



**HAL**  
open science

# Modélisation déterministe des états de mer - Application à la rétrodiffusion d'ondes radar

Yves Perignon

► **To cite this version:**

Yves Perignon. Modélisation déterministe des états de mer - Application à la rétrodiffusion d'ondes radar. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2011. Français. NNT: . tel-00624645v1

**HAL Id: tel-00624645**

**<https://theses.hal.science/tel-00624645v1>**

Submitted on 19 Sep 2011 (v1), last revised 13 Dec 2011 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGENIEUR GEOSCIENCES ARCHITECTURE

Année 2011

N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES ET DES TRANSFERTS

Présentée et soutenue publiquement par :

YVES PERIGNON

le 24 mars 2011  
à l'École Centrale de Nantes

TITRE

**MODELISATION DETERMINISTE DES ETATS DE MER  
APPLICATION A LA RETRODIFFUSION D'ONDES RADAR**

JURY

Président :	M. Christian KHARIF	Professeur, Ecole Centrale Marseille
Rapporteurs :	M. Stephan GRILLI M. Fabrice ARDHUIN	Professeur, University of Rhode Island (USA) Ingénieur de Recherche (HDR), Ifremer, Brest
Examineurs :	M. Michel BENOIT M. Pierre FERRANT Mme Françoise GIRARD M. Félicien BONNEFOY	Professeur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, LNHE, Paris Professeur, Ecole Centrale de Nantes Ingénieur de Recherche, Actimar, Brest Maître de Conférence, Ecole Centrale de Nantes

---

Directeur de thèse : Pierre FERRANT  
Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes  
Co-encadrants : Félicien BONNEFOY  
Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes  
Françoise GIRARD  
Actimar, Brest

N° ED 498-178

# MODELISATION DETERMINISTE DES ETATS DE MER - APPLICATION A LA RETRODIFFUSION D'ONDES RADAR

## Résumé

Les études et développement menés dans ce travail de thèse ont porté sur divers aspects du traitement de l'évolution réaliste des états de mer, notamment sur les spécificités d'une approche déterministe non-linéaire, sur la prise en compte d'un forçage par le vent et de la dissipation dans une approche à phase résolue, et sur un développement à but opérationnel des techniques de modélisations réalistes. En parvenant à une meilleure modélisation des états de mer, ils visent à permettre une meilleure interprétation des images radar rétrodiffusées par la surface de la mer. Les applications concernent entre autres la caractérisation et la prévision court terme en temps réel des conditions de mer, ainsi que la détection de cibles marines.

Un modèle numérique tridimensionnel basé sur une méthode *High Order Spectral* sert de support à l'étude des processus non-linéaires à l'œuvre en conditions océaniques. Une première partie de cette étude permet de mettre en lumière un ensemble de critères nécessaires à la bonne mise en œuvre de cette méthode. On met notamment plus particulièrement en évidence une problématique d'initialisation liée à un besoin de simulations de référence dès les premiers instants de modélisation. Une méthode d'initialisation non-linéaire est proposée et évaluée.

La prise en compte d'un forçage par le vent et de dissipation par moutonnement est ensuite proposée. La paramétrisation du couplage rétroactif océan-atmosphère et de la dissipation, en pression, à l'œuvre dans les modèles stochastiques de prévision d'état de mer est adaptée à la formulation déterministe. Une formulation récente du couplage (Bidot et al. (2005)) est testée et validée comparativement avec la modélisation stochastique usuelle issue du modèle WAVEWATCH3. L'approche déterministe est finalement capable de prendre efficacement en compte les termes de forçage et dissipation et permet des évolutions d'états de mer réalistes.

Le problème de modélisation opérationnelle des états de mer, à moindre coût calcul mais avec une prise en compte suffisamment réaliste des spécificités océaniques est abordé. Une méthode numérique est proposée et testée comparativement à l'approche complètement non-linéaire de référence.

Mots-clés : Mécanique des Fluides, Hydrodynamique, Vagues, Ondes de gravité, Houle, Méthode Spectrale, High Order Spectral, Non-linéaire, Déterministe, Interactions vent-vagues, Moutonnement

## DETERMINISTIC MODELING OF SEA STATES – APPLICATION TO RADAR BACKSCATTERING

### Abstract

Researches conducted in this thesis deal with the realistic evolution of wave fields in oceanic conditions. The interest is more particularly focused on various aspects including specificities of a deterministic fully non-linear approach, the wind wave coupling and energy dissipation through white capping, and non-linear simplified modeling for operational use. This work aims to provide efficient and realistic modeling of wave fields so as to enable a better understanding of radar backscattering over oceanic surfaces. Direct applications include short-term forecasts of sea states, or detection of marine targets thanks to remote sensing.

A numerical tridimensional model based on a High Order Spectral (HOS) method enables to fully account for non-linear processes in sea states. Some specificities are enlighten and provide a better framework for the efficient use of the method. Among them, the need for reference conditions at early stages of a modeled sea state is underlined. A non-linear method is proposed and its performances evaluated.

Momentum transfers associated with wind forcing and dissipation through whitecapping are then proposed for the HOS deterministic approach. Two way coupling between atmospheric and oceanic layers, and dissipation of energy due to wave breaking are achieved thanks to a formulation at use in common stochastic wave models. Forcing and dissipation intervene in the HOS formulation by the mean of pressure fields related to the sea state. The recent set of parametered proposed bay Bidot et al.(2005) is tested and comparatively validated with the WaveWatch3 stochastic wave model. The HOS deterministic approach is finally able to properly take into account the evolution of oceanic wave field under wind forcing and dissipation.

The problem of simplified modeling of sea state for the specific purpose of operational use in remote sensing applications is finally studied. A numeric method able to take into account non-linear specificities of the wave field up to a second order in wave elevation and third order in term of phase velocity is proposed and implemented. Its performances are comparatively evaluated with fully non-linear evolutions as references.

Keywords : Fluid Mechanics, Hydrodynamic, Gravity waves, Spectral Method, High Order Spectral, Nonlinear, Determinist, Wind forcing, Whitecapping

Discipline : Sciences de l'Ingénieur

## REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier tous ceux et celles qui ont pu contribuer de près ou de loin à initier et mener à bien le travail présenté ici, à tous ceux qui ont guidé ma curiosité, fourni des clés de compréhension ou instruit des mécanismes de réflexion qui montrent tout leur intérêt dans l'application scientifique qui suit.

Le cadre de cette thèse n'existerait pas sans les efforts et contributions conjoints de Bertrand Alessandrini, responsable de l'équipe Hydrodynamique et Génie Océanique du Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale de Nantes, de Vincent Mariette et Raymond Nerzic, dirigeants de la société Actimar, et de Frédéric Barbaresco, Ingénieur de Recherche au sein du groupe Thales Air System. Je les remercie tout particulièrement d'avoir contractualisé un partenariat à la croisée de trois domaines de compétence habituellement disjoints, en faisant de cette thèse un point de réunion particulièrement riche et varié. Je remercie également Monsieur Alain Clément, directeur du Laboratoire de Mécanique des Fluides de m'avoir accueilli au sein de l'établissement.

Je remercie vivement Christian Kharif, Professeur à l'Ecole Centrale de Marseille, d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse, ainsi que Stephan Grilli, Professeur à l'Université de Rhode Island, et Fabrice Ardhuin, Ingénieur de Recherche à l'Ifremer d'avoir accepté de rapporter mon travail en de brefs délais. Je suis très sensible à l'honneur qu'ils m'ont fait, avec Michel Benoit, Professeur à l'Ecole des Ponts et Chaussées, en participant au jury et en consacrant de leur temps et intérêt à cette thèse. J'adresse également tous mes remerciements à Françoise Girard-Becq, Ingénieur de la société Actimar et correspondante scientifique dans le cadre de la convention CIFRE, pour avoir accepté de participer au jury, comme pour son soutien et ses efforts pour le bon déroulement de ces trois années. Je tiens en outre à exprimer ma reconnaissance à Marc Prevosto, Ingénieur de Recherche à l'Ifremer, et à Philippe Forget, Ingénieur de Recherche au Laboratoire de Sondage Electromagnétique de l'Environnement Terrestre pour leur implication, leur intérêt et leurs remarques avisées au cours du suivi de cette thèse.

Ce travail ne se serait pas déroulé dans d'aussi bonnes conditions sans l'encadrement et le savoir faire dont j'ai pu bénéficier au Laboratoire de Mécanique des Fluides. Mes remerciements et ma gratitude s'adressent donc tout particulièrement à Pierre Ferrant, Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée, sa connaissance étendue du domaine, et sa disponibilité malgré les charges de travail cumulées sur cette période. Je ne pourrais pas non plus assez remercier Félicien Bonnefoy et Guillaume Ducrozet, Maîtres de Conférences à l'Ecole Centrale de Nantes, pour leur encadrement aussi enrichissant que formateur, pour leur investissement et leur disponibilité constantes, pour leurs idées, leurs conseils et leurs multiples relectures !

Ces trois ans au laboratoire ne se seraient pas non plus déroulés dans de si bonnes conditions sans l'apport de tous mes collègues thésards, ingénieurs, docteurs, et personnels. Un grand merci donc pour le partage de connaissances et l'ensemble des échanges.

Mille merci finalement à toute ma famille, à tous les amis nantais, dinardais et lunairiens, brestois, rochelois, parisiens ou franc-comtois, pour la variété et la richesse des à-côté hors thèse. Des littoraux vendéens, bretons, charentais, ou landais, avec des arrivées de houles partagées par tous temps et toutes conditions, jusqu'aux sommets enneigés du Jura, en passant par les innombrables excursions nautiques hors du temps, je ne peux qu'espérer pouvoir continuer à vivre avec vous ces moments privilégiés !

Selma, merci pour ta présence !



# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>7</b>
<b>CHAPITRE 1. MODELISATION OCEANIQUE DETERMINISTE D'ETATS DE MER</b>	<b>9</b>
<b>1.1. INTRODUCTION</b>	<b>9</b>
<b>1.2. FORMALISME HOS</b>	<b>10</b>
1.2.1. HYPOTHESES ET EQUATIONS GENERALES	10
1.2.2. METHODE HOS	12
1.2.3. RESOLUTION	13
1.2.3.1. Avance en temps	14
1.2.3.2. Anti-repliement	14
<b>1.3. APPLICATION A LA MODELISATION D'ETATS DE MERS</b>	<b>16</b>
1.3.1. PROCESSUS DETERMINANTS	16
1.3.2. RELATIONS SPECTRALES	16
1.3.3. DISTRIBUTIONS SPECTRALES USUELLES	17
1.3.4. QUANTITES ENERGETIQUES	20
1.3.5. TRAITEMENT NUMERIQUE	20
1.3.5.1. Discrétisation	20
1.3.5.2. Influence sur la cascade non-linéaire	21
1.3.5.3. Turbulence d'onde	22
1.3.5.1. Etude de convergence en temps	25
1.3.5.2. Scalabilité	26
1.3.6. OUTILS D'ANALYSE	27
1.3.6.1. Statistiques de l'état de mer	27
1.3.6.2. Estimateurs de non-linéarité	28
<b>1.4. INITIALISATION DES SIMULATIONS</b>	<b>29</b>
1.4.1. PROBLEMATIQUE	29
1.4.2. METHODES EXISTANTES	30
1.4.3. INITIALISATION NON-LINEAIRE	30
1.4.4. APPLICATION A L'ORDRE 2	33
1.4.5. INITIALISATION NON-LINEAIRE ET ENERGIE EQUIVALENTE	33
1.4.6. APPLICATION A UN SPECTRE DIRECTIONNEL	35
1.4.6.1. Statistiques de l'état de mer	36
1.4.6.2. Estimateurs de non-linéarité	38
1.4.6.1. Transferts non-linéaires	39
<b>1.5. RESUME ET CONCLUSIONS</b>	<b>46</b>

<b>CHAPITRE 2. FORÇAGE ET DISSIPATION</b>	<b>47</b>
<b>2.1. INTRODUCTION</b>	<b>47</b>
2.1.1. GENERATION PAR LE VENT	47
2.1.1.1. Croissance initiale	48
2.1.1.2. Développement	49
2.1.1.3. Effet d'abri	50
2.1.2. DISSIPATION	51
2.1.3. CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE	52
<b>2.2. FORMALISME</b>	<b>53</b>
2.2.1. TERMES STOCHASTIQUES ET FORMALISME HOS	53
2.2.2. CHOIX DE PARAMETRISATIONS	54
2.2.3. FORMULATION BAJ	55
2.2.3.1. Forçage par le vent	56
2.2.3.2. Terme dissipatif	58
2.2.4. ASPECTS NUMERIQUES	60
2.2.4.1. Avance en temps et non-linéarité du forçage	60
2.2.4.2. Développements séquentiels et parallèles	60
<b>2.3. VALIDATION COMPARATIVE AVEC MODELE STOCHASTIQUE</b>	<b>62</b>
2.3.1. MODELE STOCHASTIQUE	62
2.3.1.1. Hypothèses et formulation	62
2.3.1.2. Validation de la formulation	63
2.3.2. ETAT INITIAL	66
2.3.2.1. Initialisation Spectrale	66
2.3.2.2. Termes sources initiaux	68
2.3.3. EVOLUTION TEMPORELLE	71
2.3.3.1. Evolution énergétique	71
2.3.3.2. Analyse des termes de forçage	74
2.3.3.3. Forçage et turbulence d'onde	79
<b>2.4. LIMITATIONS ET PERSPECTIVES</b>	<b>81</b>
2.4.1. FORÇAGE	81
2.4.2. DISSIPATION ET DETERMINISME	82
<b>2.5. RESUME ET CONCLUSIONS</b>	<b>83</b>
<b>CHAPITRE 3. MODELE SIMPLIFIE</b>	<b>85</b>
<b>3.1. CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>85</b>
<b>3.2. FORMALISME</b>	<b>86</b>
3.2.1. HYPOTHESES ET PROBLEMATIQUES	86
3.2.2. METHODE SPECTRALE	86
3.2.3. INTERACTIONS NON-LINEAIRES A L'ORDRE 2	87
3.2.4. CORRECTION DE LA VITESSE DE PHASE A L'ORDRE 3	88
3.2.5. PARAMETRES CARACTERISTIQUES DU CHAMP GENERE	89
<b>3.3. MISE EN ŒUVRE</b>	<b>90</b>

3.3.1. INITIALISATION ET CARACTERISTIQUES DU MODELE.....	90
3.3.2. CONVERGENCE NON-LINEAIRE ET OPTIMISATION.....	91
3.3.3. STRATEGIES ALGORITHMIQUES.....	92
<b>3.4. ETUDES COMPARATIVES ET PERFORMANCES .....</b>	<b>93</b>
3.4.1. MISE EN ŒUVRE.....	93
3.4.2. EXEMPLES COMPARATIFS.....	93
<b>3.5. RESUME ET CONCLUSIONS .....</b>	<b>97</b>
<b><u>CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES</u></b>	<b>99</b>
<b><u>ANNEXE A MODELE SIMPLIFIE ANALYSE D'UNE METHODE PAR NOYAU DE VOLTERRA</u></b>	<b>101</b>
<b><u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u></b>	<b>103</b>
<b><u>ACTES ET COMMUNICATIONS ASSOCIES</u></b>	<b>108</b>



# NOTATIONS UTILISEES

## Sigles et Acronymes

CCSL	Conditions Cinématiques de Surface Libre
CDSL	Conditions Dynamiques de Surface Libre
CSL	Conditions de Surface Libre
CPU	Central Processing Unit
BIEM	Boundary Integral Equation Method, Méthode des équations intégrales aux frontières
DNO	Dirichlet Neumann Operator : méthode spectrale basée sur un opérateur mathématique du même nom.
ECN	Ecole Centrale de Nantes
FFT	Fast Fourier Transform : Transformée de Fourier rapide
HOS	High Order Spectral method : méthode spectrale à approximation non-linéaire d'ordre élevé.
JONSWAP	JOint North Sea WAve Project : campagne de mesure / paramétrage usuel de répartition spectrale de densité d'énergie.
NLS	Non-Linear Schrödinger : méthode non-linéaire basée sur l'équation de Schrödinger
RANSE	Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations
RMSE	Root mean squared error ; erreur quadratique moyenne
RK4	Runge Kutta d'ordre 4.
VOF	Volume Of Fluid

## SYMBOLES MATHEMATIQUES

$D$	domaine fluide
$x, y, z$	coordonnées de l'espace
$k_x, k_y$	nombres d'onde de l'espace spectral cartésien
$\omega$	pulsation
$t$	temps
$g$	accélération de la pesanteur
$\rho_w$	masse volumique de l'eau
$\rho_a$	masse volumique de l'air
$\mathbf{x}=(x,y)$	vecteur du plan horizontal
$\mathbf{k}=(k_x, k_y)$	vecteur d'onde, base spectrale cartésienne
$\mathbf{k}=(k, \theta)$	vecteur d'onde, base spectrale polaire
$L_x, L_y$	taille horizontale du domaine
$h$	profondeur du domaine
$\eta$	position de surface libre
$\varphi$	potentiel de vitesse
$\varphi_s$	potentiel de surface
$p_a$	pression à la surface libre
$U_{10}, \theta_u$	vitesse et direction du vent à l'altitude de référence $z=10\text{m}$
$A^\eta, A^\varphi$	amplitude modale associée à l'élévation, au potentiel de surface
$E_{tot}$	énergie surfacique du domaine D
$E$	densité spectrale d'énergie
$H_s$	hauteur significative de l'état de mer sur D
$T_p$	période de pic
$k_p$	nombre d'onde de pic
$\omega_p$	pulsation au pic
$\mu_{in}, \mu_{diss}$	coefficient de couplage associé au forçage par le vent, à la dissipation



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dès lors que l'on observe un tant soit peu une quelconque étendue d'eau, de la tasse trop chaude sur laquelle on souffle au champ mouvant dans une tempête en mer d'Iroise, les vagues sont l'un des premiers mouvement que l'on perçoit visuellement. Que l'on veuille éviter un débordement ou un naufrage, on comprend vite que la connaissance, la mesure et la prévision du phénomène pourraient trouver leur utilité.

La propagation de ces ondes de gravité, résultats du travail du vent sur le fluide, est conceptualisée dans ses grandes lignes depuis les travaux d'Airy[1], Stokes[77] et leurs confrères au XIX<sup>ème</sup> siècle. Les fondements de la compréhension actuelle des processus océaniques en jeu pour la prévision des états de mer n'auront été posés que plus récemment, lors du second conflit mondial (e.g. Sverdrup & Munk(1947)[71]); la prévision météo-océanique aura en effet pris tout son intérêt pour les forces alliées au cours de leurs opérations navales et amphibies d'envergure. Les besoins suscités par les opérations off-shore croissantes ces dernières décennies, ou plus généralement par les impératifs grandissants de sécurité des personnes, des biens et de l'environnement, n'auront certainement pas freiné l'intérêt des recherches dans le domaine.

La réduction de coût des moyens de calcul numériques a dans un même temps favorisé le développement de modèles afin d'étudier et de prévoir des processus complexes. Ainsi, en parallèle de la modélisation météorologique et notamment celle des champs de vent, s'est développée la modélisation des états de mers qui leur sont intrinsèquement liés. Cette modélisation opérationnelle météo-océanique permet à l'heure actuelle une prédiction très efficace dans une majorité de conditions de mers. Elle passe néanmoins par une représentation stochastique linéaire des propriétés de la surface, c'est à dire sans connaissance de l'information de phase des ondes propagées et en occultant les relations qui lient à un instant donné la superposition de ces ondes. Ces hypothèses peuvent être particulièrement limitantes et par trop réductrices lorsque les propriétés du milieu (i.e. profondeur, courant, etc.) ou la sévérité des évènements considérés imposent la prise en compte de données ou processus complémentaires.

Dans un même temps, le domaine de l'hydrodynamique à visée offshore, navale et côtière a vu grandir le besoin d'outils permettant de décrire la surface libre et son évolution, connaissances primordiales pour les problématiques de tenue à la mer, manoeuvrabilité, résistance des ouvrages ou encore prédiction à court terme. Des modèles « déterministes » (i.e. avec représentation de la surface de mer au cours du temps) ont ainsi pu être développés afin de produire, comprendre et étudier des évolutions synthétiques mais réalistes d'états de mer en conditions océaniques, côtières ou même portuaires.

Cette thèse intervient à la frontière entre l'océanographie opérationnelle et l'hydrodynamique navale, devant le besoin exprimé en surfaces de mers synthétiques réalistes, et plus particulièrement dans le domaine de la télédétection radar. En effet, la détection de cibles marines et la caractérisation d'états de mer par l'exploitation des phénomènes de rétrodiffusion radar sont des domaines en plein développement. L'amélioration des algorithmes de traitement des images radar rétrodiffusées passe entre autres par une modélisation plus précise du phénomène d'interaction électromagnétique avec la surface océanique. A cet effet, il est nécessaire de disposer à la fois de modèles représentatifs précis de l'évolution d'un état de mer, et d'une modélisation de la rétrodiffusion de l'onde radar en fonction de l'historique de la déformée de la surface de l'océan sur la zone d'intérêt.

On se propose ainsi dans ce travail de se pencher sur divers aspects du traitement de l'évolution réaliste des états de mer, notamment sur les spécificités d'une approche déterministe non-linéaire, sur la prise en compte du vent et de la dissipation dans un tel cadre déterministe, et sur un développement à but opérationnel des techniques de modélisations réalistes.

On détaillera dans une première partie l'approche complètement non-linéaire basée sur une méthode *High Order Spectral* (i.e. HOS) qui sert de support à une partie de ce travail, ainsi que les développements mis en œuvre dans le cadre de cette méthode. On met notamment en évidence une problématique d'initialisation propre à cette approche non-linéaire, et on présente une méthode visant à améliorer le comportement initial du modèle.

Dans une deuxième partie, on propose une méthode de prise en compte du forçage et de la dissipation appliquée à la méthode HOS afin de fournir une approche déterministe à l'étude des états de mer en conditions réalistes. On présente notamment un cadre de comparaison de la modélisation déterministe de type HOS avec la modélisation stochastique appliquée au code opérationnel météoro-océanique *WAVEWATCH III*<sup>®</sup> (WW3), largement utilisé par ailleurs.

Enfin, dans une troisième partie on présente un modèle déterministe non-linéaire simplifié appliqué à la représentation des surfaces de mer et visant à être intégré dans des chaînes de simulation et traitement radar en conditions réalistes de rétrodiffusion océanique.

Le choix a été fait dans ce qui suit de se pencher sur des méthodes hydrodynamiques déterministes, et donc basées sur une représentation la plus exacte possible des processus physiques en jeu. Il est supposé implicitement que pour un état de mer donné à un instant  $t$ , le plus parfaitement connu, il n'existe qu'un seul état associé correspondant à son évolution à un instant  $t+dt$ , que l'on cherche à représenter. C'est en ce sens que l'approche déterministe vise à produire des états de mer synthétiques réalistes. L'approche est ainsi fondamentalement différente de celle menée dans les domaines de la réalité virtuelle ou de l'imagerie de synthèse qui vise à produire une représentation réaliste au sens de la perception visuelle du phénomène, en occultant une part parfois non-négligeable de la réalité physique (Parenthoen(2004)[64] par exemple). Pour s'en convaincre, si cela est nécessaire, il suffit de prendre l'exemple d'une houle monochromatique. Si l'on se restreint à une description linéaire du phénomène, crête et creux seront effectivement visuellement non réalistes de par leur forme dans le cas d'une onde cambrée, et l'on cherchera à créer de la dissymétrie en imagerie de synthèse pour mieux « coller » à la réalité. Le critère visuel sera par contre particulièrement inopérant quand il faudra juger du réalisme dans la représentation de la vitesse des crêtes, alors que cette grandeur, parmi d'autres, est prépondérante dès lors que l'on s'intéresse à une évolution temporelle.

