, à savoir du pensable (cf. $[\S 11.3(5_{III})]$). Donc, lorsqu'à travers une combinaison d'objets (choses) quelconques nous voulons en donner une représentation complète, nous devons, à chaque pas, épuiser la totalité des combinaisons disponibles. Par conséquent, *toute* combinaison de chiffres – toute branche – que nous pouvons rencontrer dans l'arbre de la possibilité totale du Nombre, est *certainement* un nombre, et cette plénitude combinatoire est exprimée par la progression $10 \times 10 \times 10 \dots$. C'est à cause de cette intuition métaphysique de base, que Kemeny affirme que les possibilités logiques correspondant à la $k^{\text{ème}}$ place où se trouve un certain chiffre x est calculable comme 10^k .

(C) *Dynamique auto-expansive* – Dans la suite « $a_n \times 10^n + a_{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$ » en $\langle A20[5] \rangle$ l'addition « + » n'est rien d'autre que notre bon vieux « $1+1+1 \dots$ » qui se manifeste/impose où que la « pensée agrégative » contemple quelque chose qui augmente : et tout nombre, en effet, *augmente*. Les symboles de la base nous sont donnés d'un seul coup : quand nous lisons « 7 », c'est comme avec les notes musicales, qui sont dans leur totalité toutes comprises dans chacune d'elles. Cela signifie évidemment que dès qu'il capte notre attention de lecteurs, le « 7 » est déjà situé à la 7^e place sur l'échelle primordiale « $1 < 2 < 3 \dots$ » comme l'instant figé d'une mouvante dynamique d'augmentation *du* nombre.

Ce sont donc ces trois caractères *primitifs* des nombres, qui orientent la façon dont Kemeny lit un chiffre arabe et découpe intérieurement l'espace général de sa possibilité logique : ce qui constitue en effet le sens qu'il donne à la proposition « ceci est un nombre ».

III. *L'image pétrifiée d'une écorce* – Au sein de cet espace prend corps *l'image* de l'arbre combinatoire en Fig. A9 qui, en analogie avec la Fig. A8, devrait en donner un symbole graphique.

Cette image pourtant n'est, encore une fois, qu'une image, et vaut ici ce que nous avons amplement montré dans le cas de Félix Klein et de son *intention* de représenter l'espace. Ce qui toutefois est désormais évident est que, ni l'arbre en Fig. A9, ni une simple juxtaposition/somme successive d'arrangements avec répétition sur une base de *choses* données, ne sont un modèle adéquat pour la

représentation de la suite de comptage « 1,2,3...10...100...1000 », qui est, au contraire, *présupposée* à notre compréhension tant du calcul combinatoire que du *sens* de cette image, laquelle s'avère n'être, enfin, que l'écorce figée et cristallisée de l'arbre frégéen des nombres.

Établissons donc ce qui suit.

I. À la différence de l'arbre généalogique des êtres humains – qui sont en nombre fini – l'arbre des nombres ne peut être qu'un pur symbole (une « imagerie visuelle » dit Piaget) dont le rôle est de déclencher une certaine dynamique mentale et opératoire.

II. À la différence des coordonnées cartésiennes ou de la circonférence trigonométrique, l'arbre purement et évocateur et symbolique sur lequel poussent les fruits combinatoires des « arrangements avec répétitions » ne nous fournit ni [I] l'ordre de succession entre les symboles de la base, ni [II] un critère de sélection qui expulse des arrangements comme 000, ou 020 etc., ni [III] un algorithme de progression pour que nous puissions engendrer en effet la suite des nombres.

[I] *Quant à la succession.* Il est évident qu'en Fig. A9 c'est à nous de préalablement établir l'ordre de nos symboles atomiques 1,2,3... : la base combinatoire en b_1 doit donc être déjà organisée comme une suite de nombres, et en l'occurrence lisible comme 1.234.567.890 (un milliard, deux cent trente quatre millions...) – [II] *Quant aux critères de sélection.* Dans l'ensemble totale de k -uplettes à récolter, nous trouvons une infinité de suites qui ne correspondent à aucun nombre positionnel. Si maintenant, afin de donner raison de ce phénomène, nous observons la dynamique de la numération positionnelle, nous voyons que : le premier élément (« 0 ») du premier arrangement des « unités », n'apparaît pas, tandis que le dernier est remplacé par une 2-uplette (« 10 ») qui appartient aux dizaines d'où toutefois nous ôtons les dix premiers éléments (« 00, 01,02...09 ») ainsi qu'il se passe avec les triplettes des centaines, qui ne commencent qu'avec 100, en excluant les cent premiers éléments « 000,001,002,...099 ». La règle que *de fait* nous appliquons est donc qu'à chaque échelon de notre progression combinatoire nous laissons de côté toutes les k -uplettes qui commencent par 0. Cette règle, nous sommes tout simplement censés *la connaître*, de même que nous sommes censés connaître dès le départ l'ordre de succession des symboles de notre base, et qui certainement n'est pas, en lui-même, un ordre « conventionnel ». De cette même façon, notre règle de discrimination exprime non conventionnellement la nature du 0. – [III] *Quant à l'algorithme de progression.* Remarquons une dernière fois que dans la Fig. A9 l'échelon combinatoire calculable comme « b^k » ne coïncide pas tout à fait avec le $k^{\text{ème}}$ élément de la progression 10^0 (unités) 10^1 (dizaines). Nous venons de voir en effet que l'arbre des nombres est avant tout un symbole de l'espace de possibilités logiques ouvertes par l'énoncé « ceci est un nombre », et que chaque branche de cet arbre est une composition de *quotients*. En ce qu'elles sont des quotients donc, les « unités » ne correspondent pas tout à fait à l'« arrangement » calculé comme b^1 , mais au degré b^0 dans la progression $b_I^0 \rightarrow b_{II}^1 \rightarrow b_{III}^2 \rightarrow b_{IV}^3 \dots$ où « 1,2,3 » signifie $1/10^0$, $2/10^0$, $3/10^0$. En elle-même, la progression $10^0 \rightarrow 10^1 \rightarrow 10^2 \dots$ – unités, dizaines, centaines... – n'est donc *ni* une suite d'additions *ni* une progression « combinatoire » mais *irréductiblement* une progression exponentielle, dont Kemeny *dispose* pour ses calculs, dans lesquels il utilise les chiffres 1,2,3... qui lui permettent d'indexer avec des *exposants* pré-combinatoires et pré-additifs les places qui s'entresuivent dans cette progression.

En conclusion, les structures combinatoires et additives que nous trouvons à l'intérieur de l'arithmétique ne peuvent pas *engendrer* la suite « 1, 2, 3...10...100...1000 » car elles sont incapables de produire les nombres dont inversement nous devons nécessairement nous servir pour engendrer n'importe quelle forme d'addition et de combinaison. Cela signifie que le lien entre « 638 » et « $6(10^2)+3(10^1)+8(10^0)$ » ou « $6(10 \times 10)+3(10 \times 1)+8(1 \times 1)$ » est tout simplement que « $6(10^2)+3(10^1)+8(10^0) = 638$ » et « $6(10 \times 10)+3(10 \times 1)+8(1 \times 1) = 638$ », ou autrement dit que ces suites opératoires, qui donnent comme résultat « 638 », présupposent que nous sachions déjà écrire 638, le reconnaître comme nombre et par là même le situer à sa place dans la suite « 1,2,3...10...100...1000 ». L'idée que c'est grâce à des opérations d'addition, multiplication, division... que nous *accédons* aux nombres que nous savons *déjà* lire, écrire et comprendre ... et qui justement pour cette raison – car nous avons appris à les lire à les écrire – nous ont permis, en un deuxième moment, d'accéder à ces mêmes opérations, ne fait donc que renverser l'ordre des choses : d'abord nous arrivons à savoir lire les nombres, et seulement ensuite nous apprenons à « combiner » ce que nous lisons.

3. Selfridge/Dehaene : lire est calculer le sens des mots

Ce même renversement se produit chez Dehaene, qui pense que lorsque nous lisons un mot en toutes lettres, nous *combinons* des « atomes de sens » en nous servant à cette fin d'un arbre neuronal surpeuplé de démons hurlants.

Pendant que M. Kemeny assemblait, grâce son arbre combinatoire, le sens des énoncés nombrant de l'arithmétique, M. O.G. Selfridge publiait – en cette même année 1959 – son « *Pandemonium : a paradigm for learning* », censé nous expliquer le fait que nous pouvons arriver à lire et comprendre la phrase : « “deux” est un nombre ». La théorie de Stanislas Dehaene est le résultat de synthèse de cette double perspective :

(A21) « [1] *Chaque mot est un arbre* – En dépit des différences initiales, le système visuel du lecteur convergera vers la même représentation abstraite, l'essence même de la suite de lettres « DEUX », indépendamment de leur forme particulière – un code abstrait capable d'orienter le reste du cerveau vers la prononciation et le sens de cette chaîne de caractères. À quoi ressemble ce code abstrait ? S'agit-il juste d'une liste de lettres, D-E-U-X, sans structure particulière ? Non.

[2] On s'oriente aujourd'hui vers l'hypothèse d'une représentation hiérarchique, où chaque mot écrit serait *représenté par un arbre*, dans lequel les lettres se regroupent en unités, elles-mêmes imbriquées dans des groupements de taille plus élevée – un peu comme un corps humain peut être représenté par l'agencement de ses parties, jambes, corps, tête, elles-mêmes constituées d'éléments plus simples.

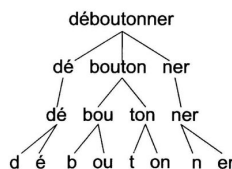


Figure A10

[3] Quelles sont donc les parties pertinentes d'un mot ? Disséquons ensemble le mot « déboutonner », par exemple. Nous y trouvons un préfixe « dé » et un suffixe « ner » qui encadrent et nuancent l'élément central, le mot au sein du mot, la racine « bouton ». Tous ces éléments s'appellent des « morphèmes » : ce sont *les plus petites unités de sens* que contiennent les mots. L'assemblage des morphèmes détermine le sens du mot.

[4] Tout se passe donc comme si notre système visuel faisait un rapide pari sur la décomposition présumée du mot en morphèmes. Il dissèque le mot « baguette » en [bague]+[ette] en espérant que cela sera utile aux opérateurs suivants chargés d'en *calculer le sens*. » [Dehaene 2007 : 51. Les italiques et les crochets sont de moi.]

Notre système visuel est donc un décideur qui fait des « paris » car il « ne peut s'empêcher » d'« espérer » que les « atomes de sens » qu'il décide d'utiliser aient la chance d'assembler la meilleure interprétation du mot perçu. Si nous demandons comment cette décision pleine d'espoir est prise, M. Dehaene nous répond : « J'aborderai cette dissection sous un angle résolument mécaniste » [Ibid. 28] car « la psychologie cognitive aborde la question de la lecture comme pourrait le faire un roboticien. Chaque lecteur dispose d'un capteur, l'œil et sa rétine. Les mots s'y affichent sous forme de taches d'ombre et de lumière qu'il s'agit de décoder... » [Ibid. 36]. Cela n'empêche pourtant que « les taches d'ombre et de lumière » qui doivent orienter notre décision d'interprètes robotisés se déversent sur une assemblée de diables déchaînés et hurlants :

(A22) « *Une assemblée de démons* - Plusieurs modèles de l'accès au lexique mental parviennent aujourd'hui à reproduire les performances de la lecture humaine, dans des conditions proches des contraintes imposées par notre système nerveux. Pratiquement tous reposent, de près ou de loin, sur les idées fondatrices d'Oliver Selfridge qui, pour rendre compte des opérations mises en œuvre dans la reconnaissance des lettres, avait proposé dès 1959 la métaphore d'une assemblée de démons ou « *pandemonium* ».

Dans cette comparaison haute en couleurs, il nous faut imaginer un immense hémicycle – c'est le lexique mental – où sont rassemblés des dizaines de milliers de démons en compétition. Chaque démon est le représentant d'un mot. *Il entend bien le faire savoir* en criant vigoureusement lorsqu'il pense que son mot doit être défendu. Lorsqu'un mot apparaît sur la

rétine, tous les démons l'examinent simultanément. Ensuite, ils se manifestent s'ils estiment que leur mot a de bonnes chances d'être présent. Ainsi lorsque survient le mot « caramel », le démon qui représente ce mot se met à hurler. Cependant son voisin, qui a cru voir « carmel », s'agit également. Caramel ou carmel ? *Après une brève période de compétition, le défenseur de « carmel » doit s'incliner – il est clair que son adversaire trouve dans le stimulus « caramel » plus d'arguments en sa faveur.* Le mot est enfin reconnu, et son identité peut être transmise par le démon vainqueur au reste du cerveau. » [Dehaene 2007 : 73-74. Les italiques sont de moi.]

Je ne cesse de m'étonner face à l'attitude *exorciste* de cet âge « mécaniste » de la science. Une longue liste pourrait être dressée de la présence du diable et des démons à tous les niveaux du langage et des explications qui se disent « purement mécanistes ». Quoi qu'il en soit, Dehaene s'avise de la possible objection de l'« homunculus » qui se présente très spontanément à l'esprit du lecteur de ces « explications » :

(A23) « Sous la simplicité apparente de cette métaphore, on discerne plusieurs idées centrales sur le fonctionnement du système nerveux au cours de la lecture :

- Traitement en parallèle : tous les démons travaillent en même temps. Il n'est pas nécessaire d'examiner chacun des 50 000 mots un par un. Il en résulte un extraordinaire gain de temps par rapport à un modèle sériel qui prendrait un temps d'autant plus long que le dictionnaire mental est épais.

- Simplicité de fonctionnement : chaque démon accomplit un travail élémentaire. Il se contente d'examiner dans quelle mesure le mot qui lui est assigné correspond aux lettres présentées en entrée. Même si j'ai présenté métaphoriquement les démons comme des êtres de chair, doués d'intentions, leur activité n'est que pure mécanique. Le modèle du pandémonium ne succombe donc pas au paradoxe de l'*homunculus*, ce petit homme qui, dans la psychologie naïve, est censé tenir les rênes de notre cerveau (mais qui donc contrôle le sien ? un autre *homunculus* plus petit ?)

Le modèle du *pandemonium* suit le précepte du philosophe Daniel Dennett : « On élimine l'homunculus en organisant des armées d'idiots pour faire le travail. » [Dehaene 2007 : 74]

On se demande ce qu'il y a de « simple » dans cette idée qui paraît sortie d'un cauchemar conjoint de Ronald Laing (qui écrit *The divided self* en ce même 1959) et Stanley Kubrik. D'une part ce modèle répète au pied de la lettre la tentative violemment antioccamienne de Jean Piaget ((115) et comm.) de rendre compte de la naissance d'une intention au travers d'un mécanisme de multiplication et complication. Que gagne-t-on, d'autre part, au niveau de la rigueur du discours, en disant que cette immensité de démons est une foule d'idiots ? Élimine-t-on le fait incontournable que ces idiots ont un conflit d'*interprétations* à résoudre, concernant des irréductibles « atomes de sens » ? Et pourquoi un démon idiot devrait-il « s'incliner aux arguments » herméneutiques d'un autre démon idiot car « c'est clair » que c'est comme cela ? Ce sont donc des démons bien raisonnables, qui décident pour le mieux quant au sens d'une situation signifiante ! Ne serait-il pas plus « économique », alors, de dire *qu'une seule personne douée d'une voix* décide l'interprétation à donner d'un mot écrit sur la feuille, plutôt que de dire que 50 000 démons débiles travaillent « en parallèle » dans son crâne ? Ces savants devront bien un jour nous expliquer pourquoi ils ne supportent pas qu'un « homunculus » soit dans la tête d'un homme pensant et parlant, ce qui revient à dire que ce même homme a une tête pour penser et une bouche pour parler.

Annexe III - Mise en perspective : les mirobolantes aventures du Trait de Plume

En §5.4 j'ai appelé « Yod » – symbole י – le sujet qui s'entraîne en son corps, et qui en s'entraînant en augmente les performances et la puissance. En §11.1(3) en revanche, ce même sujet a reçu le nom de Qof – symbole ק – lorsqu'il s'est agi de son *mental*. Je vais maintenant rendre compte de ce choix à la fois symbolique et archétypique : une explication qui est aussi une mise en perspective des recherches contenues dans cette thèse.

Nous connaissons les penchants cabalistes de Georg Cantor, qui lui ont fait choisir le symbole vénérable de l'« Aleph » – א – comme expression d'une puissance qui dépasse et transcende toute identité énumérable, donc pensable. Or un lien très intéressant et prometteur soude en une seule séquence les lettres hébraïques Aleph → Yod → Qof, en nous renvoyant en même temps à la suite des nombres naturels et au système grec de numération.

(A24) « SYSTEMES NUMERIQUES MEDITERRANEENS. – Pour les Grecs de l'âge classique, comme pour les Syriens et les Hébreux, les lettres de l'alphabet ordonné servent aux nombres.

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ς	ρ	
20	30	40	50	60	70	80	90	100	
σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	λ		
200	300	400	500	600	700	800	900		

Figure A11

Pour 6 on utilise *vau*, pour 90 on utilise *koppa* et pour 900 on utilise *sampi*, lettres qui n'appartiennent pas au système alphabétique courant mais sont des réminiscences de systèmes antérieurs. Prenons un dernier exemple, le système de numération hébraïque.

aleph	beth	ghimel	daleth	hé	vaw	zain	heth	teth	yod
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
יא	יב	etc.							
11	12								

Figure A12

Les numérations décimale et sexagésimale sont concurremment utilisées. En « hébreu carré » et dans la notation des massorètes. » [Dhombres 1978 : 114]

Commençons par remarquer la translittération rigoureuse qui lie les noms des lettres grecques et hébraïques : « Aleph → Alpha », « Beith→Beta », « Guimel→Gamma », « Daleth→Delta » etc. (donc « Yod→Iota », en 10^{ème} position). Cela suggère que le « vaw » en 6^{ème} position dans la numération grecque est en effet, comme Dhombres le dit, une « réminiscence » du « Vaw » hébreu. Cette évidence nous pousse à nous demander d'où viennent les autres insertions au sein de l'alphabet grec ordinaire, qui ne contient en effet aucune occurrence de « vaw », « sampi », etc.

Pour répondre, enrichissons les exemples « piquants et amusants » de Dhombres⁶⁵ avec une table de la numération grecque, qui nous est fournie par M. Goold :

(A25) « A second system devised by the Greeks made use of the letters of the alphabet, with three added letters, as numerals. [...] In it an alphabet of 27 letters is used: the first nine letters represent the units from 1 to 9, the second nine represent the tens from 10 to 90, and the third nine represent the hundreds from 100 to 900. To show that a numeral is indicated, a horizontal stroke is generally placed above the letter in cursive writing, as in the following scheme.

$\bar{\alpha} = 1$	$\bar{i} = 10$	$\bar{\rho} = 100$
$\bar{\beta} = 2$	$\bar{\kappa} = 20$	$\bar{\sigma} = 200$
$\bar{\gamma} = 3$	$\bar{\lambda} = 30$	$\bar{\tau} = 300$
$\bar{\delta} = 4$	$\bar{\mu} = 40$	$\bar{\upsilon} = 400$
$\bar{\epsilon} = 5$	$\bar{\nu} = 50$	$\bar{\phi} = 500$
$\bar{\zeta} = 6$	$\bar{\xi} = 60$	$\bar{\chi} = 600$
$\bar{\eta} = 7$	$\bar{o} = 70$	$\bar{\psi} = 700$
$\bar{\theta} = 8$	$\bar{\pi} = 80$	$\bar{\omega} = 800$
$\bar{\vartheta} = 9$	$\bar{\varsigma} = 90$	$\bar{\lambda} = 900$

Figure A13

The horizontal stroke is often omitted for convenience in printed texts. In this system there are three letters (Stigma, a form of the digamma [*le vav de Dhombres*] Koppa [*le 500*] and Sampi [*le 900*] which had been taken over by the Greeks from the Phoenician alphabet but had dropped out of literary use. *As there is no record of this alphabet of 27 letters in this order being in use at any time*, it seems to have been deliberately framed by someone for the purposes of mathematics. » [Goold 1980: 42-3. L'italique est de moi.]

La table en Fig. A13 nous donne des informations précieuses, si seulement nous l'enrichissons d'une autre table encore, qui démentit en effet les mots de M. Goold, selon lesquels « there is no record of this alphabet of 27 letters in this order being in use at any time ». Bien au contraire, cet alphabet existe, et c'est justement l'alphabet hébreu utilisé pour noter les nombres :

א	Aleph	1	י	Iod	10	ק	Quof	100
ב	Beth	2	כ	Kaph	20	ר	Resh	200
ג	Gimel	3	ל	Lamed	30	ש	Shin	300
ד	Daleth	4	מ	Mem	40	ת	Tau	400
ה	Hé	5	נ	Nun	50	ק	Kaph	500
ו	Vav	6	ס	Samekh	60	מ	Mem	600
ז	Zaïn	7	ע	Aïn	70	נ	Nun	700
ח	Heth	8	פ	Pé	80	ק	Pé	800
ט	Teth	9	צ	Tsadé	90	ק	Tsadé	900

Figure A14 [Wikipedia]

Selon la « Gemutriah », à chaque lettre de l'alphabet on peut assigner un nombre qui lui correspond, et qui pourra être additionné (selon le critère utilisé dans l'épreuve par neuf) aux nombres correspondant aux autres lettres d'un même nom, pour identifier ainsi la « racine numérique » de ce nom.

Si maintenant nous comparons les deux tables A13 et A14, nous reconnaissons que du point de vue purement graphique, le passage « $\rho \rightarrow \bar{\rho}$ » [Ro(10)→Qof(100)] est aussi indéniable que le passage « Vav→Vav », et on peut manifestement poursuivre dans cette direction une recherche aussi fertile que scientifiquement prometteuse, à tous les niveaux (le « Koppa » et le « Qoph » ont-ils une relation?). Quant aux nombres, les deux tables répètent ma table en Fig. A6. Il est suffisant de les verticaliser (en sens horaire), pour voir que le passage d'une ligne à l'autre se fait de façon à garder la même « racine numérique » pour chaque colonne. La suite Aleph→Yod→Qof se présente donc comme les trois couches dimensionnelles d'une numération « base 10 » qui, de manière compréhensible, se limite à ces trois premiers pas si les savants qui l'ont conçue se meuvent orientés par la même intention euclidienne, que Jean Dhombres a si profondément cernée [cf. (N36)(37)] : c'est-à-dire s'ils pensent que le nombre – ainsi que l'espace – n'a pas plus que trois dimensions. Dans ce cas, le Yod/Iota et le Qof/Ro seraient respectivement le carré et le cube de l'Aleph/Alpha. Ici donc la réponse à mon usage de Yod et Qof comme symboles du corps et du mental d'un homme/Aleph qui est le porteur de sa propre mesure interne, et sait donc grandir en force et en puissance, car...

