HAL
open science

Simulation numérique de l'interaction houle-structure en fluide visqueux par décomposition fonctionnelle

Charles Monroy

To cite this version:

Charles Monroy. Simulation numérique de l'interaction houle-structure en fluide visqueux par décomposition fonctionnelle. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2010. Français. NNT : . tel-00600669

HAL Id: tel-00600669

https://theses.hal.science/tel-00600669v1

Submitted on 15 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGENIEUR, GEOSCIENCES & ARCHITECTURE

Année 2010 N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

Spécialité : Dynamique des fluides et des transferts

Présentée et soutenue publiquement par :

CHARLES MONROY

le 29 novembre 2010
à l'Ecole Centrale De Nantes

TITRE

SIMULATION NUMERIQUE DE L'INTERACTION HOULE-STRUCTURE EN FLUIDE VISQUEUX PAR DECOMPOSITION FONCTIONNELLE

JURY

Président :	M. Yves LECOINTE	Professeur, Université de Nantes
Rapporteurs :	M. Frédéric DIAS	Professeur, School of Mathematical Science, Dublin
	M. Bernard MOLIN	Professeur associé, Ecole Centrale de Marseille
Examinateurs :	M. Loïc BOUDET	Adjoint scientifique du directeur technique, DGA Techniques hydrodynamiques
	M. Pierre FERRANT	Professeur, École Centrale Nantes
	M. Lionel GENTAZ	Maître de Conférences, École Centrale Nantes
	M. René HUIJSMANS	Professeur, Technical University of Delft

Directeur de thèse : Pierre FERRANT
Laboratoire de Mécanique des Fluides, École Centrale Nantes
Co-encadrant : Lionel GENTAZ
Laboratoire de Mécanique des Fluides, École Centrale Nantes

N° ED 498-148

Remerciements

Je tiens en premier lieu à exprimer ma gratitude aux deux rapporteurs de cette thèse, Messieurs Bernard Molin et Frédéric Dias, qui ont prêté une lecture attentive à ce manuscrit, et m'ont fait part de leurs commentaires avisés. Je suis de même reconnaissant à Messieurs Loïc Boudet et René Huijsmans d'avoir bien voulu faire partie de mon jury.

Je voudrais également adresser mes sincères remerciements à Pierre Ferrant pour avoir accepté de diriger ces travaux. Je tiens aussi à remercier particulièrement Lionel Gentaz, co-encadrant de cette thèse, pour son soutien sur le plan scientifique ainsi que pour sa disponibilité et sa gentillesse.

Vous concernant, chers collègues de l'équipe hydrodynamique et génie océanique, amis thésards et amis docteurs, sachez que ce fut un plaisir d'échanger avec vous sur une base quotidienne aussi bien sur le plan scientifique que du simple point de vue humain. Je vous suis à chacun reconnaissant de la très bonne ambiance qui a régné au laboratoire durant mes trois années de doctorat. Et si nos activités ludiques annexes n'ont peut-être pas toujours profité à la mécanique des fluides, au moins l'amitié y aura gagné. Merci à Matthieu, pour le tandem de choc que nous avons constitué à Polytech ainsi que pour cette cohabitation au caractère loufoque et enjoué qui nous a conduit successivement des bancs d'essai de TP au bureau D212 et finalement au bureau D207 - mentionnons au passage que les basses manoeuvres ayant conduit à notre déménagement forcé dépassent largement en ignominie l'affaire dite du *canard laqué*. Trêve de plaisanteries, et un grand merci pour l'aide que m'ont apportée au cours de cette thèse les deux nouveaux locataires du bureau D212, FeBo et surtout Ducro, mon *opérateur HOS* attitré. Merci aussi à David-sensei pour m'avoir dépanné de nombreuses fois, notamment lorsque j'étais aux prises avec cette vieille canaille de CRAY. Et bien sûr, merci à tous les autres que je n'ai pas cités.

Je tiens également à remercier mes autres amis hors du laboratoire, en particulier mes copains nantais, pour qui la solidarité n'est pas un vain mot. Merci à mes parents sans qui - on s'en serait douté - je ne serais pas là pour écrire ces lignes, et qui, plus sérieusement, m'ont toujours encouragé tout au long de mes études. Finalement, merci à Emilie qui, par les bons moments passés ensemble, m'a permis de relativiser les obstacles rencontrés au cours de cette thèse, et je m'associe à elle pour adresser une dédicace spéciale à ces deux fripouilles de Diego et Yucuna ! Et puis, le dernier mot sera pour mon poisson rouge que j'ai relâché dans un bassin du parc du Grand Blotterau. Longue vie à toi, Froude !

Il est doux, quand sur la vaste mer les vents soulèvent les flots,
d'apercevoir du rivage les périls d'autrui.
Lucrèce

Table des matières

Remerciements

Introduction **1**

Partie I Théorie et mise en oeuvre

Chapitre 1
Méthode SWENSE

1.1 Equations générales 10
1.1.1 Equations de Navier-Stokes 10
1.1.2 Equations moyennées au sens de Reynolds 10
1.1.3 Modèle de turbulence 12
1.1.4 Conditions aux limites 12
1.2 Décomposition fonctionnelle et équations SWENSE 14
1.2.1 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les équations moyennées au sens de Reynolds 15
1.2.2 Cas particulier d'un champ incident irrotationnel 16
1.2.3 Modèle de turbulence 16
1.2.4 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les conditions aux limites 17

1.3 Historique de la décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes . . . 18
1.3.1 Historique de la méthode SWENSE au LMF . . . 19
1.3.2 Première décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes . . . 21
1.3.3 Décomposition fonctionnelle suivie d'un moyennage au sens de Reynolds appliquée à des écoulements stationnaires . . . 22
1.3.4 Application de la décomposition fonctionnelle à la simulation en LES en écoulement instationnaire à surface libre . . . 23
1.3.5 Méthodes particulaires . . . 24
1.3.6 Conclusion . . . 26

Chapitre 2
Outils et mise en oeuvre numérique

2.1 Modèles de houle . . . 28
2.1.1 Cahier des charges . . . 28
2.1.2 Principe et formulation . . . 29
2.1.3 Méthodes spectrales . . . 30
2.1.4 Rienecker & Fenton . . . 32
2.1.5 High-Order Spectral . . . 34
2.1.6 Etablissement de la houle . . . 38
2.2 Implémentation dans *ICARE* . . . 39
2.2.1 Introduction : *ICARE*, un code RANSE basé sur une formulation en différences finies . . . 39
2.2.2 Discrétisation et localisation des inconnues . . . 40
2.2.3 Maillages . . . 42
2.2.4 Consistance du maillage avec les inconnues à résoudre . . . 45
2.2.5 Consistance du maillage avec le champ incident : boucle de remaillage . . . 45
2.2.6 Organisation du code . . . 45

Partie II Validation

Chapitre 3
Tenue à la mer au point fixe

3.1 Introduction 52
3.2 Dispositif expérimental 52
3.3 Détails numériques 53
3.4 Houle régulière 54
3.5 Longue simulation en houle irrégulière 2D 59
3.5.1 Analyse statistique des signaux par la méthode de Welch 59
3.5.2 Indicateur d'erreur ϵ. 63
3.5.3 Fonctions de transfert 64
3.6 Houle focalisée 65
3.6.1 Résultats numériques 65
3.6.2 Réflexions sur la détermination numérique des fonctions de transfert 66
3.7 Conclusion 69

Chapitre 4
Ecoulement autour d'une géométrie complexe dans différents états de mer

4.1 Présentation 72
4.2 Utilisation du code HOS pour retrouver la position de la maquette dans le bassin 74
4.3 Détails numériques 75
4.4 Houle régulière 77
4.4.1 Traitement des données expérimentales 77
4.4.2 Influence de la taille du domaine de maillage 78
4.4.3 Convergence en nombre de points de maillage 79
4.5 Visualisation des tourbillons. Critère Q. 80
4.6 Houle irrégulière 2D 82

4.6.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit 83
4.6.2 Résultats numériques 83
4.6.3 Comparaison des signaux numériques et expérimentaux 87
4.6.4 Influence du pas de temps HOS 92
4.7 Houle irrégulière 3D 95
4.7.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit 95
4.7.2 Résultats numériques 95
4.7.3 Traitement statistique des résultats 98
4.8 Conclusion 98

Partie III Développements

Chapitre 5
Interpolations HOS/RANSE

5.1 Introduction 106
5.2 Méthodes d'interpolation 107
5.2.1 Interpolation tri-linéaire 107
5.2.2 Carreaux bi-cubiques de Hermite 107
5.2.3 Interpolation de type Lagrange 109
5.2.4 Quadrangles de Bézier 110
5.2.5 Splines 111
5.3 Comparaison des différentes méthodes 111
5.3.1 Reconstruction ponctuelle des champs HOS 111
5.3.2 Indicateur d'erreur et commentaires 111
5.3.3 Résultats sur un cas d'application : bouée JIP en houle irrégulière 3D 115

Chapitre 6
Dynamique du navire et couplage *ICARE-AQUAPLUS*

6.1 Introduction 118
6.2 Addition d'une masse ajoutée virtuelle. 119
6.3 Couplage *ICARE-AQUAPLUS* 121
6.3.1 Le code *AQUAPLUS* 121
6.3.2 Introduction d'*AQUAPLUS* dans *ICARE* 121
6.3.3 Période du mouvement prise en compte dans *AQUAPLUS* . . . 122
6.4 Exemple d'utilisation du couplage *ICARE - AQUAPLUS* 123
6.4.1 Présentation du cas-test du ferry 123
6.4.2 Conditions du calcul 125
6.4.3 Résultats 125

Chapitre 7
SWENSE parallèle

7.1 Parallélisation du code 132
7.1.1 Généralités - parallélisation d'*ICARE* 132
7.1.2 Parallélisation de SWENSE 132
7.2 Tests de scalabilité 136
7.2.1 Organisation des tests de scalabilité 136
7.2.2 Accélération et efficacité en fonction du nombre de processeurs . 137
7.2.3 Comparaison avec *CFDSHIP-IOWA* 140
7.3 Cas d'application de la parallélisation 143
7.3.1 Giration dans la houle 143
7.3.2 Zigzag dans la houle 148
7.3.3 Perspectives ouvertes par la parallélisation du code 152

Chapitre 8
Déferlement, *Level set* et SWENSE variable en espace

8.1 Introduction 154
8.2 Méthodes de traitement du déferlement dans *ICARE*-SWENSE 154
8.2.1 Approches géometriques 155
8.2.2 Approche physique 164
8.3 Evolution de la méthode : introduction du *Level set* 166

8.3.1 Formulation théorique du *Level set* 167
8.3.2 Mise en oeuvre dans le code *ICARE* 168
8.4 SWENSE variable en espace 168
8.4.1 Problématique 168
8.4.2 Développement théorique 169
8.4.3 Choix de la fonction spatiale α 171
8.4.4 Un premier résultat pour SWENSE variable en espace 172

Conclusion **177**

Annexe A
Repères relatifs

Annexe B
Distance normalisée à la paroi

Références bibliographiques **189**

Table des figures

1 Décomposition du domaine fonctionnel par résolution consécutive : (1) problème simplifié (propagation de houle), (2) perturbation (ajout d'un corps) et $(1+2)$ solution du problème initial (interaction d'un train de houle avec un corps). 4

1.1 Illustration de l'hypothèse *H2*. 13

2.1 Illustration des positions relatives des déformées incidentes et totales au voisinage d'un corps. 29

2.2 Schéma du domaine de résolution du modèle de propagation en fluide parfait avec système de coordonnées. 29

2.3 Contours de la vitesse horizontale par la méthode de Rienecker et Fenton. Le trait en gras représente la position de la déformée de surface libre. . . . 33

2.4 Profils de houle à cambrures successives par la méthode de Rienecker et Fenton jusque la limite de Stokes ($(Ak)_{max} = 44.14\%$). 34

2.5 Aperçu de la boîte de calcul HOS (maillage), du domaine Navier-Stokes (en bleu) et de la carène (en rouge). 38

2.6 Allure de la rampe d'établissement de la houle. 39

2.7 Localisation des inconnues incidentes et diffractées. 40

2.8 Illustration de la topologie $O-O$ sur un maillage de carène de Wigley avec la numérotation des noeuds en (i, j, k) 42

2.9 Illustration de la topologie $H-H$ sur un maillage de plateforme TLP avec la numérotation des noeuds en (i, j, k). 43

2.10 Exemple de remaillage de la surface libre : (1) grille initiale, (2) grille remaillée (position de la surface libre initiale : $z = 0$). 44

2.11 Procédure de convergence de l'évaluation du champ incident aux positions du maillage 46

2.12 Algorigramme du programme *ICARE*-SWENSE 47

3.1 Différentes vues de la barge HELIVE 53

3.2 Bassin de houle de l'Ecole centrale de Nantes 54

3.3 Schéma du montage expérimental (figure extraite de la thèse de Pierre Roux de Reilhac [60]) 55

3.4 Maillage O-O. 250000 mailles. 56

3.5 Zoom sur le maillage à l'arrière du navire 57

3.6 Champ de vagues autour de la barge Helive en houle régulière, libre en pilonnement et tangage, pour $f = 0.70$ Hz 58

3.7 Mouvement de tangage calculé sur 25 périodes de houle, pour $f = 0.70$ Hz 58

3.8 Comparaison temporelle des signaux entre 140 et 170 secondes 60

3.9 Comparaison des spectres numérique et expérimental de pilonnement . . . 62

3.10 Comparaison des spectres numérique et expérimental de tangage 62

3.11 L'indicateur d'erreur ϵ mesure le quotient de l'aire en noir par l'aire en gris (ici dans le cas du spectre de tangage après 600 s). 63

3.12 Evolution temporelle de ϵ au cours de la simulation. 64

3.13 Comparaison de la RAO pour le pilonnement 65

3.14 Comparaison de la RAO pour le tangage 66

3.15 Evolution temporelle des signaux expérimentaux et numériques dans le cas de la houle focalisée 67

4.1 Vue de la maquette expérimentale en configuration C01. 72

4.2 Emplacement des sondes autour de la bouée (dimensions en mm). L'axe (Ox) du montage expérimental est dans la direction inverse de celui que l'on utilise pour les simulations. Les cercles au motif en damier représentent les pieds du tripode à l'endroit de leur intersection avec la surface libre. . . 73

4.3 Vue intégrale du maillage. Maillage $R15N22$. 76

4.4 Zoom sur le maillage au niveau de la bouée. 76

4.5 Evolution temporelle de la première harmonique de l'effort en z $C_z^{(1)}$ expérimental. A droite, zoom sur le *plateau* situé entre 45 et 65 secondes, avant le retour de l'onde diffractée. 78

4.6 Evolution de $C_X^{(1)}$ au cours du temps pour différentes tailles de domaine. . 79

4.7 Iso-surfaces $Q = 100\ s^{-2}$ à un instant quelconque de la simulation en houle régulière. Maillage $R3N13$. 82

4.8 Evolution de l'effort F_x entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 84

4.9 Evolution de l'effort F_x entre 50 et 100 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 84

4.10 Evolution de l'effort F_z entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 85

4.11 Evolution de l'effort F_z entre 50 et 100 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 85

4.12 Evolution de l'élévation au niveau de la sonde 2 entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 86

4.13 Elévation au niveau de la sonde 2 entre 10 s et 30 s. En trait plein : signal et enveloppe SWENSE. En pointillés : signal et enveloppe expérimentaux. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 89

4.14 Evolution de l'effort F_x entre 10 s et 30 s. En trait plein : signal et enveloppe SWENSE. En pointillés : signal et enveloppe expérimentaux. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 89

4.15 Evolution des phases ϕ_{F_x} calculées grâce la transformée de Hilbert des signaux expérimentaux et numériques. En rouge : phase $\phi_{F_x}^{simu}$ SWENSE. En bleu : phase $\phi_{F_x}^{expe}$ expérimentale. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. . . . 90

4.16 Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{F_x} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 90

4.17 Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{F_z} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 91

4.18 Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{η_2} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 91

4.19 Evolution de l'indicateur ζ_{F_x} au cours du temps. Comparaison pour différentes fréquences de calcul HOS. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 93

4.20 Oscillations en haute-fréquence aux grands pas de temps HOS. Bouée JIP, houle irrégulière 2D. 94

4.21 Evolution de F_y au cours du temps entre 10 s et 50 s. Bouée JIP, houle irrégulière 3D. 96

4.22 Evolution de F_y au cours du temps entre 100 s et 140 s. Bouée JIP, houle irrégulière 3D. 97

4.23 Evolution de l'indicateur ζ pour les efforts F_x, F_y, F_z et l'élévation η_2. Bouée JIP, houle irrégulière 3D. 98

4.24 Comparaison des spectres numérique et expérimental de l'effort F_x. Bouée JIP, houle irrégulière 3D. 99

4.25 Comparaison des spectres numérique et expérimental de l'effort F_y. Bouée JIP, houle irrégulière 3D. 100

5.1 Grille Navier-Stokes figurant une boîte vide et boîte de reconstruction HOS associée 106

5.2 Dans le plan xy, transformation du rectangle formé par les quatre points de la boîte de reconstruction HOS entourant le point à interpoler en un carreau de longeur unité. 108

5.3 Evolution de ζ_{η_1}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire. 115

5.4 Evolution de ζ_{η_2}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire. 116

5.5 Evolution de ζ_{F_x}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire. 116

6.1 Problème de stabilité du calcul lié à l'emploi d'une mauvaise masse ajoutée pendant la phase d'accélération. Historique du pilonnement. Cas-test du Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m. 118

6.2 Transformation du maillage *ICARE* en maillage *AQUAPLUS*. 122

6.3 Aperçu du maillage utilisé. 124

6.4 Six vues du mouvement du ferry. La période de rencontre de la houle vaut 2π, avec θ nul lorsque l'assiette du bateau est à son minimum - voir figure (6.5). Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m. 126

6.5 Une période de mouvement du ferry. $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m. 127

6.6 Historique du mouvement de tangage. Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m. . . 128

6.7 Historique du pilonnement et mise en relation avec la rampe d'accélération et sur la houle. $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m. 129

7.1 Décomposition du domaine de maillage en 4 blocs, gérés par 4 processus différents. 134

7.2 Communication d'une partie des tableaux de position (xv,yv,zv) entre les processus. Etape 2 de l'algorithme de remaillage hybride en parallèle. . . . 135

7.3 Accélération en fonction du nombre de processeurs. 138

7.4 Efficacité en fonction du nombre de processeurs. 139

7.5 Accélération en fonction du nombre de processeurs pour un maillage de carène de Wigley de 200.000 points. Code *CFDSHIP-IOWA* (2003). Figure reproduite à partir de Paterson *et al.* [53]. 141

7.6 Efficacité en fonction du nombre de points de maillage pour 16 processeurs. 142

7.7 Safran 144

7.8 Visualisation de l'écoulement autour de la carène lors du mouvement de giration à t=320 s. Les lignes jaune, blanche et rose représentent respectivement les mouvements du PPAV, du centre de gravité et du PPAR. Les niveaux de contour représentent l'élévation du champ total pour l'image au premier plan et l'élévation du champ incident pour le cartouche en haut à gauche. 145

7.9 Trajectoire du centre de gravité du modèle au cours du mouvement de giration. 146

7.10 Mouvement de roulis en fonction du temps. 147

7.11 Visualisation de l'écoulement autour de la carène lors du mouvement de zigzag à t=500 s. Les lignes jaune, blanche et rose représentent respectivement les mouvements du PPAV, du centre de gravité et du PPAR. Les niveaux de contour représentent l'élévation du champ total pour l'image au premier plan et l'élévation du champ incident pour le cartouche en haut à gauche. 149

7.12 En haut : mouvement de lacet en fonction du temps. En bas : effort de safran dans la direction y imposé au bateau. 150

7.13 Trajectoire du centre de gravité du modèle au cours du mouvement de zigzag. 151

8.1 Surface libre coupée (méthode classique). Sur la ligne i=5. zdef=20 mailles. Pas de temps quelconque. 156

8.2 Evolution de la force de pression s'exerçant sur le navire au cours du temps pour différentes tailles de la zone de déferlement. Troncature de la surface libre. 157

8.3 Surface libre linéarisée. Sur la ligne $i = 5$. zdef=20 mailles. Pas de temps quelconque. 159

8.4 Evolution de la force de pression s'exerçant sur le navire au cours du temps pour différentes tailles de la zone de déferlement. Linéarisation de la surface libre. 160

8.5 Utilisation de l'angle de Stokes comme critère de déferlement. Sur la ligne $i = 5$. Pas de temps quelconque. 163

8.6 Géométrie de la carène de Wigley III. 173

8.7 Comparaison entre la version SWENSE classique et la version SWENSE variable en espace (SVE) de l'élévation du champ total autour d'une carène de Wigley. Image issue du rapport de Master de Gabriel Reliquet [55]. . . . 175

B.1 Profil de vitesse typique d'une couche limite turbulente établie. 188

B.2 Distribution de $y+$ autour de la carène à un instant quelconque. 188

Liste des tableaux

3.1 Caractéristiques du modèle expérimental 52

3.2 Comparaison de la première harmonique des coefficients de mouvement en houle régulière. 59

4.1 Caractéristiques du modèle expérimental 72

4.2 Caractéristiques des différents maillages. 75

4.3 Resultats en houle régulière. 80

5.1 Comparaison des différentes méthodes d'interpolation en trois points de la grille RANSE, pour une houle à très faible cambrure ($2A/\lambda \approx 0.0008$) . . . 113

5.2 Comparaison des différentes méthodes d'interpolation en trois points de la grille RANSE, pour une houle à cambrure moyenne ($2A/\lambda \approx 0.025$) 114

6.1 Caractéristiques statiques du ferry. 124

6.2 Amplitude de la 1ere harmonique des mouvements ($Fn = 0.25$, $\lambda/L_{pp} = 1.425$ et $2A/L_{pp} = 0.0289$). 125

7.1 Rapport du nombre de points de maillage sur le nombre de processeurs donnant une efficacité égale à 95 % de l'efficacité maximale. 143

8.1 Caractéristiques statiques de la carène de Wigley III. 173

8.2 Amplitude et phase de la 1ere harmonique des efforts ($Fn = 0.3$, $\lambda/L_{pp} = 1$ et $2A/L_{pp} = 0.01633$). 176

Introduction

La simulation numérique de l'interaction entre la houle et un corps constitue depuis de nombreuses années un axe de recherche important en mécanique des fluides. Il s'agit d'un problème complexe mettant en jeu de nombreux phénomènes physiques (effets de couche limite turbulente, cavitation, mouvements du corps) rendu d'autant plus difficile par les formes classiques de carène de bateau pouvant comporter bulbe d'étrave et divers appendices (au nombre desquels quilles anti-roulis, safrans ou bien dôme sonar).

Historiquement, la façon d'aborder la question fut de décomposer le problème en une somme de problèmes simplifiés, principalement en distinguant les applications où les effets visqueux sont importants de celles où ils peuvent être négligés. C'est ainsi que les problèmes de tenue à la mer avec ou sans vitesse d'avance ont vu se développer toute une classe de méthodes potentielles basée sur l'hypothèse d'un fluide parfait irrotationnel. A l'inverse, les problèmes de résistance à l'avancement nécessitent par leur nature (écoulements caractérisés par de forts nombres de Reynolds) de prendre en compte la viscosité du fluide. Ceci a été permis par la croissance considérable des moyens de calcul. Ainsi, depuis le début des années 1990, les problèmes de résistance ont été de plus en plus fréquemment étudiés à l'aide de codes numériques basés sur les équations de Navier-Stokes moyennées au sens de Reynolds (RANSE) avec des résultats très satisfaisants.

Néanmoins, le couplage entre les différents phénomènes physiques que sont la tenue la mer, la résistance à l'avancement et la manoeuvrabilité reste plus difficile à réaliser. La méthode naturelle (que l'on appelera par la suite méthode directe) pour introduire la houle dans les simulations RANS consiste à la générer à partir d'une frontière du domaine de calcul. Cette approche se heurte à de nombreuses difficultés de mise en oeuvre :

- Pour assurer une propagation de la houle dans le domaine de calcul sans dissipation excessive, le maillage doit être extrêmement dense. Ceci n'est pas sans induire des coûts de calcul prohibitifs.
- En générant la houle par des conditions analytiques sur les frontières, des effets de réflexion indésirables aux bornes du domaine de calcul sont à craindre. En effet, lorsque le champ diffracté par le corps atteint la frontière extérieure du domaine, il est difficile de l'évacuer efficacement. La durée des simulations en est réduite et ceci rend par exemple difficile la réalisation de simulations de manoeuvrabilité instationnaires.
- La génération de houles irrégulières, en particulier de houles irrégulières multidirectionnelles, est extrêmement ardue à réaliser par le biais de conditions aux limites.

Néanmoins, ces dernières années, la méthode directe a enregistré certains très bons résultats dans le cas de navires avançant dans la houle régulière. Nous citerons en particulier Visonneau *et al.* [66] dans le cas d'une frégate DTMB [1] avec le code *ISIS* [2], développé au sein du laboratoire de mécanique des fluides de Nantes par l'équipe modélisation numérique, ainsi que pour le même cas-test, Weymouth *et al.* [69] avec le code *CFDSHIP-IOWA* [1]. Malgré tout, et bien que ces codes aient développé des stratégies de parallélisation efficaces, les temps de calcul nécessaires à de telles simulations restent élevés et les problèmes relatifs à la génération de houle irrégulière sont toujours présents.

1. Cas-test issu du CFD Workshop de Tokyo 2005 [32] aussi réalisé par Romain Luquet dans sa thèse [45]

D'autres méthodes ont vu le jour pour tenter de surmonter les limitations de la méthode directe. Ainsi, plusieurs couplages entre des codes évoluant en fluide parfait permettant de reproduire efficacement la propagation de la houle et des codes visqueux ont été proposés. Une décomposition temporelle a par exemple été utilisée par Grilli *et al.* [26] qui simule la génération et la propagation de la houle dans un bassin à l'aide d'une méthode d'éléments aux frontières BEM jusqu'au déferlement, puis se sert de la solution obtenue pour initialiser une simulation Navier-Stokes en VOF (Volume Of Fluid) permettant de traiter le déferlement sur une plage inclinée. Une autre approche proposée a consisté à effectuer un couplage spatial en décomposant l'espace physique. En proche carène, l'écoulement est calculé par un code visqueux tandis que le champ lointain est calculé par une méthode potentielle, les échanges d'information se faisant par le biais d'une zone de raccord. Nous citerons par exemple ici le travail de thèse de Guillerm [29] où la solution potentielle obtenue par la méthode de Fourier-Kochin est couplée à un code RANSE via une surface de raccord. Ces approches, bien qu'intéressantes et pouvant permettre de traiter certaines applications de façon efficace, ont chacune leur revers et leur extension à des calculs de longue durée en houle irrégulière est délicate. Une taxinomie plus complète des méthodes traitant de l'interaction entre un corps et un fluide visqueux a déjà été proposée dans la thèse de Romain Luquet [45], reprenant l'étude plus exhaustive publiée par Beck et Reed [9]. Nous renvoyons vers ces références pour une vue plus générale des atouts de ces méthodes et de leurs limitations.

C'est dans l'objectif de surmonter ces problèmes qu'une dernière classe de méthodes basée sur une décomposition fonctionnelle a été imaginée. La méthode sur laquelle s'appuie ce travail de thèse en fait partie. Le problème initial est modifié pour ne plus résoudre avec le code de calcul RANS que la partie diffractée de l'écoulement. Pour cela, les inconnues principales de l'écoulement sont divisées en une partie incidente représentant la propagation de la houle en l'absence du corps et une partie diffractée représentant la perturbation due à la présence du corps flottant ou immergé. Cette décomposition est alors introduite dans les équations RANS. Les termes incidents sont obtenus explicitement par un modèle de houle incidente en théorie potentielle non-linéaire et les termes diffractés sont déterminés par la résolution des équations RANS ainsi modifiées. La génération de la houle incidente étant réalisée par un modèle spectral en théorie potentielle, le temps de calcul associé est très faible, la qualité de la propagation est optimale et la gamme de houles envisageables est très importante. Cet avantage est combiné à une résolution globale de l'écoulement qui reste sous l'hypothèse de fluide visqueux. Si l'on devait résumer, on pourrait dire que *la décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes est un artifice mathématique tirant profit du fait que les échelles des phénomènes associés respectivement à la propagation de la houle et à l'évolution du champ diffracté (et radié) par un corps sont nettement distinctes.*

Le problème global est décomposé en deux sous-problèmes : (1) la génération et la propagation de la houle dans un domaine sans corps et (2) l'interaction d'un écoulement *connu* avec un corps. La somme $(1 + 2)$ fournit alors le résultat de l'interaction du corps sur houle, comme représenté sur la figure 1.

La spécificité de la méthode développée au Laboratoire de Mécanique des Fluides

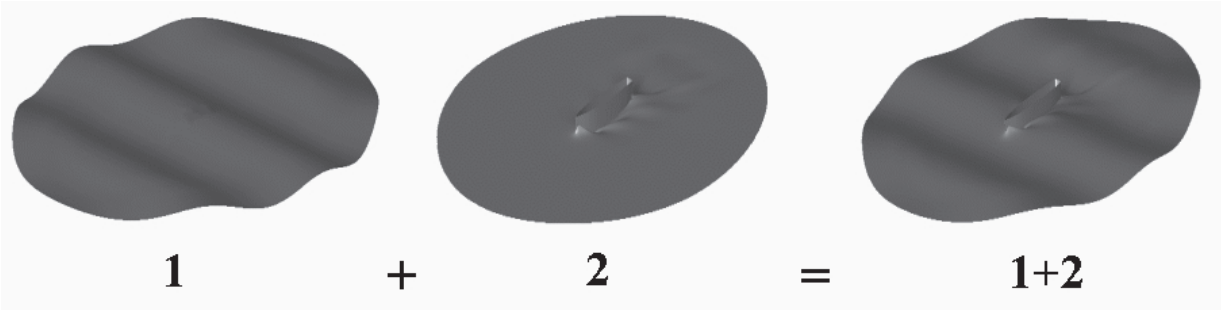


FIGURE 1 – Décomposition du domaine fonctionnel par résolution consécutive : (1) problème simplifié (propagation de houle), (2) perturbation (ajout d'un corps) et (1 + 2) solution du problème initial (interaction d'un train de houle avec un corps).

(LMF) de l'Ecole Centrale de Nantes (ECN) est d'utiliser des modèles de houle incidente découlant des méthodes spectrales, ce qui a pour origine le nom attribué à cette méthode : SWENSE, acronyme signifiant Spectral Wave Explicit Navier-Stokes Equations.

L'historique des méthodes par décomposition fonctionnelle en général, ainsi que de la méthode SWENSE en particulier, est couverte au chapitre 1. Néanmoins, précisons d'emblée que ce travail de thèse s'effectue dans la continuation directe (ou peut-être serait-il plus adéquat de dire dans le *sillage*) du travail effectué par Romain Luquet au cours de sa thèse de doctorat [45]. C'est à son crédit qu'il faut attribuer la mise en oeuvre de la formulation SWENSE dans le code RANSE *ICARE* (dans sa version 3D). Il a proposé plusieurs cas de validation dans le cas de la houle régulière. Ainsi, dans le cas de la géométrie classique du cylindre tronqué, il a prouvé que la méthode parvenait à reproduire jusqu'à la troisième harmonique des efforts s'exerçant sur le corps. Il a aussi publié des cas de validations pour la carène analytique de Wigley en modèle fixe et en modèle libre. Pour la carène plus complexe du DTMB, il a aussi enregistré de très bons résultats relativement aux expériences et aux autres résultats numériques présentés au CFD Workshop de Tokyo [32]. Il a enfin effectué un premier test démonstratif de faisabilité d'un calcul sur houle irrégulière dans le cas d'une plate-forme TLP. Tous ces résultats sont disponibles dans sa thèse et ont aussi été publiés dans divers articles de conférence.

C'est donc avec un code de calcul déjà relativement performant que j'ai commencé ce travail de thèse. Initialement, le but poursuivi fut de valoriser les performances de la méthode, de poursuivre le travail de validation pour la houle régulière ainsi que de proposer des cas de validation pour la houle irrégulière. En cours de route, certains obstacles sont apparus et la nécessité de proposer des solutions pour les surmonter a été ressentie. C'est dans cette perspective que j'ai été amené à apporter plusieurs améliorations au code de calcul.

Le plan de ce mémoire s'articule en trois parties. La première partie est constituée des chapitres 1 et 2 et porte sur la théorie et la mise en oeuvre de la méthode SWENSE. Le premier chapitre est en effet dévolu au corpus théorique de la méthode SWENSE.

Un historique de la méthode y est retracé et un inventaire des méthodes basées sur une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes est effectué. Dans le deuxième chapitre, les outils et la mise en oeuvre numériques sont détaillés. Nous y parlons des différents modèles de houle utilisés ainsi que des spécificités du code RANSE *ICARE* dans lequel la formulation SWENSE a été introduite.

La deuxième partie est constituée des chapitres 3 et 4. Elle regroupe deux études numériques exhaustives servant de cas de validation à la méthode, avec notamment des cas en houle irrégulière monodirectionnelle ainsi qu'en houle irrégulière multidirectionnelle. Le troisième chapitre propose en particulier un calcul reproduisant une très longue durée d'essai expérimental, simulation inenvisageable dans le cadre d'une méthode directe. Le quatrième chapitre, quant à lui, s'intéresse à un cas d'application basé sur une géométrie complexe induisant des effets visqueux importants. Ce cas-test souligne l'intérêt d'un code évoluant en fluide visqueux comparé à une approche potentielle. Ces deux études numériques ont permis d'analyser certains aspects du comportement de la méthode comme par exemple la dépendance au maillage. Deux techniques différentes de traitement statistique ont été développées puis utilisées en vue d'analyser les résultats de la méthode en houle irrégulière.

La troisième partie porte sur les développements réalisés au cours de cette thèse et regroupe les quatre derniers chapitres. Suite aux simulations en houle irrégulière effectuées aux troisième et quatrième chapitres, le cinquième chapitre explore la qualité de l'interpolation entre la boîte de reconstruction HOS et le maillage RANSE. Plusieurs méthodes d'interpolation ont été introduites et leurs résultats ont été comparés. Les trois derniers chapitres répondent ensuite à une logique commune : les limitations de la méthode sont identifiées et des réponses isolées sont suggérées. Le sixième chapitre apporte ainsi une contribution au problème de l'instabilité liée à la résolution de la dynamique du navire. Dans ce cadre, un solveur potentiel (*AQUAPLUS*) a été ajouté comme module pour déterminer les masses ajoutées du navire. Le cas applicatif d'un ferry en vitesse d'avance et libre en pilonnement et en tangage dans une houle relativement cambrée est proposé. Dans le septième chapitre, afin de répondre au problème du temps de calcul, la stratégie de parallélisation pour SWENSE est expliquée - le code *ICARE* ayant été parallélisé récemment par Aurélien Drouet au cours de sa thèse de doctorat au LMF - et des tests de scalabilité sont reproduits. Profitant de notre nouvelle version parallèle, plusieurs cas démonstratifs de manoeuvrabilité instationnaire dans la houle sont réalisés. Enfin, le huitième chapitre aborde le problème crucial du déferlement. Il s'agit véritablement d'un problème majeur pour le code qui, sous sa forme actuelle, est basé sur une approche de suivi de la surface libre. Un tour d'horizon des divers expédients numériques possibles est présenté. Aucun n'étant réellement satisfaisant, la nécessité d'un saut qualitatif est ressentie. C'est dans cette perspective qu'une formulation *Level set* est en train d'être introduite dans *ICARE* par Gabriel Reliquet au cours de sa thèse de doctorat au LMF. Anticipant sur cette évolution du code, une formulation SWENSE variable en espace a été proposée afin d'adapter la méthode en conséquence.

Première partie

Théorie et mise en oeuvre

Chapitre 1

Méthode SWENSE

Sommaire

1.1 Equations générales 10

1.1.1 Equations de Navier-Stokes 10

1.1.2 Equations moyennées au sens de Reynolds 10

1.1.3 Modèle de turbulence 12

1.1.4 Conditions aux limites 12

1.2 Décomposition fonctionnelle et équations SWENSE . . . 14

1.2.1 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les équations moyennées au sens de Reynolds 15

1.2.2 Cas particulier d'un champ incident irrotationnel 16

1.2.3 Modèle de turbulence 16

1.2.4 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les conditions aux limites 17

1.3 Historique de la décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes 18

1.3.1 Historique de la méthode SWENSE au LMF 19

1.3.2 Première décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes 21

1.3.3 Décomposition fonctionnelle suivie d'un moyennage au sens de Reynolds appliquée à des écoulements stationnaires . . . 22

1.3.4 Application de la décomposition fonctionnelle à la simulation en LES en écoulement instationnaire à surface libre 23

1.3.5 Méthodes particulaires 24

1.3.6 Conclusion 26

1.1 Equations générales

1.1.1 Equations de Navier-Stokes

Dans tout ce qui suit, la convention de sommation d'Einstein sur les indices est utilisée. Sauf indication contraire, les indices varient entre 1 et 3.

Nous reproduisons ici sous leur forme locale les équations de Navier-Stokes valables pour un fluide newtonien incompressible. L'équation d'incompressibilité, dite aussi équation de conservation de la masse et issue de l'équation de continuité, s'écrit :

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^i} = 0 \tag{1.1}$$

La conservation de la quantité de mouvement au niveau local s'exprime par les trois équations suivantes :

$$\frac{\partial u^i}{\partial t} + u^j \frac{\partial u^i}{\partial x^j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \hat{p}}{\partial x^i} + \nu \frac{\partial^2 u^i}{\partial {x^j}^2} \tag{1.2}$$

où $\hat{p} = p + \rho g x^3$ représente la pression dynamique et $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ est la viscosité cinématique du fluide. Ces équations, exprimant des bilans de conservation, sont directement issues de la seconde loi de Newton ($\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$). Elles relient la vitesse et la pression en chaque point de l'écoulement.
Il est notoire que la résolution des équations de Navier-Stokes est extrêmement ardue et ne peut être effectuée de façon analytique que dans des cas très simples. Du point de vue mathématique, certaines questions restent même ouvertes : il n'a jamais été prouvé qu'en trois dimensions, il existe toujours une solution ou des solutions, et si elles existent, si ces solutions contiennent des singularités. Le lecteur désoeuvré pourra s'atteler à la résolution de ce problème à l'énoncé succinct ; une motivation supplémentaire (quoique vénale) pour lui sera d'apprendre que l'Institut de mathématiques Clay a classé ce problème parmi les sept problèmes du prix du millénaire et le récompensera pour son labeur à la hauteur de 1.000.000 de dollars s'il aboutit !

En ce qui nous concerne, on remarque qu'à la complexité inhérente aux équations aux dérivées partielles s'ajoutent celle de la non-linéarité introduite par le terme d'advection de l'accélération.

1.1.2 Equations moyennées au sens de Reynolds

A ce stade, le système constitué par les équations de Navier-Stokes permet de résoudre des écoulements turbulents par une approche dite de *simulation numérique directe*, approche qui consiste à simuler toutes les échelles de tourbillons. Malheureusement, ce type

de calcul est extrêmement coûteux en temps CPU, à cause de la difficulté à simuler les petites structures tourbillonnaires en raison de la finesse de maillage qu'elles imposent. Une autre méthode couramment utiliséee et permettant de résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes consiste à séparer les champs de vitesse et de pression en une partie moyenne et une partie fluctuante. On ne résout plus alors l'ensemble des structures caractérisant l'écoulement, mais seulement le champ moyen. Le champ de vitesse instantané u^i est décomposé en la somme d'une partie moyenne U^i et d'une partie fluctuante $u^{i'}$, et il en est de même pour la pression $\hat{p} = \hat{P} + \hat{p}'$.

Sachant que la moyenne de la partie fluctuante est nulle, en moyennant les équations de Navier-Stokes, on obtient les équations moyennées au sens de Reynolds (dites équations RANS pour *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) suivantes :

$$\frac{\partial U^i}{\partial x^i} = 0 \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} + U^j \frac{\partial U^i}{\partial x^j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \hat{P}}{\partial x^i} + \nu \frac{\partial^2 U^i}{\partial {x^j}^2} - \frac{\partial \overline{u'^i u'^j}}{\partial x^j} \tag{1.4}$$

Cette transformation provoque l'apparition du tenseur de Reynolds $-\frac{\partial \overline{u'^i u'^j}}{\partial x^j}$, provenant des non-linéarités des équations de Navier-Stokes. Ce terme nécessite l'introduction d'une modélisation pour fermer le système des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds. Dans le cas des fermetures à viscosité turbulente, basées sur l'hypothèse de Boussinesq, le tenseur de Reynolds est lié au tenseur des taux de déformation du champ de vitesse moyen par la relation suivante :

$$\overline{U'^i U'^j} = -\nu_t \left(\frac{\partial U^i}{\partial x^j} + \frac{\partial U^j}{\partial x^i} \right) + \frac{2}{3}\delta^{ij} k \tag{1.5}$$

où δ^{ij} est le symbole de Kronecker, ν_t la viscosité turbulente et k l'énergie cinétique de turbulence. Ces deux derniers termes sont calculés par l'intermédiaire d'un modèle de turbulence qui sera décrit plus loin. L'équation de conservation de la quantité de mouvement prend la forme suivante :

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} + U^j \frac{\partial U^i}{\partial x^j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x^i} + (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 U^i}{\partial {x^j}^2} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j} \left(\frac{\partial U^i}{\partial x^j} + \frac{\partial U^j}{\partial x^i} \right) \tag{1.6}$$

où $P = \hat{P} + \frac{2}{3}\rho k$ est la pression dynamique turbulente qui intègre les contraintes gravitationnelles et les contraintes liées à l'énergie cinétique turbulente.

1.1.3 Modèle de turbulence

Historiquement, plusieurs modèles de fermeture à une ou plusieurs équations ont été proposés pour relier la viscosité turbulente ν_t et l'énergie cinétique de turbulence k au champ de vitesse moyen dans l'écoulement. En général, les codes de calcul Navier-Stokes actuels utilisent des modèles de turbulence décrits par deux equations de transport ; parmi eux, les plus connus et utilisés sont les modèles $k-\epsilon$ et $k-\omega$. Ces deux modèles ont été testés dans le code *ICARE* (Alessandrini *et al.* [4]), même si seul le second est aujourd'hui utilisé. Il a été en effet prouvé sur de nombreuses validations d'écoulements tridimensionnels autour de carènes de navire que le premier modèle produisait dans le sillage un accroissement excessif de l'énergie cinétique de turbulence (Deng *et al.* [15]). Une description approfondie du modèle de turbulence $k-\omega$ par Wilcox peut être trouvée dans la littérature [71], et on se contente ici de rappeler brièvement les équations utilisées. ω et k expriment respectivement la fréquence caractéristique de la turbulence et l'énergie cinétique turbulente.
Le modèle est constitué de deux équations de transport qui sont définies ci-après :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho U^j k - (\mu + \sigma^* \mu_t)\right]\frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho U^j \omega - (\mu + \sigma \mu_t)\right]\frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} S_{ij} - \beta \rho \omega^2 \tag{1.8}$$

où τ_{ij} est le tenseur de Reynolds et μ_t la viscosité dynamique turbulente. Les constantes du modèle sont prises égales à : $\alpha = \frac{5}{9}$, $\beta = \frac{3}{40}$, $\beta^* = \frac{9}{100}$, $\sigma = 0.5$, $\sigma^* = 0.5$.

1.1.4 Conditions aux limites

Après avoir développé les équations régissant le comportement global du fluide, nous allons ici rappeler les différentes conditions imposées au fluide sur les bornes du domaine de calcul. Les conditions s'appliquant sur la surface libre seront traitées séparément.

Conditions aux limites de surface libre

Notre modélisation de la surface libre est basée sur trois hypothèses :

- *Hypothèse H1* : La surface libre est considérée comme une interface au dessus de laquelle la pression est constante (pression nulle).

- *Hypothèse H2* : La fonction η appelée *élévation de surface libre* est supposée univoque, voir figure 1.1, ce qui empêche la prise en compte de tout déferlement.

– *Hypothèse H3* : La tension superficielle est négligée.

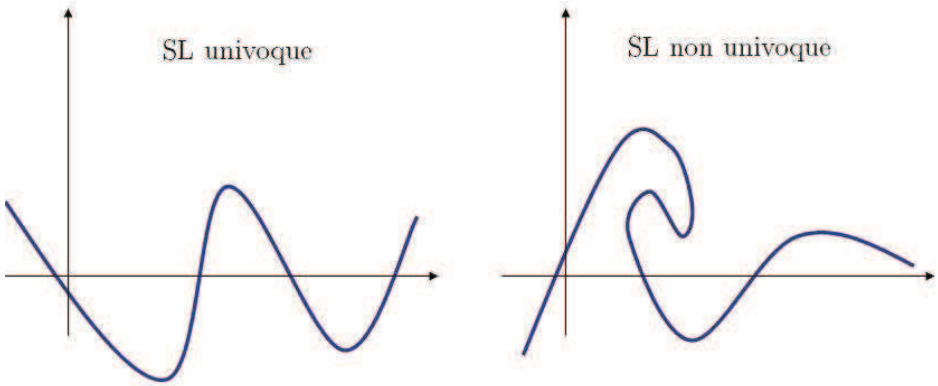


FIGURE 1.1 – Illustration de l'hypothèse *H2*.

Dans le cadre des trois hypothèses précédentes, les conditions de surface libre sont constituées d'une condition cinématique, de 2 conditions dynamiques tangentielles et d'une condition dynamique normale. La condition cinématique exprime que les particules situées sur la surface libre restent sur celle-ci. En introduisant ici la fonction h appelée *hauteur de surface libre* telle que $h(x^1, x^2, t) - x^3 = 0$ représente une équation de la surface libre à chaque instant, on peut traduire cette condition par :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U^1 \frac{\partial h}{\partial x^1} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x^2} - U^3 = 0 \tag{1.9}$$

Viennent ensuite les conditions dynamiques qui sont issues de l'hypothèse de continuité des contraintes à la traversée de la surface libre. L'hypothèse *H1* implique que les contraintes sur la surface sont nulles. L'influence de la tension superficielle étant négligeable pour les applications traitées par le présent travail, elle ne sera pas introduite dans les équations (hypothèse *H3*). Ainsi en utilisant la définition de la pression dynamique turbulente et en projetant l'équation annulant les contraintes sur le vecteur normal à la surface libre, on obtient la condition dynamique normale :

$$P = \rho g h - 2\rho \left(\nu + \nu_t\right) \frac{\partial U^i}{\partial x^j} n_i n_j \tag{1.10}$$

La projection sur les vecteurs tangentiels aboutit aux deux conditions dynamiques tangentielles :

$$\left(n_j t_{\alpha i} + n_i t_{\alpha j}\right) \frac{\partial U^i}{\partial x^j} = 0 \quad \left| \begin{array}{lcl} \alpha & = & 1,2 \\ i & = & 1,2,3 \\ j & = & 1,2,3 \end{array} \right. \tag{1.11}$$

avec t_{1i}, t_{2i} et n_i respectivement les composantes des deux vecteurs tangentiels et du vecteur normal à la surface libre au point considéré. Ces conditions sont appliquées sur la déformée de la surface libre exacte mise à jour à chaque pas de temps de la simulation.

Autres conditions aux limites

Sur la paroi de tout corps plongé dans le fluide, une condition d'adhérence est appliquée. Dans le repère du corps considéré, ceci se traduit par l'équation :

$$U^i = 0 \tag{1.12}$$

Nous supposons que les frontières du domaine de calcul sont suffisamment éloignées du corps pour que l'écoulement n'y soit pas perturbé. Le fluide y est donc considéré au repos. De plus, un étirement du maillage (faisant l'effet d'une plage numérique) combiné à une annulation de la pression sur les dernières mailles permet une dissipation totale du champ, ce qui évite toute réflexion parasite sur les bords extérieurs du domaine de calcul. Si le repère de calcul est en mouvement relatif à la vitesse $\overrightarrow{U_r} = ({U_r}^1, {U_r}^2, 0)$, la condition à la limite extérieure du domaine s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{cases} U^1 = {U_r}^1 \\ U^2 = {U_r}^2 \\ U^3 = 0 \end{cases} \tag{1.13}$$

Une condition de symétrie par rapport au plan (x_1, O, x_3) peut aussi être utilisée lorsque le problème considéré est symétrique par rapport à ce plan (corps et écoulement). Ceci permet de réduire de moitié la taille du domaine de calcul (quitte à négliger certaines caractéristiques de l'écoulement, notamment des tourbillons traversant le plan de symétrie. Sur le plan de symétrie, on écrit alors :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U^1}{\partial x^2} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial U^3}{\partial x^2} = 0 \\ \\ U^2 = 0 \end{cases} \tag{1.14}$$

1.2 Décomposition fonctionnelle et équations SWENSE

Note : toutes les équations présentées ci-dessous sont écrites dans un repère fixe. Le problème du passage en repère relatif (prenant en compte à la fois la vitesse d'avance du navire et le courant) est traité en annexe A.

La méthode SWENSE est basée sur l'introduction d'une décomposition fonctionnelle dans les équations moyennées au sens de Reynolds présentées précédemment. Le champ total est décomposé en la somme d'un champ incident et d'un champ diffracté comme suit :

$$\begin{cases} U_T^i = U_I^i + U_D^i \\ P_T = P_I + P_D \\ h_T = h_I + h_D \end{cases} \tag{1.15}$$

Les indices T, I et D correspondent respectivement aux variables totales, incidentes et diffractées. Le champ incident est supposé connu et constitue un terme de *forçage* dans les équations. Le champ diffracté (U_D^i, P_D, h_D) est alors l'inconnue que l'on cherche à résoudre. La seule hypothèse que nous faisons sur le champ incident est qu'il s'agit d'un champ respectant les équations d'Euler, soit :

$$\frac{\partial U_I^i}{\partial x^i} = 0 \tag{1.16}$$

$$\frac{\partial U_I^i}{\partial t} + U_I^j \frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_I}{\partial x_i} = 0 \tag{1.17}$$

1.2.1 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les équations moyennées au sens de Reynolds

Après introduction de la décomposition fonctionnelle, l'équation de continuité s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial U_D^i}{\partial x^i} = -\frac{\partial U_I^i}{\partial x^i} \tag{1.18}$$

Et comme le champ de vitesse incident est lui-même à divergence nulle, l'équation de continuité prend finalement la forme suivante :

$$\frac{\partial U_D^i}{\partial x^i} = 0 \tag{1.19}$$

Après simplification due au fait que le champ incident respecte les équations d'Euler, l'équation de conservation de quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial U_D^i}{\partial t} + \left(U_I^j + U_D^j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\frac{\partial U_D^i}{\partial x_j} - (\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U_D^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_D}{\partial x_i} \\ &= -U_D^j \frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + (\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U_I^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\frac{\partial\left(U_I^j + U_D^j\right)}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{1.20}$$

On remarque que la pression incidente n'intervient pas dans ces deux équations gouvernant l'écoulement mais que des termes de couplage entre le champ incident et le champ diffracté font leur apparition. On note en particulier l'émergence d'un terme d'advection du champ incident par le champ diffracté $-U_D^j \frac{\partial U_I^i}{\partial x_j}$ parallèlement à un terme d'advection du champ diffracté par le champ incident $U_I^j \frac{\partial U_D^i}{\partial x_j}$. Malgré tout, la structure des équations

reste similaire aux équations RANSE précédemment exposées, et ceci facilite grandement l'implémentation de ces équations dans un solveur RANSE.

1.2.2 Cas particulier d'un champ incident irrotationnel

Comme le note Bernard Molin dans [49], à l'exception de la houle trochoïdale, dite houle de Gerstner, les modèles de houle sont basés sur l'hypothèse d'un écoulement irrotationnel. Le champ de vitesse incident dérive alors d'un potentiel ϕ tel que $\overrightarrow{U_I} = \overrightarrow{\nabla}\phi$, et puisque l'on fait l'hypothèse d'un fluide incompressible, ϕ satisfait l'équation de Laplace $\Delta\phi = 0$.

Dans le cas d'un champ incident irrotationnel, on trouve :

$$\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{U_I} = \overrightarrow{\Delta}\left(\overrightarrow{\nabla}\phi\right) = \overrightarrow{\nabla}\left(\Delta\phi\right) = \overrightarrow{0}\,^{2} \tag{1.21}$$

Par conséquent, pour un modèle de houle irrotationnelle usuel (Fenton-Rienecker, HOS...), l'équation de quantité de mouvement se simplifie de la façon suivante :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial U_D^i}{\partial t} + \left(U_I^j + U_D^j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\frac{\partial U_D^i}{\partial x_j} - \left(\nu + \nu_t\right)\frac{\partial^2 U_D^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_D}{\partial x_i} \\ &= -U_D^j\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\frac{\partial\left(U_I^j + U_D^j\right)}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{1.22}$$

1.2.3 Modèle de turbulence

Les variables turbulentes sont évaluées indépendamment de la résolution du système linéaire général. Ce qui nous permet de ne pas introduire la décomposition dans le modèle de turbulence et de le conserver inchangé. A chaque évaluation de ν_t et k, il suffit de fournir le champ total reconstruit $\phi_T = \phi_I + \phi_D$ en entrée du modèle de turbulence.

2. Démonstration en notation indicielle : le laplacien vectoriel de $\overrightarrow{U_I}$ a pour composantes le laplacien des composantes du champ $\overrightarrow{U_I}$. Ainsi, dans la convention de sommation d'Einstein, on a : $\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{U_I} = \left(\Delta(\overrightarrow{U_I}\cdot\overrightarrow{e_i})\right)\overrightarrow{e_i} = \frac{\partial^2 U_I^i}{\partial x_j^2}\overrightarrow{e_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\overrightarrow{e_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial^2\phi}{\partial x_j^2}\overrightarrow{e_i}$. Or, le laplacien du potentiel est nul : $\frac{\partial^2\phi}{\partial x_j^2} = 0$, donc $\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{U_I} = \overrightarrow{0}$.

1.2.4 Introduction de la décomposition fonctionnelle dans les conditions aux limites

Surface libre

L'introduction de la décomposition (1.15) dans la condition cinématique de surface libre conduit à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}&\frac{\partial h_D}{\partial t} + U_D^1\left(\frac{\partial h_D}{\partial x^1} + \frac{\partial h_I}{\partial x^1}\right) + U_D^2\left(\frac{\partial h_D}{\partial x^2} + \frac{\partial h_I}{\partial x^2}\right) - U_D^3 \\ &= U_I^3 - \frac{\partial h_I}{\partial t} - U_I^1\left(\frac{\partial h_D}{\partial x^1} + \frac{\partial h_I}{\partial x^1}\right) - U_I^2\left(\frac{\partial h_D}{\partial x^2} + \frac{\partial h_I}{\partial x^2}\right)\end{aligned} \tag{1.23}$$

En ce qui concerne l'équation dynamique normale de surface libre, elle s'écrit après décomposition de la façon suivante :

$$P_D - \rho g h_D = \rho g h_I - P_I - 2\rho\left(\nu + \nu_t\right)\frac{\partial U_I^i + \partial U_D^i}{\partial x^j} n_i n_j \tag{1.24}$$

Et les conditions dynamiques tangentielles prennent la forme :

$$\left(n_j t_{\alpha i} + n_i t_{\alpha j}\right)\frac{\partial U_D^i}{\partial x^j} = -\left(n_j t_{\alpha i} + n_i t_{\alpha j}\right)\frac{\partial U_I^i}{\partial x^j} \quad \left|\begin{array}{lcl}\alpha &=& 1,2\\ i &=& 1,2,3\\ j &=& 1,2,3\end{array}\right. \tag{1.25}$$

Ce serait une erreur de recourir à des simplifications en considérant que le champ incident respecte lui-même ces conditions aux limites de surface libre. En effet, si l'on s'intéresse par exemple à la condition cinématique de surface libre pour le champ incident [3] :

3. Nous reproduisons ici la condition cinématique de surface libre respectée par les méthodes potentielles que nous utilisons pour calculer le champ incident. En réalité, Dias *et al.* [16] (en se basant sur le travail précurseur de Lamb [43]) ont montré que, même dans le cas d'une approche potentielle, il est possible de prendre partiellement en compte la vorticité du fluide en rajoutant un terme dissipatif dans le second membre de l'équation de condition cinématique de surface libre :

$$\frac{\partial h_I}{\partial t} + U_I^1\frac{\partial h_I}{\partial x^1} + U_I^2\frac{\partial h_I}{\partial x^2} - U_I^3 = 2\nu\frac{\partial^2 h_I^i}{\partial {x_j}^2} \tag{1.26}$$

Notons tout de même que cette exacte expression est le fruit d'une conjecture généralisant l'équation de condition cinématique de surface libre linéaire au cas non-linéaire. Cette approche visco-potentielle conduit aussi à introduire un terme visqueux dans l'équation de Bernoulli. Nous en profitons pour mentionner que le rajout de ces termes visqueux ne semble pas difficile à mettre en oeuvre dans le cas des méthodes spectrales considérées par la suite. Pour autant, ceci ne changerait de toute façon rien à l'im-

$$\frac{\partial h_I}{\partial t} + U_I^1 \frac{\partial h_I}{\partial x^1} + U_I^2 \frac{\partial h_I}{\partial x^2} - U_I^3 = 0 \tag{1.27}$$

Cette équation n'est valable que pour $z = h_I(x, y, t)$. Or, l'équation (1.23) (ainsi que les équations (1.24) et (1.25)) est quant à elle résolue en $z = h_I(x, y, t) + h_D(x, y, t)$. Donc toute simplification serait abusive.

Autres conditions aux limites

L'introduction de la décomposition (1.15) dans la condition d'adhérence à la paroi aboutit à la forme suivante :

$$U_D^i = -U_I^i \tag{1.28}$$

A l'infini, c'est bien sûr le champ diffracté que l'on souhaite annuler. Par conséquent, sur la frontière extérieure du domaine, si le repère de calcul est fixe, on impose :

$$U_D^i = 0 \tag{1.29}$$

Et si le repère est en mouvement relatif à la vitesse $\overrightarrow{U_a} = ({U_a}^1, {U_a}^2, 0)$, on impose la condition suivante :

$$\begin{cases} U_D^1 = {U_a}^1 \\ U_D^2 = {U_a}^2 \\ U_D^3 = 0 \end{cases} \tag{1.30}$$

Si le problème s'y prête, une condition de symétrie peut être appliquée et concernera alors seulement le champ diffracté.

1.3 Historique de la décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes

Ci-dessous, nous retraçons l'historique de la méthode SWENSE et de son développement au LMF. Ensuite, nous recensons les approches similaires développées depuis lors et basées sur une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes en la somme d'un champ incident explicite et d'un champ complémentaire. Pour preuve de l'actualité de cette technique, deux nouvelles propositions de couplage sont apparues au cours

possibilité de recourir à des simplifications dans les équations de surface libre, pour les raisons évoquées ici.

de la dernière année et ont fait l'objet de présentations à la conférence ISOPE 2010 à Pékin. Ces deux nouvelles formulations (l'une pour la LES, et l'autre dans un modèle lattice Boltzmann) sont développées par des doctorants encadrés par Stephan Grilli, professeur à Rhode Island.

Il est intéressant de noter que le professeur Grilli au cours de ses différentes collaborations a adopté une trajectoire classique pour arriver jusqu'à une formulation similaire à SWENSE[4]. Dans le cadre de l'étude du phénomène de shoaling et de déferlement, il a tour à tour procédé à une décomposition spatiale entre domaine potentiel et domaine visqueux dans Guignard *et al.* [27], puis à l'initialisation du calcul visqueux par un calcul potentiel dans Biausser *et al.* [10] pour finalement proposer, pour le même problème, l'utilisation d'une décomposition fonctionnelle dans Janssen *et al.* [38]. Il s'agit du même cheminement méthodologique que celui qui a eu cours au LMF ces dernières années.

