HAL
open science

Dynamique quantique dans un dcSQUID : du qubit de phase à l'oscillateur quantique bidimensionnel

Florent Lecocq

To cite this version:

Florent Lecocq. Dynamique quantique dans un dcSQUID : du qubit de phase à l'oscillateur quantique bidimensionnel. Physique [physics]. Université de Grenoble, 2011. Français. NNT : . tel-00601382v2

HAL Id: tel-00601382

https://theses.hal.science/tel-00601382v2

Submitted on 27 Jun 2011 (v2), last revised 22 Jul 2011 (v3)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Physique de la matière condensée et du rayonnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Florent LECOCQ

Thèse dirigée par **Olivier BUISSON**

préparée au sein de l'**Institut Néel, CNRS/UJF**
dans **l'École Doctorale de Physique de Grenoble**

Dynamique quantique dans un dcSQUID : du qubit de phase à l'oscillateur quantique bidimensionnel

Thèse soutenue publiquement le **11 mai 2011**,
devant le jury composé de :

Prof. Hélène BOUCHIAT
LPS, CNRS/Université Paris-Sud, Rapporteur
Dr. Olivier BUISSON
Institut Néel, CNRS Grenoble, Membre
Dr. François LEFLOCH
CEA/INAC, Grenoble, Président
Prof. Jukka PEKOLA
LTL, Helsinki, Membre
Dr. Cristian URBINA
CEA/SPEC, Saclay, Rapporteur
Dr. Alexander B. ZORIN
PTB, Braunschweig, Membre

Résumé

Cette thèse porte sur la dynamique quantique dans un dcSQUID inductif. Ce dispositif est une boucle supraconductrice interrompue par deux jonctions Josephson. Sa dynamique est analogue à celle d'une particule massive évoluant dans un potentiel bidimensionnel. Dans la limite quantique, le dcSQUID se comporte comme un atome artificiel à deux degrés de liberté, contrôlé par le courant et le flux de polarisation.

Dans la limite où l'inductance de la boucle est petite devant celle des jonctions, celles-ci sont fortement couplées. La dynamique du circuit est alors celle d'un oscillateur anharmonique quantique unidimensionnel. Dans la limite des deux premiers niveaux d'énergie, ce circuit est un qubit de phase. Jusqu'alors la décohérence dans ce circuit était dominée par le bruit en courant. Nous montrons, par des mesures de spectroscopie et d'oscillations cohérentes, que l'effet du bruit en courant s'annule à courant de polarisation nul, permettant une augmentation des temps de cohérence.

Dans la limite où l'inductance de la boucle est grande devant celle des jonctions, la dynamique devient bidimensionnelle. Le circuit exhibe alors un spectre d'énergie riche qui peut être décrit comme celui de deux oscillateurs anharmoniques couplés, correspondant aux modes d'oscillations symétrique et antisymétrique des phases des deux jonctions. Nous mettons en évidence ce spectre par des mesures de spectroscopie et nous démontrons la manipulation cohérente des états quantiques de chaque mode. En particulier nous mettons en évidence un couplage non-linéaire entre les deux modes, dans une limite de couplage fort. Ce couplage nous permet alors d'observer des oscillations cohérentes entre les deux modes internes de cet atome artificiel.

De plus, dans ce manuscrit, nous présentons une technique innovante de fabrication de jonctions métalliques par évaporations sous angles qui n'a pas recours à un pont de résine suspendu. Finalement nous proposons un modèle simple basé sur les effets de chauffage qui explique pour la première fois une anomalie récurrente observée dans les caractéristiques courant-tension des dcSQUID.

Mots-clés jonction Josephson - dcSQUID - qubit supraconducteur - dynamique bidimensionnelle - caractéristique courant-tension - lithographie

Abstract

This thesis focuses on the quantum dynamics in inductive dcSQUID. This device is a superconducting loop interrupted by two Josephson junctions. Its dynamics can be described as a massive fictitious particle in a two dimensional potential. A dcSQUID behaves as an artificial atom with two degrees of freedom, controlled by current and flux bias.

When the loop inductance is smaller than the Josephson inductance, the junctions are strongly coupled. The device is then described as a one dimensional quantum anharmonic oscillator. In the limit of the two lowest energy levels, a dcSQUID is a phase qubit. Until now decoherence was dominated by the current noise. We show by spectroscopic measurement and coherent oscillations measurement that the effect of the current noise vanishes at zero current bias, enabling longer coherence times.

When the loop inductance is larger than the Josephson inductance, the dynamics becomes two dimensional. The device exhibits a rich energy spectrum which can be describe as the one of two coupled anharmonic oscillators, corresponding to symmetric and antisymmetric oscillations modes of the phases across each junctions. We present spectroscopic measurement of this spectrum. We demonstrate the coherent manipulation of the quantum states of each mode. We show evidence of non linear coupling between the modes, in the strong coupling regime. This coupling enables the measurement of coherent oscillations between the internal modes of this artificial atom.

In addition we present a novel fabrication technique that allows metallic junction fabrication by angle evaporation without the use of suspended bridge of resist. We propose also a simple model based on heating effects that explain for the first time a frequent anomaly in the IV characteristic of dcSQUID.

Keywords Josephson junction - dcSQUID - Superconducting qubit- two dimensionnal dynamics - current-voltage characteristic - lithography

Remerciements

Au delà de la maturité scientifique et de l'expérience professionnelle acquise, une thèse représente aussi une expérience humaine forte et enrichissante. Au cours de mes quatre années à l'Institut Néel, j'ai travaillé, interagi et vécu -que ce soit au laboratoire ou en dehors- avec de nombreuses personnes qui ont chacune participé à leur manière à ce travail.

Je tiens tout d'abord à remercier Hélène Bouchiat et Cristian Urbina pour avoir accepter d'être les rapporteurs de ma thèse. Mon manuscrit a été grandement enrichi grâce à leurs remarques et commentaires. I want to thanks Jukka Pekola and Sacha Zorin who accepted to be members of my thesis committee. Thank you for the collaboration we had in the past and the one we will have in the future. Merci à François Lefloch d'avoir été le président de mon jury et pour avoir participé, en plus du fonctionnement, à la bonne ambiance à la PTA.

Un thésard n'est rien sans un chef. Et un chef n'est pas seulement une personne avec des projets scientifiques pour lesquels il a besoin de bras et de matière grise. Un chef enseigne les ficelles du métier, guide et oriente un jeune chercheur qui ne sait rien au début et ne sait toujours pas tout à la fin. C'est une personne qui sait s'adapter au caractère du thésard et à son évolution au cours de la thèse. C'est aussi quelqu'un qui pousse, parfois, et soutient, souvent. C'est quelqu'un qui s'investit dans le projet de recherche mais aussi dans le futur de son thésard. Merci à Olivier Buisson pour avoir remplis ce rôle à merveille.

Merci à Emile Hoskinson pour avoir été mon second formateur pendant ma première année, pour m'avoir initié à Matlab et pour avoir écrit le programme LabView, que seulement aujourd'hui je suis capable de comprendre ! Merci à Aurélien Fay pour m'avoir fait découvrir le travail d'un thésard, sous pression mais toujours avec le sourire, et pour m'avoir prêté sans crainte THE échantillon de sa thèse lors de mon stage de master 2. Je tiens à exprimer ma gratitude à Cécile Naud qui m'a prise sous son aile lors de mon introduction dans le monde du masqueur électronique, qui a défendu mes points de vue et cru en mon autonomie pour finalement me laisser voler de mes propres ailes. Merci aussi à Christophe Hoarau pour s'être investi dans ce projet de dispositif micro-onde avec autant de motivation et d'efficacité. J'espère avoir été avec toi un collaborateur plus qu'un quémandeur. Merci aussi à tous mes prédécesseurs pour m'avoir fournis un cryostat et une électronique au point.

Une thèse gagne à être enrichie par des collaborations avec d'autre chercheur de spécialités différentes. Cela pousse à adapter son point de vue et à ouvrir son esprit. Je tiens donc à remercier Franck Hekking, Nicolas Didier et Perola Milman pour leur soutien théorique,

Sacha Zorin et Ralf Dolata pour la fabrication des échantillons en Niobium et enfin Jukka Pekola pour son implication dans la compréhension des caractéristiques IV. Au delà de ces collaborations directes j'ai eu l'occasion d'évoluer dans un laboratoire actif et de grande qualité scientifique. Les interactions que j'ai pu développer ont grandement participé à l'évolution de ma culture scientifique. En particulier je remercie Tristan Meunier pour son arrivé fracassante et l'instauration du séminaire d'équipe ô combien formateur, mais aussi pour son aide sur le masqueur, pour les oreilles de Mickey et la diffusion des ragots. Merci à Wiebke Guichard pour sa vivacité et sa participation à de nombreux événements clés de ma thèse. Un grand merci Bernard Pannetier pour ses conseils de sages et pour tout ce qu'il m'a appris sur la physique du solide.

Je remercie aussi tout l'équipe proche pour les discussions enrichissantes que nous avons eues, Zhihui, Iulian, Thomas, Alexey, Grigorij et mon futur remplaçant Etienne. Je tiens à exprimer ma gratitude à Ioan Pop pour avoir partager le même bureau que moi pendant 3 ans, pour sa motivation et sa curiosité permanente ainsi que pour sa disponibilité et ses conseils avisés. A bientôt au US, en tant que concurrent cette fois !

Je remercie Thibault Haccard pour son accueil chaleureux au sein de la PTA et Thierry Fournier pour ses enseignements et ses conseils de sage. Je remercie tout les membres de la PTA et de NanoFab pour m'avoir aidé et pour avoir gardé le sourire en toute circonstance, même en présence de bécher de HF non identifié. En particulier je remercie Thierry Crozes, Bruno Fernandez, Sébastien Dufresnes, Fréderic Gustavo, Christophe Lemonias, Jean-Luc Thomassin et Laurent Vila. Je voudrais remercier tout les services de l'Institut Néel, mécanique, cryogénie, liquéfacteur, électronique et administration, pour le soutien indispensable qu'ils nous apportent. Merci à Alain Fontaine et Joël Cibert pour avoir fais fonctionner toute cette grande machine.

Un grand merci à toute l'équipe des thésards et post-doc des bâtiments E et M, dont je ne tenterai pas de faire la liste, pour ces repas décalés et plein d'humour que j'ai eu tendance à faire durer plus que la normale. Merci pour les pauses clope, les pauses café, les pauses escalade... Pour les pauses quoi ! Merci à Lauren pour cette mythique voie des Buis et sa cotation facile... il y a 56ans !

Une thèse se construit aussi sur ce que l'on fait en dehors de celle-ci, et je pense avoir eu beaucoup de chance au cours de ces quatre années. Merci à Pierrick pour avoir été un colloc en or, que le soleil soit avec toi et Marion. Merci à cette grande famille des combes qui m'a accueilli dans un lieu magique où la rédaction fut plus simple que n'importe où ailleurs. Merci de m'avoir préparé à manger de si nombreuse fois, de m'avoir mis la pression pour que je lâche la pression et pour tout ce que l'on a fais ensemble. Merci à Eli pour sa vision si particulière de la physique quantique. Merci à Thomas Dubouchet pour avoir partagé tant de chose depuis le master. Merci à tous ceux que j'ai oubliés, et c'est sur j'en ai oublié plein.

Enfin je tiens à remercier ma famille pour leur soutien et leur intérêt. La personne que je suis aujourd'hui leur doit beaucoup et finalement ce travail est quelque part le leur aussi. Merci Papa de m'avoir posé autant de question sur mon travail. Merci Maman d'avoir eu le courage de lire 130 pages de charabia et d'en avoir démêlé les constructions de phrase pour corriger les fautes.

Table des matières

Résumé Français/Anglais **iii**

Remerciements **v**

1 Introduction **1**

2 Description théorique du SQUID **13**
2.1 Équations dynamiques 13
2.1.1 La jonction Josephson 13
2.1.2 Dynamique de phase d'une jonction Josephson - Analogie mécanique 15
2.1.3 Modèle électrique d'un SQUIDdc 16
2.1.4 Équations dynamiques et analogie mécanique 17
2.2 Description du potentiel et dynamique de phase du SQUID 18
2.2.1 Description du potentiel 18
2.2.2 Régime de dynamique de phase unidimensionnelle, quasi-unidimensionnelle ou bidimensionnelle 19
2.2.3 Minima équivalents - états de flux 21
2.2.4 Diagramme critique 21
2.2.5 Changement de variables : potentiel longitudinal et transverse . . . 22
2.3 Description quantique 26
2.3.1 Développement limité - Hamiltonien 26
2.3.2 Du QuBit de phase à l'oscillateur quantique bidimensionnel 29
2.3.2.1 $\mathbf{S_{QB}}$: un QuBit de phase ($b > 1$) 30
2.3.2.2 $\mathbf{S_{2D}}$: un oscillateur quantique bidimensionnel ($b < 1$) . . . 30
2.3.3 Couplage du SQUID à une perturbation micro-onde 35

3 Nano-fabrication et dispositif expérimental **37**
3.1 Nano-fabrication 38
3.1.1 Technologie Tricouche - SQUID en Niobium 38
3.1.1.1 Principe 38
3.1.1.2 Description du SQUID $\mathbf{S_{QB}}$ 40
3.1.2 Technique du surplomb contrôlé - SQUID en Aluminium 40
3.1.2.1 Equipements utilisés 42

3.1.2.2 Technique du surplomb contrôlé 44
3.1.2.3 Contrôle du surplomb et faisabilité 46
3.1.2.4 Comparaison aux techniques existantes 51
3.1.2.5 Protocole détaillé pour la fabrication de $\mathbf{S}_{2D}$ 52
3.1.2.6 description du SQUID S_{2D} 52
3.2 Dispositif expérimental 54
3.2.1 Électronique de polarisation et de mesure 54
3.2.1.1 Lignes de courant dc et de mesure de tension 54
3.2.1.2 Polarisation en flux dc 57
3.2.1.3 Génération des signaux haute fréquence 57
3.2.2 Blindage et filtrage 60
3.2.2.1 Blindage 60
3.2.2.2 Filtrage 60
3.2.3 Environnement proche du SQUID 61

4 Caractéristique I-V et processus d'échappement 65
4.1 Caractéristiques courant-tension 66
4.1.1 Caractéristique courant-tension de S_{2D} 66
4.1.1.1 Description 66
4.1.1.2 Effets de chauffage et instabilité 68
4.1.2 Caractéristique courant-tension de S_{QB} 73
4.2 Processus d'échappement 74
4.2.1 Effet tunnel et activation thermique 74
4.2.2 Mesure des lignes $\mathbf{P_{50\%}}$ 77
4.2.2.1 Mesure des lignes $\mathbf{P_{50\%}}$ à courant fini 77
4.2.2.2 Mesure des lignes $\mathbf{P_{50\%}}$ à courant nul 78
4.2.2.3 Extraction des paramètres des échantillons 82

5 Le dcSQUID polarisé à courant nul 87
5.1 Spectroscopies du mode longitudinal et ligne optimale 88
5.1.1 Mesures des états quantiques d'un SQUID polarisé à courant nul . . 88
5.1.2 Mesure de spectroscopie et forme des raies 90
5.1.3 Spectroscopies en fonction du courant, ligne optimale 92
5.1.3.1 Spectroscopies du dcSQUID S_{2D} 92
5.1.3.2 Spectroscopies du dcSQUID S_{QB} 94
5.1.3.3 Spectroscopies en fonction du flux au courant optimal . . 97
5.2 Oscillations cohérentes 99
5.2.1 Oscillations cohérentes et relaxation 100
5.2.2 Anharmonicité et dynamique multiniveaux 105
5.3 Systèmes à deux niveaux parasites et perspectives 105
5.3.1 Systèmes à deux niveaux parasites 106
5.3.2 Perspectives pour le QuBit de phase 111

6 Mode transverse et dynamique bidimensionnelle **115**
6.1 Spectre d'énergie complet : mode transverse et couplage 116
6.2 Mode transverse : oscillations cohérentes et relaxation 122
6.3 Oscillations cohérentes non-linéaires 124

7 Conclusion **133**

Bibliographie **144**

Annexe A: Paramètres des circuits **147**

Annexe B: Calcul des inductances cinétiques **149**

Annexe C: Oscillations parasites du filtre LC **151**

Chapitre 1

Introduction et résumé du manuscrit

Les circuits électroniques que l'on utilise quotidiennement sont régis par la physique classique. Les avancées technologiques des dernières décennies ont permis la miniaturisation de ces circuits, qui aujourd'hui s'approchent de plus en plus du régime quantique. Cependant, bien que la mécanique quantique entre en compte dans les caractéristiques des composants (transistors, diodes tunnels, etc...), l'information est encore traitée sous la forme de courant et de tension qui sont décrits par des équations classiques.

La manipulation des états quantiques d'un circuit électronique peut être rendue possible par une miniaturisation des circuits jusqu'à des dimensions comparables à la taille d'un atome. Ainsi les états quantiques d'une molécule unique peuvent être observés ou manipulés dans des circuits de taille nanométrique [1, 2]. L'observation et la manipulation d'un spin électronique unique est possible dans des boites quantiques [3].

Il existe une autre approche pour sonder la mécanique quantique dans des circuits électroniques : les circuits supraconducteurs. L'état supraconducteur, caractérisé par l'apparition d'un état de résistance nulle à suffisamment basse température, correspond à la formation de paires d'électrons, appelées paires de Cooper. Ces paires ne sont pas indépendantes et elles forment un état quantique cohérent. S'instaure alors un ordre à longue portée qui s'étend sur l'ensemble du circuit macroscopique.

Brian D. Josephson prédit en 1962 [4] l'existence d'un supercourant entre deux électrodes supraconductrices séparées par une barrière tunnel, *i.e* une jonction Josephson. Ce courant non dissipatif correspond au passage par effet tunnel de paires de Cooper au travers de la barrière. Un important développement de l'électronique supraconductrice a suivi cette découverte (logique RSFQ [5], SQUID [6] ou standard de tension [7], etc).

Depuis les années 80, les circuits supraconducteurs à base de jonction Josephson sont apparus comme des systèmes modèles permettant de tester les principes fondamentaux de la mécanique quantique à partir de signaux électroniques. Une des expériences pionnières, datant des années 80, est la mesure de l'effet tunnel macroscopique dans une jonction Josephson polarisée en courant [8, 9]. Ce processus tunnel, mettant en jeu un nombre important de paires de Cooper, est une des premières évidences du comportement quantique d'un degré de liberté macroscopique. Cette mesure fut rapidement suivie par la mise en évidence de la quantification des niveaux d'énergie dans une jonction Josephson, en

1985, par J. Martinis *et al* [10]. Le spectre de cet "atome artificiel" est non-linaire et les fréquences de transition entre les niveaux d'énergie sont dans la gamme des micro-ondes. Les températures de quelques dizaines de milliKelvin atteintes dans les réfrigérateurs à dilution permettent alors l'initialisation du système dans son état fondamental. Le premier contrôle conhérent des états quantiques d'un circuit supraconducteur est effectué par Nakamura *et al* dans une boîte à paire de Cooper en 1999 [11]. Il apparaît alors possible d'utiliser des circuits à base de jonction Josephson comme bit quantique (qubit).

Un qubit est un système à deux niveaux d'énergie, $|0\rangle$ et $|1\rangle$, qui permet de créer un analogue quantique du bit d'information classique, 0 et 1. Le codage d'information dans les états quantiques d'un tel système, sous la forme de superposition cohérentes de type $\alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$, permet un stockage d'information bien supérieur au bit classique. L'intrication de plusieurs qubits permet alors de traiter de l'information quantiquement à l'aide d'algorithmes spécifiques [12].

Il existe plusieurs candidats dans le monde microscopique pour la réalisation de système à deux niveaux quantiques manipulables : ions piégés [13], spin nucléaire [14], atome de Rydberg [15], etc. Dans le monde de la physique du solide les principaux candidats sont les spins électroniques [3] et les qubits supraconducteurs à base de jonction Josephson. Ils ont l'avantage d'être manipulables facilement par des tensions, courants et signaux micro-ondes. De plus les méthodes de fabrication, provenant de l'industrie de la microélectronique, permettent l'intégrabilité de ces circuits. Néanmoins ils sont en contre partie particulièrement sensibles à la décohérence. D'une part de tels circuits mésoscopique comportent un grand nombre de degrés de liberté non-contrôlés dans l'environnement qui sont sources de bruit. D'un autre côté si le couplage fort avec les lignes de contrôle permet une manipulation rapide des états quantiques, il implique aussi un couplage au bruit transporté par ces lignes.

Le développement des qubits supraconducteurs au cours de la dernière décennie a suivi trois axes principaux : la réduction de la décohérence (1), le couplage entre plusieurs qubits (2) et le couplage entre des qubits et des résonateurs micro-ondes (3).

(1) De nombreux efforts ont été apportés afin de réduire la décohérence dans les qubits supraconducteurs. Ils ont suivi plusieurs directions : l'amélioration des matériaux et des procédés de fabrication [16, 17], l'optimisation du couplage entre le qubit et l'environnement [18, 19], la protection topologique [20, 21] et enfin la recherche de points de fonctionnement optimaux. Dans ce dernier cas l'énergie du qubit est indépendante des fluctuations de l'environnement et ainsi les circuits sont naturellement protégés contre certaines sources de bruit [22, 23, 24]. C'est dans ce dernier axe que s'inscrit la première partie de mes travaux de thèse.

(2) Pour effectuer des opérations logiques, l'existence d'un couplage entre plusieurs qubits est nécessaire . La première mesure de deux qubits couplés a été effectué par Pashkin *et al* en 2003 avec deux boites à paire de Cooper couplées capacitivement [25]. Différent type de couplage ont été étudiés, capacitif ou inductif, fixes ou variables, utilisant un élément extérieur ou non [26, 27, 17, 28, 29].

(3) L'étude expérimentale de l'interaction entre des résonateurs micro-ondes et des

qubits supraconducteurs a débuté en 2004 [30] et a donné naissance à un domaine en soit, l'Electro-Dynamique Quantique dans des circuits électroniques (circuit QED, ou cQED). Au delà de l'étude de l'interaction rayonnement-matière entre un atome artificiel et un champ électromagnétique dans la gamme des micro-ondes, le couplage entre un qubit et une cavité micro-onde a permis de mesurer l'état quantique d'un ou plusieurs qubit(s) [31, 32, 33], de créer un couplage à longue distance entre qubits [28], de transporter l'information d'un qubit à un autre [34] ou encore de fabriquer une source de photons micro-ondes uniques [35].

L'ensemble de ces travaux utilise des atomes artificiels *unidimensionnels*. C'est à dire des circuits présentant des niveaux d'énergies discrets associés à un unique degrés de liberté. Dans le monde microscopique l'existence de plusieurs degré de liberté se traduit par un diagramme d'énergie plus complexe, comme c'est la cas, par exemple, pour l'atome d'hydrogène [36]. Les états quantiques associé aux multiples degrés de liberté dans de tels systèmes peuvent présenter des propriétés physiques différentes. Par exemple, dans les ions piégés ou les centres NV dans le diamant, les propiétés de fluorescence dépendent fortement du degré de liberté excité. Cela est mis à profit pour obtenir une technique de lecture de l'état quantique du système très efficace [37, 38, 39, 40]. La complexité du diagramme énergétique amène à des phénomènes physiques intéressants comme la Transparence Induite Electromagnetiquement (Electromagnetically Induced Transparency, EIT) qui permet de rendre le système transparent à certaine longueur d'onde lorsque qu'une transition particulière est excitée. Poussée par la possibilité de transposer ces propriétés dans l'électronique supraconductrice, la seconde partie de ma thèse a consisté à mettre au point un atome artificiel à deux degrés de liberté.

Résumé du manuscrit

J'ai étudié au cours de ma thèse un circuit quantique supraconducteur appelé Superconducting QUantum Interference Device (SQUID). Ce dispositif, mesuré pour la première fois en 1964 [41, 42], est une boucle supraconductrice interrompue par une ou deux jonctions Josephson. Aujourd'hui ces dispositifs sont largement utilisés comme détecteurs magnétiques ultrasensibles, amplificateurs bas bruit et large bande ou comme dispositifs pour la métrologie [6].

Nous verrons dans le chapitre 2 qu'un dcSQUID peut être aussi vu comme un atome artificiel contrôlé par un courant et un flux de polarisation (figures 1.1.a et 1.1.b). Intrinsèquement c'est un système bidimensionnel puisqu'il possède deux jonctions Josephson [6, 43]. Cela se traduit par l'existence de deux modes d'oscillations des différences de phases aux bornes des jonctions : un mode symétrique, appelé mode longitudinal, correspondant aux oscillations en phase, et un mode anti-symétrique, appelé mode transverse, correspondant aux oscillations en opposition de phase (représentés respectivement en bleu et en rouge dans la figure 1.1.a). Le potentiel associé à chacun de ces modes, pour un courant nul et un flux proche d'un demi quantum de flux, est représenté dans les figures 1.1.c et 1.1.d. Le potentiel du mode longitudinal est fortement non-linéaire. Le potentiel

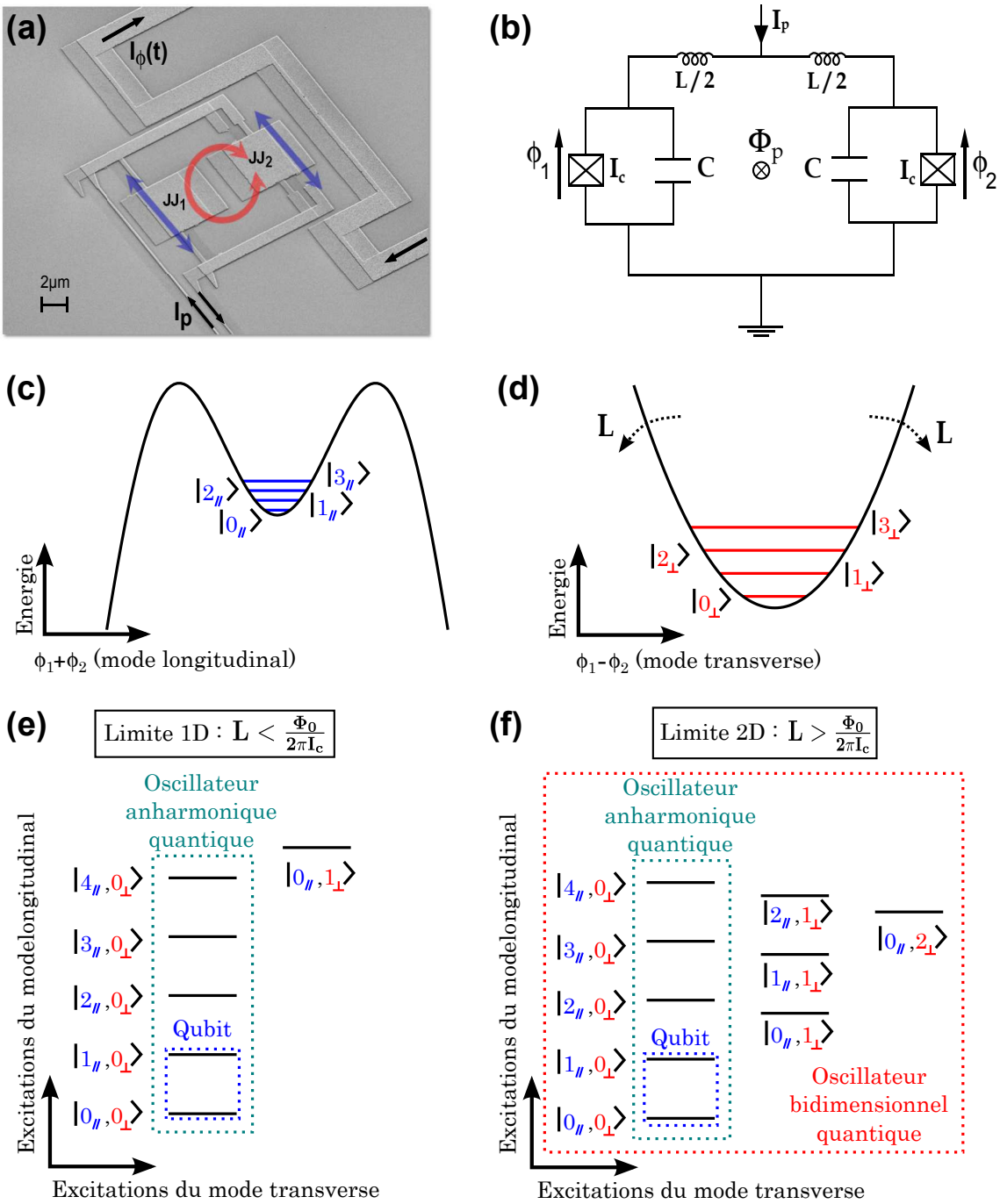


FIGURE 1.1 – **(a)** Image MEB d'un dcSQUID en aluminium. Les deux jonctions, notées JJ_1 et JJ_2, sont insérées dans une boucle supraconductrice. Les deux modes d'oscillations, appelés *longitudinal* et *transverse*, sont respectivement imagés en bleu et en rouge. **(b)** Schéma électrique équivalent d'un dcSQUID. **(c),(d)** Potentiel pour le mode longitudinal et le mode transverse. La courbure, et donc l'énergie du mode transverse, diminue lorsque l'inductance de la boucle du dcSQUID augmente. **(e),(f)** Diagramme énergétique d'un dcSQUID dans la limite unidimensionnelle et bidimensionnelle.

du mode transverse est très proche de celui d'un oscillateur harmonique dont l'énergie est inversement proportionnelle à l'inductance de la boucle du dcSQUID.

Le dcSQUID : du qubit de phase...

Dans la limite où l'inductance de la boucle, L, est petite devant l'inductance équivalente des jonctions Josephson, $\Phi_0/(2\pi I_c)$, la différence entre les phase ϕ_1 et ϕ_2 au bornes des jonctions est fixée par le flux appliqué. L'énergie du mode transverse est grande devant l'énergie du mode longitudinal, comme représentée sur le diagramme énergétique de la figure1.1.e. Le système est alors *unidimensionnel* et se comporte globalement comme une jonction Josephson unique de courant critique réglable par le flux appliqué.

Il a été montré qu'il est possible de se limiter aux deux premiers niveaux d'énergie du mode longitudinal [44, 45] et un dcSQUID est alors ce qu'on appelle un qubit de phase. Le temps de cohérence de ce système polarisé à courant fini est limité par le bruit en courant. Le premier objectif de ma thèse a donc été de lever cette limitation. Pour cela j'ai développé la mesure de ce circuit à courant de polarisation nul afin de démontrer qu'il est alors protégé contre le bruit en courant [46]. Le chapitre 5 sera dédié à la description des propriétés d'un dcSQUID à courant nul. La dynamique quantique sera étudiée au travers de la mesure d'oscillations cohérentes. En particulier nous montrerons une augmentation à courant nul du temps d'amortissement des oscillations cohérentes, obtenant un temps de cohérence de $T_2 = 160ns$. Nous discuterons aussi d'une des principales limitations dans nos échantillons : les systèmes à deux niveaux parasites.

... à l'oscillateur bidimensionnel quantique

Dans la limite où l'inductance de la boucle, L, est plus grande que l'inductance équivalente des jonctions Josephson, $\Phi_0/(2\pi I_c)$, la différence de phase $\phi_1 - \phi_2$ peut fluctuer autour de la valeur imposée par le flux appliqué. L'énergie du mode transverse est plus faible et devient de l'ordre de celle du mode longitudinal. Le système est alors *bidimensionnel*. Le diagramme énergétique typique est représenté dans la figure 1.1.f. Le chapitre 6 sera consacré à l'étude d'un dcSQUID dans le régime bidimensionnel.

Les mesures par spectroscopie des fréquences de transition du dcSQUID en fonction du flux de polarisation sont présentées dans la figure 1.2. Il s'agit de mesurer la population des états excités du dcSQUID, en bleu, en fonction de la fréquence de l'excitation micro-onde et du flux de polarisation. On distingue quatre raies de résonances distinctes. Chacune de ces raies est associée à une transition dans le diagramme énergétique de la figure 1.1.f. La courbe rouge représente les prédictions du modèle théorique développé dans le chapitre 2, en très bon accord avec l'expérience. En particulier on mesure pour la première fois la résonance associée à la première transition du mode transverse. On observe un large anti-croisement entre la seconde transition du mode longitudinal et la première transition du mode transverse. Cet anti-croisement est très bien compris et provient d'un couplage non-linéaire entre les deux modes.

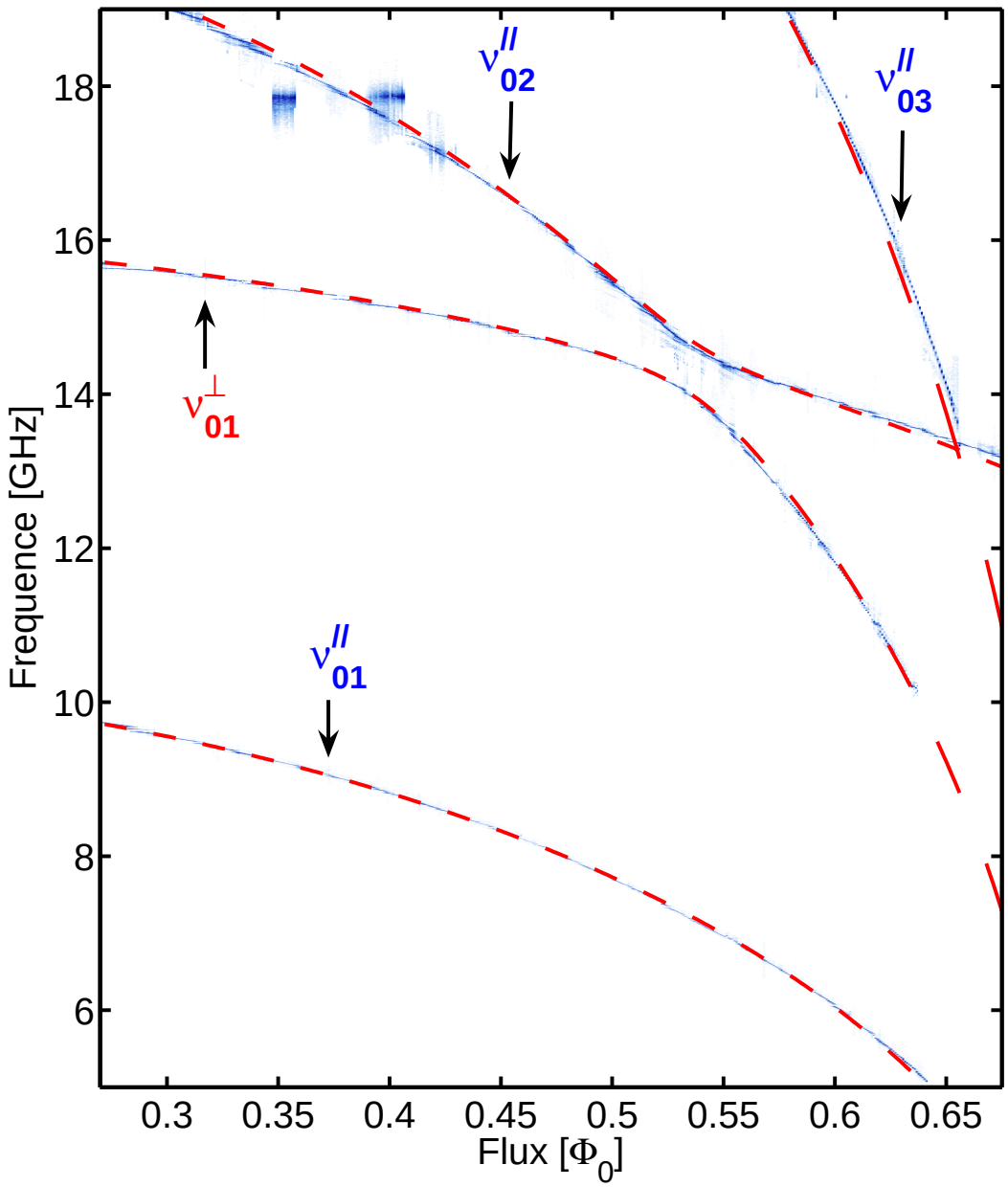


FIGURE 1.2 – Spectroscopie du dcSQUID en fonction du flux appliqué. Les différentes transitions énergétiques sont sondées au travers de la population des états excités, en bleu. Chaque raie de résonance peut être associée à une transition particulière dans la diagramme énergétique de la figure 1.1.f en effectuant la comparaison avec les prédictions théoriques (pointillés rouge).

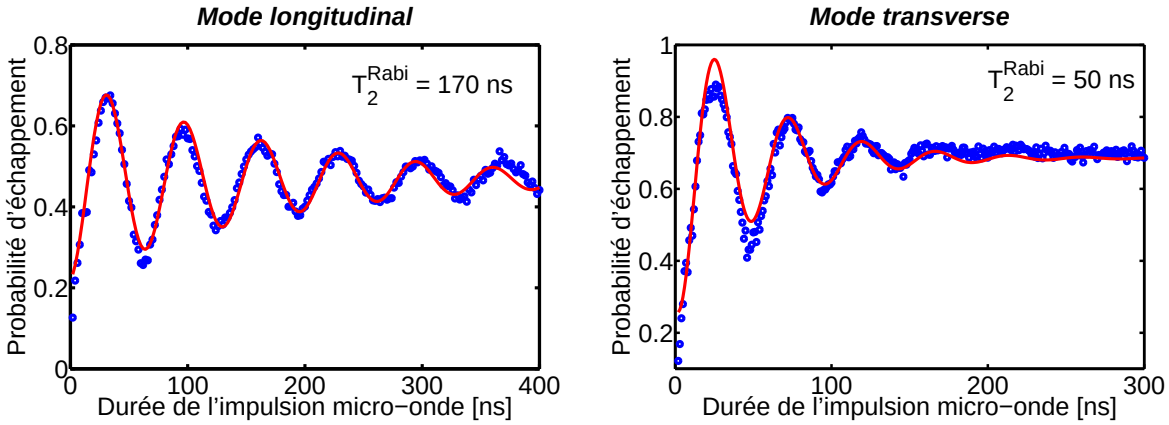


FIGURE 1.3 – Oscillation de Rabi du mode longitudinal et du mode transverse.

Une fois le spectre bien compris il s'agit de pouvoir manipuler indépendamment les états quantiques de chacun des modes. Pour cela on étudie la dynamique quantique du système aux travers de mesures d'oscillations de Rabi pour chacun des modes (figure 1.3). En fonction de la durée de l'impulsion micro-onde résonante envoyée, la population du premier état excité oscille. Le premier maximum correspond à l'application de la plus simple des portes logiques à un qubit, l'impulsion "π". La décroissance de ces oscillations nous donne des informations sur les propriétés de cohérence du système. Les temps de cohérence obtenus et leurs origines possible seront discutés dans ce chapitre 6.

Le couplage non-linéaire entre le mode transverse et le mode longitudinal, en régime de couplage fort, permet d'observer l'échange cohérent de quanta d'énergie entre les modes internes du dcSQUID. L'expérience, schématisé dans la figure 1.4.a, débute par la préparation du premier état excité du mode transverse (impulsion "π"). Une impulsion sub-nanoseconde, non adiabatique, place ensuite le système au niveaux de l'anti-croisement. On observe alors l'oscillation du système entre les nouveaux états propres à ce flux d'interaction. La figure 1.4.b montre une oscillation mesurée pour un flux d'interaction $\Phi_{int} = 0.515\Phi_0$. L'insert dans la figure 1.4.b montre la présence d'un pic clair dans la transformée de Fourrier de la mesure.

Pour un flux d'interaction donné, la fréquence de ces oscillations cohérentes entre les deux modes doit être égale au désaccord de fréquence entre les état propres du système. Cela est vérifié en effectuant la mesure des oscillations pour différents flux d'interaction autour de l'anti-croisement. La figure 1.5 représente ces oscillations en fonction du flux d'interaction. La fréquence des oscillations, en insert, est en très bon accord avec les prédictions théoriques.

Au travers du terme couplage non-linéaire entre les deux modes, on observe l'échange cohérent d'énergie entre le premier état excité du mode transverse et le second état excité du mode longitudinal. On assiste donc à un phénomène de conversion paramétrique : deux quanta d'énergie, dans le mode longitudinal, sont convertis en un quantum d'énergie dans le mode transverse, et inversement.

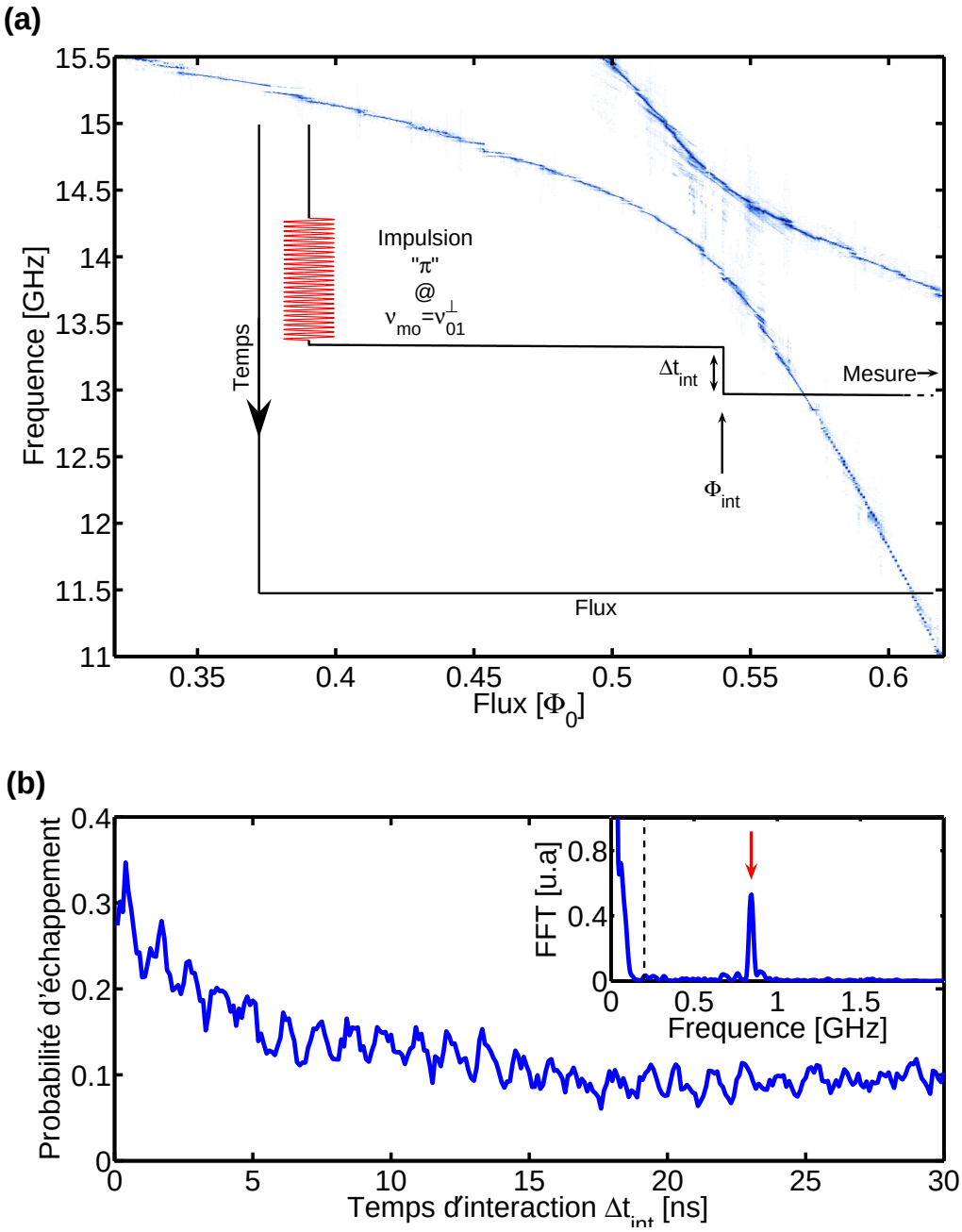


FIGURE 1.4 – **(a)** Agrandissement de la mesure de spectroscopie en fonction du flux, autour de l'anti-croisement. Le schéma en insert représente la séquence d'impulsions envoyée pour mesurer l'échange cohérent de quanta d'énergie entre les deux modes d'oscillations du dcSQUID. **(b)** Mesures des oscillations liées à l'échange cohérent d'énergie. Obtenue pour le flux d'interaction $\Phi_{int} = 0.515\Phi_0$. En insert est représentée la transformée de Fourrier de ces oscillations. Le pic associé aux oscillations est clairement visible est correspond à la fréquence prédite théoriquement (fléche rouge).

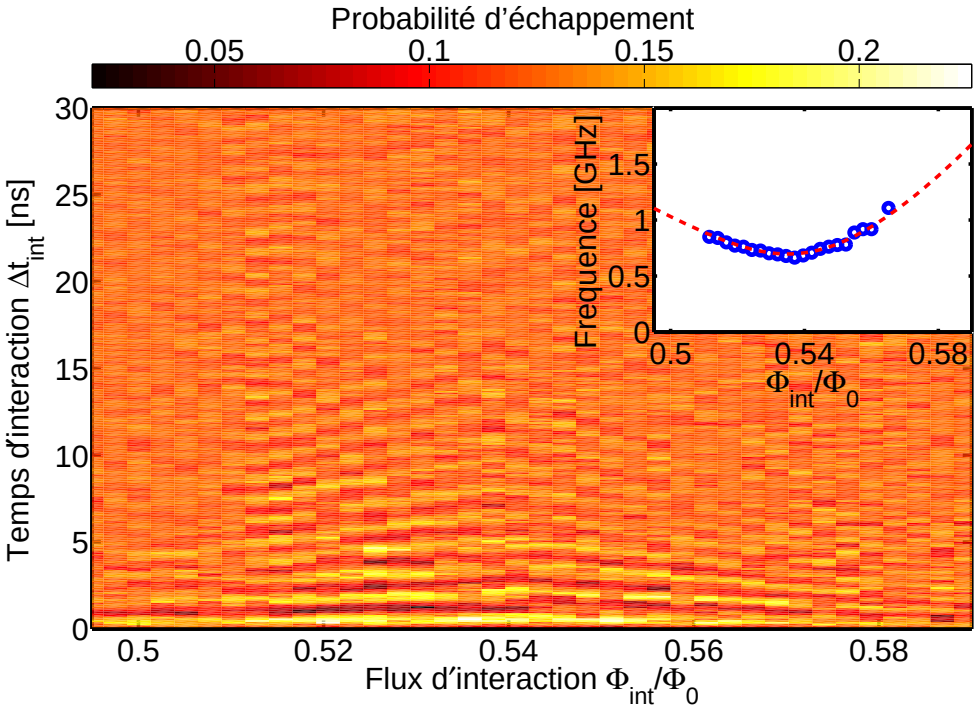


FIGURE 1.5 – Oscillations cohérentes entre le mode transverse et le mode longitudinal pour différentes valeur du flux d'interaction. La fréquence de ces oscillations en fonction du flux est représentée en insert (point bleu). Elle est en très bon accord avec la fréquence attendue théoriquement (pointillés rouge).

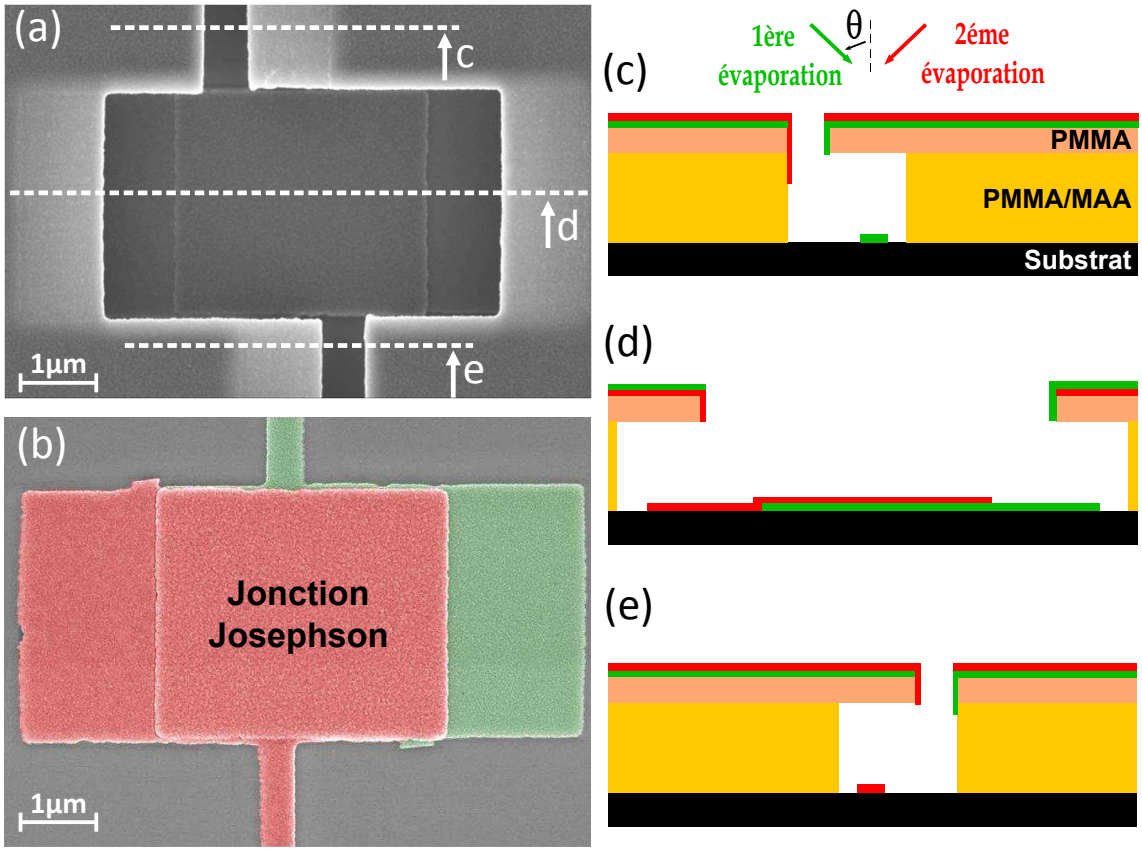


FIGURE 1.6 – **(a)** Image MEB d'une jonction Josephson avant le retrait de la résine. Les trois lignes pointillées correspondent aux schémas de coupe **(c)**,**(d)**,**(e)**. **(b)** Image MEB d'une jonction Josephson après le retrait de la résine. La jonction est au centre, déterminé par le recouvrement des deux évaporations d'aluminium (colorisées en vert et rouge).

Fabrication et caractéristique courant-tension

Au cours de cette thèse expérimentale j'ai aussi développé une nouvelle technique de fabrication de jonctions tunnels métalliques par évaporations sous angles. Cette technique permet de fabriquer des jonctions par évaporations sous angles sans utiliser l'habituel pont-suspendu. Les contraintes mécaniques inhérentes au pont suspendu sont levées. Les gammes de tailles de jonctions accessibles avec cette technique sont ainsi augmentées, et peuvent aller de la jonction nanométrique de $10^{-2}\mu m^2$ à la capacité de plus de $10^4\mu m^2$ sans modification du procédé. De plus la jonction, au lieu d'être fabriqué sous le pont suspendu, est formé dans une zone complètement accessible de l'extérieur. Cela autorise le nettoyage des fonds de résines par gravure ionique ou par RIE beaucoup plus intense, augmentant la qualité des jonctions. Cette technique fera l'objet d'une grande partie du chapitre 3, consacré à la fabrication et au dispositif expérimental.

Enfin, dans le chapitre 4, je présenterais un modèle simple permettant pour la première fois la compréhension d'une anomalie récurrente dans les caractéristiques courant-tension

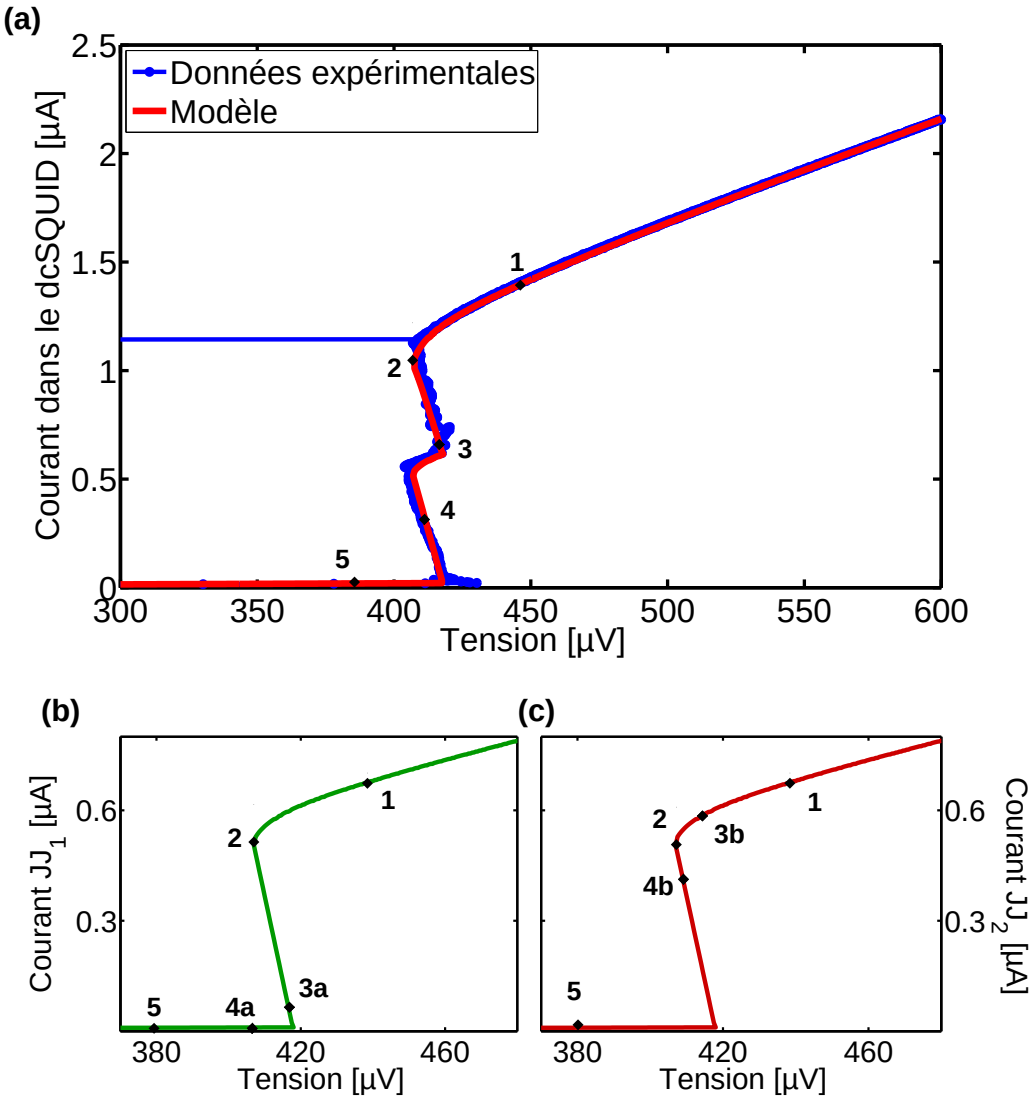


FIGURE 1.7 – **(a)** : Caractéristique IV d'un dcSQUID en aluminium, en bleu, et prédiction du modèle en rouge. **(b),(c)** : Caractéristique IV de chacune des jonctions du dcSQUID. Les chiffres indique le courant dans le dcSQUID et dans chacune des jonction au cours des différentes étape lorsque l'on diminue le courant en partant de l'état dissipatif.

des dcSQUID en aluminium. Cette anomalie est caractérisée par un pic de tension dans la branche où $V \approx \frac{2\Delta}{e}$ dans un dcSQUID hystérétique, pour un courant égal à la moitié du courant critique (situé au point 3 dans la figure1.7.a). Un effet de chauffage local des jonctions dans l'état dissipatif diminue le gap supraconducteur et forme des caractéristiques IV en forme de "S" pour chacune des jonctions (figure 1.7.b et 1.7.c). Au cours de la diminution du courant total dans le dcSQUID, le courant ne diminue pas de manière identique dans chacune des jonctions, mais de manière séquentielle. Au niveau de l'anomalie (point 3) le courant dans la jonction 1 est quasiment nul alors que le courant dans la jonction 2 est encore au dessus du courant critique. Le courant diminue alors ensuite dans la jonction 2, jusqu'au repiégeage des deux jonctions.

Chapitre 2

Description théorique du SQUID

L'objectif de ce chapitre est de poser les bases théoriques nécessaires à l'étude de la dynamique quantique d'un SQUID. Bien que ces notions ne sont pas fondamentalement nouvelles, il est capital de les introduire en les appliquant au problème particulier du SQUID puis d'utiliser des programmes de simulations afin de prédire le comportement des circuits. Nous commencerons par présenter très brièvement l'effet Josephson pour ensuite écrire les lois qui régissent le comportement d'une jonction Josephson (JJ) unique. Nous appliquerons ces résultats à l'étude du modèle électrique du SQUID et à l'établissement du potentiel régissant sa dynamique. Nous rentrerons dans le détail de la compréhension de la forme du potentiel et de sa manipulation. Nous verrons que l'état de phase du SQUID peut être piégé dans un puits de potentiel et il sera alors pertinent de décrire la dynamique quantique en fond de puits. Cette description nous amènera à introduire l'ensemble des conventions utilisées dans ce manuscrit. En fin de chapitre nous montrerons qu'en fonction de l'inductance de la boucle du SQUID, celui-ci peut être considéré soit comme un QuBit de phase soit comme un oscillateur bidimensionnel quantique.

2.1 Équations dynamiques

2.1.1 La jonction Josephson

La supraconductivité est un phénomène qui apparaît dans des matériaux plongés à basse température et qui se caractérise par l'expulsion du champ magnétique et par la circulation non dissipative de courant électrique. Selon la théorie dite "BCS"[47], à la température critique T_c, les électrons proches du niveau de Fermi condensent et forment des *paires de Cooper.* On observe alors l'apparition d'un ordre à longue portée : une cohérence entre les paires de Cooper s'instaure sur l'ensemble du conducteur. On peut alors décrire le condensat par son paramètre d'ordre qui, dans le cas d'un supraconducteur, est une fonction d'onde $\Psi(r) = \sqrt{n(r)}e^{i\varphi(r)}$ où $n(r)$ est la densité de paires de Cooper et $\varphi(r)$ la *phase supraconductrice.* Cette fonction d'onde varie dans l'espace à cause par exemple du désordre ou des effets de bords. En particulier, à l'interface entre un supraconducteur et un isolant, on observe une décroissance exponentielle de la fonction d'onde au sein de

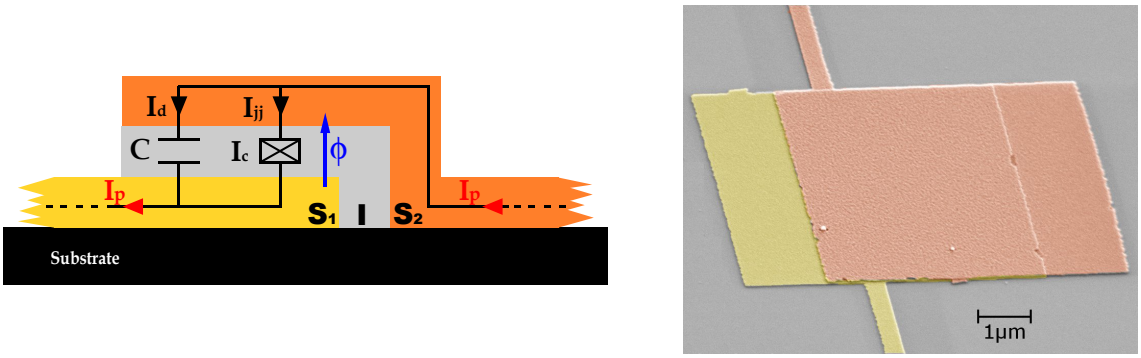


FIGURE 2.1 – Schéma d'une jonction Josephson avec son modèle électrique équivalent et l'image MEB colorisée d'une jonction en aluminium

l'isolant.

Si on étudie deux supraconducteurs séparés par une zone non supraconductrice suffisamment fine pour que les fonctions d'ondes se recouvrent, on observe alors un passage par effet tunnel de paires de Cooper. C'est l'effet Josephson [4].

Les JJ utilisées dans nos circuits sont des jonctions constituées d'un empilement de deux supraconducteurs identiques séparés par une mince couche isolante dont l'épaisseur varie typiquement entre une dizaine et une trentaine de marches atomiques, schématisé dans la figure 2.1. Lorsque on néglige le courant de quasiparticules au travers de la JJ, source de dissipation, le modèle électrique équivalent se réduit à l'association en parallèle d'une capacité et d'un élément purement Josephson.

Les phases supraconductrices de chacune des électrodes sont notées φ_1 et φ_2. La différence de phase aux bornes de la JJ s'écrit alors $\phi = \varphi_2 - \varphi_1$. Le dipôle Josephson rend compte du couplage par effet tunnel entre les deux électrodes. Celui-ci tend à annuler la différence de phase entre les deux électrodes en transférant des paires de Cooper.

Énergies caractéristiques L'étude d'une JJ amène à considérer deux énergies caractéristiques : l'énergie Josephson E_J qui caractérise le couplage par effet tunnel et l'énergie de charge E_C qui caractérise le coût électrostatique du passage d'une paire de Cooper.

$$\begin{cases} E_J = \frac{\Phi_0}{2\pi} I_c \\ E_C = \frac{(2e)^2}{2C} \end{cases} \tag{2.1}$$

où $\Phi_0 = {}^{h}/_{2e}$ est le quantum de flux, C la capacité de la jonction et I_c le courant critique de la jonction. Il correspond au courant maximal de paires de Cooper qui peut traverser la jonction avant l'apparition d'un courant de quasiparticules.

Ces deux énergies sont comparées dans le tableau 2.1 à la troisième énergie caractéristique, l'énergie thermique k_bT, pour une JJ de courant critique $I_c = 1\mu A$ et de capacité $C = 400fF$ refroidie à une température $T = 40mK$ (Valeurs typiques dans nos expériences).

