



HAL
open science

Application de techniques de commande avancées dans le domaine automobile

Guillermo Pita Gil

► **To cite this version:**

Guillermo Pita Gil. Application de techniques de commande avancées dans le domaine automobile. Automatique / Robotique. Supélec, 2011. Français. NNT: . tel-00591522v1

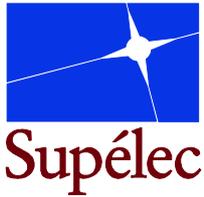
HAL Id: tel-00591522

<https://theses.hal.science/tel-00591522v1>

Submitted on 9 May 2011 (v1), last revised 2 Jul 2013 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2011-02-TH

THÈSE DE DOCTORAT

SPECIALITE : PHYSIQUE

Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des
Télécommunications et des Systèmes »

Présentée par :

Guillermo PITA GIL

Sujet :

Application de techniques de commande avancées dans le domaine automobile

Soutenue le 28 mars 2011 devant les membres du jury :

M. Michel BASSET	Université de Haute Alsace – Laboratoire MIPS	Rapporteur
M. Patrick BASTARD	Renault	Examineur
M. Samuel CREGUT	Renault	Invité
M. Didier DUMUR	Supélec	Directeur de Thèse
M. Emmanuel GODOY	Supélec	Co-Directeur de Thèse
M. Edouard LAROCHE	Université de Strasbourg - LSIIT	Examineur
M. Saïd MAMMAR	Université d'Evry Val-d'Essonne - IBISC	Rapporteur
Mme. Dorothée NORMAND-CYROT	CNRS – LSS	Présidente

Remerciements

Je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude et reconnaissance à mon directeur de thèse et Professeur à Supélec Didier Dumur et à mon co-directeur de thèse et Professeur à Supélec Emmanuel Godoy. Leur disponibilité, soutien et surtout patience ont été des éléments déterminants dans la réussite de ma thèse. Je ne saurais pas dire à quel point je leur suis reconnaissant pour tout ce qu'ils m'ont appris, en tant qu'élève de l'école dans un premier temps et en tant que doctorant ensuite.

Je remercie Monsieur Samuel Crégut, chef d'UET chez Renault pour m'avoir accueilli dans son équipe et pour l'encadrement dont j'ai pu bénéficier pendant ma thèse.

Je remercie Monsieur Marco Marsilia, Ingénieur chez Renault, pour sa disponibilité constante et pour m'avoir transmis le goût de l'application de l'Automatique dans un cadre industriel.

Je remercie Monsieur Patrick Bastard, Directeur de l'Electronique et des Technologies Avancées chez Renault, qui m'a fait l'honneur de juger mon travail de thèse et qui a eu confiance en moi pour me permettre de poursuivre ma carrière chez Renault.

Je remercie Michel Basset et Saïd Mammar, Professeurs des Universités pour avoir formulé des remarques constructives sur mon travail en tant que rapporteurs.

Je remercie Edouard Laroche, Professeur des Universités, pour avoir accepté de participer à ma soutenance.

Je remercie également Dorothée Normand Cyrot, Directrice de Recherche CNRS-LSS pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Je remercie Gilles Duc, Professeur à Supélec, pour avoir su éveiller en moi la curiosité et la passion pour l'automatique quand j'étais encore étudiant en deuxième année à Supélec. Qu'il soit également remercié pour les nombreux échanges qui tout au long de ma thèse m'ont permis de mieux comprendre les méthodes et techniques de commande robuste.

Je remercie Vincent Talon, Ingénieur chez Renault, pour sa disponibilité, sa patience et la qualité de son encadrement.

Je remercie Luc Bourgeois, Expert Leader Control Technology chez Renault et Christian Taffin, Chef de service chez Renault pour l'accueil chez Renault et pour m'avoir permis de réaliser ma thèse dans les meilleures conditions possibles.

Je remercie tous les doctorants qui, à un moment ou à un autre, ont croisé mon chemin à Supélec et chez Renault. Qu'ils soient remerciés pour leur bonne humeur, leur sympathie, leur courage, leur détermination et leurs conseils scientifiques et humains.

Avant de conclure je veux remercier le corps enseignant de Supélec, en particulier les enseignants du département d'automatique, pour m'avoir appris une grande partie des

connaissances qui m'ont enrichi en tant que scientifique et qui m'ont permis de soutenir ma thèse.

Pour conclure, je veux remercier ma famille et tout particulièrement mes parents, pour leur soutien inconditionnel et pour m'avoir transmis les valeurs du travail et de la persévérance à travers leur exemple.

Avant-propos

Le travail présenté dans cette thèse a donné lieu à la publication d'un certain nombre d'articles à l'occasion de différents congrès internationaux avec actes et de communication sans actes, et de quatre brevets.

Conférences internationales avec actes

- G. Pita Gil, E. Godoy, D. Dumur, M. Marsilia, S. Crégut, "Stratégie de récupération d'énergie au freinage sur véhicules électriques et hybrides", *CD-Rom Proceedings de la 10^{ème} Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA)*, Nancy, France, 2-4 Juin 2010.
- G. Pita Gil, E. Godoy, D. Dumur, M. Marsilia, S. Crégut, "Robust non-linear controller for automotive vehicle handling", *European Control Conference ECC'09*, pp. 4822-4827, Budapest, Hongrie, 23-26 Août 2009.
- G. Pita Gil, V. Talon, G. Sandou, E. Godoy, D. Dumur, "Robust non-linear control applied to internal combustion engine air path using particle swarm optimization", *IEEE Multi-Conference on Systems and Control MSC-CCA*, CD-Rom Proceedings, Saint Petersburg, Russia, 8-10 Juillet 2009.

Communications sans actes

- G. Pita Gil, E. Godoy, D. Dumur, M. Marsilia, S. Crégut, "Méthodes et Outils pour la Synthèse et l'Analyse en Robustesse. Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile", GT MOSAR du GDR MACS.
- G. Pita Gil, E. Godoy, D. Dumur, V. Talon, "Commande robuste de la chaîne d'air du moteur D4FT", Journées des doctorants ACHILE (Renault).

Brevets internationaux :

- "Stability indicator for optimization of regenerative braking and stability"
- "Optimized control laws for brake's torque blending on electrical and hybrid vehicles"
- "Anti-shake filter for regenerative braking"
- "HS4EV: Hold Stop For the Electrical Vehicle"

AVANT PROPOS	5
CHAPITRE I : INTRODUCTION	11
CHAPITRE II : OUTILS POUR LA COMMANDE : SYSTEMES LPV/Q-LPV ET OPTIMISATION METAHEURISTIQUE	15
1. Les systèmes LPV/q-LPV	18
a. Les modèles LTI	18
b. Les modèles LTV	18
c. Les modèles LPV	19
d. Les modèles q-LPV	19
2. Modélisation des systèmes LPV et q-LPV	19
a. Représentation affine des systèmes LPV/q-LPV	20
b. Représentation polytopique des systèmes LPV/q-LPV	20
i. Rappels de topologie	20
ii. Représentation	21
c. Représentation LFT	22
d. « Règles » de mise en forme	23
3. Synthèse de correcteurs LPV/q-LPV	24
a. Synthèse LPV H_∞	24
i. Rappels théoriques	24
ii. Synthèse du correcteur	27
b. Synthèse par placement de pôles	30
4. L'optimisation	33
a. Définition du problème	33
b. Les classes de problèmes d'optimisation	33
i. Classification en fonction de la fonction de coût	34
ii. Classification en fonction des contraintes	34
iii. Classification en fonction du type de minimas	35
c. L'optimisation convexe	36
5. Optimisation LMI	36
a. Inégalités matricielles linéaires (LMI)	37
b. Principes de résolution d'un problème LMI	37
6. Optimisation métaheuristique	39
a. Principe	39
b. Les classes de méthodes	40
c. Les essaims particuliers	45
i. L'algorithme PSO Standard	45
ii. GCPSO	48
iii. Optimisation multicritère	49

CHAPITRE III : CONTROLE DE LA TRAJECTOIRE D'UN VEHICULE AUTOMOBILE	53
1. Architectures de commande.....	55
a. Architecture existante	55
b. Architecture de commande proposée.....	56
i. Observateurs	57
ii. Guidage	60
iii. Pilotage	60
2. Modélisation	61
a. Modèle dynamique du véhicule.....	61
b. Mise sous forme q-LPV	63
c. Modélisation des actionneurs.....	66
d. Le différentiel.....	67
3. Synthèse de correcteurs.....	84
a. H_{∞} quasi-LPV	84
b. Retour linéarisant	87
i. Boucle externe H_{∞}	89
ii. Boucle externe double PI optimisé	95
4. Génération des signaux de consigne	96
a. Consigne de vitesse longitudinale.....	96
b. Consigne de vitesse de lacet	99
5. Génération des signaux de commande.....	100
a. Changement de variables inverse.....	100
b. Prise en compte du différentiel	103
6. Résultats de simulation	103
a. Le modèle de validation.....	103
b. Scénarios de validation	104
i. Scénario 1 : vitesse longitudinale	104
ii. Scénario 2 : vitesse de lacet	105
iii. Scénario 3 : le rond-point.....	107
c. Implications sur la stabilité du véhicule en virage.....	108
d. Conclusions.....	110
CHAPITRE IV : Contrôle d'un moteur à combustion interne	113
1. Le moteur à combustion interne	115
a. Classification des moteurs	115
b. Moteur à allumage commandé.....	116
c. Principe du downsizing.....	122
2. Modélisation	124
a. Modèle physique non-linéaire.....	126
i. Equations de la dynamique	126
ii. Calcul des débits et des températures	128
b. Modèle q-LPV utilisé pour la synthèse.....	135
3. Synthèse des correcteurs	138
a. Schémas de synthèse.....	138
b. Evaluation fréquentielle	140

Sommaire

4.	Validation des correcteurs.....	144
a.	Suivi des consignes	145
b.	Rejet de perturbations	145
CHAPITRE V : Récupération d'énergie au freinage		149
1.	Révolution de la demande : le phénomène écologique.....	153
a.	La demande	153
b.	L'offre	156
c.	Problématique de l'autonomie	158
2.	Solutions pour la problématique de l'autonomie	159
a.	Améliorer les batteries	159
b.	Réduire les pertes	160
i.	Quantification des pertes.....	160
ii.	Focus sur $M\gamma$	163
3.	Récupération d'énergie : le freinage découplé.....	169
a.	Description du système de freinage : composants physiques	169
b.	Stratégie de commande et problème des à-coups	174
i.	La répartition avant/arrière	175
ii.	Le torque blending	178
iii.	Le stability index.....	183
4.	Système anti à-coups.....	184
a.	Identification de la chaîne de transmission	185
b.	Justification de la forme du régulateur : synthèse H_∞	186
c.	Structure de la loi de commande.....	188
d.	Optimisation de la loi de commande	192
i.	Analyse des marges de stabilité	195
ii.	Analyse de robustesse	196
e.	Outil d'aide à la mise au point	200
f.	Résultats expérimentaux	203
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		207

Sommaire

MOTIVATION DES TRAVAUX DE THESE

Le but de cette thèse est d'étudier les applications potentielles des techniques avancées d'Automatique dans les problématiques actuelles dans le domaine de l'automobile.

Pourquoi ? Pour répondre à cette question, il est nécessaire dans un premier temps de décrire et comprendre les problèmes auxquels se confronte aujourd'hui l'industrie automobile (dans le périmètre contrôle-commande) et dans un deuxième temps rappeler quels sont les atouts des techniques et méthodes avancées de l'Automatique.

Actuellement l'industrie automobile doit faire face à deux problématiques très importantes :

- Compte tenu de l'augmentation de la demande, les systèmes embarqués deviennent de plus en plus complexes en raison du rajout de nouvelles fonctionnalités dans les véhicules. A titre d'exemple on peut citer le régulateur de vitesse, les quatre roues directrices, le GPS, ... Ces trois exemples n'ont pas été choisis au hasard : ils montrent à quel point les méthodes de l'Automatique sont devenues des éléments importants dans les applications pour l'automobile. En résumé, il faut être capable d'intégrer ces innovations dans les véhicules tout en assurant leur robustesse afin de maintenir les objectifs de qualité du produit.
- Le coût de développement des systèmes doit être diminué dans un contexte économique et concurrentiel de plus en plus difficile.

L'Automatique possède des caractéristiques intrinsèques qui apportent des éléments de réponse à certaines problématiques :

- L'utilisation des modèles pour la synthèse de correcteurs ainsi que pour l'analyse et la validation des solutions techniques est essentielle. Ces modèles reproduisant le comportement des systèmes physiques peuvent permettre d'analyser et de valider un certain nombre de solutions en utilisant les outils de la simulation numérique. Ces méthodes de plus en plus utilisées ont un coût faible comparé au coût des prototypes, même si la solution finalement retenue nécessite bien sûr d'être testée sur prototype. Il est essentiel de comprendre que dans cette thèse on ne propose pas de supprimer tout usage de prototypes. Bien au contraire, au cours des trois années de thèse les allers-retours entre les travaux faisant appel aux calculs sur ordinateur et les tests sur pistes d'essai ont amené à comprendre l'importance des essais sur prototype et la modestie des réponses qu'apportent les simulations fondées sur des modèles, aussi précis soient-ils. Cependant, il apparaît clairement, surtout pendant les premières phases de validation, que l'utilisation de modèles pour simuler le comportement du système est loin de son utilisation optimale en vue de la validation des solutions potentielles. Mais c'est dans des phases de conception plus en amont que l'utilisation des modèles est encore la plus sous-utilisée : lors de la synthèse des lois de commande ou du dimensionnement des capteurs et actionneurs.
- Elle se base sur des théories mathématiques solides telles que : l'analyse complexe, analyse de Fourier, transformée de Laplace, l'algèbre linéaire et bilinéaire, l'optimisation, etc. Elle met à disposition des outils méthodologiques, relativement puissants, susceptibles d'aider à résoudre des problèmes complexes.

Chapitre 1.- Introduction

- Elle est en perpétuelle évolution. La communauté scientifique est importante en nombre mais aussi en dynamisme (elle attire de plus en plus d'étudiants en mathématiques appliquées) et peut s'adapter face à des nouveaux problèmes qui sont souvent vécus comme des défis par la communauté scientifique.
- Ses domaines d'application sont aussi variés que les activités industrielles, sociales ou économiques. Cela aide à son développement à travers des moyens d'essai et fait bénéficier les différents domaines concernés par les sciences de l'ingénieur des avancées qui ont pu être réalisées pour des applications complètement différentes.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, l'objectif a été l'application des méthodes de la commande robuste pour différents aspects des problèmes de l'automobile souvent complexes. Comme exemples de techniques utilisées on peut citer la commande robuste, la commande non-linéaire, commande optimale, commande par modèle interne, optimisation LMI, optimisation métaheuristique etc. Afin de développer les travaux de commande des phases de modélisation importantes ont été nécessaires :

- pour mettre en place les modèles de simulation dans l'objectif de validation en simulation des solutions envisagées,
- pour reformuler les modèles de connaissance pour établir les modèles de connaissance et d'analyse pour la synthèse des lois de commande.

Ce mémoire est organisé autour de 6 chapitres. Le chapitre 2 présente et rappelle les outils théoriques de la commande robuste et l'optimisation. Une attention particulière est portée aux systèmes représentés sous forme LPV (Linéaire à Paramètres Variants), formulation bien adaptée aux problèmes abordés.

Dans le chapitre 3 sont abordés les problématiques des systèmes de freinage découplé (by wire) dédiés au contrôle de trajectoire. En plus des difficultés inhérentes à ce type de système, multivariable et non linéaire, la loi de commande doit prendre en compte les fortes interactions avec le conducteur.

Le chapitre 4 traite de la modélisation et de la commande de moteur essence downsized. Une des difficultés importantes dans ce type d'application, en plus de la modélisation complexe des moteurs thermiques, est la reformulation du modèle.

Enfin dans le chapitre 5, l'intérêt est porté sur le freinage récupératif des véhicules électriques. Cette thématique est tout à d'actualité en raison de l'intérêt croissant des constructeurs automobiles pour le développement des véhicules électriques. Dans ce type d'application, la gestion de l'énergie est un des éléments clé et les analyses montrent que dans une conduite urbaine et péri-urbaine le freinage entre pour 50% de la consommation du véhicule. Dans les problèmes abordés dans ce chapitre, plusieurs stratégies sont mises en avant pour fournir une réponse complète à la problématique de synthèse : commande H_∞ (pour définir la structure de commande la mieux adaptée), commande par modèle interne (comme réponse face aux retards du système) et optimisation (afin de réduire le temps de la mise au point et faciliter l'utilisation dans un environnement industriel des méthodes proposées).

STRUCTURE DU DOCUMENT

Comme mentionné précédemment, les aspects commande abordés dans ce mémoire sont structurés en trois chapitres principaux : chapitres 3 à 5. Ces chapitres détaillent les trois sujets abordés pendant les trois années de thèse : contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile, commande d'un moteur à combustion interne et commande du freinage récupératif d'un véhicule électrique.

Le chapitre 2 rappelle au préalable les principaux outils théoriques nécessaires à la compréhension des chapitres suivants.

CHAPITRE 3 : Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

Ce chapitre est consacré au contrôle de la trajectoire d'un véhicule équipé d'un système de freinage de type by-wire. Il propose une structure de commande inspirée du monde aéronautique avec deux boucles : le guidage et le pilotage.

La première boucle (la plus externe) est le guidage. Son but est de générer les consignes de vitesses longitudinale et de lacet en fonction des actions du conducteur et des mesures faites en temps réel sur le véhicule.

La deuxième boucle (la plus interne) s'assure que dans la mesure du physiquement possible les consignes sont suivies et les perturbations rejetées.

Plusieurs méthodes de synthèse sont proposées et comparées en simulation grâce à un simulateur non-linéaire très représentatif de la dynamique véhicule. Ce simulateur, MADA, a été développé conjointement par l'INRETS, PSA et RENAULT.

CHAPITRE 4 : Contrôle d'un moteur à combustion interne

Ce chapitre présente la problématique de la commande de la chaîne d'air d'un moteur essence turbocompressé à combustion interne. Cette problématique est bien connue dans le monde automobile et sa principale difficulté réside dans la non-linéarité du modèle du moteur.

D'un point de vue méthodologique, l'intérêt de ce chapitre est double :

- Le rajout de paramètres variables dans les filtres de pondération de la synthèse H_∞ pour mieux prendre en compte les souhaits et contraintes exprimés par les motoristes en vue d'affiner les réglages de la loi de commande.
- Afin de faciliter les réglages dans le contexte des applications automobiles, mise en place d'une procédure d'optimisation par essais particuliers a été mise en place pour la synthèse H_∞ sur les modèles quasi-LPV.

CHAPITRE 5 : Récupération d'énergie au freinage

Dans les premières sections de ce chapitre, une attention particulière est prêté à la motivation actuelle pour les véhicules électriques en présentant en particulier les problèmes intrinsèques d'un tel véhicule

La deuxième partie décrit en détail une des solutions technologiques qui permet d'exploiter un des leviers pour augmenter l'autonomie des véhicules électriques : la récupération d'énergie au freinage. L'intérêt pour un tel type de freinage est important en raison de la consommation d'énergie pendant ces phases (pour des cycles urbains et périurbains environ 50% de l'énergie est dissipée au freinage) et de la nécessité d'augmenter l'autonomie de ce type de véhicules.

Les premiers essais réalisés sur prototype ont permis d'identifier et de recalibrer le modèle de la chaîne de transmission. En particulier la caractérisation des paramètres de la partie élastique est importante en raison des à-coups lors de l'utilisation du freinage récupératif. Les modèles établis sont ensuite utilisés pour définir et optimiser une architecture et une loi de commande permettant de maximiser la récupération d'énergie tout en assurant le confort des occupants du véhicule.

Une retombée complémentaire à cette étude a été le développement d'un outil d'aide à la mise au point pour le réglage des lois de commande.

Finalement, un dernier chapitre propose des conclusions des travaux de thèse ainsi que les perspectives envisagées pour la poursuite éventuelle de ces travaux.

Chapitre 2 : Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

Dans un premier temps, ce chapitre introduit les principes de base de la modélisation et synthèse LPV et quasi-LPV (q-LPV). Les premier et deuxième paragraphes sont centrés sur la modélisation et décrivent les différentes formulations des systèmes LPV ainsi que les « règles » de mise sous forme q-LPV. Le troisième paragraphe décrit la synthèse de correcteurs LPV/q-LPV par des techniques H_∞ et placement de pôles.

Pour finir, ce chapitre introduit les principes de base de l'optimisation ainsi que leur utilité pour la synthèse de lois de commande. Le quatrième paragraphe décrit les principes de base de l'optimisation et les principales classes de problèmes. Le cinquième paragraphe décrit l'approche LMI pour la résolution des problèmes d'optimisation. Le sixième et dernier paragraphe de ce chapitre se concentre sur les méthodes d'optimisation métaheuristiques, en particulier les approches basées sur les essais particuliers.

TABLE DES MATIERES – CHAPITRE 2

1.	Les systèmes LPV/q-LPV	18
a.	Les modèles LTI	18
b.	Les modèles LTV	18
c.	Les modèles LPV	19
d.	Les modèles q-LPV	19
2.	Modélisation des systèmes LPV et q-LPV	19
a.	Représentation affine des systèmes LPV/q-LPV	20
b.	Représentation polytopique des systèmes LPV/q-LPV	20
i.	Rappels de topologie	20
ii.	Représentation	21
c.	Représentation LFT	22
d.	« Règles » de mise en forme	23
3.	Synthèse de correcteurs LPV/q-LPV	24
a.	Synthèse LPV H_∞	24
i.	Rappels théoriques	24
ii.	Synthèse du correcteur	27
b.	Synthèse par placement de pôles	30
4.	L'optimisation	33
a.	Définition du problème	33
b.	Les classes de problèmes d'optimisation	33
i.	Classification en fonction de la fonction de coût	34
ii.	Classification en fonction des contraintes	34
iii.	Classification en fonction du type de minima	35
c.	L'optimisation convexe	36
5.	Optimisation LMI	36
a.	Inégalités matricielles linéaires (LMI)	37
b.	Principes de résolution d'un problème LMI	37
6.	Optimisation métaheuristique	39

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

a. Principe	39
b. Les classes de méthodes.....	40
c. Les essaims particuliers.....	45
i. L'algorithme PSO Standard	45
ii. GCPSO	48
iii. Optimisation multicritère.....	49

TABLE DES ILLUSTRATIONS – CHAPITRE 2

Figure 1 - Modèle LFT	23
Figure 2 – Schéma de synthèse standard H_{∞}	27
Figure 3 – Lieu des pôles de la boucle fermée.....	30
Figure 4 – Classification des problèmes d’optimisation suivant la fonction de coût ..	34
Figure 5 – Exemple de minima locaux et minimum global	35
Figure 6 – Exemple de domaine convexe et non convexe.....	36
Figure 7 - Exemple d'échantillonnage probabiliste.....	39
Figure 8 - Phases de l'optimisation métaheuristique.....	40
Figure 9 - Algorithmes de population (a) ou de parcours (b)	40
Figure 10 - Algorithmes explicites, implicites et directs	41
Figure 11 - Classification des algorithmes métaheuristiques	42
Figure 12 - Chronologie des avancées des algorithmes métaheuristiques.....	43
Figure 13 - Représentation graphique de la règle de déplacement	46
Figure 14 - Pseudo-code de l’algorithme classique	47

1. Les systèmes LPV/q-LPV

Cette section s'intéresse tout particulièrement à la représentation des systèmes physiques par des modèles de type LPV et q-LPV. Ce type de modélisation d'un système physique a notamment pour avantage de décrire un plus grand nombre de systèmes que les modèles de type LTI.

Afin de pouvoir décrire les modélisations LPV et q-LPV, détaillons tout d'abord les formalismes LTI et LTV.

a. Les modèles LTI

Le formalisme LTI introduit des modèles linéaires et invariants. On dit qu'ils sont linéaires car l'équation différentielle qui décrit la dynamique et son équation de mesure est linéaire. On dit qu'ils sont invariants car les dynamiques restent inchangées en fonction du temps ou autrement dit l'équation différentielle qui décrit la dynamique et son équation de mesure est à coefficients constants.

Plusieurs représentations de systèmes LTI existent : représentation d'état (Eq. 2.1), fonction de transfert (Eq. 2.2) et pour les systèmes SISO (une entrée et une sortie) on peut aussi la définir par le gain statique, les pôles et les zéros.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.1)$$

avec: $x \in \mathfrak{R}^n$, $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$, $D \in \mathfrak{R}^{p \times m}$

$$G(s) = \begin{pmatrix} F(s) & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

où s est la variable de Laplace

b. Les modèles LTV

Les modèles LTV sont linéaires variables avec le temps. Cette famille de modèles permet de décrire un plus large spectre de systèmes physiques que les systèmes LPV. Les systèmes LTV sont linéaires (l'équation différentielle qui décrit la dynamique et son équation de mesure est linéaire), mais les coefficients peuvent être dépendants du temps. On dit alors que le système d'équations différentielles est non-indépendant.

La notion de fonction de transfert dans le cas d'un système LTV n'existe pas. Cependant, on peut toujours écrire le système d'équations différentielles (Eq. 2.3).

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x + D(t)u \end{cases} \quad (2.3)$$

avec: $x \in \mathfrak{R}^n, A \in \mathfrak{R}^{n \times n}, B \in \mathfrak{R}^{n \times m}, C \in \mathfrak{R}^{p \times n}, D \in \mathfrak{R}^{p \times m}$

c. Les modèles LPV

Les modèles LPV sont linéaires à paramètres variables. Il s'agit de systèmes d'équations différentielles dont les paramètres varient mais pas explicitement par rapport au temps (le système reste alors indépendant).

La représentation sous forme de fonction de transfert n'a plus de sens, mais par abus de langage on parle malgré tout de fonction de transfert pour des valeurs fixes des paramètres variables. La représentation sous forme d'état de ce type de système est décrite par l'équation 4.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = A(\theta)x + B(\theta)u \\ y = C(\theta)x + D(\theta)u \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\text{avec: } \begin{cases} x \in \mathfrak{R}^n \\ A(\theta) \in \mathfrak{R}^{n \times n} \\ B(\theta) \in \mathfrak{R}^{n \times n_u} \\ C(\theta) \in \mathfrak{R}^{n_y \times n} \\ D(\theta) \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u} \\ \theta \in P \subseteq \mathfrak{R}^M \end{cases}$$

d. Les modèles q-LPV

Les modèles quasi-LPV (q-LPV) sont linéaires à paramètres variables, avec la particularité qu'au moins un des états intervient dans au moins un des paramètres variables. Il s'agit de systèmes d'équations différentielles dont les paramètres varient mais pas explicitement par rapport au temps (le système reste alors indépendant).

La représentation sous forme de fonction de transfert n'a plus de sens, mais par abus de langage on parle de fonction de transfert pour des valeurs fixes des paramètres variables.

Ce type de modèle permet de décrire une large plage de systèmes physiques ou virtuels puisqu'il s'avère ainsi possible de déplacer les non-linéarités du système dans les paramètres variables du modèle.

2. Modélisation des systèmes LPV et q-LPV

Plusieurs représentations de systèmes LPV et par extension de systèmes q-LPV existent : la représentation affine, la représentation polytopique et la représentation dite LFT.

a. Représentation affine des systèmes LPV/q-LPV

Soit le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = A(\theta)x + B(\theta)u \\ y = C(\theta)x + D(\theta)u \end{cases} \quad (2.5)$$

Si les matrices du système ont une dépendance affine en les paramètres, alors elles peuvent être mises sous la forme :

$$\begin{cases} A(\theta) = A_0 + \sum_{i=1}^r \theta_i A_i \\ B(\theta) = B_0 + \sum_{i=1}^r \theta_i B_i \\ C(\theta) = C_0 + \sum_{i=1}^r \theta_i C_i \\ D(\theta) = D_0 + \sum_{i=1}^r \theta_i D_i \end{cases} \quad (2.6)$$

où $\theta \in P \subset \mathfrak{R}^r$ et si l'on fait l'hypothèse que P est un hypercube :

$$\forall i = 1, 2, \dots, r, \theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i] \quad (2.7)$$

et les i composantes du vecteur paramétrique sont indépendantes, alors on dit que le système est affine en les paramètres variables.

b. Représentation polytopique des systèmes LPV/q-LPV

Afin de définir avec précision la notion de polytope, nous allons commencer par introduire des notions de topologie telles que les simplexes, les polyèdres et les boules ouvertes notamment.

i. Rappels de topologie

– Simplexe :

Un n -simplexe est l'enveloppe convexe d'un ensemble de $(n+1)$ points utilisé pour former un repère affine dans un espace euclidien de dimension n .

– Polyèdre :

Un polyèdre P de dimension p est la réunion d'un ensemble fini de simplexes S_i de dimension $q_i \leq p$ tel que chacune des d -faces ($d \leq q_i$) d'un simplexe S_i est un élément de P et tel que pour tout couple de simplexes S_i, S_j , l'intersection est soit vide soit une $(d-1)$ -face commune à S_i et S_j .

– **Polytope :**

Soit un polyèdre P , il s'agit d'un polytope si et seulement si il vérifie les trois propriétés suivantes :

- P est convexe,
- P est compact,
- $P \neq \emptyset$.

Un sous-espace C est convexe si $\forall x, y \in C, \{z \in C / \exists t \in [0,1], z = tx + (1-t)y\} \subset C$.

Remarque : l'ensemble vide est convexe.

Un sous-espace C est compact si et seulement si il est séparable et vérifie la propriété de Borel-Lebesgue.

Un sous-espace S est séparable si et seulement si pour $x, y \in S$ on peut trouver deux voisinages de x et y (X, Y) tels que : $X \cap Y = \emptyset$.

Le sous-espace L vérifie la propriété de Borel-Lebesgue si et seulement si il existe un espace fini J tel que $(X_i)_{i \in J} \supset L$ où X_i sont des ouverts.

Le sous-ensemble de points O de l'espace euclidien \mathfrak{R}^n est ouvert lorsque tout point P de O est un point intérieur.

Le point P est dit intérieur de S (avec S une partie de l'espace euclidien \mathfrak{R}^n) s'il existe une boule ouverte centrée en P qui est contenue dans S .

Dans un espace métrique (E, d) , pour $x_0 \in E$ et $\rho \in \mathfrak{R}_+^*$, la boule ouverte B de centre x_0 et de rayon ρ est définie par l'ensemble :

$$B(x_0, \rho) := \{x \in E / d(x, x_0) < \rho\}. \quad (2.8)$$

ii. Représentation

Soit le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = A(\theta)x + B(\theta)u \\ y = C(\theta)x + D(\theta)u \end{cases} \quad (2.9)$$

avec :

$$\begin{cases} x \in \mathfrak{R}^n \\ A(\theta) \in \mathfrak{R}^{n \times n} \\ B(\theta) \in \mathfrak{R}^{n \times n_u} \\ C(\theta) \in \mathfrak{R}^{n_y \times n} \\ D(\theta) \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u} \\ \theta \in P \subseteq \mathfrak{R}^M \end{cases} \quad (2.10)$$

ou encore sous forme de représentation d'état :

$$S(\theta) = \left(\begin{array}{c|c} A(\theta) & B(\theta) \\ \hline C(\theta) & D(\theta) \end{array} \right) \quad (2.11)$$

Il existe une représentation polytopique non conservative si et seulement si il existe une combinaison convexe de $S(\theta)$:

$$Co\{S_1, S_2, \dots, S_N\} = \left\{ \sum_{i=1}^N \alpha_i S_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \right\} \equiv \{S(\theta), \theta \in P\} \quad (2.12)$$

De même, il existe une représentation polytopique conservative si et seulement si il existe une combinaison convexe telle que :

$$Co\{S_1, S_2, \dots, S_N\} = \left\{ \sum_{i=1}^N \alpha_i S_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \right\} \supset \{S(\theta), \theta \in P\} \quad (2.13)$$

Cependant, la convexité de $S(\cdot)$ ne peut être garantie de façon générale. On définit alors l'enveloppe convexe comme l'enveloppe paramétrique la moins conservative possible.

c. Représentation LFT

La représentation LFT est plus générale et s'adresse à des systèmes LPV de la forme :

$$\forall \theta \in P, S(\theta) = \begin{pmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{pmatrix} = \sum \varphi_i(\theta) \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

où $\varphi_i(\theta)$ est une fonction rationnelle par rapport à chacune des composantes de θ .

La représentation LFT est l'interconnexion d'un système linéaire invariant (LTI) et d'une matrice statique qui dépend des paramètres. On observe Figure 1 le schéma d'interconnexion du système LTI $P(p)$ et de la matrice $\Delta(\theta)$. Pour toute dépendance rationnelle du paramètre variable, il existe une représentation LFT. Cependant, il peut rapidement devenir difficile de trouver la représentation minimale (plus petite matrice Δ).

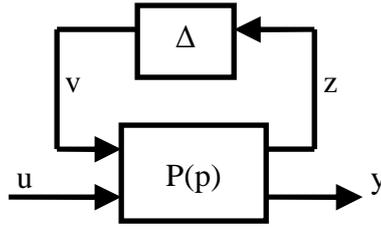


Figure 1 - Modèle LFT

Avec les notations de la Figure 1, et un système $P(p)$ qui s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = Ax + B_1 v + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} v + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} v + D_{22} u \end{cases} \quad (2.15)$$

et en imposant l'équation relative à la présence de la matrice Δ :

$$v = \Delta(\theta) z \quad (2.16)$$

on réécrit les équations du système bouclé :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x) = \tilde{A}(\theta)x + \tilde{B}(\theta)u \\ y = \tilde{C}(\theta)x + \tilde{D}(\theta)u \end{cases} \quad (2.17)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{A}(\theta) = A + B_1 \Delta(\theta) (I - D_{11} \Delta(\theta))^{-1} C_1 \\ \tilde{B}(\theta) = B_2 + B_1 \Delta(\theta) (I - D_{11} \Delta(\theta))^{-1} D_{12} \\ \tilde{C}(\theta) = C_2 + D_{21} \Delta(\theta) (I - D_{11} \Delta(\theta))^{-1} C_1 \\ \tilde{D}(\theta) = D_{22} + D_{21} \Delta(\theta) (I - D_{11} \Delta(\theta))^{-1} D_{12} \end{cases} \quad (2.18)$$

Remarque : si la matrice D_{11} est nulle, alors la dépendance paramétrique devient affine.

Si $(I - D_{11} \Delta(\theta))$ n'est pas proche de la singularité, alors on dit que la représentation LFT est bien posée.

d. « Règles » de mise en forme

Lors de la construction d'un modèle q-LPV à partir d'un modèle généralement non-linéaire, il convient de choisir un regroupement des non-linéarités dans les paramètres variables. Par exemple, si l'on veut mettre sous forme q-LPV le système non-linéaire

de la relation Eq. 2.19,

$$\begin{cases} \frac{d(x)}{dt} = x^4 + u \\ y = x^2 + x \end{cases} \quad (2.19)$$

on peut trouver un modèle q-LPV avec le changement de variables $\theta_1 = x^3$ et $\theta_2 = x + 1$, pour lequel on aboutit au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d(x)}{dt} = \theta_1 x + u \\ y = \theta_2 x \end{cases} \quad (2.20)$$

Le regroupement n'est pas unique, mais il est important de prendre en compte plusieurs considérations pratiques lors du choix de la définition des paramètres variables :

- Respecter la nature du système : par exemple, si un système est naturellement intégrateur, choisir un changement de variables qui ne modifie pas son caractère intégrateur,
- Ne pas choisir un changement de variables qui introduit des pôles ou des zéros instables dans le système.

L'idée derrière ces recommandations est de ne pas compliquer la tâche de synthèse d'un correcteur puisque les conditions de synthèse de correcteurs q-LPV avec les techniques LPV se basent sur des conditions suffisantes mais pas nécessaires. Changer la nature du système introduirait du conservatisme dans la synthèse de sorte qu'il pourrait ne pas y avoir de solution, alors qu'une solution pourrait exister avec un autre choix des paramètres variables.

3. Synthèse de correcteurs LPV/q-LPV

a. Synthèse LPV H_∞

Afin de pouvoir présenter la synthèse des correcteurs LPV par des techniques de type H_∞ , nous allons commencer par des rappels théoriques des concepts tels que la dissipativité grâce à laquelle on déduit le lemme borné réel pour un système LTI et pour un système LPV. Ensuite et en s'aidant du lemme de projection, nous allons déduire la procédure de calcul d'un correcteur LPV H_∞ .

i. Rappels théoriques

Dissipativité :

Le système dynamique non linéaire :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (2.21)$$

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

est S -dissipatif s'il existe une fonction d'énergie $V(x)$ telle que :

$$\frac{dV(x)}{dt} < S(u, y) \quad (2.22)$$

pour tout $x \neq x_0$, où x_0 est un point d'équilibre ($f(x_0, u) = 0$).

Si l'on utilise des familles de fonctions S du type :

$$S(u, y) = \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

on parle alors de $\{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}\}$ -dissipativité.

Dans le cas d'un système LTI de la forme :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.24)$$

on peut affirmer qu'il est $\{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}\}$ -dissipatif s'il existe une matrice Q symétrique définie positive telle que :

$$\begin{pmatrix} A^T Q + QA - C^T Q_{11} C & QB - C^T Q_{11} D - C^T Q_{12} \\ B^T Q - D^T Q_{11} C - Q_{12}^T C & -D^T Q_{11} D - D^T Q_{12} - Q_{12}^T D - Q_{22} \end{pmatrix} < 0 \quad (2.25)$$

Norme H_∞ :

Pour définir la norme H_∞ il faut commencer par examiner la décomposition en valeurs singulières d'une matrice. Soit une matrice $A \in C^{p \times m}$, on définit alors les valeurs singulières σ_i de A comme :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^* A)}, i = 1, \dots, \min(m, p) \quad (2.26)$$

De plus, d'après les propriétés des matrices hermitiennes :

$$\sigma_i \in \Re \text{ et } \sigma_i \geq 0 \quad (2.27)$$

Dans la suite on notera $\bar{\sigma} = \max(\sigma_i)$ et $\underline{\sigma} = \min(\sigma_i)$. On remarque que :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}(A) = 0 \Leftrightarrow A = 0 \\ \forall \lambda \in C, \sigma_i(\lambda A) = |\lambda| \sigma_i(A) \\ \bar{\sigma}(A+B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B) \end{cases} \quad (2.28)$$

ce qui nous permet d'affirmer que $\bar{\sigma}$ est une norme matricielle. De plus :

$$\bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A)\bar{\sigma}(B) \quad (2.29)$$

Il s'agit donc d'une norme multiplicative induite par la norme L_2 . On définit la norme H_∞ du système $G(s)$ comme :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{w \in \mathfrak{R}} \{\bar{\sigma}(G(jw))\} \quad (2.30)$$

Remarque : pour un système SISO (Single Input Single Output), la norme H_∞ est le maximum du module de la fonction de transfert.

Lemme borné réel :

Pour aboutir au lemme borné réel, on utilise l'équivalence suivante entre dissipativité et norme H_∞ du système : soit le système linéaire $P(s)$ et la fonction d'énergie $S(u, y) = \gamma^2 u^T u - y^T y$.

Les propositions suivantes sont équivalentes :

- $P(s)$ est S -dissipatif,
- $\|P(s)\|_\infty \leq \gamma$

Pour un système de type LTI (linéaire invariant), le lemme borné réel s'écrit :

$$\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \exists X \succ 0 \text{ tel que } \begin{pmatrix} A^T X + XA & (*) & (*) \\ B^T X & -\mathcal{M} & (*) \\ C & D & -\mathcal{M} \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.31)$$

Pour les systèmes LPV de type polytopique, il existe une extension du lemme qui s'écrit :

$$\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \exists X \succ 0 \text{ tel que } \begin{pmatrix} A_i^T X + \text{sym} & (*) & (*) \\ B_i^T X & -\mathcal{M} & (*) \\ C_i & D_i & -\mathcal{M} \end{pmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, N \quad (2.32)$$

Lemme de Schur :

Soit M une matrice quelconque telle que $M \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ et deux matrices symétriques $R \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et $S \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, alors :

$$\begin{pmatrix} R & M \\ M^T & S \end{pmatrix} \succ 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R \succ 0 \\ S - M^T R^{-1} M \succ 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S \succ 0 \\ R - M S^{-1} M^T \succ 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

Lemme de projection :

Soit une matrice symétrique $\psi \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et deux matrices $P \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ et $Q \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ quelconques, alors les deux conditions sont équivalentes :

$$\psi + P^T \Omega Q + Q^T \Omega P \prec 0 \quad (2.34)$$

et

$$\begin{cases} N_P^T \psi N_P \prec 0 \\ N_Q^T \psi N_Q \prec 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

où N_P et N_Q désignent respectivement les noyaux de P et Q .

ii. Synthèse du correcteur

La première étape consiste à poser le problème de synthèse du correcteur LPV sous forme standard, Figure 2.

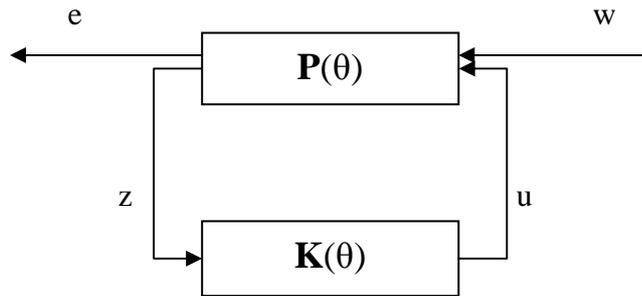


Figure 2 – Schéma de synthèse standard H_∞ .

avec,

$$P(\theta) : \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2(\theta) \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12}(\theta) \\ C_2(\theta) & D_{21}(\theta) & D_{22}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \\ \theta(t) = \sum_{i=1}^q \alpha_i \Theta_i \\ \alpha_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^q \alpha_i = 1 \end{cases} \quad (2.36)$$

et

$$K(\theta): \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_K(t) \\ u(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_K(\theta) & B_K(\theta) \\ C_K(\theta) & D_K(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_K(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \\ \theta(t) = \sum_{i=1}^q \alpha_i \Theta_i \\ \alpha_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^q \alpha_i = 1 \end{cases} \quad (2.37)$$

On se place sous les hypothèses suivantes :

- B_2, C_2, D_{12}, D_{21} ne dépendent pas des paramètres variables,
- $D_{22} = 0$,
- $(A(\theta), B_2)$ stabilisable pour tout $\theta \in P$,
- $(A(\theta), C_2)$ détectable pour tout $\theta \in P$.

Rappels :

$$(A, C) \text{ détectable} \Leftrightarrow (A^T, C^T) \text{ stabilisable} \quad (2.38)$$

ce qui se traduit sous forme LMI :

$$(A(\theta), B) \text{ stabilisable} \Leftrightarrow \exists X \text{ symétrique et } X \succ 0 \text{ tel que} \\ N^T (A_i^T X + X A_i) N \prec 0, i = 1, \dots, p \quad \text{avec : } N = \ker \{B^T\} \quad (2.39)$$

Si l'on s'intéresse à la représentation d'état de la boucle fermée sur chaque sommet du polytope :

$$S_{bf_i} = \begin{pmatrix} A_{bf_i} & B_{bf_i} \\ C_{bf_i} & D_{bf_i} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

avec :

$$\begin{cases} A_{bf_i} = \begin{pmatrix} A_i + B_2 D_{k_i} C_2 & B_2 C_{K_i} \\ B_{K_i} C_2 & A_{K_i} \end{pmatrix} \\ B_{bf_i} = \begin{pmatrix} B_{1i} + B_2 D_{K_i} D_{21} \\ B_{K_i} D_{21} \end{pmatrix} \\ C_{bf_i} = (C_{1i} + D_{12} D_{K_i} D_{21} \quad D_{12} C_{K_i}) \\ D_{bf_i} = D_{11i} + D_{12} D_{K_i} D_{21} \end{cases} \quad (2.41)$$

alors, d'après le lemme borné réel, un correcteur de performance γ existe si et seulement si il existe une matrice X définie positive telle que :

$$\psi_i(X, S_{K_i}) = \begin{pmatrix} A_{bf_i}^T X + sym & (*) & (*) \\ B_{bf_i}^T X & -\mathcal{A} & (*) \\ C_{bf_i} & D_{bf_i} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, N \quad (2.42)$$

Si l'on applique le lemme de projection sur le lemme borne réel, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_i R + sym & (*) & (*) \\ C_{1i} R & -\mathcal{A} & (*) \\ B_{1i}^T & D_{11i} & -\mathcal{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, p \\ \begin{bmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S A_i + sym & (*) & (*) \\ B_{1i}^T S & -\mathcal{A} & (*) \\ C_{1i} & D_{11i} & -\mathcal{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, p \end{array} \right. \begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} \succ 0 \quad (2.43)$$

avec :

$$\begin{cases} N_R = \ker\{B_2^T, D_{12}^T\} \\ N_S = \ker\{C_2, D_{21}\} \end{cases} \quad (2.44)$$

Pour reconstruire le correcteur, il suffit de procéder en deux étapes :

1. *Calcul de la matrice X :*

On commence par décomposer en valeur singulières $I - RS$:

$$I - RS = U \Sigma V^T = \left(U \Sigma^{\frac{1}{2}} \right) \left(V \Sigma^{\frac{1}{2}} \right)^T = M N^T \quad (2.45)$$

Puis on peut résoudre le système linéaire qui a pour seule solution X :

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ R & M \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} S & N \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

2. *Calcul des représentations d'état du correcteur aux sommets du polytope :*

La dernière étape consiste à défaire le lemme de projection en résolvant l'équation ci-dessous :

$$\psi_i(X, 0) + P_X^T S_{K_i} Q + Q^T S_{K_i}^T P_X \prec 0, i = 1, \dots, p \quad (2.47)$$

La solution nous donne la représentation d'état du correcteur pour chaque sommet du polytope.

b. Synthèse par placement de pôles

Cette section présente le principe de la méthode de placement de pôles pour la synthèse de correcteurs LPV pour des systèmes LPV. La méthode ci-dessous consiste à établir des contraintes sur la position des pôles de la boucle fermée dans des régions convexes.

Il s'agit de résoudre le problème de faisabilité LMI issu des contraintes qui définissent l'intersection d'espaces convexes : chaque contrainte impose l'appartenance des pôles de la boucle fermée à un certain domaine convexe, et la juxtaposition de ces contraintes définit l'intersection de ces domaines convexes qui est lui aussi nécessairement convexe.

Les contraintes les plus couramment utilisées dans la pratique sont (voir Figure 3) :

- L'éloignement des pôles de la boucle fermée à l'axe imaginaire. Ceci est équivalent à l'appartenance au demi-plan défini par la distance λ .
- L'amortissement minimum des pôles de la boucle fermée. Ceci est équivalent à l'appartenance à un cône de demi-angle α .
- Une certaine restriction des hautes fréquences, qui est équivalente à l'appartenance à un disque de rayon r centré sur l'intersection de l'axe réel et l'axe imaginaire.

Ces contraintes permettent d'assurer la stabilité de la boucle fermée et aussi un certain comportement de la boucle fermée en transitoire : temps de réponse et amortissement.

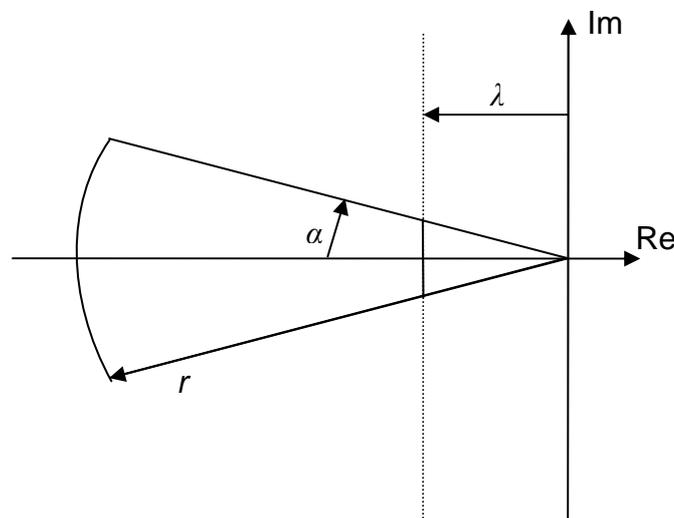


Figure 3 – Lieu des pôles de la boucle fermée

En ce qui concerne le demi-plan, si l'on veut prouver que les valeurs propres d'une certaine matrice A appartiennent au demi-plan situé à gauche du point x tels que $\text{Re}\{x\}=\lambda$, alors il suffit de trouver une matrice X symétrique définie positive telle que :

$$A^T X + X A + 2 \lambda X < 0 \quad (2.48)$$

De même, si l'on veut prouver que les valeurs propres d'une certaine matrice A

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

appartiennent au cercle de centre l'intersection de l'axe réel et l'axe imaginaire et de rayon r , alors il suffit de trouver une matrice X symétrique définie positive telle que :

$$\begin{pmatrix} -r X^{-1} & A \\ A^T & -r X \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.49)$$

Finalement, si l'on veut prouver que les valeurs propres d'une certaine matrice A appartiennent au cône de demi-angle α , alors il suffit de trouver une matrice X symétrique définie positive telle que :

$$\begin{pmatrix} \sin \alpha (A^T + X A) & \cos \alpha (A^T X - X A) \\ -\cos \alpha (A^T X - X A) & \sin \alpha (A^T X + X A) \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.50)$$

Si on traduit ces LMI pour la matrice A de la boucle fermée, on obtient les LMI représentées ci-dessous par les équations Eq. 2.52, 2.53, 2.54.

Pour tenir compte des contraintes $R, S \succ 0$ et $\min(\lambda(RS)) > 1$, il suffit d'ajouter une LMI supplémentaire :

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \succ 0 \quad (2.51)$$

Finalement, il suffit de résoudre le problème de faisabilité avec toutes les contraintes ci-dessus. La convexité du problème est conservée car l'intersection de domaines convexes sera elle aussi convexe.

Pour le demi-plan :

$$\begin{bmatrix} A_i R + R A_i^T + B_2 C b_{Ki} + C b_{Ki}^T B_2^T + 2 \lambda R & (*) \\ A_i^T + C_c^T D_{Ki}^T B_2^T + A b_{Ki} + 2 \lambda I & A_i^T S + S A_i + B b_{Ki} C_2 + C_c^T B b_{Ki}^T \end{bmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, q \quad (2.52)$$

Pour le disque :

$$\begin{bmatrix} -rR & (*) & (*) & (*) \\ -rI & -rS & (*) & (*) \\ R A_i^T + C b_{Ki}^T B_2^T & A b_{Ki}^T & -rR & (*) \\ A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T & A_i^T S + C_2^T B b_{Ki}^T & -rI & -rR \end{bmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, q \quad (2.53)$$

Pour le cône :

$$\begin{bmatrix} \sin \alpha (R A_i^T + A_i R + B_2 C b_{Ki} + C b_{Ki}^T B_2^T) & (*) & (*) & (*) \\ \sin \alpha (A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T + A b_{Ki}) & \sin \alpha (S A_i + A_i^T S + B b_{Ki} C_2 + C_2^T B b_{Ki}^T) & (*) & (*) \\ \cos \alpha (A_i R - R A_i^T + B_2 C b_{Ki} - C b_{Ki}^T B_2^T) & \cos \alpha (-A b_{Ki}^T + A_i + B_2 D_{Ki} C_2) & \sin \alpha (R A_i^T + A_i R + B_2 C b_{Ki} + C b_{Ki}^T B_2^T) & (*) \\ \cos \alpha (-A_i^T - C_2^T D_{Ki}^T B_2^T + A b_{Ki}) & \cos \alpha (-A_i^T S + S A_i + B b_{Ki} C_2 - C_2^T B b_{Ki}^T) & \sin \alpha (A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T + A b_{Ki}) & \sin \alpha (S A_i + A_i^T S + B b_{Ki} C_2 + C_2^T B b_{Ki}^T) \end{bmatrix} \prec 0, i = 1, \dots, q \quad (2.54)$$

4. L'optimisation

L'optimisation est présente dans la vie de tous les jours et elle est souvent pratiquée de façon inconsciente par tous : par exemple, trouver le chemin le plus court (ou avec le moins de correspondances possible) entre deux stations de métro. Dans cet exemple, le critère à minimiser est le nombre de stations intermédiaires (ou le nombre de correspondances) tout en prenant en compte des contraintes telles que la fermeture occasionnelle de certains arrêts ou lignes en raison de réparations, d'incidents, ...

a. Définition du problème

D'un point de vue général, optimiser consiste à rechercher la valeur de la variable de décision qui permet de minimiser/maximiser un critère tout en respectant un ensemble de contraintes :

$$\begin{aligned} & \min_{\theta \in \Omega} J(\theta) \\ & \text{avec } J: V \rightarrow \mathfrak{R} \\ & \quad \theta \rightarrow J(\theta) \\ & \text{où } V \subseteq \Omega \end{aligned} \tag{2.55}$$

La solution de ce problème d'optimisation est θ^* telle que :

$$\theta^* = \underset{\theta \in \Omega}{\text{Arg min}} J(\theta) \tag{2.56}$$

Remarque : on parle de problème d'optimisation sans contraintes si $V = \Omega$ et de problème d'optimisation avec contraintes lorsque $V \subset \Omega$ et $V \neq \Omega$.

Dans la pratique, résoudre le problème d'optimisation est une composante essentielle dans le processus de synthèse d'une loi de commande. Cependant il est tout aussi important de faire le bon choix du critère à optimiser et des contraintes à respecter. Ainsi une connaissance approfondie du problème exprimé par le critère et les contraintes associées est indispensable pour mener à bien la résolution efficace d'un problème donné.

b. Les classes de problèmes d'optimisation

Différentes classifications des problèmes d'optimisation existent, en fonction du critère considéré. Les principaux critères utilisés sont :

- le type de fonction de coût,
- les contraintes,

- les variables à optimiser.

i. Classification en fonction de la fonction de coût

Il s'agit de la classification la plus courante dans la littérature. En effet cette classification est naturelle, les méthodes de résolution pouvant être plus ou moins efficaces au regard du critère utilisé.

Suivant la fonction de coût, les problèmes d'optimisation peuvent être classés selon différentes approches de complexité variable :

- monovariante (optimisation unidimensionnelle),
- linéaire,
- quadratique,
- LMI,
- convexe,
- non linéaire dérivable,
- non linéaire et non dérivable,
- non analytique.

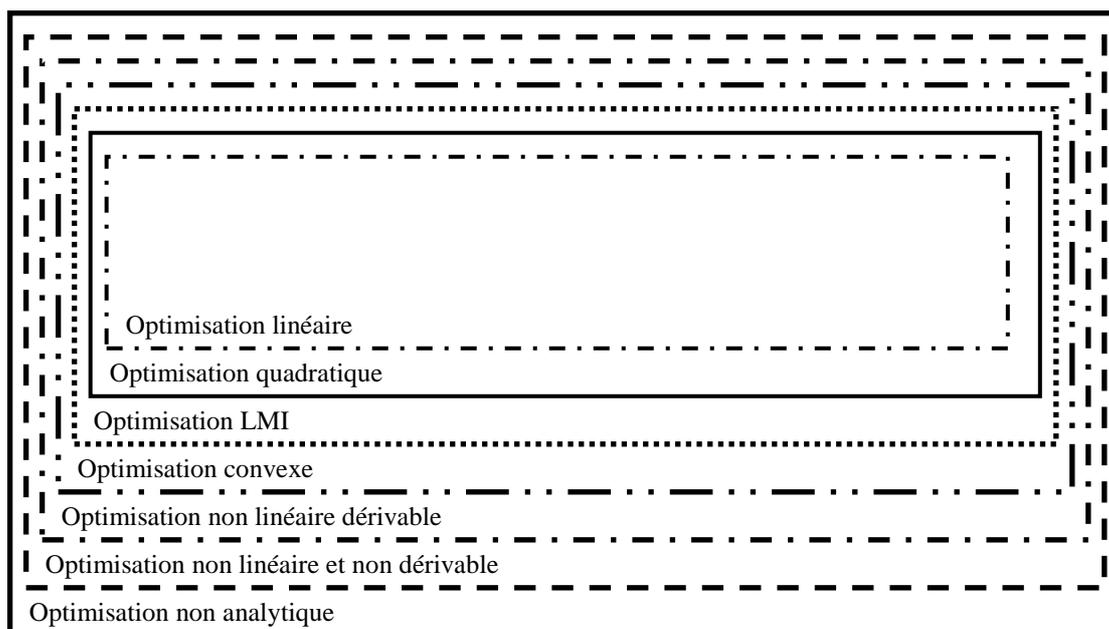


Figure 4 – Classification des problèmes d'optimisation suivant la fonction de coût

Remarque : plus la fonction de coût est simple, plus l'algorithme d'optimisation est simple et efficace.

ii. Classification en fonction des contraintes

Dans un problème d'optimisation, les contraintes permettent de définir les limitations dans l'espace de recherche. Les combinaisons de variables de décision vérifiant les contraintes sont qualifiées de solutions faisables (mais pas nécessairement optimales) du problème d'optimisation. Il s'agit d'une classification assez courante dans la

littérature car la présence (ou non) de différents types de contraintes implique des méthodes de résolution différentes.

En fonction de leurs contraintes, les problèmes d'optimisation peuvent être classés comme suit :

- sans contraintes : par exemple trouver le minimum de la fonction de coût $J(x) = (x-13)^2 - 169$, tel que $x \in \mathfrak{R}$.
- avec contraintes :
 - avec contraintes « égalité » : par exemple dans un réseau électrique, à tout instant la production d'énergie électrique doit être égale à la consommation (puisqu'elle ne peut pas être stockée à un prix raisonnable) ; le problème d'optimisation consiste, à un instant donné, à calculer la charge de chaque centrale disponible pour minimiser le coût de l'énergie produite.
 - avec contraintes « inégalité » : par exemple, minimiser le temps de parcours entre deux stations de métro et avec un nombre de changements de train limité à une valeur maximale.

iii. Classification en fonction du type de minima

La fonction de coût considérée dans la réalisation concrète d'un problème d'optimisation peut avoir un ou plusieurs minima. En fonction des contraintes, un problème d'optimisation peut aussi ne pas avoir de solution. En général on parle de fonctions monomodales lorsqu'il existe un seul minimum et de fonctions multimodales lorsque plusieurs minima apparaissent.

Dans ce deuxième cas, on peut introduire les notions de minimum local et global. Un minimum local est le minimum de la fonction de coût dans un espace de recherche restreint au voisinage de l'optimum local et qui vérifie les contraintes. Le minimum global est unique (s'il existe) et est défini comme le minimum de tous les minima locaux.

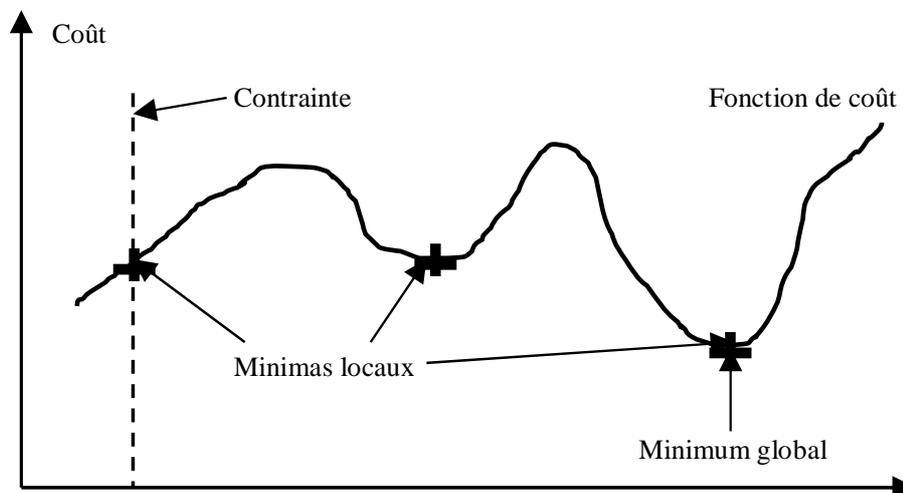


Figure 5 – Exemple de minima locaux et minimum global

c. L'optimisation convexe

Les problèmes d'optimisation convexe sont une classe de problèmes d'optimisation qui ont pour propriété le fait qu'il existe toujours un et un seul optimum local, qui est donc aussi l'optimum global.

On dit que le problème d'optimisation P :

$$P : \min_{\theta \in \Omega} J(\theta) \quad (2.57)$$

est convexe si :

- sa fonction de coût est convexe,
- l'espace de recherche est convexe.

On dit que la fonction J est convexe si et seulement si :

$$\begin{aligned} \forall x, y \in \Omega, \forall \alpha \in [0,1] \\ J(\alpha x + (1-\alpha)y) \leq \alpha J(x) + (1-\alpha)J(y) \end{aligned} \quad (2.58)$$

Et dans le cas du domaine Ω , on dit qu'il est convexe si et seulement si :

$$\begin{aligned} \forall x, y \in \Omega, \forall \alpha \in [0,1] \\ \alpha x + (1-\alpha)y \in \Omega \end{aligned} \quad (2.59)$$

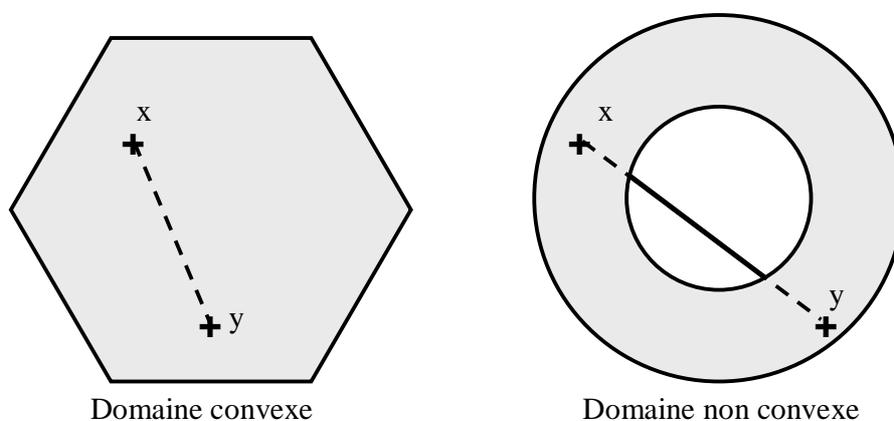


Figure 6 – Exemple de domaine convexe et non convexe

5. Optimisation LMI

Ce paragraphe décrit les principes de base liés à l'utilisation de techniques LMI (Linear Matrix Inequality). Il introduit dans un premier temps la définition et certaines propriétés fondamentales des LMI, puis propose des notions de résolution numérique de ce type de problème d'optimisation.

a. Inégalités matricielles linéaires (LMI)

Contrairement à ce que pourrait suggérer la dénomination, les LMI (Linear Matrix Inequality, en anglais) sont des inégalités matricielles affines et non linéaires. De façon générale on peut définir une LMI par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 & F(\xi) \succ 0 \\
 & \text{où :} \\
 & F(\xi) = F_0 + \sum_{i=1}^m \xi_i F_i \quad (2.60) \\
 & \text{avec :} \\
 & F_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}
 \end{aligned}$$

où la notation \prec et \succ signifie :

$$\begin{cases}
 A \succ 0 \Leftrightarrow \text{Toutes les valeurs propres de la matrice } A \text{ sont strictement positives} \\
 A \prec 0 \Leftrightarrow \text{Toutes les valeurs propres de la matrice } A \text{ sont strictement négatives} \\
 A \leq 0 \Leftrightarrow \text{Toutes les valeurs propres de la matrice } A \text{ sont non positives} \\
 A \geq 0 \Leftrightarrow \text{Toutes les valeurs propres de la matrice } A \text{ sont non négatives}
 \end{cases}$$

où $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$

Rappel : on dit que les valeurs propres de $F(\xi)$ sont strictement positives si et seulement si : $\forall x \in \mathfrak{R}^n, x^T F(\xi) x \succ 0$.

b. Principes de résolution d'un problème LMI

Différentes méthodes de résolution sont proposées dans la littérature pour résoudre un problème d'optimisation du type :

$$\begin{aligned}
 & \min_{F(\xi) \geq 0} c^T \xi \\
 & \text{où :} \\
 & \xi \in \mathfrak{R}^m
 \end{aligned} \quad (2.61)$$

Ce paragraphe se focalise essentiellement sur la méthode du point intérieur. Elle peut être décomposée en quatre étapes :

- Trouver un point strictement faisable : il s'agit de trouver un point ξ^0 de l'espace de recherche tel que $F(\xi^0) \succ 0$. On remarquera que cet algorithme de résolution ne fonctionne que s'il existe au moins un point strictement faisable : $\{\xi | F(\xi) \succ 0\} \neq \emptyset$.
Pour trouver ce point initial (à condition qu'il en existe un), il suffit de

résoudre un autre problème d'optimisation LMI pour lequel il est facile de trouver un point initial strictement faisable :

$$\begin{aligned} \min_{\vartheta I + F(\xi) \geq 0} \quad & \vartheta \\ \text{où : } \quad & \vartheta \in \mathfrak{R}, \xi \in \mathfrak{R}^m \end{aligned} \quad (2.62)$$

Le point initial pour ce nouveau problème d'optimisation peut être choisi en posant $\xi = 0$ et $\vartheta > \lambda_{\max}(-F_0)$ (avec λ_{\max} représentant la plus grande valeur propre). La résolution de ce problème est assurée en appliquant la méthode ci-dessous qui est également utilisée pour résoudre le problème initial connaissant la valeur optimale ϑ^* . Dès que la valeur optimale ϑ^* est obtenue, si $\vartheta^* < 0$, alors $F(\xi^*) \geq -\vartheta^* I > 0$, ξ^* est le point faisable recherché. Si au contraire $\vartheta^* \geq 0$, alors il n'existe pas de point faisable.

- On considère ensuite la région suivante de l'espace de recherche :

$$\begin{cases} c^T \xi \leq \lambda^0 \\ F(\xi) \geq 0 \end{cases} \quad (2.63)$$

avec $\lambda^0 > c^T \xi^0$

On sait que le minimum est contenu dans cette région, donc on génère une fonction de pénalité (fonction barrière) qui tend vers l'infini lorsque le point se rapproche des frontières de cette région :

$$\phi(\xi) = -\log(\det(F(\xi))) - \log(\lambda^0 - c^T \xi) \quad (2.64)$$

- On calcule le minimum en utilisant des méthodes d'optimisation classiques :

$$\xi^c = \arg \min(\phi(\xi)) \quad (2.65)$$

où ξ^c est appelé centre analytique. Pour calculer le centre analytique, on applique la méthode de Newton car le problème est convexe, différentiable et sans contrainte.

- Finalement, on procède par itérations :

$$\begin{cases} \lambda^0 = (1-\theta)c^T \xi^c + \theta c^T \xi^0 \\ \xi^0 = \xi^c \end{cases} \quad (2.66)$$

avec $\theta \in]0,1[$

Cet algorithme a été développé par Yuri Nesterov et Arkadi Nemirovski. La convergence de l'algorithme a été démontrée et sa complexité est polynomiale d'ordre 6 avec la taille du problème à résoudre voir [2-11]. La plus grande limitation de l'algorithme est le mauvais conditionnement des problèmes de grande taille.

Remarque : toutes les autres méthodes existantes pour la résolution du problème LMI initial commencent par chercher un point strictement faisable du problème.

6. Optimisation métaheuristique

Les méthodes d'optimisation métaheuristicques, du grec *meta* « au-delà » et *heuriskein* « trouver », visent à résoudre des problèmes d'optimisation pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace.

a. Principe

Les méthodes d'optimisation métaheuristicques se basent généralement sur des algorithmes stochastiques itératifs qui évoluent vers un optimum global en échantillonnant la fonction de coût. Ils utilisent un haut niveau d'abstraction, ce qui leur permet de s'adapter à une large gamme de problèmes.

Les algorithmes métaheuristicques utilisent souvent un échantillonnage probabiliste dans le but d'essayer d'éviter les pièges induits par les minima locaux, voir Figure 7.

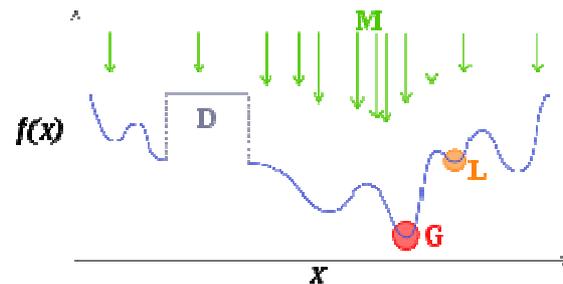


Figure 7 - Exemple d'échantillonnage probabiliste

Ces algorithmes s'inspirent souvent de la nature : recuit simulé (basé sur le refroidissement lent d'un corps afin que ses atomes atteignent l'état d'énergie minimale), algorithmes génétiques (basés sur l'évolution des espèces et la sélection naturelle), essais particuliers (basés sur le mouvement de bancs de poissons), colonies de fourmis.... En général, ils partagent tous trois phases pour chaque itération (Figure 8) :

- diversification ou exploration ; elle permet de recueillir de l'information sur le problème d'optimisation (fonction de coût et contraintes),
- intensification ou exploitation ; elle permet de définir des zones ou directions intéressantes de l'espace de recherche à explorer lors d'itérations futures,
- apprentissage et mémoire ; elle permet d'enrichir l'algorithme avec des éléments en vue d'éviter les minima locaux.

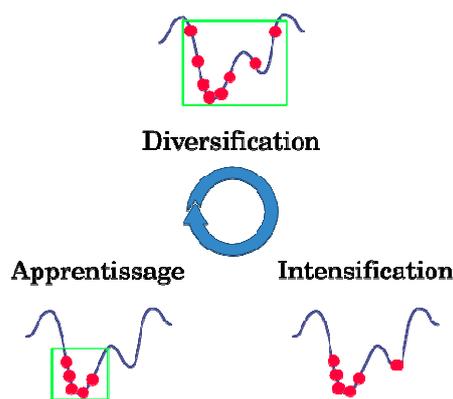


Figure 8 - Phases de l'optimisation métaheuristique

Les algorithmes métaheuristiques sont généralement initialisés aléatoirement et comme tout algorithme itératif ils utilisent des critères d'arrêt classiques.

b. Les classes de méthodes

Dans la littérature, les algorithmes métaheuristiques sont classés de différentes façons. La Figure 11 décrit plusieurs façons de les classer :

- Parcours ou population : les métaheuristiques les plus classiques sont des algorithmes de parcours (voir Figure 9 b) (recuit simulé, recherche de tabous, méthode de bruitage...). A chaque itération, la solution évolue en décrivant un parcours dans l'espace de recherche. D'autres algorithmes tels que les algorithmes génétiques, les essais particuliers ou les colonies de fourmis sont fondés sur la notion de population, où l'algorithme gère en parallèle l'évolution de la population (solutions).

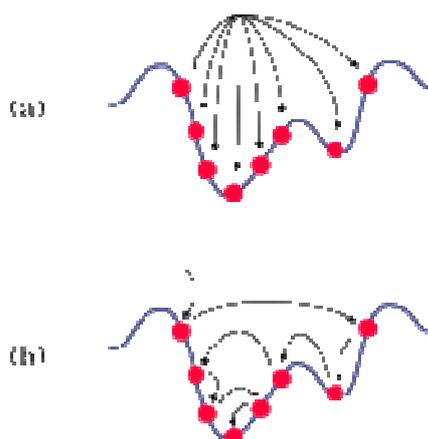


Figure 9 - Algorithmes de population (a) ou de parcours (b)

- Emploi de mémoire : les différents algorithmes utilisent une mémoire plus ou moins évoluée pour guider l'optimisation dans les itérations suivantes. Lorsque l'algorithme utilise un processus de décision Markovien (il ne prend en compte que les données de l'itération courante) on parle d'algorithme sans mémoire ; à l'opposé se trouvent les algorithmes avec mémoire.

- Fonction de coût statique ou dynamique : certains algorithmes d'optimisation métaheuristique ont des fonctions de coût qui évoluent en fonction des itérations, comme par exemple l'extremum seeking.
- Structures de voisinages : elles peuvent évoluer aussi en fonction des itérations ou d'autres facteurs tels que la valeur de la fonction de coût.
- Selon la façon de gérer la transition entre deux itérations successives : explicite, implicite et directe (voir Figure 10).
 - Lorsque la distribution de probabilité de l'échantillonnage de la fonction de coût n'est pas connue à l'avance on parle d'algorithme de type « implicite ».
 - Au contraire, les algorithmes d'optimisation métaheuristique de type « explicite » supposent connue la distribution de probabilité de l'échantillonnage qu'ils appliquent.
 - Finalement il existe un troisième type dit « direct » dans lequel on classe l'algorithme du recuit simulé (la distribution de probabilité est celle de Boltzmann).

