

Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Discipline ou spécialité :

Systèmes Automatiques

Présentée et soutenue par :

Nassim BELKHERCHI

le : 05 avril 2011

Titre :

Contribution à l'étude du diagnostic et de la commande tolérante aux fautes
par l'approche structurelle – application aux procédés biologiques

Ecole doctorale :

Systèmes (EDSYS)

Unité de recherche :

LAAS-DISCO

Directeur(s) de Thèse :

Ali BELMEHDI et Boutaib DAHHOU

Rapporteurs :

Monique Polit

José Ragot

Autre(s) membre(s) du jury

Gilles ROUX

Mohammed M'ISSAD

Zetao LI (invité)

Remerciements

Ma thèse a été réalisée au Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes du Centre National de la Recherche Scientifique (LAAS-CNRS) dans le groupe Diagnostic, Supervision et Conduite qualitatifs (DISCO). Je tiens tout d'abord à remercier Messieurs Raja CHATILA et Jean-Louis SANCHEZ, respectivement ancien et actuel Directeurs du LAAS pour m'avoir accueilli au LAAS. Je tiens également à remercier Madame Louise TRAVE-MASSUYES, responsable du groupe DISCO, pour m'avoir accueilli au sein du groupe.

Mes remerciements chaleureux à mes deux directeurs, Ali BELMEHDI et Boutaib DAHHOU, pour leur soutien, leur aide, les réponses à mes diverses questions.

J'aimerais également remercier l'ensemble des personnes qui ont participé au jury de cette thèse et qui m'ont fait, j'en suis persuadé, des retours intéressants et une vision peut être différente de mes travaux et de leurs implications :

- Monsieur José RAGOT, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine - Nancy et madame Monique POLIT, Professeur à l'Université de Perpignan pour avoir accepté de rapporter mes travaux et de leurs précieuses et judicieuses remarques qui ont été pour moi d'une grande aide et valeur.

- Messieurs Mohammed M'SSAD, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Caen et Zetao LI, Professeur à l'université Guizhou de Chine pour avoir participé à mon jury en tant qu'examineurs et pour avoir participé à mon jury en tant qu'examineurs.

- Monsieur Gil ROUX, professeur à l'université de Toulouse (UPS) d'avoir accepté d'y assister et être président de ce jury.

Mes remerciements s'adressent aussi à ma tante Sadika, son mari Ourdi, Sakina, Rachid, Ania, Wahib, Nassim, Zoulikha et Léna pour leur aide durant mon séjour à Toulouse.

Finalement il y a un grand nombre de personnes qui malgré la distance m'ont apporté un soutien émotionnel très fort. D'abord **ma famille** qui pendant toute ma vie a été à mes côtés pour m'encourager à atteindre mes objectifs académiques et personnels. Ma reconnaissance va aussi à mes amis.

A mes parents

A mes frères

A Ania et Léna

Table des matières

Introduction générale	1
 Chapitre I : Diagnostic et commande tolérante aux fautes : état de l’art et généralités	
I.1.Introduction.....	5
I.2. Classification de défauts.....	5
I.2.1. Défauts actionneurs.....	5
I.2.2. Défauts capteurs.....	5
I.2.3. Défauts sur le système.....	6
I.3. Méthodes de diagnostic.....	6
I.3.1. Méthodes sans modèle.....	6
I.3.1.1. Détection par outils statistiques.....	7
I.3.1.2. Diagnostic par reconnaissance de formes.....	8
I.3.2. Méthodes avec modèle.....	9
I.3.2.1 Approche FDI.....	9
I.3.2.2 Approche DX.....	15
I.3.2.3. Approche bridge entre FDI et DX.....	16
I.4. Classification des méthodes de la commande tolérante aux fautes.....	17
I.4.1. Approche passive.....	18
I.4.2. Approche active.....	18
I.5. Conclusion.....	24
 Chapitre II : Quelques aspects de l’analyse structurelle	
II.1 Introduction.....	25
II.2 Modélisation structurelle par un graphe biparti.....	26
II.2.1. Exemple illustratif.....	26
II.2.2. Modélisation des variables dynamiques et des dérivées.....	27
II.2.3. Prise en compte des défaillances.....	29

II.3. Outils de l'analyse structurelle utilisés pour le diagnostic et la reconfiguration	32
II.3.1. Calculabilité	32
II.3.2. Couplage dans un graphe	33
II.3.3. Décomposition canonique	35
II.3.4. Génération de résidus.....	36
II.3.5. Ensemble minimal structurellement singulier (MSS).....	39
II.3.6. Ensemble minimal structurellement sur déterminé (MSO)	40
II.3.7. Tables de signature et d'isolabilité de défauts	41
II.4 Conclusion	42

Chapitre III : Algorithme de diagnostic de défauts et placement de capteurs par l'approche structurelle

III.1. Introduction	44
III.2 Algorithme général de diagnostic de défauts par l'approche structurelle	44
III.3. Algorithmes de recherche des ensembles MSO	46
III.3.1. Algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits.....	46
III.3.2. Algorithme basé sur la structure minimale des ARR	47
III.3.3. Algorithme de combinaison des bases MSO	48
III.3.4. Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux.....	49
III.5. Comparaison entre les algorithmes.....	50
III.6. Placement de capteurs par la méthode basée sur la décomposition de Dulmage-Mendelshon	55
III.6.1. Placement de capteurs : étude de la détectabilité	56
III.6.2. Placement de capteurs : étude de l'isolabilité.....	59
III.7. Exemples explicatifs de l'algorithme général de diagnostic de défauts.....	62
III.7.1. Exemple 1	62
III.7.2.. Exemple 2	64
III.8. Conclusion.....	67

Chapitre IV : Reconfiguration structurelle

IV.1. Introduction	68
IV.2. Rappel du problème de la commande standard.....	68
IV.3. Problème de la commande tolérante aux fautes	69

IV.4. Algorithme de la reconfiguration structurelle	71
VI.5. Observabilité et Commandabilité structurelles par graphe biparti.....	73
VI.5.1. Observabilité structurelle	73
VI.5.2. Commandabilité structurelle	77
VI.6 Exemple illustratif de l'algorithme de la reconfiguration structurelle	81
VI.7 Conclusion.....	84

Chapitre V : Diagnostic structurel d'un procédé de traitement des eaux usées

V.1. Introduction	85
V.2. Description du procédé de traitement des eaux usées	85
V.2.1. Etapes de traitement des eaux usées dans une station d'épuration.....	85
V.2.2. Modèle du procédé du traitement des eaux usées par boues actives	87
V.2.2.1. Variables d'états du modèle	87
V.2.2.2. Dynamique du procédé.....	88
V.3. Application de l'algorithme de détection et d'isolation sur le modèle.....	93
V.3.1. Construction du modèle structurel.....	93
V.3.2. Recherche des ensembles MSO minimaux	95
V.3.2.1 Décomposition de Dulmage Mendelsohn.....	95
V.3.2.2 Détermination Des variables inconnues	95
V.3.2.3. Fonctions de résidus	97
V.3.2.4. Matrice de sensibilité de défauts.....	106
V.3.2.5. Matrice d'incidence de défauts.....	106
V.3.2.6. Amélioration de l'isolabilité.....	107
V.3. Conclusion	115

Chapitre VI : Reconfiguration structurelle d'un procédé de traitement des eaux usées

VI.1. Introduction	117
VI.2. Linéarisation du modèle du procédé de traitement des eaux usées.....	117
VI.3. Etude de l'observabilité et de la commandabilité structurelle sur un modèle sein .	119
VI.4. Etude de la reconfiguration structurelle en présence de fautes	125
VI.4.1. Scénario de fautes choisi	125
VI.4.2. Cas où les fautes f1 et f2 sont considérées	126
VI.4.3. Cas où les fautes f3 et f4 sont considérées	130

VI.4.4. Cas où les fautes f1, f2, f3 et f4 sont considérées	134
VI.4.5. Récapitulatif	139
VI.5. Conclusion.....	140
Conclusion générale.....	141

Bibliographie

Annexes

Liste des figures

Figure I.1 : Schéma général de détection des fautes	11
Figure I.2 : Schéma générale des générateurs de résidus	11
Figure I.3 : Génération des résidus à base d'observateurs	13
Figure I.4 : Principe de l'approche par estimation de paramètres.....	14
Figure I.5 : Diagnostic à base de modèle	16
Figure I.6 : Classification des approches FTC	18
Figure I.7 : Principe général d'un système de commande adaptative.....	21
Figure II.1 : Graphe biparti du système II.1	27
Figure II.2 : Graphe biparti du système élargi par l'ajout de e_3	28
Figure II.3 : Graphe biparti du système élargi par l'ajout de la dérivée de e_2	28
Figure II.4 : Graphe biparti du système statique résultant	29
Figure II.5 : Graphe biparti du système II.2.....	33
Figure II.6 : Graphe orienté générant r	39
Figure III.1 : Organigramme du FDI	45
Figure III.2 : Schéma de l'exemple d'un seul.....	50
Figure III.3 : DM décomposition de la matrice d'adjacence associée au système III.2 ...	56
Figure III.4 : Diagramme de Hasse du système III.2.....	57
Figure III.5 : Diagramme de Hasse de l'ordre partiel du système III.2	58
Figure III.6 : DM décomposition de la nouvelle matrice d'adjacence associée au système III.2	60
Figure III.7 : Structure du système III.6	66
Figure IV.1 : Organigramme de la reconfiguration structurelle.....	72
Figure IV.2 : Graphe biparti du système IV.2.....	75
Figure IV.3 : Graphe biparti orienté du système IV.2.....	76
Figure IV.4 : Couplage causal complet du système IV.2.....	77
Figure IV.5 : Graphe biparti du système IV.6.....	80
Figure IV.6 : Graphe biparti orienté du système IV.6.....	80

Figure IV.7 : Exemple d'un système électrique.....	81
Figure IV.8 : Graphe biparti du système IV.7.....	82
Figure IV.9 : Graphe biparti orienté du système IV.7 sans e_6	83
Figure V.1 : Schéma de principe du traitement des eaux.....	86
Figure V.2 : Schéma d'un système de traitement des eaux.....	89
Figure V.3: Graphe des états du modèle du procédé de traitement des eaux usées.....	92
Figure V.4 : Courbes des fonctions des résidus ($f_1 \neq 0, f_2 = f_3 = f_4 = 0$).....	100
Figure V.5 : Courbes des fonctions des résidus ($f_2 \neq 0, f_1 = f_3 = f_4 = 0$).....	101
Figure V.6 : Courbes des fonctions des résidus ($f_3 \neq 0, f_1 = f_2 = f_4 = 0$).....	102
Figure V.7: Courbes des fonctions des résidus ($f_4 \neq 0, f_1 = f_2 = f_3 = 0$).....	103
Figure V.8 : Courbes des fonctions des résidus en présence de toutes les fautes.....	104
Figure V.9: Courbes des fonctions des résidus lorsque les fautes sont appliquées à des instants différents.....	105
Figure V.10: Courbes des fonctions des résidus en ne considérant que f_1	111
Figure V.11: Courbes des fonctions des résidus en présence seulement de f_4	112
Figure V.12: Courbes des fonctions des résidus en présence de f_1 et f_4	113
Figure V.13: Courbes des fonctions des résidus en présence de f_1 à $t=5$ jours et f_4 à $t=20$ jours.....	114
Figure VI.1 : Graphe biparti du modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées.....	119
Figure VI.2 : Graphe biparti orienté du modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées.....	119
Figure VI.3 : Graphe biparti du nouveau modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées.....	122
Figure VI.4 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées.....	122
Figure VI.5 : Graphe biparti du nouveau modèle linéaire sans e_7, e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées.....	127
Figure VI.6 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_7, e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées.....	127
Figure VI.7 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_2, e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées.....	130
Figure VI.8 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_2, e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées et avec e_{23} et e_{24} et la nouvelle matrice D_1	133

Figure VI.9 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle sans e_2 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées	135
Figure VI.10 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle	137

Liste des tableaux

Tableau II.1: Matrice d'adjacence du système II.1	27
Tableau II.2: Matrice d'adjacence deuxième niveau de connaissance	31
Tableau II.3: Matrice d'adjacence du troisième niveau de connaissance	31
Tableau II.4: Décomposition canonique de la matrice d'adjacence	36
Tableau II.5: Matrice d'adjacence du système II.5	38
Tableau II.6: Sous matrice des variables non mesurées.....	38
Tableau II.7: DM décomposition de la sous matrice avec couplages.....	39
Tableau II.8: Matrice d'adjacence	40
Tableau II.9: Ensembles SS	40
Tableau II. 10: Ensembles MSS.....	40
Tableau II.11: Table de signature de défauts.....	42
Tableau II.12: Table d'isolabilité de défauts	43
Tableau III.1 : Résultats de l'algorithme basé sur la structure minimale des ARR	53
Tableau III.2: Résultats de l'algorithme de combinaison des bases MSO	54
Tableau III.3: Nouveau modèle système à un seul réservoir avec le regroupement des équations.....	55
Tableau III.4 : Récapitulatif de comparaisons	55
Tableau III.5 : Matrice d'adjacence du système III.5.....	63
Tableau III.6 : Matrice d'adjacence du système (III.5) avec couplages.....	63
Tableau III.7: Matrice de sensibilité de défauts pour le système III.5	64
Tableau III.8: Matrice d'incidence de défauts pour le système III.5.....	64
Tableau III.9: Matrice de sensibilité de défauts globale pour le système III.5.....	64
Tableau III.10: Matrice d'incidence de défauts globale pour le système III.5.....	64
Tableau III.11 : Matrice d'adjacence du système III.7.....	65
Tableau III.12: Matrice de sensibilité de défauts pour le système III.7	66
Tableau III.13: Matrice d'incidence de défauts pour le système III.7.....	66
Tableau III.14: Matrice de sensibilité de défauts globale pour le système III.7.....	67
Tableau III.15: Matrice d'incidence de défauts globale pour le système III.7.....	67

Tableau IV.1: Matrice d'adjacence du système IV.2.....	76
Tableau IV.2: Matrice d'adjacence du système IV.6.....	80
Tableau IV.3: Sous matrice de la commandabilité structurelle du système IV.6.....	81
Tableau IV.4 : Matrice d'adjacence du système IV.7.....	82
Tableau IV.5: Décomposition canonique et les couplages des variables	83
Tableau IV.6: Matrice d'adjacence du système IV.7 sans e_4 pour la commandabilité structurelle	84
Tableau V.1: Matrice d'adjacence du modèle procédé de traitement des eaux usées	94
Tableau V.2 : Sous système surdéterminé du modèle procédé de traitement des eaux ..	95
Tableau V.3: Matrice de sensibilité de défauts pour le modèle de traitement des eaux usées	106
Tableau V.4 : Matrice d'incidence de défauts pour le modèle de traitement des eaux usées	106
Tableau V.5 : Sous système surdéterminé élargi du modèle procédé de traitement des eaux usées	107
Tableau V.6: Matrice de sensibilité de défauts globale pour le modèle de traitement des eaux usées.....	115
Tableau V.7: Matrice d'incidence de défauts globale pour le modèle de traitement des eaux usées.....	115
Tableau VI.1: Equations affectées par les différentes fautes	126
Tableau VI.2 : Récapitulatif des scénarios des fautes et les solutions trouvées.....	140

Liste des abréviations

AOFDI : FDI basé sur les observateurs adaptatifs

ARR : (Analytical Redundancy Relations) relations de redondances analytiques.

CBMSOs-Algorithm: Combination of Basic MSOs algorithm

CSE : Combined Structural Equation

DCO : Demande Chimique en Oxygène

DM décomposition : décomposition de Dulmage-Mendelsohn.

DX : approche de diagnostic logique de la communauté de l'Intelligence Artificielle

FDI : (Fault Detection and Isolation) détection et isolation des défauts.

FTC : (Fault Tolerant Control) commande tolérante aux défauts.

GDE : General Diagnosis Engine

MPC : Model Predictive Control

MSD : Matrice de Signature de Défauts

M_{SD} : ensemble d'équations total (les équations du système complet de la description du système)

MSO : (Minimal Structurally Overdetermined) structurellement sur déterminé minimale

MSS : Structurellement Singulier Minimal.

PCC Algorithm : Possible Conflict Calculation Algorithm

PMC : Perceptron Multi Couches.

PSO : (Proper Structurally Overdetermined) structurellement surdéterminé propre

RFR : Réseaux à Fonctions de base Radiales.

SARR algorithm : structure of the minimal ARR, ou Structural ARRs Algorithm

SO : (Structurally Overdetermined) structurellement surdéterminé

SS : (Structurally Singular) structurellement singulier.

Glossaire

- **Accommodation** : La poursuite de l'objectif fixé sans remettre en cause ses corrections et l'annulation de défauts (compensation, ajustement...) [BLA01].
- **Complexité des algorithmes** : C'est l'étude de l'efficacité comparée des algorithmes. On mesure ainsi le temps et aussi l'espace nécessaire à un algorithme pour résoudre un problème. Cela peut se faire de façon expérimentale ou formelle [CAR08].
- **Défaillance**: L'interruption permanente de la capacité du système à remplir une fonction requise dans les conditions d'opérations spécifiées [ISE97b].
- **Défaut**: Le terme faute ou défaut est généralement défini comme un écart non permis d'au moins une propriété ou d'un paramètre caractéristique du système par rapport au comportement nominal. [ISE97b].
- **Détection**: La détermination de la présence de défauts et de l'instant de leurs occurrences [ISE97b].
- **Diagnostic**: La détermination du type, de la taille, de la localisation et de l'instant d'occurrence d'un défaut, il suit la détection de défauts et inclut l'isolation et l'identification [ISO97] [SOR97].
- **Disponibilité** : L'aptitude d'un système à fonctionner lorsqu'on le sollicite [ASS02].
- **Fiabilité** : L'aptitude d'un système à accomplir sa mission pendant une période donnée et dans des conditions données d'utilisation [ASS02].
- **Identification**: La détermination de la taille et du comportement temporel d'un défaut. [SOR97].
- **Isolation**: La détermination du type, de la localisation et de l'instant d'occurrence d'un défaut [ISE97b].
- **Isolation du point de vue structurelle** : La distinction entre les fautes.
- **Reconfiguration** : La poursuite de la mission d'un système de commande en reconfigurant la loi de commande ou l'objectif [BLA01].

- **Résidu**: le signal ponctuellement indicateur de défaut. Il reflète la cohérence des données vis-à-vis du modèle comportemental du système [AKH04].
- **Supervision** : La surveillance d'un système physique et prise de décision appropriée en vue de maintenir son fonctionnement lors de l'apparition de défaut [THY99].
- **Sûreté** c'est l'aptitude d'un système à respecter l'utilisateur et son environnement [ASS02].
- **Surveillance**: La tâche continue réalisée en temps réel, de détermination de l'état d'un système physique qui consiste en l'enregistrement de l'information ainsi qu'en la reconnaissance et l'indication des anomalies du comportement [THY99].

INTRODUCTION GENERALE

L'utilisation de nouvelles technologies dans l'industrie améliore certes la productivité mais induit une complexité du système industriel. Cette complexité le rend vulnérable aux fautes, ce qui nécessite d'importantes dépenses en termes de sûreté, fiabilité et de disponibilité.

Une opération de diagnostic s'avère donc indispensable pour la sûreté de fonctionnement et la disponibilité des systèmes [ASS02]. Les deux fonctions importantes d'un système de diagnostic sont la détection et la localisation des anomalies [ASS02].

S'appuyant sur des outils déjà existants en automatique, la recherche dans le domaine du diagnostic a connu une évolution importante et a donné naissance à plusieurs méthodes permettant de résoudre les problèmes de détection et d'isolation de défauts [JAM03]. Ces méthodes peuvent être classées en deux approches, la première n'utilise pas de modèle mathématique du système et la seconde utilise un modèle mathématique. Le principe général de cette dernière approche consiste à vérifier la consistance des données prélevées en ligne sur l'installation avec un modèle [PAT97]. La qualité du modèle utilisé conditionne les performances du système de surveillance. [DUS04c]. Parfois, la localisation d'un défaut nécessite l'utilisation d'un modèle du système défaillant, mais l'obtention d'un tel modèle est souvent une opération difficile et coûteuse.

La phase de détection et de localisation des défauts n'étant pas suffisante pour garantir la sûreté de fonctionnement, une autre phase est nécessaire pour gérer la présence de défauts. Cette phase consiste soit en l'accommodation de défauts ou en la reconfiguration (de la loi de commande, du système ou de l'objectif).

L'analyse structurelle est un outil puissant qui permet de déterminer de nombreuses propriétés du système considéré. Ces propriétés sont obtenues à partir de la seule connaissance de l'existence de liens (contraintes) entre variables sans que les valeurs des paramètres soient nécessairement connues. Ce prétraitement, qui peut être entièrement

automatisé de manière efficace même pour les très grands systèmes, permet par exemple de connaître les conditions structurelles d'observabilité ou de commandabilité [DUS04c], les possibilités de détection et de localisation des défaillances [KRY02] ou d'étudier la reconfigurabilité du système en cas de perte de composants [ASS02]. Cette analyse est effectuée lors de la phase de conception et permet de déterminer le nombre et la place des capteurs à implanter afin de respecter le cahier des charges de surveillance. Pour toutes les propriétés structurelles étudiées, les conditions obtenues sont nécessaires mais en général non suffisantes car elles sont indépendantes de la valeur réelle des paramètres. [DUS04c].

Problématique

Contourner les défauts est devenu indispensable dans l'industrie afin d'améliorer la productivité. Cela se fait par l'intermédiaire de la commande tolérante aux fautes qui nécessite une phase hors ligne relative au diagnostic.

Dans cette thèse, le diagnostic et la commande tolérante aux fautes seront étudiées par l'approche structurelle et les problèmes suivants seront examinés :

1. Identification des parties « surveillables » du système, c'est à dire trouver les composantes du système pour lesquels les fautes peuvent être détectées et isolées,
2. Existence des possibilités de reconfiguration dans le but d'estimer ou de commander des variables qui nous intéressent lors d'une défaillance de capteurs, d'actionneurs et/ou de composantes du système.

Pour résoudre le premier point, la décomposition de Dulmage Mendelsohn [DUM58] est une étape principale. L'analyse structurelle ne permet pas seulement de donner les mécanismes de calcul d'algorithmes d'estimation et leur reconfiguration mais elle peut aussi suggérer le type et la localisation des capteurs à implémenter (sensor location problem) [DUS04c].

L'analyse structurelle est également de première importance pour la résolution du problème de la reconfiguration puisque les résultats peuvent être exprimés à l'aide de propriétés de graphes et dont les changements peuvent être analysés lorsque des sommets ou des arcs du graphe disparaissent, conséquence d'élimination de certaines composantes du système après l'occurrence d'une faute.

Ainsi, l'objectif essentiel de ce travail consiste à adapter les algorithmes de détection, de localisation et de reconfiguration pour des procédés biologiques tel que celui du traitement des eaux usées.

Présentation des chapitres

Le mémoire est organisé en deux parties, la première partie contient quatre chapitres et la deuxième comporte deux chapitres, comme suit :

La première partie concerne la théorie et les algorithmes de diagnostic et de reconfiguration structurelle. Elle est structurée en quatre chapitres comme suit:

Le premier chapitre présente l'état de l'art sur la tolérance aux fautes. Nous consacrons la première partie de ce chapitre à l'étude de la détection et de l'isolation des défauts, en donnant les différentes méthodes existantes. La deuxième partie est consacrée aux différentes approches de la commande tolérante aux fautes.

Le second chapitre concerne la modélisation structurelle de systèmes par un graphe biparti et la présentation de quelques outils qui seront utilisés pour le diagnostic et la reconfiguration structurelle.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude du diagnostic de défauts par l'approche structurelle. En premier l'algorithme général est donné avec une explication de ces différentes étapes. Ensuite les différentes méthodes de recherche des ensembles structurellement sur-déterminé minimales (minimal structurally overdetermined (MSOs)) seront présentées, cette recherche est faite seulement dans le sous système sur-déterminé qui est considéré comme le sous système surveillable. Les méthodes de placement de capteurs sont également abordées.

Dans le quatrième chapitre, nous faisons une étude de la commande tolérante aux fautes suivi de la reconfiguration structurelle.

La deuxième partie est dédiée à l'application des algorithmes du diagnostic structurel et de la reconfiguration structurelle sur un procédé de traitement des eaux usées. Elle est organisée en deux chapitres comme suit :

Dans le cinquième chapitre, nous allons d'abord décrire le procédé de traitement des eaux usées (sujet de notre application) et le modèle retenu. Ensuite les algorithmes de diagnostic seront appliqués sur le modèle choisi.

Le sixième chapitre est consacré à l'application de l'algorithme de la reconfiguration structurelle sur le modèle linéarisé du procédé. Les résultats de simulation sont présentés et interprétés.

Une conclusion et des annexes relatives aux algorithmes de recherche d'ensembles MSOs termine le mémoire.

Chapitre I : Diagnostic et commande tolérante aux fautes : état de l'art et généralités

I.1. Introduction

La conception de systèmes de fonctionnement sûr nécessite d'une part, l'implantation d'un système de diagnostic pour réaliser la détection et la localisation de fautes (fault detection and isolation) ou FDI et d'autre part la mise en œuvre de traitement tolérant aux fautes (fault tolerant control) ou FTC. [ASS02].

Dans ce chapitre nous allons faire un tour d'horizon sur les méthodes et les approches utilisées dans le domaine du diagnostic et de la commande tolérante aux fautes.

I.2. Classification des défauts

Trois classes de fautes peuvent être définies [STA01], [BLA03], [OUD08] :

I.2.1. Défauts actionneurs :

Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative du système de commande et détruisent le signal d'entrée (conduisent à une perte partielle ou totale le signal d'entrée). Une partie du système devient non commandable et de nouveaux actionneurs doivent être utilisés. Ces défauts peuvent causer une perte totale ou partielle de l'actionneur. Une perte totale d'un actionneur peut se produire, par exemple, à la suite d'une fracture ou coupure d'un fil électrique reliant l'actionneur au système. Un exemple de perte partielle d'un actionneur est la fuite hydraulique ou pneumatique ou encore la chute de la tension d'alimentation.

I.2.2. Défauts capteurs :

Ils caractérisent une mauvaise image de la grandeur physique à mesurer. Un défaut capteur peut aussi être partiel ou total. Un capteur totalement défectueux donne une

information qui ne correspond pas du tout à la vraie valeur de la variable à mesurer. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus au moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une réduction de la valeur affichée par rapport à la valeur vraie, ou de la présence d'un biais ou de bruit accru empêchant une bonne lecture. Une des solutions pour augmenter la tolérance aux défauts capteurs est de dupliquer les capteurs (redondance matérielle). Une vérification est faite sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à haut risque telles que les centrales nucléaires ou les avions. [OUD08]

I.2.3. Défauts système :

Ce sont des défauts qui apparaissent dans les composants du système lui même, c'est-à-dire des défauts qui ne peuvent pas être classifiés ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs. Ils représentent des changements dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier.

Si les défauts doivent être classés relativement à leurs effets sur les performances du système, deux types de défauts peuvent être distingués : des défauts additifs et des défauts multiplicatifs. Les défauts additifs influencent la moyenne du signal de sortie du système, alors que les défauts multiplicatifs induisent des changements sur la variance et les corrélations du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans la dynamique du système.

I.3. Méthodes de diagnostic

La littérature sur la détection et l'isolation de défauts et celle dédiée au diagnostic montre une grande diversité à la fois dans les points de vue et dans les méthodes. Il existe plusieurs façons de catégoriser ces méthodes, mais on les classe généralement en deux groupes : les approches qui n'utilisent pas de modèle mathématique et les approches à base de modèle.

I.3.1. Méthodes sans modèle

Les méthodes sans modèle, comme leur nom l'indique, ne disposent pas de modèle décrivant le comportement nominal et le (s) comportement (s) défaillant (s) [ASS02]. Elles

sont divisées en deux catégories : les méthodes utilisant les outils statistiques et les méthodes de reconnaissance des formes. Les outils statistiques établissent des tests sur les signaux d'acquisition et n'assurent que la fonction de détection de la défaillance, tandis que, les techniques de surveillance par reconnaissance de formes sont plus élaborées par rapport aux simples tests statistiques et sont capables de détecter et de diagnostiquer les défaillances.

I.3.1.1. Détection par outils statistiques

Les outils statistiques de détection de défaillances consistent à supposer que les signaux fournis par des capteurs possèdent certaines propriétés statistiques. On effectue alors quelques tests qui permettent de vérifier si ces propriétés sont présentes dans un échantillon des signaux mesurés de taille n (appelé fenêtre d'observation glissante). Parmi ces tests on distingue :

a. Test de franchissement de seuil :

Le test le plus simple est de comparer ponctuellement les signaux avec des seuils préétablis. Le franchissement de ce seuil par un des signaux capteurs génère une alarme. Il existe deux types de seuils dans l'industrie : le premier type est le seuil de pré-alarme qui permet d'entreprendre une action de maintenance préventive, le second type, dit seuil d'alarme, impose l'arrêt de la production et l'engagement d'une action de maintenance corrective. Ce type de méthode est très simple à mettre en œuvre mais ne permet pas d'établir un diagnostic des défaillances. Cette méthode est aussi très sensible aux fausses alarmes. [ZEM03]

b. Test de la moyenne :

Contrairement à la méthode précédente, le test de comparaison est effectué sur la moyenne \bar{y} contenue dans la fenêtre de n valeurs plutôt que sur une valeur ponctuelle [PAT93] :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} + \sum_{i=t-n+1}^t y_i \quad (\text{I.1})$$

Où y_i représente les mesures issues des capteurs

c. Test de variance : [FRA90]

On peut également calculer la variance d'un signal. Tant que la valeur de cette variance est dans une bande située autour de sa valeur nominale, l'évolution est supposée normale. La variance de l'échantillon est définie par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^t (y_i - \hat{y})^2 \quad (I.2)$$

I.3.1.2. Diagnostic par reconnaissance de formes

La reconnaissance de formes consiste à déterminer à quelles formes un objet observé est similaire, ou autrement dit, à quelle classe d'objectifs connu il peut être associé. Reconnaître des formes est donc un processus qui peut être considéré comme similaire à celui du diagnostic pour lequel la classe correspond à la cause de la défaillance du système et où la forme représente l'ensemble des observations, ou symptômes, donné par le système [BER96].

Parmi les techniques développées dans cette approche on peut citer:

a. Reconnaissance des formes par outils statistiques

L'approche par reconnaissance de formes statistique pour le diagnostic se base sur la connaissance d'un ensemble de mesures effectuées sur le processus et des états de fonctionnement associés et de prendre une décision concernant ces mesures en utilisant les lois de probabilité pour plus de détails voir [ZEM03]. Ces techniques supposent la connaissance a priori de tous les états de fonctionnement (normal et en fautes), et ne prennent pas en compte l'évolution du système.

b. Reconnaissance des formes par l'approche floue [ZEM03]

En reconnaissance des formes par approche floue les classes sont représentées par des sous-ensembles flous. Une fonction d'appartenance quantifie le degré d'appartenance λ (x) de chaque vecteur x à la classe α_i . Généralement, on donne pour chaque vecteur x l'ensemble des degrés d'appartenance à toutes les classes $(\lambda_1(x), \dots, \lambda_M(x))$. La mise en

œuvre d'une méthode de classification floue implique deux étapes : la construction des fonctions d'appartenance et la définition des règles de décision.

c. Reconnaissance des formes par réseaux de neurones [SOR91]:

Les architectures basées sur les réseaux de neurones les plus utilisées en diagnostic, sont le Perceptron Multi Couches (*PMC*) et les Réseaux à Fonctions de base Radiales (*RFR*). L'expert humain joue un rôle très important dans ce type d'application. Toute la phase d'apprentissage supervisé du réseau de neurones dépend de son analyse des modes de fonctionnement du système. Chaque mode est caractérisé par un ensemble de données recueillies sur le système. A chaque mode, on associe une expertise faite par l'expert. Cette association (ensemble de données - modes de fonctionnement) sera apprise par le réseau de neurones. Après cette phase d'apprentissage, le réseau de neurones associera les classes représentant les modes de fonctionnement aux formes d'entrée caractérisées par les données du système. [ZEM03], [BER96].

I.3.2. Méthodes avec modèle

L'utilisation des modèles pour les systèmes de diagnostic date du début des années 70 [Akh04], [kem04]. Depuis, de nombreux articles font régulièrement le point sur l'avancement des différentes approches [WIL75], [ISE94], [FRA96], [PAT97], [ZAM02], [JAK00], [YEN00], [CAS01], [TRA01], [CHI04], [ISE04], [XU04], [DIM07], [ASO07] et [SVÄ10]. La méthode de diagnostic de défauts à base de modèle s'appuie uniquement sur la vérification de la consistance entre le comportement réellement observé du système et le comportement attendu de ce système. Selon la connaissance du processus, il est possible de définir trois formulations différentes de cette approche à base de modèles : l'approche FDI (Fault Detection and Isolation), issue de la communauté de l'Automatique, s'appuie sur des modèles quantitatifs, l'approche de diagnostic logique de la communauté de l'Intelligence Artificielle cette approche est appelée DX, s'appuie sur les modèles qualitatifs et l'approche hybride entre FDI et DX.

I.3.2.1 Approche FDI

L'approche FDI [PAT91], [GER93], [CAS95], [FRA96], [ISE97], [ISE05], [YAS08] utilise des techniques provenant de la théorie de la commande et de la décision statistique. Cette approche se consacre principalement à la partie détection qui consiste à

générer des symptômes les plus révélateurs possibles de l'état courant du système. Cette approche se base sur les modèles quantitatifs. Elle utilise la redondance de l'information présente dans le système. Deux types de redondance peuvent être distingués : la redondance physique et la redondance analytique.

- **Redondance physique** : [ZEM03]

La redondance physique est utilisée pour rendre la détection des défaillances, à partir des signaux mesurés, plus efficace et aussi distinguer les défaillances capteur des défaillances système. Elle consiste à doubler ou à tripler les composants de mesure du système. Si ces derniers sont placés dans le même environnement et émettent des signaux identiques, on considère qu'ils sont dans un état normal, dans le cas contraire on peut conclure qu'une défaillance capteur s'est produite dans au moins un des composants.

- **Redondance analytique** : [ZEM03]

Les méthodes de redondance analytique nécessitent un modèle du système à surveiller. Ce dernier dépend d'un nombre de paramètres supposés connus lors de son fonctionnement nominal. Le but des méthodes de redondance analytique est d'estimer l'état du système afin de le comparer à son état réel. L'estimation de l'état du système peut être réalisée soit à l'aide de techniques d'estimation d'état, soit par obtention de relations de redondance analytique. Le but des techniques d'estimations d'états est de reconstruire au moyen d'observateurs, les états et les sorties du système, à partir des entrées et des sorties mesurées. On disposera donc d'une estimation du vecteur d'état et du vecteur de sortie. Les sorties du système sont alors comparées aux sorties réelles et tout écart est révélateur d'une défaillance. La théorie de la décision [ZEM03] est ensuite utilisée pour déterminer si l'écart observé est dû à des aléas normaux du fonctionnement ou à des défaillances.

Cette méthode dite méthode de résidus comportent trois étapes : la génération des résidus, leur évaluation et la prise de décision figure I.1

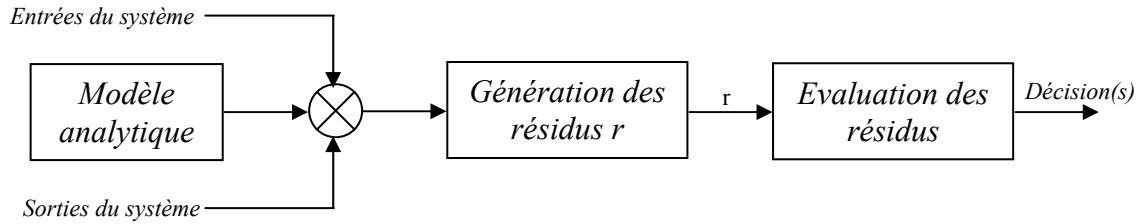


Figure I.1 : Schéma général de détection des fautes

a. Génération des résidus

Les résidus représentent des changements ou des divergences entre le comportement réel du processus et celui prévu par le modèle [KEM04]. La figure I.2 montre le principe général pour la génération des résidus :

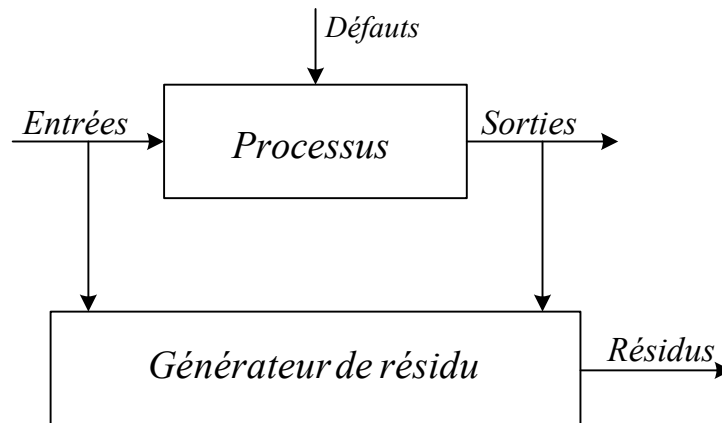


Figure I.2: Schéma générale des générateurs de résidus

Les techniques les plus utilisées pour la génération des résidus à partir d'un modèle analytique sont :

1. Espace de parité [LOS03]

L'idée principale est de trouver des relations algébriques entre les entrées et les sorties du système, tout en ignorant les autres variables. Considérons un système P continu décrit par le modèle d'état suivant :

$$(P) : \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u + E_p d + F_p f \\ y = C_p x_p + D_p u + G_p d + H_p f \end{cases} \quad (I.3)$$

Où u désigne les variables d'entrée connues, f les fautes, d des perturbations et y les mesures et (A_p, B_p, C_p, D_p) , sont respectivement des matrices d'états, de commande, de mesure, de transmission directe, (E_p, G_p) sont des matrices relatives aux bruits et (F_p, H_p) sont des matrices relatives aux fautes. Soit s la variable de Laplace, un résidu est obtenu par un filtrage de la forme.

$$r = F(s) \begin{pmatrix} u \\ y \end{pmatrix} \quad (\text{I.4})$$

Pour d et f nuls, r doit être identiquement nul, et la redondance dynamique décrite par (I.4) permet alors de paramétrer $F(s)$ sous la forme

$$F(s) = w(s) \begin{pmatrix} -B_p & 0 \\ -D_p & I \end{pmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Où $w(s)$ est calculé pour éliminer la variable d'état non mesurée x dans le modèle (I.4) du système :

$$w(s) \begin{pmatrix} A_p - sI \\ C_p \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{I.6})$$

On vérifie aisément que

$$r = w(s) \begin{pmatrix} E_p & F_p \\ G_p & H_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ f \end{pmatrix} \quad (\text{I.7})$$

Une fois synthétisé le filtre $w(s)$ par résolution de (I.6), le résidu est effectivement calculé par filtrage des grandeurs accessibles à la mesure via la relation (I.4).

2. Approche par observateurs

L'idée de base est d'estimer les sorties du système via des observateurs (Luenberger, Kalman ou autres) [GEL74]. Les résidus sont ensuite obtenus en effectuant la différence entre les sorties mesurées et leurs estimations [FRA90], [BEN03] figure I.3 :

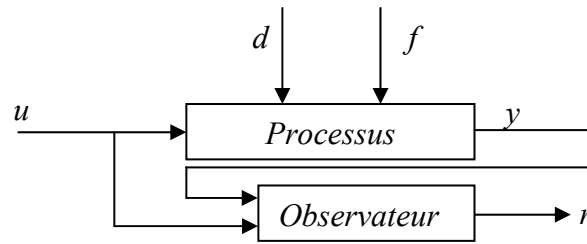


Figure I.3: Génération des résidus à base d'observateurs

3. Génération des résidus par estimation paramétrique

Les méthodes d'estimation paramétrique ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle à partir des signaux d'entrée/sortie. Les paramètres Θ du système sont estimés en utilisant des procédures d'identification. Les résidus sont ensuite générés simplement en comparant les valeurs estimées de $\hat{\Theta}(t)$ avec les valeurs nominales $\Theta(t)$ (que l'on suppose connues). Le vecteur des résidus est alors :

$$r = \hat{\Theta}(t) - \Theta(t) \quad (\text{I.8})$$

Lorsque les valeurs nominales ne sont pas connues, une autre approche consiste à les remplacer par des valeurs estimées précédemment :

$$r = \hat{\Theta}(t) - \hat{\Theta}(t - k) \quad (\text{I.9})$$

Dans ce cas, l'écart des résidus par rapport à zéro (0) est le résultat des variations de paramètres. La connaissance sous jacente exprime simplement que dans des conditions opératoires normales, les paramètres du système demeurent constants [ASS02], [ISE84].

Un schéma de principe de cette approche est donné par la figure I.4

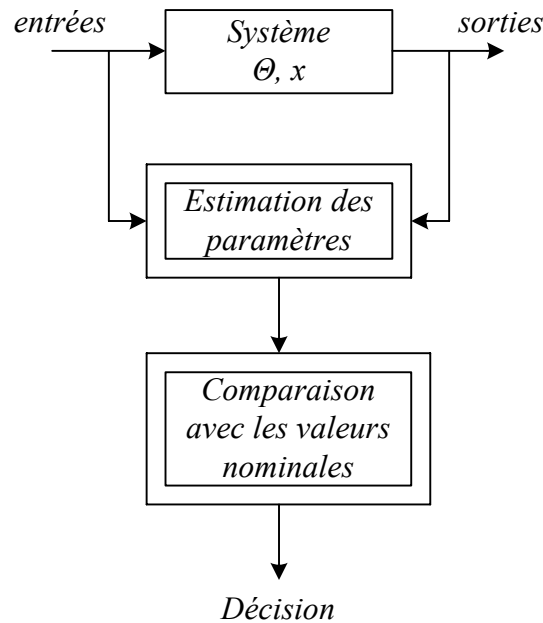


Figure I.4 : Principe de l'approche par estimation de paramètres

4. Approche structurelle [COC98]

Elle consiste à utiliser un modèle structurel dont on va extraire les relations de redondances analytiques. Ces dernières nous permettent de générer les résidus. Cette approche sera étudiée en détail dans le prochain chapitre.

b. Evaluation des résidus [AKH04]

En absence de bruits, l'évaluation des résidus est une tâche insignifiante et peut être accomplie par l'inspection visuelle des résidus. Comme garantie par la conception des observateurs, tous les résidus tendent vers zéro quand aucun défaut n'est présent dans le système. L'occurrence d'un défaut modifie le comportement des divers résidus. Ainsi, un défaut est détecté si l'un des résidus r_i diffère de zéro.

En présence de bruit, l'évaluation des résidus peut être plus difficile. Si le bruit est petit, comparé à l'effet des défauts sur les résidus, alors nous pouvons raisonnablement continuer à exécuter le module FDI par l'inspection visuelle des résidus. Cependant, si le bruit est relativement significatif, l'effet des défauts sur les résidus sera caché par le bruit. Un modèle stochastique serait utile, mais pour les systèmes non linéaires. En conséquence, les propriétés statistiques des résidus produits sont généralement inconnues. Ainsi, les méthodes statistiques habituelles de décision ne sont pas utiles. L'idée est de filtrer les résidus, puisque l'évaluation des résidus les moins bruités est beaucoup plus facile.

L'utilisation des filtres conventionnels peut mener à des résultats satisfaisants si des caractéristiques du bruit sont connues. L'étape d'évaluation semble être sensible en présence du bruit de mesure [AKH04].

c. Prise de décision

Une fois le fonctionnement incorrect du système constaté, il est primordial d'agir de façon à maintenir les performances souhaitées. Cette prise de décision permet de choisir entre plusieurs options comme arrêter le système ou encore ne rien faire, réévaluer les objectifs ou accepter un fonctionnement dégradé ou bien encore faire de la maintenance. Il peut encore s'agir, quand cela est possible, de reconfigurer ou de réorganiser le système [AKH04]. Le rôle de la reconfiguration est de s'affranchir des conséquences du défaut pour conserver les performances initiales lorsque cela est possible ou encore de réévaluer les objectifs afin d'assurer le fonctionnement dégradé du système si celui-ci est tolérable. Il est évident que ce n'est pas toujours le cas et on se rend bien compte qu'il est important que le défaut soit identifié avec exactitude (étendue, amplitude, type, cause) afin d'en permettre sa compensation éventuelle. La reconfiguration peut donc porter sur le système de régulation (ou une partie de celui-ci), sur la structure de la loi de commande, sur le processus physique (en présence de redondance matérielle, on peut basculer sur les éléments ayant un fonctionnement correct) ou encore sur la réévaluation des objectifs assignés au système.

I.3.2.2 Approche DX

L'approche DX exprime explicitement le lien entre un composant et les formules décrivant son comportement. Les travaux fondateurs de l'approche DX sont ceux de [REI87], [DE87]. Reiter [REI87] propose une théorie logique du diagnostic intitulée diagnostic issu des principes premiers (diagnosis from the first principles). Le but de cette théorie est de déterminer les composants défectueux d'un système physique. Cette approche est basée sur l'analyse d'inconsistance entre les observations et le comportement attendu (figure I.5). L'approche DX est basée sur un raisonnement à base logique et ne repose sur aucune hypothèse implicite telle l'hypothèse d'exonération. Elle offre par conséquent une garantie de résultat : si les modèles de comportement sont justes, alors nécessairement l'état réel du système fait partie de la liste des diagnostics calculés. Cette approche est adaptée aux systèmes qui peuvent être modélisés sous formules logiques et

elle s'adapte mal aux systèmes dynamiques. Pour analyser la diagnosticabilité [TRA01] des systèmes, l'approche DX utilise le concept de conflit. Un conflit est un ensemble de composants dont les hypothèses de comportement correct ne sont pas consistantes avec les observations réelles. Si un défaut se produit dans le système, alors l'utilisation de la technique de raisonnement à base de consistance nous permet de localiser les composants défectueux.

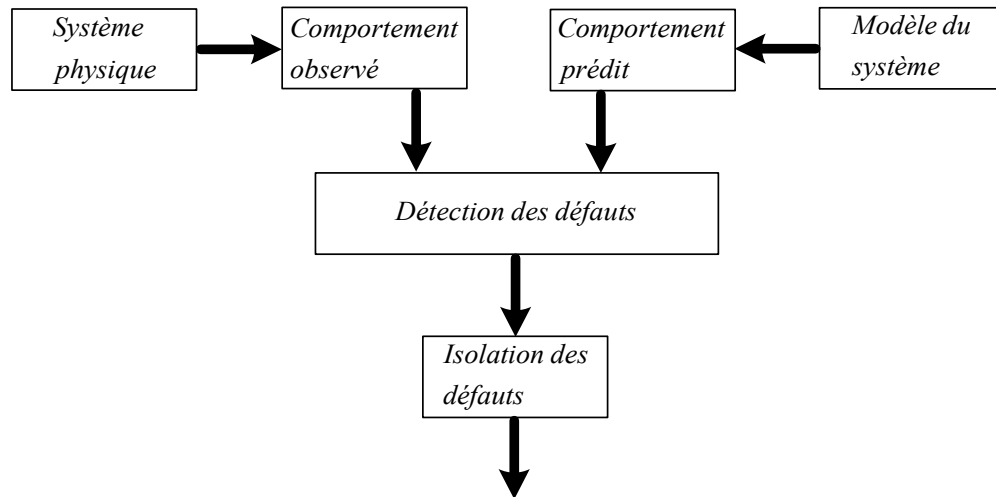


Figure I.5 : Diagnostic à base de modèle

I.3.2.3. Approche hybride entre FDI et DX

Une nouvelle approche de diagnostic à base de modèles est conçue en utilisant les idées des FDI et DX [PLO03], [NYB03], [COR04]. Dans cette approche, le mécanisme de localisation de défauts est basé sur l'approche DX et l'avantage principal est que les défauts multiples peuvent être implicitement manipulés.

