



**HAL**  
open science

# Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine - outil - pièce lors d'une opération de fraisage

Hédi Yengui

► **To cite this version:**

Hédi Yengui. Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine - outil - pièce lors d'une opération de fraisage. Autre. Ecole Centrale Paris; École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2011. Français. NNT: 2011ECAP0003 . tel-00619636

**HAL Id: tel-00619636**

**<https://theses.hal.science/tel-00619636>**

Submitted on 6 Sep 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ÉCOLE CENTRALE DES ARTS  
ET MANUFACTURES  
« ÉCOLE CENTRALE PARIS »**

**THÈSE**  
présentée par  
**Hédi YENGUI**

pour l'obtention du

**GRADE DE DOCTEUR**

**Spécialité : Génie mécanique**

**Laboratoire d'accueil : LISMMA / Supméca**

**SUJET : Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine – outil – pièce lors d'une opération de fraisage**

**Soutenue le :**

**Devant un jury composé de :**

**M. Jean- Marc LINARES**

**Examineurs :**

**M. Mohamed ICHCHOU**

**M. Mohamed SOULA**

**M. Chafik KARRA**

**M. Gaël CHEVALIER**

**M. Alain RIVIERE**

**M. Mohamed HADDAR**

**Président**

Professeur à ECL

Maître de Conférences à ESSTT

Maître de Conférences à IPEIS

Maître de Conférences à SupMéca

Professeur à SupMéca

Professeur à ENIS

**(2010 - 2011)**



# THESE

*Présentée à*

**L'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax**

*En Co – tutelle avec*

**L'École Centrale de Paris**

**L'Institut Supérieur de Mécanique de Paris**

*En vue de l'obtention du*

## DOCTORAT

Dans la discipline de Génie Mécanique

*Par*

Hédi YENGUI

**MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON  
LINEAIRE D'UN SYSTEME MACHINE – OUTIL – PIECE LORS  
D'UNE OPERATION DE FRAISAGE**

*Soutenue le 14 Janvier 2011, devant le jury composé de :*

**Président :**

**M. Jean- Marc LINARES** Professeur Université de la Med

**Membres :**

**M. Mohamed ICHCHOU** Professeur ECL

**M. Mohamed SOULA** Maître de Conférences ESST. Tunis

**M. Chafik KARRA** Maître de Conférences Directeur de thèse IPEI. Sfax

**M. Gaël CHEVALIER** Maître de Conférences SupMéca

**M. Alain RIVIERE** Professeur Directeur de thèse SupMéca

**M. Mohamed HADDAR** Professeur ENI. Sfax

## Résumé en français :

Les travaux de recherche menés dans cette thèse représentent une méthodologie de travail pour contribuer à l'étude du comportement dynamique non linéaire du système M – O – P en fraisage. Cette méthodologie est orientée selon les objectifs principaux relatifs à cette thèse.

En effet, La recherche bibliographique réalisée a permis de donner un aperçu sur les travaux existants dans ce cadre et d'identifier les phénomènes vibratoires générés par la dynamique de coupe et les mécanismes d'instabilité mis en jeu. En fait, le processus de coupe génère, selon le cas, deux formes de vibrations : les vibrations forcées et les vibrations auto – entretenues.

Dans une première approche, nous avons développé un modèle masse – ressort (à deux degrés de liberté) du système O – P pour étudier et analyser le comportement dynamique de la cellule élémentaire en fraisage. Ce modèle a permis d'examiner l'influence de la profondeur de passe sur la stabilité de la coupe. Cependant, ce modèle semble être insuffisant pour quantifier avec précision les vibrations en fraisage car les sources vibratoires générées par la dynamique de la machine ne peuvent être négligées.

Dans une deuxième approche, nous avons modélisé le système globale Machine - Outil - Pièce, En effet, un modèle numérique basé sur la méthode de sous-structuration par éléments finis de l'ensemble M – O – P a été développé. Cette modélisation permet de tenir compte de l'effet de l'inertie des différents éléments tournants de la fraiseuse, de la structure de la machine et de la forme de l'outil.

Nous avons ainsi réalisé des simulations du comportement dynamique global de l'opération du fraisage. L'influence de différents paramètres sur l'effort de coupe tels que l'avance, la profondeur de passe, les réponses dynamiques suivant les trois axes a été étudié. Cette étude a permis de conclure que ces paramètres sont fortement affectés par l'usinage.

Pour compléter cette étude numérique, une étude expérimentale a été menée afin d'étudier l'influence de différents paramètres de coupe. En effet, la méthodologie expérimentale développée a mis en évidence les paramètres les plus importants qui influent sur le comportement dynamique globale du système M – O – P. Cette étude expérimentale a nécessité le développement d'un plan d'expérience complet pour pouvoir définir les paramètres d'entrées/sorties et organiser les essais à effectuer.

L'analyse des résultats a permis de détecter l'influence de l'avance et de la profondeur de passe sur le niveau des vibrations générées. Le bilan de ces résultats a mis le point sur les niveaux extrêmes des variables provoquant le niveau vibratoire le plus élevé. De plus une confrontation entre les résultats expérimentaux et numériques a été effectuée et a montré une bonne concordance.

**Mots clés : Modélisation / Fraisage / Vibrations / Plan d'expériences.**

## Résumé en Anglais:

The research led in this thesis represents a methodology to contribute to the study of nonlinear dynamic behavior of the system M - O - P in milling. This methodology is directed according to the main objectives relative to this thesis. Indeed, the literature allows giving an overview of the existing work in this context and identifies the vibration phenomena generated by the dynamics of cutting mechanisms and the instability of the involved set cut. In fact, the cutting process generates, as applicable, two types of vibration: forced vibration and self – excited vibration.

In a first approach, we developed a model mass - spring (with two degrees of freedom) of the system O - P to study and analyze the dynamic behavior of the elementary machining cell in milling. This model was used to examine the influence of the depth of cut on the stability of the cut. However, this model appears to be insufficient to accurately quantify the vibrations in milling because the sources vibration generated by the dynamics of the machine cannot be neglected.

In a second approach, we modeled the overall system Machine - Tool - Part; indeed, a numerical model based on the substructure method by finite element of the M - O - P was developed. This modeling takes into account the effect of inertia of the various rotating elements of the milling machine, the machine structure and shape of the tool.

We have conducted simulations of the dynamic behavior of the overall operation of milling. The influence of different parameters on the cutting force such as advance, the depth of cut, and the dynamic responses along the three axes was investigated. This study concluded that these parameters are strongly affected by machining.

To complement this numerical study, an experimental study was conducted to study the influence of different cutting parameters. Indeed, the experimental methodology developed has highlighted the most important parameters that influence the overall dynamic behavior of the system M - O - P This experimental study required the development of an experimental complete to define the parameters of Input / Output and arrange to be tested.

The analysis of the results allowed detecting the influence of feed and depth of cut on the level of vibration generated. The outcome of these results put the item on the extreme levels of variables causing the vibration level is higher. Over a confrontation between the experimental and numerical results was performed and showed a good agreement.

**Key words: Modelling / Milling / Vibration / Plan experimental.**

## DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail*

*À ma femme qui m'a soutenu et ma petite fille*

*À mon cher père et ma chère mère*

*À mes chers frères*

*À tous mes amis qui me sont chers*

*Que ce travail soit l'expression de ma vive gratitude et de mon profond  
attachement*

*Hédi*

---

## Remerciements

---

Ce travail de recherche a été effectué dans le cadre d'une thèse en co-tutelle entre l'Unité de Mécanique, Modélisation et Production (U2MP) du département de Génie Mécanique de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS) et le Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des Matériaux (LISMMA) de l'Institut Supérieur de Mécanique de Paris (SUPMECA), rattaché au laboratoire de Génie Industriel de l'Ecole Centrale de Paris (ECP).

Je voudrais tout d'abord remercier Monsieur Jean- Marc LINARES professeur à l'Université d'Aix Marseille II pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de ma soutenance.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur Mohamed ICHCHOU professeur à l'Ecole Centrale de Lyon et Monsieur Mohamed SOULA Maître de conférences à l'Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis pour avoir accepté de rapporter ma thèse.

Mes plus chaleureux remerciements s'adressent à Monsieur Mohamed HADDAR, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, de m'avoir accueilli au sein de son équipe de l'U2MP.

Je remercie Monsieur Chafik KARRA, Maître de conférences à l'Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax et directeur de cette thèse pour avoir suivi de façon régulière le déroulement de ce travail de recherche et m'avoir prodigué ses conseils qui m'ont permis de mener à bien ce travail. Qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance et ma gratitude.

Je remercie vivement Monsieur Mohamed HADDAR, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, pour la confiance, la patience et l'aide qu'il m'a accordé durant ces trois années en tant que directeur de l'U2MP et pour le co-encadrement de cette thèse avec ces qualités scientifiques et ces remarques.

Je remercie infiniment Monsieur Alain RIVIERE, Professeur et Directeur de l'Institut Supérieur de Mécanique de Paris, et Monsieur Gaël CHEVALIER, Maître de conférences à l'Institut Supérieur de Mécanique de Paris, pour leur confiance de m'avoir accueilli au sein de leur équipe à LISMMA ainsi que pour les nombreuses discussions que nous avons eu ensemble, pour la qualité scientifique de leurs remarques et pour le temps qu'ils ont bien voulu me consacrer en tant que Directeurs de thèse.

Mes remerciements s'adressent, tout particulièrement, à mes collègues Amir KESSENTINI, Karim JABALLI, Abdessalem JARRAYA et Maher BARKALLA, pour le temps qu'ils ont consacré afin de mener à bon terme l'étude expérimentale relative à ce travail.

Que mes amis et mes collègues de l'U2MP, l'UDSM et du LISMMA soient aussi récompensés par des grands mercis, pour m'avoir apporté leur aide, leur soutien et la chaleur humaine dont j'avais tant besoin.

Et par delà de tous mes remerciements, un grand merci à mes parents pour leur soutien tout au long de ces années et à ma femme, pour la patience qu'elle a prouvée envers moi.

## Table des matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1 : <i>Etude bibliographique sur la dynamique de coupe en fraisage</i>	5
1. Généralités sur la Dynamique de Coupe en Fraisage	6
1.1. Généralités sur le fraisage	6
1.1.1. Types d'opération d'usinage	6
1.1.2. Paramètres de coupe	7
1.1.3. Formation des copeaux	9
1.2. Présentation générale de la dynamique de l'opération de coupe	11
1.2.1. Identification des phénomènes vibratoires	11
1.2.2. Identification des mécanismes d'instabilité en coupe	14
2. Modélisation de la coupe	17
2.1. Modèles analytiques en coupe interrompue	17
2.1.1. Construction des lobes de stabilité	18
2.1.2. Méthodologie d'obtention des lobes de stabilité	20
2.1.3. Bilan des méthodes analytiques consacrées à l'étude de la stabilité de la coupe	22
2.2. Méthode de la semi-discrétisation	23
2.3. Dynamique élevée et vibrations	26
2.3.1. Modélisation des phénomènes vibratoires	26
2.3.2. Modèles représentatifs des souplesses de la machine	27
2.3.3. Méthodes appliquées à la coupe fortement discontinue	27
2.4. Etude du broutement en fraisage par la simulation numérique	29
2.4.1. Modèles d'effort de Kline et DeVor (Devor, et al., 1980)	30
2.4.2. Simulations de Smith et Tlusty	31
2.4.3. Simulations de Balachandran et Zhao	33
2.4.4. Simulations de Grégoire PEIGNE (Grégoire, 2003)	34
2.5. Etude de vibration machine-outil (Bearee, 2005)	35
3. Conclusion	36
Chapitre 2 : <i>Modélisation masse-ressort du système outil-pièce en fraisage</i>	39
1. Généralités	40
2. Modélisation Masse-Ressort	41
2.1. Modélisation de l'opération de coupe	41
2.1.1. Modélisation de l'effort de coupe	42
2.1.2. Calcul de la réponse dynamique temporelle de la coupe	44
3. Méthode de résolution de la réponse dynamique	45

4. Etude paramétrique des conditions de coupe .....	47
5. Détermination des efforts de coupe .....	50
6. Conclusion .....	52
<i>Chapitre 3 : Analyse Vibratoire par la Méthode de Sous-Structuration d'un Système M – O – P en Fraisage</i>	
	54
1. Introduction .....	55
2. Equations du mouvement dans une base modale .....	55
3. Méthode numérique de résolution .....	57
3.1. Généralités .....	57
3.2. Schéma d'intégration de Newmark .....	58
4. Utilisation d'une méthode de sous-structuration dynamique .....	58
4.1. Introduction .....	58
4.2. Décomposition en sous-structures .....	59
4.3. Méthode de synthèse modale .....	61
4.3.1. Modes statiques de liaison .....	61
4.3.2. Modes propres avec interfaces fixes .....	61
4.3.3. Matrices réduites de masse et de raideur d'une sous-structure .....	62
4.3.4. Système d'équations pour plusieurs sous-structures .....	64
4.3.5. Mise en œuvre pour l'étude d'un système .....	66
4.3.6. Phase de résolution .....	67
4.4. Validation numérique de la méthode de sous structuration .....	68
5. Etude modale d'un système M-O-P en fraisage .....	70
5.1 Modèle géométrique .....	70
5.2 Analyse Modale .....	71
6. Conclusion .....	74
<i>Chapitre 4 : Modélisation des efforts de coupe et réponse dynamique d'un système M-O-P en fraisage</i>	
	76
1. Introduction .....	77
2. Hypothèses communes de modélisation des efforts de coupe .....	77
2.1. Modèles analytiques .....	78
2.1.1. Modèle de Kienzle .....	78
2.1.2. Travaux de Altintas et Budak .....	79
2.1.3. Modèles d'effort de Zaman et al. ....	81
2.2. Méthode de la semi discrétisation (Insperger, et al., 2000) .....	82
3. Modèle d'effort de coupe .....	83
4. Réponse dynamique .....	85
5. Algorithme général de résolution .....	86
6. Résultats numériques .....	87



6.1. Comparaison des trois modèles des efforts de coupe .....	88
6.1.1. Les efforts de coupe.....	88
6.1.2. Réponse dynamique .....	88
6.2. Influence des paramètres d'usinage sur l'effort de coupe et les vibrations du système.....	89
6.2.1. Effort de coupe .....	89
6.2.2. Réponse dynamique .....	96
7. Conclusion .....	100
<i>Chapitre 5: Etude Expérimentale</i> .....	102
1. Introduction .....	103
2. Essais préliminaires .....	104
2.1. Description.....	104
2.2. Résultats des essais préliminaires .....	105
2.3. Choix de la procédure expérimentale .....	109
2.4. Plan d'expériences.....	109
2.5. Réalisation du plan d'expérience .....	112
2.6. Résultats et analyses .....	116
2.6.1. Bilan des mesures réalisées .....	116
2.6.2. Effet de la vitesse de rotation de la broche.....	118
2.6.3. Effet de la profondeur de passe .....	120
2.6.4. Effet de la vitesse d'avance .....	121
2.6.5. Bilan .....	123
2.7. Étude complémentaire .....	124
3. Conclusion .....	126
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b> .....	128
Références bibliographiques .....	131
Annexes .....	135
Annexes A: Les capteurs.....	135
Annexes B: Les mesures expérimentales .....	135
ANNEXE A .....	136
ANNEXE B : Récapitulatif des essais préliminaires menés dans le laiton. ....	138

## Liste des figures

<b>Figure 1. 1.</b> <i>Fraisage de face</i> .....	6
<b>Figure 1. 2.</b> <i>Outils associés aux surfaces épaulées</i> .....	6
<b>Figure 1. 3.</b> <i>Diversifications possibles au sein d'une famille d'outils (Bissey, 2005)</i> .....	7
<b>Figure 1. 4.</b> <i>Vitesse de coupe</i> .....	8
<b>Figure 1. 5.</b> <i>L'engagement axial et radial de l'outil</i> .....	9
<b>Figure 1. 6.</b> <i>Formation des copeaux (Alumatter, 2001)</i> .....	10
<b>Figure 1. 7.</b> <i>Composantes de l'effort de coupe exercé sur une arrête de coupe élémentaire dans la modélisation de Balachandran et Zhao (Balachandran, et al., 2000)</i> .....	13
<b>Figure 1. 8.</b> <i>Mécanisme de régénération de la surface</i> .....	14
<b>Figure 1. 9.</b> <i>Modèle de broutement en tournage (Tobias, 1965)</i> .....	16
<b>Figure 1. 10.</b> <i>Diagramme de stabilité en coupe continue (Tobias, 1965)</i> .....	16
<b>Figure 1. 11.</b> <i>Résultats expérimentaux de Chiou et al. sur la stabilité de la coupe (Chiou, et al., 1998), (<math>l_{in}=25.4mm</math>)</i> .....	17
<b>Figure 1. 12.</b> <i>Modélisation d'un système à deux degrés de liberté</i> .....	17
<b>Figure 1. 13.</b> <i>Choix de vitesse de rotation en fonction de la profondeur de passe : Lobes de stabilité (a), graphique de <math>f_c</math> en fonction de <math>N</math> (b) (Naterwalla, 2001)</i> .....	21
<b>Figure 1. 14.</b> <i>Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes (Manufacturing Automation Laboratories Inc)</i> .....	22
<b>Figure 1. 15.</b> <i>Evolution des valeurs propres de <math>\Phi</math> pour <math>a_e = 0.05.D</math> (Gradsek, et al., 2004)</i> 25	25
<b>Figure 1. 16.</b> <i>Allure des lobes de stabilité suivant la discontinuité de la coupe (Insperger, 2002)</i> .....	28
<b>Figure 1. 17.</b> <i>Enlèvement de matière suivant le modèle de l'outil effaceur (Marty, et al., 2000)</i> .....	29
<b>Figure 1. 18.</b> <i>Décomposition de l'outil en outils élémentaire</i> .....	30
<b>Figure 1. 19.</b> <i>Modèle dynamique de la coupe en fraisage de Smith &amp; Tlustý (Smith, et al., 1993)</i> .....	32
<b>Figure 1. 20.</b> <i>Illustration des PTP diagrammes (a): en effort; (b) : en déplacement ; usinage en opposition avec une fraise 10 dents, (Smith, et al., 1993)</i> .....	33
<b>Figure 1. 21.</b> <i>Incidence du nombre de précédent passage de dents pris en compte dans la simulation sur la frontière des zones de broutement (Zhao, et al., 2001)</i> .....	34
<b>Figure 1. 22.</b> <i>La réponse de modes vibratoires dominant d'un robot cartésien : (1<sup>ère</sup> mode propre suivant l'axe Y, 2<sup>ème</sup> mode suivant X, 3<sup>ème</sup> mode suivant X) (Bearee, 2005)</i> .....	35
<b>Figure 1. 23.</b> <i>La simulation des modes vibratoires dominants d'une structure de machine à découpage laser (Bearee, 2005)</i> .....	36
<b>Figure 2. 1.</b> <i>Modèle dynamique de l'usinage proposé par Altintas &amp; Budak (Altintas, 2000)</i> 40	40
<b>Figure 2. 2.</b> <i>Modèle de fraisage à 2 dll</i> .....	42
<b>Figure 2. 3.</b> <i>Algorithme de la méthode de résolution de coupe à deux degrés de liberté pour le cas du fraisage</i> .....	46
<b>Figure 2. 4.</b> <i>Réponse dynamique de l'outil pour la première configuration</i> .....	47
<b>Figure 2. 5.</b> <i>Réponse dynamique de l'outil pour la deuxième configuration</i> .....	48
<b>Figure 2. 6.</b> <i>Réponse dynamique de l'outil pour la troisième configuration</i> .....	49
<b>Figure 2. 7.</b> <i>Réponse dynamique de l'outil pour la troisième configuration Limite de stabilité suivant X : <math>a_p=11 mm, f=0.1 mm, N=13500tr/min</math> et <math>D=20mm</math></i> .....	50
<b>Figure 2. 8.</b> <i>Composantes de l'effort de coupe <math>a_p=0,5mm</math></i> .....	51

<b>Figure 2. 9.</b> Les variations des efforts de coupe et les vibrations suivant les deux axes pour une profondeur de passe $a_p=4\text{mm}$ .....	51
<b>Figure 2. 10.</b> Les variations des efforts de coupe et les vibrations suivant les deux axes pour une profondeur de passe $a_p=1\text{mm}$ .....	52
<b>Figure 3. 1.</b> Décomposition en sous-structure .....	60
<b>Figure 3. 2.</b> Sous- structure isolée .....	66
<b>Figure 3. 3.</b> Modèle des plaques utilisées (Amara, 2000) .....	69
<b>Figure 3. 4.</b> Machine de fraisage .....	70
<b>Figure 3. 5.</b> Schéma simplifié de bâti et broche .....	71
<b>Figure 3. 6.</b> Déformées modales .....	73
<b>Figure 4. 1.</b> Efforts exercés par l'outil sur la pièce .....	78
<b>Figure 4. 2.</b> Vue schématique tridimensionnelle des composants d'efforts de coupe (Zaman, et al., 2006) .....	82
<b>Figure 4. 3.</b> Modèle de l'effort de coupe en fraisage .....	83
<b>Figure 4. 4.</b> Position de l'outil par rapport à la pièce .....	84
<b>Figure 4. 5.</b> Algorithme développé .....	87
<b>Figure 4. 6.</b> Comparaison entre différents modèles d'efforts de coupe .....	88
<b>Figure 4. 7.</b> Influence de la profondeur sur la réponse dynamique ( $f_z = 0,1\text{mm/dent}$ ; .....	89
<b>Figure 4. 8.</b> Influence de la vitesse d'avance sur l'effort de coupe .....	90
<b>Figure 4. 9.</b> Comparaison qualitative des courbes d'efforts de coupe en conditions de surfacage et en configuration (1) avec la fraise. ( $a_e=40\text{ mm}$ , $a_p= 1\text{ mm}$ ) pour différente valeur de l'avance ( $f_1=0, 1\text{ mm/dent}$ , $f_2=0, 2\text{ mm/dent}$ , $f_3=0, 4\text{ mm/dent}$ , $f_4=0, 8\text{ mm/dent}$ ) .....	90
<b>Figure 4. 10.</b> Influence de l'avance sur l'effort de coupe en 3 D dans les trois directions X, Y et Z. ( $a_e=40\text{ mm}$ , $a_p= 1\text{ mm}$ ) pour différente valeur de l'avance ( $f_z = 0, 1\text{ mm/dent}$ jusqu'à $f_z = 0, 8\text{ mm/dent}$ ) .....	91
<b>Figure 4. 11.</b> Influence de la profondeur de passe sur l'effort de coupe suivant les différentes directions X, Y et Z pour $f_z = 0,1\text{mm/dent}$ ; $N=500\text{ tr/min}$ $Z=6\text{ dents}$ .....	92
<b>Figure 4. 12.</b> Influence de la profondeur de passe sur les efforts de coupe suivant les différents axes (X, Y et Z) .....	92
<b>Figure 4. 13.</b> Influence de la profondeur de passe et la vitesse d'avance sur les efforts de coupe suivant X .....	93
<b>Figure 4. 14.</b> Influence d'angle d'entrée sur l'effort de coupe suivant les différent directions X, Y et Z; pour $f_z = 0,1\text{mm/dent}$ ; $N=500\text{ tr/min}$ ; $a_p=1\text{mm}$ ; $Z=4\text{ dents}$ .....	94
<b>Figure 4. 15.</b> Influence du nombre de dent sur l'effort de coupe .....	94
<b>Figure 4. 16.</b> Configuration de fraisage en concordance et en opposition .....	95
<b>Figure 4. 17.</b> Influence du mode d'usinage ( $N=500$ ; $a_p=1\text{mm}$ ; $f_z=0.1\text{mm/dent}$ ; $Z=6\text{dents}$ ) .....	95
<b>Figure 4. 18.</b> Influence de la vitesse de coupe sur l'effort de coupe en fonction de la position angulaire de la fraise pour $a_e = 40\text{ mm}$ et des vitesses de coupe (350, 500 et 700 tr/min) .....	96
<b>Figure 4. 19.</b> Réponses dynamiques et Accélération suivant l'axe X : $N=500\text{ tr/min}$ , $a_p=1\text{mm}$ , $f_z=0.1\text{mm/dent}$ .....	97
<b>Figure 4. 20.</b> Réponses dynamiques suivant Y et Z : $N=500\text{ tr/min}$ , $a_p=1\text{mm}$ , $f_z=0.1\text{mm/dent}$ .....	97
<b>Figure 4. 21.</b> Pièce avec passage de coupe de dent stable au bavardage. Profondeur de passe: de 5 à 18 mm. En bas: zoom sur la zone de transition. (Faassen, 2007) .....	98
<b>Figure 4. 22.</b> Réponse dynamique du système pour, $N=400\text{tr/min}$ ; $a_p=1\text{mm}$ ; $a_e=40\text{mm}$ , $f_z=0.1\text{mm/dent}$ .....	98
<b>Figure 4. 23.</b> Réponse spectrale de déplacement suivant l'axe X ( $N=500\text{ tr/min}$ , $a_p=1\text{mm}$ , $f_z=0.1\text{mm/dent}$ ) .....	99

<b>Figure 4. 24.</b> <i>Superposition de deux réponses spectrales de déplacement suivant deux axes X et Y (<math>N=500</math> tr/min, <math>a_p=1</math>mm, <math>f_z=0.1</math>mm/dent)</i>	99
<b>Figure 5. 1.</b> <i>Position des capteurs (Kuljanic, et al., 2009)</i>	104
<b>Figure 5. 2.</b> <i>Position des capteurs Accéléromètre monté sur la pièce (a), sur la broche (b)</i>	107
<b>Figure 5. 3.</b> <i>Influence de la position du capteur sur la fluctuation des vibrations radiales (a) capteur sur pièce, (b) capteur sur broche</i>	107
<b>Figure 5. 4.</b> <i>Influence de la variation de matière sur la fluctuation des vibrations radiales (a) fraisage du laiton, (b) fraisage de l'acier doux</i>	108
<b>Figure 5. 5.</b> <i>Influence de la variation matière/vitesse sur la fluctuation des vibrations radiales (a) pièce en laiton/ 500tr/mn, (b) pièce en aciers doux/ 500 tr/mn, (c) pièce en laiton/ 700 tr/mn, (d) pièce en aciers doux/ 700 tr/mn</i>	108
<b>Figure 5. 6.</b> <i>Influence de la variation de l'avance sur la fluctuation des vibrations suivant X (a) Avance 0,05 mm/tr, (b) Avance 0,2 mm/tr</i>	109
<b>Figure 5. 7.</b> <i>Fraiseuse conventionnelle utilisée pour l'expérimentation</i>	112
<b>Figure 5. 8.</b> <i>Amplificateur de signal</i>	113
<b>Figure 5. 9.</b> <i>Accéléromètre Kistler</i>	113
<b>Figure 5. 10.</b> <i>Analyseur HP35665A</i>	113
<b>Figure 5. 11.</b> <i>Effets des variables</i>	115
<b>Figure 5. 12.</b> <i>Effets de l'avance et de la profondeur de passe sur les vibrations</i>	116
<b>Figure 5. 13.</b> <i>Effet de la vitesse de rotation de la broche suivant X</i>	119
<b>Figure 5. 14.</b> <i>Effet de la vitesse de rotation de la broche suivant Y</i>	119
<b>Figure 5. 15.</b> <i>Effet de la profondeur de passe : mesure suivant (X)</i>	120
<b>Figure 5. 16.</b> <i>Effet de la profondeur de passe : mesure suivant (Y)</i>	121
<b>Figure 5. 17.</b> <i>Effet de la vitesse d'avance de coupe; mesure suivant(X)</i>	122
<b>Figure 5. 18.</b> <i>Effet de la vitesse d'avance de coupe; mesure suivant(Y)</i>	122
<b>Figure 5. 19.</b> <i>Mesures réalisées pour la première série de combinaison suivant X</i>	123
<b>Figure 5. 20.</b> <i>Mesures réalisées pour la première série de combinaison suivant Y</i>	124
<b>Figure 5. 21.</b> <i>Comparaison entre expérimentale et théorique</i>	125

## Liste des tableaux

<b>Tableau 2. 1.</b> <i>Différentes configurations à étudier</i> .....	47
<b>Tableau 2. 2.</b> <i>Caractéristiques modales de la configuration pour les résultats obtenus ...</i>	50
<b>Tableau 3. 1.</b> <i>Les fréquences du système étudié</i> .....	69
<b>Tableau 3. 2.</b> <i>Les fréquences propres du système</i> .....	72
<b>Tableau 5. 1.</b> <i>Différentes configuration de position de capteur</i> .....	106
<b>Tableau 5. 2.</b> <i>Répartition des variables et des niveaux</i> .....	111
<b>Tableau 5. 3.</b> <i>Mesures enregistrées pour les vibrations en fraisage</i> .....	117

## NOTATIONS

$a_p$	profondeur de passe axiale
$a_e$	profondeur de passe radiale
$A$	la surface de copeau
$b$	largeur de coupe
$D$	diamètre de la fraise
$h$	épaisseur de coupe
$h_j$	épaisseur de coupe instantané au cours de la rotation de la fraise (= épaisseur de copeau non déformé)
$l$	longueur de coupe
$\Delta z$	épaisseur d'un disque élémentaire de l'outil
$f$	avance par tour
$f_z$	avance par dent
$F_c$	effort de coupe
$F_{ij}$	effort de coupe local sur la $i^{\text{ème}}$ dent, le $j^{\text{ème}}$ élément
$F_a$	effort de coupe
$F_r$	effort de coupe radial
$F_t$	effort de coupe tangentiel
$F_x$	effort de coupe dans la direction X
$F_y$	effort de coupe dans la direction Y
$F_z$	effort de coupe dans la direction Z
$\psi$	angle de coupe
$K_c$	effort spécifique de coupe
$K_t$	effort spécifique tangentiel de coupe
$K_r$	effort spécifique radial de coupe
$M$	nombre d'éléments de segmentation de l'outil
$N$	vitesse de rotation de la broche
$P_c$	puissance de coupe
$Q$	débit copeau
$T$	période d'une rotation de l'outil
$\tau$	période entre deux dents de l'outil consécutive
$V_c$	vitesse de coupe
$V_f$	vitesse d'avance
$W_c$	énergie spécifique de coupe
$Z$	nombre de dents de l'outil
$\omega_n^2 = \frac{K}{m}$	la pulsation propre du système élastique
$\xi = \frac{c}{m\omega_n}$	le coefficient d'amortissement modale
$\tau_2 = \frac{60}{2\pi N} \cos^{-1}\left(1 - \frac{h_0}{R}\right)$	: temps de coupe d'un dent de la fraise
$\rho = \frac{\tau_2}{\tau}$	variable dépend de temps de coupe

## Introduction Générale

---

---

Du fait que les formes à usiner deviennent de plus en plus compliquées, exigeant des tolérances qui sont particulièrement sévères, nous sommes amenés à étudier d'avantage le phénomène de coupe pour bien maîtriser les contraintes fonctionnelles des pièces.

L'un des principaux objectifs à atteindre, par ce travail de recherche, est la précision de l'usinage et l'amélioration de l'état micro géométrique des surfaces usinées en finition, en vue de l'accroissement des performances des outils de coupe, des machines – outils et des logiciels de CFAO pour garder ce procédé compétitif grâce aux gains de productivité et de qualité.

Du point de vue vibratoire, le comportement dynamique lors de l'usinage n'est pas toujours le même ; il diffère d'une opération à une autre. Les vibrations des machines outils utilisées ont une grande influence sur la qualité de l'usinage, il est intéressant de les réduire au maximum. Pour ce faire, plusieurs travaux de recherches scientifiques ont été élaborés pour modéliser le système machine-outil-pièce.

Pour aboutir à ces objectifs, il est intéressant de choisir convenablement la machine, l'outil et les conditions de coupe qui répondent aux contraintes de l'usinage. Ceci va permettre la réalisation de pièces de formes complexes sur une machine à plusieurs axes avec le minimum de vibrations et ceci en agissant sur les caractéristiques dynamiques des systèmes Outil – Pièce (O – P) et Machine – Outil – Pièce (M – O – P).

C'est dans ce cadre que s'inscrit notre travail de recherche « Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système Machine – Outil – Pièce lors d'une opération de fraisage ». Dans ce travail, on cherche à étudier et modéliser les vibrations des systèmes O–P et M–O–P. Les objectifs principaux relatifs à cette thèse consistent à :

1. Faire une recherche bibliographique pour donner un aperçu sur les travaux existants dans ce cadre et identifier les phénomènes vibratoires générés par la dynamique de coupe et des mécanismes d'instabilité mis en jeu. En fait, le processus de coupe génère, selon les cas, deux formes de vibrations : les vibrations forcées (d'origine externe) et les vibrations auto – entretenues (d'origine interne).

2. Développer un modèle numérique permettant d'étudier et d'analyser le comportement dynamique des systèmes O – P et M – O – P et son influence sur le résultat en fraisage.
3. Développer une méthodologie expérimentale pour confirmer l'influence de la dynamique de la machine sur le comportement dynamique global du système M– O – P.

C'est ainsi que ce rapport est organisé en cinq chapitres répartis comme suit.

Dans le premier chapitre intitulé « étude bibliographique sur la dynamique de coupe en fraisage », nous avons commencé par l'étude du phénomène de coupe dans une opération de fraisage du point de vue fabrication pour comprendre l'influence des différents paramètres intervenants dans ce processus. Nous avons analysé le phénomène de formation de copeau en fraisage qui présente une complexité particulière du fait que la coupe est discontinue et les nombres des dents en attaque de matière différent d'un cas à un autre. Cette étude a conduit à une identification détaillée des phénomènes vibratoires générés par la dynamique de coupe et des mécanismes mis en jeu. En fait, le processus de coupe génère, selon le cas, deux formes de vibrations : les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues. Ensuite, nous avons effectué un bilan des différents travaux de modélisation existants, dans cet axe de recherche.

Dans le deuxième chapitre intitulé « Modélisation Masse– Ressort du système O – P en fraisage », nous avons étudié dans un premier temps, les interactions O – P pour modéliser le comportement dynamique et vibratoire de l'opération de fraisage. Nous avons développé un modèle masse – ressort (à deux degrés de liberté) du système O – P pour étudier et analyser le comportement dynamique de la cellule élémentaire en fraisage.

Dans le troisième chapitre intitulé « Modélisation du système M – O – P en fraisage », nous avons développé, un modèle numérique par éléments finis, en se basant sur la méthode de sous-structuration de l'ensemble M – O – P. En effet, nous avons considéré un modèle simplifié du système fraiseuse – outil – pièce en utilisant une méthode de réduction par sous-structuration de l'ensemble M – O – P. Cette modélisation va permettre de tenir compte de l'effet de l'inertie des différents éléments tournants de la fraiseuse et de la structure même de la machine.

Dans le quatrième chapitre, nous avons réalisé des simulations du comportement dynamique global de l'opération du fraisage. L'influence de différents paramètres sur l'effort de coupe tels que l'avance, la profondeur de passe, les réponses dynamiques suivant les trois axes a été



étudié. Cette étude a permis de conclure que ces paramètres sont fortement affectés par l'usinage.

Le chapitre cinq présente une étude expérimentale du fraisage : la procédure expérimentale des essais de fraisage et les constatations qui peuvent être faites sur l'influence des différentes variables (testées au cours de ces essais) ainsi qu'une confrontation avec les résultats numériques ont été présentées.

Le dernier chapitre porte sur les conclusions et les perspectives ouvertes à la suite de ces travaux.

# *Chapitre 1*

## *Etude bibliographique sur la dynamique de coupe en fraisage*

*« Modélisation du comportement dynamique  
non linéaire d'un système machine – outil –  
pièce lors d'une opération de fraisage »*

## *Chapitre 1 : Etude bibliographique sur la dynamique de coupe en fraisage*

---

---

*Le fraisage est une opération d'usinage très productive par rapport aux autres opérations (tournage, perçage, ...) en termes de taux d'enlèvement de matière. Deux particularités qui caractérisent cette opération sont : la formation du copeau due à la discontinuité de coupe au cours de passage des dents et les formes complexes des surfaces usinées, qui rendent difficile le contrôle du comportement vibratoire dans les opérations de fraisage.*

*Ce chapitre constitue une présentation du processus de fraisage suivant deux grandes lignes :*

- Généralité sur la dynamique de coupe en fraisage.*
- Présentation de l'état de l'art.*

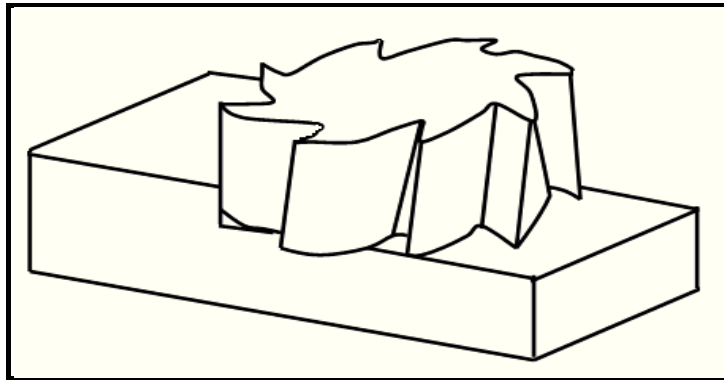
## 1. Généralités sur la Dynamique de Coupe en Fraisage

### 1.1. Généralités sur le fraisage

Le procédé de fraisage est l'un des plus répandus dans l'industrie de mise en forme. Il permet de réaliser des formes complexes grâce à une variété d'outils coupant composés de plusieurs arêtes de coupe et animés d'un mouvement de rotation.

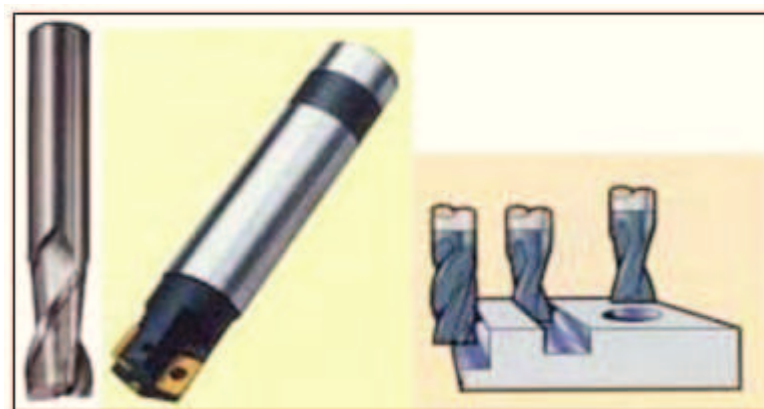
#### 1.1.1. Types d'opération d'usinage

a) Surfaçage : Le surfaçage est l'opération de fraisage, en générale en bout (surfaçage de face) (Figure 1.1) qui permet de générer une surface plane perpendiculaire à l'axe de rotation de la fraise.



**Figure 1. 1.** *Fraisage de face*

b) Plan épaulé : consiste à usiner deux ou plusieurs plans en même temps dont l'angle entre les deux plans dépend de la forme de l'outil, comme il est indiqué dans la figure 1.2.



**Figure 1. 2.** *Outils associés aux surfaces épaulées*

Dans le fraisage, on peut classer les outils suivant la taille, la denture, les démentions..., Il est également possible d'inclure des outils possédants des angles d'hélice différents, à condition que le type d'arrête reste identique (Figure 1.3.). Le nombre de dents de l'outil ou le diamètre peuvent aussi varier.

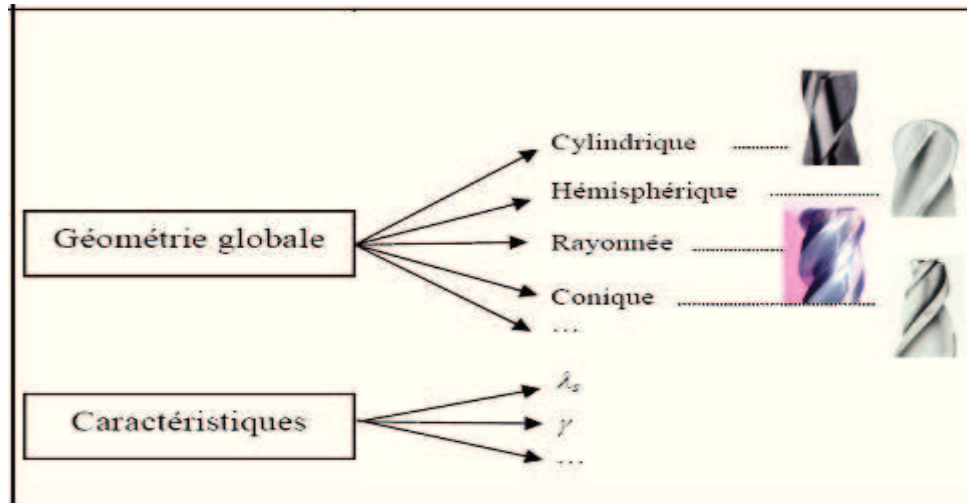


Figure 1. 3. Diversifications possibles au sein d'une famille d'outils (Bissey, 2005)

### 1.1.2. Paramètres de coupe

Le choix de la vitesse de coupe  $V_c$  conduit à la détermination de la fréquence de rotation  $N$  en fonction des paramètres suivants:

- type de matériau de la pièce,
- type de fraise (géométrie),
- type de lubrification (extérieur, central sous pression),
- matériau d'outil (nuance et revêtement),
- caractéristiques de l'opération: ébauche, finition,
- caractéristiques de la machine: vitesse de broche maximum, puissance, rigidité,
- sécurité: limitation de la vitesse de rotation par rapport au balourd de l'outil (équilibrage),
- des critères technico-économiques de fabrication:
  - qualité: forme, précision, état de surface.
  - coût de la pièce : il dépend du coût de l'outil, du nombre de pièces à réaliser et de la durée de vie des outils en usinage (tenue à l'usure) donc des contraintes sur le choix des paramètres de coupe.

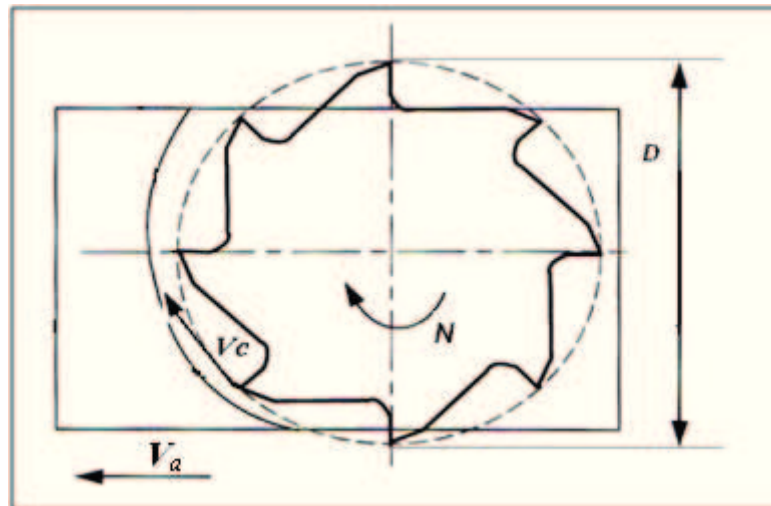


Figure 1. 4. Vitesse de coupe

Les vitesses de coupe utilisées en fraisage pour les alliages d'aluminium sont élevées ( $\gg 500$   $m \text{ min}^{-1}$ ). Généralement en usinage grande vitesse « UGV » les machines sont utilisées au maximum de leur fréquence de rotation disponible sauf en cas de problèmes vibratoires, limitation de puissance, ou durée de vie de la broche.

La vitesse de coupe  $V_c$  (en  $m/min$ ) est un important paramètre de l'outil, qui dépend des conditions de coupe. Elle est calculée à partir du nombre de tours que la broche effectue par minute. A chaque tour de l'outil un point de l'arrête tranchant décrit un cercle de circonférence  $\pi D$ , où  $D$  est le diamètre de l'outil. Si ce diamètre est exprimé en millimètres, le résultat doit être divisé par 1000 pour obtenir la vitesse de coupe en mètres par minute:

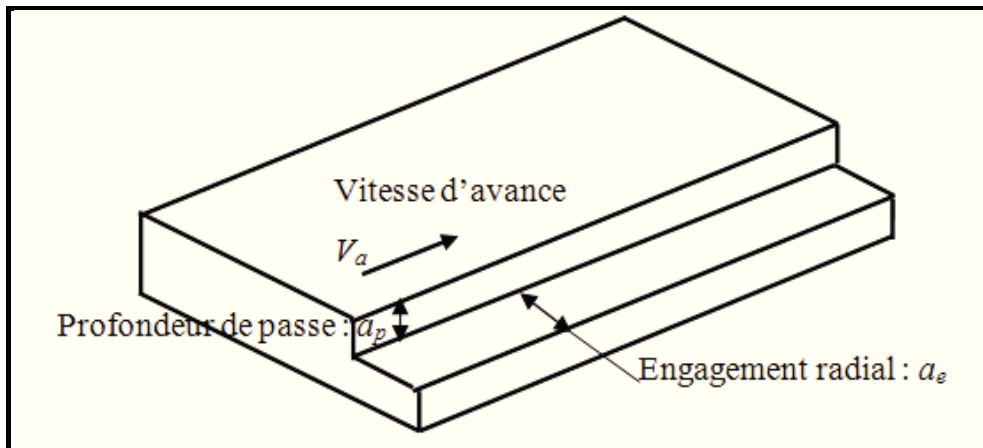
- La vitesse de broche  $N$  ( $tr/min$ ) est la vitesse à laquelle s'effectue cette rotation.

$$V_c = \frac{\pi \cdot D \cdot N}{1000} \quad (m / min) \quad (1.1)$$

- La vitesse d'avance ou de pénétration  $V_a$  [ $mm/min$ ] correspond au déplacement de la pièce par rapport à l'outil et est exprimée en longueur par unité de temps. Elle est également désignée sous le nom d'avance, tout simplement, ou d'avance de table :

$$V_a = f \cdot N \quad (mm / min) \quad (1.2)$$

L'avance par tour  $f$  (en  $mm/tr$ ) exprime le mouvement effectué par l'outil ou la pièce à chaque tour et sert à calculer la vitesse d'avance  $V_a$ .



**Figure 1. 5.** L'engagement axial et radial de l'outil

- L'engagement axial de l'outil  $a_p$  [mm], aussi appelé profondeur de passe.
- L'engagement radial de l'outil  $a_e$  [mm].
- L'outil de fraisage étant muni de plusieurs arrêtes de coupe « z », l'avance par dent  $f_z$  [mm/dent] est utilisée pour définir la surface de copeau  $A$  [mm<sup>2</sup>], c'est – à – dire la surface de matière enlevée à chaque passage de dent, ce qui correspond à la largeur de coupe multipliée par l'avance par dent :

$$f_z = \frac{f}{z} \text{ (mm / dent)} \quad (1.3)$$

$$A = a_p f_z \text{ (mm}^2\text{)} \quad (1.4)$$

- En utilisant l'une de ces formules, il est possible de déterminer le volume de matière enlevé par unité de temps ou taux d'enlèvement de matière  $Q$  [mm<sup>3</sup> / min]. Ce volume étant le produit de la vitesse de coupe par la surface de copeau. Si la vitesse de coupe est exprimée en  $m / min$ , le résultat doit être multiplié par 1000 pour obtenir le volume en  $mm^3 / min$  :

$$Q = a_p \cdot V_c \cdot f_z = A V_c \text{ (mm}^3 \text{ / min)} \quad (1.5)$$

### 1.1.3. Formation des copeaux

Le copeau se forme essentiellement par cisaillement du métal dans une zone primaire de l'arrête de l'outil, située de part et d'autre d'un plan faisant un angle  $\phi$  avec la direction de coupe (Figure 1.6.).

On distingue 3 zones principales:

La zone de cisaillement primaire où la déformation plastique est induite par échauffement considérable de la matière usinée et de l'outil.

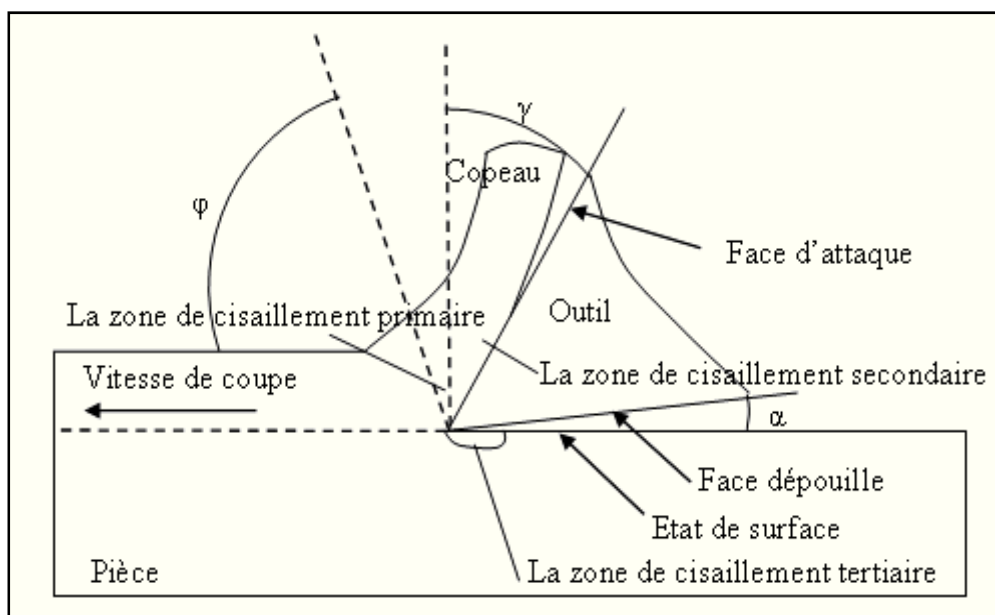
La zone de cisaillement secondaire à l'interface outil / copeau. C'est une zone de l'écoulement de copeau qui est responsable entre autres de l'usure en cratère de l'outil. Un écrouissage important de la face interne du copeau s'y produit.

La zone de cisaillement tertiaire entre la surface usinée et la face de dépouille. Elle donne naissance à une usure en dépouille, produit lors du retour de la déformation élastique de la matière après le passage des dents de l'outil.

$\varphi$  : angle du plan de cisaillement

$\alpha$  : angle de dépouille

$\gamma$  : angle de coupe



**Figure 1. 6.** Formation des copeaux (Alumatter, 2001)

Du fait de sa relative simplicité, la coupe orthogonale en tournage a été le support à l'ensemble des études portant sur la compréhension de la dynamique de la coupe. Ces travaux ont abouti à des modèles de coupe assez complets et aptes à reproduire de nombreux phénomènes observés expérimentalement (Tobias, 1965). Cependant, en raison de leur relative complexité, ces modèles n'ont à ce jour quasiment pas été mis en œuvre en fraisage car la procédure d'identification des différents paramètres des modèles est délicate. Pour cette raison, l'objectif de cette partie est de recenser les différentes origines du broutement révélées



par les études en coupe orthogonale afin de mieux analyser les travaux sur la dynamique de la coupe en fraisage. Ainsi, seuls les modèles ayant servi de bases pour les études en fraisage seront présentés.

## ***1.2. Présentation générale de la dynamique de l'opération de coupe***

### *1.2.1. Identification des phénomènes vibratoires*

La réponse dynamique de la cellule élémentaire d'usinage est provoquée par les efforts de coupe. Cependant, il faut écarter toutes les vibrations nées des déplacements des axes mobiles de la M – O et des consignes délivrées par les boucles d'asservissement de ces axes. Le processus de coupe génère les phénomènes vibratoires dus à une excitation relative entre l'outil et la pièce. Il est utile de rappeler les différents types de vibrations existantes ainsi que leurs origines. Trois catégories peuvent se distinguer : les vibrations libres, les vibrations forcées et les vibrations auto – entretenues (Naterwalla, 2001).

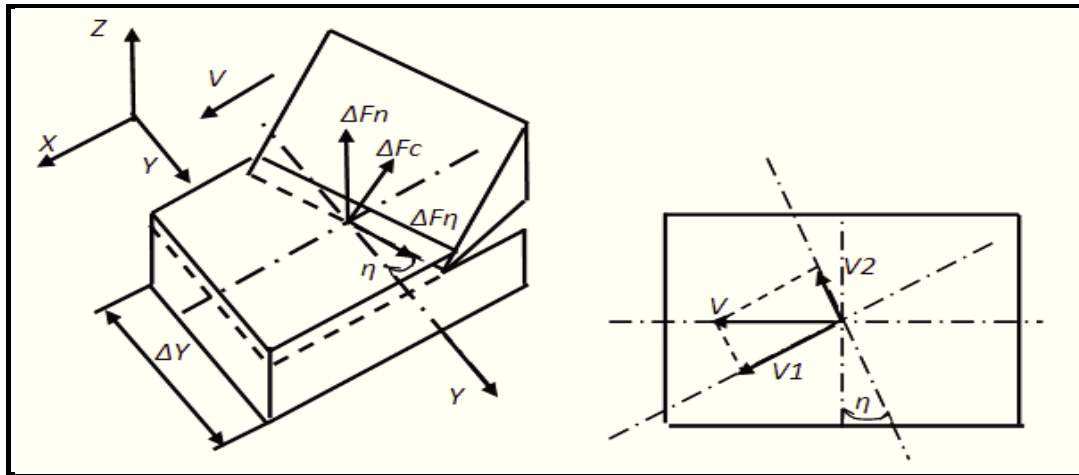
- Les vibrations libres : elles résultent de la capacité d'un système à vibrer et sont donc directement liées à ses modes propres. Elles peuvent être déclenchées par un seul impact et elles s'amortissent d'elles-mêmes en fonction du comportement dynamique et de l'amortissement du système.

- Les vibrations forcées sont propres à la coupe discontinue comme le cas du fraisage, mais elles peuvent, aussi, être générées pendant le tournage des pièces qui n'ont pas une symétrie de révolution. Ces vibrations sont le résultat de l'excitation périodique de la coupe, qui résulte dans le cas du fraisage, du passage successifs des dents. Du fait de leur périodicité, ces vibrations n'ont pas une grande influence sur la rugosité de la surface usinée en régime de coupe stationnaire, en effet, pour chaque passage de dent les positions relatives des arrêtes de coupe par rapport à la pièce sont les mêmes. Ainsi la coupe de la matière est identique pour chaque dent et chacune d'elle a le même décalage lorsqu'elle laisse sa trace sur la surface générée. Ces vibrations produisent des défauts sur la surface usinée au début et à la fin d'usinage où les conditions de coupes changeantes perturbent le régime stationnaire mais aussi en cours d'usinage si l'outil est hélicoïdal. Dans le cas de vibrations forcées, le défaut généré se manifeste par une surface de forme bombée (et/ou incurvée) suivant la direction parallèle à l'axe de l'outil. Ces défauts sont importants quand la fréquence d'excitation ou l'une, de ses harmoniques est proche d'une fréquence propre de la cellule élémentaire d'usinage ou quand la variation de l'effort de coupe est importante sur une période. Les

vibrations forcées (Naterwalla, 2001) dans la coupe peuvent avoir d'autres sources, telles que la composition irrégulière de la matière usinée, les défauts géométriques de la surface à usiner, etc. Mais ces causes sont classées au second ordre par rapport à la cause principale qui est la coupe discontinue ou interrompue.

- Les vibrations auto-entretenues (ou auto-excitées) (Naterwalla, 2001), aussi appelées auto-vibrations ou vibrations régénératives proviennent de l'instabilité du régime de coupe. L'origine principale de ces vibrations est la variation du frottement du copeau sur l'outil ; du contact avec frottement sur la face de dépouille de l'outil et de la variation de l'épaisseur de la matière coupée. Ces variations stimulent le mouvement vibratoire du système qui amplifie les fluctuations. Ce type de vibrations néfastes pour la coupe stable est la principale cause du phénomène de broutement. Elles sont créées lorsque le système usinant n'a plus la capacité de suivre la dynamique imposée par la coupe. Celui-ci se met alors à vibrer à une fréquence différente de celle du passage de l'arrête tranchante, ce qui produit un déséquilibre dans les conditions de coupe sur chaque arrête tranchante qui peut même provoquer le saut de l'outil hors de la matière. Il faut éviter l'usinage en présence de ces vibrations car elles engendrent une mauvaise qualité de la surface usinée et une augmentation des efforts de coupe provoquant la rupture de l'outil.

La figure 1.7 présente un découpage appliqué au contact outil pièce. La vitesse de coupe  $V_c$  appliquée sur chaque arrête élémentaire, se décompose en une composante ( $V_2$ ) portée par l'arrête tranchante et une composante ( $V_1$ ) qui lui est perpendiculaire. L'effort résultant  $\Delta F$  produit par la coupe est la somme de trois composantes,  $\Delta F_c$  composante dans le plan de la surface usinée et perpendiculaire à l'arrête tranchante,  $\Delta F_n$  composante normale au plan d'usinage et  $\Delta F_\mu$  composante portée par l'arrête tranchante. Les efforts  $\Delta F_c$  et  $\Delta F_n$  résultent de la coupe orthogonale tandis que  $\Delta F_\mu$  résulte du frottement de glissement suivant la direction  $Y$  entre l'outil et la pièce. .



**Figure 1. 7.** Composantes de l'effort de coupe exercé sur une arête de coupe élémentaire dans la modélisation de Balachandran et Zhao (Balachandran, et al., 2000)

Ces trois composantes sont calculées comme suit (Jemielniak, et al., 1989)

$$\Delta F_c^i(t) = K_t \cdot h(t, i, Y) \frac{\Delta Y}{\cos \eta} + c_p h(t, i, Y) \frac{\Delta Y}{\cos \eta} \quad (1.6)$$

$$\Delta F_n^i(t) = K_n \cdot \Delta F_c^i(t) \quad (1.7)$$

$$\Delta F_\mu^i(t) = \mu \left[ \Delta F_c^i(t) \cos \varphi_n - \Delta F_n^i(t) \sin \varphi_n \right] \quad (1.8)$$

où  $h(t, i, Y)$  : l'épaisseur non déformée de copeau,

$K_t$  : coefficient de pression spécifique,

$K_n$  : coefficient de proportionnalité,

$\mu$  : coefficient de frottement entre la face de coupe de l'outil et la surface usinée,

$c_p$  : le coefficient de frottement visqueux associé traduisant l'amortissement naturel de la coupe

$\varphi_n$  et  $\eta$  les angles de coupe et d'hélice de la dent.

La simulation de ce modèle a été essayée sur plusieurs configurations d'usinages en fraisage : pièce souple et/ou outil souple, mode d'usinage en opposition ou/et en avalant, engagement total ou partiel de la fraise. D'autre part, dans ces différentes modélisations, ils n'ont pas pris en charge les effets gyroscopiques dans la modélisation de l'outil. Smith (Smith, et al., 1993) reprend la simulation avec amélioration, il a pris en compte la variation des angles d'engagement du fait des déflexions de l'outil. La simulation a permis le traçage des lobes de stabilité sans broutement de profondeur de passe en fonction de la rotation de broche.

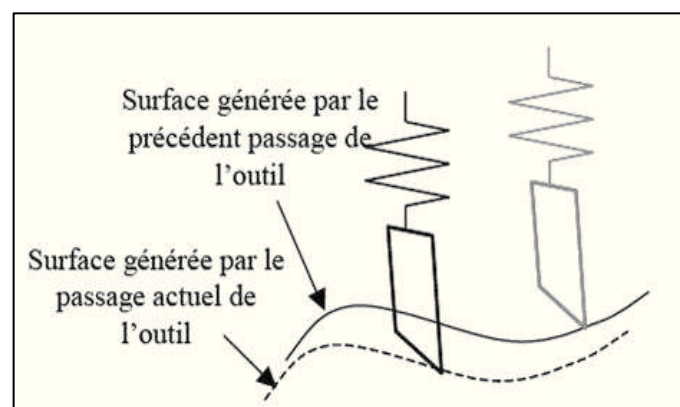
### 1.2.2. Identification des mécanismes d'instabilité en coupe

Depuis plus de 50 ans, les chercheurs dans ce domaine ont réalisé des expérimentations et des modèles dans le but de comprendre les mécanismes qui génèrent les vibrations pendant le processus de coupe. Dans cette partie nous présentons un bref historique des différentes modélisations de ce processus en exposant les phénomènes qui sont à l'origine du broutement. La plupart des études de la dynamique de coupe qui se trouvent dans la littérature utilisent le modèle simple de la coupe orthogonale en tournage (modèle à un DDL) comme support principale de modélisation.

Ces travaux ont abouti à des modèles de coupe assez complets et aptes à reproduire un certain nombre des phénomènes observés expérimentalement (Grégoire, 2003).

Dans le cas du fraisage, la procédure d'identification des paramètres modèles est délicate. Ceci était parmi les principaux facteurs qui empêchent de mettre en œuvre les modèles qui sont relativement complexes.

La dynamique de la structure de la M – O et celle du processus de coupe possède une grande influence sur celle de la coupe. La recherche des différents mécanismes qui sont à l'origine du broutement représentent les principaux objectifs de plusieurs études sur la coupe. L'influence du mécanisme de régénération de la surface sur le broutement a été présentée par Gurney et al. (Gurney, et al., 1961), Tlusty et Polacek (Tlusty, et al., 1963) et Merrit (Merrit, 1965). Ce phénomène provient de l'interaction d'une arête coupante de l'outil avec la surface formée lors du passage précédent d'une arête tranchante (Figure 1.8).