1.3.1 Historique de la méthode SWENSE au LMF

Nous avons jugé utile de retracer l'historique du développement de la méthode SWENSE au Laboratoire de Mécanique des Fluides pour notamment souligner l'effort collectif dont elle est issue. De nombreuses personnes ont en effet contribué à des degrés divers à sa réalisation. De plus, et nous espérons que le lecteur nous excusera cet accès de sentimentalisme, nous estimons qu'il est important de faire en sorte que la mémoire de ce travail (et des contributions de chacun) ne se perde pas. Les modèles de houle dont il sera question ici seront explicités au chapitre suivant.

Décomposition fonctionnelle en fluide parfait

En 1996, Pierre Ferrant dans [21] introduit la décomposition fonctionnelle en théorie fluide parfait. Le champ total est décomposé en la somme d'un champ incident et d'un champ diffracté. Le champ diffracté, inconnu du problème, est résolu par le code instationnaire *ANSWAVE*[5] basé sur une méthode d'éléments aux frontières (BEM), plus précisément une méthode mixte Euler-Lagrange (MEL), et modélisant les conditions de surface libre de manière complètement non-linéaire. Le champ incident explicite est calculé par un méthode pseudo-spectrale basée sur la décomposition en série de Fourier de la fonction de courant : la méthode de Rienecker & Fenton. Des gains substantiels en mémoire vive et en temps CPU sont enregistrés. Un exemple de validation dans le cas d'un cylindre dans la houle est proposé.

4. En ce qui concerne les différences avec notre méthode, notons qu'il n'utilise pas de méthode spectrale pour les modèles de houle incidente et que la décomposition fonctionnelle n'est pas introduite dans les équations de surface libre.

5. Par la suite, cette méthode sera reproduite dans le code *XWAVE*, très similaire à *ANSWAVE*.

En 2003, dans sa thèse de doctorat [44], David Le Touzé utilise les récents développements qu'il a réalisés concernant la propagation de houle par méthodes spectrales pour poursuivre le travail de Pierre Ferrant. Il procède à un couplage entre un modèle de houle irrégulière non-linéaire et *XWAVE*. Divers essais de runups en houle irrégulière sur un cylindre sont présentés. David Le Touzé évoque dans sa thèse la possibilité de réaliser le même type de couplage pour un modèle en fluide réel.

Décomposition fonctionnelle en fluide visqueux

C'est dans la thèse de Pierre-Emmanuel Guillerm [29], en 2001, qu'apparait pour la première fois au LMF une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes et destinée au traitement du problème de l'interaction entre la houle et un corps. L'essentiel de sa thèse porte sur un couplage spatial entre un code potentiel et un code RANSE et cette nouvelle formulation n'est évoquée qu'à la fin du manuscrit. Par contre, la mise en équations comporte une erreur puisqu'il procède à une simplification abusive en considérant que le champ incident respecte les équations de Navier-Stokes (et non simplement les équations d'Euler). De plus, le modèle de houle proposé pour générer le champ incident n'est pas complètement non-linéaire.

SWENSE

Un an plus tard, en 2002, Ferrant *et al.* [22] présentent la formulation SWENSE[6] dans sa forme définitive. L'implémentation des équations SWENSE dans le code Icare 2D est réalisée par Lionel Gentaz. Un premier calcul de validation en 2D est proposé pour le cas d'un carré immergé dans la houle. La géométrie anguleuse du corps, qui provoque des détachements tourbillonnaires, est idéale pour souligner l'apport de la formulation en fluide visqueux. La méthode de Fenton & Rienecker est utilisée pour générer le champ incident.

En 2003, l'implémentation des équations dans le code Icare 3D, initiée par Lionel Gentaz, est poursuivie par Romain Luquet. En 2004, Luquet *et al.* [48] propose une validation détaillée portant sur une frégate DTMB dans la houle. D'autres cas de validation en houle régulière sont effectués (cylindre, carène de Wigley). En 2006, un premier cas de faisabilité en houle irrégulière 2D, une plate-forme TLP soumise à un runup, est proposé dans Luquet *et al.* [47]. Les routines de reconstruction du champ HOS inclues dans le code sont le fruit de Guillaume Ducrozet, alors doctorant au LMF. L'ensemble des cas-tests énumérés ici peut être retrouvé dans la thèse de Romain Luquet [45].

La présente thèse s'inscrit dans la lignée de tout ce travail effectué au cours de ces

6. La première occurence de l'acronyme SWENSE date en fait de 2003 et intervient dans Luquet *et al.* [46]

dernières années.

1.3.2 Première décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes

A notre connaissance, c'est Dommermuth *et al.* [17] en 1996 qui procéda pour la première fois à une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes en la somme d'un champ irrotationnel et d'un champ complémentaire. Par une coïncidence amusante[7], c'est à la même conférence où Pierre Ferrant présentait son article sur la décomposition fonctionelle en fluide parfait [21] que Douglas Dommermuth présenta son travail. Dans son papier, Douglas Dommermuth s'intéresse au sillage turbulent d'une frégate en mer plate dans le cadre d'une simulation en LES (Large Eddy Simulation). La décomposition est appliquée dans l'équation de quantité de mouvement en séparant les parties rotationnelle (basée sur un champ de vitesse U^i) et irrotationnelle (dérivant d'un potentiel ϕ) du champ à partir d'une décomposition de Helmholtz du type :

$$u_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + U_i \tag{1.31}$$

où u_i est le champ vectoriel à décomposer, ϕ est un potentiel de vitesses décrivant la partie irrotationnelle de l'écoulement et U_i représente les caractéristiques rotationnelles telles que :

$$\Delta \phi = 0 \tag{1.32}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.33}$$

Cette décomposition est ensuite introduite dans les équations LES (nous aurons l'occasion de revenir sur la décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes moyennés spatialement dans le paragraphe 1.3.4). L'idée de Dommermuth *et al.* [17] est de procéder au couplage suivant : le potentiel ϕ est obtenu en procédant à une analyse sur plusieurs plans transverses des résultats expérimentaux puis à une interpolation des résultats, ensuite la partie rotationnelle est résolue grâce au modèle LES. Dans leur approche, la partie rotationnelle peut aussi être initialisée en utilisant les résultats expérimentaux. Les simulations LES réalisées dans le cadre de cette méthode prédisent convenablement

7. Les idées en science ont, semble-t-il, l'habitude d'apparaître en plusieurs endroits au même moment, comme si elles étaient *mûres* pour voir le jour. Un exemple célèbre en la matière est la controverse opposant Newton à Leibniz quant à la paternité de l'invention du calcul infinitésimal. Néanmoins, il n'est pas dit qu'un tel débat anime les historiens des sciences dans les siècles à venir concernant l'apport de Pierre Ferrant et celui de Douglas Dommermuth à l'étude du problème de l'interaction entre la houle et un corps en fluide visqueux par une décomposition fonctionnelle puisque d'une part, Pierre Ferrant s'est contenté d'introduire la décomposition dans les équations d'Euler (avantage à M. Dommermuth), et que d'autre part, Douglas Dommermuth considère un problème pseudo-stationnaire sans houle (avantage à M. Ferrant) et que de toute façon, la portée du champ applicatif est, avouons-le, plus limitée !

l'évolution du champ de vitesse moyen et de l'énergie cinétique turbulente, ainsi que l'allure de l'écoulement au niveau de la surface libre.

1.3.3 Décomposition fonctionnelle suivie d'un moyennage au sens de Reynolds appliquée à des écoulements stationnaires

En 2005, Kim *et al.* [41] ont développé une méthode similaire à l'approche SWENSE pour résoudre des écoulements stationnaires sans surface libre. Leur méthode est basée sur une décomposition de Helmhotz où le champ de vitesse est séparé en la somme d'une partie rotationnelle et d'une partie irrotationnelle. La résolution du problème se fait en deux étapes. Une première résolution est effectuée en fluide parfait irrotationnel par une méthode potentielle, puis cette solution est introduite en termes de forçage dans la résolution en fluide visqueux.

Nous utilisons ici les mêmes notations que dans le reste du mémoire, même si les auteurs préfèrent parler de champ potentiel et de champ complémentaire, et notons que le champ de vitesse u^i est décomposé en la somme d'un champ incident et d'un champ diffracté tel que $u^i = u_I^i + u_D^i$. Contrairement à notre façon d'établir les équations, cette décomposition fonctionnelle est introduite dans l'équation de quantité de mouvement non moyenné au sens de Reynolds. Après simplification, en notant que le champ incident respecte l'équation d'Euler, ils obtiennent l'équation 1.34.

$$\frac{\partial u_D^i}{\partial t} + u_D^j \frac{\partial u_D^i}{\partial x_j} + u_D^j \frac{\partial u_I^i}{\partial x_j} + u_I^j \frac{\partial u_D^i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_D}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_D^i}{\partial {x_j}^2} \tag{1.34}$$

Après avoir décomposé le champ diffracté en la somme d'un champ moyen et d'une partie fluctuante $u_D^j = U_D^j + u^{j'}$, ils font le choix de relier le tenseur $\overline{u^{i'}u^{j'}}$ au taux de déformation du champ de vitesse *diffracté*[8], or nous estimons que l'hypothèse de Boussinesq nous impose de relier le tenseur $\overline{u^{i'}u^{j'}}$ au taux de déformation du champ de vitesse *total*. De cette façon seulement[9], nous retombons sur l'équation (1.22). Il est important

8. La même fermeture est formulée par Kunho Kim dans sa thèse [40]. Dans un échange de mails que j'ai eu avec lui, Kunho Kim (que je remercie d'ailleurs de s'être plongé dans ses travaux de thèse quelques cinq années plus tard) reconnait que la validité de la fermeture qu'il a utilisée pour le tenseur de Reynolds est *incertaine*.

9. En reliant le tenseur $\overline{u^{i'}u^{j'}}$ au taux de déformation du champ de vitesse *diffracté*, ils obtiennent pour équation de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial U_D^i}{\partial t} + \left(U_I^j + U_D^j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\frac{\partial U_D^i}{\partial x_j} - (\nu + \nu_t)\frac{\partial^2 U_D^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_D}{\partial x_i} \\ &= -U_D^j \frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\frac{\partial U_D^j}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{1.35}$$

de s'assurer que le résultat est le même selon que l'on décompose les champs avant ou après le moyennage au sens de Reynolds, ceci n'étant a priori pas trivial.

Dans leur méthode, ils calculent le champ potentiel incident comme étant le résultat d'une simulation du problème physique en écoulement potentiel. Pour ce faire, ils utilisent un solveur potentiel basé sur méthode de type source de Rankine. Contrairement à SWENSE, le champ incident est donc une solution du problème physique en fluide parfait irrotationnel. Ils résolvent ensuite le champ diffracté inconnu avec un solveur RANS modifié.

Bien que leur méthode soit adaptée aux calculs stationnaires (et que comme nous l'avons évoqué, l'équation de conservation de quantité de mouvement est légèrement différente dans leur cas), leurs résultats sont riches d'enseignements qui sont aussi valables pour la méthode SWENSE. Kim *et al.* [41] présentent deux cas applicatifs : un écoulement sur une plaque plane et un écoulement autour d'un profil NACA. Plusieurs aspects positifs de la décomposition fonctionnelle sont mis en lumière. Tout d'abord, ils remarquent que la qualité de leurs résultats est assez peu dépendante de la grille RANSE (c'est aussi une caractéristique que nous retrouverons dans nos calculs). Ensuite, en comparant avec une méthode directe, ils prouvent que leur approche permet de gagner en précision à volume de maillage constant (car les gradients de vitesse du champ diffracté sont plus faibles) et permet donc une accélération de la résolution. Là aussi, c'est une des raisons qui a conduit à développer la méthode SWENSE.

Enfin, une discussion intéressante est engagée sur l'impact qu'a le choix de la solution potentielle utilisée comme champ incident. Le caractère *lisse* du gradient de la solution potentielle semble jouer un rôle important et ils spéculent sur le fait qu'un choix intelligent de la solution potentielle contribue à une diminution plus rapide du champ diffracté loin du corps. Ceci fait écho dans la méthode SWENSE au besoin impérieux de modèles de houle les plus *propres* possibles, afin de créer le minimum de champ diffracté parasite.

1.3.4 Application de la décomposition fonctionnelle à la simulation en LES en écoulement instationnaire à surface libre

Récemment, un emploi de la décomposition fonctionnelle dans la méthode LES (Large-eddy Simulation) a été proposé par Harris *et al.* [31] et appliqué au transport de sédiments. Ainsi que dans notre méthode, le champ total est décomposé en la somme d'un champ incident vérifiant les équations d'Euler [10] et d'un champ diffracté (les auteurs préfèrent en fait parler de champ perturbé plutôt que de champ diffracté, sans doute pour insister sur la notion de forçage imposé par le champ incident explicite). La décomposition

Comparé à l'équation (1.22), nous notons l'absence au second membre du terme $\frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\frac{\partial U_I^j}{\partial x_i}$.

10. Leur champ incident est en fait irrotationnel, mais nous établissons ici l'équation dans le cas plus général d'un champ vérifiant les équations d'Euler

fonctionnelle ($u^i = u_I^i + u_D^i$, $p = p_I + p_D$) est introduite directement dans les équations de Navier-Stokes. Ces équations sont ensuite filtrées spatialement, de façon à obtenir les équations LES suivantes (que l'on a réécrites sous une forme analogue aux équations SWENSE précédemment établies) :

$$\frac{\partial \overline{u_D^i}}{\partial x^i} = 0 \tag{1.36}$$

$$\frac{\partial \overline{u_D^i}}{\partial t} + \overline{u_D^j}\frac{\partial \overline{u_D^i}}{\partial x^j} + \overline{u_D^j}\frac{\partial u_I^i}{\partial x^j} + u_I^j\frac{\partial \overline{u_D^i}}{\partial x^j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x^j} + \nu\frac{\partial^2\left(\overline{u_D^i} + u_I^i\right)}{\partial {x_j}^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x^j} \tag{1.37}$$

où $\tau_{ij} = \overline{u^i u^j} - \overline{u^i}\,\overline{u^j}$ représente la contrainte à l'échelle de la sous-grille (*subgrid scale stress*) et sert à modéliser les tourbillons à petite échelle. Le champ diffracté moyenné spatialement est l'inconnue du système d'équations. Dans leur article, le champ incident est considéré irrotationnel, donc le terme $\frac{\partial^2 u_I^i}{\partial {x_j}^2}$ disparait. De plus, pour aboutir à l'équation (1.37), Harris *et al.* [31] font l'hypothèse supplémentaire que $\overline{u_I^i u_I^j} = u_I^i u_I^j$ car ils considèrent que l'échelle de modélisation est très petite devant l'échelle des variations du champ de houle. Le filtrage spatial effectué lorsque l'on pose les équations LES est plus clairement mis en lumière si l'on raisonne dans le domaine fréquentiel. Il semble alors évident que l'hypothèse avancée est valide car l'ensemble de l'énergie contenue dans un spectre de houle se situe dans le domaine fréquentiel pour une gamme de fréquences à plusieurs ordres de grandeur en dessous de la fréquence de coupure imposée par les filtrages usuels en LES.

Dans le cas d'écoulements turbulents, le modèle est fermé par l'équation (1.38) :

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3}\tau_{kk} = -2\nu_t\overline{S_{ij}} \tag{1.38}$$

où ν_t est la viscosité turbulente et S_{ij} le tenseur du taux de déformation du champ de vitesse total. Enfin, la viscosité turbulente est calculée grâce à un modèle de Smagorinsky. L'accord avec les résultats expérimentaux semble plutôt bon et les auteurs s'attendent à ce que leur approche soit particulièrement utile pour les problèmes de génie côtier où la région de fond marin nécessitant une modélisation visqueuse est peu étendue.

1.3.5 Méthodes particulaires

La décomposition fonctionnelle (entre une partie incidente eulérienne explicite et une partie diffractée) dans les équations de Navier Stokes a aussi été utilisée dans le cadre de méthodes particulaires. A notre connaissance, il n'y a que deux occurrences de telles tentatives.

SPH

Dans sa thèse [28], P-M Guilcher a travaillé sur le couplage entre les méthodes spectrales et la méthode SPH (*Smooth Particle Hydrodynamics*) dont le développement constitue depuis quelques années un axe de recherche du LMF. Malheureusement, l'utilisation de la méthode SWENSE pour le SPH se heurte à quelques écueils. En premier lieu, l'introduction d'une décomposition fonctionnelle directe des variables en la somme d'un champ incident et d'un champ diffracté conduit à rendre le schéma SPH non conservatif. Deuxièmement, la prise en compte du terme explicite de surface libre est problématique car la surface libre n'est pas trivialement définie.

Dans le schéma SPH, les équations discrétisées sont résolues par un schéma centré. Pour rendre le schéma stable, il est d'usage d'introduire de la viscosité artificielle ou bien d'utiliser un solveur de Riemann. Lors de la simulation d'un train de vagues par méthode directe (en imposant la houle à partir de la frontière du domaine), P-M Guilcher a constaté que l'amortissement et la dégradation de la solution sont essentiellement dus à l'emploi des techniques de stabilisation. C'est pourquoi il a finalement choisi d'introduire la décomposition uniquement dans les termes stabilisateurs. Il s'agit donc d'un schéma conservatif plus simple tirant profit d'une décomposition fonctionnelle. Ceci étant, dans cette formulation, la qualité de la propagation de la houle est dépendante de la résolution du schéma d'équations SPH donc on perd un des avantages majeurs de la formulation SWENSE usuelle. Malgré cela, P-M Guilcher [28] expose un résultat prospectif encourageant dans le cas d'un envahissement d'un pont de structure fixe sous l'effet d'une houle incidente.

Lattice Boltzmann

Plus récemment, Janssen *et al.* [38] proposent un couplage entre un modèle lattice Boltzmann et un champ de vagues potentiel en utilisant une décomposition fonctionnelle. Les méthodes lattice Boltzmann sont développées depuis peu de temps et forment une classe de méthodes exotique puisqu'elles ne résolvent pas les équations de Navier-Stokes, mais servent à calculer l'écoulement d'un fluide newtonien à partir de modèles de collision et en raisonnant à l'échelle mésoscopique. Néanmoins, comme nous allons le voir, ce n'est pas en contradiction avec le fait que Janssen *et al.* [38] utilisent une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier Stokes. En effet, conjointement au solveur lattice Bolzmann, un modèle LES est utilisé pour capturer les structures tourbillonnaires à petite échelle et simuler leur effet sur les structures tourbillonnaires à plus large échelle.
Dans ce cadre, la décomposition fonctionnelle intervient en deux étapes. Tout d'abord, on considère l'équation de quantité de mouvement moyennée spatialement (1.37) dans laquelle on a procédé à la décomposition usuelle et que l'on a énoncée précédemment dans le paragraphe portant sur la LES. Dans l'équation (1.38), la viscosité turbulente ν_t est calculée grâce au modèle de Smagorinsky, si bien que les auteurs repèrent au final dans l'équation de mouvement (1.37) le terme source volumique F_i simulant l'effet du champ

incident et s'écrivant :

$$F_i = -u_I^j \frac{\partial \overline{u_D^i}}{\partial x^j} - \overline{u_D^j} \frac{\partial u_I^i}{\partial x^j} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j} \left(\frac{\partial u_I^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u_I^j}{\partial x^i} \right) \tag{1.39}$$

Ce terme de force volumique est ensuite introduit de façon explicite comme terme de forçage dans le modèle lattice Boltzmann. Les termes du champ incident sont calculés explicitement par le modèle de houle au pas de temps courant, mais les termes du champ diffracté doivent être pris au pas de temps précédent - ce qui est dommageable du point de vue numérique.
Aucun résultat relatif à cette méthode n'est présenté dans Janssen *et al.* [38], mais les auteurs disent avoir bon espoir de présenter des cas applicatifs prochainement.

1.3.6 Conclusion

Le récent développement de deux nouvelles méthodes basées sur une décomposition fonctionnelle dans les équations de Navier-Stokes nous rendent confiants quant à l'avenir de cette approche. Les résultats sont encore peu probants dans le cas des méthodes particulaires, qui forment une classe de méthodes encore jeune en hydrodynamique. Mais les méthodes maillées, plus aguerries, semblent assez mûres pour incorporer cette formulation avec succès.

Chapitre 2

Outils et mise en oeuvre numérique

Sommaire

2.1 Modèles de houle 28

2.1.1 Cahier des charges 28

2.1.2 Principe et formulation 29

2.1.3 Méthodes spectrales 30

2.1.4 Rienecker & Fenton 32

2.1.5 High-Order Spectral 34

2.1.6 Etablissement de la houle 38

2.2 Implémentation dans *ICARE* 39

2.2.1 Introduction : *ICARE*, un code RANSE basé sur une formulation en différences finies 39

2.2.2 Discrétisation et localisation des inconnues 40

2.2.3 Maillages 42

2.2.4 Consistance du maillage avec les inconnues à résoudre . . . 45

2.2.5 Consistance du maillage avec le champ incident : boucle de remaillage 45

2.2.6 Organisation du code 45

Dans ce chapitre, nous présentons les outils utilisés pour l'implémentation de la méthode. Dans un premier temps, nous allons détailler les modèles de houle utilisés après avoir établi quels critères ils se devaient de vérifier. Ensuite, nous donnerons une description du code RANSE *ICARE* dans lequel la décomposition fonctionnelle a été incorporée.

2.1 Modèles de houle

Les équations exposées au chapitre précédent sont basées sur une décomposition fonctionnelle faisant intervenir un champ incident explicite. Les données associées au champ de vagues incident doivent donc être évaluées dans l'ensemble du domaine fluide correspondant à l'écoulement total. Il faut choisir avec soin les modèles en théorie fluide parfait permettant de simuler la propagation des ondes de gravité. Comme nous allons l'expliquer, ces modèles doivent respecter certaines propriétés. Les deux modèles de houle finalement retenus sont issus des méthodes spectrales et leurs caractéristiques vont être exposées. Il s'agit des mêmes que ceux utilisés et implémentés par Romain Luquet au cours de sa thèse de doctorat [45].

2.1.1 Cahier des charges

L'intérêt majeur de la décomposition champ incident-champ diffracté est de rendre le calcul de la propagation de la houle rapide et précis. Il est alors naturel d'attendre de la résolution fluide parfait un temps de calcul négligeable comparativement au calcul Navier-Stokes. Il faut aussi que le modèle de champ incident fournisse une solution fiable en tout point du domaine et ceci, à chaque pas de temps. Son utilisation au sein de la méthode SWENSE nécessite en effet que les conditions de surface libre ainsi que les équations d'Euler soient vérifiées très précisément pour éviter toute perturbation du champ diffracté.

Une dernière caractéristique est essentielle à l'application de la décomposition des variables. De fait, le calcul du champ diffracté dans le programme RANSE va nécessairement s'opérer en résolvant dans le domaine global les équations écrites pour le problème *total*, dans lequel les quantités incidentes apparaîtront sous la forme de termes de *forçage*. Le système d'équations va donc être résolu sur un domaine de calcul suivant la déformée de la surface libre totale. Or, cette déformée *totale* sera évidemment différente de la déformée *incidente* (pour laquelle le corps n'existe pas) au voisinage du corps où le champ diffracté sera non-nul. A certains pas de temps, la déformée *totale* pourra se situer au dessus de la déformée *incidente* et donc en dehors du domaine fluide incident, voir figure 2.1. L'application de la méthode va donc imposer d'évaluer les termes de *forçage* du champ incident hors de leur domaine de calcul, ce qui semble malaisé a priori. La solution la plus évidente serait de prolonger continûment la solution incidente, ce qui compliquerait la méthode et en diminuerait certainement la précision. C'est pourquoi il faut choisir un modèle de champ incident fournissant une solution vérifiant les équations d'Euler dans le domaine total, c'est à dire non seulement dans le domaine liquide mais aussi au-dessus.

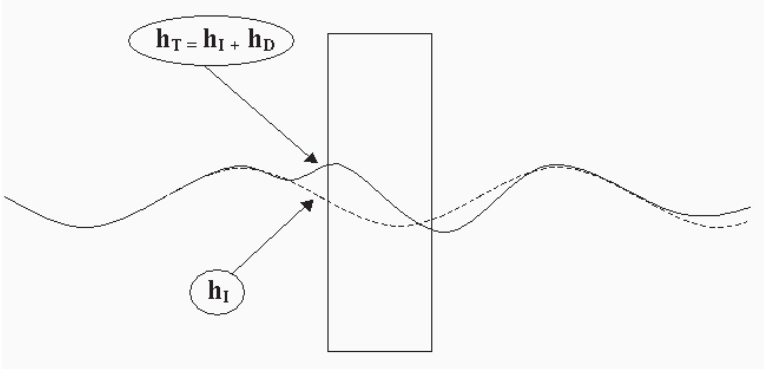


FIGURE 2.1 – Illustration des positions relatives des déformées incidentes et totales au voisinage d'un corps.

Enfin, le champ incident se doit d'être continu à la traversée de sa surface libre pour ne pas introduire d'erreurs dans les formules de différences finies

2.1.2 Principe et formulation

Nous décrivons dans cette partie les différentes hypothèses sur lesquelles s'appuient les modèles de propagation de houle considérés. Considérons un domaine D contenant un fluide, pouvant représenter un bassin de houle fermé ou bien un milieu ouvert figurant une partie de l'océan. Le système de coordonnées considéré est exprimé par la figure 2.2.

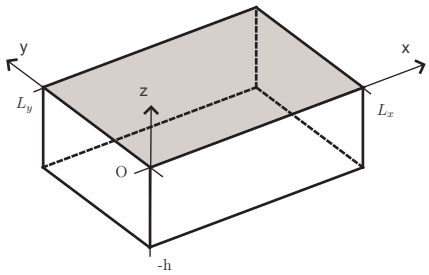


FIGURE 2.2 – Schéma du domaine de résolution du modèle de propagation en fluide parfait avec système de coordonnées.

Le fluide considéré est supposé incompressible. De plus, nous faisons l'hypothèse d'un fluide parfait et d'un écoulement irrotationnel. Avec ces hypothèses, il est possible de décrire un potentiel des vitesses $\phi(x, y, z, t)$ tel que $\overrightarrow{V}(x, y, z, t) = \overrightarrow{\nabla}\phi(x, y, z, t)$. L'équation de continuité devient alors l'équation de Laplace suivante :

$$\Delta\phi = 0 \qquad dans \;\; D \tag{2.1}$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement peut, quant à elle, être écrite sous la forme de l'équation de Bernoulli instationnaire comme suit :

$$\frac{P}{\rho} + \frac{\partial\phi}{\partial t} + gz + \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\nabla}\phi\right|^2 = c(t) \qquad dans \;\; D \tag{2.2}$$

avec $c(t)$ une constante dépendant seulement du temps, dite constante de Bernoulli. Classiquement, elle est prise égale à la pression atmosphérique (la tension superficielle est alors négligée). En supposant que la surface libre a une forme univoque (ce qui exclut tout déferlement), nous obtenons la condition dynamique de surface libre suivante :

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\nabla}\phi\right|^2 \qquad en \;\; z = \eta(x, y, t) \tag{2.3}$$

D'autre part, en exprimant le fait que la surface libre est matérielle, la condition cinématique de surface libre prend la forme suivante :

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \overrightarrow{\nabla}\phi \cdot \overrightarrow{\nabla}\eta \qquad en \;\; z = \eta(x, y, t) \tag{2.4}$$

Ainsi, le système à résoudre pour les conditions de surface libre (CSL) est constitué des deux équations précédentes. Deux types de non-linéarités sont à prendre en considération. Tout d'abord, les conditions doivent être satisfaites sur des frontières en mouvement, dont la position elle-même fait partie des inconnues du problème, ce sont les non-linéarités de position. De plus, les CSL sont elles-mêmes des équations aux dérivées partielles non-linéaires : ce sont les non-linéarités de structure. D'autres conditions aux limites sont à prendre en compte sur les frontières du domaine. Suivant que l'on modélise un bassin de houle ou bien un milieu ouvert, ces conditions ne prendront pas la même forme. Nous renvoyons à la thèse de Guillaume Ducrozet [19] pour ces aspects.

2.1.3 Méthodes spectrales

Le choix des modèles de champ incident effectué par Romain Luquet est basé sur l'expérience de Ferrant [21] ainsi que sur les travaux de thèse de Félicien Bonnefoy [11] et David Le Touzé [44] consacrés à la résolution du problème formulé au paragraphe précédent. Il se trouve que les méthodes spectrales respectent les critères formulés au paragraphe 2.1.1. Il semble même, à notre connaissance, qu'il s'agisse de la seule classe de méthodes les regroupant tous. Ce n'est donc pas un hasard si l'utilisation des méthodes spectrales est, rappelons-le, à l'origine du S dans l'acronyme SWENSE. Le principe de base de la résolution par méthode spectrale est qu'une fonction f peut *a priori* être décomposée sur une base de fonctions de telle manière que :

$$f(x) = \sum_i A_i \psi_i(x) \tag{2.5}$$

Ces fonctions ψ_i peuvent être des polynômes de Tchebyshev, Legendre, des fonctions trigonométriques ou autres, suivant la géométrie du domaine de définition de f. Par exemple, dans le cas d'une formulation en bassin de houle, le potentiel des vitesses peut être exprimé de la façon suivante :

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} A_{ij}^{\phi}(t) \cos(k_{x_i} x) \cos(k_{y_j} y) \frac{\cosh(k_{ij}\,[z+h])}{\cosh(k_{ij} h)} \tag{2.6}$$

avec $k_{x_i} = \frac{i\pi}{L_x}$, $k_{y_j} = \frac{j\pi}{L_y}$, $k_{ij} = \sqrt{k_{x_i}^2 + k_{y_j}^2}$. De la même manière, l'élévation de surface libre (toujours dans le cas d'une formulation en bassin de houle) peut être exprimée sous la forme :

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} A_{ij}^{\eta}(t) \cos(k_{x_i} x) \cos(k_{y_j} y) \tag{2.7}$$

Après avoir choisi la base de fonctions ψ_i, il ne reste plus qu'à résoudre le système d'équations obtenu où les inconnues sont les coefficients A_i. Plusieurs méthodes sont alors utilisables selon le rapport entre le nombre de noeuds de collocation (la discrétisation du domaine fluide) et le nombre de modes retenus (la troncature de la série de fonctions élémentaires). Quelle que soit la résolution employée, les méthodes spectrales sont très rapides comparativement à des approches type BEM (Boundary Element Method) par exemple. Sous certaines conditions (notamment l'utilisation d'un pas de discrétisation en espace constant), il est possible d'utiliser des méthodes de résolution FFT (Fast Fourier Transform) qui ont de très bonnes propriétés de convergence et accroissent encore la rapidité de calcul.

En ce qui concerne la précision de la solution obtenue, l'utilisation d'une discrétisation de l'espace physique sous la forme d'une somme de fonctions élémentaires permet de supprimer virtuellement toute erreur dissipative ou dispersive. La précision ne dépend alors théoriquement que de l'ordre de troncature des séries. On peut donc obtenir des précisions très élevées, de l'ordre de la précision machine et ce sur tout l'espace de résolution (du moins sur les noeuds de collocation). Une taxinomie des différentes méthodes spectrales a été réalisée par David Le Touzé dans sa thèse [44]. Le lecteur pourra s'y reporter pour des détails supplémentaires.

Dans notre perspective, le principal intérêt des méthodes spectrales réside dans le fait qu'elles peuvent fournir des champs définis continûment à travers la surface libre. Le potentiel est défini dans le domaine D, mais il est cependant possible d'étendre son domaine de définition et le fait d'évaluer le champ incident au-dessus de sa déformée de surface libre ne pose ainsi pas de problème particulier. Il convient toutefois de remarquer que les fonctions de base (que ce soit dans le cas de la méthode de Rienecker & Fenton ou de la méthode HOS) comportent un terme exponentiel évoluant en fonction de z. Ceci

implique que si l'on est amené à évaluer le champ incident très au-dessus de sa déformée de surface libre, les termes de forçage peuvent se révéler excessifs et perturber le schéma numérique dans lequel ils seront introduits. Cette réflexion est à la base du développement théorique de la méthode SWENSE variable en espace exposée au chapitre 8 en anticipation de l'introduction du *Level set* dans le code.

Un autre avantage des méthodes spectrales est qu'une fois déterminés les coefficients A_i, il est possible de reconstruire analytiquement non seulement toutes les variables du champ mais aussi leurs gradients. Ceci permet de s'affranchir de l'évaluation des dérivées par différences finies et ainsi de les évaluer avec plus de précision.

Parmi la famille des méthodes spectrales, deux méthodes en particulier ont été retenues par Romain Luquet au cours de son travail de thèse. Nous emploierons les deux mêmes dans notre travail. Il s'agit dans le cas de la houle régulière de la méthode de Rienecker & Fenton et dans le cas de la houle irrégulière de la méthode High Order Spectral (HOS).

2.1.4 Rienecker & Fenton

La méthode de Rienecker & Fenton exposée ici succinctement permet de reproduire une houle stationnaire non-linéaire [11]. Sa formulation a été exprimée pour la première fois par Rienecker & Fenton [58] en 1981. Ils proposent une solution spectrale pour calculer le profil non-linéaire de la houle régulière de cambrure quelconque. Pour ce faire, ils suivent la houle dans son mouvement [12], elle a donc un profil permanent dans le domaine considéré. Ils partent du profil de la houle d'Airy [13] à la cambrure choisie, et ils obtiennent ensuite les estimations successives par la méthode itérative de Newton. Le potentiel est exprimé sous la forme d'un développement spectral direct, mais à la différence de l'équation 2.6, à travers l'emploi d'une fonction de courant ψ. Les inconnues du système sont donc les amplitudes modales de la fonction de courant et les élévations de surface libre en des noeuds de collocation. Le système d'équations comprend, outre les conditions de surface libre non-linéaires et l'équation de Laplace, quelques équations supplémentaires telles que la spécification de la cambrure ou la conservation du volume ; comme le fait remarquer David Le Touzé dans sa thèse [44], cela permet de tenir compte d'inconnues supplémentaires incluant notamment la pulsation de la houle dont la solution non-linéaire est elle aussi différente de l'estimation linéaire de départ [14]. Les détails de la programmation de cette méthode peuvent d'ailleurs être trouvées dans la thèse de ce dernier.

11. Il ne faut pas la confondre avec la *méthode directe* (selon la terminologie employée par David Le Touzé dans sa thèse [44]) de résolution spectrale introduite par Fenton & Rienecker [20] en 1982 appliquée à la résolution d'un écoulement non-stationnaire.

12. La question du repère à considérer n'est pas triviale puisque Bernard Molin fait remarquer dans [49] qu'elle est à l'origine de bien des erreurs pour les méthodes basées sur la fonction de courant.

13. La houle d'Airy est le nom donné à la houle de Stokes développée au premier ordre. Elle est caractérisée par un profil de surface libre sinusoïdal.

14. En fait, dès le développement à l'ordre 3 de la houle de Stokes, la période de la houle est modifiée.

La figure 2.3 montre la valeur du champ de vitesses horizontales pour une houle d'amplitude crête à creux $2A = 0.1$ m et de longueur d'onde $\lambda = 1.5$ m. On voit que la surface libre n'est pas une frontière du champ de vitesses et que celui-ci est continûment défini à la traversée de celle-ci. Un autre avantage de cette solution est qu'elle est non seulement définie (en la prolongeant) dans tout l'espace mais aussi infiniment dérivable, ce qui est très intéressant pour assurer la stabilité numérique des calculs lors de l'application de la méthode SWENSE.

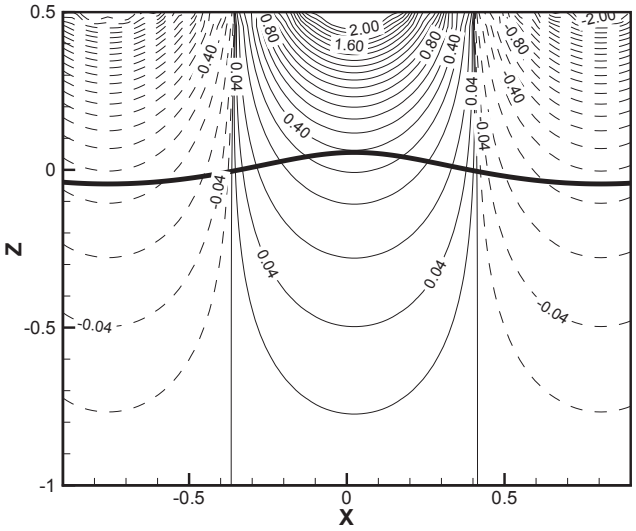


FIGURE 2.3 – Contours de la vitesse horizontale par la méthode de Rienecker et Fenton. Le trait en gras représente la position de la déformée de surface libre.

Cette approche est aussi très *pratique* à mettre en oeuvre car elle fournit une solution pour une large palette de profondeurs (dans la limite du soliton), d'amplitudes et de longueurs d'ondes (dans la limite du déferlement). La figure 2.4 illustre la variété de profils de houle qui peuvent être générés en présentant les profils obtenus tous les 1.5% de pente $2\pi A/\lambda$ jusqu'à la pente 44.14% très proche de la limite de Stokes (44.35%).

La qualité des houles générées ne dépend que de l'ordre de troncature de la série et, en pratique, la prise en compte de 16 modes suffit à atteindre une précision de l'ordre de l'erreur machine. Pour les fortes cambrures, il peut être nécessaire d'utiliser plus de modes pour avoir une précision accrue. Ainsi, la cambrure limite de 44.14 %, représentée sur la figure 2.4, avait été atteinte par Pierre Ferrant (qui a été le premier à coder cette méthode au laboratoire) avec 64 modes.

En conclusion, le modèle de Rienecker et Fenton permet la génération d'une houle régulière non-linéaire sur un fond plat pour une gamme étendue d'amplitudes, de longueurs d'onde et de profondeurs de houle, et ce en un temps de calcul négligeable comparativement à la résolution du champ diffracté implicite. La solution obtenue n'est exacte

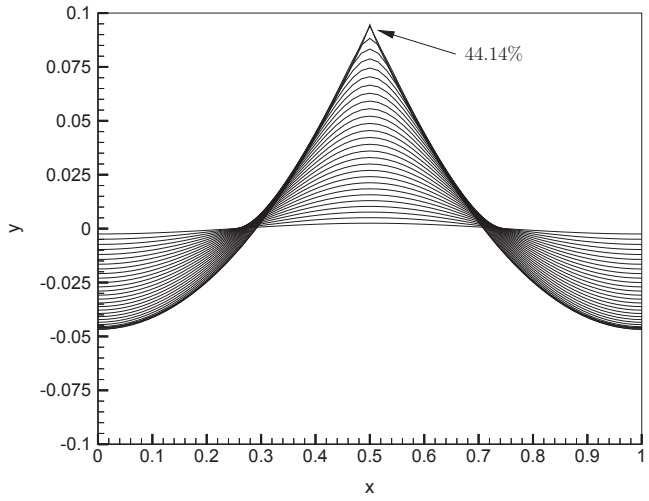


FIGURE 2.4 – Profils de houle à cambrures successives par la méthode de Rienecker et Fenton jusque la limite de Stokes ($(Ak)_{max} = 44.14\%$).

qu'aux noeuds de collocation mais reste de très bonne qualité entre ceux-ci (car la série de modes est convergée), ce qui va être très utile lors de l'évaluation du champ incident aux noeuds du maillage *ICARE* qui est indépendant de l'emplacement des noeuds de collocation. Ce modèle est donc de très bonne qualité sur le cas restrictif de la houle régulière monodirectionnelle. Pour les autres cas de houle, un modèle supplémentaire est nécessaire.

2.1.5 High-Order Spectral

Théorie

La méthode High-Order Spectral (HOS) a été initialement développée par West et al. [68] et Dommermuth & Yue [18] ; ces deux articles sont parus en 1987. Son développement a été la base de trois travaux de thèse successifs au Laboratoire de Mécanique des Fluides, à savoir ceux de David Le Touzé [44], Félicien Bonnefoy [11] et Guillaume Ducrozet [19]. Le modèle a subi de nombreuses évolutions avec notamment la prise en compte des parois latérales du bassin, l'adjonction d'un potentiel additionnel qui rend possible la génération de houle en simulant un batteur réel, et plus récemment la simulation d'états de mer en milieu ouvert.

Le point de départ de ce modèle est la formulation en quantités surfaciques des CSL (équations 2.3 et 2.4). Ces conditions, initialement formulées pour l'élévation de surface libre η et le potentiel des vitesses ϕ, sont réécrites en fonction de η et du potentiel de

surface libre ϕ^S défini par :

$$\phi^S(x,y,t) = \phi\left(x,y,z=\eta(x,y,t),t\right) \tag{2.8}$$

Nous obtenons ainsi les nouvelles conditions de surface libre :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \left(1+\left|\vec{\nabla}\eta\right|^2\right)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \vec{\nabla}\phi^S\cdot\vec{\nabla}\eta \qquad en \;\; z=\eta(x,y,t) \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2}\left|\vec{\nabla}\phi^S\right|^2 + \frac{1}{2}\left(1+\left|\vec{\nabla}\eta\right|^2\right)\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 \qquad en \;\; z=\eta(x,y,t) \tag{2.10}$$

Ces équations permettent d'avancer en temps les quantités $\eta(x,y,t)$ et $\phi^S(x,y,t)$ par le biais d'un schéma d'intégration de Runge Kutta d'ordre 4. La seule inconnue restant dans le système formé par ces deux équations est la vitesse verticale $W(x,y,t)$ définie par :

$$W(x,y,t) = \frac{\partial \phi}{\partial z}\left(x,y,z=\eta(x,y,t),t\right) \tag{2.11}$$

De plus, il est à noter qu'il s'agit de la seule quantité volumique restante. Cette inconnue ne pouvant pas être obtenue de manière immédiate, elle va être évaluée par un processus itératif d'ordre élevé correspondant au modèle HOS à proprement parler. La première étape du calcul de la vitesse verticale consiste en effet à décomposer en série de puissance de η le potentiel ϕ :

$$\phi(x,y,z,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\phi^{(m)}(x,y,\eta,t) \tag{2.12}$$

Pratiquement, cette somme est tronquée à une valeur finie, appelée ordre HOS. Chaque potentiel $\phi^{(m)}$ est développé en série de Taylor autour de $z=0$ pour obtenir un système triangulaire. Chaque ordre est obtenu à partir du précédent en étant décomposé sur des fonctions de base comme explicité précédemment :

$$\phi^{(m)}(x,y,z,t) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}A_{ij}^{(m)}(t)\psi_i(x)\psi_j(y)\frac{\cosh(k_{ij}\left[z+h\right])}{\cosh(k_{ij}h)} \tag{2.13}$$

Il est ensuite possible de reconstruire la vitesse verticale à l'ordre HOS (noté M) :

$$W(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}W^{(m)}(x,y,\eta,t) \tag{2.14}$$

Il ne reste plus qu'à avancer en temps le système composé des équations 2.9 et 2.10. Numériquement, la méthode est rendue intéressante par l'utilisation de transformées de

Fourier rapides (FFT), ce qui impose une répartition des noeuds de collocation à pas constant en espace ainsi qu'au domaine de calcul d'être à géométrie fixe. Cette caractéristique empêche a priori la prise en compte d'un batteur qui par définition est une paroi mobile. La solution consiste alors à introduire un potentiel additionnel en décomposant le potentiel ϕ en deux parties (ceci est rendu possible par le caractère linéaire de l'équation de Laplace) :

$$\phi = \phi_{add} + \phi_{spec} \tag{2.15}$$

Le potentiel additionnel ϕ_{add} tient compte du processus de génération, le potentiel spectral ϕ_{spec} de l'évolution de la surface libre. Cette partie additionnelle sera prépondérante à proximité du batteur mais deviendra négligeable à une certaine distance de celui-ci. La stratégie consiste à résoudre le problème pour ϕ_{spec}, ϕ_{add} agissant comme terme de forçage.

Mise en oeuvre numérique au sein de la méthode SWENSE

La mise en oeuvre du modèle HOS au sein de la méthode SWENSE est plus compliquée que celle du modèle de Rienecker et Fenton. La stratégie consiste à décomposer la simulation en trois étapes :

1. définition des besoins sur le champ incident (dimensions du domaine, durée de simulation, type de houle) (étape réalisée par l'utilisateur SWENSE)
2. réalisation d'une simulation HOS de propagation de houle fournissant un fichier de houle permettant la reconstruction du champ incident
3. simulation SWENSE à partir du fichier de houle. La simulation SWENSE étant indépendante du fichier de houle, il sera possible de varier les paramètres de calculs SWENSE sans devoir générer un nouveau fichier de houle (étape réalisée par l'utilisateur SWENSE)

En ce qui concerne la deuxième étape, nous n'avons pas réalisé nous-mêmes, au cours de ce travail de thèse, les simulations HOS car ceci nécessite une certaine familiarité avec le code HOS relativement complexe que nous ne possédons pas. Nous remercions Guillaume Ducrozet, récent maître de conférences au LMF, de s'en être chargé pour les différentes houles irrégulières dont nous avons eu besoin.

Le fichier HOS en entrée du calcul SWENSE comprend, à chaque pas de temps HOS, l'ensemble des amplitudes modales nécessaires à la reconstruction des champs. Ceci n'est pas sans poser problème dans le cas des longs calculs en houle irrégulière 3D puisque le fichier devient très volumineux (plusieurs gigaoctets). Il peut alors y avoir nécessité de le scinder en plusieurs morceaux pour faciliter sa lecture.

Les champs HOS sont reconstruits en tout point de collocation de la boîte HOS grâce à une méthode employant des FFTs (Fast Fourier Transform). Le module de reconstruction des champs sur la boîte HOS a été grâcieusement fourni par Guillaume Ducrozet pour être incorporé dans le code. Le temps de reconstruction évolue en $(N_x N_y)\log(N_x N_y)$ pour la partie spectrale et en $(N_y N_z^2)\log(N_y)$ pour la partie additionnelle, avec N_x, N_y et N_z les nombres de modes utilisés pour la reconstruction dans chaque direction . Pour les cas de

houle irrégulière 3D, le temps de reconstruction peut donc devenir élevé. Une possibilité afin de réduire le temps de reconstruction serait tout simplement de ne pas reconstruire la partie additionnelle. Ceci est justifié par le fait que la partie additonnelle est surtout importante près du batteur et devient négligeable plus loin dans le bassin, là où sont généralement situées les structures dans nos calculs.

Contrairement au cas de la méthode de Rienecker & Fenton, il est inenvisageable de reconstruire les champs directement en tout point du maillage Navier-Stokes. Ceci serait trop lourd en terme de temps CPU. De plus, pour les cas de houle cambrée, la solution HOS entre deux noeuds de collocation peut comporter des oscillations importantes dues à la présence de modes parasites à hautes fréquences. Ce type d'erreur n'implique pas que la résolution HOS se soit mal déroulée car celle-ci ne vérifie les équations du fluide qu'en ses noeuds de collocation et *libère* la solution entre ceux-ci. Ceci explique pourquoi les champ HOS doivent être reconstruits au niveau des noeuds de collocation du calcul HOS.

La boîte de calcul est à pas constant selon les trois directions de l'espace. Elle consiste donc, dans le cas de la reconstruction d'une houle 3D, en un maillage cartésien et régulier englobant le domaine de calcul Navier-Stokes. Une illustration de la position relative de la grille de reconstruction et du maillage Navier-Stokes est fournie par la figure 2.5. Si le corps est mobile, la boîte suit le domaine de calcul et peut évoluer ainsi dans le domaine de résolution HOS. L'emploi de cette boîte permet d'éviter de reconstruire le champ incident dans la totalité du bassin de houle HOS à chaque pas de temps, ce qui limite le temps de reconstruction. Afin de capter au mieux la dynamique de la houle, la boîte de reconstruction est densifiée au niveau de la surface libre dans la direction z [15].

Une étape cruciale dans l'évaluation du champ incident au niveau des noeuds de maillage RANSE consiste alors en l'interpolation des valeurs reconstruites sur la boîte HOS. Au cours de sa thèse, Romain Luquet s'était contenté dans un premier temps d'utiliser une interpolation trilinéaire. Nous avons, pour notre part, développé plusieurs méthodes d'interpolation entre la boîte HOS et la grille RANSE. Elles sont exposées au chapitre 5 où leurs résultats sont comparés. Ces interpolations en espace ne sont pas les seules à intervenir dans la reconstruction. En effet, les pas de temps de calcul HOS et Navier-Stokes ne sont pas nécessairement identiques, ce qui implique qu'une interpolation en temps soit réalisée préalablement à l'interpolation en espace pour synchroniser la reconstruction. Celle-ci est également effectuée par un schéma linéaire que nous considérons suffisamment précis vu le peu d'évolution du champ incident entre deux sorties en temps du calcul HOS.

15. Nous avons toute latitude pour choisir le nombre de points de reconstruction dans la direction z. Par contre, dans les directions x et y, les points de collocation correspondent aux modes propres du bassin définis lors du calcul HOS.

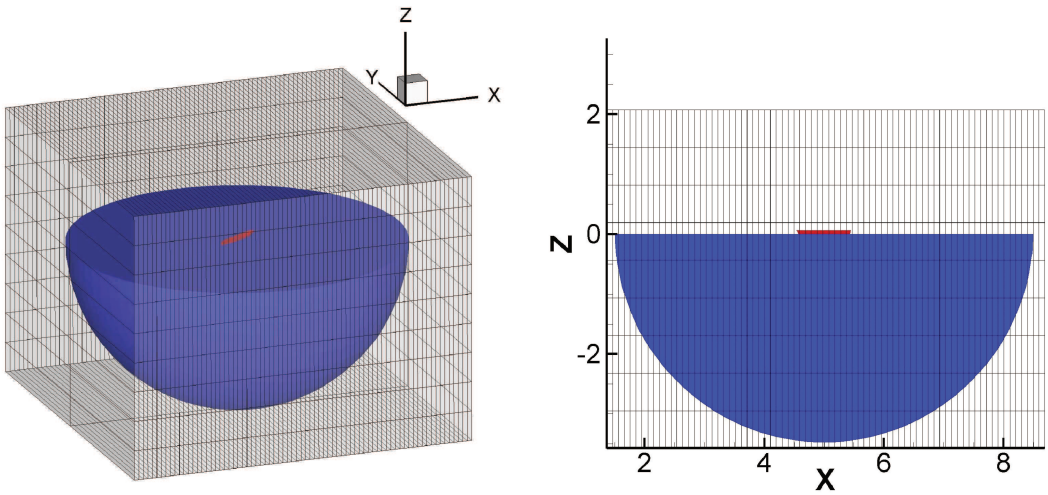


FIGURE 2.5 – Aperçu de la boîte de calcul HOS (maillage), du domaine Navier-Stokes (en bleu) et de la carène (en rouge).

2.1.6 Etablissement de la houle

Le problème des conditions initiales des simulations SWENSE est à aborder différemment selon que l'on utilise le modèle HOS ou celui de Fenton & Rienecker. En effet, la houle est générée progressivement par un batteur dans le premier modèle ce qui permet de démarrer la simulation SWENSE avec surface libre non-déformée et de voir apparaître progressivement la houle sur la carène. En revanche, en ce qui concerne le second modèle, celui-ci fournit une solution périodique donc établie. Or, il est difficile de démarrer la simulation en imposant brutalement une houle non perturbée sur un corps : on aboutit alors à des instabilités numériques qui peuvent faire diverger la simulation.

Au cours de sa thèse [45], Romain Luquet a mis en oeuvre une rampe permettant de faire *apparaître* progressivement la houle. Il a adopté deux stratégies successives. Dans la première version, la rampe modifiait les amplitudes des variables incidentes principales (vitesses, pression, élévation de surface libre) par une loi linéaire. Or, si l'on procède de cette manière, le champ incident ne respecte ni l'équation d'Euler 1.17, ni les conditions aux limites surfaciques de champ incident, ce qui a pour effet de créer l'apparition d'un champ diffracté important. Ceci rend le calcul instable lors de l'application de la rampe.
C'est pourquoi il a préféré appliquer la rampe d'établissement de la houle directement à l'amplitude de la houle avant la détermination des modes de la série de Fourier, ce qui permet de générer une houle d'amplitude croissante à chaque pas de temps et qui vérifie les conditions de surface libre incidentes. La loi a aussi été modifiée et se base sur l'utilisation d'une fonction trigonométrique (qui a l'avantage d'être de classe C^1) permettant un établissement de la houle très progressif, voir figure 2.6.
Dans la pratique, la rampe est mise en place sur une demi-période de houle incidente pour

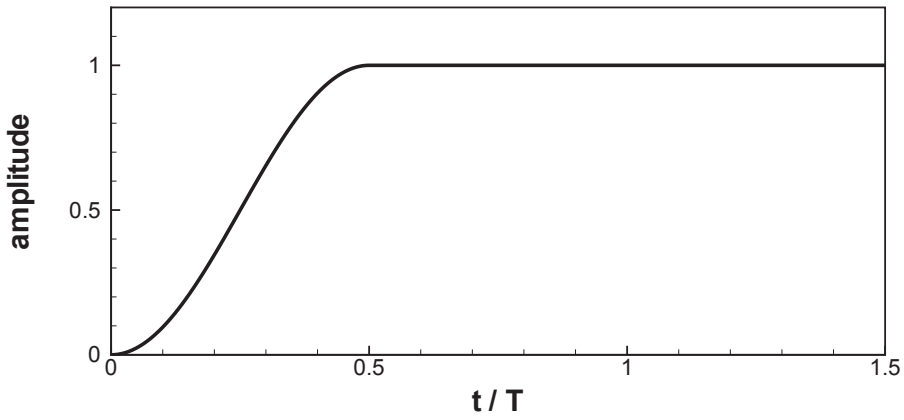


FIGURE 2.6 – Allure de la rampe d'établissement de la houle.

les fortes amplitudes, mais il est possible de s'en passer pour les houles à faible cambrure. Nous verrons plus loin (6.4) que pour les cas de navire avec vitesse d'avance dans la houle, il peut être préférable d'établir la houle seulement à partir du moment où le navire a été accéléré jusqu'à sa vitesse nominale. C'est d'ailleurs ce qui est généralement pratiqué dans les bassins d'essai où la maquette est accélérée jusqu'à pleine vitesse avant de rencontrer le front d'onde.

2.2 Implémentation dans *ICARE*

2.2.1 Introduction : *ICARE*, un code RANSE basé sur une formulation en différences finies

Le code de calcul *ICARE* résout les équations de Navier-Stokes moyennées au sens de Reynolds pour un écoulement à surface libre, icompressible et turbulent. Ce code est basé sur une formulation en différences finies et applique un processus de suivi de surface libre. Il est développé au sein du LMF depuis 1993 et fait suite au travail de thèse de Bertrand Alessandrini [3]. Il connait de constantes évolutions, notamment une parallélisation récente, le développement d'une version *multiblocs* dans le cadre de la thèse d'Aurélien Drouet et le développement d'une formulation *Level set* (que nous évoquerons au chapitre 8) dans le cadre de la thèse de Gabriel Reliquet. C'est ce code (d'abord dans sa version 2D par Lionel Gentaz puis dans sa version 3D par Romain Luquet) qui a été utilisé afin d'implémenter la méthode SWENSE.

2.2.2 Discrétisation et localisation des inconnues

Localisation

Une localisation des inconnues adéquate permet d'éviter des interpolations coûteuses en temps de calcul et une dégradation de la précision. En formulation SWENSE, les variables diffractées sont localisées exactement comme le sont les variables totales, ceci afin d'être le plus possible en adéquation avec la programmation d'*ICARE* classique et d'aboutir à un système linéaire SWENSE aux propriétés numériques similaires au système linéaire d'*ICARE*. Par conséquent, en ce qui concerne le champ diffracté, les vitesses U_D^i

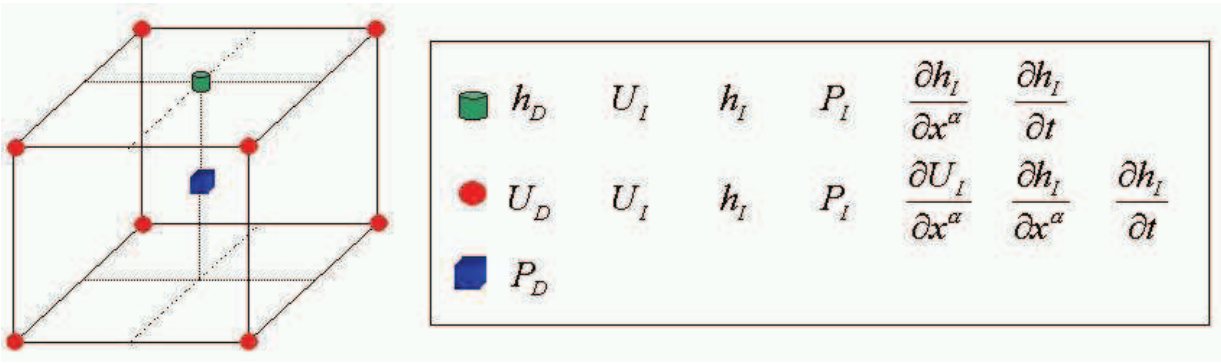


FIGURE 2.7 – Localisation des inconnues incidentes et diffractées.

sont définies aux noeuds du maillage, la pression P_D au centre des volumes de contrôle et l'élévation de surface libre h_D au centre des facettes de la surface libre. Ceci permet de garder les propriétés numériques des équations et ainsi d'espérer conserver la qualité de résolution d'*ICARE*. Pour ce qui est des variables incidentes, le choix qui a été fait fut de reconstruire le champ incident exactement là où il est utilisé. Les équations générales et les conditions aux limites n'étant pas localisées aux mêmes points, ceci impose d'évaluer chaque quantité du champ incident en différentes positions sur la grille de calcul. Ainsi, l'élévation de surface libre incidente h_I est utilisée dans la condition dynamique normale au centre des facettes de la surface libre et dans la condition cinématique aux noeuds du maillage. La pression incidente P_I est utilisée dans la condition dynamique normale au centre des facettes ainsi que pour reconstruire le champ de pression avant le calcul des efforts sur la carène aux noeuds. Les vitesses incidentes U_I apparaissent dans les quatre conditions de surface libre, dans les conditions d'adhérence et de radiation ainsi que dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, ce qui se traduit par leur évaluation aux noeuds du maillage ainsi qu'au centre des facettes de la surface libre. Les gradients spatiaux et temporels de l'élévation de surface libre sont exprimés analytiquement dans la condition cinématique de surface libre ainsi que dans une routine *ICARE* servant à réévaluer cette dernière aux centre des facettes après chaque pas de temps pour corriger certaines erreurs en proche paroi, ce qui place le calcul des gradients de l'élévation de surface libre aux noeuds ainsi qu'aux centres des facettes de la surface libre. Ne restent

plus que les gradients spatiaux des vitesses incidentes nécessaires au calcul des conditions cinématique et tangentielles et de l'équation de conservation de la quantité de mouvement d'où une localisation aux noeuds du maillage. La figure 2.7 récapitule cette localisation.

Discrétisation des équations

La résolution du système d'équations présentées au chapitre 1 est basée sur une discrétisation par différences finies et utilise des schémas au second ordre en espace et en temps. Les termes de champ incident étant traités de façon explicite, ils sont renvoyés aux seconds membres des équations à l'exception, bien évidemment, des termes incidents couplés aux termes diffractés qui restent dans la partie implicite. Ainsi, la discrétisation des équations employée est tout à fait similaire à celle mise en oeuvre dans la version classique d'*ICARE*. Les détails de ces schémas de discrétisation peuvent être obtenus aussi bien dans Alessandrini & Delhommeau [4] ou bien dans la thèse de Lionel Gentaz [24] et nous n'allons pas les restituer ici, mais donner seulement les grandes lignes de la discrétisation. Pour ce qui est de l'écriture des équations en coordonnées curvilignes (sur lesquelles s'effectuent effectivement la discrétisation), nous renvoyons à la thèse de Romain Luquet [45].

L'équation de continuité de mouvement est linéarisée en considérant les termes convectifs obtenus à l'itération non-linéaire générale précédente (et dans le cas où on se trouve à la première itération non-linéaire, on considère les termes convectifs obtenus au pas de temps précédent). Les trois équations scalaires sont écrites sur les noeuds du maillage où sont placées les inconnues de vitesse.