(A26) « ... fruit de l'esprit humain seulement, la mathématique ne permet d'appréhender que l'ombre des réalités intangibles. Mais par voie de conséquence, les mathématiques peuvent et doivent se développer selon la seule raison humaine. [Avec Platon] le savant mathématicien est devenu maître de sa Science. » [Dhombres 1978 : 28]

Or, ce complexe d'évidences ouvre des perspectives de recherche extraordinairement riches, car nous contemplons ici une conception de la transformation numérique qui pense comme un seul et même phénomène le passage d'une lettre à une autre au sein d'un « alphabet » (Aleph-Alfa/Beth-Beta), et le passage d'un nombre à l'autre au sein d'une numération. Cette perspective nous est devenue totalement incompréhensible, car depuis au moins deux siècles nous avons décidé que les « lettres » et les « nombres » ne peuvent collaborer qu'au nom d'une « convention ». Par contre, une telle question se présente, à l'heure actuelle, en toute son urgence : notre « économie de la connaissance » vient en fait de se rendre compte que pour mettre en réseau toute une planète il faut bien que ses comptables sachent aussi se parler. Du point de vue de notre histoire, la résonance *non conventionnelle* entre une lettre et un nombre est l'affaire de cette « Gemutriahe » déjà citée à propos du pauvre Golem de Prague [en Introd.], et qu'il faudra interpeller, je pense, d'une façon moins hostile au Shabbat et à l'*otium* méditatif de Descartes. Pourquoi ? Car ni un enfant qui apprend à lire, ni son « cerveau », ne peuvent se permettre de scinder les symboles qu'ils contemplent *avant* d'avoir appris à les lire comme le phénomène cohérent et homogène d'une seule et même arabesque. En conséquence, il faudra rouvrir nos canaux d'écoute scientifique à ce niveau de profondeur, si vraiment nous voulons percer cette dimension expressive de notre esprit/corps, où la « numératie » et la « littératie » ne font qu'un.

Et enfin, pour conclure, un autre horizon encore s'ouvre devant nous, lorsque nous interrogeons de cette façon – avec ce degré de silence – l'unité profonde des lettres et des nombres :

(A27) « La tradition chinoise, rapportée par le *Livre des Mutations* – 易经 – médite sur le Yin et le Yang, enclos dans des surfaces de même aire, délimitées par des arcs de cercle, le périmètre de chaque partie étant égal au périmètre total. Ce graphisme peut se multiplier par récurrence. » [Dhombres 1978 : 83]

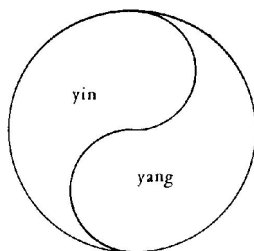


Figure A15

En le traçant tout autour de ce « graphisme », j'ajoute, la tradition chinoise médite le Trait de Plume :



Figure A16

Il est impossible de comprendre les processus de la médecine, des arts martiaux et finalement de toute la sagesse chinoise, si l'on ne se met pas en résonance avec l'identité *purement expressive* de ses 2^3 « combinaisons » graphiques que sont les 8 trigrammes se succédant autour du « Tai-Chi », la sphère de tout ce qui existe, incessamment vivifiés par la respiration duale et galiléenne du Ying et du Yang.

La méditation taïste et bouddhiste se focalise sur la façon dont la « multiplication par récurrence » impliquée par le « Tai chi » enchaîne les 64 [=2⁶ arrangements-avec-répétitions] états fondamentaux de la Mutation. L'esprit/corps de l'homme qui médite les *pakwa*, transperce toutefois la surface de la combinaison/manipulation, afin que la combinaison/expression parle à ses oreilles, et libère ainsi les énergies bloquées de son être profond.

Ces perspectives de recherche sont manifestement très prometteuses, à tous les niveaux : théorique, pédagogique, thérapeutique. J'espère vraiment que mon travail pourra contribuer à leur développement futur.

Œuvres citées

- AMPERE A. M. (1820) Mémoire présenté à l'Académie royale des Sciences, le 2 octobre 1820, où se trouve compris le résumé de ce qui avait été lu à la même Académie les 18 et 25 septembre 1820 sur les effets des courants électriques. *Annales de chimie et de physique*, XV, 59-74 ; 70-218.
- ARAGO D. F. J. (1820) Expériences relatives à l'aimantation du fer et de l'acier par l'action du courant voltaïque. *Annales de chimie et de physique*, XV : 93-102.
- ARISTOTE (*Phys.*) *Physica*, W. D. Ross (éd.), Oxford, Clarendon: 1950.
(*De Int.*) *Sur l'Interprétation*, in *Organon*, 2 vol., Paris : Flammarion : 2007.
(*Anal. Post.*) *Seconds Analytiques*, Paris : Flammarion : 2005.
(*Métaph.*) *Metafisica*, Milano: Rusconi: 1996.
- BACONE F. [1620] *La grande instaurazione. Parte seconda: Nuovo organo*, Milano: Rusconi: 1998.
- BAILLARGEON R. [avec Spelke E. S. & Waesserman S.] (1985) Object permanence in 5 months old infant. *Cognition*, 20(3), 191-208 ; How do infants learn about the physical world? *Current Directions in Psychological Science*, 3, 1994: 133-140.
- BALDWIN J. M. [1895] *Le développement mental chez l'enfant et dans la race*, Paris : L'Harmattan : 2006.
- BATESON G. (1977) *Vers une écologie de l'esprit*, 2 vol., Paris : Seuil.
- BERGAMINI M., TRIFONE A. (2002) *Corso di base di matematica*, Bologna: Zanichelli.
- BERGSON H. [1922] *Durée et simultanéité*, Paris : PUF : 2007.
- BOLZANO B. [1851] *Les paradoxes de l'infini*, Paris: Editions du Seuil: 1993.
- BONAVENTURE, *Itinerarium Mentis in Deum*, in http://www.documentacatholicaomnia.eu/04z/z_1221-1274_Bonaventura_Itinerarium_Mentis_in_Deum_LT.pdf.html
- BOOLE G. (1847) *The Mathematical Analysis of Logic*, Cambridge: Cambridge University Press.
(1854) *An Investigation of the Laws of Thought*, Cambridge: Cambridge University Press.
- BOURBAKI (1970) *Éléments de mathématique*, vol. I, Paris : Dunod.
- BRAVAIS A. (1866) *Études cristallographiques*, Paris : Gauthiers-Villars.
- CAIANIELLO E. (2010a) *La science et la voix de l'événement. À la recherche du sens*, Paris : Harmattan.
(2010b) *Sperare nella scuola*, Roma : Aracne.
- CAIANIELLO E.R (1970) *Fisica*, 3 vol., Milano: Garzanti.
- CANTOR G. [1895] *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*, in *Gesammelte Abhandlungen*, Berlin: Springer, 1932: 282-356.
- CAREY S (2002) « Les discontinuités au cours du développement conceptuel, sont-elles possibles ? » in : Dupoux (dir.) *Les langages du cerveau*, Paris : Odile Jacob : 2002.
- CASSIRER E. [1921] *La Théorie de la Relativité d'Einstein*, Paris : Cerf : 2000.
(1922) *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der Neueren Zeit*, Berlin : Bruno Cassirer [Ed. Fr. *Le problème de la connaissance dans la philosophie et la science des temps modernes*, 4 vol., Paris : Cerf 1995].
- CASTELNUOVO E. (1998a) *La Matematica - Numeri A-B*, Firenze: La Nuova Italia.
- CHANGEUX J.P. (1983) *L'homme neuronal*, Paris : Fayard.
- CHIELLINI A., SANTOBONI A. (1980) *Elementi di algebra secondo la teoria degli insiemi*, 2 vol., Torino: Petrini.
- CLAPAREDE E. (1909) *Psychologie de l'enfant et psychologie expérimentale*, 2 vol., Neuchâtel-Paris : Delachaux & Niestlé.
- CONDILLAC E.B. (1821) *La Logique ou les premiers développements de l'art de penser*, in *Œuvres Complètes*, vol. IX, Paris : Lecoq et Durey : 1821.
- D'ALEMBERT JEAN L. [1755] *Les Eléments de la Philosophie*, dans *Œuvres Complètes I*, Paris : Belin: 1821.
(1743) *Traité de Dynamique*, Paris: David l'Ainé.
- DEDEKIND R. [GMW] *Gesammelte Mathematische Werke*, 3 vol., Braunschweig : Robert Fricke (ed.) : 1931.
[1863] *Vorwort zur zweiten Auflage von Dirichlets Vorlesungen über Zahlentheorie*, in GMW III.
[1872] *Stetigkeit und irrationalen Zahlen*, in GMW III [trad.fr. C. Duverney, « Continuité et nombres irrationnels », in Dedekind 2006].

- [1876] « Correspondance de 1876 avec Rudolph Lipschitz sur les nombres irrationnels », in Dedekind 2006.
- [1888] *Was sind und was sollen die Zahlen?*, in GMW III [trad.fr. C. Duverney « Que sont et à quoi servent les nombres ? » in Dedekind 2006] .
- (2006) *Traité sur la théorie des nombres*, Genève, Éditions du Tricorne.
- DEHAENE, S. (1997) *La bosse des maths*, Paris : Odile Jacob.
- (2006) *Vers une science de la vie mentale*, Paris : Fayard.
- (2007) *Les neurones de la lecture*, Paris : Odile Jacob.
- DESCARTES R. (AT) *Œuvres Complètes*, 12 vol., Adam & Tannery (éd), Paris : Cerf :1897-1910.
- [1637] *Discours de la Méthode*, in AT VI.
- [1641] *Meditationes de Prima Philosophia*, in AT VII.
- [1647] *Méditations Métaphysiques*, in AT IX.
- [1691] *Olimpica*, in AT XI.
- [Règles] *Règles pour la direction de l'Esprit*, in *Œuvres de Descartes*, 11 vol., Victor Cousin (éd), Paris : Levrault 1824-26, vol. XI
- DHOMBRES J. (1978) *Nombre, mesure et continu*, Paris : Cedic.
- (1989) (avec N. Dhombres), *Naissance d'un nouveau pouvoir : sciences et savants en France (1793-1824)*, Paris : Payot.
- (2006) *Autour du trois des trois Grâces et du trois pour faire égalité*. Littératures Classiques, n° 60 : 135-166.
- DUFAY C. F. [1733] *Mémoires sur l'électricité I-VIII*, Paris, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences : 1733-1737.
- DUHEM P. [1906] *La théorie physique, son objet, sa structure*, Paris: Vrin: 2007.
- EINSTEIN, A. (1905) « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », *Annalen der Physik*, ser. 4, XVII, 1905 : 891-921 [trad. fr. M. Solovine, Paris, Éditions Jaques Gabay, 2005].
- (1917) *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, Gemeinverständlich*, Braunschweig, Vieweg, in Einstein 1954b.
- (1949) *Remarks Concerning the Essays Brought together in this Cooperative Volume*, in Schilpp 1949: 665-88.
- [1954a] *Relativität und Raumproblem* [trad. fr. « La relativité et le problème de l'espace » in Einstein 1954b].
- [1954b] *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie Gemeinverständlich*, Braunschweig, Vieweg, 1954 [Nouvelle édition d'Einstein 1917, augmentée d'Einstein, 1954a, et des appendices de la 3^e et de la 10^e éd., trad. fr. M. Solovine, *La théorie de la Relativité restreinte et générale. La relativité et le problème de l'espace* (Einstein 1954ab) Paris, Dunod, 1999].
- EUCLIDE (*Elem*) *Euclidis Elementa*, 5 vol. J. L. Heiberg (éd.) Leipzig: Teubner : 1883-1888.
- EVEREST BOOLE M. (1904) *The preparation of child for science*, Oxford: Clarendon.
- FARADAY M [1831] *Experimental Researches in Electricity*, in *Lavoisier, Fourier, Faraday*, Chicago-London-Toronto, Encyclopedia Britannica Inc: 1952.
- FODOR J. A. (1972) Some reflections on L. S. Vygotsky's Thought and language. *Cognition* 1: 83-95.
- FREGE G.[1884] *Les fondements de l'Arithmétique*, Paris: Seuil: 1969.
- FREUD S. [1895] [avec J.Breuer] *Studies on Hysteria* New York: Basic Books 1957.
- [1900] *L'interprétation des rêves*, Paris: PUF : 1967.
- GALILEI G. [OGG] *Le opere di Galileo Galilei. Prima edizione completa. Condotta sugli autentici manoscritti palatini*, 19 vol., Eugenio Alberi (éd.), Firenze: Società Edictrice Fiorentina:1842.
- [OPP] *Le opere di Galileo Galilei : edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia*, Antonio Favaro(éd.), 20 vol., Firenze: Barbera: 1890-1909.
- [1632] *Dialogo dei massimi sistemi del mondo*, Milano, Mondadori : 1996 [trad. fr. R. Fréreau, *Dialogue sur les grands systèmes du monde*, Paris, Seuil, 1992].
- [1638] *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, Paris : Armand Colin : 1970.
- GALVANI A. (1791) *De viribus electricitatis in motu musculari commentarius*, Bologna: Ex typographia Instituti Scientiarum.

- GELMAN R., GALLISTEL C. R. (1978) *The child's understanding of number*, Cambridge/London: Harvard University Press.
(2000) Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences* Vol. 4, N° 2.
- GÖDEL K. [1941] *Ontological proof*, in *Collected Works*, vol. III.
- GOOLD.G.P.(Éd.) (1980) *Greek mathematical works*, Cambridge : Harvard Univ.Press
- GRAY S. [1731] Letters to Cromwell Mortimer, M. D. Secr. R. S., containing several Experiments concerning Electricity. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 37: 1731-1732.
- GRATTAN GUINNESS I. (2000) *The Search for Mathematical Roots*, Princeton : Princeton University Press.
- GUERIKE O. (1672) *Experimenta Nova Magdeburgica de Vacuo Spatio*, Amstelodami: apud Johannem Johanssonium.
- HAMILTON W.B. (1858) *Lectures on Metaphysics and Logic* I-II, New York: Sheldon and Company.
- HAMILTON W.R. (1837) *Theory of conjugate functions, or algebraic couples; with a preliminary and elementary essay on Algebra as the science of Pure Time*, in *Transactions of the Royal Irish Academy*, vol. 17, part 1: 293–422.
- IMBERT C. (1969) « Introduction à “Les fondements de l’arithmétique” de G. Frege », in Frege 1884.
- JORDAN C. (1868) Mémoire sur les Groupes de Mouvements. *Annali di Matematica Pura ed Applicata* serie 2 : agosto 1868 : 167-215.
- HUSSERL E. [1936a] *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendente Phänomenologie: Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie* [Trad. fr. G. Granel, *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendentale*, Paris: Gallimard: 1976].
[1936b] « L’Origine de la Géométrie » in Appendice III au §9 de Husserl 1936a.
- JASPERS K. (1972) *Metafisica*, Milano: Mursia.
- KANT E. [AK] *Kant's Gesammelte Schriften*, Berlin-Leipzig: hrsg. von der Königlich Preussischen/Deutschen Akademie der Wissenschaften, G. Reiner/De Gruyter (éd) :1900
[1763] *Essai sur l'introduction en philosophie de la notion des quantités négatives*, in *Mélanges de Logique*, J. Tissot (éd.) Paris : Ladrangé : 1862.
[1768] *Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume*, in AK II [Trad. fr. S. Zac, « Du premier fondement de la différence des régions dans l’espace », in *Quelques opuscules précritiques*, Paris: Vrin: 1970].
[1785] *Was heißt: Sich im Denken orientieren?*, in AK VIII [Trad. fr. A.Philonenko, *Qu’est-ce que s’orienter dans la pensée ?*, Paris : Vrin : 1959].
[1786] *Kritik der Praktischen Vernunft*, in AK V [Trad. fr. J. Barni, *Critique de la raison Pratique*: Librairie philosophique de La-drangé: 1848]
[1787] *Kritik der Reinen Vernunft*, in AK IV [Trad.fr. J.L.Delamarre, *Critique de la raison pure*, Paris : Gallimard : 1980].
- KEMENY J. G., H. MIRKIL, J. L. SNELL, G. H. THOMPSON (1959) *Finite Mathematical Structures*, Prentice-Hall, INC. Englewood Cliffs, N. J.
- KLEIN F. (1872) *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Programm zum Eintritt in die philosophische Facultät und den Senat der k. Friedrich-Alexanders-Universität zu Erlangen*, Erlangen : Verlag von Andreas Deicher [Trad. fr. *Le programme de Erlangen*, Paris: Gauthier-Villars: 1974].
- KÖLER W [1929] *Psychologie de la Forme*, Paris : Gallimard : 1964.
- LA BORDERIE C. *Méthode des déplacements simplifiés*. Dans web. univ-pau.fr/~clb/rdm/isa3/cours/Deplacements_simplifies.pdf
- LAGRANGE J.L. (1788) *Mécanique analytique*, in *Œuvres de Lagrange*, vol. XII, Paris : Gauthier-Villars : 1867.
- LAING R.D. [1959] *Le Moi divisé*, Paris : Stock : 1970.
- LAVOISIER A. (1787) *Traité élémentaire de Chimie*, Paris : Cuchet.
- LELLI L., ABBONDANZA B., CARLONI A., ZAMBELLI L. (2004) *Evviva* I-V, Monte San Vito (AN) : Raffaello Editrice.
- MAXWELL J.C. [SP] *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell* I-II, New York: Dover: 1965.

- [1856] *On Faraday's lines of force*, in SP I.
- MEELER, J. & BREVER, T. G (1967) Cognitiv capacity of very young children. *Science*, 158
- MILTON J., *Paradise lost*, London : Holdsworth: 1841 [Trad. fr. Chateaubriand, *Le Paradis perdu*, Paris : Gallimard : 1995]
- NOLLET ABBE (1743) « Mémoire sur l'ouïe des poissons et sur la transmission des sons dans l'eau », in *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris : Imprimerie Royale MDCCXLIII.
- OCDE (2007a) *Comprendre le cerveau. Naissance d'une science de l'apprentissage*, Paris, OCDE.
- ØRSTED J.C [1820] *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticam*, Copenhagen: H.H. Thieles Bogtrykkeri: 1920.
- PASCAL B. *De l'esprit géométrique*, in *Œuvres Complètes*, Paris : Pléiade, Gallimard : 1954.
- PATANJALI, *Yogasutra*, in Taimni 1998.
- PATY M. (1994) *Einstein Philosophe*, Paris : PUF.
- PHILONENKO A. (1959) « Introduction à "Qu'est-ce que s'orienter dans la pensée ?" » in Kant 1786.
- PIAGET J. (1918) *Recherche*, Lausanne : Éditions La Concorde.
- [1926] *La représentation du monde chez l'enfant*, Paris : PUF : 1991.
- [1936] *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*, Neuchâtel-Paris : Delachaux & Niestlé : 1959.
- [1937] *La construction du réel chez l'enfant*, Neuchâtel-Paris : Delachaux & Niestlé : 1967.
- [1941a] *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel-Paris : Delachaux & Niestlé : 1967.
- (1941b) Le mécanisme du développement mental et les lois du groupement des opérations. *Archives de Psychologie*, 28 : 215-285.
- (1942a) *Classes, relations et nombres*, Paris : Vrin.
- (1950) *Introduction à l'épistémologie génétique*, 3 vol., Paris : PUF.
- (1967) *Biologie et Connaissance*, Paris : Gallimard.
- (1974) *La prise de conscience*, Paris : PUF.
- (1976) Autobiographie. *Cahiers Vilfredo Pareto* (Genève) 14, 38/39 : 1-43.
- (1983) *Psychogenèse et histoire des sciences*, Paris : Flammarion.
- (1993) *L'epistemologia genetica*, Bari: Laterza.
- PLATON (PO) *Platonis Opera*, John Burnet (éd.), 5 vol., Oxford: Oxonii ex Typographeo Clarendoniano, 1961-1964.
- (OCP) *Œuvres Complètes de Platon*, Victor Cousin (éd.), 12 vol., Paris : Bossange, 1822-1840
- (Phéd.) *Phédon*, in PO I [OCP I]
- (Rép.) *République*, in PO IV [OCP IX-X]
- (Soph.) *Sophiste*, in PO I [OCP XI]
- (Tim.) *Timée*, in PO IV [OCP XII].
- POINCARÉ H. [1902] *La Science et l'Hypothèse*, Paris : Flammarion : 1968.
- [1905] *La valeur de la science*, Paris : Flammarion : 1970.
- POPPER K. R. (1990) *Post Scriptum à la Logique de la découverte scientifique*, Paris : Hermann.
- PROUST M. [RTP] *À la recherche du temps perdu*, 7 vol., Paris : Gallimard : 1987-1989.
- [CCS] *Du côté de chez Swann*, in RTP I.
- [TR] *Le Temps retrouvé*, in RTP VII.
- RUFFO G. (2006) *Lezioni di Fisica*, Torino: Zanichelli.
- SACKS O. (1986) *Migraine*, Paris : Éditions du Seuil.
- SCHILPP P.A. (1949) *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, Evanston: The Library of Living Philosophers.
- SINACEUR H. (1993) « Introduction à "Les paradoxes de l'Infini" de B. Bolzano », in Bolzano 1851.
- SPELKE E. S., KESTENBAUM R. (1986) Les origines du concept d'objet. *Psychologie Française*, 31, 67-72.
- STEVIN S. [1585] *L'Arithmétique*, in *The Principal Works of Simon Stevin. Mathematics*, vol. II, D. J. Struik (éd.), Amsterdam, 1958.
- TAIMNI I.K. (1998) *La science du Yoga, de l'humain au divin*, Paris : Adyar.
- WIENER N. (1965) *Cybernetics, or control and comunication in the animal and machine*, Cambridge: MIT Press.
- (2000) *God and Golem Inc. Sur quelques points de collision entre cybernétique et religion*, Nîmes : L'Éclat.