Dans cette approche, il est supposé que le système est composé d'un ensemble de composants C . Le comportement de chaque composant $c \in C$ est modélisé par un ensemble de relations. Ce comportement peut varier selon le mode comportemental du composant. Il existe différents modes de comportement ($ok(c)$, $\neg ok(c)$, $defaut1(c)$, $defaut2(c)$, ...) tels que $ok(c)$ signifie que le composant c se comporte normalement et $\neg ok(c)$ signifie qu'il y a une anomalie sur le comportement du composant c .

L'outil principal de diagnostic dans l'approche hybride est la conception des relations de redondances analytiques (RRAs). Une relation de redondance analytique RRA

est une contrainte déduite du modèle du système, qui ne contient que des variables connues et qui peut être évaluée à chaque observation. Les composants (vu les contraintes modélisant les composants) utilisés pour obtenir les RRAs sont nommés les supports de RRAs (supp – RRAs) [COR00].

La conception du système de diagnostic peut être décomposée en trois étapes principales (voir figure 1.5) :

- extraire les symptômes des informations disponibles sur l'état actuel du système en étudiant la consistance entre les relations de redondance analytique obtenues et les modèles du comportement du système à diagnostiquer.
- appliquer la stratégie de diagnostic pour déterminer les composants défectueux dans le système et satisfaire des conditions telles que la fiabilité de diagnostic, le temps requis par les algorithmes de diagnostic...

Dans l'approche hybride, la matrice de signature des défauts [COR00] est un concept central pour analyser la diagnosticabilité des systèmes. Dans cette matrice, les relations de redondance analytique ARRs (Analytical Redundancy Relations) correspondent aux lignes et les défauts aux colonnes. En supposant que F_j représente un défaut sur le composant c_j , la signature de F_j est donnée par un vecteur binaire $SF_j = [\lambda_{1j}, \lambda_{2j}, \dots, \lambda_{nj}]^T$, où n est le nombre de ARR dans la matrice de signature de défauts, et λ_{ij} est donné par :

$(RRA_i, F_j) \rightarrow \lambda_{ij} = 0$ si le composant c_j n'appartient pas au support de ARR_i , $\lambda_{ij} = 1$ sinon.

Les signatures de l'ensemble de défauts $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ constituent la matrice de signature de défauts (MSD) de dimension $n \times m$.

I.4. Classification des méthodes de la commande tolérante aux fautes

L'objectif d'une commande tolérante aux fautes consiste à déterminer une stratégie de commande qui possède la propriété de limiter, voir d'annuler, les effets d'une faute sur les performances du système. En présence d'une faute de faible gravité, l'application d'une simple commande robuste au système peut suffire à maintenir les performances nominales : on parle alors d'accommodation passive de la faute. En revanche, en présence de fautes critiques, un bloc de détection et de localisation de la faute est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de tolérance aux fautes. On distingue alors l'accommodation et

la reconfiguration suivant la qualité des performances après fautes. La commande tolérante aux fautes a attiré beaucoup d'investigateurs et demeure un sujet de publications largement suivi par [MOO90], [YOU90], [PAT97], [BLA97],[SOR97],[THY99], [AST00], [MAH00], [ZHA01], [COL03], [BLA03], [YEN03], [KAN04], [MAR04], [KAR05], [YU05], [BLA06], [CIE07] et [KRY10]. Ces auteurs ont proposé une classification de la commande tolérante aux défauts. Le diagramme de la figure I.6 illustre cette classification.

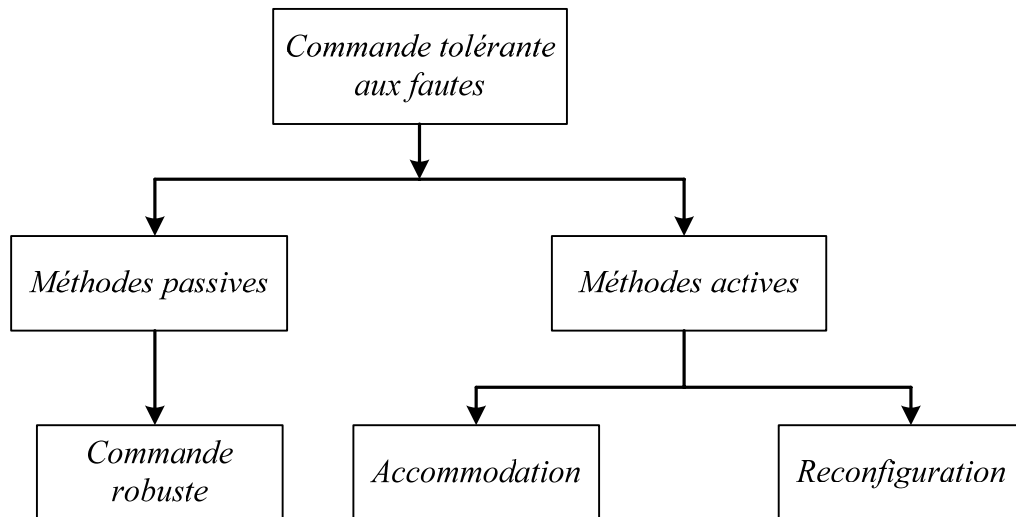


Figure I.6: Classification des approches FTC

I.4.1. Approche passive

Dans cette approche la FTC est sensée tolérer un certain ensemble de défauts en tenant compte de ces fautes lors de la conception du contrôleur. Le système de commande doit être apte à tolérer ce genre de défauts sans modifier la stratégie de commande ni les paramètres du contrôleur. Elle utilise les techniques de la commande robuste par rapport aux incertitudes structurées qui sont les défauts (commande H_∞ , commande rejet de perturbations...). Parmi les auteurs qui ont travaillé sur ce domaine Zhihuia et al [QU03] ont étudié comment concevoir une commande robuste tolérante aux défauts pour une classe de systèmes incertains et non linéaires.

I.4.2. Approche active

Au contraire de l'approche passive, les méthodes actives réagissent à l'apparition d'un ou de plusieurs défauts par la reconfiguration en ligne de la loi de commande, ou du système ou des objectifs. Leur objectif principal est de compenser au mieux l'effet des

défauts sur le système afin que la stabilité et les performances du système soient maintenues en jouant sur la robustesse de la commande qui doit être améliorée à chaque détection de défaut. Il existe deux méthodes dans cette approche. La première consiste en l'accommodation des défauts et l'autre en la reconfiguration soit de la loi de commande ou de l'objective ou du système.

Parmi les techniques de commande qui utilisent l'approche active, on a :

a. Technique de la pseudo inverse : [GON09].

La méthode de la pseudo inverse a été largement traitée par de nombreux chercheurs ces dernières années [HUA90], [BLA03], [STA05a]. Elle est utilisée dans le cas des systèmes linéaires et se base sur la minimisation de la norme de la distance entre le modèle en boucle fermée du système défectueux et le modèle de référence. Son principe est décrit ci-dessous.

Dans le cas nominal, le système est décrit par une représentation d'état de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^m$, $u(t) \in \mathbb{R}^r$, avec $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

Afin d'obtenir des performances spécifiques, on considère que le système est commandé par un contrôleur par retour d'état :

$$u(t) = Kx(t) \quad (\text{I.11})$$

où $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Le système en boucle fermée s'exprime sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

En présence de défauts, le système peut être représenté sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

L'indice f indique la situation en défaut du système, en conséquence les dimensions de chaque vecteur et matrice restent inchangées. Cette méthode consiste à déterminer une nouvelle matrice de gain K_f de telle sorte que la dynamique du système défaillant en boucle fermée soit approximativement égale à celle du système nominal.

$$u_f = K_f x_f(t) \quad (\text{I.14})$$

$$A + BK = A_f + B_f K_f \quad (\text{I.15})$$

Une approximation au sens des moindres carrés est donné par

$$K_f = B_f^+ (A - A_f + BK) \quad (\text{I.16})$$

Où B_f^+ est la matrice pseudo-inverse de la matrice B_f . Cette approche a l'avantage d'être simple et facile à implémenter en ligne car les changements sur le système causés par un défaut sont calculés directement par (I.16). Le principal inconvénient relatif à cette méthode réside dans la non garantie de la stabilité du système en boucle fermée. Afin de remédier à ce problème, une méthode de pseudo-inverse modifiée a été proposée dans [GAO92], [STA05]. La méthode introduit une contrainte supplémentaire de telle sorte que le système en boucle fermée soit stable. Malheureusement cette contrainte supplémentaire augmente considérablement le temps de calcul. Un compromis doit alors être trouvé entre la stabilité et les performances du système reconfiguré. Un autre inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité de connaître le modèle mathématique du système défaillant ($A_f; B_f; C_f$) pour calculer le nouveau gain K_f .

b. Commande prédictive :

Tout le potentiel de la commande prédictive à résoudre le problème de l'accommodation aux défauts, a été montré par Maciejowki (1997) [JAM03]. L'objectif de la MPC (*Model Predictive Control*) est de déterminer une séquence de commande sur un horizon fini qui réduit au minimum une fonction de coût J . Cette dernière est convenablement choisie en tenant compte des contraintes sur les entrées, les états et les sorties. J est habituellement basé sur l'erreur entre la sortie prévu du modèle et la trajectoire de référence désirée. Cette technique est basée sur la prédiction (prédicteur) tel qu'on ajoute la différence entre la sortie du prédicteur et celle du système pour annuler les bruits. La reconfiguration par MPC peut être réalisée en spécifiant les limites supérieures et

inférieures d'un intervalle en dehors duquel les actionneurs sont considérés défectueux [GOP 99]. Elle permet de réadapter le correcteur en présence de défauts de manière à garantir la stabilité du système et à maintenir des performances très proches de celles du système nominal. Cependant, la plupart de ces méthodes sont valables sous certaines hypothèses : le modèle des défauts (et leurs effets sur le système) doit être parfaitement connu. Les défauts considérés doivent être de faible amplitude de telle sorte que les objectifs à atteindre par le système puissent rester inchangés après l'apparition des défauts [JAM03].

c. Commande adaptative: [DUM06]

Cette approche comprend l'ensemble des techniques utilisées pour l'ajustement automatique en temps réel des régulateurs, afin de maintenir un certain niveau de performances quand des paramètres du procédé à commander sont inconnus et/ou variant dans le temps. Elle utilise des méthodes d'identification en ligne pour estimer régulièrement la valeur des paramètres θ et résoudre le problème de commande pour les variations de θ .

Le principe d'un système de commande adaptative peut être illustré par la figure

I.7 :

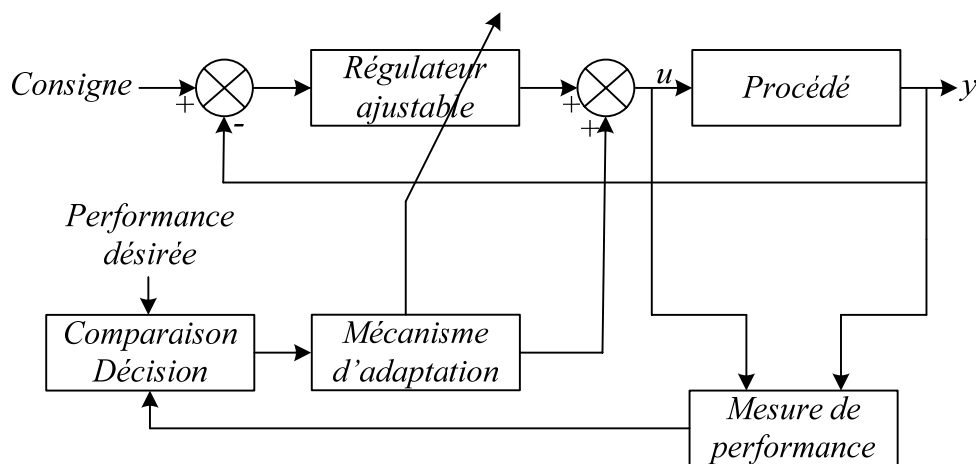


Figure I.7: Principe général d'un système de commande adaptative

On distingue deux approches principales pour la commande adaptative :

Commande adaptative directe : les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir de comparaisons entre performances réelles et

performances désirées. Comme exemple, on cite la méthode de commande adaptative à modèle de référence implicite [HUA90] [DUM06], explicite [MOR90].

Commande adaptative indirecte : les paramètres du procédé sont estimés par une procédure d'identification, c'est le cas des régulateurs auto-ajustables (commande par placement de pôles adaptatifs). Ce type de commande adaptative est plus utilisé que le premier du fait qu'il tient compte des caractéristiques d'évolution du processus.

La tolérance aux fautes de ces méthodes reste encore limitée mais comparée aux méthodes passives, les techniques de la commande adaptative sont plus tolérantes parce que le calcul de la loi de commande dépend de l'état actuel des paramètres du procédé.

d. Commande multi modèles: [JAM 03]

Cette technique permet de commander un système non linéaire sur une large zone de fonctionnement décomposée en plusieurs zones linéarisées autour de différents points de fonctionnement. Les techniques linéaires restent alors utilisables en mode non linéaire. La loi de commande globale est déterminée à partir de n lois de commandes de base (calculées pour toutes les situations possibles du système). Ces situations sont décrites par un ensemble de n modèles. Le premier modèle correspond au fonctionnement nominal du système, les autres situations prennent en compte l'apparition d'un défaut particulier entraînant le système en dehors de sa zone de fonctionnement nominal. Les matrices de gain K_i de la commande sont calculées à l'avance pour chacun des modes de fonctionnement. La commande locale u_i est déterminée par la relation:

$$u_i = K_i \hat{x}_i \quad (\text{I.17})$$

Où \hat{x}_i est l'estimation de l'état du système fournie par le i^{eme} filtre. Une unité de calcul des probabilités de Bayes [JAM03] permet de calculer les probabilités $P(H_i/r_i)$ associées à chaque modèle possible par

$$P(H_i/r_i) = \frac{P(H_i) P(r_i/H_i)}{\sum_{i=1}^n [P(H_i) P(r_i/H_i)]} \quad (\text{I.18})$$

Où $P(H_i/r_i)$ désigne la probabilité conditionnelle de l'innovation r_i issue du $i^{\text{ème}}$ filtre et où $P(H_i)$ est la probabilité à priori du modèle H_i . La loi de commande globale appliquée au système est alors déterminée par:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i P(H_i/r_i) \quad (\text{I.19})$$

Cette méthode requiert le calcul a priori des gains des régulateurs correspondant à chaque situation du système. Cette technique est basée sur une estimation d'état reconfigurée permettant d'éviter la modification du gain de la commande par retour d'état pour n'importe quelle situation du système. Cette méthode est valable lorsque le modèle n'est pas entaché de bruits.

e. *FTC par observateurs adaptatifs* [LI03]

Afin de confronter correctement le défaut après l'avoir détecté, une approche d'identification peut être employée pour obtenir les paramètres du système défectueux et modifier le contrôleur. Cependant, elle est semblable à la commande adaptative, mais la contrainte est la vitesse d'identification des méthodes classiques qui se pose pour les systèmes linéaires et non linéaires.

Pour obtenir une information sur le défaut, le FDI basé sur les observateurs adaptatifs (AOFDI) est une bonne méthode pour les systèmes dynamiques non linéaires. Les résidus sont générés en utilisant un observateur d'état basé sur des paramètres nominaux et un ensemble d'observateurs adaptatifs. Chaque observateur adaptatif estime un seul paramètre du système commandé, en plus des variables d'état. Au moyen de l'AOFDI, le paramètre défectueux est identifié.

Les différentes étapes de la FTC sont résumées ci-après:

- 1) Pendant l'opération normale, la loi de commande est un algorithme de commande adaptative et le FDI est employé pour détecter n'importe quel défaut survenu dans le système;
- 2) Quand le défaut est détecté et n'est pas encore isolé, l'AOFDI fait la tâche d'analyse des pannes et d'identification des paramètres défectueux. La loi de commande emploie une stratégie passive de FTC.

- 3) Quand le défaut est isolé, La FTC traite la tâche de reconfiguration du contrôleur;
- 4) Un contrôleur adaptatif indirect est choisi comme contrôleur reconfigurable.

I.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié le diagnostic de défauts et la commande tolérantes aux fautes.

Le diagnostic de défauts consiste à détecter et isoler les défauts survenus dans un système. Une classification des méthodes de diagnostic a été donnée, deux approches ont été distinguées : celles qui n'utilisent pas un modèle et celles basées sur un modèle, ces dernières sont les plus utilisées. Parfois, modéliser un procédé est très délicat vu la pauvreté de la connaissance sur ces paramètres, d'où vient l'idée de l'utilisation de l'approche structurelle. Cette approche fera l'objet de notre étude dans les prochains chapitres.

La commande tolérante aux fautes a pour but de trouver des solutions si elles existent afin d'atteindre des objectifs désirés en présence de fautes, en tenant compte des informations issues du module du diagnostic. Nous avons cité deux approches de la commande tolérante aux fautes : l'approche passive et l'approche active. Cette dernière est plus adéquate pour contourner les fautes ; elle consiste en l'accommodation ou en la reconfiguration. Notre travail sera consacré à l'étude de la reconfiguration structurelle.

Chapitre II : Quelques aspects de l'analyse structurelle

II.1 Introduction

L'analyse structurelle est un outil puissant qui permet de déterminer de nombreuses propriétés du système considéré [DUS04c]. Ces propriétés sont obtenues à partir de la seule connaissance de l'existence de liens (contraintes) entre variables sans que les valeurs des paramètres soient nécessairement connues. Ce prétraitement, qui peut être entièrement automatisé de manière efficace même pour les très grands systèmes, permet par exemple de connaître les conditions structurelles d'observabilité ou de commandabilité [ASS02, BLA03], les possibilités de détection et de localisation des défaillances ou d'étudier la reconfigurabilité du système en cas de perte de composants [ASS02], [BLA03], [DUS05], [BLA06a]. Cette analyse est effectuée lors de la phase de conception et permet aussi de déterminer le nombre et la place des capteurs à implanter afin de respecter le cahier des charges de surveillance [CAS94], [CAS97], [COC98], [ZAM99], [KRY02], [COC04], [DUS04a], [DUS04b], [JOR04], [DUS06], [BEL07a], [BEL07b], [BEL08]. Pour toutes les propriétés structurelles citées auparavant, les conditions obtenues sont nécessaires mais en général non suffisantes car elles sont indépendantes de la valeur réelle des paramètres [DUS04c].

Cette analyse est basée sur un modèle structurel qui est conçu à partir de la structure du système, représentée par un graphe. Parmi les représentations graphiques on peut citer la représentation par bond graph (également appelé Graphe à liens ou Graphe de liaisons) [OUL02], par un graphe direct [COM02] et par un graphe biparti [DUS05]. Dans ce travail on s'intéressera à cette dernière représentation, à savoir la représentation par graphe bi parti.

Ce chapitre est consacré d'abord à la modélisation structurelle des systèmes par graphe biparti, puis la présentation de quelques outils qui seront utilisés pour le diagnostic et la reconfiguration structurelle.

II.2 Modélisation structurelle par un graphe biparti [BLA03]

Un graphe biparti $G = (E, Z, A)$ est un graphe composé de deux ensembles de sommets distincts E , Z et d'arêtes A où $A \subset E \times Z$. On considère alors la projection sur E du graphe G , qui est le graphe $Gp = (E, Ap)$ avec $Ap = \{(u, v) \in E \times E \text{ tel qu'il existe un sommet } w \in Z \text{ avec } (u, w) \in A \text{ et } (v, w) \in A\}$. Dans la modélisation des systèmes E représente l'ensemble des contraintes et Z l'ensemble des variables (il existe deux types de variables: les variables connues qui représentent les mesures, les consignes et les commandes et les variables inconnues que sont les variables internes non mesurées, les entrées inconnues et les perturbations). Une arête relie un élément e_i de E et un élément z_j de Z , lorsque la variable z_j est contrainte par la relation e_i (la contrainte e_i contient la variable z_j). Soit $(e_i; z_j)$ une arête du graphe, on dira que e_i et z_j sont adjacentes. [ZAM02]

Chaque graphe est représenté par une matrice dite d'adjacence. C'est une matrice booléenne où chaque ligne correspond à une équation ou contrainte et chaque colonne à une variable. Un 1 à la position $(i; j)$ indique que la variable j apparaît dans l'équation i , c'est-à-dire qu'il existe une arête reliant la contrainte e_i et la variable z_j . Les représentations graphique et structurelle du système sont totalement équivalentes. Dans la suite de ce mémoire, nous utiliserons donc l'une ou l'autre selon le contexte. Les représentations par le graphe biparti et par la matrice d'adjacence sont illustrées sur l'exemple ci-dessous.

II.2.1. Exemple illustratif des représentations par graphe biparti et matrice d'adjacence

Considérons le système réduit ci-après avec deux variables d'état x_1, x_2 , deux sorties mesurées y_1, y_2 , un signal de commande u et une faute f_{y_2} :

$$\begin{cases} e_1 : x_1 = x_2 + u \\ e_2 : y_2 = x_2 + f_{y_2} \\ e_3 : y_1 = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

a. Représentation du système (II.1) par un graphe biparti :

Le graphe biparti du système (II.1) est schématisé par la figure. II.1

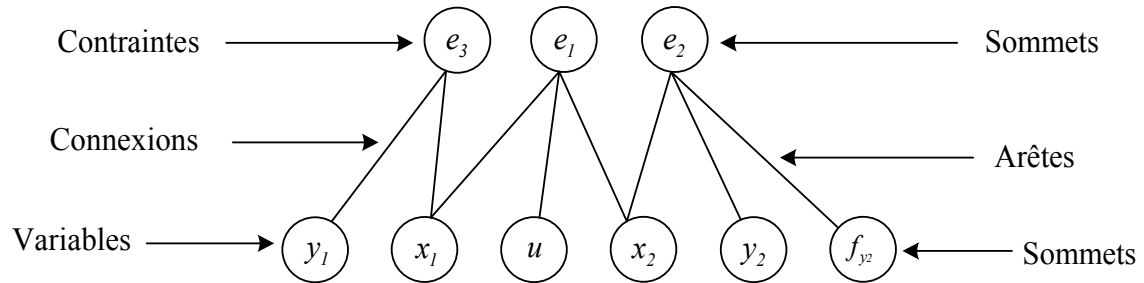


Figure II.1: Graphe biparti du système II.1

b. Représentation du système (II.1) par la matrice d'adjacence :

La matrice d'adjacence du système (II.1) est représentée par le tableau II.1

Tableau II.1: Matrice d'adjacence du système II.1

	x_1	x_2	u	y_1	y_2	f_{y_2}
e_1	1	1	1	0	0	0
e_2	0	1	0	0	1	1
e_3	1	0	0	1	0	0

II.2.2. Modélisation des variables dynamiques et des dérivées

Il existe trois manières de modéliser les variables dynamiques :

1. La variable et sa dérivée sont considérées comme deux variables différentes reliées par l'intermédiaire de la contrainte différentielle. Le modèle est élargi par une équation différentielle. [BLA03], [BLA06a]
2. La variable et sa dérivée sont considérées comme deux variables différentes combinées par l'intermédiaire de la différentiation structurelle. Cependant, la différentiation structurelle peut être faite plusieurs fois, donc un critère d'arrêt doit être introduit. [KRY02]
3. La variable et sa dérivée sont considérées structurellement les mêmes. [BLA03]

Afin d'illustrer ces différentes modélisations, on utilise le système II.2 de l'exemple II.1

Exemple II.1

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = x_2 + u \\ e_2 : y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

a. Raccordement par la contrainte différentielle : [BLA03], [BLA06a]

Dans cette approche, on fait un élargissement du modèle en ajoutant des contraintes différentielles au modèle original. Pour le système II.2, on ajoute la contrainte suivante:

$e_3 : \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt}$, le système élargi est représenté par le graphe biparti de la figure II.3.

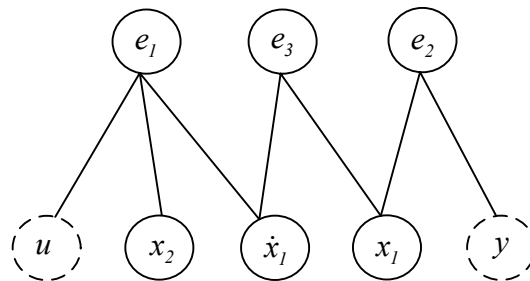


Figure II.2 : Graphe biparti du système élargi par l'ajout de e_3

On constate que les trois variables peuvent être calculées de la manière suivante : x_1 est calculée à partir de la contrainte $e_2 \Rightarrow x_1 = y$, en utilisant le résultat $x_1 = y$ et la contrainte e_3 on obtient \dot{x}_1 qui est égale à \dot{y} . x_2 est obtenue en utilisant e_1 et les résultats précédents c-à-d : ($x_1 = y$ et $\dot{x}_1 = \dot{y}$) $x_2 = \dot{y} - u$

b. Différentiation structurelle : [KRY02]

Pour l'application de cette méthode sur le système II.2, on doit dériver l'équation e_2 , en supposant que y est dérivable au moins une fois. Cette dérivée est ajoutée au système II.2, le graphe biparti qui correspond au nouveau système est :

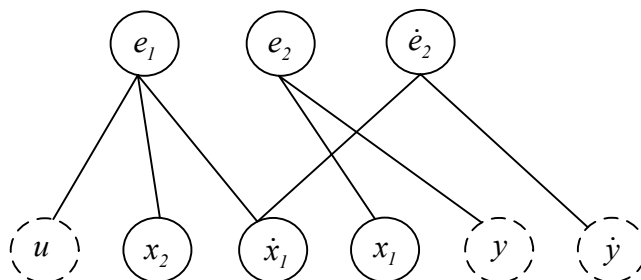


Figure II.3 : Graphe biparti du système élargi par l'ajout de la dérivée de e_2

Notons que la différentiation structurelle a ajouté une contrainte qui relie \dot{x}_1 à une variable connue \dot{y} et que x_1 est linéaire dans e_2 et \dot{x}_1 linéaire dans \dot{e}_2 .

Pour montrer la différence entre les aspects linéaires et les aspects non linéaires, modifions e_2 $e_2 : y = x_1 x_2 \Rightarrow \dot{e}_2 : \dot{y} = \dot{x}_1 x_2 + x_1 \dot{x}_2$ et x_2 sont non linéaires dans e_2 et dans \dot{e}_2 les variables x_1 , x_2 , \dot{x}_1 et \dot{x}_2 sont non linéaires. Ceci peut être résumé de la manière suivante :

- Si x est linéairement continue dans e alors \dot{x} est linéairement continue dans \dot{e} .
- Si x est non linéairement continue dans e alors \dot{x} est non linéairement continue dans \dot{e} .

c. **Les variables et leurs dérivées représentées par les mêmes variables:** [BLA03], [BLA06a]

Pour le système II.2, si on considère x_1 et \dot{x}_1 structurellement comme une seule variable c'est-à-dire $x_1 = \dot{x}_1$, le graphe biparti du système résultant est le suivant :

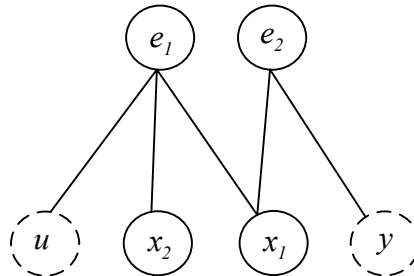


Figure II.4 : Graphe biparti du système statique résultant

II.2.3. Prise en compte des défaillances [DUS04c]

Lorsque le diagnostic (détection et localisation des défaillances) et la reconfiguration sont considérées, une connaissance supplémentaire doit être ajoutée afin de caractériser le comportement défaillant. Trois niveaux de connaissance peuvent être considérés suivant l'objectif visé :

1. Le niveau de connaissance le plus élémentaire consiste à indiquer les équations décrivant les composants qui sont influencés directement par la défaillance, c'est-à-

- dire les équations du modèle (contraintes) qui ne sont plus valides en cas de défaillance.
2. Le deuxième niveau de connaissance est plus précis puisqu'il consiste à décrire, grâce à des variables supplémentaires (appelées variables de défaillance), comment sont modifiées les équations du fonctionnement normal lorsqu'une défaillance survient. Les défaillances peuvent être additives ou multiplicatives suivant la manière dont les variables de défaillance influencent les équations du modèle.
 3. Le troisième niveau de connaissance consiste à modéliser l'évolution dynamique de la défaillance. Des équations supplémentaires liant les variables de défaillance sont ajoutées au modèle de bon fonctionnement. Pour obtenir ce modèle, soit une connaissance fine des phénomènes physiques est nécessaire, soit à l'aide de l'utilisation des données expérimentales du processus défectueux.

Ces trois niveaux sont illustrés en utilisant le système de l'exemple II.1,

Exemple II.2

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = \alpha x_2 + u \\ e_2 : y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

où x_1 , x_2 sont les variables d'état, y la sortie mesurée, u le signal de commande et α un paramètre.

Supposons que ce système est sujet à deux défaillances: une défaillance interne du composant (sur le paramètre α) et une défaillance du capteur. Etudions les trois niveaux de connaissance sur ces défaillances et la répercussion sur le modèle structurel du système.

Le premier niveau de connaissance est une conséquence directe de la description des défaillances. Une défaillance du composant entraînera que la contrainte e_1 ne sera plus valide, une défaillance du capteur entraînera la non validité de la contrainte e_2 .

Le deuxième niveau consiste à dire comment sont modifiées les deux contraintes du modèle en cas de défaillance. Par exemple, la défaillance interne du composant se traduit par une variation du paramètre α et la défaillance capteur par un écart entre x_1 et y . La prise

en compte de ce deuxième niveau de connaissance nécessite l'utilisation de deux variables supplémentaires f_1 et f_2 représentant les défaillances. Le modèle analytique devient :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = (\alpha + f_1)x_2 + u \\ e_2 : y = x_1 + f_2 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

On ajoute une contrainte différentielle e_3 ($e_3 : x_1 = \frac{dx_1}{dt}$) pour modéliser la dérivée.

Ce qui donne le modèle structurel suivant :

Tableau II.2: Matrice d'adjacence deuxième niveau de connaissance

	x_1	\dot{x}_1	x_2	f_1	f_2	y	u
e_1	0	1	1	1	0	0	1
e_2	1	0	0	0	1	1	0
e_3	1	1	0	0	0	0	0

Supposons maintenant, par expérience ou par une étude du comportement physique du système, qu'on sache que les défaillances se traduisent par un biais du paramètre α . Dans ce cas, la variable f_1 peut être considérée comme constante, ce qui se traduit par :

$$e_4 : \dot{f}_1 = 0 \quad e_5 : \dot{f}_1 = \frac{df_1}{dt}$$

Le tableau II.3 représente le modèle structurel donné avec la prise en compte du troisième niveau :

Tableau II.3: Matrice d'adjacence du troisième niveau de connaissance

	x_1	\dot{x}_1	x_2	f_1	f_2	y	u	\dot{f}_1
e_1	0	1	1	1	0	0	1	0
e_2	1	0	0	0	1	1	0	0
e_3	1	1	0	0	0	0	0	0
e_4	0	0	0	0	0	0	0	1
e_5	0	0	0	1	0	0	0	1

Remarque :

La prise en compte du premier niveau de connaissance sur les défaillances ne nécessite pas l'utilisation de variables de défaillance. Cependant, afin d'indiquer les contraintes susceptibles d'être invalides en cas de défaillance, des variables de défaillance peuvent aussi être ajoutées. Il est à noter que ces variables n'ont pas, à ce niveau, d'interprétation en termes de signal ou d'écart paramétrique. L'utilisation de ces variables, dès le premier niveau de description des défaillances, permet d'avoir un modèle structurel homogène quelle que soit la connaissance disponible sur les défaillances. D'un point de vue structurel, les deux premiers niveaux de connaissance sur les défaillances sont alors équivalents.

II.3. Outils de l'analyse structurelle utilisés pour le diagnostic et la reconfiguration

L'approche structurelle pour le diagnostic est une méthode à base de modèle. Le modèle utilisé pour cette approche est basé sur la modélisation structurelle par un graphe biparti. Le diagnostic par l'analyse structurelle est basé sur la détermination du sous système qui comporte les redondances d'informations, et l'outil pour le déterminer est la décomposition de Dulmage-Mendelsohn appelé aussi la décomposition canonique [BLA03]. La reconfiguration structurelle se base sur les propriétés structurelles de commandabilité et d'observabilité en présence de fautes. Les étapes utilisées pour ce test sont la décomposition canonique et la recherche de couplages. Dans ce qui suit, les définitions des outils de l'analyse structurelle pour le diagnostic et la reconfiguration seront données.

III.3.1. Calculabilité**Définition1** (calculabilité) [COC04]

Soit une contrainte $e_i : f(\dots, x_p, \dots) = 0$. La variable x_p est calculable s'il est possible de déterminer sa valeur à partir de la contrainte e_i , en connaissant les valeurs des autres variables.

Cette notion de calculabilité permet d'intégrer dans le traitement structurel le fait que certaines activités ont un comportement non inversible (e.g. non linéaire, hystérésis).

On représentera par un triangle (Δ) les variables non calculables dans la matrice d'adjacence [Zam99]. L'exemple suivant présente un cas de non calculabilité de l'une de ses variables.

On utilise le système II.2 de l'exemple II.1 pour illustrer la définition de la calculabilité.

Son graphe biparti est sur la figure II.2

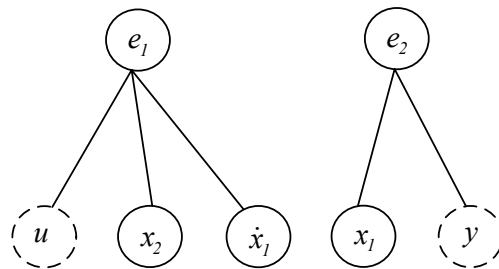


Figure II.5 : Graphe biparti du système II.2

Dans ce graphe, les signaux connus sont représentés par des lignes discontinues pour les distinguer des signaux inconnus. D'après la figure II.2, le graphe contient deux parties. La première partie contient deux variables inconnues \dot{x}_1 et x_2 et une seule variable connue u , donc on ne peut pas calculer les deux autres variables ; par contre dans la deuxième partie, la variable inconnue x_1 peut être calculée à l'aide de la variable connue y en utilisant l'équation e_2 , afin de calculer \dot{x}_1 il faut utiliser l'une des trois façons de modélisation de cette variable dynamique (paragraphe II.2.2.)

III.3.2. Couplage dans un graphe

a. Définition2 [BON76]

Soit $G(E, Z, A)$ un graphe biparti avec E et Z l'ensemble des sommets et A l'ensemble des arêtes, $G=(E, Z, A_1)$ est un couplage dans le graphe $G = (E, Z, A)$ si et seulement si :

- 1) $A_1 \subset A$
- 2) $\forall (a_1, a_2) \in A \times A \mid a_1 \neq a_2$ alors $e(a_1) \neq e(a_2)$ et $z(a_1) \neq z(a_2)$, e est une équation de E

De manière plus simple, un couplage dans un graphe biparti est un ensemble d'arcs $A_l \subset A$ tel que deux arcs quelconques de A_l n'ont aucun sommet commun.

b. Couplage maximal [BON76]

Un couplage maximal dans le graphe $G = (E, Z, A)$ est un couplage $G = (E, Z, A_l)$ tel que :

$\forall A_2 \supset A_l, A_2 \neq A_l, G = (E, Z, A_2)$ n'est plus un couplage.

En d'autres termes, le couplage $G = (E, Z, A_l)$ est maximal lorsque le nombre d'arcs de A_l est le plus grand possible.

c. Couplage complet [BLA03], [BLA06a]

Un couplage est dit complet relativement à E (respectivement Z) si et seulement si :

$\forall e \in E, \exists a \in A \mid e = e(a)$ (Respectivement $\forall z \in Z, \exists a \in A \mid z = z(a)$)

Un couplage est donc complet relativement à un ensemble E ou Z , lorsque chaque élément de ce sous ensemble est l'extrémité d'un arc d'un couplage maximal. Le couplage d'une variable à une contrainte induit une relation de causalité (en termes de calcul) entre cette variable et la contrainte. En d'autres termes, un couplage (e_i, x_j) signifie que la variable x_j est calculée à partir de la contrainte e_i . Un couplage complet de ce graphe biparti induit une orientation des arêtes de la manière suivante :

- pour toute arête $(e_i; z_j)$ où e_i n'est pas couplé, l'orientation est $z_j \rightarrow e_i$.
- pour toute arête $(e_i; z_j)$ où e_i est couplé, si z_j est couplé à e_i l'orientation est $e_i \rightarrow z_j$, sinon elle est $z_j \rightarrow e_i$.

d. Couplage complet causal [ASS02]

Il se peut qu'un couplage induise des cycles dans le graphe orienté. Un cycle est un ensemble de variables mutuellement dépendantes (ou de manière équivalente un ensemble de contraintes à résoudre simultanément). Il existe deux sortes de cycles qui ont des propriétés très différentes : les cycles algébriques et les cycles différentiels. Les cycles algébriques sont formés de contraintes algébriques seulement. Il est donc possible de résoudre le système d'équations qui est représenté par ce cycle (sous réserve de solvabilité

numérique du système, mais ceci dépasse le cadre de l'analyse structurelle). Par contre les cycles différentiels représentent un système d'équations algébrodifférentielles qui ne peut être résolu si les conditions initiales ne sont pas connues [BLA03, 06], [COC04]. Pour différencier ceux-ci, le concept de couplage causal est introduit.

Définition 3

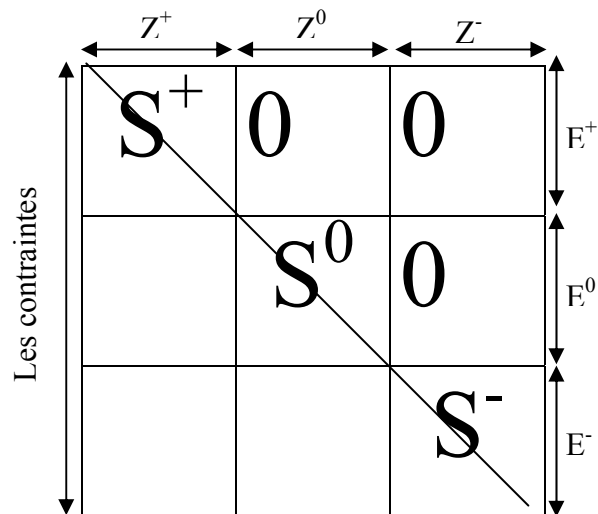
Un couplage complet causal est un couplage complet qui induit un graphe orienté ne contenant pas de cycle différentiel.

II.3.3. Décomposition canonique [DUL58]

La décomposition de Dulmage-Mendelsohn notée DM-décomposition est le point de départ de l'analyse structurelle. La DM-décomposition peut être obtenue en appliquant des algorithmes classiques de la théorie des graphes [DUL58, POT90, MUR87]. Ceux-ci consistent à permuter les colonnes et les lignes de la matrice d'adjacence représentant le graphe afin d'obtenir une représentation bloc triangulaire inférieur. Il a été prouvé [DUL58] que tout graphe biparti de dimension finie peut être décomposé de manière unique en trois sous graphes [BLA03].

- $G = (E_Z^+, Z^+, A_Z^+)$ tel qu'il existe un couplage complet sur Z^+ , non complet sur E_Z^+ .
- $G = (E_Z^0, Z^0, A_Z^0)$ tel qu'il existe un couplage complet sur Z^0 et sur E_Z^0 .
- $G = (E_Z^-, Z^-, A_Z^-)$ tel qu'il existe un couplage complet sur E_Z^- , non complet sur Z^- .

Puisqu'à chaque graphe biparti correspond une matrice d'adjacence, la décomposition canonique de cette dernière consiste en premier lieu à la réorganiser de manière à isoler les variables connues des variables inconnues. Ensuite, on applique la décomposition de Dulmage- Mendelsohn à la sous matrice relative aux variables inconnues puis on permute les lignes et colonnes. La décomposition canonique de la matrice d'adjacence est représentée par le tableau suivant :

Tableau II.4: Décomposition canonique de la matrice d'adjacence

Après la décomposition canonique de la matrice d'adjacence, on obtient trois composantes canoniques (S^+ , S^0 , S^-). Ces dernières correspondent aux trois sous systèmes [BLA03], [ZAM00]

$$S^+ = [E^+, Z^+]$$

$$S^0 = [E^0, Z^+ \cup Z^0]$$

$$S^- = [E^-, Z^+ \cup Z^0 \cup Z^-]$$

- S^+ est le sous système sur-déterminé, c'est-à-dire que le nombre de contraintes est supérieur au nombre de variables. Seul un sous-ensemble des contraintes E^+ est nécessaire pour calculer les variables inconnues Z^+ . L'ensemble des contraintes restantes constitue des relations de redondance analytique. Dans le sous système sur-déterminé, des couplages complets existent sur les variables mais pas sur les contraintes.
- S^0 est le sous système juste déterminé:

Ici le nombre de variables inconnues est égal au nombre d'équations. Il existe au moins un couplage complet sur les variables Z^0 et les contraintes E^0 .

- S^- est le sous système sous-déterminé c'est-à-dire que l'ensemble des variables Z^+ ne peut pas être calculé à partir de $Z^+ \cup Z^0$ et des contraintes E^- . Dans ce sous système, un couplage complet sur les variables Z^- ne peut pas être trouvé.

II.3.4. Génération de résidus

La DM décomposition fournit le sous-système sur-déterminé comportant n variables inconnues et $n + p$ équations. Un couplage complet causal sur les n variables, lorsqu'il existe, permet de choisir n équations parmi les $n + p$ afin de générer une séquence de calcul des variables inconnues. Les séquences de calcul des résidus sont alors obtenues en considérant les p équations redondantes et les séquences de calcul des variables inconnues induites par le couplage complet causal choisi. La forme de calcul est obtenue en suivant la séquence de calcul et en utilisant les équations de fonctionnement normal. On obtient une relation du type $W_o(\bar{y}, \bar{u}) = 0$, où \bar{u} et \bar{y} sont les vecteurs d'entrées et de sorties et leur dérivées successives jusqu'à un certain ordre n . En appliquant la même séquence de calcul mais en utilisant les équations du modèle défaillant, on obtient $W_f(\bar{y}, \bar{u}) = 0$. La forme d'évaluation du résidu est $r = W_f(\bar{y}, \bar{u}) - W_o(\bar{y}, \bar{u})$.

Exemple II.3.

Utilisons le système II.5 pour expliquer les résultats précédents :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ e_2 : \dot{x}_2 = x_1 + x_2 \\ e_3 : y = x_1 + f \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

a. Matrice d'adjacence du système II.5

Pour cette représentation, on utilise l'ajout d'une contrainte différentielle pour la

modélisation des dérivées $e_4 : \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt}$, $e_5 : \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt}$.

Tableau II.5: Matrice d'adjacence du système II.5

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	f	y	u
e_1	Δ	1	1	0	0	0	1
e_2	1	0	Δ	1	0	0	0
e_3	1	0	0	0	1	1	0
e_4	Δ	1	0	0	0	1	0
e_5	0	0	Δ	1	0	0	0

b. Sous matrice des variables non mesurées

Tableau II.6: Sous matrice des variables non mesurées

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2
e_1	Δ	1	1	0
e_2	1	0	Δ	1
e_3	1	0	0	0
e_4	Δ	1	0	0
e_5	0	0	Δ	1

Afin de calculer toutes les variables d'état, il faut d'abord appliquer la DM-décomposition à la sous matrice des variables inconnues, ensuite on cherche tous les couplages complets des variables dans le sous-système sur-déterminé. Dans l'exemple précédent, les couplages sont représentés par des I dans un cercle. Un I dans un cercle à la position (i,j) , dans le tableau qui représente le sous système sur-déterminé, signifie que la variable j est calculée par la contrainte i . La contrainte correspondante à la ligne où il n'existe pas de I dans un cercle s'appelle équation redondante.

c. DM décomposition de la sous matrice avec couplages

La DM décomposition montre que la sous matrice ne contient qu'un sous système sur déterminé. Le résultat est montré dans le tableau II.7 :

Tableau II.7: DM décomposition de la sous matrice avec couplages

	x_1	x_2	\dot{x}_2	\dot{x}_1
e_1	Δ	1	0	1
e_2	1	Δ	1	0
e_5	0	Δ	1	0
e_3	1	0	0	0
e_4	Δ	0	0	1

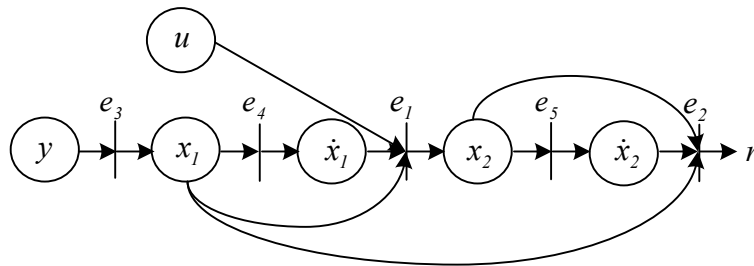
L'équation redondante est e_2 . Pour générer la fonction du résidu, il faut calculer les variables inconnues puis les remplacer dans e_2 avec l'hypothèse $f=0$.

Le calcul des variables inconnues se fait de la manière suivante :

- x_1 est calculée en utilisant la contrainte e_3 , on trouve $x_1 = y$
- \dot{x}_1 est calculée en utilisant la contrainte e_4 , on trouve $\dot{x}_1 = \dot{y}$
- x_2 est calculée en utilisant la contrainte e_1 , on trouve $x_2 = \dot{y} - y - u$
- \dot{x}_2 est calculée en utilisant la contrainte e_5 , on trouve $\dot{x}_2 = \ddot{y} - \dot{y} - \dot{u}$
- A partir de e_2 et sans considéré les fautes, on obtient $W_0 = \ddot{y} - 2\dot{y} - \dot{u} - u$
- A partir de e_2 et en considérant les fautes, on obtient $W_f = \ddot{y} - \ddot{f} - 2\dot{y} + 2\dot{f} - \dot{u} - u$

Donc l'expression du résidu est $r = W_f - W_0 = 2\dot{f} - \ddot{f}$

Le chemin suivi pour générer le résidu r peut être représenté par le graphe orienté suivant :

**Figure II.6 :** Graphe orienté générant le résidu r

II.3.5. Ensemble minimal structurellement singulier (MSS)

a. Définition 4 [KRY02]

Un ensemble d'équations est structurellement singulier SS si le nombre d'équations est supérieur au nombre de variables inconnues dans ce dernier.