# CHAPITRE 1.

## MODÉLISATION OCEANIQUE DÉTERMINISTE D'ÉTATS DE MER

### 1.1. Introduction

Le choix s'est porté ici sur un travail dans la continuité de celui initié à l'ECN par les travaux de thèses de Le Touzé[54] et Bonnefoy[16] en 2003 et 2005 qui ont traité la résolution par méthode spectrale du problème formulé en théorie potentielle. Il ne faut cependant pas occulter les autres formulations qui permettent avec plus ou moins de succès la représentation des états de mer. On se réfère ici à la revue bibliographique détaillée notamment disponible dans les thèses de D. Le Touzé à E. Blondel ([54][16][30][14]). Le terme spectral se réfère ici à une approche usuelle dans le domaine de la physique des ondes, dans laquelle on choisit de décomposer mathématiquement un état complexe, ici un état de mer, en une superposition de différentes longueurs d'ondes caractéristiques. Les amplitudes des composantes spectrales, ou modes, sont dénommées amplitudes modales. La théorie potentielle se réfère elle à un cadre d'étude dans lequel le fluide considéré est incompressible, parfait (i.e. non-visqueux), et pour lequel le mouvement est irrotationnel.

Historiquement, la première approche à avoir vu le jour fut celle du *Mode Coupling*. Initialement proposée par Phillips(1960)[65], Longuet-Higgins(1962)[59] et Hasselmann(1962)[42], elle permet de résoudre l'évolution d'états de mers faiblement non-linéaires et les transferts énergétiques associés jusqu'à un ordre de non-linéarité lié à l'ordre du développement en série de perturbation et au nombre de composantes interagissantes. Par ses travaux, Zakharov(1968)[90] a ensuite fourni les équations d'évolution des amplitudes modales pour un développement à l'ordre 3 de non-linéarité (interactions à 4 vagues). Il est le premier à introduire la notion de potentiel de surface (notion fondamentale dans de nombreuses méthodes développées ultérieurement comme on va le voir), à exprimer le problème sous forme Hamiltonienne, c'est à dire conservatif d'un point de vue énergétique, ou encore à fournir une expression de l'équation cubique Non-Linéaire de Schrödinger (NLS), appliquée à l'hydrodynamique.

Fenton & Rieneker(1982)[36] ont initié et utilisé une *méthode directe*, c'est à dire sans développement en ordre de perturbation comme la méthode précédente. Cette méthode vise à exprimer les Conditions de Surface Libre (CSL par la suite) à la position exacte de celle-ci et à les résoudre sur cette frontière mobile. Néanmoins, cette méthode ne permet pas l'utilisation de transformées de Fourier car le problème n'est pas exprimé sur une base constante de fonctions propres. S'en suit donc un coût en temps de calcul plus important que les autres méthodes citées ici.

La méthode *High-Order Spectral* (HOS par la suite) qui fait l'objet d'une partie importante de cette thèse et qui sera présentée plus en détails par la suite, résout le problème potentiel complètement non-linéaire. La méthode, développée initialement par West et al.(1987)[86] et Dommermuth & Yue(1987)[28] à partir de la formulation surfacique de Zakharov, permet de résoudre de manière particulièrement efficace grâce à l'emploi de transformées de Fourier rapides (FFTs) le couple d'équations surfaciques dynamiques et cinématiques à la surface libre. La méthode est notamment adaptée à différents cas d'étude, de la simulation océanique en milieux ouverts à la modélisation d'états de mers en bassins de génie océanique (Brandini[19], Tanaka[79], Bonnefoy et al.[18], Ducroz et al.[31], Blondel et al.[15]).

Dans un formalisme proche de celui du HOS, la méthode *Dirichlet-Neumann Operator* (DNO par la suite) présentée par Craig & Sulem(1993)[25] permet également de résoudre le problème surfacique complètement non-linéaire, par l'intermédiaire de transformés de Fourier. Le Touzé(2003)[54] puis Schäffer(2008)[72] ont montré que la version accélérée de DNO est identique à la méthode HOS.

La méthode  $\sigma$ -transform adaptée par Chern et al.(1999)[22] au problème potentiel non-linéaire repose sur une utilisation de la transformation  $\sigma$  non-conforme. Elle permet de ramener le domaine fluide à une géométrie fixe sur laquelle sera réalisée la résolution par méthode pseudo spectrale. Le temps de calcul devient cependant vite prohibitif pour des cas d'application tridimensionnels, mais la grande flexibilité dans la géométrie du domaine reste l'un de ses principaux intérêts.

Une méthode proche est développée par exemple dans le travail de Chalikov & Sheinin(2005)[20]. Leur méthode passe par une transformation conforme, du domaine réel à un domaine fixe de résolution, grâce à un système de coordonnées permettant le suivi de la surface libre. Leur formulation est cependant limitée, du fait de la transformation conforme, à l'étude de cas de propagations monodimensionnelles mais elle a par exemple trouvé son intérêt dans l'étude du forçage par le vent d'états de mers monodirectionnels cambrés (Babanin et al(2010)[9]).

Une méthode initiée par Clamond & Grue(2001)[23] et étendue par Fructus et al.(2005)[40] dite *Mixte Pseudo-Spectrale/Intégrale* propose encore une autre résolution, originale, du problème non-linéaire complet. Elle combine une résolution pseudo spectrale selon la formulation de Zakharov adjointe à une résolution intégrale localement (i.e. aux fortes cambrures). La méthode semble a priori intéressante pour l'étude des cas cambrés et flexible en permettant la prise en compte de fonds variables par exemple, mais les temps de calculs restaient nettement supérieurs à ceux des méthodes HOS et DNO.

La méthode HOS semble finalement bien adaptée au cadre de notre étude de par son efficacité et sa précision.

## 1.2. Formalisme HOS

On présente ici en détail les bases théoriques de la méthode HOS. Les hypothèses et les équations générales sont données, puis on rappelle les principes de la résolution.

### 1.2.1. Hypothèses et équations générales

On considère ici un domaine fluide (Figure 1-1) de dimensions finies, dans un repère cartésien défini par les axes  $(\mathbf{x}, \bar{z})$  avec  $\mathbf{x} = (\bar{x}, \bar{y})$ . Ses dimensions sont notées  $(L_x, L_y)$  dans plan horizontal, et  $h$  est sa profondeur. Le niveau moyen est référencé à la cote  $z=0$ . Le fluide est supposé incompressible et parfait (i.e. non visqueux). En faisant l'hypothèse d'un mouvement irrotationnel, un potentiel de vitesse  $\varphi(\mathbf{x}, z, t)$  est défini dans le domaine tel que  $\mathbf{V}(\mathbf{x}, z, t) = \vec{\nabla}\varphi(\mathbf{x}, z, t)$ . D'après l'équation de continuité :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.1)$$

traduisant l'incompressibilité du fluide, le potentiel vérifie dans le domaine fluide l'équation de Laplace donnée par :

$$\Delta\varphi = 0 \quad (1.2)$$

On définit la position de la surface libre par une fonction  $\eta(\mathbf{x}, t) = z$ , ce qui avec l'hypothèse d'irrotationnalité restreint l'étude à l'évolution de la surface sans déferlement. Dans cette partie, on suppose que le domaine fluide est de profondeur infinie, et ses frontières dans le plan horizontal sont définies comme périodiques pour le potentiel de vitesse comme pour l'élévation de surface libre. La condition au fond est imposée par un critère de flux nul à cette frontière verticale, soit :

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement ou équation d'Euler, intégrée en espace et écrite sous la forme de l'équation de Bernoulli instationnaire donne une condition dynamique à la surface libre (CDSL) en  $z=\eta$  :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}|\vec{\nabla}\varphi|^2 + \frac{p_a}{\rho_w} = C(t) \quad (1.4)$$

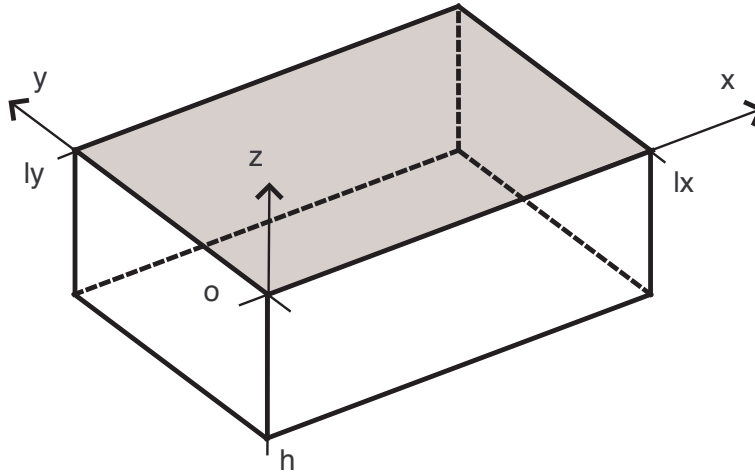
avec  $p_a$  la pression atmosphérique à l'interface,  $\rho_w$  la masse volumique de l'eau et  $C(t)$  une constante dépendant seulement du temps. On peut faire le choix arbitraire de prendre cette constante égale à la pression atmosphérique moyennée spatialement, et (1.4) peut alors s'écrire comme une fonction de la part fluctuante de la pression atmosphérique  $\tilde{p}_a$  :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}|\vec{\nabla}\varphi|^2 = -\frac{\tilde{p}_a}{\rho_w} \quad (1.5)$$

En écrivant l'imperméabilité de la surface libre, c'est-à-dire que la vitesse du fluide est celle de la surface à son interface, selon sa normale, on a accès à la relation de condition cinématique de surface libre (CCSL) exprimée en  $z=\eta$  :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \nabla \varphi \cdot \nabla \eta \quad (1.6)$$

Ces équations (1.5) et (1.6) constituent les Conditions de Surface Libre (CSL) et forment avec (1.1) le système d'équations à résoudre. Comme explicité par Ferrant[37], ce système a un caractère non-linéaire à la fois d'un point de vue de position car ses équations (1.5) et (1.6) sont affichées sur une surface inconnue, et d'un point de vue de structure de par la non-linéarité de ses équations d'évolution.



**Figure 1-1 Domaine fluide ouvert périodique**

Avant de passer à la résolution du système, on introduit le potentiel de surface défini par :

$$\varphi_s(\mathbf{x}, t) = \varphi(\mathbf{x}, z = \eta(\mathbf{x}, t), t) \quad (1.7)$$

ce qui permet de réécrire les CSL en ( $z=\eta$ ) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2}|\nabla \varphi_s|^2 + \frac{1}{2}(1 + |\nabla \eta|^2)W^2 - \frac{\tilde{p}_a}{\rho_w} \quad (1.8)$$



$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = (1 + |\nabla \eta|^2) W - \nabla \varphi_s \cdot \nabla \eta \quad (1.9)$$

avec  $W = \frac{\partial \varphi}{\partial z}(\mathbf{x}, \eta, t)$  la vitesse verticale à la surface libre. Un tel système permet de déterminer l'évolution de la surface libre, c'est à dire  $(\eta, \varphi_s)$  à un instant  $t + \Delta t$ , si toutes les quantités sont connues à un instant donné. Il reste pour cela à déterminer la vitesse verticale à la surface libre,  $W$ , à partir du potentiel  $\varphi_s$ .

### 1.2.2. Méthode HOS

La méthode HOS à proprement parler permet l'évaluation de  $W$  et correspond alors à un développement itératif de cette quantité à un ordre élevé. Pour déterminer la vitesse verticale  $W$ , on doit trouver le potentiel  $\varphi$  puis le dériver suivant la verticale. Pour cela, on combine un développement en puissance de  $\eta$  de la vitesse  $W$  et du potentiel  $\varphi$  :

$$W(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1}^{+\infty} W^{(m)}(\mathbf{x}, t) \quad (1.10)$$

et :

$$\varphi(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{m=1}^{+\infty} \varphi^{(m)}(\mathbf{x}, z, t) \quad (1.11)$$

à un développement de Taylor de chaque ordre du développement précédent  $\varphi^{(m)}$ , autour de  $z=0$  :

$$\varphi^{(m)}(\mathbf{x}, \eta, t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\eta^k}{k!} \frac{\partial^k \varphi^{(m)}}{\partial z^k}(\mathbf{x}, 0, t) \quad (1.12)$$

En regroupant en ordre les relations (1.11) et (1.12) on exprime le problème de Dirichlet (1.7) par le système triangulaire suivant :

$$\begin{aligned} \varphi^{(1)}(\mathbf{x}, 0, t) &= \varphi_s & (1.13) \\ \varphi^{(2)}(\mathbf{x}, 0, t) &= -\eta \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, 0, t) \\ &\vdots \\ \varphi^{(m)}(\mathbf{x}, 0, t) &= -\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \frac{\partial^k \varphi^{(m-k)}}{\partial z^k}(\mathbf{x}, 0, t) \end{aligned}$$

L'appellation « triangulaire » vient du fait que chaque potentiel  $\varphi^{(m)}$  pour  $m \geq 2$  dans le membre de gauche est défini à partir des potentiels  $\varphi^{(m-1)} \dots \varphi^{(2)}$  et  $\varphi^{(1)}$ .

Chacun des potentiels  $\varphi^{(m)}$  vérifie l'équation de Laplace (1.2) et les conditions de périodicité aux frontières du domaine, ce qui permet de développer  $\varphi^{(m)}$  sous la forme d'une décomposition en fonction de base de la forme :

$$\varphi^{(m)}(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{np}^{(m)}(t) e^{kz} e^{ik_x x} e^{ik_y y} \quad (1.14)$$

Ces fonctions de base sont les modes propres du domaine cartésien, et sont associés aux nombres d'onde  $k_{x_n}$  et  $k_{y_p}$  qui vérifient  $k_{x_n} = \frac{n2\pi}{L_x}$  et  $k_{y_p} = \frac{p2\pi}{L_y}$ , et  $k = |\mathbf{k}|$ . La résolution du système (1.13) permet de trouver successivement les amplitudes modales  $A_{np}^{(m)}$  de chaque potentiel  $\varphi^{(m)}$ , les dérivées verticales dans les membres de droites de (1.13) étant déterminées analytiquement.

En décomposant cette fois  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(\mathbf{x}, \eta, t)$  en série de Taylor autour de  $z=0$ , on obtient un second système lui aussi triangulaire qui donne accès aux composantes  $W^{(m)}$  de la vitesse verticale :

$$\begin{aligned} W^{(1)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, 0, t) \\ W^{(2)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z}(\mathbf{x}, 0, t) + \eta \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial z^2}(\mathbf{x}, 0, t) \\ &\vdots \\ W^{(m)}(\mathbf{x}, t) &= \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \frac{\partial^{k+1} \varphi^{(m-k)}}{\partial z^{k+1}}(\mathbf{x}, 0, t) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Numériquement, la vitesse verticale est évaluée par une somme finie :

$$W = \sum_{m=1}^M W^{(m)} \quad (1.16)$$

L'ordre  $M$  de troncature détermine l'ordre de non-linéarité dans la résolution des équations de CSL.

Le traitement de la vitesse verticale reste un point crucial de la méthode HOS. On reprend ici la formulation de West et al. car leur traitement de  $W$  est homogène en ordre dans les CSL (Ducrozet(2007)[30], Onorato et al.(2002)[63]). Pour garder la cohérence en ordre, il convient en effet d'écrire dans la CCSL :

$$(1 + |\nabla \eta|^2) W \approx W_M + |\nabla \eta|^2 W_{M-2} \quad (1.17)$$

Et de la même manière dans la CDSL :

$$(1 + |\nabla \eta|^2) W^2 \approx (W^2)_M + |\nabla \eta|^2 (W^2)_{M-2} \quad (1.18)$$

Avec la formulation de Dommermuth & Yue on prendrait une expression de type  $(1 + |\nabla \eta|^2) W \approx W_M + |\nabla \eta|^2 W_M$  qui est non-homogène en ordre. Cette consistance permet de s'assurer du bon comportement de la méthode (i.e. convergence, stabilité, etc.) à la différence de la formulation de Dommermuth qui présente notamment une saturation à haute fréquence (Bonney(2010)[17]).

### 1.2.3. Résolution

Les CSL (1.8) et (1.9) sont utilisées en développant les variables surfaciques  $\eta$  et  $\varphi_s$  dans la base de Fourier évoquée dans la résolution pseudo spectrale en (1.14), telles que :

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{np}^\eta(t) e^{ik_{x_n} x} e^{ik_{y_p} y} \quad (1.19)$$

$$\varphi_s(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{np}^{\varphi_s}(t) e^{ik_n x} e^{ik_p y} \quad (1.20)$$

Les produits du type  $\nabla \eta \cdot \nabla \varphi_s$  sont évalués dans l'espace physique et les dérivées spatiales horizontales dans l'espace de Fourier.

Le traitement numérique du problème précédemment exposé conditionne fortement la qualité de sa résolution. On expose ici le choix d'implémentation de l'avance en temps ainsi que le traitement d'anti-repliement induit par les décompositions spectrales.

### 1.2.3.1. Avance en temps

On se réfère à la thèse d'E. Blondel pour le travail effectué sur le schéma d'avance en temps de type Runge-Kutta5(4) à pas adaptatif, implémenté dans la dernière version du code. L'avance en temps des CSL pour les variables  $\eta$  et  $\varphi_s$  s'effectue dans l'espace modal. Selon la méthode préconisée par West et al.(1987)[86] et Fructus et al.(2005)[40], on opère ici selon la technique de variation de la constante. Les CSL sont décomposées en une partie linéaire et une non-linéaire, afin d'intégrer analytiquement la partie linéaire des équations avant d'avancer en temps élévation et potentiel de vitesse. A la suite de ce traitement les performances numériques du modèle sont notablement améliorées (Ducrozet(2007)[30]).

La méthode de Runge-Kutta-Fehlberg est ensuite utilisée afin de procéder à l'avance en temps. Elle repose sur le principe énoncé par Fehlberg(1963)[35] et consiste à évaluer ici à un ordre 5 et à un ordre 4 la quantité à avancer en temps à partir de deux jeux de coefficient de Runge-Kutta différents. En fonction de la différence entre ces deux évaluations, le pas de temps est ajusté pour l'avance en temps suivante.

Pour s'assurer de la stabilité de la solution, il convient également d'introduire un critère adapté. Un critère basé sur les équations aux dérivées partielles de type  $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}$ , selon Fornberg(1995)[39], est adapté à notre formulation et le pas de temps maximal défini comme :

$$\Delta t \leq \alpha \frac{L_{x,y}}{N_{x,y} \pi} \quad (1.21)$$

avec  $N_x$  et  $N_y$  le nombre de points de collocation dans le domaine spatiale. Ce critère est donc fonction du nombre d'onde maximal dans notre domaine, le plus rapide. Le coefficient  $\alpha$  intervient pour prendre en compte dans notre cas le fait que l'on ne résolve pas exactement l'équation aux dérivées partielles telle qu'exprimée par Fornberg. Sa valeur optimale est estimée après différents tests numériques.

### 1.2.3.2. Anti-repliement

La méthode HOS que l'on présente ici est une méthode spectrale en ce sens qu'elle associe à une grandeur dans l'espace physique des modes dans l'espace de la transformée, Fourier dans le cas présent. Lorsque cette représentation spectrale est tronquée à un nombre fini de mode  $N$ , ce qui est le cas ici puisque les ressources de calcul ne sont pas « infinies », le produit dans l'espace physique de deux quantités revient à faire le produit de deux sommes de  $N$  termes, soit une somme de  $2N$  termes. Si rien n'est fait, les termes qui devraient être compris entre  $N+1$  et  $2N$  sont « repliés », c'est à dire pris en compte de manière erronée sur les  $N$  premiers termes.

Pour éviter cela, le traitement le plus généralement employé est la technique du *zero-padding*, soit littéralement « rembourrage de zéros ». Lorsqu'un produit doit être calculé, pour deux variables  $a$  et  $b$  de l'espace physique par exemple sur  $N$  amplitudes dans l'espace des modes, on opère de la sorte : les quantités  $a$  et  $b$  sont transformées dans l'espace des modes, et on augmente

artificiellement ce nombre de mode  $N$  jusqu'à un nombre  $N_d$ , tous les modes au dessus du  $N^{\text{ème}}$  étant fixés à zéro. On revient par transformée inverse à  $a'$  et  $b'$  dans l'espace physique, sur un nombre  $N_d$  de points, et l'on réalise le produit des deux quantités. Une nouvelle transformée de  $a'b'$  fournit l'amplitude modale du produit sur  $N_d$  modes, sur lesquels on ne garde que les  $N$  premiers.

Toute la question reste maintenant de déterminer le nombre  $N_d$  de modes à considérer pour éliminer le repliement. Le traitement complet consiste en un traitement rigoureux du problème de non-repliement et nécessite de prendre en compte  $N_d = \frac{P+1}{2}N$  avec  $P$  le nombre de variables desquelles on fait le produit (e.g. pour un produit simple de 2 variables  $a.b$ ,  $P=2$ ). Ce traitement est le plus coûteux numériquement, mais il permet une solution exacte. D'autres traitements plus rapides sont implémentés dans le code HOS (traitement partiel et intermédiaire), mais c'est au prix d'une solution approximative. Afin d'éviter tout artéfact numérique dans les études qui suivent, le choix est fait de toujours privilégier la solution exacte et donc le traitement complet. Pour un ordre de troncature  $M$ , qui fait intervenir des produits au plus d'ordre  $P=M$ , on utilise donc  $N_d = \frac{M+1}{2}N$  points pour le calcul des produits.

On peut noter ici que la taille finie du spectre de Fourier que l'on représente introduit une dissipation numérique artificielle de l'énergie. Le système théorique est par nature conservatif du point de vue de l'énergie, comme aucune source ni dissipation d'énergie n'est prise en compte dans les équations de CSL, les produits de type  $\nabla\eta\nabla\varphi_s$  transférant simplement de l'énergie aux modes de nombres d'onde élevés. Le fait de traiter le repliement lors des produits de variables force à 0 la quantité d'énergie qui se trouve non-linéairement transférée hors du domaine spectral que l'on résout. Comme on le verra par la suite, l'erreur numérique introduite par l'avance en temps à chaque pas de temps semble toutefois prépondérante devant la dissipation par anti-repliement, puisqu'un critère de convergence trop faible sur le pas de temps adaptatif produit une croissance de l'énergie dans le domaine. La part de l'énergie dissipée lors du traitement anti-repliement des produits reste finalement faible dans nos simulations, car la part d'énergie en queue de spectre et les bilans de transferts non-linéaires dans cette zone le sont également.