E_J/k_bT	E_C/k_bT
1800	0.2

TABLE 2.1 – Comparaison entre les énergies caractéristiques

Dans nos circuits l'énergie Josephson est quatre ordres de grandeur plus grande que l'énergie de charge. Les fluctuations de phase sont alors négligeables devant les fluctuations de charge. Il est alors naturel de décrire la dynamique d'une telle JJ en étudiant la dynamique de la phase ϕ.

2.1.2 Dynamique de phase d'une jonction Josephson - Analogie mécanique

On considérera que la phase ϕ est une variable classique et la JJ est alors décrit par les deux équations Josephson [4] :

$$\begin{cases} I_{JJ} = I_c \, sin(\phi) \\ \\ V = \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right) \dot{\phi} \end{cases} \tag{2.2}$$

Le courant de déplacement dans la capacité s'écrit alors :

$$I_d = C\dot{V} = C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)\ddot{\phi} \tag{2.3}$$

Pour étudier la dynamique classique de la phase ϕ de la JJ, on peut appliquer les règles de l'électrocinétique.

La loi de conservation du courant donne (voir figure 2.1) :

$$I_p = I_{JJ} + I_d \tag{2.4}$$

En remplaçant I_{JJ} et I_d par leurs expressions en fonction de la phase ϕ (équations 2.2 et 2.3) on obtient une relation qui se met sous la forme d'une équation du mouvement :

$$m\ddot{\phi} = -\frac{\partial U(\phi)}{\partial \phi} \qquad où \qquad \begin{cases} m = C(\frac{\Phi_0}{2\pi})^2 \\ \\ U(\phi) = -E_J(cos\,\phi + \frac{I_p}{I_c}\phi) \end{cases} \tag{2.5}$$

Cette relation est strictement analogue à un problème de mécanique. Étudier la dynamique de la phase ϕ revient en fait à étudier le problème d'une *particule fictive* de masse m et de position ϕ qui évolue dans un potentiel $U(\phi)$. Cette vision mécanique du problème sera très utile dans toute la suite de ce manuscrit car elle est très intuitive.

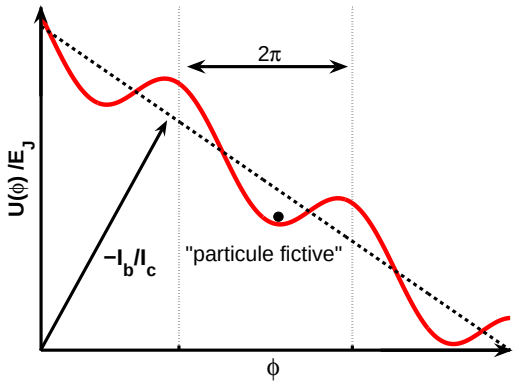


FIGURE 2.2 – potentiel, dit en "tôle ondulée", d'une jonction Josephson

Le potentiel $U(\phi)$, représenté figure 2.2, contient deux termes : une contribution linéaire, proportionnelle au courant I_p appliqué sur la JJ, et une modulation cosinusoidale. Il en résulte un potentiel en forme de tôle ondulée. Lorsque $I_p < I_c$, les modulations provenant du cosinus créent des minima locaux espacés de 2π dans un desquels la particule se retrouve piégée. La phase ϕ est alors fixée et $\dot{\phi} = 0$. La tension aux bornes de la jonction est donc nulle. La circulation d'un courant sans apparition de tension est caractéristique d'un état supraconducteur. Lorsque $I_p > I_c$, les minima locaux disparaissent. La particule n'est plus piégée et dévale le potentiel, la phase augmente alors et $\dot{\phi} \neq 0$. Il apparaît une tension aux bornes de la jonction. On a alors un état dissipatif avec génération de quasi-particules. Nous reviendrons sur ce point lors de l'étude des caractéristiques courant-tension dans le chapitre 4.

2.1.3 Modèle électrique d'un SQUIDdc

Nous allons établir, par la même méthode que pour une jonction unique, les équations qui régissent la dynamique de phase d'un SQUID. Nous allons voir en particulier que le même type d'analogie mécanique peut être fait.

Un SQUID (de l'anglais *Superconducting QUantum Interference Device*) est un anneau supraconducteur interrompu par deux JJ. Son modèle électrique équivalent est représenté figure 2.3.

On note les différences de phases et les courants critiques des deux jonctions respectivement ϕ_1, ϕ_2, I_{c1} et I_{c2}. Bien que les jonctions soient fabriquées en même temps et qu'elles soient dessinées pour être symétriques, on observe en pratique une différence de courant critique entre les deux jonctions. On note $I_c = \frac{1}{2}(I_{c1} + I_{c2})$ le courant critique moyen et $\alpha = (I_{c2} - I_{c1})/2I_c$ l'asymétrie de courant critique. Typiquement α est de l'ordre du pourcent. Pour des jonctions de grande taille, de l'ordre de la dizaine de μm^2, elle est imputable principalement aux variations d'épaisseur du diélectrique. Alors que le courant critique dépend exponentiellement de l'épaisseur du diélectrique, la capacité n'y est qu'inversement proportionnelle. On peut alors considérer que chaque jonction a la même capacité, notée C.

On note L_S l'auto-inductance du SQUID et L_1 et L_2 les contributions respectives de

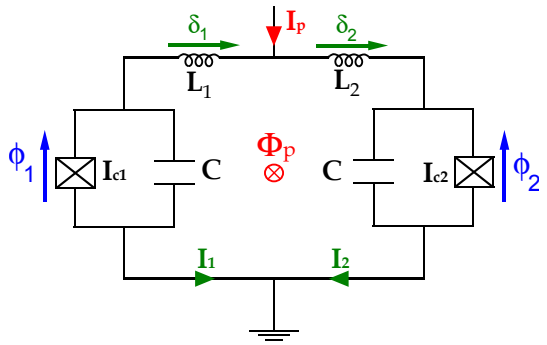


FIGURE 2.3 – Modèle électrique d'un SQUIDdc

chaque bras. On définit l'asymétrie d'inductance $\eta = (L_2 - L_1)/L_S$ qui, en fonction des géométries des circuits, peut prendre des valeurs très différentes.

Le circuit est polarisé en courant et en flux. Le courant de polarisation I_p se scinde en deux courants I_1 et I_2 au niveau de la boucle. Le flux de polarisation est noté Φ_p. Celui-ci est différent du flux total dans la boucle à cause des phénomènes d'écrantage. On introduit le courant d'écrantage $J(\phi_1, \phi_2)$ tels que $I_1 = \frac{1}{2}I_p - J(\phi_1, \phi_2)$ et $I_2 = \frac{1}{2}I_p + J(\phi_1, \phi_2)$.

2.1.4 Équations dynamiques et analogie mécanique

A partir du modèle électrique du SQUID, nous allons calculer les équations dynamiques qui régissent l'évolution temporelle des phases ϕ_1 et ϕ_2.

Équation de conservation du courant Les lois de Kirchhoff pour chaque jonction donnent :

$$\begin{cases} C\frac{\Phi_0}{2\pi}\ddot{\phi}_1 = \frac{I_p}{2} - J(\phi_1, \phi_2) - I_{c1}sin(\phi_1) \\ C\frac{\Phi_0}{2\pi}\ddot{\phi}_2 = \frac{I_p}{2} + J(\phi_1, \phi_2) - I_{c2}sin(\phi_2) \end{cases} \tag{2.6}$$

Expression du supercourant La quantification du fluxoïd piégé dans la boucle implique [48] :

$$\delta_1 + \delta_2 = \phi_2 - \phi_1 + \frac{2\pi}{\Phi_0}\Phi_p \tag{2.7}$$

Les phases $\delta_{1,2}$ s'expriment en fonction des courants traversant les inductances :

$$\delta_{1,2} = \frac{2\pi}{\Phi_0}I_{1,2}L_{1,2} \tag{2.8}$$

Le supercourant s'écrit alors

$$J(\phi_1, \phi_2) = bI_c(\phi_1 - \phi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0}\phi_p) - \frac{\eta}{2}I_p \tag{2.9}$$

où $b = L_J/L_S = \Phi_0/(2\pi L_S I_c)$ est un paramètre sans dimension qui exprime le rapport entre l'inductance du SQUID L_S et l'inductance Josephson des jonctions $L_J = \Phi_0/(2\pi I_c)$.

Analogie mécanique et potentiel du SQUID En substituant l'expression (2.9) dans le système (2.6) et en introduisant les variables x et y définies par

$$\begin{cases} x = \frac{\phi_1+\phi_2}{2} \\ y = \frac{\phi_1-\phi_2}{2} \end{cases} \tag{2.10}$$

les équations dynamiques se mettent sous une forme analogue à un problème de mécanique défini par

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -\partial_x U(x,y) \\ m\ddot{y} = -\partial_y U(x,y) \end{cases} \tag{2.11}$$

L'étude de la dynamique de phase du SQUID revient donc à l'étude de la dynamique d'une particule fictive de masse $\mathbf{m = 2C(\frac{\Phi_0}{2\pi})^2}$ et de coordonnées $(\mathbf{x},\mathbf{y})$ évoluant dans un potentiel bidimensionnel $\mathbf{U(x,y)}$:

$$\mathbf{U(x,y) = U_0\left[-\cos x\cos y + b(y - \pi\frac{\Phi_p}{\Phi_0})^2 - s(x+\eta y) - \alpha\sin x\sin y\right]} \tag{2.12}$$

où $U_0 = 2E_J$ est l'énergie caractéristique du SQUID et $s = \frac{I_p}{2I_c}$ le courant de polarisation normalisé [43].

2.2 Description du potentiel et dynamique de phase du SQUID

La forme du potentiel du SQUID, dont l'expression est donnée par (2.12), régit la physique du circuit. Nous allons donc, dans la suite, procéder à une description détaillée de ce potentiel et discuter les implications sur la dynamique de phase.

2.2.1 Description du potentiel

Pour mieux comprendre la dynamique de phase d'un SQUID, il est important de bien visualiser l'effet des différents paramètres sur la forme du potentiel (voir figure 2.4). Pour cela, imaginons que nous ajoutons les termes un à un :

Le premier terme de ce potentiel est une modulation cosinusoïdale dans les deux directions de l'espace. Il crée donc un réseau carré de minima locaux, de maille 2π.

Le second terme est une parabole dans la direction (y) centrée sur une valeur imposée par le flux appliqué. La courbure est proportionnelle au paramètre b. Quand cette courbure augmente, le nombre de minima locaux dans la direction (y) diminue.

Le troisième terme est une contribution linéaire liée au courant appliqué. Il crée une pente $-s$ dans la direction (x) et une pente $-\eta s$ dans la direction (y). Notons dès à présent que, quelle que soit la valeur de l'asymétrie d'inductance η, cette pente dans la direction (y) n'impliquera pas de modifications importantes de la dynamique de phase compte tenu de sa compétition avec le terme parabolique.

Le dernier terme est une petite correction de la modulation cosinusoïdale, proportionnelle à l'asymétrie de courant critique α.

2.2.2 Régime de dynamique de phase unidimensionnelle, quasi-unidimensionnelle ou bidimensionnelle

Bien que la dynamique d'un SQUID soit par construction bidimensionnelle, nous allons voir qu'en fonction de la valeur de b, il est possible de réduire la dimensionnalité du problème.

Le paramètre b est le rapport entre l'inductance moyenne des JJ du SQUID et l'inductance de la boucle supraconductrice. Ce paramètre, contrôlant la courbure de la parabole dans la direction (y), détermine l'amplitude des fluctuations de y.

Dans la limite où l'inductance du SQUID est nulle ($b \to \infty$), la condition $y = \pi \frac{\Phi_p}{\Phi_0}$ est imposée. La particule est piégée en fond de parabole, la différence de phase entre ϕ_1 et ϕ_2 est constante et une seule des deux phases suffit à caractériser la dynamique du circuit. Le potentiel s'écrit alors dans la limite $\alpha = \eta = 0$:

$$U(x, \Phi_p) = U_0 cos(\pi \frac{\Phi_p}{\Phi_0}) \left[-cos\ x\ - \frac{s}{cos(\pi \frac{\Phi_p}{\Phi_0})} x \right] \tag{2.13}$$

Le SQUID se comporte alors comme une JJ unique de capacité $2C$ et dont le courant courant critique I_c^S est modulé par le flux selon la relation :

$$I_c^S(\Phi_p) = 2I_c\, cos(\pi \frac{\Phi_p}{\Phi_0}) \tag{2.14}$$

Dans la limite inverse où l'inductance du SQUID est infinie ($b \to 0$), la courbure dans la direction (y) est nulle. La différence entre les phases ϕ_1 et ϕ_2 est alors libre. Cette limite traduit une situation où les deux JJ du SQUID sont découplées l'une de l'autre. Par conséquent la dynamique est bidimensionnelle [43].

Les SQUIDs présentés dans ce manuscrit sont dans une limite intermédiaire où b est de l'ordre de l'unité. La courbure du potentiel dans la direction (y) est finie. La figure 2.4 représente le potentiel d'un SQUID symétrique pour $b = 0.7$ et $b = 3$, au point de polarisation ($I_p = 0.2I_c; \Phi_p = 0.4\Phi_0$). Ce sont les potentiels des deux échantillons présentés dans ce manuscrit. Nous verrons que le facteur d'environ 5 entre ces deux valeurs suffit à induire une dynamique de phase différente. Pour $b = 3$, la courbure est forte. Bien que le potentiel soit encore bidimensionnel, un seul degré de liberté suffira à décrire la dynamique du circuit. Pour $b = 0.7$, la courbure est beaucoup plus faible. Les fluctuations du deuxième degré de liberté ne seront plus négligeables.

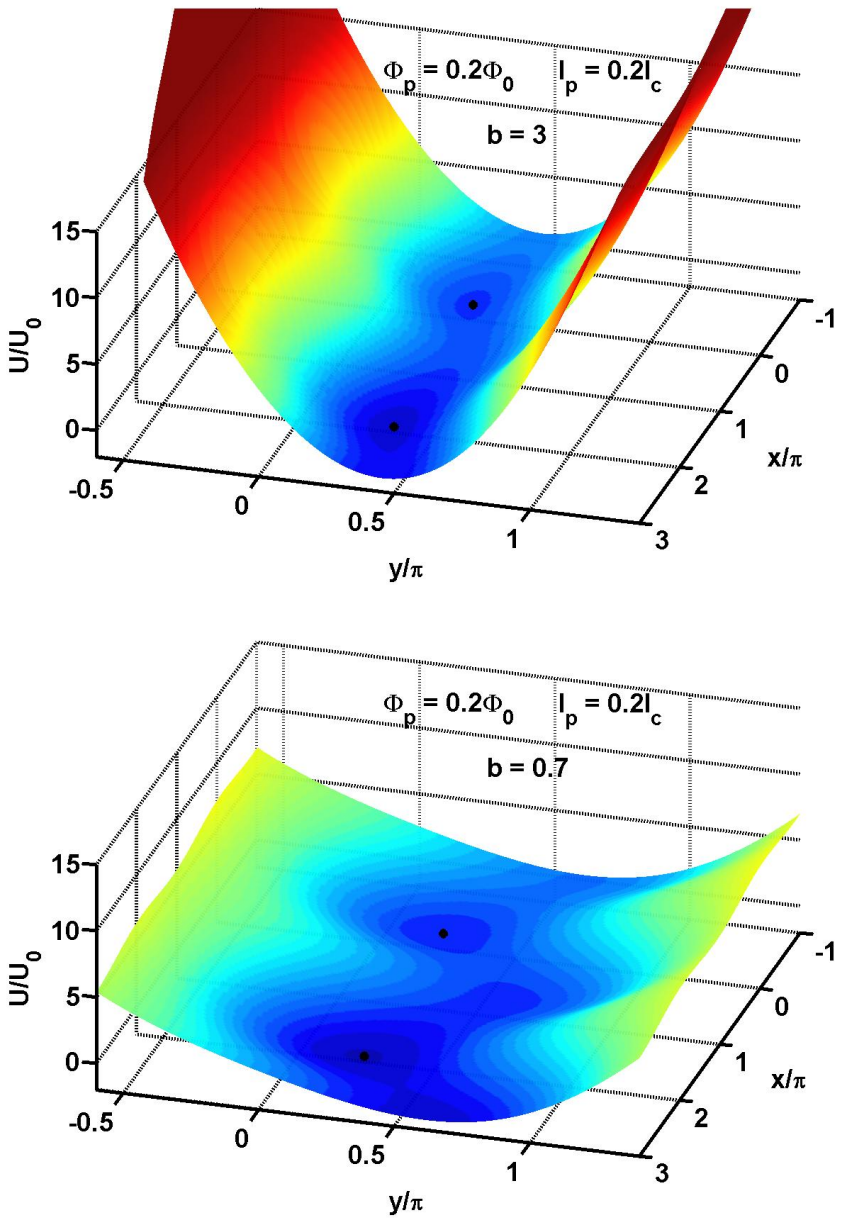


FIGURE 2.4 – Potentiel du SQUID pour deux valeurs du paramètre b au point de polarisation $\Phi_p = 0.2\Phi_0$ et $I_p = 0.2I_c$. (aucune asymétrie : $\eta = \alpha = 0$)

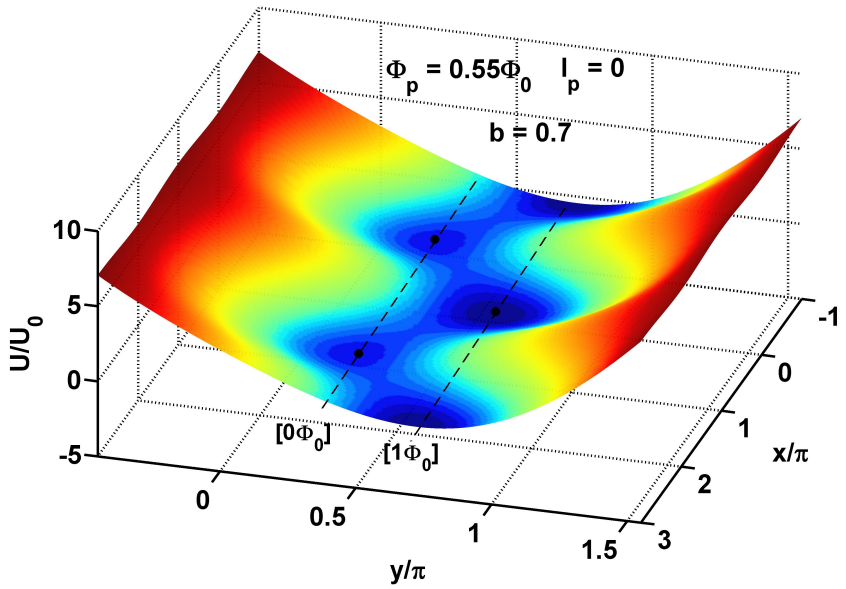


FIGURE 2.5 – Potentiel du SQUID proche de $\Phi_p = \frac{\Phi_0}{2}$. (aucune asymétrie : $\eta = \alpha = 0$). On voit deux séries de minima, correspondant aux états de flux $[0\Phi_0]$ et $[1\Phi_0]$.

2.2.3 Minima équivalents - états de flux

Les minima locaux dus au terme de modulation cosinusoïdale du potentiel peuvent être classifiés en famille de minima équivalents correspondant à une même valeur de y. Chaque famille de minima correspond à un nombre de quanta de fluxoïd dans la boucle du SQUID. En effet y est liée au courant circulant qui écrante le flux appliqué pour garder un nombre de quanta de fluxoïd entier dans la boucle. Chacune de ces familles sera appelé *état de flux* et sera dénotée par le nombre de quanta de fluxoïd dans le SQUID, $[n\Phi_0]$.

La courbure du potentiel dans la direction (y) a tendance à faire disparaître les états de flux éloignés du flux appliqué. Pour des valeurs de b de l'ordre de l'unité, il n'existe en général qu'un unique état de flux (voir figure 2.4). Cependant, proche de $\Phi_p = (n + \frac{1}{2})\Phi_0$, deux états de flux, $[n\Phi_0]$ et $[(n+1)\Phi_0]$, peuvent coexister. Ce type de potentiel est représenté figure 2.5.

2.2.4 Diagramme critique

De manière générale ces minima sont métastables. Ils sont séparés par des barrières de potentiel. La particule peut passer d'un puits à un autre en empruntant un chemin de minimum énergie qui passe par un point col.

L'augmentation du courant de polarisation, donc de la pente dans la direction (x), va diminuer la barrière de potentiel entre les minima et les points col jusqu'à atteindre un courant critique où cette barrière s'annule. Les minima disparaissent alors et on note ce courant critique $I_c^S(\Phi_p, [n\Phi_0])$. Il dépend du flux appliqué Φ_p et de l'état de flux considéré

$[n\Phi_0]$. La courbe ainsi obtenue pour un état de flux donné sera appelée *ligne critique.* La figure 2.6 montre l'évolution du courant critique dans le plan (I_p, Φ_p) pour différentes séries de paramètres du SQUID. A chaque état de flux et ligne critique associée, est assignée une couleur pour la visibilité.

La figure 2.6.a présente les lignes critiques d'un SQUID de courant critique par jonction $I_c = 5\mu A$ et de $b = 100$. Il illustre le cas limite de la dynamique unidimensionnelle. Pour chaque état de flux, le courant critique est modulé selon l'équation (2.14). Un maximum de courant critique est atteint pour un flux appliqué $\Phi_p = n\Phi_0$. Le courant critique est nul pour $\Phi_p = (n + \frac{1}{2})\Phi_0$. Ces lignes critiques sont symétriques par rapport aux axes de courant nul et de flux nul.

La figure 2.6.b présente le cas où $b = 0.7$. On observe une extension en flux des lignes critiques inversement proportionnelle à b. Un maximum de courant critique est toujours atteint pour un flux appliqué $\Phi_p = n\Phi_0$ mais le minimum n'est plus atteint pour $\Phi_p = (n + \frac{1}{2})\Phi_0$. On assiste à l'ouverture d'une zone de coexistence entre deux états de flux voisins, *i.e* une zone où plusieurs séries de minima existent. Les lignes critiques sont toujours symétriques.

Dans la figure 2.6.c, nous ajoutons une asymétrie de courant critique. Les extrémités des lignes critiques ne sont plus situées sur la ligne de courant nul mais à des valeurs de courant $I_p = \pm 2I_c\alpha = \pm(I_2 - I_1)$. Les symétries axiales précédentes sont brisées mais les lignes critiques restent symétriques par rapport aux points $(I_p = 0, \Phi_p = n\Phi_0)$. Le flux correspondant aux maxima de courant critique est aussi très légèrement décalé.

Enfin dans la figure 2.6.d nous ajoutons une asymétrie d'inductance. L'effet principal, proportionnel à η, est d'éloigner les maxima de courant critique des lignes de flux $\Phi_p = n\Phi_0$.

Ces lignes critiques dessinent une séparation entre deux régions. A l'intérieur des lignes critiques, des minima locaux existent et la particule est piégée. Les valeurs moyennes des phases ϕ_1 et ϕ_2 des JJ du SQUID sont donc constantes et la tension $\overline{V}_s$ aux bornes du SQUID est nulle. Comme pour une JJ unique, cela correspond à un état supraconducteur. A l'extérieur des lignes critiques plus aucun minimum n'existe, la particule dévale alors le potentiel et on observe une tension $\overline{V}_s$. C'est un état dissipatif.

Le processus de passage de la particule d'un état supraconducteur à un état resistif, ou d'un état de flux à un autre sera traité dans le chapitre4. Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous focaliser sur la situation où la particule est piégée dans un minimum local et nous intéresser à la dynamique de phase en fond de puits.

2.2.5 Changement de variables : potentiel longitudinal et transverse

La figure 2.7 représente une vue de dessus du potentiel d'un SQUID en $(I_p = 0.3I_c, \Phi_p = 0.4\Phi_0)$, pour $b = 3$, $\alpha = \eta = 0$. Les lignes colorées sont des équipotentielles. Les couleurs froides et chaudes correspondent respectivement aux faibles et fortes valeurs de $U(x, y)$. Le minimum considéré est noté M et le point col est noté C.

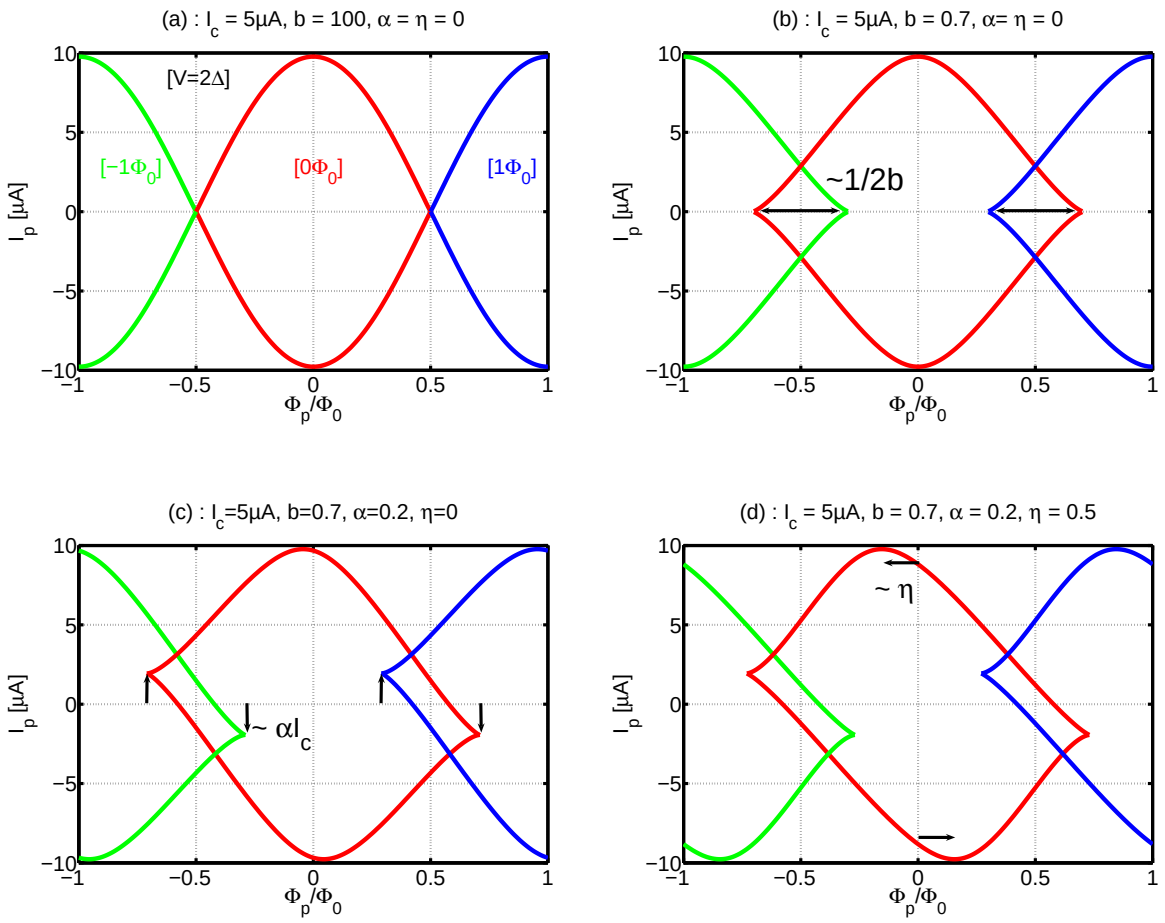


FIGURE 2.6 – Lignes critiques pour 4 jeux de paramètres.

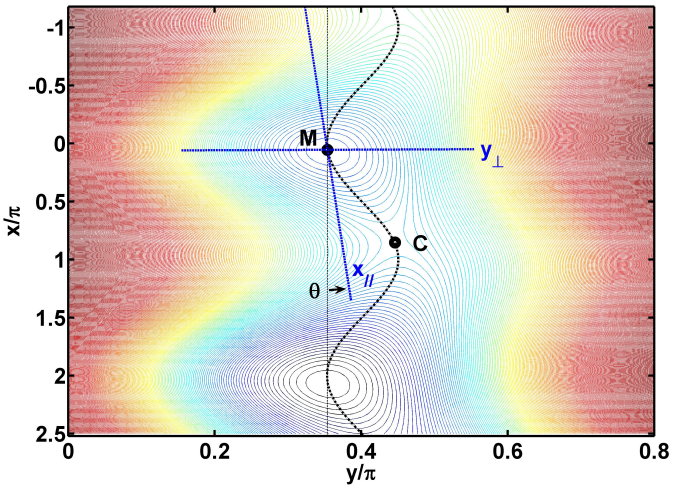


FIGURE 2.7 – Lignes équipotentielles du SQUID au point de polarisation $I_p = 0.3I_c$ et $\Phi_p = 0.4\Phi_0$. Le chemin de minimum énergie est en pointillé noir. Les directions longitudinale et transverse sont représentées au point M. *Remarque* **:** Les directions $(x_\parallel)$ et $(y_\perp)$ semblent ne pas être perpendiculaires. Cela est uniquement dû au fait que les échelles des axes x et y sont différentes. De même ce choix d'échelle tend à faire croire que l'abscisse curviligne s doit être très différente de l'abscisse x alors que l'écart entre les deux est inférieur au pourcent. En effet $\theta \sim 2°$

La trajectoire qu'emprunte la particule pour passer de M au minimum suivant est la trajectoire de minimum énergie passant par C. Ce chemin est tracé en pointillé noir sur la figure 2.7. L'abscisse curviligne de la particule le long de cette trajectoire est notée s. La direction (s) est appelée direction longitudinale. La trajectoire de maximum énergie est perpendiculaire à la direction (s) et l'abscisse curviligne est notée t. La direction (t) est appelée direction transverse. La figure 2.8 représente le potentiel le long de la direction (s) pour $t = 0$ et le potentiel le long de la direction (t) pour $s = 0$.

On note $(x_\parallel)$ la direction tangente au chemin de minimum énergie en M. On note $(y_\perp)$ la direction tangente au chemin de maximum énergie en M. Ces deux directions sont orthogonales. Elles sont tracées en bleu sur la figure 2.7. Le repère $(M, x_\parallel, y_\perp)$ s'obtient par une rotation d'angle $\theta(I_p\,, \Phi_p)$ du repère (M, x, y).

La figure 2.9 représente une vue de dessus du potentiel du SQUID en $(I_p = 0\,, \Phi_p = 0.51\Phi_0)$ ainsi que la forme du potentiel dans la direction (s) pour $t = 0$. La forme du potentiel dans la direction (t) pour $s = 0$ est semblable à celle de la figure 2.8. A ce point de polarisation, deux états de flux coexistent. Il existe deux familles de minima, M et M'. Le long de la direction (s), la particule passe alternativement de l'un à l'autre. On remarque que ce potentiel est symétrique par rapport à l'axe défini par $s = 0$. Cette propriété de symétrie, obtenue à courant nul, est très importante car elle implique l'existence d'un point où le circuit sera protégé contre le bruit en courant. Nous discuterons cette propriété du SQUID polarisé à courant nul dans le chapitre 5.

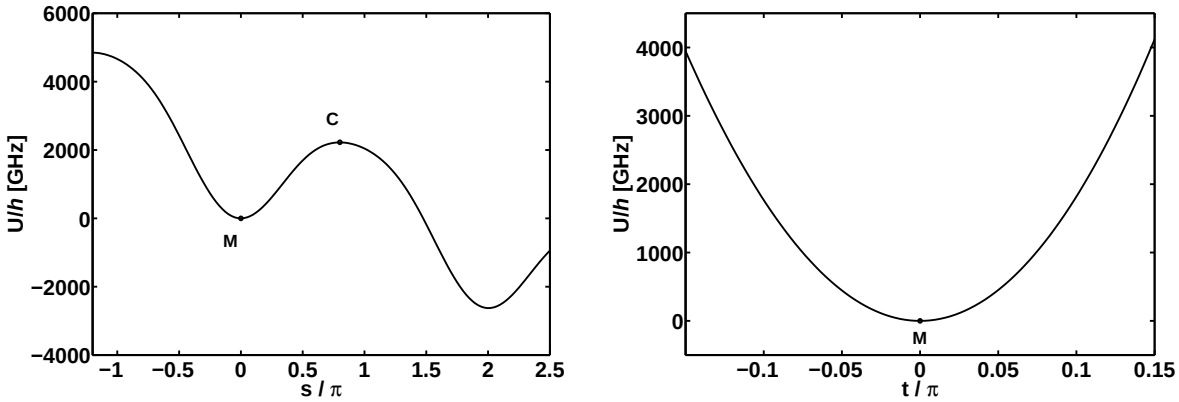


FIGURE 2.8 – Potentiel le long de la direction (s) pour $t = 0$ et le long de la direction (t) pour $s = 0$. $I_p = 0.3I_c$, $\Phi_p = 0.4\Phi_0$ et $b = 3$

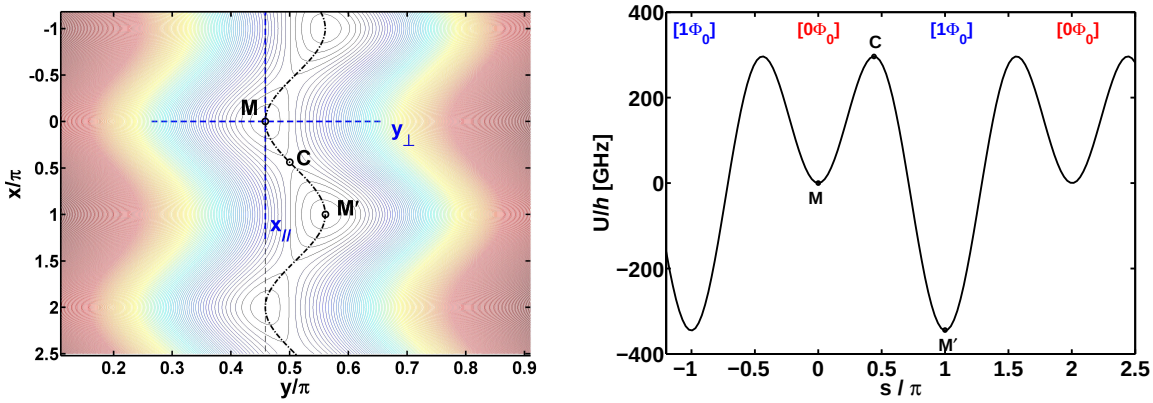


FIGURE 2.9 – Lignes équipotentielles du SQUID au point de polarisation $I_p = 0$ et $\Phi_p = 0.51\Phi_0$ et potentiel le long de la direction (s) pout $t = 0$. $b = 3$.

2.3 Description quantique

D'un point de vue quantique, les conditions aux limites imposées à la fonction d'onde de la particule impliquent une quantification des états d'énergie dans le puits. De la forme du potentiel résulte alors un problème de mécanique bidimensionnelle quantique très complexe.

Un développement limité du potentiel en fond de puits nous permet d'établir l'Hamiltonien qui régit la dynamique quantique du SQUID. L'étude analytique puis numérique de cet Hamiltonien nous amènera à considérer deux cas distincts, correspondant aux deux SQUID mesurés. Le circuit de faible inductance de boucle ($b = 3$) sera dans la *limite quasi-unidimensionnelle.* Il présentera les caractéristiques d'un *QuBit de phase.* Le circuit de forte inductance de boucle ($b = 0.7$) sera dans la *limite bidimensionnelle.* Nous montrerons que sa dynamique de phase peut être décrite par *deux oscillateurs anharmoniques couplés.* Nous appellerons les deux SQUID respectivement S_{QB} et S_{2D}.

2.3.1 Développement limité - Hamiltonien

Nous allons maintenant introduire la description quantique de la dynamique de phase du SQUID en fond de puits. Nous justifierons que l'étude de la dynamique bidimensionnelle peut se réduire à l'étude de deux oscillateurs quantiques couplés.

Hamiltonien du SQUID Nous introduisons les opérateurs $\hat{X}$ et $\hat{Y}$ qui mesurent les phases x et y :

$$\hat{X} = \frac{\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2}{2} \qquad \hat{Y} = \frac{\hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2}{2} \tag{2.15}$$

où $\hat{\phi}_1$ et $\hat{\phi}_2$ sont les opérateurs qui mesurent les phases aux bornes des deux JJ du SQUID. On introduit également les conjugués des opérateurs $\hat{X}$ et $\hat{Y}$, respectivement notés $\hat{P_X}$ et $\hat{P_Y}$, qui satisfont les lois de commutations suivantes :

$$[\hat{X}, \hat{P}_X] = i \qquad [\hat{Y}, \hat{P}_Y] = i \tag{2.16}$$

L'Hamiltonien complet du circuit s'obtient en appliquant le principe de correspondance aux équations dynamiques (2.11) et (2.12). Il se décompose en la somme d'un terme cinétique $\hat{T}$ et d'un terme potentiel $\hat{U}$:

$$\hat{H}_{2D} = \hat{T} + \hat{U} \tag{2.17}$$

L'absence d'asymétrie de capacité entre les deux jonctions implique que le terme cinétique est isotrope :

$$\hat{T} = \frac{1}{2m}(\hat{P}_X^2 + \hat{P}_Y^2) \tag{2.18}$$

Le terme potentiel s'écrit :

$$\hat{U} = U_0 \left[-cos\,\hat{X}\,cos\,\hat{Y} + b(\hat{Y} - \pi\frac{\Phi_p}{\Phi_0})^2 - s(\hat{X} + \eta\hat{Y}) - \alpha sin\,\hat{X}\,sin\,\hat{Y} \right] \tag{2.19}$$

Changement de variables, développement limité en fond de puits et Hamiltonien simplifié Nous voulons étudier la dynamique de la particule autour du minimum M de coordonnées (x_0, y_0). On introduit alors les opérateurs $\hat{X}_0$ et $\hat{Y}_0$ qui mesurent les variations de x et y par rapport à x_0 et y_0 :

$$\hat{X}_0 = \hat{X} - x_0 \qquad \hat{Y}_0 = \hat{Y} - y_0 \tag{2.20}$$

En considérant que ces variations sont faibles, on effectue un développement limité à l'ordre 4 du potentiel $\hat{U}$ autour du minimum. Dans ce développement, apparaissent des termes croisés du type $\hat{X}_0^n\hat{Y}_0^m$. On élimine les termes croisés en $\hat{X}_0\hat{Y}_0$ en effectuant la rotation d'angle θ décrite dans la section 2.2.5 :

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_\parallel \\ \tilde{Y}_\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\,\theta & sin\,\theta \\ -sin\,\theta & cos\,\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_0 \\ \hat{Y}_0 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

où l'angle θ entre les repères $(M, x_\parallel, y_\perp)$ et (M, x, y) est donné par :

$$\frac{1}{2}tan(2\theta) = \frac{\partial^2_{xy}U(x_0, y_0)}{\partial^2_{xx}U(x_0, y_0) - \partial^2_{yy}U(x_0, y_0)} \tag{2.22}$$

On a alors introduit les opérateurs $\tilde{X}_\parallel$ et $\tilde{Y}_\perp$ qui mesurent respectivement les phases dans les directions $(x_\parallel)$ et $(y_\perp)$. On note les conjugués de $\tilde{X}_\parallel$ et $\tilde{Y}_\perp$respectivement $\tilde{P}_\parallel$ et $\tilde{P}_\perp$.

Cette rotation n'affecte pas le terme cinétique qui s'écrit alors :

$$\hat{T} = \frac{1}{2m}\left[\tilde{P}_\parallel^2 + \tilde{P}_\perp^2\right] \tag{2.23}$$

L'Hamiltonien se décompose alors formellement en trois termes :

$$\hat{H}^0_{2D} = \hat{H}_\parallel + \hat{C}_{\parallel\perp} + \hat{H}_\perp \tag{2.24}$$

Les termes $\hat{H}_\parallel$ et $\hat{H}_\perp$ ne contiennent que des puissances de $\tilde{X}_\parallel$ et $\tilde{Y}_\perp$ respectivement. Le terme $\hat{C}_{\parallel\perp}$ contient des termes croisé d'ordre 3 ou 4. Il décrit le couplage.

On introduit les opérateurs adimensionnés $\hat{X}_\parallel$, $\hat{Y}_\perp$, $\hat{P}_\parallel$ et $\hat{P}_\perp$définis par :

$$\begin{aligned} \hat{X}_\parallel &= \sqrt{\tfrac{m\omega_\parallel}{\hbar}}\tilde{X}_\parallel \qquad \hat{P}_\parallel = \sqrt{\tfrac{1}{m\hbar\omega_\parallel}}\tilde{P}_\parallel \\ \hat{Y}_\perp &= \sqrt{\tfrac{m\omega_\perp}{\hbar}}\tilde{Y}_\perp \qquad \hat{P}_\perp = \sqrt{\tfrac{1}{m\hbar\omega_\perp}}\tilde{P}_\perp \end{aligned} \tag{2.25}$$

où $\omega_\parallel = 2\pi\nu_\parallel$ et $\omega_\perp = 2\pi\nu_\perp$ sont les pulsations plasma traduisant la courbure en fond de puits dans les directions longitudinale et transverse. Elles sont données par :

$$\begin{aligned} m\omega_\parallel^2 &= \partial_\parallel^2 U(x_0, y_0) \\ m\omega_\perp^2 &= \partial_\perp^2 U(x_0, y_0) \end{aligned} \tag{2.26}$$

$\partial_\parallel^2$ et $\partial_\perp^2$ désignent respectivement les dérivées du potentiel par rapport à $X_\parallel$ et $Y_\perp$. On obtient alors une forme simplifiée des termes de l'Hamiltonien :

$$\begin{cases} \hat{H}_\parallel = \frac{1}{2}h\nu_\parallel \left(\hat{P}_\parallel^2 + \hat{X}_\parallel^2\right) - h\nu_\parallel\sigma_\parallel\hat{X}_\parallel^3 - h\nu_\parallel\delta_\parallel\hat{X}_\parallel^4 \\ \hat{H}_\perp = \frac{1}{2}h\nu_\perp \left(\hat{P}_\perp^2 + \hat{Y}_\perp^2\right) - h\nu_\perp\sigma_\perp\hat{Y}_\perp^3 - h\nu_\perp\delta_\perp\hat{Y}_\perp^4 \\ \hat{C}_{\parallel\perp} = h\nu_{21}^c\hat{X}_\parallel^2\hat{Y}_\perp + h\nu_{12}^c\hat{X}_\parallel\hat{Y}_\perp^2 + h\nu_{22}^c\hat{X}_\parallel^2\hat{Y}_\perp^2 + h\nu_{31}^c\hat{X}_\parallel^3\hat{Y}_\perp + h\nu_{13}^c\hat{X}_\parallel\hat{Y}_\perp^3 \end{cases} \tag{2.27}$$

Les paramètres de l'Hamiltonien, étant liés à la forme du puits de potentiel, dépendent directement des paramètres du SQUID ainsi que des courant et flux de polarisation.

Description de l'Hamiltonien : deux oscillateurs anharmoniques couplés Les termes $\hat{H}_\parallel$ et $\hat{H}_\perp$ représentent deux oscillateurs anharmoniques de fréquence plasma $\nu_\parallel$ et $\nu_\perp$. Nous appellerons ces oscillateurs mode longitudinal et mode transverse. Quelques soient les paramètres du circuit, on a $\nu_\perp > \nu_\parallel$ mais le rapport entre les deux peut fortement varier comme nous le verrons plus loin. On note $\left|n_\parallel\right\rangle$ (respectivement $|n_\perp\rangle$) les états propres du mode longitudinal (transverse) et $E_n^\parallel$ ($E_n^\perp$) les énergies propres associées :

$$\begin{cases} \hat{H}_\parallel \left|n_\parallel\right\rangle = E_n^\parallel \left|n_\parallel\right\rangle \\ \hat{H}_\perp \left|n_\perp\right\rangle = E_n^\perp \left|n_\perp\right\rangle \end{cases} \tag{2.28}$$

Contrairement au cas de l'oscillateur harmonique, les niveaux d'énergie de ces oscillateurs ne sont pas régulièrement espacés. Deux niveaux adjacents $E_{n-1}^{\parallel,\perp}$ et $E_n^{\parallel,\perp}$ sont séparés par une énergie $h\nu_{(n-1)n}^{\parallel,\perp} = E_n^{\parallel,\perp} - E_{n-1}^{\parallel,\perp}$. En traitant les termes anharmoniques de manière perturbative,on obtient :

$$h\nu_{(n-1)n}^{\parallel,\perp} = h\nu_{\parallel,\perp}(1 - n\Lambda_{\parallel,\perp}) \tag{2.29}$$

où l'anharmonicité $\Lambda_{\parallel,\perp}$est donnée par :

$$\Lambda_{\parallel,\perp} = \frac{15}{2}\sigma_{\parallel,\perp}^2 + 3\delta_{\parallel,\perp} = \frac{\nu_{12}^{\parallel,\perp} - \nu_{01}^{\parallel,\perp}}{\nu_{\parallel,\perp}} \tag{2.30}$$

Il est souvent commode de considérer l'anharmonicité exprimée en unité de fréquence $\Delta_{\parallel,\perp} = \Lambda_{\parallel,\perp}\nu_{\parallel,\perp}$.

Nous verrons que typiquement l'anharmonicité du mode transverse est plutôt faible ($\Lambda_\perp \sim 0.1\%$) . Le mode longitudinal est quant à lui anharmonique ($\Lambda_\parallel \sim 2\% - 3\%$).

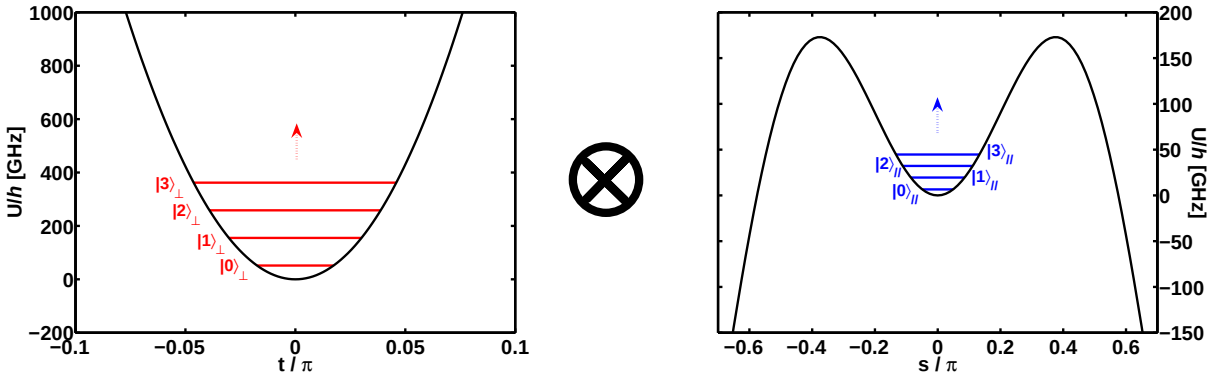


FIGURE 2.10 – Potentiel transverse et potentiel longitudinal au point de polarisation $I_p = 0$ et $\Phi_p = 0.51\Phi_0$. Paramètres : $b = 3.05$, $I_c = 5.61\mu A$, $C = 250fF$.

Les potentiels relatifs à ces deux oscillateurs sont représentés avec leurs niveaux d'énergie respectifs dans la figure 2.10.

Ces deux oscillateurs sont couplés par la partie $\hat{C}_{\parallel\perp}$ de l'Hamiltonien. Lorsque les fréquences $\nu^c_{nm}(n, m = 1, 2\, ou\, 3)$ sont petites devant $\nu_{\parallel,\perp}$ et que aucune condition de résonance n'est satisfaite entre les deux oscillateurs, on peut alors décrire les états quantiques du SQUID comme des états produits $\left|n_\parallel, m_\perp\right\rangle = \left|n_\parallel\right\rangle \otimes \left|m_\perp\right\rangle$. Lorsque les fréquences ν^c_{nm} ne sont plus négligeables, ou proche d'une condition de résonance, les état propres des deux modes sont alors intriqués.

2.3.2 Du QuBit de phase à l'oscillateur quantique bidimensionnel

Nous allons dans cette partie traiter deux cas limites à travers des simulations numériques. Dans un premier cas, nous considérerons une faible inductance de la boucle de SQUID, $b > 1$. Le SQUID sera dans la limite unidimensionnelle et présentera les caractéristique d'un QuBit de phase. C'est le cas de l'échantillon S_{QB}. Dans le second cas, nous considérerons une forte inductance de la boucle de SQUID, $b < 1$. Le SQUID sera alors décrit comme un oscillateur quantique bidimensionnel. C'est le cas de l'échantillon S_{2D}.

Les simulations numériques peuvent être faites de deux manières différentes. Chacune des deux méthodes commence par la recherche des minima, des points cols et de l'angle θ. Ensuite la première méthode, complètement numérique, calcule les chemins de maximum et minimum énergie puis effectue un ajustement polynomial du potentiel le long de ces chemins pour extraire les pulsations plasma et les anharmonicités (mais pas les termes de couplage). La seconde, complètement analytique, utilise quant à elle les valeurs des dérivées du potentiel en fond de puits pour calculer les termes de l'Hamiltonien. Les deux méthodes donnent qualitativement et quantitativement des résultats très similaires. Dans la partie qui suit, toutes les simulations sont effectuées en utilisant la méthode numérique, à l'exception de l'évaluation des termes de couplage.

Pour les simulations, nous utiliserons les valeurs des paramètres expérimentaux des échantillons S_{QB} et S_{2D}, mesurés dans la suite du manuscrit. Ils sont définis dans l'annexe

A. Nous négligerons les asymétries de courant critique et d'inductance. Nous considérerons que la particule est piégée dans l'état de flux $[0\Phi_0]$.

2.3.2.1 $\mathbf{S_{QB}}$: un QuBit de phase ($b > 1$)

L'évolution de la fréquence de transition entre les deux premiers niveaux du mode longitudinal, $\nu_{01}^{\parallel}$, et entre les deux premiers niveaux du mode transverse, $\nu_{01}^{\perp}$, est représentée sur la figure 2.11 en fonction des paramètres de polarisation (I_p, Φ_p). La fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ atteint 40GHz pour les puits profonds, proches de $(I_p = 0, \Phi_p = 0)$. Elle diminue lorsque l'on se rapproche de la ligne critique pour atteindre au minimum 10GHz environ. La fréquence $\nu_{01}^{\perp}$ varie quant à elle extrêmement peu avec le point de polarisation et se situe au dessus de 100GHz. La dynamique quantique du mode transverse est donc très rapide par rapport à celle du mode longitudinal. On peut considérer que le mode transverse est toujours dans son état fondamental. Les termes de couplage sont conservés mais on remplace les opérateurs $\hat{Y}_\perp$,$\hat{Y}_\perp^2$ et $\hat{Y}_\perp^3$ par leurs valeurs moyennes données par :

$$\left\langle \hat{Y}_\perp \right\rangle = 0 \qquad \left\langle \hat{Y}_\perp^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \qquad \left\langle \hat{Y}_\perp^3 \right\rangle = 0 \tag{2.31}$$

Le seul terme de couplage subsistant est donc le terme en $\hat{X}_\parallel \left\langle \hat{Y}_\perp^2 \right\rangle$. Il peut être vu comme une modification du courant de polarisation. Cette modification est au maximum de quelques nA et s'annule complètement sur la ligne de courant nul. A ce terme près, qui sera négligé par la suite, l'hamiltonien du SQUID se réduit alors uniquement à l'hamiltonien du mode longitudinal :

$$\hat{H}_{2D} = \hat{H}_\parallel = \frac{1}{2} h\nu_\parallel \left(\hat{P}_\parallel^2 + \hat{X}_\parallel^2 \right) - h\nu_\parallel \sigma_\parallel \hat{X}_\parallel^3 - h\nu_\parallel \delta_\parallel \hat{X}_\parallel^4 \tag{2.32}$$

Dans ce cas, le SQUID peut être décrit comme un oscillateur anharmonique quantique unidimensionnel. L'anharmonicité $\Delta_\parallel = \nu_{12}^{\parallel} - \nu_{01}^{\parallel}$, représentée figure 2.11, est d'environ 100MHz au point de polarisation $(I_p = 0, \Phi_p = 0)$. Elle augmente lorsque l'on s'approche des lignes critiques jusqu'à atteindre des valeurs supérieures à 400MHz. Cette anharmonicité est en général suffisamment importante pour pouvoir réduire l'étude de la dynamique quantique de l'oscillateur aux deux premiers niveaux d'énergie. Le SQUID S_{QB} peut donc être considéré comme un QuBit de phase.

Le tableau 2.2 résume les paramètres calculés pour le circuit S_{QB} au point de polarisation $(I_p = 0, \Phi_p = 0.5\Phi_0)$.

2.3.2.2 $\mathbf{S_{2D}}$: un oscillateur quantique bidimensionnel ($b < 1$)

Considérons tout d'abord les oscillateurs non couplés. L'évolution des fréquences $\nu_{01}^{\parallel}$, $\nu_{02}^{\parallel}$ et $\nu_{01}^{\perp}$ est représentée sur la figure 2.12 en fonction des paramètres de polarisation (I_p, Φ_p). Leurs variations sont qualitativement identiques : elles sont maximales pour les puits profonds proches de $(I_p = 0, \Phi_p = 0)$. Elles diminuent lorsque l'on se rapproche de la ligne critique. Quantitativement, les variations de la fréquence $\nu_{01}^{\perp}$ avec les paramètres

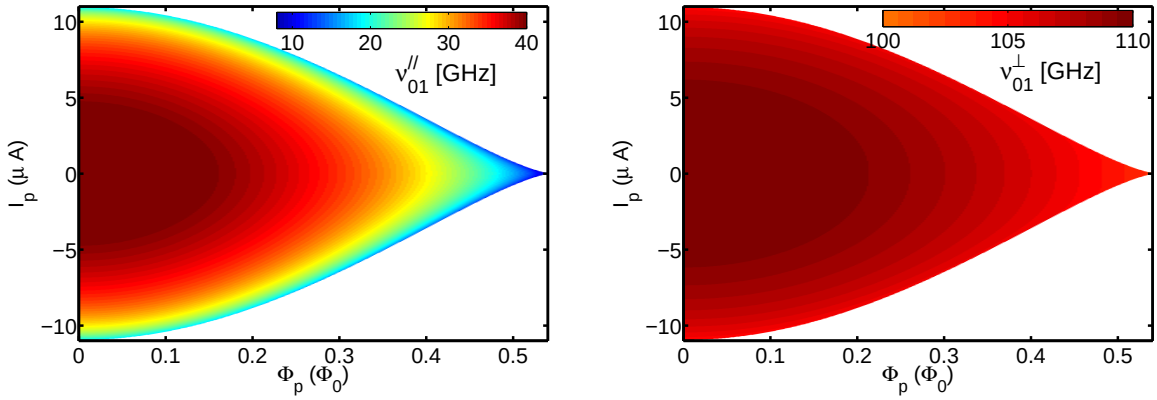
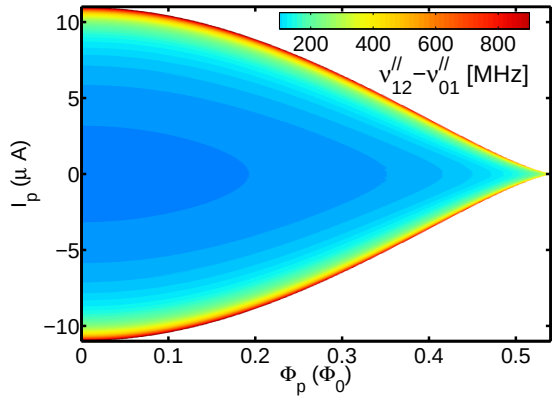


FIGURE 2.11 – Caractéristiques du SQUID S_{QB} , optimisé pour être un QuBit de phase : variation des fréquences de transition $\nu_{01}^{\|}$et $\nu_{01}^{\perp}$, de l'anharmonicité du mode longitudinal $\nu_{12}^{\|} - \nu_{01}^{\|}$.



$\nu_{\|}$	$\nu_{12}^{\|} - \nu_{01}^{\|}$	$\nu_{\perp}$	$\nu_{12}^{\perp} - \nu_{01}^{\perp}$
$16.6GHz$	$150MHz$	$104GHz$	$2MHz$

ν_{21}^{c}	ν_{12}^{c}	ν_{22}^{c}	ν_{31}^{c}	ν_{13}^{c}
$-2.78GHz$	$0MHz$	$-25MHz$	$0MHz$	$0MHz$

TABLE 2.2 – Paramètres de l'échantillon S_{QB} au point de polarisation ($I_p = 0$, $\Phi_p = 0.5\Phi_0$).

$\nu_{\parallel}$	$\nu_{12}^{\parallel} - \nu_{01}^{\parallel}$	$\nu_{\perp}$	$\nu_{12}^{\perp} - \nu_{01}^{\perp}$
$7.75GHz$	$75MHz$	$14.5GHz$	$8.8MHz$

ν_{21}^{c}	ν_{12}^{c}	ν_{22}^{c}	ν_{31}^{c}	ν_{13}^{c}
$-589MHz$	$0MHz$	$-40MHz$	$0MHz$	$0MHz$

TABLE 2.3 – Paramètres de l'échantillon S_{2D} au point de polarisation ($I_p = 0$, $\Phi_p = 0.5\Phi_0$).

de polarisation sont faibles comparées aux variations de fréquence du mode longitudinal, $\nu_{01}^{\perp}$ reste autour de 15GHz environ. $\nu_{01}^{\parallel}$ varie entre 10GHz et 5GHz , la condition $\nu_{01}^{\parallel} < \nu_{01}^{\perp}$ est toujours vérifiée. A l'inverse $\nu_{02}^{\parallel}$ varie entre 20GHz et 10GHz et on observe donc une condition de résonance $\nu_{02}^{\parallel} = \nu_{01}^{\perp}$ le long d'une ligne dans le plan (I_p , Φ_p) représentée en pointillé noir sur la figure 2.12.

L'anharmonicité des deux modes est aussi représentée figure 2.12. L'anharmonicité du mode longitudinal est en général de l'ordre de 100MHz. Elle augmente lorsque le flux Φ_p est proche de $\Phi_0/2$. Elle est notablement plus faible que pour le SQUID S_{QB}. Le mode transverse est environ 10 fois moins anharmonique que le mode longitudinal. En général de l'ordre de quelques MHz, l'anharmonicité du mode mode transverse atteint 10MHz proche de la ligne critique.

Si l'on se limite à l'étude de la dynamique des deux premiers niveaux du mode longitudinal, on peut faire la même approximation que pour le SQUID S_{QB} et considérer le mode transverse dans son état fondamental. Mais si l'on s'intéresse à la dynamique multiniveaux du mode longitudinal, alors le mode transverse doit être considéré comme un oscillateur à part entière. Il est alors de première importance d'évaluer les termes de couplage entre les deux modes.

Les fréquences de couplage ν_{31}^{c} et ν_{13}^{c} sont au maximum de 20MHz et s'annulent à $I_p = 0$. La fréquence de couplage ν_{12}^{c} peut prendre des valeurs importantes, de l'ordre de 600MHz, proche du courant critique à flux nul, mais elle s'annule aussi à courant nul. La fréquence ν_{22}^{c} prend des valeurs comprises entre -20MHz et -50MHz. La fréquence la plus importante est la fréquence ν_{21}^{c}, correspondant au terme de l'hamiltonien de couplage en $\hat{X}_{\parallel}^{2}\hat{Y}_{\perp}$. Elle est représentée sur la figure 2.12. Cette fréquence est typiquement de -600MHz, proche de ($I_p = 0$, $\Phi_p = \frac{1}{2}\Phi_0$). Ce terme de couplage est donc le terme dominant dans cette région du diagramme critique.

Le tableau 2.3 résume les paramètres calculés pour le circuit S_{2D} au point de polarisation ($I_p = 0$, $\Phi_p = 0.5\Phi_0$).

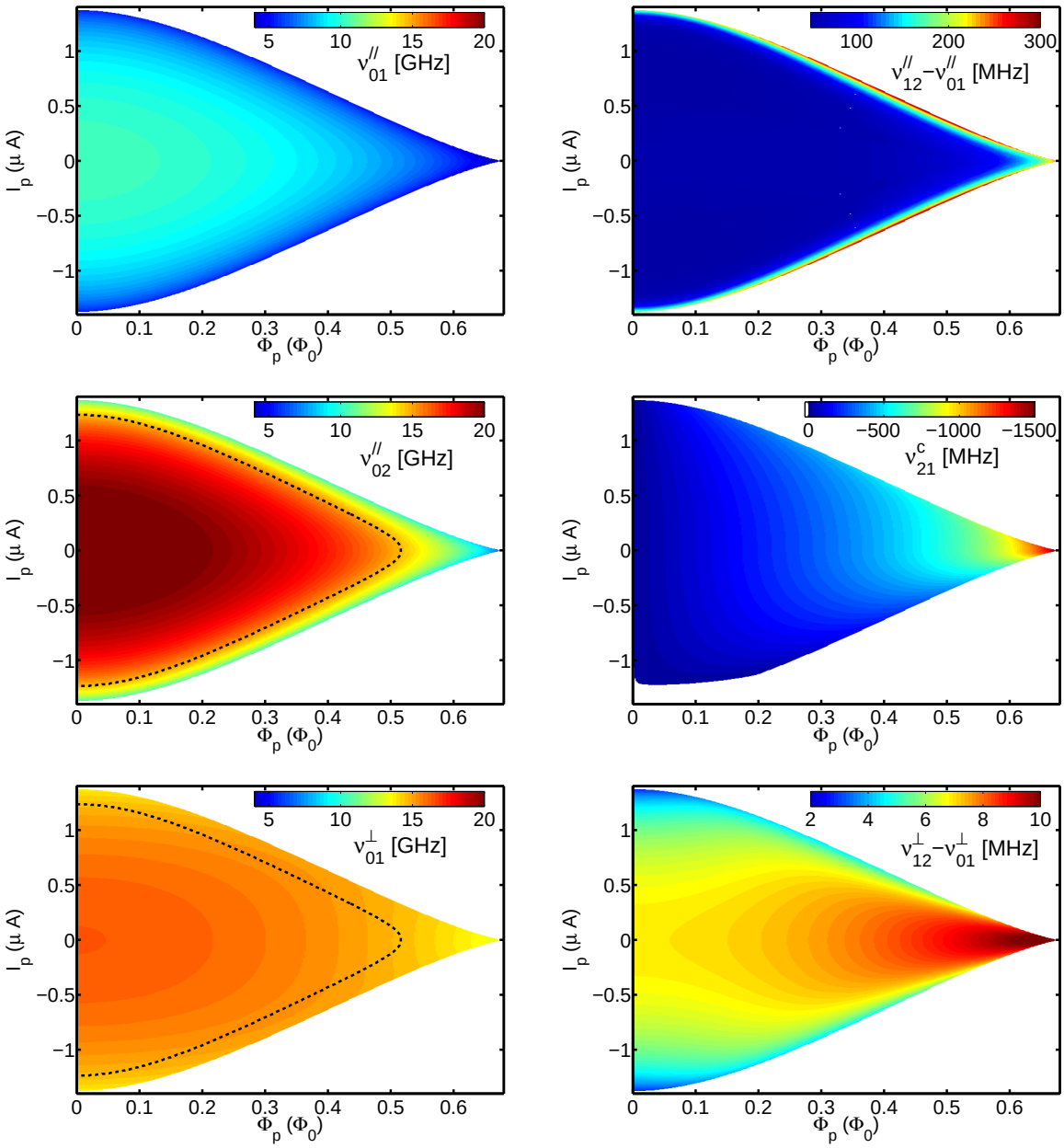


FIGURE 2.12 – Caractéristiques d'un SQUID optimisé pour la dynamique bidimensionnelle : variation des fréquences de transition $\nu_{01}^{\parallel}$, $\nu_{02}^{\parallel}$ et $\nu_{01}^{\perp}$ (code couleur identique pour les trois fréquences), de l'anharmonicité du mode longitudinal $\nu_{12}^{\parallel} - \nu_{01}^{\parallel}$ et du mode transverse $\nu_{12}^{\perp} - \nu_{01}^{\perp}$ et du terme de couplage ν_{21}^{c}. La ligne pointillé noir note la position de la résonance entre $\nu_{02}^{\parallel}$ et $\nu_{01}^{\perp}$ en l'absence de couplage.

