



**HAL**  
open science

# Controle de potência oportunista e equalização robusta em redes de comunicação sem fio: enfoques via controle automático e teoria dos jogos

Fabiano de Sousa Chaves

► **To cite this version:**

Fabiano de Sousa Chaves. Controle de potência oportunista e equalização robusta em redes de comunicação sem fio: enfoques via controle automático e teoria dos jogos. Other. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan; Universidade estadual de Campinas (Brésil), 2010. Portuguese. NNT: 2010DENS0054 . tel-00618079

**HAL Id: tel-00618079**

**<https://theses.hal.science/tel-00618079>**

Submitted on 31 Aug 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° ENSC -



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine : Électronique - Électrotechnique - Automatique

Présentée par

Monsieur DE SOUSA CHAVES Fabiano

**pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

**Sujet de la thèse :**

**CONTRÔLE DE PUISSANCE OPPORTUNISTE ET  
ÉGALISATION ROBUSTE DANS LES RÉSEAUX DE  
COMMUNICATION SANS FIL À L'AIDE D'OUTILS DE  
L'AUTOMATIQUE ET DE LA THÉORIE DES JEUX.**

Thèse développée dans le cadre de la Convention de Co-Tutelle entre l'ENS Cachan et l'UNICAMP (Université de Campinas), Brésil. Thèse présentée et soutenue à Campinas le 16 décembre 2010 devant le jury composé de :

ABOU-KANDIL Hisham,	Professeur des Universités, ENS Cachan,	Directeur de thèse
TRAVASSOS ROMANO João Marcos,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Directeur de thèse
ABBAS-TURKI Mohamed,	Maître de Conférences, ENS Cachan,	Co-encadrant
FAVIER Gérard,	Directeur de Recherche CNRS, Univ. Nice,	Rapporteur
MOURA MOTA João Cesar,	Professeur des Universités, Univ. Fed. Ceará,	Rapporteur
CARDIERI Paulo,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Examinateur
VALENTE FERREIRA Paulo Augusto,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Examinateur

Laboratoire SATIE  
ENS CACHAN / CNRS / UMR 8029  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex, France



Thèse écrite en portugais,  
avec un résumé étendu en  
français (Appendice C)



Fabiano de Sousa Chaves

**Controle de potência oportunista e  
equalização robusta em redes de comunicação sem fio:  
enfoques via controle automático e teoria dos jogos**

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática. Esta tese está inserida no acordo de co-tutela entre a FEEC/UNICAMP e a ENS-Cachan (École Normale Supérieure de Cachan), França.

Orientador: João Marcos Travassos Romano  
Orientador: Hisham Abou-Kandil  
Co-orientador: Mohamed Abbas-Turki

Campinas, SP  
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C398c	<p>Chaves, Fabiano de Sousa</p> <p>Controle de potência oportunista e equalização robusta em redes de comunicação sem fio: enfoques via controle automático e teoria dos jogos / Fabiano de Sousa Chaves. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.</p> <p>Orientadores: João Marcos Travassos Romano, Hisham Abou-Kandil.</p> <p>Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Sistemas de comunicação sem fio. 2. Alocação de recursos. 3. Filtros adaptativos. 4. Controle automático. 5. Teoria dos jogos. I. Romano, João Marcos Travassos. II. Abou-Kandil, Hisham. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.</p>
-------	--

Título em Inglês: Opportunistic power control and robust equalization in wireless networks: automatic control and game theory approaches

Palavras-chave em Inglês: Wireless communications systems, Resource allocation, Adaptive filters, Automatic control, Game theory

Área de concentração: Sistemas de telecomunicações

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Mohamed Abbas-Turki, Gérard Favier, João Cesar Moura Mota, Paulo Cardieri, Paulo Augusto Ferreira Valente

Data da defesa: 16/12/2010

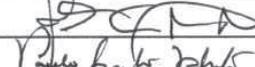
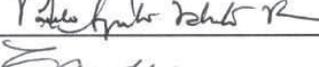
Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidato:** Fabiano de Sousa Chaves

**Data da Defesa:** 16 de dezembro de 2010

**Título da Tese:** "Controle de potência oportunista e equalização robusta em redes de comunicação sem fio: enfoques via controle automático e teoria dos jogos"

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (Presidente):  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gerard Favier:  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Hisham Abou-Kandil:  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Mohamed Abbas-Turki:  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Cesar Moura Mota:  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira:  \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Cardieri:  \_\_\_\_\_





ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN  
ÉCOLE DOCTORALE - SCIENCES PRATIQUES - ED 285

PROCÈS-VERBAL DE SOUTENANCE DE THÈSE DE DOCTORAT

Thèse soutenue le : 16 décembre 2010

par M. Fabiano De SOUSA CHAVES

né le : 27 octobre 1978 à Fortaleza (Brésil)

Titre de la thèse : Allocation de puissance et optimisation des ressources en systèmes de communication à l'aide des outils de l'automatique

Spécialité : ÉLECTRONIQUE – ÉLECTROTECHNIQUE - AUTOMATIQUE

Composition du jury : MM. M. ABBAS-TURKI, maître de conférences, H. ABOU-KANDIL, professeur, P. CARDIERI, maître de conférences, G. FAVIER, professeur, J.C. MOURA MOTA, professeur, J. M. TRAVASSOS ROMANO, professeur, P. A. VALENTE FERREIRA, professeur

Rapport de soutenance : voir feuille ci-jointe

Mention : Très Honorable

Noms et signatures des membres du jury :

Nom : PAULO CARDIERI	Titre : PROFESSOR	Signature : Paulo Cardieri
Nom : PAULO AUGUSTO VALENTE FERREIRA	Titre : PROFESSOR	Signature : Paulo Augusto Valente Ferreira
Nom : JOÃO MARCOS TRAVASSOS ROMANO	Titre : PROFESSOR	Signature : João Marcos Travassos Romano
Nom : Hisham ABOU-KANDIL	Titre : Professeur	Signature : Hisham Abou-Kandil
Nom : J.C. MOURA MOTA	Titre : Professeur	Signature : J.C. Moura Mota
Nom : Grégoire Favier	Titre : Directeur de Recherche CNRS	Signature : Grégoire Favier
Nom : ABBAS TURKI	Titre : Maître de Conférences	Signature : Abbas Turki

LE PRÉSIDENT

Prof. P.A. Valente Ferreira  
Paulo Augusto Valente Ferreira

N.B. : Par décision du Conseil Scientifique du 10 juin 2004, la mention « félicitations du jury » n'est plus attribuée à l'ENS de Cachan.

61, avenue du Président Wilson - 94235 Cachan Cedex - Tél. 01 47 40 75 77 - Télécopie 01 47 40 75 78 - E-mail : secretariat@edsp.ens-cachan.fr



# Resumo

A interferência é um dos fatores limitantes do desempenho individual e global em redes de comunicação sem fio. Neste trabalho, duas técnicas clássicas de gerenciamento de interferência são estudadas: o controle de potência de transmissão e a equalização de canal. Três abordagens são consideradas para o controle de potência distribuído e oportunista. A primeira tem por base a teoria dos jogos estáticos não-cooperativos e teorias de funções iterativas, resultando em uma classe de algoritmos. Na segunda abordagem, propomos diferentes algoritmos derivados de formulações e soluções tradicionais dos controles  $H_2$  e misto  $H_2/H_\infty$ . Por fim, aplicamos a teoria dos jogos dinâmicos ao problema para a obtenção de dois novos algoritmos de controle de potência. A segunda parte da tese, que trata do problema da equalização, é dividida em dois tópicos. No primeiro, fazemos uma análise de “pior caso” do atraso de equalização por meio de conceitos da teoria dos jogos não-cooperativos. No segundo tópico, apresentamos duas propostas para a reunião das características desejáveis dos equalizadores  $H_2$  e  $H_\infty$ : uma combinação convexa dos dois filtros e um esquema de adaptação do nível de robustez do filtro  $H_\infty$ .

**Palavras-chave:** controle de potência oportunista, equalização robusta, controle automático, teoria dos jogos, filtragem  $H_\infty$ , comunicações sem fio.

# Abstract

Interference is a limiting factor of individual and global performance in wireless communication networks. In this work, two classical interference management techniques are studied: the transmission power control and the channel equalization. Three approaches are considered for distributed and opportunistic power control. The first one is based on static non-cooperative game theory and theories of iterative functions, providing a class of algorithms. In the second approach, we propose different algorithms derived from formulations and traditional solutions of  $H_2$  control and mixed  $H_2/H_\infty$  control. Finally, we apply dynamic game theory to the problem for obtaining two new power control algorithms. The second part of the thesis, devoted to channel equalization, is divided into two topics. In the first one, we provide a “worst case” analysis for equalization delay by using concepts of non-cooperative game theory. In the second topic, we present two proposals for the combination of the desirable characteristics of  $H_2$  and  $H_\infty$  equalizers: a convex combination of the two filters and a scheme for adapting the robustness level of the  $H_\infty$  filter.

**Keywords:** opportunistic power control, robust equalization, automatic control, game theory,  $H_\infty$  filtering, wireless communications.



*Aos meus pais, e à Ângela*



# Agradecimentos

Quero expressar meus sinceros agradecimentos aos meus orientadores, Profs. João Marcos Travassos Romano e Hisham Abou-Kandil, pela competência, pela segurança e pelo entusiasmo com que me orientaram durante as atividades da tese. Agradeço a ambos pela confiança em meu trabalho e pelo incentivo ao projeto de realização da tese em co-tutela. Agradeço ainda pela amizade e pela gentileza desde a minha chegada a Campinas, em março de 2006, e a Cachan, em dezembro de 2008.

Ao Prof. Mohamed Abbas-Turki, meu co-orientador, sou sinceramente grato pelos valiosos conhecimentos que me foram passados com clareza, entusiasmo e paciência. Agradeço pelas discussões técnicas sempre produtivas, pela atenção especial que me foi dedicada no início de minha estadia na França, pela gentileza, pela amizade e pelo companheirismo durante todo o período de convivência e de compartilhamento do ambiente de trabalho.

Aos colegas e amigos do laboratório DSPCom, da UNICAMP, quero agradecer, antes de tudo, pelo ambiente de trabalho sempre harmonioso e favorável ao desenvolvimento de uma tese de doutorado, ambiente este fruto da diversidade e da excelência das competências reunidas, além da disponibilidade e do interesse dos colegas em compartilhar seus conhecimentos e progredir em grupo. Agradeço também pela convivência alegre e amigável com todos os que fizeram o laboratório durante este período. Quero fazer um agradecimento especial a Romis Attux, Ricardo Suyama, Rafael Ferrari, Rafael Krummenauer e Murilo Loiola pelas inúmeras oportunidades em que pude aprender um pouco com cada um, pelos diversos momentos de descontração, enfim, pela forte amizade desde o meu ingresso no laboratório.

Agradeço aos meus pais, Francisco de Almeida Chaves e Maria do Socorro de Sousa Chaves, pelo empenho em proporcionar sempre uma educação de alto nível a seus filhos. Obrigado pelo apoio irrestrito a minhas decisões.

À Ângela, minha esposa, começo agradecendo pela compreensão. Compreensão com o cotidiano de horários incertos, de finais de semana de trabalho, compreensão com a falta de atenção de minha parte ou com a minha ausência. Agradeço também pela alegria e a dis-

posição com que esteve sempre presente tanto para compartilhar os bons momentos de toda essa jornada, como também para me apoiar e me incentivar nos momentos de dificuldade. Agradeço à Ângela por ter me acompanhado em todos os passos com toda a sua vivacidade e convicção.

Finalmente, agradeço à FAPESP pelo apoio financeiro no Brasil e à CAPES pelo apoio financeiro durante a estadia na França.

# Remerciements

J'exprime mes sincères remerciements à mes directeurs de thèse, professeurs João Marcos Travassos Romano et Hisham Abou-Kandil, pour l'orientation compétente, solide et enthousiasmée pendant toute la durée de la thèse. Je remercie les deux pour la confiance en mon travail et pour l'incitation au projet de thèse en co-tutelle. Je les remercie encore pour l'amitié et la gentillesse dès mon arrivée à Campinas, en mars 2006, et à Cachan, en décembre 2008.

Je suis profondément reconnaissant au professeur Mohamed Abbas-Turki, mon co-encadrant, pour la transmission claire, enthousiasmée et patiente de précieuses connaissances scientifiques. Je le remercie pour les discussions toujours productives, pour l'attention spéciale au début de mon séjour en France, pour la gentillesse, pour l'amitié et pour m'accueillir comme compagnon de bureau pendant toute la durée de mon séjour.

Je veux remercier à tous les camarades et les amis du laboratoire DSPCOM, à l'UNICAMP, tout d'abord pour l'ambiance professionnelle toujours harmonieuse et favorable au développement d'une thèse. Cela résulte de la diversité et de l'excellence des compétences conjuguées, ainsi que de la motivation des amis pour le partage de leurs connaissances et pour le travail en groupe. Je remercie encore à tous ce qui ont fait le laboratoire pendant cette période. Je veux remercier spécialement Romis Attux, Ricardo Suyama, Rafael Ferrari, Rafael Krummenauer et Murilo Loiola pour les nombreuses occasions où j'ai pu apprendre un peu d'eux tous, pour les plusieurs moments de diversion, enfin, pour l'amitié solide dès mon arrivée au laboratoire.

Je remercie à mes parents, Francisco de Almeida Chaves et Maria do Socorro de Sousa Chaves, pour l'engagement continu à offrir une formation éducationnelle de haut niveau à leurs fils. Merci pour le soutien sans restriction à mes décisions.

Quant à Ângela, ma épouse, je commence par la remercier pour la compréhension. La compréhension concernant l'au jour le jour intense, les week-ends au travail, le manque d'attention de ma part ou mon absence. Je la remercie encore pour l'intensité de sa participation aux moments agréables aussi bien qu'à ceux difficiles, où elle m'a offert tout le

soutien et l'incitation. Je remercie Ângela pour m'accompagner dans tous mes pas avec sa vivacité et sa certitude.

Finalement, je remercie les soutiens financiers de la FAPESP au Brésil et de la CAPES durant mon séjour en France.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de Siglas</b>	<b>xxiii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Apresentação dos problemas . . . . .	2
1.2 Contribuições e produção científica . . . . .	3
1.3 Estrutura da tese . . . . .	6
<b>2 Controle de potência de transmissão em redes de comunicação sem fio</b>	<b>9</b>
2.1 Modelagem de redes sem fio no contexto do controle de potência distribuído	10
2.1.1 Modelo de canal . . . . .	11
2.1.2 Medidas de qualidade do enlace de comunicação . . . . .	13
2.1.3 Relação entre QoS e SINR . . . . .	14
2.1.4 Panorama do controle de potência em sistemas práticos . . . . .	16
2.2 Controle de potência para aplicações de QoS fixa . . . . .	18
2.2.1 Controle de potência <i>standard</i> . . . . .	19
2.3 Controle de potência para aplicações de QoS flexível . . . . .	20
2.3.1 Soluções baseadas na teoria dos jogos estáticos . . . . .	21
2.3.2 Controle de potência oportunista . . . . .	23
2.4 Classe de algoritmos de controle de potência oportunista com base na teoria dos jogos estáticos . . . . .	25
2.4.1 Esquema oportunista de adaptação da QoS . . . . .	26
2.4.2 Jogo estático não-cooperativo . . . . .	28
2.4.3 Algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2 . . . . .	31

<b>3</b>	<b>Controle de potência de transmissão oportunista com base em ferramentas de controle automático</b>	<b>33</b>
3.1	Formulação do problema . . . . .	35
3.2	Solução via controle $H_2$ . . . . .	39
3.2.1	Algoritmo $H_2$ -DPC . . . . .	40
3.2.2	Algoritmo A- $H_2$ -DPC . . . . .	41
3.2.3	Algoritmo FI- $H_2$ -DPC . . . . .	43
3.3	Solução via controle misto $H_2/H_\infty$ . . . . .	44
3.3.1	Algoritmo $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	45
3.3.2	Algoritmo A- $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Controle de potência de transmissão oportunista com base na teoria dos jogos dinâmicos</b>	<b>51</b>
4.1	Formulação do problema . . . . .	53
4.2	Estratégia de Nash . . . . .	56
4.2.1	Solução de equilíbrio de Nash em malha aberta . . . . .	57
4.2.2	Solução de equilíbrio de Nash em malha fechada . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Análise comparativa das propostas de controle de potência</b>	<b>65</b>
5.1	Ponto de operação do sistema . . . . .	65
5.2	Simulações computacionais . . . . .	68
5.2.1	Modelo de simulação . . . . .	68
5.2.2	Natureza oportunista dos algoritmos propostos . . . . .	70
5.2.3	Avaliação de desempenho . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Análise do atraso de equalização com base na teoria dos jogos</b>	<b>79</b>
6.1	Análise geral . . . . .	82
6.1.1	Estratégia de segurança da “natureza maliciosa” . . . . .	84
6.1.2	Estratégia de segurança do equalizador . . . . .	86
6.2	Estudo de caso . . . . .	88
6.2.1	Estratégias de segurança mistas e solução de equilíbrio . . . . .	90
6.2.2	Resultados . . . . .	94
<b>7</b>	<b>Equalização de canal: desempenho médio e robustez</b>	<b>99</b>
7.1	Formulação do problema . . . . .	102
7.1.1	Equalização adaptativa no espaço de estados . . . . .	104
7.2	Filtragem $H_2$ e filtragem $H_\infty$ . . . . .	106
7.3	Combinação convexa de filtros $H_2$ e $H_\infty$ . . . . .	109
7.4	Esquema de adaptação do equalizador $H_\infty$ : desempenho médio e robustez . . . . .	113

---

7.5	Simulações e discussões . . . . .	115
<b>8</b>	<b>Conclusões e perspectivas</b>	<b>121</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>125</b>
<b>A</b>	<b>Demonstração do Teorema 7, Seção 2.4</b>	<b>135</b>
<b>B</b>	<b>Escalabilidade e escalabilidade do tipo-II da classe de algoritmos proposta na Seção 2.4</b>	<b>139</b>
<b>C</b>	<b>Resumo estendido da tese em francês - Résumé de la thèse</b>	<b>141</b>



# Lista de Figuras

2.1	Controle de potência de transmissão para transmissões do terminal móvel para a estação-base de rádio em sistemas celulares WCDMA. . . . .	17
2.2	Representação da SINR alvo como uma função contínua e decrescente da potência de transmissão, com restrições de potência e de QoS. . . . .	27
3.1	Transformação linear fracionária: sistema em malha fechada. . . . .	39
3.2	Transformação linear fracionária: sistema em malha fechada na presença de incertezas. . . . .	46
5.1	SINR alvo no ponto de operação, $\bar{\gamma}^{t*}$ , obtida pelos algoritmos de controle de potência $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC, $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC em função do parâmetro de regulação. . . . .	67
5.2	Amostra da evolução temporal do ganho efetivo de canal ( $\bar{\mu}$ ), da potência de transmissão ( $\bar{p}$ ) e da SINR alvo ( $\bar{\gamma}^t$ ) para um usuário da rede. . . . .	71
5.3	Quantidade de informação transmitida e probabilidade de interrupção de transmissão em 5 segundos de funcionamento da rede para os algoritmos OQ-DPC-1, OQ-DPC-2, OPC e OPC-F. . . . .	73
5.4	Quantidade de informação transmitida e probabilidade de interrupção de transmissão em 200 milissegundos de funcionamento da rede para os algoritmos $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC, $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC. . . . .	75
5.5	Módulo do erro de rastreamento da SINR alvo em 200 ms de funcionamento da rede para os algoritmos $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC, $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC. . . . .	76
6.1	Matriz de um jogo entre o receptor e a “natureza maliciosa”. . . . .	89
6.2	Estratégia de segurança do receptor quanto ao atraso de equalização: caso do canal de três coeficientes e do equalizador de cinco coeficientes. . . . .	96
7.1	Sistema de comunicação MIMO em banda básica. . . . .	102
7.2	Combinação convexa adaptativa dos filtros $H_2$ e $H_\infty$ . . . . .	110

7.3	Nível de robustez do filtro $H_\infty$ . . . . .	113
7.4	Evolução temporal do MSE sem interferência para os equalizadores $H_2$ , $H_\infty$ , para a combinação $H_2/H_\infty$ e para o equalizador $H_\infty$ com $\gamma$ adaptativo. . . . .	117
7.5	Evolução temporal do MSE, da ponderação $\lambda$ e do parâmetro $\gamma$ para os equalizadores espaço-temporais $H_2$ , $H_\infty$ , combinação $H_2/H_\infty$ e $H_\infty$ com $\gamma$ adaptativo. . . . .	119

# Lista de Tabelas

2.1	Algoritmo OQ-DPC-1 . . . . .	31
2.2	Algoritmo OQ-DPC-2 . . . . .	32
3.1	Algoritmo $H_2$ -DPC . . . . .	41
3.2	Algoritmo A- $H_2$ -DPC . . . . .	43
3.3	Algoritmo FI- $H_2$ -DPC . . . . .	44
3.4	Algoritmo $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	48
3.5	Algoritmo A- $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	49
4.1	Estratégia de Nash em malha aberta - condições necessárias . . . . .	58
4.2	Algoritmo OLI-NS-DPC . . . . .	60
4.3	Algoritmo CLI-NS-DPC . . . . .	63
7.1	Correspondência entre variáveis da estimação no espaço de estados e da equalização adaptativa . . . . .	105
7.2	Equações recursivas do filtro de Kalman . . . . .	107
7.3	Equações recursivas do filtro $H_\infty$ . . . . .	109
7.4	Procedimento da combinação $H_2/H_\infty$ para equalização adaptativa . . . . .	112
7.5	Procedimento do equalizador $H_\infty$ com parâmetro $\gamma$ adaptativo . . . . .	115



# Lista de Siglas

A- $H_2$ -DPC	-	<i>Adaptive <math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
A- $H_2/H_\infty$ -DPC	-	<i>Adaptive <math>H_2/H_\infty</math> Distributed Power Control</i>
AMC	-	<i>Additive Modulation and Coding</i>
AWGN	-	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	-	<i>Bit Error Rate</i>
BPSK	-	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CDMA	-	<i>Code Division Multiple Access</i>
CLI-NS-DPC	-	<i>Closed Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control</i>
CSMA	-	<i>Carrier Sense Multiple Access</i>
DARE	-	<i>Discrete-time Algebraic Riccati Equation</i>
DBA	-	<i>Distributed Balancing Algorithm</i>
DPC	-	<i>Distributed Power Control</i>
EDGE	-	<i>Enhanced Data rates for GSM Evolution</i>
FER	-	<i>Frame Error Rate</i>
FI- $H_2$ -DPC	-	<i>Full Information <math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
FIR	-	<i>Finite Impulse Response</i>
GSM	-	<i>Global System for Mobile Communications</i>
$H_2$ -DPC	-	<i><math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
$H_2/H_\infty$ -DPC	-	<i><math>H_2/H_\infty</math> Distributed Power Control</i>
LMS	-	<i>Least Mean Square</i>
LQG	-	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
LQR	-	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
MIMO	-	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MSE	-	<i>Mean Square Error</i>
NLMS	-	<i>Normalized Least Mean Square</i>

---

OLI-NS-DPC	-	<i>Open Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control</i>
OPC	-	<i>Opportunistic Power Control</i>
OPC-F	-	<i>Opportunistic Power Control with Fairness</i>
OQ-DPC-1	-	<i>Opportunistic QoS Distributed Power Control - 1</i>
OQ-DPC-2	-	<i>Opportunistic QoS Distributed Power Control - 2</i>
QAM	-	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QoS	-	<i>Quality of Service</i>
RATs	-	<i>Radio Access Technologies</i>
RLS	-	<i>Recursive Least Squares</i>
SINR	-	<i>Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio</i>
SIP	-	<i>Signal-Interference Product</i>
SISO	-	<i>Single-Input Single-Output</i>
SNR	-	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
TDMA	-	<i>Time Division Multiple Access</i>
WCDMA	-	<i>Wide-band Code Division Multiple Access</i>
WLANs	-	<i>Wireless Local Area Networks</i>

# Lista de Símbolos

$\alpha$	-	Nível de atenuação de perturbação do controle $H_2/H_\infty$
$\alpha_{PL}$	-	Coefficiente de atenuação de perda de percurso
$\beta$	-	Coefficiente de adaptação da potência ou fator de esquecimento do RLS
$\delta_\mu$	-	Incerteza ou erro de medida
$\Gamma$	-	SIP alvo
$\gamma$	-	SINR ou nível de atenuação de perturbação do filtro $H_\infty$
$\gamma^t$	-	SINR alvo
$\lambda$	-	Vetor de estado adjunto
$\lambda$	-	Ponderação da combinação convexa de filtros
$\mu$	-	Ganho efetivo de canal ou fator de passo de algoritmos adaptativos
$\sigma^2$	-	Variância ou potência do ruído
$\chi_{ff}$	-	Desvanecimento rápido
$\chi_s$	-	Desvanecimento lento
$\zeta$	-	Função iterativa genérica
$\mathbf{0}$	-	Matriz nula de dimensões apropriadas
$\mathbf{1}$	-	Vetor unitário de dimensões apropriadas
$b$	-	Ruído aditivo branco
$d$	-	Distância transmissor-receptor
$E$	-	Eficiência energética
$e$	-	Erro na saída do equalizador
$E_b$	-	Energia por bit no receptor
$f(p)$	-	Função decrescente da potência
$G$	-	Ganho de canal ou ganho de realimentação de estado
$\mathbf{H}$	-	Matriz de convolução do canal
$\mathbf{h}$	-	Vetor de coeficientes do canal

- 
- I** - Matriz identidade de dimensões apropriadas  
 $I_0$  - Densidade espectral de potência da interferência mais ruído  
 $I_i^e$  - Interferência efetiva  
 $J$  - Função de desempenho  
**K** - Matriz que obedece a uma equação de Riccati  
 $k$  - Indicador de tempo discreto  
 $L$  - Função lagrangeana ou comprimento de filtro FIR  
 $l$  - Atraso de equalização  
 $M$  - Número de enlaces ou comprimento do canal  
 $N$  - Número de intervalos de transmissão ou comprimento do equalizador  
 $N_r$  - Número de receptores  
 $N_t$  - Número de transmissores  
**p** - Vetor de correlação cruzada entre os sinais transmitido e recebido ou vetor de potências  
 $p$  - Potência de transmissão  
 $PL$  - Perda de percurso  
**Q** - Matriz de ponderação de critérios quadráticos ou variância do ruído de processo  
**R** - Matriz de autocorrelação do sinal de entrada ou variância do ruído de medida  
 $r$  - Parâmetro de regulação de critérios quadráticos ou ruído de medida  
 $R_b$  - Taxa nominal de transmissão  
 $s$  - Sinal transmitido  
**T** - Taxa de transmissão  
 $u$  - Sinal de controle  
 $V_m$  - Nível de segurança do jogo matricial  
**x** - Vetor de estado ou vetor de entrada do equalizador  
 $\Delta\mathbf{x}$  - Variação do vetor de entrada do equalizador  
**y** - Vetor de distribuição de probabilidades ou vetor de medida  
**z** - Vetor de saída ou vetor de distribuição de probabilidades ou vetor a ser estimado  
 $W$  - Largura de banda  
**w** - Vetor de entrada exógena ou vetor de coeficientes do equalizador

# Capítulo 1

## Introdução

Em geral, as redes de comunicação sem fio são sistemas complexos, compostos por diversos processos interdependentes, como o processamento de sinais, o gerenciamento de recursos, a garantia da qualidade de comunicação, etc. Uma representação global de um sistema de tal complexidade é inviável. Por isso, é comum dividir o sistema de comunicação em subsistemas, que são estudados e desenvolvidos separadamente. Estes subsistemas são classificados em dois níveis: o nível do enlace de comunicação e o nível sistêmico. Os procedimentos de transmissão de sinais, os fenômenos físicos de propagação e os procedimentos de recepção são considerados no nível de enlace. Enquanto isso, o nível sistêmico compreende os processos associados ao gerenciamento de recursos e à garantia da qualidade dos serviços oferecidos.

A temática desta tese é o gerenciamento de interferência em redes de comunicação sem fio, um dos mais importantes fatores de limitação do desempenho global e individual em tais redes. Duas técnicas clássicas de gerenciamento de interferência são estudadas: o controle de potência de transmissão e a equalização de canal. O primeiro se situa no contexto multi-usuário no nível sistêmico, enquanto que a equalização de canal se encontra no nível do enlace de comunicação.

## 1.1 Apresentação dos problemas

As redes de comunicação sem fio de alta capacidade são caracterizadas por um espectro de frequências limitado e pela reutilização da banda de frequências disponível. Dessa forma, os pares transmissor-receptor que compartilham o mesmo canal, qualquer que seja o domínio (frequência, tempo,...), causam interferência mutuamente. Esta interferência é chamada de interferência co-canal, neste caso também referida como interferência multi-usuário. O controle de potência de transmissão é essencial ao gerenciamento da interferência multi-usuário, à garantia da qualidade de comunicação desejada e ao gerenciamento dos recursos individuais, sendo este último aspecto fundamental para terminais de comunicação com limitações importantes em termos de energia.

O objetivo específico do controle de potência depende do tipo de serviço oferecido. Nos casos em que a aplicação ou o serviço exige uma qualidade fixa de comunicação, como por exemplo a comunicação de voz, o objetivo do controle de potência é justamente o de garantir esta qualidade. Entretanto, os estudos conduzidos nesta tese se referem a aplicações que toleram variações na qualidade de comunicação. Neste caso, o controle de potência pode atender a diversos objetivos, como a maximização da taxa de transmissão, a economia de energia, etc., para fornecer uma alocação eficiente de recursos. Nós propomos soluções originais para o problema de controle distribuído e oportunista de potência de transmissão, em que cada enlace de comunicação da rede ajusta sua própria potência de acordo com uma medida de qualidade do sinal no receptor. Além disso, a qualidade de comunicação a ser oferecida é decidida levando em consideração as variações da qualidade do enlace de comunicação. Nós utilizamos o controle linear quadrático e a teoria dos jogos não-cooperativos para acomodar os múltiplos objetivos envolvidos no problema e para propor soluções.

A segunda parte da tese diz respeito à equalização de canal, uma técnica clássica de combate à interferência entre símbolos. Este tipo de interferência resulta da combinação desfavorável entre as elevadas taxas de transmissão e os tempos de dispersão dos canais. Em razão dos múltiplos percursos do sinal transmitido, diferentes versões deste sinal chegam ao receptor em instantes distintos. A interferência resultante é chamada de interferência entre símbolos. Em um sistema de comunicação MIMO, do termo em inglês *Multiple-Input Multiple-Output*, em que diversos sinais são transmitidos simultaneamente e o receptor dis-

põe de múltiplas antenas, observa-se, além da interferência entre símbolos, a presença de interferência co-canal. A equalização espaço-temporal é utilizada para tratar conjuntamente os dois tipos de interferência no processo de recuperação dos sinais transmitidos.

Os estudos realizados nesta tese sobre equalização de canal estão relacionados a problemas de robustez. Estes estudos estão organizados em dois tópicos: no primeiro, uma análise de “pior caso” do atraso de equalização é realizada à luz da teoria dos jogos não-cooperativos, enquanto que o segundo tópico consiste na proposição de duas abordagens adaptativas para a equalização robusta espaço-temporal, ambas baseadas no equalizador  $H_\infty$ .

## 1.2 Contribuições e produção científica

Os estudos desenvolvidos nesta tese permitiram análises teóricas, proposições de soluções e avaliações de desempenho no contexto de dois problemas: o controle de potência de transmissão distribuído e oportunista e a equalização adaptativa e robusta.

A lista das publicações relacionadas aos trabalhos desenvolvidos na tese é apresentada a seguir:

1. F. de S. Chaves, A. L. F. de Almeida e J. C. M. Mota. Performance Evaluation of Adaptive  $H_\infty$  Space-Time Equalizers for Wireless Communication Systems with Asynchronous Interference. *IEEE VI International Telecommunications Symposium, ITS2006*, Fortaleza, Brasil, 3-6 Setembro 2006.
2. F. de S. Chaves, V. A. de Sousa-Jr., R. A. de Oliveira-Neto, C. H. M. de Lima e F. R. P. Cavalcanti. Performance of Energy Efficient Game Theoretical-Based Power Control Algorithm in WCDMA. *17th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'06*, Helsinque, Finlândia, 11-14 Setembro 2006.
3. F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. B. Santos e R. A. de Oliveira-Neto. Opportunistic Distributed Power Control with QoS Guarantee in Wireless Communication Systems. *8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC'07*, Helsinque, Finlândia, 17-20 Junho 2007.

4. F. de S. Chaves, F. G. Fernandes, R. R. F. Attux, R. Suyama, R. R. Lopes e J. M. T. Romano. Une Analyse du Problème de l'égalisation Basée sur la Théorie des Jeux. *XXI Colloque GRETSI*, Troyes, França, 11-14 Setembro 2007.
5. F. de S. Chaves, J. M. T. Romano e J. C. M. Mota. Combinação Convexa de Filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  para Equalização Adaptativa. *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT2008*, Rio de Janeiro, Brasil, 2-5 Setembro 2008.
6. F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. A. de Oliveira-Neto e R. B. Santos. *Optimizing Wireless Communication Systems*. New York: Springer, 2009, capítulo Power Control for Wireless Networks: Conventional and QoS-Flexible Approaches, pp. 3-49.
7. F. de S. Chaves, J. M. T. Romano, M. Abbas-Turki e H. Abou-Kandil. Self-Adaptive Distributed Power Control for Opportunistic QoS Provision in Wireless Communication Networks. *10th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC 2009*, Perugia, Itália, 21-24 Junho 2009.
8. F. de S. Chaves, M. Abbas-Turki, H. Abou-Kandil e J. M. T. Romano. Distributed Power Control for QoS-flexible Services in Wireless Communication Networks. *17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09*, Thessalonique, Grécia, 24-26 Junho 2009.
9. M. Abbas-Turki, F. de S. Chaves, H. Abou-Kandil e J. M. T. Romano. Mixed  $H_2/H_\infty$  Power Control with Adaptive QoS for Wireless Communication Networks. *10th European Control Conference, ECC'09*, Budapeste, Hungria, 23-26 Agosto 2009.
10. F. de S. Chaves, M. Abbas-Turki, H. Abou-Kandil e J. M. T. Romano. Transmission Power Control for Opportunistic QoS Provision in Wireless Networks. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, artigo em revisão.
11. F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. A. de Oliveira-Neto e R. B. Santos. Opportunistic Distributed Power Control with Adaptive QoS and Fairness for Wireless Networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 10, n° 2, pp. 200-213, Fevereiro 2010.

12. F. de S. Chaves, M. Abbas-Turki, H. Abou-Kandil e J. M. T. Romano. Contrôle de Puissance Décentralisé et Opportuniste d'un Réseau de Communication sans Fil. *6ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010*, Nancy, França, 2-4 Junho 2010.

Quanto às contribuições da tese, elas são apresentadas abaixo, seguidas da indicação das publicações que lhes são relacionadas:

- Contribuição 1: Proposição de dois algoritmos de controle de potência distribuído e oportunista com base na teoria dos jogos estáticos não-cooperativos de soma não-nula. Publicações 2 e 3.
- Contribuição 2: Proposição de uma classe de algoritmos de controle de potência distribuído e oportunista, a qual inclui os dois algoritmos citados acima. A classe de algoritmos é caracterizada por meio da teoria dos jogos estáticos não-cooperativos de soma não-nula e de teorias de funções iterativas. Demonstração de que a categoria de algoritmos proposta é mais eficiente em termos de energia do que os algoritmos de controle de potência oportunista apresentados na Seção 2.3.2. Publicações 6 e 11.
- Contribuição 3: Formulação do problema de controle de potência distribuído e oportunista num espaço de estados linear. Aplicação de ferramentas de controle automático linear para propor algoritmos via controle  $H_2$  e controle misto  $H_2/H_\infty$ . Publicações 7, 8, 9, 10 e 12.
- Contribuição 4: Reformulação do problema de controle de potência distribuído e oportunista num espaço de estados linear, possibilitando a representação do problema multi-critério como um jogo dinâmico linear-quadrático não-cooperativo de soma não-nula. Proposição de algoritmos oriundos das estratégias de equilíbrio de Nash com estrutura de informação em malha aberta e em malha fechada.
- Contribuição 5: Análise do atraso de equalização de canal segundo conceitos da teoria dos jogos não-cooperativos de soma nula, em que os canais mais problemáticos são

caracterizados e a estratégia dos atrasos de equalização intermediários é justificada como uma estratégia de segurança do receptor. Publicação 4.

- Contribuição 6: Reunião das características complementares dos equalizadores  $H_2$  e  $H_\infty$ , quais sejam, respectivamente, o desempenho médio ótimo e a robustez a erros de modelagem, por meio da combinação convexa dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ . Publicação 5.
- Contribuição 7: Proposição de um esquema de adaptação do filtro  $H_\infty$  que contempla ambos, o desempenho médio ótimo e a robustez com relação a incertezas no modelo adotado para a equalização de canal. Publicação 1.

### 1.3 Estrutura da tese

Esta tese está estruturada da maneira descrita a seguir:

- Capítulo 2: este capítulo introduz o problema do controle distribuído ou descentralizado de potência de transmissão em redes de comunicação sem fio. A modelagem dos fenômenos de propagação dos sinais e as relações entre as medidas de qualidade do enlace de comunicação são apresentadas de maneira sucinta. Também discutimos brevemente o controle de potência para aplicações ou serviços de QoS fixa. Em seguida, abordamos o primeiro tema de interesse na tese: o controle de potência distribuído para aplicações de QoS flexível, evidenciando os conceitos de oportunismo para serviços que toleram variações na qualidade da comunicação. Uma classe de algoritmos de controle de potência distribuído e oportunista é proposta e dois algoritmos pertencentes a esta classe são apresentados. Este capítulo contempla, portanto, as Contribuições 1 e 2.
- Capítulo 3: neste capítulo o problema de controle de potência distribuído e oportunista é tratado por meio de abordagens clássicas de controle automático. Após a formulação do problema de cada usuário num espaço de estados linear, em que se busca um compromisso entre os objetivos de maximização da QoS e de minimização do consumo de energia, o controle  $H_2$  é aplicado para a obtenção de algoritmos que permitem uma

boa flexibilidade operacional entre os dois objetivos mencionados. Em seguida, o controle misto  $H_2/H_\infty$  é utilizado para oferecer robustez contra incertezas de medidas às soluções derivadas do controle  $H_2$ . Dessa forma, o capítulo trata da Contribuição 3.

- Capítulo 4: este capítulo diz respeito à Contribuição 4, sendo dedicado ao tratamento do problema de controle de potência distribuído e oportunista por meio da teoria dos jogos. O controle de potência oportunista é reformulado como um problema multi-critério para cada usuário, ou seja, um jogo dinâmico linear-quadrático não-cooperativo de soma não-nula entre 2 jogadores, um deles responsável pela maximização da QoS, o outro pela minimização do consumo de energia. Considera-se a estratégia de equilíbrio de Nash com dois tipos de estrutura de informação no jogo, em malha aberta e em malha fechada, para a obtenção de algoritmos que oferecem grande flexibilidade operacional entre os dois critérios.
- Capítulo 5: este capítulo apresenta análises comparativas entre as abordagens e algoritmos desenvolvidos nos Capítulos 2, 3 e 4 para o problema de controle de potência distribuído e oportunista. Resultados de simulações auxiliam na avaliação de desempenho dos algoritmos.
- Capítulo 6: a análise do atraso de equalização com base na teoria dos jogos não-cooperativos é o assunto deste capítulo, que resulta na Contribuição 5. Considera-se um jogo de soma nula, cujo critério a ser otimizado é o erro quadrático médio residual de Wiener. Os jogadores são a “natureza maliciosa” e o receptor (equalizador), que têm como respectivas variáveis de decisão o canal e o atraso de equalização. A análise de “pior caso” e as estratégias de segurança de ambos os jogadores em dois jogos distintos de Stackelberg caracterizam os canais mais problemáticos e oferecem uma justificativa teórica para a robustez das estratégias de atrasos de equalização intermediários. Num segundo momento, um estudo de caso é conduzido após a discretização do espaço de estratégias da “natureza” e a representação do jogo em forma matricial. A solução de equilíbrio de Nash ou de ponto-de-sela para estratégias mistas (estocásticas) é obtida classicamente como solução de um problema de programação linear e corrobora as conclusões obtidas no contexto mais geral dos jogos de Stackelberg

considerados inicialmente.

- Capítulo 7: este capítulo se refere às Contribuições 6 e 7. Em primeiro lugar, o problema da equalização adaptativa de canal é formulado no espaço de estados e as características dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  são evidenciadas, quais sejam, respectivamente, a otimalidade do desempenho médio e a robustez. Propõe-se, então, a reunião dos benefícios de ambos os filtros por meio de uma combinação convexa entre eles, cuja adaptação minimiza o erro quadrático médio na saída da combinação. Como alternativa à combinação dos dois filtros, um esquema de adaptação para o filtro  $H_\infty$  é proposto, de forma que seu nível de robustez é ajustado de acordo com a necessidade. Assim, um único filtro  $H_\infty$  pode fornecer desempenho similar ao da combinação dos dois filtros. Simulações computacionais são realizadas com o intuito de comparar o desempenho das duas propostas.
- Capítulo 8: este é o último capítulo da tese, dedicado às conclusões e perspectivas dos estudos realizados.

## Capítulo 2

# Controle de potência de transmissão em redes de comunicação sem fio

As redes de comunicação sem fio funcionam dentro de uma limitação do espectro de frequências e são caracterizadas pela reutilização da banda de frequências disponível. Conseqüentemente, os pares transmissor-receptor que compartilham o mesmo canal causam interferência mutuamente, a chamada interferência co-canal, fator importante de limitação do desempenho individual e global em tais redes [1–4]. Em geral, os terminais móveis apresentam limitações importantes de energia. Além disso, uma utilização eficiente dos recursos de energia por parte dos nós centrais de comunicação, como as estações-base de rádio em redes celulares, trazem benefícios com relação à capacidade da rede. A partir destas observações, e sabendo que os canais em redes sem fio são variáveis em razão dos efeitos de propagação dos sinais, pode-se concluir que o gerenciamento dos recursos de rádio é um problema fundamental e desafiador.

O controle de potência de transmissão é essencial ao gerenciamento dos recursos de rádio nas redes sem fio. Ele é um meio efetivo para a satisfação de exigências de qualidade, para a redução de interferência e para a economia de energia. A otimização centralizada das potência de transmissão de todos os usuários de uma rede não é plausível. As exigências de sinalização ou de troca de informação entre os usuários e um nó de comunicação central, assim como a dimensão e a complexidade do problema global de otimização tornam o controle de potência de transmissão centralizado inviável na prática [5]. Assim, desde o início da dé-

cada de 1990, algoritmos de controle de potência distribuído ou descentralizado têm sido desenvolvidos [3,4,6–9]. O controle de potência distribuído é caracterizado pela otimização descentralizada, ou seja, cada enlace de comunicação (par transmissor-receptor) controla sua própria potência de transmissão com base apenas em medidas locais da qualidade dos sinais no receptor. O ganho efetivo de canal, isto é, o quociente entre o ganho de canal e a potência da interferência mais ruído, e a relação sinal-interferência mais ruído, SINR, do termo em inglês *Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio*, são as medidas de qualidade locais habitualmente utilizadas.

A tarefa do controle de potência de transmissão depende da classe da aplicação ou do serviço oferecido. O serviço tradicional de comunicação de voz, assim como alguns serviços de comunicação de dados em tempo real, são caracterizados por restrições fortes quanto à taxa de transmissão e a taxa de erro de bit. Por outro lado, outros serviços de dados, como a transmissão de arquivos, por exemplo, toleram variações na qualidade de transmissão, geralmente refletidas em variações nas taxas de transmissão. Estas duas classes de serviços, a primeira com qualidade de serviço (QoS, do termo em inglês *Quality of Service*,) fixa, a outra com QoS flexível, exigem um tratamento diferente do ponto-de-vista do controle de potência de transmissão [10].

Este capítulo apresenta as principais definições e notações que serão utilizadas ao longo da tese no que se refere ao problema de controle de potência distribuído. O capítulo é também dedicado à modelagem de redes de comunicação sem fio, assim como à apresentação sucinta dos resultados teóricos mais importantes encontrados na literatura com relação ao controle de potência tanto para aplicações de QoS fixa quanto para aplicações de QoS flexível. Ao final do capítulo, as atenções são voltadas para a proposição de uma classe de algoritmos de controle de potência oportunista.

## 2.1 Modelagem de redes sem fio no contexto do controle de potência distribuído

Os sistemas de comunicação sem fio de alta capacidade são caracterizados pela reutilização da banda de frequências disponível. Eles apresentam arquiteturas e funcionamento

distintos entre si. Estes sistemas empregam, por exemplo, diferentes tecnologias de acesso de rádio (RATs, do termo em inglês *Radio Access Technologies*). Enquanto sistemas celulares adotam esquemas TDMA (*Time Division Multiple Access*) e CDMA (*Code Division Multiple Access*), a família de normas do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) para as WLANs (*Wireless Local Area Networks*) baseia-se em esquemas CSMA (*Carrier Sense Multiple Access*) [1,2]. Esta diversidade de arquiteturas e de funcionamento das redes explica as diferenças na geração e no perfil de interferência entre uma RAT e outra.

Apesar das diferenças marcantes entre as redes de comunicação sem fio, é possível considerar um modelo geral para o controle de potência distribuído. Neste modelo, a rede é representada por conjuntos de pares transmissor-receptor que causam interferência entre si, isto é, conjuntos de usuários co-canal. Este modelo simplificado permite a abstração de especificidades técnicas dos sistemas, tornando possível o estudo e o desenvolvimento de soluções aplicáveis a diferentes redes, desde que dotadas de mecanismos e medidas necessárias ao controle de potência. São apresentados em seguida o modelo do canal de propagação sem fio e as medidas de qualidade do sinal no receptor que serão utilizadas ao longo da tese. Depois disso, discute-se a relação entre a qualidade do sinal e a qualidade do serviço, e a seção é encerrada com uma discussão sobre o panorama do processo de controle de potência numa rede de comunicação comercial.

### **2.1.1 Modelo de canal**

Nós definimos intervalo de transmissão como o intervalo de tempo entre dois comandos consecutivos do controle de potência, período curto em que os canais são considerados estáticos ou de variação muito lenta. No contexto do controle de potência, efeitos ao nível dos símbolos de dados transmitidos, como a interferência entre símbolos, por exemplo, são desprezados. O canal de propagação é representado por um ganho de potência  $G(k)$ , em que  $k$  denota o  $k^{\text{ésimo}}$  intervalo de transmissão. O ganho de canal é variante no tempo e composto por contribuições multiplicativas de três efeitos de propagação: a perda de percurso, o desvanecimento lento ou de larga escala e o desvanecimento rápido ou de pequena escala [1,2,11]. Por conveniência, o modelo do ganho de canal é às vezes expresso em decibel (dB), fazendo com que os termos multiplicativos se tornem aditivos. Ao longo de toda a tese é adotada a

notação  $\overline{(\cdot)}$  para representar o valor em dB de  $(\cdot)$ , ou seja,  $\overline{(\cdot)} = 10 \log_{10}(\cdot)$ .

A perda de percurso depende essencialmente da distância entre transmissor e receptor. Diversos modelos matemáticos para a perda de percurso podem ser encontrados na literatura. Nós adotamos o seguinte modelo simplificado:

$$\overline{PL}(d) = \overline{PL}(d_0) + 10\alpha_{PL} \log_{10}(d/d_0), \quad (2.1)$$

onde  $d$  é a distância transmissor-receptor,  $\overline{PL}(d_0)$  é a perda de percurso observada na distância de referência  $d_0$  e  $\alpha_{PL}$  é o coeficiente de atenuação, que depende do ambiente de propagação e varia entre 2 e 6. Para propagação no espaço livre, o coeficiente de atenuação assume o valor 2. Em geral, considera-se um valor em torno de 4 para  $\alpha_{PL}$ .

A componente de desvanecimento lento  $\overline{\chi}_s$  leva em consideração os efeitos da propagação dos sinais devidos a obstáculos de grande porte, como prédios, árvores e carros, por exemplo. Esta componente, também chamada de sombreamento, compreende flutuações estocásticas em torno do valor da perda de percurso. Ela é representada como uma variável aleatória de distribuição normal, com média nula e desvio padrão dependente do ambiente de propagação, tipicamente considerado entre 6 e 12 dB [1, 2, 11]. O desvanecimento lento também pode ser modelado de maneira dinâmica por um processo de Markov de primeira ordem [12, 13],

$$\overline{\chi}_s(k+1) = a\overline{\chi}_s(k) + n(k), \quad (2.2)$$

em que  $n(k)$  é um ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) de média nula e desvio padrão  $\sigma_n$ , e  $a = 10^{-vT_s/D_c}$ , com  $v$ ,  $T_s$ , e  $D_c$  representando, respectivamente, a velocidade relativa entre transmissor e receptor, o intervalo de transmissão e a distância com a qual a correlação normalizada chega a 1/10. Considerando que os terminais são estacionários ou de baixa mobilidade, tem-se  $a \approx 1$ .

Finalmente, o desvanecimento rápido  $\overline{\chi}_{ff}$  resulta das flutuações rápidas da amplitude do sinal no receptor num período curto de tempo, em razão das combinações por vezes construtivas, por vezes destrutivas das réplicas do sinal transmitido que chegam ao receptor por diversos percursos e com amplitudes e fases aleatórias. A envoltória do sinal resultante dessas combinações é um processo estocástico que obedece, no caso de ausência de linha de

visada, a uma distribuição do tipo Rayleigh [14]. A distribuição Rayleigh para a envoltória do sinal corresponde a uma representação da resposta ao impulso do canal complexo como dois processos gaussianos independentes (parte real e parte imaginária). A geração do desvanecimento Rayleigh é realizada pelo modelo de Jakes [15], em que se utiliza um somatório de exponenciais complexas em função de variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuídas, como os ângulos de chegada e as fases dos sinais que chegam ao receptor. O teorema central do limite garante que a distribuição das partes real e imaginária do somatório será gaussiana se o número de percursos for suficientemente grande. Assim,  $\bar{\chi}_{ff}$  representa o ganho de potência associado à distribuição Rayleigh da amplitude do sinal no receptor. Portanto, o ganho de canal  $\bar{G}$  que leva em conta os três fenômenos de propagação de sinais discutidos acima é expresso por:

$$\bar{G}(k) = -\bar{PL}(d) - \bar{\chi}_s(k) - \bar{\chi}_{ff}(k). \quad (2.3)$$

As abordagens que serão propostas para o controle de potência distribuído não se baseiam em modelos específicos para o canal ou para a interferência. Nas soluções apresentadas na Seção 2.4, estas grandezas variantes no tempo são consideradas conhecidas, com seus valores medidos ou estimados. As formulações no espaço de estados dos Capítulos 3 e 4 consideram estas grandezas como entradas exógenas do sistema, também medidas ou estimadas. O modelo de canal apresentado é utilizado para a realização de simulações, cujos resultados são discutidos no Capítulo 5.

### 2.1.2 Medidas de qualidade do enlace de comunicação

Os estudos desenvolvidos na tese consideram o modelo de uma rede de comunicação sem fio genérica, composta por  $M$  usuários co-canal, ou seja,  $M$  pares transmissor-receptor que compartilham o mesmo canal. O conjunto de enlaces de comunicação da rede é representado por  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ . Para cada  $i \in \mathcal{M}$ , a potência de transmissão durante o intervalo de transmissão  $k$  é expressa por  $p_i(k)$ . Logo,  $\mathbf{p}(k) = [p_1(k) \ \dots \ p_M(k)]^T$  é o vetor de potências da rede.

O ganho de canal entre o transmissor  $j$  e o receptor  $i$  durante o intervalo  $k$  é representado por  $G_{ij}(k)$ ,  $\forall i, j \in \mathcal{M}$ . Assim, a SINR no receptor  $i$ , representada por  $\gamma_i(\mathbf{p}(k))$ , é expressa

em função do vetor de potências da rede como mostrado abaixo:

$$\gamma_i(\mathbf{p}(k)) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))p_i(k), \quad (2.4)$$

onde  $\mathbf{p}_{-i}(k) = [p_1(k) \ \cdots \ p_{i-1}(k) \ p_{i+1}(k) \ \cdots \ p_M(k)]^T$  é o vetor de potências dos transmissores que causam interferência ao enlace  $i$ . Além disso,  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))$  é o ganho efetivo de canal do usuário  $i$  durante o intervalo de transmissão  $k$ , a saber:

$$\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k)) = \frac{G_{ii}(k)}{\sum_{\substack{j \in \mathcal{M} \\ j \neq i}} G_{ij}(k)p_j(k) + \sigma_i^2}. \quad (2.5)$$

O ruído térmico no receptor  $i$  é AWGN, representado por uma variável aleatória de média nula e variância  $\sigma_i^2$ , cuja potência conseqüentemente também é dada por  $\sigma_i^2$ .

No lugar do ganho efetivo de canal, às vezes é preferível utilizar o seu inverso, isto é, a interferência efetiva. Considerando o enlace  $i$  e o intervalo de transmissão  $k$ , a interferência efetiva  $I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k))$  é dada por:

$$I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k)) = \frac{1}{G_{ii}(k)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{M} \\ j \neq i}} G_{ij}(k)p_j(k) + \sigma_i^2. \quad (2.6)$$

A SINR, o ganho efetivo de canal e a interferência efetiva são medidas locais de qualidade do enlace de comunicação. Os sistemas de comunicação, em geral, são capazes de medir ou de estimar estas grandezas em seus receptores através da utilização de seqüências piloto, dos canais de controle, etc. [1, 2]. Estas medidas carregam, evidentemente, informações globais da rede e serão utilizadas nas abordagens propostas nesta tese.

### 2.1.3 Relação entre QoS e SINR

A SINR no receptor dada por (2.4)-(2.5) é também expressa em comunicações digitais como segue [16]:

$$\gamma = \frac{R_b E_b}{W I_0}, \quad (2.7)$$

em que a potência do sinal recebido é dada pelo produto da taxa nominal de transmissão  $R_b$  (bits/s) pela energia por bit no receptor  $E_b$ . A potência da interferência mais ruído no receptor é dada por  $W I_0$ , onde  $W$  é a largura de banda (Hz) e  $I_0$  representa a densidade espectral de potência da interferência mais ruído.

A expressão (2.7) define a relação de duas medidas fundamentais de QoS com a SINR: a taxa nominal de transmissão de dados  $R_b$  e a taxa de erro de bit (BER, do termo em inglês *Bit Error Rate*). Esta última é uma função decrescente de  $E_b/I_0$ , que é a relação energia por bit sobre densidade de interferência mais ruído. Assim, taxas de transmissão elevadas e BERs baixas são alcançadas com o aumento de  $R_b$  e de  $E_b/I_0$ . Isto justifica a convencional tradução de exigências de QoS em exigências sobre a SINR no contexto do controle de potência, já que uma QoS elevada corresponde a níveis elevados de SINR. Nós também adotamos esta correspondência.

A taxa de transmissão e a BER têm relação direta com a concepção de transmissão/recepção em termos dos esquemas de modulação e de codificação [16]. Entretanto, a configuração explícita da modulação e da codificação não faz parte dos nossos estudos sobre controle de potência. Assim, supomos o emprego de métodos eficientes de modulação e codificação adaptativas (AMC, do termo em inglês *Adaptive Modulation and Coding*) por parte do transmissor [17–19]. Dessa forma, tendo o valor da SINR alvo ou desejada determinado pelo processo de controle de potência, a AMC determina a configuração de modulação e de codificação que oferecem a máxima taxa nominal de transmissão sujeita a uma restrição de BER.

A capacidade do canal de comunicação (bits/s) é, de maneira geral, uma função crescente da SINR, como afirma o teorema de Shannon sobre a capacidade de um canal AWGN [20]. Na realidade, há restrições sobre a SINR mínima para um nível aceitável de comunicação, assim como sobre a taxa de transmissão máxima, alcançada com um determinado valor de SINR. Então, representamos de uma maneira geral a relação entre taxa de transmissão  $T$  e SINR por:

$$T = \begin{cases} 0, & \gamma(\mathbf{p}) < \gamma_{\min} \\ h(\gamma(\mathbf{p})), & \gamma_{\min} \leq \gamma(\mathbf{p}) \leq \gamma_{\max} \\ h(\gamma_{\max}), & \gamma(\mathbf{p}) > \gamma_{\max} \end{cases}, \quad (2.8)$$

onde  $\gamma_{\min}$  é o limitante inferior da SINR para uma comunicação com nível aceitável,  $\gamma_{\max}$  é o limitante superior da SINR, acima do qual não se observa melhora na taxa de transmissão, e  $h(\cdot)$  é uma função crescente.

Para a avaliação de diferentes algoritmos por meio de simulações, é necessário especificar a função  $h(\cdot)$  em (2.8). Nós adotamos uma expressão proposta em [17] como uma boa aproximação para a taxa de transmissão tanto para canais AWGN quanto para canais com desvanecimento rápido do tipo Rayleigh. A modulação adaptativa considerada em [17] baseia-se em esquemas de modulação QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). A expressão preserva a mesma estrutura daquela da capacidade de Shannon:

$$h(\gamma(\mathbf{p})) = W \log_2(1 + \kappa\gamma(\mathbf{p})), \quad (2.9)$$

onde  $0 < \kappa < 1$  representa um fator de perda média que depende da restrição da BER e do tipo de canal, AWGN ou com desvanecimento Rayleigh [17].

### 2.1.4 Panorama do controle de potência em sistemas práticos

Uma visão realista do controle de potência em redes de comunicação sem fio é apresentada através de um panorama deste processo em sistemas celulares WCDMA (*Wide-band Code Division Multiple Access*), em que o controle de potência é distribuído e exerce um papel fundamental. A Figura 2.1 ilustra o esquema geral do controle de potência para a transmissão no sentido do terminal móvel para a estação-base de rádio.

Observam-se na figura dois processos em malha fechada realizados ao nível da estação-base de rádio: os controles de potência interno e externo. O primeiro utiliza informação sobre a qualidade do sinal no receptor para atualizar a potência de transmissão em cada intervalo de transmissão, ou seja, a cada 0,667 ms. O intuito é o de manter a SINR do sinal recebido o mais próximo possível do valor predeterminado para a SINR alvo. Para isso, o

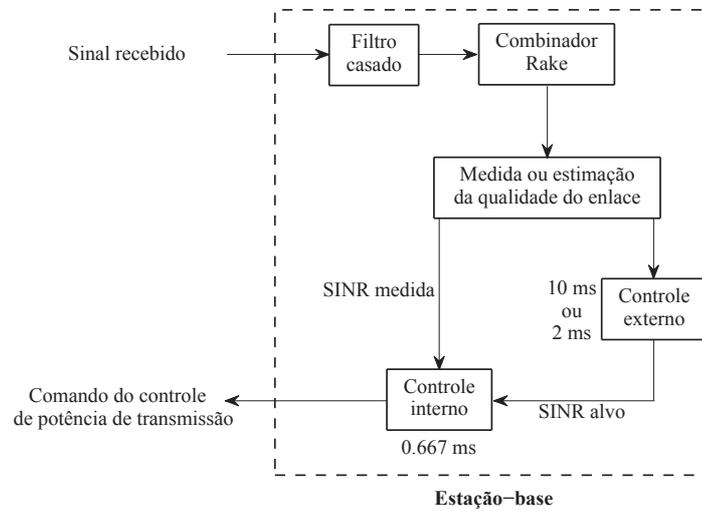


Fig. 2.1: Controle de potência de transmissão para transmissões do terminal móvel para a estação-base de rádio em sistemas celulares WCDMA.

comando de adaptação da potência determinado pelo controle de potência interno é comunicado ao terminal transmissor pela estação-base de rádio por meio do canal de controle. O controle de potência externo, por outro lado, é responsável pelo ajuste da SINR alvo para que a qualidade do sinal no receptor seja compatível com aquela exigida para a oferta do serviço [21]. É o controle de potência externo que implementa uma variação controlada da QoS por meio da adaptação da SINR alvo. É importante ressaltar que o controle externo é mais lento. Tradicionalmente, ele depende de medidas de erro como a taxa de erro de quadro (FER, do termo em inglês *Frame Error Rate*), que é calculada apenas ao fim de alguns intervalos de transmissão de 0,667 ms.

Em geral, as redes sem fio evoluem na direção de ajustes mais rápidos da qualidade do sinal no receptor. Neste contexto, o progresso dos sistemas WCDMA consiste na redução do intervalo de tempo entre duas intervenções do controle de potência externo: de 10 ms ou 15 intervalos [22] para 2 ms ou 3 intervalos [23, 24]. A estrutura de sinalização de tais sistemas já comporta o ajuste da SINR alvo a cada intervalo de transmissão, como faz o controle de potência interno com o ajuste da potência de transmissão [21, 24].

A aplicação de ferramentas do controle automático e da teoria dos jogos no problema

de controle de potência para serviços de QoS flexível é o objetivo dos estudos nesta tese. A flexibilidade depende da viabilidade de atualizações rápidas da QoS, aspecto que avança a cada dia em redes comerciais.

## 2.2 Controle de potência para aplicações de QoS fixa

O controle de potência para aplicações de QoS fixa tem sido muito estudado desde os anos 1990, graças ao surgimento e ao desenvolvimento das redes de telefonia celular. Inicialmente, a comunicação de voz era o único serviço oferecido, caracterizado por restrições fortes de QoS, essencialmente taxas de transmissão e BERs predeterminadas. Em razão da tradução das exigências de QoS em restrições quanto a SINR no receptor (ver Seção 2.1.3), a tarefa dos algoritmos desenvolvidos para aplicações de QoS fixa consiste em ajustar a potência de transmissão para o menor valor com o qual a SINR no receptor é maior ou igual à SINR alvo ou desejada. Estes algoritmos são classificados como *target tracking*, isto é, algoritmos de rastreamento ou perseguição de alvo. Uma abordagem geral que responde a questões de estabilidade e de convergência de algoritmos deste tipo, como [3, 4, 6–9], é estabelecida em [25] e denominada controle de potência *standard*.

Antes de discutir brevemente o controle de potência *standard*, é importante fazer menção a outras abordagens relativas ao controle de potência para aplicações de QoS fixa. O controle de potência *standard* pressupõe conhecimento perfeito sobre informações de qualidade do enlace de comunicação. Entretanto, estas informações são sujeitas a erros causados, por exemplo, pelo atraso na sua atualização (medição ou estimação) dentro do processo do controle de potência, ou por imprecisões comuns em processos de medição ou de estimação de variáveis. Algumas abordagens estocásticas, incluindo a estimação [26, 27] e o controle LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) [28], foram propostas para rastrear uma SINR alvo fixa na presença de medidas da SINR no receptor ou do ganho de canal corrompidas com ruído. O atraso de atuação do controle de potência é considerado explicitamente na formulação no espaço de estados de [29], em que um controlador  $H_\infty$  é proposto para rastrear uma SINR alvo fixa.

### 2.2.1 Controle de potência *standard*

O controle de potência *standard* desenvolvido por Yates [25] é uma abordagem geral do problema, estabelecida de acordo com a identificação de propriedades das restrições de interferência, e que permite uma demonstração da convergência do vetor de potências da rede para um ponto fixo único. Diversos algoritmos se enquadram na classificação de controle de potência *standard*, tais como o DBA (*Distributed Balancing Algorithm*) [4], o algoritmo de Grandhi [8] e o célebre DPC (*Distributed Power Control*) [6], proposto por Foschini e Miljanic.

No controle de potência *standard*, a adaptação de potência é representada como uma função iterativa:

$$\mathbf{p}(k+1) = \zeta(\mathbf{p}(k)), \quad (2.10)$$

em que  $\zeta(\mathbf{p}) = [\zeta_1(\mathbf{p}) \ \cdots \ \zeta_M(\mathbf{p})]^T$  é a função iterativa vetorial associada ao problema de controle de potência da rede, onde  $M$  é o número de usuários co-canal.

**Definição 1** (Controle de potência *standard*). *Uma função iterativa vetorial  $\zeta(\mathbf{p})$  é dita standard se ela satisfaz as seguintes condições:*

*C-1 Monotonicidade: Se  $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}'$ , então  $\zeta(\mathbf{p}) \leq \zeta(\mathbf{p}')$ .*

*C-2 Escalabilidade: Para  $\alpha > 1$ ,  $\zeta(\alpha\mathbf{p}) < \alpha\zeta(\mathbf{p})$ .*

**Nota 1.** *A propriedade de positividade, apresentada na definição original de funções standards em [25], é uma consequência das propriedades de monotonicidade e de escalabilidade [30].*

Os três teoremas seguintes enunciam as propriedades interessantes das funções iterativas *standards*. As demonstrações dos teoremas se encontram em [25].

**Teorema 1.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é standard e se existe um ponto fixo, então o ponto fixo é único.*

**Teorema 2.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é standard e se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$ .*

**Teorema 3.** *Se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$  num processo assíncrono de adaptação de potências.*

Convém fazer algumas observações sobre o significado efetivo dos teoremas. Primeiro, um ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  da função  $\zeta(\mathbf{p})$  é tal que  $\zeta(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^*$ . Isto significa que se uma função iterativa *standard* atinge um ponto fixo, ela permanece naturalmente sobre aquele ponto. No contexto do controle de potência distribuído, um ponto fixo da função iterativa vetorial de potências corresponde a um ponto de operação do sistema. Assim, segundo o Teorema 1, se a função iterativa *standard* do vetor de potências da rede possui um ponto fixo, então existe apenas um ponto de operação do sistema. Os Teoremas 2 e 3 dizem respeito à convergência das adaptações de potência para o ponto fixo único  $\mathbf{p}^*$ , seja por meio de uma operação síncrona da rede, em que os intervalos de transmissão são sincronizados para todos os usuários, seja por meio de uma operação assíncrona.

Em conclusão, sob a condição de existência de um ponto fixo do vetor de potências da rede, todo algoritmo de controle de potência *standard* garante a convergência do vetor de potências para o ponto fixo. A referência [25] estabelece ainda conjuntos de condições suficientes para a existência de um ponto fixo. Por exemplo, se a função *standard* é contínua e se ela apresenta um limitante superior, o que equivale a uma limitação quanto à potência máxima, então existe um ponto fixo.

## 2.3 Controle de potência para aplicações de QoS flexível

As redes de comunicação sem fio emergentes devem oferecer múltiplos serviços com diferentes características. Além do tradicional serviço de comunicação de voz, caracterizado como aplicação de QoS fixa, há a comunicação de dados, como a transmissão de arquivos, por exemplo, que tolera variações na qualidade da comunicação, sobretudo na taxa de transmissão. O controle de potência para aplicações do tipo desta última melhora a eficiência da alocação de recursos por meio da atribuição de uma QoS flexível em função das condições de transmissão. O controle de potência distribuído para aplicações de QoS flexível tem sido estudado em duas vertentes: por meio da teoria dos jogos estáticos e segundo conceitos de comunicações oportunistas. No restante deste capítulo, ambas as vertentes e algumas solu-

ções que nelas se baseiam serão brevemente discutidas. Esta discussão pode ser encontrada com maiores detalhes em [10,31].

### **2.3.1 Soluções baseadas na teoria dos jogos estáticos**

A teoria dos jogos é uma ferramenta matemática dedicada à análise das interações entre indivíduos racionais e interdependentes [32, 33]. Com relação ao controle de potência distribuído, a potência de transmissão de cada enlace transmissor-receptor é definida individualmente e é influenciada pelas decisões dos outros enlaces. Isto caracteriza um jogo não-cooperativo, em que os jogadores são os transmissores, cujas variáveis de decisão são suas potências de transmissão. Múltiplos objetivos podem ser considerados nos critérios dos jogadores, como a maximização da taxa de transmissão e a economia de energia.

A teoria dos jogos não-cooperativos é apropriada à formulação de estratégias de decisão individuais em situações em que os jogadores se encontram em conflito e não são capazes ou não têm permissão de negociar suas decisões. Em um jogo não-cooperativo, apesar de as decisões dos jogadores serem individuais, deseja-se uma solução que satisfaça a todos os jogadores. Isto significa que o conceito de equilíbrio substitui aquele de otimalidade. Em linhas gerais, uma solução de equilíbrio se caracteriza pela ausência de motivação para um desvio unilateral de qualquer que seja o jogador. Como não há hierarquia nem privilégios entre os jogadores no jogo do controle de potência, a solução de equilíbrio de Nash é apropriada [32,33].

Grande parte das abordagens via teoria dos jogos para o controle de potência de transmissão distribuído tem por base o equilíbrio de Nash em jogos estáticos e não-cooperativos, como por exemplo [34–38]. Jogos estáticos são definidos pela ação simultânea dos jogadores, cada um guiado por seu critério instantâneo de otimização, o qual não leva em consideração a dinâmica das interações entre os jogadores. Os critérios compreendem múltiplos objetivos, habitualmente compostos por uma medida de QoS e uma outra de consumo de energia. O espaço de estratégias é contínuo, já que as potências de transmissão assumem valores contínuos, e por isso os jogos são também classificados como infinitos.

O estudo das soluções de equilíbrio de Nash em jogos estáticos não-cooperativos infinitos baseia-se nos conceitos de curvas de reação. A curva de reação de um jogador é a

estratégia que corresponde à melhor resposta do jogador a qualquer que seja a ação dos outros jogadores.