- WYNN K. (1992) Addition and soustraction by human infants. *Nature* 358: 749-750.
- VOLTA A. [OAV] *Le Opere di Alessandro Volta*, Milano: Hoepli: 1918.
- WITTGENSTEIN L. (2005) *Carnets 1914-1916*, Paris : Gallimard.
- [1912] « Extraits de lettres de Ludwig Wittgenstein à Russell 1912-1920 », in Wittgenstein 2005
- [1913] « Notes sur la logique », in Wittgenstein 2005
- [1914a] « Notes dictées à G. E. Moore » in Wittgenstein 2005
- [1914b] « Carnets 1914-1916 » in Wittgenstein 2005
- [1918] *Tractatus Logico-Philosophicus*, London: Routledge & Kegan Paul Ltd,1922 [Trad. fr. G. G. Granger, Paris : Gallimard : 1993]
- XU F., CAREY S (1996) Infant's Metaphysics: The Case of Numerical Identity. *Cognitive Psychology* 30: 111-153.
- ZHUANG-ZI (1982) *Zhuang-zi*, Milano: Adelphi.
- ZWIRNER G. (1975) *Istituzioni di matematiche*, Padova: Cedam.

Notes

¹ Selon le commentaire de Michel Paty, ce sentiment d'intolérance absolue de la part d'Einstein identifie sa démarche comme « philosophique » par rapport à celle de Lorentz et Poincaré [ibid. : 82], et lui donne le carburant nécessaire pour projeter une théorie de l'envergure de la Relativité Générale [ibid. : ch. III]. Tout en ne partageant pas l'idée de M. Paty selon laquelle cette fermeté épistémologique identifie l'homme Einstein et sa recherche comme « philosophiques », je suis tout à fait d'accord, par contre, que seul un tel intégrisme métaphysique pouvait engendrer une vraie Théorie de la Relativité.

² Sur cette question, Einstein utilise en 1954 *les mêmes mots* que Dedekind avait utilisés en 1888 :

(N1) [Dedekind] - « En traitant l'arithmétique (*Algebra, Analysis*) de simple partie de la logique, je laisse déjà entendre que je considère le concept de nombre comme entièrement indépendant des représentations ou des intuitions de l'espace et du temps, et plutôt comme une émanation directe des pures lois de la pensée [*unmittelbaren Ausfluss der reinen Denkgesetze*]. Ma réponse principale à la question posée dans le titre de cet écrit s'énonce ainsi : les nombres sont des créations libres de l'esprit humain, ils servent de moyens [*die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel*], pour appréhender plus facilement et finement la diversité des choses. » [Dedekind 1888: 61-62. Le gras est de moi, le cursif de Dedekind.]

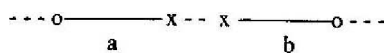
(N2) [Einstein] « Dans ce qui précède nous avons essayé de décrire comment les notions d'espace, de temps et d'événement peuvent être mises en rapport psychologique avec les expériences personnelles. Au point de vue logique, ce sont des créations libres de l'intelligence humaine, des instruments de la pensée, [*Logisch betrachtet sind es freie Schöpfungen der menschlichen Intelligenz Werkzeuge des Denkens*], qui doivent servir à établir un lien entre les expériences, de façon à pouvoir mieux les embrasser. La tentative de nous rendre pleinement compte de l'origine empirique de ces notions fondamentales montrera jusqu'à quel point nous sommes effectivement liés à ces notions. Nous prenons ainsi conscience de notre liberté, dont c'est toujours une affaire difficile de faire un usage raisonnable en cas de nécessité. » [Einstein, 1954a : 155].

Nous pouvons observer qu'évidemment Dedekind n'aurait jamais concédé à l'Espace ce que lui concède Einstein en considérant le temps, l'événement, la personne et donc le nombre sous un même titre « matérialiste » comme des « notions d'origine spatiale » [sur cela cf. §10.1(0)]. Cela rend pourtant d'autant plus claire la croisade commune aux deux, qui porte finalement le flambeau d'une liberté créatrice de l'esprit humain obstinément prométhéique. Si, pour Dedekind (contre Kronecker et son idée que les nombres naturels sont un cadeau de Dieu) nous pouvons tout créer – tant la mathématique que ses outils de base – pour Einstein cela est « nécessaire » pour voler le feu du Concept Pur aux Dieux de l'Olympe (cf. (194)). À ce propos, Wittgenstein commentait en 1916 :

(N3) « 6/5/1916 - Toute la vision du monde des Modernes repose sur l'illusion que les prétendues lois de la nature sont des explications des phénomènes. Ainsi se tiennent-ils devant les « lois de la nature » comme devant quelque chose d'inviolable, tout comme les Anciens devant Dieu et le Destin. Et les uns et les autres ont tort et raison. Les Anciens sont à vrai dire, plus clairs, en ce qu'ils reconnaissaient nettement une limite, tandis que dans le nouveau système *tout* doit paraître fondé. » [Wittgenstein 1914b : 138-139.]

³ Wittgenstein avait pleinement remarqué cela, en émancipant l'espace logique de la mathématique de toute dette envers l'espace soi-disant matériel de la physique :

(N4) « 6.36111 – Le problème kantien de la main droite et de la main gauche, que l'on ne peut faire se recouvrir, subsiste déjà dans le plan, et même dans un espace à une dimension où l'on ne peut pas non plus faire se recouvrir les deux figures congruentes a et b sans les faire sortir de cet espace.



Main droite et main gauche sont en fait parfaitement congruentes. Et que l'on ne puisse les faire se recouvrir n'a rien à y voir. On pourrait enfiler un gant droit de la main gauche, si l'on pouvait le retourner dans un espace à quatre dimensions. » [Wittgenstein, 1918.]

Cette observation sur le gant est toutefois incorrecte : nous n'avons pas besoin d'une quatrième dimension pour retourner un gant, tandis que personne ne peut retourner une main.

⁴ Démonstration. n^2 est pair car il est $2m^2$. Alors n est pair (car $\text{impair}^2 = \text{impair}$). Cela signifie que $n = 2n'$. Donc $n^2 = 2m^2 = (2n')^2 = 4n'^2$. Mais si $2m^2 = 4n'^2$, alors $m^2 = 2n'^2$, et dans ce cas m aussi est pair.

⁵ De cette façon s'exprime Bolzano en (288)

⁶ (N5) « À cette évolution psychologique, qui procède de la perception globale à l'opération grâce à une réversibilité progressive des actions et de la pensée, correspond une structuration logique des jugements, qui du simple rapport indécomposé conduit à la correspondance biunivoque et réciproque « quelconque » par une

série de transformations dont nous voudrions retracer maintenant les grandes lignes pour montrer les répercussions internes ou logico-arithmétiques, du processus moteur décrit à l'instant. » [Piaget 1941a : 120]

⁷ (N6) « Nous appelons, en effet, intelligence verbale la fonction d'adaptation de l'enfant non pas à la réalité elle-même, mais aux mots et aux expressions entendues dans la bouche des adultes ou d'autres enfants, et sous lesquels le sujet cherche à imaginer une réalité. Précisément parce que l'intelligence verbale est en partie détachée du réel, le pédagogue ne doit pas la cultiver chez l'enfant, du moins sans des précautions indispensables. Mais, pour le psychologue, elle est d'un grand intérêt : le schématisme de la pensée de l'enfant s'y montre souvent plus à nu qu'à propos de représentations concrètes. L'enfant est complètement libre, par exemple, lorsqu'il entend le mot « pays », de se donner la représentation qu'il veut. Cette représentation, en effet, est beaucoup moins dépendante qu'on ne pourrait le croire des influences ambiantes : ce que l'enfant a entendu, n'étant lié à aucune représentation concrète, est déformé et sélectionné suivant les lois de la pensée propre de chacun des stades d'âge de l'enfant. Aussi suffit-il de savoir ce que l'on fait lorsqu'on s'occupe de l'intelligence verbale et de distinguer nettement cette variété de pensée de l'intelligence de perception, pour que les recherches faites sur les représentations verbales soient intéressantes. » [Piaget 1926 : 96]

⁸ (N7) « Pour le sens commun des psychologues, la prise de conscience ne consiste qu'en une sorte d'éclairage ne modifiant ni n'ajoutant rien, sinon la visibilité à ce qui était donné avant qu'on y projette la lumière. Freud va jusqu'à comparer la conscience à un « organe des sens interne », étant entendu, dans sa perspective, que la sensation se borne à recevoir une matière extérieure sans être susceptible de la transformer. Cependant, nul n'a contribué plus que lui à nous faire considérer l'« inconscient » comme un système dynamique en activité continue. Nos présentes recherches conduisent à réclamer des pouvoirs analogues en faveur de la conscience elle-même. » [Piaget 1974 : 261]

⁹ Enseignant de mathématiques au Polytechnique de Zurich en 1858, Richard Dedekind avait trouvé scandaleux que l'on propose aux élèves le « grossier » et sophistiqué passage $\sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} = \sqrt{6^2} \rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$, comme s'il s'agissait d'une effective explication.

(N8) « Mais n'est-il pas proprement *révoltant* que l'enseignement des mathématiques à l'école passe pour un moyen éminemment efficace pour former l'entendement, alors qu'aucune autre discipline (comme par ex. la grammaire) ne tolérerait un seul instant des infractions si grossières à la logique ? Si l'on ne veut pas procéder scientifiquement, ou si on ne peut le faire faute de temps, que l'on soit au moins honnête et qu'on l'avoue aussi franchement aux élèves déjà si enclins à croire un théorème sur parole du maître ; cela vaudrait mieux que d'étouffer ce sens pur et noble de la vraie démonstration en usant des pseudo-démonstrations. [...] Je soutiens en même temps que la plus grande partie (en fait la quasi intégralité) de ces théorèmes de l'arithmétique n'ont pas été démontrés jusqu'ici, et pour pousser si possible la contradiction à l'extrême, je dis que le théorème : $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ n'a encore jamais été prouvé. [...] Croyez-vous vraiment qu'une telle démonstration existe dans un quelconque livre ? J'ai naturellement examiné sous cet angle toute une série d'ouvrages de divers pays, et qu'y trouve-t-on ? Rien d'autre que les cercles vicieux les plus grossiers comme $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, par ce que $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$; il n'y a pas la moindre explication du produit de deux nombres irrationnels qui précède, et le théorème $(m \times n)^2 = m^2 n^2$, démontré pour des nombres rationnels m, n est appliqué sans aucune hésitation aux nombres irrationnels eux aussi. » [À Rudolph Lipschitz. Dedekind 1876 : 41]

¹⁰ Autrement dit : si Rudolf Lipchitz trouvait parfaitement satisfaisant le « rigor geometricus » utilisé pour se représenter $\sqrt{2}$, la propulsion qui avait mené R. Dedekind à se faire autant de soucis de rigueur devait avoir des mobiles autonomes et positifs, car aucune « désadaptation » n'était présente objectivement, *in re* :

(N9) « L'esprit humain a tiré les forces qu'il possède actuellement pour une grande part de l'exercice de la géométrie. Le rigor geometricus a passé durant des millénaires pour l'exigence la plus haute. Si aujourd'hui nous formulons d'autres exigences, nous en sommes redevables pour l'essentiel à l'exercice de la géométrie, et ces exigences ne sont pas non plus intrinsèquement différentes à présent. » [Lipschitz à R. Dedekind, in Dedekind 1876 : 49]

¹¹ (N10) « Si l'assimilation simplement fonctionnelle et généralisatrice peut s'observer grâce au seul comportement de l'enfant, comment contrôler ce que nous venons de dire de l'assimilation réognitive ? Dès que le nourrisson devient capable de sourire et de différencier ainsi ses mimiques et l'expression de ses émotions, l'analyse de la réognition devient possible sans trop grand risque d'erreurs. [...] Le sourire est, comme on le sait, un mécanisme réflexe dont l'association avec les états de plaisir permet de faire tôt ou tard un signe social revêtant des significations variées, mais toujours relatives au contact avec des personnes. Faut-il admettre, dès lors, que le sourire est un comportement social héréditaire et que dès les débuts il constitue, comme le soutient Mme Ch. Bühler, une « réaction aux personnes », ou bien peut-on penser que le sourire ne se spécialise que progressivement dans ses fonctions de signe social et qu'il consiste durant les premiers mois, en une simple réaction de plaisir aux excitants les plus divers, même s'il débute à l'occasion de la voix ou des mouvements du visage humain ? C'est cette seconde interprétation qui sera la nôtre et c'est pourquoi le sourire nous paraît constituer un bon indice de l'existence de la réognition en général. [...] Pour notre part, l'examen de nos trois enfants ne nous a pas laissé de doute sur ce fait que le sourire est avant tout

une réaction aux tableaux familiers, au déjà vu, dans la mesure où les objets connus réapparaissent brusquement et déclenchent ainsi l'émotion, ou encore dans la mesure où tel spectacle donne lieu à répétition immédiate. Ce n'est que très progressivement que les personnes monopolisent le sourire, en tant que constituant précisément les objets familiers les plus propres à ce genre de réapparitions et de répétitions. Mais au début n'importe quelle chose peut donner lieu à la reconnaissance émotive qui provoque le sourire. » [Piaget 1936 : 69, 70]

¹² Je pose le noyau fondamental du « Programme de Piaget » dans la mathématisation du *De Anima* d'Aristote, telle étant l'étendue sémantique, méthodologique et épistémologique de l'expression « vie mentale » chez le fondateur de l'Épistémologie Génétique (cf. <47>). Quant à la provenance historique et épistémologique du programme piagétien, ma perspective est la suivante : 1) Galilée mathématise la *kinésis*, objet unique de la *Physique* d'Aristote, en transformant le repos en un mouvement = 0 ; 2) Emmanuel Kant fait germer cette graine galiléenne : il transforme la *Métaphysique* d'Aristote en une science expérimentale, en commençant par l'introduction du 0 et « des grandeurs négatives dans la sagesse cosmique » [Kant 1763] pour aboutir en 1781-7 à cette « expérience de la Raison pure » [Kant 1787 : 47/BXIX] qui fait de la Logique un champ vectoriel de confrontation transcendante entre la vérité et l'erreur, conçue comme une vérité = 0 [Ibid. : 319/B351] ; 3) en triplant ce double travail sur la Physique et la Métaphysique – le travail des Modernes – W. B. Hamilton, G. Frege et G. Boole engendrent la mathématisation de la *Logique* d'Aristote. L'aspect galiléen de Boole se voit en ce qu'il fait du 1 (Nothing) et du 0 (Universe) « les deux limites d'extension d'une classe, puisqu'ils sont les limites des interprétations possibles des noms généraux » [Boole 1854 : 33] ; 4) La démarche mathématisante de Jean Piaget – résumée dans la formule S(A)R [Stimulus(Assimilation)Réponse] qui exprime l'« opération fondamentale » de l'« assimilation », à savoir « la vie elle-même » [Piaget 1936] – se situe consciemment et explicitement sur ce même vecteur de modernisation scientifique, en se réservant le territoire de l'« âme » aristotélicienne en toute son étendue (à la fois *bios*, *zoé*, et *psyché*). Dans cette haute ambition souffle l'élan de la pensée d'Henri Bergson qui, chez Piaget gonfle les voiles des créations mathématiques les plus précieuses de cette époque (Logicisme/Klein/Poincaré/Cybernétique) : « La vie est une création continue de formes de plus en plus complexes. [...] Pour décrire le mécanisme fonctionnel de la pensée en termes biologiques vrais, il suffira dès lors de dégager les invariants communs à toutes les structurations dont la vie est capable » [Piaget 1936 : 11].

¹³(N11) « La grande découverte qui a modifié les perspectives et rend caduc aujourd'hui le néodarwinisme classique (bien qu'il imprègne encore très profondément le sens commun des biologistes) est que le pool génétique et les génomes constituent des systèmes organisés, c'est-à-dire a) comportant leurs propres régulations et b) résultant d'une évolution du système génétique comme tel, c'est-à-dire [A] d'une évolution particulière et différenciée qui est à la fois la source et le produit de l'évolution générale elle-même (la notion selon laquelle une réalité est à la fois source et produit supposant bien entendu une révision du concept de causalité dans une direction cybernétique). Or, si le génome comporte des gènes régulateurs et un système d'autorégulations, il devient naturellement contradictoire en principe de supposer coupé tout contact avec le soma et avec le milieu. » [Piaget 1967 : 135]

¹⁴(N12) « In den nun noch folgenden Paragraphen habe ich versucht, den Leser in ein höheres Gebiet einzuführen, in welchem Algebra und Zahlentheorie sich auf das Innigste miteinander verbinden. Im Laufe der Vorlesungen über Kreisteilung und höhere Algebra, [...] drängte sich mir die Überzeugung auf, daß das Studium der algebraischen Verwandtschaft der Zahlen am zweckmäßigsten auf einen Begriff gegründet wird, welcher unmittelbar an die einfachsten arithmetischen Prinzipien anknüpft. Den damals von mir benutzten Namen „rationales Gebiet“ habe ich später mit dem Worte „Körper“ vertauscht; ich verstehe darunter ein System von unendlich vielen Zahlen, welches die Eigenschaft besitzt, daß die Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten von je zwei dieser Zahlen wieder demselben System angehören. Ich nenne einen Körper A einen Divisor eines Körpers M, diesen ein Multiplum von jenem, wenn alle in A enthaltenen Zahlen sich auch in M vorfinden. Je zwei Körper A, B besitzen immer ein kleinstes gemeinschaftliches Multiplum, welches mit AB bezeichnet werden kann, und ebenso einen größten gemeinschaftlichen Divisor. Wenn jeder Zahl a eines Körpers A eine Zahl $b = \varphi(a)$ in der Weise entspricht, daß $\varphi(a+a') = \varphi(a) + \varphi(a')$ und $\varphi(aa') = \varphi(a)\varphi(a')$ ist, so bilden die Zahlen b einen mit A konjugierten Körper $B = \varphi(A)$, welcher durch die Substitution φ aus A hervorgeht. Diese Begriffe leiten nach der algebraischen Richtung hin zu den Prinzipien von Galois, nach der zahlentheoretischen Seite hin zu Kummer's Schöpfung der idealen Zahlen. » [Dedekind 1863: 400]

¹⁵ À la *Schöpfung* dédékindienne correspond donc la *Projektion* kleinienne ainsi que cantorienne :

(N13) « Puisque tout élément m devient une Unité [Eins] lorsque l'on fait abstraction de sa propre nature, le nombre cardinal \bar{M} est une certaine totalité d'unités distinctes, qui a son existence dans notre esprit, comme image ou projection intellectuelle [intellektuelles Abbild oder Projektion] de la totalité donnée M. » [Cantor 1895 : 85]

Schöpfung/Projektion signifie notre puissance de *Übertragung*/traduction/transmutation. Une réalité concrète nous est donnée, enclose dans les limites imaginatives et sensibles de sa présence immédiate, et notre esprit est

capable de la transformer en une entité pure de la pensée. Le dernier niveau sera la notion wittgensteinienne de *Projektionmethode*, qui accompagne la notion de *Logisches Bild*:

(N14) « 3.1.1 - Nous usons du signe sensible (sonore ou écrit, etc.) de la proposition comme projection de la situation possible. La méthode de projection est la pensée du sens de la proposition. » « 2.1.8.1 - Si la forme de représentation est la forme logique, l'image est appelée image logique. [*Ist die Form der Abbildung die logische Form, so ist das Bild das logische Bild - 2.19 Das logische Bild kann die Welt abbilden.*] » [Wittgenstein 1918]

¹⁶ Ceci et le sens du $\dot{\epsilon}\nu\ \dot{\phi}$ dont parle Aristote comme l'une des trois dimensions nécessaires de la κίνησις :

(N15) « Les éléments concernés lorsque nous parlons d'un mouvement sont toujours trois : ce qui [ὅ] bouge, ce en quoi [ἐν φ] le mouvement a lieu, et le moment où il a lieu » [Aristote, *Phys.*, E 4, 227b23]

¹⁷ En *géométrie*, la même chose se passe dans le cas de la méthode de rectification d'une circonférence donnée comme limite d'un rapprochement infini entre le polygone inscrit et le polygone circonscrit au cercle même qui doit nécessairement être présupposé comme limite de ce rapprochement mutuel, puisque aucune suite de segments ne pourra jamais donner comme résultat une courbe. – En *dynamique*, de la même façon, nous ne pouvons attribuer une direction et un sens au dernier point P_2 d'un mouvement curviligne P_1 - P_2 qu'en présupposant le déploiement déjà réalisé de son entière trajectoire, et seulement grâce cette décomposition rétrograde, qui présuppose le mouvement achevé, nous pouvons reconduire la courbe donnée à une composition de segments vectoriels. – Nous venons donc de retrouver cette même nécessaire présupposition dans le cas du mouvement de rotation, qui concerne essentiellement la totalité achevée d'une courbe circulaire, dans ce sens que toutes les parties du corps qui tourne sont simultanément concernées, en remplissant de la sorte, et dès le début, l'espace entier de cette « trajectoire ».

¹⁸ Cette circonstance primordiale fonde à la fois la méthode euclidienne d'engendrement de la première figure géométrique [Fig. 64a : le triangle équilatère étalon mesure de toute la géométrie euclidienne émane du cercle du III^e Postulat], et la notion trigonométrique « $l = \sin^2 + \cos^2$ » d'une circonférence de « rayon unitaire » comme espace de détermination quantitative des angles (espace goniométrique). En trigonométrie, « $r = 1$ » signifie préalablement *un* [quantum de] rayon. « A/α » et « r_1/r_2 » [Fig. 62b] représentent donc des *quanta formels* [des *parties formelles*] de circularité. En conséquence, lorsque nous pensons l'entité « $r=A$ », à savoir la grandeur « ρ » – le *radians* « l/r » – nous instituons la *ratio* d'une correspondance biunivoque $r \leftrightarrow A$ entre les deux éléments constitutifs du Cercle, dont l'« équation dimensionnelle » est « $C = [\bar{r}] \times [\hat{l}]$ » : à chaque élément de circularité « \hat{l} » correspond un élément de linéarité « \bar{r} ». Poser « $\hat{l} = \bar{r}$ » signifie donc instituer l'unité de mesure *interne* du cercle, à savoir l'étalon capable de mesurer exactement toute partie-de-cercle en ce qu'il est une partie *du* cercle. Le nombre « 2π » n'est en conséquence que le *nombre interne* du cercle, la proportionnalité arithmétique irréductiblement liée à la dimension C, qui nous permet l'énumération [l'identification quantitative] de toutes ses parties.