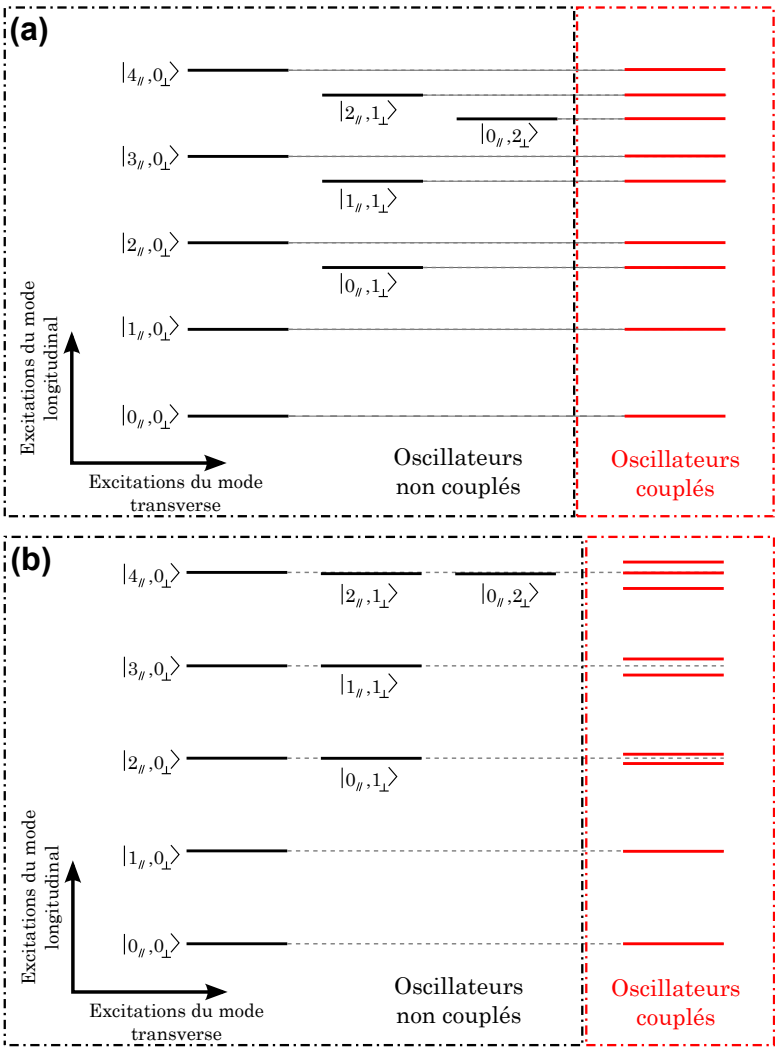


FIGURE 2.13 – Diagramme d'énergie de l'échantillon S_{2D} sans couplage, en noir, et avec couplage, en rouge. **(a)** ($I_p = 0$, $\Phi_p = 0.37\Phi_0$) **(b)** ($I_p = 0$, $\Phi_p = 0.54\Phi_0$).

La figure 2.13 représente le diagramme des niveaux d'énergies du SQUID, avec et sans couplage, à courant nul, pour deux flux de polarisation différents. Pour le flux $\Phi_p = 0.37\Phi_0$, les deux oscillateurs, en l'absence du terme de couplage $\hat{C}_{\parallel\perp}$, ne sont pas en résonance. Les niveaux d'énergie sont peu modifiés en présence du couplage. Pour le flux $\Phi_p = 0.54\Phi_0$, les transitions $\left|0_\parallel, 0_\perp\right\rangle \rightarrow \left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ et $\left|0_\parallel, 0_\perp\right\rangle \rightarrow \left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ sont en résonance en absence de couplage. La dégénérescence d'énergie entre les états $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ et $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ est levée par le terme en $\hat{X}_\parallel^2\hat{Y}_\perp$ de l'hamiltonien $\hat{C}_{\parallel\perp}$. Notons qu'en ce point les transitions supérieures sont quasi-résonantes. En effet l'anharmonicité des deux modes est faible devant le couplage : $\nu_{12}^\parallel - \nu_{01}^\parallel < \nu_{21}^c$. On observe aussi une levée de dégénérescence.

2.3.3 Couplage du SQUID à une perturbation micro-onde

Ce paragraphe a pour but d'établir l'Hamiltonien de couplage entre le SQUID et son environnement dit "haute fréquence". Cela correspond au couplage à des fluctuations de flux ou de courant à des fréquences proches des fréquences plasma du SQUID. En effet, le contrôle des états quantiques du SQUID s'effectue en pratique par l'application d'un courant ou d'un flux micro-onde résonant avec les transitions du QuBit.

Au courant de polarisation I_p et flux de polarisation Φ_p on ajoute respectivement des perturbations $\delta I(t)$ et $\delta\Phi(t)$. L'Hamiltonien complet du SQUID se met alors sous la forme :

$$\hat{H}_{2D}(t) = \hat{H}^0_{2D} + \hat{W}^{\delta I}_{2D}(t) + \hat{W}^{\delta\Phi}_{2D}(t) \tag{2.33}$$

où $\hat{H}^0_{2D}$ est l'Hamiltonien du SQUID non perturbé, $\hat{W}^{\delta I}_{2D}(t)$ la perturbation associée aux fluctuations de courant et $\hat{W}^{\delta\Phi}_{2D}(t)$ la perturbation associée aux fluctuations de flux. Pour obtenir leurs expressions respectives, on développe le potentiel du SQUID au premier ordre en I_p et Φ_p. Puis on applique la même démarche qu'au paragraphe 2.3.1 pour décomposer chacune des perturbations en deux parties : une partie longitudinale et une partie transversale. On obtient alors :

$$\hat{H}_{2D}(t) = \left[\hat{H}^0_{\parallel} + \hat{W}^{\delta I}_{\parallel}(t) + \hat{W}^{\delta\Phi}_{\parallel}(t)\right] + \hat{C}_{\parallel\perp} + \left[\hat{H}^0_{\perp} + \hat{W}^{\delta I}_{\perp}(t) + \hat{W}^{\delta\Phi}_{\perp}(t)\right] \tag{2.34}$$

Les termes perturbatifs sont donnés par :

$$\begin{cases} \hat{W}^{\delta I}_{\parallel}(t) = -(cos\,\theta + \eta sin\,\theta)\sqrt{\frac{\hbar}{2C\omega_{\parallel}}}\delta I(t)\hat{X}_{\parallel} \\ \\ \hat{W}^{\delta\Phi}_{\parallel}(t) = -sin\,\theta\frac{1}{L_S}\sqrt{\frac{2\hbar}{C\omega_{\parallel}}}\delta\Phi(t)\hat{X}_{\parallel} \end{cases} \tag{2.35}$$

$$\begin{cases} \hat{W}^{\delta I}_{\perp}(t) = -(\eta cos\,\theta - sin\,\theta)\sqrt{\frac{\hbar}{2C\omega_{\perp}}}\delta I(t)\hat{Y}_{\perp} \\ \\ \hat{W}^{\delta\Phi}_{\perp}(t) = -cos\,\theta\frac{1}{L_S}\sqrt{\frac{2\hbar}{C\omega_{\perp}}}\delta\Phi(t)\hat{Y}_{\perp} \end{cases} \tag{2.36}$$

Ces termes de couplage micro-onde sont des fonctions de θ. Les variations de θ sont représentées sur la figure 2.14 pour le SQUID S_{QB}. Cet angle peut prendre des valeurs positives ou négatives en fonction du signe du courant appliqué. Il ne dépasse pas les quelques degrés et s'annule le long des lignes de flux nul et de courant nul. Dans le cas où η=0, si $\theta = 0$ alors les termes de couplages $\hat{W}^{\delta\Phi}_{\parallel}(t)$ et $\hat{W}^{\delta I}_{\perp}(t)$ s'annulent. Le mode longitudinal n'est plus couplé aux perturbations en flux et le mode transverse n'est plus couplé aux perturbations en courant.

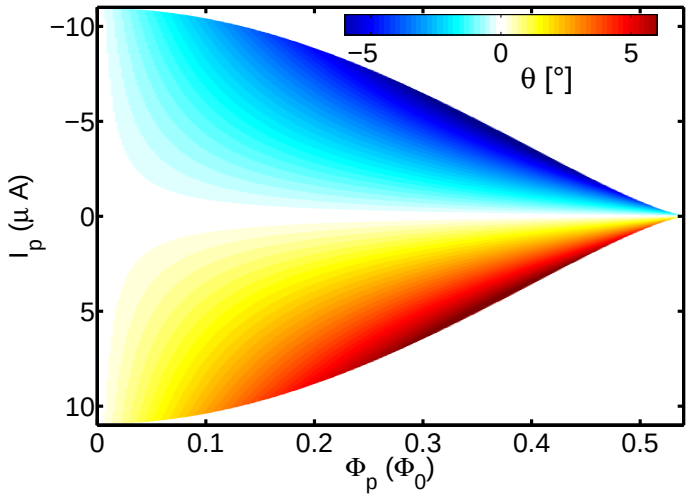


FIGURE 2.14 – Variation de l'angle θ en fonction des paramètres de polarisation. Paramètres du SQUID S_{QB}, aucune asymétrie.

Chapitre 3

Nano-fabrication et dispositif expérimental

La première partie de ce chapitre aura pour objectif de détailler les procédés de fabrication des deux SQUID mesurés.

Le SQUID S_{QB} provient d'un lot d'échantillons que nous avons reçu au début de ma thèse. Ces échantillons sont le fruit d'une collaboration avec le Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB [1], laboratoire spécialiste de la fabrication d'échantillon par technologie tricouches situé à Braunschweig en Allemagne). Je décrirai brièvement la technique utilisée au PTB puis je présenterai le circuit en lui-même.

Le SQUID S_{2D} a, quant à lui, été fabriqué à Grenoble. J'ai bénéficié durant ma thèse de l'ouverture récente de la Plateforme Technologique Amont (PTA [2]). Cette salle blanche de classe 1000 et d'une surface de presque 500m^2 est pilotée par le CEA, le CNRS, l'UJF et l'INPG. La PTA dispose d'un masqueur électronique dernière génération. Au cours de ma deuxième année, nous avons pris la décision de transférer vers la PTA le procédé de fabrication de circuit à base de jonction Josephson par évaporations sous angles pour profiter des performances du masqueur. Ce travail de développement a duré un an et a débouché sur un nouveau procédé de fabrication par évaporations sous angles, dénommé Controlled Undercut Technique. Ce travail n'aurait pu se faire sans Cécile Naud qui m'a non seulement formé sur la machine mais aussi accompagné et soutenu durant la longue phase de développement du procédé. Je tiens à souligner aussi que ces moyens techniques ne perdurent que grâce aux compétences des techniciens et ingénieurs, de la PTA et de NanoFab, qui entretiennent et développent les machines et qui sont dépositaires des connaissances accumulées au cours des années.

Dans la seconde partie nous décrirons le dispositif expérimental : cryogénie, électronique bas bruit et haute fréquence, filtrage des signaux et blindage.

L'intégralité m'a été fourni "clés en main". Le cryostat avait été monté et câblé par Franck Balestro puis amélioré successivement par Julien Claudon et Aurélien Fay. La

1. http ://www.ptb.de
2. http ://www.pta-grenoble.com

majeur partie de l'électronique était déjà opérationnelle lors de mon arrivée et j'ai participé à l'évolution de l'interfaçage informatique avec Emile Hoskinson. L'entretien des appareils et leur adaptation à mes échantillons m'ont tout de même permis d'acquérir la maîtrise de toute la chaîne de mesures.

Deux développements expérimentaux que j'ai effectués ne sont pas présents dans cette partie pour des raisons de clarté. L'un concerne une amélioration supplémentaire du procédé de fabrication qui sera traité dans les perspective du QuBit de phase à la fin du chapitre 5 et l'autre concerne la mise en place d'un dispositif micro-onde utilisé pour une seule série de mesures présentées dans le chapitre 6.

3.1 Nano-fabrication

L'étape clé de la fabrication d'une jonction Josephson est le contrôle de la couche isolante. Les caractéristiques de la jonction fabriquée sont très sensibles à l'épaisseur et à la qualité de l'isolant. Cette épaisseur est comprise entre 1 et 3nm. En général cet isolant est une couche métallique oxydée. Pour garder la maîtrise de l'oxydation, celle-ci doit se dérouler dans une atmosphère d'oxygène avec une pression contrôlée. Ces contraintes imposent que la formation de la couche d'oxyde soit faite *in-situ*, c'est à dire que les deux supraconducteurs et la barrière d'oxyde doivent être déposés sans casser le vide à l'intérieur du bâti de dépôt. Il existe deux techniques principales pour cela. La technologie tricouches dépose les trois couches sur un wafer complet et dessine ensuite le circuit avec une succession de lithographies, de gravures et de dépôts [49]. La technique de fabrication par évaporation sous angles consiste à lithographier un masque de résine ayant un pont suspendu suivi de deux évaporations inclinées séparées par une oxydation [50].

3.1.1 Technologie Tricouche - SQUID en Niobium

3.1.1.1 Principe

Nous allons résumer dans cette partie la technique de fabrication mis au point au PTB par R. Dolata et A. B. Zorin [51] sous la forme d'une liste des étapes du procédé (voir figure 3.1) :

Préparation du tricouche :

- Pulvérisation de 150nm de Niobium (Nb) sur un wafer de Silicium/Silicium oxydé (Si/SiO_2).
- Pulvérisation de 10nm d'aluminium (Al) puis oxydation (épaisseur oxydée de l'ordre du nm).
- Pulvérisation de 150nm de Niobium

Dessin des jonctions :

- Dépôt en phase vapeur assisté par plasma (PECVD, pour Plasma Enhanced Chemical Vapour Deposition) d'une couche de SiO_2 de 100 nm.
- Première lithographie électronique. Dépôt par évaporation de 30nm d'aluminium. Après retrait de la résine (appelé Lift-off), un masque d'aluminium protège une surface correspondant aux futures jonctions Josephson.
- Gravure successive de la couche de SiO_2 et de la couche supérieure de Niobium par gravure ionique réactive (RIE, pour Reactive Ion Etching) sous respectivement CHF_3 et CF_4. Les parties recouvertes d'aluminium sont protégées contre cette gravure.
- Courte gravure par plasma argon pour retirer le masque d'aluminium.
- Anodisation de la couche inférieure de niobium sous une tension de 20V pour créer une couche de 45nm de Nb_2O_5.
- Seconde lithographie électronique, sur une résine négative. Après une gravure par RIE SF_6 il ne reste que les électrodes formées par la couche inférieure de niobium et les structures correspondant aux futures jonctions.

Isolation, planarisation et raccordement :

- Dépôt d'une couche d'isolation de 500nm SiO_2 par PECVD.
- Polissage mécano-chimique (CMP, pour Chemical Mechanical Polishing) de la couche de SiO_2.
- Dépôt de 150nm de Niobium par pulvérisation après un nettoyage de la surface par gravure plasma argon.
- Troisième lithographie électronique pour définir un masque d'aluminium puis gravure par RIE CHF_4 qui définit les électrodes supérieures du circuit.

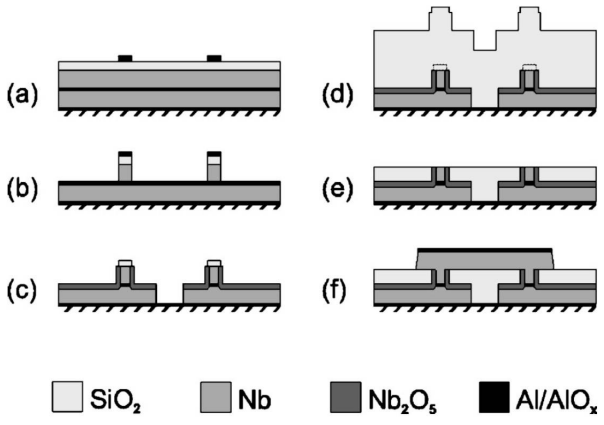


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de la fabrication d'un transistor à jonction Josephson à partir d'un tricouche $Nb/AlO_x/Nb$. (a) tricouche $Nb/AlO_x/Nb$ recouvert d'une fine couche de SiO_2 et par un masque d'aluminium. (b) Gravure du SiO_2 et de la couche supérieure de Nb. (c) Retrait de l'aluminium, anodisation, gravure de la couche inférieure de Nb. (d) dépôt de la couche de SiO_2. (e) polissage mecanico-chimique. (f) dépôt et gravure de la couche de connexion en Nb. Voir texte. D'après [51] .

3.1.1.2 Description du SQUID S_{QB}

La figure 3.2 montre quelques images représentatives du SQUID S_{QB}. La figure 3.2.a est une image au microscope optique de la puce en entier. On y voit six plots de contact : deux pour la polarisation en courant dc et la mesure de tension, deux pour la polarisation en courant haute fréquence (HF) et deux pour la polarisation en flux HF. Le courant de polarisation est appliqué via des lignes fines (250nm de large sur 1.5mm de long) court-circuitées par une capacité plane. Nous verrons dans la partie sur le filtrage qu'une telle configuration est un filtre LC passe-bas *on-chip* . Un courant HF peut être appliqué via un couplage mutuel avec les lignes de courant dc. La figure 3.2.b montre une image MEB du SQUID. La boucle du SQUID est au centre. Les arrivées des lignes de polarisation sont à droite et sont toutes les deux sur la couche supérieure. Pour relier une des arrivées de courant à la branche inférieure du SQUID, on utilise une jonction de liaison. Celle-ci est fabriquée de la même manière que les JJ du SQUID mais mesure $40 \times 40\mu m^2$, soit environ 300 fois plus qu'une des jonctions du SQUID. Les courants de polarisation utilisés dans cet échantillon, au maximum de $20\mu A$, sont négligeables devant le courant critique de cette jonction estimée à environ $1.5mA$. Elle se comporte alors comme une inductance, d'environ $0.2pH$. Elle sera négligée dans la suite. Sur la gauche du SQUID, arrive une antenne utilisée pour appliquer des impulsions de flux HF. La surface du SQUID est d'environ $190\mu m^2$ et son inductance $L_S = 19pH$. La figure 3.2.c est un zoom sur une jonction et illustre bien les différentes couches. Chaque jonction a une surface de $5\mu m^2$, un courant critique de $I_c = 5.61\mu$A et une capacité $C = 250.3$fF.

3.1.2 Technique du surplomb contrôlé - SQUID en Aluminium

La technique de fabrication de jonctions par évaporation sous angle existe depuis plus de 30 ans [50]. Le schéma de principe de la fabrication d'une jonction Josephson par évaporation sous angle est représenté dans la figure 3.3.a. Une étape de lithographie définit un pont de résine suspendu. Puis on effectue deux évaporations sous angles successives, de chaque coté du pont. Une jonction entre les deux couches déposées se forme sous le pont suspendu. Une image MEB d'une jonction fabriquée avec cette technique est présentée dans la figure 3.3.b.

Je vais présenter dans cette partie une nouvelle technique que j'ai mise au point pour la fabrication de jonctions métalliques (JJ, capacités planes, jonctions SNS, etc...). Elle est appelée technique du surplomb contrôlé (CUT, pour Controled Undercut Technique). C'est une technique de fabrication par **évaporation sous angle** qui permet de fabriquer des jonctions **sans utiliser l'habituel pont suspendu**.

Cette technique est basée sur le dessin par lithographie electronique de surplombs asymétriques sur un bicouche de résine. Cette asymétrie permet lors des évaporations de selectionner si le dépôt a lieu sur le substrat ou sur la résine. On utilise cette propriété pour selectioner les fils de connexion de la jonction (voir figure 3.4).

La disparition du pont augmente la résistance mécanique du masque de résine et autorise le nettoyage des fonds de résines par gravure ionique ou par RIE beaucoup plus

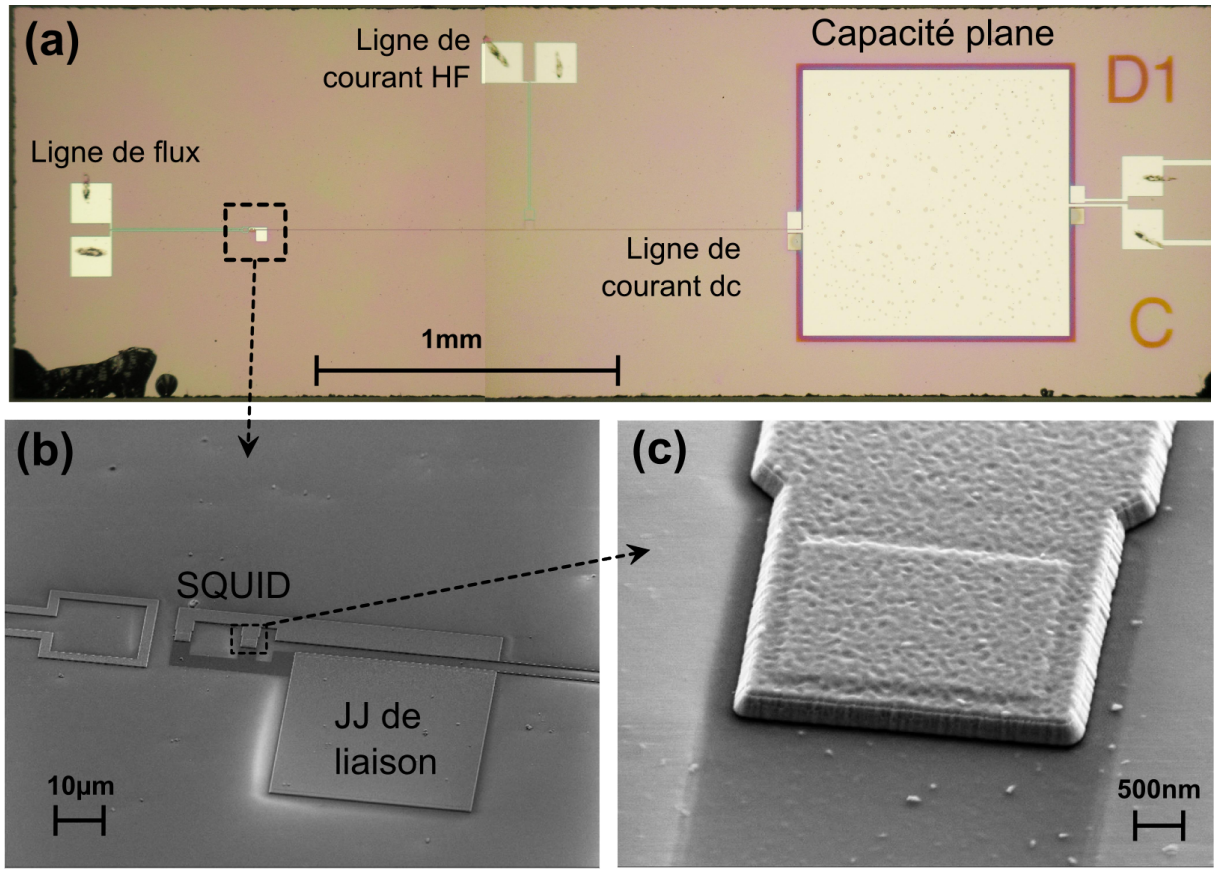


FIGURE 3.2 – Description du SQUID S_{QB}. (a) image au microscope optique de la puce. (b) image au MEB du SQUID. La différence de contraste entre la branche supérieure et inférieure est due au fait que la branche inférieure est enfouie sous la couche de SiO_2. (c) zoom au MEB sur une JJ.

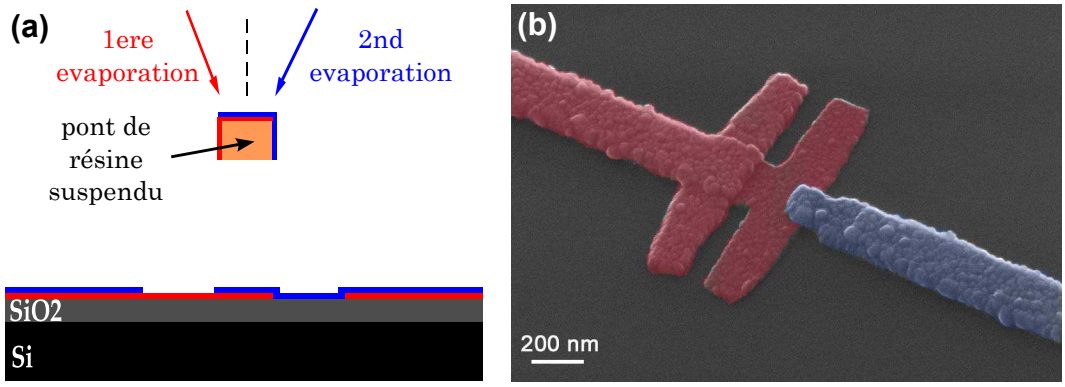


FIGURE 3.3 – Jonction Josephson obtenue par deux évaporations sous angle successives de chaque coté d'un pont de résine suspendue. (a) schéma de principe. (b) Image MEB d'une jonction Josephson fabriquée par I. M. Pop [52].

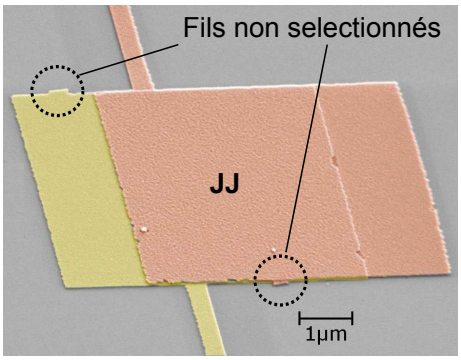


FIGURE 3.4 – Image MEB d'une jonction fabriquée par CUT. Les fils de connexion ont été selectionnés de manière à ce qu'ils proviennent chacun d'une évaporation différente.

intense, augmentant la qualité des jonctions. De plus la gamme de taille de jonction accessible est fortement augmentée et peut aller de la jonction nanométrique de $10^{-2}\mu m^2$ à la capacité de plus de $10^4\mu m^2$ sans modification du procédé.

Dans un premier temps, je présenterai brièvement les équipements de fabrication utilisés, en particulier le masqueur électronique. Nous verrons ensuite les détails de la technique de fabrication. Les avantages et inconvénients de cette nouvelle technique seront discutés et comparés aux techniques d'évaporation sous angles standards et aux technologies tricouches. Enfin je présenterai la recette complète du procédé et je décrirais le SQUID S_{2D}, fabriqué par CUT.

3.1.2.1 Equipements utilisés

L'équipement clé pour la mise en oeuvre de ce procédé est le masqueur électronique [3]. Cet appareil, uniquement dédié à la lithographie, associe une colonne électronique performante à une platine interférométrique.

Il est doté d'une colonne électronique avec émission par effet de champ (filament ZrO/W) qui peut fonctionner jusqu'à une tension d'accélération de 100kV. La mise en forme du faisceau d'électrons s'effectue sur 4 niveaux. Ceux-ci sont détaillés sur la figure 3.5. Il existe deux modes d'écriture, en fonction de la dernière lentille utilisée, nommés EOS3 et EOS6 (Electron-Optical System). Le mode EOS3 utilise la lentille 4 (la plus haute lentille objectif, élément n°20 dans la figure 3.5) et offre la taille de champ la plus grande ($500 \times 500\mu m^2$). Il est aussi mieux adapté aux forts courants (jusqu'à plusieurs dizaines de nA). Il sera utilisé pour des lithographies ne nécessitant pas de fortes résolutions. Le mode EOS6 utilise la lentille 5 (la plus basse, élément n°23 dans la figure 3.5) et a une taille de champ réduite à $62.5 \times 62.5\mu m^2$. Ce mode permet d'obtenir les meilleures résolutions (<10nm) au prix d'une augmentation du temps de lithographie. La fréquence maximale du "blanker" est de 12MHz. Le faisceau se déplace par pas de minimum 0.125nm grâce à l'utilisation d'un DAC 19-bits pour la déflection du faisceau.

Le fonctionnement de la platine est représenté en haut à droite de la figure 3.5. La position de la platine est contrôlée grâce à un système d'interférométrie laser. Le défilement des franges d'interférence est mesuré par un ADC 10-bits qui permet d'extraire l'erreur

3. JEOL JBX-6300 FS

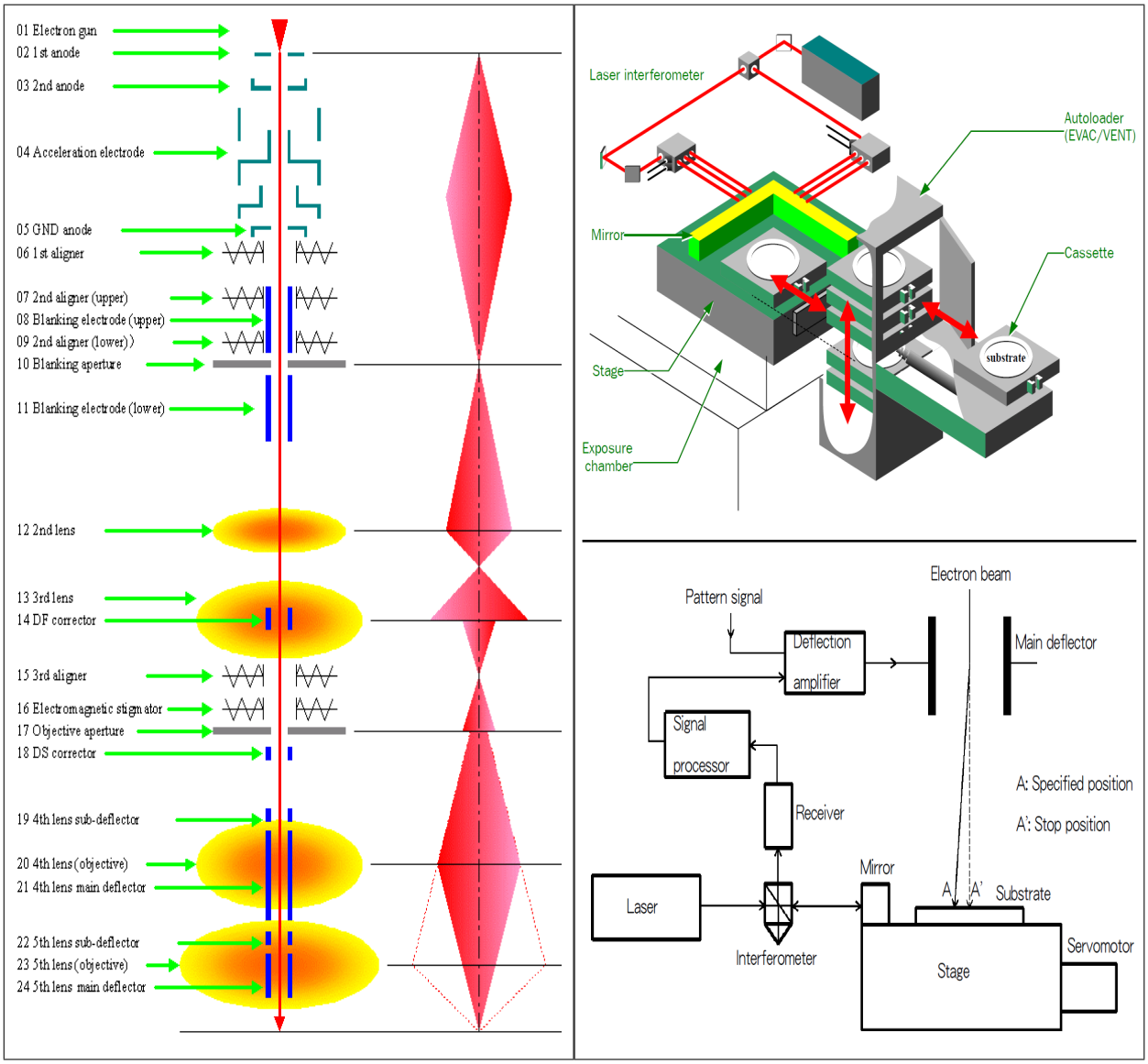


FIGURE 3.5 – **A gauche** : Schéma de la colonne électronique du masqueur. **A droite, en haut** : Schéma de principe de la platine interférométrique et du chargeur de cassettes. **A droite, en bas** : Schéma de principe de l'asservissement de la platine et de la déflection du faisceau.

de positionnement de la platine avec une précision de l'ordre $\frac{\lambda}{1024} \approx 0.60nm$. Cette erreur est alors communiquée au système de déflection du faisceau d'électrons pour correction (voir figure 3.5, en bas, à droite). L'utilisation de cette platine interférométrique permet d'éviter les problèmes de raccord de champs. On peut ainsi avoir des motifs de haute résolution répartis sur plusieurs champs. Cette platine dispose aussi d'un dispositif de mesure locale de la hauteur du substrat (non représenté sur les schémas) qui permet à la colonne électronique de conserver la focalisation du faisceau sur tout un wafer.

La colonne et la platine sont contrôlées par une console SUN.

Seulement deux autre appareils - une machine de gravure ionique réactive (RIE) et un évaporateur à canon à électrons - sont nécessaires à la mise en oeuvre de la technique CUT. Cela illustre bien la simplicité du procédé. La machine de RIE [4] dispose d'un système de "torche à plasma" (ICP, pour Inductively Coupled Plasma) qui permet de découpler la création du plasma de l'accélération des radicaux vers la surface de l'échantillon. En coupant l'alimentation de la tension d'accélération vers l'échantillon, on obtient une gravure purement chimique, donc très isotrope, idéale pour nettoyer des fonds de résines sous des structures suspendues. L'évaporateur [5] utilise un canon à électrons pour chauffer un creuset d'aluminium et travaille avec un vide durant le dépôt de 2.10^{-7}mbar. La vitesse d'évaporation peut atteindre 2nm/s.

3.1.2.2 Technique du surplomb contrôlé

Définition du surplomb asymétrique Sur un substrat de silicium oxydé, on dépose successivement deux couches de résines électron sensibles (bicouche standard). La première couche est un co-polymère de Poly-MethylMethAcrylate (PMMA)/Acide MethAcrylic (MAA) d'une épaisseur de 700nm, d'une sensibilité d'environ $400\mu C/cm^2$ à 100kV. On l'appellera couche support. La seconde couche est constituée de PMMA seulement, d'une épaisseur de 200nm et de sensibilité $1200\mu C/cm^2$ à 100kV. Elle sera appelée couche image.

La masqueur électronique dessine alors deux types de motifs (voir figure 3.6). Le premier motif est obtenu avec une dose de $1500\mu C/cm^2$: il définit les lignes ouvertes sur la couche image. Le deuxième motif est obtenu avec une dose de $400\mu C/cm^2$: il définit les surplombs. En effet, après développement de la résine (solution de MIBK(1) :IPA(3) pendant 30s et rinçage IPA), les zones de résine insolées à forte dose sont complètement retirées alors que dans les zones insolées à faible dose, seule la couche de support a été retirée, donnant lieu à un profil de PMMA en surplomb. Sur le schéma 3.6.a le masqueur dessine un surplomb uniquement à droite de l'ouverture principale. On obtient ainsi un profil très asymétrique. Les résidus de résine post-développement sont nettoyés par une faible gravure RIE oxygène très isotrope.

4. STS Multiplex ICP
5. Plassys MEB 550S

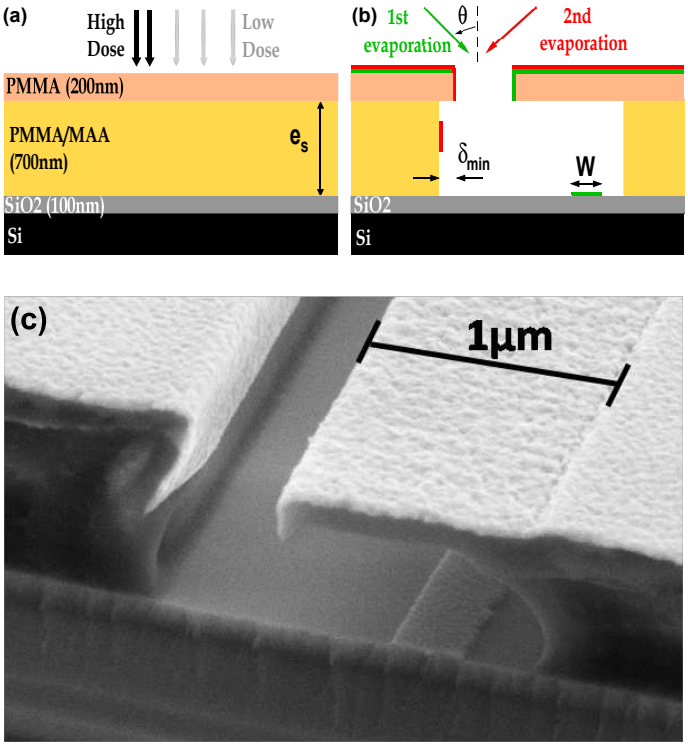


FIGURE 3.6 – Schéma de principe de l'évaporation avec un surplomb contrôlé. (a) Au moment de la lithographie électronique. (b) Après développement et dépôt, avant lift-off. (c) Image MEB d'un coupe transversale illustrant la figure (b), obtenue après clivage d'un échantillon.

Selection du dépôt On effectue deux évaporations d'aluminium, d'angles respectifs de $+45°$ et $-45°$, séparées par une oxydation *in-situ*. Comme on le voit sur la figure 3.6.b, l'asymétrie du profil implique que la première évaporation se dépose sur le substrat, à droite, alors que la seconde se dépose entièrement sur le mur de résine, à gauche. Cette situation est illustrée par une image MEB figure 3.6.c. Après le lift-off, il ne reste que le fil déposé sur le substrat par la première évaporation. Si on avait dessiné le surplomb à gauche de l'ouverture principale, on aurait alors observé la situation inverse et seul le fil déposé par la seconde évaporation serait resté. La position du surplomb permet donc de selectionner le dépôt.

Fabrication d'une jonction La figure 3.7.a montre le masque de résine typique permettant la fabrication d'une JJ par CUT. Il est composé d'une ouverture centrale dans la couche image et de deux fils de connexion en haut et en bas. Les zones claires indiquent les positions des surplombs. Un surplomb de $1\mu m$ est dessiné à droite du fil du haut et à gauche du fil du bas. Une vue en coupe du fil du haut ressemblerait à la figure 3.6.c. Nous effectuons deux évaporations sous angles, comme mentionné dans le paragraphe précèdent, séparées par une oxydation. La première évaporation, venant de la gauche sur la figure 3.7.a, dépose sur le substrat uniquement l'électrode inférieure de la jonction et le fil de connexion du haut. Le fil de connexion du bas est déposé sur le mur de résine. Par symétrie la seconde évaporation, venant de la droite, dépose sur le substrat l'électrode supérieure

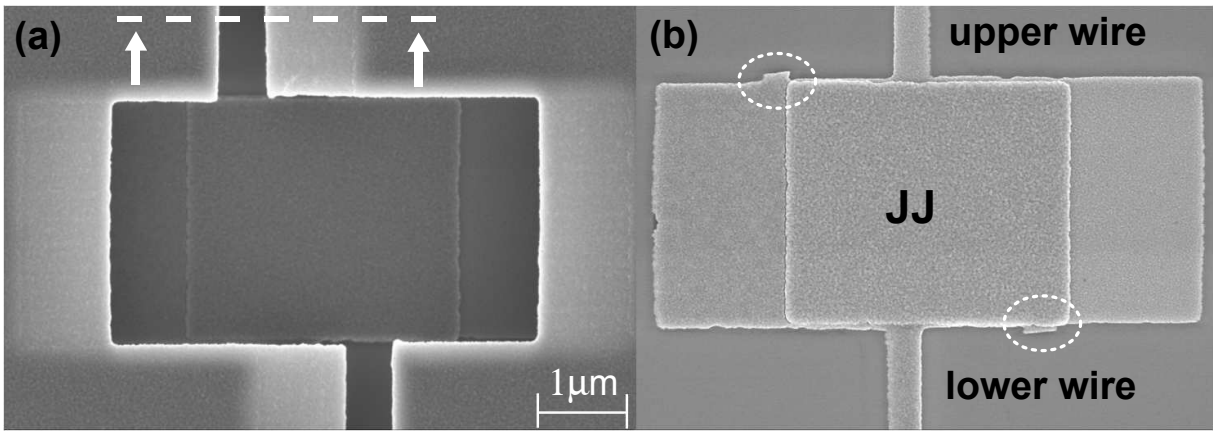


FIGURE 3.7 – (a) image MEB d'une jonction et de ses fils de connexion avant le lift-off. Les zones claires indiquent les surplombs. Une vue en coupe selon la ligne pointillée blanche correspondrait à la figure 3.6.(c) . (b) image MEB d'une jonction après lift-off. Le fil du haut (resp. du bas) connecte l'électrode inférieure (resp. supérieure) de la jonction et correspond à la première évaporation (resp. deuxième). On distingue la coupure des fils de connexion obtenue par cette technique (entourée dans la figure b).

et le fil de connexion du bas alors que le fil de connexion du haut est déposé sur le mur de résine. La figure 3.7.b montre la jonction obtenue après lift-off. Chacune des électrodes de la jonction n'est connectée que par un des deux fils de connexion. La surface de la jonction est définie par la surface de superposition des électrodes.

3.1.2.3 Contrôle du surplomb et faisabilité

Contrôle du surplomb La technique CUT repose sur l'obtention de surplombs asymétriques. C'est cette asymétrie qui permet la selection des fils de connexion. Un bon contrôle de la taille du surplomb de chaque coté de l'ouverture dans le PMMA est donc capital.

Pour caractériser le contrôle, nous avons mesuré la taille du surplomb obtenu après développement en fonction de la taille du surplomb dessiné. Pour cela on dessine une ligne de $350nm$ de large et plusieurs centaines de μm de long dans la couche image puis un surplomb de taille variable à droite de la ligne, de 0 à $1\mu m$. Les wafer sont clivés pour l'observation. Les images MEB correspondantes, pour une insolation à 100kV, sont présentées sur la figure 3.8. Le surplomb à gauche deumeure inexistant (inférieur à $50nm$) quelle que soit la taille du surplomb à droite.

La même expérience a été effectuée pour une tension d'accélération de 20kV, en collaboration avec Thierry Crozes (pôle NanoFab). La figure 3.9 résume les résultats obtenus pour les deux tensions d'accélération. Pour des surplombs de plus de 300nm, on observe un accord parfait entre surplomb obtenu et surplomb dessiné, quelque soit la tension d'accélération. Pour les petits surplombs, la courbe dévie du comportement linéaire. On perd le contrôle du surplomb. Lorsque aucun surplomb n'est dessiné, on observe un surplomb

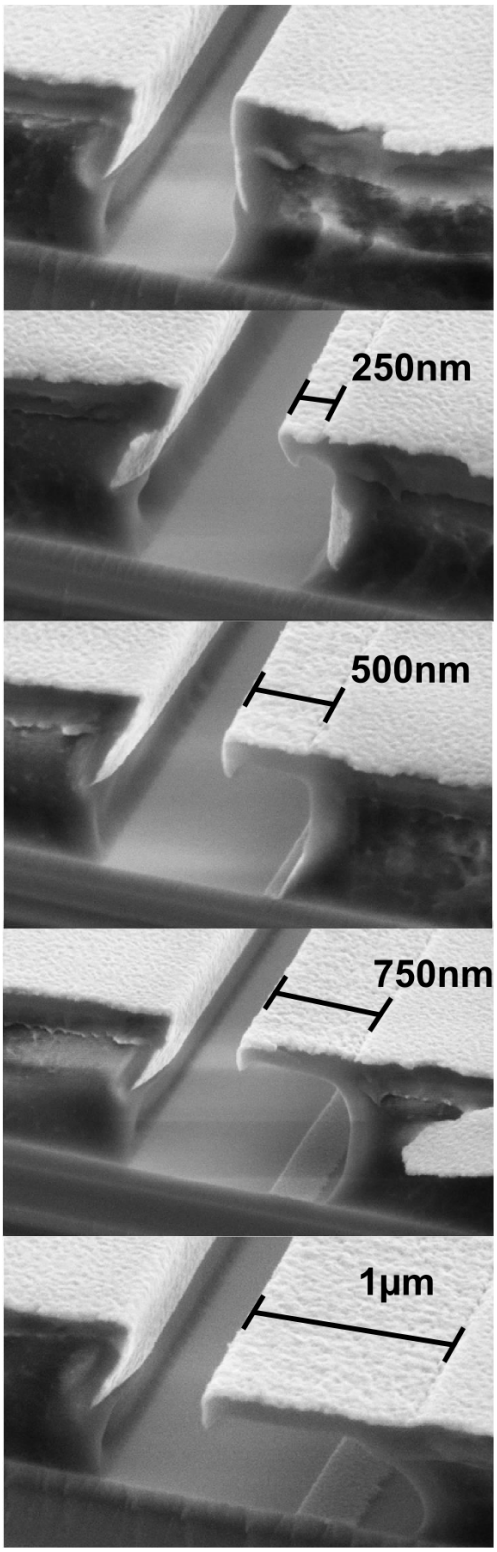


FIGURE 3.8 – Images MEB de plusieurs tailles de surplombs vues en coupe. La largeur de l'ouverture centrale dans la couche image est d'environ 350nm. On remarque un léger développement des parties ayant reçu une dose faible pour l'ouverture du surplomb.

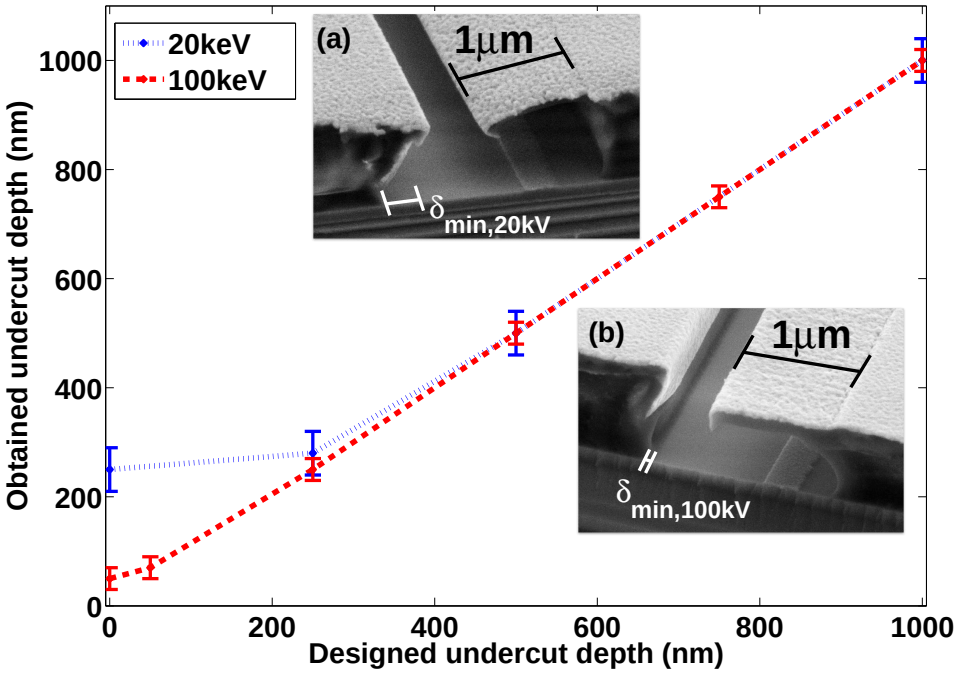


FIGURE 3.9 – Taille du surplomb mesurée après développement en fonction de la taille du surplomb dessiné, à 20kV et 100kV. insert : (a) profil de résine après insolation à 20kV d'un surplomb de 1μm. L'affaissement du surplomb est dû uniquement à l'observation. (b) profil de résine après insolation à 100kV d'un surplomb de 1μm.

résiduel, δ_{min}. Ce surplomb est principalement dû aux effets de proximité et dépend fortement de la tension d'accélération [53]. Comme on le voit sur la figure 3.9, δ_{min} passe de 250nm à 50nm quand on augmente la tension de 20kV à 100kV.

Faisabilité de la technique : largeur des fils de connexion Pour conserver la propriété de selection du dépôt, la largeur des fils de connexions, W, doit être limitée. En effet si la largeur est trop importante, les deux évaporations se déposent sur le substrat. La jonction est alors alors court-circuitée. La largeur des fils de connexion, W, doit satisfaire la relation :

$$W < tan\,\theta \times e_s - \delta_{min} + S \tag{3.1}$$

où e_s est l'épaisseur de la couche support et δ_{min} est la taille minimale du surplomb (voir figure 3.6). S est une distance de sécurité de $100nm$. W augmente linéairement avec e_s et diminue avec δ_{min}. Il est donc intéressant, pour augmenter les dimensions accessibles pour ces lignes de connexion, de diminuer au maximum δ_{min}. Le meilleur contrôle du surplomb atteint à 100kV permet d'obtenir des lignes de connexions plus larges.

La figure 3.10 trace cette relation (3.1) en fonction de e_s et δ_{min} pour un angle $\theta = \pm 45°$.

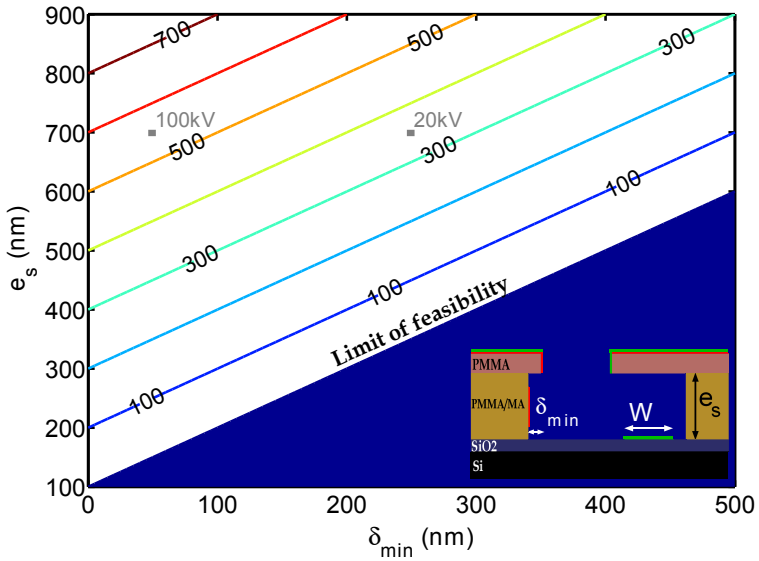


FIGURE 3.10 – Largeur W maximum, en nm, en fonction de l'épaisseur de la couche de support e_s et du surplomb minimum δ_{min}. Les carrés gris positionnent les deux cas mesurés : insolation à 100kV et 20kV sur un bicouche PMMA/MAA 700nm / PMMA 200nm. On obtient des largeurs W au maximum de 550nm à 100kV et de 350nm à 20kV.

On peut voir que la technique est plus facile à mettre en oeuvre (W est plus grand) pour des résines épaisses associées à un bon contrôle du surplomb. Pour des résines plus fines, ou des angles plus petits, le contrôle doit être de plus en plus précis sous peine de ne pouvoir utiliser que de très fines lignes de connexion.

Notons qu'un meilleur contrôle des surplombs peut être atteint en travaillant sur d'autres résines : par exemple le PMGI permet d'utiliser deux développeurs différents pour les deux résines du bicouche [54]. On peut aussi utiliser d'autre développeurs que le MIBK : un mélange eau/IPA permet par exemple d'augmenter le contraste des résines type PMMA/MAA [55, 56].

Du dessin du masque à l'échantillon L'utilisation de la CUT est d'autant plus facilitée à 100kV que son intégration dans un circuit complet est très facile. En effet, la réduction des effets de proximité s'exprime dans un premier temps à travers le bon contrôle du surplomb. Mais cette réduction implique aussi que la jonction peut être insérée dans un environnement plus complexe sans qu'il soit obligatoire de revoir les doses et les dimensions des motifs. La figure 3.11 montre les différentes étapes dans la fabrication d'un SQUID : du dessin utilisé par le masqueur pour l'insolation, au circuit avant et après lift-off. L'accord entre le dessin et le motif de résine suspendu montre bien l'absence d'effet de proximité.

Des tests préliminaires pour reproduire le circuit de la figure 3.11 ont été effectués à 20kV, sans succès. En effet, si pour des lignes longues on atteint $\delta_{min} = 250nm$, cette valeur augmente fortement lors de l'intégration dans un circuit complet à cause des effets de proximité. Cependant, aucune réelle barrière ne s'oppose à l'utilisation de la CUT à

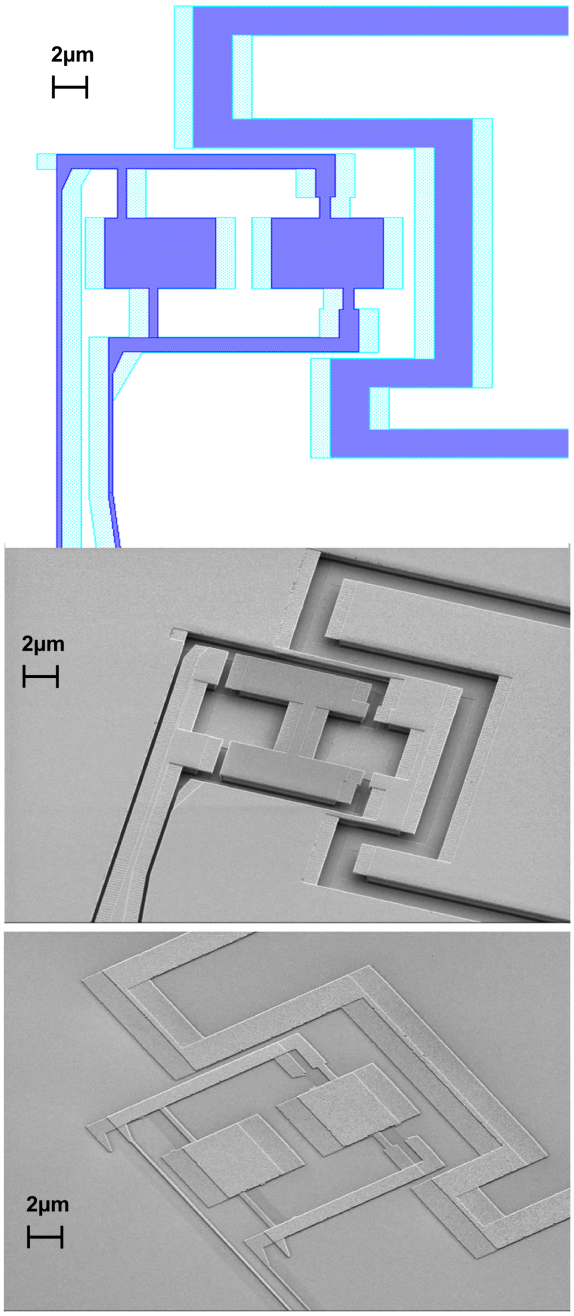


FIGURE 3.11 – **De haut en bas** : (1) Dessin d'un SQUID communiqué au masqueur électronique (dose de $1500\mu C/cm^2$ pour les motifs bleu foncé et dose de $400\mu C/cm^2$ pour les motifs bleu clair). (2) Image MEB d'un SQUID avant le lift-off. (3) Image MEB d'un SQUID après lift-off. Sur chaque image le SQUID est au milieu, les lignes d'amenées de courant sont en bas à gauche et une antenne de flux est à droite.

20kV à condition de travailler sur la correction locale des doses, circuit par circuit, ou d'augmenter l'épaisseur de la couche support.

3.1.2.4 Comparaison aux techniques existantes

La CUT a des avantage spécifiques comparés aux techniques multicouches et à l'évaporation sous angles standard . Tout d'abord avec une seule étape de lithographie et la possibilité de construire des jonctions de taille sub-micronique, la CUT conserve les avantages de l'évaporation sous angle standard par rapport aux techniques multicouches. Ensuite avec la disparition du pont suspendu, disparaissent aussi les contraintes mécaniques qui y étaient associées. Les conséquences sont nombreuses :

- La fabrication de jonctions très grandes est possible. En effet, la taille de la jonction est déterminée par la taille de l'ouverture centrale qui n'est pas une structure suspendue. Les tests préliminaires ont permis de construire des capacités *on-chip* de $100 \times 100\mu m^2$.
- Le fluage des parties suspendues est réduit. Par conséquent la précision sur la taille des jonctions augmente, de même que la reproductibilité.
- Le masque de résine étant plus robuste, l'utilisation de procédé de nettoyage par gravure ionique ou RIE est moins destructrice. De plus, la partie active de la jonction est ouverte directement vers l'extérieur. On a donc un accès direct au substrat sous la jonction. Le nettoyage des résidus de résine est facilité et permet d'éviter la contamination de la jonction et la réduction de la qualité de l'oxyde.

La CUT reste aussi beaucoup plus simple à mettre en oeuvre, et plus versatile, que les technique d'évaporation sous angle dites Manhattan [57]. Ces techniques consistent à creuser des tranchées profondes et perpendiculaires dans une monocouche de résine épaisse. Ensuite on effectue deux évaporations sous angles séparées par une rotation dans le plan de l'échantillon de 90°. Bien que cette technique offre un très bon contrôle de la taille des jonctions, sa mise en oeuvre au sein d'un circuit complexe n'est pas évidente.

Notons que le contrôle du surplomb permet de combiner, sur un même échantillon, la CUT et les autres techniques d'évaporation sous angles.

Plus généralement nous montrons ainsi un nouvel avantage de la lithographie électronique à forte tension d'accélération. Normalement la motivation première pour travailler à forte tension est d'augmenter la résolution. Il est en général considéré que l'absence d'effet de proximité est un frein à la fabrication de masques de résine suspendus. Nous montrons ici qu'il est possible d'utiliser l'absence d'effet de proximité pour créer des structures de résine suspendues robustes et variées. Nous n'avons présenté qu'une des possibilités qui en découle : la fabrication de JJ. Cependant des circuits beaucoup plus complexes peuvent être réalisés. Par exemple il est facile de dessiner des masques adaptés pour trois évaporations et deux oxydations différentes.

3.1.2.5 Protocole détaillé pour la fabrication de S_{2D}

Substrat et nettoyage	
Wafer Si/SiO_2 (épaisseur 100nm, oxydation sèche). Nettoyage plasma O_2 5 minutes.	
Résines	
Couche support	PMMA/MAA (33%) dilué à 8% dans 1-méthoxy-2-propanol *(ARP 617-08)*
étalement	2000 tours/min, 45 secondes
recuit	200°C pendant 10 minutes
épaisseur	$\simeq$ 700nm
Couche image	PMMA (950k) dilué à 4% dans l'éthyl-lactate *(ARP 679-04)*
étalement	6000 tours/min, 50 secondes
recuit	180°C pendant 4 minutes
épaisseur	$\simeq$ 200nm
Insolation *(JEOL JBX 6300 FS)*	
Haute résolution	Mode EOS6, 100kV, champs $62.5 \times 62.5\mu m^2$
Diaphragme/courant	Diaphragme 4 (25μm) , courant 1nA
Dose couche image	1500μC/cm^2
Dose surplomb	400μC/cm^2 (450μC/cm^2 pour les lignes d'amenées de courant)
Basse résolution	Mode EOS3, 100kV, champs $500 \times 500\mu m^2$
Diaphragme/courant	Diaphragme 5 (60μm) , courant 5nA
Dose couche image	1500μC/cm^2 (950μC/cm^2 pour les plots de contacts)
Dose surplomb	400μC/cm^2 (300μC/cm^2 pour les plot de contacts)
Développement	
MIBK(1) :IPA(3) 30 secondes, IPA 5 secondes, IPA 30 secondes. Séchage sous flux azote.	
Nettoyage par plasma O_2 *(RIE STS multiplex ICP)*	
Puissance RF/Platten	100W / 0W
Pression	40mTorr
durée	10 secondes dans le programme, $\simeq$ 6s ou 7s de plasma réel
évaporation sous angles *(Plassys MEB 550S)*	
1ère ***évaporation***	15nm à 0.1nm/s avec un angle de +45°
Oxydation	10min à 29mbar
2nd ***évaporation***	30nm à 0.1nm/s avec un angle de -45°
Lift-off	
N-2-méthyl pyrrolidone (NMP), 80°C, 2 heures. Rinçage acétone puis IPA. Séchage sous flux d'azote.	