**Definição 2** (Curva de reação). *Seja um jogo de soma não-nula de  $M$  jogadores, em que o conjunto dos jogadores é representado por  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ , e as variáveis de decisão dos  $M$  jogadores formam o vetor  $\mathbf{p} = [p_1 \ \dots \ p_M]^T$ . O conjunto dos espaços de estratégias é representado por  $\{\mathbb{P}_1, \dots, \mathbb{P}_M\}$  e os critérios são dados por  $J_i(\mathbf{p})$ ,  $i \in \mathcal{M}$ . Suponha que o Jogador 1 atinge o mínimo de seu critério,  $J_1(\mathbf{p})$ , ao escolher  $p_1 \in \mathbb{P}_1$ , para todo  $\mathbf{p}_{-1} \in \mathbb{P}_{-1}$ , onde  $\mathbf{p}_{-1} \triangleq [p_2 \ \dots \ p_M]^T$  e  $\mathbb{P}_{-1} \triangleq \mathbb{P}_2 \times \dots \times \mathbb{P}_M$ . Então, o conjunto  $\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1}) \subset \mathbb{P}_1$  definido por:*

$$\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1}) = \{p_1^B \in \mathbb{P}_1 : J_1(p_1^B, \mathbf{p}_{-1}) \leq J_1(p_1, \mathbf{p}_{-1}), \quad \forall p_1 \in \mathbb{P}_1\}$$

*é chamado resposta ótima ou conjunto de reação racional do Jogador 1. Se  $\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1})$  compreende um único elemento para todo  $\mathbf{p}_{-1} \in \mathbb{P}_{-1}$ , então ele é chamado função de resposta ótima ou curva de reação do Jogador 1. Estas definições são igualmente válidas para todo jogador.*

Uma vez sobre um ponto de intersecção das curvas de reação, cada jogador é satisfeito com seu desempenho, pois ele resulta da melhor resposta individual. Na verdade, um ponto de intersecção nas curvas de reação dos jogadores é uma solução de equilíbrio de Nash. Esta relação deriva diretamente das definições de curva de reação e de solução de equilíbrio de Nash (ver as Definições 2 e 3).

**Definição 3** (Solução de equilíbrio de Nash). *O ponto  $\mathbf{p}^N = [p_1^N \ \dots \ p_M^N]^T$ , com  $p_i^N \in \mathbb{P}_i$ ,  $i \in \mathcal{M}$ , é chamado de solução de equilíbrio de Nash de um jogo de soma não-nula de  $M$  jogadores se*

$$J_i(p_1^N, \dots, p_M^N) \leq J_i(p_1^N, \dots, p_{i-1}^N, p_i, p_{i+1}^N, \dots, p_M^N), \quad \forall i \in \mathcal{M}.$$

Em geral, a efetividade das soluções de equilíbrio de Nash depende de três aspectos fundamentais: a existência, a unicidade, e a estabilidade das soluções. A existência de pontos de equilíbrio de Nash significa que existem soluções que satisfazem todos os jogadores simultaneamente. A multiplicidade das soluções de equilíbrio pode levar a resultados ambíguos,

causados pela permutação de estratégias. Para ser mais preciso, considere um jogo de 2 jogadores com dois pontos de equilíbrio de Nash dados por:  $(p_1^{N1}, p_2^{N1})$  e  $(p_1^{N2}, p_2^{N2})$ . Como não há razão para preferir uma ou outra solução de equilíbrio e as decisões dos jogadores são tomadas independentemente, pode-se chegar a uma solução permutada,  $(p_1^{N1}, p_2^{N2})$  ou  $(p_1^{N2}, p_2^{N1})$ , que não é um ponto de equilíbrio. A situação exposta acima justifica a busca por soluções de equilíbrio de Nash únicas. Por fim, uma solução de equilíbrio é dita estável se após o desvio de um ou de vários jogadores esta solução é retomada através de uma seqüência iterativa de ações dos jogadores, guiados por suas curvas de reação.

A correspondência entre as soluções de equilíbrio de Nash nos jogos estáticos não-cooperativos infinitos e os pontos de intersecção das funções de resposta ótima dos jogadores caracteriza uma solução de equilíbrio de Nash única como a solução única de uma equação de ponto fixo. A garantia de convergência para o ponto fixo, isto é, para o ponto de equilíbrio de Nash, é uma propriedade muito importante, que suscita a noção de algoritmo iterativo estável. Os sólidos resultados analíticos sobre a existência, a unicidade e a estabilidade de soluções de equilíbrio de Nash são encontrados, por exemplo, em [32, 33]. Estas idéias compõem a base para o estudo e o desenvolvimento de diversos algoritmos de controle de potência, como aqueles apresentados em [34–38].

### 2.3.2 Controle de potência oportunista

O controle de potência oportunista tem suas raízes nos conceitos da comunicação oportunista [39, 40], que consiste na idéia de ordenar a transmissão dos usuários de acordo com a qualidade de seus canais. Este conceito fundamental é implementado pelo controle de potência distribuído e oportunista proposto em [41, 42].

O controle de potência oportunista oferece um ponto-de-vista alternativo para o problema de controle de potência distribuído. Em [41, 42], as exigências de QoS não são levadas em conta na decisão sobre a potência de transmissão em cada enlace transmissor-receptor. A potência de transmissão do usuário é aumentada para transmitir mais informação se o ganho de canal aumenta ou se a interferência diminui.

O algoritmo OPC (*Opportunistic Power Control*) é proposto em [41] com a introdução do SIP (*Signal-Interference Product*), uma medida que envolve a potência do sinal e a po-

tência da interferência mais ruído. Tendo como referência o modelo da rede apresentado na Seção 2.1, a idéia é de preservar constante e igual a  $\Gamma_i$  o produto entre a potência do sinal  $p_i$  e a interferência efetiva  $I_i^e(\mathbf{p}_{-i})$ , expressa por (2.6). Assim,  $\Gamma_i = p_i I_i^e(\mathbf{p}_{-i})$ ,  $\forall i \in \mathcal{M}$ . Dessa forma, a potência de transmissão é elevada quando a interferência efetiva diminui, e vice-versa. A adaptação de potência realizada pelo algoritmo OPC segue a seguinte função iterativa:

$$p_i(k+1) = \zeta_i(\mathbf{p}(k)) = \frac{\Gamma_i}{I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k))}, \quad (2.11)$$

em que  $\Gamma_i$  é o SIP alvo ou desejado.

A análise de estabilidade e de convergência do algoritmo OPC não é possível no contexto do controle de potência *standard*, pois (2.11) viola a condição de monotonicidade das funções *standards*. Entretanto, as funções iterativas dos algoritmos de controle de potência oportunista também apresentam propriedades que permitem a demonstração da convergência do vetor de potências da rede para um ponto fixo único. Esta nova abordagem geral, proposta em [41], é conhecida como controle de potência *standard* do tipo-II.

**Definição 4** (Controle de potência *standard* do tipo-II). *Uma função iterativa vetorial  $\zeta(\mathbf{p})$  é dita standard do tipo-II se ela satisfaz as seguintes condições:*

*C-1 Monotonicidade do tipo-II: Se  $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}'$ , então  $\zeta(\mathbf{p}) \geq \zeta(\mathbf{p}')$ .*

*C-2 Escalabilidade do tipo-II: Para  $\alpha > 1$ ,  $\zeta(\alpha\mathbf{p}) > (1/\alpha)\zeta(\mathbf{p})$ .*

Os três teoremas abaixo enunciam as propriedades interessantes das funções iterativas *standards* do tipo-II. As demonstrações dos teoremas se encontram em [41].

**Teorema 4.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é standard do tipo-II e se existe um ponto fixo, então o ponto fixo é único.*

**Teorema 5.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é standard do tipo-II e se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$ .*

**Teorema 6.** *Se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$  num processo assíncrono de adaptação de potências.*

Sob a condição de existência de um ponto fixo em termos do vetor de potências da rede, os três teoremas indicam que todo algoritmo de controle de potência *standard* do tipo-II garante a convergência do vetor de potências para um ponto fixo único. Conjuntos de condições suficientes para a existência de um ponto fixo são estabelecidos em [41]. Por exemplo, se a função *standard* do tipo-II é contínua e apresenta um limitante superior, então existe um ponto fixo.

O algoritmo OPC oferece uma utilização muito desigual dos recursos, pois os terminais em situações mais favoráveis são os únicos a obter uma QoS aceitável. Para atenuar este efeito, um mecanismo de equidade foi introduzido no algoritmo OPC em [42], resultando em um segundo algoritmo, com a mesma estrutura do OPC, mas com o SIP alvo definido por:

$$\Gamma_i(k) = \frac{\rho_i}{\left[\widehat{G}_{ii}(k)\right]^2}, \quad (2.12)$$

onde  $\rho_i$  é uma constante e  $\widehat{G}_{ii}(k)$  é a estimativa do ganho de canal médio do enlace  $i$ , calculada durante uma dada janela de tempo. As análises de convergência e de estabilidade para o novo algoritmo, denominado OPC-F (*Opportunistic Power Control with Fairness*), são análogas àquelas do OPC, todas com base nas propriedades das funções *standards* do tipo-II.

Os dois algoritmos oportunistas apresentados acima ignoram a QoS obtida pelos usuários. Com o objetivo de levar em consideração ambos, o oportunismo e a QoS individual dos usuários, nós propomos em seguida uma classe de algoritmos de controle de potência distribuído que rastreiam uma SINR alvo dinâmica, adaptada de maneira oportunista.

## **2.4 Classe de algoritmos de controle de potência oportunista com base na teoria dos jogos estáticos**

O controle de potência com base na teoria dos jogos estáticos não-cooperativos, discutido na Seção 2.3.1, e o controle de potência oportunista, apresentado na Seção 2.3.2, exploram a qualidade dos enlaces de comunicação com o objetivo de utilizar eficientemente os recursos

da rede. Nos dois casos, cada enlace transmissor-receptor atinge um nível de QoS de acordo com o canal que experimenta e com as preferências entre uma QoS alta e um baixo consumo de energia. Não há exigências ou restrições predeterminadas sobre os níveis de QoS. Em geral, estas abordagens não dispõem de um mecanismo eficiente de preservação da equidade na repartição dos recursos entre os usuários da rede. Além disso, as abordagens mencionadas não levam em consideração algumas restrições práticas dos sistemas de comunicação, como limitações da potência de transmissão e da qualidade do sinal no receptor.

Nesta seção, nós propomos uma classe de algoritmos de controle de potência distribuído e oportunista que responde a estas questões. São consideradas restrições de potência de transmissão mínima e máxima, ou seja,  $p_i \in [p_{\min}, p_{\max}] \forall i \in \mathcal{M}$ , assim como restrições sobre a qualidade do sinal no receptor, o que sugere uma região de operação desejada para a SINR recebida. O desenvolvimento detalhado desta classe de algoritmos está disponível em [10, 31].

### 2.4.1 Esquema oportunista de adaptação da QoS

A classe de algoritmos proposta caracteriza-se pelo rastreamento da SINR alvo dentro do intervalo  $[\gamma_{\min}^t, \gamma_{\max}^t]$ . Ao mesmo tempo, a potência de transmissão deve permanecer dentro do intervalo  $[p_{\min}, p_{\max}]$ . Para preservar a natureza oportunista, a SINR alvo deve ser uma função crescente do ganho efetivo de canal, o que significa SINRs mais altas para enlaces em condições favoráveis de transmissão, e vice-versa.

A representação da SINR alvo na Figura 2.2 mostra todos os aspectos mencionados. De acordo com (2.4), se as retas L1 e L2 têm como coeficiente angular os ganhos efetivos de canal  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))$  e  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k+1))$ , respectivamente, então a função  $f_i(p_i)$  corresponde a uma medida de SINR. Além disso, as retas L1 e L2 representam o estado (ganho efetivo de canal, potência e SINR) do enlace de comunicação  $i$  nos intervalos de tempo  $k$  e  $(k+1)$ . A SINR alvo é portanto definida como uma função contínua e decrescente da potência de transmissão, isto é,  $f_i(p_i)$ . As restrições com relação aos intervalos de potência de transmissão e de SINR alvo são satisfeitas. Por fim,  $f_i(p_i)$  é uma função crescente do ganho efetivo de canal, pois  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k+1)) > \mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k)) \Leftrightarrow f_i(p_i(k+1)) > f_i(p_i(k))$  e, conseqüentemente, a atribuição da QoS é oportunista.

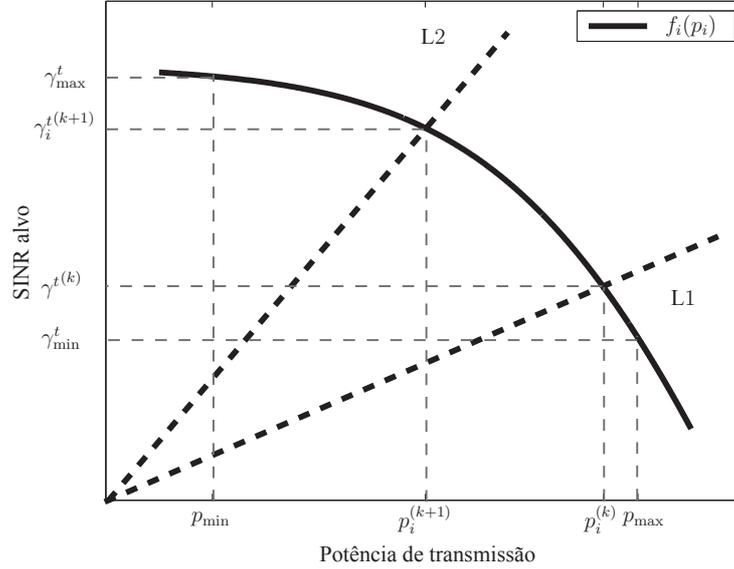


Fig. 2.2: Representação da SINR alvo como uma função contínua e decrescente da potência de transmissão, com restrições de potência e de QoS.

Supondo que o controle de potência é realizável, ou seja, cada usuário é capaz de atingir sua SINR alvo, o esquema apresentado na Figura 2.2 pode garantir um nível alto de equidade com relação à utilização dos recursos da rede. Se  $\gamma_{\min}^t \geq \gamma_{\min}$ , os enlaces em piores condições de propagação permanecem com uma qualidade aceitável de comunicação. Além disso, o desperdício de recursos é evitado se a SINR alvo é mantida sempre menor ou igual ao limitante superior de SINR com relação a ganhos de capacidade, isto é,  $\gamma_{\max}^t \leq \gamma_{\max}$ .

Uma SINR alvo adaptativa definida por uma função contínua e decrescente da potência de transmissão, como apresentado acima, promove uma atribuição de QoS eficiente em termos de consumo de energia. Para verificar a afirmação, define-se, inicialmente, eficiência energética. Em seguida, a Proposição 1 faz uma comparação entre o controle de potência oportunista da Seção 2.3.2 e o esquema proposto acima para adaptação da SINR alvo.

**Definição 5.** *Eficiência energética é a relação entre a quantidade de informação transmitida e o consumo de energia correspondente.*

**Proposição 1.** *O esquema de atribuição da SINR alvo adaptativa segundo uma função decrescente da potência de transmissão é mais eficiente em termos de energia do que o controle de potência oportunista de [41], em que a potência de transmissão é elevada quando o ganho efetivo de canal aumenta.*

*Demonstração.* A eficiência energética  $E_i$  (bits/Joule) em determinado enlace de comunicação  $i$  é expressa por:

$$E_i = \frac{h(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})p_i)}{p_i}, \quad \forall i \in \mathcal{M}, \quad (2.13)$$

onde  $\mathbf{p} = [p_1 \ \cdots \ p_M]^T$  é o vetor de potências de transmissão da rede e  $h(\cdot)$  é uma função crescente de mapeamento da SINR para a taxa de transmissão, como em (2.8).

Supondo que  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k+1)}) > \mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k)})$ , como na Figura 2.2, então, de acordo com o esquema proposto para a adaptação da SINR alvo,  $p_i^{(k+1)} < p_i^{(k)}$  e  $\gamma_i(\mathbf{p}^{(k+1)}) > \gamma_i(\mathbf{p}^{(k)})$ . Seja  $E_i^{(k+1)}$  a eficiência energética no instante  $(k+1)$ . Além disso, seja  $p_i'^{(k+1)}$  a potência de transmissão definida pelo controle de potência oportunista proposto em [41], cuja eficiência energética é designada por  $E_i'^{(k+1)}$ . Já que  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k+1)}) > \mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k)})$ , então  $p_i'^{(k+1)} > p_i^{(k)} > p_i^{(k+1)}$ . Assim, definindo  $p_i'^{(k+1)} = \alpha p_i^{(k+1)}$ ,  $\alpha > 1$ , chegamos à conclusão de que a condição  $E_i^{(k+1)} > E_i'^{(k+1)}$  implica

$$\alpha h(\mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k+1)})p_i^{(k+1)}) > h(\alpha \mu_i(\mathbf{p}_{-i}^{(k+1)})p_i^{(k+1)}). \quad (2.14)$$

Esta é uma condição suave. A expressão de capacidade de Shannon e as tabelas de adaptação de enlace para sistemas HSDPA (*High-Speed Downlink Packet Access*) [43], por exemplo, satisfazem (2.14). Portanto, o esquema de adaptação da SINR alvo proposto é mais eficiente em termos de energia do que o controle de potência oportunista de [41].  $\square$

## 2.4.2 Jogo estático não-cooperativo

O controle e potência distribuído e oportunista é formulado segundo o seguinte jogo estático não-cooperativo:

$$\min_{p_i} \left\{ J_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}) = \left( f_i(p_i) - \gamma_i(\mathbf{p}) \right)^2 \right\}, \quad \forall i \in \mathcal{M}, \quad (2.15)$$

em que  $f_i(p_i)$  é a SINR alvo adaptativa e  $\gamma_i(\mathbf{p})$  é a SINR observada no receptor. Para este critério quadrático, a resposta ótima do jogador  $i$ ,  $\zeta_i^B$ , satisfaz a expressão abaixo:

$$\begin{aligned} f_i(\zeta_i^B) &= \gamma_i(\mathbf{p}) \\ &= \mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B, \end{aligned} \quad (2.16)$$

que nos permite escrever a seguinte relação:

$$\zeta_i^B = \frac{f_i(\zeta_i^B)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} = f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B), \quad (2.17)$$

onde  $f_i^{-1}(\cdot)$  é a função inversa de  $f_i(\cdot)$ . Portanto, a resposta ótima obedece à relação abaixo:

$$f_i(\zeta_i^B) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B). \quad (2.18)$$

Para calcular  $\zeta_i^B$ , deve-se resolver (2.16) para uma função  $f_i(\cdot)$  específica. O cálculo de  $\zeta_i^B$  para diferentes funções  $f_i(\cdot)$  resulta em diferentes algoritmos em função do ganho efetivo de canal  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ . Porém, o nosso interesse reside na análise da convergência e da estabilidade de uma classe de algoritmos de controle de potência em que  $f_i(p_i)$  é uma função contínua e decrescente. Para isso, é necessário exprimir  $\zeta_i^B$  em termos de uma função  $f_i(p_i)$  genérica.

**Proposição 2.** *A função de resposta ótima  $\zeta_i^B$  no jogo (2.15) é escrita, sem perda de generalidade, como:*

$$\zeta_i^B = \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}, \quad \forall i \in \mathcal{M}, \quad (2.19)$$

onde, necessariamente,

$$f_i(p_i) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})p_i). \quad (2.20)$$

*Demonstração.* A representação de  $\zeta_i^B$  decorre diretamente de (2.17) e (2.18). □

A existência, a unicidade e a estabilidade da solução de equilíbrio de Nash para o jogo (2.15) são demonstradas segundo conceitos da teoria de funções iterativas duplamente es-

caláveis, tradução livre do termo em inglês *two-sided scalable functions*, uma abordagem geral para o controle de potência distribuído, estabelecida em [41]. O controle de potência duplamente escalável engloba como casos particulares os controles de potência *standard* e *standard* do tipo-II, apresentados nas Seções 2.2.1 e 2.3.2.

**Definição 6** (Controle de potência duplamente escalável). *Uma função iterativa vetorial  $\zeta(\mathbf{p})$  é dita duplamente escalável se ela satisfaz as seguintes condições: para todo  $\alpha > 1$ ,  $(1/\alpha)\mathbf{p} \leq \mathbf{p}' \leq \alpha\mathbf{p}$  implica*

$$\frac{1}{\alpha}\zeta(\mathbf{p}) < \zeta(\mathbf{p}') < \alpha\zeta(\mathbf{p}).$$

**Teorema 7.** *A função iterativa vetorial dada pela resposta ótima definida pela Proposição 2 é duplamente escalável.*

*Demonstração.* Ver Apêndice A. A demonstração se utiliza das propriedades de escalabilidade (Definição 1) e de escalabilidade do tipo-II (Definição 4) da função iterativa vetorial definida pela Proposição 2. Estas propriedades são demonstradas no Apêndice B.  $\square$

Os três teoremas abaixo enunciam as propriedades interessantes das funções iterativas duplamente escaláveis. As demonstrações dos teoremas se encontram em [41].

**Teorema 8.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é duplamente escalável e se existe um ponto fixo, então o ponto fixo é único.*

**Teorema 9.** *Se  $\zeta(\mathbf{p})$  é duplamente escalável e se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$ .*

**Teorema 10.** *Se o ponto fixo  $\mathbf{p}^*$  existe, então todo vetor de potências  $\mathbf{p}$  converge para  $\mathbf{p}^*$  num processo assíncrono de adaptação de potências.*

Os três teoremas estabelecem que, sob a condição de existência de um ponto fixo em termos do vetor de potências da rede, todo algoritmo de controle de potência duplamente escalável garante a convergência do vetor de potências para um ponto fixo único. Conjuntos de condições suficientes para a existência de um ponto fixo são estabelecidos em [41]. Por exemplo, se a função duplamente escalável é contínua e apresenta um limitante superior, então existe um ponto fixo.

### 2.4.3 Algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2

Os algoritmos que fazem parte da classe de algoritmos discutida nesta Seção 2.4 são obtidos a partir da resolução de (2.16) para uma função  $f_i(\cdot)$  específica. Os algoritmos desenvolvidos em [44] e [45] pertencem a esta classe. Eles foram derivados inicialmente num contexto mais restritivo de jogo não-cooperativo, em que, para garantir a estabilidade e a convergência dos algoritmos, suas funções de adaptação da SINR eram necessariamente analíticas, decrescentes, limitadas e deriváveis. Estas condições permitiam a aplicação de resultados consolidados da teoria dos jogos estáticos não-cooperativos infinitos para a garantia da existência e da unicidade de um ponto de equilíbrio de Nash, como o Teorema 4.3 em [32]. A caracterização da classe de algoritmos aqui apresentada reduz as exigências com relação à função da SINR alvo: ela deve ser contínua, decrescente e limitada.

Em [44], a seguinte função exponencial decrescente é adotada como SINR alvo:

$$f_i^{(1)}(p_i) = 10^{(\alpha_1/10)} p_i^{-\beta_1}, \quad (2.21)$$

sendo os parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  definidos de maneira que  $f_i^{(1)}(p_i)$  contenha os pontos  $(p_{\min}, \gamma_{\max}^t)$  e  $(p_{\max}, \gamma_{\min}^t)$ , de acordo com a discussão sobre a Figura 2.2. O Algoritmo resultante da resolução de (2.16) para  $f_i^{(1)}$  é denominado OQ-DPC-1 (*Opportunistic QoS Distributed Power Control - I*). A Tabela 2.1 descreve a função iterativa e os parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  do algoritmo. Como definido anteriormente, a representação de uma barra sobre uma variável indica valores em dB.

Tab. 2.1: Algoritmo OQ-DPC-1.

<b>OQ-DPC-1</b>
$\bar{p}_i(k+1) = \bar{\zeta}_i(\mathbf{p}(k)) = \frac{1}{1+\beta_1} \left( \alpha_1 - \bar{\mu}_i(\mathbf{p}_{-i}(k)) \right),$
<p>onde:</p>
$\alpha_1 = \bar{\gamma}_{\min}^t + \left( \frac{\bar{\gamma}_{\max}^t - \bar{\gamma}_{\min}^t}{1 - (\bar{p}_{\min}/\bar{p}_{\max})} \right), \quad \beta_1 = \frac{\bar{\gamma}_{\max}^t - \bar{\gamma}_{\min}^t}{\bar{p}_{\max} - \bar{p}_{\min}}.$

Em [45], a SINR alvo adaptativa é uma função sigmóide decrescente da potência de transmissão, descrita abaixo:

$$f_i^{(2)}(p_i) = \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 p_i^2}, \quad (2.22)$$

onde os parâmetros  $\alpha_2$  e  $\beta_2$  são tais que  $f_i^{(2)}(p_i)$  contém os pontos  $(p_{\min}, \gamma_{\max}^t)$  e  $(p_{\max}, \gamma_{\min}^t)$ . A função iterativa do algoritmo correspondente, denominado OQ-DPC-2 (*Opportunistic QoS Distributed Power Control - 2*), assim como os parâmetros  $\alpha_2$  e  $\beta_2$  estão descritos na Tabela 2.2.

Tab. 2.2: Algoritmo OQ-DPC-2.

<b>OQ-DPC-2</b>
$p_i(k+1) = \zeta_i(\mathbf{p}(k)) = \sqrt[3]{\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))}\right)^2 + \frac{1}{(3\beta_2)^3}}}$ $+ \sqrt[3]{\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))} - \sqrt{\left(\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))}\right)^2 + \frac{1}{(3\beta_2)^3}}},$
<p>onde:</p> $\alpha_2 = \gamma_{\max}^t (1 + \beta_2 p_{\min}^2), \quad \beta_2 = \frac{\gamma_{\min}^t - \gamma_{\max}^t}{\gamma_{\max}^t p_{\min}^2 - \gamma_{\min}^t p_{\max}^2}.$

A verificação do funcionamento oportunista dos algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2, assim como alguns resultados de simulações incluindo estes dois algoritmos, se encontram na Seção 5.2. No próximo capítulo, o problema do controle de potência distribuído e oportunista é tratado do ponto-de-vista do controle automático.

## Capítulo 3

# Controle de potência de transmissão oportunista com base em ferramentas de controle automático

Em uma análise geral, apesar da natureza dinâmica do problema de controle de potência de uma rede sem fio para aplicações de QoS flexível, as abordagens mencionadas no capítulo anterior se originam de formulações de otimização estática. A cada intervenção do controle de potência, a potência de transmissão de cada terminal de comunicação da rede é definida como solução de um problema de otimização cujo critério instantâneo contém informações disponíveis naquele instante.

Este é também o caso da classe de algoritmos de controle de potência distribuído e oportunista apresentada na Seção 2.4. Baseada na teoria dos jogos estáticos, a categoria de algoritmos é caracterizada pela definição da SINR alvo em função da qualidade do enlace transmissor-receptor. Na realidade, a qualidade do enlace de comunicação é deduzida pelo nível de potência de transmissão correspondente e a SINR alvo é definida como uma função desta variável.

Apesar das vantagens desta classe de algoritmos com relação a outras abordagens, como aquelas propostas em [41, 42], ela apresenta alguns inconvenientes ou limitações. Cada escolha de função para a SINR alvo corresponde apenas potencialmente a um algoritmo de controle de potência. A existência do algoritmo depende da resolução de uma equação

algébrica que compreende a função da SINR alvo (ver (2.16)). Os algoritmos resultantes podem ser definidos por expressões de cálculo dispendioso ou complexo, como o algoritmo OQ-DPC-2 (Tabela 2.2). Uma outra limitação da classe de algoritmos da Seção 2.4 é a falta de flexibilidade de ajuste da estratégia de alocação de potência, já que a estratégia, seja mais orientada à economia de energia, seja mais agressiva em termos de taxa de transmissão, é completamente definida pela escolha da função de adaptação da SINR alvo.

O controle automático oferece como alternativa um tratamento dinâmico do problema de controle de potência de uma rede sem fio para aplicações de QoS flexível. A partir de formulações apropriadas no espaço de estados, algoritmos ajustáveis, eficientes e de baixa complexidade computacional podem ser desenvolvidos no contexto do controle em malha fechada. Abordagens similares foram utilizadas para aplicações de QoS fixa, como demonstram os trabalhos [26–29]. Além disso, aspectos importantes como a robustez contra incertezas de medida podem ser tratados de maneira adequada pelo controle robusto.

No trabalho inovador [13], estratégias distribuídas são propostas para o controle conjunto da potência de transmissão e da taxa de transmissão de informação numa rede de comunicação sem fio genérica. Neste caso, um algoritmo de controle de congestionamento da rede é utilizado como base do modelo dinâmico da QoS desejada ou SINR alvo. Naquele trabalho, o único objetivo é o rastreamento da SINR alvo adaptativa, derivada de um algoritmo de controle de congestionamento, além do resguardo contra sinais de controle abruptos. As soluções apresentadas são derivadas do controle linear quadrático gaussiano (LQG, do termo em inglês *Linear Quadratic Gaussian*), e do controle  $H_\infty$ , sendo este último utilizado para fazer frente às incertezas do modelo.

Neste capítulo, uma abordagem do controle distribuído e oportunista da potência de transmissão para aplicações de QoS flexível é proposta com base em ferramentas do controle automático. Inicialmente, uma formulação do problema no espaço de estados linear é apresentada, o que possibilita a aplicação de soluções clássicas. A formulação do problema e as soluções propostas se situam no nível de cada enlace transmissor-receptor, com cada enlace definindo sua potência de transmissão de acordo com medidas locais de qualidade de sinal. O controle  $H_2$  e o controle misto  $H_2/H_\infty$  são então utilizados para responder às questões de simplicidade de implementação e de flexibilidade operacional dos algoritmos. O comportamento oportunista do controle de potência proposto é induzido pelo controle  $H_2$ ,

enquanto que a robustez contra incertezas de medida são tratadas à luz do controle misto  $H_2/H_\infty$ . Os estudos deste capítulo foram parcialmente retratados nas publicações [46–49].

### 3.1 Formulação do problema

O controle de potência para aplicações que exigem uma QoS fixa se caracteriza, idealmente, pela seleção de uma seqüência de potências  $\{p_i(k)\}$  que produz uma seqüência de SINRs  $\{\gamma_i(k)\}$  no receptor que tenderá para a SINR alvo ou desejada  $\gamma_i^t$ , para cada enlace  $i \in \mathcal{M}$ . Os algoritmos de rastreamento da SINR alvo preservam a SINR no receptor em torno do valor desejado, apesar dos efeitos induzidos pela variação temporal dos canais e das potências de transmissão dos interferentes. Um algoritmo genérico de rastreamento de uma QoS constante é expresso abaixo:

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k) + (1 - \beta_i)[\bar{\gamma}_i^t - \bar{\gamma}_i(k)], \quad (3.1)$$

onde  $\beta_i$  é um coeficiente de adaptação. Pode-se demonstrar que o algoritmo é *standard* [25] (ver Seção 2.2.1) sob a condição  $0 \leq \beta_i < 1$ , o que assegura a estabilidade do algoritmo e a convergência do vetor de potências para o ponto de operação  $(\bar{p}_i^*, \bar{\gamma}_i^t)$ , com  $\bar{p}_i^* \in [\bar{p}_{\min}, \bar{p}_{\max}]$ .

No caso das aplicações de QoS flexível, o objetivo é propor uma abordagem flexível e oportunista de controle de potência, em que a SINR alvo, inicialmente constante, é ajustada de acordo com um critério de desempenho. As condições gerais consideradas para a classe de algoritmos proposta na Seção 2.4 são preservadas:

- o algoritmo rastreia uma SINR alvo;
- a SINR alvo é adaptativa e definida de acordo com a qualidade do enlace transmissor-receptor;
- a qualidade de cada enlace de comunicação é deduzida pelo nível de potência de transmissão correspondente.

Então, nós associamos à SINR alvo um modelo dinâmico, tendo como referência  $\bar{\gamma}_{\max}$ , apresentada na Seção 2.1.3 como o limiar superior de SINR, acima do qual nenhuma melhoria na QoS é observada. A dinâmica da SINR alvo é ditada pelo sinal de controle  $u_i(k)$ :

$$\bar{\gamma}_i^t(k+1) = \bar{\gamma}_{\max} + u_i(k), \quad \bar{\gamma}_i^t(0) = \bar{\gamma}_{\max}. \quad (3.2)$$

Além disso, nós utilizamos o algoritmo convencional (3.1), mas com a SINR alvo variável no tempo. Assim:

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k) + (1 - \beta_i)[\bar{\gamma}_i^t(k) - \bar{\gamma}_i(k)], \quad \bar{p}_i(0) = \bar{p}_{\text{ini}}, \quad (3.3)$$

onde  $\bar{p}_{\text{ini}}$  é a potência de transmissão inicial, que pode variar de um enlace para outro. O controle de potência com QoS flexível é bem representado por (3.2) e (3.3). É necessário agora definir um critério de desempenho que induza o funcionamento oportunista.

Este critério deve possibilitar a exploração da variação da qualidade dos enlaces de comunicação para uma utilização eficiente dos recursos da rede. Em outras palavras, deve-se definir o valor da QoS dos enlaces de acordo com as condições individuais de transmissão. Por exemplo, os enlaces que experimentam ganhos efetivos de canal mais elevados são autorizados a buscar níveis elevados de SINR, enquanto que os enlaces menos favorecidos são restritos a valores reduzidos de SINR.

Deduzindo a qualidade do enlace de comunicação pelo nível de sua potência de transmissão (em concordância com a discussão em torno da Figura 2.2 na Seção 2.4.1), os enlaces que transmitem a potências mais baixas são os mais favorecidos, e vice-versa. Isto significa que o sinal de controle  $u_i(k)$  em (3.2) deve ser utilizado para diminuir a SINR alvo quando níveis altos de potência de transmissão são observados. Por outro lado, se  $u_i(k)$  tende a zero, a SINR alvo tende a  $\bar{\gamma}_{\max}$  e, conseqüentemente, níveis altos de QoS são obtidos. Assim, o comportamento oportunista é bem representado pelo compromisso entre a obtenção de um valor elevado de SINR e a atenuação da potência de transmissão.

Nós representamos o compromisso mencionado acima através de uma formulação de controle linear com minimização de um critério quadrático, com os dois objetivos presentes no critério de desempenho. Para exprimir o objetivo de atenuação da potência, uma nova variável é introduzida,  $\bar{\varepsilon}_i^p(k) = \bar{p}_i(k) - \bar{p}_{\min}$ , definida pela diferença entre a potência de transmissão e seu valor mínimo. A dinâmica da variável  $\bar{\varepsilon}_i^p(k)$  é obtida de (3.3) e expressa abaixo:

$$\bar{\varepsilon}_i^p(k+1) = \beta_i \bar{\varepsilon}_i^p(k) + (1 - \beta_i) [\bar{\gamma}_i^t(k) - \bar{\mu}_i(k) - \bar{p}_{\min}], \quad \bar{\varepsilon}_i^p(0) = \bar{p}_{\text{ini}} - \bar{p}_{\min}. \quad (3.4)$$

Em concordância com (3.2) e (3.4), o compromisso entre os dois objetivos é representado pelo seguinte critério quadrático:

$$\min_{u_i(k)} \sum_{k=0}^N \left[ q_i(k) (\bar{\varepsilon}_i^p(k))^2 + r_i(k) u_i^2(k) \right], \quad (3.5)$$

que é sujeito a (3.2) e (3.4), e conta com  $q_i(k)$  e  $r_i(k)$  como ponderações da síntese do controlador  $u_i(k)$  para cada  $i \in \mathcal{M}$ . Já que o compromisso é imposto pela relação entre  $q_i(k)$  e  $r_i(k)$ , nós fixamos  $q_i(k) = q_i = 1$ , ficando apenas com  $r_i(k)$  como parâmetro de regulação entre os termos do critério.

Nesta formulação, a ponderação  $r_i(k)$  favorece um ou outro objetivo. A atenuação da potência é reforçada por valores baixos de  $r_i(k)$ . Se  $r_i(k)$  é baixo no critério (3.5), confere-se menos importância à minimização de  $u_i^2(k)$ , que é a energia do sinal de controle. Isto conduz a uma concepção menos restritiva de  $u_i(k)$  para a tarefa de minimização do primeiro termo  $(\bar{p}_i(k) - \bar{p}_{\min})^2$  em (3.5). Por outro lado, de acordo com (3.2), a ênfase na minimização de  $u_i^2(k)$  em decorrência de valores elevados de  $r_i(k)$  leva a uma SINR elevada, próxima do limitante superior  $\bar{\gamma}_{\max}$ .

Qualquer que seja o valor de  $r_i(k)$ , a alocação de potência se faz de maneira oportunista. No caso de ganhos efetivos de canal mais elevados, que indicam uma situação favorável, utiliza-se menos potência, e o primeiro termo no critério multi-objetivo (3.5) torna-se menos pronunciado. Neste caso, o segundo termo do critério, que representa a minimização de  $u_i^2(k)$ , ganha mais importância relativa, resultando em valores da SINR alvo mais próximos de  $\bar{\gamma}_{\max}$ . No caso contrário, a potência de transmissão elevada torna o primeiro termo de (3.5) mais pronunciado, induzindo assim uma síntese do controlador voltada à economia de energia.

Devido ao fato de a estrutura de controle distribuído ser a mesma para cada terminal, nós suprimimos o índice  $i$ , indicativo do enlace, para simplificar a notação no desenvolvimento a seguir, o qual é válido, individualmente, para cada terminal da rede. Nós introduzimos então

o vetor de estado de ordem 2 abaixo:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

assim como o modelo de estados descrito pelas equações (3.2) e (3.4):

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k), \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(0) & \bar{\gamma}^t(0) \end{bmatrix}^T, \quad (3.7)$$

onde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \beta & (1-\beta) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -(1-\beta) & -(1-\beta) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.8)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}.$$

O controle deve minimizar o seguinte critério quadrático:

$$\min_{u(k)} \quad \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(N)\mathbf{Q}\mathbf{x}(N) + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + r(k)u^2(k)]$$

sujeito a (3.6) – (3.8) (3.9)

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad r(k) > 0.$$

É importante observar que o vetor de entrada  $\mathbf{B}_2$  garante a controlabilidade do sistema (3.6)-(3.8), pois a matriz de controlabilidade  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$  é de posto completo. No contexto do controle em malha fechada,  $\mathbf{w}(k)$  é uma entrada exógena, composta pelas constantes  $\bar{\gamma}_{\max}$  e  $\bar{p}_{\min}$  e pelo ganho efetivo de canal  $\bar{\mu}(k)$ , que é conhecido (medido ou estimado).

Esta formulação torna nossa abordagem independente de um modelo específico de canal ou de interferência, pois estas grandezas são consideradas no modelo como entradas exógenas, já que ambas se fazem presentes no ganho efetivo de canal  $\bar{\mu}(k)$ . As incertezas sobre  $\bar{\mu}(k)$  são tratadas por uma abordagem de controle robusto.

### 3.2 Solução via controle $H_2$

O problema definido em (3.9) corresponde ao problema de controle  $H_2$  ilustrado na Figura 3.1, onde  $\mathbf{G}$  é o controlador  $H_2$  e  $\mathcal{H}$  é a forma padrão do problema de controle:

$$\mathcal{H} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{12}(k)u(k), \end{cases} \quad (3.10)$$

sendo as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$  e a entrada exógena  $\mathbf{w}(k)$  definidas em (3.8). A matriz  $\mathbf{C}_1$  e o vetor  $\mathbf{D}_{12}$  têm como expressão:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{1/2}(k) \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

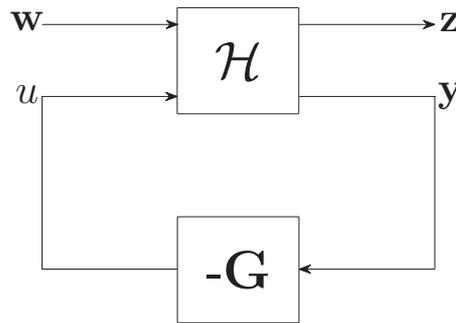


Fig. 3.1: Transformação linear fracionária: sistema em malha fechada.

Limitando-se às soluções por realimentação de estado, as sínteses  $H_2$  e do regulador linear quadrático (LQR, do termo em inglês *Linear Quadratic Regulator*) são equivalentes em razão da estrutura particular do problema. Sob a condição de que o vetor de estado esteja sempre disponível e de que a entrada exógena  $\mathbf{w}(k)$  não corrompa a medida do vetor de estado, o controle  $H_2$  por realimentação de estado corresponde ao controle LQR para todo  $\mathbf{B}_1$  não-identicamente nulo. Isto significa que o controlador  $\mathbf{G}$  que estabiliza  $\mathcal{H}$  e minimiza a norma  $H_2$  da função de transferência entre  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{z}$  é aquele que minimiza a norma  $L_2$  de  $\mathbf{z}$  [50–52].

Todas as condições para esta equivalência são satisfeitas em (3.9). As variáveis de estado, ou seja, a potência de transmissão e a SINR alvo estão disponíveis a cada instante. Considera-se que a entrada exógena  $\mathbf{w}(k)$ , constituída pelas constantes  $\gamma_{\max}$  e  $\bar{p}_{\min}$  e pelo ganho efetivo de canal  $\bar{\mu}(k)$ , também esteja disponível. É importante ressaltar que o controle  $H_2$  não é ótimo neste caso, pois a entrada exógena não é uma variável aleatória gaussiana.

### 3.2.1 Algoritmo $H_2$ -DPC

A solução mais simples para o problema estabelecido em (3.9) é obtida ao se considerar um horizonte de tempo infinito, isto é,  $N \rightarrow \infty$ , com  $r(k) = r$ , sendo  $r$  constante. O controlador resultante impõe uma dependência estática do sinal de controle com relação ao vetor de estado [53]:

$$u(k) = -\mathbf{G} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

sendo o ganho de realimentação de estado dado por:

$$\mathbf{G} = [r + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{A}, \quad (3.13)$$

onde  $\mathbf{K}$  é a solução da seguinte equação algébrica de Riccati no tempo discreto (DARE, do termo em inglês *Discrete-time Algebraic Riccati Equation*):

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2 [r + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{A}. \quad (3.14)$$

Nós designamos o procedimento composto por (3.6)-(3.8) e (3.12)-(3.14) algoritmo  $H_2$ -DPC (*H<sub>2</sub> Distributed Power Control*), descrito na Tabela 3.1. É importante observar que o algoritmo  $H_2$ -DPC apresenta uma baixa complexidade computacional, pois a única matriz a ser invertida é, na verdade, um escalar. Além disso, os vetores e matrizes envolvidos são de ordem 2 e as expressões (3.13) e (3.14) são calculadas apenas uma vez. O cálculo de  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{K}$  pode ser realizado *offline* para valores distintos de  $r$ , e os resultados podem ser armazenados para uso posterior.

Tab. 3.1: Algoritmo  $H_2$ -DPC.

$H_2$ -DPC
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k), \text{ sujeito a (3.8)}$
$u(k) = -\mathbf{G}\mathbf{x}(k)$
$\mathbf{G} = [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{A}$
$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{A}^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2 [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{A}$

Relembrando a discussão já feita sobre o papel do parâmetro  $r$ , este parâmetro é fundamental para a definição de diferentes perfis com respeito ao compromisso entre a economia de energia e a obtenção de altos níveis de QoS. Dessa forma, a escolha arbitrária ou subjetiva de  $r$ , assim como o fato de o parâmetro ser estático são considerados limitações do algoritmo  $H_2$ -DPC.

### 3.2.2 Algoritmo A- $H_2$ -DPC

A motivação para um parâmetro  $r(k)$  adaptativo vem do interesse num ajuste flexível e numa implementação simples da estratégia de alocação de potência. O ajuste de  $r(k)$  permite uma adaptação mais eficiente às condições de propagação e suas variações. Normalmente, a adaptação de parâmetros depende das especificidades do sistema e exige testes ou simulações. Entretanto, com o intuito de demonstrar os potenciais ganhos de desempenho de um algoritmo  $H_2$ -DPC adaptativo, nós adotamos uma expressão simples para  $r(k)$ :

$$r(k) = \max\{\phi[\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)], \epsilon\}, \quad (3.15)$$

em que  $\phi > 0$  é um parâmetro definido pelo usuário e/ou pela rede, sendo utilizado para distinguir diferentes perfis de usuário ou condições de propagação. Valores elevados de  $\phi$  representam perfis mais agressivos em termos de taxa de transmissão, pois correspondem a  $r(k)$  mais elevado, enquanto que valores baixos favorecem a economia de energia.

O parâmetro  $\epsilon > 0$  é empregado apenas para garantir a positividade de  $r(k)$ . A diferença  $\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)$  ajuda a conservar a transmissão dentro de um intervalo desejado de SINR: se a SINR no receptor  $\bar{\gamma}(k)$  se distancia de  $\bar{\gamma}_{\max}$ , então  $r(k)$  aumenta. Conseqüentemente, a SINR alvo resultante para o próximo instante tende a se aproximar de  $\bar{\gamma}_{\max}$ .

No problema estabelecido em (3.9), o parâmetro  $r(k)$  expresso por (3.15) exige um controlador variante no tempo. A solução para (3.9) num horizonte de tempo finito é composta por um ganho de realimentação de estado variável  $\mathbf{G}(k)$  e uma equação recursiva de Riccati, ambos descritos abaixo [53, 54]:

$$\mathbf{G}(k) = [r(k) + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A}, \quad (3.16)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(k) = & \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A} + \mathbf{Q} \\ & - \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2 [r(k) + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Esta solução depende da integração no tempo retrógrado de  $\mathbf{K}(k)$ , partindo do valor final  $\mathbf{K}(N) = \mathbf{Q}$  e indo até  $\mathbf{K}(1)$ , o que exige a informação de todos os valores de  $r(k)$  no intervalo. Assim, a solução não é plausível, pois os valores de  $r(k)$  para  $k = 1, \dots, N$  não estão disponíveis *a priori*. Pelo contrário,  $r(k)$  é definido de acordo com as condições de propagação correntes.

O algoritmo  $H_2$ -DPC adaptativo consiste, então, na implementação do algoritmo  $H_2$ -DPC (Tabela 3.1) com um valor diferente de  $r(k)$  para cada intervalo de transmissão  $k$ , de acordo com (3.15). Nós chamamos este procedimento de algoritmo A- $H_2$ -DPC (*Adaptive  $H_2$  Distributed Power Control*), que é descrito na Tabela 3.2.

Da mesma forma que para o algoritmo  $H_2$ -DPC, os vetores e matrizes envolvidos nos cálculos de A- $H_2$ -DPC são de ordem 2 e nenhuma inversão matricial é necessária. Porém, todo o procedimento é efetuado a cada intervalo de transmissão  $k$ . Este é o preço do ajuste flexível e sistemático da ponderação dinâmica  $r(k)$  presente no critério (3.9) e responsável pelo compromisso entre baixo consumo de energia e alto nível de QoS.

Tab. 3.2: Algoritmo A- $H_2$ -DPC.

<b>A-<math>H_2</math>-DPC</b>
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k), \text{ sujeito a (3.8)}$
$u(k) = -\mathbf{G}(k)\mathbf{x}(k)$
$r(k) = \max\{\phi[\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)], \epsilon\}$
$\mathbf{G}(k) = [r(k) + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}(k)\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}(k)\mathbf{A}$
$\mathbf{K}(k) = \mathbf{A}^T\mathbf{K}(k)\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{A}^T\mathbf{K}(k)\mathbf{B}_2 [r(k) + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}(k)\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}(k)\mathbf{A}$

### 3.2.3 Algoritmo FI- $H_2$ -DPC

Como alternativa ao controle LQR, que para a formulação proposta é equivalente ao controle  $H_2$  por realimentação de estado, nós aproveitamos a disponibilidade da entrada exógena para explorá-la na síntese da lei de controle. Isto nos leva ao controle  $H_2$  com informação completa, cujo sinal de controle tem a seguinte expressão [50, 54]:

$$u(k) = -\mathbf{G} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix} - \mathbf{G}_w \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

em que o ganho de realimentação de estado  $\mathbf{G}$  é exatamente o mesmo definido pelo controle LQR (ver equação (3.13)). O ganho suplementar  $\mathbf{G}_w$ , associado à entrada exógena, é definido como:

$$\mathbf{G}_w = [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_1. \quad (3.19)$$

Apesar desta solução apresentar um ganho suplementar,  $\mathbf{G}_w$ , este ganho é calculado com base na mesma matriz  $\mathbf{K}$  presente no ganho de realimentação de estado  $\mathbf{G}$ . Dessa forma, a solução  $H_2$  com informação completa não apresenta um aumento relevante de complexidade se comparada à solução LQR, pois as matrizes envolvidas permanecem de ordem 2 e a única

inversão é realizada sobre um escalar. O procedimento constituído por (3.6)-(3.8), (3.18) e (3.19), com  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{K}$  expressos por (3.13) e (3.14), é designado algoritmo FI- $H_2$ -DPC (*Full Information  $H_2$  Distributed Power Control*). A Tabela 3.3 reúne as expressões do algoritmo.

Tab. 3.3: Algoritmo FI- $H_2$ -DPC.

<b>FI-<math>H_2</math>-DPC</b>
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k), \text{ sujeito a (3.8)}$
$u(k) = -\mathbf{G}\mathbf{x}(k) - \mathbf{G}_w\mathbf{w}(k)$
$\mathbf{G} = [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{A}$
$\mathbf{G}_w = [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_1$
$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{A}^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2 [r + \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T\mathbf{K}\mathbf{A}$

### 3.3 Solução via controle misto $H_2/H_\infty$

A Seção 3.2 trata do desempenho nominal do controle de potência de transmissão distribuído através do controle  $H_2$ . Em razão de aspectos como o atraso no processo do controle de potência e os erros de medição da qualidade do enlace transmissor-receptor, a informação sobre esta qualidade não é confiável. Como o controle de potência baseia-se nesta informação, a robustez do sistema contra incertezas sobre a medida de qualidade do enlace de comunicação é um fator importante.

O controle  $H_\infty$  é a ferramenta apropriada para responder a questões de estabilidade e robustez. Por ser derivado de uma otimização de “pior caso”, o controle  $H_\infty$  pode se revelar muito conservador em termos do desempenho com relação à norma  $H_2$  [50, 51, 54]. Então, tendo em vista a complementaridade dos controles  $H_2$  e  $H_\infty$ , nós utilizamos nesta seção o controle misto  $H_2/H_\infty$  para propor soluções de compromisso, nas quais o desempenho nominal do controle de potência distribuído para aplicações de QoS flexível é considerado conjuntamente com a robustez contra incertezas nas medidas da qualidade do canal.

A abordagem baseada no controle misto  $H_2/H_\infty$  é desenvolvida tomando como referência a formulação apresentada na Seção 3.1. A forma padrão do problema de controle  $H_2$ , definida em (3.10), é modificada para considerar as incertezas sobre a informação do estado do canal, isto é, sobre o ganho efetivo de canal  $\mu(k)$ , definido em (2.5). Para representar a incerteza, nós substituímos o ganho efetivo de canal em (3.4) por seu valor estimado:

$$\bar{\mu}_e(k) = \bar{\mu}(k) + \bar{\delta}_\mu(k), \quad (3.20)$$

onde  $\bar{\delta}_\mu$  representa a incerteza ou o erro de medida.

A introdução do erro leva a uma nova entrada no modelo no espaço de estados dado por (3.6)-(3.8). A formulação por transformação linear fracionária para o sistema em malha fechada na presença de incertezas é ilustrada na Figura 3.2. A nova forma padrão representada por  $\mathcal{H}$  é descrita abaixo:

$$\mathcal{H} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k) + \mathbf{B}_3\bar{\delta}_\mu(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{12}u(k) + \mathbf{D}_{13}\bar{\delta}_\mu(k), \end{cases} \quad (3.21)$$

com  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$  e  $\mathbf{B}_2$  definidos em (3.8),  $\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} (1-\beta) & 0 \end{bmatrix}^T$  e  $\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} & \bar{\mu}_e(k) & \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}^T$ . As matrizes da saída do sistema são definidas de maneira a preservar os objetivos do controle LQR no critério (3.9), isto é, minimizar a norma  $L_2$  de  $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{(1/2)}(k) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Observa-se que a saída  $\mathbf{z}(k)$  em (3.21) é a mesma do controle  $H_2$  em (3.10).

### 3.3.1 Algoritmo $H_2/H_\infty$ -DPC

O controle misto  $H_2/H_\infty$  considerado é o problema de controle  $H_2$  da Seção 3.2 com uma restrição sobre a norma  $H_\infty$  da função de transferência entre a incerteza  $\bar{\delta}_\mu$  e a medida de desempenho  $\mathbf{z}$ . A condição de estabilidade para o sistema em malha fechada apresentado na Figura 3.2 é estabelecida pelo teorema do pequeno ganho [50, 51]: se  $\|\Delta\|_\infty \leq \alpha$ ,  $\alpha > 0$ , então a estabilidade é preservada se, e somente se,  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < \frac{1}{\alpha}$ . O Teorema 11 define

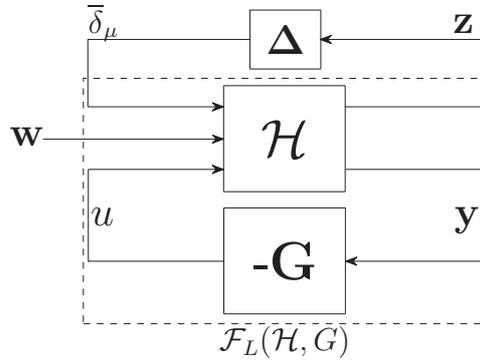


Fig. 3.2: Transformação linear fracionária: sistema em malha fechada na presença de incertezas.

o controlador estático por realimentação de estado para uma otimização num horizonte de tempo infinito, com  $r(k) = r$ ,  $r$  constante. Este controlador estabiliza  $\mathcal{H}$  e minimiza a norma  $H_2$  da função de transferência entre  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{z}$ , sob a condição de estabilidade mencionada acima, representada pela limitação da norma  $H_\infty$ .

**Teorema 11.** *Seja  $\alpha > 0$  o nível de atenuação de perturbação. A lei de controle por realimentação de estado  $u(k) = -\mathbf{G}\mathbf{x}(k)$ , tal que a desigualdade  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < \frac{1}{\alpha}$  é satisfeita e a norma  $H_2$  da função de transferência entre  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{z}$  é minimizada, existe se, e somente se, o ganho de realimentação de estado  $\mathbf{G}$  é dado por:*

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -\alpha^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{D}_E + \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \right)^{-1} (\mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{D}_E), \quad (3.23)$$

onde  $\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{D}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{13} & \mathbf{D}_{12} \end{bmatrix}$ . A matriz simétrica e definida positiva  $\mathbf{K}$  é solução da seguinte equação algébrica de Riccati no tempo discreto:

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - (\mathbf{C}_1^T \mathbf{D}_E + \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E) \left( \begin{bmatrix} -\alpha^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{D}_E + \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \right)^{-1} (\mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{C}_1). \quad (3.24)$$

*Demonstração.* Ver os desenvolvimentos com base no *bounded real lemma* para o controla-

dor  $H_\infty$  para sistemas lineares estacionários em [55, 56] e para sistemas variantes no tempo em [57]. A extensão do desenvolvimento para o controlador misto  $H_2/H_\infty$  é detalhada em [58].  $\square$

A equivalência entre os problemas de controle misto  $H_2/H_\infty$  e de controle  $H_2$  puro para  $\alpha = 0$  depende da seguinte manipulação matemática. Nós colocamos  $\alpha$  para fora da inversão em (3.23)-(3.24), por ambos os lados da inversão. Com isso, as expressões de  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{K}$  tornam-se:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A} \quad (3.25)$$

e

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 -$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A}, \quad (3.26)$$

com:

$$\mathbf{B}_E \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}}_E. \quad (3.27)$$

Dessa forma, no lugar de  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < 1/\alpha$  no Teorema 11, nós consideramos  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < 1$  ao deslocar  $\alpha$  para o vetor de entrada exógena. Assim, o novo vetor de entrada exógena é  $\tilde{\mathbf{B}}_3 = \alpha \mathbf{B}_3$ . O parâmetro  $\alpha$  define o nível de robustez do algoritmo com relação à incerteza sobre o ganho efetivo de canal. Na verdade, este parâmetro determina o compromisso entre os controles  $H_2$  e  $H_\infty$ : valores baixos de  $\alpha$  relaxam a restrição sobre a norma  $H_\infty$ , tornando o algoritmo menos robusto, enquanto que valores elevados reforçam a robustez do algoritmo. No caso extremo em que  $\alpha = 0$ , nenhuma restrição de robustez é imposta e o controle misto  $H_2/H_\infty$  se reduz ao controle  $H_2$ , ou equivalentemente, as equações (3.25)-(3.26) se reduzem a (3.13)-(3.14). O procedimento constituído por (3.21)-(3.22)

e (3.25)-(3.26) é designado algoritmo  $H_2/H_\infty$ -DPC ( $H_2/H_\infty$  Distributed Power Control), cujo resumo é apresentado na Tabela 3.4.

Tab. 3.4: Algoritmo  $H_2/H_\infty$ -DPC.

$H_2/H_\infty$ -DPC
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k) + \mathbf{B}_3\bar{\delta}_\mu(k), \text{ sujeito a (3.8), (3.21) e (3.22)}$
$u(k) = -\mathbf{G}\mathbf{x}(k)$
$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{B}}_E \right)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A}$
$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{A}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{B}}_E \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{B}}_E \right)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A}$

### 3.3.2 Algoritmo A- $H_2/H_\infty$ -DPC

A abordagem robusta descrita acima reduz a sensibilidade do algoritmo com respeito às incertezas sobre o ganho efetivo de canal. Como no caso do controle  $H_2$  na Seção 3.2, um parâmetro  $r$  adaptativo pode ser benéfico para o algoritmo  $H_2/H_\infty$ -DPC. O mesmo se aplica para o parâmetro  $\alpha$ , responsável pelo nível de robustez. Ambos os casos exigem um controlador variante no tempo.

Por razões similares às discutidas na Seção 3.2.2 para o controle  $H_2$ , a solução para um horizonte de tempo finito, dada por um controlador variante no tempo para o controle misto  $H_2/H_\infty$  não é plausível. Nós propomos então a implementação do algoritmo  $H_2/H_\infty$ -DPC (Seção 3.3.1) com um valor de  $r(k)$  diferente a cada intervalo de transmissão  $k$ , adaptado segundo (3.15). Nós nos referimos a este procedimento como algoritmo A- $H_2/H_\infty$ -DPC (*Adaptive  $H_2/H_\infty$  Distributed Power Control*), que tem suas equações expressas na Tabela 3.5. O parâmetro  $\alpha$  poderia ser também adaptado a cada intervalo de transmissão. Este aspecto, porém, não foi explorado em nosso estudo. Considera-se  $\alpha = 1$  em todo

caso, o que assegura que os efeitos das perturbações sobre a saída não são amplificados ( $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < 1$  na Figura 3.2).

Tab. 3.5: Algoritmo  $A-H_2/H_\infty$ -DPC.

$A-H_2/H_\infty$ -DPC
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k) + \mathbf{B}_3\bar{\delta}_\mu(k), \text{ sujeito a (3.8), (3.21) e (3.22)}$
$u(k) = -\mathbf{G}(k)\mathbf{x}(k)$
$r(k) = \max\{\phi[\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)], \epsilon\}$
$\mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r(k) \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K}(k) \tilde{\mathbf{B}}_E \right)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K}(k) \mathbf{A}$
$\mathbf{K}(k) = \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k) \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k) \tilde{\mathbf{B}}_E \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & r(k) \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K}(k) \tilde{\mathbf{B}}_E \right)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_E^T \mathbf{K}(k) \mathbf{A}$

Os diferentes algoritmos derivados neste capítulo são comparados entre si tanto analiticamente quanto por meio de simulações computacionais no Capítulo 5. No próximo capítulo, o problema do controle de potência distribuído e oportunista é reconsiderado. Após uma nova formulação no espaço de estados, o problema é tratado como um jogo dinâmico não-cooperativo.



## Capítulo 4

# Controle de potência de transmissão oportunista com base na teoria dos jogos dinâmicos

O controle de potência de transmissão oportunista de uma rede de comunicação sem fio é naturalmente multi-objetivo. Em nossos estudos, ele resulta do compromisso entre dois objetivos: a maximização da QoS e a minimização do consumo de energia, como explicado em maiores detalhes na Seção 3.1. Como toda estratégia de controle de potência baseada na qualidade do enlace de comunicação, o controle de potência oportunista também tem como objetivo fundamental a manutenção da SINR no receptor em níveis que se aproximem tanto quanto possível da SINR alvo.

No capítulo anterior, nós formulamos o problema de controle de potência oportunista de maneira a representar num único critério quadrático o compromisso entre a maximização da SINR e a minimização da potência de transmissão. Com isso, pudemos aplicar soluções tradicionais do controle automático linear, como os controles  $H_2$  e misto  $H_2/H_\infty$ . O objetivo fundamental de minimização da diferença entre a SINR alvo e a SINR observada no receptor,  $\bar{\gamma}^t(k) - \bar{\gamma}(k)$ , não aparece no critério de otimização. Porém, este objetivo é respeitado por causa da dinâmica escolhida para a adaptação de potência, equação (3.3), que impõe  $\bar{\gamma}(k) = \bar{\gamma}^t(k)$  no ponto de operação do sistema. O artifício utilizado no capítulo anterior, que serve à acomodação dos três objetivos acima citados num único critério, permite o emprego

de apenas um sinal de controle, este sobre a SINR alvo. Uma outra configuração de controle do sistema, como por exemplo a introdução de um segundo sinal de controle, desta vez sobre a potência de transmissão, leva a soluções degeneradas com relação ao rastreamento da SINR alvo.

Neste capítulo, nós consideramos o problema multi-objetivo de controle de potência oportunista como um problema multi-critério. O conflito entre os critérios, a saber, a maximização da SINR e a minimização da potência de transmissão, acontece no contexto individual de cada usuário. Com a utilização apenas de informações locais ou individuais, as soluções propostas se mantêm descentralizadas ou distribuídas. Além disso, o objetivo fundamental de rastreamento da SINR alvo é respeitado na abordagem proposta.

A teoria dos jogos dinâmicos no tempo discreto oferece um tratamento adequado a problemas de decisão multi-critério em que a evolução do processo de decisão é descrita por equações a diferenças. Nós apresentamos inicialmente a definição de um jogo dinâmico de 2-jogadores no tempo discreto.

**Definição 7** (Jogo dinâmico de 2-jogadores no tempo discreto). *Um jogo dinâmico de 2-jogadores no tempo discreto é caracterizado por:*

- *intervalos de tempo discretos,  $k = 0, \dots, N$ ;*
- *conjunto  $\Upsilon = \{1, 2\}$  dos jogadores ou agentes de decisão;*
- *espaços euclidianos de dimensões finitas:*
  - $\mathbb{X}$ , *espaço de estado;*
  - $\mathbb{U}_i, \forall i \in \Upsilon$ , *espaços dos valores de controle;*
- *uma aplicação  $F : (\mathbb{X} \times \mathbb{U}_1 \times \mathbb{U}_2) \rightarrow \mathbb{X}$  definindo a equação a diferenças*

$$\mathbf{x}(k+1) = F(\mathbf{x}(k), u_1(k), u_2(k)), \quad u_1(k) \in \mathbb{U}_1, \quad u_2(k) \in \mathbb{U}_2, \quad k = 0, \dots, N;$$
- *espaços de controle ou de estratégia  $\mathbb{U}_i, \forall i \in \Upsilon$ ;*
- *funções reais, isto é, critérios de desempenho,  $J_i : (\mathbb{X} \times \mathbb{U}_1 \times \mathbb{U}_2) \rightarrow \mathbb{R}, \forall i \in \Upsilon$ .*

Nós decidimos estudar na tese os jogos dinâmicos lineares-quadráticos não-cooperativos de soma não-nula, pois eles são a tradução mais direta do problema de controle automático linear tratado no capítulo anterior para o contexto multi-critério. Um jogo deste tipo se caracteriza por uma dinâmica linear do vetor de estados e por critérios de desempenho quadráticos que não são completamente antagonistas, isto é, são de soma não-nula. Cada jogador utiliza um sinal de controle para otimizar seu critério em função das informações de que dispõe.

## 4.1 Formulação do problema

Nesta seção, nós apresentamos a formulação do problema de controle distribuído e oportunista de potência de transmissão como um jogo dinâmico no tempo discreto. O jogo se dá no contexto individual de cada enlace transmissor-receptor. Isto significa que cada usuário define sua SINR alvo e sua potência de transmissão de acordo com o jogo por ele considerado. Já que apenas informações locais ou individuais são utilizadas, as soluções propostas são descentralizadas. Além disso, como todo o procedimento que será apresentado abaixo é válido individualmente para cada enlace de comunicação da rede, a notação é simplificada ao suprimir a indicação do enlace transmissor-receptor.

Os critérios de desempenho e os sinais de controle dos jogadores são definidos a seguir. O Jogador 1 é o minimizador da potência de transmissão e tem o sinal de controle  $u_1$  como variável de decisão. O Jogador 2 se ocupa da maximização da SINR alvo, tendo como variável de decisão o sinal de controle  $u_2$ . Assim, o usuário em questão realiza a adaptação de sua SINR alvo e de sua potência de transmissão por meio de  $u_1$  e  $u_2$ . Os critérios dos jogadores são escritos como:

$$\begin{aligned} \text{Jogador 1: } \min_{u_1(k)} & \frac{1}{2} a_p (\bar{p}(N) - \bar{p}_{\min})^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [a_p (\bar{p}(k) - \bar{p}_{\min})^2 + r_1 u_1^2(k)], \\ \text{Jogador 2: } \min_{u_2(k)} & \frac{1}{2} (\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}^t(N))^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [a_\gamma (\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}^t(k))^2 + r_2 u_2^2(k)], \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde  $a_p > 0$  e  $a_\gamma > 0$  são ponderações sobre os objetivos de otimização, enquanto que  $r_1 > 0$  e  $r_2 > 0$  são ponderações sobre a potência dos sinais de controle em cada critério.  $\bar{p}_{\min}$  e  $\bar{\gamma}_{\max}$  são, respectivamente, a potência de transmissão mínima e a SINR máxima, de acordo com a discussão na Seção 2.1.3.

O papel das ponderações em (4.1) é evidente. Na realidade, com relação às abordagens do Capítulo 3, baseadas no controle automático, em que apenas um parâmetro de regulação define o compromisso entre os dois objetivos do controle de potência oportunista, a abordagem multi-critério oferece um grau de liberdade adicional. Esta flexibilidade é preservada mesmo se três dos quatro parâmetros de regulação em (4.1) são mantidos fixos, fato confirmado pelas análises realizadas no Capítulo 5. Nós consideramos, portanto,  $a_p = a_\gamma = 1$  e  $r_2 = 10^{-3}$ , de maneira a ficar com apenas um parâmetro de regulação,  $r_1$ , cujo papel é semelhante ao do parâmetro  $r$  nas abordagens do controle automático mono-critério do Capítulo 3. Este parâmetro define o compromisso entre o baixo consumo de energia, objetivo reforçado com valores baixos de  $r_1$ , e a obtenção de um alto nível de QoS, objetivo enfatizado por valores elevados de  $r_1$ .

Para preservar a coerência da nova formulação com respeito ao rastreamento da SINR alvo  $\bar{\gamma}^t(k)$  na presença de dois sinais de controle, é necessária a introdução de uma variável auxiliar  $\bar{\gamma}_a^t$ , relacionada à SINR alvo pela seguinte expressão:

$$\bar{\gamma}^t(k) = \bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k). \quad (4.2)$$

Assim, as equações que descrevem a dinâmica do sistema são:

$$\bar{p}(k+1) = \bar{p}(k) + (1 - \beta)[\bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k) - \bar{\gamma}(k)], \quad \bar{p}(0) = \bar{p}_{\min}, \quad (4.3)$$

$$\bar{\gamma}_a^t(k+1) = \bar{\gamma}_{\max} + u_1(k) + u_2(k), \quad \bar{\gamma}_a^t(0) = \bar{\gamma}_{\max}. \quad (4.4)$$

Desta maneira, o objetivo fundamental de fazer  $\bar{\gamma}(k)$  tender a  $\bar{\gamma}^t(k)$  é satisfeito mesmo com dois sinais de controle.

O modelo dinâmico do sistema tem como vetor de estado:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\varepsilon}^\gamma(k) \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde  $\bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$  expressa a diferença entre a potência de transmissão e seu valor mínimo, e  $\bar{\varepsilon}^\gamma(k) = \bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}_a^t(k)$  exprime a diferença entre a SINR máxima e a variável auxiliar  $\bar{\gamma}_a^t(k)$ . Assim, a dinâmica do sistema é descrita por:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k), \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(0) & \bar{\varepsilon}^\gamma(0) \end{bmatrix}^T, \quad (4.6)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \beta & -(1-\beta) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 1-\beta & -(1-\beta) & -(1-\beta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -(1-\beta) \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e} \mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

O sistema (4.5)-(4.7) é controlável por cada jogador, pois as matrizes de controlabilidade  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}\mathbf{B}_1 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$  são de posto completo. Os critérios de desempenho dos jogadores inicialmente definidos em (4.1) assumem as seguintes formas quadráticas:

$$\begin{aligned} \text{Jogador 1:} \quad & \min_{u_1(k)} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(k) + u_1^T(k) R_1 u_1(k)], \\ & \text{sujeito a} \quad (4.5) - (4.7) \\ & \text{com} \quad \mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} a_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_1 = r_1. \\ \\ \text{Jogador 2:} \quad & \min_{u_2(k)} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(k) + u_2^T(k) R_2 u_2(k) + 2\mathbf{x}^T(k) \mathbf{M}_2 u_2(k)], \\ & \text{sujeito a} \quad (4.5) - (4.7) \\ & \text{com} \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a_\gamma \end{bmatrix}, \quad R_2 = r_2 + a_\gamma, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ a_\gamma \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

O surgimento de termos cruzados no critério do Jogador 2 é uma consequência da introdução da variável auxiliar  $\bar{\gamma}_a^t$  no vetor de estados.