L'équation de pression est obtenue en appliquant l'opérateur divergence à l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Pour éviter tout problème de découplage pair-impair, la méthode de type Rhie et Chow [57] est appliquée pour obtenir l'équation de pression.

Enfin, dans l'équation de condition cinématique de surface libre, les gradients spatiaux de la hauteur de surface libre sont explicités afin de linéariser l'équation.

Résolution du système linéaire couplé

Une fois l'ensemble des équations discrétisées, elles sont assemblées dans un système linéaire couplé en vitesses, pression et élévation de surface libre. Le système linéaire est creux, non-symétrique et de grande dimension. Seules des méthodes itératives sont de nature à pouvoir résoudre un tel système linéaire. Ainsi, un préconditionnement LU est effectué sur le bloc de pression avant de résoudre le système grâce à l'algorithme bi-CGSTAB [64] basé sur une méthode du gradient conjugué.

2.2.3 Maillages

Dans un code basé sur une formulation en différences finies, il est indispensable de travailler avec des maillages structurés. La réalisation du maillage peut s'avérer être une tâche ardue, en particulier dans le cas d'une géométrie complexe. C'est d'autant plus important de soigner ce travail que la qualité du maillage conditionne la stabilité et la précision du calcul.

Les maillages ayant été utilisés dans ce travail de thèse ont été réalisés avec l'aide du programme *ICEM* [6]. La prise en main de ce logiciel n'est pas aisée, mais certaines de ses fonctionnalités sont très intéressantes, notamment sa capacité à évaluer la qualité d'un maillage en calculant les déterminants de chaque maille, et ainsi voir dans quelle zone il est nécessaire de retravailler le maillage.

Les topologies de maillages

Les maillages structurés peuvent avoir plusieurs types de topologie. La plus classique et la plus efficace (d'ailleurs celle que nous avons exclusivement utilisée dans ce travail de thèse) est la topologie *O-O* qui permet de facilement controler la distribution de points dans la couche limite et de traiter simplement les conditions aux limites sur les frontières. La figure 2.8 illustre la forme de la topologie *O-O*. Les noeuds du maillage sont numérotés en i, j, k. Les plans $j = 0$ et $j = j_{max}$ représentent respectivement la carène et la frontière extérieure du domaine.

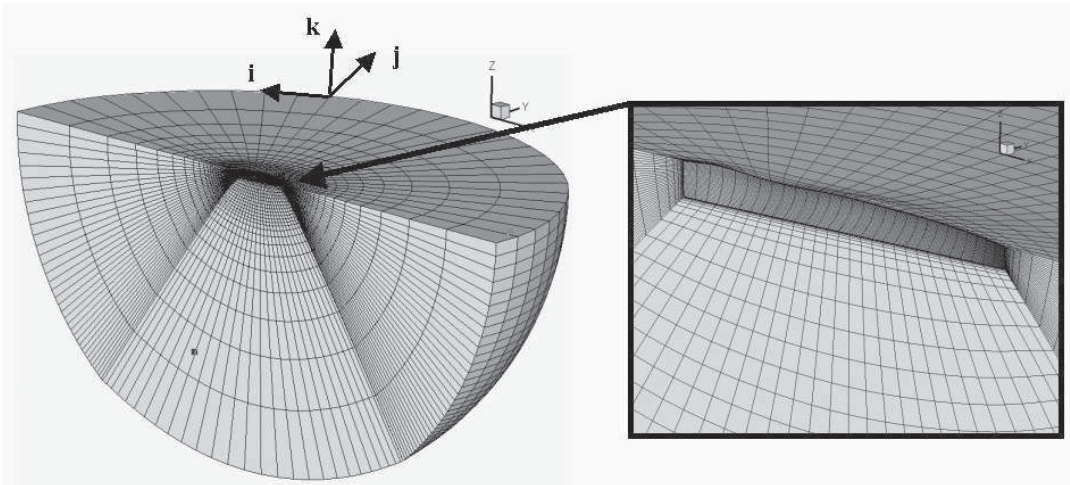


FIGURE 2.8 – Illustration de la topologie $O-O$ sur un maillage de carène de Wigley avec la numérotation des noeuds en (i, j, k) .

Une autre topologie possible est la topologie *H-H* représentée sur la figure 2.9. Dans cette topologie, la prise en compte du corps s'effectue par une méthode dite de *cellules*

tuées. De cette façon, le corps est n'est pas représenté par une frontière du domaine de calcul mais par un ensemble de volumes de contrôle qui sont considérés comme des cellules mortes et dont les facettes sont traitées comme des parois solides. Cette méthode est aussi extensible aux maillages *O-O* pour rendre compte d'appendices complexes. C'est d'ailleurs ainsi qu'est prise en compte la jupe de la bouée dans le chapitre 4.

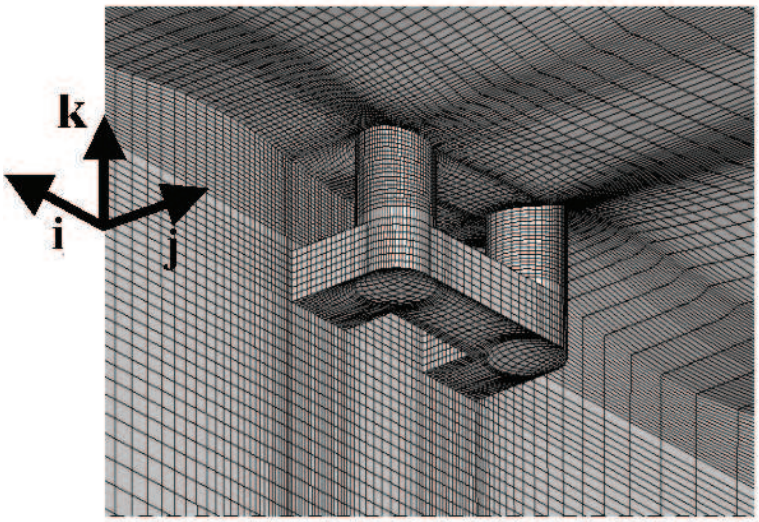


FIGURE 2.9 – Illustration de la topologie $H-H$ sur un maillage de plateforme TLP avec la numérotation des noeuds en (i, j, k).

Il existe aussi des topologies *C-C* utilisées pour le cas de cylindres ou de profils d'aile de longueur infinie. Par ailleurs, une version du code *multiblocs* est en développement dans le cadre de la thèse d'Aurélien Drouet au LMF. Cette version permettra de mixer les topologies et ainsi de pouvoir mailler des géométries très complexes avec de nombreux appendices.

Les caractéristiques du maillage

La discrétisation du domaine fluide répond à des exigences précises. Dans la couche limite, là où les gradients sont les plus élevés, une forte densité de points de calcul est nécessaire pour capter finement la dynamique de l'écoulement. De plus, dans les calculs présentés dans cette thèse, nous avons fait en sorte que, au moins la première maille en proche carène, se trouve dans la sous-couche visqueuse, c'est-à-dire à une distance normalisée à la paroi $y+ < 10$ (plus de détails sur la distance normalisée à sa paroi à l'annexe B) [16]. Lorsque ce n'est pas le cas, le code procède au calcul de la contrainte tangentielle de paroi en appliquant une loi de paroi.

16. Aux nombres de Reynolds habituels auxquels nous évoluons dans nos calculs, et pour une carène de longueur unité, ceci conduit généralement à fixer la première maille à une distance d'environ 10^{-4} m du corps.

Ensuite, le rapport de longueur de deux mailles successives ne doit pas être trop élevé pour ne pas induire d'erreur dans le schéma numérique. C'est pourquoi en proche carène, le ratio d'étirement des mailles tourne généralement autour de 1.2.

Enfin, au niveau de la frontière extérieure du domaine, nous avons l'habitude d'étirer les mailles afin de créer ce que l'on pourrait nommer une *plage numérique*. Ceci sert à absorber le champ de vagues avant qu'il ne se réfléchisse sur la frontière extérieure en permettant une dissipation numérique des champs de vitesse et de pression (cette méthode de dissipation est couplée avec d'autres artifices numériques, notamment l'annulation de la pression diffractée et de l'élévation de surface libre diffractée dans cette zone).

Le remaillage

Le code *ICARE* étant basé sur une méthode de suivi de surface libre, il est nécessaire de remailler le domaine fluide à chaque itération. En effet, la frontière supérieure du domaine fluide doit suivre les déformations de la surface libre pour pouvoir y imposer des conditions aux limites totalement non-linéaires, ce qui impose de remailler l'ensemble du domaine. Le principe de ce remaillage consiste à déterminer l'intersection du maillage initial avec la nouvelle position de la surface libre. On redistribue ensuite les noeuds le long des lignes verticales afin de conserver la même densité de points tout au long du calcul. Pour pouvoir réaliser ce remaillage, il est donc nécessaire que le maillage initial dépasse la plus forte hauteur que pourra atteindre la déformée de surface libre durant la simulation, ceci afin que l'intersection existe. Un exemple de remaillage est présenté sur la figure 2.10.

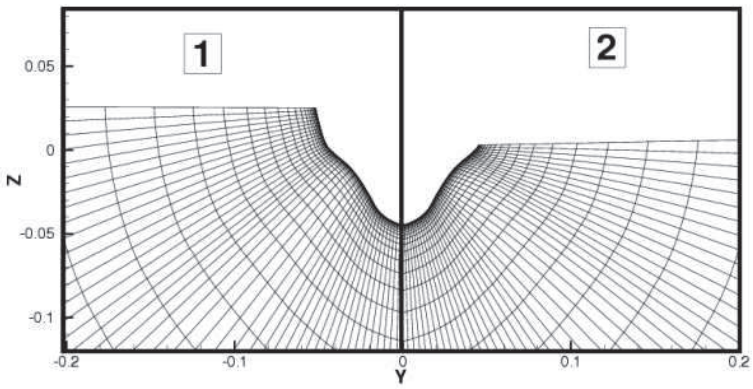


FIGURE 2.10 – Exemple de remaillage de la surface libre : (1) grille initiale, (2) grille remaillée (position de la surface libre initiale : $z = 0$).

2.2.4 Consistance du maillage avec les inconnues à résoudre

Nous souhaitons résoudre les équations RANSE au temps t. Pour qu'il y ait une consistance entre le domaine discrétisé et les champs de variables, il est nécessaire de résoudre les équations sur le domaine de calcul Ω_t calculé à partir de la déformée de surface libre au temps t. Ceci est paradoxal car au début de l'itération temporelle, nous ne disposons que du domaine de calcul Ω_{t-1}. Néanmoins, ceci peut être réalisé au terme d'un bouclage sur les itérations non-linéaires générales du calcul, avec à chaque début d'itération non-linéaire générale un remaillage prenant en compte la solution calculée à l'itération non-linéaire générale précédente.

2.2.5 Consistance du maillage avec le champ incident : boucle de remaillage

L'introduction d'un champ incident explicite dans les équations complique légèrement le problème. A chaque itération non-linéaire générale, le champ incident doit être évalué sur le domaine de calcul Ω qui est issu de l'itération non-linéaire générale précédente (ou de l'itération temporelle précédente dans le cas de la première itération non-linéaire générale). Or la consistance entre le champ incident calculé et ce domaine de calcul n'est pas assuré, et il y a incompatibilité entre la position de la déformée de surface libre et les inconnues du champ incident.

C'est pourquoi une stratégie de remaillage hybride est mise en place. A chaque itération non-linéaire, la hauteur du champ incident est calculée plusieurs fois de suite, et à chaque fois le domaine de calcul est ajusté. La figure 2.11 explique le processus itératif utilisé pour, à chaque itération non-linéaire générale, faire converger l'élévation de surface libre η vers sa valeur désirée.

Dans sa thèse [45], Romain Luquet avait déjà mis en place cette stratégie et analysé l'influence du nombre d'itérations de cette boucle de remaillage hybride. Quelques tests ont à nouveau été réalisés et qui nous ont permis de nous assurer que cinq itérations sont suffisantes pour obtenir une convergence partout dans le domaine.

2.2.6 Organisation du code

La façon dont est organisée le code est explicitée par la figure 2.12 représentant l'algorigramme du programme *ICARE*-SWENSE.

On remarque que le calcul de la dynamique du navire s'effectue dans la boucle d'itérations non-linéaires générales pour une raison sur laquelle nous reviendrons au chapitre 6.

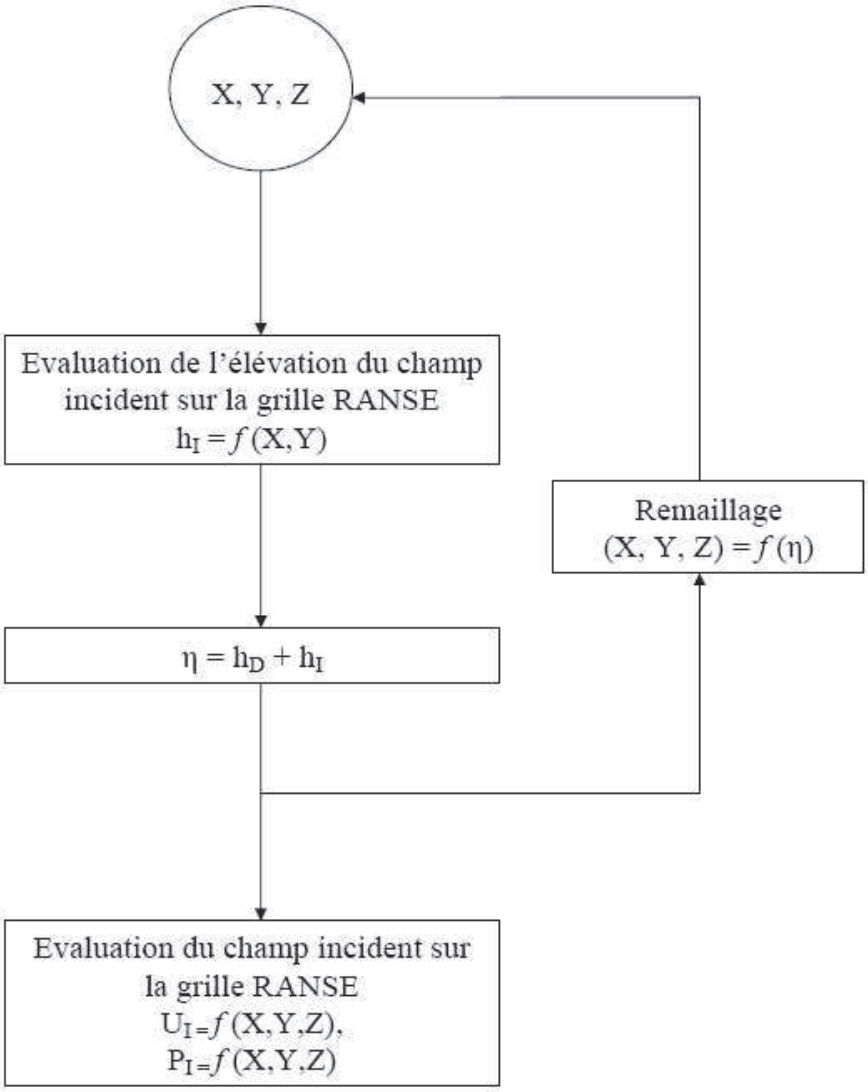


FIGURE 2.11 – Procédure de convergence de l'évaluation du champ incident aux positions du maillage

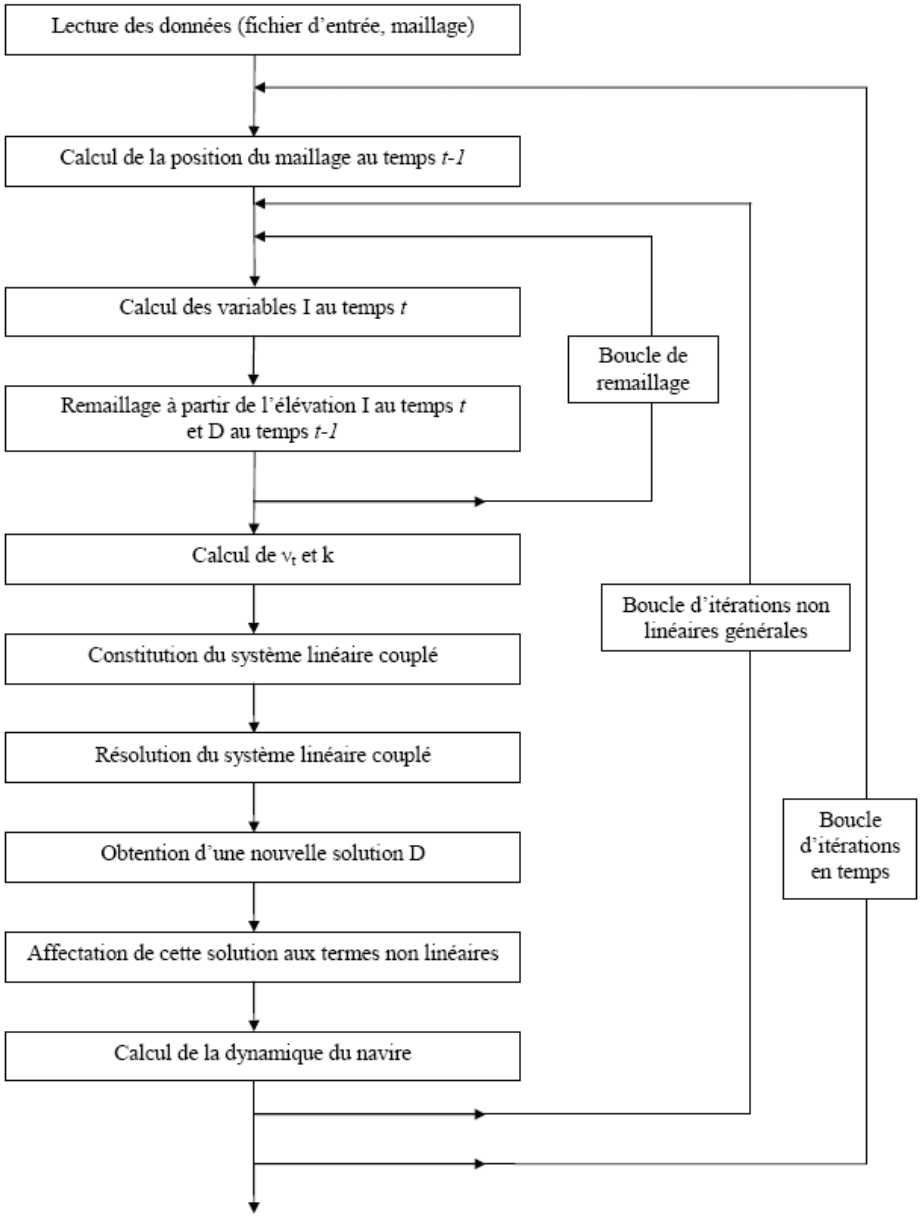


FIGURE 2.12 – Algorigramme du programme *ICARE*-SWENSE

Deuxième partie

Validation

Chapitre 3

Tenue à la mer au point fixe

Sommaire

3.1 Introduction **52**

3.2 Dispositif expérimental **52**

3.3 Détails numériques **53**

3.4 Houle régulière **54**

3.5 Longue simulation en houle irrégulière 2D **59**

3.5.1 Analyse statistique des signaux par la méthode de Welch . 59

3.5.2 Indicateur d'erreur ϵ. 63

3.5.3 Fonctions de transfert 64

3.6 Houle focalisée **65**

3.6.1 Résultats numériques 65

3.6.2 Réflexions sur la détermination numérique des fonctions de transfert 66

3.7 Conclusion **69**

3.1 Introduction

En novembre 2007, dans le cadre de sa thèse de doctorat réalisée au LMF [60], Pierre Roux de Reilhac a mené une campagne expérimentale au bassin de houle du LMF conjointement avec Félicien Bonnefoy et Jean-Marc Rousset. Le but principal de l'étude était l'analyse de l'influence de la directionnalité de la houle sur le comportement d'un navire, en l'occurence la barge HELIVE. Malgré cela, précisons d'emblée que nous n'avons procédé qu'à des calculs de houle 2D dans le cadre de cette étude. Il y a plusieurs raisons à cela. En premier lieu, nous ne connaissons pas avec certitude la position de la maquette en y dans le bassin au moment de l'expérience [17]. Ensuite, l'influence du système d'ancrage dont on ne connaît pas les caractéristiques est plus importante pour les houles 3D. Et de toute façon, ce cas d'application est surtout destiné à montrer que la méthode SWENSE en houle irrégulière peut permettre de servir autant d'outil de prévision déterministe que d'outil de prévision statistique. Cette qualité est mise en lumière par l'analyse de la simulation de très longue durée que nous exposons. Auparavant, quelques résultats en houle régulière sont exposés. Pour finir, un cas extrême de houle focalisée est présenté.

3.2 Dispositif expérimental

Le navire étudié est un transporteur de charge lourde, aussi appelé *heavy left vessel* en anglais, d'où l'acronyme HELIVE est tiré (HEavy-LIft VEssel). La figure 3.1 montre trois différentes vues du modèle. Ses caractéristiques sont exprimées dans le tableau 3.1. Les positions longitudinale et verticale du centre de gravité sont exprimées relativement à la perpendiculaire arrière et à la ligne de quille.

Longueur totale [m]	3.83
Longueur entre perpendiculaires [m]	3.61
Largeur [m]	0.90
Tirant d'eau [m]	0.10
Masse [kg]	272
Position longitudinale du CDG [m]	1.44
Position latérale du CDG [m]	0
Position verticale du CDG [m]	0.15

Table 3.1 – Caractéristiques du modèle expérimental

Le bassin de l'Ecole centrale de Nantes fait 50 m de long, 30 m de large et 5 m de fond.

17. La méthode exposée au 4.2 du chapitre suivant, permettant de retrouver la position du modèle en cas de données manquantes, est ici difficilement applicable dans la mesure où nous ne disposons pas d'essais de houle avec corps relevé (hors de l'eau).

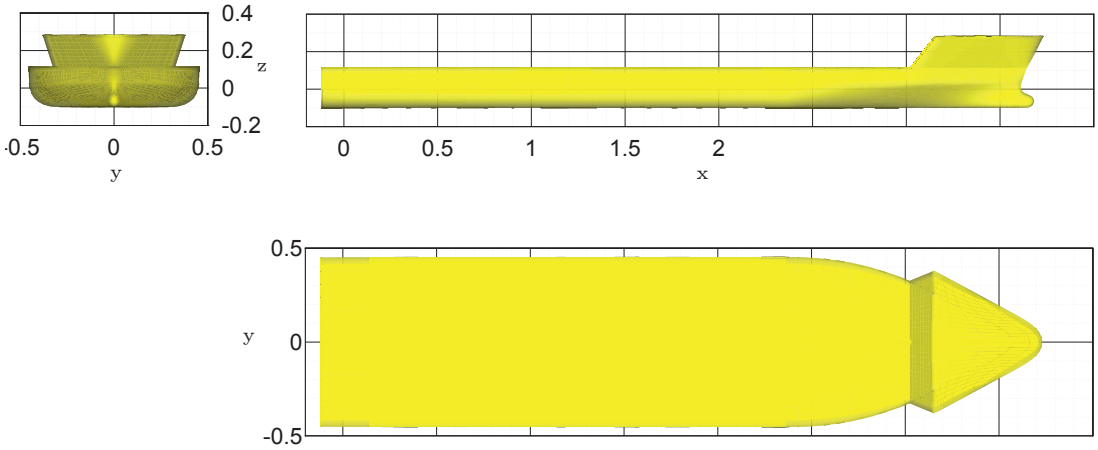


FIGURE 3.1 – Différentes vues de la barge HELIVE

Il est équipé sur un côté d'un générateur de houle composé de 48 batteurs. Un schéma du bassin de houle de l'ECN est disponible figure 3.2. Le modèle est placé au centre du bassin (à 20.5 m du générateur de houle) et orienté dans le sens de l'axe principal du bassin. Tous ses degrés de liberté sont libres, mais un système d'ancrages consistant en trois câbles élastiques l'empêchent d'endommager les sondes à houle. Un schéma (issu de la thèse de Pierre Roux de Reilhac [60]) du montage expérimental est fourni par la figure 3.3.

3.3 Détails numériques

Dans notre étude, le modèle est libre en pilonnement et en tangage, mais contrairement au montage expérimental, le mouvement en cavalement est entravé. De plus, aucune force d'ancrage n'est modélisée. En effet, à l'époque où les calculs ont été réalisés, aucun modèle d'ancrage n'était implémenté dans le code et, de toute façon, les propriétés mécaniques exactes des câbles élastiques utilisés n'étaient pas connues précisément.

Les calculs ont été effectués à l'échelle du modèle. Dans toutes les simulations présentées ici, nous avons utilisé un maillage relativement grossier de 250.000 points représenté sur la figure 3.4. Comme nous n'avons travaillé dans cette étude que dans des cas de houle de face, le problème est considéré symétrique et seulement la moitié du domaine est maillée. La figure 3.5 propose un zoom sur la partie du maillage située à l'arrière du bateau. Le maillage est densifié près de la paroi pour capter efficacement l'écoulement

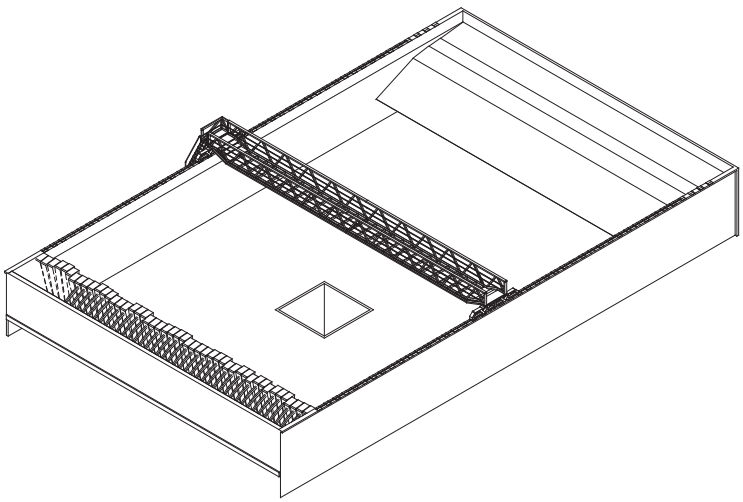


FIGURE 3.2 – Bassin de houle de l'Ecole centrale de Nantes

dans la couche limite. Nous nous sommes d'ailleurs assurés pour quelques calculs en houle régulière que, partout au niveau de la carène, la première maille se trouve dans la sous-couche limite visqueuse avec une distance normalisée à la paroi $y+$ largement inférieure à 30 (pour plus d'explications concernant la distance normalisée à la paroi $y+$ et l'importance qu'elle revêt pour les calculs en fluide visqueux, le lecteur pourra se référer à l'annexe B).

3.4 Houle régulière

Cinq trains de houle régulière ont été générés au cours de la campagne expérimentale, chacun d'eux avec une cambrure de 1.2 % et une fréquence variant de 0.40 Hz to 0.90 Hz. Dans chacun des cas, au moins 25 périodes de houle ont été reproduites (bien que seulement quelques périodes de houle sont nécessaires pour atteindre un état purement périodique). La discrétisation temporelle a consisté à prendre 120 pas de temps par période de houle. Sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHz), le calcul d'une période prend environ deux heures.

Les mouvements de pilonnement β et de tangage θ sont adimensionnalisés de la façon suivante :

$$Y_3(t) = \frac{\beta(t)}{A} \tag{3.1}$$

$$Y_5(t) = \frac{\theta(t)}{Ak} \tag{3.2}$$

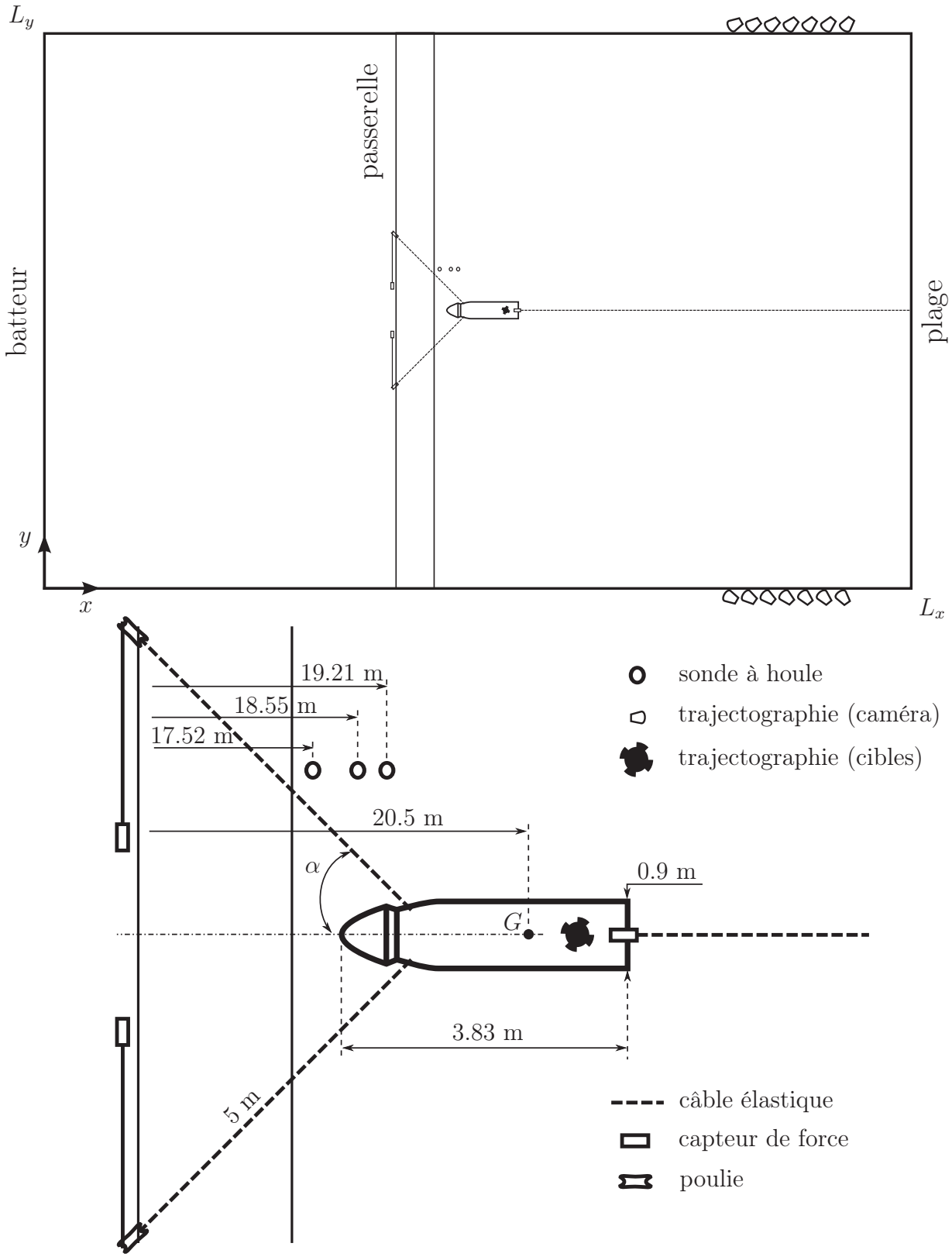


FIGURE 3.3 – Schéma du montage expérimental (figure extraite de la thèse de Pierre Roux de Reilhac [60])

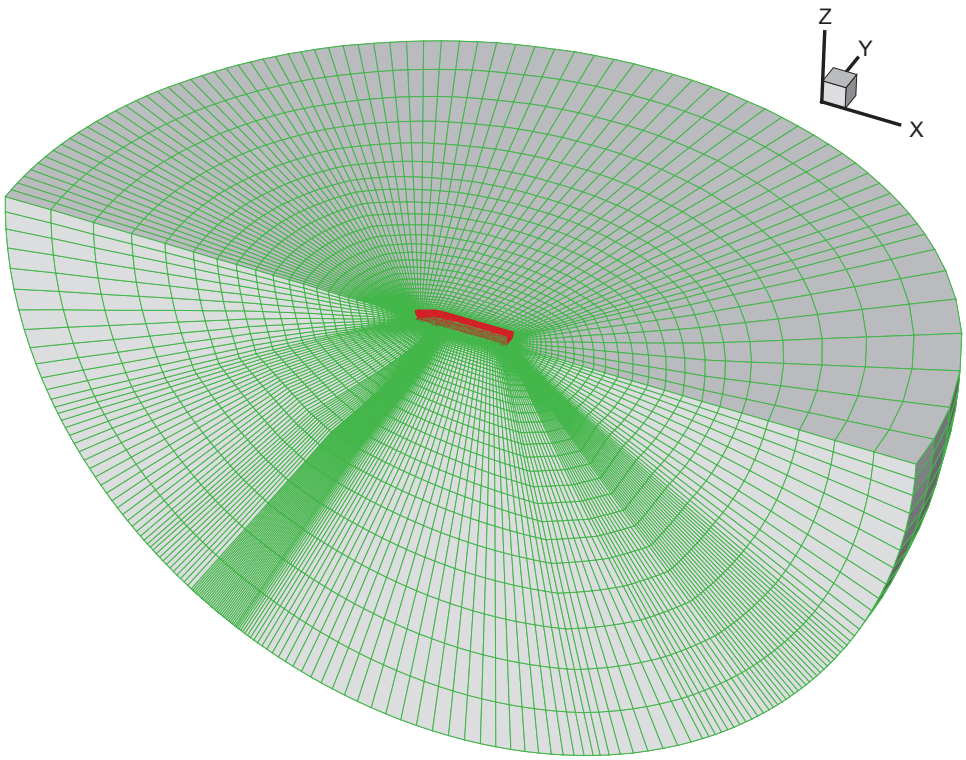


FIGURE 3.4 – Maillage O-O. 250000 mailles.

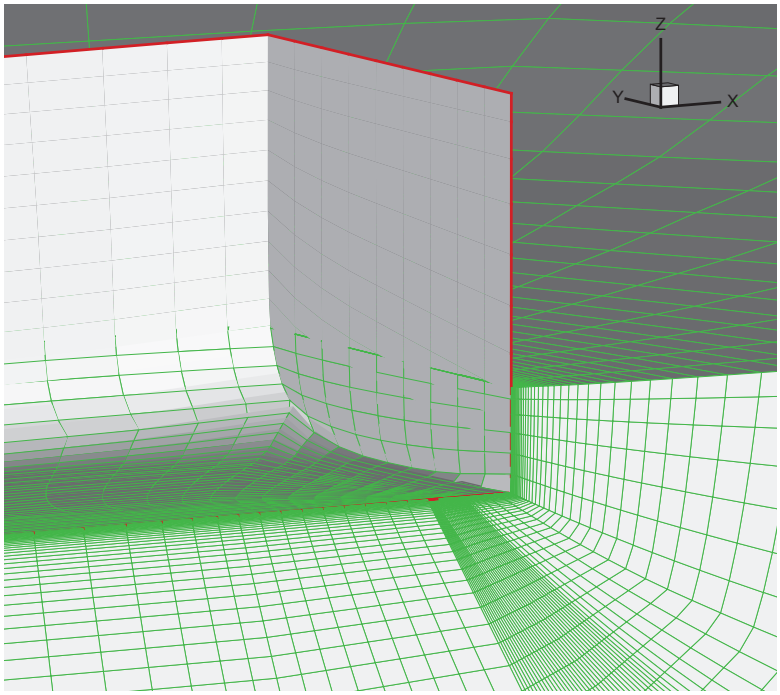
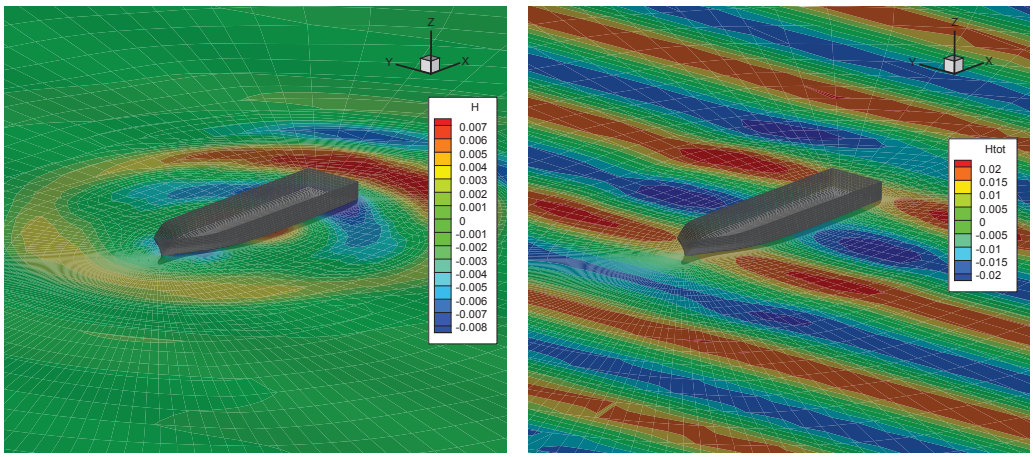


FIGURE 3.5 – Zoom sur le maillage à l'arrière du navire

La figure 3.6 montre l'allure de l'écoulement autour de la carène après 20 périodes de houle dans le cas du train de vagues avec une fréquence égale à $f = 0.70$ Hz, et la figure 3.7 montre l'historique du mouvement de tangage pour ce même cas. Après 20 périodes de houle, le signal est toujours complètement périodique sans dérive de l'amplitude.

Le tableau 3.2 compare les amplitudes de première harmonique du pilonnement et du tangage calculés aux résultats expérimentaux. Dans la simulation aussi bien que dans les résultats expérimentaux les amplitudes de seconde harmonique des mouvements sont négligeables relativement aux amplitudes de première harmonique. Nous observons un bon accord d'ensemble entre la simulation et l'expérience avec une erreur de moins de 6 % pour toutes les fréquences, hormis pour $f = 0.85$ Hz où l'erreur atteint 20 % pour le pilonnement et 13.8 % pour le tangage.

Plus la fréquence d'un train de vagues est élevé, plus la longueur d'onde est courte, et donc, pour les trains de vague à fréquence élevée, il y a moins de points de maillage par longueur d'onde. Par conséquent, les plus grandes erreurs observées pour les hautes fréquences (comme $f = 0.85$ Hz) peuvent être expliquées par l'utilisation d'un maillage relativement grossier (250.000 points pour une moitié de domaine) pour toutes les simulations. Bien sûr, l'absence de modélisation relative au système d'ancrage peut aussi expliquer certaines des différences observées avec les valeurs expérimentales.



(a) Champ diffracté

(b) Champ total (champ diffracté + champ incident)

FIGURE 3.6 – Champ de vagues autour de la barge Helive en houle régulière, libre en pilonnement et tangage, pour $f = 0.70$ Hz

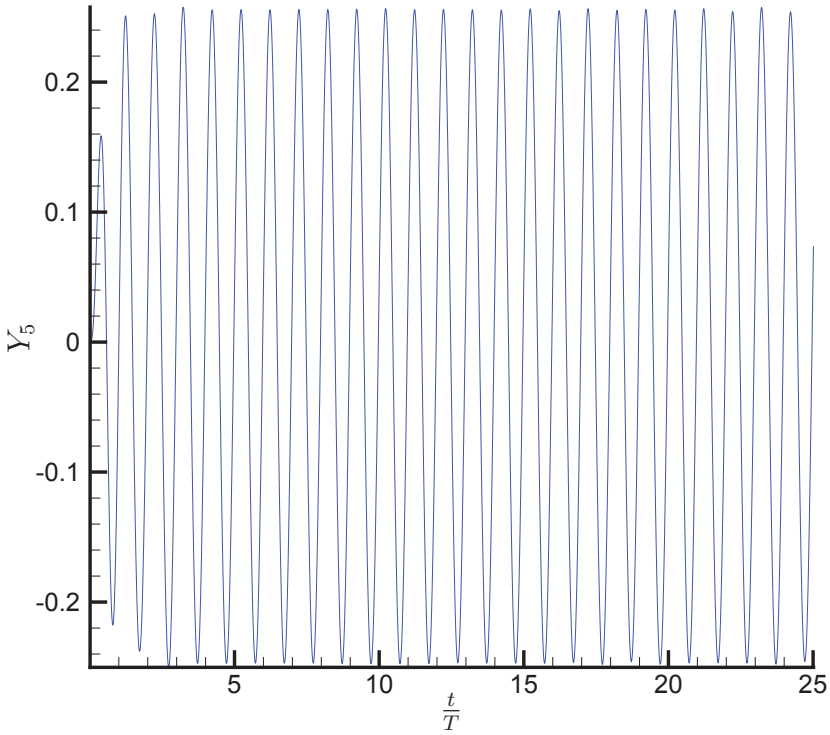


FIGURE 3.7 – Mouvement de tangage calculé sur 25 périodes de houle, pour $f = 0.70$ Hz

f	$Y_3^{(1)}$		$Y_5^{(1)}$	
(Hz)	Exp	SWENSE	Exp	SWENSE
0.40	0.81	0.82 *(+1.2%)*	0.86	0.91 *(+5.8 %)*
0.50	0.578	0.58 *(+0.3%)*	0.74	0.76 *(+2.7 %)*
0.70	0.080	0.076 *(-5.0%)*	0.26	0.25 *(-3.8 %)*
0.85	0.14	0.168 *(+20.0%)*	0.094	0.081 *(-13.8%)*
0.90	0.094	0.098 *(+4.3%)*	0.087	0.090 *(+3.5 %)*

TABLE 3.2 – Comparaison de la première harmonique des coefficients de mouvement en houle régulière.

3.5 Longue simulation en houle irrégulière 2D

Le spectre de vague généré expérimentalement est un spectre de Bretschneider avec une fréquence de pic $f_P = 0.65$ Hz et une hauteur significative $H_s = 0.02$ m. L'essai a duré 600 secondes en bassin et a été entièrement reproduit par la méthode SWENSE. A notre connaissance, il n'avait jamais été réalisé auparavant une simulation reproduisant une durée aussi longue dans le cas du problème de l'interaction entre la houle et une structure en fluide visqueux. Ce genre de calcul est difficilement envisageable dans le cadre d'une approche directe où la houle serait calculée depuis la frontière. Nous avons utilisé au total 60.000 pas de temps de 0.01 s, ce qui correspond à environ 150 pas de temps par période de houle moyenne ($T_m \approx 1.54$ s). La simulation a duré deux mois sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHZ).

Comme l'essai en houle irrégulière a été réalisé au bassin de l'ECN, nous possédons l'historique des mouvements du batteur, et par conséquent, nous pouvons reproduire exactement le champ incident dans l'ensemble du bassin avec la méthode HOS (plus précisément avec la formulation bassin de houle). De cette façon, notre simulation a un caractère *déterministe* et il est possible de comparer à chaque pas de temps les résultats de la simulation avec l'expérience. Par exemple, la figure 3.8 montre une comparaison temporelle entre 140 et 170 secondes de l'élévation surfacique du point P (situé à $x = 2.98$ m et $y = 2.40$ m relativement au centre de gravité du modèle), ainsi que des mouvements de pilonnement et de tangage. L'accord peut être considéré comme satisfaisant, même si nous échouons à reproduire avec précision certains extrema des signaux de pilonnement et de tangage.

3.5.1 Analyse statistique des signaux par la méthode de Welch

Le temps de simulation étant suffisamment long, nous cherchons à procéder à une analyse statistique des signaux afin de les comparer dans le domaine fréquentiel. On le fait classiquement en utilisant un périodogramme, qui est une méthode d'estimation de la densité spectrale de la puissance d'un signal. La méthode directe de calcul du

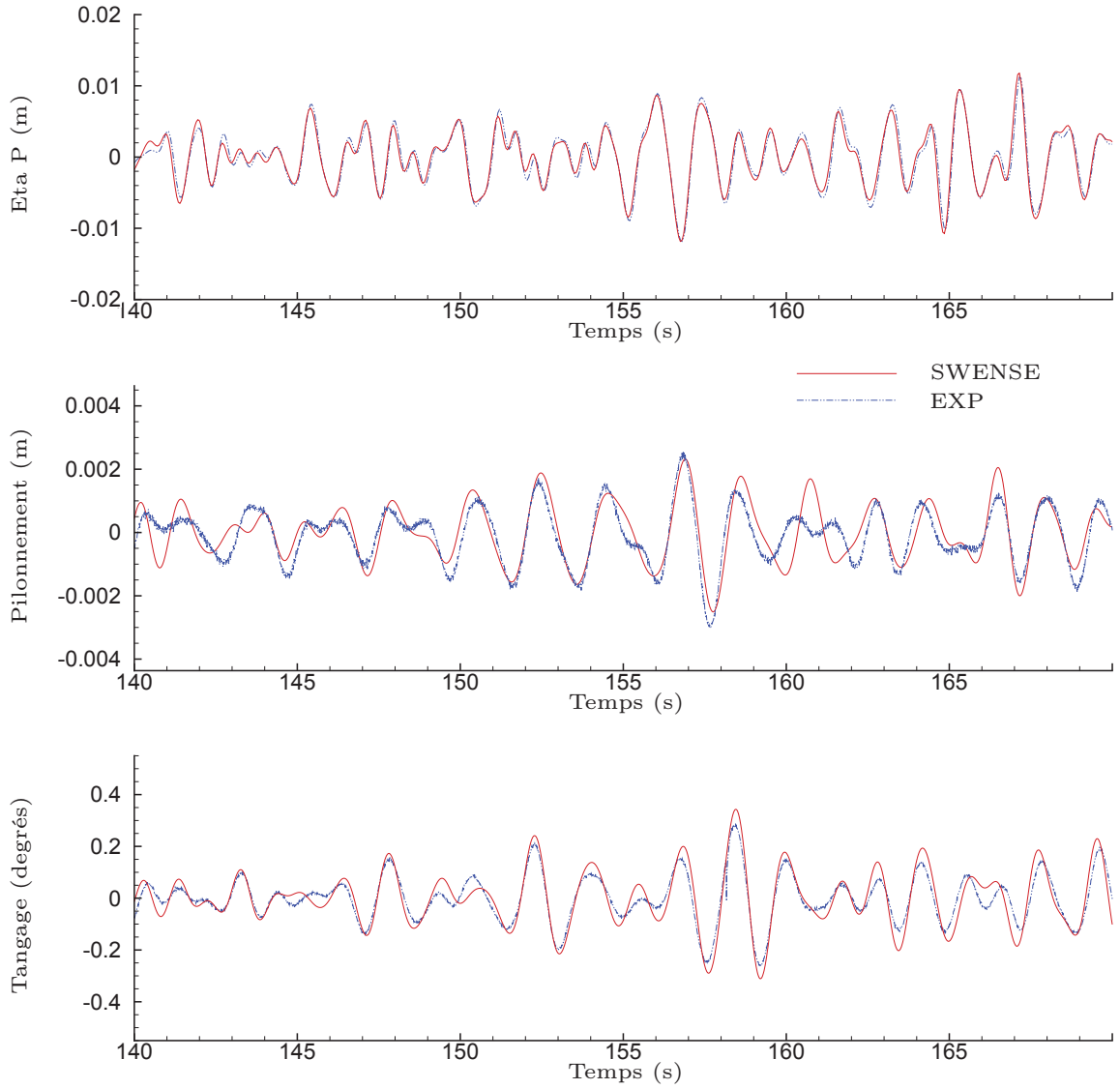


FIGURE 3.8 – Comparaison temporelle des signaux entre 140 et 170 secondes

périodogramme utilise la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal. Si l'on considère un signal discret x_n borné dans le temps (ce qui est le cas des signaux que l'on considère), sa transformée de Fourier discrète prend la forme :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i2\pi k \frac{n}{N}} \tag{3.3}$$

La méthode directe de calcul du périodogramme s'exprime alors simplement par :

$$P(\omega) = \frac{|X(\omega)|^2}{N} \tag{3.4}$$

Malheureusement, cette approche ne fournit pas un bon indicateur spectral car elle présente un biais [18] et la variance de l'estimateur ne diminue pas à fréquence donnée quand le nombre d'échantillons augmente.

La méthode de Welch [67] consiste, quant à elle, à calculer plusieurs périodogrammes à partir du signal considéré en utilisant une fenêtre glissante. Il s'agit d'une fenêtre rectangulaire de taille très inférieure à la taille du signal et glissant d'échantillon en échantillon. Les périodogrammes sont ensuite moyennés. La méthode de Welch réduit ainsi le biais de l'estimateur. Nous choisissons d'utiliser comme méthode de fenêtrage la fenêtre de Hann qui a la forme suivante :

$$h(t) = \begin{cases} 0.5 - 0.5\cos(2\pi \frac{t}{T}) & si \;\; t \in [0, T] \\ \\ 0 \quad sinon \end{cases} \tag{3.5}$$

En pratique, nous commençons par choisir une large fenêtre correspondant à une période de répétition du générateur de houle, soit 512 secondes dans le cas de l'essai expérimental considéré, et commençant après la rencontre entre le front d'onde et le bateau. Ensuite, le signal est découpé en 16 segments de 64 secondes avec un recouvrement de 50 % entre eux. Une fenêtre de Hann est appliquée à chacun des segments, et un périodogramme de la forme définie par l'Eq.(3.4) est effectué sur les différentes fenêtres. Enfin, les périodogrammes obtenus sont moyennés pour obtenir les densités d'énergie spectrale des signaux sur la durée totale de l'expérience. Les figures 3.9 et 3.10 montrent une comparaison des spectres numériques et expérimentaux des mouvements de tangage et de pilonnement.

On note que, dans le domaine fréquentiel, les signaux numériques et expérimentaux s'accordent très bien. Cet exemple met en lumière une potentialité importante de la méthode SWENSE. Puisqu'il est possible de simuler une période entière de répétition du

18. Le biais d'un estimateur est l'espérance de la différence entre sa valeur et la valeur de la variable aléatoire qu'il est censé estimer.

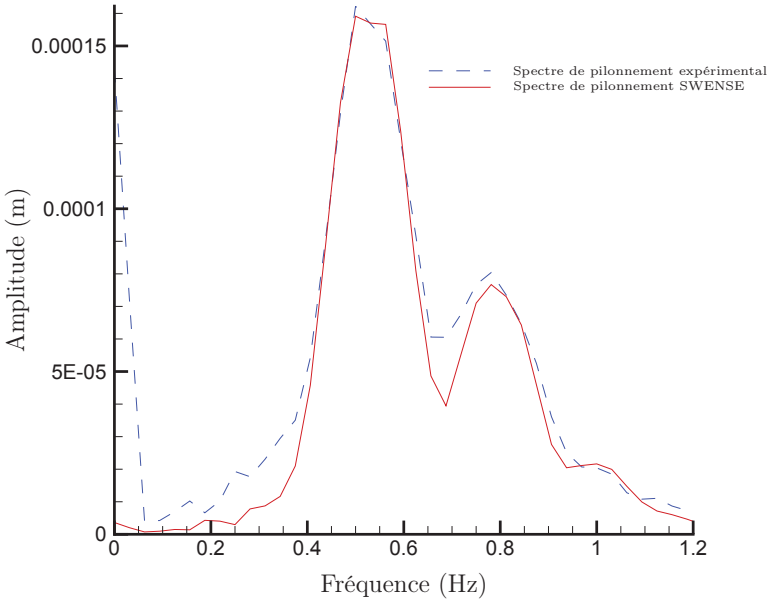


FIGURE 3.9 – Comparaison des spectres numérique et expérimental de pilonnement

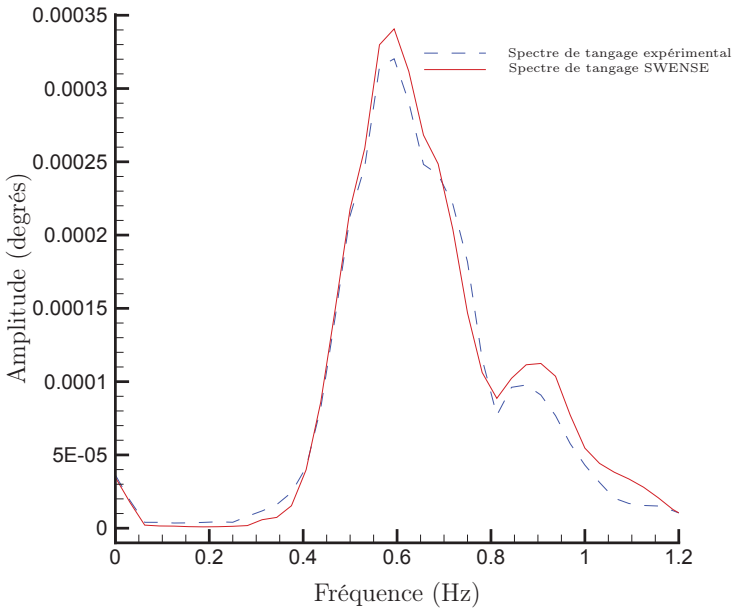


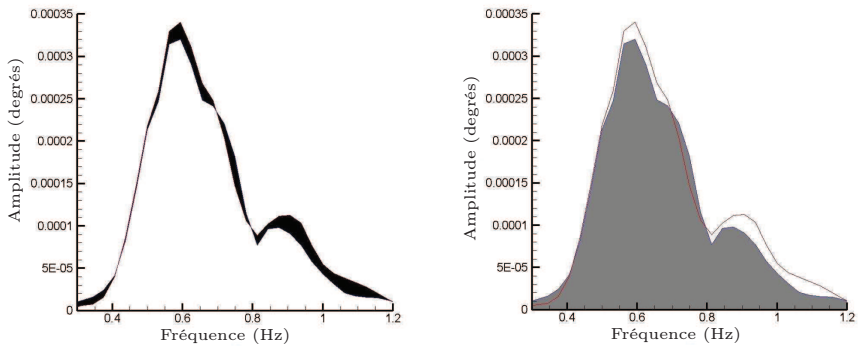
FIGURE 3.10 – Comparaison des spectres numérique et expérimental de tangage

générateur de houle (512 secondes dans le cas présent), ceci permet l'établissement complet du spectre cible de houle. Par conséquent, ceci permet de déterminer par exemple les spectres de mouvements du bateau pour un spectre de houle dont on ne connaît pas l'historique du mouvement batteur. Les simulations acquièrent de ce fait un intérêt *statistique*.

3.5.2 Indicateur d'erreur ϵ.

Afin de mesurer la différence entre les spectres expérimentaux et numériques, nous définissons un taux d'erreur ϵ par l'équation (3.6). Dans le domaine fréquentiel compris entre 0.3 Hz et 1.2 Hz, ceci représente l'aire comprise entre la courbe expérimentale et la courbe SWENSE normalisée par l'aire située sous la courbe expérimentale. La figure 3.11 permet une visualisation graphique de cette représentation géométrique.

$$\epsilon = \frac{\int_f |a^{num} - a^{exp}|\, df}{\int_f a^{exp}\, df} \tag{3.6}$$

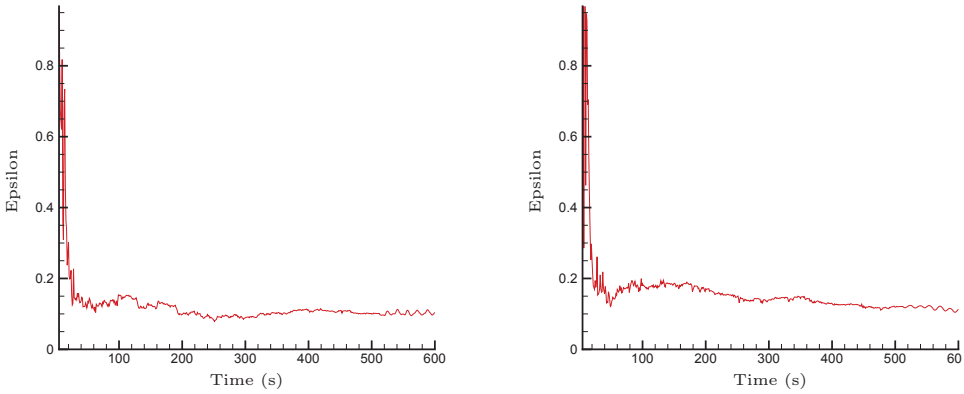


(a) En noir : aire entre les deux courbes

(b) En gris : aire sous la courbe expérimentale

FIGURE 3.11 – L'indicateur d'erreur ϵ mesure le quotient de l'aire en noir par l'aire en gris (ici dans le cas du spectre de tangage après 600 s).

Il est possible de calculer les densités spectrales d'énergie à tout pas de temps. Evidemment, pour des temps courts, l'analyse statistique effectuée n'a aucun sens physique. Néanmoins, ceci permet de mesurer l'évolution de l'écart entre les deux signaux dans le domaine fréquentiel au cours du temps. L'historique de cette évolution pour le pilonnement et le tangage est tracé sur la figure 3.12. L'erreur se stabilise après la rencontre avec le front d'onde et évolue peu au cours de la simulation. Ceci souligne le fait qu'il n'y a pas de dégradation majeure de la qualité de la simulation au cours du temps. Le champ diffracté est efficacement absorbé aux frontières extérieures et n'induit pas de réflections problématiques dans le domaine de calcul.



(a) Pilonnement (b) Tangage

FIGURE 3.12 – Evolution temporelle de ϵ au cours de la simulation.

A la fin de la simulation, alors que le spectre cible de houle est établi, le taux d'erreur mesuré vaut $\epsilon = 10\%$ pour le pilonnement et $\epsilon = 11\%$ pour le tangage. Ceci est un bon résultat relativement aux codes potentiels traditionnels. A des fins de comparaison, nous avons utilisé le logiciel commercial *DIODORE*, un code de tenue à la mer basé sur un solveur potentiel linéaire. C'est Pierre Roux de Reilhac, plus familier de l'utilisation de ce logiciel, qui a réalisé le calcul. Pour le même spectre de houle, nous avons procédé à la résolution dans le domaine fréquentiel, avec un maillage surfacique de 2500 points pour une moitié de bateau, et nous avons trouvé un taux d'erreur $\epsilon = 20\%$ pour le pilonnement et $\epsilon = 9\%$ pour le tangage.

3.5.3 Fonctions de transfert

En considérant les mouvements comme dépendant linéairement de la fréquence de la houle, nous reproduisons ici les fonctions de transfert [19] calculées pour le pilonnement et le tangage. Les figures 3.13 et 3.14 montrent une comparaison des RAOs numériques et expérimentales. Les RAOs SWENSE sont satisfaisantes relativement aux RAOs expérimentales, hormis à basse fréquence. Nous pensons que cet écart est principalement dû à l'absence de modélisation de l'ancrage dans notre calcul. En effet, les cables élastiques utilisés dans l'expérience ont des grands temps de réponse et par conséquent leurs effets sont surtout notables à basse fréquence.

Comme dans le cas de la houle régulière, la restriction du mouvement en cavalement joue aussi certainement un rôle dans les différences observées avec les valeurs expérimentales. Evidemment, on s'attend à ce qu'un maillage plus fin augmente la précision des

19. Dans le domaine de l'hydrodynamique navale, il est coutume d'appeler une telle fonction de transfert *RAO*, acronyme de *response amplitude operator* en anglais

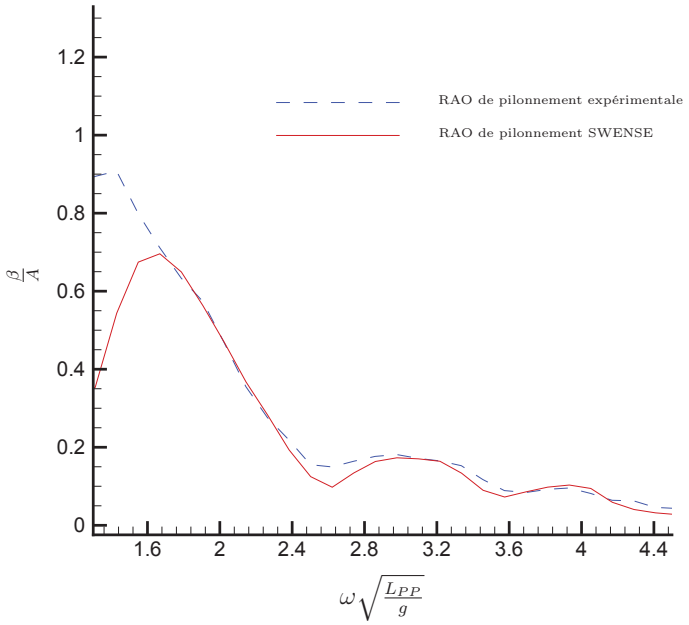


FIGURE 3.13 – Comparaison de la RAO pour le pilonnement

résultats, mais ceci demande un temps de calcul conséquent. Néanmoins, la récente parallélisation du code donne la possibilité d'effectuer ce genre de calcul en un temps plus restreint, ce qui est plus en accord avec un éventuel usage industriel du code.