**Figure 1. 8.** Mécanisme de régénération de la surface

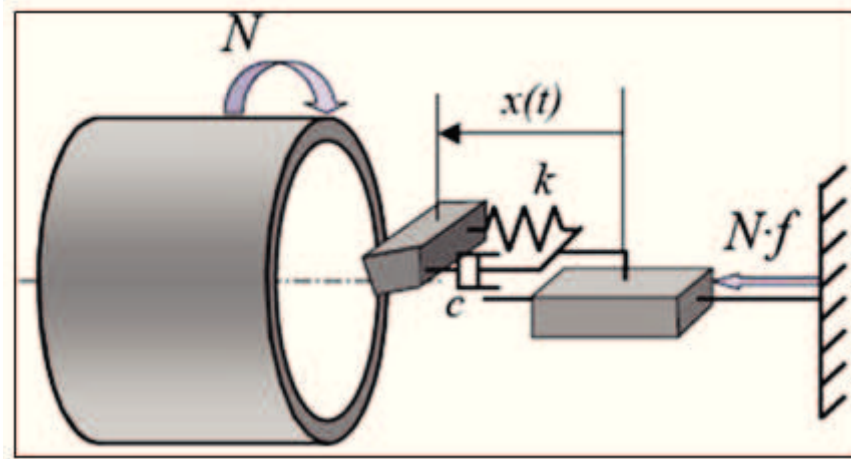
Les effets du phénomène de régénération de surface sont détectés évidemment dans le cas de la coupe continue. Pendant l'engagement de l'outil dans la matière au début de l'usinage, les fluctuations des efforts de coupe génèrent un mouvement vibratoire de l'outil qui se reporte

sur la qualité de la surface usinée à cet instant. L'ondulation de la surface pendant le passage suivant de l'arrête tranchante s'ajoute au mouvement vibratoire de l'outil et modifie l'épaisseur de copeau, et par conséquent l'intensité des efforts de coupe. Deux possibilités se présentent pour ce phénomène. Dans le cas où le déphasage entre la trajectoire de l'outil et l'ondulation de la surface est presque nulle, la variation de l'épaisseur de copeau n'est pas sensible à ces effets dynamiques et l'amplitude des vibrations diminue petit à petit pour s'annuler. Au contraire, si le déphasage existe et si la rigidité et l'amortissement de la structure sont insuffisants, les variations de la section de copeau vont exciter la structure et les vibrations vont augmenter considérablement jusqu'à la stabilisation à un niveau où la coupe est discontinue. L'amplitude et la période des vibrations étant alors telles que l'outil se retrouve sur une (ou plusieurs) portion(s) de tour hors de la matière. En fraisage, ce mécanisme est identique, mais du fait que l'excitation de la coupe est périodique, le régime vibratoire forcé dans ce cas existe toujours. En fraisage, les mécanismes responsables de l'apparition des vibrations sont encore plus compliqués en raison de la géométrie complexe d'une fraise hélicoïdale et de l'aspect caché de l'opération de coupe. La description et la prédiction des interactions O – P ne pouvant être mis en place que suite à des hypothèses simplificatrices.

Une des premières modélisations du broutement par le mécanisme de régénération de la surface a été proposée par Tobias en 1965 (Tobias, 1965).

Ce modèle de broutement, illustré dans la figure 1.9, est destiné au tournage d'un tube rigide avec un outil présentant une flexibilité suivant la direction axiale. Il repose sur trois hypothèses :

- coupe orthogonale (l'usinage d'un tube à parois mince permet de s'en rapprocher)
- dépendance linéaire de l'effort instantané de coupe à la section du copeau
- comportement dynamique de l'outil assimilable à celui d'un système masse - ressort amorti (Figure 1.9).



**Figure 1. 9.** *Modèle de broutement en tournage (Tobias, 1965)*

Le modèle mathématique de la coupe illustré dans la figure précédente est le suivant :

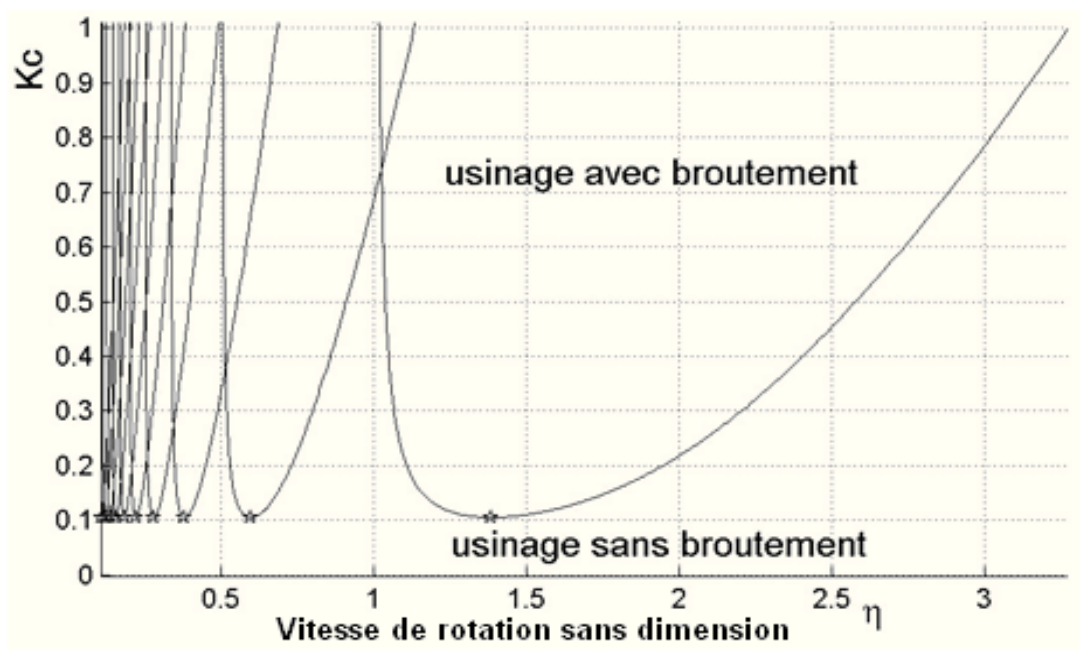
$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -C_F b(f + x(t) - x(t - \tau)) \quad (1.9)$$

$x(t)$  est le déplacement de l'arrête tranchante de l'outil,  $\tau$  est la période de rotation.

$m$ ,  $c$  et  $k$  sont respectivement la masse, l'amortissement et la rigidité de l'outil.

$C_F$  est une constante qui désigne la pression spécifique de coupe et  $f$  représente l'épaisseur instantanée de copeau.

La recherche des conditions de broutement se ramène alors à l'étude de la stabilité du système considéré.



**Figure 1. 10.** *Diagramme de stabilité en coupe continue (Tobias, 1965)*

Le diagramme présenté dans la figure 1.10 fait ressortir la forme particulière de la frontière qui sépare l'espace des paramètres de coupe en deux zones. La zone située sous les lobes définit les conditions de coupe pour lesquelles l'usinage se fait sans broutement, à l'inverse de celle située au-dessus des lobes et dans laquelle les conditions génèrent du broutement.

Les essais réalisés par Chiou et al. (Chiou, et al., 1998) avec un outil présentant une usure en dépouille montrent qu'aux hautes vitesses de coupe, la frontière de stabilité correspond aux lobes obtenus par l'analyse linéaire de la coupe, tandis qu'aux basses vitesses la profondeur limite de stabilité croit considérablement (Figure 1.11).

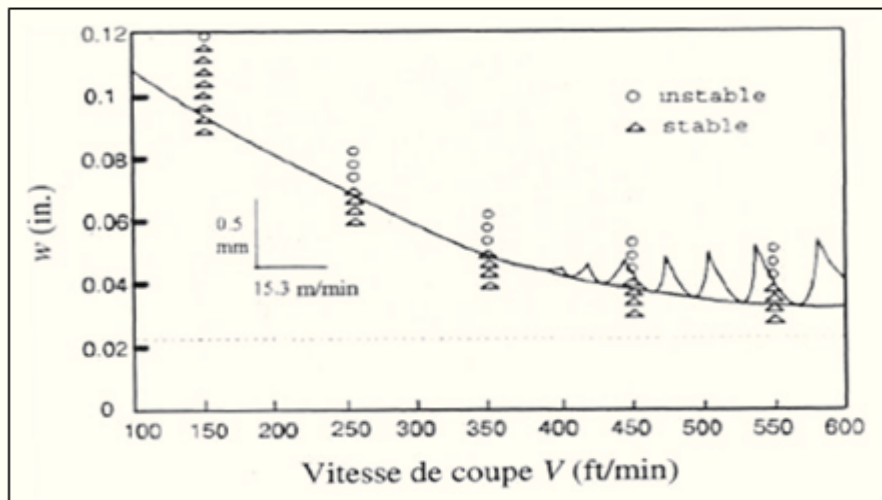


Figure 1. 11. Résultats expérimentaux de Chiou et al. sur la stabilité de la coupe (Chiou, et al., 1998), ( $l_{in}=25.4mm$ )

## 2. Modélisation de la coupe

### 2.1. Modèles analytiques en coupe interrompue

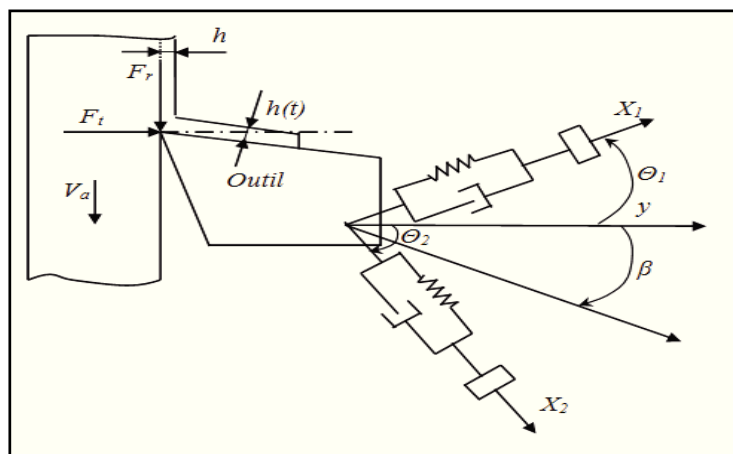


Figure 1. 12. Modélisation d'un système à deux degrés de liberté

La figure 1.12 représente un modèle à deux degrés de libertés. Dans ce paragraphe on va détailler le modèle analytique. Altintas (Altintas, 2000) a abordé et détaillé l'approche analytique.

### 2.1.1. Construction des lobes de stabilité

L'équation de la dynamique de ce système à deux degrés de libertés, est donc de la forme :

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (1.10)$$

avec  $M$  la matrice masse,  $C$  la matrice d'amortissement,  $K$  la matrice de rigidité et  $F$  l'effort de coupe exercé par la pièce sur l'outil.

L'équation de l'effort de coupe s'écrit de la forme suivante (Lelan, 2007):

$$F(t) = a_p K_t A(t)(X(t) - X(t - \tau)) \quad (1.11)$$

avec :

$a_p$  : profondeur de passe

$K_t$  : rigidité tangentielle

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 - \cos(2\varphi_j))] & \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [(1 + \cos(2\varphi_j)) + K_r \sin(2\varphi_j)] \\ \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [(1 - \cos(2\varphi_j)) - K_r \sin(2\varphi_j)] & \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 + \cos(2\varphi_j))] \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$\tau = \frac{60}{ZN}$  période de passage deux dents successives.

et la fonction de communication

$$g(\varphi_j) = \begin{cases} 0 & \text{Si le dent est hors coupe} \\ 1 & \text{Si le dent est en coupe} \end{cases} \quad (1.13)$$

Afin de construire les lobes de stabilité, il faut passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. L'équation de transfert  $\phi(i\omega)$  est alors donnée par:

$$[\phi(i\omega)] = \begin{bmatrix} \phi_{xx}(i\omega) & \phi_{xy}(i\omega) \\ \phi_{yx}(i\omega) & \phi_{yy}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Les vibrations sont des sources de déplacement  $r$ , ces déplacements sont présentés par les équations suivantes :

$$\{r\} = \{x(t) \ y(t)\}^T ; \{r_0\} = \{x(t - \tau) \ y(t - \tau)\}^T \quad (1.15)$$



Ces déplacements s'écrivent dans le domaine fréquentiel sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \{r(i\omega_c)\} = [\phi(i\omega_c t)] \{F\} e^{i\omega_c t} \\ \{r_0(i\omega_c)\} = e^{-i\omega_c \tau} [r(i\omega_c)] \end{cases} \quad (1.16)$$

$\omega_c t$  : Le retard de phase entre les vibrations de passage de deux dents successives.

L'équation de l'effort de coupe (1.11) s'écrit donc :

$$\{F\} e^{i\omega_c t} = \frac{1}{2} a_p K_t [1 - e^{i\omega_c \tau}] [A_0] [\phi(i\omega_c)] \{F\} e^{i\omega_c t} \quad (1.17)$$

Où  $[A_0]$  est le premier terme de la décomposition en série de Fourier de  $[A(t)]$

En annulant la partie réelle des racines de l'équation caractéristique de (1.17), on obtient la limite de stabilité de la coupe :

$$\det \left[ [I] - \frac{1}{2} a_p K_t [1 - e^{i\omega_c \tau}] [A_0] [\underbrace{\phi(i\omega_c)}_{\phi_0(i\omega_c)}] \right] = 0 \quad (1.18)$$

La valeur propre est déterminée par :

$$\Lambda = \frac{Z}{4\pi} a_p K_t [1 - e^{i\omega_c \tau}] \quad (1.19)$$

avec  $Z$  nombre des dents

On peut résoudre cette équation, pour chaque valeur de fréquence  $\omega_c$ , en se plaçant dans le repère où les degrés de liberté sont dans les directions d'avance (x) et normale à l'avance (y) alors  $\phi_{xy} = \phi_{yx} = 0$ .

L'équation caractéristique devient alors

$$a_0 \Lambda^2 + a_1 \Lambda + 1 = 0 \Rightarrow \Lambda = -\frac{1}{2a_0} (a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}) = \Lambda_R + i\Lambda_I \quad (1.20)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} a_0 = \phi_{xx}(i\omega_c) \phi_{yy}(i\omega_c) (\alpha_{xx} \alpha_{yy} - \alpha_{yx} \alpha_{xy}) \\ a_1 = \alpha_{xx} \phi_{xx}(i\omega_c) \alpha_{xx} \phi_{yy}(i\omega_c) \end{cases} \quad (1.21)$$

La valeur  $a_{p,lim}$  (profondeur de passe maximale correspond au limite de stabilité) est obtenue en remplaçant l'expression de l'équation (1.21) dans l'équation (1.20),

$$a_{p,lim} = \frac{2\pi}{ZK_t} \left[ \frac{\Lambda_R (1 - \cos \omega_c \tau) + \Lambda_I \sin \omega_c \tau}{(1 - \cos \omega_c \tau)} + i \frac{\Lambda_I (1 - \cos \omega_c \tau) + \Lambda_R \sin \omega_c \tau}{(1 - \cos \omega_c \tau)} \right] \quad (1.22)$$

Comme  $a_{p,lim}$  doit être réel positif, il faut donc annuler la partie imaginaire, ce qui donne :

$$k = \frac{\Lambda_R}{\Lambda_I} = \frac{\sin \omega_c \tau}{(1 - \cos \omega_c \tau)}, \quad a_{plim} = \frac{2\pi}{ZK_t} \Lambda_R (1 + k^2) \quad (1.23)$$

La valeur de la vitesse de rotation concordant est déterminée à partir de la phase  $\psi$  de la valeur propre  $\Lambda$ :

$$k = \tan \psi = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c \tau}{2}\right) \quad (1.24)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c \tau}{2} + k\pi \quad (1.25)$$

Nous obtenons donc :

$$N = \frac{60\omega_c}{Z((2k+1)\pi - 2\psi)} \quad (1.26)$$

### 2.1.2. Méthodologie d'obtention des lobes de stabilité

Les lobes de stabilité sont construits en suivant les étapes suivantes :

1. choisir une fréquence  $\omega_c$  proche d'une fréquence de mode propre dominant,
2. résoudre l'équation (1.18),
3. calculer  $a_{plim}$  correspondante,
4. déterminer ensuite les vitesses de rotation  $N$  associées en faisant varier  
 $k = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ,
5. refaire les étapes avec une autre fréquence  $\omega_c$ ,

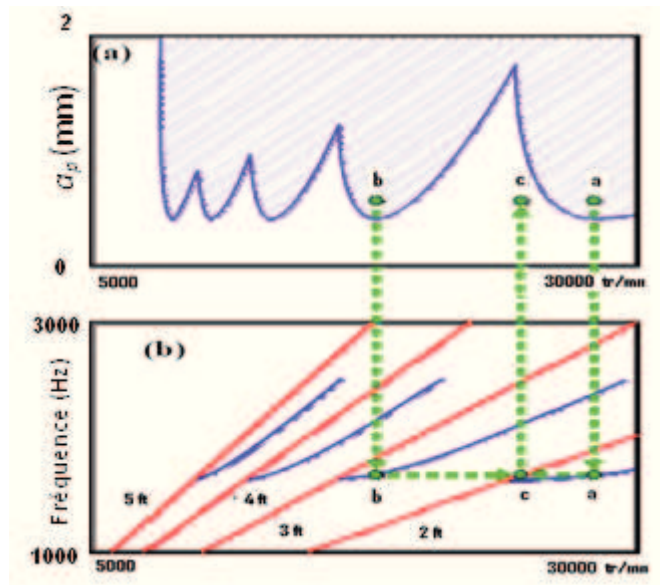
$k$  : le nombre d'ondulations complètes entre le passage de deux dents successives.

#### a) **Choix d'une vitesse de rotation pour un $a_p$ donné** (Naterwalla, 2001)

Une autre représentation peut être utilisée à partir de la figure des lobes de stabilité. Elle consiste à tracer de la courbe de fréquence en fonction de la fréquence de rotation (Figure 1.13)

$$N = \frac{60 f_c}{Zk} \quad (1.27)$$

Cette courbe permet d'estimer la vitesse de rotation stable pour chaque valeur de profondeur de passe. L'objectif est de réduire la fréquence de broutement à un multiple de la fréquence de passage des dents (2ft, 3ft, 4ft,...). Tenons l'exemple du point  $a$ , de la zone d'instabilité, si la fréquence de rotation de la broche est choisie de telle manière que  $f_c=2ft$ , alors la coupe devrait être stable. Plusieurs répétitions pour choisir la vitesse sont souvent essentielles. Cette manière est très utilisée dans le cas du système mono-mode.



**Figure 1. 13.** Choix de la vitesse de rotation en fonction de la profondeur de passe : Lobes de stabilité (a), graphique de  $f_c$  en fonction de  $N$  (b) (Naterwalla, 2001)

#### b) Limite de la méthode

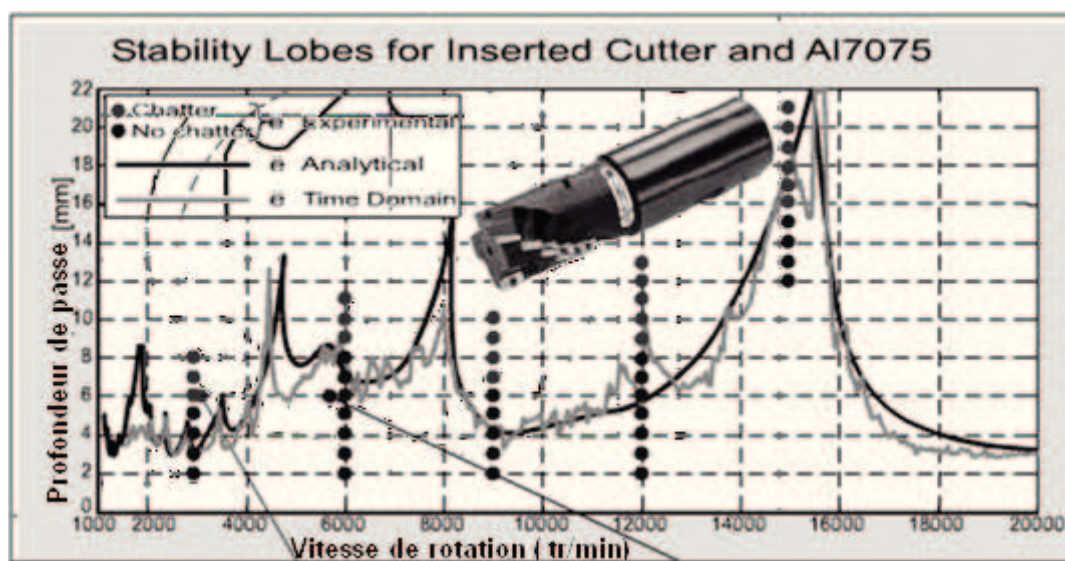
La limite de cette méthode analytique a été baissée par Y. Altintas dans l'utilisation des différentes géométries d'outils, surtout pour les outils boules hémisphérique (Altintas, et al., 1998) (Altintas, et al., 1999). Il y a un problème pour la détermination des efforts de coupe pour ces types de fraise. Plusieurs chercheurs ont proposé des solutions pour les modéliser (Lee, et al., 1996) (Mantle, et al., 2006).

Cette méthode de résolution est exploitée en fraisage d'ébauche. En effet, plusieurs problèmes en fraisage de finition tel que, la détermination de la loi de l'effort de coupe pour faibles profondeur de passe, la fonction de communication (1.13) ne dépend pas seulement de l'angle d'entrée et de sorti de l'outil mais aussi des vibrations au cours de l'usinage et de la forte discontinuité de coupe dut au faible engagement radial de l'outil. La méthode analytique est établie avec la transformation en série de Fourier de l'équation de l'épaisseur de copeau instantané  $A(t)$  (1.12). L'hypothèse mise par Lapujoulade (Lapujoulade, et al., 2002) pour résoudre ce problème, est qu'il ne suffit pas de prendre simplement la moyenne  $A_0$  de la décomposition en série de Fourier du terme périodique.

Altintas et al. (Altintas, et al., 1999) ont étudié les outils ayant des angles différents entre les dents. Dans leur résolution, ils ont employé différentes valeurs de phases dans l'équation (1.17). Cette particularité de déphasage a permis de donner une plus grande stabilité de la coupe avec ces fraises. La figure 1.14 montre les zones de stabilité d'un outil ravageuse.

Campomanes (Campomanes, 2002) a utilisé la même hypothèse pour ces fraises de forme particulière dans leur simulation. Egalement, l'utilisation de plusieurs déphasages  $\tau$  permet d'accroître la stabilité.

Cette méthode de déphasage est utilisée dans des logiciels commerciaux, tel que CUTPRO, MILSIM, qui prennent en compte des conditions de coupe. Ces logiciels sont couplés à un système d'analyse modale utilisé pour donner la fonction de transfert de l'outil. Les valeurs propres de l'analyse modale sont enregistrées dans ces logiciels afin de les utiliser dans le traçage des lobes. Le logiciel construit les lobes de stabilité en superposant l'ensemble des lobes obtenus à chaque mode propre, comme c'est indiqué dans la figure 1.14.



**Figure 1. 14.** Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes  
(Manufacturing Automation Laboratories Inc).

### 2.1.3. Bilan des méthodes analytiques consacrées à l'étude de la stabilité de la coupe

Les approches analytiques présentent l'avantage de déterminer la stabilité dans l'espace des paramètres de coupe. Cependant elles pèchent par le manque de réalisme des hypothèses de coupe faites : loi d'effort linéaire et modes propres découplés. D'autre part, elles sont inadaptées aux géométries d'outils complexes ou avec défauts et elles n'apportent aucune informations sur les régimes transitoires. De ce fait, l'intérêt de ces méthodes réside principalement dans l'apport de connaissances théoriques sur le problème de broutement plus que dans une aide pertinente aux choix des conditions de coupe.

D'autre part les modélisations utilisées reposent sur une hypothèse de calcul de l'épaisseur du

copeau qui est très forte puisqu'il est supposé que la période de passage des dents est constante. Or cette hypothèse n'est plus vérifiée dès que l'usinage est instable, puisque l'instabilité se manifeste justement par un déphasage du mouvement entre deux passages successifs des dents. Cette dernière remarque soulève donc certaines interrogations quant à l'aptitude des méthodes analytiques à prédire la stabilité de la coupe de certaines opérations de fraisage.

Les erreurs introduites par une telle hypothèse ont été relevées par Dekelbab, (Dekelbab, 1995). A partir de considérations purement géométriques, il a mis en évidence que le fait de ne pas prendre en compte les déplacements dynamiques suivant la direction tangentielle à la dent provoque un déphasage entre la trajectoire réelle de la dent et sa trajectoire modélisée. Ce déphasage se répercute sur la détection de la coupe qui peut être avancée ou retardée et sur le calcul de la section de copeau.

Cependant, à notre connaissance, la validité de cette hypothèse pour l'étude de l'instabilité de la coupe n'a pas fait l'objet d'études approfondies, malgré son emploi dans toutes les méthodes analytiques et de nombreuses de simulations de la dynamique de la coupe.

## 2.2. Méthode de la semi-discrétisation

La méthode de semi-discrétisation appuyée sur la discrétisation des valeurs retardées de l'équation de la dynamique a été introduite par Insperger (Insperger, et al., 2004), l'application de ce principe au fraisage est expliquée par Hartung (Hartung, et al., 2006) et Gradišek (Gradsek, et al., 2004).

L'équation de la dynamique tenue en compte reste la même par rapport à la méthode de résolution analytique.

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = \underbrace{a_p K_t A(t)}_{F(t)} (X(t) - X(t - \tau)) \quad (1.28)$$

Avec

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 - \cos(2\varphi_j))] & \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [(1 + \cos(2\varphi_j)) + K_r \sin(2\varphi_j)] \\ \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [(1 - \cos(2\varphi_j)) - K_r \sin(2\varphi_j)] & \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 + \cos(2\varphi_j))] \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Où :  $g_j$  la fonction de communication,  $\varphi_j$  l'angle de rotation l'arrête par rapport à l'axe Y et  $K_r$  constante sans dimension.

Par la suite pour simplifier l'écriture, nous poserons :

$$Q(t) = -a_p K_t A(t) \quad (1.30)$$

Le but de la semi-discrétisation consiste à discrétiser le terme retardé de l'équation qui est ici  $X(t-\tau)$ . L'objectif est de remplacer le système d'équation différentielle retardée non autonome (1.30), en une série d'équations différentielles autonomes dont les résultats sont connus. Dans un premier temps, il faut créer un intervalle de division temporel. Ainsi, le pas de temps choisi de discrétisation  $\Delta t = \tau/m$ , avec  $m$  un entier qui représentera la finesse de la discrétisation (Insperger, et al., 2004).

L'analyse de système avec la méthode de semi-discrétisation s'effectue en estimant le terme retardé et le coefficient de coupe périodique. Nous obtenons ainsi :

$\Delta t = t_{i+1} - t_i$  : pas d'échantionnage

$$X(t-\tau) \approx \frac{1}{2}(X_{i-m+1} + X_{i-m}) \quad (1.31)$$

$$Q(t) \approx Q(t_i) \approx Q_i$$

L'équation (1.28) ainsi discrétisée devient :

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + (K + Q_i) X(t) = \frac{Q_i}{2}(X_{i-m+1} + X_{i-m}) \quad (1.32)$$

La transformation de Cauchy permet d'obtenir l'équation sous la forme :

$$\dot{u}(t) = R_i u(t) + G_i (u_{i-m+1} - u_{i-m}) \quad \text{où} \quad u(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

$$R_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_n^2 - \frac{\omega h_{xxi}}{m_i} & -\frac{\omega h_{xyi}}{m_i} & -2\zeta\omega_n & 0 \\ -\frac{\omega h_{yxi}}{m_i} & -\omega_n^2 - \frac{\omega h_{yyi}}{m_i} & 0 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad G_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\omega h_{xxi}}{m_i} & \frac{\omega h_{xyi}}{m_i} & 0 & 0 \\ \frac{\omega h_{yxi}}{m_i} & \frac{\omega h_{yyi}}{m_i} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

( $R_i$  et  $G_i$  correspondent respectivement aux matrices  $A_i$  et  $B_i$  dans (Insperger, et al., 2004))

Pour la condition initiale  $u(t_i) = u_i$ , le résultat de l'équation est de la forme :

$$u(t) = e^{\omega_i(t-t_i)} (u_i + R_i^{-1} G_i (u_{i-m+1} + u_{i-m})) - R_i^{-1} G_i (u_{i-m+1} + u_{i-m}) \quad (1.35)$$

En substituant  $t = t_{i+1}$  et  $u(t_{i+1}) = u_{i+1}$ , l'équation devient :

$$u_{i+1} = \underbrace{e^{\omega_i \Delta t} u_i}_{P_i} + \underbrace{(e^{\omega_i \Delta t} + 1) R_i^{-1} G_i (u_{i-m+1} + u_{i-m})}_{L_i} \quad (1.36)$$

Afin d'avoir la relation entre les  $i^{\text{ème}}$  et les  $i^{\text{ème}+1}$  terme, l'équation (1.36), devient :  $v_{i+1} = Z_i v_i$

où

$$v_i = \begin{pmatrix} u_i \\ u_{i+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{i-m} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Z_i = \begin{bmatrix} P_i & 0 & 0 & \dots & 0 & L_i & L_i \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

avec :

$$P_i = e^{\omega_i \Delta t}$$

$$L_i = (e^{\omega_i \Delta t} + 1) R_i^{-1}$$

La matrice de passage ( $\Phi$ ) est une matrice périodique de période T. Elle est obtenue en couplant les résultats successifs de m périodes:

$$\phi = Z_{m-1} Z_{m-2} \dots Z_1 Z_0,$$

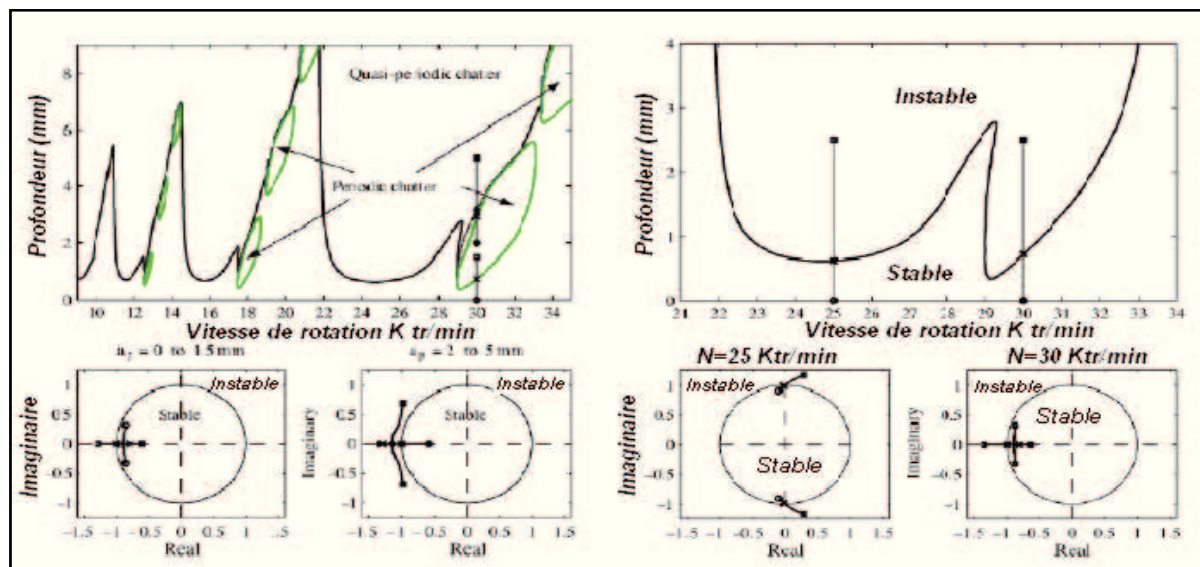


Figure 1. 15. Evolution des valeurs propres de  $\Phi$  pour  $a_e = 0.05.D$  (Gradsek, et al., 2004)

La figure 1.15 montre que la stabilité du système est déterminée, sur une période  $\tau$ , par l'évolution du module des valeurs propres de  $\Phi$ . Le système est stable pour tous les modules qui sont inférieurs à 1. On distingue deux types d'instabilité : le broutement quasi-périodique, et le broutement périodique. Ces deux états se différencient d'un point de vue résolution par l'évolution du module des valeurs propres de la matrice de passages pour une fréquence de rotation donnée.

### **2.3. Dynamique élevée et vibrations**

Les systèmes dynamiques réalisant des mouvements rapides, excitent difficilement les fréquences propres de la machine. Nous rappelons qu'après le qualificatif de "UGV", on comprend que les systèmes de positionnement de bonnes performances dynamiques sont tels que leurs malléabilités structurelles deviennent un paramètre sensible non négligeable pour le processus de contrôle. A l'image d'un système masses/ressorts, les souplesses permettent un comportement oscillatoire de la structure.

#### **2.3.1. Modélisation des phénomènes vibratoires**

Les modèles de représentation pour les structures mécaniques s'étudient à partir des lois de la physique et se partagent en deux groupes : les modèles à constantes localisées, ou modèles discrets, et les modèles à paramètres distribués, ou modèles continus.

Les systèmes à constantes localisées sont composés des éléments discrets tel que des masses concentrées en des positions bien définies, ces masses sont reliées entre elles par des ressorts, ces dernières représentent le nombre de degrés de liberté du système. A l'inverse, la distribution d'un système continu est représentée en une infinité de particules de masse et de raideur représentant le domaine du système. Un modèle continu est supposé qu'il possède une infinité de degrés de liberté. Pourtant, un système continu peut être présenté de manière proche par un modèle discret. Le domaine de conformité du modèle tenu, dépend du nombre de degrés de liberté considéré. Pour notre étude, ne tenant compte que des modes vibratoires dominant la réponse dynamique du système. En effet, les problèmes vibratoires se placent pour des structures complexes assemblées pour lesquelles on peut simplifier la description géométrique et matérielle (liaisons supposées parfaites, comportement majoritairement linéaire). Même en faisant toutes les réductions sur les phénomènes dont les effets sont visiblement négligeables, les modèles utilisés restent d'ordre élevé. La puissance des



calculateurs actuels permet la résolution de certains problèmes spécifiques, mais il n'est généralement pas possible, ni souhaitable, de prendre en compte ce type de modèle dans une étude de commande. Le modèle retenu doit donc réaliser un compromis difficile entre la représentativité de son comportement et la simplicité de sa forme.

### *2.3.2. Modèles représentatifs des souplesses de la machine*

Les systèmes de transmission mécanique des machines traditionnelles, sont le banc des déformations les plus dominants. Ces systèmes sont les plus excités, la dissipation de l'énergie vibratoire augmente largement dans la structure, ce qui réduit les alternatives d'excitation pour les éléments fixés hors de la chaîne de transmission. Dans ce cas, les modes de structure, ou modes de « bâti », ne participent que très faiblement aux vibrations éprouvées au niveau de l'outil (Bearee, 2005).

Dans le cadre de la dynamique élevée, l'augmentation des performances passe par la réduction des inerties et par l'augmentation des demandes dynamiques au niveau des actionneurs. La réduction des inerties a pour effet une augmentation du nombre de fréquences propres difficiles d'être excitées dans la bande passante de commande, d'autant plus que cette bande s'améliore avec les besoins dynamiques. Selon Lee (Lee, et al., 2003), pour les vibrations d'un système vis/écrou les fréquences propres apparaissent autour de 100 Hz, les fréquences de structure sont plus basses, 10~50 Hz.

L'influence des modes de structure devient supérieure dans le cas de l'entraînement direct par moteurs linéaires. Les efforts moteurs provoquent des excitations vibratoires induites par les perturbations dynamiques (les efforts de coupe) ont affaiblies par le rapport de réduction de la transmission et filtrées par les éléments de la transmission mécanique. De plus, on marquera que les axes supportent des composantes mécaniques difficiles d'être excités (support de broche, axes portés).

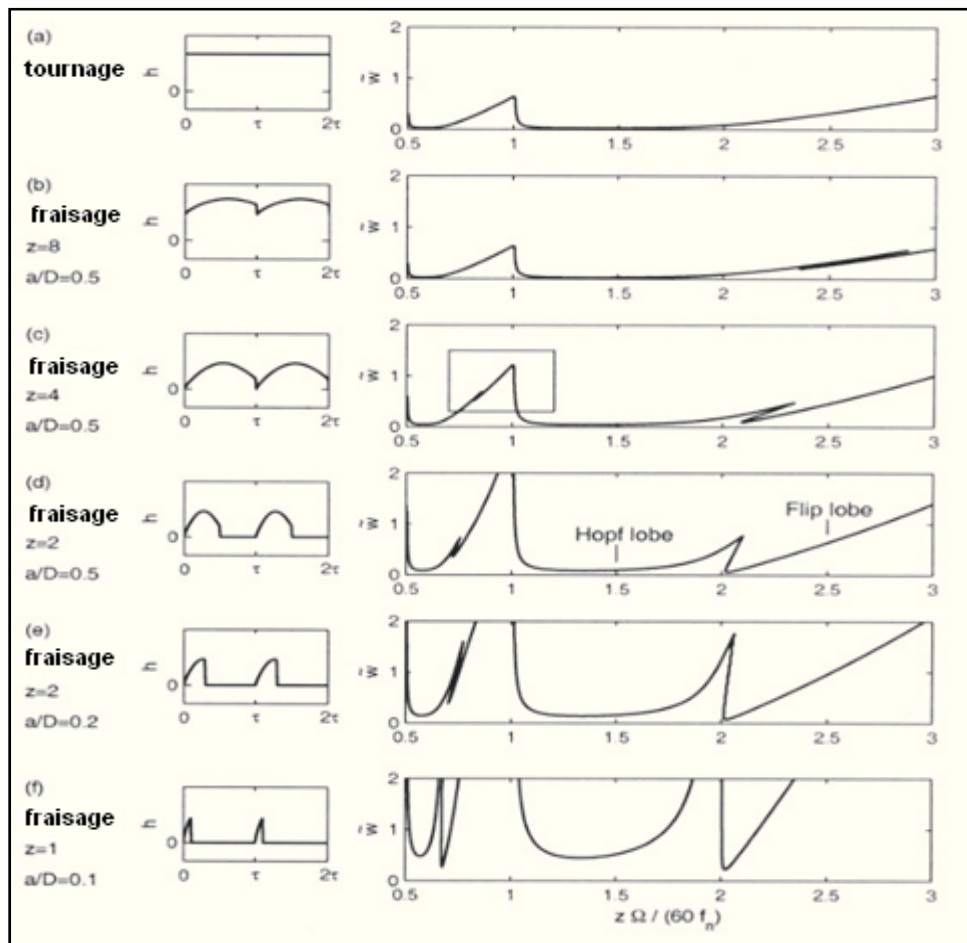
Actuellement, il est donc faisable de différencier deux familles de souplesses prépondérantes :

- les souplesses structurelles;
- les souplesses de transmission.

### *2.3.3. Méthodes appliquées à la coupe fortement discontinue*

Contrairement à d'Altintas, Davis (Davies, et al., 2000), ont développé une méthode spécifiquement dédiée à la coupe discontinue. Cette méthode repose sur l'hypothèse que le temps de coupe sur un tour est infiniment court. L'idée est alors d'utiliser la solution analytique du régime vibratoire de l'outil en dehors de la matière et de la coupler à une

solution approchée du régime vibratoire en coupe afin de construire un modèle linéaire de la coupe discontinue aisé à résoudre. Les auteurs montrent qu'avec la réduction du taux de coupe, les lobes tendent à se scinder en deux, en faisant apparaître de nouvelles zones stables, (Figure 1.16). La comparaison de leur méthode avec la simulation numérique confirme l'aptitude de cette méthode pour l'étude d'opérations d'usinage avec un très faible engagement radial. L'existence de ces lobes au faible engagement radial a été particulièrement bien mise en évidence par les expérimentations de Mann, (Mann, et al., 2002).



**Figure 1. 16.** Allure des lobes de stabilité suivant la discontinuité de la coupe (Inasperger, 2002)

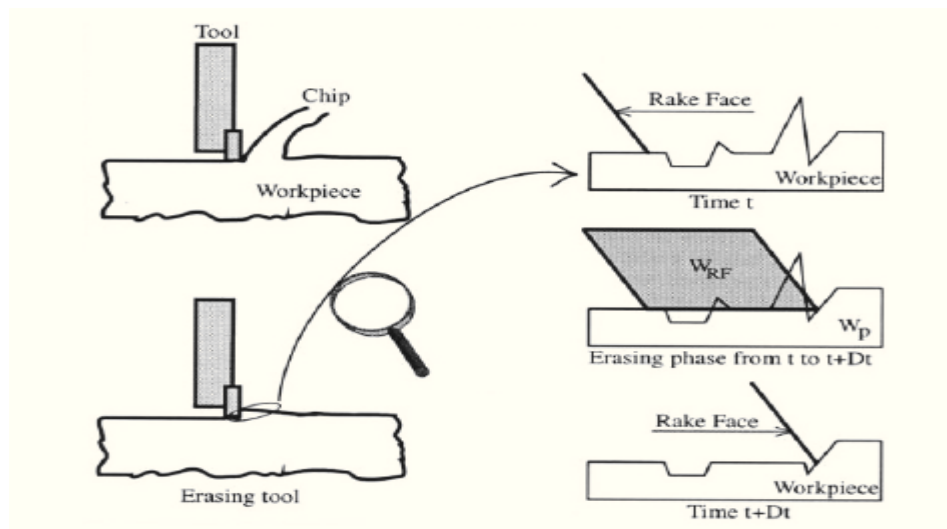
D'autres chercheurs ont œuvré à augmenter la polyvalence des méthodes analytiques (Inasperger, et al., 2002), en travaillant sur la détermination de la stabilité de systèmes non-linéaires. Leur approche est plutôt de type semi-analytique car elle fait appel à des méthodes numériques itératives pour résoudre les équations de la coupe.

L'approche analytique a aussi été employée pour étudier les effets du phénomène gyroscopique. D'après Tian (Tian J., 2001) ce phénomène provoque une baisse de la limite

de stabilité aux grandes vitesses de rotation.

#### 2.4. Etude du broutement en fraisage par la simulation numérique

La simulation numérique a été appliquée au fraisage en vue de pallier les lacunes des méthodes analytiques. Dans ce contexte, la coupe est embarquée à un niveau macroscopique. A ce niveau, les interactions fines entre la pièce et l'outil au niveau de l'arrête de coupe sont exprimées par des lois de coupe simplifiées, tel que celles présentées dans la précédente partie, qui intègrent les déformations de l'ensemble des composants de la cellule élémentaire d'usinage sous l'effet des efforts de coupe. La figure 1.17 montre que l'enlèvement de matière se fait alors suivant le modèle d'un outil « Effaceur de matière (Erasing phase)» (Marty, et al., 2000), qui définit le volume enlevé pendant un intervalle de temps comme étant l'intersection du volume initial de la pièce avec le volume balayé par les dents de l'outil au cours de cet intervalle de temps.



**Figure 1. 17.** Enlèvement de matière suivant le modèle de l'outil effaceur (Marty, et al., 2000)

Une des toutes premières simulations numériques de la coupe, en modélisant le phénomène de régénération de la surface, fut réalisée par Tlustý et Ismail en 1981 (Tlustý, et al., 1981). Le but principal de cette modélisation est de mieux affiner les résultats obtenus par voie analytique et de pouvoir analyser l'impact de certaines non linéarités de la coupe. Ces non linéarités peuvent être que se soit la perte de contact entre l'outil et la pièce suite à des vibrations ou bien une modification de l'orientation ou de la valeur de force coupe effectuée dans un tour. Pour cela, Tlustý et Ismail ont utilisé une simulation dans le domaine

temporel, en considérant les opérations de tournage et de fraisage. Ces travaux ont montré entre autres l'existence du phénomène de couplage des modes.

L'évolution informatique a conduit à la reprise des travaux d'étude du fraisage qui ont été confronté aux problèmes de manque de puissance de calculateur à l'époque. Cette modélisation est présentée ci-dessous telle qu'elle est développée par Kline et Devor en 1980.

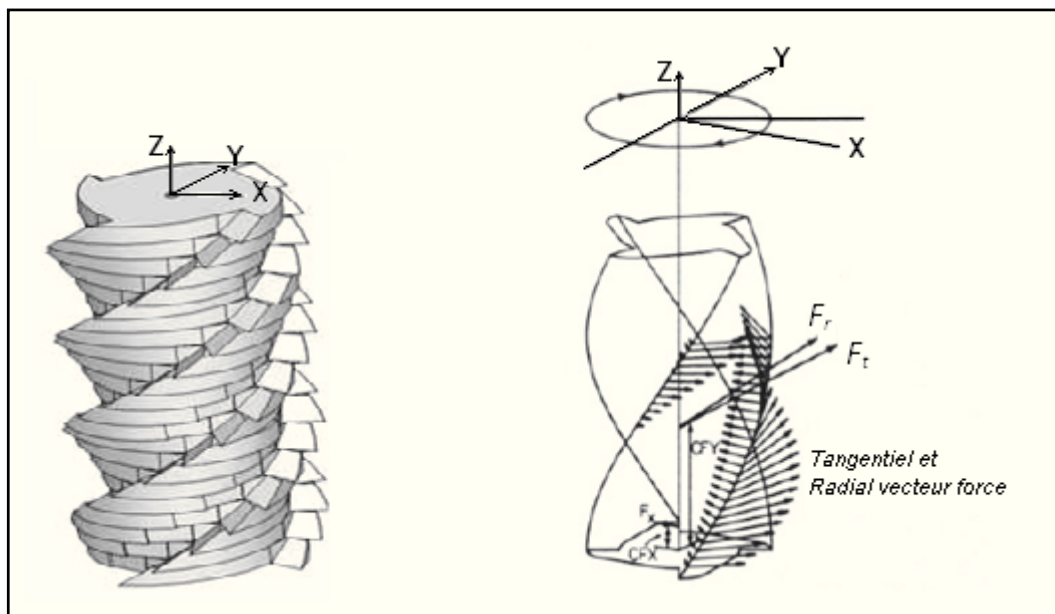
#### 2.4.1. Modèles d'effort de Kline et DeVor (Devor, et al., 1980)

Pour des fins simplificatrices l'étude des géométries d'outil complexe est effectuée par la superposition (somme) d'outils de géométrie simple. La figure 1.18 montre une fraise présentant un angle d'hélice formé, le long de son axe Z d'une superposition d'un ensemble d'outil de hauteur élémentaire  $dz$ . La fine taille de ces outils élémentaires permet de négliger l'angle d'hélice de l'outil initial. Il est à noter que chaque outil élémentaire possède un angle et rayon différent.

En adoptant la notion d'outils élémentaires exerçant des efforts de coupe élémentaire ( $F_{ci}$ ), nous pouvons écrire que l'effort de coupe totale ( $F_c$ ) est égal à la somme géométrique des différents efforts élémentaires.

$$F_c = \sum_i F_{ci} \quad (1.38)$$

Cette modélisation a été reprise dans de nombreuses recherches ultérieures : (Balachandran, et al., 2000), (Zhao, et al., 2001), (Smith, et al., 1993) .



**Figure 1. 18.** Décomposition de l'outil en outils élémentaire

#### 2.4.2. Simulations de Smith et Thusty

Le fraisage de profil d'une pièce supposé rigide a été simulé par Smith et al. (Smith, et al., 1993). Cette simulation suppose un outil flexible dans le plan perpendiculaire à l'axe de la broche et rigide suivant cet axe. Le système de modélisation utilisé pour décrire le comportement dynamique de l'outil suivant deux directions perpendiculaire au plan de coupe est de type masses-ressorts-amortisseurs. La géométrie de l'outil est comparable à celle d'un outil parfait dont les dents sont réparties uniformément et ne possèdent pas d'angle d'hélice. La Figure 1.19 décrit l'usinage ainsi définie.

En supposant les modes découplés deux à deux, les équations de la dynamique sont projetées dans la base modale. Ainsi chaque composante  $x_i$  du vecteur modal de position  $X$  vérifie :

$$m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + k_i x_i = F_i \quad (1.39)$$

Où

$m_i$  : la masse modale du  $i^{\text{ème}}$  mode

$c_i$  : l'amortissement modale du  $i^{\text{ème}}$  mode

$k_i$  : la raideur modale du  $i^{\text{ème}}$  mode

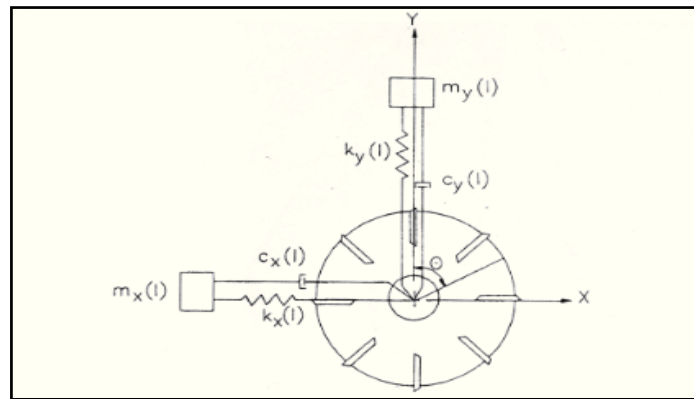
$F_i$  la  $i^{\text{ème}}$  composante de la projection du vecteur d'effort de coupe  $F_C$  dans la base modale. Les efforts de coupe de la pièce sur l'outil est la résultante des efforts de coupe est la somme d'une composante tangentielle et d'une autre composante radiale modélisant. Comparable aux modèles analytiques utilisés, les efforts de coupe sont exprimés linéairement en fonction de la section de copeau, et des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  (Grégoire, 2003):

$$\begin{aligned} F_t &= K_t . b . h \\ F_r &= K_r . F_t \end{aligned} \quad (1.40)$$

avec :

$b$ : hauteur de la passe

$h$  : l'épaisseur



**Figure 1. 19.** Modèle dynamique de la coupe en fraisage de Smith & Tlustý (Smith, et al., 1993)

Pour aborder le problème de la modélisation de la coupe, Smith et Tlustý ont supposé que chaque dent se déplace du même angle fixe, ainsi chaque dent va occuper la même place que celle antérieure. Cette simplification, similaire à celle effectuée dans les méthodes analytiques, permet d'éviter les problèmes de représentation des surfaces usinées. L'épaisseur instantanée de copeau  $h$  peut être décrite par un terme cinématique correspondant au mouvement de consigne de chaque dent et un terme dynamique égal à la différence entre la déflexion radiale maximale actuelle  $r$  de l'outil et sa déflexion antérieure maximale  $r_0$  lors d'un précédent passage de dent :

$$h = f_z \cdot \sin(\theta) + (r - r_0) \quad (1.41)$$

- $f_z \cdot \sin(\theta)$  : Terme cinématique modélisant le mouvement
- $r - r_0$  : terme dynamique.

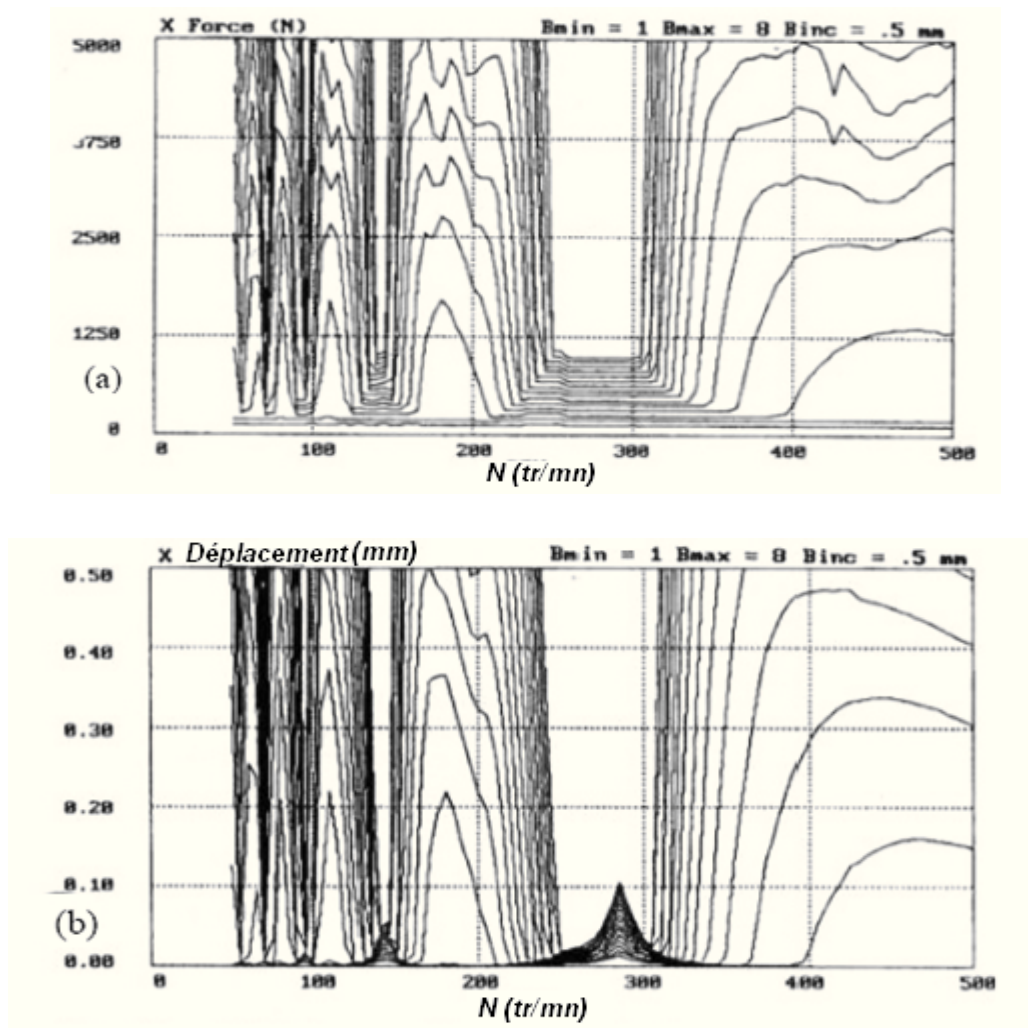
Avec :

- $f_z$  : l'avance par dent
- $\theta$  : la position angulaire de la dent.

Enfin, la géométrie de la pièce est définie par deux angles constants, d'entrée et de sortie. Le calcul des efforts s'effectue dès qu'une dent soit dans le secteur compris entre l'angle d'entrée et de sortie. La représentation de la pièce à l'état initiale ne permet pas d'analyser les conditions de coupe variable lors de l'entrée et de sortie de l'outil. L'intégration de l'équation (1.39) se fait ensuite en utilisant un schéma d'intégration explicite d'Euler. Le découpage du temps est déterminé par la fréquence propre la plus élevée du système modélisé, le pas de temps étant choisi comme le dixième de l'inverse de cette fréquence.

Smith et Tlustý présentent leurs résultats obtenus avec un système n'ayant qu'un seul

mode dans chacune des deux directions. A travers la simulation numérique il est possible de reconstruire les diagrammes des lobes de stabilité. Enfin de compte il est possible d'identifier les limites des paramètres de coupe ( $N$ ,  $a_p$ ) et recalculer a chaque nouveau paramètre, les déplacements et ou les efforts de coupe. Ces efforts ou ces déplacements tirés des zones stables permettent de tracer un "diagramme crête à crête (PTP: peak to peak diagram)". Ces diagrammes permettent d'identifier les zones de stabilité (figure 1.20).



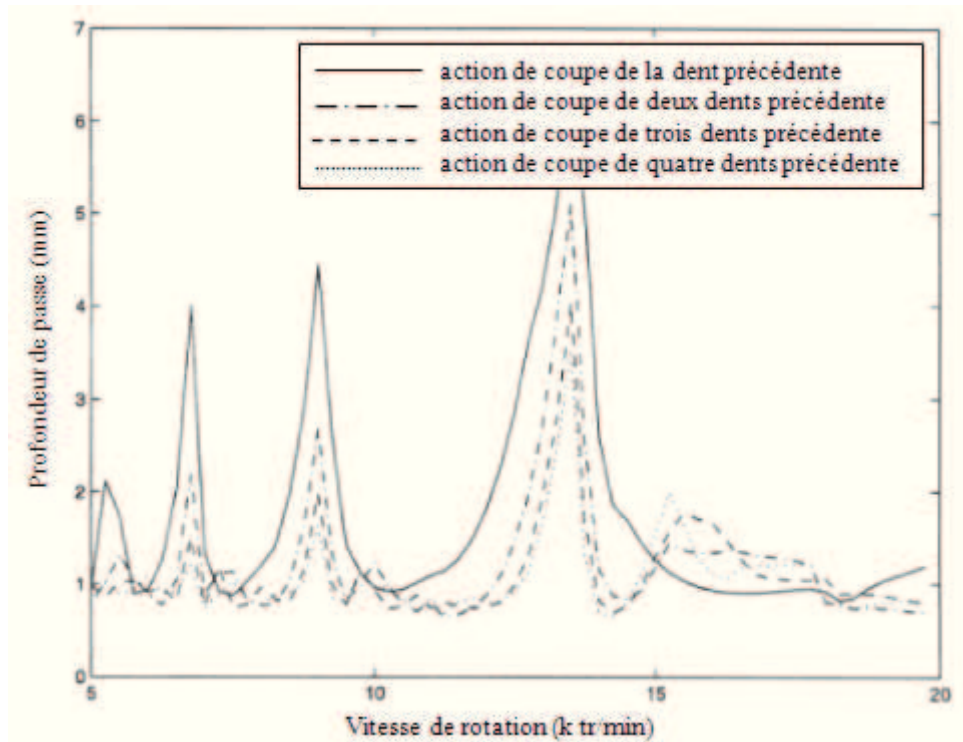
**Figure 1. 20.** Illustration des PTP diagrammes (a): en effort; (b) : en déplacement ; usinage en opposition avec une fraise 10 dents, (Smith, et al., 1993)

#### 2.4.3. Simulations de Balachandran et Zhao

La loi d'effort de coupe dynamique qui se base sur l'hypothèse de décomposition, proposée par Balachandran (Balachandran, et al., 2000) et Zaho (Zhao, et al., 2001) est considérée comme étant la loi la plus perfectionnée dans la simulation des cartes de stabilité lors des opérations de fraisage. La modélisation proposée se base sur un découpage de l'outil initial en outils

élémentaires. Les auteurs considèrent aussi les effets du phénomène de coupe oblique et aussi bien son amortissement propre.

Ces auteurs ont étudié l'effet du nombre antérieur des périodes de passage de chaque dent pris en compte pour le calcul de l'épaisseur de copeau. La figure 1.21 montre que l'étude d'un passage d'une seule dent précédente ne suffit pas. La convergence de la limite est satisfaisante dès que l'étude de passage de dent précédente dépasse deux dents.



**Figure 1. 21.** Incidence du nombre de précédent passage de dents pris en compte dans la simulation sur la frontière des zones de broutement (Zhao, et al., 2001)

Ces auteurs montrent que la seule augmentation de l'angle d'hélice, en laissant invariant l'autre coefficient, génère une réduction de la zone de stabilité. En étudiant la vitesse d'avance, Zhao, constate une faible influence de ce paramètre sur le broutement.

#### 2.4.4. Simulations de Grégoire PEIGNE (Grégoire, 2003)

Grégoire a montré que, lors d'une opération de fraisage, la qualité de la coupe dépend du :

- phénomène du broutement
- phénomènes de vibrations forcées causées par la périodicité de la coupe.

Pour la simulation, des conditions favorables d'usinage, Grégoire a développé une modélisation dynamique à l'échelle macroscopique en intégrant l'ensemble des comportements de M-O-P, ce

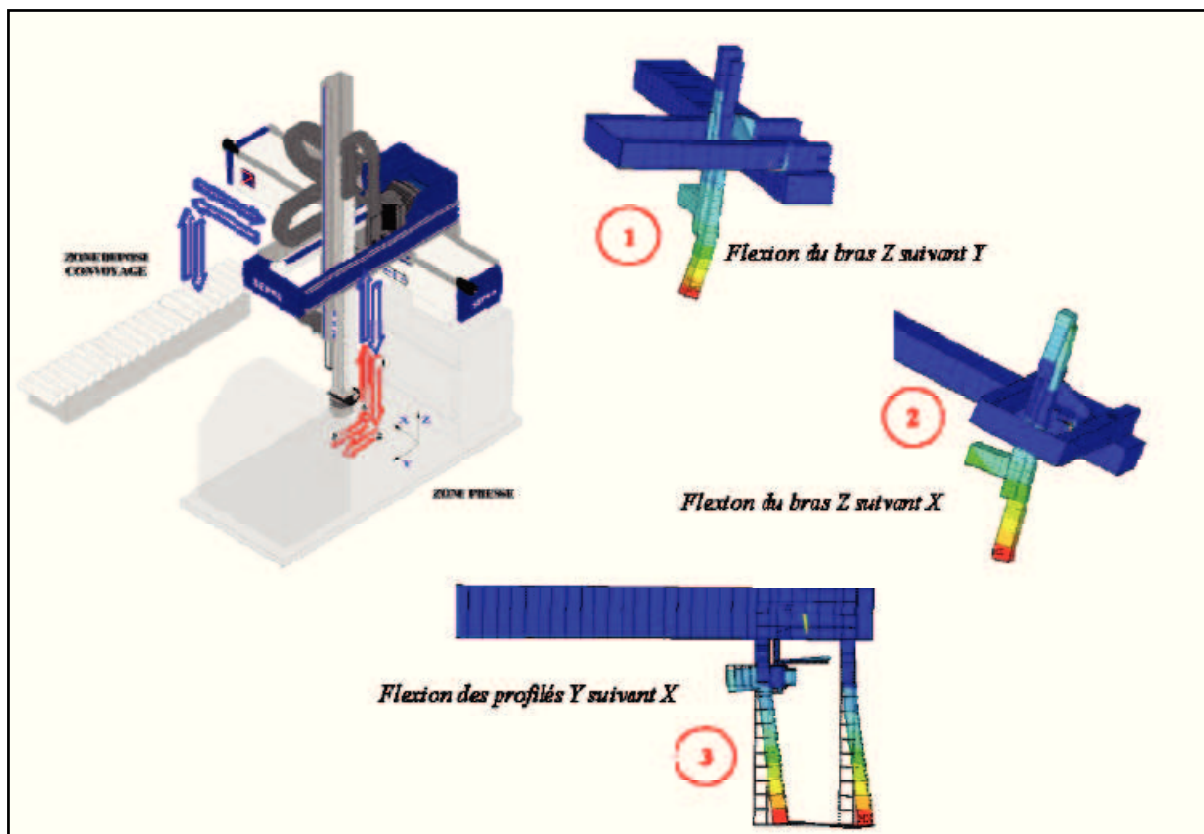


qui a permis d'améliorer la précision de calcul et d'étudier la surface à l'échelle de rugosité.