Un ensemble structurellement singulier est minimal s'il ne contient pas de sous ensembles SS.

b. Exemple II.4

Soit un système représenté par la matrice d'adjacence suivante

Tableau II.8: Matrice d'adjacence

	x_1	x_2	y_1	y_2	f_1	f_2
e_1	1	0	1	0	1	0
e_2	1	0	0	0	0	0
e_3	0	1	0	1	0	1
e_4	0	1	0	0	0	0

Les ensembles structurellement singuliers et structurellement singuliers minimaux sont présentés respectivement dans les tableaux II.9 et II.10:

Tableau II.9: Ensembles SS

Les équations	Les variables inconnues
$\{e_1, e_2\}$	$\{x_1\}$
$\{e_1, e_2, e_3\}$	$\{x_1, x_2\}$
$\{e_1, e_2, e_4\}$	$\{x_1, x_2\}$
$\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$	$\{x_1, x_2\}$
$\{e_3, e_4\}$	$\{x_2\}$
$\{e_1, e_3, e_4\}$	$\{x_1, x_2\}$
$\{e_2, e_3, e_4\}$	$\{x_1, x_2\}$

Tableau II. 10: Ensembles MSS

Les équations	Les variables inconnues
$\{e_1, e_2\}$	$\{x_1\}$
$\{e_3, e_4\}$	$\{x_2\}$

II.3.6. Ensemble structurellement sur déterminé minimal (MSO) [KRY06]

Les ensembles MSO peuvent être définis comme suit:

Définition 5 (Ensemble structurellement surdéterminé) [KRY06]

Un ensemble d'équations $M \subseteq M_{SD}$ (M_{SD} est l'ensemble d'équations total (les équations du système complet de la description du système)) est structurellement surdéterminé (SO), si M a plus d'équations que de variables inconnues.

Définition 6 (Ensemble structurellement surdéterminé propre). [KRY06]

Un ensemble M est structurellement surdéterminé propre (PSO) si $M = M^+$.

Définition 7 (Ensemble structurellement surdéterminé Minimal (MSO)) [KRY06]

Un ensemble structurellement surdéterminé minimal (MSO) est un ensemble dont aucun sous-ensemble n'est structurellement surdéterminé.

Définition 8 (redondance structurelle). [KRY06]

La redondance structurelle notée par φ est la différence entre le nombre d'équations et le nombre de variables inconnues dans le modèle d'un système.

L'ensemble des MSO du système de l'exemple II.4 ; sont

$$\{e_2, e_3, e_4\}, \{e_1, e_3, e_4\}, \{e_1, e_2, e_4\} \text{ et } \{e_1, e_2, e_3\}$$

III.3.7. Table de signature et d'isolabilité de défauts

Les définitions de la table de signature et de la table d'isolabilité sont [BLA03]:

Définition 9 (Table de signature)

La table de signature appelée aussi matrice de sensibilité de défauts est la matrice rassemblant toutes les structures de résidus possibles. Chaque ligne correspond à un résidu et chaque colonne à une défaillance. Un 1 à la position (i,j) indique qu'une défaillance j est détectable par le résidu i . Le mot binaire formé par la colonne j est appelé "signature de la défaillance j ".

L'analyse de cette table permet de déterminer les propriétés de détectabilité et d'isolabilité structurelles des défaillances. Une défaillance est détectable si sa signature

comporte au moins un "1". Deux défaillances sont isolables si leurs signatures sont différentes.

Remarque

Le nombre de résidus de structures différentes peut être très important. Afin d'étudier et visualiser l'isolabilité des défaillances, il est possible de construire une matrice appelée table d'isolabilité.

Définition 10 (Table d'isolabilité)

La table d'isolabilité appelée aussi matrice d'incidence de défauts est une matrice carrée où chaque ligne et chaque colonne correspondent à une défaillance. Un 1 à la position (i; j) indique que la défaillance i n'est pas isolable de la défaillance j.

Par permutation de lignes et de colonnes, la table d'isolabilité peut être mise sous forme bloc-diagonale, où chaque bloc est une matrice carrée constituée uniquement de 1. Chaque bloc représente un sous-ensemble de défaillances non isolables entre elles.

a. Exemple II.5

Les fonctions de résidu suivantes sont utilisées afin de montrer comment construire ces tables

$$r_1 = \ddot{y}_1 - \ddot{f}_1 + u - f_2$$

$$r_2 = f_2 - y_2 + f_1 \quad \text{Où } u, y_1, y_2 \text{ sont les variables mesurées et } f_1, f_2, f_3 \text{ sont les fautes}$$

$$r_3 = \dot{y}_1 - \dot{y}_2 - \dot{u} + f_3$$

La table de signature de fautes est représentée dans le tableau II.11

Tableau II.11: Table de signature de défauts

	f_1	f_2	f_3
r_1	1	1	0
r_2	1	1	0
r_3	0	0	1

D'après cette table de signature de défauts on constate que f_1 et f_2 ont la même signature ce qui implique la non distinction entre ces deux défauts, par contre la signature

de f_3 est différente des autres, donc f_3 est distinguée des autres fautes. Cette remarque est résumée sur la table d'isolabilité.

La table d'isolabilité est donnée sur le tableau suivant :

Tableau II.12: Table d'isolabilité de défauts

	f_1	f_2	f_3
f_1	1	1	0
f_2	1	1	0
f_3	0	0	1

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné quelques outils de l'analyse structurelle. Au début, une description de la représentation structurelle par le graphe biparti est donnée, la modélisation structurelle est primordiale pour l'étude des systèmes en général par l'analyse structurelle, ensuite des outils nécessaires pour le diagnostic et la reconfiguration structurelle sont cités. Parmi ces outils, il ya la DM décomposition qui est utilisée à la fois pour le diagnostic et la reconfiguration structurelle. Elle est considérée comme la base de ces études (diagnostic et reconfiguration) ainsi que les couplages.

Les autres outils sont utilisés spécialement pour le diagnostic à savoir la génération de résidus, les ensembles MSS, MSO, les tables de signature de défauts et d'isolabilité.

Le chapitre suivant sera consacré à l'utilisation de ses outils dans des algorithmes de détection et d'isolation de défauts.

Chapitre III : Algorithme de diagnostic de défauts et placement capteurs par l'approche structurelle

III.1. Introduction

Ce chapitre est consacré au diagnostic de défauts par l'approche structurelle. En premier lieu, un algorithme général sera donné avec une explication de ses différentes étapes, puis les différentes méthodes de recherche des ensembles MSOs vont être détaillées ainsi que celles de placement de capteurs. Des exemples seront utilisés pour illustrer cette approche.

III.2 Algorithme général de diagnostic de défauts par l'approche structurelle

L'algorithme est donné par l'organigramme de la figure III.1

La première étape de l'algorithme pour le diagnostic structurel est la modélisation structurelle, la représentation qui sera utilisée est celle basée sur le graphe biparti.

La DM décomposition est faite dans une deuxième étape afin de déterminer le sous système sur-déterminé, dans ce dernier une recherche des ensembles MSO est faite. Il existe plusieurs méthodes qui permettent la détermination de ces ensembles, parmi lesquelles on trouve : l'algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits PCC (Possible Conflict Calculation algorithm) [PUL04] ; l'algorithme de combinaison des bases MSO CBMSOs-algorithm (Combination of Basic MSOs algorithm) [BLA06b] ; l'algorithme basé sur la structure minimale des ARR SARR (structure of the minimal ARRs, ou Structural ARRs Algorithm) [TRA06] et l'algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux MSO (Minimal Structurally Overdetermined algorithm) [KRY08a]. Ces algorithmes seront détaillés dans le prochain paragraphe.

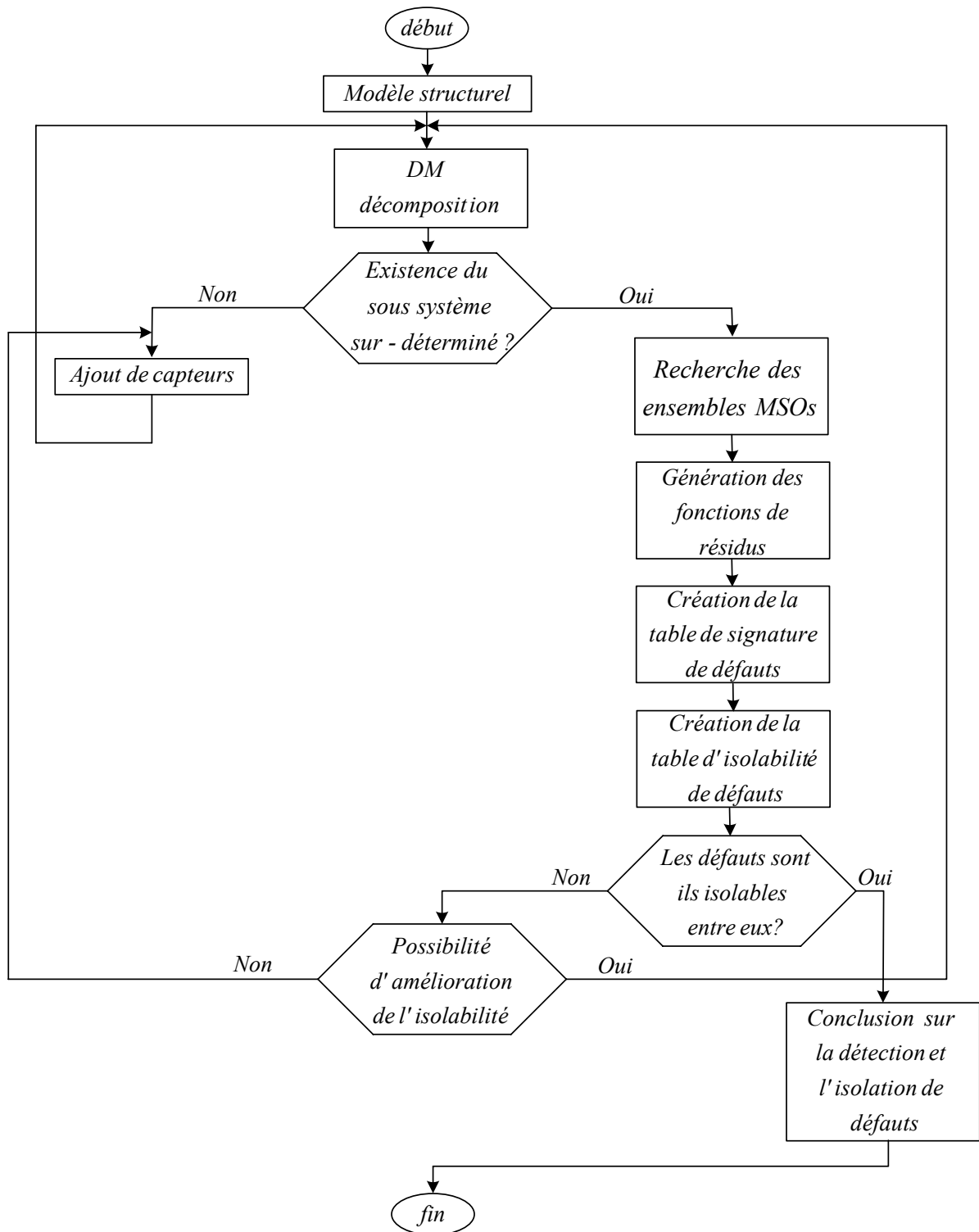


Figure III.1: Organigramme du FDI

L'existence ou non du sous système sur-déterminé permet de déterminer l'action qui sera appliquée dans la troisième étape à savoir :

- Si le sous système sur-déterminé n'existe pas, alors il faut prévoir l'ajout de capteurs. Plusieurs algorithmes sont utilisés pour l'ajout de ces capteurs. Parmi ces algorithmes, on peut citer : celui basé sur la supposition que toutes les variables du système sont mesurées. Puis on procède au retrait des capteurs jusqu'à la satisfaction du cahier des charges considéré [TRA06], la méthode qui prend en compte des spécifications de diagnosticabilité et de détectabilité [YAS07] et celui basé sur la décomposition de Dulmage-Mendelsohn [KRY08b]. C'est ce dernier algorithme qui sera utilisé dans la suite de ce travail.
- Si le sous système sur-déterminé existe, alors on passe à la génération des fonctions des résidus qui sont sensibles à certains défauts.

La quatrième étape est consacrée à la création de la table de sensibilité de défauts. La table d'isolabilité de défauts est construite lors de la cinquième étape. La sixième étape est dédiée à la vérification de l'isolabilité entre les défauts. Deux cas se présentent à la septième étape, à savoir :

- La possibilité de distinguer entre les fautes, et qui va signifier la fin de l'algorithme.
- La non distinction entre les fautes peut être résolue par l'amélioration de l'isolabilité structurelle, qui consiste à considérer des fautes comme variables internes mais, cette méthode n'est pas efficace pour tous les cas. Lorsque cette amélioration ne donne pas de résultats satisfaisants, on revient à l'ajout de capteurs de l'étape précédente.

III.3. Algorithmes de recherches des ensembles MSOs

Pour l'ensemble des algorithmes, la matrice structurelle est définie par M .

III.3.1. Algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits (algorithme PCC)

L'algorithme de calcul possible des conflits, le PCC, de Pulido et Alonso-González [PUL04] essaie d'imiter l'approche GDE (General Diagnosis Engine) pour trouver un conflit, à l'aide de la propagation locale.

L'algorithme PCC détermine d'abord les MSOs, puis recherche toutes les interprétations causales cohérentes pour chacun d'eux. Pour déterminer les MSOs, il

cherche pour chaque équation considérée une autre (équation) qui partage avec elle une variable inconnue et ainsi de suite dans une profondeur (pour les équations qui suivent) de la même façon que la première recherche. Cet algorithme présente la particularité d'être difficile d'accès et complexe à mettre en œuvre. La série complète des MSO se trouve en profondeur d'abord en utilisant la recherche étendue avec retour en arrière sur l'ensemble de l'hyper-graphe représentant le modèle du système. Par conséquent, la complexité de recherche des MSO est $O(n^d)$ pour n équations, et une moyenne d d'inconnues dans chaque équation. Chaque MSO_i a une moyenne d'équations n_e ; dans le cas général $n_e \leq n$; dans la pratique $n_e < n$ ou $n_e \ll n$. Chaque équation $e \in MSO_i$ a une moyenne K d'interprétations causales d'où une complexité exponentielle $O(n_e^k)$. Les étapes de cet algorithme sont détaillées dans l'annexe A.

III.3.2. Algorithme basé sur la structure minimale des ARR (algorithme SARR) [Tra06]

L'idée principale de cet algorithme est d'utiliser le modèle du comportement du système pour analyser d'une façon approfondie les redondances analytiques introduites par les capteurs ajoutés. La conception des relations de redondance analytique hypothétiques (Qui est fondé sur une hypothèse) (H-RRAs) permet de construire une matrice de signature de défauts hypothétique (HFS matrice). Le point de départ de cet algorithme est de faire l'hypothèse que toutes les variables du système sont mesurées. On procède alors aux retraits consécutifs de capteurs. Cet algorithme est la continuation des travaux proposés dans [TRA01] et [TRA03].

Le travail effectué dans [TRA01] s'appuie sur une interprétation causale et, par conséquent, il n'y a pas de garantie que toutes les relations de redondance analytique (ARRs) peuvent être trouvées. Mais l'algorithme [TRA06] traite toutes les interprétations causales possibles des relations du modèle du système et par conséquent, toutes les ARRs peuvent être obtenues. Cet algorithme contrôle le processus d'élimination pour éviter les éliminations non pertinentes et obtenir l'ensemble des ARRs minimales. Les équations utilisées pour obtenir les ARRs résultantes sont des ensembles MSO minimaux.

Une équation structurelle obtenue à partir de l'élimination d'une variable inconnue entre deux équations structurelles s'appelle une équation de combinaison structurelle ou combined structural equation (CSE).

Par conséquent, l'algorithme SARR détermine l'ensemble des ARR minimales, (*i.e.* équations structurelles qui ne concernent que les variables connues) par l'élimination successive des variables inconnues. Les sous-ensembles d'équations utilisés pour ces éliminations sont des MSOs, mais l'inverse n'est pas vrai. En effet, les éliminations sont soumises à des conditions de cohérence causale. L'ARR est une interprétation causale cohérente d'un MSO. La relation avec l'Algorithme PCC est que si le MSO a plusieurs interprétations causales, toutes, aboutissent aux CSE sémantiquement équivalentes, donc à une ARR. Cet algorithme formule le problème de la production des SARRs comme un problème d'élimination de variables. La complexité des algorithmes d'élimination de variables est exponentielle par rapport aux variables. En plus cette complexité augmente encore en prenant en compte l'interprétation causale. Les étapes de cet algorithme sont sur l'annexe B.

III.3.3. Algorithme de combinaison des bases MSOs : (CBMSOs Algorithm Combination of Basic MSOs algorithm)

Cet algorithme est basé sur la combinaison des bases MSOs ; l'idée de base est donnée par Blanke et al. en 2006 [BLA06b]. Une extension de cet algorithme est proposée par Gelso et al. en 2008 [GEL08].

a. Algorithme de Blanke

L'algorithme présenté dans [BLA06b] obtient un couplage complet sur les variables inconnues à l'aide de l'algorithme de classement, appelé aussi algorithme de propagation de contraintes [BLA06b]. L'entrée de cet algorithme est la matrice d'adjacence. Dans cet algorithme, les informations de causalité ne sont pas prises en compte. Dans la première étape, toutes les variables connues sont marquées et toutes les variables inconnues demeurent non marquées. Puis, le rang 0 est attribué à chaque contrainte qui contient au plus une variable non marquée. La contrainte est accouplée avec les variables non marquées et la variable est marquée. Cette étape est répétée en augmentant le rang jusqu'à ce que de nouvelles variables puissent être couplées. Chaque variable correspond à un certain nombre ou rang, qui peut être interprété comme le nombre d'étapes nécessaires pour calculer une variable inconnue à partir des variables connues.

Les contraintes non couplées sont utilisées pour obtenir une première série de MSO, qui sera appelé MSO de base.

L'algorithme CBMSOs détermine les MSOs en trouvant d'abord une adéquation complète entre les équations et les variables inconnues, conduisant à une première série de MSO. La complexité de calcul pour cette partie concerne l'algorithme consacré pour trouver les ensembles MSOS de base, elle est $O(nm)$ où n est le nombre de contraintes et m est le nombre de variables inconnues

b. Algorithme de Gelso [GEL08]

Cet algorithme «combine» les ensembles MSOs en vue d'obtenir les MSO supplémentaires. Pour un nombre fixe d'inconnues, la complexité du calcul de l'algorithme est exponentielle, et pour un ordre fixe de redondance structurelle, il a une complexité polynomiale. Les différentes étapes de cet algorithme sont données dans l'annexe C.

III.3.4. Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux (algorithme MSO)

Cet algorithme est proposé par Krysander et al. en 2008 [KRY08], il est basé sur une approche top-down (technique dite descendante (*lit.* de haut en bas)). Dans ce sens (cet algorithme), il commence avec l'ensemble des équations du modèle, puis il réduit la taille du modèle étape par étape jusqu'à l'obtention des ensembles MSO minimaux.

L'algorithme MSO détermine les MSOs, en procédant par élimination des équations dans le sous système sur-déterminé du modèle structurel original jusqu'à ce que la redondance structurelle (différence entre le nombre d'équations et le nombre de variables inconnues) soit égal à 1. La redondance structurelle dépend du nombre de capteurs disponibles, qui sont souvent coûteux, ce qui rend la faible présence de la redondance structurelle dans de nombreuses applications. Pour le premier algorithme (voir annexe D) proposé par Krysander et al. et pour un ordre fixe de redondance structurelle, la complexité du calcul est polynomiale. Le nombre d'équations pour le deuxième algorithme (voir annexe D), contrairement au premier algorithme, où la complexité est exponentielle, par contre pour l'algorithme qui sert à améliorer la recherche des ensembles MSO proposé dans le même article par Krysander et al. en 2008 et pour ordre fixe de redondance structurelle, la complexité est polynomiale. Cela découle du fait que le nombre d'appels du

sous-programme est égal au nombre d'ensembles PSO, qui croît polynomialement et que la complexité pour obtenir l'ensemble M^+ est polynomiale. Les étapes de cet algorithme se trouvent dans l'annexe D.

Une amélioration de l'algorithme MSO est donnée par Krysander et al [KRY08], elle consiste à regrouper des ensembles d'équations afin de réduire la taille et la complexité de la structure. La réduction est basée sur une décomposition unique et nouvelle de la partie surdéterminée du graphe biparti. Si M est l'ensemble de toutes les équations et X l'ensemble des inconnues, la décomposition peut être définie comme suit : Soit R une relation sur l'ensemble M des équations définies par $(e, e') \in R$ si $e' \notin (M \setminus \{E\})^+$, (R est une relation d'équivalence), M peut être divisé en classes d'équivalence disjointes M_i . Ces dernières seront utilisées à la place des équations. L'algorithme amélioré est donné dans l'annexe D.

III.3. Comparaisons des algorithmes

La comparaison est faite en utilisant l'exemple d'un système physique donné par la figure III.2 et tiré de [BLA03], [BLA06]

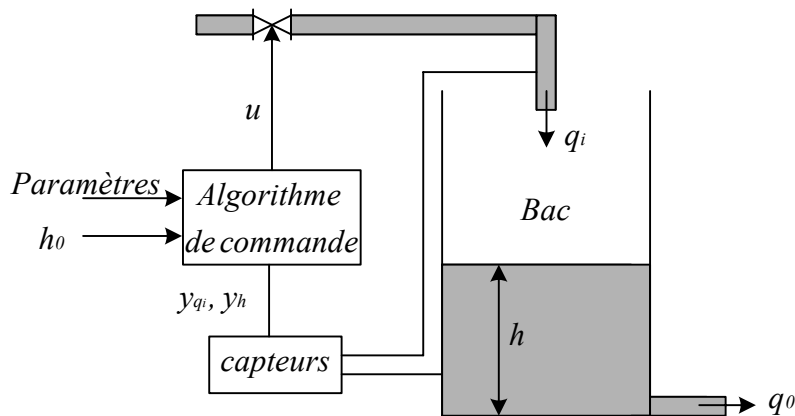


Figure III.2: schéma du système d'un seul bac

Ce système se compose d'un seul réservoir, deux capteurs, un actionneur et un système de commande. Les équations décrivant ce système avec un seul bac sont :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{h}(t) = q_i(t) - q_0(t) \\ e_2 : q_i(t) = \alpha u(t) \\ e_3 : q_0(t) = k\sqrt{h(t)} \\ e_4 : y_h(t) = h(t) \\ e_5 : y_{q_i}(t) = q_i(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où

$h(t)$ est la hauteur dans le réservoir, q_i le débit d'entrée, q_0 le débit de sortie, u la commande du système, y_h, y_{q_i} les signaux issus des capteurs et α et k des paramètres.

La matrice d'adjacence du modèle de l'exemple avec un bac est faite après l'ajout de la contrainte différentielle $e_6 : \dot{h}(t) = \frac{dh(t)}{dt}$. Elle s'écrit comme suit:

$$\begin{matrix} & h & \dot{h} & q_i & q_0 & u & y_h & y_i \\ e_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e_6 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

- **Recherches des ensembles MSOs**

- a. **Algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits**

Première partie : recherche des ensembles MSOs

Pour l'exemple d'un bac $M_{DS} = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$, les ensembles MSOs résultant après l'application de l'algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits donné en annexe A sont $\{e_2, e_5\}$, $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$ et $\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_6\}$.

Deuxième partie : recherche des couplages causaux pour chaque MSO

- Pour le premier ensemble MSO ($\{e_2, e_5\}$), on trouve les deux couplages causaux suivant : e_2-q_i et e_5-q_i
- Pour le second ensemble MSO ($\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$), les cinq couplages causaux sont : $\{e_2-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_2-q_i, e_1-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_1-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_2-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_1-\dot{h}\}$ et $\{e_2-q_i, e_1-q_0, e_3-h, e_6-\dot{h}\}$
- Pour le troisième ensemble MSO ($\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_6\}$), cinq couplages causaux sont trouvés, ces derniers sont : $\{e_5-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_5-q_i, e_1-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_1-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_6-\dot{h}\}$, $\{e_5-q_i, e_3-q_0, e_4-h, e_1-\dot{h}\}$ ou $\{e_5-q_i, e_1-q_0, e_3-h, e_6-\dot{h}\}$.

Cet algorithme présente une complexité importante, déjà pour la première étape il faut un temps pour trouver les MSOs et du temps en plus pour la deuxième étape.

b. Algorithme basé sur la structure minimale des ARR

Le modèle d'observation est décrit par les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} s(\dot{h}) : e_7 : \dot{h}(t) = \tilde{h}(t) \\ s(q_i) : e_8 : q_i(t) = \tilde{q}_i(t) \text{ tel que } \{h, q_i, q_0, h\} \text{ est l'ensemble des variables et } \{\tilde{h}, \tilde{q}_i, \tilde{q}_0, \tilde{h}\} \text{ est} \\ s(q_0) : e_9 : q_0(t) = \tilde{q}_0(t) \text{ l'ensemble des observations données par les capteurs et les actionneurs} \\ s(h) : e_{10} : h(t) = \tilde{h}(t) \end{cases}$$

Quand les quatre variables sont mesurées, une base \mathcal{A}_b (annexe B) des RRAs est simplement donnée par les contraintes du système III.1 dans les quelles chaque variables est remplacée par sa mesure.

$$\begin{cases} ARR_1^0 : \tilde{h}(t) = \tilde{q}_i(t) - \tilde{q}_0(t) \text{ support}(ARR_1^0) \{e_1, s(\dot{h}), s(q_i), s(q_0)\} \\ ARR_2^0 : \tilde{q}_i(t) = cu(t) \text{ support}(ARR_2^0) \{e_2, s(q_i)\} \\ ARR_3^0 : \tilde{q}_0(t) = k\sqrt{\tilde{h}(t)} \text{ support}(ARR_3^0) \{e_3, s(q_0), s(h)\} \\ ARR_4^0 : y_h(t) = \tilde{h}(t) \text{ support}(ARR_4^0) \{e_4, s(h)\} \\ ARR_5^0 : y_{q_i}(t) = \tilde{q}_i(t) \text{ support}(ARR_5^0) \{e_5, s(q_i)\} \\ ARR_6^0 : \tilde{h}(t) = \frac{d\tilde{h}(t)}{dt} \text{ support}(ARR_6^0) \{e_6, s(h), s(\dot{h})\} \end{cases}$$

$$\mathcal{A}_b = \{ARR_1^0, ARR_2^0, ARR_3^0, ARR_4^0, ARR_5^0, ARR_6^0\}$$

$ARR_1^0, ARR_2^0, ARR_3^0, ARR_4^0, ARR_5^0$ et ARR_6^0 peuvent être interprétées de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} ARR_1 : \tilde{h}(t) = \tilde{q}_i(t) - \tilde{q}_0(t) \text{ support}(ARR_1) \{e_1, s(\dot{h}), s(q_i), s(q_0)\} \\ ARR_2 : \tilde{h}(t) + \tilde{q}_0(t) = \tilde{q}_i(t) \text{ support}(ARR_2) \{e_1, s(\dot{h}), s(q_i), s(q_0)\} \\ ARR_3 : \tilde{q}_0(t) = \tilde{q}_i(t) - \tilde{h}(t) \text{ support}(ARR_3) \{e_1, s(\dot{h}), s(q_i), s(q_0)\} \\ ARR_4 : \tilde{q}_i(t) = cau(t) \text{ support}(ARR_4) \{e_2, s(q_i)\} \\ ARR_5 : \tilde{q}_0(t) = k\sqrt{\tilde{h}(t)} \text{ support}(ARR_5) \{e_3, s(q_0), s(h)\} \\ ARR_6 : \left(\frac{\tilde{q}_0(t)}{k}\right)^2 = \tilde{h}(t) \text{ support}(ARR_6) \{e_3, s(q_0), s(h)\} \\ ARR_7 : y_h(t) = \tilde{h}(t) \text{ support}(ARR_7) \{e_4, s(h)\} \\ ARR_8 : y_{q_i}(t) = \tilde{q}_i(t) \text{ support}(ARR_8) \{e_5, s(q_i)\} \\ ARR_9 : \tilde{h}(t) = \frac{d\tilde{h}(t)}{dt} \text{ support}(ARR_9) \{e_6, s(h), s(\dot{h})\} \end{array} \right.$$

Au départ, on pose que toutes les variables sont observables, ces observations sont utilisées pour construire des ARR (ARR_1^0, \dots, ARR_6^0), ensuite on combine ces ARR pour construire d'autres ARR (ARR_1, \dots, ARR_9), le résultat est représenté sur le tableau suivant :

Tableau.III.1: Résultats de l'algorithme basé sur la structure minimale des ARR

	support						structures			
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	h	\dot{h}	q_i	q_0
ARR_1	×	0	0	0	0	0	0	⊗	×	×
ARR_2	×	0	0	0	0	0	0	×	⊗	×
ARR_3	×	0	0	0	0	0	0	×	×	⊗
ARR_4	0	×	0	0	0	0	0	0	⊗	0
ARR_5	0	0	×	0	0	0	×	0	0	⊗
ARR_6	0	0	×	0	0	0	⊗	0	0	×
ARR_7	0	0	0	×	0	0	⊗	0	0	0
ARR_8	0	0	0	0	×	0	×	×	⊗	0
ARR_9	0	0	0	0	0	×	0	⊗	0	0
<i>SARR</i>										
$SARR_1$	0	×	0	0	×	0	0	0	#	0
$SARR_2$	×	0	×	×	×	×	#	#	#	#
$SARR_3$	×	×	×	×	×	0	#	#	#	#

Les symboles sont expliqués dans l'annexe B

La complexité de cette méthode est exponentielle par rapport aux variables. En plus cette complexité augmente encore en prenant en compte l'interprétation causale du système III.1. Ceci représente l'inconvénient majeur de cette méthode. Nous avons remarqué que pour un simple exemple qui contient 3 ARR, 9 ARR sont obtenues (voir .

c. Algorithme de combinaison des bases MSO

L'application de l'algorithme de combinaison des bases MSO sur le système d'un seul bac donne les résultats présentés sur le tableau III.2.

Tableau.III.2: Résultats de l'algorithme de combinaison des bases MSO

Ensemble d'équations couplées	Equations non couplées	MSO1	MSO2	MSO résultant de la combinaison de MSO1 et de MSO2
{e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	e ₅ , e ₃	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }
{e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₃ }	e ₅ , e ₁	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }
{e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	e ₂ , e ₃	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }
{e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₃ }	e ₂ , e ₃	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }
{e ₄ ,e ₆ ,e ₁ ,e ₃ }	e ₂ , e ₅	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	{e ₂ ,e ₅ }
{e ₄ ,e ₁ ,e ₂ ,e ₃ }	e ₅ , e ₆	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }
{e ₄ ,e ₁ ,e ₅ ,e ₃ }	e ₂ , e ₆	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }
{e ₃ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	e ₅ , e ₄	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }
{e ₃ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	e ₂ , e ₄	{e ₂ ,e ₅ }	{ e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₅ ,e ₁ }	{e ₃ ,e ₄ ,e ₆ ,e ₂ ,e ₁ }

Les MSO trouvés sont {e₃,e₄,e₆,e₅,e₁}, {e₃,e₄,e₆,e₂,e₁} et {e₂,e₅}

Dans cet algorithme, certains MSOs sont trouvés de nombreuses fois : donc il y a une redondance de calculs. Trouver tous les MSOs du système exige de chercher tous les couplages possibles : 9 couplages sont possibles pour le système (III.1). Pour chaque couplage, le nombre de MSO possibles qui peuvent être obtenu est égal à 2. Or pour les 3 MSOs possible par ce système, 9 x 2 MSO sont obtenus. Cette approche induit une grande complexité.

d. Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux (algorithme MSO)

{{e₁}, {e₂}, {e₃}, {e₄}, {e₅}} est l'entrée de l'algorithme. La redondance structurale est φ= 5-3 = 2. Pour éviter de trouver les mêmes ensembles MSO, on regroupe les ensembles selon le tableau suivant :

Tableau.III.3: Nouveau modèle du système à un seul réservoir avec regroupement des équations

M_i	h	\dot{h}	q_i	q_0
$\{e_1, e_3, e_4, e_6\}$	1	1	1	1
$\{e_2\}$	0	0	1	0
$\{e_5\}$	0	0	1	0

En éliminant $\{e_1, e_3, e_4, e_6\}$, on obtient le MSO $\{e_2, e_5\}$, l'élimination de $\{e_2\}$ donne $\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ comme MSO, le MSO $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$ est obtenu en éliminant $\{e_5\}$. Les ensembles MSO trouvés sont $\{e_2, e_5\}$, $\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ et $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$.

Cet algorithme présente une complexité faible et ne présente pas de difficulté lors de son application.

Récapitulatif de comparaison

Tableau III.4 : Récapitulatif de comparaison

Algorithme de recherches des MSOs	Conclusion déduite de leurs applications
Algorithme PCC	Difficile d'accès et complexe à mettre en œuvre
Algorithme SARR	Complexité exponentielle par rapport aux variables
Algorithme CBMSOs	Beaucoup de redondance dans les calculs
Algorithme MSO	Pas de redondance dans les calculs et son degré de complexité est faible

Remarque :

L'algorithme MSO présente une simplicité lors de son application comme il présente une complexité moins réduite que les autres algorithmes, c'est pour cela qu'on a choisi cet algorithme pour nos applications.

III.6. Placement de capteurs par la méthode basée sur la décomposition

Dulmage- Mendelshon

Cette méthode a été proposée par Krysander et Frisk [KRY08b], elle est basée sur la décomposition Dulmage-Mendelshon. Comme la plupart des approches structurelles, elle peut manipuler des modèles très divers : (non linéaires et algébro-différentiels) d'une façon efficace.

III.6.1. Placement de capteurs : étude de la détectabilité

Définition 1 : Un défaut f_i est structurellement détectable dans un modèle M si $e_{Fi} \in M^\dagger$ où M^\dagger est l'ensemble des contraintes sur-déterminé.

La méthode consiste à déterminer l'ensemble des variables à mesurer afin de rendre toutes les fautes détectables. D'après la définition précédente, une faute ne peut être détectée s'il n'existe pas de sous système sur-déterminé.

L'exemple suivant est utilisé afin d'expliquer la méthode de placement de capteurs pour résoudre un problème de détection

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + x_5 \\ e_2 : \dot{x}_2 = -2x_2 + x_3 + x_4 \\ e_3 : \dot{x}_3 = -3x_3 + x_5 + f_1 + f_2 \\ e_4 : \dot{x}_4 = -4x_4 + x_5 + f_3 \\ e_5 : \dot{x}_5 = -5x_5 + u + f_4 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Où x_i sont les variables d'états, u le signal de commande et f_i les fautes.

La DM décomposition de la matrice d'adjacence associée au système III.2 est représentée sur la figure suivante

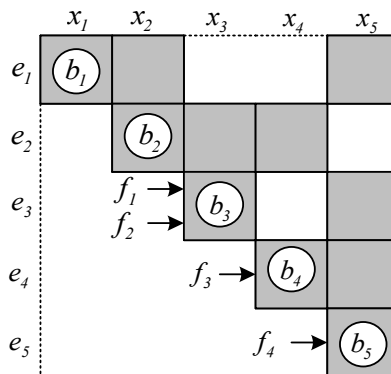


Figure III.3: DM décomposition de la matrice d'adjacence associée au système III.2

Dans cette matrice les parties blanches représentent les zéros (0) et les parties grises représentent les uns (1), e_i et x_i sont reliés entre eux par les blocs b_i .

Considérons le défaut f_3 . Pour que f_3 devient détectable, selon la définition, il faut ajouter un capteur de telle façon que $e_{3f} = e_4$ soit dans le sous système sur-déterminé.

Il est facile de vérifier la détectabilité de f_3 lorsque les variables (x_1, x_2, x_4) seront mesurées. Par exemple, mesurer x_4 donne un sous système surdéterminé composé de la nouvelle équation de mesure avec les équations e_4 et e_5 . Dans ce sous système, un générateur de résidus sensible au défaut f_3 peut facilement être dérivé. Le même raisonnement peut être fait lors de la mesure de x_1 ou de x_2 . L'explication sur le choix des variables à mesurer peut être fait comme suit : d'après la figure (III.3), le bloc b_1 est relié à b_2 par l'intermédiaire d'un élément non nul en position (1,2), le bloc b_2 est connecté à b_4 de la même façon, ce qui donne un lien entre variables $x_1, x_2, et x_4$ dans le bloc b_4 . Par contre la mesure de x_3 , c'est à dire, la variable en b_3 , ne donne pas la détectabilité de f_3 car il n'y a aucun lien entre $b_3 et b_4$. Les relations entre les blocs du système III.2 sont représentées sur le diagramme de Hasse [KRY08b] (graphe acyclique direct tel qu'il existe un arc direct qui va de x vers y si et seulement si, $x \leq y$ (dans ce cas, x et y sont comparables ici x et y sont remplacés par b_i) [ALA05] de la figure III.4.

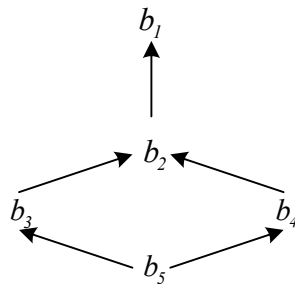


Figure III.4: Diagramme de Hasse du système III.2

Lemme 1: Soient M l'ensemble d'équations dans le sous système juste déterminé, b_i la composante fortement connexe dans M avec les équations M_i , et $e \notin M$ une équation correspondante à la mesure de toute variable en b_i . Alors

$$(M \cup \{e\})^+ = \{e\} \cup (\cup_{M_j \leq M_i} M_j). \text{ La preuve de ce lemme est donnée dans [KRY08b].}$$

La réalisation de la détectabilité d'un défaut affectant une composante fortement connexe implique immédiatement la détectabilité de tous les défauts affectant la même composante. Par conséquent, il est logique de définir une relation d'équivalence sur l'ensemble des défauts, où tous les défauts qui influencent la même composante fortement connexe sont équivalents. Une série de défauts équivalents est notée $[f_i]$, où f_i est un élément de la classe d'équivalence.

Soit $P \subseteq X$ un ensemble de capteurs possibles à placer et l'ensemble $D([f_i])$ tel que

$D([f_i]) = \{x | b_i \leq b_j, x \in X_j \cap P\}$, où X_j est l'ensemble des variables correspondant au bloc b_j , b_i est le bloc qui est infecté par les défauts de $[f_i]$. L'ensemble $D([f_i])$ est donc l'ensemble de variables telles que la mesure de n'importe quelle variable dans l'ensemble atteint la détectabilité de tous les défauts dans la classe d'équivalence $[f_i]$.

Dans le système III.2, l'ajout d'un capteur pour atteindre la détectabilité de l'un des défauts dans $[f_1]$ ou $[f_3]$ entraîne la détectabilité de f_4 , cela est causé par le fait que b_5 est inférieur ou égal à b_3 et b_4 (la notion d'inférieur ou égal est dû au nombre d'équations dans chaque bloc), et selon le lemme 1, le bloc b_5 est automatiquement inclus dans tout ensemble d'équations surdéterminé lorsque $[f_1]$ ou $[f_3]$ est détectable. Cela signifie qu'il est seulement nécessaire pour assurer la détectabilité d'un sous-ensemble des classes de défauts d'assurer la détection de tous les défauts. Pour illustrer exactement les classes, introduisons un ordre sur les classes d'équivalence de F , défini comme suit : $[f_i] \leq [f_j]$ si $b_i \leq b_j$, où b_k est le bloc où les défauts de $[f_k]$ entrent dans le modèle. La figure III.5 montre le diagramme de Hasse de l'ordre partiel pour le système (III.2).

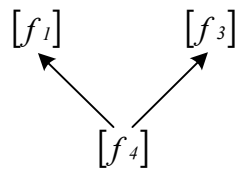


Figure III.5 : Diagramme de Hasse de l'ordre partiel du système III.2

Dans le système (III.2), il est nécessaire et suffisant d'assurer la détectabilité d'un nombre maximal d'éléments de l'ordre partiel.

Théorème 1: [KRY08b] Soient M l'ensemble d'équations dans le sous système juste déterminé, F l'ensemble correspondant de défauts, $P \subseteq X$ l'ensemble de placements de capteurs possible, et M_S les équations correspondantes à l'ajout d'un ensemble de capteurs S . Alors, la détectabilité maximale de F dans $M \cup M_S$ est obtenue si et seulement si S a une intersection non vide avec $D([f])$ pour tout $[f] \in F_m$, où F_m est l'ensemble des classes de défauts maximales avec $D([f]) \neq \emptyset$.

La preuve de ce théorème est dans [KRY08b]

Pour le modèle du système (III.2), les classes maximales de défauts sont $[f_1]$ et $[f_3]$ et les ensembles de détectabilité correspondants sont $D([f_1]) = \{x_1, x_2, x_3\}$, $D([f_3]) = \{x_1, x_2, x_4\}$. Le théorème 1 donne les ensembles minimaux de capteurs qui permettent d'atteindre la détectabilité de tous les défauts et qui sont $\{x_1\}$, $\{x_2\}$ et $\{x_3, x_4\}$.

III.6.2. Placement de capteurs : étude de l'isolabilité

Définition 2 [KRY08b]: Un défaut f_i est structurellement discriminable (isolable ou distinguable) d'un défaut f_j dans un modèle E si $e_{f_i} \in (E^+ \setminus \{e_{f_j}\})$.

Le problème de l'isolabilité maximale d'ensembles de défauts peut être divisé en $|F|$ sous-problèmes, un pour chaque défaut, comme suit : pour chaque défaut $f_j \in F$, trouver toutes les mesures qui rendent le plus grand nombre possible de défauts $f_i \in F \setminus \{f_j\}$ isolables de f_j . La solution du problème de l'isolabilité sera donc obtenue en combinant les résultats de tous les sous-problèmes. Chaque sous-problème peut être formulé comme un problème de détectabilité selon le raisonnement qui suit :

Supposons que M est un modèle, y compris les capteurs de telle sorte que tous les défauts soient détectables, et M_S représentant l'ensemble des équations décrivant les capteurs supplémentaires prévues S . Compte tenu de l'ensemble S de capteurs, un défaut f_i est isolable de f_j dans le modèle $M \cup M_S$ si :

$$e_{f_i} \in ((M \setminus \{e_{f_j}\}) \cup M_S)^+ \quad (\text{III.3})$$

On pose $M' = (M \setminus \{e_{f_j}\})$, on le remplace dans (III.3) et on obtient :

$$e_{f_i} \in (M' \cup M_S)^+ \quad (\text{III.4})$$

D'après la définition 2, f_i peut être considéré structurellement détectable dans MUM'. Par conséquent, le nombre maximal possible de défauts $f_i \in F \setminus \{f_j\}$ est isolable de f_j dans $M \cup M_S$ si le nombre maximal de fautes $f_i \in F \setminus \{f_j\}$ est structurellement détectable dans le modèle $((M \setminus \{e_{f_j}\}) \cup M_S)$. Cela montre que chaque sous-problème peut être formulé comme un problème de détectabilité.

Le système (III.2) est utilisé pour illustrer les résultats sur l'isolabilité, avec l'ajout de capteurs pour mesurer $\{x_3, x_4\}$ telle que tous les défauts soient détectables. En outre, on suppose que ces capteurs peuvent être entachés de défauts (f_5 et f_6). La nouvelle DM décomposition de la matrice d'adjacence associée au système III.2 est

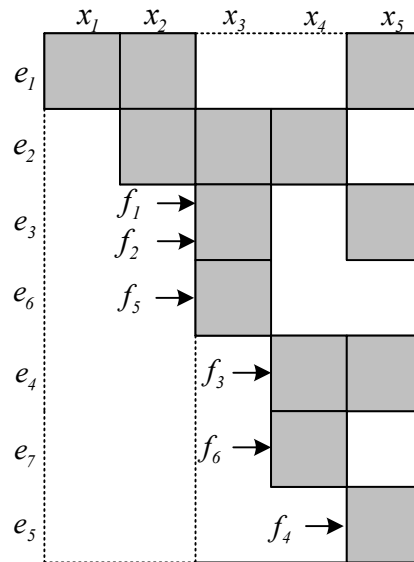


Figure III.6: DM décomposition de la matrice d'adjacence associée au système III.2 entaché de deux fautes capteurs

Considérons le sous-problème associé au défaut f_1 . L'ensemble M' en (III.4) est égal à $M \setminus \{e_{f_1}\} = M \setminus \{e_{f_3}\}$. Le sous-problème est de trouver l'ensemble minimal S de capteurs à ajouter dans $M \setminus \{e_3\}$, tel que le plus grand nombre de défauts f_2, f_3, \dots, f_6 soit détectables et visibles dans $M \cup M_S$.

Trois types de défauts peuvent se présenter : les défauts qui n'affectent aucune équation de M' , les défauts qui violent les équations de la partie surdéterminée $(M')^+$ et les défauts qui affectent les autres équations M' à savoir, $M' \setminus (M')^+$. Dans l'exemple, nous avons $(M')^+ = \{e_4, e_5, e_7\}$ et $M' \setminus (M')^+ = \{e_1, e_2, e_6\}$ qui représentent la partie juste déterminée de M' . On constate que f_2 n'est pas inclu dans M' , que f_3, f_4, f_6 appartiennent à

la partie surdéterminée de M' et que f_5 appartient à la partie juste déterminée de M' . Le défaut f_2 n'est pas inclus dans M' , donc il ne peut pas être structurellement détectable dans $M' \cup M_S$ pour tout l'ensemble des capteurs S . Ceci implique que f_2 n'est pas isolable de f_1 , ce qui résulte également du fait que ces deux défauts violent la même équation. Les défauts f_3 , f_4 et f_6 sont dans la partie sur-déterminée $(M')^+$ et selon la définition 2, ils sont structurellement détectables dans M' et ne nécessitent aucune mesure supplémentaire. Le défaut f_5 est dans la partie juste déterminée, donc il n'est pas détectable, mais f_5 peut le devenir dans $M' \cup M_S$ si S est correctement sélectionné. Sur les conditions nécessaires et suffisantes, S peut être calculé par la fonction de détectabilité décrite dans la section (III.6.1). En appliquant cette fonction à la structure sur la partie juste déterminée de M' *i.e.*, le sous-graphe défini par les deux ensembles des nœuds $\{e_1, e_2, e_6\}$ et $\{x_1, x_2, x_3\}$, nous obtenons $D([f_5]) = \{x_1, x_2, x_3\}$. Par conséquent, l'une des variables dans l'ensemble de détectabilité $\{x_1, x_2, x_3\}$ doit être mesurée pour rendre les défauts $F \setminus \{f_1, f_2\}$ détectables dans $M \cup M_S$, ce qui implique que tous les défauts de $F \setminus \{f_1, f_2\}$ sont isolables de f_1 dans $M \cup M_S$. La solution du sous-problème lié au défaut f_1 sera calculée à partir de l'ensemble de détectabilité. Le théorème suivant formalise la solution d'un sous-problème comme celui évoqué précédemment.