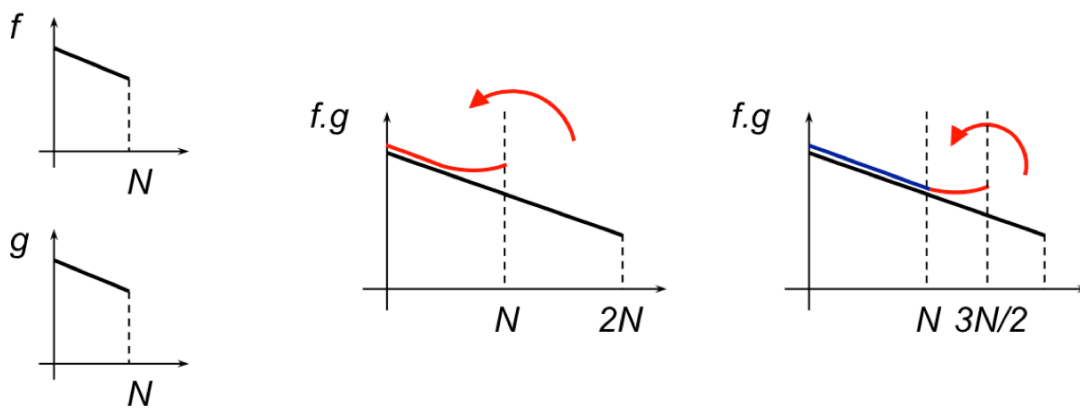


Figure 1-2 Phénomène de repliement et traitement associé

## 1.3. Application à la modélisation d'états de mers

### 1.3.1. Processus déterminants

Représenter de manière réaliste l'évolution d'un état de mer suppose de capturer la physique des processus dominants. On dispose ici d'un outil numérique par l'implémentation de la méthode HOS et la résolution des CSL, dans lequel un certain nombre d'hypothèses ont été faites. Dans cette formulation, les frontières du domaine d'étude sont ouvertes et supposées périodiques, et la profondeur infinie. Ces hypothèses permettent de se pencher sur l'étude la propagation d'états de mer en domaine océanique (Tanaka(01)[79]). Aucun forçage n'est pris en compte ici, et l'on simulera donc des évolutions d'états de mer non-forcés, c'est à dire sans vent. Le mécanisme de déferlement ne sera en outre pas pris en compte pour l'instant puisque les épisodes déferlants ne vérifient ni l'hypothèse d'irrotationnalité, ni l'univocité de la solution  $z=\eta$ .

Depuis les premiers modèles d'états de mer, il a été établi que les échanges d'énergies entre vagues de différentes longueurs d'ondes jouent un rôle prédominant dans l'évolution des états de mer (Phillips(1960)[65], Hasselmann(1962)[42], Zakharov(1968)[90] et Hasselman et al.(1973)[44]). En eau profonde, ces échanges sont majoritairement dus aux interactions non-linéaires résonnantes d'ordre 3, c'est à dire intervenant entre 4 vagues (i.e. longueurs d'ondes). Une modélisation des états de mer qui se voudrait réaliste devrait au minimum considérer un ordre 3 de non-linéarité. A l'ordre 3, le développement HOS est équivalent à la formulation de Zakharov[90] et rejoint notamment les travaux de Korotkevitch et al.(2008)[51] sur le développement d'un Hamiltonien du système d'équations déterministes, à l'ordre 3. L'équivalence est également démontrée avec les travaux utilisant une approche de résolution par opérateur de Dirichlet-Neuman (DNO) (Schäffer(2007)[72]).

### 1.3.2. Relations spectrales

Comme on l'a précédemment énoncé, les hypothèses de référence pour notre étude ne considèrent pour l'instant aucun forçage extérieur. On est par conséquent réduit à étudier l'évolution d'un état de mer donné, a priori à partir de son état à l'instant initial. Il nous faut alors relier les grandeurs  $\eta$  et  $\varphi_s$  solutions dans la méthode HOS à des grandeurs de référence pour distribuer l'énergie de l'état de mer de manière réaliste. Une quantité énergétique de référence généralement utilisée est la densité spectrale d'énergie, dont diverses formes de distributions paramétriques servent communément de référence dans les domaines de l'océanographie ou de l'ingénierie océanique. Il va donc être utile de pouvoir relier cette grandeur aux deux variables inconnues dans notre formulation.

L'énergie totale par unité de surface  $E_{tot}$  du domaine fluide  $D$  peut tout d'abord être exprimée en fonction de  $\eta$  et  $\varphi_s$  telle que :

$$E_0 = \frac{1}{2L_x L_y} \left[ \iint \varphi_s \frac{\partial \eta}{\partial t} d\mathbf{x} + \iint \eta^2 d\mathbf{x} \right] \quad (1.22)$$

Si l'on suppose maintenant que les quantités  $\eta$  et  $\varphi_s$  que l'on considère sont initialement solutions du système {(1.8)(1.9)} linéarisé, leurs amplitudes modales sont reliées par la relation :

$$A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s} = -iA_{\mathbf{k}}^{\eta} \frac{g}{\omega(|\mathbf{k}|)} \quad (1.23)$$

avec  $A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s} = A_{n_p}^{\varphi_s}$  et  $A_{\mathbf{k}}^{\eta} = A_{n_p}^{\eta}$  associés à  $\mathbf{k} = (\vec{k}_{x_n}, \vec{k}_{y_p})$ , pour la simplicité des écritures, et  $\omega(|\mathbf{k}|)$  vérifiant la relation de dispersion :

$$\omega^2 = g|\mathbf{k}| \quad (1.24)$$

L'hypothèse de linéarité peut sembler particulièrement forte étant donné que l'on cherchera par la suite à étudier l'évolution d'un état de mer complètement non-linéaire, mais comme on le verra au paragraphe suivant cette hypothèse reste acceptable dans la mesure où des processus de relaxation tendent à ramener le système vers un état non-linéaire. Elle est également implicitement faite dans les publications de Zakharov[90] ou Tanaka[79] lorsqu'ils expriment à l'instant initial l'amplitude complexe  $b(\mathbf{k}) = f(A_{\mathbf{k}}^\eta, A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s})$  comme variable intermédiaire fonction des amplitudes modales de l'élévation et du potentiel de surface. Exprimer simplement l'amplitude modale  $A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s}$  en fonction de  $A_{\mathbf{k}}^\eta$  permet de s'affranchir de cette grandeur intermédiaire en simplifiant l'expression (1.22) de l'énergie totale. En effet, en décomposant  $\eta$  et  $\varphi_s$  dans l'espace de Fourier, en utilisant la relation linéaire entre  $A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s}$  et  $A_{\mathbf{k}}^\eta$ , puis en intégrant suivant les dimensions horizontales du domaine,  $E_{tot}$  peut se simplifier en :

$$E_{tot} = \sum_{\mathbf{k}} \left[ \frac{1}{2\Delta k_x \Delta k_y} |A_{\mathbf{k}}^\eta|^2 \right] \Delta k_x \Delta k_y \quad (1.25)$$

Il est à noter que le facteur  $\frac{1}{2}$  est propre à la décomposition de Fourier complexe à l'œuvre ici.

D'après (1.25), on peut aisément définir une fonction  $E(k_x, k_y)$  définie comme une densité spectrale d'énergie vérifiant dans le domaine discret des modes :

$$E(k_x, k_y) = \frac{1}{2\Delta k_x \Delta k_y} |A_{\mathbf{k}}^\eta|^2 \quad (1.26)$$

Les équations directionnelles de spectres paramétriques sont rarement données dans une base de fonction cartésienne, mais un simple changement de variable utilisant la relation de dispersion permet de passer d'une base de coordonnées à une autre. On définit pour cela les densités vérifiant dans un domaine continu, avec  $\theta$  l'angle à l'origine associé à un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  :

$$E_{tot} = \int_k \int_\theta E(k, \theta) dk d\theta = \int_\omega \int_\theta E(\omega, \theta) d\omega d\theta \quad (1.27)$$

Ceci permet d'en déduire :

$$E(\omega, \theta) = \frac{\partial k}{\partial \omega} E(k, \theta) = k \frac{\partial k}{\partial \omega} E(k_x, k_y) \quad (1.28)$$

soit encore en profondeur infinie :

$$E(\omega, \theta) = \frac{2k}{\omega} E(k, \theta) = \frac{2k^2}{\omega} E(k_x, k_y) \quad (1.29)$$

### 1.3.3. Distributions spectrales usuelles

Par ces relations (1.26) et (1.29), on a donc accès, avec une hypothèse de linéarité, à des conditions d'entrée du modèle issues aussi bien de distributions paramétriques que de sorties de modèles stochastiques ou de données linéaires de capteurs.

Dans la suite de ce travail, on choisira pour des raisons de simplicité de s'intéresser à des spectres directionnels paramétriques exprimés comme :

$$E(\omega, \theta) = \psi(\omega) \times D(\theta) \quad (1.30)$$

Si l'on choisit d'adopter par exemple, pour des études théoriques, une distribution simplifiée largement répandue de type JONSWAP (*Joint North Sea WAve Project*)[44], le terme de spectre en fréquence sera écrit sous la forme :

$$\psi(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left(-\frac{5\omega_p^4}{4\omega^4}\right) \gamma^{\exp[-(\omega-\omega_p)^2/2\sigma^2\omega_p^2]} \quad (1.31)$$

avec  $\alpha = 3.279E_{tot}$  la constante de Phillips,  $\gamma = 3.3$ ,  $\sigma = \begin{cases} 0.07 & (\omega < \omega_p) \\ 0.09 & (\omega \geq \omega_p) \end{cases}$  et  $\omega_p$  la fréquence angulaire au pic.

La distribution angulaire peut quant à elle être définie comme une fonction d'un étalement angulaire  $\beta$  en radian (Socquet-Juglar et al(2005)[74], par exemple) par :

$$D(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \cos^2\left(\frac{\pi\theta}{2\beta}\right), & |\theta| \leq \beta \\ 0, & |\theta| > \beta \end{cases} \quad (1.32)$$

On relie finalement l'amplitude modale de l'élévation et du potentiel surfacique à la distribution fréquentielle selon :

$$A_{\mathbf{k}}^{\eta} = \sqrt{\frac{g}{\omega_{\mathbf{k}}^3} \psi(\omega_{\mathbf{k}}) \Delta k_x \Delta k_y} e^{i\phi} \quad (1.33)$$

et :

$$A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s} = -\frac{ig}{\omega_{\mathbf{k}}} \sqrt{\frac{g}{\omega_{\mathbf{k}}^3} \psi(\omega_{\mathbf{k}}) \Delta k_x \Delta k_y} e^{i\phi} \quad (1.34)$$

où  $\phi$ , issu d'un tirage aléatoire, représente la phase associée au nombre d'onde  $\mathbf{k}$ . Le choix du signe de  $A_{\mathbf{k}}^{\varphi_s}$  dans (1.32) conditionne à  $t=0$  le sens de propagation des ondes. L'allure de l'amplitude modale associée à l'élévation de surface est présentée Figure 1-3, et l'allure de l'élévation de surface libre associée Figure 1-4.

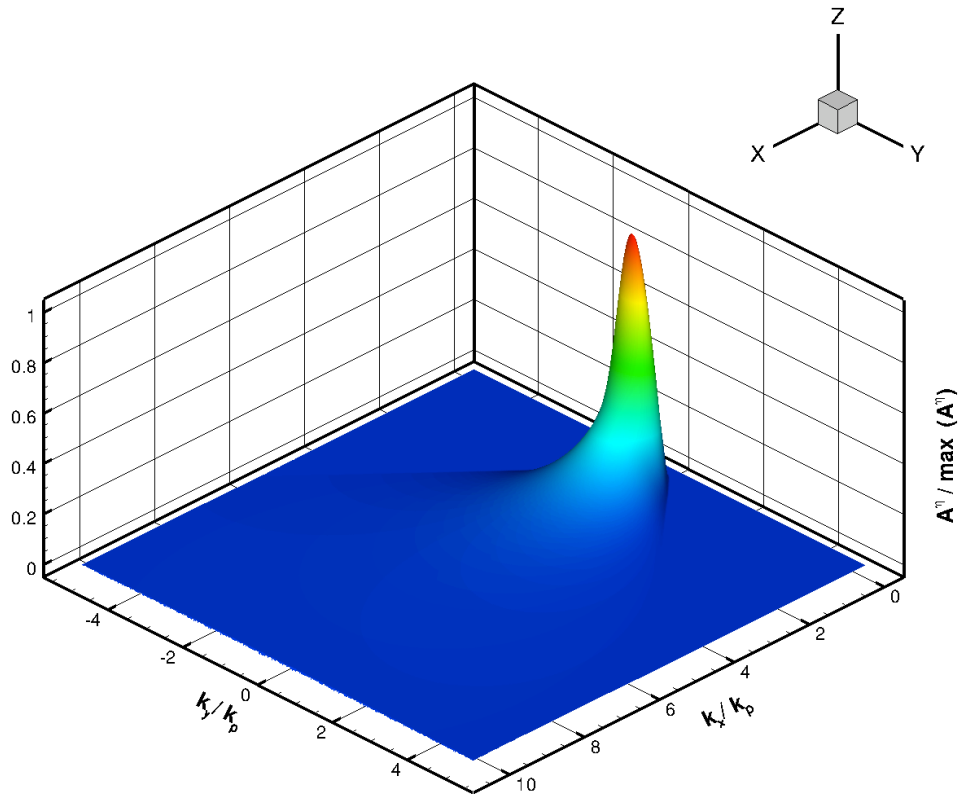


Figure 1-3 Amplitude modale de l'élévation selon une distribution de densité spectrale d'énergie de type JONSWAP

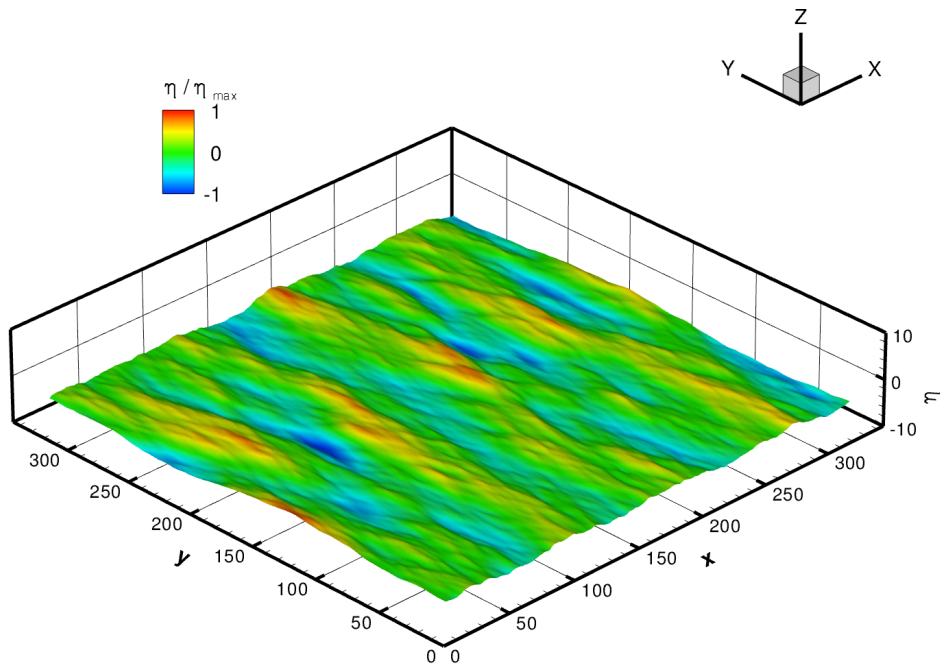


Figure 1-4 Elévation de surface libre associée à une distribution de densité spectrale d'énergie de type JONSWAP sur une portion de domaine HOS à l'instant initial



### 1.3.4. Quantités énergétiques

Comme exprimé dans l'équation (1.22) l'évaluation de la densité énergétique du domaine et plus précisément de la densité d'énergie cinétique passe par le calcul de la dérivée temporelle de  $\eta$ . Contrairement à ce que pourrait laisser supposer le système de CSL que l'on résout ici, cette grandeur  $\frac{\partial \eta}{\partial t}$  n'est pas exprimée explicitement à chaque pas de temps. Une méthode par différences finies était jusqu'alors spécifiquement utilisée pour le calcul de la dérivée entre les pas de temps  $t_n$  et  $t_{n+1}$ ,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}(t_{n+1}) \approx \frac{\eta(t_{n+1}) - \eta(t_n)}{\Delta t_n} \quad (1.35)$$

mais les imprécisions qu'elle engendrait se sont vite révélées problématiques lorsqu'une estimation fine de la croissance énergétique était par la suite nécessaire. Cette dérivée est néanmoins évaluée dans la routine de résolution par schéma Runge-Kutta d'ordre 5(4). En effet, le schéma visant à résoudre l'équation  $\frac{\partial \eta}{\partial t} = f(\eta, t)$ , où la fonction  $f$  et la condition initiale de  $\eta$  sont connues, est écrit de manière discrète sous la forme :

$$\eta_{n+1} = \eta_n + \Delta t_n \sum_{i=1}^6 b_i f_i \quad (1.36)$$

avec  $b_i$  les coefficients de pondération correspondant à la méthode *RK5(4)* utilisée.

Cela revient à évaluer la dérivée de  $\eta$  sur un ensemble de point de l'intervalle  $[\eta_n, \eta_{n+1}]$ . On choisit d'extraire la valeur  $\frac{\partial \eta}{\partial t} = f_5$  car il s'agit de l'évaluation de la dérivée de temps intermédiaire  $t_n + c_5 \Delta t_n$  qui est la plus proche de la valeur instantanée en  $t_{n+1}$ . Le calcul de l'énergie prenant en compte cette valeur de dérivée estimée de manière plus fine ne présente plus les artefacts précédemment relevés avec un calcul de la dérivée par simples différences finies.

### 1.3.5. Traitement numérique

On cherche ici à résoudre de manière numérique un problème complexe, et il faudra ainsi nécessairement approcher le problème par méthode discrète. Cette discrétisation peut avoir une influence non négligeable sur la qualité des résultats que l'on va produire et ce sur au moins deux aspects : d'un point de vue « statique », la discrétisation d'une surface de mer se doit d'être suffisamment fine, et d'un point de vue dynamique la discrétisation doit être suffisante pour ne pas modifier les évolutions temporelles naturelles du système (i.e. permettre aux interactions non-linéaires de se développer sans contrainte artificielle). Du point de vue de la discrétisation on choisit néanmoins des paramètres convergés a priori.

#### 1.3.5.1. Discrétisation

Le premier point ne semble pas particulièrement développé dans la littérature, mais l'on peut estimer qu'un modèle qui souhaiterait reproduire l'infinité de degrés de liberté d'un système réel se doit de tendre vers une telle complexité. Dans le cas d'une modélisation d'état de mer dans un moyen d'essai fermé du type de ceux générés dans un bassin d'essai hydrodynamique, il reste possible de disposer d'une donnée référence qui puisse estimer les capacités du modèle à converger vers la réalité de l'essai, et à quel coût. Dans un cas où l'on souhaite représenter des états de mers complexes, générés par le vent et propagés sur de grandes distances comme dans l'océan, la tâche semble plus ardue. On imagine bien qu'il est nécessaire de disposer d'une taille de domaine relativement importante comparée à la longueur d'onde caractéristique, et que la discrétisation

spatiale et spectrale doit être suffisante. Une partie de la réponse apportée réside probablement dans les relations inhérentes aux domaines spatiaux et spectraux étudiés : on relie ici longueur spatiale des domaines d'étude, relativement à une longueur d'onde caractéristique (i.e. ici  $\lambda_p$ , celle du pic spectral de nombre d'onde  $k_p$ ), à la discrétisation du nombre d'onde associé. Etudier un domaine de taille  $N \times \lambda_p$  revient à décomposer  $k_p$  en  $N$  composantes. Reste ensuite à fixer la taille du spectre (i.e.  $k_{max}$ ) ou la discrétisation spatiale  $\Delta x$ . Le choix de paramètres « acceptables » ne l'est que devant les buts recherchés et il dépendra évidemment des capacités de calcul.

### 1.3.5.2. Influence sur la cascade non-linéaire

Un point crucial porte sur l'influence de la discrétisation et de la résolution spectrale sur la résolution des interactions non-linéaires. Parmi ces interactions, certaines jouent un rôle prédominant dans le processus de turbulence d'onde qui participe à une cascade énergétique à travers le spectre. Dans le cas des ondes de gravité qui nous intéresse ici, les interactions dominantes du point de vue de ce phénomène sont celles qui peuvent constituer des échanges résonnants, c'est à dire comme l'ont montré Phillips(1960)[65] et Hasselmann(1962)[42] celles qui satisfont les interaction à 4 vagues d'ordre 3 telles que :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 \\ \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3 + \omega_4 \end{aligned} \quad (1.37)$$

nombre d'onde et pulsation étant liés par la relation de dispersion linéaire. Même si la pulsation n'apparaît pas explicitement dans la résolution de notre modèle non-linéaire, ces interactions sont implicites à son évolution temporelle. Néanmoins, on conçoit aisément que si le pas spectral  $\Delta k$  du modèle est trop lâche, certaines contributions résonnantes ne pourront pas être prise en compte, ce qui viendra en quelque sorte « bloquer » artificiellement la cascade énergétique sur certains modes résolus. On parle alors de régime de turbulence gelée (e.g. Pushkarev et al.(1999)[69]).

En fait, comme on le verra au chapitre 4, nombre d'onde et pulsation ne sont pas exactement reliés par la relation de dispersion linéaire. Pour un nombre donné, la non-linéarité introduit un « déplacement » fréquentiel  $\delta\omega$  par rapport à la valeur linéaire de  $\omega$ . Il nous faut maintenant non plus seulement considérer (1.37) mais prendre également en compte la combinaison de ces « shift » fréquentiels :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 \\ |\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4| &< \varepsilon \end{aligned} \quad (1.38)$$

sous la forme d'une tolérance sur l'accord en pulsation de la condition. Le shift étant directement lié à l'ordre de non-linéarité de l'état de mer considéré, on voit bien que la discrétisation doit être suffisamment fine à non-linéarité faible pour que la turbulence ne soit pas gelée. Zakharov et al.(05), Lvov et al.(2006)[52], ou Kartashova(2009) [49], entre autres, retranscrivent ces problématiques. Si l'on considère le  $\delta k$  associé au shift  $\delta\omega$  ( $\delta k/k \sim \delta\omega/\omega_k$ ), et qu'il est comparé au pas spectral  $\Delta k$  du modèle numérique, Zakharov et al.(05) différencient par exemple 3 régimes :

- $\delta k \gg \Delta k$ . Dans ce cas la couche de nombres d'onde résonnants est parfaitement discrétisée, le réseau résonnant est dense, et la théorie est proche de celle de la faible turbulence (i.e. *weak turbulence*) dans un milieu infini.
- $\delta k \ll \Delta k$ . Ceci correspond au cas opposé, la résonnance est raréfiée et freinée par la discrétisation trop lâche des modes du spectre. Un régime typique dans ce cas correspond à la « turbulence gelée », c'est à dire un mode de turbulence dans lequel la cascade d'énergie se trouve stoppée dans certaines régions du spectre ou à certains modes qui présenteront alors des quantités artificiellement anormales d'énergie. L'accumulation d'énergie dans ces modes

particuliers conduit notamment à des relaxations brusques au cours du temps (L'vov & Nazarenko(2010)[53]).

- $\delta k \sim \Delta k$ . Ce cas intermédiaire correspond à un régime dit « de turbulence mésoscopique ». La densité de modes résonnants est suffisante pour permettre une cascade de l'énergie le long du spectre avec une répartition homogène de ces transferts, ce qui permet de relier ce cas aux conditions de turbulence faible.

Tanaka(04) le présente dans un cadre applicatif assez proche du notre. Il montre ainsi que cette turbulence gelée ne se rencontre par exemple pas de manière sensible, quelque soit l'indice de non-linéarité dans un domaine spectrale de discrétisation  $N_x N_y = 64 \times 64$  dans lequel le pic spectral serait fixé à la 4<sup>ème</sup> composante en  $k_x$ . Dans une telle configuration, il subsiste de l'ordre de  $O(10^5)$  combinaisons de contributions résonnantes, et les transferts énergétiques sont identiques à ceux obtenus dans des domaines particulièrement raffinés. Les différentes simulations qu'il mène avec des discrétisations variables sont toutes homogènes du point de vue des transferts non-linéaires dans le spectre. Elles se situent donc toutes dans le régime intermédiaire de turbulence mésoscopique en dépit de la discrétisation assez lâche pour certaines.