## 4.2 Estratégia de Nash

A presença de dois critérios em conflito associada à decisão individual de dois jogadores torna o conceito de otimalidade ambíguo. A teoria dos jogos substitui este conceito pelo de equilíbrio. Uma estratégia de equilíbrio em um jogo dinâmico é caracterizada pela ausência de motivação da parte de qualquer jogador para se desviar daquela estratégia. A ausência de hierarquia ou de privilégios entre os jogadores ou entre os critérios envolvidos no controle de potência oportunista sugere a estratégia de Nash como uma solução de equilíbrio. Neste caso, nenhum jogador consegue melhorar seu critério ao modificar individualmente sua estratégia enquanto os outros jogadores permanecem com suas estratégias de Nash. A estratégia de Nash é definida logo abaixo:

**Definição 8** (Estratégia de equilíbrio de Nash). *Seja  $(\mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) \in (\mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2)$  uma solução de equilíbrio de Nash do jogo descrito na Definição 7. Então,*

$$\begin{aligned} J_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) &\leq J_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2^N), \quad \forall \mathbf{u}_1 \in \mathcal{U}_1, \\ J_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) &\leq J_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2), \quad \forall \mathbf{u}_2 \in \mathcal{U}_2. \end{aligned} \quad (4.9)$$

A estratégia adotada por cada jogador depende da estrutura de informação do jogo. Em geral, as informações disponíveis aos jogadores incluem seus critérios de desempenho, as equações que descrevem a dinâmica do sistema e uma medida do estado inicial do sistema. No caso linear-quadrático, o problema a ser resolvido consiste num conjunto de equações acopladas do tipo Riccati [59], que variam em função do tipo de estratégia escolhida com relação à estrutura de informação do jogo. Nas próximas seções, as soluções de compromisso entre os dois critérios envolvidos no controle de potência oportunista são obtidas através das soluções de equilíbrio de Nash com estrutura de informação em malha aberta e em malha fechada.

### 4.2.1 Solução de equilíbrio de Nash em malha aberta

Em um jogo com estrutura de informação em malha aberta, os jogadores não dispõem de medidas do estado corrente do sistema para avaliar a qualidade da estratégia adotada. Convencionalmente, as estratégias em malha aberta são obtidas a partir do conhecimento do modelo do sistema e do seu estado inicial. Elas são, portanto, independentes das medidas do estado do sistema.

Na prática, o estado pode ser expresso a partir do estado inicial conhecido e da matriz de transição do sistema, o que permite escrever um controle em malha aberta em forma de realimentação de estado. No nosso caso de interesse, o estado corrente do sistema está sempre disponível, ou seja, há informação atualizada sobre a SINR alvo e a potência de transmissão. Assim, no lugar de utilizar em nosso desenvolvimento a estimação do estado obtida a partir do estado inicial e da matriz de transição do sistema, nós utilizamos o próprio estado do sistema. Com relação à estrutura de informação, a estratégia permanece em malha aberta, pois a informação sobre o estado corrente do sistema não é levada em consideração na concepção da estratégia. Em outras palavras, os jogadores se comprometem a não utilizar as medidas do estado do sistema para modificar suas estratégias durante todo o jogo.

As condições necessárias para uma estratégia de Nash em malha aberta são verificadas abaixo para o jogo formulado na Seção 4.1. Os critérios com termos cruzados são considerados para contemplar o critério do Jogador 2 em (4.8). O critério do Jogador 1 é um caso particular, em que o vetor de termos cruzados é nulo, o que equivale a  $\mathbf{M}_2 = \mathbf{0}$  em (4.8). Nós utilizamos o método dos multiplicadores de Lagrange para transformar o problema de otimização com restrições num problema sem restrições. Para  $i, j \in \Upsilon$ ,  $\Upsilon = \{1, 2\}$  e  $j \neq i$ , o custo associado ao jogador  $i$  é definido por:

$$L_i = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + R_i u_i^2(k) + 2 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{M}_i u_i(k)] \\ + \sum_{k=0}^{N-1} \boldsymbol{\lambda}_i^T(k+1) [\mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i u_i(k) + \mathbf{B}_j u_j(k) - \mathbf{x}(k+1)], \quad (4.10)$$

em que  $\boldsymbol{\lambda}_i$  é o vetor de estado adjunto. Observa-se que a entrada exógena do sistema,  $\mathbf{w}(k)$

em (4.6)-(4.7), é desprezada no cálculo da estratégia de Nash. O mesmo procedimento foi adotado no cálculo da solução LQR na Seção 3.2.1, com a ressalva de que, naquele caso, o controle LQR com o desprezo da entrada exógena é equivalente ao controle  $H_2$ , que minimiza a norma  $H_2$  entre  $\mathbf{w}$  e a saída do sistema. Tanto naquele caso, quanto na formulação do jogo apresentado neste capítulo, a entrada exógena exerce sua influência na dinâmica do sistema, mas não é considerada na síntese dos sinais de controle.

As condições necessárias para a estratégia de Nash em malha aberta estão expostas na Tabela 4.1. Para uma estratégia em malha aberta, cada jogador otimiza seu critério sob a hipótese de que  $\frac{\partial u_i}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}$ , enquanto que  $\frac{\partial u_i}{\partial \mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$  para uma estratégia em malha fechada.

Tab. 4.1: Estratégia de Nash em malha aberta - condições necessárias.

Condição 1
$\frac{\partial L_i}{\partial \boldsymbol{\lambda}_i(k+1)} = 0$ $\Rightarrow \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k); \quad k = 0, \dots, N-1.$
Condição 2
$\frac{\partial L_i}{\partial u_i(k)} = 0$ $\Rightarrow u_i(k) = -R_i^{-1} [\mathbf{M}_i^T \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1)]; \quad k = 0, \dots, N-1.$
Condição 3
$\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0$ $\Rightarrow \boldsymbol{\lambda}_i(k) = \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{M}_i u_i(k) + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1); \quad k = 1, \dots, N-1.$
Condição 4
$\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(N)} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda}_i(N) = \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(N).$

Em razão da linearidade das equações acima, supõe-se que a relação entre os vetores de estado e de estado adjunto é linear, isto é:

$$\lambda_i(k) = \mathbf{K}_i(k)\mathbf{x}(k); \quad i = 1, 2; \quad k = 1, \dots, N. \quad (4.11)$$

Sob a condição de que a matriz  $[\mathbf{I} + \mathbf{B}_1 R_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1(k+1) + \mathbf{B}_2 R_2^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2(k+1)]$  seja inversível em todo instante  $k$ , a utilização da Condição 2 e de (4.11) na Condição 1 da Tabela 4.1 permite escrever a solução do sistema como:

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{x}(k), \quad (4.12)$$

onde

$$\Phi(k) = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1(k+1) + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2(k+1)]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2], \quad (4.13)$$

com a matriz identidade representada por  $\mathbf{I}$  e as matrizes  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$ ,  $\mathbf{S}'_1$  e  $\mathbf{S}'_2$  expressas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i &= \mathbf{B}_i R_i^{-1} \mathbf{B}_i^T, \\ \mathbf{S}'_i &= \mathbf{B}_i R_i^{-1} \mathbf{M}_i^T, \quad i \in \Upsilon. \end{aligned} \quad (4.14)$$

As matrizes  $\mathbf{K}_1$  e  $\mathbf{K}_2$  são soluções das equações acopladas de Nash/Riccati em malha aberta retrógradadas no tempo:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1(k) &= \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1)^T \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k), \\ \mathbf{K}_2(k) &= \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k). \end{aligned} \quad (4.15)$$

A resolução de (4.15) é necessária para o cálculo da estratégia de equilíbrio de Nash em malha aberta. Em um horizonte de tempo infinito, as equações recursivas (4.15) transformam-se nas equações algébricas acopladas de Nash/Riccati em malha aberta. Para o caso particular sem termos cruzados nos critérios, as soluções exatas das equações acopladas são os subespaços invariantes da matriz associada às condições necessárias para a obtenção da es-

tratégia de Nash em malha aberta. As condições para a obtenção das soluções constantes são definidas em [59]. Porém, para o caso geral, é mais fácil obter as soluções das equações acopladas (4.15) através da integração iterativa no tempo retrógrado, partindo das condições de contorno terminais  $\mathbf{K}_1(N) = \mathbf{Q}_1$  e  $\mathbf{K}_2(N) = \mathbf{Q}_2$  até chegar aos valores convergentes  $\mathbf{K}_1^*$  e  $\mathbf{K}_2^*$ . Assim,  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  assumem as seguintes formas de controle por realimentação de estado com ganhos constantes:

$$\begin{aligned} u_1(k) &= -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \\ u_2(k) &= -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde  $\Phi^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2]$ .

O algoritmo de controle de potência oportunista que utiliza a estratégia de Nash em malha aberta (4.16) é designado OLI-NS-DPC, do termo em inglês *Open Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control*. Um resumo do algoritmo OLI-NS-DPC é apresentado na Tabela 4.2.

Tab. 4.2: Algoritmo OLI-NS-DPC.

<b>OLI-NS-DPC</b>
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min} \\ \bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}_a^t(k) \end{bmatrix}, \bar{\gamma}^t(k) = \bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k)$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k), \text{ sujeito a (4.7)}$
$u_1(k) = -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \Phi^*] \mathbf{x}(k)$
$u_2(k) = -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \Phi^*] \mathbf{x}(k)$
$\Phi^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2], \text{ com } \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}'_1 \text{ e } \mathbf{S}'_2 \text{ em (4.14)}$
$\mathbf{K}_1^* \text{ e } \mathbf{K}_2^*: \text{ soluções convergentes das equações acopladas de Nash/Riccati:}$
$\mathbf{K}_1(k) = \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1)^T \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k)$
$\mathbf{K}_2(k) = \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k)$

É importante ressaltar que para um determinado compromisso entre os dois critérios

presentes no controle de potência oportunista, isto é, para uma determinada configuração em termos das ponderações  $a_p$ ,  $a_\gamma$ ,  $r_1$  e  $r_2$  em (4.1), o cálculo de  $\mathbf{K}_1^*$ ,  $\mathbf{K}_2^*$  e dos ganhos constantes de realimentação de estado dos sinais de controle  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  são realizados apenas uma vez. Isto possibilita o cálculo *offline* desses valores para configurações distintas e o seu armazenamento para utilização posterior, reduzindo assim a complexidade do cálculo em tempo real.

### 4.2.2 Solução de equilíbrio de Nash em malha fechada

A última parte deste capítulo é dedicada à estratégia de equilíbrio de Nash em malha fechada para o jogo formulado na Seção 4.1. A estrutura de informação em malha fechada permite que as medidas do estado do sistema exerçam influência na concepção da estratégia de decisão dos jogadores. Assim, em oposição à estratégia em malha aberta, esta em malha fechada satisfaz a seguinte relação:  $\frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \neq \mathbf{0}$ , com  $i \in \Upsilon$ .

As condições necessárias para uma estratégia de equilíbrio de Nash em malha fechada são apresentadas a seguir. A metodologia é estritamente a mesma aplicada para o caso em malha aberta, em que o custo associado ao jogador  $i$  é também dado por  $L_i$ , definido em (4.10). Então, quanto às condições necessárias para a estratégia de equilíbrio, a diferença entre os dois tipos de solução aparece na condição  $\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0$ , que é Condição 3 da Tabela 4.1. Na estrutura em malha fechada, esta condição assume a seguinte forma, em função de  $\frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)}$  e  $\frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)}$ , onde  $i, j \in \Upsilon$ ,  $j \neq i$ :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_i(k) = & \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + \frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} [R_i u_i(k) + \mathbf{M}_i^T \mathbf{x}(k)] + \mathbf{M}_i u_i(k) \\ & + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1) + \frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1) + \frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \mathbf{B}_j^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Após alguma manipulação algébrica, esta expressão se reduz a:

$$\boldsymbol{\lambda}_i(k) = [\mathbf{Q}_i - \mathbf{M}_i R_i^{-1} \mathbf{M}_i^T] \mathbf{x}(k) + \left[ \mathbf{A} + \mathbf{B}_j \frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} - \mathbf{S}_i' \right]^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1), \quad (4.18)$$

com  $S'_i$  já definido em (4.14). Dessa forma, as condições necessárias para uma estratégia de Nash em malha fechada são aquelas apresentadas na Tabela 4.1, exceto a Condição 3, que é substituída por (4.18).

Da mesma forma que para a estratégia em malha aberta, supomos a relação linear (4.11) entre os vetores de estado e de estado adjunto, o que nos remete também à solução (4.12), reescrita abaixo:

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{x}(k), \quad (4.19)$$

com  $\Phi(k)$  definido em (4.13) em função das matrizes  $\mathbf{K}_1$  e  $\mathbf{K}_2$ . Estas matrizes são soluções de equações acopladas do tipo Riccati diferentes daquelas dadas por (4.15). Depois de algumas manipulações algébricas, as equações acopladas de Nash/Riccati em malha fechada são escritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1(k) &= \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k) \\ &\quad - \Phi^T(k) \mathbf{K}_2(k+1) \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k), \\ \mathbf{K}_2(k) &= \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T + (\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k) \\ &\quad - \Phi^T(k) \mathbf{K}_1(k+1) \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k). \end{aligned} \quad (4.20)$$

A resolução de (4.20) é necessária para o cálculo da estratégia de equilíbrio de Nash em malha fechada. Considerando um horizonte de tempo infinito, as equações recursivas (4.20) transformam-se nas equações algébricas acopladas de Nash/Riccati em malha fechada. Suas soluções são obtidas por integração iterativa no tempo retrógrado, partindo das condições de contorno terminais  $\mathbf{K}_1(N) = \mathbf{Q}_1$  e  $\mathbf{K}_2(N) = \mathbf{Q}_2$  até chegar aos valores convergentes  $\mathbf{K}_1^*$  e  $\mathbf{K}_2^*$ . Assim,  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  assumem as mesmas formas de controle por realimentação de estado do caso em malha aberta, ambos reescritos abaixo, porém com  $\mathbf{K}_1^*$  e  $\mathbf{K}_2^*$  distintos:

$$\begin{aligned} u_1(k) &= -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \\ u_2(k) &= -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde mais uma vez  $\Phi^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2]$ .

O algoritmo de controle de potência oportunista que utiliza a estratégia de Nash em malha fechada (4.21) é designado CLI-NS-DPC, da expressão em inglês *Closed Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control*. Um resumo do algoritmo CLI-NS-DPC é apresentado na Tabela 4.2.

Tab. 4.3: Algoritmo CLI-NS-DPC.

<b>CLI-NS-DPC</b>
$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min} \\ \bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}_a(k) \end{bmatrix}, \bar{\gamma}^t(k) = \bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k)$
$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k), \text{ sujeito a (4.7)}$
$u_1(k) = -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \Phi^*] \mathbf{x}(k)$
$u_2(k) = -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \Phi^*] \mathbf{x}(k)$
$\Phi^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2], \text{ com } \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}'_1 \text{ e } \mathbf{S}'_2 \text{ em (4.14)}$
$\mathbf{K}_1^* \text{ e } \mathbf{K}_2^*: \text{ soluções convergentes das equações acopladas de Nash/Riccati:}$
$\mathbf{K}_1(k) = \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T +$ $(\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k) - \Phi^T(k) \mathbf{K}_2(k+1) \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k)$
$\mathbf{K}_2(k) = \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T +$ $(\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2)^T \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k) - \Phi^T(k) \mathbf{K}_1(k+1) \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k)$

Como no caso da estratégia de Nash em malha aberta, é possível efetuar antecipadamente os cálculos de  $\mathbf{K}_1^*$ ,  $\mathbf{K}_2^*$  e dos ganhos constantes de realimentação de estado dos sinais de controle  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  para configurações distintas. Dessa forma, os valores são armazenados para utilização posterior, reduzindo assim a complexidade do cálculo em tempo real.

No próximo capítulo, as duas soluções propostas com base na teoria dos jogos dinâmicos não-cooperativos para o controle de potência distribuído e oportunista são comparadas às abordagens dos capítulos anteriores. A grande flexibilidade operacional oferecida pelos algoritmos oriundos das estratégias de equilíbrio de Nash será observada tanto analiticamente quanto por meio de simulações computacionais.



# Capítulo 5

## Análise comparativa das propostas de controle de potência

Este capítulo apresenta algumas análises comparativas das abordagens do controle de potência propostas nos Capítulos 2, 3 e 4. O objetivo principal é mostrar a natureza oportunista dos algoritmos e sua capacidade de oferecer flexibilidade de QoS. As comparações são feitas através de análises teóricas e de simulações.

### 5.1 Ponto de operação do sistema

O funcionamento do controle de potência depende das características do sistema e de parâmetros-chave dos algoritmos desenvolvidos. Em nossa modelagem, a rede é caracterizada pelos valores de potência mínima e máxima,  $p_{\min}$  e  $p_{\max}$ , pelos valores críticos da SINR no receptor,  $\bar{\gamma}_{\min}$  e  $\bar{\gamma}_{\max}$  (ver Seção 2.1.3), e por um intervalo típico de valores do ganho efetivo do canal  $\bar{\mu}$ . Já que todos os algoritmos propostos são oportunistas, seu funcionamento é guiado também pelas condições de propagação da rede.

O ponto de operação do sistema obtido pelos algoritmos pertencentes à classe de algoritmos apresentada na Seção 2.4 é definido pela função decrescente  $f_i(p_i)$  escolhida para representar a SINR alvo. Em princípio, dada esta função, estabelece-se um compromisso entre baixos níveis de potência e altos níveis de SINR. O ajuste deste compromisso, no sen-

tido de privilegiar a economia de energia ou uma QoS mais elevada, não é possível sem a modificação desta função. Em contrapartida, as abordagens baseadas no controle automático e na teoria dos jogos dinâmicos, Capítulos 3 e 4, oferecem flexibilidade operacional no que se refere à modificação das estratégias, isto é, ao ajuste do compromisso entre consumo de energia e QoS. Isto é possível graças aos parâmetros de regulação de tais algoritmos. Estes parâmetros são o coeficiente de adaptação  $\beta$ , presente na equação de adaptação da potência, e as ponderações  $r$ , nas abordagens do controle automático, e  $r_1$ , naquelas derivadas da teoria dos jogos.

Para considerar os efeitos individuais de cada parâmetro de regulação, vale observar que as adaptações de potência dadas por (3.3) e (4.3) funcionam como um filtro, em que valores baixos de  $\beta$ , onde  $0 \leq \beta < 1$ , induzem uma variação rápida da potência em resposta ao termo de correção, enquanto que um filtro passa-baixa resulta de valores de  $\beta$  próximos de 1. Por outro lado, as ponderações  $r$  e  $r_1$  determinam o compromisso entre baixos níveis de potência e altos níveis de SINR, estes últimos normalmente traduzidos em altas taxas de transmissão.

A ação dos sinais de controle  $u(k)$  no Capítulo 3 e  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  no Capítulo 4 serve para modificar o ponto de operação do sistema em termos da SINR alvo e da potência de transmissão. Ponto de operação é o ponto para o qual converge o sistema. No caso do algoritmo  $H_2$ -DPC, por exemplo, o ponto de operação para uma determinada condição de propagação definida pelo ganho efetivo de canal  $\bar{\mu}(\infty)$  é dado por:

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{G})^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(\infty), \quad (5.1)$$

onde  $\mathbf{G}$  é o ganho de realimentação de estado,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$  e  $\mathbf{w}(\infty)$  são definidos em (3.8). Os pontos de operação dos demais algoritmos dos Capítulos 3 e 4 são encontrados de maneira similar.

Em razão de os sinais de controle serem induzidos pela escolha dos parâmetros  $\beta$  e  $r$  ou  $r_1$ , o controle de potência pode ter acesso a um vasto conjunto de pontos de operação do sistema de acordo com a escolha de tais parâmetros. A Figura 5.1 possibilita a observação da influência conjunta de  $\beta$  e do parâmetro de regulação do compromisso entre potência e SINR sobre a SINR alvo no ponto de operação do sistema. Nas abordagens do controle automático, este parâmetro de regulação é  $r$ , enquanto que  $r_1$  exerce o mesmo papel nas

abordagens via teoria dos jogos dinâmicos do Capítulo 4. As curvas da SINR alvo no ponto de operação são traçadas para  $\beta = 0,3$  (Figura 5.1(a)) e  $\beta = 0,5$  (Figura 5.1(b)) em função do parâmetro de regulação correspondente para cada algoritmo. Os algoritmos avaliados são o  $H_2$ -DPC (Seção 3.2.1), o FI- $H_2$ -DPC (Seção 3.2.3), o  $H_2/H_\infty$ -DPC (Seção 3.3.1), o OLI-NS-DPC (Seção 4.2.1) e o CLI-NS-DPC (Seção 4.2.2).

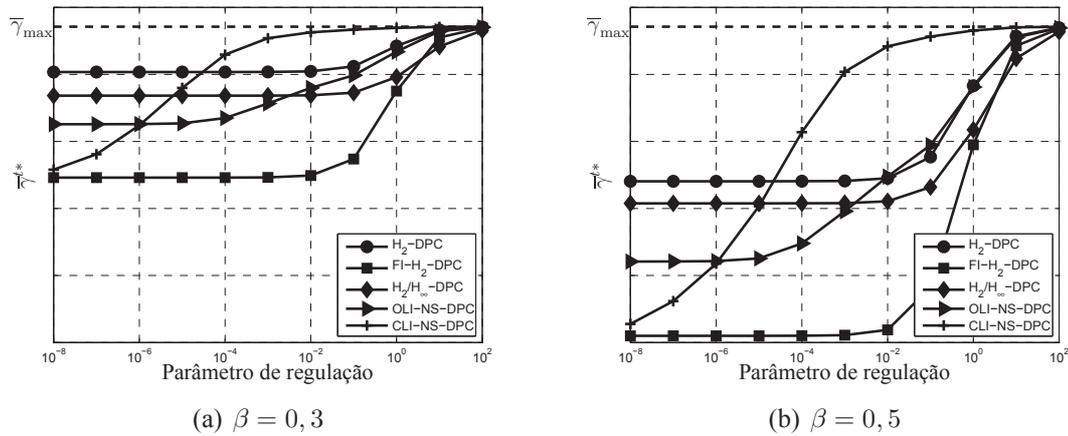


Fig. 5.1: SINR alvo no ponto de operação,  $\bar{\gamma}^{t*}$ , obtida pelos algoritmos de controle de potência  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC em função do parâmetro de regulação.

Algumas observações são válidas para todas as abordagens consideradas. Valores elevados de  $\beta$  permitem a cobertura de um conjunto maior de pontos de operação do sistema, como se pode concluir das Figuras 5.1(a) e 5.1(b), cujas curvas são apresentadas numa mesma escala de valores. Isto significa que uma maior flexibilidade na atribuição da QoS (ou da SINR alvo) pode ser obtida segundo a escolha do parâmetro  $\beta$ . Tem-se também a confirmação do papel do parâmetro de regulação de cada algoritmo ( $r$  ou  $r_1$ ). Dessa forma, valores elevados do parâmetro de regulação induzem  $\bar{\gamma}^{t*} \rightarrow \bar{\gamma}_{\max}$ , que em geral se traduz num esforço na direção do aumento da taxa de transmissão. A diminuição do parâmetro de regulação leva a pontos de operação com valores mais baixos de  $\bar{\gamma}^{t*}$ . Todos os algoritmos apresentam, no entanto, limitações quanto à flexibilidade do ponto de operação do sistema.

Tendo como referência o algoritmo  $H_2$ -DPC, a comparação entre os algoritmos revela que todos os outros oferecem uma flexibilidade adicional quanto ao ponto de operação do

sistema. Os algoritmos que oferecem mais flexibilidade são o FI- $H_2$ -DPC, que utiliza a informação sobre a entrada exógena, e o CLI-NS-DPC, oriundo da estratégia de Nash com estrutura de informação em malha fechada. Estes dois algoritmos são seguidos pelo OLI-NS-DPC e pelo algoritmo robusto  $H_2/H_\infty$ -DPC na classificação quanto à flexibilidade do ponto de operação do sistema. Apesar das diferenças entre os algoritmos, um dado ponto de operação pode ser obtido por todos eles com uma escolha adequada dos parâmetros  $\beta$  e  $r$  ou  $r_1$ . A vantagem da aplicação dos algoritmos mais flexíveis consiste na possibilidade de trabalhar em torno de um determinado ponto de operação com um valor mais baixo de  $\beta$ , o que equivale, de acordo com as equações de adaptação da potência (3.3) e (4.3), a adaptações de potência mais rápidas, aspecto importante para o rastreamento da SINR alvo, sobretudo para canais que variam rapidamente.

## 5.2 Simulações computacionais

Nesta seção, resultados de simulações que ilustram a natureza oportunista dos algoritmos são apresentados. Algumas medidas de desempenho global da rede são também consideradas para a avaliação comparativa dos algoritmos. Antes de tudo, o modelo padrão de simulação é apresentado.

### 5.2.1 Modelo de simulação

O programa Matlab<sup>®</sup> é utilizado para desenvolver um simulador numérico de um sistema de comunicação sem fio genérico, descrito por um nó de comunicação central e vários terminais de transmissão co-canal. O modelo padrão de simulação é detalhado logo abaixo, em que cada transmissor ajusta sua potência de forma descentralizada, empregando um dos algoritmos desenvolvidos.

As posições dos transmissores são distribuídas uniformemente numa área de 200 metros de raio. Os fenômenos de propagação dos sinais são representados segundo o modelo de ganho de canal apresentado na Seção 2.1.1. Especificamente, a perda de percurso é expressa por  $\overline{PL}(d) = 129 + 35 \log_{10}(d)$ , onde  $d$  é a distância em km entre o terminal transmissor e o nó central receptor. O desvio padrão da variável aleatória de média nula que representa o

desvanecimento lento é 7 dB. O desvanecimento rápido, do tipo Rayleigh, é implementado segundo o modelo de Jakes [15], com espalhamento Doppler máximo de 20 Hz.

Valores típicos das redes celulares WCDMA são adotados para a frequência da portadora, a frequência do controle de potência e para os valores mínimo e máximo da potência de transmissão. A frequência da portadora é 2 GHz e o controle de potência atua numa frequência de 1,5 kHz, enquanto que os níveis de potência variam no intervalo entre -49 dBm e 21 dBm. A relação entre a taxa de transmissão e a SINR, dada por (2.9), é especificada para  $W = 5$  MHz e  $\kappa = 0,0789$ , este último parâmetro sendo consequência de um esquema de modulação adaptativa QAM para canais do tipo Rayleigh com BER de  $10^{-2}$ , segundo o modelo de [17]. A região de operação da SINR no receptor é determinada por  $[\bar{\gamma}_{\min}, \bar{\gamma}_{\max}] = [-17, 73; -6, 44]$  dB, correspondendo a taxas de transmissão entre 9,6 e 128 kbps. Supõe-se que o *buffer* de transmissão está sempre ocupado, isto é, todos os terminais têm, a princípio, informação a transmitir. No entanto, um mecanismo de controle de admissão é empregado, de maneira que o terminal interrompe a transmissão quando o ganho efetivo do canal é tal que, mesmo com a utilização da potência máxima, a SINR alvo é inatingível no receptor.

**Nota 2.** *Em geral, sistemas de comunicação que utilizam controle de potência apresentam um gerenciamento de recursos integrado, no qual algumas técnicas são empregadas para melhorar o desempenho global. Isto inclui o impedimento de operação indevida do sistema, como no caso de um ou mais enlaces da rede não serem capazes de alcançar sua SINR alvo no receptor, mesmo com a utilização da potência máxima de transmissão [3, 5]. Muitas dessas técnicas atuam de maneira centralizada, ou seja, utilizam informação de todos os enlaces para uma tomada de decisão global. Porém, a operação indevida da rede pode ser evitada de maneira descentralizada, através do controle de potência distribuído, como sugerido em [38]: um terminal pode interromper sua transmissão quando seu ganho efetivo de canal é tal que a SINR alvo no receptor é inatingível, ou equivalentemente, quando a potência de transmissão calculada é superior à potência máxima. Este procedimento assegura a validade das idéias de concepção dos algoritmos apresentadas nos Capítulos 2, 3 e 4, assim como de vários outros na literatura, já que, geralmente, restrições contra a operação indevida do sistema (potências e/ou SINRs fora das faixas pré-estabelecidas) não são consideradas na concepção dos algoritmos.*

**Nota 3.** *É importante ressaltar que o procedimento de interrupção de transmissão comentado na Nota 2 não é condição necessária para a convergência ou a estabilidade dos algoritmos propostos. A classe de algoritmos da Seção 2.4 tem sua convergência e estabilidade demonstradas através de conceitos da teoria dos jogos estáticos e de teorias de funções iterativas. Os algoritmos desenvolvidos no Capítulo 3, por sua vez, têm sua estabilidade em malha fechada assegurada pelo compromisso fundamental representado pela minimização simultânea da energia do estado e da energia do sinal de controle no critério de desempenho (3.9), respectivamente  $\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) = (\bar{p}(k) - \bar{p}_{\min})^2$  e  $r(k)u^2(k)$ . A estabilidade dos algoritmos do Capítulo 4 decorre das propriedades da estratégia de equilíbrio de Nash. Na prática, o atraso ou incertezas de medida podem desestabilizar o sistema.*

As medidas de desempenho consideradas são o total de informação transmitida através da rede durante um determinado intervalo de tempo, além de uma medida relativa à equidade da utilização dos recursos da rede, isto é, a probabilidade de interrupção de transmissão, representada por  $\Pr\{\gamma < \gamma_{\min}\}$ . Uma medida do erro de rastreamento da SINR alvo também é considerada:

$$\bar{e}_{\text{SINR}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\bar{\gamma}_j^t(k) - \bar{\gamma}_j(k)| \right\}, \quad (5.2)$$

onde  $M$  e  $N$  são, respectivamente, o número de terminais e o número de intervalos de transmissão. Todas estas medidas são obtidas como médias sobre 1.000 realizações de 200 ms de funcionamento da rede, o que equivale a 320 intervalos de transmissão. As simulações possibilitam comparações qualitativas entre os diferentes algoritmos, já que eles são todos submetidos aos mesmos ganhos dos canais.

### 5.2.2 Natureza oportunista dos algoritmos propostos

Para ilustrar o comportamento oportunista dos algoritmos propostos, a Figura 5.2 traz as curvas da evolução temporal do ganho efetivo de canal  $\bar{\mu}$ , da potência de transmissão  $\bar{p}$  e da SINR alvo  $\bar{\gamma}^t$  para um usuário da rede num cenário com 10 usuários co-canais. Todos os algoritmos propostos são avaliados para  $\beta = 0,7$ . Eles são: os algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2, ambos pertencentes à categoria de algoritmos desenvolvida na Seção 2.4;

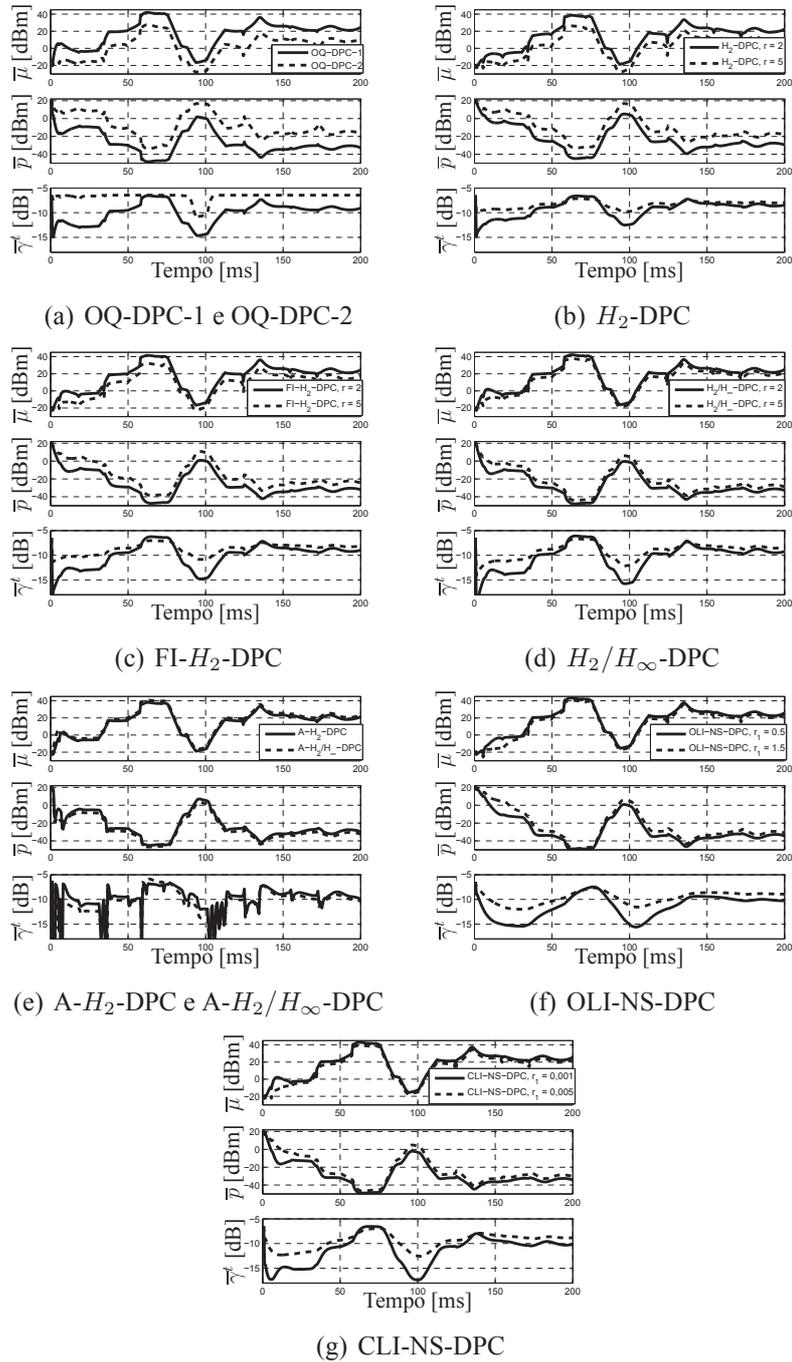


Fig. 5.2: Amostra da evolução temporal do ganho efetivo de canal ( $\bar{\mu}$ ), da potência de transmissão ( $\bar{p}$ ) e da SINR alvo ( $\bar{\gamma}^t$ ) para um usuário da rede.

os algoritmos provenientes do controle  $H_2$ , ou seja, o  $H_2$ -DPC (Seção 3.2.1), a sua versão adaptativa A- $H_2$ -DPC (Seção 3.2.2) e o FI- $H_2$ -DPC (Seção 3.2.3); os algoritmos robustos  $H_2/H_\infty$ -DPC (Seção 3.3.1) e A- $H_2/H_\infty$ -DPC (Seção 3.3.2); e, finalmente, os algoritmos provenientes dos jogos dinâmicos, o OLI-NS-DPC (Seção 4.2.1) e o CLI-NS-DPC (Seção 4.2.2).

Observa-se que o comportamento de todos os algoritmos está em concordância com as discussões anteriores sobre oportunismo. Quando a situação do usuário em questão se torna mais favorável, ou seja, quando o ganho efetivo de canal se eleva, a SINR alvo também aumenta, ao mesmo tempo em que se observa uma diminuição da potência. Além disso, as curvas se mostram coerentes com o papel do parâmetro de regulação ( $r$  ou  $r_1$ , de acordo com o algoritmo): valores mais elevados deste parâmetro implicam níveis também elevados da SINR e da potência, e vice-versa. A utilização de níveis mais baixos de potência em razão de configurações com valores mais baixos do parâmetro de regulação explicam os valores mais elevados do ganho efetivo de canal, já que nesses casos se observa menos interferência.

A título de observação, o algoritmo OQ-DPC-2 na Figura 5.2(a) apresenta um comportamento diferenciado dos demais em razão da agressividade de sua função de SINR alvo com relação à obtenção de altos níveis de SINR. Isto explica a variação limitada da SINR alvo definida por este algoritmo, a qual se mantém próxima da SINR máxima  $\bar{\gamma}_{\max}$ , exceto quando as condições de propagação se tornam muito desfavoráveis. Além disso, uma evolução brusca da SINR alvo é observada na Figura 5.2(e) para os algoritmos adaptativos A- $H_2$ -DPC e A- $H_2/H_\infty$ -DPC. Este comportamento revela a necessidade de um refinamento na regra de adaptação do parâmetro  $r(k)$ , proposto a título de ilustração na Seção 3.2.2.

### 5.2.3 Avaliação de desempenho

A classe de algoritmos proposta na Seção 2.4, representada pelos algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2, é a primeira a ter seu desempenho avaliado. Estes algoritmos são comparados àqueles apresentados na Seção 2.3.2, os algoritmos OPC e OPC-F [41, 42]. Os resultados discutidos em seguida foram publicados em [10]. As simulações realizadas apresentaram alguns parâmetros ligeiramente diferentes daqueles definidos na Seção 5.2.1, como por exemplo o fator de perda ( $\kappa = 0,5$ ), a largura de banda ( $W = 1,25$  MHz) e o tempo de

funcionamento da rede na simulação (5 s). A Figura 5.3 ilustra a quantidade total de informação transmitida (ver Figura 5.3(a)) e a probabilidade de interrupção de transmissão (ver Figura 5.3(b)) dos quatro algoritmos para diferentes cargas do sistema, sendo que as configurações escolhidas para os algoritmos OPC e OPC-F são aquelas que fornecem as melhores taxas de transmissão.

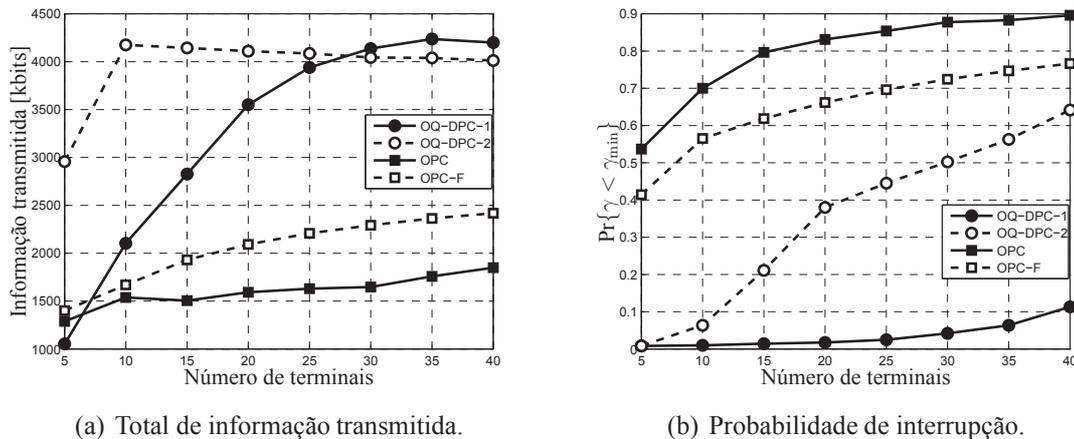


Fig. 5.3: Quantidade de informação transmitida e probabilidade de interrupção de transmissão em 5 segundos de funcionamento da rede para os algoritmos OQ-DPC-1, OQ-DPC-2, OPC e OPC-F.

O baixo desempenho dos algoritmos OPC e OPC-F se explica pelo desprezo da informação sobre a QoS dos enlaces de comunicação em suas leis de adaptação da potência. A ignorância quanto à QoS provoca situações em que a SINR observada no receptor se encontra acima de  $\bar{\gamma}_{\max}$  (ver Seção 2.1.3), o que denota taxas de transmissão saturadas e desperdício de potência, além da geração de interferência excessiva e desnecessária. Por outro lado, estes algoritmos estão sujeitos ao desperdício de recursos se a potência de transmissão utilizada não é suficiente para estabelecer um nível mínimo para uma comunicação aceitável. Nenhum dos dois casos é detectável pelos algoritmos OPC e OPC-F. O melhor desempenho do OPC-F com relação ao OPC resulta do mecanismo de compartilhamento mais justo dos recursos entre os usuários empregado por aquele algoritmo.

Os algoritmos pertencentes à classe proposta na Seção 2.4 associam a eficiência na utilização dos recursos à satisfação de restrições essenciais de QoS, já que eles funcionam numa

região predeterminada de SINR. O algoritmo OQ-DPC-2 estabelece níveis altos de SINR, a princípio traduzidos em altas taxas de transmissão, mas responsáveis também pelo inconveniente das elevadas probabilidades de interrupção de transmissão, que crescem rapidamente com a carga do sistema, isto é, com o número de usuários. Em outras palavras, o OQ-DPC-2 privilegia os usuários em excelentes condições de transmissão, que transmitem a altas taxas e respondem pela grande quantidade de informação transmitida observada na Figura 5.3(a). Porém, os usuários em condições moderadas ou ruins têm sua transmissão impossibilitada, como se verifica pelos altos índices de probabilidade de interrupção na Figura 5.3(b), caracterizando a falta de equidade na utilização dos recursos da rede. O algoritmo OQ-DPC-1, em contrapartida, preserva sempre a probabilidade de interrupção a níveis baixos, oferecendo ainda taxas de transmissão globais elevadas para sistemas carregados.

Nos concentramos agora na avaliação de desempenho dos algoritmos provenientes das abordagens do controle automático e da teoria dos jogos dinâmicos. Sabe-se que tais algoritmos permitem o ajuste do perfil de cada usuário quanto ao compromisso entre consumo de energia e QoS através dos parâmetros de regulação. Entretanto, por uma questão de simplificação das simulações e das análises dos resultados, a escolha dos parâmetros de regulação  $\beta$  e  $r$  (ou  $r_1$ , no caso dos algoritmos do Capítulo 4) é válida para todos os usuários da rede, ou seja, todos os usuários que utilizam um determinado algoritmo estão sujeitos à mesma configuração em termos dos parâmetros de regulação.

Dentre as diversas possibilidades de combinação de parâmetros, resolveu-se adotar um valor baixo para o parâmetro  $\beta$  com o intuito de privilegiar as adaptações rápidas de potência. Assim, nas simulações cujos resultados serão discutidos a seguir tem-se  $\beta = 0,3$ . A configuração escolhida para cada algoritmo quanto ao parâmetro de regulação  $r$  ou  $r_1$  é aquela que fornece o melhor desempenho em termos da probabilidade de interrupção da transmissão. Os algoritmos avaliados são: o  $H_2$ -DPC (Seção 3.2.1), o FI- $H_2$ -DPC (Seção 3.2.3), o  $H_2/H_\infty$ -DPC (Seção 3.3.1), o OLI-NS-DPC (Seção 4.2.1) e o CLI-NS-DPC (Seção 4.2.2). A Figura 5.4 apresenta as curvas da quantidade total de informação transmitida (Figura 5.4(a)) e da probabilidade de interrupção de transmissão (Figura 5.4(b)) para diferentes cargas da rede.

Observa-se que os algoritmos  $H_2$ -DPC e  $H_2/H_\infty$ -DPC promovem a transmissão da maior quantidade de informação, mas, ao mesmo tempo, suas probabilidades de interrup-

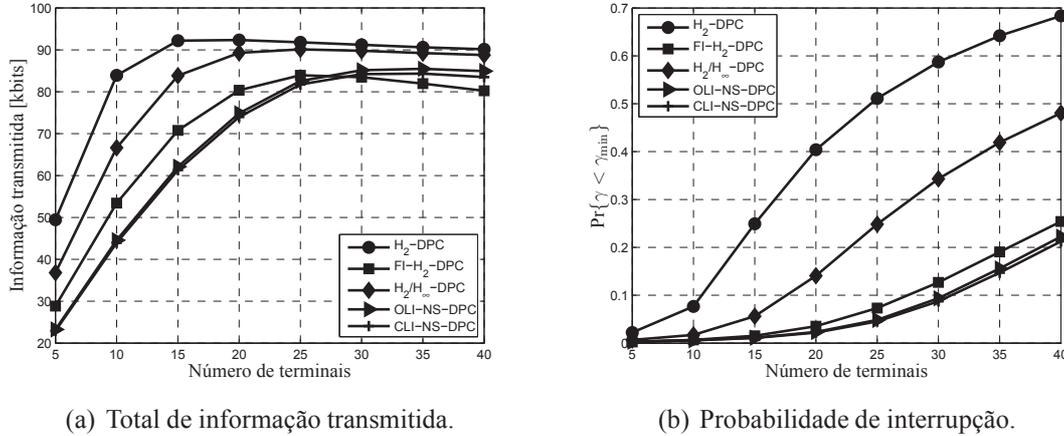


Fig. 5.4: Quantidade de informação transmitida e probabilidade de interrupção de transmissão em 200 milissegundos de funcionamento da rede para os algoritmos  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC.

ção de transmissão são muito elevadas, sobretudo com o aumento da carga do sistema. Isto revela um grau mais baixo de equidade na utilização dos recursos entre os usuários, pois aqueles em situação desfavorável são os que interrompem a transmissão. A razão de tal desempenho é a diminuição acentuada da flexibilidade do ponto de operação do sistema para valores baixos do parâmetro  $\beta$  (ver Figura 5.1), o que restringe a SINR alvo a valores mais próximos de  $\bar{\gamma}_{\max}$ , atingíveis apenas por usuários que se encontram em condições favoráveis de transmissão. Os algoritmos FI- $H_2$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC, mais flexíveis, são capazes de definir níveis de SINR alvo mais baixos, de maneira a obter probabilidades de interrupção de transmissão menores, em geral ao custo de taxas de transmissão menores. A flexibilidade de tais algoritmos, no entanto, oferece a possibilidade de escolha de pontos de operação com taxas de transmissão mais altas também, se este é o objetivo do usuário (ou o objetivo da rede como um todo), bastando, para isso, uma reconfiguração do parâmetro de regulação.

A comparação entre os três últimos algoritmos evidencia a importância da dinâmica imposta por cada solução. De acordo com a análise de flexibilidade do ponto de operação do sistema, realizada com o auxílio da Figura 5.1, dado um intervalo de valores do parâmetro de regulação, o algoritmo FI- $H_2$ -DPC tem acesso a um conjunto maior de possíveis valores

para a SINR alvo. Entretanto, as adaptações da SINR alvo e da potência de transmissão realizadas pelos algoritmos OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC se mostram mais efetivas em termos da probabilidade de interrupção de transmissão e da quantidade global de informação transmitida, sobretudo quando o sistema está mais carregado. Isto se deve às diferentes dinâmicas dos algoritmos, o FI- $H_2$ -DPC utilizando informação sobre a entrada exógena na sua lei de controle, os algoritmos OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC derivados das estratégias de equilíbrio de Nash por realimentação de estado.

Para finalizar a análise comparativa dos algoritmos oriundos do controle automático e da teoria dos jogos dinâmicos, é feita uma avaliação do erro de rastreamento da SINR alvo, cujas curvas são mostradas na Figura 5.5. As configurações dos algoritmos são as mesmas da análise acima, isto é, são as que fornecem o melhor desempenho em termos de probabilidade de interrupção de transmissão na ausência de incertezas de medida. A Figura 5.5(a) mostra as curvas do erro de rastreamento da SINR alvo com o conhecimento perfeito do ganho efetivo de canal, enquanto que as mesmas curvas, obtidas na presença de incertezas de medida uniformemente distribuídas entre  $\pm 3$  dB, são apresentadas na Figura 5.5(b).

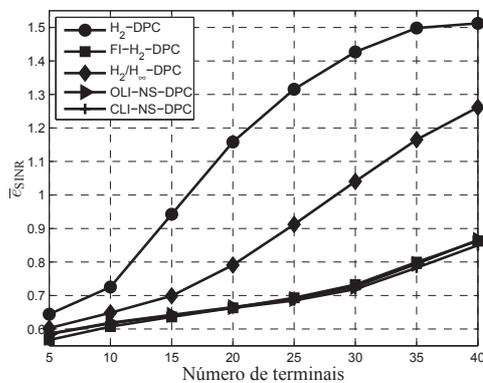
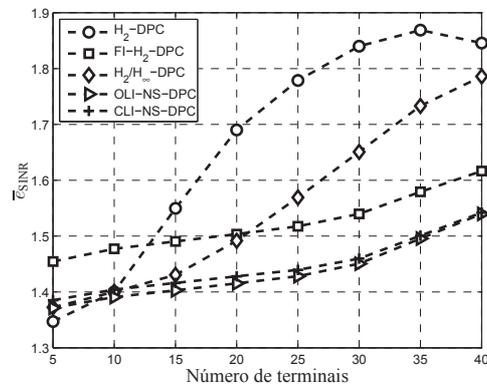
(a) Conhecimento perfeito de  $\bar{\mu}$ .(b) Incerteza de medida uniformemente distribuída entre  $\pm 3$  dB.

Fig. 5.5: Módulo do erro de rastreamento da SINR alvo em 200 ms de funcionamento da rede para os algoritmos  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC.

No caso do conhecimento perfeito do ganho efetivo de canal, o desempenho relativo dos algoritmos quanto ao erro de rastreamento da SINR alvo (Figura 5.5(a)) é análogo àquele

observado com relação à probabilidade de interrupção de transmissão (Figura 5.4(b)). Assim, pode-se deduzir que a falta de flexibilidade dos algoritmos  $H_2$ -DPC e  $H_2/H_\infty$ -DPC com respeito à determinação do ponto de operação do sistema, isto é, sua política agressiva de obtenção de altos níveis de SINR, conduz a níveis de erro importantes, como mostra a Figura 5.5(a), sobretudo para sistemas mais carregados. Por outro lado, os algoritmos FI- $H_2$ -DPC, OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC apresentam níveis de erro mais baixos e similares entre eles.

É difícil fazer uma avaliação comparativa entre os algoritmos considerados quanto ao erro de rastreamento da SINR alvo. Estes algoritmos trabalham com níveis diferentes de SINR e de probabilidade de interrupção de transmissão, o que, em teoria, determina níveis distintos de dificuldade para a tarefa de rastreamento da SINR alvo. Apesar disso, é possível fazer uma avaliação sobre a sensibilidade a incertezas de medida. A comparação entre as Figuras 5.5(a) e 5.5(b) mostra que os algoritmos  $H_2$ -DPC e  $H_2/H_\infty$ -DPC são menos sensíveis às incertezas de medida, ou seja, a degradação de desempenho destes algoritmos é menor do que a observada para os demais com a consideração de incertezas de medida. Além disso, o algoritmo FI- $H_2$ -DPC é o mais sensível à incerteza sobre o ganho efetivo de canal, fato explicado pela utilização desta medida na síntese do controlador do algoritmo. Os níveis dos erros de rastreamento da SINR alvo obtidos pelos algoritmos OLI-NS-DPC e CLI-NS-DPC são praticamente os mesmos. A degradação do desempenho destes algoritmos na presença de incertezas de medida é intermediária.

Mais análises comparativas envolvendo os algoritmos apresentados nesta tese podem ser encontradas nos trabalhos publicados ao longo do período. Nestes trabalhos, tanto outras medidas de desempenho quanto diferentes cenários de simulação são considerados. Os trabalhos relativos à classe de algoritmos desenvolvida na Seção 2.4 e os algoritmos OQ-DPC-1 e OQ-DPC-2 são [10, 31, 44, 45]. Os algoritmos originários das abordagens do controle automático são discutidos em [46–49].

Este capítulo de análise das propostas de controle de potência oportunista via simulações computacionais encerra os estudos sobre o assunto na tese. O restante da tese diz respeito aos estudos sobre equalização de canal, apresentados em dois capítulos: no primeiro, faz-se uma análise de “pior caso” sobre o atraso de equalização com a utilização de conceitos da teoria dos jogos não-cooperativos, no segundo, propomos métodos de conjugação das

características desejáveis dos equalizadores  $H_2$ , ótimo no sentido do comportamento médio, e  $H_\infty$ , robusto.

## Capítulo 6

# Análise do atraso de equalização com base na teoria dos jogos

Em sistemas de comunicação com transmissão a altas taxas, efeitos produzidos pelo canal e por perturbações afetam intensamente os sinais transmitidos, que têm sua recuperação no receptor dificultada. A equalização de canal é uma técnica clássica de reversão ou de atenuação destes efeitos nocivos sobre os sinais, um dos mais importantes problemas de processamento de sinais [60]. Apesar disso, alguns aspectos permanecem no nível de conjecturas, como a escolha do atraso de equalização. Não há um resultado analítico para o atraso de equalização ótimo [61]. Uma escolha razoável é possível com o conhecimento da natureza do canal, isto é, se o canal é de fase mínima ou de fase máxima [16]. Na ausência de tal informação, o atraso de equalização é escolhido de maneira heurística, como exemplifica a inicialização “center-spike” [62], vista na literatura como um procedimento favorável ao bom desempenho de equalizadores adaptativos não-supervisionados.

Este capítulo é dedicado a uma análise do atraso de equalização sob a perspectiva da teoria dos jogos não-cooperativos de soma nula. A análise de “pior caso” é realizada com a consideração de jogos de Stackelberg e de Nash entre dois jogadores estritamente antagonistas: o receptor e a “natureza maliciosa”. O principal objetivo é chegar a conclusões sobre o atraso de equalização a ser empregado quando não há informação sobre a natureza do canal. Antes de formular o problema como um jogo, apresentamos o sistema considerado e os sinais envolvidos.

Em uma representação no tempo discreto, é comum considerar tanto o canal quanto o equalizador como filtros digitais de resposta ao impulso finita (FIR, do termo em inglês *Finite Impulse Response*), tendo o sinal no receptor expresso como:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)s(n-k) + b(n), \quad (6.1)$$

onde  $\{s(n)\}$  é a seqüência do sinal transmitido,  $\{h(n)\}$  representa os elementos da resposta ao impulso do canal e  $b(n)$  é o ruído branco aditivo de variância  $\sigma_b^2$  na entrada do receptor. A unidade de tempo discreto é indicada pelos inteiros  $n$  e  $k$ . Os comprimentos do canal e do equalizador são respectivamente  $M$  e  $N$ , com  $N \geq M$ . Sendo  $\mathbf{x}(n) = [x(n) \cdots x(n-N+1)]^T$  o vetor dos sinais de entrada no receptor, então:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n), \quad (6.2)$$

onde  $\mathbf{H}$  é a matriz de convolução do canal, de dimensão  $N \times (M+N-1)$ , dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{h}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{h}^T \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

com  $\mathbf{h} = [h(0) \cdots h(M-1)]^T$  representando o vetor de coeficientes do canal. Os vetores  $\mathbf{s}(n)$  e  $\mathbf{b}(n)$  assumem as seguintes formas:

$$\mathbf{s}(n) = \begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ \vdots \\ s(n-N-M+2) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}(n) = \begin{bmatrix} b(n) \\ b(n-1) \\ \vdots \\ b(n-N-M+2) \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

Na saída do equalizador, tem-se o sinal  $y(n)$  dado por:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w(k)x(n-k), \quad (6.5)$$

em que  $\mathbf{w} = [w(0) \ \dots \ w(N-1)]^T$  é o vetor de coeficientes do equalizador.

O equalizador é ótimo no sentido de Wiener se ele minimiza o erro quadrático médio (MSE, do termo em inglês *Mean Square Error*) entre os sinais transmitidos  $\{s(n)\}$  e recuperados  $\{y(n)\}$ , ou seja [60]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_o &= \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbb{E} \{ [s(n-l) - y(n)]^2 \} \\ &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}_l, \end{aligned} \quad (6.6)$$

onde  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  representa o operador esperança matemática,  $\mathbf{w}_o$  é o equalizador ótimo de Wiener,  $\mathbf{R}$  denota a matriz de autocorrelação do sinal recebido  $\mathbf{x}(n)$  e  $\mathbf{p}_l$  é o vetor de correlação cruzada entre  $\mathbf{x}(n)$  e o sinal transmitido  $s(n-l)$ , sendo  $l$  o atraso de equalização. É claro, portanto, que diferentes soluções de Wiener são obtidas de acordo com a escolha do atraso de equalização. Na realidade, o critério de Wiener é multi-modal com relação aos parâmetros  $\mathbf{w}$  e  $l$  [63] e cada solução de Wiener é associada a um MSE residual expresso por [60]:

$$J_{\text{Wiener}} = \sigma_s^2 - \mathbf{p}_l^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}_l, \quad (6.7)$$

onde  $\sigma_s^2$  corresponde à potência do sinal transmitido. Por conveniência, reescrevemos (6.7) exprimindo  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{p}_l$  em função da matriz de convolução:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbb{E} \left\{ [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)] [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)]^T \right\} \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{H}\mathbf{H}^T + \sigma_b^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (6.8)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_l &= \mathbb{E} \{ [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)] s(n-l) \} \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{H}\mathbf{e}_l, \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde  $\mathbf{I}$  representa a matriz identidade de dimensão  $N \times N$  e  $\mathbf{e}_l = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$  é um vetor de dimensão  $(N + M - 1) \times 1$  composto de zeros, com exceção do  $(l + 1)$ ésimo elemento, que vale 1. Assim, desprezando o ruído, isto é,  $\sigma_b^2 = 0$ , a equação (6.7) torna-se:

$$J(l, \mathbf{H}) = \sigma_s^2 \left( 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right), \quad (6.10)$$

em que o MSE residual do equalizador de Wiener é representado em função do atraso de equalização  $l$  e da matriz de convolução do canal  $\mathbf{H}$ .

Ao minimizar o MSE definido em (6.6), o equalizador de Wiener tende a compensar os efeitos do canal sobre o sinal transmitido, levando em conta também o ruído. Na ausência do ruído, é fácil mostrar que para um dado comprimento  $N$  do equalizador,  $\mathbf{w}_o$  fornece a melhor aproximação FIR de um filtro inverso do canal. Em outras palavras, o equalizador e o canal exercem papéis antagônicos. Isto nos motiva a estudá-los por abordagens baseadas na teoria dos jogos não-cooperativos, ferramenta de análise e de otimização proveniente do estudo de conflitos de interesse.

## 6.1 Análise geral

A questão de interesse em nosso estudo é a seguinte: na ausência de informação sobre a natureza do canal, qual atraso de equalização deve ser escolhido? Para tratar este problema, uma abordagem de “pior caso” é proposta através da teoria dos jogos não-cooperativos de soma nula, em que os dois jogadores, estritamente antagonistas, são o receptor e a “natureza maliciosa”. A função custo do jogo é o erro quadrático médio (MSE) residual do equalizador de Wiener, isto é, a função  $J(l, \mathbf{H})$  definida em (6.10). Sem perda de generalidade, a potência do sinal transmitido é considerada unitária, ou seja,  $\sigma_s^2 = 1$ . Então, o receptor deseja minimizar  $J(l, \mathbf{H})$  escolhendo um atraso  $l \in \mathcal{L}$ , onde  $\mathcal{L}$  é o conjunto dos possíveis atrasos de equalização. Por outro lado, com a noção de pior caso, a “natureza maliciosa” escolhe um canal  $\mathbf{H} \in \mathcal{H}$  para maximizar  $J(l, \mathbf{H})$ , sendo  $\mathcal{H}$  o conjunto dos possíveis canais. Os espaços das estratégias de decisão dos dois jogadores,  $\mathcal{L}$  e  $\mathcal{H}$ , são definidos abaixo:

$$\mathcal{L} = \{l \in \mathbb{Z} : 0 \leq l \leq M + N - 2\}, \quad (6.11)$$

em que  $M$  e  $N$  denotam o comprimento do canal e do equalizador, respectivamente, e

$$\mathcal{H} = \left\{ \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times (M+N-1)} : \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{h}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{h}^T \end{bmatrix}, \right. \quad (6.12)$$

$$\left. \text{com } \mathbf{h} = \left[ h(0) \ \cdots \ h(M-1) \right]^T \right\}.$$

A restrição de norma positiva para o canal,  $\|\mathbf{h}\|_2 > 0$ , é considerada para evitar a solução trivial  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$  por parte da “natureza maliciosa”.

A estrutura de informação do jogo descrito acima define problemas distintos. Se os jogadores decidem ao mesmo tempo, ou seja, sem compartilhamento de informação, os problemas minimax e maximin são equivalentes. Neste caso, pode existir um equilíbrio de Nash  $(l^N, \mathbf{H}^N)$ , também chamado de equilíbrio de ponto-de-sela, que satisfaz os dois jogadores simultaneamente, isto é:

$$J(l^N, \mathbf{H}) \leq J(l^N, \mathbf{H}^N) \leq J(l, \mathbf{H}^N). \quad (6.13)$$

Uma outra hipótese é a existência de uma dinâmica no processo de tomada de decisão. Um jogo em que um jogador age com o conhecimento da ação de seu adversário apresenta uma hierarquia no processo de decisão. A hierarquia entre os jogadores quanto ao processo de tomada de decisão caracteriza os jogos de Stackelberg [32, 33]. Em nossas análises, dois jogos de Stackelberg são considerados. No primeiro, a “natureza maliciosa”, maximizadora de  $J(l, \mathbf{H})$ , age antes do receptor, minimizador da mesma função de desempenho. Dessa forma, o receptor dispõe da informação sobre o canal para determinar o atraso de equalização ótimo. Isto permite o estudo de uma estratégia de segurança para a “natureza maliciosa”, levando em consideração que a decisão do receptor será ótima. Esta estratégia de segurança resulta do problema maximin abaixo:

$$\max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \min_{l \in \mathcal{L}} \left\{ J(l, \mathbf{H}) = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\}, \quad (6.14)$$

cuja solução de equilíbrio de Stackelberg associada  $(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*)$  satisfaz as seguintes condições:

$$J(l^*(\mathbf{H}), \mathbf{H}) \leq J(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*) \leq J(l(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*). \quad (6.15)$$

A hierarquia é invertida no segundo jogo considerado. O receptor age antes da “natureza maliciosa”, definindo um atraso de equalização. Dispondo desta informação, a “natureza maliciosa” escolhe o canal de pior caso, aquele que maximiza o MSE residual dado o atraso de equalização escolhido pelo receptor. Neste caso, busca-se uma estratégia de segurança para o receptor, a qual resulta do problema minimax abaixo:

$$\min_{l \in \mathcal{L}} \max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \left\{ J(l, \mathbf{H}) = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\}, \quad (6.16)$$

cuja solução de equilíbrio de Stackelberg associada  $(l^*, \mathbf{H}^*(l^*))$  satisfaz as condições abaixo:

$$J(l^*, \mathbf{H}(l^*)) \leq J(l^*, \mathbf{H}^*(l^*)) \leq J(l, \mathbf{H}^*(l)). \quad (6.17)$$

Os dois jogos de Stackelberg são analisados a seguir. As estratégias de segurança da “natureza maliciosa” e do receptor revelam, de um lado, propriedades dos canais mais problemáticos no contexto da equalização, do outro, resultados relativos à escolha do atraso de equalização na ausência de informação sobre a natureza do canal. A solução de Nash também é discutida após simplificações do problema num estudo de caso apresentado na Seção 6.2.

### 6.1.1 Estratégia de segurança da “natureza maliciosa”

A estratégia de segurança da “natureza maliciosa” resulta do problema maximin (6.14). O Teorema 12, logo abaixo, ajuda a caracterizar a estratégia de segurança da “natureza maliciosa” e a determinar o valor do jogo, isto é, o MSE residual, no ponto de equilíbrio de Stackelberg.

**Teorema 12.** *Na ausência do ruído e considerando que o sinal transmitido tem potência unitária, o somatório dos erros quadráticos médios residuais associados às soluções de Wiener para todos os atrasos de equalização é dado por:*

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} J(l, \mathbf{H}) = M - 1, \quad (6.18)$$

onde  $\mathcal{L}$  é o conjunto dos possíveis atrasos de equalização e  $\mathbf{H}$  é a matriz de convolução relativa a um canal  $\mathbf{h}$  de comprimento  $M$ .

*Demonstração.* O somatório dos erros quadráticos médios residuais de Wiener para todos os atrasos de equalização é escrito segundo (6.7):

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} J(l, \mathbf{H}) = \sum_{l=0}^{M+N-2} (\sigma_s^2 - \mathbf{p}_l^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}_l), \quad (6.19)$$

onde  $M$  e  $N$  são os comprimentos do canal e do equalizador, respectivamente. A matriz de autocorrelação do sinal de entrada no receptor  $\mathbf{R}$  e o vetor de correlação cruzada entre o sinal transmitido e o sinal de entrada no receptor  $\mathbf{p}_l$  são definidos em (6.8) e (6.9). Com o desprezo do ruído e considerando que o sinal transmitido tem potência unitária, isto é,  $\sigma_b^2 = 0$  e  $\sigma_s^2 = 1$ , a matriz de autocorrelação se reduz a  $\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{H}^T$  e o vetor de correlação cruzada a  $\mathbf{p}_l = \mathbf{H}\mathbf{e}_l$ . Assim, a equação (6.19) é reescrita como:

$$\begin{aligned} \sum_{l \in \mathcal{L}} J(l, \mathbf{H}) &= \sum_{l=0}^{M+N-2} \sigma_s^2 - \sum_{l=0}^{M+N-2} \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_l \\ &= (M + N - 1) - \text{Tr} \left\{ \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \right\} \\ &= (M + N - 1) - \text{Tr} \left\{ \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{H} \right\} \\ &= (M + N - 1) - N \\ &= M - 1, \end{aligned} \quad (6.20)$$

onde  $\mathbf{e}_l$  é um vetor coluna de zeros, exceto o  $(l + 1)^{\text{ésimo}}$  elemento, que vale 1, e  $\text{Tr}\{\cdot\}$  representa o operador traço de uma matriz.  $\square$

De acordo com o Teorema 12, o somatório dos MSEs residuais para todos os atrasos de equalização vale  $M - 1$ . Já que  $(M + N - 1)$  é o número de possíveis atrasos associados a um canal de comprimento  $M$  e a um equalizador de comprimento  $N$ , então o canal  $\mathbf{H}^*$  que apresenta o mesmo valor de MSE residual para qualquer que seja o atraso de equalização

fornece como valor do jogo  $J(l, \mathbf{H}^*) = (M - 1)/(M + N - 1)$ ,  $\forall l \in \mathcal{L}$ . É fácil verificar que o par  $(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*)$  é a solução do problema maximin (6.14), em que  $l^*(\mathbf{H})$  é o atraso de equalização ótimo (minimizador de  $J(l, \mathbf{H})$ ) em função do canal  $\mathbf{H}$ .

Ainda segundo o Teorema 12, se o canal é tal que o MSE para um determinado atraso de equalização é maior que  $(M - 1)/(M + N - 1)$ , haverá certamente um outro atraso para o qual o MSE é menor que  $(M - 1)/(M + N - 1)$ . Conseqüentemente, este último atraso será o escolhido pelo receptor, empenhado em minimizar  $J(l, \mathbf{H})$ . Dessa forma, o canal  $\mathbf{H}^*$  definido acima maximiza o MSE residual mínimo. Em outras palavras,  $\mathbf{H}^*$  é a solução ótima para a “natureza maliciosa”, ou sua estratégia de segurança. No estudo de caso realizado na Seção 6.2, verificou-se para canais com dois e três coeficientes que as estratégias de segurança caracterizadas por um mesmo MSE residual para qualquer atraso de equalização correspondem aos canais reconhecidamente mais severos, em que se observam nulos espectrais.

### 6.1.2 Estratégia de segurança do equalizador

A estratégia de segurança do equalizador é derivada do problema minimax (6.16). A maximização interna em (6.16) é apresentada como:

$$\max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \left\{ 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\} = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^{*T}(l) [\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)]^{-1} \mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l, \quad (6.21)$$

onde  $\mathbf{H}^*(l)$  representa o canal ótimo (maximizador de  $J(l, \mathbf{H})$ ) em função do atraso  $l$ . Assim, o problema minimax (6.16) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\min_{l \in \mathcal{L}} \left\{ 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^{*T}(l) [\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)]^{-1} \mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l \right\}. \quad (6.22)$$

A matriz  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)$  tem dimensão  $N \times N$ . Ela é uma matriz Toeplitz e simétrica, e portanto, é centrosimétrica. Já que ela corresponde à matriz de autocorrelação do sinal recebido  $\mathbf{x}(n)$  na ausência do ruído, (ver equação (6.8)), então  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)$  é definida positiva, o que vale também, conseqüentemente, para sua inversa. Logo, para qualquer vetor  $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ , pode-se afirmar que  $\mathbf{v}^T [\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)]^{-1} \mathbf{v} > 0$ .

A solução  $l^*$  que minimiza (6.22), se ela existe, é difícil de ser determinada. Entretanto, é possível pelo menos restringir o espaço de estratégias do receptor, que compreende, a princípio, o conjunto  $\mathcal{L}$  definido em (6.11). O Teorema 13 estabelece um espaço reduzido para as estratégias de segurança do receptor no jogo de Stackelberg definido em (6.16) e redefinido em (6.22).

**Teorema 13.** *Seja  $l \in \mathcal{L}$ ,  $\mathcal{L} = \{0, \dots, M + N - 2\}$ , o atraso de equalização, em que  $M$  e  $N$  são os comprimentos do canal e do equalizador, respectivamente, e  $N \geq M$ . Seja  $l^*$  o atraso que minimiza o MSE residual máximo, isto é,  $l^*$  é a estratégia de segurança do receptor no jogo de Stackelberg definido em (6.16) e em (6.22), representando assim o atraso ótimo de pior caso, ou o atraso robusto. Então:*

$$l^* \in \mathbb{Z} : M - 1 \leq l^* \leq N - 1. \quad (6.23)$$

*Demonstração.* Já que a matriz  $[\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)]^{-1}$  é definida positiva, o valor máximo do jogo (6.22) é 1, sendo obtido se, e somente se,  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ , onde  $\mathbf{e}_l$  é um vetor coluna de zeros, com exceção do  $(l + 1)^{\text{ésimo}}$  elemento, que vale 1. Logo, o atraso  $l^*$ , que representa a estratégia de segurança do receptor no jogo (6.22), deve pertencer ao conjunto de atrasos que evitam  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ .

A matriz de convolução  $\mathbf{H}$  associada a um canal  $\mathbf{h} = [h(0) \ \dots \ h(M - 1)]^T$  de comprimento  $M$  tem a seguinte representação:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & \dots & h(M - 1) & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h(0) & \dots & h(M - 2) & h(M - 1) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & h(1) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & h(0) & \dots & h(M - 1) \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

Observa-se que as colunas de  $\mathbf{H}$  são constituídas pelo canal  $\mathbf{h}$  ou por uma parte dele, sempre na ordem inversa. Além disso, sabe-se que  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l = \text{coluna}_{(l+1)}(\mathbf{H})$ . Assim, considerando que  $\|\mathbf{h}\|_2 > 0$ , se pelo menos um coeficiente de  $\mathbf{h}$  não está presente na  $(l + 1)^{\text{ésima}}$  coluna de  $\mathbf{H}$ , então a “natureza maliciosa” é capaz de escolher um canal tal que  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ , obtido ao anular

os coeficientes desta coluna de  $\mathbf{H}$ . Portanto, o atraso  $l^*$  se restringe a  $l \in \mathbb{Z} : M - 1 \leq l \leq N - 1$ , pois neste caso todos os coeficientes do canal FIR  $\mathbf{h}$  de norma positiva estão presentes na  $(l + 1)^{\text{ésima}}$  coluna da matriz de convolução associada a  $\mathbf{h}$ , e conseqüentemente,  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l \neq \mathbf{0}$ .  $\square$

Este resultado estabelece que a estratégia de segurança do receptor, ou o atraso de equalização robusto, se encontra entre os atrasos intermediários. Assim, o resultado se remete ao conceito clássico da inicialização “center-spike” [62], considerado um procedimento favorável ao bom desempenho de equalizadores adaptativos não-supervisionados.

No caso em que  $N \gg M$ , o Teorema 13 não suscita muito interesse, pois um número pequeno dos  $(N + M - 1)$  possíveis atrasos de equalização pode ser desprezado na busca de um atraso robusto. Por outro lado, quando  $N$  se aproxima de  $M$ , caso de uma equalizador mais curto, a importância do resultado apresentado acima aumenta. Finalmente, para um canal e um equalizador de mesmo comprimento, ou seja,  $N = M = L$ , o Teorema 13 fornece a estratégia de segurança do receptor para o problema minimax (6.16), que é  $l^* = L - 1$ , o elemento central do conjunto de possíveis atrasos de equalização em ordem crescente  $\mathcal{L} = \{0, 1, \dots, L - 2, L - 1, L, \dots, 2L - 3, 2L - 2\}$ . A solução de equilíbrio de Stackelberg neste jogo é portanto o par  $(l^*, \mathbf{H}^*(l^*))$ , em que  $\mathbf{H}^*(l)$  é o canal ótimo de pior caso, que maximiza o MSE residual em função do atraso  $l$ .

## 6.2 Estudo de caso

Na seção anterior, uma análise geral do problema da escolha do atraso de equalização foi realizada através da teoria dos jogos de Stackelberg. Esta análise não se restringe a um modelo ou a uma estrutura específica para os canais. As únicas suposições são: o canal é FIR e oferece condições de transmissão, isto é, pode ser representado por um vetor de norma positiva. A análise apresentada na seção anterior representa uma generalização de nossa abordagem inicial do problema, que se deu num contexto simplificado. Publicada em [64], nossa abordagem inicial foi realizada com o uso de resultados clássicos da teoria dos jogos estáticos não-cooperativos de soma nula de 2-jogadores, em que a solução de equilíbrio de Nash ou de ponto-de-sela de um jogo matricial é obtida por técnicas de programação linear

[32]. Para a formulação do jogo matricial, foi necessário discretizar o espaço das estratégias da “natureza maliciosa”, ou seja, os canais. Além disso, a análise se restringe apenas a canais FIR de 2 ou 3 coeficientes. Esta seção apresenta a abordagem via jogo matricial desenvolvida em [64], a qual serviu como primeiro passo para a análise geral apresentada na seção anterior.

Em um jogo estático não-cooperativo de soma nula de 2-jogadores, os dois jogadores são completamente antagonistas e decidem simultaneamente. Além disso, se os espaços das estratégias dos jogadores são finitos, o jogo pode ser representado sob a forma matricial, em que todas as estratégias possíveis de um jogador são descritas pelas linhas da matriz, enquanto que as estratégias do adversário correspondem às diferentes colunas da matriz. Dessa forma, um par de decisões dos jogadores corresponde a um elemento da matriz, que equivale a um resultado do jogo, dado pelo valor da função de desempenho segundo as decisões dos jogadores.

**“Natureza maliciosa”**

<b>Receptor</b>	$J(l_1, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_1, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_1, \mathbf{H}_{j_{\max}})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$J(l_i, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_i, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_i, \mathbf{H}_{j_{\max}})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_{j_{\max}})$

Fig. 6.1: Matriz de um jogo entre o receptor e a “natureza maliciosa”.

O jogo entre o receptor e a “natureza maliciosa” é representado pela matriz  $\mathbf{J} = \{J(l_i, \mathbf{H}_j)\}$  ilustrada na Figura 6.1, em que  $i$  e  $j$  representam, respectivamente, a  $i$ ésima linha e a  $j$ ésima coluna de  $\mathbf{J}$ . O elemento  $J(l_i, \mathbf{H}_j)$  é o erro quadrático médio residual do equalizador de Wiener, equação (6.10), em função das escolhas do atraso de equalização  $l_i$  e do canal  $\mathbf{H}_j$ . Considera-se que a potência do sinal transmitido é unitária,  $\sigma_s^2 = 1$ . O espaço de estratégias do receptor é constituído pelas linhas  $i \in \{1, \dots, i_{\max}\}$ , onde  $i_{\max} = M + N - 1$ , com  $M$  e  $N$  representando os comprimentos do canal  $\mathbf{h}$  e do equalizador. Por outro lado, é necessário discretizar o espaço de estratégias da “natureza maliciosa”, de modo a permanecer com um número finito de filtros FIR que representam a resposta ao impulso do canal  $\mathbf{h}$  e, em consequência disso, permanecer com um número finito de matrizes de convolução  $\mathbf{H}_j$ . Assim,

$j \in \{1, \dots, j_{\max}\}$ , onde  $j_{\max}$  depende da discretização do espaço de filtros FIR  $h$ . Nesta formulação,  $h$  é considerado um filtro FIR de norma unitária.

### 6.2.1 Estratégias de segurança mistas e solução de equilíbrio

Na nomenclatura da teoria dos jogos, o conjunto das possíveis decisões determinísticas de um jogador é chamado de espaço de estratégias puras. Em compensação, uma estratégia mista de um jogador é definida por uma distribuição de probabilidades dentro do seu espaço de estratégias puras. A abordagem estocástica de um problema de decisão por meio de estratégias mistas sugere que o jogo é realizado repetidamente e que o seu resultado final é obtido como a média das realizações do jogo. Os jogadores podem, nesse caso, se utilizar de estratégias probabilísticas.

Com relação ao jogo matricial ilustrado na Figura 6.1, as estratégias mistas do receptor e da “natureza maliciosa” são representadas, respectivamente, pelas variáveis aleatórias  $u$  e  $v$ , as quais são definidas pelas distribuições  $\mathbf{y} = [y_1 \ \dots \ y_{i_{\max}}]^T$  e  $\mathbf{z} = [z_1 \ \dots \ z_{j_{\max}}]^T$ , tais que [32]:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{com probabilidade } y_1 \\ \vdots & \\ i_{\max} & \text{com probabilidade } y_{i_{\max}} \end{cases}, \quad \sum_{i=1}^{i_{\max}} y_i = 1, \quad y_i \geq 0, \quad (6.25)$$

$$v = \begin{cases} 1 & \text{com probabilidade } z_1 \\ \vdots & \\ j_{\max} & \text{com probabilidade } z_{j_{\max}} \end{cases}, \quad \sum_{j=1}^{j_{\max}} z_j = 1, \quad z_j \geq 0. \quad (6.26)$$

Assim, a menos que as distribuições de probabilidade  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{z}$  se concentrem num único ponto, o que constitui uma estratégia de decisão pura (probabilidade igual a 1), as decisões dos jogadores serão baseadas nas variáveis aleatórias  $u$  e  $v$ , cujos valores possíveis são as estratégias puras de cada jogador.

Considerando um número elevado de realizações do jogo, supõe-se que as frequências

com que as linhas e as colunas da matriz  $\mathbf{J} = \{J(l_i, \mathbf{H}_j)\}$  são escolhidas pelo receptor e pela “natureza maliciosa” convergem para as respectivas distribuições de probabilidades que caracterizam as estratégias  $u$  e  $v$ . Assim, o valor médio do jogo se expressa como:

$$J(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} y_i J(l_i, \mathbf{H}_j) z_j = \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad (6.27)$$

onde  $\mathbf{J}$  é a matriz ilustrada na Figura 6.1,  $\mathbf{y}$  é o vetor de distribuição de probabilidades do receptor e  $\mathbf{z}$  é o vetor de distribuição de probabilidades da “natureza maliciosa”. Logo, o receptor pretende minimizar  $J(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ , o MSE residual de Wiener, enquanto a “natureza maliciosa” busca maximizar a mesma função de desempenho, o que caracteriza um jogo não-cooperativo de soma nula.

Uma estratégia de segurança é aquela que garante um nível de desempenho individual, independentemente da decisão do adversário. Este valor de desempenho é chamado de nível de segurança. Assim, quando o receptor (minimizador de  $J(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ ) se decide por sua estratégia de segurança, representada pelo vetor  $\mathbf{y}^*$ , ele garante um valor do jogo igual ou inferior a seu nível de segurança  $\bar{V}_m(\mathbf{J})$ . A mesma idéia se aplica à “natureza maliciosa” (maximizadora de  $J(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ ). Caso ela opte por sua estratégia de segurança, dada pelo vetor  $\mathbf{z}^*$ , o valor do jogo será igual ou superior a seu nível de segurança  $\underline{V}_m(\mathbf{J})$ . As definições dos níveis de segurança são as seguintes:

$$\bar{V}_m(\mathbf{J}) \triangleq \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \max_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad (6.28)$$

$$\underline{V}_m(\mathbf{J}) \triangleq \max_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}} \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad (6.29)$$

onde  $\mathbb{Y}$  e  $\mathbb{Z}$  são os conjuntos de todos os vetores possíveis  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{z}$ , isto é:

$$\mathbb{Y} = \left\{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{i_{\max}} : \mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \sum_{i=1}^{i_{\max}} y_i = 1 \right\}, \quad (6.30)$$

$$\mathbb{Z} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{j_{\max}} : \mathbf{z} \geq \mathbf{0}, \sum_{j=1}^{j_{\max}} z_j = 1 \right\}. \quad (6.31)$$

**Definição 9.** *O par de estratégias mistas  $\{y^*, z^*\}$  constitui um ponto-de-sela (ou um ponto de equilíbrio de Nash) para o jogo matricial  $\mathbf{J}$  em estratégias mistas se:*

$$y^{*T} \mathbf{J} z \leq y^{*T} \mathbf{J} z^* \leq y^T \mathbf{J} z^*, \quad \forall y \in \mathbb{Y}, z \in \mathbb{Z}. \quad (6.32)$$

O teorema minimax, enunciado abaixo, é um dos mais importantes resultados da teoria dos jogos de soma nula. A partir dele, demonstra-se que, se  $\mathbf{J}$  representa um jogo matricial [32]:

- i)  $\mathbf{J}$  possui um ponto-de-sela em estratégias mistas;
- ii) um par de estratégias mistas constitui um ponto-de-sela de  $\mathbf{J}$  se, e somente se, a estratégia mista de cada jogador corresponde a sua estratégia de segurança;
- iii) O valor do jogo,  $V_m(\mathbf{J})$ , é dado unicamente pelos nível de segurança dos jogadores,  $\bar{V}_m(\mathbf{J})$  e  $\underline{V}_m(\mathbf{J})$ , os quais são coincidentes, isto é:  $V_m(\mathbf{J}) = \bar{V}_m(\mathbf{J}) = \underline{V}_m(\mathbf{J})$ ;
- iv) no caso de múltiplos pontos-de-sela, as estratégias de segurança são permutáveis, o que assegura a obtenção do valor do jogo  $V_m(\mathbf{J})$  para quaisquer pares de estratégias de segurança.

**Teorema 14** (Teorema minimax). *Em qualquer jogo matricial  $\mathbf{J}$ , os níveis de segurança médios dos jogadores em estratégias mistas coincidem, isto é:*

$$\bar{V}_m(\mathbf{J}) = \min_{y \in \mathbb{Y}} \max_{z \in \mathbb{Z}} y^T \mathbf{J} z = \max_{z \in \mathbb{Z}} \min_{y \in \mathbb{Y}} y^T \mathbf{J} z = \underline{V}_m(\mathbf{J}). \quad (6.33)$$

*Demonstração.* Ver [32], páginas 27-28. □

Há uma relação estreita entre um jogo matricial de soma nula de 2-jogadores, como o jogo  $\mathbf{J}$  apresentado nesta seção, e um problema de programação linear. Esta relação permite o uso de consolidados algoritmos de resolução de problemas de programação linear para o cálculo das estratégias de segurança mistas dos jogadores e do valor do ponto-de-sela do jogo.

A resolução do jogo  $\mathbf{J}$  como um problema de programação linear tem como ponto de partida a expressão minimax do valor do jogo  $V_m(\mathbf{J}) = \bar{V}_m(\mathbf{J})$  em (6.28). Esta expressão pode ser reescrita como:

$$V_m(\mathbf{J}) = \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \vartheta_1(\mathbf{y}), \quad (6.34)$$

onde

$$\vartheta_1(\mathbf{y}) = \max_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z} \geq \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad \forall \mathbf{z} \in \mathbb{Z}. \quad (6.35)$$

Como  $\mathbb{Z}$  é o simplex de dimensão  $j_{\max}$  definido em (6.31), a desigualdade acima equivale a:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{y} \leq \mathbf{1}_{j_{\max}} \vartheta_1(\mathbf{y}), \quad (6.36)$$

onde  $\mathbf{1}_{j_{\max}} = [1 \ \dots \ 1]^T \in \mathbb{R}^{j_{\max}}$ . Então, introduzindo a variável  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y}/\vartheta_1(\mathbf{y})$ , observa-se que o problema de otimização do receptor para a determinação de sua estratégia de segurança mista é:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \vartheta_1(\mathbf{y}) \\ \text{sujeito a } & \mathbf{J}^T \tilde{\mathbf{y}} \leq \mathbf{1}_{j_{\max}}, \\ & \tilde{\mathbf{y}} \mathbf{1}_{i_{\max}} = [\vartheta_1(\mathbf{y})]^{-1}, \\ & \tilde{\mathbf{y}} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{y}} \vartheta_1(\mathbf{y}), \end{aligned} \quad (6.37)$$

onde  $\mathbf{1}_{i_{\max}} = [1 \ \dots \ 1]^T \in \mathbb{R}^{i_{\max}}$ . Este problema equivale ao seguinte problema de maximização na forma padrão:

$$\begin{aligned} & \max \tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{1}_{i_{\max}} \\ \text{sujeito a } & \mathbf{J}^T \tilde{\mathbf{y}} \leq \mathbf{1}_{j_{\max}}, \\ & \tilde{\mathbf{y}} \geq \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (6.38)$$

A resolução de (6.38) fornece a solução ótima  $\tilde{\mathbf{y}}^*$  e o valor ótimo do problema, dado por  $1/V_m(\mathbf{J})$ . Logo, o valor do ponto-de-sela do jogo associado ao problema (6.38) é o inverso

do valor ótimo do problema, isto é,  $V_m(\mathbf{J})$ . Além disso, a estratégia de segurança do receptor  $\mathbf{y}^*$  é obtida da relação  $\tilde{\mathbf{y}}^* = \mathbf{y}^*/V_m(\mathbf{J})$ .

O cálculo da estratégia de segurança mista da “natureza maliciosa” também pode ser realizado via programação linear. Para isso, a expressão maximin do valor do jogo  $V_m(\mathbf{J}) = \underline{V}_m(\mathbf{J})$  em (6.29) é considerada, e introduz-se:

$$\vartheta_2(\mathbf{z}) = \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z} \leq \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad \forall \mathbf{y} \in \mathbb{Y}, \quad (6.39)$$

e  $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z}/\vartheta_2(\mathbf{z})$ . Então, seguindo um procedimento similar ao realizado para o receptor, chega-se ao seguinte problema de programação linear para o cálculo da estratégia de segurança mista para a “natureza maliciosa”:

$$\begin{aligned} \min \quad & \tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{1}_{j_{\max}} \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{J} \tilde{\mathbf{z}} \geq \mathbf{1}_{i_{\max}}, \\ & \tilde{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (6.40)$$

A resolução de (6.40) fornece a solução ótima  $\tilde{\mathbf{z}}^*$  e o valor ótimo do problema, dado por  $1/V_m(\mathbf{J})$ . Como antecipado pelo Teorema 14, o valor do ponto-de-sela do jogo é único,  $V_m(\mathbf{J})$ , neste caso também obtido como o inverso do valor ótimo do problema (6.40). A estratégia de segurança da “natureza maliciosa”  $\mathbf{z}^*$  é obtida da relação  $\tilde{\mathbf{z}}^* = \mathbf{z}^*/V_m(\mathbf{J})$ .

As relações apresentadas entre as estratégias de ponto-de-sela do jogo  $\mathbf{J}$  e as soluções dos problemas (6.38) e (6.40) foram utilizadas na análise da escolha do atraso de equalização. Alguns resultados desta análise através de um jogo matricial não-cooperativo de soma nula entre o receptor e a “natureza maliciosa” são discutidos a seguir.

## 6.2.2 Resultados

Como mencionado no início da Seção 6.2, para a formulação do jogo matricial  $\mathbf{J}$  da Figura 6.1 entre o receptor e a “natureza maliciosa”, foi necessário discretizar o espaço das estratégias do último jogador, isto é, os canais foram discretizados para constituírem um

espaço de estratégias finito. Apenas canais FIR de 2 ou 3 coeficientes e com norma unitária foram considerados. Assim, o espaço das estratégias da “natureza maliciosa” é composto por canais  $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) \end{bmatrix}^T$  ou  $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & h(2) \end{bmatrix}^T$ , tais que cada coeficiente varia no intervalo  $[-1, 1]$  e, necessariamente,  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$ .

O caso em que não há ruído é considerado primeiro. A nomenclatura quanto ao canal e ao equalizador é mantida, ou seja,  $M$  e  $N$  são seus respectivos comprimentos.

Segundo o Teorema 12, a estratégia de segurança da “natureza maliciosa” é composta por canais que fornecem os mesmos valores de erro quadrático médio residual para todos os atrasos de equalização, a saber  $(M - 1)/(M + N - 1)$ . Para o caso de canais com dois coeficientes, dois canais foram obtidos como estratégia de segurança através da resolução de (6.40). Ambos estão em concordância com o Teorema 12: eles apresentam MSE residual de  $1/(N + 1)$ , em função do comprimento do equalizador, para todos os possíveis atrasos de equalização. Verificou-se que estes canais têm seus zeros sobre o círculo unitário, em  $z = +1$  e  $z = -1$ . É importante ressaltar que estes canais são considerados casos críticos quando o problema de equalização é estudado, seja pela abordagem clássica, seja por aquela de classificação realizada em [65].

A resolução de (6.40) para canais com 3 coeficientes também fornece canais em concordância com o Teorema 12. Além disso, os canais que correspondem às estratégias de segurança têm seus zeros sobre o círculo unitário. Observa-se que estes canais não são arbitrários, as fases de seus zeros obedecem a:

$$\Phi = \pi/N. \quad (6.41)$$

Quanto às estratégias de segurança mistas do receptor, elas são obtidas com a resolução de (6.38). Tanto para canais com 2 coeficientes quanto para canais com 3 coeficientes, foram obtidas múltiplas estratégias de segurança para o receptor. Elas se caracterizam por uma distribuição de probabilidades uniforme entre os possíveis atrasos de equalização, ou por uma concentração da distribuição nos atrasos intermediários. Após um número elevado de repetições do jogo, ou concretamente, ao fim de um período longo de transmissão, o resultado médio do jogo, isto é, o MSE residual observado pelo receptor é o mesmo, seja adotada uma ou outra estratégia de segurança. Esta é uma das propriedades, já mencionadas, das estraté-

gias de segurança mistas em jogos não-cooperativos de soma nula. Além disso, a estratégia dos atrasos intermediários está de acordo com a análise apresentada na Seção 6.1.2, além de mais uma vez trazer à tona os conceitos da inicialização “center-spike” [62].

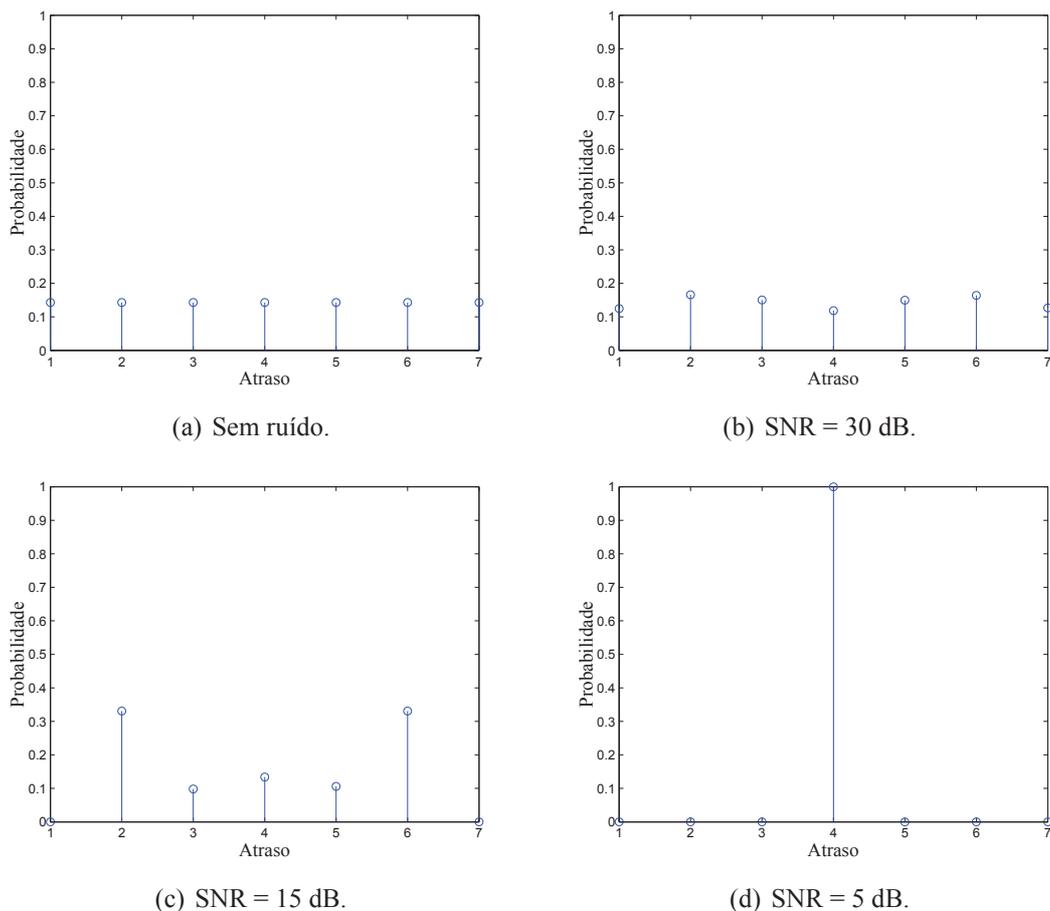


Fig. 6.2: Estratégia de segurança do receptor quanto ao atraso de equalização: caso do canal de três coeficientes e do equalizador de cinco coeficientes.

As mesmas análises foram realizadas considerando um ruído aditivo gaussiano de média zero na entrada do receptor. Como no cenário anterior, as estratégias de segurança obtidas para a “natureza maliciosa” correspondem a canais de difícil equalização. Com relação ao receptor, observa-se uma tendência de concentração da distribuição de probabilidades sobre valores intermediários do atraso de equalização com a redução da relação sinal-ruído

(SNR, do termo em inglês *Signal-to-Noise Ratio*). O caso do canal de 3 coeficientes com um equalizador de 5 coeficientes é considerado na Figura 6.2. Quatro níveis de SNR são observados: sem ruído, 30 dB, 15 dB e 5 dB.

A concentração da distribuição de probabilidades sobre o atraso central com o aumento do ruído revela um aspecto interessante. Inicialmente, os níveis elevados do ruído levam a matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}$  do sinal de entrada, expressa em (6.8), a se aproximar de uma matriz diagonal. Com isso, a solução de Wiener definida em (6.6) torna-se proporcional ao vetor de correlação cruzada  $\mathbf{p}_l$ , onde  $l$  é o atraso de equalização. De (6.9), sabe-se que  $\mathbf{p}_l$  corresponde à  $(l + 1)$ ésima coluna da matriz de convolução  $\mathbf{H}$ . Os elementos desta coluna reproduzem o vetor de coeficientes do canal  $\mathbf{h}$ , ou parte dele, mas em sua ordem inversa. Ao escrever  $\mathbf{H}$  em termos dos coeficientes de  $\mathbf{h}$ , verifica-se que para  $M - 1 \leq l \leq N - 1$ , que corresponde a atrasos intermediários, o vetor  $\mathbf{h}$  em sua ordem inversa está inteiramente presente na  $(l + 1)$ ésima coluna da matriz de convolução  $\mathbf{H}$ . Neste caso, o equalizador de Wiener assume a configuração clássica da resposta do filtro casado com o canal [16], obtida como estratégia de segurança do receptor para o cenário de SNRs baixas.

Após as análises do atraso de equalização sob a perspectiva da teoria dos jogos não-cooperativos realizadas neste capítulo, o problema da equalização adaptativa de canal é tratado no próximo. Dois métodos baseados na filtragem  $H_\infty$  são propostos para a associação do bom desempenho médio à robustez.



## Capítulo 7

# Equalização de canal: desempenho médio e robustez

A equalização linear adaptativa é bastante utilizada para a reversão ou a atenuação dos efeitos dos canais e das perturbações sobre os sinais transmitidos em sistemas de comunicação [60, 66]. Em geral, equalizadores lineares adaptativos são constituídos por filtros transversais com coeficientes adaptativos e funcionam satisfatoriamente no caso de variações dos canais, além de apresentarem baixa complexidade computacional. Convencionalmente, os algoritmos de adaptação dos coeficientes do equalizador são obtidos de acordo com um critério de desempenho que leva em consideração o comportamento médio do sistema, como, por exemplo, a minimização do erro quadrático médio entre um sinal de referência e o sinal na saída do equalizador. Os algoritmos adaptativos LMS (*Least Mean Square*) e RLS (*Recursive Least Squares*), assim como suas variantes, são soluções tradicionais para a equalização adaptativa [60].

A formulação do problema da equalização adaptativa no espaço de estados apresenta uma relação estreita com as teorias de estimação e filtragem  $H_2$  e  $H_\infty$  [54, 60, 67, 68]. Isto possibilita a utilização de resultados e abordagens comuns nessas áreas, tais como o filtro de Kalman [69], ou filtro  $H_2$ , e o filtro  $H_\infty$  [70]. Alguns dos algoritmos mais utilizados em equalização adaptativa são aplicações particulares desses filtros.

O filtro de Kalman resolve o problema da equalização a partir de um critério de desempenho sobre o comportamento médio do sistema, isto é, a minimização do erro quadrático

médio na saída do filtro. A otimalidade do filtro se apóia na hipótese de que os ruídos que agem sobre o estado e sobre a saída do modelo são gaussianos, com as estatísticas da média e da variância conhecidas. O algoritmo RLS é um caso particular do filtro de Kalman [68], e portanto é um filtro  $H_2$ .

Na realidade, porém, o processamento dos sinais no receptor com vistas à recuperação do sinal transmitido está sujeito a incertezas sobre o modelo adotado. Na melhor das hipóteses, as estatísticas das perturbações, que incluem os ruídos, as interferências e as imperfeições dos modelos, são conhecidas apenas aproximadamente. A sensibilidade da equalização via critério  $H_2$  quanto a erros de modelagem justifica a utilização de técnicas capazes de garantir o bom funcionamento dos sistemas de comunicação em ambientes ou cenários em que as incertezas e imperfeições dos modelos são significativas. Tais situações podem ocorrer, por exemplo, devido a fenômenos de difícil modelagem, como a interferência assíncrona em sistemas de múltiplo acesso sem fio [71, 72] ou o ruído impulsivo presente em sistemas DSL (*Digital Subscriber Line*) [73] e PLC (*Power Line Communications*) [74]. Trata-se, portanto, do processamento robusto de sinais [75], que tem a filtragem  $H_\infty$  [54, 67, 70] como abordagem central.

A filtragem  $H_\infty$  é associada à robustez por se tratar de uma otimização do desempenho de “pior caso”. Na filtragem  $H_\infty$ , tem-se como objetivo a minimização da máxima transferência de energia das perturbações para o erro filtrado. Por causa da dificuldade de resolução deste problema minimax, é comum que um problema subótimo seja considerado, em que no lugar da minimização se faz uma limitação da máxima transferência de energia das perturbações para o erro filtrado. Assim, uma família de filtros  $H_\infty$  resulta da parametrização do limitante superior da máxima transferência de energia. Este parâmetro é chamado de nível de atenuação da perturbação e determina o grau de robustez do filtro  $H_\infty$ . Diferentemente da filtragem  $H_2$ , na qual as perturbações são pressupostas variáveis aleatórias com estatísticas conhecidas, na filtragem  $H_\infty$  nenhuma suposição é feita sobre as propriedades estatísticas dos ruídos ou das incertezas, já que se trata de uma abordagem determinística para o problema. Ao mesmo tempo que é uma boa alternativa ao filtro  $H_2$  em razão de sua robustez, o filtro  $H_\infty$  é conservador com relação ao desempenho médio, sendo comum a verificação de erros quadráticos mais elevados que os da filtragem  $H_2$ . Em [76], demonstra-se que o algoritmo LMS é um filtro  $H_\infty$ .

---

A complementaridade das abordagens  $H_2$  e  $H_\infty$  motiva o estudo da reunião das propriedades desejáveis de cada solução, com o critério  $H_2$  voltado ao desempenho médio do equalizador, enquanto o critério  $H_\infty$  se caracteriza pela robustez. Diferentes estratégias de compromisso entre os critérios  $H_2$  e  $H_\infty$  são encontradas no contexto da filtragem mista  $H_2/H_\infty$ . Há abordagens não-lineares, como em [77], outras para sistemas lineares contínuos e invariantes no tempo [78], ou ainda abordagens desenvolvidas para sistemas lineares discretos e invariantes no tempo, como em [79]. Porém, a equalização linear adaptativa mista  $H_2/H_\infty$  permanece um problema aberto. As soluções encontradas na literatura se referem à comutação entre o RLS e uma combinação convexa entre o RLS e o LMS [80–82]. A comutação entre uma e outra solução é feita com base no monitoramento da norma  $H_\infty$  verificada para o equalizador  $H_2$  (RLS): se esta norma se torna maior do que o nível pré-especificado de atenuação da perturbação do equalizador  $H_\infty$  puro (LMS), então a combinação convexa dos dois equalizadores é acionada. Esta metodologia é uma solução recursiva apresentada para o problema geral da filtragem adaptativa mista  $H_2/H_\infty$ , que consiste, formalmente, num problema de programação não-linear sem solução explícita [81].

Neste capítulo são propostos dois métodos de equalização adaptativa para a associação do bom desempenho médio à robustez contra incertezas ou erros de modelagem. Em [83], demonstra-se que a combinação convexa de dois filtros transversais adaptativos quaisquer é uma maneira conceitualmente simples de explorar as características individuais dos filtros, com a garantia de que, no estado permanente, o erro quadrático médio da combinação é igual ou inferior ao MSE individual do melhor filtro. Então, o método inicialmente proposto para reunir as propriedades dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  é uma combinação convexa dos dois filtros, sendo que o filtro  $H_\infty$  empregado tem melhor desempenho médio que o LMS. O segundo método de busca de um compromisso adaptativo entre os dois critérios utiliza apenas um filtro  $H_\infty$ . O método consiste num esquema de adaptação do filtro  $H_\infty$  que permite o ajuste do nível de robustez do equalizador. Assim, o equalizador  $H_\infty$  pode assumir desde configurações robustas até configurações que o reduzem ao equalizador  $H_2$ . Antes da apresentação dos dois métodos mencionados, a combinação convexa dos dois filtros na Seção 7.3 e a adaptação do nível de robustez do filtro  $H_\infty$  na Seção 7.4, a formulação do problema da equalização adaptativa no espaço de estados é exposta na próxima seção e as soluções gerais das filtragens adaptativas  $H_2$  e  $H_\infty$  são apresentadas na Seção 7.2. A Seção 7.5 é destinada à avaliação de

desempenho dos métodos propostos.

## 7.1 Formulação do problema

O sistema de comunicação considerado é ilustrado em banda básica na Figura 7.1. Ele se caracteriza pela transmissão simultânea de  $N_t$  sinais complexos,  $s_0(k), \dots, s_{N_t-1}(k)$ , sendo  $k$  o indicador de tempo discreto, enquanto que o receptor é constituído por  $N_r$  sensores de recepção. Neste sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do termo em inglês *Multiple Input Multiple Output*), não há coordenação na transmissão dos sinais  $s_0(k), \dots, s_{N_t-1}(k)$ , caso típico de um sistema multi-usuário. Por outro lado, a diversidade espacial no receptor é utilizada para recuperar os sinais transmitidos através do processamento conjunto dos sinais  $x_0(k), \dots, x_{N_r-1}(k)$ . O subcanal entre o transmissor  $j$  e o receptor  $i$  é representado por um filtro FIR (*Finite Impulse Response*) de comprimento  $M$  com coeficientes complexos:  $\mathbf{h}_{ij} = [h_{ij}(0) \ \dots \ h_{ij}(M-1)]^T$ , onde  $i = \{0, \dots, N_r - 1\}$  e  $j = \{0, \dots, N_t - 1\}$ .

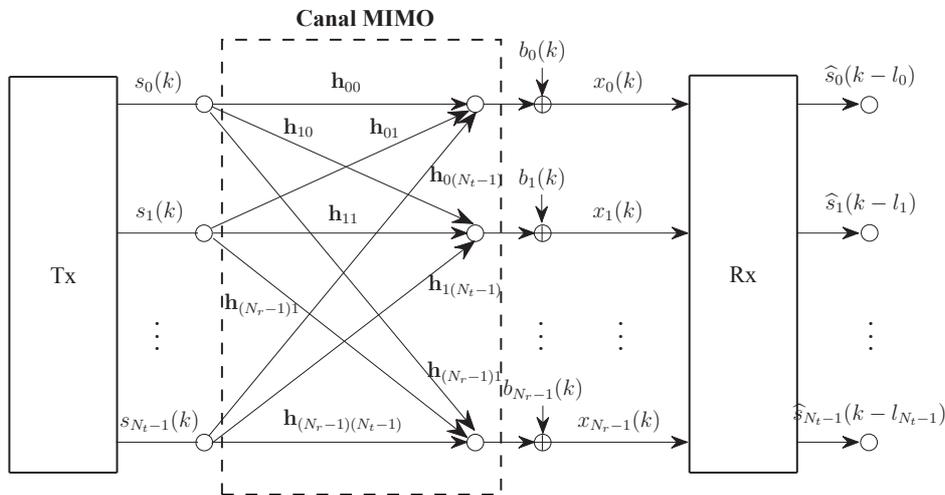


Fig. 7.1: Sistema de comunicação MIMO em banda básica.

Os sinais no receptor são representados a seguir. Se  $x_i(k)$  é o sinal na entrada do sensor  $i$ , onde  $i \in \{0, \dots, N_r - 1\}$ , então ele é expresso como:

$$\begin{aligned}
x_i(k) &= \sum_{j=0}^{N_t-1} \sum_{l=0}^{M-1} h_{ij}(l) s_j(k-l) + b_i(k) \\
&= h_{id}(l_d) s_d(k-l_d) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_d}}^{M-1} h_{id}(l) s_d(k-l) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq d}}^{N_t-1} \sum_{l=0}^{M-1} h_{ij}(l) s_j(k-l) + b_i(k), \quad (7.1)
\end{aligned}$$

onde  $b_i(k)$  é o ruído branco aditivo de variância  $\sigma_b^2$ . Seja  $s_d(k-l_d)$  o sinal de interesse, com  $d \in \{0, \dots, N_t - 1\}$  e  $l_d$  representando o atraso. Então, o segundo termo em (7.1), que é um somatório simples, corresponde à interferência entre símbolos, enquanto que o terceiro termo, um somatório duplo, representa a interferência co-canal.

Como cada sensor de recepção é equipado com um filtro transversal de  $N$  coeficientes que será utilizado como equalizador temporal, o vetor de entrada do equalizador no sensor  $i$  é dado por  $\mathbf{x}_i(k) = [x_i(k) \ \dots \ x_i(k-N+1)]^T$ . O vetor de coeficientes do equalizador é representado por  $\mathbf{w}_i(k) = [w_i^0(k) \ \dots \ w_i^{N-1}(k)]^T$ .

Os sinais recebidos pelos sensores contêm a informação do sinal transmitido de interesse, designado  $s(k)$ , com o desprezo do índice  $d$  e do atraso  $l_d$ . O equalizador espaço-temporal processa os sinais recebidos para obter uma estimação do sinal de interesse. Então, a estimação de  $s(k)$  obtida pelo equalizador é representada por  $\widehat{s}(k)$  e descrita abaixo:

$$\widehat{s}(k) = \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}(k), \quad (7.2)$$

onde  $(\cdot)^H$  é o operador hermitiano, que corresponde ao transposto conjugado de  $(\cdot)$ . Os vetores  $\mathbf{x}(k) = [x_0^T(k) \ \dots \ x_{N_r-1}^T(k)]^T$  e  $\mathbf{w}(k) = [w_0^T(k) \ \dots \ w_{N_r-1}^T(k)]^T$  têm dimensão  $(N \cdot N_r) \times 1$ . O vetor  $\mathbf{x}(k)$  concatena os  $N_r$  vetores de entrada, cada um de dimensão  $N$ . Já  $\mathbf{w}(k)$  é o vetor de coeficientes do equalizador espaço-temporal, ou seja, é um vetor que concatena os conjuntos de  $N$  coeficientes dos filtros temporais presentes nos  $N_r$  sensores de recepção.

**Nota 4.** No caso da equalização puramente temporal, isto é,  $N_r = 1$  sensor de recepção, a saída do equalizador permanece representada por (7.2), mas os vetores das entradas  $\mathbf{x}(k)$

e dos coeficientes do equalizador  $\mathbf{w}(k)$  são de dimensão  $N \times 1$ . Além disso, se o sistema é SISO (Single Input Single Output), há apenas a interferência entre símbolos, pois  $N_t = 1$  sensor de transmissão.

Os estudos se dão no contexto da equalização supervisionada. Assim, o sinal de referência ou a seqüência de treinamento  $s(k)$  está disponível no receptor. O objetivo é, portanto, obter o vetor  $\mathbf{w}(k)$  que minimiza, em algum sentido, a diferença entre  $s(k)$  e  $\hat{s}(k)$ .

### 7.1.1 Equalização adaptativa no espaço de estados

A formulação do problema da equalização adaptativa no espaço de estados possibilita a aplicação de resultados clássicos da filtragem  $H_2$  e da filtragem  $H_\infty$ . Em geral, o problema da estimação ou filtragem linear no tempo discreto baseia-se num modelo dinâmico para o estado  $\mathbf{x}$  e para a medida  $\mathbf{y}$ , como o apresentado abaixo:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{q}(k), \quad (7.3)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{r}(k), \quad (7.4)$$

onde  $k$  indica o tempo discreto, as matrizes  $\mathbf{A}(k)$ ,  $\mathbf{B}(k)$  e  $\mathbf{C}(k)$  são conhecidas, as variáveis  $\mathbf{q}(k)$  e  $\mathbf{r}(k)$  são aleatórias, respectivamente designadas ruído de processo e ruído de medida, e o estado inicial do sistema,  $\mathbf{x}(0)$ , é desconhecido. Então, o problema geral consiste em estimar uma combinação linear do estado. Em outras palavras, busca-se uma estimação de  $\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}(k)\mathbf{x}(k)$ , sendo a matriz  $\mathbf{L}(k)$  definida de acordo com o objetivo. Para estimar diretamente o estado  $\mathbf{x}(k)$ , por exemplo, deve-se ter  $\mathbf{L}(k) = \mathbf{I}$ . A estimativa de  $\mathbf{z}(k)$  é representada por  $\hat{\mathbf{z}}(k)$  e é obtida de acordo com as medidas  $\{\mathbf{y}(0), \mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(k-1)\}$  disponíveis no instante  $(k-1)$ .

A seguir, faz-se a equivalência entre o problema geral de estimação descrito acima e o problema de equalização adaptativa supervisionada apresentado no início da seção. O estado  $\mathbf{x}(k)$  e a medida  $\mathbf{y}(k)$  representam, respectivamente, o vetor de coeficientes do equalizador ótimo e o sinal de referência ou de interesse disponível no receptor. No caso da filtragem adaptativa, o modelo dado por (7.3) é simplificado. Em razão de sua variação lenta se comparada ao tempo de símbolo, considera-se que o equalizador ótimo é estático, ou seja

$\mathbf{B}(k)\mathbf{q}(k) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{A}(k)$  é a matriz identidade com dimensões apropriadas e  $\mathbf{x}(0)$  é o próprio equalizador ótimo [54, 60, 68]. Na equação de medida (7.4), o sinal de referência no receptor,  $y(k)$ , escalar, é modelado como sendo o sinal de saída do equalizador ótimo, isto é,  $y(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + r(k)$ , onde  $\mathbf{C}(k)$ , de dimensão  $1 \times (N \cdot N_r)$ , é o transposto do vetor de entrada do equalizador ótimo. O ruído  $r(k)$ , também escalar, representa as incertezas do modelo, causadas, por exemplo, pelo ruído no receptor e pelas limitações impostas por uma representação em um espaço de dimensão finita. A Tabela 7.1 determina a correspondência entre as variáveis do modelo no espaço de estados dado por (7.3)-(7.4) para o problema geral de estimação e as variáveis do problema da equalização adaptativa ilustrado na Figura 7.1.

Tab. 7.1: Correspondência entre variáveis da estimação no espaço de estados e da equalização adaptativa.

Espaço de estados	Equalização	Descrição
$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(0)$		Equalizador ótimo
$\mathbf{y}(k)$	$s(k)$	Sinal transmitido / sinal de referência
$\mathbf{z}(k)$	$s(k)$	Sinal a ser estimado
$\mathbf{A}(k) = \mathbf{I}$		Matriz identidade
$\mathbf{B}(k) = \mathbf{0}$		Matriz nula
$\mathbf{C}(k)$ e $\mathbf{L}(k)$	$\mathbf{x}^T(k)$	Entrada do equalizador
$\mathbf{r}(k)$		Ruído de medida
$\hat{\mathbf{x}}(k)$	$\mathbf{w}(k)$	Equalizador
$\hat{\mathbf{y}}(k)$	$\hat{s}(k)$	Sinal de saída do equalizador
$\hat{\mathbf{z}}(k)$	$\hat{s}(k)$	Estimativa do sinal transmitido / sinal de referência

Portanto, o interesse reside na obtenção dos estimadores do equalizador ótimo  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  e do sinal transmitido  $\hat{y}(k)$  a partir da seqüência de treinamento  $\{y(0), y(1), \dots, y(k-1)\}$  disponível no receptor. Assim, o sinal a ser estimado é  $\hat{z}(k) = \hat{y}(k) = \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$ . Os estimadores  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  e  $\hat{y}(k)$  correspondem, respectivamente, ao equalizador  $\mathbf{w}(k)$  e à estimação  $\hat{s}(k)$  da formulação do problema no início da seção. O processo de estimação é guiado pelo sinal de erro  $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ .

## 7.2 Filtragem $H_2$ e filtragem $H_\infty$

Nesta seção são apresentadas as soluções gerais das filtrações adaptativas  $H_2$  e  $H_\infty$ , ambas relativas ao modelo dinâmico linear descrito por (7.3)-(7.4). As expressões dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  utilizados no problema da equalização adaptativa são obtidas ao se considerar as correspondências entre as variáveis definidas na Tabela 7.1.

Na filtragem  $H_2$ , supõe-se que as perturbações  $\mathbf{q}(k)$  e  $\mathbf{r}(k)$  no modelo (7.3)-(7.4) são variáveis aleatórias independentes, de média nula e com estatísticas de segunda ordem conhecidas. Supõe-se o mesmo com relação ao estado inicial  $\mathbf{x}(0)$ . As matrizes  $\mathbf{\Pi}_0$  e  $\mathbf{Q}(k)$  são semi-definidas positivas e  $\mathbf{R}(k)$  é definida positiva, onde  $\mathbb{E}\{\mathbf{x}(0)\mathbf{x}^H(0)\} = \mathbf{\Pi}_0$ ,  $\mathbb{E}\{\mathbf{q}(k)\mathbf{q}^H(k)\} = \mathbf{Q}(k)$  e  $\mathbb{E}\{\mathbf{r}(k)\mathbf{r}^H(k)\} = \mathbf{R}(k)$ , com  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  representando o operador esperança matemática. Então, considerando o modelo definido por (7.3)-(7.4), o objetivo da filtragem  $H_2$  é determinar um estimador linear  $\hat{\mathbf{z}}(k)$  que minimize a esperança da energia do erro filtrado acumulado, ou seja [54, 67]:

$$\min_{\hat{\mathbf{z}}(k)} \mathbb{E} \left\{ \sum_{i=0}^k [\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)]^H [\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)] \right\}, \quad (7.5)$$

onde  $\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}(k)\mathbf{x}(k)$  e  $\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$ .

A solução para este problema é o filtro de Kalman, cujas equações se encontram na Tabela 7.2. No caso em que as perturbações mencionadas são completamente caracterizadas em termos estatísticos, isto é, são variáveis aleatórias gaussianas, independentes, de média nula e de variância conhecida, o filtro de Kalman é o estimador ótimo no sentido da máxima verossimilhança. Se os ruídos não são gaussianos, o filtro de Kalman é ainda a solução linear ótima para o problema.

O algoritmo RLS é um caso particular do filtro de Kalman, em que  $\mathbf{A}(k) = \beta^{-1/2}\mathbf{I}$ , onde  $0 \ll \beta \leq 1$  representa o fator de esquecimento do RLS e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de dimensões apropriadas,  $\mathbf{B}(k) = \mathbf{Q}(k) = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{R}(k) = \mathbf{I}$  [68]. O equalizador  $H_2$  considerado nas próximas seções tem seus coeficientes ajustados pelo algoritmo RLS.

Diferentemente da filtragem  $H_2$ , em que as perturbações são consideradas variáveis aleatórias com estatísticas conhecidas, na filtragem  $H_\infty$ ,  $\mathbf{x}(0)$ ,  $\mathbf{q}(k)$  e  $\mathbf{r}(k)$  são desconhecidas, mas determinísticas. Considerando a energia do erro filtrado um custo a ser minimizado,

Tab. 7.2: Equações recursivas do filtro de Kalman.

<b>Filtro de Kalman</b>
$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$
$\mathbf{G}(k) = \mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) [\mathbf{C}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}$
$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}(k)\mathbf{G}(k) [y(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)], \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}$
$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{A}(k)[\mathbf{I} - \mathbf{G}(k)\mathbf{C}(k)]\mathbf{K}(k)\mathbf{A}^H(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{B}^H(k), \mathbf{K}(0) = \mathbf{\Pi}_0$

pode-se interpretar o quociente abaixo como o ganho de energia das perturbações  $\mathbf{x}(0)$ ,  $\mathbf{q}(k)$  e  $\mathbf{r}(k)$  para o erro filtrado ( $\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)$ ):

$$\frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)\|^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2)}, \quad (7.6)$$

onde  $\tilde{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}(0) - \hat{\mathbf{x}}(0)$ .  $\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0}^2$  é a norma euclidiana ponderada, cuja ponderação é escolhida arbitrariamente. Claramente, valores baixos deste quociente correspondem a um bom desempenho da filtragem ou da estimação.

A filtragem  $H_\infty$  está diretamente relacionada à robustez por ser concebida no cenário de “pior caso” em termos do ganho de energia das perturbações para o erro filtrado. Este cenário é definido por:

$$\max_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{q}\}, \{\mathbf{r}\}} \frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)\|^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2)}. \quad (7.7)$$

O objetivo na filtragem  $H_\infty$  é minimizar a máxima transferência de energia das perturbações para o erro filtrado. Apenas em poucos casos é possível minimizar o ganho de energia de

pior caso. Por esta razão, é comum que seja considerado o seguinte problema subótimo:

$$\max_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{q}\}, \{\mathbf{r}\}} \frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \widehat{\mathbf{z}}(i)\|^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\Pi_0^{-1}}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2)} < \gamma^2, \quad (7.8)$$

no qual o parâmetro  $\gamma > 0$ , denominado nível de atenuação da perturbação, assume o papel de limitação do máximo ganho de energia das perturbações para o erro filtrado. Assim, valores baixos de  $\gamma$  tornam o filtro mais restritivo com relação à transferência de energia mencionada. Em outras palavras, o parâmetro  $\gamma$  define o nível de robustez do filtro  $H_\infty$ .

O problema da filtragem  $H_\infty$  adaptativa no tempo discreto pode ser formulado como um jogo não-cooperativo de soma nula. Reescrevendo a expressão (7.8), pode-se definir o critério de desempenho e evidenciar os dois jogadores do problema minimax [67, 84]:

$$\min_{\{\widehat{\mathbf{z}}\}} \max_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{q}\}, \{\mathbf{r}\}} \left\{ \sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \widehat{\mathbf{z}}(i)\|^2 - \gamma^2 \left( \|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\Pi_0^{-1}}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2) \right) \right\}, \quad (7.9)$$

onde o receptor é o jogador que tem como objetivo a minimização de (7.9) ao escolher  $\widehat{\mathbf{z}}$ , enquanto que o segundo jogador é a “natureza maliciosa”, que define as perturbações  $\mathbf{x}(0)$ ,  $\{\mathbf{q}\}$ ,  $\{\mathbf{r}\}$  com o intuito de maximizar (7.9).

As expressões (7.5) e (7.9) expõem as diferenças de concepção entre as abordagens  $H_2$  e  $H_\infty$  para a filtragem. Apesar dessas diferenças, as equações dos dois filtros são bastante similares. Além disso, com o aumento do valor do parâmetro  $\gamma$ , o filtro  $H_\infty$  tende ao filtro  $H_2$  [67]. A Tabela 7.3 apresenta as equações do filtro  $H_\infty$ .

Como mostram as equações da Tabela 7.3, a existência do filtro  $H_\infty$  depende da invertibilidade da matriz  $\Omega(k)$ , ou seja, a matriz deve ser definida positiva em todo instante  $k$ . Explorando o modelo particular da equalização adaptativa de canal, chega-se a uma condição suficiente para a existência do filtro em função de seu parâmetro  $\gamma$ . Já que o sinal a ser estimado no processo de aprendizagem do filtro é o próprio sinal de referência, então  $\widehat{\mathbf{z}}(k) = \widehat{\mathbf{y}}(k)$  e, conseqüentemente,  $\mathbf{C}(k) = \mathbf{L}(k)$ . Logo, a partir da expressão de  $\Omega(k)$  na

Tabela 7.3, tem-se  $\mathbf{\Omega}(k) = \mathbf{I} + (1 - \gamma^{-2})\mathbf{C}^H(k)\mathbf{C}(k)\mathbf{K}(k)$ , onde  $\mathbf{K}(k) > \mathbf{0}$ . Portanto:

$$\gamma \geq 1 \Rightarrow \mathbf{\Omega}(k) > \mathbf{0}, \quad \forall k. \quad (7.10)$$

Sabendo que o parâmetro  $\gamma^2$  é o limitante superior da transferência de energia das perturbações para o erro filtrado, o filtro  $H_\infty$  que evita a amplificação da energia das perturbações ( $\gamma = 1$ ) tem sua existência garantida. Na verdade, esta configuração do filtro  $H_\infty$  com  $\gamma = 1$  e mais  $\mathbf{A}(k) = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B}(k) = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{K}(k) = \mu\mathbf{I}$  corresponde a uma variante do algoritmo NLMS (*Normalized Least Mean Square*), onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{0}$  a matriz nula de dimensões apropriadas para cada caso e  $\mu$  é o fator de passo do algoritmo [54].

Tab. 7.3: Equações recursivas do filtro  $H_\infty$ .

<b>Filtro <math>H_\infty</math></b>
$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$
$\mathbf{G}(k) = \mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) [\mathbf{I} + \mathbf{C}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k)]^{-1}$
$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}(k)\mathbf{G}(k) [y(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)], \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}$
$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{\Omega}^{-1}(k)\mathbf{A}^H(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{B}^H(k), \mathbf{K}(0) = \mathbf{\Pi}_0$
$\mathbf{\Omega}(k) = \mathbf{I} + (\mathbf{C}^H(k)\mathbf{C}(k) - \gamma^{-2}\mathbf{L}^H(k)\mathbf{L}(k))\mathbf{K}(k)$

Em geral, o filtro  $H_\infty$  é adequado no caso em que as incertezas do modelo são importantes a ponto de provocar perdas severas de desempenho das técnicas convencionais de filtragem. Por outro lado, o desempenho dos métodos convencionais, como a filtragem  $H_2$ , é geralmente melhor em termos do comportamento médio do sistema. As próximas seções tratam de soluções que buscam um compromisso entre o bom desempenho médio e a robustez.

### 7.3 Combinação convexa de filtros $H_2$ e $H_\infty$

A combinação convexa de dois filtros transversais adaptativos quaisquer teve a sua efetividade quanto à exploração das características individuais dos filtros demonstrada em [83].

No estado permanente, o erro quadrático médio da combinação é igual ou inferior ao MSE individual do melhor filtro. Este fato abre espaço para a utilização combinada de filtros com diferentes características de convergência e de desempenho no estado permanente, como já realizado no contexto da equalização não-supervisionada [85].

Esta seção apresenta o esquema de combinação convexa adaptativa entre os filtros transversais adaptativos  $H_2$  e  $H_\infty$ , que foi proposto em [86] com o objetivo de reunir o bom desempenho médio do equalizador  $H_2$  e a robustez do equalizador  $H_\infty$ . Na combinação, cada filtro funciona de maneira independente e ajusta seus coeficientes com base no erro de saída individual correspondente, isto é,  $e_{H_2}(k)$  ou  $e_{H_\infty}(k)$ . A estrutura da combinação  $H_2/H_\infty$  é ilustrada na Figura 7.2.

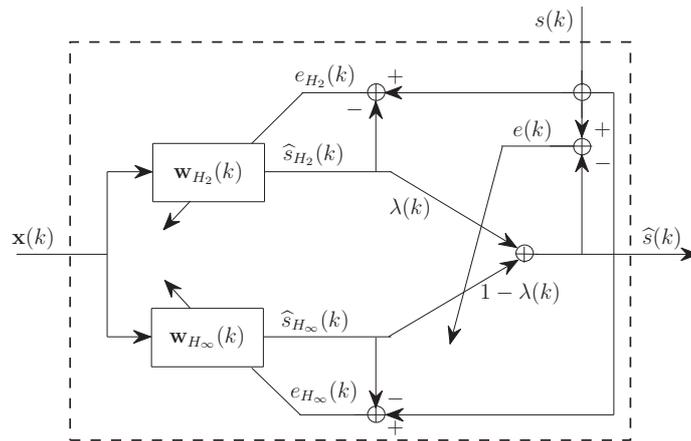


Fig. 7.2: Combinação convexa adaptativa dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ .

Considerando o problema da equalização supervisionada, o sinal de referência  $s(k)$  está disponível no receptor e o sinal de saída da estrutura,  $\hat{s}(k)$ , é a estimação de  $s(k)$ . Observa-se que o sinal  $\hat{s}(k)$  é a combinação convexa das saídas dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ , respectivamente,  $\hat{s}_{H_2}(k)$  e  $\hat{s}_{H_\infty}(k)$ :

$$\hat{s}(k) = \lambda(k)\hat{s}_{H_2}(k) + [1 - \lambda(k)]\hat{s}_{H_\infty}(k), \quad (7.11)$$

onde  $\lambda(k)$  é a ponderação da combinação, que confia mais importância a um ou a outro filtro,

e os sinais de saída dos filtros são dados por:

$$\begin{aligned}\widehat{s}_{H_2}(k) &= \mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}_{H_2}(k), \\ \widehat{s}_{H_\infty}(k) &= \mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}_{H_\infty}(k),\end{aligned}\quad (7.12)$$

com  $\mathbf{w}_{H_2}(k)$  e  $\mathbf{w}_{H_\infty}(k)$  representando os vetores dos coeficientes dos equalizadores. O vetor de entrada, comum aos dois filtros, é  $\mathbf{x}(k)$ . Dessa forma, a combinação  $H_2/H_\infty$  também pode ser vista como um filtro transversal com o seguinte vetor de coeficientes:

$$\mathbf{w}(k) = \lambda(k)\mathbf{w}_{H_2}(k) + [1 - \lambda(k)]\mathbf{w}_{H_\infty}(k). \quad (7.13)$$

O objetivo da adaptação da ponderação  $\lambda(k)$  é a minimização do erro quadrático da combinação, a saber,  $|e(k)|^2 = |s(k) - \widehat{s}(k)|^2$ . A adaptação tem como restrição  $0 \leq \lambda(k) \leq 1$ . Além disso, é desejável que ela seja mais dinâmica para valores intermediários e mais prudente ao se aproximar das extremidades, as quais correspondem à supremacia de um filtro sobre o outro dentro da combinação convexa. Estes aspectos justificam a determinação de  $\lambda(k)$  a partir de uma função sigmóide de uma variável auxiliar  $\alpha_1(k)$ , exatamente como realizado em [83]:

$$\lambda(k) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_1(k)}}. \quad (7.14)$$

A adaptação da variável  $\alpha_1(k)$  é então realizada através do método do gradiente para a minimização do erro quadrático  $|e(k)|^2$  na saída da combinação:

$$\alpha_1(k+1) = \alpha_1(k) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \alpha_1(k)}, \quad (7.15)$$

onde  $\mu$  é o fator de passo do algoritmo. A derivada parcial na equação acima vale:

$$\begin{aligned}\frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \alpha_1(k)} &= \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} \frac{\partial \lambda(k)}{\partial \alpha_1(k)} \\ &= \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} \lambda(k)[1 - \lambda(k)].\end{aligned}\quad (7.16)$$

Considerando (7.11), reescreve-se o erro  $e(k)$  em função de  $\lambda(k)$  como exposto abaixo:

$$e(k) = s(k) - \lambda(k)\widehat{s}_{H_2}(k) - [1 - \lambda(k)]\widehat{s}_{H_\infty}(k), \quad (7.17)$$

de onde se obtém:

$$\begin{aligned} \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} &= \frac{\partial e^*(k)e(k)}{\partial \lambda(k)} \\ &= \frac{\partial e^*(k)}{\partial \lambda(k)}e(k) + \frac{\partial e(k)}{\partial \lambda(k)}e^*(k) \\ &= -2\text{Re}\left\{e(k)[\widehat{s}_{H_2}(k) - \widehat{s}_{H_\infty}(k)]^*\right\}, \end{aligned} \quad (7.18)$$

onde  $(\cdot)^*$  é o conjugado de  $(\cdot)$  e  $\text{Re}\{\cdot\}$  é a parte real de  $\{\cdot\}$ .

Dessa forma, utilizando (7.16) e (7.18) em (7.15), obtém-se o algoritmo de adaptação da variável  $\alpha_1(k)$ :

$$\alpha_1(k+1) = \alpha_1(k) + \mu \text{Re}\left\{e(k)[\widehat{s}_{H_2}(k) - \widehat{s}_{H_\infty}(k)]^*\right\} \lambda(k)[1 - \lambda(k)]. \quad (7.19)$$

Conseqüentemente, (7.14) e (7.19) definem a adaptação da ponderação  $\lambda(k)$  de maneira a minimizar o erro quadrático de equalização da combinação  $H_2/H_\infty$ . A Tabela 7.4 traz um resumo do procedimento da equalização adaptativa via combinação convexa dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ .

Tab. 7.4: Procedimento da combinação  $H_2/H_\infty$  para equalização adaptativa.

<b>Combinação <math>H_2/H_\infty</math> para equalização adaptativa</b>
$\mathbf{w}_{H_2}(k)$ : equalizador $H_2$ (Tabelas 7.1 e 7.2)
$\mathbf{w}_{H_\infty}(k)$ : equalizador $H_\infty$ (Tabelas 7.1 e 7.3)
$\lambda(k) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_1(k)}}$
$\mathbf{w}(k) = \lambda(k)\mathbf{w}_{H_2}(k) + [1 - \lambda(k)]\mathbf{w}_{H_\infty}(k)$
$\alpha_1(k+1) = \alpha_1(k) + \mu \text{Re}\left\{e(k)[\widehat{s}_{H_2}(k) - \widehat{s}_{H_\infty}(k)]^*\right\} \lambda(k)[1 - \lambda(k)]$

## 7.4 Esquema de adaptação do equalizador $H_\infty$ : desempenho médio e robustez

A seção anterior apresentou uma combinação convexa dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  para a equalização adaptativa como proposta para a associação do bom desempenho médio à robustez contra incertezas ou erros de modelagem. Nesta seção, uma abordagem que mantém o mesmo objetivo é proposta com a utilização de apenas um filtro  $H_\infty$ .

Como explicado na Seção 7.2, a robustez do filtro  $H_\infty$  é determinada pelo parâmetro  $\gamma$ , denominado nível de atenuação da perturbação. Este parâmetro é, na verdade, o limitante superior da norma  $H_\infty$  do filtro  $H_\infty$ . Assim, valores baixos de  $\gamma$  correspondem a filtros mais restritivos quanto à norma  $H_\infty$ , isto é, quanto ao máximo ganho de energia das perturbações para o erro filtrado. Logo, tais configurações são mais robustas. Por outro lado, a relaxação de  $\gamma$ , com a permissão de valores mais elevados, faz o filtro  $H_\infty$  tender ao filtro  $H_2$  [67].

Este comportamento é representado na Figura 7.3, onde  $\gamma_{H_\infty}$  é a mínima norma  $H_\infty$  do filtro  $H_\infty$ , ou seja,  $\gamma_{H_\infty}$  é o valor ótimo do problema minimax original que define o filtro  $H_\infty$ , que é minimizar (7.7). Logo,  $\gamma_{H_\infty}$  representa o filtro mais robusto. No outro extremo,  $\gamma_{H_2}$  representa um valor de  $\gamma$  para o qual o filtro  $H_\infty$  praticamente equivale ao filtro  $H_2$ , que é o ótimo no sentido do erro quadrático médio. Portanto, há a possibilidade de contemplar os dois aspectos de interesse, o desempenho médio e a robustez, através do ajuste do funcionamento do filtro  $H_\infty$ , isto é, através de um procedimento de adaptação do parâmetro  $\gamma$ . Valores intermediários do parâmetro representam um compromisso entre a robustez do filtro  $H_\infty$  com  $\gamma = \gamma_{H_\infty}$  e o desempenho médio ótimo do filtro  $H_2$ , obtido pelo filtro  $H_\infty$  com  $\gamma = \gamma_{H_2}$ .

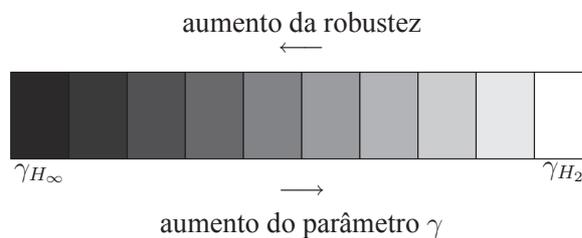


Fig. 7.3: Nível de robustez do filtro  $H_\infty$ .

O primeiro passo no sentido da adaptação do parâmetro  $\gamma$  é definir o intervalo de variação do parâmetro. Em geral, o valor ótimo de  $\gamma$ , ou seja,  $\gamma_{H_\infty}$ , não é conhecido. Entretanto, no contexto da equalização adaptativa de canal, a existência do filtro  $H_\infty$  é garantida para  $\gamma \geq 1$  (ver equação (7.10)). Esta condição suficiente de existência do filtro é considerada para a definição do filtro  $H_\infty$  com  $\gamma = 1$  como a referência de robustez. Quanto ao outro extremo, vale à pena considerar o importante resultado estabelecido em [87]: o filtro de Kalman e o algoritmo RLS têm um limitante superior explícito para o ganho de energia das perturbações para o erro filtrado, ele vale 4. Em outras palavras, a norma  $H_\infty$  do filtro  $H_2$  é menor ou igual a 2. Assim, pelo menos em termos de robustez, o filtro  $H_\infty$  com  $\gamma = 2$  é equivalente ao filtro  $H_2$ . Como dois filtros podem apresentar desempenhos idênticos em termos de robustez, mas distintos com relação ao erro quadrático médio, convém adotar valores maiores do que 2 para  $\gamma_{H_2}$ . Foi verificado por simulações que para  $\gamma = 5$  o filtro  $H_\infty$  é praticamente equivalente ao filtro  $H_2$ .

O procedimento de adaptação do parâmetro  $\gamma$  se inspira naquele utilizado para o parâmetro  $\lambda$  na combinação convexa de filtros apresentada na seção anterior. Uma função sigmóide de uma variável auxiliar  $\alpha_2(k)$  é utilizada para garantir  $\gamma_{H_\infty} \leq \gamma(k) \leq \gamma_{H_2}$ . A função para  $\gamma(k)$  está definida abaixo:

$$\gamma(k) = \frac{\gamma_{H_2} - \gamma_{H_\infty}}{1 + e^{-\alpha_2(k)}} + \gamma_{H_\infty}. \quad (7.20)$$

Como no caso da combinação convexa de filtros da seção anterior, a função sigmóide permite uma adaptação mais dinâmica na região intermediária e mais suave quando os valores de  $\gamma(k)$  se aproximam das extremidades do intervalo pré-determinado.

O procedimento de adaptação é realizado pelo ajuste do parâmetro  $\alpha_2$ . Trata-se de utilizar valores elevados de  $\alpha_2(k)$ , que correspondem a valores elevados de  $\gamma(k)$ , para favorecer o desempenho médio do filtro  $H_\infty$ . A diminuição de  $\alpha_2(k)$ , e por conseqüência de  $\gamma(k)$ , deve ser uma resposta à necessidade de robustez. A robustez é importante no caso em que as incertezas do modelo tornam-se significativas. Para a equalização de canal, as incertezas mais problemáticas resultam de mudanças bruscas das condições do sistema, não previstas nos modelos adotados, como, por exemplo, o surgimento de ruídos não-gaussianos ou de interferências. Estas perturbações são detectáveis, em geral, pelas variações bruscas da energia do sinal no receptor. Portanto, nossa proposta para a adaptação do parâmetro  $\alpha_2(k)$ , descrita

logo abaixo, se baseia na energia da variação do sinal de entrada do equalizador,  $\mathbf{x}(k)$ :

$$\alpha_2(k+1) = \alpha_2(k) - \mu \|\Delta \mathbf{x}(k)\|^2 + 1, \quad (7.21)$$

onde  $\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)$  e  $\mu$  é o fator de passo do algoritmo. Em condições estáveis de funcionamento, isto é, para valores baixos de  $\Delta \mathbf{x}(k)$ , o parâmetro  $\alpha_2$  aumenta e favorece o desempenho médio do filtro  $H_\infty$ , que tenderá ao filtro  $H_2$ . Se  $\Delta \mathbf{x}(k)$  passa a assumir valores elevados, o valor do parâmetro  $\alpha_2$  diminui. Conseqüentemente,  $\gamma$  também diminui e o filtro  $H_\infty$  torna-se mais robusto. O intervalo de variação de  $\alpha_2$  é limitado de maneira a corresponder, via equação (7.20), ao intervalo definido para  $\gamma(k)$ , ou seja,  $\gamma_{H_\infty} \leq \gamma(k) \leq \gamma_{H_2}$ . A Tabela 7.5 resume o procedimento do equalizador  $H_\infty$  com parâmetro  $\gamma$  adaptativo.

Tab. 7.5: Procedimento do equalizador  $H_\infty$  com parâmetro  $\gamma$  adaptativo.

<b>Equalizador <math>H_\infty</math> com parâmetro <math>\gamma</math> adaptativo</b>
$\mathbf{w}(k)$ : equalizador $H_\infty$ (Tabelas 7.1 e 7.3)
$\gamma(k) = \frac{\gamma_{H_2} - \gamma_{H_\infty}}{1 + e^{-\alpha_2(k)}} + \gamma_{H_\infty}$ , onde $\gamma_{H_\infty} \leq \gamma(k) \leq \gamma_{H_2}$
$\alpha_2(k+1) = \alpha_2(k) - \mu \ \Delta \mathbf{x}(k)\ ^2 + 1$ , onde $\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)$

## 7.5 Simulações e discussões

Esta seção é dedicada à avaliação de desempenho por meio de simulações computacionais dos equalizadores adaptativos  $H_2$ ,  $H_\infty$ , combinação  $H_2/H_\infty$  e  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo. Os equalizadores são confrontados em situações em que o modelo adotado na Seção 7.1.1 não representa bem a dinâmica das variáveis envolvidas em razão de mudanças bruscas nas condições de transmissão. Outras análises deste tipo foram realizadas em [86, 88].