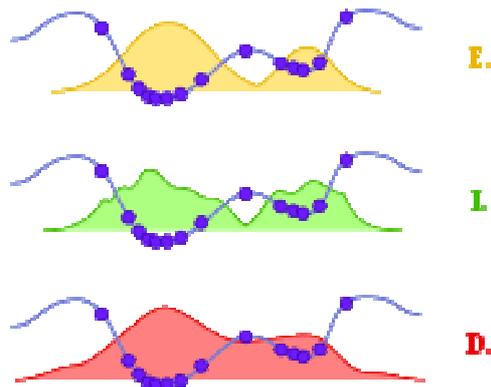


Figure 10 - Algorithmes explicites, implicites et directs

- Evolutionnaire : si l'algorithme d'optimisation métaheuristique modifie itération après itération sa population en utilisant un ensemble d'opérateurs (mutateur, générateur,...), alors on dit qu'il est évolutionnaire ou évolutionniste.

La classification des méthodes d'optimisation peut être résumée par le schéma de la Figure 11.

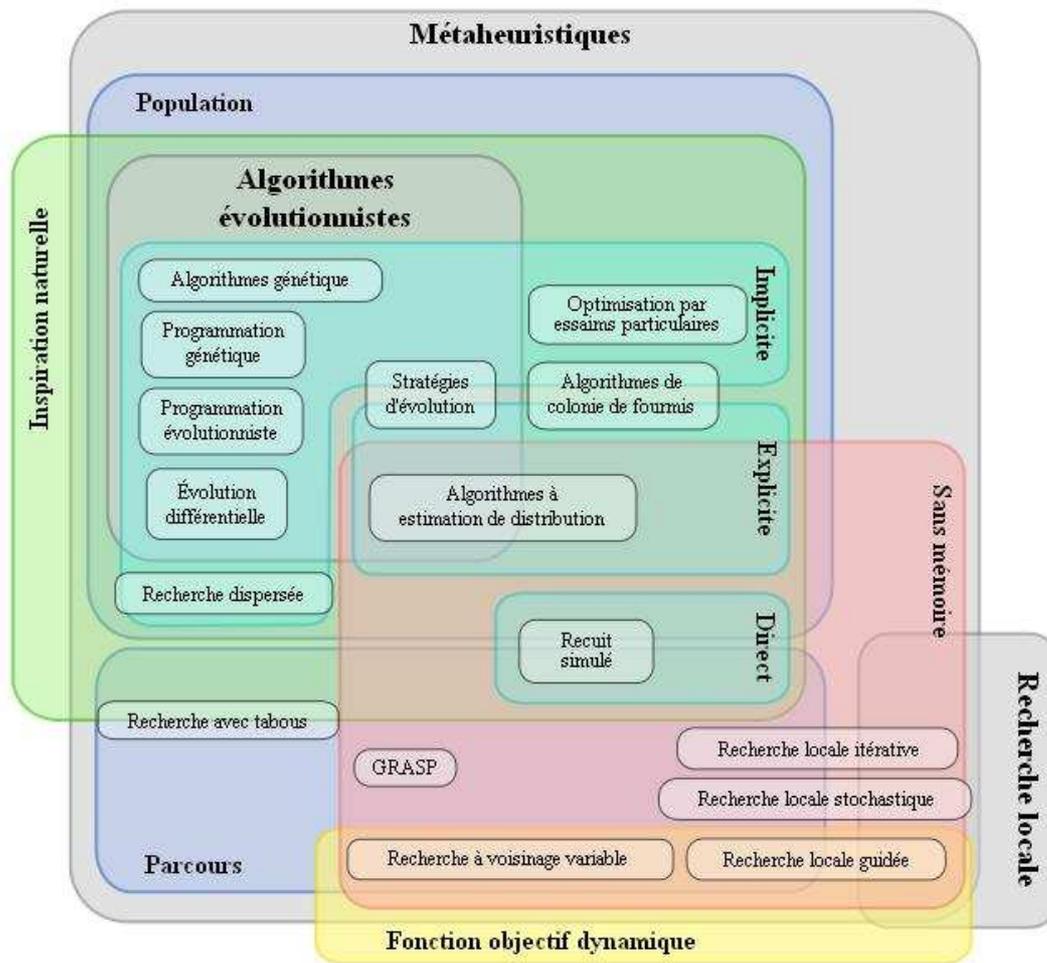


Figure 11 - Classification des algorithmes métaheuristiques

Enfin l'histoire et la chronologie des différents algorithmes métaheuristiques sont résumées sur la Figure 12 qui détaille aussi les avancées les plus significatives.

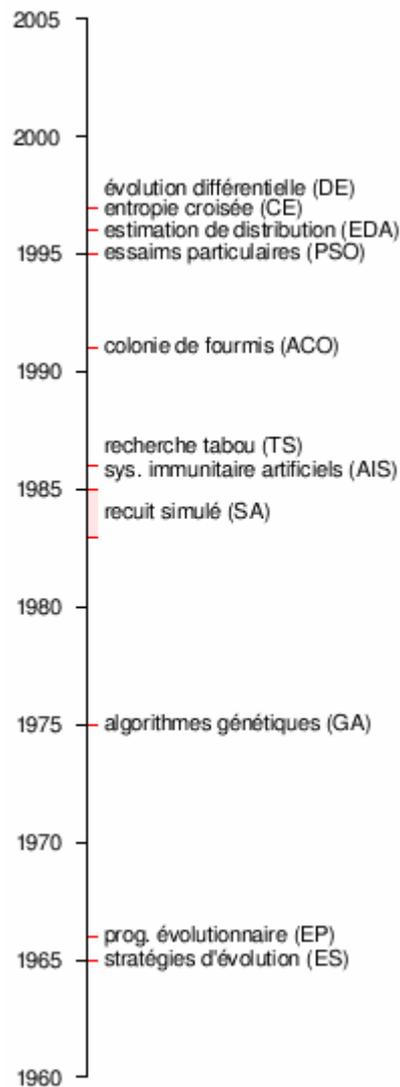


Figure 12 - Chronologie des avancées des algorithmes métaheuristiques

- 1952 : premiers travaux sur l'utilisation de méthodes stochastiques pour l'optimisation.
- 1954 : Barricelli effectue les premières simulations du processus d'évolution et les utilise sur des problèmes d'optimisation généraux.
- 1965 : Rechenberg conçoit le premier algorithme utilisant des stratégies d'évolution.
- 1966 : Fogel, Owens et Walsh proposent la programmation évolutionnaire.
- 1970 : Hastings propose l'algorithme de Metropolis-Hastings, permettant d'échantillonner n'importe quelle distribution de probabilité.
- 1970 : John Horton Conway conçoit le jeu de la vie, l'automate cellulaire le plus connu à ce jour.

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

- 1975 : travaillant sur les automates cellulaires, Holland propose les premiers algorithmes génétiques.
- 1980 : Smith utilise la programmation génétique.
- 1983 : s'appuyant sur les travaux d'Hastings, Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi conçoivent le recuit simulé.
- 1985 : indépendamment de ceux-ci, Černý propose le même algorithme.
- 1986 : la première mention du terme méta-heuristique est faite par Fred Glover, lors de la conception de la recherche « tabou » :
« La recherche « tabou » peut être vue comme une "méta-heuristique", superposée à une autre heuristique. L'approche vise à éviter les optima locaux par une stratégie d'interdiction (ou, plus généralement, de pénalisation) de certains mouvements ».
- 1986 : Farmer, Packard et Perelson travaillent sur les systèmes immunitaires artificiels.
- 1988 : la première conférence sur les algorithmes génétiques est organisée à l'université de l'Illinois à Urbana-Champaign.
- 1988 : des travaux sur le comportement collectif des fourmis trouvent une application en intelligence artificielle.
- 1988 : Koza dépose son premier brevet sur la programmation génétique.
- 1989 : Goldberg publie un des livres les plus connus sur les algorithmes génétiques.
- 1989 : *Evolver*, le premier logiciel d'optimisation par algorithmes génétiques est publié par la société *Axcelis*.
- 1989 : le terme *algorithme mémétique* apparaît.
- 1991 : les algorithmes de colonie de fourmis sont proposés par Marco Dorigo, dans sa thèse de doctorat.
- 1993 : le terme « Evolutionary Computation » (calcul évolutionnaire en français) se répand, avec la parution de la revue éponyme, publiée par le MIT (Massachusetts Institute of Technology).
- 1995 : Feo et Resende proposent la méthode GRASP (pour *Greedy randomized adaptive search procedure*, « procédure de recherche gloutonne aléatoire adaptative » en français).
- 1995 : Kennedy et Eberhart conçoivent l'optimisation par essais particuliers.

- 1996 : Mühlenbein et Paaß proposent les algorithmes à estimation de distribution.
- 1997 : Storn et Price proposent un algorithme à évolution différentielle.
- 1997 : Rubinstein conçoit la méthode de l'entropie croisée.
- 1999 : Boettcher propose l'optimisation extrême.
- 2000 : premiers algorithmes génétiques interactifs.

c. Les essais particuliers

Dans cette section nous allons présenter plus en détail les algorithmes par essais particuliers. Cette méthode d'optimisation a déjà été utilisée par exemple dans la retouche de correcteurs ainsi que dans l'aide au choix des filtres de pondération d'une synthèse de correcteur de type H_∞ [2-0].

i. L'algorithme PSO Standard

L'optimisation par essaim particulaire est une méthode d'optimisation stochastique, appartenant à la classe de méthode des « métaheuristiques », qui a été introduite par Russel Eberhart et James Kennedy en 1995. Cette méthode est fondée sur le comportement social d'organismes vivants tels que les bancs de poissons et les groupes d'oiseaux.

Soit le problème d'optimisation générique suivant :

$$\min_{x \in \mathcal{X}} f(x) \quad (2.67)$$

L'algorithme considère un ensemble de P particules. Chaque particule est un point de l'espace de recherche \mathcal{X} . De plus, chacune est animée d'un certain mouvement dans cet espace, et garde en mémoire la position où elle-même a obtenu sa meilleure performance au sens du critère à optimiser f .

En outre, chaque particule est en communication avec un ensemble de particules « amies », appelé voisinage. Notons que l'on peut définir plusieurs types de voisinages : les voisinages sociaux et les voisinages par proximité.

Dans le cas de voisinage sociaux, chaque particule garde les mêmes particules indépendamment de l'itération considérée : les particules amies sont toujours les mêmes depuis l'initialisation des particules.

Dans le cas contraire, ou voisinage par proximité, à chaque itération le voisinage est recalculé en fonction de la proximité des particules dans l'espace de recherche.

Le voisinage social est plus simple à mettre en œuvre et sera utilisé ici. Indépendamment du type de voisinage considéré, chaque particule connaît donc la meilleure position obtenue par l'une des particules de son voisinage.

On note :

- x_p^k la position de la particule p lors de l'itération k ;
- v_p^k le déplacement de la particule p lors de l'itération k ;
- $b_p^k = \arg \min_{x \in \{b_p^{k-1}, x_p^k\}} (f(x))$ la position où la particule p a obtenu sa meilleure valeur, depuis le début de l'algorithme, à l'itération k ;
- $V(x_p^k) \subset \{1, 2, \dots, P\}$ le voisinage de la particule p ;
- $g_p^k = \arg \min_{x \in \{b_i^k, i \in V(x_p^k)\}} f(x)$ la position où les particules du voisinage de la particule p ont obtenu leur meilleure valeur, depuis le début de l'algorithme, à l'itération k .

A chaque itération de l'algorithme, les différentes particules évoluent dans l'espace de recherche selon l'équation suivante :

$$\begin{aligned} v_p^{k+1} &= w \cdot v_p^k + c_1 \otimes (b_p^k - x_p^k) + c_2 \otimes (g_p^k - x_p^k) \\ x_p^{k+1} &= x_p^k + v_p^{k+1} \end{aligned} \quad (2.68)$$

Dans ces équations :

- w est le facteur d'inertie ;
- \otimes est la multiplication terme à terme de vecteurs ;
- c_1 (c_2) est de longueur la dimension du problème d'optimisation, ses composantes sont tirées aléatoirement dans l'intervalle $[0, \overline{c_1}]$ ($[0, \overline{c_2}]$).

L'algorithme réalise donc à chaque itération et pour chaque particule une combinaison aléatoire de trois tendances : continuer sur sa lancée, revenir sur ses pas et agir comme les autres particules. La Figure 13 illustre la construction des déplacements.

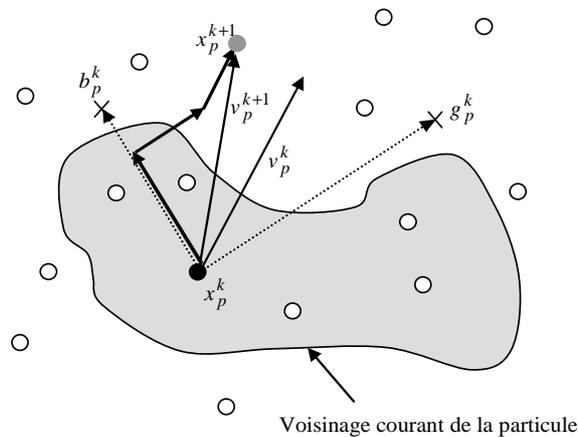


Figure 13 - Représentation graphique de la règle de déplacement

Finalement, le pseudo-code de l'algorithme classique peut donc être décrit par la Figure 14.

```

Initialiser les P particules aléatoirement :  $\{x_p^0, v_p^0 ; p = 1, \dots, P\}$ 
Pour itération  $k = 0$  à  $K$ ,
    Pour particules  $p = 1$  à  $P$ ,
        Faire évoluer la particule  $p$  selon l'équation (68)
        Evaluer la nouvelle position  $f(x_p^k)$ 
        Si  $f(x_p^{k+1}) < f(b_p^k)$ , alors
             $b_p^k = x_p^{k+1}$ ,
        Sinon,
             $b_p^{k+1} = b_p^k$ 
        Fin si
    Fin Pour
    Remettre à jour les  $g_p^{k+1}$ 
Fin Pour
    
```

Figure 14 - Pseudo-code de l'algorithme classique

De nombreuses variantes de l'algorithme existent dans la littérature. Ainsi, des variations dans l'écriture de la loi d'évolution (2.68) sont fréquemment proposées et analysées comme dans [2-1] par exemple. De même, la topologie du voisinage des particules a été étudiée de manière intensive dans [2-2].

Le choix des paramètres de l'algorithme (taille de l'essaim, facteur d'inertie w , coefficients de pondération des tendances \bar{c}_1 et \bar{c}_2 , taille du voisinage des particules) est, comme pour toute méthode de type métaheuristique, un élément important qui a été abondamment étudié, [2-3], [2-4] par exemple. Cependant, nous recherchons ici une méthode de réglage automatique du correcteur. Afin d'obtenir une méthode sans paramètre de réglage, nous utiliserons exclusivement une méthode d'optimisation générique en choisissant les réglages « standard », validés par James Kennedy et Maurice Clerc [2-5] :

- Taille de l'essaim : $10 + \sqrt{D}$, où D est la dimension du problème ;
- $w = 1/(2 \ln(2))$;
- $\bar{c}_1 = \bar{c}_2 = 0,5 + \ln(2)$;
- Taille du voisinage des particules : 3.

Aucune connaissance fine de l'influence des paramètres n'est donc demandée à l'automaticien pour utiliser cette méthode.

Cet algorithme n'assure pas d'atteindre un minimum global en un temps fini. En pratique, dans un environnement industriel, atteindre l'optimum global n'est pas toujours une préoccupation majeure au regard de certaines priorités, en général on se contente d'atteindre un optimum local avec un critère de coût suffisamment performant.

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation métaheuristique

Ainsi, pour assurer la convergence vers un optimum approprié (sous hypothèses gaussiennes) on procède de la façon suivante :

- réaliser un grand nombre de tirages (n^2 , où n est la dimension de l'espace de recherche),
- vérifier a posteriori que les valeurs optimales du critère ont une variance faible par rapport à leur valeur moyenne.

Cette règle pratique peut se traduire par le fait que la qualité des solutions est très proche. Si la qualité des solutions est appropriée et que la variance de ces qualités est faible, alors on « assure » une certaine robustesse et répétabilité de l'algorithme d'optimisation.

ii. GCPSO

Il existe une version qui mérite une attention particulière : le GCPSO (Guaranteed Convergence Particle Swarm Optimization). Il s'agit d'une variante qui garantit la convergence de l'algorithme d'optimisation. La seule différence avec l'algorithme classique consiste à faire évoluer la position de la particule qui à l'itération donnée a trouvée la meilleure valeur du critère (particule τ). Sa vitesse est calculée de la façon décrite ci-dessous :

$$v_{\tau}^{k+1} = -x_{\tau}^k + x_{opt}^k + wv_{\tau}^k + \rho^k(1 - 2r^k) \quad (2.69)$$

où r est une variable aléatoire de densité de probabilité uniforme sur $[0, 1]$, et ρ est défini de façon réursive :

$$\rho^0 = 1$$

$$\rho^{k+1} = \begin{cases} 2\rho^k & \text{si nb réussites} > s_c \\ 0,5\rho^k & \text{si nb échecs} > f_c \\ \rho^k & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.70)$$

Les nombres de réussites (resp. échecs) correspondent au nombre de fois consécutives que $f(x_{opt}^k) = f(x_{opt}^{k-1})$ (resp. $f(x_{opt}^k) \neq f(x_{opt}^{k-1})$). Sans oublier que lorsque il y a réussite, il faut remettre à 0 le nombre d'échecs et vice-versa :

$$\begin{cases} \text{nb réussites}(k+1) > \text{nb réussites}(k) \text{ alors nb echecs}(k+1) = 0 \\ \text{nb echecs}(k+1) > \text{nb echecs}(k) \text{ alors nb réussites}(k+1) = 0 \end{cases} \quad (2.71)$$

Il ne reste plus qu'à définir les paramètres s_c et f_c . Dans [2-12], il est recommandé et prouvé expérimentalement que le choix $s_c = 15$ et $f_c = 5$ fournit de bons résultats. L'idée d'utiliser l'équation (15) est: de translater la particule à l'origine, puis de la renvoyer à l'optimum trouvé jusqu'à l'itération courante et finalement de la faire évoluer dans une boule de rayon variable en prenant en compte son inertie.

iii. Optimisation multicritère

Cette technique d'optimisation peut être étendue dans le cas d'optimisation multi-objectifs [2-6]. Cette approche consiste en la minimisation « simultanée » de k objectifs :

$$\min_x \{f_1(x), \dots, f_k(x)\} \quad (2.72)$$

La solution de ce type de problème n'est pas un point de l'espace de recherche, mais un ensemble de points « Pareto » [2-7] puisqu'une telle optimisation est réalisée au sens de la Pareto optimalité. On dit qu'un point de l'espace de recherche (ou solution) x domine un autre y si :

$$\begin{aligned} x < y \\ \Leftrightarrow \forall i, f_i(x) \leq f_i(y) \text{ et } \exists j \text{ tel que } f_j(x) < f_j(y) \end{aligned} \quad (2.73)$$

Une solution est dite « Pareto optimale », si elle n'est dominée par aucune autre. L'algorithme d'optimisation par essais particulières est directement applicable, la seule difficulté réside dans la définition des b_p^k, g_p^k .

Quelques implantations ont déjà été réalisées [2-8], [2-9]. Dans ces travaux de thèse, les résultats développés dans [2-10] seront utilisés pour l'optimisation de la loi de commande développée dans le cadre du freinage récupératif (chapitre 5). L'algorithme présenté a l'avantage de ne pas utiliser de mesure de distance dans l'espace des objectifs, mais uniquement le concept de dominance.

Ceci permet de s'affranchir en partie des problèmes de sensibilité à la formulation des critères. En utilisant [2-10], le guide local b_p^k suit l'équation d'évolution :

$$\begin{aligned} \text{Si } (x_p^{k+1} < b_p^k) \text{ ou } (x_p^{k+1} \triangleleft b_p^k \text{ et } x_p^{k+1} \triangleleft b_p^k) \\ \text{alors } b_p^{k+1} = x_p^{k+1} \\ \text{sinon } b_p^{k+1} = b_p^k \end{aligned} \quad (2.74)$$

où le symbole \triangleleft signifie que l'on ne peut pas comparer les deux solutions au sens de la dominance. La définition des g_p^k fait appel à la définition d'une matrice de mémoire A contenant à l'itération k toutes les solutions non dominées connues.

Ainsi, à l'itération $k+1$, toutes les particules x_p^{k+1} qui ne sont pas dominées par aucune des solutions de la mémoire sont incorporées à la mémoire. En revanche, toute solution de la mémoire dominée par l'une des particules de l'essaim sort de cette mémoire.

A partir de cette mémoire, nous pouvons alors définir les ensembles suivants :

$$\begin{aligned} A_x^k &= \{a \in A \text{ tel que } a \triangleleft x\} \\ X_a^k &= \{x_p^k \in A \text{ tel que } a \triangleleft x_p^k\} \end{aligned} \quad (2.75)$$

Ainsi, A_x^k représente pour une solution potentielle x l'ensemble des éléments de la mémoire qui la domine, et X_a^k représente, pour un élément a de la mémoire, l'ensemble des particules de l'essaim qu'elle domine. Dès lors, pour une particule x_p^k , le guide global choisi est :

$$g_p^k = \begin{cases} a \in A \text{ avec une probabilité } \alpha / |X_a^k| \text{ si } x_p^k \in A \\ a \in A_x^k, x = x_p^k, \text{ avec une probabilité } \alpha / |X_a^k| \text{ si } x_p^k \notin A \end{cases} \quad (2.76)$$

où $||$ est le cardinal de X_a^k et α est choisi afin d'assurer que la somme des probabilités est égale à 1. L'équation (2.76) s'interprète de la façon suivante : les éléments de la mémoire qui dominent une particule sont des candidats pour jouer le rôle de guide global.

Finalement, le choix d'une probabilité inversement proportionnelle à $|X_a^k|$ favorise les éléments de la mémoire dominant peu de particules. On peut ainsi espérer obtenir un front de Pareto plus large.

Remarque : le passage à un algorithme multi-objectifs ne se traduit pas par l'ajout de paramètres de réglage.

REFERENCES :

- [2-0] Sandou, G., Duc, G., Beauvois, D.. Optimisation par essaim particulaire du réglage d'un correcteur H_{∞} . 5ième *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Bucarest, Romania, 2008.
- [2-1] Eberhart, R. C. and Shi, Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, San Diego, CA, USA, p 84-88, 2000.
- [2-2] Kennedy, J. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Piscataway, NJ, USA, p 1931-1938, 1999.
- [2-3] Shi, Y. and Eberhart, R. C., 1998. Parameter selection in particle swarm optimization. *7th Annual Conference on Evolutionary Programming*, New York, USA. p. 591-600.
- [2-4] Trelea, I. C., 2003. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, 85(6), p. 317-325.
- [2-5] Kennedy, J. and M. Clerc, 2006. Standard PSO. http://www.particleswarm.info/Standard_PSO_2006.c.
- [2-6] Ighobriouen S., Sandou, G. Optimisation multi-objectifs par essaim particulaire pour la synthèse de correcteurs. 6ième *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Bucarest, Nancy, 2010.
- [2-7] Reyes-Sierra, M., Coello Coello C. A. Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art. *International Journal of Computational Intelligence Research*. vol.2, no. 3, pp. 287–308, 2006.
- [2-8] Santana-Quintero, L. V., Ramirez-Santiago, N., Coello Coello, C. A., Molina Luque, J., Garcia Hernandez-Diaz, A. A New Proposal for Multiobjective Optimization Using Particle Swarm Optimization and Rough Sets Theory. *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4193, pp. 483–492, 2006.
- [2-9] Cagnina, L., Esquivel, S., Coello Coello, C. A. A Particle Swarm Optimizer for Multi-Objective optimization. *Journal of Computer Science & Technology*, vol. 5, no. 4, 2005.
- [2-10] Alvarez-Benitez, J. E., Everson, R. M., Fieldsend, J. E. A MOPSO Algorithm Based Exclusively on Pareto Dominance Concepts. *Lecture Notes in Computer Science*, vol 3410, pp 459-473, 2005.

Chapitre 2.- Outils pour la commande : systèmes LPV/q-LPV et optimisation
métaheuristique

- [2-11] Outils pour la robustesse : inégalités matricielles afines (Notes de cours). Gérard Scorletti 2008.
- [2-12] F. van den Bergh, A. P.E. ngelbrecht. A New Locally Convergent Particle Swarm Optimiser. IEEE SMC MP2Q3 2002.

Chapitre 3 : Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

Ce chapitre présente les démarches et résultats obtenus dans la synthèse de correcteurs pour le contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile.

Une première partie décrit l'architecture de commande existante dans les véhicules commercialisés aujourd'hui, puis la nouvelle structure de commande proposée.

La partie suivante détaille la modélisation non-linéaire de la dynamique du véhicule puis la mise sous forme quasi-LPV du système.

Un dernier paragraphe présente la synthèse des différents correcteurs mis en œuvre dans le cadre du contrôle de trajectoire : H_∞ quasi-LPV, retour linéarisant avec une boucle externe H_∞ et avec une boucle externe constituée par deux régulateurs, de type PI, optimisés. Les résultats de simulation obtenus avec un modèle non-linéaire représentatif de la dynamique du véhicule sont également proposés afin de valider les structures développées.

TABLE DES MATIERES – CHAPITRE 3

1.	Architectures de commande.....	55
a.	Architecture existante	55
b.	Architecture de commande proposée.....	56
i.	Observateurs.....	57
ii.	Guidage.....	60
iii.	Pilotage.....	60
2.	Modélisation	61
a.	Modèle dynamique du véhicule	61
b.	Mise sous forme q-LPV	63
c.	Modélisation des actionneurs.....	66
d.	Le différentiel.....	67
3.	Synthèse de correcteurs.....	84
a.	H_∞ quasi-LPV	84
b.	Retour linéarisant	87
i.	Boucle externe H_∞	89
ii.	Boucle externe double PI optimisé.....	95
4.	Génération des signaux de consigne	96
a.	Consigne de vitesse longitudinale.....	96
b.	Consigne de vitesse de lacet	99
5.	Génération des signaux de commande.....	100
a.	Changement de variables inverse.....	100
b.	Prise en compte du différentiel	103
6.	Résultats de simulation	103
a.	Le modèle de validation.....	103
b.	Scénarios de validation	104
i.	Scénario 1 : vitesse longitudinale.....	104
ii.	Scénario 2 : vitesse de lacet.....	105
iii.	Scénario 3 : le rond-point	107
c.	Implications sur la stabilité du véhicule en virage.....	108

d. Conclusions..... 110

TABLE DES ILLUSTRATIONS – CHAPITRE 3

Figure 1 – Architecture de commande actuelle55
 Figure 2 – Architecture de commande proposée56
 Figure 3 – Entrées/sorties des observateurs57
 Figure 4 – Schéma du modèle bicyclette58
 Figure 5 – Valeurs propres de la matrice d'état du modèle bicyclette.....59
 Figure 6 - Schéma de la dynamique de lacet du véhicule..... 62
 Figure 7 - Schéma de la dynamique des quatre roues..... 63
 Figure 8 - Polytope issu du modèle quasi-LPV 66
 Figure 9 - Cartographie du couple en fonction du régime moteur (F4RT)..... 67
 Figure 10. Schéma de la chaîne de transmission 68
 Figure 11 - Validation du modèle cinématique de la chaîne de transmission 1^{er} rapport engagé 77
 Figure 12 - Validation de la dynamique symétrique (J), 1^{er} rapport..... 78
 Figure 13 - Validation dynamique symétrique (X), 1^{er} rapport 78
 Figure 14 - Validation du modèle dynamique dissymétrique, 1^{er} rapport 79
 Figure 15 - Modèle complet de la chaîne de transmission..... 79
 Figure 16 - Comparaison de Modèles 1 81
 Figure 17 - Comparaison de Modèles 2 82
 Figure 18 - Comparaison de Modèles 3 83
 Figure 19 - Structure de synthèse H_{∞} q-LPV 85
 Figure 20 - Diagramme de Bode du correcteur de l'entrée écart de vitesse longitudinale vers les deux sorties 85
 Figure 21 - Valeurs singulières de la boucle fermée corrigée 86
 Figure 22 - Pôles de la boucle fermée aux sommets du polytope..... 86
 Figure 23 – Schéma de commande avec retour linéarisant..... 89
 Figure 24 - Schéma LFT du système linéarisé..... 90
 Figure 25 - Schéma de synthèse H_{∞} de la boucle externe robuste 91
 Figure 26 - Diagrammes de Bode des correcteurs avant et après simplification..... 92
 Figure 27 - Tracé des valeurs singulières de S et KS 92
 Figure 28 - Marges de phase à droite du point critique 93
 Figure 29 - Marges de phase à gauche du point critique 93
 Figure 30 - Marges de gain sous le point critique..... 94
 Figure 31 - Marges de gain au dessus du point critique 94
 Figure 32 - Marges de gain au dessus du point critique 95
 Figure 33 - Marges de gain au-dessous du point critique 96
 Figure 34 - Schéma d'interprétation de l'action liée à la pédale accélérateur 97
 Figure 35 - Interprétation de la pédale d'accélérateur pour un rapport donné 98
 Figure 36 - Scénario 1 : échelons de vitesse longitudinale 105
 Figure 37 - Scénario 2 : échelon de vitesse de lacet et rampe de vitesse longitudinale 106
 Figure 38 - Scénario 3 : le rondpoint 108
 Figure 39 - Vitesse maximale avant perte de contrôle en rondpoint 109
 Figure 40 – Accélération latérale maximale avant perte de contrôle en rondpoint ... 109

1. Architectures de commande

Ce paragraphe décrit l'architecture de commande utilisée actuellement sur les véhicules automobiles ainsi que la nouvelle structure de commande proposée. La motivation de la nouvelle structure est de satisfaire deux besoins :

- Le besoin des consommateurs d'avoir un véhicule de plus en plus sûr et agréable à conduire.
- Le besoin des réglementations qui tendent à imposer des contraintes de sécurité de plus en plus sécurisantes comme par exemple l'ESP (Electronic Stability Program) qui deviendra obligatoire à partir de 2012.

a. Architecture existante

Dans les véhicules actuellement commercialisés par les constructeurs généralistes, on trouve des véhicules dont l'architecture de freinage et de traction est décrite par la Figure 1.

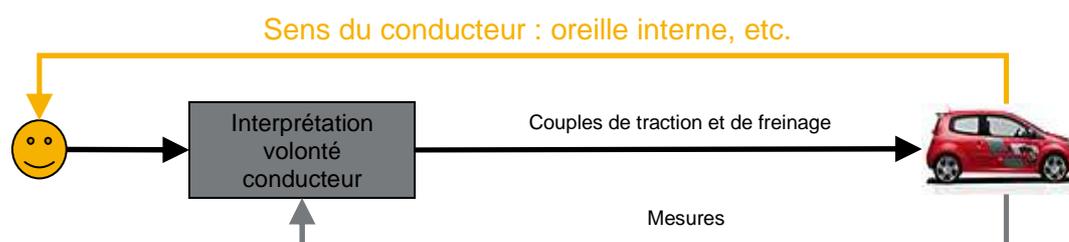


Figure 1 – Architecture de commande actuelle

Le conducteur joue le rôle d'un correcteur qui agit sur les éléments de commande qui sont à sa disposition : pédale d'accélérateur, de frein, d'embrayage, frein à main, volant et levier de vitesse. Il utilise les grandeurs de commande associées aux éléments précédents pour suivre la trajectoire imposée par la route ou par son cerveau. Le conducteur ferme la boucle de commande en se basant sur l'information venant de ses capteurs (sens) tels que l'information visuelle du suivi de trajectoire, les accélérations ressenties (oreille interne), jerk, etc.

Il est évident que la qualité de la régulation obtenue (conducteur) dépend de trois facteurs

- la qualité et faisabilité des signaux de consigne ou de la trajectoire souhaitée,
- la connaissance de la voiture et de ses dynamiques : longitudinale et transversale,
- la qualité de ses mesures : finesse des sens.

La conséquence est la grande variabilité de la qualité de conduite (et de la perception de sécurité) d'un conducteur à l'autre. Dans des situations de conduite non-critique et pour une utilisation non sportive du véhicule, les connaissances acquises lors de l'apprentissage de la conduite sont normalement suffisantes pour assurer le confort et la stabilité du véhicule. Cependant, lorsque les conditions climatologiques changent

(conduite sur neige par exemple) une connaissance plus approfondie de la dynamique du véhicule devient nécessaire.

Dans les véhicules actuels, des systèmes de commande sont prévus pour rattraper les erreurs de conduite possibles des pilotes. Par exemple l'ESP (Electronic Stability Program) permet de détecter des écarts de trajectoire en termes de sous-virage, survirage ou prise de dérive lente et de corriger (dans la mesure des actionneurs de freinage et des conditions d'adhérence) la trajectoire du véhicule. Ce système reste inactif (mais « vigilant ») tant que l'écart constaté est faible, puis dès que l'écart devient important le régulateur devient actif et corrige la trajectoire.

b. Architecture de commande proposée

L'architecture de commande proposée a pour but de s'affranchir de certains des inconvénients de la structure de commande classique :

- La chaîne de mesure du véhicule est beaucoup plus précise que les sens du conducteur humain.
- La génération des consignes de vitesse de lacet et longitudinale prend en compte la dynamique du véhicule ainsi que d'autres facteurs tels que le caractère sportif ou écologique du conducteur.

De plus, le correcteur de pilotage proposé possède des signaux de commande supplémentaires par rapport au conducteur humain : il peut par exemple freiner indépendamment chaque roue (alors que l'on imagine mal une pédale de frein pour chaque roue).

L'architecture de commande proposée est schématisée Figure 2.

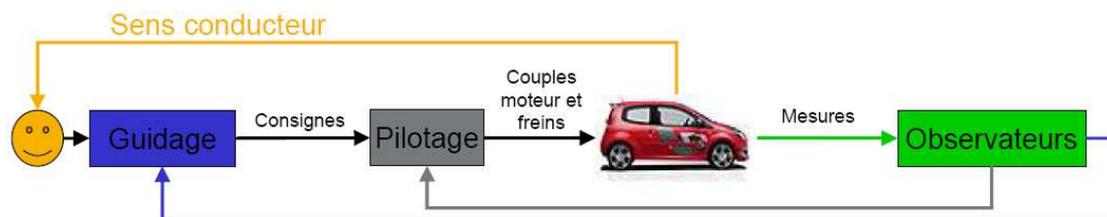


Figure 2 – Architecture de commande proposée

La structure de commande proposée se compose de trois boucles :

- Une première boucle, la plus externe qui est fermée par le conducteur.
- Une deuxième boucle intermédiaire, le guidage, qui a pour but d'interpréter la volonté du conducteur et de générer les consignes de vitesse longitudinale et de lacet.
- Une troisième boucle, la plus interne appelée pilotage, qui s'assure que dans la mesure du possible (de la physique et des actionneurs disponibles) les consignes demandées par le guidage seront réalisées.

i. Observateurs

Cette unité fonctionnelle a pour but de calculer en temps réel les différents signaux dont les fonctions de pilotage et de guidage ont besoin. Pour ce faire, elle utilise les signaux mesurés par des capteurs situés dans le véhicule (accélération transversale, vitesse de lacet, angle volant ...).

D'un point de vue fonctionnel (entrées et sorties), ce sous-système est décrit par la Figure 3.

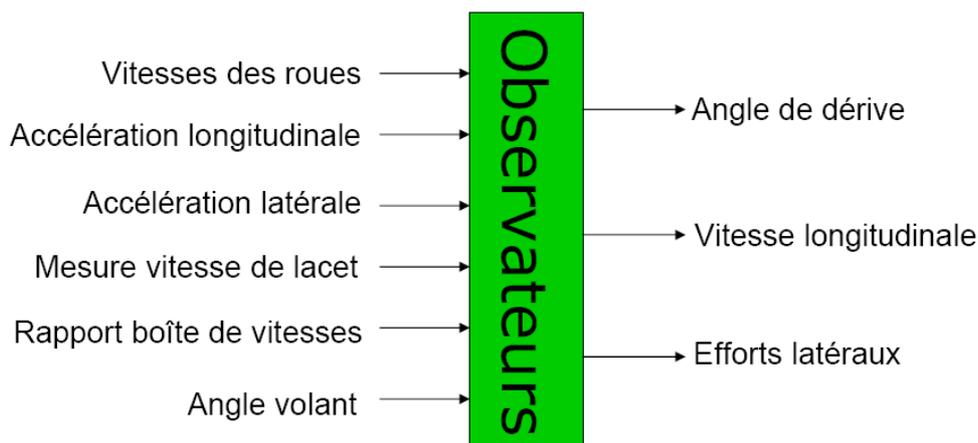


Figure 3 – Entrées/sorties des observateurs

Les grandeurs reconstituées peuvent être classées selon trois types :

- L'estimation de la vitesse longitudinale grâce aux vitesses angulaires des roues et à l'accélération longitudinale ne fait pas partie des travaux de cette thèse. Dans la suite nous avons utilisé un estimateur qui réalise une moyenne des vitesses de certaines roues en fonction de la situation de conduite. Il peut être amené à utiliser l'intégrale de l'accélération longitudinale pendant de courts instants dans des situations très extrêmes (par exemple lorsque les quatre roues glissent en même temps).
- L'estimation des efforts latéraux est réalisée grâce à l'estimation de l'angle de dérive. Pour chaque pneu, il existe en effet une relation entre l'angle de dérive du pneu et l'effort transversal produit. Cette relation est linéaire pour des faibles angles de dérive et la pente est communément appelée rigidité de dérive. Pour des angles plus grands, la caractéristique effort latéral en fonction de l'angle de dérive sature. Dans notre cas, nous avons utilisé une cartographie fournie par le fabricant des pneus.
- La dernière composante reconstituée est l'estimation de l'angle de dérive. Pour ce faire, nous avons écrit dans un premier temps les équations du modèle « bicyclette », relativement bien connu dans la littérature [3.1] et [3.2]. Il s'agit d'un modèle dit « deux roues » voir Figure 4, qui fait l'hypothèse que le pneu reste dans sa zone linéaire (rigidité de dérive constante indépendamment de l'angle de dérive du train). Dans la suite, D_1 et D_2 représentent respectivement la rigidité de dérive avant et arrière du véhicule.

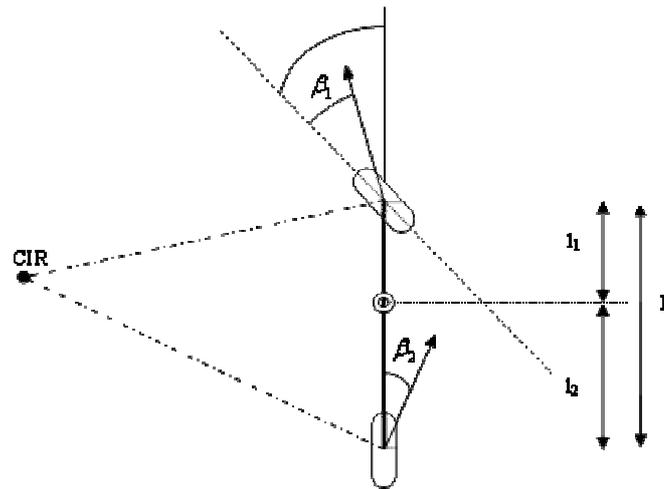


Figure 4 – Schéma du modèle bicyclette

Le modèle bicyclette peut être écrit sous la forme de représentation d'état par l'équation (3.1) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(D_1 + D_2)}{mv_{CdG}} & \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1 - 1}{mv_{CdG}^2} \\ \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{J_z} & \frac{D_2 l_2^2 - D_1 l_1^2}{J_z v_{CdG}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_1}{mv_{CdG}} \\ \frac{D_1 l_1}{J_z} \end{pmatrix} \delta_r \\ y = \dot{\psi} = (0 \quad 1) \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + (0) \delta_r \end{cases} \quad (3.1)$$

où :

- $\dot{\psi}$ représente la vitesse de lacet,
- β représente la dérive du centre de gravité du véhicule,
- m représente la masse du véhicule,
- v_{CdG} représente la vitesse linéaire du centre de gravité du véhicule,
- J_z représente l'inertie de lacet du véhicule,
- δ_r représente l'angle de braquage des roues avant du véhicule,

Si l'on observe les positions des valeurs propres de la matrice d'état, on constate qu'elles se rapprochent de l'axe imaginaire lorsque la vitesse longitudinale du véhicule augmente (voir Figure 5).

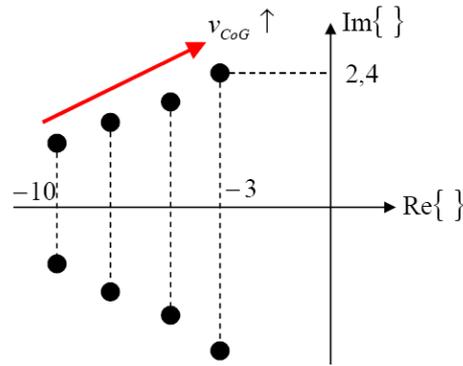


Figure 5 – Valeurs propres de la matrice d'état du modèle bicyclette

Si l'on se contente de construire un observateur linéaire invariant (indépendant de la vitesse longitudinale du véhicule) il faudra alors qu'il soit suffisamment rapide pour observer la dynamique la plus rapide (lorsque la vitesse longitudinale est faible). Cependant, lorsque la vitesse longitudinale augmente, l'observateur devient comparativement « trop » rapide et peut conduire en conséquence à des observations plus bruitées que celles d'un observateur réglé pour des vitesses longitudinales plus importantes.

Ce raisonnement (qualitatif) justifie d'un point de vue théorique le choix d'un observateur ayant une dynamique de reconstruction de l'état variable : plus rapide lorsque le véhicule se déplace à faible allure et plus lente lorsque la vitesse longitudinale est plus importante.

De plus, la variation de la vitesse longitudinale possède une dynamique beaucoup plus lente que la dynamique latérale du véhicule, ce qui permet de construire dans la pratique un observateur simple qui évolue dans le temps en fonction de la vitesse longitudinale du véhicule.

Les équations (3.2) décrivent la structure mathématique de l'observateur proposé.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(v_{CdG})\hat{x} + B(v_{CdG})u + K(v_{CdG})(z - \hat{z}) \\ \dot{\hat{z}} = C\hat{x} \end{cases} \quad (3.2)$$

Il reste à trouver l'expression des gains K qui assurent d'une part la modification de la dynamique d'observation en fonction de la vitesse longitudinale du véhicule, d'autre part la simplicité du correcteur. Imposons un bon amortissement des valeurs propres (notées vp ci-dessous) de la matrice d'évolution de l'observateur et la distance par rapport aux valeurs propres de la dynamique latérale du véhicule :

1. $-\text{Im}\{vp(A(v_{CdG}) - K(v_{CdG})C)\} = 0$
2. $-\text{Re}\{vp(A(v_{CdG}) - K(v_{CdG})C)\} = \chi \text{Re}\{vp(A(v_{CdG}))\}$

où χ est le rapport entre les valeurs propres de la dynamique de l'observateur et celles du système. En imposant ces deux contraintes et en réécrivant les matrices d'état du système, on obtient les expressions du gain K des équations (3.3).

$$K(v_{CdG}) = \begin{pmatrix} k_1(v_{CdG}) \\ k_2(v_{CdG}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a_{21}} \left[(\chi \operatorname{Re}\{vp(A(v_{CdG}))\})^2 - a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12} + a_{11}k_2(v_{CdG}) \right] \\ -2\chi \operatorname{Re}\{vp(A(v_{CdG}))\} - \frac{(D_1 + D_2)}{m v_{CdG}} - \frac{(D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2)}{I_{zz} v_{CdG}} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

où a_{ij} représente l'élément ij de la matrice $A(v_{CdG})$.

Il est important de remarquer que, d'un point de vue théorique, donner une signification physique à la position des valeurs propres de la matrice $A(v_{CdG})$ est erroné car le système n'est pas linéaire invariant. Cependant, grâce à la variation lente de la vitesse longitudinale, les propriétés imposées, à vitesse fixée, conduisent en pratique à un bon comportement.

ii. Guidage

Dans ce paragraphe nous allons décrire les différentes composantes de la génération des consignes de vitesses.

La génération des consignes de vitesse longitudinale et de lacet est un algorithme qui, d'un point de vue fonctionnel, utilise avant tout les informations issues des pédales d'accélérateur, de frein et d'embrayage, de la boîte de vitesses, de l'angle volant. Cet algorithme utilise également les informations provenant de l'unité fonctionnelle « observateur » et d'autres entrées éventuelles telles que le régulateur ou limiteur de vitesse et interfaces avec le conducteur qui lui permettent de choisir le comportement du véhicule qu'il conduit (sport, éco, etc.). Ces interfaces peuvent être, à titre d'exemple, un bouton sur le tableau de bord qui permet au conducteur de passer d'un mode écologique à un mode sportif plus réactif.

iii. Pilotage

Cette dernière unité fonctionnelle a pour objectif d'assurer, dans la mesure des limites de la physique et des actionneurs disponibles dans le véhicule, la réalisation des consignes de vitesse longitudinale et de lacet. Elle est partitionnée en deux fonctions :

- Une première partie permet de calculer la somme et la différence des couples à appliquer sur les roues droites et gauches. Cette première partie est générale et indépendante (dans sa structure) du type de véhicule considéré. Dans la suite, plusieurs types de lois de commande sont proposés, étudiés et comparés pour assurer la réalisation attendue.
- Une deuxième partie optimise le choix des différents actionneurs disponibles dans la voiture en fonction de l'état du véhicule à un instant donné. A titre d'exemple, si la somme des efforts à réaliser est positif et que la voiture utilisée est une traction thermique non hybride, alors le seul actionneur qui va

être en mesure de réaliser ce couple positif sera le moteur thermique et il ne pourra être transmis que par les roues avant du véhicule.

2. Modélisation

Ce paragraphe décrit le modèle dynamique relatif aux comportements longitudinal et latéral du véhicule avec un degré de détails suffisant pour obtenir un modèle de synthèse non-linéaire qui sera par la suite transformé en modèle quasi-LPV.

a. Modèle dynamique du véhicule

De nombreuses références bibliographiques existent qui décrivent la dynamique véhicule avec différents niveaux de précision. Citons par exemple [3.3], [3.4].

Lors du choix du modèle de synthèse, il convient d'établir la limite des phénomènes que le modèle doit prendre en compte. Dans le cas de l'application au contrôle de la trajectoire, développée dans ce chapitre, la limite est en fait imposée par les actionneurs disponibles (les commandes accessibles sur le véhicule) et par les capteurs présents dans un véhicule (les mesures).

Par exemple, dès lors que l'on a accès dans le véhicule aux couples de freinage sur chacune des quatre roues, il est intéressant d'élaborer un modèle de synthèse qui possède, entre autres, les quatre couples de freinage comme entrées.

Un autre exemple, concernant cette fois les mesures, est la non prise en compte de la pente de la route. Prendre en compte la pente de la route pourrait améliorer la qualité des asservissements, mais cette information n'est pas disponible dans les véhicules de série car il serait nécessaire d'utiliser un accéléromètre longitudinal en plus de la mesure des vitesses des roues.

De même, et dans le but de faciliter l'implantation des lois de commande, il est inutile d'ajouter de la complexité au modèle avec des phénomènes ayant une importance relative faible comparée à la dynamique de lacet, comme par exemple le mode de roulis ou les efforts et moments aérodynamiques. Ces hypothèses simplificatrices font que ces phénomènes agiront comme des perturbations additives sur la commande puisqu'ils sont homogènes à des efforts et des couples.

Remarque : la conséquence que ces limitations induiront dans la synthèse des lois de commande est le fait qu'il sera nécessaire de sélectionner des correcteurs qui rejettent de façon suffisamment efficace les perturbations additives sur les commandes.

La première étape dans la construction du modèle consiste à écrire le principe fondamental de la dynamique sur le véhicule, voir Figure 6. On aboutit alors à trois équations différentielles non linéaires (3.4).

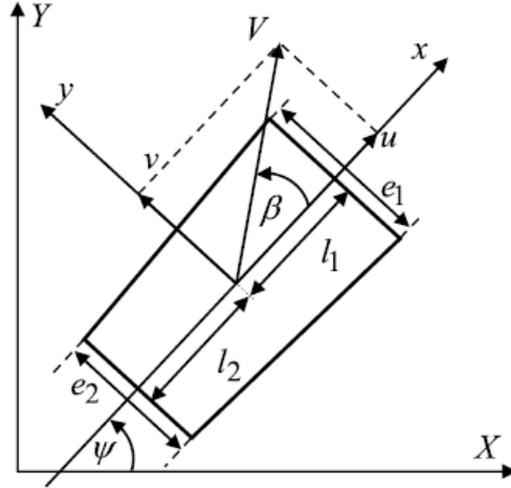


Figure 6 - Schéma de la dynamique de lacet du véhicule

$$\left\{ \begin{array}{l} m(\dot{u} - \dot{\psi} v) = \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{xij} \cos(\delta_r) - \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{yij} \sin(\delta_r) - mg \sin(\alpha) - F_{aerox} \\ m(\dot{v} + \dot{\psi} u) = \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{yij} \cos(\delta_r) + \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{xij} \sin(\delta_r) + F_{aeroy} \\ J_z \ddot{\psi} = \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{xij} \sin(\delta_r) x_{ij} + \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{yij} \cos(\delta_r) x_{ij} - \\ \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{xij} \cos(\delta_r) y_{ij} + \sum_{i=1:2; j=1:2} F_{yij} \sin(\delta_r) y_{ij} + M_{aero} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Où :

- $\dot{\psi}$ représente la vitesse de lacet,
- u représente la composante longitudinale de la vitesse du centre de gravité du véhicule,
- v représente la composante latérale de la vitesse du centre de gravité du véhicule,
- m représente la masse du véhicule,
- x_{ij} représente la composante longitudinale de la distance qui sépare le centre de gravité du véhicule de la roue ij ,
- y_{ij} représente la composante latérale de la distance qui sépare le centre de gravité du véhicule de la roue ij ,
- α représente la pente longitudinale de la route,
- J_z représente l'inertie de lacet du véhicule,
- δ_r représente l'angle de braquage des roues avant du véhicule,
- F_{xij} représente l'effort longitudinal à la roue ij ,
- F_{yij} représente l'effort latéral à la roue ij ,
- F_{aerox} représente l'effort aérodynamique longitudinal,
- F_{aeroy} représente l'effort aérodynamique latéral,
- M_{aero} représente le moment aérodynamique en lacet,

Si l'on procède de façon similaire avec la dynamique de chacune des quatre roues (voir Figure 7), on aboutit alors aux équations décrites par la relation (3.5). On remarque que puisque l'on travaille selon nos hypothèses avec un véhicule à traction

avant, les équations de la dynamique des roues avant possèdent, par rapport aux termes des roues arrière, une entrée supplémentaire : le couple moteur de traction.

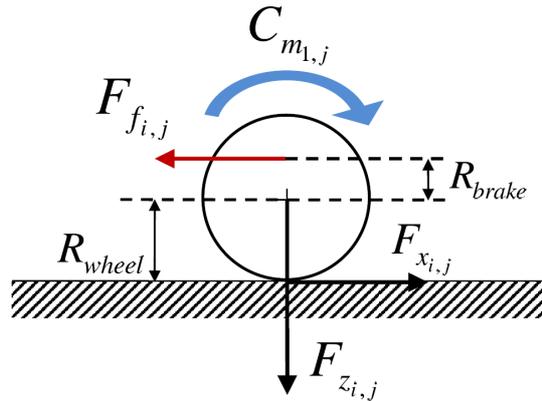


Figure 7 - Schéma de la dynamique des quatre roues

$$\begin{cases} J_{eq} \dot{\Omega}_{1j} = C_{1,j}^m - C_{1,j}^f - F_{x1,j} R_r \\ J_{eq} \dot{\Omega}_{2j} = -C_{2,j}^f - F_{x2,j} R_r \end{cases} \quad (3.5)$$

où :

- J_{eq} représente l'inertie équivalente du véhicule ramenée à la roue,
- Ω_{ij} représente la vitesse de la roue ij du véhicule,
- R_r représente le rayon sous charge des quatre roues du véhicule,
- C_{ij}^m couple moteur à la roue ij ,
- C_{ij}^f couple frein à la roue ij ,
- F_{xij} représente l'effort longitudinal à la roue ij ,
- F_{zij} représente l'effort vertical à la roue ij .

L'union des équations (3.4) et (3.5) constituent la base du modèle non-linéaire utilisé pour construire le modèle quasi-LPV de synthèse.

b. Mise sous forme q-LPV

Ce paragraphe détaille la transformation du modèle non-linéaire en un modèle quasi-LPV. L'intérêt et la démarche utilisée pour sélectionner les différents choix des changements de variable sont également précisés.

Si l'on remplace l'expression des efforts longitudinaux obtenus en (3.5) dans les équations (3.4) et si l'on effectue les changements de variables des équations (3.6) et (3.7) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \theta_1 = \dot{\psi} \\
 \theta_2 = -\frac{\cos(\delta_r)}{m R_r} \\
 \theta_3 = -\frac{1}{m R_r} \\
 \theta_4 = \left[-\frac{J_{eq} \cos(\delta_r)}{m R_r} (\dot{\Omega}_{11} + \dot{\Omega}_{12}) - \frac{J_{eq}}{m R_r} (\dot{\Omega}_{21} + \dot{\Omega}_{22}) - (F_{11}^y + F_{12}^y) \frac{\sin(\delta_r)}{m} \right] \frac{1}{u} \\
 \theta_5 = -\frac{\sin(\delta_r)}{m R_r} \\
 \theta_6 = \left[-\frac{\sin(\delta_r) J_{eq}}{m R_r} (\dot{\Omega}_{11} + \dot{\Omega}_{12}) + (F_{21}^y + F_{22}^y) \frac{1}{m} + (F_{11}^y + F_{12}^y) \frac{\cos(\delta_r)}{m} \right] \frac{1}{u} \\
 \theta_7 = -\frac{l_1 \sin(\delta_r)}{R_r J_z} \\
 \theta_8 = \frac{e_1 \cos(\delta_r)}{2 R_r J_z} \\
 \theta_9 = \frac{e_2}{2 R_r J_z} \\
 \theta_{10} = \left[\frac{e_2 J_{eq}}{2 R_r J_z} (\dot{\Omega}_{21} - \dot{\Omega}_{22}) + \frac{e_1 \cos(\delta_r) J_{eq}}{2 R_r J_z} (\dot{\Omega}_{11} - \dot{\Omega}_{12}) - \frac{J_{eq} l_1 \sin(\delta_r)}{J_z R_r} (\dot{\Omega}_{11} + \dot{\Omega}_{12}) + \right. \\
 \left. - (F_{21}^y + F_{22}^y) \frac{l_2}{J_z} + (F_{11}^y + F_{12}^y) \frac{l_1 \cos(\delta_r)}{J_z} + (F_{11}^y - F_{12}^y) \frac{e_1 \sin(\delta_r)}{2 J_z} \right] \frac{1}{u}
 \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_1 = C_{11}^f + C_{12}^f - C_{11}^m - C_{12}^m \\
 u_2 = C_{21}^f + C_{22}^f \\
 u_3 = C_{11}^f - C_{12}^f - C_{11}^m + C_{12}^m \\
 u_4 = C_{21}^f - C_{22}^f
 \end{array} \right. \quad (3.7)$$

on obtient le système d'équations différentielles de l'équation (3.8).

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u \\ v \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_4 & \theta_1 & 0 \\ \theta_6 - \theta_1 & 0 & 0 \\ \theta_{10} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_2 & \theta_3 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_7 & 0 & \theta_8 & \theta_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Il est important de remarquer que le choix du changement de variable (3.7) conserve le sens physique des grandeurs de commande, respectivement la somme et différence des efforts sur l'essieu avant et l'essieu arrière du véhicule.

Une autre remarque est que le choix du changement de variable (3.6) comporte certains paramètres qui sont fonction de u^{-1} . Le changement de variable n'est plus défini lorsque la vitesse longitudinale du véhicule tend vers zéro. Ceci ne pose pas problème dans notre cas dès lors que l'on ne souhaite plus contrôler le véhicule lorsqu'il est à l'arrêt ou presque à l'arrêt.

L'étape finale de simplification, qui est un élément clé dans l'adéquation du modèle de synthèse à une application pratique, est d'une part l'élimination de l'équation de la dynamique de la vitesse latérale et d'autre part les deux derniers changements de variable décrits dans l'équation (3.9).

L'intérêt d'éliminer l'équation de la dynamique de la vitesse latérale consiste à simplifier le modèle en le réduisant d'un ordre et en limitant implicitement le nombre de paramètres variables. On notera qu'il n'existe pas d'approximation introduite par cette élimination compte tenu du changement de variables introduit dans l'équation (3.9).

L'intérêt des changements de variable décrits dans l'équation (3.9) est d'une part de garder le caractère intégrateur du modèle linéaire invariant à paramètres fixes (naturellement intégrateur puisqu'il s'agit de transferts entre couples et vitesses), d'autre part de garder le sens physique des variables tout en réduisant le nombre de paramètres variables. Il est important et nécessaire de réduire le plus possible le nombre de paramètres variables puisque dans la représentation polytopique du système, le nombre de sommets est égal à deux à la puissance le nombre de paramètres variables.

$$\tilde{\theta} = \theta_4 + \dot{\psi} \tan(\beta) ; \quad \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_2 & \theta_3 \\ \theta_7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_8 \end{pmatrix} u_3 + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_9 \end{pmatrix} u_4 \quad (3.9)$$

On aboutit finalement au modèle de synthèse proposé dans l'équation (3.10).

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\theta} & 0 \\ \theta_{10} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Pour finir il suffit d'établir les limites de variation des deux paramètres variables de l'équation (3.10). Pour ce faire, il faut prendre en compte :

- les caractéristiques géométriques du véhicule, dans notre cas une Renault Laguna II,
- les limitations physiques, comme par exemple les limites des efforts de contact pneu-sol,
- la plage de variation de la vitesse longitudinale que l'on veut prendre en compte, dans notre cas l'intervalle [40 km/h – 120 km/h].

Il en résulte le polytope décrit Figure 8.

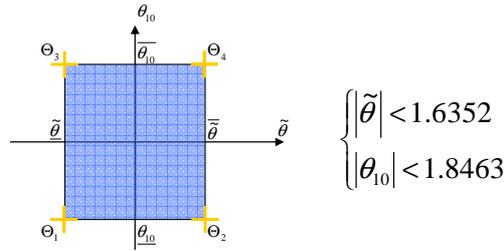


Figure 8 - Polytope issu du modèle quasi-LPV

c. Modélisation des actionneurs

Ayant pour but de modéliser tout le véhicule, il est nécessaire de compléter le modèle de la dynamique du véhicule par le modèle des actionneurs et des capteurs disponibles dans la chaîne de commande et la chaîne de mesure.

Dans le cas des capteurs, la bande passante est très importante et se situe au-delà de la bande de fréquence correspondant à la dynamique de l'application. Dès lors, et dans le but de ne pas accroître inutilement l'ordre du modèle, ils seront volontairement exclus de notre modèle de synthèse.

Les actionneurs disponibles dans le véhicule sont :

- Système de freinage : freins électromécaniques commandables individuellement. Il s'agit d'un système de freinage dit « by wire » car il n'existe pas de lien mécanique entre la pédale de frein et les éléments de friction. Chaque étrier est composé d'un moteur asynchrone et d'un système vis-écrou qui serre les plaquettes de frein contre les disques. Une boucle interne permet d'asservir l'effort de freinage appliqué. Le modèle utilisé est constitué d'un retard pur de 10 ms associé à une fonction du premier ordre de constante de temps de 30 ms et une saturation à 2000 Nm par étrier.
- Groupe motopropulseur : moteur F4RT (RENAULT) ; moteur essence 2 litres turbocompressé, 4 cylindres en ligne et 200 chevaux. Dans la suite il sera modélisé par un retard pur de 10 ms associé à une fonction du premier ordre de constante de temps et une saturation variable en fonction du régime moteur (voir Figure 9). Le choix de cette structure est motivé par le besoin de simplicité dans un modèle qui sera utilisé pour la synthèse de lois de commande.

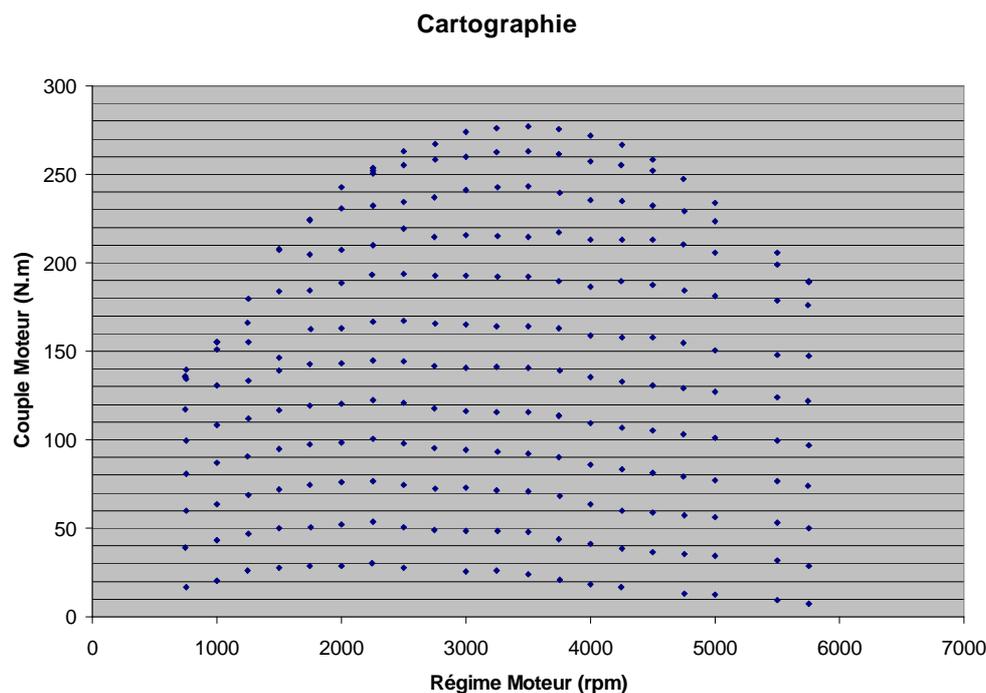


Figure 9 - Cartographie du couple en fonction du régime moteur (F4RT)

d. Le différentiel

Le dernier élément qu'il est important de modéliser, d'un point de vue dynamique, est le différentiel du véhicule. Il est situé en sortie de la boîte de vitesses et permet aux roues intérieures et extérieures d'un virage de tourner à des vitesses différentes. Le différentiel mécanique a été inventé en 1827 par le mécanicien français Onésiphore Pecqueur (1792-1852) et employé dès 1860 sur les premiers véhicules routiers à vapeur.

Dans le cas d'un véhicule automobile à traction avant, un seul différentiel est présent, reliant l'axe de sortie de la boîte de vitesse aux arbres de transmission qui se dirigent vers les deux roues avant. Les roues arrière ne sont pas liées mécaniquement entre elles et peuvent atteindre naturellement des vitesses différentes en virage. Dans le cas d'un véhicule automobile à propulsion (essieu arrière moteur), le seul différentiel est placé à l'essieu arrière ; et dans le cas d'un véhicule automobile 4x4 (traction aux 4 roues) il y a au moins deux différentiels (un sur le train avant et un autre sur le train arrière). Certains véhicules à quatre roues ne possèdent pas de différentiel : c'est le cas de karts ou de certains « quads ». Ils sont caractérisés par un comportement dit « difficile » en virage avec des glissements importants des roues. Dans le cas des karts, le châssis doit être assez souple pour permettre à la roue arrière intérieure de se soulever dans un virage, de sorte que le kart puisse tourner sans difficulté.

Plusieurs types de différentiels existent : les différentiels classiques (cas du différentiel détaillé dans la suite de ce paragraphe) et des différentiels à glissement limité (conçus pour se limiter à partir d'un certain seuil de glissement). De nombreux brevets sont encore actifs, et parmi les modèles les plus courants, on peut citer les différentiels :

- Torsen : Gleason Works fabricant américain de pignons et engrenages, a déposé la marque Torsen, pour « TORque SENsing », utilisant une vis sans fin, principe inventé par l'ingénieur américain Vernon Gleasman,

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

- Quaife : fabricant anglais.
- GKN Driveline : fabricant japonais de différentiels à glissement limité.
- Le différentiel Mercier (ingénieur Renault) utilisant des engrenages paradoxaux, c'est à dire liant des roues tournant dans le même sens. Dans ce cas, le glissement spécifique plus important des dentures permet une transmission partielle du couple à la roue encore en contact avec le sol.

On dit souvent qu'un certain différentiel est taré à $t\%$, pour signifier qu'il tolère un écart de couple de $100-t\%$ entre les demi arbres.

Dans ce paragraphe, le but est de modéliser le transfert entre le couple fourni par le moteur et les couples résistants (qui s'opposent au mouvement des roues : réactions du pneu et actions des freins) vers les vitesses roues et la vitesse moteur (régime moteur). Le schéma de la Figure 10 représente la transmission du couple moteur vers les deux roues.

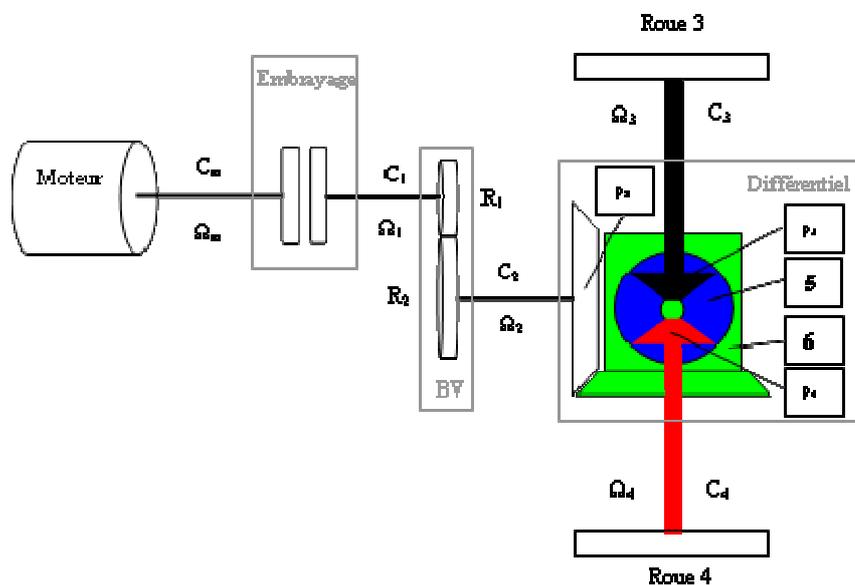
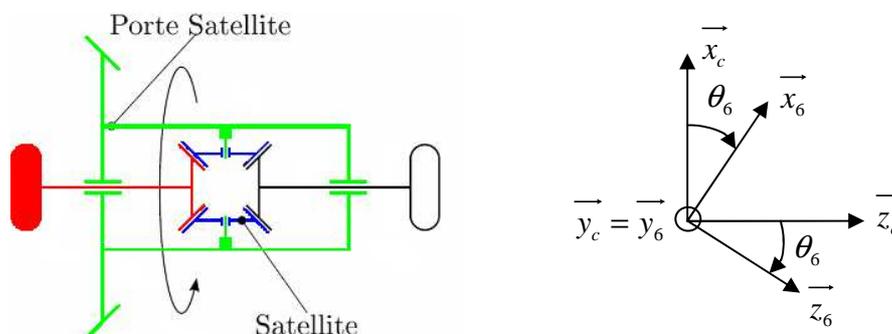
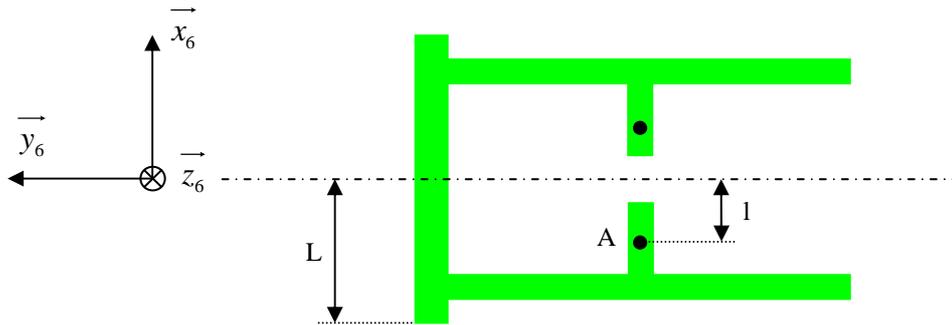


Figure 10. Schéma de la chaîne de transmission

Dans un premier temps il est nécessaire de définir les repères qui seront utiles :



Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile



La base châssis : $\{O; \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}$ est supposée inertielle, ce qui n'est qu'une approximation. Une meilleure approximation consisterait à écrire aussi la dépendance du mouvement du châssis dans un repère lié à la route supposée galiléenne.

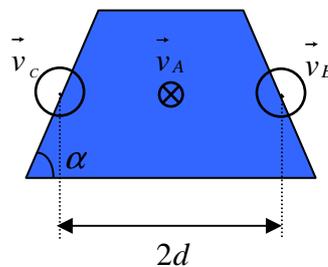
Le point O est situé à l'intersection de l'axe de rotation de 6 et de la droite qui relie les deux centres de gravité des deux satellites. L'axe \vec{x}_c est dirigé vers l'avant du véhicule et est parallèle à la route, \vec{y}_c est lui aussi parallèle à la route et dirigé vers la gauche du véhicule du point de vue du conducteur ; \vec{z}_c complète le trièdre.

La base du porte-satellite : $\{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\}$ est liée au solide 6. On retrouve une matrice de rotation d'un angle θ_6 pour passer d'une base à l'autre (de la base châssis à la base liée au solide 6) :

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_6 \\ \vec{y}_6 \\ \vec{z}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & 0 & \sin(\theta_6) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_6) & 0 & \cos(\theta_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_c \\ \vec{y}_c \\ \vec{z}_c \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Dans la suite, on notera Ω_i la vitesse de rotation du solide i .

Nous allons tout d'abord exprimer les relations cinématiques de la chaîne de transmission. Nous allons commencer par exprimer la vitesse de trois points du satellite :



Le point A est sur le centre de l'axe de symétrie du satellite, cependant à cause de la non-convexité du volume du satellite, il se trouve contenu dans le porte-satellites. Sa

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

vitesse est donc identique (absence de mouvement relatif) à celle du point situé sur le porte-satellites :

$$\vec{v}_{(A \in 6, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} = -\Omega_6 l \vec{x}_6 \quad (3.12)$$

On exprime ensuite la vitesse des deux autres points (B et C) en fonction de la vitesse de A et de la vitesse de rotation de 5 :

$$\begin{cases} \vec{v}_{B \in 5} = \vec{v}_A + \overline{\Omega}_5 \wedge \overline{AB} \\ \vec{v}_{C \in 5} = \vec{v}_A + \overline{\Omega}_5 \wedge \overline{AC} \end{cases} \quad (3.13)$$

De plus, on sait que d'après la loi de composition des vitesses angulaires :

$$\overline{\Omega}_5(\{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\}) = \overline{\Omega}_5(5/6, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\}) + \overline{\Omega}_6(\{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\}) = \Omega_6 \vec{y}_6 + \Omega_{5/6} \vec{z}_6 \quad (3.14)$$

D'où,

$$\begin{cases} \vec{v}_{(B \in 5, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} = \vec{v}_{(A \in 5, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} + (\Omega_6 \vec{y}_6 + \Omega_{5/6} \vec{z}_6) \wedge \overline{AB} = (-l\Omega_6 + d\Omega_{5/6}) \vec{x}_6 \\ \vec{v}_{(C \in 5, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} = \vec{v}_{(A \in 5, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} + (\Omega_6 \vec{y}_6 + \Omega_{5/6} \vec{z}_6) \wedge \overline{AC} = (-l\Omega_6 - d\Omega_{5/6}) \vec{x}_6 \end{cases} \quad (3.15)$$

On peut encore réécrire l'expression des vitesses des points B et C en fonction des vitesses des points de contact des engrenages 3 et 4 :

$$\begin{cases} \vec{v}_{(B \in 4, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} = -\Omega_4 R_{p4} \vec{x}_6 \\ \vec{v}_{(C \in 3, \{O; \overline{x}_6, \overline{y}_6, \overline{z}_6\})} = -\Omega_3 R_{p3} \vec{x}_6 \end{cases} \quad (3.16)$$

Avec R_{pi} le rayon du pignon i . Compte tenu des deux relations :

$$\begin{cases} -l\Omega_6 + d\Omega_{5/6} = -\Omega_4 R_{p4} \\ -l\Omega_6 - d\Omega_{5/6} = -\Omega_3 R_{p3} \end{cases} \quad (3.17)$$

Il vient les deux relations :

$$\begin{aligned} \Omega_3 + \Omega_4 &= \frac{2l}{R} \Omega_6 \\ \Omega_{5/6} &= k(\Omega_3 - \Omega_4) \end{aligned} \quad (3.18)$$

avec $R = R_{p3} = R_{p4}$ et $k = \frac{R}{d}$.