3.1.2.6 description du SQUID S_{2D}

La géométrie du circuit S_{2D} est présentée à la figure 3.12. Elle est très semblable à celle du circuit S_{QB} à l'exception de la partie active, le SQUID. Le SQUID, présenté

figure 3.12.(b), occupe une surface d'environ $900\mu m^2$ et a une inductance $L_S = 640pH$. La différence de largeur des bras du SQUID a pour objectif de réduire la dissymétrie d'inductance et on obtient $\eta = 10\%$. Chaque jonction a une surface de $10\mu m^2$, un courant critique $I_c = 713nA$ et une capacité $C = 510fF$ (voir figure 3.12.c). La lithographie a été optimisée pour diminuer la largeur des amenées de courant à 100nm (voir figure 3.12.d).

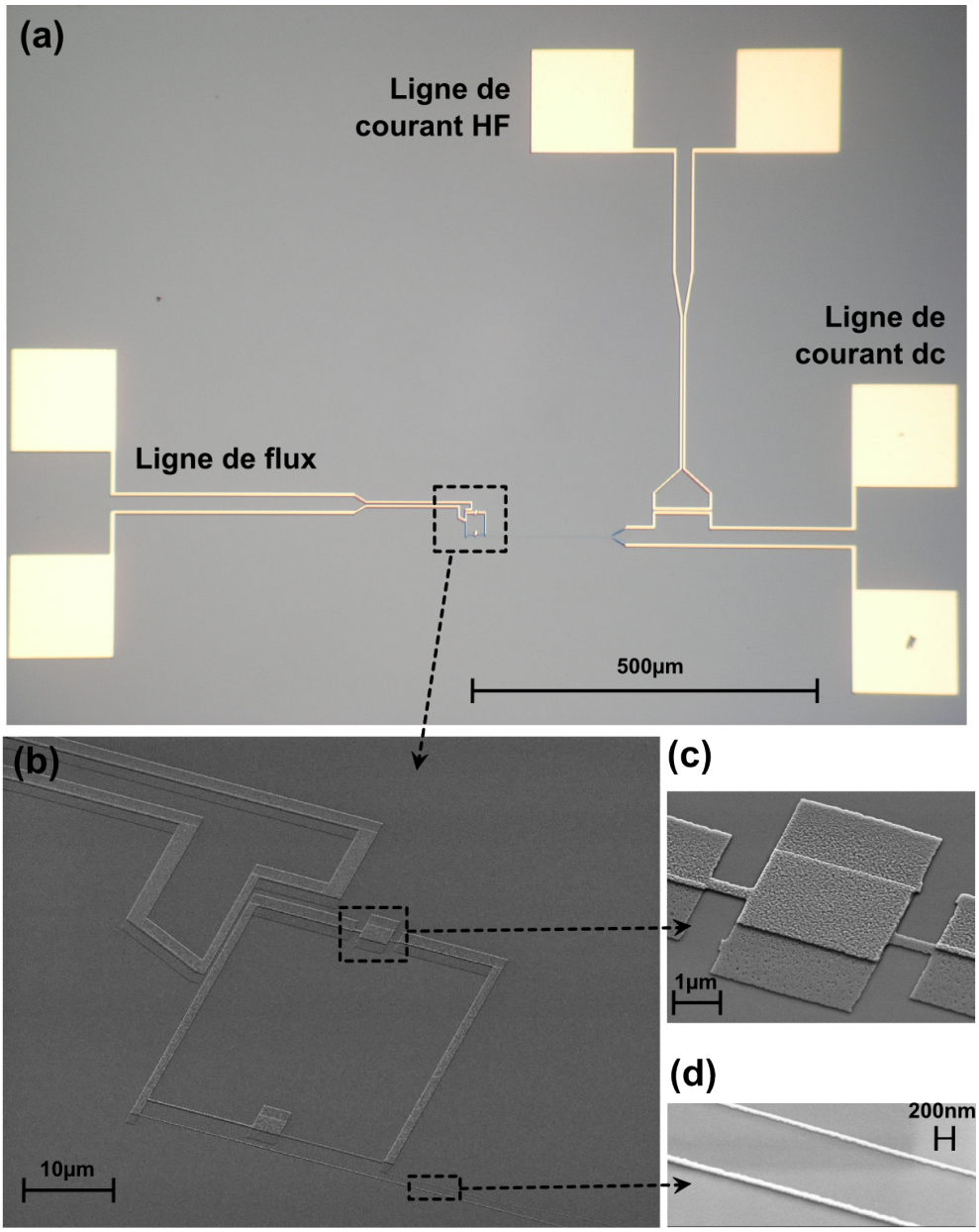


FIGURE 3.12 – Description du SQUID S_{2D}.(a) image au microscope optique de la puce complète. (b) image MEB du SQUID et de l'antenne de flux. (c) Zoom au MEB sur une jonction. (d) Zoom au MEB sur les lignes de courant dc.

3.2 Dispositif expérimental

Les échantillons ont été mesurés dans une dilution fabriquée par le service cryogénie du laboratoire, adaptée à l'intérieur d'un cryostat Orange [6] et câblée par Franck Balestro pendant sa thèse [58]. La température de base du cryostat est $T = 40mK$. L'électronique a été en majeure partie mise au point pendant la thèse de Julien Claudon [59]. Enfin l'ajout d'une seconde ligne hyperfréquence et des améliorations de l'électronique ont été effectués pendant la thèse de Aurélien Fay [60].

L'ensemble est présenté sur une photo dans la figure 3.13. Le câblage du cryostat est schématisé figure 3.14. Pour simplifier, les fils correspondant aux nombreux thermomètres et chauffages n'ont pas été représentés. Nous décrirons étape par étape la polarisation en courant et la mesure de la tension, la polarisation en flux dc et la génération des signaux haute fréquence. Nous détaillerons au fur et à mesure les éléments de câblage correspondants. Un schéma de principe de l'électronique est présenté dans la figure 3.13. Une photo du porte échantillon est présentée à la figure 3.15.

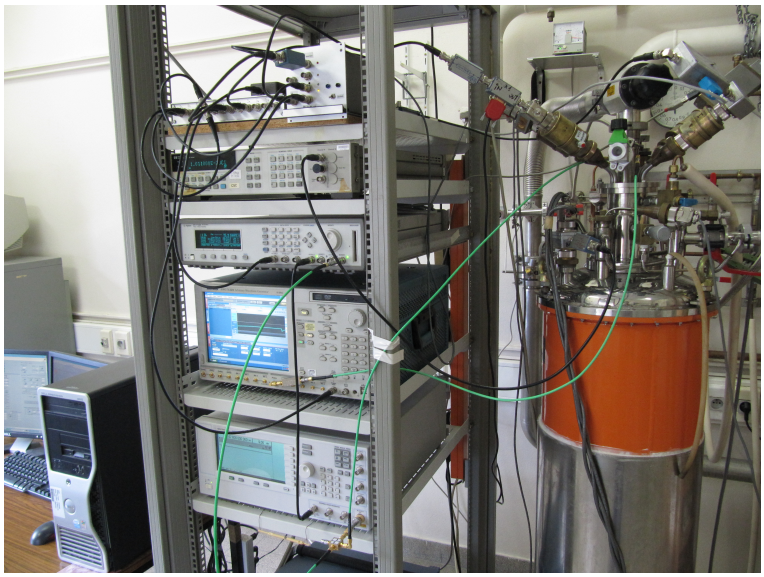
3.2.1 Électronique de polarisation et de mesure

Comme nous le verrons au chapitre 4, la mesure du SQUID passe toujours par la mesure de la probabilité d'échappement de la particule de son puits de potentiel vers l'état résistif. Cet échappement s'accompagne de l'apparition d'une tension aux bornes du SQUID. Une mesure de probabilité d'échappement consiste à envoyer de manière répétitive la même séquence de signaux de polarisation et à observer pour chaque séquence s'il y a apparition de tension. L'expérience est contrôlée par un programme LabView mis au point à l'origine par Emile Hoskinson. Ce programme communique par GPIB les amplitudes et formes des signaux à chaque appareil. Ensuite le contrôle des impulsions de synchronisation est délégué à une carte de contrôle programmable mise au point par le service électronique du laboratoire. Celle-ci reçoit aussi le nombre de séquences N que l'on veut envoyer et la fréquence de répétition f_{rep}. Un compteur à l'intérieur de cette carte mesurera le nombre d'évènements d'apparition de tension N_{ech} qui permet d'extraire la probabilité d'échappement $\mathrm{P_{ech}} = \mathrm{N_{ech}}/\mathrm{N}$.

3.2.1.1 Lignes de courant dc et de mesure de tension

Quatre lignes sont utilisées pour la polarisation en courant dc et la mesure de tension. Le courant de polarisation $I_p(t)$ est généré par l'application d'une tension $V_p(t)$ sur une impédance de 500kΩ. La tension $V_p(t)$ est générée par une source de tension commerciale 16-Bit [7]. Pour les faibles courants de polarisation, il est possible de rajouter un diviseur de tension à la sortie de la source. La tension mesurée aux bornes du SQUID, $\overline{V}_s(t)$, est amplifiée par un amplificateur différentiel bas bruit [8] de gain 100 puis par un second

6. AS Scientific Products Ltd
7. DAQ NI, PCI 6281 et Bloc BNC-2110
8. NF electronic instrument, LI-75A ou amplificateur à étage JFET 1FN146 et INA103



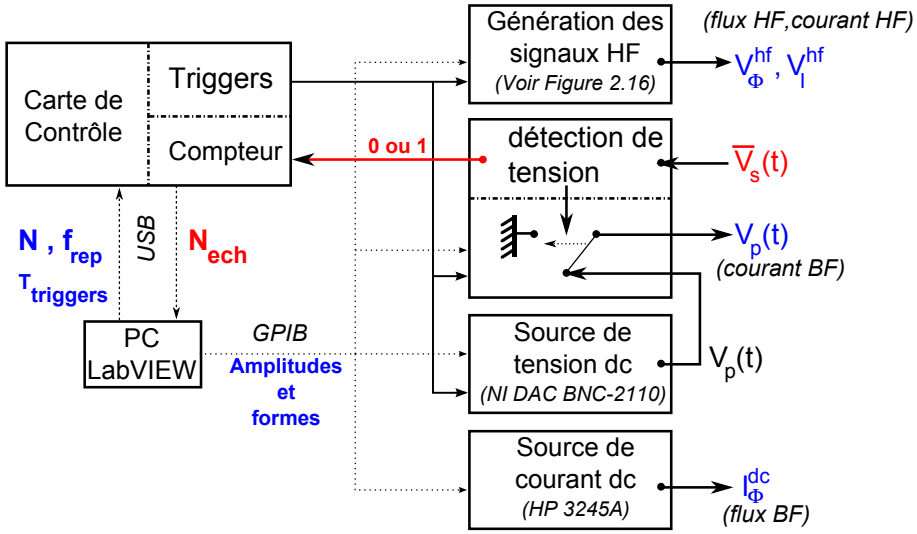


FIGURE 3.13 – **En haut** : Photo du dispositif expérimental. **En bas** : Schéma de principe de l'électronique de mesure

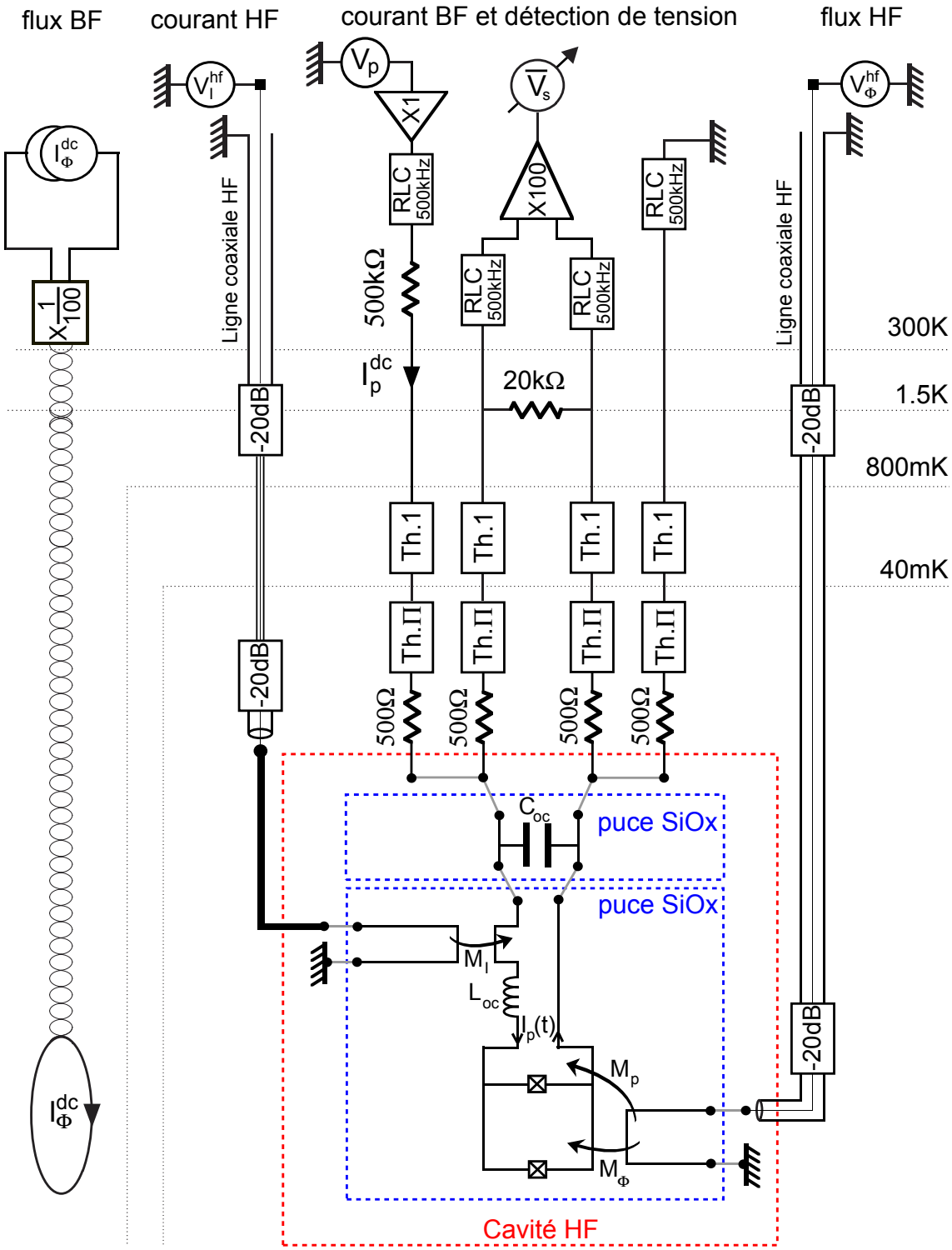


FIGURE 3.14 – Câblage du circuit.

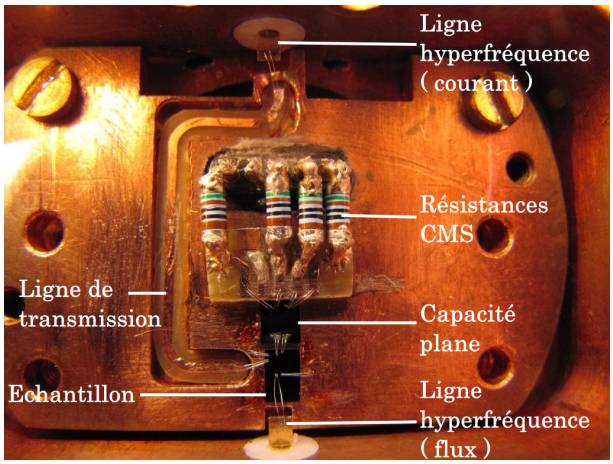


FIGURE 3.15 – Photo Porte échantillon Temporaire

amplificateur de gain 10. Cette tension est lue par un comparateur dont la tension de seuil est fixée par l'utilisateur. Si la tension dépasse le seuil, le comparateur coupe la tension de polarisation pour éviter le chauffage et envoie une impulsion au compteur de la carte de contrôle.

3.2.1.2 Polarisation en flux dc

La polarisation en flux dc du SQUID est effectuée par une bobine parcourue par un courant I_Φ^{dc} généré par un source de courant dc [9]. Cette bobine induit un flux Φ_p^{bob}dans le SQUID tel que $\Phi_p^{bob} = M_{bob} I_\Phi^{dc}$ où M_{bob} est la mutuelle entre le SQUID et la bobine. Des bobines différentes, donc des mutuelles de couplage différentes, ont été utilisées pour S_{QB} et S_{2D}. La principale différence entre les deux bobines concerne le filtrage du bruit. Nous reviendrons sur ce point dans la partie 3.2.2.

3.2.1.3 Génération des signaux haute fréquence

Deux lignes hyperfréquence de large bande passante (0-20GHz) descendent dans le cryostat. Une des lignes est utilisée pour l'application d'impulsions nanoseconde de flux alors que l'autre permet de rajouter des impulsions micro-onde en courant. La figure 3.16 présente le schéma de génération des signaux haute fréquence pour chacun des circuits.

Impulsions de flux nanoseconde Les impulsions nanoseconde de flux sont appliquées via une antenne *on-chip*. Une source de tension arbitraire génère le signal $V_\Phi^{hf}(t)$. Cette tension est conduite le long d'un câble coaxial cryogénique jusqu'à l'étage à 1.5K puis par un câble coaxial supraconducteur en niobium. A chaque extrémité du câble en niobium, se trouve un atténuateur de -20dB, à 1.5K et 50mK. L'âme du coax est reliée à un des plots de contact de l'antenne et la gaine est à la masse du cryostat. L'autre plot de contact

9. HP Universal Source 3245A

de l'antenne est à la masse. L'antenne de flux est alors parcourue par un courant $I_\Phi^{hf}(t)$ qui induit un flux $\Phi(t)$ dans le SQUID tel que $\Phi(t) = M_\Phi I_\Phi^{hf}(t)$ où M_Φ est la mutuelle entre le SQUID et l'antenne. Le flux de polarisation total induit dans le SQUID est $\Phi_p = \Phi_p^{bob} + \Phi(t)$. L'antenne induit aussi un flux parasite $\Phi_{parasite}(t)$ dans la boucle constituée par les amenées de courant et fermée par la capacité plane, donné par $\Phi_{parasite}(t) = M_p I_\Phi^{hf}(t)$ où M_p est la mutuelle entre l'antenne et la boucle de courant.

Deux générateurs de tensions arbitraires différents ont été utilisés pour S_{QB} et S_{2D}. Pour S_{QB} le générateur utilisé [10] fonctionne sur $\pm 2.5V$ répartis sur 14bits et avec un temps de monté de 3ns et un taux d'échantillonage de 2GS/s. Pour S_{2D} nous avons disposé d'un générateur plus rapide [11] fonctionnant sur $\pm 0.5V$ répartis sur 10bits et avec un temps de montée de 100ps et un taux d'échantillonage de 12GS/s.

Impulsions de courant micro-onde Comme nous le verrons dans la partie 3.2.2, les lignes de polarisation en courant dc sont filtrées pour enlever les composantes haute fréquence. Si on veut pouvoir appliquer des impulsions haute fréquence en courant, il faut contourner ce filtrage, sans rajouter de bruit. Pour cela, on utilise une antenne *on-chip* couplée par une mutuelle aux lignes d'amenées de courant. Une source micro-onde génère une tension $V_I^{hf}(t)$ qui est conduite le long d'un câble cryogénique jusqu'à l'étage à 1.5K puis par un câble en inox de 30cm jusqu'au porte-échantillon. Comme pour l'autre ligne micro-onde, on atténue de -20dB à 1.5K et 50mK. Ce câble en inox atténue les signaux micro-ondes et l'atténuation en dB varie quasiment linéairement de -17dB à 10GHz jusqu'à -25dB à 20GHz. L'âme du coax est connectée à une ligne de transmission en bande adaptée 50Ω et la gaine du coax est soudée à la masse du cryostat. L'autre extrémité de la ligne de transmission est connectée à un plot de l'antenne *on-chip* et l'autre plot est connecté à la masse. Un courant $I_I^{hf}(t)$ dans l'antenne génère un flux $\Phi_I^{hf}(t) = M_I I_I^{hf}(t)$ dans la boucle des amenées des courants. Le SQUID est alors parcouru par un courant de polarisation additionnel $\delta I(t)$ tel que, pour des fréquences de l'ordre du GHz, $\delta I(t) \simeq \Phi_I^{hf}(t)/L_{oc}$ où L_{oc} est l'inductance des amenées de courant.

La génération du signal $V_I^{hf}(t)$ a été faite différemment pour les échantillons S_{QB} et S_{2D} (voir figure 3.16). Elle est basée dans les deux cas sur le hachage d'un signal micro-onde [12] par des impulsions générées par une source d'impulsions rapides [13].

Pour S_{QB} le générateur micro-onde délivre en continue un signal qui est haché par un dispositif extérieur. Ce dispositif reçoit en entrée le signal micro-onde et les impulsions. Les impulsions sont divisées [14] en deux parties et envoyées en entrée de deux multiplieurs [15] qui hachent le signal micro-onde. On utilise deux multiplieurs en série car l'isolation entre les deux ports haute fréquence d'un seul de ces multiplieurs n'est que de -20dB. Ensuite différents atténuateurs sont placés pour éviter les réflexions parasites. On obtient ainsi en

10. Tektronix AFG 3252
11. Tektronix AWG 7122 B
12. Agilent 8257D
13. Agilent 81110A
14. Picosecond Pulse Labs 5333
15. Marki Microwave M8-0420 LS

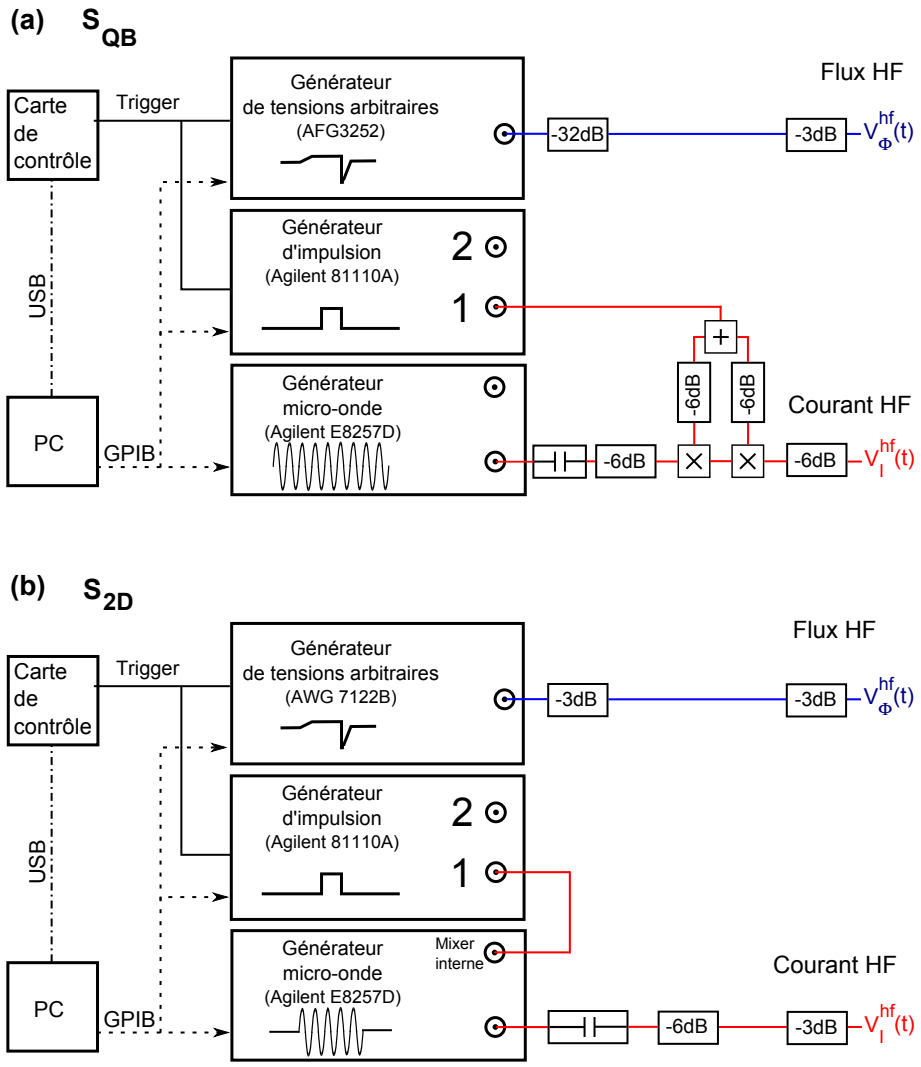


FIGURE 3.16 – Schéma de principe pour la génération des signaux haute fréquence

sortie des impulsions micro-onde de fréquence contrôlée par la source micro-onde et de durée contrôlée par le générateur d'impulsions. Ce dispositif permet de fonctionner sur une gamme de fréquence de 3GHz à 25GHz avec un temps de montée de puissance micro-onde de l'ordre de la nanoseconde et un contrôle de la durée de l'impulsion inférieure à la nanoseconde. Notons que ce dispositif est limité en puissance car les multiplieurs saturent pour une puissance d'entrée supérieure à 5dBm.

Pour le SQUID S_{2D} nous n'avons pas pu utiliser ce dispositif. Nous avons alors tout simplement profité du dispositif de hachage interne du générateur micro-onde, contrôlé par le générateur d'impulsions. Ce dispositif est moins performant car il est limité à un temps de montée de la puissance micro-onde de 6ns. Cela dit, il n'y a plus de limite basse fréquence, on peut travailler au MHz, et la puissance en sortie peut monter jusqu'à 15dBm.

3.2.2 Blindage et filtrage

Le SQUID est sensible aux bruits sur ses paramètres de polarisation. La boucle du SQUID capte les fluctuations magnétiques de l'environnement et les lignes d'amenées sont une connexion directe vers l'impédance de l'environnement et aux bruits qu'elle génère. Nous verrons à partir du chapitre 5 que la visibilité des phénomènes quantiques dans le SQUID est limitée par les processus incohérents liés aux fluctuations non contrôlées de l'environnement. Il est donc capital de limiter les fluctuations des paramètres de polarisation tout en gardant l'accès au contrôle et à la mesure du circuit.

3.2.2.1 Blindage

Les fluctuations électromagnétiques haute fréquence sont écrantées par le cryostat qui fait office de cage de Faraday. Les fils de courant et de tension sont torsadés et blindés par un capillaire en acier jusqu'à l'étage à 1.5K pour ne pas capter les radiations électromagnétiques de l'environnement. Le SQUID est placé dans une cavité en cuivre dont la première résonance se situe autour de 18GHz, en général loin des fréquences caractéristiques du circuit. Cette cavité est représentée sur le schéma de câblage de la figure 3.14.

Le blindage magnétique est assuré de manière différente pour S_{QB} et S_{2D} car la bobine de polarisation en flux dc a été changée au cours de ma thèse et le blindage magnétique revu en conséquence :

Pour S_{QB} nous avons utilisé une bobine en cuivre collée à l'extérieur du porte-échantillon, dans le calorimètre. Sur la paroi interne du calorimètre, thermalisée à 1.5K, se trouve un écran supraconducteur en plomb qui fige le champ magnétique une fois le cryostat à froid. Le champ résiduel est en général proche de 2μT.

Pour S_{2D} nous avons modifié ce système. Une bobine supraconductrice plus puissante ($B_{max} \approx 100$Gauss), thermalisée à 1.5K, est entourée par un épais écran en plomb, thermalisé à 4K, et un écran de $\mu - metal$. Le champ résiduel mesuré lors de deux refroidissements était similaire à celui du dispositif précédent. Pour les deux échantillons, le blindage est finalisé à température ambiante par un écran de $\mu - métal$ puis par un écran de fer doux.

Ces dispositifs de blindage ne protègent pas les circuits du bruit thermique et du bruit généré par l'électronique à température ambiante. Il faut donc rajouter des systèmes de filtrage.

3.2.2.2 Filtrage

Lignes hyperfréquence Pour ne pas réduire leurs bandes passantes, les lignes hyperfréquence ne sont pas filtrées. On limite le bruit thermique dans la ligne en placant deux atténuateurs -20dB, à 1.5K puis à 50mK.

Amenées de courant des bobines La bobine en cuivre utilisée pour S_{QB} est polarisée par des fils tressés et elle est filtrée par un filtre RLC passe bas de fréquence de coupure 73kHz placé à l'entrée du cryostat. La bobine supraconductrice utilisée pour le SQUID

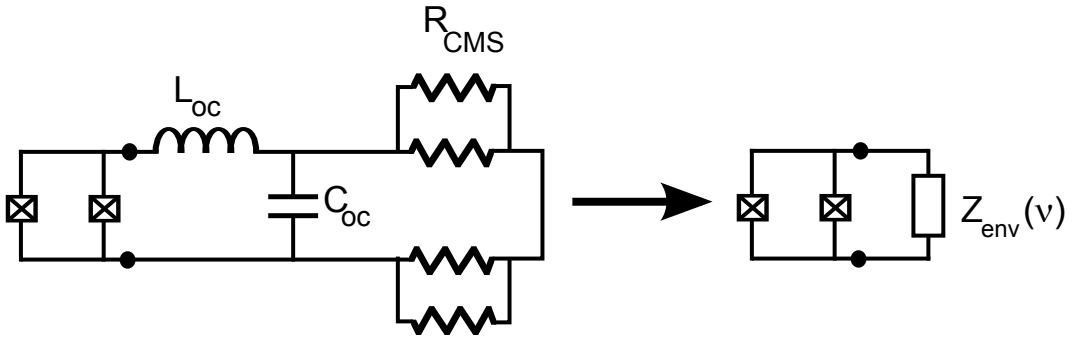


FIGURE 3.17 – Environnement électrique proche du SQUID, valable pour des fréquence comprises entre $1MHz$ et $1GHz$.

S_{2D} n'est pas filtrée mais on a placé un atténuateur de courant de gain 1/100 à l'entrée du cryostat.

Lignes de courant dc et de mesure de tension Un amplificateur de gain 1 est en début de ligne de courant pour isoler la masse du cryostat de la masse du secteur. On rejette alors les fluctuations de mode commun.

Les quatre lignes sont ensuite filtrées de la même manière (voir figure 3.14) : Des filtres passe bas de fréquence de coupure 500kHz sont placés à l'entrée du cryostat (bloc "RLC 500kHz"). Entre 1.5K et 50mK les signaux passent par 75cm de thermocoax [16] thermalisés à plusieurs endroits entre 1.5K et 40mK (bloc 'Th. 1"). Le porte échantillon, thermalisé à 40mK, comporte un dernier filtre composé de deux mètres de thermocoax en série avec deux filtres Π commmerciaux (bloc 'Th. Π"). L'atténuation de ces lignes a été estimée par Franck Balestro à -100dB à 1GHz [58]. Ces lignes sont ensuite connectées à l'environnement proche du SQUID.

3.2.3 Environnement proche du SQUID

L'environnement proche du SQUID est constitué de quatre résistances CMS de 500Ω (qui font la liaison avec les filtres Π, visibles sur la figure 3.15) et d'un filtre LC passe bas présent directement sur la (ou les) puce(s) (voir figure 3.14). Au dessus de $2MHz$, la résistance de thermocoax vers la masse est inférieure à 100Ω. On peut donc considérer qu'après les résistances CMS, les lignes sont court-circuitées par la masse. L'environnement du SQUID simplifié est représenté sur la figure 3.17.

L'inductance du filtre LC, notée $\mathrm{L_{oc}}$, provient de longues et fines lignes d'amenées de courant qui séparent le SQUID de la capacité plane, noté $\mathrm{C_{oc}}$. Trois inductances contribuent à $\mathrm{L_{oc}}$: l'inductance géométrique L_G, l'inductance cinétique $\mathrm{L_K}$ et l'inductance des fils d'aluminium micro-soudés $\mathrm{L_f}$. Le calcul de l'inductance géométrique des lignes d'amenées donne respectivement pour les SQUID S_{QB} et S_{2D}, $\mathrm{L_G^{QB}} = 2\mathrm{nH}$ et $\mathrm{L_G^{2D}} = 0.5\mathrm{nH}$ [61].

16. Gaine et âme en Inconel, diélectrique Al_2O_3

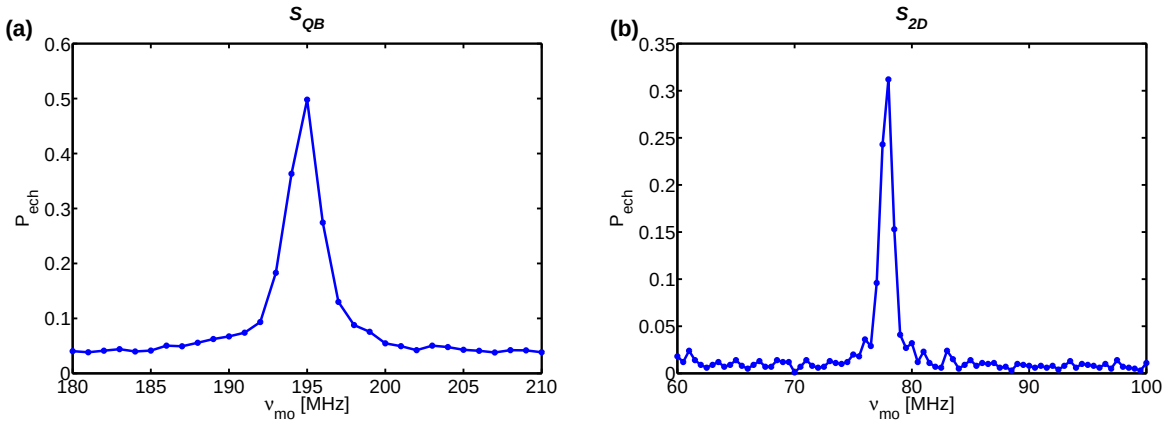


FIGURE 3.18 – Spectroscopie de l'environnement proche des circuits **(a)** S_{QB} et **(b)** S_{2D}.

La valeur de l'inductance cinétique L_K est déterminée à partir de la résistance normale $\mathrm{R_N}$ des fils d'après la relation $L_K/R_N = 1.1nH/k\Omega$ pour l'aluminium et $L_K/R_N = 0.13nH/k\Omega$ pour le niobium (calculs détaillés dans l'annexe B). On mesure dans nos circuits $R_N^{QB} = 28k\Omega$ et $R_N^{2D} = 12k\Omega$. On en déduit $L_K^{QB} = 3.6nH$ et $L_K^{2D} = 13.2nH$. Pour le SQUID S_{QB} il faut prendre en compte l'inductance d'environ 1mm de fil soit environ $L_f^{QB} = 1nH$. Pour le SQUID S_{2D}, la capacité plane est sur une puce séparée. Cela double la longueur de fil, soit environ $L_f^{2D} = 2nH$. L'inductance totale de chaque échantillon est donc de $\mathrm{L}_{oc}^{QB} = 6.6nH$ et $\mathrm{L}_{oc}^{2D} = 15.7nH$.

La capacité plane est formée par le trichouche $Nb/AlO_x/Nb$ dans le cas du circuit S_{QB}. Pour S_{2D}, la capacité a été fabriquée séparément en $NbTi/Al_2O_3/NbTi$ par Bruno Fernandez (pôle NanoFab). On extrait leurs valeurs par la mesure de la résonance de l'environnement ν_{env}. La figure 3.18 montre les mesures par spectroscopie de la résonance de l'environnement. Elles représentent la probabilité d'échappement en fonction de la fréquence d'excitation micro-onde. Lorsque l'on excite le résonateur LC, la probabilité d'échappement du SQUID augmente. Nous reviendrons sur le principe de mesure dans la suite du manuscrit. On obtient pour les SQUID S_{QB} et S_{2D} : $\nu_{env}^{QB} = 195MHz$ et $\nu_{env}^{2D} = 78MHz$. La relation $\nu_{env} = 1/2\pi\sqrt{L_{oc}C_{oc}}$ nous donne $C_{oc}^{QB} = 100pF$ et $C_{oc}^{2D} = 260pF$.

Densité spectrale de bruit en courant L'impédance équivalente de cet environnement $Z_{env}(\omega)$ (voir figure 3.17) s'écrit :

$$Z_{env}(\omega) = jL_{oc}\omega + \left[jC_{oc}\omega + \frac{1}{R_{CMS}}\right]^{-1} \tag{3.2}$$

Cette impédance est dominée par les résistances CMS en dessous de la fréquence caractéristique ν_{env}. Elle devient-quasi nulle à la résonance ν_{env} puis est dominée par l'inductance L_{oc} à haute fréquence. La densité spectrale de bruit $S_I(\nu)$ des fluctuations de courant générées par $Z_{env}(\nu)$ se déduit du théorème de fluctuation-dissipation :

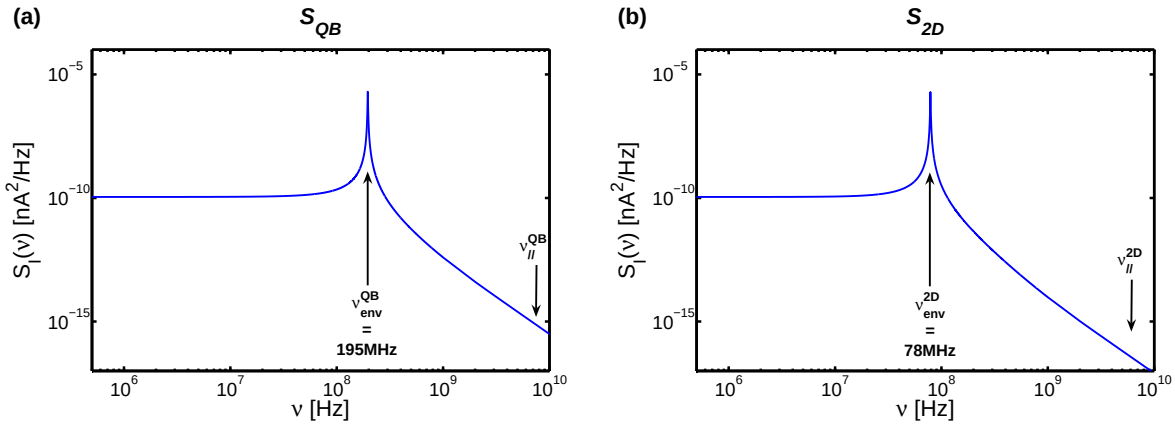


FIGURE 3.19 – Densités spectrales de bruit en courant dues à l'environnement proche des SQUID (a) S_{QB} et (b) S_{2D}.

$$S_I(\nu) = \frac{h\nu}{2\pi}\left[coth\left(\frac{h\nu}{k_bT}\right)+1\right] Re\left[\frac{1}{Z_{env}(\omega)}\right] \tag{3.3}$$

Cette densité spectrale est représentée sur la figure 3.19 pour les environnement des échantillons S_{QB} et S_{2D} et présente un pic à ν_{env}. La densité spectrale de bruit est au minimum 5 ordres de grandeur plus importante au niveau de la résonance ν_{env} que sur le reste du spectre. La majorité du bruit RMS résultant est alors concentrée au niveau de la fréquence ν_{env}.

D'autre part, on peut montrer que :

$$\delta I_{RMS} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} S_I(\nu)d\nu} = \sqrt{\frac{k_bT}{L_{oc}}} \tag{3.4}$$

Il est surprenant que le niveau de bruit soit déterminé par la valeur d'une inductance qui est un élément non dissipatif. En réalité, le bruit n'est bien sûr pas généré par l'inductance mais celle-ci joue le rôle de filtre et détermine quelle proportion de bruit thermique atteindra l'échantillon. L'augmentation de l'inductance L_{oc} limite le bruit en courant donc un effort de lithographie a été fourni pour le SQUID S_{2D} afin de réduire la largeur des lignes d'amenées.

On obtient pour $T = 75mK$ des bruits en courant RMS pour les deux échantillons $\delta I_{RMS}^{QB} = 12.5nA$ et $\delta I_{RMS}^{2D} = 8nA$.

L'annexe A résume l'ensemble des paramètres de chaque échantillon et de leur environnement.

Chapitre 4

Caractéristiques courant-tension et processus d'échappement

Lorsqu' une jonction Josephson est polarisée proche de son courant critique, la particule fictive décrivant l'état de phase de la jonction peut s'échapper par effet tunnel au travers de la barrière de potentiel la séparant de l'état dissipatif. Ce processus d'échappement par effet tunnel a été mis en évidence expérimentalement en 1981 [8]. Ce phénomène, qui met en jeu un nombre macroscopique d'électrons, constitue une preuve du comportement quantique d'un degré de liberté macroscopique. Expérimentalement les premières mesures de ce processus tunnel dans un SQUID ont eu lieu en 1988 [62] suivies par les premières analyses quantitatives 15 ans plus tard [63]. Enfin Franck Balestro a mis en évidence une signature bidimensionnelle dans l'échappement par effet tunnel dans un dcSQUID [64].

Dans ce chapitre nous allons caractériser les SQUIDs en étudiant en détail le processus d'échappement. Ceci permettra d'extraire les paramètres des SQUID. Cette étude introduira les expériences de dynamique quantique en fond de puits qui seront traitées dans les chapitres 5 et 6.

Dans une première partie, nous allons nous intéresser aux caractéristiques courant-tension (IV) des SQUID S_{QB} et S_{2D}. Nous allons montrer qu'au delà de l'extraction des paramètres de base de nos circuits (gap, courant critique, ...) , cette étude permet d'accéder à une mesure de la température de chacune des jonctions d'un SQUID dans le régime dissipatif. Nous présenterons un modèle simple qui explique certaines anomalies récurrentes dans les caractéristiques courant-tension observées dans des SQUIDs qui n'avaient jusqu'a présent jamais été expliquées.

Dans une deuxième partie, nous présenterons les mesures de probabilité d'échappement en fonction des paramètres de polarisation I_p et Φ_p. Une nouvelle technique de mesure sera présentée pour l'étude de l'échappement lorsque deux états de flux coexistent. Ces mesures sont très bien comprises par un modèle d'effet tunnel quantique macroscopique qui tient compte des termes cubique et quartique du potentiel. Nous pourrons à partir de ces mesures extraire avec précision les paramètres des SQUIDs.

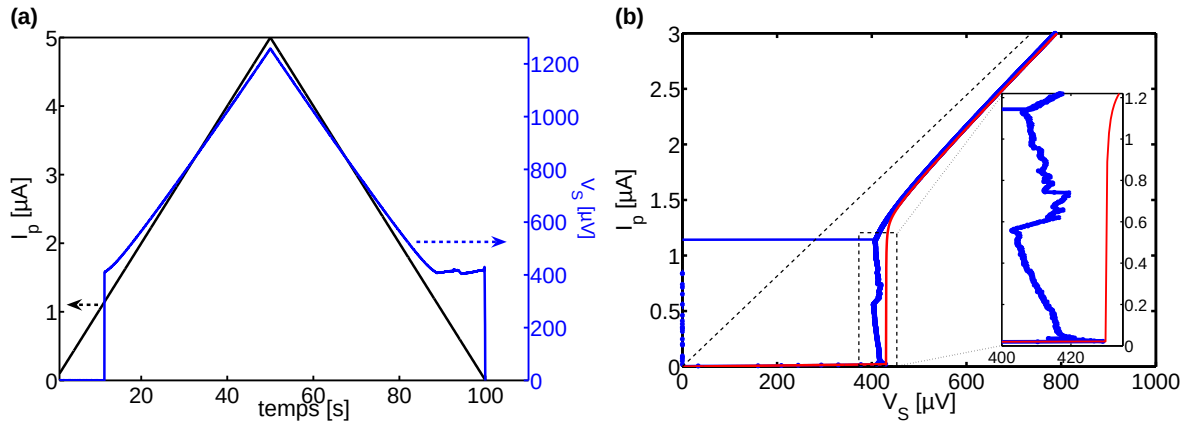


FIGURE 4.1 – **(a)** : Courant de polarisation appliqué sur le SQUID S_{2D} et tension moyenne mesurée à ses bornes en fonction du temps. **(b)** : Caractéristique IV du SQUID S_{2D} à flux nul, à partir des données de la figure (a). Le courant tunnel théorique est en rouge (SQUID symétrique, température nulle, $R_N^{SQUID} = 242\Omega$, $\Delta_{al} = 215\mu eV$).

4.1 Caractéristiques courant-tension

4.1.1 Caractéristique courant-tension de S_{2D}

4.1.1.1 Description

La figure 4.1.b montre la caractéristique IV du SQUID en aluminium S_{2D} obtenue à flux nul. Celle-ci est mesurée en appliquant un courant de polarisation I_p de forme triangulaire et en mesurant, pour chaque pas en courant, la tension moyenne V_S aux bornes du SQUID (voir figure 4.1.a).

Dans la section 2.2 du chapitre 2, nous avons vu que lorsque le courant de polarisation appliqué est inférieur au courant critique du SQUID, alors la particule fictive qui décrit la dynamique de phase du circuit est piégée dans un puits de potentiel et la tension aux bornes du SQUID est nulle. Dans le SQUID S_{2D} lorsque le courant de polarisation I_p est supérieur à $1.18\mu A$, la particule s'échappe du puits. En l'absence de frottement (SQUID sous-amorti [48]) la particule acquiert de la vitesse jusqu'à ce que $V_S = 2\Delta_{Al}/e$ où Δ_{Al} est le gap supraconducteur de l'aluminium. Il y a alors génération de quasi-particules. La caractéristique IV pour les courants plus forts tend ensuite vers la loi ohmique $V_S = R_N^{SQUID} I_p$ où R_N^{SQUID} est la résistance normale du SQUID. Pour un SQUID sous amorti, la caractéristique IV est très hystérétique. Lorsque le courant de polarisation redevient inférieur au courant critique, le circuit ne retourne pas dans l'état supraconducteur. La particule a accumulé de l'énergie cinétique. Elle continue à dévaler le potentiel et la tension reste de l'ordre de $2\Delta_{Al}/e$. Lorsque le courant atteint le courant dit de repiégeage, $I_r = 5nA$, la tension retombe à zéro. Dans notre expérience, la présence d'une résistance de shunt $R_{shunt} = 20k\Omega$ (voir figure 3.14) implique que la caractéristique IV suit une loi ohmique entre $I_p = 2\Delta_{al}/R_{shunt} \sim 20nA$ et le courant de repiégeage $I_r = 5nA$.

La caractéristique IV du SQUID peut être calculée numériquement. Le courant total

est la somme des courants dans chacune des jonctions. On considère que les jonctions sont identiques. La caractéristique IV d'une jonction est donnée par la relation suivante [48] :

$$I(V) = \frac{1}{eR_N} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta_{Al}^2}} \frac{|E + eV|}{\sqrt{(E + eV)^2 - \Delta_{Al}^2}} \left[f(E) - f(E + eV) \right] dE \tag{4.1}$$

où $f(E)$ est la fonction de distribution de Fermi-Dirac.

Les prédictions de ce modèle sont en rouge sur la figure 4.1.b. L'ajustement avec l'expérience permet d'extraire le gap supraconducteur de l'aluminium à $T = 40mK$, $\Delta_{al} = 215\mu eV$, la résistance normale du SQUID, $R_N^{SQUID} = 242\Omega$, et la résistance normale de chaque jonction, $R_N^{JJ} = 2R_N^{SQUID} = 484\Omega$. Le courant critique des jonctions est relié à la résistance normale et au gap supraconducteur par la relation d'Ambegaokar-Baratoff [65] :

$$I_c R_N^{JJ} = \frac{\pi \Delta_{al}}{2e} \tag{4.2}$$

Le courant critique ainsi obtenu pour une jonction est $I_c = 698nA$. Il est en très bon accord avec la valeur $I_c = 713nA$ qui sera extraite des mesures d'échappement présentées dans la deuxième section du chapitre.

Sur la figure 4.1.b, un agrandissement de la courbe au niveau de la branche $V_S \approx 2\Delta_{Al}/e$ montre une déviation entre les prédictions théoriques et la caractéristique IV expérimentale. En particulier, la transition de la branche résistive vers le repiégeage ne se produit pas à une tension constante de $2\Delta_{Al}/e$. La courbe expérimentale dans cette zone présente cinq comportements différents lorsque le courant de polarisation diminue :

1. Tant que le courant de polarisation est supérieur au courant critique du SQUID, $I_p > 1.18\mu A$, V_S décroit et la caractéristique suit une loi quasi-ohmique.
2. La tension V_S augmente lorsque le courant de polarisation décroit du courant critique du SQUID, d'environ $1.18\mu A$, jusqu'au courant critique d'une seule jonction, d'environ $0.59\mu A$. Quelques sauts de tension sont visibles, superposés à cette augmentation.
3. Sur une faible plage de courant, autour de $I_p \sim 0.6\mu A$, la relation IV rejoint un comportement ohmique et V_S décroît. La résistance associée est proche de la résistance normale d'une seule jonction $R_N^{JJ} = 2R_N^{SQUID}$.
4. La tension V_S augmente à nouveau lorsque I_p diminue du courant critique d'une jonction a environ $I_p \sim 40nA$.
5. Lorsque I_p devient faible ($20nA < I_p < 40nA$) la tension V_S augmente trés rapidement pour tendre vers la valeur attendue $V_S = 2\Delta_{Al}/e$. Puis pour $I_p < 20nA$ la caractéristique IV observée suit la loi ohmique due à la résistance de shunt.

Ce type d'anomalie a été observé dans de nombreux groupes : ici, à Grenoble, dans les SQUIDs précédemment mesurés dans l'équipe [58, 59, 60], dans le groupe Quantronics du CEA Saclay (thèse de Quentin Le Masne [66]) ou encore par le groupe de J. Pekola à Helsinki [67].

Nous allons proposer dans la suite un modèle phénoménologique qui explique l'anomalie de la caractéristique IV du SQUID S_{2D}, observée pour un courant de polarisation moitié du courant critique.

4.1.1.2 Effets de chauffage et instabilité

Le transport électronique à travers une jonction Josephson dépend de la température. En effet, le gap supraconducteur est sensible à la température. De plus, les électrons et trous thermiquement excités contribuent au transport. Nous allons tout d'abord montrer qu'un effet de chauffage crée une zone de résistance négative dans la caractéristique IV d'une jonction Josephson. Cela nous amènera à montrer que, lors de la dépolarisation en courant d'un SQUID, les courants dans chacune des jonctions ne diminuent pas simultanément mais au contraire l'un après l'autre.

Effets de chauffage sur la caractéristique IV d'une jonction unique La figure 4.2.a représente la caractéristique IV d'une JJ à différente température, en utilisant la relation (4.1). Le courant I_{JJ} dans la jonction dépend de la température, au travers de la fonction de Fermi-Dirac et du gap $\Delta_{Al}(T)$. $\Delta_{Al}(T)$ est extrait du modèle BCS tracé dans la figure 4.2.b. Dans la figure 4.2.a, on observe une diminution du gap avec la température et une augmentation du courant de quasi-particules sous le gap. Pour des courants appliqués compris entre le courant de repiégeage et le courant critique, $I_r < I_p < I_c$, la tension aux bornes de la jonction dépend fortement du gap. Elle est donc particulièrement sensible à la température. Lorsque $I_p > 2I_c$, l'effet de la température est moins visible.

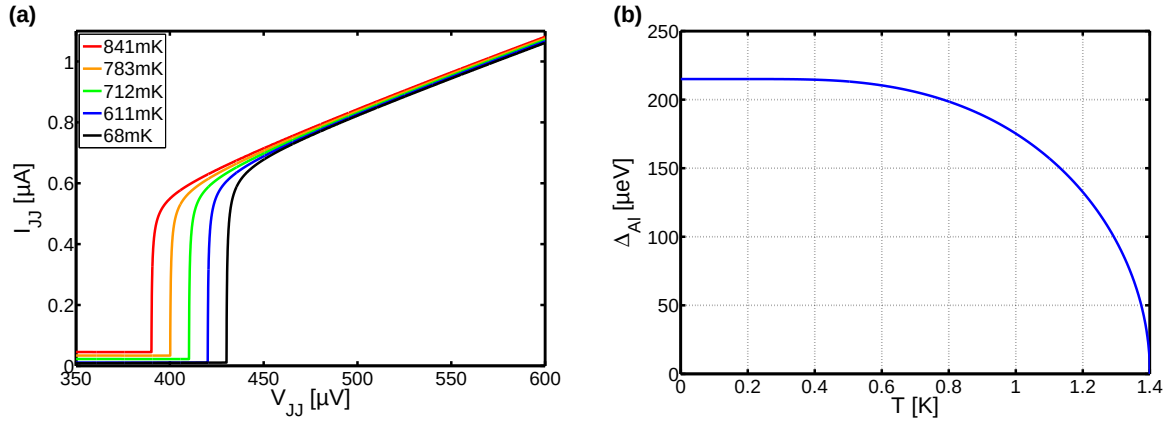


FIGURE 4.2 – **(a)** : Caractéristiques IV d'une jonction Josephson prédites par la théorie BCS pour différentes températures. Résistance normale de la jonction $R_N^{JJ} = 491\Omega$. **(b)** : Variation du gap supraconducteur Δ_{Al} en fonction de la température T. Gap à température nulle $\Delta_{Al}^0 = 215\mu eV$ et température critique $T_c = 1.4K$.

Dans l'état dissipatif, la température d'une jonction n'est plus celle du bain thermique et augmente avec la puissance électrique dissipée. Lorsque cette température est suffisamment élevée, le gap supraconducteur est localement réduit. La figure4.3.a présente la

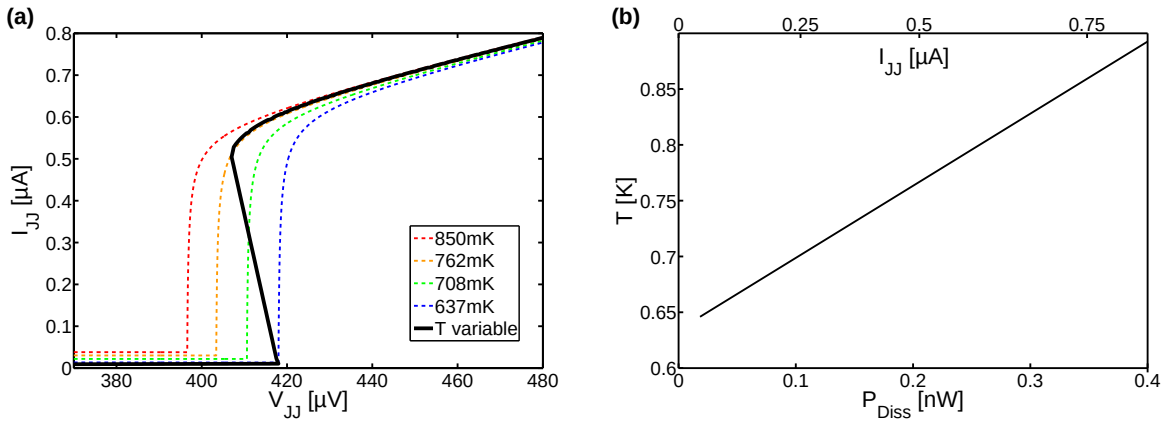


FIGURE 4.3 – **(a)** : Caractéristique IV d'une jonction dont la température varie avec la puissance dissipée. **(b)** : loi de variation de température en fonction de la puissance dissipée dans la jonction.

caractéristique IV d'une jonction en tenant compte de la puissance dissipée $P_{diss} = I_{JJ}V_{JJ}$. Nous avons considéré une loi thermique très simple dans un premier temps :

$$T = a \times P_{diss} + b \quad si \quad P_{diss} > 0.02nW \tag{4.3}$$

où $a = 646mK/nW$ et $b = 646mK$. Cette loi est représentée dans la figure 4.3.b. Les paramètres a et b ont été fixés à partir d'un ajustement avec les courbes IV comme nous le verrons par la suite. Cette loi ne décrit pas le régime de basse puissance. La température pour $P_{diss} < 0.02nW$ tend vers la température de base du cryostat $T = 40mK$.

Lorsque on diminue le courant, la température diminue et le gap augmente. L'effet le plus remarquable est l'apparition d'une zone de résistance négative ($dI_{JJ}/dV_{JJ} < 0$) qui donne lieu à une caractéristique IV en "S".

Conséquences sur la caractéristique d'un dcSQUID Considérons maintenant un SQUID composé de deux jonctions identiques. Les notations utilisées sont présentées dans la figure 4.4.

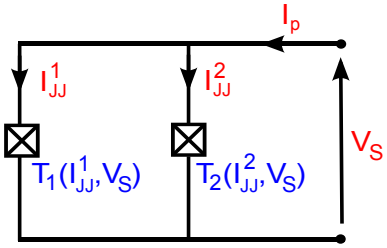


FIGURE 4.4 – Modèle électrique simplifié d'un SQUID et notations.

Décrivons, au cours de la dépolarisation en courant du SQUID, les comportements des courants I^1_{JJ} et I^2_{JJ} dans chacune des jonctions et de la tension commune V_S. Les caractéristiques IV des deux jonctions sont présentées dans les figures 4.5.b et 4.5.c. Elles

sont construites à partir de la loi de température de l'équation (4.3). L'évolution de I^1_{JJ}, I^2_{JJ} et V_S en fonction de $I_p = I^1_{JJ} + I^2_{JJ}$ sont représentées dans la figure 4.5.d. Cinq étapes particulières sont numérotées au cours de la dépolarisation en courant (voir figure 4.5.a).

Lorsque le courant de polarisation est supérieur au courant critique du SQUID (point 1) les deux jonctions sont dans leurs branches résistives. Les courants I^1_{JJ} et I^2_{JJ} sont identiques. Ils diminuent ensuite simultanément avec I_p jusqu'à atteindre le point de bifurcation vers le régime de résistance négative indiqué par le point 2. En ce point particulier, la distribution des courants est très instable. Il suffit d'une différence infinitésimale entre les deux jonctions pour qu'une jonction, disons la jonction 1, bascule dans le régime de résistance négative alors que l'autre reste dans le régime ohmique. Ensuite, avec la diminution de I_p, la tension V_S augmente, le courant I^1_{JJ} diminue alors que le courant I^2_{JJ} augmente. La première jonction se refroidit (point 3a). La seconde jonction reste chaude (point 3b). Le courant dans la jonction froide diminue jusqu'a ce que $dI^1_{JJ}/dV_S = 1/R_{shunt}$. La tensions V_S décroit alors et c'est au tour de la jonction chaude de décrire sa caractéristique IV. Le courant I^2_{JJ} diminue (point 4b). La seconde jonction se refroidit pendant que la première jonction, déjà froide, reste à très faible courant (point 4a). Lorsque $dI^2_{JJ}/dV_S = 1/R_{shunt}$ les courants I^1_{JJ}, I^2_{JJ} et la tension V_S diminuent. La caractéristique IV du SQUID suit la loi ohmique due à la résistance de shunt (point 5). Finalement $I^1_{JJ} = I^1_{JJ} = V_S = 0$. On a alors $P_{diss} = 0$ et les jonctions se thermalisent à la température du bain.

La caractéristique IV du SQUID ainsi obtenue est comparée aux mesures expérimentales dans la figure 4.5.a. Le comportement global de la courbe expérimentale est très bien reproduit. Seule la loi thermique donnée par l'équation (4.3) a été supposée dans ce modèle.

Discussion sur les températures et comparaison avec un modèle thermique simple Peut-on construire un modèle thermique pour expliquer cette loi ? Considérons dans un premier temps le modèle dit d'*électrons chauds* dans un métal [68]. Celui-ci est un modèle hors équilibre où les électrons et les phonons du métal ne sont pas à la même température. Le couplage electron-phonon permet alors la thermalisation des électrons chauds et leur température T_e s'écrit :

$$T_e = \left(T^5_{phonon} + \frac{P_{diss}}{Se\Sigma} \right)^{1/5} \tag{4.4}$$

où T_{phonon} est la température des phonons du métal, S la surface de la jonction, e son épaisseur, Σ une constante du métal qui caractérise le couplage électrons-phonons et $P_{diss} = I_{JJ}V_S$ la puissance électrique dissipée. Il est communément admis pour des films minces métalliques que les phonons du métal sont fortement thermalisés aux phonons du substrat. On peut considérer alors que $T_{phonons} = T_{bains} = 50mK$. Σ est une constante estimée à $1.3nW/K^{-5}/\mu m^{-3}$ pour l'aluminium dans la référence [69]. Nos jonctions ont une surface de contact avec le substrat d'environ $S = 15\mu m^2$ et une épaisseur $e = 45nm$. Les prédictions de ce modèle sont en rouge sur la figure 4.6. Ce modèle, qui ne prend pas en compte la supraconductivité, est en bon accord avec l'expérience pour les puissances

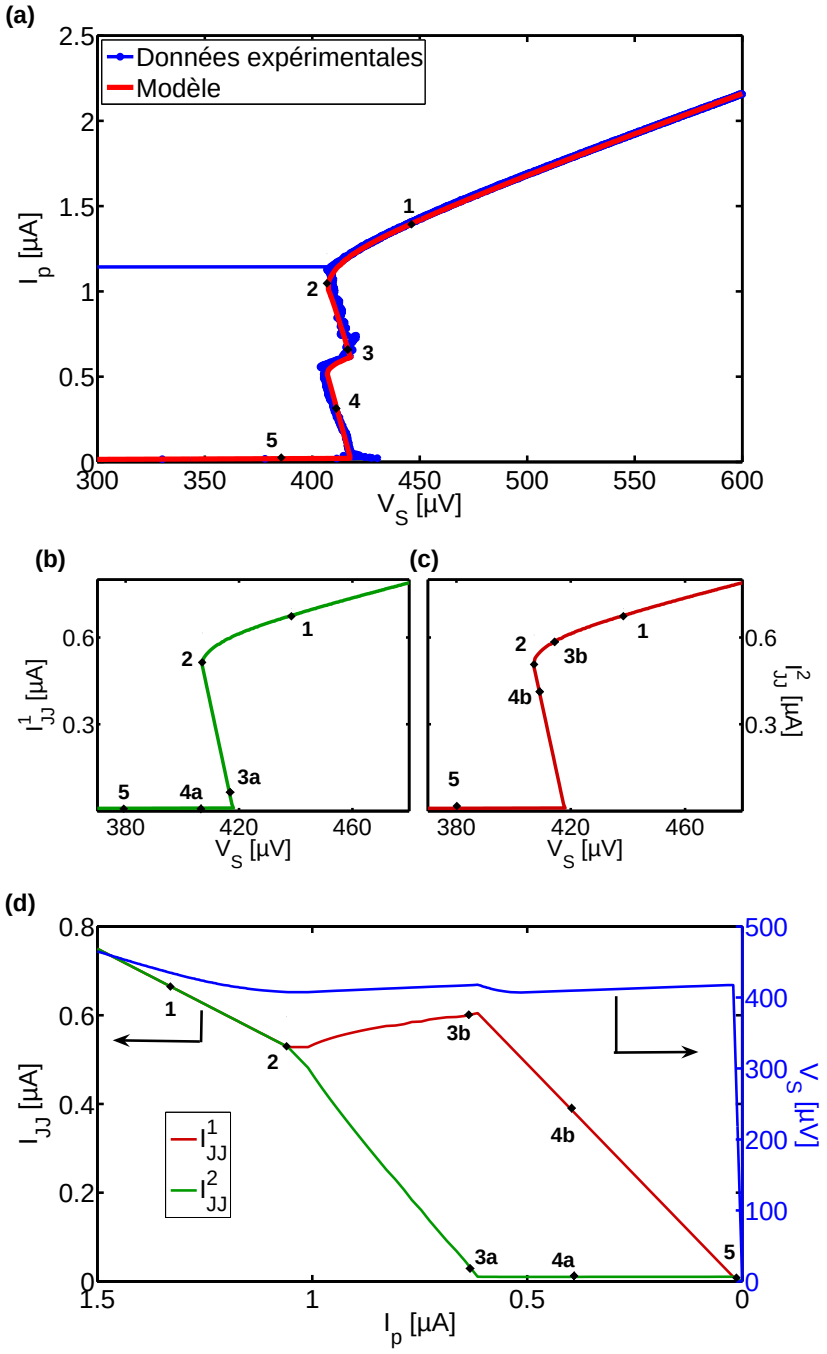


FIGURE 4.5 – **(a)** : Caractéristique IV du SQUID S_{2D} en bleu et prédiction du modèle en rouge. **(b),(c)** : Caractéristique IV de chacune des jonctions du SQUID. **(d)** : Evolution des courants dans chaque jonction, I^1_{JJ} et I^2_{JJ}, et de la tension V_S en fonction du courant de polarisation total I_p.