## 2.5. Etude de vibration machine-outil (Bearee, 2005)

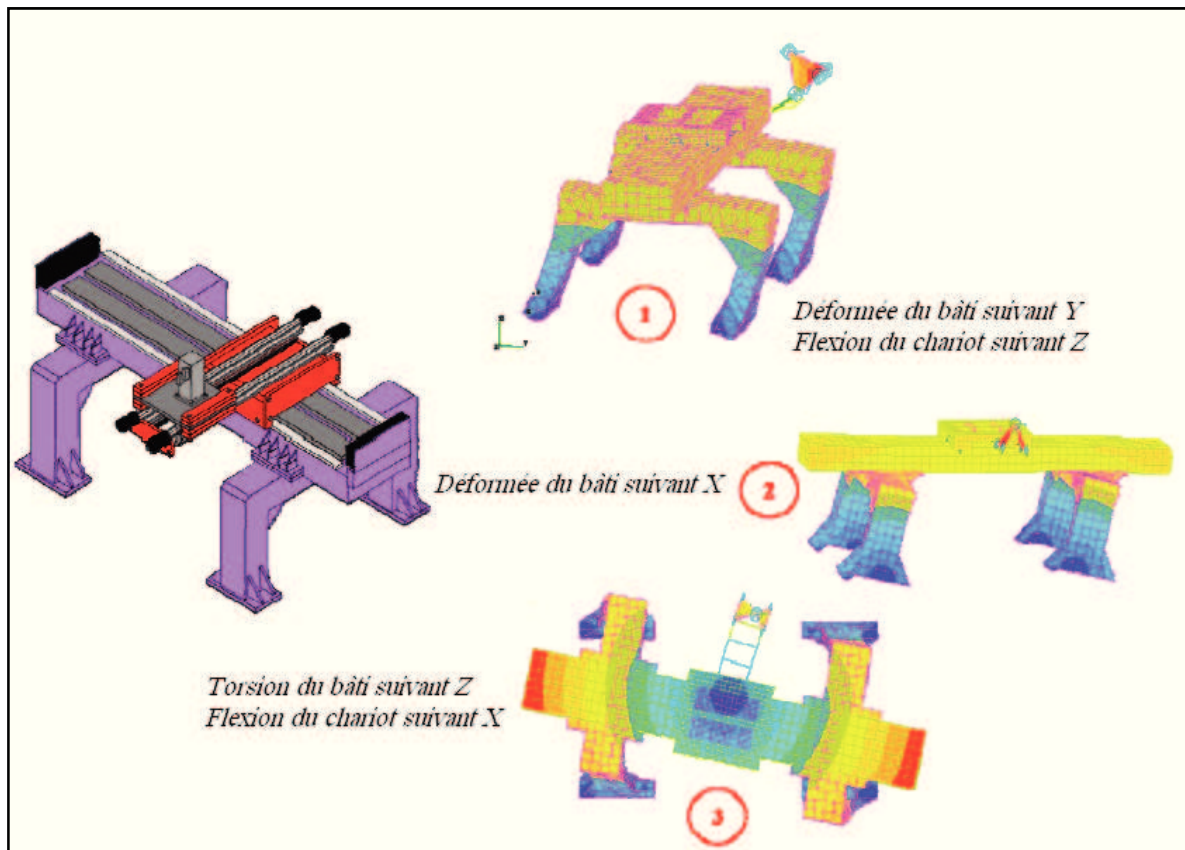
Les systèmes de positionnement de machine-outil à dynamique élevée nécessitent une performance dynamique ce qui engendre une importance de leur souplesse structurelle pour le processus de contrôle. Les flexibilités de la machine génèrent un comportement oscillatoire de la structure.

La figure 1.22 montre les premières déformées modales d'un robot trois axes obtenus avec la simulation par la méthode des éléments finis. Les premières fréquences propres pour cette machine sont très basses (inférieures à 10 Hz). Ces modes sont différents suivant les deux directions X et Y, et sont tous les deux associés à la souplesse de la poutre portant la charge à déplacer (axe Z). Finalement, on remarque l'absence de couplage entre les trois directions lors du fonctionnement.



**Figure 1. 22.** La réponse de modes vibratoires dominant d'un robot cartésien : (1<sup>ère</sup> mode propre suivant l'axe Y, 2<sup>ème</sup> mode suivant X, 3<sup>ème</sup> mode suivant X) (Bearee, 2005)

La figure 1.23 montre les déformées modales obtenues lors d'une analyse modale de machine à découpe laser équipée de deux axes cartésiens. Les déformées sont particulièrement des structures attachées à la structure du bâti et surtout qu'elles s'expriment dans plusieurs axes. Tout mouvement compromettant les deux axes donnera un couplage vibratoire entre ces axes. Dans la figure sous dessous, pour chaque mouvement découpée, axe par axe, ne permet pas un suivi du comportement exacte de vibrations.



**Figure 1. 23.** La simulation des modes vibratoires dominants d'une structure de machine à découpage laser (Bearee, 2005)

### 3. Conclusion

Le fraisage est une procédure d'obtention des pièces avec enlèvement de matière, dont l'étude dynamique est complexe. Les travaux étudiés sur les phénomènes vibratoires de l'usinage ont illustré plusieurs mécanismes de la coupe influant sur le broutement (limite de stabilité). Les phénomènes vibratoires sont liés à :

- l'effet de régénération de la surface et le couplage des modes ;

- la variation de l'épaisseur de copeau instantané en fonction de mode d'usinage et l'angle de coupe ;
- le frottement à l'interface outil-copeau.

L'effet de régénération de la surface est la source la plus importante du broutement. Il dépend de la relation entre la fréquence d'excitation, liée au passage de dent, et les fréquences des modes propres de l'outil-pièce. Lors d'une augmentation du nombre de dents, prises en charge, la coupe devient presque continue et plus stable, tandis que l'usinage devient moins stable en augmentant la discontinuité de coupe, suite à la démultiplication du nombre de dents en contact.

La majorité des chercheurs ont étudié les interactions O - P en fraisage sans tenir compte de la dynamique globale de la machine. L'étude du système M – O – P est restée très peu abordée par les chercheurs. R. Bearee (Bearee, 2005) a présenté en 2005 une étude de tout le système M – O – P en fraisage. Comme hypothèse de modélisation, il a considéré que les structures assemblées complexes ou les phénomènes de couplages vibratoires entre les axes ont été négligés.

Pour combler ce défaut, nous allons étudier le comportement dynamique du système M –O– P en fraisage en se basant sur la méthode des éléments finis et la méthode de sous-structuration.

Cette étude numérique a été complétée par une étude expérimentale afin d'étudier l'influence de différents paramètres de coupe.

# *Chapitre 2*

*Modélisation masse-  
ressort du système  
outil – pièce en  
fraisage*

*« Modélisation du comportement dynamique  
non linéaire d'un système machine – outil –  
pièce lors d'une opération de fraisage »*

## *Chapitre 2 : Modélisation masse- ressort du système outil-pièce en fraisage*

---

---

*Dans ce chapitre, nous présentons un modèle simple de la cellule élémentaire en fraisage. C'est un modèle à deux degrés de libertés dans le quel nous avons utilisé un modèle de coupe semi analytique qui tient compte des conditions de coupe.*

*La résolution numérique a été réalisée par la méthode itérative de Newmark. Des résultats de simulation des réponses dynamiques et des efforts de coupe ont été présentés et analysés.*

Avant de modéliser les efforts de coupe en fraisage, il est nécessaire de rappeler que l'étude du fraisage à deux degrés de liberté présente souvent quelques difficultés qui sont liées à la complexité de la géométrie de la fraise (figure 2.1).

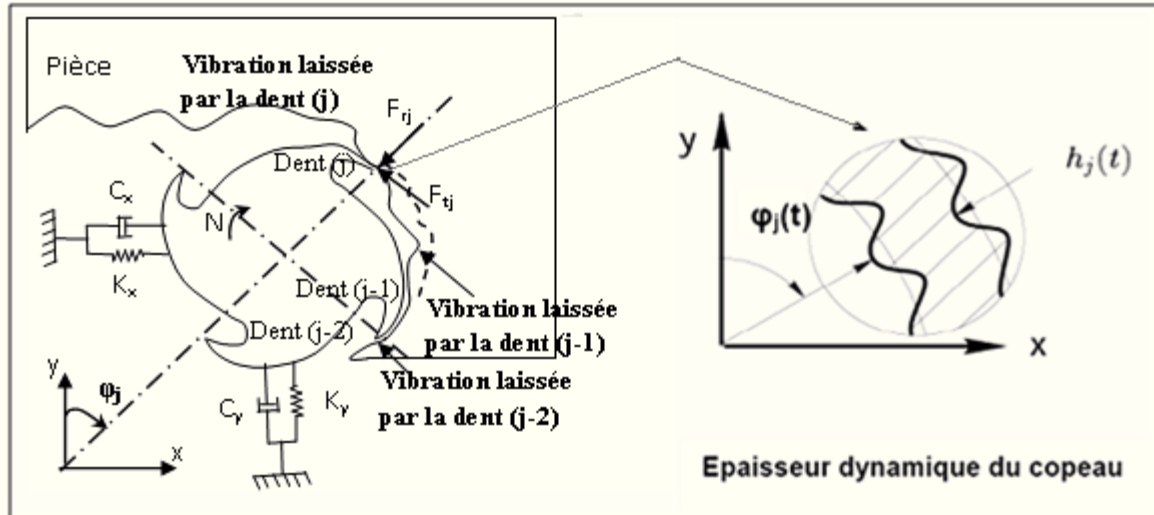


Figure 2. 1. Modèle dynamique de l'usinage proposé par Altintas & Budak (Altintas, 2000)

Cependant la figure 2.1 présente la simplification faite dans la description du mécanisme de formation de la surface usinée. Cette simplification est nécessaire pour réduire les temps de calcul. Cette approche ne permet pas de connaître la qualité de rugosité de la surface. De plus, l'hypothèse utilisée dans les méthodes analytiques repose sur le calcul de la section de copeau (retard constant entre chaque passage de dent), les critiques sont les mêmes à l'étude de la concordance des résultats obtenus par des simulations numériques.

## 1. Généralités

La complexité de la simulation d'une opération de fraisage dépend principalement de la géométrie de l'outil et de l'effet de la génération de la surface en cours d'usinage.

Le modèle a été développé en vue de traitement des résultats de la simulation de la réponse dynamique de coupe et de l'effort de la coupe engendrés par ces déplacements. La difficulté de la tâche a été de rapprocher efficacement ces deux besoins. En effet, l'étude de la stabilité de l'usinage oblige à avoir des temps de calculs faibles afin de tester un grand nombre de simulations, ce qui sous-entend des modèles géométriques assez simples, tandis que les efforts de la coupe demandent la connaissance spécifique de l'outil (Matière de l'outil, angle de coupe, angle de dépouille,...) et de la nature de matière à usiner pour obtenir un état de

surface à l'échelle de la rugosité réalisable sans contrainte et augmenter la durée de vie de l'outil.

D'autre part, l'importance de la modélisation géométrique est attachée au choix des modèles mécaniques; qui nous permet entre autre le calcul de tous les paramètres géométriques nécessaires à l'intégration temporelle. Il s'agit en l'occurrence des paramètres géométriques de la loi de coupe. Afin de ne pas restreindre le choix de cette loi, nous avons voulu avoir une modélisation donnant accès aux paramètres utilisés dans la majorité des lois, à savoir :

- La section de copeau ;
- Les angles de coupe ;
- Le profil local de la surface usinée;
- La section ou le volume d'interpénétration, au niveau de la face de dépouille de la matière dans l'outil.

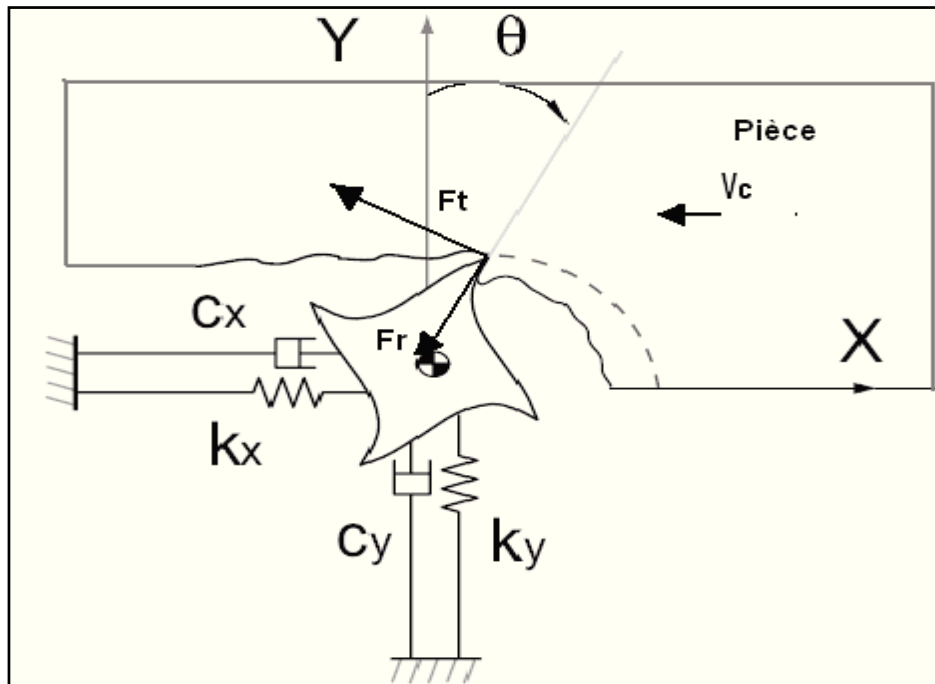
## 2. Modélisation Masse-Ressort

Afin d'optimiser le processus d'usinage (bon état de surface usinée, rapidité d'usinage, usure modérée de l'outil, ...), on doit sélectionner convenablement les paramètres de la coupe. Pour voir l'influence de ces paramètres, nous comparons les résultats obtenus en variant les valeurs de l'avance de coupe et la profondeur de passe dans la résolution de l'équation dynamique de coupe. Cette étude a été réalisée pour le cas d'une opération de fraisage où l'outil est supposé flexible et la pièce est rigide. Pour mettre en évidence les effets de l'utilisation du modèle de calcul approché de la section de copeau dans la simulation de la dynamique de coupe, nous nous sommes intéressés à l'étude de différentes opérations pour satisfaire à l'hypothèse d'un retard constant.

### 2.1. Modélisation de l'opération de coupe

Pour l'étude du comportement dynamique du système outil – pièce, celui-ci est modalisé par deux systèmes masse, ressort et amortisseur dans les deux directions orthogonales. Les équations scalaires de mouvement sont :

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x &= F_{cx} \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y &= F_{cy} \end{aligned} \quad (2. 1)$$



**Figure 2. 2.** *Modèle de fraisage à 2 dll*

Les composantes des efforts de coupe suivant les deux directions X et Y sont  $F_{cx}$  et  $F_{cy}$ .  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $k_x$  et  $k_y$  sont respectivement les masses, les amortisseurs et les raideurs de l'outil suivant les directions X et Y.

### 2.1.1. Modélisation de l'effort de coupe

L'effort de coupe exercé sur l'outil pour chaque dent est modélisé par deux composantes, une composante tangentielle  $F_t$  et une composante radiale  $F_r$ . Ces deux composantes sont proportionnelles à la profondeur de passe  $a_p$  et à l'épaisseur de copeau  $h(t)$  à des coefficients spécifiques de coupe tangentiel  $K_t$  et radial  $K_r$ :

$$\begin{aligned} F_t &= K_t \cdot a_p \cdot h(t) \\ F_r &= K_r F_t \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'épaisseur de copeau instantanée non déformée  $h(t)$ , qui correspond à la distance entre l'arrête de coupe et la surface usinée mesurée suivant la direction radiale, peut s'exprimer en fonction de l'avance par dent  $f$ , d'une composante cinématique dépendant de la position angulaire  $\theta_j$  de la dent par rapport à l'axe Y, et d'une composante dynamique fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil,  $r(t)$  et de sa flexion au précédent passage de dent  $r(t - \tau)$  :

$$h(t) = f \cdot \sin \theta_j + r(t) - r(t - \tau) \quad (2.3)$$



Où  $\tau$  est la période de passage entre deux dents successives et  $\theta_j$  l'angle de rotation qui est réalisée par l'outil entre le  $j^{\text{ème}}$  dent avec la direction Y. La déflexion instantanée de l'outil  $r_j$  dépend des positions de l'outil par rapport à la pièce:

$$r(t) = x(t)\sin\theta_j + y(t)\cos\theta_j \quad (2.4)$$

En remplaçant l'équation (2.4) dans l'équation (2.3) nous obtenons :

$$h(t) = f.\sin\theta_j + [x(t) - x(t - \tau)]\sin\theta_j + [y(t) - y(t - \tau)]\cos\theta_j \quad (2.5)$$

La décomposition de l'équation des efforts de coupe selon l'axe X et l'axe Y donne:

$$\begin{aligned} F_{tx} &= -F_t \cos\theta_j \\ F_{ty} &= F_t \sin\theta_j \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} F_{rx} &= -F_r \sin\theta_j \\ F_{ry} &= -F_r \cos\theta_j \end{aligned} \quad (2.7)$$

avec l'angle de pénétration de la  $j^{\text{ème}}$  dent de l'outil dans la pièce par rapport l'axe Y est donné par l'équation suivante :

$$\theta_j(t) = \left(\frac{2\pi N}{60}\right)t + j\left(\frac{2\pi}{Z}\right) \quad (2.8)$$

$$\text{et } \Omega = \frac{2\pi N}{60}$$

Dans la suite nous prenons  $\theta = \theta_j(t)$  pour simplifier l'écriture.

L'effort de coupe instantané est :

$$F_c = \begin{Bmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{Bmatrix} = g(t) \begin{Bmatrix} -F_t \cos\theta - F_r \sin\theta \\ F_t \sin\theta - F_r \cos\theta \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

avec  $g(t)$  agit en tant que fonction de commutation de coupe ou non coupe entre l'outil et la pièce :

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t \in [t_j, t_j + \tau_j] \text{ Si le dent est hors coupe} \\ 1 & t \in [t_j + \tau_j, t_j + \tau] \text{ Si le dent est en coupe} \end{cases} \quad (2.10)$$

Les équations de force de coupe sont déduites en additionnant les forces de coupe pour chaque dent et substituant l'équation (2.5), (2.6) et (2.7) dans (2.9) suivant (Insperger, et al., 2002):

$$F(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^z g(t) a_p f \begin{bmatrix} -K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \sin^2\theta \\ K_t \sin^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \sin^2\theta & -K_t \cos^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta \\ K_t \sin^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta & K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - x(t - \tau) \\ y(t) - y(t - \tau) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

On pose

$$f_0(t) = \sum_{j=1}^z g(t) f \begin{bmatrix} -K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \sin^2\theta \\ K_t \sin^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$K_c(t) = \sum_{j=1}^z g(t) \begin{bmatrix} -K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \sin^2\theta & -K_t \cos^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta \\ K_t \sin^2\theta - K_r \sin\theta \cos\theta & K_t \sin\theta \cos\theta - K_r \cos^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

D'où

$$F = a_p f_0(t) + a_p K_c(X(t) - X(t - \tau)) \quad (2.14)$$

### 2.1.2. Calcul de la réponse dynamique temporelle de la coupe

L'équation dynamique de coupe (2.1) s'écrit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Avec  $m_x$  et  $m_y$  sont les masses suivantes X et Y ;  $c_x$  et  $c_y$  sont les coefficients d'amortissement ;  $k_x$  et  $k_y$  sont les raideurs de l'outil suivant les deux axes.

Cette solution est le régime vibratoire forcé, provoqué par la variation périodique des efforts de coupe. Elle est périodique de période  $\tau$ . En effectuant le changement de variable  $U = \{X, Y\}^t$ , l'équation (2.16) devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = K_c(t) a_p (\Delta U) + f_0(t) a_p \quad (2.16)$$

$$M\ddot{U} = -C\dot{U} - KU + (K_c(t) a_p (\Delta U) + f_0(t) a_p) \approx K_c(t) a_p (\Delta U) + f_0(t) a_p \quad (2.17)$$

Nous déduisons deux cas : cas de non coupe où il n'y a pas de contact O – P, et cas où il y a coupe donc contact O – P. L'équation dynamique de mouvement selon les deux cas s'écrit (Stépán, et al., 2003)

- Nous obtenons l'équation à deux degrés de libertés pour le cas non coupe donc les efforts de coupe sont nuls d'après (Stépán, et al., 2003) :

$$\begin{bmatrix} X_j \\ \dot{X}_j \\ Y_j \\ \dot{Y}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x & 0 \\ 0 & H_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{j-1} \\ \dot{X}_{j-1} \\ Y_{j-1} \\ \dot{Y}_{j-1} \end{bmatrix} \quad (\text{cas de non coupe}) \quad (2.18)$$

- Nous obtenons l'équation à deux degrés de libertés pour le cas d'usinage suivante d'après (Stépán, et al., 2003) :

$$\begin{bmatrix} X_j \\ \dot{X}_j \\ Y_j \\ \dot{Y}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x & 0 \\ 0 & H_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{j-1} \\ \dot{X}_{j-1} \\ Y_{j-1} \\ \dot{Y}_{j-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{h+k=2,3;h,k>0} b_{hk} X_{j-1}^h \dot{X}_{j-1}^k \\ 0 \\ \sum_{h+k=2,3;h,k>0} b_{hk} Y_{j-1}^h \dot{Y}_{j-1}^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho\tau F_{x0} / m_x \\ 0 \\ \rho\tau F_{y0} / m_y \end{bmatrix} \quad (\text{cas de coupe}) \quad (2.19)$$

avec :

$$H_x = \begin{bmatrix} \frac{e^{-\zeta_x \omega_{nx} \tau} \cos(\omega_{dx} \tau - \varepsilon)}{\sqrt{1 - \zeta_x^2}} & \frac{e^{-\zeta_x \omega_{nx} \tau} \sin(\omega_{dx} \tau)}{\omega_{nx} \sqrt{1 - \zeta_x^2}} \\ \frac{-\omega_{nx} e^{-\zeta_x \omega_{nx} \tau} \sin(\omega_{dx} \tau)}{\sqrt{1 - \zeta_x^2}} + \frac{\rho\tau K_l}{m_x} \left(1 - \frac{e^{-\zeta_x \omega_{nx} \tau} \cos(\omega_{dx} \tau)}{\sqrt{1 - \zeta_x^2}}\right) & \frac{e^{-\zeta_x \omega_{nx} \tau}}{\sqrt{1 - \zeta_x^2}} (\cos(\omega_{dx} \tau - \varepsilon) - \frac{\rho\tau K_l}{m_x} \sin(\omega_{dx} \tau)) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$H_y = \begin{bmatrix} \frac{e^{-\zeta_y \omega_{ny} \tau} \cos(\omega_{dy} \tau - \varepsilon)}{\sqrt{1 - \zeta_y^2}} & \frac{e^{-\zeta_y \omega_{ny} \tau} \sin(\omega_{dy} \tau)}{\omega_{ny} \sqrt{1 - \zeta_y^2}} \\ \frac{-\omega_{ny} e^{-\zeta_y \omega_{ny} \tau} \sin(\omega_{dy} \tau)}{\sqrt{1 - \zeta_y^2}} + \frac{\rho\tau K_l}{m_y} \left(1 - \frac{e^{-\zeta_y \omega_{ny} \tau} \cos(\omega_{dy} \tau)}{\sqrt{1 - \zeta_y^2}}\right) & \frac{e^{-\zeta_y \omega_{ny} \tau}}{\sqrt{1 - \zeta_y^2}} (\cos(\omega_{dy} \tau - \varepsilon) - \frac{\rho\tau K_l}{m_y} \sin(\omega_{dy} \tau)) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Avec la pulsation propre de l'outil  $\omega_{nx} = 2\pi f_n = \sqrt{\frac{K_x}{m_x}}$  et le coefficient d'amortissement modal

$$\zeta_x = \frac{C_x}{2m_x \omega_{nx}}$$

### 3. Méthode de résolution de la réponse dynamique

Les efforts de coupe et la réponse dynamique sont déterminés par le modèle théorique présenté dans ce chapitre qui a permis de faire une étude paramétrique dans un cadre statique. En effet, les modèles précités font appel à beaucoup de paramètres tels que les caractéristiques géométriques de l'outil, l'avance et la profondeur de passe. Ces paramètres ont une grande influence sur l'état de surface obtenue et la durée de vie d'outil.

L'algorithme général de la simulation a la forme suivante (Figure 2.3) :

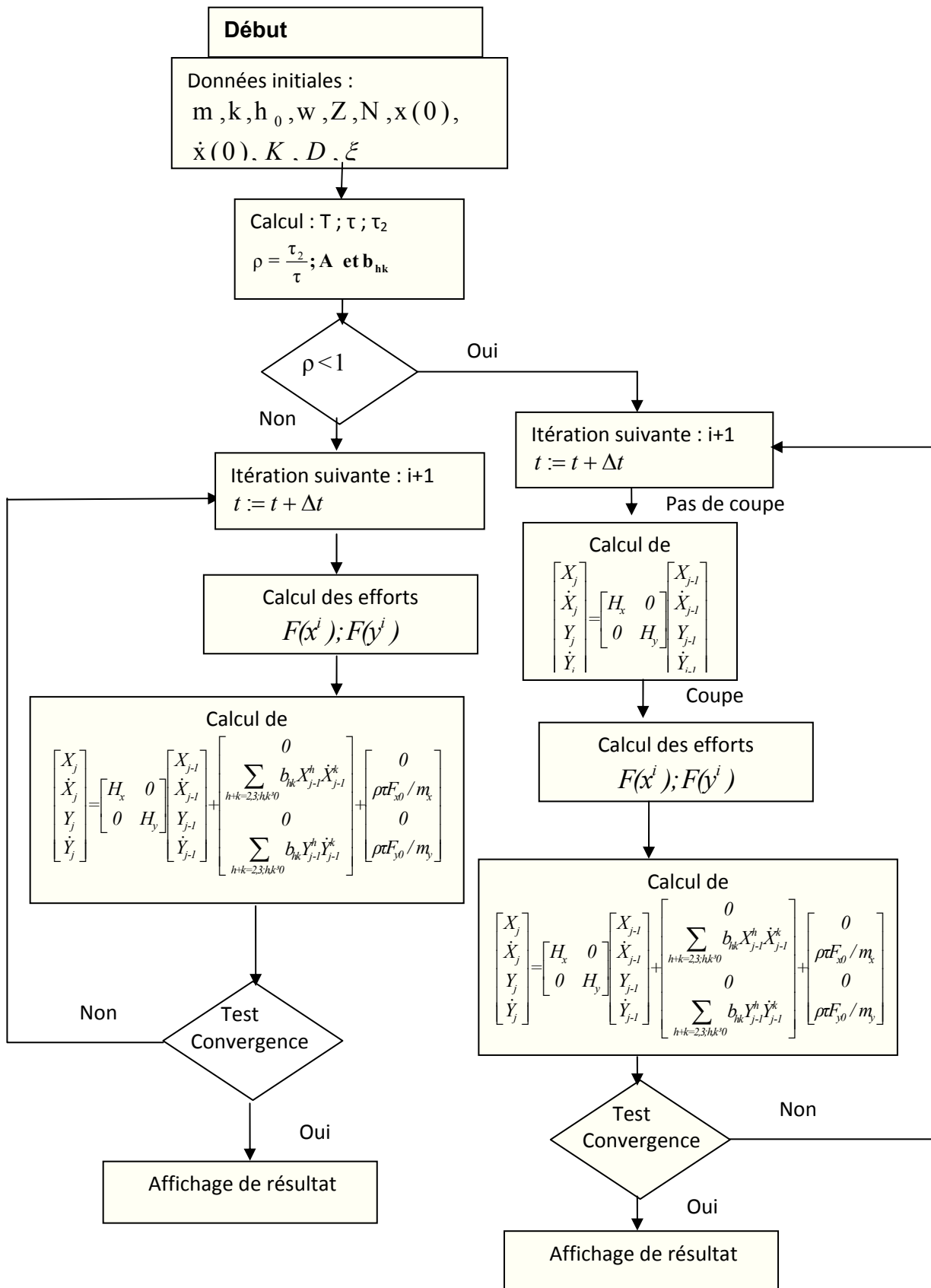


Figure 2. 3. Algorithme de la méthode de résolution de coupe à deux degrés de liberté pour le cas du fraisage

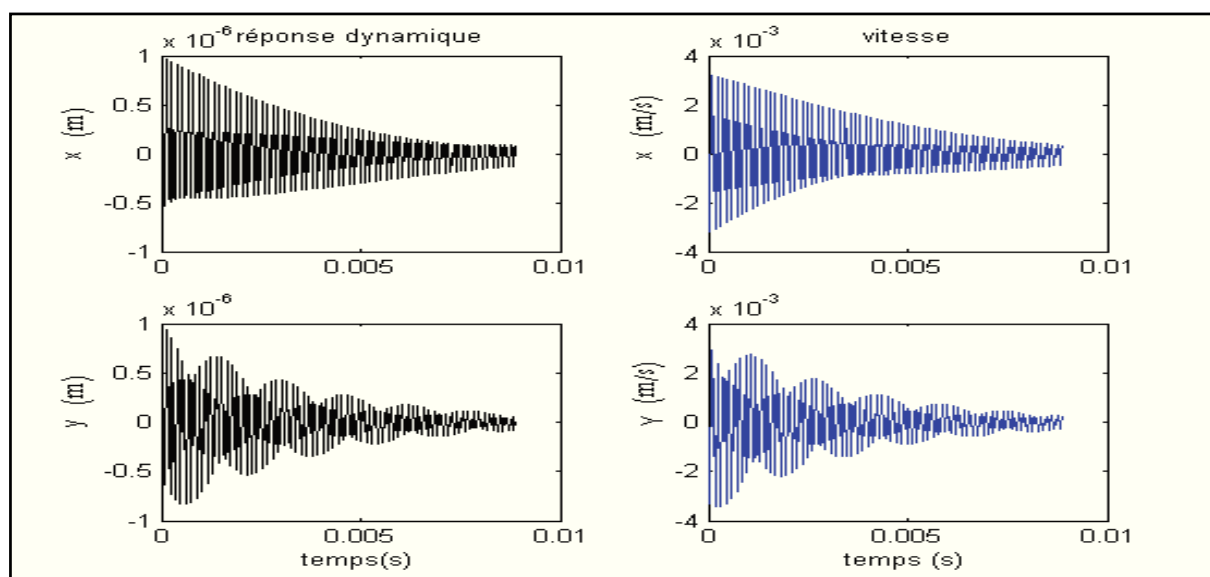
#### 4. Etude paramétrique des conditions de coupe

L'ensemble des simulations a été effectué avec une fréquence de rotation de la broche 13500 *tr/min*, nombre de dents de l'outil égale 4 et l'avance par dent égale 0.1 *mm/dent*. Le seul paramètre variable est la profondeur de passe qui est choisi dans des plages respectives de [0.5 - 11*mm*].

**Tableau 2. 1.** Différentes configurations à étudier

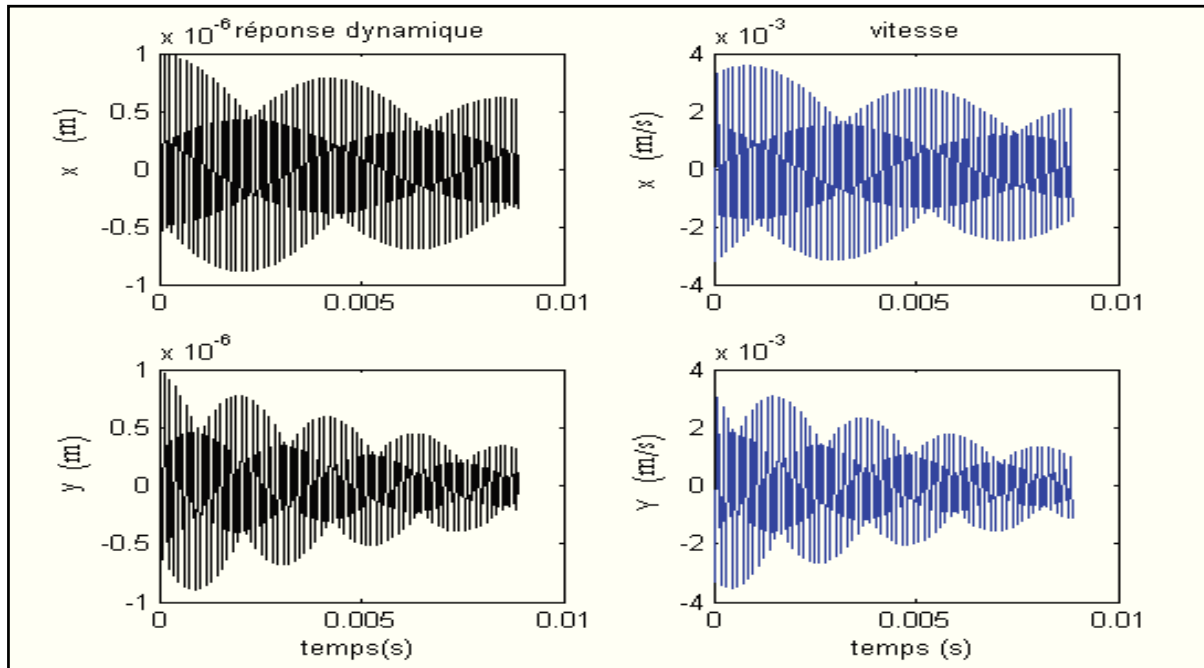
	$f$ mm/dent	$a_p$ mm	$N$ tr/min	Masse (kg)	Diamètre de la fraise (mm)
1 <sup>ère</sup> configuration	0.1	1	13500	0,436	20
2 <sup>ème</sup> configuration	0.1	3	13500	0,436	20
3 <sup>ème</sup> configuration	0.1	4	13500	0,436	20
4 <sup>ème</sup> configuration	0.1	11	13500	0,436	20

La figure 2.4 montre les déplacements dynamiques de l'outil en fonction de temps pour la première configuration suivant les deux directions  $x$  et  $y$ , ainsi que les vitesses. Ceci permet de voir l'évolution des vibrations de la cellule élémentaire d'usinage au cours de temps. On observe bien que le comportement dynamique du système O – P n'est pas identique dans les deux directions  $x$  et  $y$  à cause de différence entre l'effort tangentiel et radiale, dans ces deux directions, le système démarre avec ses conditions initiales puis se stabilise sous l'effet de l'amortissement.



**Figure 2. 4.** Réponse dynamique de l'outil pour la première configuration

Pour la deuxième configuration la réponse dynamique de déplacement de l'outil, ainsi que la vitesse sont présentées dans la figure 2.5. On observe bien que le comportement dynamique du système O – P est non similaire dans les deux directions  $x$  et  $y$ . Pour ces deux figures nous prenons comme paramètres pour le cas stable  $f=0.1$  mm,  $D=20$ mm,  $N=13500$ tr/min et  $a_p=3$ mm.



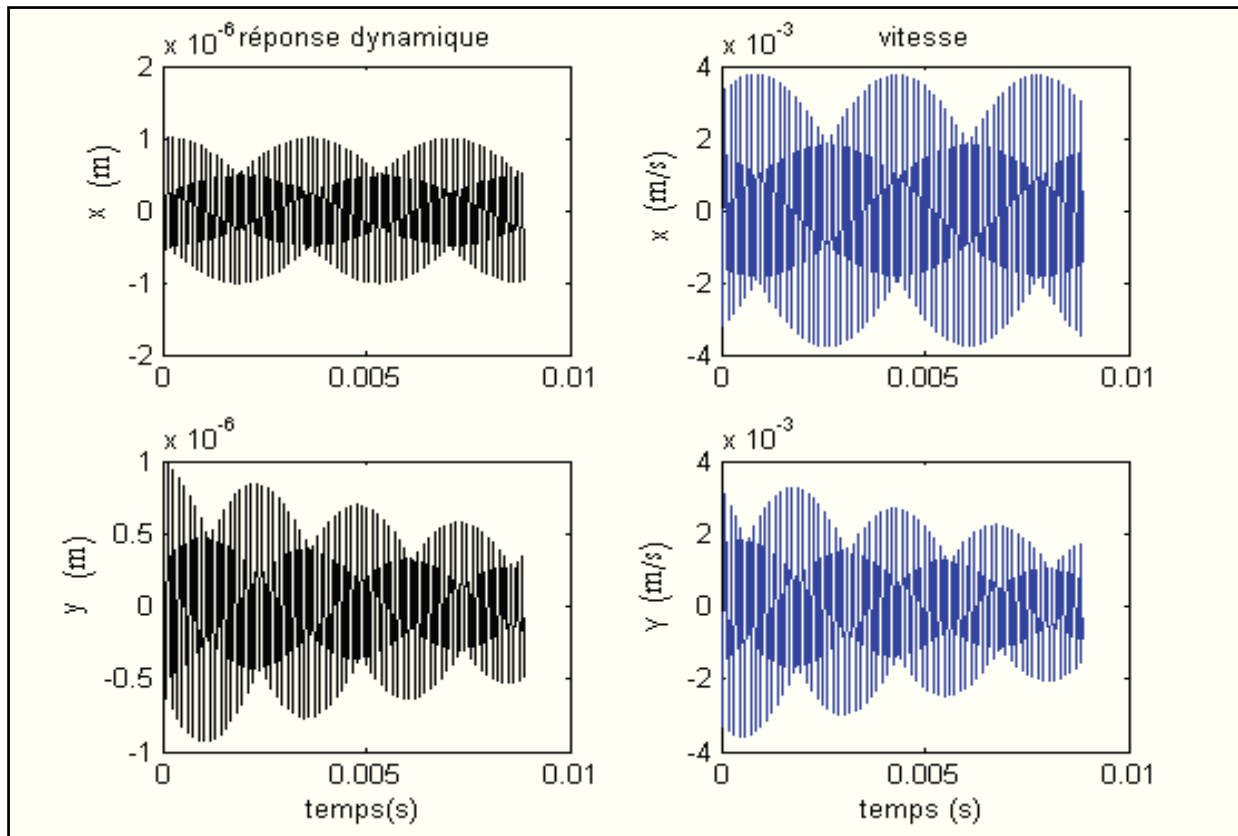
**Figure 2. 5.** Réponse dynamique de l'outil pour la deuxième configuration

Les résultats de simulation, pour la première et la deuxième configuration, montrent que les vibrations de l'outil diminuent au cours de l'usinage suivant les deux axes. En effet, à partir du vingt-cinquième tour de la broche l'outil se stabilise et ses vibrations deviennent très faibles. Ainsi, l'outil trouve son régime stationnaire, et le phénomène de broutement devient très faible. Ce résultat confirme la stabilité de coupe et le bon état de surface usiné.

L'analyse de la réponse dynamique de l'outil montre que chaque passage de dent de la fraise représente un régime vibratoire pour l'outil. En effet, la courbe représentative est constituée par des réponses exponentiellement décroissantes, séparées par la période d'une rotation de la fraise. Ce comportement est à l'origine de ce qu'on appelle les vibrations d'auto excitation.

La figure 2.6 représente la réponse dynamique de déplacement et de la vitesse de l'outil pour la troisième configuration.

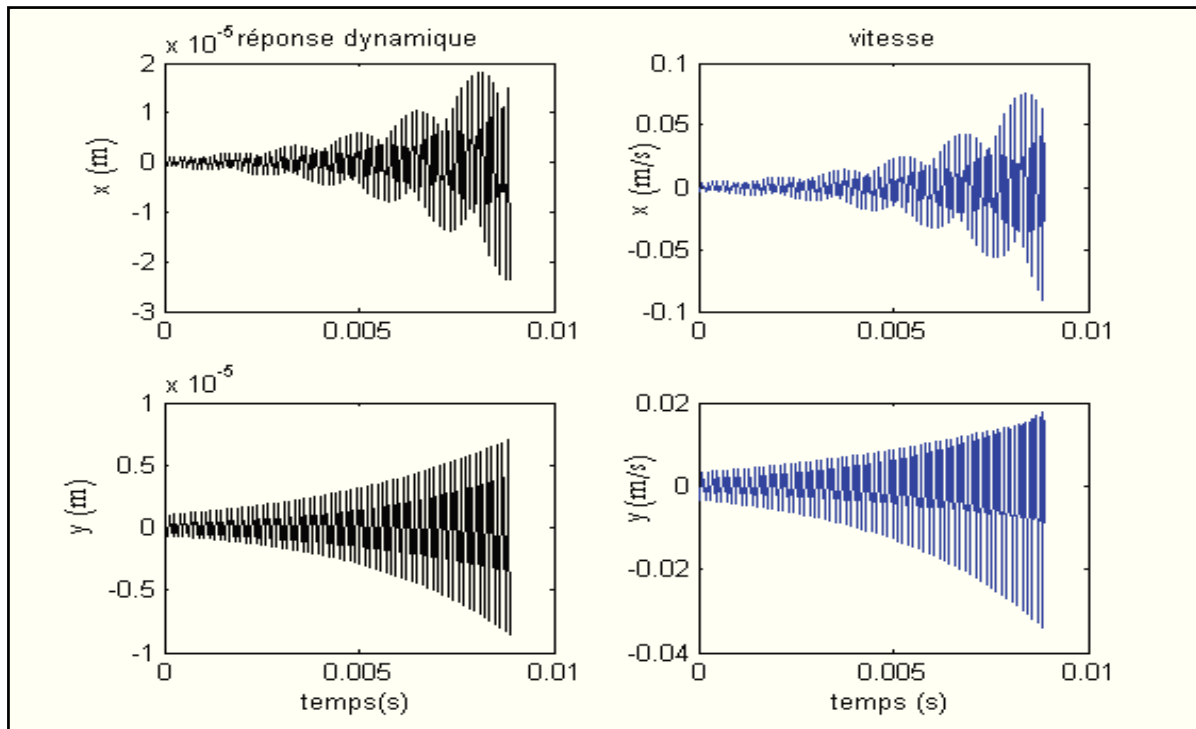
Limite de stabilité suivant X :  $a_p=4$  mm,  $f=0.1$  mm/dent,  $N=13500$ tr/min et  $D=20$ mm



**Figure 2. 6.** Réponse dynamique de l'outil pour la troisième configuration

Le résultat de simulation obtenu pour la troisième configuration, montre que les vibrations de l'outil deviennent constantes dans la direction  $x$  à partir de quelques tours de la fraise. Le système est alors juste à la limite de stabilité. Une légère variation des paramètres de coupe entraîne le passage du système soit à la stabilité soit à l'instabilité. Mais suivant la direction de  $y$  le système reste dans la zone de stabilité ce qui s'explique par le fait que la vitesse d'avance de la pièce suivant l'axe  $x$  cause les chocs qui par la suite augmentent les vibrations.

La figure 2.7 représente la réponse dynamique de l'outil pour la quatrième configuration, ainsi que la vitesse. On remarque bien que les courbes du comportement dynamique du système O – P n'est pas identique suivant les deux directions. La réponse dynamique diverge, au cours de temps le système devient instable.



**Figure 2. 7.** Réponse dynamique de l'outil pour la troisième configuration Limite de stabilité suivant X :  $a_p=11 \text{ mm}$ ,  $f=0.1 \text{ mm}$ ,  $N=13500 \text{ tr/min}$  et  $D=20 \text{ mm}$

La simulation dynamique de la réponse dynamique et la vitesse, montrent que la vibration de l'outil devient de plus en plus importante en avançant dans l'usinage. En effet, d'un tour à un autre les vibrations de l'outil s'amplifient et le déplacement de l'outil peut atteindre un ou deux millimètres au bout de dix tours. Cette réponse montre et explique ce qu'on appelle le phénomène de broutement. Ce résultat garantit l'instabilité déjà prédite pour la troisième configuration.

## 5. Détermination des efforts de coupe

Suivant les contraintes de la profondeur de passe (l'épaisseur de copeau), l'intensité de l'effort de coupe varie au cours du temps. Le tableau 2.2 présente les paramètres pris pour la simulation.

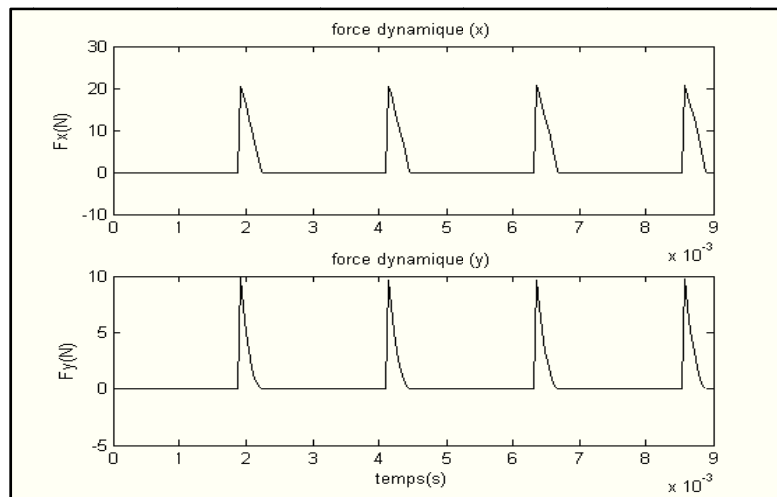
**Tableau 2. 2.** Les paramètres pris pour la simulation

	K (N/m)	$\xi$	$f_n$ (Hz)	M (kg)	Diamètre de la fraise (mm)
Direction X	$6,14 \cdot 10^6$	0,004	597	0,436	20
Direction Y	$6,14 \cdot 10^6$	0,004	597	0,436	20



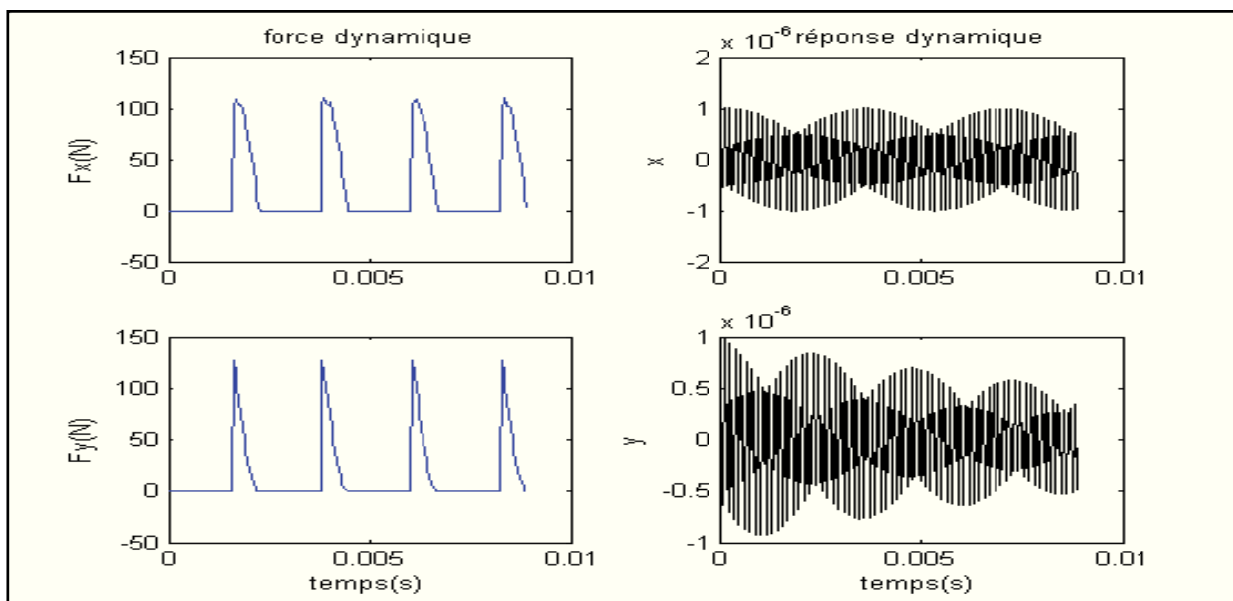
Les conditions de coupe sont comme suit : avance par dent de 0.1 mm/dent et vitesse de rotation de 13500 tours par minute. Les figures (2.8), (2.9) et (2.10) comparent les efforts de coupes et les déplacements pour différentes valeurs de la profondeur de passe.

La simulation d'usinage représenté dans la figure 2.8 est effectuée avec une profondeur de passe de 0.5 mm. Elle est stable au cours du temps. Son amplitude est relativement faible et ne présente aucun déphasage entre les deux directions X et Y.



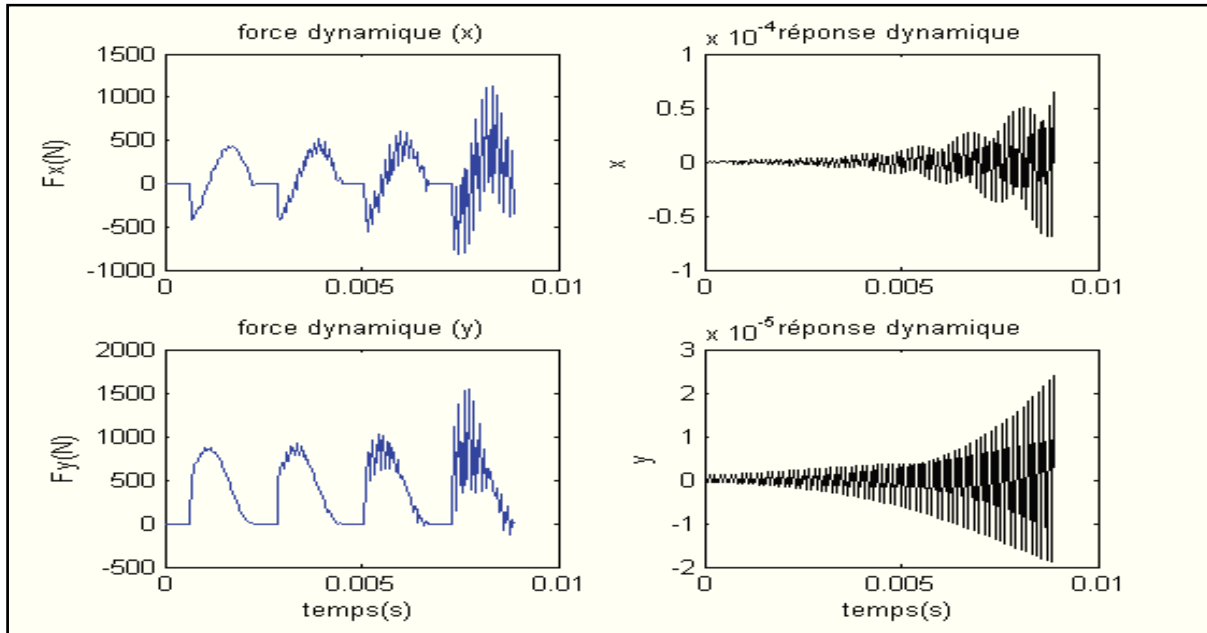
**Figure 2. 8.** Composantes de l'effort de coupe  $a_p=0,5mm$

La figure 2.9 représente les variations des efforts de coupe suivant les deux axes pour une profondeur de passe  $a_p=4mm$ . On note bien une stabilisation des efforts de coupe au cours du temps ce qui est en corrélation avec les courbes des vibrations.



**Figure 2. 9.** Les variations des efforts de coupe et les vibrations suivant les deux axes pour une profondeur de passe  $a_p=4mm$

Enfin la figure 2.10 représente les variations des efforts de coupe suivant les deux axes pour une profondeur de passe important  $a_p=11\text{mm}$ . On note bien une instabilité aussi bien au niveau des efforts de coupe qu'au niveau des vibrations.



**Figure 2. 10.** Les variations des efforts de coupe et les vibrations suivant les deux axes pour une profondeur de passe  $a_p=11\text{mm}$

## 6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle masse – ressort (à deux degrés de liberté) du système O – P pour étudier et analyser le comportement dynamique de la cellule élémentaire en fraisage. Ce modèle a permis d'examiner l'influence de la profondeur de passe sur la stabilité de la coupe. Cependant, ce modèle reste insuffisant pour quantifier avec précision les vibrations en fraisage. En effet les vibrations générées par la structure même de la machine ne peuvent être négligées.

Pour améliorer cette approche, nous allons modélisée dans le chapitre suivant le système globale M – O – P pour tenir compte du couplage dynamique entre le système outil pièce et la structure de la machine.

*Chapitre 3 :*

*Analyse Vibratoire  
par la Méthode de  
Sous-Structuration  
d'un Système M–O–P  
en Fraisage*

*« Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine – outil – pièce lors d'une opération du fraisage »*

### *Chapitre 3 : Analyse Vibratoire par la Méthode de Sous-Structuration d'un Système M – O – P en Fraisage*

---

*Ce chapitre présente une étude théorique du phénomène de vibration qui apparaît lors de l'opération de fraisage en utilisant une modélisation par éléments finis du système machine – outil – pièce basé sur la méthode de sous-structuration. Cette modélisation va permettre de prendre en compte l'effet de l'inertie des différents éléments de la fraiseuse. On va distinguer trois sous – modèles :*

- Une analyse modale effectuée pour un premier modèle E.F. avec méthode de sous-structuration.*
- Un modèle de comportement de la structure mécanique machine – outil – pièce.*
- Un modèle de la génération de la surface usinée introduisant les réponses dynamiques et les fluctuations des efforts de coupe.*

## 1. Introduction

La modélisation par la méthode des éléments finis des systèmes machine-outil-pièce, permet une meilleure description des comportements réels de ces mécanismes. La précision de ces modèles dépend du respect de la géométrie de la structure à étudier et a pour conséquence directe des systèmes différentiels de tailles importantes. Tenir compte des termes fluctuants au cours de la période de l'usinage, conduit à une équation dynamique à coefficients périodiques.

Ce chapitre est dédié à développer une approche modale pour la détermination de la réponse dynamique d'un système machine-outil-pièce. Dans une première étape, l'approche consiste à utiliser la méthode de sous-structuration pour le calcul des fréquences et des modes propres de la structure. Des méthodes ont été développées pour réduire la taille des modèles du système étudié, initialement la méthode de sous-structuration a été développée pour des problèmes en statique (Przemieniecki, 1963), qui consiste à traiter une structure comme un assemblage de sous-structures reliées les unes aux autres.

L'utilisation de telles méthodes de réduction modale permet de formuler le comportement dynamique de chaque sous-structure et diminuer la dimension de l'espace, comme la superposition de contributions modales (Capiez, et al., 2004). La méthode de Craig et Bampton (Craig, et al., 1968) consiste à réduire la taille des matrices de la structure utilisant comme vecteurs de base pour chaque sous-structure les modes statiques de liaison et l'ensemble tronqué des modes propres à interfaces fixes.

## 2. Equations du mouvement dans une base modale

L'analyse dynamique du système discrétisée par éléments finis se ramène à la résolution d'un système linéaire d'équations différentielles du second ordre, à excitation paramétrique. La résolution d'un tel système d'équations n'est pas standard. La présence de termes fluctuants de raideur ne permet pas de découpler les équations de mouvement. De nombreux auteurs Velez et Lin (Velez, et al., 1996), (Lin, et al., 2002) utilisent les modes à l'arrêt du système, définis pour une valeur de rigidité moyenne. Les couples de fréquences et modes propres,  $(\omega_i, \{\phi_i\})$  de la structure conservative sont les solutions de l'équation aux valeurs propres.

A fin d'appliquer la méthode de réduction modale, la dimension de l'espace de l'étude, défini par le maillage de la structure, est réduit. Ainsi le nombre de degrés de liberté est étroitement lié à la dimension ( $n$ ) des matrices masse, raideur et amortissement de la structure.

$$([K] - \omega_i^2 [M])\{\phi_i\} = 0 \quad (3.1)$$

Avec  $[M]$  et  $[K]$ , les matrices masse et rigidité

La résolution de l'équation (3.1) nous donne n valeurs propres suivant les propriétés des matrices  $[M]$  et  $[K]$ , un problème hermitien dont la dimension est égale au nombre de degrés de libertés du modèle. Les n valeurs propres  $\lambda_i = \omega_i^2$  sont réelles et positives (les valeurs propres nulles représentent les modes de corps solides), les n vecteurs propres associés sont réels. Les matrices modale et spectrale associées sont définies respectivement par :

$$[\phi_s] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_n\}] \quad (3.2)$$

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Les relations d'orthogonalités et de normalités liant les matrices  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $[\phi_s]$ ,  $[\Lambda]$  et la matrice d'identité  $[I]$  sont :

$$\begin{aligned} [\phi_s]^T [K] [\phi_s] &= [\Lambda] \\ [\phi_s]^T [M] [\phi_s] &= [I] \end{aligned} \quad (3.4)$$

En utilisant une base modale tronquée, le vecteur des inconnues nodales  $\{X(t)\}$  s'écrit :

$$\{X(t)\} = [\phi_r] \{q(t)\} \quad (3.5)$$

où  $\{q(t)\}$  constitue le vecteur des coordonnées modales et  $[\phi_r]$  constitue la matrice modale tronquée, soit :

$$[\phi_r] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_i\}, \dots, \{\phi_r\}] \quad (3.6)$$

'r' représente le nombre de modes propres considérés pour reconstituer le mouvement de la structure qui est généralement très inférieur à la dimension n du système.

En tenant compte de la transformation (3.5) dans le système des équations du mouvement (1.12), et pré-multiplié par  $[\phi_r]^T$ , on obtient le système réduit des équations du mouvement, soit :

$$[\phi_r]^T [M] [\phi_r] \{\ddot{q}(t)\} + [\phi_r]^T [K] [\phi_r] \{q(t)\} = [\phi_r]^T \{F(t)\} \quad (3.7)$$

En outre, les propriétés (3.4) conduisent à exprimer le système réduit des équations du mouvement sous la forme suivante :

$$[I]\{\ddot{q}(t)\} + [\Lambda]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.8)$$

avec :

$$\{f(t)\} = [\phi_r]^T \{F(t)\} \quad (3.9)$$

représente le vecteur de forces modales généralisées.

Les termes dissipatifs sont introduits sous forme d'amortissements modaux visqueux équivalents, le système d'équations du mouvement dans la base modale tronquée s'écrit finalement :

$$[I]\{\ddot{q}(t)\} + [C_{ii}]\{\dot{q}(t)\} + [\Lambda]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.10)$$

Où  $[C_{ii}]$  représente la matrice diagonale d'amortissement modal avec :

$$C_{ii} = 2m_i\omega_i\xi_i \quad (3.11)$$

$m_i$ ,  $\omega_i$  et  $\xi_i$  représentent respectivement la masse modale, la pulsation et le taux d'amortissement du mode  $i$ .

### 3. Méthode numérique de résolution

#### 3.1. Généralités

L'analyse dynamique du système par éléments finis se ramène à la résolution d'un système linéaire d'équations différentielles du second ordre, soit :

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.12)$$

La résolution des équations de mouvement est faite avec un opérateur d'intégration. L'expérience a prouvé que les méthodes d'intégrations pas à pas dans le temps sont bien adaptées à ce type de système différentiel. Il s'agit de calculs en chaîne s'appuyant sur une discrétisation temporelle.

Différents schémas d'intégration sont possibles, ce sont les plus utilisés en dynamique des structures, nous avons retenu la méthode implicite de Newmark (Grégoire, 2003). Cette méthode s'avère bien adaptée pour résoudre de telles classes d'équations et elle permet en plus de connaître les états intermédiaires du système. Elle assure une stabilité inconditionnelle et permet de résoudre aussi bien le problème à coefficients périodiques.