En réécrivant la vitesse du moteur en fonction de celle de 6, on aboutit à :

$$\Omega_3 + \Omega_4 = 2n \frac{R_1}{R_2} \Omega_m \quad (3.19)$$

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

soit :

$$\Omega_3 + \Omega_4 = \alpha \Omega_m \quad (3.20)$$

Le second principe utilisé consiste à appliquer les lois de Newton. Elles vont nous permettre de trouver les deux équations différentielles qui complètent les relations cinématiques.

On calcule alors le moment cinétique du solide 6 et sa dérivée vectorielle :

$$\vec{L}_G \Big|_{\{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\}} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega_6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_y \Omega_6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ \vec{L}_G \Big|_{\{O; \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}} \right\} = \frac{d}{dt} \left\{ \vec{L}_G \Big|_{\{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\}} \right\} + \vec{\Omega}_6 \wedge \vec{L}_G = \dot{\Omega}_6 I_y \vec{y}_c \quad (3.22)$$

Remarque : le produit vectoriel est nul car les deux vecteurs sont colinéaires.

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \vec{L}_G \Big|_{\{O; \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}} \right\} &= \sum_{Ext} \vec{M}_G \\ I_y \frac{nR_1}{R_2} \dot{\Omega}_m &= \frac{R_2 L}{R_1 R_{pe}} C_m - 2lF_{5/6} \end{aligned} \quad (3.23)$$

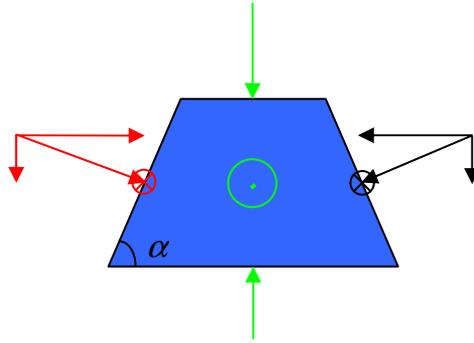
Afin de pouvoir retrouver l'expression de la force que 5 exerce sur 6 (5/6), il faut utiliser le principe d'action réaction et la deuxième loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) :

- On calcule l'accélération du centre de gravité de 5,
- On écrit le bilan des forces sur le solide 5.

Pour calculer l'accélération du centre de gravité de 5, il suffit de dériver proprement (dérivée vectorielle) la vitesse du point appartenant au solide 6, qui est exactement et toujours identique au point du solide 5 qui est le centre de gravité (A).

$$\begin{aligned} \vec{v}_{(A \in 6, \{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\})} &= -l \vec{\Omega}_6 \vec{x}_6 \\ \vec{a}_{(A \in 6, \{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\})} &= -l \dot{\Omega}_6 \vec{x}_6 + \vec{\Omega}_6 \vec{y}_c \wedge (-l \vec{\Omega}_6 \vec{x}_6) = -l \dot{\Omega}_6 \vec{x}_6 + l \Omega_6^2 \vec{z}_6 \end{aligned} \quad (3.24)$$

On écrit ensuite l'équilibre des forces appliquées au solide 5 en projection sur l'axe \vec{x}_6 :



Avec en vert les forces exercées par 6 sur 5, en noir les forces exercées par l'engrenage 3 sur 5 et en rouge l'engrenage 4 sur 5. On obtient :

$$F_{3/5}^{\bar{x}_6} + F_{4/5}^{\bar{x}_6} - F_{6/5}^{\bar{x}_6} = -l m_b \frac{n R_1}{R_2} \dot{\Omega}_m \quad (3.25)$$

La dernière étape consiste à calculer par le principe d'action réaction les forces exercées par les engrenages 3 et 4 sur le satellite. On écrit alors la formule du moment cinétique sur chacun des axes des roues :

$$J_i \dot{\Omega}_i = F_{5/i}^{\bar{x}_6} R_{pi} - C_{ri} \quad , i = 3,4 \quad (3.26)$$

ce qui nous permet de calculer :

$$F_{3/5}^{\bar{x}_6} = \frac{1}{R_{p3}} (J_3 \dot{\Omega}_3 + C_{r3}) \quad (3.27)$$

$$F_{4/5}^{\bar{x}_6} = \frac{1}{R_{p4}} (J_4 \dot{\Omega}_4 + C_{r4})$$

Finalement, en remplaçant dans l'équation du moment cinétique de 6, il vient :

$$\left[2l^2 m_b \frac{n R_1}{R_2} + I_y n \frac{R_1}{R_2} \right] \dot{\Omega}_m = \frac{L R_2}{R_1 R_{p2}} C_m + \frac{-2l(C_{r3} + C_{r4})}{R_p} - 2l J_3 \dot{\Omega}_3 - 2l J_4 \dot{\Omega}_4 \quad (3.28)$$

Nous pouvons écrire cette dernière équation sous la forme :

$$f(\dot{\Omega}_m, C_m, C_{r3} + C_{r4}) = 0 \quad (3.29)$$

ce qui vérifie le fait intuitif que, sur l'arbre moteur, les deux couples résistants appliqués aux roues sont ramenés de façon identique. En effet, nous pouvons réécrire l'équation comme suit :

$$J \dot{\Omega}_m = C_m - \chi(C_{r3} + C_{r4}) \quad (3.30)$$

avec :

$$J = \frac{2l^2 m_b n R_1^2 R_{p2}}{L R_2^2} + \frac{I_y n R_1^2 R_{p2}}{L R_2^2} + \frac{4 n l R_{p2} R_1^2 J_{axeRoue}}{L R_2}$$

$$\mathcal{X} = \frac{2lR_1R_{p2}}{LR_2R_p}$$

où $J_{axeRoue}$ représente les moments d'inertie sur chacun des axes des roues (supposés identiques).

Remarque 1 : nous pouvons observer les 3 contributions sur le moment d'inertie équivalent, ramené sur l'arbre moteur, dues respectivement au satellite, au porte satellite et à chacune des roues.

Remarque 2 : le facteur qui permet de ramener les couples résistants à l'arbre moteur est purement géométrique.

Finalement, en appliquant le principe fondamental de la dynamique, on peut trouver une dernière équation. Il s'agit de l'expression de la dérivée du moment angulaire du satellite :

$$\vec{L}_{5G} \Big|_{\{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\}} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega_6 \\ k(\Omega_3 - \Omega_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_y \Omega_6 \\ I_z k(\Omega_3 - \Omega_4) \end{pmatrix}$$

à savoir :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \vec{L}_{5G} \Big|_{\{O; \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}} \right\} &= \frac{d}{dt} \left\{ \vec{L}_{5G} \Big|_{\{O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6\}} \right\} + \vec{\Omega}_6 \wedge \vec{L}_{5G} \\ &= [\Omega_6(\Omega_3 - \Omega_4)I_z k] \vec{x}_6 + I_z \dot{\Omega}_6 \vec{y}_6 + [I_z k(\dot{\Omega}_3 - \dot{\Omega}_4)] \vec{z}_6 \end{aligned} \quad (3.31)$$

D'où :

$$F_{3/5}^{\vec{x}_6} R_{p3} - F_{4/5}^{\vec{x}_6} R_{p4} = I_z k(\dot{\Omega}_3 - \dot{\Omega}_4) \quad (3.32)$$

et en remplaçant les efforts des axes roues :

$$(I_z k - J_{axeroue})(\dot{\Omega}_3 - \dot{\Omega}_4) = C_{r3} - C_{r4}$$

soit :

$$J_{rel}(\dot{\Omega}_3 - \dot{\Omega}_4) = C_{r3} - C_{r4} \quad (3.33)$$

Le dernier principe utilisé est que la dérivée de l'énergie cinétique est égale à la somme des puissances intérieures et extérieures (la variation d'énergie par unité de temps est égale à la puissance qui rentre moins celle qui sort du système) :

$$\frac{dE_{CinétiqueTotale}}{dt} = \sum P_{int} - \sum P_{ext}$$

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

Dans notre cas, on considère que les actions qui s'opposent sont deux couples résistants connus : C_{r3} et C_{r4} . L'expression de l'énergie cinétique devient :

$$E_{CinétiqueTotale} = \frac{1}{2} J_1 \Omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \Omega_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \Omega_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \Omega_4^2 + \frac{1}{2} J_5 \Omega_5^2 + \frac{1}{2} J_6 \Omega_6^2 \quad (3.34)$$

Avec :

- J_1 : moment d'inertie du moteur, de l'embrayage et de l'engrenage 1,
- J_2 : moment d'inertie de R_2 et de p_2 ,
- J_3 : moment d'inertie de la roue 3 et de p_3 ,
- J_4 : moment d'inertie de la roue 4 et de p_4 ,
- J_5 : moment d'inertie de 5,
- J_6 : moment d'inertie de 6 avec 5.

Remarque : on fait l'hypothèse que le moment d'inertie J_6 est indépendant de la position angulaire de 6 lorsque 6 tourne par rapport à 5.

De plus on sait que :

- $\Omega_1 = \Omega_m$ lorsque le couplage est établi,
- $\Omega_2 = \Omega_1 \frac{R_1}{R_2}$
- $\Omega_6 = n\Omega_2$
- $\Omega_{5/6} = k(\Omega_3 - \Omega_4)$

D'où :

$$E_{CinétiqueTotale} = \frac{1}{2} J_1 \Omega_m^2 + \frac{1}{2} J_2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \Omega_m^2 + \frac{1}{2} J_3 \Omega_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \Omega_4^2 + \frac{1}{2} J_5 \Omega_{5/6}^2 + \frac{1}{2} J_6 n^2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \Omega_m^2 \quad (3.35)$$

Soit en dérivant par rapport au temps :

$$\frac{dE_{CinétiqueTotale}}{dt} = \left[J_1 + J_2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + J_6 n^2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] \Omega_m \dot{\Omega}_m + [J_3 + J_5 k^2] \Omega_3 \dot{\Omega}_3 + [J_4 + J_5 k^2] \Omega_4 \dot{\Omega}_4 - J_5 k^2 \Omega_4 \dot{\Omega}_3 - J_5 k^2 \Omega_3 \dot{\Omega}_4$$

Le bilan des puissances se traduit par les relations :

$$\begin{aligned} \sum P_{int} &= C_m \Omega_m \\ \sum P_{ext} &= C_{r3} \Omega_3 + C_{r4} \Omega_4 \end{aligned}$$

Remarque : si l'on décide de faire un modèle plus détaillé de la transmission en y ajoutant les efforts dus aux frottements visqueux, il suffit d'ajouter des termes de puissance sortante du système sous forme de puissance dissipée.

Finalement on obtient l'équation :

$$\begin{aligned}
 & C_m \Omega_m - C_{r3} \Omega_3 - C_{r4} \Omega_4 \\
 = & \left[J_1 + J_2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + J_6 n^2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] \Omega_m \dot{\Omega}_m + [J_3 + J_5 k^2] \Omega_3 \dot{\Omega}_3 + \\
 & + [J_4 + J_5 k^2] \Omega_4 \dot{\Omega}_4 - J_5 k^2 \Omega_4 \dot{\Omega}_3 - J_5 k^2 \Omega_3 \dot{\Omega}_4
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

En prenant le vecteur d'état $x = [\Omega_3 \ \Omega_4]^T$, le vecteur de commandes $u = [C_m \ C_{r3} \ C_{r4}]^T$ et le vecteur de sorties $y = [\Omega_3 \ \Omega_4 \ \Omega_m]^T$, le comportement dynamique du différentiel peut être décrit par la représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} a & b & b \\ a & c & d \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ e & e \end{bmatrix} x \end{cases} \tag{3.37}$$

Avec :

$$\begin{cases} a = \frac{nR_1}{R_2 J} & b = -\frac{\chi n R_1}{J R_2} & c = -\frac{\chi n R_1}{J R_2} + \frac{1}{I_z k J_{axe\ roue}} \\ d = -\frac{\chi n R_1}{J R_2} - \frac{1}{I_z k J_{axe\ roue}} & e = \frac{R_2}{2nR_1} \end{cases}$$

Dans la pratique, pour chaque rapport de la boîte de vitesses, les arbres qui sont entraînés sont différents. Afin d'identifier précisément l'ensemble des paramètres qui définissent les six modèles de la chaîne de transmission (un par rapport de boîte de vitesses), nous avons réalisé des essais à roues levées sur pont. Le principal intérêt de ces conditions d'identification est de connaître précisément les couples résistants. En effet les seuls couples résistants, dans ces cas, sont ceux exercés par les freins.

Nous avons réalisé trois séries d'essais :

- Essais « cinématiques » : qui permettent de recalibrer le paramètre α de l'équation (3.20). Il s'agit de deux enregistrements de quelques secondes par rapport de la boîte de vitesses. Le premier enregistrement effectué avec chaque rapport est utilisé pour l'identification du paramètre considéré et le deuxième pour la validation.

A l'aide d'une « μ -autobox » nous avons enregistré les vitesses des roues et le régime moteur en fonction du temps. Pour chaque période d'échantillonnage (10 ms), nous avons calculé la valeur du paramètre α . Ensuite, nous avons calculé la moyenne et la variance du α calculé chaque pas d'échantillonnage.

Les valeurs des moyennes correspondent assez précisément avec les valeurs théoriques issues de la conception de la boîte de vitesses. En ce qui concerne la variance, elle est de l'ordre de 1000 fois plus faible, ce qui nous permet de conclure que les valeurs moyennes sont représentatives de la réalité physique de la boîte de vitesse. Le tableau qui suit résume les résultats de l'identification du paramètre α :

Rapport BV	1	2	3	4	5	6
$\hat{\alpha}$	1,3625e-001	2,5301e-001	3,6019e-001	4,8372e-001	5,9495e-001	7,0618e-001
var($\hat{\alpha}$)	9,3295e-007	1,0988e-006	1,7809e-006	2,0015e-006	4,4425e-006	1,2929e-005

- Essais dynamiques « symétriques » : qui permettent d'identifier les deux paramètres de l'équation (3.30). Pour cela une première série d'essais, avec des couples résistants nuls, permet d'estimer J pour chacun des six rapports de la boîte de vitesse. Ensuite, χ est estimé dans un deuxième temps avec une seconde série d'essais où l'on rajoute une action de freinage connue. Dans la table qui suit, nous avons récapitulé les principaux résultats de l'identification :

Rapport BV	1	2	3	4	5	6
\hat{J}	8,1106e-002	1,0777e-001	1,3525e-001	1,8371e-001	2,2859e-001	1,8393e-001
var(\hat{J})	7,9633e-005	2,5801e-005	8,1233e-005	1,9666e-004	2,6647e-004	8,5445e-005
$\hat{\chi}$	2,9686e-002	3,6375e-002	7,0756e-002	6,8551e-002	2,9270e-001	2,9270e-001
var($\hat{\chi}$)	8,2801e-005	1,9182e-005	2,0739e-005	4,0194e-005	8,9430e-004	8,9430e-004

Remarque : les valeurs de $\hat{\chi}$ et de var($\hat{\chi}$) du 6^{ème} rapport n'ont pu être identifiées pour le moment. Elles sont remplacées temporairement par les valeurs du 5^{ème} rapport.

- Essais dynamiques « dissymétriques » : ils permettent d'identifier le paramètre \hat{J}_{rel} de l'équation (3.33). Il s'agit de l'identification la plus difficile à mettre en place, car il faut mesurer précisément les couples de freinage et en particulier leur différence. Les résultats de l'identification sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Rapport BV	1	2	3	4	5	6
\hat{J}_{rel}	5,5736e+000	4,1672e+000	4,3203e+000	4,6447e+000	6,1396e+000	1,9636e+001
var(\hat{J}_{rel})	9,5893e-001	1,8210e-001	4,0691e-001	5,2038e-001	2,6611e-001	2,8539e+001

Le but des développements ci-dessous est de valider les résultats des identifications effectuées précédemment. La démarche consiste à comparer les résultats des essais et les résultats obtenus par les modèles décrits ci-dessus.

- Validation de l'identification cinématique :

Pour la validation du modèle cinématique (3.20), nous utilisons les deuxièmes séries d'enregistrements effectués pour chaque rapport. Dans la figure ci-dessous (Figure 11) nous pouvons comparer les régimes moteurs issus des essais (rouge) et de la simulation (bleu) pour le cas où le premier rapport de la boîte de vitesses est enclenché (dans le cas des simulations, les entrées sont les vitesses angulaires des deux roues de l'essieu avant et le rapport de la boîte de vitesse engagé).

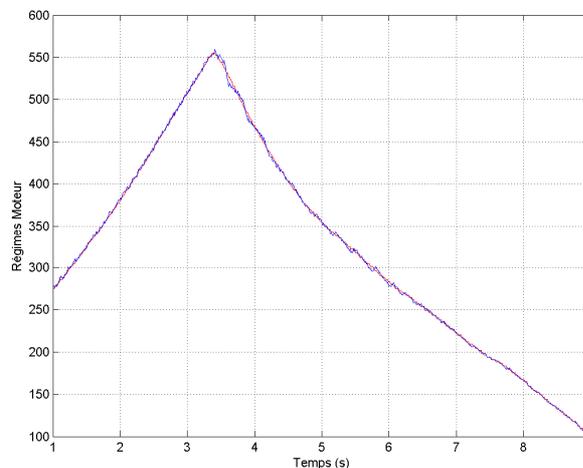


Figure 11 - Validation du modèle cinématique de la chaîne de transmission 1^{er} rapport engagé

Les résultats obtenus sont très proches, ainsi les écarts ne sont pas visibles. Il en est de même dans le cas des autres rapports. On peut donc conclure que le modèle cinématique est validé pour les six rapports de la boîte de vitesse.

- Validation du modèle de la dynamique symétrique :

Pour la validation de la dynamique symétrique, nous utilisons également les deuxièmes séries d'enregistrements effectués, pour le cas de l'essai considéré, pour chaque rapport. Dans la figure ci-dessous (Figure 12) nous pouvons comparer les régimes moteurs et les vitesses des roues issus des essais (trait plein) et de la simulation (trait discontinu) pour le cas où le premier rapport de la boîte de vitesses est enclenché.

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

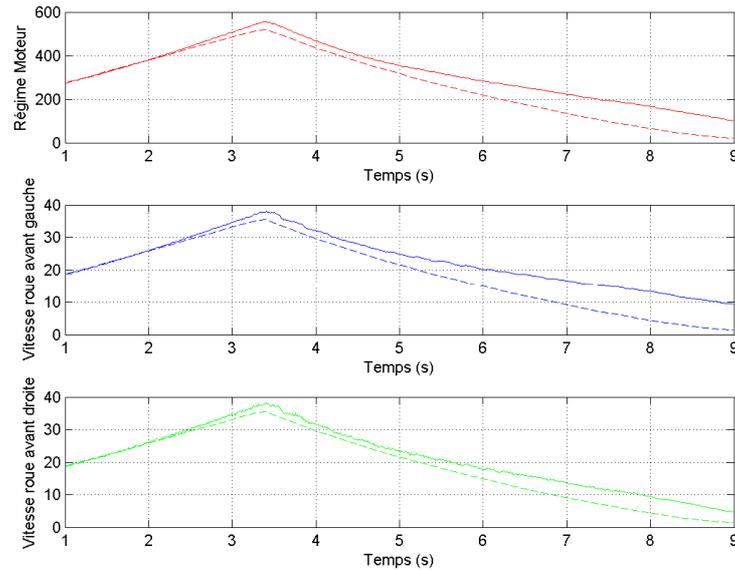


Figure 12 - Validation de la dynamique symétrique (J), 1^{er} rapport

Les résultats montrent la bonne représentativité du modèle, même avec des mesures peu précises du couple moteur exercé.

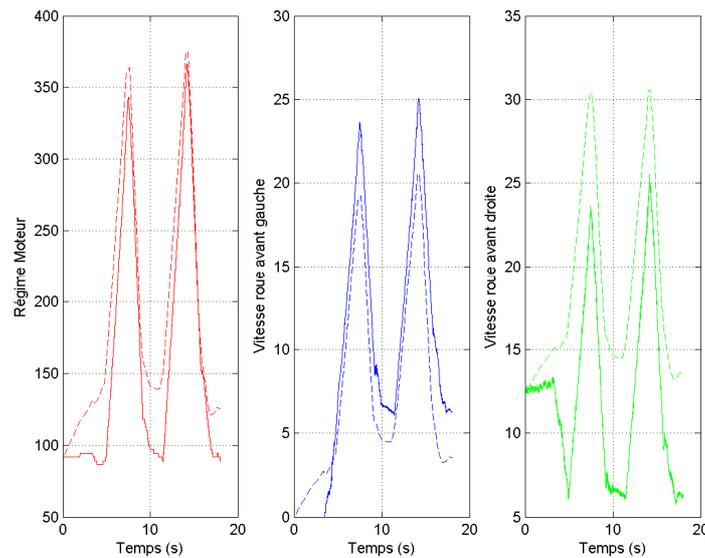


Figure 13 - Validation dynamique symétrique (X), 1^{er} rapport

Comme précédemment les résultats montrent la bonne représentativité du modèle, même avec des mesures peu précises des couples moteur et de freinage exercés.

- Validation de la dynamique dissymétrique :

Pour la validation de la dynamique dissymétrique, nous avons représenté dans la figure suivante (Figure 14) une comparaison entre les résultats issus de la simulation (trait plein) et du modèle de la chaîne de transmission (trait discontinu). Les résultats observés sont les vitesses des deux roues avant et les

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

résultats issus de la simulation sont les sorties du modèle ayant pour entrées les couples moteur et les deux couples freineurs ainsi que le rapport de la boîte de vitesse engagé.

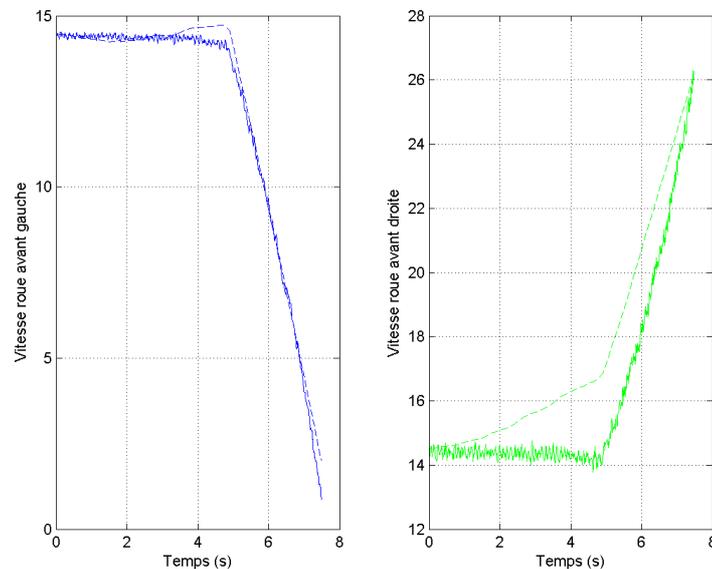


Figure 14 - Validation du modèle dynamique dissymétrique, 1^{er} rapport

Les résultats montrent la bonne représentativité du modèle, même avec des mesures peu précises des couples moteur et de freinage exercés.

Pour conclure, on peut dire que le modèle de la Figure 15 (ayant pour entrées les couples freineurs et moteur ainsi que le rapport de la boîte de vitesse engagé et pour sorties les vitesses des 2 roues avant et le régime moteur) est bien adapté à nos besoins : il traduit les phénomènes physiques les plus importants (compte tenu des rendements du différentiel) et reste assez simple : un modèle linéaire invariant différent pour chaque rapport engagé.

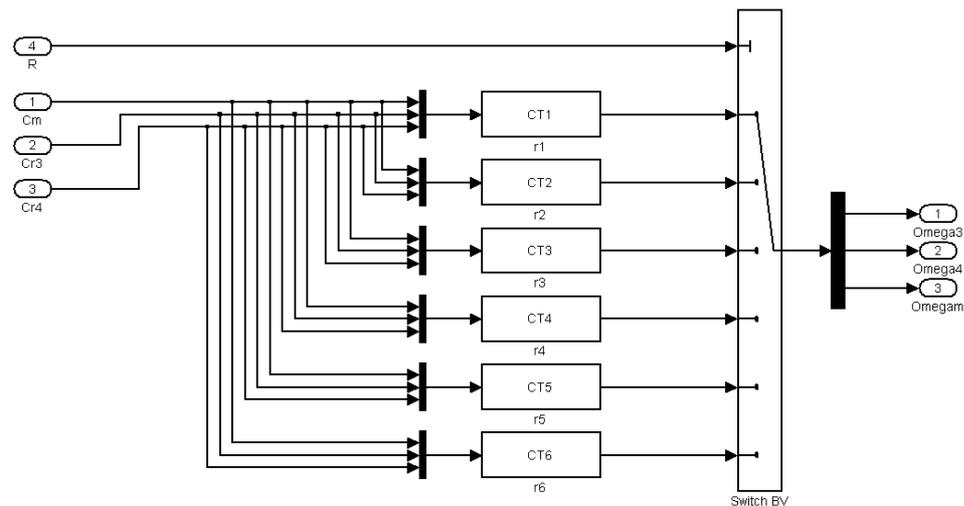


Figure 15 - Modèle complet de la chaîne de transmission

Remarque : une extension possible de ce modèle consiste à prendre en compte des termes de dissipation ou frottements visqueux. Ceci se traduirait par une matrice **A**

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

non nulle pour chacune des représentations d'état associées aux rapports de la boîte de vitesses.

Afin de compléter les résultats de cette étude, nous avons réalisé une comparaison des modèles obtenus en utilisant différentes méthodes d'identification paramétrique des systèmes MIMO et les résultats issus du recalage paramétrique effectué.

Parmi les modèles que nous avons testés, les plus représentatifs sont : les représentations d'état, les modèles de type ARX, les modèles de type boîte grise (où seuls les paramètres inconnus sont identifiés).

Les modèles ARX ont une structure de la forme : $A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$, avec :

- $u(t)$ le vecteur des n_u entrées,
- $y(t)$ le vecteur des n_y sorties,
- $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n_y n_y}$, $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n_y n_u}$,
- $e(t)$ un bruit blanc.

Tandis que les modèles de représentation d'état ont la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{re} = A_{re}x_{re} + B_{re}u + K_{re}e \\ y = C_{re}x_{re} + D_{re}u + e \end{cases}$$

Dans les figures suivantes (Figure 16, Figure 17 et Figure 18), nous avons représenté les évolutions temporelles des différentes sorties prédites par les modèles énoncés ci-dessus et les sorties provenant des mesures expérimentales (en noir) :

- le modèle boîte noire de représentation d'état d'ordre 4 est en rouge,
- les modèles ARX d'ordre 2 et 3 sont représentés en bleu et vert respectivement,
- le modèle recalé issu de la mise en équation et correspondant aux équations (3.37) est en cyan
- enfin le modèle boîte grise des équations (3.30) et (3.33) est en jaune.

On notera qu'en raison du caractère intégrateur du système, on observe une augmentation générale de l'erreur commise par tous les modèles lorsque le temps augmente.

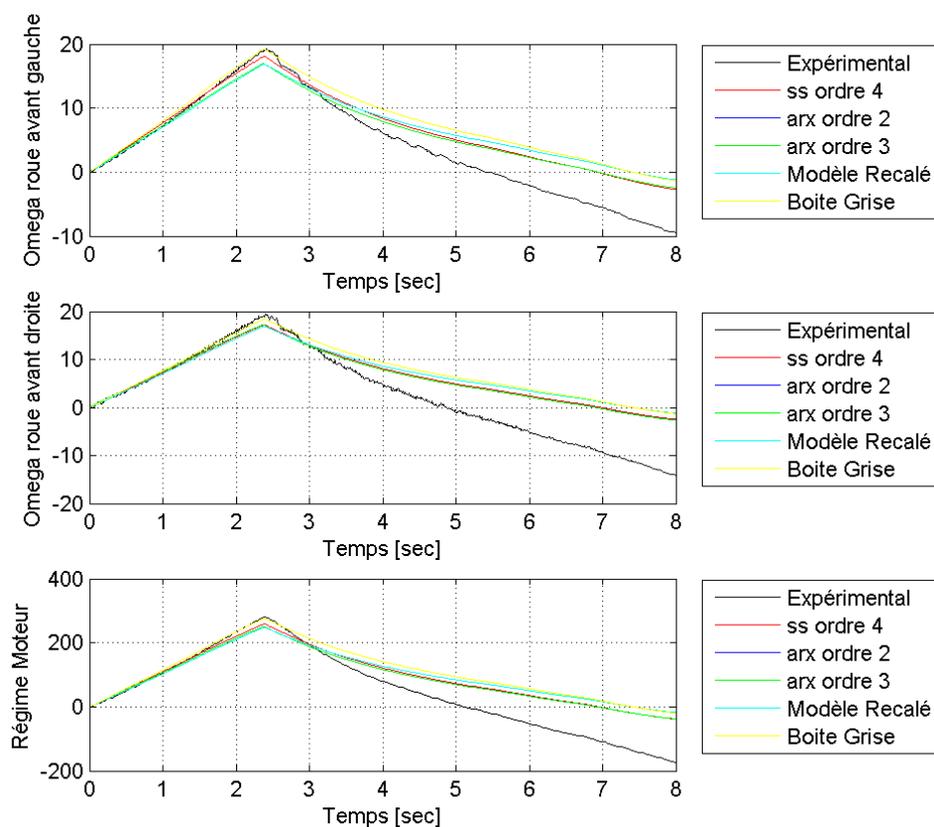


Figure 16 - Comparaison de Modèles 1

Cette première figure correspond au premier rapport de la boîte de vitesses et à une expérience destinée à l'identification qui excite la dynamique symétrique du différentiel.

Les résultats prédits par tous les modèles sont très satisfaisants. Ceci était prévisible car il s'agit des données utilisées pour les processus d'identification.

On observe une détérioration des résultats pour les plus grands rapports de vitesse. Ceci est dû aux difficultés techniques rencontrées lors des essais sur véhicule. En effet, lorsque le rapport engagé entraîne une vitesse des roues significativement plus élevée, les éléments mécaniques chauffent car les rendements sont moins bons et le risque de casse augmente.

Afin de maintenir le risque le plus bas possible, nous avons diminué la durée des échelons appliqués au système. De plus, c'est aux valeurs de vitesses élevées que les forces de frottements visqueux sont les plus importants et dans nos modèles ils ne sont pas pris en compte.

L'apparition des frictions et la durée plus courte des essais expliquent ainsi la moins bonne qualité des modèles pour les hauts rapports de la boîte de vitesse. Cependant, ceci ne pose pas de problème car pour les applications envisagées ce niveau de précision dans la modélisation n'est pas nécessaire.

Chapitre 3.- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile

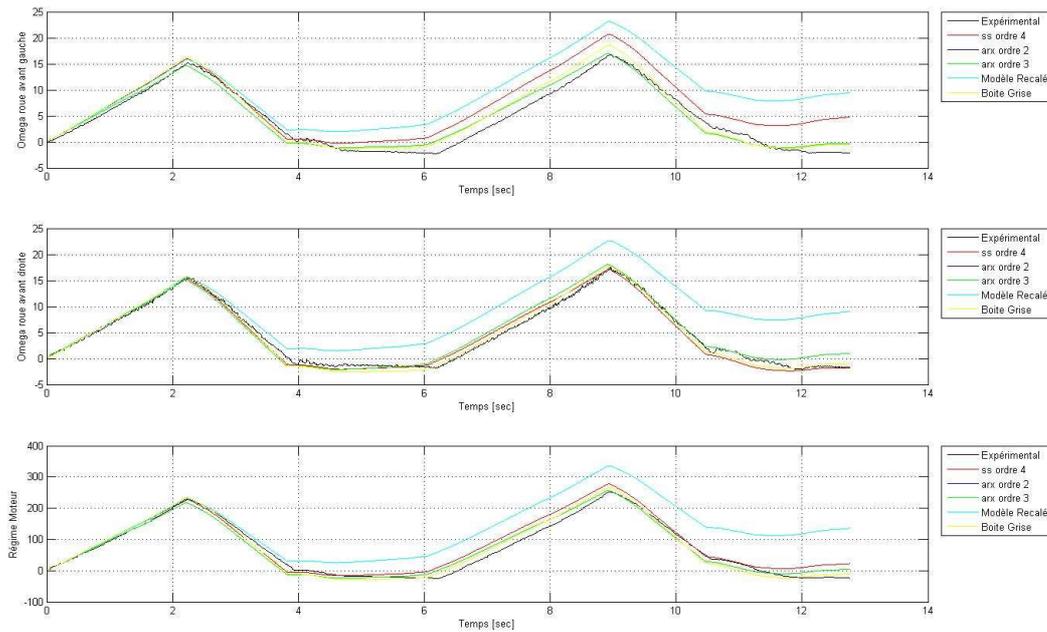


Figure 17 - Comparaison de Modèles 2

Cette figure correspond à une expérience (différente de celle employée pour l'identification) qui a été menée avec le premier rapport de la boîte de vitesses engagé et qui excite la dynamique symétrique.

On peut mieux comparer sur cette figure les résultats prédits par les différents modèles :

- Les modèles en rouge (représentation d'état d'ordre 4) et cyan (modèle recalé) offrent les moins bonnes prédictions (en particulier le modèle recalé),
- Les autres modèles offrent des performances similaires.

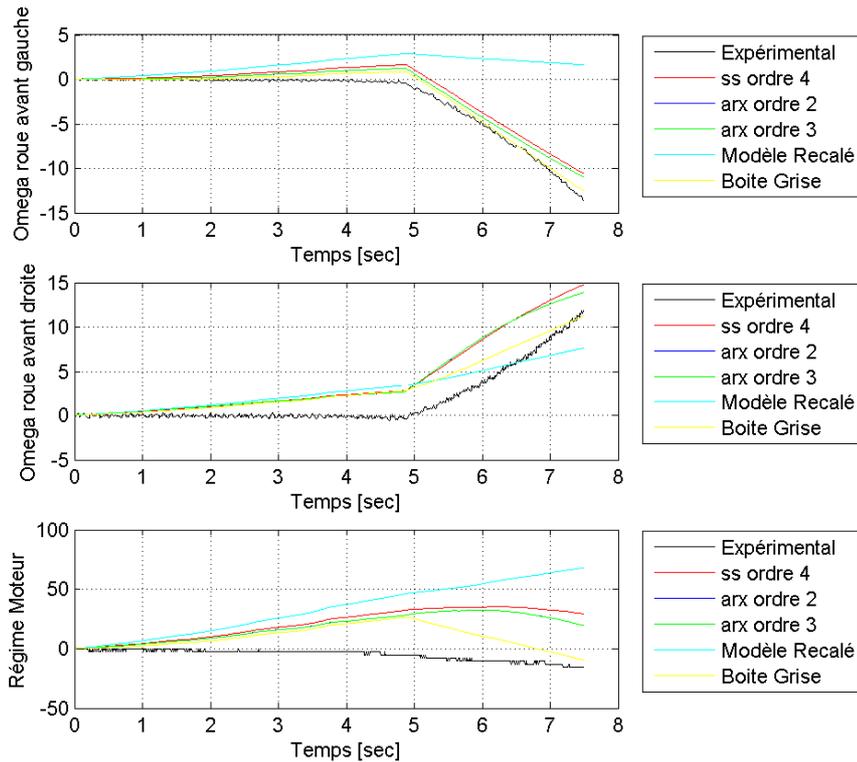


Figure 18 - Comparaison de Modèles 3

Enfin la figure 18 permet de comparer les résultats des différentes représentations (représentation d'état d'ordre 4, arx d'ordre 3 et 4, modèle boîte grise d'ordre 2 où seulement les paramètres inconnus des équations 3.30 et 3.33 sont identifiés) face à une excitation de la dynamique dissymétrique.

Les meilleurs résultats sont obtenus pour le modèle boîte grise (tracés en jaune) : ce modèle permet de prendre en compte les connaissances à priori (telles que les rapports de boîte de vitesse). Seuls les deux paramètres de la matrice de commande de la représentation d'état sont estimés pour minimiser le carré de l'erreur commise par le modèle, puisque l'on sait que la matrice d'état est nulle, et que l'on connaît de façon très précise les valeurs de la matrice d'observation.

Les deux modèles ARX (un ordre 3 et un ordre 4) possèdent des comportements très similaires. Ceci nous permet de justifier le choix d'un modèle d'ordre 2.

Le modèle recalé (cyan) et de représentation d'état (rouge) possèdent des performances qui sont bien en dessous des autres. Cependant, le modèle recalé présente l'utilité de servir de point d'initialisation pour la minimisation du modèle boîte grise.

Les résultats étant assez proches, on peut alors conclure qu'ajouter de la complexité au modèle tout en lui enlevant son sens physique n'apportera guère plus dans le cadre d'un modèle de synthèse de lois de commande. Même dans le cadre d'un modèle de validation, la précision des capteurs restreint l'intérêt d'un modèle type boîte noire qui pourrait intégrer les dissipations visqueuses. Le modèle qui est retenu est le modèle

boîte grise (en jaune), car il permet de conserver le sens physique et d'obtenir des structures simples et précises.

3. Synthèse de correcteurs

Ce paragraphe a pour but de décrire les différents correcteurs élaborés afin d'asservir la vitesse longitudinale et la vitesse de lacet du véhicule. Le premier est un correcteur de type H_∞ quasi-LPV inspiré de [3.5] et [3.6]. Les deux autres correcteurs sont issus d'une linéarisation par difféomorphisme : un premier avec une boucle externe robuste H_∞ et le deuxième avec deux correcteurs proportionnel intégral optimisés.

a. H_∞ quasi-LPV

La méthode utilisée pour concevoir le premier des correcteurs proposé est la synthèse H_∞ quasi-LPV. La motivation de ce choix est induite par la forme du modèle de synthèse que nous avons obtenue (quasi-LPV) et par l'incapacité de contrôler (avec des performances correctes) le système avec des correcteurs linéaires invariants.

Le cahier de charges de la synthèse est :

- annulation de l'erreur statique en suivi de consigne de la vitesse longitudinale et de la vitesse de lacet,
- roll-off maximal (atténuation des hautes fréquences des signaux de commande),
- temps de réponse aussi faible que possible,
- dépassement contrôlé en réponse à un échelon de consigne (du point de vue prestation client),
- marge de gain > 6 dB,
- marge de phase $> 45^\circ$,
- rejet efficace (du point de vue prestation client) des perturbations constantes additives agissant sur les commandes.

La structure des filtres de pondération choisie est présentée Figure 19. Les filtres W_{11} et W_{12} permettent d'assurer une erreur statique « nulle », le temps de réponse et la marge de module. Les filtres W_{21} et W_{22} permettent de régler l'action de roll-off et les filtres W_{31} et W_{32} permettent de régler le rejet de perturbation.

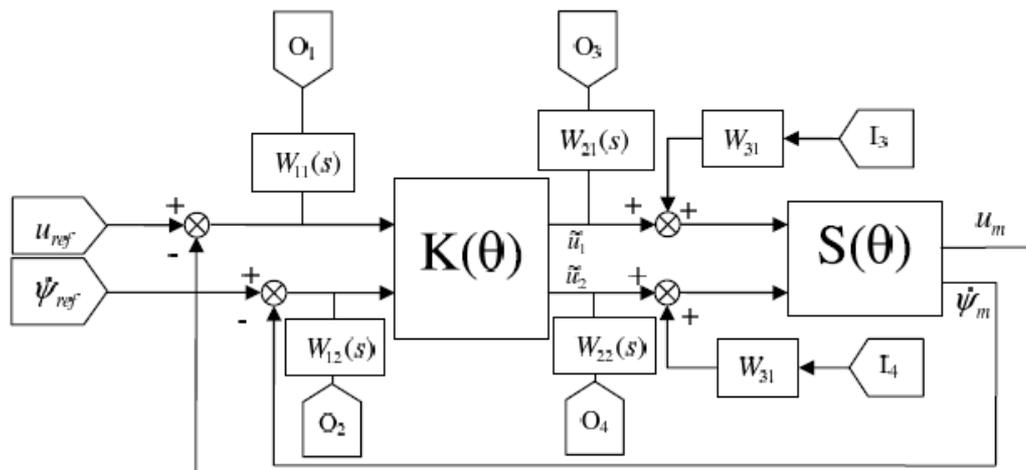


Figure 19 - Structure de synthèse H_∞ q-LPV

Remarque : tous les filtres sont d'ordre un sauf W_{31} et W_{32} qui sont des constantes. La motivation permettant d'aboutir à ces choix est de limiter l'ordre du correcteur (voir [3.7] et [3.8]).

La Figure 20 montre les digrammes de Bode du correcteur obtenu. Ce correcteur est d'ordre 8 et minimise la norme H_∞ entrée sortie du schéma de synthèse décrit par la Figure 19. Ces formes permettent d'identifier des allures de type proportionnel intégral et avance de phase (voir Figure 20).

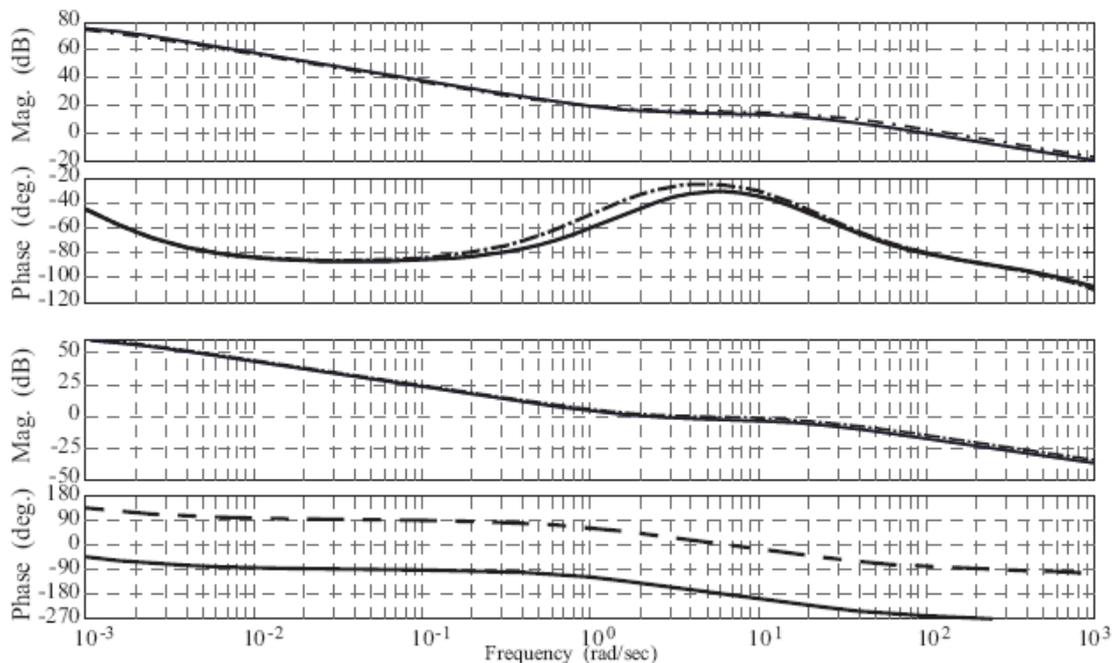


Figure 20 - Diagramme de Bode du correcteur de l'entrée écart de vitesse longitudinale vers les deux sorties

Les tracés des valeurs singulières des fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire (S et KS) sont détaillés Figure 21. On observe que, pour tous les sommets du polytope (traits pleins), ils sont majorés par les gabarits choisis (traits discontinus qui sont le reflet des objectifs de synthèse décrits ci dessus).

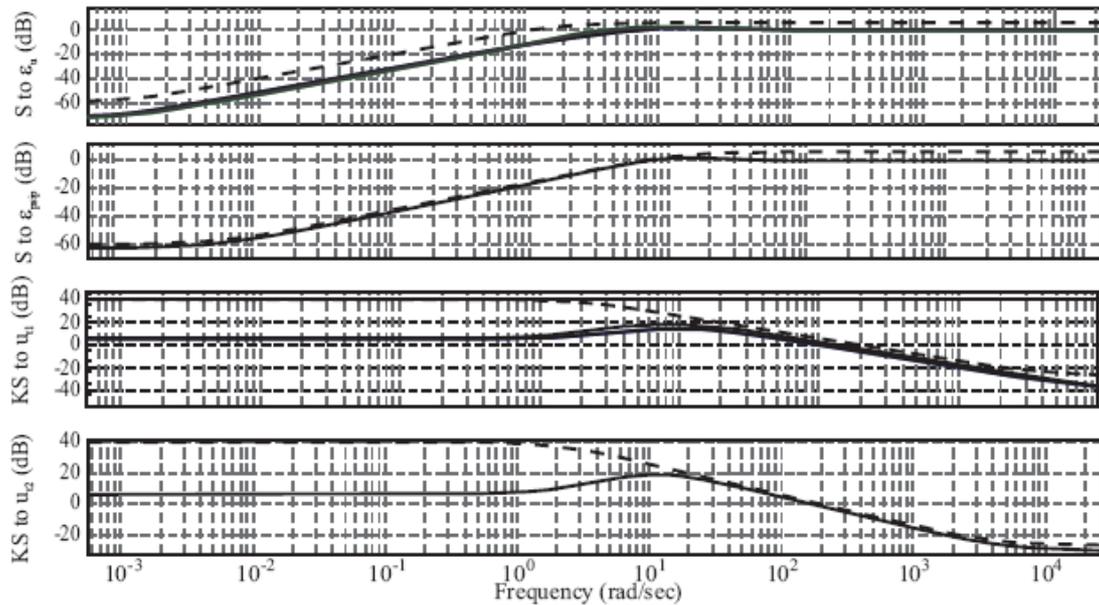


Figure 21 - Valeurs singulières de la boucle fermée corrigée

La stabilité quadratique a été vérifiée en déterminant une matrice symétrique définie positive \mathbf{X} telle que la LMI décrite par l'équation (3.38) soit vérifiée.

$$A_{bf_i}^T X + X A_{bf_i} \prec 0 \quad (3.38)$$

où A_{bf_i} est la matrice d'état en boucle fermée corrigée au $i^{\text{ème}}$ sommet du polytope.

De plus, la Figure 22, détaille la position des valeurs propres de la matrice A_{bf_i} pour les quatre sommets ; on peut observer que ses valeurs propres sont toutes à partie réelle négative (ce qui ne garantit cependant pas la stabilité *per se*) et bien amorties.

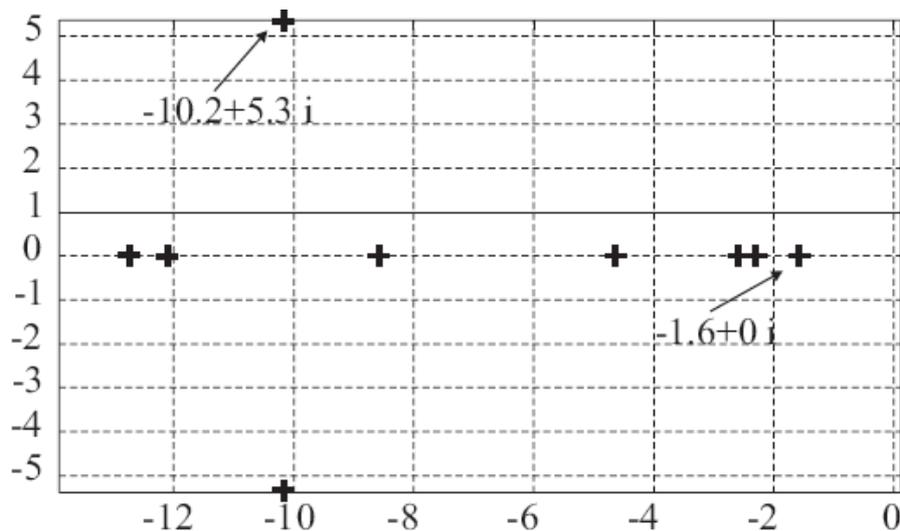


Figure 22 - Pôles de la boucle fermée aux sommets du polytope

En ce qui concerne les marges de stabilité, elles ont été calculées en multivariable par le biais du gain L_2 .

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{L_2(T)} \\ \alpha_2 = \frac{1}{L_2(S)} \end{cases} \quad (3.39)$$

A savoir :

$$\begin{aligned} \text{Marge de gain} &=]1-\alpha_1; 1+\alpha_1[\cup \left] \frac{1}{1+\alpha_2}; \frac{1}{1-\alpha_2} \right[\\ \text{Marge de phase} &= \left] -2\arcsin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right); 2\arcsin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \right[\cup \left] -2\arcsin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right); 2\arcsin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \right[\end{aligned}$$

Les équations précédentes permettent de conclure à des marges :

$$\begin{cases} -9,65 < \text{Marge Gain [dB]} < 23,85 \\ -55,79 < \text{Marge Phase [}^\circ\text{]} < 55,79 \end{cases}$$

Dans la suite, ce correcteur a été simplifié et discrétisé pour une implantation en temps discret. La simplification pour chaque correcteur LTI aux quatre sommets du polytope a consisté en :

- un remplacement des pseudo-actions intégrales par des actions intégrales pures,
- une élimination des pôles et zéros au-delà de la fréquence de repliement (dans notre cas : $\pi/0,010 = 314$ rad/s),
- une élimination des couples pôle-zéro (« stables ») proches numériquement de la même fréquence,
- une projection sur l'axe réel des pôles et zéros qui sont déjà (aux tolérances près) sur l'axe réel.

La discrétisation a été effectuée de façon analytique en utilisant une transformation bilinéaire (voir [3.10]), ce qui a donné comme résultat des fonctions de transfert discrètes dont les paramètres ne sont pas constants, mais dépendants des paramètres variables :

$$T_{kl}(z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}; \text{ avec } a_i, b_i = f_i^{a,b}(\tilde{\theta}, \theta_{10}) \quad (3.40)$$

b. Retour linéarisant

Dans cette section nous allons décrire la linéarisation du système quasi-LPV par difféomorphisme, c'est-à-dire la linéarisation globale et pour tout point de fonctionnement de l'espace paramétrique.

Le modèle quasi-LPV de la dynamique de lacet du véhicule peut aussi s'écrire comme un système non-linéaire affine en la commande :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix} \\ y = h(x) = \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.41)$$

Avec :

$$\begin{cases} f(x) = \begin{pmatrix} \theta_4 u + \tan(\beta) u \dot{\psi} \\ \theta_{10} u \end{pmatrix} \\ g(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ h(x) = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.42)$$

Comme il est habituel dans cette approche, il est nécessaire de déterminer dans un premier temps le degré relatif du système, qui dans le cas de systèmes à plusieurs sorties est la somme des degrés relatifs des sorties. Nous avons calculé ces degrés relatifs en utilisant les dérivés de Lie dont la définition est rappelée par l'équation (3.43).

Pour une fonction $\lambda(x): \mathfrak{X}^n \mapsto \mathfrak{R}$

$$\begin{aligned} L_f \lambda(x) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x) \\ L_f^k \lambda(x) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial (L_f^{k-1} \lambda(x))}{\partial x_i} f_i(x) \end{aligned} \quad (3.43)$$

avec $L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x)$

Ainsi, le degré relatif r d'un système par rapport à la sortie $h(x)$ est défini comme le nombre de fois qu'il est nécessaire de dériver $h(x)$ pour faire apparaître explicitement la commande dans une des dérivées de la sortie. Soit :

$$\begin{aligned} L_g L_f^{r-1} h(x) &\neq 0 \\ L_g L_f^k h(x) &= 0 \quad \forall k < r-1 \end{aligned}$$

Les équations ci-dessous traduisent le calcul des degrés relatifs pour chaque sortie :

$$\begin{cases} L_{g_1} L_f^0 h_1(x) = 1 \\ L_{g_2} L_f^0 h_1(x) = 0 \end{cases} \quad (3.44)$$

$$\begin{cases} L_{g_1}^0 L_f^0 h_2(x) = 0 \\ L_{g_2}^0 L_f^0 h_2(x) = 1 \end{cases} \quad (3.45)$$

Finalement, le degré relatif r du système est égal à :

$$r = r_1 + r_2 = 2 \quad (3.46)$$

On sait [3.9] qu'il existe un retour d'état linéarisant et statique si et seulement si le degré relatif MIMO est égal à la dimension de l'espace d'état. Dans notre cas, la dimension de l'espace d'état est égale à 2, donc le système est linéarisable par retour d'état statique.

L'étape suivante consiste à calculer la matrice $\mathbf{D}(x)$ dite matrice de découplage. Elle est définie par l'équation (3.47), et dans notre cas elle est inversible car égale à l'identité.

$$D(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1}^0 L_f^0 h_1(x) & L_{g_2}^0 L_f^0 h_1(x) \\ L_{g_1}^0 L_f^0 h_2(x) & L_{g_2}^0 L_f^0 h_2(x) \end{pmatrix} = I \quad (3.47)$$

Finalement, on peut écrire que la commande $u(x)$ qui linéarise globalement la représentation du véhicule est décrite par l'équation suivante :

$$u(x) = \begin{pmatrix} -\theta_4 u - \tan(\beta) u \dot{\psi} \\ -\theta_{10} u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

Le schéma de commande est décrit Figure 23. On peut observer une boucle « interne » qui linéarise le véhicule et un correcteur linéaire invariant qui ferme la boucle « externe ».

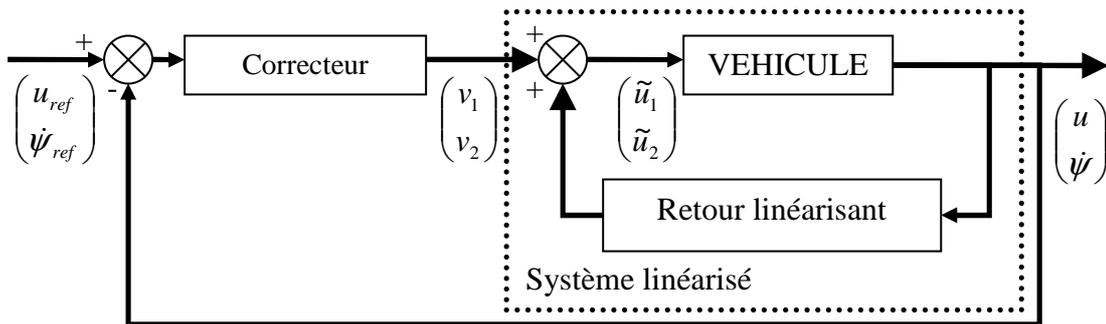


Figure 23 – Schéma de commande avec retour linéarisant

i. Boucle externe H_∞

Ce paragraphe décrit la synthèse du premier des deux correcteurs proposés pour la boucle externe : une synthèse H_∞ . L'inconvénient principal de la linéarisation par difféomorphisme est le manque de robustesse face aux incertitudes du modèle utilisé

pour construire le retour linéarisant. Dans notre cas, c'est la mauvaise estimation des paramètres variables qui pourrait nuire aux performances et à la robustesse de la loi de commande.

La motivation du choix de la méthode de synthèse est le besoin de robustesse vis-à-vis des erreurs d'estimation des paramètres variables $\tilde{\theta}$ et θ_{10} . Pour ce faire, nous avons réécrit les équations de la dynamique du modèle linéarisé en prenant en compte les écarts sur l'estimation des paramètres variables. Dans la suite on fera l'hypothèse que ces écarts décrits dans l'équation (3.49) sont bornés.

$$\begin{cases} H_1 = \tilde{\theta} - Est(\tilde{\theta}) \\ H_2 = \theta_{10} - Est(\theta_{10}) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} |H_1| < \varepsilon_{H_1} \\ |H_2| < \varepsilon_{H_2} \end{cases} \quad (3.49)$$

Le système peut être mis sous forme LFT selon le modèle de la Figure 24. La représentation d'état de $M(s)$ est décrite par l'équation (3.50) et $K_H(s)$ est le correcteur que l'on cherche à synthétiser.

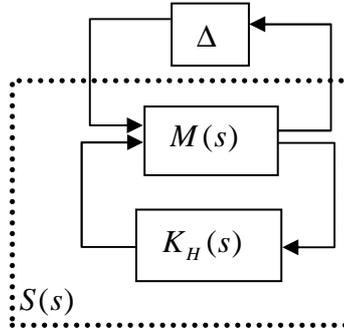


Figure 24 - Schéma LFT du système linéarisé

$$M(s) \equiv \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \\ y = \begin{pmatrix} u \\ u \\ u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\Delta \equiv \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas, le schéma de synthèse H_∞ Figure 25 est différent de celui utilisé dans le paragraphe 3.a, il incorpore ici deux pondérations constantes supplémentaires : $1/\|\Delta\|_\infty$. En appliquant le théorème du petit gain, si l'équation (3.51) est respectée, alors la stabilité face aux mauvaises estimations des paramètres variables bornés est assurée.

$$\|S(s)\|_{\infty} \leq \frac{1}{\|\Delta\|_{\infty}} \quad (3.51)$$

Remarque : l'hypothèse de stabilité interne nécessaire pour pouvoir appliquer le théorème du petit gain est assurée par la synthèse H_{∞} elle-même.

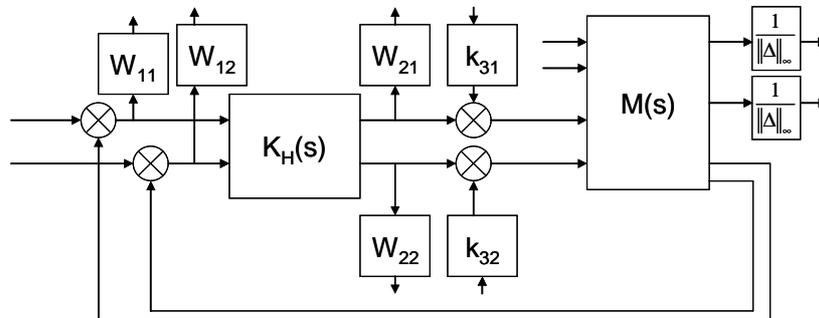


Figure 25 - Schéma de synthèse H_{∞} de la boucle externe robuste

Le correcteur ainsi obtenu est d'ordre 8 et minimise la norme H_{∞} des transferts entrée/sortie décrits par la Figure 25. Il a ensuite été simplifié aux quatre sommets du polytope :

- remplacement des pseudo-actions intégrales par de véritables actions intégrales,
- éliminations des pôles et zéros au-delà de la fréquence de repliement (dans notre cas : $\pi/10\text{ms} = 314\text{rad/s}$),
- élimination des couples pôle-zéro qui sont, à une tolérance près, à la même fréquence,
- projection sur l'axe réel des pôles et zéros qui sont déjà (à une tolérance près) sur l'axe réel.

La Figure 26 montre les diagrammes de Bode du correcteur avant (trait plein et discontinu irrégulier) et après simplification (trait discontinu régulier et trait discontinu avec pointillés intercalés). Les correcteurs obtenus après simplification (remplacement du pôle presque nul par une action intégrale pure, élimination des pôles et zéros haute fréquence) sont d'ordre 3.

On peut remarquer et interpréter les tracés de ces diagrammes comme ceux correspondant à des correcteurs de type proportionnel intégral filtrés.

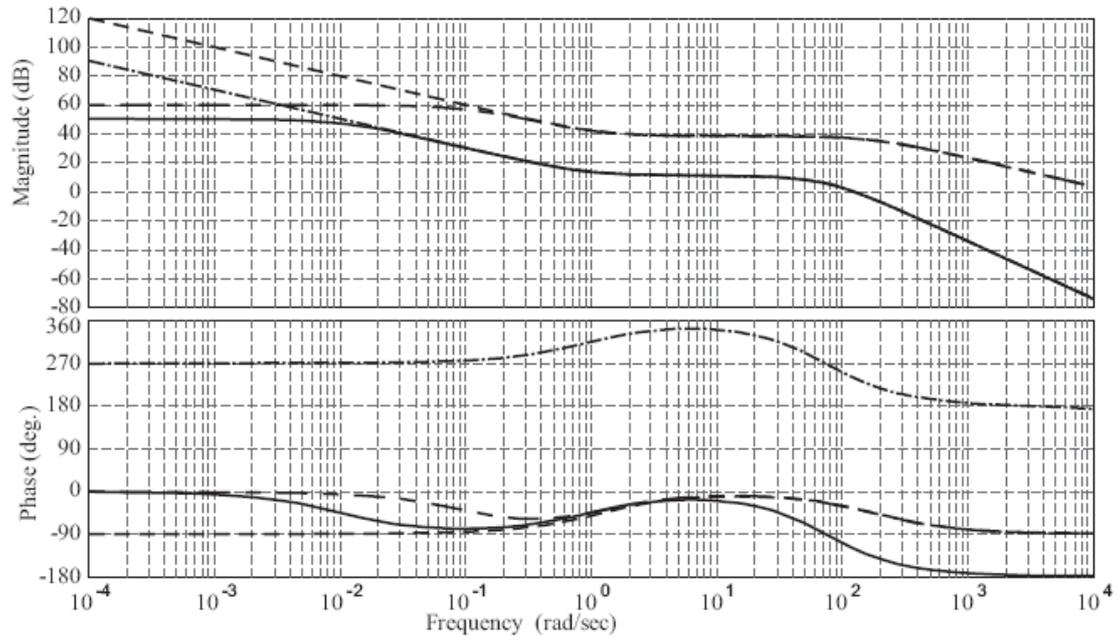


Figure 26 - Diagrammes de Bode des correcteurs avant et après simplification

De même nous avons tracé Figure 27 les valeurs singulières des transferts les plus significatifs de la boucle fermée. Ces tracés correspondent à la boucle fermée avec le correcteur simplifié, d'où le non-respect du gabarit de KS pour la vitesse longitudinale.

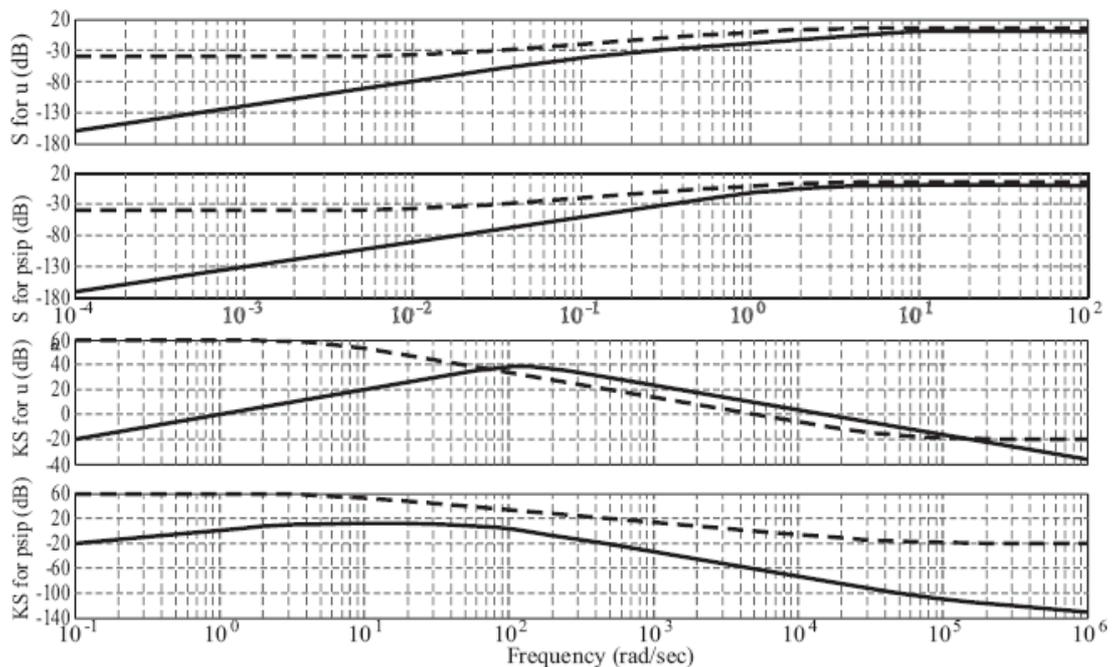


Figure 27 - Tracé des valeurs singulières de S et KS

Les marges de stabilité ont aussi été calculées dans leur version multivariable et les résultats obtenus sont résumés Figure 28, Figure 29, Figure 30 et Figure 31. Les valeurs numériques correspondant aux pires cas sont explicitées équation (3.51).

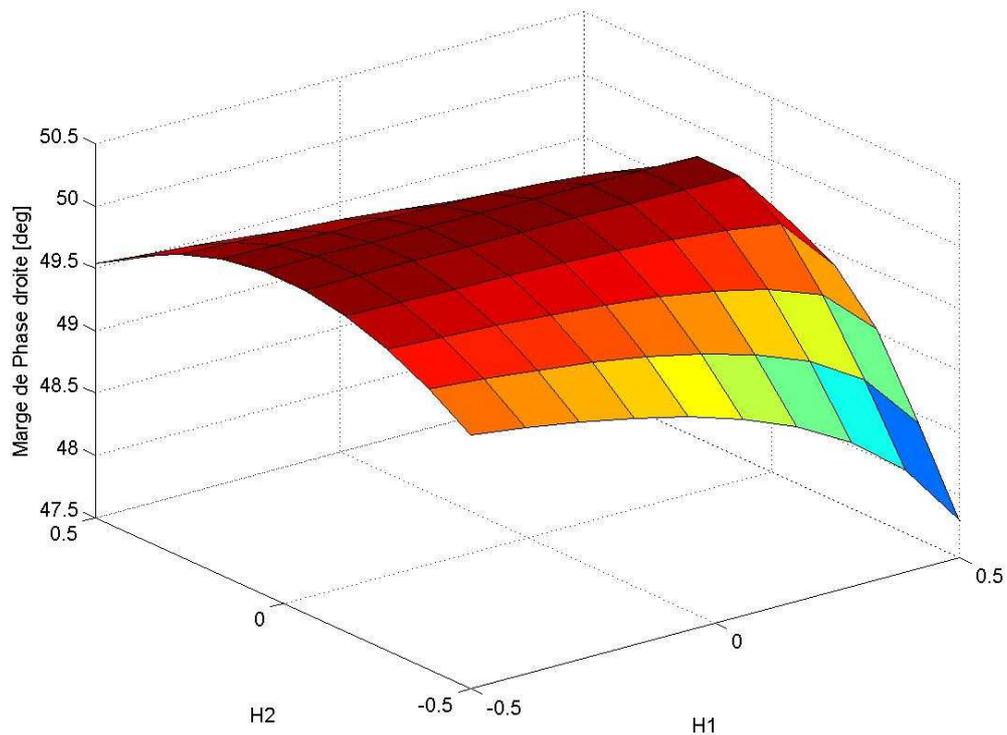


Figure 28 - Marges de phase à droite du point critique

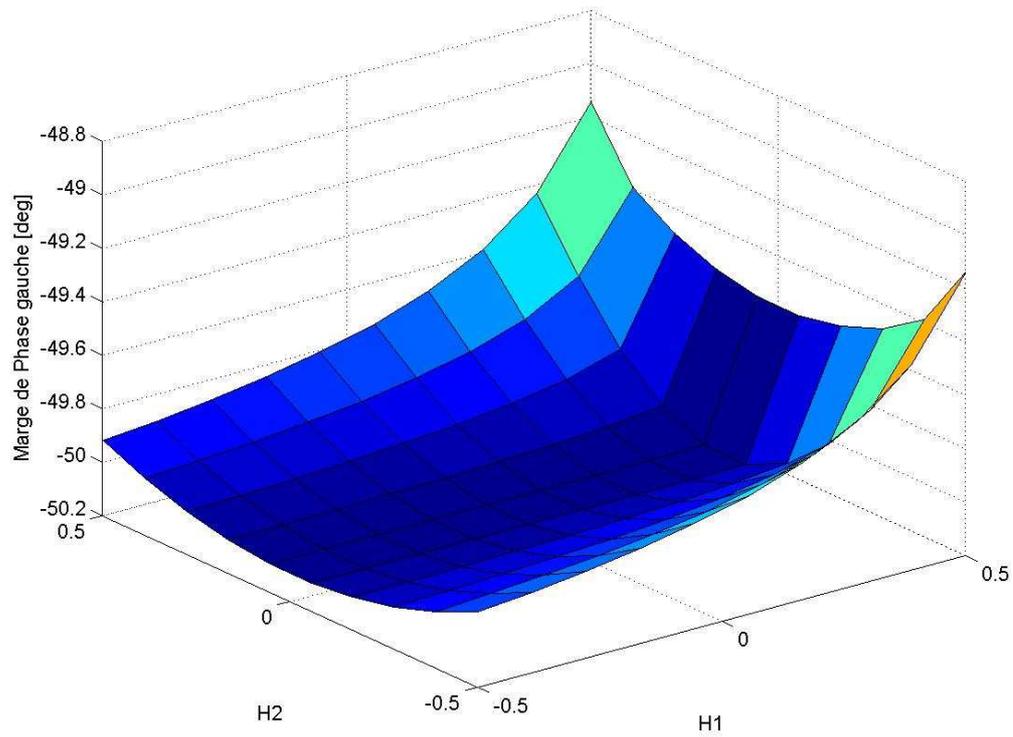


Figure 29 - Marges de phase à gauche du point critique

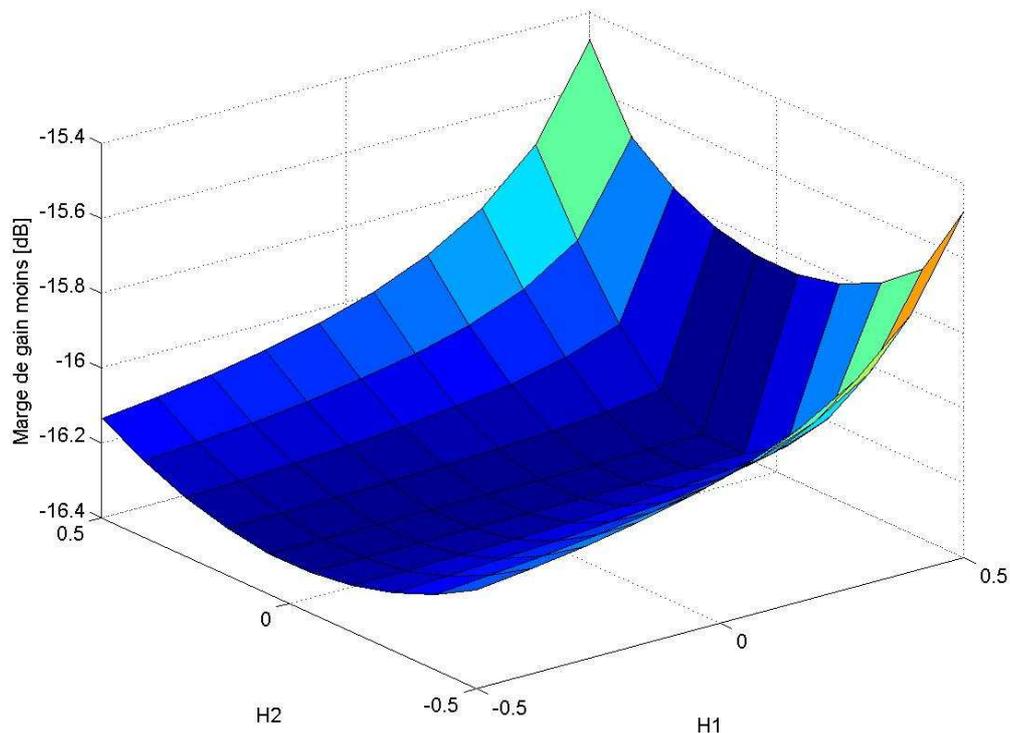


Figure 30 - Marges de gain sous le point critique

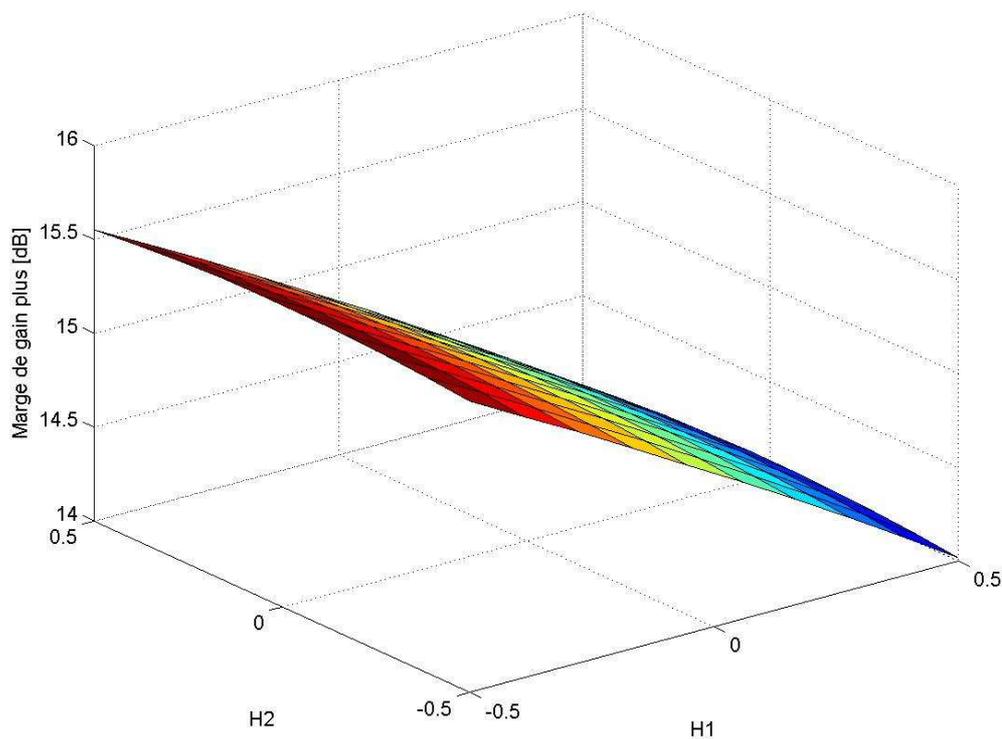


Figure 31 - Marges de gain au dessus du point critique

$$\begin{cases} -16,5 < \text{Marge de Gain [dB]} < 13 \\ -50,4 < \text{Marge de Phase [}^\circ\text{]} < 49 \end{cases} \quad (3.52)$$

On remarquera que toutes ces marges sont en accord avec les spécifications demandées dans le cahier de charges.

ii. Boucle externe double PI optimisé

Compte tenu de l'apparente simplicité du correcteur obtenu au paragraphe précédent, il est licite de chercher à imposer le type de correcteur et d'en optimiser ses paramètres.