3.6 Houle focalisée

3.6.1 Résultats numériques

Pour finir avec ce cas d'application, notons qu'une simulation a aussi été réalisée par Lionel Gentaz et dont les résultats ont été publiés dans Roux de Reilhac *et al.* [61]. Elle reproduit le cas d'une houle focalisée d'une amplitude conséquente. Une houle focalisée est produite en bassin expérimental, dans le cadre de la théorie linéaire, à partir d'un spectre de houle dont la phase initiale de chaque composante est ajustée de façon à ce que l'ensemble des composantes du spectre ait une phase identique à un instant donné et à un endoit précis du bassin. Comme précédemment, la houle irrégulière incidente a été calculée par le code HOS en mode bassin avec en entrée les données du fichier batteur. La figure 3.15 retrace l'évolution temporelle des signaux expérimentaux et numériques et propose ainsi une comparaison. L'élévation de surface libre reportée est celle mesurée par la sonde située à 19.21 m du batteur. Il s'agit véritablement d'une vague violente puisque la hauteur de surface libre atteint près de 0.15 m (à comparer à l'essai de houle irrégulière

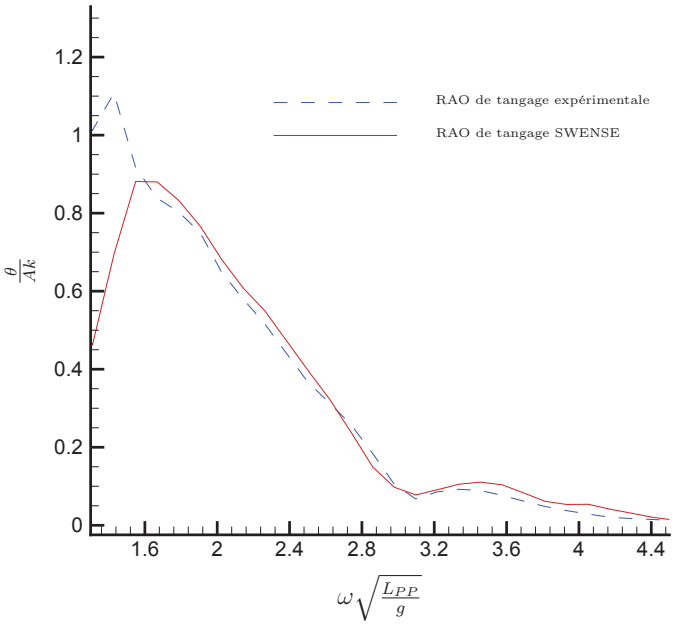


FIGURE 3.14 – Comparaison de la RAO pour le tangage

précédent où l'élévation ne dépasse à aucun moment 0.02 m tout au long des 600 secondes). Il est possible de constater sur la figure 3.15 que le calcul SWENSE reproduit de façon précise les mouvements de pilonnement et de tangage du modèle, tout au plus note-t-on pour le mouvement de tangage de légères différences pour les amplitudes des crêtes et des creux ainsi qu'un faible déphasage temporel.

Néanmoins, ce calcul fut loin d'être aisé et de nombreux ajustements concernant la zone de déferlement ainsi que les masses ajoutées virtuelles du navire ont dû être effectués. Il s'agit de problématiques abordées aux chapitres 6 et 8. Le calcul ne peut bien sûr pas être qualifié de *chanceux*, mais il faut garder à l'esprit que l'on se trouve ici dans un cas limite d'application du code et que la reproduction de ce genre d'événements violents reste très ardue.

3.6.2 Réflexions sur la détermination numérique des fonctions de transfert

Dans un autre registre, notons que l'idée développée par Pierre Roux de Reilhac précisément dans l'article dont il est fait mention [61] (la méthode est aussi exposée dans sa thèse [60]) peut inspirer une stratégie de simulation numérique. Pour déterminer expérimentalement les fonctions de transfert d'une structure, il existe classiquement deux techniques :

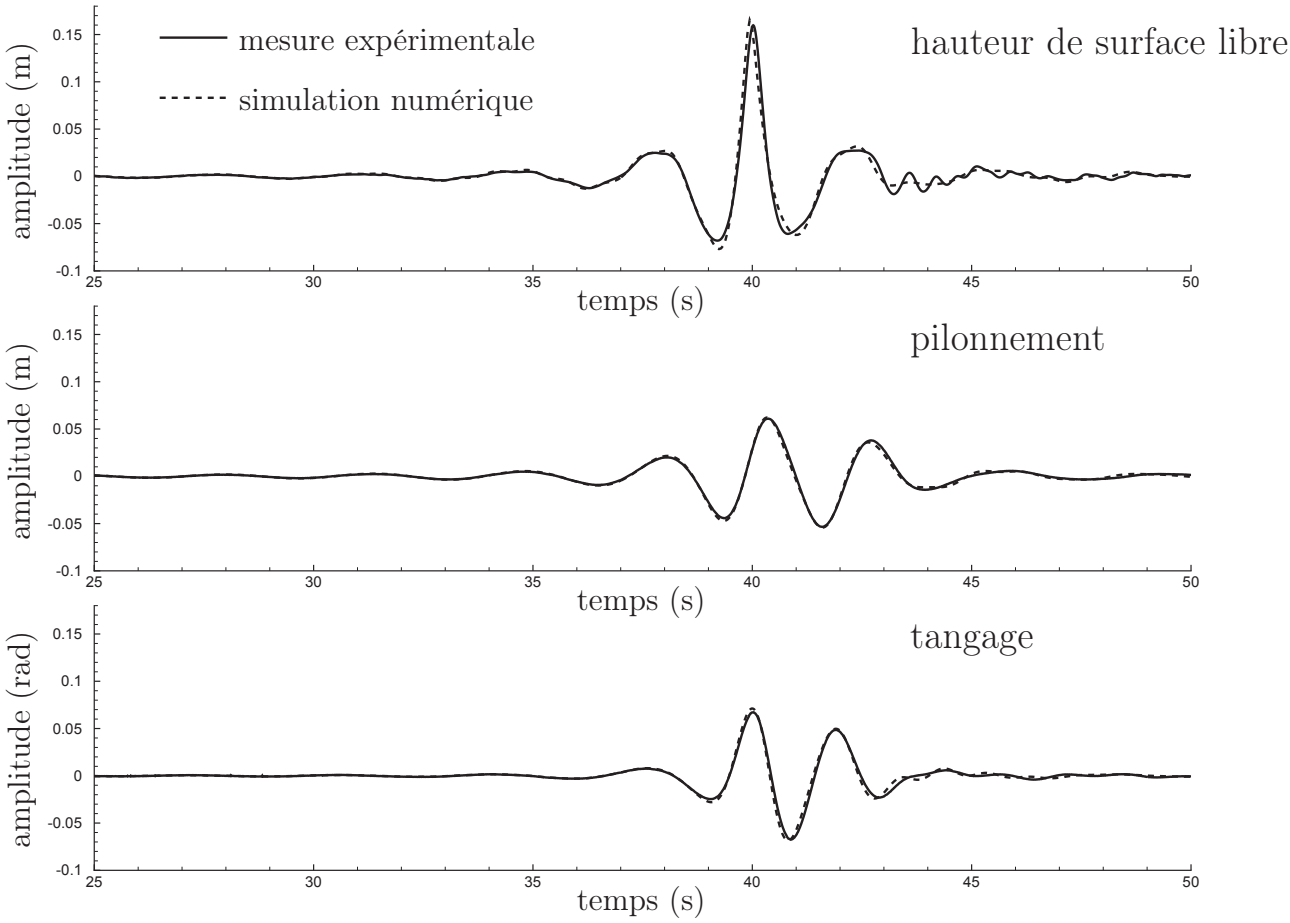


FIGURE 3.15 – Evolution temporelle des signaux expérimentaux et numériques dans le cas de la houle focalisée

- Soit une succession d'essais en houle régulière pour construire les fonctions de transfert de façon discrète. Ceci nécessite un nombre suffisant d'essais pour donner une description correcte, et en comptant les temps de retour au calme après l'essai, la durée totale nécessaire pour déterminer les fonctions de transfert de la maquette est assez longue. Le problème du retour au calme du bassin n'est bien sûr pas à prendre en compte dans les simulations numériques, mais il n'en reste pas moins que réaliser une quinzaine de simulations peut s'avérer coûteux en terme de temps de calcul.
- Soit un essai en houle irrégulière de longue durée [20]. L'avantage est alors de pouvoir obtenir les fonctions de transfert en utilisant le large contenu fréquentiel accessible en un seul essai. Expérimentalement, cette méthode a le désavantage majeur d'introduire des problèmes de réflexion des ondes sur les parois latérales ainsi que sur la plage du bassin, surtout pour les fréquences les plus basses. Nous aurons l'occasion de revenir sur cette problématique au chapitre suivant. A l'inverse, ceci n'est nullement un problème pour la méthode SWENSE (sauf justement, pour la comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux comme nous le verrons au chapitre 4) où il existe une condition d'annulation du champ diffracté au bord du domaine. Cependant, la limitation majeure de cette méthode pour établir numériquement la réponse de la structure reste bien sûr le temps de calcul nécessaire pour reproduire ce genre d'essais (pour rappel, deux mois de calcul pour le cas présenté plus tôt dans ce chapitre).

Dans le cas de la houle focalisée, en jouant sur la vitesse de propagation de chaque composante du spectre, le batteur peut générer l'ensemble du spectre suivant la longueur d'onde de chaque composante, d'abord les composantes les plus courtes qui ont les plus petites vitesses de propagation, et en dernier les composantes de grandes longueurs d'onde, pour rassembler l'ensemble des composantes du spectre en un même endroit et au même instant. Dès lors, si une maquette est positionnée au point de focalisation, elle va subir une excitation de la part de l'ensemble du contenu fréquentiel en un instant très court, si bien que la réponse de la structure donc sa fonction de transfert peut être facilement mesurée à l'aide d'un seul essai et ici, contrairement à l'emploi de houle irrégulière, avant le retour des ondes réfléchies en bout de bassin. Malheureusement, la focalisation induit des non-linéarités locales importantes au point de focalisation, ce qui est préjudiciable pour la détermination des fonctions de transfert.

Pierre Roux de Reilhac propose alors une méthode originale (en s'inspirant de Baldock *et al.* [8]) pour déterminer expérimentalement les fonctions de transfert d'une structure à partir de deux essais successifs de houle focalisée sur le corps. L'utilisation d'une focalisation en crête suivie d'une focalisation en creux permet de dissocier les effets du premier ordre (en analysant l'élévation différence) - et donc la réponse linéaire de la structure - de ceux provenant des ordres supérieurs (en analysant l'élévation somme). Une description

20. L'essai en houle irrégulière se doit alors d'être sans redondance au niveau des composantes du spectre.

plus détaillée de la méthode est fournie dans sa thèse [60].

Cette méthode est tout à fait transposable à une étude numérique visant à déterminer la fonction de transfert d'une structure. Cette méthode aurait pour avantage de réduire de façon conséquente le temps de calcul nécessaire (comparativement aux multiples essais en houle régulière ainsi qu'à la simulation d'un essai de longue durée en houle irrégulière). Néanmoins, elle induit une plus grande complexité de mise en oeuvre incluant la nécessité de réaliser deux calculs HOS ainsi qu'un post-traitement légèrement plus difficile des résultats. Son inconvénient principal reste malgré tout le caractère sévère de la simulation (en particulier, pour les aspects liés au déferlement) même si nous venons de voir au paragraphe précédent que la méthode SWENSE s'était montrée capable de reproduire correctement un essai de houle focalisée en crête.

3.7 Conclusion

Le principal intérêt de ce cas d'application a été de montrer que la méthode SWENSE s'avère capable de reproduire avec efficacité des durées d'essais extrêmement longues. Les résultats acquièrent alors un intérêt statistique, et non plus seulement déterministe, et il est possible d'estimer les fonctions de transfert de la structure grâce à un seul essai. Nous en profitons pour introduire un indicateur d'erreur ϵ permettant de quantifier la précision de la simulation sur une durée assez longue et de montrer que la solution ne se dégrade pas au cours du temps. Pour finir, nous exposons les résultats d'un cas de houle focalisée particulièrement sévère qui pousse le code dans ses *retranchements*. Par la même occasion, nous proposons une stratégie d'étude numérique visant à déterminer les fonctions de transfert de la structure en un temps plus court et qui pourra se montrer intéressante quand le code aura surmonté ses problèmes liés au traitement du déferlement.

Chapitre 4

Ecoulement autour d'une géométrie complexe dans différents états de mer

Sommaire

4.1 Présentation **72**

4.2 Utilisation du code HOS pour retrouver la position de la maquette dans le bassin **74**

4.3 Détails numériques **75**

4.4 Houle régulière **77**

4.4.1 Traitement des données expérimentales 77

4.4.2 Influence de la taille du domaine de maillage 78

4.4.3 Convergence en nombre de points de maillage 79

4.5 Visualisation des tourbillons. Critère Q. **80**

4.6 Houle irrégulière 2D **82**

4.6.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit 83

4.6.2 Résultats numériques 83

4.6.3 Comparaison des signaux numériques et expérimentaux . . 87

4.6.4 Influence du pas de temps HOS 92

4.7 Houle irrégulière 3D **95**

4.7.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit 95

4.7.2 Résultats numériques 95

4.7.3 Traitement statistique des résultats 98

4.8 Conclusion **98**

4.1 Présentation

En 2005, une campagne d'essais expérimentale au bassin de l'ECN a été menée sur bouée d'ancrage off-shore dans le cadre du projet JIP 'CALM Buoy'. CALM est un acronyme pour *Catenary Anchor Leg Mooring*. Ces essais ont été menés pour le compte de Principia, et je remercie ici Christian Berhault d'autoriser la reproduction dans cette thèse de certains résultats expérimentaux obtenus lors de cette campagne. Nous avons reproduit seulement des essais où la bouée était captive et nous avons retenu la configuration CO1, dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau 4.1. La figure 4.1 offre un aperçu de la maquette expérimentale.

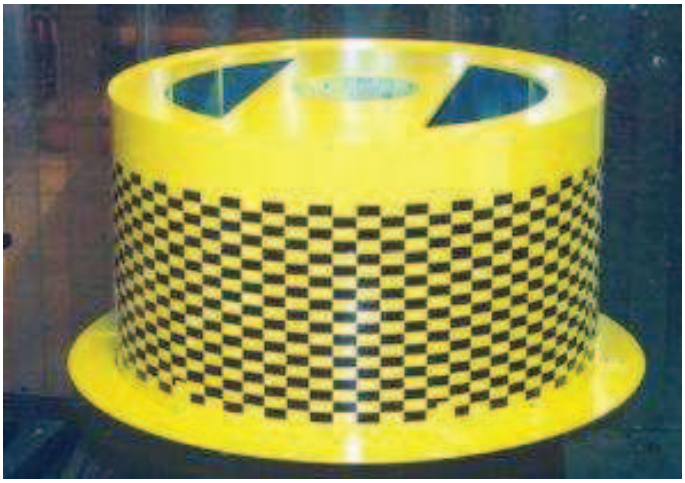


FIGURE 4.1 – Vue de la maquette expérimentale en configuration C01.

Diamètre de la bouée [m]	0.920
Hauteur de la bouée [m]	0.560
Tirant d'eau de la bouée [m]	0.250
Diamètre de la jupe [m]	1.100
Epaisseur de la jupe [m]	0.004
Distance de la jupe à la quille [m]	0.040

TABLE 4.1 – Caractéristiques du modèle expérimental

La bouée est rendue captive par un tripode et les efforts dans les directions x, y et z sont mesurés grâce à une balance. Le montage expérimental comporte six sondes dont les positions sont indiquées sur la figure 4.2. Cinq sondes sont placées en arc de cercle à 1.150 m du centre de la bouée. La sonde #1 est située en avant de la bouée relativement au champ de vagues incident, et la sonde #5 en aval de la bouée. La sonde #6 est située loin des éventuelles perturbations générées par le corps et les pieds du tripode. De plus amples détails du montage expérimental peuvent être trouvés dans Rousset *et al.* [59].

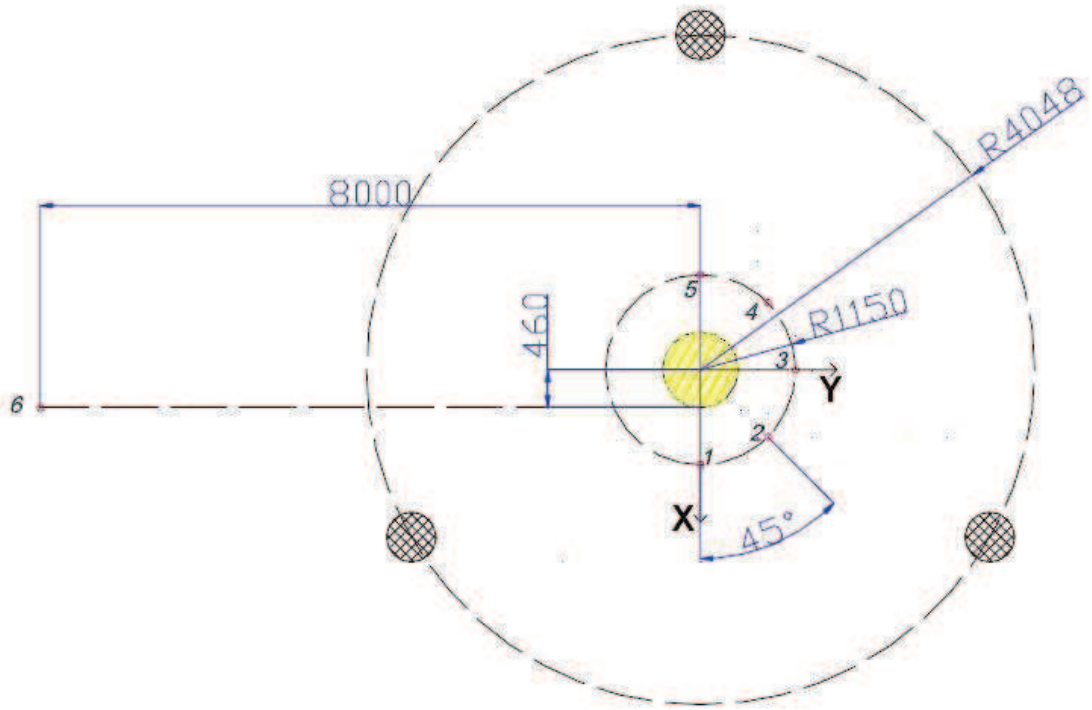


FIGURE 4.2 – Emplacement des sondes autour de la bouée (dimensions en mm). L'axe (Ox) du montage expérimental est dans la direction inverse de celui que l'on utilise pour les simulations. Les cercles au motif en damier représentent les pieds du tripode à l'endroit de leur intersection avec la surface libre.

4.2 Utilisation du code HOS pour retrouver la position de la maquette dans le bassin

Les essais expérimentaux que nous avons reproduits dans ce chapitre comportent des données manquantes. Tout d'abord, nous ne connaissons pas la position exacte de la maquette dans le bassin (mais nous connaissons la position des sondes par rapport à la maquette, voir figure 4.2). Ensuite, nous ne connaissons pas non plus le décalage temporel entre le début du temps batteur et le début de l'acquisition des données (au moment où les essais ont été faits, il n'y avait pas encore de *trigger* entre les deux). Nous exposons ici une méthode permettant de retrouver ces données (indispensables pour un calcul SWENSE en houle irrégulière) mise en oeuvre avec l'aide de Félicien Bonnefoy, maître de conférences au LMF. Son hypothèse de base repose sur la *fiabilité du calcul HOS* quant à la reproduction exacte de l'élévation de surface libre.

Certaines houles ont été générées alors que la bouée était en position relevée. Pour ces essais, on dispose des mesures des cinq sondes positionnées en arc de cercle. La méthode consiste en premier lieu à reproduire une houle irrégulière 2D avec le code HOS afin de déterminer la position en x des sondes. On note η_p^{expe} l'élévation mesurée de la sonde p (p variant de 1 à 5) dont on ne connait pas la position. On note $\eta^{simu}(x_p)$ l'élévation relevée en x_p lors de la simulation HOS. On choisit un intervalle de temps $[t_1, t_2]$ entre l'arrivée du front d'onde incident et le retour du front réfléchi.

Tout d'abord, on cherche à déterminer l'offset τ_0 en temps lié au démarrage non simultané du batteur et de l'acquisition. On commence par positionner nos six sondes numériques autour d'une valeur $x_{maquette}$ choisie arbitrairement. Pour chaque sonde p, on évalue la corrélation $C_p(\tau)$ (définie par l'équation 4.1) que l'on maximise. En moyennant les six valeurs obtenues, on obtient une première approximation de τ_0.

$$C_p(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} \eta_p^{expe}(t+\tau)\eta^{simu}(x_p, t)dt \tag{4.1}$$

Ensuite, pour chaque sonde p, on évalue la corrélation $C_p(x_p)$ (définie par l'équation 4.2) que l'on maximise. En moyennant les six valeurs obtenues, on obtient une première approximation de $x_{maquette}$.

$$C_p(x_p) = \int_{t_1}^{t_2} \eta_p^{expe}(t+\tau_0)\eta^{simu}(x_p, t)dt \tag{4.2}$$

A partir de la nouvelle position des sondes obtenues, on estime à nouveau l'offset τ_0 en maximisant l'équation 4.1, puis on recalcule la position des sondes via la maximisation de l'équation 4.2. Et ainsi de suite jusqu'à obtenir un résultat convergé. De fait, ce processus itératif converge car la houle irrégulière traitée contient une gamme de fréquence assez large, ce qui permet d'utiliser les différences de phase entre les composantes elles-mêmes. En pratique, une seule itération a suffi pour converger vers les valeurs retenues de position

de sondes. En procédant de manière identique, un essai en houle irrégulière 3D a permis de retrouver la position des sondes et de la maquette en y. Enfin, connaissant dorénavant la position de la maquette et des sondes, il n'y a plus qu'à déterminer pour chaque essai de houle irrégulière l'offset τ_0.

4.3 Détails numériques

Durant cette étude, nous avons utilisé différents maillages dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau 4.2. Il s'agit de maillages O-O ; les colonnes i, j et k donnent le nombre de points dans chacune des directions (voir figure 2.8 pour la définition des directions dans un maillage O-O) et N_{tot} le nombre total de points. R_{dom} représente le rayon du domaine maillé.

	i	j	k	N_{tot}	R_{dom} (m)
Maillage $R3N13$	39	54	65	136890	3.5
Maillage $R5N15$	39	60	65	152100	5.5
Maillage $R7N16$	39	64	65	162240	7.5
Maillage $R10N18$	39	72	65	182520	10.0
Maillage $R15N14$	33	77	56	142296	15.0
Maillage $R15N22$	39	89	65	225615	15.0
Maillage $R15N34$	45	102	75	344250	15.0
Maillage $R15N51$	51	117	86	513162	15.0

TABLE 4.2 – Caractéristiques des différents maillages.

Une vue globale du maillage $R15N22$, avec un grand rayon de domaine $R_{dom} = 15$ m, est fournie par la figure 4.3. Nous avons pris soin d'étirer le maillage loin du corps afin d'éviter la réflexion du champ diffracté sur la frontière extérieure du domaine. On peut voir un zoom du maillage en proche paroi sur la figure 4.4. Tout autour de la bouée, les premières mailles se situent à une distance de 10^{-4} m de la paroi, ce qui leur garantit dans les simulations qui suivent de se trouver dans la sous-couche visqueuse de la couche limite. Nous avons en effet pris soin de vérifier *a posteriori* à chaque calcul que, pour chacune des mailles en proche paroi, la distance normalisée à la paroi $y+$ était toujours inférieure à 10. Ceci nous évite d'avoir à utiliser une loi de paroi pour estimer les efforts et nous permet de calculer plus précisément l'écoulement.

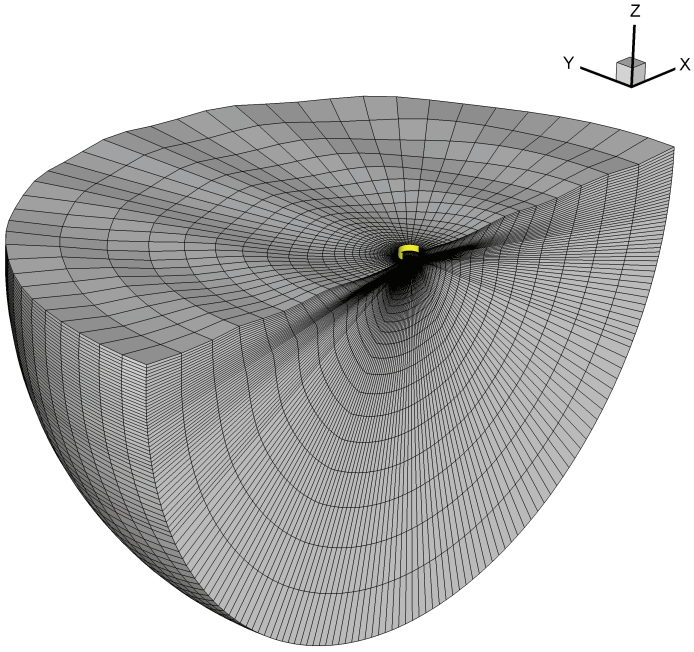


FIGURE 4.3 – Vue intégrale du maillage. Maillage $R15N22$.

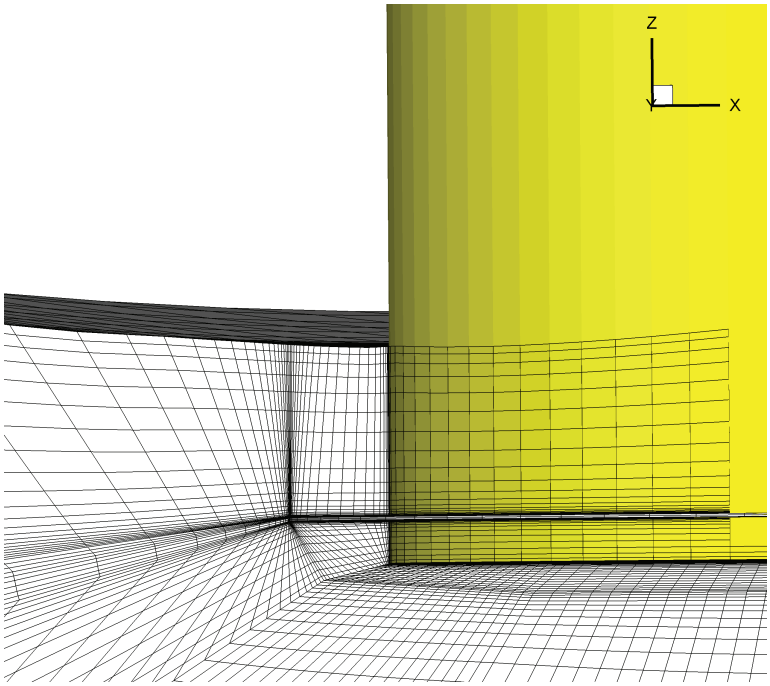


FIGURE 4.4 – Zoom sur le maillage au niveau de la bouée.

4.4 Houle régulière

Parmi les différents essais en houle régulière réalisés pour la configuration C01, nous avons retenu l'essai CAT1_7 qui a les caractéristiques suivantes : amplitude $A = 0.08$ m et période $T = 1.8$ s. La cambrure de cette houle vaut $2A/\lambda = 0.0316$. Nous nous sommes intéressés à reproduire cet essai expérimental en particulier car la longueur d'onde de la houle générée ($\lambda = 5.05$ m) est proche de la longueur d'onde moyenne de l'essai en houle irrégulière 2D que nous avons étudié par la suite. Ceci nous a permis en particulier de valider la taille du domaine de maillage que nous utilisons afin d'éviter toute réflexion du champ diffracté sur la frontière extérieure. Dans les différentes simulations effectuées pour ce train de vagues régulier, nous avons utilisé un pas de temps de 0.012 s, ce qui correspond à 150 itérations par période de houle.

Les efforts sont adimensionnalisés et l'expression des coefficients de force longitudinal et vertical est la suivante :

$$C_X(t) = \frac{F_X(t)}{Ak\rho g\nabla} \tag{4.3}$$

$$C_Z(t) = \frac{F_Z(t)}{Ak\rho g\nabla} \tag{4.4}$$

avec A : l'amplitude de la houle, k : le nombre d'onde, ∇ : le volume immergé.

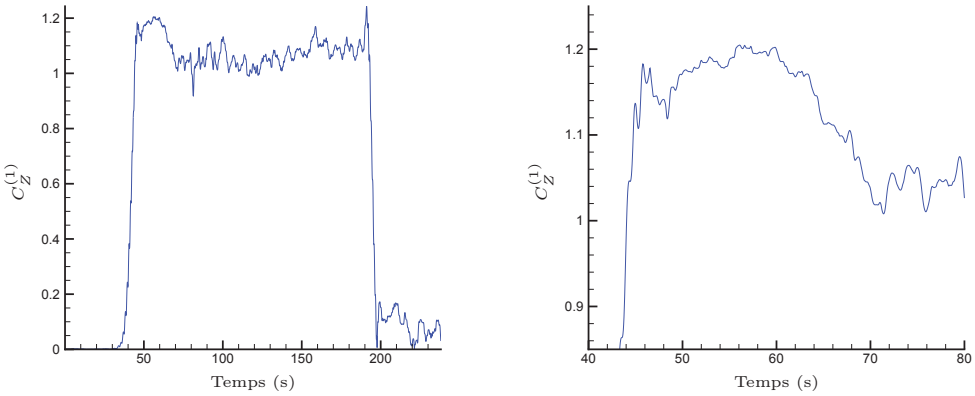
4.4.1 Traitement des données expérimentales

Nous avons analysé les signaux d'efforts et d'élévations à l'aide de transformées de Fourier par fenêtre glissante. Notre analyse harmonique a montré que les résultats expérimentaux étaient sensibles à la réflexion des ondes diffractées sur les parois du bassin en particulier sur les murs. A titre d'exemple, nous avons reproduit la figure 4.5 qui représente l'évolution temporelle de la première harmonique de l'effort expérimental en z, $C_Z^{(1)}$. Comme pour les autres signaux analysés, nous constatons l'existence d'un *plateau* (situé ici entre 45 et 65 secondes) où $C_Z^{(1)}$ est à peu près constante avant de diminuer. Nous assistons ici à l'effet du retour de l'onde diffractée par la bouée.

Pour le prouver, considérons la vitesse de groupe v_g qui mesure la vitesse de propagation de l'énergie dans le bassin. Du fait de la relation de dispersion, comme l'indique l'équation 4.5, la vitesse de groupe équivaut à la moitié de la vitesse de phase v_ϕ en profondeur infinie.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \approx \frac{1}{2}\frac{\omega}{k} = \frac{1}{2}v_\phi \tag{4.5}$$

Dans le cas de houle régulière que l'on étudie (CAT1_7), la vitesse de groupe vaut



(a) Durée totale de l'expérience

(b) Zoom sur le *plateau*

FIGURE 4.5 – Evolution temporelle de la première harmonique de l'effort en z $C_z^{(1)}$ expérimental. A droite, zoom sur le *plateau* situé entre 45 et 65 secondes, avant le retour de l'onde diffractée.

donc $v_g = 1.40$ m.s^{-1}. Or la bouée est située à 14.5 m des deux murs latéraux du bassin. Le temps qu'il faut à l'onde diffractée pour parcourir l'aller-retour entre la bouée et le mur est donc $T_{AR} \approx 20.5$ s. On retrouve ainsi la durée du *plateau* que l'on constate sur la figure 4.5. On note aussi que le *plateau* est d'une durée deux fois plus longue pour les coefficients de deuxième harmonique des efforts et des élévations, car la vitesse de groupe de la composante en deuxième harmonique du signal étudié est deux fois plus faible que la vitesse de groupe de la composante en première harmonique. Les valeurs expérimentales des coefficients harmoniques que nous avons relevées correspondent à la moyenne temporelle sur ces *plateaux*.

4.4.2 Influence de la taille du domaine de maillage

Une étape importante de l'étude numérique (afin de pouvoir aborder sereinement le cas plus complexe de la houle irrégulière) est de déterminer la taille optimale du domaine de maillage. Si le domaine est trop petit, le champ diffracté n'est pas efficacement amorti et il y a des réflexions sur la frontière extérieure. Evidemment, d'un autre côté, plus le domaine est grand (avec une densité constante de points), plus le temps de calcul est important. Un compromis intelligent est donc nécessaire.

Idéalement et contrairement à ce qui se passe durant l'expérience où nous assistons à des effets de confinement, le comportement temporel des coefficients d'efforts se doit d'être purement périodique lors d'une simulation en houle régulière. Par conséquent, la transformée de Fourier des coefficients d'efforts doit donner des harmoniques qui restent stationnaires au cours du calcul. La figure 4.6 montre l'évolution de la première harmo-

nique du coefficient d'effort $C_X^{(1)}$. Comme prévu, on observe que plus le rayon du domaine est grand, plus le comportement de $C_X^{(1)}$ est stable. Pour ce train de vagues régulier (avec une longueur d'onde $\lambda = 5.05$ m), nous avons estimé que le bon compromis consistait à choisir $R_{dom} = 15$ m. Clairement, la taille du domaine de maillage doit être proportionnelle à la longueur d'onde du champ de vagues étudié, c'est pourquoi nous avons par la suite utilisé un rayon de domaine toujours égal à environ trois fois la longueur d'onde moyenne.

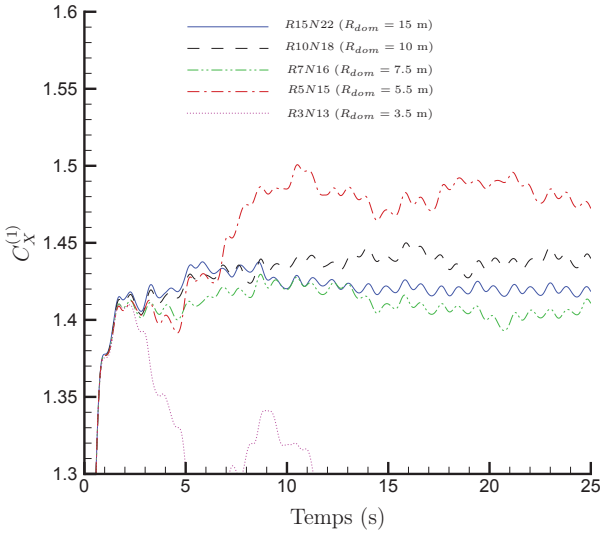


FIGURE 4.6 – Evolution de $C_X^{(1)}$ au cours du temps pour différentes tailles de domaine.

4.4.3 Convergence en nombre de points de maillage

Une fois le rayon du domaine fixé, nous avons essayé de suivre les instructions de l'ITTC concernant les procédures de vérification pour les études de convergence. Entre les maillages $R15N14$, $R15N122$, $R15N34$ et $R15N51$, nous avons utilisé un ratio de raffinement $r_i = 1.15$ pour le nombre de points dans chaque direction (i, j et k). Ceci nous donne un ratio de raffinement $r_i = 1.52$ pour le nombre total de points N_{tot}, proche de $r_i = \sqrt{2}$ suggéré par l'ITTC dans [36]. Pour chaque maillage, 20 périodes de houle ont été simulées (bien que seulement quelques périodes suffisent à atteindre un régime purement périodique) avec 150 pas de temps par période. Sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHz), le calcul pour reproduire une période de houle prend de 3 heures pour le maillage $R15N14$ jusqu'à 18 heures pour le maillage $R15N51$. Le tableau 4.3 résume les résultats de l'étude de convergence. Nous nous intéressons aux première et deuxième harmoniques des efforts adimensionnalisés (C_X, C_Z) et de trois élévations de surface libre (η_1, η_2, η_3). Même si cette particularité de la méthode nous est déjà connue, nous notons que les résultats dépendent peu de la taille du maillage. Pour le maillage le plus fin ($R15N51$),

nos premières harmoniques de résultats sont très proches des valeurs expérimentales avec une erreur de moins de 4% (ce qui est dans l'ordre de grandeur de l'incertitude expérimentale). Les secondes harmoniques d'efforts sont aussi prédites de manière satisfaisante. Cependant, nous ne parvenons pas à capter convenablement les secondes harmoniques de l'élévation de surface libre, mais il est vrai qu'elles sont de toute façon très faibles par rapport aux premières harmoniques.

	$C_X^{(1)}$	$C_X^{(2)}$	$C_Z^{(1)}$	$C_Z^{(2)}$	$\eta_1^{(1)}$	$\eta_1^{(2)}$	$\eta_2^{(1)}$	$\eta_2^{(2)}$	$\eta_3^{(1)}$	$\eta_3^{(2)}$
Expérience	1.39	0.17	1.18	0.015	1.22	0.065	1.21	0.02	1.04	0.035
AQUAPLUS	1.73 (+24%)		1.04 (−12%)							
$R15N14$	1.42	0.165	1.15	0.010	1.225	0.115	1.225	0.050	1.04	0.06
$R15N22$	1.42	0.165	1.15	0.010	1.225	0.115	1.225	0.055	1.04	0.06
$R15N34$	1.42	0.165	1.16	0.010	1.23	0.12	1.225	0.055	1.05	0.06
$R15N51$	1.405 (+1.0%)	0.16 (−6%)	1.14 (−3%)	0.010 (−33%)	1.225 (+0.5%)	0.125 (+92%)	1.215 (+0.4%)	0.06 (+200%)	1.03 (−1.0%)	0.07 (+100%)

TABLE 4.3 – Resultats en houle régulière.

Dans ce tableau, nous avons ajouté une comparaison avec le logiciel *AQUAPLUS*(une présentation du code *AQUAPLUS* est effectuée dans un autre contexte au paragraphe 6.3.1). Les valeurs de première harmonique d'effort prédites par *AQUAPLUS* sont sensiblement plus éloignées de l'expérience avec des erreurs de 24% pour $C_X^{(1)}$ et 12% pour $C_Z^{(1)}$. Ce n'est guère étonnant car le choix de ce cas-test de diffraction sur une bouée avec une jupe est censé mettre en lumière l'apport de la méthode SWENSE par rapport à une approche potentielle. En effet, la géométrie du modèle comportant des angles vifs et une jupe formée par un plan mince induit des effets visqueux complexes (décollements) que seul un code de calcul Navier-Stokes peut calculer efficacement.

4.5 Visualisation des tourbillons. Critère Q.

Pour illustrer l'importance des effets visqueux et le caractère complexe de l'écoulement générés par la géométrie aiguë, nous avons cherché à visualiser les tourbillons qui se détachaient de la jupe. En particulier, nous nous sommes intéressés au critère Q permettant de rendre compte de la forme des structures tourbillonnaires. En décomposant classiquement le tenseur gradient des vitesses $\overline{\overline{G}}$ en la somme de sa partie symétrique $\overline{\overline{S}}$ et sa partie antisymétrique $\overline{\overline{\Omega}}$, on obtient :

$$\overline{\overline{G}} = \overline{\overline{S}} + \overline{\overline{\Omega}} \tag{4.6}$$

avec

$$
\begin{aligned}
G_{ij} &= \tfrac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
S_{ij} &= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\partial U_i}{\partial x_j} + \tfrac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \\
\Omega_{ij} &= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\partial U_i}{\partial x_j} - \tfrac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

Le tenseur $\overline{\overline{S}}$, symétrique, est nommé *tenseur des taux de déformation* (*rate-of-strain tensor* en anglais), tandis que le tenseur $\overline{\overline{\Omega}}$, antisymétrique, est appelé *tenseur des taux de rotation* (*vorticity tensor* en anglais).

Une façon commune de faire apparaître graphiquement les tourbillons est de s'intéresser aux iso-surfaces de la vorticité W définie par :

$$W = \left\| \vec{rot}\left(\vec{U}\right) \right\| \tag{4.8}$$

qui peut aussi s'écrire à partir de $\overline{\overline{\Omega}}$ de la façon suivante :

$$W = 2\sum_{i,j} \left(\Omega_{i,j}\right)^2 \tag{4.9}$$

Cependant, il ne s'agit pas d'un critère de détection des tourbillons efficace dans la mesure où, dans certains écoulements, la vorticité peut être élevée sans pour autant qu'on ait de tourbillons au sens commun du terme, c'est-à-dire de dissipation importante d'énergie - on peut par exemple avoir une vorticité importante pour un écoulement à très faible nombre de Reynolds autour d'une géométrie aiguë. C'est la raison pour laquelle Hunt *et al.* [35] ont introduit le critère Q défini par l'équation 4.10. Q est en fait le second invariant du tenseur gradient des vitesses $\overline{\overline{G}}$.

$$Q = \frac{1}{2}\left(\left\| \overline{\overline{\Omega}} \right\|_E^2 - \left\| S \right\|_E^2 \right) \tag{4.10}$$

où $\|\cdot\|_E$ représente la norme euclidienne et se calcule de la façon suivante pour une matrice A quelconque :

$$\|A\|_E = \sqrt{tr\left(AA^T\right)} \tag{4.11}$$

Dans l'esprit de Hunt *et al.* [35], un tourbillon est défini par la région spatiale où $Q > 0$, c'est-à-dire la région où la norme euclidienne du tenseur des taux de rotation

est supérieure à la norme euclidienne du tenseur des taux de déformation. Il est à noter que ce critère Q n'est pas *objectif* au sens de la mécanique des fluides, c'est-à-dire qu'il n'est pas invariant par changement de repère. Pour l'élaboration de critères *objectifs* de tourbillons, on peut se référer à Haller [30] qui fait une étude plus exhaustive du sujet. Toutefois, on se contentera du critère Q défini par l'équation 4.10 car on évolue dans un repère galiléen dans le cas de nos simulations sur la bouée fixe dans la houle. Le critère Q pourrait aussi être utilisé dans le cas d'un repère pseudo-galiléen centré sur un navire en avance uniforme, mais serait non-physique dans le cas d'une simulation de giration par exemple.

La figure 4.7 représente les iso-surfaces $Q = 100\ s^{-2}$ à un instant quelconque de la simulation en houle régulière. On voit clairement les tourbillons se détacher au niveau de la jupe.

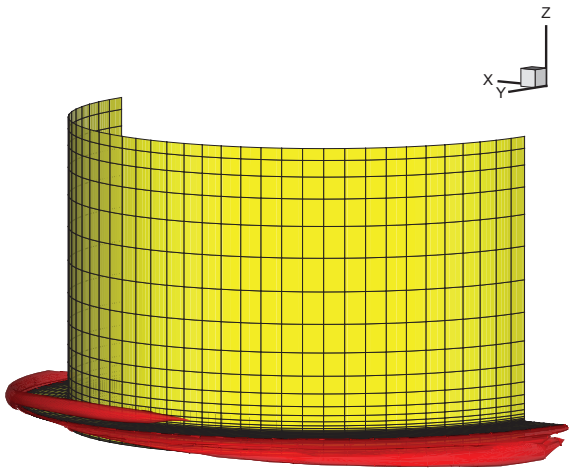


FIGURE 4.7 – Iso-surfaces $Q = 100\ s^{-2}$ à un instant quelconque de la simulation en houle régulière. Maillage $R3N13$.

4.6 Houle irrégulière 2D

L'étude en houle régulière nous a permis de fixer la taille du domaine de maillage et d'appréhender le nombre de points de maillage nécessaire à l'étude. Nous avons ensuite

reproduit un essai en houle irrégulière 2D [21] effectué au bassin du LMF.

4.6.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit

Il s'agit d'un spectre de Jonswap avec une période de pic $T_p = 2s$ (ce qui donne par conséquent une longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 6.24$ m), une hauteur significative $H_s = 0.12$ m et $\gamma = 3$. La définition du spectre de Jonswap est la suivante :

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4}\right]\gamma^{\delta} \tag{4.12}$$

avec

$$\delta = exp\left[-\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2\sigma_0^2\omega_p^2}\right] \tag{4.13}$$

L'essai expérimental a duré 175 secondes, dont nous avons reproduit 150 secondes avec SWENSE.

4.6.2 Résultats numériques

Au préalable, un calcul HOS a été effectué avec le même historique du mouvement batteur que pour le fichier d'entrée commandant l'expérience au bassin. Le pas de temps HOS utilisé pour le calcul est ici $\tau_{HOS} = 0.01$ s. Une étude sur l'influence du pas de temps HOS est par la suite menée au paragraphe 4.6.4. Pour ce cas, nous avons utilisé le maillage $R15N22$ et un pas de temps $\tau = 0.01$ s - ce qui fait 200 pas de temps par période de houle. La simulation a pris environ trois semaines sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHz). Les figures 4.8, 4.10 et 4.12 montrent respectivement l'évolution temporelle de F_x, F_z et η_2 entre 5 s et 50 s. Graphiquement, on observe un bon accord entre les signaux expérimentaux et numériques. Néanmoins, l'accord entre les signaux a tendance à se détériorer au cours de la simulation comme en attestent les figures 4.9 et 4.11 représentant l'évolution des efforts F_x et F_z entre 50 s et 100 s.

21. Dans tout le manuscrit, nous nommons *houle irrégulière 2D* tout type de houle irrégulière constante dans la direction y.

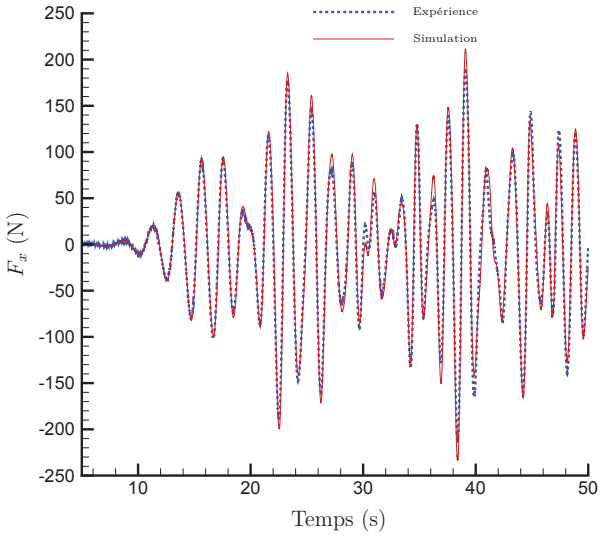


FIGURE 4.8 – Evolution de l'effort F_x entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

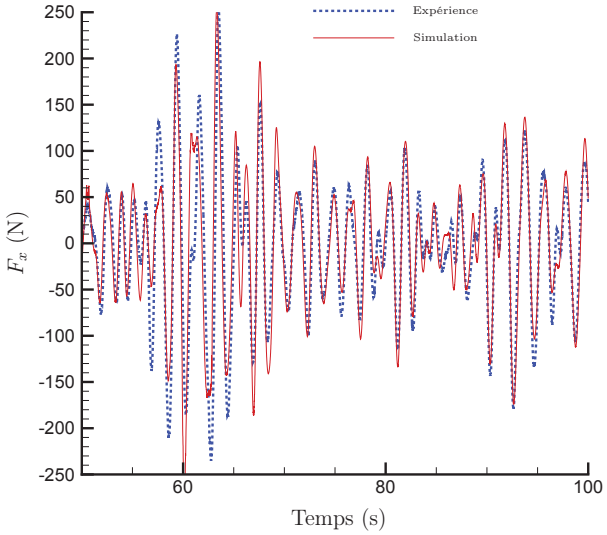


FIGURE 4.9 – Evolution de l'effort F_x entre 50 et 100 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

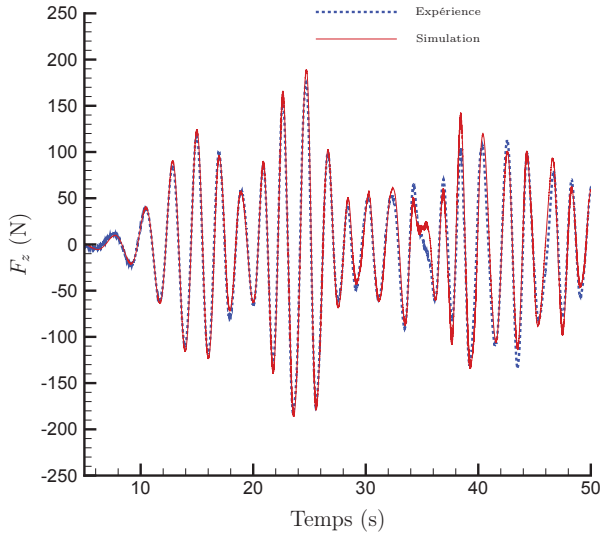


FIGURE 4.10 – Evolution de l'effort F_z entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

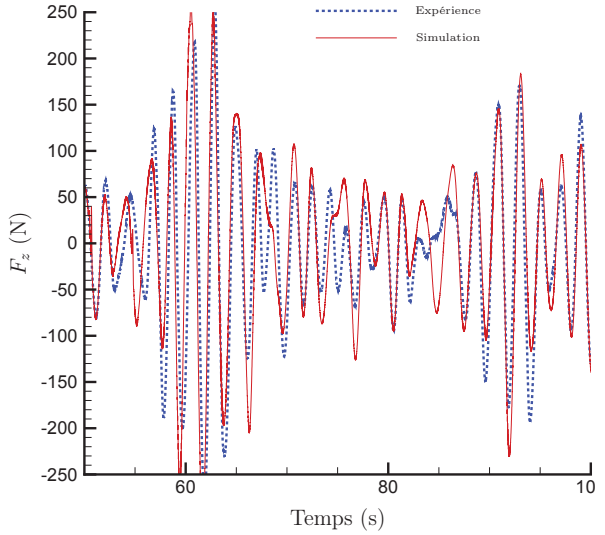


FIGURE 4.11 – Evolution de l'effort F_z entre 50 et 100 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

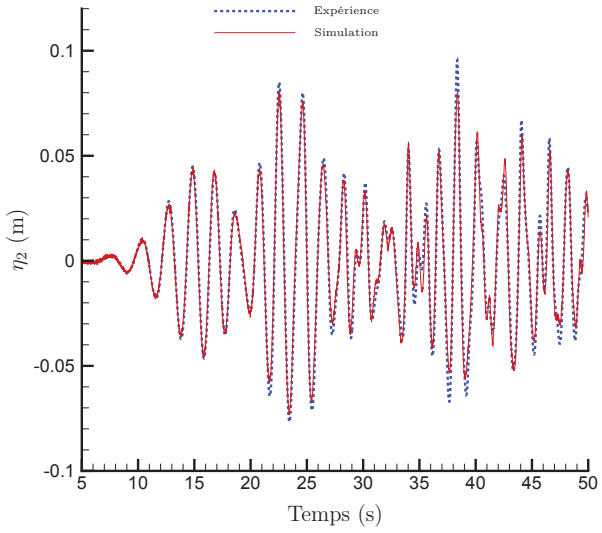


FIGURE 4.12 – Evolution de l'élévation au niveau de la sonde 2 entre 5 et 50 secondes. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

4.6.3 Comparaison des signaux numériques et expérimentaux

Dans cette partie, nous cherchons à comparer les signaux numériques et expérimentaux et à quantifier l'évolution de leur accord au cours de la simulation. Nous commençons par recenser les différents indicateurs possibles pour retenir celui qui parait convenir le mieux à l'usage que l'on souhaite en faire. A cet effet, on considère deux signaux x^{simu}(t) et x^{expe}(t), x pouvant représenter aussi bien l'élévation η que les efforts F_x ou F_z.

Ecart temporel

Le premier réflexe pour comparer nos deux signaux est de travailler dans le domaine temporel et de définir un indicateur δ par l'équation 4.14.

$$\delta_x(\tau) = \frac{\int_0^\tau |x^{simu}(t) - x^{expe}(t)|\, dt}{\int_0^\tau |x^{expe}(t)|\, dt} \tag{4.14}$$

L'inconvénient majeur de cette méthode est que le déphasage entre les deux signaux joue un rôle prépondérant dans l'évaluation de l'erreur. Même si, au début de l'analyse, nous avons estimé l'offset τ_0 entre le début de la simulation HOS et le début de l'acquisition des données (voir paragraphe 4.2), il subsiste naturellement un léger déphasage qui rend l'indicateur δ_x beaucoup trop sévère.

Ecart dans le domaine fréquentiel en utilisant la méthode de Welch

Il est aussi envisageable d'utiliser le même indicateur d'erreur que celui que nous avions employé pour l'étude sur la barge HELIVE (voir paragraphe 3.5.1). La méthode de Welch consite à découper le signal en N segments et à appliquer sur chacun d'entre eux une transformée de Fourier, et ensuite procéder à une moyenne temporelle des différentes spectres obtenus. Au final, on obtient un spectre dans le domaine fréquentiel où les composantes sont notées $a(f)$. L'indicateur $\epsilon_x(t)$, défini par 4.15, mesure alors à chaque instant l'écart dans le domaine fréquentiel entre les spectres de x^{simu} et x^{expe}.

$$\epsilon_x(\tau) = \left(\frac{\int_{f_1}^{f_2} |a^{num} - a^{exp}|\, df}{\int_{f_1}^{f_2} a^{exp} df} \right)_\tau \tag{4.15}$$

Dans l'équation 4.15, on pourra choisir $f_1 = 0$ Hz et $f_2 = 1.5$ Hz, car la quasi-totalité de l'énergie du spectre se trouve entre ces deux valeurs.

Cependant, cette méthode nécessite des temps de simulation très longs, pour que sur chaque segment temporel de la méthode de Welch, on ait une gamme de fréquence significative. Si elle convenait dans le cadre de l'étude sur la barge HELIVE, où nous nous

sommes attachés à reproduire des temps de simulations élevés (jusqu'à 600 secondes), elle est insuffisante ici où l'on cherche à comparer l'accord entre la simulation et l'expérience sur des temps plus courts.

Comparaison de l'enveloppe des signaux en utilisant la transformée de Hilbert

On utilise la transformée de Hilbert pour écrire chacun des deux signaux $x(t)$ sous la forme suivante :

$$x\left(t\right) = a_x(t)cos(\phi_x(t)) \tag{4.16}$$

où a_x ($a_x > 0$) et ϕ_x représentent respectivement l'amplitude instantanée et la phase instantanée du signal x. La fréquence instantanée du signal ω_x est définie par $\omega_x = \frac{\partial \phi_x}{\partial t}$.

Comme le fait remarquer l'ouvrage [33], cette *"méthode s'applique à tout signal réel. Toutefois, elle ne prend son sens physique que dans le cas des signaux à bande étroite, ou quasichromatiques, satisfaisant les hypothèses de variations lentes"*. Sans rentrer dans les détails mathématiques (en particulier concernant les hypothèses de variations lentes), il est important de noter que les signaux que nous cherchons à étudier (avec la quasi-totalité de leurs spectres compris dans une bande s'étalant de 0 Hz à 1.5 Hz) rentrent dans la catégorie des signaux cités.

Sur la figure 4.13, on a représenté les signaux $a_{\eta_2}^{simu}(t)$ et $-a_{\eta_2}^{simu}(t)$ enveloppant le signal η_2^{simu}, ainsi que les signaux $a_{\eta_2}^{expe}(t)$ et $-a_{\eta_2}^{expe}(t)$ enveloppant le signal η_2^{expe}. De la même manière, les enveloppes des signaux numérique et expérimental F_x sont tracées sur la figure 4.14.

Sur la figure 4.15, on a reproduit l'évolution des phases $\phi_{F_x}^{simu}$ et $\phi_{F_x}^{expe}$. On peut constater un déphasage vers $t = 32$ s qui correspond à un *saut* de π dans l'évaluation de la phase ϕ_{F_x}. En réalité, il s'agit d'un artefact numérique et la fréquence instantanée qui correspond à la pente de la phase (sa dérivée) est quasiment identique pour les deux signaux.

Pour quantifier l'évolution de l'écart entre la simulation et l'expérience au cours du temps, il semble préférable de raisonner sur l'amplitude instantanée des deux signaux. C'est pourquoi on introduit l'opérateur ζ défini par :

$$\zeta_x\left(\tau\right) = \frac{\int_0^\tau \left|a_x^{expe}(t) - a_x^{simu}(t)\right| dt}{\int_0^\tau a_x^{expe}(t)dt} \tag{4.17}$$

Géométriquement, ζ_x mesure l'aire comprise entre les enveloppes numérique et expérimentale divisée par l'aire sous l'enveloppe expérimentale. La figure 4.16 représente l'évolution du rapport d'enveloppe ζ_{F_x} au cours du temps. Le fait que ζ_{F_x} soit important au début de la simulation s'explique par les faibles amplitudes instantanées et le petit

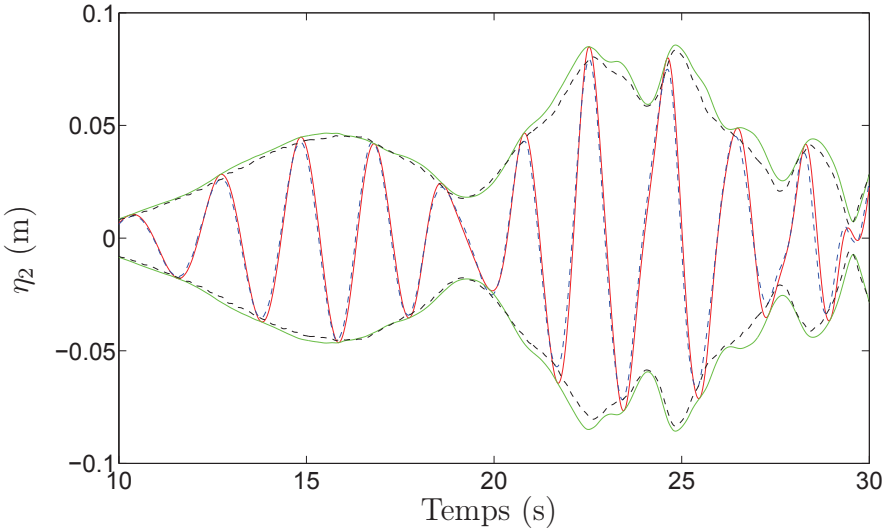


FIGURE 4.13 – Elévation au niveau de la sonde 2 entre 10 s et 30 s. En trait plein : signal et enveloppe SWENSE. En pointillés : signal et enveloppe expérimentaux. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

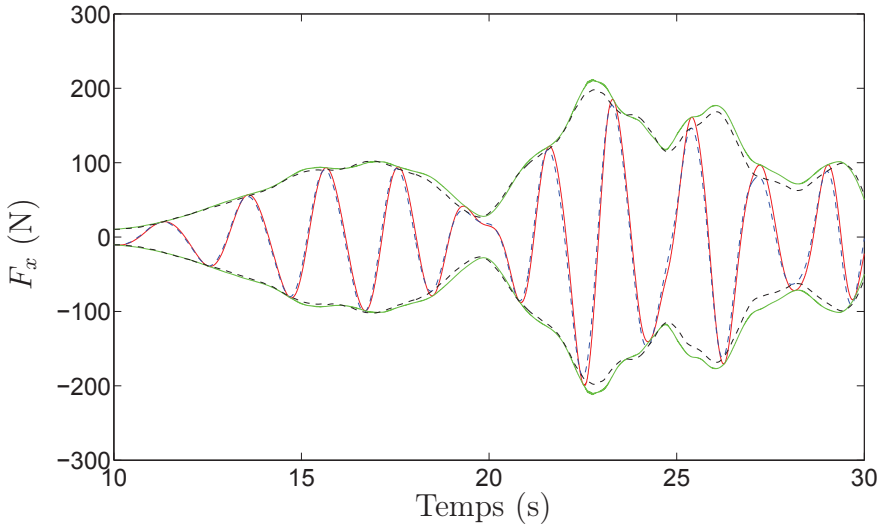


FIGURE 4.14 – Evolution de l'effort F_x entre 10 s et 30 s. En trait plein : signal et enveloppe SWENSE. En pointillés : signal et enveloppe expérimentaux. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

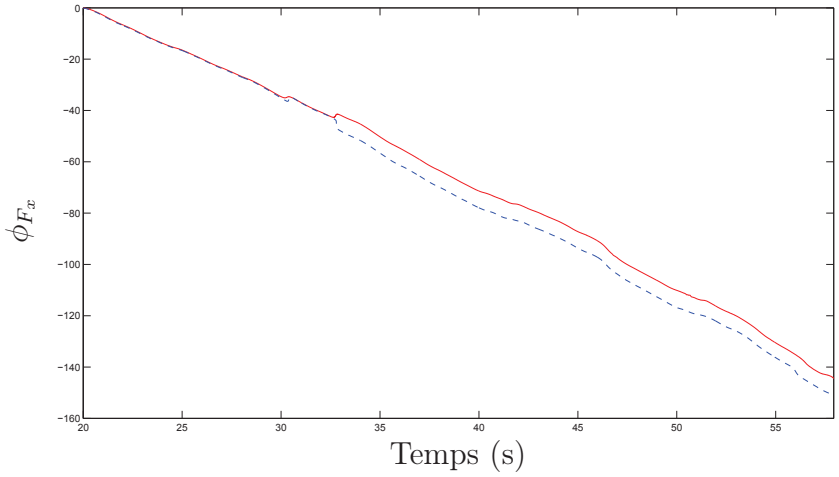


FIGURE 4.15 – Evolution des phases ϕ_{F_x} calculées grâce la transformée de Hilbert des signaux expérimentaux et numériques. En rouge : phase $\phi_{F_x}^{simu}$ SWENSE. En bleu : phase $\phi_{F_x}^{expe}$ expérimentale. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

déphasage qui subsite entre les signaux numériques et expérimentaux (malgré le calcul de l'offset τ_0 effectué à l'aide du calcul HOS - voir paragraphe 4.2).