O simulador é desenvolvido com o auxílio do programa Matlab<sup>®</sup>. O ambiente considerado é um sistema de comunicação sem fio submetido à interferência assíncrona em razão do tempo de utilização de canal aleatório para cada usuário co-canal. Este é um modelo

simplificado de um sistema TDMA (*Time Division Multiple Access*), em que a modulação empregada é do tipo BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) e cada equalizador é constituído por 7 coeficientes. O modelo de canal considerado é tipicamente urbano (TU), segundo as normas para os sistemas celulares GSM/EDGE (*Global System for Mobile Communications/Enhanced Data rates for GSM Evolution*) [89]. O canal constitui-se de 5 coeficientes separados por um atraso equivalente ao tempo de símbolo, ou seja,  $3,692 \mu\text{s}$ . Cada realização da simulação compreende a transmissão de uma seqüência de 10.000 símbolos no modo de aprendizagem.

Para concentrar a atenção nos efeitos das mudanças bruscas das condições de funcionamento do sistema, ocorridas em consequência da interferência assíncrona, considera-se uma SNR elevada, de 40 dB. Ainda para facilitar a observação do comportamento dos filtros, determina-se que a interferência está presente durante o intervalo de tempo fixo entre  $k = 1.000$  e  $k = 4.000$ , quando o sinal de interferência chega ao receptor com o mesmo nível de potência do sinal de interesse, ou seja, SIR = 0 dB. Um outro intervalo de tempo mais curto também é considerado, entre  $k = 7.000$  e  $k = 8.000$ , com SIR = 20 dB. Os resultados apresentados a seguir são obtidos como uma média sobre 1.000 realizações.

As propostas da combinação  $H_2/H_\infty$  e do equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo para equalização adaptativa, desenvolvidas nas Seções 7.3 e 7.4, respectivamente, são comparadas aos equalizadores  $H_2$  e  $H_\infty$ . O equalizador  $H_2$  tem seus coeficientes adaptados pelo algoritmo RLS com fator de esquecimento  $\beta = 1$ . Duas configurações do equalizador  $H_\infty$  são avaliadas:  $\gamma = 1$  e  $\gamma = 1,01$ . Para a combinação  $H_2/H_\infty$ , tem-se o equalizador  $H_2$  com  $\beta = 1$  e o equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma = 1$ . Finalmente, o equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo tem o parâmetro  $\gamma$  variando entre  $\gamma_{H_\infty} = 1$  e  $\gamma_{H_2} = 5$ .

O desempenho dos equalizadores é avaliado inicialmente sem interferência co-canal. A Figura 7.4 mostra a evolução temporal do erro quadrático médio (MSE) obtido pelas diferentes configurações de equalizadores para os primeiros 500 símbolos transmitidos. Três arquiteturas distintas quanto ao número de sensores de recepção são consideradas: uma antena (Figura 7.4(a)), duas antenas (Figura 7.4(b)) e quatro antenas (Figura 7.4(c)).

A queda dos níveis do MSE demonstra que todos os equalizadores se beneficiam do aumento da diversidade espacial. Além disso, as conclusões das análises comparativas dos equalizadores são as mesmas para qualquer que seja a diversidade espacial no receptor, uma,

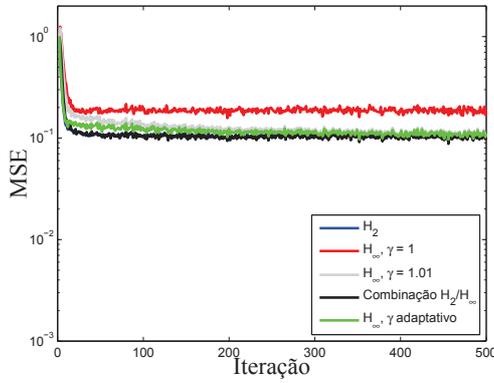
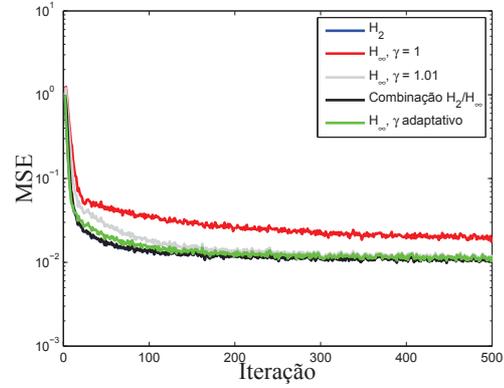
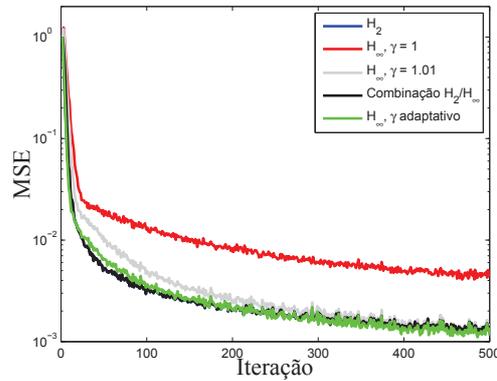
(a) Diversidade espacial:  $N_r = 1$  antena.(b) Diversidade espacial:  $N_r = 2$  antenas.(c) Diversidade espacial:  $N_r = 4$  antenas.

Fig. 7.4: Evolução temporal do MSE sem interferência para os equalizadores  $H_2$ ,  $H_\infty$ , para a combinação  $H_2/H_\infty$  e para o equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo.

duas ou quatro antenas.

As curvas da Figura 7.4 demonstram claramente o conservadorismo do equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma = 1$  com relação ao erro quadrático médio, pois ele apresenta os piores níveis de MSE. Para os outros equalizadores, que atingem aproximadamente os mesmos níveis de MSE em regime permanente, a velocidade de convergência do MSE do equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma = 1,01$  é a mais lenta. Nestas condições estáveis de transmissão, o equalizador  $H_2$  é evidentemente o de melhor desempenho. No que diz respeito às soluções propostas, na combinação  $H_2/H_\infty$  há uma hegemonia do filtro  $H_2$  sobre o filtro  $H_\infty$ , de modo que o

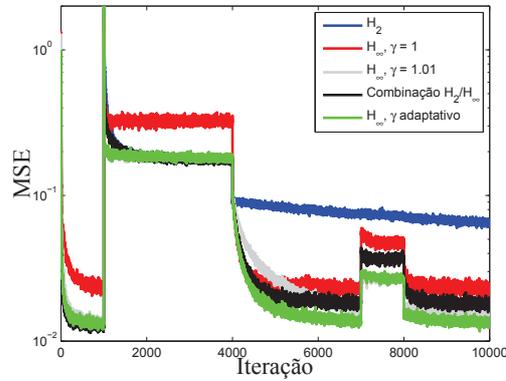
desempenho da combinação é basicamente o mesmo do equalizador  $H_2$ . O equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo privilegia, como esperado, o bom desempenho médio, já que seus níveis de MSE também são próximos daqueles do equalizador  $H_2$ .

A Figura 7.5 ilustra a evolução temporal completa das simulações para um receptor com  $N_r = 2$  antenas, possibilitando, assim, a análise do comportamento dos equalizadores espaço-temporais com relação a variações bruscas do sistema causadas pela interferência assíncrona. A Figura 7.5(a) mostra as curvas do MSE. Observa-se com clareza a degradação do desempenho do equalizador  $H_2$  a partir do instante  $k = 4.000$ , quando o desaparecimento da interferência causa uma perturbação importante. Os outros algoritmos se mostram mais robustos a este evento.

As curvas do MSE na Figura 7.5(a) mostram a relação entre o parâmetro  $\gamma$  e o nível de robustez do equalizador  $H_\infty$ . Com  $\gamma = 1$ , o equalizador é pouco sensível às perturbações. Ele converge rapidamente após as mudanças repentinas das condições de funcionamento. Porém, seus níveis de MSE são elevados, fato que confirma o conservadorismo do filtro  $H_\infty$ , concebido para responder bem aos piores efeitos das perturbações. Outros valores do parâmetro  $\gamma$  possibilitam ao equalizador  $H_\infty$  o alcance de níveis mais baixos de MSE, como verificado para  $\gamma = 1,01$ . Por outro lado, o equalizador apresenta uma convergência mais lenta após as variações bruscas das condições de funcionamento. Além disso, uma escolha arbitrária do valor de  $\gamma$  pode ser apropriada em determinadas situações, mas deficiente em outras. O equalizador  $H_\infty$  com  $\gamma = 1,01$  pode apresentar desempenho similar ao do equalizador  $H_2$  na Figura 7.5(a) se, por exemplo, as interferências que perturbam o sistema têm maior intensidade, como verificado em [88]. Isto justifica o interesse numa adaptação sistemática do parâmetro  $\gamma$  do equalizador  $H_\infty$ , como a que foi desenvolvida na Seção 7.4.

Com relação às abordagens propostas, verifica-se que a combinação  $H_2/H_\infty$  reúne as melhores propriedades de cada filtro. A Figura 7.5(b) expõe a evolução temporal média da ponderação  $\lambda$  da combinação  $H_2/H_\infty$ , em que  $\lambda < 0,5$  indica uma participação mais importante do filtro  $H_\infty$  na combinação, e vice-versa. Assim, nos instantes de variações bruscas das condições de funcionamento,  $k = 1.000$  e  $k = 4.000$ , observa-se que o filtro robusto é acionado. O comportamento da combinação convexa dos filtros é coerente, mesmo após a degradação de desempenho do filtro  $H_2$ , a partir de  $k = 4.000$ .

A segunda solução proposta para a reunião das características dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ , o



(a) Erro quadrático médio (MSE).

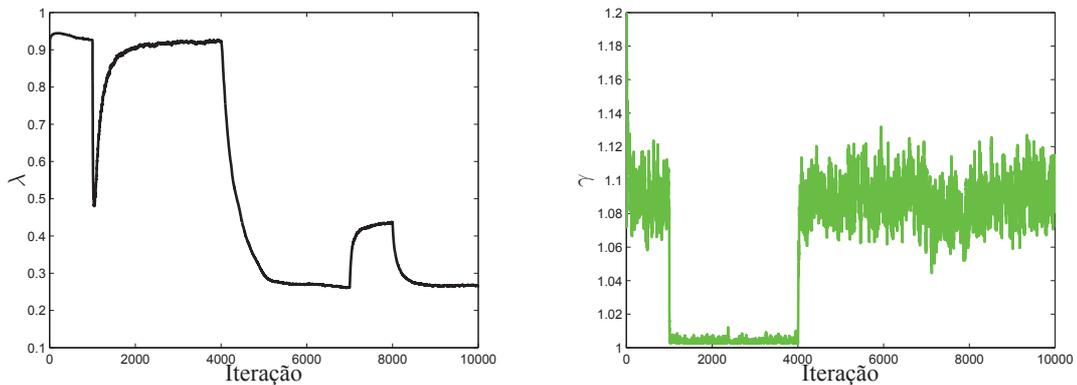
(b) Média da ponderação  $\lambda$  da combinação  $H_2/H_\infty$ . (c) Média do parâmetro  $\gamma$  adaptativo do filtro  $H_\infty$ .

Fig. 7.5: Evolução temporal do MSE, da ponderação  $\lambda$  e do parâmetro  $\gamma$  para os equalizadores espaço-temporais  $H_2$ ,  $H_\infty$ , combinação  $H_2/H_\infty$  e  $H_\infty$  com  $\gamma$  adaptativo.

equalizador  $H_\infty$  com um  $\gamma$  adaptativo, apresenta o melhor desempenho em termos do MSE, sobretudo a partir de  $k = 4.000$ , quando se verifica uma perturbação importante no sistema. A Figura 7.5(c) mostra a evolução temporal média do parâmetro  $\gamma$  do equalizador  $H_\infty$ . Particularmente durante o primeiro período de interferência, mas também durante o segundo período,  $7.000 \leq k \leq 8.000$ , quando a potência da interferência é mais baixa, observa-se que o valor de  $\gamma$  diminui, favorecendo assim a robustez do filtro. Em compensação, em condições estáveis de transmissão o valor de  $\gamma$  aumenta, o que favorece o desempenho médio. Portanto, pelo menos para este tipo de perturbação, o mecanismo de inferência sobre a necessidade

de robustez com base na variação da energia do sinal de entrada do equalizador, equação (7.21), se mostra eficaz, e a associação do bom desempenho médio à robustez é realizada com a utilização de apenas um filtro  $H_\infty$ .

## Capítulo 8

### Conclusões e perspectivas

Os estudos desenvolvidos nesta tese tratam do gerenciamento de interferência nas redes de comunicação sem fio. Ferramentas do controle automático linear e da teoria dos jogos não-cooperativos foram utilizadas para a modelagem, a análise e a proposição de soluções para dois problemas distintos: o controle de potência de transmissão e a equalização de canal.

A primeira parte da tese tratou do controle distribuído e oportunista da potência de transmissão, com cada enlace de comunicação definindo sua SINR alvo e sua potência de transmissão individualmente e de acordo com as condições de propagação. O problema foi estudado por três abordagens. Na primeira, a SINR alvo foi considerada uma função genérica decrescente da potência, o que define uma classe de algoritmos de controle de potência oportunista. A convergência e a estabilidade desta classe de algoritmos foram demonstradas através da teoria dos jogos estáticos não-cooperativos de soma não-nula e de teorias de funções iterativas. Dois algoritmos que pertencem a esta classe foram apresentados.

Na segunda abordagem, o controle de potência distribuído e oportunista foi considerado no contexto do controle automático linear ótimo e robusto, através de uma formulação do problema válida para cada enlace de comunicação da rede. As dinâmicas da SINR alvo e da potência de transmissão foram representadas como um sistema linear que sofre a ação de um sinal de controle, responsável pela determinação do ponto de operação do sistema e definido de acordo com um critério de desempenho quadrático. O controle  $H_2$  foi aplicado para definir um compromisso entre baixos níveis de potência de transmissão e altos níveis

de SINR, determinando, com isso, um comportamento oportunista para cada usuário com relação ao consumo de energia e à QoS. Para evitar a degradação de desempenho em razão de incertezas sobre as medidas de qualidade do enlace necessárias ao processo do controle de potência, foi utilizado o controle misto  $H_2/H_\infty$ , o qual preserva o desempenho do controle  $H_2$  sujeito a uma restrição de robustez quanto às incertezas de medida. Os algoritmos derivados do controle  $H_2$  e do controle misto  $H_2/H_\infty$  são caracterizados por uma baixa complexidade computacional, pela facilidade de implementação e pela flexibilidade operacional oferecida por parâmetros de ajuste que permitem a escolha de diferentes perfis com relação ao compromisso entre baixo consumo de energia e elevada QoS.

A terceira abordagem considerada para o controle de potência distribuído e oportunista se baseia na teoria dos jogos dinâmicos não-cooperativos de soma não-nula. O problema que havia sido formulado como multi-objetivo mas com apenas um critério no contexto do controle automático foi reformulado como um problema multi-critério, formulação esta também válida para cada enlace da rede. O compromisso entre os dois critérios, a saber, a minimização da potência de transmissão e a maximização da SINR, foi obtido através das estratégias de equilíbrio de Nash com estrutura de informação em malha aberta e em malha fechada. Os dois algoritmos desenvolvidos oferecem uma flexibilidade operacional maior do que aqueles oriundos do controle automático.

As abordagens propostas nesta tese para o controle de potência por meio do controle automático mono-critério e da teoria dos jogos dinâmicos foram desenvolvidas a partir de modelos dinâmicos do sistema. Nestes modelos, o sistema a ser controlado é constituído pela SINR alvo e pela potência de transmissão do usuário, e as soluções são oportunistas com relação às condições de propagação. Uma perspectiva interessante de evolução do trabalho desenvolvido nesta tese com respeito ao controle de potência distribuído e oportunista é a consideração de outros fatores importantes no processo de transmissão-recepção, além das condições de propagação. O problema pode ser reformulado, por exemplo, com a introdução do fluxo de informação do usuário no processo de decisão de sua SINR alvo e da potência de transmissão. Com isso, as soluções poderiam ser oportunistas com relação à quantidade de informação a ser transmitida ou com relação à urgência de transmissão. Uma vez reformulado o problema, todas as abordagens desenvolvidas nesta tese com base em modelos dinâmicos são potencialmente aplicáveis. Uma outra perspectiva é a exploração de

aspectos mais técnicos, como a utilização de simuladores mais realistas para a avaliação dos algoritmos propostos. Nas simulações realizadas, supõe-se que cada usuário da rede tem sempre dados a transmitir. Simulações em que a geração do tráfego de dados é também modelada pode revelar mais informações sobre os diferentes comportamentos dinâmicos dos algoritmos.

A segunda parte da tese foi dedicada à equalização robusta de canal. Inicialmente, foi realizada uma análise de pior caso do atraso de equalização segundo conceitos da teoria dos jogos não-cooperativos de soma nula para dois jogadores. Os dois jogadores são a “natureza maliciosa”, responsável pela escolha dos canais, e o receptor, que define o atraso de equalização a ser empregado. O critério de desempenho é o erro quadrático médio residual de Wiener, dado em função do canal e do atraso de equalização. Os jogadores são completamente antagonistas com relação ao critério: a “natureza maliciosa” deseja maximizá-lo, o receptor pretende minimizá-lo. As análises através de jogos de Stackelberg e de Nash permitiram a definição de estratégias de segurança para ambos os jogadores, as quais, por um lado, serviram para caracterizar os canais mais problemáticos para a equalização, por outro, ofereceram justificativas teóricas para a robustez das estratégias de atrasos de equalização intermediários.

Após a análise do atraso de equalização, a atenção foi direcionada à proposição de soluções que reunissem as características desejáveis dos equalizadores adaptativos  $H_2$  e  $H_\infty$ , respectivamente, a otimalidade do desempenho médio e a robustez. Os métodos propostos são aplicáveis tanto para equalização espaço-temporal quanto para o caso SISO. O primeiro método consiste na realização de uma combinação convexa dos filtros  $H_2$  e  $H_\infty$ , a qual garante um desempenho em termos de erro quadrático médio igual ou melhor do que o melhor desempenho individual dos dois filtros. Neste caso, os dois filtros operam em paralelo e independentemente um do outro e a combinação é adaptada com o intuito de minimizar o erro quadrático médio na sua saída.

Com o mesmo objetivo de reunir as características de bom desempenho médio e de robustez para a equalização adaptativa de canal, um segundo método foi proposto, mas este utilizando apenas um filtro  $H_\infty$ . O filtro  $H_\infty$ , com seu comportamento determinado pelo parâmetro  $\gamma$ , chamado de nível de atenuação da perturbação, pode ser configurado para uma operação robusta, valor baixo de  $\gamma$ , ou para uma operação que se aproxima daquela do fil-

---

tro  $H_2$  à medida que o valor de  $\gamma$  aumenta. Assim, foi proposto um método de adaptação do parâmetro  $\gamma$ , de maneira a favorecer o bom desempenho médio e de acionar as configurações mais robustas do filtro  $H_\infty$  de acordo com a necessidade. Os resultados de simulações demonstraram a eficiência de ambas as propostas no que se refere à reunião das características desejáveis mencionadas, com destaque para a segunda proposta, que utiliza apenas um filtro.

## Referências Bibliográficas

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [2] M. D. Yacoub, *Fundamentals of Mobile Radio Engineering*. CRC Press, 1993.
- [3] J. Zander, “Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 41, n.º. 1, pags. 57–62, Fevereiro 1992.
- [4] —, “Distributed cochannel interference control in cellular radio systems,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 41, n.º. 3, pags. 305–311, Agosto 1992.
- [5] F. Gunnarsson, “Fundamental limitations of power control and radio resource management in wireless networks,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 4, pags. 579–591, Setembro 2004.
- [6] G. J. Foschini e Z. Miljanic, “A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 42, n.º. 4, pags. 641–646, Novembro 1993.
- [7] D. Mitra, “An asynchronous distributed algorithm for power control in cellular radio systems,” em *4th Winlab Workshop Third Generation Wireless Information Network*, New Brunswick, Estados Unidos, Outubro 1993.
- [8] S. A. Grandhi, R. Vijayan, e D. J. Goodman, “Distributed power control in cellular radio systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, n.º. 2-4, pags. 226–228, Fevereiro/Março/Abril 1994.

- [9] S. C. Chen, N. Bambos, e G. J. Pottie, “Admission control schemes for wireless communication networks with adjustable transmitter powers,” em *IEEE INFOCOM*, Toronto, Canadá, Junho 1994.
- [10] F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. A. de Oliveira-Neto, e R. B. Santos, *Optimizing Wireless Communication Systems*. New York: Springer, 2009, cap. Power Control for Wireless Networks: Conventional and QoS-Flexible Approaches, pags. 3–49.
- [11] S. R. Saunders, *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.
- [12] M. Gudmundson, “Correlation model for shadowing fading in mobile radio channels,” *Electronics Letters*, vol. 27, n.º. 23, pags. 2145–2146, Novembro 1991.
- [13] A. Subramanian e A. H. Sayed, “Joint rate and power control algorithm for wireless networks,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, n.º. 11, pags. 4204–4214, Novembro 2005.
- [14] R. H. Clarke, “A statistical theory of mobile-radio reception,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 47, pags. 957–1000, Agosto 1968.
- [15] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- [16] J. G. Proakis, *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [17] X. Qiu e K. Chawla, “On the performance of adaptive modulation in cellular systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, n.º. 6, pags. 884–895, Junho 1999.
- [18] A. J. Goldsmith e S. G. Chua, “Adaptive coded modulation for fading channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, n.º. 5, pags. 595–602, Maio 1998.
- [19] L. Hanzo, C. H. Wong, e M. Yee, *Adaptive Wireless Transceivers: Turbo-Coded, Turbo-Equalized and Space-Time Coded TDMA, CDMA, and OFDM Systems*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2002.

- [20] C. E. Shannon, “The zero error capacity of a noisy channel,” *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 2, pags. S8–S19, Setembro 1956.
- [21] H. Holma e A. Toskala, *WCDMA for UMTS: Radio Access for Third Generation Mobile Communications*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [22] 3GPP, “Radio resource control (RRC); protocol specification (release 4),” 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TR 25.331, Junho 2002.
- [23] —, “Feasibility study for enhanced uplink for UTRA FDD (release 6),” 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TR 25.896, Março 2004.
- [24] —, “Physical channels and mapping of transport channels onto physical channels (FDD) (release 8),” 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TR 25.211, Março 2009.
- [25] R. D. Yates, “A framework for uplink power control in cellular radio systems,” *IEEE Journal on Selected Areas on Communications*, vol. 13, n°. 7, pags. 1341–1347, Setembro 1995.
- [26] S. Jagannathan, M. Zawodniok, e Q. Shang, “Distributed power control for cellular networks in the presence of channel uncertainties,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, n°. 3, pags. 540–549, Março 2006.
- [27] L. Qian e Z. Gajic, “Variance minimization stochastic power control in CDMA systems,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, n°. 1, pags. 193–202, Janeiro 2006.
- [28] S. Perreau e M. D. Anderson, “A new method for centralised and decentralised robust power control in CDMA systems,” *Digital Signal Processing*, vol. 16, n°. 5, pags. 568–576, Setembro 2006.
- [29] B.-K. Lee, Y.-H. Chen, e B.-S. Chen, “Robust  $H_\infty$  power control for CDMA cellular communication systems,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, n°. 10, pags. 3947–3956, Outubro 2006.

- [30] K. K. Leung, C. W. Sung, W. S. Wong, e T. M. Lok, “Convergence theorem for a general class of power control algorithms,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, n.º. 9, pags. 1566–1574, Setembro 2004.
- [31] F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. A. de Oliveira Neto, e R. B. Santos, “Opportunistic distributed power control with adaptive QoS and fairness for wireless networks,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 10, n.º. 2, pags. 200–213, Fevereiro 2010.
- [32] T. Basar e G. J. Olsder, *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Philadelphia: SIAM, 1999.
- [33] D. Fudenberg e J. Tirole, *Game Theory*. Cambridge: MIT Press, 1991.
- [34] A. B. MacKenzie e S. B. Wicker, “Game theory and the design of self-configuring, adaptive wireless networks,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 39, n.º. 11, pags. 126–131, Novembro 2001.
- [35] C. U. Saraydar, N. B. Mandayam, e D. J. Goodman, “Efficient power control via pricing in wireless data networks,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, n.º. 2, pags. 291–303, Fevereiro 2002.
- [36] T. Alpcan, T. Basar, R. Srikant, e E. Altman, “CDMA uplink power control as a non-cooperative game,” *Wireless Networks*, vol. 8, n.º. 6, pags. 659–670, Novembro 2002.
- [37] C. W. Sung e W. S. Wong, “A noncooperative power control game for multirate CDMA data networks,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, n.º. 1, pags. 186–194, Janeiro 2003.
- [38] M. Xiao, N. B. Shroff, e E. K. P. Chong, “A utility-based power-control scheme in wireless cellular systems,” *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 11, n.º. 2, pags. 210–221, Abril 2003.
- [39] D. N. C. Tse e S. Hanly, “Multi-access fading channels: Part I: Polymatroid structure, optimal resource allocation, and throughput capacities,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, n.º. 7, pags. 2796–2815, Novembro 1998.

- [40] S. Hanly e D. N. C. Tse, “Multi-access fading channels: Part II: Delay-limited capacities,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, n.º. 7, pags. 2816–2831, Novembro 1998.
- [41] C. W. Sung e K. K. Leung, “A generalized framework for distributed power control in wireless networks,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, n.º. 7, pags. 2625–2635, Julho 2005.
- [42] K. K. Leung e C. W. Sung, “An opportunistic power control algorithm for cellular network,” *IEEE Transactions on Networking*, vol. 14, n.º. 3, pags. 470–478, Junho 2006.
- [43] 3GPP, “Physical layer aspects for evolved Universal Terrestrial Radio Access (UTRA) (release 7),” 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TR 25.814, Setembro 2006.
- [44] F. de S. Chaves, V. A. de Sousa-Jr., R. A. de Oliveira-Neto, C. H. M. de Lima, e F. R. P. Cavalcanti, “Performance of energy efficient game theoretical-based power control algorithm in WCDMA,” em *17th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC’06*, Helsinque, Finlândia, 11-14 Setembro 2006.
- [45] F. de S. Chaves, F. R. P. Cavalcanti, R. B. Santos, e R. A. de Oliveira-Neto, “Opportunistic distributed power control with QoS guarantee in wireless communication systems,” em *8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC’07*, Helsinque, Finlândia, 17-20 Junho 2007.
- [46] F. de S. Chaves, J. M. T. Romano, M. Abbas-Turki, e H. Abou-Kandil, “Self-adaptive distributed power control for opportunistic QoS provision in wireless communication networks,” em *10th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC 2009*, Perugia, Itália, 21-24 Junho 2009.
- [47] F. de S. Chaves, M. Abbas-Turki, H. Abou-Kandil, e J. M. T. Romano, “Distributed power control for QoS-flexible services in wireless communication networks,” em

- 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09*, Thessalonique, Grécia, 24-26 Junho 2009.
- [48] M. Abbas-Turki, F. de S. Chaves, H. Abou-Kandil, e J. M. T. Romano, “Mixed  $H_2/H_\infty$  power control with adaptive QoS for wireless communication networks,” em *10th European Control Conference, ECC'09*, Budapeste, Hungria, 23-26 Agosto 2009.
- [49] F. de S. Chaves, M. Abbas-Turki, H. Abou-Kandil, e J. M. T. Romano, “Contrôle de puissance décentralisé et opportuniste d’un réseau de communication sans fil,” em *6ème Conférence Internationale Francophone d’Automatique, CIFA 2010*, Nancy, França, 2-4 Junho 2010.
- [50] K. Zhou, J. C. Doyle, e K. Glover, *Robust and Optimal Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [51] G. E. Dullerud e F. G. Paganini, *A Course in Robust Control Theory: A Convex Approach*. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2000.
- [52] M. C. de Oliveira, J. C. Geromel, e J. Bernussou, “An LMI optimization approach to multiobjective controller design for discrete-time systems,” em *38th IEEE Conference on Decision and Control, CDC*, Phoenix, Estados Unidos, Dezembro 1999.
- [53] F. L. Lewis e V. L. Syrmos, *Optimal Control*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [54] B. Hassibi, A. H. Sayed, e T. Kailath, *Indefinite-Quadratic Estimation and Control: A Unified Approach to  $H_2$  and  $H_\infty$  Theories*. Philadelphia: SIAM, 1999.
- [55] A. A. Stoorvogel, “The discrete-time  $H_\infty$  control problem with measurement feedback,” *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 30, n°. 1, pags. 182–202, Janeiro 1992.
- [56] C. E. de Souza e L. Xie, “On the discrete-time bounded real lemma with application in the characterization of static state feedback  $H_\infty$  controllers,” *Systems & Control Letters*, vol. 18, n°. 1, pags. 61–71, Janeiro 1992.

- [57] M. Verhaegen e A.-J. van der Veen, “The bounded real lemma for discrete time-varying systems with application to robust output feedback,” em *IEEE 32st Conference on Decision and Control, CDC*, San Antonio, Estados Unidos, Dezembro 1993.
- [58] Z. Lin, B. M. Chen, A. Saberi, e U.-L. Ly, “Simultaneous  $H_2/H_\infty$  optimal control for discrete-time systems: The state feedback case,” *Control Theory and Applications*, vol. 15, n.º. 2, pags. 217–225, Abril 1998.
- [59] H. Abou-Kandil, G. Freiling, V. Ionescu, e G. Jank, *Matrix Riccati Equations in Control and Systems Theory*. Basel: Birkhäuser Verlag, 2003.
- [60] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 2001.
- [61] L. Szczecinski, “Low-complexity search for optimal delay in linear FIR MMSE equalization,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 12, n.º. 8, pags. 549–552, Agosto 2005.
- [62] G. J. Foschini, “Equalizing without altering or detecting data,” *AT&T Technical Journal*, vol. 64, n.º. 8, pags. 1885–1911, Outubro 1985.
- [63] R. Suyama, R. R. F. Attux, J. M. T. Romano, e M. Bellanger, “Relations entre les critères du module constant et de Wiener,” em *XIX Colloque GRETSI*, Paris, França, Setembro 2003.
- [64] F. de S. Chaves, F. G. Fernandes, R. R. F. Attux, R. Suyama, R. R. Lopes, e J. M. T. Romano, “Une analyse du problème de l’égalisation basée sur la théorie des jeux,” em *XXI Colloque GRETSI*, Troyes, França, 11-14 Setembro 2007.
- [65] J. Montalvão, B. Dorizzi, e J. C. M. Mota, “Some theoretical limits of efficiency of linear and nonlinear equalizers,” *Journal of the Brazilian Telecommunications Society*, vol. 14, n.º. 2, pags. 85–92, Dezembro 1999.
- [66] S. U. H. Qureshi, “Adaptive equalization,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 73, n.º. 9, pags. 1349–1387, Setembro 1985.
- [67] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches*. New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2006.

- [68] A. H. Sayed e T. Kailath, “A state space approach to adaptive RLS filtering,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 11, n.º. 3, pags. 18–60, Julho 1994.
- [69] R. E. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Transactions of ASME - Journal on Basic Engineering*, vol. 82, pags. 35–45, Março 1960.
- [70] U. Shaked e Y. Theodor, “ $H_\infty$ -optimal estimation: A tutorial,” em *IEEE 31st Conference on Decision and Control, CDC*, Tucson, Estados Unidos, Dezembro 1992.
- [71] A. M. Kuzminskiy e P. Strauch, “Space-time filtering with suppression of asynchronous co-channel interference,” em *IEEE Symposium on Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control*, Lake Louise, Canadá, Outubro 2000.
- [72] M. Chiani e A. Giorgetti, “Statistical analysis of asynchronous QPSK cochannel interference,” em *IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM'02*, Taipei, Taiwan, Novembro 2002.
- [73] T. Starr, J. M. Cioffi, e P. J. Silverman, *Understanding Digital Subscriber Line Technology*. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [74] M. V. Ribeiro, R. da R. Lopes, J. M. T. Romano, e C. A. Duque, “Impulse noise mitigation based on computational intelligence for improved bit rate in PLC-DMT,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, n.º. 1, pags. 94–101, Janeiro 2006.
- [75] S. A. Kassam e H. V. Poor, “Robust techniques for signal processing: a survey,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 73, n.º. 3, pags. 433–481, Março 1985.
- [76] B. Hassibi, A. H. Sayed, e T. Kailath, “ $H_\infty$  optimality of the LMS algorithm,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, n.º. 2, pags. 267–281, Fevereiro 1996.
- [77] B.-S. Chen, C.-L. Tsai, e D.-S. Chen, “Robust  $H_\infty$  and mixed  $H_2/H_\infty$  filters for equalization designs of nonlinear communication systems: Fuzzy interpolation approach,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, n.º. 3, pags. 384–4214, Junho 2003.
- [78] P. P. Khargonekar e M. A. Rotea, “Mixed  $H_2/H_\infty$  filtering,” em *IEEE 31st Conference on Decision and Control, CDC*, Tucson, Estados Unidos, Dezembro 1992.

- [79] R. M. Palhares e P. L. D. Peres, “LMI approach to the mixed  $H_2/H_\infty$  filtering design for discrete-time uncertain systems,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, n.º. 1, pags. 292–296, Janeiro 2001.
- [80] B. Hassibi e T. Kailath, “Mixed least-mean-squares/ $H_\infty$ -optimal adaptive filtering,” em *30th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, Estados Unidos, Novembro 1996.
- [81] ———, “On adaptive filtering with combined least-mean-squares and  $H_\infty$  criteria,” em *31st Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, Estados Unidos, Novembro 1997.
- [82] S. D. Kothari, R. N. Banavar, e S. Chaudhuri, “Mixed  $H_2/H_\infty$  algorithm for exponentially windowed adaptive filtering,” em *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP’02*, Orlando, Estados Unidos, Maio 2002.
- [83] J. Arenas-García, A. R. Figueiras-Vidal, e A. H. Sayed, “Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, n.º. 3, pags. 1078–1090, Março 2006.
- [84] X.-M. Shen e L. Deng, “Game theory approach to discrete  $H_\infty$  filter design,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, n.º. 4, pags. 1092–1095, Abril 1997.
- [85] M. T. M. Silva e V. H. Nascimento, “Convex combination of blind adaptive equalizers with different tracking capabilities,” em *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP’07*, Honolulu, Estados Unidos, Abril 2007.
- [86] F. de S. Chaves, J. M. T. Romano, e J. C. M. Mota, “Combinação convexa de filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  para equalização adaptativa,” em *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT2008*, Rio de Janeiro, Brasil, 2-5 Setembro 2008.
- [87] B. Hassibi e T. Kailath, “ $H_\infty$  bounds for least-squares estimators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, n.º. 2, pags. 309–314, Fevereiro 2001.
- [88] F. de S. Chaves, A. L. F. de Almeida, e J. C. M. Mota, “Performance evaluation of adaptive  $H_\infty$  space-time equalizers for wireless communication systems with asynchronous

interference,” em *IEEE VI International Telecommunications Symposium, ITS2006*, Fortaleza, Brasil, 3-6 Setembro 2006.

- [89] 3GPP, “Digital cellular telecommunications system (phase 2+): Radio transmission and reception,” 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Report TS 45005, Julho 2001.

# Apêndice A

## Demonstração do Teorema 7, Seção 2.4

A classe de algoritmos de controle de potência proposta na Seção 2.4 tem como função iterativa vetorial:

$$\zeta(\mathbf{p}) = [ \zeta_1(\mathbf{p}) \ \cdots \ \zeta_M(\mathbf{p}) ]^T, \quad (\text{A.1})$$

em que  $\zeta_i(\mathbf{p}) = f_i(p_i)/\mu_i(\mathbf{p}_{-i})$  é a função iterativa do transmissor  $i$ ,  $i \in \mathcal{M}$ .  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i})$  é o ganho efetivo de canal definido em (2.5) e  $f_i(p_i)$  é uma função decrescente da potência de transmissão  $p_i$ , que satisfaz  $f_i(p_i) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})p_i)$ .

A função iterativa  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é duplamente escalável se, para  $\alpha > 1$ ,  $(1/\alpha)\mathbf{p} \leq \mathbf{p}' \leq \alpha\mathbf{p}$  implica

$$\frac{1}{\alpha}\zeta(\mathbf{p}) < \zeta(\mathbf{p}') < \alpha\zeta(\mathbf{p}). \quad (\text{A.2})$$

Considere  $\mathbf{p}' = \beta\mathbf{p}$ . Então,  $(1/\alpha)\mathbf{p} \leq \mathbf{p}' \leq \alpha\mathbf{p}$  implica  $(1/\alpha) \leq \beta \leq \alpha$ , e as condições definidas em (A.2) tornam-se:

$$\frac{1}{\alpha}\zeta_i(\mathbf{p}) < \zeta_i(\beta\mathbf{p}) < \alpha\zeta_i(\mathbf{p}), \quad \forall i \in \mathcal{M}. \quad (\text{A.3})$$

Nós verificamos as condições acima em duas partes.

**Parte I:**  $1 < \beta \leq \alpha$ 

Neste caso, pode-se escrever:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} \leq \frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}, \quad (\text{A.4})$$

pois  $\beta \leq \alpha$ . Por causa da propriedade de escalabilidade do tipo-II da função  $\zeta_i(\mathbf{p})$ , demonstrada no Apêndice B, a seguinte relação é válida:

$$\frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} < \frac{f_i(\beta p_i)}{\mu_i(\beta \mathbf{p}_{-i})}. \quad (\text{A.5})$$

Assim, de (A.4) e (A.5), a primeira desigualdade em (A.3) é obtida:

$$\frac{1}{\alpha} \zeta_i(\mathbf{p}) = \frac{1}{\alpha} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} < \frac{f_i(\beta p_i)}{\mu_i(\beta \mathbf{p}_{-i})} = \zeta_i(\beta \mathbf{p}). \quad (\text{A.6})$$

De maneira análoga, como  $\beta \leq \alpha$ , podemos escrever:

$$\beta \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} \leq \alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}. \quad (\text{A.7})$$

Usando a propriedade da escalabilidade da função  $\zeta_i(\mathbf{p})$ , demonstrada no Apêndice B, chega-se a:

$$\frac{f_i(\beta p_i)}{\mu_i(\beta \mathbf{p}_{-i})} < \beta \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}. \quad (\text{A.8})$$

Logo, a segunda desigualdade em (A.3) é obtida de (A.7) e (A.8):

$$\zeta_i(\beta \mathbf{p}) = \frac{f_i(\beta p_i)}{\mu_i(\beta \mathbf{p}_{-i})} < \alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} = \alpha \zeta_i(\mathbf{p}). \quad (\text{A.9})$$

**Parte II:**  $(1/\alpha) \leq \beta \leq 1$ 

Neste caso, pode-se escrever:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} < \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} \leq \frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}, \quad (\text{A.10})$$

pois  $\beta \leq 1$ ,  $\alpha > 1$  e  $\beta\mu_i(\beta\mathbf{p}_{-i}) \leq \mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ , esta última relação sendo verificável a partir da expressão (2.5) do ganho efetivo de canal  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ . Portanto:

$$\frac{1}{\alpha}\zeta_i(\mathbf{p}) < \frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\beta\mathbf{p}_{-i})} = \zeta_i(\beta\mathbf{p}), \quad (\text{A.11})$$

e a primeira desigualdade em (A.3) é verificada.

Para demonstrar a validade da segunda desigualdade em (A.3), nós consideramos primeiro  $(1/\alpha) < \beta \leq 1$ . Assim, tem-se:

$$\frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\beta\mathbf{p}_{-i})} \leq \frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} < \alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}, \quad (\text{A.12})$$

pois  $\beta \leq 1$ ,  $\alpha > (1/\beta)$  e  $\mu_i(\beta\mathbf{p}_{-i}) \geq \mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ . As desigualdades acima equivalem a:

$$\zeta_i(\beta\mathbf{p}) = \frac{1}{\beta} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\beta\mathbf{p}_{-i})} < \alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} = \alpha\zeta_i(\mathbf{p}), \quad (\text{A.13})$$

com o que se satisfaz a segunda desigualdade em (A.3).

Agora, para  $\beta = (1/\alpha)$ , podemos reescrever a segunda desigualdade em (A.3) como:

$$\zeta_i\left(\frac{1}{\alpha}\mathbf{p}\right) < \alpha\zeta_i(\mathbf{p}), \quad \forall \alpha > 1, \quad (\text{A.14})$$

cuja validade é facilmente demonstrada:

$$\zeta_i\left(\frac{1}{\alpha}\mathbf{p}\right) = \frac{f_i(p_i)}{\frac{1}{\alpha}\mu_i\left(\frac{1}{\alpha}\mathbf{p}_{-i}\right)} < \alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} = \alpha\zeta_i(\mathbf{p}). \quad (\text{A.15})$$

Portanto, todas as condições para que a função  $\zeta_i(\mathbf{p})$  definida acima seja duplamente escalável são satisfeitas.



## Apêndice B

# Escalabilidade e escalabilidade do tipo-II da classe de algoritmos proposta na Seção 2.4

Seja  $\zeta_i(\mathbf{p}) = f_i(p_i)/\mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ ,  $i \in \mathcal{M}$ , a função iterativa associada à classe de algoritmos proposta na Seção 2.4.  $f_i(p_i)$  é uma função decrescente da potência de transmissão  $p_i$ , e satisfaz  $f_i(p_i) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})p_i)$ .

**Teorema 15.**  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável.

*Demonstração.* Para todo  $\mathbf{p}$  e  $\alpha > 1$ , a função iterativa  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável se  $\alpha\zeta_i(\mathbf{p}) > \zeta_i(\alpha\mathbf{p})$ , ou equivalentemente:

$$\alpha \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} > f_i^{-1}(\mu_i(\alpha\mathbf{p}_{-i})\alpha p_i) \Leftrightarrow \alpha\mu_i(\alpha\mathbf{p}_{-i}) > \frac{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}{\alpha}. \quad (\text{B.1})$$

A segunda desigualdade é válida para todo  $\mathbf{p}$  e  $\alpha > 1$ , pois  $\alpha\mu_i(\alpha\mathbf{p}_{-i}) > \mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ . Portanto,  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável.  $\square$

**Teorema 16.**  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável do tipo-II.

*Demonstração.* Para todo  $\mathbf{p}$  e  $\alpha > 1$ , a função iterativa  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável do tipo-II se  $\zeta_i(\alpha\mathbf{p}) > (1/\alpha)\zeta_i(\mathbf{p})$ , ou equivalentemente:

$$f_i^{-1}(\mu_i(\alpha \mathbf{p}_{-i}) \alpha p_i) > \frac{1}{\alpha} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} \Leftrightarrow \frac{f_i(p_i)}{\alpha \mu_i(\alpha \mathbf{p}_{-i})} > \frac{1}{\alpha} \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}. \quad (\text{B.2})$$

A segunda desigualdade é válida para todo  $\mathbf{p}$  e  $\alpha > 1$ , pois  $\mu_i(\alpha \mathbf{p}_{-i}) < \mu_i(\mathbf{p}_{-i})$ . Portanto,  $\zeta_i(\mathbf{p})$  é escalável do tipo-II.  $\square$

## **Apêndice C**

**Resumo estendido da tese em francês -**

**Résumé de la thèse**





N° ENSC -



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine : Électronique - Électrotechnique - Automatique

Présentée par

Monsieur DE SOUSA CHAVES Fabiano

**pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

**Sujet de la thèse :**

**CONTRÔLE DE PUISSANCE OPPORTUNISTE ET  
ÉGALISATION ROBUSTE DANS LES RÉSEAUX DE  
COMMUNICATION SANS FIL À L'AIDE D'OUTILS DE  
L'AUTOMATIQUE ET DE LA THÉORIE DES JEUX.**

Thèse développée dans le cadre de la Convention de Co-Tutelle entre l'ENS Cachan et l'UNICAMP (Université de Campinas), Brésil. Thèse présentée et soutenue à Campinas le 16 décembre 2010 devant le jury composé de :

ABOU-KANDIL Hisham,	Professeur des Universités, ENS Cachan,	Directeur de thèse
TRAVASSOS ROMANO João Marcos,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Directeur de thèse
ABBAS-TURKI Mohamed,	Maître de Conférences, ENS Cachan,	Co-encadrant
FAVIER Gérard,	Directeur de Recherche CNRS, Univ. Nice,	Rapporteur
MOURA MOTA João Cesar,	Professeur des Universités, Univ. Fed. Ceará,	Rapporteur
CARDIERI Paulo,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Examinateur
VALENTE FERREIRA Paulo Augusto,	Professeur des Universités, Univ. Campinas,	Examinateur

Laboratoire SATIE  
ENS CACHAN / CNRS / UMR 8029  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex, France



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Positionnement des problèmes . . . . .	1
1.2	Contributions et production scientifique . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Contrôle de puissance d'émission dans les réseaux de communication sans fil</b>	<b>7</b>
2.1	Modélisation des réseaux sans fils pour le contrôle de puissance distribué . . . . .	8
2.1.1	Modèle du canal . . . . .	9
2.1.2	Mesures de qualité du lien de communication . . . . .	10
2.1.3	Relation entre QoS et SINR . . . . .	11
2.1.4	Panorama du contrôle de puissance dans les systèmes réels . . . . .	12
2.2	Contrôle de puissance pour des applications QoS fixe . . . . .	13
2.2.1	Contrôle de puissance standard . . . . .	14
2.3	Contrôle de puissance pour des applications QoS flexible . . . . .	15
2.3.1	Solutions basées sur la théorie des jeux statiques . . . . .	15
2.3.2	Contrôle de puissance opportuniste . . . . .	17
2.4	Classe d'algorithmes de contrôle de puissance opportuniste basée sur la théorie des jeux statiques . . . . .	18
2.4.1	Schéma d'adaptation opportuniste de la QoS . . . . .	19
2.4.2	Jeu statique non-coopératif . . . . .	20
2.4.3	Algorithmes OQ-DPC-1 et OQ-DPC-2 . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Contrôle de puissance d'émission opportuniste à l'aide des outils de l'automatique</b>	<b>25</b>
3.1	Formulation du problème . . . . .	26
3.2	Solution par la commande $H_2$ . . . . .	29
3.2.1	Algorithme $H_2$ -DPC . . . . .	30
3.2.2	Algorithme A- $H_2$ -DPC . . . . .	31
3.2.3	Algorithme FI- $H_2$ -DPC . . . . .	32
3.3	Solution par la commande mixte $H_2/H_\infty$ . . . . .	32

3.3.1	Algorithme $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	33
3.3.2	Algorithme A- $H_2/H_\infty$ -DPC . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Contrôle de puissance d'émission opportuniste à l'aide de la théorie des jeux dynamiques</b>	<b>37</b>
4.1	Formulation du problème . . . . .	38
4.2	Stratégie de Nash . . . . .	40
4.2.1	Solution d'équilibre de Nash en boucle ouverte . . . . .	41
4.2.2	Solution d'équilibre de Nash en boucle fermée . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Analyse comparative des approches de contrôle de puissance</b>	<b>47</b>
5.1	Point de fonctionnement du système . . . . .	47
5.2	Simulations . . . . .	49
5.2.1	Modèle de simulation . . . . .	49
5.2.2	Caractère opportuniste des algorithmes proposés . . . . .	50
5.2.3	Évaluation de performance . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Égalisation de canal par une analyse du retard d'égalisation basée sur la théorie des jeux</b>	<b>57</b>
6.1	Analyse générale . . . . .	59
6.1.1	Stratégie d'assurance de la "nature malicieuse" . . . . .	61
6.1.2	Stratégie d'assurance de l'égaliseur . . . . .	61
6.2	Étude de cas . . . . .	63
6.2.1	Stratégies d'assurance mixtes et solution d'équilibre . . . . .	63
6.2.2	Résultats . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Égalisation de canal robuste</b>	<b>67</b>
7.1	Formulation du problème . . . . .	68
7.1.1	Égalisation adaptative dans l'espace d'état . . . . .	70
7.2	Filtrages $H_2$ et $H_\infty$ . . . . .	71
7.3	Combinaison convexe des filtres $H_2$ et $H_\infty$ . . . . .	73
7.4	Schéma d'adaptation de l'égaliseur $H_\infty$ : robustesse et performance moyenne	75
7.5	Simulations et discussions . . . . .	76
<b>8</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>81</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>83</b>

# Acronymes

A- $H_2$ -DPC	:	<i>Adaptive <math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
A- $H_2/H_\infty$ -DPC	:	<i>Adaptive <math>H_2/H_\infty</math> Distributed Power Control</i>
AMC	:	<i>Additive Modulation and Coding</i>
AWGN	:	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	:	<i>Bit Error Rate</i>
BPSK	:	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CDMA	:	<i>Code Division Multiple Access</i>
CLI-NS-DPC	:	<i>Closed Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control</i>
CSMA	:	<i>Carrier Sense Multiple Access</i>
DARE	:	<i>Discrete-time Algebraic Riccati Equation</i>
DBA	:	<i>Distributed Balancing Algorithm</i>
DPC	:	<i>Distributed Power Control</i>
EDGE	:	<i>Enhanced Data rates for GSM Evolution</i>
FER	:	<i>Frame Error Rate</i>
FI- $H_2$ -DPC	:	<i>Full Information <math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
FIR	:	<i>Finite Impulse Response</i>
GSM	:	<i>Global System for Mobile Communications</i>
$H_2$ -DPC	:	<i><math>H_2</math> Distributed Power Control</i>
$H_2/H_\infty$ -DPC	:	<i><math>H_2/H_\infty</math> Distributed Power Control</i>
LMS	:	<i>Least Mean Square</i>
LQG	:	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
LQR	:	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
MIMO	:	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MSE	:	<i>Mean Squared Error</i>
NLMS	:	<i>Normalized Least Mean Square</i>
OLI-NS-DPC	:	<i>Open Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control</i>
OPC	:	<i>Opportunistic Power Control</i>
OPC-F	:	<i>Opportunistic Power Control with Fairness</i>

OQ-DPC-1	:	<i>Opportunistic QoS Distributed Power Control - 1</i>
OQ-DPC-2	:	<i>Opportunistic QoS Distributed Power Control - 2</i>
QAM	:	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QoS	:	<i>Quality of Service</i>
RATs	:	<i>Radio Access Technologies</i>
RLS	:	<i>Recursive Least Squares</i>
SINR	:	<i>Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio</i>
SIP	:	<i>Signal-Interference Product</i>
SISO	:	<i>Single Input Single Output</i>
SNR	:	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
TDMA	:	<i>Time Division Multiple Access</i>
WCDMA	:	<i>Wide-band Code Division Multiple Access</i>
WLANs	:	<i>Wireless Local Area Networks</i>

# Chapitre 1

## Introduction

En général, le réseau de communication sans fil est un système complexe, constitué de plusieurs procédures interdépendantes, comme le traitement des signaux, la gestion des ressources, la préservation de la qualité de communication, etc. Une modélisation intégrale d'un tel système n'est pas réaliste : le modèle étant trop complexe pour être exploité. Habituellement, le système est découpé en sous-systèmes qui sont étudiés et développés séparément. Ces sous systèmes sont souvent examinés à deux niveaux : niveau lien de communication ou au niveau systémique. Les procédures de transmission des signaux, les phénomènes physiques de leur propagation et les procédures de réception sont considérées au niveau du lien de communication. D'un autre côté, le niveau systémique comporte les procédures associées à la gestion des ressources et à la préservation de la qualité des services offerts.

Le fil directeur de cette thèse est la gestion de l'interférence dans les réseaux de communication sans fil, l'un des plus importants facteurs de limitation de performance globale et individuelle de tels réseaux. Deux procédures classiques de gestion d'interférence sont étudiées : le contrôle de puissance d'émission et l'égalisation du canal. Le premier se situe dans le contexte multi-utilisateur au niveau systémique alors que l'égalisation de canal se trouve au niveau du lien de communication.

### 1.1 Positionnement des problèmes

Les réseaux de communication sans fil de haute capacité sont caractérisés par un spectre de fréquences limité et par la réutilisation de la bande passante disponible. Ainsi, les paires émetteur-récepteur, partageant le même canal quel que soit le domaine fréquentiel, temporel, ..., causent une interférence les uns sur les autres qui est aussi nommée interférence co-canal ou, dans ce cas, interférence multi-utilisateur. Le contrôle de puissance d'émission est essentiel pour gérer l'interférence multi-utilisateur, pour préserver la qualité de communication désirée, et pour gérer des ressources individuelles. Ceci représente un as-

pect fondamental pour les terminaux avec limitations importantes en termes de ressources énergétiques.

Le but spécifique du contrôle de puissance dépend fortement du type de service offert. Dans le cas où l'application ou le service exige une qualité fixe de communication, comme par exemple la communication par voix, le but du contrôle de puissance est justement de préserver cette qualité. Cependant, les études conduites dans cette thèse concernent les applications qui tolèrent des variations sur la qualité de communication. Le contrôle de puissance combine alors plusieurs objectifs, comme la maximisation du débit de transmission, l'économie d'énergie etc, pour arriver à une allocation des ressources efficace. Nous proposons des solutions originales pour le problème de contrôle distribué et opportuniste de puissance d'émission, où chaque lien de communication dans le réseau ajuste sa propre puissance d'émission selon une mesure de qualité du signal au récepteur. En plus, la qualité de communication envisagée est décidée en tenant en compte des variations sur la qualité du lien de communication. Nous utilisons la commande linéaire-quadratique et la théorie des jeux non-coopératifs pour accommoder les multi-objectifs impliqués dans le problème et pour proposer les solutions.

La seconde partie de la thèse est consacrée à l'égalisation de canal. C'est une technique classique d'élimination d'interférence entre symboles. Ce type d'interférence résulte de la combinaison défavorable entre les hauts débits de transmission et le temps de dispersion des canaux. En raison des multiples trajets parcourus par le signal transmis, plusieurs versions de ce signal arrivent au récepteur en temps distincts. L'interférence résultante est dite interférence entre symboles. Dans un système de communication MIMO, du terme en anglais *Multiple-Input Multiple-Output*, où plusieurs signaux sont transmis simultanément et où le récepteur est équipé avec plusieurs antennes, outre l'interférence entre symboles, on observe la présence de l'interférence co-canal. L'égalisation spatio-temporelle est utilisée pour traiter conjointement les deux types d'interférence dans le processus de récupération des signaux transmis.

Les études réalisées sur l'égalisation du canal dans le cadre de cette thèse sont liées aux problèmes de la robustesse. Elles concernent deux aspects : Une analyse du pire cas du retard d'égalisation utilisant la théorie des jeux non-coopératifs et une proposition de deux approches adaptatives d'égalisation spatio-temporelle robuste basées sur l'égaliseur  $H_\infty$ .

## 1.2 Contributions et production scientifique

Les études développées dans cette thèse ont permis des analyses théoriques, la proposition de solutions et des évaluations de performance dans le contexte de deux sujets : le contrôle de puissance d'émission distribué et opportuniste et l'égalisation de canal robuste.

Nous présentons maintenant la liste des publications issues des travaux de la thèse :

1. de S. Chaves F., de Almeida A. L. F. et Mota J. C. M. Performance Evaluation of Adaptive  $H_\infty$  Space-Time Equalizers for Wireless Communication Systems with

- Asynchronous Interference. *IEEE VI International Telecommunications Symposium, ITS2006*, Fortaleza, Brésil, 3-6 septembre 2006.
2. de S. Chaves F., de Sousa-Jr. V. A., de Oliveira-Neto R. A., de Lima C. H. M. et Cavalcanti F. R. P. Performance of Energy Efficient Game Theoretical-Based Power Control Algorithm in WCDMA. *17th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'06*, Helsinki, Finlande, 11-14 septembre 2006.
  3. de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., Santos R. B., de Oliveira-Neto R. A. Opportunistic Distributed Power Control with QoS Guarantee in Wireless Communication Systems. *8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC'07*, Helsinki, Finlande, 17-20 juin 2007.
  4. de S. Chaves F., Fernandes F. G., Attux R. R. F., Suyama R., Lopes R. R. et Romano J. M. T. Une Analyse du Problème de l'égalisation Basée sur la Théorie des Jeux. *XXI Colloque GRETSI*, Troyes, France, 11-14 septembre 2007.
  5. de S. Chaves F., Romano J. M. T. et Mota J. C. M. Combinação Convexa de Filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  para Equalização Adaptativa. *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT2008*, Rio de Janeiro, Brésil, 2-5 septembre 2008.
  6. de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., de Oliveira-Neto R. A et Santos R. B. *Optimizing Wireless Communication Systems*. New York : Springer, 2009, chapitre Power Control for Wireless Networks : Conventional and QoS-Flexible Approaches, pp. 3-49.
  7. de S. Chaves F., Romano J. M. T., Abbas-Turki M. et Abou-Kandil H. Self-Adaptive Distributed Power Control for Opportunistic QoS Provision in Wireless Communication Networks. *10th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC 2009*, Perugia, Italie, 21-24 juin 2009.
  8. de S. Chaves F., Abbas-Turki M., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Distributed Power Control for QoS-flexible Services in Wireless Communication Networks. *17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09*, Thessalonique, Grèce, 24-26 juin 2009.
  9. Abbas-Turki M., de S. Chaves F., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Mixed  $H_2/H_\infty$  Power Control with Adaptive QoS for Wireless Communication Networks. *10th European Control Conference, ECC'09*, Budapest, Hongrie, 23-26 août 2009.
  10. de S. Chaves F., Abbas-Turki M., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Transmission Power Control for Opportunistic QoS Provision in Wireless Networks. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, article en révision.
  11. de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., de Oliveira-Neto R. A et Santos R. B. Opportunistic Distributed Power Control with Adaptive QoS and Fairness for Wireless Networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 10, n° 2, pp. 200-213, février 2010.

12. de S. Chaves F., Abbas-Turki M., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Contrôle de Puissance Décentralisé et Opportuniste d'un Réseau de Communication sans Fil. *6ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010*, Nancy, France, 2-4 juin 2010.

Quant à nos contributions, elles sont présentées ci-dessous, avec indication des publications concernées :

- Contribution 1 : Proposition de deux algorithmes de contrôle de puissance distribué et opportuniste à l'aide de la théorie des jeux statiques non-coopératifs à somme non-nulle. Publications 2 et 3.
- Contribution 2 : Proposition d'une classe d'algorithmes de contrôle de puissance distribué et opportuniste, incluant les deux algorithmes cités ci-dessus. La classe d'algorithmes est caractérisée à l'aide de la théorie des jeux statiques non-coopératifs à somme non-nulle et de la théorie des fonctions itératives. On démontre que la catégorie d'algorithmes est plus efficace en termes d'énergie que les algorithmes de contrôle de puissance opportuniste présenté à la Section 2.3.2. Publications 6 et 11.
- Contribution 3 : Formulation du problème de contrôle de puissance distribué et opportuniste dans un espace d'état linéaire. Application des outils de l'automatique linéaire pour proposer des algorithmes par la commande  $H_2$  et la commande mixte  $H_2/H_\infty$ . Publications 7, 8, 9, 10 et 12.
- Contribution 4 : Reformulation du problème de contrôle de puissance distribué et opportuniste dans un espace d'état linéaire, permettant la représentation du problème multi-critère par un jeu dynamique linéaire-quadratique non-coopératif à somme non-nulle. Proposition d'algorithmes issus des stratégies d'équilibre de Nash avec structure d'information en boucle ouverte et en boucle fermée.
- Contribution 5 : Analyse du retard d'égalisation de canal selon la théorie des jeux non-coopératifs à somme nulle, où les canaux les plus problématiques sont caractérisés et où la stratégie des retards d'égalisation intermédiaires est justifiée comme une stratégie d'assurance pour le récepteur. Publication 4.
- Contribution 6 : Conjugaison des caractéristiques complémentaires des égaliseurs  $H_2$  et  $H_\infty$ , traduisant respectivement la performance d'optimalité moyenne et la robustesse aux erreurs de modélisation, via la combinaison convexe des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$  dans le cadre de l'égalisation du canal. Publication 5.
- Contribution 7 : Proposition d'un schéma d'adaptation du filtre  $H_\infty$  qui associe la performance d'optimalité moyenne et la robustesse vis-à-vis des incertitudes sur le modèle dans le cadre de l'égalisation du canal. Publication 1.

La structure de ce mémoire est la suivante. Le chapitre 2 introduit le problème de contrôle de puissance d'émission distribué, mettant en évidence les concepts de l'opportunisme pour les applications qui tolèrent des variations sur la qualité de la communication.

Il traite des Contributions 1 et 2. Les Chapitres 3 et 4 sont consacrés aux Contributions 3 et 4, respectivement. Le Chapitre 5 présente des analyses comparatives des algorithmes de contrôle de puissance proposées aux Chapitres 2, 3 et 4. Le Chapitre 6 est consacré à la Contribution 5, alors que les Contributions 6 et 7 sont discutées au Chapitre 7. Le Chapitre 8 présente les conclusions et perspectives de la thèse.



## Chapitre 2

# Contrôle de puissance d'émission dans les réseaux de communication sans fil

Les réseaux de communication sans fil fonctionnent dans une limitation de spectre de fréquences et sont caractérisés par la réutilisation de la bande passante disponible. Par conséquent, les paires émetteur-récepteur partageant le même canal sont sujets à l'interférence co-canal, qui représente un facteur important de limitation des performances individuelle et globale [1, 2, 3, 4]. En général, les terminaux mobiles ont des limitations importantes en termes d'énergie. En plus, un usage efficace des ressources d'énergie par les nœuds centraux de communication, les stations-base de radio dans les réseaux cellulaires par exemple, apporte des bénéfices en terme de capacité du réseau. A partir de ces observations et en sachant que les canaux dans les réseaux sans fil sont fortement variables en raison des effets de propagation des signaux, on peut conclure que la gestion des ressources de radio est un problème fondamental et non-trivial.

Le contrôle de puissance d'émission est essentiel pour la gestion des ressources de radio dans les réseaux sans fil. Il est un moyen important pour satisfaire les exigences de qualité, réduire l'interférence et économiser l'énergie. L'optimisation centralisée des puissances d'émission de tous les utilisateurs dans un réseau n'est pas plausible. Les exigences en terme d'échange d'information entre les utilisateurs et un nœud de communication central ainsi que la dimension et la complexité du problème global d'optimisation rendent le contrôle de puissance centralisé non-viable dans les réseaux réels [5]. Alors, dès le début des années 1990, des algorithmes de contrôle de puissance distribué ou décentralisé sont développés [3, 4, 6, 7, 8, 9]. Le contrôle de puissance distribué est caractérisé par l'optimisation décentralisée, c'est-à-dire que chaque lien de communication contrôle sa propre puissance d'émission basée seulement sur des mesures locales concernant la qualité des signaux au récepteur. Le gain effectif du canal, gain du canal sur la puissance de l'interférence plus le

bruit, et le rapport signal à interférence plus bruit au récepteur, SINR, du terme en anglais *Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio*, sont les mesures locales de qualité habituellement utilisées.

La tâche du contrôle de puissance d'émission dépend de la classe d'application ou service offert. Le service traditionnel de communication par voix ainsi que quelques services de communications de données en temps réel sont caractérisés par des contraintes strictes sur le débit de transmission et le taux d'erreur de bit. En revanche, d'autres services de données, comme le téléchargement de fichiers par exemple, tolèrent des variations sur la qualité de transmission. Ces deux classes de services, la première avec qualité de service QoS fixe, du terme en anglais *Quality of Service*, l'autre avec QoS flexible, exigent un traitement différent du point de vue du contrôle de puissance d'émission [10].

Ce chapitre présente les principales définitions et notations qui seront utilisées dans ce mémoire en ce qui concerne le problème de contrôle de puissance distribué. Ce chapitre est aussi consacré à la modélisation des réseaux de communication sans fils, ainsi qu'à la présentation des résultats théoriques les plus importants sur le contrôle de puissance, aussi bien pour des applications QoS fixe que pour des applications QoS flexible.

## 2.1 Modélisation des réseaux sans fils pour le contrôle de puissance distribué

Les systèmes de communication sans fil de haute capacité sont caractérisés par la réutilisation de la bande passante disponible. Ils présentent des architectures et fonctionnement distincts. Par exemple, ils emploient des technologies d'accès de radio différentes, RATs, du terme en anglais *Radio Access Technologies*. Si les schémas TDMA, *Time Division Multiple Access*, et CDMA, *Code Division Multiple Access*, sont adoptés par les systèmes cellulaires, la famille de normes IEEE pour les WLANs, *Wireless Local Area Networks*, est basée sur les schémas CSMA, pour *Carrier Sense Multiple Access* [1, 2]. Cette diversité d'architectures et de fonctionnement mène à une variation dans la génération et le profil d'interférence d'une RAT à une autre.

Malgré les différences remarquables entre les réseaux de communication sans fil, il est possible de considérer un modèle général pour le contrôle de puissance distribué : le réseau est représenté comme des ensembles de paires émetteur-récepteur qui causent des interférences les uns sur les autres, c'est-à-dire les ensembles d'utilisateurs co-canaux. Ce modèle simplifié rend abstraites les spécificités techniques des systèmes, ce qui permet un développement applicable quel que soit le réseau doté de contrôle de puissance. Nous présentons ensuite le modèle du canal de propagation sans fil et les mesures de qualité du signal au récepteur adoptées dans ce mémoire. Puis, nous discutons la relation entre la qualité du signal et la qualité de service ainsi qu'un panorama de processus de contrôle de puissance dans les réseaux de communications réels.

### 2.1.1 Modèle du canal

On définit l'intervalle de transmission comme une durée de temps entre deux actions consécutives du contrôle de puissance, période courte où les canaux sont considérés statiques ou lentement variants. Dans le contexte du contrôle de puissance, les effets des symboles de données transmis sont négligés et le canal de propagation est représenté par un gain de puissance  $G(k)$ , où  $k$  dénote le  $k^{\text{ième}}$  intervalle de transmission. Le gain de canal variant dans le temps est composé par les contributions multiplicatives de trois effets de propagation : la perte de trajet, l'évanouissement pour *fading* lent et l'évanouissement rapide [1, 2]. Il est préférable d'exprimer le modèle du gain du canal en dB, où les termes multiplicatifs deviennent additifs. Dans tout ce mémoire, nous adoptons la notation  $\bar{s}$  pour dénoter la valeur en dB de la variable  $s$ , à savoir  $\bar{s} = 10 \log_{10}(s)$ .

La perte de trajet dépend de la distance entre l'émetteur et le récepteur. Il y a plusieurs modèles mathématiques pour la perte de trajet. Nous adoptons le modèle simplifié suivant :

$$\overline{PL}(d) = \overline{PL}(d_0) + 10\alpha_{PL} \log_{10}(d/d_0), \quad (2.1)$$

où  $d$  est la distance émetteur-récepteur,  $\overline{PL}(d_0)$  est la perte de trajet à la distance de référence  $d_0$  et  $\alpha_{PL}$  le coefficient d'atténuation qui dépend de l'environnement de propagation et qui varie entre 2 et 6, habituellement il est pris égal à 4.

Le composant de l'évanouissement lent  $\bar{\chi}_s$  prend en compte les effets des obstacles de grande échelle, comme les bâtiments et les arbres, par exemple, sur la propagation des signaux. Il comprend des fluctuations stochastiques autour de la valeur de la perte de trajet, qui est représentée comme une variable aléatoire de distribution normale de moyenne nulle et d'écart type entre 6 et 12 [1, 2]. L'évanouissement lent peut aussi être modélisé dynamiquement comme un processus de Markov de premier ordre [11, 12],

$$\bar{\chi}_s(k+1) = a\bar{\chi}_s(k) + n(k), \quad (2.2)$$

où  $n(k)$  est un bruit AWGN, *Additive White Gaussian Noise*, de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma_n$ , et  $a = 10^{-vT_s/D_c}$ , avec  $v$ ,  $T_s$ , et  $D_c$  qui sont respectivement la vitesse relative entre émetteur et récepteur, l'intervalle de transmission et la distance au cours de laquelle la corrélation normalisée atteint 1/10. Nous considérons que les terminaux sont stationnaires ou de mobilité basse, ce qui rend  $a \approx 1$ .

Finalement l'évanouissement rapide  $\bar{\chi}_{ff}$  résulte des fluctuations rapides de l'amplitude du signal au récepteur dans une période de temps courte, essentiellement à cause de la combinaison de plusieurs répliques du signal transmis dues aux multiples trajets. L'évanouissement rapide obéit typiquement à une distribution de Rayleigh qui est mis en œuvre selon le modèle de Jakes [13]. Le gain du canal  $\bar{G}$  est alors exprimé par :

$$\bar{G}(k) = -\overline{PL}(d) - \bar{\chi}_s(k) - \bar{\chi}_{ff}(k). \quad (2.3)$$

Les approches de contrôle de puissance distribué qui seront présentées n'exigent pas des modèles spécifiques pour le canal ou l'interférence. Ces grandeurs variantes dans le

temps sont considérées simplement comme des valeurs mesurées ou estimées, mais toujours connues, dans les solutions de la Section 2.4. Les formulations dans l'espace d'état des Chapitres 3 et 4 considèrent ces grandeurs en tant qu'entrées exogènes. Le modèle du canal présenté ci-dessus sera important pour la réalisation des simulations.

### 2.1.2 Mesures de qualité du lien de communication

Nous considérons un réseau de communication sans fil générique, composé de  $M$  utilisateurs co-canaux, paires émetteur-récepteur partageant le même canal. L'ensemble des liens de communication dans le réseau est représenté par  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ . Pour chaque  $i \in \mathcal{M}$ , la puissance d'émission dans l'intervalle de transmission  $k$  est notée par  $p_i(k)$ . Alors,  $\mathbf{p}(k) = [p_1(k) \ \dots \ p_M(k)]^T$  est le vecteur de puissances du réseau.