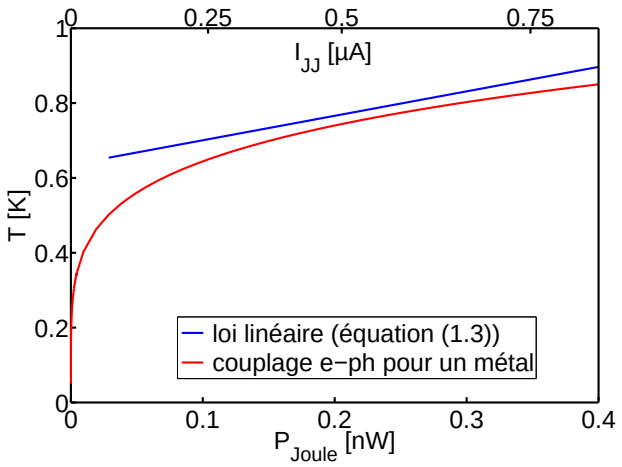


FIGURE 4.6 – En bleu : loi de température en fonction de la puissance dissipée donnée par l'équation (4.3). En rouge : loi attendue en considérant un modèle thermique basé sur le couplage électrons-phonons dans un métal (voir texte).

élevées. Cependant on observe une large déviation lorsque $P_{diss} < 0.1nW$, qui confirme que la loi empirique (4.3) n'est pas valable dans le régime de faible puissance.

Un modèle thermique plus complexe, prenant en compte la supraconductivité (variation de Σ avec la température [69]), la géométrie du circuit ou d'autre processus de thermalisation, serait nécessaire à la compréhension de la loi de température dans le régime basse puissance.

Discussion Les conditions à remplir pour observer l'anomalie à demi-courant critique dans la caractéristique IV d'un SQUID, et le refroidissement successif des jonctions, sont :

1. La température de la jonction dans la branche résistive doit être suffisamment élevée pour réduire le gap. C'est pourquoi cet effet est particulièrement visible dans les SQUIDs en aluminium (température critique faible).
2. Les ***variations*** du gap supraconducteur en fonction de la puissance doivent être suffisamment importantes pour créer une zone de résistance négative. L'amplitude de ces variations du gap supraconducteur dépend de l'amplitude des variations de température de la jonction. D'aprés l'équation (4.4), on s'attend à un effet important de la température des phonons (donc du bain thermique, $T_{bain} = T_{phonon}$) sur la forme de cette zone de résistance négative. Si $T^5_{phonon} \gg \frac{P_{diss}}{Se\Sigma}$ alors la température de la jonctions ne dépend plus de la puissance dissipée, $T_e = T_{phonon}$. On n'observe pas de zone de résistance négative. Si $T^5_{phonon} \ll \frac{P_{diss}}{Se\Sigma}$ alors la température de la jonction dépend directement de la puissance dissipée, $T_e = \frac{P_{diss}}{Se\Sigma}$. On observe une zone de résistance négative. En d'autre termes, la sensibilité de la température de la jonction à la puissance dissipée diminue lorsque la température du bain augmente. D'un autre coté, la sensibilité du gap supraconducteur augmente avec la température du bain. La température du bain pour laquelle l'anomalie dans la caractéristique IV disparait dépend de la compétition entre ces deux effets. Un modèle plus adapté que celui des électrons chauds serait nécessaire pour expliquer les différences de température de disparition de l'anomalie entre nos échantillons, autour de $T = 1K$, et ceux de Quentin Le Masne, à $T = 570mK$ [66].

3. Ce modèle suppose une infime différence entre les jonctions. Cette différence permet à une jonction de bifurquer vers le régime de résistance négative alors que l'autre jonction reste dans le régime de résistance positive. Dans notre cas, la faible asymétrie de résistance normale, de $\alpha = 0.25\%$, suffit pour induire la birfurcation.

Application à la mesure de température Pour simplifier la discussion, nous avons considéré que les températures des deux jonctions étaient identiques et régies par une loi simple. Un ajustement précis de la caractéristique IV du SQUID avec une loi plus complexe pour chaque jonction permettrait d'extraire la température de chacune des jonctions au cours de la dépolarisation en courant. Le SQUID peut alors être vu comme un thermomètre : la mesure de la cararactéristique IV permet de mesurer les températures des jonctions.

La précision de la mesure de température augmente fortement dans la région de résistance négative, où la tension aux bornes des jonctions est très sensible à une variation du gap. Dans la branche résistive cette sensibilité diminue car la caractéristique IV converge vers la résistance normale, quelle que soit la température.

4.1.2 Caractéristique courant-tension de S_{QB}

La figure 4.7 montre la caractéristique IV du SQUID en niobium S_{QB} obtenue pour $\Phi_p = 0.415\Phi_0$. On extrait de cette caractéristique IV le gap du Niobium $\Delta_{Nb} = 1.2meV$. De la caractéristique à plus fort courant (non visible sur la figure 4.7), on extrait la résistance normale des jonctions $R_N^{JJ} = 316\Omega$. Elle correspond selon la relation d'Ambegaokar-Baratoff à un courant critique de $I_c = 5.96\mu A$ en bon accord avec la valeur $I_c = 5.61\mu A$ qui sera extraite des mesures d'échappement présentées dans la deuxième section du chapitre.

Lors de la mesure du SQUID S_{QB}, nous avons placé une résistance de shunt supplémentaire de $R_{shunt} = 1k\Omega$ afin de limiter les effets de chauffage. Notons que la caractéristique IV du SQUID S_{QB} ne présente aucune zone de résistance négative le long de la branche $V_S \simeq 2\Delta_{Nb}/e$. Ceci s'explique par le fait que la température atteinte par le SQUID dans le régime résistif se maintient à une température de l'ordre de $1.5K$ (d'aprés le modèle des electrons chauds). Cette température est faible par rapport à la température critique du niobium $T_c \approx 9K$. La valeur du gap n'est alors pas affectée. Il n'y a donc pas de zone de résistance négative.

Lorsque le flux est proche de $\Phi_0/2$, le circuit ne transite pas directement dans l'état $V_S = 2\Delta_{Nb}$ lorsque le courant de polarisation excède le courant critique (voir figure 4.7). Il existe un état de tension sous le gap. Cet état a été prédit par Tuckerman *et al* [70] avec une tension donnée par :

$$V_{sg}^{th} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\Phi_0}{\pi\sqrt{L_S C}} \tag{4.5}$$

Cet état de tension s'explique par le blocage de la tension du SQUID à la fréquence de résonance du circuit produit par la capacité des jonctions C et l'inductance du SQUID L_S. La tension prédite, $V_{sg}^{th} = 210\mu V$, à partir des valeurs $C = 250.1fF$ et $L_S = 18.7pH$,

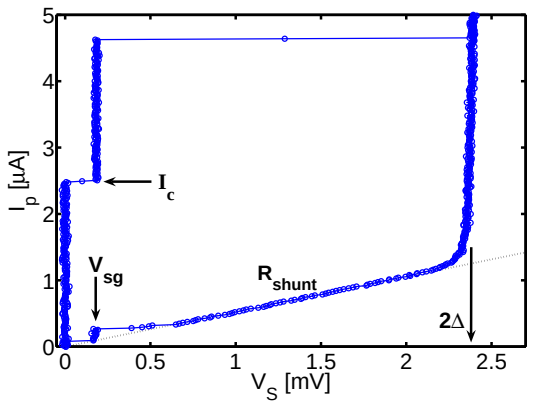


FIGURE 4.7 – Caractéristique courant-tension de l'échantillon S_{QB} pour un flux de polarisation de $\Phi_p = 0.415\Phi_0$.

extraites dans la suite du manuscrit, est en bon accord avec la valeur mesurée $V_{sg}^{exp} = 180\mu V$.

4.2 Processus d'échappement

Proche du courant critique l'état fondamental de la particule, piégée en fond de puits, a un temps de vie fini et l'échappement de la particule est un processus probabiliste. Cet échappement est exponentiellement dépendant de la hauteur de la barrière de potentiel.

La première partie rappellera les deux processus d'échappement : l'activation thermique et l'effet tunnel macroscopique. Puis nous verrons comment se déroule expérimentalement la mesure de la probabilité d'échappement. Nous présenterons ensuite les mesures de probabilité d'échappement à courant fini. Nous verrons ensuite que les mesures de probabilité d'échappement à courant nul ont necessité la mise au point d'une nouvelle méthode de mesure. La comparaison avec les prédictions du modèle MQT nous permettra d'extraire avec précision les paramètres des SQUIDs.

4.2.1 Effet tunnel et activation thermique

Considérons la situation où la particule est piégée dans un puits de potentiel. On suppose que la particule est localisée en fond de puits dans la direction transverse au chemin de minimum énergie. On peut alors se limiter à l'étude de la dynamique unidimensionnelle de la particule le long de ce chemin de minimum énergie. La figure 4.8 représente schématiquement le potentiel le long de cette direction. Celui-ci présente une barrière de potentiel ΔU et la particule oscille en fond de puits, caractérisée par sa fréquence propre longitudinale $\nu_{\|}$. Le temps de vie de cet état de tension nulle est fini car deux mécanismes permettent à la particule de s'échapper du puits : elle peut sauter la barrière par activation thermique (AT) ou la traverser par effet tunnel.

Le taux d'échappement par activation thermique Γ_0^{AT} est donné par [71, 43] :

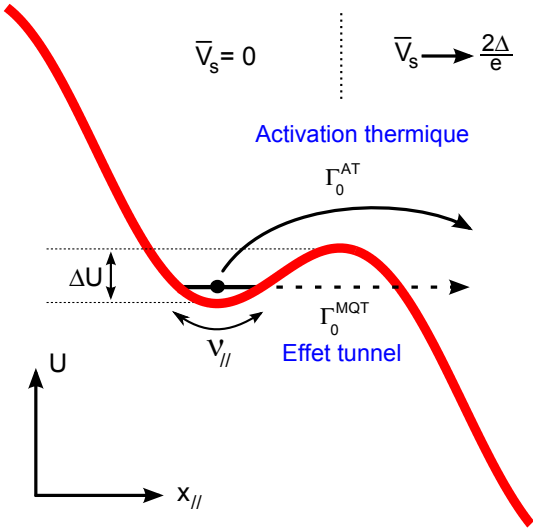


FIGURE 4.8 – Processus d'échappement par activation thermique (AT) et effet tunnel macroscopique (MQT). Passage d'un état de tension moyenne nulle à un état de tension moyenne finie.

$$\Gamma_0^{AT}(I_p, \Phi_p, T) = a_\perp \nu_\parallel \exp\left(-\frac{\Delta U}{k_b T}\right) \tag{4.6}$$

où k_b est la constante de Boltzman. Le préfacteur $a_\perp$ est égal au rapport entre les fréquences du mode transverse en fond du puits et au point col.

A basse température, l'activation thermique devient négligeable. Ce processus est alors relayé par l'effet tunnel macroscopique (MQT, pour Macroscopic Quantum Tunneling). Dans la limite où le potentiel du SQUID dans la direction longitudinale ne comporte qu'une famille de puits, il a été vérifié que l'effet tunnel était bien décrit par la loi unidimensionnelle connue pour les jonctions Josephson sous amorties [64]. Le taux d'échappement par effet tunnel Γ_0^{MQT} est donné par [72] :

$$\Gamma_0^{MQT}(I_p, \Phi_p) = 12\sqrt{\frac{6\pi\Delta U}{h\nu_\parallel}}\,\nu_\parallel \exp\left(-\frac{36}{5}\frac{\Delta U}{h\nu_\parallel}\right) \tag{4.7}$$

La transition entre le régime MQT et le régime d'activation thermique a lieu pour une température T^*donnée par :

$$T^* = \frac{h\nu_\parallel}{2\pi k_b} \tag{4.8}$$

La fréquence du mode longitudinal proche de l'échappement est au minimum de $10GHz$ pour S_{QB} et de $5GHz$ pour S_{2D}. On obtient alors des températures de transition respectives de $T^*_{QB} = 80mK$ et $T^*_{2D} = 40mK$. La température du cryostat est de $T = 40mK$ et il faudra donc tenir compte de la contribution résiduelle de l'échappement par activation thermique dans le SQUID S_{2D}.

La probabilité d'échappement pendant une durée Δt s'écrit :

$$P_{ech}(I_p, \Phi_p, \Delta t, T) = 1 - \exp\left[-(\Gamma_0^{AT} + \Gamma_0^{MQT})\Delta t\right] \tag{4.9}$$

Cas du potentiel quadratique-quartique Comme nous l'avons décrit dans le chapitre 2, proche du courant nul et d'un demi quantum de flux plusieurs états de flux peuvent coexister. Un potentiel type dans cette zone est présenté dans la figure 4.9. Celui-ci est très différent d'un potentiel en tôle ondulée et cela a deux conséquences.

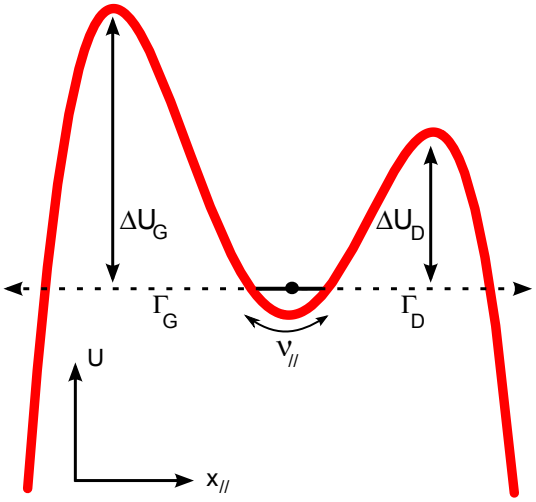


FIGURE 4.9 – Forme du potentiel proche du courant nul et d'un demi quantum de flux. La particule peut s'échapper à travers deux barrières de potentiel.

D'une part deux chemins d'échappements sont possibles. Nous considérerons ici que le taux d'échappement total Γ_0^{MQT} est simplement la somme du taux d'échappement à travers la barrière de potentiel de gauche Γ_G et à travers la barrière de potentiel de droite Γ_D :

$$\Gamma_0^{MQT}(I_p, \Phi_p) = \Gamma_D + \Gamma_G \tag{4.10}$$

D'autre part, la loi MQT pour un potentiel cubique (4.7) n'est plus valable pour estimer Γ_G et Γ_D. En effet le potentiel ne peut plus être localement approximé par un potentiel de type quadratique-cubique. Il faut alors prendre un compte un terme quartique supplémentaire. Nicolas Didier a, durant sa thèse[73], calculé le taux d'échappement tunnel dans un potentiel général, quadratique-cubique-quartique, en utilisant le formalisme des instantons. Hors de la zone de coexistence entre deux états de flux, ces résultats convergent vers la loi pour un potentiel quadratique-cubique. A l'opposé, il existe une limite analytique lorsque que l'on se trouve dans la situation particulière où le potentiel est totalement symétrique par rapport au minimum dans lequel est piégée la particule (cas $I_p = 0$). Dans ce cas $\Delta U_G = \Delta U_D$ et $\Gamma_D = \Gamma_G$. Le taux d'échappement Γ_0^{MQT} est donné par la loi suivante :

$$\Gamma_0^{MQT} = 16\sqrt{\frac{2\pi\Delta U}{h\nu_\parallel}}\,\nu_\parallel \exp\left(-\frac{16}{3}\frac{\Delta U}{h\nu_\parallel}\right) \tag{4.11}$$

La différence la plus notable avec la loi de MQT dans un potentiel quadratique-cubique est le préfacteur dans la fonction exponentielle, qui vaut maintenant 16/3 au lieu de 36/5.

Entre les deux cas limites, les formules sont plus complexes et sont résolues numériquement. Pour de plus amples détails, nous renvoyons au manuscrit de thèse de N. Didier [73].

4.2.2 Mesure des lignes $P_{50\%}$

4.2.2.1 Mesure des lignes $P_{50\%}$ à courant fini

La procédure de mesure de la probabilité d'échappement par impulsions de courant est présentée sur la figure 4.10. Elle utilise la partie basse fréquence de l'électronique présentée au chapitre 3. Initialement le circuit est dans l'état supraconducteur. Il est alors polarisé par un courant I_p pendant un temps Δt, à flux Φ_p fixé. La particule s'échappe avec une probabilité $P_{ech}(I_p, \Phi_p, \Delta t, T)$. Une tension aux bornes du SQUID apparaît. Pour détecter l'échappement de la particule, la tension est comparée au cours de l'impulsion de courant à une tension de seuil V_{seuil}. Si une tension est détectée, l'impulsion de courant est arrêtée afin de limiter le chauffage de l'échantillon. Afin d'extraire la valeur de la probabilité, on répète N fois l'impulsion de courant, avec une fréquence f_{rep} de l'ordre du kHz. Le nombre d'apparition de tension N_{ech} est comparé au nombre d'impulsions envoyées N. La probabilité d'échappement en est directement extraite : $P_{ech} = N_{ech}/N$. Le nombre d'impulsions N varie typiquement entre 2000 et 10000. La durée des impulsions en courant est fixée à $\Delta t = 60\mu s$.

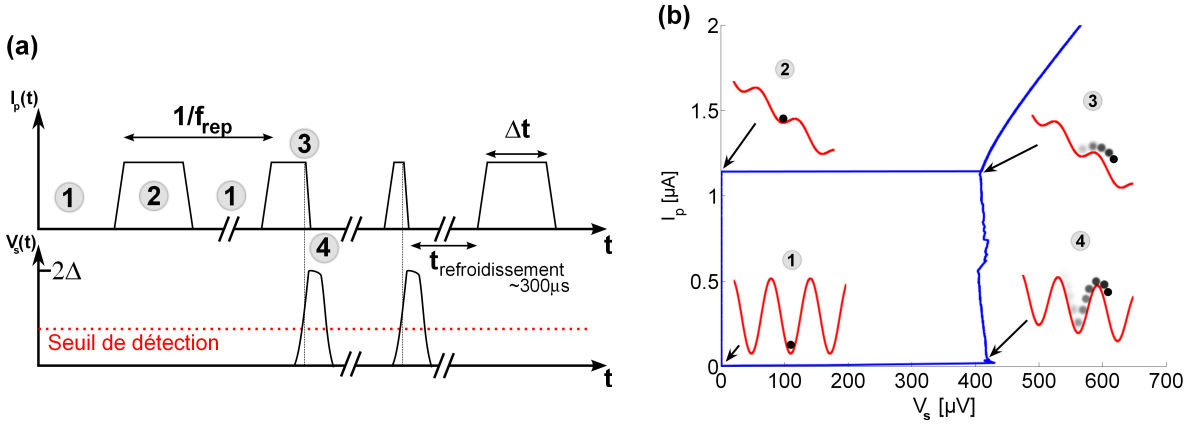


FIGURE 4.10 – Principe de la mesure de probabilité d'échappement par impulsions de courant. (a) Schéma des séquences d'impulsions de courant envoyées dans le SQUID et de la tension mesurée à ses bornes. (b) Caractéristique IV du SQUID S_{2D}. Les différent régimes de dynamique de la particules fictive dans le potentiel sont représentés schématiquement.

La tension V_{seuil} est fixée pour les deux échantillons à $V_{seuil} = 100\mu V$. Ce seuil correspond à la moitié du gap de l'aluminium pour S_{2D} et à la moitié de la tension V_{sg} pour S_{QB}. L'existence de l'état de tensions V_{sg} sous le gap dans le SQUID en niobium permet d'éviter un chauffage excessif de l'échantillon et donc d'augmenter la fréquence de répétition. En effet, la fréquence f_{rep}, de l'ordre du kHz, est limitée par le temps de refroidissement de l'échantillon.

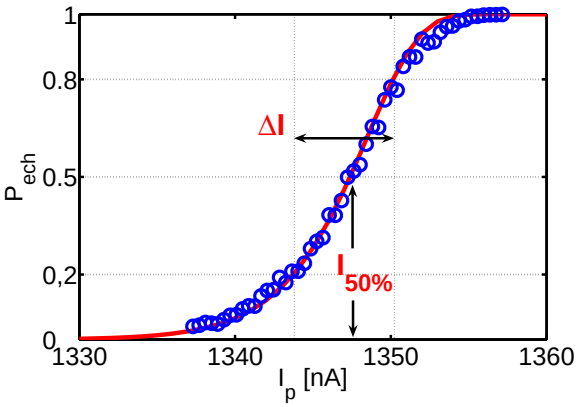


FIGURE 4.11 – Mesure de probabilité d'échappement de l'échantillon S_{2D} pour un flux de polarisation $\Phi_p = 1.01\Phi_0$. Les prédictions de la théorie MQT sont en rouge.

Une courbe type de probabilité d'échappement en fonction du courant est présentée dans la figure 4.11. Elle a été mesurée sur le SQUID S_{2D} pour un flux de polarisation $\Phi_p = 1.01\Phi_0$. Loin du courant critique, la barrière de potentiel ΔU est grande par rapport à $h\nu_{\|}$ et k_bT, l'échappement est impossible. Plus on s'approche du courant critique, plus la barrière diminue, plus l'échappement devient probable, jusqu'à devenir certain. La variation exponentielle en fonction de la hauteur de barrière ΔU se traduit par le passage de 0 à 1 de la probabilité d'échappement sur une très faible gamme de courant, ici d'environ $30nA$. On définit $I_{20\%}$, $I_{50\%}$ et $I_{80\%}$ comme étant les courant I_p correspondant à une probabilité d'échappement de 20%, 50% et 80%. La largeur de la courbe d'échappement est définie comme étant $\Delta I = |I_{80\%} - I_{20\%}|$. $I_{50\%}$ et ΔI dépendent du flux Φ_p appliqué. L'ensemble des couples $(I_{50\%}, \Phi_p)$ forme des lignes que nous appelerons *lignes* $P_{50\%}$.

Les lignes $P_{50\%}$ sont représentées sur la figure 4.12 pour les échantillons S_{QB} et S_{2D}. Elles ont un comportement similaire à celui des lignes critiques du SQUID présentées dans le chapitre 2. En particulier ces lignes $P_{50\%}$ forment des arches, périodiques en Φ_0, correspondant aux différents états de flux. Un maximum de courant $I_{50\%}$ est atteint proche de $\Phi_p = 0$ et un minimum est atteint proche de $\Phi_p = \pm\Phi_0/2$. Elles sont symétriques par rapport au point $(I_p = 0\,,\, \Phi_p = 0)$.

La technique par impulsions de courant ne peut mesurer que la probabilité d'échappement d'un état supraconducteur vers un état dissipatif. Dans les zones où plusieurs états de flux coexistent, autour de $\Phi_p = \pm\Phi_0/2$, cette technique ne permet pas de mesurer la probabilité d'échappement d'un état supraconducteur vers un autre état supraconducteur associé à un état de flux différents.

4.2.2.2 Mesure des lignes $\mathbf{P_{50\%}}$ à courant nul

La mesure des lignes $P_{50\%}$ dans une zone où plusieurs états de flux coexistent necessite une nouvelle technique.

Afin de simplifier la discussion, nous allons nous focaliser sur la zone du diagramme critique du SQUID S_{QB} dans la région de coexistence entre les états de flux $[-1\Phi_0]$ et $[0\Phi_0]$, c'est à dire pour un courant de polarisation proche de zéro et un flux $\Phi_p \sim -\Phi_0/2$. Les lignes $P_{50\%}$ dans cette zone séparent deux états supraconducteurs associés à des états

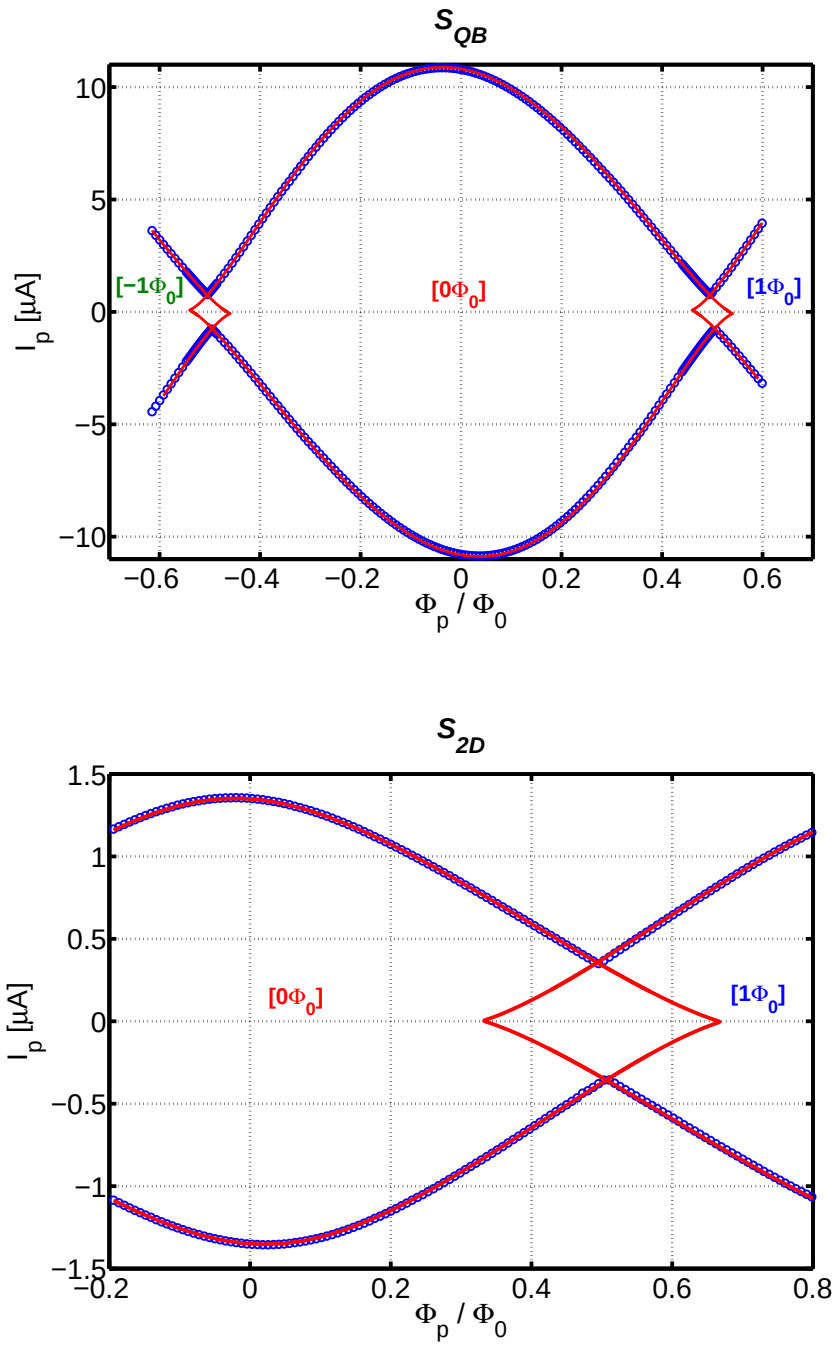


FIGURE 4.12 – Lignes critiques des échantillons S_{QB} et S_{2D}. Les prédictions de la théorie MQT sont en rouge.

de flux différents.

La figure 4.13 montre les lignes critiques théoriques d'un SQUID dont les paramètres sont proches de S_{QB}. La ligne critique rouge correspond à l'état de flux $[0\Phi_0]$ et la ligne critique verte à l'état de flux $[-1\Phi_0]$.

La mesure est séparée en deux parties : une impulsion de flux provoquant l'échappement d'un état de flux vers l'autre puis la lecture de l'état de flux par une impulsion de courant. Cette technique utilise l'antenne de flux et le générateur de tension arbitraire présentés dans le chapitre 3.

Dans la figure 4.13, les 4 étapes de la mesure de la ligne $P_{50\%}$ de l'état de flux $[0\Phi_0]$ à courant nul sont numérotées et associées aux tracés du potentiel en chaque point :

1. *Initialisation de la particule dans l'état de flux* $[0\Phi_0]$: On choisit un flux Φ_p^{bob} (appliqué par la bobine dc) tel que, à courant nul, le puits le plus profond corresponde à l'état de flux $[0\Phi_0]$. La particule est piégée dans ce puits.
2. *Echappement vers l'état de flux* $[-1\Phi_0]$: par l'intermédiaire de l'antenne de flux, une impulsion adiabatique $\Phi(t)$ de durée Δt est appliquée au SQUID pour se rapprocher de la ligne critique de l'état de flux $[0\Phi_0]$. La durée Δt des impulsions de flux peut varier d'une nanoseconde jusqu'à plusieurs microsecondes. Les barrières de potentiel qui séparent les puits de potentiels correspondant aux deux états de flux sont diminuées. La probabilité d'échappement de la particule vers l'état de flux $[-1\Phi_0]$ augmente avec l'amplitude de l'impulsion de flux. Cependant, en l'absence de détection magnétique, rien ne nous permet à ce moment de distinguer dans quel état de flux est la particule. En effet, la particule s'échappe vers un puit stable où la tension moyenne reste nulle. L'impulsion de tension liée à l'échappement n'est pas détectable par notre électronique.
3. Après l'impulsion de flux, le système est de nouveau au point de polarisation de l'étape 1. La probabilité d'occupation des états de flux est maintenant directement liée à la probabilité d'échappement de la particule à l'étape 2 : La particule est avec une probabilité P_{ech} dans l'état $[-1\Phi_0]$ et une probabilité $1 - P_{ech}$ dans l'état de flux $[0\Phi_0]$.
4. *Lecture de l'état de flux* : Un courant de polarisation $I_{lecture}$ est appliqué pendant une durée de $60\mu s$. Ce courant polarise le SQUID entre les lignes critiques des deux états de flux. Dans cette situation, les puits correspondant à l'état de flux $[0\Phi_0]$ sont complètement stables. Si la particule est dans cet état de flux, alors aucun échappement n'a lieu. A l'inverse, les puits de potentiel associés à l'état de flux $[-1\Phi_0]$ ont disparu pour ce courant de polarisation $I_{lecture}$. Si la particule est dans l'état de flux $[-1\Phi_0]$, alors un échappement a lieu. Les puits de l'état de flux $[0\Phi_0]$ ne sont alors pas assez profonds pour repièger la particule. Celle-ci dévale le potentiel pour atteindre l'état de tension $V_S = 2\Delta/e$. La détection d'une tension indique ainsi qu'un échappement a eu lieu à l'étape 2.

Un choix adapté du courant de lecture $I_{lecture}$ et du champ fixe Φ_p^{bob} permet d'obtenir une discrimination parfaite entre les deux états de flux. $I_{lecture}$ est fixée à la valeur de courant correspondant au croisement entre les lignes critiques ($I_{lecture} \simeq 800nA$ sur la

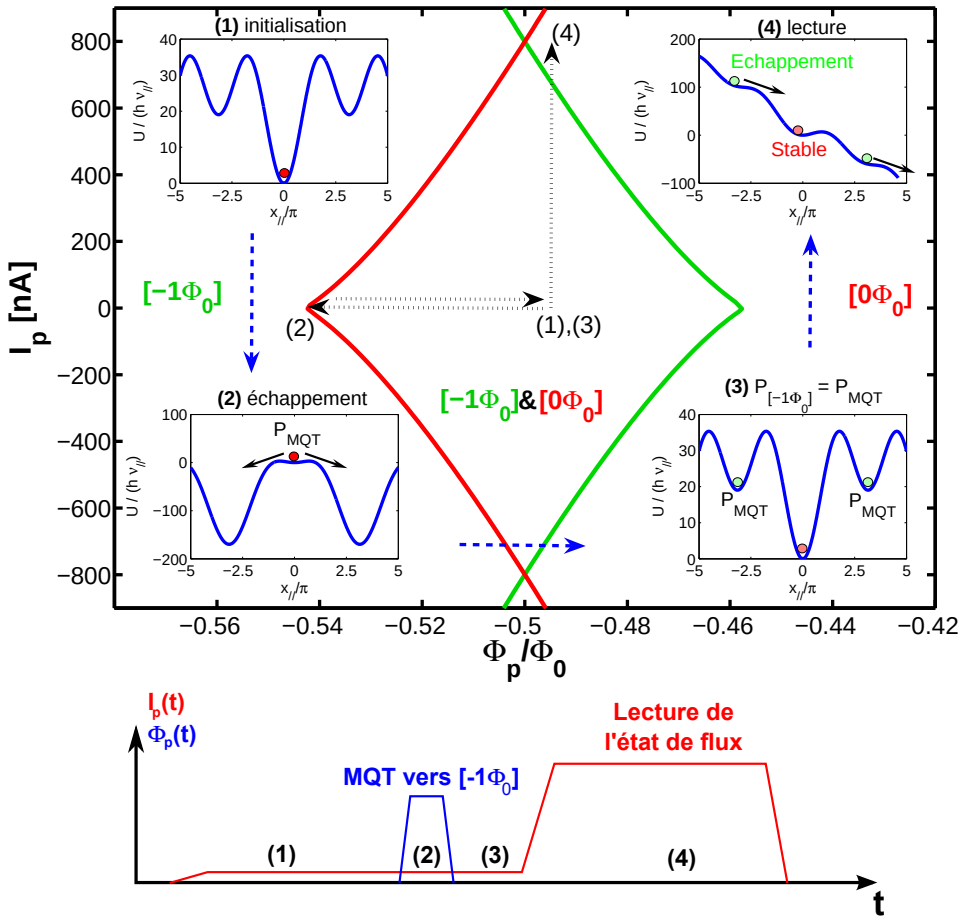


FIGURE 4.13 – Principe de la mesure de probabilité d'échappement à faible courant (voir texte).

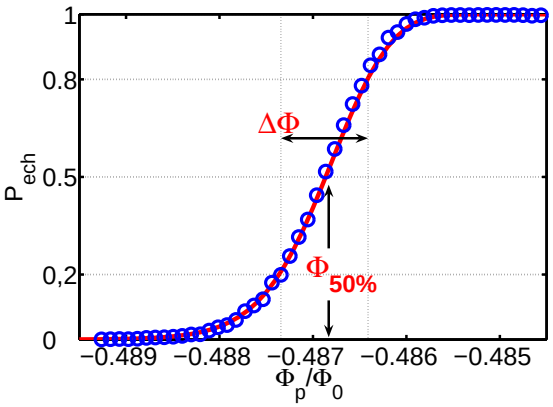


FIGURE 4.14 – Mesure de probabilité d'échappement en fonction du flux (échantillon S_{QB}, courant de polarisation $I_p = -602nA$, état de flux $[-1\Phi_0]$). Les prédictions de la théorie MQT sont en rouge.

figure 4.13). Le choix de Φ_p^{bob} ($\Phi_p^{bob} = -0.495\Phi_0$ sur la figure 4.13) est plus délicat. Lorsque Φ_p^{bob} est trop proche de $\Phi_0/2$, les courbes d'échappement $P_{ech}(I_p)$ des deux états de flux se chevauchent et la discrimination n'est plus parfaite : lorsque l'état de flux $[-1\Phi_0]$ s'échappe avec une probabilité de 1, la probabilité d'échappement de l'état de flux $[0\Phi_0]$ n'est plus nulle. Lorsque Φ_p^{bob} est trop proche de $\Phi_0/2$, les puits de potentiel de l'état de flux $[0\Phi_0]$ se creusent. La particule s'échappant de l'état de flux $[-1\Phi_0]$ a une probabilité non nulle de se repièger dans l'état de flux $[0\Phi_0]$.

En répétant cette mesure quelques milliers de fois, on détermine précisément la probabilité d'échappement de l'état de flux $[0\Phi_0]$ vers l'état de flux $[-1\Phi_0]$ pour une impulsion de flux donnée. L'application d'un courant I_p pendant les étapes 1, 2 et 3 permet de mesurer la probabilité d'échappement dans l'intégralité de la zone de coexistence entre les deux états de flux. Par symétrie, cette technique se transpose facilement à la mesure de la probabilité d'échappement de l'état de flux $[-1\Phi_0]$ vers l'état de flux $[0\Phi_0]$.

La figure 4.14 présente une courbe typique d'échappement en fonction du flux obtenue sur l'échantillon S_{QB}, pour une courant de polarisation $I_p = -602nA$ et un état de flux $[-1\Phi_0]$. Comme pour les mesures d'échappement par impulsions de courant, on peut définir les flux $\Phi_{20\%}$, $\Phi_{50\%}$ et $\Phi_{80\%}$ correspondant aux probabilités d'échappement de 20%, 50% et 80%. De même on définit la largeur $\Delta\Phi = |\Phi_{80\%} - \Phi_{20\%}|$. L'ensemble des couples $(I_p, \Phi_{50\%})$ forment les lignes $P_{50\%}$.

Les lignes $P_{50\%}$ mesurées par cette technique, pour les états de flux $[-1\Phi_0]$ et $[0\Phi_0]$ dans le SQUID S_{QB}, et pour les états de flux $[0\Phi_0]$ et $[1\Phi_0]$ dans le SQUID S_{2D}, sont présentées dans la figure 4.15. On complète ainsi les lignes $P_{50\%}$ de la figure 4.12. Nous allons voir qu'un ajustement des lignes $P_{50\%}$ expérimentales avec les prédictions théoriques permet d'extraire précisément les paramètres des échantillons.

4.2.2.3 Extraction des paramètres des échantillons

Le calcul numérique de la hauteur de barrière ΔU et de la fréquence en fond de puits $\nu_{\|}$ permet d'évaluer la probabilité d'échappement théorique en fonction du courant et du flux de polarisation. On peut alors reconstruire les lignes $P_{50\%}$ correspondant à un jeu de paramètres du SQUID et les comparer aux mesures. Comme nous l'avons montré dans

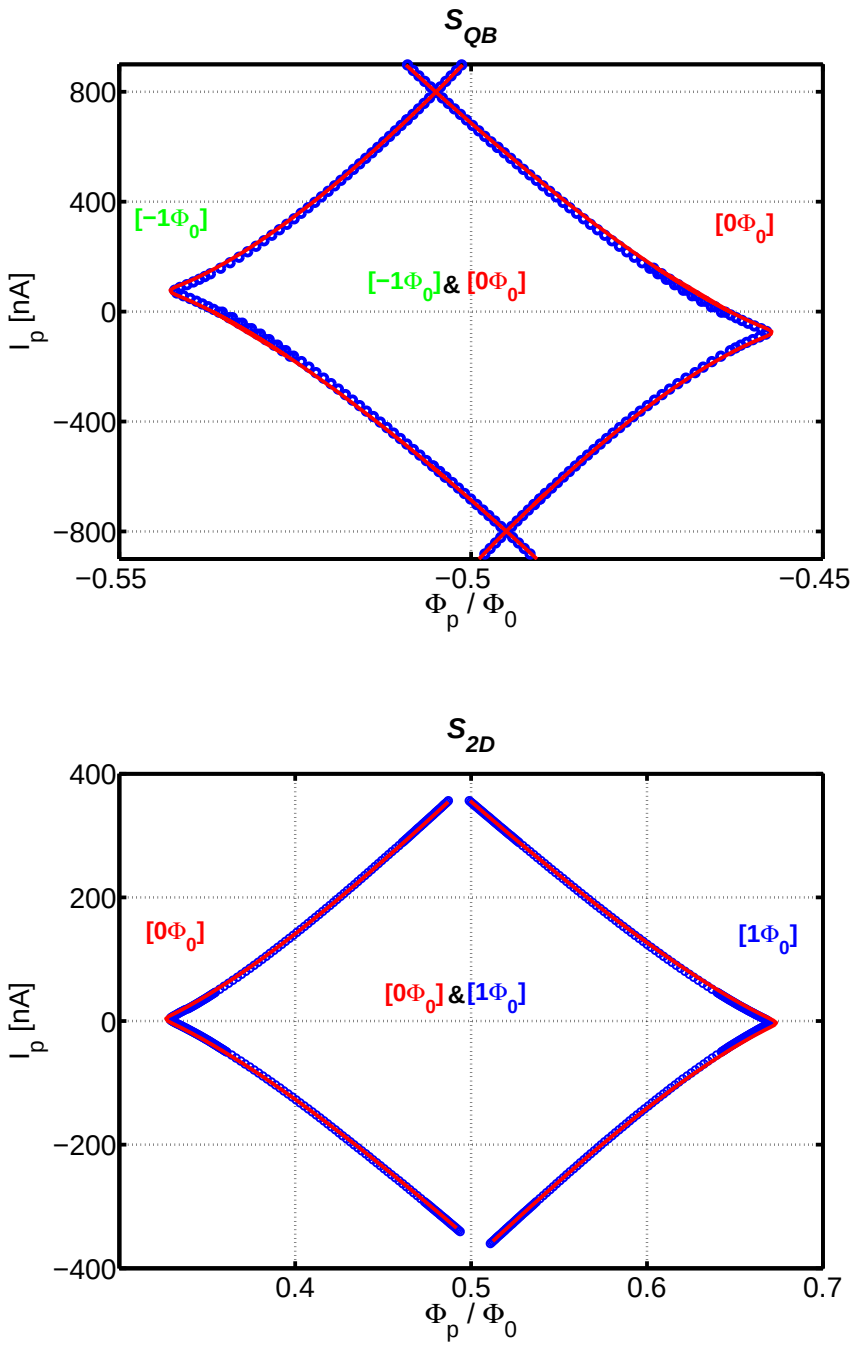


FIGURE 4.15 – Lignes critiques des échantillons S_{QB} et S_{2D} autour de ($I_p = 0$; $\Phi_p = 0.5\Phi_0$). Durée des impulsions de flux $\Delta t = 100ns$ pour S_{QB} et $\Delta t = 1\mu s$ pour S_{2D}. Les prédictions de la théorie MQT sont en rouge.

	SQUID S_{QB} (niobium)	SQUID S_{2D} (aluminium)
Courant critique par jonction I_c^{JJ}	$5.61\mu A$	$0.713\mu A$
Asymétrie de courant critique α	0.72%	0.24%
Inductance L_S	$18.7pH$	$629.8pH$
Paramètre b	3.05	0.733
Asymétrie d'inductance η	72%	10.1%

TABLE 4.1 – Paramètres des échantillons S_{QB} et S_{2D} extrait de l'ajustement des lignes $P_{50\%}$ avec la théorie.

le chapitre 2 à la figure 2.6, chaque paramètre a un effet bien distinct sur la forme des lignes $P_{50\%}$. Nous ne procédons donc pas à un ajustement avec plusieurs paramètres libres mais à plusieurs ajustements à paramètre libre unique. Dans la pratique, on commence par calibrer la mutuelle M_{bob} entre la bobine de flux et le SQUID en utilisant la périodicité des arches en Φ_0. En comparant l'effet des impulsions $\Phi(t)$ appliquées par l'antenne avec l'effet de la bobine, on calibre la mutuelle M_Φ entre l'antenne de flux et le SQUID. Ensuite du maximum des lignes $P_{50\%}$ sur la figure 4.12, on extrait le courant critique du SQUID. Puis sur la figure 4.15, le décalage des extrémités des lignes $P_{50\%}$ par rapport au courant nul permet de déduire l'asymétrie de courant critique α. La largeur en flux de la zone de coexistence entre deux états de flux donne l'inductance du SQUID L_S. Finalement l'asymétrie d'inductance η est extraite de la valeur du flux au point de croisement entre les lignes $P_{50\%}$ des deux états de flux. Les paramètres obtenus par les ajustements sont présentés dans le tableau 4.1. Les lignes $P_{50\%}$ théoriques pour ces paramètres sont en rouge sur les figures 4.12 et 4.15.

Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre nous avons présenté les caractéristiques IV de nos échantillons. Outre l'extraction des paramètres de base de nos échantillons comme le gap supraconducteur et le courant de repiégeage, nous avons mis en évidence l'effet de la dissipation sur les caractéristiques IV des SQUIDs. Nous proposons un modèle très simple basé sur la variation du gap supraconducteur en fonction de la température de la jonction. Dans l'état dissipatif, la température de la jonction augmente. Le gap supraconducteur est alors modifié. Une zone de résistance négative apparaît dans la caractérisique IV. Lorsque on associe en parallèle deux jonctions, une instabilité apparaît au point de bifurcation entre les régimes de résistance négative et positive. Au cours de la dépolarisation du SQUID, on observe une dépolarisation successive des deux jonctions. Cet effet permet d'expliquer précisement les anomalies observées à demi-courant critique. Un ajustement plus précis de la caractéristique IV d'un SQUID permet d'extraire les températures de chacune des jonctions.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté les mesures des lignes d'échappement à 50% dans nos échantillons. La mesure de probabilité d'échappement par impulsions de courant permet de mesurer l'échappement vers un état dissipatif. Dans la région de coexistence entre deux états de flux, cette mesure ne permet pas de mesurer l'échappement d'un état de flux vers l'autre. Nous avons donc mis au point une mesure en deux étapes mettant en jeu des impulsions de flux pour l'échappement suivies de la lecture de l'état de flux final par impulsion de courant. L'ajustement avec un modèle MQT permet d'extraire avec une grande précision le courant critique des jonctions, l'inductance de la boucle du SQUID ainsi que leurs asymétries.

Chapitre 5

Le dcSQUID polarisé à courant nul : un QuBit de phase protégé

La première mesure de la discrétisation des niveaux d'énergie d'un dcSQUID a été effectuée par J. Claudon en 2004 [44]. Des oscillations cohérentes en présence d'un champ micro-onde ont été observées, ouvrant la voie à l'utilisation d'un dcSQUID en tant que QuBit de phase. Il a été demontré que le temps de cohérence mesuré, de l'ordre de 20ns, était principalement limité par les fluctuations du courant de polarisation [74]. Nous montrerons dans ce chapitre qu'un dcSQUID polarisé à courant nul est protégé contre les fluctuations de courant. En particulier dans l'échantillon S_{2D}, nous mesurerons un temps de déphasage de $160ns$ et un temps de relaxation de $200ns$.

Dans une première partie, nous traiterons de la mesure des états quantiques d'un dcSQUID polarisé à courant nul. Nous présenterons une technique de mesure en un coup par impulsion de flux nanoseconde adaptée à la problématique de la mesure proche du courant nul. Cela nous permettra d'effectuer des mesures de spectroscopie sondant la première transition du mode longitudinal d'un dcSQUID. Nous montrerons alors l'existence d'une ligne optimale où le circuit est protégé contre le bruit en courant. Nous présenterons ensuite les oscillations cohérentes et les mesures de temps de relaxation le long de cette ligne optimale.

Dans la deuxième partie, nous discuterons de la principale limitation dans nos échantillons : la présence de systèmes à deux niveaux parasites situés dans la barrière tunnel des jonctions. Nous présenterons les divers effets de ces défauts. Enfin nous verrons sous forme de perspectives les améliorations à apporter aux circuits afin de réduire la densité de défauts.

5.1 Spectroscopies du mode longitudinal et ligne optimale

5.1.1 Mesures des états quantiques d'un SQUID polarisé à courant nul

La visibilité des courbes de spectroscopie et des oscillations cohérentes repose sur la technique de mesure des états quantiques du SQUID. Cette mesure doit avoir un contraste suffisant pour distinguer les différents niveaux d'énergies, ne doit pas perturber le système au cours de la manipulation et doit être plus rapide que les phénomènes de relaxation et de décohérence.

Le domaine est particulièrement actif et on trouve aujourd'hui dans la littérature de nombreuses méthodes de mesures pour chaque type de QuBit [75, 76, 77, 78, 33, 32, 79]. Elles peuvent être classées en deux familles : les techniques qui reposent sur la transition vers l'état dissipatif des jonctions et celles qui conservent les jonctions dans leur état supraconducteur (detection magnétique par SQUID ou couplage à un résonateur micro-onde).

Au cours de sa thèse, Julien Claudon a mis au point une technique de lecture en un coup des états quantiques d'un dcSQUID par impulsion de flux nanoseconde [80]. Cette technique repose sur la dépendance exponentielle de l'échappement vers l'état dissipatif en fonction de la hauteur de barrière. Elle ne permet pas de mesurer des états quantiques à courant nul, dans la région de coexistence entre deux état flux. En effet l'échappement n'a alors pas lieu vers l'état dissipatif mais vers un état supraconducteur associé à un autre état de flux. J'ai mis au point au cour de ma thèse, avec Emile Hoskinson, une nouvelle séquence de mesure permettant la mesure des états quantiques à courant nul.

La figure 5.1 présente le déroulement de la mesure par impulsions de flux nanoseconde proche du courant nul. Les lignes critiques des états de flux $[-1\Phi_0]$ et $[0\Phi_0]$ pour les paramètres du SQUID S_{QB} sans asymétrie sont respectivement en vert et en rouge (identiques à celle de la figure 4.13). Les différentes étapes sont numérotées. A chaque étape, le potentiel est illustré dans un insert de la figure 5.1. Les signaux de flux et de courant au cours de l'expérience sont représentés schématiquement.

1. *Initialisation de la particule dans l'état de flux* $[0\Phi_0]$: Comme pour la mesure des lignes $P_{50\%}$, la particule est initialement piégée dans le puits de potentiel de l'état $[0\Phi_0]$. A la température du cryostat $T = 50mK$, la particule repose dans son état fondamental $\left|0_{\|}\right\rangle$.
2. *Choix du point de travail et excitation micro-onde* : La modification du flux et du courant de polarisation permet de modifier adiabatiquement le potentiel pour atteindre un point de travail. Les niveaux d'énergies du dcSQUID sont alors fixés. L'application d'un signal micro-onde (MO) en courant, de fréquence ν_{mo} et de durée Δt_{mo}, permet de peupler les niveaux d'énergies supérieurs.
3. *Mesure de la population des états excités* : A la fin du signal MO, une impulsion de flux rapide $\delta\Phi$ modifie adiabatiquement le système et le place proche de la ligne

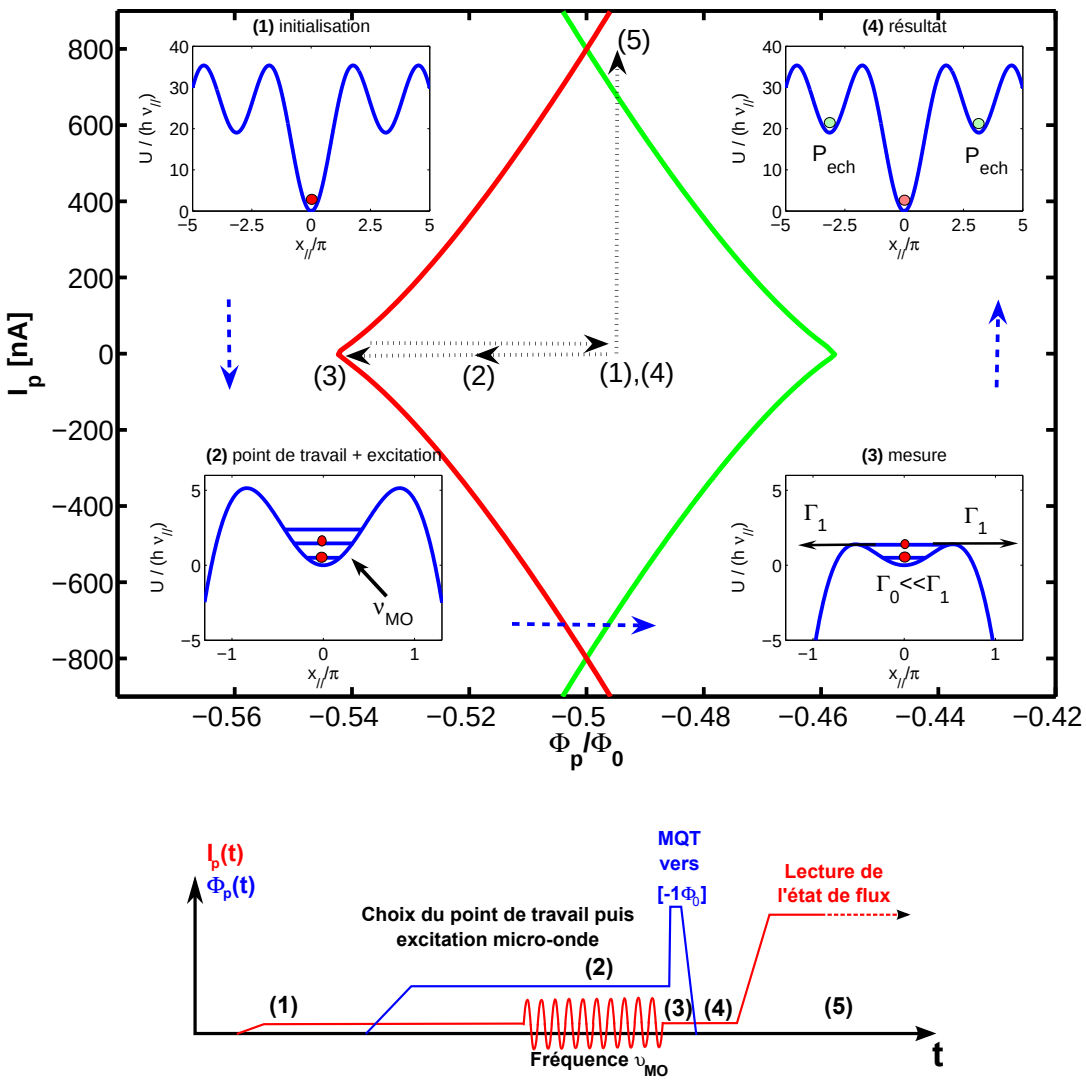


FIGURE 5.1 – Principe de la mesure de population des états quantiques d'un dcSQUID proche du courant nul décomposée en cinq étapes.

critique de l'état de flux $[0\Phi_0]$. Le taux d'échappement par MQT du premier état excités, Γ_1, est environ 500 fois plus grand que le taux d'échappement du niveau fondamental, Γ_0. La particule s'échappe alors vers l'état de flux $[-1\Phi_0]$ avec une probabilité P_{ech} correspondant à l'échappement du premier état excité. C'est lors de cette étape que la mesure de l'état quantique est effectuée.

4. Après l'impulsion le système est à nouveau au point de polarisation de l'étape 1. La population des états de flux est maintenant directement liée à la probabilité d'échappement de la particule à l'étape 3 : La particule est avec une probabilité P_{ech} dans l'état $[-1\Phi_0]$ et une probabilité $1-P_{ech}$ dans l'état de flux $[0\Phi_0]$. Ces états sont stables dans le temps.

5. *Lecture de l'état de flux* : Comme pour la mesure des lignes $P_{50\%}$, la population des états de flux est mesurée par une impulsion de courant. Nous rappelons que le contraste de cette mesure étant de 100%, nous avons un accès direct à la probabilité d'échappement de l'étape 3.

Cette mesure est ensuite répétée pour extraire la probabilité d'échappement P_{ech}.

Le flux dc Φ_p^{bob} et le courant $I_{lecture}$ sont identiques à ceux utilisés pour les mesures des lignes critiques au chapitre 4. L'impulsion de flux $\delta\Phi$ est choisie avec un temps de montée typique de $2ns$ et une durée Δt de $5ns$ afin de limiter la perte de contraste liée aux phénomènes de relaxation. Le contraste de mesure entre le niveau fondamental et le premier état excité est d'environ 50%. Cette valeur est bien inférieure aux prédictions de la théorie MQT (95% [80]) et l'origine de cette diminution sera discutée plus loin.

5.1.2 Mesure de spectroscopie et forme des raies

La variation de la probabilité d'échappement en fonction de la fréquence micro-onde permet alors de mesurer le spectre d'énergie du dcSQUID. En effet, lorsque la fréquence MO appliquée est en résonance avec la fréquence de transition $\nu_{01}^{\parallel}$, la population du niveau $|1_{\parallel}\rangle$ augmente. Cela conduit à une forte augmentation de la probabilité d'échappement.

La figure 5.2 représente une spectroscopie type obtenue sur le SQUID S_{2D} pour une faible puissance micro-onde. Lorsque la fréquence ν_{mo} est différente de la fréquence de transition $\nu_{01}^{\parallel}$, alors la probabilité d'échappement reste faible, correspondant à la probabilité d'échappement du niveau fondamental. A la résonance un pic de probabilité d'échappement est observé correspondant à la population du premier état excité. La comparaison avec une raie de résonance lorentzienne permet d'extraire la fréquence de transition $\nu_{01}^{\parallel}$ ainsi que la largeur de la résonance $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$.

Dans le cadre d'une mesure de spectroscopie, la durée des impulsions micro-onde, $\Delta t_{mo} = 800ns$, est grande devant les temps caractéristiques de cohérence du circuit. Le système atteint donc un état stationnaire. L'amplitude du signal micro-onde est choisie de manière à ne peupler que faiblement la premier état excité, limitant fortement la contamination des états d'énergie supérieure. De plus, à faible puissance, nous obtenons la largeur spectrale intrinsèque de la transition $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$.

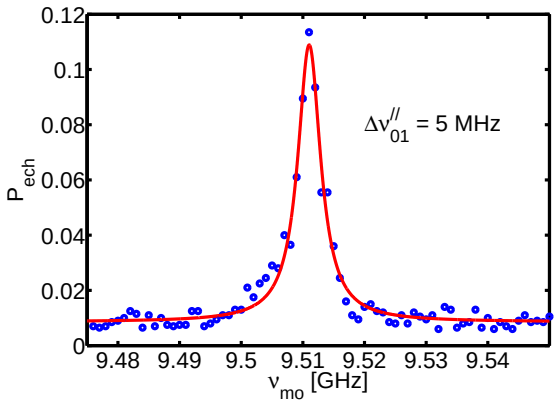


FIGURE 5.2 – Spectroscopie du mode longitudinal du dcSQUID S_{2D} dans l'état de flux $[0\Phi_0]$ pour un courant $I_p = -2nA$ et un flux $\Phi_p = 0.308\Phi_0$. On extrait d'un ajustement avec une raie lorentzienne $\nu_{01}^{\parallel} = 9.511GHz$ et $\Delta\nu_{01}^{\parallel} = 5MHz$.

Forme des raies On peut calculer la forme des raies de spectroscopie en présence de bruit gaussien sur les paramètres de polarisation. Nous reprenons ici les travaux issus des références [59, 81, 60] pour un système à deux niveaux.

Dans la limite des faibles puissances micro-onde, le dcSQUID peut être considéré comme un système à deux niveaux et la forme de la raie ne dépend pas de l'amplitude micro-onde. La forme des raies de spectroscopie est proportionelle à la transformée de Fourrier de la fonction d'amortissement $f_{coh}(t)$ des termes de cohérence de la matrice densité réduite :

$$P_{ech}(\nu) \propto \int_0^{\infty} f_{coh}(t)\, cos\left[(\nu - \nu_{01}^{\parallel})t\right] dt \tag{5.1}$$

où

$$f_{coh}(t) = f_I(t) f_\Phi(t) \exp\left[-\frac{t}{2T_1}\right] \tag{5.2}$$

T_1 est le temps de relaxation. $f_I(t)$ et $f_\Phi(t)$ sont les fonctions de déphasage dues respectivement au bruit en courant et en flux :

$$f_I(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\left(2\pi\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial I_p}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} S_I(\nu)\, sinc^2(\pi\nu t)\, d\nu\right] \tag{5.3}$$

$$f_\Phi(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\left(2\pi\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial \Phi_p}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} S_\Phi(\nu)\, sinc^2(\pi\nu t)\, d\nu\right] \tag{5.4}$$

où $S_I(\nu)$ et $S_\Phi(\nu)$ sont les densités spectrales de bruit associées respectivement aux fluctuations de courant et de flux.

5.1.3 Spectroscopies en fonction du courant, ligne optimale

Nous allons maintenant nous intéresser à la variation de la fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ et de la largeur associée $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ en fonction du courant I_p et du flux Φ_p. Dans un premier temps, nous nous focalisons sur l'évolution en fonction du courant autour du courant nul.