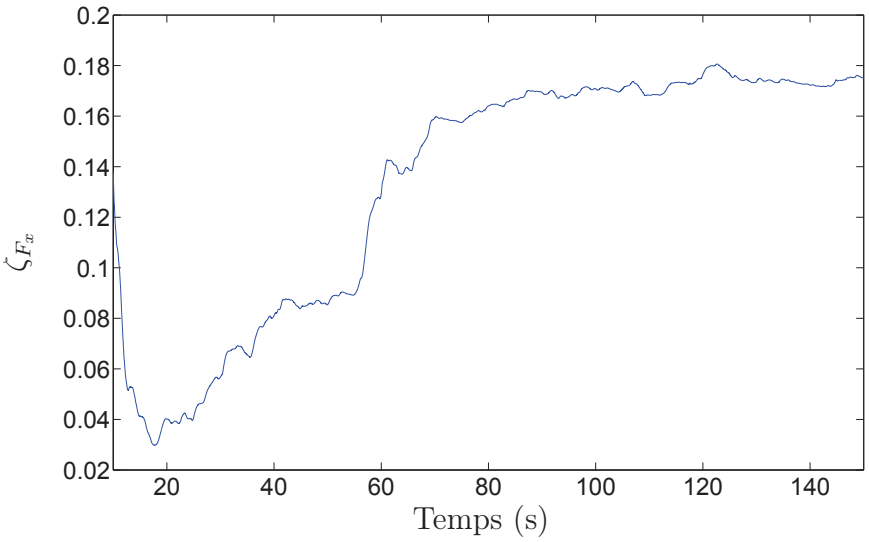


FIGURE 4.16 – Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{F_x} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

Que ce soit pour F_x (fig. 4.16), F_z (fig. 4.17) ou η_2 (fig. 4.18) , on constate une nette dégradation de l'accord entre la simulation et l'expérience au cours du temps. Pour $t = 25$

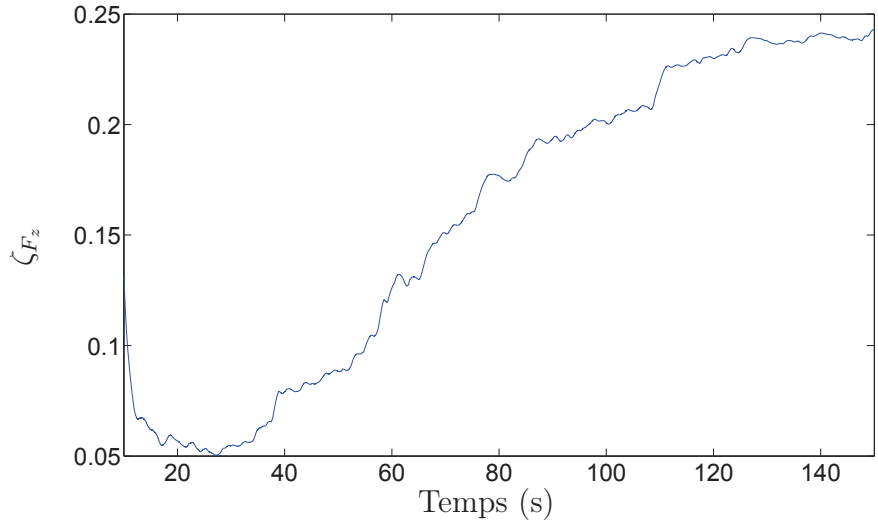


FIGURE 4.17 – Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{F_z} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

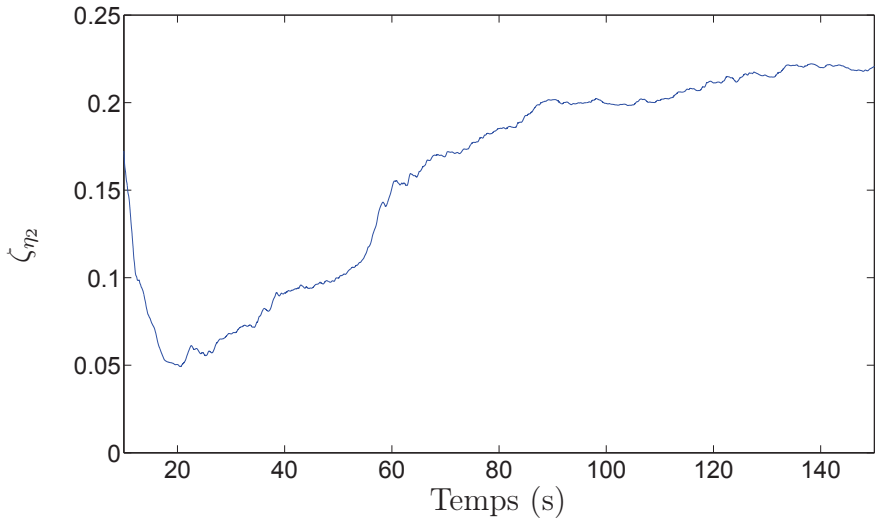


FIGURE 4.18 – Evolution du rapport d'enveloppe ζ_{η_2} au cours du temps. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

s, on a une erreur ζ_{F_x} de 4.0% entre la simulation et l'expérience pour F_x, et une erreur ζ_{F_z} de 5.3% pour F_z. Ces résultats sont bons, mais on constate qu'ils se dégradent rapidement pour donner des erreurs de l'ordre de 10% vers $t = 55$ s pour F_x et F_z.

Cette dégradation de l'accord entre expérience et simulation est très certainement imputable aux effets de réflexion de l'onde diffractée sur les murs du bassin (non pris en compte par le calcul HOS) que nous avons mis en évidence au paragraphe 4.4.1. Nous faisons l'hypothèse que même si l'ensemble du spectre n'est pas encore établi, nous pouvons déterminer une vitesse de groupe *moyenne*. Alors par analogie avec le cas de houle régulière traité, on peut calculer cette vitesse de groupe *moyenne* du champ de houle étudié ($T_p = 2$ s $\Rightarrow v_{g_m} \approx 1.57$ m.s^{-1}) et en déduire le temps qu'il faut à l'onde *moyenne* ainsi définie pour parcourir l'aller-retour entre la bouée et le mur ($T_{AR} \approx 18.5$ s). Sachant que le front d'onde généré par le batteur atteint la bouée vers 8 s, on doit assister à une dégradation de l'accord entre l'expérience et la simulation à partir de 26.5 s. Ceci coïncide avec ce que l'on voit sur les figures 4.16, 4.17 et 4.18 où l'on assiste à une dégradation de l'accord à partir d'environ $t = 26$ s.

4.6.4 Influence du pas de temps HOS

Pour analyser l'influence du pas de temps HOS, nous avons choisi pour des raisons de rapidité de travailler avec le maillage $R5N15$ qui a un rayon de domaine plus petit et comporte moins de points. Comme nous nous intéressons aux premières secondes de la simulation, les phénomènes de réflexion numérique au niveau de la frontière extérieure ne jouent pas un rôle important. Le pas de temps *ICARE* que nous avons choisi pour cette étude est $\tau_{Icare} = 0.01$ s. La figure 4.19 montre l'évolution de l'indicateur ζ_{F_x} au cours du temps pour trois fréquences de calcul HOS différents : 100 Hz, 50 Hz et 10 Hz. La convergence en fréquence HOS est très nette.

La figure 4.19 indique que la qualité globale du calcul n'est pas altérée avec un grand pas de temps HOS. Néanmoins, on constate l'apparition de perturbations à haute fréquence dans le calcul. En atteste la figure 4.20, où l'on voit que l'effort F_x oscille fortement à haute fréquence pour un pas de temps HOS $\tau_{HOS} = 0.1$ s ($f_{HOS} = 10$ Hz).

Ces pertubations sont probablement dues au fait que les équations SWENSE ne sont pas exactement vérifiées lorsque le pas de temps *ICARE* (τ_{Icare}) est inférieur au pas de temps HOS (τ_{HOS}). En clair, si le pas de temps HOS est trop élevé, il faut augmenter le pas de temps *ICARE*.

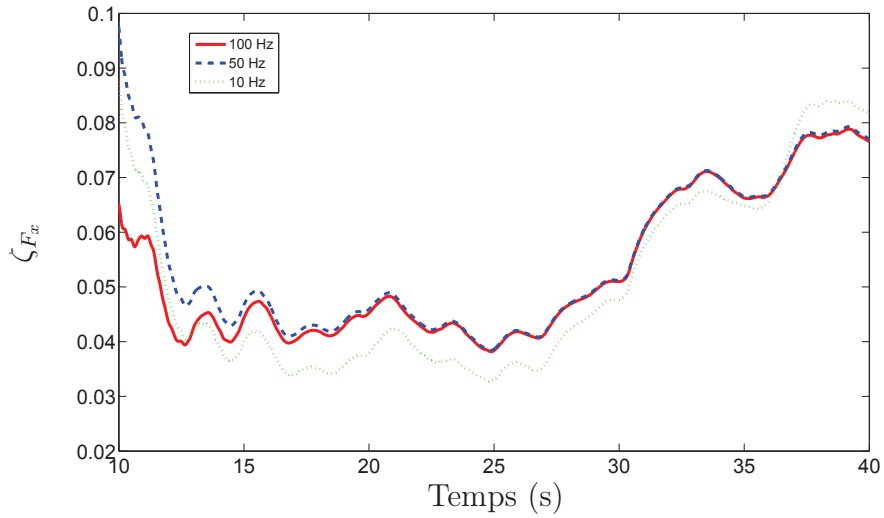


FIGURE 4.19 – Evolution de l'indicateur ζ_{F_x} au cours du temps. Comparaison pour différentes fréquences de calcul HOS. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

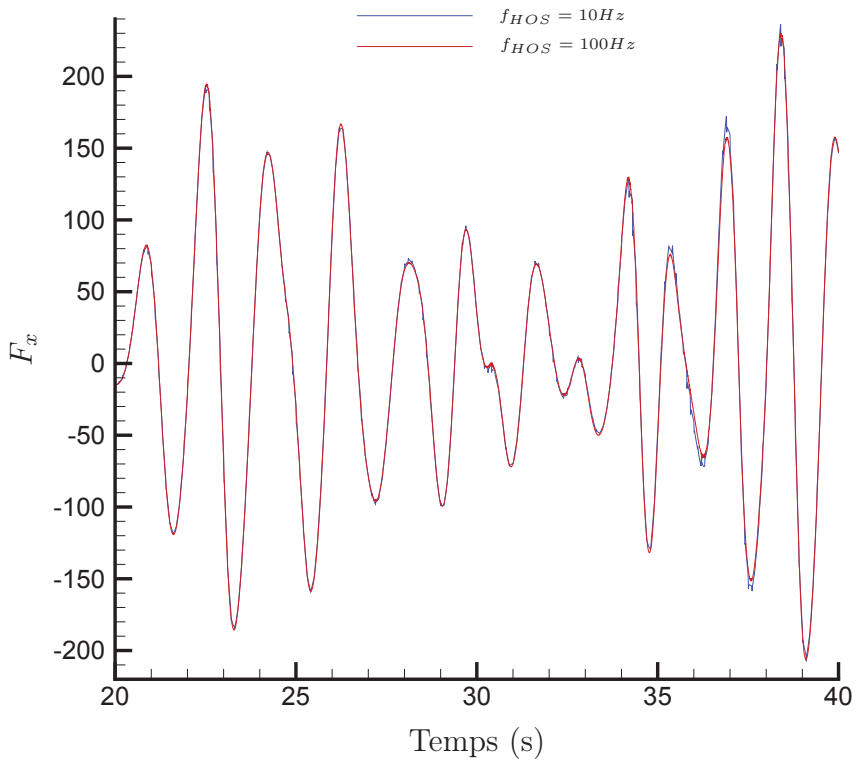


FIGURE 4.20 – Oscillations en haute-fréquence aux grands pas de temps HOS. Bouée JIP, houle irrégulière 2D.

4.7 Houle irrégulière 3D

Nous présentons maintenant un cas de validation du code en houle irrégulière 3D. Il s'agit d'une étape supplémentaire dans la complexité de mise en oeuvre puisque le calcul HOS est tridimensionnel.

4.7.1 Caractéristiques de l'essai expérimental reproduit

La houle irrégulière étudiée est une houle composée de deux spectres de Pierson-Moskowitz superposés : une mer de houle provenant d'une direction $\theta = -22.5°$ avec une période de pic $T_p = 3$ s et une hauteur significative $H_s = 6$ cm, une mer de vent provenant d'une direction $\theta = 22.5°$ avec $T_p = 1.5$ s et $H_s = 2$ cm. Le spectre de Pierson-Moskowitz a la forme suivante :

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4}\right] \tag{4.18}$$

On s'autorise même à parler de spectre de Occhi-Hubble modifié bien que le spectre de Occhi-Hubble classique soit monodirectionnel et s'exprime comme la combinaison de deux spectres haute-fréquence et basse-fréquence de la façon suivante :

$$S(\omega) = \sum_{j=1}^{2} \frac{\left[(4\lambda_j + 1)\,\omega_{p_j}^4/4\right]^{\lambda_j}}{4\Gamma(\lambda_j)} \frac{H_{s_j}^2}{\omega^{4\lambda_j+1}} exp\left[-\left(\frac{4\lambda_j+1}{4}\right)\left(\frac{\omega_{p_j}}{\omega}\right)^4\right] \tag{4.19}$$

En effet dans l'équation 4.19, si l'on prend $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ et que l'on associe à chaque composante la direction voulue, on retrouve la superposition des deux spectres de Pierson-Moskowitz. L'essai expérimental étudié a duré 250 secondes et a été reproduit entièrement avec SWENSE.

4.7.2 Résultats numériques

Lors du calcul HOS, nous avons utilisé un pas de temps $\tau_{HOS} = 0.02$ s. Le maillage Navier-Stokes doit être contenu en entier dans les limites du bassin et par conséquent nous avons utilisé une petite taille de domaine $R_{dom} = 10$ m. D'autre part, puisque ce cas n'est pas symétrique, le maillage $R10N18$ a été doublé. Le pas de temps a été fixé à $\tau = 0.05$ s. La simulation a pris environ 10 jours sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHz).

Les figures 4.21 et 4.22 montrent l'évolution temporelle de l'effort F_y respectivement entre 10 s et 50 s et entre 100 s et 140 s. La conformité entre le signal numérique et

le signal expérimental est satisfaisant au début de la simulation, et bien que l'accord est sensiblement plus mauvais entre 100 s et 140 s, l'accord entre les deux courbes reste raisonnable.

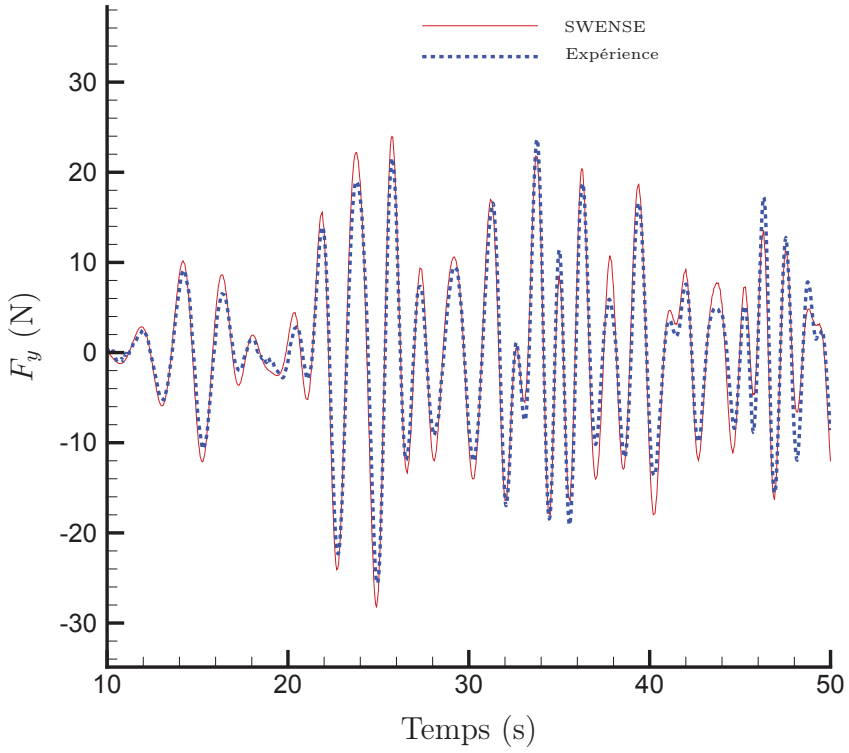


FIGURE 4.21 – Evolution de F_y au cours du temps entre 10 s et 50 s. Bouée JIP, houle irrégulière 3D.

La figure 4.23 regroupe l'évolution de l'indicateur ζ pour les efforts F_x, F_y, F_z et l'élévation η_2. Le comportement général de l'accord entre la simulation et l'expérience est similaire au cas de houle irrégulière 2D, avec une bonne correspondance au début (bien que pas aussi marquée que dans le cas de houle irrégulière 2D) et une dégradation au cours du calcul. Après 30 secondes, ζ_{F_x} et ζ_{F_z} valent à peu près 10% et ζ_{F_y} aux environs de 15%. Le résultat se détériore par la suite, ceci étant probablement lié au retour de l'onde diffractée qui est réfléchie sur les murs du bassin dans l'expérience. Cependant, on remarque que, dans ce cas, l'élévation de surface libre est assez mal prédite et ce, dès le début de la simulation. Les pieds du tripode ne sont pas modélisés dans notre étude, et il est possible que leur effet sur les ondes de surface ne puisse pas être négligé.

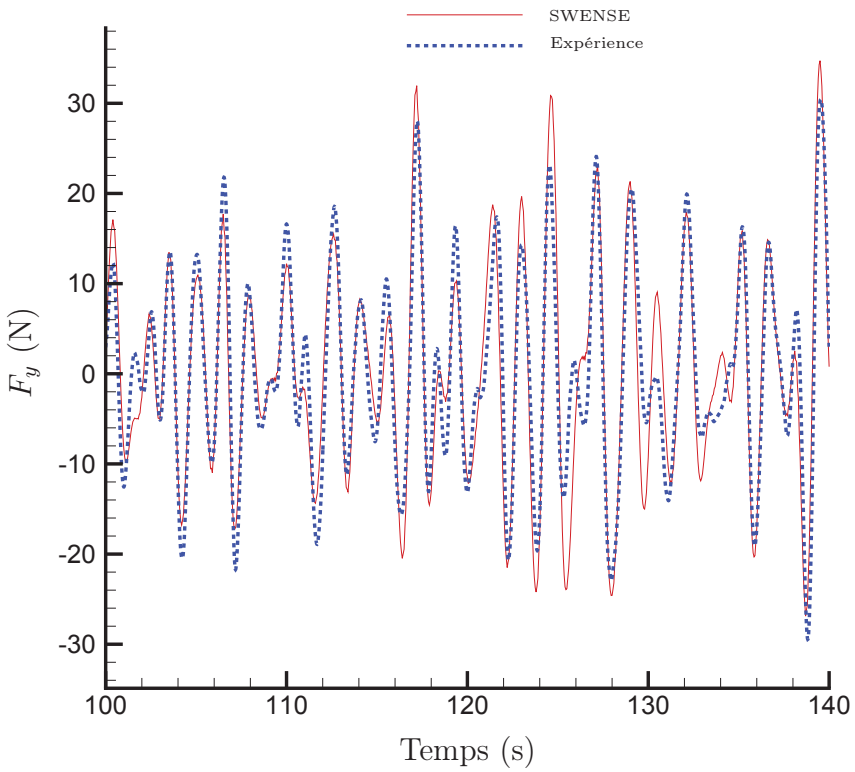
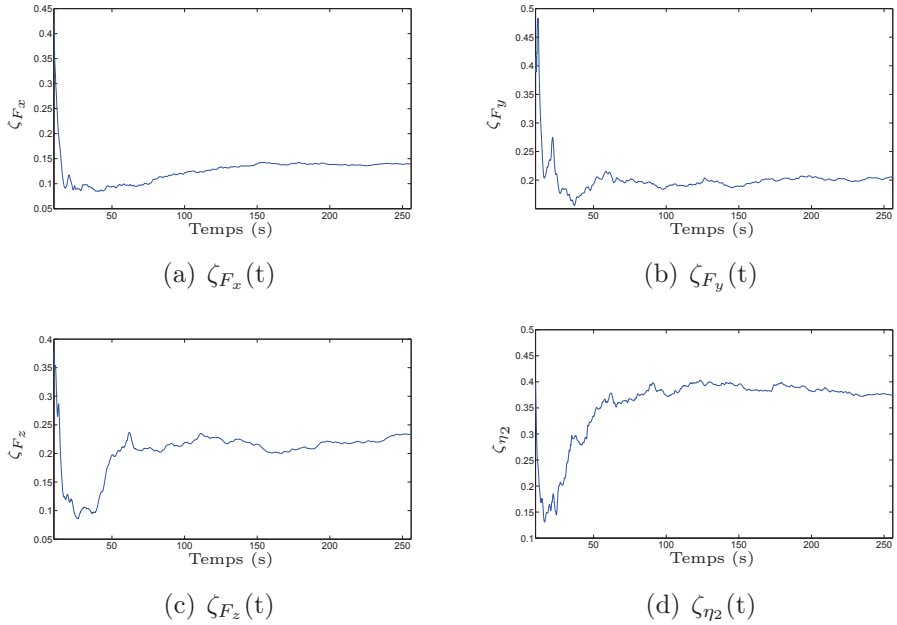


FIGURE 4.22 – Evolution de F_y au cours du temps entre 100 s et 140 s. Bouée JIP, houle irrégulière 3D.



(a) ζ_{F_x}(t) (b) ζ_{F_y}(t)

(c) ζ_{F_z}(t) (d) $\zeta_{\eta 2}$(t)

FIGURE 4.23 – Evolution de l'indicateur ζ pour les efforts F_x, F_y, F_z et l'élévation η_2. Bouée JIP, houle irrégulière 3D.

4.7.3 Traitement statistique des résultats

Au terme de la simulation, nous disposons d'une durée assez longue pour pouvoir initier une analyse statistique des résultats. On réutilise la méthode de Welch qu'on avait utilisée au chapitre précédent. Les figures 4.24 et 4.25 représentent les spectres expérimentaux et numériques des efforts F_x et F_y obtenus par cette méthode.

Si l'on utilise l'indicateur d'erreur ϵ défini par l'équation 3.6, on trouve au terme des 250 secondes de simulation une erreur $\epsilon = 5\%$ pour l'effort F_x, une erreur $\epsilon = 10\%$ pour l'effort F_y et une erreur $\epsilon = 11\%$ pour l'effort F_z.

Il est possible de comparer avec l'indicateur d'erreur ζ qui, au bout de 250 secondes, donne $\zeta_{F_x} = 13\%$, $\zeta_{F_y} = 21\%$ et $\zeta_{F_z} = 23\%$. On remarque que l'indicateur d'erreur dans le domaine fréquentiel ϵ est beaucoup moins sévère que l'indicateur ζ.

4.8 Conclusion

L'intérêt de ce cas d'application est multiple. Tout d'abord, il permet de montrer l'intérêt de l'approche SWENSE comparée à une approche potentielle dans un cas où la géométrie du corps est complexe et génère des effets visqueux importants. De plus, il constitue un cas de validation intéressant en houle irrégulière 2D et le premier cas de validation en houle irrégulière 3D. Dans les deux cas, les résultats numériques sont satisfaisants. Cette étude a aussi permis de mettre en évidence les effets de réflexion sur

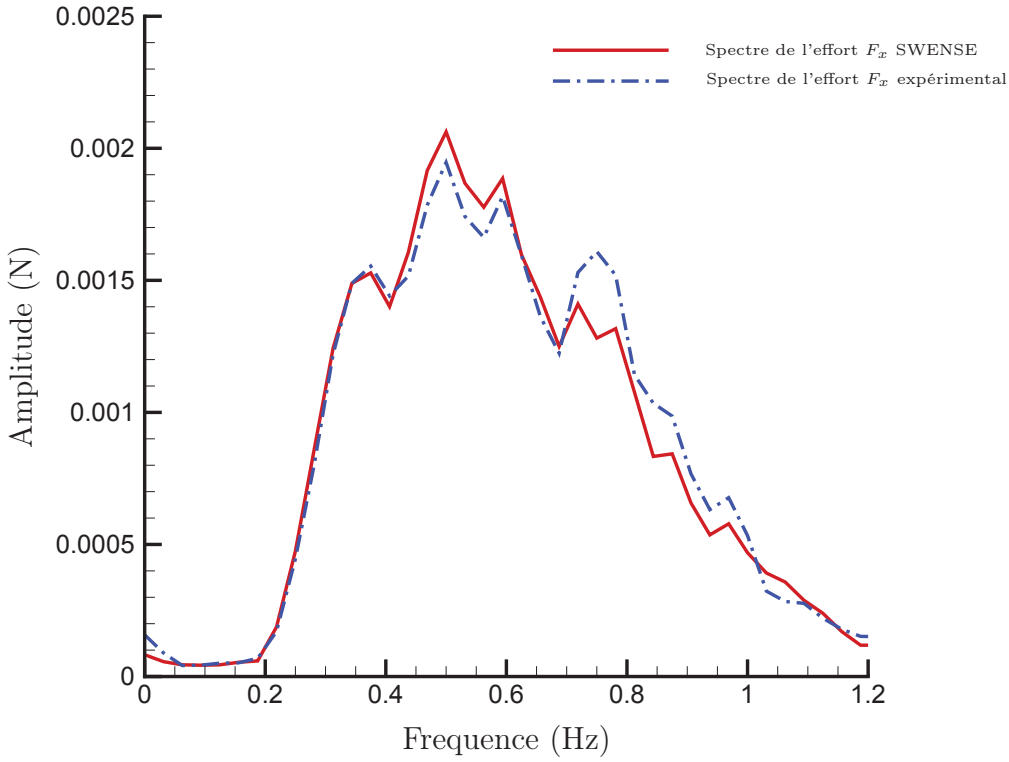


FIGURE 4.24 – Comparaison des spectres numérique et expérimental de l'effort F_x. Bouée JIP, houle irrégulière 3D.

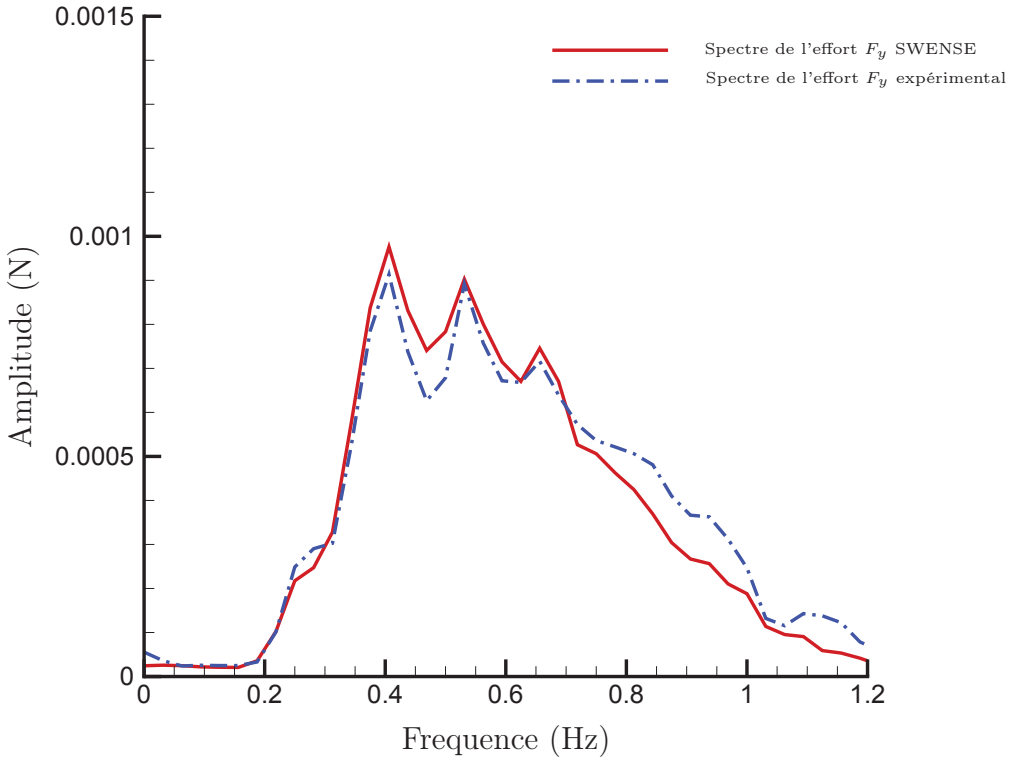


FIGURE 4.25 – Comparaison des spectres numérique et expérimental de l'effort F_y. Bouée JIP, houle irrégulière 3D.

les parois du bassin de l'onde diffractée par le corps durant l'expérience et ce que cela implique dans le cas d'une comparaison entre un essai en bassin et un calcul SWENSE. La fenêtre où la comparaison entre les signaux numériques et expérimentaux est pertinente est relativement réduite et ceci nous a conduit à introduire un nouvel indicateur d'erreur ζ, que nous estimons judicieux pour déterminer la qualité d'une simulation numérique reproduisant le cas d'une houle irrégulière sur un corps en bassin.

Troisième partie

Développements

Chapitre 5

Interpolations HOS/RANSE

Sommaire

5.1 Introduction 106

5.2 Méthodes d'interpolation 107

5.2.1 Interpolation tri-linéaire 107

5.2.2 Carreaux bi-cubiques de Hermite 107

5.2.3 Interpolation de type Lagrange 109

5.2.4 Quadrangles de Bézier 110

5.2.5 Splines 111

5.3 Comparaison des différentes méthodes 111

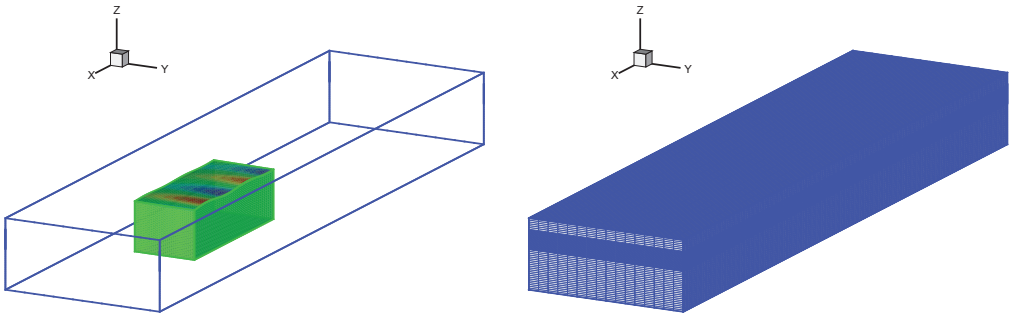
5.3.1 Reconstruction ponctuelle des champs HOS 111

5.3.2 Indicateur d'erreur et commentaires 111

5.3.3 Résultats sur un cas d'application : bouée JIP en houle irrégulière 3D 115

5.1 Introduction

Lors d'un calcul SWENSE en houle irrégulière, la première étape à chaque itération est de reconstruire les valeurs du champ HOS en chaque point de la boîte de reconstruction HOS. Cette boîte est définie au début du calcul. La distribution des points en x et en y est dépendante du calcul HOS initial ; dans chaque direction, il y a autant de points que de modes. A l'opposé, dans la direction z, nous pouvons choisir le nombre de points de reconstruction. Lors de la distribution de points en z, on s'assure que l'ensemble de la grille Navier-stokes est comprise dans le domaine de reconstruction HOS, et on densifie le nombre de points de reconstruction là où la dynamique de l'écoulement est la plus rapide, c'est-à-dire au niveau de la surface libre. La figure 5.1 montre un maillage *ICARE* (un maillage vide sans corps) et la boîte de reconstruction HOS associée.



(a) Position de la grille Navier-Stokes à l'intérieur du domaine HOS

(b) Boîte de reconstruction HOS

FIGURE 5.1 – Grille Navier-Stokes figurant une boîte vide et boîte de reconstruction HOS associée

Les différentes variables surfaciques dont on a besoin dans SWENSE sont les suivantes : h_I, $\frac{\partial h_I}{\partial t}$, $\frac{\partial h_I}{\partial x^1}$ et $\frac{\partial h_I}{\partial x^2}$. En ce qui concerne les champs volumiques, les variables suivantes sont nécessaires : P_I, U_I^α, $\frac{\partial U_I^\alpha}{\partial t}$, $\frac{\partial U_I^\alpha}{\partial x^\beta}$ avec $\alpha \in [1,3]$ et $\beta \in [1,3]$. Sur chacun des noeuds de la boîte de reconstruction HOS, l'ensemble de ces variables est reconstruit. On verra par la suite que pour une des méthodes d'interpolation utilisées, nous aurons besoin de reconstruire un certain nombre de variables HOS supplémentaires.

Une fois l'ensemble de ces champs reconstruits, la deuxième étape consiste à les interpoler sur chacun des noeuds du maillage *ICARE* afin de les intégrer au calcul SWENSE. Nous énumérons ici les différentes méthodes d'interpolation que nous avons utilisées et comparons leurs résultats.

5.2 Méthodes d'interpolation

L'ensemble des méthodes d'interpolation décrites ci-dessous sont basées sur une interpolation linéaire dans la direction z. Ce choix s'explique par le fait que la densité de points de reconstruction dans la direction z est facilement modifiable, alors que le nombre de points de reconstruction de la boîte HOS dans le plan xy est nécessairement égal au nombre de modes utilisés pour le calcul HOS. Par conséquent, nous avons décidé de travailler sur l'optimisation de l'interpolation dans les plans xy.
Parmi les méthodes présentées, la méthode d'interpolation par carreaux bi-cubiques de Hermite est la seule à nécessiter la reconstruction de variables HOS supplémentaires en plus de la variable que l'on souhaite interpoler. Elle est donc légèrement plus coûteuse en terme de reconstruction. Par contre, en terme de temps de calcul pour l'interpolation, les différentes méthodes se valent sauf la méthode d'interpolation par splines qui est très gourmande en temps CPU.

5.2.1 Interpolation tri-linéaire

C'est la méthode d'interpolation classiquement utilisée dans SWENSE. Elle s'appuie sur huit noeuds de collocation, quatre sur chaque plan xy, et ne nécessite pas la reconstruction de variables d'ordre de dérivée supérieur.

5.2.2 Carreaux bi-cubiques de Hermite

L'interpolation par carreaux bi-cubiques de Hermite s'appuie sur huit points de collocation, quatre points dans chaque plan xy. Cette méthode nécessite la recontruction de variables HOS supplémentaires. Pour interpoler une variable X du champs HOS sur un point de la grille RANSE, on aura besoin de connaître aussi $\frac{\partial X}{\partial x}$, $\frac{\partial X}{\partial y}$ et $\frac{\partial^2 X}{\partial x \partial y}$.

Reconstruire un ordre supérieur de dérivée en HOS revient à effectuer une multiplication supplémentaire dans le domaine de Fourier, et de ce fait, augmenter l'erreur de façon exponentielle. C'est d'autant plus problématique si la houle est cambrée et les séries mal convergées. C'est pourquoi nous avons évité d'interpoler de cette manière les dérivées des vitesses, car ceci aurait nécessité de reconstruire des dérivées quatrième de la vitesse, soit des dérivées cinquième du potentiel ! En outre, cela aurait nécessité la création d'un nombre important de tableaux supplémentaires avec les problèmes de mémoire vive qui s'ensuivent. Par conséquent, les dérivées spatiales des vitesses et des élévations sont réalisées via une des autres méthodes d'interpolation présentées.

La figure 5.2 sert de support à l'explication de la méthode numérique. Dans le plan xy, nous souhaitons effectuer l'interpolation en un point (x, y). La première étape consiste

à repérer les indices i et j de la boîte de reconstruction tel que $cx(i) \leq x \leq cx(i+1)$ et $cy(j) \leq y \leq cy(j+1)$. Suite à la transformation des quatre points de la grille HOS considérés en un carreau de longueur unité, évaluer $\sigma(x, y)$ revient à évaluer $\sigma(u, v)$ dans le nouveau repère.

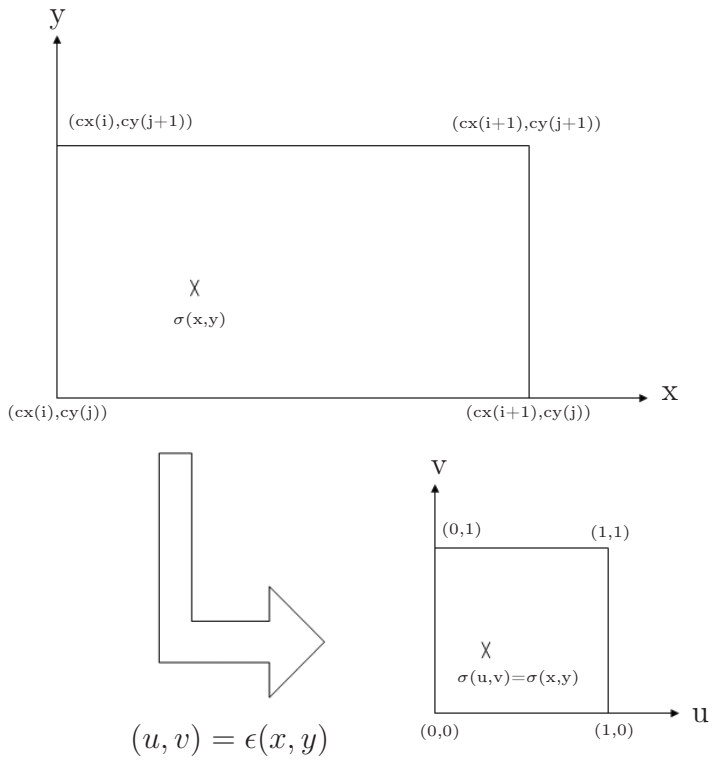


FIGURE 5.2 – Dans le plan xy, transformation du rectangle formé par les quatre points de la boîte de reconstruction HOS entourant le point à interpoler en un carreau de longueur unité.

L'interpolation s'écrit alors :

$$\sigma(x, y) = \sigma(u, v) = \left[B^3(u)\right] [X]^t \left[B^3(v)\right] \tag{5.1}$$

où :

$$\begin{cases} [X] = \begin{bmatrix} X_{0,0} & X_{v,0,0} & X_{v,0,1} & X_{0,1} \\ X_{u,0,0} & X_{uv,0,0} & X_{uv,0,1} & X_{u,0,1} \\ X_{u,1,0} & X_{uv,1,0} & X_{uv,1,1} & X_{u,1,1} \\ X_{1,0} & X_{v,1,0} & X_{v,1,1} & X_{1,1} \end{bmatrix} \\ X_{u,i,j} = \dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial u} \\ X_{uv,i,j} = \dfrac{\partial^2 X_{i,j}}{\partial u \partial v} \\ \left[B^3(u)\right] = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{5.2}$$

Bien entendu, il faut penser à normaliser les dérivées. Dans le nouveau repère, celles-ci s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} X_{u,i,j} = \dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial u} = \dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial u} = \dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial x}\left(cx(i+1) - cx(i)\right) \\ X_{uv,i,j} = \dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial x}\dfrac{\partial X_{i,j}}{\partial y}\left(cx(i+1) - cx(i)\right)\left(cy(j+1) - cy(j)\right) \end{cases} \tag{5.3}$$

Pour une démonstration de la validité de cette méthode d'interpolation, on pourra se référer par exemple à Frey *et al.* [23].

5.2.3 Interpolation de type Lagrange

Cette interpolation s'appuie sur 32 points de collocation, 16 points sur chaque plan xy. En référence au schéma 5.2, il s'agit de l'ensemble des points $\{(cx(k), cy(l))\}$ avec $k \in [i-1, i+2]$ et $l \in [j-1, j+2]$.

L'interpolation s'écrit alors de la façon suivante :

$$\sigma(x, y) = \left[B^3(x)\right] [X]^t \left[B^3(y)\right] \tag{5.4}$$

avec $[X]_{k,l} = X(cx(i-2+k), cy(j-2+l))$, $k \in [i-1, i+2]$ et $l \in [j-1, j+2]$, et en prenant pour $[B]$ les interpolés de Lagrange de degré 3 définis de la façon suivante :

$$\begin{cases} \left(B^3(x)\right)_{(k)} = \prod_{p=0}^{3} \dfrac{x - c_x(i-1+p)}{c_x(i-1+k) - c_x(i-1+p)} & (p \neq k) \\ \left(B^3(y)\right)_{(l)} = \prod_{p=0}^{3} \dfrac{y - c_y(j-1+p)}{c_y(j-1+l) - c_y(j-1+p)} & (p \neq l) \end{cases} \tag{5.5}$$

La surface définie de cette façon passe par les 16 points de contrôle donnés, mais comporte un risque de repliement important en raison du degré élevé des polynômes d'interpolation sur lesquels elle s'appuie.

5.2.4 Quadrangles de Bézier

De la même manière que pour l'interpolation de type Lagrange décrite précédemment, l'interpolation par quadrangles de Bézier s'appuie sur 32 points de controle, 16 dans chaque plan horizontal.

En posant $u = \frac{x-cx(i-1)}{cx(i+2)-cx(i-1)}$ et $v = \frac{y-cy(i-1)}{cy(i+2)-cy(i-1)}$, on interpole alors de la façon suivante :

$$\sigma(x,y) = \sigma(u,v) = \left[B^3(u)\right] [X]^t \left[B^3(v)\right] \tag{5.6}$$

où :

$$\begin{cases} [X]_{k,l} = X(cx(i-2+k), cy(j-2+l)) \qquad (k \in [i-1, i+2], l \in [j-1, j+2]) \\ \left[B^3(u)\right] = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{5.7}$$

Cette interpolation passe par les 12 points extérieurs du polyèdre de contrôle, mais ne passe pas nécessairement par les quatre points les plus proches du point (x, y). Elle a ainsi tendance à lisser la solution.

5.2.5 Splines

Finalement, une dernière méthode d'interpolation basée sur la construction de splines a été ajoutée. Son implémentation dans le code repose sur l'incorporation d'une routine dédiée à ce problème spécifique, trouvée sur une librairie Fortran en ligne. En analogie aux méthodes de Bézier et Lagrange décrite précédemment, nous fixons le nombre de points d'appui de la spline reconstruite à 3 points dans chaque direction. Le temps de calcul de cette méthode est nettement plus élevé que pour les autres méthodes. De plus, une telle complexité de mise en oeuvre n'est pas réellement justifiée puisque l'intérêt principal des splines est de sauvegarder les propriétés de dérivabilité de la fonction interpolée, ce qui ne nous intéresse pas dans le cas présent.

5.3 Comparaison des différentes méthodes

Afin de comparer les résultats des différentes méthodes, nous avons travaillé sur un domaine fluide ne comportant pas de corps avec deux houles HOS de différente cambrure, reproduisant chacune une houle régulière croisée de fréquence $f = 0.8$ Hz et respectivement d'amplitude $A = 10^{-3}$ m et $A = 0.075$ m.

5.3.1 Reconstruction ponctuelle des champs HOS

Une nouvelle routine de reconstruction des modes HOS a été implémentée dans le code pour permettre de reconstruire en un point donné les champs. Cette méthode n'est pas extensible à tous les points de la grille, car elle nécessite de reconstruire autant de fois les modes qu'il y a de points sur la grille RANSE : en terme de temps CPU, ce n'est pas envisageable.

Pour chacune des deux houles calculées, nous avons pris soin de vérifier que les séries sont bien convergées, ce qui nous permet de considérer que la valeur calculée par la nouvelle routine de reconstruction HOS est véritablement la valeur exacte du champ HOS en ce point. C'est donc la valeur vers laquelle doivent tendre nos différentes méthodes d'interpolation.

5.3.2 Indicateur d'erreur et commentaires

Pour quantifier la qualité de nos différentes méthodes d'interpolation en un point donné, nous nous servons de l'indicateur ϵ que nous définissons comme suit :

$$\epsilon_a = \frac{\int_t \left| a^{interp} - a^{loc} \right| dt}{\int_t \left| a^{loc} \right| dt} \times 100 \tag{5.8}$$

a représentant soit P, U, V, W, η ou $\frac{\partial \eta}{\partial t}$. a^{loc} représente la valeur exacte du champ HOS (calculé par la routine de reconstruction ponctuelle) tandis que a^{interp} représente la valeur du champ HOS (calculé classiquement sur sa boîte reconstruction) interpolé au point considéré. On calcule ϵ_a sur deux périodes de houle.

Les tableaux 5.1 et 5.2 expriment, pour deux cambrures de houle différentes, en plusieurs points de la grille RANSE (P1, P2, P3) l'erreur ϵ pour différents champs (P, U, V, W, η et $\frac{\partial \eta}{\partial t}$) suivant la méthode d'interpolation retenue. Les trois points (P1, P2, P3) ont été placés aléatoirement dans le domaine fluide au niveau de la surface libre, là où la dynamique de l'écoulement est la plus élevée. A la lumière des résultats exposés, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- La première indication que nous apportent ces résultats est que la méthode d'interpolation retenue joue un rôle important dans la qualité du champ incident reproduit. Par exemple, pour une houle de cambrure moyenne, on peut avoir jusqu'à 16 % de différence entre la valeur interpolée par la méthode classique (l'interpolation linéaire) et la reconstruction du champ HOS directement au point considéré.
- La méthode d'interpolation de Bézier a trop tendance à lisser la solution et n'est clairement pas adaptée. La méthode d'interpolations par splines est aussi à écarter : en plus de son coût CPU élevé, elle n'apporte qu'une légère amélioration par rapport à l'interpolation linéaire.
- Les interpolations de Hermite et de Lagrange apportent toutes deux une nette amélioration comparées à l'interpolation linéaire à cambrure faible. A cambrure moyenne, seule l'interpolation par carreaux de Hermite est sensiblement plus précise que l'interpolation linéaire. On choisit par conséquent de retenir cette méthode d'interpolation en dépit d'un certain nombre de variables HOS supplémentaires à reconstruire, l'influence sur le temps total de calcul étant très faible.

	Linéaire	Hermite	Bézier	Splines	Lagrange
	Point P1				
ϵ_P (%)	0.84	0.009	2.64	0.55	0.004
ϵ_U (%)	0.81	0.009	2.57	0.53	0.009
ϵ_V (%)	1.79	0.007	5.83	1.01	0.055
ϵ_W (%)	0.83	0.010	2.63	0.55	0.009
ϵ_η (%)	0.84	0.001	-	-	
ϵ_{η_t} (%)	0.84	0.001	-	-	
	Point P2				
ϵ_P (%)	0.81	0.005	2.54	0.28	0.017
ϵ_U (%)	0.70	0.007	2.22	0.26	0.006
ϵ_V (%)	1.75	0.003	5.34	0.67	0.054
ϵ_W (%)	0.81	0.004	2.53	0.28	0.016
ϵ_η (%)	0.81	0.002	-	-	
ϵ_{η_t} (%)	0.80	0.003	-	-	
	Point P3				
ϵ_P (%)	0.27	0.013	0.74	0.19	0.031
ϵ_U (%)	0.18	0.013	0.62	0.15	0.026
ϵ_V (%)	0.86	0.011	3.46	0.34	0.011
ϵ_W (%)	0.27	0.014	0.72	0.19	0.033
ϵ_η (%)	0.27	0.003	-	-	
ϵ_{η_t} (%)	0.28	0.003	-	-	

TABLE 5.1 – Comparaison des différentes méthodes d'interpolation en trois points de la grille RANSE, pour une houle à très faible cambrure ($2A/\lambda \approx 0.0008$)

	Linéaire	Hermite	Bézier	Splines	Lagrange
	Point P1				
ϵ_P (%)	16.1	3.12	17.1	16.52	16.1
ϵ_U (%)	0.82	0.03	2.53	0.52	0.15
ϵ_V (%)	1.66	0.03	5.40	1.03	0.15
ϵ_W (%)	0.80	0.09	2.53	0.50	0.08
ϵ_η (%)	0.81	0.003	-	-	0.016
ϵ_{η_t} (%)	0.97	0.49	-	-	1.17
	Point P2				
ϵ_P (%)	2.13	0.35	3.11	1.87	1.90
ϵ_U (%)	0.73	0.007	2.31	0.26	0.02
ϵ_V (%)	1.71	0.004	5.21	0.66	0.05
ϵ_W (%)	0.82	0.06	2.58	0.28	0.02
ϵ_η (%)	0.85	0.006	-	-	0.037
ϵ_{η_t} (%)	6.92	1.71	-	-	6.69
	Point P3				
ϵ_P (%)	3.66	0.53	3.78	3.74	3.65
ϵ_U (%)	0.23	0.009	0.97	0.16	0.02
ϵ_V (%)	0.97	0.007	3.77	0.36	0.02
ϵ_W (%)	0.29	0.11	0.99	0.19	0.0263
ϵ_η (%)	0.30	0.003	-	-	0.029
ϵ_{η_t} (%)	6.91	1.17	-	-	6.31

TABLE 5.2 – Comparaison des différentes méthodes d'interpolation en trois points de la grille RANSE, pour une houle à cambrure moyenne ($2A/\lambda \approx 0.025$)

5.3.3 Résultats sur un cas d'application : bouée JIP en houle irrégulière 3D

Afin de voir si la nouvelle méthode d'interpolation par carreaux bi-cubiques de Hermite retenue améliore la précision globale d'un calcul SWENSE, nous avons décidé de relancer le calcul sur la bouée JIP en houle irrégulière 3D. Les figures 5.3, 5.4 et 5.5 représentent l'évolution de l'erreur entre la simulation et l'expérience pour respectivement l'élévation η_1 de la sonde 1, l'élévation η_2 de la sonde 2 et la force F_x. Sur chaque figure, l'interpolation par carreaux de Hermite est signifiée en trait plein et l'interpolation linéaire en trait pointillé.

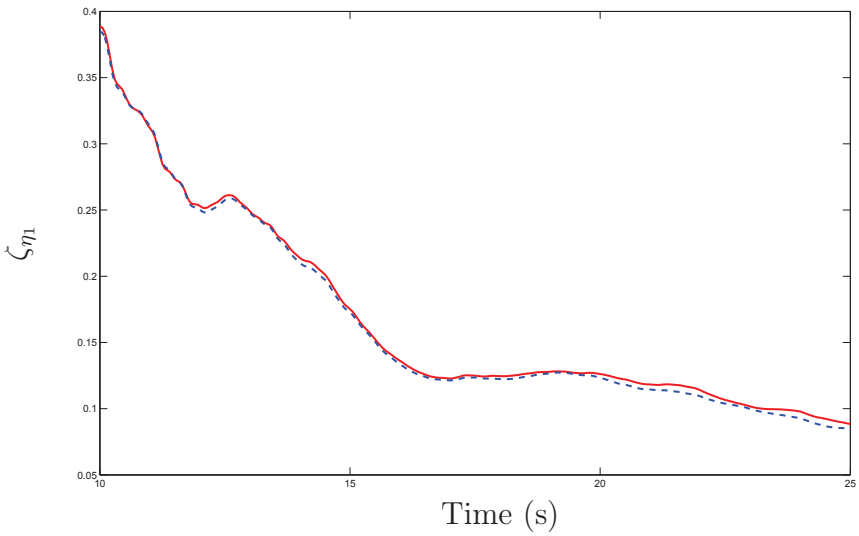


FIGURE 5.3 – Evolution de ζ_{η_1}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire.

Paradoxalement, sur ce cas de calcul, les résultats sont légèrement moins bons avec une interpolation par carreaux de Hermite qu'avec une interpolation linéaire, mais l'écart entre l'erreur du calcul avec l'interpolation linéaire et l'erreur du calcul avec l'interpolation de Hermite reste très largement en deça de l'incertitude expérimentale. De plus, le résultat d'un seul calcul n'est pas significatif, et il faudra réitérer cette comparaison sur les futures cas de houle irrégulière 3D traitées en SWENSE.

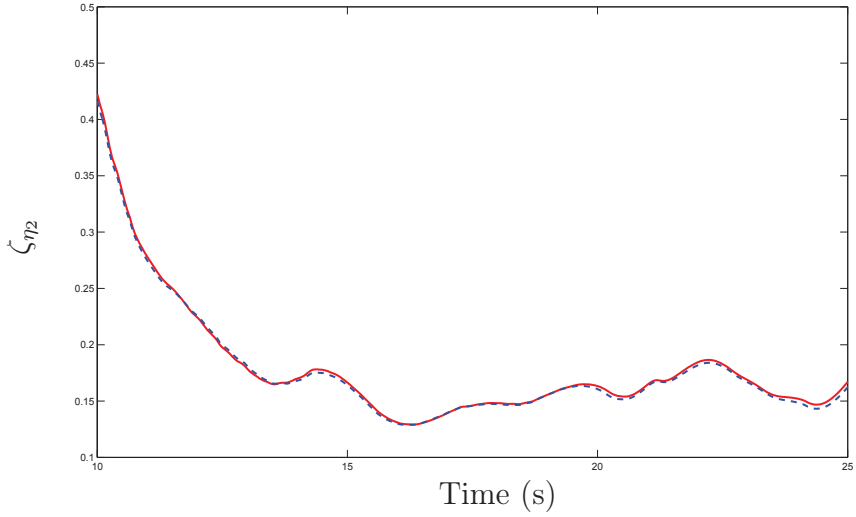


FIGURE 5.4 – Evolution de ζ_{η_2}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire.

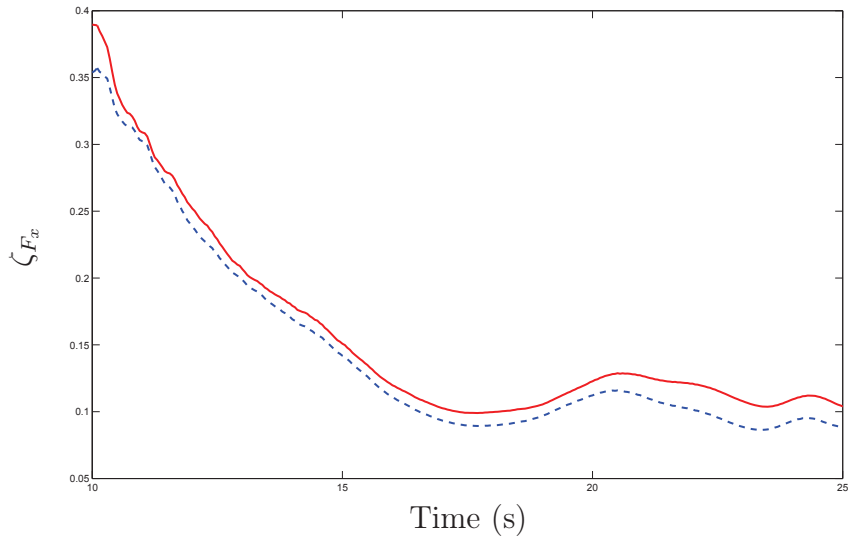


FIGURE 5.5 – Evolution de ζ_{F_x}. En trait plein : interpolation par carreaux de Hermite. En trait pointillé : interpolation linéaire.

Chapitre 6

Dynamique du navire et couplage *ICARE-AQUAPLUS*

Sommaire

6.1 Introduction 118

6.2 Addition d'une masse ajoutée virtuelle. 119

6.3 Couplage *ICARE-AQUAPLUS* 121

6.3.1 Le code *AQUAPLUS* 121

6.3.2 Introduction d'*AQUAPLUS* dans *ICARE* 121

6.3.3 Période du mouvement prise en compte dans *AQUAPLUS* 122

6.4 Exemple d'utilisation du couplage *ICARE - AQUAPLUS* 123

6.4.1 Présentation du cas-test du ferry 123

6.4.2 Conditions du calcul 125

6.4.3 Résultats 125

6.1 Introduction

La figure 6.1 montre un cas classique d'instabilité liée à la résolution des équations du modèle libre. Il s'agit du même cas de calcul que celui réalisé avec succès au paragraphe 6.4.3 (voir la figure 6.7 pour comparaison), mais en employant un mauvais coefficient de masse ajoutée pour le mouvement de pilonnement. Nous aurons l'occasion de revenir plus loin sur les conditions du calcul, mais ce qui nous intéresse ici, en guise d'introduction à ce chapitre, est de donner un exemple parlant du type de problème auquel nous avons souvent été confrontés lors de nos calculs *ICARE*. Nous voyons sur la figure 6.1 que le mouvement de pilonnement est soumis à des oscillations à haute fréquence qui s'amplifient et finalement conduisent à l'*explosion* du calcul.

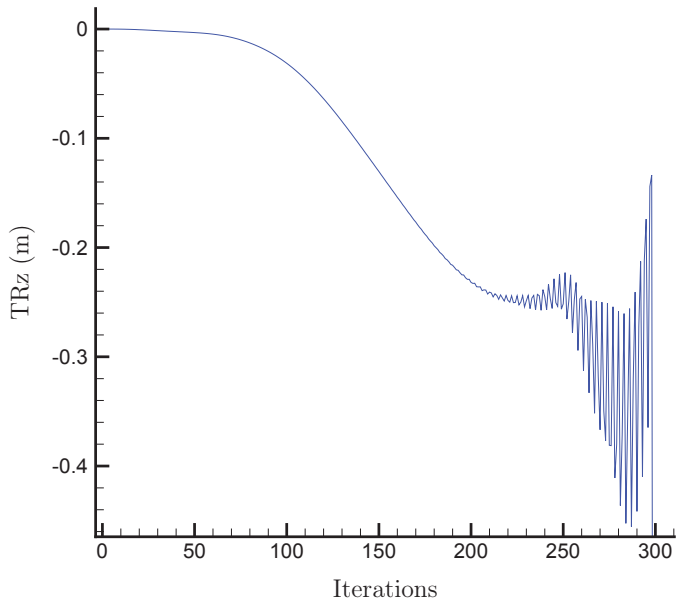


FIGURE 6.1 – Problème de stabilité du calcul lié à l'emploi d'une mauvaise masse ajoutée pendant la phase d'accélération. Historique du pilonnement. Cas-test du Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m.