Le gain du canal entre l'émetteur  $j$  et le récepteur  $i$  au cours de l'intervalle  $k$  est exprimé par  $G_{ij}(k)$ ,  $\forall i, j \in \mathcal{M}$ . Le rapport SINR au récepteur  $i$ , noté  $\gamma_i(\mathbf{p}(k))$ , est donc donné en fonction du vecteur de puissances du réseau :

$$\gamma_i(\mathbf{p}(k)) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))p_i(k), \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{p}_{-i}(k) = [p_1(k) \ \dots \ p_{i-1}(k) \ p_{i+1}(k) \ \dots \ p_M(k)]^T$  est le vecteur de puissances des émetteurs qui causent l'interférence au lien  $i$ . En plus,  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))$  est le gain effectif du canal de l'utilisateur  $i$  dans l'intervalle de transmission  $k$ , à savoir :

$$\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k)) = \frac{G_{ii}(k)}{\sum_{\substack{j \in \mathcal{M} \\ j \neq i}} G_{ij}(k)p_j(k) + \sigma_i^2}. \quad (2.5)$$

Le bruit thermique au récepteur  $i$  est AWGN, il est représenté par une variable aléatoire de moyenne nulle et variance  $\sigma_i^2$ . Par conséquent, la puissance du bruit est  $\sigma_i^2$ .

Au lieu du gain effectif du canal, il est parfois préférable d'utiliser son inverse qui est l'interférence effective. En considérant le lien  $i$  et l'intervalle de transmission  $k$ , l'interférence effective  $I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k))$  est donnée par :

$$I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k)) = \frac{1}{G_{ii}(k)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{M} \\ j \neq i}} G_{ij}(k)p_j(k) + \sigma_i^2. \quad (2.6)$$

Le SINR, le gain effectif du canal et l'interférence effective sont les mesures locales de qualité du lien de communication et seront utilisés dans les approches présentées dans ce travail.

### 2.1.3 Relation entre QoS et SINR

Le SINR au récepteur donné par (2.4)-(2.5) est aussi exprimé pour des communications numériques comme suit [14] :

$$\gamma = \frac{R_b E_b}{W I_0}, \quad (2.7)$$

où la puissance du signal reçu est donnée par le produit du débit nominal de transmission  $R_b$  (bits/s) par l'énergie par bit au récepteur  $E_b$ . La puissance de l'interférence plus bruit au récepteur est donnée par  $W I_0$ , où  $W$  est la bande passante (Hz) et  $I_0$  représente la densité spectrale de l'interférence plus bruit. L'expression (2.7) définit la relation de deux mesures fondamentales de la QoS avec le SINR : le débit nominal de transmission des données  $R_b$  et le taux d'erreur de bit BER, pour *Bit Error Rate*. Ce dernier est une fonction décroissante en  $E_b/I_0$  qui est le rapport énergie par bit à densité d'interférence plus bruit. Des débits de transmission élevés et des BER faibles sont alors atteints avec l'augmentation de  $R_b$  et de  $E_b/I_0$ . Cela justifie la traduction conventionnelle dans le contexte du contrôle de puissance des exigences sur la QoS à celles sur le SINR, où une QoS élevée correspond aux niveaux élevés du SINR. Nous adoptons aussi cette correspondance.

Le débit de transmission et le BER dépendent de la conception émetteur-récepteur en termes de modulation et de codage [14], mais la configuration explicite de modulation et de codage ne fait pas l'objet de nos approches de contrôle de puissance. Nous supposons l'emploi de méthodes efficaces de modulation et de codage adaptatives, AMC côté émetteur, pour *Adaptive Modulation and Coding*, [15, 16, 17]. Ainsi, avec la valeur du SINR désiré ou la cible déterminée par la procédure du contrôle de puissance, l'AMC détermine la configuration de modulation et de codage rendant maximum le débit nominal de transmission assujettie à une contrainte de BER.

La capacité du canal de communication (bits/s) est généralement une fonction croissante du SINR, comme l'atteste le théorème de Shannon sur la capacité d'un canal AWGN [18]. En réalité, il y a aussi des contraintes sur le SINR minimal pour une transmission acceptable et sur le SINR maximal relatif au débit maximal de transmission. Nous représentons donc de façon générale la relation entre débit de transmission  $T$  et SINR par :

$$T = \begin{cases} 0, & \gamma(\mathbf{p}) < \gamma_{\min} \\ h(\gamma(\mathbf{p})), & \gamma_{\min} \leq \gamma(\mathbf{p}) \leq \gamma_{\max} \\ h(\gamma_{\max}), & \gamma(\mathbf{p}) > \gamma_{\max} \end{cases}, \quad (2.8)$$

où  $\gamma_{\min}$  est le SINR minimal,  $\gamma_{\max}$  est le niveau maximal du SINR au delà duquel le débit de transmission ne s'améliore pas et  $h(\cdot)$  est une fonction croissante.

Pour l'évaluation de différents algorithmes à travers les simulations, il faut spécifier la fonction  $h(\cdot)$  dans (2.8). Nous adoptons une expression proposée en [15] comme une bonne approximation du débit de transmission tant pour les canaux AWGN que pour ceux avec évanouissement rapide du type Rayleigh. La modulation adaptative est basée sur les

schémas de modulation QAM, soit *Quadrature Amplitude Modulation*. L'expression a la même structure de la capacité de Shannon :

$$h(\gamma(\mathbf{p})) = W \log_2(1 + \kappa\gamma(\mathbf{p})), \quad (2.9)$$

où  $0 < \kappa < 1$  représente un facteur de perte moyenne dépendant de la contrainte de BER et du type de canal (AWGN ou avec évanouissement rapide Rayleigh) [15].

### 2.1.4 Panorama du contrôle de puissance dans les systèmes réels

Pour avoir une vision générale du contrôle de puissance dans les réseaux réels, nous présentons un panorama de ce processus dans les systèmes cellulaires WCDMA, *Wide-band Code Division Multiple Access*, où le contrôle de puissance est distribué et joue un rôle essentiel. La figure 2.1.4 illustre le schéma général du contrôle de puissance d'émission pour la transmission du terminal mobile vers la station de base.

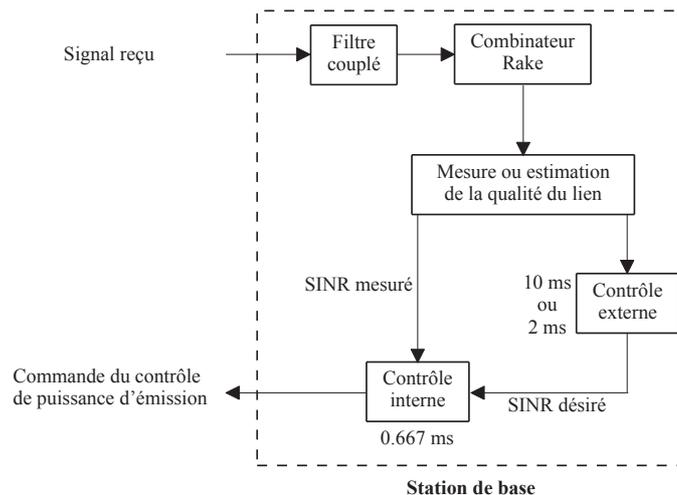


FIGURE 2.1 – Contrôle de puissance d'émission pour les transmissions terminal-station de base en systèmes cellulaires WCDMA.

Nous avons deux procédures en boucle fermée réalisées au niveau de la station de base : les contrôles de puissance interne et externe. Le premier utilise l'information sur la qualité du signal au récepteur pour mettre à jour la puissance d'émission à chaque intervalle de transmission, soit 0,667 ms, pour conserver le SINR reçu le plus proche possible de la valeur prédéterminée du SINR désiré ou cible. En fait, l'ordre déterminé par le contrôle de puissance interne est communiqué au terminal émetteur par la station de base à travers le canal de contrôle. D'autre part, le contrôle de puissance externe est responsable de l'ajustement

du SINR désiré pour que la qualité du signal au récepteur soit compatible avec celle attendue au niveau du service offert [19]. C'est le contrôle de puissance externe qui met en œuvre une variation contrôlée sur la QoS à travers l'adaptation du SINR désiré. Il faut noter que le contrôle externe est plus lent. Traditionnellement, il dépend de mesures d'erreur comme le FER, ou *Frame Error Rate*, qui est calculé à la fin de quelques intervalles de transmission de 0,667 ms.

En général, les réseaux sans fil évoluent dans la direction d'ajustements plus rapides de la qualité du signal au récepteur. Dans ce contexte, le progrès des systèmes WCDMA résulte de la réduction de l'intervalle de temps entre deux interventions du contrôle de puissance externe : de 10 ms pour 15 intervalles [20] à 2 ms pour 3 intervalles [21, 22]. La structure de signalisation de tels systèmes comporte l'ajustement du SINR désiré dans l'intervalle de transmission [19, 22].

L'application des outils de l'automatique et de la théorie des jeux sur le contrôle de puissance pour des services avec QoS flexible fait l'objet de notre travail. La flexibilité dépend de la faisabilité des adaptations rapides de la QoS et est, à chaque fois, plus pratiquée pour les réseaux commerciaux.

## 2.2 Contrôle de puissance pour des applications QoS fixe

Le contrôle de puissance pour des applications QoS fixe a été beaucoup étudié dès les années 1990, grâce à l'apparition et le développement des réseaux cellulaires. Au début, la communication par voix était le seul service offert, caractérisée par des exigences strictes de QoS, essentiellement des débits de transmission et BER prédéterminés. En raison de la traduction des exigences de QoS en termes de contraintes sur le SINR au récepteur (voir Section 2.1.3), la tâche des algorithmes développés pour des applications QoS fixe sert à ajuster la puissance d'émission à la valeur minimale de sorte que le SINR au récepteur atteigne la valeur désirée. Ces algorithmes sont dits algorithmes de poursuite du SINR désiré. Un cadre général qui répond aux questions de stabilité et de convergence de tels algorithmes [3, 4, 6, 7, 8, 9] est établi en [23] : le contrôle de puissance standard.

Avant de discuter brièvement du contrôle de puissance standard, il est important de faire mention d'autres approches relatives au contrôle de puissance pour des applications QoS fixe. Le contrôle de puissance standard assume la connaissance parfaite de l'information sur la qualité du lien de communication. Néanmoins, cette information est assujettie aux erreurs dues aux aspects comme le délai d'information et les incertitudes sur les mesures nécessaires au contrôle de puissance. Quelques approches stochastiques incluant l'estimation [24, 25] et la commande  $H_2$ , LQG de *Linear Quadratic Gaussian*, [26] ont été développées pour poursuivre un SINR désiré fixe en présence de mesures bruitées du SINR ou du gain du canal. Le retard d'information est explicitement considéré dans la formulation en espace d'état de [27], où un contrôleur  $H_\infty$  est aussi proposé pour poursuivre un SINR désiré fixe.

### 2.2.1 Contrôle de puissance standard

Le contrôle de puissance standard développé par Yates [23] permet une analyse générale de plusieurs algorithmes, comme le DBA de *Distributed Balancing Algorithm* [4], l'algorithme de Grandhi [8] et le célèbre DPC pour *Distributed Power Control* [6], proposé par Foschini et Miljanic. Le cadre est établi selon l'identification des propriétés des contraintes d'interférence, permettant ainsi une démonstration de convergence du vecteur de puissances du réseau à un point fixe unique.

L'adaptation de puissance est représentée en tant que fonction itérative :

$$\mathbf{p}(k+1) = \boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}(k)), \quad (2.10)$$

où  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}) = [\zeta_1(\mathbf{p}) \ \cdots \ \zeta_M(\mathbf{p})]^T$  est la fonction itérative vectorielle associée au problème de contrôle de puissance du réseau, où  $M$  est le nombre d'utilisateurs des co-canaux.

**Définition 1** (Contrôle de puissance standard). *Une fonction itérative vectorielle  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p})$  est dite standard si elle satisfait les conditions suivantes :*

*C-1 Monotonicité : Si  $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}'$ , alors  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}) \leq \boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}')$ .*

*C-2 Scalabilité : Pour  $\alpha > 1$ ,  $\boldsymbol{\zeta}(\alpha\mathbf{p}) < \alpha\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p})$ .*

**Note 1.** *La propriété de positivité, présentée dans la définition originale des fonctions standards dans [23], est une conséquence de la monotonicité et de la scalabilité [28].*

Les trois théorèmes suivants annoncent les propriétés intéressantes des fonctions itératives standards. Les démonstrations des théorèmes sont données dans [23].

**Théorème 1.** *Si  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p})$  est standard et si un point fixe existe, alors le point fixe est unique.*

**Théorème 2.** *Si  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p})$  est standard et si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$ .*

**Théorème 3.** *Si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$  dans le cadre du modèle complètement asynchrone.*

On fait quelques remarques sur l'impact effectif de tels théorèmes. Tout d'abord, un point fixe  $\mathbf{p}^*$  de la fonction  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p})$  est tel que  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^*$ . Cela signifie que si une fonction itérative standard atteint un point fixe, elle reste naturellement à ce point-là. Dans le cadre du contrôle de puissance distribué, un point fixe de la fonction itérative vectorielle des puissances correspond à un point de fonctionnement du système. Alors, selon le Théorème 1, si la fonction itérative standard du vecteur des puissances du réseau a un point fixe, il existe seulement un point de fonctionnement du système. Les Théorèmes 2 et 3 concernent la convergence des adaptations de puissance vers le point fixe unique  $\mathbf{p}^*$ , soit à travers une opération synchrone du réseau où les intervalles de transmission sont synchronisées pour tous les utilisateurs, soit à travers une opération asynchrone.

En conclusion, sous la condition d'existence d'un point fixe du vecteur de puissances du réseau, tout algorithme de contrôle de puissance standard garantit la convergence d'un tel vecteur de puissances vers le point fixe. La référence [23] établit encore des ensembles de conditions suffisantes pour l'existence d'un point fixe. Par exemple, si la fonction standard est continue et si elle présente une borne supérieure, il existe un point fixe.

## 2.3 Contrôle de puissance pour des applications QoS flexible

Les réseaux de communication sans fil émergents doivent offrir plusieurs services avec de multiples applications. Outre le service traditionnel de communication par voix, caractérisé comme application QoS fixe, il y a la communication de données, comme le téléchargement de fichiers par exemple, qui tolère des variations sur la qualité du lien émetteur-récepteur. Le contrôle de puissance pour ces dernières applications améliore l'efficacité de l'allocation des ressources par l'attribution d'une QoS flexible en fonction des conditions de transmission. Deux approches se mettent en évidence concernant le contrôle de puissance distribué pour des applications QoS flexible : la théorie des jeux statiques et les communications opportunistes. Dans les paragraphes suivants, celles-ci et quelques solutions basées sur ces approches seront brièvement discutées. Il est possible de retrouver cette discussion dans [10, 29].

### 2.3.1 Solutions basées sur la théorie des jeux statiques

La théorie des jeux est un outil mathématique qui concerne l'analyse des interactions entre individus rationnels et interdépendants [30, 31]. Dans le cadre du contrôle de puissance distribué, la puissance d'émission de chaque lien émetteur-récepteur est définie individuellement et est influencée par les décisions des autres liens. Cela caractérise un jeu non-coopératif, où les joueurs sont les émetteurs, dont les variables de décision sont leurs puissances d'émission. Plusieurs objectifs sont considérés dans les critères des joueurs, comme la maximisation du débit de transmission et l'économie d'énergie.

La théorie des jeux non-coopératifs est appropriée à la formulation de stratégies de décisions individuelles, où les joueurs se trouvent en conflit et ne sont pas capables ou autorisés à négocier leurs décisions. Dans un jeu non-coopératif, malgré les décisions individuelles des joueurs, on préfère une solution dans laquelle chaque joueur est satisfait. Cela signifie que le concept d'équilibre remplace celui d'optimalité. En règles générales, une solution d'équilibre est caractérisée par l'absence de motivation pour une déviation unilatérale de n'importe quel joueur. Puisqu'il n'y a pas d'hierarchie ou de préférences entre les joueurs dans le jeu du contrôle de puissance, la solution d'équilibre de Nash est appropriée.

Plusieurs approches de la théorie des jeux pour le contrôle de puissance d'émission distribué sont essentiellement basées sur l'équilibre de Nash dans les jeux statiques et non-coopératifs, comme par exemple [32, 33, 34, 35, 36]. Les jeux statiques sont caractérisés par l'action simultanée des joueurs, chacun guidé par son critère instantané, qui ne prend pas

en compte la dynamique des interactions entre les joueurs. Les critères sont multi-objectifs, habituellement composés par une mesure de la QoS et une autre de consommation de puissance. L'espace de stratégies étant continue, puisque les puissances d'émission assument des valeurs continues, ces jeux sont aussi classés comme infinis.

L'étude des solutions d'équilibre de Nash dans les jeux statiques non-coopératifs infinis est basée sur les concepts de courbes de réaction. La courbe de réaction d'un joueur est la stratégie correspondant à la meilleure réponse du joueur à n'importe quelle action des autres joueurs.

**Définition 2** (Courbe de réaction). *Soit un jeu à somme non-nulle à  $M$  joueurs, où l'ensemble des joueurs est dénoté par  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ , et les variables de décision des  $M$  joueurs forment le vecteur  $\mathbf{p} = [p_1 \ \dots \ p_M]^T$ . L'ensemble des espaces des stratégies est représenté par  $\{\mathbb{P}_1, \dots, \mathbb{P}_M\}$  et les critères sont donnés par  $J_i(\mathbf{p})$ ,  $i \in \mathcal{M}$ . On suppose que le Joueur 1 atteint le minimum de son critère,  $J_1(\mathbf{p})$ , par le choix de  $p_1 \in \mathbb{P}_1$ , pour tout  $\mathbf{p}_{-1} \in \mathbb{P}_{-1}$ , où  $\mathbf{p}_{-1} \triangleq [p_2 \ \dots \ p_M]^T$  et  $\mathbb{P}_{-1} \triangleq \mathbb{P}_2 \times \dots \times \mathbb{P}_M$ . Alors, l'ensemble  $\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1}) \subset \mathbb{P}_1$  défini par :*

$$\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1}) = \{p_1^B \in \mathbb{P}_1 : J_1(p_1^B, \mathbf{p}_{-1}) \leq J_1(p_1, \mathbf{p}_{-1}), \quad \forall p_1 \in \mathbb{P}_1\}$$

*est nommé réponse optimale ou l'ensemble de réaction rationnelle du Joueur 1. Si  $\zeta_1^B(\mathbf{p}_{-1})$  comprend un seul élément pour tout  $\mathbf{p}_{-1} \in \mathbb{P}_{-1}$ , alors il est nommé fonction de meilleure réponse ou courbe de réaction du Joueur 1. Ces définitions sont également valables pour tout joueur.*

Une fois sur un point d'intersection des courbes de réaction, chaque joueur est satisfait par sa performance, car elle résulte de la meilleure réponse individuelle. En fait, un tel point d'intersection est une solution d'équilibre de Nash. Cette relation vient directement des définitions de la courbe de réaction et de la solution d'équilibre de Nash (voir respectivement les définitions 2 et 3).

**Définition 3** (Solution d'équilibre de Nash). *Le point  $\mathbf{p}^N = [p_1^N \ \dots \ p_M^N]^T$ , avec  $p_i^N \in \mathbb{P}_i$ ,  $i \in \mathcal{M}$ , est dit une solution d'équilibre de Nash d'un jeu de somme non-nulle de  $M$  joueurs si*

$$J_i(p_1^N, \dots, p_M^N) \leq J_i(p_1^N, \dots, p_{i-1}^N, p_i, p_{i+1}^N, \dots, p_M^N), \quad \forall i \in \mathcal{M}.$$

En général, l'efficacité des solutions d'équilibre de Nash dépend de trois aspects fondamentaux : l'existence, l'unicité et la stabilité des solutions. L'existence de points d'équilibre de Nash signifie qu'il y a des solutions qui satisfont tous les joueurs simultanément. La multiplicité des solutions d'équilibre mène à des résultats ambigus dus aux stratégies permutées. Cela justifie la recherche de solutions d'équilibre de Nash uniques. Finalement, une solution d'équilibre est dite stable si, après la déviation d'un ou de plusieurs joueurs, elle est retrouvée à travers une séquence itérative d'actions des joueurs selon leurs courbes de réaction.

La correspondance entre les solutions d'équilibre de Nash dans les jeux statiques non-coopératifs infinis et les points d'intersection des fonctions de meilleure réponse des joueurs caractérise une solution d'équilibre de Nash unique comme la solution unique d'une équation de point fixe. La garantie de convergence vers le point fixe, c'est-à-dire le point d'équilibre de Nash, est une propriété très importante qui suscite la notion d'algorithme itérative stable. Les résultats analytiques solides concernant l'existence, l'unicité et la stabilité des solutions d'équilibre de Nash sont donnés en [30, 31] par exemple. Ces idées composent la base pour le développement de plusieurs algorithmes de contrôle de puissance, comme ceux dans [32, 33, 34, 35, 36].

### 2.3.2 Contrôle de puissance opportuniste

Le contrôle de puissance opportuniste a ses racines dans les concepts de communication opportuniste [37, 38], en ce qui concerne l'idée d'ordonner la transmission des utilisateurs selon la qualité de leurs canaux. Ce concept fondamental est mis en œuvre à travers le contrôle de puissance distribué et opportuniste développé dans [39, 40].

Le contrôle de puissance opportuniste offre un point de vue alternatif au problème de contrôle de puissance distribué. En [39, 40], les exigences de QoS ne sont plus prises en compte pour la décision de la puissance d'émission dans chaque lien émetteur-récepteur. La puissance d'émission de l'utilisateur est augmentée pour transmettre plus d'information si le gain du canal augmente ou si l'interférence diminue.

L'algorithme OPC, pour *Opportunistic Power Control*, est proposé en [39] avec l'introduction du SIP, *Signal-Interference Product*. En gardant le modèle du réseau présenté à la Section 2.1, l'idée est de conserver constant et égal à  $\Gamma_i$  le produit entre la puissance du signal  $p_i$  et l'interférence effective  $I_i^e(\mathbf{p}_{-i})$ , exprimée par (2.6). Donc  $\Gamma_i = p_i I_i^e(\mathbf{p}_{-i})$ ,  $\forall i \in \mathcal{M}$ . De cette façon, la puissance d'émission est augmentée quand l'interférence effective décroît et l'adaptation de puissance produite par l'OPC suit la fonction itérative suivante :

$$p_i(k+1) = \zeta_i(\mathbf{p}(k)) = \frac{\Gamma_i}{I_i^e(\mathbf{p}_{-i}(k))}, \quad (2.11)$$

où  $\Gamma_i$  est le SIP désiré.

L'analyse de stabilité et de convergence de l'OPC n'est pas réalisable dans le cadre du contrôle de puissance standard, car il viole la condition de monotonicité des fonctions standards. Néanmoins, les fonctions itératives des algorithmes de contrôle de puissance opportuniste présentent aussi des propriétés permettant la démonstration générale de la convergence du vecteur de puissances du réseau vers un point fixe unique. Ce nouveau cadre, proposé en [39], est nommé contrôle de puissance standard du type II.

**Définition 4** (Contrôle de puissance standard du type II). *Une fonction itérative vectorielle  $\zeta(\mathbf{p})$  est dite standard du type II si elle satisfait les conditions suivantes :*

*C-1 Monotonicité du type II : Si  $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}'$ , alors  $\zeta(\mathbf{p}) \geq \zeta(\mathbf{p}')$ .*

*C-2 Scalabilité du type II : Pour  $\alpha > 1$ ,  $\zeta(\alpha\mathbf{p}) > (1/\alpha)\zeta(\mathbf{p})$ .*

Les trois théorèmes suivants annoncent les propriétés intéressantes des fonctions itératives standards du type II. Les démonstrations des théorèmes sont données en [39].

**Théorème 4.** *Si  $\zeta(\mathbf{p})$  est standard du type II et si un point fixe existe, alors le point fixe est unique.*

**Théorème 5.** *Si  $\zeta(\mathbf{p})$  est standard du type II et si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$ .*

**Théorème 6.** *Si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$  dans le cadre du modèle complètement asynchrone.*

Sous la condition d'existence d'un point fixe en termes du vecteur de puissances du réseau, les trois théorèmes indiquent que tout algorithme de contrôle de puissance standard du type II garantit la convergence d'un tel vecteur de puissances vers le point fixe unique. Des ensembles de conditions suffisantes pour l'existence d'un point fixe sont établis par [39]. Par exemple, si la fonction standard du type II est continue et présente une borne supérieure, il existe un point fixe.

L'OPC produit une utilisation très injuste des ressources, car les terminaux en situations plus favorables sont les seuls à obtenir une QoS acceptable. Pour atténuer cet effet, un mécanisme d'équité a été introduit à l'OPC en [40], résultant en un deuxième algorithme avec la même structure de l'OPC, mais où le SIP désiré est donné par :

$$\Gamma_i(k) = \frac{\rho_i}{\left[\widehat{G}_{ii}(k)\right]^2}, \quad (2.12)$$

où  $\rho_i$  est une constante et  $\widehat{G}_{ii}(k)$  l'estimation du gain du canal moyen du lien  $i$ , calculée durant une période de temps donnée. Les analyses de stabilité et de convergence pour le nouvel algorithme, nommé OPC-F, sont analogues à celles de l'OPC, toutes basées sur les propriétés des fonctions standards du type II.

Concernant la QoS obtenue par les utilisateurs, les deux algorithmes opportunistes présentés ci-dessus sont aveugles. Nous proposons ensuite une classe d'algorithmes de contrôle de puissance distribué pour poursuivre un SINR désiré dynamique adapté d'une manière opportuniste.

## 2.4 Classe d'algorithmes de contrôle de puissance opportuniste basée sur la théorie des jeux statiques

Le contrôle de puissance basée sur la théorie des jeux statiques non-coopératifs, discuté dans la Section 2.3.1 et le contrôle de puissance opportuniste présenté dans la Section 2.3.2 explorent la qualité des liens de communications pour produire une utilisation efficace des

ressources du réseau. Dans les deux cas, chaque lien émetteur-récepteur atteint un niveau de QoS selon la qualité de son canal et les préférences pour une QoS haut ou pour une consommation de puissance basse. Il n'y a pas des exigences prescrites sur les niveaux de la QoS. En général, ces approches ne disposent pas d'un mécanisme efficace préservant l'équité dans la répartition des ressources entre les utilisateurs du réseau. En plus, les approches mentionnées ne prennent pas en compte quelques contraintes des systèmes réels, comme les limitations de puissance d'émission et de qualité du signal au récepteur.

Nous proposons ensuite une classe d'algorithmes de contrôle de puissance distribué et opportuniste qui répond à ces questions. Nous considérons les contraintes de puissance d'émission minimale et maximale, soit  $p_i \in [p_{\min}, p_{\max}] \forall i \in \mathcal{M}$ , ainsi que les contraintes sur la qualité du signal au récepteur, ce qui suggère une région d'opération désirable pour le SINR reçu. Un développement plus détaillé de cette classe d'algorithmes est donné dans [10, 29].

### 2.4.1 Schéma d'adaptation opportuniste de la QoS

La classe d'algorithmes proposée est caractérisée par la poursuite du SINR désiré dans l'intervalle  $[\gamma_{\min}^t, \gamma_{\max}^t]$ . Pour garder la nature opportuniste, le SINR désiré doit être une fonction croissante du gain effectif du canal et, en même temps, la puissance d'émission incluse entre  $[p_{\min}, p_{\max}]$ .

La représentation du SINR désiré à la figure 2.2 montre tous les aspects mentionnés. Selon (2.4), si les droites L1 et L2 ont comme pente les gains effectifs du canal  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))$  et  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k+1))$  respectivement, alors la fonction  $f_i(p_i)$  correspond à une mesure du SINR. De plus, les droites L1 et L2 représentent l'état (gain effectif du canal, puissance et SINR) du lien de communication  $i$  aux intervalles de temps  $k$  et  $(k+1)$ . Le SINR désiré est donc défini comme une fonction continue et décroissante de la puissance d'émission  $f_i(p_i)$ . Les contraintes concernant les intervalles de puissance d'émission et du SINR désiré sont satisfaites. Finalement,  $f_i(p_i)$  est une fonction croissante du gain effectif du canal, car  $\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k+1)) > \mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k)) \Leftrightarrow f_i(p_i(k+1)) > f_i(p_i(k))$  et, par conséquent, l'approche est opportuniste.

En supposant que le contrôle de puissance est faisable, chaque utilisateur étant capable d'atteindre son SINR désiré, le schéma présenté à la figure 2.2 peut garantir un très bon niveau de partage juste concernant l'utilisation des ressources du réseau. Si  $\gamma_{\min}^t \geq \gamma_{\min}$ , les liens en pires conditions de propagation restent avec des niveaux acceptables de transmission. En plus, la déperdition de ressources est évitée si le SINR désiré reste plus petit ou égal à la borne supérieure du SINR en termes de gain de capacité, c'est-à-dire  $\gamma_{\max}^t \leq \gamma_{\max}$ . La démonstration pour que l'approche d'adaptation du SINR désiré présentée soit plus efficace en termes d'énergie que l'OPC [39] se trouve dans [29].

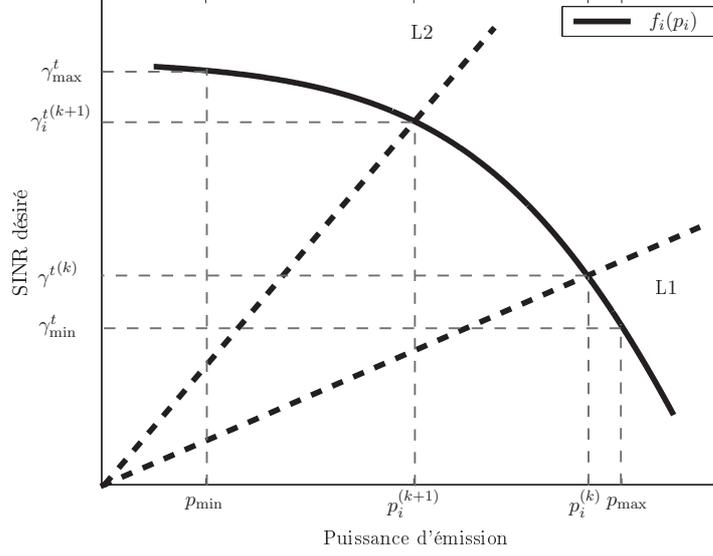


FIGURE 2.2 – SINR désiré en tant qu'une fonction continue et décroissante de la puissance d'émission avec contraintes de puissance et de QoS.

## 2.4.2 Jeu statique non-coopératif

Le contrôle de puissance distribué et opportuniste est formulé par le jeu statique non-coopératif suivant :

$$\min_{p_i} \left\{ J_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}) = \left( f_i(p_i) - \gamma_i(\mathbf{p}) \right)^2 \right\}, \forall i \in \mathcal{M}, \quad (2.13)$$

où  $f_i(p_i)$  est le SINR désiré adaptatif et  $\gamma_i(\mathbf{p})$  est le SINR au récepteur. Pour ce critère quadratique, la meilleure réponse du joueur  $i$ ,  $\zeta_i^B$ , satisfait à

$$f_i(\zeta_i^B) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B, \quad (2.14)$$

on écrit alors

$$\zeta_i^B = \frac{f_i(\zeta_i^B)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})} = f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B), \quad (2.15)$$

où  $f_i^{-1}(\cdot)$  est la fonction inverse de  $f_i(\cdot)$ . Alors, la meilleure réponse vérifie la relation suivante :

$$f_i(\zeta_i^B) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})\zeta_i^B). \quad (2.16)$$

Pour calculer  $\zeta_i^B$ , il est nécessaire de résoudre (2.14) pour une fonction  $f_i(\cdot)$  spécifique. Néanmoins, l'intérêt est d'analyser une classe d'algorithmes de contrôle de puissance où  $f_i(p_i)$  est continue et décroissante. Pour cela, il faut exprimer  $\zeta_i^B$  en termes d'une fonction  $f_i(p_i)$  générique.

**Proposition 1.** *La fonction de meilleure réponse  $\zeta_i^B$  dans le jeu (2.13) est exprimée, sans perte de généralité, par :*

$$\zeta_i^B = \frac{f_i(p_i)}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i})}, \quad \forall i \in \mathcal{M}, \quad (2.17)$$

où, nécessairement,

$$f_i(p_i) = \mu_i(\mathbf{p}_{-i})f_i^{-1}(\mu_i(\mathbf{p}_{-i})p_i). \quad (2.18)$$

*Démonstration.* La représentation de  $\zeta_i^B$  vient directement de (2.15) et (2.16). □

L'existence, l'unicité et la stabilité de la solution d'équilibre de Nash pour le jeu (2.13) sont démontrées à l'aide de la théorie des fonctions itératives scalables aux deux bords, pour *two-sided scalable functions*, qui est un cadre général pour le contrôle de puissance distribué établi en [39]. Le contrôle de puissance scalable aux deux bords englobe comme cas particuliers les contrôles de puissances standard et standard du type II, présentés aux Sections 2.2.1 et 2.3.2.

**Définition 5** (Contrôle de puissance scalable aux deux bords). *Une fonction itérative vectorielle  $\zeta(\mathbf{p})$  est dite scalable aux deux bords si elle satisfait les conditions suivantes : pour tout  $\alpha > 1$ ,  $(1/\alpha)\mathbf{p} \leq \mathbf{p}' \leq \alpha\mathbf{p}$  implique*

$$\frac{1}{\alpha}\zeta(\mathbf{p}) < \zeta(\mathbf{p}') < \alpha\zeta(\mathbf{p}).$$

**Théorème 7.** *La fonction itérative vectorielle donnée par la meilleure réponse définie par la Proposition 1 est scalable aux deux bords.*

*Démonstration.* Le Théorème 7 est démontré dans [29], à l'aide des propriétés de scalabilité (Définition 1) et de scalabilité du type II (Définition 4). □

Les trois théorèmes suivants annoncent les propriétés intéressantes des fonctions itératives scalables aux deux bords. Les démonstrations des théorèmes sont données dans [39].

**Théorème 8.** *Si  $\zeta(\mathbf{p})$  est scalable aux deux bords et si un point fixe existe, alors le point fixe est unique.*

**Théorème 9.** *Si  $\zeta(\mathbf{p})$  est scalable aux deux bords et si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$ .*

**Théorème 10.** *Si le point fixe  $\mathbf{p}^*$  existe, alors tout vecteur de puissances  $\mathbf{p}$  converge vers  $\mathbf{p}^*$  dans le cadre du modèle complètement asynchrone.*

Les trois théorèmes énoncent que, sous la condition d'existence d'un point fixe en termes du vecteur de puissances du réseau, tout algorithme de contrôle de puissance scalable aux deux bords garantit la convergence d'un tel vecteur de puissances vers le point fixe unique. Des ensembles de conditions suffisantes pour l'existence d'un point fixe sont établis par [39]. Par exemple, si la fonction scalable aux deux bords est continue et présente une borne supérieure, il existe un point fixe.

### 2.4.3 Algorithmes OQ-DPC-1 et OQ-DPC-2

Les algorithmes qui entrent dans la catégorie discutée ci-dessus proviennent de la résolution de (2.14) pour  $\zeta_i^B$ . Ceux développés en [41] et [42] appartiennent à cette classe. Ils ont été développés initialement dans un cadre plus restrictif de jeu non-coopératif, où les fonctions d'adaptation du SINR désiré devaient être analytiques, décroissantes, bornées et dérivables pour garantir la stabilité et la convergence de l'algorithme. La caractérisation de la classe d'algorithmes présentée réduit les exigences concernant la fonction du SINR désiré : elle doit être continue, décroissante et bornée.

En [41], la fonction exponentielle décroissante suivante est adoptée comme SINR désiré :

$$f_i^1(p_i) = 10^{(\alpha_1/10)} p_i^{-\beta_1}, \quad (2.19)$$

où les paramètres  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont définis de sorte que  $f_i^1(p_i)$  contient les points  $(p_{\min}, \gamma_{\max}^t)$  et  $(p_{\max}, \gamma_{\min}^t)$ , d'après la discussion de la figure 2.2. L'algorithme résultant est appelé OQ-DPC-1, *Opportunistic QoS Distributed Power Control - 1*. Il est donné par la fonction itérative suivante :

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{\zeta}_i(\mathbf{p}(k)) = \frac{1}{1 + \beta_1} (\alpha_1 - \bar{\mu}_i(\mathbf{p}_{-i}(k))), \quad (2.20)$$

où la représentation avec une barre au dessus d'une grandeur indique des valeurs en dB, comme déjà indiqué au début.

En [42], le SINR désiré adaptatif est une fonction sigmoïde décroissante de la puissance d'émission,

$$f_i^2(p_i) = \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 p_i^2}, \quad (2.21)$$

où les paramètres  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  sont tels que  $f_i^2(p_i)$  contient également les points  $(p_{\min}, \gamma_{\max}^t)$  et  $(p_{\max}, \gamma_{\min}^t)$ . La fonction itérative de l'algorithme OQ-DPC-2 est donc donnée par :

$$\begin{aligned}
 p_i(k+1) = \zeta_i(\mathbf{p}(k)) = & \sqrt[3]{\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))}\right)^2 + \frac{1}{(3\beta_2)^3}}}} \\
 & + \sqrt[3]{\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))} - \sqrt{\left(\frac{\alpha_2}{2\beta_2} \frac{1}{\mu_i(\mathbf{p}_{-i}(k))}\right)^2 + \frac{1}{(3\beta_2)^3}}}}. \tag{2.22}
 \end{aligned}$$

Le fonctionnement opportuniste des algorithmes OQ-DPC-1 et OQ-DPC-2 ainsi que quelques résultats de simulations incluant ces deux algorithmes sont à la Section 5.2.



## Chapitre 3

# Contrôle de puissance d'émission opportuniste à l'aide des outils de l'automatique

Dans une analyse générale, en dépit de la nature dynamique du problème de contrôle de puissance d'un réseau sans fil pour des applications QoS flexible, les approches mentionnées dans le chapitre précédent proviennent de formulations d'optimisation statique. A chaque intervention du contrôle de puissance, la puissance d'émission de tout terminal de communication du réseau est définie comme étant la solution optimale d'un critère instantané utilisant des informations disponibles au même instant.

C'est aussi le cas de la classe d'algorithmes de contrôle de puissance distribué et opportuniste présentée à la Section 2.4. Basée sur la théorie des jeux statiques, la catégorie d'algorithmes est caractérisée par la définition du SINR désiré en fonction de la qualité du lien émetteur-récepteur. En réalité, la qualité du lien de communication est déduite par le niveau de la puissance d'émission correspondante et le SINR désiré est défini comme une fonction de cette variable.

Malgré les avantages de cette classe d'algorithmes sur d'autres approches, comme ceux proposés en [39, 40], elle présente quelques inconvénients ou limitations. Chaque choix de fonction pour le SINR désiré ne correspond qu'à un algorithme de contrôle de puissance. Cela dépend de la résolution d'une équation algébrique comprenant la fonction du SINR désiré, voir (2.14), qui résulte d'expressions de calcul complexe. Un autre aspect est le manque de flexibilité du réglage de la stratégie d'allocation de puissance, car la stratégie, la plus orientée à l'économie d'énergie ou la plus agressive en termes de débit de transmission, est complètement définie par le choix de la fonction d'adaptation du SINR désiré.

L'automatique offre comme alternative un traitement dynamique du problème de contrôle de puissance d'un réseau sans fil pour des applications QoS flexible. Des algorithmes adaptables, efficaces et de faible complexité sont alors développés dans le cadre de la commande

en boucle fermée à travers l'exploitation de formulations appropriées dans l'espace d'état, comme cela a été fait pour des applications QoS fixe en [24, 25, 26, 27]. En outre, des aspects importants comme la robustesse contre les incertitudes de mesure sont traités de façon appropriée.

Dans un travail innovateur [12], des stratégies distribuées sont proposées en conjuguant le contrôle de puissance et de débit d'information dans un réseau de communication sans fil générique. Dans ce cas, un algorithme de contrôle de congestion du réseau est utilisé comme base du modèle dynamique de la QoS désirée (SINR désiré). Ici, le seul objectif est de poursuivre le SINR désiré adaptatif, dérivé d'un algorithme de contrôle de congestion, où des signaux de commande abrupts sont évités. Les solutions viennent de la commande linéaire quadratique gaussienne LQG, *Linear Quadratic Gaussian*, et de la commande  $H_\infty$ , la dernière étant utilisée pour faire face aux incertitudes du modèle.

Dans ce chapitre, nous proposons un cadre de contrôle de puissance d'émission distribué et opportuniste pour des applications QoS flexible à l'aide des outils de l'automatique. Tout d'abord, nous présentons une formulation du problème dans un espace d'état linéaire, permettant l'application des outils classiques de l'automatique. Puis, les commandes en boucle fermée sont utilisées pour répondre aux questions de simplicité de mise en œuvre et de flexibilité opérationnelle. Le comportement opportuniste est induit par la commande  $H_2$  tandis que la robustesse contre les incertitudes de mesure est traitée à travers la commande mixte  $H_2/H_\infty$ . Ces sujets sont étudiés dans les publications [43, 44, 45, 46].

### 3.1 Formulation du problème

Le contrôle de puissance pour des applications exigeant un QoS invariant est caractérisé, dans le cas idéal, par la sélection d'une séquence de puissances  $\{p_i(k)\}$  produisant une séquence de SINR  $\{\gamma_i(k)\}$  au niveau du récepteur qui tendra vers le SINR désiré  $\gamma_i^t$ , pour chaque lien  $i \in \mathcal{M}$ . Les algorithmes de poursuite du SINR désiré préserveront le SINR au récepteur autour de la valeur voulue, malgré les effets induits par la variation temporelle des canaux. Un algorithme générique de poursuite d'une QoS constante est exprimé par :

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k) + (1 - \beta_i)[\bar{\gamma}_i^t - \bar{\gamma}_i(k)], \quad (3.1)$$

où  $\beta_i$  est un coefficient d'adaptation. On peut démontrer que l'algorithme est standard [23] (voir Section 2.2.1) sous la condition  $0 \leq \beta_i < 1$ , ce qui assure la stabilité de l'algorithme et sa convergence vers le point de fonctionnement  $(\bar{p}_i^*, \bar{\gamma}_i^t)$ , où  $\bar{p}_i^* \in [\bar{p}_{\min}, \bar{p}_{\max}]$ .

Dans le cas des applications QoS flexible, le but est de proposer une approche flexible et opportuniste de contrôle de puissance où le SINR désiré, initialement constant, est ajusté selon un critère de performance. Les conditions générales considérées dans la classe d'algorithmes proposée dans la Section 2.4 sont conservées : i) l'algorithme poursuit un SINR désiré, ii) le SINR désiré est adaptatif et défini selon la qualité du lien émetteur-récepteur et iii) la qualité de chaque lien de communication est déduite par le niveau de puissance

d'émission correspondante. Donc, nous associons au SINR un modèle dynamique, ayant comme référence  $\bar{\gamma}_{\max}$ , présenté à la section 2.1.3 comme le seuil maximal au delà duquel aucune amélioration sur la QoS n'est apportée. La dynamique du SINR désiré est dictée par le signal de commande  $u_i(k)$  :

$$\bar{\gamma}_i^t(k+1) = \bar{\gamma}_{\max} + u_i(k). \quad (3.2)$$

De plus, nous utilisons l'algorithme conventionnel (3.1), mais avec le SINR désiré variable dans le temps, d'où :

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k) + (1 - \beta_i)[\bar{\gamma}_i^t(k) - \bar{\gamma}_i(k)]. \quad (3.3)$$

Le modèle de contrôle de puissance avec QoS flexible est bien représenté par (3.2) et (3.3). Il reste à définir un critère de performance induisant l'opportunisme.

Ce critère correspond à l'exploitation de la variation de la qualité des liens de communication pour une utilisation efficace des ressources du réseau. Autrement dit, on doit définir la valeur de la QoS des liens selon leurs conditions de transmission. Par exemple, les liens ayant des gains effectifs de canal plus importants sont autorisés à atteindre des niveaux élevés de SINR, alors que les liens moins favorisés sont contraints de réduire les valeurs de leurs SINR.

En déduisant la qualité du lien de communication par son niveau de puissance d'émission (voir la figure 2.2, Section 2.4.1), les liens dépensant des puissances plus basses sont les plus favorisés, et vice-versa. Cela signifie que le signal de commande  $u_i(k)$  dans (3.2) doit être utilisé pour diminuer le SINR désiré quand des niveaux hauts de puissance d'émission sont observés. D'autre part, si  $u_i(k)$  tend vers zéro, le SINR désiré tend vers  $\bar{\gamma}_{\max}$  et, par conséquent, des niveaux hauts de QoS sont obtenus. Alors, le comportement opportuniste est bien exprimé par le compromis entre l'obtention d'une valeur élevée du SINR et l'atténuation de la puissance d'émission.

Nous représentons le compromis mentionné ci-dessus à travers une formulation d'une commande linéaire minimisant un critère quadratique, où les deux objectifs sont présents dans le critère de performance. Pour exprimer l'objectif d'atténuation de la puissance, une nouvelle variable est introduite,  $\bar{\varepsilon}_i^p(k) = \bar{p}_i(k) - \bar{p}_{\min}$ , donnant l'écart entre la puissance d'émission et sa valeur minimale. Ainsi, la dynamique de la puissance donnée par (3.3) est remplacée par celle de l'écart  $\bar{\varepsilon}_i^p(k)$  :

$$\bar{\varepsilon}_i^p(k+1) = \beta_i \bar{\varepsilon}_i^p(k) + (1 - \beta_i)[\bar{\gamma}_i^t(k) - \bar{\mu}_i(k) - \bar{p}_{\min}]. \quad (3.4)$$

Conformément à (3.2) et (3.4), le compromis entre les deux objectifs est exprimé par le critère quadratique suivant :

$$\min_{u_i(k)} \sum_{k=0}^N \left[ q_i(k) (\bar{\varepsilon}_i^p(k))^2 + r_i(k) u_i^2(k) \right], \quad (3.5)$$

qui est assujéti à (3.2), (3.4) et avec  $q_i(k)$  et  $r_i(k)$  comme pondérations de la synthèse de contrôleur pour chaque  $i \in \mathcal{M}$ . Puisque le compromis est imposé par le rapport entre  $q_i(k)$  et  $r_i(k)$ , nous fixons  $q_i(k) = r_i(k) = 1$ .

Dans cette formulation, la pondération  $r_i(k)$  favorise l'un ou l'autre objectif. L'atténuation de la puissance est renforcée par des valeurs faibles de  $r_i(k)$ . Si  $r_i(k)$  est faible dans le critère (3.5), on donne moins d'importance à la minimisation de  $u_i^2(k)$  qui est l'énergie du signal de commande. Ceci conduit à une conception moins restrictive de  $u_i(k)$  pour aboutir à une minimisation du premier terme  $(\bar{p}_i(k) - \bar{p}_{\min})^2$  en (3.5). D'autre part, selon (3.2), le renforcement de la minimisation de  $u_i^2(k)$  par des valeurs importantes de  $r_i(k)$  mène à un SINR désiré élevé, proche de la borne supérieure  $\bar{\gamma}_{\max}$ .

Quelle que soit la valeur de  $r_i(k)$ , l'allocation de puissance se fait d'une manière opportuniste. Dans le cas de gains effectifs de canal plus importants qui est une situation favorable, on dépense moins de puissance, le premier terme dans le critère multi-objectif (3.5) devenant moins prononcé. Dans ce cas, le deuxième terme du critère qui est la minimisation de  $u_i^2(k)$  prend une importance relative, rendant les valeurs du SINR désiré plus proches de  $\bar{\gamma}_{\max}$ . Dans le cas contraire, la puissance d'émission élevée rend le premier terme de (3.5) plus prononcé, induisant de ce fait une synthèse tournée vers l'économie d'énergie.

Étant donné que la stratégie de commande est la même pour chaque terminal, nous supprimons l'indice  $i$  pour simplifier les notations. Nous introduisons ensuite le vecteur d'état d'ordre deux

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

et le modèle d'état décrit par les équations (3.2) et (3.4) :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k), \quad (3.7)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \beta & (1-\beta) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -(1-\beta) & -(1-\beta) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \text{et } \mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

La commande doit minimiser un critère quadratique, soit :

$$\begin{aligned}
& \min_{u(k)} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q} \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + r(k) u^2(k)] \\
& \text{assujettie à} \quad (3.6) - (3.8) \\
& \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad r(k) > 0.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

On observe que le vecteur d'entrée  $\mathbf{B}_2$  garantit la commandabilité du système (3.6)-(3.8), car la matrice de commandabilité  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$  est de rang plein. Dans le contexte de la commande en boucle fermée,  $\mathbf{w}(k)$  est une entrée exogène composée des constantes  $\bar{\gamma}_{\max}$  et  $\bar{p}_{\min}$  et du gain effectif du canal  $\bar{\mu}(k)$  connu, c'est-à-dire mesuré ou estimé.

Cette formulation rend notre approche indépendante d'un modèle particulier de canal ou d'interférence, car ces grandeurs sont prises en compte en tant qu'entrées exogènes qui sont comprises dans le gain effectif du canal  $\bar{\mu}(k)$ . Les incertitudes sur  $\bar{\mu}(k)$  sont traitées par une approche de commande robuste.

### 3.2 Solution par la commande $H_2$

Le problème posé par (3.9) correspond bien au problème de commande  $H_2$  illustré à la figure 3.1, où  $\mathbf{G}$  est le correcteur  $H_2$  et  $\mathcal{H}$  la forme standard du problème de commande :

$$\mathcal{H} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2 u(k) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{12}(k) u(k), \end{cases} \tag{3.10}$$

où les matrices  $\mathbf{A}, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$  et l'entrée exogène  $\mathbf{w}(k)$  sont données par (3.8). La matrice  $\mathbf{C}_1$  et le vecteur  $\mathbf{D}_{12}$  ont pour expression :

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{1/2}(k) \end{bmatrix}. \tag{3.11}$$

Lorsque nous nous sommes limités aux solutions par retour d'état, les synthèses  $H_2$  et LQR, pour *Linear Quadratic Regulator*, sont équivalentes en raison de la structure particulière du problème. Aux conditions que le vecteur d'état soit complètement disponible et que l'entrée exogène  $\mathbf{w}(k)$  ne corrompe pas la mesure du vecteur d'état, la commande  $H_2$  par retour d'état correspond à la commande LQR, pour tout  $\mathbf{B}_1$  non-identiquement nul, c'est-à-dire que le correcteur  $\mathbf{G}$  stabilisant  $\mathcal{H}$  et minimisant la norme  $H_2$  de la fonction transfert entre  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{z}$  est celui qui minimise la norme  $L_2$  de  $\mathbf{z}$  [47, 48, 49].

Toutes les conditions pour cette équivalence sont satisfaites dans (3.9). Les variables d'état, puissance d'émission et SINR désiré sont disponibles à chaque instant. On considère que l'entrée exogène  $\mathbf{w}(k)$  constituée des constantes  $\bar{\gamma}_{\max}$  et  $\bar{p}_{\min}$  et du gain effectif du canal  $\bar{\mu}(k)$  est aussi disponible. Il faut remarquer que la commande  $H_2$  n'est pas optimale, car l'entrée exogène n'est pas une variable aléatoire gaussienne.

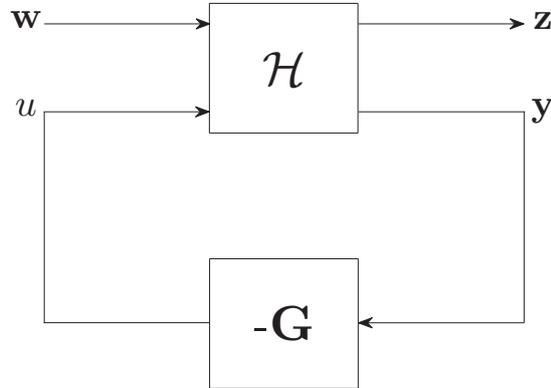


FIGURE 3.1 – Transformation linéaire fractionnelle : système en boucle fermée.

### 3.2.1 Algorithme $H_2$ -DPC

La solution la plus simple pour le problème présenté en (3.9) est obtenue en considérant un horizon infini,  $N \rightarrow \infty$ , où  $r(k) = r$  avec  $r$  constant. Le contrôleur résultant impose une dépendance statique du signal de commande par rapport au vecteur d'état [50] :

$$u(k) = -\mathbf{G} \begin{bmatrix} \bar{e}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

où le gain de retour d'état est donné par :

$$\mathbf{G} = [r + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{A}, \quad (3.13)$$

et  $\mathbf{K}$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati de temps discret DARE suivante, de l'anglais *Discrete-time Algebraic Riccati Equation* :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2 [r + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{A}. \quad (3.14)$$

Dans la suite, nous désignons la procédure composée de (3.6)-(3.8) et (3.12)-(3.14) algorithme  $H_2$ -DPC, pour  $H_2$  *Distributed Power Control*. Il faut noter que  $H_2$ -DPC présente une faible complexité de calcul, car la seule matrice à être inversée est, en fait, scalaire. De plus, les vecteurs et matrices impliqués sont d'ordre deux et les expressions (3.13) et (3.14) ne sont calculées qu'une fois,  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{K}$  étant calculés hors ligne pour des valeurs distinctes de  $r$  puis stockés.

Conformément à la discussion sur le rôle du paramètre  $r$ , il est fondamental de définir des profils différents concernant le compromis entre l'économie d'énergie et l'obtention de

hauts niveaux de QoS. Alors, le choix arbitraire ou subjectif de  $r$  ainsi le fait d'être statique sont considérés comme des limitations de l'algorithme  $H_2$ -DPC.

### 3.2.2 Algorithme A- $H_2$ -DPC

La motivation d'un paramètre  $r(k)$  adaptatif vient de l'intérêt d'un ajustement flexible et d'une mise en œuvre facile de la stratégie d'allocation de puissance. Ceci permet une adaptation plus efficace à des conditions de propagation variées. Normalement, l'adaptation de paramètres dépend des spécificités du système et exige des tests ou des simulations. Néanmoins, pour illustrer les gains de performance potentiels d'un algorithme  $H_2$ -DPC adaptatif nous adoptons une expression simple pour  $r(k)$  :

$$r(k) = \max\{\phi[\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)], \epsilon\}, \quad (3.15)$$

où  $\phi > 0$  est défini par l'utilisateur et/ou le réseau, ce paramètre utilisé pour distinguer les profils d'utilisateur ou les conditions de propagation différents. Des valeurs élevées de  $\phi$  représentent des profils plus agressifs en termes de débit de transmission, c'est-à-dire  $r(k)$  plus élevé, alors que des valeurs faibles favorisent l'économie d'énergie. Le paramètre  $\epsilon > 0$  n'est employé que pour garantir  $r(k) > 0$ . La différence  $\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}(k)$  aide à conserver la transmission dans l'intervalle désiré du SINR : Si le SINR au récepteur  $\bar{\gamma}(k)$  s'éloigne de  $\bar{\gamma}_{\max}$ , alors  $r(k)$  augmente. Par conséquent, le SINR désiré résultant pour l'instant tend à se rapprocher de  $\bar{\gamma}_{\max}$ .

Le paramètre  $r(k)$  exprimé par (3.15) dans le problème présenté en (3.9) exige un contrôleur variable dans le temps. La solution à horizon fini [50, 51] pour (3.9) comprend un gain de retour d'état variable  $\mathbf{G}(k)$  et une équation de Riccati récursive, comme suit :

$$\mathbf{G}(k) = [r(k) + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A}, \quad (3.16)$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(k) = & \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A} + \mathbf{Q} \\ & - \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2 [r(k) + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Cette solution dépend de l'intégration rétrograde en temps de  $\mathbf{K}(k)$ , à partir de la valeur finale  $\mathbf{K}(N) = \mathbf{Q}(N)$  jusqu'à  $\mathbf{K}(1)$ , ce qui exige l'information sur toutes les valeurs de  $r(k)$ . Alors, la solution n'est pas plausible, car les valeurs de  $r(k)$  pour  $k = 1, \dots, N$  ne sont pas disponibles a priori. Au contraire,  $r(k)$  est défini selon les conditions courantes de propagation.

L'algorithme  $H_2$ -DPC adaptatif consiste donc à mettre en œuvre l'algorithme  $H_2$ -DPC (Section 3.2.1) avec une valeur de  $r(k)$  différente à chaque intervalle de transmission  $k$ , selon (3.15). Nous appelons cette procédure algorithme A- $H_2$ -DPC, pour *Adaptive  $H_2$  Distributed Power Control*. Ainsi que pour l'algorithme  $H_2$ -DPC, les vecteurs et matrices impliqués dans

les calculs de A- $H_2$ -DPC sont d'ordre deux et aucune inversion matricielle n'est nécessaire. Cependant, toute la procédure est effectuée à chaque intervalle de transmission  $k$ . C'est le prix de l'ajustement flexible et systématique du compromis présent dans le critère (3.9) à travers une pondération dynamique  $r(k)$ .

### 3.2.3 Algorithme FI- $H_2$ -DPC

Comme alternative à la commande LQR qui est dans notre cas équivalente à la commande  $H_2$  par retour d'état, on profite de la disponibilité de l'entrée exogène pour l'exploiter dans la synthèse de la loi de commande. Ceci nous conduit à la commande  $H_2$  avec information complète [47, 51] dont le signal de commande a comme expression :

$$u(k) = -\mathbf{G} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\gamma}^t(k) \end{bmatrix} - \mathbf{G}_w \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

où le gain de retour d'état  $\mathbf{G}$  est exactement le même que celui de la commande LQR (voir équation (3.13)). Le gain supplémentaire  $\mathbf{G}_w$  associé à l'entrée exogène est donné par :

$$\mathbf{G}_w = [r + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_2]^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K} \mathbf{B}_1. \quad (3.19)$$

Même si cette solution présente un gain supplémentaire  $\mathbf{G}_w$ , il reste que ce dernier est induit par la même matrice  $\mathbf{K}$  que le gain du retour d'état  $\mathbf{G}$ . Ainsi, la difficulté supplémentaire de l'approche  $H_2$  avec information complète par rapport à l'approche LQR n'est pas très importante, car les matrices manipulées restent d'ordre deux et la seule inversion porte sur un scalaire. La procédure composée de (3.6)-(3.8), (3.18) et (3.19), avec  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{K}$  exprimés par (3.13) et (3.14), est nommée algorithme FI- $H_2$ -DPC, pour *Full Information  $H_2$  Distributed Power Control*.

## 3.3 Solution par la commande mixte $H_2/H_\infty$

La Section 3.2 traite de la performance nominale du contrôle de puissance d'émission distribué à travers la commande  $H_2$ . En raison de contraintes, comme le délai dans la boucle du contrôle de puissance et les erreurs de mesure de la qualité du lien émetteur-récepteur, l'information sur cette qualité n'est pas fiable. Comme le contrôle de puissance est basé sur cette information, la robustesse du système contre des incertitudes sur la mesure de la qualité du lien de communication est alors un facteur important.

La commande  $H_\infty$  est l'outil approprié pour répondre aux questions de stabilité et de robustesse. Étant associée à l'optimisation du pire cas, la commande  $H_\infty$  est néanmoins trop conservatrice en termes de performance par rapport à la norme  $H_2$  [47, 48, 51]. Dans le but de rendre complémentaires les commandes  $H_2$  et  $H_\infty$ , nous utilisons la commande mixte  $H_2/H_\infty$  pour proposer des solutions de compromis dans cette section, où la performance

nominale du problème de contrôle de puissance distribué pour des applications QoS flexible sera conjointement considérée avec la robustesse contre l'incertitude sur les mesures de qualité du canal.

L'approche fondée sur la commande mixte  $H_2/H_\infty$  est développée en prenant comme référence la formulation présentée à la Section 3.1. Le modèle (3.10) est modifié pour considérer les incertitudes sur l'information d'état du canal qui est le gain effectif du canal  $\mu(k)$ , exprimé par (2.5). Pour représenter l'incertitude, nous remplaçons le gain effectif du canal dans (3.4) par sa valeur estimée :

$$\bar{\mu}_e(k) = \bar{\mu}(k) + \bar{\delta}_\mu(k), \quad (3.20)$$

où  $\bar{\delta}_\mu$  représente l'incertitude ou l'erreur de mesure.

L'introduction de l'erreur conduit à une nouvelle entrée dans le modèle en espace d'état donné par (3.6)-(3.8). La formulation de transformation linéaire fractionnelle pour le système en boucle fermée en présence d'incertitude est illustrée à la figure 3.2. La forme standard représentée par  $\mathcal{H}$  est décrite par :

$$\mathcal{H} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2u(k) + \mathbf{B}_3\bar{\delta}_\mu(k) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{12}u(k) + \mathbf{D}_{13}\bar{\delta}_\mu(k), \end{cases} \quad (3.21)$$

avec  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$  et  $\mathbf{B}_2$  donnés par (3.8),  $\mathbf{B}_3 = [ (1-\beta) \ 0 ]^T$  et  $\mathbf{w}(k) = [ \bar{\gamma}_{\max} \ \bar{\mu}_e(k) \ \bar{p}_{\min} ]^T$ . Les matrices de sortie exogène sont choisies de manière à conserver les objectifs de la commande LQR dans le critère (3.9), c'est-à-dire minimiser la norme  $L_2$  de  $\mathbf{z}$  :

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{(1/2)}(k) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Pour simplifier la notation dans ce qui suit, nous utilisons la représentation de matrices suivante :  $\mathbf{B}_E = [ \mathbf{B}_3 \ \mathbf{B}_2 ]$  et  $\mathbf{D}_E = [ \mathbf{D}_{13} \ \mathbf{D}_{12} ]$ .

### 3.3.1 Algorithme $H_2/H_\infty$ -DPC

La commande mixte  $H_2/H_\infty$  considérée est le problème de commande  $H_2$  de la Section 3.2 avec une contrainte sur la norme  $H_\infty$  de la fonction transfert entre l'incertitude  $\bar{\delta}_\mu$  et la mesure de performance  $\mathbf{z}$ . La condition de stabilité pour le système en boucle fermée présenté à la figure 3.2 est établie par le théorème du petit gain [47, 48] : si  $\|\Delta\|_\infty \leq \alpha$ ,  $\alpha > 0$ , la stabilité est alors préservée si et seulement si  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < \frac{1}{\alpha}$ . Le Théorème 11 définit le contrôleur statique, pour une optimisation à horizon infini,  $r(k) = r$  et  $r$  constant, par retour d'état stabilisant  $\mathcal{H}$  et minimisant la norme  $H_2$  de la fonction de transfert entre  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{z}$  sous la contrainte de stabilité de la norme  $H_\infty$ .

**Théorème 11.** *Soit le niveau d'atténuation de perturbation  $\alpha > 0$ . La loi de commande par retour d'état  $u(k) = -\mathbf{G}\mathbf{x}(k)$ , telle que l'inégalité  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < \frac{1}{\alpha}$  est satisfaite et la*

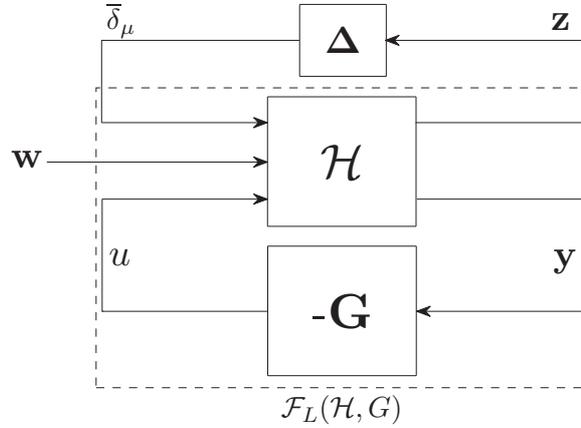


FIGURE 3.2 – Transformation linéaire fractionnelle : système en boucle fermée en présence d'incertitude.

norme  $H_2$  de la fonction transfert entre  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{z}$  est minimisée, existe si et seulement si le gain de retour d'état  $\mathbf{G}$  est donné par :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -\alpha^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{D}_E + \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \right)^{-1} (\mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{D}_E), \quad (3.23)$$

où la matrice symétrique et définie positive  $\mathbf{K}$  est solution de l'équation algébrique de Riccati à temps discret :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - (\mathbf{C}_1^T \mathbf{D}_E + \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E) \left( \begin{bmatrix} -\alpha^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{D}_E + \mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{B}_E \right)^{-1} (\mathbf{B}_E^T \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{D}_E^T \mathbf{C}_1). \quad (3.24)$$

*Démonstration.* Voir les développements basés sur le lemme borné réel pour le contrôleur  $H_\infty$  dans les systèmes linéaires stationnaires en [52, 53] et dans les systèmes variables dans le temps en [54]. L'extension du développement pour le contrôleur mixte  $H_2/H_\infty$  se trouve dans [55].  $\square$

Au lieu de  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < \frac{1}{\alpha}$  dans le Théorème 11, nous considérons  $\|\mathcal{F}_L(\mathcal{H}, G)\|_\infty < 1$  en mettant  $\alpha$  dans le vecteur d'entrée exogène. Ainsi, le nouveau vecteur d'entrée exogène est  $\tilde{\mathbf{B}}_3 = \alpha \mathbf{B}_3$ . Le paramètre  $\alpha$  définit le niveau de robustesse de l'algorithme concernant l'incertitude sur le gain effectif de canal. En fait, ce paramètre détermine le compromis entre les commandes  $H_2$  et  $H_\infty$  : des valeurs faibles de  $\alpha$  réduisent la contrainte sur la norme  $H_\infty$ ,

rendant l'algorithme moins robuste, alors que des valeurs élevées renforcent la robustesse de l'algorithme. Dans le cas extrême où  $\alpha = 0$ , il n'y a aucune contrainte de robustesse et la commande mixte  $H_2/H_\infty$  se réduit à  $H_2$ . Nous appelons la procédure constituée de (3.21)-(3.24) algorithme  $H_2/H_\infty$ -DPC.

### 3.3.2 Algorithme A- $H_2/H_\infty$ -DPC

L'approche robuste décrite ci-dessus réduit la sensibilité de l'algorithme concernant les incertitudes sur le gain effectif de canal. Comme dans le cas de la commande  $H_2$  à la Section 3.2, il est préférable d'avoir le paramètre  $r$  adaptatif dans l'algorithme  $H_2/H_\infty$ -DPC. En plus, le paramètre  $\alpha$ , responsable du niveau de robustesse, est aussi adaptatif. Tout ceci exige un contrôleur variable dans le temps.

Pour des raisons similaires à celles discutées dans la Section 3.2.2 pour la commande  $H_2$ , la solution à horizon fini donnant un contrôleur variable dans le temps pour la commande mixte  $H_2/H_\infty$  n'est pas facile à mettre en œuvre. Nous proposons donc la mise en œuvre de l'algorithme  $H_2/H_\infty$ -DPC (Section 3.3.1) avec une valeur de  $r(k)$  différente à chaque intervalle de transmission  $k$ , adapté selon (3.15). Nous appelons cette procédure algorithme A- $H_2/H_\infty$ -DPC. Le paramètre  $\alpha$  pourrait être aussi adapté à chaque intervalle de transmission. Cet aspect n'a pas fait l'objet de notre étude.



## Chapitre 4

# Contrôle de puissance d'émission opportuniste à l'aide de la théorie des jeux dynamiques

Le contrôle de puissance d'émission opportuniste d'un réseau de communication sans fil est naturellement multi-objectif. Il résulte du compromis entre deux objectifs en conflit : la maximisation du SINR et la minimisation de la puissance d'émission, comme expliqué à la Section 3.1. Comme toute stratégie de contrôle de puissance basée sur la qualité des liens de communications, le contrôle de puissance opportuniste a aussi pour but principal de rendre le SINR au récepteur le plus proche possible du SINR désiré.

Dans le chapitre précédent, nous avons formulé le problème de contrôle de puissance opportuniste de telle sorte que le compromis entre la maximisation du SINR et la minimisation de la puissance d'émission soit bien représenté dans un seul critère quadratique, permettant ainsi l'application des outils de l'automatique linéaire (commandes  $H_2$  et mixte  $H_2/H_\infty$ ). Cependant, l'objectif essentiel qui consiste à minimiser l'écart entre le SINR désiré et le SINR au récepteur  $\bar{\gamma}^t(k) - \bar{\gamma}(k)$  n'apparaît pas dans le critère d'optimisation. En effet, il est vérifié par la dynamique choisie pour l'adaptation de puissance (3.3) qui impose  $\bar{\gamma}(k) = \bar{\gamma}^t(k)$  au point de fonctionnement. L'astuce qui sert à inclure les trois objectifs dans un seul critère permet l'emploi d'un seul signal de commande sur le SINR désiré. Le risque de cette approche est d'obtenir des solutions dégénérées relatives à la poursuite du SINR désiré.

Dans ce chapitre, nous considérons le problème multi-objectif de contrôle de puissance opportuniste comme un problème multi-critère. Le conflit entre les critères, à savoir la maximisation du SINR et la minimisation de la puissance d'émission, a lieu au niveau de chaque utilisateur. En prenant seulement des informations locales ou individuelles, les solutions recherchées restent décentralisées et, en plus, l'objectif essentiel de poursuite du SINR désiré est respecté dans l'approche proposée.

La théorie des jeux dynamiques en temps discret offre un cadre naturel pour traiter les problèmes de décision multi-critère où l'évolution du processus de décision est décrite par des équations aux différences. Dans un premier temps, nous définissons le jeu dynamique à temps discret à 2-joueurs.