On peut voir au paragraphe suivant (1.3.5.3) comment nos simulations se comportent du point de vue de la cascade énergétique, vis à vis des prescriptions théoriques.

### 1.3.5.3. Turbulence d'onde

On se propose de vérifier que notre modèle numérique de résolution des CSL permet de retrouver les résultats établis théoriquement par Zakharov & Filonenko(1967)[87] sur la turbulence « faible », comme le fait Onorato(02) [63] dans un cadre formel proche du notre à l'aide d'un modèle HOS. Zakharov & Filonenko montrent que la solution exacte des CSL produit même en l'absence de forçage une cascade directe de l'énergie suivant une loi de puissance pour la densité spectrale d'énergie intégrée en  $E(k) \sim k^{-2.5}$ . Comme on le verra par la suite de manière plus détaillée au Chapitre 2, une telle grandeur est accessible dans notre formulation spectrale cartésienne d'après (1.29), moyennant quelques traitements numériques.

On réalise ici un ensemble de simulations sur des domaines spatiaux et spectraux particulièrement raffinés. Le domaine spatial considéré est de taille relative  $128 \lambda_p \times 128 \lambda_p$ , pour  $2048 \times 1024$  points de collocation. Ceci fixe dans notre formulation le pic spectral à la 128<sup>ème</sup> composante du spectre, sur  $2048/2=1024$  dans la direction principale de propagation. La taille de queue de spectre se trouve donc déduite par la relation  $k_{max}=1024/128 k_p$  soit  $8k_p$ . En initialisant nos simulations de cambrure moyenne (i.e.  $\varepsilon = k_p H_s \sim 0.1$ ) avec une distribution de densité spectrale d'énergie de type JONSWAP qui présente une décroissance en  $k^{-3}$  (Figure 1–5), on observe une adaptation de la queue du spectre en une décroissance légèrement supérieure, proche de la valeur théorique  $k^{-2.5}$  (e.g. Figure 1–6 à  $200 T_p$ ). Les transferts énergétiques s'opèrent vite vers les hautes fréquences et restent ensuite stables.

Néanmoins, sur des simulations avec des cambrures plus importantes, des discrétisations spectrales moins fines ou un critère d'erreur sur la convergence d'avance en temps trop faible, on peut mettre en évidence un phénomène d'accumulation énergétique en queue de spectre, assimilable à un effet « *Bottleneck* » (Pushkarev(1999)[69]) traduisant les transferts non-linéaires probablement insuffisants dans cette zone dès lors que les temps de simulation deviennent importants (e.g.  $\varepsilon \sim 0.2$ ,  $512 \times 256$  points de collocation, à  $200 T_p$  et  $600 T_p$  Figure 1–7 à partir d'un même état initial que Figure 1–5). Certains auteurs (e.g. Dommermuth(1987)[28], Korotkevich(2008)[51], etc.) comme on le verra au Chapitre 2 (Paragraphe 2.1.3. ont recours à un filtrage dissipatif artificiel mais l'on choisit ici de ne pas utiliser un tel procédé et plutôt de bien vérifier les paramètres de conditionnement numérique dans nos simulations. Un tel procédé de filtrage ne trouve de plus pas directement de justification physique et il fait perdre une part de contrôle sur les processus en jeu.

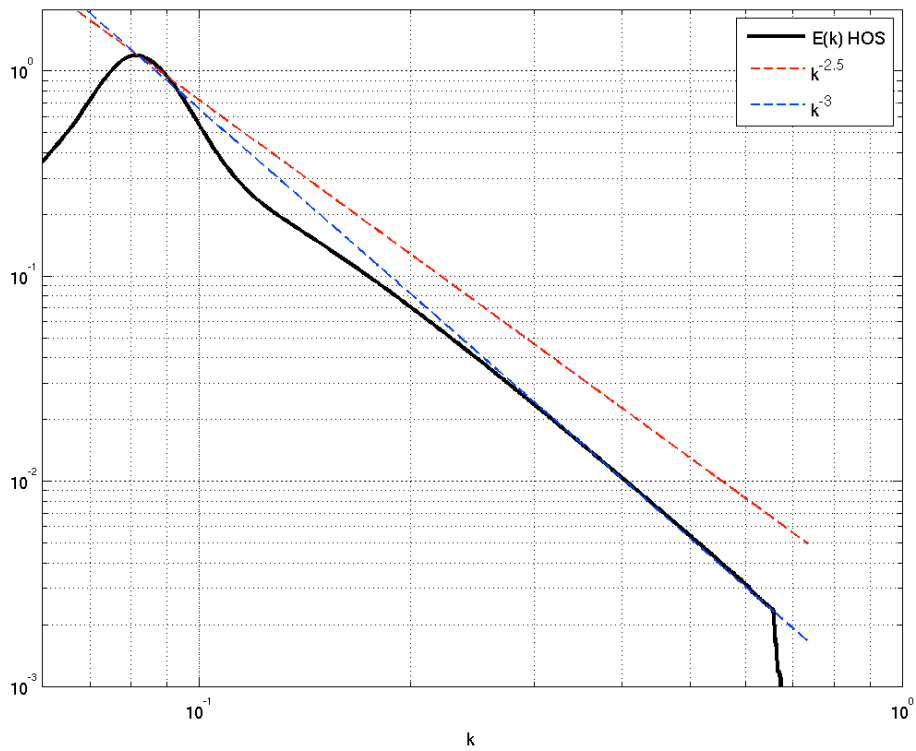


Figure 1-5 Décroissance de la distribution de densité énergétique d'un spectre JONSWAP, HOS initial

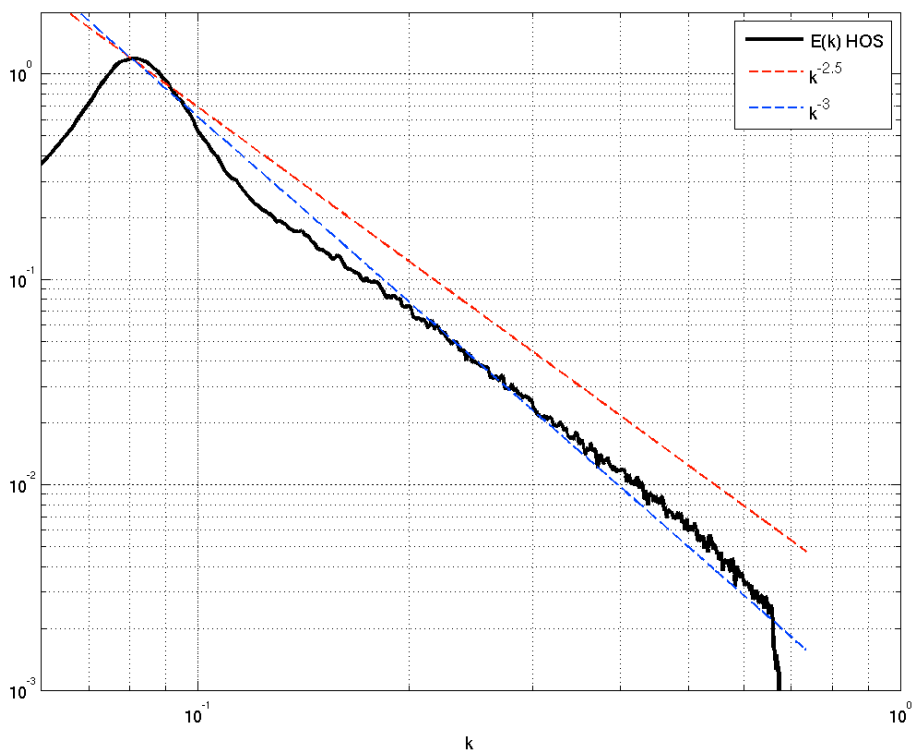


Figure 1-6 Décroissance de la distribution de densité énergétique d'un spectre HOS,  $t=200 T_p$

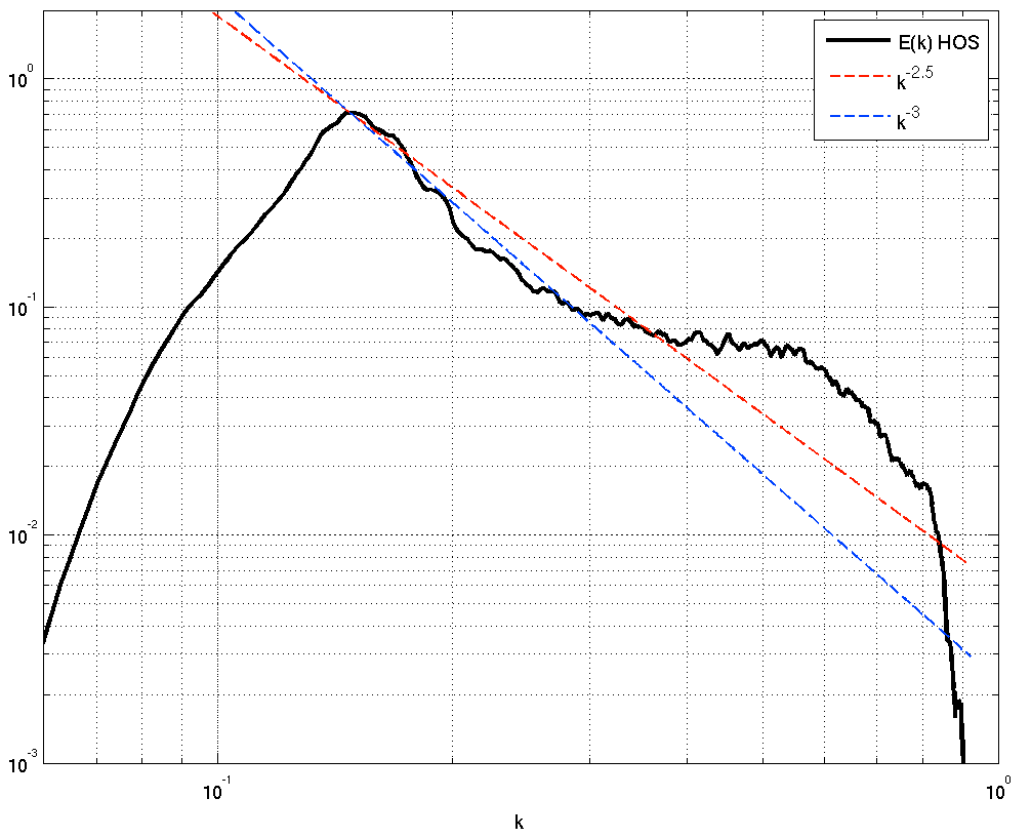
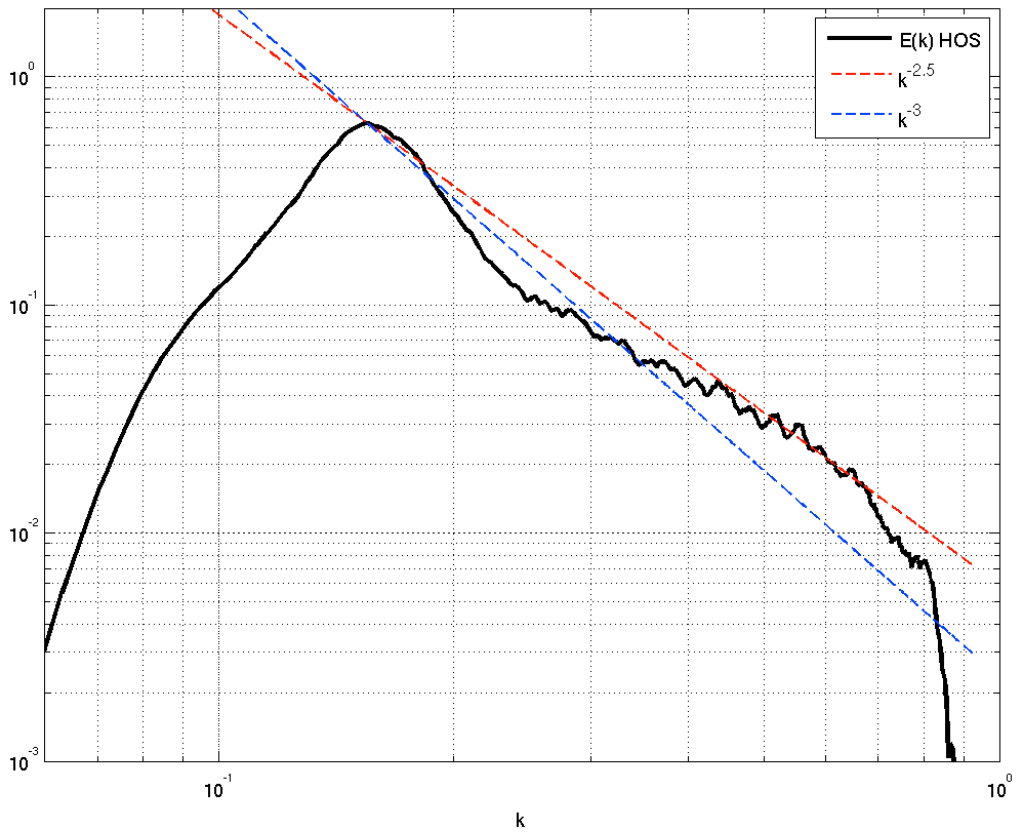


Figure 1-7 Décroissance spectrale pour un spectre HOS  $t=200T_p$  (haut) et  $t=600T_p$  (bas) mise en évidence d'un effet « *Bottleneck* » d'accumulation erronée d'énergie en queue de spectre

### 1.3.5.1. Etude de convergence en temps

Le schéma Runge-Kutta utilisé ici est basé sur une méthode d'adaptation de pas de temps, suivant un critère d'adaptation à une erreur paramétrique définie en entrée. Il a été mis en évidence ici que le modèle pouvait être assez sensible à ce critère d'erreur, et que l'estimation de l'énergie surfacique du système fournissait un indicateur intéressant pour caractériser une convergence acceptable. On observe (Figure 1-8) lorsque ce critère est trop lâche que l'accumulation d'erreurs induites conduit à une croissance de l'énergie totale alors même que le système est supposé être à minima conservatif, si ce n'est dissipatif du fait des non-linéarités et traitements numériques d'anti-repliement. Dans cet exemple, les calculs d'évolution d'états de mer de cambrure  $\varepsilon=k_p.H_s=0.1$  nécessiteront donc d'employer une erreur dite tolérance d'au plus  $10^{-7}$ . Il est dans tous les cas important de s'assurer de la convergence en temps à chaque fois qu'une simulation est réalisée avec une cambrure différente, ou sur un domaine différent. La longueur de queue de spectre, liée au paramètre  $k_{max}$ , est usuellement fixée à  $\sim 10 k_p$  par la suite. La rallonger revient à déstabiliser plus rapidement le calcul en introduisant une erreur plus importante à haute fréquence, à moins de revoir en même temps le critère de tolérance. La tolérance doit en outre être ajustée en fonction des durées de simulation à réaliser.

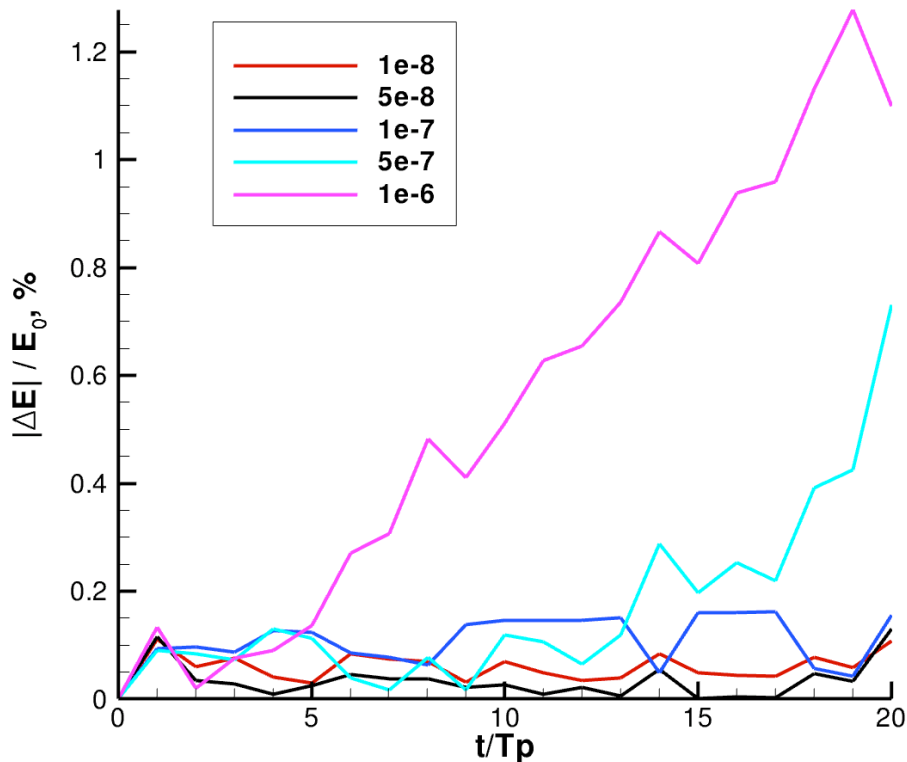


Figure 1-8 Mise en évidence de l'influence du critère de tolérance sur la densité d'énergie totale du système pour un spectre de cambrure  $\varepsilon \sim 0.1$ ,  $M=3$

### 1.3.5.2. Scalabilité

La parallélisation du code selon un protocole MPI (Message Passing Interface) a été précédemment réalisée par G. Ducrozet, à l'aide notamment des routines parallélisées de transformées de Fourier rapides (version libre de FFTW en protocole MPI développée au MIT). Les performances du code ont notamment été testées lors de la réception d'un nouvel outil de calcul plus performant. La grappe de calcul est une solution IBM iDataPlex (puissance 14 TFLOps), de 158 nœuds de calcul bi-processeurs quadri-cœurs.

Un ensemble de simulations de discrétisations différentes réparties sur un nombre  $n$  de processeurs sont réalisées. On mesure alors l'accélération du calcul  $S_n$  (i.e. « speedup »), définie telle que :

$$S_n = \frac{T_1}{T_n} \quad (1.39)$$

avec  $T_1$  le temps d'exécution séquentiel et  $T_n$  le temps d'exécution total pour une répartition sur  $n$  processeurs. L'accélération optimale est définie telle qu'un calcul réparti sur  $n$  processeurs permette une réduction de temps calcul  $T_1/n$ .

On déduit de ces courbes le nombre optimal de processeurs à mettre en œuvre du point de vue du gain de temps par rapport à la charge de calcul à soumettre au calculateur. La parallélisation est bien efficace jusqu'à un nombre de processeurs donné. Pour exemple, dans le cas d'une simulation sur  $1024 \times 1024$  points de collocation il sera inutile d'employer plus de 64 processeurs. La saturation que l'on observe au delà est à relier à la parallélisation qui est effectuée. La charge de calcul est répartie soit suivant l'axe  $y$  dans l'espace physique, soit suivant l'axe  $k_y$  dans l'espace spectral. Au delà d'une certaine répartition, ici 64 processeurs du calcul pour  $1024 \times 1024$  points de collocation, le nombre de nœud par processeur n'est plus significatif (16 nœuds suivant  $y$ ). Le gain en temps de calcul devient alors proche de la perte occasionnée par les communications nécessaires entre processeurs, à chaque transformée de Fourier par exemple, et croissantes avec le nombre de processeurs.

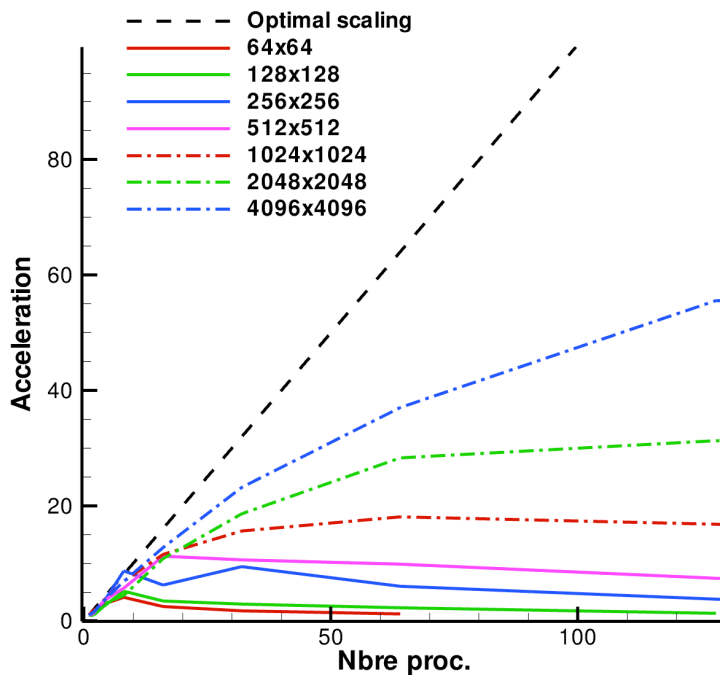


Figure 1-9 Tests de scalabilité de la version parallèle du code

### 1.3.6. Outils d'analyse

On présente ici quelques outils d'analyse des états de mer qui permettront par la suite de caractériser différents phénomènes et processus.

#### 1.3.6.1. Statistiques de l'état de mer

On peut dans un premier temps se pencher sur les caractéristiques statistiques des états de mer, et plus particulièrement les densités de probabilité d'élévation. En effet, un état de mer linéaire suit des lois de répartition de l'élévation bien différentes de celles d'un état non-linéaire. Une loi de cette répartition linéaire, gaussienne, est fournie par Longuet-Higgins(1952)[58] sous la forme d'une densité de probabilité exprimée par :

$$f_G(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\eta - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.40)$$

avec  $\sigma$  et  $\mu$  respectivement l'écart type et la moyenne des élévations. On rappelle que cette densité est reliée à la fonction de répartition  $F$  par la relation :

$$f(\eta) = \frac{dF}{d\eta} \quad (1.41)$$

En ce qui concerne les distributions non-linéaires de probabilité d'élévation, de nombreuses formulations sont disponibles. Parmi celles-ci, on choisit de considérer celle de Tayfun(1980)[78] pour une expansion au second ordre de non-linéarité :

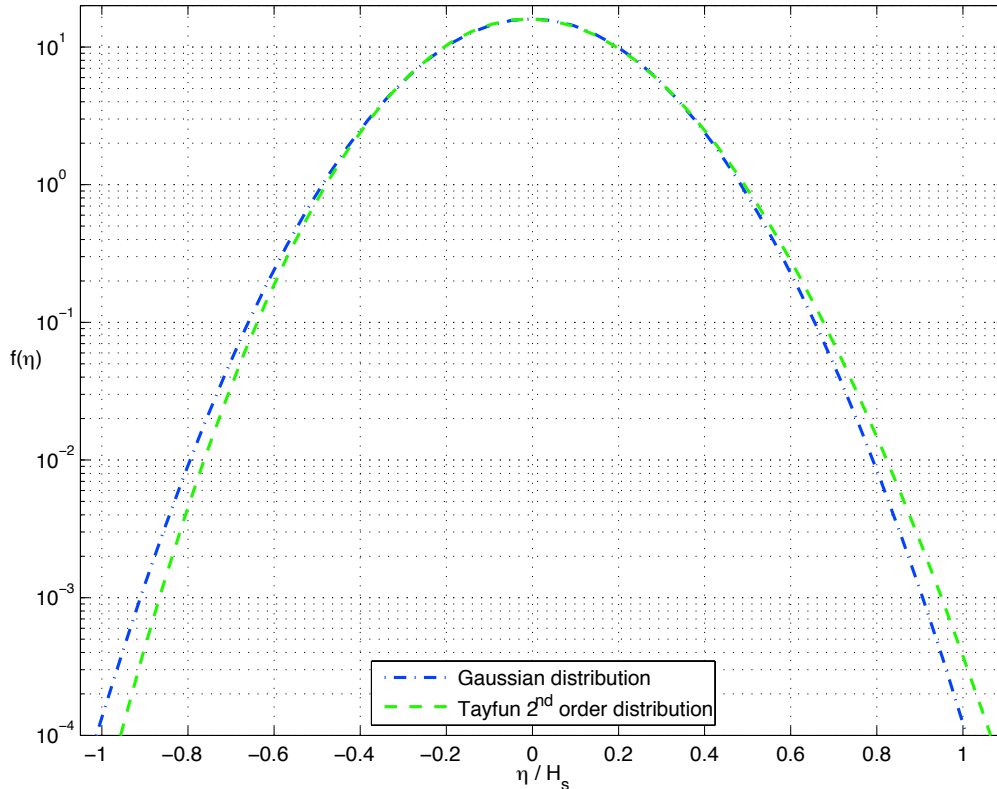
$$f_T(\eta) = \frac{1 - 7\sigma^2/8}{\sqrt{2\pi(1 + 3G + 2G^2)}} \exp\left[-\frac{G^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.42)$$

avec :

$$G = \sqrt{1 + 2\eta} - 1 \quad (1.43)$$

La distribution gaussienne est par nature symétrique autour de la valeur moyenne  $\theta$ , alors que la distribution non-linéaire ne l'est pas (Figure 1-10). Cela traduit implicitement le fait qu'un état de mer non-linéaire possède des crêtes plus marquées et des creux plus atténués que ceux d'un état de mer linéaire.