Le choix du type de correcteur imposé est alors naturellement un correcteur proportionnel intégral pour chaque transfert diagonal et un transfert nul pour les termes non diagonaux.

Plusieurs types d'algorithmes d'optimisation ont été testés : descente de gradient, simplexe et PSO. La qualité des résultats est équivalente si l'on compare les solutions obtenues avec les différents algorithmes.

Le critère de coût utilisé est purement temporel face à un scénario de type échelon de vitesse longitudinale puis échelon de vitesse de lacet. Ses principaux termes correspondant aux indicateurs de performance sélectionnés sont les dépassements, l'amplitude des commandes utilisées et l'erreur statique. Pour prendre en compte l'aspect robustesse face aux mauvaises estimations des paramètres variables, nous avons réalisé les simulations temporelles pour un tirage aléatoire sur l'espace des écarts H_1 et H_2 à chaque itération. Le critère prend en compte non-seulement les performances dans le cas nominal, mais aussi les pires cas.

On constate, voir Figure 32 et Figure 33 que les plages des marges de stabilité obtenues sont plus faibles que celles obtenues dans le cas des correcteurs des paragraphes précédents.

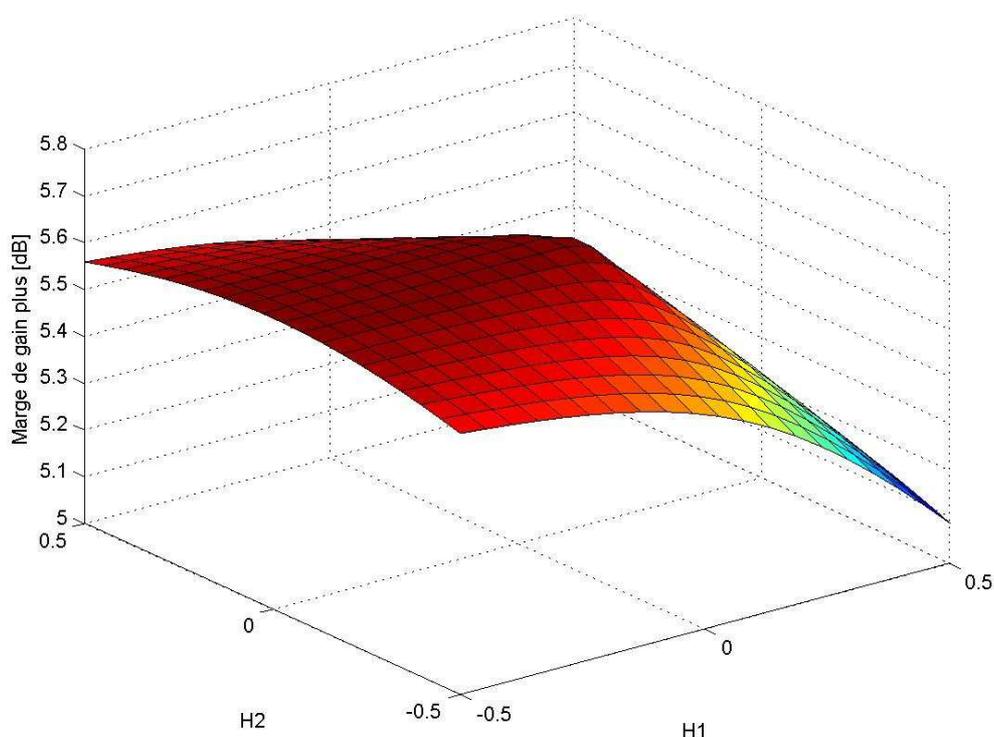


Figure 32 - Marges de gain au dessus du point critique

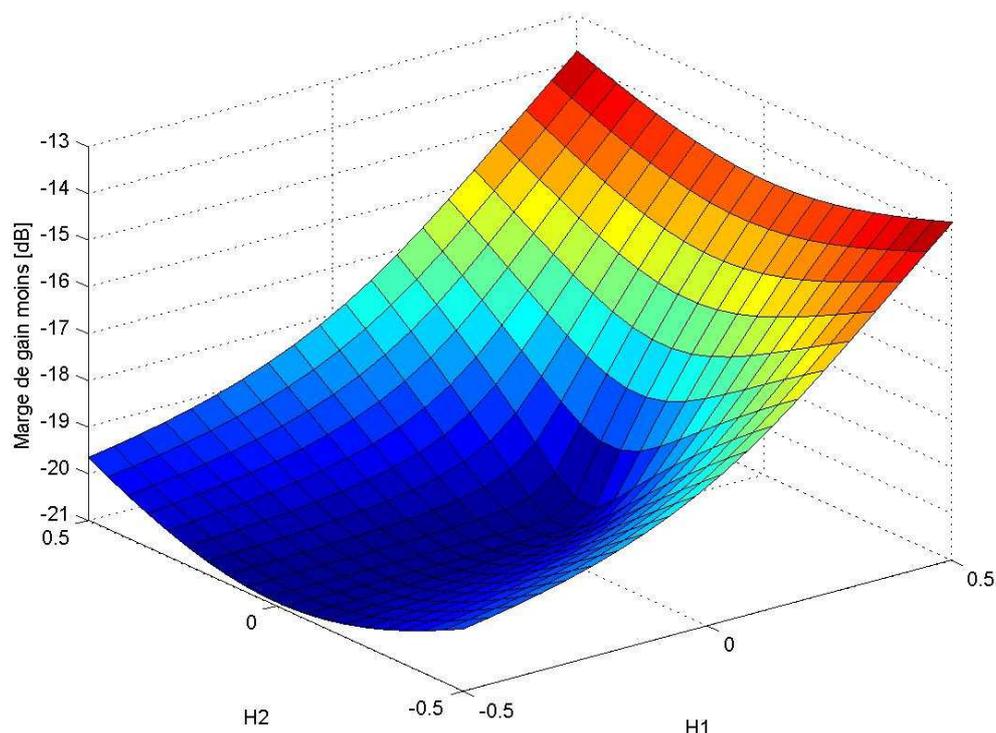


Figure 33 - Marges de gain au-dessous du point critique

En conclusion avec ce type de structure de commande, les marges de phase sont infinies, mais les marges de gain ne respectent pas les spécifications demandées dans le cahier de charge (5,1 dB de marge de gain dans le pire cas face aux 6 dB requis).

4. Génération des signaux de consigne

La génération des consignes de vitesse longitudinale et de vitesse de lacet (ou guidage) est un point clef dans la loi de commande car elle sera l'interface visible par le conducteur.

a. Consigne de vitesse longitudinale

La première partie qui consiste à générer la consigne de vitesse longitudinale est composée de 3 fonctions distinctes :

- l'interprétation de la volonté instantanée du conducteur,
- une action intégrale,
- un module de « filtrage ».

L'interprétation de la volonté du conducteur est divisée en deux parties : une dédiée à l'interprétation de l'accélérateur et l'autre au frein.

La plus simple est celle du frein, car le conducteur exprime sa volonté de décélération avec la course et l'effort qu'il applique sur la pédale de frein. La seule remarque pertinente consiste à préciser que les conducteurs utilisent plus la course de la pédale de frein pour doser le freinage dans des situations de faible décélération et plutôt la

force exercée sur la pédale pour des fortes décélérations. Ce phénomène est bien connu des équipementiers ainsi que des constructeurs automobiles et est dû principalement aux caractéristiques mécaniques (relations effort pédale en fonction de la course pédale) des pédales de frein. L'algorithme prend en compte cette caractéristique pour permettre au conducteur de doser confortablement son freinage indépendamment du type de décélération réalisée.

On pourrait imaginer de construire une estimation de la masse du véhicule ainsi que de la pente longitudinale de la route afin de rendre transparentes pour le conducteur les variations possibles de masse du véhicule et des pentes de la route. Cependant, pour des raisons de sécurité de fonctionnement la version simple (sans estimation de masse ni de pente longitudinale) a été retenue.

L'interprétation de l'accélérateur est moins intuitive, car elle reflète la variation d'énergie cinétique de la voiture qui est souhaitée par le conducteur. C'est pourquoi ce module utilise en plus le régime moteur et le rapport de boîte de vitesse engagé : voir Figure 34.

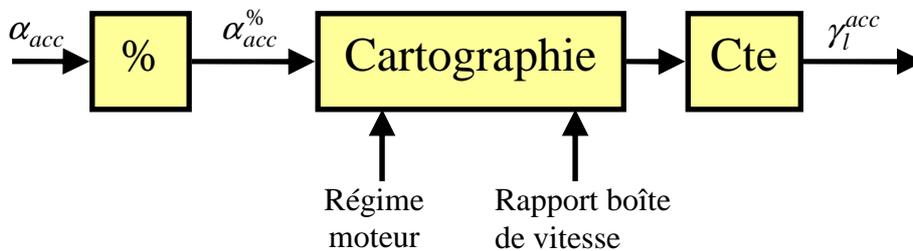


Figure 34 - Schéma d'interprétation de l'action liée à la pédale accélérateur

Le principe de l'algorithme d'interprétation de la volonté du conducteur peut être décomposé en trois actions :

- calcul du pourcentage d'enfoncement de la pédale d'accélérateur,
- à partir du taux d'enfoncement pédale et du régime moteur (en provenance du contrôle moteur) calcul d'un terme homogène à l'accélération longitudinale souhaitée du véhicule en utilisant une cartographie (voir Figure 35) qui dépend du rapport de boîte engagé,
- grâce à une constante de calibration, le terme d'accélération issu de la cartographie est transformé en accélération longitudinale souhaitée.

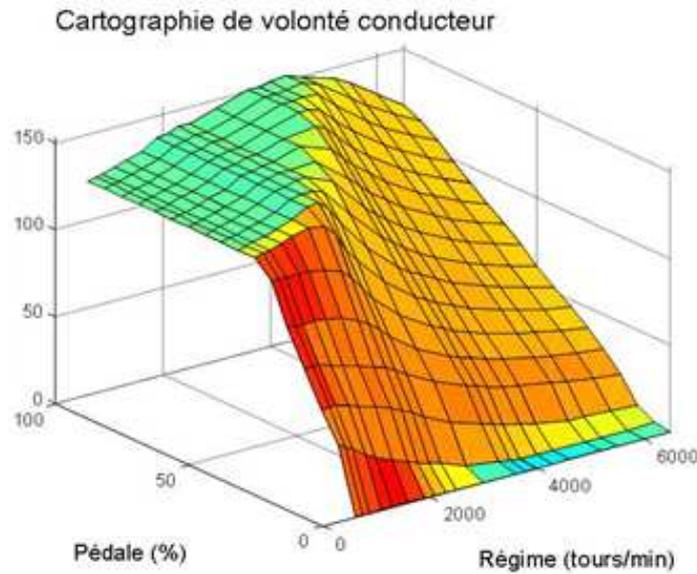


Figure 35 - Interprétation de la pédale d'accélérateur pour un rapport donné

Le module action intégrale est exprimé par l'équation suivante :

$$u_{k+1}^{ref} = u_k^{est} + T_e \gamma_l^{ref} \quad (3.53)$$

A chaque instant k , la vitesse de consigne de l'instant suivant $k+1$ est calculée à partir de la vitesse longitudinale estimée à l'instant k et de l'accélération longitudinale souhaitée issue de l'interprétation de la pédale de frein (cartographie reliant le couple souhaité à la course de la pédale de frein) et de la pédale d'accélérateur.

Le module de filtrage remplit deux fonctions :

- « lisser » les consignes de vitesse,
- régler en partie le caractère sportif/consommation de la voiture.

Le module de filtrage est constitué de :

- un filtre passe-bas d'ordre 1 avec une constante de temps réglable et/ou modulable en temps réel en fonction des situations de conduite ou des actions du conducteur,
- des saturations des dérivées de la sortie réglables et/ou modulables en fonction des situations de conduite,
- des saturations en sortie en fonction des réelles capacités des actionneurs.

Le filtrage est un module qui a pour volonté de rester peu complexe et à paramètres de réglage simples et intuitifs afin de faciliter la tâche des metteurs au point qui ne sont pas nécessairement des spécialistes de l'automatique.

b. Consigne de vitesse de lacet

Cette deuxième composante permet de modifier le comportement du véhicule en virage. Une des principales caractéristiques qui spécifient le comportement d'un véhicule en virage est la dynamique angulaire. Elle peut être définie comme la « quantité » d'angle volant qu'il faut rajouter/enlever pour faire augmenter d'un m/s la vitesse d'un véhicule qui roule à vitesse constante et qui décrit un cercle de rayon constant pour ne pas dévier de la trajectoire circulaire initiale.

On dit qu'un véhicule est sous-vireur, respectivement survireur, lorsqu'il faut une « quantité » d'angle positive ou négative pour rester sur la même trajectoire circulaire.

Remarque : un véhicule est dit neutre s'il est non survireur et non sous-vireur.

Le comportement sous-vireur est dit sécurisant car il est dû à une saturation (glissement pneu-route) du train avant de la voiture. En effet lors d'une situation de sous-virage :

- un conducteur pris de panique a intuitivement tendance à relever le pied de la pédale d'accélérateur ce qui va engendrer un rapport de charge vers l'avant du véhicule,
- le rapport de charge verticale vers l'avant va dans le « bon sens » pour empêcher le train avant de glisser (puisqu'il augmente l'appui),
- la conséquence est alors de « faire sortir » les pneumatiques avant de leur zone de saturation et de récupérer ainsi le contrôle du véhicule.

Dans le cas d'un véhicule survireur, il est nécessaire d'accélérer pour provoquer un rapport de charge inverse et récupérer ainsi le contrôle du véhicule. Cette réaction n'est pas intuitive pour un conducteur non-familiarisé avec les conduites en très faible adhérence et peut engendrer des situations dangereuses sur les routes.

Le principe du module de génération de consigne de vitesse de lacet est de déterminer des consignes de vitesse de lacet plus au moins sous/sur-vireuses en fonction du souhait du conducteur. Pour ce faire, il suffit de trouver les points d'équilibre du système d'équations différentielles décrit dans le paragraphe modélisation de ce chapitre (3.8).

$$\dot{\psi}_{ref}^{sous/sur} = \frac{v_{CdG} \cos(\beta)}{L(\cos^2(\beta) + Kv_{CdG}^2)} \delta_r \quad (3.54)$$

où :

$$K = \frac{mg}{L^2} \left(\frac{l_2}{D_1} - \frac{l_1}{D_2} \right)$$

Pour des valeurs de K positives (respectivement négatives), le véhicule sera sous-vireur (survireur), et pour une valeur de K nulle, le véhicule aura un comportement neutre.

5. Génération des signaux de commande

Les correcteurs présentés dans le paragraphe 3 fournissent comme sortie deux signaux : \tilde{u}_1 et \tilde{u}_2 . Ce paragraphe est consacré à la reconstruction des différents signaux physiques de commande dont la réalisation sera demandée aux actionneurs.

Ce module de la loi de commande est très dépendant de l'architecture de freinage et de traction accessible dans le véhicule. Dans la suite, nous allons considérer un véhicule à traction avant et moteur thermique doté d'un système de freinage électromécanique complètement découplé et qui permet le freinage indépendamment roue par roue.

a. Changement de variables inverse

Le changement de variable inverse est décomposé en trois modules : G, I et L. Ils sont indépendants et, placés en série, permettent de calculer les couples de freinage et de traction qui seront demandés aux actionneurs.

Le premier module (G) permet de revenir du couple $(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$ au quadruplet (u_1, u_2, u_3, u_4) . Le changement de variable est décrit par la relation :

$$\begin{cases} \tilde{u}_1 = \theta_2 u_1 + \theta_3 u_2 \\ \tilde{u}_2 = \theta_7 u_1 + \theta_8 u_3 + \theta_9 u_4 \\ 0 = (1 - \alpha) u_1 - \alpha u_2 \\ 0 = (1 - \beta) u_3 - \beta u_4 \end{cases} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} \theta_2 & \theta_3 & 0 & 0 \\ \theta_7 & 0 & \theta_8 & \theta_9 \\ 1 - \alpha & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \beta & -\beta \end{pmatrix}}_{\Gamma} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

où : $\alpha, \beta \in (0, 1)$ permettent de régler le pourcentage de la somme (respectivement la différence) de freinage réalisé entre l'essieu avant et l'essieu arrière.

Dans un premier temps, il est nécessaire de prouver que la matrice Γ est toujours inversible. Ceci peut se démontrer par l'absurde en trouvant les conditions nécessaires pour annuler le déterminant de Γ puis vérifier que ces conditions ne peuvent jamais se produire :

$$\det \begin{pmatrix} \theta_2 & \theta_3 & 0 & 0 \\ \theta_7 & 0 & \theta_8 & \theta_9 \\ 1 - \alpha & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \beta & -\beta \end{pmatrix} = (\theta_8 \beta + \theta_9 (1 - \beta)) (\theta_2 \alpha + \theta_3 (1 - \alpha)) = 0 \quad (3.56)$$

Ainsi le déterminant s'annule lorsqu'au moins une des deux conditions décrites dans l'équation ci-dessous est vérifiée.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{-\theta_3}{-\theta_3 + \theta_2} = \frac{1}{\cos(\delta_r) - 1} \\ \beta = \frac{-\theta_9}{\theta_8 - \theta_9} = \frac{1}{1 - \frac{e_1}{e_2} \cos(\delta_r)} \end{cases} \quad (3.57)$$

Cependant, aucune de ces deux conditions ne peut être assurée. En effet :

- la condition sur α ne peut pas être vérifiée car :

$$\cos(\delta_r) \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos(\delta_r) - 1} < 0 \quad \text{ce qui est impossible car } \alpha \in [0, 1]$$

- de même la condition sur β ne peut pas être vérifiée car :

$$\cos(\delta_r) > 0 \Rightarrow \text{car } |\delta_r| < 37^\circ \Rightarrow \frac{1}{1 - \frac{e_1}{e_2} \cos(\delta_r)} > 1$$

ce qui est impossible en raison de la plage de variation de $\beta \in [0, 1]$.

Il suffit ensuite d'inverser Γ et d'écrire les équations du changement de variable inverse de $(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$ à (u_1, u_2, u_3, u_4) :

$$\begin{cases} u_1 = C_{11} \tilde{u}_1 \\ u_2 = C_{21} \tilde{u}_1 \\ u_3 = C_{31} \tilde{u}_1 + C_{32} \tilde{u}_2 \\ u_4 = C_{41} \tilde{u}_1 + C_{42} \tilde{u}_2 \end{cases} \quad (3.58)$$

avec :

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{\alpha}{(\theta_3(1-\alpha) + \alpha\theta_2)} \\ C_{21} = \frac{1-\alpha}{(\theta_3(1-\alpha) + \alpha\theta_2)} \\ C_{31} = \frac{-\alpha\beta\theta_7}{(\theta_9(1-\beta) + \theta_8\beta)(\theta_3(1-\alpha) + \theta_2\alpha)} \\ C_{32} = \frac{\beta}{(\theta_9(1-\beta) + \theta_8\beta)} \\ C_{41} = \frac{\alpha(\beta-1)\theta_7}{(\theta_9(1-\beta) + \theta_8\beta)(\theta_3(1-\alpha) + \theta_2\alpha)} \\ C_{42} = \frac{1-\beta}{(\theta_9(1-\beta) + \theta_8\beta)} \end{cases}$$

Le deuxième module (I) permet de revenir des variables (u_1, u_2, u_3, u_4) aux variables $(O_1, O_2, C_{21}^f, C_{22}^f)$, où O_1 et O_2 sont respectivement les efforts sur la roue avant gauche (et avant droite). Le changement de variable est décrit par l'équation suivante :

$$\begin{cases} u_1 = O_1 + O_2 \\ u_2 = C_{21}^f + C_{22}^f \\ u_3 = O_1 - O_2 \\ u_4 = C_{21}^f - C_{22}^f \end{cases} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{\Gamma^*} \begin{pmatrix} O_1 \\ O_2 \\ C_{21}^f \\ C_{22}^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Ce changement de variable existe toujours car $\det(\Gamma^*) = -4$. En calculant l'inverse de la matrice Γ^* on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} O_1 \\ O_2 \\ C_{21}^f \\ C_{22}^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

ou encore :

$$\begin{cases} O_1 = \frac{1}{2}u_1 + \frac{1}{2}u_3 \\ O_2 = \frac{1}{2}u_1 - \frac{1}{2}u_3 \\ C_{21}^f = \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{2}u_4 \\ C_{22}^f = \frac{1}{2}u_2 - \frac{1}{2}u_4 \end{cases} \quad (3.61)$$

Le dernier module (L) permet de revenir des variables $(O_1, O_2, C_{21}^f, C_{22}^f)$ aux variables $(C_{11}^{mR}, C_{12}^{mR}, C_{11}^{fR}, C_{12}^{fR}, C_{21}^{fR}, C_{22}^{fR})$, où l'indice R permet de décrire les valeurs qui seront réellement demandées aux actionneurs. Ce module permet de prendre en compte le fait qu'avec un véhicule traction à deux roues motrices, l'essieu arrière ne peut que freiner le véhicule. Le changement de variable est décrit par le pseudo-algorithme en trois étapes suivant :

- 1) Si $(C_{2j}^f < 0)$ alors : $O_j = O_j + C_{2j}^f$ et $C_{2j}^f = 0$;
- 2) $C_{2j}^{fR} = C_{2j}^f$;
- 3) Si $(O_j < 0)$ alors : $C_{1j}^{mR} = -O_j$ et $C_{1j}^{fR} = 0$;
sinon $C_{1j}^{fR} = O_j$ et $C_{1j}^{mR} = 0$;

b. Prise en compte du différentiel

Dans les simulations temporelles du paragraphe 6, l'architecture de commande est celle présentée jusqu'au paragraphe précédent car le modèle de véhicule utilisé permet de réaliser un couple moteur indépendant pour chacune des deux roues du train avant. Cependant, dans un souci d'adéquation de l'implantation de l'algorithme sur un véhicule, nous allons décrire comment faire pour utiliser le différentiel et les freins avant pour imiter la fonctionnalité d'un différentiel piloté.

L'algorithme décrit jusqu'au paragraphe précédent calcule deux couples de traction (C_{11}^{mR} et C_{12}^{mR}) qui devraient être demandés aux deux roues avant. Dans la plupart des véhicules, on ne peut demander qu'un seul couple de traction car il n'existe qu'un seul moteur. L'idée pour s'affranchir de cette limitation est de demander au moteur (qui est en amont du différentiel) un couple égal à deux fois le couple le plus important entre C_{11}^{mR} et C_{12}^{mR} :

$$C_{moteur} = 2 \cdot \max(C_{11}^{mR}, C_{12}^{mR}) \quad (3.62)$$

puis de compenser l'excès de couple de traction par le freinage différentiel de la roue qui devait transmettre un couple de traction moins important :

$$C_{1j}^{fR} = C_{1j}^{fR} + (0,5 \cdot C_{moteur} - C_{1j}^{mR}) \quad (3.63)$$

Remarques : cette astuce permet de simuler le comportement d'un différentiel piloté, mais introduit des demandes de freinage supplémentaires. Dans la pratique, un algorithme de contrôle devra être développé pour assurer que cette demande supplémentaire n'entraîne pas des pertes d'efficacité des freins dues au réchauffement excessif. De plus, ce système entraîne nécessairement des pertes d'énergie supplémentaires par comparaison à un véhicule standard. Des études de consommation devront également être menées pour quantifier cette perte et permettre de faire le choix entre différentiel piloté et simulation de différentiel piloté.

6. Résultats de simulation

Ce paragraphe décrit les simulations temporelles réalisées pour valider et comparer les différents correcteurs et structures de commande proposés dans ce chapitre.

Dans un premier temps la description du modèle de validation sera effectuée, puis différents scénarios simulés illustrant les principaux résultats de l'étude seront décrits. Finalement, on présentera les résultats obtenus et les conclusions associées, ainsi que leur interprétation physique.

a. Le modèle de validation

Dans ce paragraphe nous allons décrire le modèle MADA utilisé pour la validation des lois de commande. Ce modèle a été développé conjointement par RENAULT, l'INRETS et PSA.

Il s'agit d'un modèle non-linéaire très précis. Le niveau de détail est suffisamment précis afin de distinguer plusieurs modèles différents par véhicule de la gamme Renault en fonction de la motorisation par exemple.

Le modèle prend en compte des phénomènes tels que :

- les non-linéarités des pneus (glissements, moments d'auto-alignement, etc.)
- les forces et les moments aérodynamiques,
- la géométrie précise des trains (effets Bouilhet, braquages induits et micro-braquages, carrossage, etc.),
- les caractéristiques tridimensionnelles (pour chaque roue) de la route (base de données de routes réelles),
- la prise en compte, si nécessaire, d'un modèle de conducteur dans les simulations.

Le modèle de véhicule utilisé pour les simulations est une LAGUNA II GT.

b. Scénarios de validation

Dans cette section nous allons présenter en détail les résultats des simulations temporelles réalisées avec le modèle de validation décrit au paragraphe 6.a.

i. Scénario 1 : vitesse longitudinale

Le premier des scénarios étudiés correspond au suivi de consigne de vitesse longitudinale en ligne droite et sur une route de pente nulle et d'adhérence 1 :

- le véhicule roule à 90 km/h
- à l'instant $t = 5$ s, on applique un échelon de vitesse longitudinale pour atteindre 100 km/h
- à l'instant $t = 10$ s, on applique l'échelon inverse pour revenir à 90 km/h.

Les résultats sont présentés Figure 36. Dans la suite, le code couleur utilisé est le suivant :

- bleu pour le correcteur H_∞ quasi-LPV,
- vert pour le correcteur issu du retour linéarisant et la boucle externe H_∞ ,
- rouge pour le correcteur issu du retour linéarisant et des régulateurs PI optimisés.

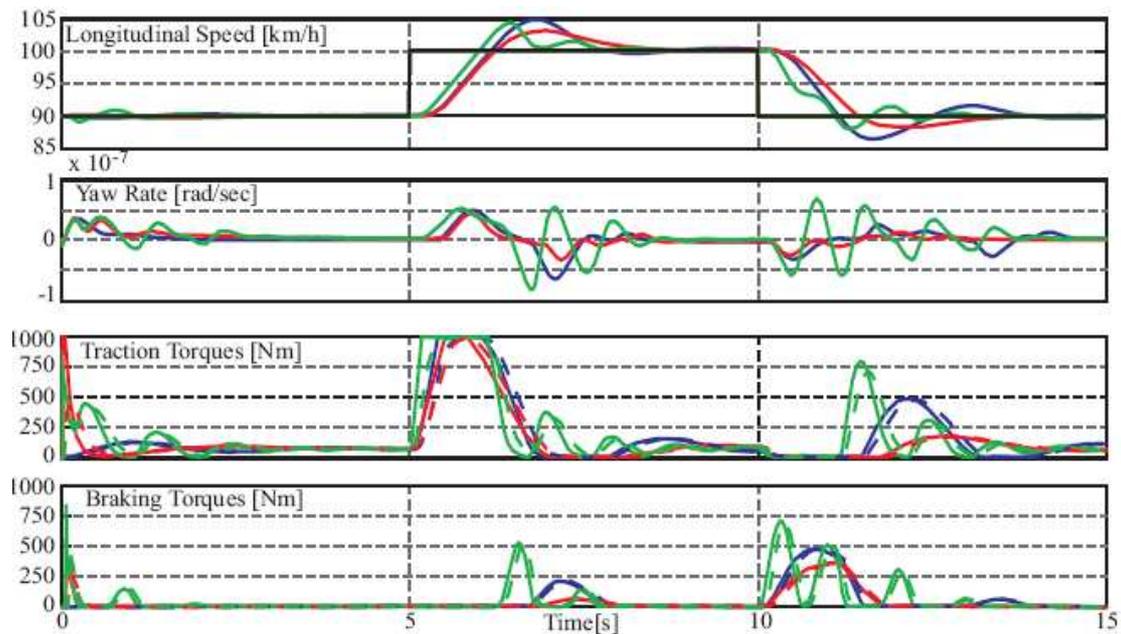


Figure 36 - Scénario 1 : échelons de vitesse longitudinale

On observe que les trois correcteurs permettent de rejeter les perturbations dues aux conditions initiales rapidement. De plus, tous les trois assurent le suivi de consigne sans erreur statique et sans introduire des perturbations dans la vitesse de lacet du véhicule.

Le correcteur issu du retour linéarisant plus la boucle externe H_∞ s'avère un peu plus « réactif et nerveux », ce qui se traduit par une sollicitation plus importante des actionneurs (voir action sur les freins).

Remarque : pour toutes les simulations temporelles une action anti-windup a été ajoutée permettant de prendre en compte la saturation des actionneurs afin de limiter les problèmes de dépassement, qui sont dans le cas contraire inévitables, si l'on veut conserver des temps de réponse acceptables.

ii. Scénario 2 : vitesse de lacet

Le second des scénarios étudiés correspond au suivi de consigne de vitesse de lacet sur une route de pente nulle et d'adhérence 1 :

- le véhicule roule à 90 km/h
- à l'instant $t = 5s$, on applique un échelon de vitesse de lacet pour atteindre 0,1 rad/s
- finalement à l'instant $t = 10 s$, on applique l'échelon inverse pour revenir à la ligne droite ; au même moment, la vitesse longitudinale décroît sous forme de rampe de pente $0,5 m/s^2$.

Les résultats de la simulation du scénario avec les trois correcteurs sont détaillés Figure 37.

On remarquera que, dans le cas de ce scénario, le conducteur ne tourne pas le volant, ce qui revient à dire que l'on prend le virage sans faire tourner les roues. L'intérêt de

ce scénario est la difficulté à suivre la consigne, ce qui permet de comparer les performances des trois correcteurs.

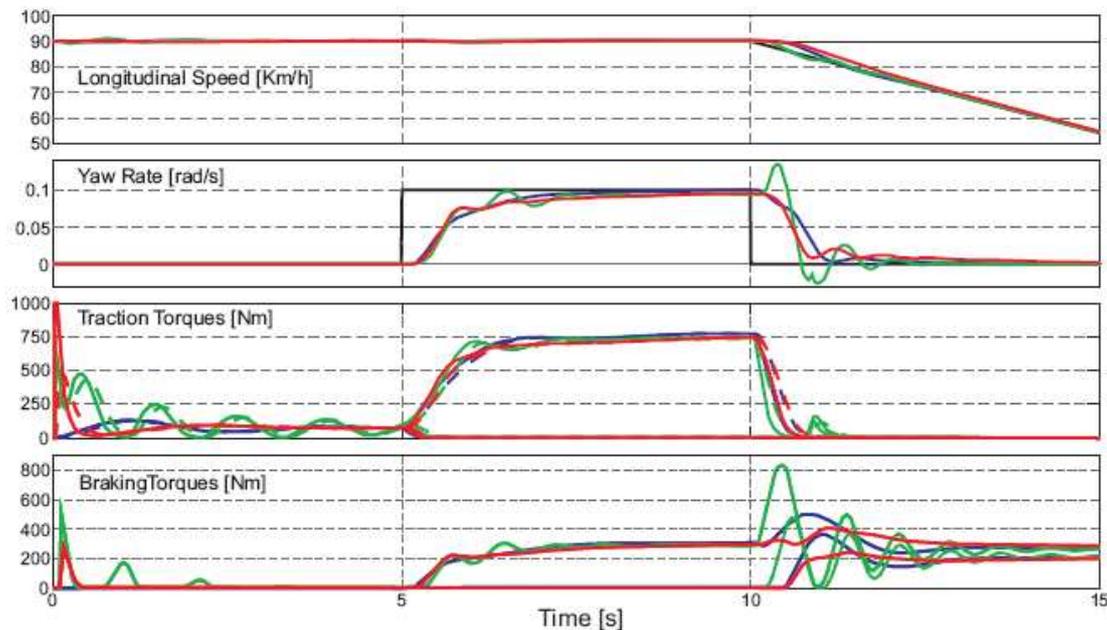


Figure 37 - Scénario 2 : échelon de vitesse de lacet et rampe de vitesse longitudinale

On observe, d'une manière identique au cas du scénario précédent, que les trois correcteurs arrivent à rejeter les perturbations dues aux conditions initiales et ceci rapidement.

Face au premier des échelons ($t = 5s$), les trois correcteurs assurent le suivi de consigne sans erreur statique et en rejetant les perturbations induites sur la vitesse longitudinale du véhicule. Le temps de réponse pourrait paraître excessivement lent pour tous les correcteurs, cependant, il faut prendre en compte qu'il s'agit d'une manœuvre non-représentative de l'utilisation du véhicule (virage à braquage des roues nul) qui a été réalisée pour pouvoir comparer les performances des correcteurs.

Grâce à ce scénario, on peut observer que le correcteur avec retour linéarisant et boucle externe H_∞ , est un peu plus nerveux, ce qui se traduit par des oscillations de faible amplitude sur la vitesse de lacet avant de s'amortir et atteindre la consigne.

Vis à vis du dernier des échelons (à $t = 10s$), les réponses des trois correcteurs montrent davantage de différences. Le correcteur avec retour linéarisant et boucle externe H_∞ , est cette fois beaucoup plus nerveux, ce qui se traduit par une sollicitation plus importante des actionneurs (voir l'action sur les freins) et induit par conséquent une oscillation de la vitesse de lacet.

En régime statique, ils arrivent tous à rejoindre la valeur de consigne, mais c'est le correcteur issu d'une synthèse H_∞ q-LPV qui assure le meilleur compromis entre oscillations et temps de réponse.

On remarquera aussi que les trois correcteurs arrivent à annuler les perturbations introduites sur le suivi de consigne de vitesse longitudinale.

iii. Scénario 3 : le rond-point

Le dernier des scénarios étudiés va nous permettre de démontrer un des avantages d'une structure de commande comme celle proposée dans le cadre de ce travail : la modification logicielle de la dynamique naturelle du véhicule. On va montrer, en l'occurrence, comment transformer un véhicule légèrement sous-vireur en un véhicule neutre.

Le scénario dit «rondpoint» consiste à conserver un angle volant fixe de 45° (approximativement $2,57^\circ$ à chaque roue) et augmenter la vitesse longitudinale de façon linéaire de 30 km/h à 72 km/h. La Figure 38 montre les trajectoires des véhicules avec ou sans la loi de commande proposée. En pointillés, on observe le comportement (naturellement sous-vireur) du véhicule en absence de la nouvelle loi de commande : le véhicule décrit une trajectoire de rayon de plus en plus important lorsque la vitesse longitudinale augmente pour un angle volant fixe.

Avec le même code couleur que pour les deux figures précédentes, on observe les trajectoires décrites par le véhicule équipé de la nouvelle loi de commande et chacun des correcteurs proposés. Dans le cas de la nouvelle loi de commande, le véhicule ne quitte pas la trajectoire initiale et décrit un cercle indépendamment de la vitesse longitudinale.

L'explication de ce phénomène vient de l'algorithme de guidage, qui a été réglé pour générer des consignes de vitesse de lacet qu'aurait un véhicule naturellement neutre. De même on pourrait conférer au véhicule un comportement plus sous-vireur que ce que pourrait fournir sa dynamique angulaire naturelle ou de même légèrement survireur.

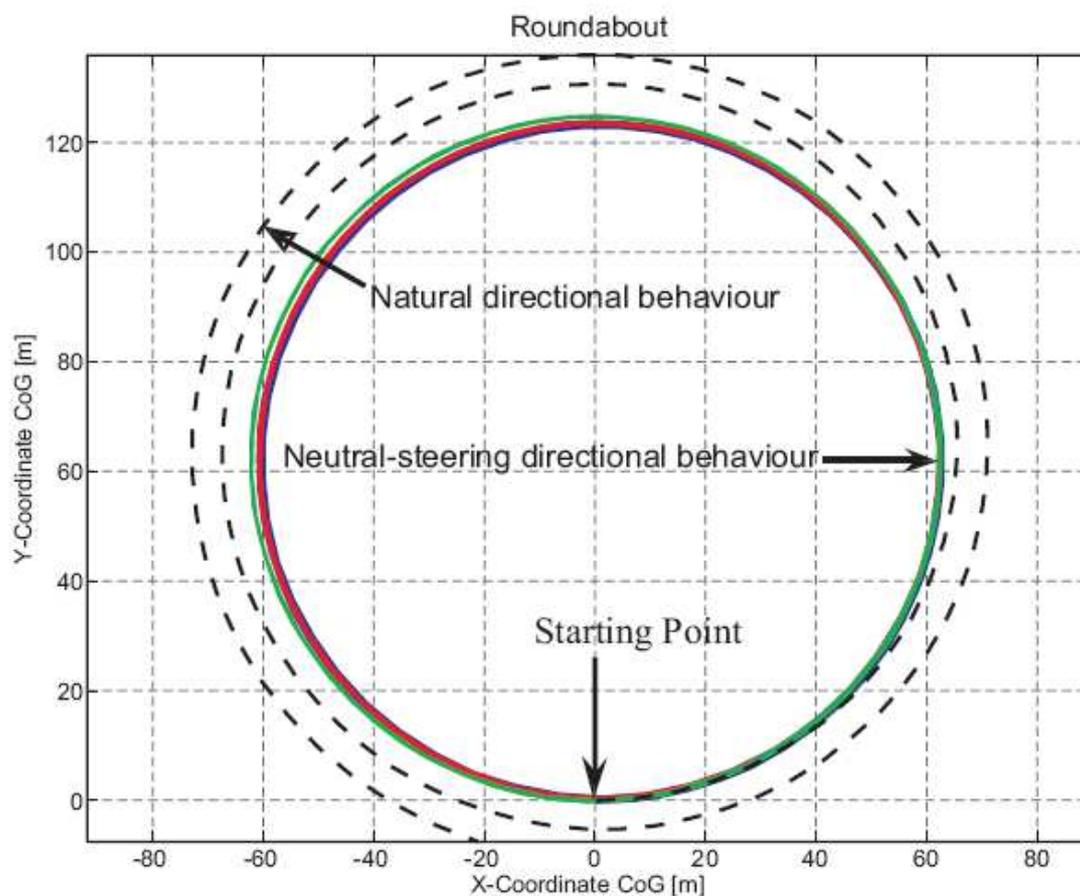


Figure 38 - Scénario 3 : le rondpoint

L'explication physique qui, au-delà du logiciel, permet de modifier la dynamique naturelle est le freinage différentiel : le correcteur augmente légèrement le couple moteur et freine légèrement les roues à l'intérieur du virage. Ceci engendre un moment de lacet qui augmente la rotation du véhicule et compense sa dynamique sous-vireuse.

c. Implications sur la stabilité du véhicule en virage

Dans ce paragraphe nous allons décrire les implications que la nouvelle loi de commande a sur la stabilité du véhicule. La stabilité du véhicule est améliorée même si au début de la conception, il ne s'agissait pas d'une demande du cahier de charges.

En reprenant la situation décrite lors du scénario 3 et en augmentant la vitesse longitudinale jusqu'à la perte de contrôle du véhicule, on observe qu'avec la loi de commande proposée, on repousse la limite de la vitesse du véhicule atteinte avant de perdre le contrôle. Ce phénomène a été simulé pour différentes conditions d'adhérence et pour différents angles volants. La conclusion pour toute condition testée est l'amélioration plus ou moins significative de la stabilité.

La Figure 39 montre la vitesse longitudinale maximale (en km/h) que le véhicule peut atteindre lorsqu'il décrit une trajectoire circulaire avant la perte de contrôle. Les tracés jaune, rouge et bleu correspondent au code couleur des images précédentes. Dans ces cas, l'axe des abscisses correspond à l'angle volant fixe imposé. Le tracé vert

correspond à la même situation sans la nouvelle loi de commande à l'exception que cette fois on autorise le conducteur à modifier l'angle volant pour rester sur la même trajectoire circulaire.

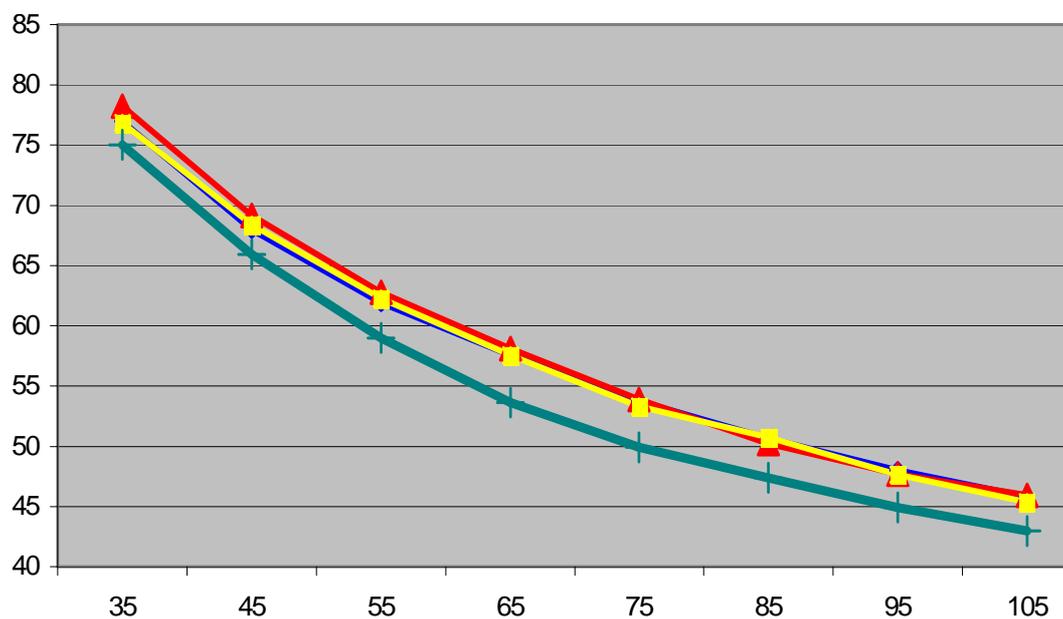


Figure 39 - Vitesse maximale avant perte de contrôle en rondpoint

On peut observer Figure 40 la comparaison des accélérations maximales que le véhicule peut atteindre avant de perdre la stabilité pour des trajectoires ayant différents rayons de courbure. Le tracé bleu correspond à la nouvelle loi de commande et le vert au même véhicule sans le système proposé.

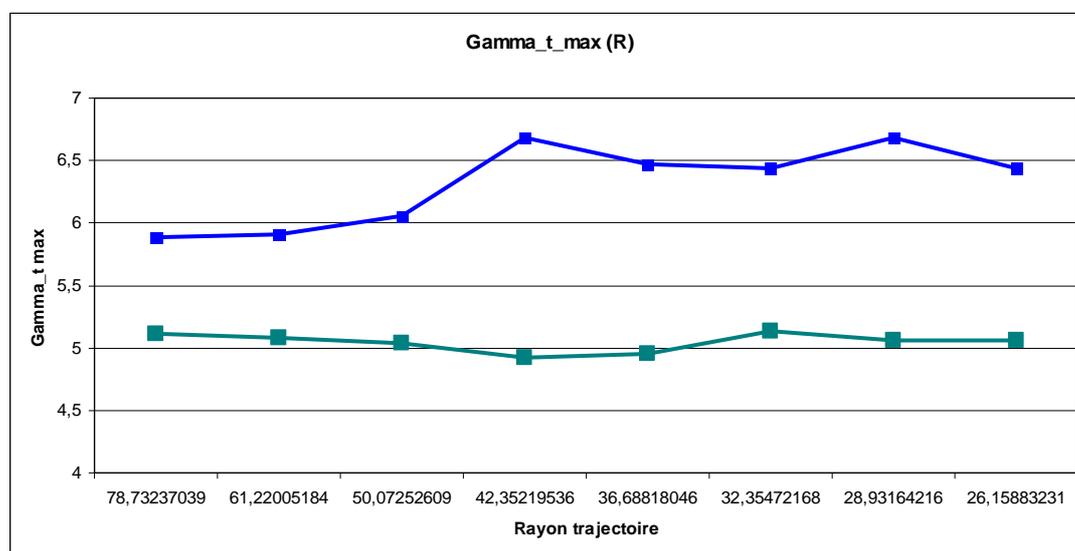


Figure 40 – Accélération latérale maximale avant perte de contrôle en rondpoint

Ces figures ont été obtenues pour des conditions d'adhérence constantes de 0,6. Elles montrent l'écart important observé sans et avec la structure de commande proposée.

L'explication physique de ce phénomène réside dans la nature des efforts pneu-sol et des rapports de charge latéraux en virage. Pendant un virage, il se produit un rapport

de charge des roues intérieures aux roues extérieures, tout comme pendant un freinage il existe un rapport de charge des roues arrière vers les roues avant. Ceci est dû à la position du centre de gravité du véhicule et à l'accélération normale dans le cas du rapport de charge latéral et longitudinale dans le cas d'un rapport de charge longitudinal.

La conséquence est que les roues extérieures subissent un effort vertical plus important que les roues intérieures au virage, ce qui implique que, pour un même coefficient d'adhérence, l'effort maximum réalisable entre le pneu et la route augmente aussi de façon proportionnelle à l'augmentation de la charge verticale.

Dans le cas du véhicule que nous avons étudié (naturellement sous-vireur), le correcteur augmente l'effort transmis par les roues extérieures au virage, ce qui va dans le « bon sens » car il s'agit des roues qui possèdent le potentiel d'adhérence le plus important (compte tenu du rapport de charge latérale).

d. Conclusions

Dans le paragraphe 6 de ce chapitre nous avons validé la loi de commande proposée dans les paragraphes précédents. On a montré que les différentes lois de commande proposées permettent de :

- contrôler et découpler le suivi des consignes de vitesse longitudinale et vitesse de lacet,
- modifier la dynamique angulaire du véhicule et ainsi rendre par exemple neutre un véhicule naturellement sous-vireur,
- améliorer la stabilité du véhicule en appliquant plus de couple avec le pneu qui possède une charge verticale plus importante (et en conséquence plus de potentiel).

La loi de commande retenue est le correcteur quasi-LPV H_∞ car il s'agit du correcteur ayant le meilleur compromis complexité/performance. Ce correcteur génère des réponses temporelles très satisfaisantes, la complexité du correcteur est acceptable et propice pour l'implantation sur un calculateur embarqué sur un véhicule automobile.

De plus, il s'agit d'un correcteur possédant de nombreux degrés de liberté assurant des propriétés de robustesse indispensables pour un système comme le contrôle de la trajectoire nécessitant un degré de sécurité important.

REFERENCES :

- [3.1] U. Kiencke, L. Nielsen, "Automotive Control Systems: For Engine, Driveline and Vehicle". *Springer*, 2000.
- [3.2] L. Palladino, G. Duc, R. Pothin, "LPV control of a road vehicle during braking action in curve". *5th IFAC Symposium on Robust Control Design*, cdrom ROCOND 2006, Toulouse, June 2006.
- [3.3] J.P. Brossard. "Dynamique du véhicule : Modélisation des systèmes complexes". PPUR, Sciences appliquées Insa Lyon, 2006.
- [3.4] G. Genta, "Motor Vehicle Dynamics". *World Scientific, Singapore*, 1997.
- [3.5] P. Apkarian, P. Gahinet and G. Becker. "Self scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: a design example". *Automatica*, 1995, n31, pp 1251-1261.
- [3.6] J.M. Biannic. "Commande Robuste des systèmes à Paramètres Variables." Thesis Report, 1996.
- [3.7] G. Pita Gil, M. Ganet, "Gain-Scheduled and LPV Control for Re-Entry Vehicle". *7th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control*, 2008.
- [3.8] K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover, "Robust and Optimal Control". Prentice-Hall, 1996.
- [3.9] A. Isidori, "Nonlinear control systems". *Springer Verlag*, 1995.
- [3.10] P. Apkarian, "On the Discretization of LMI-synthesized Linear Parameter-varying Controllers". *Brief paper in Automatica*, 1996.

Chapitre 4 : Contrôle d'un moteur à combustion interne

Ce chapitre présente les démarches et résultats obtenus dans la synthèse de correcteurs pour le contrôle de la pression du collecteur d'un moteur quatre cylindres essence turbocompressé.

Dans un premier temps, on décrit l'architecture de commande actuelle des moteurs dans les véhicules commercialisés aujourd'hui, puis la structure de commande proposée dans le cadre de ces travaux.

Dans un deuxième temps, on détaille la modélisation non linéaire de la dynamique du véhicule puis la mise sous forme quasi-LPV du modèle du procédé.

Pour finir, on présente les résultats des modèles obtenus en simulation en utilisant un modèle non-linéaire très représentatif de la dynamique du moteur.

TABLE DES MATIERES – CHAPITRE 4

1.	Le moteur à combustion interne	115
a.	Classification des moteurs	115
b.	Moteur à allumage commandé.....	116
c.	Principe du downsizing.....	122
2.	Modélisation	124
a.	Modèle physique non-linéaire.....	126
i.	Equations de la dynamique	126
ii.	Calcul des débits et des températures	128
b.	Modèle q-LPV utilisé pour la synthèse.....	135
3.	Synthèse des correcteurs	138
a.	Schémas de synthèse.....	138
b.	Evaluation fréquentielle	140
4.	Validation des correcteurs.....	144
a.	Suivi des consignes	145
b.	Rejet de perturbations	145

TABLE DES ILLUSTRATIONS – CHAPITRE 4

Figure 1 - Moteurs à combustion interne et externe.	115
Figure 2 - Evolution des normes de dépollution européennes.....	116
Figure 3 - Schéma d'un moteur alternatif à combustion interne et allumage commandé	117
Figure 4 - Emissions polluantes en fonction de la richesse	118
Figure 5 - Cycle à 4 temps d'un moteur à allumage commandé.	120
Figure 6 - Diagramme théorique de Clapeyron de la pression en fonction du volume	121
Figure 7 - Consommation spécifique d'un moteur conventionnel	123
Figure 8 - Consommation spécifique d'un moteur « downsized »	123
Figure 9 - Moteur D4FT	124
Figure 10 – Schéma du moteur D4FT.....	126
Figure 11 - Exemple de cartographie compresseur.....	131
Figure 12 - Exemple de cartographie turbine	135
Figure 13 – Schéma de synthèse simple	138
Figure 14 – Schéma de synthèse intermédiaire.....	139
Figure 15 – Schéma de synthèse évolué	140
Figure 16 - Tracé des valeurs singulières	141
Figure 17 - Diagramme de Bode du correcteur	142
Figure 18 - Position des pôles de la boucle fermée aux sommets du polytope	143
Figure 19 - Diagramme de Nichols de la boucle ouverte corrigée	144
Figure 20 - Réponse indicielle du système en suivi de consigne.....	145
Figure 21 - Réponse indicielle en rejet de perturbation sur le papillon.....	146
Figure 22 - Réponse indicielle de perturbation sur la waste-gate.....	147

1. Le moteur à combustion interne

Ce paragraphe décrit la classification des moteurs que l'industrie automobile a développé comme sources de couple embarquée et détaille plus spécifiquement le fonctionnement du moteur à combustion interne à allumage commandé.

a. Classification des moteurs

De nombreux types de moteurs ont été utilisés dans le monde automobile au cours de son histoire. De façon générale, on peut en distinguer deux grandes familles : les machines électriques et les moteurs à combustion. Ces derniers peuvent être classés (voir Figure 1) selon le type et le caractère de la combustion, ainsi que les transformations subies par le fluide et l'état du fluide.

Type de combustion	Caractère de la combustion	Processus	Etat du fluide	Type de moteur
Externe	Continue	A capsulisme	Gaz	Stirling
			Biphasique	Moteur alternatif à vapeur
		A flux continu	Gaz	Turbine à gaz en circuit fermé
			Biphasique	Turbine à vapeur en circuit fermé
	Discontinue	A capsulisme	Gaz	Cycle de Tailer
		Ecoulement alterné	Biphasique	Pulsoréacteur à vapeur
Interne	Continue	A capsulisme	Gaz	Moteur alternatif avec chambre de combustion séparée
		A flux continu	Gaz	Turbine à gaz
	Discontinue	A capsulisme	Gaz	Moteur à allumage commandé
		A flux discontinu	Biphasique	Moteur diesel
			Gaz	Pulsoréacteur

Figure 1 - Moteurs à combustion interne et externe.

Le but des machines thermodynamiques ou moteurs à combustion est de produire un travail mécanique à partir de l'énergie chimique contenue dans le carburant (essence, gasoil, gaz, etc.). Ce travail est alors utilisé pour déplacer le véhicule et pour alimenter les accessoires présents à bord (climatisation, feux, calculateurs électroniques, direction assistée, multimédia, ...).

Chaque type de moteur possède des avantages et des inconvénients en termes d'émissions de polluants, de performances statiques et dynamiques, de consommation, de coût ... Le choix du moteur devant équiper chaque voiture est un compromis difficile à trouver. De fait, les constructeurs proposent souvent différents moteurs au client, ce dernier choisit alors en fonction de ses préférences personnelles le moteur le

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

mieux adapté à ses besoins. En général les caractéristiques prises en compte par le client lors du choix du moteur qui équipera son véhicule sont le type de carburant, la puissance maximale, la cylindrée, le couple maximal, la consommation et le prix. Certains clients pourront s'intéresser également aux courbes qui définissent la puissance maximale et le couple maximal en fonction du régime moteur.

De façon générale, l'objectif est de mettre au point un moteur respectant les normes de dépollution, ayant un bon rendement. La combustion des différents carburants génère trois principaux polluants aux conséquences néfastes :

- Le monoxyde de carbone (CO), mortel en forte concentration pour l'homme.
- Les hydrocarbures (HC), cancérogènes.
- Les oxydes d'azote (NO_x), provoquant entre autres des pluies acides.

De plus, l'Association des Constructeurs Européens d'Automobiles (ACEA) s'est engagée vis-à-vis de la Commission Européenne à réduire de façon significative l'émission de ses véhicules individuels, avec l'objectif de 120 grammes de CO₂ par kilomètre parcouru.

Pour les trois polluants majeurs, la Figure 2 décrit l'évolution des réglementations européennes.

g/km	Euro I (1993)	Euro II (1996)	Euro III (2000)	Euro IV (2005)	Euro V (2010)	Euro VI (2015)
CO	2,72	2,2	2,3	1	0,5	0,5
HC	0,97	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1
NO _x			0,15	0,08	0,08	0,06

Figure 2 - Evolution des normes de dépollution européennes

Pour réduire les émissions d'oxydes d'azote, les constructeurs ont mis au point une technique dite par recirculation des gaz d'échappement, qui consiste à faire descendre la température des gaz dans le cylindre. L'explication est simple : les oxydes d'azote se forment à haute température.

Une solution technique utilisée pour abaisser la température des gaz dans les cylindres est de réinjecter les gaz d'échappement dans le mélange. Ces gaz ne réagissent plus lors de la combustion, mais absorbent une partie non-négligeable de la chaleur libérée, ce qui entraîne une baisse de la température et par conséquent une diminution des oxydes d'azote créés.

b. Moteur à allumage commandé

Ce paragraphe décrit le fonctionnement d'un des moteurs les plus utilisés historiquement dans l'automobile, à savoir le moteur à allumage commandé (AC), moteur thermique alternatif à combustion interne. Le travail est produit par la combustion d'un mélange d'air et de carburant à l'intérieur d'un cylindre, dans lequel se déplace un piston en mouvement alternatif. On appelle respectivement point mort haut (PMH) et point mort bas (PMB) les deux limites extrêmes du mouvement du piston. Dans la suite, on appellera cylindrée unitaire (V_{cyl}) le volume balayé par la course du piston entre ces deux points.

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

Lorsque le piston se trouve au PMH, le volume résiduel entre le piston et la culasse est appelé volume mort (V_{cc}). On définit le rapport volumétrique de compression (T_x) comme le ratio entre la somme du volume mort et de la cylindrée unitaire par rapport à la cylindrée unitaire :

$$T_x = \frac{V_{cyl} + V_{cc}}{V_{cc}} \quad (4.1)$$

Le mouvement alternatif du piston est transformé grâce à une bielle en mouvement de rotation du vilebrequin. La Figure 3 représente un moteur à allumage commandé en coupe avec les principales dénominations.

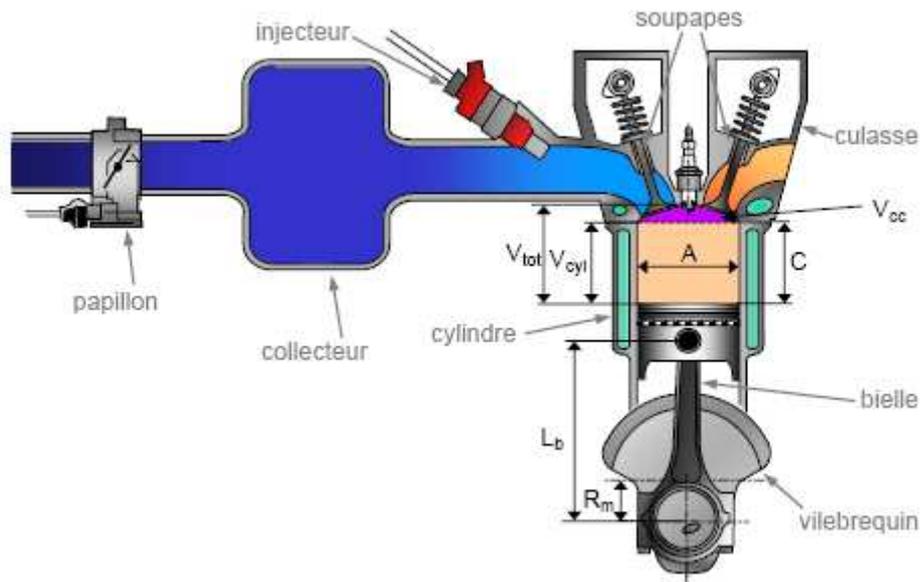


Figure 3 - Schéma d'un moteur alternatif à combustion interne et allumage commandé

Différentes technologies existent, qui permettent d'alimenter le cylindre en air et carburant, conduisant à deux types de moteurs différents : les moteurs à injection directe, pour lesquels l'ajout du carburant se réalise directement dans le cylindre, et les moteurs à injection indirecte, pour lesquels le mélange est réalisé avant (par exemple dans le collecteur d'admission). Dans les deux cas, la quantité de carburant injectée est modulée par le carburateur ou le système d'injection et la quantité d'air est réglée par un volet appelé papillon, situé en amont du collecteur d'admission.

La proportion normalisée en masse entre carburant et comburant est appelée richesse du mélange carburé et est donnée par :

$$\phi = \frac{m_{carb}}{m_{air}} PCO \quad (4.2)$$

où PCO est le pouvoir comburivore caractérisant la masse d'air m_{air} nécessaire à la combustion stœchiométrique de l'unité de masse de carburant m_{carb} :

$$PCO = \left(\frac{m_{air}}{m_{carb}} \right)_{\text{stœchiométrie}} \quad (4.3)$$

Pour un hydrocarbure, le pouvoir comburivore est de l'ordre de 14,7 grammes d'air par gramme de carburant. Par conséquent, si $\phi = 1$, la combustion est dite stœchiométrique. Un mélange de richesse supérieure à 1 sera dit riche ; de richesse inférieure à 1, il sera dit pauvre. La richesse influence beaucoup les émissions de polluants comme le montre la Figure 4 [4.1].

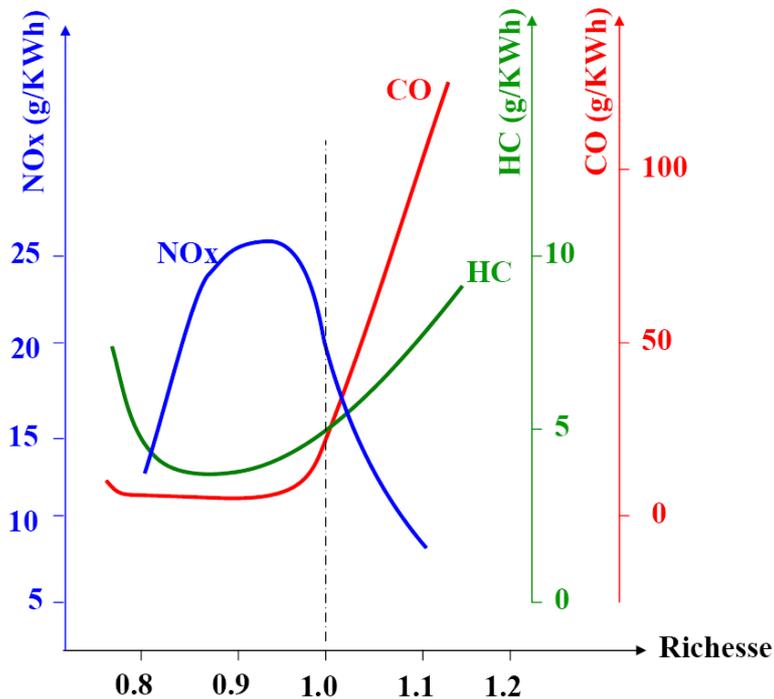


Figure 4 - Emissions polluantes en fonction de la richesse

Le travail produit par le moteur est fonction de la quantité de mélange introduite dans les cylindres. On appelle niveau de charge du moteur le rapport entre la masse d'air réellement présente dans le cylindre et la masse qu'il contiendrait dans des conditions standard (par exemple à la pression d'une atmosphère, et à 20°C). Le couple et la puissance délivrés par le moteur sont fonction du remplissage d'air.

Si les conditions de référence sont celles de l'admission (charge unitaire), on parle alors de rendement volumétrique. La charge d'un moteur varie en fonction des demandes du conducteur. Elle évolue de façon générale entre 0,2 pour de faibles demandes de couple pour atteindre 1 dans le cas de fortes charges et moteur à aspiration naturelle, et pour atteindre 3 ou 4 dans le cas de moteurs turbocompressés de compétition.

À l'intérieur du cylindre, l'air et le carburant vaporisé se transforment en un mélange gazeux combustible qui est allumé. Il se crée alors un noyau enflammé, puis un front de flamme qui se propage dans le volume de la chambre de combustion.

L'appellation de ce type de moteur (AC) provient du choix du moment du cycle où le mélange est enflammé. Le moyen universellement choisi pour ce faire est de provoquer une étincelle électrique en un point de la chambre de combustion. Pour cela, un écart de potentiel électrique est créé entre les deux électrodes de la bougie. Lorsque le champ électrique dépasse la rigidité diélectrique du mélange, le courant le traverse en provoquant l'allumage du mélange.

Le fonctionnement théorique du moteur à allumage commandé à quatre temps est basé sur le cycle de Beau de Rochas, comme le montre la Figure 5 (source [4.2],

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

[4.3]). Il comporte quatre phases et permet d'obtenir un travail mécanique à partir d'une source chaude et d'une source froide [4.4]. Ce cycle se déroule pendant une course de 720° du vilebrequin (dite 720° Vilebrequin, 720°V), c'est-à-dire en deux tours.

- 1^{er} temps : admission ($0^\circ\text{V} <^\circ < 180^\circ\text{V}$)

Cette phase se produit alors que le piston descend du PMH au PMB, créant ainsi une dépression dans le cylindre. Les vitesses des gaz sont plutôt élevées (la vitesse du son peut être atteinte au passage du papillon) et l'inertie des masses gazeuses ne peut pas être négligée. De ce fait, et aussi parce qu'il y a des pertes de charge sur le circuit d'admission (papillon, soupapes...), le remplissage des cylindres ne se réalise pas complètement : le remplissage naturel d'un moteur est inférieur à l'unité. Pour améliorer ce taux, les inerties des masses gazeuses sont prises en compte en avançant l'ouverture de la soupape d'admission avant le PMH. Ces décalages sont de quelques degrés et leur importance dépend de la gamme du régime de fonctionnement du moteur : ils sont plus élevés pour les hauts régimes.

Le choix d'un calage d'admission bien adapté peut entraîner une légère suralimentation du moteur en un point de régime en optimisant le phénomène d'acoustique et d'inertie des gaz.

Des moyens existent pour améliorer le remplissage des cylindres. Par exemple, l'augmentation du nombre de soupapes par cylindre améliore le remplissage à haut régime en augmentant la section de passage des gaz. La suralimentation par compresseur permet des accroissements plus substantiels du remplissage avec des pressions d'admission largement supérieures à une atmosphère. Quelle que soit la pression à l'entrée du circuit d'admission, la quantité de mélange admis dépend de l'ouverture du papillon, qui détermine aussi la pression en amont des soupapes. La charge du moteur est donc en rapport avec la pression d'admission.

- 2^{ème} temps : compression ($180^\circ\text{V} <^\circ < 360^\circ\text{V}$)

Le piston remonte vers le PMH en comprimant la masse gazeuse enfermée (car les soupapes sont fermées). La pression dans le cylindre augmente. Sans combustion, elle pourrait atteindre à pleine ouverture 10 à 20 bars au PMH (selon le rapport volumétrique).

L'allumage intervient quelques degrés avant le PMH (de 10° à 40°V), afin de prendre en compte le retard nécessaire au développement de la combustion. Les moteurs à injection directe réalisent les charges partielles en modulant la quantité de carburant injectée. Ceci signifie que, dans la chambre de combustion, la répartition de la charge est hétérogène pour que localement une faible quantité de carburant puisse être associée à une faible part de l'air et que le mélange soit combustible. Le dessin et l'aérodynamique interne des chambres de combustion déterminent alors la formation du mélange et sa localisation (qui doit être impérativement proche d'une bougie d'allumage). Les pleines charges sont en revanche obtenues en revenant à une charge homogène remplissant le volume entier du cylindre.

- 3^{ème} temps : combustion et détente ($360^\circ\text{V} <^\circ < 540^\circ\text{V}$)

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

La combustion se développe et la pression croît rapidement pour arriver à son maximum une dizaine de degrés après le PMH, atteignant des valeurs supérieures à 90 bars à pleine charge. Les gaz sont alors très chauds (2000 à 3000 °K) et les transferts thermiques vers les parois sont très intenses. Ensuite, le piston descend vers le PMB, la pression et la température des gaz décroissent en même temps que le travail est fourni au piston. Le taux de détente est déterminant pour le rendement et certains concepts ont été imaginés pour profiter au mieux de cette phase (cycle de Miller).

- 4^{ème} temps : échappement ($540^{\circ}\text{V} <^{\circ} < 720^{\circ}\text{V}$)

Lorsque le piston atteint le PMB, la soupape d'échappement s'ouvre, les gaz de combustion s'évacuent (au début sous l'effet de leur propre pression, puis sous la poussée du piston qui remonte). Pour tenir compte des inerties des gaz, l'échappement peut s'ouvrir un peu avant le PMB et se refermer après le PMH. Il peut se trouver ainsi quelques instants pendant lesquels les soupapes d'admission et d'échappement sont ouvertes simultanément : c'est le croisement de soupapes. Il est d'autant plus important que le moteur doit être très performant à haut régime.

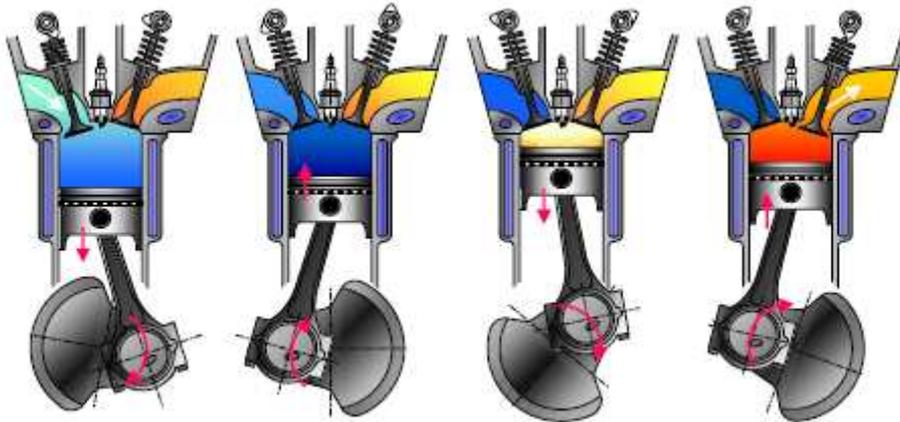


Figure 5 - Cycle à 4 temps d'un moteur à allumage commandé.

Le cycle à 4 temps est très souvent décrit sous forme d'un diagramme dit de Clapeyron. Ce diagramme, illustré Figure 6, donne la pression des gaz dans le cylindre en fonction de leur volume à une température donnée. L'admission des gaz se déroule de g à b en passant par a. La compression des gaz se développe de b à c. Il y a combustion de c à d, puis détente des gaz de d à e. Enfin, l'échappement se produit de e à g en passant par f.

La surface délimitée par la courbe d'évolution de la pression en fonction du volume représente le travail des gaz. La surface A (orange) sur la Figure 6 correspond à la boucle haute pression et représente le travail fourni par le moteur. La surface B (bleue) correspond à la boucle basse pression et représente le travail nécessaire pour introduire le mélange frais dans le cylindre. Ce dernier, constitué en majeure partie par le travail de pompage de l'air dans le cylindre, est appelé pertes par pompage.

La réduction des pertes par pompage est une des clefs qui permettent d'augmenter le rendement du moteur AC à allumage commandé.