5.1.3.1 Spectroscopies du dcSQUID S_{2D}

La figure 5.3.a représente la probabilité d'échappement, en dégradé de bleu, en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du courant I_p. Le flux appliqué $\Phi_p = 0.4733\Phi_0$ est constant. Puisque la probabilité d'échappement est maximum à la résonance, la ligne bleu foncée correspond à $\nu_{01}^{\parallel}$. La fréquence de transition $\nu_{01}^{\parallel}$ est maximum pour $I_p = -5nA$. On appelera ce courant le courant optimal I_{opt}. La figure 5.3.c représente les spectroscopies pour $I_p = I_{opt}$ et $I_p = 350nA$. Au courant optimal, on observe une résonance unique pour $\nu_{01}^{\parallel}(I_{opt}) = 8.06GHz$. Loin du courant optimal, pour $I_p = 350nA$, on observe des raies satellites autour du pic principal situé à $\nu_{01}^{\parallel}(350nA) = 6.68GHz$. La figure 5.3.b représente la largeur de la transition $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ en fonction du courant I_p (raie centrale). Cette largeur varie peu avec le courant I_p. Elle vaut environ $15MHz$ pour $I_p = \pm 350nA$ et atteint un minimum de quelques MHz au courant optimal.

En utilisant les paramètres du SQUID S_{2D} extraits des mesures d'échappement du chapitre 4, on peut calculer numériquement la fréquence de résonance $\nu_{01}^{\parallel}$. L'unique paramètre ajustable est la capacité des jonctions, C. La fréquence de résonance $\nu_{01}^{\parallel}$ théorique pour une capacité $C = 510fF$ est tracée en rouge sur la figure 5.3.a. On obtient un très bon accord avec l'expérience.

Calcul des formes de raie La forme des raies de spectroscopie est calculée numériquement d'après l'équation (5.1).

L'environnement électrique proche du SQUID a été décrit dans la partie 3.2.3. Nous en avons déduit la densité spectrale de bruit en courant $S_I(\nu)$ (équation 3.3). Le temps de relaxation sera extrait dans la suite de ce chapitre et vaut $T_1 \approx 200ns$. La densité spectrale de bruit en flux et la température de l'environnement proche sont des paramètres libres.

Au courant optimal la dérivée $\partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial I_p = 0$. Au premier ordre la contribution du bruit en courant à la décohérence est nulle (équation 5.3). L'ajustement de la forme de raie n'a donc plus qu'un unique paramètre libre : la densité spectrale de bruit en flux. Nous supposons un bruit de flux basse fréquence. C'est à dire un bruit dont les variations sont lentes par rapport à l'amortissement des termes de cohérence. Dans l'équation (5.4), le sinus cardinal est alors constant sur le domaine d'intégration et on obtient :

$$f_\Phi(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\left(2\pi\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial\Phi_p}\right)^2\left\langle\delta\Phi^2\right\rangle\right] \tag{5.5}$$

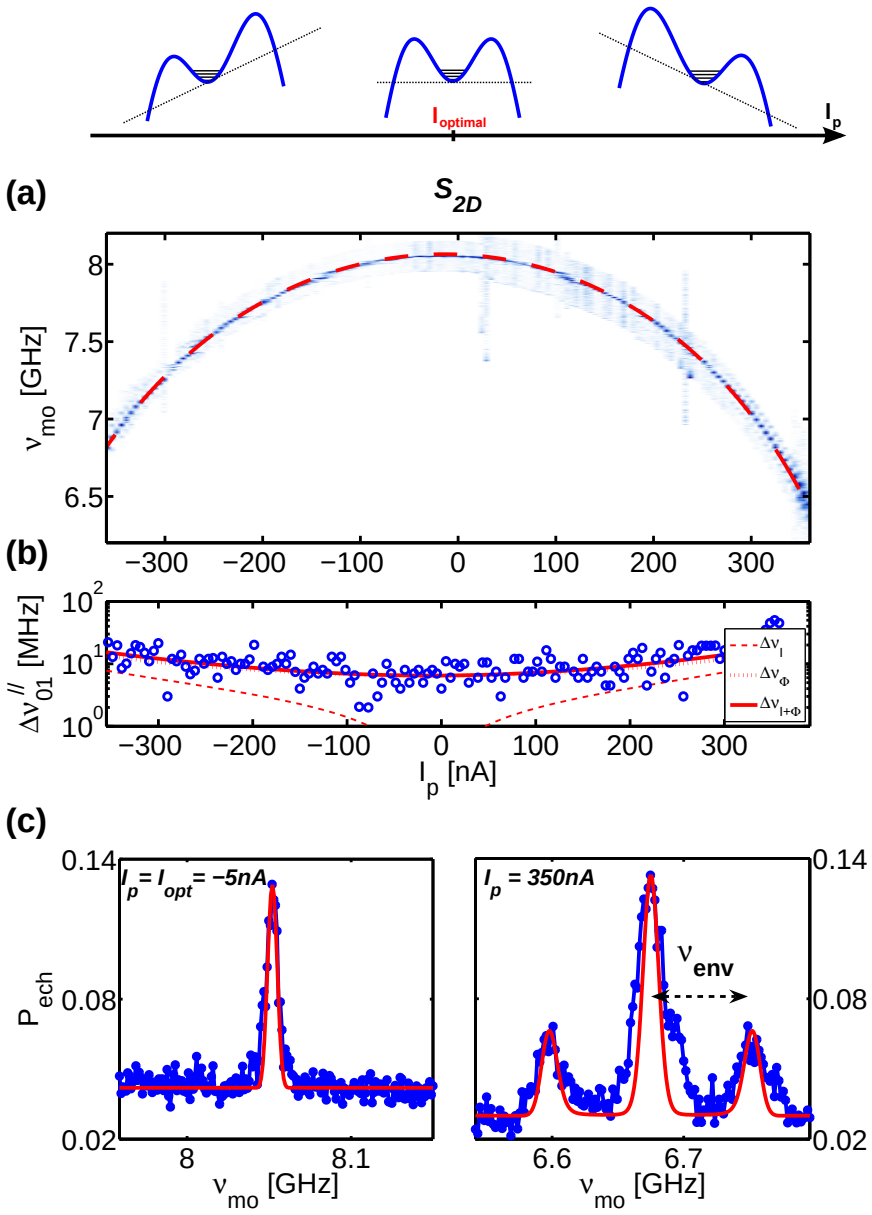


FIGURE 5.3 – **(a)** : probabilité d'échappement normalisée à 1 en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du courant de polarisation I_p. SQUID S_{2D} , $\Phi_p = 0.4733\Phi_0$, état de flux $[0\Phi_0]$. Les prédictions théoriques pour $\nu_{01}^{\parallel}$ sont en rouge. **(b)** : largeur $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ en fonction du courant de polarisation I_p. Sont représentées en rouge les largeurs théorique $\Delta\nu_I$, $\Delta\nu_\Phi$ et $\Delta\nu_{I+\Phi}$ (voir texte). **(c)** : Spectroscopies aux courants de polarisation $I_p = I_{opt} = -5nA$ et $I_p = 350nA$. Les raies de spectroscopie théoriques sont en rouge (voir texte). **En haut** : représentation schématique de la forme du potentiel en fonction du courant.

La forme de la raie de spectroscopie au courant optimal s'obtient après la transformée de Fourrier de $f_{coh}(t)$. L'ajustement de la forme de raie pour un bruit RMS $\Phi_{RMS} = \sqrt{\langle \delta\Phi^2 \rangle} = 280\mu\Phi_0$ est tracé en rouge sur la figure 5.3.c.

Pour $I_p = 350nA$ la décohérence due au bruit en courant devient importante car $\partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial I_p \neq 0$. La forme de la raie théorique attendue pour une température de l'environnement $T = 70mK$ est réprésentée en rouge dans la figure 5.3.c. Ce modèle explique l'apparition de pics satellites. En effet, la densité spectrale de bruit en courant $S_I(\nu)$ est très piquée autour de la fréquence ν_{env} du résonateur LC de l'environnement (voir figure 3.19). Le produit de convolution entre $S_I(\nu)$ et le sinus cardinal crée des oscillations de la fonction $f_I(t)$ à la fréquence ν_{env}. Aprés transformée de fourrier on obtient des pics satellites pour $\nu_{mo} = \nu_{01}^{\parallel} \pm \nu_{env}$. Proche du courant optimal, ces pics satellites disparaissent car le circuit devient moins sensible au bruit en courant, $\partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial I_p \to 0$.

L'environnement peut être vu principalement comme un résonateur LC, *i.e* un réservoir de photons d'énergie $h\nu_{env}$. Le pic satellite de basse énergie $h\nu = h\nu_{01} - h\nu_{env}$ correspond au processus d'absorption par le QuBit d'un photon du champ micro-onde ($h\nu$) et d'un photon de l'environnement ($h\nu_{env}$). Le pic satellite de haute énergie $h\nu = h\nu_{01} + h\nu_{env}$ correspond au processus d'absorption par le QuBit d'un photon du champ micro-onde et d'émission d'un photon de l'environnement. Ces raies de spectroscopie sont en fait analogues aux raies stokes et anti-stokes en spectroscopie Raman.

Largeur des raies La largeur de la raie de la résonance centrale en présence uniquement du bruit en courant, Δ_I, est en tiret rouge sur la figure 5.3.b. Δ_I s'annule au courant optimal. La largeur en présence uniquement du bruit de flux, Δ_Φ, est en pointillé rouge. La largeur de la raie de résonance en présence du bruit en flux et en courant, $\Delta_{I+\Phi}$, est en trait plein rouge. La largeur expérimentale est bien comprise. Elle est principalement dominée par le bruit en flux.

Sur la ligne optimale, la sensibilité du QuBit au bruit en courant $\partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial I_p$ s'annule. Cela se traduit par la disparition des pics satellites et la diminution de la largeur des raies de spectroscopie. Les mesures de spectroscopie sont parfaitement comprises par un modèle électrique de l'environnement simple et sont principalement limitées par le bruit en flux basse fréquence d'amplitude RMS $\Phi_{RMS} = 280\mu\Phi_0$.

5.1.3.2 Spectroscopies du dcSQUID S_{QB}

La figure 5.4.a représentent la probabilité d'échappement, en dégradé de bleu, en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du courant I_p. Le flux appliqué $\Phi_p = 0.4974\Phi_0$ est constant. La fréquence de transition $\nu_{01}^{\parallel}$ est maximum au courant optimal $I_{opt} = 130nA$. Un ajustement de la fréquence de résonance $\nu_{01}^{\parallel}$ avec les prédictions théoriques, tracées en rouge sur la figure 5.4.a, permet d'extraire la capacité des jonctions du SQUID S_{QB} : $C = 250fF$. La figure 5.3.c représente les spectroscopies pour $I_p = I_{opt}$ et $I_p = -472nA$. Au courant optimal, on observe une résonance unique pour $\nu_{01}^{\parallel}(I_{opt}) = 16.14GHz$. Loin

du courant optimal, pour $I_p = -472nA$, on observe toujours une résonance unique pour $\nu_{01}^{\parallel}(-472nA) = 13.55GHz$, beaucoup plus large. La figure 5.3.b représente la largeur de la transition $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ en fonction du courant I_p. Cette largeur varie fortement avec le courant I_p. Elle vaut environ $150MHz$ pour $I_p = -450nA$ et atteint un minimum de $12MHz$ au courant optimal.

Calcul des formes de raie Comme pour le SQUID S_{2D}, $\partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial I_p = 0$ au courant optimal. Au premier ordre la contribution du bruit en courant à la décohérence est nulle (équation 5.3). Le temps de relaxation sera extrait dans la suite de ce chapitre et vaut $T_1 \approx 100ns$. L'ajustement de la forme de raie , tracé en rouge sur la figure 5.3.c, permet d'extraire le bruit de flux RMS $\Phi_{RMS} = \sqrt{\langle\delta\Phi^2\rangle} = 40\mu\Phi_0$.

Contrairement à l'échantillon S_{2D}, on n'observe pas de pic satellite lorsque $I_p \neq I_{opt}$. De plus la largeur augmente fortement avec le courant de polarisation**.** Ces observations tendent à mettre en défaut le modèle d'environnement électrique proche dans l'échantillon S_{QB}. En effet, l'environnement proche de S_{QB} devrait être identique à celui de S_{2D}, à valeur de la fréquence ν_{env} près (voir partie 3.2.3). On devrait observer des pics satellites séparés de $\nu_{env} = 195MHz$ lorsque l'on s'éloigne du courant optimal. Le calcul de la raie de spectroscopie pour cet environnement est en noir dans la figure 5.3.c.

Il existe dans S_{QB} une source de bruit supplémentaire. Son effet sur les raies de spectroscopie dépend fortement du courant. Elle induit la disparition des pics satellites et l'élargissement des raies.

Considérons l'existence d'un bruit supplémentaire basse fréquence en courant (variations lentes par rapport au temp cohérence). La densité spectrale d'un tel bruit $S_I^{BF}(\nu)$ n'est non-nulle que pour $\nu \ll T_2^{-1}$. L'amortissement des termes de cohérence s'écrit alors :

$$f_{coh}(t) \;=\; f_I^{BF}(t) f_I(t) f_\Phi(t) \exp\left[-\frac{t}{2T_1}\right] \tag{5.6}$$

où

$$f_I^{BF}(t) \;=\; \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\left(2\pi\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial I_p}\right)^2 \langle\delta I^2\rangle\right] \tag{5.7}$$

et

$$\langle\delta I^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S_I^{BF}(\nu)\, d\nu \tag{5.8}$$

La forme de la raie de spectroscopie calculée pour un bruit supplémentaire en courant basse fréquence d'amplitude RMS $I_{RMS} = \sqrt{\langle\delta I^2\rangle} = 9nA$ est représentée en rouge dans la figure 5.3.c. On obtient un bon accord avec l'expérience. En particulier les pics satellites ne sont plus visibles et la raie est élargie.

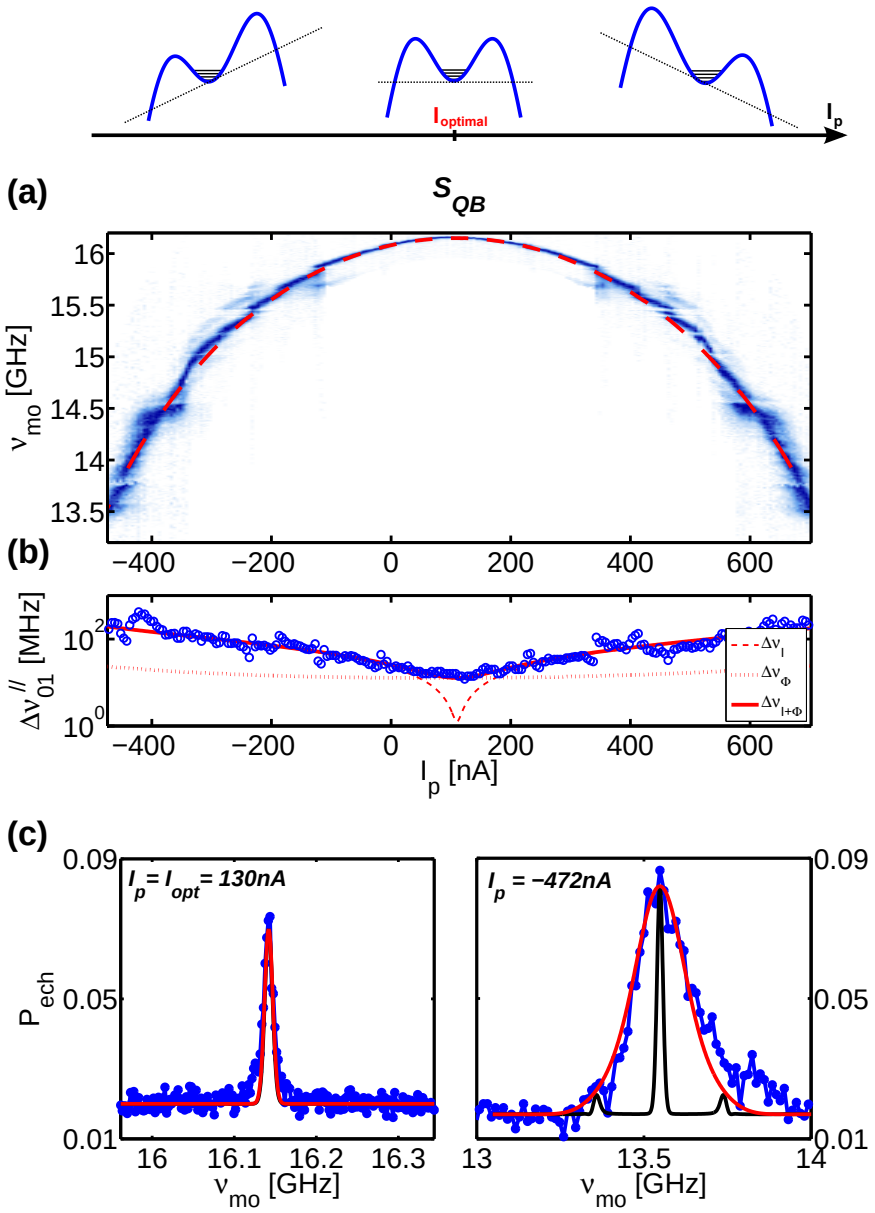


FIGURE 5.4 – **(a)** : probabilité d'échappement normalisée à 1 en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du courant de polarisation I_p. SQUID S_{QB} , $\Phi_p = 0.4974\Phi_0$, état de flux $[-1\Phi_0]$. Les prédictions théoriques pour $\nu_{01}^{\parallel}$ sont en rouge. **(b)** : largeur $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ en fonction du courant de polarisation I_p. Sont représentées en rouge les largeurs théoriques $\Delta\nu_I$, $\Delta\nu_\Phi$ et $\Delta\nu_{I+\Phi}$ (voir texte). **(c)** : Spectroscopies aux courants de polarisation $I_p = I_{opt} = 130nA$ et $I_p = -472nA$. Les raies de spectroscopie théoriques sont en noir. Les raies en présence d'un bruit de courant basse fréquence supplémentaire en rouge (voir texte). **En haut** : représentation schématique de la forme du potentiel en fonction du courant.

Largeur des raies La largeur des raies de spectroscopie dans l'échantillon S_{QB} est principalement dominée par les bruits basse fréquence de flux et de courant. La forme des raies de spectroscopie est gaussienne. Dans cette limite, les largeurs des raies pour un bruit en courant seul, Δ_I, pour un bruit en flux seul, Δ_Φ, ou en présence des deux, $\Delta_{I+\Phi}$, s'écrivent :

$$\begin{cases} \Delta\nu_I = 2\sqrt{\left(\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial I_p}\right)^2 I_{RMS}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\nu_{01}^{\parallel}}{\partial I_p^2}\right)^2 I_{RMS}^4} \\ \Delta\nu_\Phi = 2\sqrt{\left(\frac{\partial\nu_{01}^{\parallel}}{\partial\Phi_p}\right)^2 \Phi_{RMS}^2} \\ \Delta\nu_{I+\Phi} = \sqrt{\Delta\nu_I^2 + \Delta\nu_\Phi^2} \end{cases} \tag{5.9}$$

Les prédictions de largeur pour un bruit en courant $I_{RMS} = 9nA$ et un bruit en flux $\Phi_{RMS} = 40\mu\Phi_0$ sont réprésentées en rouge sur la figure 5.4.b. On obtient un très bon accord avec l'expérience.

Nous avons effectué de nombreux tests afin de comprendre l'origine du bruit basse fréquence en courant dans l'échantillon S_{QB} mais celle-ci reste inconnue. Cela dit, la présence de ce bruit additionnel en courant dans notre échantillon n'a pas d'effet au premier ordre sur la décohérence dans notre circuit. En effet, au courant optimal, la largeur des raies de spectroscopie est dominée par le bruit en flux car Δ_I s'annule.

5.1.3.3 Spectroscopies en fonction du flux au courant optimal

La figure 5.5 présente les mesures de spectroscopie en fonction du flux le long de la ligne optimale pour les deux échantillons. La fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ diminue lorsque le flux de polarisation Φ_p s'approche des lignes critiques. La largeur $\Delta\nu_{01}^{\parallel}$ varie très peu et reste proche de la valeur minimale le long de la ligne optimale (entre $10MHz$ et $15MHz$ pour S_{QB}, entre $3MHz$ et $5MHz$ pour S_{QB}). La finesse des raies de spectroscopie rend visible de nombreux anti-croisements dans les spectres d'énergie des deux SQUID. Ceux-ci correspondent au couplage avec des systèmes à deux niveaux parasites et ce problème sera traité dans le détail dans la dernière partie du chapitre.

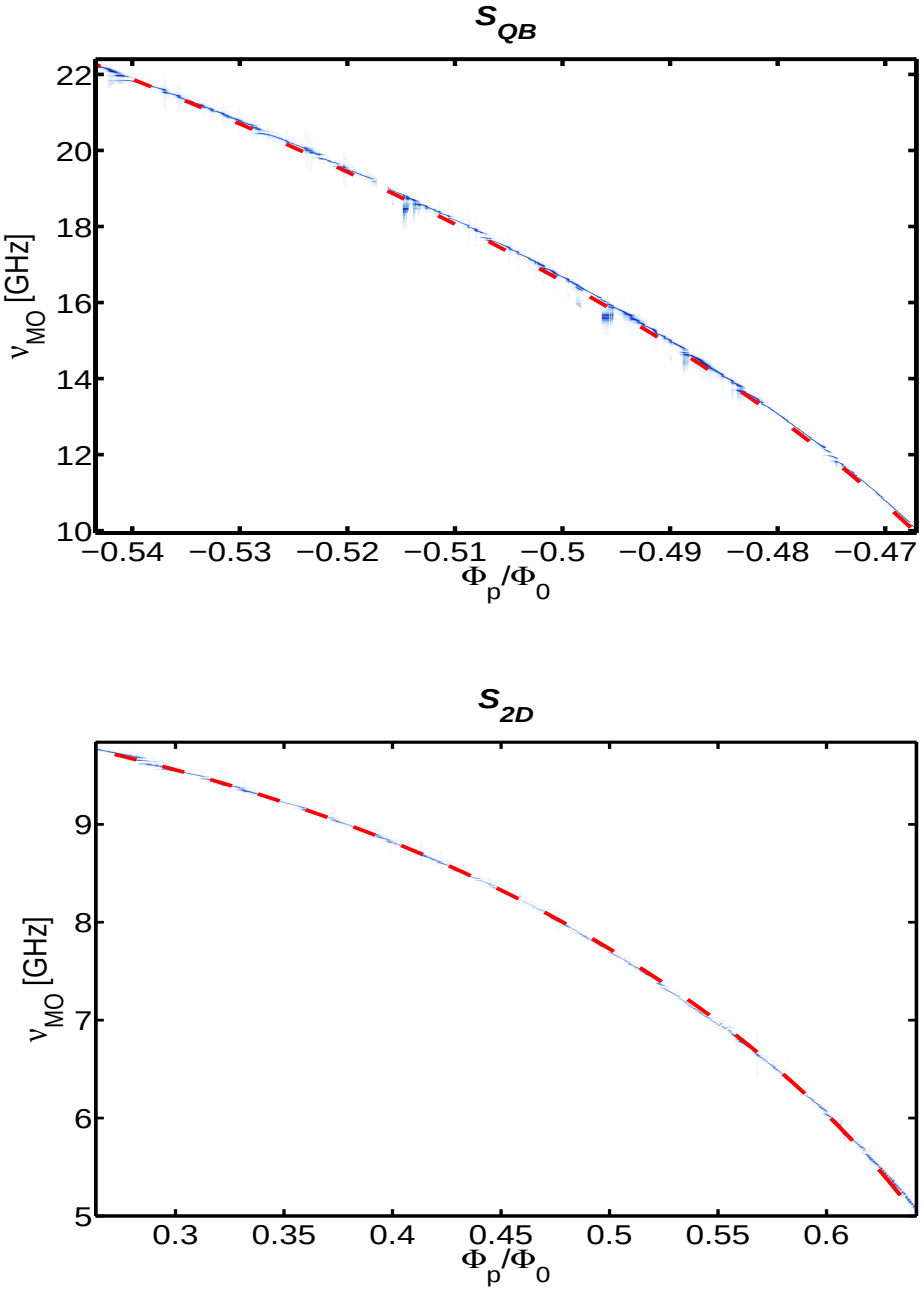


FIGURE 5.5 – Probabilité d'échappement normalisée à 1 en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du flux de polarisation Φ_p au courant optimal I_{opt}. Etat de flux $[0\Phi_0]$ pour S_{2D} et $[-1\Phi_0]$ pour S_{QB}, . Les prédictions théoriques pour $\nu_{01}^{\parallel}$ sont en pointillé rouge.

5.2 Oscillations cohérentes

Les mesures de spectroscopie sont effectuées avec des durées d'impulsion micro-onde grandes devant le temps caractéristique d'amortissement des termes de cohérence. L'état du système n'est alors plus une superposition cohérente entre les niveaux d'énergie du dcSQUID mais un mélange statistique. La caractérisation de la perte de cette cohérence est accessible expérimentalement en étudiant le comportement du système en présence d'excitation micro-onde courte.

Afin de ne sonder que la dynamique du SQUID, nous avons choisi des points de travail tels que aucun anti-croisement n'était visible à basse puissance micro-onde. Nous discuterons de l'effet de ces systèmes à deux niveaux parasites lorsque l'on augmente la puissance dans la dernière partie du chapitre.

Introduction théorique L'évolution temporelle des états quantiques d'un oscillateur anharmonique en présence d'une excitation micro-onde a été traitée dans les références [44, 45]. Le champ MO est considéré comme un champ classique et l'effet de la décohérence sera dans un premier temps négligé.

A l'instant $t = 0$ le système est dans son état fondamental $|\Psi(0)\rangle = \left|0_{\parallel}\right\rangle$. On applique alors instantanément une perturbation en courant $\delta I(t) = I_{mo}\, cos(2\pi\nu_{mo}t)$. L'hamiltonien régissant la dynamique du système s'écrit alors :

$$\hat{H}_{\parallel}(t) = \hat{H}^0_{\parallel} + \hat{W}^{\delta I}_{\parallel}(t) = \hat{H}^0_{\parallel} - \sqrt{2}h\nu_{amp}\, cos(2\pi\nu_{mo}t)\hat{X}_{\parallel} \tag{5.10}$$

où $\hat{H}^0_{\parallel}$ et $\hat{W}^{\delta I}_{\parallel}(t)$ sont définis par les équations (2.24) et (2.35). On introduit ν_{amp} la fréquence associée au couplage entre le SQUID et l'excitation MO. ν_{amp} est directement proportionnelle à l'amplitude micro-onde I_{mo} d'après l'équation (2.35). Le passage en représentation interaction permet de décrire l'évolution de l'état $|\Psi_{\circlearrowleft}(t)\rangle$ sous l'action de l'hamiltonien $\hat{H}_{\parallel,\circlearrowleft}(t)$ où $|\Psi_{\circlearrowleft}(t)\rangle$ est donnée par :

$$\left\langle n_{\parallel}\right| \Psi_{\circlearrowleft}(t)\rangle = \exp\left(2i\pi n\nu_{mo}t\right) \left\langle n_{\parallel}\right| \Psi(t)\rangle \tag{5.11}$$

L' hamiltonien $\hat{H}_{\parallel,\circlearrowleft}(t)$ se simplifie par une approximation de type onde tournante (OT, valable tant que $\nu_{amp} \ll \nu^{\parallel}_{01}$). $|\Psi_{\circlearrowleft}(t)\rangle$ évolue dans le temps sous l'action de l'hamiltonien $\hat{H}^{OT}_{\parallel,\circlearrowleft}$ indépendant du temps, qui s'écrit dans la base $\left\{\left|n_{\parallel}\right\rangle\right\}$:

$$\hat{H}^{OT}_{\parallel,\circlearrowleft} = h \begin{pmatrix} 0 & \frac{\nu_{amp}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{amp}}{2} & \delta_1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \sqrt{N-1}\frac{\nu_{amp}}{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{N-1}\frac{\nu_{amp}}{2} & \sum_{k=1}^{N-1}\delta_k \end{pmatrix} \tag{5.12}$$

où N est le nombre de niveaux piégés dans le puits de potentiel. δ_k est lié à la fréquence d'excitation ν_{mo} et à l'anharmonicité $\Lambda_\parallel$ par la relation :

$$\delta_k = \nu_{0k}^{\parallel} - k\nu_{mo} = \nu_\parallel(k - \sum_1^k n\Lambda_\parallel) - k\nu_{mo}\,,\ k \in [1, N-1] \tag{5.13}$$

A la résonance $\nu_{mo} = \nu_{01}^{\parallel}$, $\delta_1 = 0$ et δ_k se simplifie :

$$\delta_k = -\sum_1^k n\Lambda_\parallel\nu_\parallel\,,\ k \in [2, N-1] \tag{5.14}$$

On note λ_n les valeurs propres et $|e_{\circlearrowleft,n}\rangle$ les vecteurs propres de l'hamiltonien $\hat{H}_{\parallel,\circlearrowleft}^{OT}$. Ce sont des fonctions de la puissance micro-onde ν_{mo} et de l'anharmonicité $\Delta_\parallel = \Lambda_\parallel\nu_\parallel$.

Après un instant t, le système est dans l'état :

$$|\Psi_\circlearrowleft(t)\rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \langle e_{\circlearrowleft,k}|\, 0_\parallel\rangle\, e^{-i\lambda_k t}\, |e_{\circlearrowleft,k}\rangle \tag{5.15}$$

Le retour en représentation de Schrödinger grâce à l'équation (5.11) permet alors d'écrire l'état quantique du circuit $|\Psi(t)\rangle$ aprés un instant t. La probabilité $P_n(t)$, $n > 0$, que le système soit dans l'état $\left|n_\parallel\right\rangle$ est donnée par :

$$P_n(t) = \sum_{k,l=0}^{N-1} \left\langle n_\parallel\right|\, e_{\circlearrowleft,k}\rangle\, \langle e_{\circlearrowleft,k}|\, 0_\parallel\rangle\, \left\langle 0_\parallel\right|\, e_{\circlearrowleft,l}\rangle\, \langle e_{\circlearrowleft,l}|\, n_\parallel\rangle\ \exp\left[-2i\pi(\lambda_k - \lambda_l)t\right] \tag{5.16}$$

Cette expression montre que les populations des niveaux d'énergie oscillent dans le temps aux fréquences $\nu_{k,l} = \lambda_k - \lambda_l$. Les fréquences d'oscillations $\nu_{k,l}$ sont des fonctions de l'amplitude micro-onde ν_{amp} et de l'anharmonicité $\Delta_\parallel = \Lambda_\parallel\nu_\parallel$. Le nombre de niveaux impliqués augmente avec le rapport $\nu_{amp}/\Delta_\parallel$.

Cette dynamique temporelle des états quantiques du SQUID en présence d'un champ micro-onde présente deux régimes :

1. Le régime basse puissance, $\nu_{amp} \ll \Delta_\parallel$, où seul les deux premier niveaux sont impliqués dans les oscillations. C'est la limite des oscillations dites de Rabi. Dans ce régime, un SQUID est considéré comme un QuBit de phase.
2. Le régime haute puissance, $\nu_{amp} \geqslant \Delta_\parallel$, où les niveaux supérieurs interviennent dans la dynamique [45].

5.2.1 Oscillations cohérentes et relaxation

Dans la limite des faibles puissances micro-onde , $\nu_{amp} \ll \Delta_\parallel$, seuls le niveau fondamental et le premier état excité interviennent dans la dynamique. A la résonance $\nu_{mo} = \nu_{01}^{\parallel}$, l'hamiltonien qui régit la dynamique du système se réduit, dans la base $\left\{\left|0_\parallel\right\rangle, \left|1_\parallel\right\rangle\right\}$, à :

$$\hat{H}^{OT}_{\parallel,\circlearrowleft} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\nu_{amp}}{2} \\ \frac{\nu_{amp}}{2} & 0 \end{pmatrix} \ , \ \nu_{amp} \ll \Delta_{\parallel} \tag{5.17}$$

Les états propres λ_n et valeurs propres $|e_{\circlearrowleft,n}\rangle$ de cet hamiltonien s'écrivent :

$$\begin{aligned} |e_{\circlearrowleft,0}\rangle &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0_{\parallel}\right\rangle + \left|1_{\parallel}\right\rangle\right) \qquad \lambda_0 = -\tfrac{\nu_{amp}}{2} \\ |e_{\circlearrowleft,1}\rangle &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0_{\parallel}\right\rangle - \left|1_{\parallel}\right\rangle\right) \qquad \lambda_1 = \tfrac{\nu_{amp}}{2} \end{aligned} \tag{5.18}$$

et la probabilité $P_1(t)$ de mesurer le SQUID dans l'état $\left|1_{\parallel}\right\rangle$ à l'instant t est donnée par :

$$P_1(t) \ = \ \frac{1}{2}\left(1 - cos(2\pi\nu_{amp}t)\right) \tag{5.19}$$

L'état du système oscille entre les états $\left|0_{\parallel}\right\rangle$ et $\left|1_{\parallel}\right\rangle$ à la fréquence $\nu_{Rabi} = \nu_{amp}$ associée à l'amplitude du signal micro-onde. Ces oscillations sont appelées oscillations de Rabi.

Expérimentalement pour mesurer les oscillations de Rabi, on se place à un point de travail et on mesure la probabilité d'échappement en fonction de la durée Δt_{mo} d'excitation micro-onde à la résonance. Dans une limite à deux niveaux, la probabilité d'échappement mesurée est proportionnelle à la population de l'état $\left|1_{\parallel}\right\rangle$. La figure 5.6 présente des oscillations de Rabi observées dans les échantillons S_{QB} et S_{2D}.

En présence de décohérence, les oscillations s'amortissent. L'ajustement avec une décroissance exponentielle nous permet d'extraire les temps caractéristiques, notés T_2^{Rabi}, de $60ns$ pour S_{QB} et $170ns$ pour S_{2D}.

Lorsque $\Delta t_{mo}^{-1} = \nu_{amp}/2$ la population de l'état $\left|1_{\parallel}\right\rangle$ est maximale. L'impulsion micro-onde est alors appelée "impulsion π". On accède au temps de relaxation T_1 de l'état $\left|1_{\parallel}\right\rangle$ en mesurant la probabilité d'échappement en fonction du délai δ_{mesure} entre l'impulsion π et la mesure. La figure 5.7 représente les mesures de relaxation effectuées aux mêmes points de travail que dans la figure 5.6. Nous obtenons un temps de relaxation $T_1 = 100ns$ pour S_{QB} et $T_1 = 200ns$ pour S_{2D}.

Le temps d'amortissement des oscillations de Rabi T_2^{Rabi} caractérise la décohérence du système *en présence d'un champ micro-onde*. Celui-ci est différent du temps de cohérence T_2 du système libre qui peut être, quant à lui, extrait de l'amortissement des franges de Ramsey. Cette expérience consiste à observer la population du niveau $\left|1_{\parallel}\right\rangle$ suite à deux impulsions micro-ondes "$\pi/2$" , non résonantes et cohérentes en phases, séparées par un temps d'évolution libre δ_{Ramsey} [82]. On observe alors des oscillations à une fréquence ν_{Ramsey} égale au désaccord $\Delta\nu$ entre l'excitation micro-onde ν_{mo} et la transition $\nu_{01}^{\parallel}$.

$$\nu_{Ramsey} = \Delta\nu = \nu_{mo} - \nu_{01}^{\parallel} \tag{5.20}$$

Les franges d'interférence de Ramsey observées sur nos échantillons sont représentées à la figure 5.8.

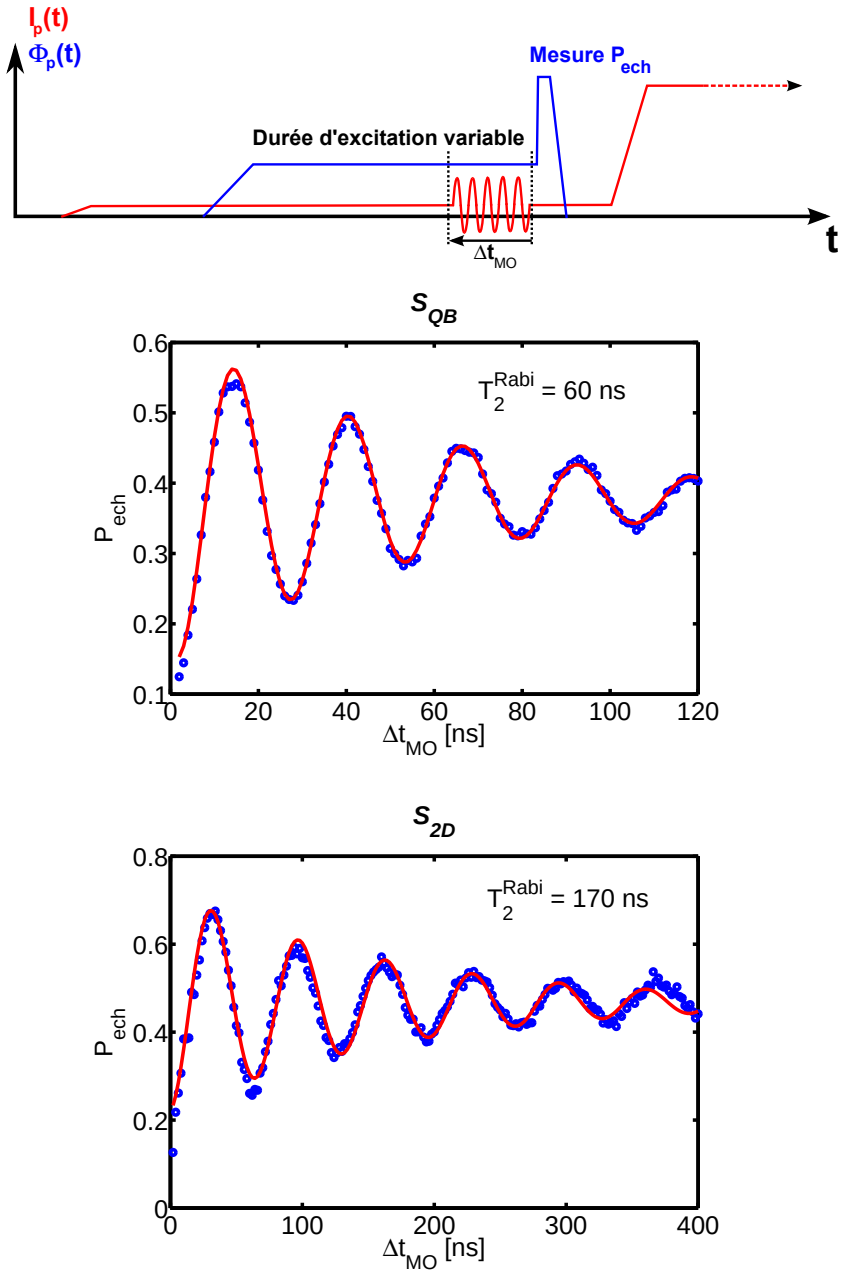


FIGURE 5.6 – Probabilité d'échappement en fonction de la durée d'excitation micro-onde Δt_{mo}. Effectué au courant optimal. **SQUID $\mathbf{S_{QB}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 10.635GHz$, fréquence des oscillations $\nu_{rabi} = 38MHz$, terme d'amplitude micro-onde $\nu_{amp} = 38MHz$, anharmonicité $\Delta_{\parallel} = 290MHz$. **SQUID $\mathbf{S_{2D}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 9.04GHz$, fréquence des oscillations $\nu_{rabi} = 18MHz$, terme d'amplitude micro-onde $\nu_{amp} = 19MHz$, anharmonicité $\Delta_{\parallel} = 22MHz$.

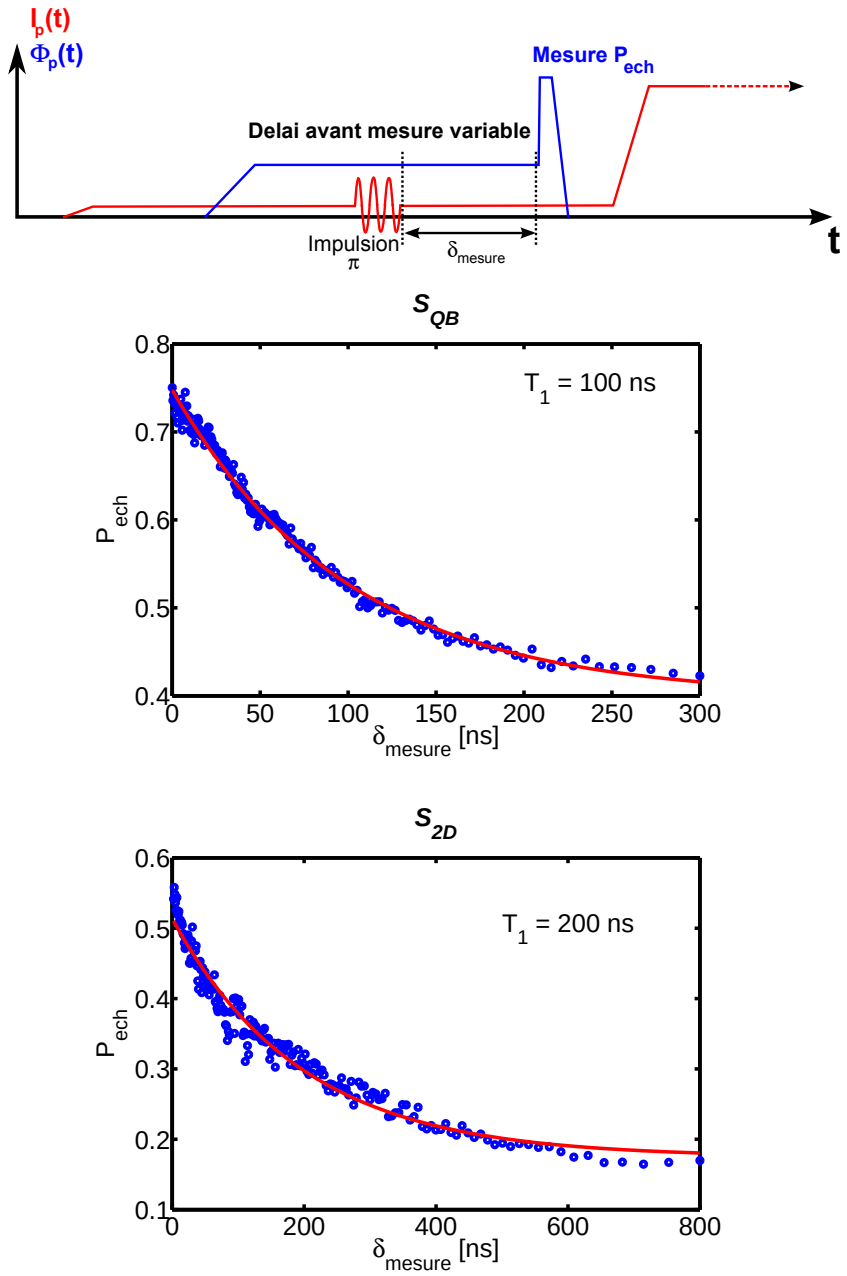


FIGURE 5.7 – Probabilité d'échappement en fonction du délai δ_{mesure} entre l'excitation du SQUID par une impulsion micro-onde "π" et la mesure. Effectué au courant optimal. **SQUID $\mathbf{S_{QB}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 10.635GHz$. **SQUID $\mathbf{S_{2D}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 9.04GHz$.

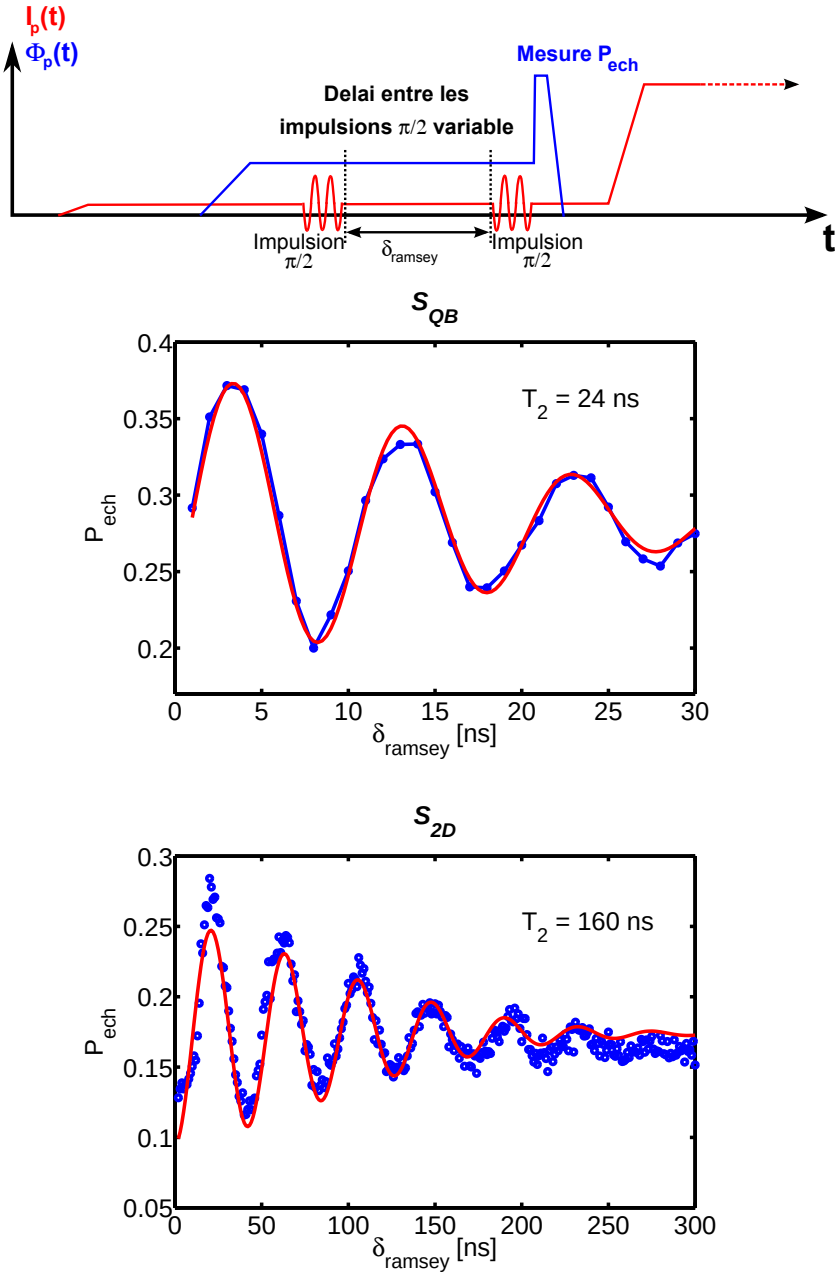


FIGURE 5.8 – Oscillations de Ramsey mesurées au courant optimal. **SQUID $\mathbf{S_{QB}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 10.635GHz$, $\nu_{mo} = 10.7GHz$. **SQUID $\mathbf{S_{2D}}$** : $\nu_{01}^{\parallel} = 9.04GHz$, $\nu_{mo} = 9.27GHz$.

L'amortissement de ces oscillations au cours de l'évolution libre du système provient de l'amortissement des termes de cohérence de la matrice densité (équation (5.3) et (5.4)). Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, au courant optimal la contribution à la décohérence du bruit en courant est négligeable et le système est dominé par le bruit en flux. La fonction d'amortissement due au bruit de flux est une **gaussienne** car le bruit est basse fréquence. La comparaison de l'amortissement observé avec une décroissance en $\exp\left[-\left(t/T_2\right)^2\right]$ permet d'extraire les temps de cohérence de $T_2 = 24ns$ pour S_{QB} et $T_2 = 160ns$ pour S_{2D}.

Le temps de cohérence obtenu pour l'échantillon S_{2D} est encourageant quant à la qualité des circuits fabriqués par la technique du surplomb contrôlé. Il présente un temps de cohérence environ six fois plus long que le circuit S_{QB} fabriqué à partir d'un tricouche à base de niobium. Les circuits fabriqués par évaporation sous angle standard au cours des thèses de Julien Claudon et Aurélien Fay [59, 60] présentaient quant à eux des temps entre six et dix fois plus courts.

5.2.2 Anharmonicité et dynamique multiniveaux

La dépendance de la fréquence des oscillation cohérentes en fonction de l'amplitude MO est représentée dans la figure 5.9. A basse amplitude MO,$\nu_{amp} \ll \Delta_{\|}$, la fréquence des oscillations cohérentes suit la loi linéaire attendue pour un système à deux niveaux $\nu_{Rabi} = \nu_{amp}$ (tracée en noir). Cela nous permet de calibrer l'amplitude MO en sortie de générateur avec la fréquence associée ν_{amp}. A plus forte amplitude, cette loi linéaire n'explique plus nos mesures. On observe $\nu_{Rabi} < \nu_{amp}$.

Dans le régime de haute amplitude MO ($\nu_{amp} \geqslant \Delta_{\|}$), la dynamique des niveaux supérieurs ne peut pas être négligée. Les effets engendrés ont été traités par Julien Claudon dans la référence [45]. La résolution complète de la dynamique du système sous l'action de l'hamiltonien complet (5.12) nous permet de tracer la loi théorique de ν_{Rabi} en fonction de ν_{amp}. Les courbes rouges représentent les prédictions de la théorie multiniveaux. L'ajustement avec l'expérience permet d'extraire l'anharmonicité du mode longitudinal.

Pour le SQUID S_{QB}, on obtient une anharmonicité $\Delta_{\|} = \Lambda_{\|}\nu_{\|} = 290MHz$ en parfait accord avec les prédictions numériques (voir chapitre 2).

Pour le SQUID S_{2D}, l'anharmonicité $\Delta_{\|} = \Lambda_{\|}\nu_{\|} = 22MHz$ est environ 2.5 fois plus faible que la valeur prédite par le modèle numérique. Cette différence est due à une contribution du mode transverse et nous reviendrons sur ce point dans le chapitre 6.

5.3 Systèmes à deux niveaux parasites et perspectives sur le QuBit de phase

Les points de travail pour la mesure des oscillations cohérentes ont été choisis tels que aucun couplage avec des systèmes à deux niveaux parasites (TLS, pour Two Level System) n'était visible *à basse amplitude MO*. Cela ne garantit pas que les temps de cohérence observés soient exempts de contributions liées à ces couplages parasites. En

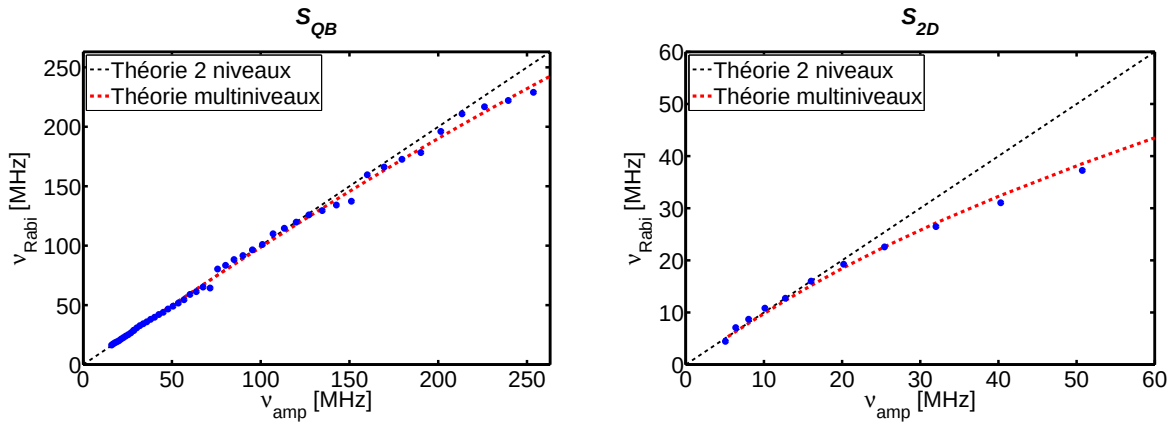


FIGURE 5.9 – Fréquence des oscillations de Rabi ν_{Rabi} en fonction de la fréquence ν_{amp} associée à l'amplitude micro-onde. Le point de travail pour chaque échantillon est identique à celui de la figure 5.6. La loi linéaire attendue pour un système à deux niveaux est en noir et pour un système multiniveaux en rouge. L'anharmonicité extraite de ces ajustements donne $\Delta_{\|} = 290MHz$ pour S_{QB} et $\Delta_{\|} = 22MHz$ pour S_{2D}.

effet les oscillations sont effectuées à de plus fortes amplitudes MO que les spectroscopies. Il est alors possible d'exciter des TLS qui ont une fréquence de résonance ν_{TLS} proche de la fréquence du QuBit, $\nu_{TLS} \sim \nu_{01}^{\|} \pm \nu_{amp}$.

5.3.1 Systèmes à deux niveaux parasites

Revenons à la figure 5.5.a qui représente la variation de la fréquence de transition $\nu_{01}^{\|}$ de S_{QB} en fonction du flux de polarisation, au courant optimal. Un agrandissement est présenté dans la figure 5.10. On observe clairement de multiples anti-croisements. Ils correspondent aux couplages entre le SQUID et des TLSs. La figure 5.10.a est un agrandissement d'un unique anti-croisement. Cet anti-croisement est associé à un TLS de fréquence de résonance $\nu_{TLS} = 10.23GHz$. La figure 5.10.b représente la mesure de spectroscopie effectuée au milieu de l'anti-croisement, pour $\Phi_p = 0.4678\Phi_0$. La raie de résonance $\nu_{01}^{\|}$ attendue en l'absence de couplage est tracée en pointillé noir. En l'absence de couplage, le QuBit et le TLS sont en résonance, $\nu_{01}^{\|} = \nu_{TLS}$. Le couplage entre le QuBit et le TLS crée un dédoublement de la raie centrale. La séparation en fréquence des deux raies donne l'amplitude du couplage Δ_{TLS}.

L'origine des TLS, leurs effets et même leurs possibles utilisations comme QuBit sont largement discutés dans la littérature [16, 17, 83, 84, 85, 86, 87, 88].

Dans nos circuits la grande densité de TLS est une des principales limitations. En effet ils sont directement responsables d'une diminution drastique du temps de cohérence ainsi que d'une réduction du contraste de la mesure.

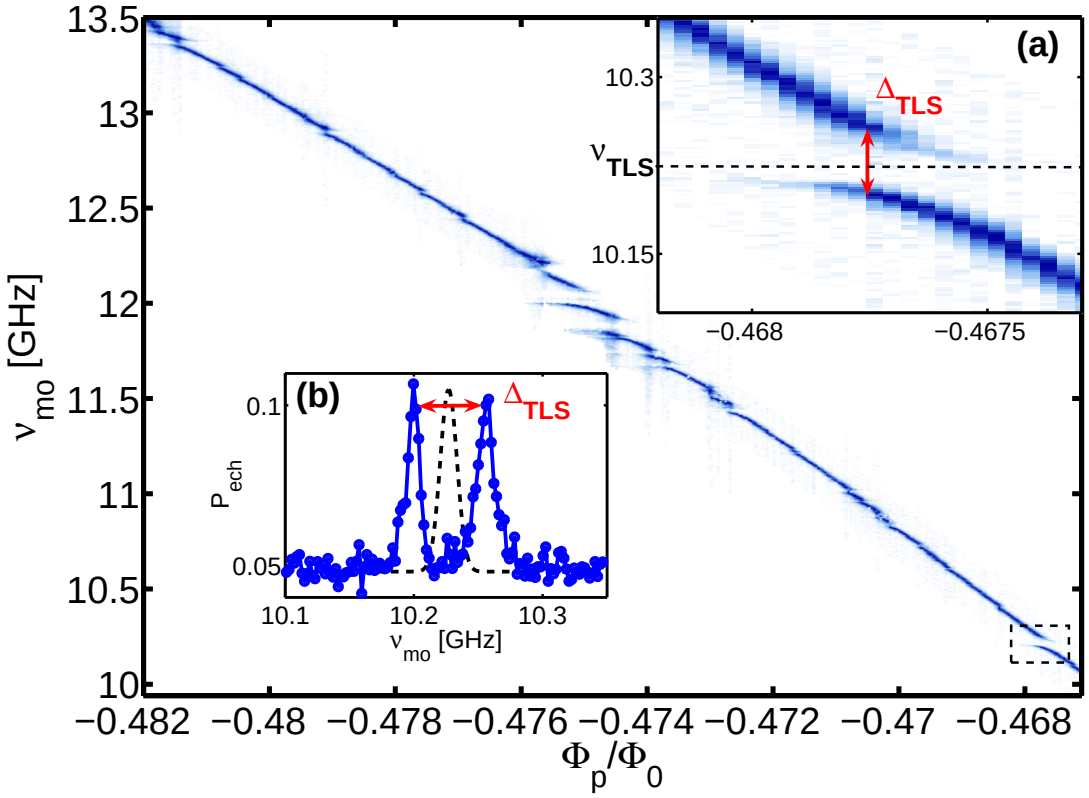


FIGURE 5.10 – Agrandissement de la spectroscopie du dcSQUID S_{QB} présentée dans la figure 5.5. **(a)** agrandissement autour d'un TLS unique. **(b)** mesure de spectroscopie pour $\Phi_p = 0.4678\Phi_0$. La raie de résonance attendue pour le QuBit seul est en pointillé noir. Le dédoublement du pic central est associé au couplage avec le TLS. Il est caractérisé par l'écart de fréquence Δ_{TLS} .

Perte de contraste Lors de la mesure de l'état du SQUID par impulsion de flux nanoseconde, la fréquence du mode longitudinal change. Lors de ce balayage, le circuit se couple aux TLS dont les fréquences sont comprises entre la fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ au point de travail et la fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ au moment de l'échappement. Le nombre de TLS rencontrés au cours de ce balayage peut varier dans nos échantillons d'une dizaine, lorsque le point de travail est proche de l'échappement, à plusieurs centaines, lorsque le point de travail est loin de l'échappement. A chaque anti-croisement rencontré, il existe une probabilité que le quantum d'excitation du QuBit soit transféré dans le TLS (passage adiabatique). La somme de ces probabilités, sur l'ensemble des TLSs rencontrés, induit une réduction du contraste.

Perte de cohérence La figure 5.11.a représente un autre agrandissement de la figure 5.5.a. Cette fois-ci nous nous focalisons sur une fenêtre de fréquence centrée sur $\nu = 10.635GHz$. Cette fréquence, tracée en rouge, correspond à la fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ du QuBit lors des mesures des oscillations de Rabi présentées dans la partie précédente (voir figure 5.6 et 5.9).

La figure 5.11.b représente la transformée de Fourrier des oscillations de Rabi dans le SQUID S_{QB} en fonction de la fréquence ν_{amp}. Pour chaque fréquence ν_{amp}, on obtient un spectre qui présente un pic pour $\nu = \nu_{Rabi}$. La fréquence de ce pic en fonction de ν_{amp} donne la courbe $\nu_{Rabi} = f(\nu_{amp})$ (présentée dans la figure 5.9.a). Pour sept valeurs de ν_{amp}^{i}, $i \in [1;7]$, numérotées sur la figure 5.11.b, on observe des anti-croisements. Au niveaux de ces anti-croisements il y a donc deux pics dans la tranformée de Fourrier des oscillations de Rabi, c.a.d deux fréquences d'oscillations distinctes. Remarquons ensuite dans la figure 5.11.a que le spectre du SQUID S_{QB} montre la présence de TLS autour de la fréquence de résonance du QuBit, $\nu_{01}^{\parallel} = 10.635GHz$. En particulier on peut repérer sept TLSs qui sont situés à des fréquences $\nu_{TLS}^{i} = \nu_{01}^{\parallel} + \alpha_i \nu_{amp}^{i}$, où $\alpha_{2,5,7} = 1$ et $\alpha_{1,3,4,6} = -1$. Enfin, le temps d'amortissement des oscillations T_2^{Rabi} en fonction de ν_{amp} est tracé en rouge sur la figure 5.11.b. Pour chacune de ces sept valeurs ν_{amp}^{i} on observe des diminutions brusques du T_2^{Rabi}.

Dans la limite où $\nu_{amp} \geq T_2^{-1}$, la raie de résonance de la transition $\nu_{01}^{\parallel}$ n'a plus la largeur intrinsèque. La raie s'élargit avec la puissance. Dans le SQUID S_{QB}, la largeur intrinsèque sur la ligne optimale est de $10MHz$ environ. Les puissances utilisées pour les oscillations de Rabi, de $\nu_{amp} = 20MHz$ jusqu'a $\nu_{amp} = 250MHz$, induisent donc un élargissement de la raie de spectroscopie. Lorsque l'élargissement est suffisament important pour atteindre la fréquence d'un TLS, celui-ci participe à la dynamique cohérente du système. Cela se traduit par l'apparition d'anti-croisement dans le spectre en fréquence des oscillations de Rabi[85]. Dans notre échantillon chaque nouveau couplage à un TLS réduit la cohérence du QuBit.