**Figure 1-10 Densités de probabilité théoriques linéaires et non-linéaires d'élévation de la surface libre**

### 1.3.6.2. Estimateurs de non-linéarité

L'étude des états de mer extrêmes, et donc des très fortes non-linéarités dans le champ d'élévation, fait souvent appel à des estimateurs mathématiques comme différents moments d'ordre  $n$  pour l'évaluation d'une part de la non-linéarité.

Le moment d'ordre 3, ou skewness, traduit l'asymétrie verticale de la surface libre (i.e. crêtes de plus grande amplitude que les creux pour un état de mer cambré). Il s'exprime comme :

$$\mu_3 = \frac{E[(\eta - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (1.44)$$

en utilisant les notations précédentes et  $E[.]$  l'espérance mathématique. Il vaut 0 pour un champ aléatoire de distribution gaussienne par exemple.

Le moment d'ordre 4, ou kurtosis, traduit l'aplatissement de la densité de probabilité par rapport à une distribution normale prise comme référence et est révélateur des événements de grande amplitude. Il vaut 3 pour une telle distribution gaussienne. Il s'exprime comme :

$$\mu_4 = \frac{E[(\eta - \mu)^4]}{\sigma^4} \quad (1.45)$$

Ces estimateurs nous seront utiles par la suite.

## 1.4. Initialisation des simulations

L'objectif est ici d'évaluer dans quelle mesure on peut disposer de simulations de référence dès l'instant initial en fonction de différentes méthodes d'initialisation. Cette partie a fait l'objet d'une publication et d'une présentation lors de la conférence OMAE 2010 (Perignon et al. (2010)[91]). Des corrections ont néanmoins été apportées depuis et nos conclusions revues.

### 1.4.1. Problématique

Comme on l'a évoqué précédemment, il est parfois nécessaire de faire une hypothèse de linéarité afin de fournir un couple de solutions initiales pour l'élévation et le potentiel de vitesse, lié à une distribution paramétrique de la densité spectrale d'énergie. Ce faisant, on initialise implicitement le système par une solution du problème linéaire, mais pas une solution du système non-linéaire à un ordre paramétrique  $M$  que l'on cherche à résoudre par la suite. Cette incompatibilité entraîne notamment l'apparition d'ondes parasites. Si l'on considère par exemple le cas simple d'une houle régulière vérifiant les équations au second ordre en série de perturbation, la solution exacte est la houle de Stokes à l'ordre 2 pouvant s'écrire :

$$\begin{cases} \eta(x,t) = a \cos(kx - \omega t) + \frac{1}{2}ka^2 \cos(2(kx - \omega t)) \\ \varphi^s(x,t) = \frac{ag}{\omega} \sin(kx - \omega t) \end{cases} \quad (1.46)$$

on peut constater que la solution est la combinaison de deux types de modes dans l'expression de l'élévation. Si la pulsation  $\omega$  associée au nombre d'onde  $k$  vérifie une relation de dispersion linéaire, la pulsation  $2\omega$  associée à  $2k$  ne la vérifie pas (i.e.  $\omega(2k) \neq 2\omega(k)$ ). On parle alors de mode libre pour la composante principale à  $k$  et de mode lié à la composante  $2k$ . Le potentiel au second ordre associé à la composante liée est en outre nul. Lorsque l'on initialise ce système (1.46) par un couple linéaire de la forme :

$$\begin{cases} \eta(x,0) = a \cos(kx) \\ \varphi^s(x,0) = \frac{ag}{\omega} \sin(kx) \end{cases} \quad (1.47)$$

cette solution initiale est incompatible avec celle du système (1.46) à  $t=0$ . Le solveur devra combiner la solution non-linéaire du système à une onde additionnelle pour satisfaire l'initialisation, soit en terme d'élévation :

$$\eta(x,t=0) = a \cos(kx) + \frac{1}{2}ka^2 \cos(2kx) - \frac{1}{2}ka^2 \cos(2kx) \quad (1.48)$$

Cette onde additionnelle, de potentiel nul, n'est pas liée non-linéairement à une autre composante et elle constituera une onde stationnaire au cours du temps, de pulsation  $\omega_{2k}$ . Le solveur propagera donc ensuite la combinaison d'un mode libre correct, d'un mode à  $2k$ , erroné lui au sens de la solution de Stokes, combinaison d'un mode lié et d'une onde stationnaire parasite :

$$\eta(x,t) = a \cos(kx - \omega_k t) + \frac{1}{2}ka^2 [\cos(2kx - 2\omega_k t) - \cos(2kx)\cos(\omega_{2k}t)] \quad (1.49)$$

La problématique est similaire pour des simulations d'ordre plus élevé initialisées linéairement.

Ce problème n'est pas nouveau et il est traité de deux manières différentes notamment dans Dommermuth(2000)[29] et Tanaka(2001)[79]. Il semble néanmoins passé sous silence ou ignoré dans bon nombre de publications traitant de modélisation déterministe non-linéaire. Korotkevitch

et al.(2008)[51]) remarquent notamment une plus grande rugosité de leurs simulations sur les premiers instants ( $\sim 14 T_p$ ), et l'excluent de leurs analyses ultérieures. Comme on va le voir, aucune de ces méthodes ne permet d'avoir une évolution non-linéaire exacte (i.e. non entachée d'artéfacts liés à une solution initiale non-adaptée au système, ou non-relaxée) dès les premiers pas de temps de simulation. Et dans le cas où l'on cherche à utiliser les simulations HOS comme références, il est crucial de disposer d'une évolution déterministe la plus proche d'une évolution théorique réaliste, dès l'instant initial.

### 1.4.2. Méthodes existantes

Comme on l'a évoqué, deux approches de traitement de l'initialisation coexistent. Lorsque des auteurs identifient cette problématique, il est soit fait référence aux travaux de Tanaka[79] soit à ceux de Dommermuth[29]. La première approche consiste à initialiser linéairement la simulation, pour ensuite accorder au modèle un temps de relaxation afin que les modes parasites et instabilités numériques soient dissipés. Pour des simulations en eau profonde à un ordre  $M \geq 3$  il est en effet possible de tirer naturellement partie des interactions, résonnantes et non-résonnantes, et des transferts énergétiques qu'ils induisent pour dissiper les modes parasites. Il est alors nécessaire d'accorder au modèle un temps de relaxation de l'ordre d'une dizaine de fois la période de pic ( $\sim 10 T_p$ ).

Afin d'éviter de potentielles instabilités numériques, Dommermuth fournit quant à lui une méthode de relaxation des non-linéarités basée sur un relaxation analytique dans le système de CSL. En séparant partie linéaire et partie non-linéaire dans le système, une fonction croissante du temps permet de prendre progressivement en compte la partie non-linéaire afin de réduire les instabilités et d'autoriser le développement des modes liés. Soient  $F$  et  $G$  les termes non-linéaires dans les équations (1.8) et (1.9) respectivement, la méthode d'ajustement peut s'écrire :

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = -g\eta + G\left(1 - e^{-(t/T_a)^n}\right) \quad (1.50)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = W_{LN} + F\left(1 - e^{-(t/T_a)^n}\right) \quad (1.51)$$

$W_{LN}$  correspond à la partie linéaire de la vitesse verticale, soit l'ordre 1 du développement HOS,  $T_a$  représente le temps caractéristique de relaxation et le paramètre  $n$  en exposant la « vitesse » d'ajustement. Plus on accordera de temps à la relaxation et plus elle sera efficace, et inversement une relaxation trop rapide reviendra à laisser les non-linéarités dissiper les modes parasites pour des simulations d'ordre supérieur ou égal à trois.

On peut noter que la méthode de Dommermuth réduit les transferts non-linéaires sur la période de relaxation et qu'ils transfèrent moins d'énergie des modes parasites vers le reste du spectre, mais ces mêmes modes parasites sont aussi particulièrement réduits par la méthode. Elle permet en définitive de mieux contrôler les instabilités dues à l'initialisation.

### 1.4.3. Initialisation non-linéaire

Afin de disposer de simulations de référence dès l'instant initial d'une simulation, il a semblé intéressant d'étudier l'apport d'une correction à l'ordre 2 de non-linéarité pour des simulations d'ordre supérieur ou égal.

Une telle correction qui implique déjà un nombre important d'interactions à prendre en compte ( $1/4 (N_x N_y)^2$ ) pourrait fournir un raccourci acceptable vers un état non-linéaire à l'ordre  $M$ , puisqu'une initialisation à l'ordre 3 par exemple devient vite prohibitive en terme de temps de calcul lorsque des domaines importants sont simulés.

L'approche ici consiste à reconstruire des conditions initiales à l'ordre 2 (Miche (1944)[61]) à partir des distributions linéaires précédemment évoquées. On reprend par la suite les formulations de Dalzell(1999)[26] qui fournit les expressions d'interactions d'ordre 2 à 3 vagues, et l'on généralise ces interactions dans le cas d'un spectre discret d'état de mer directionnel. Une adaptation est également nécessaire suivant la base de fonctions de décomposition spectrale (ici Fourier, en écriture exponentielle dans le modèle HOS). Cela s'exprime tel que

$$\eta(\mathbf{x}) = \eta^{(1)} + \eta^s + \eta^+ + \eta^- \quad (1.52)$$

Le premier terme correspond à la contribution linéaire, le second au terme de Stokes c'est à dire l'interaction d'une composante sur elle-même, et les deux derniers aux interactions entre composantes différentes dans le spectre. Le premier ordre de l'élévation est décomposé dans l'espace des modes comme suit :

$$\eta^{(1)} = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P A_{np}^{LN} e^{ik_n x} e^{ik_p y} \quad (1.53)$$

où  $N$  et  $P$  sont respectivement le nombre de modes suivant les directions  $\vec{k}_x$  et  $\vec{k}_y$  et  $A_{np}^{LN}$  l'amplitude modale de  $\eta^{(1)}$ . Les composantes second ordre sont déduites suivant :

$$\eta_s = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \frac{(A_{np}^{LN})^2}{2} k_{np} e^{i2k_n x} e^{i2k_p y} \quad (1.54)$$

$$\eta_+ = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P A_{np}^{LN} A_{ij}^{LN} B_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_n + k_i)x} e^{i(k_p + k_j)y} \quad (1.55)$$

$$\eta_- = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \bar{A}_{np}^{LN} A_{ij}^{LN} B_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_n - k_i)x} e^{i(k_p - k_j)y} \quad (1.56)$$

On veille dans les expressions précédentes à ce que les contributions spectrales restent incluses dans le domaine spectral, c'est-à-dire que les contributions sommes et différences constituent des ondes se propageant dans le sens positif selon  $\mathbf{x}$  avec :

$$\begin{aligned} k_{x_i} &\geq k_{x_n} \\ |k_{x_i} \pm k_{x_n}| &\leq \max(k_x) \\ |k_{y_j} \pm k_{y_p}| &\leq \max(k_y) \end{aligned} \quad (1.57)$$

et tel que le parcours de  $(i,j)$  dans  $(N,P)$  soit fait suivant  $|\mathbf{k}_{ij}| \geq |\mathbf{k}_{np}|$ . On travaille ici en notation complexe, et il faut ainsi considérer dans notre problème le terme  $\bar{A}_{np}^{LN}$ , qui correspond au conjugué de l'amplitude complexe dans l'expression des contributions différences. Les termes de couplage additif et soustractif  $B_+$  et  $B_-$  sont définis comme suit :

$$B_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) = \frac{(\omega_{np}^2 + \omega_{ij}^2)}{2g} - \frac{\omega_{np}\omega_{ij}}{2g} [1 - \cos(\theta_{np} - \theta_{ij})] \left[ \frac{(\omega_{np} + \omega_{ij})^2 + g|\mathbf{k}_{np} + \mathbf{k}_{ij}|}{(\omega_{np} + \omega_{ij})^2 - g|\mathbf{k}_{np} + \mathbf{k}_{ij}|} \right] \quad (1.58)$$

$$B_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) = \frac{(\omega_{np}^2 + \omega_{ij}^2)}{2g} + \frac{\omega_{np}\omega_{ij}}{2g} [1 + \cos(\theta_{np} - \theta_{ij})] \left[ \frac{(\omega_{np} - \omega_{ij})^2 + g|\mathbf{k}_{np} - \mathbf{k}_{ij}|}{(\omega_{np} - \omega_{ij})^2 - g|\mathbf{k}_{np} - \mathbf{k}_{ij}|} \right] \quad (1.59)$$

avec  $\theta_{np}$  l'angle du nombre d'onde associé, par rapport à l'axe  $(O, \mathbf{x})$ .

Pour l'expression du potentiel de surface, il est nécessaire de combiner un développement de Stokes et un développement de Taylor du potentiel volumique, autour de  $z = 0$

$$\varphi_s(\mathbf{x}) = \varphi^{(1)}(\mathbf{x}, z = 0) + \varphi^{(2)}(\mathbf{x}, z = 0) + \eta^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}(\mathbf{x}, z = 0)}{\partial z} \quad (1.60)$$

Le premier ordre vaut :

$$\varphi^{(1)}(\mathbf{x}, z = 0) = - \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P i A_{np}^{LN} \frac{g}{\omega_{np}} e^{ik_{nx}} e^{ik_{py}} \quad (1.61)$$

et le terme de second ordre est exprimé comme suit

$$\varphi^{(2)}(\mathbf{x}, z = 0) = \varphi^+ + \varphi^- \quad (1.62)$$

C'est à dire fonction d'un terme des contributions sommes

$$\varphi^+(\mathbf{x}, z = 0) = - \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_i^N \sum_j^P i A_{np}^{LN} A_{ij}^{LN} A_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_{nx} + k_{ix})x} e^{i(k_{py} + k_{jy})y} \quad (1.63)$$

Et d'un terme des contributions différences

$$\varphi^-(\mathbf{x}, z = 0) = - \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_i^N \sum_j^P i \bar{A}_{np}^{LN} A_{ij}^\eta A_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_{nx} - k_{ix})x} e^{i(k_{py} - k_{jy})y} \quad (1.64)$$

On veille encore ici à ce que les contributions spectrales respectent les conditions (1.57) et que le parcours de  $(i, j)$  dans  $(N, P)$  soit fait de telle manière que  $|\mathbf{k}_{ij}| \geq |\mathbf{k}_{np}|$ . Le conjugué de l'amplitude complexe de l'onde intervient de la même manière dans le cas des contributions soustractives. On peut noter également que le signe des termes additifs et soustractif est dû à la différence de base de Fourier avec celle exprimée dans Dalzell(99) [26].

Les coefficients de couplage entre composantes sont de la même manière que pour l'élévation donnés par :

$$A_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) = - \frac{\omega_{np} \omega_{ij} (\omega_{np} + \omega_{ij}) [1 - \cos(\theta_{np} - \theta_{ij})]}{(\omega_{np} + \omega_{ij})^2 - g |\mathbf{k}_{np} + \mathbf{k}_{ij}|} \quad (1.65)$$

$$A_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) = - \frac{\omega_{np} \omega_{ij} (\omega_{np} - \omega_{ij}) [1 + \cos(\theta_{np} - \theta_{ij})]}{(\omega_{np} - \omega_{ij})^2 - g |\mathbf{k}_{np} - \mathbf{k}_{ij}|} \quad (1.66)$$

On pourra noter ici encore que le signe «-» du terme de couplage soustractif est dû à la convention adoptée ici, selon laquelle  $|\mathbf{k}_{ij}| > |\mathbf{k}_{np}|$  et donc  $\omega_{ij} > \omega_{np}$ .

#### 1.4.4. Application à l'ordre 2

On se propose d'illustrer la mise en application de notre méthode pour le cas théorique simple d'initialisation d'une houle monochromatique non-linéaire à l'ordre deux (système (1.46)), comparativement aux deux autres méthodes exposées. Notre solveur ici, la méthode HOS à l'ordre 2 ne sera cependant pas strictement équivalent à un solveur théorique vérifiant (1.46). En effet, le développement de la vitesse verticale au second ordre dans HOS ne correspond pas exactement à un développement au second ordre de pente puisque les CSL dans HOS sont exprimées à la surface libre  $z = \eta$  quand le développement au second ordre de type Stokes pour des vagues régulières est fait autour du niveau moyen  $z = 0$ . L'ordre de l'erreur doit cependant rester faible, et il reste intéressant d'illustrer l'application de ces méthodes dans HOS  $M=2$  pour un cas simple.

On compare donc ici l'impact d'une initialisation linéaire pour une onde monochromatique (solution d'Airy), à une même solution initiale relaxée non-linéairement selon la méthode de Dommermuth, et à une initialisation non-linéaire au second ordre. L'amplitude  $a$  de l'onde linéaire est déterminée de telle sorte que sa pente soit égale à  $ka = 0.1$ . En étudiant la variation de l'amplitude de la composante non-linéaire (i.e. à  $2k_p$ ), on peut observer l'influence des composantes parasites et l'impact des différentes méthodes d'initialisation. Dans le cas d'une initialisation linéaire l'amplitude de cette composante oscille fortement et atteint jusqu'à plus de deux fois la valeur théorique (Figure 1-11, courbe rouge). Comme on l'imaginait, des oscillations de faible amplitude, de l'ordre de  $\pm 4\%$  autour de la valeur théorique, sont également présentes dans le cas d'une initialisation au second ordre de par la différence de hauteur de référence pour le développement en ordre (Figure 1-11, courbe noire). Pour ce cas particulier de houle régulière, un processus de relaxation de type Dommermuth, avec un temps caractéristique fixé à  $T_a=2$  (Figure 1-12, courbe pourpre) à  $3T_p$  (Figure 1-12, courbe rouge),  $n=2$ , permet d'approcher la solution théorique avec une meilleure approximation que l'initialisation non-linéaire au bout de 4 à  $6T_p$ . Comme on le voit cependant illustré dans un tel cas simplifié, l'obtention d'une évolution qui puisse servir de référence dès  $t=0$  n'était pas garanti par les méthodes préexistantes (initialisation linéaire et relaxation de Dommermuth).

Il reste maintenant à évaluer l'impact de la méthode sur des simulations de spectres réalistes et directionnels.

#### 1.4.5. Initialisation non-linéaire et énergie équivalente

Comme on va chercher à comparer différentes méthodes d'initialisation, il convient de s'assurer que les états de mer en comparaison sont bien équivalents d'un point de vue énergétique. La distribution de l'énergie variera bien évidemment que l'on s'intéresse à un état linéaire ou un état non-linéaire, mais il conviendra que l'énergie totale des deux états de mer soit bien égale. Pour ce faire, il faudra évaluer l'énergie du système indépendamment de la méthode d'initialisation, selon l'expression (1.22).

Il devient alors nécessaire d'un point de vue algorithmique de créer une procédure d'adaptation (Figure 1-13) : si l'on prescrit une énergie totale pour le système, et que l'on répartit linéairement cette énergie suivant les composantes, la recombinaison des interactions non-linéaire énoncée au point précédant ajoutera artificiellement de l'énergie par l'intermédiaire des termes d'ordre 2. En fonction de l'énergie supplémentaire présente dans le domaine il faudra alors prescrire à nouveau une énergie linéaire totale au système, pour recomposer un état non-linéaire à l'ordre 2 d'énergie équivalente au système linéaire, jusqu'à convergence. L'ordre de grandeur usuel en terme de nombre d'itération nécessaire est dépendant d'un critère de convergence ; pour des critères d'erreur inférieur au pourcent le nombre d'itération reste inférieur à 10.