### 3.2. Schéma d'intégration de Newmark

La plupart des auteurs affirment que cette méthode est précise, elle permet la résolution des équations de mouvement dynamique du système (3.12) par intégration directe. Elle consiste à écrire l'équation du mouvement en utilisant le schéma d'intégration suivant :

$$\begin{cases} \{X\}_{t+\Delta t} = \{X\}_t + \{\dot{X}\}_t \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \{\ddot{X}\}_t + \alpha \{\ddot{X}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \\ \{\dot{X}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{X}\}_t + \left[ (1-\beta) \{\ddot{X}\}_t + \beta \{\ddot{X}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \end{cases} \quad (3.13)$$

où  $\beta$  et  $\alpha$  sont des paramètres choisis pour rendre la méthode convergente et stable. Dans le cas de la méthode de Newmark originale (La méthode de l'accélération moyenne), les coefficients  $\beta=0.5$  et  $\alpha=0.25$  permettent d'avoir un schéma inconditionnellement stable. Les relations (3.13) sont obtenues à partir des développements de Taylor des vecteurs déplacements et vitesses à l'instant  $t+\Delta t$ , soit

$$\begin{cases} \{X\}_{t+\Delta t} = \{X\}_t + \{\dot{X}\}_t \Delta t + \frac{1}{2} \{\ddot{X}\}_t \Delta t^2 + o(\Delta t^2) \\ \{\dot{X}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{X}\}_t + \Delta t \{\ddot{X}\}_t + o(\Delta t) \end{cases} \quad (3.14)$$

Les équations (3.13) écrites à l'instant  $t+\Delta t$  sont reportées dans l'équation de mouvement différentiel discrétisé (3.12) qui s'écrit alors

$$\begin{aligned} & \left[ [M] + \delta \Delta t [C] + \alpha \Delta t^2 [K] \right] \{\ddot{X}_{t+\Delta t}\} = \{F_{t+\Delta t}\} \\ & - [C] \left( \{\dot{X}_t\} + \Delta t (1-\beta) \{\ddot{X}_t\} \right) - [K(t)] \left( \{X_t\} + \Delta t \{\dot{X}_t\} + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{X}_t\} \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Le pas de temps ( $\Delta t$ ) d'intégration soit suffisamment petit pour des questions de stabilité et de précision de l'algorithme, afin de garantir la convergence du processus et lisser les erreurs de périodicité de la réponse approchée. D'autre part, l'incrément de temps  $\Delta t$  doit être suffisamment grand, pour que le temps de calcul reste raisonnable.

## 4. Utilisation d'une méthode de sous-structuration dynamique

### 4.1. Introduction

Les différentes méthodes numériques ont été développées, permettant l'analyse des structures mécaniques de grande taille en utilisant la totalité des degrés de liberté du système. La précision et la fiabilité de ces méthodes s'avèrent insuffisantes pour des calculs prévus et des procédures d'optimisation en dynamique des structures complexe. Malgré le développement



de calculateurs et leur puissance, il reste de nombreux problèmes de manipulation des systèmes d'équations ayant plusieurs centaines de milliers de degrés de liberté (ddl) en termes de mémoire vive de l'ordinateur et de temps de calculs. Ainsi, plusieurs travaux ont été développés pour réduire les modèles en utilisant des techniques de sous-structuration dynamique.

Ces méthodes sont très efficaces pour modéliser le comportement vibratoire d'une structure complexe à partir des caractéristiques de chacun de ses composants. La décomposition de la structure étudiée en sous ensembles permettant un gain significatif en temps de calcul et la réduction de la taille mémoire nécessaire au stockage des données. Du point de vue de l'organisation d'un projet d'étude, ces techniques sont particulièrement intéressantes car elles permettent de valider étape par étape les modèles de sous-structures, tout en décomposant la difficulté liée à la modélisation d'une structure complexe.

Plusieurs méthodes de réduction modale ont été développées, ils diffèrent dans le choix des modes pour représenter la dynamique de chaque sous-structure et dans les procédures ,d'assemblage. Les méthodes de réduction les plus connues sont les méthodes utilisant, les modes propres de la sous-structure avec interface fixe (Craig, et al., 1968) ou les modes propres avec interface libre de sous-structure Craig-Chang (Chang, et al., 1976).

Dans le présent travail de recherche, la méthode de synthèse modale utilisée est celle de Craig et Bampton (Craig, et al., 1968), basée sur l'utilisation des modes propres de la sous-structure avec interface fixe. Lorsque seulement quelques modes de vibrations sont excités par les chargements extérieurs, l'application de cette technique, appelée méthode de réduction se révèle très efficace pour des problèmes dynamiques linéaires. Cette méthode se présente en quatre étapes :

- calculer chacune des bases de projections des sous-structures ;
- définir le modèle généralisé par assemblage des sous-structures ;
- résoudre le problème généralisé ;
- révision des résultats dans la base physique de départ.

#### ***4.2. Décomposition en sous-structures***

Cette méthode se révèle intéressante pour les structures présentant une complexité et de dimensions importantes. La subdivision de l'ensemble de la structure en plusieurs sous-structures moins complexes, qui seront par la suite analysées séparément permettent d'obtenir des relations liant les forces aux déplacements aux joints des sous-structures.

La figures 3.1 montre le principe de cette méthode où la structure complexe a été décomposée en trois sous-structures, de type plaque, permettant de définir les degrés de liberté (ddl) interne de chacune d'entre-elles.

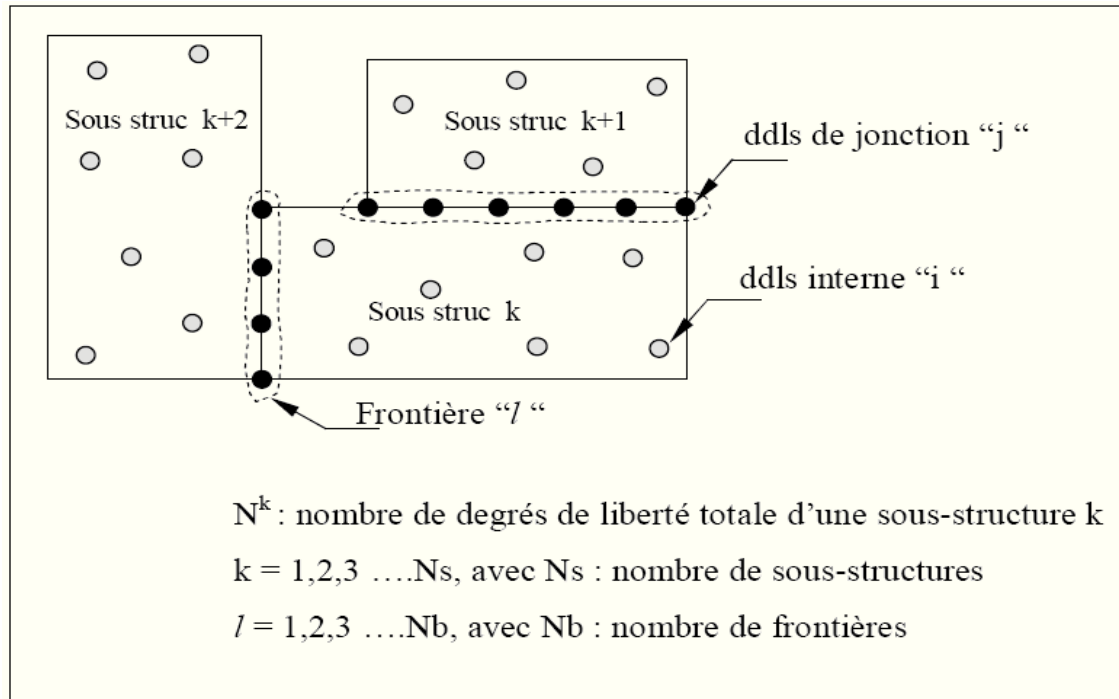


Figure 3. 1. Décomposition en sous-structure

Pour une sous structure k isolée du reste de la structure nous considérons que le vecteur des déplacements généralisés  $\{q^k\}$  de cette sous-structure se décompose en  $n^i$  degrés de liberté des déplacements internes  $q_i^k$  et en  $n^j$  degrés de liberté des déplacements sur les frontières avec d'autres sous structures  $q_j^k$ .

$$\{q^k\} = \begin{bmatrix} q_j^k \\ q_i^k \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \dim q_j^k = n^j \\ \dim q_i^k = n^i \end{matrix} \quad (3.16)$$

La décomposition matricielle des matrices, masse et raideur de la  $k^{ième}$  sous-structure, s'écrivent :

$$[M^k] = \begin{bmatrix} M_{jj}^k & M_{ji}^k \\ M_{ij}^k & M_{ii}^k \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [K^k] = \begin{bmatrix} K_{jj}^k & K_{ji}^k \\ K_{ij}^k & K_{ii}^k \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

On obtient l'équation dynamique de la  $k^{ième}$  sous-structure:

$$([K^k] - \omega^2 [M^k]) \{q^k\} = \{F^k\} \quad (3.18)$$

avec  $\{q^k\}$  et  $\{F^k\}$  représentent respectivement les vecteurs de déplacements et de forces.

### 4.3. Méthode de synthèse modale

L'application de la méthode de Craig et Bampton (Craig, et al., 1968) est adoptée, dans ce travail, pour effectuer la réduction modale. On peut calculer à la fois les fréquences et les modes propres des structures construites par l'assemblage des sous-structures élémentaires (poutres, plaques) capable de supporter des masses et des raideurs locales. La méthode de synthèse modale utilise, pour chacune des sous-structures, les modes propres à interfaces fixes complétés par les déformées statiques de frontières.

#### 4.3.1. Modes statiques de liaison

Les modes statiques de liaison sont définis comme les déformées des degrés de libertés intérieurs suite à l'application successive d'un déplacement unitaire sur l'un des ddl de jonction et le blocage des autres. Il est impératif que les forces sur tous les ddls intérieurs soient nulles pour pouvoir déterminer les modes statiques de liaison.

L'équilibre statique définissant ces modes est donné par :

$$\begin{bmatrix} K_{jj} & K_{ji} \\ K_{ij} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ q_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_j \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

D'où :

$$\begin{aligned} [K_{ii}] \{q_i\} + [K_{ij}] \{q_j\} &= 0 \\ \{q_i\} &= -[K_{ii}]^{-1} [K_{ij}] \{q_j\} \\ &= [\phi_c] \{q_j\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$[\phi_c]$  représente la matrice des modes statiques de liaison.

#### 4.3.2. Modes propres avec interfaces fixes

Les modes propres de la sous-structure k sont les vecteurs propres, solution du problème résultant de l'analyse dynamique de cette sous-structure en vibration libre et avec fixation des ddl de jonction. De ce fait, on a :

$$\begin{aligned} \{F^k\} &= \{0\} \\ \{q_j\} &= \{0\} \\ \{q_i\} &= \{\phi\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

Les modes propres à interfaces fixes seront réduits au nombre d'équations égales aux ddl internes ( $n^i$ ) de la sous-structure.

Le problème d'équation de mouvement réduit, est donné par :

$$\left(-\omega^2 [M_{ii}^k] + [K_{ii}^k]\right) \{\phi_r\} = \{0\} \quad (3.21)$$

La résolution nous donne  $n^i$  de modes normaux. Soit le cas où le nombre des ddl internes  $n^i$  est important, une estimation de la réponse de la sous structure correspondante est obtenue en utilisant une base tronquée de modes normaux.

$$[\phi_N] = \left[ \underbrace{\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_m\}}_m, \dots, \{\phi_r\} \right]_{n^i \times n^i} \quad (3.22)$$

avec :

$$[\phi^N] = [\phi]_{n^i \times m}$$

$[\phi^N]$  et  $m$ , représentent respectivement l'ensemble tronqué des modes propres à interfaces fixes et le nombre de modes normaux retenus dans cette base. Pour un modèle éléments finis à plusieurs ddl,  $m \ll N^k$

#### 4.3.3. Matrices réduites de masse et de raideur d'une sous-structure

Le déplacement des ddl intérieurs peut être approximé par une combinaison des modes-constraints et des modes normaux,

$$\{q_i\} = [\phi_c] \{q_j\} + [\phi_N] \{\zeta_N\} \quad (3.23)$$

où  $\{\zeta_N\}$  est le vecteur des coordonnées généralisées. Les ddl physiques  $N^k$  d'une sous-structure  $k$  sont alors réduits à  $(n^i + m)$  en utilisant la transformation suivante :

$$\begin{Bmatrix} q_j \\ q_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \phi_c & \phi_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ \zeta_N \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\begin{Bmatrix} q_j \\ q_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -[K_{ii}]^{-1}[K_{ij}] & \phi_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ \zeta_N \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

sous la forme condensée:

$$\{q^k(t)\} = [T^k] \{\zeta^k(t)\} \quad (3.26)$$

$[T^k]$  indique la matrice de permutation de base provenant de la méthode de Craig & Bampton (Craig, et al., 1968).

L'expression (3.25) permet de formuler les énergies cinétiques et la déformation de chaque sous-structure en fonction du nouveau vecteur d'état  $\{\zeta_k\}$ . Pour plus de concision, l'indice k a été omis dans l'équation (3.26). On aura donc pour l'énergie de déformation, l'expression suivante :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \\ &= \frac{1}{2} \{\zeta\}^T [\hat{K}] \{\zeta\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Avec

$$[\hat{K}] = [T]^T [K] [T] = \begin{bmatrix} \hat{K}_{jj} & 0 \\ 0 & \hat{K}_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$[\hat{K}_{jj}]$  représente la matrice de rigidité statiquement condensée aux degrés de libertés de jonction, et  $[\hat{K}_{NN}]$  la matrice diagonale des rigidités généralisées des modes propres encastres tel que :

$$\begin{aligned} [\hat{K}_{jj}] &= [K_{jj}] + [K_{ji}] [\phi_c] \\ [\hat{K}_{NN}] &= [\phi_N]^T + [K_{ii}] [\phi_N] \end{aligned} \quad (3.29)$$

L'énergie cinétique est défini par :

$$\begin{aligned} T &= -\frac{\omega^2}{2} \{q\}^T [M] \{q\} \\ &= -\frac{1}{2} \{\zeta\}^T [\hat{M}] \{\zeta\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

avec

$$[\hat{M}] = [T]^T [M] [T] = \begin{bmatrix} \hat{M}_{jj} & \hat{M}_{jN} \\ \hat{M}_{Nj} & \hat{M}_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

formule dans la quelle on trouve les termes de sous-matrices suivantes :

- la matrice de masse condensée aux interfaces,

$$[\hat{M}_{jj}] = [M_{jj}] + [\phi_c]^T [M_{ii}] [\phi_c] \quad (3.32)$$

- la matrice de masse généralisée des modes propres encastrés,

$$[\hat{M}_{NN}] = [\phi_N]^T [M_{ii}] [\phi_N] \quad (3.33)$$

- la matrice de couplage de masse entre les modes statiques et les modes propres à frontière fixe,

$$[\hat{M}_{jN}] = [\phi_c]^T [M_{ii}] [\phi_N] \quad (3.34)$$

La matrice  $[\hat{M}_{NN}]$  est diagonale grâce aux propriétés d'orthogonalité des modes propres de la sous-structure. Les termes de  $[\hat{M}_{NN}]$  sont liés aux éléments de  $[\hat{K}_{NN}]$  par les équations :

$$[\hat{K}_{NN}] = \omega_r^2 [\hat{M}_{NN}] \quad (3.35)$$

où  $\omega_r$  est la pulsation du r-ième mode propre de la sous-structure.

#### 4.3.4. Système d'équations pour plusieurs sous-structures

Les équations de compatibilité des interfaces d'un assemblage de deux sous-structures adjacentes, s'écrivent,

$$\{q_j^1\} = \{q_j^2\} = \{q_j\} \quad (3.36)$$

Les relations (3.37) et (3.38) nous donne les énergies cinétiques et de déformation s'expriment en fonction du vecteur d'état  $\{\zeta_c\}$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \sum_k^{Ns} \{\zeta\}^T [\hat{K}] \{\zeta\} \\ &= \frac{1}{2} \{\zeta_c\}^T [\hat{K}_c] \{\zeta_c\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

et

$$\begin{aligned}
 T &= -\frac{\omega^2}{2} \sum_k^{Ns} \{\zeta_c\}^T [\hat{M}] \{\zeta_c\} \\
 &= -\frac{1}{2} \{\zeta_c\}^T [\hat{M}_c] \{\zeta_c\}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

avec :

$$[\hat{M}_c] = \begin{bmatrix} \hat{M}_{jj}^1 + \hat{M}_{jj}^2 & \hat{M}_{jN}^1 & \hat{M}_{jN}^2 \\ \hat{M}_{jN}^1 & \hat{M}_{NN}^1 & 0 \\ \hat{M}_{jN}^2 & 0 & \hat{M}_{NN}^2 \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

$$[\hat{K}_c] = \begin{bmatrix} \hat{K}_{jj}^1 + \hat{K}_{jj}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{K}_{NN}^1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{K}_{NN}^2 \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

$$\{\zeta_c\} = \begin{Bmatrix} q_j \\ \zeta_n^1 \\ \zeta_n^2 \end{Bmatrix} \tag{3.41}$$

Les forces extérieures donnent de travail induit s'exprime sous la forme :

$$W = \sum_k^{Ns} \{\zeta\}^T \{F^k\} = \{\zeta_c\}^T \{F\} \tag{3.42}$$

Les équations du mouvement du système couplé s'écrivent sous la forme suivante :

$$\left( [\hat{K}_c] - \omega^2 [\hat{M}_c] \right) \{\zeta_c\} = \{F\} \tag{3.43}$$

L'étude des vibrations libres du système couplé non-amorti se fait par la détermination du problème aux valeurs propres :

$$\omega^2 [\hat{M}_c] \{\zeta_c\} = [\hat{K}_c] \{\zeta_c\} \tag{3.44}$$

ou sous forme développée :

$$\omega^2 \begin{bmatrix} \hat{M}_{jj}^1 + \hat{M}_{jj}^2 & \hat{M}_{jN}^1 & \hat{M}_{jN}^2 \\ \hat{M}_{jN}^1 & \hat{M}_{NN}^1 & 0 \\ \hat{M}_{jN}^2 & 0 & \hat{M}_{NN}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ \zeta_n^1 \\ \zeta_n^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{jj}^1 + \hat{K}_{jj}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{K}_{NN}^1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{K}_{NN}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ \zeta_n^1 \\ \zeta_n^2 \end{Bmatrix} \tag{3.45}$$

avec :

$$[\hat{M}_{jj}^{1,2}] = [\hat{M}_{jj}^1] + [\hat{M}_{jj}^2] \tag{3.46}$$

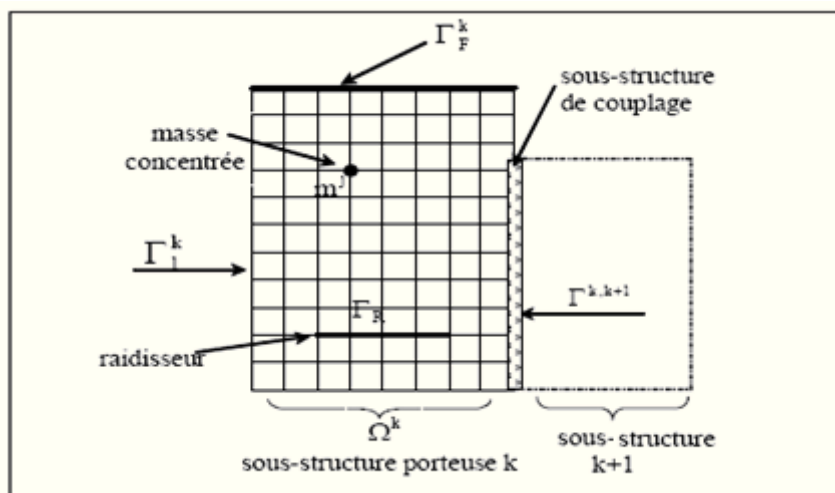
$$\left[ \hat{K}_{jj}^{1,2} \right] = \left[ \hat{K}_{jj}^1 \right] + \left[ \hat{K}_{jj}^2 \right] \quad (3.47)$$

#### 4.3.5. Mise en œuvre pour l'étude d'un système

Pour calculer les fréquences et les modes propres d'un système, nous avons utilisé la méthode de sous-structuration. La structure initiale (complexe) est reconstruite par l'assemblage de sous-structures élémentaire supportant les masses et les raideurs locales. Cette méthode présente l'originalité de tenir compte de trois types de sous-structure :

- (1) sous-structure porteuse,
- (2) sous-structure esclave,
- (3) sous-structure de couplage.

La figure 3.2 montre une sous-structure du premier type (porteuse) utilisée pour identifier les différentes définitions et notations, nécessaires au code de calcul par la méthode de sous - structuration (STRU) et aussi pour introduire les notions des trois types de sous-structure, citées auparavant.



**Figure 3. 2.** Sous- structure isolée

Chaque sous-structure porteuse k occupant le domaine  $\Omega^k$  est limitée par la frontière  $\Gamma^k$ . Dans le cas général, cette frontière est divisée en trois types de frontières notées respectivement :

- $\Gamma_1^k$  : frontière libre,
- $\Gamma_F^k$  : frontière avec des forces imposées,
- $\Gamma^{k,k+1}$  : frontière qui sépare les sous-structures k et k+1.

A partir du maillage par éléments finis de plaques ou de coques, chaque sous-structure porteuse k est parfaitement définie par :



- sa connectivité aux autres sous-structures porteuses,
- son domaine  $\Omega^k$ , caractérisé par la table de connectivité des éléments et les coordonnées des nœuds,
- ses frontières qui forment le contour donné par :  $\delta\Omega^k = \bigcup_p \Gamma^{kp} \oplus \Gamma_F^K \oplus \Gamma_1^K$ , chaque frontière

est elle même la réunion d'une liste de nœuds. Notant que  $\Gamma^{kp}$  représente la frontière de liaison avec les autres p-ièmes sous-structure.

A l'intérieur du domaine  $\Omega^k$ , on peut avoir éventuellement des sous-structures esclaves. Ces dernières sont liées aux sous-structures porteuses et n'ayant pas de degrés de liberté propres.

Nous considérons ici des éléments simples du type :

- raidisseur  $\Gamma_R$ , reliant plusieurs nœuds du maillage éléments finis,
- masse concentrée  $m^i$ , en se référant à des nœuds isolés du maillage.

Les sous-structures esclaves doivent appartenir à une et une seule sous-structure porteuse.

La méthode peut être généralisée au cas d'un assemblage de plusieurs sous structures porteuses. Le système homogène (3.45) sera défini pour l'ensemble de la structure constituée par  $N_s$  sous structures porteuses, avec :

$$\left[ \hat{M}_c^{Nc} \right] = \begin{bmatrix} \hat{M}_{jj}^{1,Ns} & \hat{M}_{jN}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{M}_{jN}^{Ns} \\ \hat{M}_{Nj}^1 & \hat{M}_{NN}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hat{M}_{Nj}^{Ns} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{M}_{NN}^{Ns} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\left[ \hat{K}_c^{Nc} \right] = \begin{bmatrix} \hat{K}_{jj}^{1,Ns} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \hat{K}_{NN}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{K}_{NN}^{Ns} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

#### 4.3.6. Phase de résolution

Les étapes qui peuvent résumer le déroulement du principe de calcul par sous-structuration en trois principales phases de traitement permettant de calculer les fréquences et les modes propres de la structure assemblée, sont:

### a- Analyse statique et modale de chaque sous-structure

- calcul des matrices de masse et de rigidité des sous-structures porteuses, esclaves et de couplage,
- calcul des matrices de masse et de rigidité  $[M]$  et  $[K]$ , de chaque sous-structure porteuse assemblée avec celle des sous-structures esclaves,
- calcul des modes propres avec interface fixe,  $[\phi_N]$  solution des équations (3.22) et (3.23),
- calcul des modes statiques d'interface,  $[\phi_c]$  donné par l'équation (3.21),
- calcul des matrices réduites de rigidité et de masse  $[\hat{K}_{jj}]$  et  $[\hat{M}_{NN}]$  données respectivement par les équations (3.29) et (3.34),
- calcul des matrices de rigidité et de masse généralisées,  $[\hat{K}]$  et  $[\hat{M}]$  données respectivement par les équations (3.28) et (3.31).

### b- Analyse modale du système

Le calcul des matrices de rigidité et de masse du système global est obtenu par assemblage des matrices correspondant aux sous-structures porteuses et des sous-structures de couplages. La taille globale du système à résoudre dépend du nombre des modes propres avec interfaces fixes retenus pour chaque sous-structure porteuse. Les solutions du problème aux valeurs propres de la structure complète sont les fréquences et les modes propres du système complet (3.45).

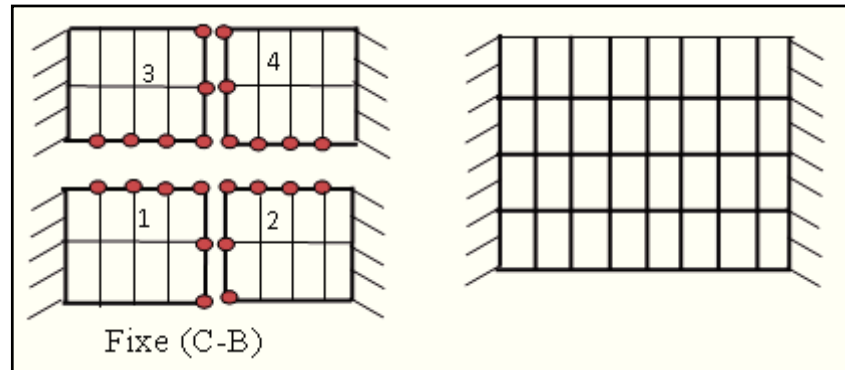
### c- Restitution

La matrice modale et le vecteur des coordonnées modales associés au problème des valeurs propres du système complet, sont utilisés pour retrouver l'expression des déplacements modaux pour chaque sous-structure k. Les déplacements nodaux  $\{q_j^k\}$  et  $\{q_i^k\}$  sont donnés par (3.24).

#### 4.4. Validation numérique de la méthode de sous structuration

Pour valider la méthode, on considère le cas d'une structure obtenue par l'assemblage de plusieurs sous structures élémentaires de formes simples. La structure étudiée par Amara (Amara, 2000) est de forme carré de côté un mètre (figure 3. 3). La structure est une plaque parallélépipédique présentée par la figure 3.3. Elle est constituée par quatre plaques en acier

d'épaisseur 100 mm encastrées sur les deux bords, de masse volumique  $7800 \text{ Kg/m}^3$ , de coefficient de poisson 0,3 et module d'Young  $2.10^{11} \text{N/m}^2$ .



**Figure 3. 3.** *Modèle des plaques utilisées (Amara, 2000)*

Chaque plaque de la structure représente une sous-structure porteuse. Les sous-structures porteuses sont modélisées par des éléments finis de coque à 4 nœuds et 6 degrés de liberté par nœuds. Nous avons calculé, par la méthode de sous-structuration et par éléments finis, les 14 premiers modes propres de la structure assemblée. Les résultats sont indiqués au tableau 3.1.

**Tableau 3. 1.** *Les fréquences du système étudié*

Mode N°	Fréquence (Hz)			Différence %
	Modèle Amara	Notre modèle avec même maillage	Notre modèle avec maillage plus raffiné	
1	547	480	540	1.2
2	638	647	631	1
3	1065	947	995	6.5
4	1446	1246	1473	1.8
5	1511	1405	1483	1.8
6	1586	1608	1570	1
7	2083	1729	1770	15
8	2098	1814	1913	8.8
9	2613	1920	2583	1.1
10	2767	2089	2795	1
11	2832	2532	2821	0.3
12	2906	2538	2915	0.3
13	3906	2646	3054	1.3
14	3135	2738	3092	1.3

L'erreur moyenne commise sur les quatorze premiers modes est d'environ 3%. Ce résultat montre une bonne concordance entre les deux méthodes de calcul dans le cas du couplage des plaques (sous-structures porteuses). Des erreurs négligeables sont aussi constatées par Amara (Amara, 2000) dans son étude concernant une simple plaque encastree ou libre. On peut dire que la complexité de la structure n'a donc pas dégradé la précision du calcul.

## 5. Etude modale d'un système M-O-P en fraisage

### 5.1 Modèle géométrique

La structure de la fraiseuse est très compliquée avec les différents assemblages et les accessoires. Par conséquent, la modélisation exacte et l'analyse de la structure réelle sont difficiles et nécessitent un temps de calcul énorme. Cependant, pour une étude dynamique par éléments finis, on peut considérer le modèle simplifié du système machine – outil – pièce (Figure 3.4). Ce choix de simplification est justifié par le fait qu'un modèle dynamique ne nécessite pas autant de raffinement géométrique qu'une étude de fiabilité ou de résistance. De plus, le modèle peut être recalé sur une étude expérimentale.

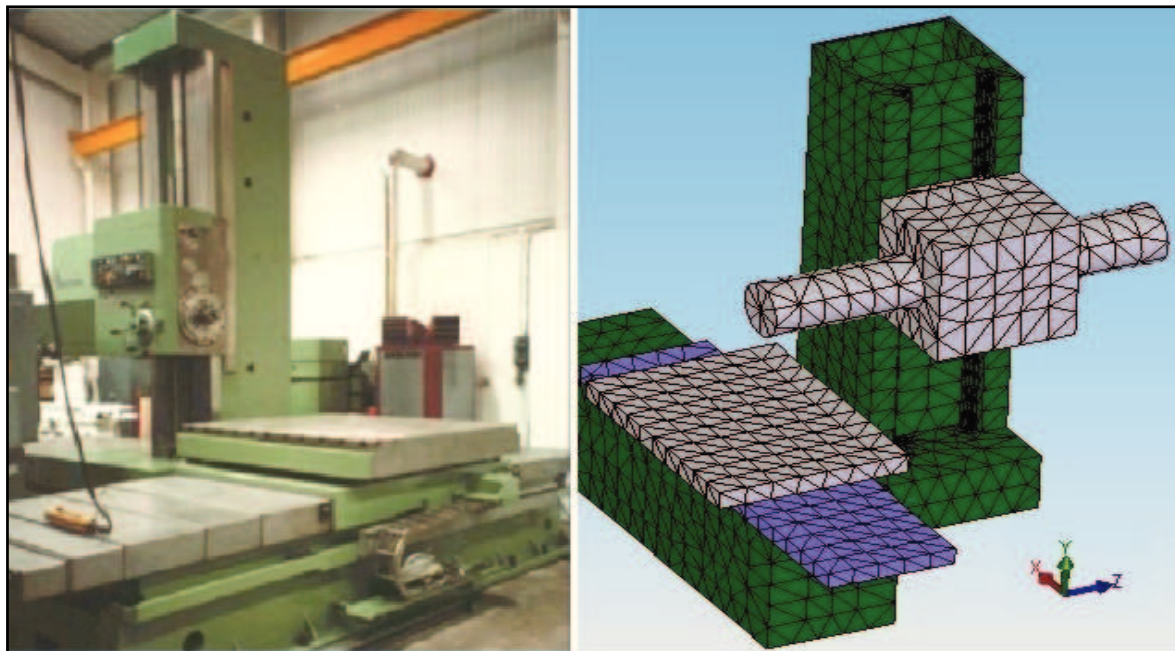
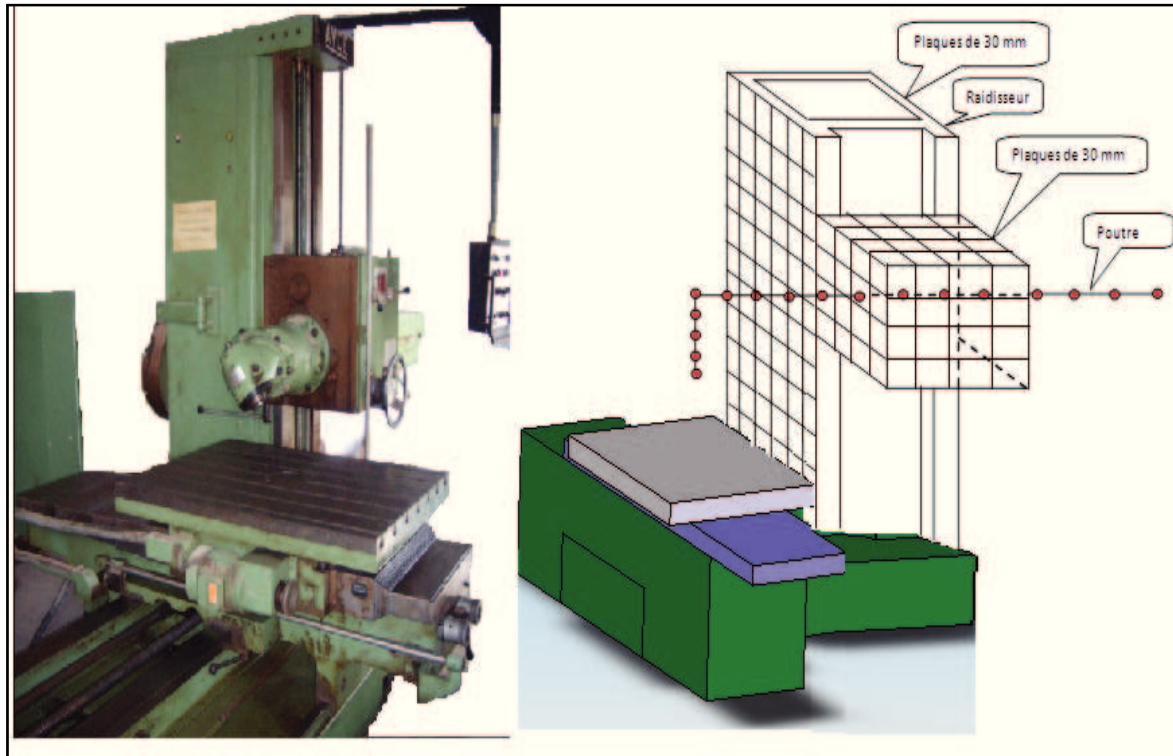


Figure 3. 4. Machine de fraisage

Les caractéristiques de la machine choisie sont :

Fraiseuse conventionnelle SACEM type MS 110 - Diamètre de broche : 110 mm - Courses : 1500 x 1300 x 1200 mm - déplacement de la broche : 900 mm - table tournante (1260x1400mm) - plateau à surfacer - tête de fraisage - lunette - visualisation de côtes



**Figure 3. 5.** Schéma simplifié de bâti et broche

Nombres des nœuds =902 Nœuds.

Nombres de degrés de libertés : 5412 dll.

Nombres des éléments: 44 éléments poutres et 672 éléments de plaques rectangulaires.

## 5.2 Analyse Modale

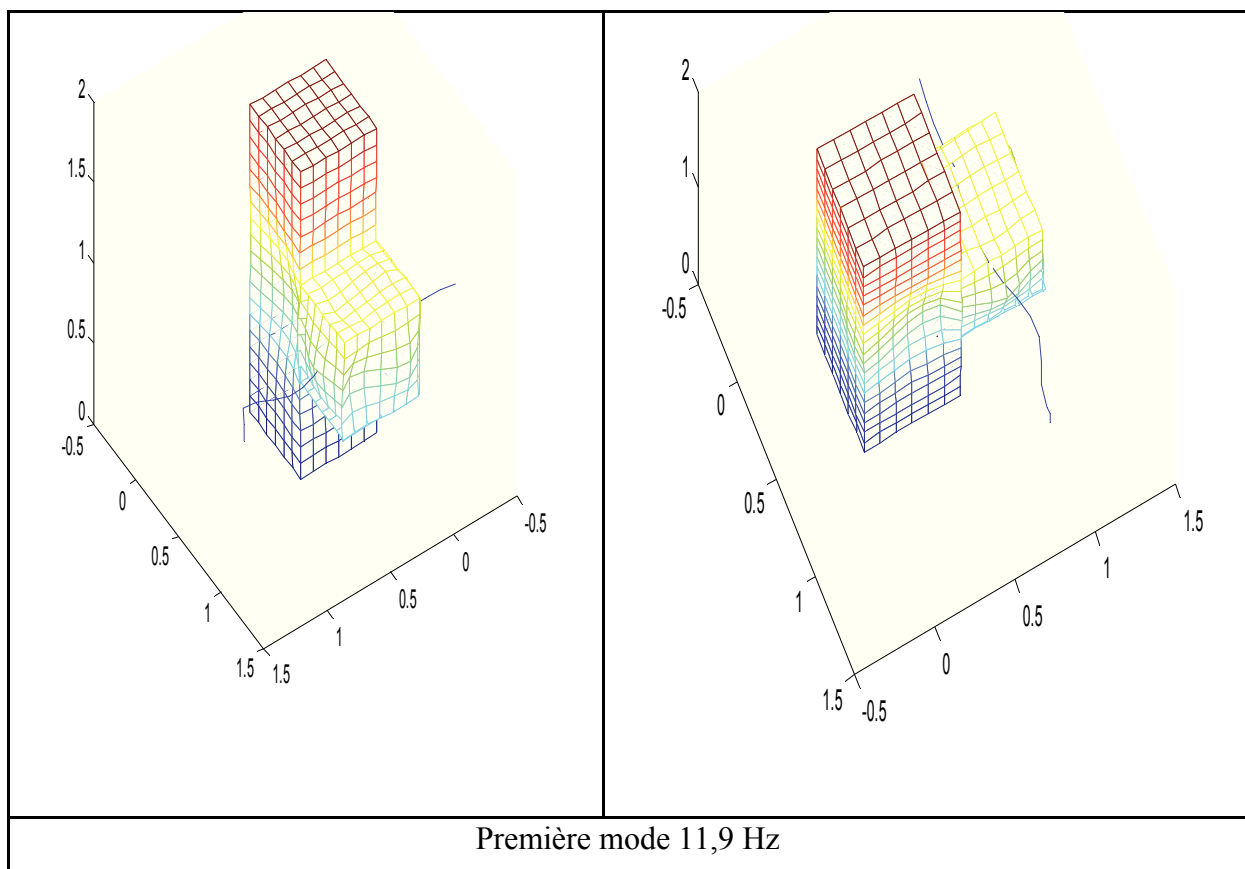
Pour étudier l'analyse modale, nous avons utilisé la modélisation par éléments finis des plaques et les éléments finis des poutres par la méthode de sous-structurations (Figure 3.5). A l'aide de la plateforme (STRU), nous avons obtenu les matrices de masse et rigidité pour les petites déformations de la structure du bâti. Cette modélisation a tenu compte du mouvement corps rigide de la structure tournante (broche-outil). L'analyse modale du système machine-outil-pièce par éléments finis a abouti au résultat suivant :

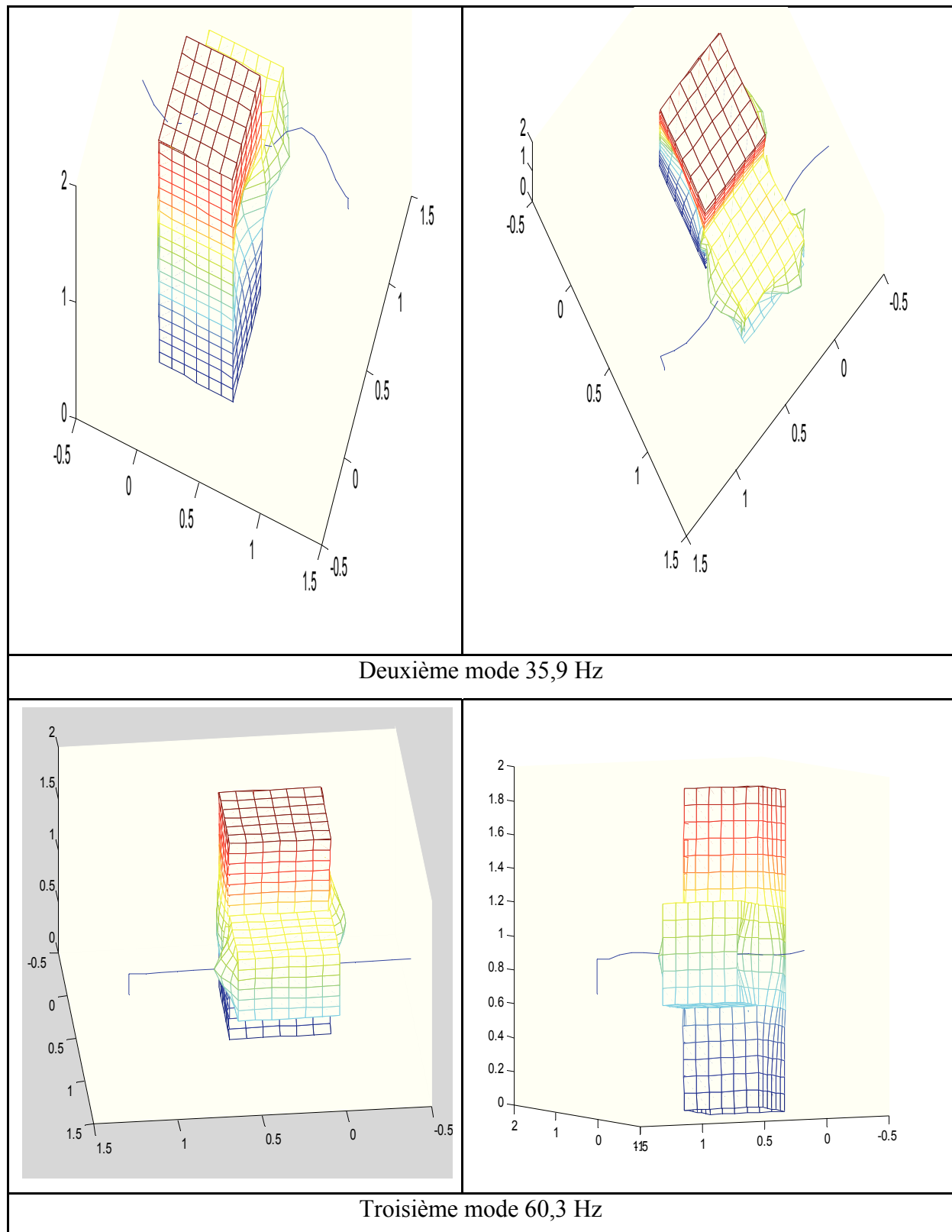
**Tableau 3. 2.** Les fréquences propres du système

<b>N° du mode</b>	1	2	3	4-5	6-7	8	9-10	11
<b>Propre</b>								
<b>Fréquence(Hz)</b>	11,9	36	60	63,6	73,5	73,7	85,2	85,4
<b>N° du mode</b>	12-13	14	15	16	17	18	19-20	21
<b>Propre</b>								
<b>Fréquence(Hz)</b>	105,5	108,1	111,3	125,8	126,8	130	130,3	138,6

Le tableau 3.2 représente les différents modes de la structure tout en considérant un encastrement au niveau des nœuds du bas de la fraiseuse. Les fréquences propres sont déterminées pour la structure modélisée par la méthode de réduction modale.

Nous avons effectué une simulation à l'aide du logiciel Matlab, qui nous a permis de tracer les figures 3.6 des déformées modales:





**Figure 3. 6. Déformées modales**

En analysant les déformées modales (Figure. 3.6) on remarque que la déformation le plus importante est au niveau de la broche. En fait, le premier mode décrit la déviation de la

broche, le second confirme le couplage entre la broche et le reste de la machine et dans le troisième mode la colonne de la machine est soumise à une déformation importante.

## **6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche numérique capable de prédire le comportement dynamique d'un ensemble bâti broche. La méthode d'intégration de Newmark est utilisée pour la résolution de l'équation différentielle de mouvement du système.

La méthode des éléments finis de sous-structuration de Craig et Bampton est présentée afin de construire un modèle réduit d'un système de bâti-broche discrétisé par éléments finis. Cette méthode permet le calcul des fréquences et des modes propres du système à partir des caractéristiques modales de chacun de ses composants. Dans cette méthode, des sous-structures de type porteuses, esclaves et de couplages sont considérées. L'utilisation de cette technique permet de réduire les calculs à reprendre dans une procédure d'optimisation des positions des sous-structures esclaves, en vue de réduire les vibrations de la structure.



# *Chapitre 4 :*

## *Modélisation des efforts de coupe et réponse dynamique d'un système M-O-P en fraisage*

*« Modélisation du comportement dynamique  
non linéaire d'un système machine – outil –  
pièce lors d'une opération du fraisage »*

*Chapitre 4 : Modélisation des efforts de coupe et réponse  
dynamique d'un système M-O-P en fraisage*

---

---

*Dans ce chapitre, nous présentons les différents modèles des efforts de coupe les plus utilisés en fraisage. Ces modèles à deux et à trois degrés de liberté dans les quels nous avons utilisé un modèle de coupe semi-analytique qui tient compte des conditions de coupe.*

*La résolution numérique a été réalisée par la méthode itérative de Newmark. Des résultats de simulation des réponses dynamiques et des efforts de coupe dynamique ont été présentés vers la suite de ce chapitre.*

## 1. Introduction

La simulation numérique des procédés d'usinage en fraisage est rendue délicate par la complexité de la géométrie des fraises et du mode de coupe qui pose de réelles difficultés de modélisation. La coupe en fraisage est le lieu de nombreuses autres non-linéarités, comme la discontinuité due aux passages des dents hors de la matière, la périodicité de la coupe entraînant le développement de vibrations forcées, et la variation des efforts de coupe dans le temps et dans l'espace quand une dent est en prise avec la matière.

Cette complexité a entraîné de nombreux travaux scientifiques à traiter soit à l'étude du phénomène de broutement soit à la prédiction des efforts de coupe. La présentation de ces travaux est consacrée à l'étude du broutement par les méthodes analytiques, semi-analytique ou numérique.

## 2. Hypothèses communes de modélisation des efforts de coupe

La construction du modèle d'effort de coupe est très difficile, elle nécessite la compréhension du mécanisme de formation du copeau qui est ici délicate à appréhender du fait de la géométrie complexe des fraises et de la cinématique de leur trajectoire. Par exemple, la majorité des concepts développés dans la coupe orthogonale pour le cas du tournage, comme le plan de cisaillement, puis ils passent pour le cas du fraisage avec seulement changement de nombre de dent des outils hélicoïdaux. Enfin, la principale difficulté de la modélisation du fraisage, est l'identification des paramètres des lois de coupe qui reste un problème majeur.

Le modèle général d'effort de coupe en fraisage est le suivant : ( $h$  est l'épaisseur du copeau,  $a_p$  la profondeur de passe,  $dS$  la longueur local de l'arrête de coupe,  $K_e$ ,  $K_c$  et  $n$  sont les paramètres du modèle)

$$F = K_c \cdot h^n \cdot a_p + K_e \cdot dS \quad (4.1)$$

Trois cas de figure sont couramment employés:

- Modèle linéaire:  $K_c, K_e$  sont constants ;  $n=1$
- Modèle exponentiel:  $K_c$  est constant ;  $K_e=0$  ;  $n \neq 1$
- Modèle multiplicatif:  $K_c=K_0$  ;  $K_e=0$  ;  $n=1$

Les efforts sont ensuite projetés dans un repère global en tenant compte de la rotation de l'outil et des inclinaisons locales de l'arrête de coupe. Les efforts sont ensuite intégrés analytiquement sur la hauteur de l'outil.

L'outil de coupe est découpé axialement en tranches infinitésimales. Pour chacune des tranches, les efforts de coupe s'écrivent :

$$\begin{cases} dF_x(t) \\ dF_y(t) \\ dF_z(t) \end{cases} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\cos\varphi & -\sin\varphi \sin\psi & -\sin\varphi \cos\psi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi \sin\psi & -\cos\varphi \cos\psi \\ 0 & -\cos\psi & \sin\psi \end{bmatrix}}_B \begin{cases} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{cases} \quad (4.2)$$

Les paramètres du modèle d'effort de coupe sont calculés par la méthode des moindres carrés. Si le modèle non linéaire est employé, les paramètres ayant une influence non linéaire sont estimés en amont par une méthode d'optimisation. Pour le modèle multiplicatif, une approche par plans d'expérience est employée.

L'effort tangentiel par dent, dû à la vitesse de coupe  $V_c$ , est donné par la même formule qu'en tournage.

Seule la démarche de recherche de la valeur de  $K_c$  change. (L'épaisseur du copeau varie ; donc on détermine l'épaisseur du copeau instantané ou l'épaisseur moyenne  $h_m$ ).

## 2.1. Modèles analytiques

### 2.1.1. Modèle de Kienzle.

Les lois de l'effort de coupe dépendent de la matière usinée et de la forme de l'outil utilisé. La modélisation de l'effort de coupe admet une relation avec l'aire du copeau. La figure 4.1 montre la géométrie de l'air de la coupe et les efforts appliqués de l'outil sur la pièce.

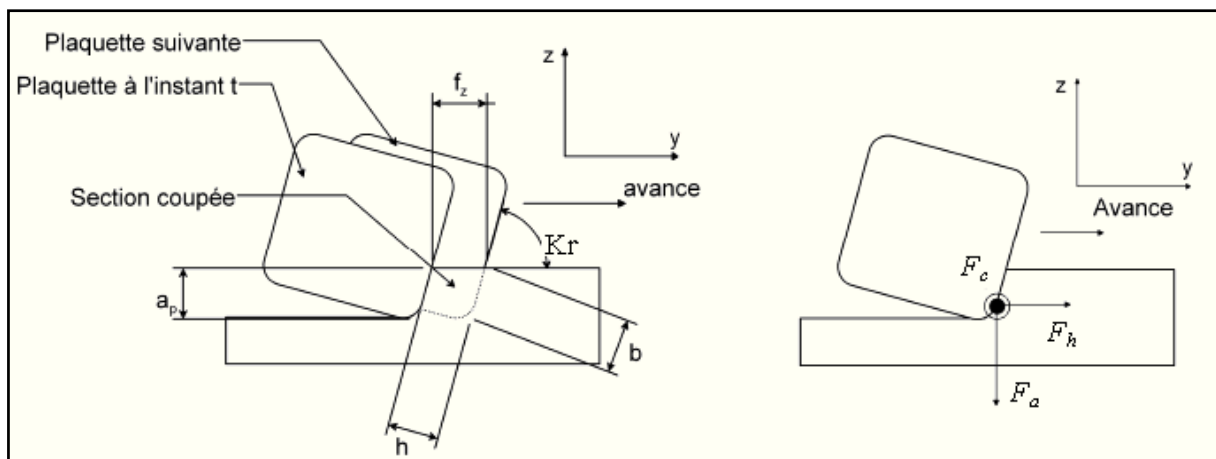


Figure 4. 1. Efforts exercés par l'outil sur la pièce

Où  $h$  est l'épaisseur du copeau,  $b$  est la largeur du copeau, l'angle d'attaque  $K_r$  et  $F_c$  l'effort de coupe.

Trois forces sont exercées sur la pièce pour chaque dent en cours d'usinage. Qui nous donnent trois relations des pressions spécifiques :

- La pression spécifique de coupe dans la direction de la coupe,  $Kc = \frac{F_c}{bh}$  ;
- La pression spécifique de coupe dans la direction axiale,  $Ka = \frac{F_a}{bh}$  ;
- La pression spécifique de coupe dans la direction normale aux deux autres,  $Kh = \frac{F_h}{bh}$  ;

Le modèle de coupe de Kienzle donne :

$$Ki = K_{i,11} h^{-m^i} \quad i \in \{c, h, a\} \quad (4.1)$$

Où les constantes  $K_{i,11}$  et  $m^i$  sont déterminées expérimentalement et sont données dans la littérature en fonction outil/ matière, König et al. (König, et al., 1973) propose plusieurs valeurs de ces paramètres pour des couples standards. Elles correspondent à l'effort de coupe suivant la direction correspondante pour une largeur de copeau et une avance unitaire d'où l'indice 11. Les coefficients  $m^i$  prennent généralement des valeurs inférieures à l'unité. D'où  $F$  l'effort de coupe suivant une loi de Kienzle (Kienzle, 1951) est donnée par la relation :

$$F = K_{11} b h^{1-m} \quad (4.2)$$

### 2.1.2. Travaux de Altintas et Budak

Maintenant que le principe de la modélisation analytique a été correctement posé pour la coupe interrompue, nous allons nous intéresser au cas du fraisage. Celui-ci est le plus compliqué car les efforts de coupe varient en fonction du temps mais tournent autour du repère de la structure. L'équation de la dynamique devient alors un système d'équations différentielles avec des coefficients variant périodiquement au court du temps. En 1993, Minis (Minis, et al., 1993) propose une méthode basée sur le théorème de Floquet et l'analyse de Fourier.

Budak (Budak, et al., 1995) ont étendu la méthode analytique développée par Tlustý en tournage au cas du fraisage. C'est cette méthode qui est développée ci-après. De nombreuses études ont découlé de cette modélisation (Jensen, et al., 1999.), (Altintas, 2001), (Faassen, et al., 2003), elle a notamment été déclinée pour des géométries de fraise (Jensen, et al., 1999) différentes (Altintas, 2000), mais pour tous ces travaux la méthodologie restent la même.

Les lobes de stabilité sont considérés indépendants de la vitesse d'avance (Tobias, 1965). En faisant cette hypothèse, seule la variation du copeau induite par la dynamique de la coupe est prise en compte. L'expression de l'épaisseur de copeau dynamique instantanée  $h(\varphi_j)$  s'écrit :

$$h(\varphi_j) = g(\varphi_j) [\Delta x \sin(\varphi_j) + \Delta y \cos(\varphi_j)] \quad (4.3)$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta x &= x(t) - x(t - \tau) \\ \Delta y &= y(t) - y(t - \tau) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$g(\varphi_j)$  agit en tant que fonction de commutation, elle est égale à 1 si la dent est en activité de coupe et 0 si elle ne coupe pas.

$$g(\varphi_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } \varphi_e < \varphi_j, \varphi_j < \varphi_s \\ 1 & \text{si } \varphi_e > \varphi_j > \varphi_s \end{cases} \quad (4.5)$$

$\varphi_e$  et  $\varphi_s$  sont respectivement les angles d'entrée et de sortie de la matière des dents.

Où  $\tau$  est la période de passage de deux dents successives et  $\varphi_j$  l'angle qui est entre le  $j^{\text{ème}}$  dent avec l'axe Y.

Le système est infiniment rigide suivant l'axe de rotation et les déplacements,  $x$  et  $y$ , de l'outil suivant les directions X et Y sont régis par :

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_f(t) \quad (4.6)$$

De même que pour l'épaisseur de copeau, pour étudier la stabilité, seule l'étude de la divergence de la partie dynamique de l'effort de coupe est prise en compte. Ainsi,

$$\begin{aligned} F_{ij} &= K_t \cdot a_p \cdot h(\varphi_j) \\ F_{rj} &= K_r F_{ij} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$F_{ij}$ ,  $F_{rj}$  sont respectivement les efforts radiaux et tangentiels sur la dent  $j$ .  $K_t$  et  $K_r$  sont les coefficients spécifiques de coupe. Ils sont déterminés de manière expérimentale lors de l'établissement de la loi de coupe (Lelan, 2007)

$K_t$  : raideur tangentielle ;  $K_r$  : raideur radiale.

$$\begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a_p K_t \underbrace{\begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix}}_{A(t)} \underbrace{\begin{Bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{Bmatrix}}_{\Delta(t)} \quad (4.8)$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 - \cos(2\varphi_j))] & \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [(1 + \cos(2\varphi_j)) + K_r \sin(2\varphi_j)] \\ \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [(1 - \cos(2\varphi_j)) - K_r \sin(2\varphi_j)] & \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r(1 + \cos(2\varphi_j))] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$A(t)$  est une fonction périodique, elle est donc décomposable en série de Fourier :

$$A(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} [A_r] e^{ir\omega t} \text{ avec } A_r = \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] e^{-ir\omega t} dt \quad (4.10)$$

Le problème est simplifié en ne prenant en compte que le premier terme de cette série, qui représente la valeur moyenne :

$$A_0 = \frac{Z}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Avec :

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2} [\cos(2\varphi) - 2K_r\varphi + K_r\sin(2\varphi)]_{\varphi_e}^{\varphi_s}, \alpha_{yy} = \frac{1}{2} [-\cos(2\varphi) - 2K_r\varphi - K_r\sin(2\varphi)]_{\varphi_e}^{\varphi_s},$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2} [-\sin(2\varphi) - 2\varphi + K_r\cos(2\varphi)]_{\varphi_e}^{\varphi_s} \text{ et } \alpha_{yx} = \frac{1}{2} [-\sin(2\varphi) + 2\varphi + K_r\cos(2\varphi)]_{\varphi_e}^{\varphi_s}$$

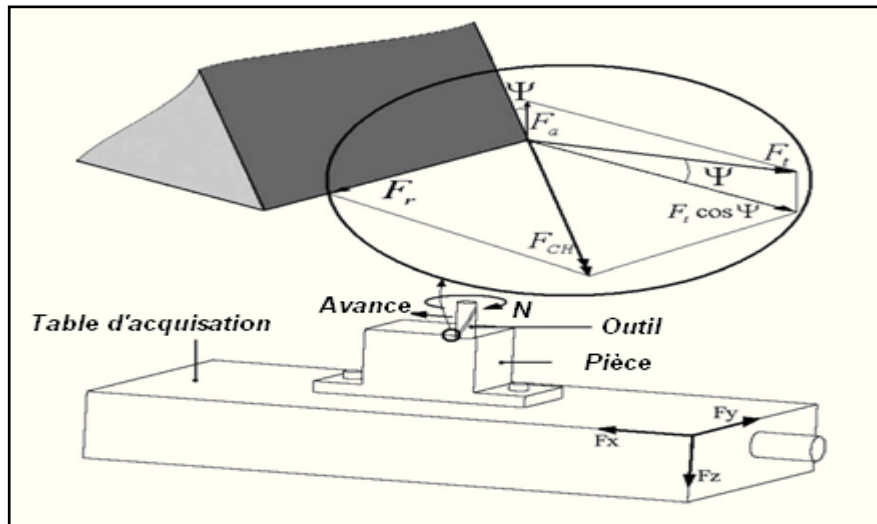
$\varphi_e$  : l'angle d'entrée et  $\varphi_s$  : l'angle de sortie

L'expression de  $\{F(t)\}$  devient donc :

$$\{F_f(t)\} = \frac{1}{2} a_p K_t [A_0] \{A(t)\} \quad (4.12)$$

### 2.1.3. Modèles d'effort de Zaman et al.

Cette étude est effectuée pour développer un modèle analytique tridimensionnel de force de coupe pour le processus de fraisage. Zaman et al. (Zaman, et al., 2006) ont simulé le fraisage de profil. Le comportement dynamique de l'outil modélisé suivant les deux directions perpendiculaires du plan (immobiles par rapport au repère fixe) par des systèmes masses ressorts amortisseurs. La géométrie de l'outil correspond à celle d'un outil parfait ayant une répartition uniforme des dents et n'ayant pas d'angle d'hélice. Cependant, il est nécessaire de déterminer les expressions analytiques de  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$  car le dynamomètre peut mesurer ces derniers (figure 4.2).



**Figure 4. 2.** *Vue schématique tridimensionnelle des composants d'efforts de coupe (Zaman, et al., 2006)*

Les expressions de  $F_x$  et  $F_y$  sont obtenues à partir des équations employées par Thusty et al. (Thusty, et al., 1975) et Bao et al. (Bao, et al., 2000) en modifiant légèrement les équations en incorporant la composante horizontale de la force tangentielle. L'expression pour  $F_z$  est la composante verticale de la force tangentielle. Ainsi les valeurs instantanées de  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$  et  $F_c$  peuvent être déterminées en employant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} F_{xi} &= (F_{ti} \cos \psi) \sin \phi_i - F_{ri} \cos \phi_i \\ F_{yi} &= -(F_{ti} \cos \psi) \cos \phi_i - F_{ri} \sin \phi_i \\ F_{zi} &= -F_{ti} \sin \psi \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$F_{ci} = \sqrt{F_{xi}^2 + F_{yi}^2 + F_{zi}^2} \quad (4.14)$$

Après comparaison entre l'étude analytique et expérimentale, ils ont conclut que :

- La composante tangentielle de l'effort de coupe est considérée comme agissante sur l'espace en trois dimensions en raison de la profondeur de coupe très élevé par rapport à l'engagement axial de l'outil de fraisage en bout et qui conduit à des efforts de coupe dans le sens axial.
- Le modèle développé peut être utilisé pour simuler les efforts de coupe exactement à une exactitude de 90% (Zaman, et al., 2006).

## 2.2. Méthode de la semi discrétisation (Insperger, et al., 2000)

Cette section présente la méthode de semi-discrétisation en temps basée sur la discrétisation



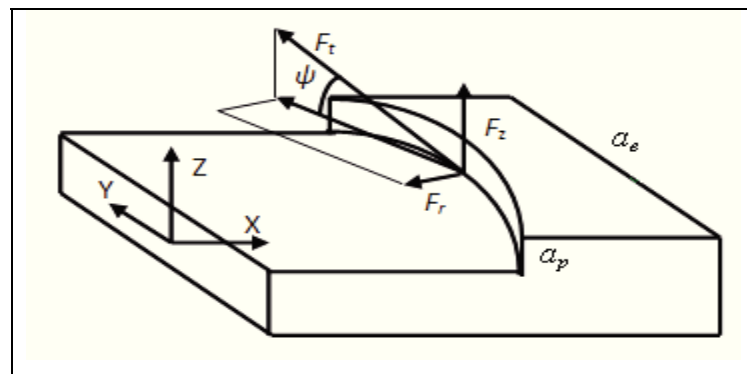
des termes retardés de l'équation de la dynamique a été introduite par Insperger (Insperger, et al., 2003), (Insperger, et al., 2004) et (Insperger, et al., 2007), la résolution de l'équation dynamique en utilisant ce principe du fraisage est expliquée par Gradišek et al. (Gradsek, et al., 2004) et Hartung et al. (Hartung, et al., 2006).