Pression cylindre

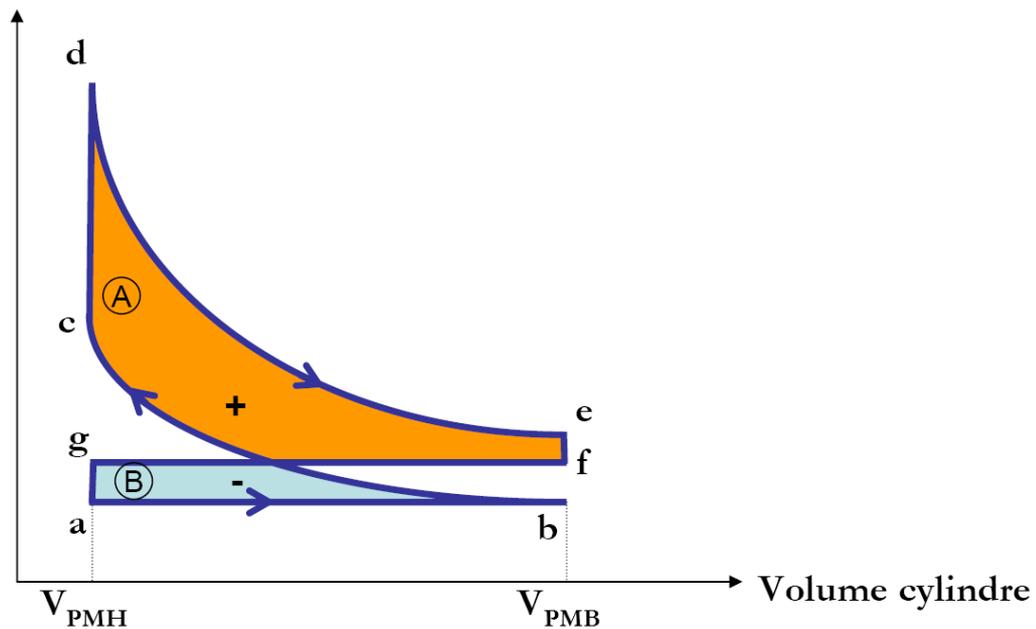


Figure 6 - Diagramme théorique de Clapeyron de la pression en fonction du volume

On définit le travail dit « indiqué » (W_i) par la relation :

$$W_i = -\oint_{\text{cycle}} P_{\text{cyl}} dV_c \quad (4.4)$$

où P_{cyl} et V_c représentent respectivement la pression et le volume des cylindres.

Remarque : le signe (-) s'explique car, par convention, le travail est considéré positif lorsque le moteur le fournit et négatif lorsqu'il le consomme (pertes). Par la suite, le travail sera considéré comme positif lorsque les gaz cèdent de l'énergie et sera négatif quand il s'agit de pertes (vues du côté vilebrequin).

Ce travail est appelé « indiqué » car il a été mesuré la première fois par Watt sur une machine à vapeur grâce à un manomètre enregistreur appelé « indicateur de Watt ». Il est exprimé en Joules (J) lorsque les pressions sont exprimées en Pascal (Pa) et les volumes en mètre cube (m^3).

Afin d'être capable de comparer plusieurs moteurs, on introduit la notion de Pression Moyenne Indiquée (PMI) :

$$PMI = \frac{1}{V_{\text{cyl}}} \oint_{\text{cycle}} P_{\text{cyl}} dV_c = \frac{W_i}{V_{\text{cyl}}} \quad (4.5)$$

où V_{cyl} est la cylindrée. Cette valeur de pression correspond à la valeur constante de pression qu'il faudrait appliquer pour retrouver le travail indiqué W_i . De même on peut calculer le couple indiqué (C_i) :

$$C_i = \frac{W_i n_{cyl}}{4\pi} \quad (4.6)$$

où n_{cyl} est le nombre de cylindres. Le couple efficace (C_e) sera calculé à son tour par la relation :

$$C_e = C_i - C_{frot} = \frac{W_i n_{cyl}}{4\pi} - C_{frot} \quad (4.7)$$

où C_{frot} représentent les couples de frottement.

Par analogie avec la PMI, on parle de Pression Moyenne Effective (PME) définie par :

$$PME = \frac{C_e 4\pi}{n_{cyl} V_{cyl}} \quad (4.8)$$

$$PME = PM_i - PM_{frot}$$

c. Principe du downsizing

Dans un contexte de réduction de la consommation de carburant et de l'émission de CO₂ produits par kilomètre parcouru, le downsizing est une des solutions le plus couramment utilisées dans l'industrie automobile. Elle permet de réduire la cylindrée des moteurs tout en conservant les mêmes performances.

Le principe physique consiste à déplacer les points de fonctionnement du moteur vers des zones qui bénéficient d'un meilleur rendement. On peut observer Figure 7 la consommation spécifique (g/kWh) d'un moteur conventionnel. Le diagramme de consommation spécifique est souvent tracé en fonction du régime moteur et de la charge (PME en MPa). On constate que les points associés à une consommation spécifique moins importante (meilleur rendement) se trouvent regroupés dans une zone de faibles régimes et fortes charges.

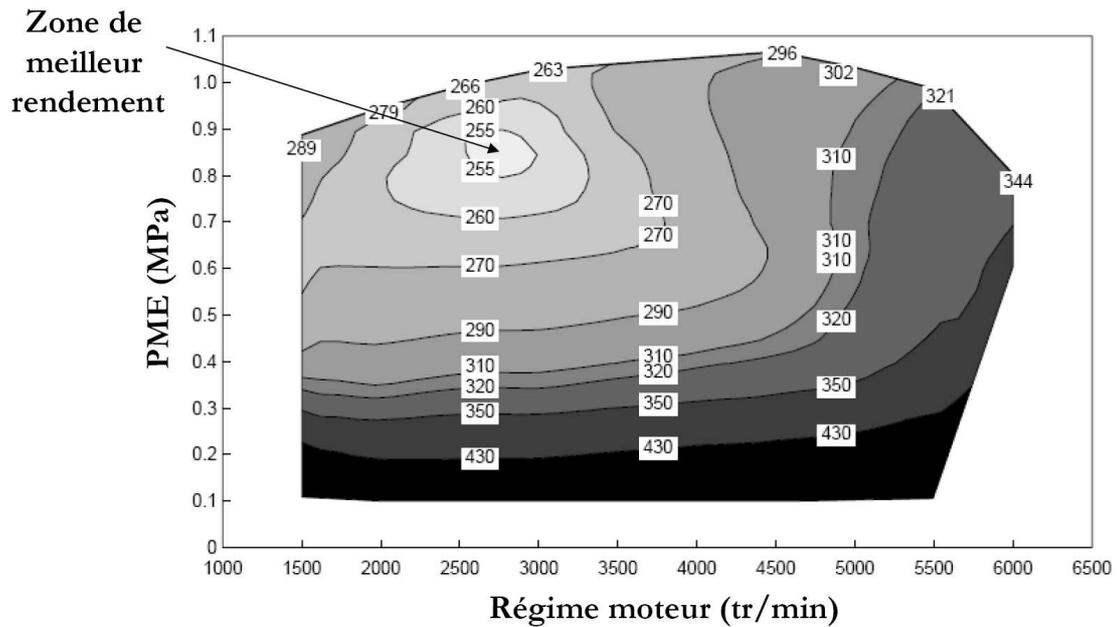


Figure 7 - Consommation spécifique d'un moteur conventionnel (PME adimensionné)

Dans le cas d'un moteur « downsized », voir Figure 8, les points de fonctionnement pour lesquels le rendement est meilleur s'étendent dans une plus large gamme de régime moteur et, ce qui est plus important, de PME. Lors d'une utilisation courante d'un véhicule, ce sont justement les points à charge moyenne qui sont le plus souvent utilisés. Ceci explique l'amélioration des rendements grâce au downsizing.

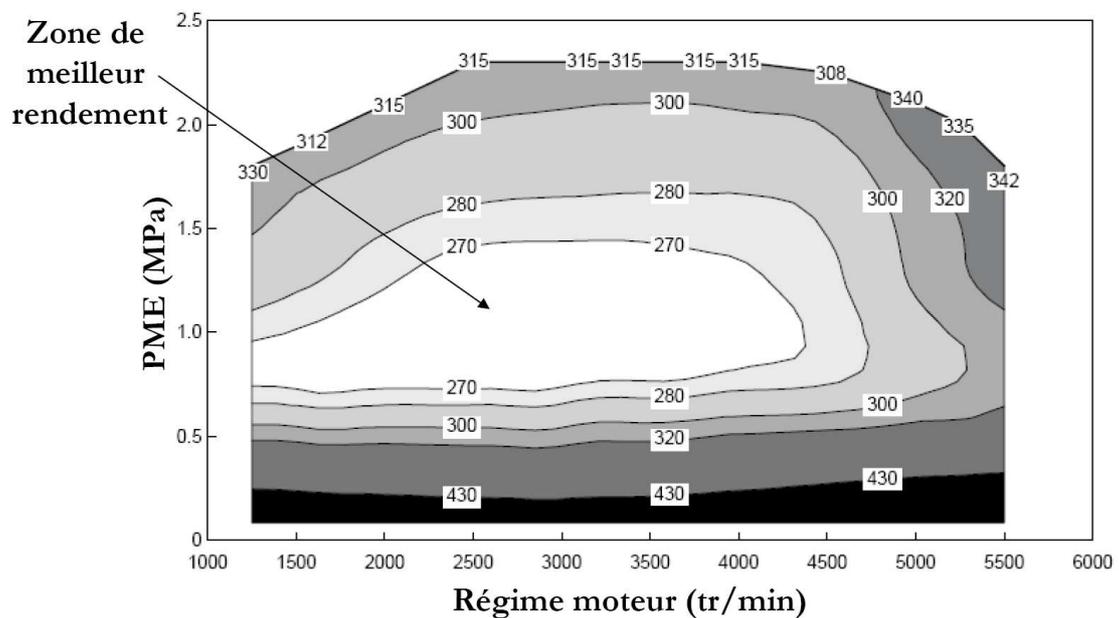


Figure 8 - Consommation spécifique d'un moteur « downsized »

Ce phénomène s'obtient par la diminution des pertes dues aux frottements et au pompage. Pour contrôler la charge du moteur, on utilise l'ouverture du papillon afin de réguler le débit d'air. Le problème est que ceci entraîne des pertes dites de pompage. Le fait de « downsizer » un moteur entraîne :

- une diminution des frottements, car le volume des cylindres diminue.

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

- une diminution des pertes par pompage, car le papillon sera en moyenne plus ouvert.

Il reste cependant indispensable d'utiliser un turbocompresseur afin d'augmenter le volume d'air qui rentre dans les cylindres, ceci afin de pouvoir atteindre la pleine charge et ne pas altérer les performances du moteur d'origine. On rencontre deux grandes familles de compresseurs :

- Les compresseurs volumétriques, qui sont reliés au vilebrequin et présentent un temps de réponse nul (ou presque car ils sont directement reliés au vilebrequin). Cependant, ils possèdent un mauvais rendement et induisent un encombrement important.
- Les turbocompresseurs, qui peuvent fournir une suralimentation plus importante et qui ont des rendements bien meilleurs. Les inconvénients de ces compresseurs sont malgré tout non-négligeables : montée en température de la turbine, temps de réponse lent (pour un suivi de couple et comparativement au papillon), augmentation de la température à l'intérieur des cylindres, diminution légère du rendement global du moteur à cause de l'accroissement de la contre pression à l'échappement. Cependant, des technologies, telles que les turbines à géométrie variable, existent qui permettent de réduire certains de leurs inconvénients.

2. Modélisation

Cette section sera consacrée au développement d'un modèle de moteur à combustion non-linéaire qui servira pour la validation des structures de commande élaborées et d'un modèle q-LPV sur lequel sera effectuée la synthèse de la commande. Le moteur étudié est un moteur essence Renault de type D4FT (voir Figure 9). Il possède quatre cylindres pour une cylindrée de 1,2 litres et les performances d'un moteur essence atmosphérique (sans turbocompresseur) de 1,6 litres.



Figure 9 - Moteur D4FT

La boucle d'air du moteur est schématisée Figure 10. Dans la suite de ce chapitre, les notations suivantes ont été utilisées :

- P est la pression.

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

- t est le temps.
- r est la constante des gaz pour l'air ($r = 287 \text{ J/K Kg}$).
- V est le volume d'air.
- Q_m est le débit massique.
- T est la température.
- w est la vitesse de rotation du turbocompresseur (en rad/s).
- I est l'inertie.
- C est le couple.

avec les indices correspondants :

- *ape* : après échangeur.
- *comp* : au niveau du compresseur.
- *apc* : après le compresseur.
- *avc* : avant le compresseur
- *pap* : au niveau du papillon.
- *col* : dans le collecteur d'admission.
- *adm* : dans le collecteur d'admission (identique à *col*).
- *avt* : avant la turbine.
- *ech* : dans le collecteur d'échappement.
- *cyl* : à l'intérieur de la chambre de combustion.
- *turb* : au niveau de la turbine.
- *wg* : au niveau de la waste-gate.
- *apt* : après la turbine.
- *cata* : au niveau du catalyseur.
- *turbo* : variable du turbocompresseur complet.
- *atmo* : atmosphérique.
- *faa* : filtre à air.
- *ras* : échangeur air-air.

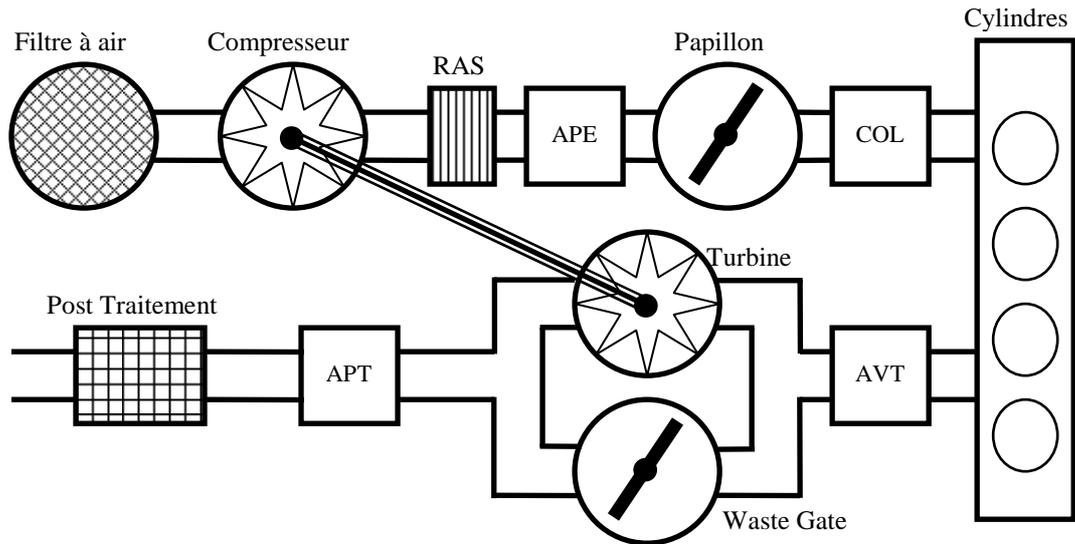


Figure 10 – Schéma du moteur D4FT

a. Modèle physique non-linéaire

Ce paragraphe se structure en deux sections : une dédiée à présenter les équations de la dynamique non-linéaire et une autre qui détaille le calcul des températures et débits dans les différents constituants de la chaîne d'air du moteur D4FT. Le but étant d'obtenir un modèle ayant pour entrées le pourcentage d'ouverture des deux vannes papillon et « waste gate ».

i. Equations de la dynamique

Les principes de la physique qui vont nous permettre d'élaborer les équations du modèle non-linéaire sont la conservation de la masse (M) et de l'énergie (U) dans les différents volumes [4.7], [4.8] et [4.9] :

$$\frac{dM}{dt} = \sum_i Q_{m_i} \quad \text{et} \quad \frac{dU}{dt} = \sum_i Q_{m_i} C_p T_i \quad (4.9)$$

Les relations suivantes permettent de reconstruire les pressions et les températures en fonction de l'énergie interne (u) :

$$P = \frac{\gamma - 1}{\gamma} u \quad (PV = mrT, \text{ loi des gaz parfait}) \quad (4.10)$$

$$T = \frac{u}{m C_v} \quad (1^{\text{ère}} \text{ loi de Joule}) \quad (4.11)$$

Avec les constantes :

- $C_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \approx 1000 \text{ J / Kg K}$. Capacité calorifique à pression constante.

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

- $C_v = \frac{r}{\gamma-1} \approx 700 \text{ J/Kg K}$ capacité calorifique à volume constant
($C_p - C_v = r$).
- $\gamma = 1,4$, coefficient polytropique : $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.
- $r = 287 \text{ J/Kg K}$, constante des gaz parfaits.

Hypothèse : on ne fera pas intervenir l'évolution de la température comme une variable d'état proprement dite. Les températures seront calculées par de simples relations algébriques. Cette hypothèse se justifie par la variation lente des températures comparativement à la dynamique des pressions.

La première étape consiste à écrire l'expression des seules variables d'état de chaque volume (les pressions). Celles-ci seront ensuite dérivées par rapport au temps pour obtenir les équations d'évolution du modèle recherché. Ainsi, en dérivant (4.10), on obtient :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\gamma-1}{V} \frac{du}{dt} = \frac{\gamma-1}{V} \sum_i Q_{m_i} C_p T_i = \frac{r}{V} \sum_i Q_{m_i} T_i \quad (4.12)$$

car, dans chaque volume de contrôle (*ape*, *col*, *avt* et *apt*), la valeur de V est constante et connue d'après les données géométriques du moteur.

Ceci fournit quatre variables d'état (P_{ape} , P_{col} , P_{avt} et P_{apt}) auxquelles il convient d'ajouter la vitesse de rotation du turbocompresseur pour compléter le modèle de la dynamique de la chaîne d'air du moteur.

De plus, à ces cinq variables d'état, nous ajoutons quatre équations algébriques pour calculer les températures T_{ape} , T_{col} , T_{avt} et T_{apt} .

Pour chaque restriction dans la chaîne d'air (comme par exemple le filtre d'air), nous calculons le débit massique (Q_m) en fonction de la différence de pression amont-aval à la restriction.

Enfin, dans les cas du compresseur, des cylindres et de la turbine, il est nécessaire de calculer la température de sortie (T_{comp} , T_{cyl} et T_{turb}) afin de faire intervenir la transformation thermodynamique associée à chacun des constituants.

On aboutit au final au système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{ape}}{dt} = \frac{r}{V_{ape}} (Q_{m_{comp}} T_{comp} - Q_{m_{pap}} T_{ape}) \\ \frac{dP_{col}}{dt} = \frac{r}{V_{col}} (Q_{m_{pap}} T_{ape} - Q_{m_{cylA}} T_{col}) \\ \frac{dP_{avt}}{dt} = \frac{r}{V_{avt}} (Q_{m_{cylE}} T_{cyl} - Q_{m_{turb}} T_{avt} - Q_{m_{wg}} T_{avt}) \\ \frac{dP_{apt}}{dt} = \frac{r}{V_{apt}} (Q_{m_{turb}} T_{turb} - Q_{m_{wg}} T_{avt} - Q_{m_{cata}} T_{apt}) \\ \frac{dw_t}{dt} = \frac{1}{I_{turbo}} (C_{turb} - C_{comp}) \end{array} \right. \quad (4.13)$$

ii. Calcul des débits et des températures

Cette section se structure naturellement en paragraphes associés aux composants mécaniques présents dans la chaîne d'air du moteur [4.8] et [4.9].

Le compresseur :

On commence par écrire l'équation du nombre de Mach :

$$M = \frac{\pi \phi_c \frac{N_{turbo}}{60}}{\sqrt{\gamma T_{atmo}}} \quad (4.14)$$

avec $w_t = \frac{2\pi N_{turbo}}{60}$ et dans notre cas particulier : $\phi_c = 40$ mm.

On définit le *Pic* (rapport de pression du compresseur) par la relation :

$$Pic = \frac{P_{apc}}{P_{avc}} \quad (4.15)$$

Remarque : dans le modèle à cinq états, nous ne disposons que de P_{atmo} et P_{ape} , d'où la réécriture du *Pic* :

$$Pic = \frac{P_{apc}}{P_{avc}} = \frac{P_{ape} + \Delta P_{ras}}{P_{atmo} - \Delta P_{faa}} \quad (4.16)$$

Le débit qui traverse le compresseur est défini par :

$$Q_{m_{comp}} = \frac{(K_1 + K_2 M + K_3 M^2) + (K_4 + K_5 M + K_6 M^2) Pic}{(K_7 + K_8 M + K_9 M^2) + (K_{10} + K_{11} M) Pic} \quad (4.17)$$

A titre d'exemple nous pouvons donner des valeurs classiques des paramètres K_i :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = -2,099 \\ K_2 = -2,707 \\ K_3 = -2,912 \\ K_4 = 2,099 \\ K_5 = 2,685 \\ K_6 = 3,101 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} K_7 = 3,683 \\ K_8 = 2,39 \\ K_9 = 3,311 \\ K_{10} = -1,802 \\ K_{11} = -3,186 \end{array} \right.$$

Dans l'équation du débit du compresseur, M est connu car il dépend exclusivement du régime du turbocompresseur (N_{turbo}). Cependant, le P_{ic} n'est pas calculable en l'état car il manque les valeurs de ΔP_{ras} et ΔP_{faa} .

Or ΔP_{faa} peut s'obtenir de la relation :

$$\Delta P_{faa} = A_{\Delta P_{faa}} Q_{m_{comp}}^2 + B_{\Delta P_{faa}} Q_{m_{comp}} + C_{\Delta P_{faa}} \quad (4.19)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\Delta P_{faa}} = 4,42.10^5 \\ B_{\Delta P_{faa}} = 2,14.10^4 \\ C_{\Delta P_{faa}} = 34,3486 \end{array} \right.$$

De même pour l'échangeur :

$$\Delta P_{ras} = \left(\frac{Q_{m_{comp}}^2}{S_{ras}} \right)^2 \frac{1}{2\rho_{apc}} \quad (4.20)$$

Avec $S_{ras} = 8.10^{-4}$

Remarques :

- on fait l'hypothèse que $\rho_{apc} = \frac{P_{ape}}{rT_{ape}}$.
- Le calcul de $Q_{m_{comp}}$ fait intervenir une boucle algébrique dès lors que l'on a besoin de ΔP_{ras} et ΔP_{faa} et vice-versa. Ce problème est résolu pratiquement en utilisant des valeurs de $Q_{m_{comp}}$ à l'instant précédent pour calculer ΔP_{ras} et ΔP_{faa} à l'instant courant.

Ensuite, le rendement du compresseur η_c peut être défini par la relation :

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

$$\eta_c = \left(Pic^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) C_p T_{avc} \left(\frac{10^{-5}}{\Delta H_{is}} \right) \quad (4.21)$$

Où ΔH_{is} est approchée par :

$$\Delta H_{is} = C_1 + C_2 N_{turbo}^* + C_3 N_{turbo}^{*2} - C_4 Q_m^* \quad (4.22)$$

Avec $C_1 = 0,0035$, $C_2 = 2,42 \cdot 10^{-5}$, $C_3 = 2,87 \cdot 10^{-11}$ et $C_4 = 6,9887$.

M^* , Q_m^* et N_{turbo}^* sont des grandeurs corrigées telles que :

$$N_{turbo}^* = \frac{N_{turbo}}{\sqrt{\frac{T_{avc}}{T_{ref}}}}, \quad Q_m^* = Q_m \sqrt{\frac{T_{avc}}{T_{ref}}} \frac{P_{ref}}{P_{avc}}, \quad M = \frac{\pi \phi_c \frac{N_{turbo}^*}{60}}{\sqrt{\gamma T_{atmo}}}$$

En faisant les hypothèses suivantes :

- $T_{avc} = T_{atmo}$
- $\begin{cases} P_{ref} = 1 \text{ bar} \\ T_{ref} = 300 \text{ K} \end{cases}$

Pour finir, on peut écrire l'expression de la température *comp* et *ape* :

$$T_{comp} = T_{atmo} \left(\frac{1}{\eta_c} (Pic^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) + 1 \right) \quad (4.23)$$

$$T_{ape} = T_{comp} (1 - \eta_{ras}) + T_{atmo} \eta_{ras} \quad (4.24)$$

Avec $\eta_{ras} \approx 0,85$

A titre d'exemple, on peut observer Figure 11 les fonctions donnant l'évolution du Pic et du rendement du compresseur en fonction du régime de rotation de l'axe et du débit massique [4.10].

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

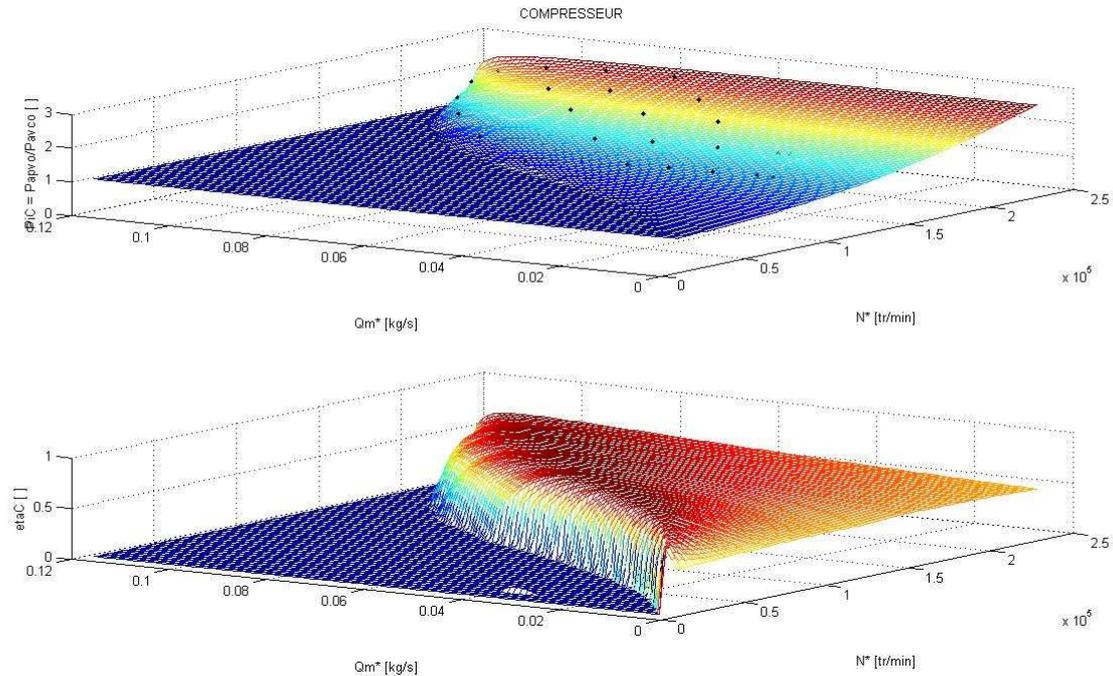


Figure 11 - Exemple de cartographie compresseur

Le papillon :

Dans le cas de cet actionneur motorisé, nous adoptons un modèle de type Bernoulli pour modéliser le débit qui le traverse :

$$Q_m = S_{eff} \sqrt{2P_{in} |P_{in} - P_{out}|} \operatorname{sgn}(P_{in} - P_{out}) \quad (4.25)$$

où S_{eff} représente la section efficace du conduit.

Dans le cas du papillon motorisé, on peut faire l'hypothèse que le débit est toujours positif :

$$Q_{m_{pap}} = S_{pap} \sqrt{2 \frac{P_{ape}}{rT_{ape}} |P_{ape} - P_{col}|} \quad (4.26)$$

La section efficace du papillon s'obtient grâce au taux d'ouverture du papillon (RCO_p) sous la forme polynomiale suivante :

$$S_{pap} = f_p + e_p RCO_p + d_p RCO_p^2 + c_p RCO_p^3 + b_p RCO_p^4 + a_p RCO_p^5 \quad (4.27)$$

Avec :

$$f_p = -3,76 \cdot 10^{-6}, \quad e_p = 3,01 \cdot 10^{-6}, \quad d_p = -1,66 \cdot 10^{-7}, \\ c_p = 1,44 \cdot 10^{-8}, \quad b_p = -2,18 \cdot 10^{-10} \quad \text{et} \quad a_p = 8,55 \cdot 10^{-13}.$$

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

On remarquera que cette approximation est d'une représentativité suffisante pour des RCO_p . compris entre 0 et 70%.

La température à l'intérieur du collecteur d'admission se déduit de la relation :

$$T_{col} = \eta_{pap} T_{ape} \quad (4.28)$$

Le rendement du papillon (η_{pap}) est estimé à 0,97.

Les cylindres :

Dans ce modèle, les cylindres sont considérés comme des pompes volumétriques produisant de l'énergie. Au remplissage :

$$Q_{m_{cylA}} = M_{cyl} \cdot 10^6 \cdot \frac{N_{mot}}{60} \cdot 2 \quad (4.29)$$

avec $Q_{m_{cylA}}$ le débit massique sans carburant, $[M_{cyl}] = \text{mg/coup}$, $[N_{mot}] = \text{tr/min}$.

On remarque la présence du dernier facteur (2) signifiant que l'on réalise deux admissions par tour (quatre cylindres, 4 temps).

Dans cette relation, M_{cyl} peut être approximé par :

$$M_{cyl} = [K_{r_1} + K_{r_2} \frac{N}{1000} + K_{r_3} \left(\frac{N}{1000} \right)^2] [K_{r_4} + K_{r_5} P_{adm} + K_{r_6} P_{adm}^2] K_{r_7} \quad (4.30)$$

Avec,

$$\begin{aligned} k_{r_1} &= 17,934, \quad k_{r_2} = 0,7686, \quad k_{r_3} = -0,0641, \\ k_{r_4} &= -0,2742, \quad k_{r_5} = 4,3519, \quad k_{r_6} = 0,2099, \quad k_{r_7} = 3,0936. \end{aligned}$$

La relation suivante permet de calculer le débit massique avec le carburant ($Q_{m_{cylE}}$) :

$$Q_{m_{cylE}} = Q_{m_{cylA}} + Q_{inj} = (M_{cyl} + M_{inj}) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{N_{mot}}{60} \cdot 2 \quad (4.31)$$

avec $[M_{inj}] = \text{mg/coup}$ constituant une entrée de commande d'une autre boucle de régulation et qui est donc connue.

La température de sortie des cylindres (collecteur d'échappement) peut être calculée par :

$$T_{avt} = T_{col} + k \frac{M_{inj} \cdot PCI}{(M_{cyl} + M_{inj}) \cdot C_p} \quad (4.32)$$

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

Avec $PCI = 41500 \text{ J/Kg.K}$, et où k est approché en fonction de l'avance allumage AA , M_{inj} , N_{mot} et M_{cyl} :

$$k = \left(k_{t_1} + k_{t_2} \frac{AA}{15} \right) \left(k_{t_3} + k_{t_4} \frac{M_{inj}}{20} \right) \left(k_{t_5} + k_{t_6} \frac{N_{mot}}{6000} + k_{t_7} \left(\frac{N_{mot}}{6000} \right)^2 \right) \left(k_{t_8} + k_{t_9} \frac{(M_{inj} + M_{cyl})}{15} \right) k_{t_{10}} \quad (4.33)$$

Avec :

$$k_{t_1} = 1,7575, k_{t_2} = 0,2622, k_{t_3} = 0,6498, k_{t_4} = -0,1934, k_{t_5} = 0,0860, \\ k_{t_6} = 1,2768, k_{t_7} = -0,7809, k_{t_8} = 0,7177, k_{t_9} = 0,4914, k_{t_{10}} = 0,6976$$

La turbine :

Le débit de la waste gate est modélisé (en faisant l'hypothèse que le débit est toujours positif) par un modèle de type Bernoulli :

$$Q_{m_{wg}} = S_{wg} \sqrt{2 \frac{P_{avt}}{rT_{avt}} |P_{avt} - P_{apt}|} \quad (4.34)$$

On utilise une approximation polynomiale d'ordre 3 pour l'expression de la section efficace de la waste gate en fonction du pourcentage d'ouverture :

$$S_{wg} = a_{wg} RCO_{wg}^3 + b_{wg} RCO_{wg}^2 + c_{wg} RCO_{wg} + d_{wg} \quad (4.35)$$

Avec :

$$a_{wg} = 2,7487 \cdot 10^{-10}, b_{wg} = -5,4067 \cdot 10^{-8}, c_{wg} = 4,6905 \cdot 10^{-6}, d_{wg} = 1,6019 \cdot 10^{-6}.$$

Dans ce cas, il s'agit d'une très bonne approximation pour des valeurs de RCO_{wg} comprises entre 0 et 85%.

En ce qui concerne le débit de la turbine, on peut également définir un modèle de type Bernoulli :

$$Q_{m_{turb}} = S_{turb} \sqrt{2 \frac{P_{avt}}{rT_{avt}} |P_{avt} - P_{apt}|} \quad (4.36)$$

en écrivant cette fois la section efficace de la turbine comme une fonction du régime du turbocompresseur et du rapport $Pit = P_{avt}/P_{apt}$:

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

$$S_{turb} = \left(a_{t_1} + \frac{a_{t_2}}{Pit} + \frac{a_{t_3}}{Pit^2} \right) \left(a_{t_4} + \frac{a_{t_5} N_{turbo}^*}{1.10^6} \right) \quad (4.37)$$

Avec :

$$N_{turbo}^* = \frac{N_{turbo}}{\sqrt{\frac{T_{avt}}{T_{ref}}}} \text{ et } T_{ref} = 293 \text{ K}$$

Le rendement de la turbine η_t peut être approché par un polynôme d'ordre 2 :

$$\eta_t = (b_1 + b_2 N_{turbo}^*) + (b_3 + b_4 N_{turbo}^*) \Lambda + (b_5 + b_6 N_{turbo}^*) \Lambda^2 \quad (4.38)$$

Où :

$$\Lambda = \frac{\pi \phi_t N_{turbo}^*}{60.2 C_p T_{ref} \left(1 - \left(\frac{1}{Pit} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}, \quad \phi_t = 40 \text{ mm}$$

$$b_1 = 0,1204, \quad b_2 = -3,5047, \quad b_3 = 2,9240, \\ b_4 = 7,2045, \quad b_5 = -2,6243 \text{ et } b_6 = -3,7083.$$

Enfin, la température en sortie de la turbine peut être calculée par la relation :

$$T_{turb} = T_{avt} \left(1 - \eta_t \left(\frac{1}{Pit} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (4.39)$$

A titre d'exemple, on peut observer Figure 12 les évolutions du débit massique et du rendement de la turbine en fonction du régime de rotation de l'axe et du Pit [4.10].

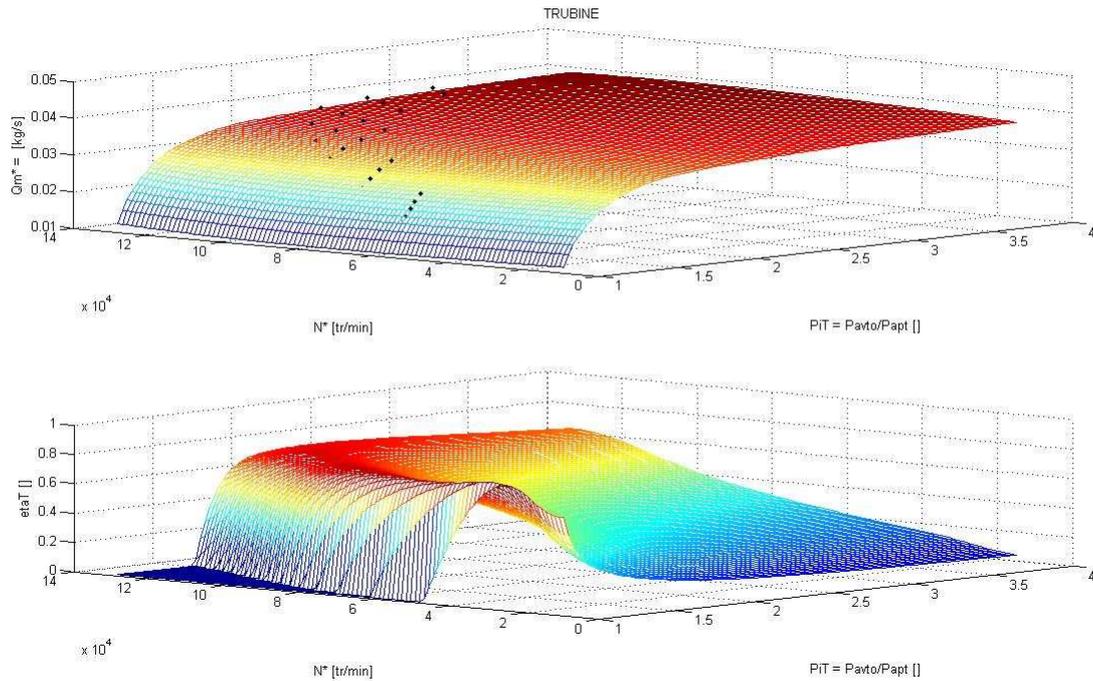


Figure 12 - Exemple de cartographie turbine

Le catalyseur :

Le débit dans le catalyseur se définit par l'intermédiaire d'un modèle de type Bernoulli par la relation :

$$Q_{m_{cata}} = S_{cata} \sqrt{2 \frac{P_{apt}}{rT_{apt}} |P_{apt} - P_{atmo}|} \quad (4.40)$$

La section débitante du catalyseur est alors de la forme :

$$S_{cata} = a_1 \left(1 - \exp(-a_2 |P_{apt} - P_{atmo}|^{a_3}) \right) \quad (4.41)$$

avec $a_1 = 4,4039 \cdot 10^{-4}$, $a_2 = 4,6353 \cdot 10^{-4}$ et $a_3 = 1$.

b. Modèle q-LPV utilisé pour la synthèse

Le but de cette section est de transformer le modèle non-linéaire précédent de façon à élaborer un modèle défini sous forme q-LPV, qui sera utilisé ensuite pour la synthèse des lois de commande.

Il convient pour cela de rassembler toutes les équations correspondant à la dynamique de la pression du collecteur d'admission et du collecteur d'échappement :

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(P_{col}) = \frac{r}{V_{col}} Q_{m_{pap}} T_{ape} - \frac{r}{V_{col}} Q_{m_{cylA}} T_{col} \\ \frac{d}{dt}(P_{avt}) = \frac{r}{V_{avt}} (Q_{m_{cylE}} T_{cyl} - Q_{m_{turb}} T_{avt}) - \frac{r}{V_{avt}} Q_{m_{wg}} T_{avt} \end{cases}$$

Où :

$$\begin{cases} Q_{m_{pap}} = S_{pap}^{eff} \sqrt{\frac{2P_{ape}}{rT_{ape}} (P_{ape} - P_{col})} \\ Q_{m_{wg}} = S_{wg}^{eff} \sqrt{\frac{2P_{avt}}{rT_{avt}} (P_{avt} - P_{apt})} \end{cases}$$

Effectuons alors le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} \theta_3 = -\frac{r Q_{m_{cylA}} T_{col}}{P_{avt} V_{col}} \\ \theta_4 = \frac{r T_{ape}}{V_{col}} \sqrt{\frac{2P_{ape}}{rT_{ape}} (P_{ape} - P_{col})} \\ \theta_\varepsilon = -\frac{r Q_{m_{turb}} T_{avt}}{P_{avt} V_{avt}} \\ \theta_6 = -\frac{r T_{avt}}{V_{avt}} \sqrt{\frac{2P_{avt}}{rT_{avt}} (P_{avt} - P_{apt})} \\ p = \frac{r Q_{m_{cylE}} T_{avt}}{V_{avt}} \end{cases} \quad (4.42)$$

On aboutit au modèle q-LPV décrit ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(P_{col}) = \theta_3 P_{avt} + \theta_4 S_{pap}^{eff} \\ \frac{d}{dt}(P_{avt}) = \theta_\varepsilon P_{avt} + \theta_6 S_{wg}^{eff} + p \end{cases} \quad (4.43)$$

Remarque : les signaux de commande conservent un sens physique, puisqu'ils correspondent aux sections efficaces des deux volets pilotés, lesquels constituent nos actionneurs (papillon et waste gate).

Les équations différentielles peuvent être mises sous la forme de la représentation d'état suivante (après normalisation de la matrice de commande) :

$$\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & \theta_3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \theta_\varepsilon & 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (4.44)$$

Chapitre 4.- Contrôle d'un moteur à combustion interne

On remarquera la présence d'un pôle en zéro (un intégrateur), ce qui est recherché lors du changement de variable afin de garder le sens physique d'un système qui est naturellement intégrateur.

Finalement, et après analyse de la bande passante du système, il a été décidé d'inclure également la dynamique des actionneurs en les modélisant par des fonctions du premier ordre de constante de temps τ . On obtient la représentation globale :

$$S := \left(\begin{array}{cccc|ccc} 0 & \theta_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_\varepsilon & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{pap}} & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{pap}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{wg}} & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{wg}} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (4.45)$$

Notons que dans le cas du modèle non-linéaire élaboré précédemment, il a été ajouté, en plus de la modélisation des actionneurs, une saturation correspondant aux sections efficaces maximale et minimale de chaque vanne.

Enfin, la dernière étape dans la construction du modèle polytopique consiste à délimiter l'espace de variation paramétrique. Afin de pouvoir calculer les bornes minimales et maximales de variation des paramètres, nous nous sommes fondés sur les données suivantes :

$$\begin{array}{ll} V_{col} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 & 0,3 \cdot 10^5 < P_{col} < 1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_{avt} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 & 400 < T_{avt} < 1400 \text{ K} \\ 300 < T_{col} < 330 \text{ K} & 0,97 \cdot 10^5 < P_{apt} < 1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 0 < Q_{m_{cylA}} < 0,1 \text{ Kg/s} & 0,005 < Q_{m_{cylE}} < 0,11 \text{ Kg/s} \\ 0,99 \cdot 10^5 < P_{avt} < 2,8 \cdot 10^5 \text{ Pa} & 0 < Q_{m_{wg}} < 0,06 \text{ Kg/s} \\ 300 < T_{ape} < 330 \text{ K} & 0,005 < Q_{m_{turb}} < 0,05 \text{ Kg/s} \\ 1 \cdot 10^5 < P_{ape} < 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} & \end{array}$$

Partant de ces valeurs numériques particulières, on déduit les limites de variations des paramètres du modèle polytopique, qui seront exploitées lors de la synthèse des lois de commande :

$$\left\{ \begin{array}{l} -47,84 < \theta_3 < -0,7688 \\ 4,4236 \cdot 10^9 < \theta_4 < 3,5421 \cdot 10^{10} \\ -71,75 < \theta_\varepsilon < -5,798 \\ -3,7963 \cdot 10^{11} < \theta_6 < -5,6984 \cdot 10^9 \end{array} \right. \quad (4.46)$$

3. Synthèse des correcteurs

En exploitant le modèle q-LPV mis au point précédemment, cette section d'une part décrit les différents schémas de synthèse utilisés pour asservir la pression du collecteur d'admission, d'autre part analyse les résultats issus de la synthèse. Une attention particulière est prêtée à l'évaluation fréquentielle des résultats obtenus.

a. Schémas de synthèse

Plusieurs schémas de synthèse ont été utilisés permettant d'obtenir des correcteurs qui répondent à des problématiques différentes. L'idée est de proposer des correcteurs ayant un compromis complexité/performance différent, élaborés en augmentant pas à pas la complexité du schéma de synthèse et les objectifs à atteindre.

Dans un premier temps, nous avons utilisé un schéma de synthèse H_∞ simple, tel qu'indiqué Figure 13.

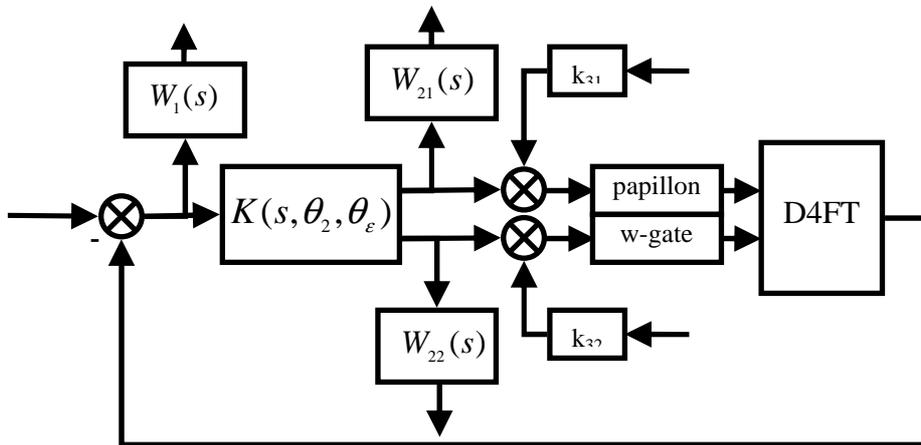


Figure 13 – Schéma de synthèse simple

Avec le schéma de la Figure 13, on peut imposer la bande passante de la boucle fermée, la marge de module, le suivi de consigne sans erreur statique, le roll-off sur les hautes fréquences des signaux de commande et le rejet de perturbations constantes additives sur la commande.

On remarque que l'ordre des correcteurs ainsi obtenus est de 7. En effet, l'ordre du correcteur est égal à la somme des ordres du schéma de synthèse, dans notre cas (Figure 13) moteur d'ordre 2, 2 actionneurs d'ordre 1 et 3 filtres de pondération. On note que les pondérations agissant en entrée des perturbations additives sur la commande ont été choisies constantes afin de limiter le plus possible l'ordre du correcteur obtenu.

Dans un deuxième temps, la complexité du schéma de synthèse s'est accrue par l'ajout d'une entrée supplémentaire au correcteur correspondant à la consigne (voir sur la partie gauche de la Figure 14). Ceci permet au correcteur de synthétiser une forme d'action feedforward, autorisant ainsi la correction (feedback proprement dit) à se concentrer davantage sur le rejet de perturbation. Ceci est illustré lors des synthèses par une diminution de la norme L_2 (γ) à iso-contraintes en rajoutant ce signal

supplémentaire en entrée du correcteur. D'un autre côté, le correcteur ainsi obtenu est légèrement plus complexe et devient un correcteur à deux entrées.

L'évolution se poursuit en considérant désormais la totalité du schéma de synthèse de la Figure 14.

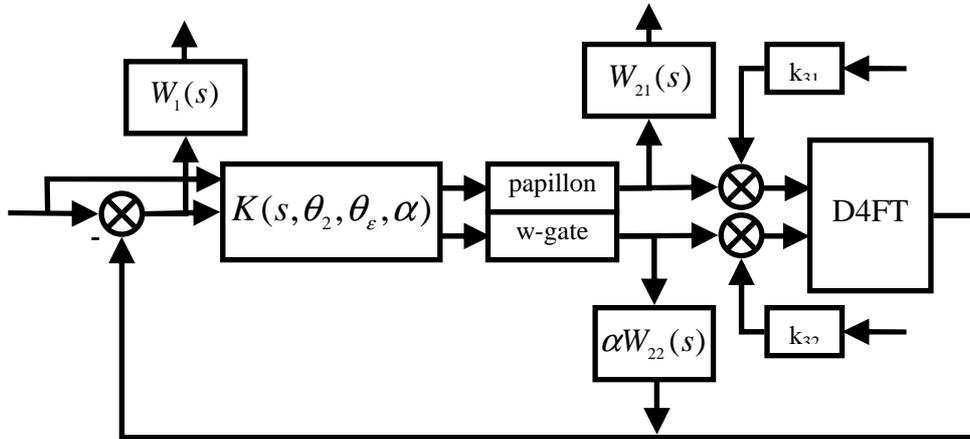


Figure 14 – Schéma de synthèse intermédiaire

Ce schéma de synthèse, dit intermédiaire, permet de prendre en compte l'une des contraintes essentielles des motoristes : l'inhibition de l'un des deux actionneurs. La motivation est simple. Lorsque le moteur se trouve dans des points de fonctionnement pour lesquels la consigne de pression dans le collecteur est inférieure à la pression atmosphérique, il y a tout intérêt à utiliser seulement le papillon, et cela pour deux raisons : d'une part l'actionneur est plus rapide, d'autre part le fait d'ouvrir le papillon réduit les pertes par pompage. Cette stratégie améliore donc le rendement global du moteur.

Pour intégrer cette contrainte, l'idée est d'introduire un nouveau paramètre variant α qui évoluera en fonction de la pression du collecteur, de l'état des pannes présentes ou pas dans le système, ..., pour inhiber artificiellement l'usage de la waste-gate et pour moduler la pression du collecteur. L'intégration de cette fonctionnalité supplémentaire a des conséquences lourdes sur la complexité du correcteur, puisque l'on doit maintenant considérer trois paramètres variables. Le nombre de sommets du correcteur étant égal à $2^{\text{nb paramètres}}$, on évolue donc de quatre à huit sommets.

On remarquera que les filtres de pondération qui apparaissaient en sortie du correcteur dans le schéma de synthèse simple apparaissent maintenant après les actionneurs. Ceci est dû à des contraintes sur la non-dépendance paramétrique de certaines matrices du schéma de synthèse. En modifiant le schéma de synthèse comme détaillé Figure 14, toutes les hypothèses nécessaires pour la synthèse H_∞ q-LPV sont respectées, même si l'un des paramètres variables α est dans un filtre de pondération et non dans le modèle du moteur.

La dernière des évolutions consiste à ajouter une entrée supplémentaire au correcteur, correspondant à la perturbation mesurable p . La Figure 15 détaille le schéma évolué qui rajoute un dernier paramètre k_4 . Le correcteur ainsi obtenu est le plus complexe de tous :

- Ordre 7.

- Correcteur à trois paramètres variables (polytope à 8 sommets).
- Correcteur à trois entrées et deux sorties.

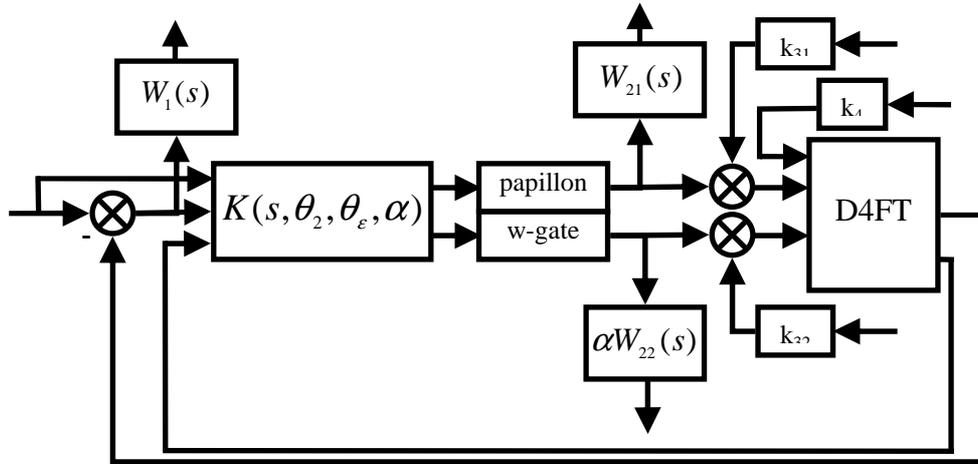


Figure 15 – Schéma de synthèse évolué

Les résultats présentés par la suite dans le cadre de l'évaluation fréquentielle et de la validation temporelle des performances sont ceux issus du schéma de synthèse évolué ou intermédiaire. Les paramètres des filtres des pondérations sont optimisés par l'intermédiaire de la méthode d'optimisation par essais particuliers (PSO). Le critère retenu est de la forme :

$$\begin{aligned}
 J(\text{filtres}) = & \exp\left(\frac{t_r - t_{r_{\max}}}{t_{r_{\max}}}\right) + \exp\left(\frac{D_{\%} - D_{\%_{\max}}}{D_{\%_{\max}}}\right) + \\
 & + \exp\left(\frac{MP_{\min} - MP}{MP}\right) + \exp\left(\frac{MG_{\min} - MG}{MG}\right) + \exp(\gamma_{opt} - 1)
 \end{aligned}
 \tag{4.48}$$

où :

- t_r représente le temps de réponse à 95% du correcteur à l'itération k .
- $t_{r_{\max}}$ représente le temps de réponse maximum acceptable à 95%.
- $D_{\%}$ représente le dépassement du correcteur à l'itération k .
- $D_{\%_{\max}}$ représente le dépassement maximum acceptable.
- MP représente la marge de phase à l'itération k .
- MP_{\min} représente la marge de phase minimum acceptable.
- MG représente la marge de gain à l'itération k .
- MG_{\min} représente la marge de gain minimum acceptable.
- γ_{opt} représente la valeur de la norme L_2 à l'issue de la synthèse H_{∞} .

b. Evaluation fréquentielle

Les résultats issus de la synthèse de la loi de commande sont présentés en commençant par le tracé des valeurs singulières des fonctions les plus significatives Figure 16. On peut observer que les gabarits sur KS et T sont respectés pour tous les sommets du polytope (tracé en pointillés pour les gabarits fréquentiels et traits pleins

pour les sommets). Cependant, pour la fonction de sensibilité S , la bande passante a limité la synthèse dans le cas de certains sommets (ceux où l'on privilégie l'action sur l'actionneur waste-gate).

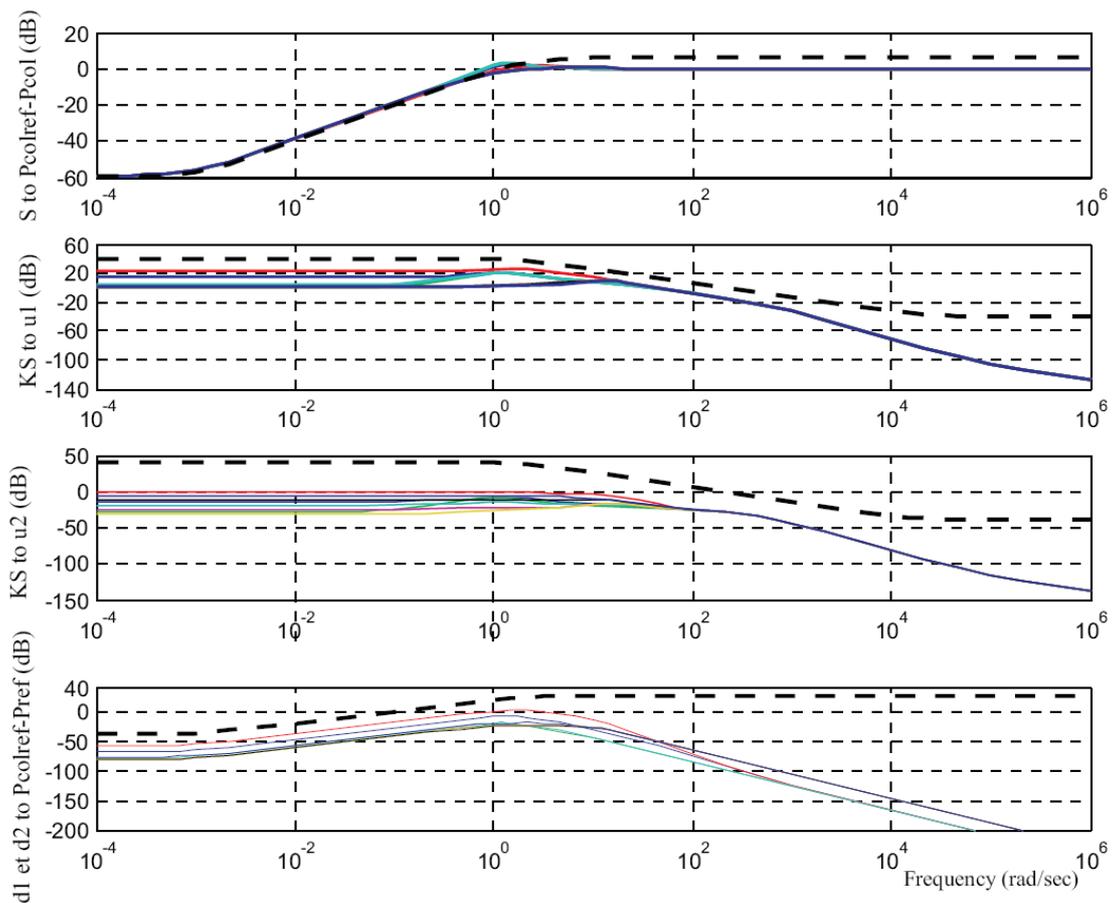


Figure 16 - Tracé des valeurs singulières

On s'intéresse ensuite à l'allure des transferts du correcteur obtenu. Les transferts les plus intéressants sont ceux qui ferment la boucle (voir Figure 17). On y constate que la synthèse a permis d'obtenir un correcteur ayant une allure typique d'un correcteur de type PI auquel vient s'ajouter une action de type avance de phase en fonction du sommet du polytope.

On observe également l'écart de gain entre les différents correcteurs en fonction du sommet, ce qui est dû à la contrainte introduite par le paramètre variant α . Il est important de remarquer que ce paramètre variant a été utilisé dans le cadre des simulations temporelles du paragraphe suivant pour limiter le dépassement dû au windup induit par l'actionneur waste-gate.

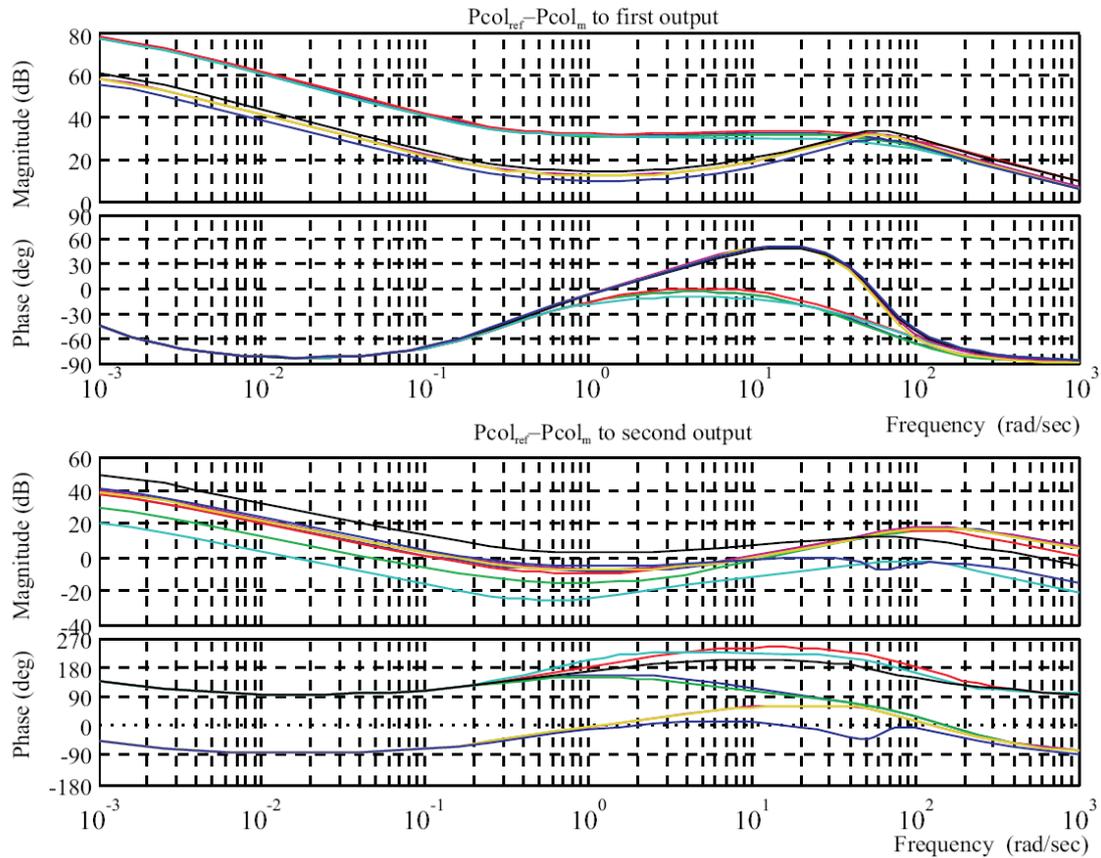


Figure 17 - Diagramme de Bode du correcteur

En ce qui concerne la stabilité de la boucle fermée, la stabilité quadratique a été vérifiée en montrant la relation suivante :

$$A_{\text{bouclefermée}_i} X + X A_{\text{bouclefermée}_i}^T < 0 \quad \forall i = 1, 2^{\text{nb paramètres}} \quad (4.49)$$

Où $A_{\text{bouclefermée}_i}$ est la matrice qui décrit la dynamique de la boucle fermée du système corrigé au $i^{\text{ème}}$ sommet et X est une matrice symétrique définie positive.

De plus, nous avons reporté dans le plan complexe Figure 18 la position des valeurs propres de la matrice $A_{\text{bouclefermée}_i}$ pour tous les sommets. Même si l'analyse pour des valeurs des paramètres fixes ne peut en aucun cas garantir des propriétés pour un système à paramètres variables, la position bien amortie des valeurs propres témoigne de la pertinence du correcteur obtenu.

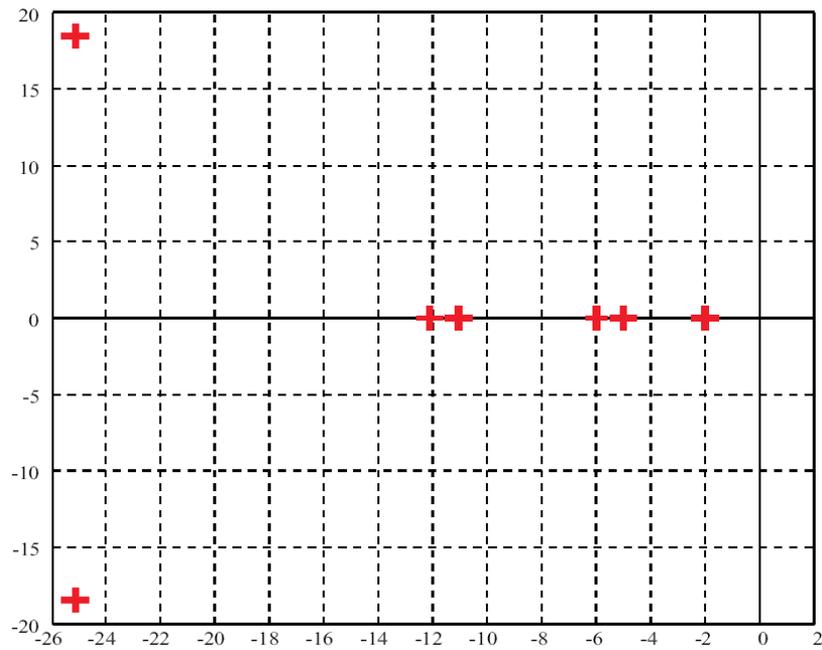


Figure 18 - Position des pôles de la boucle fermée aux sommets du polytope

L'analyse fréquentielle est complétée enfin par l'analyse des marges de stabilité grâce au tracé Figure 19 de la boucle ouverte corrigée dans le plan de Black. On constate que la marge de phase est correcte ($> 65^\circ$) et que la marge de gain est très importante. Ceci est en fait voulu lors de la synthèse pour pallier la mauvaise connaissance a priori du gain statique reporté dans le modèle de synthèse. En effet, il existe une grande dispersion de gain selon le moteur considéré, à cause des paramètres de fabrication d'une part et des hypothèses formulées pour aboutir à un modèle suffisamment réduit pour la synthèse d'autre part. On prévient donc l'instabilité en allouant des marges de gain importantes.

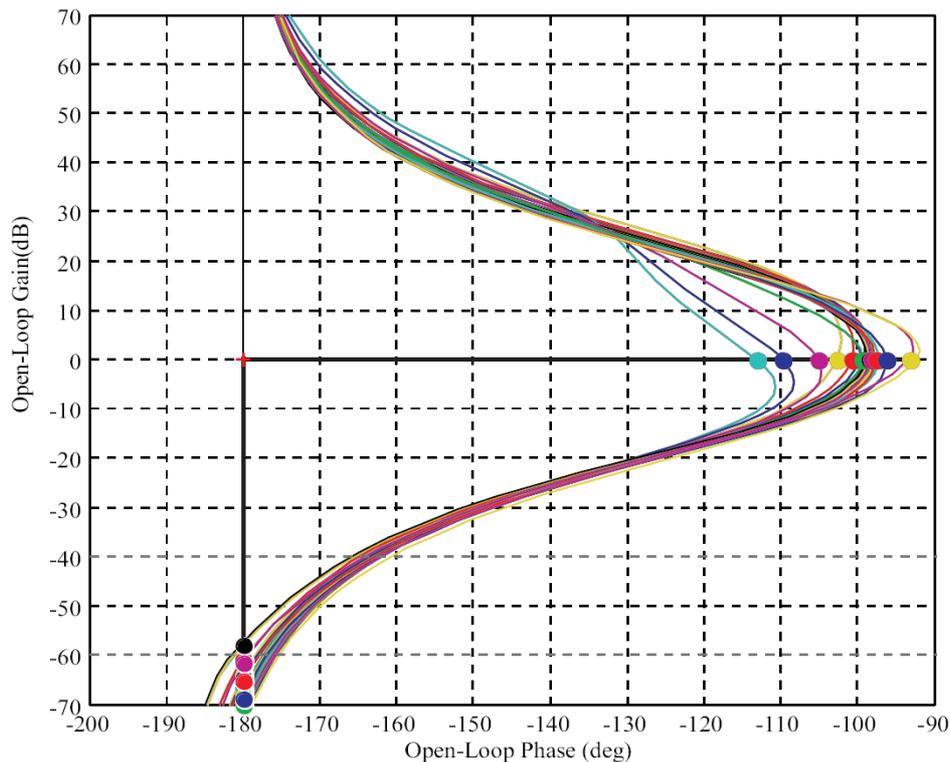


Figure 19 - Diagramme de Nichols de la boucle ouverte corrigée

4. Validation des correcteurs

La validation temporelle des correcteurs obtenus en mettant en œuvre une optimisation des paramètres des pondérations de la synthèse H_∞ est structurée en deux parties. On dissociera en effet la réponse temporelle en suivi de consigne et la réponse temporelle en rejet de perturbation (sur les deux voies disponibles).

Le modèle utilisé pour valider le comportement temporel est le modèle très non-linéaire décrit dans les paragraphes précédent de ce chapitre.

Les résultats présentés ci-dessous sont ceux issus du schéma de synthèse intermédiaire. Les performances obtenues dépendent en effet du schéma de synthèse utilisé et donc de la complexité du correcteur : plus le correcteur est évolué, plus les performances s'améliorent.

A titre d'exemple, pour un schéma de synthèse n'ayant pas d'entrée du correcteur dédiée à la consigne de pression du collecteur d'admission, les réponses temporelles face à un échelon de consigne présentent un dépassement et des temps de réponse légèrement différents en fonction du sommet du polytope étudié.

Dans la suite de ce paragraphe, les figures sont structurées de la façon suivante :

- Le premier des trois tracés correspond à la pression du collecteur.
- Les deuxième et troisième tracés correspondent aux signaux de commande : le deuxième pour le papillon et le troisième pour la waste-gate.

a. Suivi des consignes

Comme on peut l'observer Figure 20, le suivi de consigne avec le schéma de synthèse intermédiaire est satisfaisant :

- l'erreur statique est nulle.
- Le temps de réponse à 63% est de l'ordre de 0,7 secondes.
- Le temps de réponse est peu dépendant du sommet du polytope considéré.
- Le dépassement est nul.

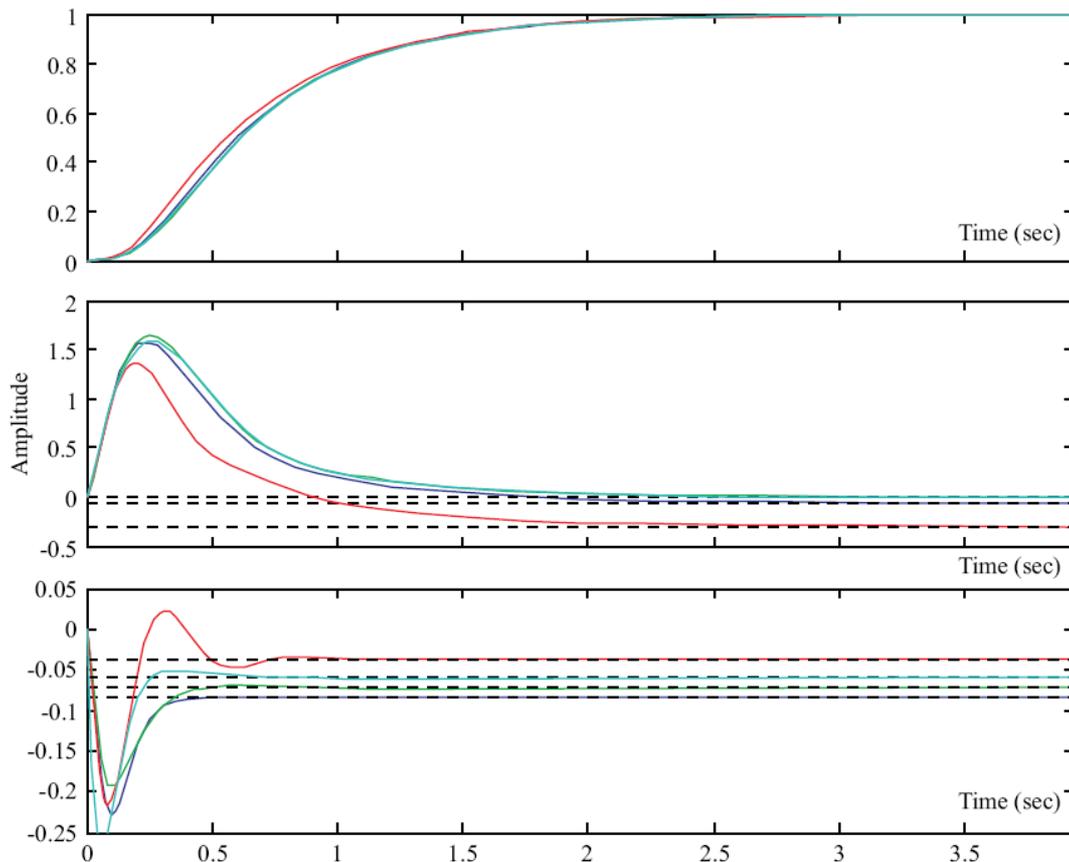


Figure 20 - Réponse indicielle du système en suivi de consigne

On remarque la différence existante parmi les signaux de commande entre les différents sommets. Ceci s'explique par l'adaptation du correcteur (correcteur variant) lorsque le système change (système variant).

b. Rejet de perturbations

Cette section s'intéresse aux performances en rejet de perturbations additives agissant sur les commandes. Il s'agit d'un cas très courant dans la pratique, car les gaz qui rentrent ou qui sortent des pistons exercent des efforts non négligeables sur les éléments mécaniques des deux actionneurs.

Dans un premier temps nous avons appliqué une perturbation additive constante sur la première commande (papillon). Les résultats de simulation sont détaillés Figure 21.