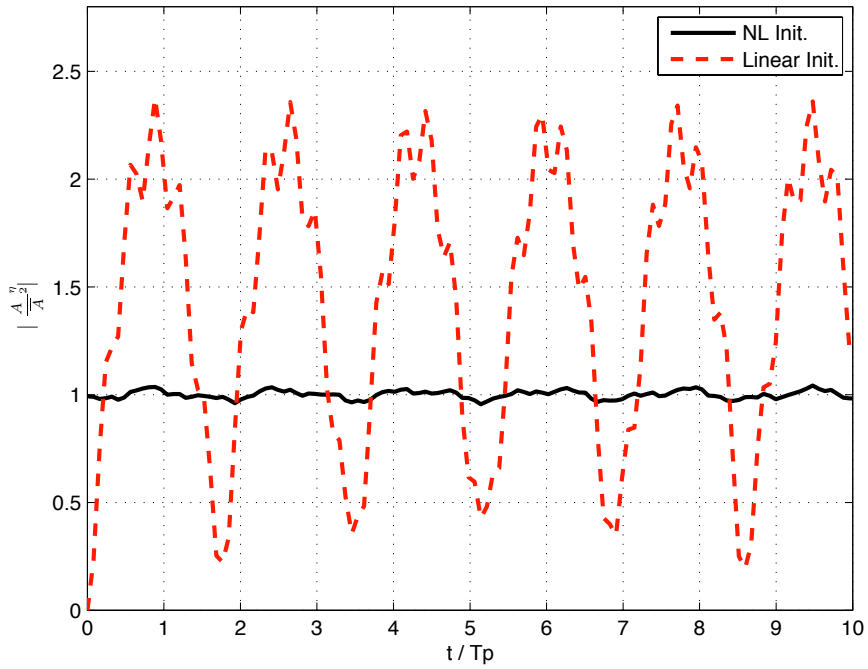


Figure 1-11 Amplitude modale de la composante second ordre pour une initialisation linéaire et non-linéaire à l'ordre 2

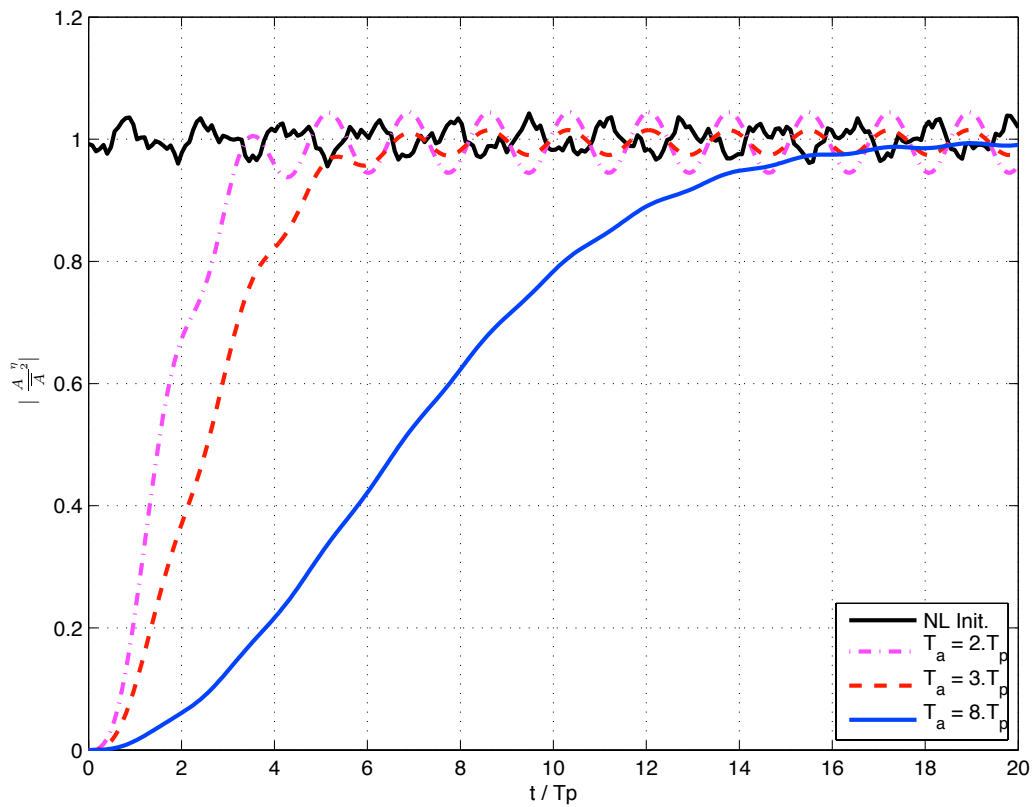
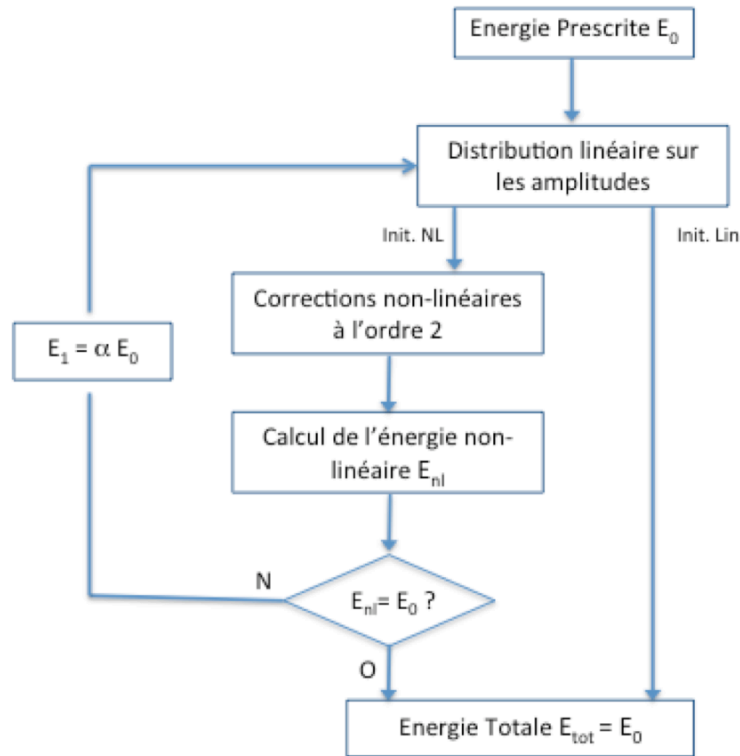


Figure 1-12 Amplitude modale de la composante second ordre pour une initialisation non-linéaire comparée à différentes initialisations de type Dommermuth ( $n=2$ )



**Figure 1-13** Algorithme d'adaptation de l'énergie en cas d'initialisation non-linéaire

#### 1.4.6. Application à un spectre directionnel

L'objectif principal de cette partie de l'étude reste l'évaluation de procédures d'initialisation pour des spectres d'états de mer réalistes. Comme on l'a déjà spécifié, leur modélisation passe par la prise en compte des interactions non-linéaires à l'ordre 3 dans un spectre directionnel. Dans ce qui suit, l'ordre de non-linéarité HOS est fixé à 3 et l'on se propose d'étudier l'évolution d'états de mer sur des grilles spatiales de dimension 768 par 375 nœuds de collocation ; les indices sont choisis de manière à pouvoir être décomposés en un nombre suffisant de facteurs premiers, pour la performance des transformées de Fourier rapides. La taille du domaine est fixée à  $50\lambda_p$  dans les deux directions de propagation, et le pic du spectre discrétisé à la 50<sup>ème</sup> composante (selon la direction principale de propagation). Diverses « pseudo-pentes » ou cambrures de spectre définies par  $\varepsilon = H_s k_p$  ( $H_s = 4\sqrt{E_{tot}}$ ) sont testées en paramètres d'entrée, de mêmes que différents jeux de tirages aléatoires de phases. Les différentes initialisations sont testées pour un même tirage de phase, de façon à ce que les états de mers soient cohérents entre eux. Les initialisations de Dommermuth sont paramétrées avec un temps de relaxation  $T_a = 10.T_p$  et un coefficient  $n=4$ .

S'il était simple de caractériser la relaxation des non-linéarités dans le cas théorique précédemment évoqué d'une onde monochromatique à l'ordre 2, la tâche reste plus ardue dans le cas d'états de mers réalistes directionnels. Dans leurs travaux sur l'initialisation, Dommermuth et Tanaka estiment une durée de relaxation pour des cas théoriques simplifiés, mais ne fournissent pas à proprement parler d'estimateur permettant de caractériser une relaxation des non-linéarités. Différents indicateurs de non-linéarité sont ici définis, estimés et testés.



### 1.4.6.1. Statistiques de l'état de mer

On peut maintenant comparer ces distributions théoriques aux statistiques (paragraphe 1.3.6.1) d'élévation des sorties de modèle HOS en chaque point de collocation du domaine, pour les différentes initialisations. La répartition est par nature beaucoup plus bruitée (Figure 1-14), et les probabilités sont habituellement soit moyennées sur différents jeux de phases initiales, soit en appliquant un filtre glissant sur le domaine de répartition des classes de hauteurs, ce qui revient à élargir les intervalles de classe.

La Figure 1-15 fournit l'évolution temporelle des répartitions d'élévation. Comme on pouvait s'y attendre la répartition de la densité de probabilité d'élévation de surface de mer initialisée linéairement reprend bien l'allure de la gaussienne. Cette répartition est néanmoins immédiatement décalée de la courbe linéaire dès les premiers instants de simulation. Aucun comportement évident ne semble se dégager de l'analyse de ces fonctions de répartitions, car initialisation non-linéaire et initialisation linéaire fournissent des résultats proches du point de vue statistique d'élévation, bien avant les grandeurs caractéristiques de temps de relaxation étudiées par Tanaka[79] ou Dommermuth[29]. Ces seules statistiques d'élévation ne semblent donc pas à même de caractériser un état relaxé des non-linéarités.

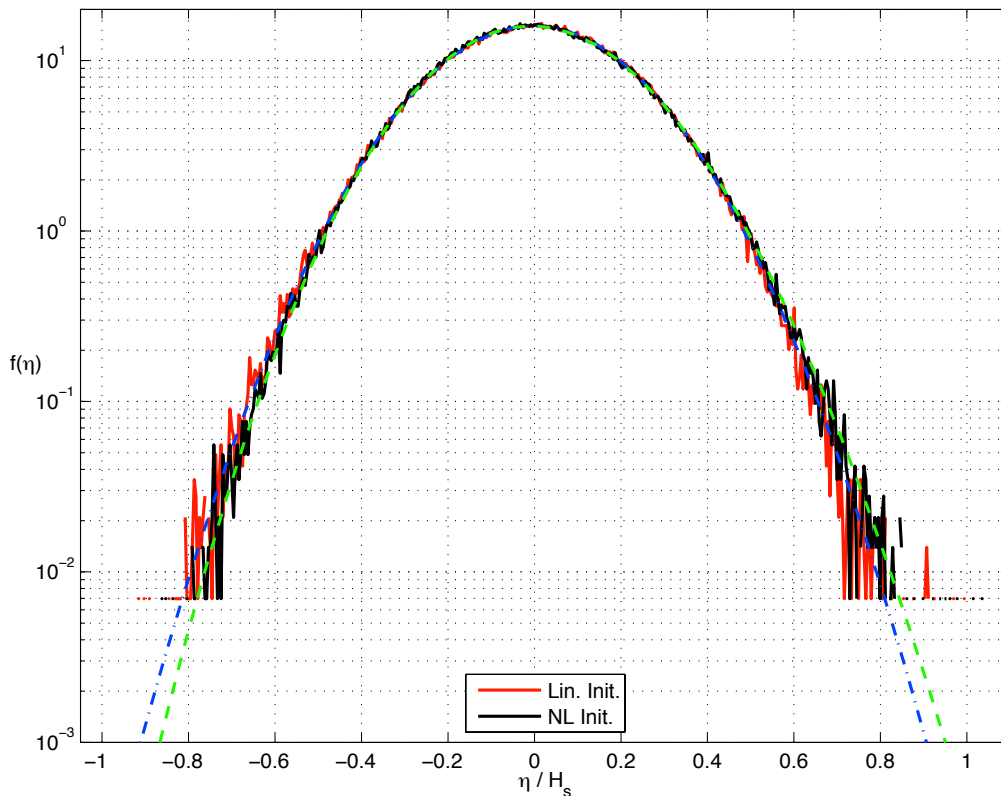
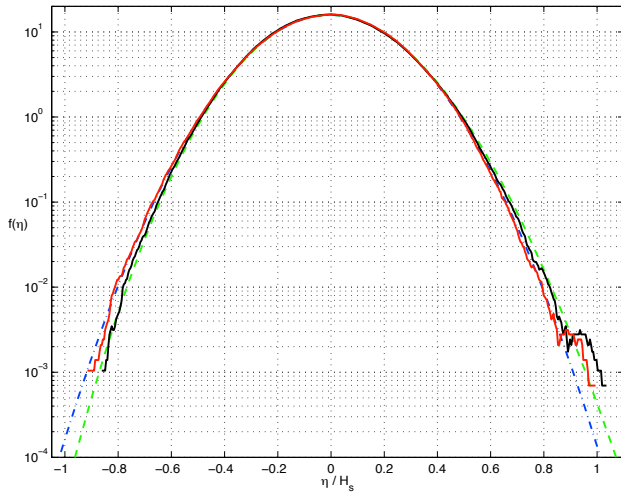
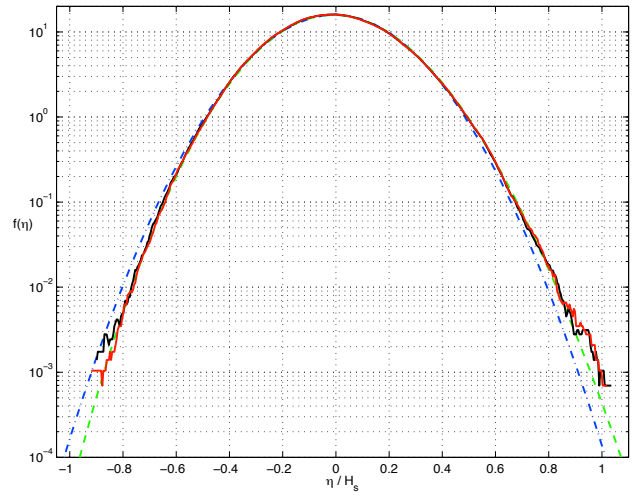


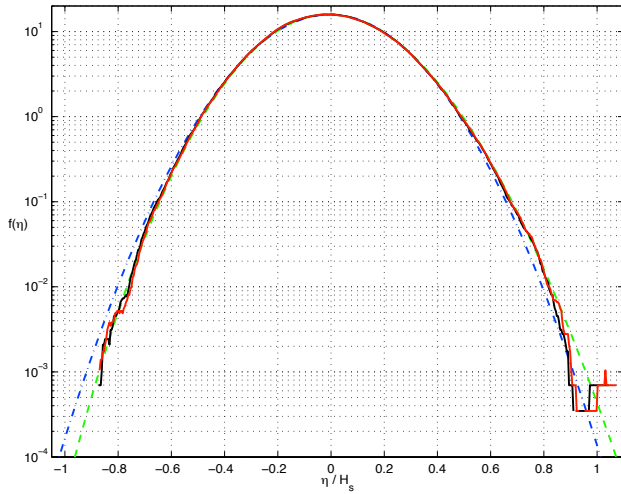
Figure 1-14 Densités de probabilité comparées, non traitées,  $t=0$ .



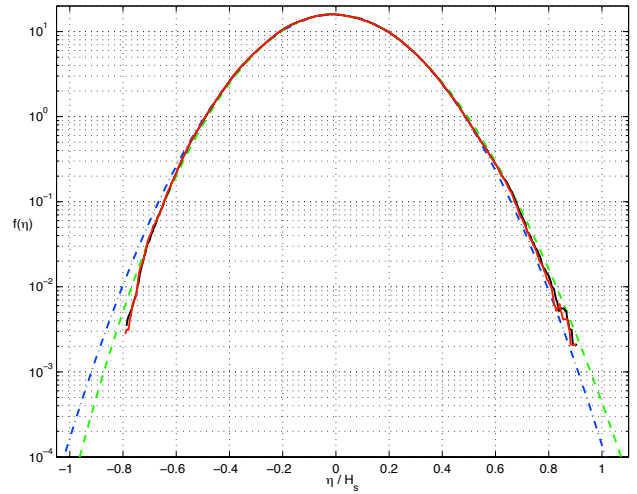
$t = 0 T_p$



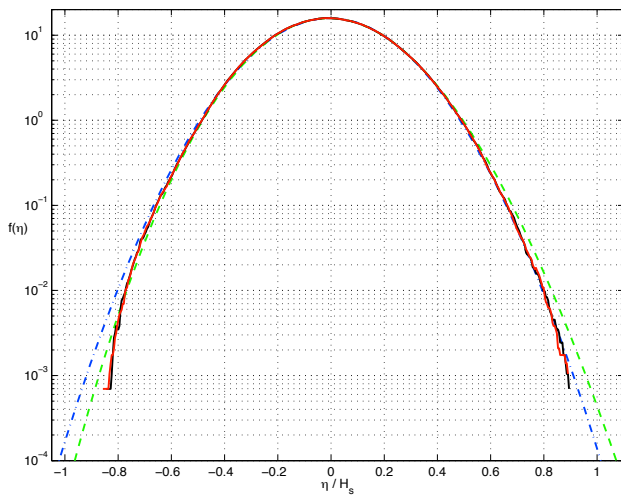
$t = 1 T_p$



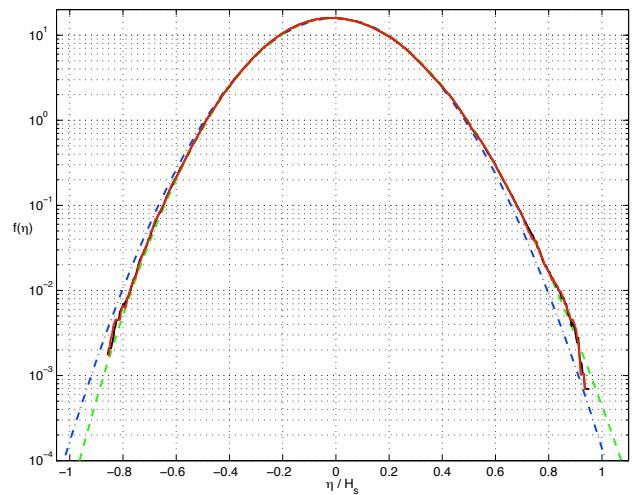
$t = 2 T_p$



$t = 5 T_p$



$t = 10 T_p$



$t = 20 T_p$

**Figure 1-15 Densités de probabilité, après traitement, à différents instants de relaxation**

### 1.4.6.2. Estimateurs de non-linéarité

On se réfère au calcul des différents moments du spectre tels que définis au paragraphe 1.3.6.2. Appliqués à nos simulations, ils ne fournissent cependant pas des estimateurs performants de la relaxation des non-linéarités, comme le laissent présager les résultats au point 1.4.6.1. Étonnamment, Tanaka[79] semble laisser entendre le contraire en fournissant en exemple les valeurs associées à un état de mer assez fortement non-linéaire ( $\varepsilon = k_p H_s \sim 0.3$ ), mais particulièrement étalé d'un point de vue directionnel, et en généralisant à l'ensemble des simulations réalisées dans l'article. Les fluctuations plus importantes qu'il observe sur les  $\sim 5 T_p$  du début de simulation sont d'après nous directement attribuables à la relaxation des non-linéarités à l'ordre 2, mais elles ne sont observables que parce que les instabilités non-linéaires dans le spectre (i.e. dites de Benjamin-Feir(1967)[12]) sont faibles par ailleurs (le spectre est « stable »). On ne retrouve pas ces résultats pour des simulations d'étalement directionnel plus faible (étalement directionnel  $80^\circ$  ici par exemple,  $40^\circ$  de part et d'autre du pic spectral). De même que pour les répartitions de densité de probabilité, les valeurs de Skewness et Kurtosis deviennent vite très proches entre des simulations initialisées linéairement et non-linéairement (Figure 1-16). Le Skewness semble osciller de manière légèrement plus intense pour les simulations initialisées linéairement, mais on ne différencie pas spécifiquement d'oscillations plus marquées aux instants initiaux que sur la suite de la simulation. Les différents moments se trouvent donc, sauf cas particuliers, inopérants pour caractériser la relaxation.

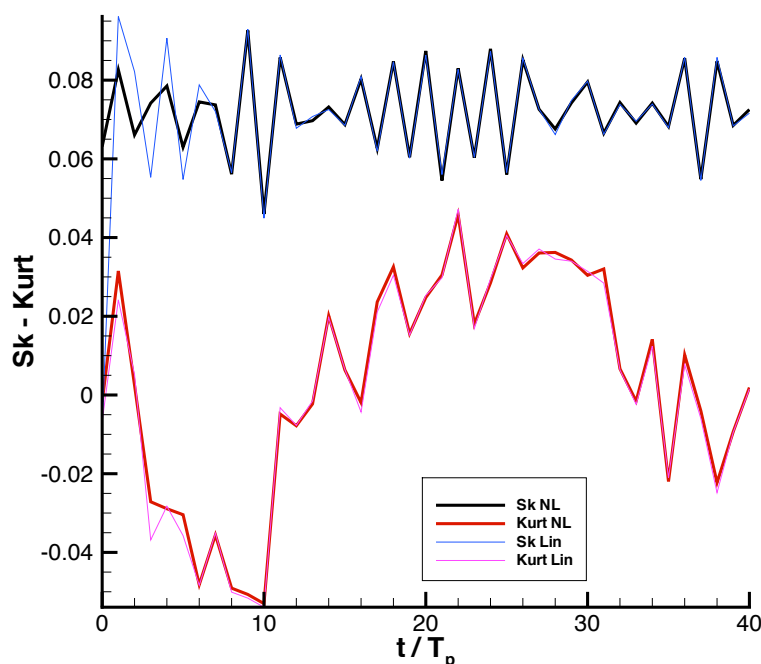


Figure 1-16 Comparatif des indices Skewness et Kurtosis (translatés de -3, pour centrage en 0) pour deux simulations initialisées linéairement et non-linéairement

### 1.4.6.1. Transferts non-linéaires

On cherche en définitive à étudier plus en détail les processus de relaxation non-linéaire. Il nous faut pouvoir caractériser l'évolution d'un spectre non-linéaire, et l'étude des transferts énergétiques induits peut être un moyen de l'analyser. Les estimateurs de transferts non-linéaires introduits par Tanaka[79] pour un autre objectif peuvent aussi servir ici pour l'étude de la relaxation. Ils sont définis à partir des quantités énergétiques de densité spectrale tels que :

$$T_E(k_x, k_y) = \frac{E_{k_x, k_y}(t_2) - E_{k_x, k_y}(t_1)}{\Delta t} \quad (1.67)$$

avec  $E_{k_x, k_y}$  vérifiant (1.26). On notera que la quantité spectrale  $E_{k_x, k_y}$  ne fait pas à proprement parler référence à une grandeur non-linéaire, mais c'est bien le transfert temporel qui constitue l'évaluation de la non-linéarité. Pour une évolution linéaire de la surface libre, ce transfert est nul.

Appliquée à nos simulations, l'évaluation de cet estimateur montre immédiatement ses capacités et permet de différencier et comparer chacune des méthodes d'initialisation. Si Tanaka utilisait cette grandeur afin de caractériser les transferts non-linéaires sur des durées de  $15 T_p$  pour vérifier les prévisions théoriques d'Hasselmann(1962)[42], on différencie l'évolution de la densité énergétique sur une durée plus courte ( $1 T_p$ ) afin de rendre compte de la relaxation des non-linéarités. Un traitement complémentaire est habituellement réalisé afin de mieux rendre compte des transferts locaux dans le spectre ; on choisit ici de convoluer la fonction de transfert énergétique à une fonction filtre afin de produire un transfert moyenné localement ( $\sim 10 \times 10$  points de spectre). Un tel filtrage permet de limiter le nombre de jeux de phases testés au prix d'une réduction de la résolution de grille spectrale exploitable (Tanaka[79]). Les transferts énergétiques non-linéaires entre composantes sont par nature particulièrement fluctuants et la discrétisation qui en est faite relativement fine. Comme l'on cherche plus à caractériser ici l'allure des transferts sur l'ensemble du domaine spectral, le filtrage glissant tel qu'il est réalisé sur une dizaine de point, n'est pas trop préjudiciable pour la qualité des résultats.

On va ici comparer les transferts pour les 3 méthodes d'initialisation, à différents instants de simulation. L'initialisation non-linéaire est représentée sur le graphe supérieur, celle linéaire sur celui du centre et celle de Dommermuth sur celui inférieur (Figure 1-17 et Figure 1-18). Comme on pouvait s'y attendre ces transferts sont proches de zéros durant les premiers instants des simulations initiées par la méthode de relaxation de Dommermuth. Le transfert croît progressivement et les valeurs semblent converger vers celles de transferts obtenus après initialisation linéaire et non-linéaire, au bout de  $15$  à  $20 T_p$ . Les initialisations linéaires et non-linéaires sont quant à elles bien distinctes, comparativement, aux premiers instants de simulations, jusqu'à  $\sim 10 T$ . Les initialisations linéaires semblent présenter un excédent d'énergie autour du pic spectral, puisque les transferts sont déficitaires dans cette région pour les différents jeux de tirages de phase analysés à l'instant initial (illustration pour 2 tirages différents, Figure 1-17). Ceci met en lumière les instabilités initiales dans certaines simulations de Tanaka, attribuées à des relaxations d'ordre 2. Les résultats sont plus hétérogènes du point de vue des répartitions de transferts pour l'initialisation non-linéaire puisque l'on s'affranchit des relaxations à cet ordre. On peut donc espérer que cette hétérogénéité soit le signe d'une distribution acceptable de l'énergie et des phases, du point de vue de l'ordre 2 de non-linéarité du système, dès les premiers instants des simulations. Les transferts semblent converger vers des valeurs proches entre les trois méthodes d'initialisation au bout de  $10$  à  $15 T_p$ , mais prises deux à deux, les simulations initialisées par méthode de Dommermuth et par méthode non-linéaire semblent elles s'accorder sur des valeurs plus proches que celles générées après initialisation linéaire (Figure 1-18).