Dans ce chapitre, nous exposons les équations de la dynamique du navire et expliquons pour quelle raison nous sommes amenés à utiliser des masses ajoutées virtuelles dans nos calculs. Jusqu'alors, la méthode usuelle consistait à faire varier manuellement ces coefficients de masse ajoutée virtuelle jusqu'à converger vers ceux assurant au calcul d'évoluer dans sa zone de stabilité. Cette méthode peut s'avérer fastidieuse et est rendue d'autant plus complexe dans le cas d'un calcul sur houle que les coefficients de masse ajoutée virtuelle stabilisant le calcul ne sont pas forcément les mêmes lors de la phase d'accélération en mer plate que ceux pour le régime établi avec la houle. Ceci nous a

conduit à introduire le code potentiel *AQUAPLUS* [13] en module dans *ICARE*. La stratégie consiste alors à effectuer un calcul fréquentiel afin de déterminer les masses ajoutées avant de procéder au calcul *ICARE* proprement dit. Notons que dans certains cas particulièrement ardus de calcul en mer plate, la technique consistant à réaliser un calcul *AQUAPLUS* externe avant de procéder au calcul *ICARE* avait déjà été effectuée à Hydrocéan par Aurélien Drouet et Erwan Jacquin. Nous proposons ici une généralisation de cette technique aux calculs sur houle ainsi qu'une automatisation du procédé.

Pour finir, un cas d'application difficile à réaliser est présenté. Il s'agit d'un ferry en vitesse d'avance dans une houle relativement cambrée et en modèle libre. A cette occasion, la manière que nous jugeons optimale pour réaliser ce genre de calculs est exposée.

6.2 Addition d'une masse ajoutée virtuelle.

En faisant l'hypothèse des petits mouvements (on néglige les produits de déplacements), les équations de la dynamique du navire ont la forme suivante :

$$\begin{cases} m\dot{u} = F_x \\ m\dot{v} = F_y \\ m\dot{w} = F_z \\ I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} = M_x \\ -I_{xy}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} = M_y \\ -I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} + I_{zz}\dot{r} = M_z \end{cases} \tag{6.1}$$

Les efforts issus du code Navier-Stokes sont connus au terme de la résolution de l'écoulement pour t et il s'agit d'intégrer les mouvements de t à $t+1$. La difficulté réside dans le fait que les efforts calculés contiennent des termes en phase avec l'accélération, appelés efforts de masse ajoutée. En guise d'illustration, dans le cas du mouvement de pilonnement, F_z peut se décomposer de la façon suivante :

$$F_z = -kz - \alpha\dot{z} - m_a\ddot{z} \tag{6.2}$$

En réalité, il n'y a bien sûr pas de moyen simple d'isoler et de dissocier ces efforts de masse ajoutée de l'ensemble des efforts totaux qui sont calculés de façon explicite. L'équation simplifiée du mouvement 6.2 prend la forme numérique suivante :

$$m\ddot{z}_{t+1} = -kz_t - \alpha\dot{z}_t - m_a\ddot{z}_t \tag{6.3}$$

Dans sa thèse [37], Erwan Jacquin montre que si l'on utilise le schéma d'intégration 6.1, on est susceptible de se heurter à un problème de stabilité pour certaines valeurs de m_a/m. Par exemple, l'intégration numérique de l'équation 6.3 par un schéma d'Euler

explicite est instable si $m_a > m$ pour $\alpha = 0$. C'est pourquoi il propose de rajouter au premier et au second membres des équations précédentes du schéma 6.1 une masse ajoutée virtuelle $\tilde{m_a}$ judicieusement choisie.

D'une manière générale, en notant f les efforts totaux s'exerçant sur le navire, l'équation de la dynamique du navire $m\ddot{x} = f$ s'écrit alors :

$$(m + \tilde{m_a})\ddot{x} = f + \tilde{m_a}\ddot{x} = \tilde{f} \tag{6.4}$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} (m + \tilde{m_a}(1))\dot{u} = \tilde{F_x} \\ (m + \tilde{m_a}(2))\dot{v} = \tilde{F_y} \\ (m + \tilde{m_a}(3))\dot{w} = \tilde{F_z} \\ (I_{xx} + \tilde{m_a}(4))\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} = \tilde{M_x} \\ -I_{xy}\dot{p} + (I_{yy} + \tilde{m_a}(5))\dot{q} - I_{yz}\dot{r} = \tilde{M_y} \\ -I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} + (I_{zz} + \tilde{m_a}(6))\dot{r} = \tilde{M_z} \end{cases} \tag{6.5}$$

Le schéma d'intégration 6.5 est résolu à l'aide d'une méthode dite de prédiction-correction. A la première itération non-linéaire, les efforts $\tilde{F}$ et $\tilde{M}$ (dans lesquels sont inclus les efforts de masses ajoutées virtuelles) sont calculés de façon explicite à partir uniquement des itérations temporelles précédentes. Pour les itérations non-linéaires suivantes, on se sert des efforts calculés à l'itération non-linéaire précédente : le schéma 6.5 est alors implicite. Il reste à déterminer pour chacune des six équations du schéma quelle masse ajoutée virtuelle $\tilde{m_a}$ choisir. Dans sa thèse, Erwan Jacquin procède à une étude de stabilité de l'intégration dans le cadre d'une équation simplifiée du mouvement du type :

$$(m + \tilde{m_a})\ddot{z}_{t+1} = -kz_t - \alpha\dot{z}_t - (m_a - \tilde{m_a})\ddot{z}_t \tag{6.6}$$

La zone de stabilité dépend de la discrétisation temporelle de l'avance en temps et des valeurs de $\tilde{m_a}/m_a$. On constate en particulier que, pour une discrétisation temporelle raisonnable (au moins 10 points par période), lorsque $\tilde{m_a}$ est dans le voisinage de m_a, l'intégration numérique par schéma d'Euler explicite est stable. On fait l'hypothèse que cette étude est aussi valable pour les équations plus complexes servant à calculer les déplacements angulaires, car dans les structures qui nous intéressent généralement, les produits d'inertie (I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}) sont négligeables (lorsqu'ils ne sont pas simplement nuls) par rapport aux moments d'inertie (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}).

En résumé, il convient de choisir au début du calcul *ICARE* une masse ajoutée virtuelle aussi proche que possible de la masse ajoutée réelle, et ce pour chacun des mouvements laissés libres. Jusqu'à présent, cette technique posait de grandes difficultés pratiques. Il est en effet possible d'avoir recours à des formulations empiriques plus ou

moins précises pour tenter de déterminer les masses ajoutées permettant d'évoluer dans la zone de stabilité du modèle de mouvement, mais en pratique ceci revenait à lancer de nombreux calculs avec des masses ajoutées virtuelles différentes pour réussir à faire *passer* le calcul. Une autre méthode consistait à réaliser des simulations de mouvements forcés avec le code Navier-Stokes afin d'évaluer ces mêmes masses ajoutées, mais ceci est problématique en terme de temps de calcul. De plus, les masses ajoutées sont dépendantes de la période du mouvement, avec des valeurs pouvant varier du simple au double, et ceci peut être particulièrement problématique pour un calcul sur houle comme nous allons le voir dans le cas d'application développé ci-après.

6.3 Couplage *ICARE-AQUAPLUS*

Afin de remédier à ce problème, nous avons introduit au cours de cette thèse le code de calcul *AQUAPLUS* au sein d'*ICARE* pour calculer les masses ajoutées au début de la simulation. L'avantage d'*AQUAPLUS* est son temps de calcul très court : quelques secondes suffisent pour connaitre les masses ajoutées du modèle.

6.3.1 Le code *AQUAPLUS*

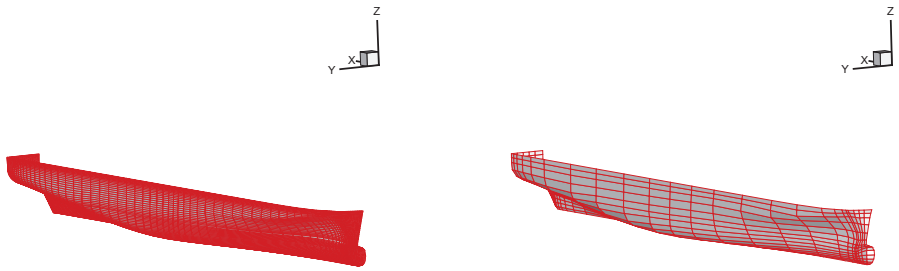
AQUAPLUS est un code linéaire potentiel et fut développé au sein du laboratoire de mécanique des fluides par Gérard Delhommeau. Le modèle est basé sur l'hypothèse que les mouvements du corps et l'amplitude de la houle sont suffisamment petits pour que les équations sur la surface libre et sur le corps puissent être linéarisées. Avec cette hypothèse, le problème aux limites est établi dans le domaine fréquentiel. Le potentiel est, de façon assez classique, décomposé en la somme de huit potentiels : un potentiel associé au champ de vagues incident, six potentiels de radiation associés chacun à un mouvement et un potentiel associé au champ diffracté. Chaque potentiel est alors solution d'un problème aux limites, ce qui simplifie le problème de diffraction-radiation. Enfin, l'utilisation de la troisième formule de Green permet de convertir le problème volumique en un problème surfacique, que l'on résout en discrétisant la surface du bateau. De plus amples détails peuvent être trouvés dans Delhommeau [13] ou dans la thèse d'Aurélien Babarit [7].

6.3.2 Introduction d'*AQUAPLUS* dans *ICARE*

L'implémentation d'*AQUAPLUS* dans *ICARE* a nécessité de modifier légèrement sa structure de programmation en Fortran. En particulier, les variables d'*AQUAPLUS* étaient à l'origine définies sur des blocs *COMMON* permettant à un certain nombre de données d'être utilisées dans toutes les parties d'un programme - la seule manière (et à vrai dire assez incommode) de définir des variables globales dans Fortran 77. Avec le passage d'*AQUAPLUS* en module pour *ICARE*, les données ont dû être passées comme

variables d'entrée/sortie entre chacune des routines d'*AQUAPLUS*.

AQUAPLUS fonctionne avec en entrée un maillage surfacique de la carène du bateau. On extrait automatiquement un maillage de 450 mailles (30*15) à partir du maillage *ICARE*. On considère en effet habituellement qu'un calcul *AQUAPLUS* est convergé en maillage à partir de 300-500 mailles, et ceci permet de ne pas rendre le temps de calcul *AQUAPLUS* prohibitif. La figure 6.2 illuste la transformation du maillage *ICARE* en maillage *AQUAPLUS* dans le cas d'un maillage de porte-conteneurs CRS. Par rapport à un maillage de carène *ICARE* classique, le maillage *AQUAPLUS* extrait est beaucoup moins densément maillé.



(a) Maillage *ICARE* de la carène (b) Maillage *AQUAPLUS*

FIGURE 6.2 – Transformation du maillage *ICARE* en maillage *AQUAPLUS*.

6.3.3 Période du mouvement prise en compte dans *AQUAPLUS*

La masse ajoutée est fonction de la fréquence d'excitation imposée à la structure. Pour déterminer les masses ajoutées lors d'un calcul sur mer plate (ou lors d'une rampe d'accélération), nous procédons à un calcul *AQUAPLUS* avec une période nulle (fréquence infinie). Pour un calcul sur houle, il a été décidé d'aller au plus simple et d'effectuer un calcul *AQUAPLUS* en période infinie (fréquence nulle). Il est tout à fait envisageable de spécifier la fréquence de la houle considérée en entrée du calcul *AQUAPLUS*, mais soulignons qu'il s'agit seulement de donner un ordre de grandeur des masses ajoutées pour évoluer dans une certaine zone de sabilité. Jusqu'à présent, la nécessité de procéder plus finement n'a pas été ressentie. Pour un calcul sur houle avec une rampe d'accélération préalable, tout ceci conduit à réaliser deux calculs *AQUAPLUS* successifs au début de la simulation pour déterminer deux jeux différents de masses ajoutées, l'un valable pour le calcul sur mer plate et l'autre pour le calcul sur houle. Le fait de changer brutalement les

masses ajoutées virtuelles (au moment de l'établissement de la houle) est sans effet sur la stabilité du calcul.

6.4 Exemple d'utilisation du couplage *ICARE - AQUAPLUS*

En 2008, un benchmark organisé par MARIN recensait les performances de différents codes de calcul numérique pour trois cas-tests (un ferry, un porte-conteneurs CRS et un catamaran) et les comparait à des valeurs expérimentales obtenues au terme d'essais en bassin. Dans chacun des cas-tests, différentes conditions de houle et de vitesse d'avance sont à l'étude. On pourra se référer à Van Daalen *et al.* [63] pour disposer des instructions et des résultats détaillés du benchmark. Deux codes développés au sein du LMF ont participé au benchmark : le code potentiel *AQUAPLUS* développé par Gérard Delhommeau et le code RANS *ISIS* [2] développé par l'équipe modélisation numérique du LMF. Compte tenu du temps CPU très faible des calculs *AQUAPLUS*, Gérard Delhommeau a pu traiter les quelques 200 cas du benchmark, tandis que l'équipe modélisation numérique n'a réalisé des calculs que dans le cas du porte-conteneurs CRS dans quelques conditions de houle à un nombre de Froude donné.

En ce qui nous concerne, le porte-conteneurs CRS a malheureusement été un cas-test infructueux pour notre code de calcul. Nous touchons ici à la limite de la modélisation en différence finie avec suivi de surface libre. En effet, les conditions de houle des essais expérimentaux étant relativement sévères, nous avons été confrontés à divers problèmes. Le bulbe proéminent, que l'on peut voir sur la figure (6.2), sort et rentre dans l'eau au cours de la simulation, et ceci implique des problèmes de remaillage [22]. La géométrie complexe de l'étrave induit par ailleurs des complications dans les techniques de traitement du déferlement. Cette problématique liée au déferlement est d'ailleurs traitée au chapitre suivant.

6.4.1 Présentation du cas-test du ferry

Avec son étrave sans bulbe, le ferry est un cas-test nettement plus facile à traiter pour notre code de calcul. Néanmoins, les cambrures de houle produites dans les essais expérimentaux sont relativement élevées et, par voie de conséquence, l'amplitude des mouvements du modèle l'est aussi. Dans l'essai que nous reproduisons ici, il arrive qu'à certains moments, l'étrave du bateau sorte de l'eau. Bien que la géométrie de la carène

22. L'expérience a montré que la forme d'étrave propre aux porte-conteneurs, avec bulbe proéminent, est problématique pour notre code dans sa forme actuelle. Un problème tout à fait similaire a été rencontré dans le cadre de calculs portant sur un porte-conteneurs S-175.

soit simple, la réalisation de ce calcul n'en reste pas moins complexe.

Les caractéristiques statiques du ferry sont indiquées dans le tableau 6.1.

Longueur (m)	173
Largeur (m)	26
Tirant d'eau (m)	6.3
Volume, ∇ (m^3)	15338
Rayon d'inertie de roulis (m)	10.195
Rayon d'inertie de tangage (m)	45.482
Rayon d'inertie de lacet (m)	45.482

TABLE 6.1 – Caractéristiques statiques du ferry.

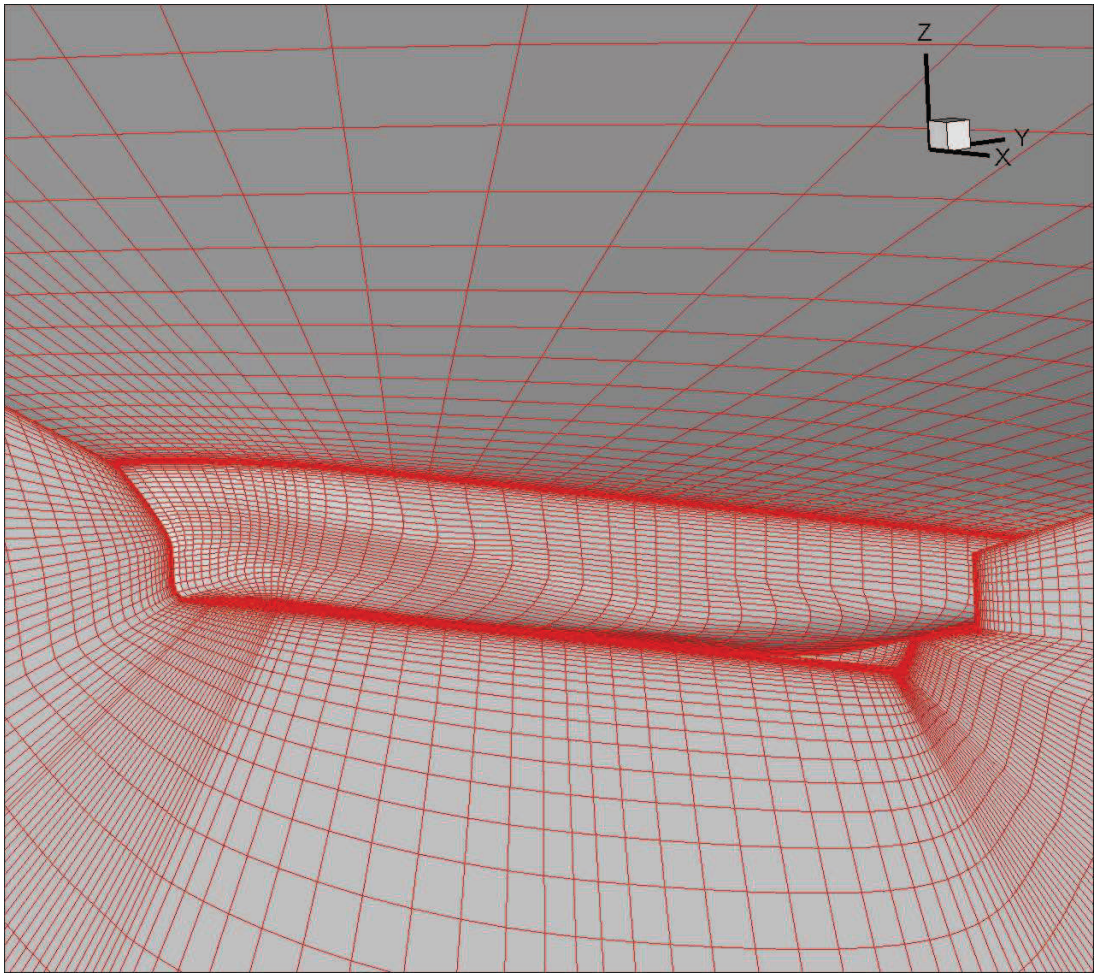


FIGURE 6.3 – Aperçu du maillage utilisé.

La figure 6.3 propose un aperçu du maillage utilisé pour cette étude. Il s'agit d'un

maillage léger qui comporte 125.000 mailles. L'adimensionnalisation des mouvements s'écrit de la façon suivante :

$$Y_3(t) = \frac{\beta(t)}{A} \tag{6.7}$$

$$Y_5(t) = \frac{\theta(t)}{Ak} \tag{6.8}$$

β et θ représentant respectivement les mouvements de pilonnement et de tangage.

6.4.2 Conditions du calcul

La carène avance à un nombre de Froude $Fn = 0.25$. La fréquence du train de houle est $\omega = 0.5\ rad.s^{-1}$, ce qui correspond à une longueur d'onde $\lambda = 246.35$ m à l'échelle réelle, et l'amplitude de la houle est $A = 2.5$ m. La cambrure de la houle est par conséquent égale à environ 2 %.

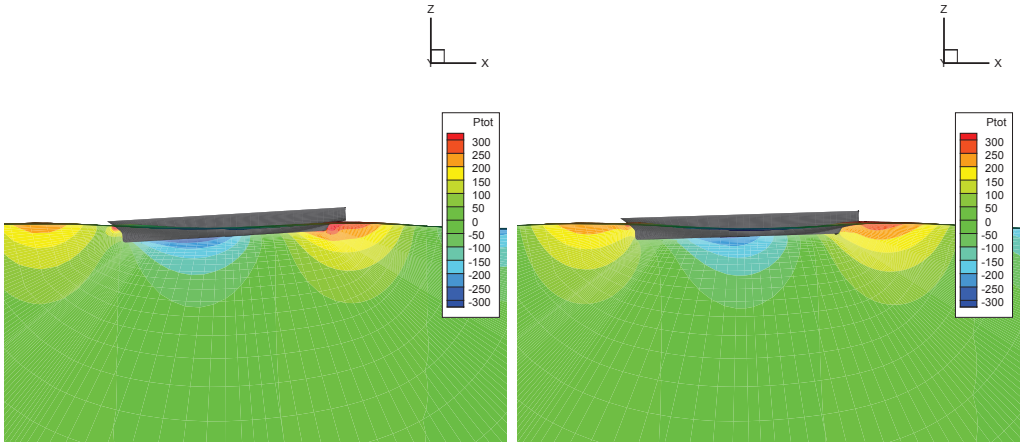
6.4.3 Résultats

Dans ce calcul, nous avons utilisé 150 itérations temporelles par période de rencontre avec la houle. La simulation a reproduit 45 périodes de rencontre en 60 heures sur un processeur AMD Opteron 250 (2.4 GHz), le calcul d'une période de rencontre prenant en moyenne 1h20. Le tableau 6.2 propose une comparaison des amplitudes de 1ere harmonique des mouvements de pilonnement et de tangage. Les données expérimentales ainsi que celles relatives au calcul *AQUAPLUS* proviennent de la lecture de courbes du rapport technique de MARIN [63]. C'est pourquoi il existe une légère incertitude sur leurs valeurs exactes (plus ou moins 1 %). Les résultats SWENSE sont dans la zone d'incertitude des valeurs expérimentales, ce qui en fait un très bon résultat. Les résultats d'*AQUAPLUS* sur ce cas-test sont plus décevants mais n'ont rien d'étonnant dans la mesure où nous nous situons ici dans un cas de résonnance, que les codes potentiels peinent à reproduire habituellement.

	Expérience	SWENSE	*AQUAPLUS*
$Y_3^{(1)}$	≈ 0.55	0.56	≈ 0.95
$Y_5^{(1)}$	≈ 0.92	0.95	≈ 0.97

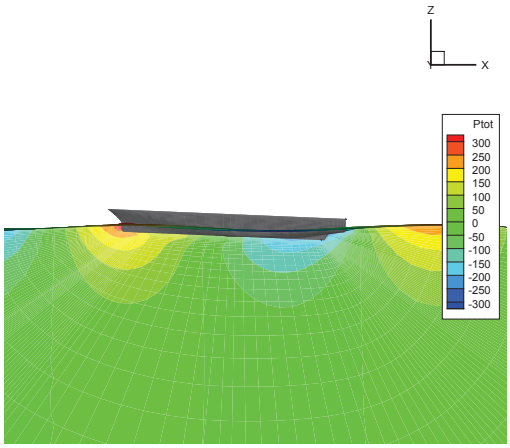
TABLE 6.2 – Amplitude de la 1ere harmonique des mouvements ($Fn = 0.25$, $\lambda/L_{pp} = 1.425$ et $2A/L_{pp} = 0.0289$).

La figure 6.4 fournit six vues du mouvement du navire sur une période de houle de rencontre et permet de s'assurer visuellement que vers $\theta \simeq \frac{4\cdot\pi}{3}$, l'étrave du navire se situe entièrement au-dessus de la surface libre. La figure 6.5 montre l'historique des mouvements de tangage et de pilonnement sur une période de rencontre, et permet de situer les vues de la figure 6.4 relativement aux mouvements du navire.

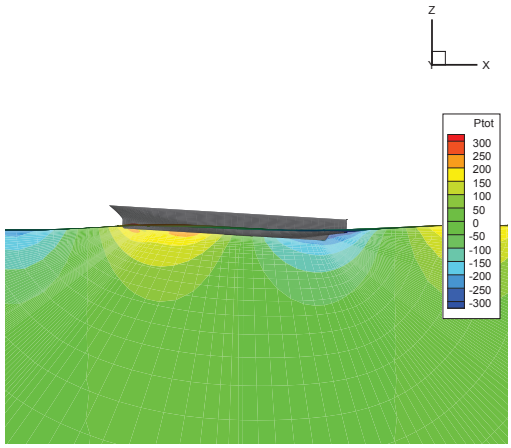


(a) $\theta \simeq 0$

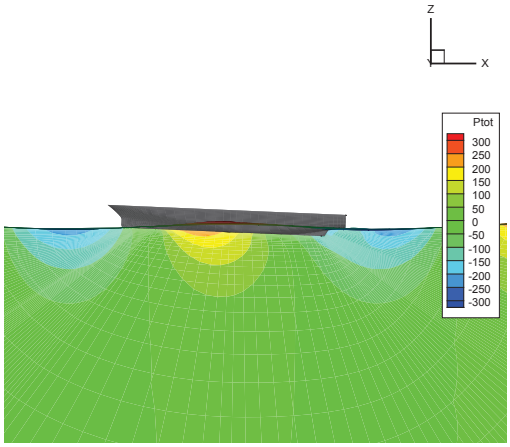
(b) $\theta \simeq \frac{\pi}{3}$



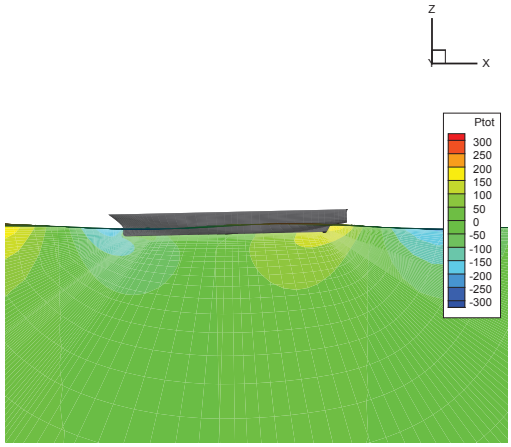
(c) $\theta \simeq \frac{2 \cdot \pi}{3}$



(d) $\theta \simeq \pi$



(e) $\theta \simeq \frac{4 \cdot \pi}{3}$



(f) $\theta \simeq \frac{5 \cdot \pi}{3}$

FIGURE 6.4 – Six vues du mouvement du ferry. La période de rencontre de la houle vaut 2π, avec θ nul lorsque l'assiette du bateau est à son minimum - voir figure (6.5). Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m.

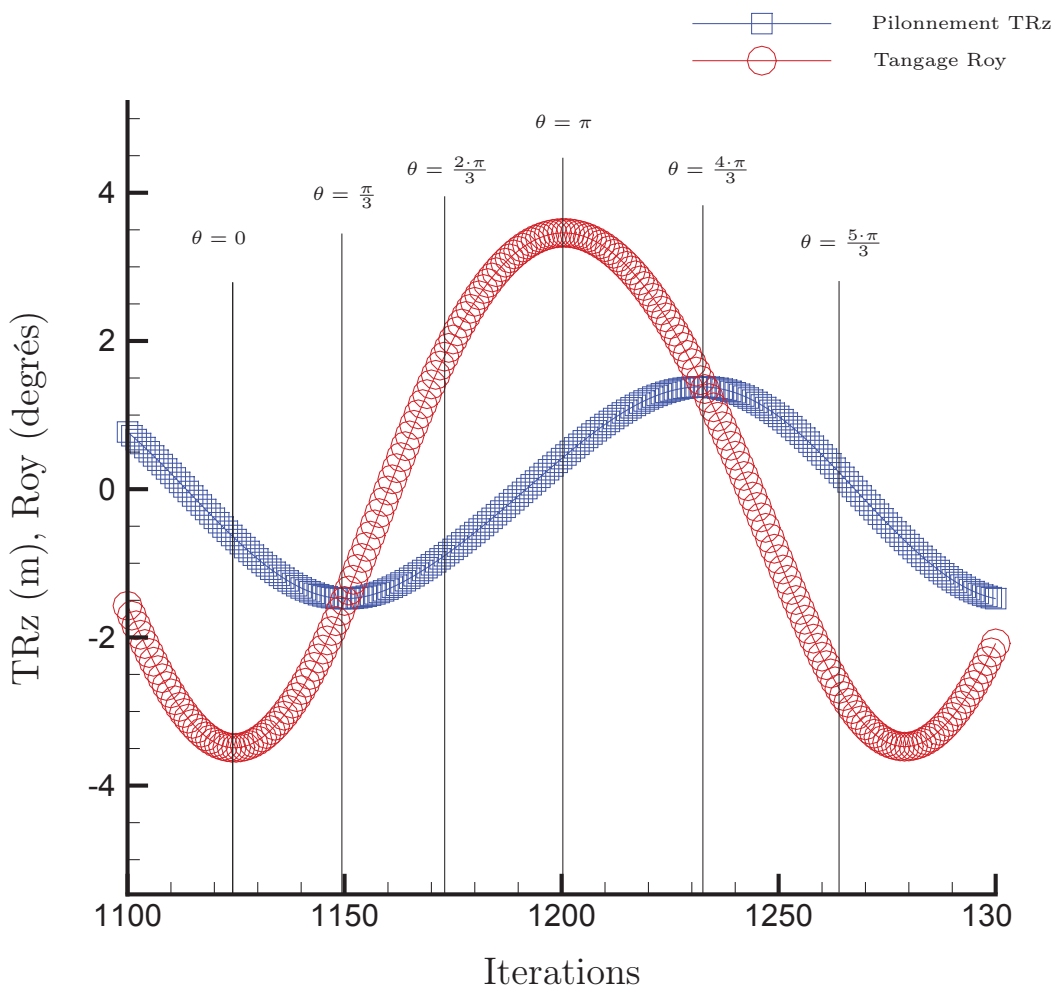


FIGURE 6.5 – Une période de mouvement du ferry. $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m.

La figure 6.6 apporte la preuve du comportement tout à fait périodique du mouvement du navire, preuve que le calcul est tout à fait stable malgré le caractère relativement sévère des conditions imposées.

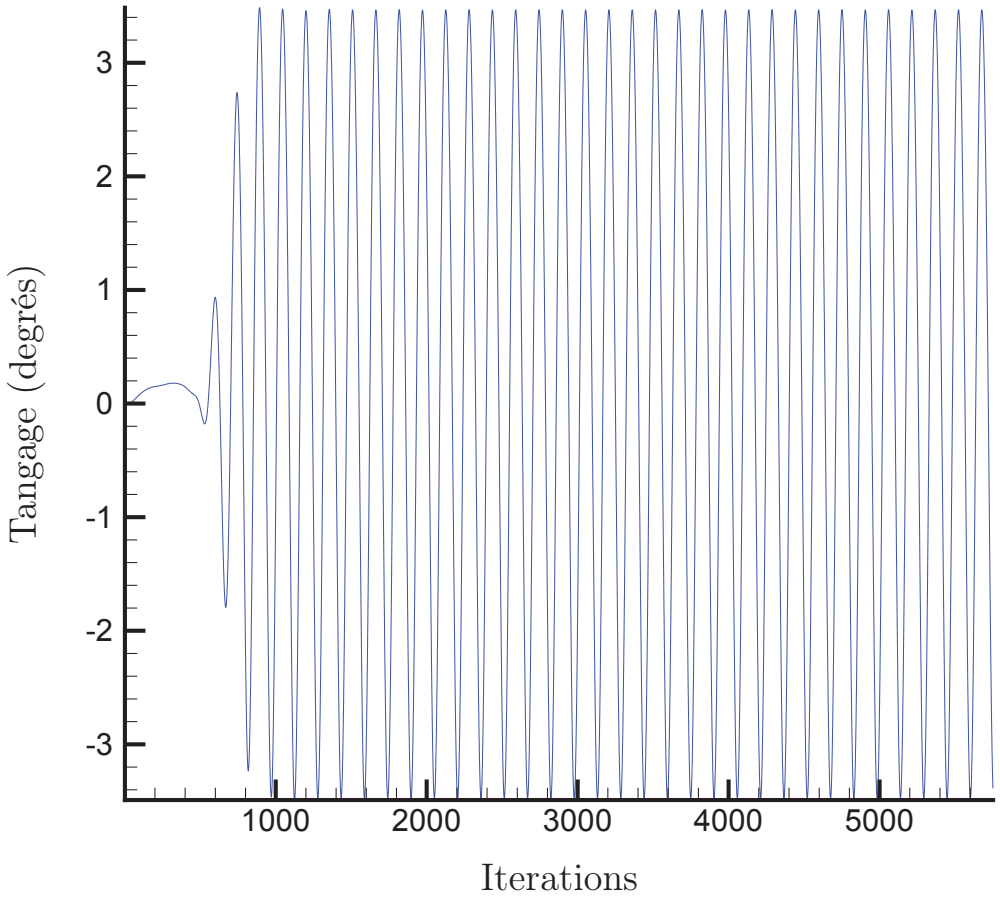


FIGURE 6.6 – Historique du mouvement de tangage. Ferry, $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m.

Pour ce cas de calcul particulièrement délicat (étrave hors de l'eau à certains moments), il a été décidé de coller au plus proche du processus expérimental dans la façon de conduire le calcul. D'abord, le bateau est accéléré jusqu'à sa vitesse finale. Seulement ensuite, une rampe sur la houle est introduite, avant d'atteindre le régime établi. C'est la manière de procéder en bassin et celle qui semble marcher le mieux pour notre méthode.

Un calcul *AQUAPLUS* est utilisé afin de déterminer les masses ajoutées pour chaque mouvement du bateau. On s'en sert afin d'introduire des masses ajoutées virtuelles dans le calcul *ICARE*. Lors de la phase d'accélération, les masses ajoutées virtuelles introduites dans le calcul sont isssues d'un calcul *AQUAPLUS* en fréquence infinie, alors que, à partir de la rampe sur la houle, on utilise les masses ajoutées virtuelles issues d'un calcul

AQUAPLUS en période infinie. Dans cet exemple, la masse ajoutée calculée pour le pilonnement (adimensionnée par la masse du navire) vaut $m_a/m = 1.91$ lors de la phase d'accélération et $m_a/m = 4.59$ à partir de la rampe sur la houle. En ce qui concerne le mouvement de pilonnement, la masse ajoutée calculée (adimensionnée par l'inertie du navire I_{yy}) vaut successivement $m_a/I_{yy} = 1.23$ et $m_a/I_{yy} = 2.37$. Cette façon de procéder est, d'après nos essais empiriques, la plus stable (les langues malveillantes diront la moins instable) pour les calculs avec vitesse d'avance dans la houle en modèle libre.

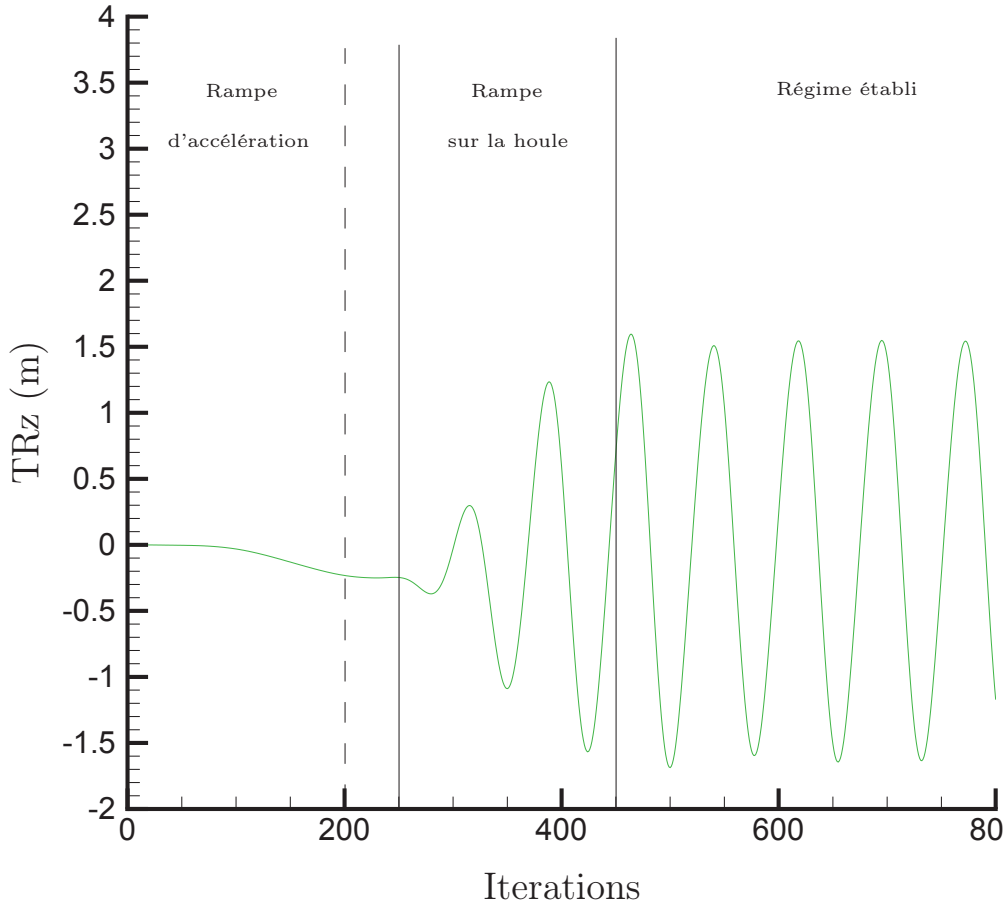


FIGURE 6.7 – Historique du pilonnement et mise en relation avec la rampe d'accélération et sur la houle. $\omega = 0.5$ rad/s, $A = 2.5$ m.

Chapitre 7

SWENSE parallèle

Sommaire

7.1 Parallélisation du code 132

7.1.1 Généralités - parallélisation d'*ICARE* 132

7.1.2 Parallélisation de SWENSE 132

7.2 Tests de scalabilité 136

7.2.1 Organisation des tests de scalabilité 136

7.2.2 Accélération et efficacité en fonction du nombre de processeurs 137

7.2.3 Comparaison avec *CFDSHIP-IOWA* 140

7.3 Cas d'application de la parallélisation 143

7.3.1 Giration dans la houle 143

7.3.2 Zigzag dans la houle 148

7.3.3 Perspectives ouvertes par la parallélisation du code 152

7.1 Parallélisation du code

7.1.1 Généralités - parallélisation d'*ICARE*

La parallélisation du coeur du code *ICARE* a été réalisée par Aurélien Drouet au cours de sa thèse à Hydrocéan (en co-tutelle avec le LMF). Elle repose sur une interface par passage de messages (MPI), adaptée aux architectures à mémoire distribuée. Le maillage est découpé par blocs suivant i et j. Chaque bloc de maillage est géré par un processus, et l'ensemble des processus forme un communicateur au sein duquel des informations sont échangées entre processus. Même si la plupart des tâches ont pu être parallélisées, certaines doivent malgré tout être traitées de manière séquentielle. C'est le cas, par exemple, du préconditionnement du système couplé. Ceci est évidemment préjudiciable à l'efficacité de la parallélisation, mais, sur un code complexe, il n'est pas envisageable de viser une scalabilité idéale de 100%.

La découpe du maillage forme une carte en 2 dimensions, la dimension en k n'étant pas affectée par la parallélisation. La figure 7.1 schématise la découpe du maillage en 4 processus. Certains tableaux de champ dépassent la taille nominale $[su, eu]\mathrm{x}[sv, ev]$ des blocs de maillage. Par exemple, chaque processus doit connaître les champs de vitesse sur $[su2m, eu2p]\mathrm{x}[sv2m, ev2p]$ afin de pouvoir compléter le système linéaire à résoudre. Cependant, certaines routines du programme sont effectuées par les processus uniquement sur leurs blocs de maillage respectifs $[su, eu]\mathrm{x}[sv, ev]$ afin de gagner en temps de calcul et de ne pas engendrer de conflit entre les processus.

7.1.2 Parallélisation de SWENSE

Le calcul des champs incidents, que ce soit pour la houle régulière ou pour la houle irrégulière, se fait de manière séquentielle. Pour la houle régulière, le calcul du champ incident par la méthode de Rienecker et Fenton prend moins de 1% du temps CPU total ; il n'y a alors pas de réel intérêt à paralléliser cette application. C'est différent dans le cas de la houle irrégulière, en particulier pour la houle 3D, où les temps de reconstruction de la houle HOS peuvent prendre jusqu'à un tiers du temps CPU - ceci dépendant à la fois de la taille de la grille Navier-Stokes ainsi que du nombre de modes utilisés pour la reconstruction. Un développement envisageable serait donc de paralléliser la reconstruction des champs HOS, afin d'augmenter l'efficacité de la parallélisation globale de *ICARE*-SWENSE dans le cas de la houle irrégulière.

Remaillage hybride en parallèle

L'implémentation de SWENSE dans *ICARE* se doit d'être la plus transparente possible afin de faciliter le suivi de version. Il n'a ainsi pas été fait de modification à la taille des tableaux gérés par les différents processus. De la même manière, nous avons évité

de changer les domaines de compétence des différentes routines. Nous avons adapté en conséquence la procédure de convergence de l'évaluation du champ incident aux positions du maillage (expliquée au paragraphe 2.2.5).

Les tableaux de position des points (xv, yv, zv) sont définis sur $[su2m, eu2p]$x$[sv2m, ev2p]$. La plupart des tableaux de champ incident tels que la vitesse incidente (U_{in}), la pression incidente (P_{in}) ou bien la hauteur de surface libre incidente (h_{in}) sont aussi définis sur $[su2m, eu2p]$x$[sv2m, ev2p]$. Or, ils ne peuvent être évalués avec précision qu'au terme d'un remaillage hybride impliquant une boucle de remaillage sur la position des points (la nécessité d'une boucle de remaillage est expliquée au paragraphe 2.2.5). Cette opération ne s'effectue que sur $[su, eu]$x$[sv, ev]$. L'algorithme adopté pour parvenir au résultat en minimisant le temps de communication entre processus est le suivant :

1. Boucle de remaillage sur la hauteur de champ incidente h_{in} et la position des points de maillage (xv, yv, zv) effectuée par chaque processus sur $[su, eu]$x$[sv, ev]$.
2. Communication entre les processus d'une partie des tableaux de position de points. Cette étape est illustrée par la figure 7.2.
3. Evaluation des variables du champ incident (U_{in}, P_{in}, h_{in}) effectuée par chaque processus sur $[su2m, eu2p]$x$[sv2m, ev2p]$.

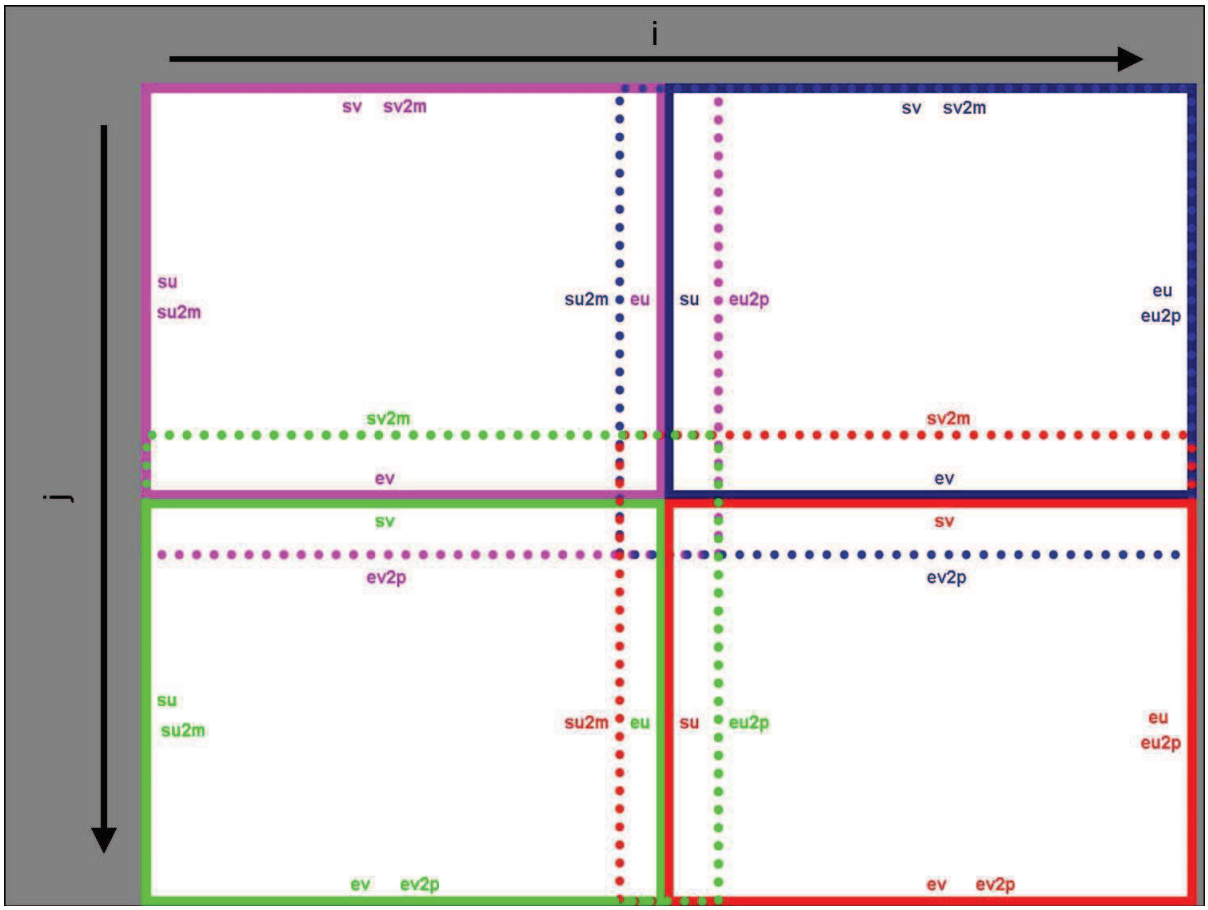


FIGURE 7.1 – Décomposition du domaine de maillage en 4 blocs, gérés par 4 processus différents.

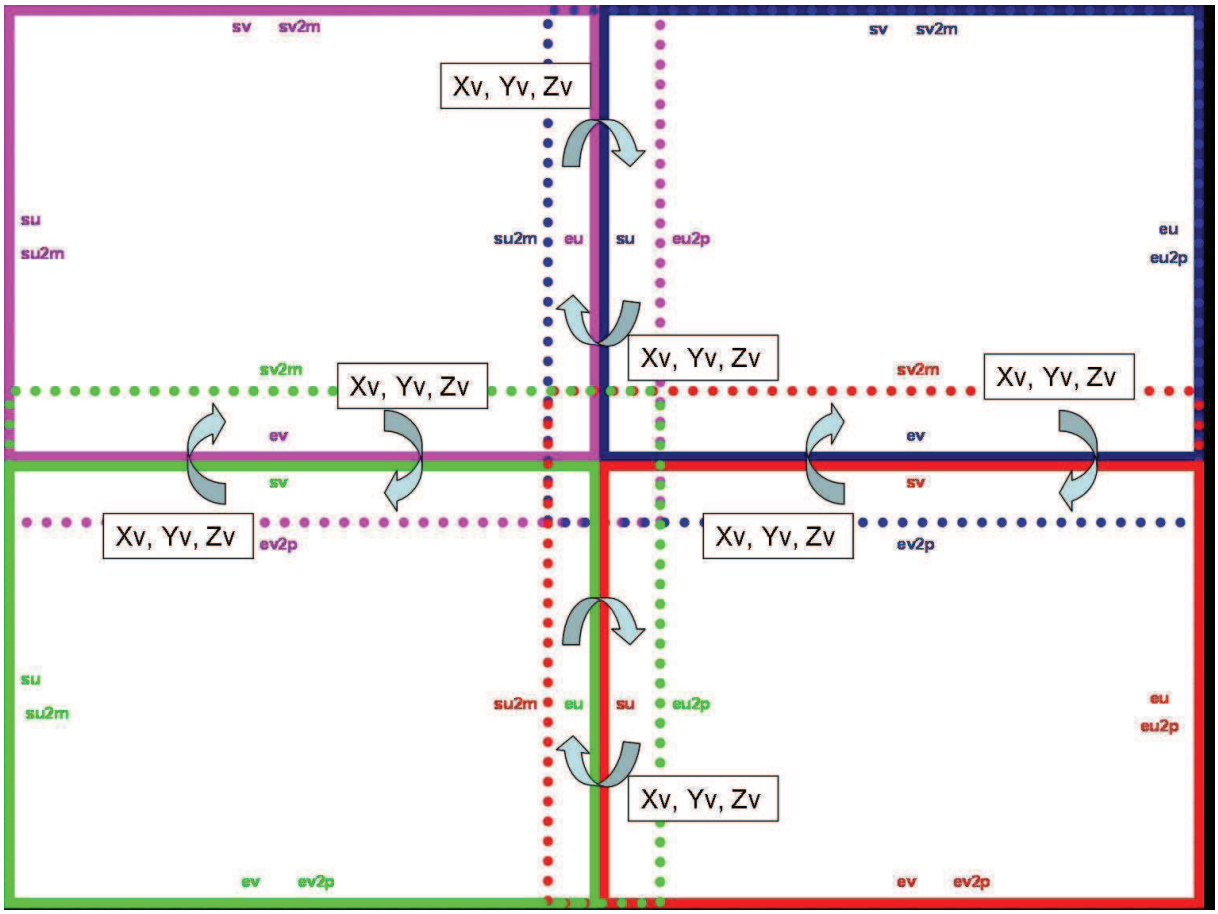


FIGURE 7.2 – Communication d'une partie des tableaux de position (xv,yv,zv) entre les processus. Etape 2 de l'algorithme de remaillage hybride en parallèle.

7.2 Tests de scalabilité

Au moment où nous avons réalisé les tests de scalabilité, aucun test n'avait jusque là été effectué systématiquement pour *ICARE*. Nous avons jugé intéressant de notre côté de réaliser ces tests pour *ICARE*-SWENSE afin d'avoir une meilleure connaissance de notre outil, et en particulier pour savoir en combien de processus il est judicieux de répartir un maillage d'un certain nombre de points.

De plus, nous estimons que ces tests de scalabilité sur *ICARE*-SWENSE ne sont pas redondants avec des tests sur *ICARE* seul dans la mesure où ce n'est pas sûr qu'on obtienne les mêmes résultats. En effet, dans *ICARE*-SWENSE, le système linéaire n'est pas rempli de la même manière que dans un calcul *ICARE* classique où une grande partie des matrices est nulle (ou comporte des termes négligeables). Le nombre d'itérations de résolution du système linéaire est d'ailleurs plus important que dans le cas classique.

7.2.1 Organisation des tests de scalabilité

Les tests de scalabilité ont été réalisés sur 4 maillages de carène de Wigley comportant respectivement 160.000, 330.000, 660.000 et 1.000.000 de mailles. La carène se déplace en modèle fixe à un nombre de Froude égal à $Fr = 0.3$ dans une houle régulière de face ayant les caractéristiques suivantes : $2A/L_{PP} = 0.00734$ et $\lambda/L_{PP} = 1.25$. Pour chaque calcul, 500 itérations en temps ont été effectuées afin de se situer hors de la phase d'accélération du navire et d'atteindre une valeur convergée des itérations de résolution du système linéaire. Tous les calculs ont été réalisés sur des processeurs AMD Opteron 250 (2.4 GHz) d'une machine CRAY.

Lors des tests, nous avons veillé à n'effectuer aucune écriture sur les disques et à initialiser les temps de calcul seulement après l'initialisation des champs, ce qui permet de comparer uniquement ce qui est scalable. Cependant, une incertitude subsiste sur les temps de calcul pour un petit nombre de processeurs, et ce pour plusieurs raisons :

- Tous les processeurs du CRAY n'ont pas exactement la même rapidité (suivant l'état du hardware).
- Chaque noeud du CRAY possède 2 processeurs, sur lesquels la mémoire est commune. Ne contrôlant pas l'attribution des processus aux différents noeuds, certains calculs peuvent se retrouver disséminés sur beaucoup de noeuds différents ou, au contraire, regroupés sur un nombre limité de noeuds. Or, lorsque 2 processus se trouvent sur le même noeud, l'échange d'information passe par la RAM et est beaucoup plus rapide que lorsqu'il s'effectue par le réseau de calcul.
- De la même manière, il est possible de se heurter à un problème de disponibilité mémoire si un utilisateur tiers du CRAY (avec un calcul gourmand en mémoire) occupe le deuxième processeur d'un noeud que l'on utilise pour notre calcul parallèle.

Ces inconvénients sont surtout sensibles pour un petit nombre de processeurs. Sur un calcul assez long et sur un nombre important de processeurs, ils jouent un rôle plus

négligeable.

7.2.2 Accélération et efficacité en fonction du nombre de processeurs

L'accélération (ou speed-up en anglais) et l'efficacité en fonction du nombre de processeurs sont calculées de la manière suivante :

$$S(N_{Proc}) = \frac{t(1)}{t(N_{Proc})} \tag{7.1}$$

$$\eta(N_{Proc}) = \frac{S(N_{Proc})}{N_{Proc}} \tag{7.2}$$

où $t(1)$ et $t(N_{Proc})$ représentent respectivement les temps de calcul en mode séquentiel (sur 1 processeur) et sur N_{Proc} processeurs. La figure 7.3 montre l'évolution de l'accélération en fonction du nombre de processeurs. Par exemple, pour un maillage de 160.000 points, le calcul est environ 5 fois plus rapide sur 16 processeurs que sur un seul processeur. La figure 7.4 montre, quant à elle, l'évolution de l'efficacité en fonction du nombre de processeurs.

Naturellement, à nombre de points de maillage constant, l'efficacité diminue quand le nombre de processeurs augmente. D'autre part, à nombre de processeurs constant, l'efficacité augmente lorsque le nombre de points de maillage augmente. C'est tout à fait logique, car plus le maillage est grand, plus la part des communications entre processeurs est faible par rapport au temps de remplissage des tableaux et au temps de résolution du système linéaire.

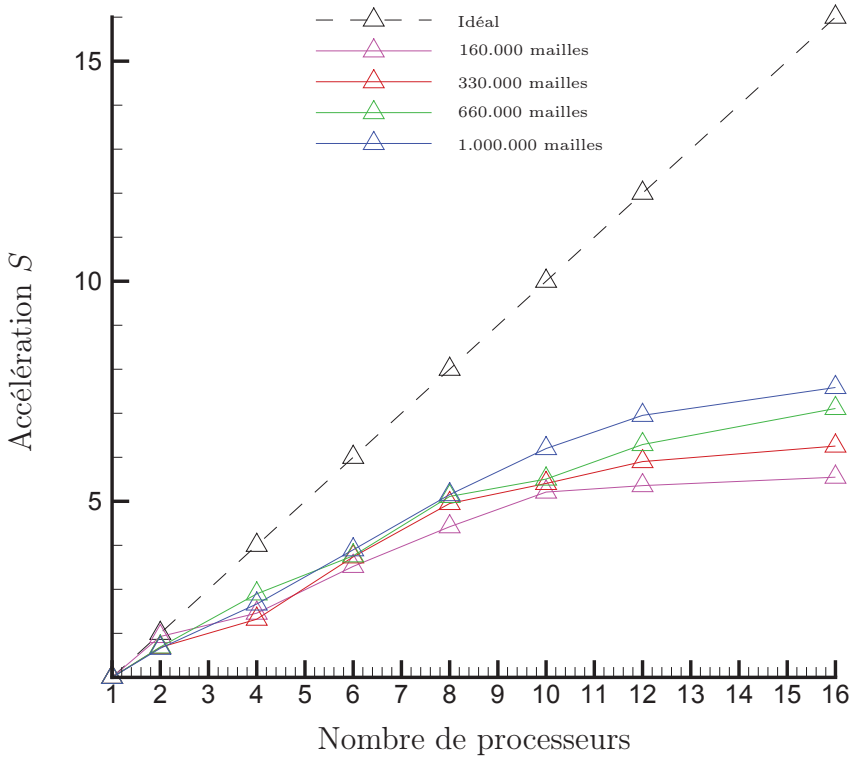


FIGURE 7.3 – Accélération en fonction du nombre de processeurs.

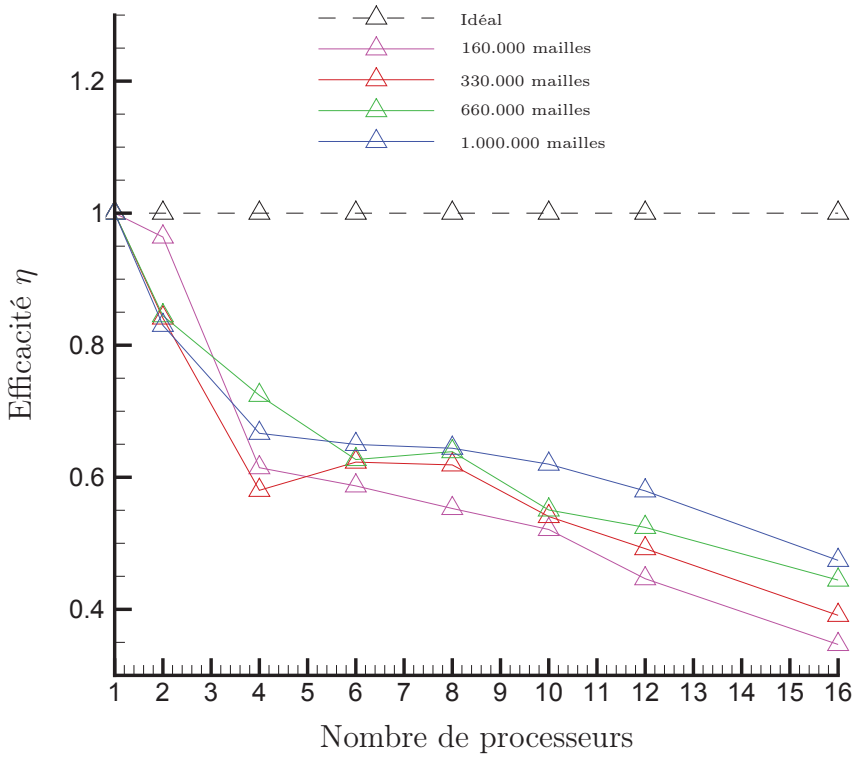


FIGURE 7.4 – Efficacité en fonction du nombre de processeurs.

7.2.3 Comparaison avec *CFDSHIP-IOWA*

Paterson *et al.* [53] décrivent la stratégie de parallélisation du code *CFDSHIP-IOWA* [1], mise en place dès 2003, et donnent des résultats de tests de scalabilité. Contrairement à *ICARE* dans sa forme actuelle, il s'agit d'un code multi-blocs, ce qui en fait un cas plus favorable pour la scalabilité. Sur les architectures à mémoire distribuée (comme le CRAY que possède le LMF), ils procèdent à une décomposition du domaine et utilisent un modèle de programmation par échange de messages (MPI). Sur les architectures à mémoire partagée, ils couplent MPI à OpenMP pour aboutir à une parallélisation hybride : l'interface MPI sert aux transferts dits à *forte granularité* (échange d'information entre les blocs), tandis qu'OpenMP est utilisé pour la parallélisation à *faible granularité* (notamment au niveau des boucles).

Les tests de scalabilité présentés sur la figure 7.5 ont été effectués pour un maillage de carène de Wigley de 200.000 points, pour un nombre de processeurs variant de 1 à 32. Aucune précision n'est donnée sur les conditions (nombre de Froude ou présence de houle) du cas-test. Les calculs ont été exécutés sur une machine CRAY T3E, un réseau de calcul avec une architecture à mémoire distribuée. Les deux courbes (ibtyp=91 et ibtyp=92) représentent deux gestions différentes des conditions aux limites entre blocs. Leurs résultats de scalabilité sont meilleurs que pour *ICARE*-SWENSE : sur 16 processeurs, leur calcul tourne environ 11 fois plus vite que sur 1 processeur pour ce maillage de 200.000 mailles. Cette différence d'efficacité dans la parallélisation peut s'expliquer par la structure multi-blocs de leur code, ce qui le rend massivement scalable.