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = \underbrace{k a_p (h(\varphi_j))^q}_{F(t)} \quad (4.15)$$

Avec :  $k$  coefficient spécifique de coupe,  $a_p$  profondeur de passe,  $h(\varphi_j)$  épaisseur de coupe instantané (4.3) et  $q$  est un exposant ( $q = 0,75$  est une valeur typique empiriques).

### 3. Modèle d'effort de coupe

Dans le cadre de cette thèse nous utilisons les trois modèles d'efforts de coupe citée dans le tableau 4.1. Le calcul des efforts de coupe nécessite la détermination de l'épaisseur de copeau. Dans le cas du fraisage dynamique, l'épaisseur coupée dépend de la position de l'outil par rapport à la pièce, mais aussi du profil de la surface usinée. L'effort de coupe se décompose en effort élémentaire appliqué sur chaque dent en une composante tangentielle  $F_{tj}$  et une composante radiale  $F_{rj}$  qui sont proportionnelles à l'épaisseur des disques élémentaires, à des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  et à l'épaisseur de copeau  $h$  :

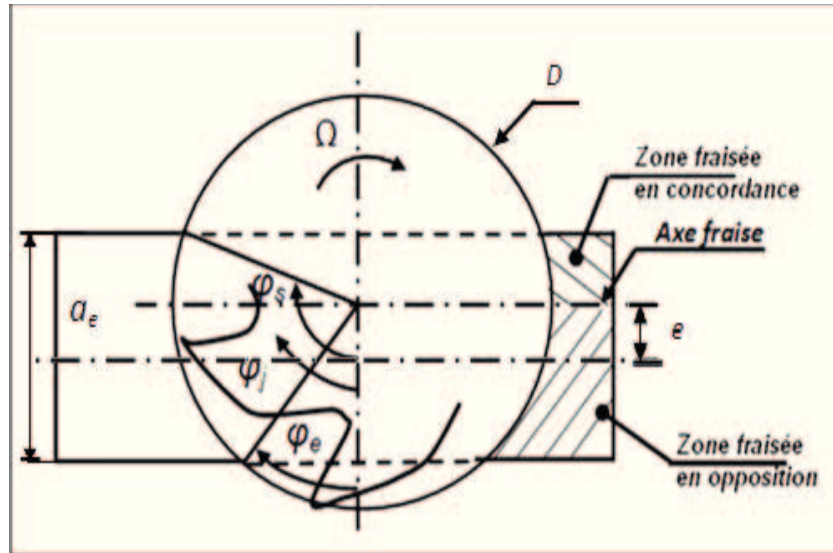


**Figure 4. 3.** Modèle de l'effort de coupe en fraisage

$$\begin{aligned} F_{tj} &= K_t \cdot a_p \cdot h(\varphi_j) \\ F_{rj} &= K_r \cdot F_{tj} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Dans ces approches, l'épaisseur instantanée du copeau a été calculée en assimilant la surface usinée au droit de la position d'une dent à la position occupée par la précédente dent lorsque cette dernière avait la même position angulaire. Cette simplification permet de s'affranchir du

problème de représentation de la surface usinée. La figure 4.4 représente la position de l'outil par rapport à la pièce,  $e$  est l'entre axes entre la pièce et l'outil,  $\varphi_e$  est l'angle d'attaque ou angle d'entrée,  $\varphi_s$  est l'angle de sorti de l'outil et  $\varphi_j$  c'est l'angle parcouru par la dent de l'outil



**Figure 4. 4.** Position de l'outil par rapport à la pièce

La phase de coupe est alors définie par les angles d'entrée  $\varphi_e$  et de sortie  $\varphi_s$  dans la matière. Ces angles sont calculés par rapport à la position nominale, ainsi, les phases transitoires de début et de fin d'usinage ne sont pas modélisées. Cependant, si la coupe est discontinue, l'outil peut sortir de la coupe. Dans ce cas l'épaisseur de copeau est nulle et les efforts de coupe s'annulent. Cette non-linéarité permet d'augmenter l'amplitude des vibrations.

Les angles d'entrée  $\varphi_e$  et de sortie  $\varphi_s$  sont définis comme suit:

$$\begin{aligned} \cos\varphi_e &= \frac{a_e + 2e}{D} \\ \cos\varphi_s &= \frac{a_e - 2e}{D} \end{aligned} \quad (4.17)$$

L'épaisseur de copeau est déterminée par la relation (4.3) son occurrence est détectée par le calcul de l'angle instantané de dépouille.

Bien que ce modèle d'effort soit simple, il est suffisant pour les études menées au cours de cette thèse. Cependant, en vue d'utilisations futures, la modélisation géométrique supporte l'utilisation de toute loi où l'effort dépend :

- des différentes composantes de la vitesse d'avance instantanée;

- des angles instantanés de dépouille et de coupe ;
- de l'angle de coupe de l'outil ;
- du volume ou section d'interpénétration de l'outil et la surface usinée au niveau des faces usinée.

Ces paramètres suffisent à la majorité des modèles conventionnels d'efforts de coupe développés pour la coupe orthogonale.

$$\begin{aligned} F_{xj} &= -(F_{ij} \cos \psi) \sin \varphi_j - F_{rj} \cos \varphi_j \\ F_{yj} &= (F_{ij} \cos \psi) \cos \varphi_j - F_{rj} \sin \varphi_j \\ F_{zj} &= F_{ij} \sin \psi \end{aligned} \quad (4.18)$$

Le tableau 4.1 représente un récapitulatif sur les plus intéressants modèles mathématiques d'effort de coupe qui ont été validés par leurs auteurs soit expérimentalement, soit par comparaison à d'autres résultats obtenus par des fabricants.

**Tableau 4. 1.** Différents modèles d'effort de coupe (Faassen, et al., 2003)

Model	Tangentiel	Radial	Année
Auteur			
Kienzle	$F_t = a_p \cdot K_{cl.l} \cdot h^{1-m}$		1951
Altintas, Zaman	$F_t = a_p \cdot K_{tc} \cdot h + a_p \cdot K_{te}$	$F_r = a_p \cdot K_{rc} \cdot h + a_p \cdot K_{re}$	1995,2000
Inspurger	$F_t = a_p \cdot K_t \cdot h^q$	$F_r = a_p \cdot K_r \cdot h^q$	2000,2001

#### 4. Réponse dynamique

Les déformations de la cellule élémentaire d'usinage sont régies par l'analyse par éléments finis du système d'équations différentielles du second ordre, soit :

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.19)$$

Où  $M$ ,  $C$  et  $K$  expriment respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur,  $X$  désigne le vecteur des déplacements généralisés et  $F(t)$  les efforts de coupe distribués sur la zone de contact outil/matière. Les coefficients des matrices peuvent être déterminés à partir des résultats délivrés par la modélisation par éléments finis (machine, outil, pièces) du troisième chapitre.

En tenant compte de la transformation (3.5) dans le système des équations du mouvement (4.19), et pré-multiplié par  $[\phi_r]^T$ , on obtient le système réduit des équations du mouvement, soit :

$$[\phi_r]^T [M][\phi_r]\{\ddot{q}(t)\} + [\phi_r]^T [K][\phi_r]\{q(t)\} = [\phi_r]^T \{F(t)\} \quad (4.20)$$

En outre, les propriétés (3.4) conduisent à exprimer le système réduit des équations du mouvement sous la forme suivante :

$$[I]\{\ddot{q}(t)\} + [\Lambda]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (4.21)$$

avec :

$$\{f(t)\} = [\phi_r]^T \{F(t)\} \quad (4.22)$$

représente le vecteur de forces modales généralisées.

Ce qui revient à résoudre l'équation du mouvement projeté dans la base modale tronquée suivant :

$$[I]\{\ddot{q}(t)\} + [C_{ii}]\{\dot{q}(t)\} + [\Lambda]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (4.23)$$

Où  $[C_{ii}]$  représente la matrice diagonale d'amortissement modal avec :

$$C_{ii} = 2m_i\omega_i\xi_i \quad (4.24)$$

$m_i$ ,  $\omega_i$  et  $\xi_i$  représentent respectivement la masse modale, la pulsation et le taux d'amortissement du mode  $i$ .

## 5. Algorithme général de résolution

Les études du comportement mécanique des efforts de coupe et de la réponse dynamique par les modèles théoriques présentés dans ce chapitre ont permis de réaliser une étude paramétrique dans un cadre statique. En effet, les modèles précités font appel à beaucoup de paramètres géométriques qui caractérisent le système M – O – P, l'avance de la pièce et la profondeur de passe qui possèdent une grande influence sur le type d'usinage et la durée de vie d'outil.

Le programme a été développé sous MATLAB 7.5©. L'algorithme général de la simulation a la forme suivante :

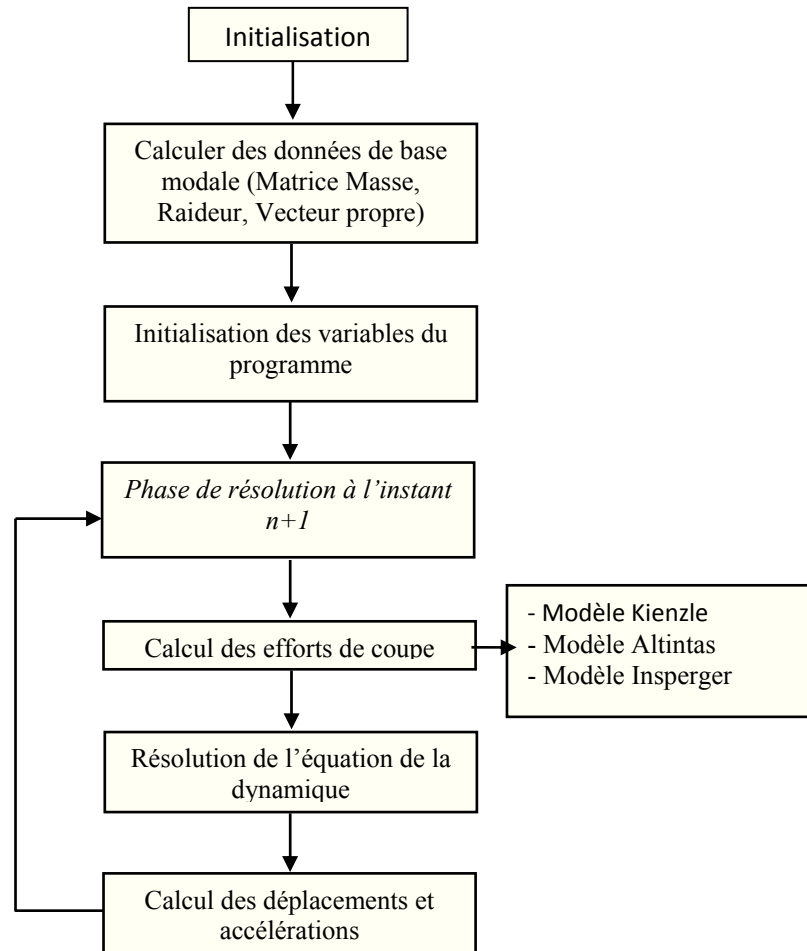


Figure 4. 5. Algorithme développé

## 6. Résultats numériques

La détermination de l'effort de coupe en fraisage par les modèles théoriques présentés dans ce chapitre ont permis de faire une étude paramétrique dans un cadre statique. En effet, les modèles précités font appel à beaucoup de paramètres géométriques qui caractérisent l'outil de coupe et qui possèdent une grande influence sur la vitesse de coupe et d'avance.

Les paramètres de simulation sont les suivants :

### Configuration 1 (Conf 1):

Outil : fraise en carbure

Pièce à usiner en acier doux.

$d=80mm$ ; diamètre du fraise

$z=6$ ; Nombre de dent

$\Psi=10^\circ$ ; angle de coupe à la périphérie

$K_t=3600\text{ Mpa}$  Contrainte de cisaillement maximale de l'acier doux (S275)

## 6.1. Comparaison des trois modèles des efforts de coupe

### 6.1.1. Les efforts de coupe

La Figure 4.6 représente les efforts de coupes maximales en fonction de l'avance des trois différents modèles. On remarque que le premier modèle et le troisième modèle d'effort de coupe se rapprochent quand l'avance augmente dans les deux directions (Y, Z). Par contre dans la direction X il y a une différence entre les trois modèles d'efforts de coupe.

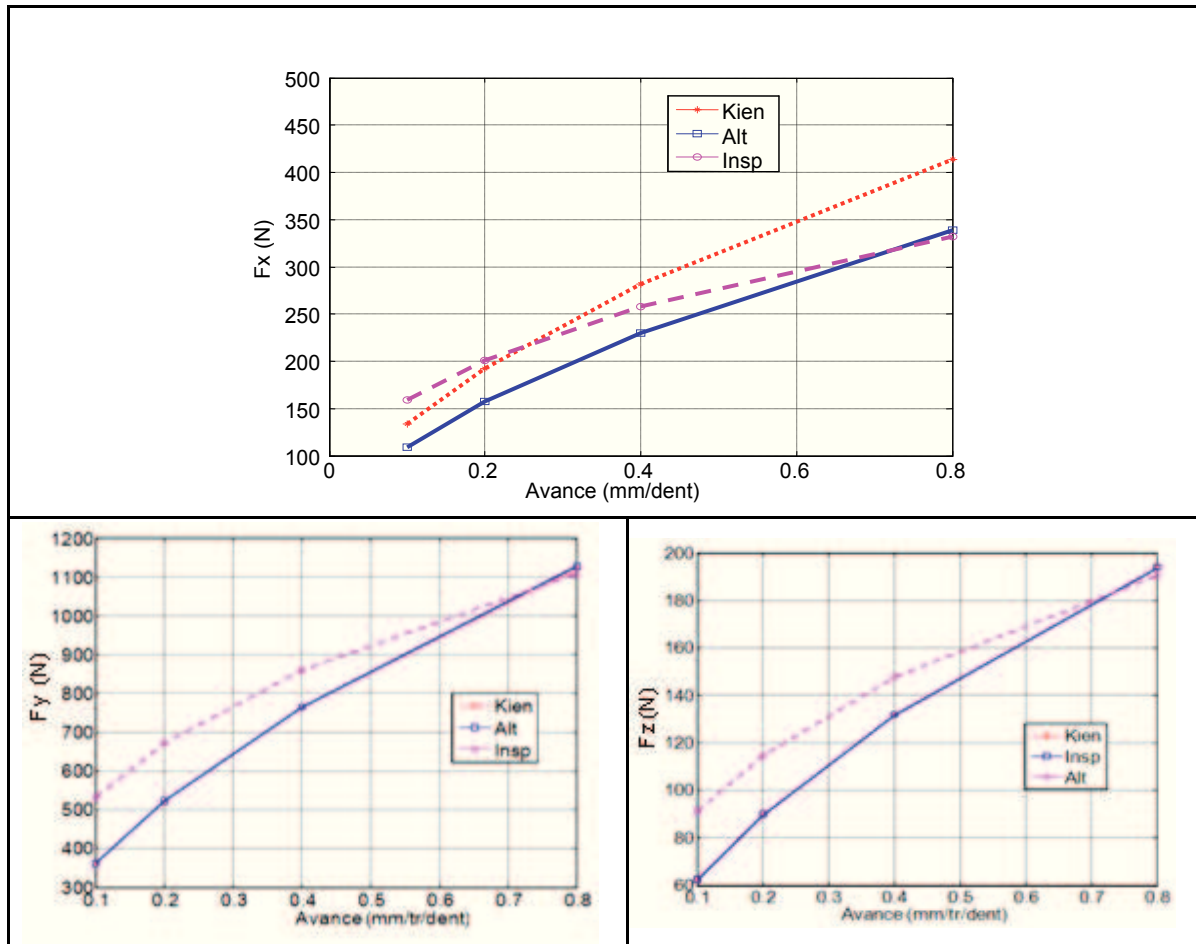
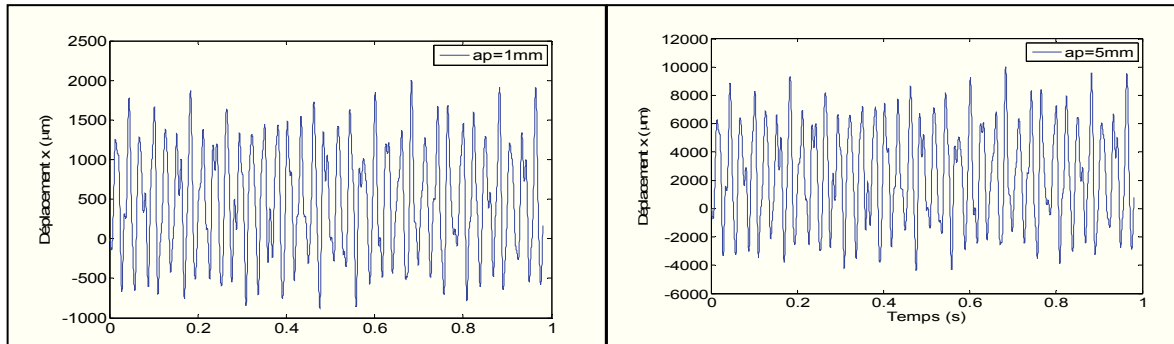


Figure 4. 6. Comparaison entre différents modèles d'efforts de coupe

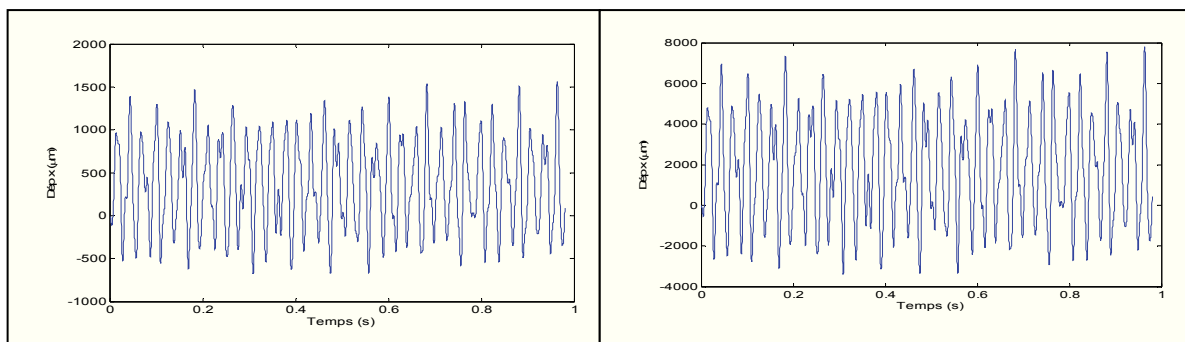
### 6.1.2. Réponse dynamique

La figure 4.7 montre que l'augmentation de la profondeur conduit à l'augmentation d'amplitude des vibrations et peut mener à des vibrations bavardage. En fait, la réponse dynamique de 5 mm de profondeur est amplifiée à peu près cinq fois et la réponse est divergente, et par conséquent les conditions de coupe correspondent à une coupe instable.

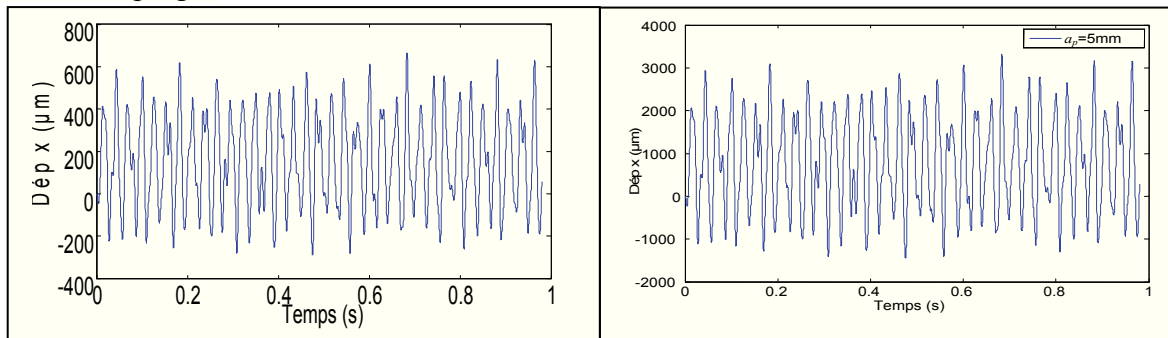
### Modèle Kienzel



### Modèle Altintas



### Modèle Insperger



**Figure 4. 7.** Influence de la profondeur sur la réponse dynamique ( $f_z = 0,1\text{mm/dent}$  ;  
 $N=500\text{ tr/mn}$ ;  $Z=6$ )

Dans la suite de ce chapitre nous allons étudier l'influence des différents paramètres d'usinage pour le cas du modèle d'Altintas.

## 6.2. Influence des paramètres d'usinage sur l'effort de coupe et les vibrations du système

### 6.2.1. Effort de coupe

#### a) Influence de l'avance de coupe

Il est clair d'après les équations (4.16), que l'effort de coupe est proportionnel à l'avance, la figure 4.8 illustre l'influence de l'avance sur l'évolution de l'effort de coupe. Ces courbes

permettent de constater que les différents efforts de coupe  $F$  évoluent quasi linéairement avec l'avance. La figure 4.9 illustre l'influence de l'avance de coupe sur la forme de l'effort de coupe au cours temps dans les trois directions.

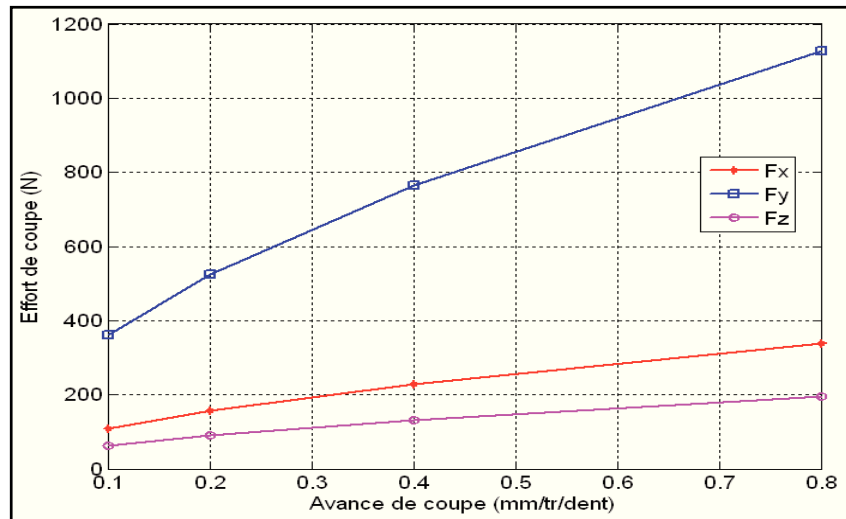


Figure 4.8. Influence de la vitesse d'avance sur l'effort de coupe

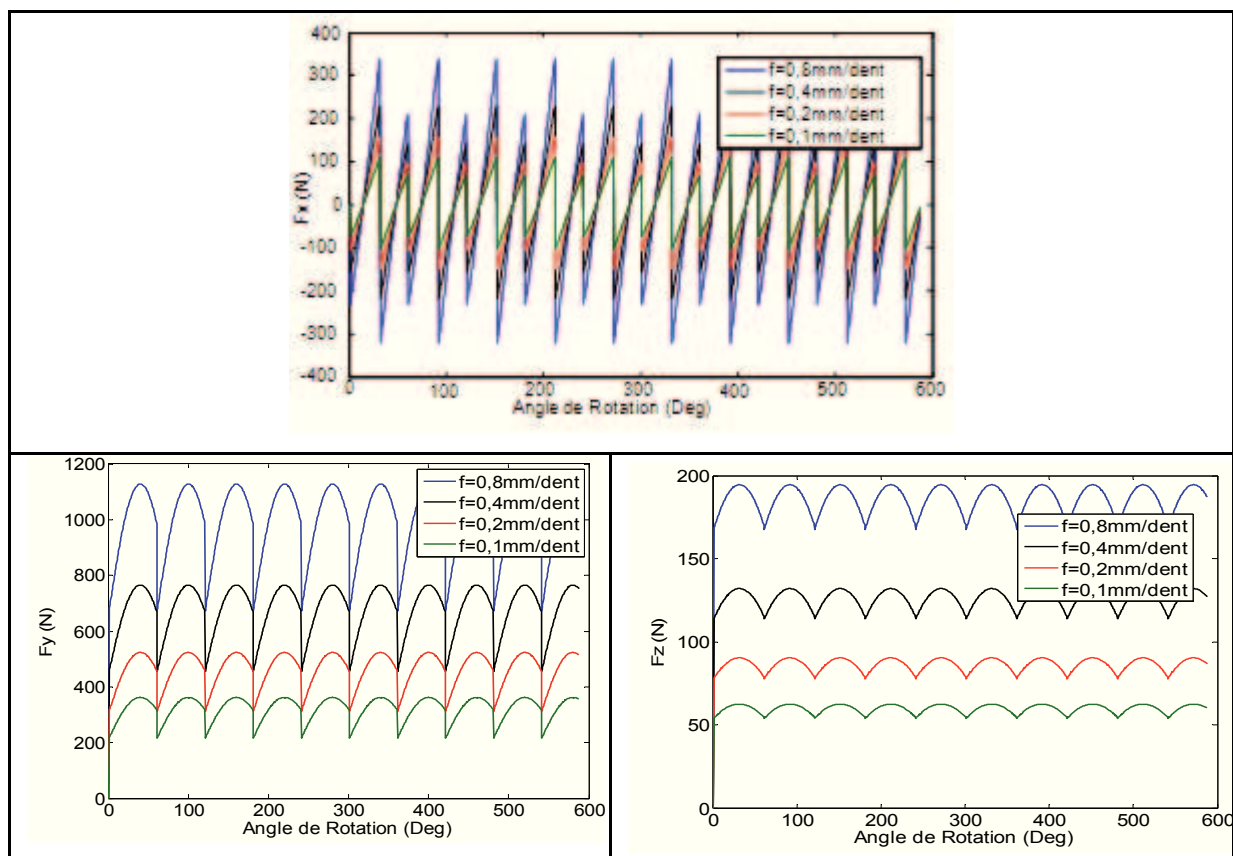
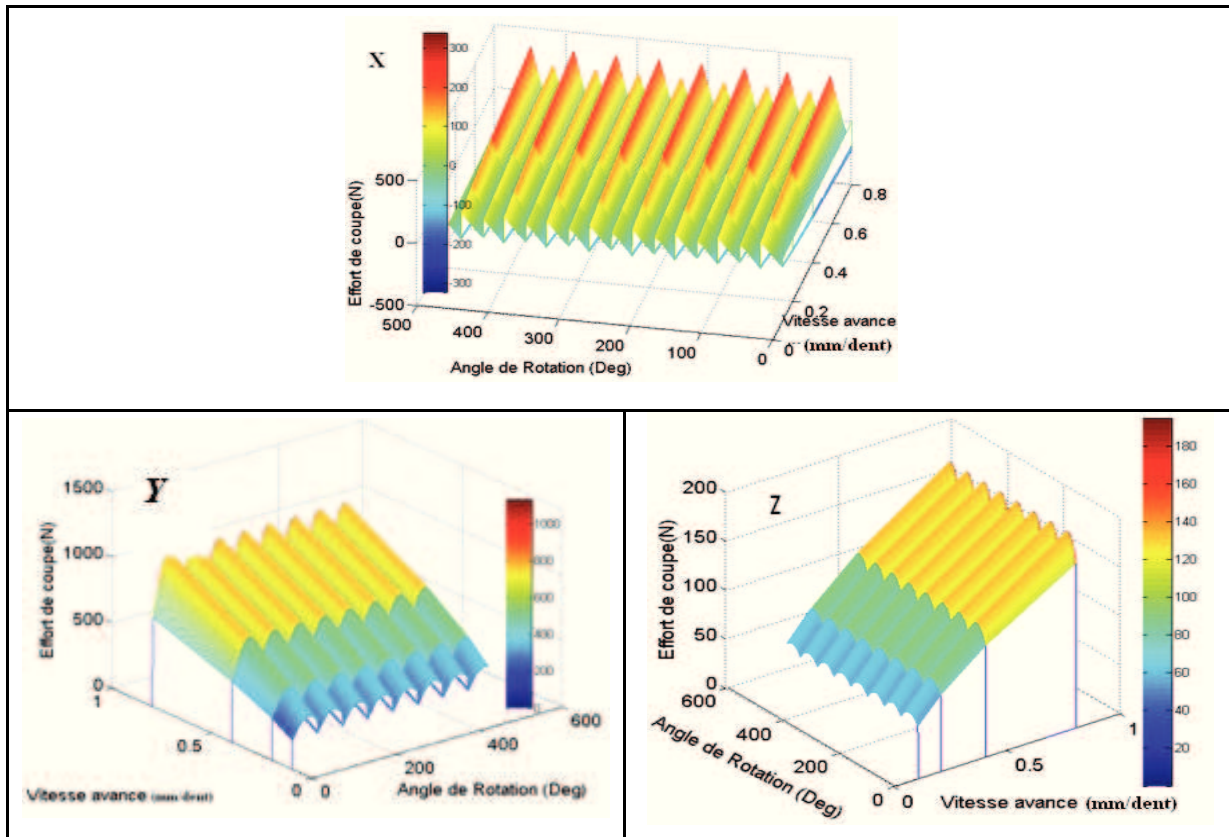


Figure 4.9. Comparaison qualitative des courbes d'efforts de coupe en conditions de surfacage et en configuration (1) avec la fraise. ( $a_e=40$  mm,  $a_p=1$  mm) pour différente valeur de l'avance ( $f_1=0,1$  mm/dent,  $f_2=0,2$  mm/dent,  $f_3=0,4$  mm/dent,  $f_4=0,8$  mm/dent)



Il apparaît que toutes les composantes de l'effort de coupe augmentent (en valeur absolue) lorsqu'on augmente la vitesse d'avance. Si l'avance augmente, la section coupée augmente également et les composantes de l'effort de coupe s'accroissent par conséquent.

Afin de bien maîtriser l'évolution de l'effort de coupe la figure 4.10 présente en 3 D l'évolution de l'effort de coupe en fonction de la vitesse d'avance et de l'angle de rotation de l'outil.



**Figure 4. 10.** Influence de l'avance sur l'effort de coupe en 3 D dans les trois directions X, Y et Z. ( $a_e=40$  mm,  $a_p= 1$  mm) pour différente valeur de l'avance ( $f_z =0, 1$  mm/dent jusqu'à  $f_z =0, 8$  mm/dent)

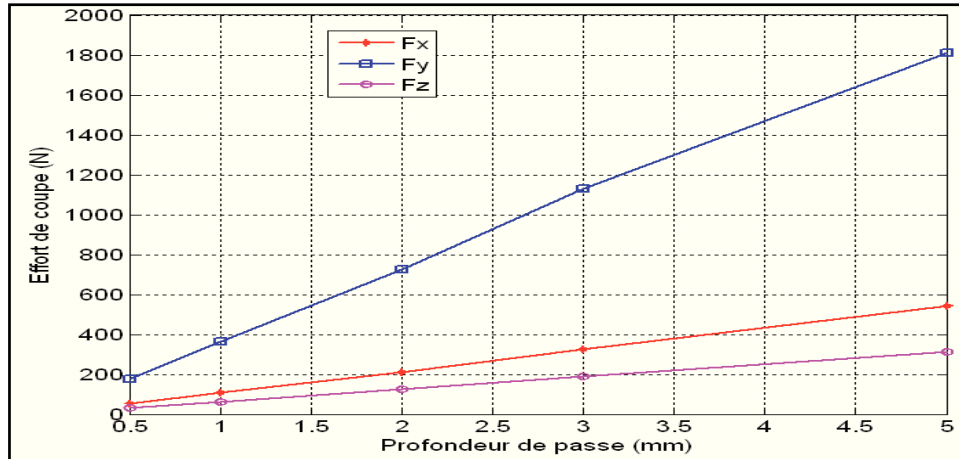
b) Influence de la profondeur de passe

La figure 4.11 montre que la profondeur de passe  $a_p$  permet d'augmenter l'effort de coupe. Cette augmentation est justifiée par l'augmentation de la largeur du copeau à découper. C'est la grandeur la plus importante dans les conditions de coupe.

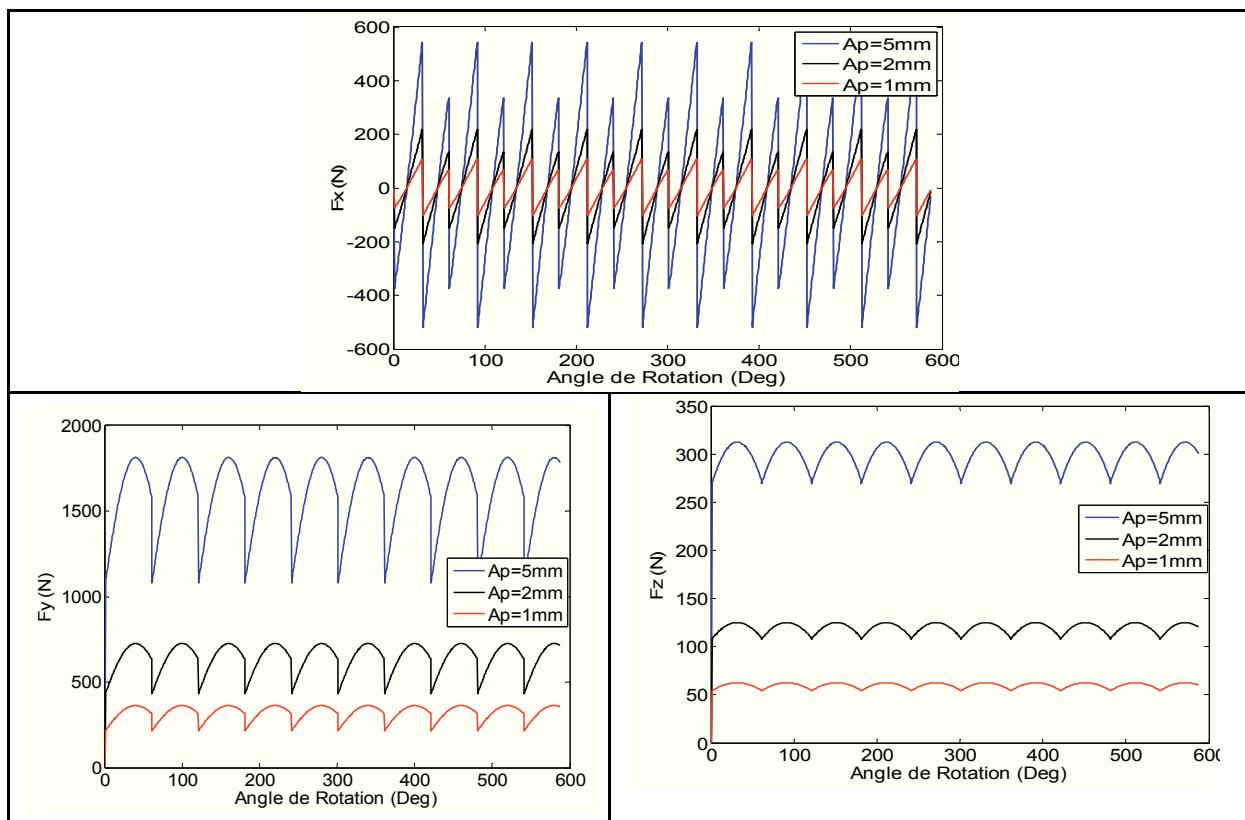
La figure 4.11 illustre l'influence de la profondeur de passe sur l'évolution de l'effort de coupe. Ces courbes permettent de constater que les composantes de l'effort de coupe  $F$

évoluent linéairement avec la profondeur de coupe. Ces courbes ne passent pas par le point zéro car même s'il n'y a pas d'usinage il y a un frottement pièce – outil.

La figure 4.12 illustre l'influence de la profondeur de passe sur la forme de l'effort de coupe au cours temps.

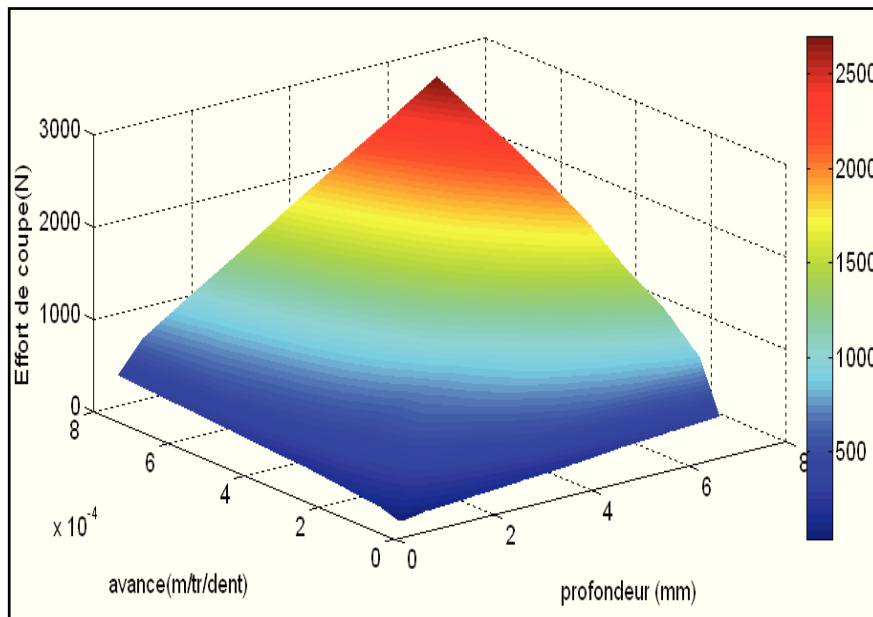


**Figure 4. 11.** Influence de la profondeur de passe sur l'effort de coupe suivant les différentes directions X, Y et Z pour  $f_z=0,1\text{mm/dent}$ ;  $N=500\text{ tr/min}$   $Z=6\text{ dents}$



**Figure 4. 12.** Influence de la profondeur de passe sur les efforts de coupe suivant les différents axes (X, Y et Z)

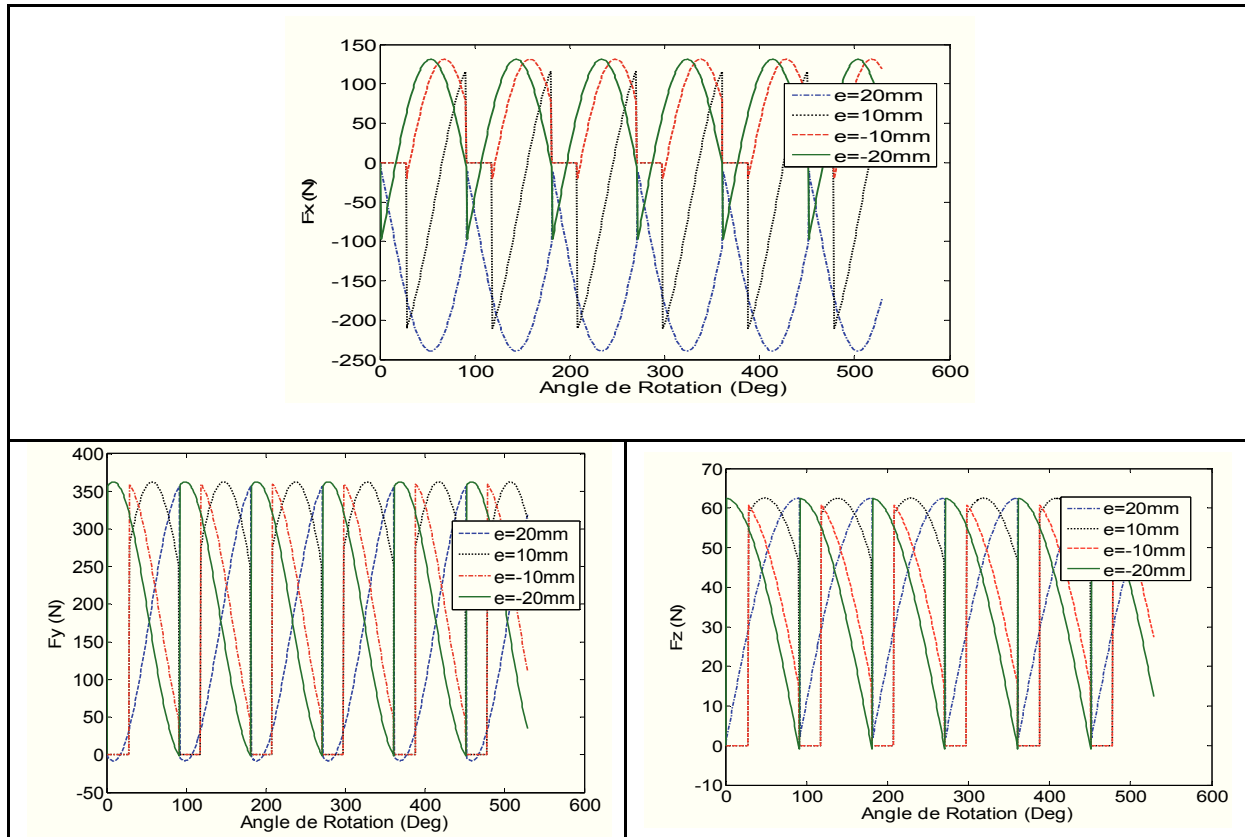
La figure 4.13 illustre l'influence de profondeur de passe et la vitesse d'avance sur l'évolution de l'effort de coupe. Cette figure permet d'évaluer la composante des efforts de coupe  $F_x$  pour une avance et une profondeur de coupe donnée.



**Figure 4. 13.** Influence de la profondeur de passe et la vitesse d'avance sur les efforts de coupe suivant  $X$

c) Influence de l'angle d'entrée  $\varphi$

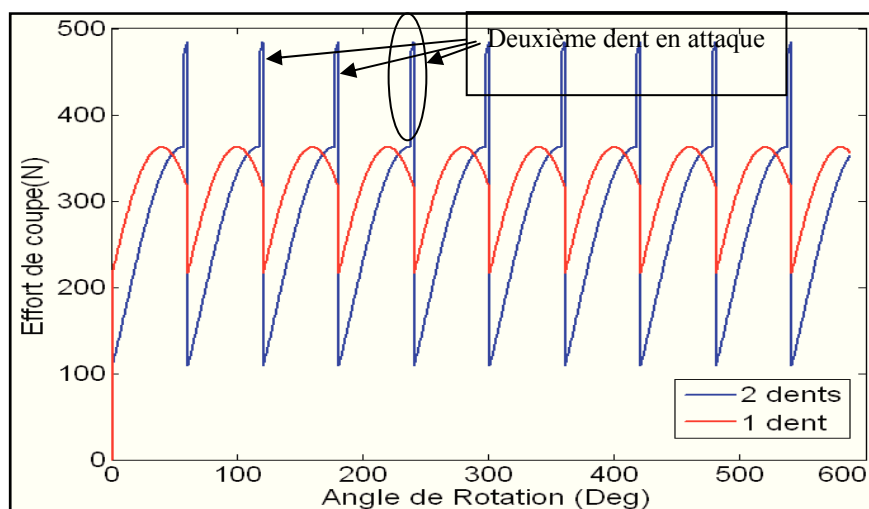
L'augmentation de l'entraxe entre l'outil et la pièce a provoquée une légère augmentation de l'effort de coupe suivant les différents axes. La figure 4.14 montre l'influence de l'angle d'entrée sur les formes des efforts de coupe car la période d'usinage d'une dent a augmenté et une influence est bien présentée sous les effets de deux dents en attaque.



**Figure 4. 14.** Influence d'angle d'entrée sur l'effort de coupe suivant les différent directions X, Y et Z; pour  $f_z=0,1\text{mm/dent}$ ;  $N=500\text{ tr/min}$ ;  $a_p=1\text{mm}$ ;  $Z=4\text{ dents}$

d) Influence de nombre de dent en attaque

La figure 4.15 montre l'influence du nombre de dents en attaque qui influe sur les efforts de coupe.



**Figure 4. 15.** Influence du nombre de dent sur l'effort de coupe

e) Influence du sens de fraisage (concordance ou opposition)

La figure 4.16 propose un schéma de configurations de fraisage en concordance et en opposition. La figure 4.17 donne les résultats obtenus lors de deux simulations réalisées dans les mêmes conditions de coupe, excepté le mode de fraisage choisi : l'un est en configuration de fraisage en concordance et l'autre en configuration de fraisage en opposition.

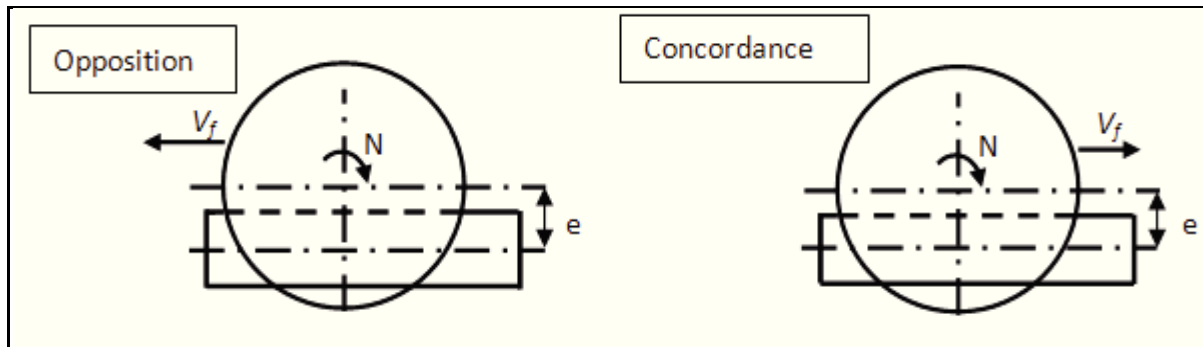


Figure 4. 16. Configuration de fraisage en concordance et en opposition

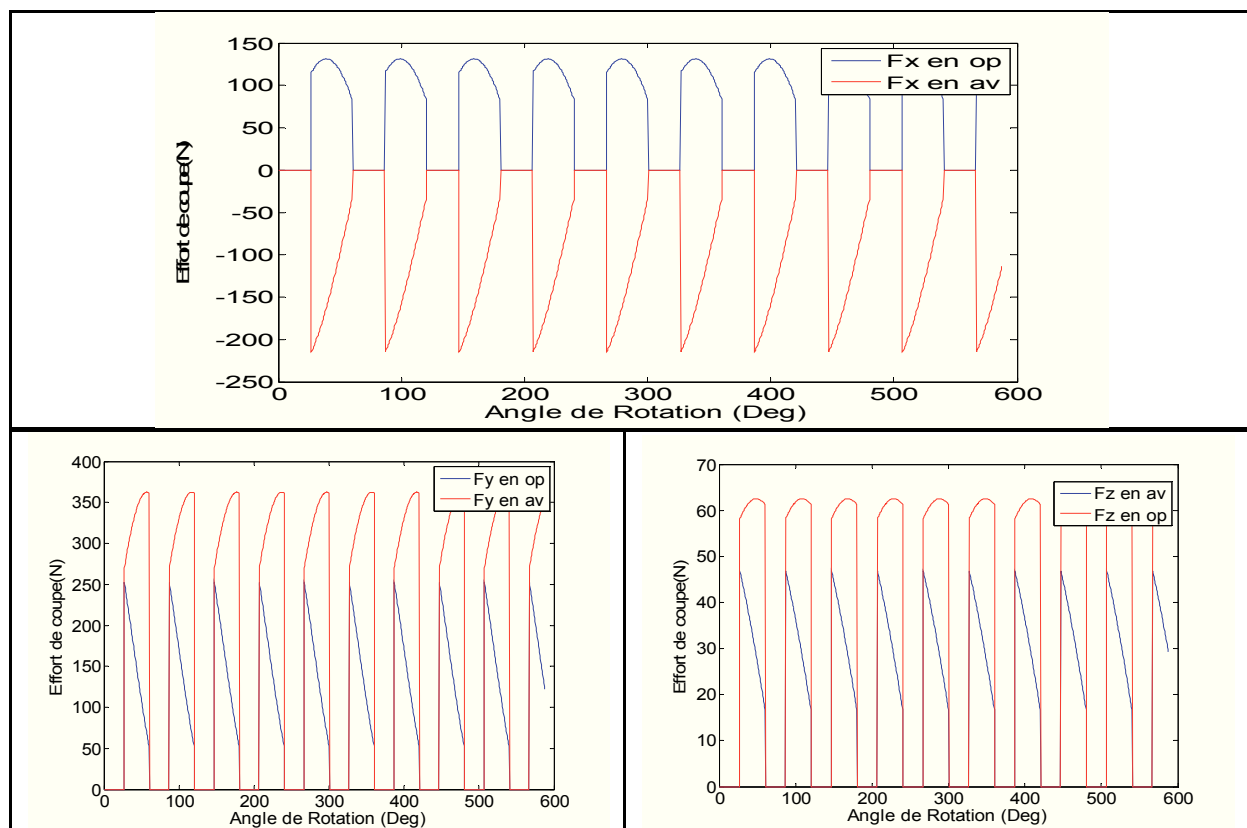
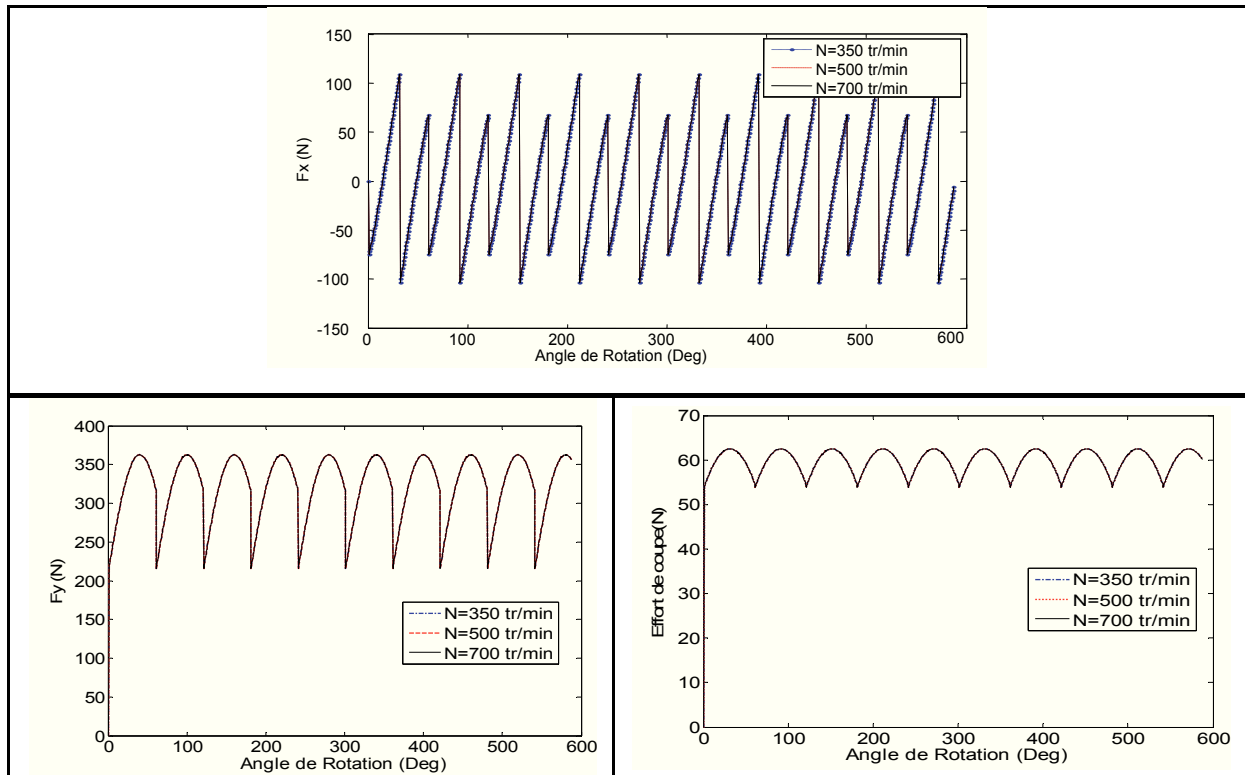


Figure 4. 17. Influence du mode d'usinage ( $N=500$  ;  $a_p=1\text{mm}$ ;  $f_z=0.1\text{mm/dent}$ ;  $Z=6\text{dents}$ )

f) Influence de la vitesse de coupe sur l'effort de coupe.

Un série de simulations des efforts de coupe dans l'espace pour différentes vitesses de coupe  $V_c$  (rotation de broche N en tr/min) permet de nous dire qu'il n'a y pas d'influence significative sur l'évolution des composantes d'efforts de coupe (Figure 4.18). En effet, pour les rotations de broche testées (N=350 tr/min, N=500 tr/min et N=700 tr/min) les courbes sont confondues, ce résultat est validé expérimentalement dans la thèse Bissey (Bissey, 2005).



**Figure 4. 18.** Influence de la vitesse de coupe sur l'effort de coupe en fonction de la position angulaire de la fraise pour  $a_e = 40$  mm et des vitesses de coupe (350, 500 et 700 tr/min)

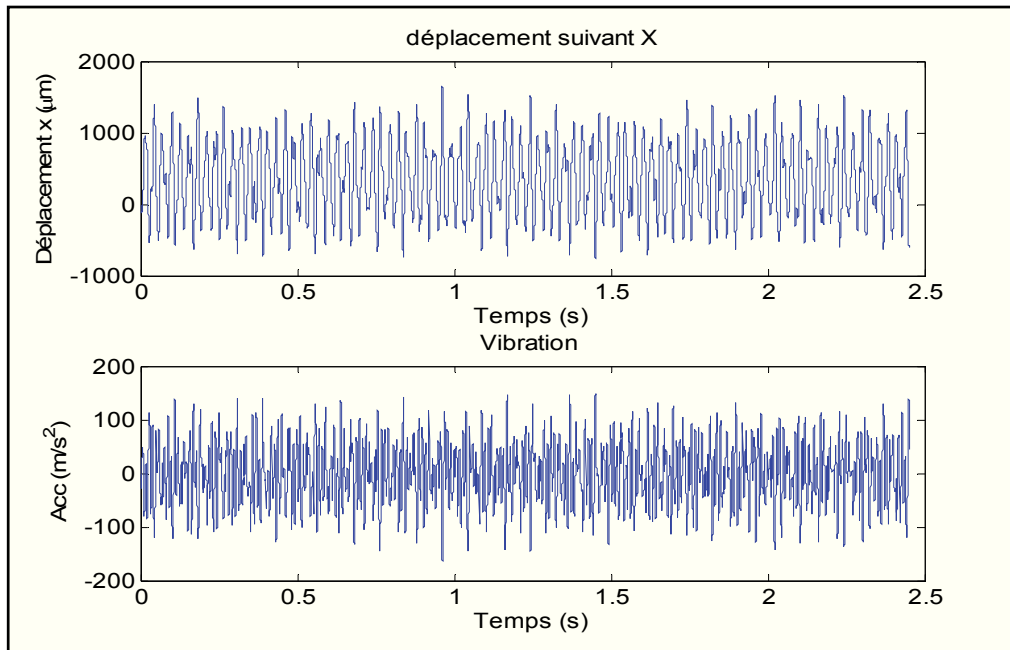
### 6.2.2. Réponse dynamique

Quand les phénomènes des vibrations se sont produits dans une opération de fraisage, on distingue principalement plusieurs types de vibrations :

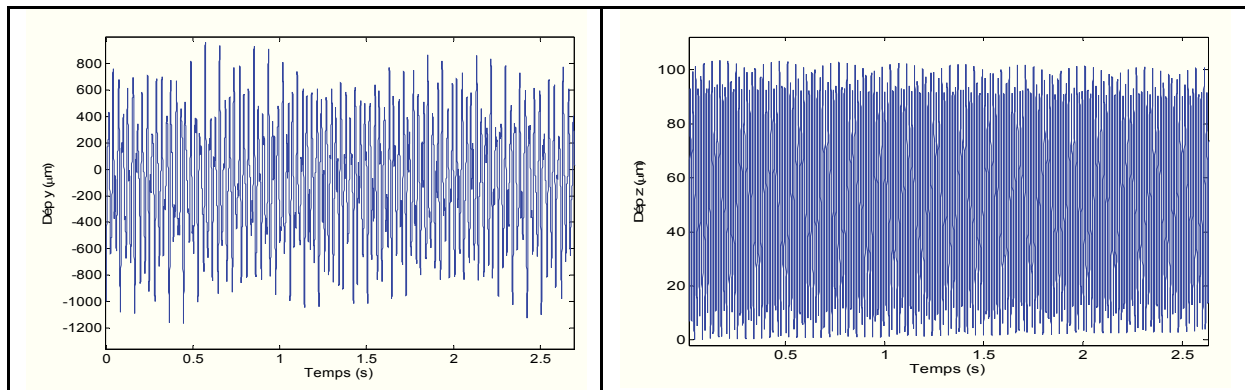
- Des vibrations latérales causées par la composante radiale des fluctuations des forces de coupe,
- Des vibrations suivant la direction de l'avance causées par la composante axiale des fluctuations des forces de coupes.

#### a) Réponse temporelle

Les figures (4.19 et 4.20) montrent les réponses dynamiques de déplacement de la pointe de contact outil-pièce suivant les deux directions radiale et axiale.



**Figure 4. 19.** Réponses dynamiques et Accélération suivant l'axe X :  $N=500$  tr/min,  $a_p=1$ mm,  $f_z=0.1$ mm/dent

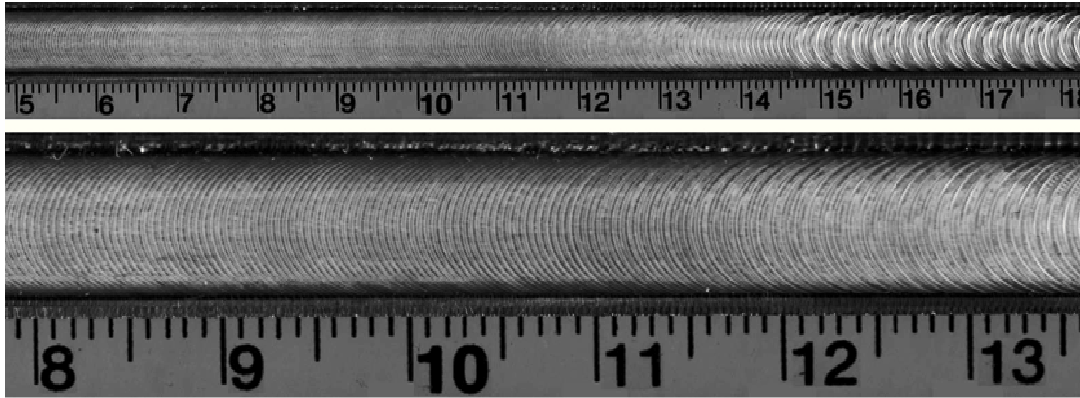


**Figure 4. 20.** Réponses dynamiques suivant Y et Z :  $N=500$  tr/min,  $a_p=1$ mm,  $f_z=0.1$ mm/dent

On remarque que les vibrations suivant X sont beaucoup plus importantes que celles des vibrations dans les deux autres directions.

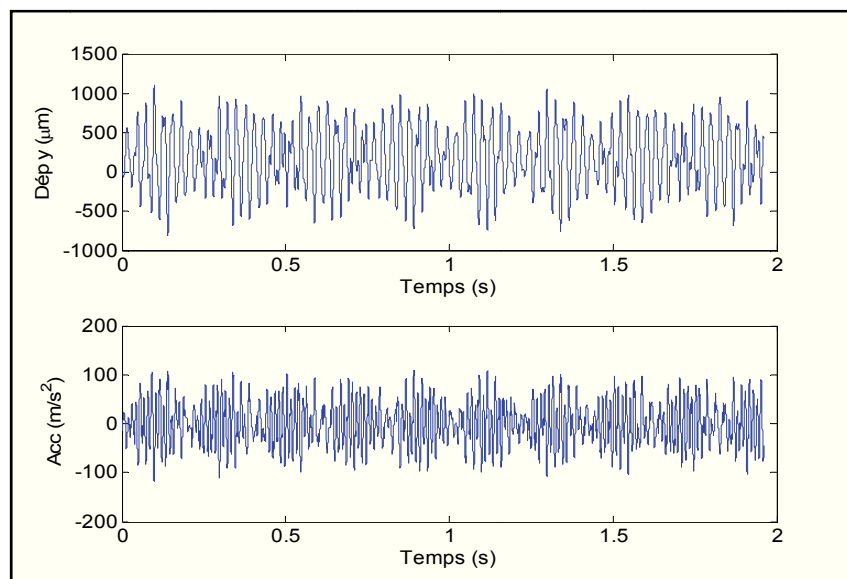
La forme des déplacements dans la direction X (direction de l'avance) montre l'aspect onduleux de la trajectoire des dents (figure 4.21). Ceci cause en premier lieu les vibrations auto excitées par effet de régénération. Aussi, il influence de plus en plus les vibrations radiales à cause du couplage existant entre les déplacements suivant les directions axiale et

radiale. Les conséquences des vibrations radiales affectent en premier lieu la qualité du fraisage.



**Figure 4. 21.** Pièce avec passage de coupe de dent stable au bavardage. Profondeur de passe: de 5 à 18 mm. En bas: zoom sur la zone de transition. (Faassen, 2007)

Les simulations réalisées avec le modèle de calcul présentent aussi une très bonne convergence des solutions quels que soient les pas de temps testés dans le cas de l'usage stable, Figure 4.22. Les figures de déplacement et d'accélération convergent et le système est stable.