¹⁹ Nous avons donc à faire avec une *extériorité opérationnelle* qui a lieu *intérieurement* à une même configuration formelle. L'opération *interne* au cercle C « détermination de la mesure de la partie « α_i/A_i » est *externe* au système de relations réciproques $\{\alpha_i/A_i \times Pr_1/Pr_2\}$ dont cette partie se compose. Cette *extériorité interne* à une même forme géométrique est une circonstance tout à fait spéciale, qui n'affecte que le cercle parmi toutes les figures de la géométrie : de même un triangle est fait de 3 côtés, un carré de 4 côtés, un pentagone de 5 côtés... de même un cercle est fait de 2π *radias*. Mais tandis qu'un côté-de-carré détermine par là même 1 quart de son périmètre total, un arc de cercle est dépourvu, en tant que tel, de tout pouvoir immédiat de détermination, et doit donc être *mesuré*. Cette extériorité opérationnelle explique la présence du *radians* parmi les « unités SI » comprises dans le *Système International*, où « *rad* » apparaît comme l'unité de mesure de l'*angle plan* « dérivée » par rapport à celle de la *longueur* – le *mètre* – défini comme le trajet d'un rayon de lumière dans le vide pendant un certain $1/n^{\text{ième}}$ de seconde : comme si l'attribution d'une quantité déterminée à une partie « α_i/A_i » de cercle, qui nous rend capables de l'identifier au sein de sa totalité formelle d'appartenance, était aussi extérieure et conventionnelle par rapport à « α/A » – et donc au cercle C – que l'est une lueur dans le vide ou une barre en platine par rapport à la longueur d'un objet physique quelconque.

Mise à part l'utilité pragmatique de la décision de mesurer les angles en mètres, cette idée d'extériorité matérielle est évidemment trompeuse : certes, nous ne pouvons pas énumérer les [parties de] *radians* d'un[e partie de] cercle un[e] par un[e] pour en obtenir la mesure, ainsi que nous le faisons avec les côtés d'un polygone quelconque car on vient de voir que lorsque nous disons « ce côté du carré » nous savons déjà qu'il s'agit de $1/4$ de son périmètre, tandis que la seule indication « cet arc de cercle » ne nous dit aucunement quelle fraction de périmètre nous sommes en train d'indiquer avec cette expression. Cela n'empêche pourtant que la mesure *en* *radias* de ce côté de cercle qu'est l'ampleur/inclinaison/distance de l'arc quelconque α_i/A_i soit une opération strictement *interne* à l'identité formelle du cercle même en ses éléments constitutifs, et qui ne peut pas être comparée à l'apposition d'un mètre sur une étendue quelconque. – Évidemment, ce même discours vaut dans le cas de la mesure en degrés. Pour obtenir la $360^{\text{ème}}$ partie d'un cercle, il faut d'abord avoir le cercle, et ensuite une

méthode de cyclotomie issue de son interne composition formelle, grâce à laquelle nous intervenons sur le cercle en sa totalité, en y appliquant la *ratio* correspondante à l'une de ses parties. Nous pointons par exemple sur la circonférence le même compas qui vient de dessiner le cercle, et nous répétons cette opération jusqu'à une première cyclotomie complète en 6^{èmes}; nous appliquons ensuite, sur la circonférence ainsi partagée, une deuxième procédure de cyclotomie... etc. jusqu'à l'obtention d'une circonférence divisée en 360 α/A . Le « degré » ainsi obtenu sera donc le résultat final d'une application interne du cercle C à lui-même $\{C \times C\}$ manifestant ainsi l'un des complexes formels qui en font partie : le complexe *angle- α /corde- a /arc* $A=1/360^\circ C$.

Or, ce qui peut induire en erreur est que, pour savoir que l'entière ampleur/circonférence du cercle C équivaut à un certain nombre de fois le « coté » quelconque « α_i/A_i », nous devons nous diriger sur α_i/A_i avec une méthode de mesure (en radian ou degrés) qui dépasse ce que nous savons sur le cercle grâce sa simple présence, et donc apposer sur sa circonférence un *gonio-mètre*, qui paraît en conséquence autant externe au cercle que la règle graduée en *centi-mètres* est externe à la longueur d'un segment quelconque, tracé sur la feuille. Il ne s'agit pas, cependant, du même genre d'extériorité : la *droite infinie* ne participe aucunement à la détermination, parfaitement conventionnelle, du *centi-mètre*, tandis que l'unité de mesure qui apparaît sur notre *gonio-mètre* est, dès le départ, une partie formelle (un certain degré d'ampleur/distance/inclinaison) du *cercle* entier, qui est donc présumé en sa totalité comme la source de cette opération, tout à fait *a priori* et intragométrique, qui est la mesure – l'identification au sein du cercle même – de « α_i/A_i ».

²⁰ (N16) « II - GROUPS AND STATISTICAL MECHANICS – In a world ruled by a succession of miracles performed by an irrational God subject to sudden whims, we should be forced to await each new catastrophe in a state of perplexed passiveness. [...] The essence of an effective rule for a game or a useful law of physics is that it be storable in advance, and that it applies to more than one case. Ideally, it should represent a property of the system discussed which remains the same under the flux of particular circumstances. In the simplest case, it is a property which is invariant to a set of transformations to which the system is subject. We are thus led to the notions of transformation, transformation group, and invariant. [...] VI - GESTALT AND UNIVERSALS - How do we recognize the identity of the features of a man, whether we see him in profile, in three-quarters face, or in full face? How do we recognize a circle as a circle, whether it is large or small, near or far; whether, in fact, it is in a plane perpendicular to a line from the eye meeting it in the middle, and is seen as a circle, or has some other orientation, and is seen as an ellipse? [...] We have now to compare them with one another, or at any rate with a standard impression stored in memory, such as “circle” or “square”. This may be done in several ways. [...] The structure of our visual cortex leaves us the impression that we are here dealing with a special mechanism which is not merely a temporary assemblage of general-purpose elements with interchangeable parts, but a permanent sub-assembly like the adding and multiplying assemblies of a computing machine. Under the circumstances, it is worth considering how such a sub-assembly might possibly work and how we should go about designing it. The possible perspective transformations of an object form what is known as a group, in the sense in which we have already defined one in Chapter II. [...] Now, just as a region in the ordinary two-dimensional plane is covered by the process of scanning known to the television engineer, by which a nearly uniformly distributed set of sample positions in that region is taken to represent the whole, so every region in a group-space, including the whole of such a space, can be represented by a process of *group scanning*. » [Wiener 1965: 50, 137]

²¹ « Les idées et le langage de Proust en font un Bergson ou un Einstein de la psychologie romanesque. » (*Le Temps*, 12 mai 1921). Citation prise de Pyra Wise www.item.ens.fr/index.php?id=304596

²² (N17) « Très vite, l'usage de ce modèle [de Maxwell] s'est répandu parmi les esprits trop faibles pour ne point redouter les longues déductions ; on a vu se multiplier les écrits où les équations de Maxwell étaient acceptées sans discussion, semblables à un dogme révélé, dont on révère les obscurités comme des mystères sacrés. Plus formellement encore que Hertz, M. Poincaré a proclamé le droit, pour la Physique mathématique, de secouer le joug d'une trop rigoureuse logique et de briser le lien qui rattachait les unes aux autres ses diverses théories. “On ne doit pas se flatter, a-t-il écrit, d'éviter toute contradiction ; mais il faut en prendre son parti. Deux théories contradictoires peuvent, en effet, pourvu qu'on ne les mêle pas, et qu'on n'y cherche pas le fond des choses, être toutes deux d'utiles instruments de recherche, et, peut-être, la lecture de Maxwell serait-elle moins suggestive s'il ne nous avait pas ouvert tant de voies nouvelles divergentes.” Ces paroles, qui donnaient libre pratique en France aux méthodes de la Physique anglaise, aux idées professées avec tant d'éclat par lord Kelvin, ne demeurèrent pas sans écho. Bien des causes leur assuraient une résonance forte et prolongée. Je ne veux parler ici ni de la haute autorité de celui qui proférait ces paroles, ni de l'importance des découvertes au sujet desquelles elles étaient émises ; les causes que je veux signaler sont moins légitimes, bien que non moins puissantes. Parmi ces causes, il faut citer, en premier lieu, le goût de ce qui est exotique, le désir d'imiter l'étranger, le besoin d'habiller son esprit comme son corps à la mode de Londres ; parmi ceux qui déclarent la Physique de Maxwell et de Thomson préférable à la Physique jusqu'ici classique en notre pays, combien n'ont qu'un motif à invoquer : elle est anglaise ! D'ailleurs, l'admiration bruyante pour la méthode anglaise est, pour beaucoup, un moyen de faire oublier combien ils sont peu aptes à la méthode française, combien il leur est difficile de concevoir une idée abstraite, de suivre un raisonnement rigoureux ;

privés de force d'esprit, ils tentent, en prenant les allures des esprits amples, de faire croire qu'ils possèdent l'amplitude intellectuelle. Ces causes, cependant, n'auraient peut-être pas suffi à assurer la vogue dont jouit aujourd'hui la Physique anglaise, si les exigences de l'industrie ne s'y étaient jointes. » [Duhem 1906 : 135-136]

²³ (N18) « Je me souviens d'un soir de révélation profonde : l'identification de Dieu avec la Vie même était une idée qui me remua presque jusqu'à l'extase parce qu'elle me permettait dès lors de voir dans la biologie l'explication de toutes choses et de l'esprit lui-même. Avoir eu l'expérience précoce de ces problématiques a constitué, j'en suis convaincu, le mobile secret de mon activité ultérieure en psychologie. [Mais] mes études de zoologie fonctionnèrent si je puis dire comme 268 instruments de projection contre le démon de la philosophie. [...] Durant l'année que je passai à la montagne je fus hanté par le désir de créer et je cédai à la tentation. Cependant, afin de ne pas me compromettre dans le domaine scientifique je tournai la difficulté en écrivant – pour le grand public, et non pour les spécialistes – une sorte de roman philosophique dont la dernière partie contenait mes idées (1917). Ma stratégie s'avéra efficace : personne n'en parla sinon un ou deux philosophes indignés. » [Piaget 1976 :3]

²⁴ Albert Einstein, Maurice Solovine et Conrad Habicht étaient les trois membres de l'« Académie d'Olympia » qu'eux-mêmes fondèrent à Berne en 1902, à l'époque où Einstein s'installa dans cette ville. Lors des réunions de l'Académie, on discutait et on donnait lecture de textes philosophiques et littéraires tant contemporains que classiques.

²⁵ Le « corps pratiquement rigide » ira donc bientôt se transformer en un « mollusque » en remettant donc radicalement en cause la possibilité même d'une telle dérivation :

(N19) « Pour la définition du temps on se sert d'horloges dont la marche est soumise à une loi quelconque, si irrégulière soit-elle, qu'on doit se représenter fixées chacune à un point du corps de référence non rigide et qui doivent satisfaire à la seule condition que les indications simultanément observables de deux horloges voisines dans l'espace diffèrent infiniment peu l'une de l'autre. Ce corps de référence non rigide, qu'on pourrait, non sans raison, désigner sous le nom de « mollusque de référence », est en substance équivalent à un système quelconque de coordonnées à quatre dimensions de Gauss. Ce qui donne au « mollusque » vis-à-vis du système de coordonnées de Gauss un certain caractère intuitif c'est la conservation formelle (à vrai dire non justifiée) de l'existence séparée des coordonnées d'espace vis-à-vis de la coordonnée de temps. Chaque point du mollusque est traité comme un point de l'espace, et chaque point matériel qui est immobile par rapport à lui est tout simplement traité comme immobile, tant que le mollusque est considéré comme corps de référence. Le principe de relativité générale exige que tous ces mollusques puissent être employés, avec un égal droit et un égal succès, comme corps de référence pour la formulation des lois générales de la nature; les lois elles-mêmes doivent être tout à fait indépendantes du choix du mollusque. C'est dans la grande limitation, imposée de cette manière aux lois de la nature, que réside la force singulière qui est inhérente au principe de relativité générale. » [Einstein 1954b : 111]

²⁶ Référence implicite à Platon, *Timée* : 52e-53d.

²⁷ De même chez Simon Stevin la resignification des mots « Nul » et « commencement du nombre » – dont le produit devient le nouveau sens du nom « 0 », qui remplace ainsi le nom « 1 » – avait été négativement légitimée par l'absurdité paradoxale de l'idée contraire (acceptée pour autant pendant des siècles) de même chez Galilée la plus célèbre des antinomies que notre monde connaisse (et qui a fait la joie de tout le XX^e siècle) engendre une resignification des mots Repos et Mouvement. La stévinienne affirmation « que l'unité 1 est nombre, et que le Nul 0 est commencement du nombre » devient ainsi : « que l'univers est mouvement, et que le repos est commencement du mouvement »

(N20) « SAGREDO : Bien sûr nous voulons bien admettre le discours d'Aristote, selon lequel génération et corruption ont lieu entre contraires ; mais si j'en viens à conclure qu'en vertu de ces propositions concédées à Aristote, les corps célestes, non moins que les corps élémentaires, sont générables et corruptibles, qu'allez-vous dire ? SIMPLICIO : Je dirai que ce que vous avez accompli est impossible. SAGREDO : Dites-moi, signor Semplicio : ces qualités ne sont-elles pas contraires entre elles ? SIMPLICIO : Quelles qualités ? SAGREDO : Celles-ci : altérable, inaltérable ; passible, impassible ; générable, ingénérable ; corruptible, incorruptible. SIMPLICIO : Elles sont absolument contraires. SAGREDO : Puisqu'il en est ainsi et qu'il est vrai également que les corps célestes sont ingénérables et incorruptibles, je vais vous prouver que les corps célestes sont nécessairement générables et corruptibles. SIMPLICIO : Votre preuve ne peut être qu'un sophisme. SAGREDO : Écoutez l'argument, vous le qualifierez ensuite et le détruirez. Si les corps célestes sont ingénérables et incorruptibles, ils ont des contraires dans la nature : ce sont les corps générables et corruptibles ; or, là où il y a contrariété, il y a génération et corruption ; les corps célestes sont donc générables et corruptibles. SIMPLICIO : N'avais-je pas dit que ce ne pouvait être qu'un sophisme ? C'est là un de ces arguments cornus, qu'on appelle sorites, comme celui du Crétois : tous les Crétois, disait-il, sont menteurs ; étant Crétois, il disait un mensonge en disant que les Crétois sont menteurs ; nécessairement donc les Crétois disent la vérité ; par conséquent, lui, Crétois, venait de dire la vérité en disant que les Crétois sont menteurs ; mais alors, nécessairement, étant Crétois, il était menteur. Dans ce genre de sophisme on

continuerait éternellement à tourner en rond, sans jamais rien conclure. SAGREDO : Jusqu'à présent vous avez qualifié l'argument ; il vous reste à le mettre en pièces, en montrant l'erreur...» [Galilée 1632 : 136]

²⁸ La première apparition logique du galiléen « état de mouvement » a en effet eu lieu chez Platon :

(N21) « *L'étranger* – Prenons d'abord le mouvement : il est absolument autre que le repos. N'est-ce pas ce qu'il en faut dire ? *Tééthète* : C'est cela – *L'étranger* – Il n'est donc pas le repos. *Tééthète* – Pas du tout. *L'étranger* – Mais il est, en raison de sa participation à l'être. *Tééthète* – Il est. *L'étranger* – D'autre part, le mouvement est autre que le même. *Tééthète* – Soit. *L'étranger* – Il n'est donc pas le même. *Tééthète* – Certainement non. *L'étranger* – Cependant nous avons vu qu'il est le même, parce que tout participe du même. *Tééthète* – Certainement. *L'étranger* – Le mouvement est donc le même et n'est pas le même : il faut en convenir sans s'émouvoir. C'est que, quand nous disons qu'il est le même et pas le même, ce n'est pas sous les mêmes rapports que nous le disons. Quand nous disons qu'il est le même, c'est parce qu'en lui-même il participe du même, et quand nous disons qu'il n'est pas le même, c'est, par contre, à cause de la communauté qu'il a avec l'autre, communauté qui, en le séparant du même, l'a fait devenir non même, mais autre, en sorte qu'il est juste de dire aussi qu'au rebours de tout à l'heure il n'est pas le même. *Tééthète* – Parfaitement. *L'étranger* – Par conséquent, si le mouvement pouvait en quelque manière participer du repos, il ne serait pas du tout absurde de l'appeler stable. » [Platon, *Soph.* 255e]

Ce passage est la conclusion à laquelle l'Étranger parvient après avoir traité de l'énumération parménidienne des êtres [τὰ ὄντα διορίσασθαι πόσα τε καὶ ποῖά ἐστιν : 242b]. À son tour, cette discussion avait été menée pour résoudre une fois pour toutes le défi logique représenté par le simple *fait* du Sophiste : le non être de ce qui est irréductiblement faux car impossible, et qui, pourtant, indéniablement *est* : le « *réellement illusoire* » (εἰκὸν ὄντως, *Soph.* : 240b). La structure *expérimentale* du discours est donc déjà clairement déployée dès maintenant (sauver le phénomène d'une impossibilité manifeste), et se répète isomorphe tant dans le cas de l'impossible stevin/dédékindien (le nombre irrationnel, en *Epinom.* 990d), que dans le passage ci-dessus, qui est finalement une méditation sur les conditions de possibilité d'une Physique comme science du mouvement : puisque *de fait*, le Mouvement nous impose son « impossible » nature de Repos (comme chez Galilée) ce « Genre Suprême » reçoit ici sa première fondation expérimentale.

²⁹ (N22) « In the spring of the present year my attention was directed to the question then moved between Sir W. Hamilton and Professor De Morgan; and I was induced by the interest which it inspired, to resume the almost-forgotten thread of former inquiries. It appeared to me that, although Logic might be viewed with reference to the idea of quantity, it had also another and a deeper system of relations. If it was lawful to regard it from without, as connecting itself through the medium of Number with the intuitions of Space and Time, it was lawful also to regard it from within, as based upon facts of another order which have their abode in the constitution of the Mind. » [Boole 1847: 1]

³⁰ (N23) « Hail holy light, offspring of Heav'n first-born, / Or of th' Eternal Coeternal beam / May I express thee unblam'd? since God is light, / And never but in unapproached light / Dwelt from Eternitie, dwelt then in thee, Bright effluence of bright essence increate. / Or hear'st thou rather pure Ethereal stream, / Whose Fountain who shall tell? before the Sun, / Before the Heavens thou wert, and at the voice / Of God, as with a Mantle didst invest / The rising world of waters dark and deep, / Won from the void and formless infinite. - [Milton, *The paradise lost*: Book III, 1-55] *Salut, Lumière sacrée, fille du Ciel, née la première, ou de l'Éternel rayon coéternel ! Ne puis-je pas te nommer ainsi sans être blâmé ? Puisque Dieu est lumière, et que de toute éternité il n'habita jamais que dans une lumière inaccessible, il habita donc en toi, brillante effusion d'une brillante essence créée. Ou préfères-tu t'entendre appeler ruisseau de pur éther ? Qui dira ta source ? Avant le soleil, avant les cieux, tu étais, et à la voix de Dieu, tu couvris comme d'un manteau le monde s'élevant des eaux ténébreuses et profondes ; conquête faite sur l'infini vide et sans forme. Maintenant je te visite de nouveau... » [Trad. Chateaubriand]*

³¹ (N24) « The external conditions, which are set for him [the scientist] by the facts of experience, do not permit him to let himself be too much restricted in the construction of his conceptual world by the adherence to an epistemological system. He therefore must appear to the systematic epistemologist as a type of unscrupulous opportunist: he appears as realist insofar as he seeks to describe a world independent of the acts of perception; as idealist insofar as he looks upon the concepts and theories as free inventions of the human spirit (not logically derivable from what is empirically given); as positivist insofar as he considers his concepts and theories justified only to the extent to which they furnish a logical representation of relations among sensory experiences. He may even appear as Platonist or Pythagorean insofar as he considers the viewpoint of logical simplicity as an indispensable and effective tool of his research. » [Einstein 1949, 683-684]

³² (N25) « Fleurissez, beaux lilas ; et vous, charmantes roses, / Au souffle gracieux des zéphirs caressants, / Livrez avec amour, de vos fleurs demi-closes, / Les parfums ravissants ! / L'air est chaud, le ciel bleu, tout renaît et s'anime ; / Un vague enchantement remplit tout l'univers ; / Chaque chose a sa voix murmurante ou sublime, / Chaque être ses concerts. ... » [À la terre, d'Antoinette Quarré]

³³ Après tout ce que j'ai écrit sur l'illégitimité expérimentale et métaphysique de l'imagination d'alembertienne qui en 1743 feint un corps qui actuellement se déplace dans l'espace, lorsqu'il n'est question que de sa pure virtualité, je pense que la meilleure façon de compléter mon objection lorsqu'il s'agit du capteur auditif de la voix de notre clochette, est de citer le *Mémoire sur l'ouïe des poissons et sur la transmission des sons dans l'eau*, que l'Abbé Nollet écrit en cette même année 1743 (24 avril). Dans ce mémoire, Nollet affronte la double question si les poissons peuvent ouïr, et si l'eau peut transmettre le son. On remarque dans ce cas que le son se transmet au travers de l'eau dans la mesure où de l'air est « intimement mêlé » avec elle :

(N26) « SUR L'OUÏE DES POISSONS ET SUR LA TRANSMISSION DES SONS DANS L'EAU – Mais il se présente encore ici un sujet de doute qui entre nécessairement dans la question de l'ouïe des poissons, et qui méritait d'ailleurs par lui-même tous les soins que M. l'Abbé Nollet s'est donné pour l'éclaircir, à savoir si la transmission des sons, comme objet de l'ouïe, est possible à travers l'eau; car si elle ne l'était pas, il faudrait convenir que les poissons n'entendent point sous l'eau, et l'on serait même fondé à croire, d'après mille autres phénomènes de la Nature, que les animaux destinés pour tout le reste de la mécanique de leur corps à vivre dans l'eau, seraient privés des organes relatifs au son, ou que ces organes naissants, inutiles et superflus, venant à s'effacer faute d'usage, disparaîtraient entièrement après quelques générations. L'air est le milieu propre et le véhicule du son; il y a de l'air dans l'eau, mais intimement mêlé avec elle, et sous une forme très différente de celle qui paraît être requise pour la propagation du son. La propagation du son se fait par des vibrations de pression, et l'eau, qu'on croit incompressible, et qui l'est certainement jusqu'à un certain point malgré de très grandes forces extérieures qu'on y emploie, ne paraît guère propre à recevoir & à transmettre des vibrations, c'est-à-dire, des compressions et des dilatations alternatives. D'un autre côté la moindre chaleur suffit pour raréfier l'eau, et la moindre froid pour la condenser sensiblement. Il faut donc encore en venir à fonder la Nature en elle-même. » [Mém. Ac. des Sciences 1743 : 26]

Lorsque du sel « se mêle intimement » à de l'eau – en soi parfaitement isolante – celle-ci se transforme en un conducteur de courant. De même, c'est l'*air* qui, dissous dans l'eau, permet la transmission du son à son intérieur. Dans ces deux cas, l'imagination de D'Alembert, et les extraordinaires avantages de la « nomenclature » algébrique dans le domaine de la chimie [Lavoisier 1787 : 1] ont dédouané l'idée que dans l'eau (ainsi que dans l'« air ») le son est une réalité qui se déplace actuellement dans l'espace, comme un corpuscule. J'affirme que, bien au contraire, nous ne perdons certainement rien ni au niveau théorique, ni au niveau lexical, si nous revenons à cette même année 1743 pour « fonder la Nature en elle-même ». Nous penserons alors au sel de la pile de Volta et à l'air des poissons de Nollet dans les termes d'une présence purement potentielle, qui engendre en l'occurrence – dans les poissons ou dans l'homme – la réception à son tour purement intentionnelle du retentissement de notre clochette.