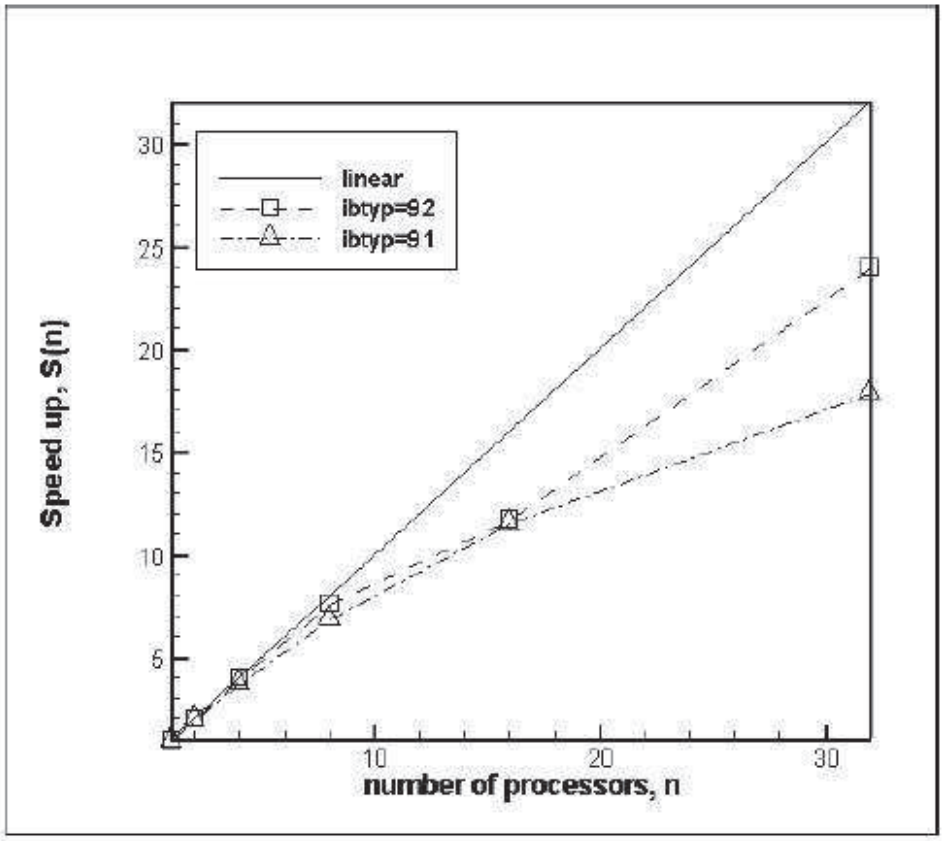


FIGURE 7.5 – Accélération en fonction du nombre de processeurs pour un maillage de carène de Wigley de 200.000 points. Code *CFDSHIP-IOWA* (2003). Figure reproduite à partir de Paterson *et al.* [53].

Nombre de points minimal par processeur

Sur la figure 7.6, nous avons reproduit l'évolution de l'efficacité en fonction du nombre de points de maillage, à nombre de processeurs constant (en l'occurence 16 processeurs). En dessous de 720.000 points (soit 45.000 points par processeur), l'efficacité η est inférieure à 95 % de l'efficacité maximale que l'on a pour le maillage de 1.000.000 de points. On nomme ce seuil d'efficacité $\eta_{0.95}$ et on considère que, en dessous de cette valeur, le calcul parallèle est *sous-efficace*.

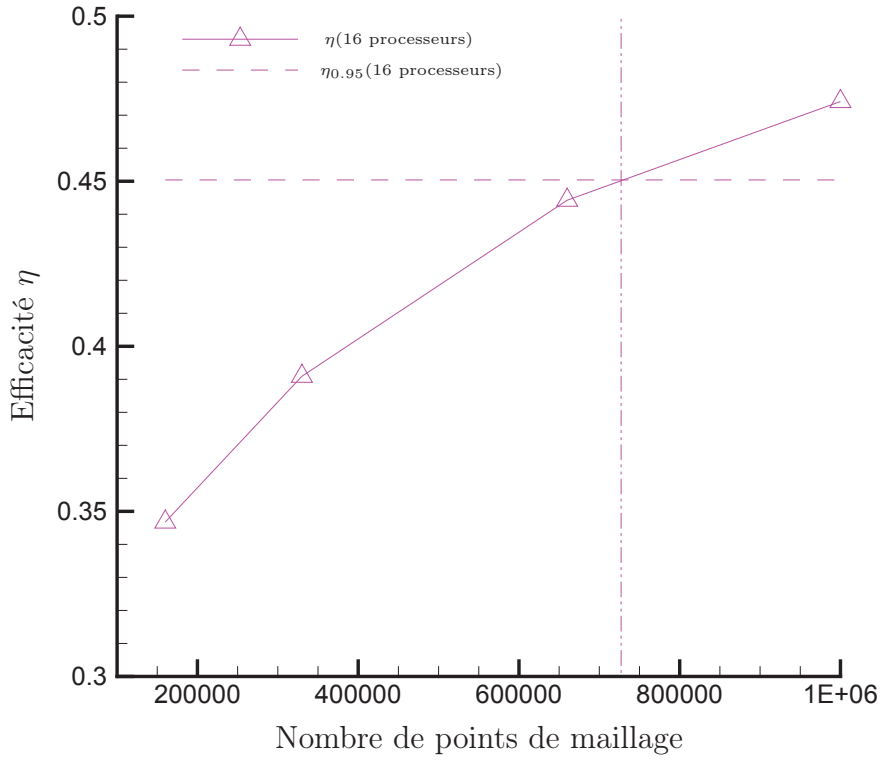


FIGURE 7.6 – Efficacité en fonction du nombre de points de maillage pour 16 processeurs.

Nous avons retranscrit dans le tableau (7.1) le rapport du nombre de points de maillage sur le nombre de processeurs $\left(\frac{N_{Pts}}{N_{Procs}}\right)_{\eta_{0.95}}$ donnant une efficacité égale à 95 % de l'efficacité maximale, et ce pour différents nombres de processeurs (nous ne nous sommes pas intéressés aux faibles nombres de processeurs en raison de la plus grande incertitude portant sur les résutats de scalabilité). Même si la variance des résultats est importante, nous estimons que c'est suffisant pour énoncer une règle de répartition du nombre de points de maillage par processeur, à savoir qu'il faut **au moins 50.000 points par processeur** pour ne pas travailler en *sous-efficacité*.

	6 procs	8 procs	10 procs	12 procs	16 procs
$\left(\frac{N_{Pts}}{N_{Procs}}\right)_{\eta_{0.95}}$	49500	38300	84000	68000	45000

TABLE 7.1 – Rapport du nombre de points de maillage sur le nombre de processeurs donnant une efficacité égale à 95 % de l'efficacité maximale.

7.3 Cas d'application de la parallélisation

Nous présentons ici deux cas de faisabilité pour montrer l'apport de la parallélisation du code qui permet de réaliser des calculs coûteux en temps CPU. Les deux cas-tests, giration dans la houle et zigzag dans la houle, ont été pour une frégate DTMB de longueur $L_{PP} = 140$ m à l'échelle réelle [23]. Le maillage compte 540.000 mailles et ne comporte pas d'appendices. Le modèle a six degrés de liberté.

7.3.1 Giration dans la houle

Conditions du calcul

Il s'agit d'un test de faisabilité, par conséquent les valeurs numériques (pour les dimensions du safran et l'angle de barre simulé) sont choisies arbitrairement. Les étapes nécessaires pour effectuer le calcul de giration sont les suivantes :

- On effectue d'abord un calcul en mer plate avec une vitesse d'avance. Lorsqu'on atteint le régime stationnaire, on relève l'effort T de traînée sur la carène. Pour un nombre de Froude $Fn = 0.3$, on obtient $T \approx 680.000$ N.
- On définit arbitrairement une forme de safran, et plus particulièrement le rapport $\lambda = \frac{b_r^2}{A_r}$ où A_r représente la surface transversale du safran et b_r sa hauteur (voir figure 7.7). On choisit $\lambda = 1$, ce qui est une forme possible des safrans de frégate. Comme le note Perdon [54], le gouvernail pris de manière isolée s'apparente à une aile portante d'envergure limitée. On se sert par conséquent de la théorie des ailes pour appliquer la formule de Fujii [24] qui exprime le coefficient de portance en fonction de λ et de l'angle de barre α : $C_L = \frac{6.13\lambda}{\lambda+2.25}\alpha$. Le coefficient de portance vaut $C_L = \frac{F_y}{1/2\rho A_r V^2}$. On choisit arbitrairement une surface $A_r = 25\ m^2$. Pour un angle de barre égal à 5 degrés, on obtient un effort $F_y \approx 250.000$ N.
- Le cas-test de giration est ensuite lancé progressivement. Une rampe sur le déplacement du navire est imposée, au terme de laquelle on applique un effort de propulsion égal à $T \approx 680.000$ N au centre de gravité du navire. La houle s'établit ensuite progressivement sur une période de houle. Puis, un effort $F_y \approx 250.000$ N

23. Il s'agit de la même géométrie que celle utilisée au CFD Workshop de Tokyo 2005 [32].

24. Il aurait aussi été possible d'utiliser la formule de Prandtl $C_L = 2\pi\alpha$ pour avoir une valeur empirique encore plus grossière du coefficient de portance.

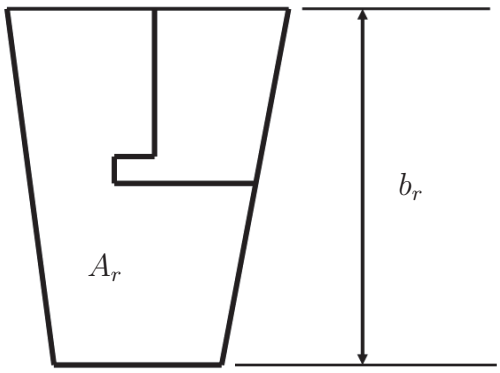


FIGURE 7.7 – Safran

dans une direction perpendiculaire au bateau est appliquée au niveau du gouvernail. La giration débute alors.

A l'échelle réelle, l'amplitude de la houle retenue est $A = 1.40$ m et sa longueur d'onde $\lambda = 210$ m, ce qui fait une cambrure égale à $\frac{2A}{\lambda} = 0.0133$. La houle se propage dans la direction dans la direction Ox, face au bateau au début du mouvement de giration. Nous utilisons 200 pas de temps par période de houle.

Résultats

La figure 7.8 permet de visualiser l'écoulement autour de la carène au cours du mouvement de giration à $t = 320$ s et la figure 7.9 montre la trajectoire effectuée par le centre de gravité du modèle au cours de la simulation. Le navire effectue deux tours sur lui-même. Sur 10 processeurs AMD Opteron 250 (2.4 GHz), le calcul prend 48 heures. Pour évaluer les performances manoeuvrières du navire, on se sert souvent du diamètre tactique tel qu'il est défini sur la figure 7.9. Il vaut ici environ 350 m soit 2.5 L_{PP}. Dans le cadre de la théorie des corps élancés et en faisant l'hypothèse des petits mouvements, le diamètre tactique sur mer plate dépend uniquement de l'angle de barre, mais la pratique montre qu'il dépend aussi du nombre de Froude et plus faiblement des caractéristiques de la houle (ainsi que de la profondeur). Le temps relativement limité du calcul parallèle (environ 12 heures sur 10 processeurs pour connaître le diamètre tactique du navire) permet d'envisager la création d'abaques pour divers paramètres de nombres de Froude, d'angles de barre et de conditions de houles. Toutefois, il faudrait valider au préalable le résultat de la simulation sur un cas de giration expérimental car il se peut que la modélisation de l'effet du safran par la formule de Fujii soit très grossière. En effet, le gouvernail se situe

généralement derrière l'hélice et l'écoulement incident au niveau du safran n'est donc pas du tout uniforme.

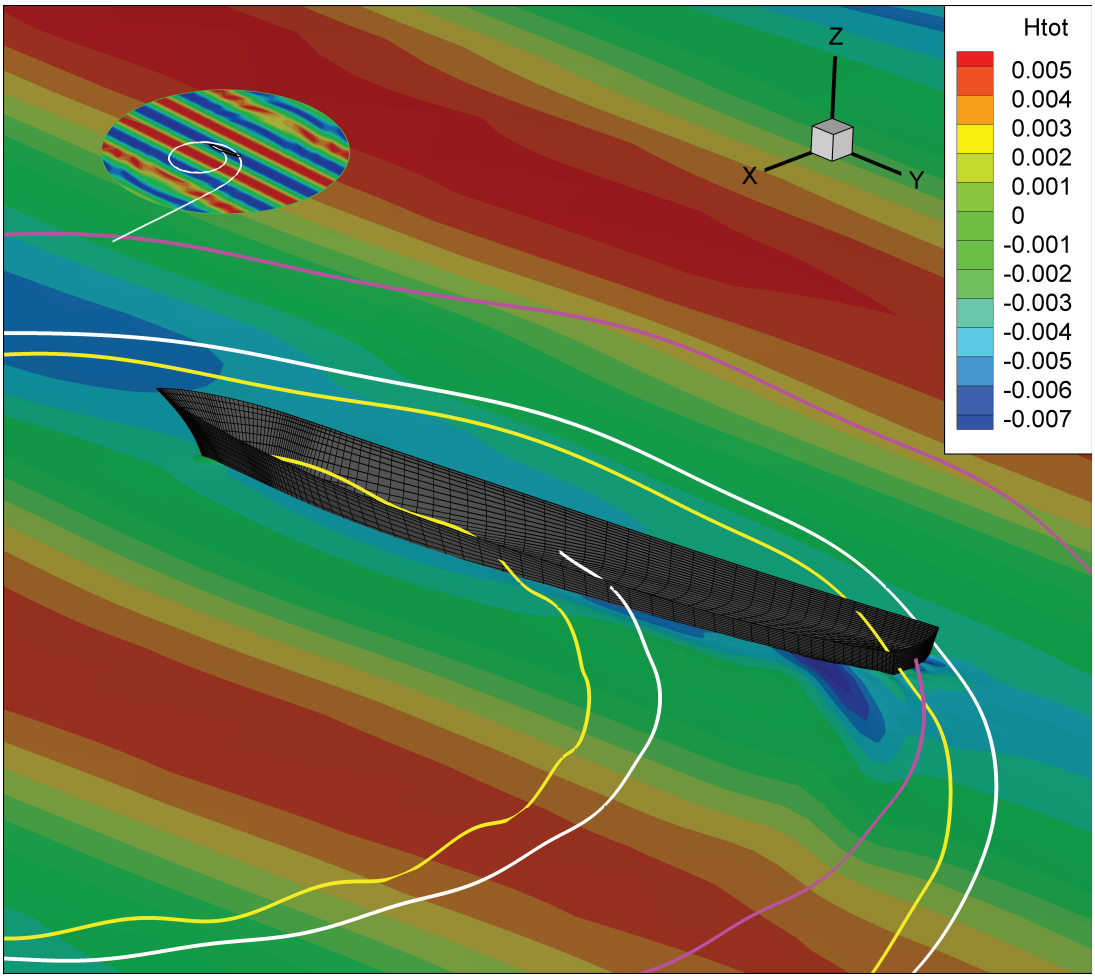


FIGURE 7.8 – Visualisation de l'écoulement autour de la carène lors du mouvement de giration à t=320 s. Les lignes jaune, blanche et rose représentent respectivement les mouvements du PPAV, du centre de gravité et du PPAR. Les niveaux de contour représentent l'élévation du champ total pour l'image au premier plan et l'élévation du champ incident pour le cartouche en haut à gauche.

L'historique du mouvement de roulis au cours du mouvement de giration est rapporté sur la figure 7.10. Comme prévu par la théorie, le navire effectue ce que les marins appellent un *salut* au moment d'entamer la giration. Il donne de la gîte sur babord, puis lorsque le mouvement de rotation en lacet vers la gauche s'amorce, il donne de la gîte sur tribord. On remarque aussi que, par la suite, le mouvement de roulis n'est pas périodique ; le système est complexe et le comportement du bateau dépend notamment de son cap au moment où il rencontre les vagues.

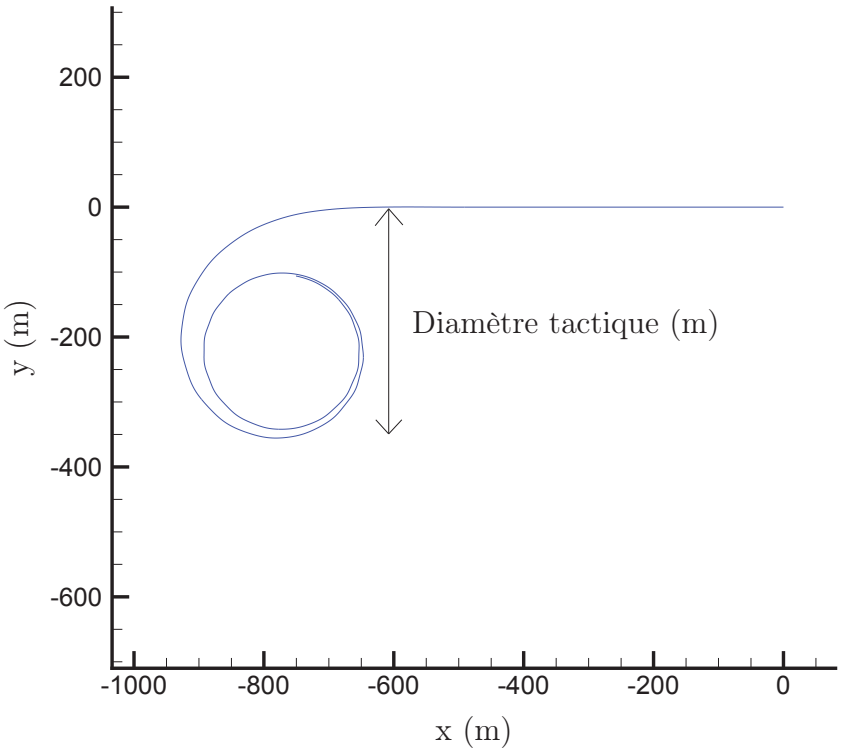


FIGURE 7.9 – Trajectoire du centre de gravité du modèle au cours du mouvement de giration.

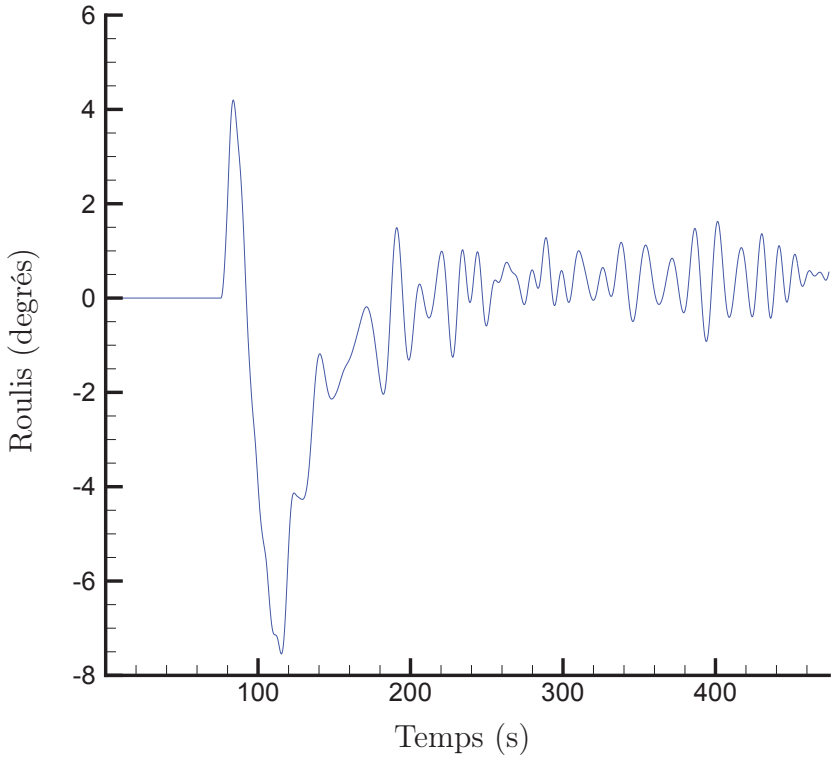


FIGURE 7.10 – Mouvement de roulis en fonction du temps.

7.3.2 Zigzag dans la houle

Conditions du calcul

Dans ses recommandations [36], au chapitre *Full scale measurements - Manouevrability*, l'ITTC décrit les tests de zigzag à effectuer au réel pour évaluer la manoeuvrabilité d'un navire. La manoeuvre de zigzag est obtenue en faisant pivoter le safran alternativement de δ degrés dans chaque sens jusqu'à obtenir une déviation de ψ degrés par rapport à la course initiale. La procédure décrite prend fin quand 5 pivotements successifs de safran ont eu lieu. Une manoeuvre de zigzag est donc déterminée par la combinaison de l'angle de safran imposé δ et du changement de direction ψ, et notée δ/ψ. Les valeurs usuelles de ces tests sont 10/10 ou 20/20.

Nous simulons ici un test 10/10. Evidemment, comme le gouvernail n'est pas intégré à la géométrie, ceci revient comme précédemment à appliquer un effort au niveau du safran correspondant empiriquement à un angle de 10 degrés. La rampe appliquée au changement de direction du safran dure 150 itérations, soit 10 secondes au réel. Les conditions de houle sont similaires au cas de giration exposé précédemment.A l'échelle réelle, l'amplitude de la houle retenue est $A = 1.05$ m et sa longueur d'onde $\lambda = 210$ m, ce qui fait une cambrure égale à $\frac{2A}{\lambda} = 0.01$. La houle se propage dans la direction dans la direction Ox, face au bateau au début du mouvement de zigzag. Nous utilisons également 200 pas de temps par période de houle.

Résultats

La figure 7.11 permet de visualiser l'écoulement autour de la carène au cours du mouvement de giration à $t = 500$ s et la figure 7.13 montre la trajectoire effectuée par le centre de gravité du modèle au cours de la simulation. Sept changements d'angle de barre sont simulés. Sur 10 processeurs AMD Opteron 250 (2.4 GHz), le calcul prend 72 heures.

La figure 7.12 montre l'historique du mouvement de lacet et de l'effort de safran appliqué au bateau. Dès que le lacet dépasse 10 degrés en valeur absolue, une rampe sur l'effort de safran est appliquée jusqu'à obtenir l'effort opposé.

Dès que le bateau a atteint sa vitesse nominale et que le champ de houle s'est établi dans le domaine, un effort de safran a été imposé brutalement. C'est l'explication du comportement curieux du navire qui, malgré un angle de barre imposé dans l'autre sens, continue son mouvement de rotation en lacet au début du calcul. Le fait d'appliquer aussi vivement un effort de safran perturbe en effet la dynamique du navire. En outre, plus le navire est *de travers* par rapport à la houle, plus l'effort de safran nécessaire à son retour est important. Après un nouveau basculement de l'angle de barre, la simulation prend une allure plus périodique.

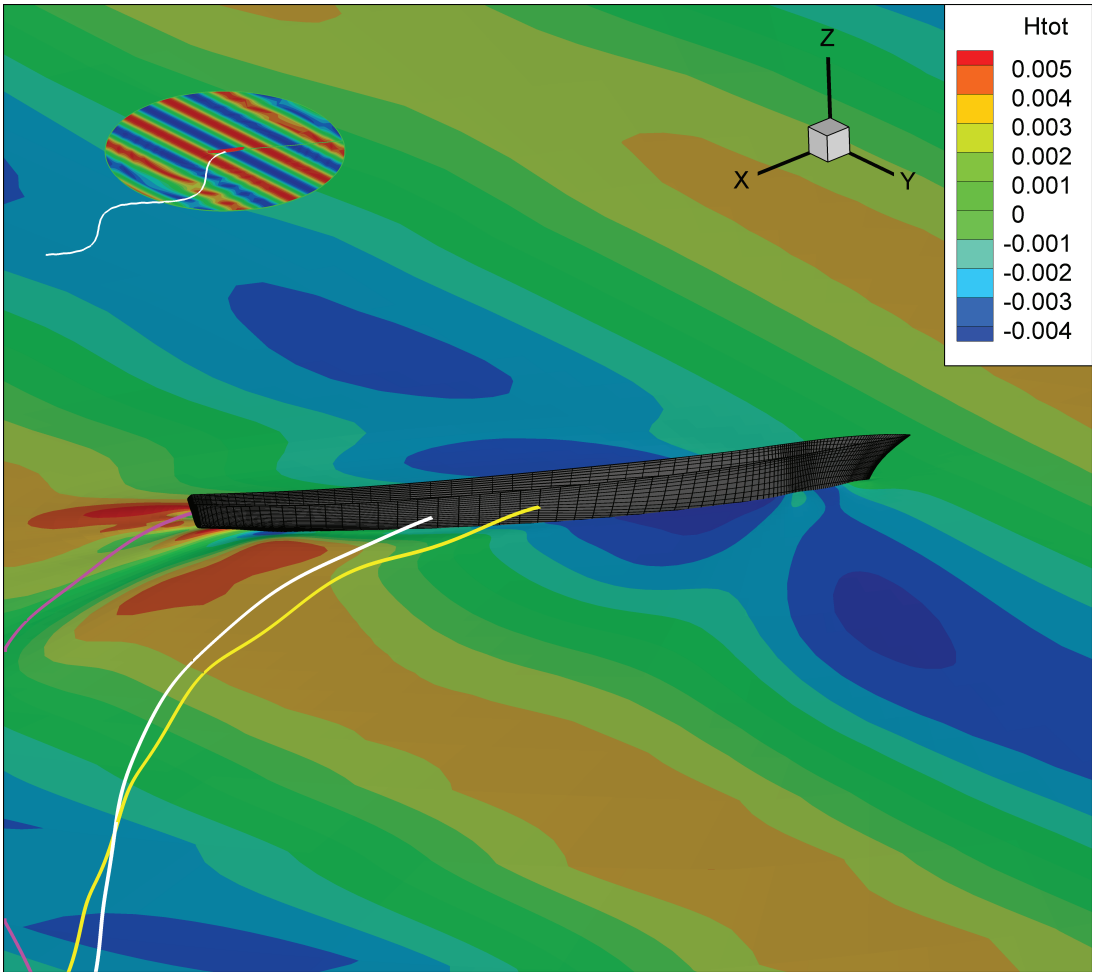


FIGURE 7.11 – Visualisation de l'écoulement autour de la carène lors du mouvement de zigzag à t=500 s. Les lignes jaune, blanche et rose représentent respectivement les mouvements du PPAV, du centre de gravité et du PPAR. Les niveaux de contour représentent l'élévation du champ total pour l'image au premier plan et l'élévation du champ incident pour le cartouche en haut à gauche.

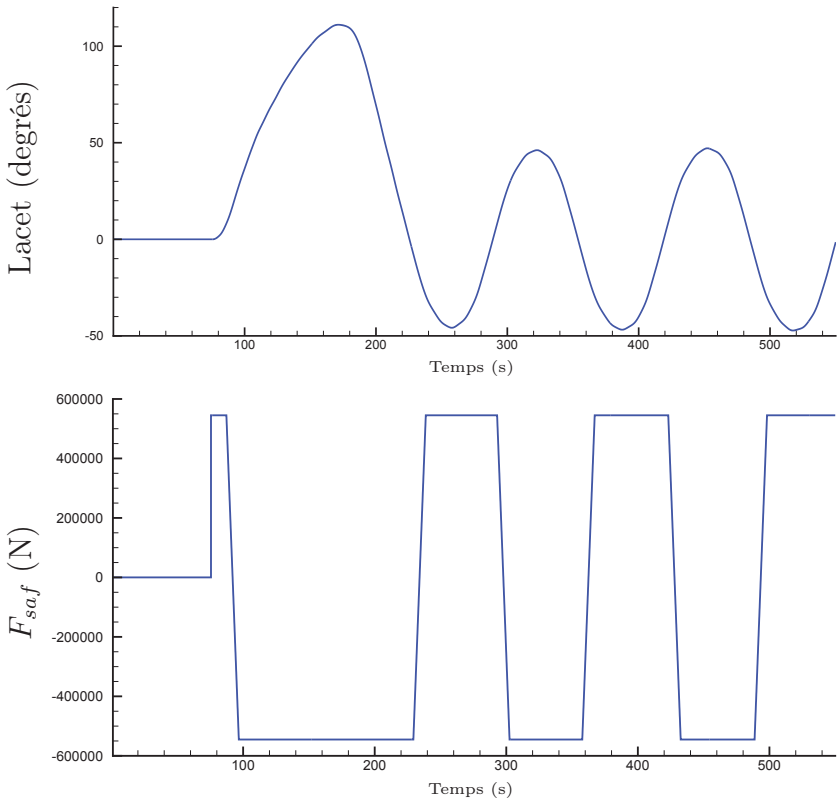


FIGURE 7.12 – En haut : mouvement de lacet en fonction du temps. En bas : effort de safran dans la direction y imposé au bateau.

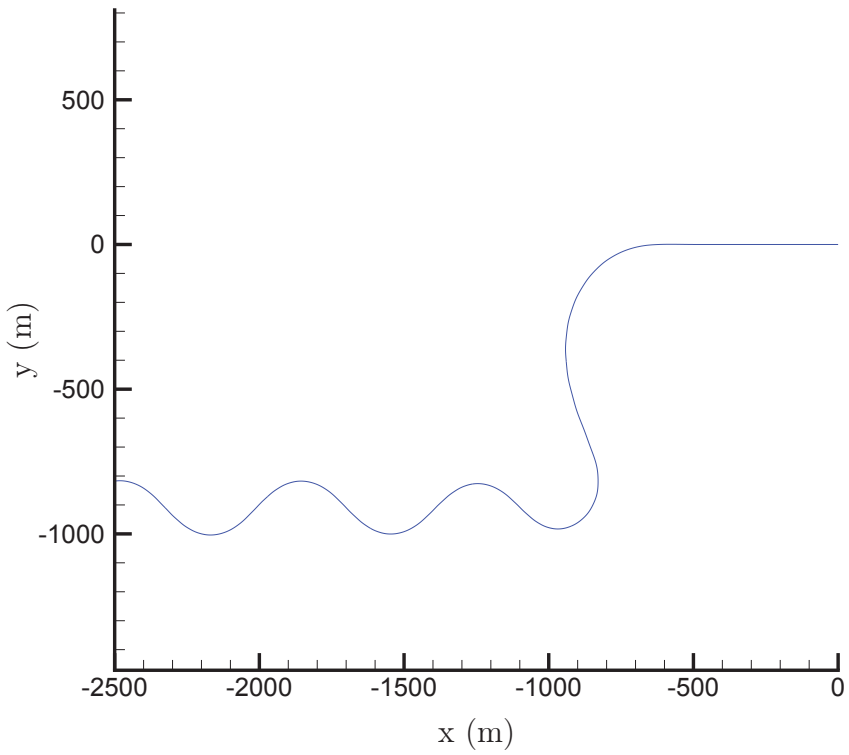


FIGURE 7.13 – Trajectoire du centre de gravité du modèle au cours du mouvement de zigzag.

7.3.3 Perspectives ouvertes par la parallélisation du code

Les deux cas de faisabilité que l'on vient d'exposer mettent en lumière le profit que l'on peut tirer de la parallélisation du code. Des problèmes de manoeuvrabilité en houle régulière ou irrégulière, très onéreux en terme de temps de calcul, peuvent être traités dans des temps raisonnables. Il est même envisageable de se servir de notre outil numérique pour la création d'abaques. La parallélisation ouvre aussi la voie à des calculs d'optimisation ou peut servir à rendre les longues simulations en houle irrégulière (du type de celle traitée à la section 3.5 qui a duré deux mois sur un processeur) plus faciles à réaliser.

Chapitre 8

Déferlement, *Level set* et SWENSE variable en espace

Sommaire

8.1 Introduction 154

8.2 Méthodes de traitement du déferlement dans *ICARE*-SWENSE 154

8.2.1 Approches géometriques 155

8.2.2 Approche physique 164

8.3 Evolution de la méthode : introduction du *Level set* . . . 166

8.3.1 Formulation théorique du *Level set* 167

8.3.2 Mise en oeuvre dans le code *ICARE* 168

8.4 SWENSE variable en espace 168

8.4.1 Problématique 168

8.4.2 Développement théorique 169

8.4.3 Choix de la fonction spatiale α 171

8.4.4 Un premier résultat pour SWENSE variable en espace . . . 172

8.1 Introduction

Le fait de travailler avec un code de suivi de surface de libre induit des problèmes évidents de gestion du déferlement. Ces problèmes sont encore plus aigus pour les calculs sur houle que pour les calculs sur mer plate et comme nous allons le montrer au paragraphe 8.2.1, la technique usuelle adoptée pour contrer le déferlement est propre à induire une erreur importante dans l'estimation des efforts sur le corps. Dans un premier temps, nous allons décrire cette méthode classiquement utilisée dans notre code pour éviter le déferlement et qui est le fruit d'une approche purement géométrique du problème. Ensuite, d'autres méthodes que nous avons développées au cours de ce travail de thèse et basées sur la même approche géométrique sont présentées. Précisons à l'attention du lecteur que ces méthodes ont un caractère *artisanal* et qu'elles constituent en quelque sorte la face sombre de la simulation numérique ! Mais comme tous les utilisateurs du code sous sa forme classique sont confrontés aux problèmes de déferlement, il a été choisi de s'y attarder et de tenter d'y apporter une contribution aisni que de recenser quelques pistes possibles. C'est pourquoi, pour conclure sur la gestion du déferlement dans le code sous sa forme actuelle, une discussion est menée sur la possibilité d'une approche plus physique du problème.

Malgré ces subterfuges, la nécessité d'un saut qualitatif dans le traitement de la surface libre est fortement ressentie. C'est pour cette raison qu'un travail de thèse, effectué par Gabriel Reliquet au LMF, portant sur l'implémentation d'une méthode *Level set* dans *ICARE* a été entamé en 2009. Anticipant cette évolution du code, une formulation SWENSE variable en espace a été proposée afin d'adapter la méthode au fait de devoir évaluer le champ incident très au-dessus de la surface libre.

8.2 Méthodes de traitement du déferlement dans *ICARE*-SWENSE

Nous avons distingué deux types de méthodes pour traiter le déferlement dans *ICARE*-SWENSE : les approches géométriques et les approches physiques. Les approches purement géométriques consistent à modifier la forme de la surface libre de manière *autoritaire* en imposant une nouvelle déformée à chaque pas de temps, tandis que les approches physiques vont agir en introduisant une dissipation locale de l'énergie aux endroits où l'on aura détecté le déferlement.

8.2.1 Approches géometriques

Ces approches bénéficient d'une relative simplicité de mise en oeuvre et ne requièrent pas nécessairement un critère de déferlement. Par contre, leur défaut majeur est d'être inconsistantes physiquement. En effet, lors du traitement du déferlement on n'introduit aucune dissipation d'énergie et on n'agit ni sur le champ de pression ni sur le champ de vitesse.

Il est important de noter que les méthodes géométriques exposées ici ne sont valables pour des maillages de type O-O. Elles nécessitent des adaptations dans le cas de maillages H-H.

Les directions i, j et k d'un maillage O-O dont il est question dans la suite sont explicitées par la figure 2.8.

Méthode classique

Il s'agit de la méthode utilisée dans *ICARE* jusqu'à présent. C'est une méthode de traitement aveugle, elle n'utilise aucun critère de déferlement. Le principe est extrêmement basique : tout autour de la carène, on égalise la hauteur de surface libre. Il faut choisir la largeur de la zone de déferlement, c'est-à-dire sur combien de mailles en j la surface libre est tronquée.

L'algorithme est le suivant : pour chaque ligne en i, de la première maille en j sur la carène jusqu'à la dernière maille en j de la zone de déferlement, on impose une hauteur de surface libre égale à celle de la dernière maille en j de la zone de déferlement.

La figure 8.1 donne un exemple de la méthode à un pas de temps quelconque sur une ligne de maillage en i prise à l'avant du bateau ($i = 5$). On compare, avant et après traitement de la zone de déferlement, la hauteur de la surface libre en fonction de la distance à la carène sur la ligne de maillage en i. On utilise dans le cas présenté une largeur de la zone de déferlement égale à 20 mailles.

La figure 8.2 montre l'évolution de la force de pression s'exerçant sur le navire au cours du temps pour différentes tailles de la zone de déferlement. Le calcul est effectué pour le cas d'une carène de porte-conteneurs CRS à un nombre de Froude $Fn = 0.25$ et sans houle. Le navire est bloqué en tangage. Le maillage utilisé pour la série de calculs a sa première couche de mailles située à 10^{-4} m de la carène et un coefficient d'étirement de 1.2 vers la frontière extérieure. Il s'agit d'un type de maillage couramment utilisé pour *ICARE* : il permet d'obtenir pour les nombres de Froude usuels un $y+$ suffisamment petit au niveau de la première maille.

On remarque sur la figure 8.2 que, jusqu'à une largeur de 10 mailles, les calculs convergent de façon instable vers approximativement la même valeur. Tandis que pour les zones plus larges (15 mailles et encore plus clairement 20 mailles), la force de pression converge plus proprement mais vers des valeurs différentes (jusqu'à +60% dans le cas

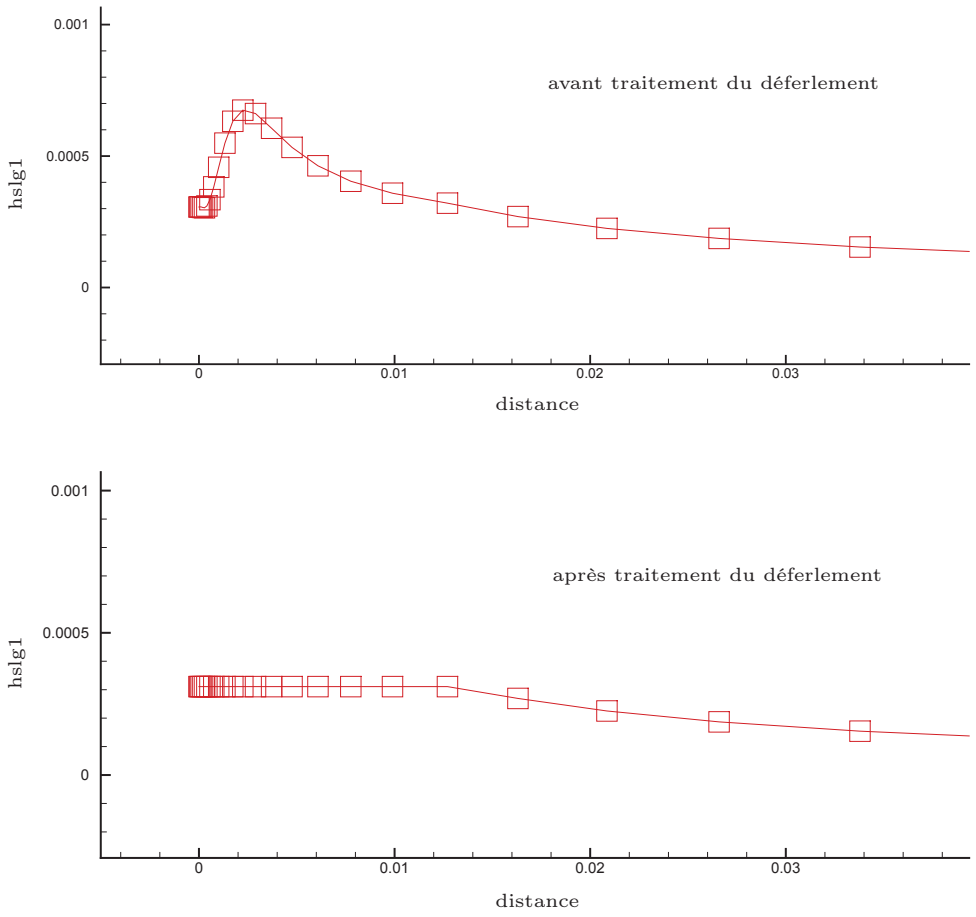


FIGURE 8.1 – Surface libre coupée (méthode classique). Sur la ligne i=5. zdef=20 mailles. Pas de temps quelconque.

d'une zone de déferlement de 20 mailles). On fait aussi les mêmes observations en ce qui concerne l'évolution de la force de frottement.

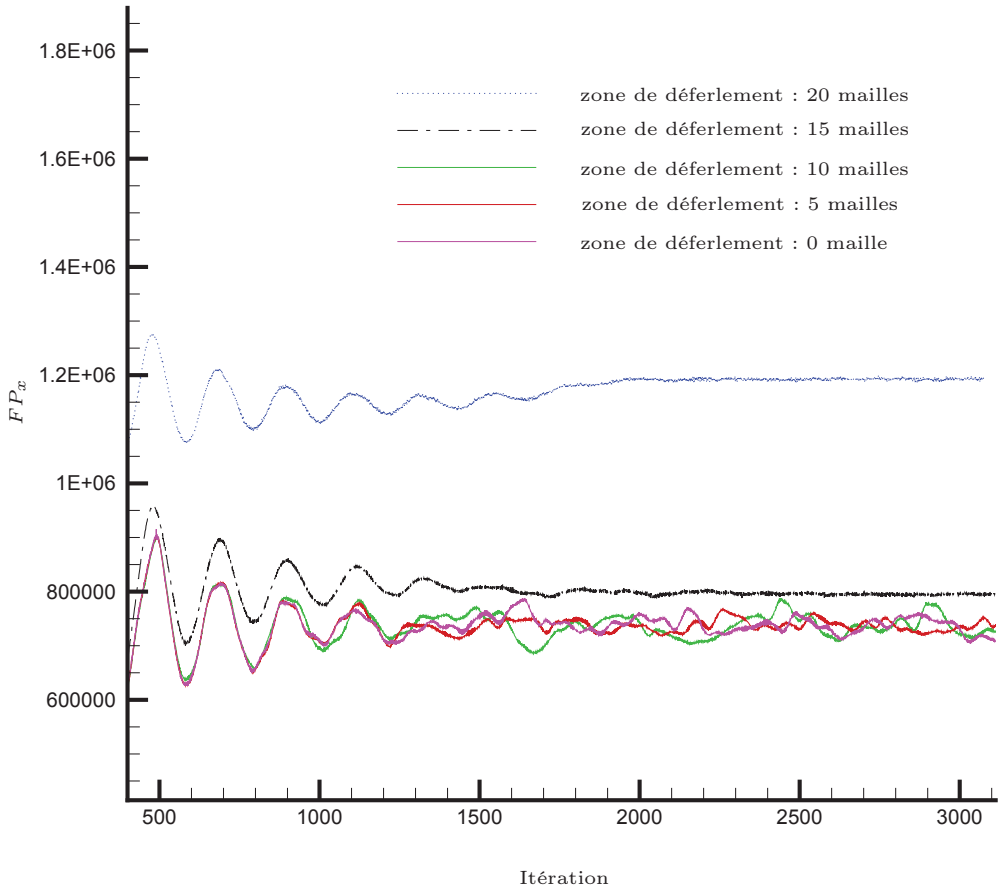


FIGURE 8.2 – Evolution de la force de pression s'exerçant sur le navire au cours du temps pour différentes tailles de la zone de déferlement. Troncature de la surface libre.

Ce sont ces observations qui ont conduit à se pencher sur le problème du traitement de la zone de déferlement. En effet, dans les calculs *ICARE* sur mer plate, on a rarement besoin d'utiliser une zone de déferlement de plus de 15 mailles pour réussir à faire converger son calcul. A l'inverse dans le cas de calculs SWENSE avec de la houle et en mouvement libre, nous avons rencontré fréquemment des problèmes qui ont nécessité des zones de déferlement de plus de quinze mailles pour pouvoir *tourner*. Or dans ces cas, il existe par conséquent une incertitude quant à la validité des efforts de pression et de frottement calculés.

Méthode de la surface libre linéarisée

Ceci a été la première amélioration de la méthode précédente que nous avons décidée de tester. Le principe est similaire, si ce n'est que cette fois-ci, la surface libre n'est plus tronquée mais linéarisée pour chaque ligne en i entre la première maille en j sur la carène jusqu'à la dernière maille en j de la zone de déferlement. La figure 8.3 donne un exemple de la méthode à un pas de temps quelconque sur une ligne de maillage en i prise à l'avant du bateau ($i = 5$).

Cette méthode de la surface libre linéarisée a donné des résultats mitigés si on les compare à ceux de la méthode classique exposée au-dessus. Pour des zones de déferlement de 5 et 10 mailles, le calcul donne un résultat légèrement plus stable que précédemment. On peut s'en assurer sur la figure 8.4 où les oscillations autour du résulat convergé sont moins prononcées que dans le cas de la surface libre tronquée. On utilise toujours le cas d'une carène de porte-conteneurs CRS fixe en tangage, à un nombre de Froude $Fn = 0.25$ et sans houle.

Par contre, notre cas-test diverge pour des zones de 15 et 20 mailles (en considérant toujours un maillage classique avec une première maille située à 10^{-4} m et un coefficient d'étirement de 1.2 en proche carène). Ce résultat a priori étonnant peut s'expliquer par le fait que pour les larges zones de déferlement (15 mailles et plus), nous créons au niveau de l'étrave un volume artificiel de fluide qui est non négligeable, ce qui est problématique pour la résolution du système couplé du fait de la non-conservation de la masse.

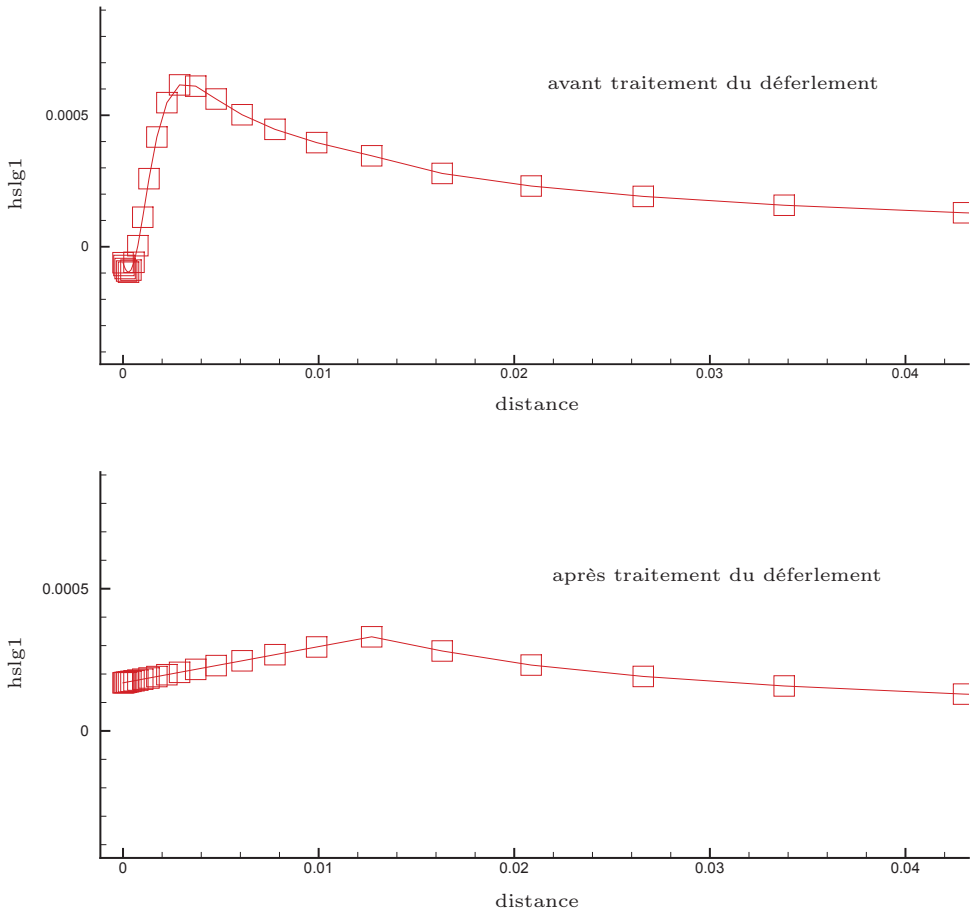


FIGURE 8.3 – Surface libre linéarisée. Sur la ligne $i = 5$. zdef=20 mailles. Pas de temps quelconque.

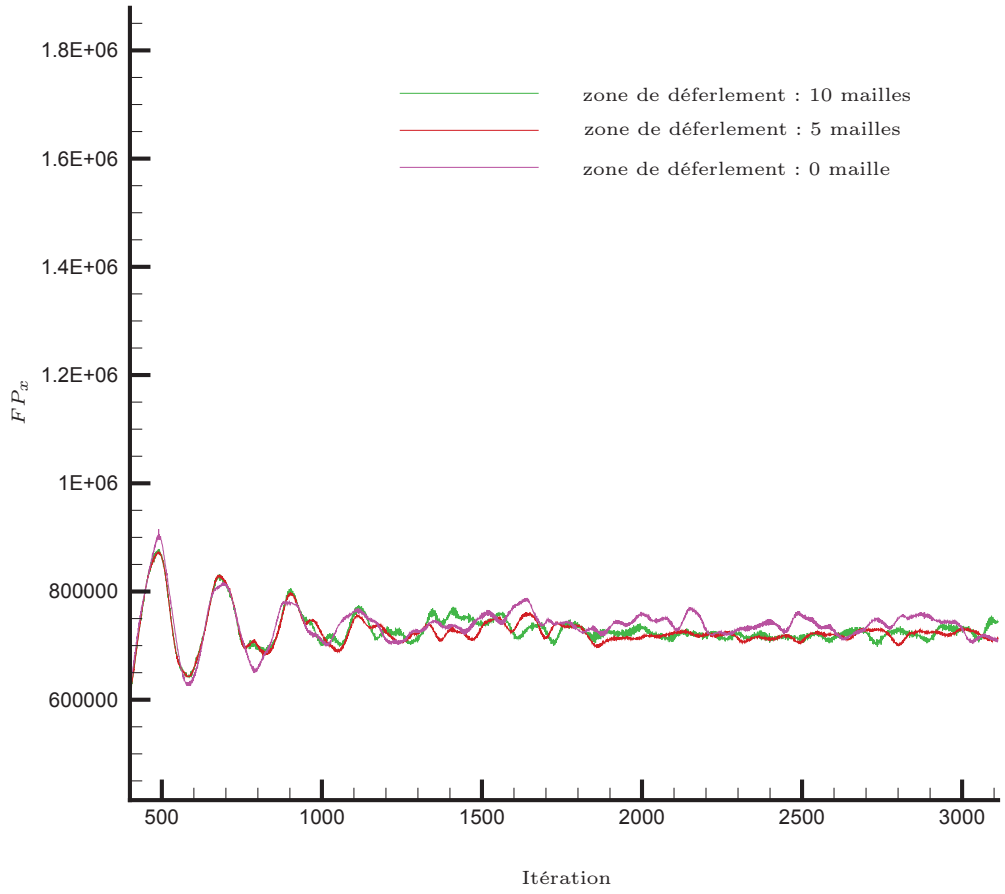


FIGURE 8.4 – Evolution de la force de pression s'exerçant sur le navire au cours du temps pour différentes tailles de la zone de déferlement. Linéarisation de la surface libre.

Utilisation de critères de déferlement

Nous avons développé finalement une approche géométrique plus complexe que les précédentes en se basant sur l'utilisation de critères de déferlement. En analysant les simulations où le déferlement a été source de problème et en se basant sur la littérature, nous avons distingué deux critères de déferlement complémentaires : la pente au niveau de la carène et l'angle de Stokes pour les vagues d'étrave.

Lorsque l'on règle de tels critères, il s'agit de trouver un compromis entre la stabilité la plus importante possible des calculs et le fait de ne pas s'éloigner de la physique du problème. Même si l'on se base sur des aspects théoriques et expérimentaux, le paramétrage de ces critères est par conséquent largement empirique.

Angle limite de pente Une des sources d'instabilité fréquemment observée est une élévation trop importante de la surface libre au niveau de la paroi, en général au niveau de l'étrave. Pour remédier à ce problème, nous avons introduit un angle limite de pente que nous avons arbitrairement (s'agissant d'un problème numérique sans réel lien avec la physique, il est impossible de faire autrement) fixé à 45 degrés.

Algorithme

Sur chaque ligne en i, pour toute maille en j à partir de la carène, on appelle α_j l'angle que fait la verticale avec la droite qui passe par la première maille et la j^{eme} maille. Si α_j est inférieur à l'angle limite de pente que l'on a fixé, alors :

- On réduit la hauteur h_0 de la première maille pour que l'angle limite de pente soit respecté. On obtient une nouvelle hauteur de première maille que l'on nomme h_1.
- On réduit ensuite homothétiquement (avec comme origine la hauteur de j^{eme} maille et comme rapport $\frac{h_0}{h_1}$) la hauteur de l'ensemble des mailles comprises entre la 2eme et la $(j-1)^{eme}$.

Cette méthode itérative de réduction de la pente au niveau de la carène a deux avantages évidents. Premièrement, elle ne nécessite pas de définir au préalable une largeur de la zone de déferlement. Deuxièmement, elle permet de minimiser le volume de fluide que l'on enlève. En effet, nous avons vu dans le cas de méthode de la linéarisation de la surface libre que ceci pouvait être un critère limitatif pour la stabilité du calcul.

Angle de Stokes La deuxième source d'instabilité que nous avons identifiée est due au *non-déferlement* de la vague d'étrave dans le code de calcul. Contrairement au phénomène physique où de la dissipation apparaît sous la forme de déferlement lorsque la cambrure de la vague est trop élevée, ce n'est pas le cas dans notre code à suivi de surface libre.

Delhommeau *et al.* [14] ont décrit les résultats d'une série d'expériences où une plaque rectangulaire à moitié immergée (modélisation simplifiée d'une étrave de bateau) est tractée à différentes vitesses et avec différents angles d'incidence dans un bassin d'essais. Il

s'avère que le déferlement est soit stable (*overturning bow wave regime*) soit instable (*unsteady bow wave regime*). Des vidéos de l'expérience montrant les deux formes de l'écoulement peuvent être trouvées sur *http ://www.scs.gmu.edu/ rlohner/pages/pics/freesurf.html*. Dans Delhommeau *et al.* [14], les auteurs concluent que la nature du déferlement est conditionnée principalement par l'angle d'incidence et aussi plus faiblement par le nombre de Froude de l'écoulement.

Nous avons préféré poser l'hypothèse simplificatrice que le déferlement de la vague d'étrave est similaire à celui d'une vague en profondeur infinie, même si comme Delhommeau *et al.* [14] le prouvent, le phénomène est bien entendu plus complexe. Il est communément établi qu'en profondeur infinie, la vague déferle pour une cambrure de 14 % (ce que l'on nomme le critère de Stokes) et ce qui correspond localement à un angle de 120 °. Des observations expérimentales ont cependant montré que la cambrure pouvait être un critère imprécis. On peut par exemple se reporter à la figure 1 et la table 1 de Griffin *et al.* [25] qui indiquent que les vagues déferlent à une cambrure inférieure à celle suggérée par le critère de Stokes. Pour l'usage que l'on fait du critère de Stokes, sa valeur théorique est amplement suffisante.

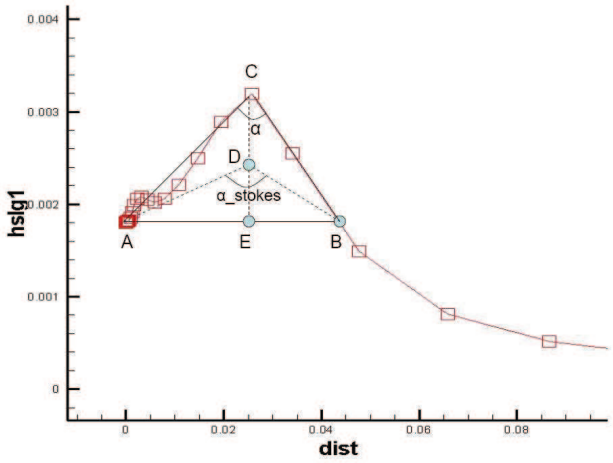
Algorithme *(explicité par la figure 8.5)*

- Sur chaque ligne en i, dans le cas où l'élévation est croissante à partir de la paroi, on repère l'élévation maximale (point C).
- On repère ensuite le point B où la surface libre repasse par la même élévation que celle de la première maille (point A).
- Si l'angle $\widehat{ACB}$ est inférieur à l'angle α_{Stokes} que l'on a défini, alors on crée le point D tel que $\widehat{ADB} = \alpha_{Stokes}$. Puis par transformation homothétique (d'origine A et de rapport $\frac{\overline{DC}}{\overline{DE}}$), on diminue l'élévation des mailles comprises entre A et B.

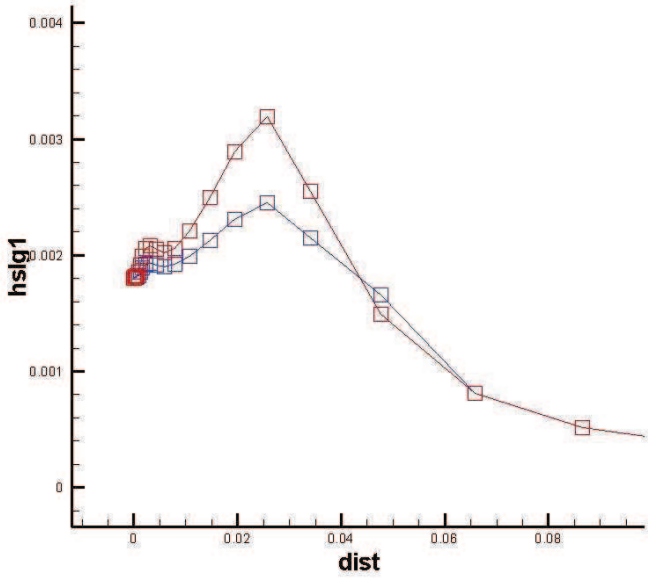
Cet algorithme a une faille : la vague ne déferle pas nécessairement dans la direction de la ligne en i. C'est pourquoi, après tâtonnements, nous avons en réalité majoré de 15 ° l'angle de Stokes et utilisé dans notre algorithme un angle α_{Stokes} égal à 135 °, afin de repérer le maximum de cas de déferlements possibles.

Cette méthode de traitement du déferlement dû à la vague d'étrave a les mêmes avantages que pour la diminution de l'angle de pente, à savoir aucune nécessité de définir au préalable la largeur de la zone de déferlement et la minimisation du volume de fluide que l'on enlève.

Dans le code, ces deux algorithmes utilisant un critère de déferlement sont appliquées successivement. En premier lieu, le programme fait en sorte que l'angle limite de pente soit vérifié, puis l'algorithme vérifiant que les vagues d'étrave respectent l'angle de Stokes est appliqué.



(a) Détermination de l'angle que forme la vague, et le cas échéant, détermination d'un nouvel extremum pour la hauteur de surface libre sur cette ligne en i.



(b) Forme de la surface libre avant (en rouge) et après (en bleu) le traitement du déferlement.

FIGURE 8.5 – Utilisation de l'angle de Stokes comme critère de déferlement. Sur la ligne $i = 5$. Pas de temps quelconque.

Validation de la méthode Cette méthode consistant à utiliser des critères de déferlement et à appliquer un traitement géométrique marche pour le cas-test du porte-conteneurs CRS à un nombre de Froude $Fn = 0.25$ en mer plate présenté précédemment, et donne les mêmes résultats que si aucune zone de déferlement n'est imposée. D'autre part, le calcul SWENSE traitant d'une carène de Wigley dans la houle et présenté à la fin de ce chapitre au paragraphe 8.4.4 a été réalisé aussi avec cette méthode de traitement du déferlement, et les résultats numériques sont très satisfaisants si on les compare aux résultats expérimentaux. Ce dernier cas-test est d'autant plus intéressant que dans le cas où on n'impose aucune zone de déferlement, le calcul est instable et diverge rapidement.

Il convient malgré tout de ne pas verser dans l'idyllisme et d'être honnête avec le lecteur et les futurs utilisateurs du code. Cette méthode n'est en rien une panacée et des essais sur certaines carènes complexes ont montré qu'elle pouvait même parfois être plus instable que la méthode de la surface libre tronquée. En particulier, les simulations en modèle libre dans la houle peuvent se montrer retorses à réaliser. Il s'agit simplement d'une arme de plus dans l'arsenal de l'utilisateur SWENSE.