Théorème 2: [KRY08b] *Soient M un ensemble d'équations qui ne contient pas de partie sous-déterminée, F un ensemble de défauts structurellement détectables dans M , $P \subseteq X$ l'ensemble des capteurs possibles, et MS les équations ajoutées à l'ensemble de capteurs S . Pour un défaut f_j arbitraire, supposons que M^0 est la partie juste-déterminée de $M \setminus \{e_{f_j}\}$, F^0 l'ensemble des fautes contenues dans M^0 , et D la fonction de détectabilité de (M^0, F^0, P) . Alors le nombre maximal possible de défauts $f_i \in F \setminus \{e_{f_j}\}$ est structurellement isolable de f_j dans $M \cup M_S$ si et seulement si S a une intersection non vide avec tous les ensembles de D .*

Pour l'exemple de la figure. III.6, les différents ensembles de détectabilité pour chaque sous-problème sont :

$\{\{x_1, x_2, x_3\}\}$ pour f_1, f_2 et f_5

$\{\{x_1, x_2, x_4\}\}$ pour f_3 et f_6

\emptyset pour f_4 .

Il y a deux ensembles distincts de détectabilité et les minimums des ensembles sont $\{x_1\}$, $\{x_2\}$ et $\{x_3, x_4\}$. Ces ensembles sont les mesures supplémentaires minimales qui permettent d'obtenir le maximum d'isolabilité

III.7. Exemples explicatifs sur l'algorithme général de diagnostic structurel

III.7.1. Exemple 1

Ce premier exemple illustre l'application de l'algorithme général FDI sans ajout de capteurs. Soit le système représenté par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u + f_2 \\ \dot{x}_2 = (\alpha + f_1)x_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Où x_1 et x_2 représentent les variables d'état, f_1 et f_2 les défauts, u et y les variables mesurées.

Le système mis sous forme contraintes -variables est donné par les équations (III.6) :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = x_2 + u + f_2 \\ e_2 : \dot{x}_2 = (\alpha + f_1)x_1 \\ e_3 : y = x_1 \\ e_4 : \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \\ e_5 : \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Les contraintes e_4 et e_5 sont utilisées pour modéliser les variables dynamiques à savoir \dot{x}_1 et \dot{x}_2 .

L'algorithme FDI cité au paragraphe III.2 est appliqué à cet exemple selon les étapes suivantes :

Etape 1 : Modélisation structurelle

La représentation structurelle de l'exemple précédent est donnée par la matrice d'adjacence suivante :

Tableau.III.5 : Matrice d'adjacence du système III.5

	x_1	x_2	\dot{x}_1	\dot{x}_2
e_1	0	1	1	0
e_2	1	0	0	1
e_3	1	0	0	0
e_4	Δ	0	1	0
e_5	0	Δ	0	1

Etape 2 : Détermination du sous système sur-déterminé

Ce système est sur déterminé et sa redondance structurelle ρ est égale à 1, le sous système surveillable de cet exemple est composé des équations $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$.

Etape 3 : Détermination des fonctions des résidus

Tableau: III.6 Matrice d'adjacence du système (III.5) avec couplages

	x_1	x_2	\dot{x}_1	\dot{x}_2
e_1	0	(1)	1	0
e_2	1	0	0	(1)
e_3	(1)	0	0	0
e_4	Δ	0	(1)	0
e_5	0	Δ	0	1

Le couplage permet de générer la séquence de calcul suivante :

- x_1 est calculé par l'équation e_3 ,
- e_4 et le résultat de x_1 sont utilisés pour calculer \dot{x}_1 ,
- Pour le calcul de x_2 , on remplace la valeur de \dot{x}_1 dans e_1 ,
- Le calcul de \dot{x}_2 est fait en utilisant e_2 avec les résultats précédents.

Pour déterminer la fonction du résidu, on remplace les valeurs des variables sans la considération des défauts en premier lieu puis en considérant les défauts en deuxième lieu, le résultat est le suivant :

$$\omega_0 = \alpha y - \ddot{y} + \dot{u} \quad \text{et} \quad \omega_f = (\alpha + f_1)y - \ddot{y} + \dot{u} + \dot{f}_2$$

D'où $r_1 = \omega_f - \omega_0 = f_1 y + \dot{f}_2$

Etape 4 : Création de la matrice de sensibilité de défauts et la matrice d'incidence de défauts :

Tableau. III.7: Matrice de sensibilité de défauts du système III.5

	f_1	f_2
r_1	1	1

Tableau. III.8: Matrice d'incidence de défauts du système III.5

	f_1	f_2
f_1	1	1
f_2	1	1

- f_1 et f_2 apparaissent dans la fonction de r_1 , donc les deux défauts sont détectables,
- f_1 et f_2 ont la même signature, ce qui implique la non distinction entre ces deux défauts.

Etapes 5 : Amélioration de l'isolabilité structurelle

Dans cette étape, on considère la faute f_1 comme une variable d'état et constante, après l'application des étapes précédentes, la fonction de résidu trouvée est la suivante :

$$r_2 = \frac{\dot{f}_2}{y^2} + \frac{\ddot{f}_2}{y}$$

Les matrices de sensibilité globale et d'incidence de défauts globale sont représentées par les tableaux 9 et 10 respectivement :

Tableau. III.9: Matrice de sensibilité de défauts globale du système III.5

	f_1	f_2
$r1$	1	1
$r2$	0	1

Tableau. III.10: Matrice d'incidence de défauts globale du système III.5

	f_1	f_2
f_1	1	0
f_2	0	1

Les signatures de f_1 et f_2 sont différentes, ce qui implique la distinction entre ces deux défauts (d'après le tableau.III.9).

III.7.2.. Exemple2

Ce deuxième exemple illustre l'application de l'algorithme général FDI avec ajout de capteurs. Considérons le système représenté par les équations suivantes :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = x_1 + u + x_3 + f_2 \\ e_2 : \dot{x}_2 = (\alpha + f_1)x_2 \\ e_3 : \dot{x}_3 = x_2 - x_3 \end{cases} \quad (III.7)$$

Où x_1, x_2 et x_3 représentent les variables d'état, f_1 et f_2 les défauts, u la variable de commande.

L'algorithme FDI cité dans le paragraphe III.2 est appliqué à cet exemple selon les étapes suivantes :

Etape 1 : Modélisation structurelle

La représentation structurelle de l'exemple précédent est donnée par la matrice d'adjacence suivante :

Tableau III.11 : Matrice d'adjacence du système III.7

	x_1	x_2	x_3	\dot{x}_1	\dot{x}_2	\dot{x}_3
e_1	1	0	1	1	0	0
e_2	0	1	0	0	1	0
e_3	0	1	1	0	0	1
e_4	Δ	0	0	1	0	0
e_5	0	Δ	0	0	1	0
e_6	0	0	Δ	0	0	1

Les contraintes e_4, e_5 et e_6 sont utilisées pour modéliser les variables dynamiques à savoir \dot{x}_1, \dot{x}_2 et \dot{x}_3 .

Etape 2 : Détermination du sous système sur-déterminé

Cet exemple est juste déterminé, ce qui rend les défauts non détectables, l'ajout de capteurs est nécessaire afin de résoudre le problème de la détectabilité.

Pour l'ajout de capteurs, la méthode citée dans le paragraphe (III.6.1) est la suivante :

- la DM décomposition du système III.7 est la suivante

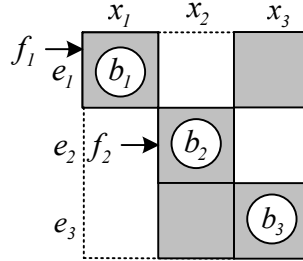


Figure III.7: DM décomposition du système III.7

- L'ensemble de capteurs

Afin de rendre le système sur déterminé il suffit de mesurer $\{x_1\}$, $\{x_2\}$ ou $\{x_3\}$ en ajoutant des capteurs, on choisit a titre d'exemple d'ajouter un capteur pour mesurer x_1 , le système (III.7) devient

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u + x_3 + f_2 \\ \dot{x}_2 = (\alpha + f_1)x_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 - x_3 \\ y_1 = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Etape 3 : détermination des fonctions des résidus

$$r_1 = (\dot{f}_1 + f_1)(\alpha + f_2) - (\ddot{f}_1 + \dot{f}_1) - f_2(\ddot{y} - \dot{u} - y - u) \quad (\text{III.9})$$

Etape 4 : Création de la matrice de sensibilité de défauts et de la matrice d'incidence de défauts :

Tableau III.12: Matrice de sensibilité de défauts du système III.7

	f_1	f_2
r_1	1	1

Tableau III.13: Matrice d'incidence de défauts du système III.7

	f_1	f_2
f_1	1	1
f_2	1	1

- f_1 et f_2 apparaissent dans la fonction de r_1 , donc les deux défauts sont détectables,

- f_1 et f_2 ont la même signature, ce qui implique la non distinction entre ces deux défauts.

Etapes 5 : Amélioration de l'isolabilité structurelle :

Dans cette étape on utilise l'ajout de capteurs afin de rendre les deux défauts isolables entre eux, cela est fait en suivant la méthode citée au paragraphe (III.6.2).

Sans l'équation e_1 , le système (III.8) est juste déterminé. Pour assurer la détectabilité de f_2 , il faut ajouter un capteur pour mesurer x_3 et l'équation de ce capteur est $y_2=x_3$. La fonction du résidu résultante est :

$$r_2 = -f_2(\dot{y}_2 + y_2) \tag{III.8}$$

Les matrices de sensibilité globale et d'incidence de défauts globale sont représentées par les tableaux III.13 et III.14 respectivement :

Tableau III.14: Matrice de sensibilité de défauts globale du système III.7

	f_1	f_2
r_1	1	1
r_2	0	1

Tableau III.15: Matrice d'incidence de défauts globale du système III.7

	f_1	f_2
f_1	1	0
f_2	0	1

Puisque les deux signatures de f_1 et f_2 sont différentes, cela rend les deux défauts isolables entre eux (tableau III.14).

III.8. Conclusion

Nous avons consacré ce chapitre à l'étude du diagnostic de défauts par l'approche structurelle. Après avoir donné l'ossature de l'algorithme général de diagnostic de défauts, nous avons présenté des algorithmes pour la recherche des ensembles MSOs et pour ajout et placement de capteurs. L'approche a été illustrée par des exemples académiques. Dans le prochain chapitre, les résultats issus de l'algorithme de diagnostic seront utilisés pour la conception de la commande tolérante aux défauts.

Chapitre IV : Reconfiguration structurelle

IV.1. Introduction

L'une des motivations de l'automatique est de trouver une commande pour réaliser les objectifs d'un système dont la structure et les paramètres sont inconnus et en présence d'une ou de plusieurs fautes. La commande tolérante aux fautes est la solution proposée pour résoudre ce problème. Cette dernière utilise deux stratégies : l'accommodation des fautes et la reconfiguration. Dans notre travail nous nous intéressons à la reconfiguration vue par l'analyse structurelle (reconfiguration structurelle). Elle vise à étudier dans quelle mesure les propriétés structurelles du système (commandabilité et observabilité structurelles) restent vérifiées en présence d'une ou de plusieurs fautes. Dans un premier temps, une présentation de la commande tolérante aux fautes est faite, suivie de l'étude de la reconfiguration structurelle.

IV.2. Rappel du problème de la commande standard [STA01], [ASS02]

Un problème de commande standard est défini par les trois entités « γ, C, U » où γ est l'objectif à atteindre, C l'ensemble des contraintes et U la classe de commandes. La résolution du problème revient à trouver, dans la classe U une commande permettant d'atteindre l'objectif γ tout en respectant les contraintes c . Lorsque ce problème admet plusieurs solutions, il est possible d'ajouter un critère J pour orienter le choix d'une commande, ce qui définit un problème de commande optimale. Selon le modèle utilisé, l'objectif du système peut s'exprimer par des trajectoires que le système doit suivre, ou par des caractéristiques entrées sorties.

Dans les contraintes, on peut distinguer la structure « s » des contraintes et leurs paramètres « θ ». Ainsi, le problème de commande est complètement défini par le quadruplet « γ, s, θ, U », et le problème de la commande optimale par le quintuplet « γ, s, θ, U, J » où J est le critère à optimiser. Ces notions d'objectif, de structure, de paramètres sont valables à la fois pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires.

IV.3. Problème de la commande tolérante aux fautes

a. Définition du problème

Soit le problème « γ, s, θ, U », dans lequel aucune connaissance n'est disponible au sujet de l'évolution des contraintes (s, θ) . L'interprétation est que l'objectif doit être atteint, sous des contraintes dont la structure et les paramètres sont inconnus et doivent appartenir aux ensembles S et Θ .

Le problème ainsi posé est une généralisation du problème de la commande robuste ou adaptative pour lesquels non seulement les paramètres sont inconnus mais, dont la structure peut changer à l'occurrence d'un défaut. Parmi les défauts qui existent, on a les défauts paramétriques (multiplicatifs) qui sont dû aux changements des paramètres et les défauts additifs qui peuvent être décrits par des changements structuraux ou de paramètres [STA01]. Manifestement, l'approche recherchant la robustesse pour atteindre l'objectif γ quelque soit le couple (s, θ) est irréalisable dans ce cas. Des travaux ont été développés dans la littérature pour traiter le problème [PAT97], [STA01], [ASS02].

Deux stratégies, l'accommodation de fautes et la reconfiguration sont à distinguer. Le choix entre ces stratégies dépend des informations fournies par le module FDI.

b. Informations fournies par le module FDI

Selon les informations fournies par le module FDI, on peut se trouver face aux différents cas suivants [ASS02]:

1. Le module FDI détecte et isole la (les) faute(s) et fournit une estimation $(\hat{s}, \hat{\theta})$ de l'impact de cette faute. Le problème à résoudre à l'occurrence de la faute nécessite la résolution d'un problème de la commande standard $\{\gamma, \hat{s}, \hat{\theta}, U\}$ appliqué au système estimé actuel.
2. Le module FDI détecte et isole la (les) faute(s), mais il ne peut fournir l'estimation $(\hat{s}, \hat{\Theta})$ où $\hat{\Theta}$ est un ensemble possible de paramètres. Le problème à résoudre à l'occurrence de cette faute est le problème $\{\gamma, \hat{s}, \hat{\Theta}, U\}$ du système (estimé) actuel. Selon que l'approche considérée est de type active ou passive, le problème à résoudre est un problème de commande adaptative ou robuste.

3. Le module FDI détecte et isole la (les) faute(s), mais il ne peut fournir aucune estimation de l'impact de cette faute. On est face à un système dont le modèle est inconnu et la recherche d'une commande pour un tel système est impossible. Une solution serait de transformer ce système inconnu en un système connu. Cela peut se faire comme suit :
 - Avoir plus d'informations, en utilisant une approche basée sur l'apprentissage. Dans ce cas, une estimation du système peut être obtenue et le problème revient aux cas précédemment cités en 1 et 2.
 - Avoir un système connu en mettant hors service les composants défectueux isolés par le module FDI.
4. Le module FDI détecte la (les) faute(s), mais il ne peut ni l'isoler, ni fournir aucune estimation. Dans ce cas, il faut reconfigurer les objectifs du système.
5. Le module FDI ne détecte pas la (les) faute(s). Le système est donc, dans une situation de danger.

c. Accommodation des fautes

L'accommodation des fautes est la stratégie qui résout le problème de la commande du système estimé « $\gamma, \hat{s}, \hat{\theta}, U$ » actuel. Elle fait appel aux approches de commande robuste et de commande adaptative [STA01]. Les solutions, si elles existent doivent satisfaire l'objectif γ qui lui, implicitement, impose des performances ou une gamme de performances que le système doit respecter. Dans le cas contraire l'objectif sera considéré comme non atteint [ASS02].

d. Reconfiguration

On distingue deux types de reconfiguration : la reconfiguration structurelle du système (de structure et de commande) et la reconfiguration d'objectifs.

1. Reconfiguration structurelle du système

C'est la stratégie dans laquelle le système défectueux est remplacé par un autre. La commande modifiée résoud ainsi un nouveau problème $(\gamma, \sigma, \tau, \nu)$ qui remplace le problème original avec le même objectif.

La reconfiguration se repose simplement sur une formulation d'un nouveau problème $(\gamma, \sigma, \tau, V)$ et laisse ainsi réaliser l'objectif γ en modifiant la structure du système, les paramètres et la commande. Cela signifie qu'une certaine redondance existe dans le système. La nouvelle structure des contraintes et les nouveaux paramètres sont obtenus en débranchant les composants défectueux.

Pour que la stratégie de la reconfiguration soit clairement définie, on doit définir les ensembles admissibles Z et E pour le choix de la paire (σ, τ) et remplacer l'ensemble admissible de classes de commande U par un autre ensemble V . Notons que la reconfiguration n'a besoin d'aucune information détaillée sur l'évaluation de l'ensemble des contraintes réelles [STA01], [ASS02].

2. Reconfiguration d'objectifs

La reconfiguration d'objectifs concerne le cas où le module FDI détecte une défaillance, sans pouvoir l'isoler. La reconfiguration d'objectifs propose d'atteindre un autre objectif O avec la même structure du système et la même commande, ce qui revient à considérer le problème traité dans le cas précédent « O, s, θ, U ».

IV.4. Algorithme de la reconfiguration structurelle

Le déroulement de l'organigramme de cet algorithme représenté sur la figure IV.1 se fait selon les étapes suivantes:

- **Etape1 :**

Les informations sur l'existence des fautes sont obtenues en appliquant les algorithmes FDI. Si une faute ou plusieurs fautes existent, on passe à la deuxième étape, sinon on laisse le système fonctionner.

- **Etape 2 :**

Cette étape est consacrée à la suppression de (des) équation(s) (contrainte(s)) du modèle du système affectée(s) par une ou plusieurs fautes.

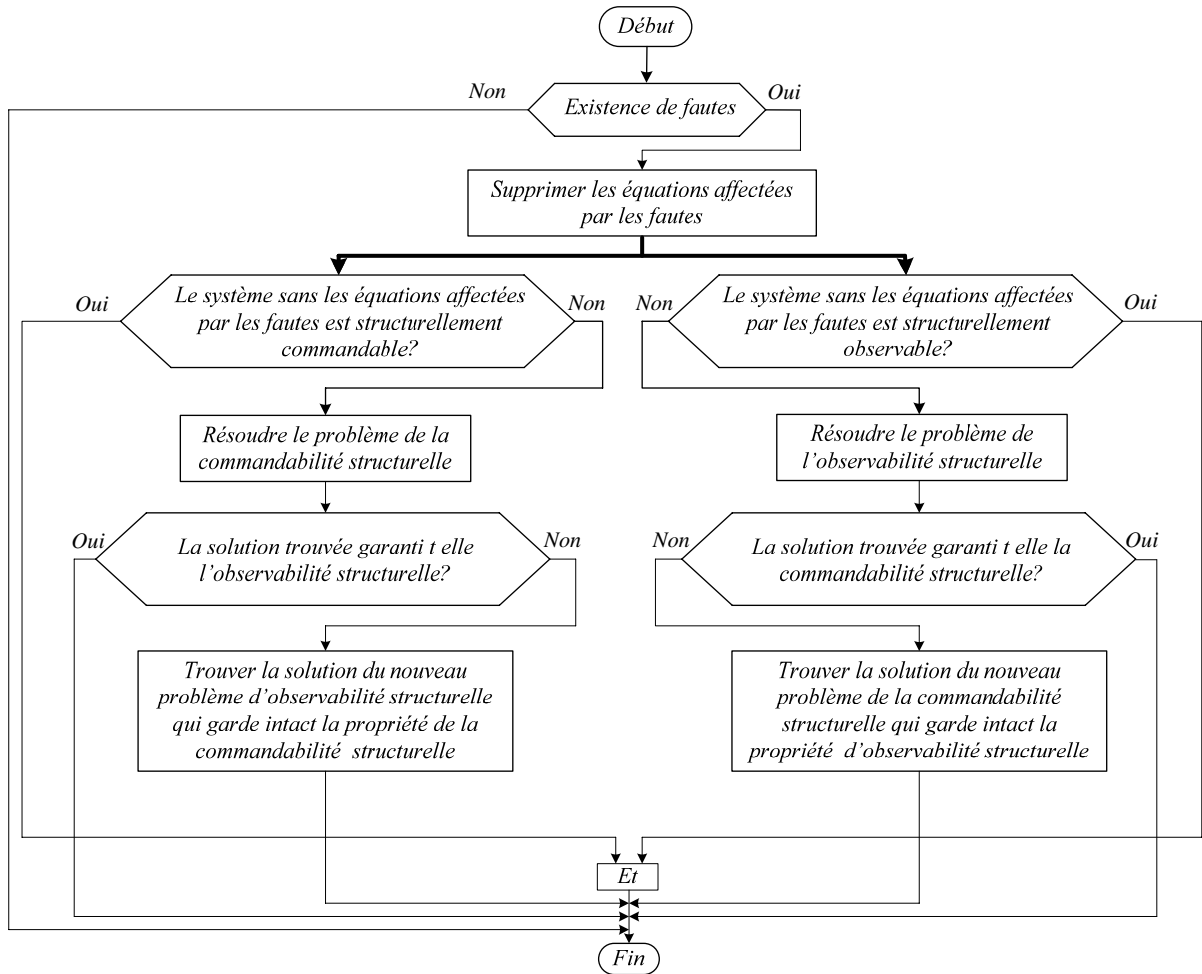


Figure IV.1: Organigramme de la reconfiguration structurelle

▪ **Etape 3 :**

Dans cette étape nous testons les propriétés d'observabilité et de commandabilité structurelle du système pour la nouvelle structure (c.-à-d. le système sans les équations affectées par les fautes). Si le nouveau système est structurellement observable et commandable, on arrête l'algorithme, sinon on passe à l'étape suivante.

▪ **Etape 4 :**

Cette étape est utilisée pour donner une solution afin de résoudre les problèmes d'observabilité et de commandabilité structurelle. Il faut une vérification pour chaque solution trouvée à savoir pour une solution d'observabilité structurelle, il faut vérifier la commandabilité structurelle et vice versa.

VI.5. Observabilité et Commandabilité structurelle par graphe biparti

VI.5.1. Observabilité structurelle

La détermination des valeurs des variables dans un système est structurellement possible s'il existe un chemin de la variable inconnue vers un ensemble de variables connues. La possibilité de déterminer les valeurs des variables est la base de l'observabilité structurelle.

Considérons le système représenté sous la forme suivante [ASS02] :

$$\begin{cases} \dot{x}_d = c(x_d, x_a, u) & (IV.1.1) \\ 0 = h(x_d, x_a, u) & (IV.1.2) \\ y = g(x_d, x_a, u) & (IV.1.3) \\ \dot{x}_d = \frac{d}{dt} x_d & (IV.1.4) \end{cases}$$

Où $x \in R^n$ le vecteur d'état, $y \in R^r$ le vecteur de mesure et $u \in R^m$ le vecteur de commande. Le système ainsi formulé présente :

- Des contraintes différentielles E_d qui sont les équations d'états (IV.1.1) et les dérivées (on les désigne par D) (IV.1.4).
- Des contraintes algébriques E_a qui sont les équations statiques (IV.1.2) et les équations de mesures (IV.1.3).

On associe à ce système le graphe biparti $G_B(E, X \cup K, A)$ où $E = E_d \cup E_a$ est l'ensemble des contraintes différentielles et algébriques, $X = x_a \cup x_d \cup \dot{x}_d$ l'ensemble des variables inconnues et $K = u \cup y$ l'ensemble des variables connues.

Sur ce graphe initialement non orienté, nous orientons le principe de causalité physique de certaines arrêtes. Nous trouvons les cas suivants :

- ❖ L'arrête dont l'extrémité est une commande est orientée vers l'autre extrémité de l'arrête.
- ❖ L'arrête dont l'extrémité est une sortie est orientée de l'arrête vers cette sortie.

- ❖ Les arrêtes dont l'extrémité est une contrainte g et l'autre extrémité n'est pas une sortie sont orientées vers g .
- ❖ Les arrêtes dont l'extrémité est une contrainte e sont orientées de e vers \dot{x}_d et des variables x_d vers e .

Ce graphe est dit graphe biparti orienté pour l'observabilité $G_{Bo}(E, X \cup K, A)$.

Dans le graphe biparti $G_B(E, X \cup K, A)$ nous nous intéressons aux sous graphes $G_b(E_x, X, A_x)$ où $E_x = \{e_i \in E, Q(e_i) \cap X \neq \emptyset\}$. Une décomposition de ce sous graphe donne les trois composantes :

$$S^+ = [E_x^+, X^+]$$

$$S^0 = [E_x^0, X^+ \cup X^0]$$

$$S^- = [E_x^-, X^+ \cup X^0 \cup X^-]$$

Théorème IV.1 [ASS02, BLA03, STA02]

Un système donné par les équations IV.1.1, IV.1.2, IV.1.3 et IV.1.4 est structurellement observable si et seulement si :

- 1) Il existe au moins un chemin allant de chaque variable inconnue à une des variables connues sur le graphe biparti orienté $G_{Bo}(E, X \cup K, A)$.
- 2) Il n'y a pas de sous système sous-déterminé S^- dans la décomposition canonique du graphe biparti $G_B(E_x, X, A_x)$.
- 3) Il existe au moins un couplage complet causal (causalité dérivée) M sur les sous systèmes juste et sur-déterminé par rapport à leurs variables associées, et que la chaîne alternée associée à ce couplage ne présente pas de boucles différentielles où une variable et sa dérivée coexistent. [ASS02, BLA03, STA02]

Preuve

La première condition exprime la condition d'atteignabilité des variables connues par toutes les variables inconnues. Ceci veut dire que pour qu'un système soit observable, il faut que chaque variable inconnue affecte au moins une variable connue.

Les deuxième et troisième conditions expriment la condition nécessaire pour que les variables inconnues soient structurellement calculables à partir des variables connues. La condition de non-existence de boucles différentielles où une variable et sa dérivée coexistent va dans ce sens aussi. La présence d'une telle boucle impliquera la résolution d'équations différentielles qui nécessite la connaissance des conditions initiales qui sont supposées inconnues quand on étudie l'observabilité d'un système.

Exemple IV.1

On considère le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \dot{x}_1 = x_2 \\ e_2 : \dot{x}_2 = x_3 \\ e_3 : \dot{x}_3 = -60x_1 - 47x_2 - 12x_3 + u \\ e_4 : y = x_1 \\ e_5 : \dot{x}_1 = \frac{d}{dt} x_1 \\ e_6 : \dot{x}_2 = \frac{d}{dt} x_2 \\ e_7 : \dot{x}_3 = \frac{d}{dt} x_3 \end{array} \right. \quad (\text{IV.2})$$

Le graphe biparti du système IV.2 est le suivant :

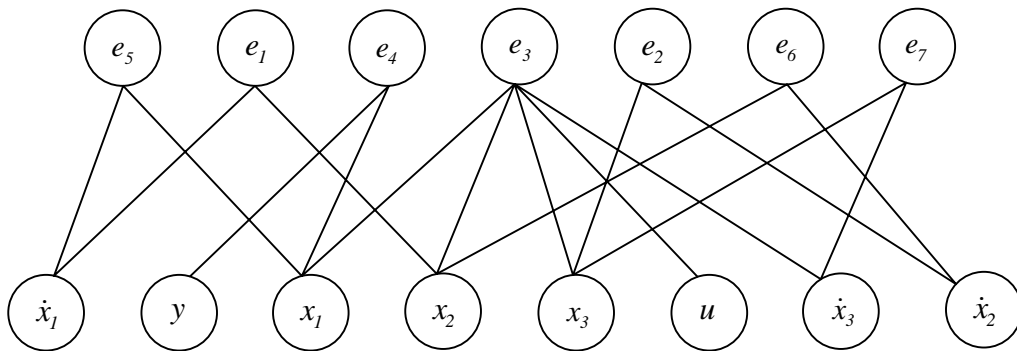


Figure IV.2: Graphe biparti du système IV.2

La matrice d'adjacence du système IV.2 est représentée sur le tableau IV.1

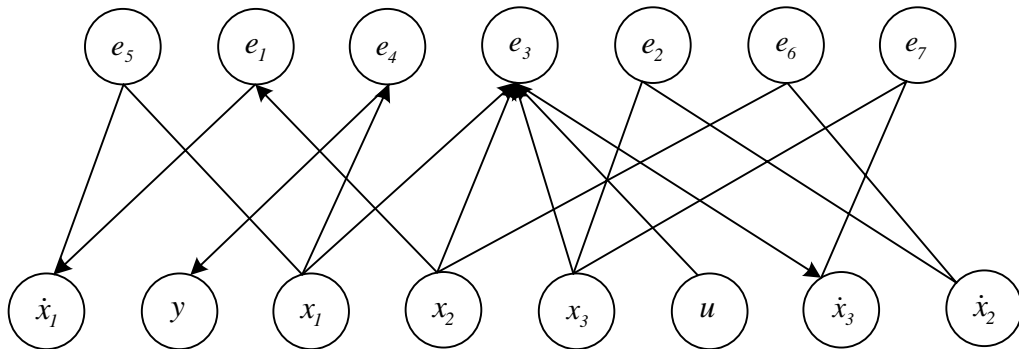
Tableau IV.1: Matrice d'adjacence du système IV.2

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	x_3	\dot{x}_3	u	y
e_1	0	1	1	0	0	0	0	0
e_2	0	0	0	1	1	0	0	0
e_3	1	0	1	0	1	1	1	0
e_4	1	0	0	0	0	0	0	1
e_5	1	1	0	0	0	0	0	0
e_6	0	0	1	1	0	0	0	0
e_7	0	0	0	0	1	1	0	0

Le graphe biparti de la La figure IV.2 est orienté de la manière suivante

- e_4 vers la sortie y
- x_1 vers e_4 et e_3
- e_3 vers \dot{x}_3
- x_2, x_3 et u vers e_3
- x_2 vers e_1
- e_1 vers \dot{x}_1

Le graphe orienté obtenu est illustré sur la figure IV.3.

**Figure IV.3:** Graphe biparti orienté du système IV.2

Test d'observabilité structurelle

Les trois conditions du théorème IV.1 sont appliquées pour le système IV.2 et les résultats suivants sont trouvés :

1. D'après le graphe biparti orienté on constate que y est atteignable par les trois variables d'état (y est atteignable par x_1 via e_4 , x_1 est atteignable par x_2 et x_3 via e_3 , ce qui implique l'atteignabilité de y par x_2 et x_3).
2. Le système est sur-déterminé et il ne contient pas de sous système sous-déterminé.
3. Le système contient un couplage complet causal. Ce couplage est donné par la figure suivante :

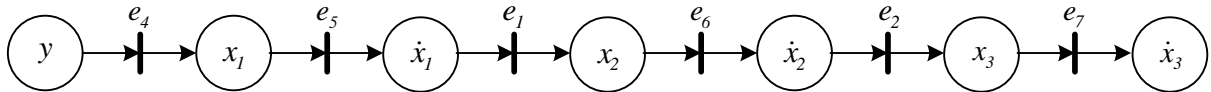


Figure IV.4 : Couplage causal complet du système IV.2

D'après 1, 2 et 3 le système précédent est structurellement observable.

VI.5.2. Commandabilité structurelle

La commandabilité structurelle concerne la partie de sa structure qui fait intervenir les variables d'entrées et les variables inconnues quelles soient mesurées ou non.

Utilisons le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_d = e(x_d, x_a, u) & (IV.3.1) \\ 0 = h(x_d, x_a, u) & (IV.3.2) \\ \dot{x}_d = \frac{d}{dt} x_d & (IV.3.3) \end{cases}$$

Notons que pour l'étude de la commandabilité structurelle, les conditions initiales sont connues. Il s'agit de partir d'un état initial donné pour ce système. Nous associons un graphe biparti orienté comme défini pour l'observabilité. Sur ce graphe La condition nécessaire de la commandabilité structurelle d' un système est donné par le theoreme suivant

Théorème IV.2 [ASS02]

La condition nécessaire pour qu'un système soit structurellement commandable est que toutes les variables inconnues doivent être accessibles par au moins une variable de commande.

Ce théorème exprime une condition nécessaire d'accessibilité de toutes les variables inconnues par au moins une variable d'entrée (commande). Cela implique que pour qu'une variable inconnue soit commandable, il est nécessaire qu'il ait au moins une commande qui agissant dessus. Une variable inconnue non accessible par aucune des commandes ne peut être actionnée. Cela est valable pour les systèmes linéaires comme pour les systèmes non linéaires. Par contre cette condition ne suffit pas pour qu'un système soit structurellement commandable. Il existe une condition suffisante pour les systèmes linéaires décrite ci-après.

Considérons pour la commandabilité, que l'ensemble des variables inconnues est $K = x_a \cup \dot{x}_d$ et les variables connues $X = u \cup x_d$. L'ensemble des contraintes est $E = e \cup h \cup \frac{d}{dt}$. On associe à ce système le graphe biparti $G_b (E_x, X, A_x)$ où $E_x = \{e_i \in E, Q(e_i) \cap X \neq \emptyset\}$. La décomposition du graphe biparti $G_b (E_x, X, A_x)$ donne les trois composantes suivantes:

$$S^+ = [E_x^+, X^+]$$

$$S^0 = [E_x^0, X^+ \cup X^0]$$

$$S^- = [E_x^-, X^+ \cup X^0 \cup X^-]$$

La condition suffisante exprime alors, le fait, qu'un système structurellement commandable, doit être juste ou sous déterminé pour qu'une commande u puisse être trouvée.

Le théorème suivant résume les deux conditions pour lesquelles un système linéaire est structurellement commandable :

Théorème IV.3 [BLA03] (*pour les systèmes linéaires*)

Un système donné sous la forme (IV.3.1, IV.3.2, IV.3.3) est structurellement commandable si et seulement si :

- I. Toute variable inconnue est accessible par au moins une des variables de commande sur le graphe biparti orienté $G_{BO} (E, X \cup K, A)$,

II. Il n'y a pas de sous-système sur-déterminé S^+ dans la décomposition canonique du graphe biparti (E_x, X, A_x) , $X^+ = \emptyset$.

Preuve

La première condition exprime la condition nécessaire d'accessibilité de toutes les variables inconnues par au moins une variable d'entrée (une commande) énoncée dans le théorème précédent IV.2.

Pour la deuxième condition, l'existence d'un sous-système surdéterminé impliquerait que les variables connues (ici \dot{x}_d) doivent satisfaire certaines conditions de compatibilité. Pour les systèmes linéaires, celles-ci seraient exprimés en

$$\alpha^T \dot{x}_d = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Où α est un vecteur constant. Les trajectoires du système doivent donc vérifier la relation suivante :

$$\alpha^T x_d(t) - \alpha^T x_d(t_0) = 0 \quad (\text{IV.5})$$

Exemple IV.2

Considérons le système IV.6 représenté par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \dot{x}_1 = -2x_1 + x_3 + u \\ e_2 : \dot{x}_2 = x_2 + u \\ e_3 : \dot{x}_3 = -2x_1 + x_3 \\ e_4 : y = x_1 \\ e_5 : \dot{x}_1 = \frac{d}{dt} x_1 \\ e_6 : \dot{x}_2 = \frac{d}{dt} x_2 \\ e_7 : \dot{x}_3 = \frac{d}{dt} x_3 \end{array} \right. \quad (\text{IV.6})$$

Le graphe biparti correspondant au système IV.6 est :

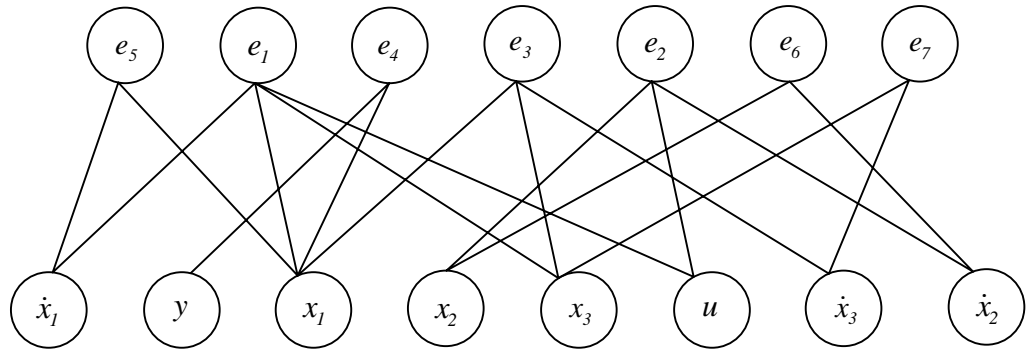


Figure IV.5 : Graphe biparti du système IV.6

Sa matrice d'adjacence est représentée sur le tableau IV.2.

Tableau IV.2: Matrice d'adjacence du système IV.6

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	x_3	\dot{x}_3	u	y
e_1	1	1	0	0	1	0	1	0
e_2	0	0	1	1	0	0	1	0
e_3	1	0	0	0	1	1	0	0
e_4	1	0	0	0	0	0	0	1
e_5	1	1	0	0	0	0	0	0
e_6	0	0	1	1	0	0	0	0
e_7	0	0	0	0	1	1	0	0

Test de commandabilité structurelle

Pour le test de la commandabilité structurelle, on vérifie les conditions du théorème IV.3.

1) d'après le graphe biparti orienté de la figure IV.6

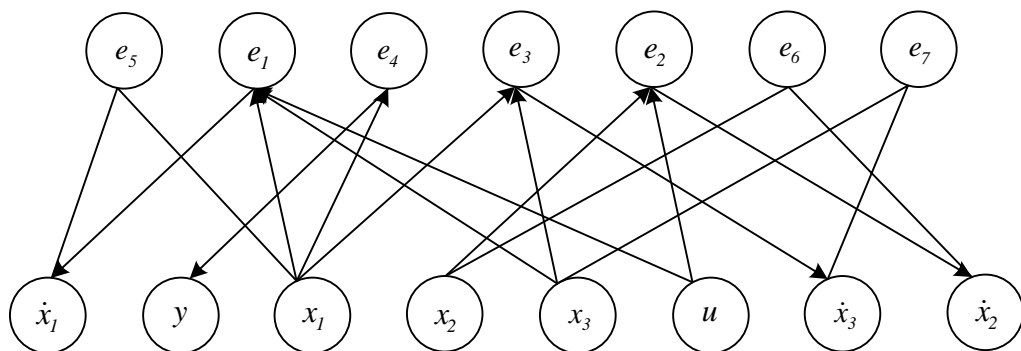


Figure IV.6 : Graphe biparti orienté du système IV.6

On constate que les trois variables d'état sont accessibles par la commande (x_1 et x_3 sont accessibles par u via e_1 et x_2 est accessible par u via e_2).

- 2) La décomposition canonique est faite pour la sous matrice qui ne fait intervenir que les variables x_1 , x_2 , x_3 et u sans les contraintes différentielles (ces variables sont considérées connues).

Tableau IV.3: Sous matrice de la commandabilité structurelle du système IV.6

	x_1	x_2	x_3	u
e_1	1	0	1	1
e_2	0	1	0	1
e_3	1	0	1	0
e_4	1	0	0	0

Le sous système formé par la sous matrice de la commandabilité structurelle est juste déterminé.

De 1 et 2 on déduit que le système est structurellement commandable.

VI.6 Exemple illustratif de l'algorithme de reconfiguration structurelle

Considérons le modèle linéaire du système électrique de la figure IV.7,

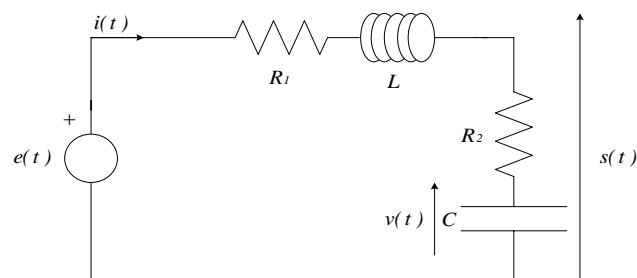


Figure IV.7 : Exemple d'un système électrique

Le modèle est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} e_1 : \dot{x}_1 = \frac{-(R_1 + R_2)}{L} x_1 + \frac{1}{L} x_2 + \frac{1}{L} u \\ e_2 : \dot{x}_2 = \frac{1}{C} x_1 \\ e_3 : y_1 = R_2 x_1 \\ e_4 : y_2 = x_2 \end{cases} \quad (IV.7)$$

Où R_1 et R_2 sont des résistances, L l'inductance, C le condensateur, $i(t)$ le courant représenté par x_1 , $v(t)$ la tension aux bornes du condensateur représentée par x_2 , $s(t)$ le vecteur de sortie représenté par $[y_1, y_2]^T$ et $e(t) = u$ la tension d'entrée.

Ce modèle sera prolongé par les équations différentielles suivantes : $e_5 : \dot{x}_1 = \frac{d}{dt} x_1$ et $e_6 : \dot{x}_2 = \frac{d}{dt} x_2$. Comme on suppose dans ce modèle que y_2 est affecté par une faute additive f_{y2} . Le graphe biparti du système IV.7 est complété par l'arrête (e_4, f_{y2}) . Il est représenté sur la figure IV.8.

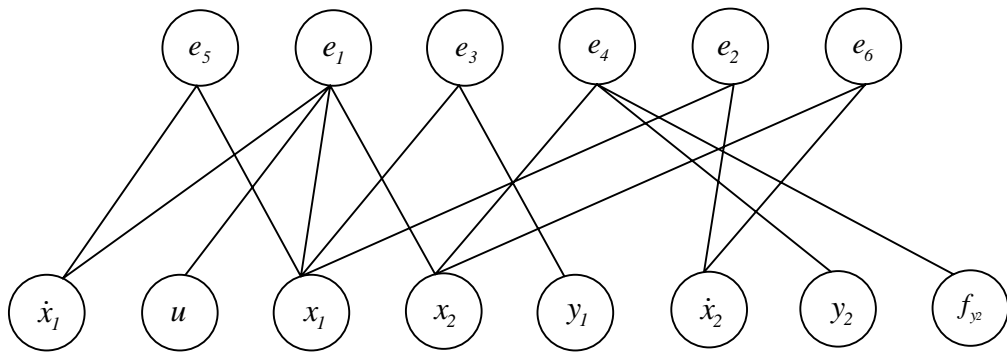


Figure IV.8 : Graphe biparti du système IV.7 affecté par la faute f_{y2}

Sa matrice d'adjacence est la suivante :

Tableau IV.4 : Matrice d'adjacence du système IV.7

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	u	y_1	y_2	f_{y2}
e_1	1	1	1	0	1	0	0	0
e_2	1	0	0	1	0	0	0	0
e_3	1	0	0	0	0	1	0	0
e_4	0	0	1	0	0	0	1	1
e_5	1	1	0	0	0	0	0	0
e_6	0	0	1	1	0	0	0	0

▪ **Etape1 :**

Il existe une faute f_{y2} , cette faute affecte l'équation e_4 .

▪ **Etape 2 :**

L'équation e_4 sera supprimée dans le système IV.7.

▪ **Etape 3 :**

Dans cette étape les tests de l'observabilité et de la commandabilité seront effectués sur le système IV.7 sans l'équation e_4

a. Test d'observabilité structurelle

1. D'après le graphe biparti orienté de la figure IV.9, on constate que la sortie y_1 est accessible par les variables inconnues.

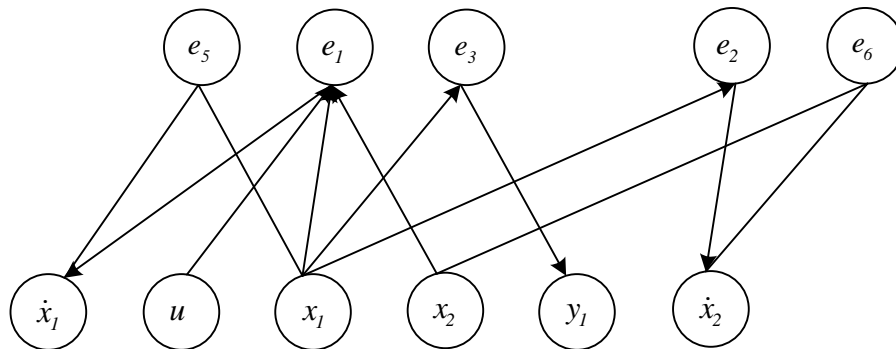


Figure IV.9 : Graphe biparti orienté du système IV.7 sans e_6

2. Le système sans l'équation e_4 est sur déterminé.
3. Il existe un couplage causal complet sur les variables inconnues, le couplage donné est sur le tableau IV.5.

Tableau IV.5: Décomposition canonique et couplages des variables

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2
e_1	1	1	(1)	0
e_2	1	0	0	(1)
e_3	(1)	0	0	0
e_5	1	(1)	0	0
e_6	0	0	1	1

D'après 1, 2 et 3 le système sans e_4 est structurellement observable.

b. Test de commandabilité structurelle

1. D'après le graphe biparti orienté de la figure IV.9, on constate que toutes les variables sont accessibles par la commande u .
2. La décomposition canonique du système sans e_4 de la commandabilité structurelle du tableau ci-dessous montre qu'il n'existe qu'un seul sous système sous déterminé.

Tableau IV.6: Matrice d'adjacence du système IV.7 sans e_4 pour la commandabilité structurelle

	x_1	x_2	u
e_1	1	1	1
e_2	1	0	0

D'après 1 et 2, on conclut que le système IV.7 sans e_4 est structurellement commandable.

VI.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'algorithme de la reconfiguration structurelle. Un rappel du problème de la commande standard a été donné suivi d'un rappel du problème de la commande tolérante aux fautes en premier lieu. En second lieu, les étapes de l'algorithme de la reconfiguration structurelle ont été détaillées. L'idée de cet algorithme est de supprimer les équations affectées par les fautes puis tester la validité des propriétés structurelles du système à savoir l'observabilité et la commandabilité. Des exemples ont été donnés pour illustrer ces différentes notions ainsi que cet algorithme. Nous allons appliquer cette stratégie sur un procédé du traitement des eaux usées dans le dernier chapitre.

Chapitre V : Diagnostic structurel d'un procédé de traitement des eaux usées

V.1. Introduction

La conduite des procédés biologiques a connu un développement important ces dernières années, notamment dans les industries de traitement des eaux usées, grâce à la prise de conscience collective de préserver l'environnement, en particulier la qualité de l'eau. Le but recherché dans ce domaine du point de vue de l'automatique est la détection précoce des anomalies de fonctionnement et l'amélioration de la qualité des produits afin d'assurer un bon fonctionnement.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord décrire le procédé de traitement des eaux usées sujet de notre application et le modèle retenu pour sa conduite. Ensuite, les algorithmes de diagnostic seront appliqués sur le modèle choisi.

V.2. Description du procédé de traitement des eaux usées

Les eaux usées sont toutes les eaux chargées de déchets, qui sont de nature à polluer les milieux dans lesquelles elles seront déversées. C'est pourquoi, dans un souci de respect de ces différents milieux, des traitements sont réalisés sur ces effluents. Ces traitements peuvent être réalisés de manière collective dans une station d'épuration ou de manière individuelle. La plupart des stations d'épuration fonctionnent selon les mêmes processus de base, mais des différences plus ou moins importantes peuvent exister dans la manière de mettre en place ces processus [SPE07].