Une intégration en direction de ces valeurs de transferts permet de s'en persuader, en utilisant :

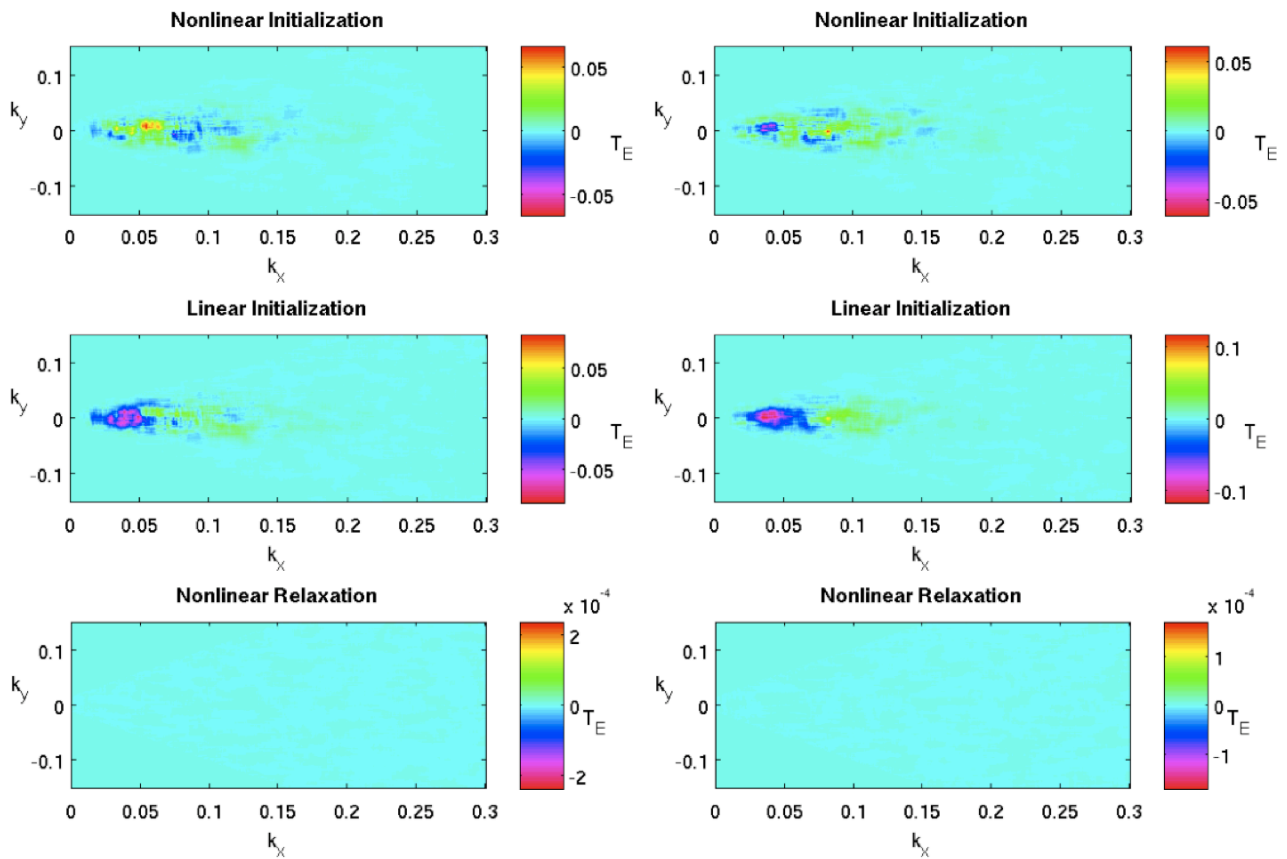
$$T_E(k) = \frac{E_k(t_2) - E_k(t_1)}{\Delta t} \quad (1.68)$$

avec

$$E_k(t) = \int E(k, \theta, t) d\theta \quad (1.69)$$

La distribution de densité spectrale en coordonnées cylindriques en fonction de celle en cartésienne est donnée par l'expression (1.28). Les différences notables aux instant initiaux apparaissent bien également (Figure 1-19) et l'on met bien en évidence (Figure 1-20) que les trois initialisations convergent vers des valeurs proches à partir de  $15 T_p$ , celles non-linéaires et celles de Dommermuth présentant comparativement une différence très faible sur ces valeurs de transferts intégrés en direction.

Une observation fine des transferts directionnels laisse en outre apparaître pour les sorties issues de l'initialisation linéaire des échanges particulièrement structurés, dans des zones du spectre qui ne possédaient qu'une très faible densité d'énergie à l'instant initial.



**Figure 1-17 Comparaison des transferts énergétiques non-linéaires initiaux pour deux tirages de phases différents (0 à  $1 T_p$ )**

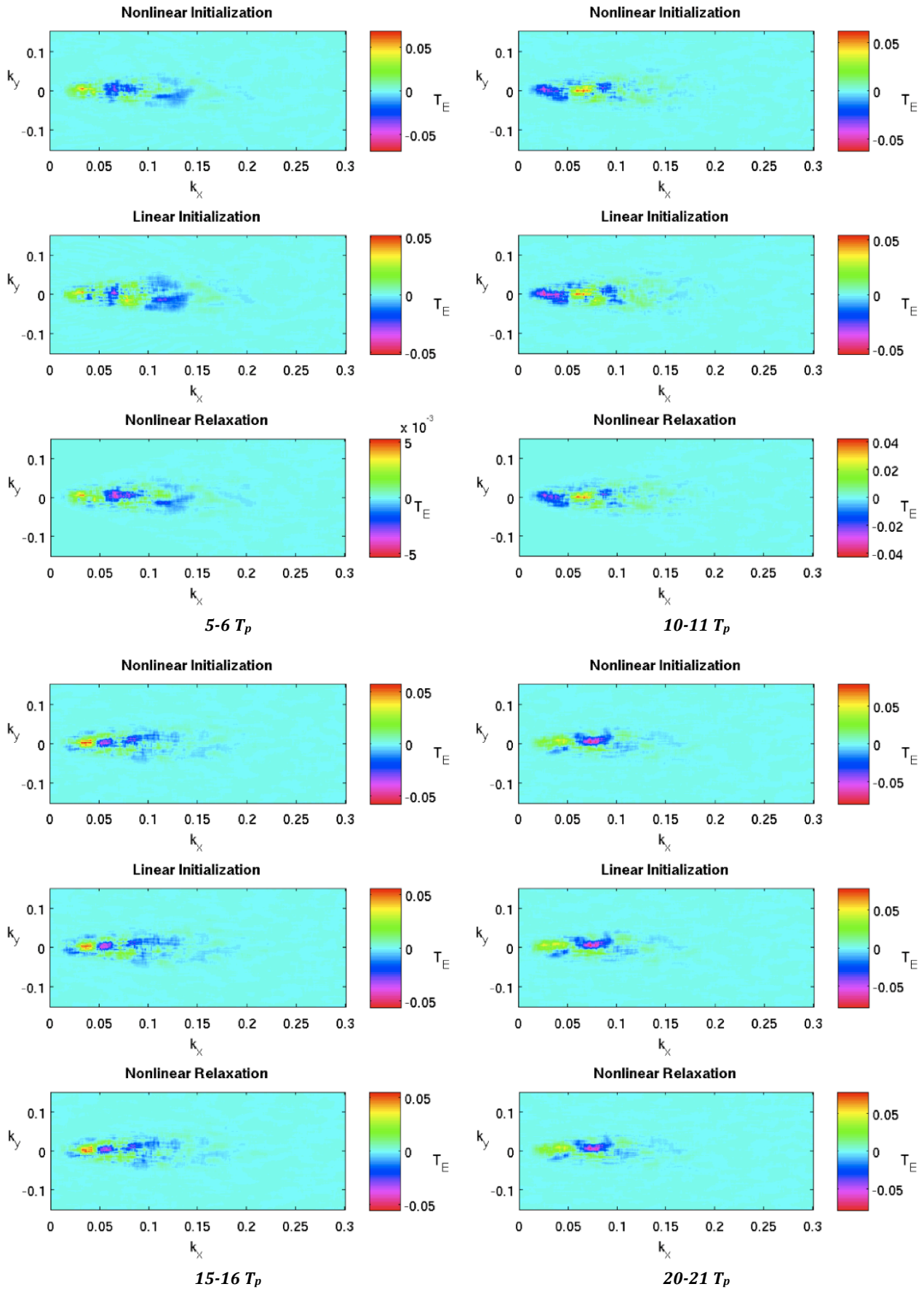


Figure 1-18 Evolution des transferts énergétiques non-linéaires pour un même tirage de phases

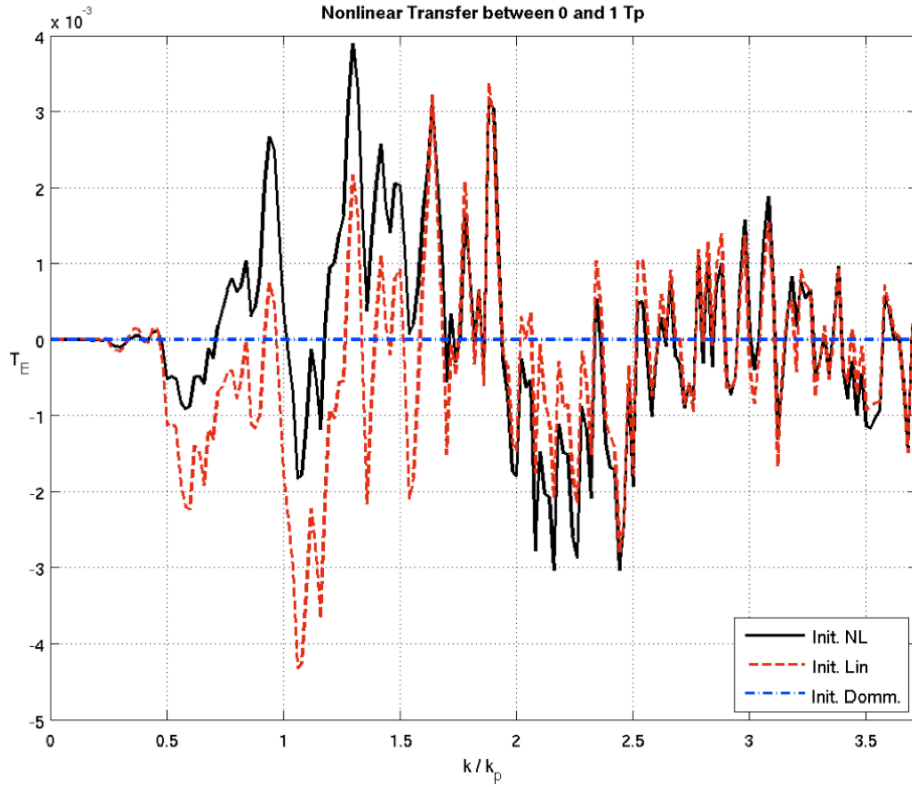


Figure 1-19 Comparaison des transferts énergétiques non-linéaires intégrés en direction, entre 0 et 1  $T_p$

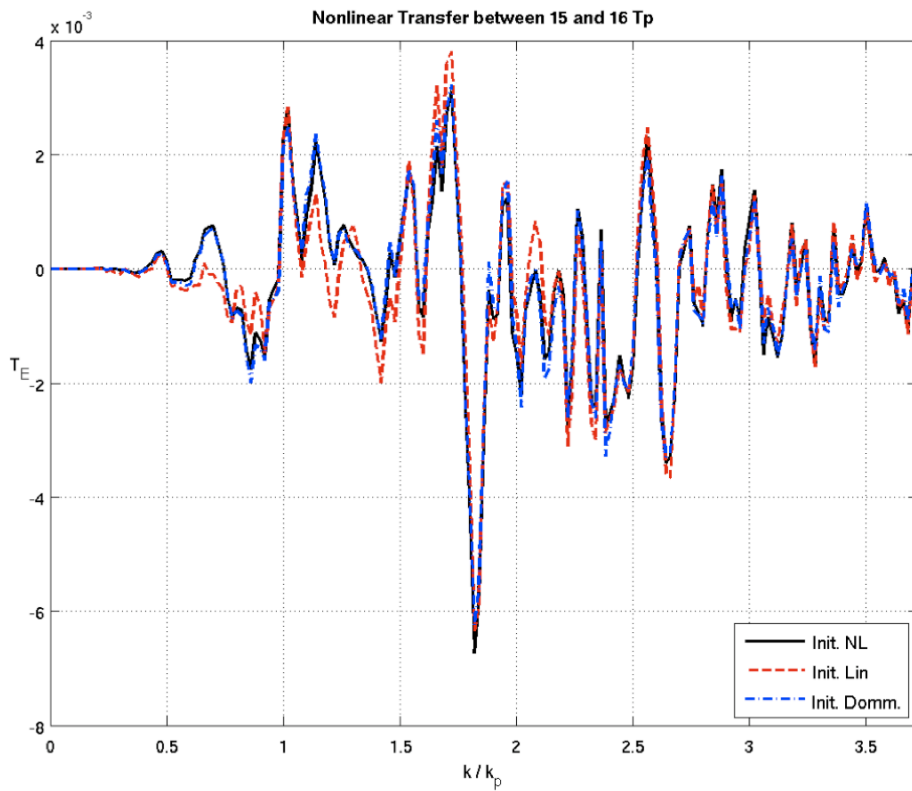
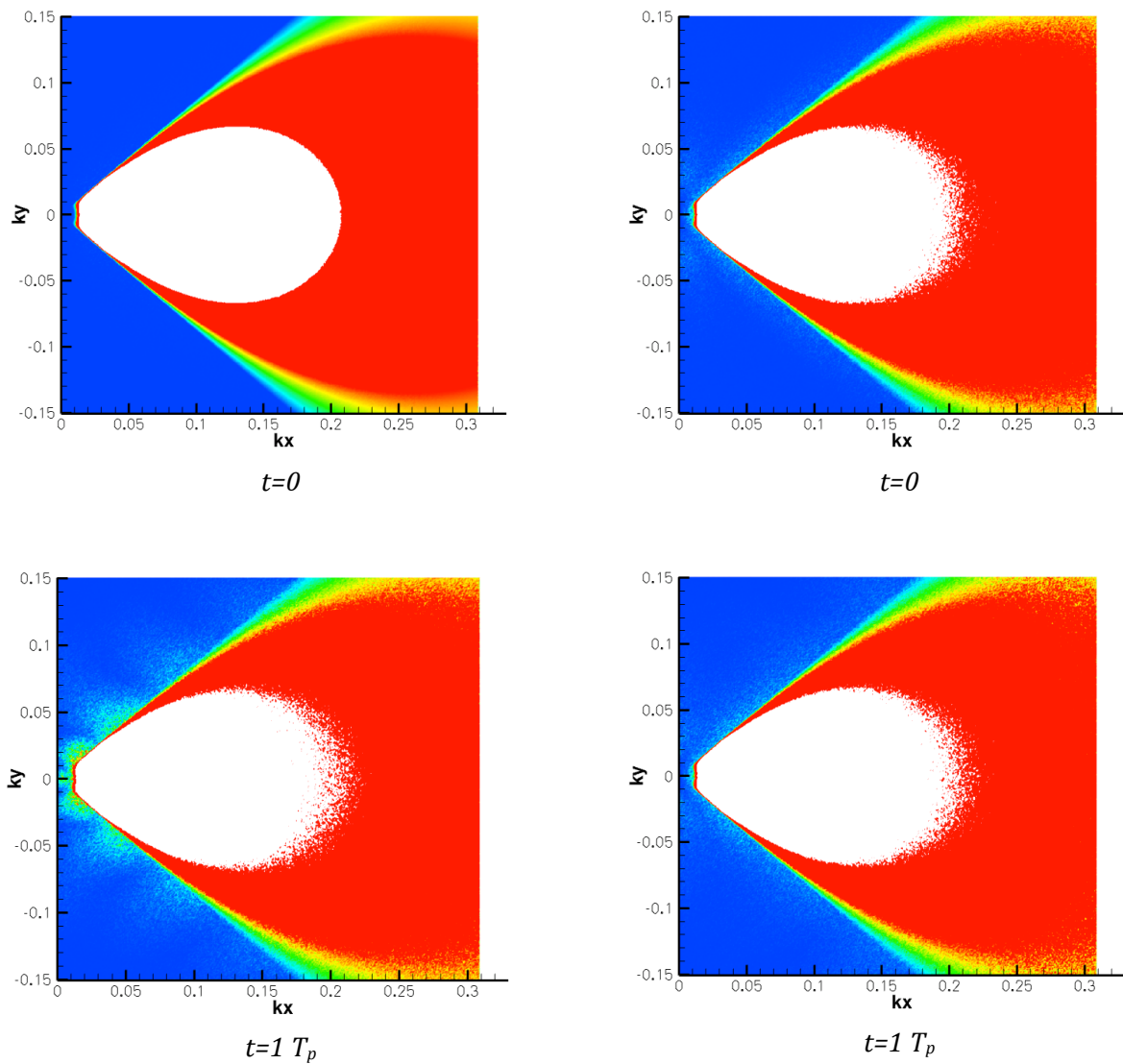


Figure 1-20 Comparaison des transferts énergétiques non-linéaires intégrés en direction, entre 15 et 16  $T_p$

En affichant spécifiquement l'évolution de cette zone du point de vue de l'amplitude modale, comparativement entre données d'initialisations linéaires et non-linéaires, on peut mettre en évidence une oscillation dans le spectre, c'est à dire la trace d'ondes stationnaires (Figure 1-21) comme pour le cas monochromatique unidirectionnel précédemment étudié. L'amplitude modale est représentée en  $(k_x, k_y)$  et l'échelle de couleur est adaptée pour mettre en évidence la partie faiblement énergétique du spectre (*ordre 2* de non-linéarité). Ces oscillations sont concentriques puisque la pulsation des ondes stationnaires générées est une fonction de la norme du vecteur d'onde associé. L'oscillation dans le plan  $(k_x, k_y)$  est à  $t=0$  un terme  $A^\eta(k_x, k_y)$  constant sur le domaine. Pour  $t>0$ , chaque mode oscille alors en  $\cos(\omega(k_x, k_y) t)$ , ce qui explique le raccourcissement des distance crête à crête au cours du temps (Figure 1-22). L'évolution de l'amplitude traduit selon toute vraisemblance l'effet des échanges non-linéaires d'ordre 2 et 3. Une modulation est également présente dans le cas de l'initialisation non-linéaire, mais son amplitude est négligeable devant celle de observée dans le cas de l'initialisation linéaire. Elle est tout juste décelable sur la même échelle de représentation (Figure 1-22,  $t=5 T_p$  par exemple).

*Amplitude modale  $A^\eta$ , Initialisation linéaire*

*Amplitude modale  $A^\eta$ , Initialisation non-linéaire*

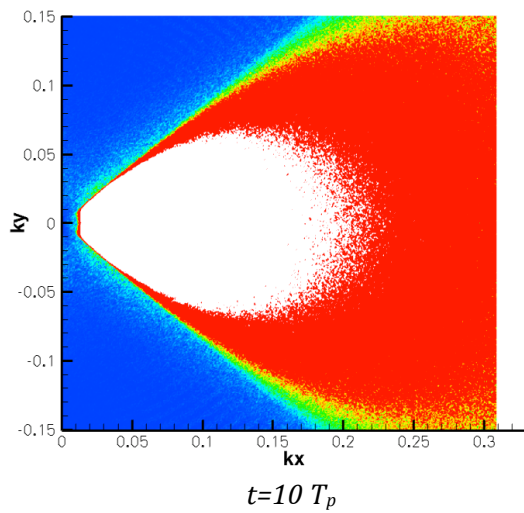
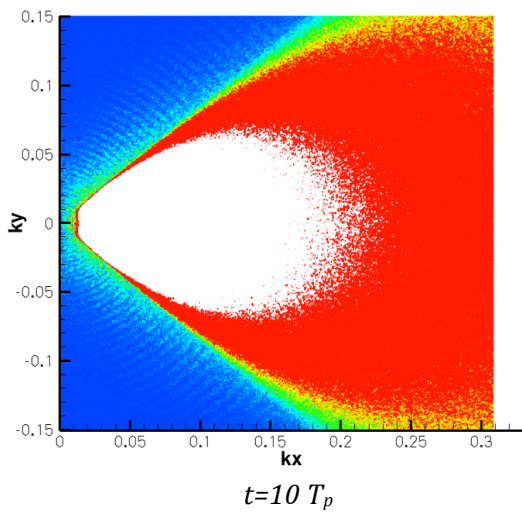
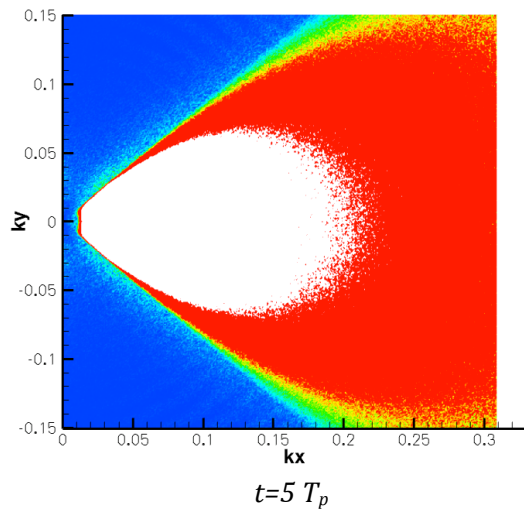
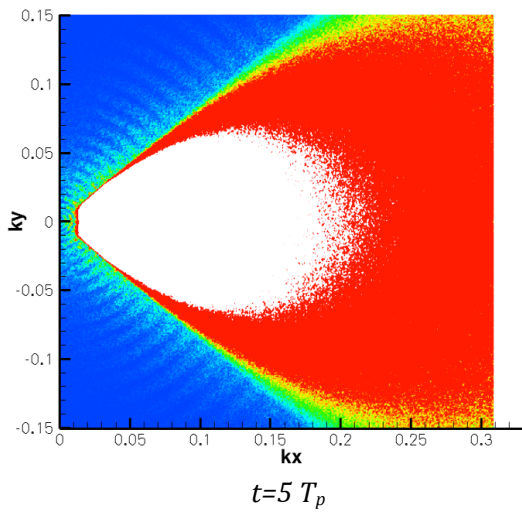
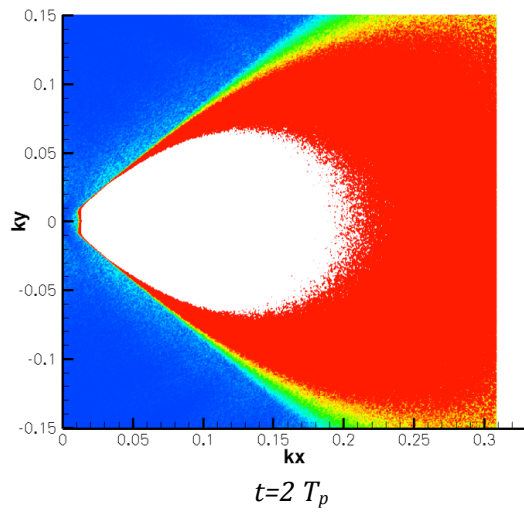
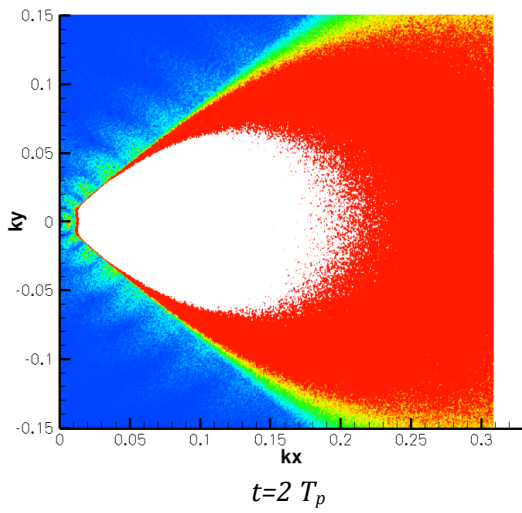