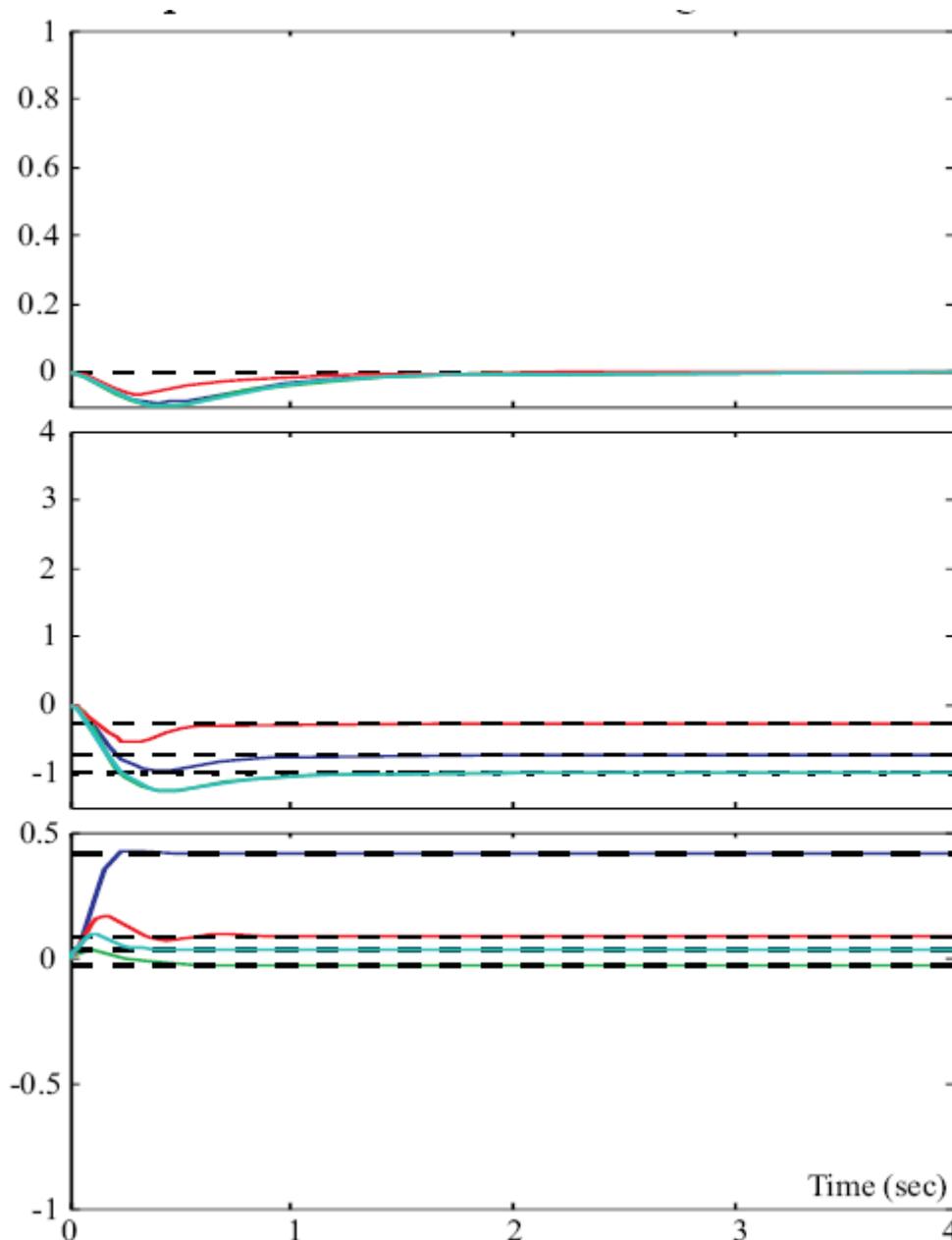


Figure 21 - Réponse indicielle en rejet de perturbation sur le papillon

On observe que, pour tous les sommets du polytope, le correcteur réussit à annuler l'erreur en suivi de consigne. Cependant, les moyens qu'il utilise pour l'annuler dépendent, ce qui est normal, du sommet considéré. On observe également que l'annulation de l'erreur est plus ou moins efficace en fonction du point de fonctionnement mais reste dans tous les cas suffisamment performante.

Dans un deuxième temps nous avons appliqué une perturbation additive constante sur la deuxième commande (waste-gate). Les résultats de simulation sont détaillés Figure 22.

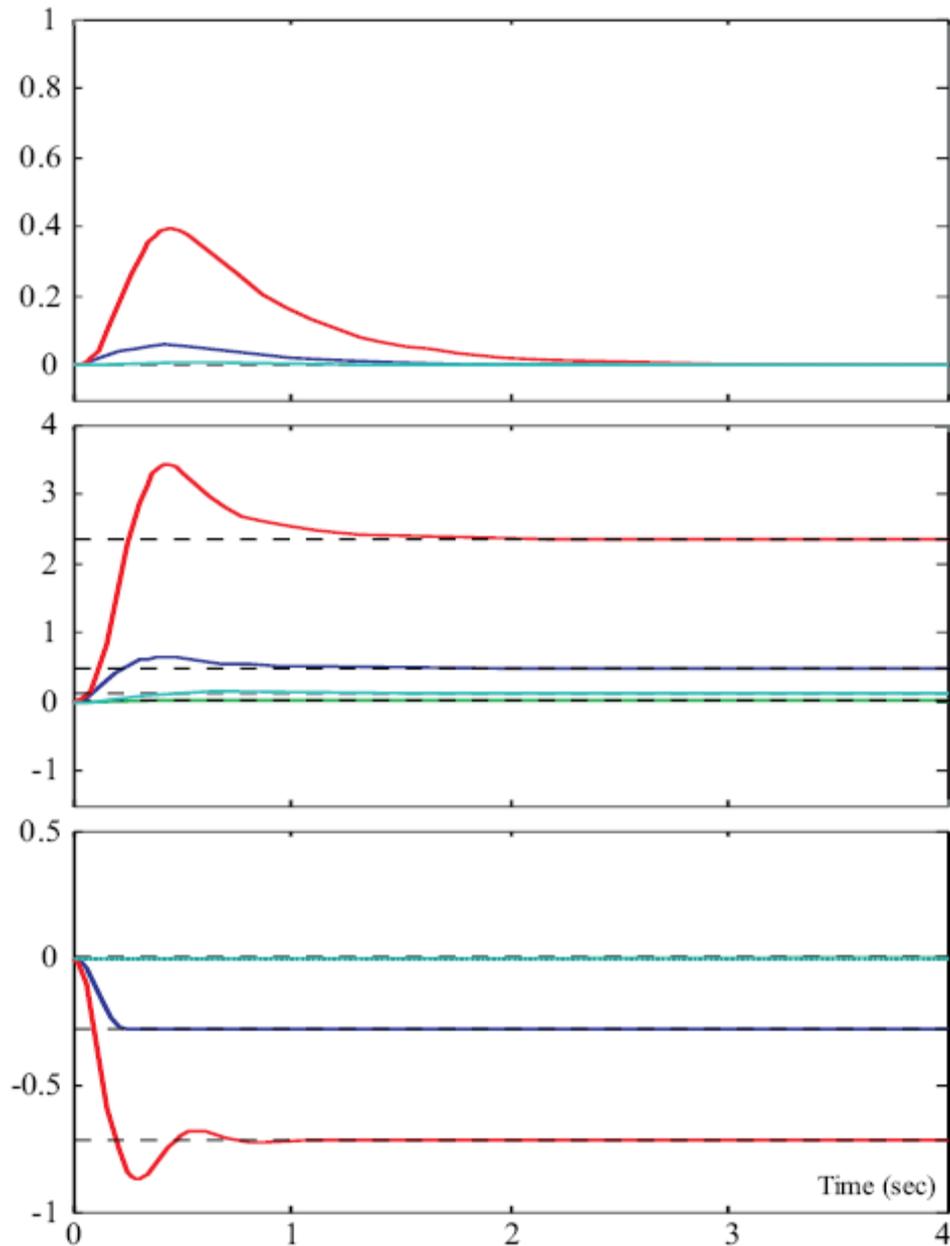


Figure 22 - Réponse indicielle de perturbation sur la waste-gate

Dans ce cas, on observe que le correcteur réagit légèrement plus lentement en moyenne, mais nettement plus lentement pour le sommet correspondant au pire cas. Ceci s'explique par l'écart des dynamiques de réaction du moteur face aux deux actionneurs : papillon (rapide) et waste-gate (lent). On constate, cependant, que dans tous les sommets du polytope, le correcteur réussit à annuler l'erreur en suivi de consigne. Cependant, les moyens qu'il utilise pour l'annuler dépendent, ce qui est là encore normal, du sommet considéré.

REFERENCES :

[4.1] Trapy, J. Moteur à allumage commandé. Vol. BM2540. Techniques de l'ingénieur - Traité Génie Mécanique. (2000).

[4.2] Giansetti, P. Contrôle moteur à allumage commandé - Estimation / prédiction de la masse et de la composition du mélange enfermé dans le cylindre. Thèse de doctorat. Université d'Orléans. Orléans. (2005).

[4.3] P. Giansetti. Rapport de thèse :Contôle moteur à allumage commandé. 2005

[4.4] Heywood, J.B. (1988). Internal Combustion Engines Fundamentals. McGraw Hill. Paris.

[4.7] L. Guzzella and C. Onder. "Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine System". Springer 2004.

[4.8] E. Hendricks and S. Sorenson. "Si engine modeling". SAE paper No. 910258, 1991.

[4.9] G. Genta, "Motor Vehicle Dynamics". *World Scientific, Singapore*, 1997.

[4.8] V. Talon, T. Tabet, S. Castric and P. Emery. "Engine control model based design with ACHILLE library". E-COSM Rencontres Scientifiques de l'IFP. October 2006.

[4.9] G. Colin, Y. Chamailard, A. Charlet, G. Bloch, G. Corde. Linearized Neural Predictive Control: A Turbocharged SI Engine Application. SAE 2005-01-0046.

[4.10] G. Martin, V. Talon, P. Higelin, A. Charlet and C. Caillol. "Implementing turbomachinery physics into data map-based turbocharger models". SAE 2009-01-0310.

Chapitre 5 : Récupération d'énergie au freinage

Les véhicules électriques seront-ils une solution pour assurer notre mobilité dans le futur ? L'autonomie sera-t-elle au rendez-vous ? Et que dire alors du coût autant financier qu'écologique ? Ce chapitre présente les problématiques, des propositions de solutions et des résultats concrets concernant ce domaine crucial pour l'avenir du secteur automobile.

Le premier paragraphe détaille le contexte et les problématiques du véhicule électrique, ainsi que les enjeux auxquels se trouve confronté un constructeur automobile vis-à-vis du marché mondial et vis-à-vis de l'environnement.

Dans le paragraphe 2, les sources du problème lié à l'autonomie du véhicule électrique sont précisées et quantifiées.

Le paragraphe 3 développe une technologie qui permet de répondre à la problématique de la récupération d'énergie au freinage. Il présente aussi le phénomène des à-coups de la chaîne de transmission.

Enfin, dans le paragraphe 4, une solution est proposée pour résoudre le problème des à-coups moteur. La démarche suivie considère l'identification de la chaîne de transmission, puis la synthèse et enfin la retouche du correcteur. Des résultats expérimentaux sont présentés et comparés permettant de valider ainsi la structure proposée.

TABLE DES MATIERES – CHAPITRE 5

1.	Révolution de la demande : le phénomène écologique.....	153
a.	La demande.....	153
b.	L'offre.....	156
c.	Problématique de l'autonomie.....	158
2.	Solutions pour la problématique de l'autonomie.....	159
a.	Améliorer les batteries.....	159
b.	Réduire les pertes.....	160
i.	Quantification des pertes.....	160
ii.	Focus sur $M\gamma$	163
3.	Récupération d'énergie : le freinage découplé.....	169
a.	Description du système de freinage : composants physiques.....	169
b.	Stratégie de commande et problème des à-coups.....	174
i.	La répartition avant/arrière.....	175
ii.	Le torque blending.....	178
iii.	Le stability index.....	183
4.	Système anti à-coups.....	184
a.	Identification de la chaîne de transmission.....	185
b.	Justification de la forme du régulateur : synthèse H_o	186
c.	Structure de la loi de commande.....	188
d.	Optimisation de la loi de commande.....	192
i.	Analyse des marges de stabilité.....	195

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

ii.	Analyse de robustesse.....	196
e.	Outil d'aide à la mise au point	200
f.	Résultats expérimentaux	203

TABLE DES ILLUSTRATIONS – CHAPITRE 5

Figure 1 - Bonus/Malus	154
Figure 2 - Evolution des prix du baril (\$) de décembre 1998 à décembre 2008.....	155
Figure 3 - Evolution temporelle de la vente de véhicules.....	156
Figure 4 – g CO ₂ /Km produits	158
Figure 5 - Caractéristiques des différentes technologies de batteries (source : Electropaedia)	160
Figure 6 – Altimétrie du parcours au CTA	161
Figure 7 – Vue aérienne du parcours au CTA	161
Figure 8 - Schéma des pertes d'un véhicule	162
Figure 9 - Schéma du modèle de batterie.....	163
Figure 10 - Matrice de confort-décélération au lever de pied.....	164
Figure 11 - Habitudes de conduite histogramme vitesse-décélération	165
Figure 12 - Histogramme vitesse-décélération (forte décélération)	165
Figure 13 – Schéma d'une pédale d'accélérateur modifiée	166
Figure 14 - Perception du dosage au lever de pied	166
Figure 15 - Cartographies de rendement de la machine électrique et du convertisseur	167
Figure 16 – Schéma de l'architecture de freinage sur le véhicule	170
Figure 17 - Schéma de la suspension.....	171
Figure 18 - Norme H _∞ du transfert déplacement de la roue et accélération châssis..	172
Figure 19 - variation des amplitudes des oscillations (%)	173
Figure 20 - Fréquence de la résonance	173
Figure 21 – Réponses indicielles	174
Figure 22 - Structure de commande du freinage.....	175
Figure 23 - Parabole d'équipotentiel	176
Figure 24 – Paramètres de réglage sur la parabole d'équipotentiel	177
Figure 25 - Caractéristique course de frein décélération	178
Figure 26 – Schéma fonctionnel du torque blending	179
Figure 27 – Caractéristique expérimentale course de frein-décélération.....	180
Figure 28 – Exemple expérimental d'à-coup.....	181
Figure 29 - Schéma de la chaîne de transmission	181
Figure 30 – Diagramme de Bode du transfert couple moteur – régime moteur	183
Figure 31 - Structure du stability index	183
Figure 32 - Composante boucle ouverte du stability index	184
Figure 33 - Composante du stability index en boucle fermée	184
Figure 34 - Schéma de synthèse de l'action curative H _∞	186
Figure 35 – Correcteur issu de la synthèse H _∞	187
Figure 36 – Schéma de commande sans système anti à-coups.....	188
Figure 37 - Structure de commande avec action préventive seule.....	189
Figure 38 – Comparaison des diagrammes de Bode sans et avec préventif	189
Figure 39 - Structure de commande avec actions préventive et curative	190
Figure 40 – Schéma des retards	191
Figure 41 - Schéma de la structure Aström-Smith.....	191
Figure 42 - Réponses temporelles en simulation	194
Figure 43 - Validation de l'optimisation PSO	195
Figure 44 - Diagramme de Nichols de la boucle ouverte corrigée	196
Figure 45 –Forme LFT du système bouclé.....	198
Figure 46 - Mu analyse : robustesse en stabilité	198

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

Figure 47 –Schéma LFT pour l'analyse de la marge de module	199
Figure 48 - Mu analyse : robustesse de la marge de module	199
Figure 49 –Fenêtre principale de l'outil de mise au point	200
Figure 50 – Réglage de la répartition de freinage.....	201
Figure 51 – Fenêtre de réglage de l'anti à-coups	201
Figure 52 – Détail des marges de stabilité et de robustesse.....	202
Figure 53 – Fenêtre des gains obtenus avec le réglage choisi	202
Figure 54 – Fluence 100% électrique	203
Figure 55 – Résultats expérimentaux : réponse à un échelon de couple freineur.....	203
Figure 56 – Accélération longitudinale sans et avec anti à-coups	204
Figure 57 – Amplitude des oscillations avec et sans anti à-coups.....	205

1. Révolution de la demande : le phénomène écologique

Ce paragraphe analyse les raisons de l'augmentation très importante de la demande de véhicules automobiles propres et illustre les solutions et moyens mis en œuvre par les constructeurs automobiles pour s'adapter à cette nouvelle réalité.

a. La demande

Au cours de la dernière décennie, le monde a assisté à une évolution de sa conscience écologique. A la source de ce changement dans les mentalités des personnes se trouvent trois des principaux facteurs influant sur la vie dans nos sociétés : la science, la politique et l'économie. A tour de rôle, ces trois éléments ont contribué à faire évoluer notre conscience écologique, nos goûts et en conséquence la demande de véhicules automobiles.

Le premier acteur à intervenir fut la science. En 1903, les premières études de Svante Arrhenius démontrent que la combustion de combustibles fossiles pouvait entraîner l'augmentation de la température terrestre. Ces études sont complétées par Guy S. Callendar qui montre en plus que les océans ne seront pas capables d'absorber la totalité de CO₂ rejeté. En 1955, l'Organisation Mondiale Météorologique mesure l'augmentation de la concentration de CO₂ dans l'atmosphère. Finalement, en 1974, l'Organisation des Nations Unies (ONU) montre à quel point l'équilibre écologique de notre planète est en danger. La communauté scientifique est la première à tirer la sonnette d'alarme et les conséquences sociales commencent à se faire sentir : augmentation significative du nombre d'associations écologiques et des volontaires et membres inscrits, campagnes de sensibilisation de la population. La révolution est enclenchée. Le phénomène reste de faible ampleur sociale, mais le plus important est fait : le germe écologique est dans la conscience des sociétés grâce à l'« autoritas » des scientifiques.

La sphère politique, certainement influencée par des élites intellectuelles (considérées comme utopiques à l'époque), joue ensuite également un rôle important en faisant pression de l'intérieur et de l'extérieur sur les gouvernements les plus influents de la planète dans le but qu'ils mettent en œuvre des politiques écologiques. Ces états ont entrepris des actions de nature écologique qui étaient bien vues par leurs sociétés car quelques années auparavant le germe de la conscience écologique avait été semé par les scientifiques. Parmi les actions les plus importantes, notons par ordre chronologique : Sommet de Rio de Janeiro (1992), Protocole de Kyoto (1997-2012), Sommet de Bali (2007), Grenelle de l'Environnement (2007). Ces actions sont importantes en raison des conséquences directes qu'elles ont entraînées, mais aussi à cause des effets indirects sur les sociétés : les pouvoirs politiques ont contribué à faire pousser le germe de l'écologie dans les consciences des individus.

Au niveau Européen, une des actions les plus importantes pour inculquer la culture écologique aux concitoyens fut l'inclusion dans les programmes d'enseignement de cours et de filières consacrées à l'écologie, au développement durable et à l'impact

sur l'environnement. Ainsi, en Espagne, toute une filière consacrée à l'étude de la planète est apparue en 1^{ère} et terminale, ainsi que un à deux cours pendant le cursus en lycée.

Au niveau national, les pouvoirs politiques adoptent aussi des mesures. Depuis le 10 mai 2006, une étiquette CO₂ est apposée sur tout véhicule particulier neuf en vente en France. L'objectif de cette étiquette est d'améliorer l'information du client sur la consommation de carburant et sur les émissions de CO₂. Rappelons que le dioxyde de carbone (CO₂) est le principal gaz à effet de serre, et moins on consomme de carburant, moins on émet de CO₂. Depuis juillet 2006, une taxe additionnelle sur la carte grise a été mise en œuvre pour les véhicules dont la première mise en circulation est postérieure au 1^{er} juin 2004 :

- Pas de surtaxe au-dessous de 200g/km.
- 2€ par gramme entre 201 et 250g/km.
- 4€ par gramme au-delà de 250g/km.

Bonus / Malus		Émissions de CO ₂		
		2008 / 2009	2010	2011 / 2012
Bonus	5 000 €	véhicules électriques ou émettant moins de 60 g/km		
	2 000 €	véhicules GPL, GNV ou électriques émettant :		
		moins de 140 g/km	moins de 135 g/km	moins de 130 g/km
	1 000 €	moins de 100 g/km	moins de 95 g/km	moins de 90 g/km
	700 €	de 101 à 120 g/km	-	-
	500 €	-	de 96 à 115 g/km	de 91 à 110 g/km
	200 €	de 121 à 130 g/km	-	-
100 €	-	de 116 à 125 g/km	de 111 à 120 g/km	
Neutre		de 131 à 160 g/km	de 126 à 155 g/km	de 121 à 150 g/km
Malus	200 €	de 161 à 165 g/km	de 156 à 160 g/km	de 151 à 155 g/km
	750 €	de 166 à 200 g/km	de 161 à 195 g/km	de 156 à 190 g/km
	1 600 €	de 201 à 250 g/km	de 196 à 245 g/km	de 191 à 240 g/km
	2 600 €	plus de 250 g/km	plus de 245 g/km	plus de 240 g/km

Figure 1 - Bonus/Malus

Une autre mesure très médiatique au niveau national a consisté à appliquer depuis janvier 2008 un bonus-malus écologique sur les véhicules neufs, suite au Grenelle de l'Environnement. Il vise à récompenser, via un bonus, les acquéreurs de voitures neuves avec une faible émission de CO₂ (inférieure à 130 g/km), et à pénaliser, via un malus, les modèles les plus polluants (émission supérieure à 160 g/km). Si l'on analyse en détail les chiffres disponibles en septembre 2010, les bonus ont coûté 710 millions d'Euros, alors que les malus ont rapporté 200 millions d'Euros.

Le dernier des acteurs à intervenir est le pouvoir économique. Son influence se structure en deux grandes composantes qui se sont manifestées simultanément : la montée spéculative du prix du baril de pétrole (voir Figure 2) et le développement de produits écologiques en vue de capturer les parts de marché associées au phénomène croissant de l'écologie.

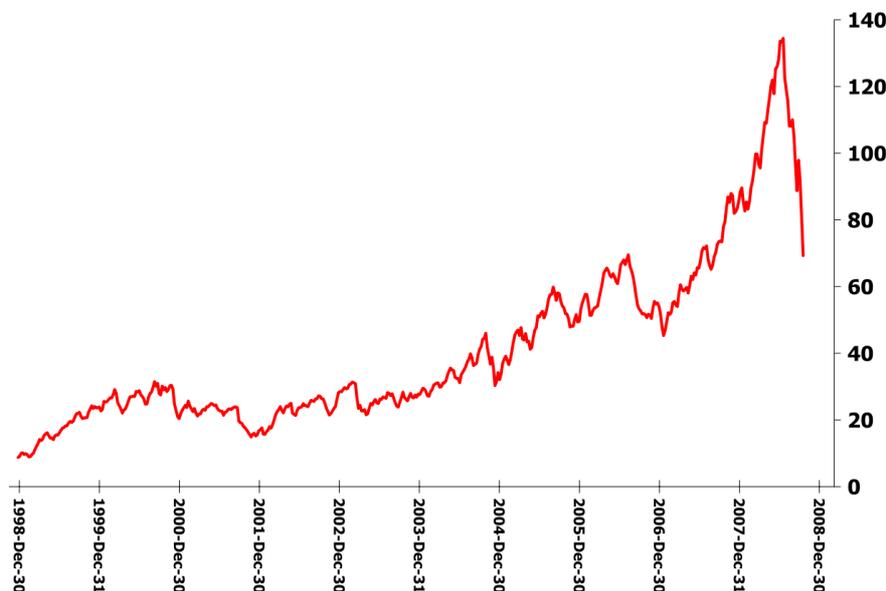


Figure 2 - Evolution des prix du baril (\$) de décembre 1998 à décembre 2008

De fait, la consommation des véhicules est un critère de plus en plus important pour les clients, en France comme à l'étranger. En effet, les conducteurs sont confrontés à l'augmentation des prix des carburants, aux taxes sur les émissions de CO₂, et au réchauffement climatique.

La demande a rapidement évolué vers des véhicules plus vertueux, plus respectueux de l'environnement. Le parc automobile se renouvelle avec la disparition des vieux modèles les plus polluants. Tous ces éléments participent au bouleversement des plus grands marchés automobiles en Europe et aux Etats-Unis. Comme le montre la figure 3, en France le pourcentage de vente des véhicules avec malus (bleu) a été presque divisé par deux, au profit de véhicules plus sobres entre 2007 et 2008.

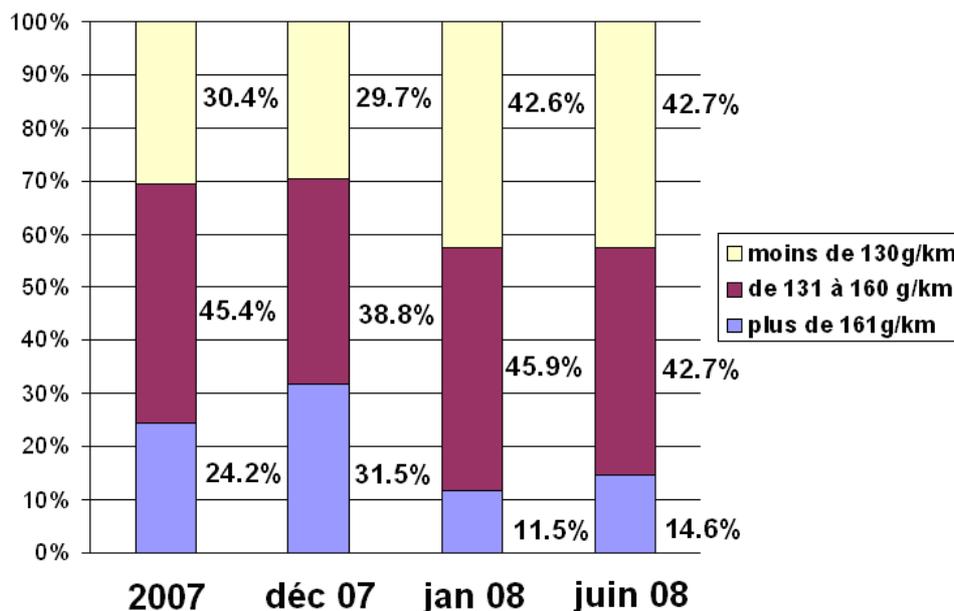


Figure 3 - Evolution temporelle de la vente de véhicules

La révolution écologique est maintenant bien assimilée par les consommateurs tant en Europe qu'au Japon. Elle commence à le devenir aux USA, mais la question la plus importante pour les constructeurs automobiles et pour la planète entière consiste à savoir si, dans les pays en voie de développement, la conscience écologique pourra s'étendre, et à quelle vitesse. En effet, ces pays sont ceux pour lesquels le plus grand nombre de voitures sera vendu :

- La population est très importante, il suffit de prendre par exemple la Chine (1330 millions), ou l'Inde (1156 millions).
- Le besoin de mobilité est universel et indépendant de la nationalité, de la croyance, etc.
- Le nombre de véhicules par habitant est extrêmement faible dans ces sociétés (0,06 véhicules par habitant) comparé aux sociétés des pays développés (USA 0,48 voitures par habitant ou France 0,47 véhicules par habitant).

L'enjeu est de taille : actuellement on estime qu'un quart des émissions de gaz à effet de serre est dû aux transports.

b. L'offre

Les constructeurs automobiles et motoristes en général ont aussi été soumis aux réglementations européennes comme par exemple les normes de dépollution EURO I, II, III, IV, V et VI (voir chapitre V pour le détail des normes). Face à ces limitations et à l'augmentation de la demande écologique, les constructeurs ont répondu par l'évolution de leurs véhicules vers des motorisations plus propres.

Dans un premier temps, l'effort s'est principalement porté sur la diminution des émissions des moteurs à combustion interne à l'aide de nouvelles technologies telles que le downsizing, qui permet de déplacer les meilleurs rendements du moteur vers les zones d'utilisation courante (voir détail dans le chapitre V). Cette solution,

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

relativement bon marché, a permis de réduire les consommations de façon significative (par exemple une Mégane III berline 1.5dCi est passée à 139g CO₂/Km) mais commence à atteindre ses limites.

Cependant, depuis quelques années, des défauts se sont fait sentir d'une façon de plus en plus importante, en particulier dans le domaine de la conduite urbaine. Le premier est sans nul doute l'inévitable pollution du moteur qui ne peut être réduite que jusqu'à une certaine limite. Le second est l'impossibilité de récupérer l'énergie de freinage qui, dans la conduite urbaine, représente une part importante de l'énergie dissipée. Un dernier défaut est que le moteur est loin d'être utilisé dans des conditions optimales en conduite urbaine, ce qui amplifie les problèmes de consommation et de pollution.

Actuellement, les constructeurs se tournent de plus en plus vers des véhicules hybrides. Ces technologies regroupent différentes solutions plus ou moins coûteuses et plus ou moins chères à développer :

- Start/stop : le véhicule arrête son moteur thermique pendant les phases d'arrêt véhicule, ce qui entraîne une économie de carburant correspondant à la consommation du ralenti. Cependant, le redémarrage du moteur nécessite une dépense d'énergie qui est en général non négligeable. Cette fonctionnalité est relativement peu coûteuse à développer mais le gain réalisé reste faible.
- Récupération d'énergie au lever de pied : cette solution permet de récupérer de l'énergie au lever de pied de la pédale d'accélérateur en accentuant le couple freineur dû aux frottements et l'inertie du moteur. Elle nécessite une génératrice électromécanique et un accumulateur qui est en général constitué de super-capacités. Cette solution est certainement plus intéressante.
- Full-hybrid : différentes architectures hybrides existent. Chacune possède ses propres avantages et inconvénients. Cependant, toutes ces solutions ont deux inconvénients issus de la double motorisation embarquée : l'augmentation de la masse du véhicule et l'augmentation du coût à iso équipement.

Le stade suivant dans le développement de la mobilité durable consiste à utiliser des véhicules électriques car ils présentent l'avantage de pouvoir déplacer la pollution de la zone d'utilisation du véhicule à la zone de fabrication de l'énergie, où le contrôle de la pollution est plus efficace, et de rendre possible la récupération d'énergie au freinage.

On peut observer Figure 4 l'émission de CO₂ selon les différentes technologies de véhicules (combustion interne downsizée, hybride et électrique) et en fonction des technologies utilisées pour produire l'électricité dans le cas du véhicule électrique. Il est encourageant de signaler qu'avec la technologie électrique et la production moyenne d'électricité en Europe, on peut presque diviser par deux le rejet de CO₂ du puits à la roue.

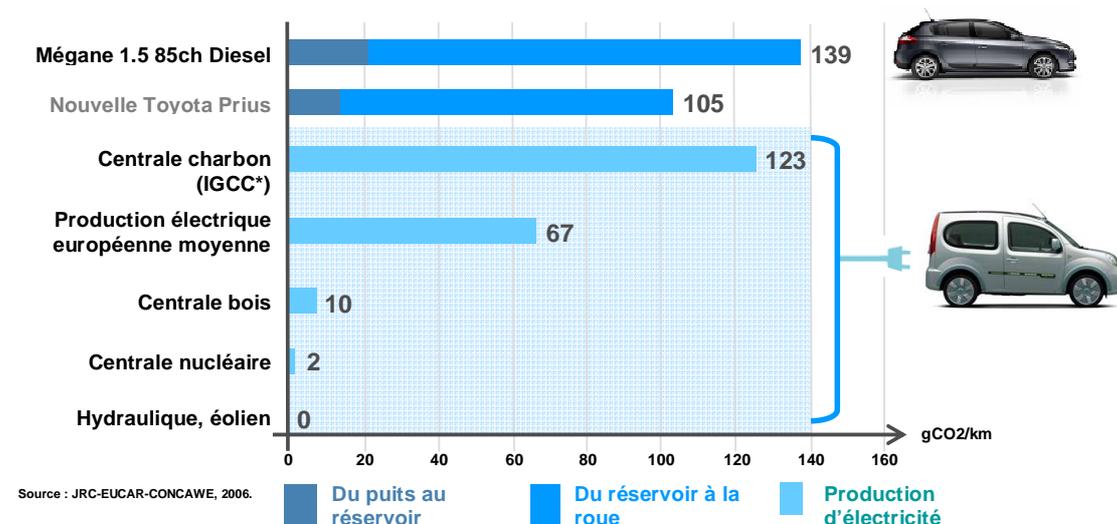


Figure 4 – g CO2/Km produits

Le principal défaut de l'usage d'accumulateurs électriques ou de batteries est l'impossibilité d'utiliser un seul moyen de stockage avec une haute densité d'énergie et densité de puissance simultanément (voir table ci-dessous).

Comparaison des capacités et des batteries			
	Densité énergétique (Wh/l)	Densité de puissance (W/l)	Nombre de cycles de vie
Batteries	50-250	150	1-10 ³
Capacités	0,05-5	10 ⁵ -10 ⁸	10 ⁵ -10 ⁶

Par exemple pour ce qui concerne les batteries à acide de plomb, la densité d'énergie décroît rapidement lorsque l'on augmente la densité de puissance. Leur efficacité et leur durée de vie décroissent dans le même sens.

La récupération d'énergie au freinage (et non seulement au lever de pied) est, comme on va le démontrer tout au long de ce chapitre, un facteur clef pour étendre virtuellement l'énergie contenue dans la batterie et augmenter de façon significative l'autonomie du véhicule.

Il est cependant juste de signaler que les performances de cette récupération sont malgré tout réduites par les pertes moteur ainsi que les pertes dans la batterie et surtout par l'impossibilité d'accepter les fortes puissances (au-delà d'un certain seuil) demandées lors d'un freinage car le groupe motopropulseur électrique est dimensionné pour les phases d'accélération et non pas pour les freinages.

c. Problématique de l'autonomie

Comme chacun le sait, les véhicules routiers doivent transporter à leur bord une source d'énergie. La plupart du temps, cette énergie est accumulée sous forme d'énergie chimique d'un carburant. Mais il est également possible de stocker cette énergie sous la forme d'énergie électrochimique, telles les batteries électriques.

Les avantages de l'énergie chimique d'un carburant sont si importants que depuis le début du siècle dernier, cette forme d'énergie représente la majeure partie du domaine. Les avantages liés à la facilité de la distribution de carburant et avant à tout la haute densité d'énergie contenu dans celui-ci sont impressionnants, même si l'on doit aussi tenir compte de la faible efficacité de la conversion dans les moteurs qui inclut un passage par l'énergie thermique,. Cette densité d'énergie est 30 à 50 fois supérieure à celle des autres équipements de stockage [6.1].

Dans un véhicule électrique ayant 160 Km d'autonomie, les batteries nécessaires (22 KWh) représentent une masse de 250 Kg et un volume de 235 litres. Le prix d'une telle batterie est estimé à 7000 €. Si l'on compare les ratios énergie/masse et coût/Km avec ceux de l'essence (voir tableau ci-dessous), on quantifie le problème : les batteries sont trop lourdes et trop chères à iso-énergie stockée.

	Batterie	Essence
Energie/masse	88 W/Kg	13000 W/Kg
Coût/Km	0,074 €/Km	0,065 €/Km

Les hypothèses utilisées pour faire ces calculs sont les suivantes :

- Le client conduit 20 000 Km/an.
- La vie moyenne de la batterie est de 6 ans.
- Le prix moyen de l'essence est de 1,3 €/l.
- Dans le scénario moteur à combustion la voiture consomme 5l/100Km.
- Le prix moyen du KWh est de 0,11 €.

2. Solutions pour la problématique de l'autonomie

Compte tenu des problèmes présentés ci-dessus, deux solutions s'offrent à nous : innover dans les batteries et découvrir une nouvelle technologie qui soit plus compétitive face au pétrole ou/et réduire le plus possible les pertes du véhicule.

a. Améliorer les batteries

Les recherches dans le domaine des batteries sont très importantes puisque c'est principalement ce domaine qui pourrait permettre de résoudre les problèmes de pollution en milieu urbain, lesquels sont maintenant considérés comme des problèmes sociaux. La Figure 5 permet d'observer les différences, très significatives, entre les technologies de batteries. On remarque les bonnes caractéristiques des batteries Lithium-Ion, ce qui n'est pas étonnant sachant que le lithium est le métal ayant le plus grand potentiel négatif et le plus faible poids atomique.

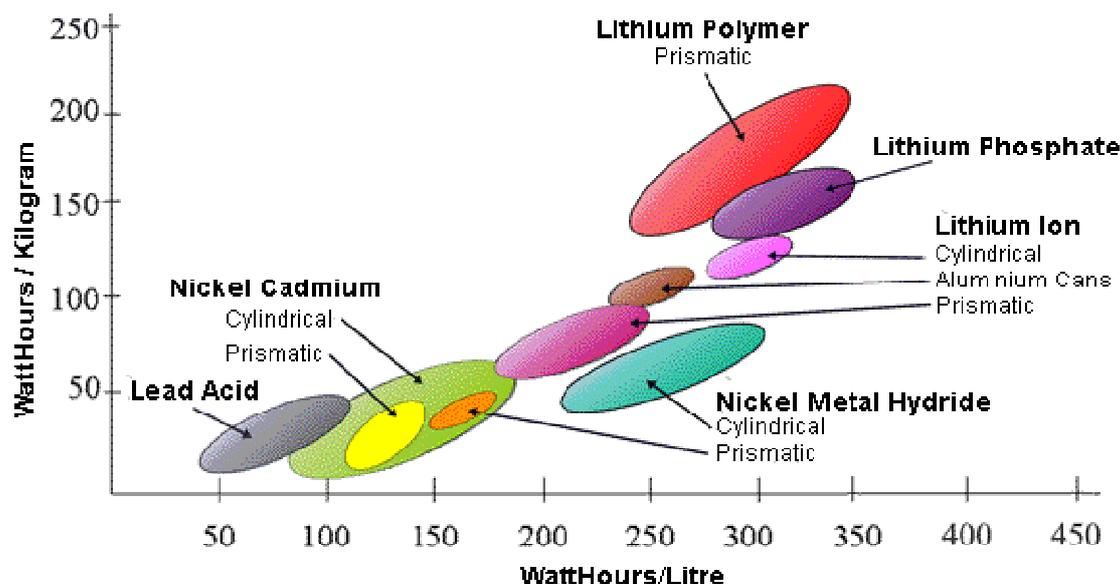


Figure 5 - Caractéristiques des différentes technologies de batteries (source : Electropaedia)

b. Réduire les pertes

Avant d'imaginer des solutions pour réduire les pertes d'énergie lors de l'utilisation d'un véhicule automobile, nous nous sommes intéressés à l'étude et quantification des différentes sources d'efforts non-conservatifs. Nous avons ensuite identifié et détaillé la source de pertes s'avérant la meilleure candidate pour récupérer de l'énergie compte tenu des caractéristiques des véhicules électriques.

i. Quantification des pertes

Afin de quantifier les pertes dans un usage réel du véhicule, nous avons équipé une voiture de type Velsatis avec un système de freinage électro-hydraulique indépendant pour chaque roue. Le comportement moteur a été modifié pour approcher au mieux les caractéristiques du véhicule électrique ZOE et les données de vitesses, accélérations, efforts de freinage, angle volant, pente, course accélérateur, course frein, consommateurs électriques, etc. ont été enregistrées.

Pour des besoins de représentativité, 24 conducteurs (non-professionnels) ont parcouru un trajet de 20Km sur les pistes du Centre Technique d'Aubevoye (CTA). Ce trajet (voir Figure 6 et Figure 7) comporte des parties de ville, route nationale, moyenne et haute montage.

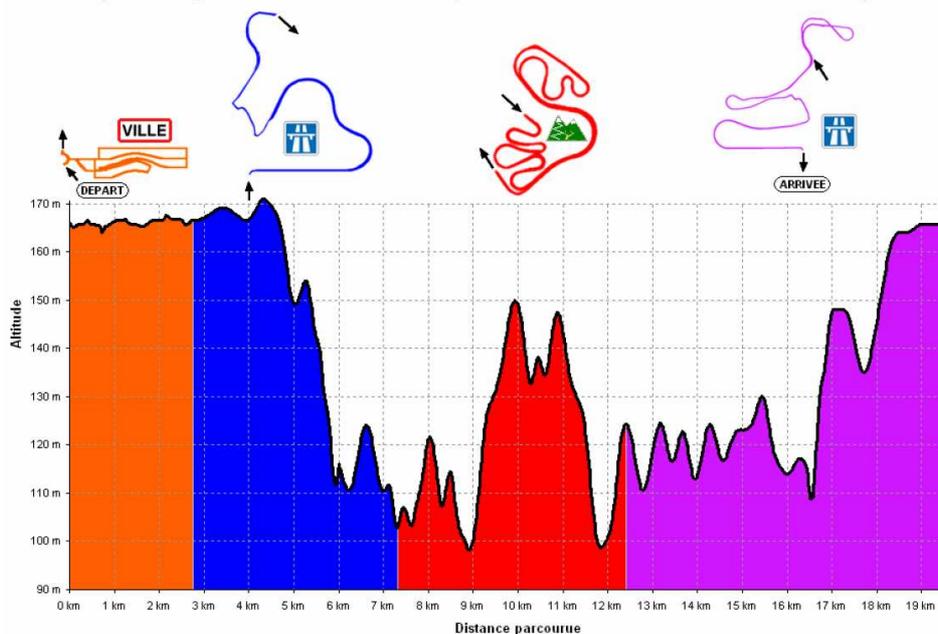


Figure 6 – Altimétrie du parcours au CTA



Figure 7 – Vue aérienne du parcours au CTA

Dans le cadre du véhicule électrique, la Figure 8 résume les principales sources de pertes. A l'arrêt, dès que la voiture est « réveillée », l'énergie contenue dans la batterie est consommée par plusieurs organes tels que les calculateurs, les feux, l'autoradio, le centre multimédia, etc. Lors d'un usage normal, ceci représente plus de 3% de l'énergie sortante de la batterie.

Lorsque le véhicule entre en mouvement, l'énergie de la batterie commence à être transformée en énergie cinétique. Cependant, dans la transformation, de nombreuses pertes se produisent : rendement de l'électronique de puissance (19,2% : dissipation

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

de chaleur intense), machine électrique (2,4 % : pertes cuivre, fer, etc.) et chaîne de transmission (3,2 % : engrenage de réduction, différentiel, joint homocinétique, etc.). Au total la transformation d'énergie conduit à 24,8 % de pertes entre la batterie et la roue du véhicule. Ainsi, seulement 71,6% de l'énergie qui sort de la batterie « arrive jusqu'aux roues du véhicule ».

Ensuite, une partie est dissipée par les efforts aérodynamiques (résistance de pénétration dans l'air du véhicule). Cette puissance dissipée en pertes dépend de façon polynomiale d'ordre 3 de la vitesse du véhicule :

$$P_{aero} = \frac{1}{2} S C_x V^2 \cdot V \quad (5.1)$$

où :

- S représente la surface de la projection longitudinale du véhicule ;
- C_x représente le coefficient de traînée aérodynamique longitudinale ;
- V représente la vitesse longitudinale du véhicule.

Le taux de pertes dépend très fortement du profil de vitesse lors du roulage, malgré tout un ordre de grandeur, lors d'une utilisation mixte (ville et route), de ce taux de pertes aérodynamiques est de 18%.

Une autre partie de l'énergie est dissipée via des phénomènes dits de résistance au roulement, qui sont dus à la légère déformation des pneus pendant le roulage. Ce phénomène est tout à fait normal et la puissance dissipée dépend en grande partie de la composition ainsi que du type de pneumatique. Des démarches pour réduire la résistance au roulement sont entreprises chez tous les fabricants de pneumatiques. On peut citer à titre d'exemple les pneus «Energy Saver» de Michelin. Mais le paramètre le plus influant est la pression de gonflage. Un pneu sous-gonflé (en plus du danger sur la route en raison des risques de surchauffe et donc d'éclatement) représente la certitude d'une surconsommation importante de carburant. D'où l'utilisation de plus en plus courante de systèmes de surveillance embarqués du gonflage des pneumatiques.

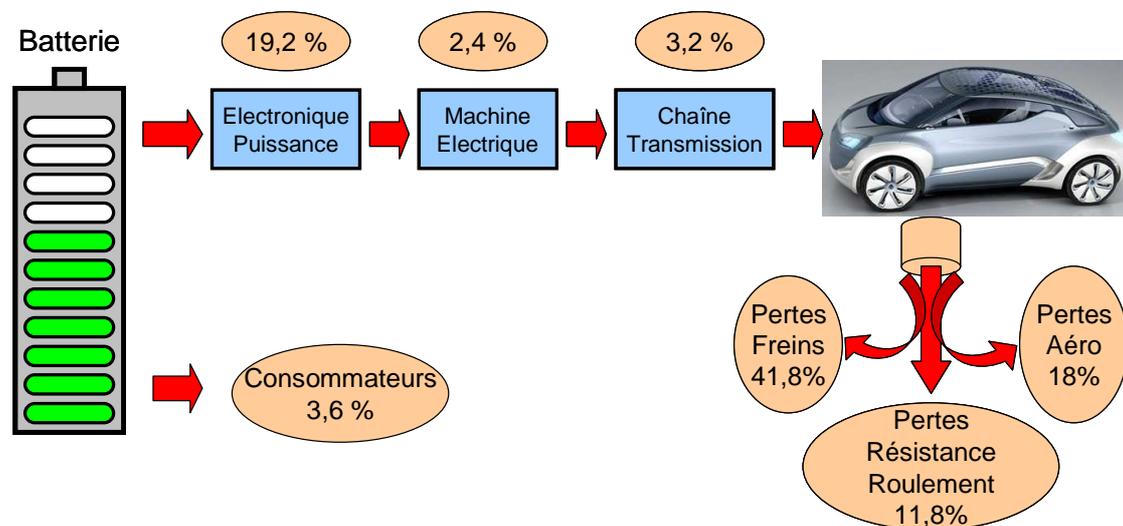


Figure 8 - Schéma des pertes d'un véhicule

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

Le reste, soit 41,8% de l'énergie sortie de la batterie est dissipée par le système de freinage. Ce pourcentage est d'autant plus important que la conduite est typée ville car les taux de pertes aérodynamique et de résistance au roulement diminuent lorsque la vitesse longitudinale diminue.

Au vu de ces chiffres et compte tenu de l'utilisation (supposée urbaine) du véhicule électrique, on remarque que les pertes dissipées dans les freins s'avèrent les plus intéressantes à récupérer. De plus, la réversibilité de la chaîne de traction (ce qui n'était pas le cas pour les véhicules thermiques conventionnels) permet de récupérer « facilement » cette énergie, qui serait perdue, au rendement de la chaîne de traction freinage et de la batterie près.

Pour calculer le rendement de la batterie, nous avons utilisé un modèle dynamique très précis préalablement recalé. Ce modèle, schématisé par la représentation de la Figure 9, est composé d'une source de tension qui dépend de l'état de charge de la batterie (SOC, « state of charge »), de deux résistances R_1 et R_2 et d'une capacité C qui dépendent aussi du SOC. Nous avons utilisé les données enregistrées lors des essais comme entrées du modèle (puissance consommée ou « récupérée ») pour étudier le rendement global de la batterie. Le résultat est comme attendu un rendement très bon qui dépasse 95%.

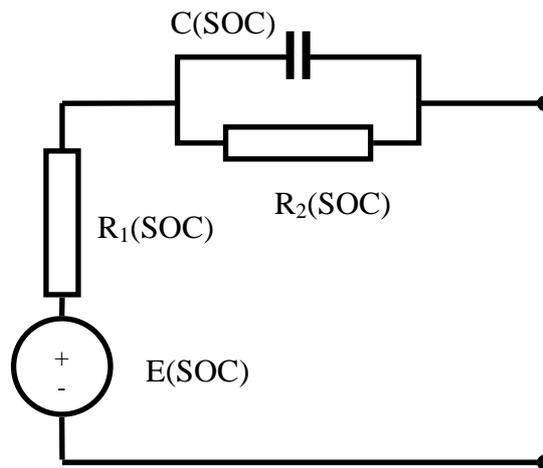


Figure 9 - Schéma du modèle de batterie

ii. Focus sur $M\gamma$

Dans le paragraphe précédent, nous nous sommes intéressés à la récupération d'énergie au freinage et avons démontré l'intérêt de récupérer l'énergie qui serait dissipée dans les freins, mais qu'en est-il de l'énergie que l'on pourrait récupérer au lever de pied ?

Elle est potentiellement plus facile à récupérer :

- Le frein moteur d'une machine électrique est presque nul (compte tenu de la faible inertie du rotor et du rapport de réduction fixe (aux alentours de 9,4).
- Un système de freinage classique suffit. Il n'est pas nécessaire d'utiliser une pédale de freinage découplée : cette solution est moins coûteuse et les risques technologiques ou d'intégration sont moindres.

Cependant, plusieurs problèmes se présentent :

- Le confort. Pour un conducteur habitué à la conduite d'un véhicule classique, une trop forte décélération au lever de pied est jugée inconfortable. La forme jaune de la Figure 10, regroupe l'ensemble de réglages possibles pour un conducteur standard. La forme orange regroupe quant à elle les réglages possibles pour un conducteur après une phase d'apprentissage. L'individu prend l'habitude des fortes décélérations et devient moins sensible et plus tolérant. Compte tenu des dispersions de temps d'adaptation et de sensibilité qui peuvent exister entre les clients, cette solution est susceptible de rencontrer des nombreuses difficultés pour assurer un niveau de confort satisfaisant.

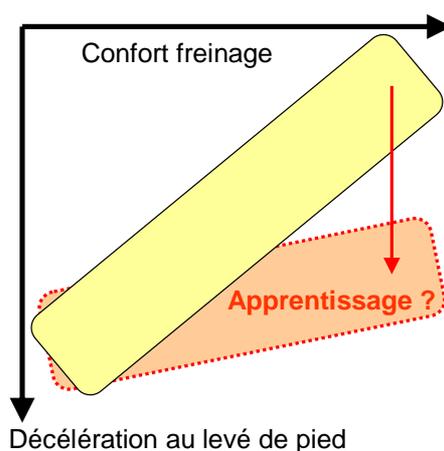


Figure 10 - Matrice de confort-décélération au lever de pied

- La stabilité du véhicule. Imposer un freinage trop important avec l'essieu avant sur des surfaces à faible adhérence peut entraîner le déclenchement non nécessaire de l'ABS. A titre d'exemple, pour un véhicule de 1850 Kg (925 Kg à l'avant et 925Kg à l'arrière), un empattement de 2,6 m et une hauteur du centre de gravité de 0,54 m, la stabilité en freinage à 3 m/s^2 est perdue pour des adhérences en dessous de 0,54 (équivalent à une route moyennement mouillée) en freinant avec l'avant seul.
- Le pourcentage d'énergie récupérable est moins important. La Figure 11 montre un histogramme de la variation d'énergie du véhicule (puissance) en fonction de la vitesse longitudinale et de la décélération du véhicule. Ces données correspondent aux essais enregistrés avec le véhicule décrit précédemment équipé d'un mode permettant d'imposer un niveau de décélération (caractéristique décrite par une cartographie) au lever de pied de la pédale d'accélérateur, en fonction de la vitesse, qui apparaît en rouge dans la Figure 11. On observe que l'énergie récupérable au lever de pied correspond à 66% du total. Sur la même figure nous avons superposé (en rose) le gabarit de décélération que la machine électrique peut réaliser : iso-puissance pour des vitesses supérieures à 40 km/h, iso-couple de 14 à 40 Km/h, une rampe de 7 à 14 Km/h et 0 pour des vitesses inférieures à 7 Km/h. Avec une pédale de freinage découplée, la limite de récupération est imposée par la courbe rose et le pourcentage d'énergie récupérable est ainsi de 98%.

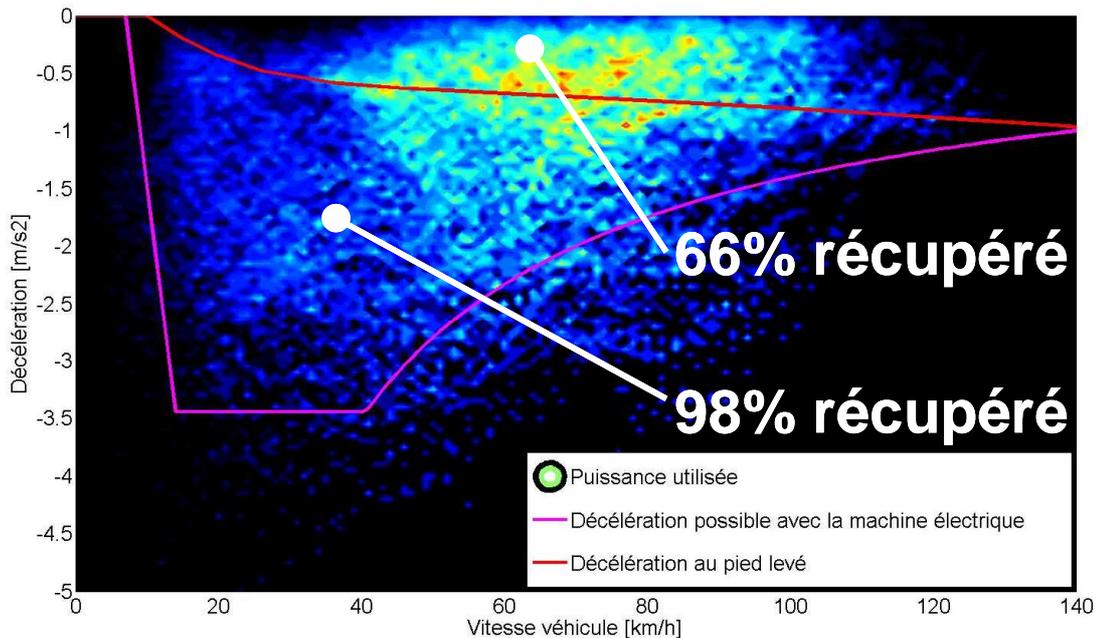


Figure 11 - Habitudes de conduite histogramme vitesse-décélération

Si l'on décide d'augmenter le niveau de décélération au lever de pied, on pourrait ainsi augmenter le pourcentage de récupération (au détriment du confort), mais le gain est moins important comme le montre la Figure 12. Cette fausse bonne idée entraîne la modification des habitudes du conducteur moyen : les conducteurs restent plus longtemps dans des points de fonctionnement où la machine électrique ne peut pas récupérer la totalité de l'énergie cinétique. Sur la Figure 12 on observe le déplacement du nuage de points en dehors du gabarit de la courbe rose.

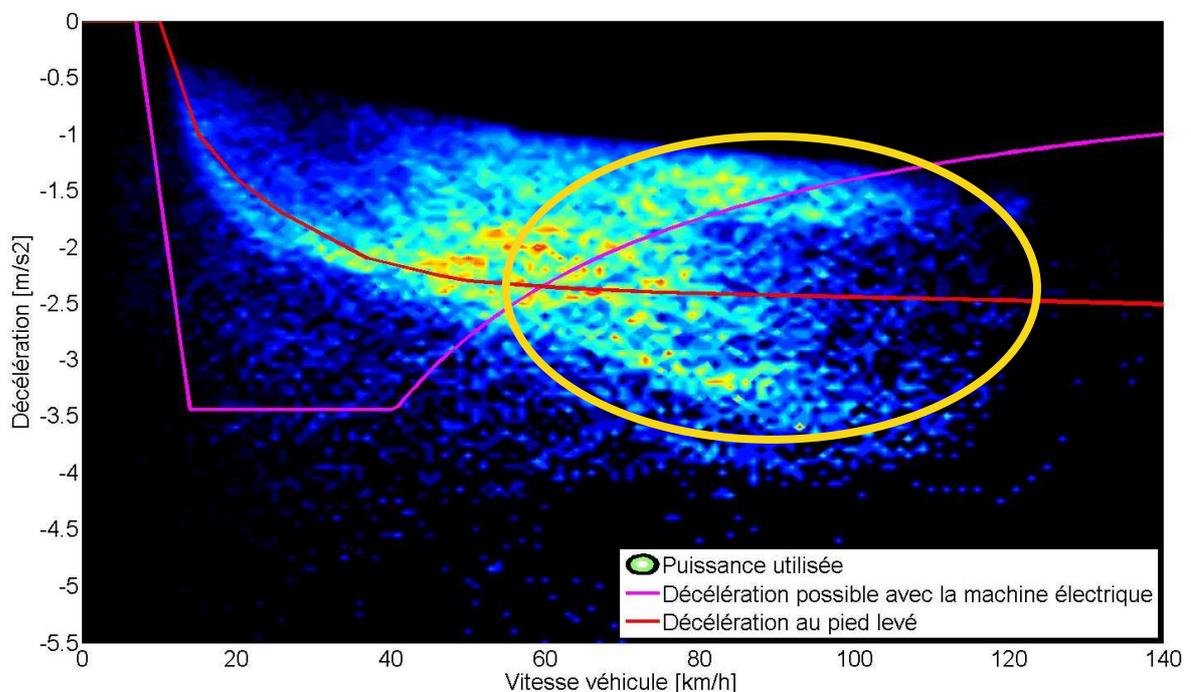


Figure 12 - Histogramme vitesse-décélération (forte décélération)

Une autre alternative pourrait consister à utiliser une pédale d'accélérateur modifiée pour que le conducteur soit capable de doser une forte décélération. La Figure 13

schématise le principe de fonctionnement de ce type de pédale d'accélérateur. Dans la première partie de la course, le conducteur peut doser la décélération au lever de pied ; ensuite, après une « course morte », le comportement est identique à une pédale d'accélérateur classique.

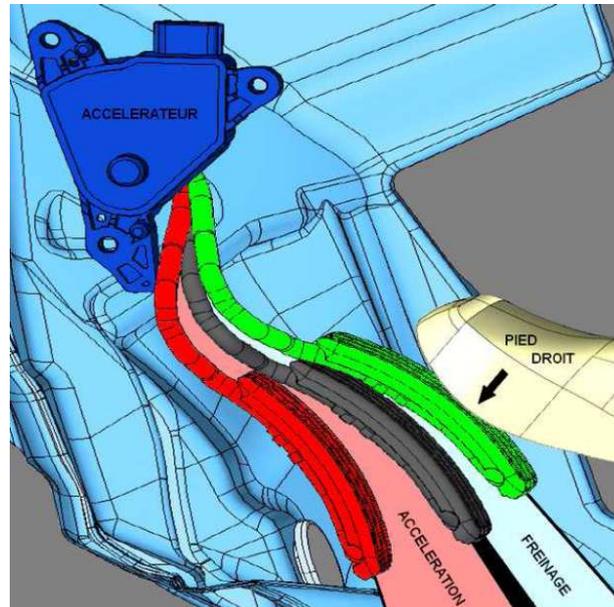


Figure 13 – Schéma d'une pédale d'accélérateur modifiée

Le problème rencontré avec cette solution lors des tests effectués par les 24 conducteurs de l'expérience est la perception de ce dosage : la Figure 14 montre le nombre et type de remarques obtenus pour cette solution.

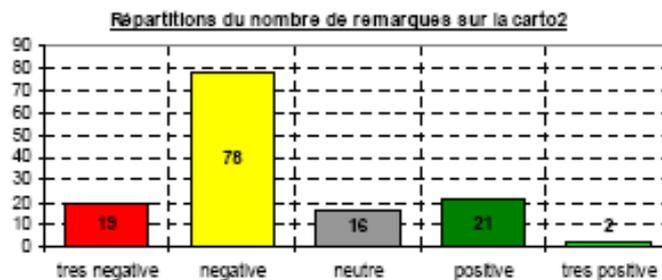


Figure 14 - Perception du dosage au lever de pied

On peut encore imaginer d'améliorer la perception en utilisant une pédale d'accélérateur intelligente et active. Mais cette solution conduirait à l'augmentation du coût du système ainsi que de sa complexité. Dans ce cas, il est beaucoup plus simple de remplacer la pédale de frein pour aboutir à une solution de freinage découplé qui présente moins de risques (car déjà existante) et plus d'avantages (frein de parking « gratuit », confort de freinage réglable, etc.)

Dans la suite de ce paragraphe nous allons calculer des premières estimations des gains correspondant à l'utilisation d'une pédale de freinage découplée et préciser les hypothèses utilisées pour les calculs.

Les hypothèses sont :

- H1 : sans récupération d'énergie les pertes dues aux freins représentent 41,8% de l'énergie sortie (quand ?? à éclaircir) de la batterie.
- H2 : le rendement de la chaîne de transmission est de l'ordre de 70%. Il a été calculé comme le produit du rendement moyen de la batterie (voir section précédente) et du rendement moyen de la chaîne de traction. Le rendement moyen de la chaîne de traction a été déterminé grâce à des cartographies des pertes des différents composants et aux données statistiques recueillies dans les enregistrements. Par définition, les cartographies de pertes d'une machine électrique représentent les pertes lorsque la machine se trouve dans un point de fonctionnement statique. La consommation d'énergie en transitoire ne peut pas être estimée facilement car elle dépend des réglages de la boucle de courant. On observe Figure 15 les cartographies employées pour le calcul du rendement moyen de la chaîne de traction. Le calcul du rendement moyen pour toute la chaîne de traction (en freinage) en utilisant cette méthode donne un rendement moyen de 78% ; cependant, dans un souci de représentativité nous avons fait le choix de faire la suite de nos calculs avec un rendement moyen inférieur ou égal à 70%.

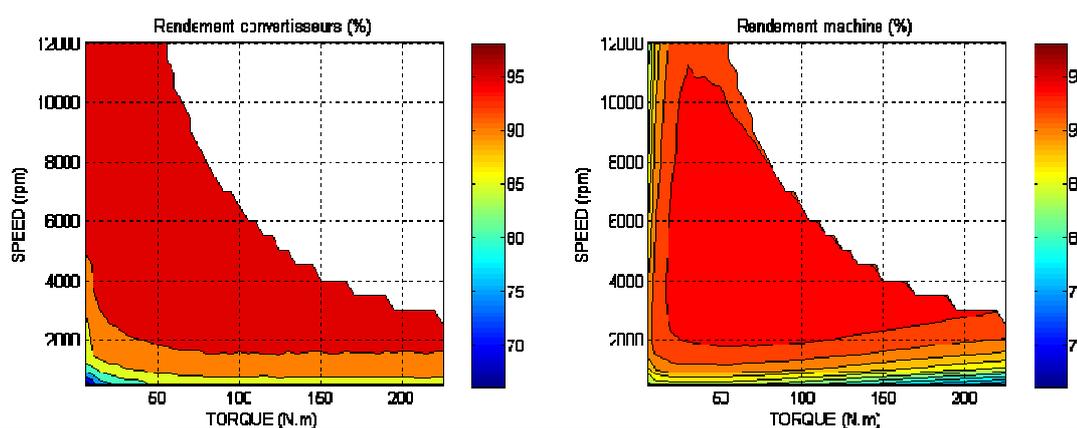


Figure 15 - Cartographies de rendement de la machine électrique et du convertisseur

- H3 : le prix de la batterie est d'environ 7000€, le volume de la batterie d'environ 235litres et la masse de la batterie de l'ordre de 250kg.

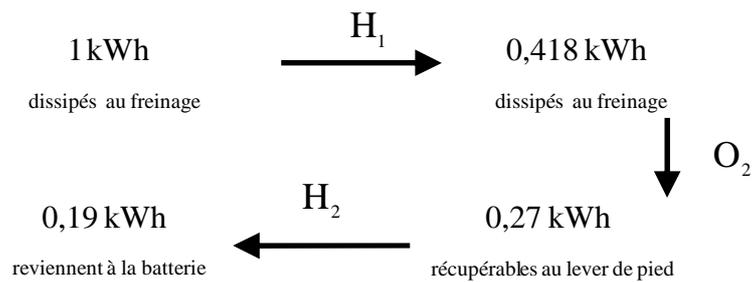
et les observations :

- O1 : sans pédale dé耦ée (mais avec récupération au lever de pied), on peut parcourir 160 km avec une batterie de 22 kWh.
- O2 : on récupère 65,6% de l'énergie sans pédale dé耦ée (juste avec du freinage au lever de pied de la pédale d'accélérateur) et 97,6% avec une pédale dé耦ée.

Le véhicule électrique dispose d'une batterie de 22kWh lui procurant une autonomie de 160km sans pédale de freinage dé耦ée, mais avec de la récupération d'énergie au lever de pied.

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

D'où :

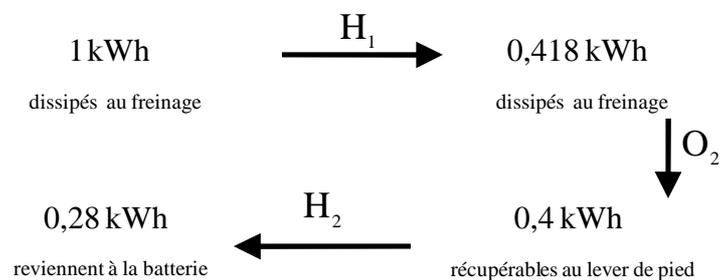


Donc, l'énergie qui sera vraiment sortie (et dépensée par le véhicule) de la batterie pour arriver à parcourir les 160 Km est en réalité :

$$\begin{aligned}
 E_{160\text{km}} &= 22 + 0,19 \cdot 22 + 0,19 \cdot 0,19 \cdot 22 + \dots \\
 &= 22(1 + 0,19 + 0,19^2 + \dots) = 22 \sum_{i=0}^{\infty} 0,19^i \quad (5.2) \\
 &= 27,16 \text{ kWh}
 \end{aligned}$$

On appellera dans la suite « énergie virtuelle » cette énergie qui est l'énergie réellement disponible même si l'énergie nominale de la batterie est inférieure.

Dans le cas d'un véhicule équipé d'une pédale découplée (si l'on conserve la même batterie) :



Ce qui veut dire que l'énergie virtuelle disponible est :

$$\begin{aligned}
 E_d &= 22 + 0,28 \cdot 22 + 0,28 \cdot 0,28 \cdot 22 + \dots \\
 &= 22 \sum_{i=0}^{\infty} 0,28^i = 30,56 \text{ kWh} \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

Le gain d'énergie virtuelle est de 12,5%. Le gain peut être traduit sous deux scénarios différents :

- Quel est le gain en autonomie si l'on conserve la même batterie ?

Avec les hypothèses ci-dessus, le gain en autonomie est proportionnel au gain d'énergie virtuelle. **Le gain en autonomie est estimé à 12,5%, soit 20 Km.**

- Quel est le gain en masse, coût et volume si l'on décide de conserver l'autonomie de 160 km et l'on remplace la batterie de 22 kWh par une autre de puissance inférieure ?

On calcule, dans un premier temps, l'énergie nominale de la nouvelle batterie en utilisant le même principe de série géométrique avec une raison de 0,28 :

$$E_N = 27,16 \cdot (1 - 0,28) = 19,55 \text{ kWh} \quad (\text{soit } 11\% \text{ de moins}).$$

Dans ce cas, il faut faire quelques hypothèses supplémentaires : la masse, le coût et le volume de la batterie sont proportionnels à l'énergie nominale. Cette hypothèse est forcément fautive (facteurs d'échelle, refroidissement, connecteurs, etc.) mais on considère cette approximation assez précise pour le calcul envisagé : comparaison des écarts de gains de plusieurs architectures de commande.

Le calcul donne comme résultat **une économie de 779€, un allègement de 27Kg et un gain en volume de 26 litres.**

Remarque : le gain de masse aura à son tour une influence bénéfique sur l'autonomie du véhicule. Ce gain n'a pas été évalué ici car il est du second ordre et d'autant moins important que l'on utilise un système à pédale découplé qui diminue (mais ne l'annule pas) la sensibilité de l'autonomie par rapport à la masse du véhicule.

3. Récupération d'énergie : le freinage découplé

Cette section décrit une solution technique proposée par Continental pour mettre en place une stratégie de récupération d'énergie au freinage. Ce système comporte deux avantages par rapport à d'autres systèmes de freinage découplé : il a le même coût qu'un système de freinage classique et la même masse totale ; mais un inconvénient : la masse non suspendue est plus importante.

a. Description du système de freinage : composants physiques

Le véhicule électrique, sur lequel les essais ont été effectués, dispose de 3 systèmes de freinage distincts (voir Figure 16). Le système de freinage qui nous intéresse le plus est celui utilisant la machine électrique elle-même. Il s'agit d'une machine synchrone à rotor bobiné que l'on peut commander en couple. L'objectif est de freiner en utilisant au maximum cet organe dans le but de recharger la batterie du véhicule. Son action s'effectue sur l'essieu avant du véhicule donc le freinage est uniquement effectué par les roues avant.

Malheureusement, le couple de freinage par la machine électrique est de 220 Nm de couple moteur maximum en freinage et en puissance de 70 kW maximum. Cette limite fait qu'en aucun cas on ne pourra dépasser une décélération de 3 m/s², ce qui est largement insuffisant pour assurer la totalité des cas de freinage. En cas de

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

freinage d'urgence, on doit pouvoir atteindre une décélération légèrement supérieure à $1g$ ($9,81 \text{ m/s}^2$). Il est donc naturel de compléter le freinage par récupération par un second dispositif de freinage sur les roues avant.

Un système de freinage électromécanique (EMB) est fixé sur les disques de frein des roues avant. Ce sont des moteurs asynchrones à cage d'écurie qui à travers un système vis-écrou actionnent les plaquettes de frein pour faire pression sur le disque. Ce système est également commandable en couple.

La combinaison de ces deux systèmes assure le freinage par les roues avant. Ces deux systèmes sont commandables électroniquement, ainsi on pourra réellement chercher à en optimiser l'utilisation. Cependant en cas d'une défaillance importante, de la batterie par exemple, ces deux actionneurs étant électriques pourraient être mis en défaut. Pour ces raisons de sécurité, un système de freinage hydraulique des roues arrière est conservé.

Le système de frein à tambour est directement relié à la pédale de frein via un maître-cylindre dont la pression active le freinage. Ce système n'est pas commandable électroniquement, on ne peut donc que subir son action.

Cependant afin de pouvoir freiner avec la machine électrique uniquement, des ressorts plus raides ont été montés entre les mâchoires du système de freinage hydraulique, en créant une zone morte de la pédale de frein avant l'activation des tambours. La pression du maître-cylindre doit dépasser un certain seuil pour vaincre la raideur du ressort. Ainsi, pour de faibles appuis de la pédale de frein, il n'y aura pas de freinage par les roues arrière. On pourrait donc freiner uniquement avec la machine électrique pendant cette course morte.

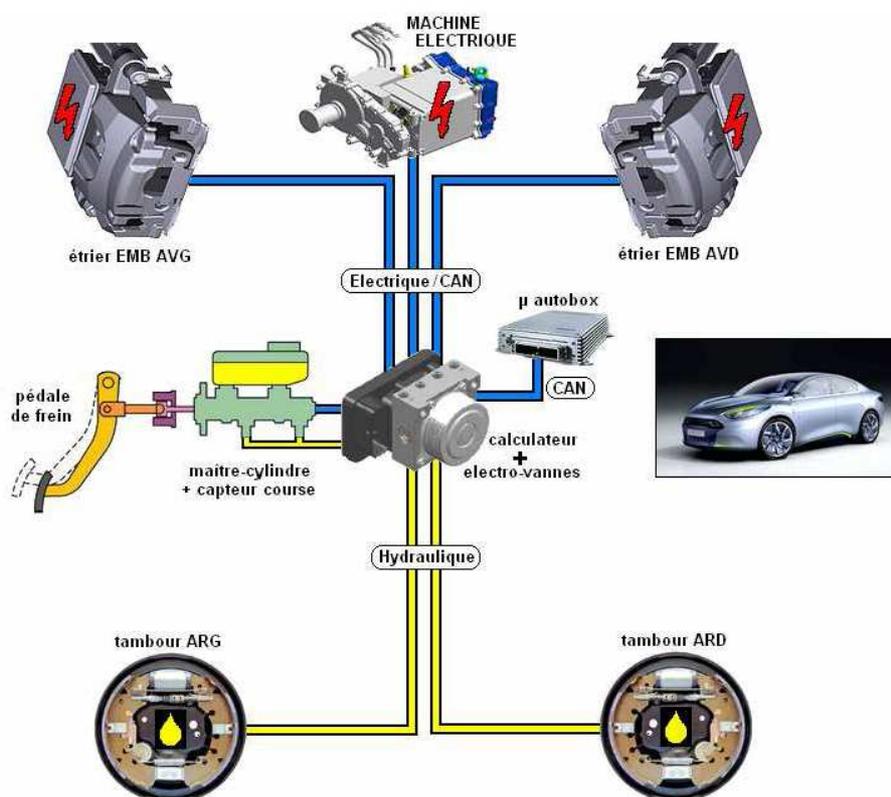


Figure 16 – Schéma de l'architecture de freinage sur le véhicule

Le système présenté ci-dessus comporte une différence par rapport aux systèmes de freinage classique. Le système EMB nécessite l'ajout de machines asynchrones reliées directement aux roues. L'ajout de ce système peut alors conduire à une augmentation de la proportion de masse non-suspendue du véhicule. Nous allons donc étudier l'influence de cette variation sur les paramètres de confort et de stabilité.

Pour représenter un véhicule sur ses amortisseurs et roues, nous avons choisi le modèle physique assez classique de type « masses-ressorts » décrit par le schéma de la Figure 17.