V.2.1. Etapes de traitement des eaux usées dans une station d'épuration

La dépollution des eaux usées nécessite une succession d'étapes faisant appel à des traitements physiques, physico-chimiques et biologiques. En dehors des plus gros déchets présents dans les eaux usées, l'épuration doit permettre, au minimum, d'éliminer la majeure partie de la pollution carbonée. Selon le degré d'élimination de la pollution et les

procédés mis en œuvre, trois étapes de traitement sont définies [QUE00]; ces étapes sont représentées sur la figure V.1.

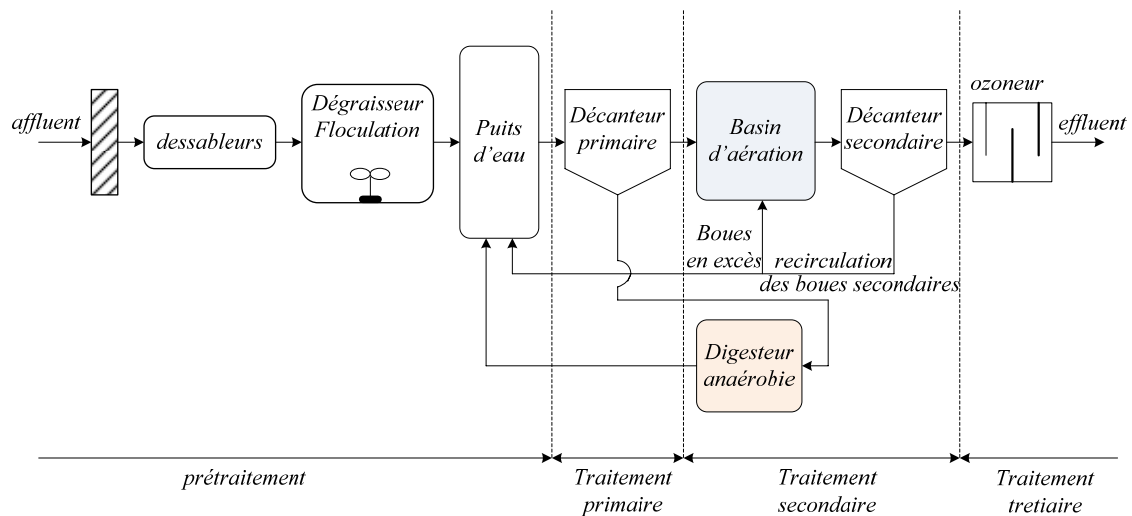


Figure V.1 : Schéma de principe du procédé de traitement des eaux

- **Les prétraitements** consistent à débarrasser les eaux usées des polluants solides les plus gros (dégrillage, dégraissage). Ce sont de simples étapes de séparation physique.
- **Les traitements primaires** regroupent les procédés physiques ou physico-chimiques visant à éliminer par décantation une forte proportion de matières minérales ou organiques en suspension. A l'issue du traitement primaire, seul 50 à 60 % des matières en suspension sont éliminées. Ces traitements primaires ne permettent d'obtenir qu'une épuration partielle des eaux usées. Ils ont d'ailleurs tendance à disparaître en tant que seul traitement, notamment lorsque l'élimination de la pollution azotée est requise. Pour répondre aux exigences réglementaires, une phase de traitement secondaire doit être conduite [DIM08].
- **Les traitements secondaires** recouvrent les techniques d'élimination des matières polluantes solubles (carbone, azote et phosphore). Ils constituent un premier niveau de traitement biologique. Le traitement secondaire est le niveau minimal de traitement qui doit être mis en œuvre dans les usines de dépollution [SPE07].

Dans certains cas, des traitements tertiaires sont nécessaires, notamment lorsque l'eau épurée doit être rejetée en milieu particulièrement sensible. A titre d'illustration, les rejets dans les eaux de baignade, dans des lacs souffrant d'un phénomène d'eutrophisation (c'est

la modification et la dégradation d'un milieu aquatique, lié en général à un apport excessif de substances nutritives, qui augmentent la production d'algues et de plantes aquatiques) ou dans des zones d'élevage de coquillages sont concernés par ce troisième niveau de traitement. Les traitements tertiaires peuvent également comprendre des traitements de désinfection. La réduction des odeurs peut encore être l'objet d'attentions particulières [HEN87].

V.2.2. Modèle du procédé du traitement des eaux usées par boues actives

Le modèle mathématique d'un procédé de traitement des eaux usées est établi à partir des bilans matières effectués sur chaque réactif relatif aux différents composés de la réaction biochimique pendant un certain intervalle de temps. Ce bilan est basé sur l'égalité suivante [HEN87]:

$$\text{Accumulation} = \pm \text{Conversion} + \text{Alimentation} - \text{Soutirage}$$

Le premier modèle cinétique complet (ASM1 : Activated Sludge Model no 1), intégrant l'élimination du carbone et de l'azote, a été proposé dans [HEN87] sur la base des modèles dynamiques de Ekama et Marais, en 1979, et de Dold *et al.*, en 1980 [SPE07]. Le modèle ASM1 permet de décrire les processus de dégradation de la matière organique (en aérobie et en anoxie (elle décrit le manque d'oxygène dissous d'un milieu aquatique ou d'un sédiment immergé)), ainsi que la nitrification et la dénitrification dans les boues activées. Le modèle (ASM1) reste aujourd'hui une base éprouvée et encore largement utilisée dans les logiciels de simulation dynamique. Par la suite, les processus de déphosphatation biologique ont été intégrés dans les modèles ASM2 et ASM2d [HEN95]. Enfin un modèle complémentaire, intégrant notamment les processus de stockage intracellulaire, a été proposé par [HEN99], [NEJ01], c'est le modèle ASM3.

V.2.2.1. Variables d'états du modèle

Dans le modèle ASM1, la pollution organique est composée de la demande chimique en oxygène (DCO) biodégradable et de la DCO non biodégradable [SPE07]. La DCO biodégradable est divisée en substrat aisément biodégradable S_S et en substrat lentement biodégradable X_S [SPE07]. La DCO non biodégradable est divisée en fractions soluble S_I et particulaire X_I , elle traverse le procédé sans subir de modification [SPE07]. La

biomasse est constituée de microorganismes hétérotrophes X_H , le composé X_P représente le débris inerte de ceux issus de l'analyse bactérienne [SPE07].

V.2.2.2. Dynamique du procédé

❖ Croissance aérobie des hétérotrophes

L'expression du taux de croissance la plus utilisée et répandue dans la littérature est celle adoptée par Monod [MON49] pour modéliser la croissance microbienne. Ce modèle ne prend en compte que le facteur limitant dû à un manque de substrat S_S et s'exprime sous la forme:

$$\mu(S) = \mu_{\max} \frac{S_S}{K_S + S_S} \quad (\text{V.1})$$

Où μ_{\max} est le taux maximum de croissance et K_S la constante d'affinité appelée paramètre de Michaelis-Menten. K_S traduit la facilité d'assimilation du substrat par la biomasse.

Une autre forme du taux spécifique de croissance à été élaborée par [MON49] en tenant compte de l'inhibition par la concentration en oxygène dissous S_O .

$$\mu(S, S_O) = \mu_{\max} \frac{S_S}{K_S + S_S} \frac{S_O}{K_O + S_O} \quad (\text{V.2})$$

C'est cette dernière structure que nous allons utiliser dans la suite du travail.

❖ Décomposition hétérotrophe

Le processus est modélisé selon l'hypothèse de la régénération et de la mortalité. Les organismes meurent à un certain taux et une partie du matériau est considérée comme non biodégradable et s'ajoute à la fraction du produit particulaire inerte X_P . Le reste s'ajoute à la quantité du substrat biodégradable.

❖ Hydrolyse de la matière organique absorbée

Le substrat lentement biodégradable est décomposé par un mécanisme extra cellulaire en produisant du substrat aisément biodégradable utilisable par la biomasse. Le taux d'hydrolyse se construit quand la concentration du substrat absorbé devient grande par rapport à la biomasse. Dans la formulation du modèle, les hypothèses suivantes sont faites:

- Aucune réaction biologique n'a lieu dans le clarificateur.
- Les bassins sont considérés comme parfaits.
- Le bassin d'aération est considéré comme étant parfaitement mélangé de sorte que la concentration de chaque composant soit homogène dans l'espace.
- Les substrats et l'oxygène dissous sont considérés comme masses limitantes avec cinétique bi-substrat du type de Monod [DIM08].
- Le produit particulaire inerte X_P est considéré comme une matière organique inerte X_I .

On peut se faire une idée satisfaisante d'une station à boues activées, comportant un aérateur et un décanteur, moyennant quelques simplifications, à partir du schéma suivant :

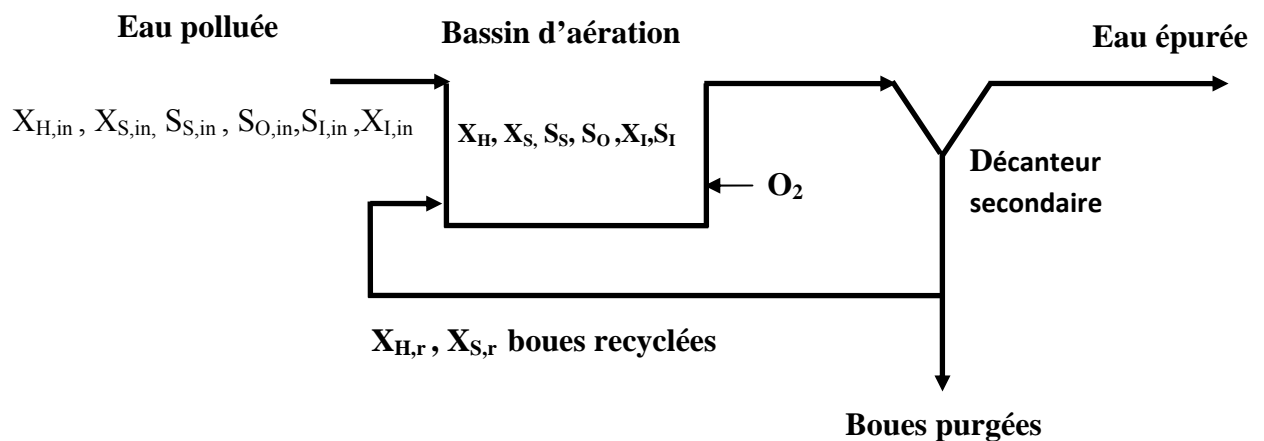


Figure V.2 : Schéma d'un système de traitement des eaux usées

❖ Variables d'entrée

Les concentrations des composants solubles ($S_{.,in}$) et particulaires ($X_{.,in}$) dans l'eau polluée qui rentrent au réacteur sont considérées comme des variables d'entrée du modèle. Le taux de dilution d'entrée D et le coefficient de transfert de l'oxygène K_{La} font partie aussi de cet ensemble de variables [DIM08].

❖ Modèle dynamique du procédé

Par l'application du bilan massique au niveau du bassin d'aération, les équations différentielles qui décrivent l'évolution de la concentration en biomasse, en substrat, et en oxygène dissous au sein du procédé de dépollution ont été établies comme suit [HEN87].

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dS_I}{dt} = \left(\frac{Q_{in}}{V_r} S_{I,in} - \frac{Q_{in}}{V_r} S_I \right) \\
\frac{dS_S}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{s,in} - S_S) - I/Y_H \rho_1 + \rho_3 \\
\frac{dX_I}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{I,in} - X_I) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{I,rec} - X_I) + f_{xi} \rho_2 \\
\frac{dX_S}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{s,in} - X_S) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{s,rec} - X_S) + (1 - f_{xi}) \rho_2 - \rho_3 \\
\frac{dX_H}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{H,in} - X_H) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{H,rec} - X_H) + \rho_1 - \rho_2 \\
\frac{dS_O}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{o,in} - S_O) + \frac{\beta}{C_S} Q_L (C_S - S_O) - \frac{1 - Y_H}{Y_H} \rho_1 \\
\frac{dX_{H,rec}}{dt} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_H - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{H,rec} \\
\frac{dX_{I,rec}}{dt} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_I - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{I,rec} \\
\frac{dX_{S,rec}}{dt} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_S - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{S,rec}
\end{array} \right. \quad (V.3)$$

Où

$$\rho_1 = \mu_{H,max} \frac{S_S}{(K_S + S_S)} \frac{S_O}{(K_O + S_O)}$$

$$\rho_2 = b_H X_H$$

$$\rho_3 = \frac{Kh \frac{X_S}{X_H} S_O}{\left(K_X + \frac{X_S}{X_H} \right) (K_O + S_O)}$$

Et

$S_I(t)$: Concentration en substrat soluble non-biodégradable (mg/l)

$S_S(t)$: Concentration en substrat aisément biodégradable (mg/l)

$X_I(t)$: Concentration en substrat particulaire non-biodégradable (mg/l)

$X_H(t)$: Concentration en biomasse hétérotrophe (mg/l)

$X_S(t)$: Concentration en substrat lentement biodégradable (mg/l)

$S_O(t)$: Concentration en oxygène dissous (mg/l)

$X_{I,rec}(t)$: Concentration en biomasse recyclée (mg/l)

$X_{H,rec}(t)$: Concentration de la biomasse hétérotrophe recyclée (mg/l)

$X_{S,rec}(t)$: Concentration de substrat lentement biodégradable recyclé (mg/l)

$S_{I,in}$: Concentration en substrat soluble non-biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$S_{S,in}$: Concentration en substrat aisément biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$X_{I,in}$: Concentration en substrat particulaire non biodégradable dans l'alimentation (mg/l).

$X_{H,in}$: Concentration en biomasse hétérotrophe dans l'alimentation (mg/l).

$X_{S,in}$: Concentration en substrat lentement biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$S_{O,in}$: Concentration en oxygène dissous d'alimentation (mg/l)

$\rho_1(t)$: Vitesse spécifique de croissance des hétérotrophes (1/h)

$\rho_2(t)$: Vitesse spécifique de mortalité des hétérotrophes (1/h)

$\rho_3(t)$: Vitesse spécifique d'hydrolyse de la matière organique absorbée (1/h)

b_H : Taux hétérotrophe d'affaiblissement

f_{X_I} : Fraction de biomasse

Y_H : Taux de conversion du substrat en biomasse.

C_S : Constante de saturation en oxygène (mg/l).

β : constante strictement positive (1/l)

V_r : Volume du bassin d'aération (l).

V_{dec} : Volume du décanteur (l).

μ_{max} : Taux maximum de croissance

K_O : Coefficient de demi-saturation de l'oxygène pour la biomasse hétérotrophe (mg/l).

K_S : Coefficient de demi-saturation du substrat facilement biodégradable pour la biomasse hétérotrophe (mg/l).

K_h : Taux maximum d'hydrolyse

K_X : Coefficient de saturation d'hydrolyse du substrat.

Q_{in} : Débit d'entrée (l/h)

Q_L : Débit d'air (l/h)

Q_r : Débit de boues recyclées (l/h)

Q_w : Débit de boues en excès (l/h)

r : Taux de recyclage (défini comme étant le rapport entre le débit de boues recyclées et le débit à l'entrée)

Le modèle V.3 peut être réécrit, sous forme implicite de la manière suivante :

$$\dot{S}_I = f1(Q_{in}, S_I)$$

$$\dot{S}_S = f2(Q_{in}, S_s, S_O, X_H)$$

$$\dot{X}_I = f3(Q_{in}, X_I, X_{I,rec}, X_H)$$

$$\dot{X}_S = f4(Q_{in}, X_S, X_{S,rec}, S_O, X_H)$$

$$\dot{X}_H = f5(Q_{in}, X_H, X_{H,rec}, S_s, S_O)$$

$$\dot{S}_O = f6(Q_{in}, Q_L, S_s, S_O)$$

$$\dot{X}_{H,rec} = f7(Q_{in}, Q_r, Q_w, X_H, X_{H,rec})$$

$$\dot{X}_{I,rec} = f8(Q_{in}, X_I, X_{I,rec}, Q_r, Q_w)$$

$$\dot{X}_{S,rec} = f9(Q_{in}, X_S, X_{S,rec}, Q_r, Q_w)$$

Il est schématisé par le graphe des états ci-après.

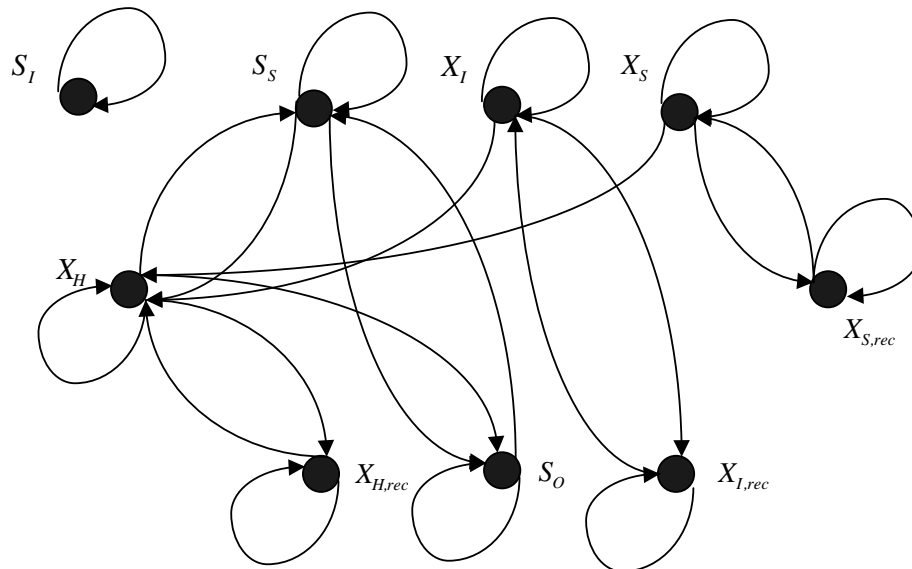


Figure V.3: Graphe des états du modèle du procédé de traitement des eaux usées

Les variables qui sont observables sont S_I , S_S , X_S , X_H , X_I et S_O mais, pour la commandabilité, on doit choisir un nombre d'entrées supérieur ou égal au nombre de sorties. Puisque le modèle du procédé de traitement des eaux usées possède quatre entrées, il faut utiliser le graphe des états de la figure V.3 pour le choix des sorties. Dans ce graphe, on constate que S_I et X_I n'ont pas de relation avec d'autres variables et peuvent être calculées sans utiliser d'autres équations. Ces deux variables seront automatiquement dans

le sous système juste déterminé lors de la décomposition de Dulmage Mendelsohn, les variables de sortie qui seront donc choisies sont S_s , X_s , X_H et S_o . Le modèle choisi est celui décrit par le système d'équations V.4 :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{S}_I = \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{I,in} - S_I) \\
 \dot{S}_s = \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{s,in} - S_s) - I/Y_H \rho_1 + \rho_3 \\
 \dot{X}_I = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{I,in} - X_I) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{I,rec} - X_I) + f_{xi} \rho_2 \\
 \dot{X}_s = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{s,in} - X_s) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{s,rec} - X_s) + (1 - f_{xi}) \rho_2 - \rho_3 \\
 \dot{X}_H = \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{H,in} - X_H) + \frac{rQ_{in}}{V_r} (X_{H,rec} - X_H) + \rho_1 - \rho_2 \\
 \dot{S}_o = \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{o,in} - S_o) + \frac{\beta}{C_s} (C_s - S_o) - \frac{1 - Y_H}{Y_H} \rho_1 \\
 \dot{X}_{H,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_H - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{H,rec} \\
 \dot{X}_{I,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_I - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{I,rec} \\
 \dot{X}_{s,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} X_s - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} X_{s,r} \\
 Y_1 = S_s \\
 Y_2 = X_s \\
 Y_3 = X_H \\
 Y_4 = S_o
 \end{array} \right. \quad (V.4)$$

La différence avec le système V.3 est l'ajout de quatre équations de mesure.

V.3. Application de l'algorithme de détection et d'isolation sur le modèle du procédé de traitement des eaux usées

V.3.1. Modèle structurel

Le modèle structurel utilisé ici est dérivé du modèle analytique (V.4). Les équations de ce modèle sont représentées par e_1 , e_2 , e_3 , e_4 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 , e_9 , e_{10} , e_{11} , e_{12} et e_{13} . Les équations et les variables existantes dans ce modèle constituent les sommets du graphe biparti. Dans la matrice d'adjacence, les lignes correspondent aux équations et les colonnes aux variables. Ce modèle est prolongé par l'ajout d'équations différentielles afin de modéliser les variables dynamiques (différentielles), ces équations sont :

$\dot{S}_I = \frac{dS_I}{dt}$, $\dot{S}_S = \frac{dS_S}{dt}$, $\dot{X}_I = \frac{dX_I}{dt}$, $\dot{X}_S = \frac{dX_S}{dt}$, $\dot{X}_H = \frac{dX_H}{dt}$, $\dot{S}_O = \frac{dS_O}{dt}$, $\dot{X}_{H,rec} = \frac{dX_{H,rec}}{dt}$,
 $\dot{X}_{I,rec} = \frac{dX_{I,rec}}{dt}$ et $\dot{X}_{S,rec} = \frac{dX_{S,rec}}{dt}$. Elles sont représentées par e_{14} , e_{15} , e_{16} , e_{17} , e_{18} , e_{19} , e_{20} ,
 e_{21} et e_{22} respectivement.

Les équations e_i ($i=1, \dots, 22$) sont également appelées contraintes du modèle.

La matrice d'adjacence du modèle structurel est donnée sur le tableau (V.1).

La matrice d'adjacence ne comporte que les contraintes et les variables inconnues.

Tableau V.1: Matrice d'adjacence du modèle du procédé de traitement des eaux usées

	S_I	S_S	X_I	X_S	X_H	S_O	$X_{H,rec}$	$X_{I,rec}$	$X_{S,rec}$	\dot{S}_I	\dot{S}_S	\dot{X}_I	\dot{X}_S	\dot{X}_H	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	$\dot{X}_{I,rec}$	$\dot{X}_{S,rec}$
e_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_2	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
e_3	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
e_4	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
e_5	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e_6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
e_7	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
e_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
e_{10}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{11}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{12}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{13}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{14}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{15}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
e_{16}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
e_{17}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
e_{18}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e_{19}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
e_{20}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
e_{21}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e_{22}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

V.3.2. Recherche des ensembles MSO minimaux

V.3.2.1 Décomposition de Dulmage Mendelsohn

La DM décomposition montre que le modèle utilisé comporte deux sous systèmes. Le premier est un sous-système juste déterminé composé des équations $\{e_3, e_8, e_{15}, e_{20}\}$ et les variables $\{X_I, X_{I,rec}, \dot{X}_I, \dot{X}_{I,rec}\}$. Le second est un sous système sur-déterminé qui est composé des autres équations et variables. Dans ce dernier, s'effectue la recherche des ensembles MSO minimaux. Le sous système sur déterminé est représenté sur le tableau V.2.

Tableau V.2 : Sous système surdéterminé du modèle du procédé de traitement des eaux usées

	S_S	X_S	X_H	S_O	$X_{H,rec}$	$X_{S,rec}$	\dot{S}_S	\dot{X}_S	\dot{X}_H	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	$\dot{X}_{S,rec}$
e_2	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
e_4	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
e_5	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
e_6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
e_7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
e_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
e_{17}	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e_{18}	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
e_{19}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
e_{20}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
e_{22}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
e_{10}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{11}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{12}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{13}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{15}	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

V.3.2.2 Utilisation des ensembles MSO minimaux pour déterminer les variables inconnues

L'algorithme utilisé pour la recherche des ensembles *MSO* est celui de Krylander et al. [Kry 08], et cette recherche est effectuée sur le sous système sur-déterminé du tableau

IV.2. Les ensembles MSO sont utilisés pour déterminer les variables inconnues et les expressions de ces dernières sont obtenues en sachant que:

- S_S est déterminé à partir de l'équation e_{10} , $S_S = Y_1$.
- \dot{S}_S est calculé dans e_{15} en remplaçant S_S par sa fonction, $\dot{S}_S = \dot{Y}_1$.
- La fonction de X_S est obtenue en utilisant e_{11} , $X_S = Y_2$.
- En utilisant la fonction de X_S et l'équation e_{17} , on déduit $\dot{X}_S = \dot{Y}_2$.
- X_H est obtenu de l'équation e_{12} , $X_H = Y_3$.
- En remplaçant la fonction de X_H dans e_{18} , on déduit celle de \dot{X}_H , $\dot{X}_H = \dot{Y}_3$.
- S_O est obtenu de l'équation e_{13} , $S_O = Y_4$.
- En remplaçant la fonction de S_O dans e_{19} , on déduit celle de \dot{S}_O , $\dot{S}_O = \dot{Y}_4$.
- $X_{S,rec}$ est obtenue en utilisant e_4 :

$$X_{s,rec} = \frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_2 + 2Y_2 - X_{s,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} (1 - f_{xi}) b_H Y_3 + \frac{V_r}{rQ_{in}} K_h Y_4 \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + I \right) (K_O + Y_4) \right]^{-1}.$$

- $\dot{X}_{S,rec}$ est obtenue en utilisant e_{22} :

$$\begin{aligned} \dot{X}_{s,rec} = & -\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_2 + \frac{V_r}{rQ_{in}} \ddot{Y}_2 + 2\dot{Y}_2 + (1 - f_{xi}) b_H \left[\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 - \frac{V_r}{rQ_{in}} \ddot{Y}_3 \right] + K_h \left[\left[-\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} Y_4 + \frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_4 \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + I \right) (K_O + Y_4) \right]^{-1} \right] + \\ & \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} Y_4 \left[\left(K_X \frac{\dot{Y}_2 Y_3 - Y_2 \dot{Y}_3}{(Y_3)^2} \right) (K_O + Y_4) + \dot{Y}_4 \left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + I \right) \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + I \right) (K_O + Y_4) \right]^{-2} \right]. \end{aligned}$$

- La fonction $X_{H,rec}$ est obtenue en utilisant e_5 :

$$X_{H,rec} = \frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H \frac{V_r}{rQ_{in}} Y_3.$$

- La fonction $\dot{X}_{H,rec}$ est déterminée en utilisant e_{20} :

$$\begin{aligned} \dot{X}_{H,rec} = & -\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 + \frac{V_r}{rQ_{in}} \ddot{Y}_3 + 2\dot{Y}_3 + \frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[\mu_{H,max} \frac{K_S \dot{Y}_1}{(K_S + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\ & \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 \right]. \end{aligned}$$

V.3.2.3. Fonctions de résidus

Les équations qui seront utilisées pour générer les fonctions des résidus sont : e_2 , e_6 , e_7 et e_9 . On y étudie le cas où la faute est commise sur les actionneurs à savoir Q_w et Q_r et sur le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$, et la Constante de Michaelis Menten K_s .

a. Calcul de W_{10} (sans la présence des défauts) pour chaque équation

- Pour l'équation e_2 , W_{10} s'écrit :

$$W_{10} = \dot{Y}_1 + \frac{Q_m}{V_r} (Y_1 - S_{s,in}) + I/Y_H \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \left[\frac{KhY_4}{(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1)(K_O + Y_4)} \right].$$

- A partir de l'équation e_6 , on calcule W_{20} , soit :

$$W_{20} = \dot{Y}_4 + (Y_4 - S_{o,in}) + Q_L (Y_4 - C_s) + \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right].$$

- de l'équation e_7 , on calcule W_{30} :

$$W_{30} = -\frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} \dot{Y}_3 + \frac{V_r}{rQ_m} \ddot{Y}_3 + 2\dot{Y}_3 + \frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \frac{V_r}{rQ_m} \left[\mu_{H,max} \frac{K_S \dot{Y}_1}{(K_S + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \frac{V_r}{rQ_m} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} Y_3 + \frac{V_r}{rQ_m} \dot{Y}_3 \right] - \frac{Q_m + Q_r}{V_{dec}} Y_3 + \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_m} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_m} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H \frac{V_r}{rQ_m} Y_3 \right].$$

D'après l'équation e_9 , on obtient W_{40} , soit :

$$W_{40} = -\frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} \dot{Y}_2 + \frac{V_r}{rQ_m} \ddot{Y}_2 + 2\dot{Y}_2 + (I - f_{xi}) b_H \left[\frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} \dot{Y}_3 - \frac{V_r}{rQ_m} \ddot{Y}_3 \right] + Kh \left[-\frac{\dot{Q}_m V_r}{r(Q_m)^2} Y_4 + \frac{V_r}{rQ_m} \dot{Y}_4 \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^{-1} + \left[\frac{V_r}{rQ_m} Y_4 \left[\left(K_X \frac{Y_2 Y_3 - Y_2 \dot{Y}_3}{(Y_3)^2} \right) (K_O + Y_4) + \dot{Y}_4 \left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^{-2} \right] - \frac{Q_m + Q_r}{V_{dec}} Y_2 + \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}} \frac{V_r}{rQ_m} \dot{Y}_2 + 2Y_2 - X_{s,in} - \frac{V_r}{rQ_m} (I - f_{xi}) b_H Y_3 + \frac{V_r}{rQ_m} Kh Y_4 \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^{-1}.$$

b. Calcul de W_{1f} (en présence de défauts) pour chaque équation

- Pour l'équation e_2 , on calcule W_{1f} :

$$W_{1f} = \dot{Y}_1 + \frac{(\dot{Q}_{in})}{V_r} (Y_1 - S_{s,in}) + I/Y_H \left[(\mu_{H,max} + f_3) \frac{Y_1}{((K_S + f_4) + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \left[\frac{KhY_4}{(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1)(K_O + Y_4)} \right].$$

- Pour l'équation e_6 , on calcule W_{2f} :

$$W_{2f} = \dot{Y}_4 + (Y_4 - S_{o,in}) + Q_L(Y_4 - C_s) + \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[(\mu_{H,max} + f_3) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right].$$

- Pour l'équation e_7 , on calcule W_{3f} :

$$\begin{aligned} W_{3f} = & -\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 + \frac{V_r}{r(fI + Q_{in})} \ddot{Y}_3 + 2\dot{Y}_3 + \frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\ & \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} + (f_3 + \mu_{H,max}) \frac{K_S \dot{Y}_1 + f_4 \dot{Y}_1 + f_4 Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + \\ & \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{r(Q_{in})} \dot{Y}_3 \right] - \frac{Q_{in} + f_1 + Q_r}{V_{dec}} Y_3 + \\ & \frac{Q_r + f_1 + f_2 + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{((f_4 + K_S) + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right]. \end{aligned}$$

Pour l'équation e_9 , on calcule W_{4f} :

$$\begin{aligned} W_{4f} = & \frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_2 + \frac{V_r}{rQ_m} \ddot{Y}_2 + 2\dot{Y}_2 + (I - f_{xi}) b_H \left[\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 - \frac{V_r}{rQ_m} \ddot{Y}_3 \right] + Kh \left[-\frac{\dot{Q}_{in} V_r}{r(Q_{in})^2} Y_4 + \frac{V_r}{rQ_m} \dot{Y}_4 \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^l + \\ & \left[\frac{V_r}{rQ_m} Y_4 \left[\left(K_X \frac{\dot{Y}_2 Y_3 - Y_2 \dot{Y}_3}{(Y_3)^2} \right) (K_O + Y_4) + \dot{Y}_4 \left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) \right] \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^{-2} \right] \\ & - \frac{Q_{in} + f_1 + Q_r}{V_{dec}} Y_2 + \frac{Q_r + f_1 + f_2 + Q_w}{V_{dec}} \frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_2 + 2Y_2 - X_{s,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} (I - f_{xi}) b_H Y_3 + \frac{V_r}{rQ_{in}} Kh Y_4 \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^l. \end{aligned}$$

c. Détermination des fonctions de résidus

Les fonctions des résidus sont calculées en faisant la soustraction entre les W_f et les W_0

- Fonction du premier résidu notée r_1 :

$$r_1 = W_{1f} - W_{10} = I / Y_H \left[\frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \right].$$

- Fonction du deuxième résidu notée r_2 :

$$r_2 = W_{2f} - W_{20} = \frac{I}{Y_H} \left[\frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \right].$$

- Fonction du troisième résidu notée r_3 :

$$r_3 = W_{3f} - W_{30} = \frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \left[\frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \right] \right] -$$

$$\frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[\left(\dot{f}_3 \right) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)(K_O + Y_4)} + \frac{Y_4}{(K_S + Y_1)^2 (K_S + f_4 + Y_1)^2} (f_3 + (f_4 \dot{Y}_1 + \dot{f}_4 Y_1) \mu_{H,max}) (2(K_S + Y_1) + f_4) f_4 K_S \dot{Y}_1 \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] +$$

$$\frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \left[\frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} - \frac{f_1 Y_3 + Q_r + Q_w}{V_{dec}} \frac{V_r}{r Q_{in}} \left[\frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \right] \right] \right] +$$

$$\frac{f_1 + f_2}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{r Q_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{r Q_{in}} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{((f_4 + K_S) + Y_1)(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right].$$

- Fonction du quatrième résidu noté r_4 :

$$r_4 = W_{4f} - W_{40} = \frac{f_1}{V_{dec}} Y_2 + \frac{f_1 + f_2}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{r Q_{in}} \dot{Y}_2 + 2Y_2 - X_{S,in} - \frac{V_r}{r Q_{in}} (1 - f_{xi}) b_H Y_3 + \frac{V_r}{r Q_{in}} K_h Y_4 \left[\left(K_X \frac{Y_2}{Y_3} + 1 \right) (K_O + Y_4) \right]^{-1} \right].$$

d. Résultats de simulation des résidus

Les valeurs initiales et les valeurs des paramètres du modèle utilisé pour la simulation des fonctions des résidus sont $S_{10}=35(\text{mg/l})$, $X_{10}=25(\text{mg/l})$, $X_{S0}=50(\text{mg/l})$, $X_{H0}=43(\text{mg/l})$, $S_{O0}=2(\text{mg/l})$, $S_{S0}=45(\text{mg/l})$, $X_{H,rec0}=583(\text{mg/l})$, $X_{I,rec0}=339(\text{mg/l})$, $X_{S,rec0}=670(\text{mg/l})$, $S_{I,in}=30(\text{mg/l})$, $X_{I,in}=25(\text{mg/l})$, $X_{S,in}=125(\text{mg/l})$, $X_{H,in}=30(\text{mg/l})$, $S_{O,in}=0.5(\text{mg/l})$, $S_{S,in}=50(\text{mg/l})$, $b_H=0.62$, $\mu_{max}=0.67$, $K_S=20$, $K_O=0.20(\text{mg/l})$, $K_H=3$, $K_X=0.3$, $y_h=0.67$, $f_{xi}=0.08$, $C_S=10(\text{mg/l})$, $V_R=2000(\text{l})$, $V_{dec}=1500(\text{l})$ et $r=0.8$. Les fautes (f_1 , f_2 , f_3 et f_4) sont appliquées à $t=20$ jours et les simulations sont faites pour cinq cas. Les résultats sont présentés sur les figures V.4, V.5, V.6, V.7, V.8 et V.9 représentant respectivement les courbes des résidus selon la (les) faute (s) considérée (s).

1. Cas où seule la faute f_1 est considérée

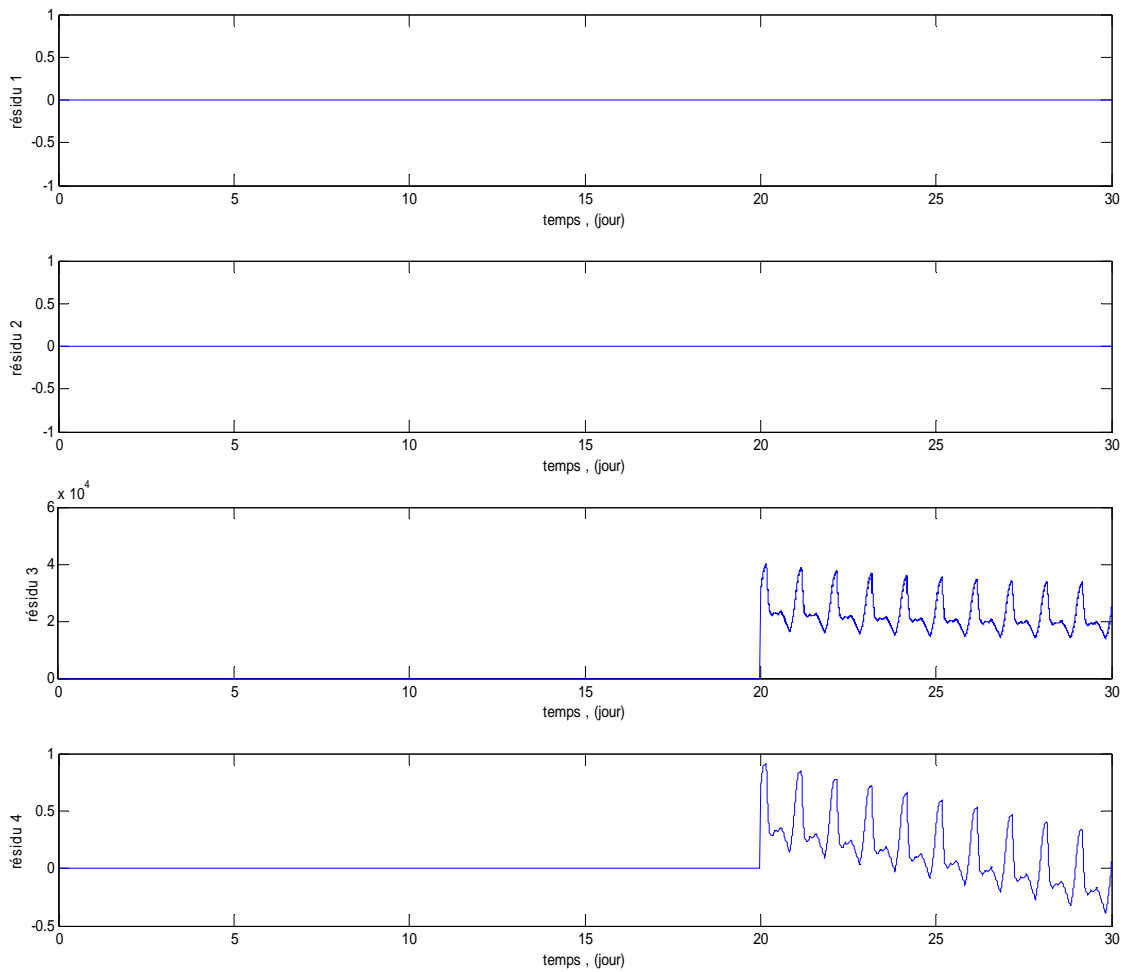


Figure V.4 : Courbes des fonctions des résidus ($f_1 \neq 0$, $f_2 = f_3 = f_4 = 0$)

Les courbes des résidus 1 et 2 sont à zéro cela est dû à l'absence de f_1 dans leurs fonctions, alors que celles des résidus 3 et 4 s'éloignent de zéro à partir de l'instant où f_1 est appliquée, ce qui signifie que r_3 et r_4 sont sensibles à la faute f_1 .

2. Cas où seule la faute f_2 est considérée

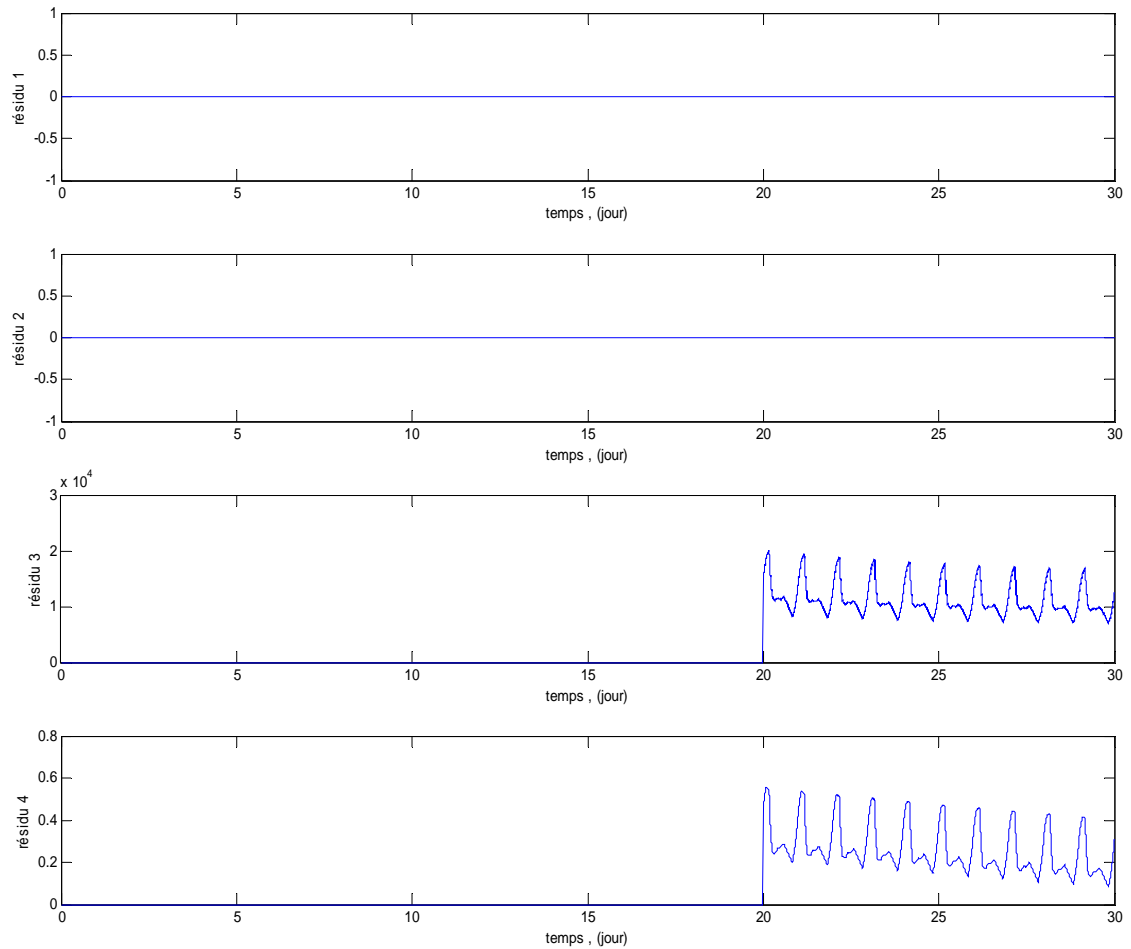


Figure V.5 : Courbes des fonctions des résidus ($f_2 \neq 0$, $f_1 = f_3 = f_4 = 0$)

Seules les courbes des résidus r_3 et r_4 présentent un décalage par rapport à l'axe zéro à partir de l'instant de l'application de la faute f_2 , cela est dû à la présence de cette faute seulement dans les fonctions de r_3 et r_4 . La faute f_2 est donc détectable par r_3 et r_4 .

3. Cas où seule la faute f_3 est considérée

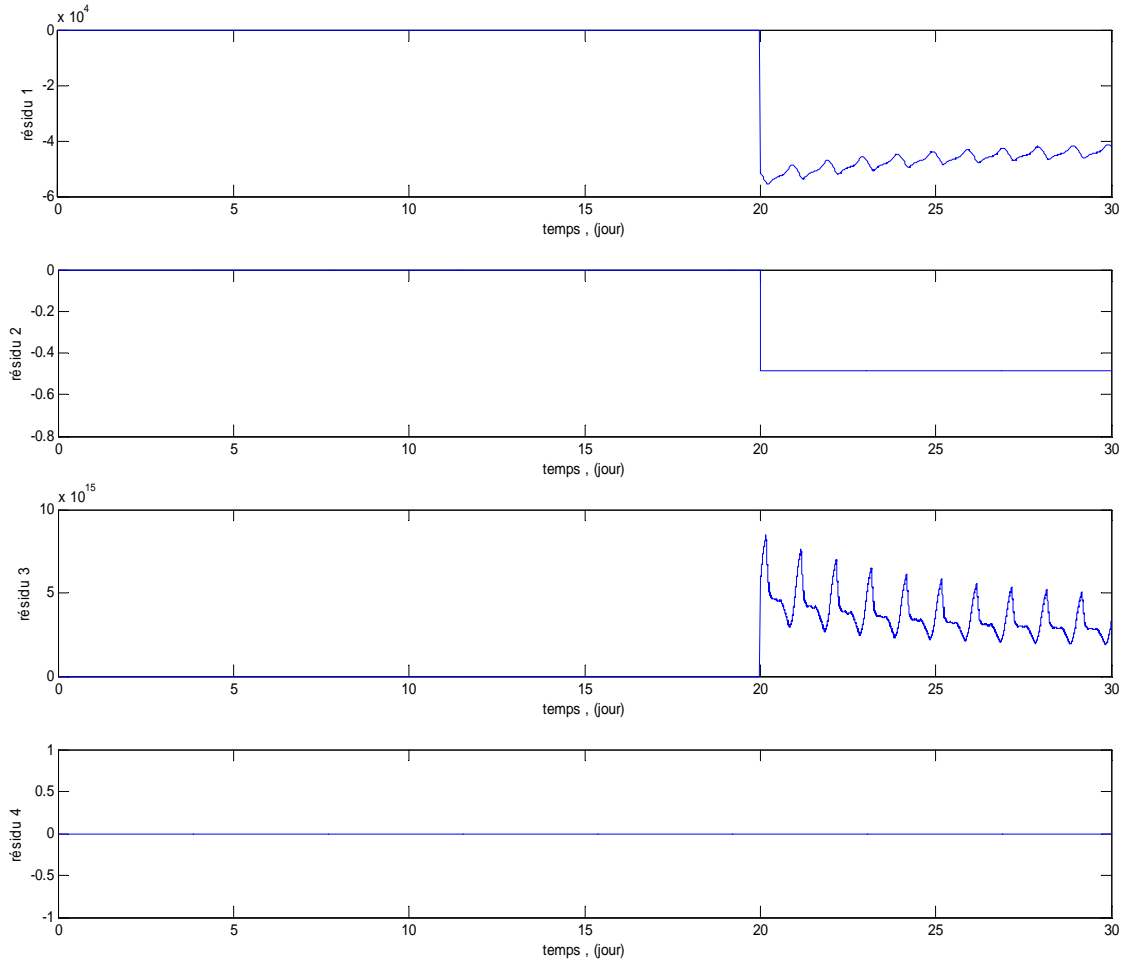


Figure V.6 : Courbes des fonctions des résidus ($f_3 \neq 0$, $f_1 = f_2 = f_4 = 0$)

Après l'application de la faute f_3 , on constate un éloignement des courbes des résidus r_1 , r_2 et r_3 de zéro, ce qui signifie que la faute f_3 affecte les trois résidus à savoir r_1 , r_2 et r_3 .

La présence des oscillations dans la courbe r_1 et leurs absences dans la courbe r_2 est due à l'existence du terme $\left[\frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] \left[\frac{f_3(Y_1)^2 + f_3 K_S Y_1 - \mu_{H,max} Y_1 f_4}{(K_S + Y_1)(K_S + f_4 + Y_1)} \right]$ dans la fonction de r_2 . Pour la courbe du résidu r_3 les oscillations sont causées par la forme de la fonction de ce résidu.