**Définition 6** (Jeu dynamique à temps discret à 2-joueurs). *Un jeu dynamique à temps discret à 2-joueurs est caractérisé par :*

- les intervalles de temps discrets,  $k = 0, \dots, N$  ;
- l'ensemble  $\Upsilon = \{1, 2\}$  des joueurs ou agents de décision ;
- les espaces euclidiens de dimensions finies :
  - $\mathbb{X}$ , l'espace d'état ;
  - $\mathbb{U}_i, \forall i \in \Upsilon$ , les espaces des valeurs de commande ;
- une application  $F : (\mathbb{X} \times \mathbb{U}_1 \times \mathbb{U}_2) \rightarrow \mathbb{X}$  définissant l'équation aux différences

$$\mathbf{x}(k+1) = F(\mathbf{x}(k), u_1(k), u_2(k)), \quad u_1(k) \in \mathbb{U}_1, \quad u_2(k) \in \mathbb{U}_2, \quad k = 0, \dots, N;$$

- les espaces de commande ou stratégie  $\mathbb{U}_i, \forall i \in \Upsilon$  ;
- les fonctions aux valeurs réelles, c'est-à-dire critères de performance,  $J_i : (\mathbb{X} \times \mathbb{U}_1 \times \mathbb{U}_2) \rightarrow \mathbb{R}, \forall i \in \Upsilon$ .

Dans ce travail, nous avons choisi d'étudier les jeux dynamiques linéaires-quadratiques non-coopératifs à somme non-nulle. Un jeu de ce type est caractérisé par une dynamique linéaire du vecteur d'état et par des critères de performance quadratiques qui ne sont pas totalement antagonistes, c'est-à-dire à somme non-nulle. Chaque joueur utilise une commande pour optimiser son critère en fonction des informations dont il dispose.

## 4.1 Formulation du problème

Dans cette section nous présentons la formulation du problème de contrôle de puissance d'émission distribué et opportuniste comme un jeu dynamique à temps discret. Puisque le jeu a lieu au niveau de chaque utilisateur et des informations locales ou individuelles sont les seuls à être utilisées, les solutions restent décentralisées. De plus, on simplifie les notations concernant le lien émetteur-récepteur dans le réseau, car toute la procédure est la même pour chaque lien.

Les critères de performance et commandes des joueurs sont définis ensuite. Le Joueur 1 est celui qui minimise la puissance d'émission, sa variable de décision étant le signal de commande  $u_1$ . Le SINR désiré est maximisé par le Joueur 2 qui a comme variable de décision le signal de commande  $u_2$ . On écrit alors leurs critères comme suit :

$$\text{Joueur 1 : } \min_{u_1(k)} \frac{1}{2} a_p (\bar{p}(N) - \bar{p}_{\min})^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ a_p (\bar{p}(k) - \bar{p}_{\min})^2 + r_1 u_1^2(k) \right], \quad (4.1)$$

$$\text{Joueur 2 : } \min_{u_2(k)} \frac{1}{2} (\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}^t(N))^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ a_\gamma (\bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}^t(k))^2 + r_2 u_2^2(k) \right],$$

où  $a_p > 0$  et  $a_\gamma > 0$  sont les pondérations sur les objectifs d'optimisation, alors que  $r_1 > 0$  et  $r_2 > 0$  sont celles sur la puissance des signaux de commande dans chaque critère.  $\bar{p}_{\min}$  et  $\bar{\gamma}_{\max}$  sont respectivement la puissance minimale d'émission et le SINR maximal, selon la discussion de la Section 2.1.3.

Les rôles des pondérations en (4.1) sont évidents. En effet, par rapport aux approches basées sur l'automatique dans le Chapitre 3 où un seul paramètre règle le compromis entre les deux objectifs du contrôle de puissance opportuniste, l'approche multi-critère offre un degré de liberté additionnel. Cette flexibilité est préservée même si nous fixons trois des quatre paramètres de régulation, cela sera confirmé à travers les analyses du Chapitre 5. Nous considérons  $a_p = a_\gamma = 1$  et  $r_2 = 10^{-3}$ , de manière à rester avec un seul paramètre de régulation  $r_1$  dont le rôle est analogue à celui du paramètre  $r$  dans les approches de l'automatique mono-critère ou commande LQR. Il définit le compromis entre la faible consommation de puissance, favorisée par des valeurs faibles de  $r_1$ , et l'obtention d'un haut niveau de QoS, encouragée par des valeurs importantes de  $r_1$ .

Pour conserver la cohérence de l'approche concernant la poursuite du SINR désiré  $\bar{\gamma}^t$  en présence de deux signaux de commande, il faut introduire la variable auxiliaire  $\bar{\gamma}_a^t$ , liée au SINR désiré par l'expression :

$$\bar{\gamma}^t(k) = \bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k). \quad (4.2)$$

Les équations décrivant la dynamique du système s'énoncent comme suit :

$$\bar{p}(k+1) = \bar{p}(k) + (1 - \beta)[\bar{\gamma}_a^t(k) - u_2(k) - \bar{\gamma}(k)], \quad (4.3)$$

$$\bar{\gamma}_a^t(k+1) = \bar{\gamma}_{\max} + u_1(k) + u_2(k). \quad (4.4)$$

De cette façon, l'objectif fondamental de faire tendre  $\bar{\gamma}(k)$  vers  $\bar{\gamma}^t(k)$  au point de fonctionnement est atteint même avec deux signaux de commande.

Le modèle dynamique du système a comme vecteur d'état :

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}^p(k) \\ \bar{\varepsilon}^\gamma(k) \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

où  $\bar{\varepsilon}^p(k) = \bar{p}(k) - \bar{p}_{\min}$  donne l'écart entre la puissance d'émission et sa valeur minimale et  $\bar{\varepsilon}^\gamma(k) = \bar{\gamma}_{\max} - \bar{\gamma}_a^t(k)$  exprime l'écart entre le SINR maximal et la variable auxiliaire  $\bar{\gamma}_a^t(k)$ . Ainsi, la dynamique du système est décrite par :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k), \quad (4.6)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \beta & -(1-\beta) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 1-\beta & -(1-\beta) & -(1-\beta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -(1-\beta) \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \text{et } \mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{\max} \\ \bar{\mu}(k) \\ \bar{p}_{\min} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Le système (4.5)-(4.7) est commandable par chaque joueur, car les matrices de commandabilité  $[\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{A}\mathbf{B}_1]$  et  $[\mathbf{B}_2 \quad \mathbf{A}\mathbf{B}_2]$  sont de rang plein. Les critères de performance des joueurs (4.1) ont ou prennent les formes quadratiques suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Joueur 1 : } \quad & \min_{u_1(k)} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(k) + u_1^T(k) R_1 u_1(k)], \\ & \text{assujetti à } \quad (4.5) - (4.7) \\ & \text{avec } \quad \mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} a_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_1 = r_1. \\ \\ \text{Joueur 2 : } \quad & \min_{u_2(k)} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(k) + u_2^T(k) R_2 u_2(k) + 2\mathbf{x}^T(k) \mathbf{M}_2 u_2(k)], \\ & \text{assujetti à } \quad (4.5) - (4.7) \\ & \text{avec } \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a_\gamma \end{bmatrix}, \quad R_2 = r_2 + a_\gamma, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ a_\gamma \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

L'apparition de termes croisés dans le critère de performance du Joueur 2 est une conséquence de l'introduction de la variable auxiliaire  $\bar{\gamma}_a^t$  dans le vecteur d'état.

## 4.2 Stratégie de Nash

La présence de deux critères en conflit, associée à la décision individuelle des deux joueurs, rend le concept d'optimalité ambigu. La théorie des jeux remplace ce concept par celui d'équilibre. Une stratégie d'équilibre dans un jeu dynamique est caractérisée par

l'absence de motivation de la part de n'importe quel joueur pour dévier de cette stratégie. L'absence d'hierarchie ou de privilèges entre les deux critères impliqués dans le contrôle de puissance opportuniste suggère la stratégie de Nash comme une solution d'équilibre. Dans ce cas, aucun joueur ne réussit à améliorer son critère en modifiant individuellement sa stratégie tant que les autres joueurs appliquent leurs stratégies de Nash. La stratégie de Nash est définie ci-dessous :

**Définition 7** (Stratégie d'équilibre de Nash). *Soit  $(\mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) \in (\mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2)$  une solution d'équilibre de Nash du jeu décrit à la Définition 6. Alors,*

$$\begin{aligned} J_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) &\leq J_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2^N), \quad \forall \mathbf{u}_1 \in \mathcal{U}_1, \\ J_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2^N) &\leq J_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1^N, \mathbf{u}_2), \quad \forall \mathbf{u}_2 \in \mathcal{U}_2. \end{aligned} \quad (4.9)$$

La stratégie adoptée par chaque joueur dépend de la structure d'information. En général, les informations disponibles pour les joueurs incluent leur critère de performance, les équations décrivant la dynamique du système et une mesure de l'état initial du système. Dans le cas linéaire-quadratique, le problème à résoudre est traduit par un ensemble d'équations couplées du type Riccati [56] qui varient en fonction du type de stratégie choisie. Dans les sections suivantes, les solutions de compromis entre les deux critères impliqués dans le contrôle de puissance opportuniste sont obtenues à travers les solutions d'équilibre de Nash avec une structure d'information en boucle ouverte et en boucle fermée.

#### 4.2.1 Solution d'équilibre de Nash en boucle ouverte

Dans un jeu où la structure d'information est en boucle ouverte, les joueurs ne disposent pas de mesures de l'état du système pour évaluer la qualité de la stratégie adoptée. Conventionnellement, les stratégies en boucle ouverte sont obtenues à partir de la connaissance du modèle du système et de l'état initial. Elles sont donc indépendantes des mesures de l'état.

En pratique, l'état peut être exprimé à partir de l'état initial connu et de la matrice de transition du système, permettant ainsi d'écrire une commande en boucle ouverte sous forme de retour d'état. Dans notre cas, l'état est toujours disponible et nous l'utilisons dans notre développement au lieu de l'estimation de l'état obtenue à partir de l'état initial et de la matrice de transition du système. En termes de structure d'information, la stratégie reste en boucle ouverte, car l'information sur l'état du système n'est pas prise en compte dans la conception de la stratégie. Cela veut dire que les joueurs s'engagent à ne pas utiliser les mesures de l'état pour modifier leurs stratégies pendant la durée du jeu.

Nous vérifions ensuite les conditions nécessaires pour une stratégie de Nash en boucle ouverte pour le jeu formulé à la Section 4.1. Les critères avec des termes croisés sont considérés pour compléter le critère du Joueur 2 dans (4.8). Le critère du Joueur 1 est un cas particulier où la matrice des termes croisés est nulle. Nous utilisons la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour passer d'une optimisation sous contraintes à une autre

sans contraintes. Pour  $i, j \in \Upsilon$ ,  $\Upsilon = \{1, 2\}$  et  $j \neq i$ , le coût associé au joueur  $i$  est alors donné par :

$$L_i = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + R_i u_i^2(k) + 2\mathbf{x}^T(k) \mathbf{M}_i u_i(k)] \\ + \sum_{k=0}^{N-1} \boldsymbol{\lambda}_i^T(k+1) [\mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i u_i(k) + \mathbf{B}_j u_j(k) - \mathbf{x}(k+1)], \quad (4.10)$$

où  $\boldsymbol{\lambda}_i$  est le vecteur d'état adjoint. Les conditions nécessaires d'optimalité sont réunies au tableau 4.1. Pour une stratégie en boucle ouverte, chaque décideur optimise son critère sous l'hypothèse que  $\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}$ , tandis que  $\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$  pour une stratégie en boucle fermée.

TABLEAU 4.1 – Conditions nécessaires - stratégie de Nash en boucle ouverte.

Condition 1
$\frac{\partial L_i}{\partial \boldsymbol{\lambda}_i(k+1)} = 0$ $\Rightarrow \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{B}_2 u_2(k); \quad k = 0, \dots, N-1.$
Condition 2
$\frac{\partial L_i}{\partial u_i(k)} = 0$ $\Rightarrow u_i(k) = -R_i^{-1} [\mathbf{M}_i^T \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1)]; \quad k = 0, \dots, N-1.$
Condition 3
$\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0$ $\Rightarrow \boldsymbol{\lambda}_i(k) = \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{M}_i u_i(k) + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1); \quad k = 1, \dots, N-1.$
Condition 4
$\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(N)} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda}_i(N) = \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(N).$

En raison de la linéarité des équations ci-dessus, on suppose que la relation entre les vecteurs d'état et d'état adjoint est linéaire, soit :

$$\boldsymbol{\lambda}_i(k) = \mathbf{K}_i(k)\mathbf{x}(k); \quad i = 1, 2; \quad k = 1, \dots, N, \quad (4.11)$$

ce qui, sous la condition de que  $[\mathbf{I} + \mathbf{B}_1 R_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1(k+1) + \mathbf{B}_2 R_2^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2(k+1)]$  est inversible pour quel que soit le  $k$ , nous amène à la solution suivante :

$$\mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}(k)\mathbf{x}(k), \quad (4.12)$$

où

$$\boldsymbol{\Phi}(k) = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1(k+1) + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2(k+1)]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2], \quad (4.13)$$

avec la matrice identité représentée par  $\mathbf{I}$  et les matrices  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$ ,  $\mathbf{S}'_1$  et  $\mathbf{S}'_2$  exprimées par :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i &= \mathbf{B}_i R_i^{-1} \mathbf{B}_i^T, \\ \mathbf{S}'_i &= \mathbf{B}_i R_i^{-1} \mathbf{M}_i^T, \quad i \in \Upsilon. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Les matrices  $\mathbf{K}_1$  et  $\mathbf{K}_2$  sont solutions des équations couplées de Nash/Riccati en boucle ouverte rétrograde en temps :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1(k) &= \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T + \left( \mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 \right)^T \mathbf{K}_1(k+1) \boldsymbol{\Phi}(k), \\ \mathbf{K}_2(k) &= \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T + \left( \mathbf{A} - \mathbf{S}'_2 \right)^T \mathbf{K}_2(k+1) \boldsymbol{\Phi}(k). \end{aligned} \quad (4.15)$$

La résolution de (4.15) est nécessaire pour le calcul de la stratégie d'équilibre de Nash en boucle ouverte. Sur un horizon de temps infini, les équations de récurrence (4.15) deviennent des équations algébriques couplées de Nash/Riccati en boucle ouverte. Dans le cas particulier sans termes croisés dans les critères, les solutions exactes des équations couplées sont les sous espaces invariants de la matrice associée aux conditions nécessaires pour l'obtention de la stratégie de Nash en boucle ouverte. Les conditions pour obtenir des solutions constantes sont données dans [56]. Cependant, pour le cas général, il est plus facile d'obtenir les solutions des équations couplées par intégration itérative à temps rétrograde à partir des conditions terminales  $\mathbf{K}_1(N) = \mathbf{Q}_1$  et  $\mathbf{K}_2(N) = \mathbf{Q}_2$  dans (4.15), jusqu'aux valeurs convergentes  $\mathbf{K}_1^*$  et  $\mathbf{K}_2^*$ . Ainsi,  $u_1(k)$  et  $u_2(k)$  ont les formes de commandes par retour d'état suivantes, avec le gain d'état constant :

$$\begin{aligned} u_1(k) &= -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \boldsymbol{\Phi}^*] \mathbf{x}(k), \\ u_2(k) &= -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \boldsymbol{\Phi}^*] \mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (4.16)$$

où  $\boldsymbol{\Phi}^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2]$ .

L'algorithme de contrôle de puissance opportuniste utilisant la stratégie de Nash en boucle ouverte (4.16) est nommé OLI-NS-DPC, pour *Open Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control*. Il faut noter que pour une configuration donnée pour un compromis entre les deux critères impliqués dans le contrôle de puissance opportuniste, c'est-à-dire pour une configuration en termes des pondérations  $a_p$ ,  $a_\gamma$ ,  $r_1$  et  $r_2$  en (4.1), les calculs de  $\mathbf{K}_1^*$ ,  $\mathbf{K}_2^*$  et des gains constants de retour d'état des commandes  $u_1(k)$  et  $u_2(k)$  ne sont réalisés qu'une fois. Cela permet le calcul hors ligne pour les configurations distinctes et le stockage de ces valeurs pour une utilisation postérieure, réduisant la complexité du calcul en temps réel.

#### 4.2.2 Solution d'équilibre de Nash en boucle fermée

Ce paragraphe est consacré à la stratégie de Nash en boucle fermée pour le jeu formulé dans la Section 4.1. La structure d'information en boucle fermée permet que les mesures de l'état du système exercent une influence sur la conception de la stratégie de décision des joueurs. Ainsi, à l'inverse de la stratégie en boucle ouverte, celle en boucle fermée garde la relation suivante :  $\frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \neq \mathbf{0}$  avec  $i \in \Upsilon$ .

Nous présentons maintenant les conditions nécessaires pour une stratégie de Nash en boucle fermée. La méthodologie est strictement la même que celle appliquée en boucle ouverte, où le coût associé au joueur  $i$  est aussi donné par  $L_i$ , définie en (4.10). En termes de conditions nécessaires pour la stratégie d'équilibre, la différence entre les deux types de solutions paraît dans la condition  $\frac{\partial L_i}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0$  (Condition 3, voir tableau 4.1). Dans une structure en boucle fermée, cette condition assume la forme suivante, en fonction de  $\frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)}$  et  $\frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)}$ , où  $i, j \in \Upsilon$ ,  $j \neq i$  :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_i(k) = & \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) + \frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} [R_i u_i(k) + \mathbf{M}_i^T \mathbf{x}(k)] + \mathbf{M}_i u_i(k) \\ & + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1) + \frac{\partial u_i(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1) + \frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \mathbf{B}_j^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Après une manipulation algébrique, cette expression se réduit à :

$$\boldsymbol{\lambda}_i(k) = [\mathbf{Q}_i - \mathbf{M}_i R_i^{-1} \mathbf{M}_i^T] \mathbf{x}(k) + \left[ \mathbf{A} + \mathbf{B}_j \frac{\partial u_j(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} - \mathbf{S}'_i \right]^T \boldsymbol{\lambda}_i(k+1), \quad (4.18)$$

avec  $\mathbf{S}'_i$  déjà exprimé en (4.14). Alors, les conditions nécessaires pour une stratégie de Nash en boucle fermée sont celles présentées au tableau 4.1, sauf la Condition 3 qui est remplacée par (4.18).

De la même façon que pour la stratégie en boucle ouverte, on suppose la relation linéaire (4.11) entre les vecteurs d'état et d'états adjoints, ce qui nous amène aussi à la solution (4.12) réécrite ci-dessous

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{x}(k), \quad (4.19)$$

où  $\Phi(k)$  est donné par (4.13). Les matrices  $\mathbf{K}_1$  et  $\mathbf{K}_2$  sont les solutions d'équations couplées du type Riccati différentes de celles données par (4.15). Après quelques manipulations algébriques, on arrive aux équations couplées de Nash/Riccati en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1(k) &= \mathbf{Q}_1 - \mathbf{M}_1 R_1^{-1} \mathbf{M}_1^T + \left( \mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2 \right)^T \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k) \\ &\quad - \Phi^T(k) \mathbf{K}_2(k+1) \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_1(k+1) \Phi(k), \\ \mathbf{K}_2(k) &= \mathbf{Q}_2 - \mathbf{M}_2 R_2^{-1} \mathbf{M}_2^T + \left( \mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2 \right)^T \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k) \\ &\quad - \Phi^T(k) \mathbf{K}_1(k+1) \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_2(k+1) \Phi(k). \end{aligned} \quad (4.20)$$

La résolution de (4.20) est nécessaire pour le calcul de la stratégie d'équilibre de Nash en boucle fermée. Sur un horizon de temps infini, les équations de récurrence de (4.20) deviennent les équations algébriques couplées de Nash/Riccati en boucle fermée. Leurs solutions sont obtenues par intégration itérative en temps rétrograde à partir des conditions terminales  $\mathbf{K}_1(N) = \mathbf{Q}_1$  et  $\mathbf{K}_2(N) = \mathbf{Q}_2$  dans (4.20) jusqu'aux valeurs convergentes  $\mathbf{K}_1^*$  et  $\mathbf{K}_2^*$ . Ainsi,  $u_1(k)$  et  $u_2(k)$  assument les mêmes formes de commandes par retour d'état que pour le cas de la boucle ouverte, réécrites ci-dessous, mais avec  $\mathbf{K}_1^*$  et  $\mathbf{K}_2^*$  distincts :

$$\begin{aligned} u_1(k) &= -R_1^{-1} [\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \\ u_2(k) &= -R_2^{-1} [\mathbf{M}_2^T + \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2^* \Phi^*] \mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (4.21)$$

où encore une fois  $\Phi^* = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1^* + \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2^*]^{-1} [\mathbf{A} - \mathbf{S}'_1 - \mathbf{S}'_2]$ .

L'algorithme de contrôle de puissance opportuniste utilisant la stratégie de Nash en boucle fermée (4.21) est nommé CLI-NS-DPC, de l'anglais *Closed Loop Information - Nash Strategy Distributed Power Control*. Comme dans le cas de la stratégie de Nash en boucle ouverte, il est possible d'effectuer les calculs hors lignes de  $\mathbf{K}_1^*$ ,  $\mathbf{K}_2^*$  et des gains constants de retour d'état des commandes  $u_1(k)$  et  $u_2(k)$  pour des configurations distinctes et de stocker toutes ces valeurs pour les utiliser ultérieurement, en réduisant la complexité de calcul en temps réel.



## Chapitre 5

# Analyse comparative des approches de contrôle de puissance

Cette partie présente quelques analyses comparatives des approches de contrôle de puissance proposées aux Chapitres 2, 3 et 4. Le but est de montrer le caractère opportuniste et la capacité d'attribution de la QoS flexible des algorithmes. Les comparaisons se font par des analyses théoriques et des simulations.

### 5.1 Point de fonctionnement du système

Le fonctionnement du contrôle de puissance dépend des caractéristiques du système et des paramètres-clés des algorithmes. Dans nos modèles, le réseau est caractérisé par les valeurs de puissance minimale et maximale, les valeurs critiques du SINR au récepteur  $\bar{\gamma}_{\min}$  et  $\bar{\gamma}_{\max}$  (voir Section 2.1.3) et par un intervalle typique de valeurs du gain effectif du canal  $\bar{\mu}(k)$ . Puisque tous les algorithmes proposés sont opportunistes, leur fonctionnement est guidé aussi par les conditions de propagation du réseau.

Le point de fonctionnement du système pour les algorithmes appartenant à la catégorie présentée à la Section 2.4 est bien défini par la fonction du SINR désiré. En principe, cette fonction est invariable et établit un compromis entre une faible consommation de puissance et un haut débit de transmission. L'ajustement d'un tel compromis n'est pas possible sans modifier la fonction. D'autre part, les approches provenant de l'automatique et de la théorie des jeux (Chapitres 3 et 4) offrent une flexibilité opérationnelle concernant la modification des stratégies, c'est-à-dire un ajustement du compromis, via les paramètres-clés des algorithmes. Ces paramètres sont le coefficient d'adaptation de puissance  $\beta$  et la pondération  $r$ , dans les approches automatiques, et  $r_1$ , dans celles de la théorie des jeux.

Pour les effets propres à chaque paramètre-clé, on observe que (3.3) et (4.3) fonctionnent comme un filtre, où des valeurs faibles de  $\beta$  induisent une variation rapide de la puissance, alors qu'un filtre passe-bas résulte de  $\beta$  proche de 1. Cependant, les pondérations  $r$  et  $r_1$

déterminent le compromis entre une faible consommation de puissance et un haut débit de transmission.

L'action des signaux de commande  $u(k)$  au Chapitre 3 et  $u_1(k)$  et  $u_2(k)$  au Chapitre 4 sert à modifier le point de fonctionnement du système en termes du SINR désiré et de la puissance d'émission. Du moment que les valeurs des signaux de commande sont induites par le choix des paramètres  $\beta$  et  $r$  ou  $r_1$ , le contrôle de puissance balaye une gamme importante de points de fonctionnement par ces choix. L'influence conjointe de  $\beta$  et du paramètre de pondération sur le SINR désiré au point de fonctionnement du système  $\bar{\gamma}^{t*}$  est illustrée à la figure 5.1 pour une condition de propagation donnée. Les courbes du SINR désiré au point de fonctionnement sont tracées pour  $\beta = 0,3$  (figure 5.1(a)) et  $\beta = 0,5$  (figure 5.1(b)), en fonction du paramètre de pondération  $r$  ou  $r_1$  correspondant à chaque algorithme. Nous évaluons les algorithmes  $H_2$ -DPC (Section 3.2.1), FI- $H_2$ -DPC (Section 3.2.3),  $H_2/H_\infty$ -DPC (Section 3.3.1), OLI-NS-DPC (Section 4.2.1) et CLI-NS-DPC (Section 4.2.2).

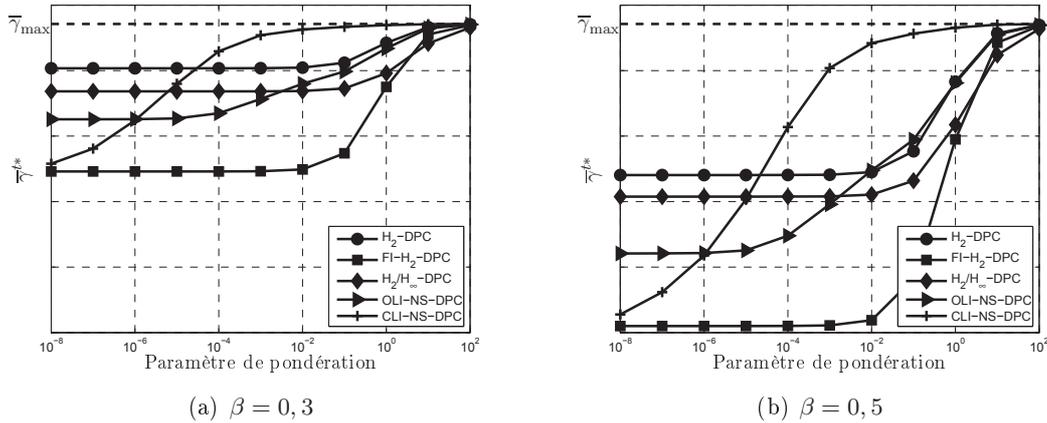


FIGURE 5.1 – SINR désiré au point de fonctionnement  $\bar{\gamma}^{t*}$  induit par les algorithmes de contrôle de puissance  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC.

Quelques remarques sont valables pour toutes les approches de commande. Les valeurs élevées de  $\beta$  permettent en effet la couverture d'une gamme plus importante du SINR désiré  $\bar{\gamma}^{t*}$ . Cela signifie une flexibilité plus grande pour l'attribution de la QoS selon le choix du paramètre de pondération. Cependant, tous les algorithmes présentent des limitations concernant cette flexibilité. Nous vérifions aussi que les affirmations sur le rôle des pondérations  $r$  et  $r_1$  sont confirmées. Ainsi, des valeurs élevées du paramètre de pondération induisent  $\bar{\gamma}^{t*} \rightarrow \bar{\gamma}_{\max}$ , ce qui traduit un effort dans l'amélioration du débit de transmission.

En s'appuyant sur  $H_2$ -DPC comme référence, la comparaison entre les algorithmes révèle que tous les autres algorithmes apportent une flexibilité additionnelle sur l'attribution de la QoS. Les algorithmes offrant plus de flexibilité sont le FI- $H_2$ -DPC qui utilise l'information sur l'entrée exogène et le CLI-NS-DPC. Les deux sont suivis de l'OLI-NS-DPC

et de l'algorithme robuste  $H_2/H_\infty$ -DPC. En dépit des différences entre les algorithmes concernant l'attribution de la QoS, avec un bon choix des paramètres  $\beta$  et  $r$  ou  $r_1$ , on obtient le même SINR quel que soit l'algorithme. L'avantage d'appliquer des algorithmes plus flexibles en termes d'attribution de la QoS se trouve dans la possibilité de travailler autour d'un point de fonctionnement avec une valeur de  $\beta$  plus faible qui correspond aux adaptations de puissance plus rapides, aspect important pour la poursuite du SINR désiré.

## 5.2 Simulations

Dans cette section, nous discutons les résultats de simulations illustrant le caractère opportuniste des algorithmes. Quelques mesures de performance globales du réseau sont aussi considérées dans l'évaluation comparative des algorithmes. Avant tout, nous présentons le modèle standard de simulation.

### 5.2.1 Modèle de simulation

Le logiciel Matlab<sup>®</sup> est utilisé pour développer un simulateur numérique d'un système générique de communication sans fil décrit par un nœud central et plusieurs terminaux d'émission co-canal. Le modèle standard de simulation est décrit ci-dessous, où chaque émetteur ajuste sa puissance d'une façon décentralisée, en employant un des algorithmes développés.

Les positions des émetteurs sont distribuées uniformément sur une surface de 200 mètres de rayon. Les phénomènes de propagation des signaux sont bien représentés selon le modèle du gain de canal donné à la Section 2.1.1. Spécifiquement, la perte de trajet est  $\overline{PL}(d) = 129 + 35 \log_{10}(d)$ , où  $d$  est la distance en km entre le terminal émetteur et le nœud central. L'écart type de la variable aléatoire de moyenne nulle représentant l'évanouissement lent est de 7 dB. L'évanouissement rapide, du type Rayleigh, est mis en œuvre selon le modèle de Jakes [13], avec l'étalement Doppler maximal de 20 Hz.

Les valeurs typiques des réseaux cellulaires WCDMA sont adoptées pour la bande de fréquence, la fréquence du contrôle de puissance et pour les valeurs minimale et maximale de puissance d'émission. La bande de fréquence est de 2 GHz, alors qu'une commande d'ajustement de la puissance d'émission se produit à chaque 0,667 ms, de façon que les niveaux de puissance restent entre -49 dBm et 21 dBm. La relation entre le débit de transmission et le SINR donné par (2.9) est calculée pour  $W = 5$  MHz et  $\kappa = 0,0789$ , ce dernier étant une conséquence d'un schéma de modulation adaptative QAM dans un canal du type Rayleigh avec BER de  $10^{-2}$  [15]. La région d'opération du SINR au récepteur est déterminée par  $[\overline{\gamma}_{\min}, \overline{\gamma}_{\max}] = [-17, 73; -6, 44]$  dB, ce qui fournit des débits de transmission entre 9,6 et 128 kbps. On assume que le tampon de transmission est rempli, c'est-à-dire que tous les terminaux ont, en principe, de l'information à transmettre. Cependant, un mécanisme de contrôle d'admission est employé là où le terminal interrompt la transmission quand le gain

effectif du canal est tel que même l'emploi de la puissance maximale ne permet pas que le SINR désiré soit atteint au récepteur.

Les évaluations de performance sont données par le niveau du débit global de transmission, c'est-à-dire la quantité d'information transmise dans le réseau, et par une utilisation juste des ressources du réseau, traduite par la probabilité d'interruption de transmission  $\Pr\{\gamma < \gamma_{\min}\}$ . Une mesure d'erreur de poursuite du SINR désiré est aussi considérée :

$$\bar{e}_{\text{SINR}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\bar{\gamma}_j^t(k) - \bar{\gamma}_j(k)| \right\}, \quad (5.1)$$

où  $M$  et  $N$  sont respectivement les nombres de terminaux et d'échantillon. Toutes ces mesures sont obtenues comme la moyenne sur mille réalisations de 200 ms de fonctionnement du réseau, ce qui est équivalent à 320 intervalles de transmission. Les simulations permettent des comparaisons qualitatives des algorithmes, puisqu'ils sont tous soumis aux mêmes gains des canaux.

## 5.2.2 Caractère opportuniste des algorithmes proposés

Pour illustrer le comportement opportuniste des algorithmes proposés, nous traçons à la figure 5.2 les courbes donnant l'évolution temporelle du gain effectif du canal  $\bar{\mu}$ , de la puissance d'émission  $\bar{p}$  et du SINR désiré  $\bar{\gamma}^t$  pour un utilisateur du réseau qui comporte dix utilisateurs co-canaux. Tous les algorithmes proposés sont réalisés pour  $\beta = 0,7$  : deux provenant de la catégorie d'algorithmes développée à la Section 2.4, OQ-DPC-1 et OQ-DPC-2, des algorithmes provenant de la commande  $H_2$ ,  $H_2$ -DPC (Section 3.2.1), sa version adaptative A- $H_2$ -DPC (Section 3.2.2), et FI- $H_2$ -DPC, des algorithmes robustes  $H_2/H_\infty$ -DPC (Section 3.3.1) et A- $H_2/H_\infty$ -DPC (Section 3.3.2) et, finalement, les algorithmes provenant des approches de la théorie des jeux, l'OLI-NS-DPC (Section 4.2.1) et CLI-NS-DPC (Section 4.2.2).

En conformité avec les discussions antérieures sur l'opportunisme, le comportement observé pour tous les algorithmes est le suivant : si la situation devient plus favorable, pour un gain effectif du canal élevé, le SINR désiré et, par conséquent, le SINR reçu croissent en même temps que la puissance d'émission diminue. De plus, le rôle du paramètre de pondération  $r$  ou  $r_1$  est bien notable : une grande valeur implique des niveaux aussi élevés du SINR et de la puissance. L'utilisation de puissance en moins par des configurations avec la pondération faible explique les niveaux plus hauts du gain effectif de canal, ce qui veut dire qu'on a des niveaux plus faibles d'interférence dans le réseau.

À titre de remarque, l'OQ-DPC-2 à la figure 5.2(a) présente un comportement hétérogène en raison de l'agressivité de sa fonction du SINR désiré concernant l'obtention de hauts niveaux de QoS. Ceci explique la variation réduite du SINR désiré de cet algorithme qui reste plutôt proche du SINR maximal  $\bar{\gamma}_{\max}$  malgré la variation des conditions de propagation. Une évolution brusque du SINR désiré est en plus observée à la figure 5.2(e) pour les algorithmes adaptatifs A- $H_2$ -DPC et A- $H_2/H_\infty$ -DPC. Cela révèle le besoin d'un

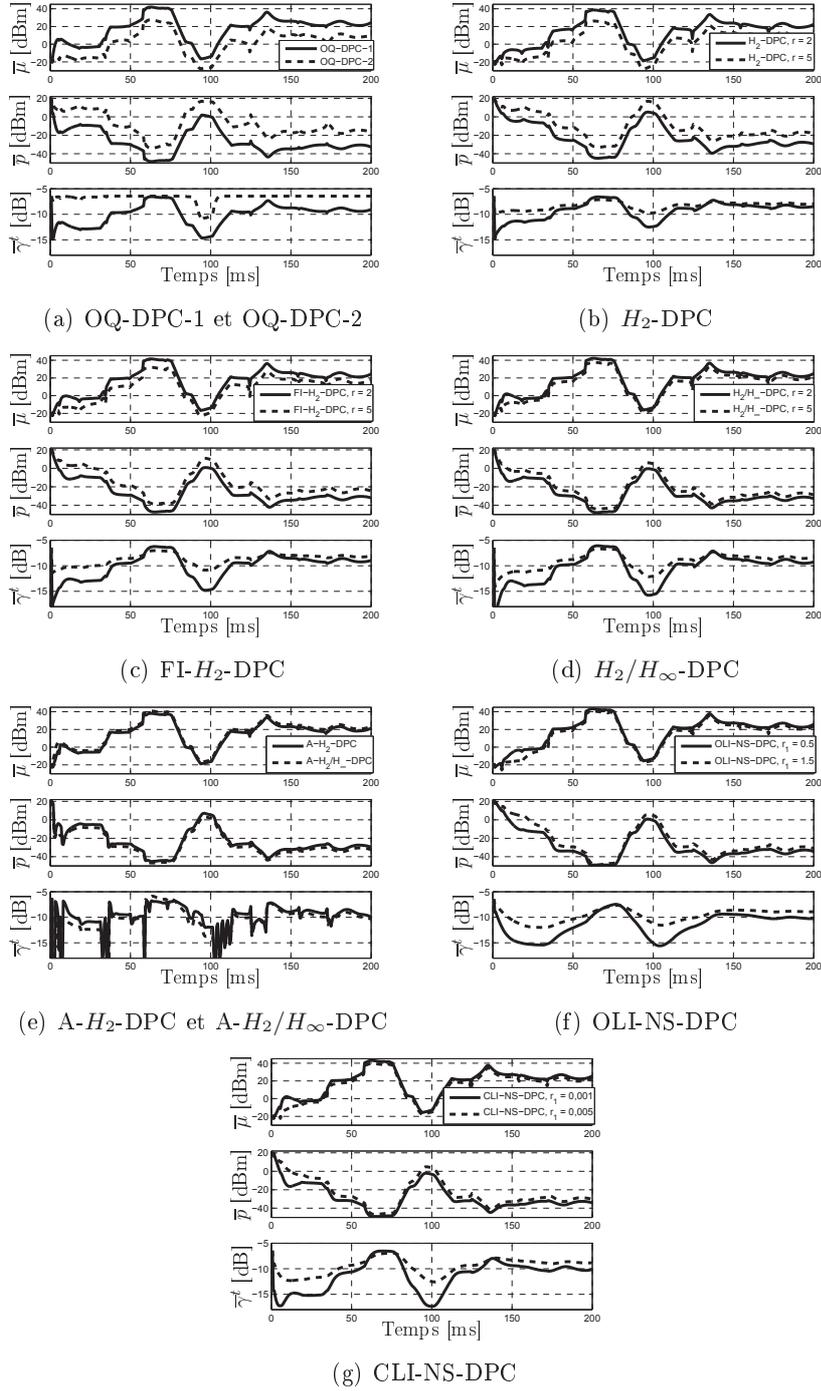


FIGURE 5.2 – Échantillon de l'évolution du gain effectif du canal ( $\bar{\mu}$ ), de la puissance d'émission ( $\bar{p}$ ) et du SINR désiré ( $\bar{\gamma}^t$ ) pour un utilisateur du réseau.

raffinement de la règle d'adaptation du paramètre  $r(k)$ , proposée à titre d'illustration à la Section 3.2.2.

### 5.2.3 Évaluation de performance

Nous évaluons tout d'abord la classe d'algorithmes proposée dans la Section 2.4, représentée par les algorithmes OQ-DPC-1 et OQ-DPC-2. Ils sont comparés aux algorithmes OPC et OPC-F [39, 40] de la Section 2.3.2. Les résultats discutés par la suite ont été publiés dans [10]. Les simulations réalisées présentent quelques paramètres légèrement différents de ceux définis à la Section 5.2.1, comme par exemple le facteur de perte  $\kappa$  (0,5), la bande passante (1,25 MHz) et le temps de fonctionnement du réseau observé (5 s). La figure 5.3 illustre le débit global de transmission (voir figure 5.3(a)) et la probabilité d'interruption de transmission (cf. figure 5.3(b)) des quatre algorithmes pour différentes charges du réseau, où les configurations choisies pour l'OPC et l'OPC-F sont celles qui fournissent les meilleurs débits de transmission.

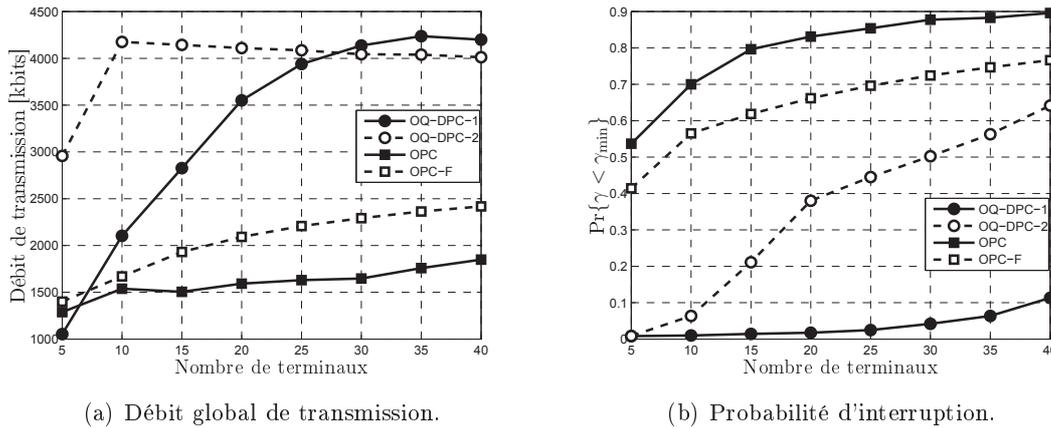


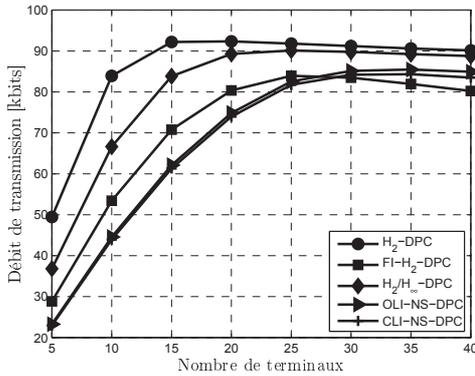
FIGURE 5.3 – Débit global et probabilité d'interruption de transmission pour 5 secondes de fonctionnement du réseau pour les algorithmes OQ-DPC-1, OQ-DPC-2, OPC et OPC-F.

La faible performance des algorithmes OPC et OPC-F s'explique par leur ignorance des QoS des liens de communication. Ceci produit des niveaux d'interférences excessivement hauts quand le débit de transmission est déjà saturé. D'un autre côté, on est sujet à une déperdition de ressources si la puissance d'émission n'est pas suffisante pour établir une communication acceptable. Les deux cas ne sont pas détectables par l'OPC et l'OPC-F. Par rapport à l'OPC, la meilleure performance de l'OPC-F résulte de son mécanisme d'amélioration du partage équitable des ressources entre les utilisateurs.

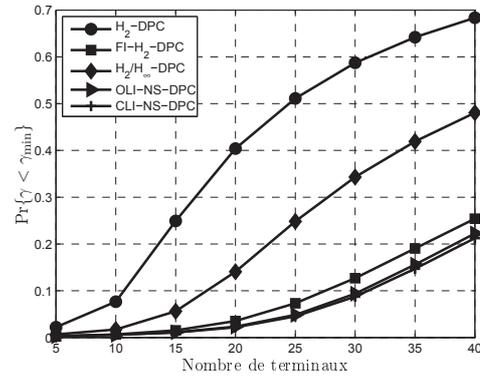
En revanche, les algorithmes appartenant à la classe proposée associent l'efficacité d'utilisation des ressources à la satisfaction de contraintes essentielles de QoS, puisqu'ils fonctionnent dans une région prédéterminée de QoS. L'OQ-DPC-2 fournit des niveaux hauts

de débit de transmission, avec l'inconvénient d'une probabilité d'interruption rapidement croissante avec la charge du système, c'est-à-dire le nombre d'utilisateurs. L'OQ-DPC-1 conserve toujours la probabilité d'interruption à des niveaux très bas et offre des débits globaux de transmission élevés pour les systèmes chargés.

On fait maintenant une évaluation des algorithmes provenant des approches automatique et théorie des jeux. Parmi plusieurs scénarios et évaluations possibles, nous choisissons une valeur faible pour le paramètre  $\beta$  (0, 3), envisageant ainsi des adaptations de puissance rapides. La configuration choisie pour chaque algorithme est celle qui fournit la meilleure performance en termes de probabilité d'interruption. Nous évaluons les algorithmes  $H_2$ -DPC (Section 3.2.1), FI- $H_2$ -DPC (Section 3.2.3),  $H_2/H_\infty$ -DPC (Section 3.3.1), OLI-NS-DPC (Section 4.2.1) et CLI-NS-DPC (Section 4.2.2). La figure 5.4 présente les courbes de débit global (figure 5.4(a)) et de probabilité d'interruption de transmission (figure 5.4(b)) pour différentes charges du réseau.



(a) Débit global de transmission.



(b) Probabilité d'interruption.

FIGURE 5.4 – Débit global et probabilité d'interruption de transmission pour 200 millisecondes de fonctionnement du réseau pour les algorithmes  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC.

On observe que les algorithmes  $H_2$ -DPC et  $H_2/H_\infty$ -DPC atteignent des niveaux de débit de transmission plus hauts mais, en même temps, leurs probabilités d'interruption sont très élevées, surtout avec l'augmentation de la charge du réseau. Cela est dû à la détérioration de la flexibilité d'attribution de la QoS avec une valeur du paramètre  $\beta$  faible (voir figure 5.1). Les algorithmes FI- $H_2$ -DPC, OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC, plus flexibles, sont capables d'attribuer la QoS de manière à obtenir des niveaux de probabilité d'interruption de transmission plus faible, ce qui induit un débit de transmission légèrement plus bas.

La comparaison entre les trois derniers algorithmes met en évidence l'importance de la dynamique imposée par chaque solution. En conformité avec l'analyse de flexibilité du point de fonctionnement de la figure 5.1, le FI- $H_2$ -DPC offre une gamme plus importante

de valeurs du SINR désiré. Cependant, les commandes résultantes de OLI-NS-DPC et en particulier de CLI-NS-DPC sont plus performantes en termes de probabilité d'interruption et de débit de transmission pour les réseaux à fortes charges.

Nous finissons l'analyse comparative des algorithmes provenant des approches automatique et théorie des jeux par l'évaluation de l'erreur de poursuite du SINR désiré, dont les courbes sont exposées à la figure 5.5. Les configurations des algorithmes sont celles fournissant la meilleure performance en termes de probabilité d'interruption en absence d'incertitudes de mesure. La figure 5.5(a) donne les courbes d'erreur de poursuite du SINR désiré avec une connaissance parfaite du gain effectif de canal, alors que les mêmes courbes, bien qu'obtenues en présence d'incertitudes de mesure uniformément distribuées entre  $\pm 3$  dB, sont présentées à la figure 5.5(b).

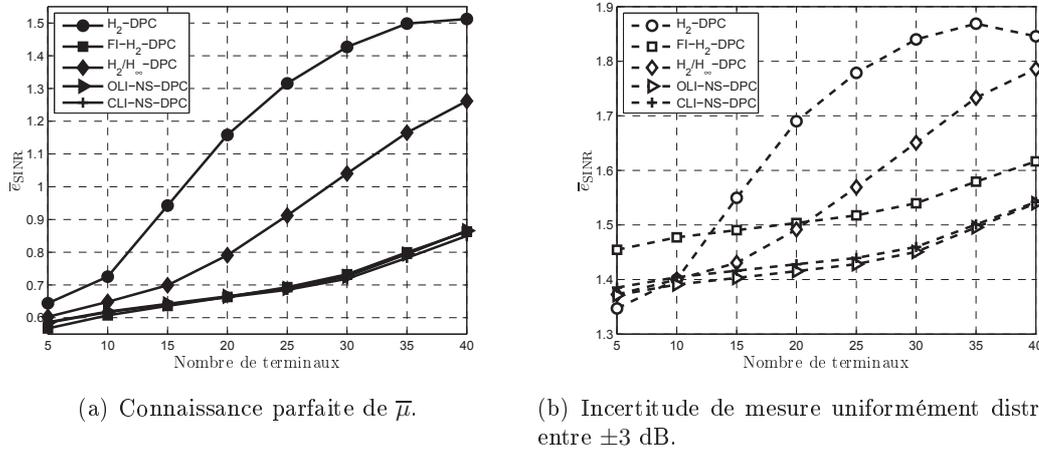


FIGURE 5.5 – Module de l'erreur d'asservissement du SINR pour 200 ms de fonctionnement du réseau pour les algorithmes  $H_2$ -DPC, FI- $H_2$ -DPC,  $H_2/H_\infty$ -DPC, OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC.

Dans le cas d'une connaissance parfaite du gain effectif de canal, la performance des algorithmes en termes d'erreur de poursuite du SINR désiré (figure 5.5(a)) est complètement en conformité avec celle concernant la probabilité d'interruption de transmission (figure 5.4(b)). Ainsi, on peut remarquer que le manque de flexibilité sur l'attribution de la QoS des algorithmes  $H_2$ -DPC et  $H_2/H_\infty$ -DPC, c'est-à-dire un débit de transmission lié à une politique agressive en termes de débit de transmission, conduit à des niveaux d'erreur importants comme le montre la figure 5.5(a), surtout pour des niveaux élevés de charge. D'un autre côté, les algorithmes FI- $H_2$ -DPC, OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC présentent des niveaux d'erreur bas presque identiques.

Malgré les niveaux différents du SINR désiré définis par les algorithmes, il est possible de faire une évaluation relative de leur sensibilité aux incertitudes de mesure. La comparaison entre les figures 5.5(a) et 5.5(b) montre que les algorithmes  $H_2$ -DPC et  $H_2/H_\infty$ -DPC sont

---

moins sensibles aux incertitudes de mesure que tous les autres algorithmes, c'est-à-dire que la dégénérescence de performance de  $H_2$ -DPC et de  $H_2/H_\infty$ -DPC en présence d'incertitudes de mesure est plus faible que celle des autres algorithmes. De plus, FI- $H_2$ -DPC est le plus sensible, ce qui s'explique par l'utilisation de l'information sur le gain effectif de canal pour la synthèse du correcteur. Les algorithmes OLI-NS-DPC et CLI-NS-DPC présentent un comportement similaire.



## Chapitre 6

# Égalisation de canal par une analyse du retard d'égalisation basée sur la théorie des jeux

Le problème d'égalisation de canaux de communication est parmi les plus classiques et les plus importants en traitement du signal. Néanmoins, certains aspects demeurent au niveau des conjectures, comme le choix du retard d'égalisation. Il n'y a pas une expression analytique pour le retard d'égalisation optimal [57]. Un choix raisonnable est possible avec la connaissance de la nature du canal, c'est-à-dire un canal à phase minimale ou maximale. En absence d'une telle information, le retard d'égalisation est choisi de manière heuristique, l'initialisation "center-spike" [58] étant un exemple. Ce chapitre est consacré à une analyse du retard d'égalisation dans le cadre de la théorie des jeux non-coopératifs.

Dans une modélisation à temps discret, le canal aussi bien que l'égaliseur sont considérés, dans la plupart des cas, comme des filtres numériques à réponse impulsionnelle finie FIR, de l'anglais *Finite Impulse Response*, de sorte que le signal au récepteur est exprimé par :

$$x(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)s(n-k) + b(n), \quad (6.1)$$

où  $\{s(n)\}$  est le signal transmis,  $\{h(n)\}$  est la séquence des éléments de la réponse impulsionnelle du canal et  $b(n)$  représente le bruit blanc additif de variance  $\sigma_b^2$ . L'unité de temps discret est indiquée par les entiers  $n$  et  $k$ . Les longueurs du canal et de l'égaliseur sont respectivement  $M$  et  $N$ ,  $N \geq M$ . Si on pose  $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ \cdots \ x(n-N+1)]^T$ , il vient que :

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n), \quad (6.2)$$

où  $\mathbf{H}$  est dite la matrice de convolution du canal, donnée par :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{h}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{h}^T \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

avec  $\mathbf{h} = [h(0) \ \cdots \ h(M-1)]^T$ . Les vecteurs  $\mathbf{s}(n)$  et  $\mathbf{b}(n)$  ont les formes suivantes :

$$\mathbf{s}(n) = \begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ \vdots \\ s(n-N-M+2) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}(n) = \begin{bmatrix} b(n) \\ b(n-1) \\ \vdots \\ b(n-N-M+2) \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

A la sortie de l'égaliseur, on trouve le signal  $y(n)$  donné par :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w(k)x(n-k) \quad (6.5)$$

où  $\mathbf{w} = [w(0) \ \cdots \ w(N-1)]^T$  est le vecteur des coefficients de l'égaliseur.

L'égaliseur est optimal au sens de Wiener quand il minimise l'erreur quadratique moyenne MSE, *Mean Squared Error*, entre les signaux récupérés  $y$  et transmis  $s$ , soit [59] :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_o &= \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbb{E} \left\{ [s(n-l) - y(n)]^2 \right\} \\ &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}, \end{aligned} \quad (6.6)$$

où  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  représente l'opérateur espérance mathématique,  $\mathbf{w}_o$  est l'égaliseur optimal,  $\mathbf{R}$  dénote la matrice d'autocorrélation du signal reçu  $\mathbf{x}(n)$  et  $\mathbf{p}$  est le vecteur de corrélation entre  $\mathbf{x}(n)$  et le signal transmis  $s(n-l)$ ,  $l$  étant le retard d'égalisation. Il est donc clair que différentes solutions de Wiener sont obtenues selon le choix du retard. En effet, le critère de Wiener est multimodal par rapport aux paramètres  $\mathbf{w}$  et  $l$  [60] et chaque solution de Wiener est associée à une MSE résiduelle donnée par [59] :

$$J_{\text{Wiener}} = \sigma_s^2 - \mathbf{p}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}, \quad (6.7)$$

où  $\sigma_s^2$  dénote la puissance du signal transmis. Il est pratique de réécrire (6.7) en exprimant  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{p}$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbb{E} \left\{ [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)] [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)]^T \right\} \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{H}\mathbf{H}^T + \sigma_b^2 \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

et

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= \mathbb{E} \{ [\mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)] s(n-l) \} \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{H}\mathbf{e}_l,\end{aligned}\tag{6.9}$$

où  $\mathbf{I}$  dénote la matrice identité avec les dimensions appropriées et  $\mathbf{e}_l = [0 \ \cdots \ 1 \ \cdots \ 0]^T$  est un vecteur colonne de zéros, sauf le  $(l+1)^{\text{ème}}$  élément qui vaut 1. Ainsi, en négligeant le bruit, c'est à dire  $\sigma_b^2 = 0$ , l'équation (6.7) devient

$$J(l, \mathbf{H}) = \sigma_s^2 \left( 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right),\tag{6.10}$$

où la MSE résiduelle de l'égaliseur de Wiener est représentée en fonction de la matrice de convolution du canal  $\mathbf{H}$  et du retard d'égalisation  $l$ .

En minimisant la MSE (6.6), l'égaliseur de Wiener tend à compenser les effets du canal sur le signal transmis, tout en prenant aussi en compte le bruit. En effet, en l'absence de bruit, il est facile de montrer que, pour une longueur  $N$  donnée,  $\mathbf{w}_o$  fournit la meilleure approximation FIR d'un filtre inverse du canal. Autrement dit, l'égaliseur et le canal ont des rôles antagonistes. Ceci nous pousse à les étudier à l'aide de la théorie des jeux non-coopératifs qui est un outil d'optimisation et d'analyse issu de l'étude de conflits d'intérêts.

## 6.1 Analyse générale

La question d'intérêt est la suivante : en absence d'information sur la nature du canal, quel retard d'égalisation doit-on choisir ? Pour traiter ce problème, nous proposons une approche du "pire cas" à travers la théorie des jeux non-coopératifs à somme-nulle, où les deux joueurs, strictement antagonistes, sont le récepteur et la "nature malicieuse". La fonction coût du jeu est l'erreur quadratique moyenne MSE résiduelle de l'égaliseur de Wiener  $J(l, \mathbf{H})$  donnée par (6.10), où la puissance du signal transmis est considérée unitaire sans perte de généralité  $\sigma_s^2 = 1$ . Alors, le récepteur veut minimiser  $J(l, \mathbf{H})$  en choisissant un retard  $l \in \mathcal{L}$ , où  $\mathcal{L}$  est l'ensemble des retards d'égalisation possibles. En revanche, avec la notion du pire cas, la "nature malicieuse" choisit un canal  $\mathbf{H} \in \mathcal{H}$  pour maximiser  $J(l, \mathbf{H})$ , où  $\mathcal{H}$  est l'ensemble des canaux possibles. Naturellement,

$$\mathcal{L} = \{l \in \mathbb{Z} : 0 \leq l \leq M + N - 2\}\tag{6.11}$$

et

$$\mathcal{H} = \left\{ \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times (M+N-1)} : \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{h}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{h}^T \end{bmatrix}, \right. \quad (6.12)$$

$$\left. \text{avec } \mathbf{h} = [ h(0) \quad \cdots \quad h(M-1) ]^T \right\}.$$

La contrainte de norme positive  $\|\mathbf{h}\|_2 > 0$  est ajoutée pour éviter la solution triviale  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$  de la part de la “nature malicieuse”.

La structure d'information du jeu décrit ci-dessus définit des problèmes distincts. Si les joueurs décident au même moment, c'est à dire sans information partagée, les problèmes minimax et maximin sont équivalents. il peut exister un équilibre de Nash  $(l^N, \mathbf{H}^N)$ , aussi nommé point de selle, satisfaisant les deux joueurs en même temps, soit :

$$J(l^N, \mathbf{H}) \leq J(l^N, \mathbf{H}^N) \leq J(l, \mathbf{H}^N). \quad (6.13)$$

D'un autre côté, le jeu où un joueur agit en étant au courant de l'action de son adversaire présente une sorte d'hierarchie dans le processus de décision : c'est un jeu de Stackelberg [30, 31] dont nous allons analyser deux cas. Dans le premier, la “nature” maximiseur agit avant le récepteur minimiseur. Ainsi, le récepteur dispose de l'information sur le canal pour décider du retard d'égalisation optimal. Ceci permet l'étude d'une stratégie d'assurance pour la “nature malicieuse”, en tenant en compte que la décision du récepteur sera optimale. Cette stratégie d'assurance résulte du problème maximin suivant :

$$\max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \min_{l \in \mathcal{L}} \left\{ J(l, \mathbf{H}) = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\}, \quad (6.14)$$

dont la solution d'équilibre de Stackelberg associée  $(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*)$  est caractérisée par :

$$J(l^*(\mathbf{H}), \mathbf{H}) \leq J(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*) \leq J(l(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*). \quad (6.15)$$

L'hierarchie est échangée dans le deuxième jeu : le récepteur agit avant la “nature” qui dispose de l'information sur le retard d'égalisation choisi pour décider le canal de pire cas qui maximise la MSE résiduelle. Dans ce cas, on cherche une stratégie d'assurance pour le récepteur qui résulte du problème minimax suivant :

$$\min_{l \in \mathcal{L}} \max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \left\{ J(l, \mathbf{H}) = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\}, \quad (6.16)$$

dont la solution d'équilibre de Stackelberg associée  $(l^*, \mathbf{H}^*(l^*))$  est caractérisée par :

$$J(l^*, \mathbf{H}(l^*)) \leq J(l^*, \mathbf{H}^*(l^*)) \leq J(l, \mathbf{H}^*(l)). \quad (6.17)$$

Les deux jeux de Stackelberg sont analysés par la suite. Les stratégies d'assurance de la "nature malicieuse" et du récepteur nous révèlent, d'un côté, des propriétés des canaux plus problématiques dans le contexte de l'égalisation et, de l'autre, des résultats concernant le choix du retard d'égalisation en absence d'information sur le canal. La solution de Nash est discutée dans une étude de cas à la Section 6.2.

### 6.1.1 Stratégie d'assurance de la "nature malicieuse"

La stratégie d'assurance de la "nature malicieuse" résulte du problème maximin (6.14). À l'aide du Théorème 12, cette stratégie est caractérisée et la valeur du jeu, c'est à dire la MSE résiduelle, au point d'équilibre de Stackelberg est déterminée.

**Théorème 12.** *Dans l'absence de bruit et en considérant le signal transmis à la puissance unitaire, la somme des erreurs quadratiques moyennes résiduelles associées aux solutions de Wiener pour tous les retards d'égalisation est donnée par :*

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} J(l, \mathbf{H}) = M - 1, \quad (6.18)$$

où  $\mathbf{H}$  est la matrice de convolution relative à un canal  $\mathbf{h}$  de longueur  $M$ .

*Démonstration.* Le Théorème 12 est démontré en [61]. □

Puisque la somme des MSE résiduelles pour tous les retards vaut  $M-1$  et que  $(M+N-1)$  est le nombre des retards possibles associés à un canal de longueur  $M$  et à un égaliseur de longueur  $N$ , le canal  $\mathbf{H}^*$  présentant la même valeur de MSE résiduel pour tout retard d'égalisation fournit comme valeur du jeu  $J(l, \mathbf{H}^*) = (M-1)/(M+N-1)$ ,  $\forall l \in \mathcal{L}$ . Il est facile de voir que la paire  $(l^*(\mathbf{H}^*), \mathbf{H}^*)$  est la solution du problème maximin (6.14), où  $l^*(\mathbf{H})$  est le retard d'égalisation optimal minimisant en fonction du canal  $\mathbf{H}$ . Conformément au Théorème 12, si le canal est tel que la MSE pour un retard donné est plus grand que  $(M-1)/(M+N-1)$ , il y aura alors un autre retard pour lequel la MSE est plus petite que  $(M-1)/(M+N-1)$ . Par conséquent, ce dernier retard sera choisi par le récepteur minimiseur. Ainsi, le canal  $\mathbf{H}^*$  présente la même valeur de MSE résiduel pour tout retard d'égalisation et maximise la MSE résiduelle minimale. Autrement dit,  $\mathbf{H}^*$  est la solution optimale du pire cas pour la "nature". La stratégie d'assurance de la "nature malicieuse" est donc composée de canaux présentant cette caractéristique en termes de MSE résiduelle. C'est bien le cas de quelques canaux dont les zéros sont placés sur le cercle unité.

### 6.1.2 Stratégie d'assurance de l'égaliseur

La stratégie d'assurance de l'égaliseur vient du problème minimax (6.16). La maximisation interne dans (6.16) est présentée comme suit :

$$\max_{\mathbf{H} \in \mathcal{H}} \left\{ 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{H}^T]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{e}_l \right\} = 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^{*T}(l) \left[ \mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l) \right]^{-1} \mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l, \quad (6.19)$$

où  $\mathbf{H}^*(l)$  dénote le canal optimal maximisant en fonction du retard  $l$ . Ainsi, le problème minimax (6.16) est réécrit :

$$\min_{l \in \mathcal{L}} \left\{ 1 - \mathbf{e}_l^T \mathbf{H}^{*T}(l) \left[ \mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l) \right]^{-1} \mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l \right\}. \quad (6.20)$$

La matrice  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)$  est une matrice quadratique, Toeplitz et symétrique de dimension  $N$ , donc centrosymétrique. Puisqu'elle dénote la matrice d'autocorrelation du signal reçu  $\mathbf{x}(n)$  en absence du bruit (6.8),  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l)$  est définie positive et, par conséquent, son inverse aussi. Alors, pour tout vecteur  $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ , il vaut  $\mathbf{v}^T \left[ \mathbf{H}^*(l)\mathbf{H}^{*T}(l) \right]^{-1} \mathbf{v} > 0$ .

La solution  $l^*$  qui minimise (6.20), si elle existe, est difficile à déterminer. Cependant, il est possible de restreindre l'espace de stratégies du récepteur qui comprend en principe l'ensemble  $\mathcal{L}$  défini par (6.11). Selon la discussion précédente, la valeur maximale du jeu (6.20) est égale à 1 et obtenue si et seulement si  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ . Alors, le récepteur minimiseur doit éviter les solutions  $l$  pour lesquelles  $\mathbf{H}^*(l)\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ .

Pour identifier l'espace des solutions du récepteur qu'on veut obtenir, la matrice de convolution est exprimée ci-dessous en termes des coefficients du canal :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & \cdots & h(M-1) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h(0) & \cdots & h(M-2) & h(M-1) & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & h(1) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & h(0) & \cdots & h(M-1) \end{bmatrix}. \quad (6.21)$$

On observe que  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l = \text{colonne}_{(l+1)}(\mathbf{H})$ . En plus, les colonnes de  $\mathbf{H}$  sont constituées par le canal  $\mathbf{h} = [h(0) \ \cdots \ h(M-1)]^T$  dans l'ordre inverse, ou d'une partie de  $\mathbf{h}$ . Ainsi, si au moins un coefficient de  $\mathbf{h}$ , dont la norme est unitaire, n'est pas présent dans la  $(l+1)^{\text{ème}}$  colonne de  $\mathbf{H}$ , alors la "nature malicieuse" est capable de choisir un canal tel que  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l = \mathbf{0}$ , obtenu en annulant les coefficients dans cette colonne de  $\mathbf{H}$ .

**Théorème 13.** *Soit  $l \in \mathcal{L}$ ,  $\mathcal{L} = \{0, \dots, M + N - 2\}$ , le retard d'égalisation, où  $M$  et  $N$  sont les longueurs du canal et de l'égaliseur, respectivement. Le retard optimal du pire cas, c'est à dire robuste, qui minimise la MSE résiduelle maximale est parmi les retards intermédiaires. Par conséquent  $l \in \mathbb{Z} : M - 1 \leq l \leq N - 1$ .*

*Démonstration.* Si le retard d'égalisation est restreint à  $l \in \mathbb{Z} : M - 1 \leq l \leq N - 1$ , alors tous les coefficients du canal FIR  $\mathbf{h}$  de norme unitaire sont présents dans la  $(l+1)^{\text{ème}}$  colonne de la matrice de convolution associée à  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}\mathbf{e}_l \neq \mathbf{0}$ . Cela évite la pire solution du problème minimax (6.20) pour le récepteur :  $J(l, \mathbf{H}^*(l)) = 1$ .  $\square$

Cette démarche nous amène au concept classique de l'initialisation "center-spike" [58], considérée dans la littérature comme une procédure favorable pour les performances des égaliseurs adaptatifs aveugles. Dans le cas où  $N \gg M$ , le Théorème 13 n'apporte pas beaucoup d'intérêt, car un nombre faible des  $(N + M - 1)$  possibles retards d'égalisation peut être rejeté dans la recherche d'un retard robuste. D'autre part, quand  $N$  s'approche de  $M$ , cas d'un égaliseur plus court, l'importance de ce résultat augmente. Finalement, pour un canal et un égaliseur de la même longueur,  $N = M = L$ , le Théorème 13 fournit la stratégie d'assurance du récepteur pour le problème minimax (6.16), où  $l^* = L - 1$  qui est l'élément central de l'ensemble des retards d'égalisation possibles en ordre croissant  $\mathcal{L} = \{0, 1, \dots, L-2, L-1, L, \dots, 2L-3, 2L-2\}$ . La solution d'équilibre de Stackelberg dans ce jeu est donc la paire  $(l^*, \mathbf{H}^*(l^*))$ , où  $\mathbf{H}^*(l)$  est le canal optimal de pire cas maximisant en fonction du retard  $l$ .

## 6.2 Étude de cas

L'étude de cas présentée dans cette section a été publiée dans [61]. Elle est réalisée à l'aide de résultats classiques de la théorie des jeux statiques non-coopératifs à 2-joueurs à somme-nulle, où la solution d'équilibre de Nash ou de point de selle d'un jeu matriciel est obtenue par des techniques de programmation linéaire [30].

Dans un jeu statique non-coopératif à 2-joueurs à somme-nulle, les deux joueurs sont complètement antagonistes et décident simultanément. En plus, si les espaces des stratégies des joueurs sont finis, le jeu est représenté sous forme matricielle, où toutes les stratégies possibles d'un joueur sont décrites par les différentes lignes de la matrice, alors que les stratégies de son adversaire correspondent aux différentes colonnes. Ainsi, étant donné une paire de décisions des joueurs, chaque élément de la matrice correspond à un résultat du jeu, c'est à dire la valeur de la fonction coût.

Le jeu entre le récepteur et la "nature malicieuse" est représenté par la matrice  $\mathbf{J} = \{J(l_i, \mathbf{H}_j)\}$ , illustrée à la figure 6.1, où  $i$  dénote la  $i^{\text{ème}}$  ligne de  $\mathbf{J}$ , alors que  $j$  dénote la  $j^{\text{ème}}$  colonne de  $\mathbf{J}$ . Le coût  $J(l_i, \mathbf{H}_j)$  est l'erreur quadratique moyenne résiduelle de l'égaliseur de Wiener (6.10) en fonction des choix du retard d'égalisation  $l_i$  et du canal  $\mathbf{H}_j$ . L'espace de stratégies du récepteur est constitué par les lignes  $i \in \{1, \dots, i_{\max}\}$ , où  $i_{\max} = M + N - 1$ , avec  $M$  et  $N$  dénotant les longueurs du canal  $\mathbf{h}$  et de l'égaliseur. D'autre part, il faut discrétiser l'espace des stratégies de la "nature", de façon à rester avec un nombre fini de filtres FIR qui représentent la réponse impulsionnelle du canal  $\mathbf{h}$  de norme unitaire et, par conséquent, un nombre fini de matrices de convolution  $\mathbf{H}_j$ . Alors,  $j \in \{1, \dots, j_{\max}\}$ , où  $j_{\max}$  dépend de l'échantillonnage de l'espace de filtres FIR  $\mathbf{h}$  de norme unitaire.

### 6.2.1 Stratégies d'assurance mixtes et solution d'équilibre

Une stratégie mixte est définie par une distribution de probabilités dans l'espace des stratégies pures d'un même joueur. Ainsi, pour le jeu de la matrice  $\mathbf{J}$  (figure 6.1), les

**“Nature malicieuse”**

<b>Récepteur</b>	$J(l_1, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_1, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_1, \mathbf{H}_{j_{\max}})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$J(l_i, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_i, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_i, \mathbf{H}_{j_{\max}})$	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_1)$	$\cdots$	$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_j)$	$\cdots$	$J(l_{i_{\max}}, \mathbf{H}_{j_{\max}})$	$\cdots$

FIGURE 6.1 – Matrice d’un jeu entre le récepteur et la “nature malicieuse”.

stratégies mixtes du récepteur et de la “nature malicieuse” sont données respectivement par les variables aléatoires  $u$  et  $v$ , définies par les distributions  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{i_{\max}}]^T$  et  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_{j_{\max}}]^T$  telles que [30] :

$$u = i \text{ avec prob. } y_i; \quad \sum_{i=1}^{i_{\max}} y_i = 1, \quad y_i \geq 0, \quad (6.22)$$

$$v = j \text{ avec prob. } z_j; \quad \sum_{j=1}^{j_{\max}} z_j = 1, \quad z_j \geq 0. \quad (6.23)$$

Étant données les stratégies mixtes  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$ , la valeur moyenne du résultat du jeu  $J_m$  est alors exprimée par :

$$J_m(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} y_i J(l_i, \mathbf{H}_j) z_j = \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad (6.24)$$

où le récepteur cherche à minimiser  $J_m$  par un choix convenable de  $\mathbf{y}$  et la “nature malicieuse” choisit un vecteur  $\mathbf{z}$  avec le but de maximiser  $J_m$ .