³⁴ Écoutons à ce propos les mots que l'épouse de George Boole, Mary Everest – nièce du « general surveyor of India » Lord George Everest – envoie à sa cousine à propos de l'une des sources les plus intéressantes de la mathématique anglaise :

(N27) « My Dear Cousin - Three-quarters of a century ago your father, during a visit to his native land, infused into the minds of a few young mathematicians, among whom were Charles Babbage and J.Herschell, certain ideas about the nature of man's relation to Unknown Truth which underlay all science in ancient Asia, and which he had learned from Brahman teachers. The seed which he then sowed has borne abundant fruit in English Mathematics. Of his subsequent work in India some have sought to express their appreciation by giving his name to a great inaccessible snow-peak. You and I think that we shall more truly fulfil his ambitions by making as accessible as we can to little children in all parts of the Empire that open gateway to the Unseen at which he stood in perpetual adoration to the last hours of his life. » [M. Everest Boole 194:1].

³⁵ (N28) « *Caput Primum - De gradibus ascensionis in Deum et de speculatione ipsius per vestigia Eius in universo* – §4. Secundum hunc triplicem progressum mens nostra tres habet aspectus principales. Unus est [extra se] ad corporalia exteriora, secundum quem vocatur animalitas seu sensualitas, alius intra se et in se, secundum quem dicitur spiritus, tertius supra se, secundum quem dicitur mens. » [Bonaventure, *Itinerarium mentis in Deum*]

³⁶ La synthèse cybernétique + paradoxes de Cantor/Russell a engendré chez Gregory Bateson une attitude opposée et coïncidente avec celle de Wiener, et aussi pédagogiquement funeste que celle de G&G [§6.2.3]. Selon Bateson, les règles que Wiener stabilise grâce à la machine non humaine, ne peuvent qu'être enfreintes par des machines animales non métalliques désireuses de progrès :

(N29) « Le phénomène du jeu n'est possible que si les organismes qui s'y livrent sont capables d'un certain degré de métacommunication, c'est-à-dire s'ils sont capables d'échanger des signaux véhiculant le message : « ceci est un jeu ». Le pas suivant fut d'examiner ce message – « ceci est un jeu » – pour découvrir qu'il contenait des éléments qui engendrent infailliblement un paradoxe du type russellien ou parménidien : à savoir une proposition négative, contenant une métaproposition négative implicite. Développé, l'énoncé « ceci est un jeu » donne à peu près ceci : « les actions auxquelles nous nous livrons maintenant ne désignent pas la même chose que désigneraient les actions dont elles sont des valant pour ». Interrogeons-nous

maintenant sur cette expression en italique. Nous disons que le mot « chat » vaut pour n'importe quel membre d'une certaine classe. C'est dire que l'expression « valoir pour » est synonyme de « dénoter ». Si donc maintenant, dans la définition développée du jeu, nous remplaçons « valoir pour » par « dénoter », nous aurons : « ces actions auxquelles nous nous livrons maintenant ne dénotent pas la même chose que ce que dénoteraient les actions qu'elles dénotent ». Le mordillage ludique dénote la morsure sans pour autant dénoter ce que dénoterait une morsure. Selon la Théorie des types logiques, un tel message est évidemment inadmissible, puisque le terme « dénoter » est utilisé à deux niveaux d'abstraction différents, et que ces deux usages sont traités ici comme synonymes. Mais, tout ce qu'une telle critique peut nous apprendre, c'est que ce serait faire de la mauvaise histoire naturelle que de s'attendre à voir les processus mentaux et les habitudes de communication des mammifères se conformer à l'idéal du logicien. Si la pensée et les communications humaines se conformaient toujours à cet idéal, Russell n'aurait pas eu à (et, en fait, il n'aurait pas pu) la formuler. » [Bateson 1977 : 211-212]

(N30) « Je suggérerais que le besoin de délimiter le fond par une ligne extérieure relève du désir d'éviter les paradoxes de l'abstraction. Lorsqu'une classe logique ou un ensemble d'éléments est défini (par exemple, la classe des boîtes d'allumettes), il est nécessaire de délimiter l'ensemble d'éléments à exclure (en l'occurrence, tout ce qui n'est pas boîte d'allumettes). Les éléments à inclure, dans l'ensemble de fond, doivent être du même degré d'abstraction (du même « type logique ») que ceux qui constituent l'ensemble lui-même. Et, en particulier, si l'on veut éviter le paradoxe, « la classe des boîtes d'allumettes » et « la classe des non-boîtes d'allumettes », même si ces deux entités ne sont évidemment pas elles-mêmes des boîtes d'allumettes, ne doivent pas être considérées comme membres de la classe des non-boîtes d'allumettes. Aucune classe ne peut être membre d'elle-même. Le cadre du tableau, parce qu'il délimite un fond, est alors considéré ici comme la représentation externe d'un type de cadre psychologique très particulier et important, cadre dont la fonction est de délimiter un type logique. C'est bien là ce que nous disions plus haut : le cadre du tableau est une indication, pour celui qui regarde, qu'il ne doit pas étendre au papier peint du mur les prémisses qui opèrent pour les figures inscrites dans le tableau. Cependant, c'est précisément ce genre de cadre qui précipite le paradoxe. Pour éviter les paradoxes, la règle veut que les éléments se trouvant à l'extérieur d'un contour doivent être du même type logique que ceux de l'intérieur ; mais, tel que nous l'avons analysé plus haut, le cadre du tableau est une ligne qui sépare des éléments de type logique différents. Il est intéressant de noter, en passant, que la règle de Russell ne peut pas être appliquée sans être aussitôt enfreinte. Russell insiste pour que tous les éléments d'un type logique impropre soient exclus, à l'aide d'une ligne imaginaire, de l'arrière-fond de toute classe ; cela revient à dire qu'il faut tracer une ligne imaginaire du type même de celle qu'il interdit. [...] Il établit ainsi un cadre du type justement de ceux qui précipitent le paradoxe : c'est là une tentative de distinguer (tracer une ligne entre) des catégories de types logiques différents. » [Bateson 1977 : 220]

De survol, j'observe que ces passages laissent tout à fait en suspend le sens des expressions métaphoriques « engendrer », « précipiter », « éviter »... un paradoxe. D'autre part, sur la base de ces présupposés, il s'avère dirait-on impossible de stabiliser un homme qui en soit un : ni un transducteur non humain, ni un engin biologique miaulant. Le passage qui suit peut être pris comme le manifeste de la débâcle pédagogique d'un entier « paradigme » scientifique :

(N31) « LA FILLE : Papa, à l'école, lorsqu'on nous apprend le français, pourquoi ne nous apprend-on pas à agiter les mains ? LE PÈRE : Je n'en sais rien, ou pas grand-chose... C'est probablement une des raisons pour lesquelles les gens trouvent que l'étude des langues est difficile. Que la langue est faite de mots est absurde. Et, en affirmant que les gestes ne peuvent pas être traduits en « simples mots », je disais des bêtises, parce qu'il n'existe pas de « simples mots ». La syntaxe, la grammaire et toutes ces choses-là ne sont que des absurdités qui reposent sur l'idée que les « simples mots » existent ; or, le fait est qu'il n'y en a aucun. LA FILLE : Mais, papa... LE PÈRE : Je te le dis, nous devons repartir à zéro, et supposer que le langage est d'abord et avant tout un système de gestes. Les animaux, après tout, n'ont que les gestes et les intonations de la voix – les mots ont été inventés plus tard. Bien plus tard. Et plus tard encore, on a inventé les maîtres d'école. LA FILLE : Papa ? LE PÈRE : Oui. LA FILLE : Est-ce que ce serait une bonne chose que les hommes abandonnent les mots et recommencent à n'employer que des gestes ? LE PÈRE : Je ne sais pas trop. Dans ce cas, nous ne serions évidemment pas capables d'avoir des conversations comme celle-ci. Nous ne pourrions qu'aboyer, miauler, agiter les bras, rire, grogner ou pleurer. Ça pourrait être drôle : la vie ressemblerait à un ballet dont les danseurs composent eux-mêmes l'accompagnement musical. » [Bateson 1977 : 3-4]

³⁷ (N32) « La parole implique cinq ou six centres de Coordination bien localisés, concourant tous à une commune décharge. Si l'un d'eux subit quelque lésion, il est rare que la fonction commune, qui ne s'accomplit qu'avec l'aide de tous, n'en subisse pas quelque atteinte. Nous observons une coordination analogue du côté mental. C'est encore un processus d'attention qui apparaît avec l'effort pour apprendre et se prolonge jusqu'à ce que l'habitude puisse suffire à réaliser l'exécution poursuivie. Chaque coordination originale des excitations qui impliquent le désir, la délibération et l'effort est un acte d'attention. Évidemment ce ne peut

pas être un fait secondaire et surrogatoire ; tout ce que nous savons de l'attention montre trop bien son importance centralisatrice. Les ressources que la conscience emploie à produire des actes d'imitation persistante semblent toutes être fournies par une étroite attention au modèle. L'enfant ne fait pas attention à ses mouvements ni ne détache jamais son attention du modèle pour la ramener à sa propre imitation. Au contraire, dans l'imitation visuelle par exemple, il fixe ses yeux sur le mouvement, le tracé, ou tout autre acte de la personne qu'il imite ; et le succès de ses efforts semble dépendre de son aptitude à maintenir invariable et sans changement le souvenir des positions de son modèle. De quelque façon que cette concentration de l'esprit et des sens sur le modèle puisse être maintenue, c'est en raison de cette concentration que les actions musculaires approchent de plus en plus de l'exacte reproduction du modèle. Le modèle complexe de l'imitation persistante est donc nécessaire pour stimuler l'enfant à un essai de l'emploi volontaire de ses muscles. La théorie qui voit dans tous les mouvements volontaires des réactions spontanées au plaisir ou à la douleur et dans leur répétition un simple résultat d'utilité est complètement insuffisante quand il s'agit d'expliquer les phénomènes d'imitation. » [Baldwin 1895 : 346]

³⁸ À côté du fameux songe de l'« injection de Irma » [Freud 1900] qui fournit à Sigmund Freud la clé de toute énigme sur le subconscient [« les rêves sont la satisfaction déguisée d'un désir »] je pense qu'on devrait urgemment regagner le moins célèbre mais quand même connu songe que Descartes fit pendant la période tourmentée de sa première retraite parisienne, et qui aujourd'hui serait appelé un « rêve lucide ». Pendant la nuit de son inspiration sur la Méthode, Descartes se réveille à l'intérieur de son rêve, et il décide de l'interpréter en direct sans – dirait-on – « se réveiller » : « Ce qu'il y a de singulier à remarquer, c'est que, doutant si ce qu'il venait de voir était songe ou vision, non seulement il décida, en dormant, que c'était un songe, mais il en fit encore l'interprétation avant que le sommeil le quittât ». Il est évident, toutefois, que ma façon de m'exprimer – « sans se réveiller » est bien incorrecte, du moment que Descartes *se réveille* dans le rêve, en établissant ainsi une parfaite continuité logique, cognitive et métaphysique à l'intérieur de son monde représentationnel : « là-dessus, doutant s'il rêvait ou s'il méditait, il se réveilla sans émotion, et continua, les yeux ouverts, l'interprétation de son songe sur la même idée ». Manifestement, la méthode suivie dans ses Méditations – où Descartes décide d'enquêter sur des objets mathématiques comme « $2+3=5$ », car ils demeurent ce qu'ils sont « soit que je veille ou que je dorme » [« Nam sive vigilem, sive dormiam, duo & tria simul juncta sunt quinque, quadratumque non plura habet latera quam quatuor - Car, soit que je veille ou que je dorme, deux et trois joints ensemble formeront toujours le nombre de cinq, et le carré n'aura jamais plus de quatre côtés. » Descartes 1641: 20, 1647 :16] – est déjà tracée à l'occasion de cette prise de conscience qui est le contraire exact de celle qui fera la gloire de Freud. En fait, le « moi j'interprète mon rêve » de Descartes n'a aucun besoin de distinguer entre « processus primaire » et « processus secondaire » dans la reconstruction du rêve car... il est en train de *rêver son interprétation*. Cet enième chiasme – « dans un rêve lucide l'interprétation d'un rêve est le rêve d'une interprétation » – nous éviterait énormément de tourments dans la recherche de ce qu'il y a « derrière » nos représentations, pour nous tenir bien collés aux phénomènes. Dans le cas des mathématiques, et dans tout raisonnement sur le statut de leurs « objets », la prise de conscience cartésienne que la simple perception de l'objet « $2+3=5$ » nous *endort* sur le coup, revêt une importance qu'on ne saurait exagérer ! Je cite ci-dessous tout le passage [l'*Olympica*] où Baillet parle de cet épisode fondateur de la modernité en Philosophie :

(N33) « Un autre (Traité en forme de discours, intitulé *Olympica* qui n'était que de douze pages, & qui contenait à la marge, d'une encre plus récente, mais toujours de la même main de l'Auteur, une remarque qui donne encore aujourd'hui de l'exercice aux curieux. Les termes auxquels cette remarque était conçue portaient : “XI. Novembris 1620 *coepi intelligere fundamentum Inventionis mirabilis*” dont M. Glerfelier ni les autres Cartésiens n'ont encore pu nous donner l'explication. Cette remarque se trouve vis à vis d'un texte qui semble nous persuader que cet écrit est postérieur aux autres qui font dans la retraite, et qu'il n'a été commencé qu'au mois de Novembre de l'an 1619. Ce texte porte ces termes Latins : “X. Novembris, 1619, *cum plenus forem Enthousiasmo, & mirabilis scientiae fundamenta reperire*”. Dans la nouvelle ardeur de ses résolutions, il (M. Descartes) entreprit d'exécuter la première partie de ses desseins, qui ne consistait qu'à détruire. C'était assurément la plus facile des deux. Mais il s'aperçut bien tôt qu'il n'est pas aussi aisé à un homme de se défaire de ses préjugés, que de brûler fa maison. Il s'était déjà préparé à ce renoncement dès le sortir du collège : il en avait fait quelques essais, premièrement durant sa retraite du faubourg S. Germain à Paris, & ensuite durant son séjour de Breda. Avec toutes ces dispositions, il n'eut pas moins à souffrir, que s'il eût été question de se dépouiller de soi-même. Il crût pourtant en être venu à bout. Et à dire vrai, c'était assez que son imagination lui présentât son esprit tout nu, pour lui faire croire qu'il l'avait mis effectivement en cet état. Il ne lui restait que l'amour de la Vérité, dont la poursuite devait faire dorénavant toute l'occupation de sa vie. Ce fut la matière unique des tourments qu'il fit souffrir à son esprit pour lors. Mais les moyens de parvenir à cette heureuse conquête ne lui causèrent pas moins d'embarras que la fin même. La recherche qu'il voulut faire de ces moyens, jeta son esprit dans de violentes agitations, qui augmentèrent de plus en plus par une contention continuelle où il le tenait, sans souffrir que la promenade ni les compagnies y fissent diversion. Il le fatigua de telle sorte, que le feu lui prit au cerveau, & qu'il tomba dans une espèce

d'enthousiasme, qui disposa de telle manière son esprit déjà abattu, qu'il le mit en état de recevoir les impressions des songes & des visions.

Il nous apprend [en marge : Cart. Olymp. init. AIS.] que, le dixième de Novembre mil six cent dix-neuf, s'étant couché tout rempli de son enthousiasme, et tout occupé de la pensée d'avoir trouvé ce jour là les fondements de la science admirable, il eut trois songes consécutifs en une seule nuit, qu'il s'imagina ne pouvoir être venus que d'en haut. Après s'être endormi, son imagination se sentit frappée de la représentation de quelques fantômes qui se présentèrent à lui, et qui l'épouvantèrent de telle sorte que, croyant marcher par les rues [en marge : Cart. Olymp.], il était obligé de se renverser sur le côté gauche pour pouvoir avancer au lieu où il voulait aller, parce qu'il sentait une grande faiblesse au côté droit, dont il ne pouvait se soutenir. Étant honteux de marcher de la sorte, il fit un effort pour se redresser, mais il sentit un vent impétueux qui, l'emportant dans une espèce de tourbillon, lui fit faire trois ou quatre tours sur le pied gauche. Ce ne fut pas encore ce qui l'épouvanta. La difficulté qu'il avait de se traîner, faisait qu'il croyait tomber à chaque pas, jusqu'à ce qu'ayant aperçu un collège ouvert sur son chemin, il entra dedans pour y trouver une retraite, et un remède à son mal.

Il tâcha de gagner l'Église du collège, où sa première pensée était d'aller faire sa prière ; mais s'étant aperçu qu'il avait passé un homme de sa connaissance sans le saluer, il voulut retourner sur ses pas pour lui faire civilité, et il fut repoussé avec violence par le vent qui soufflait contre l'Église. Dans le même temps il vit au milieu de la cour du collège une autre personne, qui l'appela par son nom en des termes civils et obligeants, et lui dit que, s'il voulait aller trouver monsieur N., il avait quelque chose à lui donner. M. Descartes s'imagina que c'était un melon qu'on avait apporté de quelque pays étranger. Mais ce qui le surprit davantage, fut de voir que ceux qui se rassemblaient avec cette personne autour de lui pour s'entretenir, étaient droits & fermes sur leurs pieds : quoi qu'il fût toujours courbé et chancelant sur le même terrain, et que le vent, qui avait pensé le renverser plusieurs fois, eût beaucoup diminué. Il se réveilla sur cette imagination, et il sentit à l'heure même une douleur effective, qui lui fit craindre que ce ne fût l'opération de quelque mauvais génie qui l'aurait voulu séduire. Aussitôt il se retourna sur le côté droit ; car c'était sur le gauche qu'il s'était endormi, et qu'il avait eu le songe. Il fit une prière à Dieu pour demander d'être garanti du mauvais effet de son songe, et d'être préservé de tous les malheurs qui pourraient le menacer en punition de ses péchés, qu'il reconnaissait pouvoir être assez griefs pour attirer les foudres du ciel sur sa tête : quoiqu'il eût mené jusque-là une vie assez irréprochable aux yeux des hommes.

Dans cette situation il se rendormit, après un intervalle de près de deux heures dans des pensées diverses sur les biens et les maux de ce monde. Il lui vint aussitôt un nouveau songe, dans lequel il crût entendre un bruit aigu et éclatant, qu'il prit pour un coup de tonnerre. La frayeur qu'il en eut, le réveilla sur l'heure même ; et ayant ouvert les yeux, il aperçut beaucoup d'étincelles de feu répandues par la chambre. La chose lui était déjà souvent arrivée en d'autres temps ; et il ne lui était pas fort extraordinaire, en se réveillant au milieu de la nuit, d'avoir les yeux assez étincelants pour lui faire entrevoir les objets les plus proches de lui. Mais, en cette dernière occasion, il voulut recourir à des raisons prises de la Philosophie ; & il en tira des conclusions favorables pour son esprit, après avoir observé, en ouvrant puis en fermant les yeux alternativement, la qualité des espèces qui lui étaient représentées. Ainsi sa frayeur se dissipa, et il se rendormit dans un assez grand calme.