4. Cas où seule la faute f_4 est considérée

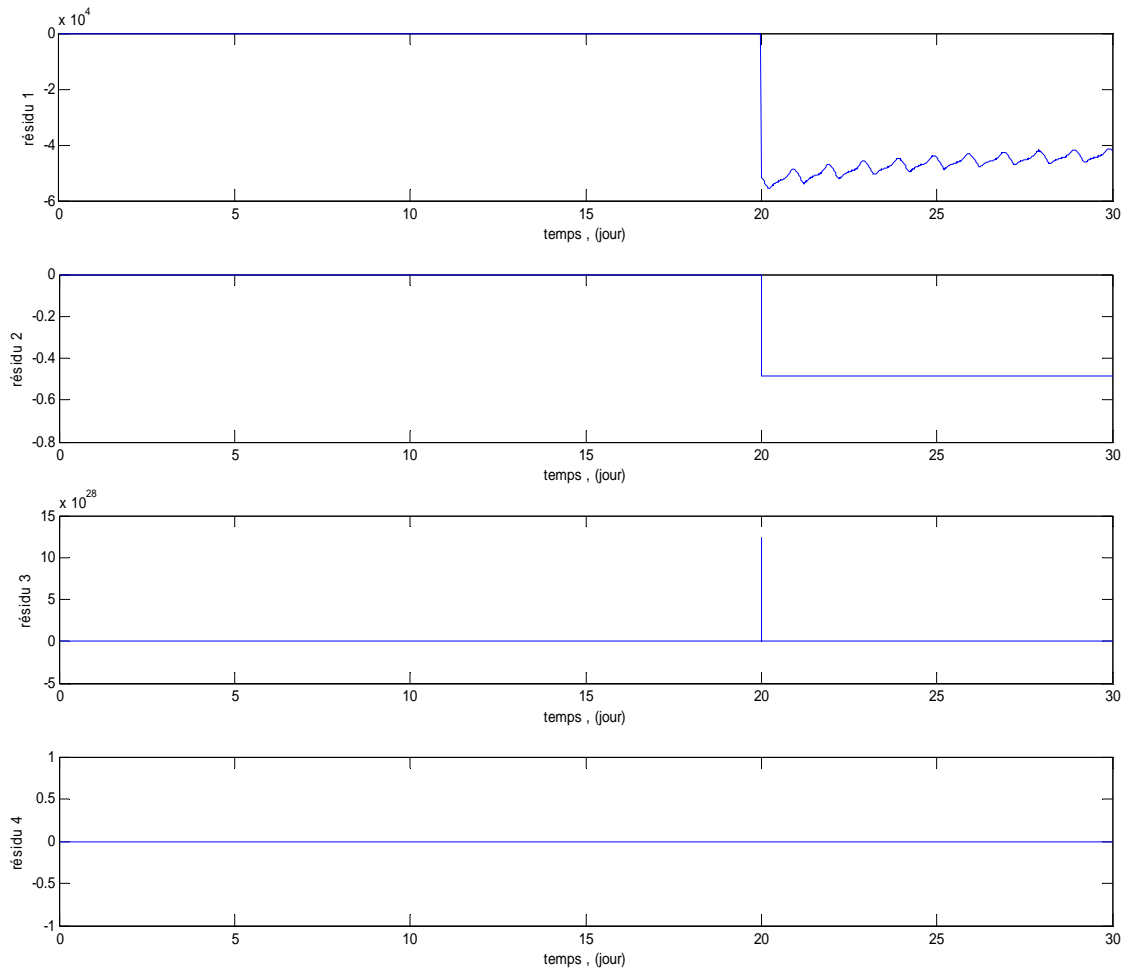


Figure V.7: Courbes des fonctions des résidus ($f_4 \neq 0$, $f_1 = f_2 = f_3 = 0$)

La faute f_4 affecte les trois résidus r_1 , r_2 et r_3 , ce qui implique leurs éloignements de zéro à partir de l'instant où la faute est appliquée. On constate que le résidu 3 présente un pic de 10^{28} d'amplitude, cela est dû à la présence de la dérivée de la faute f_4 dans la fonction de r_3 .

5. Cas où toutes les fautes sont considérées

a. Les fautes sont appliquées au même instant

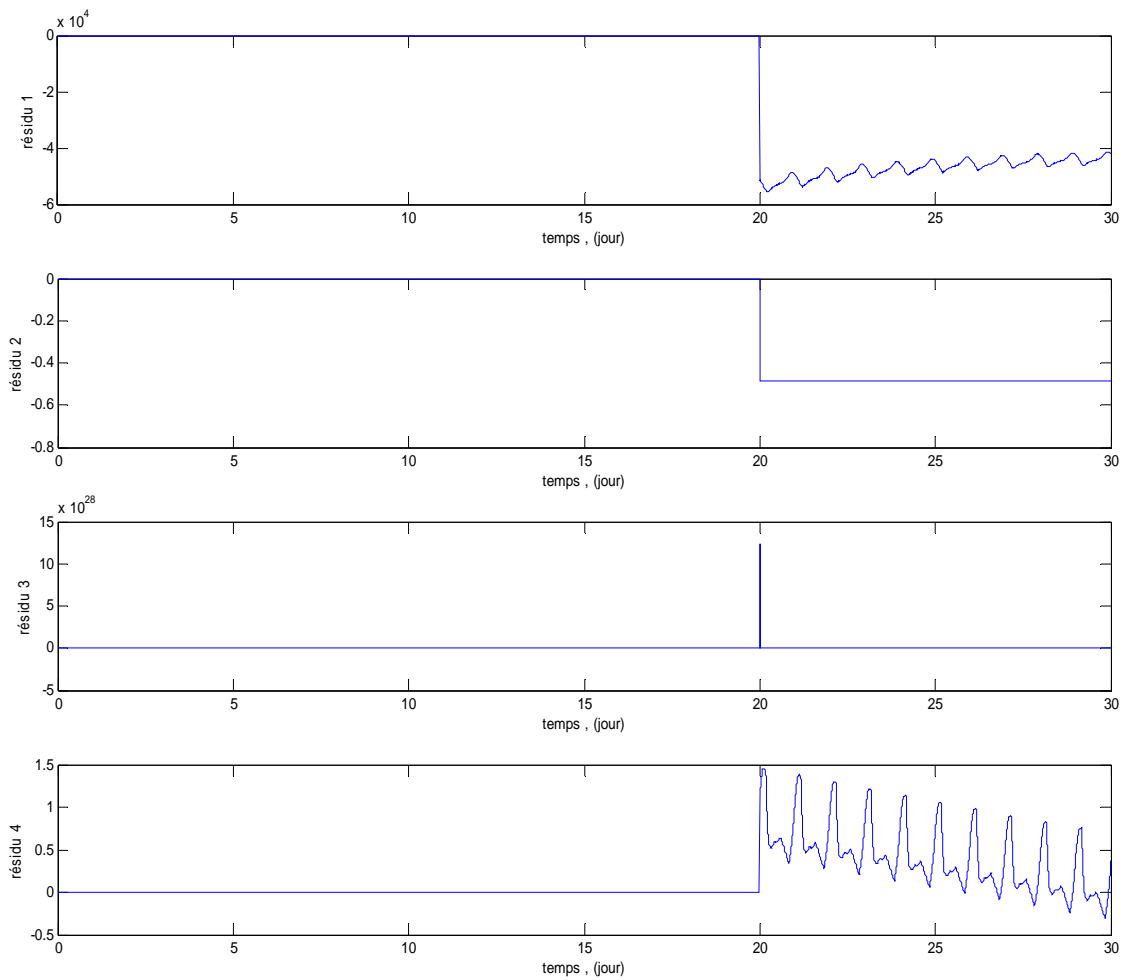


Figure V.8 : Courbes des fonctions des résidus en présence de toutes les fautes ($f_1 \neq 0$, $f_2 \neq 0$, $f_3 \neq 0$ et $f_4 \neq 0$)

Les quatre résidus sont sensibles aux quatre fautes, du fait que leurs courbes s'éloignent de zéro.

b. Les fautes sont appliquées à des instants différents comme suit : f_1 à $t=5h$, f_2 à $t=10h$, f_3 à $t=15h$ et f_4 à $t= 20h$

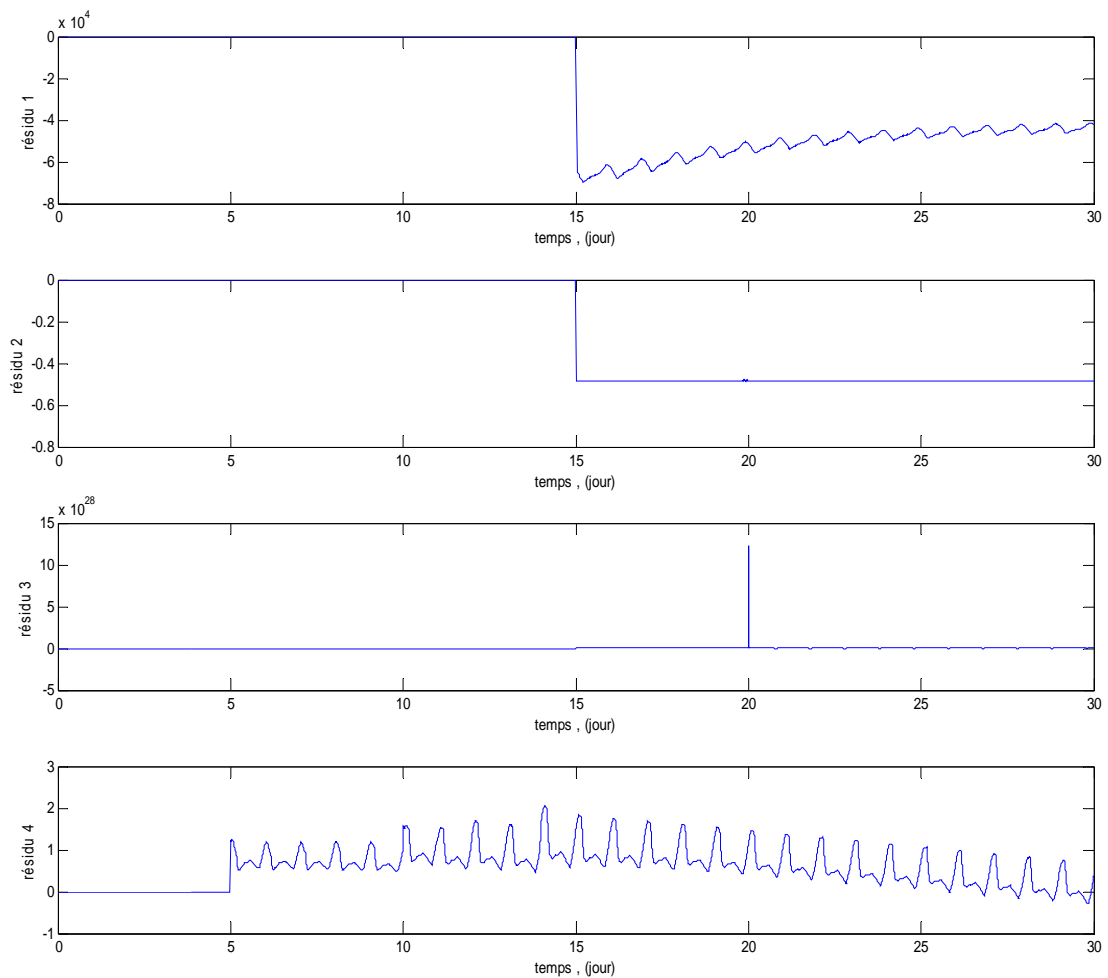


Figure V.9: Courbes des fonctions des résidus lorsque les fautes sont appliquées à des instants différents (f_1 à 5h, f_2 à 10, f_3 à 15h et f_4 à 20h)

D'après la simulation précédente r_1 n'est sensible qu'à f_3 et f_4 , d'où l'éloignement de sa courbe dès l'application de f_3 à 15h (f_3 est produite avant f_4 , et les deux fautes ont le même impact sur le résidu r_1 voir les figures V.6 et V.7). La courbe du résidu r_2 se présente comme celle de la courbe du résidu r_1 puisque r_2 est sensible aux mêmes fautes. La courbe du résidu r_4 montre la sensibilité de r_4 aux fautes f_1 et f_2 , cela se voit dès l'application de f_1 à $t= 5h$. A cet instant, la courbe commence à changer de trajectoire. Après l'application de la faute f_2 , on constate un léger changement de la trajectoire dû à l'impact de f_2 . Pour la courbe du résidu r_3 (r_3 est sensible aux trois fautes suivantes f_1 , f_2 et f_3) il y a un pic important à l'instant où la faute f_4 est appliquée, cela rend les autres changements invisibles devant l'impact de la faute f_4 . D'après cette dernière simulation, on constate que

les 4 fautes sont détectables mais elles ne sont pas isolables entre elles. Cela va se voir sur les matrices de sensibilité et d'isolabilité données dans les paragraphes qui suivent.

V.3.2.4. Matrice de sensibilité de défauts

La matrice de sensibilité de défauts est représentée dans le tableau V.3.

Tableau V.3: Matrice de sensibilité de défauts pour le modèle de traitement des eaux usées

	f_1	f_2	f_3	f_4
r_1	0	0	1	1
r_2	0	0	1	1
r_3	1	1	1	0
r_4	1	1	0	0

En effet, d'après la table de sensibilité de défauts on constate que :

- f_1 et f_2 ont la même signature, ce qui signifie la non distinction entre ces deux défauts.
- La signature de f_3 et de f_4 présentent une similitude, ces deux défauts ne sont pas distinguables entre eux, par contre les signatures de ces deux défauts sont différentes de celles de f_1 et f_2 .

Ces deux remarques sont résumées dans la matrice d'incidence de défauts du paragraphe suivant.

V.3.2.5. Matrice d'incidence de défauts

Tableau V.4 : Matrice d'incidence de défauts pour le modèle de traitement des eaux usées

	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	1	1	0	0
f_2	1	1	0	0
f_3	0	0	1	1
f_4	0	0	1	1

Ainsi, les fautes ne sont pas isolables entre elles et l'amélioration de l'isolabilité est nécessaire. Elle est faite dans le paragraphe suivant.

V.3.2.6. Amélioration de l'isolabilité

L'amélioration de l'isolabilité est faite en élargissant le sous système sur déterminé du modèle du procédé de traitement des eaux usées par la considération des fautes f_2 et f_3 comme des variables d'états. Ces deux variables seront considérées constantes et les

équations qui seront ajoutées sont : $e_{23} : \dot{f}_2 = 0, e_{24} : \dot{f}_3 = 0, e_{25} : \dot{f}_2 = \frac{df_2}{dt}$ et $e_{26} : \dot{f}_3 = \frac{df_3}{dt}$

Tableau V.5 : Sous système surdéterminé élargi du modèle du procédé de traitement des eaux usées

	S_S	X_S	X_H	S_O	$X_{H,rec}$	$X_{S,rec}$	\dot{S}_S	\dot{X}_S	\dot{X}_H	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	$\dot{X}_{S,rec}$	f_2	f_3	\dot{f}_2	\dot{f}_3
e_2	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
e_4	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_5	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
e_6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
e_7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
e_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
e_{17}	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{18}	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
e_{19}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
e_{20}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
e_{22}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e_{10}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{11}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{12}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{13}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{15}	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
e_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
e_{26}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1

La décomposition canonique montre que le modèle élargi ne comporte qu'un sous système surdéterminé. L'application des différentes étapes de l'algorithme de diagnostic donne les résultats suivants :

a. Détermination des nouvelles variables inconnues

$$f_2 = [X_{S,rec}]^{-1} (Q_{in} + Q_r) Y_2 - V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} \dot{X}_{S,rec} - (Q_r + Q_w)$$

$$\dot{f}_2 = -\dot{X}_{S,rec} [X_{S,rec}]^{-2} (Q_{in} + Q_r) Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{Q}_{in} + \dot{Q}_r) Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} (Q_{in} + Q_r) \dot{Y}_2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{X}_{S,rec})^2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} \ddot{X}_{S,rec} - (\dot{Q}_r + \dot{Q}_w)$$

$$f_3 = Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) + Kh \left[(K_x Y_3 Y_1 [Y_2]^{-1} + Y_1) \right]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} \right] [K_s + Y_1] - \mu_{H,max}$$

$$\begin{aligned} \dot{f}_3 = & Y_h \left[\frac{\dot{Q}_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} (\dot{Y}_1 [Y_1]^{-2} S_{s,in}) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (K_o \dot{Y}_4 [Y_4]^{-2}) \right] [K_s + Y_1] - \\ & Y_h \left[Kh \left[(K_x [Y_2 \dot{Y}_3 Y_1 + Y_2 Y_3 \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2 Y_3 Y_1] [Y_2]^{-2} + \dot{Y}_1) \right] \left[(K_x Y_3 Y_1 [Y_2]^{-1} + Y_1) \right]^{-2} \right] [K_s + Y_1] - \\ & Y_h \left[\dot{Y}_4 \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} + (Y_4 + K_o) \ddot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [\dot{Y}_1 Y_4 + Y_1 \dot{Y}_4] [Y_1 Y_4]^{-2} \right] [K_s + Y_1] + \\ & Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) + Kh \left[(K_x \frac{Y_3 Y_1}{Y_2} + Y_1) \right]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} \right] [\dot{Y}_1] \end{aligned}$$

b. Détermination des fonctions des résidus

Les équations superflues (c'est-à-dire celles qui ne sont pas utilisées dans le calcul des variables inconnues dans le sous système sur-déterminé) sont e_6 , e_7 , e_{25} et e_{26} , ce qui nous donne quatre autres résidus.

- Pour l'équation e_6 :

$$\begin{aligned} W_{50} = & \dot{Y}_4 + (Y_4 - S_{o,in}) + Q_L (Y_4 - C_s) + \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_s + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_o + Y_4)} \right] + \\ & \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} (S_{s,in} - Y_1) + K_h Y_4 \left[(K_x \frac{Y_3}{Y_2} + I) (K_o + Y_4) \right]^{-1} - \dot{Y}_1 \right] - \mu_{H,max} \right]. \end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned} W_{5f} = & \dot{Y}_4 + (Y_4 - S_{o,in}) + Q_L (Y_4 - C_s) + \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[\mu_{H,max} \frac{Y_1}{(K_s + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_o + Y_4)} \right] + \\ & \frac{I - Y_H}{Y_H} \left[Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} (S_{s,in} - Y_1) + K_h Y_4 \left[(K_x \frac{Y_3}{Y_2} + I) (K_o + Y_4) \right]^{-1} - \dot{Y}_1 \right] - \mu_{H,max} \right]. \end{aligned}$$

Donc

$$r_5 = W_f - W_{50} = \frac{Y_H - I}{Y_H} \mu_{H,max} \left[\frac{Y_1 Y_4 f_4}{(K_s + Y_1) (K_s + f_4 + Y_1) (K_o + Y_4)} \right].$$

- Pour l'équation e7 :

$$\begin{aligned}
W_{60} = & -\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 + \frac{V_r}{r(f_1 + Q_{in})} \ddot{Y}_3 + 2\dot{Y}_3 + \frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(\dot{f}_3) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} + (f_3 + \mu_{H,max}) \frac{K_S \dot{Y}_1}{(K_S + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{r(Q_{in})} \dot{Y}_3 \right] - \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} Y_3 + \\
& \frac{Q_r + f_2 + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right].
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
W_{6f} = & -\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \dot{Y}_3 + \frac{V_r}{r(f_1 + Q_{in})} \ddot{Y}_3 + 2\dot{Y}_3 + \frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \left[(f_{3f} + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(\dot{f}_{3f}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} + (f_3 + \mu_{H,max}) \frac{K_S \dot{Y}_1 + f_4 \dot{Y}_1 + \dot{f}_4 Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{r(Q_{in})} \dot{Y}_3 \right] - \frac{Q_{in} + f_1 + Q_r}{V_{dec}} Y_3 + \\
& \frac{Q_r + f_1 + f_{2f} + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[(f_{3f} + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{((f_4 + K_S) + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right].
\end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned}
r_6 = W_{6f} - W_{60} = & \frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} \left[(f_{3f} + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(\dot{f}_{3f}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} + (f_3 + \mu_{H,max}) \frac{K_S \dot{Y}_1 + f_4 \dot{Y}_1 + \dot{f}_4 Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{r(Q_{in})} \dot{Y}_3 \right] - \frac{Q_{in} + f_1 + Q_r}{V_{dec}} Y_3 + \\
& \frac{Q_r + f_1 + f_{2f} + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[(f_{3f} + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{((f_4 + K_S) + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right] + \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(\dot{f}_3) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} + (f_3 + \mu_{H,max}) \frac{K_S \dot{Y}_1}{(K_S + Y_1)^2} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] - \\
& \frac{V_r}{r(Q_{in})} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + f_4 + Y_1)} \frac{K_O \dot{Y}_4}{(K_O + Y_4)^2} \right] + b_H \left[-\frac{(\dot{Q}_{in}) V_r}{r(Q_{in})^2} Y_3 + \frac{V_r}{r(Q_{in})} \dot{Y}_3 \right] + \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}} Y_3 - \\
& \frac{Q_r + f_2 + Q_w}{V_{dec}} \left[\frac{V_r}{rQ_{in}} \dot{Y}_3 + 2Y_3 - X_{H,in} - \frac{V_r}{rQ_{in}} \left[(f_3 + \mu_{H,max}) \frac{Y_1}{(K_S + Y_1)} \frac{Y_4}{(K_O + Y_4)} \right] + b_H Y_3 \right].
\end{aligned}$$

Pour l'équation e25 :

$$\begin{aligned}
W_{70} = & -\dot{X}_{S,rec} [X_{S,rec}]^2 (Q_{in} + Q_r) Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{Q}_{in} + \dot{Q}_r) Y_2 + \\
& [X_{S,rec}]^{-1} (Q_{in} + Q_r) \dot{Y}_2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{X}_{S,rec})^2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} \ddot{X}_{S,rec} - (\dot{Q}_r + \dot{Q}_w).
\end{aligned}$$

Et

$$W_{7f} = -\dot{X}_{S,rec} [X_{S,rec}]^2 (Q_{in} + f_1 + Q_r) Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{Q}_{in} + \dot{f}_1 + \dot{Q}_r) Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} (Q_{in} + f_1 + Q_r) \dot{Y}_2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} (\dot{X}_{S,rec})^2 + V_{dec} [X_{S,rec}]^{-1} \dot{X}_{S,rec} - (\dot{Q}_r + \dot{f}_1 + \dot{Q}_w).$$

Donc

$$r_7 = W_{7f} - W_{70} = -\dot{X}_{S,rec} [X_{S,rec}]^{-2} f_1 Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} \dot{f}_1 Y_2 + [X_{S,rec}]^{-1} f_1 \dot{Y}_2 + \dot{f}_1.$$

- Pour l'équation e₂₆ :

$$W_{80} = Y_h \left[\frac{\dot{Q}_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} (\dot{Y}_1 [Y_1]^{-2} S_{s,in}) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (K_o \dot{Y}_4 [Y_4]^{-2}) \right] [K_s + Y_1] - Y_h \left[K_h \left[K_x [Y_2 \dot{Y}_3 Y_1 + Y_2 Y_3 \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2 Y_3 Y_1] [Y_2]^{-2} + \dot{Y}_1 \right] \left[K_x Y_3 Y_1 [Y_2]^{-1} + Y_1 \right] \right]^2 [K_s + Y_1] - Y_h \left[\dot{Y}_4 \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} + (Y_4 + K_o) \ddot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [\dot{Y}_1 Y_4 + Y_1 \dot{Y}_4] [Y_1 Y_4]^{-2} \right] [K_s + Y_1] + Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) + K_h \left[K_x \frac{Y_3 Y_1}{Y_2} + Y_1 \right] \right]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} \right] [\dot{Y}_1].$$

Et

$$W_{8f} = Y_h \left[\frac{\dot{Q}_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} (\dot{Y}_1 [Y_1]^{-2} S_{s,in}) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (K_o \dot{Y}_4 [Y_4]^{-2}) \right] [K_s + f_4 + Y_1] - Y_h \left[K_h \left[K_x [Y_2 \dot{Y}_3 Y_1 + Y_2 Y_3 \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2 Y_3 Y_1] [Y_2]^{-2} + \dot{Y}_1 \right] \left[K_x Y_3 Y_1 [Y_2]^{-1} + Y_1 \right] \right]^2 [K_s + f_4 + Y_1] - Y_h \left[\dot{Y}_4 \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} + (Y_4 + K_o) \ddot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [\dot{Y}_1 Y_4 + Y_1 \dot{Y}_4] [Y_1 Y_4]^{-2} \right] [K_s + f_4 + Y_1] + Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) + K_h \left[K_x \frac{Y_3 Y_1}{Y_2} + Y_1 \right] \right]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} \right] [\dot{Y}_1 + \dot{f}_4].$$

Donc

$$r_8 = W_{8f} - W_{80} = Y_h \left[\frac{\dot{Q}_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} (\dot{Y}_1 [Y_1]^{-2} S_{s,in}) (I + K_o [Y_4]^{-1}) - \frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (K_o \dot{Y}_4 [Y_4]^{-2}) \right] [f_4] - Y_h \left[K_h \left[K_x [Y_2 \dot{Y}_3 Y_1 + Y_2 Y_3 \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2 Y_3 Y_1] [Y_2]^{-2} + \dot{Y}_1 \right] \left[K_x Y_3 Y_1 [Y_2]^{-1} + Y_1 \right] \right]^2 [f_4] - Y_h \left[\dot{Y}_4 \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} + (Y_4 + K_o) \ddot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [\dot{Y}_1 Y_4 + Y_1 \dot{Y}_4] [Y_1 Y_4]^{-2} \right] [f_4] + Y_h \left[\frac{Q_{in}}{V_r} ([Y_1]^{-1} S_{s,in} - I) (I + K_o [Y_4]^{-1}) + K_h \left[K_x \frac{Y_3 Y_1}{Y_2} + Y_1 \right] \right]^{-1} - (Y_4 + K_o) \dot{Y}_1 [Y_1 Y_4]^{-1} \right] [\dot{f}_4].$$

c. Résultats de simulation

Les fautes qui sont appliquées à l'instant t=20 jours sont f₁ et f₄, la simulation est faite pour trois cas. Dans le premier cas, on ne considère que f₁, dans le second seule f₄ est considérée et le troisième cas concerne les deux fautes.

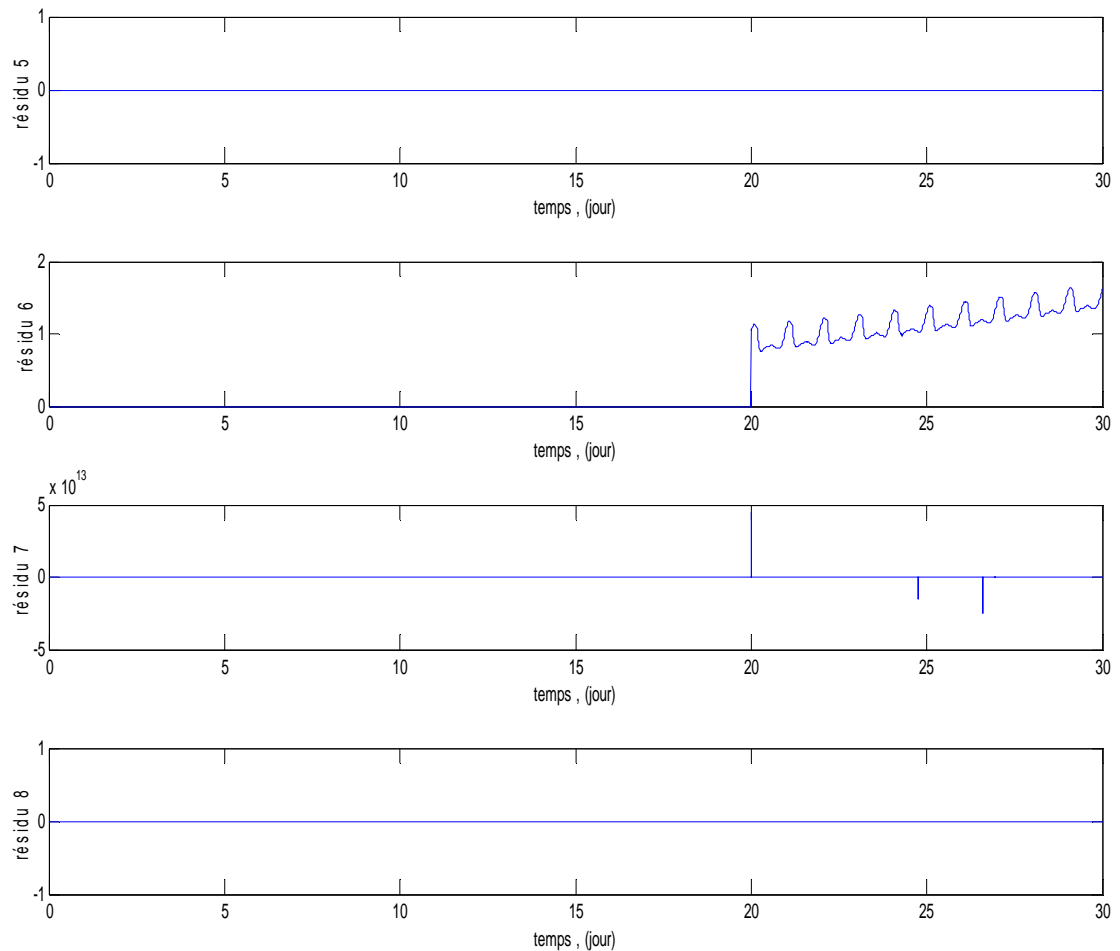
1. Cas où seule f_1 est appliquée

Figure V.10: Courbes des fonctions des résidus en ne considérant que f_1

On constate que seuls les résidus r_6 et r_7 sont sensibles à la faute f_1 , cela est causé par la présence de f_1 dans les fonctions des résidus. Le résidu r_7 est sous forme de pic à cause de la présence des dérivées et les signaux que nous avons utilisés (des échelons).

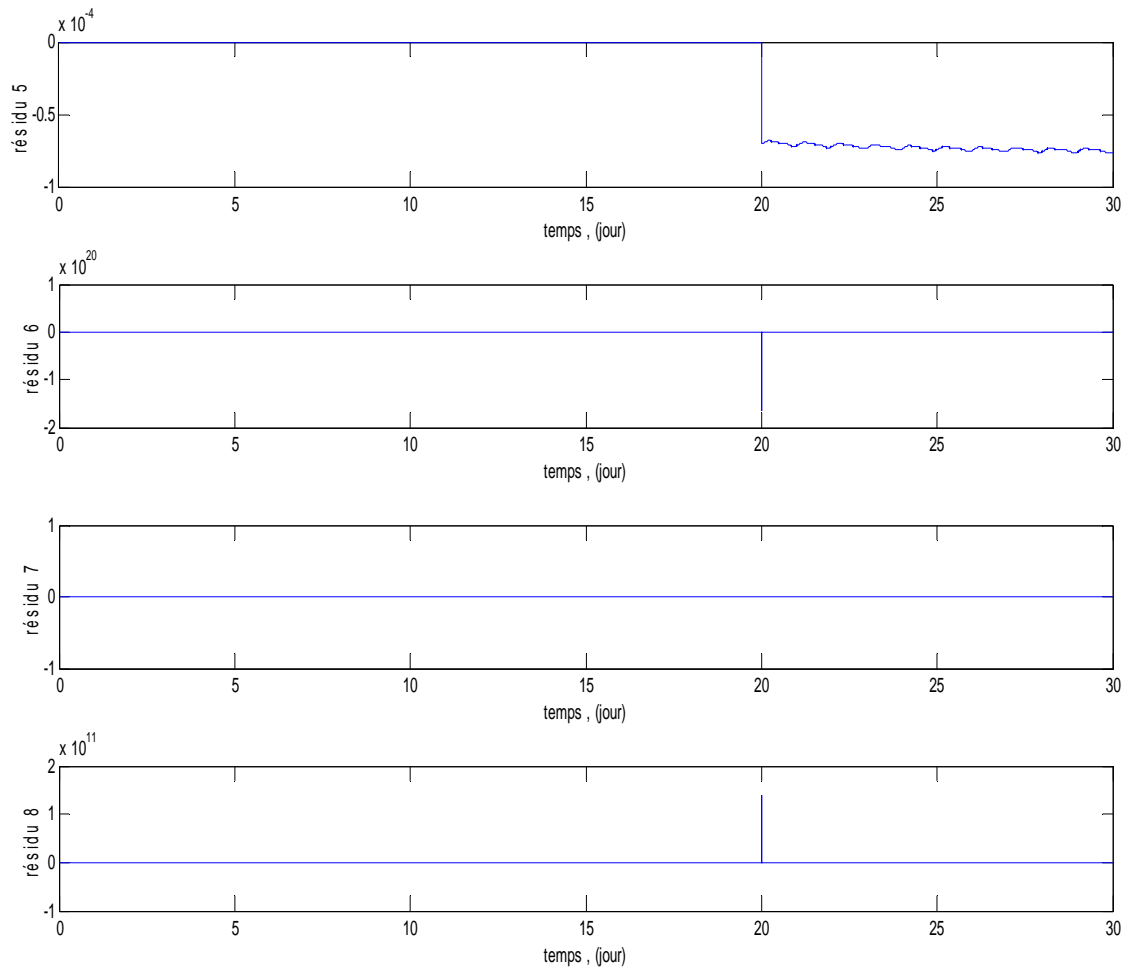
2. Cas où seule f_4 est appliquée

Figure V.11: Courbes des fonctions des résidus en présence seulement de f_4

La présence de f_4 dans les fonctions des résidus 5, 6 et 8 les rend sensibles dès que la faute est appliquée. La courbe des résidus 6 et 8 sont sous forme de pics, cela est causé par la présence des dérivées des entrées et de la faute elle-même ainsi que les signaux appliqués (échelons). On constate aussi que les deux fonctions de r_5 et r_6 sont négatives, cela est causé par la présence des termes négatifs dans leurs fonctions.

3. Cas où les deux fautes sont appliquées

a. Les deux fautes sont appliquées au même instant

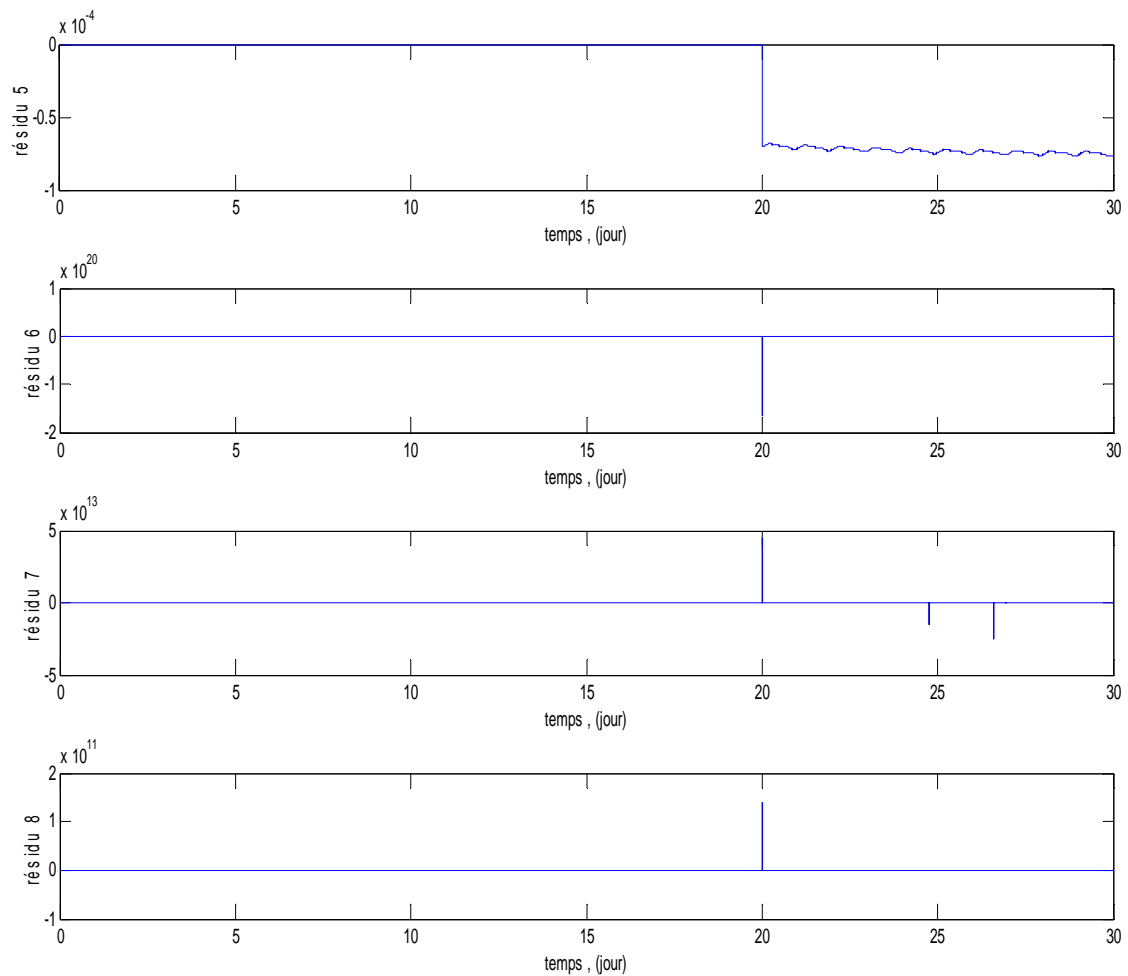


Figure V.12: Courbes des fonctions des résidus en présence de f_1 et f_4

Les courbes des quatre résidus changent de forme dès que f_1 et f_4 sont appliquées. Avant $t=20$ jours, toutes les courbes sont à zéro, après cet instant, elles quittent zéro à cause de la présence des deux fautes. Le pic sur le résidu r_6 est dû à la valeur de l'impact de f_4 sur ce résidu (voir les deux figures V.11 et V.12. L'impact de la faute f_4 est de l'ordre de 10^{20} par contre celui de la faute est de l'ordre de 1. Cela peut être remarqué sur la figure lorsque les deux fautes sont appliquées à des instants différents (f_1 à $t=5$ jours et f_4 à $t=20$ jours).

b. Les deux fautes sont appliquées des instants différents (f_1 à $t = 5$ jours et f_4 à $t = 20$ jours)

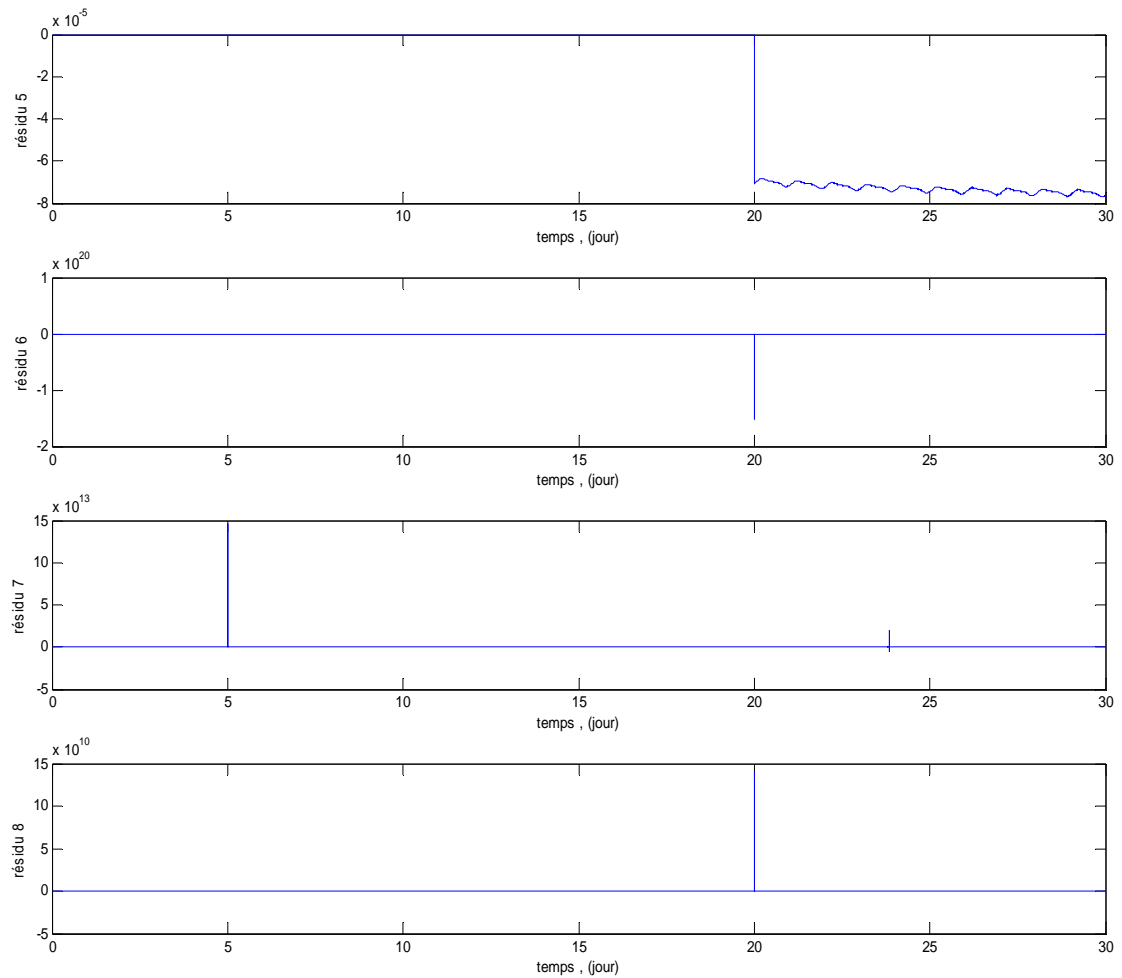


Figure V.13: Courbes des fonctions des résidus en présence de f_1 à $t=5$ jours et f_4 à $t=20$ jours

Cette simulation résume la sensibilité des résidus aux deux fautes. Le résidu r_7 est très sensible à f_1 vu que sa courbe diffère de zéro à l'instant où cette faute est appliquée. Les résidus r_5 , r_8 sont sensibles à f_4 , cela se voit sur leurs deux courbes, elles s'éloignent de zéro dès que f_4 est appliquée. Le résidu r_6 est sensible aux deux fautes. Le fait de ne pas avoir l'influence de f_1 sur r_6 est causé par le fort impact de f_4 sur la courbe du résidu.

d. Matrice de sensibilité de défauts globale

La matrice de sensibilité de défauts globale est représentée par le tableau V.6.

Tableau V.6: Matrice de sensibilité de défauts globale pour le modèle de traitement des eaux usées

	f_1	f_2	f_3	f_4
r_1	0	0	1	1
r_2	0	0	1	1
r_3	1	1	1	1
r_4	1	1	0	0
r_5	0	0	0	1
r_6	1	0	0	1
r_7	1	0	0	0
r_8	0	0	0	1

On constate que les signatures des défauts ne sont pas identiques, ce qui signifie que toutes les fautes sont isolables entre elles. Ce résultat est montré à travers la matrice d'incidence de défauts globale donnée par le tableau V.7.

e. Matrice d'incidence de défauts globale

Tableau V.7: Matrice d'incidence de défauts globale pour le modèle de traitement des eaux usées

	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	1	0	0	0
f_2	0	1	0	0
f_3	0	0	1	0
f_4	0	0	0	1

V.3. Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a porté sur l'application du diagnostic de fautes par une approche purement structurelle sur un procédé de traitement des eaux usées. On a étudié les cas où les fautes sont appliquées sur les actionneurs à savoir Q_w et Q_r et sur le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$, et la Constante de Michaelis Menten K_s . Pour distinguer entre les fautes, il nous a fallu l'amélioration de l'isolabilité

structurelle. Pour cette amélioration on a considéré la faute commise sur Q_r et celle commise sur $\mu_{H,max}$.

Les résultats de simulation ont montré l'efficacité des algorithmes de détection et d'isolation de fautes lors de la variation du modèle utilisé à l'instant d'application du défaut et ont confirmé les avantages et l'apport de l'analyse structurelle pour le diagnostic des fautes.

Chapitre VI : Reconfiguration structurelle d'un procédé de traitement des eaux usées

VI.1. Introduction

Dans cette partie nous allons appliquer l'algorithme de reconfiguration structurelle sur le modèle du procédé de traitement des eaux usées. Le fonctionnement normal et celui en présence de différentes fautes seront étudiées.

Dans un premier temps nous donnons le modèle du procédé de traitement des eaux usées linéarisé ; ensuite nous appliquons l'algorithme de la reconfiguration structurelle sur le modèle linéarisé et présentons quelques résultats de simulation.