**Figure 4. 22.** Réponse dynamique du système pour,  $N=400\text{tr/min}$  ;  $a_p=1\text{mm}$  ;  $a_e=40\text{mm}$ ,  
 $f_z=0.1\text{mm/dent}$

b) Réponse fréquentielle

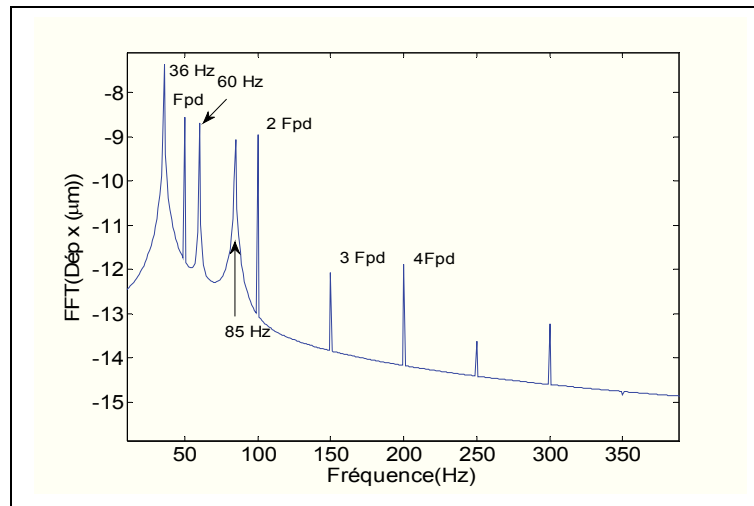
Pour étudier la réponse fréquentielle, la méthode de transformation de Fourier rapide (FFT) est souvent utilisée.



La représentation spectrale du déplacement donnée suivant l'axe X dans la figure 4.23 prouve qu'il y a des vibrations dominantes dues à l'effort de coupe périodiques aux fréquences de passage des dents ( $F_{pd}$ ,  $2F_{pd}$  et  $3F_{pd}$ ). La simulation montre que les fréquences propres ( $F_p$ ) pour la coupe sont environ à 36 Hz, 60 Hz et 85 Hz, qui sont proches des fréquences naturelles obtenues par l'analyse modale (voir le tableau 1 chapitre 3).

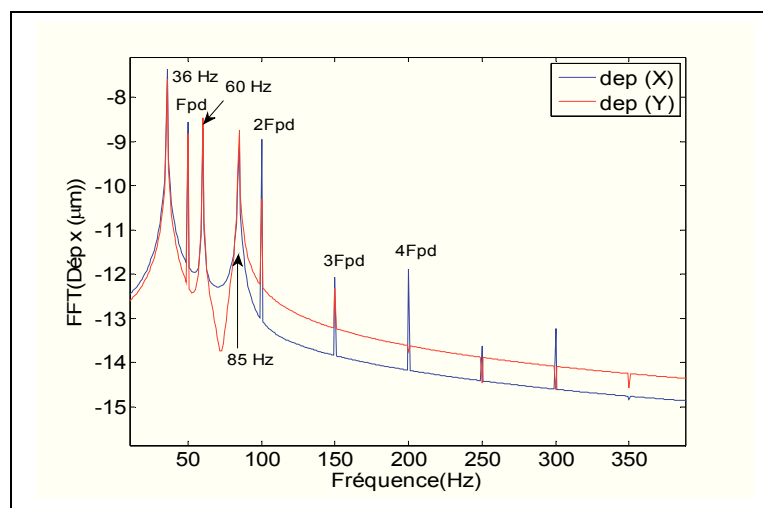
$F_{pd}$  : Fréquence de passage de dent

$F_p$  : fréquence propre



**Figure 4. 23.** Réponse spectrale de déplacement suivant l'axe X ( $N=500$  tr/min,  $a_p=1$ mm,  $f_z=0.1$ mm/dent)

Dans la figure 4.24, l'analyse spectrale de la réponse dynamique des deux directions (X, Y) montre l'influence de la direction de coupe sur les vibrations de l'ensemble M – O – P.



**Figure 4. 24.** Superposition de deux réponses spectrales de déplacement suivant deux axes X et Y ( $N=500$  tr/min,  $a_p=1$ mm,  $f_z=0.1$ mm/dent)

## 7. Conclusion

La méthode utilisée pour le calcul de l'effort de coupe et du déplacement dépend de tous les paramètres de l'opération de fraisage. Cette approche analytique donne une expression de l'effort de coupe en fonction de la géométrie de l'outil qui est caractérisée par les paramètres présentés sur la figure 4.12, des propriétés mécaniques du matériau usiné et des conditions de coupe. Elle a permis de faire l'étude analytique de l'évolution de l'effort de coupe et de la réponse dynamique en fonction des différents paramètres de coupe. Ce modèle analytique a permis également de déterminer l'influence des différents paramètres sur l'effort de coupe et la réponse dynamique temporelle et fréquentielle du système M – O – P en fraisage.

En conséquence, il nous semble que la méthode de réduction modale est la solution la plus adaptée (cette conclusion a d'ailleurs été faite par Batailly (Batailly, 2008) et Y. Altintas *et al.* (Altintas, et al., 2008). En effet, la modélisation par éléments finis de l'ensemble machine - outil - pièce est une opération délicate en raison de la complexité du système. Cette même complexité conduit par ailleurs à avoir un maillage de taille élevé qui nécessite une puissance et des temps de calculs très importants. Or, comme nous nous intéressons uniquement au comportement sur une zone réduite de l'ensemble M – O – P correspondant au volume d'usinage il est préférable, si cela est possible, de travailler dans une base modale tronquée qui ne prend en compte que les modes significatifs dans la zone d'usinage.

# *Chapitre 5 :*

## *Etude Expérimentale*

*« Modélisation du comportement  
dynamique non linéaire d'un système  
machine – outil – pièce lors d'une  
opération du fraisage »*

## *Chapitre 5: Etude Expérimentale*

---

---

*Les machines – outil présentent une dynamique très complexe. Les vibrations ainsi générées au moment de la coupe sont de sources très variées. De ce fait, le contrôle et la quantification de tous ces vibrations à la fois sont pratiquement irréalisables.*

*Les chapitres précédents ont été consacrés pour la modélisation du comportement dynamique du système M – O – P, nous avons illustré à travers la simulation l'influence de la profondeur de passe et de l'avance sur la dynamique du fraisage.*

*L'objectif de ce chapitre est de présenter une méthodologie expérimentale qui permet d'étudier l'influence de la profondeur de passe et de l'avance sur les vibrations en fraisage dans un premier temps et dans un deuxième temps de valider le modèle théorique développé dans le chapitre précédent.*

*Afin de bien organiser les différents essais, nous avons élaboré un plan factoriel complet et une analyse des résultats relatifs aux essais réalisés.*

## 1. Introduction

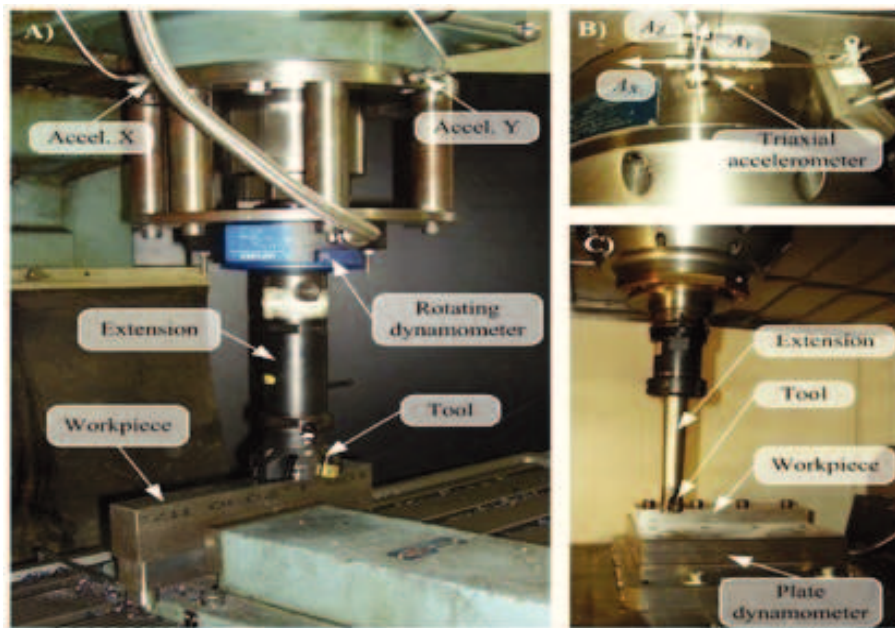
Pour aborder l'étude de la dynamique de coupe en fraisage, nous avons développé une première modélisation du système outil – pièce, ensuite une deuxième modélisation par la méthode de sous-structuration pour étudier le comportement dynamique du système M – O – P en fraisage. Cette modélisation nous a permis, dans un premier temps, de développer une méthodologie d'étude des phénomènes vibratoires générés lors d'une opération de fraisage sur une fraiseuse conventionnelle. Dans un deuxième temps, elle a permis d'identifier les paramètres responsables de l'augmentation des vibrations du système étudié. Ces paramètres sont essentiellement la profondeur de passe et l'avance de coupe.

Dans la littérature, les essais expérimentaux réalisés pour l'étude du comportement dynamique du système M – O – P dans le cas du fraisage ont été réalisés selon deux démarches principales:

- Démarche statique (machine à l'arrêt)
- Démarche dynamique (opération de fraisage en cours)

L'objectif de la plupart des études expérimentales présentées dans la littérature était de déterminer les fréquences propres de la machine – outil (Liu, et al., 2005), ou bien de faire une étude paramétrique en fonction des différentes paramètres de coupe en fraisage (Kuljanic, et al., 2009), (G. Albert et al, 2007), (Liu, et al., 2005) pour analyser l'évolution des efforts de coupe du fraisage, les zones de stabilité ou la réponse dynamique en fonction de la vitesse de coupe, vitesse d'avance, profondeur de passe, angle d'entrée, matériau à usiner, matériau et type de la fraise, etc...

La figure 5.1 représente les différentes positions des capteurs choisis par E. Kuljanic et al (Kuljanic, et al., 2009) pour mesurer les efforts de coupe et les accélérations suivant les différents axes en utilisant différentes machine d'usinage. Sur la figure 5.1. A, il a utilisé des capteurs d'accélération unidirectionnelles montées directement sur la broche à l'aide d'un montage spéciale (un capteur pour chaque direction). Sur la figure 5.1.B, un accéléromètre triaxial est monté directement sur la broche et sur la figure 5.1.C, il a utilisé une table dynamomètre pour mesurer les efforts de coupe suivant les différents axes.



**Figure 5. 1.** Position des capteurs (Kuljanic, et al., 2009)

Les expérimentations conduites dans le cadre de cette thèse avaient comme objectif de prouver l'influence des différents paramètres de coupe, profondeur de passe, vitesse d'avance, vitesse de rotation, angle d'entrée et les matériaux à usiner sur les vibrations du système machine – outil – pièce en fraisage. Ces expérimentations ont été réalisées sur une fraiseuse conventionnelle SACEM type MS 110 dont les caractéristiques sont :

- Diamètre de la broche : 110 mm
- Courses : 1500 x 1300 x 1200 mm
- déplacement maximale de la broche : 900 mm
- table tournante (1260x1400mm) - plateau à surfacer

## 2. Essais préliminaires

### 2.1. Description

Avant de lancer les expérimentations finales, nous avons réalisé une série d'essais préliminaires pour connaître la sensibilité et la capacité de nos systèmes de mesure à saisir et analyser la fluctuation des vibrations dans les directions radiale et axiale du fraisage (X, Y et Z). Ces essais permettaient de bien définir les différentes variables entrée/sortie de nos expériences et de vérifier l'influence et le changement du mode d'usinage en bout ou en profil, en avalant ou en opposition sur le comportement dynamique de la fraiseuse.

Ces essais préliminaires ont été réalisés en faisant varier les paramètres suivants:

- modes d'usinage
- matière à usiner
- paramètres de coupe

Trois variables de sortie qui ont été enregistrées à différents stades d'usinage et pour chaque variable:

- les vibrations selon les directions radiales (X, Y) et axiale (Z) générées en fraisage.

## 2.2. Résultats des essais préliminaires

### a) Différents paramètres expérimentale

Ces essais visaient l'estimation des différents paramètres qui influent sur les fluctuations des vibrations au cours de l'usinage. Les mesures sont réalisés lorsque l'outil en usinage. Nous avons étudié l'influence des paramètres suivants :

- La vitesse d'avance
- La vitesse de rotation de la broche
- Le mode d'usinage
- La profondeur de passe
- Le matériau à usiner
- La position de mesure (sur la pièce ou sur la broche)

### b) Analyse critique des essais préliminaires

Ces essais préliminaires nous ont apporté des informations intéressantes pour limiter le domaine expérimental de notre étude. Pour optimiser leurs efficacités, celles-ci devront être intégrées dans un plan d'expériences où seront définis:

- les paramètres d'usinage et leurs plages de variation
- les variables qui amplifient le niveau vibratoire pendant l'usinage
- les procédés de mesure et d'enregistrement de ces variables

Pour entamer la réalisation de ce plan, il est nécessaire d'analyser les résultats de ces essais préliminaires.

### Outil de coupe utilisé :

Tous les expérimentations ont été réalisées sans lubrification et cela, pour plusieurs raisons. Premièrement pour ne pas abîmer l'accéléromètre monté sur la pièce et deuxièmement, les conditions d'arrosage sont difficiles à maîtriser et à répéter. De plus, nous avons remarqué

que l'utilisation de la fraise en acier rapide sans lubrification sera accompagnée d'une usure rapide donc de vibration supplémentaire. Ainsi, nous avons décidé d'utiliser une fraise à plaquettes de carbures.

#### Décision sur la position du capteur

Afin d'évaluer les capacités de notre système de mesure sur la fraiseuse conventionnelle (SACEM type MS 110) à l'aide d'un outil de coupe en carbure, différentes positions des capteurs et systèmes usinant ont été considérées (tableau 5.1). Pour les configurations 1 et 3 (figure 5.2 (a)), des signaux d'accélération ont été mesurés par des accéléromètres uni-axiaux montés sur la pièce. Pour les configurations 2 et 4, des accélérations ont été mesurées par des accéléromètres fixés sur la broche de la fraiseuse.

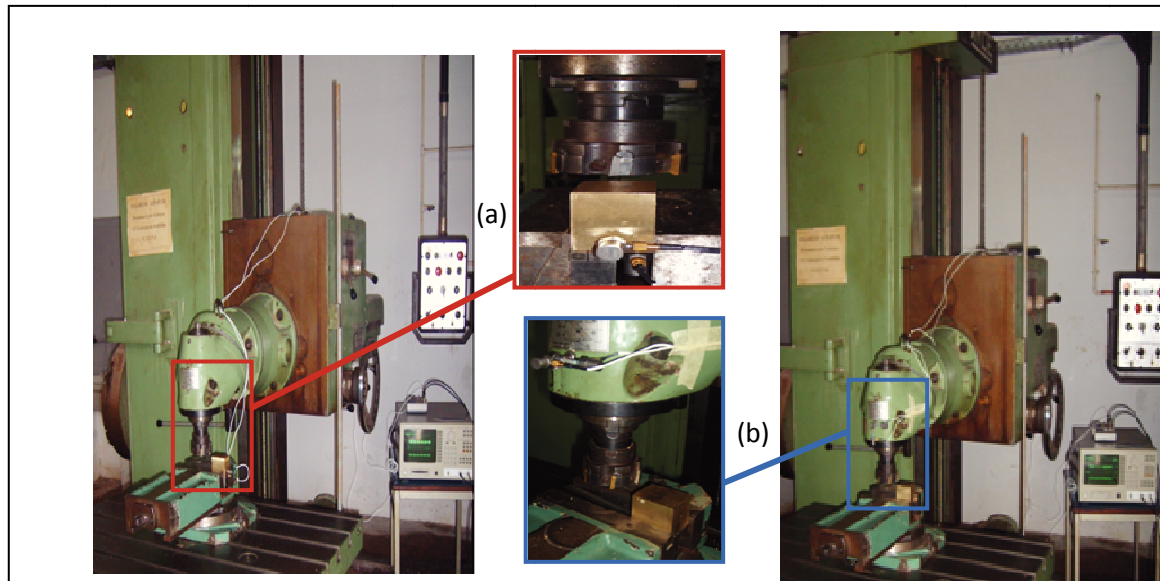
**Tableau 5. 1.** *Différentes configuration de position de capteur*

Configuration	pièce	Capteur Deux Acc Kistler : 8702B25M1
1	Acier doux	Sur pièce
2		Sur broche
3	laiton	Sur pièce
4		Sur broche

#### Décision sur la position de mesure (sur la pièce et/ou sur la broche)

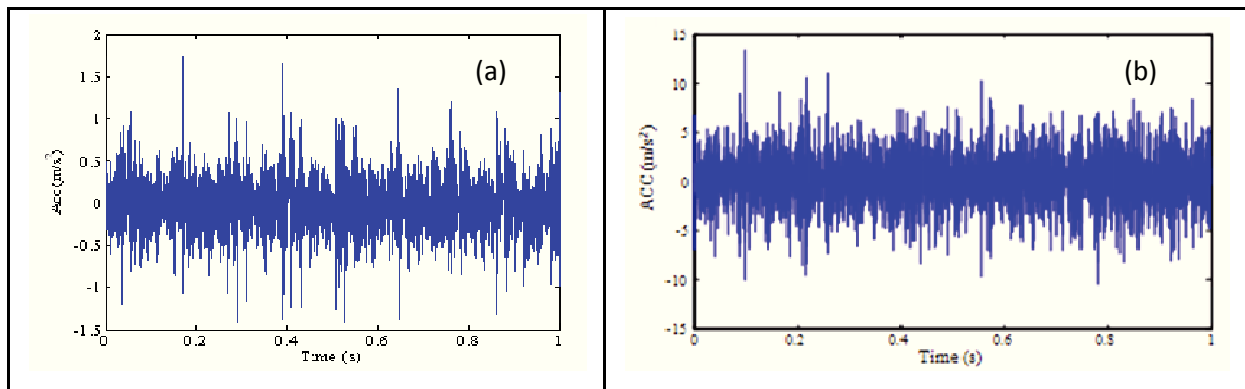
L'importance de ce critère vient du fait que les mesures sur la broche permettent d'enregistrer les vibrations quand la broche tourne à vide (sans coupe) qui sera désigné comme un état de référence par la suite. La mesure sur la pièce est plus correcte pour un système O – P pendant la coupe parce que c'est plus proche de la zone de coupe mais pour le système M – O – P la vibration de la broche est plus importante.





**Figure 5. 2.** Position des capteurs Accéléromètre monté sur la pièce (a), sur la broche (b)

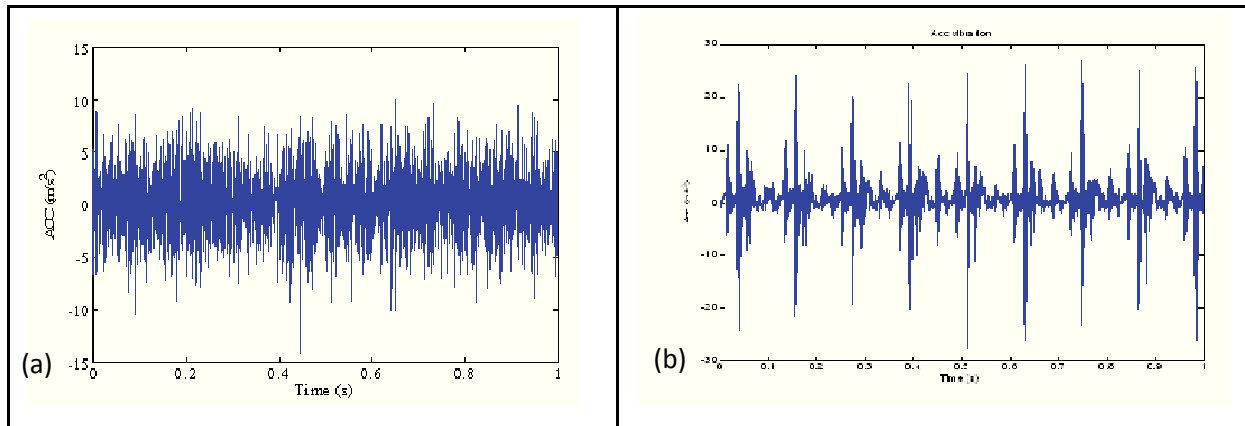
L'importance de la position du capteur parvient du fait qu'on peut voir leurs positions dans plusieurs endroits mais il faut prévoir la position qui donne un niveau de vibrations plus important et des signaux clairs et faciles à analyser. La figure (5.3) illustre l'influence de la position des accéléromètres sur la qualité des signaux enregistrés. Donc nous avons décidé de travailler avec des accéléromètres fixés sur la broche.



**Figure 5. 3.** Influence de la position du capteur sur la fluctuation des vibrations radiales  
(a) capteur sur pièce, (b) capteur sur broche

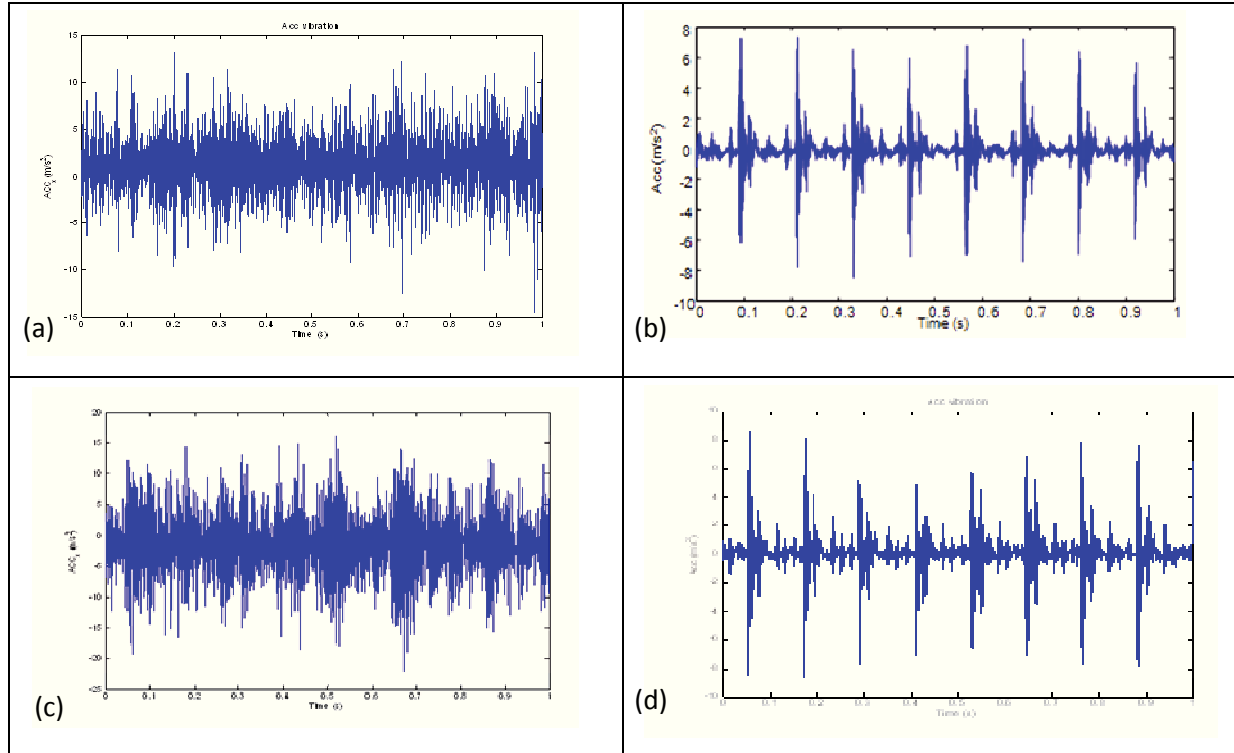
#### Influence de la matière à usiner

Nous avons utilisé pour ces essais, deux types de matériaux : l'acier doux et le laiton. Les essais préliminaires ont permis de conclure que le niveau des vibrations augmente en fonction de la dureté du matériau à usiner. La figure 5.4 montre que l'amplitude des vibrations mesurées a augmenté en passant de l'usinage de laiton à l'usinage de l'acier doux (figure 5.4).



**Figure 5. 4.** Influence de la variation de matière sur la fluctuation des vibrations radiales  
(a) fraisage du laiton, (b) fraisage de l'acier doux

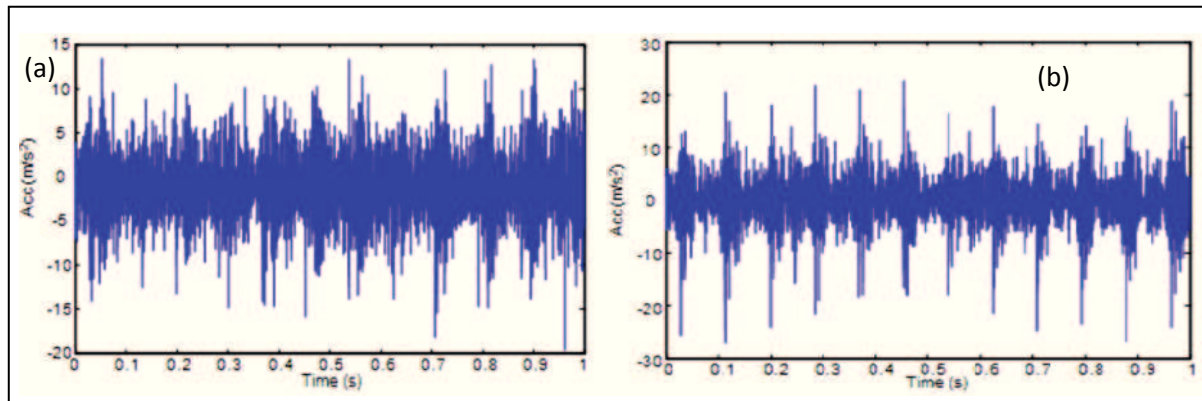
De plus, la fluctuation des vibrations est plus apparente dans le cas de l'acier doux que celui du laiton et ceci en faisant varier certains paramètres de coupe (Vitesse d'avance, Vitesse de rotation de broche par exemple). Sur la figure 5.5, nous pouvons constater que cette fluctuation a été presque doublée en passant de l'usinage du laiton à celui d'acier doux. La valeur de cette fluctuation a passé de 0,36 à 0,74. Donc nous avons décidé de travailler avec des pièces en laiton.



**Figure 5. 5.** Influence de la variation matière/vitesse sur la fluctuation des vibrations radiales (a) pièce en laiton/ 500tr/mn, (b) pièce en aciers doux/ 500 tr/mn, (c) pièce en laiton/ 700 tr/mn, (d) pièce en aciers doux/ 700 tr/mn

### Influence de l'avance de coupe :

Les mesures présentées dans la figure 5.6 sont réalisées pour deux valeurs d'avance différentes. Tous les autres paramètres sont maintenus fixes. Cet essai montre que l'utilisation d'une avance élevée augmente l'amplitude des vibrations mesurées sur la pièce au moment de l'usinage. La figure 5.6 montre l'influence de la variation de l'avance sur la fluctuation des vibrations suivant l'axe X (direction de l'avance) pour l'acier doux.



**Figure 5. 6.** Influence de la variation de l'avance sur la fluctuation des vibrations suivant X  
(a) Avance 0,05 mm/tr, (b) Avance 0,2 mm/tr

### **2.3. Choix de la procédure expérimentale**

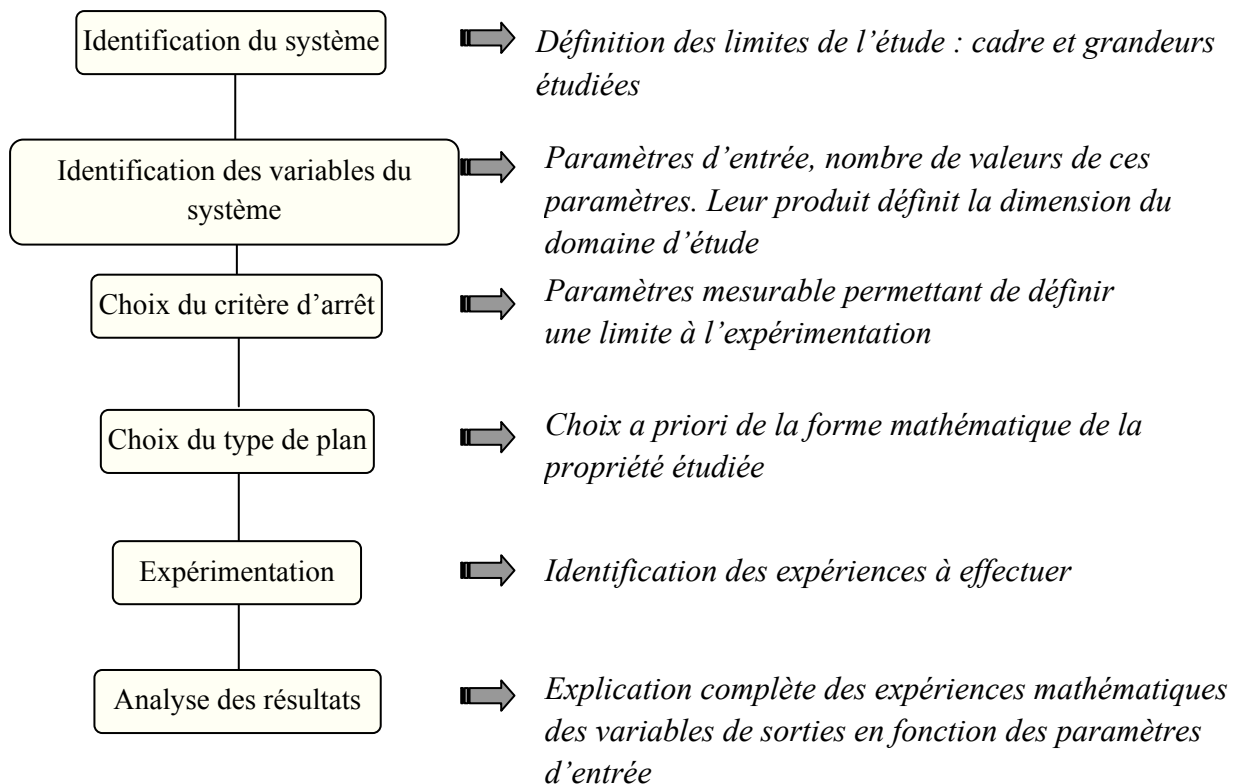
Pour le choix de la procédure expérimentale, nous avons profité des résultats et des analyses dégagés par les essais préliminaires. Ceci nous a permis de sélectionner les paramètres liés à la coupe (type et/ou niveau). L'étude expérimentale nécessite une réalisation de plusieurs combinaisons. Ceci tout en faisant le balayage de la totalité des paramètres qui possèdent une influence sur l'augmentation du niveau vibratoire. D'où la nécessité d'utilisation d'un outil de planification de type plan d'expériences.

### **2.4. Plan d'expériences**

La méthode des plans d'expérience permet de nous aider à l'organisation des essais à réaliser ainsi la spécification des effets des variables responsables de l'augmentation des vibrations pendant l'opération de fraisage.

En effet, cette méthode utilise des outils statistiques qui permettent de caractériser les modèles mathématiques et de déterminer les coefficients des différents paramètres de cette forme analytique d'un phénomène à contrôler.

La réalisation d'un plan d'expériences nécessite donc de suivre la démarche suivante (Pagès, 2003):



On distingue plusieurs familles types de plans d'expériences (Lanteri, et al., 1996):

- Les plans d'expérience factoriels sont d'un usage courant à 2 niveaux appelés « *plan 2k* » (c'est le plus connus) ou à niveaux différents. Ils permettent d'étudier la totalité des combinaisons des différents variables et ainsi de déterminer les facteurs prépondérants
- les plans factoriels fractionnaires à deux niveaux appelés « *plan 2k-p* » qui permettent d'étudier les effets d'un paramètre indépendamment des autres
- les plans de second degré (dites aussi plans composites, plans hybrides ou quadratiques) qui permettent d'étudier les effets d'un paramètre indépendamment des autres avec une modélisation des variables de sorties de type polynomiale ou quadratique.

#### **a) Choix du type de plan**

Pour notre étude expérimentale, nous avons adopté un plan factoriel complet. Il va nous permettre de:

- dans un premier temps, de planifier d'une manière facile les essais à réaliser et d'écrire leur modèle mathématique

- dans un seconds temps, définir l'influence et l'effet de chaque paramètre sur le comportement dynamique et vibratoire du système M – O – P.

Comme tout plan d'expériences, pour le plan choisi dans cette étude, il faut définir les variables d'entrée et identifier les variables de sortie.

Les variables d'entrée sont ceux qui varient suivant les essais. Leur nombre définit le nombre total des essais. Ils doivent être suffisants pour décrire le problème posé, à savoir ici l'influence des différents paramètres liés à la coupe sur le comportement dynamique et vibratoire du système.

### **b) Détermination des paramètres d'entrée**

Dans cette étude et d'après l'exploitation de l'analyse critique des essais préliminaires, les paramètres d'entrée sont identifiés comme suit :

La vitesse d'avance, la vitesse de rotation de la broche et la profondeur de passe.

Le tableau suivant présente les différents niveaux choisis pour ces variables:

**Tableau 5. 2.** Répartition des variables et des niveaux

Variable / niveaux	Vitesse de rotation Vr (tr/min)	Vitesse d'avance Va (m/min)	Profondeur de passe Pr (mm)
1	350	0.05	0.5
2	500	0.08	1 mm
3	700	0.12	2 mm
4	–	0.2	3 mm

Pour les trois paramètres restants, nous avons décidé de les maintenir fixes comme suit :

- L'angle de coupe : 10 degrés
- Le type d'outil utilisé : fraise en carbure à plaquettes
- Le matériau à usiner : des éprouvettes en laiton
- La position des capteurs

### **c) Identification des variables de sortie**

Pour notre cas, nous avons trois variables de sortie qui seront caractérisées par ce plan, ce sont les vibrations suivant les trois axes en fraisage.

## 2.5. Réalisation du plan d'expérience

### a) Description de l'expérience

D'un point de vue général, la procédure d'exécution du plan d'expérience dans notre étude dépend essentiellement de trois phases : la préparation, l'expérimentation, l'évaluation, le nombre des essais assez élevé se traduit par :

- la nécessité d'avoir une procédure bien définie pour n'omettre aucun enregistrement de variable de sortie significative,
- une durée d'essai suffisante pour faire l'échantillonnage. Pour toutes les mesures réalisées, nous avons sélectionné sur l'analyseur de données la moyenne de 20 mesures par essai.

### Méthodologie globale

L'exécution du plan est effectuée de la manière suivante : pour une vitesse de rotation et une vitesse d'avance, réaliser les mesures pour les différentes valeurs de profondeurs de passe.

Une importance particulière a été donnée à l'instrumentation durant ces essais. En effet, les accéléromètres sont serrés sur la broche. Ils sont placés soigneusement suivant la direction d'usinage. La figure suivante présente le positionnement des capteurs sur la broche.

### b) Moyens de réalisation

Fraiseuse utilisée : fraiseuse conventionnelle SACEM type MS 110



**Figure 5. 7.** Fraiseuse conventionnelle utilisée pour l'expérimentation

Un système d'acquisition de base des vibrations constitué par:

- Deux amplificateurs de signal: Type Kistler 5112



**Figure 5. 8.** Amplificateur de signal

- Deux accéléromètres: Kistler, type 8702B25M1. Les caractéristiques sont données dans les annexes.



**Figure 5. 9.** Accéléromètre Kistler

Un analyseur de type HP35665A (*Hp35665A 2-Channel DC to kHz Dual Channel Dynamic Signal Analyzer*)



**Figure 5. 10.** Analyseur HP35665A

- D'un programme (HP 35639A Data Viewer) de mesure permettant d'effectuer les mesures et de les exploiter sous forme de Matlab
- Des éprouvettes en laiton de dimension 40x40x60 mm
- Des éprouvettes en acier doux de dimension 40x40x60 mm
- Fraise en carbure à plaquette : un outil en carbure pour les essais préliminaires (diamètre 80mm), les caractéristiques et les paramètres de coupe sont données dans les annexes.

### c) *Modèle mathématique du plan choisi*

Le modèle mathématique du plan factoriel complet permet de tracer (pour analyse) les effets des différents paramètres étudiés sur les vibrations. L'analyse de ces effets permet de distinguer les facteurs pouvant avoir un effet plus important. Nous avons ainsi étudié la faisabilité du modèle mathématique qui sera présenté par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \text{Mesure} = \text{Moyenne}_{tot} & \left( \begin{bmatrix} E_{Vr}^1 & E_{Vr}^2 & E_{Vr}^3 \end{bmatrix} Vr + \begin{bmatrix} E_{Va}^1 & E_{Va}^2 & E_{Va}^3 & E_{Va}^4 \end{bmatrix} Va \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} E_{Pr}^1 & E_{Pr}^2 & E_{Pr}^3 & E_{Pr}^4 \end{bmatrix} Pr \right) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Où

$E_{Vr}^i$  : Essai de vitesse de rotation,

$E_{Va}^i$  : Essai de vitesse d'avance,

$E_{Pr}^i$  : Essai de profondeur de passe.

Cette équation représente les vibrations mesurées (variable de sortie à contrôler) en fonction des effets de chaque variable d'entrée et la moyenne totale des mesures.

Les effets des variables d'entrée sont donnés par les relations suivantes:

$$E_{Vr}^i = \left( \text{Moyenne des vibration lorsque } Vr = Vr^i \right) - \text{Moyenne}_{tot} \quad (5.2)$$

$$Vr^i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ lorsque } i = 1 ; Vr^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ lorsque } i = 2 \text{ et } Vr^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ lorsque } i = 3$$



$$E_{Va}^i = \left( \text{Moyenne des vibration lorsque } Va = Va^i \right) - \text{Moyenne}_{tot} \quad (5.3)$$

$$Va^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ lorsque } i = 2 \quad ; \quad i = 1, \dots, 4$$

$$E_{Pr}^i = \left( \text{Moyenne des vibration lorsque } Pr = Pr^i \right) - \text{Moyenne}_{tot} \quad (5.4)$$

$$Pr^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ lorsque } i = 3 \quad ; \quad i = 1, \dots, 4$$

#### d) Analyse des effets

L'écriture du modèle mathématique pour le plan factoriel complet que nous avons adoptée pour cette étude a permis de tracer les effets des différentes variables d'entrées choisi. La figure 5.11 présente ces effets en fonctions de leurs niveaux.

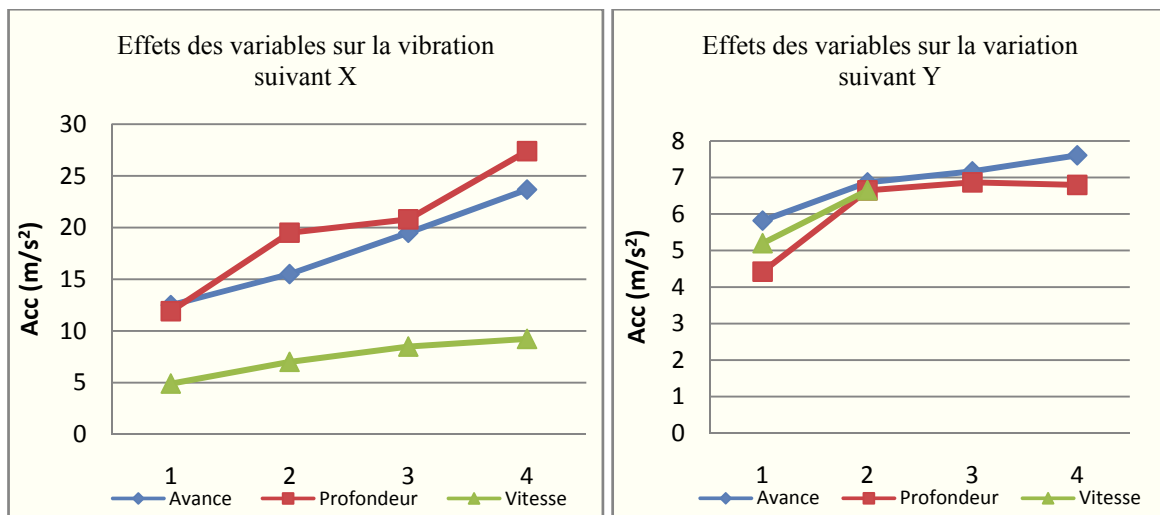
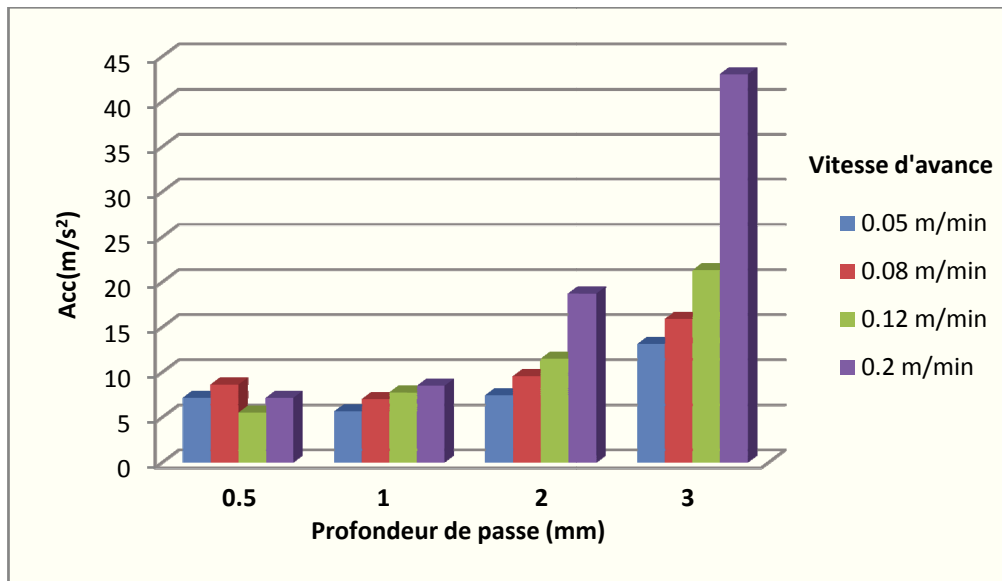


Figure 5. 11. Effets des variables

Comme premières constatations, nous pouvons détecter sur cette figure que la profondeur de passe possède un effet plus important que les autres variables sur le niveau des vibrations mesurées.

L'effet de l'avance est similaire à celui de la profondeur de passe de point de vue niveau et évolution. L'importance de ces deux variables provient de leur influence directe sur l'usinage.

Ces deux courbes nous permettent d'analyser les effets des variables d'une manière globale. Pour cette raison, nous avons tracé ces effets sous forme d'histogramme (figure 5.12).



**Figure 5. 12.** Effets de l'avance et de la profondeur de passe sur les vibrations

Cette figure montre l'effet de l'avance et de la profondeur de passe sous forme d'histogramme (l'effet de la vitesse de rotation est ignoré d'après l'analyse précédente). Nous pouvons constater que, pour les faibles valeurs de profondeur de passe, le niveau des vibrations est presque constant pour différentes valeurs d'avance. Pour des valeurs de profondeur de passe plus importantes, le niveau des vibrations devient de plus en plus élevé en augmentant l'avance de coupe.

Comme conclusion de cette analyse, nous pouvons dire que les variables qui possèdent une influence significative sur les vibrations du système machine – outil – pièce en fraisage (opération de surfacage) sont la profondeur de passe et l'avance. Le passage d'un niveau à un autre va nous aider à définir les combinaisons qui permettent de montrer l'influence de ces paramètres sur les vibrations de notre système.

## 2.6. Résultats et analyses

### 2.6.1. Bilan des mesures réalisées

Les mesures réalisées dans cette nouvelle expérimentation définissent les vibrations dans les trois directions de fraisage (X, Y et Z). Elles sont au nombre de 48 mesures couvrant la totalité des combinaisons possibles résultant du plan factoriel complet que nous avons réalisé.

Le tableau suivant illustre les valeurs de ces mesures. Chaque valeur représente la moyenne des mesures de vingt échantillons pour un essai.

**Tableau 5. 3.** Mesures enregistrées pour les vibrations en fraisage

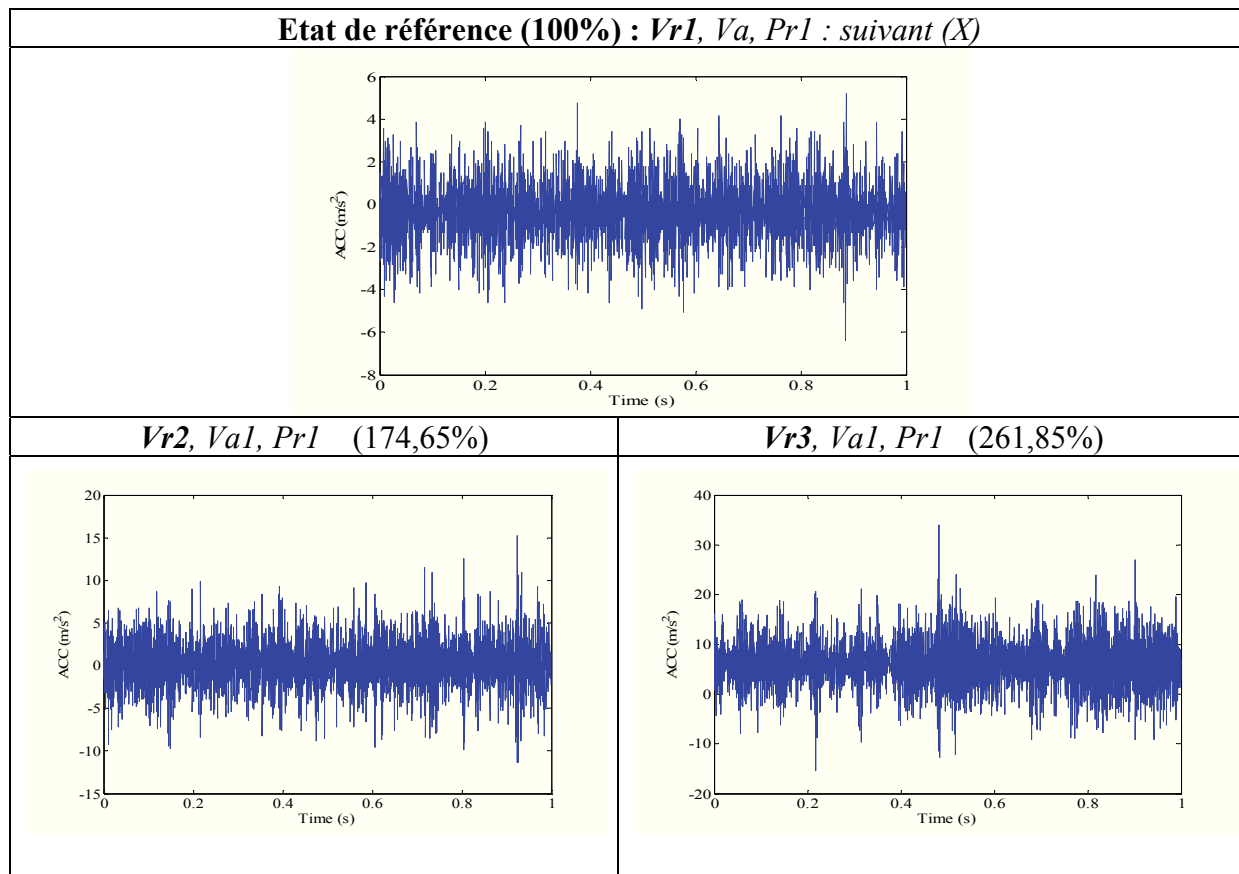
N° essai	Vr	Va	Pr	Mesure (suivant X)	Mesure (suivant Y)	Mesure (suivant Z)
1	1	1	1	3.67	2.53	3.30
2	1	1	2	3.83	4.29	3.86
3	1	1	3	4.01	4.5	3.88
4	1	1	4	5.66	5.81	4.13
5	1	2	1	2.62	2.53	2.44
6	1	2	2	3.06	3.13	3.12
7	1	2	3	4.11	3.47	3.39
8	1	2	4	5.16	4.02	3.82
9	1	3	1	3.04	4.06	2.09
10	1	3	2	4.49	4.61	3.62
11	1	3	3	4.61	5.16	4.26
12	1	3	4	5.28	5.68	4.33
13	1	4	1	4.02	2.32	3.01
14	1	4	2	4.21	4.69	2.93
15	1	4	3	4.5	4.92	3.66
16	1	4	4	5.81	5.8	4.28
17	2	1	1	6.41	2.54	4.07
18	2	1	2	7.04	2.6	4.81
19	2	1	3	5.48	2.61	4.42
20	2	1	4	7.12	4.96	4.71
21	2	2	1	6.57	2.4	4.13
22	2	2	2	7.3	2.5	4.14
23	2	2	3	8.17	3.15	4.02
24	2	2	4	8.21	3.22	5.28
25	2	3	1	7.09	2.78	4.06
26	2	3	2	8.1	2.77	4.11
27	2	3	3	8.18	3.01	4.33
28	2	3	4	8.59	5.0	5.26
29	2	4	1	7.09	2.55	4.28
30	2	4	2	7.52	2.9	3.81
31	2	4	3	10.07	4.21	5.25
32	2	4	4	13.90	6.26	5.96
33	3	1	1	9.61	3.05	6.86
34	3	1	2	10.81	3.33	7.44
35	3	1	3	13.65	3.65	7.84
36	3	1	4	13.75	3.67	8.13
37	3	2	1	10.58	2.91	7.32

38	3	2	2	11.79	3.36	7.31
39	3	2	3	13.26	3.44	7.48
40	3	2	4	14.12	3.942	8.53
41	3	3	1	11.21	3.13	8.24
42	3	3	2	13.34	3.46	8.67
43	3	3	3	13.83	4.15	8.72
44	3	3	4	14.17	4.05	10.36
45	3	4	1	7.24	3.26	6.64
46	3	4	2	10.64	3.95	7.61
47	3	4	3	14.61	4.8	9.16
48	3	4	4	15.65	7.6	9.32
Moyenne totale				8.19	3.80	5.38

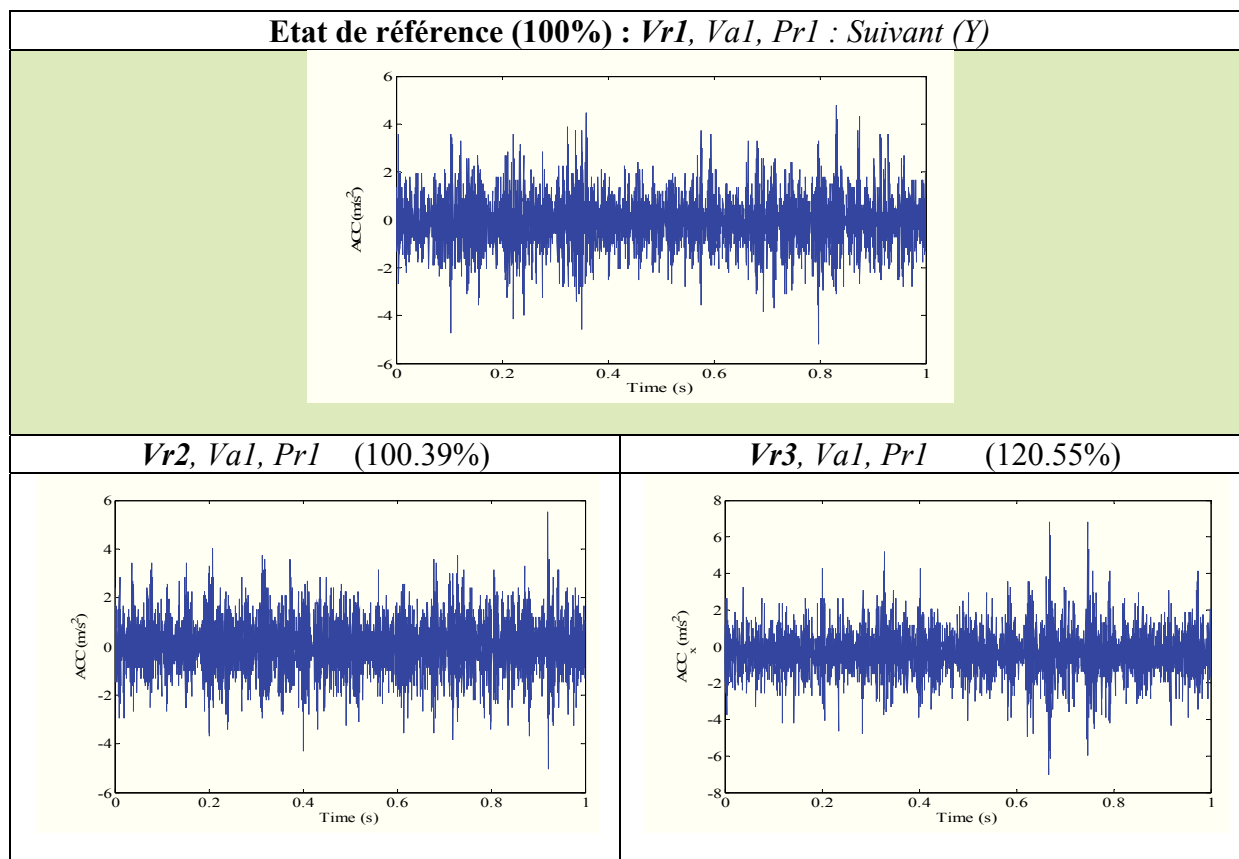
L'analyse des résultats nécessite un état de référence par rapport auquel nous pouvons comparer les résultats obtenus avec augmentation du niveau des vibrations. Les vibrations mesurées (en amplitude pour chaque état de référence) sont considérées comme étant le niveau 100% des mesures. Les autres mesures seront comparées en pourcentage par rapport aux mesures de référence pour chacun des analyses suivantes. Cette procédure d'analyse a été développée par A. Kessentini (Kessentini, 2008).

#### 2.6.2. Effet de la vitesse de rotation de la broche

Nous allons analyser dans ce paragraphe l'influence de la variation de la vitesse de rotation de la broche sur les vibrations du système M–O–P. Comme il est montré sur la figure 5.13, l'augmentation de la valeur de cette variable ( $Vr$ ) n'a pas un grand impact sur l'amplification des vibrations dans les deux directions X et Y (environ 261,85% par rapport à l'état de référence). Cette constatation a été évoquée pendant l'analyse des effets.



**Figure 5. 13.** Effet de la vitesse de rotation de la broche suivant X



**Figure 5. 14.** Effet de la vitesse de rotation de la broche suivant Y

### 2.6.3. Effet de la profondeur de passe

Dans ce paragraphe, Nous analysons l'influence de la variation de la profondeur de passe sur les vibrations du système M–O–P vu son important lien avec la section du copeau. Comme le montre les figures 5.15 et 5.16, l'augmentation de la valeur de cette variable ( $Pr$ ) possède un grand impact sur l'amplification des vibrations (environ 416,22% par rapport à l'état de référence).

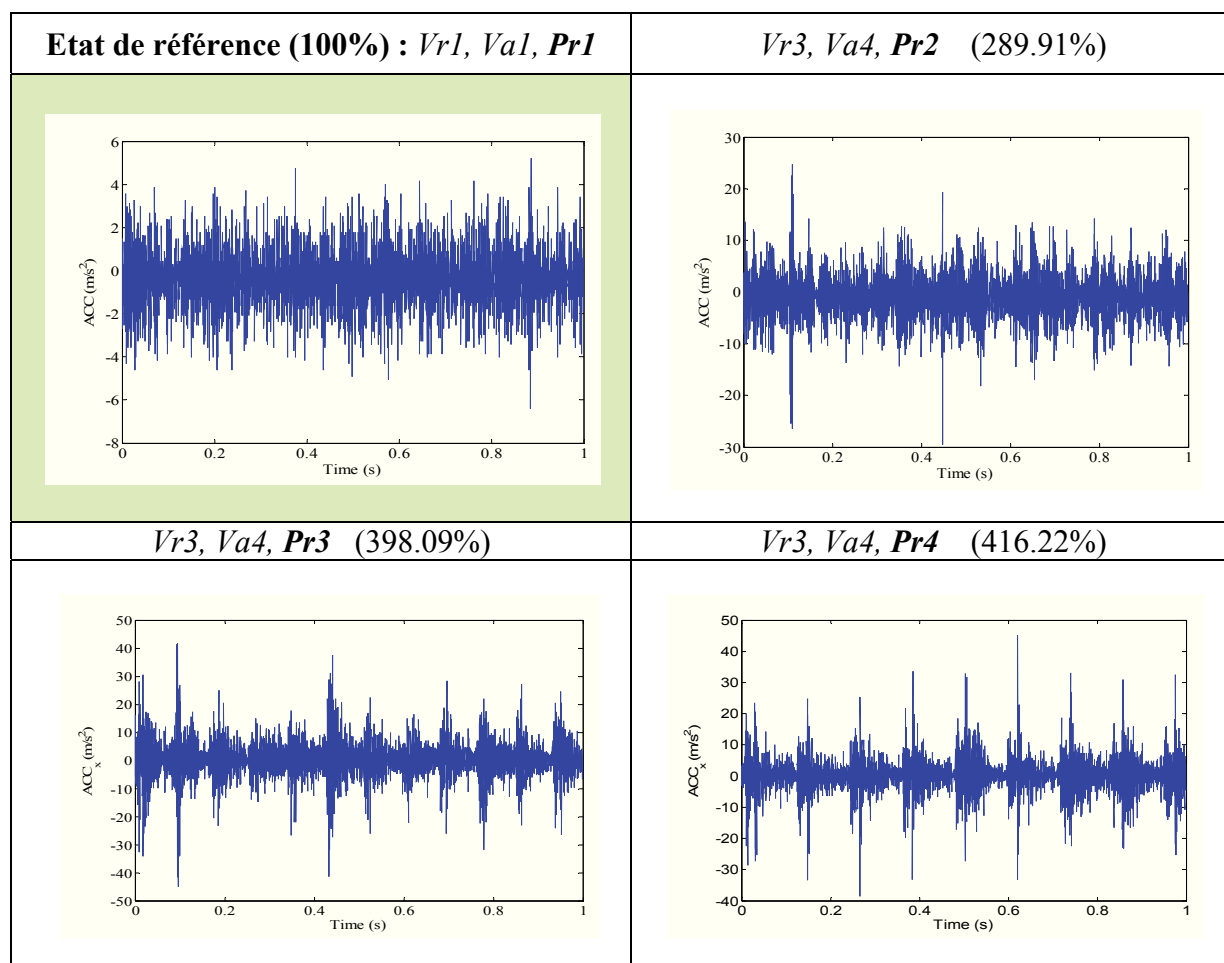
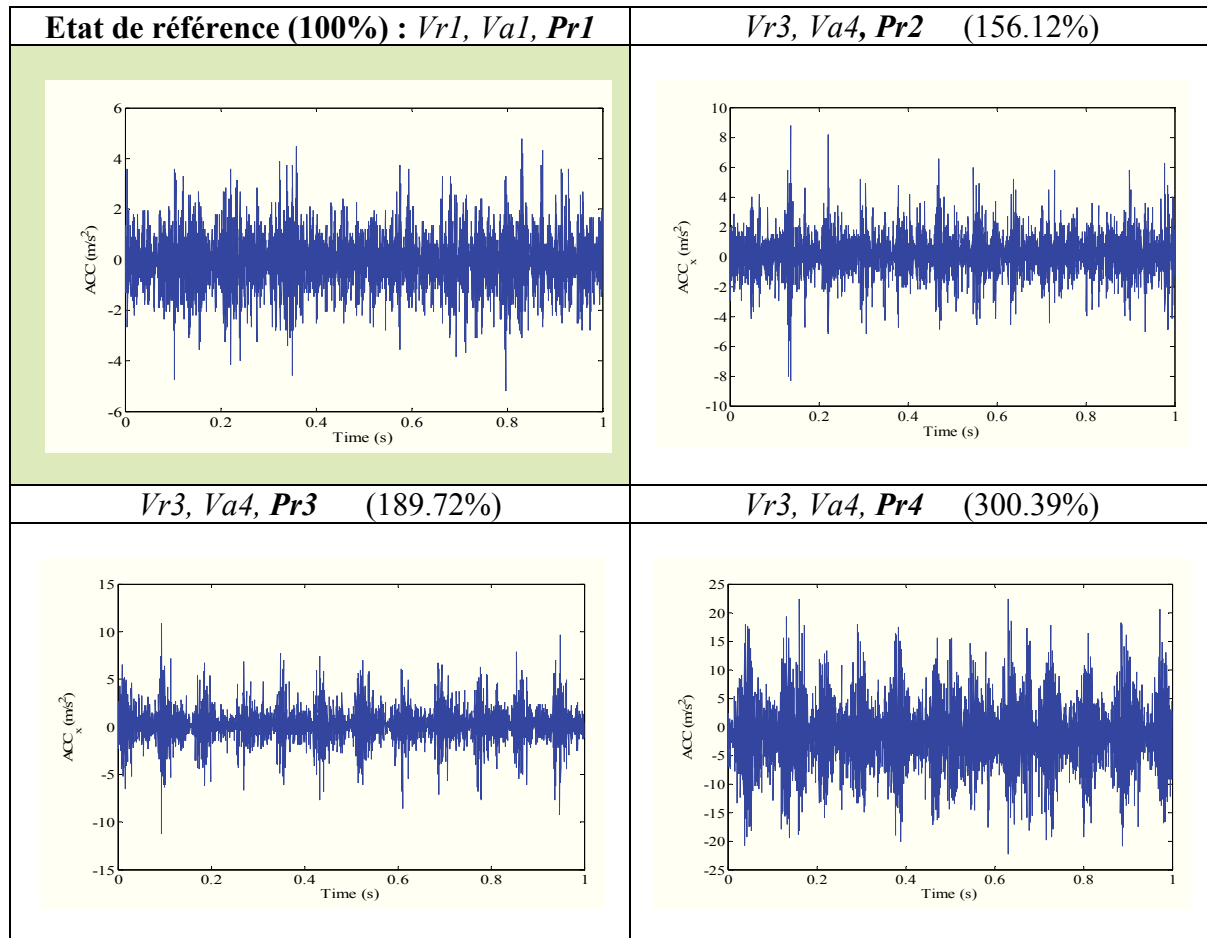


Figure 5.15. Effet de la profondeur de passe : mesure suivant ( $X$ )



**Figure 5. 16.** Effet de la profondeur de passe : mesure suivant (Y)

#### 2.6.4. Effet de la vitesse d'avance

Dans ce paragraphe, Nous analysons l'influence de la variation de la vitesse d'avance de table sur les vibrations du système M–O–P vu son important lien avec la section du copeau. Comme le montre la figure suivante, l'augmentation de la valeur de cette variable ( $Va$ ) possède un grand impact sur l'amplification des vibrations (environ 378,74% par rapport à l'état de référence).