Un moment après, il eut un troisième songe, qui n'eut rien de terrible comme les deux premiers. Dans ce dernier, il trouva un livre sur sa table, sans savoir qui l'y avait mis. Il l'ouvrit, et voyant que c'était un Dictionnaire, il en fut ravi, dans l'espérance qu'il pourrait lui être fort utile. Dans le même instant, il rencontra un autre livre sous sa main, qui ne lui était pas moins nouveau, ne sachant d'où il lui était venu. Il trouva que c'était un recueil des Poésies de différents Auteurs, intitulé *Corpus Poëtarum &c.* [en marge : Divisé en 5 livres, imprimé à Lion & à Genève &c.] Il eut la curiosité de vouloir lire quelque chose ; et à l'ouverture du livre, il tomba sur le vers : *Quod vitae sectabor iter ? etc.* Au même moment il aperçut un homme qu'il ne connaissait pas, mais qui lui présenta une pièce de vers, commençant par *Est & Non*, et qui la lui vantait comme une pièce excellente. M. Descartes lui dit qu'il savait ce que c'était, et que cette pièce était parmi les Idylles d'Ausone qui se trouvait dans le gros *Recueil des Poètes* qui était sur sa table. Il voulut la montrer lui-même à cet homme, & il se mit à feuilleter le livre, dont il se vantait de connaître parfaitement l'ordre et l'économie. Pendant qu'il cherchait l'endroit, l'homme lui demanda où il avait pris ce livre, et M. Descartes lui répondit qu'il ne pouvait lui dire comment il l'avait eu ; mais qu'un moment auparavant il en avait manié encore un autre, qui venait de disparaître, sans savoir qui le lui avait apporté, ni qui le lui avait repris. Il n'avait pas achevé, qu'il revit paraître le livre à l'autre bout de la table. Mais il trouva que ce Dictionnaire n'était plus entier comme il l'avait vu la première fois. Cependant il en vint aux Poésies d'Ausone, dans le *Recueil des Poètes* qu'il feuilletait, et ne pouvant trouver la pièce qui commence par *Est & Non*, il dit à cet homme qu'il en connaissait une du même poète encore plus belle que celle là, et qu'elle commençait par : *Quod vitae sectabor iter ?* La personne le pria de la lui montrer, & M. Descartes se mettait en devoir de la chercher, lorsqu'il tomba sur divers petits portraits gravés en taille douce : ce qui lui fit dire que ce livre était fort beau, mais qu'il n'était pas de la même impression que celui qu'il connaissait. *Il en était là, lorsque les livres et l'homme disparurent, et s'effacèrent de son imagination, sans néanmoins le réveiller. Ce qu'il y a de singulier à remarquer, c'est que, doutant si ce qu'il venait de voir était songe ou vision, non seulement il*

décida, en dormant, que c'était un songe, mais il en fit encore l'interprétation avant que le sommeil le quittât. Il jugea que le Dictionnaire ne voulait dire autre chose que toutes les Sciences ramassées ensemble, et que le Recueil de Poésies, intitulé Corpus poëtarum, marquait en particulier, et d'une manière plus distincte, la Philosophie et la Sagesse jointes ensemble. Car il ne croyait pas qu'on dût s'étonner si fort de voir que les Poètes, même ceux qui ne font que naïser, fussent pleins de sentences plus graves, plus sensées, et mieux exprimées que celles qui se trouvent dans les écrits des Philosophes. Il attribuait cette merveille à la divinité de l'Enthousiasme, et à la force de l'Imagination, qui fait sortir les semences de la sagesse (qui se trouvent dans l'esprit de tous les hommes, comme les étincelles de feu dans les cailloux) avec beaucoup plus de facilité et beaucoup plus de brillant même, que ne peut faire la Raison dans les Philosophes. M. Descartes, continuant d'interpréter son songe dans le sommeil, estimait que la pièce de vers sur l'incertitude du genre de vie qu'on doit choisir, et qui commence par *Quod vitae sectabor iter*, marquait le bon conseil d'une personne sage, ou même la Théologie Morale. *Là-dessus, doutant s'il rêvait ou s'il méditait, il se réveilla sans émotion, et continua, les yeux ouverts, l'interprétation de son songe sur la même idée.* Par les Poètes rassemblés dans le Recueil il entendait la Révélation & l'Enthousiasme, dont il ne désespérerait pas de se voir favorisé. Par la pièce de vers Est & Non, qui est le Oui & le Non de Pythagore [en marge : *vai kai oñ*] il comprenait la Vérité et la Fausseté dans les connaissances humaines et les sciences profanes. Voyant que l'application de toutes ces choses réussissait si bien à son gré, il fut assez hardi pour se persuader que c'était l'Esprit de Vérité qui avait voulu lui ouvrir les trésors de toutes les sciences par ce songe. Et comme il ne lui restait plus à expliquer que les petits Portraits de taille-douce, qu'il avait trouvé dans le second livre, il n'en chercha plus l'explication après la visite qu'un Peintre Italien lui rendit dès le lendemain. Ce dernier songe, qui n'avait eu rien que de fort doux et de fort agréable, marquait l'avenir selon lui ; et il n'était que pour ce qui devait lui arriver dans le reste de sa vie. Mais il lit les deux précédents pour des avertissements menaçants touchant sa vie passée, qui pouvait n'avoir pas été aussi innocente devant Dieu que devant les hommes. Et il crut que c'était la raison de la terreur & de l'effroi dont ces deux songes étaient accompagnés. Le melon, dont on voulait lui faire présent dans le premier songe, signifiait, disait-il, les charmes de la solitude, mais présentes par des sollicitations purement humaines. Le vent qui le poussait vers l'Église du collège, lorsqu'il avait mal au côté droit, n'était autre chose que le mauvais Génie qui tâchait de le jeter par force dans un lieu, où son dessein était d'aller volontairement. » [Descartes 1691 : 180-188. Les italiques sont de moi.]

³⁹ (N34) « Da ultimo c'è il naufragio; lo dimostra l'orientazione nel mondo che inesorabilmente si attiene ai fatti. [...] Per l'orientazione nel mondo, il mondo in quanto esserci naufraga, perché in sé e da sé non si lascia comprendere. [...] Nella chiarificazione dell'esistenza naufraga l'inseità dell'esistenza: infatti là dove sono propriamente me stesso, non sono solamente me stesso. [...] Se dunque il naufragio, a cui io mi abbandono a piacere, è solo il nulla vuoto, allora il naufragio che mi coglie, quando ho fatto veramente di tutto per evitarlo, bisogna che non sia solo naufragio. Allo stesso modo, io sperimento l'essere quando nella sfera dell'esserci ho fatto quello che potevo per difendermi; e analogamente, quando, come esistenza, rispondo completamente di me, e da me tutto esigo, ma non posso sperimentare l'essere quando, nella coscienza della mia nullità di creatura di fronte alla Trascendenza, mi abbandono alla caducità propria dell'essere creatura. » [Jaspers 1972: 348-350, 352-53]

⁴⁰ (N35) « Dans la réalité physique, une cause ne produit pas un effet, mais une multitude de causes distinctes contribuent à le produire, sans qu'on ait aucun moyen de discerner la part de chacune d'elles. Les physiciens cherchent à faire cette distinction ; mais ils ne la font qu'à peu près, et quelques progrès qu'ils fassent, ils ne la feront jamais qu'à peu près. Il est à peu près vrai que le mouvement du pendule est dû uniquement à l'attraction de la Terre ; mais en toute rigueur, il n'est pas jusqu'à l'attraction de Sirius qui n'agisse sur le pendule. Dans ces conditions, il est clair que les causes qui ont produit un certain effet ne se reproduiront jamais qu'à peu près. » [Poincaré 1905 : 45]

⁴¹ Je vais ici affronter l'un des points cruciaux qui me font affirmer que mon œuvre est en « coupure dédékindienne » avec celle de Jean Dhombres, concernant sa lecture du « courant numéricien » qui depuis la profondeur des temps mène à la naissance du corps des nombres réels au XIX^e siècle [« il me semble qu'il faille poser la généralité [du nombre réel] en postérité de la mathématique grecque » Dhombres 2006 :164]. Or, ma démarche va aussi bien à l'encontre de toute « pangéométrie » que de toute « panarithmétique », et cherche dans l'orientation génétique et développementale des sciences le signe évident de leur sens : ce même ... « même sens » qui pour Jean Dhombres dispose en alignement intentionnel des millénaires d'histoire. En outre, son mouvement herméneutique est sans doute ce que j'ai appelé « se mettre par la pensée dans un courant de pensée » :

(N36) « Dévoiler une Vérité mathématique, un peu comme Michel-Ange disait qu'il dévoilait la statue sous la pierre brute, exige une volonté orientée. L'horizon philosophique euclidien éliminait *a priori* la possibilité d'autres corps de nombre. » [Dhombres 1978 :57,58]

Aucun exemple ne pourrait mieux restituer l'essentielle non-inversibilité orientée de tout processus d'attribution d'un sens. Les raisons qui selon Dhombres ont empêché Euclide de constituer le Corps des Réels

sont d'ordre philosophique : le monde a un seul *logos*, absolument insécable. Lorsqu'on divise l'unité [cf. ici §II.3(3)] on est en dehors de l'intuition *transcendentalis* de l'ἐν/ὄν, comme disaient les médiévaux.

(N37) « Limitativement à nos yeux, Euclide fonde la mesure des grandeurs mais ne veut nullement construire un corps de nombres, c'est-à-dire un ensemble muni à la fois d'une addition et d'une multiplication. Les logoi sont peut-être munis d'un produit (la composition des raisons) mais il n'y a pas de tentative pour définir une addition que suggérerait peut-être la quatrième proportionnelle pour les longueurs rectilignes ou la réduction au même dénominateur pour les fractions d'entiers. La provenance d'une telle limitation est philosophique sous l'influence platonicienne (cf. § 2). Le concept de nombre entier appartient à la deuxième classe des objets intelligibles dans le monde incorruptible des Idées. C'est un donné absolu et universel. Le mathématicien qui en part comme d'une hypothèse ne peut s'élever au dessus des hypothèses et la construction eudoxienne ne peut fournir un autre concept de la deuxième classe. Pourtant, un ensemble muni de deux lois internes, celui que l'on pourrait construire avec les raisons, participerait de la beauté absolue, donc appartiendrait aux concepts de la deuxième classe. Cela semble impossible, puisque, pour construire les logoi, on a dû diviser les nombres et l'unité, donc détruire l'harmonie. Le mathématicien ne dispose pas de tels droits... donc ne le fera pas. » [Dhombres 1978 : 35]

Cette interprétation des parcours intérieurs d'Euclide trouve son appui dans la lecture que Dhombres fait du Livre V des *Éléments* (sur les proportions, *logoi*), où ce dernier se montre comme l'ancêtre légitime de la postérité dédékindienne pour sa « volonté de base ferme » [Ibid. 30], qui enfante une architecture de logoi « dépouillée de notions arithmétiques (nombres rationnels, etc.) et géométriques (similitudes, etc.) ». Le pivot de cette entreprise se trouve dans la Définition 6 (que Dhombres évoque à nouveau dans le passage cité en (187) à propos des limitations intuitionnistes).

(N38) « La Définition 6 est la définition essentielle du Livre V. Soient quatre grandeurs A, B, C et D. On dit que A et B ont même raison que C et D lorsque, pour tous entiers n et m, on a les implications suivantes selon les trois seuls cas possibles :

Si $nA > mB$ alors $nC > mD$.

Si $nA = mB$ alors $nC = mD$.

Si $nA < mB$ alors $nC < mD$.

La Définition 6 parle remarquablement à un moderne, mais elle fut jugée soit trop floue, soit trop inutilement compliquée, voire impossible à utiliser, par bien des mathématiciens, notamment depuis la Renaissance (Galilée, par exemple, mais peut-être parce qu'il avait des arrière-pensées non archimédiennes et nous y reviendrons). Une objection fréquente précise qu'il faut une infinité d'opérations pour vérifier la proportionnalité (tous n, tous m). Ce point est épistémologiquement crucial. Nous reportons la discussion plus loin. Une autre objection concerne le caractère non naturel de la définition. Là, on trouve une critique constante en mathématiques. Il faut surtout reconnaître que la notion de « logos », de « proportion », était passée, dès la fin du Moyen Âge et sans doute déjà chez les Anciens, dans la langue usuelle et avait pris une connotation pratique (même partie aliquote). On souhaitait donc l'impossible : voir figurer cette notion sous son aspect pratique sous la plume d'Euclide ! Vers 1666, un mathématicien comme Isaac Barrow, professeur de Newton, est obligé de justifier, défendre et illustrer la définition euclidienne du logos devant ses contemporains. Il semble d'ailleurs être le premier moderne à saisir le sens du Livre V. Au XIX^e siècle même, on remplacera quelquefois cette définition par une autre, laquelle établit que A, B, C, D forment une proportion lorsque mesurant A et C par les mêmes sous-multiples, par ailleurs quelconques, de B et D respectivement, on obtient les mêmes quotients (Faifofen, *Elementi di geometria*, 3^e éd. 1882). C'est-à-dire si $A = m(B/n)$ et $C = m'(D/n)$ alors $m = m'$. Cela revient à n'accepter que des valeurs rationnelles pour A/B, restriction arithmétique dont justement la construction d'Eudoxe veut se débarrasser. C'est une sérieuse incompréhension du texte d'Euclide. » [Dhombres 1978 : 34-35]

À l'issue de la discussion qui je suis en train de développer sur la non inversible auto-orientation du « courant numéricien », je proposerai ([§11.3(2)]) l'auto-égalisation ultime et indépassable du « Trait de Plume » de Galilée comme Premier Postulat des mathématiques. En ce faisant, je crois *procéder* de l'intention herméneutique dhombrienne, en l'interprétant dans son sens pleinement transcendantal.

⁴² (N39) « Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ συναμφοτέρος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ AB τοῦ Γ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ AB, ΔΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ τὰ αὐτὰ μέρη ἔστιν, ἅπερ ὁ AB τοῦ Γ. Ἐπει γάρ, ἃ μέρη ἔστιν ὁ AB τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἔστιν ἐν τῷ AB μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. δηρήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ AH, HB, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH, HB τῷ πλῆθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεὶ, ὁ μέρος ἔστιν ὁ AH τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστι καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ὁ ἄρα μέρος ἔστιν ὁ AH HE. τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστι καὶ συναμφοτέρος ὁ AH, ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μέρος ἔστιν ὁ HB τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστι καὶ συναμφοτέρος ὁ HB, ΘΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. ἃ ἄρα μέρη ἔστιν ὁ AB τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἔστι καὶ συναμφοτέρος ὁ AB, ΔΕ συναμφοτέρου of τοῦ Γ, Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. »

⁴³ (N40) « Ἐπει γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. δηρήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλῆθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεὶ, ὁ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ ΗΕ. τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ ΑΗ, ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ ΗΒ, ΘΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ AB, ΔΕ συναμφοτέρου of τοῦ Γ, Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. »

⁴⁴ Cet effacement de la dimension purement potentielle du nombre se manifeste avec d'autant plus d'évidence lorsqu'il est question des opérations qui concernent le 0 :

(N41) « [1] Il est indiscutable que le concept associé par tous les mathématiciens au symbole 0 est tel qu'il vérifie les deux équations : (I) $A - A = 0$, (II) $A \pm 0 = A$ où A est une expression de grandeur quelconque, qui peut correspondre à une grandeur réelle ou être absolument sans objet. [2] On concédera qu'une telle définition n'est viable que si le symbole 0 n'est pas considéré comme représentant une grandeur réelle, mais comme simple *absence de grandeur*, et si l'expression $A \pm 0$ ne signifie *rien d'autre que l'exigence de ne vouloir, en vérité, rien ajouter ni retrancher* à la grandeur éventuellement désignée par A. [...] Ce ne sera pas d'un moindre bénéfice pour la science de comprendre le concept de multiplication dans un sens assez large pour permettre d'écrire l'équation III, où A est une grandeur quelconque (finie, infiniment grande ou infiniment petite, ou même représentation vide comme VI et 0) : (III) $0 \times A = A \times 0 = 0$ » [Ibid. 116-117]

⁴⁵ Ce geste, franchement scandaleux, de se tirer d'affaire avec un « c'était une blague », est typique de l'époque. Ici un passage de Popper, où à ce désengagement auto-falsifiant fait suite une profession de Foi « moins que rationnelle » :

(N42) « Les distances, dans l'univers, sont énormes. L'action à distance signifierait que les effets gravitationnels sont, comme Dieu Lui-même, omniprésents dans le cosmos. Comme plus tard Einstein, Newton se refuse à considérer l'action à distance comme une propriété de la mécanique de la nature. Sensible à son mystère, il l'attribue à Dieu. La théorie einsteinienne va résoudre ce problème, semble-t-il, en posant que les perturbations gravitationnelles se propagent à la vitesse de la lumière. Cette solution est très satisfaisante pour l'esprit, en particulier du point de vue où nous nous plaçons dans la section 15 : elle permet d'entrevoir l'unification éventuelle des théories de la lumière et de la gravitation, et elle le fait en interprétant la lumière et les perturbations gravitationnelles à partir de propriétés structurales – propriétés de champ – de l'univers, de notre monde. Et pourtant, nous sommes toujours confrontés au problème de Newton. Qu'en est-il, en effet, de ces propriétés structurales elles-mêmes ? Elles sont croyons-nous, identiques en tous lieux et en tous temps. Comment devons-nous comprendre cette homogénéité ? Lorsque nous parlons des propriétés structurales de notre univers, nous parlons de cet univers, au moins métaphoriquement, comme s'il s'agissait d'une chose, telle qu'un cristal, un ballon, voire une machine. Mais selon les théories physiques actuelles, les propriétés structurales d'un cristal, d'un ballon ou d'une machine sont dues aux interactions entre leurs parties constituantes I et ces interactions ont lieu à des vitesses finies, jusques et y compris celle de la lumière. Ce sont ces interactions qui maintiennent la forme du cristal, déterminent la pression du gaz dans le ballon et empêchent la machine de se décomposer. Or les propriétés structurales du cosmos que nous décrivons sous forme de lois de la matière ne sauraient être comprises de cette façon. Elles ne peuvent semble-t-il, s'expliquer par des interactions, puisqu'elles sont le fondement de toute interaction. Elles sont – c'est leur caractéristique la plus profonde – identiques d'un bout à l'autre de l'univers, en tous lieux et à tout instant : elles sont omniprésentes. Nous retrouvons ainsi le problème de Newton. [...] *Il est bien utile, à ce stade, d'avoir renoncé à la théorie essentialiste de l'explication ultime. Au surplus, c'est le moment de nous rappeler que nous ne devons pas nous laisser prendre à nos propres métaphores – qu'en disant "la structure du monde" nous avons simplement recours à une métaphore destinée à nous aider à imaginer ce que décrivent les lois ; que quelque part, nécessairement, la métaphore ne tiendrait plus - et que c'est déjà un résultat fort satisfaisant d'avoir trouvé où elle cesse de tenir.* » [Ibid.] Je ne saurais conclure cette analyse du réalisme métaphysique sans faire au moins allusion aux difficultés d'une telle position. *Ces difficultés sont grandes. Elles me paraissent poser des problèmes insolubles. Mais elles sont d'une nature telle qu'elles n'affectent pas le moins du monde ma foi réaliste. Elles se situent, pour ainsi dire, sur un autre plan que celui des problèmes et des arguments sur lesquels je m'appuie pour défendre cette foi. On est là dans un domaine peut-être moins rationnel - les arguments s'y font plus vagues et moins faciles à traiter.* » [Karl R. Popper 1990. Les italiques sont de moi.]

⁴⁶ (N43) Πᾶσα διδασκαλία καὶ πᾶσα μάθησις διανοητικὴ ἐκ προϋπαρχούσης γίνεται γνώσεως. (I,71a1) – Ἀρχὴ δ' ἐστὶν ἀποδείξεως πρότασις ἄμεσος, ἄμεσος δὲ ἥς μὴ ἐστὶν ἄλλη προτέρα (72a8) – [3] Διχῶς δ' ἀναγκαῖον προγινώσκειν· τὰ μὲν γάρ, ὅτι ἐστὶ, προϋπολαμβάνει ἀναγκαῖον, τὰ δέ, τί τὸ λεγόμενόν ἐστι, ζητιέναι δεῖ, τὰ δ' ἄμφω, οἷον ὅτι μὲν ἅπαν ἢ φησὶ ἢ ἀποφῆσαι ἀληθές, ὅτι ἐστὶ, τὸ δὲ τρίγωνον, ὅτι τοδὶ σημαίνει, τὴν δὲ μονάδα ἄμφω, καὶ τί σημαίνει καὶ ὅτι ἐστὶν· οὐ γὰρ ὁμοίως τούτων ἕκαστον δῆλον ἡμῖν. (71a13) – Τίθεται ὁ ἀριθμητικὸς μονάδα τὸ ἀδιαίρετον εἶναι κατὰ τὸ ποσόν· ὑπόθεσις δ' οὐκ ἐστὶ· τὸ γὰρ τί ἐστὶ μονὰς καὶ τὸ εἶναι μονάδα οὐ ταυτόν. (72a22)»

⁴⁷ (N44) « §8 Supposons une suite dont le premier terme est une unité d'espèce A et dont tout terme ultérieur est dérivé du terme antérieur de la façon suivante : nous combinons un objet égal à celui-ci avec une nouvelle unité d'espèce A pour en faire la somme. Tous les termes de cette suite, à l'exception du premier qui est une pure unité d'espèce A, seront alors évidemment de pluralités d'espèce A. J'appelle de telles pluralités : pluralités finies ou nombrables, ou tout simplement des nombres (cette caractérisation convenant même au premier terme), et encore, de manière plus précise, des nombres entiers. » [Bolzano 1854 : 63]

⁴⁸ À propos des mots de Salviati, M. De Gandt observe :

(N45) « La somme des nombres de 1 à 10 puis de 10 à 1 est égale à 110; si on additionne 10 fois (c'est le nombre de nombres de l'une des parties de la suite précédente) 10, le résultat est 100 et non 110; il faut supposer plutôt que Galilée a voulu faire la suite 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, dont la somme est 100 et qui représente la suite des vitesses croissantes à partir du repos (= 0), puis décroissantes jusqu'au repos. » [Galilée 1632 p. 366 Note 48].

En conséquence de cette objection, il ne récrit pas la suite « 123456789 10/10 987654321 » – qui commence en 1, et qui redouble le 10 au centre – laquelle apparaît en revanche dans toutes les éditions officielles [OGG Vol. I : 251 ; OPP Vol VII : 254]. Je pense au contraire que la façon commune de récrire la suite que Salviati met *sous les yeux* de Sagredo est fidèle non seulement à la lettre du texte, mais plus essentiellement au phénomène décrit et à la façon dont Sagredo entend les mots du maître. En fait, « la somme des nombres de 1 à 10 puis de 10 à 1 est égale à 110 » [De Gandt] seulement si nous ne lisons pas ce « ... de 1 à 10 puis de 10 à 1... » comme une suite continue, selon la « méthode du métronome » dont je parle en [§10.2(5)]. Si au contraire nous écoutons dans le passage « ...8, 9, 10/10, 9, 8... » la voix de notre clochette en Fig. 73', alors nous ne compterons qu'une fois seulement le 10 au centre, en repoussant le deuxième 10 dans la profondeur dynamique (« simultanéité diachronique ») du mouvement en question, en obtenant de la sorte $[45+(10)+45] = 100$.

⁴⁹ J'utilise ces mots dans le sens des ainsi dits « effet de taille » et « effet de distance » que je décris et discute dans l'Annexe I, où il est question non pas des opérations mathématiques que nous exécutons sur les graphèmes 1,2,3... mais de nos réactions immédiates et réflexes. Mon but synthétique est de montrer que tant au niveau de nos réflexes perceptifs qu'au niveau réfléchissant de nos pensées nous faisons *la même* chose « décalée ». Dans la discussion présente sur les mouvements cognitifs de Sagredo on doit donc penser aux couples « diamétraux » $1 \leftrightarrow 9$, $2 \leftrightarrow 8$ etc., et à la « distance/taille » numérique qui en sépare les éléments dans les deux sens – mathématique et perceptif – que je prends simultanément en charge (ces mêmes couples sont, dans l'Annexe I, les couples d'« atomes » $1*9$, $2*8$ etc.).

⁵⁰ En fait, notre dernière *consecutio* (« d'où... ») cache le danger d'un sophisme. Il est bien vrai que ce passage – l'événement signé et daté de cette manifestation d'égalité/homogénéité au cœur d'une évidente diversité/hétérogénéité – fait l'essence même de tout processus démonstratif, mais il est vrai aussi que notre expérience du monde grouille d'apparitions/disparitions non annoncées, qui ne nous font pourtant aucunement sursauter. Pour cette raison, ce qui nous intéresse de notre sursaut mathématique est uniquement ce que nous pouvons en dire *en mathématiciens*, sans feindre d'hypothèses sur ses causes. Nous avons d'ailleurs largement vu qu'« à un moment donné » les enfants piagétiens « corrigent avec l'intelligence » ce qui les laissait parfaitement indifférents autrefois.