VI.2. Linéarisation du modèle du procédé de traitement des eaux usées

La linéarisation du modèle donné en V.4 est faite autour d'un point fixe. Le modèle obtenu est donné par le système linéaire d'équations d'états et de sortie de la forme VI.1

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (\text{VI.1})$$

Ce système a 4 entrées, 4 sorties et 9 états avec X, U, Y vecteurs d'état, de commande et de sortie respectivement et A, B, C, D les matrices d'état, de commande, de sortie et de couplage.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{S}_I & \dot{S}_S & \dot{X}_I & \dot{X}_S & \dot{X}_H & \dot{S}_O & \dot{X}_{H,rec} & \dot{X}_{I,rec} & \dot{X}_{S,rec} \end{bmatrix}^T \\ X &= \begin{bmatrix} S_I & S_S & X_I & X_S & X_H & S_O & X_{H,rec} & X_{I,rec} & X_{S,rec} \end{bmatrix}^T \\ U &= [Q_{in} \quad Q_L \quad Q_r \quad Q_w]^T, Y = [S_I \quad X_S \quad X_H \quad S_O] \\ A &= [A1 \quad A2] \\ C(4 \times 9) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } D(4 \times 4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A2(9 \times 5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0}{(K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} & \left[\frac{K_O K_H \bar{X}_S}{(K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)(K_O + \bar{S}_O)^2} - \frac{K_O \mu_{max} \bar{S}_O}{Y_H (K_S + \bar{S}_S)(K_O + \bar{S}_O)^2} \right] & 0 & 0 & 0 \\ f_{xi} b_H & 0 & 0 & \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} & 0 \\ (1 - f_{xi}) b_H - \frac{K_H K_x \bar{X}_S \bar{S}_O}{(K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} & \frac{K_O K_H \bar{X}_S}{(K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)(K_O + \bar{S}_O)^2} & 0 & 0 & \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} \\ - \left[\frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} + \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} + b_H \right] & \frac{K_O \mu_{max} \bar{S}_O}{(K_S + \bar{S}_S)(K_O + \bar{S}_O)^2} & \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} & 0 & 0 \\ 0 & - \left[\frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} + \bar{Q}_L + \frac{K_S (1 - Y_H) \mu_{max} \bar{S}_O}{Y_H (K_S + \bar{S}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} \right] & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\bar{Q}_m + \bar{Q}_r}{V_{dec}} & 0 & - \frac{\bar{Q}_r + \bar{Q}_w}{V_{dec}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & - \frac{\bar{Q}_r + \bar{Q}_w}{V_{dec}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - \frac{\bar{Q}_r + \bar{Q}_w}{V_{dec}} \end{bmatrix}$$

$$A1(9 \times 4) = \begin{bmatrix} - \frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & - \left[\frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} + \frac{K_S \mu_{max} \bar{S}_O}{Y_H (K_S + \bar{S}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} \right] & 0 & \frac{\mu_{max} K_H \bar{S}_O (K_x \bar{X}_H)}{Y_H (K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} \\ 0 & 0 & - \left[\frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} + \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} \right] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & - \left[\frac{\bar{Q}_{in}}{V_r} + \frac{r \bar{Q}_{in}}{V_r} + \frac{K_x \bar{X}_H K_H \bar{S}_O}{(K_x \bar{X}_H + \bar{X}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} \right] \\ 0 & \frac{K_S \mu_{max} \bar{S}_O}{(K_S + \bar{S}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} & 0 & 0 \\ 0 & - \frac{K_S (1 - Y_H) \mu_{max} \bar{S}_O}{Y_H (K_S + \bar{S}_S)^2 (K_O + \bar{S}_O)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\bar{Q}_{in} + \bar{Q}_r}{V_{dec}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{Q}_{in} + \bar{Q}_r}{V_{dec}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{Q}_{in} + \bar{Q}_r}{V_{dec}} \end{bmatrix}$$

$$B(9 \times 4) = \begin{bmatrix} \frac{S_{I, in} - \bar{S}_I}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{S_{S, in} - \bar{S}_S}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{X_{I, in} - \bar{X}_I}{V_r} + r \frac{X_{I, rec} - \bar{X}_I}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{X_{S, in} - \bar{X}_S}{V_r} + r \frac{X_{S, rec} - \bar{X}_S}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{X_{H, in} - \bar{X}_H}{V_r} + r \frac{X_{H, rec} - \bar{X}_H}{V_r} & 0 & 0 & 0 \\ S_{O, in} - \bar{S}_O & C_S - \bar{S}_O & 0 & 0 \\ \frac{V_r}{\bar{X}_H} & 0 & \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_{H, rec}}{V_{dec}} & - \frac{\bar{X}_{H, rec}}{V_{dec}} \\ \frac{V_{dec}}{\bar{X}_I} & 0 & \frac{\bar{X}_I - \bar{X}_{I, rec}}{V_{dec}} & - \frac{\bar{X}_{I, rec}}{V_{dec}} \\ \frac{V_{dec}}{\bar{X}_S} & 0 & \frac{\bar{X}_S - \bar{X}_{S, rec}}{V_{dec}} & - \frac{\bar{X}_{S, rec}}{V_{dec}} \\ \frac{V_{dec}}{V_{dec}} & 0 & \frac{V_{dec}}{V_{dec}} & - \frac{V_{dec}}{V_{dec}} \end{bmatrix}$$

VI.3. Etude de l'observabilité et de la commandabilité structurelle sur un modèle sain (sans fautes)

a. Graphe biparti construit à partir du modèle linéaire (VI.2)

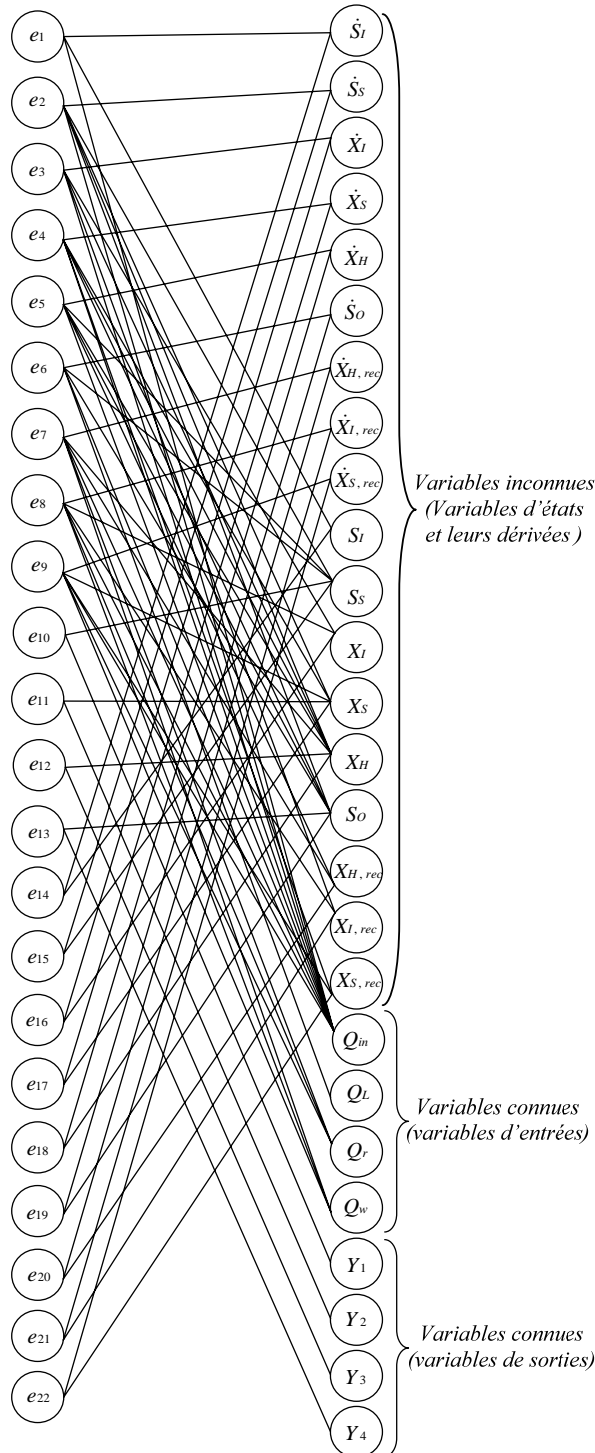


Figure VI.1 : Graphe biparti du modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées

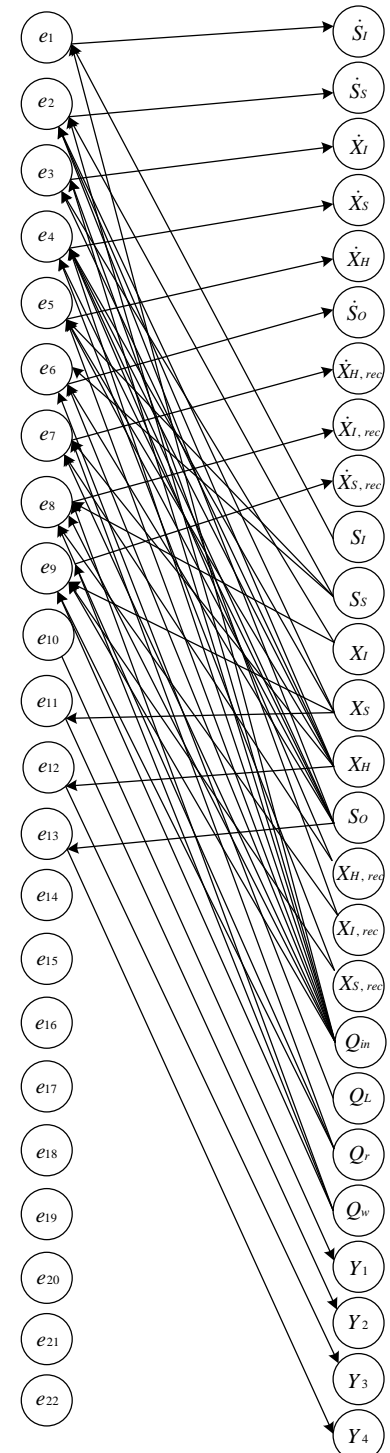


Figure VI.2 : Graphe biparti orienté du modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées

b. Matrice d'adjacence

La matrice d'adjacence du modèle linéaire du procédé est

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \dot{S}_I & \dot{S}_S & \dot{X}_I & \dot{X}_S & \dot{X}_H & \dot{S}_O & \dot{X}_{H,rec} & \dot{X}_{I,rec} & \dot{X}_{S,rec} & S_I & S_S & X_I & X_S & X_H & S_O & X_{H,rec} & X_{I,rec} & X_{S,rec} & Q_{in} & Q_L & Q_R & Q_w & Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{14} \\ e_{15} \\ e_{16} \\ e_{17} \\ e_{18} \\ e_{19} \\ e_{20} \\ e_{21} \\ e_{22} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

c. Etude de l'observabilité structurelle du modèle sain

1. Une vérification simple sur le graphe biparti orienté (dans le graphe orienté les arrêtes non orientées seront supprimées pour le rendre plus clair, cela sera fait pour tous les graphes orientés) de la figure VI.2, nous indique que les sorties Y_1, Y_2, Y_3 et Y_4 sont atteignables par les variables d'états.
2. $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Q_{in}, Q_L, Q_R$ et Q_w étant les variables connues, la décomposition canonique sur le reste des variables donne deux composantes, une est juste-déterminée M^0 et l'autre est sur-déterminée M^+ . Ces composantes sont :

$$M^+ = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_S & X_S & X_H & S_O & X_{H,rec} & X_{S,rec} & \dot{S}_S & \dot{X}_S & \dot{X}_H & \dot{S}_O & \dot{X}_{H,rec} & \dot{X}_{S,rec} \end{matrix} \\ \begin{matrix} e_2 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_9 \\ e_{17} \\ e_{18} \\ e_{19} \\ e_{20} \\ e_{22} \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{15} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{et } M^0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_I & X_I & X_{I,rec} & \dot{S}_I & \dot{X}_I & \dot{X}_{I,rec} \end{matrix} \\ \begin{matrix} e_{11} \\ e_{13} \\ e_{14} \\ e_{16} \\ e_{21} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

3. Détermination d'un couplage complet causal :

Pour le modèle utilisé, il n'existe pas de couplage complet causal qui permet de calculer les variables inconnues. Les variables qui ne peuvent pas être calculées se trouvent dans la composante M^0 , ce qui rend le système non observable structurellement.

La solution efficace pour résoudre ce problème de calculabilité (de variables inconnues) est de changer les sorties choisies au départ. Ce changement est fait seulement sur les deux dernières sorties comme suit: $Y_4=S_I$ et $Y_3= X_{I,rec}$ (pour S_I , ce choix est fait parce qu'il n'apparaît pas dans les autres équations et pour le choix de $X_{I,rec}$, il est fait pour trouver un couplage causal) et la nouvelle matrice d'adjacence est:

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \dot{S}_I & \dot{S}_S & \dot{X}_I & \dot{X}_S & \dot{X}_H & \dot{S}_O & \dot{X}_{H,rec} & \dot{X}_{I,rec} & \dot{X}_{S,rec} & S_I & S_S & X_I & X_S & X_H & S_O & X_{H,rec} & X_{I,rec} & X_{S,rec} & Q_m & Q_L & Q_r & Q_w & Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_9 \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{14} \\ e_{15} \\ e_{16} \\ e_{17} \\ e_{18} \\ e_{19} \\ e_{20} \\ e_{21} \\ e_{22} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Le graphe biparti du nouveau modèle est sur la figure VI.3.

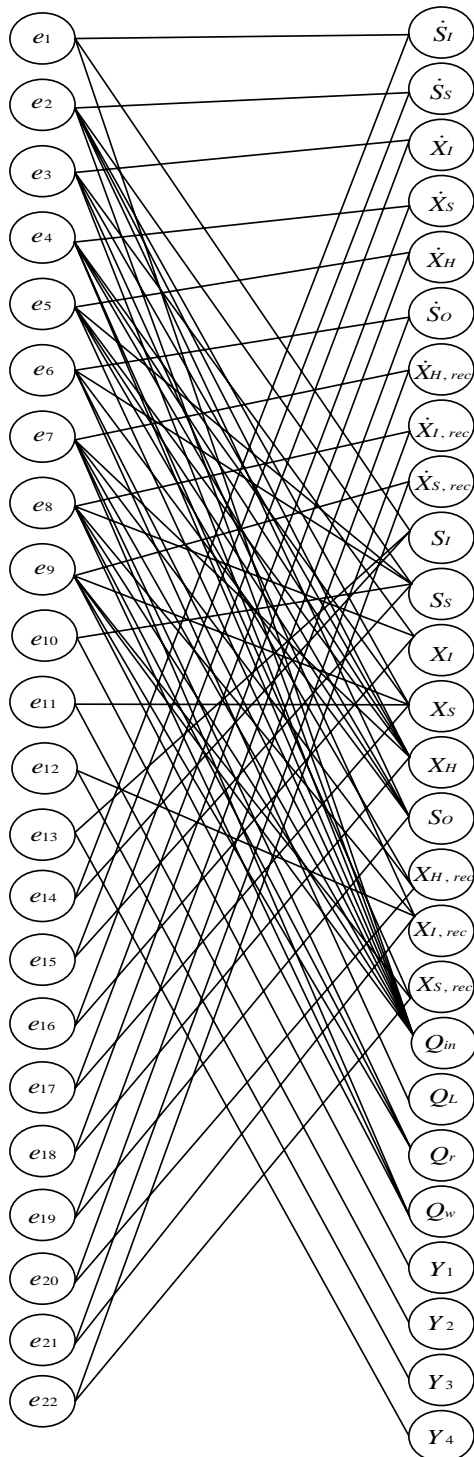


Figure VI.3 : Graphe biparti du nouveau modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées

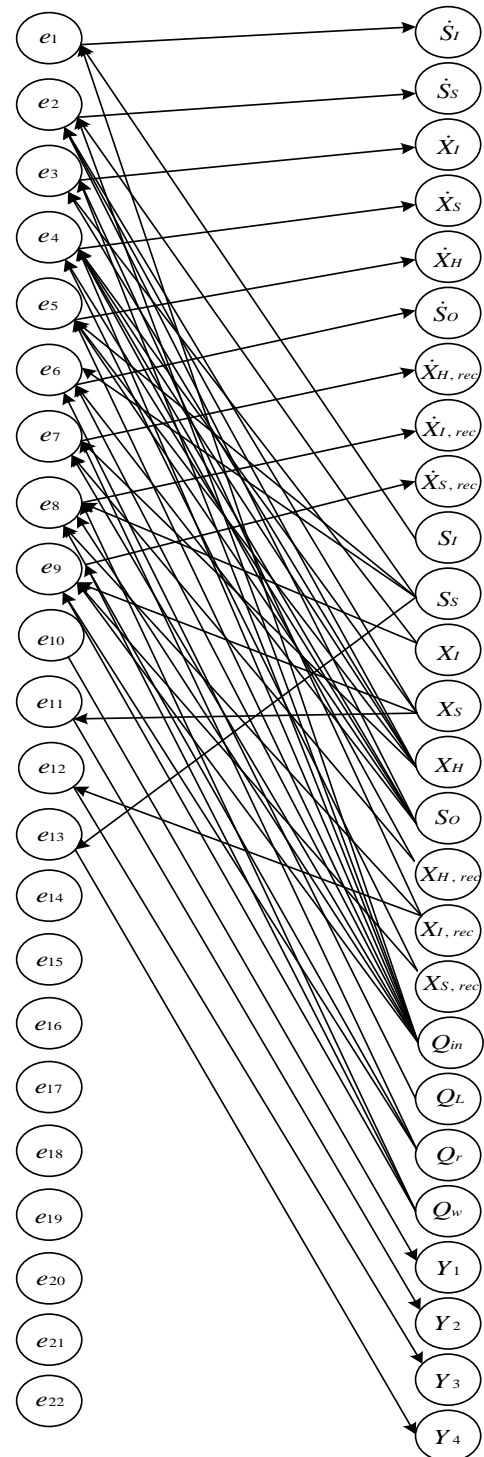


Figure VI.4 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire du procédé de traitement des eaux usées

D'après, le graphe biparti orienté de la figure VI.4, les variables de sorties sont atteignables par les variables d'états.

Le couplage complet causal trouvé est indiqué sur la matrice suivante (les 1 cerclés):

$$M^+ = M = \begin{matrix} & \dot{S}_I & \dot{S}_S & \dot{S}_O & S_O & \dot{X}_H & \dot{X}_{H,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_S & \dot{X}_{S,rec} & X_{S,rec} & X_S & \dot{X}_I & \dot{X}_{I,rec} & X_{I,rec} & X_I & X_H & S_S & S_I \\ \begin{matrix} e_{14} \\ e_{15} \\ e_{19} \\ e_6 \\ e_{18} \\ e_{20} \\ e_7 \\ e_{17} \\ e_{22} \\ e_9 \\ e_4 \\ e_{16} \\ e_{21} \\ e_8 \\ e_3 \\ e_5 \\ e_2 \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Ce nouveau modèle est structurellement observable.

d. Etude de la commandabilité structurelle du modèle sain

d.1. Cas ou le modèle est considéré avec $Y_1=S_S$, $Y_2=X_S$, $Y_3=X_H$ et $Y_4=S_O$ comme sorties

1. D'après le graphe biparti orienté de la figure VI.2, on constate que toutes les variables inconnues sont accessibles par au moins une commande.

2. La décomposition canonique sur les variables inconnues sans les dérivées ainsi que sur les variables de commande nous donne un seul sous-système et ce dernier est juste déterminé. Ce dernier s'écrit :

$$M^0 = \begin{matrix} & S_I & X_{I,rec} & X_I & Q_w & Q_r & X_{S,rec} & X_{H,rec} & Q_L & Q_{in} & S_S & X_S & X_H & S_o \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_8 \\ e_3 \\ e_7 \\ e_9 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_2 \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

D'après 1 et 2, le modèle est structurellement commandable.

d.2. Cas ou le modèle est considéré avec $Y_1=S_S$, $Y_2=X_S$, $Y_3=X_{I,rec}$ et $Y_4=S_I$ comme sorties

1. le graphe biparti orienté de la figure VI.4 montre que toutes les variables d'états sont accessibles au moins par une des variables de commande.

2. la décomposition canonique sur les variables de commande et les variables inconnues sans les dérivées donne le résultat suivant :

$$M^0 = \begin{matrix} & Q_L & X_{H, rec} & S_o & X_{I, rec} & Q_w & Q_r & X_I & X_H & Q_{in} & S_I & S_S & X_S & X_{S, rec} \\ \begin{matrix} e_6 \\ e_5 \\ e_4 \\ e_9 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_3 \\ e_2 \\ e_1 \\ e_{13} \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

La décomposition canonique montre que le système est juste déterminé.

Le modèle (ou le modèle en considérant $Y_1=S_S$, $Y_2=X_S$, $Y_3=X_{I,rec}$ et $Y_4=S_I$ comme sorties) est structurellement commandable puisque toutes les variables d'états sont accessibles par au moins une variable de commande et il n'existe pas de sous système sur déterminé dans la décomposition canonique.

VI.4. Etude de la reconfiguration structurelle en présence de fautes

VI.4.1. Scénario de fautes choisi (pour le modèle où $Y_1=S_S$, $Y_2=X_S$, $Y_3=X_{I,rec}$ et $Y_4=S_I$ sont considérées comme sorties)

Nous étudions les cas où les fautes sont commises sur Débit de boues recyclées $Q_r(f_1)$ et Débit de boues en excès $Q_w(f_2)$ et sur le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}(f_3)$, et la Constante de Michaelis Menten $K_s(f_4)$. Le tableau VI.1 montre les équations qui sont affectées par les différentes fautes.

Tableau VI.1: Equations affectées par les différentes fautes

	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄
e ₁				
e ₂			X	X
e ₃				
e ₄				
e ₅			X	X
e ₆			X	X
e ₇	X	X		
e ₈	X	X		
e ₉	X	X		
e ₁₀				
e ₁₁				
e ₁₂				
e ₁₃				
e ₁₄				
e ₁₅				
e ₁₆				
e ₁₇				
e ₁₈				
e ₁₉				
e ₂₀				
e ₂₁				
e ₂₂				

Les fautes f_1 et f_2 affectent les mêmes équations e_7 , e_8 et e_9 et les fautes f_3 et f_4 affectent e_2 , e_5 et e_6 en même temps. Dans la suite nous étudions les trois cas suivants : où les fautes (f_1, f_2) , (f_3, f_4) et (f_1, f_2, f_3, f_4) sont considérées.

VI.4.2. Cas où f_1 et f_2 sont considérées

La présence de f_1 et f_2 provoque la non validation des équations e_7 , e_8 et e_9 , cela se traduit par la suppression de ces dernières équations du modèle. Le graphe biparti du nouveau modèle est représenté par la figure.VI.5.

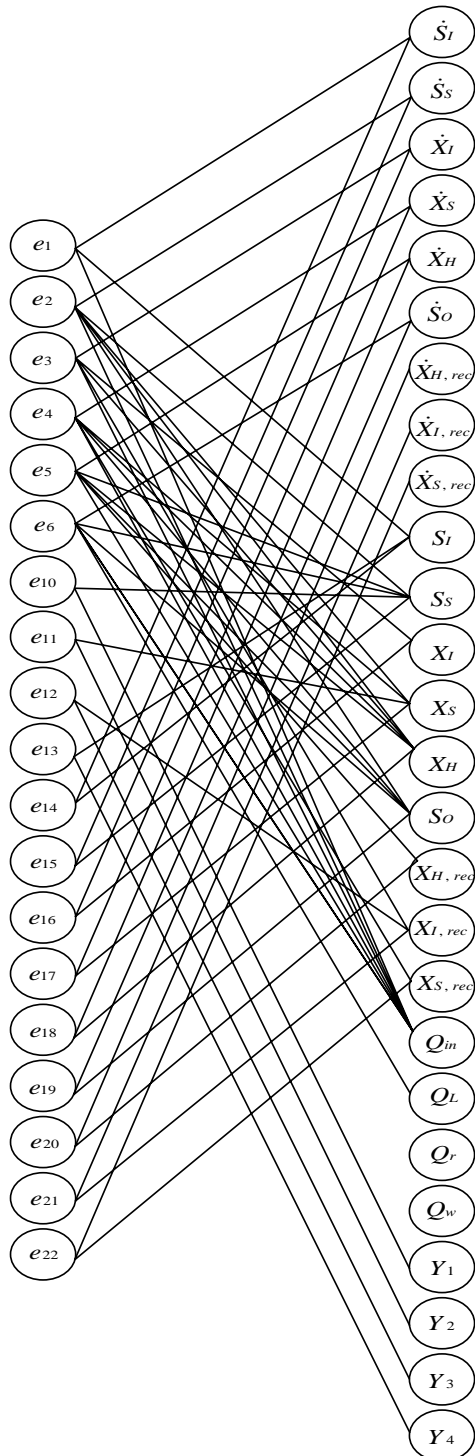


Figure VI.5 : Graphe biparti du nouveau modèle linéaire sans e_7 , e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées

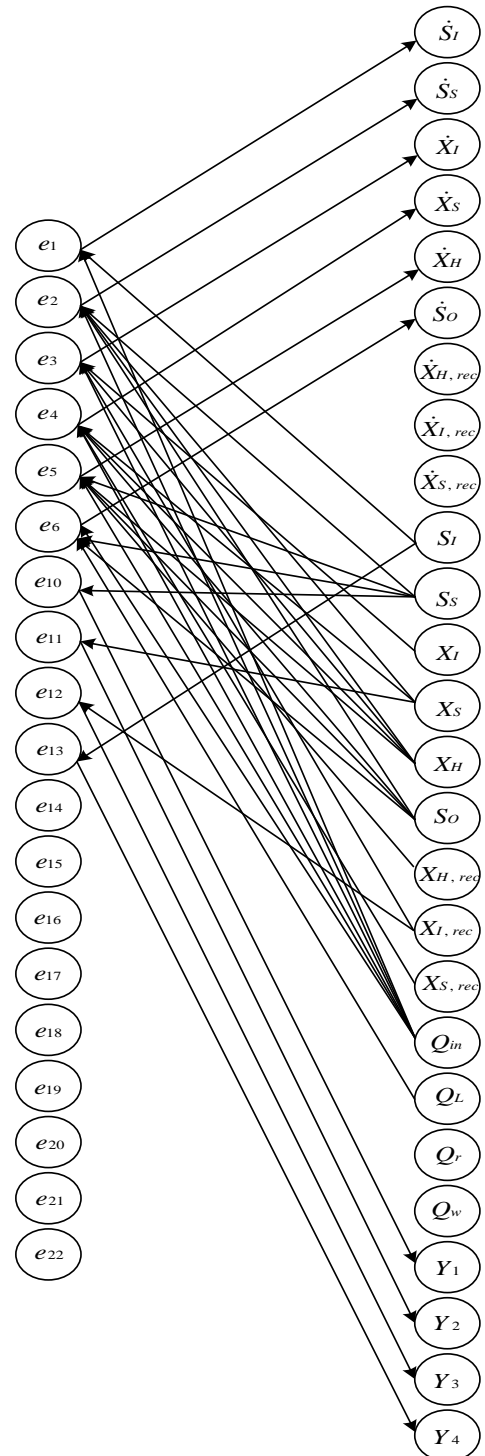


Figure VI.6 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_7 , e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées

a. Test de l'observabilité structurelle

1. D'après le graphe biparti orienté de la figure VI.6, on constate que toutes les sorties sont atteignables par les variables d'états.

2. La décomposition canonique de la matrice d'adjacence sur les variables inconnues montre qu'il n'existe pas de sous système sous déterminé, le résultat de la décomposition canonique est :

$$M^0 = \begin{matrix} & \dot{X}_I & X_I & \dot{X}_{S,rec} & X_{S,rec} & \dot{X}_{H,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_H & X_H & \dot{S}_O & S_O & \dot{S}_S & S_S & \dot{X}_S & X_S & \dot{X}_{I,rec} & X_{I,rec} \\ e_{16} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e_{22} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ e_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_{19} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ e_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^+ = \begin{matrix} \dot{S}_I & S_I \\ e_{14} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{13} & \\ e_1 & \end{matrix}$$

3. Il n'existe pas de couplage complet causal qui permet de calculer toutes les variables inconnues.

D'après 1, 2 et 3, le modèle sans e_7 , e_8 et e_9 n'est pas structurellement observable. La solution envisageable est l'ajout d'un capteur afin de mesurer X_I . Le couplage complet causal est représenté sur la matrice suivante :

$$M^0 = \begin{matrix} & \dot{X}_{S,rec} & X_{S,rec} & \dot{X}_{H,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_H & \dot{X}_S & \dot{X}_{I,rec} \\ e_{22} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ e_4 & \\ e_{20} & \\ e_5 & \\ e_{18} & \\ e_{17} & \\ e_{21} & \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^+ = \begin{matrix} \dot{S}_I & X_{I,rec} & X_S & \dot{S}_S & S_S & \dot{S}_O & S_O & \dot{X}_I & X_I & X_H & S_I \\ e_{14} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{12} & \\ e_{11} & \\ e_{15} & \\ e_{10} & \\ e_{19} & \\ e_6 & \\ e_{23} & \\ e_{16} & \\ e_3 & \\ e_2 & \\ e_{13} & \\ e_1 & \end{matrix}$$

Ainsi, le système devient structurellement observable.

b. Test de la commandabilité structurelle

1. D'après le graphe orienté de la figure VI.6, on remarque que toutes les variables sont accessibles par la variable de commande Q_{in} . Pour la variable S_O , en plus de Q_{in} elle est accessible par la commande Q_L .
2. La décomposition canonique sur les variables d'états et les variables de commande du modèle sans e_7 , e_8 et e_9 , montre qu'il n'existe pas de sous système surdéterminé. Les deux sous systèmes de la décomposition canonique M^0 pour le sous système juste déterminé et M^- pour le sous système sous déterminé, sont :

$$M^- = \begin{matrix} & Q_w & Q_r & X_{H,rec} & X_{S,rec} & S_O & Q_L & X_I & X_H \\ \begin{matrix} e_5 \\ e_4 \\ e_6 \\ e_3 \\ e_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^0 = \begin{matrix} & Q_{in} & S_I & S_S & X_S & X_{I,rec} \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_{13} \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Le modèle linéaire du procédé du traitement des eaux usées en présence de f_1 et de f_2 est donc structurellement commandable.

Pour la solution de l'observabilité *i.e.* avec l'ajout d'un capteur, le problème se pose pour la deuxième condition de la commandabilité structurelle. La décomposition canonique montre qu'il n'existe pas de sous système sur-déterminé, donc le système reste toujours structurellement commandable. Les deux autres sous systèmes sont :

$$M^- = \begin{matrix} & Q_w & Q_r & X_{S,rec} \\ e_4 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^0 = \begin{matrix} & X_{H,rec} & Q_L & S_O & X_H & Q_{in} & S_I & S_S & X_I & X_S & X_{I,rec} \\ \begin{matrix} e_5 \\ e_6 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_1 \\ e_{13} \\ e_{10} \\ e_{23} \\ e_{11} \\ e_{12} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

VI.4.3. Cas où f_3 et f_4 sont considérées

Dans ce cas les équations e_2 , e_5 et e_6 sont supprimées à cause de la présence de f_3 et f_4 , le nouveau graphe biparti orienté est représenté sur la figure VI.7

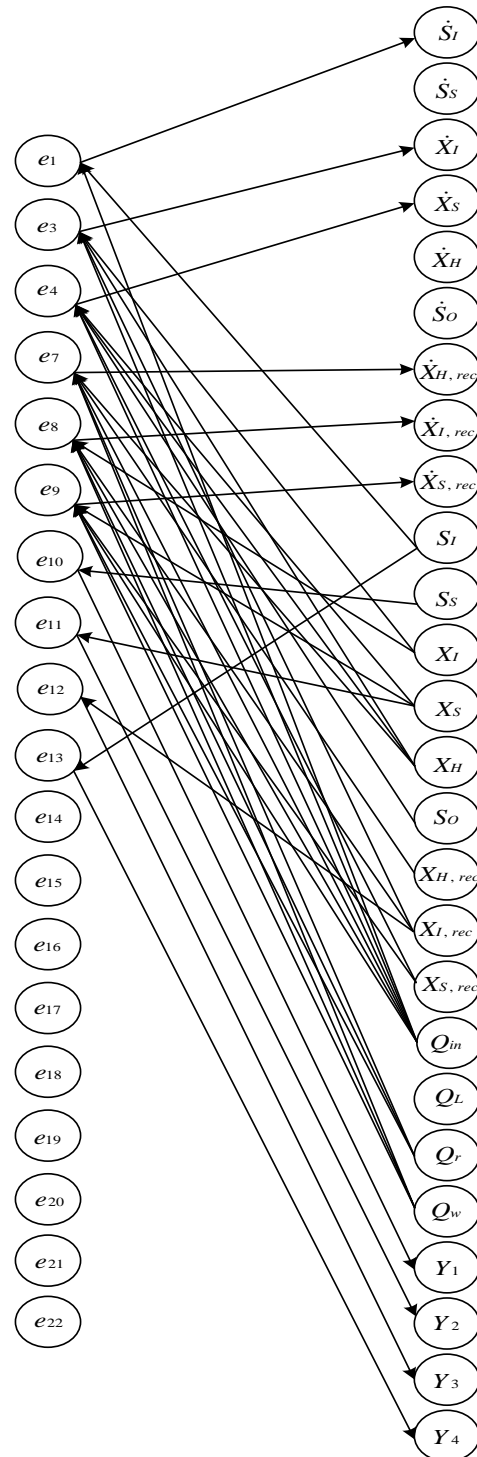


Figure VI.7 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_2 , e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées

a. Test de l'observabilité structurelle

1. Le graphe biparti orienté de la figure VI.7 montre que toutes les variables de sorties sont atteignables.
2. La décomposition canonique du modèle sans les équations e_2 , e_5 et e_6 montre la non existence d'un sous système sous déterminé. Les deux sous systèmes sont M^0 pour le juste déterminé et M^+ pour le surdéterminé:

$$M^0 = \begin{matrix} \dot{S}_O & S_O & \dot{X}_{H,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_H & X_H & \dot{X}_I & X_I & \dot{X}_{S,rec} & X_{S,rec} & \dot{S}_S & S_S & \dot{X}_S & X_S & \dot{X}_{I,rec} & X_{I,rec} \\ e_{19} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_4 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{20} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_7 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{18} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_3 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{16} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_8 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{22} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_9 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{15} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{10} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{17} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{11} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ e_{21} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{12} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^+ = \begin{matrix} \dot{S}_I & S_I \\ e_{14} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ e_{13} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ e_1 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

3. Le système sans les équations e_2 , e_5 et e_6 n'est pas structurellement observable, car il n'existe pas de couplage complet causal sur toutes les variables inconnues. La solution possible est d'observer S_O et $X_{H,rec}$ en ajoutant des capteurs $Y_5=S_O$ et $Y_6=X_{H,rec}$. Les couplages complets causaux des variables sont illustrés par les deux sous systèmes du système élargi par les équations e_{23} et e_{24} . Ce qui rend le système structurellement observable.

$$M^0 = \begin{matrix} & \dot{X}_H & \dot{S}_S & S_S & \dot{S}_O \\ e_{18} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 \\ e_{15} & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 \\ e_{10} & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 \\ e_{19} & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^+ = \begin{matrix} S_O & \dot{S}_I & \dot{X}_{I,rec} & X_{I,rec} & X_I & \dot{X}_I & \dot{X}_{H,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_S & \dot{X}_{S,rec} & X_{S,rec} & X_S & X_H & S_I \\ e_{23} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{14} & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e_{21} & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{12} & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_8 & 0 & 0 & 1 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ e_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ e_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 1 & 0 \\ e_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 & 1 \\ e_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 \\ e_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ e_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Test de la commandabilité structurelle

1. Le graphe biparti orienté de la figure VI.7 montre que la variable d'état S_S n'est pas accessible par une variable de commande, ce qui rend le système structurellement non commandable.

La solution envisagée pour résoudre le problème de non commandabilité structurelle est de changer la structure du système. Pour ce faire nous allons agir sur la matrice D du système linéaire et la nouvelle matrice désignée par D_1 est la suivante :

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Le nouveau graphe biparti orienté est représenté sur la figure VI.8.

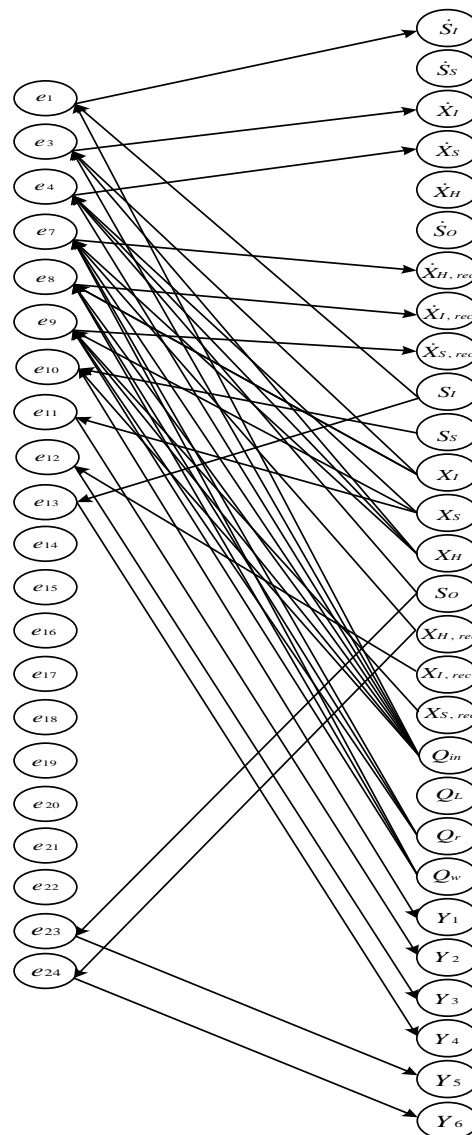


Figure VI.8 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle linéaire sans e_2 , e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées et avec e_{23} et e_{24} et la nouvelle matrice D_1

2. La décomposition canonique, du nouveau modèle linéaire sans e_2 , e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées et avec e_{23} et e_{24} et D_1 , montre la non existence de la composante sur déterminée. Les deux autres composantes existantes sont M^- pour la composante sous déterminée et M^0 pour la composante juste déterminée:

$$M^- = \begin{matrix} & Q_L & X_H & X_{S,rec} & Q_w & Q_r & X_I & S_S \\ \begin{matrix} e_4 \\ e_9 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_3 \\ e_{10} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^0 = \begin{matrix} & Q_{in} & S_I & X_S & S_O & X_{H,rec} & X_{I,rec} \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_{13} \\ e_{11} \\ e_{23} \\ e_{24} \\ e_{12} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

D'après 1 et 2, le nouveau modèle linéaire sans e_2 , e_5 et e_6 du procédé de traitement des eaux usées et avec e_{23} et e_{24} et D_1 est structurellement commandable.

VI.4.4. Cas où f_1 , f_2 , f_3 et f_4 sont considérées

La présence des fautes f_1 , f_2 , f_3 et f_4 provoque la non validation des équations e_2 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 et e_9 , le nouveau graphe biparti orienté du système est représenté sur la figure VI.9.

a. Test de l'observabilité structurelle

1. Le graphe biparti orienté de la figure VI.9 montre que toutes les variables de sorties sont atteignables.
2. La décomposition canonique montre l'existence d'un sous système sous déterminé.

L'existence du système sous déterminé rend le nouveau modèle sans les équations e_2 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 et e_9 structurellement non observable. Les trois sous systèmes obtenus par la décomposition canonique sont :

$$M^- = \begin{matrix} & X_{S,rec} & \dot{X}_{S,rec} & X_{H,rec} & \dot{X}_{H,rec} & \dot{X}_H & X_H & \dot{S}_O & S_O & \dot{X}_I & X_I \\ \begin{matrix} e_{22} \\ e_{20} \\ e_{18} \\ e_4 \\ e_{19} \\ e_{16} \\ e_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad M^0 = \begin{matrix} & \dot{S}_S & S_S & \dot{X}_S & X_S & \dot{X}_{I,rec} \\ \begin{matrix} e_{15} \\ e_{10} \\ e_{17} \\ e_{11} \\ e_{21} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{et} \quad M^+ = \begin{matrix} & X_{I,rec} & \dot{S}_I & S_I \\ \begin{matrix} e_{12} \\ e_{14} \\ e_{13} \\ e_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

a. Test de la commandabilité structurelle

D'après le graphe orienté de la figure VI.9, on constate que S_S et $X_{H,rec}$ ne sont pas accessibles par une commande, cela rend le nouveau modèle sans les équations e_2 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 et e_9 structurellement non commandable.

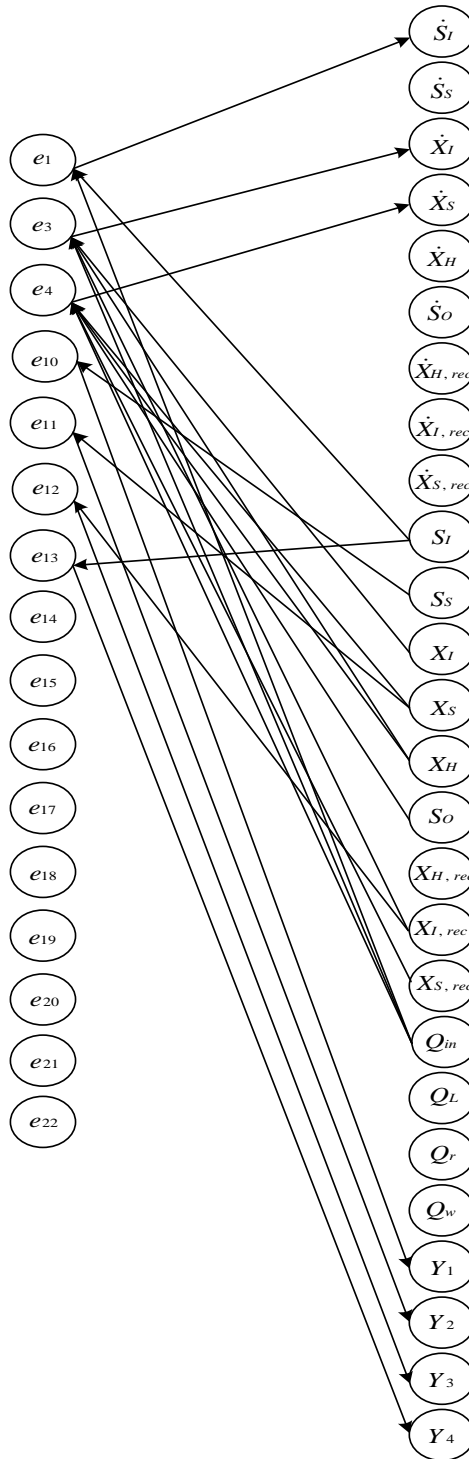


Figure VI.9 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle sans e_2 , e_5 , e_6 , e_7 , e_8 et e_9 du procédé de traitement des eaux usées

b. Solution envisagée pour résoudre le problème d'observabilité et de commandabilité structurelle

L'ajout de capteurs afin d'observer S_0 , X_I et $X_{H,rec}$ permet de régler le problème de la non observabilité structurelle. Le modèle est élargi par les équations $Y_5 = X_I$, $Y_6 = S_0$ et $Y_7 = X_{H,rec}$. La modification de la matrice D permet de résoudre le problème de non commandabilité.

Les nouvelles matrices C et D sont :

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c. Test de l'observabilité et de la commandabilité structurelle

1. Graphe biparti orienté du nouveau système

Le graphe biparti orienté du nouveau système est représenté sur la figure VI.10

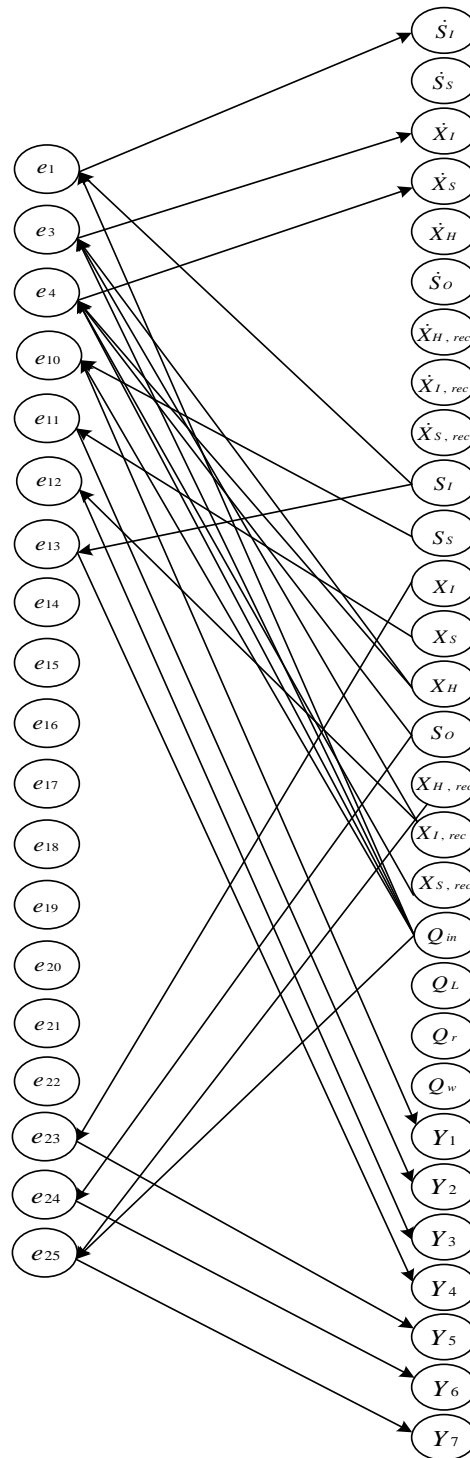


Figure VI.10 : Graphe biparti orienté du nouveau modèle

2. Matrice d'adjacence du nouveau système

La matrice d'adjacence du nouveau modèle est la suivante :

	\dot{S}_I	\dot{S}_S	\dot{X}_I	\dot{X}_S	\dot{X}_H	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	$\dot{X}_{I,rec}$	$\dot{X}_{S,rec}$	S_I	S_S	X_I	X_S	X_H	S_O	$X_{H,rec}$	$X_{I,rec}$	$X_{S,rec}$	Q_m	Q_u	Q_r	Q_w	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
e_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
e_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
e_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
e_{14}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{15}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{16}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{17}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{18}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{19}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{20}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{21}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{22}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
e_{24}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e_{25}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

3. Test de l'observabilité structurelle

Le nouveau système est structurellement observable puisque le graphe orienté de la figure VI. 10 montre que toutes les variables de mesure sont atteignables par les variables d'états. La décomposition canonique du nouveau système nous donne deux composantes à savoir une composante juste déterminée M^0 et une composante sur déterminée M^+ . Il existe par ailleurs un couplage complet causal qui permet de déterminer les variables inconnues. Les deux composantes ainsi que le couplage sont données par M^0 et M^+ :

	$\dot{X}_{S,rec}$	$X_{S,rec}$	\dot{X}_H	X_H	\dot{S}_S	S_S	\dot{X}_S	X_S	$\dot{X}_{I,rec}$	$X_{I,rec}$	\dot{X}_I	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	X_I	S_O	$X_{H,rec}$
e_{22}	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_4	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
e_{18}	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
e_{15}	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{10}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{17}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{11}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e_{21}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
e_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
e_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
e_{19}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
e_{20}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
e_{23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
e_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e_{125}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$$et \quad M^+ = \begin{matrix} \dot{S}_I & S_I \\ e_{14} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ e_1 & \end{matrix}$$

4. Test de la commandabilité structurelle

Le nouveau système est structurellement commandable du fait d'une part, que toutes les variables d'états sont accessibles par au moins une variable de commande. Cela est vérifié sur le graphe biparti orienté de la figure VI.10 et d'une autre part il n'existe pas de sous système surdéterminé dans la décomposition canonique. Les deux sous systèmes issus de la décomposition canonique sont M^- pour le sous système sous déterminé et M^0 pour le sous système juste déterminé. Il sont donnée ci-dessous :

$$M^- = e_4 \begin{bmatrix} Q_w & Q_r & Q_L & X_{S,rec} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } M^0 = e_{13} \begin{bmatrix} X_H & S_S & X_{H,rec} & Q_{in} & S_I & X_I & X_S & S_O & X_{I,rec} \\ e_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ e_{10} & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{25} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

VI.4.5. Récapitulatif

Le tableau suivant résume tous les cas de fautes et les solutions données pour que le système utilisé garde ses propriétés structurelles

Tableau VI.2 : Récapitulatif des scénarios des fautes et des solutions trouvées

Les Cas des fautes	Les équations affectées	Les effets des fautes	Les solutions
f_1 et f_2	e_7, e_8 et e_9	Le système devient structurellement non observable	La solution envisagée est l'ajout d'un capteur pour mesurer X_1 ,
f_3 et f_4	e_2, e_5 et e_6	Le système devient structurellement non commandable	La solution qui permet de remédier au problème de commandabilité structurelle est de changer la structure du système en agissant sur la matrice D , on remplace D par D_1
f_1, f_2, f_3 et f_4	e_2, e_5, e_6, e_7, e_8 et e_9	Le système devient structurellement non observable et non commandable	Afin de rendre le système de nouveau structurellement observable et commandable, on ajoute des capteurs pour observer S_0, X_1 et $X_{H,rec}$ et on modifie la matrice D , (cette matrice devient D_2 .)