8.2.2 Approche physique

Les méthodes précédentes, reposant sur le seul traitement géométrique de la surface libre, ne peuvent de toute façon pas être tout à fait satisfaisantes du point de vue numérique puisqu'elles nous conduisent à assigner des champs de vitesse et de pression à des endroits différents d'où ils ont été calculés. C'est pourquoi une approche physique consistant en la détection des zones de déferlement puis en leur traitement par une dissipation d'énergie locale est préférable. La méthode présentée ici a déjà été suggérée par Alessandrini *et al.* [5] mais n'a pas été à nouveau mise en oeuvre dans le code par faute de temps.

Détection

Un critère de détection possible serait l'étude du rayon de courbure locale, mais il est aussi possible de s'intéresser au gradient de pression local. C'est ce qui a été effectué expérimentalement par Nadaoka *et al.* [51], qui ont observé le déferlement éventuel d'une onde incidente sur un fond en pente. A chaque occurence de déferlement, Nadoaka *et al.* [51] ont déduit de la mesure d'élévation de surface libre et d'une estimation de la vitesse horizontale sur la surface libre (par la méthode de la fonction de courant de Dean) le gradient de pression vertical. Une autre série d'expériences leur a permis d'évaluer de la même façon le gradient de pression horizontal à chaque occurence de déferlement. Au final, il apparait qu'à chaque occurence de déferlement, le module du gradient de pression au niveau de la surface libre atteint un extremum peu avant. C'est pourquoi le critère de déferlement à retenir au niveau de la surface libre sera de la forme :

$$\frac{1}{\rho g}\left|\overrightarrow{\nabla P}\right|_{max} = \frac{1}{\rho g} max\left(\left|\frac{\partial P}{\partial x}\right|, \left|\frac{\partial P}{\partial y}\right|, \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|\right) > c_{grad} \tag{8.1}$$

Où c_{grad} est une constante qui s'établit expérimentalement selon Nadoaka *et al.* [51] autour de la valeur 0.5.

Ce critère de déferlement peut s'étendre de façon équivalente à la formulation SWENSE :

$$\frac{1}{\rho g} max\left(\left|\frac{\partial P_I}{\partial x} + \frac{\partial P_D}{\partial x}\right|, \left|\frac{\partial P_I}{\partial y} + \frac{\partial P_D}{\partial y}\right|, \left|\frac{\partial P_I}{\partial z} + \frac{\partial P_D}{\partial z}\right|\right) > c_{grad} \tag{8.2}$$

Evidemment, ce critère de déferlement a été établi relativement à un phénomène de déferlement pour une onde incidente sur un fond en pente. Reste à savoir s'il est aussi valable pour le déferlement des vagues d'étrave. C'est l'étude à laquelle s'est attelée Alessandrini *et al.* [5] avec le code *ICARE*. Avec l'inclusion du patch dissipatif présenté plus bas, Alessandrini *et al.* [5] ont fait varier le coefficient c_{grad} et analysé le comportement de la simulation. Il en ressort que la valeur $c_{grad} = 0.5$ est aussi valable pour les vagues d'étrave.

Néanmoins, l'étude numérique nous paraît reposer sur un trop grand nombre d'hypothèses et il serait préférable de s'assurer autrement de la valeur de c_{grad} dans le cas qui nous préoccupe. Une campagne expérimentale permettant de calculer les gradients de pression pour des vagues d'étrave nous semble difficile à réaliser. Une idée intéressante serait plutôt de mener cette étude avec un code VOF (Volume of Fluid) du type *ISIS* [2] développé par l'équipe modélisation numérique du laboratoire de mécanique des fluides de Nantes.

Dissipation de l'énergie

Dans l'éventualité où le critère défini au paragraphe précédent détecte un déferlement possible, il s'agit de dissiper localement l'énergie du champ de vague afin que le déferlement soit supprimé en évitant de modifier l'écoulement dans les régions extérieures au déferlement. Dans la région concernée par le déferlement, ceci nécessite d'ajouter un terme dans l'équation de condition dynamique normale de surface libre (1.10). La pression dissipative P_{diss} est alors introduite (seulement là où le critère de déferlement indique un déferlement probable) de la façon suivante :

$$P - \rho g h - 2\rho\left(\nu + \nu_t\right)\frac{\partial U^i}{\partial x^j} n_i n_j = P_{diss} \tag{8.3}$$

avec, rappelons-le, $\overrightarrow{n}$, la normale extérieure à la surface libre (pointant hors du fluide). Cette méthode est suggérée par Subramani *et al.* [62] [25]. La pression dissipative prendra alors la forme suivante :

25. Dans leur article, les auteurs suggèrent comme critère de déferlement une analyse de la courbure de vagues.

$$P_{diss} = -\sigma \left\| \overrightarrow{U} \right\|^2 sign(\overrightarrow{U} \cdot \overrightarrow{n}) \tag{8.4}$$

ce qui donne dans notre convention de sommation usuelle :

$$P_{diss} = -\sigma \left(U^i \right)^2 sign(U^i \cdot n_i) \tag{8.5}$$

Les auteurs de [62] ne justifient pas leur expression de la pression dissipative, mais le fait de relier la pression dissipative au module de la vitesse de la surface libre au carré $\left\| \overrightarrow{U} \right\|^2$ nous semble logique. En effet, il paraît réaliste de considérer que le travail élémentaire transféré par le champ de vague à la vague déferlante peut être exprimé sous la forme d'une énergie cinétique du volume élémentaire de fluide considéré. D'autre part, le signe de la pression dissipative dépend de la cinématique de la surface libre de telle façon que la pression dissipative corresponde à un travail négatif à chaque instant. Enfin, σ est un coefficient empirique que Subramani *et al.* [62] fixent entre 12.5 m.kg et 25 m.kg, fourchette de valeurs qui a permis aux auteurs d'éviter tout déferlement dans leurs calculs.

Il n'y a pas de difficulté particulière à étendre l'expression de la pression dissipative à la formulation SWENSE :

$$P_{diss} = -\sigma \left(U_I^i + U_D^i \right)^2 sign \left((U_I^i + U_D^i) \cdot n_i \right) \tag{8.6}$$

Conclusion sur l'approche physique

Cette approche avait été suggérée dans des termes similaires pour *ICARE* par Alessandrini *et al.* [5]. Après quelques tests encourageants en modèle fixe, l'entreprise avait été abandonnée pour céder la place à l'approche géométrique classique exposée au paragraphe 8.2.1. En effet, pour certains cas-tests, la méthode avait rencontré quelques problèmes, en particulier dans le cas du modèle libre. Or si l'approche classique peut encore être acceptable dans le cas de calcul sur mer plate, il n'en est plus de même pour les calculs sur houle avec modèle libre.

Nous n'avons pas eu le temps de retravailler sur l'approche physique présentée ci-dessus. Elle nécessite en effet un certain nombre de réglages et probablement une recherche amont pour affiner le critère de détection. Néanmoins, il pourrait s'agir d'un axe de recherche intéressant.

8.3 Evolution de la méthode : introduction du *Level set*

Pour surmonter la limitation liée au traitement du déferlement, il a été décidé de faire évoluer le code vers une formulation *Level set*. Ceci fait l'objet au sein du LMF d'une

thèse de doctorat commencée en septembre 2009 par Gabriel Reliquet. Contrairement à l'approche classique retenue dans le code *ICARE* qui repose sur une méthode de suivi d'interface où le maillage est adapté à chaque itération temporelle à la forme de la surface libre, le *Level set* est une méthode de capture d'interface et ne nécessite pas de remaillage. Cette méthode a été initialement formulée par Osher *et al.* [52] en 1988.

8.3.1 Formulation théorique du *Level set*

Le principe de base du *Level set* consiste à définir une fonction ϕ dans tout le volume. Une iso-surface de ϕ (par convention, $\phi = 0$) permet alors de définir l'interface, en l'occurence la surface libre. Comme la vitesse est à l'origine du mouvement de l'interface, cette fonction ϕ est transportée par le champ $\mathbf{V}$ ainsi que l'indique l'équation 8.7.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi = 0 \tag{8.7}$$

Si l'on appelle Γ l'interface considérée et V le volume immergé, la fonction ϕ la plus couramment utilisée par la communauté *Level set* est la fonction de distance D à l'interface Γ définie par :

$$D(x) = \begin{cases} - \underbrace{min}_{\forall\, x_\Gamma \,\in\, \Gamma} |x - x_\Gamma| & si\ x \in V \\ \\ \underbrace{min}_{\forall\, x_\Gamma \,\in\, \Gamma} |x - x_\Gamma| & si\ x \notin V \end{cases} \tag{8.8}$$

Une propriété utile de cette fonction de distance est que :

$$|\nabla D| = 1 \tag{8.9}$$

A chaque itération temporelle, la fonction ϕ doit être calculée afin de déterminer la nouvelle position de la surface libre. Une critique fréquemment formulée à l'encontre de la méthode *Level set* est qu'elle induit un problème de conservation de la masse. Afin de remédier à cette difficulté, il est nécessaire d'effectuer aussi souvent que possible (idéalement à chaque itération temporelle si le coût CPU n'est pas trop élevé) une *redistanciation*. Ceci consiste à recalculer à partir d'une fonction initiale ϕ_0, définissant une interface Γ et telle que $|\nabla \phi_0| \neq 1$, une nouvelle fonction ϕ capturant la même interface mais telle que $|\nabla \phi| = 1$. Avec cette propriété respectée, la précision sur le calcul de la fonction ϕ sera optimale car les gradients de ϕ seront toujours de l'ordre de 1.

En guise de référence, le lecteur pourra se reporter avantageusement à Vignaux [65] qui propose une revue détaillée des caractéristiques de la méthode *Level set* et en par-

ticulier une synthèse portant sur la pertinence des différents schémas de discrétisation temporelle et de discrétisation spatiale utilisés pour la résolution de l'équation de transport de ϕ.

8.3.2 Mise en oeuvre dans le code *ICARE*

Dans un premier temps, une méthode *Level set* monophasique est en cours de développement dans le code. Son implémentation du *Level set* dans *ICARE* se fait de manière relativement naturelle en résolvant les équations de Navier-Stokes seulement lorsque l'on est dans la partie fluide du maillage. Afin de permettre le transport de ϕ dans la partie émergée du maillage, le champ de vitesse est imposé dans la zone où $\phi > 0$ de façon à ce qu'il respecte l'équation suivante à la traversée de la surface libre :

$$\overrightarrow{\nabla} U_i \cdot \overrightarrow{n} = 0 \tag{8.10}$$

où $\overrightarrow{n}$ représente la normale à la surface libre et qui s'exprime de façon élégante $\overrightarrow{n} = \frac{\overrightarrow{\nabla\phi}}{|\overrightarrow{\nabla\phi}|}$ si l'on utilise pour ϕ la fonction de distance définie par l'équation 8.8.

8.4 SWENSE variable en espace

8.4.1 Problématique

Anticipant l'évolution du code vers une méthode *Level set*, il nous est apparu qu'il allait être nécessaire de modifier la formulation SWENSE en conséquence. En effet, le *Level set* peut conduire à résoudre les équations de Navier-Stokes bien au-dessus de la surface libre lorsque des particules fluides sont *éjectés* ou simplement lors d'une élévation importante de la surface libre au niveau de la paroi de la structure. Or, dans la formulation SWENSE classique, ceci conduit à l'évaluation du champ incident très au-dessus de la surface libre. Bien que les champs incidents spectraux que nous utilisons soient continus à la traversée de la surface libre, leur extrapolation suit une loi exponentielle. Plus on est au-dessus de la surface libre incidente, plus on risque d'introduire des termes de forçage excessifs.

Partant de l'observation que le problème est localisé en proche carène, il a été imaginé de faire varier spatialement la décomposition fonctionnelle qui est à la base de la formulation SWENSE. Il ne s'agit pas de ce que l'on a coutume d'appeler une décomposition spatiale où il existerait une interface d'un côté de laquelle on résout les équations de Navier-Stokes et de l'autre on utiliserait un code potentiel pour calculer l'écoulement.

Il s'agit à l'inverse de ce que l'on peut nommer une décomposition spatio-fonctionnelle où l'on introduit une variable spatiale dans la décomposition fonctionnelle. Nous avons baptisé cette nouvelle formulation *SWENSE variable en espace*. Au terme de la nouvelle décomposition, en proche carène, les équations de Navier-Stokes sans termes de champ incident sont résolues tandis que, loin du corps, la formulation SWENSE classique est utilisée.

La mise en oeuvre de cette formulation dans le code *ICARE* a été l'objet du stage de Master de Gabriel Reliquet au sein du LMF de mai à août 2009. Dans un premier temps, nous présentons le développement théorique de SWENSE variable en espace puis quelques résultats obtenus en SWENSE variable pour montrer que la nouvelle formulation donne les mêmes résultats que la formulation classique.

8.4.2 Développement théorique

La décomposition fonctionnelle sur laquelle est basée sur la formulation SWENSE variable en espace est la suivante :

$$\begin{cases} U_T^i = \alpha U_I^i + U_C^i \\ P_T = \alpha P_I + P_C \\ h_T = \alpha h_I + h_C \end{cases} \tag{8.11}$$

avec $\alpha(x, y, z)$ que l'on choisit. Le champ (U_I^i, P_I, h_I) correspond toujours au champ incident obtenu grâce aux méthodes spectrales.

Le champ complémentaire (U_C^i, P_C et h_C) constitue les inconnues du système linéaire à résoudre. Cette nouvelle décomposition rend plus complexe l'écriture des équations SWENSE, en particulier parce que l'équation d'Euler n'est pas respectée pour le champ (αU_I^i, αP_I, αh_I). Les différentes équations de SWENSE variable en espace sont développées ci-dessous.

Equation de continuité

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial U_C^i}{\partial x_i} = -U_I^i \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \tag{8.12}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial U_C^i}{\partial t} + \left(\alpha U_I^j + U_C^j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\frac{\partial U_C^i}{\partial x_j} - (\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U_C^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_C}{\partial x_i} \\
&= -\alpha\frac{\partial U_I^i}{\partial t} + \left(-\alpha U_I^j - U_C^j + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\left(\alpha\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + U_I^i\frac{\partial \alpha}{\partial x_j}\right) + \\
&(\nu+\nu_t)\left(\alpha\frac{\partial^2 U_I^i}{\partial {x_j}^2} + 2\frac{\partial \alpha}{\partial x_j}\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + U_I^i\frac{\partial^2 \alpha}{\partial {x_j}^2}\right) - \frac{1}{\rho}\left(\alpha\frac{\partial P_I}{\partial x_i} + P_I\frac{\partial \alpha}{\partial x_i}\right)
\end{aligned} \tag{8.13}$$

Or, l'équation d'Euler est vérifiée pour le champ incident (U_I^i, P_I, h_I), par conséquent :

$$\frac{\partial U_I^i}{\partial t} + \left(U_I^j\right)\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_I}{\partial x_i} = 0 \tag{8.14}$$

L'équation de conservation de mouvement pour SWENSE variable prend donc la forme suivante :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial U_C^i}{\partial t} + \left(\alpha U_I^j + U_C^j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\frac{\partial U_C^i}{\partial x_j} - (\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U_C^i}{\partial {x_j}^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_C}{\partial x_i} \\
&= \left(-\alpha U_I^j - U_C^j + \frac{\partial \nu_t}{\partial x^j}\right)\left(\alpha\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + U_I^i\frac{\partial \alpha}{\partial x_j}\right) + \\
&(\nu+\nu_t)\left(\alpha\frac{\partial^2 U_I^i}{\partial {x_j}^2} + 2\frac{\partial \alpha}{\partial x_j}\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j} + U_I^i\frac{\partial^2 \alpha}{\partial {x_j}^2}\right) - \frac{1}{\rho}P_I\frac{\partial \alpha}{\partial x_i} - \alpha U_I^j\frac{\partial U_I^i}{\partial x_j}
\end{aligned} \tag{8.15}$$

Condition cinématique de surface libre

La condition cinématique de surface libre prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial h_C}{\partial t} + U_C^j\left(\frac{\partial h_C}{\partial x^j} + \alpha\frac{\partial h_I}{\partial x^j} + h_I\frac{\partial \alpha}{\partial x^j}\right) - U_C^3 \\
&= U_I^3 - \alpha\frac{\partial h_I}{\partial t} - U_I^j\left(\frac{\partial h_C}{\partial x^j} + \alpha\frac{\partial h_I}{\partial x^j} + h_I\frac{\partial \alpha}{\partial x^j}\right)
\end{aligned} \tag{8.16}$$

avec $j \in \{1, 2\}$.

Condition dynamique normale de surface libre

$$P_C - \rho g h_C = \alpha \rho g h_I - \alpha P_I - 2\rho\left(\nu + \nu_t\right)\frac{\partial \alpha U_I^i + \partial U_C^i}{\partial x^j} n_i n_j \tag{8.17}$$

Conditions tangentielles de surface libre

$$\begin{cases} \left(n_j t_{1i} + n_i t_{1j}\right)\frac{\partial U_C^i}{\partial x^j} = -\left(n_j t_{1i} + n_i t_{1j}\right)\left(\alpha \frac{\partial U_I^i}{\partial x^j} + U_I^i \frac{\partial \alpha}{\partial x^j}\right) \\ \left(n_j t_{2i} + n_i t_{2j}\right)\frac{\partial U_C^i}{\partial x^j} = -\left(n_j t_{2i} + n_i t_{2j}\right)\left(\alpha \frac{\partial U_I^i}{\partial x^j} + U_I^i \frac{\partial \alpha}{\partial x^j}\right) \end{cases} \tag{8.18}$$

8.4.3 Choix de la fonction spatiale α

Il est nécessaire de choisir judicieusement la fonction spatiale α. Pour répondre au *cahier des charges*, α doit valoir 0 en proche carène et 1 loin du corps. Deux stratégies sont envisageables pour la définition de α : soit définir la fonction spatiale de façon discrète en chacun des points du maillage soit comme une fonction continue.

Ainsi dans le cas d'un maillage O-O, il est possible de définir α de façon discrète en attribuant une valeur à α en fonction de la couche de maille j à laquelle on se situe. Pour un maillage comptant plus de 30 mailles dans la direction j, il est permis de poser trivialement la fonction α suivante :

$$\alpha(x,y,z) = \alpha(j) = \begin{cases} 0 si\ j < 20 \\ \frac{j-20}{30} si\ 20 \leq j < 30 \\ 1 si\ j \geq 30 \end{cases} \tag{8.19}$$

Dans un maillage O-O, où la couche de maille $j = 1$ représente la paroi, cette fonction de distance a l'avantage de répondre le plus simplement possible aux exigences voulues. Cependant, définir α de manière discrète conduit ensuite à calculer numériquement ses dérivées spatiales en introduisant les dérivées curvilignes du maillage. De plus, cette stratégie est difficilement extensible au cas d'un maillage H-H où la paroi n'est pas définie de manière aussi simple dans le système d'indices (i,j,k).

En conséquence, il semble préférable de définir α comme une fonction continue. Il est alors nécessaire que cette équation soit de classe C^1 afin de pouvoir être dérivable deux fois. En raisonnant en terme de sphères concentriques, on pose r_1 le rayon de la sphère à l'intérieur de laquelle α vaut 0 et où on résout de fait les équations de Navier-Stokes

classiques. On pose alors r_2 le rayon de la sphère à l'extérieur de laquelle α vaut 1 et où la formulation SWENSE classique s'exprime. Dans son rapport de Master [55], Gabriel Reliquet a inventorié quelques fonctions α possibles. La fonction simple de type sinus suivante semble tout à fait convenir :

$$\alpha(x,y,z) = \alpha(r) = \begin{cases} 0 si\ r < r_1 \\ \frac{1}{2}\left(1 - cos(\pi \frac{r-r_1}{r_2-r_1})\right) si\ r_1 \leq r < r_2 \\ 1 si\ r \geq r_2 \end{cases} \tag{8.20}$$

avec $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$. On notera que le même raisonnement sur des ellipsoïdes (au lieu de sphères) permet de créer des fonctions α analogues épousant au plus près la forme des structures couramment utilisés dans nos calculs.

8.4.4 Un premier résultat pour SWENSE variable en espace

Nous exposons ici un premier résultat en SWENSE variable en espace issu d'une simulation réalisée par Gabriel Reliquet. La calcul a été réalisé pour le cas d'une carène de Wigley III avec vitesse d'avance sans degré de liberté. Nous comparons les résultats à l'expérience ainsi qu'à la version classique de SWENSE [26].

La carène de Wigley

La carène de Wigley a fait l'objet d'un grand nombre d'études théoriques, numériques et expérimentales. Sa géométrie étant analytique, son maillage est très simple à réaliser. Elle est définie algébriquement à partir de ses dimensions caractéristiques qui sont : sa longueur entre perpendiculaires L_{pp}, son maître-bau B et son tirant d'eau T. L'équation liant les coordonnées des points constitutifs de la carène revêt la forme suivante :

$$y = \pm\frac{B}{2}\left(1 - 4\frac{x^2}{{L_{pp}}^2}\right)\left(1 - \frac{z^2}{T^2}\right) \tag{8.21}$$

Trois vues de la carène de Wigley III sont fournies par la figure 8.6 et ses caractéristiques sont données par le tableau 8.1.

26. Au début de ce travail de thèse, de nombreux calculs ont été réalisés sur cette géométrie de la carène de Wigley afin de prendre en main le code. Ils ont été réalisés en modèle libre pour divers nombres de Froude et différentes conditions de houle. Les résultats ont fait l'objet d'un rapport technique intermédiaire [50] et sont disponibles sur demande. Ils contiennent en outre une comparaison avec les résultats du code *CFDSHIP* [1] exposés dans l'article Weymouth *et al.* [70].

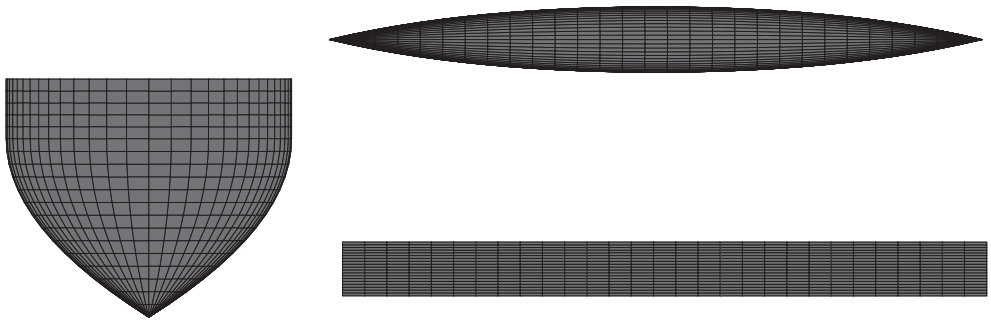


FIGURE 8.6 – Géométrie de la carène de Wigley III.

Longueur L_{pp} (m)	3.000
Largeur B (m)	0.300
Tirant d'eau T (m)	0.187
Volume ∇ (m^3)	0.078
Surface mouillée (m^2)	1.350
$\overline{KG}$ (m)	0.170
Rayon d'inertie de tangage (m)	0.750
Surface de flottaison A_w (m^2)	0.624

TABLE 8.1 – Caractéristiques statiques de la carène de Wigley III.

Les données expérimentales utilisées dans cette thèse sont issues d'une campagne d'essais effectuée en 1992 par Journée et publiées dans un rapport de l'université de technologie de Delft [39].

Paramètres du calcul

Nous choisissons de reproduire un essai expérimental réalisé par Journée [39] en modèle fixe avec vitesse d'avance. Les caractéristiques de l'essai sont les suivantes :

- $Fn = 0.3$
- $\lambda/L_{pp} = 1$
- $2A/L_{pp} = 0.01633$

Ce cas-test a déjà été traité dans la thèse de Romain Luquet [45] à *une différence près*. En effet, il semble qu'il y ait eu une erreur de retranscription concernant ce cas-test précis dans Weymouth *et al.* [70] puis, par répercussion, dans Luquet [45], qui ont tous deux pris $2A/L_{pp} = 0.01734$ au lieu de $2A/L_{pp} = 0.01633$ (soit une erreur de 6% sur l'amplitude de la houle) [27].

La houle régulière est générée par la méthode de Fenton & Rienecker. Le calcul SWENSE classique a été effectué avec un maillage léger de 115.000 mailles et le calcul SWENSE variable en espace avec un maillage légèrement plus dense de 210.000 mailles. La simulation a été réalisée aux nombre de Reynolds et nombre de Froude correspondant à l'expérience.

Ecoulement en proche carène

La figure 8.7 montre une comparaison entre la version SWENSE classique et la version SWENSE variable en espace (SVE) de l'élévation du champ total en proche carène. Qualitativement, l'accord est satisfaisant.

Forces et moments

Conformément à l'article de Journée [39], la normalisation utilisée pour les résultats de forces et moments est la suivante :

27. Paradoxalement, les résultats de SWENSE collent très bien à l'expérience en utilisant cette *fausse* amplitude de houle (et même légèrement mieux qu'avec la *vraie* amplitude !). Les résultats de *CFDSHIP* [70] sont tout aussi bons, mais dans leur cas, ils se sont peut-être simplement trompés en reportant l'amplitude de la houle dans leur article.

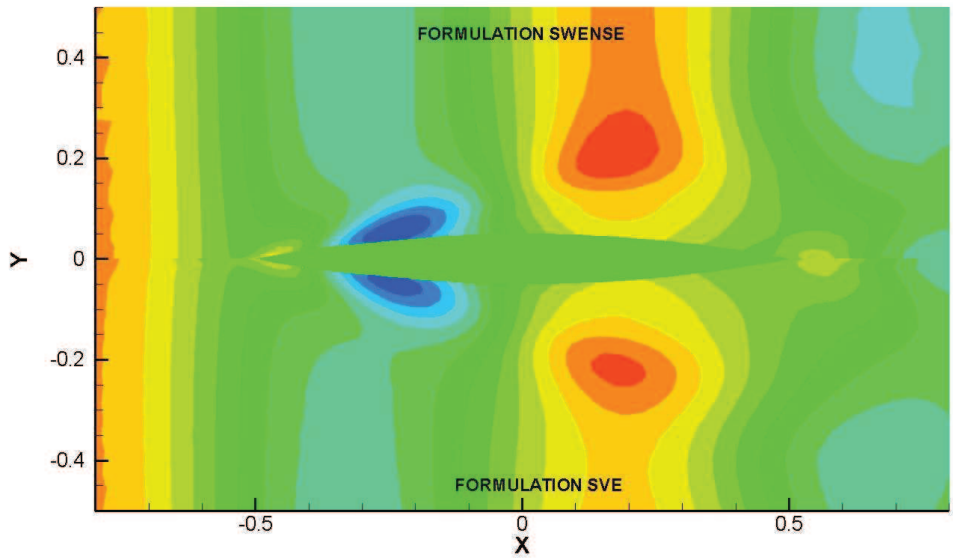


FIGURE 8.7 – Comparaison entre la version SWENSE classique et la version SWENSE variable en espace (SVE) de l'élévation du champ total autour d'une carène de Wigley. Image issue du rapport de Master de Gabriel Reliquet [55].

$$C_T(t) = \frac{F_X(t)}{Ak\rho g\nabla} \tag{8.22}$$

$$C_H(t) = \frac{F_Z(t)}{A\rho g A_w} \tag{8.23}$$

$$C_M(t) = \frac{M_Y(t)}{Ak\rho g I_{Ay}} \tag{8.24}$$

Les signaux temporels $X(t)$ obtenus sont décomposés en N ($N = 1$ pour le cas présent) harmoniques d'amplitudes X_n et de déphasages ϕ_n comme suit :

$$X(t) = \frac{X_0}{2} + \sum_{n=1}^{N} X^{(n)} \cos\left(2\pi f_e t + \phi_n\right) \tag{8.25}$$

L'amplitude est définie à partir des composantes de Fourier par :

$$X^{(n)} = \sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2} \tag{8.26}$$

La phase ϕ_n est calculée relativement à l'élévation η du champ incident au centre de gravité du modèle.

Les résultats SWENSE sont comparés avec les données expérimentales ainsi qu'avec deux autres résultats numériques. Les résultats fournis par SWAN, un code de calcul basé

sur la théorie potentielle non-linéaire, ont été réalisés par Rhee *et al.* [56] en 2001 [28]. Les résultats obtenus par la méthode des tranches (*strip theory*) sont issus de calculs réalisés en 1992 par Journée [39] en parallèle de ses expériences.

	exp.	SWENSE variable	SWENSE classique	SWAN	Strip theory
$C_T^{(1)}$	0.259	0.239	0.253	0.215	0.209
ϕ_{C_T}	109		110	107	100
$C_H^{(1)}$	0.205	0.218	0.214	0.151	0.160
ϕ_{C_H}	41		30	29	25
$C_M^{(1)}$	0.316	0.278	0.289	0.275	0.312
ϕ_{C_M}	99		100	102	95

TABLE 8.2 – Amplitude et phase de la 1ere harmonique des efforts ($Fn = 0.3$, $\lambda/L_{pp} = 1$ et $2A/L_{pp} = 0.01633$).

Le fondamental n'est pas fourni expérimentalement, par conséquent seule la première harmonique des signaux d'efforts accompagnée de sa phase est présentée dans le tableau 8.2. Les deux résultats SWENSE sont plus précis que les résultats de SWAN et de ceux issus du calcul par la méthode des tranches. Nous notons par contre que le résultat de SWENSE variable en espace est légèrement moins bon que le résultat de SWENSE classique.

Pour un premier cas de validation, ceci n'a rien d'étonnant mais c'est contrariant puisque, pour un maillage suffisamment dense en proche carène, nous nous attendons en théorie à ce que le résultat de SWENSE variable en espace soit au moins aussi bon que le résultat de SWENSE classique. En plus de vérifier l'implémentation numérique des équations dans le code, certaines choses devront être examinées dans un futur travail : l'influence de la fonction α dans la qualité des calculs ainsi que la dépendance au maillage du résultat. Néanmoins, ceci ne relève pas d'une actualité brûlante puisque cette méthode n'est pas destinée à être implémentée dans *ICARE* avant que le *Level set* ne soit validé. Malgré tout, ce premier exemple a permis de nous conforter dans l'idée de la faisabilité de cette approche.

28. Il a été vérifié dans [56] qu'il s'agissait bien de la bonne amplitude de houle dans leur cas.

Conclusion

L'objectif principal de ce travail de thèse, qui fait suite au travail de Romain Luquet effectué précédemment au LMF, était de fournir des cas de validation de la méthode SWENSE en houle irrégulière, ainsi que de travailler à l'amélioration de sa mise en oeuvre numérique afin de proposer un outil capable de simuler de manière unifiée les problèmes de manoeuvrabilité et de tenue à la mer.

Les troisième et quatrième chapitres consacrés à des cas de validations numériques ont permis de mettre en lumière la capacité qu'a la méthode de reproduire avec précision des cas de tenue à la mer en houle monodirectionnelle et en houle multirectionnelle. La durée des simulations reproduites dans le cas des houles irrégulières souligne l'intérêt de la méthode qui, relativement à une approche directe, est extrêmement rapide. Par ailleurs, l'emploi d'une géométrie complexe au chapitre 4, qui induit des effets visqueux importants, montre l'intérêt d'un code fluide visqueux comparativement à une approche potentielle.

Comme nous l'avons montré aux chapitres 3 et 4, la méthode s'avère très efficace dans le cas de tenue à la mer sans vitesse d'avance, mais les cas de vitesse d'avance avec modèle libre dans la houle sont plus complexes à réaliser. Le problème de l'instabilité liée à la résolution de la dynamique du navire a été surmonté en introduisant un code potentiel destiné à déterminer les masses ajoutées du navire. Le cas applicatif d'un ferry dans la houle mettant en oeuvre cet ajout est d'ailleurs proposé au chapitre 6. Nous en profitons pour signaler un autre cas de validation qui pourrait être intéressant dans le cas d'une structure en mouvement dans la houle : récemment, Hosseini *et al.* [34] ont proposé une étude approfondie sur le roulis paramétrique (phénomène impliquant des effets visqueux importants et où, par conséquence, la méthode SWENSE peut se montrer très avantageuse par rapport à des méthodes potentielles) avec des comparaisons entre des résultats numériques (avec le code CFDSHIP) et des résultats expérimentaux réalisés à l'INSEAN en Italie.

La parallélisation du code, effectuée durant cette thèse, permet d'accélérer encore plus la résolution et de simuler des problèmes de manoeuvrabilité dans des temps raisonnables. Certains cas démonstratifs ont d'ailleurs été proposés au chapitre 7. Un cas de validation (plus précisément de validation par rapport à un autre code de calcul, car il s'agit en fait d'un cas démonstratif) en manoeuvrabilité dans la houle qui nous semble intéressant, mais que nous n'avons pas réalisé par faute de temps, est fourni par Carrica *et al.* [12] qui reproduit un cas de broaching en houle irrégulière avec le code CFDSHIP [1]. Pour le moment, la reconstruction des modes HOS est effectuée de façon séquentielle. La parallélisation de cette reconstruction, rendue possible par l'existence de librairies FFT en ligne, pourrait permettre d'accélérer encore plus les simulations en houle irrégulière.

Néanmoins, la limitation majeure du code sous sa forme actuelle reste le problème du déferlement. En effet, la méthode du suivi de surface libre impose une surface libre univoque et ceci est problématique particulièrement en proche carène dans les cas de navires en modèle libre et vitesse d'avance dans la houle. Plusieurs pistes ont été proposées pour surmonter le problème au chapitre 8. Différentes approches *purement géométriques* ont été mises en oeuvre, mais ne sont pas suffisantes pour tous les cas d'écoulements. Une autre approche, plus *physique*, est suggérée et nécessiterait d'être à nouveau incorporée

dans le code après une étude numérique rigoureuse. Pour autant, la nécessité d'un saut qualitatif est ressentie. Dans cette perspective, une thèse de doctorat est en cours au sein de l'équipe HGO du LMF visant à introduire une formulation *Level set* pour faire évoluer le code vers une approche de capture de surface libre. L'introduction de la méthode SWENSE dans ce nouveau code pourra conduire à évaluer le champ incident bien au-dessus de la surface libre. Comme nous l'avons vu au deuxième chapitre, les modèles de houle utilisés utilisent des termes exponentiels dans la direction z pour définir continûment les champs au-dessus de la surface libre. Ceci risque par conséquent d'introduire des termes de forçage excessifs dans les schémas numériques. A titre préventif, une nouvelle méthode, appelée SWENSE variable en espace, a été formulée. Elle consiste à faire varier spatialement la décomposition fonctionnelle. Cette méthode a été introduite, à titre d'essai, dans le code actuel par Gabriel Reliquet au cours de son stage de Master au LMF. Ses premiers résultats numériques sont encourageants.

En définitive, nous estimons que notre outil sous sa forme actuelle est arrivé à maturité. Il est capable de simuler avec efficacité des problèmes complexes de manoeuvrabilité et de tenue à la mer. Il rencontre malgré tout quelques limitations qui ne pourront être surmontées que par le changement de traitement de la surface libre.

Sur un plan plus personnel, ce travail de thèse a été riche d'enseignements. Du fait de l'interdisciplinarité du sujet traité, j'ai été amené à travailler avec un grand nombre de personnes différentes au LMF ainsi qu'à me familiariser avec plusieurs thématiques allant de la résolution de l'écoulement en fluide visqueux en passant par les stratégies de parallélisation numérique, les modèles de propagation de houle par méthodes spectrales, le post-traitement de campagnes expérimentales ou encore les méthodes potentielles de tenue à la mer.

Annexe A

Repères relatifs

Les équations exprimées dans le premier chapitre sont écrites dans un repère fixe. Néanmoins, dans le code de calcul *ICARE*, les équations régissant l'écoulement du fluide sont traitées dans le repère lié au navire avançant à sa vitesse d'avance $\overrightarrow{V_A}$. Cette difficulté s'ajoute au fait que l'on peut de plus considérer que le champ de houle se déplace quant à lui à la vitesse du courant. Nous généralisons ici les deux méthodes de passage en repère relatif (la méthode du champ diffracté relatif et la méthode du champ incident relatif) considérées par Romain Luquet dans sa thèse [45]. En combinant ces deux approches, nous pensons proposer une formulation plus harmonieuse (et plus complète) du passage en repère relatif[29]. Ceci rend plus facile la réalisation de calculs avec courant et vitesse d'avance. A cette fin, nous considérons trois repères :

- un repère fixe R_0
- un repère mobile lié au bateau R_1. Il se déplace en translation à la vitesse $\overrightarrow{V_A}$ par rapport à R_0. Par convention, dans *ICARE*, $\overrightarrow{V_A} = -U_A\overrightarrow{u_x}$.
- un repère mobile lié au champ de houle R_H. Il se déplace en translation à la vitesse du courant $\overrightarrow{c}$ par rapport à R_0. Le courant $\overrightarrow{c}$ peut se décomposer de la façon suivante : $\overrightarrow{c} = c1\overrightarrow{u_x} + c2\overrightarrow{u_y}$.

Seules deux équations sont affectées par le passage en répère relatif. Il s'agit de l'équation de quantité de mouvement et de la condition cinématique de surface libre. Afin de rendre la mise en équation plus lisible, nous travaillons ici en formulation vectorielle.

29. Ceci étant, dans la formulation proposée par Romain Luquet, il est possible de réaliser toute sorte de calculs combinant un courant et une vitesse d'avance. C'est faisable en utilisant la méthode du champ incident relatif et en soustrayant la vitesse d'avance au courant. Mais ceci rend la lecture du code plus difficile à appréhender pour un utilisateur néophyte.

Equation de quantité de mouvement en repère relatif

Le champ total de vitesse se décompose de la façon suivante dans R_0 :

$$\overrightarrow{U_{T_{/\mathrm{R}_0}}} = \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_0}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_0}}} \tag{A.1}$$

Pour respecter le formalisme initial d'*ICARE*, on calcule le champ diffracté dans le repère R_1, tandis que le champ incident est calulé dans R_H. Le champ total de vitesse s'écrit alors :

$$\overrightarrow{U_{T_{/\mathrm{R}_0}}} = \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c} \tag{A.2}$$

Après introduction de la décomposition fonctionnelle dans l'équation de quantité de mouvement écrite dans le repère fixe R_0, nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial\left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}\right)}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla}\left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right)$$
$$= -\frac{1}{\rho}\overrightarrow{\nabla}\left(P_D + P_I\right) + \nu\overrightarrow{\Delta}\left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right) \tag{A.3}$$

La transformation de la dérivée eulérienne du champ diffracté dans le repère fixe R_0 en dérivée lagrangienne dans le repère mobile R_1 induit un terme supplémentaire :

$$\left(\frac{\partial\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} = \left(\frac{\partial\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} - \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} \tag{A.4}$$

De la même manière,

$$\left(\frac{\partial\overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} = \left(\frac{\partial\overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_H} - \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} \tag{A.5}$$

L'Equation (A.3) s'écrit alors :

$$\left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} + \left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_H} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{c}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right)$$

$$-\overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} - \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\nabla} \left(P_D + P_I\right) + \nu \overrightarrow{\Delta} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right)$$

$$- \left(\frac{\partial \overrightarrow{V_A}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{c}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} \tag{A.6}$$

Puis,

$$\left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}\right) + \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\nabla} P_D + \nu \overrightarrow{\Delta} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right) - \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{V_A}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{c}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0}$$

$$- \left[\left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_H} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\nabla} P_I\right] \tag{A.7}$$

L'équation d'Euler étant vérifiée pour le champ incident dans R_H, nous obtenons au final comme équation de quantité de mouvement en repères relatifs, l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}\right) = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\nabla} P_D + \nu \overrightarrow{\Delta} \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}}\right)$$

$$-\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} - \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{V_A}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{c}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} \tag{A.8}$$

Dans la formulation algorithmique de SWENSE, nous procédons au changement de variable $\overrightarrow{U_I'} = \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}$, l'équation (A.8) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_I'}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla}\left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}}\right) = -\frac{1}{\rho}\overrightarrow{\nabla} P_D + \nu \overrightarrow{\Delta}\left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_I'}\right)\\ &-\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} \cdot \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{U_I'} - \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{U_I'} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{V_A}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} - \left(\frac{\partial \overrightarrow{c}}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0}\end{aligned} \tag{A.9}$$

Condition cinématique de surface libre

La condition cinématique de surface libre prend la forme suivante dans le repère R_0 :

$$\left(\frac{\partial\left(h_D + h_I\right)}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_0}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_0}}}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla}\left(h_D + h_I\right) - W_3 = 0 \tag{A.10}$$

C'est-à-dire :

$$\left(\frac{\partial h_D}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\frac{\partial h_I}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla}\left(h_D + h_I\right) - W_3 = 0 \tag{A.11}$$

Comme dans le cas de l'équation de quantité de mouvement, la transformation de la dérivée eulérienne en dérivée langrangienne induit l'apparition d'un terme supplémentaire, comme le montre l'équation (A.12).

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial h_D}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} = \left(\frac{\partial h_D}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_1} - \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla} h_D \\ \left(\frac{\partial h_I}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} = \left(\frac{\partial h_I}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_H} - \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{\nabla} h_I \end{cases} \tag{A.12}$$

D'où :

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial h_D}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\frac{\partial h_I}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} h_D\\ &+ \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{V_A}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} h_I - W_3 = 0\end{aligned} \tag{A.13}$$

Dans la formulation algorithmique de SWENSE, nous procédons au changement de variable $\overrightarrow{U_I'} = \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} + \overrightarrow{c}$, l'équation (A.13) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial h_D}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\frac{\partial h_I}{\partial t}\right)_{/\mathrm{R}_0} + \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_I'}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} h_D \\ &+ \left(\overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} + \overrightarrow{U_I'}\right) \cdot \overrightarrow{\nabla} h_I + \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{\nabla} h_I - \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{\nabla} h_I - W_3 = 0 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Conditions aux limites du domaine fluide

Sur le corps, on doit avoir :

$$\begin{array}{lcl} \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_0}}} + \overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_0}}} & = & \overrightarrow{V_A} \\ & \Downarrow & \\ \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} & = & -\overrightarrow{U_{I_{/\mathrm{R}_H}}} - \overrightarrow{c} \end{array} \tag{A.15}$$

Enfin, au niveau de la frontière extérieure, on considère que le champ diffracté s'annule.

$$\begin{array}{lcl} \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_0}}} & = & \overrightarrow{0} \\ & \Downarrow & \\ \overrightarrow{U_{D_{/\mathrm{R}_1}}} & = & -\overrightarrow{V_A} \end{array} \tag{A.16}$$

Annexe B

Distance normalisée à la paroi

La distance normalisée à la paroi s'exprime par $y+ = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \times \frac{y}{\nu}$, avec y la distance normale à la carène et τ_p la contrainte tangentielle à la paroi. D'après Kundu *et al.* [42], la limite de la sous-couche visqueuse, où la vitesse varie linéairement et la contrainte tangentielle reste constante, est $y+ \simeq 5$. Notons néanmoins que la frontière n'est pas clairement définie et d'autres références dans la littérature stipulent que la sous-couche visqueuse s'étend jusqu'à $y+ \simeq 30$. Dans *ICARE*, le passage entre le moment où la contrainte constante en proche paroi τ_p est évaluée directement (sous-couche visqueuse) et celui où on se sert de la loi logarithmique pour la calculer (sous-couche logarithmique) s'effectue à $y+ = 10$.

La figure B.1 permet de mieux comprendre comment la loi de paroi (aussi appelée loi logarithmique) fonctionne. On note que dans la sous-couche logarithmique la vitesse $u+$ dépend linéairement du logarithme de $y+$ (d'où le nom sous-couche *logarithmique*). Ainsi, si l'on calcule $u+$ pour un $y+ > 10$, il est possible de déterminer quelle est la valeur de $u+$ pour $y+ = 10$, et par là d'en déduire la valeur de la contrainte τ_p dans la sous-couche visqueuse. Néanmoins, il s'agit d'une loi empirique et il est préférable calculer directement τ_p si on en a la possibilité.

La figure B.2 montre la distribution de $y+$ autour de la carène à un instant quelconque dans le cas de la simulation réalisée sur la carène de Wigley au paragraphe 8.4.4. Pour chaque cas applicatif présenté dans ce travail de thèse, nous avons utilisé des maillages dont la première maille en proche carène se trouvait dans la sous-visqueuse tout au long du calcul. Aux nombres de Reynolds habituels auxquels nous évoluons dans nos calculs, et pour une carène de longueur unité, ceci conduit généralement à fixer la première maille à une distance d'environ 10^{-4} m du corps.

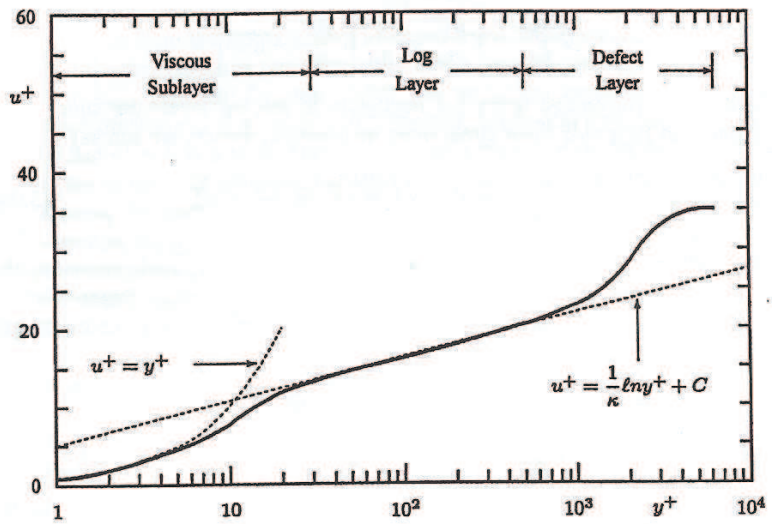


FIGURE B.1 – Profil de vitesse typique d'une couche limite turbulente établie.

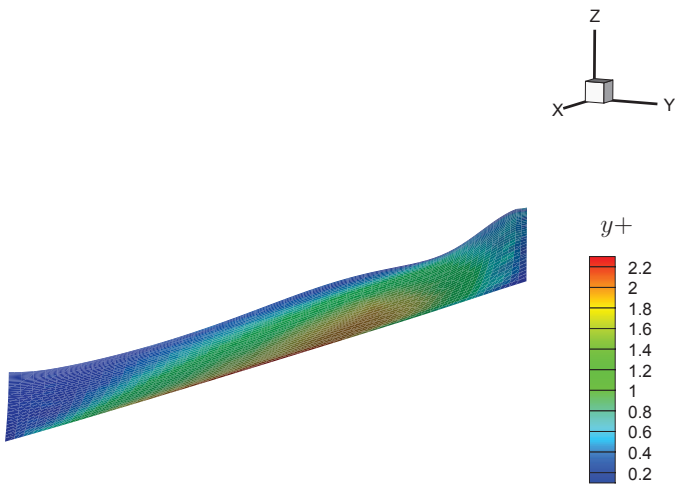


FIGURE B.2 – Distribution de $y+$ autour de la carène à un instant quelconque.

Références bibliographiques

[1] « CFDSHIP ». http ://www.iihr.uiowa.edu/ shiphydro/.

[2] « ISIS ». http ://www.ec-nantes.fr/56465717/0/ficheLLMFpagelibre/.

[3] B. Alessandrini. « *Etude numérique de l'écoulement visqueux autour d'une carène de navire en présence d'une surface libre : résolution des équations de couche limite et de Navier-Stokes* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1993.

[4] B. Alessandrini et G. Delhommeau. « A Fully Coupled Navier-Stokes Solver for Calculation of Turbulent Incompressible Free Surface Flow Past a Ship Hull ». *Internationnal Journal for Numerical Methods in Fluids*, 29 :125–142, 1999.

[5] B. Alessandrini et G. Delhommeau. « Un critère de déferlement pour la simulation numérique de l'écoulement d'un fluide visqueux ». Dans 7emes *Journées de l'Hydrodynamique*, pages 375–388, Marseille, 1999.

[6] ANSYS. « ICEM ». http ://www.ansys.com/products/icemcfd.asp.

[7] A. Babarit. « *Optimisation hydrodynamique et controle optimal d'un récupérateur de l'énergie des vagues* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2005.

[8] Baldock, T. E., Swan, C., et Taylor, P. H.. « A Laboratory Study of Nonlinear Surface Waves on Water ». *Philosophical Transactions of the Royal Society : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 354 :649–676, 1996.

[9] R. Beck et A. Reed. « Modern Seakeeping Computations for Ships ». Dans 23rd *Symposium on Naval Hydrodynamics*, pages 1–45, 2001.

[10] Biausser, B., Grilli, S. T., Fraunié, P., et Marcer, R.. « Numerical Analysis of the Internal Kinematics and Dynamics of Three-dimensional Breaking Waves on Slopes ». *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 14 :247–256, 2004.

[11] F. Bonnefoy. « *Modélisation expérimentale et numérique des états de mer complexes* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2005.

[12] Carrica, P. M., Kwang-Jun, P., Hosseini, H., et Stern, F.. « URANS analysis of a broaching event in irregular quartering seas ». *Journal of Marine Science Technology*, 13 :395–407, 2008.

[13] G. Delhommeau. « Seakeeping codes AQUADYN and AQUAPLUS ». Dans 19th *WEGEMT SCHOOL Numerical Simulation of Hydrodynamics : Ships and Offshore Structures*, 1993.

[14] Delhommeau, G., Guilbaud, M., David, L., Yang, C., et Noblesse, F.. « Boundary between unsteady and overturning ship bow wave regimes ». *Journal of Fluid Mechanics*, 620 :167–175, 2009.

[15] Deng, G., Queutey, P., et Visonneau, M.. « Navier-Stokes computations of ship stern flows : A detailed comparative study of turbulence models and discretization schemes ». Dans 6th *International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, 1993.

[16] Dias, F., Dyachenko, A.I., et Zakharov, V.E.. « Theory of weakly damped free-surface flows : A new formulation based on potential flow solutions ». *Physics Letters A*, 372 :1297–1302, 2008.

[17] D. Dommermuth, M. Gharib, H. Huang, G. Innis, P. Maheo, E. Novikov, J. Talcott, et D. Wyatt. « Turbulent Free-Surface Flows : A Comparison Between Numerical Simulations and Experimental Measurements ». Dans 21st *Symposium on Naval Hydrodynamics*, 1996.

[18] D. Dommermuth et D. Yue. « A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves ». *J. Fluid Mech*, 184 :267 – 288, 1987.

[19] G. Ducrozet. « *Modélisation des processus non-linéaires de génération et de propagation d'états de mer par une approche spectrale* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2007.

[20] Fenton, J.D. et Rienecker, M.M.. « A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems : application to solitary-wave interactions ». *Journal of Fluid Mechanics*, 118 :441–443, 1982.

[21] P. Ferrant. « Simulation of strongly non-linear wave generation and wave-body interaction using a $3D\ MEL$ model ». Dans 21th *Symposium on naval hydrodynamics*, Trondheim, Norvège, 1996.

[22] Ferrant, P. et Gentaz, L.. « Combination of potential & viscous flow models for wave interaction with a submerged square body ». Dans *International Conference on Coastal Engineering*, Cardiff, Pays de Galles, 2002.

[23] Frey, P. J. et George, P.-L.. *Maillages, applications aux éléments finis*. Hermès sciences publications, 1999.

[24] L. Gentaz. « *Une approche de la diffraction-radiation bidimensionnelle en fluide visqueux : résolution des équations de Navier-Stokes en présence d'une surface libre* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1995.

[25] Griffin, O., Peltzer, R., Wang, H., et Schultz, W.. « Kinematic and Dynamic Evolution of Deep Water Breaking Waves ». Dans 20th *Symposium on naval hydrodynamics*, 1994.

[26] S. Grilli, G. Gilbert, P. Lubin, S. Vincent, D. Astruc, D. Legendre, M. Duval, O. Kimmoun, H. Branger, D. Devrard, P. Fraunnié, et S. Abadie. « Numerical Modeling and Experiments for Solitary Wave Shoaling and Breaking over a Sloping Beach ». Dans 14th *International Offshore and Polar Engineering Conference*, Toulon, 2004.

[27] Guignard, S., Grilli, S. T., Marcel, R., et Rey, V.. « Computation of shoaling and breaking waves in nearshore areas by the coupling of BEM and VOF methods ». Dans 9th *International Offshore and Polar Engineering Conference*, volume III, pages 304–309, 1999.

[28] P-M. Guilcher. « *Contribution au développement d'une méthode SPH pour la simulation numérique des interactions houle-structure* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

[29] P-M. Guillerm. « *Application de la méthodologie de Fourier-Kochin au problème du couplage fluide visqueux-fluide parfait* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2001.

[30] Haller, G.. « An objective definition of a vortex ». *Journal of Fluid Mechanics*, 525 :1–26, 2005.

[31] Harris, J.C. et Grilli, S.T.. « Coupling of NWT and Large-eddy Simulation for Wave-induced Sediment Transport ». Dans 20th *International Offshore and Polar Engineering Conference*, pages 578–585, 2010.

[32] Takanori Hino, éditeur. *CFD Workshop*, Tokyo, Japan, 2005. National Maritime research Institute.

[33] Hlawatsch, F. et Auger, F.. *Temps-fréquence*. Hermes Science, 2005.

[34] Hosseini, H., Stern, F., Olivieri, A., Campana, E. F., Hashimoto, H., Umeda, N., Bulian, G., et Francescutto, A. « Head-waves parametric rolling of surface combatant ». *Ocean Engineering*, 2010.

[35] Hunt, J. C. R., Wray, A., et Moin, P.. « Eddies, stram, and convergence zones in turbulent flows ». Rapport Technique CTR-S88, Center for Turbulence Research, 1988.

[36] ITTC. *Recommended Procedures and Guidelines - Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures*. 2008.

[37] E. Jacquin. « *Navire autopropulsé en manoeuvres : simulation numérique et optimisation des performances hydrodynamiques* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2007.

[38] Janssen, C.F., Grilli, S.T., et Krafczyk, M.. « Modeling of Wave Breaking and Wave-Structure Interactions by Coupling of Fully Nonlinear Potential Flow and Lattice-Boltzmann Models ». Dans 20th *International Offshore and Polar Engineering Conference*, pages 686–693, 2010.

[39] J. M. J. Journée. « Experiments and calculations on four Wigley hull forms in head waves ». Rapport Technique 0909, Delft University of Technology, Ship Hydrodynamics Laboratory, May 1992.

[40] Kunho Kim. « *A viscous inviscid study using complementary RANS equations* ». Thèse de Doctorat, University of Michigan, 2004.

[41] Kim, Kunho, Sirviente, A., et Beck, R.F.. « The complementary RANS equations for the simulation of viscous flows ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 48 :199–229, 2005.

[42] Kundu, P. K. et Cohen, I. M.. *Fluid Mechanics*. Elsevier Academic Press, 3rd édition, 2004.

[43] Lamb, H.. *Hydrodynamics*. sixth ed., Cambridge Univ. Press, 1932.

[44] D. Le Touzé. « *Méthodes spectrales pour la modélisation non-linéaire d'écoulements à surface libre instationaires* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2003.

[45] R. Luquet. « *Simulation numérique de l'écoulement visqueux autour d'un navire soumis à une houle quelconque* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2007.

[46] Luquet, R., Alessandrini, B., Ferrant, P., et Gentaz, L.. « RANSE analysis of 2D flow about a submerged body using explicit incident wave models ». Dans *Numerical Towing Tank Symposium*, 2003.

[47] Luquet, R., Ferrant, P., Gentaz, L., Alessandrini, B., et Ducrozet, G.. « Naval and offshore applications of an efficient potential / RANSE solution scheme for wave / body interactions ». Dans 7th *International Conference on HydroDynamics*, 2006.

[48] Luquet, R., Gentaz, L., Ferrant, P., et Alessandrini, B.. « Viscous flow simulation past a ship in waves using the SWENSE approach ». Dans 25th *Symposium on Naval Hydrodynamics*, St. John's, Canada, 2004.

[49] Molin, B.. *Hydrodynamique des structures offshore*. Editions Technip, 2002.

[50] C. Monroy. « Carène de Wigley ». Rapport Technique, ECN, 2008.

[51] Nadaoka, K., Ono, O., et Kurihara, H.. « Analysis of near-crest pressure gradient of irregular water waves as a dynamic criterion of breaking ». Dans 17th *International Offshore and Polar Engineering*, volume III, pages 170–174, 1997.

[52] Osher, S. et Sethian, J.A.. « Fronts propagating with curvature-dependent speed :algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. ». *Journal of Computational Physics*, 79 :12–49, 1988.

[53] Paterson, E. G., Wilson, R. W., et Stern, F.. « General-purpose parallel unsteady RANS ship hydrodynamics code : CFDSHIP-IOWA ». Rapport Technique 432, The University of Iowa, College of Engineering, IIHR, November 2003.

[54] Perdon, P.. *Hydrodynamique navale appliquée au projet de navire*. Cours MF 302 de l'ENSTA, 2006.

[55] G. Reliquet. « SWENSE variable en espace. Interactions houle/structure en fluide réel par une formulation SWENSE modifiée. ». Rapport Technique, Laboratoire de mécanique des fluides de l'Ecole Centrale de Nantes (UMR CNRS 6598), Septembre 2009.

[56] S. Rhee et F. Stern. « Unsteady RANS method for surface ship boundary layer and wake and wave field ». *International Journal of Numerical Methods in Fluid*, 37 :445–478, 2001.

[57] C. M. Rhie et W. L. Chow. « A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation ». *AIAA journal*, 21 :179–195, 1983.

[58] M.M. Rienecker et J.D. Fenton. « A Fourier approximation method for steady water waves ». *Journal of Fluid Mechanics*, 104 :119–137, 1981.

[59] Rousset, J-M. et Ferrant, P.. « Model tests for Principia R&D. ». Rapport Technique CTR1 - JIP Calm Buoy 2, Laboratoire de mécanique des fluides de l'Ecole Centrale de Nantes (UMR CNRS 6598), 2005.

[60] P. Roux de Reilhac. « *Génération de houle multidirectionnelle en bassin d'essais, influence de la directionnalité de la houle sur les mouvements d'un navire* ». Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

[61] Roux de Reilhac, P., Rousset, J-M., Bonnefoy, F., Alessandrini, B., et Ferrant, P.. « Experimental and numerical analysis of the response of a moored barge to focused waves ». Dans 8th *International Conference on HydroDynamics*, pages 505–512, 2008.

[62] Subramani, A. K., Beck, R. F., et Schultz, W. W.. « Suppression of wave-breaking in nonlinear water wave computations ». Dans 13th *International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, pages 139–142, 1998.

[63] Van Daalen, E.F.G. et Kapsenberg, G.K.. « CRS Forward Speed Benchmark ». Rapport Technique 21447-4-RD, MARIN, October 2008.

[64] H.A. VanDerVorst. « Bi-CGSTAB : a Fast ans Smoothly Converging Variant of bi-CG for the Solution of Nonsymetric Linear Systems ». *J.Sci.Stat.Comp.*, 13, 1992.

[65] P. Vignaux. « *Méthodes Level-set pour des problèmes d'interface en microfluidique* ». Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, 2007.

[66] M. Visonneau, P. Queutey, A. Leroyer, G. B. Deng, et E. Guilmineau. « Ship Motions in Moderate and Steep Waves with an Interface Capturing Method ». Dans 8th *International Conference on Hydrodynamics*, Nantes, France, 2008.

[67] P. D. Welch. « The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra : A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms ». *IEEE Transactions on Audio Electroacoustics*, AU-15 :70–73, 1967.

[68] B. West, K. Brueckner, R. Janda, M. Milder, et R. Milton. « A new numerical method for surface hydrodynamics ». *J. Geophys. Res*, (92) :11803–11824, 1987.

[69] G. D. Weymouth, R. V. Wilson, et F. Stern. « *RANS* Computational Fluid Dynamics Predictions of Pitch and Heave Ship Motions in Head Seas ». *Journal of Ship Research*, 49(2) :80–97, juin 2005.

[70] Weymouth, D. W., Wilson, R. W., et Stern, F.. « RANS computational fluid dynamics predictions of pitch and heave ship motions in head seas ». *Journal of Ship Research*, 49(2) :80–97, June 2005.

[71] D. C. Wilcox. « Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models ». *AIAA journal*, 26 :1299–1310, 1988.