⁵¹ Ces deux réponses (A) et (B) sont à lire idéalement en simultané avec l'Annexe I §2(4) : *Oser penser le PSE*.

⁵² En plus, il faut bien remarquer que même les mathématiciens ne sont pas d'accord sur le nombre d'opérations qu'un homme exécute *en effet* lorsqu'il calcule, par exemple « $2^2=4$ ». Selon l'actuelle façon (condillacienne) de dénombrement opératoire, il s'agirait dans ce cas non pas d'une opération, mais d'au moins quatre (ou plus) : nous comptons « 1,2,3,4 » ; pour faire rapide nous additionnons « $1+1+1+1$ », ou « $2+2$ » ; pour faire encore plus rapide nous multiplions « 2×2 » etc. Dans ces conditions, quel critère de mise en correspondance régions cérébrales ↔ opérations mathématiques pourrions-nous mettre en place ?

⁵³ (N46) « Che se dunque un tal arco conduttore (fatto es. gr. di un pezzo di filo metallico piegato a forma di C), applicato quindi al muscolo, e quindi al nervo, dà moto al fluido elettrico, e occasiona le anzidette convulsioni, è pur evidente che esso fluido trovasi tra quelle parti dell'animale in qualche modo sbilanciato; e che l'arco conduttore, o scaricatore s'impiega a riparare tale sbilancio, com'è suo proprio ed unico officio. Insomma non può detto arco determinare al moto il fluido elettrico, se questo non vi tende diggià: non può che prestargli la via. » [Volta OAV: I, 5]

⁵⁴ (N47) « Les deux fils d'acier se trouvaient donc soumis l'un et l'autre, durant l'expérience, à l'action d'un courant galvanique de même force ; ce courant, en masse, se mouvait dans une seule direction ; mais s'il circulait de gauche à droite autour du premier fil, ce même mouvement s'exécutait de droite à gauche autour du second. » [Arago : 98]

⁵⁵ (N48) « When an electric current is passed through one of two parallel wires, it causes at first a current in the same direction through the other, but this induced current does not last a moment, notwithstanding the inducing current (from the voltaic battery) is continued ; all seems unchanged, except that the principal current continues its course. But when the current is stopped, then a return current occurs in the wire under induction, of about the same intensity and momentary duration, but in the opposite direction to that first formed. Electricity in currents therefore exerts an inductive action like ordinary electricity, but subject to peculiar laws. The effects are a current in the same direction when the induction is established; a reverse current when the induction ceases, and a peculiar state in the interim. Common electricity probably does the same thing; but as it is at present impossible to separate the beginning and the end of a spark or discharge from each other, all the effects are simultaneous and neutralize each other. » [Faraday à Phillips, 29 Nov 1831, cit. in B. Jones, Vol. I : 7]

⁵⁶ (N49) « Dear Phillips,—For once in my life I am able to sit down and write to you without feeling that my time is so little that my letter must of necessity be a short one ; and accordingly I have taken an extra large sheet of paper, intending to fill it with news. And yet, as to news, I have none, for I withdraw more and more from society, and all I have to say is about myself. But how are you getting on? Are you comfortable? And how does Mrs. Phillips do; and the girls? Bad correspondent as I am, I think you owe in a letter ; and as in the course of half an hour you will be doubly in my debt, pray write us, and let us know all about you. Mrs. Faraday wishes me not to forget to put her kind remembrances to you and Mrs. Phillips in my letter. Tomorrow is St. Andrew's day, but we shall be here until Thursday. I have made arrangements to be *out* of the Council, and care little for the rest, although I should, as a matter of curiosity, have liked to see the Duke in the chair on such an occasion. We are here to refresh. I have been working and writing a paper that always knocks me up in health, but now I feel well again, and able to pursue my subject; and now I will tell you what it is about. The title will be, I think, “Experimental Researches in Electricity”. »

⁵⁷ (N50) « §10. *When the contact was made*, there was a *sudden and very slight* effect at the galvanometer, and there was also a *similar slight effect when the contact with the battery was broken*. *But whilst the voltaic current was continuing to pass through the one helix, no galvanometrical appearances nor any effect like induction upon the other helix could be perceived*, although the active power of the battery was proved to be great, by its heating the whole of its own helix, and by the brilliancy of the discharge when made through charcoal. – 11. It was ascertained, both at this and the former time, that the slight deflection of the needle occurring at the moment of completing the connexion, was *always in one direction*, and that the equally slight deflection produced when the contact was broken, was *in the other direction*; and also, that these effects occurred when the first helices were used. » [Faraday 1831: I]

⁵⁸ (N51) « §18. In the preceding experiments the wires were placed near to each other, and the contact of the inducing one with the battery made when the inductive effect was required; but as the particular action might be supposed to be exerted only at the moments of making and breaking contact, the induction was produced in another way. Several feet of copper wire were stretched in wide zigzag forms, representing the letter W, on one surface of a broad board; a second wire was stretched in precisely similar forms on a second board, so that when brought near the first, the wires should everywhere touch, except that a sheet of thick paper was interposed. One of these wires was connected with the galvanometer, and the other with a voltaic battery. The first wire was then moved towards the second, and as it approached, the needle was deflected. Being then removed, the needle was deflected in the opposite direction. By first making the wires approach and then recede, simultaneously with the vibrations of the needle, the latter soon became very extensive; but when the wires ceased to move from or towards each other, the galvanometer-needle soon came to its usual position. – 19. As the wires approximated, the induced current was in the *contrary* direction to the inducing current. As the wires receded, the induced current was in the *same* direction as the inducing current. When the wires remained stationary, there was no induced current (54). » [Ibid.]

⁵⁹ (N52) « §12. The results which I had by this time obtained with magnets led me to believe that the battery current through one wire, did, in reality, induce a similar current through the other wire, but that it continued for an instant only, and partook more of the nature of the electrical wave passed through from the shock of a common Leyden jar than of the current from a voltaic battery, and therefore might magnetise a steel needle, although it scarcely affected the galvanometer. – 13. This expectation was confirmed; for on substituting a small hollow helix, formed round a glass tube, for the galvanometer, introducing a steel needle, making contact as before between the battery and the inducing wire (7. 10.), and then removing the needle before the battery contact was broken, it was found magnetised. » [Ibid.]

⁶⁰ (N53) « §25. Still it does not follow that the discharge of ordinary electricity through a wire does not produce analogous phenomena to those arising from voltaic electricity; but as it appears impossible to separate the effects produced at the moment when the discharge begins to pass, from the equal and contrary effects produced when it ceases to pass (16.), inasmuch as with ordinary electricity these periods are simultaneous, so there can be scarcely any hope that in this form of the experiment they can be perceived. » [Ibid.]

⁶¹ Tant Aristote que Dedekind construisent une définition/démonstration du Continu, qui est rigoureusement conditionnée à la présence d'une totalité *logique, éventuellement conventionnelle et internement orientée*: 1) LOGIQUE : au sein d'une totalité donnée la limite entre deux parties n'est pas tout simplement le même lieu dans lequel elles se trouvent, mais *la même chose* qui appartient à toutes les deux en même temps [Dedekind: « le point p peut être assigné tant à la première qu'à la deuxième classe »] ; 2) CONVENTIONNELLE – la totalité en soi identique dont il est question peut être une totalité parfaitement artificielle [Aristote : « les continus qui se forment matériellement, soit à l'aide d'un clou, soit par un collage, soit par un contact. »] 3) ORIENTÉE – La totalité vient avant ses propres parties.

ARISTOTE – (N54) « Quand on dit de deux choses qu'elles sont ensemble dans l'espace, qu'elles y sont simultanées, cela veut dire qu'elles sont dans un seul et même lieu primitif, et non point dans un seul et même lieu éloigné ; car, dans ce dernier sens, toutes les choses du monde seraient ensemble dans un seul et même lieu. [...] Par contre, on entend par Continu, terme que j'ai déjà indiqué tout à l'heure, une sorte de cohérence. Ainsi je dis d'une chose qu'elle est continue quand les limites par lesquelles les deux parties de cette chose se touchent se sont confondues et réunies, et qu'alors, comme le mot même l'indique, elles se continuent et se tiennent ; or, c'est là ce qui ne pourrait avoir lieu si les extrémités restent deux et ne s'unissent pas. Évidemment il suit de cette définition qu'il ne peut y avoir de continuité réelle qu'entre des choses qui peuvent, en se touchant, arriver à ne former qu'une seule et même chose naturellement. Autant ce qui contient et rapproche les choses devient un lui-même, autant le tout a d'unité et de continuité ; et l'on peut voir des nuances de ce genre dans les continus qui se forment matériellement, soit à l'aide d'un clou, soit par un collage, soit par un contact, soit par un soudage naturel. » [Aristote, *Phys.* V 3]

DEDEKIND - (N55) « Si p est un point déterminé de L, alors tous les points de L se divisent en deux classes, P1, P2, chacune contenant une infinité d'individus ; la première classe P1 comprend tous les points p' situés à gauche de p, et la deuxième classe P2 tous les points p'' situés à droite de p ; le point p lui-même peut être attribué au choix à la première ou à la deuxième classe. Dans tous les cas, le découpage de la droite L en ces deux classes ou parties P1 et P2 est tel que tout point de la première classe P1 est situé à gauche de tout point de la deuxième classe P2. [...] En quoi consiste exactement cette continuité ? Tout tient dans la réponse à cette question, et c'est par elle seule que l'on obtiendra un fondement scientifique pour l'investigation de tous les domaines continus. De vagues propos sur la connexion ininterrompue des parties les plus infimes ne nous avanceront naturellement à rien ; il s'agit de fournir un caractère précis de la continuité, susceptible de servir de base à de véritables déductions. J'y ai réfléchi longtemps en vain, mais j'ai fini par trouver ce que je cherchais. Cette trouvaille sera peut-être diversement appréciée par différentes personnes, mais je pense que la plupart estimeront sa teneur très triviale. Voilà en quoi elle consiste. Au paragraphe précédent, nous avons fait remarquer que tout point p de la droite engendre un découpage de celle-ci en deux parties telles que tout point de l'une des parties se situe à gauche de tout point de l'autre. Je trouve alors l'essence de la continuité dans la réciproque, donc dans le principe suivant: « Si tous les points de la droite se divisent en deux classes telles que tout point de la première classe se situe à gauche de tout point de la deuxième, alors il existe un et un seul point qui produit cette répartition de tous les points en deux classes, cette coupure de la droite en deux parties. » [Dedekind 1872 :18-20]

⁶² Les indéniables avantages heuristiques et pragmatiques de notre intuition « animale » et « neurale » de la « quantité derrière les nombres » sont souvent mentionnés par les chercheurs dans ce domaine. Il n'empêche que pour eux il s'agit de l'usage stratégique d'un ensemble de défauts cognitifs, et non pas d'une dimension de profondeur pleinement interne à la pensée mathématique. Pour cette raison je n'ai pas hésité à juger le complexe de leur position comme généalogique *tout court*.

⁶³ (N56) « Lorsque le nombre de référence double, la distance numérique que l'on parvient à distinguer avec le même taux de réussite double également. Ce principe multiplicatif, appelé aussi « loi scalaire » ou « loi de Weber », du nom de son découvreur au siècle dernier, s'explique intégralement par un mécanisme d'accumulateur comme celui de la calculatrice de Robinson Crusoe que je décrivais dans le premier chapitre. Il prouve que, dans le domaine de la perception des nombres, l'homme ne se distingue pas du rat ou du pigeon. Tout notre talent mathématique ne nous est d'aucune utilité lorsqu'il s'agit de percevoir et d'estimer avec rapidité un grand nombre. » [Dehaene 1997 : 81]

⁶⁴ (N57) « POURQUOI L'ÉPREUVE PAR NEUF FONCTIONNE – Le principe de la preuve par neuf repose sur la compatibilité de la congruence avec l'addition et la multiplication (on peut donc imaginer une « preuve par n », quel que soit l'entier naturel n supérieur ou égal à 2) et sur le fait que tout nombre entier naturel est congru, modulo 9, à la somme de ses chiffres en écriture décimale. – Cependant parmi toutes ces « preuves », la preuve par 9 est particulièrement pratiquée car le calcul de congruence peut être ramené à une opération très simple : l'addition des chiffres composant le nombre. – DEMONSTRATION. Comme 10 est congru à 1, modulo 9, il en est de même de ses puissances : 10^2 ; 10^3 , etc. Considérons un nombre entier x dont l'écriture décimale est $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$. Cela signifie que $x = a_0 + a_1 \times 10 + \dots + a_n \times 10^n$, « a_0, \dots, a_n » étant des chiffres, c'est-à-dire des entiers compris entre 0 et 9. Comme toutes les puissances de 10 sont congrues à 1 modulo 9, chaque terme de la forme $a_i \times 10^i$ est congru à a_i , et donc la somme de ses termes est congrue à $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$. » [Wikipedia]

⁶⁵ Dans ses rapides remarques, Jean Dhombres n'avait en effet aucune intention d'exhaustivité philologique :

(N58) « Il est hors de propos de faire la chronique de l'évolution de ces notations, ni même de dresser un inventaire des obstacles engendrés ou surmontés par l'emploi de certaines notations. Malgré l'œuvre érudite d'un Florian Cajori (*A History of Mathematical Notations*, Open Court 1928), un tel travail d'épistémologie historique reste encore à faire. Nous allons nous contenter de donner quelques exemples, « piquants et amusants » comme on disait au Grand Siècle, et d'indiquer les linéaments du développement de l'algèbre, des Alexandrins à Descartes. » [Dhombres 1978 : 113]

DISCOURS DE SOUTENANCE DE THESE D'EDUARDO CAIANIELLO

(Filmé sur <http://www.eironeia.eu/vidéo7.html#AAAA>)

« Le fait génétique des mathématiques et la puissance dynamique du mental humain ».

Tout d'abord, Madame, Messieurs, je vous remercie tous d'être ici, et d'avoir permis que ce jour, si important pour moi, soit enfin arrivé.

I. BUT DU TRAVAIL ET FORMULATION DE LA THESE

Ce travail – *Le fait génétique*... – a comme but la fondation expérimentale d'une assertion d'existence.

Cette assertion, **ma thèse**, est (p.15)

THESE : un mental humain existe comme réalité substantielle, qui déploie sa force évolutive et créatrice tout le long de notre vie, et qui est aussi irréductible à notre cerveau que la « masse » m est irréductible aux corps qui en manifestent la présence au travers de leurs façons de bouger.

En revanche, le PHENOMENE ciblé pour mener à bien ma démonstration est :

PHENOMENE : un homme apprend à lire, et à la suite de cet apprentissage l'évidence mathématique fait son apparition devant sa conscience.

En synthèse, ce que je me propose de montrer est que ce double événement ne peut s'expliquer que comme la manifestation d'une même force bien réelle et physique: notre force mentale, ou la « puissance dynamique » de notre mental. La formule symbolique que j'ai choisi pour exprimer l'unité de ce phénomène est la suivante:

$$\ll A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A" \gg$$

Que je lis comme « A perçu » produit « A lu » produit la saisie de la vérité mathématique évidente « A double implique A ». Dans cette formule, le premier « A » signifie la *perception* de l'objet graphique sur lequel notre voix – qui affirme « ceci est A » – se concentre quand nous devons apprendre à le lire ; le deuxième « "A" » signifie l'événement final de la *lecture* de ce même A comme une lettre ; troisièmement, l'expression « "A↔A" » signifie le *jugement explicite* « A est A », consciemment prononcé comme une vérité logique évidente lorsque le sujet *lit* cette formule comme une « tautologie ».

En un mot, avec une analogie newtonienne j'affirme que de même que la force de gravitation se déploie identique à elle-même au travers de la totalité des galaxies, pour pénétrer sans solution de continuité jusqu'au coulé de l'encre sur ma feuille au travers de mon stylo, de même une seule force psychique est responsable tant de la chute de la lettre A dans ma perception, que de l'éclat d'évidence qui m'impose d'affirmer que « A↔A » est une vérité universelle.

II. LA PROVENANCE DE MA PROBLEMATIQUE

Or cette manière, si synthétique, de présenter le but de mon travail, ainsi que la trajectoire choisie pour le mener à bien sont enfin l'expression distillée d'un **souci d'ordre irréductiblement éducatif et pédagogique**.

Je m'explique

$$\begin{array}{c} \text{Une même vie} \\ \text{"ceci c'est moi"} \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \ll A \rightarrow "A" \rightarrow "A \leftrightarrow A" \gg \\ \text{"ceci est A"} \\ \text{Un même jugement} \end{array}$$

Si nous considérons les quatre « A » de ma formule, nous voyons qu'ils expriment en même temps

1. l'unité/identité biographique de la vie d'un même homme, jalonnée en deux étapes
2. l'unité/identité d'un seul et même jugement concernant quatre occurrences d'un même objet (A) à la fois physique, graphique, symbolique, logique.

Comme le *même* homme doit bien avoir parcouru chacune des étapes nécessaires à la finale apparition de la vérité mathématique devant sa conscience (apprendre à parler, apprendre à lire, apprendre à calculer...), je suggère qu'une

une première équivalence *quantitative* peut être établie: dans la mesure où ces quatre « A » sont le même « A », dans cette même mesure l'homme qui, grâce à l'application persévérante d'une seule et même force d'apprentissage, passe de l'un à l'autre... est *un même* homme.

Cela dit, pourquoi, ai-je ressenti l'exigence d'établir une telle correspondance entre **l'évolution biographique** d'un même homme et **l'évolution du sens** d'un même objet graphique/symbolique ?

C'est ici que *ma propre* biographie peut fournir un éclaircissement. Je suis né en 1967 : ce qui signifie que j'ai pris de plein fouet la vague des « mathématiques modernes ». De plein fouet signifie que pour moi les mots de ces textes étaient la vérité définitive, et ces textes parlent comme cela (p.38):

(14) « Définition. - On appelle puissance d'un nombre relatif le produit de plusieurs facteurs, tous égaux à ce nombre : $a^n = a \cdot a \cdot a \dots \cdot a$ (n fois) [...]. Sur la base de cette définition de puissance, l'écriture a^1 serait *dépourvue de sens* ; on pose alors par convention que cette base est égale à a , à savoir $a^1 = a$ - [...] Supposons maintenant a^0 , et considérons l'identité $a^n : a^n = 1$ (le quotient d'un nombre divisé par lui-même est égal à l'unité); si dans l'égalité qui exprime la propriété citée nous posons $m=n$, nous obtenons $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$, qui est un écriture formellement *dépourvue de sens*. Puisque nous avons constaté que $a^n : a^n = 1$, il est *spontané de poser la convention* $a^0 = 1$. » [Chiellini 1980: 85-88. Ma trad. L'italique est de moi.]

« Sur la base de notre définition de la puissance dans les termes d'une suite de multiplications, les expressions « a^0 » et « a^1 » seraient *dépourvues de sens* – car une multiplication avec un seul ou zéro facteurs n'a pas de sens – : il est donc *spontané de poser par convention* qu'elles sont néanmoins *valables* ».

Ces mots décrivent parfaitement ce qui a provoqué dans mon esprit le « tournant pédagogique » qui a inspiré toutes mes recherches le long de dernières 12 années. L'auteur nous dit deux choses : qu'une certaine évidence mathématique ici et maintenant devant nous est « *totale*ment *dépourvue de sens* » et que dans un cas pareil notre « *réaction spontanée* » est de « *poser par convention* » etc.

La première affirmation (le manque de sens d'une opération sur aucun ou un seul élément) est la conséquence immédiate de la définition de l'opération mathématique dans les termes que Bourbaki utilise dans ce passage (p.44)

(DIAPO 5)

20 I. « **Faire de l'Algèbre, c'est essentiellement calculer, c'est-à-dire effectuer, sur des éléments d'un ensemble, des « opérations algébriques** », dont l'exemple le plus connu est fourni par les « quatre règles » de l'arithmétique élémentaire. [...] »
 II. Dépouillée de tout caractère spécifique, la notion commune sous-jacente aux opérations algébriques usuelles est fort simple : **effectuer une opération algébrique sur deux éléments a, b d'un même ensemble E, c'est faire correspondre au couple (a, b) un troisième élément bien déterminé c de l'ensemble E.** » [Bourbaki 1970 : 1.]

La deuxième affirmation de Chiellini, en revanche, incarne l'orientation générale d'une **politique éducative** : elle nous dit non pas ce qui est effectivement *spontané* dans un cas pareil – lors de notre première rencontre avec un flagrant *non sens* mathématique – mais ce qui *doit le devenir*, étant donné les finalités fondamentales de l'enseignement des mathématiques dans notre civilisation.

En fait, si nous observons la **Fig.3 (p.37)** dans mon texte...

Non conventionnelle progression des exposants

I	II	III	IV	V	VI	→
2⁰	2¹	2²=4	2³=8	2⁴=16	2⁵=32

...nous pouvons ré-vivre en directe le moment même où notre mouvance spontanée ne décide certes pas de « *poser par convention* » quelque chose de totalement incompréhensible, mais bien au contraire se demande ce que l'âme Socrate se demande dans le célèbre livre VIIe de la *République* autour des flagrants non-sens que seules les mathématiques sont en état de produire avec un tel degré de violence : *ti pote semainei*... qu'est-ce qu'il est en train de se passer ?

La limite qui sépare les passages I-II des passages III etc. dans la Fig.3 identifie donc très clairement le moment où **la biographie d'un homme** a l'occasion de prendre un tournant tout à fait imprévu et inoubliable, essentiellement à cause du fait qu'un certain **enchaînement graphico/symbolique** a pris à son tour un tournant tout à fait imprévu, qui demande une profonde et définitive résignification de ce que l'on est en train de faire et savoir, lorsqu'on « *fait de l'algèbre* » comme Bourbaki s'exprime : et cela, soit que l'on décide pour la « **convention** », soit que l'on décide pour la voie socratique et cartésienne de la **méditation**.