VI.5. Conclusion

L'étude de la reconfiguration structurelle sur le modèle linéarisé d'un procédé de traitement des eaux usées a été faite dans ce chapitre. Elle était scindée en deux parties : l'étude de l'observabilité structurelle et celle de la commandabilité structurelle.

On a étudié plusieurs scénarios de fautes, en donnant les solutions possibles qui permettent au système de garder ses propriétés structurelles.

Les résultats trouvés lors de cette application nous permettent de dire que les algorithmes de reconfiguration structurelle sont simples à appliquer et efficaces pour résoudre les problèmes d'observabilité et de commandabilité structurelles.

Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans cette thèse a porté sur l'étude du diagnostic de fautes et la reconfiguration en utilisant une approche issue de l'analyse structurelle. La motivation du choix de cette approche est que cette analyse utilise une connaissance pauvre du système, elle n'utilise que les liens entre contraintes et variables. Le procédé de traitement des eaux usées a été utilisé comme application pour valider les algorithmes présentés.

Notre objectif a été donc de détecter et d'isoler plusieurs fautes dans le modèle de procédé de traitement des eaux usées et de maintenir les propriétés structurelles du système à savoir l'observabilité et la commandabilité structurelle malgré l'existence d'une ou de plusieurs fautes. Pour cela, on supprime l'équation ou les équations affectée (s) par les fautes et on trouve des solutions issues de la reconfiguration pour garder ces propriétés structurelles inchangées.

Après avoir fait un bref tour d'horizon sur la recherche dédiée au diagnostic et à la commande tolérante aux fautes, nous avons présenté les outils nécessaires de l'analyse structurelle. Ces derniers ont été appliqués dans l'approche choisie (l'approche structurelle) pour la détection et l'isolation de défauts, ainsi que pour la reconfiguration.

Pour le diagnostic structural, l'étape principale consiste à chercher les ensembles MSO qui servent à la génération des résidus. Une étude comparative de quelques algorithmes de recherche de ces ensembles a été faite pour choisir la méthode la plus efficace, la méthode choisie est celle de Krysander et al. La recherche des ensembles MSO faite dans le sous système sur-déterminer. Pour l'amélioration de l'isolabilité structurelle, deux méthodes sont citées : la première consiste à considérer certaines fautes comme variables internes du système et la deuxième concerne l'ajout de capteurs.

Pour la reconfiguration structurelle, on s'est basé sur les propriétés d'observabilité structurelle et de la commandabilité structurelle. Notre but est de trouver la structure du système qui nous permet de garder les propriétés structurelles inchangées.

Nous avons utilisé pour l'application du diagnostic un modèle du procédé de traitement des eaux usées puis nous avons étudié le cas où les fautes sont commises sur les actionneurs à savoir Q_w et Q_r , sur le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$ et la Constante de Michaelis Menten K_s . Au début on a généré quatre résidus qui ne sont pas suffisants pour distinguer les fautes entre elles et la solution que nous avons utilisée pour résoudre ce problème de distinction est de considérer deux fautes (la faute commise sur Q_r et la faute commise sur le taux maximum de croissance de la biomasse) comme deux variables internes. Cela nous a permis de générer quatre autres résidus et d'obtenir l'isolation des fautes.

Pour l'étude de la reconfiguration structurelle, le même modèle que celui utilisé pour le diagnostic structurel (mais linéarisé) est utilisé en considérant les mêmes fautes. En premier lieu, nous avons testé l'observabilité et la commandabilité structurelle pour le modèle sain, puis nous avons étudié trois cas. Dans le premier cas, seules les fautes commises sur les actionneurs Q_w et Q_r ont été considérées. Dans le deuxième seules les deux fautes commises sur le taux maximum de croissance de la biomasse et la Constante de Michaelis Menten ont été considérées. Le troisième cas considère toutes les fautes. Dans le premier cas, les fautes ont causé la perte de l'observabilité structurelle, dans le deuxième cas c'est la commandabilité structurelle qui n'a pas été respectée en présence des fautes. Les deux propriétés structurelles n'ont pas été respectées dans le troisième cas. Pour chacun des cas nous avons donné une solution.

En conclusion, nous pouvons dire que les résultats obtenus lors de l'application ont confirmé les avantages et l'apport de l'approche structurelle pour le diagnostic de fautes et de la reconfiguration. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que les algorithmes de diagnostic et de reconfiguration structurelles sont simples à appliquer et efficaces pour résoudre les problèmes de détection et d'isolation de fautes, d'observabilité et de commandabilité structurelles.

En résumé notre contribution dans ce travail se situe dans l'adaptation des algorithmes de diagnostic et de la reconfiguration structurelle afin de les appliquer sur un modèle du procédé de traitement des eaux usées.

Perspectives

Ce travail peut faire l'objet de travaux futurs tels que :

- L'élaboration d'un logiciel capable de faire une analyse structurelle pour différents types de systèmes.
- Les tests des programmes sur des bancs d'essai.
- Trouver des algorithmes pour étudier l'observabilité et la commandabilité structurelle des systèmes non linéaires.

Bibliographie

- [AKH04]: A. AKHHENAK « Conception d'observateurs non linéaires par approche multi modèles » Thèse de doctorat. Ecole doctorale LAEM de LORAINNE, 2004.
- [ASO07]: A. ASOKAN and D. SIVAKUMAR, « Model-based fault detection and diagnosis using structured residual approach in a multi-input multi-output system. » *Serbian Journal of Electrical Engineering*, vol4, pp133–145, 2007.
- [ASS02]: M.L.ASSAS « Analyse de la tolérance aux fautes : approche fonctionnelle et structurelle », Thèse de PHD, Université de Lille, 2002.
- [AST00]:K.ASTROM, P.ALBERTOS, M.BLANKE, A.ISIDORI, W.SCHAUFELBERGER and R.SANZ, «Control of Complex Systems», *Springer Verlag*, 2000.
- [BEL07b]: N.BELKHERCHI, A.BELMEHDI and B.DAHHOU, «Diagnosis of multi faults in bioprocess by structural apporoach» International Conference on Systems Analysis and Automatic Control, à hammamet en Tunisie, Mars 2007.
- [BEL07a]: N.BELKHERCHI, A.BELMEHDI and B.DAHHOU, «Structural analysis of multiple faults isolability in fermentation bioprocess» XVI International Conference on Systems Science, Wroclaw (Pologne), 4-6 Septembre, 2007
- [BEL08]: N.BELKHERCHI, A.BELMEHDI and B.DAHHOU, «L'approche structurelle pour la détection et l'isolation de fautes dans un procédé de traitement des eaux usées» Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2008), Bucarest (Roumanie), Décembre 2008.
- [BEN03]: E.BENZERA, « Diagnostic et reconfiguration basé sur des modèle hybride concurrent. Application aux satellites autonomes », Thèse de Doctorat, LAAS Toulouse, 2003.
- [BER96]: E.BERNAUER , « Les réseaux de neurones et l'aide au diagnostic : un modèle de neurones boucles pour l'apprentissage de séquences temporelles», Thèse de Doctorat, LAAS Toulouse, 1996.

- [BER04]: O. BERNARD, «La modélisation des systèmes biologiques : aller-retour le long des fleuves qui circulent entre l’océan du réel et le lac des modèles », Thèse d’HDR, Université de Nice- sophia antipolis, 2004.
- [BLA97]: M. BLANKE and R.I. ZAMANABADI, « Fault-tolerant control systems- A holistic view», Control Engineering Practice, Vol 5, pp 693-702, 1997.
- [BLA01]: M. BLANKE, M. STAROSWIECKI and N. E. WU, « Concepts and Methods in Fault-tolerant Control», Tutorial at American Control Conference, pp 2606-2620, June 2001.
- [BLA03]: M.BLANKE, M.KINNAERT, M.LUNZE and M.STAROSWIECKI, «Diagnosis and fault tolerant control», Springer, New York, 2003.
- [BLA06a]: M.BLANKE, M.KINNAERT, M.LUNZE and M.STAROSWIECKI «Diagnosis and Fault-Tolerant Control». Control Systems Series Springer, Second edition, 2006.
- [BLA06b]: M. BLANKE and T. LORENTZEN, «Satool - a software tool for structural analysis of complex automation systems», In 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Beijing, 2006.
- [BON76]: J.A BONDY and U.S.R. MURTY, «Graph theory with applications». Elsevier science publishing.,New york, 1976.
- [BON76]: J.A BONDY and U.S.R. MURTY, «Graph theory with applications». Elsevier science publishing.,New york, 1976.
- [CAR08]: O. CARTON « Langages formels - Calculabilité et complexité», vuibert, 2008
- [CAS94]: J.P.CASSAR, M.STAROSWIECKI and P.DECLERCK,«Structural Decomposition of Large Scale Systems for the Design of Failure Detection and Isolation Procedures», Journal of Systems Science, Vol 20(1), pp. 31-42, 1994.
- [CAS95]: J.P.CASSAR, M.STAROSWIECKI, and V. COCQUEMPOT, «Optimal residual design for model-based fault detection and isolation». In 3rd European Control Conference ECC AAZ95, Roma, Italy, 1995.

- [CAS97]: J.P.CASSAR and M.STAROSWIECKI, «A structural approach for the design of failure detection and identification systems». In IFAC, IFIP, IMACS Conference on control of industrial systems, pp 329–334, Belfort, France, 1997.
- [CAS01]: JP.CASSAR, M.STAROSWIECKI and V.COCQUEMPOT, «optimal design of FDI systems via parity space and observer based approaches», IECOM91, 1999.
- [CHI04]: L.CHITTARO and R.RANON, «Hierarchical model-based diagnosis based on structural abstraction». Journal of Artificial Intelligence, Vo155, pp147–182, 2004.
- [CIE07] : M.JEROME CIESLAK, « Analyse et synthèse d'une architecture coopérative pour la commande tolérante aux défauts», Thèse de doctorat, Laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système Université Bordeaux I, 2007.
- [COC98]: V.COCQUEMPOT, R.IZADI-ZAMANABADI, M.STAROSWIECKI and, M.BLANKE, «Residual Generation for the Ship Benchmark Using Structural Approach» UKACC International Conference on control '98, 1-4 September 1998, Conference Publication no. 455, IEE, 1998.
- [COC04]: V.COCQUEMPOT « Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes », Habilitation à diriger des recherches, Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal de Lille, 2004.
- [COL03]: M.O.T.COLE and P.S.KEOGH, «Towards fault-tolerant active control of rotor- magnetic bearing systems». Control Engineering Practice Conference, 2003.
- [COM02]: C. COMMAULT, J.-M. DION, O. SENAME, AND R. MOTYEIAN «Observer-Based Fault Detection and Isolation for Structured Systems» IEEE transactions on automatic control, VOL. 47, NO. 12, 2002
- [COR00]: M-O.CORDIER, P.DAGUE, F.Lévy, M.DUMAS, J.MONTMAIN, M.STAROSWIECKI and L.TRAVÉ-MASSUYÉS, «AI and automatic control approaches of model-based diagnosis: links and underlying». In SAFEPROCESS'2000 Conference, Budapest, Hungary, 2000.

- [COR04]: M-O.CORDIER, P.DAGUE, F.Lévy, M.DUMAS, J.MONTMAIN, M.STAROSWIECKI and L.TRAVÉ-MASSUYÉS, «Conflicts versus analytical redundancy relations, a comparative analysis of the model-based diagnosis approach from the artificial intelligence and automatic control perspectives». *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 2163–2177, 2004.
- [DE87]: J.DE KLEER and B.WILLIAMS, «Diagnosis multiple faults». *Journal of Artificial intelligence*, Vol32 (1), pp 97–130, 1987.
- [DIM07]: E.DIMITROVA, E.Gadjeva, A.Van den Bossche and V.Valchev, «A model-based approach to automatic diagnosis using general purpose circuit simulators». In *IEEE ISIE 2006*, pp 2972–2977, Montreal, Quebec, Canada, 2007.
- [DIM08]: D.FRAGKOULIS «Détection et localisation des défauts provenant des actionneurs et des capteurs : application sur un système non linéaire», Thèse de doctorat, à l'Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2008.
- [DOC01]: D. DOCHAIN, «Automatique des bioprocédés», HERMES science Europe LTD, 2001.
- [DUL58]: A.DULMAGE and N.MENDELSON, «Coverings of bipartite graphs». *Can. J. Math. IO*, pp 517-534, 1958.
- [DUM06]: P.E.DUMONT, «Tolérance active aux fautes des systèmes d'instrumentation», Thèse de doctorat, Ecole doctorale sciences pour l'ingénieur de Lille, 2005.
- [DUS04.a]: D. DUSTEGOR, M. STAROSWIECKI and V. COCQUEMPOT, «Structural analysis for residual generation: toward implementation» proceedings of the 2004 IEEE international conference on control applications Taipei, Taiwan, september2-4, 2004.
- [DUS04.b]: D.DUSTEGOR, M.STAROSWIECKI and V.COCQUEMPOT, «Structural Analysis for Residual generation: Implementation issues considerations. ». conference on Control 2004, University of Bath, UK, September 2004.

- [DUS04.c]: D.DUSTEGOR, M.STAROSWIECKI V.COCQUEMPOT and E.FRISK «Isolabilité structurelle des défaillances Application à un modèle de vanne» RS - JESA. Vol 38, pp 103 à124, 2004.
- [DUS05]: D.DUSTEGOR, « Aspects algorithmiques de l'analyse structurelle pour la surveillance», Thèse de doctorat, Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal de Lille, 2005.
- [DUS06]: D.DUSTEGOR, E.FRISK, V.COCQUEMPOT, M.KRYSANDER and M.STAROSWIECKI, «Structural analysis of fault isolability in the DAMADICS benchmark». Control Engineering Practice, Vol14, pp 597–608, 2006.
- [FRA90]: P.M.FRANK, «Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some new result» Automatica, Vol. 26, n°.3, pp 479-474, 1990.
- [FRA96]: P.Frank, «Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey and some new results». European Journal of Control, Vol 2, pp 6–28, 1996.
- [GAO92]: Z.GAO and P.ANTSAKLIS, «Reconfigurable control systems design via perfect model following», International Journal of Control, Vol 56, USA, pp 783–798, 1992.
- [GEL74]: A. Gelb «Applied Optimal Estimation» The MIT press, Massachusetts Institute of Technology, 1974
- [GEL08]: E.R.GELSO, S.M.CASTILLO and J.ARMENGOL, «Structural analysis and consistency techniques for robust modelbased fault diagnosis». Technical Report 20, Institut d'Informàtica i Aplicacions, Universitat de Girona, 2008.
- [GER93]: J.GERTLER, «Analytical redundancy methods in fault detection and isolation». In International Conference on fault diagnosis, Tooldiag'93, 1993.
- [GON09]: BM. GONZALEZ-CONTRERAS « Contribution à la tolérance aux défauts des systèmes linéaires : synthèse de méthodes d'accommodation fondée sur l'information du second ordre», Thèse de doctorat, Ecole doctorale IAEM Lorraine Nancy, 2009.

- [GOP99]: M.GOPINATHAN, K.R.MEHRA and C.J.RUNKLE, « Model predictive fault-tolerant temperature control scheme for hot isostatic pressing furnaces », American Control Conference, pp. 637– 641,1999.
- [HEN87]: M.HENZE, C. P.LESLIE GRADY, W.GUJER, G.V.R. MARIS and T. MATSUO, «Activated Sludge Process Model No. 1», Scientific and Technical Report 1, IAWQ, London, UK, 1987.
- [HEN95]: M.HENZE, , W.GUJER, T.MINO, G.V.R.MARAIS and T.MATSUO, «Activated Sludge Process Model No. 2», Scientific and Technical Report 3, IAWQ, London, UK, 1995.
- [HEN99]: M.HENZE, W.GUJER, T.MINO, T.MATSUO, M.C.WETZEL, G.V.R. MARAIS and M.C.M.VAN LOOSDRECHT. «Activated Sludge Process Model No. 2d», Water Science and Technology, 39(1), pp 165–182, 1999.
- [HUA90]: G.Y.HUANG and R.F.STENGEL, « Restructurable control using proportional-integral implicate model-following», Journal of Guidance, Control, and Dynamics, VOL 13, NO. 6, pp 303-309, 1990.
- [ISE94]: R.ISERMANN, «On the applicability of Model-based fault detection for technical processes», Control Engineering Practice, Vol 2, pp 439-450, 1994.
- [ISE97]: R.ISERMANN, «Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods. An introduction», Control Engineering Practice, Vol 5, pp 639–652, 1997.
- [ISE97b]: R. ISERMANN and P. BALLÉ « Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes » Control engineering practice, Vol.5, No.5, pp. 709-719, 1997.
- [ISE05]: R.ISERMANN, «Model-based fault detection and diagnosis-status and applications», Annual Reviews in Control Vol 29, Issue 1, pp 71-85, 2005.
- [JAK00]: S. JAKUBEK and H.P. JORGL, «Fault-Diagnosis and Fault-Compensation for Nonlinear Systems», in Proceedings of the American Control Conference Chicago Illinois, June 2000.

- [JAM03] : H. JAMOULI: « Génération de résidus directionnels pour le diagnostic des systèmes linéaires stochastiques et la commande tolérante aux défauts » Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré Nancy 1, 2003.
- [JOR04]: A.JORGENSEN, R.I.ZAMANABADI and M.KRISTENSEN «Prototype software for automated structural analysis of systems», In Proceedings of the IFAC 10th Symposium - Large Scale Systems: Theory and Applications, Osaka, Japan. Vol 2, pp523-529, 2004.
- [KAN04]: S.KANEV, «Robust fault tolerant control», Ph.D Thesis – University of Twente – Netherland, 2004.
- [KAR05]: M. KARPENKO and N. SEPEHRI, «Fault-Tolerant Control of a Servo hydraulic Positioning System with Cross port Leakage», IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 13, no. 1,pp 155 – 161, January 2005.
- [KEM04]: T.KEMPOWSKY, «Surveillance de procédés à base de méthodes de classification : conception d’un outil d’aide pour la détection et le diagnostic des défaillances», Thèse de Doctorat, LAAS Toulouse, 2004.
- [KRY 02]: M. KRYSANDER, M.NYBERG, «Structural Analysis utilizing MSS Sets with Application to a Paper Plant », Proc. of the Thirteenth International Workshop on Principles of Diagnosis, Semmering, Austria, 2002.
- [KRY06]: M.KRYSANDER, «Design and Analysis of Diagnosis Systems Using Structural Methods», PhD thesis, Linköpings universitet, 2006.
- [KRY08a]: M.KRYSANDER, J.ASLUND and M.NYBERG, «An efficient algorithm for finding minimal overconstrained subsystems for model-based-diagnosis». IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics-Part A : Systems and Humans, Vol 38, pp197–206, 2008.
- [KRY08b]: M.KRYSANDER and E.FRISK «Sensor Placement for Fault Diagnosis » IEEE transactions on systems, man, and cybernetics—part a: systems and humans, vol. 38, no. 6, pp 1398 – 1410, 2008.

- [KRY10]: M. KRYSANDER, F. HEINTZ, J. ROLL, and E. FRISK «FlexDx: A Reconfigurable Diagnosis Framework» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(8):1303—1313, 2010.
- [LI03]: Z.LI , N.KABBAJ , B.DAHHOU , J.AGUILAR MARTIN, «Fault-tolerant control for nonlinear dynamic systems», *IFAC Symposium on Power Plants & Power Systems control 2003*, Seoul Corée, 15-19 Septembre 2003.
- [LOS03]: Y.LOSSER and P.MOUYON «Définition d'un système de diagnostic de pannes par les outils de synthèse robuste» *RS - JESA*. Vol 37, pp 257 -274, 2004.
- [MAH00]: M.MAHMOUD, J.JIANG and Y.ZHANG «Optimal Control Law for Fault Tolerant Control Systems» In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control Sydney, Australia December, 2000*
- [MAR04]: B.MARX, D.KOENIG, and D.GEORGES «Robust Fault-Tolerant Control for Descriptor Systems» *IEEE transactions on automatic control*, Vol.49, no 10, pp 1869 – 1876, October 2004.
- [MON49]: J.MONOD, «The growth of bacterial cultures», *Ann. Rev. Microbial.*, Vol 3, pp. 371-394, 1949.
- [MOO90]: B.C.MOON, «fault tolerant control based a new accommodation» *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control Honolulu Hawaii, December 1990*.
- [MOR90]: W.D.MORSE and K.A.OSSMAN, « Model-following reconfigurable flight control system for the AFTI/F-16», *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, VOL 13, NO. 2, pp 969-976, 1990.
- [MUR87]: K.Murota, «Systems analysis by graphs and matroids : structural solvability and controlability», Springer-Verlag, 1987.
- [NEJ01]: F.NEJJARI, «Benchmark of an Activated Sludge Plant», *Internal report*, Terrassa, Spain, 2001.

- [NYB03]: M.Nyberg and M.Krysanter, «Combining AI, FDI, and statistical hypothesis testing in a framework for diagnosis», In SAFEPROCESS'2003 conference, Washington DC, USA, 2003.
- [OCH91]: Y.OCHI and K.KANAI, «Design of restructurable flight control systems using feedback linearisation», Journal of Guidance, Control, and Dynamics, VOL 14, NO. 5, pp 903-911, 1991.
- [OCH93]: Y.OCHI, «Application of feedback linearization method in digital restructurable flight control systems», Journal of Guidance, Control, and Dynamics, VOL 16, NO. 1, pp 111-117, 1991.
- [OUD08]: Mohammed OUDGHIRI «Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile», Thèse de doctorat, Université de picardie jules verne, 2008.
- [OUL02]: B. OULD BOUAMAMA «modélisation et supervision des systèmes en génie des procédés – approche bond graphs» Habilitation à diriger des recherches, Laboratoire d'Automatique et Informatique Industrielle de Lille, 2002
- [PAT91]: R.J. PATTON, «Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytical redundancy» Computing and Control Engineering Journal Vol 2, Issue 3, pp127-136, May 1991.
- [PAT93]: R.J.PATTON, «Robustness issues in fault-tolerant control», Fault Diagnosis and Control System Reconfiguration, IEE Colloquium, pp 1 – 125, 26 May 1993.
- [PAT97]: R.J.PATTON «Fault tolerant control»: the 1997 situation (survey). IFAC SAFEPROCESS'97, Hull, UK, Vol 2, pp 1033–1055, August 26-28 1997.
- [PLO03]: S.PLOIX, S.TOUAF and J.FLAUS, «A logical framework for isolation in fault diagnosis». In SAFEPROCESS'2003 conference, Washington DC USA, 2003.
- [PON00]: R.PONS, «diagnostic à base de modèle et maintenance des systèmes dynamiques variants dans le temps», Thèse de Doctorat, LAAS Toulouse, 2000.

- [POT90]: A.Pothen and A.Fan «compiling the block triangular form of sparse matrix», *acm transaction on matematecal software*, In *acm transaction on matematecal software*, Vol4, pp 303-324, 1990.
- [PUL04]: B.PULIDO and C.ALONSO, «Possible conflicts: a compilation technique for consistency-based diagnosis», *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol 34, pp1083–4419, 2004.
- [QU03]: Z.QU and C.M.IHLEFELD, «Robust fault-tolerant self-recovering control of nonlinearUncertain systems», *Automatica* Vol 39, pp1763-1771, 2003.
- [QUE00] : I.QUEINNEC « Contribution à la commande de procédés biotechnologiques : application au traitement biologique de la pollution», HDR, LAAS, 2000.
- [REI87]: R.REITER, «A theory of diagnosis from first principles», In *Artificial Intelligence journal*, Vol32, pp 57–95, 1987.
- [SVÄ10]: C. SVÄRD and M. NYBERG « Residual Generators for Fault Diagnosis using Computation Sequences with Mixed Causality Applied to Automotive Systems » *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics -- Part A: Systems and Humans*, 40(6):1310—1328, 2010.
- [SOR91]: T.SORSA, H.N.KOIVO, H.KOIVISTO, «Neural networks in process fault diagnosis», *Systems, Man and Cybernetics*, *IEEE Transactions on* Vol 21, Issue 4, pp 815 – 825, 1991.
- [SOR97]: A.SOREN: «Fault tolerant control systems a development method and real lif case study», Thèse de PHD, Université d’Alborg, 1997.
- [SPE07]: M.SPÉRANDIO, M.HERAN and S.GILLOT «Modélisation dynamique des procédés biologiques de traitement des eaux», *Edition techniques-ingénieur Référence W6500*, 2007.
- [STA01]: M.STAROSWIECKI and A.L.GEHIN «From control to supervision», In *Annual Reviews in Control*, Vol 25, pp 1-11, 2001.

- [STA02]: M.STAROSWIECKI, «Fault diagnosis and fault tolerant control, chapter Structural analysis for fault detection and isolation and for fault tolerant control», Encyclopedia of Lif Support Systems. Eolss Publishers, Oxford,UK, 2002.
- [STA05a]: M.STAROSWIECKI, «Fault tolerant control: the pseudo-inverse method revisited», 16th Triennial World Congress of the IFAC Prague, 2005.
- [STA05b]: M.STAROSWIECKI, «Fault tolerant control using an admissible model matching approach», Conference on Decision and Control Seville, Spain,pp 2421–2426, 2005.
- [STA08]: M.STAROSWIECKI and F.CAZAURANG, «Fault recovery by nominal trajectory tracking», American Control Conference Seattle, Washington, USA, pp 1070–1075, 2008.
- [THY99]: C.THYABO, «fault tolerant control for inverter fed. Induction motor drives», Thèse de PHD, Université d’Alborg, 1999.
- [TRA01]: L.TRAVE-MASSUYES, T.ESCOBET and R.MILNE, «Model-based diagnosability and sensor placement application to a frame 6 gas turbine subsystem». In International joint Conference on Artificial intelligence IJCAI’01 USA, pp 551–556, 2001.
- [TRA03]: L.TRAVE-MASSUYES, T.ESCOBET and S. SPANACHE, «Diagnosability analysis based on component supported analytical redundancy relations», In SAFEPROCESS’2003 Conference, Washington D.C, U.S.A, 2003.
- [TRA06]: L.TRAVE-MASSUYES, T.ESCOBET and X.OLIVE, «Diagnosability analysis based oncomponent supported analytical redundancy relations». IEEE Transactions, Vol36,pp 1146– 1160, 2006.
- [WIL75]: A.Willsky, «A survey of design methods for failure detection systems». Automatica, Vol 12, pp 601–611, 1975.
- [XU04]: A.XU and Q.ZHANG, «Residual Generation for Fault Diagnosis in Linear Time-Varying Systems» IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 49, no. 5, pp767 – 772, may 2004.

- [YAS07]: A.YASSINE, S.PLOIX and J.FLAUS, «New results for sensor placement with diagnosability purpose». 18th International Workshop on Principles of Diagnosis, DX-07, USA, 2007.
- [YAS08]: A.YASSINE, « Génération des tests et placement de capteurs pour le diagnostic des systèmes physiques s'appuyant sur une modélisation structurelle», Thèse de doctorat, Laboratoire Laboratoire G-SCOP de Grenoble, 2008.
- [YEN00]: G.YEN and L.W.HO, «fault tolerant control: an intelligent sliding mode control strategy», In Proceedings of the American Control Conference Chicago, Illinois, Vol 6, pp 4204 – 4208, June 2000.
- [YEN03]: G.YEN and L.W.HO, «Online Multiple-Model-Based Fault Diagnosis and Accommodation». IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol 50, no 2, pp 296 – 312, april 2003.
- [YOU90]: J.C.YOUNG and K.B.KIM, « Fault Tolerant Control using a Redundant Adaptive Controller» in Procaedlngs Of the 29th Conference on Declilon and Control Honolulu Hawaii, December 1990
- [YU05]: D.L.u, T.K.Chang, and D.W.Yu, «Fault Tolerant Control of Multivariable Processes Using Auto-Tuning PID Controller», IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics-part b: cybernetics, vol.35, no 1,pp 32 – 43, February 2005.
- [ZAM99]: R.IZADI-ZAMANABADI, «Fault-tolerant Supervisory Control – System Analysis and Logic Design», Thèse de PHD., Université d'Alborg, 1999.
- [ZAM00]: R.IZADI-ZAMANABADI and M.STAROSWIECKI, «A Structural Analysis Method Formulation for Fault-tolerant Control System Design» Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control Sydney, Australia December, 2000.
- [ZAM02]: R.IZADI-ZAMANABADI, «Structural analysis approach to fault diagnosis with application to fixed-wing aircraft motion», In American Control Conference, Vol5, pp 3949 – 3954, 2002.

- [ZEM03]: M.R.ZEMOURI, « Contribution à la surveillance des systèmes de production à l'aide des réseaux de neurones dynamiques : Application à la emaintenance», Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 2003.
- [ZHA01]: Y.ZHANG and J.JIANG «Fault Tolerant Control Systems Design with Consideration of Performance Degradation» Proceedings of the American ControlConference Arlington, VA USA, Vol 4, pp 2694 – 2699, June 25-27, 2001.

Annexe A

Algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits (algorithme PCC) [PUL04]

Etape 1

Etape 1.1: Trouver des sous-systèmes strictement surdéterminés dans M:
(Ensemble de MSO possibles pour chaque équation de M)

1. Fonction SMSO : recherche de tous les ensembles MSO possibles (M)
2. Pour chaque équation E dans M faire
3. Trouver les ensembles MSOs dans $(M \setminus \{E\})$, et les mettre dans SMSO;
4. Fin

Étape 1.2: Trouver les OSM possibles

1. Fonction trouver MSO possibles (M, MSO possible, des variables, SMSO)
2. Si variables = \emptyset , alors
3. Si possible MSO est minime dans SMSO alors
4. Retirez tout-ensemble de MSO possibles dans SMSO; insérer MSO possibles dans SMSO
5. Fin
6. Si non
7. Pour chaque équation $E' \in M$ faire
8. Pour chaque $y \in (E'. \text{inconnues} \cap \text{variables})$ faire
9. Trouver possible MSO $(M \setminus \{E'\},$
 $\text{MSO possible} \cup \{E'\},$
 $\text{variables} \cup \{E'. \text{inconnues}\} \setminus \{y\}, \text{SMSO});$
10. Fin
11. Fin
12. Fin

Etape 2

Etape 2.1: Pour chaque MSO possible, tester les correspondants de causalité possibles, cm possible. SCM est l'ensemble des couplages causaux - modèle évaluable minimale qui peut conduire à un conflit.

1. Fonction SCM := trouver MEMS (SMSO)

2. Pour chaque MSO dans SMSO faire
3. Trouver cm possible (MSO, {}, SCM)
4. Fin

Etape 2.2. cm possible est un couplage causal valide pour le MSO, s'il est conforme, pour chaque équation dans MSO.

1. Fonction trouver cm possible (MSO, cm possible, SCM)
2. si $MSO = \emptyset$ alors
3. Insérez cm possible en SMC;
4. Fin
5. pour chaque équation dans E' MSO faire
6. pour chaque interprétation causale C' dans E' faire
7. si (c', cm possible) consistent alors
8. $MSO = MSO \setminus \{E'\}$;

Cm possible = cm possible \cup {c'} ;

Trouver cm possible (MSO, cm possible, SCM);

9. Fin

10. Fin

11. Fin

12. Fin

Annexe B

Algorithme basé sur la structure minimale des ARR (algorithme SARR) [Tra06]

```

1 fonction SARR= SARR (M(x, z),X,Z) trouvé
2 f = 0; csei=1,...,h = cse construit (M, x, z); pour chaque xi ∈ X
Faire
3 Définir l'ensemble J = {j/xi ∈ structure (csej)} ;
4   si card J > 1 alors
5     pour chaque (p, q) ∈ J2, p ≠ q faire
6       si Condsupport = 1 Condstructure = 1 ∧ Condcausality = 1 alors
7         nouveau_cse := nouveau_cse _construit ;
8         si nouveau_cse ≠ csei ∀ i ≤ h alors
9           si s(nouveau_cse, xi) = # ∀ i = 1, . . . , n
           alors
10            SARRf+1 = new cse;
11            MSOf+1 = supp(SARRf+1);
12            f = f + 1
13          fin
14        fin
15      fin
16    fin
17 fin

```

L'algorithme de construction du cse est :

```

1 fonction nouveau_cse= nouveau_cse (csep, cseq, xi) construit;
2 supp(nouveau_cse) = supp(csep) ∪ supp(cseq) ;
3 pour chaque β ≠ i faire
4   si s(csep, vβ) = × ou s(cseq, vβ) = × alors
5     s(nouveau_cse, β) = ×
6   fin
7   si s(csep, vβ) = # ou s(cseq, vβ) = # alors
8     s(nouveau_cse, β) = #

```

```

9   fin
10  si  $s(cse_p, v_\beta) = \otimes$  ou  $s(cse_p, v_\beta) = \otimes$  alors
11       $s(\text{nouveau\_cse}, \beta) = \otimes$ 
12  fin
13 fin

```

La première étape de cet algorithme est de construire la CSE par un tableau dans lequel chaque ligne correspond à une interprétation causale d'une équation structurelle du modèle, c'est à dire une équation structurelle de causalité. Un support sur le champ d'équation est ajouté au champ de la structure donnée par la matrice bi adjacente: la table a donc autant de colonnes que d'équations et de variables du modèle original. Pour une équation structurelle de causalité donnée (CSE_i) on note $\text{supp}(CSE_i)$ et $\text{struct}(CSE_i)$ pour le champ du support d'équation et le champ de la structure respectivement et on a :

- L'entrée (CSE_i, e_j) du $\text{supp}(CSE_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } e_j \in \text{supp}(CSE_i) \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$
- L'entrée (CSE_i, v_j) du $\text{struct}(CSE_i)$, notée $s(i,j)$, est différente de zéro si la variable v_j est impliquée dans cse_i ou un de ses ascendants:
 - elle est marquée # si elle a été éliminée;
 - elle est marquée \otimes si v_j est la variable calculée ;
 - elle est marquée \times autrement.

L'élimination peut être effectuée lorsque les deux équations considérées ont une même causalité, qui se traduit par la condition $\text{Cond}_{\text{causality}}$ égale à 1. Cela nécessite de rendre compte de toutes les interprétations possibles de causalité des équations et de maintenir la cohérence causale.

Deux cas peuvent se présenter ; il s'agit en premier lieu de l'élimination d'une équation déjà combinée avec l'une de ses propres relations ascendante et en second lieu de la réintroduction d'une variable qui a déjà été éliminée ou en éliminant la même variable par des voies différentes . Afin d'éviter ces deux situations, pour le premier cas, il faut faire le tracé des supports. La combinaison de la CSE_p et CSE_q est pertinente si $\text{Cond}_{\text{support}} = 1$, ie $|\text{supp}(CSE_p) \cup \text{supp}(CSE_q)| = \text{Vel} + 1$, où Vel est égal au nombre de variables éliminées

en

CSE_p et CSE_q , à savoir le nombre de #. Et pour le deuxième cas, il faut que $Cond_{structure} = 1$ si $s(CSE_p, v\beta) \in \{x, \otimes, \}$ \wedge $s(CSE_q, v\beta) = \#$ ou $s(CSE_q, v\beta) \in \{x, \otimes, \}$ \wedge $s(CSE_p, v\beta) = \#$.

Par contre, cet algorithme ne peut pas éviter l'obtention d'équations identiques sémantiquement combinées de l'élimination des chemins différents. Deux équations structurelles sont dites sémantiquement identiques (note \neq) si et seulement si leurs interprétations causales sont différentes. En outre, les équations finales combinées, c'est à dire avec toutes les variables inconnues éliminées, correspondent à des ensembles SO, mais ils ne peuvent pas être des MSOs.

Afin de mieux comprendre cet algorithme voici Quelques définitions et propositions avec les démonstrations qui sont proposées par Travé et al. Dans [TRA06].

Définition 1. Supposons que \mathcal{A} est un ensemble de RRAs. Nous définissons \mathcal{A}_b comme une base de \mathcal{A} si toutes les RRAs de \mathcal{A} peuvent être obtenues en combinant deux ou plusieurs RRAs de \mathcal{A}_b et il n'existe pas $\mathcal{A}' \subset \mathcal{A}_b$ qui soit générateur de \mathcal{A} .

Proposition 1. Soit un système $\Sigma = (K, XUO)$ où K est l'ensemble des contraintes du système et $V = XUO$, l'ensemble de variables du système X et les flots de données O . Supposons que M soit un couplage complet par rapport aux variables X , alors l'ensemble des RRAs résultant de ce couplage (M) est une base pour les RRAs du système Σ .

Démonstration. Une RRA est une contrainte déduite du modèle du système. Cette contrainte ne contient que les flots de données. La recherche d'un couplage complet dans un graphe biparti est une manière d'appliquer l'élimination structurelle des variables, qui conduit aux relations de redondance analytique RRAs. Par conséquent, chaque combinaison de RRAs est également une RRA.

Proposition 2. Considérons le modèle du système $\Sigma = (K, XUO)$, où K est l'ensemble des contraintes du système, composé de deux sous-ensembles : les contraintes modélisant les composants du système sans capteurs et les actionneurs : (K_{proc}) et les contraintes modélisant les capteurs et les actionneurs : (K_{obs}). Supposons que toutes les variables du système Σ sont mesurées ($card(X) = card(O)$). Alors l'ensemble des contraintes de K_{proc} instanciées par les observations constitue une base \mathcal{A}_b qui permet de construire toutes les RRAs du système.

Démonstration. Comme il y a une contrainte d'observation $k_{\text{obs}} \in K_{\text{obs}}$ de la forme $o_i = f_i(x_i)$ pour chaque paire (x_i, o_i) , un couplage complet entre les contraintes du système K et les variables X est obtenu en associant les variables X à leurs contraintes d'observation correspondantes (K_{obs}). Par conséquent, les contraintes dans (K_{proc}) sont toutes les relations de redondance, et les RRAs correspondantes sont obtenues en remplaçant les variables par leurs expressions d'observation $x_i = f_i^{-1}(o_i)$. L'ensemble des RRAs est une base pour les RRAs du système Σ .

Proposition 3. Considérons le modèle du système $\Sigma'=(K',XUO')$ résultant du modèle $\Sigma=(K,XUO)$ après le retrait d'un capteur $s(x_i)$ mesurant la variable x_i . Dans ce modèle $K'=K_{\text{proc}} \cup K'_{\text{obs}}$ tel que $K'_{\text{obs}} = K_{\text{obs}} \setminus k_{\text{obs}}^i$ où k_{obs}^i est la contrainte modélisant le capteur $s(x_i)$ et $O' = O \setminus o_i$ où o_i est l'observation de x_i . Alors une base \mathcal{A}'_b est donnée par $\{\mathcal{A}_b \setminus \mathcal{A}_b(o_i) \cup \text{Comb}(\mathcal{A}_b(o_i))\}$ telle que $\mathcal{A}_b(o_i)$ est l'ensemble de RRAs contenant l'observation o_i et $\text{Comb}(\mathcal{A}_b(o_i))$ est l'ensemble de RRAs combinée obtenu de $\mathcal{A}_b(o_i)$ en éliminant la variable o_i , c'est-à-dire extraire o_i d'une relation dans $\mathcal{A}_b(o_i)$ et la remplacer dans les autres relations.

Démonstration. Construisons un couplage complet par rapport aux variables entre les contraintes K' et les variables X . Toutes les variables de X peuvent être couplées à l'exception de x_i parce que la contrainte d'observation k_{obs}^i n'est pas dans (K'_{obs}) (elle est retirée). Alors x_i doit être couplée avec une contrainte $k^*_{\text{proc}} \in K_{\text{proc}}(x_i)$ tel que $K_{\text{proc}}(x_i)$ est l'ensemble de contraintes de K_{proc} qui contient la variable x_i . Ces contraintes sont seulement celles qui correspondent à $\mathcal{A}_b(o_i)$. Les RRAs dans $\mathcal{A}_b(o_i)$ ne sont pas une partie des RRAs du Σ' . Un nouvel ensemble des RRAs intitulé $\text{Comb}(\mathcal{A}_b(o_i))$ peut être ajouté aux RRAs du Σ' . Cet ensemble est obtenu en utilisant k^*_{proc} pour produire x_i , puis x_i sera remplacée dans $K_{\text{proc}}(x_i) \setminus \{k^*_{\text{proc}}\}$, puis les variables $x_j, j \neq i$ seront remplacées par leurs observations o_j . D'une façon équivalente, en considérant $\mathcal{A}_b(o_i)$, o_i est extraite de la RRA correspondant à k^*_{proc} et remplacée dans les autres RRAs de $\mathcal{A}_b(o_i)$. $\mathcal{A}_b(o_i)$ est alors remplacée par $\text{Comb}(\mathcal{A}_b(o_i))$ dans les RRAs du Σ' .

Annexe C

Algorithme de Gelso [GEL08]

L'entrée : couplage complet

1- MSO1 ← Base MSO

2- i= 1

3- tant que i< nombre de MSO, ou, MSO_i n'est pas supprimé faire

4- MSO_{i+1} :=combine (MSO_i, MSO1) ; l'ensemble i=i+1

5- fin

6- MSO :=MSO1,...MSO_i ;

Sortie : l'ensemble complet des MSOs

La fonction combine sert à obtenir un nouveau MSO à partir de la combinaison de deux MSOs, l'algorithme de cette fonction est comme suit:

1. fonction MSOab= combine (MSOa,MSOb)
2. pour chaque ensemble Sa dans MSOa faire
3. pour chaque ensemble Sb dans MSOb faire
4. Si l'intersection entre Sa et Sb est non vide, et, Sa et Sb ne partagent pas d'ensembles non couplés alors
5. Supprimer une ou plusieurs contraintes partagées; Vérifiez si le nouvel ensemble structurellement surdéterminé est minimal, si il est minimal, ajouter à MSOab;
6. Fin
7. Fin
8. Fin

Sortie : MSOab

Annexe D

Algorithme MSO [KRY08]

```

fonction MSOs := MSO(M) trouvé ;
Si  $\varphi(M) = 1$  alors
MSOs := {M} ;
Si non
MSOs :=  $\emptyset$ ;
    Pour chaque equation e dans M faire
M' :=  $(M \setminus \{e\})^+$ ;
MSOs :=  $MSOs \cup MSO(M')$  trouvé;
    Fin
Fin

```

L'algorithme amélioré de [KRY08]

1. $MSO = MSO(M)$
2. $M := \{\{e\} \mid e \in (M)^+\}$;
3. $MSOs := MSO$ sous ensemble (M, M) ;
4. Renvoi MSO
5. Subroutine : $MSO := recherche\ MSO(M, R)$
6. Si $\bar{\varphi} M = 1$ alors
7. $MSO := \{\bigcup_{E \in M} E\}$;
8. Si non $R' = \emptyset$; $M' = M$;
9. Tant que $R = \emptyset$ faire
10. sélectionner $E \in R$;
11. Regroupée $[E]$ dans M'
12. Si $[E] \subseteq R$ alors
13. $R' := R' \cup \{\bigcup_{E' \in [E]} E'\}$;
14. Fin de si
15. $R := R \setminus [E]$;
16. Fin de Tant que
17. Tant que $R' \neq \emptyset$ faire
18. Sélectionner un $E \in R'$

19. $R' := R \setminus \{E\}$;
20. $MSO := MSO \cup MSO (M \setminus \{E\}, R')$ trouvé
21. Fin de tant que
22. Fin de si renvoi de MSO

Contribution to the study of diagnosis and fault tolerant control by the structural approach - application to biological processes

Abstract: This thesis concerns the study of fault diagnosis and reconfiguration using an approach based on the structural analysis and their applications on a model of wastewater treatment. The first part is a brief overview of research dedicated to the diagnosis and fault tolerant control, and then the tools of structural analysis are presented. This structural approach is used for the faults detection and isolation, and for the structure reconfiguration. For structural diagnosis, the important step is to look for MSO sets used in the generation of residues. The comparison of some algorithms for these sets was made to select the most effective method. The chosen method is developed by Krysander et al. The study of MSO sets is done in the over-determined subsystem. To improve the structural isolability, two methods are used: the first is to consider some faults as internal variables of the system and the second is to add sensors. For structural reconfiguration, it is based on structural properties of observability and controllability. Our objective is to find the system structure that allows us to keep the structural properties unchanged. In the application study of our methods, the actuators faults associated with the recycled sludge flow rate (Q_r) and the excess sludge flow rate (Q_w) and , the faults of parameters associated with maximum growth rate of biomass ($\mu_{H, \max}$) and Michaelis Menten constant (K_s) are considered.

Keywords: diagnosis, fault-tolerant control, structural analysis, bipartite graph, structural reconfiguration, structural observability, structural controllability, wastewater treatment

AUTEUR : Nassim BELKHERCHI

TITRE : Contribution à l'étude du diagnostic et de la commande tolérante aux fautes par l'approche structurelle – application aux procédés biologiques

DIRECTEURS DE THESE : Boutaib DAHHOU et Ali BELMEHDI

LIEU ET DATE DE SOUTENANCE : LAAS-CNRS 5 AVRIL 2011

RESUME : Le travail réalisé dans cette thèse concerne l'étude du diagnostic de fautes et la reconfiguration en utilisant une approche issue de l'analyse structurelle et leurs applications sur un modèle de traitement des eaux usées. Dans une première partie, on fait un bref tour d'horizon sur la recherche dédiée au diagnostic et à la commande tolérante aux fautes, puis nous présentons les outils nécessaires de l'analyse structurelle. Ces derniers ont été appliqués sur l'approche choisie (l'approche structurelle) pour la détection et l'isolation de défauts, ainsi que pour la reconfiguration. Pour le diagnostic structurel, l'étape principale consiste à chercher les ensembles MSO qui servent à la génération des résidus. Une étude comparative de quelques algorithmes de recherche de ces ensembles a été faite pour choisir la méthode la plus efficace, la méthode choisie est celle de Krysander et al. La recherche des ensembles MSO est faite dans le sous système sur-déterminé. Pour l'amélioration de l'isolabilité structurelle, deux méthodes sont citées : la première consiste à considérer certaines fautes comme variables internes du système et la deuxième concerne l'ajout de capteurs. Pour la reconfiguration structurelle, on s'est basé sur les propriétés d'observabilité et de commandabilité structurelles. Notre but est de trouver la structure du système qui nous permet de garder les propriétés structurelles inchangées. Lors de l'application, nous étudions le cas où les fautes sont commises sur les actionneurs à savoir le débit de boues recyclées (Q_r) et le débit de boues en excès (Q_w), et sur les paramètres du système qui sont le taux maximum de croissance de la biomasse ($\mu_{H,max}$) et la constante de Michaelis Menten (K_s).

Mots-clés : diagnostic, commande tolérante aux fautes, analyse structurelle, graphe biparti, reconfiguration structurelle, observabilité structurelle, commandabilité structurelle, procédé de traitement des eaux usées.

DISCIPLINE ADMINISTRATIVE : SYSTEMES AUTOMATIQUES

INTITULE ET ADRESSE DE L'U.F.R. OU DU LABORATOIRE : LAAS-CNRS ; 7, avenue du colonel Roche 31077 Toulouse