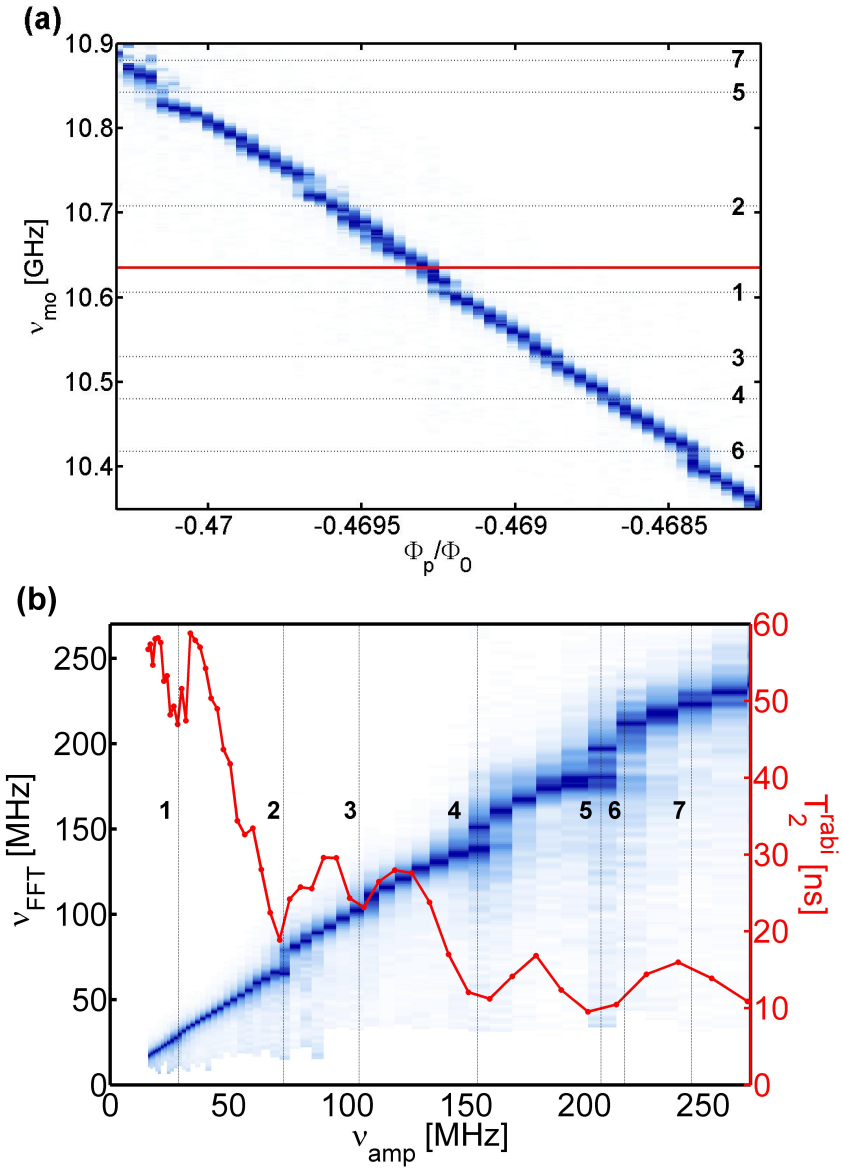


FIGURE 5.11 – **(a) :** Agrandissement de la spectroscopie du dcSQUID S_{QB} présentée dans la figure 5.5. En rouge est tracée la fréquence $\nu_{01}^{\parallel}$ du QuBit lors des mesures des oscillations de Rabi des figure 5.6 et 5.9. **(b) :** Spectre de Fourrier des oscillations de Rabi dans le SQUID S_{QB} en fonction de la fréquence ν_{amp} associée à l'amplitude micro-onde (voir figures 5.6 et 5.9). Pour plus de visibilité les spectres ont tous été normalisés. Le temps d'amortissement des oscillations de Rabi T_2^{Rabi} en fonction de ν_{amp} est tracé en rouge. Les lignes pointillées dans la figure (b) mettent en évidence sept fréquences ν_{amp}^i pour lesquelles on observe de multiples fréquences dans le spectre des oscillations de Rabi. Les fréquences $\nu_{TLS}^i = \nu_{01}^{\parallel} + \alpha_i \nu_{amp}^i$, où $\alpha_{2,5,7} = 1$ et $\alpha_{1,3,4,6} = -1$, sont reportées en pointillées dans la figure (a).

Densité de TLS Les mesures de spectroscopie sur une large plage de fréquence montre que la répartition en fréquence des TLS est complètement aléatoire. La valeur du couplage Δ_{TLS} extraite de chaque anti-croisement varie quant à elle de quelques MHz (détection limitée par la résolution de nos spectroscopie) jusqu'à une valeur Δ_{max}. Dans le SQUID en niobium S_{QB}, $\Delta_{max} = 150MHz$ et dans le SQUID en aluminium S_{2D}, $\Delta_{max} = 40MHz$. La figure 5.12.a présente la distribution des couplages Δ_{TLS} entre les TLS et le SQUID pour chaque échantillon extraite des spectroscopies au courant optimal de la figure 5.5. Celle-ci est représentée sous la forme de la somme du nombre de TLS par unité de fréquence ayant un couplage Δ_{TLS} compris entre la résolution de nos spectroscopies, $5MHz$, et un couplage Δ, tracé en fonction de ce Δ. Au delà de $\Delta = \Delta_{max}$ plus aucun TLS n'est visible. La nombre de TLS tous couplages confondus N_{TLS} atteint $N_{TLS}^{QB} = 18TLS/GHz$ pour S_{QB} et $N_{TLS}^{2D} = 11.5TLS/GHz$ pour S_{2D}. Le figure 5.12.c présente la densité de TLS observée dans des jonctions en $Al/AlO_x/Al$ dans le groupe de John Martinis [16]. Les densités de défauts sont semblables à celle mesurées dans nos échantillons. Notons tout de même que la densité de TLS mesurée dans l'échantillon S_{2D} est identique à celle mesurée par John Martinis dans une jonction une fois et demie plus petite. Nos jonctions fabriquées avec la technique du surplomb contrôlé présentent donc une densité de défaut par unité de surface légèrement plus faible.

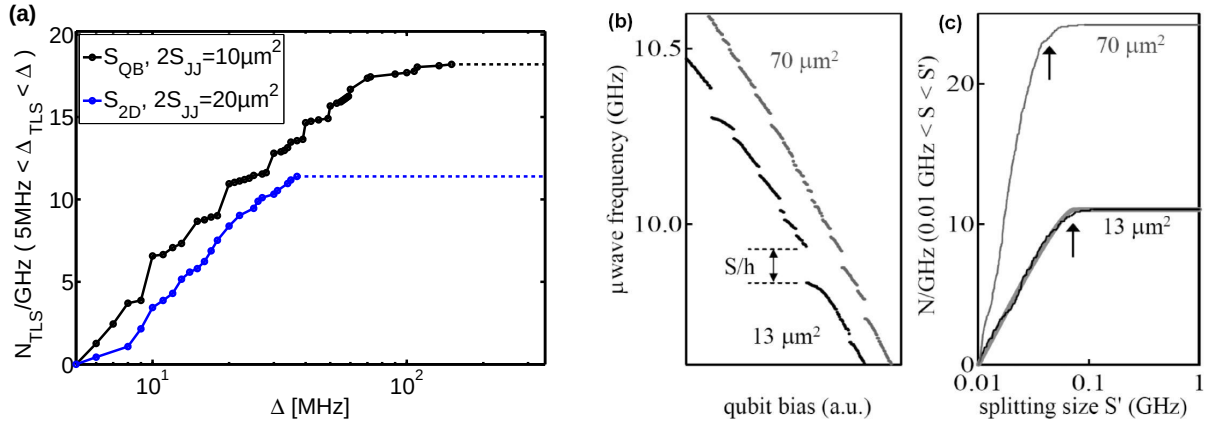


FIGURE 5.12 – **(a) :** Distribution des TLS ayant un couplage Δ_{TLS} compris entre la résolution de nos spectroscopies, $5MHz$, et un couplage Δ, en fonction de Δ. Au delà d'un certain couplage maximum plus aucun TLS n'est observé. **(b) :** Mesure de spectroscopie dans deux qubits de phase du groupe de John Martinis. Le qubit est composé d'une jonction unique, de surface $S = 13\mu m^2$ et $S = 70\mu m^2$, insérée dans un boucle supraconductrice. **(c) :** Distribution des TLS ayant un couplage S compris entre la résolution des spectroscopies, $10MHz$, et un couplage S', en fonction de S'. Au delà d'un certain couplage maximum plus aucun TLS n'est observé (indiqué par une flèche). D'après [16].

5.3.2 Perspectives pour le QuBit de phase

Deux processus de décohérence apparaissent être particulièrement importants dans nos circuits : le bruit de flux basse fréquence et la grande densité de TLS. Dans cette partie nous discuterons des modifications que l'on peut apporter à nos circuits pour s'affranchir de telles limitations.

Réduction de la densité de TLS Malgré les discussions encore présentes dans la communauté sur la nature exacte de ces TLS, une observation expérimentale semble sans appel : le nombre de TLS, augmente avec la taille des jonctions [17]. La moitié de ma troisième année a été consacrée au développement d'une technique de fabrication consistant à réduire la taille des jonctions de nos SQUID tout en compensant la perte de capacité par l'ajout en parallèle d'une capacité supplémentaire. Le choix du diélectrique utilisé pour la capacité supplémentaire est capital car il doit présenter les pertes micro-onde les plus faibles possibles. Ces pertes ont été tabulées pour certains matériaux par O'Connell *et al* dans la référence [89]. Nous avons opté pour le silicium amorphe partiellement hydrogéné, αSiH, déposé par PECVD.

La figure 5.13 montre des images MEB du circuit obtenu. Le principe de la fabrication est simple. Une première lithographie électronique définit deux plots d'aluminium. Ils constitueront les électrodes inférieures des capacités. Ensuite l'intégralité du wafer est recouvert d'une épaisseur de αSiH de $e_{SiH} = 70nm$. Une dernière lithographie électronique définit le reste du circuit. Les deux électrodes supérieures de la capacité sont dessinées. On obtient ainsi une capacité constituée de deux capacités en série. En parallèle de ces capacités, les jonctions sont fabriquées par la technique du surplomb contrôlé présentée dans le chapitre 3 et ont une surface de $S_{JJ} = 0.25\mu m^2$.

Ce circuit a été dessiné pour avoir les mêmes caractéristiques que l'échantillon S_{2D}, l'oxydation des jonctions étant fortement diminuée pour conserver un courant critique de plusieurs centaine de nA. Malheureusement cet échantillon avait les lignes d'amenées de courant coupées par un passage de marche... Suivi d'un arrêt prolongé de la machine de PECVD.

Réduction du bruit de flux L'origine du bruit en flux dans nos circuit est un problème complexe. Tout d'abord nous avons mesuré le bruit de flux dans plusieurs échantillons avec le **même** dispositif expérimental. Nous mesurons des bruits de flux très différents, de $\Phi_{RMS} = 1m\Phi_0$ à $\Phi_{RMS} = 40\mu\Phi_0$ (surface des SQUIDs semblable). Nous pensons donc que la source principale du bruit est située sur nos échantillons. Une partie du bruit de flux peut être expliqué par le bruit en courant dans les antennes de polarisation en flux. Le calcul du bruit en courant d'origine thermique dans l'antenne de contrôle hyperfréquence de l'échantillon S_{QB} explique environ $2\mu\Phi_0$ sur le bruit RMS total $\Phi_{rms} = 40\mu\Phi_0$ (5%). Le même calcul pour l'échantillon S_{2D} explique environ $90\mu\Phi_0$ sur le bruit RMS total $\Phi_{rms} = 280\mu\Phi_0$ (30%). Le calcul du bruit en courant dans la bobine de champ dc donne un bruit de flux completement négligeable, de l'ordre de la dizaine de $n\Phi_0$. La majeure partie du bruit de flux basse fréquence n'est pas expliquée par le couplage avec l'environnement

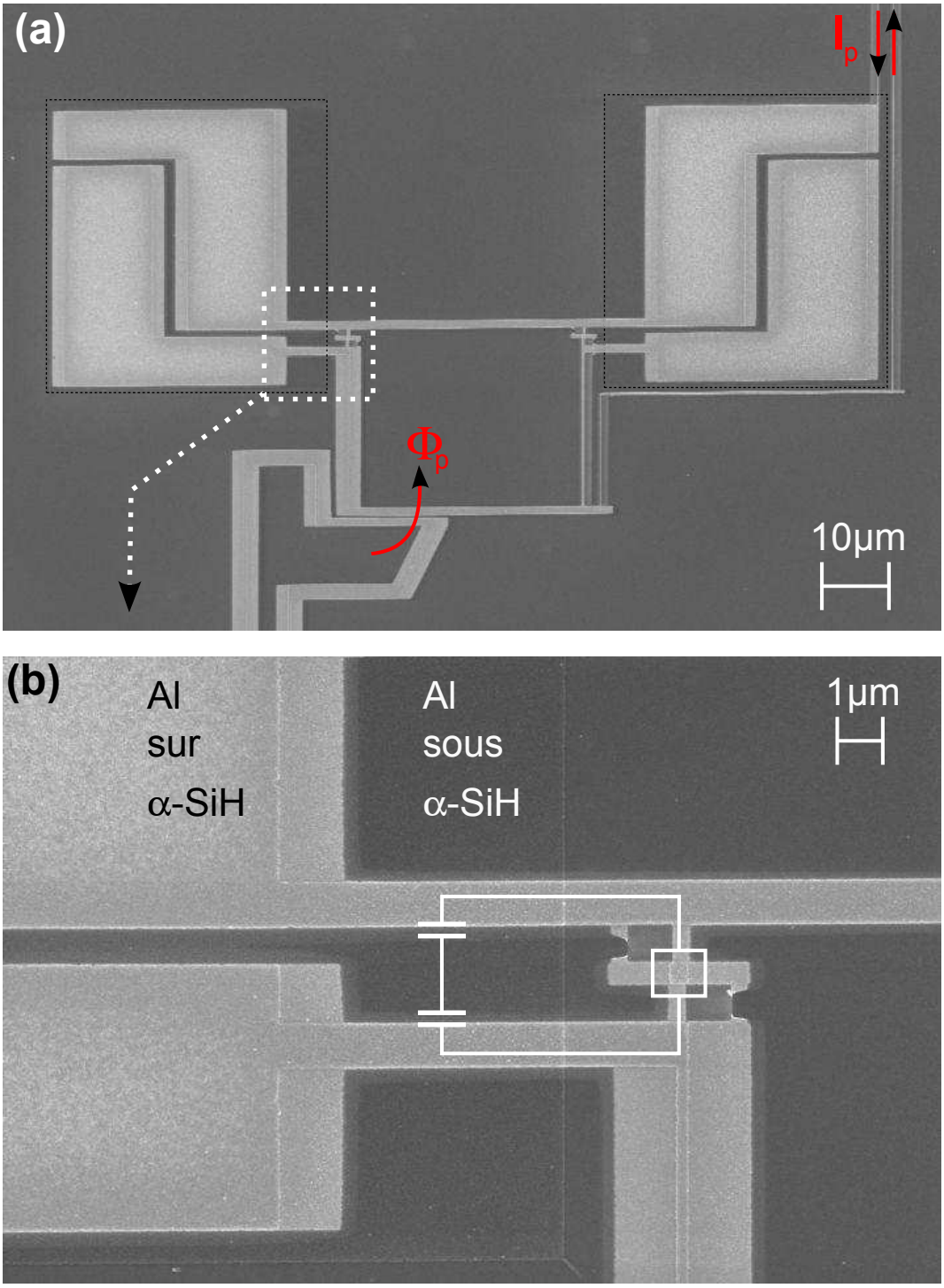


FIGURE 5.13 – Images MEB d'un dcSQUID en aluminium composé de jonctions de surfaces $S_{JJ} = 0.25\mu m^2$ en parallèle avec une capacité. Cette capacité est constituée de deux capacités en série, de surface $S_C = 550\mu m^2$ chacune. L'épaisseur de αSiH utilisée comme diélectrique est de $e_{SiH} = 70nm$. On distingue les plots d'aluminium enfouis sous la couche de αSiH (noté "Al sous αSiH").

électronique.

Conclusion

Dans cette partie, nous avons démontré qu'un dcSQUID polarisé à courant nul était protégé au premier ordre des fluctuations de courant de polarisation.

Nous avons tout d'abord décrit la technique de mesure des états quantiques par impulsions de flux nanoseconde, proche du courant nul. Puis nous avons discuté de l'effet des sources de bruit sur les spectroscopies. En particulier, nous avons décrit l'effet de l'annulation de la sensibilité du SQUID au courant de polarisation. Au courant optimal, les temps de cohérences sont principalement limités par le bruit en flux et la présence de systèmes à deux niveaux parasites. Nous avons obtenu des temps de cohérence $T_2 = 160ns$ très proche de l'état de l'art pour les QuBit de phase [90, 91]. Le temps de relaxation, $T_1 = 200ns$ est quant à lui encore deux à trois fois plus court.

L'anharmonicité est un point capital pour pouvoir considérer un système comme un QuBit. Le SQUID S_{QB} a été dessiné pour obtenir une forte anharmonicité, d'environ $\Delta_{\|} = 300MHz$. Elle est tout à fait suffisante pour considérer le système dans la limite à deux niveaux sur une large gamme d'amplitude du signal micro-onde. Le SQUID S_{2D} montre une anharmonicité beaucoup plus faible. Cela est dû aux paramètres choisis pour sa fabrication, optimisés pour l'étude de la dynamique quantique bidimensionnelle. C'est l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 6

Mode transverse et dynamique bidimensionnelle

Dans le chapitre 5, nous avons supposé que le mode d'oscillation transverse était dans son état fondamental. Pour le dcSQUID S_{QB}, cette approximation est valable car la fréquence transverse $\nu_{\perp}$est trés grande devant la fréquence $\nu_{\parallel}$. On peut alors se limiter à l'étude de la dynamique le long du chemin de minimum énergie.

Le dcSQUID S_{2D} a été dessiné de manière à rendre accessible expérimentalement la caractérisation du mode transverse. Dans cet échantillon, l'inductance de la boucle du SQUID est plus grande que l'inductance Josephson des jonctions. Cela se traduit par la diminution de la fréquence plasma du mode transverse, $\nu_{\perp}$.

Dans cette partie, nous nous focaliserons sur l'échantillon S_{2D}. Nous rapportons la première mesure directe du mode d'oscillation transverse d'un dcSQUID. Ce mode correspond à des oscillations anti-symétriques des phases supraconductrices des deux jonctions Josephson. Il peut être décrit par un oscillateur anharmonique quantique. ***Un dcSQUID est un système modèle d'oscillateur anharmonique bidimensionnel quantique.*** Les deux oscillateurs sont couplés via un terme de couplage non-linéaire.

Dans un premier temps, nous présenterons les mesures de spectroscopie qui mettent en évidence le spectre d'énergie complet du dcSQUID, et en particulier la résonance associée au mode transverse. Ce spectre d'énergie est en parfait accord avec celui de deux oscillateurs anharmoniques couplés, décrit par l'hamiltonien $\hat{H}_{2D}$ que nous avons présenté au chapitre 2. Nous verrons qu'à la résonance entre les fréquences de transition vers le premier état excité du mode transverse, $\nu_{01}^{\perp}$, et vers le second état excité du mode longitudinal, $\nu_{02}^{\parallel}$, un large anti-croisement est visible. Il est associé au couplage non linéaire entre les deux modes.

Dans un second temps, nous sonderons les propriétés de cohérence du mode transverse par des mesures d'oscillations de Rabi et de relaxation. Nous extrairons et discuterons l'anharmonicité de ce mode.

Enfin nous discuterons de la dynamique quantique induite par le couplage non-linéaire. En particulier nous présenterons ici des oscillations associées à l'échange cohérent d'une excitation du mode transverse avec deux excitations du mode longitudinal.

6.1 Spectre d'énergie complet : mode transverse et couplage

La figure 6.1 présente les mesures de spectroscopies mettant en évidence le spectre complet du dcSQUID S_{2D} en fonction du flux au courant optimal. La méthode de mesure est identique à celle des spectroscopies du mode longitudinal présentée dans le chapitre précédent (figure 5.5). Nous avons simplement sondé la probabilité d'échappement à plus haute fréquence micro-onde. La figure principale présente uniquement les nouvelles raies de résonance observées. En insert celles-ci sont remises dans le contexte du spectre complet du circuit.

En plus de la raie $\nu_{01}^{\parallel}$, trois nouvelles raies de résonance sont visibles. On identifie clairement l'origine de chacune de ces résonances avec les différentes fréquences de transition possible dans les deux modes d'oscillation d'un dcSQUID. Le spectre d'énergie des oscillateurs longitudinal et transverse non couplés s'obtient à partir des hamiltoniens $\hat{H}_{\parallel}$ et $\hat{H}_{\perp}$:

$$\begin{cases} \hat{H}_{\parallel} = \frac{1}{2}h\nu_{\parallel}\left(\hat{P}_{\parallel}^2 + \hat{X}_{\parallel}^2\right) - h\nu_{\parallel}\sigma_{\parallel}\hat{X}_{\parallel}^3 - h\nu_{\parallel}\delta_{\parallel}\hat{X}_{\parallel}^4 \\ \hat{H}_{\perp} = \frac{1}{2}h\nu_{\perp}\left(\hat{P}_{\perp}^2 + \hat{Y}_{\perp}^2\right) - h\nu_{\perp}\sigma_{\perp}\hat{Y}_{\perp}^3 - h\nu_{\perp}\delta_{\perp}\hat{Y}_{\perp}^4 \end{cases} \tag{6.1}$$

Le calcul des états propres de chacun des oscillateurs donne les fréquences de transitions $\nu_{01}^{\parallel}$, $\nu_{02}^{\parallel}$ et $\nu_{03}^{\parallel}$, représentées en noir, et $\nu_{01}^{\perp}$, représentée en rouge. Loin de toute condition de résonance, les fréquences de transition théoriques sont en bon accord avec l'expérience. La raie de résonance entre $13GHz$ et $16GHz$ correspond au mode transverse. A notre connaissance, c'est la première fois que ce mode plasma antisymétrique est observé dans un circuit supraconducteur.

Cependant l'anti-croisement observé autour de la résonance entre les fréquence $\nu_{02}^{\parallel}$ et $\nu_{01}^{\perp}$ n'est pas du tout décrit par ce modèle d'oscillateur non couplé. De plus, ce modèle ne décrit pas trés précisément le spectre d'énergie pour les flux de polarisation $\Phi_p > 0.6\Phi_0$.

L'ajustement avec le modèle complet, prenant en compte les termes de couplage de l'hamiltonien $\hat{C}_{\parallel\perp}$, est représenté dans la figure 6.2. Nous rappelons :

$$\hat{C}_{\parallel\perp} = h\nu_{21}^c\hat{X}_{\parallel}^2\hat{Y}_{\perp} + h\nu_{12}^c\hat{X}_{\parallel}\hat{Y}_{\perp}^2 + h\nu_{22}^c\hat{X}_{\parallel}^2\hat{Y}_{\perp}^2 + h\nu_{31}^c\hat{X}_{\parallel}^3\hat{Y}_{\perp} + h\nu_{13}^c\hat{X}_{\parallel}\hat{Y}_{\perp}^3 \tag{6.2}$$

Effets des termes de couplage Le spectre d'énergie de l'hamiltonien complet $\hat{H}_{2D}$, équation (2.27), est tracé en pointillé rouge dans la figure 6.2 sans aucun paramètre libre. L'accord avec l'expérience est excellent, tant loin des résonances qu'au niveau de l'anti-croisement, confirmant la validité de notre modèle.

L'anti-croisement résultant du couplage est représenté plus distinctement dans la figure 6.3. En noir sont représentées les fréquences $\nu_{01}^{\perp}$ et $\nu_{02}^{\parallel}$ en l'absence de couplage et en rouge le spectre de l'hamiltonien complet. La dégénérescence à la résonance est levée par le terme

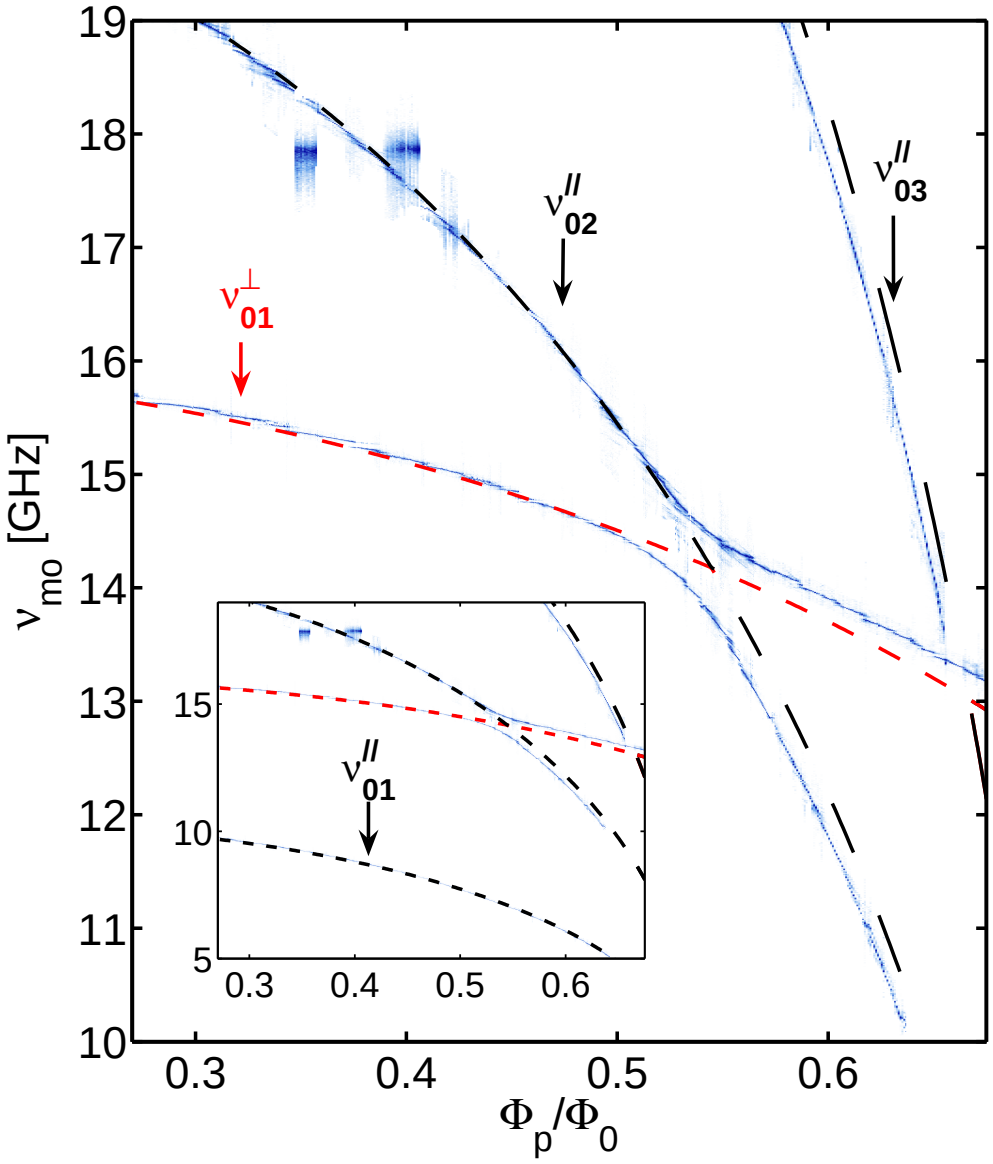


FIGURE 6.1 – Probabilité d'échappement normalisée à 1 en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du flux de polarisation Φ_p (Courant de polarisation optimal $I_p = I_{opt}$, état de flux $[0\Phi_0]$). Les niveaux d'énergie de chaque oscillateur en absence de couplage sont en noir et rouge. En insert est présenté le spectre complet de l'hamiltonien, rassemblant sur un même graphique les fréquences de résonance $\nu^{\parallel}_{01}$, $\nu^{\parallel}_{02}$, $\nu^{\parallel}_{03}$ et $\nu^{\perp}_{01}$. La puissance MO est adaptée au cours de la mesure pour garder une bonne visibilité de chaque raie. Elle varie de plusieurs dizaines de dB en fonction des raies.

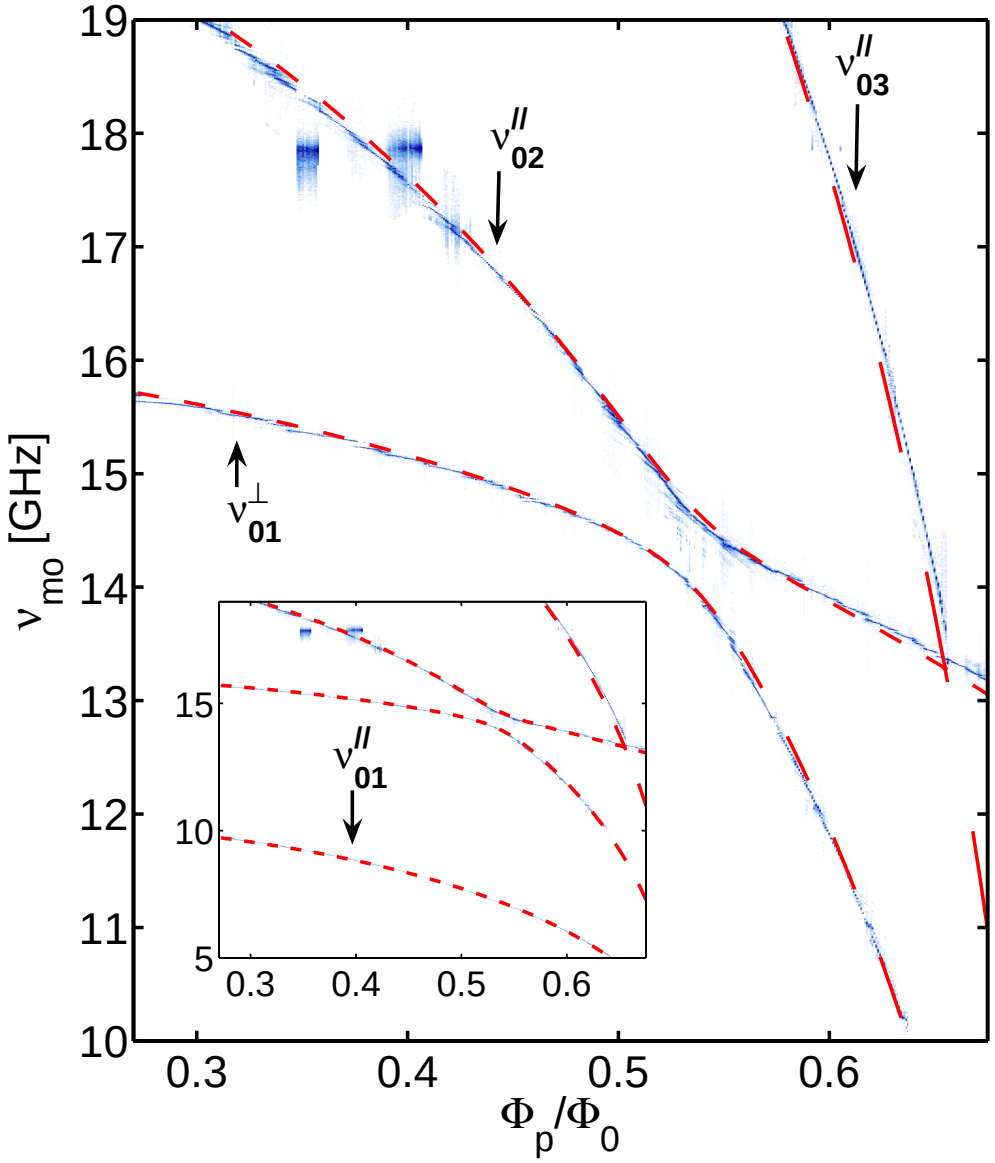


FIGURE 6.2 – Mesures de spectroscopies identique à celle de la figure 6.1. Le modèle, en rouge, tient cette fois compte des termes de couplages entres les modes.

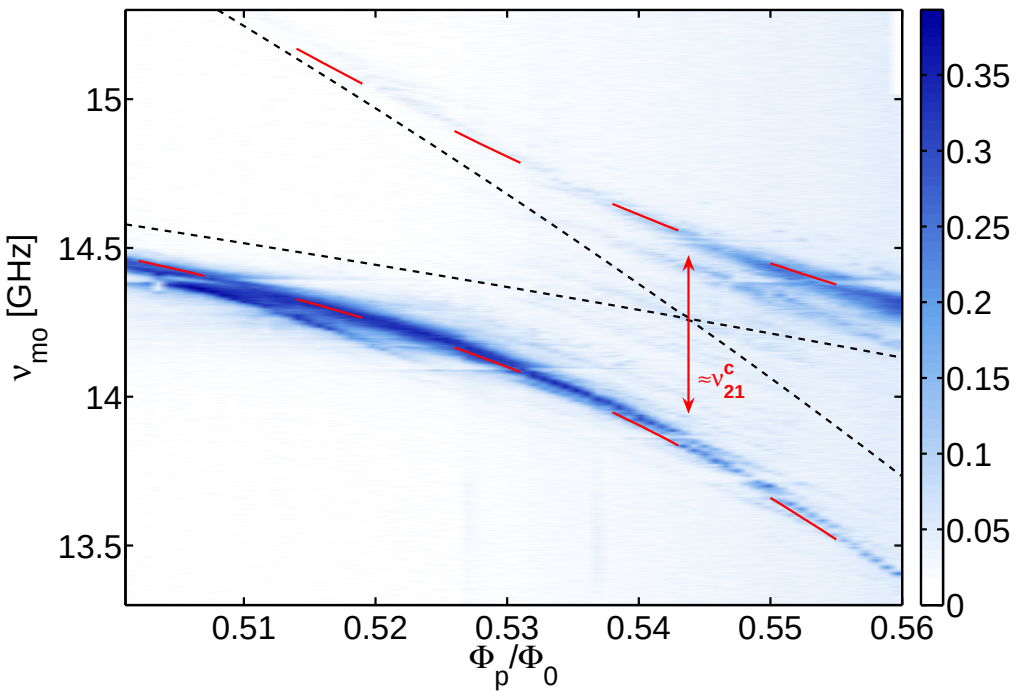


FIGURE 6.3 – Probabilité d'échappement en fonction de la fréquence MO ν_{mo} et du flux de polarisation Φ_p autour du point de l'anti-croisement. Les prédictions théoriques en absence de couplage et en présence de couplage sont représentées respectivement en noir et en rouge. La puissance MO est maintenue constante au cours de cette mesure.

$h\nu_{21}^c \hat{X}_{\parallel}^2 \hat{Y}_{\perp}$ de l'hamiltonien $\hat{H}_{2D}$ qui couple principalement les états propres $\left|(n+2)_{\parallel}, n_{\perp}\right\rangle$ et $\left|n_{\parallel}, (n+1)_{\perp}\right\rangle$.

L'amplitude du couplage ν_{21}^c varie fortement avec le flux et vaut $600MHz$ pour $\Phi_p = 0.51\Phi_0$ (à gauche de l'anti-croisement) et atteint $1200MHz$ pour $\Phi_p = 0.65\Phi_0$ (à droite de l'anti-croisement, proche de l'échappement).

Lorsque la condition de résonance entre $\nu_{01}^{\perp}$ et $\nu_{03}^{\parallel}$ est remplie, nos mesures ne mettent en évidence aucun anti-croisement. Cela est confirmée par le calcul du terme de couplage entre ces deux niveaux d'énergie, $h\nu_{31}^c \hat{X}_{\parallel}^3 \hat{Y}_{\perp}$, qui prédit une valeur complètement négligeable de $\nu_{31}^c = 10kHz$.

L'effet principal du terme de couplage $h\nu_{22}^c \hat{X}_{\parallel}^2 \hat{Y}_{\perp}^2$ est de modifier les fréquences des transitions d'environ $25MHz$ à $50MHz$. Cet effet est cinq à dix fois plus important que la largeur des raies. Il ne doit donc pas être négligé

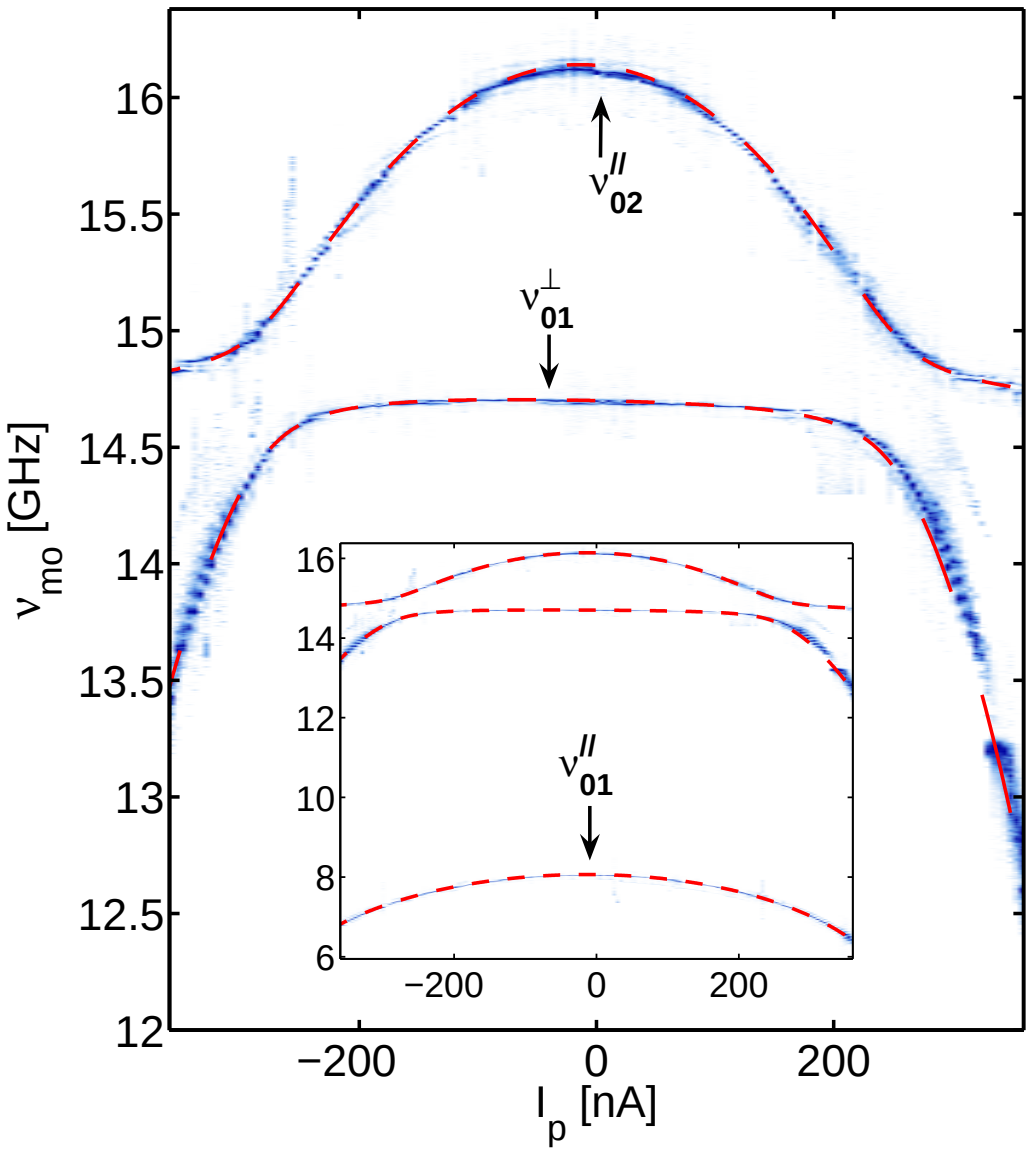


FIGURE 6.4 – Probabilité d'échappement normalisée à 1 en fonction de la fréquence micro-onde ν_{mo} et du courant de polarisation I_p. $\Phi_p = 0.4733\Phi_0$, état de flux $[0\Phi_0]$. Les prédictions théoriques des positions des raies de résonance sont en rouge. En insert est présenté le spectre complet de l'hamiltonien, rassemblant sur un même graphique les fréquences de résonance $\nu^{\parallel}_{01}$, $\nu^{\parallel}_{02}$ et $\nu^{\perp}_{01}$. La puissance MO est adaptée au cours de la mesure pour garder une bonne visibilité de chaque raie.

Spectre en fonction du courant et largeurs de raie La figure 6.4 présente le spectre en fonction du courant pour un flux de polarisation $\Phi_p = 0.4733$. Les prédictions théoriques sont en rouge. Pour ce flux de polarisation et à courant nul, la fréquence $\nu_{02}^{\parallel}$ est supérieure à la fréquence $\nu_{01}^{\perp}$. En fonction du courant, la fréquence $\nu_{02}^{\parallel}$ suit un comportement similaire à $\nu_{01}^{\parallel}$: elle est maximale au courant optimal, $\nu_{02}^{\parallel}(I_{opt}) = 16.15GHz$. La largeur de cette transition est alors minimale, $\Delta\nu_{02}^{\parallel}(I_{opt}) = 13MHz$. La fréquence $\nu_{02}^{\parallel}$ diminue fortement avec le courant et s'élargit. La condition de résonance entre $\nu_{01}^{\perp}$ et $\nu_{02}^{\parallel}$ est atteinte pour un courant $I_p = \pm 280nA$. On observe alors un large anti-croisement. La raie associée au mode transverse varie très peu avec le courant. Elle se situe à $\nu_{01}^{\perp} = 14.7GHz$. Sa largeur minimale atteint $\Delta\nu_{01}^{\perp} = 3.5MHz$.

Remarque : couplage aux signaux micro-onde On remarque sur la spectroscopie de la figure 6.3 que la visibilité de la raie associée à l'état $\left|0_{\parallel}, 1_{\perp}\right\rangle$ est nettement supérieure à celle de la raie associée à l'état $\left|2_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$. Cela s'explique par une différence de couplage au champ micro-onde. Nous rappelons les termes de couplage entre le mode longitudinal ou transverse à une excitation micro-onde en courant, respectivement notés $\hat{W}_{\parallel}^{\delta I}(t)$ et $\hat{W}_{\perp}^{\delta I}(t)$:

$$\begin{cases} \hat{W}_{\parallel}^{\delta I}(t) = -(cos\,\theta + \eta sin\,\theta)\sqrt{\frac{\hbar}{2C\omega_{\parallel}}}\delta I(t)\hat{X}_{\parallel} \\ \\ \hat{W}_{\perp}^{\delta I}(t) = -(\eta cos\,\theta - sin\,\theta)\sqrt{\frac{\hbar}{2C\omega_{\perp}}}\delta I(t)\hat{Y}_{\perp} \end{cases} \tag{6.3}$$

L'opérateur $\hat{Y}_{\perp}$ couple directement les états $\left|0_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$ et $\left|0_{\parallel}, 1_{\perp}\right\rangle$ alors que l'opérateur $\hat{X}_{\parallel}$ ne couple les états$\left|0_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$ et $\left|2_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$ qu'à l'ordre 1 en $\sigma_{\parallel}$:

$$\begin{aligned} \left\langle 2_{\parallel}, 0_{\perp} \left| \hat{X}_{\parallel} \right| 0_{\parallel}, 0_{\perp} \right\rangle &= \frac{\sigma_{\parallel}}{\sqrt{2}} \\ \left\langle 0_{\parallel}, 1_{\perp} \left| \hat{Y}_{\perp} \right| 0_{\parallel}, 0_{\perp} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{6.4}$$

A courant nul, $\theta \approx 0$ et on peut écrire pour une excitation micro-onde $\delta I(t)$ donnée :

$$\frac{\left\langle 2_{\parallel}, 0_{\perp} \left| \hat{W}_{\parallel}^{\delta I}(t) \right| 0_{\parallel}, 0_{\perp} \right\rangle}{\left\langle 0_{\parallel}, 1_{\perp} \left| \hat{W}_{\perp}^{\delta I}(t) \right| 0_{\parallel}, 0_{\perp} \right\rangle} = \frac{\sigma_{\parallel}}{\eta}\sqrt{\frac{\nu_{\perp}}{\nu_{\parallel}}} \tag{6.5}$$

L'évaluation de ce rapport pour les paramètres de notre échantillon donne environ $\frac{\sigma_{\parallel}}{\eta}\sqrt{\frac{\nu_{\perp}}{\nu_{\parallel}}} \approx 2.10^{-3}$ ($\sigma_{\parallel} \approx 1.5 \times 10^{-4}$,$\eta = 0.1$). Loin de la résonance avec le mode transverse, la raie associée à l'état $\left|2_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$ devrait disparaitre. Dans la figure 6.3, cette raie est encore visible. Cela est probablement dû à l'effet du couplage encore fort pour ce flux de polarisation.

6.2 Manipulation du mode transverse : oscillations cohérentes et relaxation

Les propriétés de cohérence du mode transverse ont été sondées au travers de mesures d'oscillations de Rabi et de relaxation. Une mesure d'oscillations de Rabi est présentée dans la figure 6.5 au point de polarisation $\Phi_p = 0.37\Phi_0$. La mesure de relaxation de l'état excité, au même point de travail, est présentée dans la figure 6.6. On extrait de ces deux mesures les temps $T_2^{Rabi} = 50ns$ et $T_1 = 74ns$. Ce sont les temps les plus longs que nous avons réussi à observer sur le mode transverse.

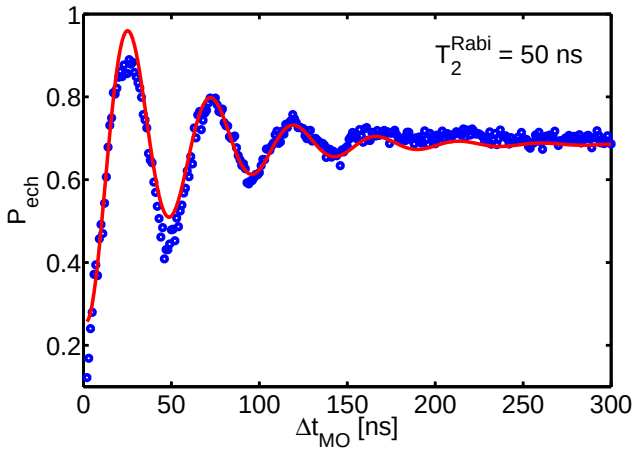


FIGURE 6.5 – Probabilité d'échappement en fonction de la durée excitation micro-onde Δt_{mo}, effectuée au courant optimal et pour un flux $\Phi_p = 0.37\Phi_0$. Fréquence de transition $\nu_{01}^{\perp} = 15.3GHz$, fréquence des oscillations $\nu_{rabi} = 21MHz$, terme d'amplitude micro-onde $\nu_{amp} = 24MHz$, anharmonicité $\Delta_{\perp} = 18MHz$.

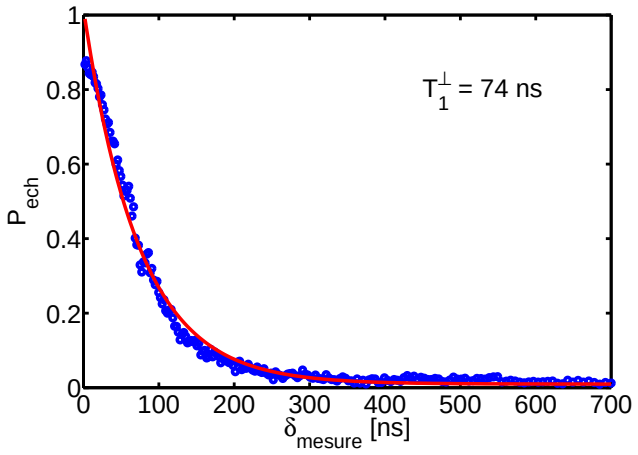


FIGURE 6.6 – Probabilité d'échappement en fonction du délai δt_{mesure} entre l'excitation du mode transverse par une impulsion micro-onde "π" et la mesure. Effectué au courant optimal et pour un flux $\Phi_p = 0.37\Phi_0$. $\nu_{01}^{\perp} = 15.3GHz$.

Discussion sur le déphasage On a extrait des spectroscopies une largeur intrinsèque de la transition vers le premier état excité du mode transverse de $\Delta\nu_{01}^{\perp} = 3.5MHz$. Cette transition est environ deux fois plus fine que la transition vers le premier état excité du mode logitudinal, $\Delta\nu_{01}^{\parallel} = 6MHz$. Cela s'explique par une différence de sensibilité au flux, $\partial\nu_{01}^{\perp}/\partial\Phi_p < \partial\nu_{01}^{\parallel}/\partial\Phi_p$.

On pourrait s'attendre alors à observer des temps de cohérence plus longs sur le mode transverse. A l'inverse, le temps T_2^{Rabi} mesuré sur le mode transverse est faible comparé à celui du mode longitudinal. Une source probable est encore une fois la présence de TLSs. En effet, la faible dépendance du mode transverse en fonction du flux ne permet pas de sonder une large plage de fréquence afin de trouver une zone peu affectée par les TLSs. Nous n'avons donc pas pu observer les caractéristiques intrinsèques du mode transverse. Nous prévoyons qu'en l'absence de TLSs (voir partie perspective du chapitre 5), ce mode présente des temps de cohérence deux fois plus longs que le mode longitudinal.

Discussion sur la relaxation Le temps de relaxation T_1 de ce mode est lui aussi assez faible. Comme pour le déphasage, la contribution des TLSs semble importante. Ajoutons tout de même qu'une des motivations pour la mesure du mode transverse est l'existence théorique d'un point de polarisation où la relaxation n'est plus sensible aux perturbations en courant. En effet, pour un dcSQUID symétrique ($\eta = 0$), polarisé à courant nul ($\theta = 0$), le terme de couplage $\hat{W}_\perp^{\delta I}$ entre le mode transverse et une fluctuation en courant de l'environnement s'annule (voir équation (2.35)). Dans le cas où la relaxation est dominée par l'environnement électrique proche (par exemple à cause des pertes dans la capacité plane de filtrage), l'annulation de ce terme devrait conduire à une augmentation du temps de relaxation T_1.

Nous avons essayé de mettre en évidence ce point de travail particulier. L'échantillon S_{2D} est légèrement asymétrique, $\eta \approx 10\%$. Ce point optimal en T_1 devrait être observé pour un angle $\theta = \arctan(\eta) \approx 6°$ et un courant $I_p \approx \pm 60nA$. Nous avons mesuré le circuit au voisinage de ce point mais aucune signature sur le temps de relaxation n'a été mise en évidence.

Anharmonicité du mode transverse La figure 6.7 présente les variations de la fréquence des oscillations cohérentes en fonction de la puissance MO. La loi linéaire attendue pour un système à deux niveaux est tracée en noir. On observe une rapide déviation de la fréquence des oscillations par rapport à la loi linéaire. Comme pour le mode longitudinal, on peut extraire l'anharmonicité du mode transverse en prenant en compte la dynamique multi-niveaux. On obtient une anharmonicité du mode transverse $\Delta_\perp = 18MHz$.

L'anharmonicité théorique donnée par l'équation (2.30) prédit $\Delta_\perp^{th} = \left(\frac{15}{2}\sigma_\perp^2 + 3\delta_\perp\right)\nu_{perp} = 9MHz$. Elle ne correspond pas à l'anharmonicité mesurée. L'explication est simple : cette formule théorique pour l'anharmonicité néglige complètement les termes de couplage. On peut extraire une anharmonicité effective, prenant en compte l'anharmonicité intrinsèque du mode transverse et l'effet du couplage, en calculant à partir du spectre complet $\Delta_\perp^{th,eff} = \left|\nu_{02}^\perp - 2\nu_{01}^\perp\right| = 22MHz$, en bon accord avec l'expérience. De la même manière, on peut revenir sur la valeur de l'anharmonicité du mode longitudinal, $\Delta_\parallel = 22MHz$, mesuré au chapitre 5 : la prise en compte des termes de couplage donne alors $\Delta_\parallel^{th,eff} = \left|\nu_{02}^\parallel - 2\nu_{01}^\parallel\right| = 21MHz$ en parfait accord avec l'expérience.

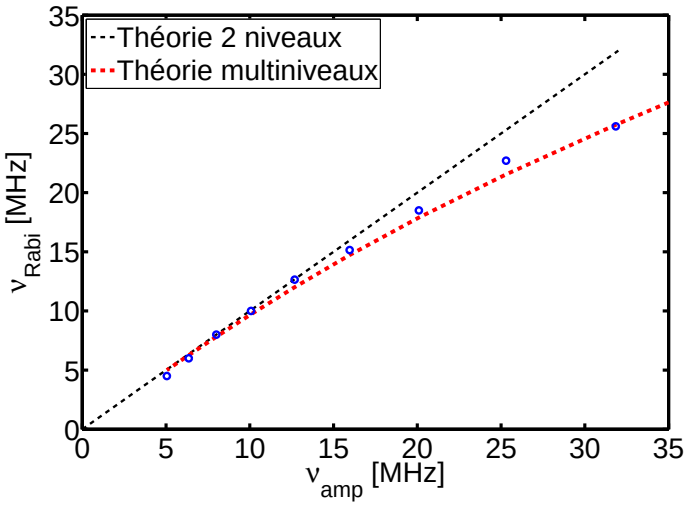


FIGURE 6.7 – Fréquence des oscillations de Rabi ν_{Rabi} en fonction de la fréquence ν_{amp} associée à l'amplitude micro-onde. Le point de travail est identique à celui de la figure 6.5. La loi linéaire attendue pour un système à deux niveaux est en noir et pour un système multiniveaux en rouge. L'anharmonicité extraite de ces ajustements donne $\Delta_\perp = 18MHz$.

6.3 Oscillations cohérentes non-linéaires entre les deux modes internes d'un dcSQUID

Dans cette partie, nous allons présenter une expérience qui est basée sur la non-linéarité du couplage. Le terme de couplage $\hat{X}_\parallel^2\hat{Y}_\perp$ permet d'induire des oscillations cohérentes entre les deux modes d'un dcSQUID. Elles mettent en jeu *un quantum* d'énergie du mode transverse et *deux quanta* d'énergie du mode longitudinal. Ce type de couplage n'a, à notre connaissance, jamais été observé dans des circuits quantiques supraconducteurs. Des expériences dans le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité et des ions piégés ont mis en évidence ce type de couplage [92, 93]. Celles-ci ne permettent cependant pas l'observation de l'effet de ce couplage non-linéaire dans un régime de couplage fort.

La figure 6.8 décrit la procédure d'observation de ces oscillations cohérentes. En toile de fond est présenté un agrandissement des raies de spectroscopie associées au transition $\nu_{01}^\perp$ et $\nu_{02}^\parallel$, au voisinage de l'anti-croisement. La séquence d'impulsions utilisée pour la manipulation des états quantiques du système est superposée à cette spectroscopie.

Le déroulement de cette mesure se détaille comme suit :

1. *Préparation de l'état* $|\varphi(t=0)\rangle = \left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$: Partant de l'état fondamental $\left|0_\parallel, 0_\perp\right\rangle$, on se place en un point de travail $\Phi_p = 0.37\Phi_0$, loin de la résonance. Les niveaux d'énergie à ce point de polarisation sont représentés dans la figure 6.9.a, sans couplage en noir et avec couplage en rouge. Dans cette situation, les deux modes sont bien découplés. On applique alors une impulsion π de manière à peupler l'état $|\varphi(t=0)\rangle = \left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$.

2. *Interaction entre les états* $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ *et* $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$: immédiatement après l'impulsion π, on modifie non-adiabatiquement le flux pour se placer au niveau de l'anti-croisement, au point de polarisation $\Phi_p = \Phi_{int}$. Le diagramme d'énergie à la résonance entre les états $\left|2_\parallel\right\rangle$ et $|1_\perp\rangle$ des oscillateurs non couplés est représenté dans la figure 6.9.b

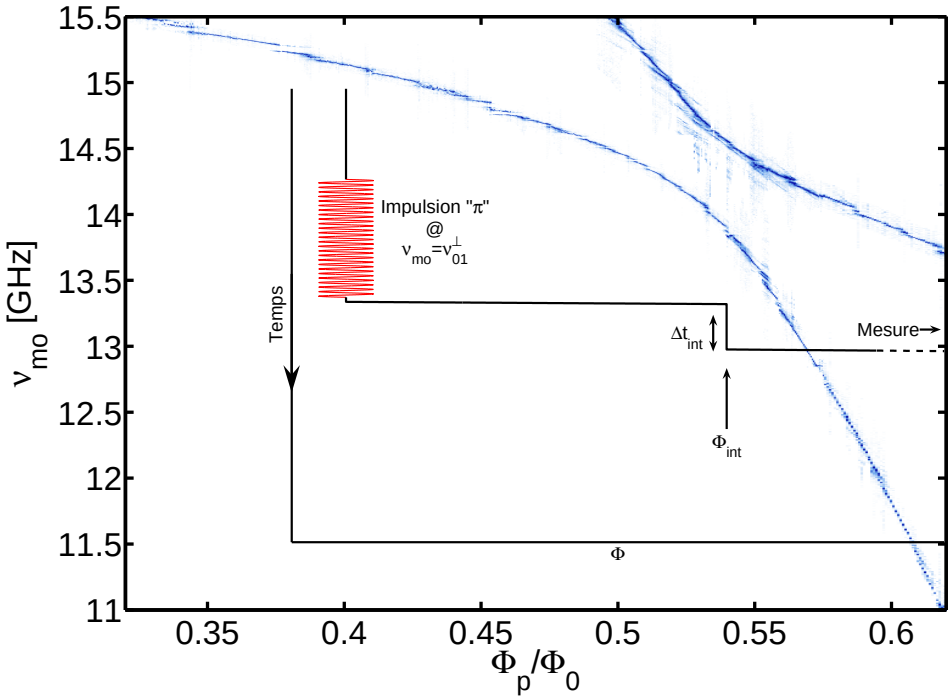


FIGURE 6.8 – Schéma explicatif de la mesure d'oscillation cohérente entre les états $|2_{\parallel}, 0_{\perp}\rangle$ et $|0_{\parallel}, 1_{\perp}\rangle$. La séquence d'impulsions utilisée pour manipuler les états quantiques du système est superposé à un agrandissement de la spectroscopie figure 6.2 autour de l'anticroisement. Le flux est en abscisse et le temps en ordonnée. L'impulsion micro-onde, en rouge, est appliqué sur la ligne de courant.

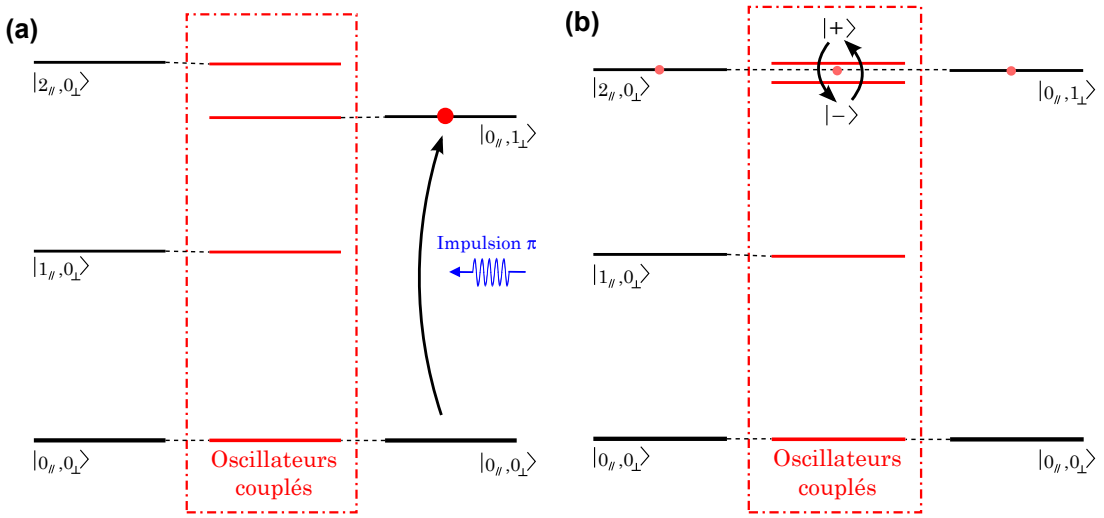


FIGURE 6.9 – Diagramme d'énergie du dcSQUID sans couplage, en noir, et avec couplage, en rouge, pour deux point de polarisation différent : **(a)** $\Phi_p = 0.37\Phi_0$, loin de la condition de résonance. **(b)** $\Phi_p = 0.54\Phi_0$, à la condition de résonance.

($\Phi_{int} = 0.54\Phi_0$). L'évolution temporelle de $|\varphi(t)\rangle$ est régie par :

$$i\hbar\frac{\partial\,|\varphi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_{2D}\,|\varphi(t)\rangle \tag{6.6}$$

A $t = 0$ le système est dans l'état $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$. Il n'est plus état propre de l'hamiltonien $\hat{H}_{2D}$. Le système oscille alors entre les deux nouveaux états propres de $\hat{H}_{2D}$, $|+\rangle$ et $|-\rangle$. Ces états propres sont des superpositions des états $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ et $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$. Les fréquences de transition de l'état fondamental vers les états $|+\rangle$ et $|-\rangle$ sont notées ν_+ et ν_-. On observe alors l'échange cohérent d'une excitation du mode transverse avec deux excitations du mode longitudinal à la fréquence $\nu_{coh} = \nu_+ - \nu_-$.

3. *Mesure d'échappement* : Après un temps Δt_{int} on mesure l'état final du système par une impulsion de flux.

Avant de montrer les résultats, deux précisions sont nécessaires. Premièrement, l'impulsion π utilisée pour peupler l'état $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ est effectuée à faible amplitude micro-onde, $\nu_{amp} = \nu_{Rabi} = 6MHz < \Delta_\perp = 18MHz$, de manière à rester dans la limite à deux niveaux. On peut donc négliger la dynamique due aux niveaux supérieurs. Deuxièmement, le temps de montée τ de l'impulsion de flux non-adiabatique à l'étape 2 doit satisfaire deux conditions. La modification du flux doit rester adiabatique par rapport aux fréquences des oscillateurs non couplés, *i.e* $1/\tau \ll \nu_{01}^{\parallel} < \nu_{01}^{\perp}$. A l'inverse cette modification doit être non-adiabatique par rapport au couplage entre les état $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ et $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$, *i.e* $1/\tau \gg \nu_{21}^{c}$. Afin de respecter au mieux ces conditions, nous avons choisi $\tau = 0.5ns$ [1] et on a alors $2.5\nu_{21}^{c} \approx 1/\tau \approx \nu_{01}^{\parallel}/4$.

La figure 6.10 présente la probabilité d'échappement P_{ech} en fonction du temps d'interaction Δt_{int} pour un flux $\Phi_{int} = 0.515\Phi_0$. La figure 6.10.a montre les données brutes : Des oscillations sont visibles, superposées à une décroissance de P_{ech} . La fréquence de ces oscillations est de $\nu_{coh} = 815MHz$ en bon accord avec les prédictions théoriques qui donnent $\nu_+ - \nu_- = 825MHz$. Afin de rendre plus visibles ces oscillations, nous avons filtré numériquement les composantes en dessous de $200MHz$ dans le spectre de fréquence. Ainsi filtrées, les mesures présentent clairement des oscillations jusqu'a $30ns$ (voir figure 6.10.b).