Mon idée est en synthèse que **ce moment si crucial est insécablement d'ordre mathématique et éthico/pédagogique** : le mathématicien créatif n'est à mon sens en fait nul autre que l'élève/enseignant qui *refuse* de se résigner au non-sens soudainement apparu sur la surface de ce que jusqu'ici était la pierre de comparaison de tout ce qui est vrai, évident, fondé, indubitable... et qui considère comme « spontané » ce sens « pure et noble de la démonstration » dont parle Dedekind dans sa célèbre lettre à Lipchitz du 1876 (p.320, note 9)

⟨N8⟩ « **Mais n'est-il pas proprement révoltant** que l'enseignement des mathématiques à l'école passe pour un moyen éminemment efficace pour former l'entendement, alors qu'aucune autre discipline (comme par ex. la grammaire) ne tolérerait un seul instant des infractions si grossières à la logique ?

Si l'on ne veut pas procéder scientifiquement, ou si on ne peut le faire faute de temps, **que l'on soit au moins honnête et qu'on l'avoue aussi franchement aux élèves déjà si enclins à croire un théorème sur parole du maître ; cela vaudrait mieux que d'étouffer ce sens pur et noble de la vraie démonstration en usant des pseudo-démonstrations** » [À Rudolph Lipschitz. Dedekind 1876 : 41]

Ce que je viens d'exposer explique donc l'impulsion primordiale et toujours agissante qui m'a conduit à la suite développementale, biographique et sémantique de mes quatre A. Les mathématiques telles que je le prends en considération dans cette thèse sont l'horizon toujours éclairé d'une incessante activité de *résignification*, et étant donné la force des évidences qui les constituent, tout choix interprétatif qui se fait à l'intérieur de cet horizon a un poids éthico/pédagogique que rien ne peut égaler au niveau de nos apprentissages de base.

En somme, à l'opposé de ce que Bourbaki affirme, « calculer » est pour moi *essentiellement* prendre des décisions responsables autour du sens des symboles qui s'entresuivent devant nos yeux et dont la voix – qui est la nôtre – retentit dans nos oreilles. Un « mental humain » existe signifie donc, enfin, un homme existe, qui a la force d'attribuer un sens nouveau à ses pratiques de vie et de connaissance, là où *tout sens* paraîtrait au contraire avoir fait définitivement naufrage.

III. L' HYPOTHESE DE TRAVAIL ET LA VOIE SUIVIE POUR LA FONDER

Tout ce que j'ai dit jusqu'ici rend bien visible l'objet mathématique que j'ai visé dès le début. Il s'agit à proprement parler non pas d'un objet mais d'un *phénomène*, que je fais agir comme la voix la plus essentielle de l'activité mathématique. Aussi paradoxal qu'il soit, ce phénomène est celui de la *disparition du sens* de nos symboles, qui nous laisse en présence de leur pure et simple apparence graphique.

J'ai cherché dans la phénoménologie de la dissolution du sens de nos symboles cela même que les textes cités refusent : non pas un épisode à refouler au nom de la « convention » mais bien au contraire l'expression de la nature essentiellement *bipolaire* du dynamisme propre à la transformation mathématique.

Vous avez un exemple éminent de cette perspective dynamique, phénoménologique et développementale au §3.2 (p.37-38), où je montre que du point de vue à la fois opératoire et subjectif, que la ratio de la suite grandeurs → nombres naturels → rationnels-relatifs → réels est celle de la transformation, qui se répète à chaque passage, d'une impossibilité absolue en une nécessité aussi absolue que cette même impossibilité de départ.

Exemple : l'opération $3 : 2$ est impossible, car 3 n'est pas pair – à savoir $3 \neq 2n$, et toutefois l'opération $3/2 \times 2 = 3$ est une *évidence*. Soit donc $3/2 = a$. Nous dirons alors que $2a = 3 \dots$ ce qui est *impossible*, à moins que nous ne décidions que a est un nouveau nombre, c'est-à-dire un nouveau sens du même mot « nombre ». Nous avons ainsi **créé une évidence** en transformant une **impossibilité** en une **nécessité**.

Cette **dynamique de « trans-modalisation »** est pour moi le fil rouge qui conduit, sans solution de continuité, de la première apparition des nombres pairs/impaires au sein des « grandeurs » (en principe toujours dichotomisables, donc « paires ») jusqu'à l'apparition des nombres réels au cœur du corps de rationnels.

$$G \rightarrow N \rightarrow Q \rightarrow R$$

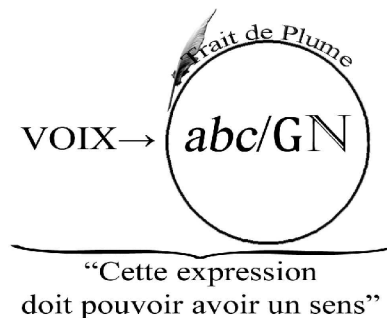
$$G \rightarrow 3:2 \rightarrow 3/2 \rightarrow \sqrt{2}$$

De même que $3/2$ du point de vue des naturels, $\sqrt{2}$ est un nombre impossible du point de vue des rationnels, et toutefois il devient par là même, justement au travers d'une telle déclaration d'impossibilité, la graine d'une nouvelle dimension de l'évidence nécessaire. Mon idée a donc été la suivante :

La vie la plus intime et vraie
de l'activité mathématique est exprimée essentiellement
par cette **pulsation trans-modale du sens**.

En dévoilant donc dès maintenant le résultat final de mon parcours démonstratif, ce que j'ai fait est de suivre la plus élémentaire des exigences de continuité, en reculant mon attention expérimentale jusqu'à *avant* le moment où la première dichotomie grandeurs/nombres fait son apparition devant notre conscience, et cela, bien entendu, sans jamais quitter notre phénomène de référence, qui est la présence d'une évidence mathématique *écrite* devant notre attention).

Ce que j'ai obtenu apparaît dans la Fig.83' de mon travail (p.253)



Dans cette image, le périmètre d'un seul et même « trait de plume » enferme le monde de l'écriture mathématique alpha/numérique. Cela signifie qu'une préalable dichotomie lettres/grandeurs-nombres doit articuler le monde de la lecture/écriture, *avant* que la dichotomie entre grandeurs/nombres (Diapo 11) ne puisse à son tour faire son apparition.

De sa part, ce même « trait de plume » – la *grammé* d'Euclide – capable de véhiculer des évidences mathématiques une fois que nous avons appris à lire, ne peut acquérir cette vertu *purement subjective* que grâce à l'intervention intentionnelle de notre *voix* sur des simples graphèmes perçus. (cf.§11 « L'arabesque de Galilée » - §11.1 La fréquence de la voix et la naissance de la *grammé*, pp.217-228).

Ma perspective est donc éminemment **dynamique et développementale** en ce qu'elle regarde aux mathématiques comme à un phénomène irréductiblement bipolaire et mouvant, qui se déploie à tous les niveaux suivant la directrice développementale de notre apprentissage.

Quant à l'assertion qui apparaît dans la Fig.83', elle a une « saveur » manifestement *transcendante*, qui s'explique désormais très bien sur la base de ma « dynamique trans-modale de pulsation du sens ». Selon Kant (citation (15) p.40)

15 « Montrer comment un certain concept est un **principe qui explique la possibilité d'autres connaissances synthétiques a priori**, voilà ce que j'appelle en faire une exposition **transcendante** » [Kant, 1787a : 145,73.]

Si un mouvement *transcendantal* de notre pensée signifie qu'elle se rapporte – en la [re]mettant en question – à la *possibilité* d'une certaine vérité apriori (comme $a^1=a$), alors la *perplexité* devant une opération mathématique à la fois évidente et incompréhensible est une mouvance transcendante animée par l'intention inébranlable *qu'un sens* doit bien demeurer intact sur le fond d'une vérité si incompréhensible.

Ma démarche vise donc à bien isoler expérimentalement un **champ d'attention transcendante** à l'intérieur duquel notre phénomène de pulsation polaire du sens prend corps, et ce champ nous confronte à deux éléments résiduels frontalement disposés : d'une part **nos mots** – qui doivent bien *garder un sens* lorsque nos symboles nous ont abandonnés – et de l'autre **nos graphèmes**, qui se chargent néanmoins de rester la présence bien signifiante *d'une énigme*, jusqu'au moment où ce *non-sens* se transformera en un *sens nouveau*.

La dimension externe où cette frontalité essentiellement **génétique, évolutive et développementale** entre mots et graphèmes prend corps est le **champ de l'apprentissage scolaire**, tandis que sa dimension interne est le **mental humain**, qui se définit en conséquence comme une force herméneutique incessamment rayonnant de notre présence, et qui doit être bien présente et agissante tout le long d'une « oscillation complète » du sens : évidence, impossibilité, nouvelle évidence.

IV. LES ETAPES DE MON ARGUMENTATION

Tout ce que je viens d'exposer explique bien la structure de la deuxième et de la troisième partie de mon travail [*Réorienter le développement*, et *Redonner une voix à l'homme*]. Du point de vue méthodologique, je poursuis la fondation d'une *dynamique évolutive du sens* à l'intérieur de la biographie d'un homme. Cela me situe sur la directrice qui très explicitement lie l'œuvre de Jean Piaget à celle de Galilée.

«(60) « **Toute connaissance**, qu'elle soit d'ordre scientifique ou relève du simple sens commun, **suppose un système, explicite ou implicite, de principes de conservation**. Dans le domaine des sciences expérimentales, il n'est pas besoin de rappeler comment l'introduction de la conservation du mouvement rectiligne et uniforme (principe d'inertie) a rendu possible le développement de la physique moderne, ni comment le postulat de la conservation du poids a permis à Lavoisier d'opposer une chimie rationnelle à l'alchimie qualitative.

Il est évident que la pensée arithmétique n'échappe point à une telle règle. Un ensemble ou une collection ne sont concevables que si leur valeur totale demeure inchangée quels que soient les changements introduits dans les rapports des éléments [...] **Un nombre n'est également intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même quelle que soit la disposition des unités dont il est composé** : c'est ce qu'on a appelé l'« invariance » du nombre. » [Piaget 1941 : 16-17]

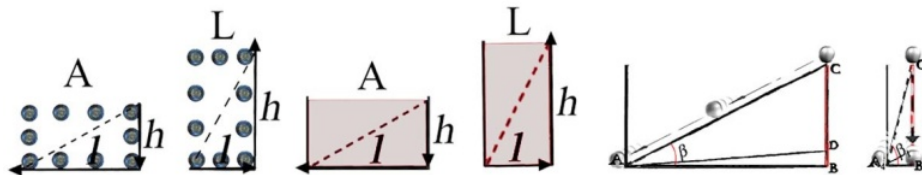
Toute connaissance – écrit Piaget dans ce passage extrait de *La genèse du nombre chez l'enfant* – **suppose un système, explicite ou implicite, de principes de conservation**. Cela a été le cas de la physique de Galilée et de la chimie de Lavoisier. « La pensée arithmétique n'échappe point à une telle règle : car un nombre n'est également intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même quelle que soit la disposition des unités dont il est composé ».

Jean Piaget se propose donc de répéter, au niveau des transformations mentales qui jalonnent notre développement, la même opération de *mathématisation* que Galilée a réalisée dans le domaine des transformations physiques. Mon souci majeur est d'autre part celui de montrer (cf. §10.1 (1)(2) p. 174-182, particulièrement 174-176 et 181) que, *reciproquement* la perspective de Galilée est à son tour rigoureusement génétique, en ce que sa dynamique mathématisée fonde une vision *cosmogonique* des phénomènes.

Piaget est bien le Galilée de la psychologie, en ce qu'il se propose de mathématiser nos cinématiques mentales en les ramenant à leurs structures dynamiques fondamentales, qui sont exhaustivement modélisables, selon lui, au travers de la **structure algébrique du groupe**.

Tout au long du §6 je m'occupe de montrer l'isomorphisme très rigoureux qui lie **les démarches galiléennes** visant à établir et mathématiser un principe de conservation en physique, et **les démarches piagétienne**s, visant à mathématiser la source intérieure et purement subjective de cette même exigence conservatrice.

(Fig.33 p.95)



Cette figure (la Fig.33 p.95) montre ce que j'ai obtenu en empruntant ce chemin : l'évidence d'un phénomène développemental de *décalage* entre les difficultés *perceptives* que les enfants en âge préscolaire interrogés par Piaget ont à « conserver le nombre » et la « quantité continue » lorsque l'apparence perceptive d'un certain récipient (contenant des jetons ou de la boisson) passe du « couché » au « dressé », et les difficultés *projectives* endurées par les interlocuteurs de Salviati dans le *Dialogue sur les grands systèmes* de Galilée, lorsqu'il s'agit de saisir la conservation d'une même constante physique. Ici (les deux figures sur la droite) un même « élan » se conserve malgré la grande différence d'inclinaison entre les deux plans inclinés, et les pauvres Simplicio et Sagredo doivent endurer des sérieuses difficultés pour s'en convaincre.

J'en conclus que Piaget a bien raison lorsqu'il défend la « continuité fonctionnelle » de nos mécanismes mentaux tout le long de notre développement : de notre enfance jusqu'aux plus hauts sommets de la science une même « dynamique expérimentale » intervient sur notre monde, interne et externe, pour lui donner une cohérence et une cohésion toujours plus riche et profonde.

Or, sur cela j'oppose très vivement les résultats de la recherche piagétienne aux critiques que lui a adressées la psychologie évolutive (notamment américaine) pendant les dernier 40 ans (§6.2, pp.75-83).

En fait, si Piaget a compris qu'une irréductible distance évolutive sépare le mental ordinaire (et donc enfantin) du nombre pleinement mathématique, ces chercheurs ont en revanche montré la présence indéniable d'un « nombre »

chez les nourrissons et même chez les animaux. Il s'agit d'un résultat certes précieux, mais cela n'empêche que la démarche de ces psychologues n'est pas en mesure d'établir une vraie et pleine continuité entre la « numérosité » saisie par l'enfant préscolaire et l'évidence mathématique appréhendée par ce même enfant une fois qu'il a appris à lire.

En synthèse : un vide sépare le *nombre indéniablement perçu* par les petits et le *nombre lu et calculé* par leurs frères aînés, et de ce vide ni Piaget ni ses adversaires ne savent nous rendre compte.

C'est bien sur ce gouffre que je me suis proposé de jeter un pont, et je l'ai fait en renouant les processus mentaux des petits non pas à ceux de notre pensée adulte ordinaire, mais bien au contraire aux procédés mis en œuvre par les grands mathématiciens qui ont fait la gloire de notre science.

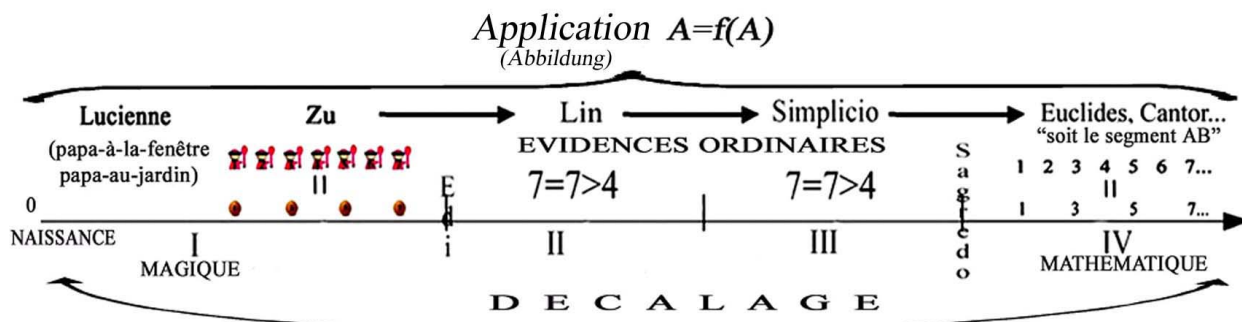
Cette hypothèse de travail est bien exprimée par cette image...



... qui montre un indéniable isomorphisme entre la « faiblesse » du mental enfantin, incapable de faire de la correspondance *un-à-un* un critère de détermination de la quantité d'éléments d'un ensemble donné – car l'enfant reste victime de l'équivalence perceptive des deux ensembles comparés – et la force mentale du grand mathématicien, qui transforme cette même erreur en une extraordinaire source de vérité.

Ma conclusion a été que le grand mathématicien est un enfant préscolaire « décalé ». C'est ici que mon modèle développemental explicitement abandonne l'orthodoxie piagétienne, pour procéder vers une intuition à mon sens plus cohérente et complète de nos transformations mentales, tout le long de notre vie.

(Fig. 43 p.120)



Ce qu'il faut retenir de cette image (Fig.43 p.120) est l'identité fondamentale que j'établis entre les dynamiques profondes et primordiales de notre esprit enfantin (magique et syncrétique), et la force créatrice qui propulse les mouvances mentales du grand mathématicien. Au milieu, nous observons le monde des évidences ordinaires, aussi incapables de comprendre le monde magique de l'enfant que d'atteindre les visions « bewildering and exotic » (Gelman and Gallistel : cit. (79), p. 81) des grands mathématiciens.

Quant à la notion logiciste d'« application » $a=f(a)$, il s'agit de ma riposte à l'option bourbakiste qui rend nécessaires au moins deux éléments déjà existants pour qu'une opération algébrique ait lieu, et qui conduit à la déclaration de non-sens de $a^1=a$.

Mon idée est, en un mot, est que non pas la structure déjà structurée du groupe (avec sa réversibilité caractéristique) mais seulement celle, *irréversiblement structurante* de l'« Abbildung » à la racine **dynamique** de toute **cinématique** groupale, peut rendre compte de l'unité globale de notre évolution mentale, c'est-à-dire de l'**entière biographie d'un seul et même sujet opératoire**.

Le sens de cette re-modélisation des mécanismes fondamentaux de notre pensée dans les termes **d'un fond dynamique pré-groupal et d'une surface cinématique groupale** déjà achevée est bien saisissable si nous revenons à cette « pulsation trans-modale du sens » qui définit ma perspective dynamique, et que je vois agir tout le long de notre apprentissage mathématique.

En bref : si, le moment venu, le groupe des nombres rationnels fait son apparition au cœur du nombre naturel, cette structure est bien *impossible* du point de vu de ce même monde de provenance, qui est pourtant bien nécessaire pour

que cette apparition se produise. Il faut donc tout simplement *refouler* l'instant où le mathématicien a eu le courage de forcer le 3 à se diviser en deux parties égales, en créant de la sorte une entité impossible (un nombre $2n$ impair) et pourtant évidente, pour ne pas reconnaître **qu'à ce premier passage des naturels aux rationnels ne correspond pas une opération inverse.**

Autrement dit : **la mise-en-action d'un groupe n'est pas un groupe, car elle a un sens, une orientation interne par rapport à laquelle on ne revient pas en arrière**

Dans le §8 je m'occupe de fonder cette affirmation au niveau directement mathématique : je discute la notion de groupe tant du point de vue historique que directement formel, et je me trouve confirmé en mon hypothèse.

Il s'agit d'une conclusion, on le voit bien, tout à fait fondamentale, car elle me permet de souder une perspective directement mathématique à ce que j'ai dit à propos du champ transcendantal (scolaire et mental) où se déroule la totalité de notre apprentissage.

Notre vie entière en résulte caractérisée par une inépuisable activité de [ré]orientation de nos cadres cognitifs et existentiels, qui acquièrent de la sorte un **sens toujours nouveau** et tout à fait irréductible à leur monde de provenance.

Toute la troisième et dernière partie de mon travail – *Redonner une voix à l'homme* – vise à analyser cette hypothèse, et à montrer que cette activité d'incessante réorientation n'est pas, à son origine, d'ordre spatial et en ce sens « matériel », mais irréductiblement **herméneutique : l'orientation dans l'espace est en réalité le phénomène de surface d'une activité de résignification du sens de nos cadres de vie, c'est-à-dire de notre histoire.**

Ce que je fais dans cette partie finale est donc de *rendre le sens à lui-même*, en en faisant la matière première de notre corps : une matière bien *matérielle* donc – car nous sommes *indéniablement* de la matière – mais dont la substance ultime ne sont pas des « atomes » ou des « particules » opaques à toute signification, mais des événements et des histoires qui tissent la trame d'un tissu essentiellement *narratif*.

Je fonde cette hypothèse à tous les niveaux de l'enquête : (1) métaphysique – en redécouvrant la notion aristotélicienne de l'être en puissance – ; (2) physique, en soumettant à une analyse très détaillée les phénomènes fondateurs de notre science : les phénomènes mécaniques du pendule, du plan incliné, du choc entre deux corps, ainsi que les phénomènes électriques de la pile et de la dynamo.

Il en résulte que rien ne nous permet de dire que la matière qui nous constitue est faite de « choses spatiales » comme Einstein le dit (cf.§10.1(0) p. 172), et que les phénomènes nous obligent à reconnaître – avec Wittgenstein – que la trame du monde est celle d'une suite d'événements, qui trouvent leur expression éminente dans le phénomène de la *fréquence*, c'est-à-dire du *temps interne* qui jalonne la vie et la voix des faits que nous sommes, et qui nous entourent.

Finalement, (3) j'explore la dimension logico/mathématique de cette affirmation, en me proposant de montrer que l'unité interne du phénomène de la démonstration mathématique est d'ordre univoquement événementiel et narratif, car l'éclat d'une évidence mathématique n'est enfin rien d'autre que le reflet de la force expressive (la **voix**) que notre être projette sur le monde, en *prétendant* que « tout ce qui se passe » puisse avoir un sens.

Dans le §10-§11 j'ai en somme l'ambition de démontrer que *la voix humaine* – l'intention de parler – *est à la racine de sa propre fréquence*, de son isochronisme et de son individualité absolue : la fréquence de notre voix est le fruit de notre inébranlable intention de nous exprimer, *et pas l'inverse*.

Grâce à ce renversement, notre voix (sa sonorité perceptible) s'avère être le fruit d'une « attraction fréquentielle » exercée par notre être corporel – désireux de s'auto-manifester – sur l'un de ses membres (nos cordes vocales).

Ce processus d'autre part se répète identique dans le cas de l'apprentissage à lire/écrire, car c'est bien notre voix qui engendre la transformation d'une ligne d'encre en un enchaînement d'expressions signifiantes, immédiatement transparentes au sens que nous percevons à leur intérieur.

Si j'ai raison, alors une même force – **la force de donner un sens à notre vie personnelle et incarnée** – engendre premièrement la formation de notre **voix**, ensuite celle de notre **écriture**, pour finalement faire éclater, au sein de cette même écriture, la lumière de l'**évidence mathématique**, qui n'est autre que le retentissement final de ce postulat fondateur : « *ma vie, le monde que j'habite et qui m'habite doit bien pouvoir avoir un sens* ».

La thèse rejoint ainsi sa conclusion.