Une stratégie d’assurance est celle qui garantit un niveau de performance individuelle, indépendamment de la décision de l’adversaire. Cette valeur de performance est dite niveau d’assurance. Alors, quand le récepteur se décide pour sa stratégie d’assurance qui est le vecteur  $\mathbf{y}^*$ , il aura ainsi garanti un résultat du jeu égal ou inférieur à son niveau d’assurance  $\bar{V}_m(\mathbf{J})$ . Il en est de même pour la “nature malicieuse” où le résultat sera égal ou supérieur par contre, si elle opte pour sa stratégie d’assurance du vecteur  $\mathbf{z}^*$ . Les définitions des niveaux d’assurance sont les suivantes :

$$\bar{V}_m(\mathbf{J}) \triangleq \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \max_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}, \quad (6.25)$$

$$\underline{V}_m(\mathbf{J}) \triangleq \max_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}} \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \mathbf{y}^T \mathbf{J} \mathbf{z}. \quad (6.26)$$

où  $\mathbb{Y}$  et  $\mathbb{Z}$  sont les ensembles de tous les vecteurs possibles  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$ .

La paire des stratégies mixtes  $\mathbf{y}^*$  et  $\mathbf{z}^*$  est donc une solution de point de selle de la matrice  $\mathbf{J}$  si  $\overline{V}_m(\mathbf{J}) = \underline{V}_m(\mathbf{J})$ . Pour le cas de deux joueurs, le théorème min-max [30] démontre l'égalité entre ces niveaux d'assurance, de sorte que le jeu présente toujours une solution d'équilibre de point de selle.

### 6.2.2 Résultats

Ayant en vue l'usage des techniques de programmation linéaire, l'analyse du jeu entre le récepteur et la "nature malicieuse" est réalisée dans l'espace de stratégies mixtes. Pourtant ceci n'exclut pas les stratégies pures qui sont vues comme un cas particulier où  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$  ont un seul élément non-nul et unitaire. Nous considérons des vecteurs  $\mathbf{h}$  à deux ou trois éléments avec une norme unité.

En absence de bruit, ce cas est étudié en premier. Pour les canaux  $\mathbf{h}$  à deux coefficients, les deux filtres qui fournissent les mêmes valeurs d'erreur résiduelle  $1/(M-1)$  pour tous les retards d'égalisation, sont ceux dont les zéros sont placés à  $z = +1$  et  $z = -1$  sur le cercle unité. Il est à remarquer que ces filtres sont considérés comme des cas critiques à deux coefficients quand le problème d'égalisation est étudié soit par l'approche classique, soit par celui de classification [62]. En accord avec nos prévisions, les canaux à trois coefficients qui fournissent les stratégies d'assurance ont leurs zéros sur le cercle unité. Pourtant, il a été observé dans les simulations que ces filtres ne sont pas arbitraires, mais les phases des zéros obéissent à :

$$\Phi = \pi/N, \quad (6.27)$$

où  $N$  est la longueur de l'égaliseur.

D'autre part, les stratégies d'assurance obtenues pour l'égaliseur sont des distributions de probabilités pour les retards d'égalisation uniformes ou concentrées sur les retards intermédiaires. Ceci nous rappelle l'initialisation "center-spike" [58], et est en accord avec l'analyse présentée à la Section 6.1.2.

Les mêmes analyses ont été faites tout en considérant un bruit additif gaussien à moyenne nulle à l'entrée de l'égaliseur. Comme dans le scénario antérieur, les stratégies d'assurance obtenues pour le canal correspondent à des filtres difficiles à égaliser. En ce qui concerne l'égaliseur, on observe une tendance de concentration de la distribution de probabilité sur des valeurs de retard intermédiaires avec la réduction du rapport signal à bruit SNR. Le cas de canal à trois coefficients est présenté à la figure 6.2, avec des égaliseurs à 5 coefficients. Nous observons quatre niveaux de SNR : sans bruit, 30 dB, 15 dB et 5 dB.

Il est à remarquer que des niveaux élevés de bruit rendent la matrice d'autocorrélation dans (6.8) proche d'une matrice diagonale. La solution de Wiener dans (6.6) devient alors proportionnelle à un vecteur  $\mathbf{p}$  dans (6.9) qui, pour  $l$  autour du retard central, correspond à une colonne centrale de la matrice de convolution  $\mathbf{H}$ . De plus, les éléments de cette colonne reproduisent le vecteur des coefficients du canal  $\mathbf{h}$ , mais dans l'ordre inverse. C'est justement

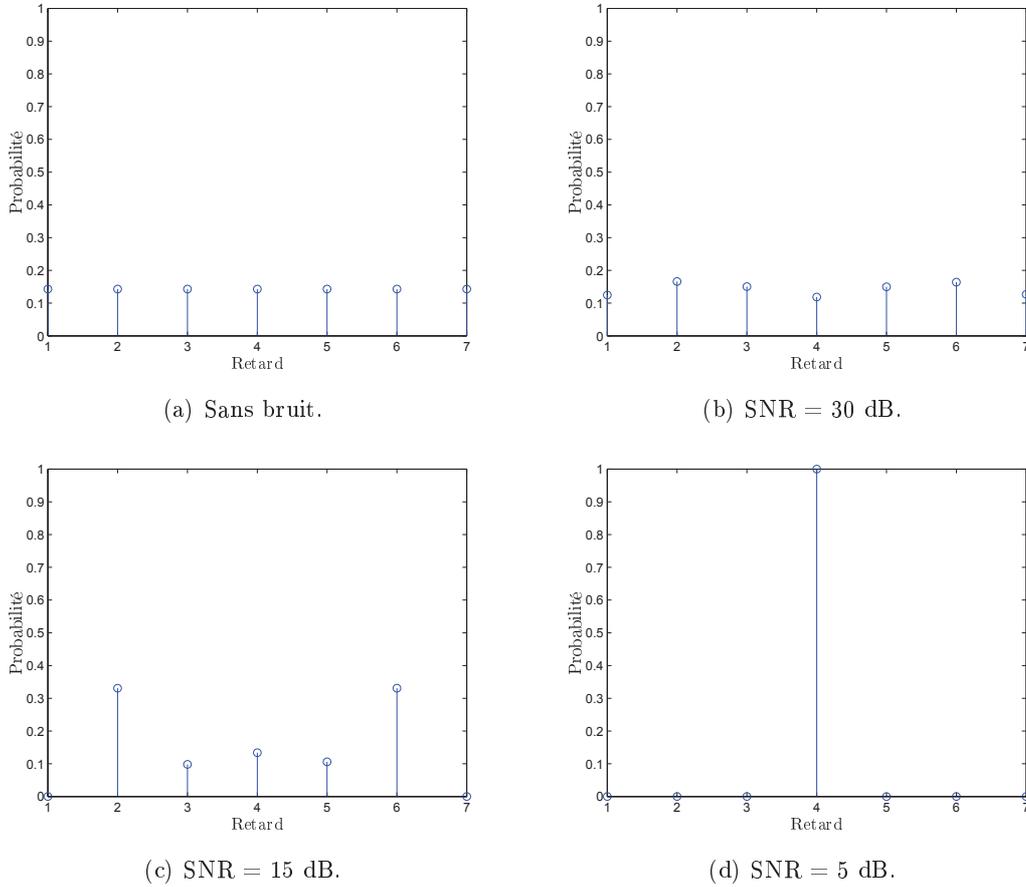


FIGURE 6.2 – Stratégie d’assurance du récepteur pour une distribution de probabilité du retard d’égali- sation : cas de canal à trois coefficients et égaliseur à cinq coefficients.

la configuration classique de la réponse du filtre couplé [14]. On arrive alors à un résultat bien connu en analysant la stratégie d’assurance du récepteur pour ce scénario : l’égali- seur tend vers un filtre couplé pour des SNR très faibles.

## Chapitre 7

# Égalisation de canal robuste

En général, les systèmes de communication à hauts débits de transmission sont assujettis aux effets des canaux et des perturbations sur les signaux transmis, ce qui rend leurs récupérations au récepteur difficiles. L'égalisation adaptative du canal est une technique classique d'atténuation de ces effets néfastes sur les signaux [59, 63].

L'égaliseur adaptatif linéaire, constitué d'un filtre transversal avec des coefficients adaptatifs, répond bien aux variations des canaux et présente une moindre complexité de calcul. Classiquement, les algorithmes d'adaptation des coefficients de l'égaliseur sont obtenus selon un critère de performance qui prend en compte le comportement moyen du système, par exemple la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre le signal à la sortie de l'égaliseur et un autre de référence. Les solutions conventionnelles pour ce problème sont les algorithmes adaptatifs LMS et RLS, pour respectivement *Least Mean Square* et *Recursive Least Squares*, ainsi que leurs variantes [59].

La formulation du problème de l'égalisation adaptative du canal dans l'espace d'état présente une similitude forte avec les théories d'estimation  $H_2$  et  $H_\infty$  [51, 64]. Les plus célèbres algorithmes récursifs utilisés pour ce problème sont formulés comme des cas particuliers du filtre de Kalman [65], ou filtre  $H_2$ , et du filtre  $H_\infty$  [66].

Le filtre de Kalman résout le problème sous les hypothèses que les bruits agissant sur les états du modèle et les sorties sont Gaussiens, avec les propriétés statistiques de moyenne et de variance bien connues. En réalité, le traitement des signaux au récepteur en vue de la récupération des signaux transmis dépend des incertitudes. Les statistiques des perturbations, incluant les bruits, les interférences et les erreurs de modélisation, ne sont connues qu'approximativement. Néanmoins, la performance de l'égalisation est sensible à ces erreurs. Ceci justifie l'utilisation de techniques capables d'assurer le bon fonctionnement des systèmes en présence d'incertitudes significatives sur le modèle. Nous faisons donc du traitement robuste du signal [67], où le filtrage  $H_\infty$  [51, 64, 66] paraît comme une alternative. Ce dernier est associé à la robustesse, car il réalise une optimisation sur la pire configuration des bruits et des incertitudes de modélisation. À l'opposé du filtrage de Kalman, aucune supposition sur les propriétés statistiques des perturbations n'est nécessaire pour le

filtrage  $H_\infty$ . Cependant, le filtre  $H_\infty$  est contraignant au sens des performances où il induit des erreurs quadratiques généralement plus élevées que celles résultantes du filtrage  $H_2$ .

La complémentarité entre les approches  $H_2$  et  $H_\infty$  motive l'étude d'une conjugaison des propriétés intéressantes de chaque filtre. Différentes stratégies de compromis entre les critères  $H_2$  et  $H_\infty$  sont trouvées dans le contexte du filtrage mixte  $H_2/H_\infty$ , comme les approches non-linéaires [68, 69], les approches pour les systèmes à temps continu [70], et celles développées pour les systèmes à temps discret linéaires invariants dans le temps [71]. Cependant, l'égalisation linéaire adaptative mixte  $H_2/H_\infty$  pour les systèmes à temps discret et variants dans le temps reste un problème ouvert.

Dans ce chapitre, nous proposons deux approches pour le système associant une bonne performance moyenne et une robustesse contre les incertitudes de modélisation. D'abord, nous exploitons les propriétés des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$  par une combinaison convexe entre eux, où la performance en terme d'erreur quadratique moyenne en régime permanent est supérieure ou égale à la meilleure performance individuelle des deux filtres. Ensuite, nous suggérons un schéma d'adaptation du filtre  $H_\infty$  permettant l'ajustement de l'égaliseur pour obtenir une performance moyenne et une robustesse satisfaisantes. Avant la présentation des deux méthodes, nous exposons la formulation du problème de l'égalisation adaptative du canal dans l'espace d'état, ainsi que les solutions par les filtrages  $H_2$  et  $H_\infty$ .

## 7.1 Formulation du problème

La modélisation du problème de l'égalisation est présentée dans cette section. Le système de communication sans fil utilisé est représenté à la figure 7.1 dans une modélisation en bande de base à temps discret, où  $k$  correspond au  $k^{\text{ième}}$  instant d'échantillonnage. Le système est caractérisé par la transmission simultanée de  $N_t$  signaux à valeurs complexes,  $s_0(k), \dots, s_{N_t-1}(k)$ , alors que le récepteur est constitué de  $N_r$  antennes. Nous considérons le contexte d'un système MIMO, pour *Multiple Input Multiple Output*, c'est-à-dire multi-utilisateur et multiple accès, où il n'y a pas de coordination dans la transmission des signaux  $s_0(k), \dots, s_{N_t-1}(k)$ , car ils appartiennent chacun à un utilisateur. Par contre, on profite de la diversité spatiale à la réception, en traitant conjointement les signaux au récepteur  $x_0(k), \dots, x_{N_r-1}(k)$  pour récupérer les signaux transmis. Le sous-canal entre l'émetteur  $j$  et le récepteur  $i$  est représenté par un filtre FIR, de *Finite Impulse Response*, à valeurs complexes et de longueur  $M$  :  $\mathbf{h}_{ij} = [h_{ij}(0) \ \dots \ h_{ij}(M-1)]^T$ , où  $i = \{0, \dots, N_r - 1\}$  et  $j = \{0, \dots, N_t - 1\}$ .

Les signaux au récepteur sont représentés comme suit. Si  $x_i(k)$  est le signal à l'entrée de l'antenne  $i$ ,  $i \in \{0, \dots, N_r - 1\}$ , alors, il est donné par :

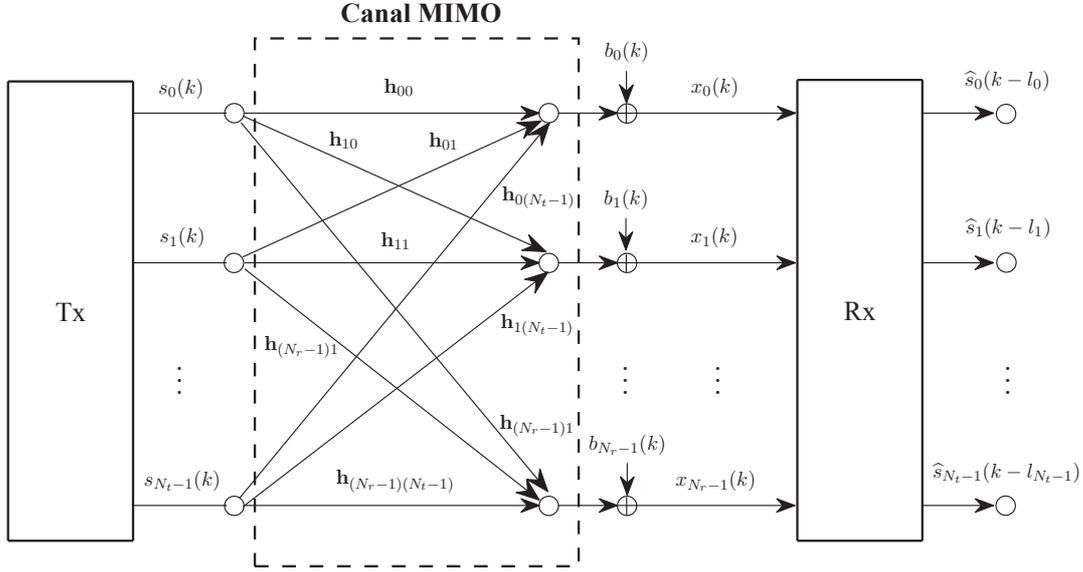


FIGURE 7.1 – Système de communication MIMO en bande de base.

$$\begin{aligned}
 x_i(k) &= \sum_{j=0}^{N_t-1} \sum_{l=0}^{M-1} h_{ij}(l) s_j(k-l) + b_i(k) \\
 &= h_{id}(l_d) s_d(k-l_d) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_d}}^{M-1} h_{id}(l) s_d(k-l) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq d}}^{N_t-1} \sum_{l=0}^{M-1} h_{ij}(l) s_j(k-l) + b_i(k), \quad (7.1)
 \end{aligned}$$

où  $b_i(k)$  est le bruit blanc additif de variance  $\sigma_b^2$ . Soit  $s_d(k-l_d)$  le signal d'intérêt, avec  $d \in \{0, \dots, N_t-1\}$  et  $l_d$  un retard. Alors, le deuxième terme dans (7.1) qui est une sommation simple correspond à l'interférence entre symboles alors que le troisième, donné par une sommation double, représente l'interférence co-canal.

Comme chaque antenne réceptrice est équipée d'un filtre transversal de  $N$  coefficients qui sera utilisé comme égaliseur temporel, le vecteur d'entrée de l'égaliseur à l'antenne  $i$  est  $\mathbf{x}_i(k) = [x_i(k) \ \cdots \ x_i(k-N+1)]^T$ . Cet égaliseur est représenté par le vecteur de coefficients  $\mathbf{w}_i(k) = [w_i^0(k) \ \cdots \ w_i^{N-1}(k)]^T$ .

Les signaux reçus aux antennes contiennent l'information sur le signal d'intérêt transmis, noté  $s(k)$ , en négligeant l'indice  $d$  et le retard  $l_d$ . L'égaliseur spatio-temporel traite les signaux reçus pour obtenir une estimation du signal d'intérêt. Donc, l'estimation de  $s(k)$  obtenue par l'égaliseur spatio-temporel, notée  $\hat{s}(k)$ , est donnée par :

$$\widehat{s}(k) = \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}(k), \quad (7.2)$$

où  $(\cdot)^H$  est l'opérateur hermitien qui correspond au transposé conjugué de  $(\cdot)$ . Les vecteurs  $\mathbf{x}(k) = [ \mathbf{x}_0^T(k) \ \cdots \ \mathbf{x}_{N_r-1}^T(k) ]^T$  et  $\mathbf{w}(k) = [ \mathbf{w}_0^T(k) \ \cdots \ \mathbf{w}_{N_r-1}^T(k) ]^T$  sont des vecteurs de dimension  $(N \cdot N_r) \times 1$  reliant tous les signaux d'entrée au récepteur pour le premier et les coefficients des filtres à toutes les antennes de réception pour le second.

**Note 2.** Dans le cas de l'égalisation purement temporelle, avec  $N_r = 1$  antenne réceptrice, la sortie de l'égaliseur reste donnée par (7.2), mais les vecteurs d'entrées  $\mathbf{x}(k)$  et de coefficients de l'égaliseur  $\mathbf{w}(k)$  sont de dimension  $N \times 1$ . De plus, si le système est SISO, pour Single Input Single Output, il n'y a qu'un seul signal transmis, où  $N_t = 1$ , et l'interférence entre symboles qui est présente seulement.

Nous considérons l'égalisation supervisée. Ainsi, le signal de référence ou séquence d'apprentissage  $s(k)$  est disponible au récepteur. Le but est donc d'obtenir le vecteur  $\mathbf{w}(k)$  qui minimise, dans un certain sens, l'écart entre  $s(k)$  et  $\widehat{s}(k)$ .

### 7.1.1 Égalisation adaptative dans l'espace d'état

La formulation du problème de l'égalisation adaptative dans l'espace d'état offre un cadre adéquat pour le traitement par les approches d'estimation  $H_2$  et  $H_\infty$ . En général, le problème de l'estimation linéaire à temps discret est basé sur un modèle dynamique de l'état  $\mathbf{x}$  et de la mesure  $\mathbf{y}$ , noté comme suit :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{q}(k), \quad (7.3)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{r}(k), \quad (7.4)$$

où  $\mathbf{A}(k)$  est la matrice d'évolution et les variables  $\mathbf{q}(k)$  et  $\mathbf{r}(k)$  sont aléatoires, respectivement nommées bruits d'état et de mesure. Le problème est donc d'estimer une combinaison linéaire de l'état. Autrement dit, on cherche une estimation de  $\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}(k)\mathbf{x}(k)$ , où  $\mathbf{L}(k)$  est défini selon l'objectif. Pour approcher directement l'état  $\mathbf{x}(k)$  par exemple, il faut que  $\mathbf{L}(k) = \mathbf{I}$ . L'estimé de  $\mathbf{z}(k)$  est noté par  $\widehat{\mathbf{z}}(k)$  et est obtenu selon les mesures disponibles jusqu'à l'instant  $(k-1)$ .

Pour traiter le problème d'égalisation adaptative supervisée présenté à la section précédente, nous supposons que le signal d'intérêt  $s(k)$ , disponible au récepteur, a la même dynamique que la mesure  $y(k)$  qui sera scalaire dans (7.4). Ainsi,  $y(k)$  représente la mesure  $s(k)$ , alors que  $\mathbf{C}(k)$  est le vecteur d'entrée au récepteur  $\mathbf{x}^H(k)$ . L'état  $\mathbf{x}(k)$  dans (7.3) représente l'égaliseur optimal. Le bruit de mesure  $r(k)$  prend en compte les incertitudes sur le modèle, dues par exemple aux limitations imposées par une représentation dans un espace de dimension finie. L'égaliseur optimal étant représenté par  $\mathbf{x}(k)$ , le modèle (7.3) est simplifié en considérant  $\mathbf{B}(k)\mathbf{q}(k) = \mathbf{0}$  [51, 59, 72].

Il s'agit donc d'obtenir les estimateurs  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  et  $\hat{y}(k)$  à l'aide des observations  $\{y(0), y(1), \dots, y(k-1)\}$  disponibles au récepteur. Ainsi, le signal à estimer est  $\hat{z}(k) = \hat{y}(k) = \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$ . Les estimateurs  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  et  $\hat{y}(k)$  correspondent respectivement à l'égaliseur  $\mathbf{w}(k)$  et à l'estimation  $\hat{s}(k)$  de la section précédente. La procédure d'estimation est guidée par le signal d'erreur  $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ .

## 7.2 Filtrages $H_2$ et $H_\infty$

Dans l'approche de filtrage  $H_2$ , on suppose que les perturbations  $\mathbf{q}(k)$  et  $\mathbf{r}(k)$  du modèle (7.3)-(7.4) sont des variables aléatoires indépendantes, de moyenne nulle et ayant des statistiques du second ordre connues. C'est aussi le cas pour l'état initial  $\mathbf{x}(0)$ . Les matrices  $\mathbf{\Pi}_0$  et  $\mathbf{Q}(k)$  sont semi-définies positives et  $\mathbf{R}(k)$  est définie positive, où  $\mathbb{E}\{\mathbf{x}(0)\mathbf{x}^H(0)\} = \mathbf{\Pi}_0$ ,  $\mathbb{E}\{\mathbf{q}(k)\mathbf{q}^H(k)\} = \mathbf{Q}(k)$  et  $\mathbb{E}\{\mathbf{r}(k)\mathbf{r}^H(k)\} = \mathbf{R}(k)$ , avec  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  comme l'opérateur espérance mathématique. On cherche un estimateur linéaire minimisant l'espérance de l'énergie de l'erreur filtrée accumulée :

$$\min_{\hat{\mathbf{z}}(k)} \mathbb{E} \left\{ \sum_{i=0}^k [\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)]^H [\mathbf{z}(i) - \hat{\mathbf{z}}(i)] \right\}, \quad (7.5)$$

où  $\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}(k)\mathbf{x}(k)$  et  $\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$ .

La solution pour ce problème est le filtre de Kalman, dont les équations sont données au tableau 7.1. Dans le cas où les perturbations mentionnées sont complètement caractérisées en termes statistiques, c'est-à-dire variables aléatoires Gaussiennes, indépendantes, de moyenne nulle et de variance connue, le filtre de Kalman est l'estimateur optimal au sens de la vraisemblance maximale.

TABLEAU 7.1 – Équations récursives du filtre de Kalman.

Filtre de Kalman
$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)$
$\mathbf{G}(k) = \mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) [\mathbf{C}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}$
$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}(k)\mathbf{G}(k) [y(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)], \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}$
$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{A}(k)[\mathbf{I} - \mathbf{G}(k)\mathbf{C}(k)]\mathbf{K}(k)\mathbf{A}^H(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{B}^H(k), \mathbf{K}(0) = \mathbf{\Pi}_0$

L'algorithme RLS est un cas particulier du filtre de Kalman, où  $\mathbf{A}(k) = \beta^{-1/2}\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B}(k) = \mathbf{Q}(k) = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{R}(k) = \mathbf{I}$ , avec  $0 \ll \beta \leq 1$  comme le facteur d'oubli du RLS [72]. L'égaliseur  $H_2$  considéré dans les sections suivantes a ses coefficients corrigés par l'algorithme RLS.

Contrairement au filtrage  $H_2$ , où les perturbations  $\mathbf{x}(0)$ ,  $\mathbf{q}(k)$  et  $\mathbf{r}(k)$  sont considérées comme des variables aléatoires avec des statistiques connues, il n'y a pas de suppositions

sur leurs caractéristiques statistiques dans le filtrage  $H_\infty$ , qui est directement associé à la robustesse. En effet, sa conception a pour objectif la minimisation de l'apport maximal en énergie des perturbations à l'erreur filtrée, ce qui correspond au "pire cas". Ce problème minimax est de résolution difficile. Pour cette raison, il est utile de considérer le problème sous-optimal suivant, où le paramètre  $\gamma > 0$ , nommé atténuation de perturbation, a pour rôle de limiter l'apport en énergie des perturbations à l'erreur filtrée :

$$\max_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{q}\}, \{\mathbf{r}\}} \frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \widehat{\mathbf{z}}(i)\|^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0^{-1}}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2)} < \gamma^2, \quad (7.6)$$

où  $\tilde{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}(0) - \widehat{\mathbf{x}}(0)$ .  $\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0^{-1}}^2$  est la norme euclidienne pondérée, dont la pondération est choisie arbitrairement. Ainsi, des valeurs faibles de  $\gamma$  rendent le filtre plus contraignant sur l'apport en énergie. Autrement dit, le paramètre  $\gamma$  agit sur le niveau de la robustesse du filtre  $H_\infty$ .

Le problème du filtrage  $H_\infty$  adaptatif à temps discret peut être formulé dans le cadre de la théorie des jeux [64, 73], où (7.6) est réécrite pour mettre en évidence les deux joueurs du problème minimax :

$$\min_{\{\widehat{\mathbf{z}}\}} \max_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{q}\}, \{\mathbf{r}\}} \left\{ \sum_{i=0}^k \|\mathbf{z}(i) - \widehat{\mathbf{z}}(i)\|^2 - \gamma^2 \left( \|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{\Pi}_0^{-1}}^2 + \sum_{i=0}^k (\|\mathbf{q}(i)\|^2 + \|\mathbf{r}(i)\|^2) \right) \right\}. \quad (7.7)$$

Les expressions (7.5) et (7.7) donnent les différences entre les approches de  $H_2$  et  $H_\infty$ . Néanmoins, les équations des deux filtres sont assez similaires. De plus, quand la valeur du paramètre  $\gamma$  croît, le filtre  $H_\infty$  tend vers le filtre  $H_2$  [64]. Le tableau 7.2 réunit les équations du filtre  $H_\infty$ .

TABLEAU 7.2 – Équations récursives du filtre  $H_\infty$ .

<b>Filtre <math>H_\infty</math></b>	
$\widehat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}(k)\widehat{\mathbf{x}}(k)$	
$\mathbf{G}(k) = \mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k) [\mathbf{I} + \mathbf{C}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{C}^H(k)]^{-1}$	
$\widehat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\widehat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}(k)\mathbf{G}(k) [y(k) - \mathbf{C}(k)\widehat{\mathbf{x}}(k)], \widehat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}$	
$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{K}(k)\mathbf{\Omega}^{-1}(k)\mathbf{A}^H(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{B}^H(k), \mathbf{K}(0) = \mathbf{\Pi}_0$	
$\mathbf{\Omega}(k) = \mathbf{I} + (\mathbf{C}^H(k)\mathbf{C}(k) - \gamma^{-2}\mathbf{L}^H(k)\mathbf{L}(k))\mathbf{K}(k)$	

Comme le montrent les équations du tableau 7.2, l'existence du filtre  $H_\infty$  dépend du fait que la matrice  $\mathbf{\Omega}(k)$  soit définie positive pour tout  $k$ . En exploitant le modèle particulier

de l'égalisation adaptative du canal, où  $\mathbf{C}(k) = \mathbf{L}(k)$ , on arrive, à partir de l'expression de  $\mathbf{\Omega}(k)$ , à une condition suffisante d'existence du filtre en fonction de son paramètre  $\gamma$  :

$$\gamma \geq 1 \Rightarrow \mathbf{\Omega}(k) > \mathbf{0}, \quad \forall k. \quad (7.8)$$

Étant donné le paramètre  $\gamma^2$  borne supérieure de l'apport en énergie des perturbations à l'erreur filtrée, le filtre  $H_\infty$  qui n'amplifie pas l'énergie des perturbations ( $\gamma = 1$ ) a son existence garantie. En effet, cette configuration du filtre  $H_\infty$  correspond à une variante de l'algorithme NLMS, pour *Normalized Least Mean Square* [51].

En général, le filtre  $H_\infty$  est approprié dans le cas où les incertitudes sur le modèle sont importantes, menant ainsi à la dégradation de la performance par rapport à des techniques conventionnelles de filtrage. D'un autre côté, la performance des méthodes conventionnelles, comme le filtrage  $H_2$ , est généralement meilleure pour une moyenne sur le comportement du système. Les prochaines sections vont traiter des solutions qui envisagent un compromis entre performance moyenne et robustesse.

### 7.3 Combinaison convexe des filtres $H_2$ et $H_\infty$

Nous présentons dans cette section le schéma de combinaison convexe adaptative entre les filtres transversaux adaptatifs  $H_2$  et  $H_\infty$  publié en [74]. Chaque filtre fonctionne indépendamment de l'autre, et ajuste ses coefficients selon l'erreur à la sortie correspondante, ce soit  $e_{H_2}(k)$  ou  $e_{H_\infty}(k)$ . La combinaison  $H_2/H_\infty$  est illustrée à la figure 7.2.

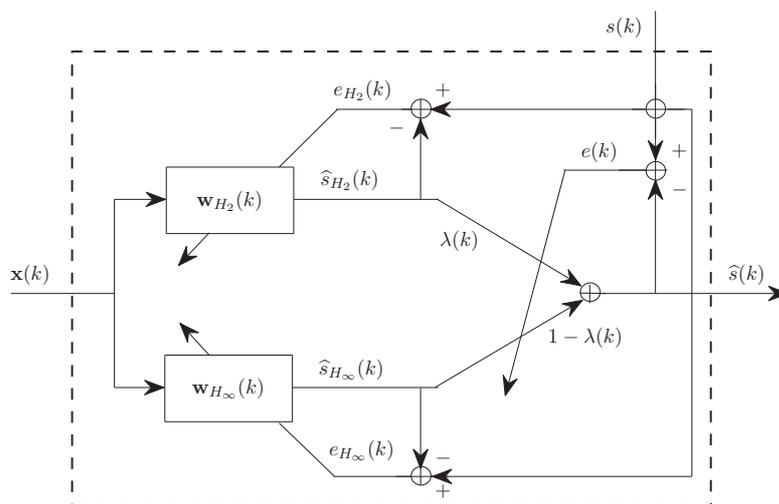


FIGURE 7.2 – Combinaison convexe adaptative des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$ .

Le signal à la sortie de la structure,  $\widehat{s}(k)$ , est la combinaison convexe des sorties des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$ , respectivement  $\widehat{s}_{H_2}(k)$  et  $\widehat{s}_{H_\infty}(k)$  :

$$\widehat{s}(k) = \lambda(k)\widehat{s}_{H_2}(k) + [1 - \lambda(k)]\widehat{s}_{H_\infty}(k), \quad (7.9)$$

où  $\widehat{s}_{H_2}(k) = \mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}_{H_2}(k)$  et  $\widehat{s}_{H_\infty}(k) = \mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}_{H_\infty}(k)$ , avec  $\mathbf{w}_{H_2}(k)$  et  $\mathbf{w}_{H_\infty}(k)$  dénotant les vecteurs des coefficients des filtres et  $\mathbf{x}(k)$  le vecteur d'entrée commun aux deux filtres ;  $\lambda(k)$  est la pondération de la combinaison. Ainsi, la combinaison  $H_2/H_\infty$  est vue aussi comme un filtre transversal donné par :

$$\mathbf{w}(k) = \lambda(k)\mathbf{w}_{H_2}(k) + [1 - \lambda(k)]\mathbf{w}_{H_\infty}(k). \quad (7.10)$$

Le but de l'adaptation de la pondération  $\lambda(k)$  est la minimisation de l'erreur quadratique de la combinaison  $|e(k)|^2 = |s(k) - \widehat{s}(k)|^2$ . Elle a comme contrainte  $0 \leq \lambda(k) \leq 1$ . Ceci explique la détermination de  $\lambda(k)$  à partir d'une fonction sigmoïde d'une variable auxiliaire  $\alpha_1(k)$  [75] :

$$\lambda(k) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_1(k)}}. \quad (7.11)$$

L'ajustement de la variable  $\alpha_1(k)$  est donc mise en œuvre à travers la méthode du gradient :

$$\alpha_1(k+1) = \alpha_1(k) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \alpha_1(k)}, \quad (7.12)$$

où  $\mu$  est le pas de l'algorithme. La dérivée partielle de l'équation ci-dessus vaut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \alpha_1(k)} &= \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} \frac{\partial \lambda(k)}{\partial \alpha_1(k)} \\ &= \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} \lambda(k) [1 - \lambda(k)]. \end{aligned} \quad (7.13)$$

En considérant (7.9), on réécrit l'erreur  $e(k)$  en fonction de  $\lambda(k)$ , comme suit :

$$e(k) = s(k) - \lambda(k)\widehat{s}_{H_2}(k) - [1 - \lambda(k)]\widehat{s}_{H_\infty}(k), \quad (7.14)$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{\partial |e(k)|^2}{\partial \lambda(k)} &= \frac{\partial e^*(k)e(k)}{\partial \lambda(k)} \\ &= \frac{\partial e^*(k)}{\partial \lambda(k)} e(k) + \frac{\partial e(k)}{\partial \lambda(k)} e^*(k) \\ &= -2\text{Re}\left\{ e(k) [\widehat{s}_{H_2}(k) - \widehat{s}_{H_\infty}(k)]^* \right\}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Ainsi, en utilisant (7.13) et (7.15) dans (7.12), on obtient l'algorithme d'ajustement de la variable  $\alpha_1(k)$  :

$$\alpha_1(k+1) = \alpha_1(k) + \mu \operatorname{Re} \left\{ e(k) [\widehat{s}_{H_2}(k) - \widehat{s}_{H_\infty}(k)]^* \right\} \lambda(k) [1 - \lambda(k)]. \quad (7.16)$$

Par conséquent, (7.11) et (7.16) définissent l'adaptation de la pondération  $\lambda(k)$  de façon à minimiser l'erreur quadratique d'égalisation par la combinaison  $H_2/H_\infty$ .

## 7.4 Schéma d'adaptation de l'égaliseur $H_\infty$ : robustesse et performance moyenne

Dans la section précédente, nous avons utilisé une combinaison convexe des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$  pour avoir une performance moyenne et une robustesse meilleures. Avec le même objectif, nous proposons cette fois-ci une approche où un seul filtre  $H_\infty$  est synthétisé.

Comme mentionné à la Section 7.2, la robustesse du filtre  $H_\infty$  est déterminée par le paramètre  $\gamma$  qui définit le niveau d'atténuation de perturbation. Des valeurs faibles de  $\gamma$  correspondent à des filtres plus robustes, donc plus restrictifs, alors que la relaxation par des valeurs plus élevées fait tendre le filtre  $H_\infty$  vers le filtre  $H_2$ . Pour ajuster le fonctionnement du filtre  $H_\infty$  entre robustesse et performance moyenne, nous proposons une procédure d'adaptation du paramètre  $\gamma$ .

Dans le contexte de l'égalisation adaptative du canal, l'existence du filtre  $H_\infty$  est assurée pour  $\gamma \geq 1$ . Alors, nous prenons comme référence de robustesse le filtre  $H_\infty$  avec  $\gamma = 1$ . Nous observons par simulation que pour  $\gamma = 5$  le filtre  $H_\infty$  est quasiment réduit au filtre  $H_2$ . Nous définissons donc l'intervalle de variation du paramètre  $\gamma$ , soit  $\gamma_{H_\infty} \leq \gamma(k) \leq \gamma_{H_2}$ , où  $\gamma_{H_\infty} = 1$  et  $\gamma_{H_2} = 5$ . Les valeurs intermédiaires représentent un compromis entre la robustesse, pour un filtre  $H_\infty$  avec  $\gamma = 1$ , et la bonne performance moyenne, celle du filtre  $H_2$  obtenu par un filtre  $H_\infty$  avec  $\gamma$  élevé.

La procédure d'adaptation du paramètre  $\gamma$  s'inspire de celle utilisée pour  $\lambda$  dans la combinaison convexe des filtres présentés dans la précédente section. Nous utilisons une fonction sigmoïde d'une variable auxiliaire  $\alpha_2(k)$  pour garantir que  $\gamma_{H_\infty} \leq \gamma(k) \leq \gamma_{H_2}$ , soit :

$$\gamma(k) = \frac{\gamma_{H_2} - \gamma_{H_\infty}}{1 + e^{-\alpha_2(k)}} + \gamma_{H_\infty}. \quad (7.17)$$

La procédure d'adaptation est basée sur l'ajustement du paramètre  $\alpha_2$ . Il s'agit d'utiliser  $\gamma(k)$  ayant des valeurs élevées pour favoriser la performance moyenne du filtre  $H_\infty$ , c'est-à-dire des valeurs hautes de  $\alpha_2(k)$ . La diminution de  $\alpha_2(k)$  et, par conséquent, de  $\gamma(k)$  doit être une réponse au besoin de robustesse. Cette dernière est importante dans le cas où les incertitudes du modèle deviennent significatives. Pour l'égalisation du canal, les incertitudes les plus problématiques proviennent des changements brusques des conditions du système, comme par exemple l'apparition de bruits non Gaussiens ou d'interférences.

Ces perturbations sont détectables par les variations brusques de l'énergie du signal au récepteur. Ainsi, nous proposons l'adaptation du paramètre  $\alpha(k)$  en fonction de l'énergie de la variation du signal d'entrée de l'égaliseur  $\mathbf{x}(k)$ , comme suit :

$$\alpha_2(k+1) = \alpha_2(k) - \mu \|\Delta \mathbf{x}(k)\|^2 + 1, \quad (7.18)$$

où  $\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)$  et  $\mu$  est le pas de l'algorithme. Pour un fonctionnement normal, c'est-à-dire pour un faible  $\Delta \mathbf{x}(k)$ ,  $\alpha_2$  est élevé et favorise ainsi la performance moyenne du filtre  $H_\infty$ . Si  $\Delta \mathbf{x}(k)$  est élevé, la valeur du paramètre  $\alpha_2$ , et du même coup celle de  $\gamma$ , diminue et le filtre  $H_\infty$  devient plus robuste. La variation de  $\alpha_2$  est bornée et est déterminée pour que  $\gamma$  reste approximativement entre  $\gamma_{H_\infty}$  et  $\gamma_{H_2}$ .

## 7.5 Simulations et discussions

Nous évaluons maintenant par des simulations les performances des égaliseurs  $H_2$ ,  $H_\infty$ , combinaison  $H_2/H_\infty$  et  $H_\infty$  adaptatif. Les égaliseurs sont confrontés aux situations où le modèle donné à la Section 7.1.1 ne correspond pas exactement à la dynamique des variables impliquées. Quelques analyses similaires sont données dans [74, 76].

Nous considérons un système de communication sans fil soumis à l'interférence asynchrone, en raison d'une utilisation aléatoire dans le temps du canal par chaque utilisateur co-canal. C'est un modèle simplifié d'un système TDMA, de l'anglais *Time Division Multiple Access*, où la modulation employée est du type BPSK, pour *Binary Phase Shift Keying*, et chaque égaliseur est constitué de 7 coefficients. Le modèle du canal considéré est typiquement urbain (TU) défini dans les normes pour les systèmes cellulaires GSM/EDGE, pour *Global System for Mobile Communications/Enhanced Data rates for GSM Evolution* [77]. Le canal est constitué de 5 coefficients séparés par un retard équivalent au temps d'un symbole de 3,692  $\mu\text{s}$ . Chaque réalisation de la simulation comprend la transmission d'une séquence de 10.000 symboles en mode d'apprentissage.

Pour mettre le point sur les effets des changements brusques des conditions de fonctionnement du système dus à l'interférence asynchrone, on considère un SNR élevé de 40 dB. On facilite l'observation du comportement des filtres en considérant que l'interférence est présente durant l'intervalle fixe entre  $k = 1.000$  et  $k = 4.000$ , où le signal d'interférence arrive au récepteur avec le même niveau de puissance que le signal d'intérêt, c'est-à-dire SIR = 0 dB. Alors que dans un autre intervalle plus court, entre  $k = 7.000$  et  $k = 8.000$ , SIR = 20 dB. Les résultats présentés ci-dessous sont obtenus par la moyenne sur 1000 réalisations.

Dans un premier temps, nous observons la performance des égaliseurs sans interférence. La figure 7.3 donne l'évolution temporelle de l'erreur quadratique moyenne (MSE), pour les premiers 500 symboles transmis, obtenue par les égaliseurs  $H_2$ ,  $H_\infty$ , la combinaison  $H_2/H_\infty$  et  $H_\infty$  avec  $\gamma$  adaptatif. L'égaliseur  $H_2$  a ses coefficients corrigés par l'algorithme RLS avec un facteur d'oubli  $\beta = 1$ . Deux configurations pour l'égaliseur  $H_\infty$  sont évaluées :  $\gamma = 1$  et  $\gamma = 1,01$ . Dans la combinaison  $H_2/H_\infty$ , nous avons  $\beta = \gamma = 1$ .

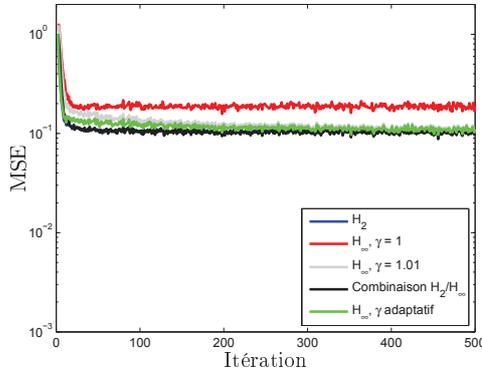
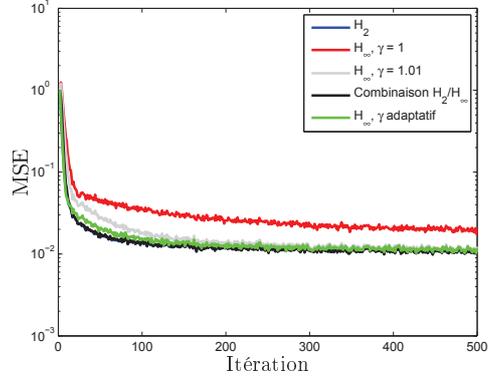
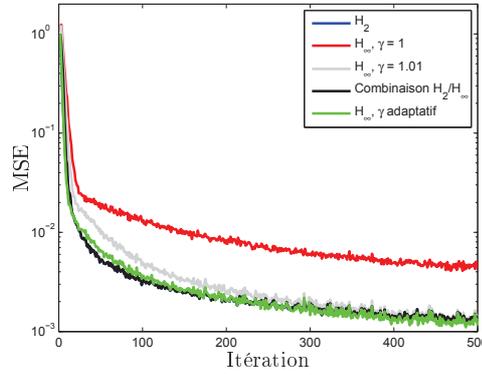
(a) Diversité spatiale :  $N_r = 1$  antenne.(b) Diversité spatiale :  $N_r = 2$  antennes.(c) Diversité spatiale :  $N_r = 4$  antennes.

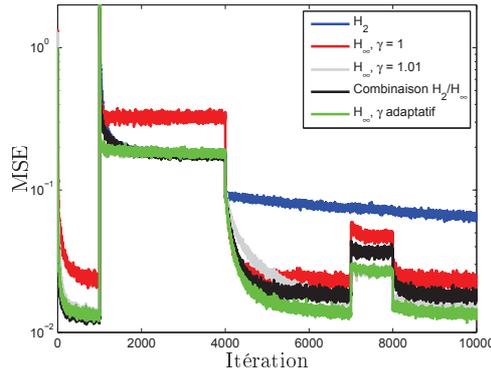
FIGURE 7.3 – Évolution temporelle de la MSE sans interférence pour les égaliseurs  $H_2$ ,  $H_\infty$ , la combinaison  $H_2/H_\infty$  et  $H_\infty$  avec  $\gamma$  adaptatif.

Nous observons que pour tous les égaliseurs les niveaux de la MSE s'améliorent avec l'augmentation de la diversité spatiale au récepteur. De plus, le résultat de l'analyse comparative des égaliseurs est le même quelle que soit la diversité spatiale au récepteur, 1 antenne (figure 7.3(a)), 2 antennes (figure 7.3(b)) ou 4 antennes (figure 7.3(c)).

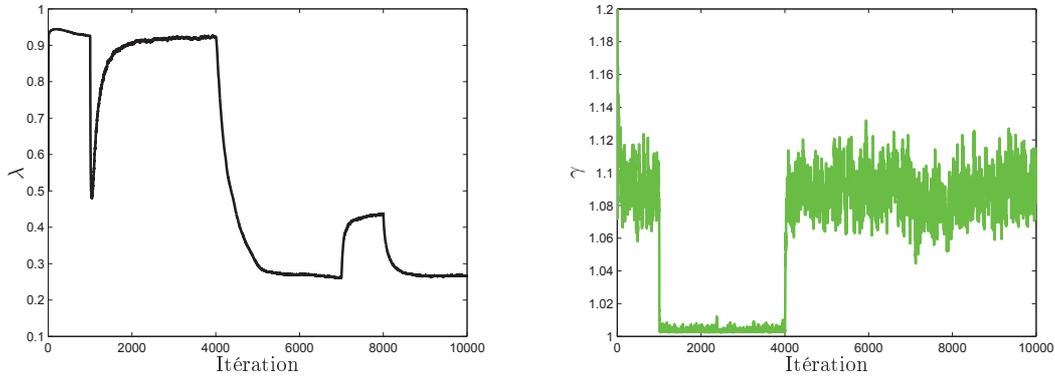
Il est clair que l'égaliseur  $H_\infty$  avec  $\gamma = 1$  est celui qui présente les plus mauvais résultats en terme de MSE. Pour les autres égaliseurs atteignant environ le même niveau du MSE en régime permanent, la vitesse de convergence du MSE de l'égaliseur  $H_\infty$  avec  $\gamma = 1,01$  est la plus lente. Dans ces conditions de transmission normale, l'égaliseur  $H_2$  est évidemment le plus performant. En ce qui concerne les approches proposées de combinaison  $H_2/H_\infty$  et d'égaliseur  $H_\infty$  avec  $\gamma$  adaptatif, elles sont guidées par le filtre  $H_2$ .

La figure 7.4 illustre l'évolution temporelle complète des simulations pour  $N_r = 2$  an-

tennes et permet ainsi l'analyse du comportement des égaliseurs spatio-temporels par rapport aux variations brusques du système dues à l'interférence asynchrone. La figure 7.4(a) montre les courbes de MSE. On observe clairement la dégradation de la performance de l'égaliseur  $H_2$  à partir de l'instant  $k = 4.000$  où la disparition de l'interférence cause une perturbation importante. Les autres algorithmes se montrent plus robustes.



(a) Erreur quadratique moyenne (MSE).



(b) Moyenne de la pondération  $\lambda$  de la combinaison  $H_2/H_\infty$ . (c) Moyenne du paramètre  $\gamma$  adaptatif du filtre  $H_\infty$ .

FIGURE 7.4 – Évolution temporelle pour  $N_r = 2$  antennes de la MSE, de la pondération  $\lambda$  et du paramètre  $\gamma$  pour les égaliseurs spatio-temporels  $H_2$ ,  $H_\infty$ , la combinaison  $H_2/H_\infty$  et  $H_\infty$  avec  $\gamma$  adaptatif.

Ces courbes de la MSE montrent la relation entre le paramètre  $\gamma$  et le niveau de robustesse de l'égaliseur  $H_\infty$ . Avec  $\gamma = 1$ , l'égaliseur est peu sensible aux perturbations. Il converge rapidement après les changements des conditions. Par contre, ses niveaux de la MSE sont élevés. L'ajustement du paramètre  $\gamma$  permet à l'égaliseur  $H_\infty$  d'atteindre des

niveaux plus bas de MSE. En contre-partie, il présente une convergence plus lente après les changements des conditions. Cela est observé pour  $\gamma = 1,01$ .

En ce qui concerne les approches proposées, on vérifie que la combinaison  $H_2/H_\infty$  réunit les meilleures propriétés de chaque filtre. La figure 7.4(b) illustre l'évolution temporelle moyenne de la pondération  $\lambda$  dans la combinaison  $H_2/H_\infty$ , où  $\lambda < 0,5$  indique une participation plus importante du filtre  $H_\infty$  dans la combinaison et vice-versa. Ainsi aux instants de changements brusques des conditions  $k = 1.000$  et  $k = 4.000$ , on observe que le filtre robuste est actionné. Le comportement de la combinaison convexe des filtres est cohérent, même après la dégradation de la performance du filtre  $H_2$  à partir de  $k = 4.000$ .

La deuxième solution proposée, avec l'égaliseur  $H_\infty$  ayant un  $\gamma$  adaptatif, présente la meilleure performance en terme de la MSE, en particulier après  $k = 4.000$ . La figure 7.4(c) donne l'évolution temporelle moyenne du paramètre  $\gamma$  de l'égaliseur  $H_\infty$ . Particulièrement durant la première période d'interférence, mais aussi durant la seconde période, c'est-à-dire  $7.000 \leq k \leq 8.000$  où la puissance de l'interférence est la plus faible, on observe que la valeur de  $\gamma$  est diminuée, favorisant ainsi la robustesse. D'autre part, dans des conditions normales de transmission, la valeur de  $\gamma$  croît, ce qui favorise la performance moyenne. Donc, au moins pour ce type de perturbation, le principe de déduire le besoin en robustesse à partir de la variation en énergie du signal d'entrée de l'égaliseur donne un bon résultat, et la conjugaison de la performance moyenne et de la robustesse est réalisée en utilisant un seul filtre.



## Chapitre 8

# Conclusions et perspectives

Les études développées dans cette thèse traitent de la gestion de l'interférence dans les réseaux de communication sans fil. Les outils de l'automatique linéaire et de la théorie des jeux non-coopératifs ont été utilisés pour la modélisation, l'analyse et la proposition de solutions de deux problèmes : le contrôle de puissance d'émission et l'égalisation du canal.

Le contrôle de puissance d'émission distribué et opportuniste est la première partie de la thèse. Le problème a été étudié sur trois aspects. Le premier consiste d'abord à formuler le problème du point de vue de l'application de la théorie des jeux statiques non-coopératifs à somme non-nulle, où deux algorithmes itératifs ont été proposés comportant des exigences sur la qualité de service (QoS), ce qui facilite la garantie d'un niveau minimum de QoS. Par la suite, à l'aide de la théorie des fonctions itératives, une classe d'algorithmes a été caractérisée incluant ces deux algorithmes.

Le deuxième aspect concerne le problème de contrôle de puissance distribué et opportuniste qui est basé sur l'automatique linéaire optimale et robuste. Nous avons formulé le problème de synthèse linéaire au niveau de chaque utilisateur dans l'espace d'état avec un critère de performance quadratique. La commande  $H_2$  a été appliquée avec un compromis entre une faible consommation de puissance et des hauts niveaux de QoS définissant un comportement opportuniste de chaque utilisateur pour l'allocation de puissance et l'attribution de QoS. Pour éviter la dégradation des performances en raison des incertitudes sur les mesures dans la procédure du contrôle de puissance, nous avons utilisé la commande mixte  $H_2/H_\infty$  qui préserve la performance  $H_2$  tout en ajoutant une contrainte de robustesse sur l'incertitude de mesure. Les algorithmes de commandes  $H_2$  et mixte  $H_2/H_\infty$  proposés sont caractérisés par une faible complexité de calcul, une facilité de mise en œuvre, une bonne flexibilité opérationnelle et une robustesse aux incertitudes de mesure.

Dans le dernier aspect, le problème de contrôle de puissance opportuniste a été traité comme un problème multi-critère au niveau de l'utilisateur. Le modèle d'état a été reformulé de manière à permettre l'application de la théorie des jeux dynamiques non-coopératifs à somme non-nulle. Le but est de trouver un compromis entre les deux critères au niveau de chaque utilisateur : minimisation de la consommation et maximisation de la QoS. Les

stratégies d'équilibre de Nash avec structure d'information en boucle ouverte et en boucle fermée ont été considérées, avec développement de deux algorithmes offrant une grande flexibilité d'attribution de la QoS. Ces derniers ont présenté, globalement, les meilleures performances systémiques par comparaison avec les autres proposés.

Les approches de contrôle de puissance suggérées dans cette thèse à l'aide de l'automatique mono-critère optimale et robuste et multi-critère par la théorie des jeux ont été développées à partir d'un modèle dynamique du système. Dans le cadre du contrôle de puissance distribué, le système à commander est l'utilisateur et le vecteur des variables d'état du système contient la QoS désirée et la puissance d'émission de l'utilisateur. Nos solutions sont opportunistes suivant les conditions de propagation. Une perspective intéressante concernant l'évolution des études développées sur le contrôle de puissance distribué et opportuniste est la considération d'autres variables importantes dans le processus de transmission-réception. Par exemple, on peut reformuler le problème de manière à introduire le flux d'information de l'utilisateur dans le modèle du système, permettant ainsi aux solutions d'être opportunistes par rapport à la quantité de données à transmettre ou à l'urgence de leur transmission. Une fois le problème reformulé, toutes les approches développées dans cette thèse sont potentiellement applicables. Des aspects plus techniques peuvent être explorés. L'évaluation de la performance des algorithmes a été réalisée à travers un simulateur simplifié d'un réseau sans fil générique, où l'on suppose que chaque utilisateur dans le réseau a toujours des données à transmettre. L'évaluation par simulateurs plus réalistes, où le trafic de données généré est aussi modélisé, permet d'apporter plus d'information sur le comportement dynamique des algorithmes.

L'égalisation robuste du canal est le sujet de la seconde partie de la thèse. En premier, nous avons fait une analyse du pire cas du retard de l'égalisation dans le cadre de la théorie des jeux non-coopératifs à deux joueurs à somme nulle. Les deux joueurs entièrement antagonistes sont la "nature malicieuse", responsable des pires canaux possibles, et le récepteur qui définit l'égaliseur à employer. L'analyse donne des bases solides de justification de la stratégie des retards intermédiaires comme la stratégie d'assurance (robuste) du récepteur.

La synthèse d'égaliseurs adaptatifs et robustes a fait aussi l'objet de ce travail. Le but a été d'associer la bonne performance moyenne à la robustesse. Dans le cadre de l'égalisation spatio-temporelle, nous avons utilisé une combinaison convexe adaptative des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$  qui garantit une performance moyenne supérieure ou égale à la meilleure performance moyenne individuelle des filtres. Ainsi, on profite clairement des contributions individuelles des filtres à travers la combinaison convexe  $H_2/H_\infty$ .

La conjugaison des caractéristiques recherchées des filtres  $H_2$  et  $H_\infty$  a été réalisée autrement, en utilisant un seul filtre, en l'occurrence  $H_\infty$ . Ce dernier a son comportement déterminé par le paramètre  $\gamma$ , nommé atténuation de perturbation. Des valeurs faibles de  $\gamma$  correspondent aux configurations robustes alors que des valeurs élevées font que le filtre  $H_\infty$  tende vers le filtre  $H_2$ . Nous avons donc proposé un procédé d'ajustement du paramètre  $\gamma$ , de façon à favoriser la bonne performance moyenne et à actionner les configurations plus robustes du filtre  $H_\infty$  selon le besoin.

# Bibliographie

- [1] Rappaport T. S. *Wireless Communications : Principles and Practice*. Prentice Hall, 1996.
- [2] Yacoub M. D. *Fundamentals of Mobile Radio Engineering*. CRC Press, 1993.
- [3] Zander J. Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 41, n° 1, pp. 57–62, février 1992.
- [4] ——— Distributed cochannel interference control in cellular radio systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 41, n° 3, pp. 305–311, août 1992.
- [5] Gunnarsson F. Fundamental limitations of power control and radio resource management in wireless networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 4, pp. 579–591, septembre 2004.
- [6] Foschini G. J. et Miljanic Z. A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 42, n° 4, pp. 641–646, novembre 1993.
- [7] Mitra D. An asynchronous distributed algorithm for power control in cellular radio systems. In *4th Winlab Workshop Third Generation Wireless Information Network*, New Brunswick, États-Unis, octobre 1993.
- [8] Grandhi S. A., Vijayan R. et Goodman D. J. Distributed power control in cellular radio systems. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, n° 2-4, pp. 226–228, février/mars/avril 1994.
- [9] Chen S. C., Bambos N. et Pottie G. J. Admission control schemes for wireless communication networks with adjustable transmitter powers. In *IEEE INFOCOM*, Totonto, Canada, juin 1994.
- [10] de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., de Oliveira-Neto R. A. et Santos R. B. *Optimizing Wireless Communication Systems*. New York : Springer, 2009, ch. Power Control for Wireless Networks : Conventional and QoS-Flexible Approaches, pp. 3–49.
- [11] Gudmundson M. Correlation model for shadowing fading in mobile radio channels. *Electronics Letters*, vol. 27, n° 23, pp. 2145–2146, novembre 1991.
- [12] Subramanian A. et Sayed A. H. Joint rate and power control algorithm for wireless networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, n° 11, pp. 4204–4214, novembre 2005.

- 
- [13] Jakes W. C. *Microwave Mobile Communications*. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- [14] Proakis J. G. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2001.
- [15] Qiu X. et Chawla K. On the performance of adaptive modulation in cellular systems. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, n° 6, pp. 884–895, juin 1999.
- [16] Goldsmith A. J. et Chua S. G. Adaptive coded modulation for fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, n° 5, pp. 595–602, mai 1998.
- [17] Hanzo L., Wong C. H. et Yee M. *Adaptive Wireless Transceivers : Turbo-Coded, Turbo-Equalized and Space-Time Coded TDMA, CDMA, and OFDM Systems*. John Wiley & Sons Ltd, 2002.
- [18] Shannon C. E. The zero error capacity of a noisy channel. *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 2, pp. S8–S19, septembre 1956.
- [19] Holma H. et Toskala A. *WCDMA for UMTS : Radio Access for Third Generation Mobile Communications*. John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [20] 3GPP Radio resource control (RRC) ; protocol specification (release 4). 3rd Generation Partnership Project (3GPP). Technical Report TR 25.331, juin 2002.
- [21] ——— Feasibility study for enhanced uplink for UTRA FDD (release 6). 3rd Generation Partnership Project (3GPP). Technical Report TR 25.896, mars 2004.
- [22] ——— Physical channels and mapping of transport channels onto physical channels (FDD) (release 8). 3rd Generation Partnership Project (3GPP). Technical Report TR 25.211, mars 2009.
- [23] Yates R. D. A framework for uplink power control in cellular radio systems. *IEEE Journal on Selected Areas on Communications*, vol. 13, n° 7, pp. 1341–1347, septembre 1995.
- [24] Jagannathan S., Zawodniok M. et Shang Q. Distributed power control for cellular networks in the presence of channel uncertainties. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, n° 3, pp. 540–549, mars 2006.
- [25] Qian L. et Gajic Z. Variance minimization stochastic power control in CDMA systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, n° 1, pp. 193–202, janvier 2006.
- [26] Perreau S. et Anderson M. D. A new method for centralised and decentralised robust power control in CDMA systems. *Digital Signal Processing*, vol. 16, n° 5, pp. 568–576, septembre 2006.
- [27] Lee B.-K., Chen Y.-H. et Chen B.-S. Robust  $H_\infty$  power control for CDMA cellular communication systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, n° 10, pp. 3947–3956, octobre 2006.

- [28] Leung K. K., Sung C. W., Wong W. S. et Lok T. M. Convergence theorem for a general class of power control algorithms. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, n° 9, pp. 1566–1574, septembre 2004.
- [29] de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., de Oliveira Neto R. A. et Santos R. B. Opportunistic distributed power control with adaptive QoS and fairness for wireless networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 10, n° 2, pp. 200–213, février 2010.
- [30] Basar T. et Olsder G. J. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. SIAM, 1998.
- [31] Fudenberg D. et Tirole J. *Game Theory*. MIT Press, 1991.
- [32] MacKenzie A. B. et Wicker S. B. Game theory and the design of self-configuring, adaptive wireless networks. *IEEE Communications Magazine*, vol. 39, n° 11, pp. 126–131, novembre 2001.
- [33] Saraydar C. U., Mandayam N. B. et Goodman D. J. Efficient power control via pricing in wireless data networks. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, n° 2, pp. 291–303, février 2002.
- [34] Alpcan T., Basar T., Srikant R. et Altman E. CDMA uplink power control as a non-cooperative game. *Wireless Networks*, vol. 8, n° 6, pp. 659–670, novembre 2002.
- [35] Sung C. W. et Wong W. S. A noncooperative power control game for multirate CDMA data networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, n° 1, pp. 186–194, janvier 2003.
- [36] Xiao M., Shroff N. B. et Chong E. K. P. A utility-based power-control scheme in wireless cellular systems. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 11, n° 2, pp. 210–221, avril 2003.
- [37] Tse D. N. C. et Hanly S. Multi-access fading channels : Part I : Polymatroid structure, optimal resource allocation, and throughput capacities. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, n° 7, pp. 2796–2815, novembre 1998.
- [38] Hanly S. et Tse D. N. C. Multi-access fading channels : Part II : Delay-limited capacities. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, n° 7, pp. 2816–2831, novembre 1998.
- [39] Sung C. W. et Leung K. K. A generalized framework for distributed power control in wireless networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, n° 7, pp. 2625–2635, juillet 2005.
- [40] Leung K. K. et Sung C. W. An opportunistic power control algorithm for cellular network. *IEEE Transactions on Networking*, vol. 14, n° 3, pp. 470–478, juin 2006.
- [41] de S. Chaves F., de Sousa-Jr. V. A., de Oliveira-Neto R. A., de Lima C. H. M. et Cavalcanti F. R. P. Performance of energy efficient game theoretical-based power control algorithm in WCDMA. In *17th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'06*, Helsinki, Finlande, 11-14 septembre 2006.

- [42] de S. Chaves F., Cavalcanti F. R. P., Santos R. B. et de Oliveira-Neto R. A. Opportunistic distributed power control with QoS guarantee in wireless communication systems. In *8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC'07*, Helsinki, Finlande, 17-20 juin 2007.
- [43] de S. Chaves F., Romano J. M. T., Abbas-Turki M. et Abou-Kandil H. Self-adaptive distributed power control for opportunistic QoS provision in wireless communication networks. In *10th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC 2009*, Perugia, Italie, 21-24 juin 2009.
- [44] de S. Chaves F., Abbas-Turki M., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Distributed power control for QoS-flexible services in wireless communication networks. In *17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09*, Thessalonique, Grèce, 24-26 juin 2009.
- [45] Abbas-Turki M., de S. Chaves F., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Mixed  $H_2/H_\infty$  power control with adaptive QoS for wireless communication networks. In *10th European Control Conference, ECC'09*, Budapest, Hongrie, 23-26 août 2009.
- [46] de S. Chaves F., Abbas-Turki M., Abou-Kandil H. et Romano J. M. T. Contrôle de puissance décentralisé et opportuniste d'un réseau de communication sans fil. In *6ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010*, Nancy, France, 2-4 juin 2010.
- [47] Zhou K., Doyle J. C. et Glover K. *Robust and Optimal Control*. New Jersey : Prentice Hall, 1996.
- [48] Dullerud G. E. et Paganini F. G. *A Course in Robust Control Theory : A Convex Approach*. New York : Springer-Verlag New York, Inc., 2000.
- [49] de Oliveira M. C., Geromel J. C. et Bernussou J. An LMI optimization approach to multiobjective controller design for discrete-time systems. In *38th IEEE Conference on Decision and Control, CDC*, Phoenix, États-Unis, décembre 1999.
- [50] Lewis F. L. et Syrmos V. L. *Optimal Control*. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [51] Hassibi B., Sayed A. H. et Kailath T. *Indefinite-Quadratic Estimation and Control : A Unified Approach to  $H_2$  and  $H_\infty$  Theories*. SIAM, 1999.
- [52] Stoorvogel A. A. The discrete-time  $H_\infty$  control problem with measurement feedback. *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 30, n° 1, pp. 182–202, janvier 1992.
- [53] de Souza C. E. et Xie L. On the discrete-time bounded real lemma with application in the characterization of static state feedback  $H_\infty$  controllers. *Systems & Control Letters*, vol. 18, n° 1, pp. 61–71, janvier 1992.
- [54] Verhaegen M. et van der Veen A.-J. The bounded real lemma for discrete time-varying systems with application to robust output feedback. In *IEEE 32st Conference on Decision and Control, CDC*, San Antonio, États-Unis, décembre 1993.

- [55] Lin Z., Chen B. M., Saberi A. et Ly U.-L. Simultaneous  $H_2/H_\infty$  optimal control for discrete-time systems : The state feedback case. *Control Theory and Applications*, vol. 15, n° 2, pp. 217–225, avril 1998.
- [56] Abou-Kandil H., Freiling G., Ionescu V. et Jank G. *Matrix Riccati Equations in Control and Systems Theory*. 1st ed. Birkhäuser, 2003.
- [57] Szczecinski L. Low-complexity search for optimal delay in linear FIR MMSE equalization. *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 12, n° 8, pp. 549–552, août 2005.
- [58] Foschini G. J. Equalizing without altering or detecting data. *AT&T Technical Journal*, vol. 64, n° 8, pp. 1885–1911, octobre 1985.
- [59] Haykin S. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 2001.
- [60] Suyama R., Attux R. R. F., Romano J. M. T. et Bellanger M. Relations entre les critères du module constant et de Wiener. In *XIX Colloque GRETSI*, Paris, France, septembre 2003.
- [61] de S. Chaves F., Fernandes F. G., Attux R. R. F., Suyama R., Lopes R. R. et Romano J. M. T. Une analyse du problème de l'égalisation basée sur la théorie des jeux. In *XXI Colloque GRETSI*, Troyes, France, 11-14 septembre 2007.
- [62] Montalvão J., Dorizzi B. et Mota J. C. M. Some theoretical limits of efficiency of linear and nonlinear equalizers. *Journal of the Brazilian Telecommunications Society*, vol. 14, n° 2, pp. 85–92, 1999.
- [63] Qureshi S. U. H. Adaptive equalization. *Proceedings of the IEEE*, vol. 73, n° 9, pp. 1349–1387, septembre 1985.
- [64] Simon D. *Optimal State Estimation : Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches*.
- [65] Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of ASME - Journal on Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, mars 1960.
- [66] Shaked U. et Theodor Y.  $H_\infty$ -optimal estimation : A tutorial. In *IEEE 31st Conference on Decision and Control, CDC*, Tucson, États-Unis, décembre 1992.
- [67] Kassam S. A. et Poor H. V. Robust techniques for signal processing : a survey. *Proceedings of the IEEE*, vol. 73, n° 3, pp. 433–481, mars 1985.
- [68] Chen B.-S., Tsai C.-L. et Chen D.-S. Robust  $H_\infty$  and mixed  $H_2/H_\infty$  filters for equalization designs of nonlinear communication systems : Fuzzy interpolation approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, n° 3, pp. 384–4214, juin 2003.
- [69] Kothari S. D., Banavar R. N. et Chaudhuri S. Mixed  $H_2/H_\infty$  algorithm for exponentially windowed adaptive filtering. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP'02*, Orlando, États-Unis, mai 2002.
- [70] Khargonekar P. P. et Rotea M. A. Mixed  $H_2/H_\infty$  filtering. In *IEEE 31st Conference on Decision and Control, CDC*, Tucson, États-Unis, décembre 1992.

- 
- [71] Palhares R. M. et Peres P. L. D. LMI approach to the mixed  $H_2/H_\infty$  filtering design for discrete-time uncertain systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, n° 1, pp. 292–296, janvier 2001.
- [72] Sayed A. H. et Kailath T. A state space approach to adaptive RLS filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 11, n° 3, pp. 18–60, juillet 1994.
- [73] Shen X.-M. et Deng L. Game theory approach to discrete  $H_\infty$  filter design. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, n° 4, pp. 1092–1095, avril 1997.
- [74] de S. Chaves F., Romano J. M. T. et Mota J. C. M. Combinação convexa de filtros  $H_2$  e  $H_\infty$  para equalização adaptativa. In *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT2008*, Rio de Janeiro, Brésil, 2-5 septembre 2008.
- [75] Arenas-García J., Figueiras-Vidal A. R. et Sayed A. H. Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, n° 3, pp. 1078–1090, mars 2006.
- [76] de S. Chaves F., de Almeida A. L. F. et Mota J. C. M. Performance evaluation of adaptive  $H_\infty$  space-time equalizers for wireless communication systems with asynchronous interference. In *IEEE VI International Telecommunications Symposium, ITS2006*, Fortaleza, Brésil, 3-6 septembre 2006.
- [77] 3GPP Digital cellular telecommunications system (phase 2+) : Radio transmission and reception. 3rd Generation Partnership Project (3GPP). Technical Report TS 45005, juillet 2001.