1. Lors de l'application de cette impulsion de flux rapide, on crée des oscillations de courant dues au couplage par mutuelle parasite entre la ligne de flux et les lignes de polarisation en courant M_p (voir chapitre 3). La présence d'une composante à ν_{env} dans la transformée de Fourrier d'une impulsion rapide comme celle-ci excite l'oscillateur LC et cela génère des oscillations de courant à une fréquence $\nu_{env} = 78MHz$. Afin de s'affranchir de ce problème, nous avons mis au point une technique consistant à annuler le flux parasite $\Phi_{parasite}$ dans les lignes de courant dc en appliquant avec la ligne de courant MO une impulsion synchronisée et qui crée un flux d'amplitude $-\Phi_{parasite}$ dans la boucle de courant dc, annulant les oscillations parasites . Cette technique a pu être mise en place grâce au soutien crucial de Christophe Hoarau et elle est détaillée dans l'annexe 2.

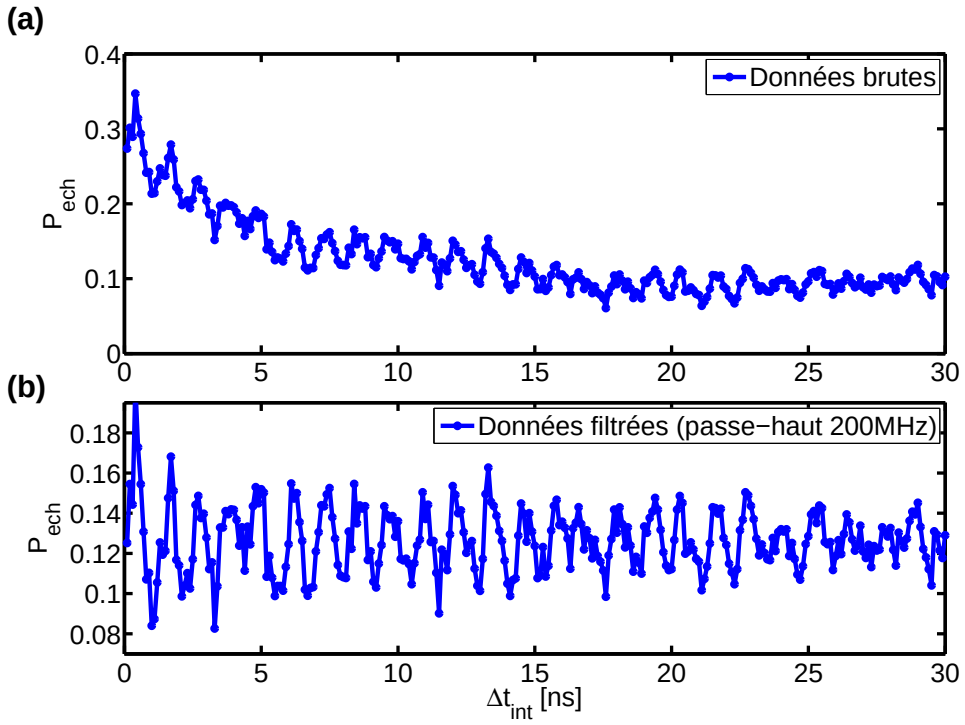


FIGURE 6.10 – Probabilité d'échappement en fonction de la durée d'interaction Δt_{int} entre les états $\left|2_{\parallel}, 0_{\perp}\right\rangle$ et $\left|0_{\parallel}, 1_{\perp}\right\rangle$ pour le flux d'interaction $\Phi_{int} = 0.515\Phi_0$. (a) : données brutes. (b) données après l'application d'un filtre passe-haut qui coupe à $200MHz$.

Afin de confirmer l'origine de ces oscillations, on effectue cette mesure pour différents flux d'interaction Φ_{int}. La figure 6.11 présente la probabilité d'échappement P_{ech} en fonction du temps d'interaction Δt_{int} et du flux Φ_{int}. Les données brutes et filtrées sont présentées dans les figure (a) et (b). La probabilité d'échappement augmente des couleurs sombres aux couleurs claires. On observe distinctement des oscillations en fonction de Δt_{int} et leur fréquence varie avec le flux Φ_{int}.

La densité spectrale associée à ces oscillations cohérentes est présentée dans la figure 6.12. Pour chaque flux Φ_{int} un seul pic est présent au dessus de $200MHz$, correspondant à la fréquence des oscillations cohérentes. Les prédictions théoriques de $\nu_{coh} = \nu_+ - \nu_-$ extraites du spectre complet de l'hamiltonien $\hat{H}_{2D}$ sont en rouge et sont en très bon accord avec nos résultats expérimentaux. Nous confirmons ainsi que ces oscillations sont bien issues de l'échange successif d'une unique excitation du mode transverse avec deux excitations du mode longitudinal.

Discussion Ces oscillations s'amortissent rapidement et pour $\Delta t_{int} \geq 15ns$ elle ne sont typiquement plus visibles. Ce temps est beaucoup plus court que les temps T_1 et T_2 du mode transverse. Cet amortissement peut provenir de deux effets. Premièrement, le faible temps de relaxation du niveau $\left|2_\parallel\right\rangle$ (nous n'avons pas réussi à extraire expérimentalement ce temps dans notre échantillon). Deuxièmement, le probable couplage à un ou plusieurs TLS.

Le contraste maximum observé pour ces oscillations est de l'ordre de 10% à 12%. Plusieurs effets peuvent être à l'origine de ce faible contraste. Tout d'abord, le rapport entre le temps de monté τ de l'impulsion de flux et le temps caractéristique du couplage n'est que d'environ $(\tau\nu_{21}^c)^{-1} = 2.5$. Cette impulsion n'est alors pas entièrement non-adiabatique et l'état initial $\varphi(t=0)$ n'est plus l'état non-couplé $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$. D'autre part, se pose la question du contraste de la mesure entre les niveaux $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ et $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$. Cela revient à poser la question suivante : comment mesure t-on les états quantiques du mode transverse ? Proche de l'échappement, les états propres du système complet sont des mélanges complexe, des états propres de chacun des deux oscillateurs. En particulier, l'état $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ devient, sous l'effet du couplage, une superposition d'états avec comme principale contribution l'état $\left|0_\parallel, 1_\perp\right\rangle$ mais qui contient des contributions non-négligeables des états $\left|2_\parallel, 0_\perp\right\rangle$ et $\left|4_\parallel, 0_\perp\right\rangle$. L'étude quantitative du processus d'échappement n'a pas été effectuée et fera l'objet de travaux ultérieurs.

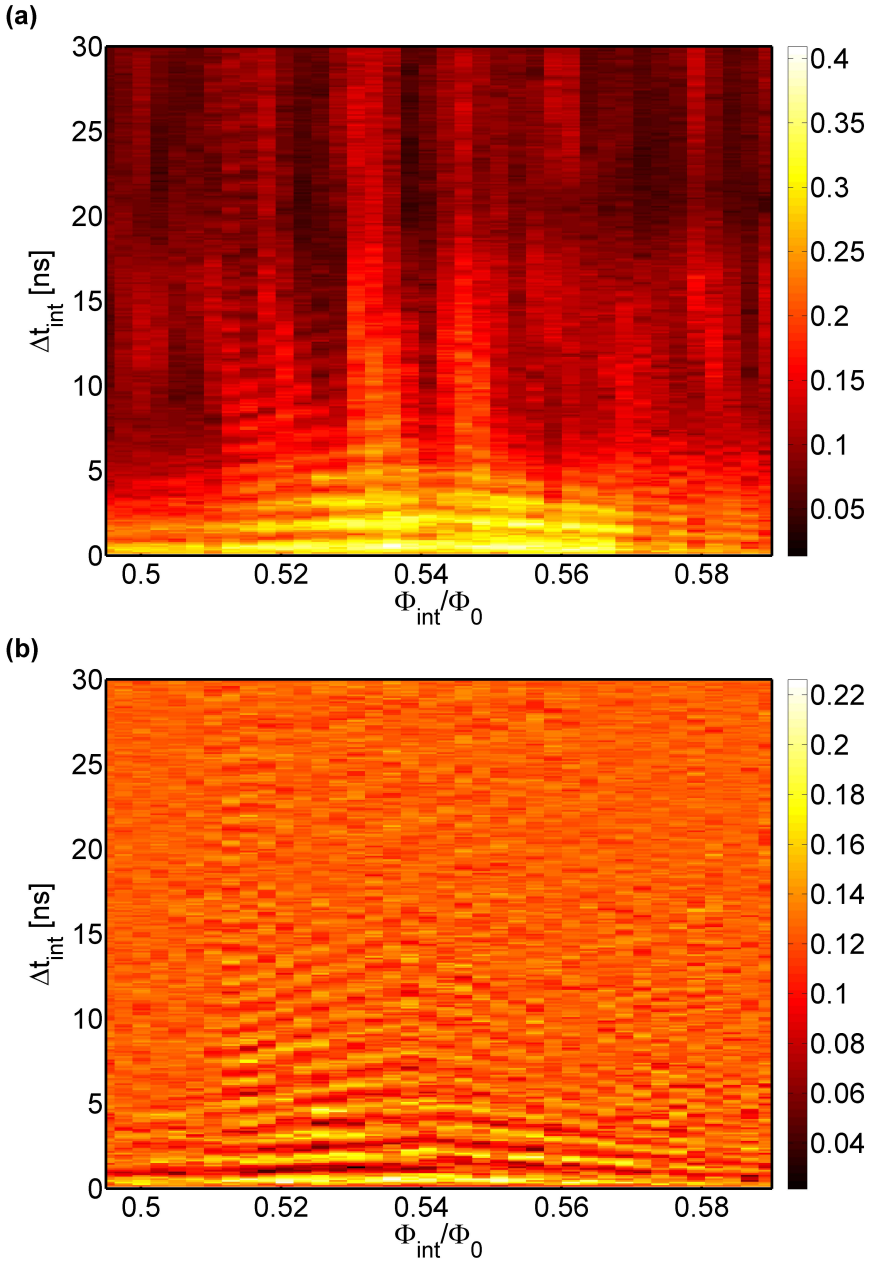


FIGURE 6.11 – Probabilité d'échappement en fonction du temps d'interaction Δt_{int} et du flux Φ_{int}. **(a)** données brutes. **(b)** données filtrée en dessous de $200MHz$.

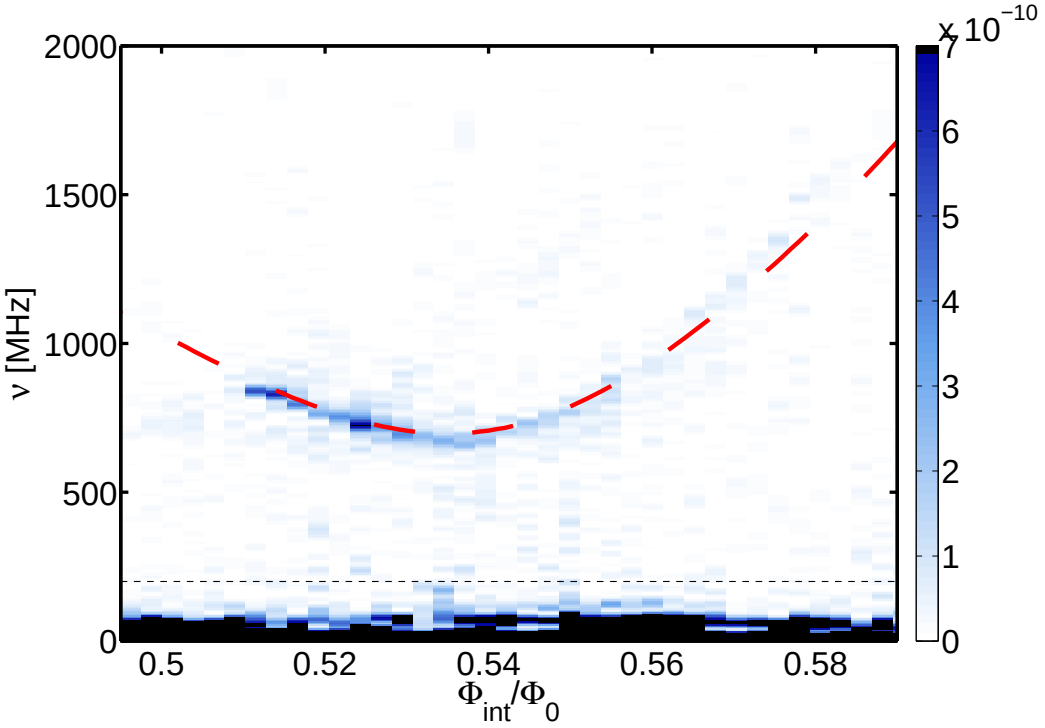


FIGURE 6.12 – Densité spectrale des oscillations cohérentes présentées dans la figure 6.11.a. La fréquence de coupure du filtre appliqué pour obtenir la figure 6.11.b est tracée en pointillé noir. Le code couleur est choisi de manière à rendre visible les pics au delà de $200MHz$. Les pics à basse fréquence sont donc "compressés". Les prédictions théoriques de $\nu_{coh} = \nu_+ - \nu_-$ en fonction du flux Φ_{int} sont en rouge.

Conclusion

Dans ce chapitre nous rapportons la première mesure de la quantification des niveaux d'énergies du mode transverse d'un dcSQUID. Nous avons ainsi mis en évidence qu'un dcSQUID dans la limite d'une grande inductance de boucle se comporte comme un atome artificiel à deux degrés de liberté.

La manipulation des états quantiques de ce mode d'oscillation nous a permis d'extraire un temps de cohérence $T_2^{Rabi} = 50ns$ et de relaxation $T_1 = 74ns$. Ces temps sont courts par rapport au prédictions théoriques. Nous imputons cela à la grande densité de systèmes à deux niveaux présents dans notre échantillon. La réduction de cette densité de défaut est donc encore une fois mise en avant comme étant de première importance.

Le spectre complet de cet atome artificiel a été mesuré par spectroscopie, en excellent accord avec le modèle théorique. En particulier, nous mettons en évidence le principal terme de couplage entre les deux modes. Celui-ci est un terme de couplage non-linéaire. Il couple une excitation du mode transverse avec deux excitations du mode longitudinal. L'amplitude de ce terme de couplage est seulement d'une décade inférieure aux fréquences plasma du dcSQUID. Il permet d'atteindre un régime de couplage fort. Nous avons ainsi pu assister à un processus d'échanges cohérents de quanta d'énergies entre deux degrés de liberté interne d'un circuit quantique supraconducteur.

Chapitre 7

Conclusion

Les travaux effectués au cours de ma thèse ont concerné l'étude de la dynamique quantique de l'état de phase d'un circuit supraconducteur à base de jonctions Josephson : le dc SQUID. Ce circuit est une boucle supraconductrice interrompue par deux jonctions Josephon.

La dynamique d'un dcSQUID est analogue à celle d'une particule évoluant dans un potentiel bi-dimensionnel. Cette dynamique a été étudiée dans deux régimes. Lorsque l'inductance de la boucle supraconductrice est faible devant l'inductance Josephson, la dynamique du dcSQUID est quasi-unidimensionnelle. Elle est alors analogue à celle d'un oscillateur anharmonique quantique. Lorsque l'inductance de la boucle supraconductrice est plus forte que l'inductance Josephson, la dynamique est bidimensionnelle.

Un partie importante de ma thèse a consisté à développer une nouvelle technique de fabrication de jonctions Josephson. Cette nouvelle technique permet de fabriquer des jonctions tunnels par évaporations sous angles sans avoir recours à un pont de résine suspendu. La disparition du pont suspendu augmente la résistance mécanique du masque de résine. Cela permet le nettoyage par RIE oxygène des fonds de résine, augmentant la qualité des jonctions. De plus, la gamme des tailles de jonctions accessibles est fortement augmentée, allant de la jonction nanométrique de $10^{-2}\mu m^2$ à la capacité de plus de $10^4\mu m^2$ sans modification du procédé.

Dans ce manuscrit, nous proposons un modèle simple qui explique une anomalie récurrente dans la caractéristique courant-tension (IV) des dcSQUID en aluminium. Cette anomalie est caractérisée par un pic de tension dans la branche à 2Δ de la caractéristique IV du SQUID pour un courant moitié du courant critique. Dans notre modèle l'hypothèse de base est que la température de la jonction augmente dans l'état dissipatif. Cela entraine une variation du gap supraconducteur et crée une caractéristique en "S", avec une zone de résistance négative. Lorsqu'on connecte deux jonctions en parallèle, une instabilité apparaît au point de bifurcation entre les régimes de résistance négative et positive. Au cours de la dépolarisation en courant du SQUID, on observe alors une dépolarisation *successive* des deux jonctions. L'anomalie à demi courant critique se produit lorsque une jonction est traversée par un courant très faible alors que le courant dans l'autre jonction est encore

proche du courant critique.

Nous avons présenté les mesures des lignes d'échappement dans nos échantillons. La mesure de probabilité d'échappement par impulsions de courant permet de mesurer l'échappement vers un état dissipatif. Dans la région de coexistence entre deux états de flux, cette mesure ne permet pas de mesurer l'échappement d'un état de flux vers l'autre état de flux. Nous avons donc mis au point une mesure en deux étapes mettant en jeu des impulsions de flux pour l'échappement suivies de la lecture de l'état de flux final par impulsion de courant. L'ajustement avec un modèle d'échappement, incluant la forme quartique du potentiel à courant nul, permet d'extraire avec une grande précision le courant critique des jonctions, l'inductance de la boucle du SQUID ainsi que leurs asymétries. Nous fixons ainsi tous les paramètres de l'Hamiltonien qui décrit le système.

Nous avons mesuré, par spectroscopie, la dépendance de la première fréquence de transition d'un dcSQUID en fonction du courant de polarisation. Nous avons montré qu'à courant nul, un dcSQUID est insensible au premier ordre au bruit en courant. La limitation du temps de cohérence dans les dcSQUID due au bruit en courant a donc été levée. A courant nul, les temps de cohérences sont alors principalement limités par le bruit en flux et la présence de systèmes à deux niveaux parasites. Les mesures d'oscillations cohérentes nous ont permis d'extraire des temps de cohérence $T_2 = 160ns$ et de relaxation $T_1 = 200ns$.

Dans la dernière partie nous avons étudié un atome artificiel à deux degrés de liberté. Celui-ci est un dcSQUID avec une grande inductance de boucle. Le degré de liberté dit longitudinal est bien connu et correspond à des oscillations du courant de polarisation. Pour la première fois des mesures de spectroscopie ont mis en évidence le second degré de liberté, correspondant à des oscillations du courant circulant (mode transverse). La manipulation des états quantiques de ce mode d'oscillation nous a permis d'extraire un temps de cohérence $T_2^{Rabi} = 50ns$ et de relaxation $T_1 = 74ns$.

La mesure du spectre complet de cet atome artificiel est en excellent accord avec le modèle théorique. Ces mesures mettent en évidence l'existence d'un couplage non-linéaire entre les deux modes d'oscillation du dcSQUID. Il couple une excitation du mode transverse avec deux excitations du mode longitudinal. L'amplitude de ce terme de couplage est d'environ de $700MHz$. On peut alors étudier le régime de couplage fort. Nous avons ainsi pu mettre en évidence un processus d'échange cohérent de quanta d'énergies entre deux degrés de liberté interne d'un circuit quantique supraconducteur.

Perspectives

Les résultats obtenus pendant cette thèse constituent la première observation expérimentale du caractère bidimensionnel d'un dcSQUID. Afin de mettre à profit le spectre énergétique de cet atome artificiel à deux degrés de libertés il parait nécessaire d'augmenter dans un premier temps les temps de cohérence dans nos circuits (1). Ensuite il sera possible d'insérer un dcSQUID dans le régime bidimensionnel au sein d'un cavité micro-onde (2).

Enfin la comprehension complète des caractéristiques IV de nos dcSQUID nécessite l'étude d'un modèle microscopique et quantitatif décrivant la caractéristique en "S" d'une jonction unique (3).

(1) Augmentation des temps de cohérences La décohérence dans nos circuits est principalement due aux systèmes à deux niveaux parasites et au bruit de flux.

La réduction du nombres de systèmes à deux niveaux parasites, présents principalement dans la barrière d'oxyde de la jonction, sera obtenue par une réduction de la taille des jonctions. L'objectif est d'aller vers la jonction la plus petite possible. Au dela de l'aspect technique lié à la résolution de la lithographie, la taille minimale sera limitée par la valeur de courant critique désirée et l'oxydation minimale qu'il sera possible de réaliser. La diminution de la capacité de la jonction sera compensée par le rajout d'une capacité en parallèle. La technologie de fabrication de la capacité dépendra de la valeur de celle-ci (capacité interdigitée, pour les petites capacités, ou plane, pour les grandes capacités, necessitant un effort sur la qualité du diélectrique utilisé).

L'origine du bruit de flux n'est pas encore certaine. Sa réduction répresente donc un défi de taille. Il est cependant possible de travailler au véritable point optimal d'un dcSQUID : le point de polarisation nul, en courant *et en flux*. Le système est en ce point insensible au bruit en courant et au bruit en flux. Cette solution n'avait pas jusqu'ici été évoquée car la technique de mesure présentée dans ce manuscrit (échappement par impulsions nanoseconde de flux) n'était pas adaptée pour travailler en ce point de polarisation. L'insertion d'un dcSQUID dans une cavité micro-onde offre la possibilité de mettre au point un système de mesure efficace en ce point de travail optimal.

(2) Electrodynamique quantique dans une cavité micro-onde couplée à un atome articiel bidimensionnel L'éventualité de pouvoir coupler un système à deux degrés de liberté et une cavité micro-onde est très attirante.

Dans un premier temps cela permettrait la mise au point d'une technique de mesure très efficace. Dans un circuit optimisé l'unique terme de couplage entre les deux mode du dcSQUID non nul au point optimal, $\hat{X}_{\parallel}^{2}\hat{Y}_{\perp}^{2}$, peut atteindre plusieurs centaines de MHz. Cela induit que la fréquence de transition du mode transverse varie de plusieur centaine de MHz lorsque le mode longitudinal passe dans son état excité. Ainsi en sondant au travers de la cavité micro-onde la première transition du mode transverse il est possible d'obtenir de manière non destructive l'état du mode longitudinal, avec un trés bon contraste.

Une fois cette technique de mesure mise au point il sera possible de travailler au point optimal, puis de s'orienter vers des expériences à plusieurs atomes artificiels bidimensionnels couplés ou vers des expériences mettant à profit le diagramme énergétique complexe du dcSQUID, comme celle d'Electromagnetically Induced Transparency. Dans cette expérience la puissance transmise par le résonateur micro-onde à une fréquence donnée peut être controlée par l'application d'un signal de pompe de fréquence différente, qui régle ainsi la "transparence" du système.

(3) Modèle microscopique pour les caractéristiques IV Dans le modèle présenté dans ce manuscrit les quasi-particules sont localisées au niveaux des jonctions et se thermalisent via les phonons dans l'aluminium. A haute température ce modèle semble bien décrire les résultats expérimentaux, mais une large déviation est observée à basse température. Afin de comprendre cette déviation, il est clair qu'un nouveau modèle doit prendre en compte un certain nombre de phénomènes jusqu'ici occultés. Tout d'abord la longueur typique de diffusion des quasi-particules dans un supraconducteur peut-être de l'ordre de la taille du dcSQUID. Cela implique, d'une part, que le volume considéré dans les processus de thermalisation est bien plus grand que celui des jonctions seules et d'autre part, que les jonctions ne sont pas indépendantes l'une de l'autre. Un deuxième aspect qui doit être traité concerne le processus de thermalisation en lui même. En effet celui dépend de la distribution en énergie des quasi-particules. A basse température, au niveau de l'anomalie dans la caractéristique IV, toute les quasi-particules sont concentrées au niveau du gap supraconducteur. Leur distribution change avec la temperature, influant sur les processus de relaxation. Les points soulevés ici necessitent de mesurer les caractéristiques courant-tension de jonctions Josephson de géométries différentes (avec ou sans piège à quasi-particules métallique, avec des fils de connection de taille et largeur variable, avec ou sans résistance de shunt, etc...) et en fonction de la température.

Bibliographie

[1] N. Roch, S. Florens, V. Bouchiat, W. Wernsdorfer, and F. Balestro, "Quantum phase transition in a single-molecule quantum dot," *Nature*, vol. 453, no. 7195, p. 633, 2008. 1

[2] H. Song, Y. Kim, Y. H. Jang, H. Jeong, M. A. Reed, and T. Lee, "Observation of molecular orbital gating," *Nature*, vol. 462, no. 7276, pp. 1039–1043, 2009. 1

[3] K. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Y. V. Nazarov, and L. M. K. Vandersypen, "Coherent control of a single electron spin with electric fields," *Science*, vol. 318, pp. 1430–1433, 2007. 1, 2

[4] B. D. Josephson, "Possible new effects in superconductive tunnelling," *Physics Letters*, vol. 1, no. 7, pp. 251–253, 1962. 1, 14, 15

[5] P. Bunyk, K. Likharev, and D. Zinoviev, "Rsfq technology : physics and devices," *International journal of high speed electronics and systems*, vol. 11, pp. 257–306, 2001. 1

[6] J. Clarke and A. I. Braginski, *The SQUID Handbook, Vol. II : Applications of SQUIDs and SQUID Systems.* Wiley-VCH, 2004. 1, 3

[7] C. A. Hamilton, "Josephson voltage standards," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 71, no. 10, pp. 3611–3623, Oct. 2000. 1

[8] R. F. Voss and R. A. Webb, "Macroscopic quantum tunneling in 1-mu-m nb josephson-junctions," *Physical Review Letters*, vol. 47, no. 4, pp. 265–268, 1981. 1, 65

[9] M. H. Devoret, J. M. Martinis, and J. Clarke, "Measurements of macroscopic quantum tunneling out of the zero-voltage state of a current-biased josephson junction," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, no. 18, p. 1908, Oct. 1985. 1

[10] J. M. Martinis, M. H. Devoret, and J. Clarke, "Energy-level quantization in the zero-voltage state of a current-biased josephson junction," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, no. 15, pp. 1543–, Oct. 1985. 2

[11] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. S. Tsai, "Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box," *Nature*, vol. 398, no. 6730, pp. 786–788, 1999. 2

[12] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information.* Cambridge University Press, 2004. 2

[13] D. L. Moehring, P. Maunz, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich, L. M. Duan, and C. Monroe, "Entanglement of single-atom quantum bits at a distance," *Nature*, vol. 449, pp. 68–U48, 2007. 2

[14] L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood, and I. L. Chuang, "Experimental realization of shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance," *Nature*, vol. 414, no. 6866, pp. 883–887, 2001. 2

[15] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, "Colloquium : Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity," *Reviews of Modern Physics*, vol. 73, no. 3, pp. 565–582, Jul. 2001. 2

[16] J. M. Martinis, K. B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K. D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D. P. Pappas, R. W. Simmonds, and C. C. Yu, "Decoherence in josephson qubits from dielectric loss," *Physical Review Letters*, vol. 95, no. 21, p. 210503, 2005. 2, 106, 110

[17] M. Steffen, M. Ansmann, R. McDermott, N. Katz, R. C. Bialczak, E. Lucero, M. Neeley, E. M. Weig, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "State tomography of capacitively shunted phase qubits with high fidelity," *Physical Review Letters*, vol. 97, no. 5, p. 050502, 2006. 2, 106, 111

[18] A. Blais, R. S. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits : An architecture for quantum computation," *Physical Review A*, vol. 69, no. 6, p. 062320, 2004. 2

[19] M. Neeley, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Hofheinz, N. Katz, E. Lucero, A. O'Connell, H. Wang, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "Transformed dissipation in superconducting quantum circuits," *Physical Review B*, vol. 77, no. 18, p. 180508, 2008. 2

[20] I. M. Pop, I. Protopopov, F. Lecocq, Z. Peng, B. Pannetier, O. Buisson, and W. Guichard, "Measurement of the effect of quantum phase slips in a josephson junction chain," *Nature Physics*, vol. 6, no. 8, pp. 589–592, 2010. 2

[21] S. Gladchenko, D. Olaya, E. Dupont-Ferrier, B. Doucot, L. B. Ioffe, and M. E. Gershenson, "Superconducting nanocircuits for topologically protected qubits," *Nature Physics*, vol. 5, no. 1, pp. 48–53, 2009. 2

[22] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret, "Manipulating the quantum state of an electrical circuit," *Science*, vol. 296, no. 5569, pp. 886–889, 2002. 2

[23] G. Burkard, D. P. DiVincenzo, P. Bertet, I. Chiorescu, and J. E. Mooij, "Asymmetry and decoherence in a double-layer persistent-current qubit," *Physical Review B*, vol. 71, no. 13, p. 134504, 2005. 2

[24] A. A. Houck, J. Koch, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Life after charge noise : recent results with transmon qubits," *Quantum Information Processing*, vol. 8, no. 2-3, pp. 105–115, 2009. 2

[25] Y. A. Pashkin, T. Yamamoto, O. Astafiev, Y. Nakamura, D. V. Averin, and J. S. Tsai, "Quantum oscillations in two coupled charge qubits," *Nature*, vol. 421, no. 6925, pp. 823–826, Feb. 2003. 2

[26] P. R. Johnson, F. W. Strauch, A. J. Dragt, R. C. Ramos, C. J. Lobb, J. R. Anderson, and F. C. Wellstood, "Spectroscopy of capacitively coupled josephson-junction qubits," *Physical Review B*, vol. 67, no. 2, p. 020509, Jan. 2003. 2

[27] J. B. Majer, F. G. Paauw, A. C. J. ter Haar, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij, "Spectroscopy on two coupled superconducting flux qubits," *Physical Review Letters*, vol. 94, no. 9, p. 090501, 2005. 2

[28] J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, J. Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Coupling superconducting qubits via a cavity bus," *Nature*, vol. 449, no. 7161, pp. 443–447, 2007. 2, 3

[29] A. Fay, E. Hoskinson, F. Lecocq, L. P. Levy, F. W. J. Hekking, W. Guichard, and O. Buisson, "Strong tunable coupling between a superconducting charge and phase qubit," *Physical Review Letters*, vol. 100, no. 18, p. 187003, 2008. 2

[30] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R. S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics," *Nature*, vol. 431, no. 7005, pp. 162–167, 2004. 3

[31] I. Siddiqi, R. Vijay, M. Metcalfe, E. Boaknin, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf, and M. H. Devoret, "Dispersive measurements of superconducting qubit coherence with a fast latching readout," *Physical Review B*, vol. 73, 2006. 3

[32] N. Boulant, G. Ithier, P. Meeson, F. Nguyen, D. Vion, D. Esteve, I. Siddiqi, R. Vijay, C. Rigetti, and F. Pierre, "Quantum nondemolition readout using a josephson bifurcation amplifier," *Physical Review B*, vol. 76, no. 1, p. 014525, 2007. 3, 88

[33] F. Mallet, F. R. Ong, A. Palacios-Laloy, F. Nguyen, P. Bertet, D. Vion, and D. Esteve, "Single-shot qubit readout in circuit quantum electrodynamics," *Nature Physics*, vol. 5, no. 11, pp. 791–795, 2009. 3, 88

[34] M. A. Sillanpaa, J. I. Park, and R. W. Simmonds, "Coherent quantum state storage and transfer between two phase qubits via a resonant cavity," *Nature*, vol. 449, no. 7161, pp. 438–442, 2007. 3

[35] A. A. Houck, D. I. Schuster, J. M. Gambetta, J. A. Schreier, B. R. Johnson, J. M. Chow, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Generating single microwave photons in a circuit," *Nature*, vol. 449, pp. 328–331, 2007. 3

[36] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique quantique*, Hermann, Ed., 1997, vol. 1. 3

[37] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, "Quantum dynamics of single trapped ions," *Reviews of Modern Physics*, vol. 75, no. 1, pp. 281–324, Jan. 2003. 3

[38] F. Jelezko, T. Gaebel, I. Popa, A. Gruber, and J. Wrachtrup, "Observation of coherent oscillations in a single electron spin," *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 7, p. 076401, Feb. 2004. 3

[39] F. Jelezko, T. Gaebel, I. Popa, M. Domhan, A. Gruber, and J. Wrachtrup, "Observation of coherent oscillation of a single nuclear spin and realization of a two-qubit conditional quantum gate," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 13, p. 130501, Sep. 2004. 3

[40] R. Blatt and D. Wineland, "Entangled states of trapped atomic ions," *Nature*, vol. 453, no. 7198, pp. 1008–1015, Jun. 2008. 3

[41] R. C. Jaklevic, J. E. Mercereau, J. J. Lambe, and A. H. Silver, "Quantum interference from static vector potential in field-free region," *Physical Review Letters*, vol. 12, no. 11, p. 274, 1964. 3

[42] R. C. Jaklevic, A. H. A. H. Silver, J. Lambe, and J. E. Mercereau, "Quantum interference effects in josephson tunneling," *Physical Review Letters*, vol. 12, no. 7, p. 159, 1964. 3

[43] V. Lefevre-Seguin, E. Turlot, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret, "Thermal activation of a hysteretic dc superconducting quantum interference device from its different zero-voltage states," *Phys. Rev. B*, vol. 46, no. 9, pp. 5507–, Sep. 1992. 3, 18, 19, 74

[44] J. Claudon, F. Balestro, F. W. J. Hekking, and O. Buisson, "Coherent oscillations in a superconducting multilevel quantum system," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 18, p. 187003, 2004. 5, 87, 99

[45] J. Claudon, A. Zazunov, F. W. J. Hekking, and O. Buisson, "Rabi-like oscillations of an anharmonic oscillator : Classical versus quantum interpretation," *Physical Review B*, vol. 78, no. 18, p. 184503, 2008. 5, 99, 100, 105

[46] E. Hoskinson, F. Lecocq, N. Didier, A. Fay, F. W. J. Hekking, W. Guichard, O. Buisson, R. Dolata, B. Mackrodt, and A. B. Zorin, "Quantum dynamics in a camelback potential of a dc squid," *Physical Review Letters*, vol. 102, no. 9, p. 097004, 2009. 5

[47] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, "Theory of superconductivity," *Physical Review*, vol. 108, no. 5, pp. 1175–1204, 1957. 13

[48] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity : Second Edition (Dover Books on Physics) (Vol i)*, 2nd ed. Dover Publications, June 2004. 17, 66, 67

[49] M. Gurvitch, M. A. Washington, and H. A. Huggins, "High-quality refractory josephson tunnel-junctions utilizing thin aluminum layers," *Applied Physics Letters*, vol. 42, no. 5, pp. 472–474, 1983. 38

[50] G. J. Dolan, "Offset masks for lift-off photoprocessing," *Applied Physics Letters*, vol. 31, no. 5, pp. 337–339, 1977. 38, 40

[51] R. Dolata, H. Scherer, A. B. Zorin, and J. Niemeyer, "Single-charge devices with ultrasmall nb/alox/nb trilayer josephson junctions," *Journal of Applied Physics*, vol. 97, 2005. 38, 39

[52] I. M. Pop, "Quantum phase-slips in josephson junction chains," Ph.D. dissertation, Université de Grenoble, 2011, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 41

[53] M. A. McCord and M. J. Rooks, *Microlithography, Micromachining and Microfabrication. Volume 1 : Microlithography. Chapter 2.*, P. Rai-Choudhury, Ed., 1997. 48

[54] B. Cord, C. Dames, and K. K. Berggren, "Robust shadow-mask evaporation via lithographically controlled undercut," *Journal of Vacuum Science & Technology B*, vol. 24, pp. 3139–3143, 2006. 49

[55] S. Yasin, D. G. Hasko, and H. Ahmed, "Comparison of mibk/ipa and water/ipa as pmma developers for electron beam nanolithography," *Microelectronic Engineering*, vol. 61-2, pp. 745–753, 2002. 49

[56] L. E. Ocola and A. Stein, "Effect of cold development on improvement in electron-beam nanopatterning resolution and line roughness," *Journal of Vacuum Science & Technology B*, vol. 24, no. 6, pp. 3061–3065, 2006. 49

[57] A. Potts, G. J. Parker, J. J. Baumberg, and P. A. J. de Groot, "Cmos compatible fabrication methods for submicron josephson junction qubits," *Iee Proceedings-science Measurement and Technology*, vol. 148, no. 5, pp. 225–228, 2001. 51

[58] F. Balestro, "Dynamique quantique d'un squid-dc," Ph.D. dissertation, Université Joseph Fourier, 2003, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 54, 61, 67

[59] J. Claudon, "Oscillations cohérentes dans un circuit quantique supraconducteur : le squid dc," Ph.D. dissertation, Université Joseph Fourier, 2005, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 54, 67, 91, 105, 149

[60] A. Fay, "Couplage variable entre un qubit de charge et un qubit de phase," Ph.D. dissertation, Université Joseph Fourrier, 2008, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 54, 67, 91, 105

[61] K. Gupta, R. Garg, and B. I.J., *Microstrip lines and slotlines.* Artech House, 1979. 61

[62] F. Sharifi, J. L. Gavilano, and D. J. Vanharlingen, "Macroscopic quantum tunneling and thermal-activation from metastable states in a dc squid," *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 6, pp. 742–745, 1988. 65

[63] S. X. Li, Y. Yu, Y. Zhang, W. Qiu, S. Han, and Z. Wang, "Quantitative study of macroscopic quantum tunneling in a dc squid : A system with two degrees of freedom," *Physical Review Letters*, vol. 89, no. 9, p. 098301, 2002. 65

[64] F. Balestro, J. Claudon, J. P. Pekola, and O. Buisson, "Evidence of two-dimensional macroscopic quantum tunneling of a current-biased dc squid," *Physical Review Letters*, vol. 91, no. 15, p. 158301, 2003. 65, 75

[65] V. Ambegaokar and A. Baratoff, "Tunneling between superconductors," *Physical Review Letters*, vol. 10, no. 11, pp. 486–&, 1963. 67

[66] Q. Le Masne, "Asymmetric current fluctuations and andreev states probed with a josephson junction," Ph.D. dissertation, Université Paris 6 - Pierre et Marie Curie, 2009, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 67, 72

[67] J. M. Kivioja, T. E. Nieminen, J. Claudon, O. Buisson, F. W. J. Hekking, and J. P. Pekola, "Weak coupling josephson junction as a current probe : effect of dissipation on escape dynamics," *New Journal of Physics*, vol. 7, p. 179, Aug. 2005. 67

[68] F. C. Wellstood, C. Urbina, and J. Clarke, "Hot-electron effects in metals," *Physical Review B*, vol. 49, no. 9, pp. 5942–5955, Mar. 1994. 70

[69] A. J. Manninen, J. K. Suoknuuti, M. M. Leivo, and J. P. Pekola, "Cooling of a superconductor by quasiparticle tunneling," *Applied Physics Letters*, vol. 74, no. 20, pp. 3020–3022, May 1999. 70, 72

[70] D. B. Tuckerman and J. H. MargerleinN, "Resonances in symmetric josephson interferometers," *Applied Physics Letters*, vol. 37, no. 2, pp. 241–243, 1980. 73

[71] H. Brinkman, "Brownian motion in a field of force and the diffusion theory of chemical reactions. ii," *Physica*, vol. 22, no. 1-5, pp. 149–155, 1956. 74

[72] A. O. Caldeira and A. J. Leggett, "Quantum tunnelling in a dissipative system," *Annals of Physics*, vol. 149, no. 2, pp. 374–456, 1983. 75

[73] N. Didier, "The josephson effect in superconductors and quantum gases," Ph.D. dissertation, Université Joseph Fourier, 2009, (consultable sur le site http ://tel.archives-ouvertes.fr). 76, 77

[74] J. Claudon, A. Fay, L. P. Levy, and O. Buisson, "Decoherence processes in a current biased dc squid," *Physical Review B*, vol. 73, no. 18, p. 180502, 2006. 87

[75] M. H. devoret and J. M. Martinis, "Implementing qubits with superconducting integrated circuits," pp. 163–203, 2004. 88

[76] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, M. Metcalfe, C. Rigetti, L. Frunzio, and M. H. Devoret, "Rf-driven josephson bifurcation amplifier for quantum measurement," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 20, p. 207002, 2004. 88

[77] K. B. Cooper, M. Steffen, R. McDermott, R. W. Simmonds, S. Oh, D. A. Hite, D. P. Pappas, and J. M. Martinis, "Observation of quantum oscillations between a josephson phase qubit and a microscopic resonator using fast readout," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 18, p. 180401, 2004. 88

[78] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, L. Frunzio, M. Metcalfe, C. Rigetti, R. J. Schoelkopf, M. H. Devoret, D. Vion, and D. Esteve, "Direct observation of dynamical bifurcation between two driven oscillation states of a josephson junction," *Physical Review Letters*, vol. 94, no. 2, p. 027005, 2005. 88

[79] A. Lupascu, C. J. M. Verwijs, R. N. Schouten, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij, "Nondestructive readout for a superconducting flux qubit," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 17, p. 177006, 2004. 88

[80] J. Claudon, A. Fay, E. Hoskinson, and O. Buisson, "Nanosecond quantum state detection in a current-biased dc squid," *Physical Review B*, vol. 76, p. 024508, 2007. 88, 90

[81] G. Ithier, E. Collin, P. Joyez, P. J. Meeson, D. Vion, D. Esteve, F. Chiarello, A. Shnirman, Y. Makhlin, J. Schriefl, and G. Schon, "Decoherence in a superconducting quantum bit circuit," *Physical Review B*, vol. 72, p. 134519, 2005. 91

[82] B. Cagnac and J.-P. Faroux, *Lasers*, C. éditions, Ed. EDP sciences, 2002. 101

[83] M. Neeley, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Hofheinz, N. Katz, E. Lucero, A. O'Connell, H. Wang, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "Process tomography of quantum memory in a josephson-phase qubit coupled to a two-level state," *Nature Physics*, vol. 4, no. 7, pp. 523–526, 2008. 106

[84] A. Lupascu, P. Bertet, E. F. C. Driessen, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij, "One- and two-photon spectroscopy of a flux qubit coupled to a microscopic defect," *Physical Review B*, vol. 80, no. 17, p. 172506, 2009. 106

[85] J. Lisenfeld, C. Muller, J. H. Cole, P. Bushev, A. Lukashenko, A. Shnirman, and A. V. Ustinov, "Rabi spectroscopy of a qubit-fluctuator system," *Physical Review B*, vol. 81, no. 10, p. 100511, 2010. 106, 108

[86] ——, "Measuring the temperature dependence of individual two-level systems by direct coherent control," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, no. 23, pp. 230 504–, Dec. 2010. 106

[87] P. Bushev, C. Muller, J. Lisenfeld, J. H. Cole, A. Lukashenko, A. Shnirman, and A. V. Ustinov, "Multiphoton spectroscopy of a hybrid quantum system," *Physical Review B*, vol. 82, no. 13, p. 134530, 2010. 106

[88] J. H. Cole, C. Muller, P. Bushev, G. J. Grabovskij, J. Lisenfeld, A. Lukashenko, A. V. Ustinov, and A. Shnirman, "Quantitative evaluation of defect-models in superconducting phase qubits," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 97, no. 25, pp. 252 501–3, Dec. 2010. 106

[89] A. D. O'Connell, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Hofheinz, N. Katz, E. Lucero, C. McKenney, M. Neeley, H. Wang, E. M. Weig, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "Microwave dielectric loss at single photon energies and millikelvin temperatures," *Applied Physics Letters*, vol. 92, no. 11, 2008. 111

[90] J. Martinis, "Superconducting phase qubits," pp. 81–103, 2009. 113

[91] T. Yamamoto, M. Neeley, E. Lucero, R. C. Bialczak, J. Kelly, M. Lenander, M. Mariantoni, A. D. O'Connell, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, Y. Yin, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "Quantum process tomography of two-qubit controlled-z and controlled-not gates using superconducting phase qubits," *Physical Review B*, vol. 82, no. 18, p. 184515, 2010. 113

[92] P. Bertet, S. Osnaghi, P. Milman, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, "Generating and probing a two-photon fock state with a single atom in a cavity," *Physical Review Letters*, vol. 88, no. 14, p. 143601, Apr. 2002. 124

[93] W. Vogel and R. L. Dematos, "Nonlinear jaynes-cummings dynamics of a trapped ion," *Physical Review A*, vol. 52, no. 5, pp. 4214–4217, 1995. 124

ANNEXES

Annexe A

Paramètres des dcSQUIDs S_{QB} et S_{2D}

	notation	S_{QB}	S_{2D}
Paramètres des dcSQUIDs			
Courant critique par jonction	I_c	5.61 μA	0.713 μA
Capacité par jonction	C	250.4 fF	510 fF
Inductance de la boucle	L_S	18.7 pH	629.8 pH
Asymétrie de courant critique	α	0.72 %	0.24 %
Asymétrie d'inductance	η	72 %	10.1 %
Résistance normal par jonction	R_N^{JJ}	316 Ω	484 Ω
Surface du SQUID	S_{SQUID}	$190\mu m^2$	$900\mu m^2$
Grandeur caractéristique			
Paramètre de bidimensionnalité	b	3.05	0.733
Energie Josephson par jonction	E_J/k_b	72.7 K	17 K
Energie de charge par jonction	E_C/k_b	14.8 mK	7.3 mK
Environnement proche			
Inductance des amenées de courant	L_{oc}	6.6 nH	15.7 nH
Capacité plane de filtrage	C_{oc}	100 pF	260 pF
Mutuelle avec la bobine dc	M_{bob}	$0.063pH$	$7.7pH$
Mutuelle avec l'antenne de flux	M_Φ	$0.2pH$	$5.38pH$
Mutuelle de la ligne de courant MO	M_I	$10pH$	$60pH$
Mutuelle parasite	M_p	non estimée	$7.5pH$

Annexe B

Calcul des inductances cinétiques

Soit $\lambda_{L,s}$ la longueur de pénétration magnétique dans le matériaux. On peut montrer que l'inductance cinétique L_K d'un fil de longueur l et de section S s'écrit, dans la limite $\lambda_{L,s} \gg S$, [59] :

$$L_K = \mu_0 \lambda_{L,s}^2 \frac{l}{S} \tag{B.1}$$

$\lambda_{L,s}$ est reliée à la longueur de pénétration magnétique dans le matériaux pur, λ_L, par la relation :

$$\lambda_{L,s} = \lambda_L \sqrt{\frac{\xi_0}{l^*}} \tag{B.2}$$

où ξ_0 est la longueur de cohérence du matériau en l'absence d'impuretés et l^* le libre parcours moyen des électrons. Le produit $k = \rho l^*$ est constant pour un matériau donné. On peut alors relier L_K à la resistance R_N des lignes dans l'état normal :

$$L_K = (\mu_0 \lambda_L^2 \xi_0 k^{-1}) \times R_N \tag{B.3}$$

On relie ξ_0 à la longueur de cohérence du matériau massif, $\xi_{0,b}$, :

$$\frac{\xi_0}{\xi_{0,b}} = \frac{\Delta_b}{\Delta} \tag{B.4}$$

où Δ_b est le gap du matériaux massif et Δ le gap mesuré dans l'échantillon considéré. Les valeurs pour l'aluminium et la niobium sont présenté dans le tableau suivant :

	Aluminium, échantillon S_{2D}	Niobium, échantillon S_{QB}
λ_L	$16nm$	$39nm$
$\xi_{0,b}$	$1.6\mu m$	$38nm$
k	$4.1 \times 10^{-16}\Omega m^2$	$7.2 \times 10^{-16}\Omega m^2$
Δ_b	$170\mu eV$	$1.525meV$
Δ(mesuré)	$210\mu eV$	$1.2meV$
L_K/R_N	$1.1nH/k\Omega$	$0.13nH/k\Omega$

Annexe C

Oscillations parasites du filtre LC

La figure C.1 réprésente un schéma du SQUID et de son environnement proche. L'antenne de polarisation en flux est couplée via une mutuelle M_Φ au SQUID et via une mutuelle parasite M_p au lignes de polarisation en courant BF. L'antenne de courant HF est couplée via une mutuelle M_I au lignes de courant BF.

Nous discutons dans cette partie de l'effet du couplage parasite entre l'antenne de flux et les lignes de polarisation en courant BF. Cet effet dépend des fréquences qui composent le spectre du signal $I_\Phi(t)$ par rapport à la fréquence du filtre LC, ν_{env}.

Lorsque le spectre du signal $I_\Phi(t)$ ne contient que des fréquences basses par rapport à ν_{env}, le couplage parasite n'a aucun effet car la capacité est un circuit ouvert. Pour des excitations micro-onde en flux ($\nu_{mo} \gg \nu_{env}$) le flux parasite $\Phi_{parasite}(t) = M_p I_\Phi(t)$ crée un courant $I_p(t) = \Phi_{parasite}(t)/L_{oc}$ ($M_p \ll L_{oc}$).

Lorsque le temps de montée τ d'une impulsion de flux s'approche du temps caractéristique du filtre LC, $\tau^{-1} \geq \nu_{env}$, on observe un régime transitoire. Ce régime est caractérisé par des oscillations amorties du courant $I_p(t)$ à la fréquence ν_{env}.

La figure C.2 montre la mesure du régime transitoire du filtre LC. Le SQUID est polarisé à $I_p = 0$ et $\Phi_p = 0.4\Phi_0$. On applique une impulsion de flux $\delta\Phi$ dans le SQUID, de temps de montée τ. Au flux de polarisation $\Phi_p + \delta\Phi = 0.55\Phi_0$ la probabilité d'échappement est négligeable. Aprés un temps Δt on applique une impulsion rapide de flux (temps de montée $3ns$, durée $5ns$) qui provoque l'échappement du SQUID.

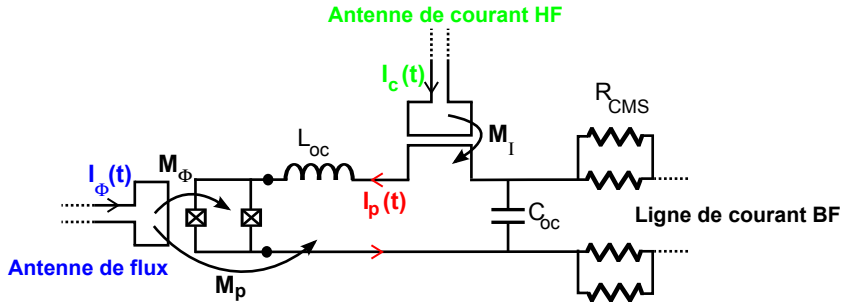


FIGURE C.1 – Schéma de l'environnement electrique proche du SQUID.

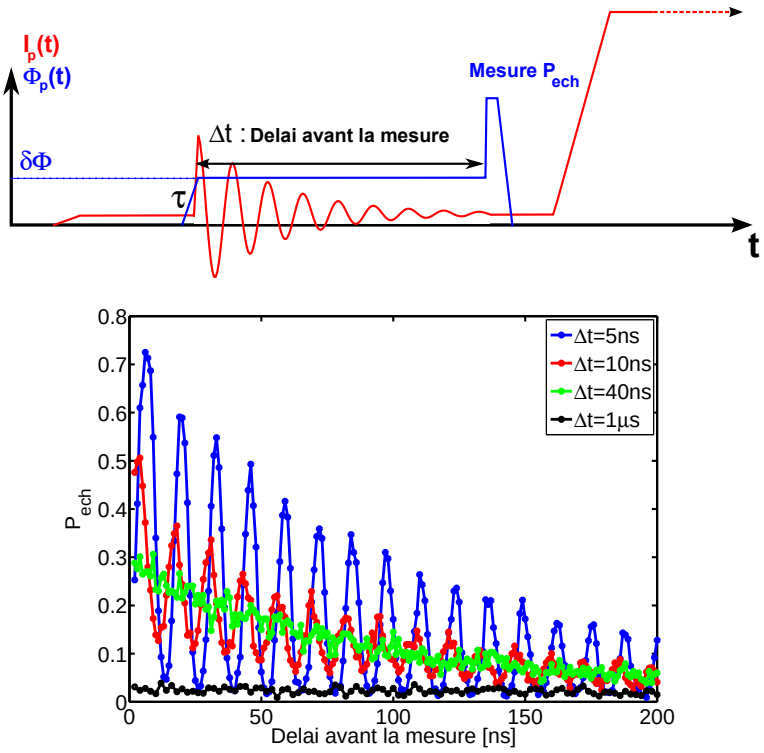


FIGURE C.2 – Mesure du régime transitoire du filtre LC pour quatre temps de montée de l'impulsion de flux.

La figure C.2 représente la probabilité d'échappement en fonction du delai avant la mesure, Δt, pour quatre temps de montée τ de l'impulsion de flux $\delta\Phi$. Pour $\tau = 1\mu s \gg \nu_{env}^{-1}$, on observe une probabilité d'échappement constante en fonction de Δt. Cette probabilité vaut $P_{ech} = 3\%$. Elle correspond à la probabilité d'échappement de l'impulsion de mesure seule. Lorsqu'on diminue le temps de montée τ de l'impulsion de flux $\delta\Phi$ des oscillations parasites de courant apparaissent. Le courant de polarisation au moment de la mesure d'échappement varie. On observe des oscillations de la probabilité d'échappement à la fréquence de l'environnement $\nu_{env}^{-1} \approx 12ns$. Plus τ est court plus l'amplitude des oscillations de courant est grande. Pour $\tau = 5ns$ les oscillations de P_{ech} correspondent à des oscillations de courant d'environ $20nA$. On peut extraire la valeur de la mutuelle parasite $M_p = 7.5pH$.

La mesures des oscillations cohérentes entre le mode longitudinal et le mode transverse, présentées dans le chapitre 6, nécessite d'utiliser des impulsions de flux telles que $\tau^{-1} \gg \nu_{21}^c$. Pour $\nu_{21}^c \approx 650MHz$ on obtient $\tau \ll 1.5ns$. Nous utilisons $\tau = 0.5ns$ et cette impulsion crée de fortes oscillations de courant au cours des oscillations cohérentes. Ces oscillations parasites ont pour effet de diminuer le temps d'amortissement des oscillations cohérentes d'une part et perturbe la mesure d'autre part. En effet les oscillations cohérentes créent des oscillations de la probabilité d'échappement d'environ 5% à 10%, à une fréquence $\nu_{21}^c \approx 650MHz$ (voir figure 6.10). Les oscillations de courant parasites créent quant à elles

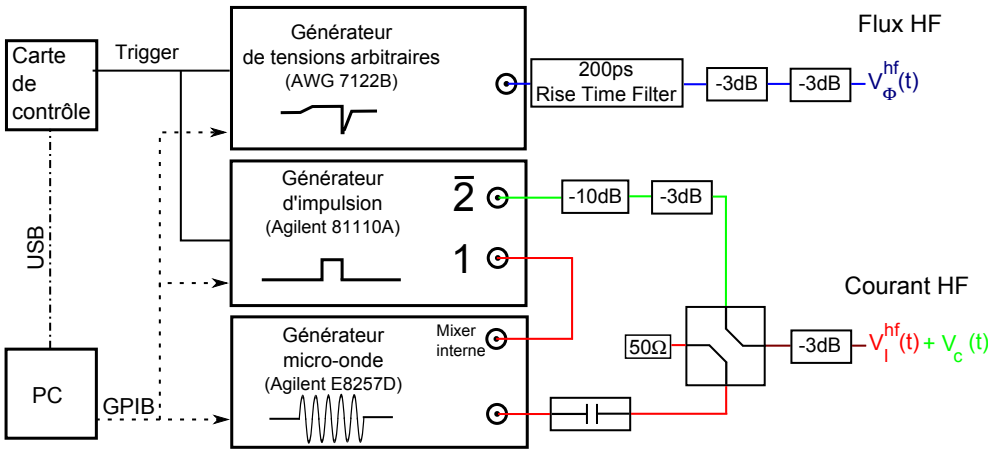


FIGURE C.3 – Schéma de principe pour la génération des signaux haute fréquence. Une impulsion dc $V_c(t)$ est ajoutée au signal micro-onde $V_I^{HF}(t)$ via un coupleur directionnel.

des oscillations de probabilité d'environ 50% à une fréquence $\nu_{env} \approx 78MHz$.

Afin de résoudre ce problème j'ai mis au point, en collaboration avec Christophe Hoarau, un dispositif permettant l'annulation de ces oscillations de courant. L'idée de base consiste à annuler le flux parasite $\Phi_{parasite}(t)$ crée dans la boucle des amenées de courant en appliquant un flux opposé via l'antenne de courant HF.

Pour cela on ajoute une impulsion dc sur la ligne de courant HF via un génerateur d'impulsions rapides et un coupleur directionnel. Le schéma du dispositif est représenté figure C.3.

On effectue ensuite la même mesure de régime transitoire mais en appliquant en plus une impulsion de courant $I_c(t)$ dans la ligne de courant HF (voir figure C.4). On choisie le courant $I_c(t)$ tel que $M_I I_c(t) = -\Phi_{parasite}(t)$. Si les impulsions dans les deux antennes ne sont pas synchronisées alors les oscillations de courant s'ajoutent. On observe une trés forte oscillation de la probabilité d'échappement (en bleu dans la figure C.4). Si les impulsions dans les deux antennes sont bien synchronisées alors les oscillations de courant s'annulent (en rouge dans la figure C.4). La probabilité d'échappement est alors constante en fonction de Δt.

La figure montre C.5 présente la mesure des oscillations cohérentes entre les deux mode du SQUID. Nous avons décrit cette expérience dans le chapitre 6. Pour la courbe en bleu le courant I_c est nul. On observe alors une forte modulation de P_{ech} due aux oscillations de courant parasites. On distingue tout des même des oscillations à plus haute fréquence qui correspondent au oscillations cohérentes. Pour la courbe en rouge on a $M_I I_c(t) = -\Phi_{parasite}(t)$ et les impulsions sont synchronisée. Les oscillations de courant s'annulent. On observe uniquement les oscillations cohérentes.

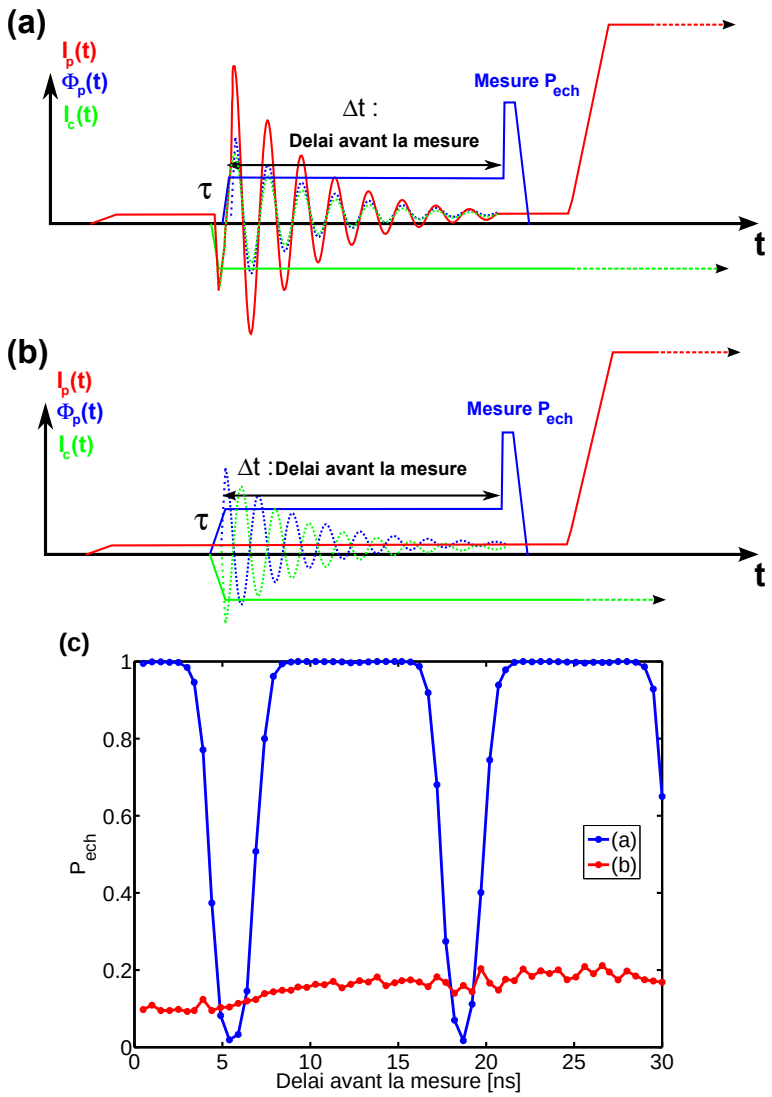


FIGURE C.4 – **(a),(b) :** schéma des différents signaux au cours du temps. L'impulsion de flux, en bleu, crée des oscillations de courant, en pointillé bleu. L'impulsion de courant supplémentaire, $I_c(t)$, en vert, génère des oscillations de courant, en pointillé vert. Le courant total est en rouge. **(a) :** les impulsions ne sont pas synchronisées, les oscillations de courant s'ajoutent. **(b) :** les impulsions sont synchronisées, les oscillations de courant s'annullent. **(c) :** Mesure de la probabilité d'échappement en fonction du delai avant la mesure, Δt, pour les cas des signaux non synchronisés, en bleu , et synchronisés, en rouge.

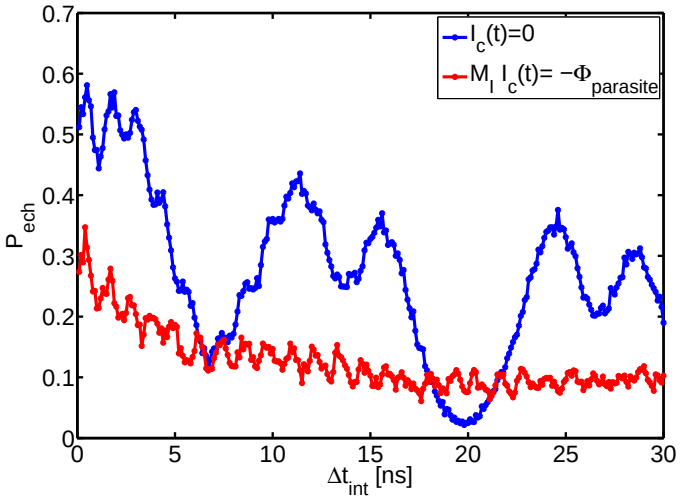


FIGURE C.5 – Mesure d'oscillations cohérentes entre le mode transverse et le mode longitudinal (voir figure 6.10). En bleu, $I_c(t) = 0$, le flux parasite n'est pas annulé. En rouge, $M_I I_c(t) = -\Phi_{parasite}(t)$, les oscillations de courant s'annulent. On observe alors uniquement les oscillations cohérentes dans le SQUID.