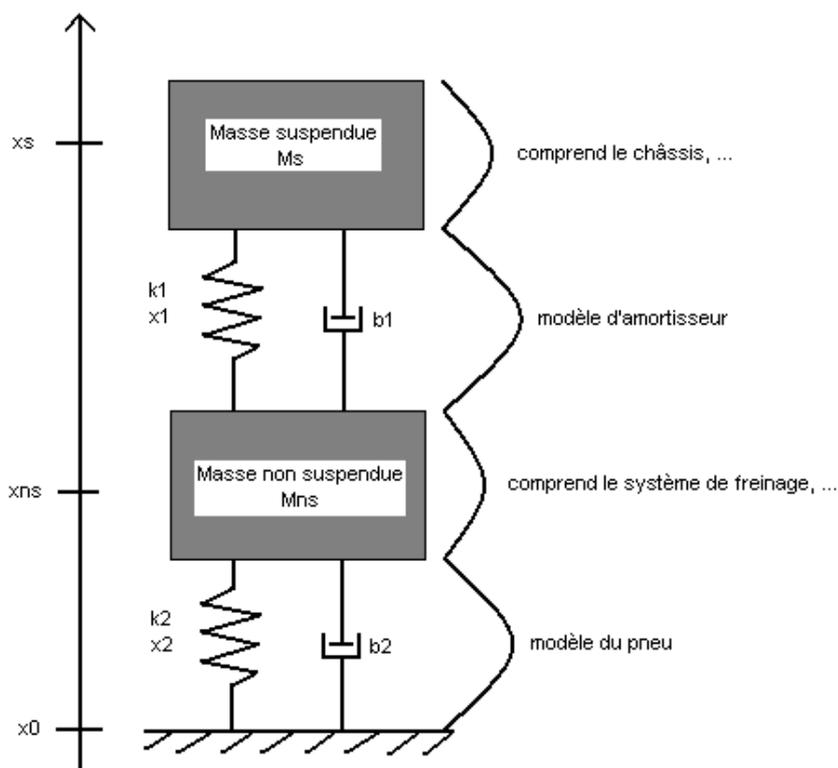


Figure 17 - Schéma de la suspension

Les valeurs numériques utilisées sont :

$$\begin{cases} k_1 = 18000 \text{ N/m} \\ b_1 = 1000 \text{ N/(m/s)} \\ k_2 = 300000 \text{ N/m} \\ b_2 = 0 \text{ N/(m/s)} \end{cases} \quad (5.4)$$

On suppose que \$x_1\$ et \$x_2\$, les longueurs à vide des ressorts, tiennent compte de la force de gravité. En appliquant le principe fondamental de la dynamique aux deux masses présentes dans le système et en considérant que le signal d'entrée est la hauteur \$x_0\$ de la route, on obtient :

$$M_s \ddot{x}_s = -k_1(x_s - x_{ns} - x_1) - b_1(\dot{x}_s - \dot{x}_{ns}) \quad (5.5)$$

$$M_{ns} \ddot{x}_{ns} = -k_2(x_{ns} - x_0 - x_2) + k_1(x_s - x_{ns} - x_1) + b_1(\dot{x}_s - \dot{x}_{ns}) \quad (5.6)$$

Soit sous forme d'une représentation d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_s \\ \dot{x}_s \\ x_{ns} \\ \dot{x}_{ns} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{M_s} & -\frac{b_1}{M_s} & \frac{k_1}{M_s} & \frac{b_1}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{M_{ns}} & \frac{b_1}{M_{ns}} & -\frac{k_1+k_2}{M_{ns}} & -\frac{b_1}{M_{ns}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s \\ \dot{x}_s \\ x_{ns} \\ \dot{x}_{ns} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_2}{M_{ns}} \end{pmatrix} x_0 + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{k_1}{M_{ns}} \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_2}{M_{ns}} \end{pmatrix} x_2 \quad (5.7)$$

Cette équation d'état nous permet d'obtenir la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\ddot{X}_s}{X_0}(s) = \frac{(k_1 k_2 + b_1 k_2 s) s^2}{M_s M_{ns} s^4 + b_1 (M_s + M_{ns}) s^3 + (M_s k_1 + M_s k_2 + M_{ns} k_1) s^2 + b_1 k_2 s + k_1 k_2} \quad (5.8)$$

Sur la Figure 18, nous pouvons voir l'influence d'une variation de masse sur la norme H_∞ du transfert ci-dessus.

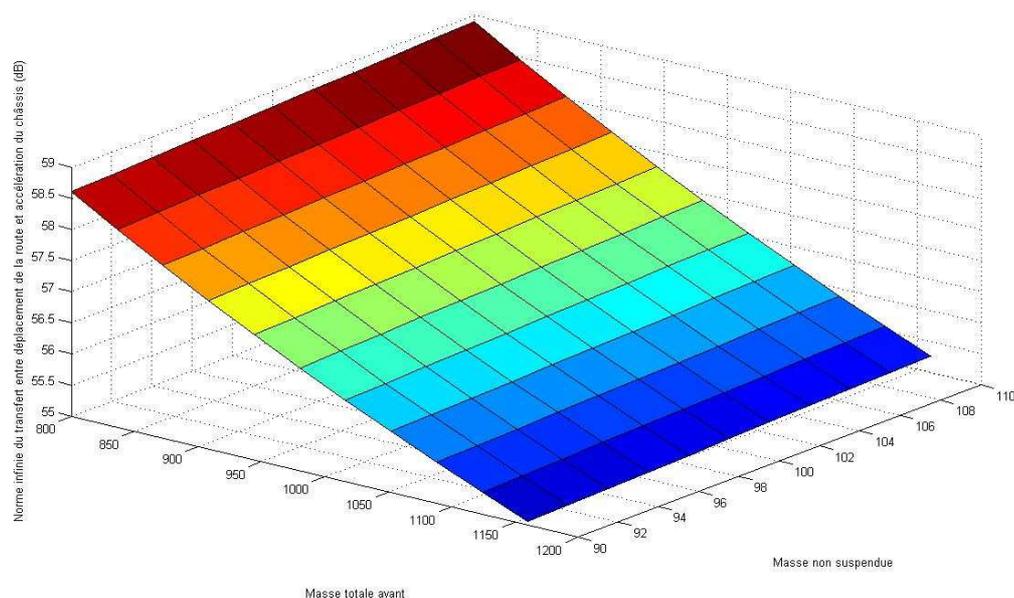


Figure 18 - Norme H_∞ du transfert déplacement de la roue et accélération châssis

La variation de la masse totale avant entraîne le déplacement du centre de gravité de la voiture lors de freinage intense à cause du rapport de charge. La variation de masse non suspendue serait due au rajout de notre système de freinage récupératif. On constate en observant la figure ci-dessus que la variation de la masse non suspendue ne change quasiment pas le gain en amplitude des oscillations d'accélération. Sur la Figure 19, on peut voir les variations de ces amplitudes en pourcentage par rapport à un véhicule équipé d'un système de freinage standard.

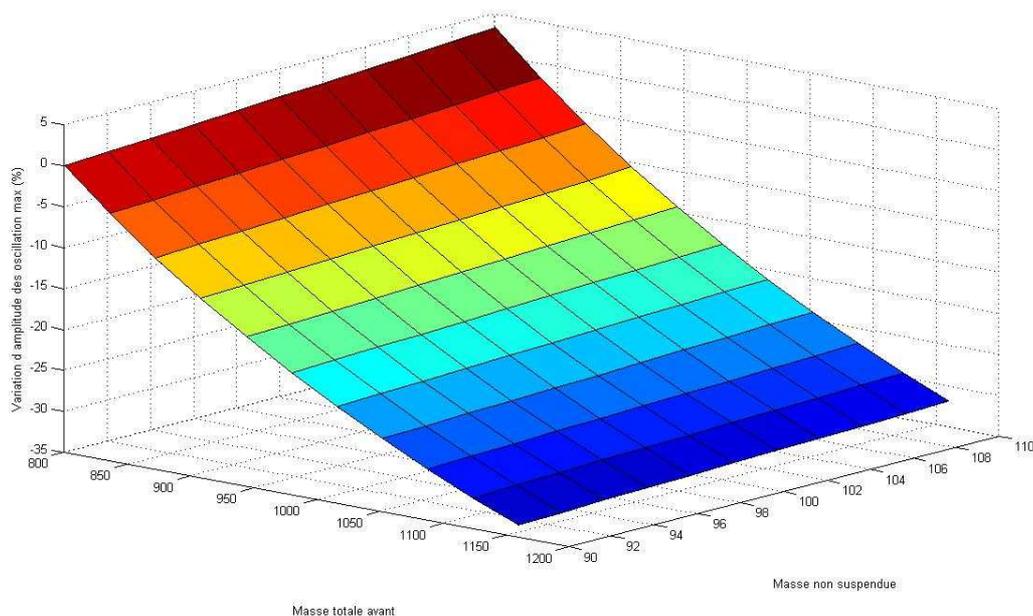


Figure 19 - variation des amplitudes des oscillations (%)

La variation de la masse non suspendue ne provoque que des écarts de l'ordre de 3% (et ce pour une variation de 20kg, ce qui est bien supérieur à la variation attendue pour le système de freinage à pédale de frein découplée.

Le seul paramètre qui change d'une façon plus importante par rapport à la variation de masse non suspendue que par rapport à la variation de masse avant est la fréquence pour laquelle l'amplitude est maximale (voir Figure 20).

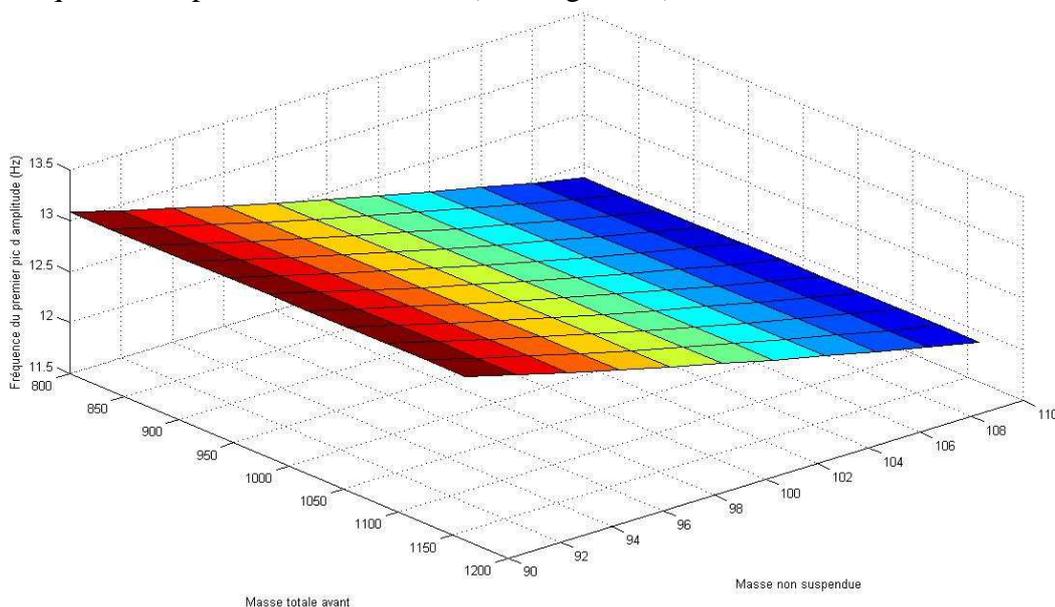


Figure 20 - Fréquence de la résonance

Cependant, même si la variation est due au changement de masse non suspendue, cette variation de fréquence est de l'ordre du Hertz.

Au niveau de la stabilité, sur une voiture classique, le pneu décolle de la route pour des oscillations de la chaussée à la fréquence de résonance et d'amplitude 3,5 cm. L'augmentation de la masse non suspendue conduit à la modification de l'amplitude

de décrochage d'une valeur inférieure à 0,1mm. On peut donc considérer que la variation ne nuira pas à la stabilité.

La Figure 21 montre les réponses en accélération verticale à un même échelon pour une variation de masse non-suspendue :

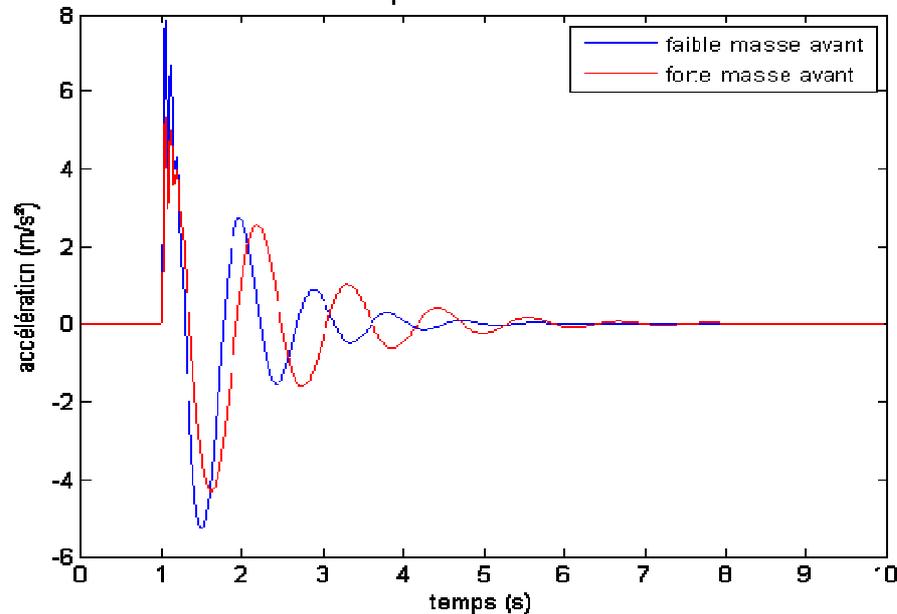


Figure 21 – Réponses indicielles

En calculant l'écart quadratique pour une variation de masse non-suspendue, on obtient une variation de $0,1804 \text{ (m/s}^2\text{)}^2$. En calculant l'écart quadratique pour une variation de masse avant (typique lors de freinage à cause du report de charge) sans modification de la masse non-suspendue, on obtient une valeur de $0,8942 \text{ (m/s}^2\text{)}^2$.

En conclusion, l'impact d'une variation de masse-non suspendue de l'ordre de 5kg (masse d'un moteur asynchrone) est négligeable devant les variations que peuvent entraîner les reports de charge du véhicule au cours d'un freinage.

b. Stratégie de commande et problème des à-coups

Compte tenu de l'architecture du véhicule, le problème de commande se limite à calculer les consignes de couple à assurer par la machine électrique et par le système EMB. Elle est décomposée en 3 sous-fonctions comme le montre la Figure 22.

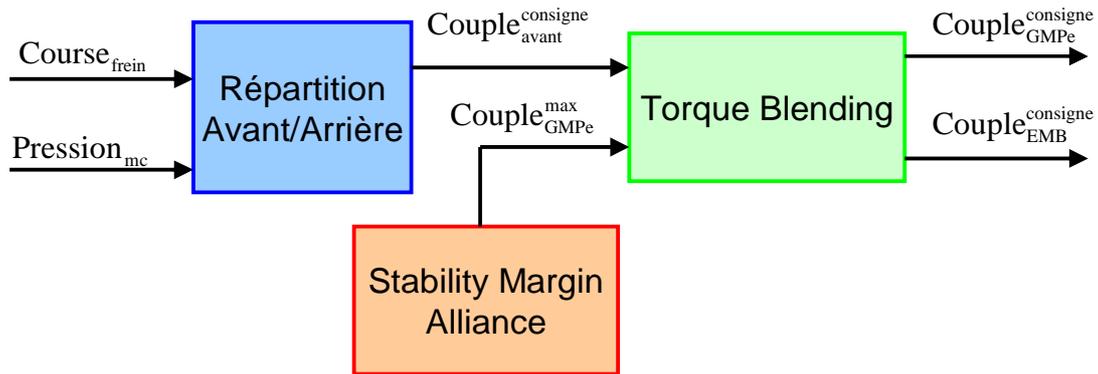


Figure 22 - Structure de commande du freinage

i. La répartition avant/arrière

Afin de comprendre les problématiques dans le choix de la répartition avant/arrière, nous allons dans un premier temps présenter le principe de la parabole d'équipotentiel.

L'adhérence pneu-sol se fait par frottement, et divers modèles de comportement, comme la loi de Coulomb, peuvent être retenus. Ainsi les efforts de freinage ou de trainée (T : parallèles à la route) sont limités par la charge appliquée (P : orthogonale à la route) :

$$T_{\max} = KP \quad (5.9)$$

où K est le coefficient d'adhérence.

Le potentiel de freinage à l'avant (respectivement à l'arrière) est le rapport entre la trainée avant (arrière) et le maximum de la force de freinage applicable à l'avant (arrière).

Le potentiel de freinage à l'avant (à l'arrière) est constant le long de la courbe d'iso-potentiel (courbe qui décrit les combinaisons de freinages possibles pour lesquelles les roues avant et arrière bloquent au même instant) à l'avant (à l'arrière). Le freinage peut varier avec le même potentiel car les variations des efforts de freinage provoquent des reports de charge, et ces deux variations se compensent le long de la courbe. Ainsi, lorsque l'effort de freinage arrière augmente, le report de charge à l'avant augmente également et un même potentiel avant se traduit par un freinage plus fort à l'avant. De même, on peut voir sur l'iso-potentiel à l'arrière qu'une augmentation des efforts de freinage à l'avant déleste l'arrière et que, pour un même potentiel, l'effort de freinage y est diminué.

L'intersection des courbes d'iso-potentiel avant et arrière forme la parabole d'équipotentiel. Le long de cette parabole, le potentiel varie mais, en chaque point de la parabole, le potentiel de freinage à l'avant est le même qu'à l'arrière. Plus le potentiel est élevé et plus les efforts de freinage sont importants. Cependant à partir d'un certain niveau de potentiel, les efforts de freinage à l'arrière diminuent car le poids du véhicule se reporte sur l'avant. La Figure 23 présente ces différentes courbes.

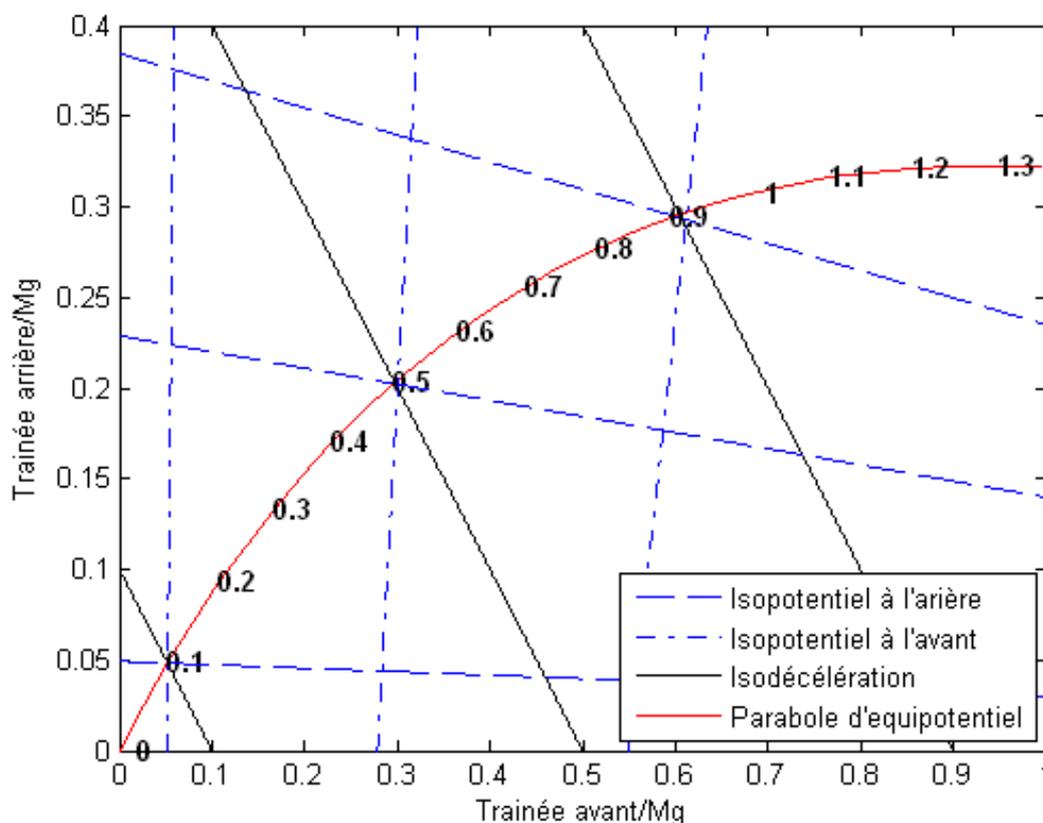


Figure 23 - Parabole d'équipotentiel

Cette courbe est très intéressante car elle donne une relation entre la trainée avant et la trainée arrière qui permet d'utiliser au maximum le potentiel de freinage avant et arrière. En superposant la loi de freinage sur cette courbe, on sait que si le point de freinage courant se situe au-dessus de la parabole iso-potentiel, on risque de bloquer les roues arrière avant de bloquer les roues avant. Inversement, si le point de freinage courant est en-dessous de la parabole, on risque de bloquer les roues avant. La première situation pouvant créer une perte de contrôle totale du véhicule, le réglage situe toujours le point de fonctionnement (imposé par les règlements) en dessous de la parabole iso-puissance afin de bloquer les roues avant en premier.

En vue de définir une répartition optimale du freinage, nous savons que pour des fortes décélérations, il est impératif de veiller à se placer le plus près possible de la parabole d'équipotentiel. Comme les couples de freinage de l'essieu arrière ne sont pas commandables, il faudra générer les consignes des freins avant en s'assurant de toujours se trouver légèrement sous la parabole mais proche de celle-ci. On peut ainsi déterminer une décélération à partir de laquelle on devra rejoindre la parabole. On notera cette décélération γ_p exprimée en g. A cette décélération correspond un point sur la parabole.

Le problème consiste alors à maximiser la récupération d'énergie. Pour cela, il faudra freiner le plus possible avec la machine électrique donc uniquement avec l'avant du véhicule. Ce freinage sera possible pendant la zone morte des tambours. On peut en conséquence définir un nouveau paramètre correspondant à la décélération que l'on veut atteindre en freinant uniquement avec l'avant. Dans la suite de ce chapitre, on notera γ_a ce paramètre exprimé en g.

La machine électrique seule sera d'autant plus utilisée que la valeur de γ_a sera élevée. Cependant il est inutile de le fixer à une valeur trop importante en raison des limites de la machine électrique, qui ne peut fournir une décélération supérieure à 0,3g. Au-delà de cette décélération, les freins électromécaniques seront activés. La Figure 24 présente l'impact des 2 paramètres de réglage sur la position de la loi de freinage par rapport à la parabole d'équipotentiel.

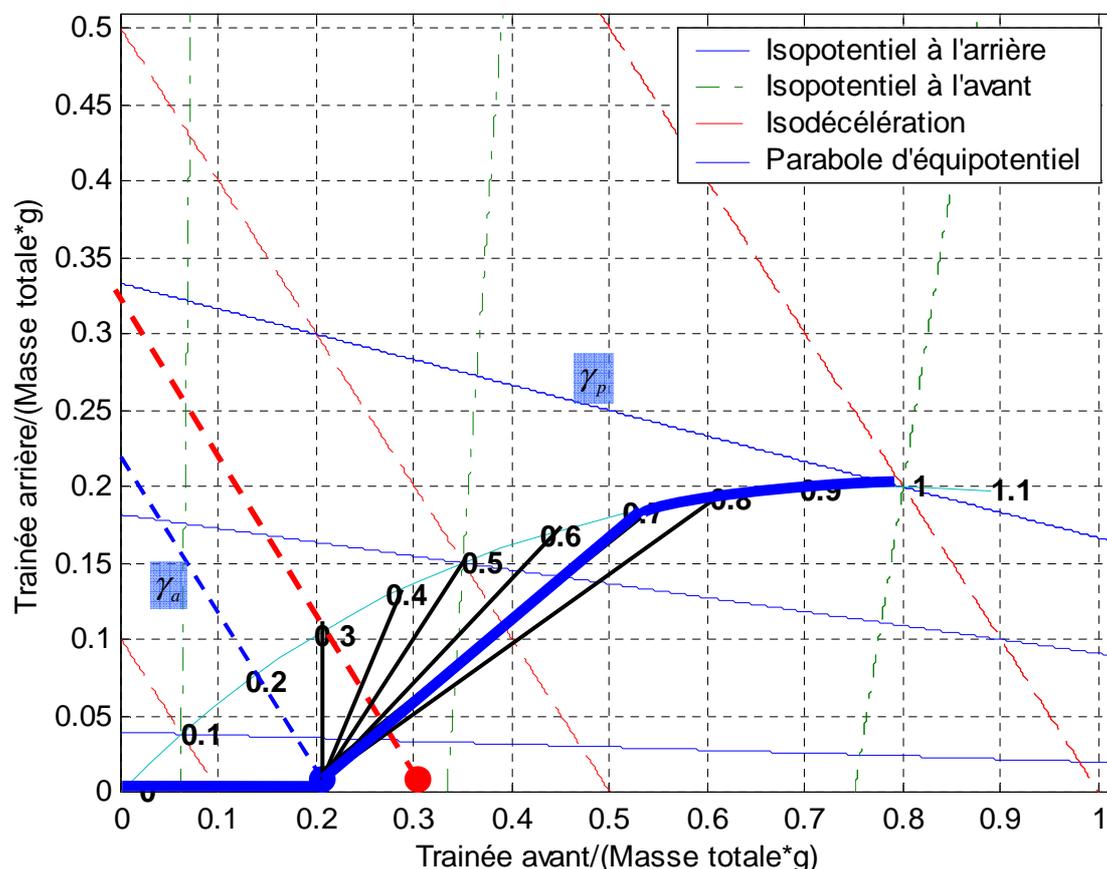


Figure 24 – Paramètres de réglage sur la parabole d'équipotentiel

Enfin, et ce pour des questions de confort, il faudra définir une « course morte » de freinage. Cette course morte a un impact sur la loi de décélération en fonction de la course de la pédale de frein.

Sur la Figure 25, on peut observer les 5 phases de la course de décélération :

- Course morte, décélération nulle.
- Rejoindre γ_a par une droite.
- Adapter la traînée avant à la traînée arrière pour rejoindre γ_p .
- Adapter la traînée avant à la traînée arrière pour rester sous la parabole.
- Saturation des efforts de freinage.

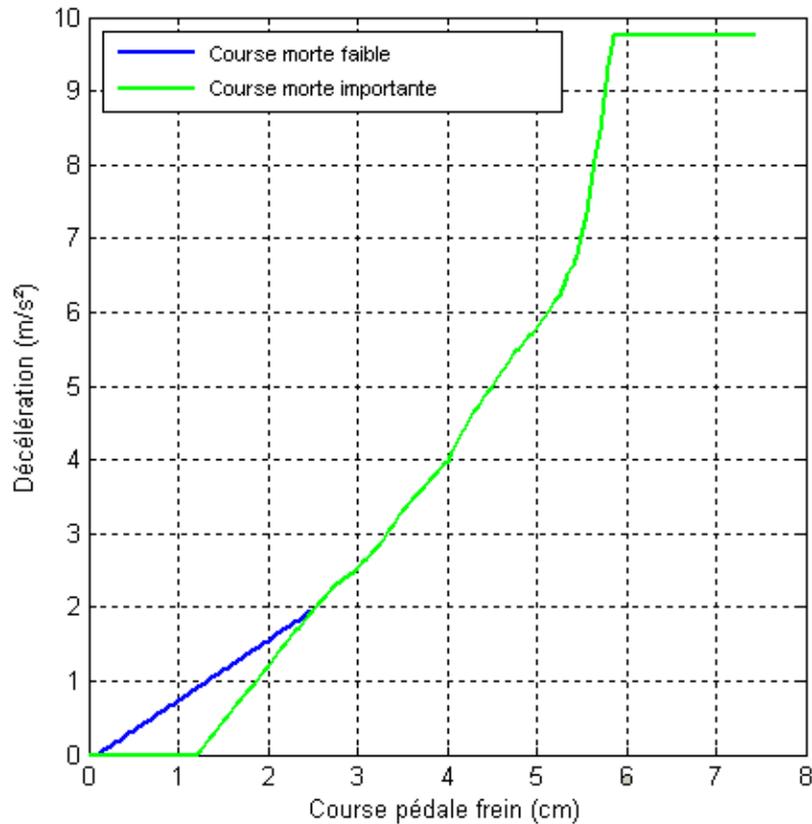


Figure 25 - Caractéristique course de frein décélération

Dans la répartition de couple entre la machine électrique et l'actionneur de freinage électromécanique, on tient compte de la limitation en couple et en puissance de la machine électrique. Cependant, celle-ci est un élément important pour le confort du conducteur lors des phases de freinage. Les conducteurs actuels sont habitués au comportement des véhicules thermiques dont les moteurs ont une forte inertie et des frottements importants. Cette inertie conduit à un ressenti que l'on peut interpréter comme une force de freinage lors de l'arrêt d'accélération, c'est le frein moteur. Dans le cas d'une motorisation électrique, le moteur possède une très faible inertie donc cette sensation de frein moteur disparaît. Afin de fournir les mêmes sensations au conducteur, on peut imposer un couple de freinage à la machine électrique dès le lever de pied (lorsqu'il n'y a pas d'appui de la pédale d'accélérateur). Dans notre limitation, on doit alors tenir compte du fait que la machine réalise cette simulation de frein moteur. Ainsi, même sans appuyer sur la pédale de frein, un couple de freinage est déjà réalisé, ce qui veut dire que l'on pourra demander moins de couple à la machine pour freiner suite à un appui de la pédale de frein.

ii. Le torque blending

Cette section décrit précisément la fonction « torque blending ». Cette fonction a pour but de calculer les consignes de couple de freinage qui seront demandées à la machine électrique et au système de freinage EMB. Son organisation fonctionnelle est représentée par le schéma de Figure 26 et peut être décomposée en deux sous-fonctions :

- Génération de la consigne de couple pour la machine électrique
 - o Un premier élément permet, par exemple en utilisant une cartographie, de générer le couple total souhaité sur l'essieu avant par le couple maximal que la machine électrique peut produire à un instant donné. Dans cette fonction, on prend en compte les caractéristiques statiques de la machine mais aussi le couple qui lui est déjà demandé par le contrôle moteur pour le lever de pied de la pédale d'accélérateur. Cette répartition a pour objectif de ne jamais donner de consigne irréaliste à la machine.
 - o Le couple ainsi obtenu est alors modifié par un système anti à-coups qui se compose de deux sous-fonctions : un pré-filtrage passe-bas appelé préventif (filtrage de la consigne) et un bouclage (terme noté curatif ou en boucle fermée) à partir de la vitesse du véhicule.
 - o Enfin la consigne de couple de la machine électrique est limitée par le couple maximum autorisé issu de la sous-fonction « stabilité margin ».
- Génération du couple de friction (EMB)
 - o Enfin, le couple demandé à l'actionneur électromécanique (EMB) est calculé comme la différence entre le couple total de consigne sur le train avant et le couple demandé à la machine électrique. Le rôle de cette fonction est d'assurer, quel que soit le cas de fonctionnement, le couple de freinage souhaité par le conducteur.

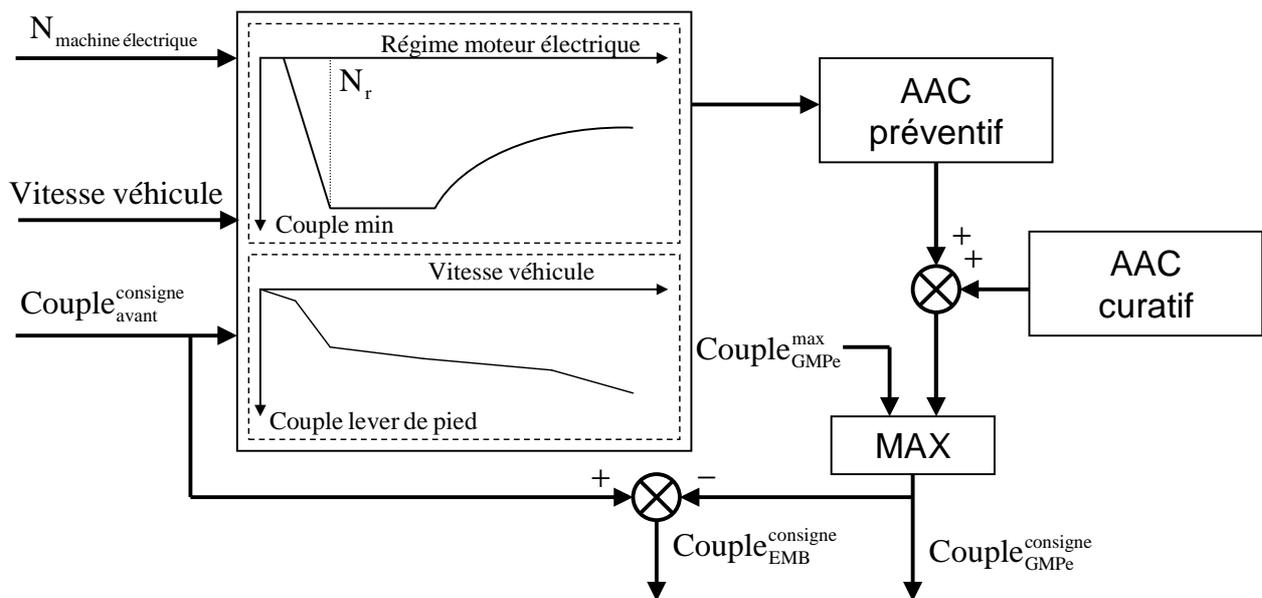


Figure 26 – Schéma fonctionnel du torque blending

Ce système permet donc de répartir les couples dans les divers organes commandés. La fonction de répartition tient compte du freinage par les tambours que l'on va subir puisque ce freinage ne dépend que de l'appui pédale de frein. Cette répartition permet de demander le maximum de freinage à la machine électrique.

En utilisant sur le prototype ce système de répartition des couples entre la machine électrique et les freins EMB, on a pu observer la décélération du véhicule et la comparer à notre loi de décélération comme indiqué Figure 27.

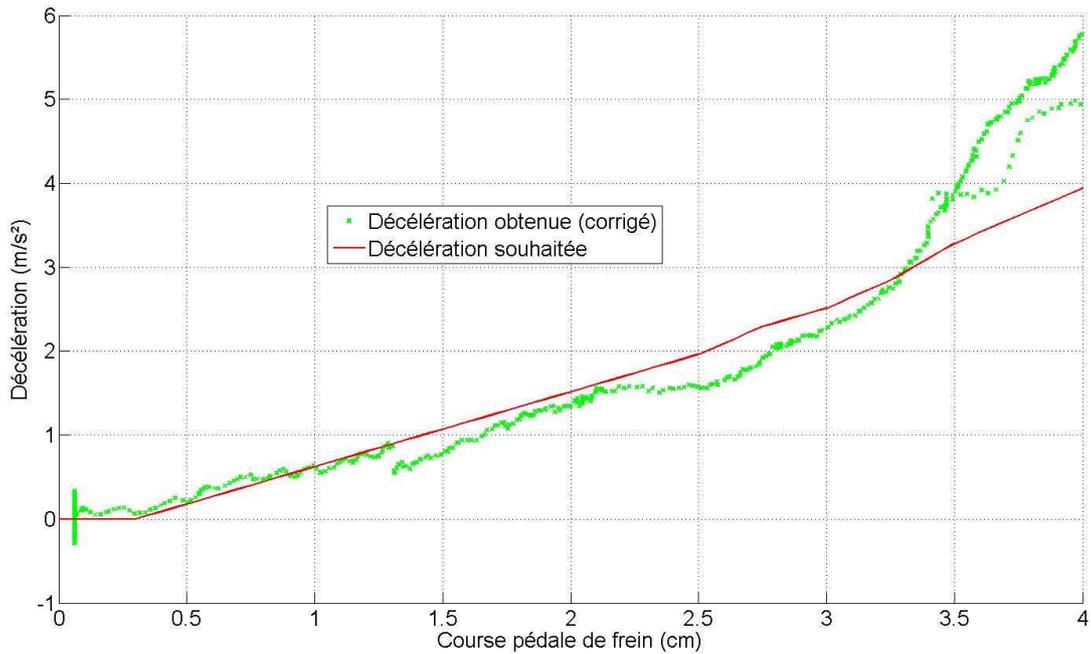


Figure 27 – Caractéristique expérimentale course de frein-décélération

Il est très intéressant de constater que la loi de décélération fixée est suivie, en particulier pour des appuis de la pédale de frein inférieurs à 3cm.

On peut cependant noter quelques écarts pour des appuis pédale de forte amplitude. Ces écarts sont en fait dus à une mauvaise approximation du couple réalisé par les tambours (ce qui explique pourquoi l'écart se creuse après la course morte des tambours qui est de 2,8cm). De plus, le modèle du freinage commandé en pression est extrêmement simplifié, d'où les erreurs de suivi tout au long de la course. Sur le véhicule électrique, où le comportement du moteur est mieux modélisé, et en calculant de façon plus précise le couple réalisé par les tambours, on pourrait arriver à suivre une loi de décélération donnée avec une meilleure précision.

La présence du filtrage anti à-coups est justifiée après observation des enregistrements réalisés sur une voiture électrique à freinage découplé (voir Figure 28) : on peut observer l'amplitude des oscillations de l'accélération longitudinale du véhicule qui sont ressenties dans l'habitacle et jugées insupportables par les occupants du véhicule.

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

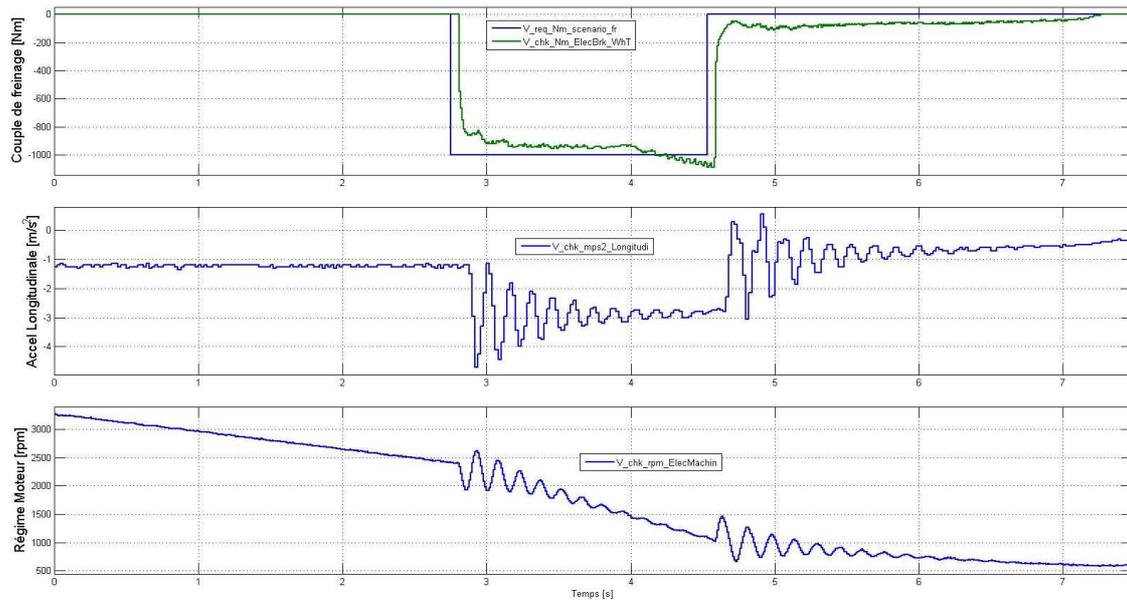


Figure 28 – Exemple expérimental d'à-coup

Ces oscillations, dues aux modes de flexion de la chaîne de transmission mécanique, se situent dans une plage de fréquences qui, d'après la dynamique de la machine électrique et de l'EMB, peut être excitée par une demande de couple freineur (voir [5.2] et [5.3]).

La modélisation de ce phénomène peut être effectuée en utilisant le schéma représenté sur la Figure 29.

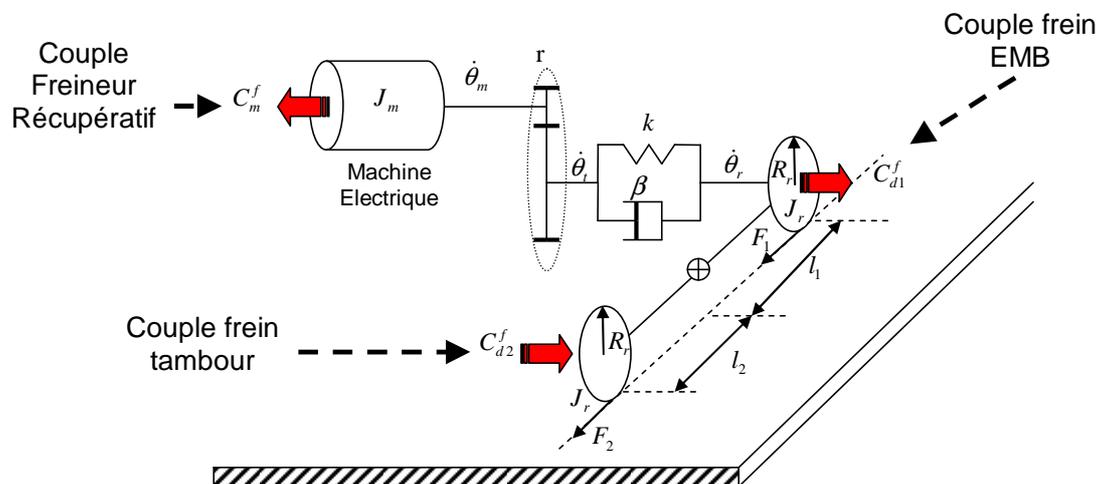


Figure 29 - Schéma de la chaîne de transmission

Nous ferons les considérations suivantes :

- Vitesses positives lorsque le véhicule avance.
- Couples positifs pour une phase d'accélération.
- La vitesse des roues est linéaire avec la vitesse de la voiture selon le rayon de la roue R_r .

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

En appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD) à l'arbre moteur, on obtient :

$$J_m \ddot{\theta}_m = C_m + r(k(\theta_r - r\theta_m) + \beta(\dot{\theta}_r - r\dot{\theta}_m)) \quad (5.10)$$

On applique ensuite le PFD à chacune des roues :

$$J_r \ddot{\theta}_r = C_{EMB} - F_1 R_r - (k(\theta_r - r\theta_m) + \beta(\dot{\theta}_r - r\dot{\theta}_m)) \quad (5.11)$$

$$J_r \ddot{\theta}_r = C_T - F_2 R_r \quad (5.12)$$

Enfin le PFD appliqué au châssis donne :

$$M\dot{V} = F_1 + F_2 - Mg \sin \alpha + F_{xaer} \quad (5.13)$$

En remplaçant F_1 et F_2 obtenues par les équations précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned} M\dot{V}R_r = & -J_r \ddot{\theta}_r - C_{EMB} - (k(\theta_r - r\theta_m) + \beta(\dot{\theta}_r - r\dot{\theta}_m)) + \\ & + J_r \ddot{\theta}_r + C_T - MgR_r \sin \alpha + R_r F_{xaer} \end{aligned} \quad (5.14)$$

ce qui conduit, en remplaçant $\dot{V} = R_r \dot{\theta}_r$, à la relation :

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_r (MR_r^2 + 2J_r) = & k(r\theta_m - \theta_r) + \beta(r\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_r) \\ & + C_{EMB} + C_T - MgR_r \sin \alpha + R_r F_{xaer} \end{aligned} \quad (5.15)$$

On obtient donc le modèle suivant, en posant $J_{eq} = MR_r^2 + 2J_r$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{r^2 k}{J_m} & -\frac{r^2 \beta}{J_m} & \frac{rk}{J_m} & \frac{r\beta}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{r^2 k}{J_{eq}} & \frac{r\beta}{J_{eq}} & -\frac{k}{J_{eq}} & -\frac{\beta}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{eq}} & \frac{1}{J_{eq}} & -\frac{MgR_r}{J_{eq}} & \frac{R_r}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m \\ C_{EMB} \\ C_T \\ \sin \alpha \\ F_{xaer} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Ce modèle de transmission permet d'obtenir le transfert entre le couple moteur et la vitesse de rotation du moteur :

$$\frac{\dot{\theta}_m}{C_m^f} = \frac{\frac{1}{J_m} \left(s^2 + \frac{\beta}{J_{eq}} s + \frac{k}{J_{eq}} \right)}{s \left(s^2 + \frac{J_m \beta + r^2 J_{eq} \beta}{J_m J_{eq}} s + \frac{J_m k + r^2 J_{eq} k}{J_m J_{eq}} \right)} = \frac{1}{J_m} \left(s^2 + \frac{\beta}{J_{eq}} s + \frac{k}{J_{eq}} \right) \quad (5.17)$$

Le diagramme de Bode de cette fonction de transfert est représenté sur la Figure 30.

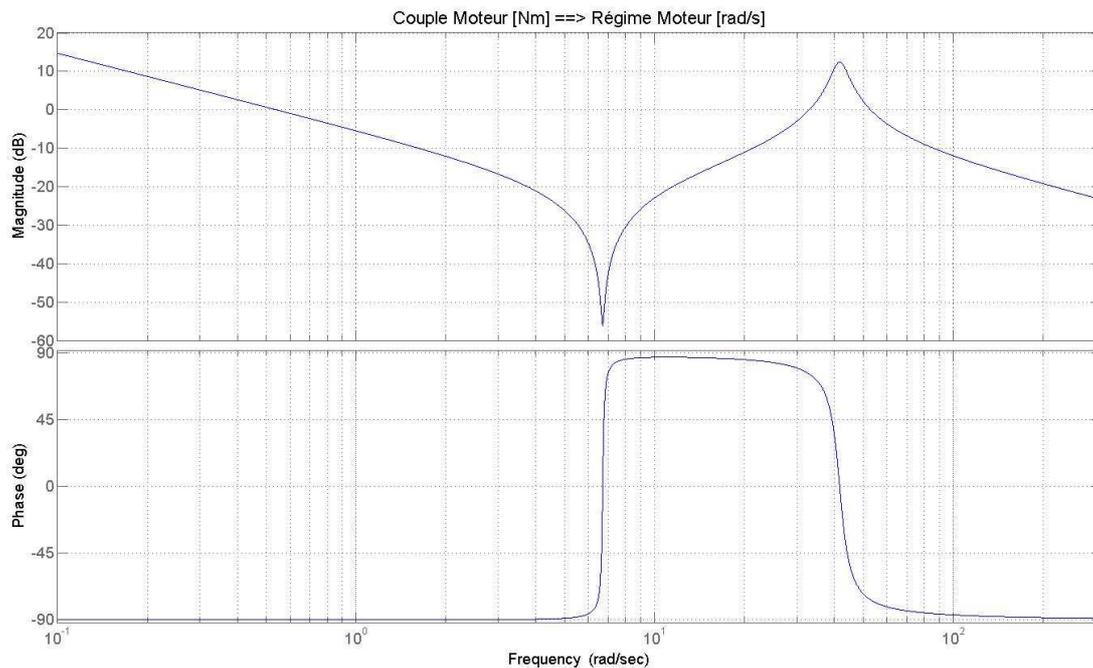


Figure 30 – Diagramme de Bode du transfert couple moteur – régime moteur

Ce diagramme montre une résonance à la pulsation de 41 rad/s. Les effets de cette résonance sont manifestes sur la réponse temporelle de la Figure 28 lorsque l'on applique une consigne de couple moteur en échelon.

iii. Le stability index

Cette fonction estime le couple maximum que l'on peut demander à la machine électrique à un moment donné. Il est calculé comme le maximum (en notant que le couple est négatif) de trois composantes (voir Figure 31) : une condition de désactivation (levée d'un indicateur véhicule concernant la stabilité), une composante en boucle ouverte et une composante en boucle fermée.

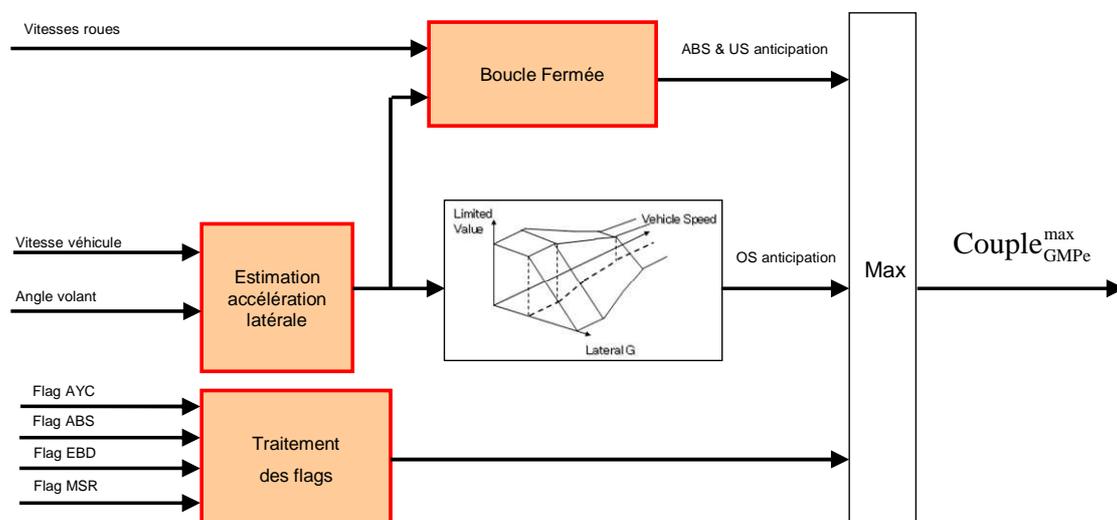


Figure 31 - Structure du stability index

La composante en boucle ouverte (voir Figure 32) est issue d'une sous-fonction estimation de l'accélération latérale et d'une cartographie 2D qui limite le couple en fonction de la vitesse et de l'estimation de l'accélération latérale.

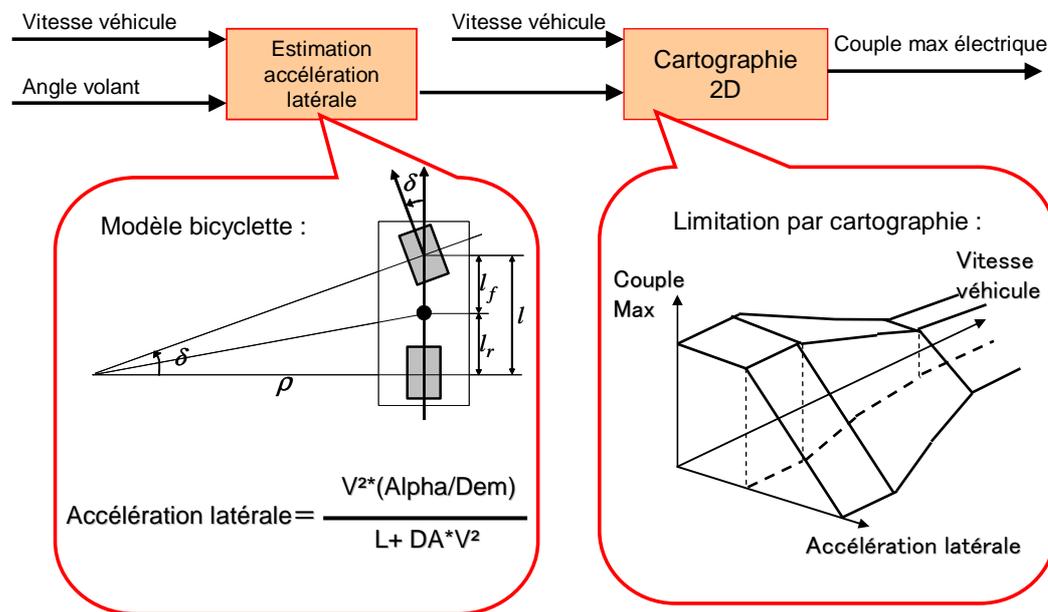


Figure 32 - Composante boucle ouverte du stability index

La composante en boucle fermée est plus complexe (voir Figure 33). Elle est fondée sur la limitation du couple lorsque le glissement des roues avant par rapport aux roues arrière est important. La pente avec laquelle la limitation du couple est modifiée dépend également du niveau de glissement. Pour des raisons de confidentialité, cette sous-fonction ne sera pas décrite plus précisément.

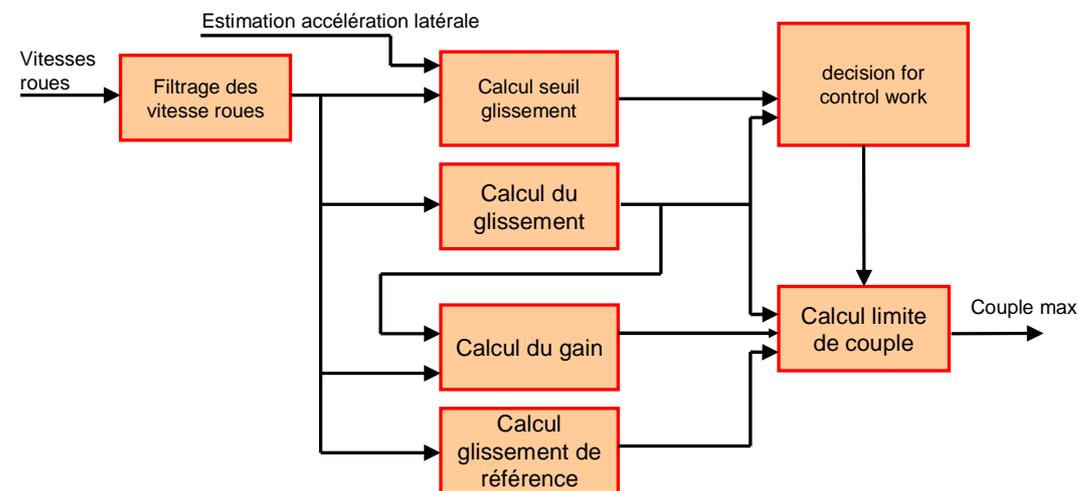


Figure 33 - Composante du stability index en boucle fermée

4. Système anti à-coups

Cette section détaille le procédé à piloter et les résultats de la synthèse d'un système anti à-coups qui optimise le compromis confort de freinage/récupération d'énergie. Dans un premier temps, l'identification des paramètres inconnus de la chaîne de transmission est effectuée, dans un second temps les différentes solutions étudiées

sont présentées et comparées. Le choix de la forme paramétrique du régulateur retenue ici a été orienté par une première synthèse H_∞ permettant d'obtenir une première formulation du régulateur. Cette formulation a ensuite été déclinée selon deux structures de commande possibles et le réglage final a été effectué par optimisation d'un critère qui sera explicité par la suite.

a. Identification de la chaîne de transmission

A partir du modèle introduit lors du paragraphe précédent, on constate que certains paramètres tels que le rayon des roues ou le rapport de transmission de la boîte de vitesses sont bien connus. En conséquence, l'identification portera uniquement sur les trois paramètres inconnus du modèle de la chaîne de transmission : l'inertie moteur, la pulsation et l'amortissement du mode flexible.

On utilisera comme mesure le régime moteur et non le régime roue en raison d'une meilleure résolution du signal et du rapport de réduction de la boîte de vitesses. La relation ci-dessous rappelle la fonction de transfert entre le couple moteur et le régime moteur (Equation 5.17) :

$$\frac{\dot{\theta}_m}{C_m^f} = \frac{\frac{1}{J_m} \left(s^2 + \frac{\beta}{J_{eq}} s + \frac{k}{J_{eq}} \right)}{s \left(s^2 + \frac{J_m \beta + r^2 J_{eq} \beta}{J_m J_{eq}} s + \frac{J_m k + r^2 J_{eq} k}{J_m J_{eq}} \right)} = \frac{\frac{1}{J_m} \left(s^2 + \frac{\beta}{J_{eq}} s + \frac{k}{J_{eq}} \right)}{s(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2)}$$

Nous avons réalisé et enregistré de nombreux essais dont les résultats d'identification sont recueillis dans le tableau suivant. On remarquera que la variance dans l'estimation des paramètres pour les différents essais est faible, ce qui permet de conclure que le modèle est très représentatif de la réalité physique.

Nom Essai	Type	t0	tf	Jm	w0	ξ
Essai2a	n4s3	0	6	0,05890	40,13	0,06173
Essai2a	pss3	0	6	0,05020	41,14	0,06229
Essai2b	n4s3	0	6	0,06060	40,32	0,05315
Essai2b	pss3	0	6	0,05420	41,11	0,05644
Essai2c	n4s3	2	8	0,06150	42,79	0,08140
Essai2c	pss3	2	8	0,04150	41,72	0,05958
Essai2c_bis	n4s3	3	5	0,09040	44,45	0,02927
Essai2c_bis	pss3	3	5	0,03770	42,43	0,06421
Essai2d	n4s3	0	5	0,05190	39,13	0,09258
Essai2d	pss3	0	5	0,06080	40,02	0,05910
Essai2d_bis	n4s3	0	2,5	0,05150	41,93	0,06748
Essai2d_bis	pss3	0	2,5	0,04080	44,30	0,05170
moyenne pss3				0,04753	41,79	0,05889
variance pss3				0,00008	2,15	0,00002
moyenne n4s3				0,06247	41,46	0,06427
variance n4s3				0,00021	3,88	0,00049
moyenne tot				0,05500	41,62	0,06158
variance tot				0,00019	2,77	0,00024

b. Justification de la forme du régulateur : synthèse H_∞

La première solution qui a été envisagée pour la synthèse de l'action curative (correcteur en boucle fermée) est d'amortir le mode en employant des techniques d'optimisation H_∞ car cette approche se prête à ce type de problème : il s'agit de borner le transfert entre une accélération de consigne et l'accélération mesurée [5.4]. Le schéma de synthèse est décrit sur la Figure 34.

Le filtre W_1 a une répercussion sur le temps de réponse et l'amplitude des oscillations admises. Le filtre W_2 permet de régler la sollicitation de la grandeur de commande.

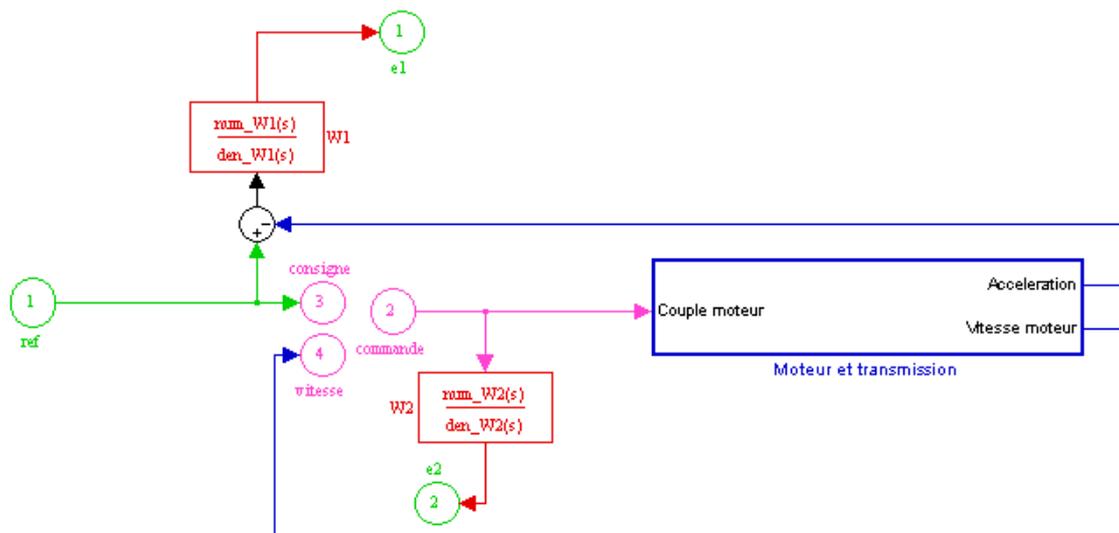


Figure 34 - Schéma de synthèse de l'action curative H_∞ .

- Choix de $1/|W_1(s)|$:

Le gabarit de $1/|W_1(s)|$ est fixé à une valeur faible en basse fréquence afin d'assurer un objectif de précision. La pulsation pour laquelle le gabarit coupe l'axe indique la bande passante minimale souhaitée pour l'asservissement. La valeur du gabarit en haute fréquence va permettre de limiter les oscillations en sortie.

- Choix de $1/|W_2(s)|$:

Le terme $1/|W_2(s)|$ donne le gabarit de la consigne moteur résultant d'une consigne de décélération. On fixe donc ce gabarit à une valeur élevée en basse fréquence (ce qui signifie qu'il n'y a pas de restriction sur la commande en basse fréquence). La pulsation à laquelle on coupe l'axe va fixer la bande passante de la commande du moteur. On fixe ensuite un faible gain en haute fréquence pour ne pas solliciter la machine électrique à des fréquences trop élevées.

La résolution du problème H_∞ est ensuite effectuée en résolvant un système d'inégalités matricielles affines (LMI). La réponse fréquentielle du correcteur obtenu est donnée sur la Figure 35.

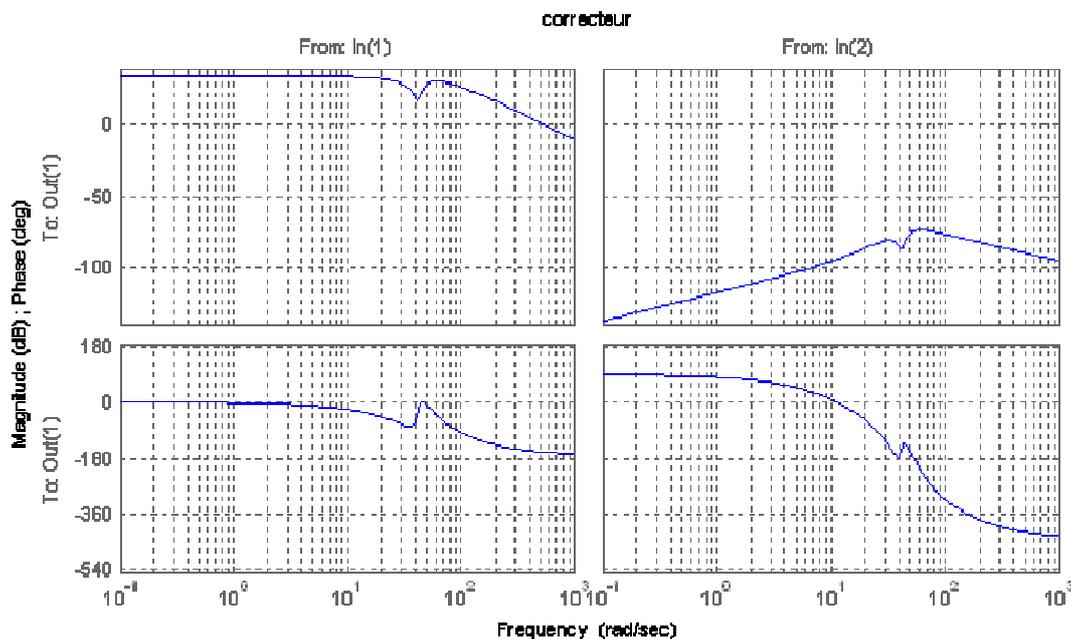


Figure 35 – Correcteur issu de la synthèse H_∞

Dans la figure ci-dessus, la réponse fréquentielle de la colonne de gauche représente la réponse fréquentielle de la consigne vers la commande moteur ; la réponse fréquentielle de la colonne de droite représente l'effet du bouclage.

Analyse du transfert de la consigne vers la commande :

En basse fréquence, le gain correspond au passage d'une consigne en accélération à une commande en couple. Le gain en basse fréquence vaut MR_r , et on note la présence d'un trou à la fréquence de résonance du système soit 41 rad/s. Ce trou permet de limiter la sollicitation du système à cette fréquence critique. On remarquera que ce type de filtrage préventif, de type filtre trou, est peu robuste face à des variations de la pulsation de la fréquence de résonance dues au vieillissement de la chaîne de transmission ou aux dispersions de fabrication.

Analyse du transfert de la vitesse moteur vers la commande :

En basse fréquence, le transfert est équivalent à une dérivée simple, voire à une double dérivée pour des fréquences de l'ordre de 1 Hertz. Cela signifie qu'il n'y a pas d'action en basse fréquence, la commande est déterminée uniquement par la consigne en décélération. On observe encore un trou au niveau de la pulsation critique. Cela confirme donc notre choix pour l'action curative.

Ce correcteur est satisfaisant mais présente une structure à 8 états qui peut conduire à une relative lourdeur lors de l'implantation. De plus, il ne tient pas compte du fait que l'on peut également freiner avec les freins électromécaniques à l'avant.

Dans la suite, un autre correcteur est envisagé, dont la structure s'inspire de celle issue de la synthèse H_∞ :

$$T_{curatif}(s) = K \frac{s^2}{(1 + \tau_1 s)^2} \cdot \frac{(1 + \tau_2 s)}{(1 + \tau_3 s)} \quad (5.18)$$

D'un point de vue physique, on peut interpréter intuitivement le « choix » de cette structure : lorsque le véhicule se déplace avec une décélération constante, il est préférable que la totalité du couple soit assurée par la machine électrique (dans la mesure des capacités statiques de la machine), ce qui veut dire que lorsque le régime moteur décrit une rampe, la sortie de l'action curative doit être nulle (ce qui est le cas si l'on dérive deux fois la rampe).

c. Structure de la loi de commande

Dans cette section, trois structures de commande, évaluées dans le cadre des travaux sur le freinage récupératif, sont comparées. L'objectif est de choisir une architecture de commande et un réglage les mieux adaptés à ce type de problématique.

Commande de type boucle ouverte

Lors de nos essais en décélération, nous avons utilisé une répartition maximisant la part de freinage par la machine électrique. Le schéma de principe est présenté sur la Figure 36.

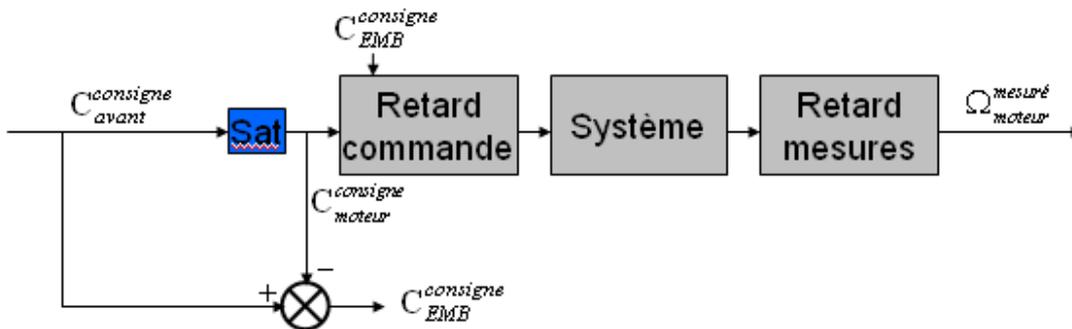


Figure 36 – Schéma de commande sans système anti à-coups

Cette structure présente un inconvénient majeur : elle ne dispose pas de moyens pour limiter les à-coups. Ce type de répartition est donc impossible à utiliser sur un véhicule car aucun paramètre ne nous permet d'amortir les oscillations.

Comme mentionné précédemment, les oscillations sont dues à la présence d'un terme résonant qui se visualise très bien sur un tracé fréquentiel dans le plan de Bode. Afin de diminuer le gain au niveau du pic de résonance, on peut dans un premier temps appliquer une action préventive (ou filtrage de la consigne) par filtrage, de type passe-bas, de la consigne du moteur (Figure 37) .

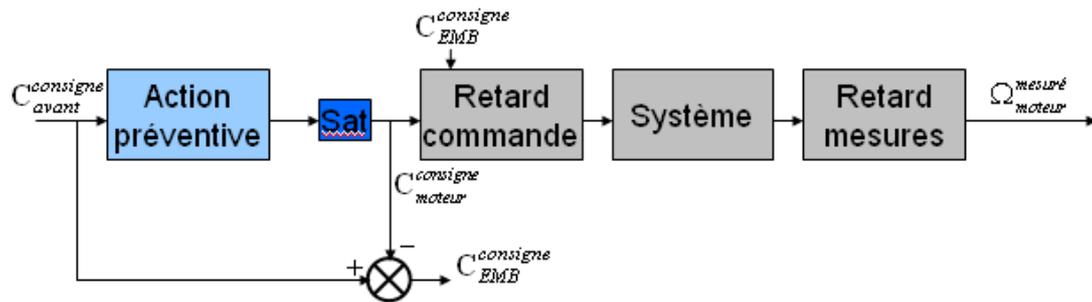


Figure 37 - Structure de commande avec action préventive seule

L'effet de ce filtrage est présenté sur la Figure 38. Le diagramme de Bode montre bien la diminution du gain au niveau de la fréquence de résonance. Cette action préventive est bien entendu réglable. Pour maximiser le confort, il est possible d'en augmenter l'action en diminuant la fréquence de coupure. Néanmoins, l'augmentation du confort de cette manière conduit à une moindre utilisation de la machine électrique pour le freinage.

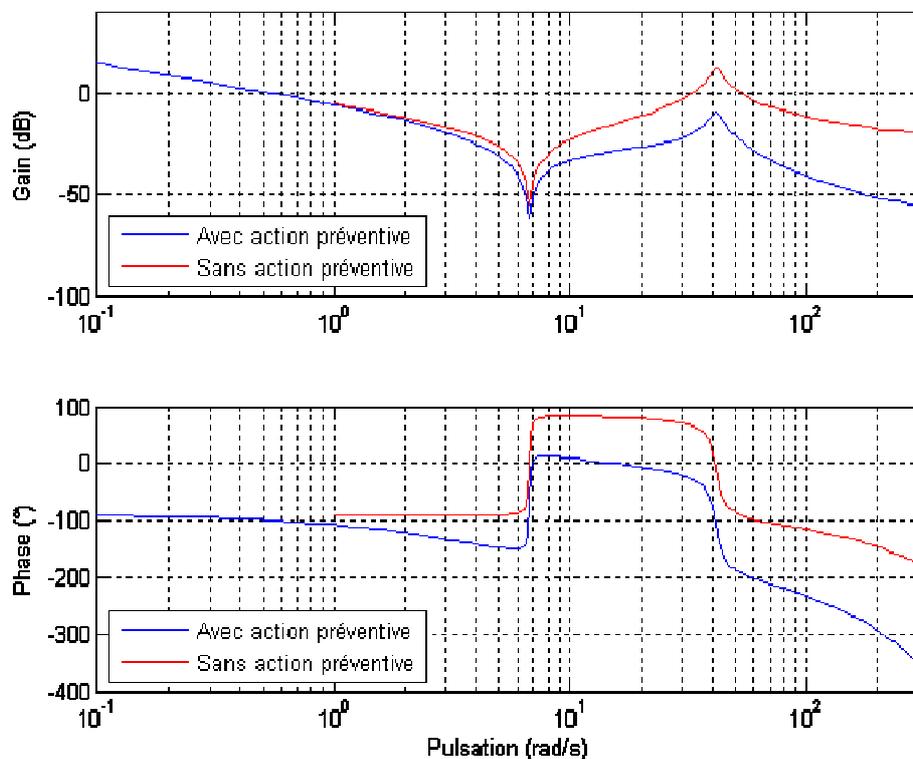


Figure 38 – Comparaison des diagrammes de Bode sans et avec préventif

Même s'il est possible d'atteindre le confort souhaité avec une telle correction, on peut facilement imaginer que l'effet sera négatif vis-à-vis de l'énergie récupérée. En vue d'augmenter le confort sans pour autant nuire à la récupération, on peut introduire un bouclage complémentaire dont le correcteur sera synthétisé dans l'objectif d'amortir le mode résonant.

Synthèse d'un correcteur sans prise en compte spécifique des retards

Comme mentionné, l'action curative (voir Figure 39) a pour but d'amortir les oscillations et doit être nulle pour une décélération constante. On adopte donc une fonction correspondant à une double dérivée filtrée (structure optimale d'après la synthèse du paragraphe précédent) complétée par des termes de réglage de la marge de phase (avance de phase).