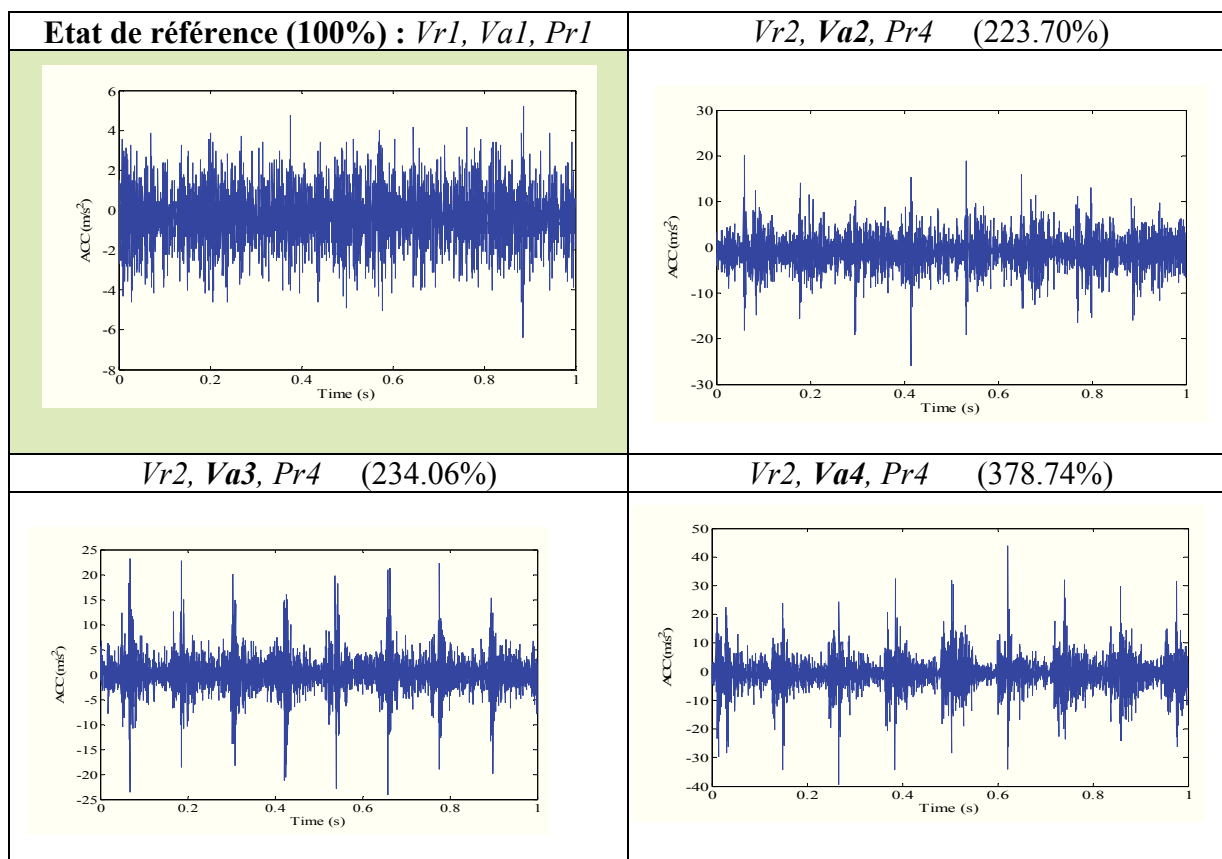


Figure 5. 17. Effet de la vitesse d'avance de coupe; mesure suivant(X)

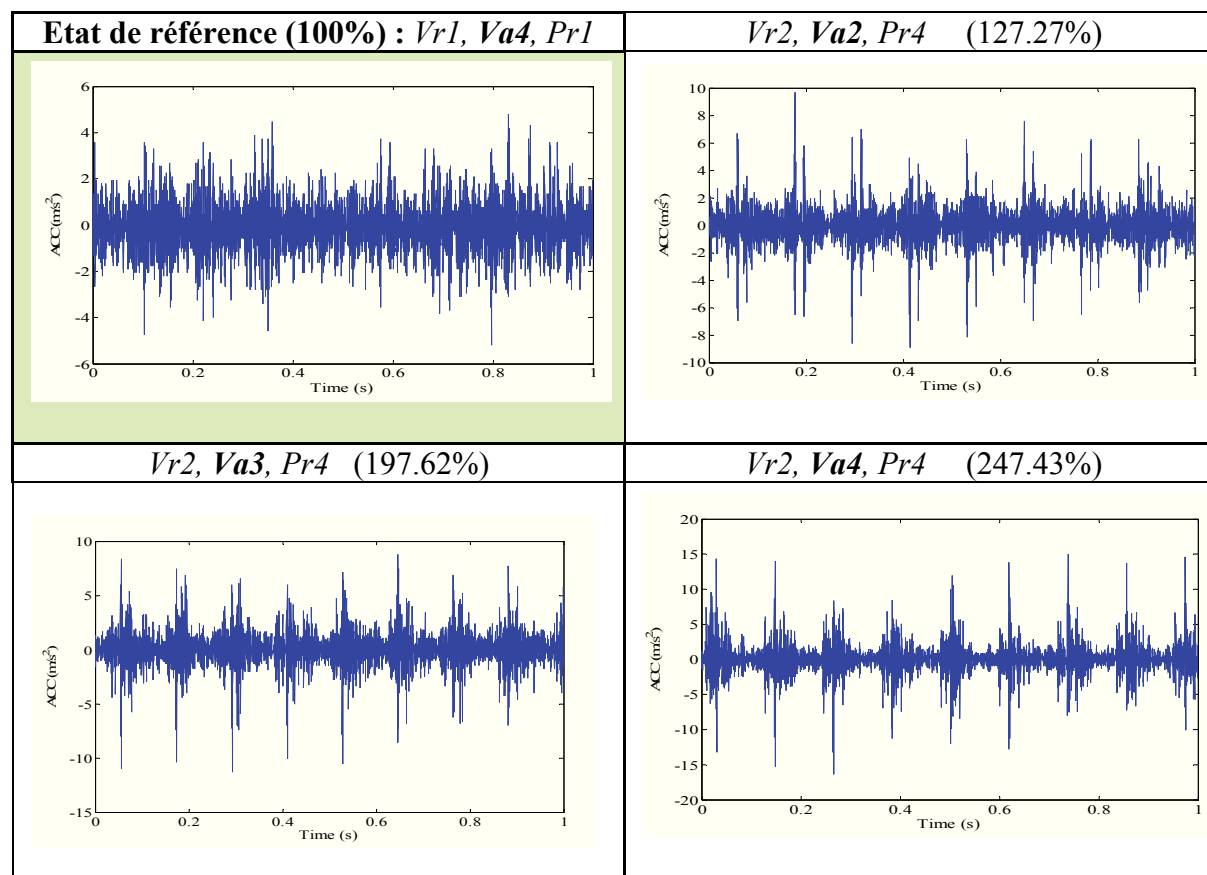


Figure 5. 18. Effet de la vitesse d'avance de coupe; mesure suivant(Y)



2.6.5. Bilan

Suite aux analyses précédentes sur l'effet de la vitesse de rotation de la broche, la profondeur de passe et de la vitesse d'avance, et afin de déterminer les mesures qui permettent d'identifier l'influence de ces paramètres de coupe sur le comportement dynamique du système M – O – P, nous pouvons sélectionner les combinaisons permettant de voir la variation maximale du niveau vibratoire pendant l'opération de fraisage. En effet, l'augmentation de la vitesse d'avance et la profondeur de passe favorise plus l'apparition des vibrations. De ce fait, la combinaison qui permet de montrer et d'interpréter cet effet est la suivante :  $(Vr1, Va1, Pr1)$ ,  $(Vr1, Va4, Pr4)$ ,  $(Vr3, Va1, Pr1)$ ,  $(Vr3, Va4, Pr4)$  définissant ainsi un premier état d'interprétation et d'analyse. Les mesures de cette série sont montrées sur la figure suivante :

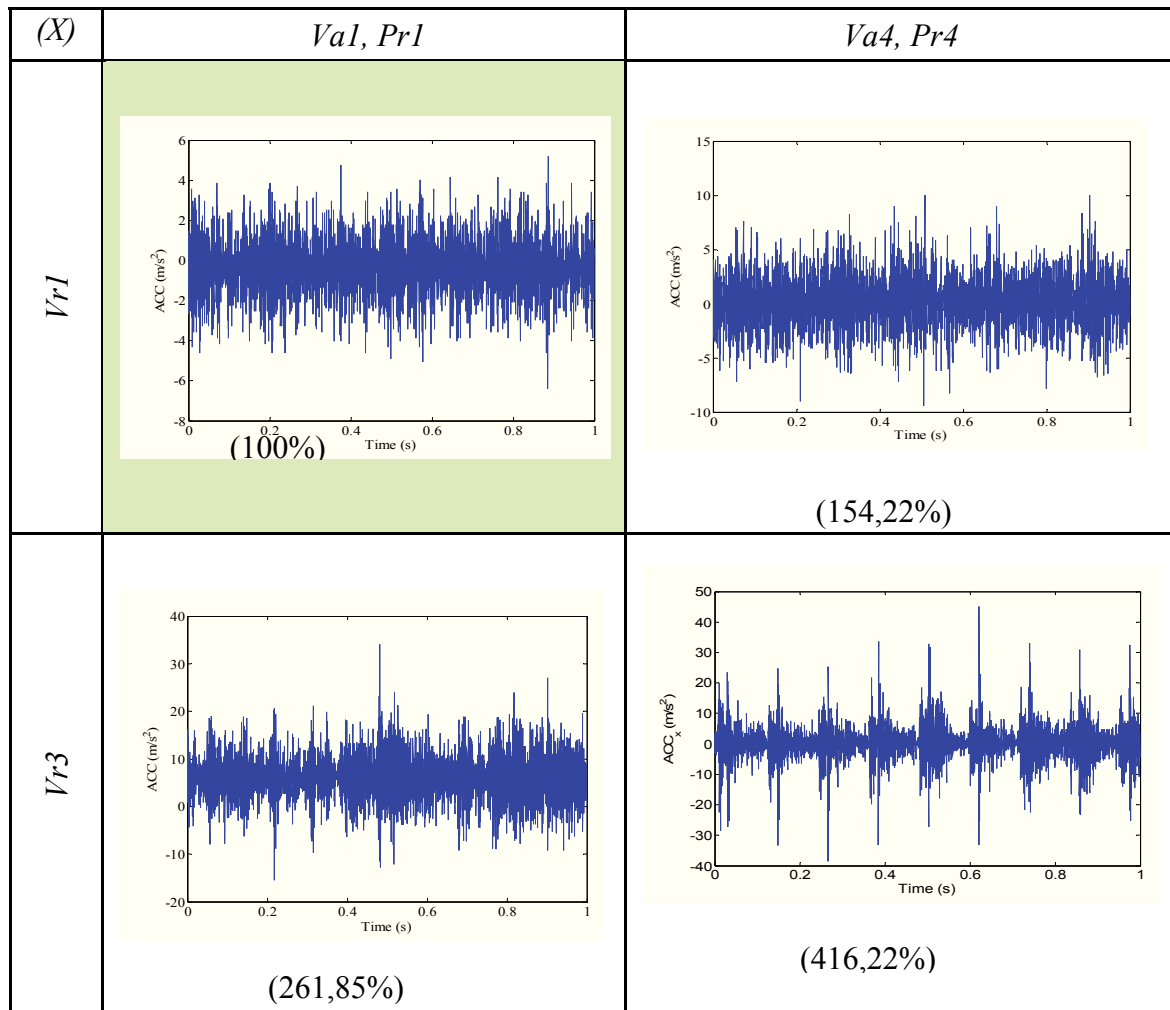
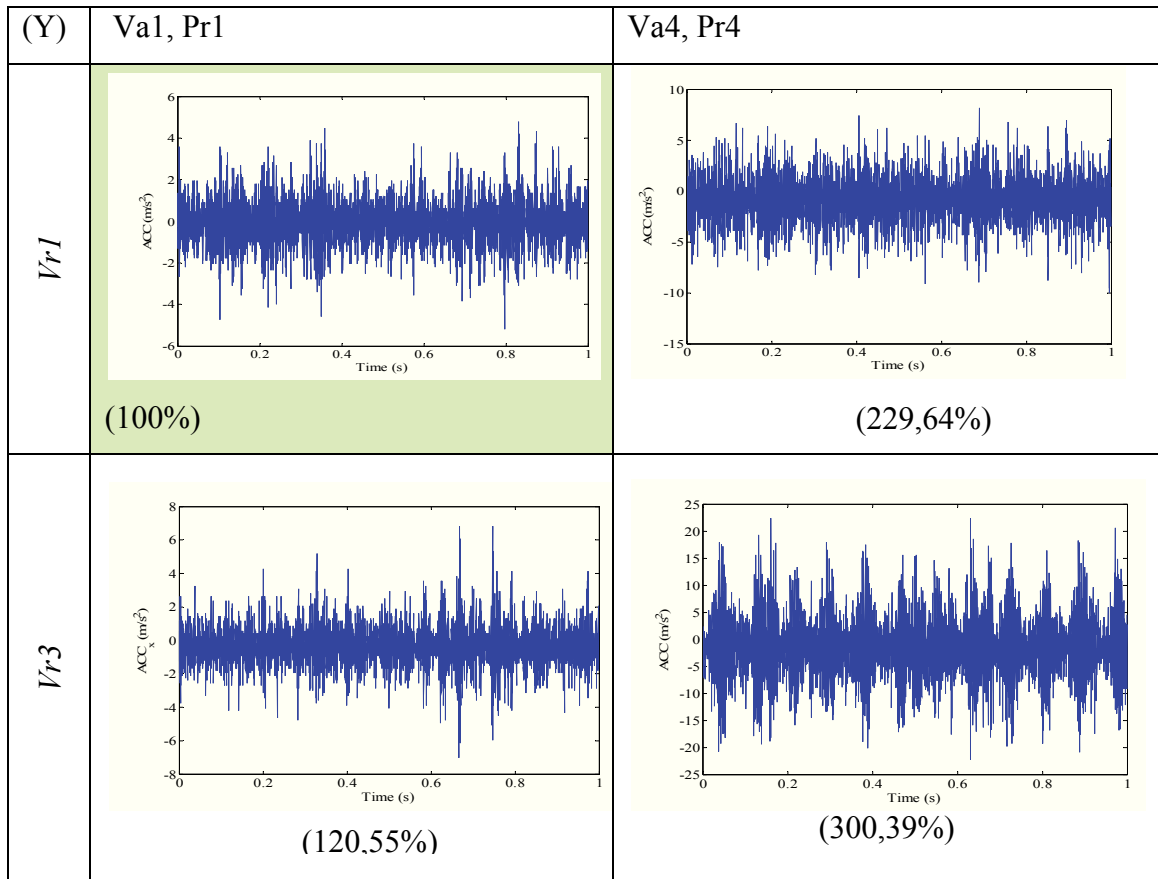


Figure 5. 19. Mesures réalisées pour la première série de combinaison suivant X



**Figure 5. 20.** Mesures réalisées pour la première série de combinaison suivant Y

À partir des résultats présentés par cette combinaison, nous pouvons constater une augmentation considérable du niveau des vibrations qui atteint 416,22% pour la direction X et 300,39% pour la direction Y. Ces valeurs sont enregistrées pour les valeurs maximales de la vitesse de rotation et de la profondeur de passe.

### 2.7. Étude complémentaire

L'étude expérimentale présentée dans la partie précédente avait comme variable de sortie les vibrations dans les trois directions du fraisage. Cette étude a été complétée par des essais qui s'intéressent aux vibrations axiales du système machine – outil – pièce, mesurées sur la broche. En premier lieu, la réalisation du plan factoriel complet, l'analyse des effets et l'analyse des résultats nous a permis de sélectionner facilement les essais à réaliser et les variables d'entrées nécessaires pour détecter les plus importants paramètres qui influencent sur les vibrations du système. En deuxième lieu, le nombre des essais a été nettement réduit dans cette étude complémentaire par rapport à l'étude précédente.

Validation

Dans le but de valider notre modèle théorique développé dans les chapitres précédents, nous allons comparer dans cette section les résultats théoriques de simulation avec les résultats expérimentaux. En effet, nous avons simulé les accélérations pour les mêmes conditions opératoires de l'expérimentation. Les résultats mesurés expérimentalement et ceux simulés sont effectués dans les conditions suivantes : un outil à six dents et de diamètre 80mm.

La figure 5.21 présente des résultats de simulation face à ceux expérimentales dans des mêmes conditions de coupe.

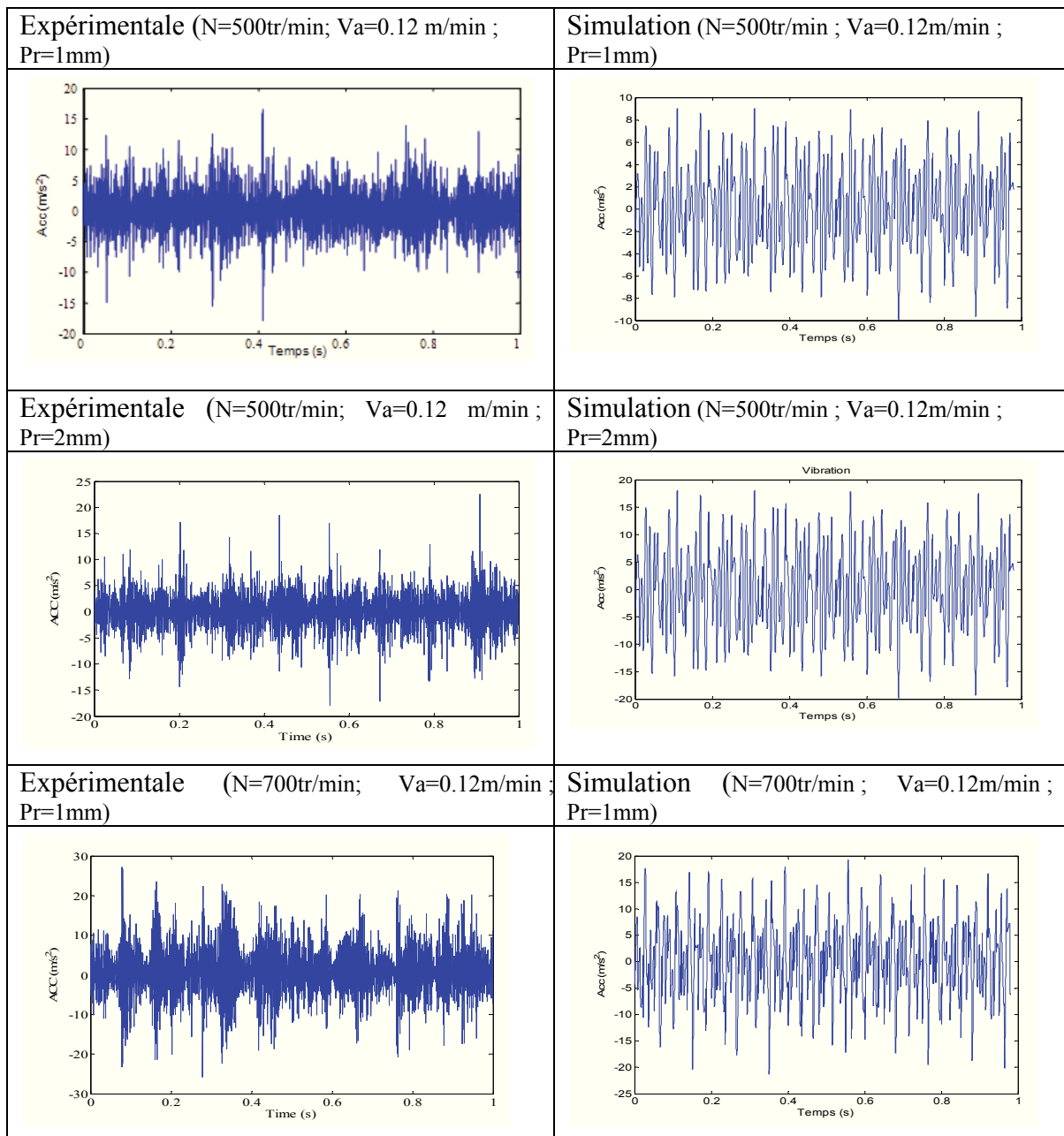


Figure 5. 21. Comparaison entre expérimentale et théorique

En analysant ces résultats, on peut remarquer une grande concordance en terme d'amplitude entre les accélérations simulées et celles mesurées pour trois configurations de coupe différentes.

La figure 5.22 montre la réponse expérimentale spectrale des vibrations suivant les axes X et Z. on remarque que les fréquences instables pour la coupe sont au niveau de 12 Hz, 35 Hz, 59 Hz, 71 Hz et 83 Hz, ce qui est en concordance avec les fréquences propres du système déterminées par simulation (tableau 2).

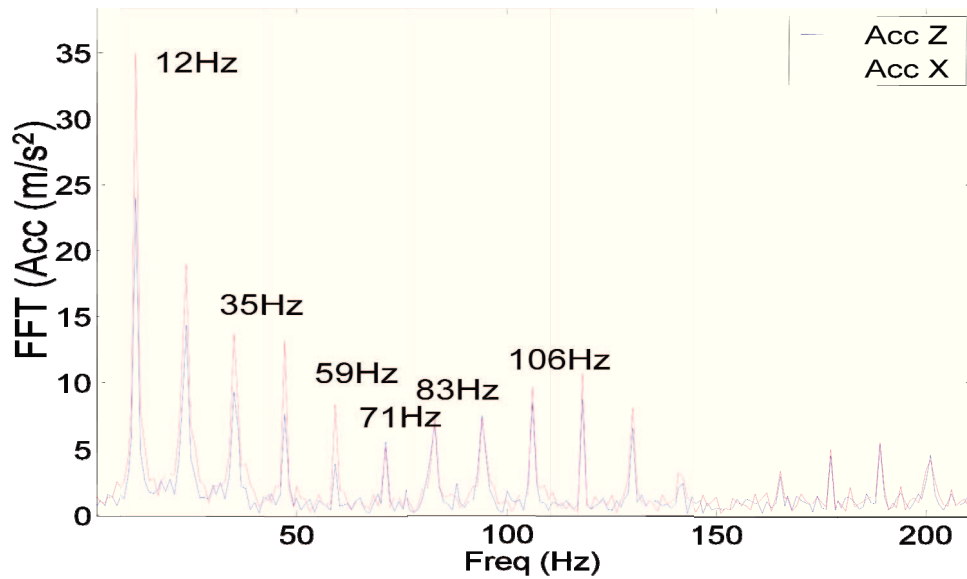


Figure 5. 22. Réponse expérimentale spectrale de déplacement suivant les axes X et Z

Tableau 5.2. Résultat de simulation des fréquences propres

N° du mode	1	2	3	4-5	6-7	8	9-10	11
Propre								
Fréquence(Hz)	11,9	36	60	63,6	73,5	73,7	85,2	85,4
N° du mode	12-13	14	15	16	17	18	19-20	21
Propre								
Fréquence(Hz)	105,5	108,1	111,3	125,8	126,8	130	130,3	138,6

### 3. Conclusion

L'étude expérimentale présentée dans ce chapitre avait deux objectifs principaux :

- Le développement d'une méthodologie expérimentale pour l'étude du comportement dynamique et vibratoire du système M – O – P en fraisage,
- La validation du modèle théorique et ceci par confrontation avec les résultats de simulation

Afin de bien définir les variables d'entrée / sortie et les paramètres liés à la coupe possédant une influence sur le comportement dynamique de la fraiseuse, nous avons réalisé une série d'essais préliminaires. Suite à l'analyse de ces essais, nous avons pu définir les variables d'entrée comme suit :

La vitesse d'avance

La vitesse de rotation de la broche

La profondeur de passe

Les variables de sortie sont les accélérations dans les trois directions X, Y et Z.

En partant de l'analyse des résultats des essais préliminaires, nous avons réalisé une nouvelle expérimentation permettant d'étudier le comportement dynamique et vibratoire du système M – O – P en fraisage.

La réalisation de cette nouvelle expérimentation a nécessité le développement d'un plan d'expériences. Le type du plan choisi étant un plan factoriel complet pour couvrir la totalité des mesures des vibrations pendant l'opération de surfacage. L'analyse des résultats a permis de détecter l'influence de l'avance et de la profondeur de passe sur le niveau des vibrations générées. Le bilan de ces résultats a mis le point sur les niveaux extrêmes des variables provoquant le niveau vibratoire le plus élevé.

Dans le but de valider le modèle théorique développé dans le chapitre 4, nous avons confronté les résultats expérimentaux à celles de la simulation, une bonne concordance a été signalée.

---

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

L'objectif de notre travail est d'étudier le comportement dynamique non linéaire du système machine – outil – pièce (M-O-P) dans une opération de fraisage. Les vibrations produites pendant cette opération de coupe possèdent plusieurs origines et se manifestent suivant plusieurs types, cependant la dynamique de la coupe dans la cellule élémentaire d'usinage possède plusieurs mécanismes générateurs de vibrations. La dynamique globale de la machine – outil « M-O » (Fraiseuse conventionnelle) génère ainsi plusieurs phénomènes qui représentent des sources supplémentaires agissant sur le comportement vibratoire du système étudié. Les travaux déjà existants se focalisent sur l'étude du comportement dynamique de la cellule d'usinage en utilisant des modèles de coupe empiriques.

Deux méthodologies de travail ont été réalisées, afin d'atteindre l'objectif de cette thèse:

- Une méthodologie d'étude théorique et numérique.
- Une méthodologie d'étude expérimentale.

La première méthodologie est basée sur deux approches de modélisation : une approche mésoscopique et une approche macroscopique.

Dans l'approche mésoscopique, nous avons commencé par la détermination de l'effort de coupe en fraisage à partir d'un modèle théorique. Cette étude a permis d'analyser l'évolution de l'effort de coupe du fraisage en fonction des paramètres de coupe. Ensuite, nous avons développé une approche macroscopique du système M-O-P où nous avons commencé par l'analyse du comportement vibratoire puis la détermination de l'effort de coupe et la réponse dynamique du système. Cette étude a permis d'analyser les modes propres du système et l'effet des différents paramètres de coupe sur l'effort de coupe et la réponse dynamique suivant les trois axes.

En effet, nous avons utilisé un modèle masse – ressort de la cellule élémentaire d'usinage. Ensuite, la résolution numérique de ce modèle a permis de tracer la réponse dynamique du système en fonction du temps.

Nous avons développé, un modèle numérique basé sur la méthode de sous-structuration éléments finis de l'ensemble machine – outil – pièce. Cette modélisation est faite en utilisant des éléments finis de plaque et poutre. Ce modèle numérique a permis d'étudier et d'analyser le comportement vibratoire du système machine – outil – pièce (M – O – P).

A travers une approche macroscopique nous avons étudié l'effet des vibrations lors d'une opération de fraisage. En effet, la modélisation développée dans le deuxième chapitre semble être insuffisante car la dynamique de la machine n'a pas été prise en considération. Pour remédier à ce défaut, nous avons développé une modélisation par la méthode des éléments finis du système machine – outil – pièce. Nous avons présenté l'algorithme de résolution de l'équation globale du mouvement (qui est à la fois non linéaire et retardée) et la simulation de l'influence des différents paramètres de coupe sur le comportement dynamique globale du système considéré.

Dans la dernière partie, consacrée pour l'expérimentation, nous avons développé une méthodologie expérimentale pour détecter et évaluer l'influence des différents paramètres de coupe sur les vibrations en fraisage. L'étude expérimentale est effectuée en deux étapes, en partant avec des essais préliminaires et en clôturant avec un plan d'expériences. La réalisation des essais préliminaires est une méthode qui consiste à définir les variables de nos expériences pour mieux structurer les essais définitifs. La réalisation d'un plan d'expériences a permis la planification des essais et a déterminé l'influence des effets de chaque paramètre sur les vibrations. Cette méthodologie de travail a permis de détecter l'influence de la profondeur de passe et de l'avance sur le niveau des vibrations générées. Le bilan de ces résultats a mis le point sur les niveaux extrêmes des variables provoquant le niveau vibratoire le plus élevé.

Dans le but de valider le modèle théorique développé dans les chapitres 3 et 4, nous avons confronté les résultats expérimentaux à ceux de la simulation des fréquences propres et d'accélération. Une bonne concordance a été enregistrée.

En perspective de ce travail, nous prévoyons la généralisation de l'étude du comportement dynamique non linéaire du système machine – outil – pièce en fraisage comme suit :

1. Introduire des défauts dans la modélisation du comportement dynamique non linéaire du système machine – outil – pièce,
2. Modéliser l'aspect aléatoire de la fluctuation des efforts de coupe et de l'usure de la fraise,
3. Etudier l'influence d'autres sources de vibrations causées par la dynamique de la machine telle que la boîte des vitesses et les paliers de la broche. La prise en compte des couplages entre les axes de la machine est un point important à étudier.

4. Raffiner le modèle éléments – finis développé de la machine - outil et assurer un suivi de profil parfait pour contrôler l'état de surface et étudier la stabilité structurelle,
5. Améliorer et reprendre les essais expérimentaux par une modélisation *probabiliste* en estimant *statistiquement* les traitements des signaux enregistrés.



## Références bibliographiques

---

- (**Altintas et al, 1992**) Altintas Y. et al, Montgomery D., Budak E., "Dynamic Peripheral Milling of Flexible Structures", *Journal of Engineering for Industry*, pp 137-145. 114 (1992).
- (**Altintas, 2000**) Altintas, Y. "Manufacturing automation". Cambridge university press, 2000.
- (**Altintas et al, 1998**) Altintas, Y, et P Lee. "Mechanics and dynamics of ball end milling". *transaction of ASME*, pp. 684-692. 120 (1998).
- (**Altintas et al, 1999**) Altintas, Y, S Engin, et E. Budak. "Analytical Stability Prediction and Design of Variable Pitch Cutters". *Journal of manufacturing science and engineering ISSN 1087-1357*. vol. 121, no2, pp 141-148, Anaheim, CA) 8 (1999).
- (**Altintas , 2001**) Altintas, Y. "Analytical predictions of three dimensional chatter stability in milling". *JSME International Journal*. 2001.
- (**Altintas et al, 2005**) Altintas, Y., C Brecher, M Weck, et S Witt. "Virtual Machine Tool". *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. Vol 54, Issue 2, Pages 115-138. 2005.
- (**Altintas, 1999**) Altintas, Y., E Shamoto, P Lee, et E. Budak. "Analytical prediction of stability lobes in ball-end milling". *transaction of the ASME*, pp. 586-59; vol1 121 (1999).  
Alumatter.  
<http://aluminium.matter.org.uk/content/html/FRE/default.asp?catid=126&pageid=21444162>  
44. alumatter. 2001.
- (**Amara, 2000**) Amara, Slimane. 'La sous structuration en dynamique des structures'. *cours Conservatoire National des Arts et Métiers* 2000.
- (**Assouline, 2005**) Assouline, S. C. «Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique: prise en compte d'une pièce déformable». Vol. doctorat, ENSAM Paris. thèse doctorat. L'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2005.
- (**Balachandran et al, 2000**) Balachandran, B, et M.X Zhao. "A Mechanics Based Model for Study of Dynamics of Milling Operation". *mecanica*, 35 : 89-109; 2000.
- (**Bao et al, 2000**) Bao, W.Y, et I. Tansel. "Modeling micro end milling operations, Part I: analytical cutting force model". *International Journal of Machine Tool and Manufacture* vol 40 pp 2155–2173. 2000.
- (**Batailly, 2008**) Batailly, A. «Simulation de l'interaction rotor/stator pour des turbo-machines aéronautiques en configuration non-accidentelle.» Thèse de doctorat: l'École Centrale de Nantes, 2008.
- (**Bearee, 2005**) Bearee, R. «Prise en compte des phénomènes vibratoires dans la génération de commande». Phd thèse, L'ENSAM, 2005.
- (**Bissey, 2005**) Bissey, S. «Développement d'un modèle d'effort de coupe applicable à des familles d'outils: cas du fraisage des aciers traités thermiquement». thèse doctorat; L'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2005.
- (**Brun et al, 2002**) Brun-Picard, D, et F. Malburet. "Contrôle actif des vibrations : ce qui marche et ce qui ne marche pas". *2ème Assises Machines et Usinage à Grande Vitesse*, pp. 61-72, Lille, France, 2002.
- (**Budak et al**) Budak, E, et Y. Altintas. "Analytical prediction of chatter stability in milling : Part I: general formulation". *proceeding of the ASME dynamic system and control division*, 57, n° 1 (1995).
- (**Campomanes, 2002**) Campomanes, M.L. "Kinematics and Dynamics of Milling with Goughing Endmills". *Metal Cutting and High Speed Machining*, Kluwer Academic Publishers 2002.

- (Capiez et al, 2004)** Capiez, L, E Lernout, C Soize, J, P Lombard, C Dupont, et E. Seinturier. "Blade manufacturing tolerances definition for a mistuned industrial bladed disk". *ASME Turbo Expo: Land, Sea and Air 2004, Vienna, Austria,EU*, June 14-17, 2004.
- (Chang et al 1976)** Chang, R, et R. Craig. "A review of substructure coupling methods for dynamic analysis". *13th Annual Meeting, Soc. For Eng. Sci., Advances in Engineering Science*, 2,NASA CP-2001, pages 393–408., 1976.
- (Chiou et al, 1998)** Chiou R.Y., Liang S.Y. "Chatter Stability of a Slender Cutting Tool in Turning with Tool Wear Effect". *Int. J. Mach. Tools Manufact.* 38-4, 315-327. (1998).
- (Craig et al 1968)** Craig, R, et C. Bampton. "coupling of substructures for dynamic analyses". *AIAA journal* 6 (1968).
- (Davies et al, 2002)** Davies M. A., Pratt J. R., Dutterer B., "Stability Prediction for Low Radial Immersion Milling". *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 124. 217-225 ., 2002.
- (Davies et al 2000)** Davies, M. A, J. R Pratt, B Dutterer, et T. J Burns. "The Stability of Low Radial Immersion Milling". *Annals of the CIRP*, Vol. 49-1.37-40 ., 2000.
- (Dekelbab, 1995)** Dekelbab, K. «Modelisation et simulation du comportement dynamique de l'ensemble pièce-outil-machine en usinage à l'outil coupant». Thèse de Doctorat de mécanique de l'Ecole des Arts et Métiers, Paris. 1995.
- (Devor et al 1980)** Devor, R.E, W.A Kline, et W. J Zdeblick. "A mechanistic Model for the For System in End Milling with Application to Machining Airframe Structures". *Proceedings of eighth North American Manufacturing Research conference : USA*, 8,pp 297-303. 1980.
- (Faassen, 2007)** Faassen, R. «Chatter Prediction and Control for High-Speed Milling: Modelling and Experiments». Thèse Doctorat University netherlands (2007).
- (Faassen et al, 2003)** Faassen, R.P.H, N. van de Wouwl, J.A.J Oosterling, et H. Nijmeijer. "Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling". *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 43, 1437–1446. 2003.
- (Gmür 1997)** Gmür, Thomas. "Eléments De Mécanique Des Structures". 1997.
- (Gradsek et al 2004)** Gradsek, J, et al. "On stability prediction for milling". *machine tool & manufacture*, 2004.
- (Grégoire, 2003)** Grégoire, P. «Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil.» Doctorat de mécanique de l'institut national polytechnique de grenoble, 2003.
- (Gurney et al, 1961)** Gurney, J. P, et S. A. Tobias. "A Graphical Method for the Determination of the Dynamic Stability of Machine Tools". *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 1, 148-156., 1961.
- (Hartung et al 2006)** Hartung, F, T Insperger, G Stéphan, et J. turi. "Approximate stability charts for milling processes using semi-discretization". *Applied mathematics and computation*, 174 (2006).
- (Insperger et al, 2003)** Insperger, T, B. P Mann, et G, Bayly, P.V. Stépan. "Stability of up-milling and down-milling, part 1: alternative analytical methods". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, pp25-34; vol 43 (2003).
- (Insperger et al, 2007)** Insperger, T, D.W Barton, et G Stépan. "Criticality of Hopf bifurcation in state-dependent delay model of turning processes". *International Journal of Non-Linear Mechanics* 43, 2 2007.
- (Insperger et al, 2000)** Insperger, T, et G Stépan. "Stability of the milling process". *PERIODICA POLYTECHNICA SER. MECH. ENG. VOL. 44, NO. 1, PP. 47–57*) 2000.
- (Insperger et al, 2004)** Insperger, T, et G Stéphan. "Update semi-discretization method for periodic delay-differential equation with discrete delay". *International journal for numerical methods in engineering*,pp117-141vol 61 (2004).

- (Insperger et al, 2002)** Insperger, T, et G. Stépán. "Stability of The Milling Process". *Periodica Polytechnica Mech. Eng.*, vol44-1, pp47-57. 2002.
- (Insperger, 2002)** Insperger, T.b. «Stability Analysis of Periodic Delay-Differential Equations Modelling Machine Tool Chatter.» (PhD of Budapest University of Technology and Economics.) 2002.
- (Jemielniak et al 1989)** Jemielniak, K., et A Widota. "Numerical simulation of non-linear chatter vibration in turning" 1989.
- (Jensen et al, 1999)** Jensen, S,A, et Y,C Shin. "Stability analysis in face milling operations: Part I: theory of stability lobes prediction". *transaction of the ASME*, pp. 600-605; vol 121 (1999.).
- (Jensen et al, 1999)** Jensen, S,A, et Y,C Shin. "Stability analysis in face milling operations: Part II: experimental validation and influencing factors". *transaction of the ASME* pp. 606-612, vol 121 (1999).
- (Kessentini, 2008)** Kessentini, A. «Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système Machine -outil -pièce lors d'une opération de perçage.» Doctorat à l'Ecole Nationale d'Ingénierie de Sfax, 2008.
- (Kienzle, 1951)** Kienzle, O. "Die bestimmung von kräften und leistung an spanenden werkzeugen und werkzeugmaschinen". *Z-VDI*, 94:pp299–305,, 1951.
- (Konig et al, 1973)** Konig, W, et K Essel. "Spezifische Schnittkraftwerte für die Zerpsanungnung metallischer Werkstoffe". Verlag Stahleisen M.B.H., D`usseldorf, 1973.
- (Kuljanic et al, 2009)** Kuljanic, E, G Totis, et M Sortino. "Development of an intelligent multisensor chatter detection system in milling". *Mechanical Systems and Signal Processing* pp1704–1718; vol 23 (2009).
- (Lanteri et al, 1996)** Lanteri, P, et R Longerey. "Chimimétrie : le mariage réussi entre les sciences analytiques et l'informatique". *Analusius Magazine*, 24, M17-M27,EDP Sciences, Les Ulis, FRANCE 1996.
- (Lapujoulade et al, 2002)** Lapujoulade, F, T Mabrouki, et K Raïssi. "Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces". *Mécanique & industries* 2002.
- (Lee et al, 2003)** Lee, K, et al. "A Servo Parameter Tuning Method for High-speed NC Machine Tools based on Contouring Error Measurement". *Proceeding LAMDAMAP 03, Huddersfield, UK*, 2003.
- (Lee et al, 1996)** Lee, P., et Y. Altintas. "Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data". *international journal of machine tools manufacture*, pp. 1029-1072,) vol36 (1996).
- (Lelan, 2007)** Lelan, J.V. «Etude de méthode simplifiées pour la simulation de l'usinage à l'échelle macroscopique.» thèse doctorat. L'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2007.
- (Li et al, 2000)** Li, Y, S.Y Liang, R.C Petrof, et B.B. Seth. "force modelling for cylindrical plunge cutting". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 863–870. vol 16 (2000).
- (Lin et al, 2002)** Lin, J, et R. G. Parker. "Mesh Stiffness Variation Instabilitties in Two-Stage Gear Systems". *Journal of Vibration and Acoustics*; 68-76. vol124 (2002).
- (Liu et al, 2005)** Liu, X, et K. Cheng. "Modelling the machining dynamics of peripheral milling". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*; pp1301–1320; vol 45 (2005).
- (Mann et al, 2002)** Mann, B. P, T Insperger, P.V Bayly, et G Stépán. "Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental verification". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, pp35-40, vol 43 (2002).

- (Mantle et al, 2006)** Mantle, A.L, et D.K Aspinwall. "Cutting force evaluation when high speed milling a gamma titanium aluminide intermetallic alloy". *Intermetallics and Superalloys*, Volume 10; p 209-215;2006.
- (Marty et al, 2000)** Marty, A, E Beauchesne, P Lorong, et G Coffignal. "Numerical Simulation of a Turning Operation". *Actes de la Second International Conference on Improving Machine Tool Performance, La Baule, Nantes, France*, 3-5; 2000.
- (Merrit et al, 1965)** Merrit, H.E. "Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter: Research I". *Journal of Engineering for Industry*, vol 17, pp 447-454., 1965.
- (Minis et al, 1993)** Minis, I, et R. Yanushevsky. "A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling". *transaction of ASME*, pp. 1-8 Vol.115 (1993).
- (Naterwalla et al, 2001)** Naterwalla, U. "Chatter-free milling and optimized material removal rate". *mmsonline* (mmsonline), 2001.
- (Souvay, 1995)** P. Souvay. "Plan d'expériences, la méthode Taguchi ". *Edition afnor 1995 ISBN 2-12-4750028-3* 1995.
- (Pagés, 2003)** Pagès, C. « Comportement de revêtement céramique sur outil en tournage à sec de finition ». Doctorat de mécanique de l'Ecole centrale de lyon, 2003:
- (Przemieniecki, 1963)** Przemieniecki, J.S. "Matrix structural analysis of substructures". *AIAAJ*, Vol. 14 No.1, pp.138-47. 1963.
- (Rivière, 2007)** Rivière, L. Edouard. "Identification de modèles d'efforts de coupe en fraisage". 2007.
- (Smith et al, 1993)** Smith, S, et J Tlusty. "Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling". *Annals of the CIRP*, 42-1,pp 463-466, 1993.
- (Stépan et al, 2003)** Stépan, G, R Szalai, et T Insperger. "Nonlinear Dynamics of High-Speed Milling Subjected to Regenerative Effect". *Nonlinear Dynamics of Production Systems edited by Gunther Radons, Wiley-VCH, New York*; 2003.
- (Tian et al, 2001)** Tian J., Hutton S. G. "Chatter instability in milling systems with flexible rotating spindles-A new theoretical approach". *Journal. of Manufacturing Science and Engineering*, 123, 1-9, 123 (2001).
- (Tlusty et al, 1981)** Tlusty, J, et F Ismail. "Basic non linearity in machining chatter". *annals of the CIRP*, 42-1, pp 463-466, 1981.
- (Tlusty et al, 1963)** Tlusty, J, et M. Polacek. "The Stability of the Machine Tool Against Self-Excited Vibration in Machining". *International Research in Production Engineering*, ASME, pp 465-474. 1963.
- (Tlusty et al, 1975)** Tlusty, J, et P. Macneil. "Dynamics of cutting forces in end milling". *Annals of CIRP* 24 (1) pp 21–25. 1975.
- (Tobias, 1965)** Tobias. "Machine tool vibration". Blackie, 1965.
- (Tournour et al, 2001)** Tournour M., Atalla N., Chiello O., Sgard F. "Validation, performance and convergence of free-interface component mode synthesis". *Computers and Structures*, vol. 79, no 2, p. 1861-1876. 2001.
- (Velex et al, 1996)** Velex, P, et M. Maatar. "A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour". *Journal of Sound and Vibration*, n°5, pp. 629-660; 191 (1996).
- (Yun et al, 2000)** Yun, W.S, et D.W. Cho. "an improved method for the determination of 3D". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol 16 (2000).
- (Zaman et al, 2006)** Zaman, M.T, A Senthil Kumar, M Rahman, et S Sreeram. "A three-dimensional analytical cutting force model for micro end milling operation". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*; pp353–366; vol 46 (2006).
- (Zhao et al, 2001)** Zhao, M.X, et B Balachandran. "Dynamics and stability of milling process". *International Journal of Solids and Structures* , pp 2233-2248, vol 38 (2001).

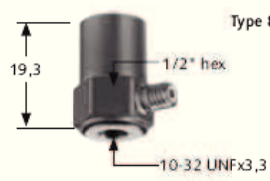
# Annexes

**Annexes A: Les capteurs**

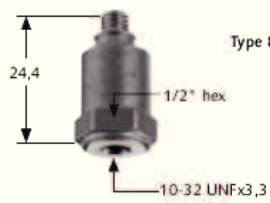
**Annexes B: Les mesures expérimentales**

## ANNEXE A

**K-Shear® accelerometer**




Type 8702B...



Type 8704B...

Technical data		Type 8702/04B25	Type 8702/04B50	Type 8702/04B100
Range	g	±25	±50	±100
Sensitivity, ±5 %	mV/g	200	100	50
Frequency Response, ±5 %	Hz	1 ... 8 000	0,5 ... 10 000	0,5 ... 10 000
Threshold, nom.	gms	0,002	0,004	0,006
Transverse Sensitivity, typ.	%	1,5	1,5	1,5
Non-linearity	%FSO	±1	±1	±1
Shock (1 ms pulse)	gpk	2 000	2 000	2 000
Temp. Coeff. of Sensitivity	%/°C	-0,06	-0,06	-0,06
Operating Temperature	°C	-55 ... 100	-55 ... 100	-55 ... 100
Power Supply	mA	2 ... 20	2 ... 20	2 ... 20
	VDC	20 ... 30	20 ... 30	20 ... 30
Housing/Base	Type	Titanium	Titanium	Titanium
Sealing	Type	IP68	IP68	IP68
Mass	grams	8,7/7,5	8,7/7,5	8,7/7,5
Ground Isolated		with pad/M1	with pad/M1	with pad/M1

**Measuring direction**



**Connection**  
10-32 neg.  
8702: side  
8704: top

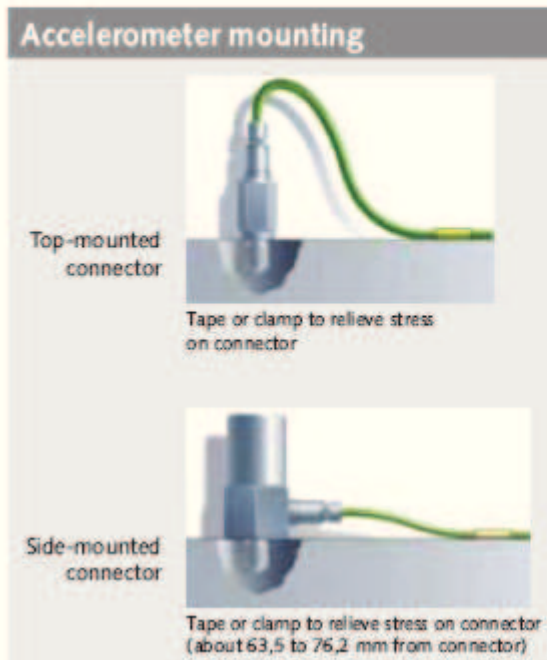
**Properties**  
Low impedance voltage mode,  
ultra low base strain, low  
thermal transient response,  
quartz-shear sensing elements,  
CE compliant.  
8702/4B...M1: ground isolated  
8702/4B...T: TEDS option available

**Areas of application**  
General purpose vibration  
measurement, vehicle or  
environmental testing,  
ESS and modal analysis.

**Accessories**  
Cable: Type 17618...  
Coupler: Type 5100 series  
Pad: Type 8436

**Data sheet 8702B\_000-239**

# Accelerometer mounting



## Strain relieving cables

Accelerometer cables should be taped or clamped to the same surface on which the accelerometer is attached to avoid motion between the vibration surface and the tie down point. These techniques will prevent flexing of the cable near the connector and thereby minimize any resultant frequency response errors.

## ANNEXE B : Récapitulatif des essais préliminaires menés dans le laiton.

Référence essais	Direction de coupe	Outil	Matière	Angle de Coupe	$N$ (tr/min)	$f$ (m/min)	Largeur fraisée $a_e$ (mm)	Profondeur de passe $a_p$ (mm)
Laiton 1	X		Laiton		350	0.05	40	0.5
Laiton 2	Y		Laiton		350	0.05		0.5
Laiton 3	Z		Laiton		350	0.05		0.5
Laiton 4	X		Laiton		350	0.05		1
Laiton 5	Y		Laiton		350	0.05		1
Laiton 6	Z		Laiton		350	0.05		1
Laiton 7	X		Laiton		350	0.05		2
Laiton 8	Y		Laiton		350	0.05		2
Laiton 9	Z		Laiton		350	0.05		2
Laiton 10	X		Laiton		350	0.05		3
Laiton 11	Y		Laiton		350	0.05		3
Laiton 12	Z		Laiton		350	0.05		3
Laiton 13	X		Laiton		350	0.08	40	0.5
Laiton 14	Y		Laiton		350	0.08		0.5
Laiton 15	Z		Laiton		350	0.08		0.5
Laiton 16	X		Laiton		350	0.08		1
Laiton 17	Y		Laiton		350	0.08		1
Laiton 18	Z		Laiton		350	0.08		1
Laiton 19	X		Laiton		350	0.08		2
Laiton 20	Y		Laiton		350	0.08		2
Laiton 21	Z		Laiton		350	0.08		2
Laiton 22	X		Laiton		350	0.08		3
Laiton 23	Y		Laiton		350	0.08		3
Laiton 24	Z		Laiton		350	0.08		3
Laiton 25	X		Laiton		350	0.12	40	0.5
Laiton 26	Y		Laiton		350	0.12		0.5
Laiton 27	Z		Laiton		350	0.12		0.5
Laiton 28	X		Laiton		350	0.12		1
Laiton 29	Y		Laiton		350	0.12		1
Laiton 30	Z		Laiton		350	0.12		1
Laiton 31	X		Laiton		350	0.12		2
Laiton 32	Y		Laiton		350	0.012		2
Laiton 33	Z		Laiton		350	0.12		2
Laiton 34	X		Laiton		350	0.12		3
Laiton 35	Y		Laiton		350	0.12		3
Laiton 36	Z		Laiton		350	0.12		3
Laiton 37	X		Laiton		350	0.2	40	0.5
Laiton 38	Y		Laiton		350	0.2		0.5
Laiton 39	Z		Laiton		350	0.2		0.5
Laiton 40	X		Laiton		350	0.2		1
Laiton 41	Y		Laiton		350	0.2		1
Laiton 42	Z		Laiton		350	0.2		1



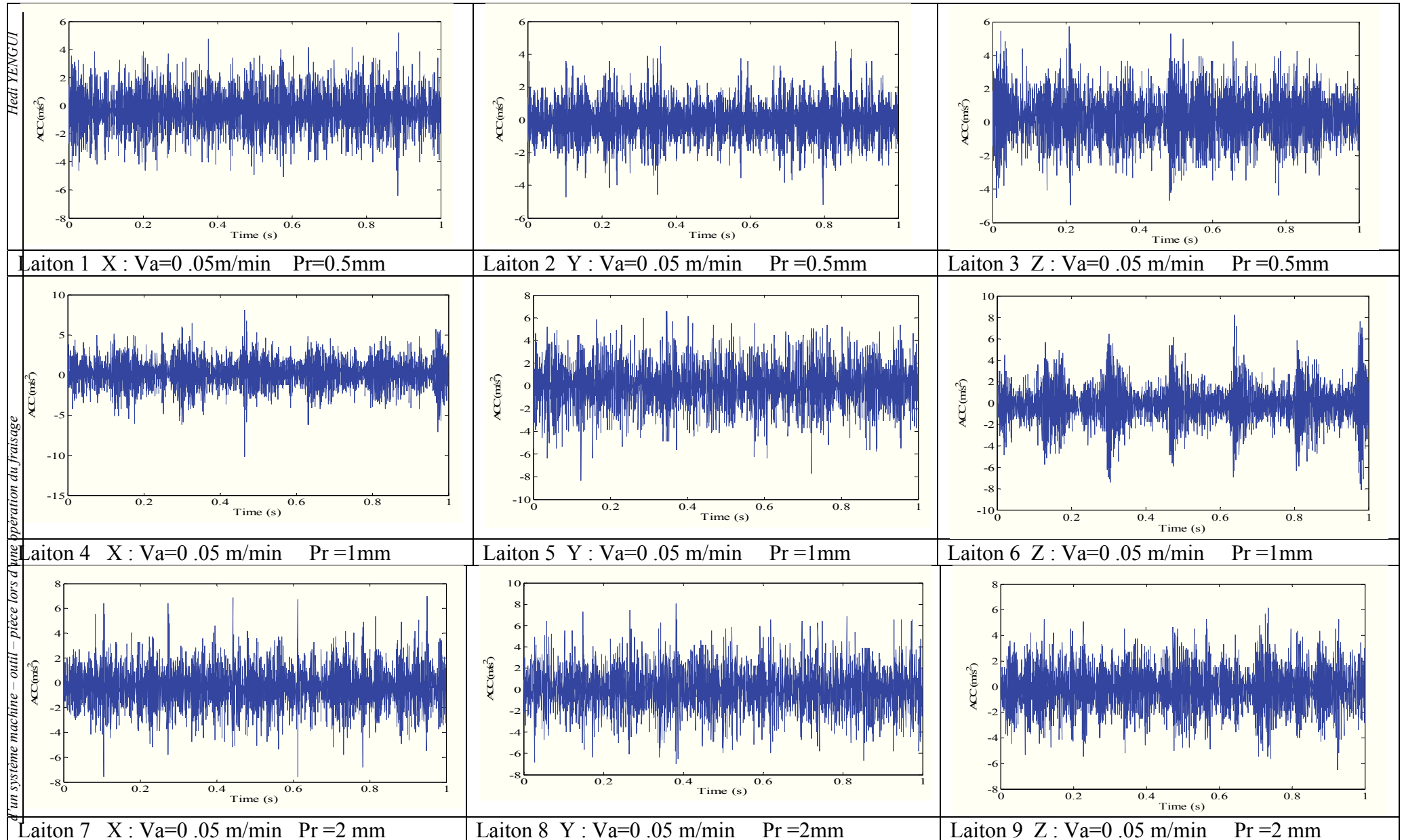
Laiton 43	X		Laiton		350	0.2		2
Laiton 44	Y		Laiton		350	0.2		2
Laiton 45	Z		Laiton		350	0.2		2
Laiton 46	X		Laiton		350	0.2		3
Laiton 47	Y		Laiton		350	0.2		3
Laiton 48	Z		Laiton		350	0.2		3
Laiton 1	X		Laiton		500	0.05	40	0.5
Laiton 2	Y		Laiton		500	0.05		0.5
Laiton 3	Z		Laiton		500	0.05		0.5
Laiton 4	X		Laiton		500	0.05		1
Laiton 5	Y		Laiton		500	0.05		1
Laiton 6	Z		Laiton		500	0.05		1
Laiton 7	X		Laiton		500	0.05		2
Laiton 8	Y		Laiton		500	0.05		2
Laiton 9	Z		Laiton		500	0.05		2
Laiton 10	X		Laiton		500	0.05		3
Laiton 11	Y		Laiton		500	0.05		3
Laiton 12	Z		Laiton		500	0.05		3
Laiton 13	X		Laiton		500	0.08	40	0.5
Laiton 14	Y		Laiton		500	0.08		0.5
Laiton 15	Z		Laiton		500	0.08		0.5
Laiton 16	X		Laiton		500	0.08		1
Laiton 17	Y		Laiton		500	0.08		1
Laiton 18	Z		Laiton		500	0.08		1
Laiton 19	X		Laiton		500	0.08		2
Laiton 20	Y		Laiton		500	0.08		2
Laiton 21	Z		Laiton		500	0.08		2
Laiton 22	X		Laiton		500	0.08		3
Laiton 23	Y		Laiton		500	0.08		3
Laiton 24	Z		Laiton		500	0.08		3
Laiton 25	X		Laiton		500	0.12	40	0.5
Laiton 26	Y		Laiton		500	0.12		0.5
Laiton 27	Z		Laiton		500	0.12		0.5
Laiton 28	X		Laiton		500	0.12		1
Laiton 29	Y		Laiton		500	0.12		1
Laiton 30	Z		Laiton		500	0.12		1
Laiton 31	X		Laiton		500	0.12		2
Laiton 32	Y		Laiton		500	0.012		2
Laiton 33	Z		Laiton		500	0.12		2
Laiton 34	X		Laiton		500	0.12		3
Laiton 35	Y		Laiton		500	0.12		3
Laiton 36	Z		Laiton		500	0.12		3
Laiton 37	X		Laiton		500	0.2	40	0.5
Laiton 38	Y		Laiton		500	0.2		0.5
Laiton 39	Z		Laiton		500	0.2		0.5
Laiton 40	X		Laiton		500	0.2		1
Laiton 41	Y		Laiton		500	0.2		1