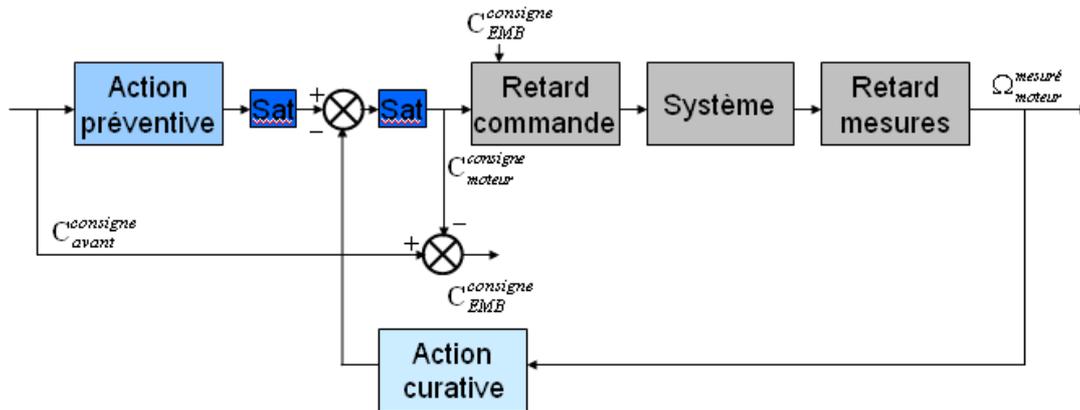


Figure 39 - Structure de commande avec actions préventive et curative

Enfin une deuxième saturation a été ajoutée en amont du sommateur dans le but de conserver une action curative même dans le cas de fortes consignes. En effet sans la double saturation correspondant au couple maximal que peut effectuer le moteur, l'action curative peut être annulée par la saturation. En effet, supposons que la saturation soit de 200 Nm, si la consigne est de 400 Nm et que la sortie du correcteur donne des variations de 50 Nm autour de cette valeur, sans la double saturation, la consigne moteur sera de 350 Nm donc saturée à 200 Nm alors qu'avec la double saturation, le terme -50 Nm s'ajoute au 200 Nm issu de la première saturation et donc la consigne moteur sera de 150 Nm. En revanche une partie de l'action curative est quand même annulée, donc les performances seront tout de même un peu diminuées pour de très fortes consignes.

Cependant, même au niveau du confort, ce correcteur est limité en performances en raison de la présence de nombreux retards dans la chaîne de commande et dans la chaîne de mesure (Figure 40). Par exemple, la première oscillation se termine avant d'être mesurée. Il est donc impossible de la compenser. De plus, la mesure de la vitesse du moteur est entachée de bruit. Comme le correcteur contient une double action dérivée, l'impact d'un bruit de mesure peut être néfaste si l'action a un fort gain en haute fréquence. La présence de bruit nous impose donc de diminuer le gain en haute fréquence, ce qui peut diminuer son efficacité.

Synthèse d'un correcteur avec prise en compte des retards

Les retards se révèlent très pénalisants dans le cas de cette application. La figure 40, où l'UBP, l'EVC et le PEB sont des calculateurs indépendants qui communiquent par bus CAN (à 10 ms), établit le bilan des différents retards potentiels de la structure de commande.

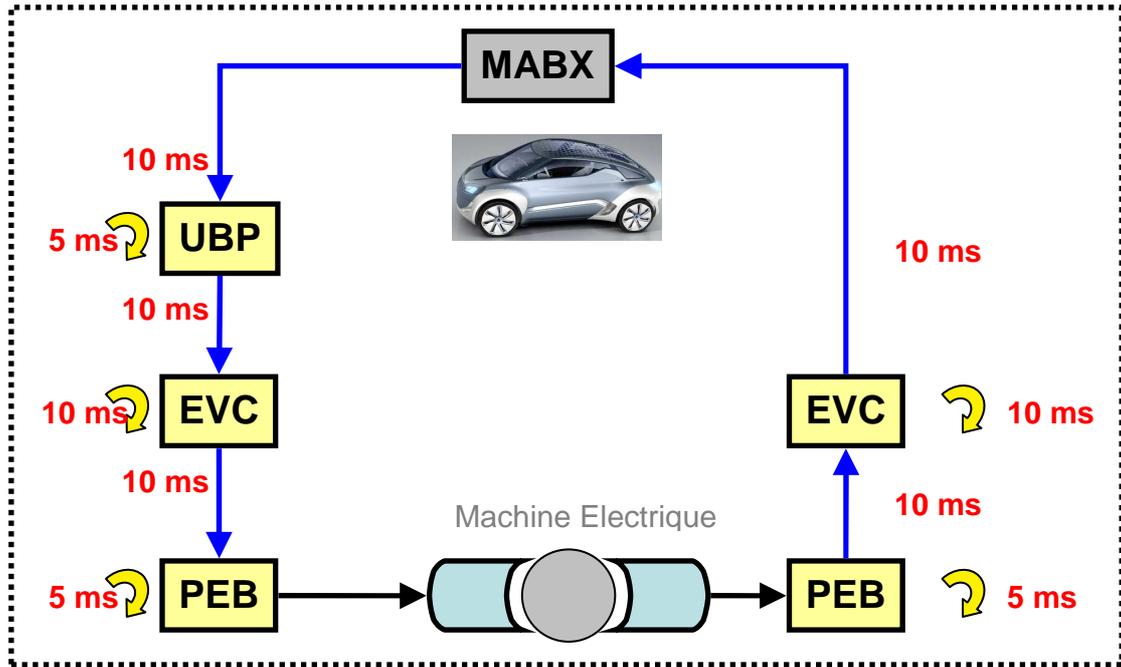


Figure 40 – Schéma des retards

Pour améliorer les performances, nous proposons la structure de la Figure 41 (Aström-Smith) qui permet de limiter l'impact des retards sur les performances dynamiques.

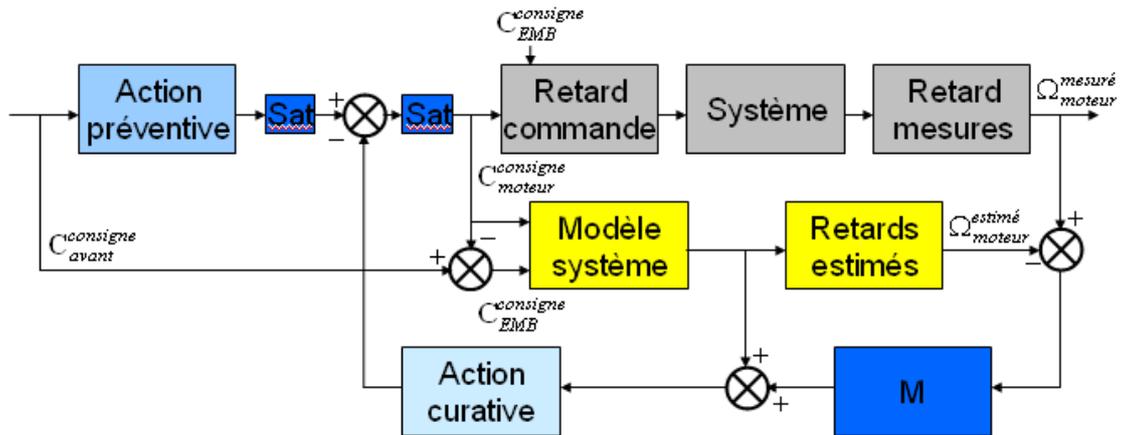


Figure 41 - Schéma de la structure Aström-Smith

Rappelons que le principe de cette structure est de prédire la réponse du moteur avant l'arrivée de la mesure après les différents retards. Si le modèle caractérise exactement le système, alors le problème de synthèse revient à commander le même système dépourvu de retard.

De plus le filtre M permet d'effectuer un filtrage sur le bruit de mesure sans pour autant limiter l'action curative (découplage des dynamiques en suivi de trajectoire et en rejet de perturbation).

d. Optimisation de la loi de commande

On dispose maintenant de trois structures de commande. La structure avec une action préventive seule ne présente aucune difficulté de réglage. En fonction du confort souhaité, il suffit de régler la pulsation de coupure du filtre passe-bas. En revanche, les deux autres structures sont plus délicates à régler du fait du nombre de paramètres élevé et du bouclage qui modifie les propriétés de stabilité.

Dans le cas des deux structures bouclées, les paramètres de l'action curative seule permettent de régler les marges de stabilité et l'action préventive permet de régler l'amplitude des oscillations en décélération. Néanmoins, les réglages des paramètres de ces deux fonctions ne sont pas indépendants. Une forte action curative permet d'amortir le mode résonant et ainsi de diminuer également l'amplitude des oscillations et de limiter l'action préventive.

La loi de commande enfin retenue a été affinée en optimisant le réglage des différents paramètres. La fonction de coût utilisée a été définie de manière à regrouper l'ensemble des exigences. Celles-ci portent :

- sur le confort des passagers, traduit par les oscillations dues au mode flexible (à-coups au freinage).
- les marges de stabilité (phase et gain) souhaitées,
- la récupération d'énergie que l'on souhaite maximiser.

Le critère à optimiser sera ainsi constitué de trois termes $J = J_{\text{confort}} + J_{\text{marge}} + J_{\text{recup}}$.

Critère sur le confort : un des objectifs de la correction est le confort des passagers, dans ce but, il est important de contrôler l'amplitude des oscillations en décélération.

Pour valider et optimiser les structures de commande proposées, au regard du problème de confort, le critère a été fixé à partir des oscillations en décélération du véhicule. Les résultats temporels utilisés ont été obtenus en réponse à une consigne de freinage correspondant à un échelon de couple à la roue de 800Nm. En effet, le couple moteur maximal ramené à la roue, que peut effectuer la machine électrique au freinage, est de l'ordre de 800Nm. Dès lors le cas d'étude utilisant un freinage maximal a été retenu pour l'optimisation.

On choisit alors un coût tout ou rien, c'est-à-dire que l'on va se donner un delta d'oscillation au-delà duquel le coût sera très grand (par l'ajout d'une constante importante). En dessous de ce delta, on ne change pas la valeur du coût. Ainsi, une optimisation devrait faire converger le correcteur vers une réponse donnant des oscillations d'amplitude du delta choisi.

Critère sur les marges de stabilité : un autre objectif est également d'assurer les marges de stabilité.

Aussi, à partir d'objectifs de marges de gain et de phase désirées à atteindre, un terme de forme exponentielle est ajouté à la fonction de coût :

$$J_{\text{marge}} = e^{(\text{marge_phase}_{\text{min}} - \text{marge_phase})} + e^{(\text{marge_gain}_{\text{min}} - \text{marge_gain})} \quad (5.19)$$

Ce choix peut être justifié qualitativement. En effet la forme exponentielle permet d'assurer une forte augmentation du coût si les marges sont très inférieures au minimum demandé et sa diminution au fur et à mesure que les marges sont grandes devant les marges demandées.

Critère sur le taux de récupération d'énergie au freinage : ce critère est un des enjeux majeurs dans le cadre du véhicule électrique.

L'objectif étant de limiter l'énergie dissipée dans les freins à disque, le critère d'optimisation choisi sera de diminuer l'énergie de la consigne demandée aux freins EMB. Ainsi en minimisant l'énergie dissipée, on maximise l'énergie récupérée. On ajoute donc un terme à la fonction de coût de la forme :

$$J_{\text{recup}} = \eta \int C_{\text{emb}} c_{\text{consigne}} \quad (5.20)$$

Le coefficient multiplicatif η permet de normaliser la fonction de coût afin de ne pas diminuer seulement une des composantes du critère qui prendrait une trop grande valeur devant les autres.

Cependant, pour le correcteur utilisant une action curative simple, on voit qu'il n'y a aucun moyen de filtrer le bruit de mesure. Or un gain élevé en haute fréquence est désastreux lorsque le signal est bruité. Lors du réglage de l'action curative seule, on choisit donc d'ajouter un terme permettant de limiter le gain en haute fréquence de la fonction de transfert curative et ainsi de limiter les problèmes dus à la dérivation d'un signal bruité.

L'optimisation par minimisation de ce critère semble maintenant assez complexe pour être effectuée par les méthodes d'optimisation classique. En effet, la fonction de coût n'a pas d'expression analytique en fonction des paramètres des filtres. En outre, la contrainte de confort est une fonction non analytique des paramètres et sa valeur ne peut être obtenue que par simulation. Une méthode d'optimisation stochastique a été choisie : l'optimisation par essaim particulaire localement convergente (voir chapitre 2). Notons que le principal inconvénient de cette méthode est l'absence de garantie quant à l'optimalité de la solution calculée. On assure seulement d'avoir trouvé un minimum local.

On dispose après optimisation des réglages des correcteurs correspondant à chaque structure.

La Figure 42 présente les différentes réponses temporelles obtenues pour un même objectif de confort, oscillation inférieure à $0,2\text{m/s}^2$. Ces réponses attirent les remarques suivantes :

- L'action préventive simple (en bleu) permet de diminuer l'amplitude des oscillations mais elle n'en réduit que peu le nombre.
- L'action curative simple (en vert) permet de réduire légèrement l'action préventive, ce qui se traduit par une plus grande quantité d'énergie récupérée et présente surtout l'avantage de réduire le nombre des oscillations.
- Enfin la structure avec un modèle interne (en magenta) permet de diminuer fortement l'action préventive, cette structure permet donc de récupérer le maximum d'énergie.

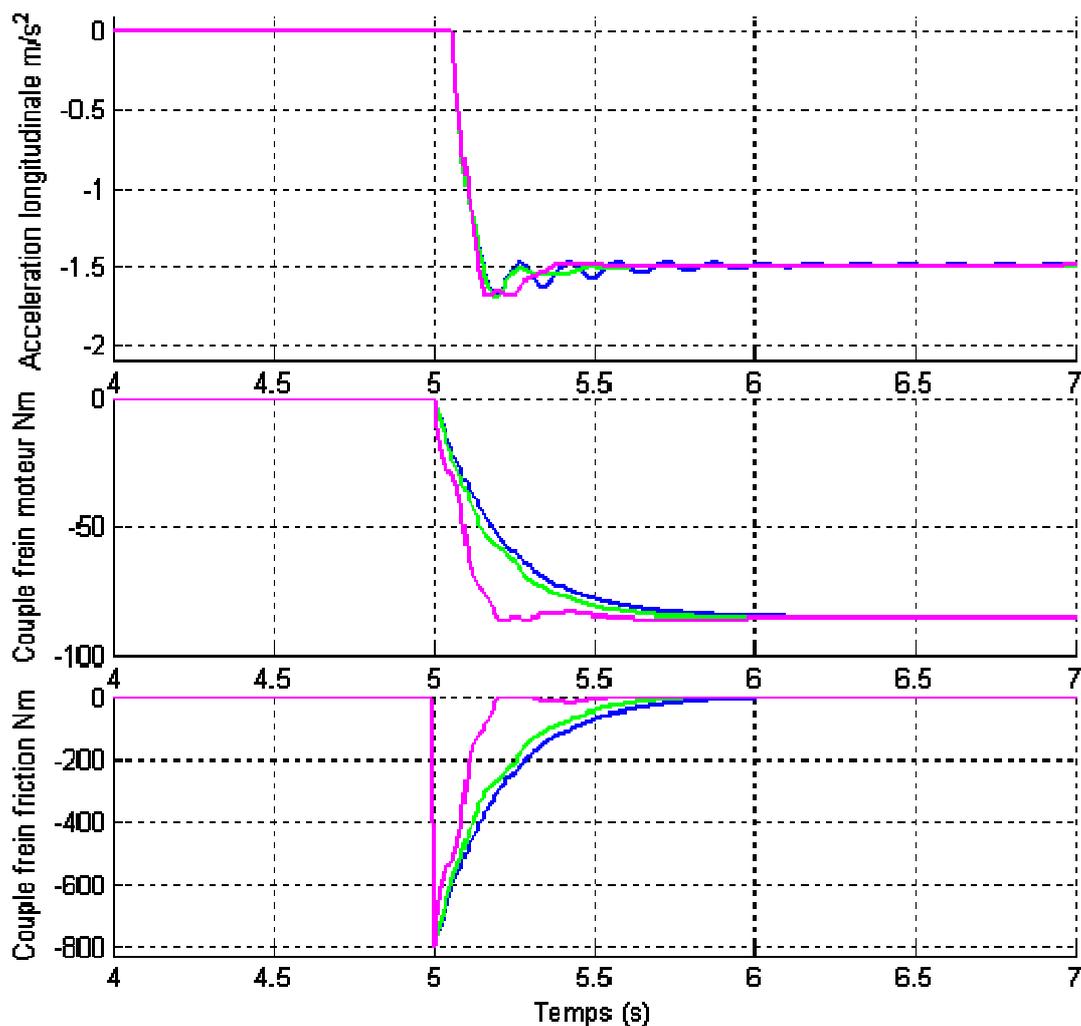


Figure 42 - Réponses temporelles en simulation

Notons que les résultats présentés dans cette figure ont été obtenus pour l'optimisation du critère avec un delta d'oscillation autorisé de $0,2\text{m/s}^2$. En dessous de cette valeur les oscillations ne sont pas ressenties par le conducteur, elle représente en conséquence une limite de confort.

Pour valider l'approche d'optimisation des paramètres, nous avons lancé un grand nombre de fois l'algorithme et avons enregistré la valeur optimale du critère obtenu à chaque optimisation. Les résultats obtenus sont présentés Figure 43.

On constate que la valeur du critère optimisé est toujours du même ordre de grandeur et que la variance est faible par rapport à la moyenne :

- Moyenne : 23,04
- Ecart-type : 7,6

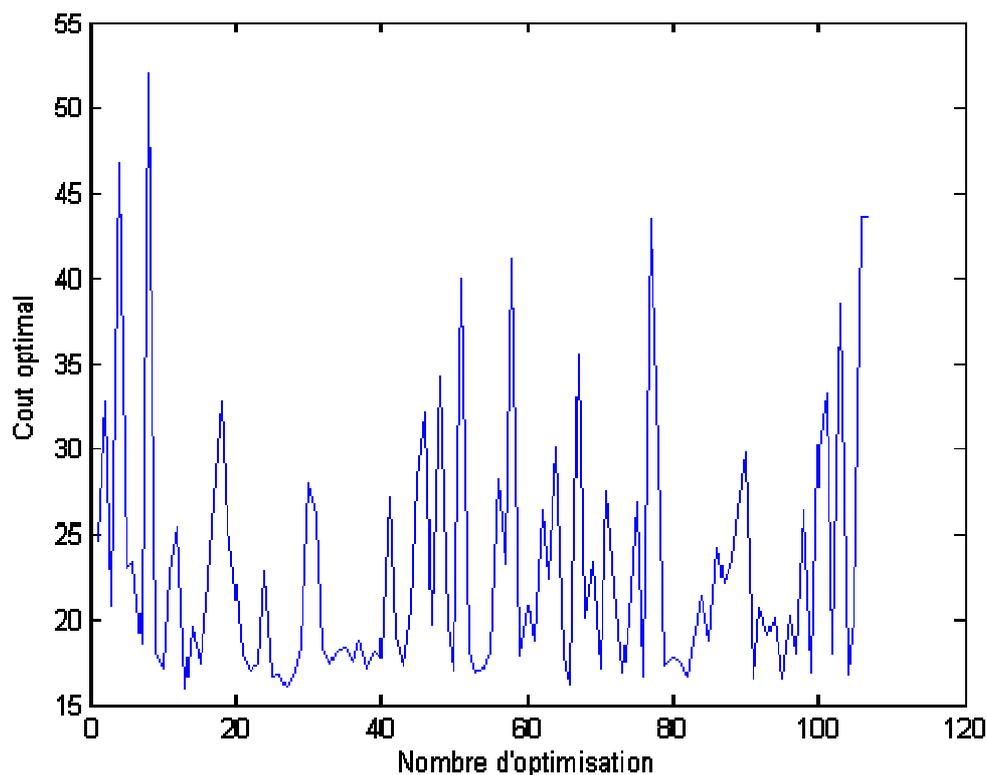


Figure 43 - Validation de l'optimisation PSO

i. Analyse des marges de stabilité

Pour conclure sur les performances des lois de commande, les deux structures bouclées nécessitent encore une analyse de stabilité. En effet, il faut assurer les performances du correcteur même en cas d'erreur transmise ou d'un niveau de bruit trop important. Pour garantir de bonnes performances, on choisit d'analyser les marges de gain et de phase de la boucle ouverte ainsi que la marge de retard. Sur la Figure 44, on peut observer les diagrammes de Nichols en boucle ouverte des deux structures. Rappelons que ces marges étaient présentes dans la fonction d'optimisation donc il est normal qu'elles soient satisfaisantes.

On constate que le gain de la structure avec modèle interne (en vert) est plus élevé que celui de la structure avec une action curative simple (en bleu). Cette augmentation est permise pour deux raisons. La première est que l'action curative du modèle interne est bien soumise aux bruits de mesure qui sont filtrés par le filtre M , on peut donc autoriser un gain plus important en haute fréquence. La seconde est l'absence de retard dans le bouclage par le modèle interne, qui diminue le déphasage en haute fréquence et permet donc d'augmenter le gain sans dégrader considérablement les marges de stabilité.

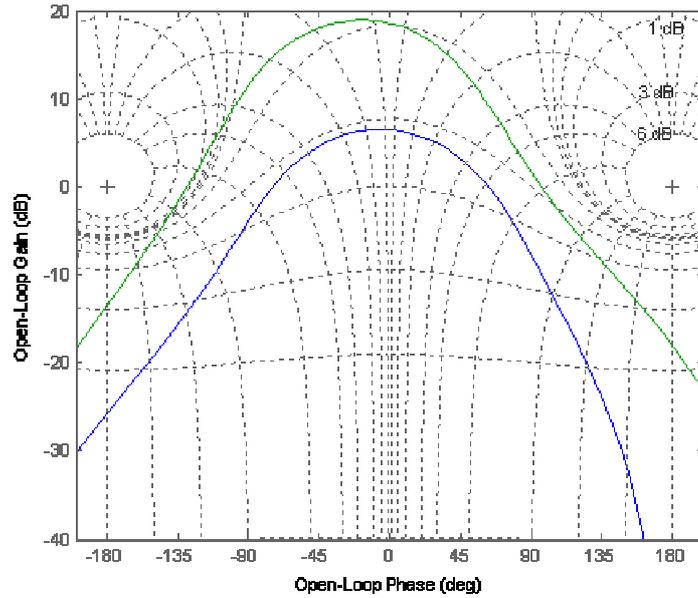


Figure 44 - Diagramme de Nichols de la boucle ouverte corrigée

ii. Analyse de robustesse

Les correcteurs précédents assurent la stabilité du système bouclé au regard des marges obtenues. Cependant, ces correcteurs ont été calculés à partir d'un modèle qui comme tout modèle ne reflète pas exactement la réalité du système. Dans ce paragraphe, nous allons étudier les propriétés de robustesse.

Incertitude et forme LFT de la chaîne de transmission :

Nous allons supposer que la chaîne de transmission n'est soumise qu'à des incertitudes paramétriques sur la raideur et le coefficient d'amortissement. Ces incertitudes proviennent de l'identification de ces coefficients, du vieillissement de l'arbre de transmission et des dispersions de fabrication. Les valeurs réelles de ces paramètres sont mal connues, et elles ont été déterminées par identification à partir d'essais expérimentaux. Il est donc logique que l'on considère une erreur d'identification engendrant une erreur entre le modèle de synthèse et le procédé physique. Le système et le modèle sont régis par l'équation d'état suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{r^2 k}{J_m} & -\frac{r^2 \beta}{J_m} & \frac{rk}{J_m} & \frac{r\beta}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{rk}{J_{eq}} & \frac{r\beta}{J_{eq}} & -\frac{k}{J_{eq}} & -\frac{\beta}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{eq}} & \frac{1}{J_{eq}} & -\frac{MgR_r}{J_{eq}} & \frac{R_r}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m \\ C_{EMB} \\ C_T \\ \sin \alpha \\ F_{xaer} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Chapitre 5.- Récupération d'énergie au freinage

Comme mentionné précédemment, l'identification a porté sur la raideur $k = k_0$ et le coefficient d'amortissement visqueux $\beta = \beta_0$. Le paramètre k est plus facile à identifier car il donne la pulsation des oscillations alors que le paramètre β est plus difficile à évaluer avec précision. On supposera donc une erreur relative plus faible sur k , on admet ainsi une incertitude de 20% sur k et de 40% sur β . Soit :

$$k_s = k_0 + \delta_k k_1 \text{ où } k_0 = 6989 \text{ (N/rad)}, k_1 = 1398 \text{ (N/rad)} \text{ et } \delta_k \in]-1;+1[$$

$$\beta_s = \beta_0 + \delta_\beta \beta_1 \text{ où } \beta_0 = 19,7 \text{ (N.s/rad)}, \beta_1 = 7,88 \text{ (N.s/rad)} \text{ et } \delta_\beta \in]-1;+1[$$

Le système avec les incertitudes paramétrique a pour représentation :

$$\begin{aligned} J_m \ddot{\theta}_m &= -r^2(k_0 + \delta_k k_1) \theta_m - r^2(\beta_0 + \delta_\beta \beta_1) \dot{\theta}_m + r(k_0 + \delta_k k_1) \theta_r + r(\beta_0 + \delta_\beta \beta_1) \dot{\theta}_r + C_m \quad (5.22) \\ J_{eq} \ddot{\theta}_r &= +r(k_0 + \delta_k k_1) \theta_m + r(\beta_0 + \delta_\beta \beta_1) \dot{\theta}_m - (k_0 + \delta_k k_1) \theta_r - (\beta_0 + \delta_\beta \beta_1) \dot{\theta}_r + C_{EMB} \end{aligned}$$

Si l'on pose :

$$z_1 = \frac{-r^2 k_1}{J_m} \theta_m + \frac{r k_1}{J_m} \theta_r \text{ et } v_1 = \delta_k z_1$$

$$z_2 = \frac{-r^2 \beta_1}{J_m} \dot{\theta}_m + \frac{r \beta_1}{J_m} \dot{\theta}_r \text{ et } v_2 = \delta_\beta z_2$$

On obtient les équations :

$$\ddot{\theta}_m = \frac{-r^2 k_0}{J_m} \theta_m - \frac{r^2 \beta_0}{J_m} \dot{\theta}_m + \frac{r k_0}{J_m} \theta_r + \frac{r \beta_0}{J_m} \dot{\theta}_r + \frac{1}{J_m} C_m + v_1 + v_2 \quad (5.23)$$

$$\ddot{\theta}_r = \frac{r k_0}{J_{eq}} \theta_m + \frac{r \beta_0}{J_{eq}} \dot{\theta}_m - \frac{k_0}{J_{eq}} \theta_r - \frac{\beta_0}{J_{eq}} \dot{\theta}_r + \frac{1}{J_{eq}} C_{EMB} - \frac{J_m}{r J_{eq}} v_1 - \frac{J_m}{r J_{eq}} v_2 \quad (5.24)$$

Soit finalement :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{r^2 k_0}{J_m} & -\frac{r^2 \beta_0}{J_m} & \frac{r k_0}{J_m} & \frac{r \beta_0}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{r k_0}{J_{eq}} & \frac{r \beta_0}{J_{eq}} & -\frac{k_0}{J_{eq}} & -\frac{\beta_0}{J_{eq}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{J_m}{r J_{eq}} & -\frac{J_m}{r J_{eq}} & 0 & \frac{1}{J_{eq}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ C_m \\ C_{EMB} \end{pmatrix} \quad (5.25) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dot{\theta}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r^2 k_1}{J_m} & 0 & \frac{r k_1}{J_m} & 0 \\ 0 & -\frac{r^2 \beta_1}{J_m} & 0 & \frac{r \beta_1}{J_m} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_r \\ \dot{\theta}_r \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

La matrice d'incertitude s'écrit :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_k & 0 \\ 0 & \delta_\beta \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

En bouclant le système avec le correcteur précédemment élaboré, on obtient une description LFT comme montré sur la Figure 45 :

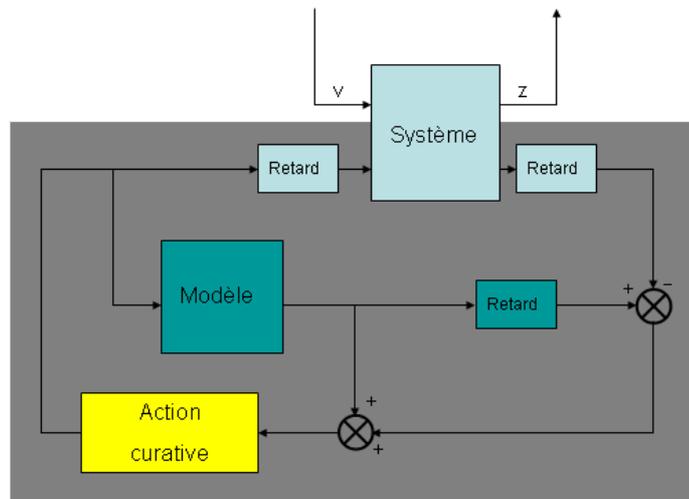


Figure 45 –Forme LFT du système bouclé

Robustesse en stabilité :

Le modèle précédent permet de calculer le transfert entre les v_i et les z_i . Le calcul d'une borne inférieure et d'une borne supérieure de μ_Δ de ce transfert conduit aux courbes de la Figure 46. La borne supérieure présentant un maximum de l'ordre de 0,628, on en déduit que la stabilité est garantie pour tout $\|\Delta\|_\infty$ vérifiant :

$$\|\Delta\|_\infty < 1/0,628 \approx 1,6 \quad (5.28)$$

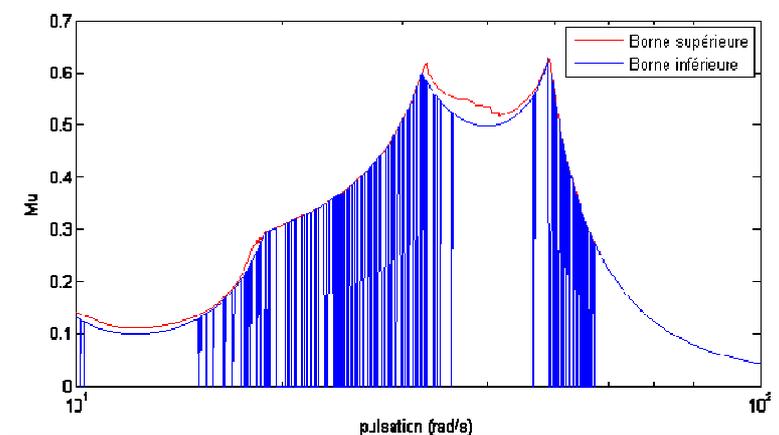


Figure 46 - Mu analyse : robustesse en stabilité

On en déduit le domaine d'incertitude suivant, où le correcteur assure toujours la stabilité :

$$k \in]4753 ; 9225[\text{ (N/rad) et } \beta \in]7,1 ; 32,3[\text{ (N.s/rad)}$$

Robustesse de la marge de module :

Le modèle moyen ayant été optimisé dans le but d'obtenir des marges de gains et de phase les plus importantes possibles, nous allons chercher à garantir une marge de module malgré les incertitudes sur les paramètres. La prise en compte d'une incertitude complexe dans une boucle d'asservissement permet de garantir des marges de stabilité pour la boucle dans laquelle elle est introduite. On modifie donc le schéma de la figure 45 pour obtenir le schéma de la Figure 47 en ajoutant une incertitude complexe et un gain $s = 0,3$. La matrice d'incertitude est maintenant de la forme :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_k & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\beta & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \tag{5.29}$$

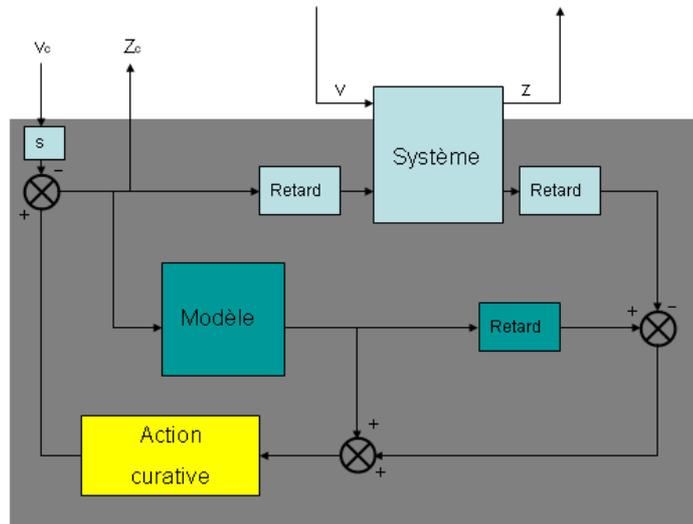


Figure 47 –Schéma LFT pour l'analyse de la marge de module

On obtient les courbes de la Figure 48 :

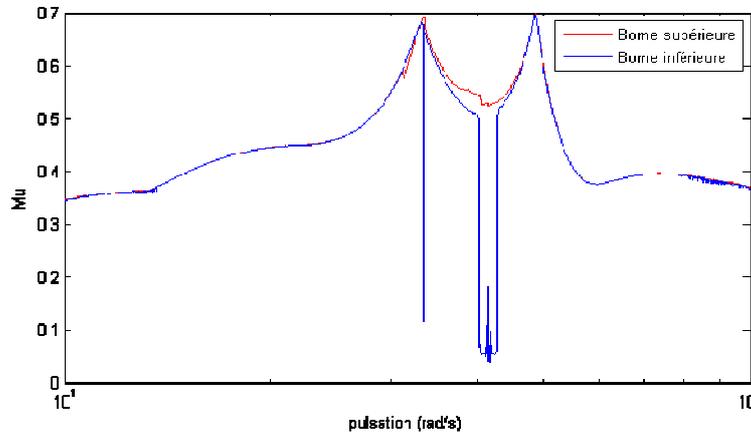


Figure 48 - Mu analyse : robustesse de la marge de module

La borne supérieure présentant un maximum de l'ordre de 0,7, on peut garantir une marge de module au moins égale à $0,3/0,7 = 0,428$, pour tout :

$$\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{0,7} = 1,428 \quad (5.30)$$

Donc pour le domaine d'incertitude suivant :

$$k \in]4992 ; 8985[\text{ (N/rad) et } \beta \in]8,44 ; 30,9[\text{ (N.s/rad)}$$

e. Outil d'aide à la mise au point

Généralement, dans les applications automobiles, la mise au point des lois de commande présentées dans ce chapitre ne sont pas effectuées par des spécialistes en Automatique ni en optimisation. L'utilisation de ces méthodes dans un cadre industriel nécessite en conséquence de développer des outils permettant une utilisation aussi simple que possible.

Au cours de cette phase des travaux de thèse, une interface graphique a été créée avec pour objectif d'aider à la synthèse des différentes parties de la structure de commande. Cette interface est articulée autour de trois fonctionnalités (voir Figure 49).

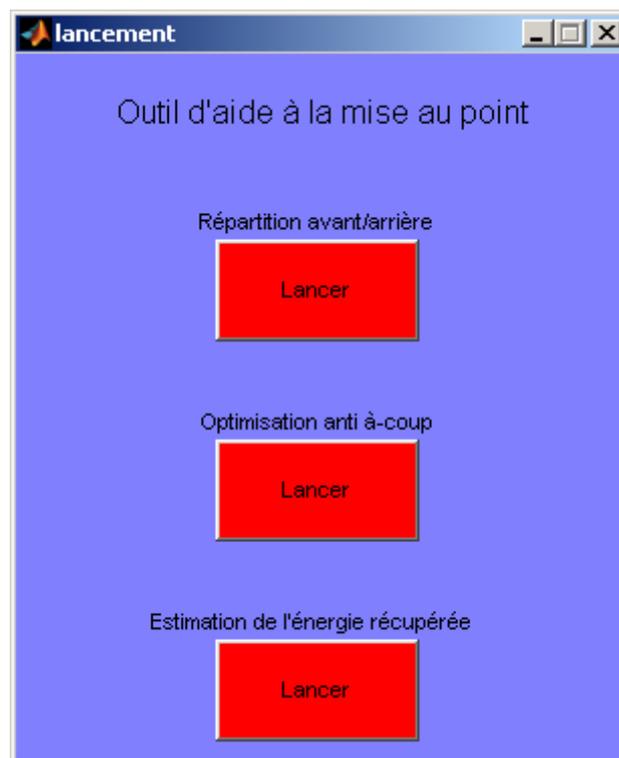


Figure 49 – Fenêtre principale de l'outil de mise au point

Fonction de répartition avant/arrière :

Le choix de la répartition avant/arrière se fait via une interface dont les paramètres sont indiqués Figure 50. Il faut choisir les paramètres du réglage, on peut ensuite comparer les résultats pour différents jeux de paramètres. Lorsque les figures deviennent trop chargées, il est possible de les effacer pour recommencer un nouveau tracé.

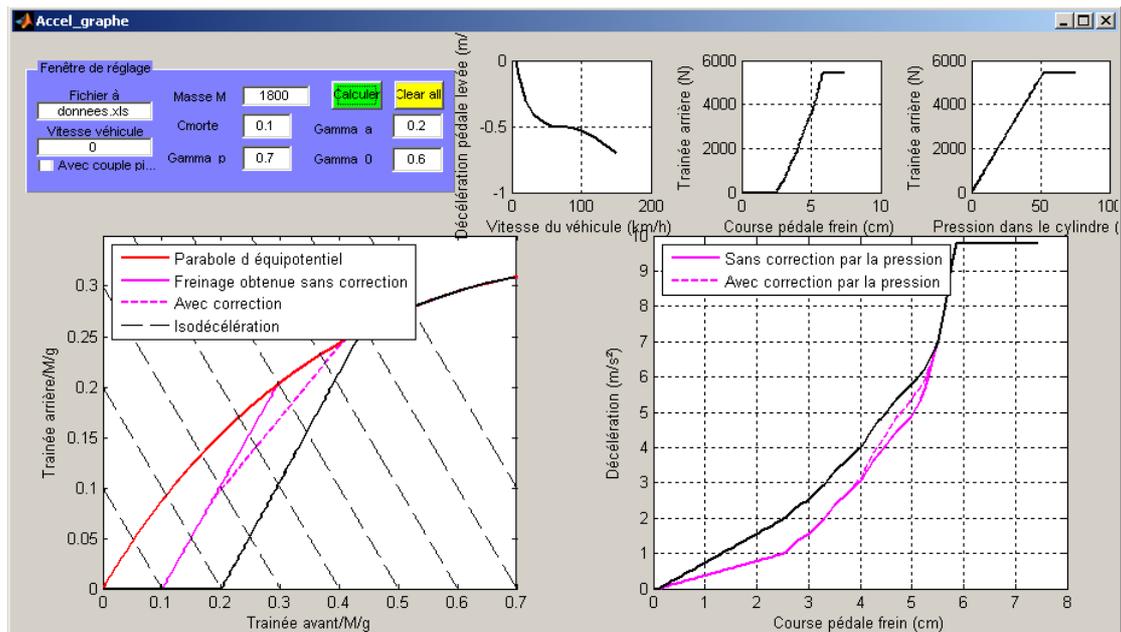


Figure 50 – Réglage de la répartition de freinage

Choix du correcteur anti-à-coup :

Ce choix se fait via l'interface de la Figure 51. Les marges de stabilité ainsi que la robustesse du correcteur choisi peuvent être ensuite visualisées. Les performances affichées concernent aussi bien les résultats temporels (Figure 51) que les marges de stabilité (Figure 52).

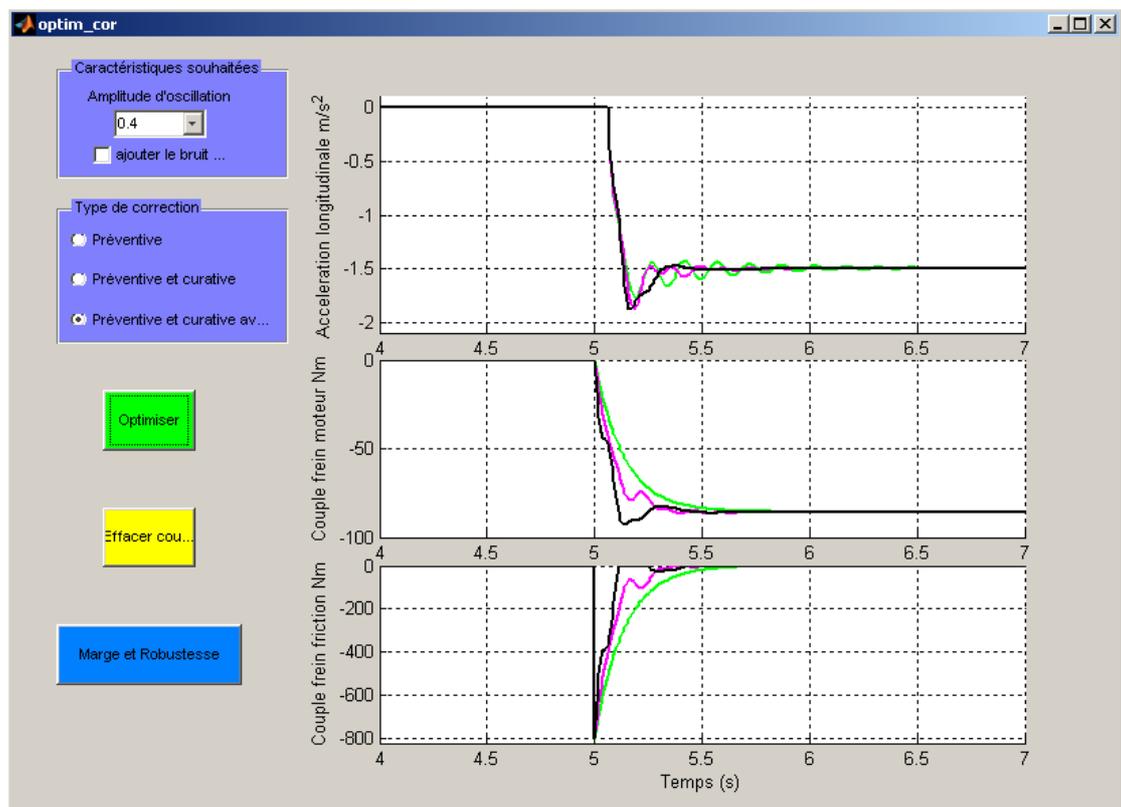


Figure 51 – Fenêtre de réglage de l'anti-à-coups

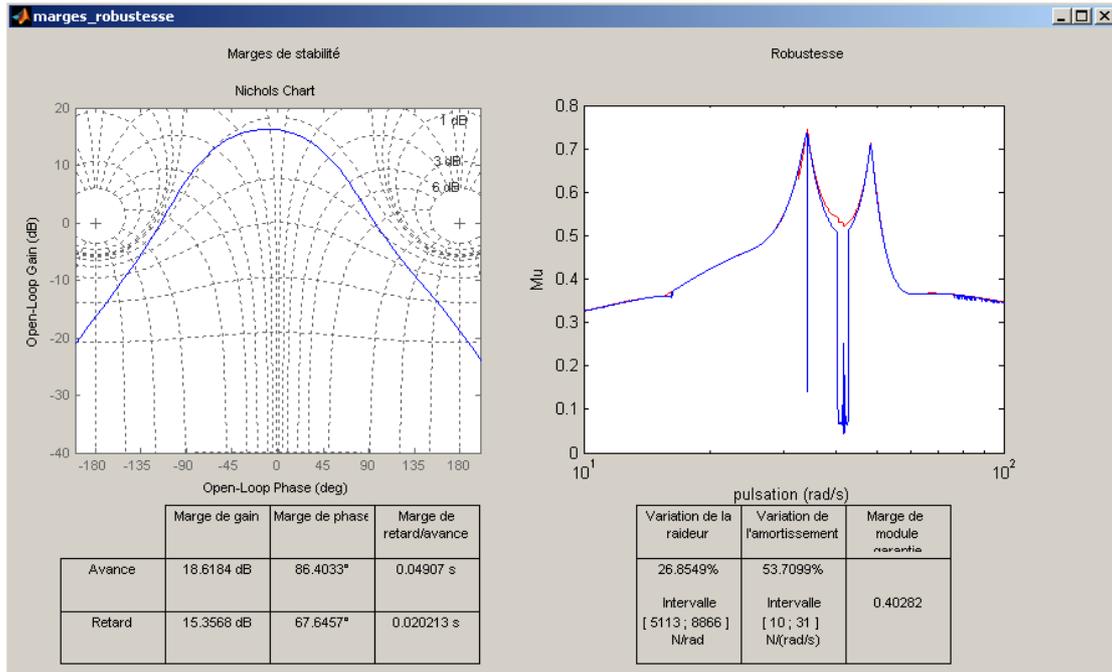


Figure 52 – Détail des marges de stabilité et de robustesse

Estimation du gain en autonomie :

Il est enfin possible d'estimer le gain en autonomie apporté par le système de pédale découplée, pour une sélection de l'utilisation du véhicule et du type de consommation envisagé. Les résultats sont présentés selon la Figure 53.

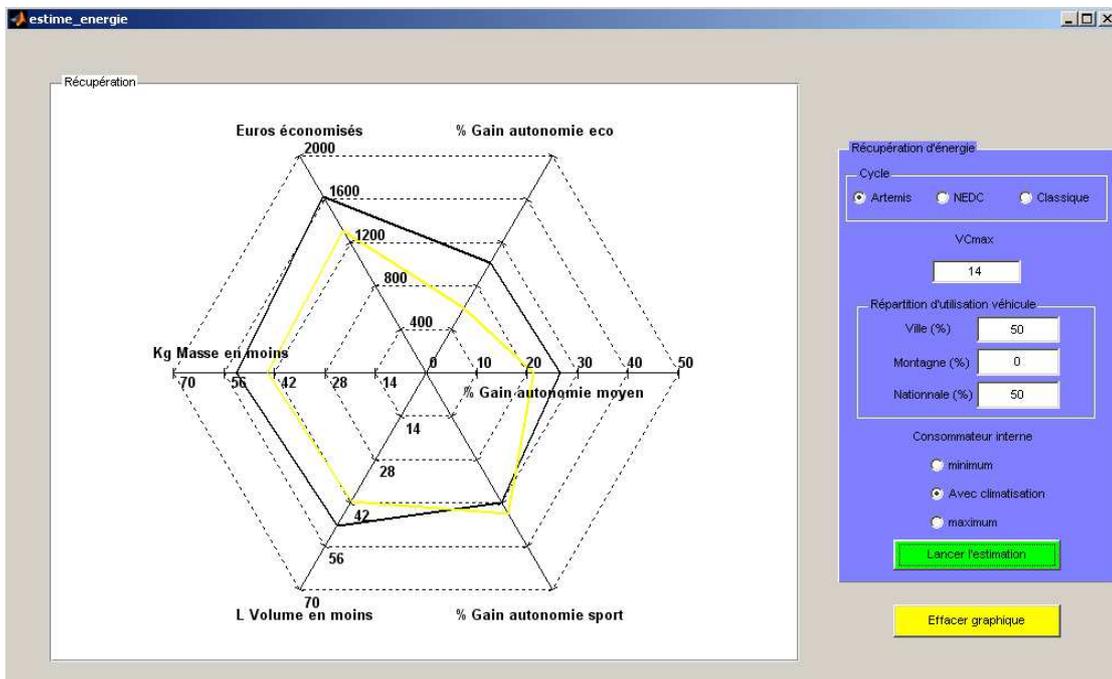


Figure 53 – Fenêtre des gains obtenus avec le réglage choisi

f. Résultats expérimentaux

La structure de commande proposée dans ce chapitre a pu être testée expérimentalement sur un véhicule électrique (Figure 54) de type Fluence électrique. Les moyens d'essai comportent une Micro Auto BoX (MABX) où des schémas Simulink de la stratégie de freinage ont été implantés.



Figure 54 – Fluence 100% électrique

Le scénario d'essai est le même que celui utilisé pour l'identification des paramètres de la chaîne de transmission : un échelon de -800Nm de couple de freinage. La Figure 55 montre les enregistrements de la vitesse longitudinale et des couples réalisés.

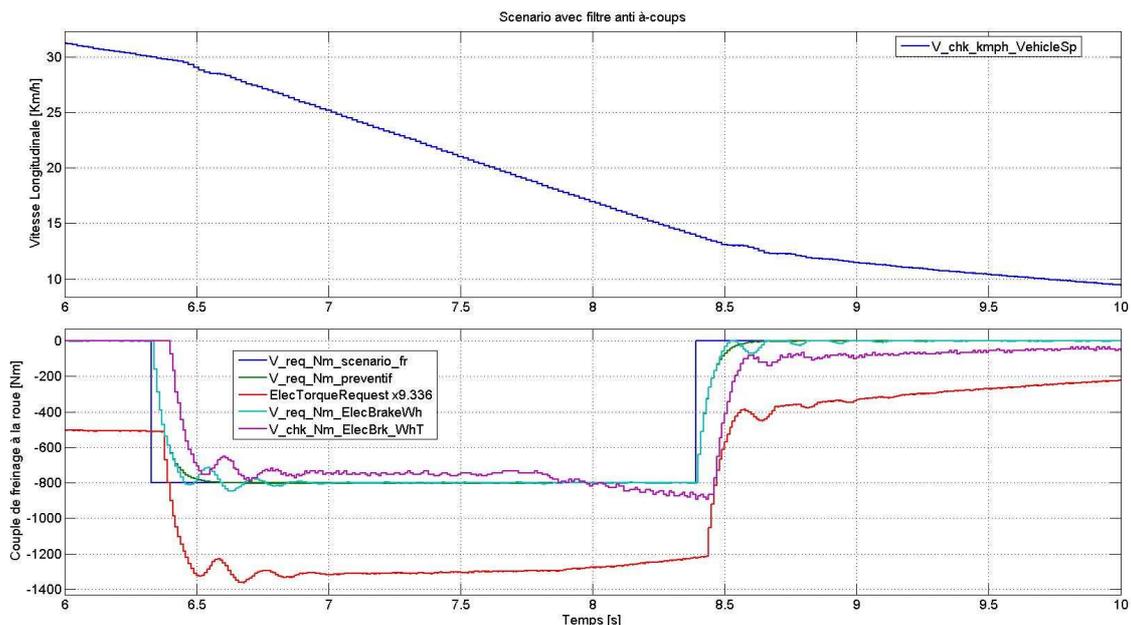


Figure 55 – Résultats expérimentaux : réponse à un échelon de couple freineur

Ces résultats attirent les remarques suivantes :

- Le signal rouge (couple total réalisé par la machine électrique) est décalé par rapport au signal violet (couple freineur réalisé par la machine électrique). La différence s'explique par le frein moteur qui est simulé par la machine électrique. Ce couple est fonction de la vitesse (afin de mieux représenter le couple de frein moteur d'un véhicule thermique).
- On peut observer le retard présent en comparant le début d'application du couple (signal violet) et la demande (signal vert).

On observe que les oscillations de l'accélération du véhicule sont de faible amplitude et sont amorties rapidement (voir Figure 56).

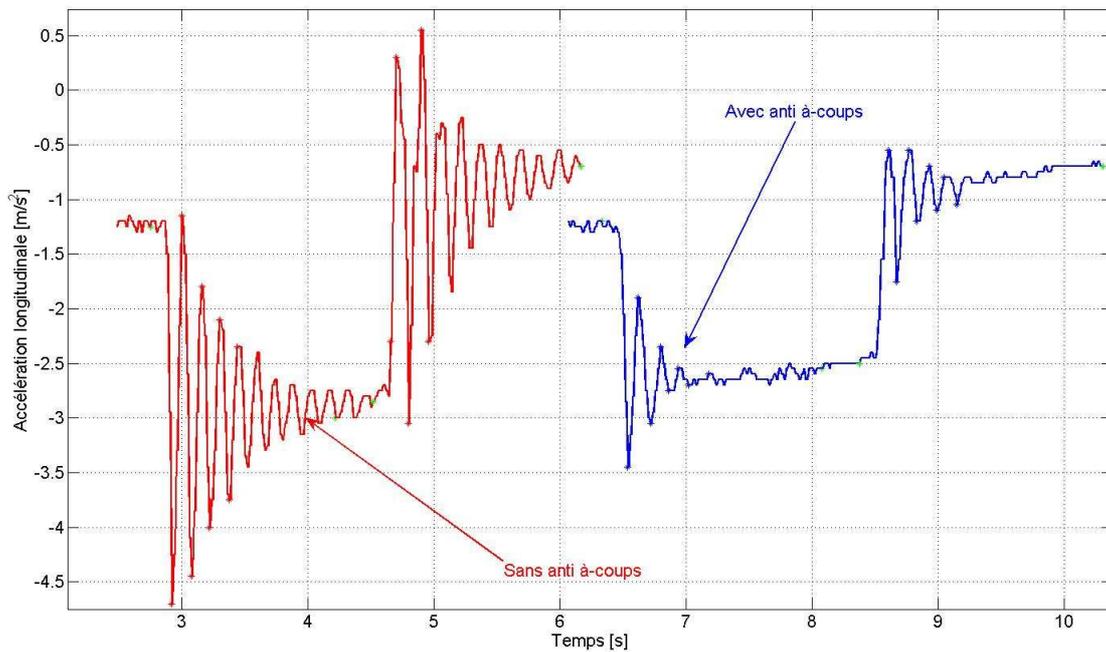


Figure 56 – Accélération longitudinale sans et avec anti à-coups

Une dernière remarque très intéressante est le fait que le système réagit de façon différente selon que l'échelon soit dû à un enfoncement de la pédale de frein ou à un relâchement de la pédale de frein.

L'explication est simple : lorsque la consigne de couple freineur est positive, le seul actionneur que la loi de commande peut solliciter est la machine électrique. Ceci est mis en évidence par la Figure 57, où l'on peut observer l'amplitude des oscillations en fonction du numéro du pic avec et sans filtrage anti à-coups (à gauche en simulation, à droite expérimentalement).

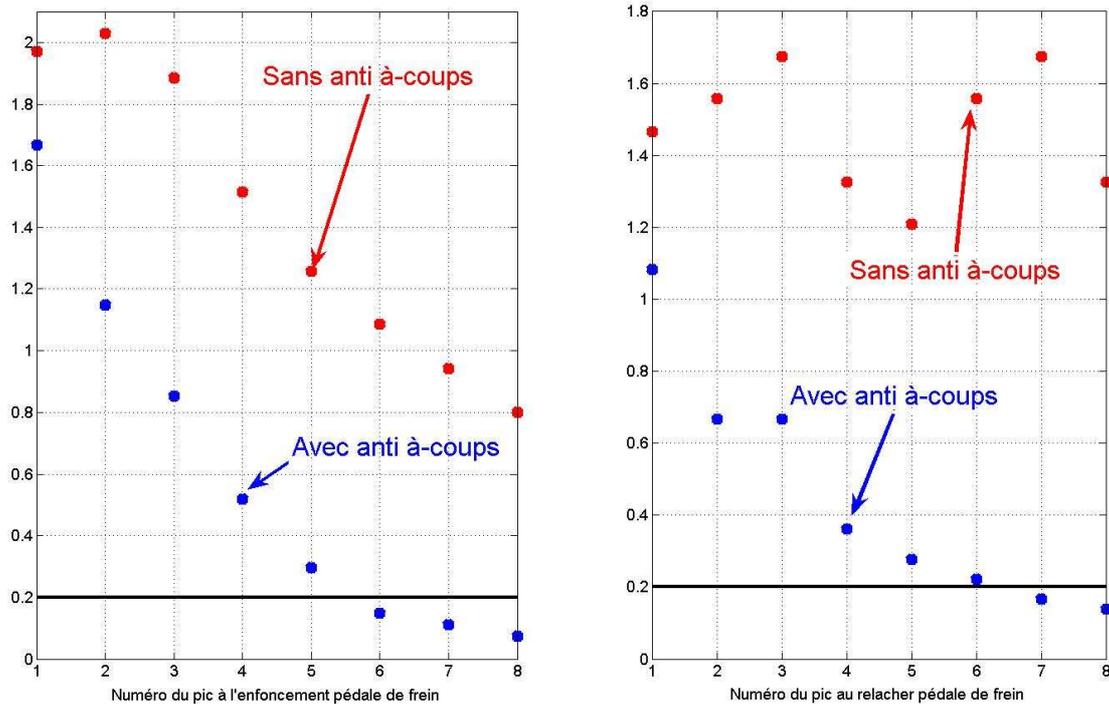


Figure 57 – Amplitude des oscillations avec et sans anti à-coups

D'après les résultats expérimentaux et en simulation ci-dessus, les conclusions suivantes s'imposent :

- La loi de commande proposée pour corriger les effets des à-coups de la chaîne de transmission accomplit son objectif : réduire l'amplitude et la durée des oscillations ressenties par le conducteur.
- La structure de la loi de commande est robuste de par sa structure car elle est issue d'une synthèse optimale de type H_{∞} .
- Elle est optimale pour un ensemble de critères qui prennent en compte des notions de confort et de robustesse.
- Grâce à l'outil d'aide à la mise au point, le choix final des paramètres de la loi de commande sera robuste face au vieillissement de la chaîne de transmission.

REFERENCES :

- [5.1] G. Genta, "Motor Vehicle Dynamics". *World Scientific, Singapore*, 1997.
- [5.2] U. Kiencke, L. Nielsen, "Automotive Control Systems: For Engine, Driveline and Vehicle". *Springer*, 2000.
- [5.3] J.P. Brossard. "Dynamique du véhicule : Modélisation des systèmes complexes". PPUR, Sciences appliquées Insa Lyon, 2006.
- [5.4] K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover, "Robust and Optimal Control". Prentice-Hall, 1996.

CONCLUSIONS

Les travaux effectués lors de cette thèse se sont focalisés sur les applications des méthodes et techniques d'Automatique avancée à des problématiques actuelles de l'automobile.

Les sujets abordés ont porté sur trois axes fondamentaux en s'appuyant sur des techniques d'Automatique avancée telles que la synthèse H_∞ LTI et q-LPV, la linéarisation par retour linéarisant, la retouche de correcteurs de type PI en particulier et l'optimisation des pondérations des filtres fréquentiels nécessaires aux synthèses H_∞ :

- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile. Nous avons proposé une structure de commande reprenant une démarche classiquement mise en œuvre dans le milieu aéronautique ou spatial. Cette architecture est organisée autour de deux boucles : le guidage et le pilotage.
La première boucle, la plus externe, est le guidage. Son but est de générer les consignes de vitesse longitudinale et de lacet en fonction des actions du conducteur et des mesures faites en temps réel sur le véhicule.
La deuxième boucle, la plus interne, s'assure que les consignes sont correctement suivies et les perturbations parfaitement rejetées, dans la limite bien sûr, des caractéristiques physiques du système.

Dans cette application, nos efforts se sont concentrés sur trois axes : la modélisation q-LPV du véhicule 4 roues, la modélisation du différentiel et finalement la conception d'une nouvelle architecture de commande multi boucles.

Dans le cadre de la modélisation dynamique du différentiel, nous avons décrit de façon détaillée les différentes hypothèses et raisonnements nécessaires pour aboutir au modèle proposé en partant des équations de la dynamique des différents éléments du pont. Ce niveau de détail développé au chapitre III constitue une des originalités du travail, dès lors que la littérature fournit essentiellement des modélisations beaucoup moins complexes. Ces modèles ont de surcroît été validés avec succès, avec des résultats de simulation comparés aux mesures réalisées sur véhicule.

Dans le cadre de la modélisation q-LPV du véhicule à 4 roues, nous avons proposé une représentation qui a la particularité d'être bien adaptée aux problématiques de commande de la dynamique latérale. Un effort particulier a été prêté à sélectionner des grandeurs de commande qui conservent un sens physique, avec l'objectif à moyen terme de rendre le modèle facilement transposable à d'autres architectures de traction/propulsion du véhicule.

Enfin, pour ce qui concerne l'architecture de commande multi boucles, différentes lois de commande ont été proposées permettant de contrôler et découpler le suivi des consignes de vitesse longitudinale et vitesse de lacet, modifier la dynamique angulaire du véhicule, améliorer la stabilité du véhicule.

Parmi les différentes structures envisagées, la loi de commande de type quasi-LPV H_∞ s'est avérée celle permettant de réaliser le meilleur compromis entre la complexité et la performance, tout en possédant de bonnes propriétés de robustesse. Il a été montré en particulier que ce correcteur générait des réponses temporelles satisfaisantes, tout

en conservant une complexité acceptable et une structure telle que son implantation sur un calculateur embarqué dans un véhicule automobile est tout à fait envisageable.

- Contrôle de la chaîne d'air d'un moteur essence, turbocompressé. Nous avons proposé une formulation novatrice de type q-LPV du modèle du moteur. Cette formulation d'un nouveau modèle de commande nous a permis de synthétiser des correcteurs évolués à paramètres variables qui s'adaptent automatiquement au point de fonctionnement.

La première contribution dans ce chapitre s'est focalisée sur la mise sous forme q-LPV du modèle de moteur à combustion interne essence turbocompressé. Comme dans le chapitre III, nous avons prêté un effort particulier à sélectionner des grandeurs de commande ayant un sens physique fort.

La deuxième contribution a consisté à proposer des filtres de pondération H_∞ ayant des paramètres variables pour permettre de satisfaire certaines contraintes du système lors de la synthèse de la loi de commande. La contrepartie de cette méthode a été l'augmentation de la complexité du correcteur ainsi obtenu, car le nombre de sommets du polytope est multiplié par deux à chaque nouveau paramètre variable. L'ensemble reste malgré tout d'une complexité acceptable pour l'application envisagée car le modèle de commande initial ne possède que deux paramètres variables.

La dernière contribution dans ce chapitre est l'utilisation innovante d'algorithmes d'optimisation métaheuristique permettant d'effectuer le choix des filtres de pondération intervenant au sein de la synthèse q-LPV H_∞ .

Cet ensemble possède ainsi les avantages de la commande robuste car provenant d'une synthèse H_∞ , mais n'en subit pas le désavantage lié à une mise au point souvent délicate des filtres de pondération. Dès lors, l'utilisation d'algorithmes d'optimisation métaheuristique à réglage standard présente l'avantage de ne pas remplacer un problème de réglage des filtres de pondération par un problème de réglage des paramètres de l'algorithme d'optimisation.

Tout cet ensemble a été validé avec succès pour la problématique envisagée liée au contrôle de la chaîne d'air du moteur essence turbocompressé.

- Contrôle du freinage d'un véhicule électrique. Dans ce chapitre, nous avons précisé la motivation et l'intérêt des véhicules électriques, puis étudié le gain d'autonomie potentiellement accessible par la mise en œuvre d'une récupération d'énergie au freinage. Finalement, des solutions permettant de réduire les oscillations induites dans la chaîne de traction par des demandes de couple freineur à la machine électrique ont été développées.

Dans le cadre du chapitre V, nous nous sommes attachés à proposer des solutions à des problématiques relativement nouvelles, ce qui explique en particulier les quatre brevets issus des travaux de thèse essentiellement liés à des sujets traités dans ce chapitre.

La première des contributions aux problématiques du véhicule électrique a été l'estimation des gains d'autonomie (sous les hypothèses décrites dans le chapitre) introduits par un système de pédale de frein découplée. Nous avons introduit la notion

d'énergie virtuelle, réalisé une analyse statistique des comportements des conducteurs ainsi qu'une modélisation énergétique poussée des pertes dans les différents composants du véhicule (incluant la batterie Li-ion haute tension).

La deuxième contribution a porté sur la résolution du problème des à-coups de la chaîne de transmission. Dans un premier temps, nous avons réalisé une synthèse de loi de commande de type H_∞ , ayant permis de justifier la structure du correcteur recherché. Une deuxième étape a consisté en la synthèse de la loi de commande proprement dite, intégrant les contraintes sécuritaires nécessaires au système de freinage, pour aboutir au final à une loi de commande évoluée performante et donnant tous les gages de sécurité au véhicule.

La troisième contribution a été le développement d'algorithmes d'optimisation rendant accessible la loi de commande aux metteurs au point qui ne possèdent pas nécessairement des compétences d'automatique avancée. Un effort particulier a été prêté à obtenir une mise au point la plus facile possible en imposant par exemple des paramètres de réglage ayant un sens physique. De plus, les critères à optimiser prennent en compte le bilan énergétique du réglage (en se basant sur la première des contributions de ce chapitre) et permettent, à l'utilisateur de l'outil, de comprendre visuellement, et très simplement, l'impact de son réglage sur l'autonomie du véhicule.

La dernière des contributions a été l'étude de robustesse nécessaire compte tenu de la dispersion, et du vieillissement, des composants de la chaîne de transmission. En particulier, le mode de flexion que nous essayons d'amortir évolue pendant la vie du véhicule, sa fréquence diminuant au fur et à mesure que les matériaux vieillissent. En se basant sur des techniques de μ -analyse, nous avons étudié les limites de variation de la raideur et de l'amortissement naturel de la chaîne de transmission permettant d'assurer les propriétés de robustesse et de stabilité requises.

Tout au long de cette thèse, un effort particulier a été prêté à rendre accessibles les méthodes de commande avancée, en particulier les méthodes de commande robuste de type H_∞ , afin de fournir une utilisation simple et compréhensible et de profiter de leurs avantages dans le cadre d'un contexte industriel.

Dans toutes les applications, nous avons élaboré plusieurs solutions avec des compromis performance/complexité différents. Une attention particulière a toujours été prêté à l'applicabilité des solutions proposées. Les résultats obtenus pour chacune des problématiques abordées ont montré l'intérêt d'appréhender des techniques d'automatique et d'optimisation avancées ainsi que les problématiques de commande dans les véhicules d'aujourd'hui et de demain.

PERSPECTIVES

Le but de ce paragraphe est de définir parmi les voies de recherche ouvertes par cette thèse les chemins les plus appropriés dans un but d'amélioration des performances des lois de commande.

La première voie ouverte est celle introduite dans le chapitre de contrôle de la trajectoire.

Il sera tout d'abord nécessaire d'aller jusqu'au bout de la démarche mise en œuvre dans ces travaux en implantant la loi de commande sur un véhicule équipé de quatre moteurs-roues ou d'un différentiel piloté. Le résultat doit viser :

- un gain en motricité et une stabilité en virage accru.
- une maîtrise des interactions avec le pilote. Si les boucles de commande sont trop lentes, il se pourrait en effet que le conducteur ressente une perte de maîtrise de son véhicule.

Une étude complémentaire consistera à parfaire le modèle mis au point en y incluant un modèle du conducteur obtenu en se servant de données statistiques par exemple.

La deuxième voie concerne la commande de moteurs à combustion interne. Il sera important d'implanter sur ce type de moteur une loi de commande à paramètres variables et d'y apporter les outils de réglage appropriés afin d'optimiser les performances.

Une idée consiste à envisager la piste des méthodes d'optimisation métaheuristiques dont l'intérêt a été illustré au chapitre V. Dans cette direction, il sera important dans un cadre industriel de réfléchir au développement d'outils d'aide au réglage/optimisation pour des metteurs au point non spécialistes du domaine.

En ce qui concerne l'application sur le véhicule électrique, plusieurs voies sont ouvertes :

- Les premiers résultats expérimentaux concernant les gains d'autonomie sont prometteurs. Il reste encore à valider les structures dans tous les cas de fonctionnement et en particulier lors des phases comportant des régimes transitoires importants.
- Une deuxième idée consiste à reprendre le problème d'optimisation mis en œuvre au chapitre V en ayant une vision globale du système incluant par exemple le dimensionnement de la chaîne de transmission.
- Une troisième action est d'élaborer des correcteurs par des méthodes H_∞ permettant d'envisager une synthèse multivariable ne présupposant aucune structure particulière.
- En ce qui concerne la présence des retards dans la chaîne d'information, on pourra envisager à défaut de les supprimer totalement, de les estimer en vue de leur prise en compte dans les lois de commande. Une conséquence serait d'obtenir des résultats moins conservatifs.

Comme perspectives générales de l'application de méthodes de commande avancées dans le domaine automobile, le futur est très prometteur car d'un côté les véhicules possèdent de plus en plus de calculateurs embarqués et de l'autre des nouvelles fonctionnalités sont attendues par les clients. Les perspectives pour des techniques de commande avancées, en particulier de commandes prédictive et optimale, sont particulièrement prometteuses en raison des nouvelles informations accessibles telles que la position obtenue grâce au système GPS par exemple.

RESUME :

Les travaux effectués lors de cette thèse se focalisent sur les applications des méthodes et techniques d'Automatique avancée à des problématiques actuelles de l'automobile. Les sujets abordés portent sur trois axes fondamentaux en s'appuyant sur des techniques telles que la synthèse H_∞ LTI et q-LPV, la linéarisation par retour dynamique, la retouche de correcteurs de type PI en particulier et l'optimisation des pondérations des filtres nécessaires aux synthèses H_∞ :

- Contrôle de la trajectoire d'un véhicule automobile. La structure de commande proposée reprend une démarche classiquement mise en œuvre dans le milieu aéronautique ou spatial. Cette architecture est organisée autour de deux boucles. La première boucle, la plus externe, est celle liée au guidage. Son but est de générer les consignes de vitesse longitudinale et de lacet en fonction des actions du conducteur et des mesures faites en temps réel sur le véhicule. La deuxième boucle, la plus interne et liée au pilotage, s'assure que les consignes sont correctement suivies et les perturbations parfaitement rejetées, dans la limite bien sûr, des caractéristiques physiques du système.
- Contrôle de la chaîne d'air d'un moteur essence, turbocompressé. Une formulation novatrice de type q-LPV du modèle du moteur est proposée. Cette formulation d'un nouveau modèle de commande permet de synthétiser des correcteurs évolués à paramètres variables qui s'adaptent automatiquement au point de fonctionnement.
- Contrôle du freinage d'un véhicule électrique. Utiliser la machine électrique pour récupérer de l'énergie au freinage est une solution technique qui permet d'augmenter l'efficacité globale des véhicules électriques. Cependant, une loi de commande mal adaptée peut engendrer des oscillations dans la chaîne de transmission, ressenties par le client dans l'habitacle. Plusieurs lois de commande sont développées pour répondre à cette problématique, permettant de résoudre le problème des à-coups de la chaîne de transmission. Une étude par mu-analyse est menée afin d'assurer la robustesse au vieillissement des différents composants de la chaîne de transmission.

Tout au long de cette thèse, un effort particulier est prêté à rendre accessibles les méthodes de commande avancée, en particulier les méthodes de commande robuste de type H_∞ , afin de fournir une utilisation simple et de profiter de leurs avantages dans le cadre d'un contexte industriel. Dans toutes les applications, plusieurs solutions sont élaborées avec des compromis performance/complexité différents. Une attention particulière est toujours prêtée à l'applicabilité des solutions proposées. Les résultats obtenus pour chacune des problématiques abordées montrent l'intérêt d'appréhender des techniques d'automatique et d'optimisation avancées ainsi que les problématiques de commande dans les véhicules d'aujourd'hui et de demain.

Mots-clés : LMI, Hinfini, q-LPV, automobile, commande robuste, anti à-coups.

SUMMARY:

This PhD work focus on the application of advanced control techniques to today's automotive challenges such as the electrical vehicle. The advanced control techniques applied lie on four fundamental theoretical fields: LTI H_∞ synthesis, q-LPV H_∞ synthesis, linearization feedback and metaheuristic optimization applied to control law synthesis and controller refinement. Three different problems are successively addressed:

- Vehicle's trajectory control. A novel control structure has been designed by reinterpretation of a classic aeronautic control scheme known as GNC (Guidance, Navigation and Control). The proposed controller is composed of two closed loops: the inner loop, named control, which ensures that, as far as physics allow it, the references demanded by the outer loop are fulfilled; and the outer loop that takes into account the driver's wish and external measurements to build suitable speed references. Several controllers are detailed and their performances compared.
- Internal combustion engine control. A new control scheme of turbocharged internal combustion engine is detailed. Based on a novel q-LPV formulation of the engine model, a self-scheduling controller is derived using PSO optimization algorithm to tune the synthesis parameters. Therefore, non-control specialists are able to tune the controller by simply choosing the optimization criteria.
- Electrical vehicle braking control. Using the electrical machine to recover kinetic energy while braking is a smart way to increase overall transportation efficiency. However, unsuited braking controllers can significantly reduce comfort by generating longitudinal oscillations. Several solutions to this problem are proposed and compared. Each controller has its inherent energy recovery performance, and each controller has a different implementation complexity. Finally, a robustness analysis is performed to ensure that transmission shafts becoming old will not lead to closed loop instability.

Throughout this PhD thesis, a special effort is carried out to address the purpose of making advanced control techniques available and affordable for an industrial application use. In all three different problems, several controllers each offering a different complexity versus performance ratio are synthesized and described in detail. Results show the interest and adequacy of advanced control techniques in order to overcome the challenges facing the automotive industry today.

Keywords: LMI, Hinfinity, q-LPV, automotive, robust control, jerk control.