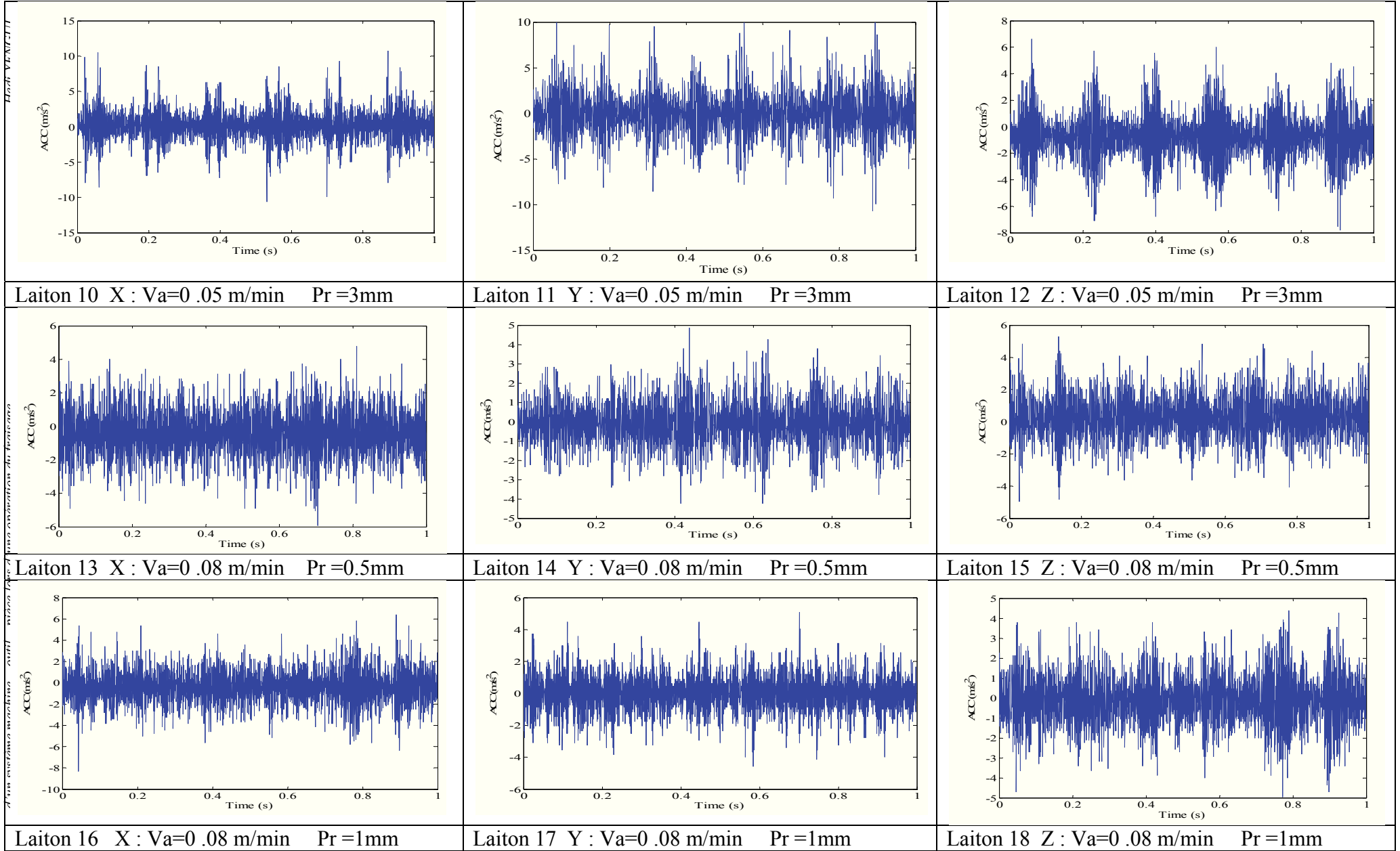
Laiton 42	Z		Laiton		500	0.2		1
Laiton 43	X		Laiton		500	0.2		2
Laiton 44	Y		Laiton		500	0.2		2
Laiton 45	Z		Laiton		500	0.2		2
Laiton 46	X		Laiton		500	0.2		3
Laiton 47	Y		Laiton		500	0.2		3
Laiton 48	Z		Laiton		500	0.2		3
Laiton 1	X		Laiton		700	0.05	40	0.5
Laiton 2	Y		Laiton		700	0.05		0.5
Laiton 3	Z		Laiton		700	0.05		0.5
Laiton 4	X		Laiton		700	0.05		1
Laiton 5	Y		Laiton		700	0.05		1
Laiton 6	Z		Laiton		700	0.05		1
Laiton 7	X		Laiton		700	0.05		2
Laiton 8	Y		Laiton		700	0.05		2
Laiton 9	Z		Laiton		700	0.05		2
Laiton 10	X		Laiton		700	0.05		3
Laiton 11	Y		Laiton		700	0.05		3
Laiton 12	Z		Laiton		700	0.05		3
Laiton 13	X		Laiton		700	0.08	40	0.5
Laiton 14	Y		Laiton		700	0.08		0.5
Laiton 15	Z		Laiton		700	0.08		0.5
Laiton 16	X		Laiton		700	0.08		1
Laiton 17	Y		Laiton		700	0.08		1
Laiton 18	Z		Laiton		700	0.08		1
Laiton 19	X		Laiton		700	0.08		2
Laiton 20	Y		Laiton		700	0.08		2
Laiton 21	Z		Laiton		700	0.08		2
Laiton 22	X		Laiton		700	0.08		3
Laiton 23	Y		Laiton		700	0.08		3
Laiton 24	Z		Laiton		700	0.08		3
Laiton 25	X		Laiton		700	0.12	40	0.5
Laiton 26	Y		Laiton		700	0.12		0.5
Laiton 27	Z		Laiton		700	0.12		0.5
Laiton 28	X		Laiton		700	0.12		1
Laiton 29	Y		Laiton		700	0.12		1
Laiton 30	Z		Laiton		700	0.12		1
Laiton 31	X		Laiton		700	0.12		2
Laiton 32	Y		Laiton		700	0.012		2
Laiton 33	Z		Laiton		700	0.12		2
Laiton 34	X		Laiton		700	0.12		3
Laiton 35	Y		Laiton		700	0.12		3
Laiton 36	Z		Laiton		700	0.12		3
Laiton 37	X		Laiton		700	0.2	40	0.5
Laiton 38	Y		Laiton		700	0.2		0.5
Laiton 39	Z		Laiton		700	0.2		0.5
Laiton 40	X		Laiton		700	0.2		1

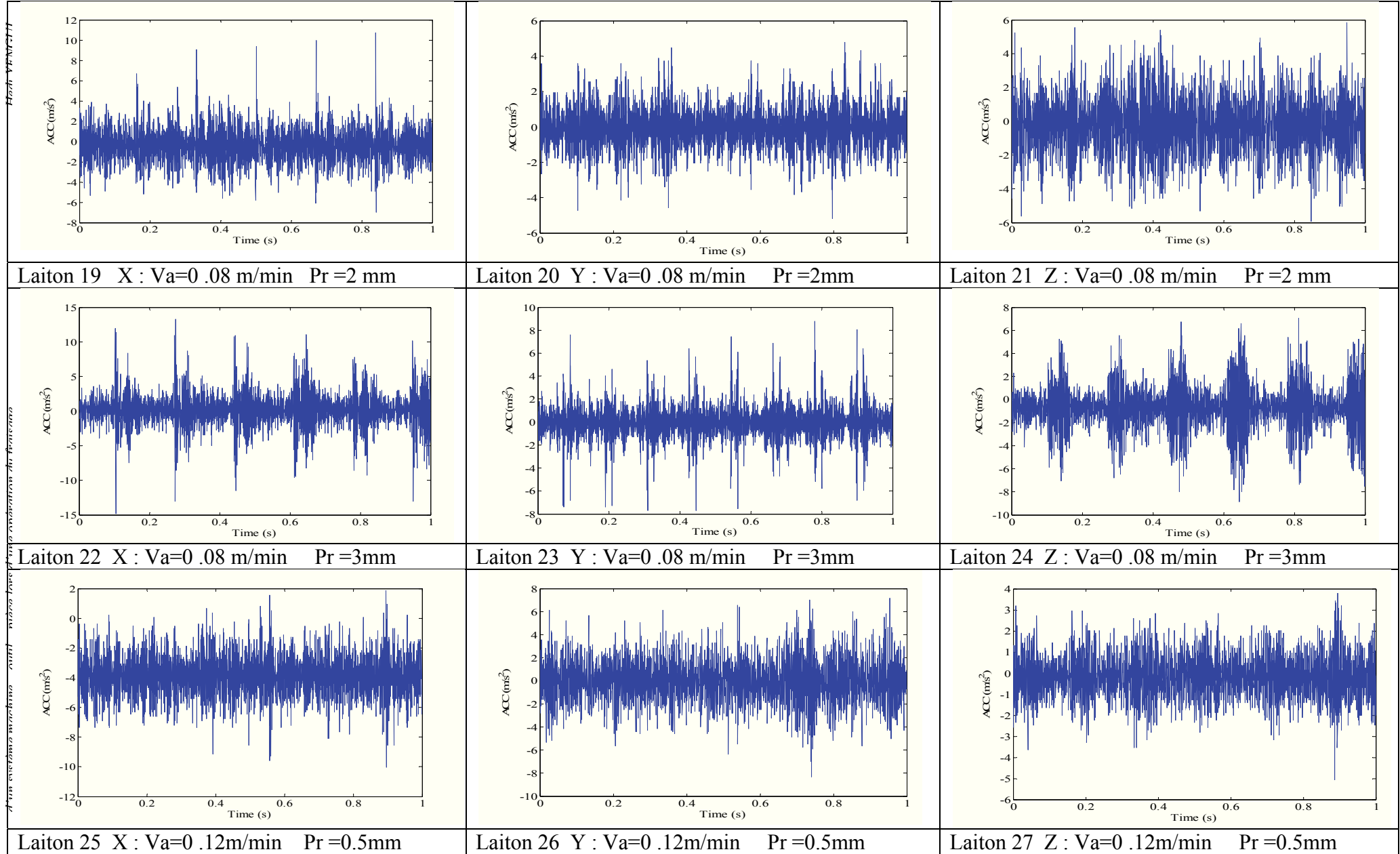
Laiton 41	Y		Laiton		700	0.2		1
Laiton 42	Z		Laiton		700	0.2		1
Laiton 43	X		Laiton		700	0.2		2
Laiton 44	Y		Laiton		700	0.2		2
Laiton 45	Z		Laiton		700	0.2		2
Laiton 46	X		Laiton		700	0.2		3
Laiton 47	Y		Laiton		700	0.2		3
Laiton 48	Z		Laiton		700	0.2		3

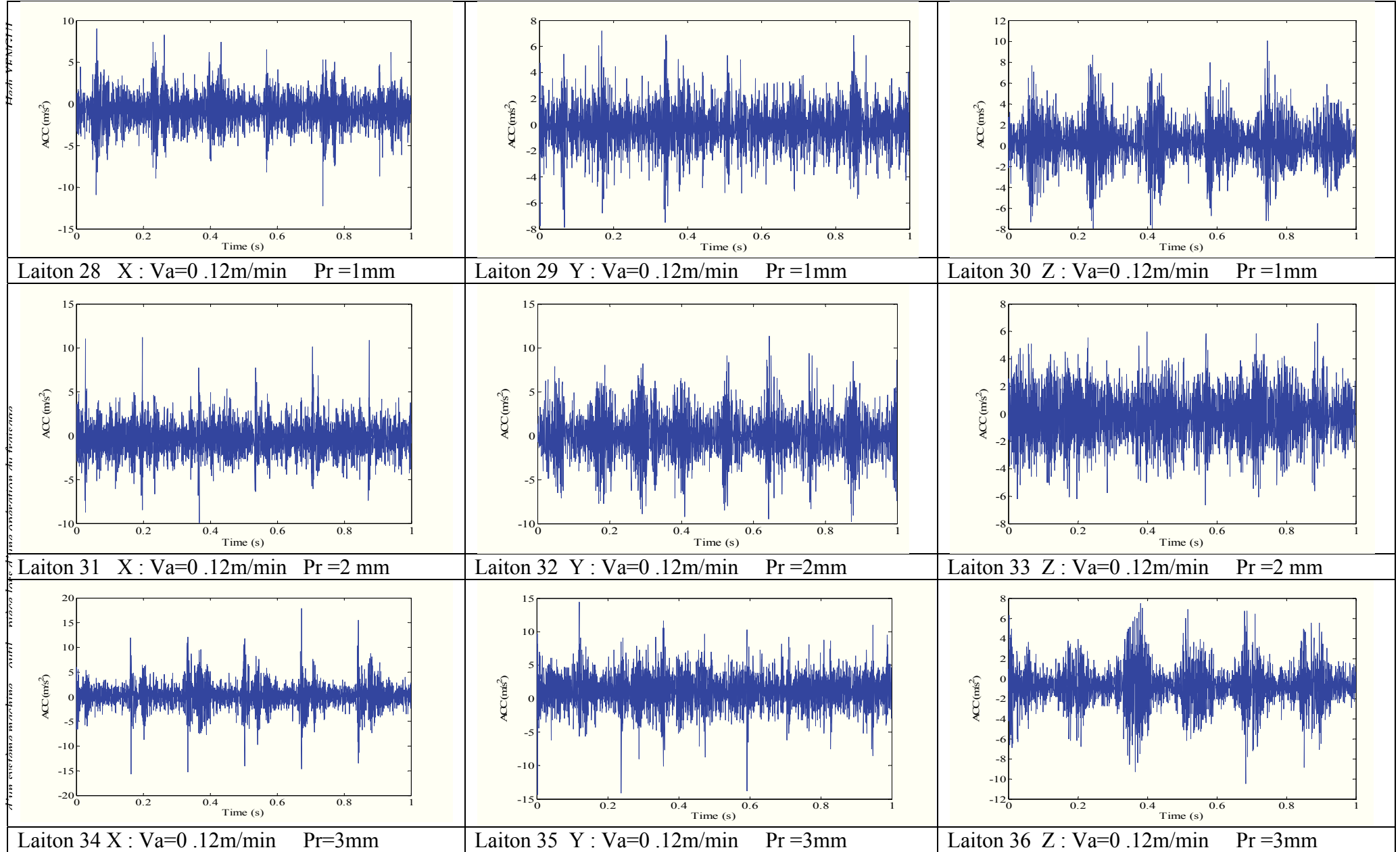


Annexe : Laiton Vitesse : 350 tr/min

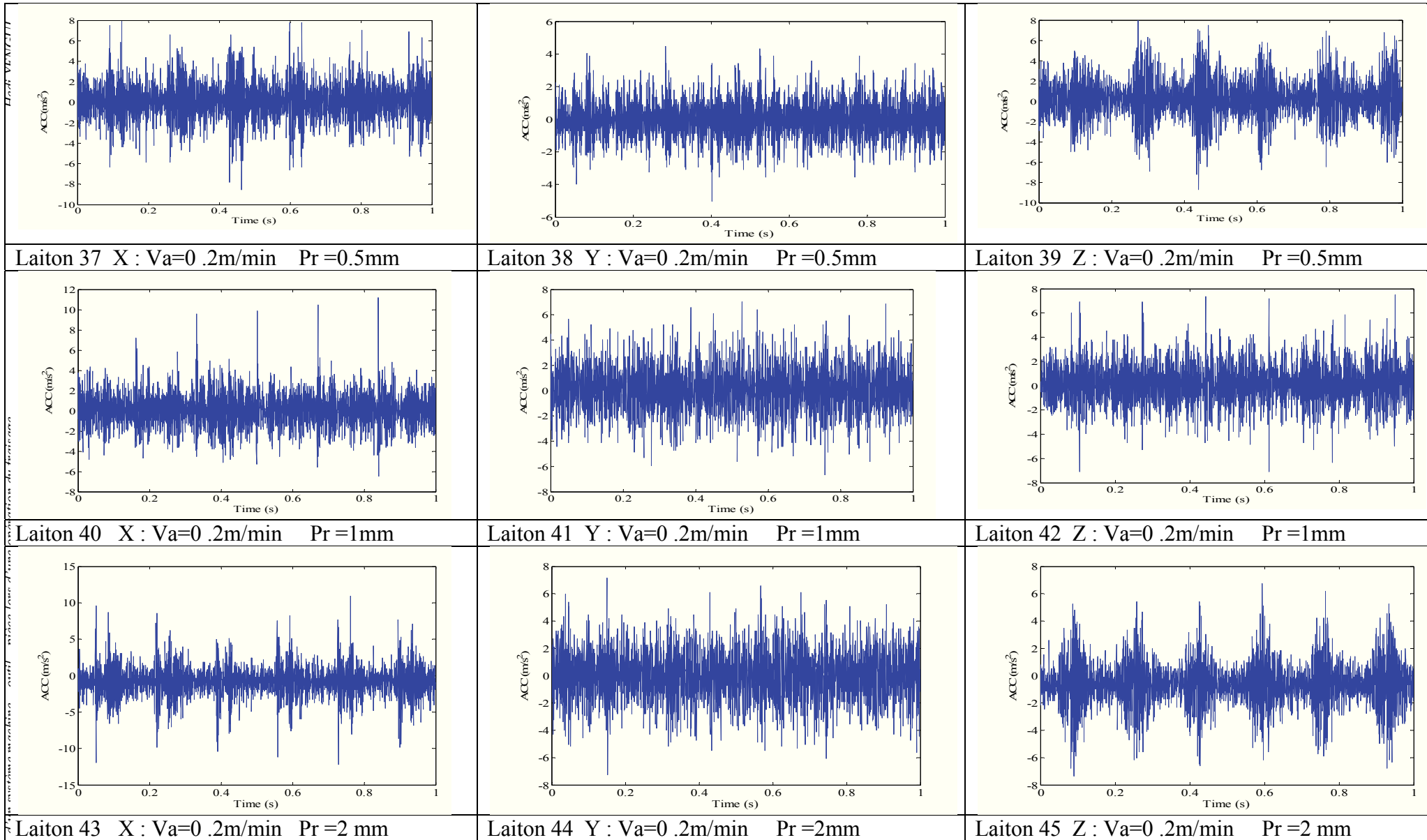


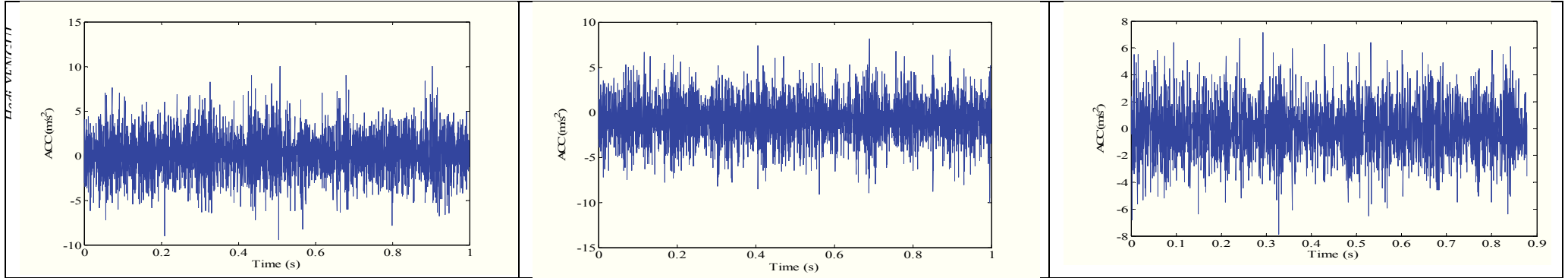






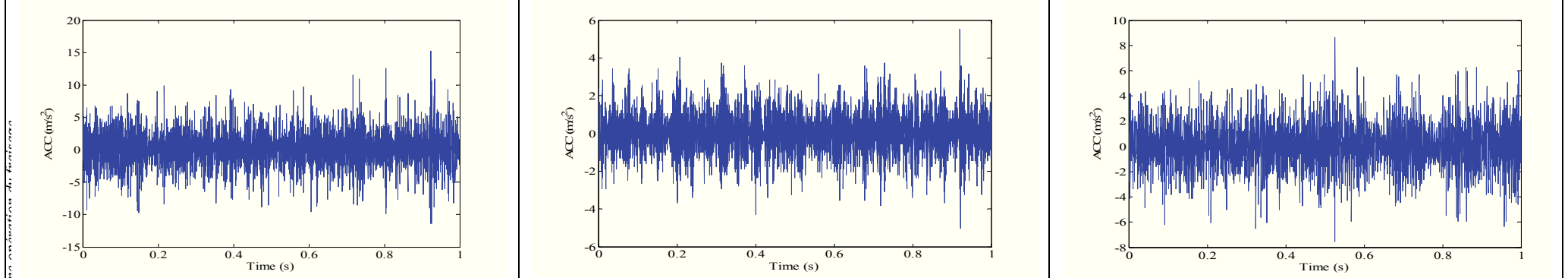




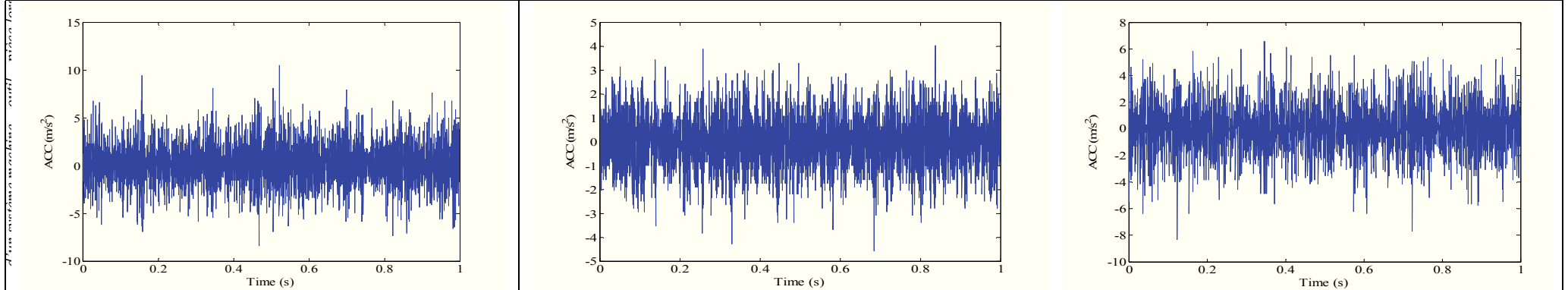


Laiton 46 X : Va=0.2m/min Pr=3mm      Laiton 47 Y : Va=0.2m/min Pr=3mm      Laiton 48 Z : Va=0.2m/min Pr=3mm

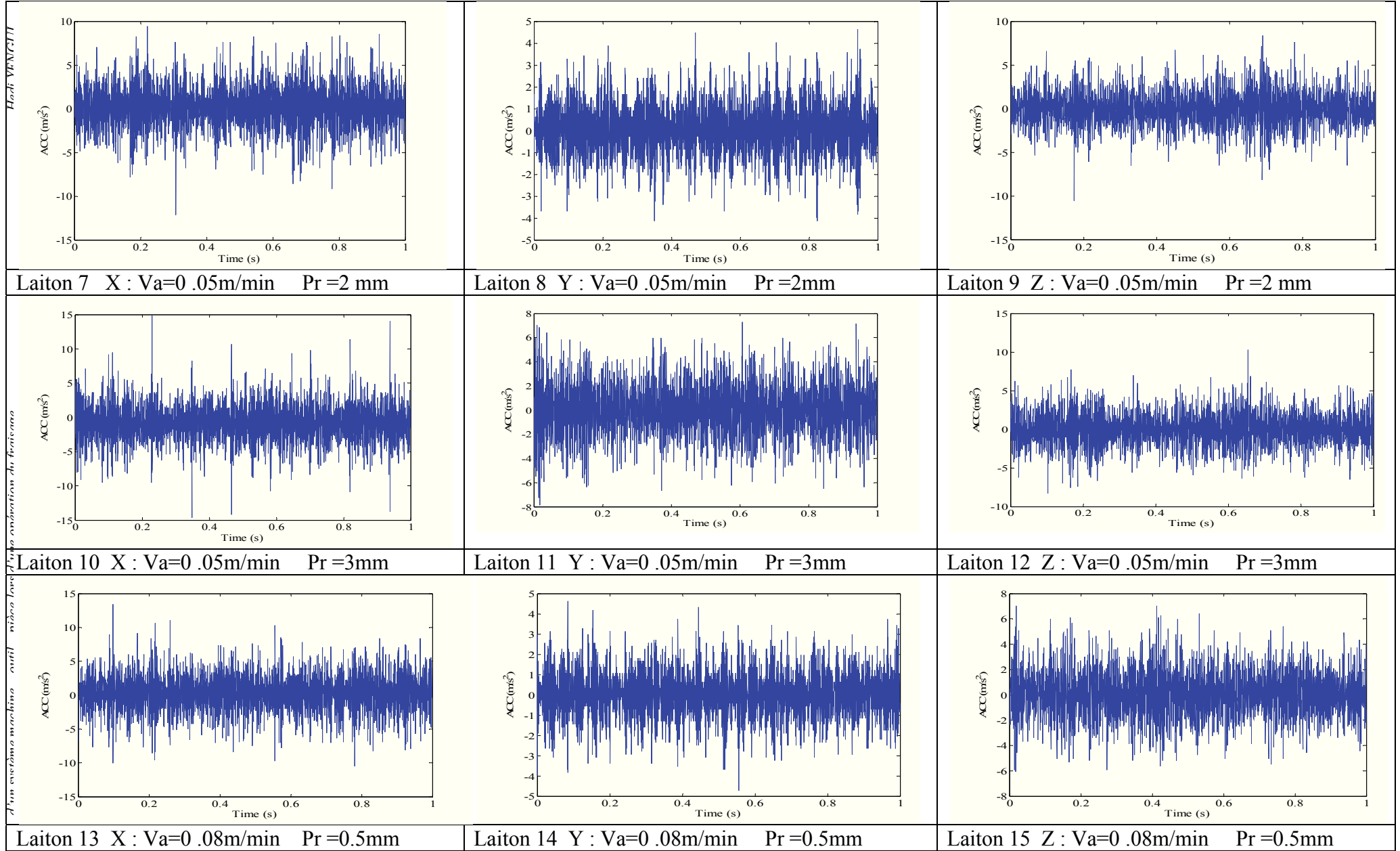
Annexe : Laiton    Vitesse : 500 tr/min

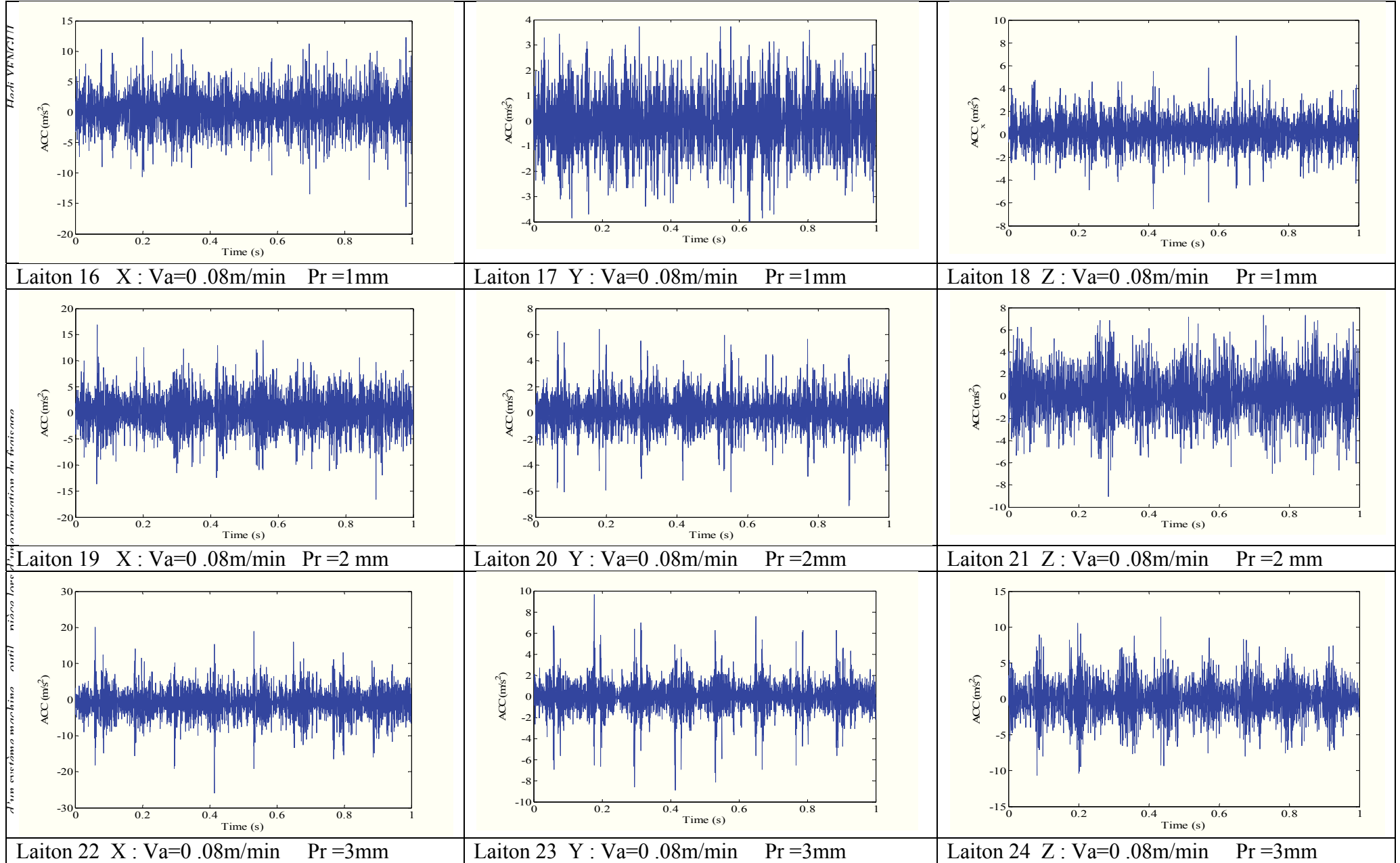


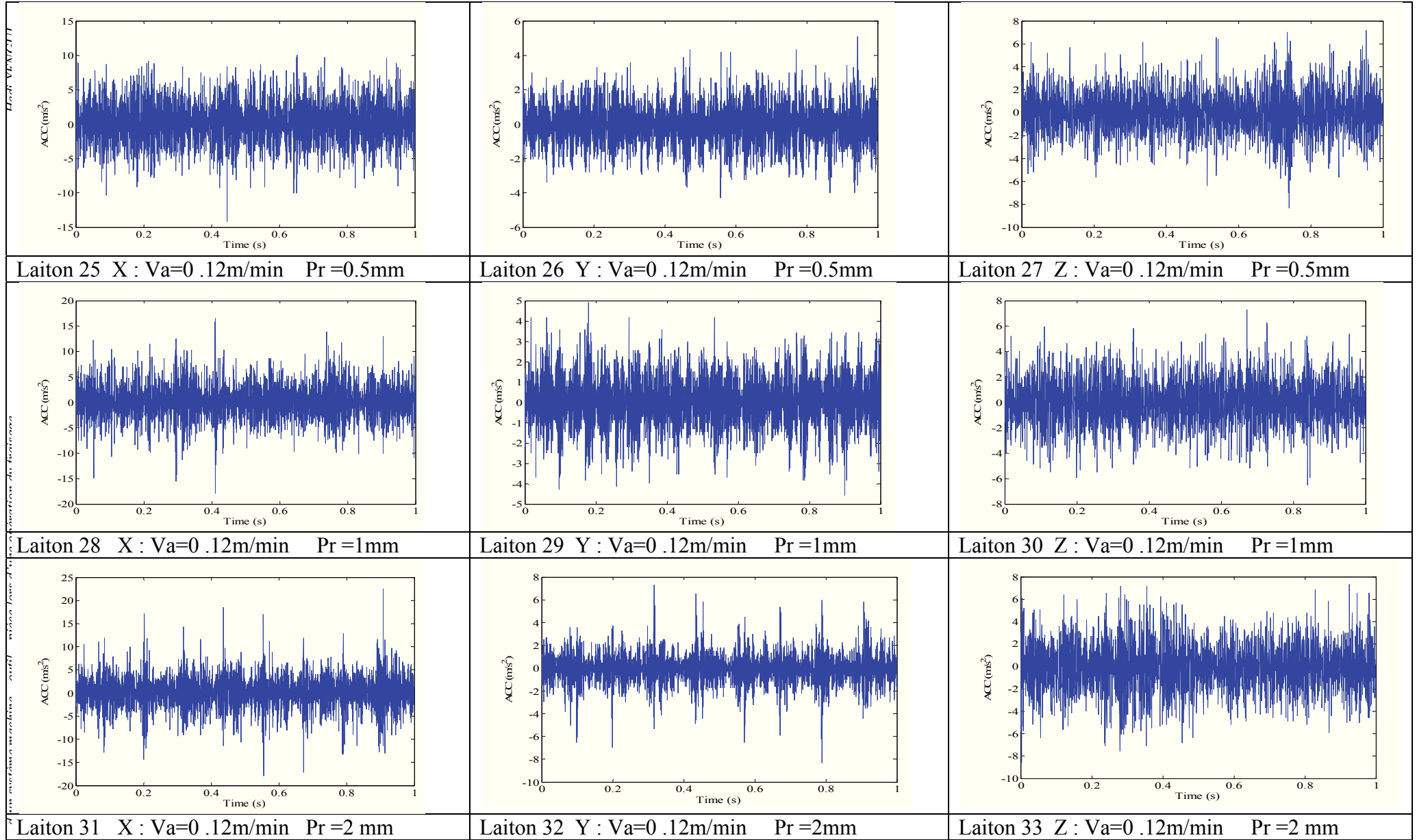
Laiton 1 X : Va=0.05m/min Pr=0.5mm      Laiton 2 Y : Va=0.05m/min Pr=0.5mm      Laiton 3 Z : Va=0.05m/min Pr=0.5mm

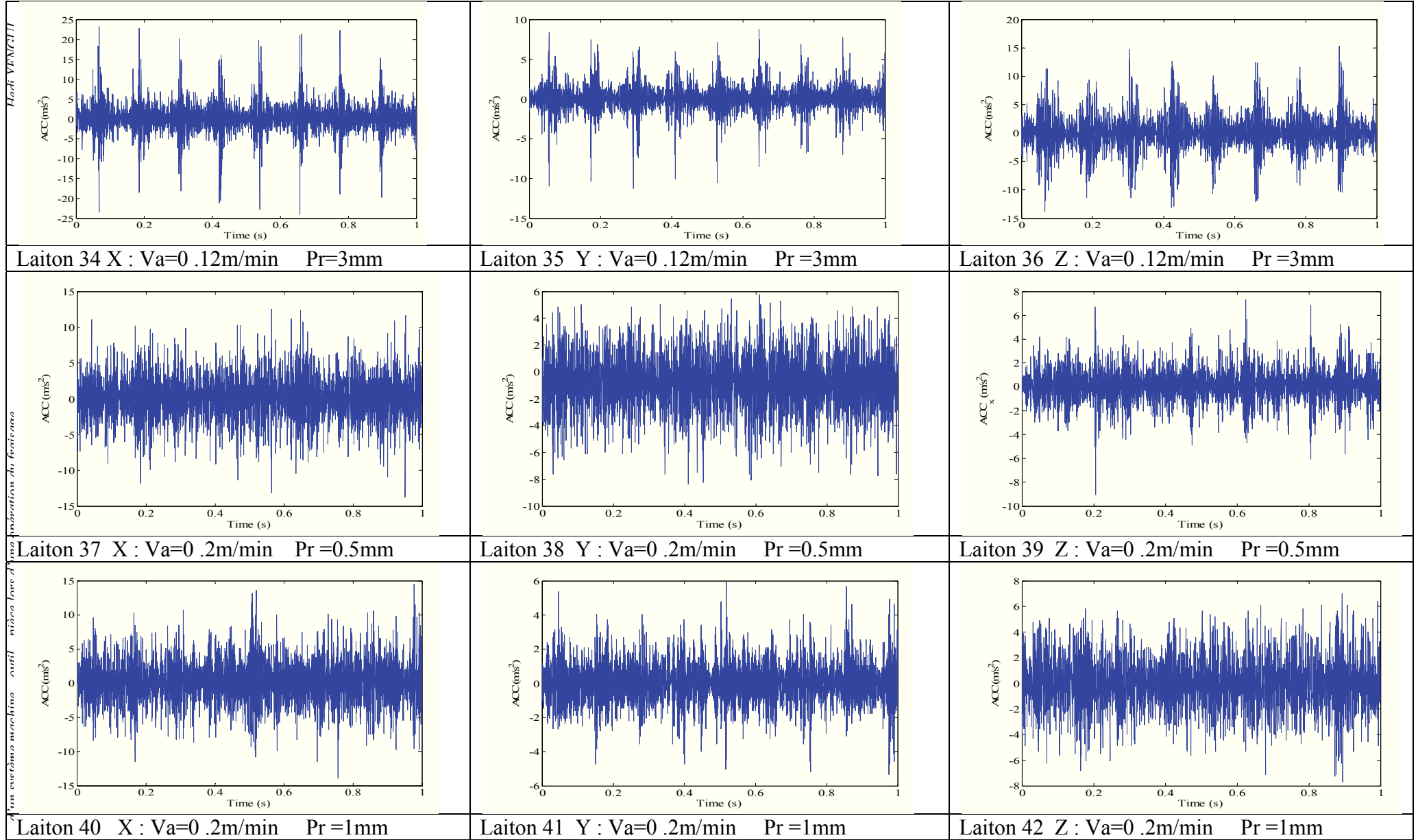


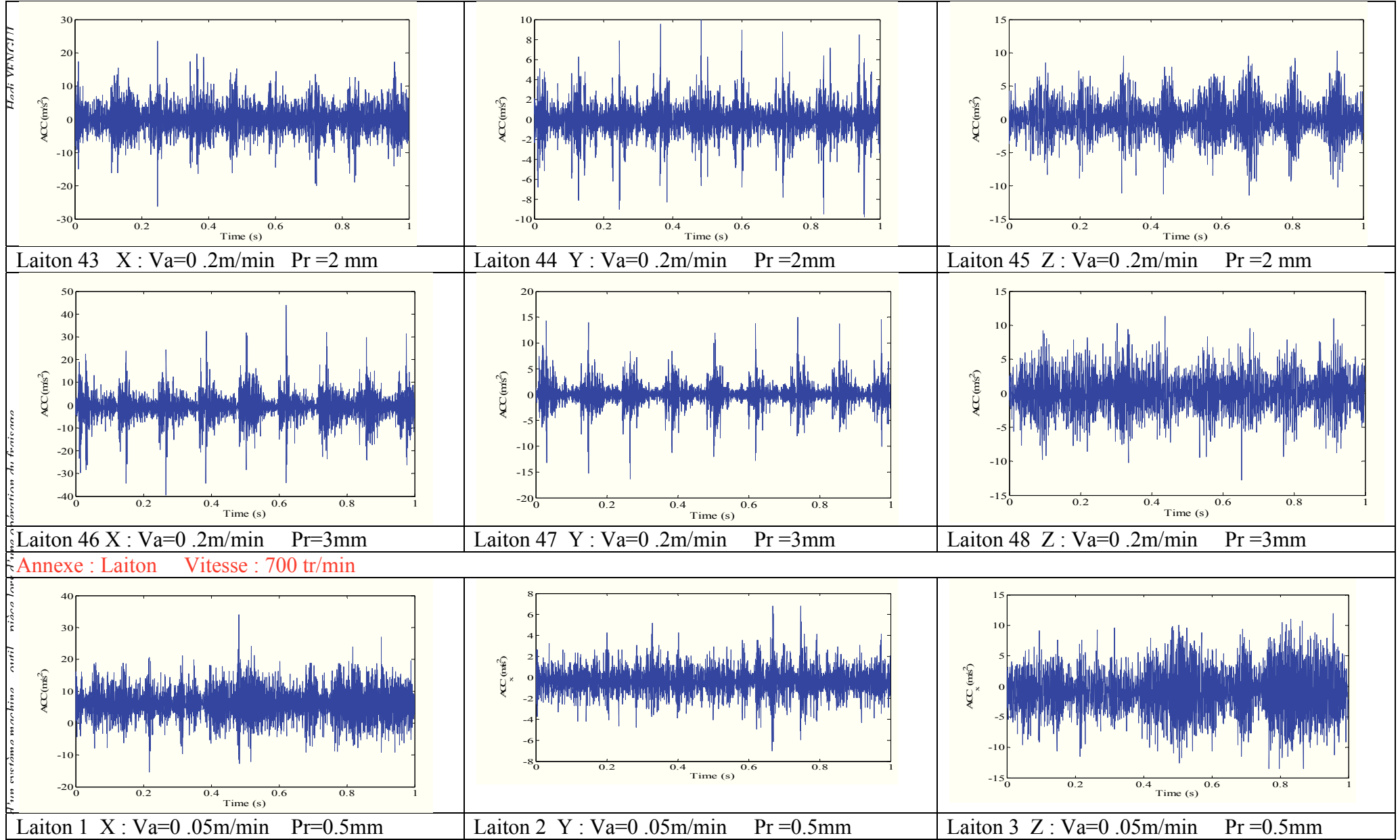
Laiton 4 X : Va=0.05m/min Pr=1mm      Laiton 5 Y : Va=0.05m/min Pr=1mm      Laiton 6 Z : Va=0.05m/min Pr=1mm

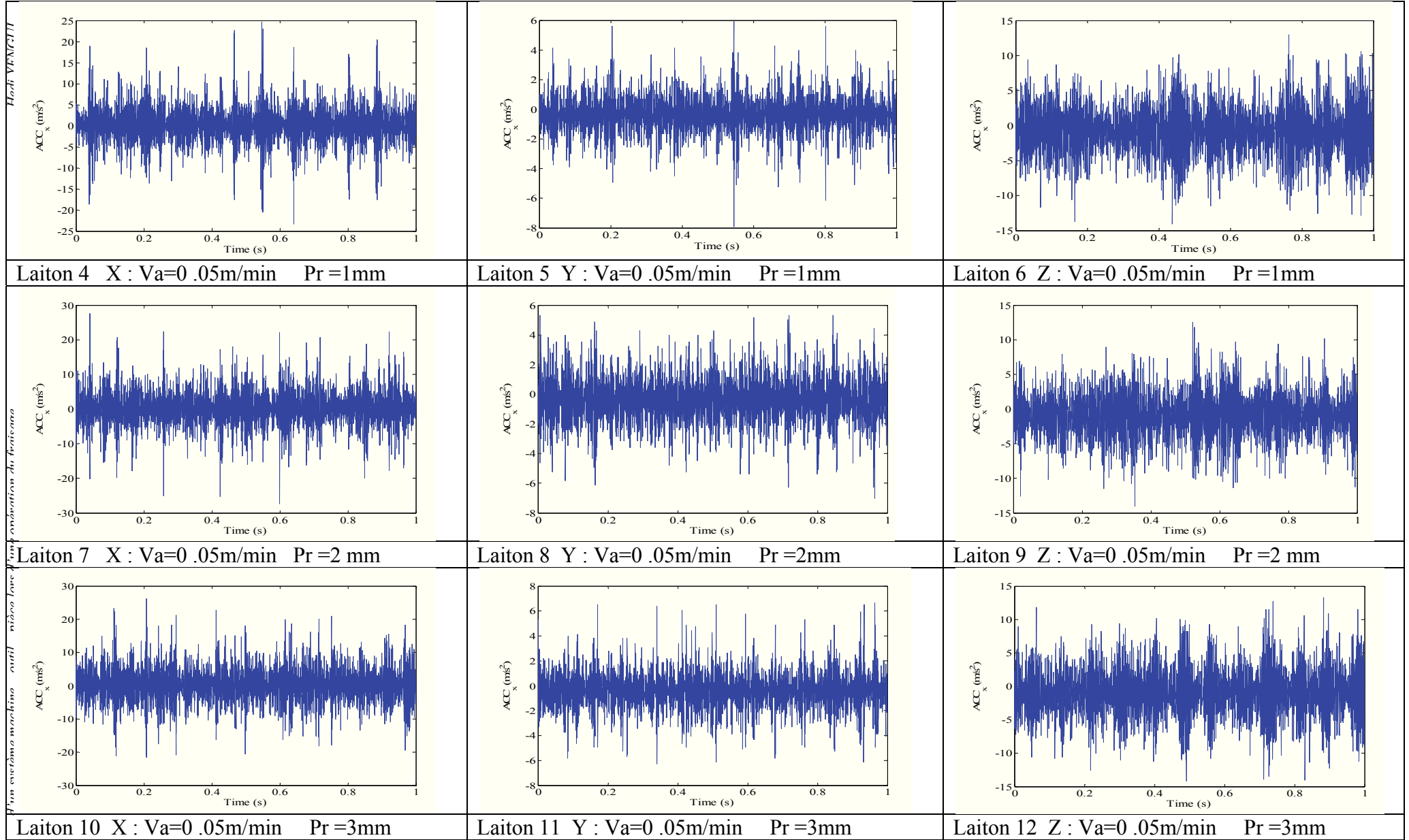




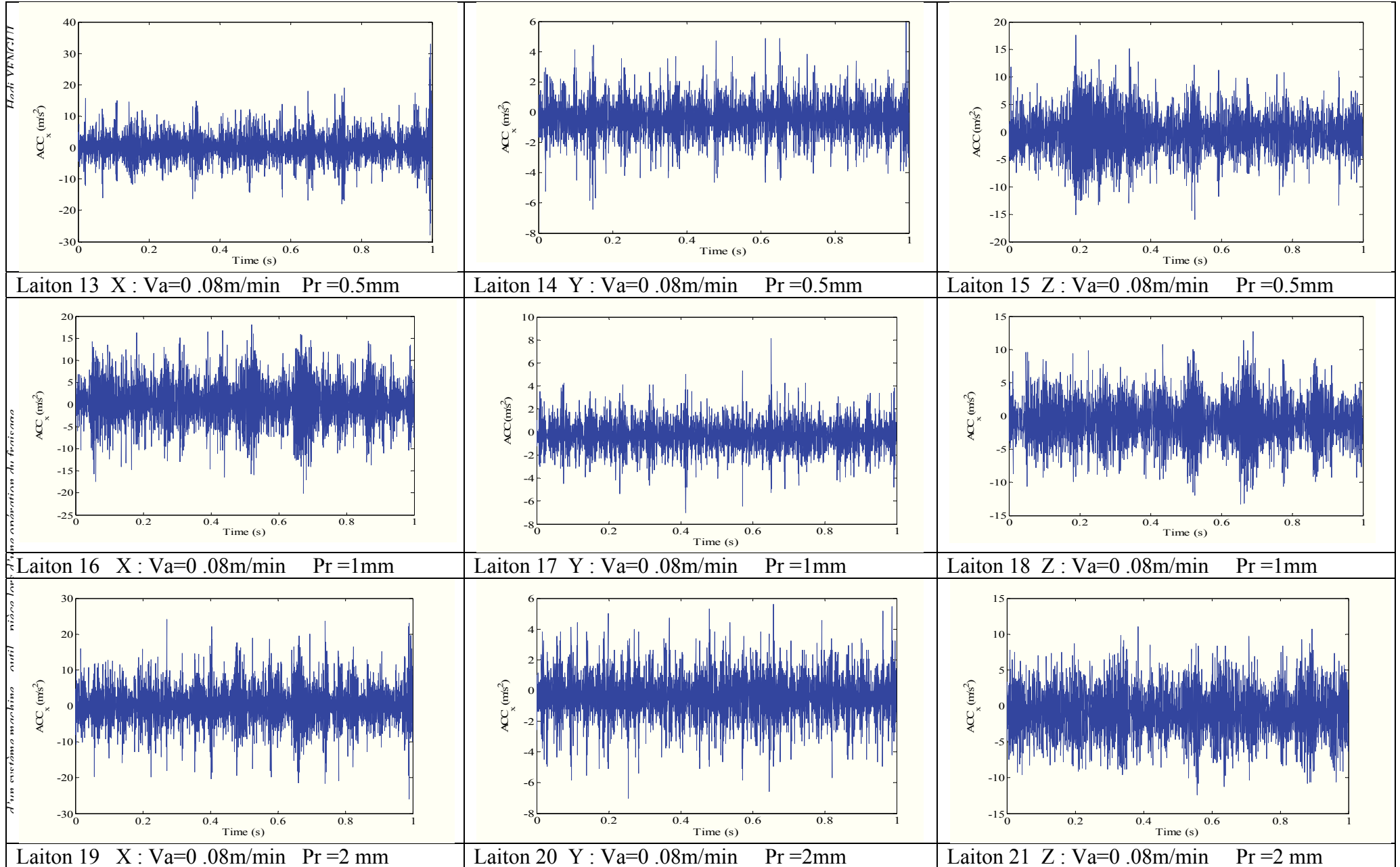


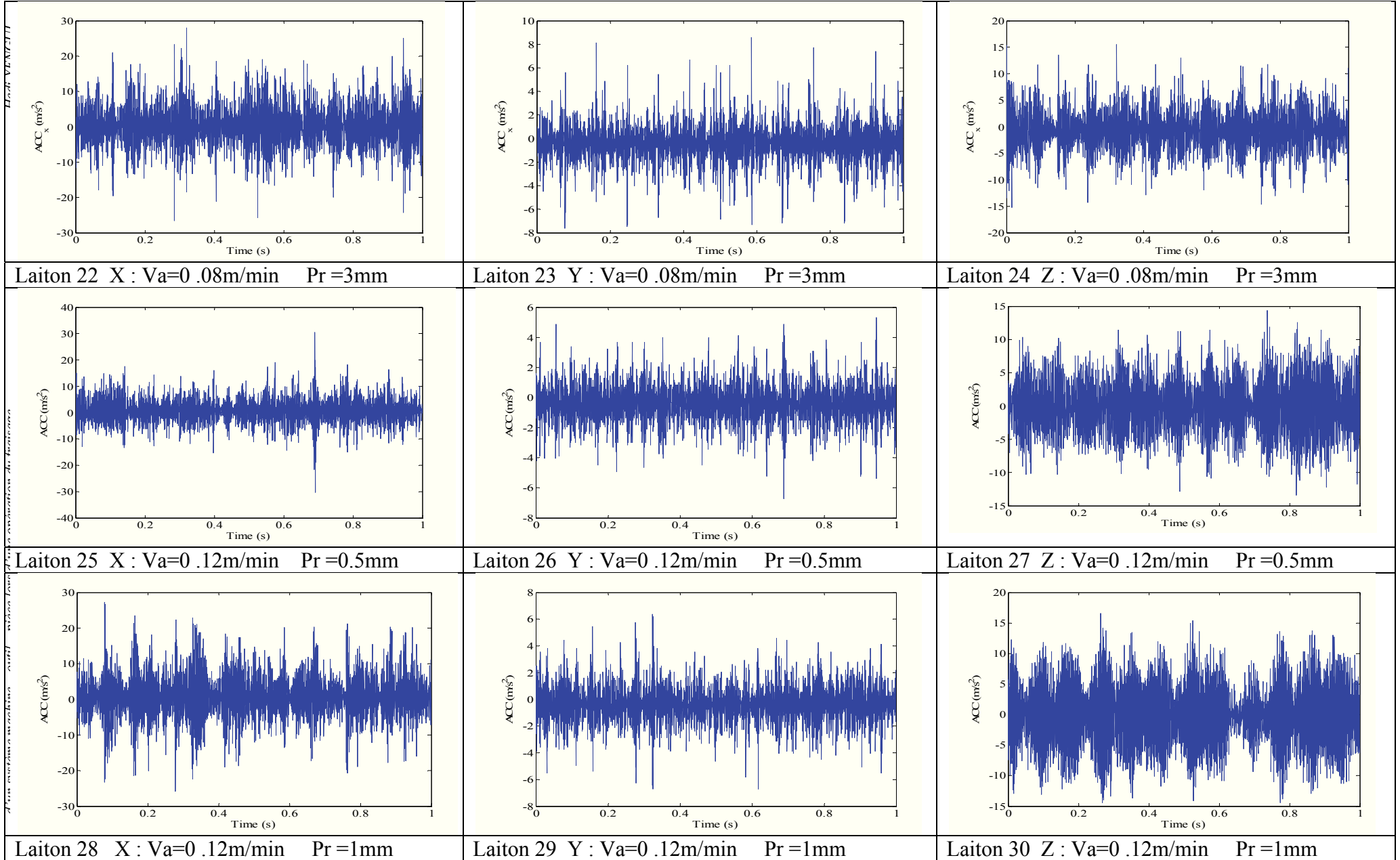


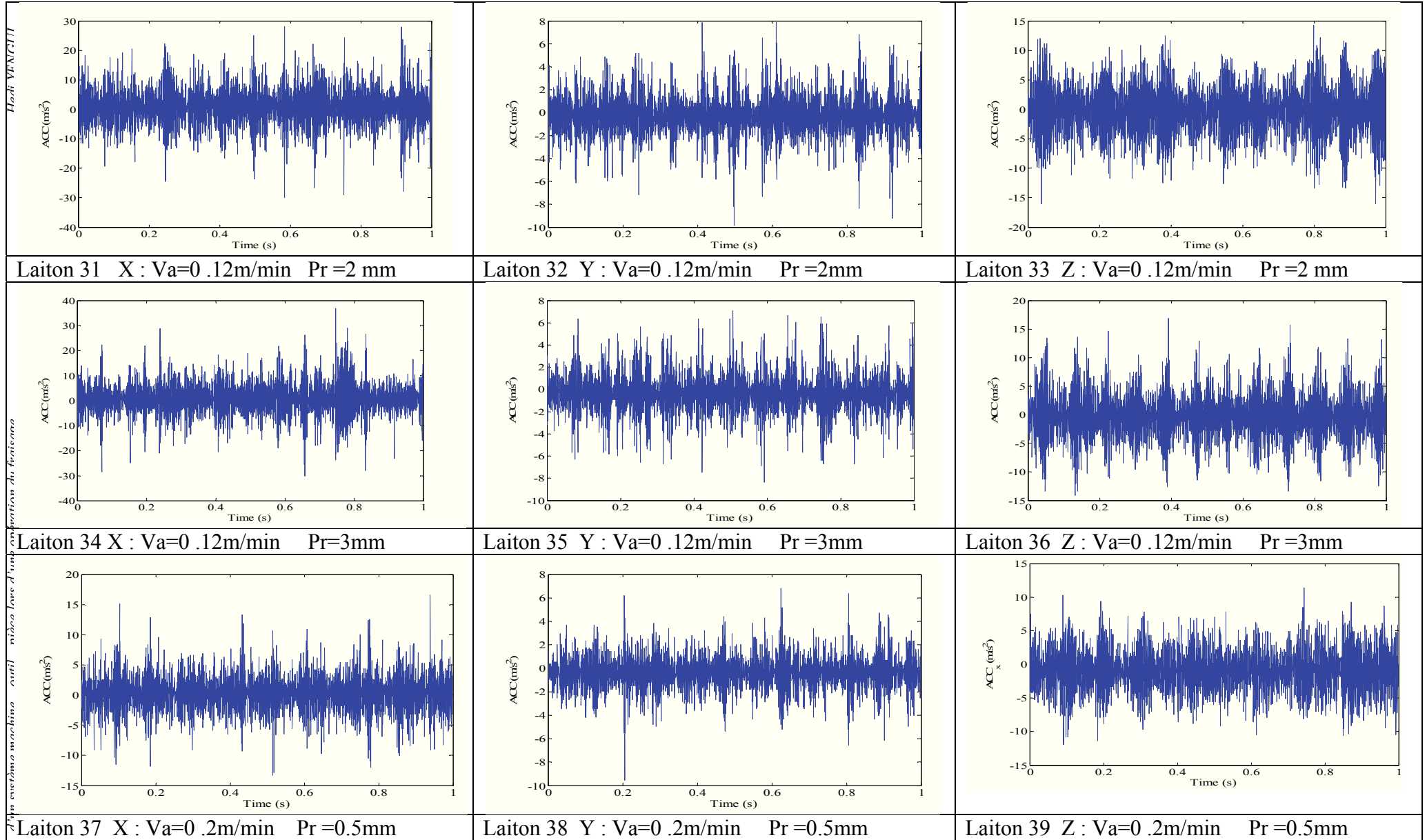


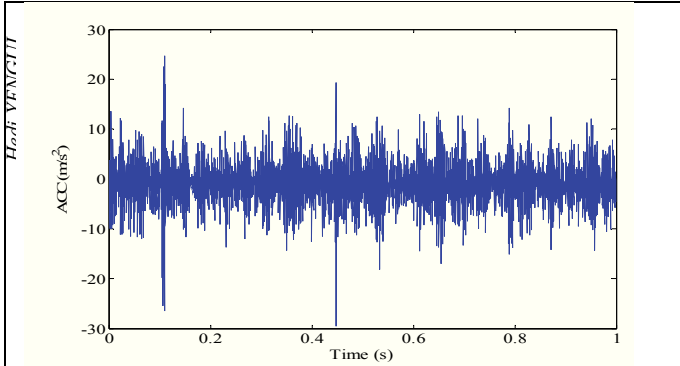




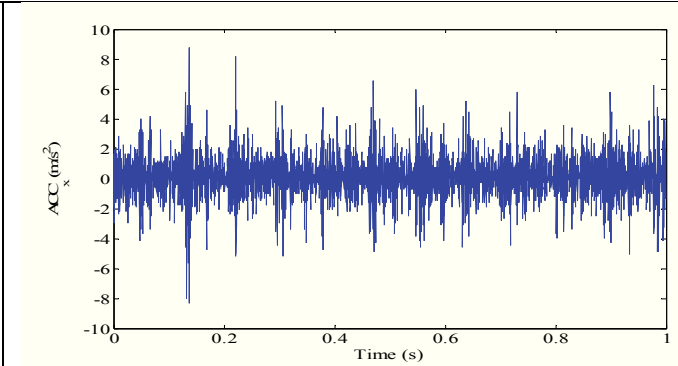




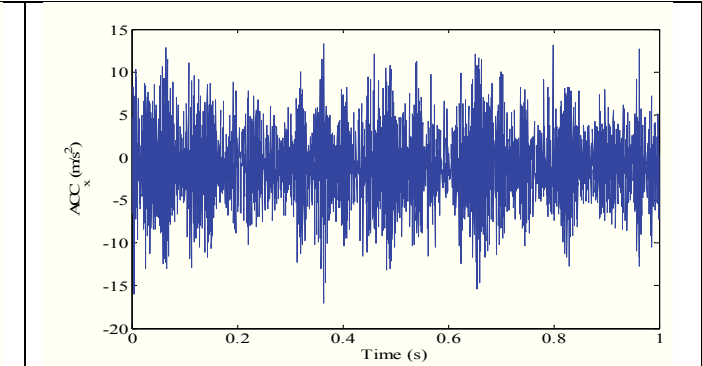




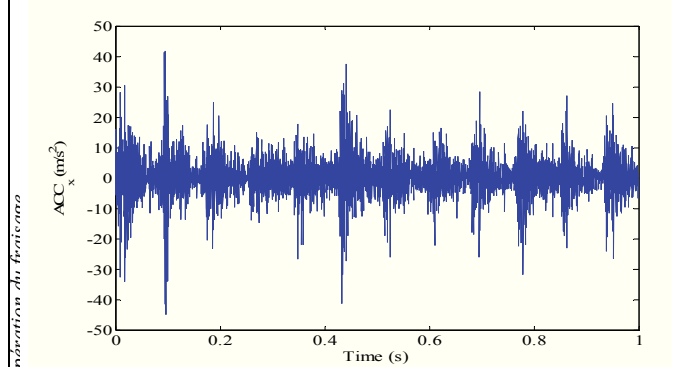
Laiton 40 X :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =1mm



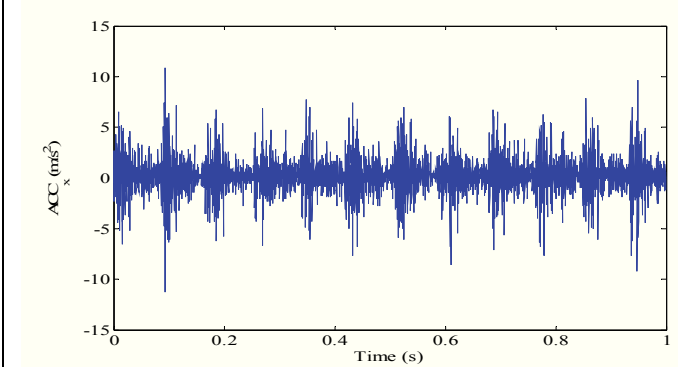
Laiton 41 Y :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =1mm



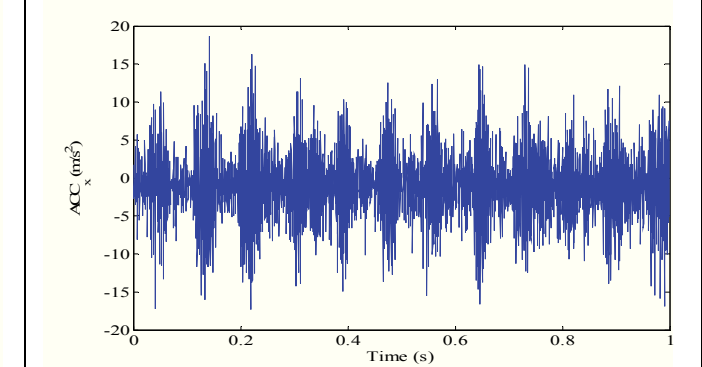
Laiton 42 Z :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =1mm



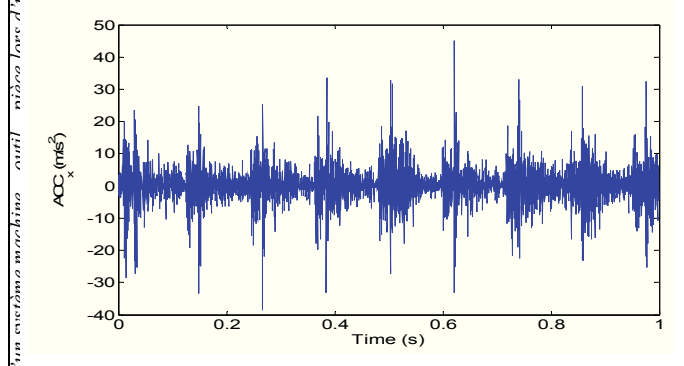
Laiton 43 X :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =2 mm



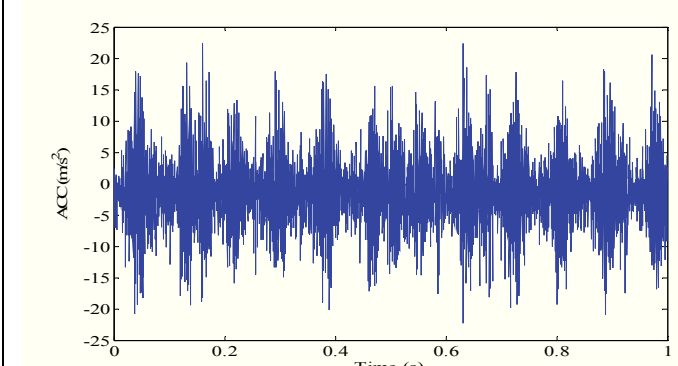
Laiton 44 Y :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =2mm



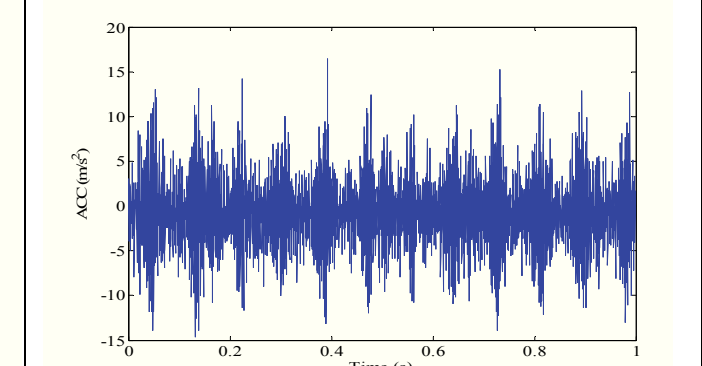
Laiton 45 Z :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =2 mm



Laiton 46 X :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =3mm



Laiton 47 Y :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =3mm



Laiton 48 Z :  $V_a=0.2\text{m/min}$  Pr =3mm