**Figure 1-21 Mise en évidence d'ondes libre dans le spectre A**  
**Echelles de couleur identiques, adaptées aux oscillations de faible amplitude**



*Amplitude modale  $A^n$ , Initialisation linéaire*

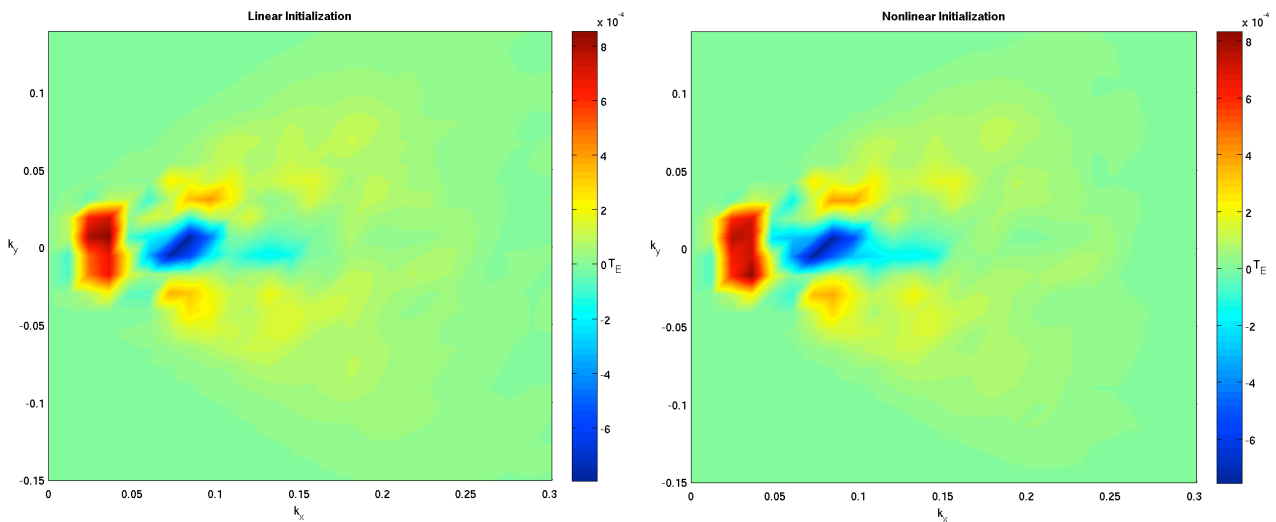
*Amplitude modale  $A^n$ , Initialisation non-linéaire*



**Figure 1-22 Mise en évidence d'ondes libre dans le spectre  $A^n$   
Echelles de couleur identiques, adaptées aux oscillations de faible amplitude**

L'adaptation que l'on observe ici de  $t=0$  à près de  $t = 40 T_p$  (i.e. l'ordre de grandeur de temps pour la disparition des ondes stationnaires parasites pour l'initialisation linéaire, des perturbations sont encore décelables dans la répartition d'amplitude modale) est le résultat de la combinaison des processus de relaxation des non-linéarités. L'onde libre voit son amplitude décroître au court du temps et cela n'est possible que si des interactions dans le spectre occasionnent des transferts énergétiques. Leur amplitude devient cependant vite faible devant celle du pic spectral, et il semble difficile de conclure sur une prescription de durée de relaxation optimale. Cette durée de relaxation variant suivant cambrure moyenne du spectre considéré, on évitera par la suite d'avoir recours à des initialisations linéaires.

On peut également remarquer ici que Tanaka cherchait à caractériser des transferts non-linéaires à l'ordre 3 afin de vérifier la formulation d'Hasselmann de ces transferts, et qu'il différenciait les transferts entre des instants 6 et  $20 T_p$ . D'après nos observations, il doit ainsi pouvoir s'affranchir d'une part importante de l'instabilité initiale à l'ordre 2. Il repère en outre que les transferts qu'il observe sont cohérents d'un point de vue qualitatif avec ceux prédits par les travaux antérieurs de Resio & Perrie(1991)[70], mais que leur quantification est surestimée jusqu'à 100% dans ses propres données par rapport au terme  $S_{nl}$  prédit par la théorie d'Hasselmann. Il s'étonne finalement de trouver des transferts sur de si courtes durées alors que les travaux d'Annenkov & Shrira(2001) [4] publiés à la même période laissaient entendre que de tels transferts nécessitaient une durée d'un ordre de grandeur  $O(10^3.T_p)$ . Nos résultats sont ici cohérents avec ceux de Tanaka ou Young & Van Vledder(1993)[87], et l'on retrouve l'allure des transferts non-linéaires de type Hasselmann pour les 3 types d'initialisation (Figure 1-23). On repère bien ici à l'œuvre les transferts qui conditionnent fortement l'allure spectrale d'un état de mer au cours de sa vie, en transférant l'énergie du pic spectral vers les plus basses fréquences et en la dispersant angulairement autour de la direction principale (transferts positifs dans ces zones spectrales). La question reste finalement encore ouverte sur les points soulevés par Tanaka.



**Figure 1-23 Mise en évidence de la forme des transferts de type Hasselmann, indépendamment de l'initialisation (transferts entre  $16$  et  $40 T_p$ )**

## 1.5. Résumé et conclusions

On a présenté dans cette partie le formalisme du modèle d'états de mer déterministe non-linéaire basé sur une méthode de résolution *High Order Spectral*. Ce modèle a été appliqué dans le cadre de simulations océaniques, et l'on a plus spécifiquement vérifié l'impact de la discrétisation et ses capacités à reproduire les processus liés à la turbulence faible. Les propriétés de l'état de mer sont conformes aux prescriptions théoriques, et l'on retrouve des résultats semblables à ceux d'Onarato(2002)[63] et Tanaka(2004)[80] sans avoir recours à des termes de filtrage dissipatif artificiels. On met néanmoins en évidence des critères de convergence et stabilité liés à la conservation de l'énergie surfacique du domaine ou à la longueur de queue de spectre relativement au pic spectral.

On s'est ensuite penché plus particulièrement sur la problématique d'initialisation dans un modèle non-linéaire. On évoque l'intérêt de disposer d'une modélisation qui puisse constituer une référence, et ce dès les instants initiaux, pour l'étude de l'évolution non-linéaire des états de mer. On remarque qu'aucune des méthodes d'initialisation existantes (Dommermuth(2000)[29] et Tanaka(2001)[79]) ne permet de répondre à ce besoin. On évalue alors les performances d'une initialisation non-linéaire à l'ordre 2 dans des simulations HOS d'ordre de non-linéarité supérieur ou égal, et l'on vérifie qu'elle constitue un raccourci acceptable vers la relaxation des non-linéarités. Divers estimateurs de cette relaxation sont testés, et l'on observe notamment que les moments d'ordre 3 ou 4 du spectre (skewness et kurtosis) ne permettent pas d'une manière générale de diagnostiquer une relaxation. Les résultats présentés par Tanaka[79] constituaient un cas particulier, du fait de la largeur d'étalement angulaire du spectre sur lequel étaient réalisés ses tests, et donc de sa stabilité non-linéaire spécifique. L'analyse comparative des transferts énergétiques semble néanmoins constituer un bon indicateur puisque l'on observe des transferts notablement convergés, après relaxation, entre la méthode de Dommermuth[29] et l'initialisation non-linéaire à l'ordre 2 que l'on présente. Les ondes parasites générées par l'initialisation linéaire semblent impacter plus durablement les simulations, ou en tout cas sur des échelles de temps plus grandes que celles présentées par Tanaka[79]. La méthode d'initialisation de Dommermuth ou celle d'initialisation non-linéaire à l'ordre 2 présentée ici semblent préférables pour la réduction des périodes transitoires. On vérifie finalement que l'allure des transferts non-linéaires de type Hasselmann est cohérente dans notre approche avec ceux présentés par Tanaka[79].

## CHAPITRE 2. FORÇAGE ET DISSIPATION

### 2.1. Introduction

Après l'étude du phénomène purement propagatif à l'aide d'un modèle non-linéaire performant, il a semblé intéressant de chercher à considérer les mécanismes à l'œuvre au réel dans les différentes phases d'évolution des vagues. Comme on l'a déjà mis en lumière dans la partie précédente, les non-linéarités sont des processus indissociables de la vie des vagues, mais leur importance n'a été historiquement évaluée qu'assez tardivement (Hasselmann(1962)[42], Zakharov(1968)[90]). Par contre, il est depuis longtemps largement admis que la génération et la croissance des ondes de gravité à l'étude ici passent par le transfert énergétique de la couche atmosphérique à celle océanique, par l'intermédiaire du vent (e.g. Jeffreys(1925)[48], Phillips(1957)[67], Miles(1957)[62]). Les couplages à l'œuvre peuvent s'avérer particulièrement complexes à estimer puisqu'ils induisent l'action et la rétroaction de deux couches turbulentes de fluides entre elles. L'apport énergétique initié par le vent est par ailleurs borné, et cela majoritairement par l'instabilité qu'il génère dans la couche de fluide et qui conduit à la dissipation d'énergie par déferlement. On détaille ici l'évolution dans la compréhension de ces deux derniers processus importants dans l'évolution des vagues.

#### 2.1.1. Génération par le vent

Pour que les transferts énergétiques s'opèrent dans l'un ou l'autre sens entre les deux couches de fluide, il est nécessaire que les contraintes en présence exercent un travail non nul, c'est à dire dans le plan  $(x,z)$ , avec  $\mathbf{n}$  la normale entrante de la surface libre :

$$\int [\tilde{p}_a(x,t)\mathbf{n} + \tau\bar{\mathbf{x}}] \cdot \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} dx \neq 0 \quad (2.1)$$

Cela fait intervenir les fluctuations de pression en phase avec la pente des vagues et/ou les variations de tension de cisaillement en phase avec la vitesse orbitale. On va par la suite négliger le terme visqueux qui, d'un point de vue pratique, intervient surtout aux très faibles longueurs d'ondes pour les flux d'énergie de l'atmosphère vers l'océan, et assez faiblement pour les flux d'énergie de l'océan vers l'atmosphère (travail dissipatif du point de vue des vagues, sensible dans les cas de propagation de houle longue sur de longues distances par exemple).

Les mécanismes à l'œuvre sont étudiés et formalisés depuis maintenant près d'un siècle. On pourra se référer pour une revue plus détaillée aux supports de cours de F. Ardhuin (*Vagues, Hydrodynamique et Télédétection*)[6] ou R. Sobey (*Irregular waves and their generation*)[74]. Trois théories principales peuvent expliquer la croissance des vagues, avec des cas d'applications différents et assez bien définis. De manière générale la pression atmosphérique à l'interface peut s'écrire :

$$\tilde{p}_a(\mathbf{x},t) = A^{\tilde{p}_a}(\mathbf{k}_a,t)e^{i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{x}} + \rho_w g(\nu + i\mu)A^\eta(\mathbf{k}_a,t)e^{i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{x}} \quad (2.2)$$

pour l'influence de la contribution atmosphérique à une longueur d'onde  $\mathbf{k}_a$ . Le premier terme correspond à l'influence d'un terme turbulent de pression (présent sur une large bande de  $\mathbf{k}_a$ ), non relié au déplacement de la surface. Le second terme décrit le couplage air-eau, grâce à deux coefficients sans dimension,  $\nu$  en phase avec l'élévation de surface, et  $\mu$  avec la pente. Comme on ne cherche pas à caractériser l'allure du terme de pression à la surface de manière générale, mais seulement à définir la partie de la pression responsable du transfert énergétique, on peut négliger par la suite le terme  $\nu$  en phase avec l'élévation, son travail étant nul.

### 2.1.1.1. Croissance initiale

Une première théorie, formulée par Phillips(1957)[67] se penche sur l'influence des fluctuations de pression naturellement présentes dans l'écoulement atmosphérique (i.e. part turbulente de l'écoulement, engendrant une contrainte de pression turbulente). On peut tout de suite noter qu'une telle conception ne considère qu'un couplage de l'atmosphère vers le liquide, sans réciprocity, et devient donc de moins en moins réaliste au fur et à mesure qu'elle permet la croissance des vagues. En effet, dans le cadre d'un écoulement atmosphérique (i.e. le vent) sur une couche rugueuse (i.e. les vagues), on comprend bien que la rugosité ne pourra pas croître indéfiniment sous l'action du vent sans que les modifications induites sur la couche limite de l'écoulement deviennent non-négligeables. Elle fournit néanmoins un cadre théorique aux premiers instants de croissance des vagues, pendant lesquels la densité d'énergie des vagues croît linéairement au cours du temps. En effet, en linéarisant les CSL (équations (1.8) et (1.9)) on peut considérer le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta &= -\frac{\tilde{p}_a}{\rho_w} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.3)$$

En combinant les deux relations et en se plaçant dans l'espace spectral, on peut écrire une équation d'oscillateur linéaire forcé, de pulsation complexe  $N$ , tels que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_{\mathbf{k}_a}^\eta}{\partial t^2} + N^2 A_{\mathbf{k}_a}^\eta &= -\frac{k_a}{\rho_w} A_{\mathbf{k}_a}^{\tilde{p}_a} \\ N &= \sqrt{gk_a(1 + \nu + i\mu_{in})} \approx \sqrt{gk_a}(1 + i\mu_{in}/2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

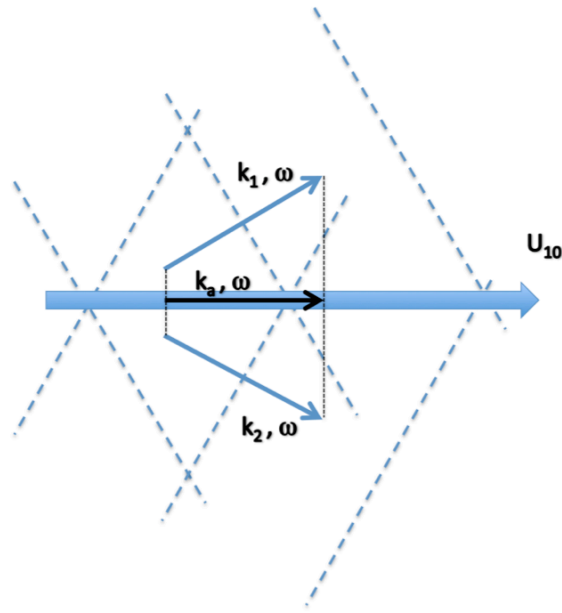
Il peut alors être démontré que la densité spectrale d'énergie associée à l'élévation vérifiant (2.4) peut être écrite sous la forme :

$$E(\mathbf{k}_a, t) = \frac{\pi \prod_{\tilde{p}_a}(\mathbf{k}_a, \omega) \sinh(\mu_{in} \omega t)}{\rho_w^2 C^2 \mu_{in} \omega} \quad (2.5)$$

où  $C$  est la vitesse de phase ( $C = \omega/k_a$ ) et  $\prod_{\tilde{p}_a}(\mathbf{k}_a, \omega)$  est la densité spectrale associée à la pression turbulente, d'amplitude modale  $A_{\mathbf{k}_a}^{\tilde{p}_a}$ . Nombre d'onde et pulsation ne sont pas reliés par une relation de dispersion dans ce terme de turbulence dans l'atmosphère. Aux instants initiaux, lorsque  $\mu\omega t \ll 1$ ,  $\sinh(\mu\omega t) \approx \mu\omega t$ , la densité d'énergie de l'élévation vérifie alors :

$$E(\mathbf{k}_a, t) = \frac{\pi \prod_{\tilde{p}_a}(\mathbf{k}_a, \omega)}{\rho_w^2 C^2} t \quad (2.6)$$

qui décrit bien une croissance initiale linéaire de l'énergie, dépendant simplement de la turbulence atmosphérique (Phillips(1957)[67]). Une condition de résonance apparaît lorsque la pulsation de la turbulence atmosphérique va vérifier la relation de dispersion des ondes de surface avec le nombre d'onde  $\mathbf{k}_a$  associé. De manière plus générale, toutes les ondes de gravité de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  dont la norme du projeté selon la direction de  $\mathbf{k}_a$  vérifiera la relation de dispersion linéaire avec  $\omega$  seront à la résonance (Figure 2-1).



**Figure 2-1 Allure de l'interaction entre le vent et les deux ondes obliques  $k_1$  et  $k_2$  vérifiant la condition de résonnance**

### 2.1.1.2. Développement

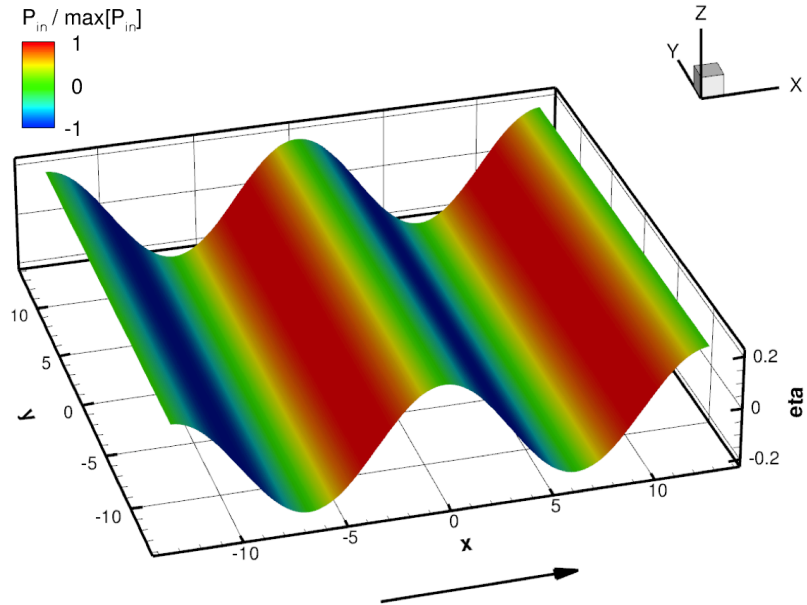
Lorsque la taille des vagues ne peut plus être négligée du point de vue de l'écoulement, celles-ci modifient implicitement le champ de pression. Miles(1957)[62] a posé les bases d'une théorie développée par la suite, sur un mécanisme de croissance prenant en compte cette modification. Il exprime un champ de pression écrit sous la forme (2.2) dans lequel pression turbulente et terme de couplage en phase sont négligeables devant le couplage initié par le terme  $\mu$  en quadrature. En reprenant le raisonnement (2.5) précédent, pour  $\mu\omega t \gg 1$ ,  $\sinh(\mu\omega t) \approx \exp(\mu\omega t)/2$  et la densité spectrale évolue alors comme :

$$E(\mathbf{k}_a, t) = \frac{\pi \prod_{\bar{p}_a}(\mathbf{k}_a, \omega) \exp(\mu_m \omega t)}{\rho_w^2 C^2 2\mu_m \omega} \quad (2.7)$$

La variation de E est commandée par  $\mu$ , puisque E dans (2.7) est solution de :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \mu_m \omega E \quad (2.8)$$

La turbulence n'a alors plus qu'un rôle négligeable. La croissance exponentielle de l'amplitude ou de l'énergie se fera a priori de manière privilégiée aux hautes fréquences par la dépendance directe en  $\omega$ . Elle est consistante avec ce que révèlent les observations (e.g. Hasselmann et al. (1973)[44]) pour la campagne de mesure JONSWAP en Mer du Nord). Il reste néanmoins à déterminer l'expression du coefficient de couplage  $\mu$  duquel la croissance est également proportionnelle. En principe, ce coefficient qui est assimilable à un facteur de friction peut être déterminé par la théorie qui régit l'interaction de couplage océan-atmosphère (Miles(1957) [62] et ultérieurs). En pratique, il reste ardu à calculer de manière réaliste car il dépend intrinsèquement des hypothèses souvent incertaines et réductrices sur les profils de vitesses de vent et la clôture de turbulence. La théorie de Miles et les apports successifs des mesures de Snyder et al.(1981)[73] et de la formulation proposée par Janssen(1991)[47], comme on le verra par la suite, permettent néanmoins un relativement bon accord avec la théorie pour les mesures de pression et de croissance autour du pic spectral, pour des vents dont la vitesse n'est pas trop grande par rapport à la vitesse de phase des vagues considérées.



**Figure 2-2 Allure du terme de forçage en quadrature, de type Miles(1957) ou Phillips(1957), sur une onde monochromatique, pour un vent se propageant dans un sens et une direction identiques à l'onde.**

### 2.1.1.3. Effet d'abri

Historiquement, Jeffreys(1925)[48] avait proposé un troisième mécanisme de croissance qui semble finalement pouvoir être vu comme un cas particulier de la théorie de croissance présentée par Miles(1957)[62]. En se penchant sur l'effet d'abri induit par le décollement du flux d'air de la surface fluide, il met en évidence une relation entre l'élévation de surface et la pression induite de la forme :

$$\tilde{p}_a(\mathbf{x}, t) = s\mu'_{in} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.9)$$

Selon lui,  $s$  correspond à la « quantité de vague » soumise à l'action du vent, ce qui revient à prendre en compte dans l'expression de Miles (2.2) un tel coefficient d'abris ( $s < 1$ ). Le coefficient de couplage  $\mu'$  reste encore ici à déterminer dans les cas de vents forts comparativement à la vitesse caractéristique des vagues. Cette théorie semble a priori mieux à même de représenter le couplage dans ces conditions de vents forts. Jeffreys en fournit cependant une expression simple, et comme pour le terme  $\mu$  introduit initialement par Miles la formulation reste par trop réductrice pour des états de mer réalistes.

### 2.1.2. Dissipation

En se penchant sur les mécanismes de croissance des vagues pour les prendre en compte dans un modèle numérique, on ne doit cependant pas oublier les mécanismes qui, en eau profonde, équilibrent rapidement l'apport énergétique. Comme on l'a déjà évoqué, les non-linéarités peuvent jouer un rôle non-négligeable sur l'évolution de la répartition d'énergie du point de vue spectral et elles sont intrinsèquement résolues dans notre approche. Il reste néanmoins à considérer la dissipation d'énergie, car elle reste un processus déterminant du point de vue des limites de saturation et de la redistribution de l'énergie. Le déferlement est le puits d'énergie principal, et pour les échelles qui nous intéressent il est un processus dominant devant notamment les effets visqueux et turbulents. On se réfère au processus de moutonnement, c'est dire au déferlement en eau profonde, par opposition au déferlement bathymétrique induit par une profondeur critique de propagation pour l'onde de gravité considérée. Alors que la physique du déferlement bathymétrique est assez bien évaluée, le moutonnement reste l'un des processus les moins bien compris dans les phases de vie des vagues à la surface des océans. On peut différencier un certain nombre de problématiques distinctes pour la compréhension du phénomène.

L'évaluation d'un critère déterministe de déferlement semble jusqu'à présent résister aux efforts de la communauté océanographique et hydrodynamicienne (e.g. Stansell&McFarlane(2001)[76]). Si le déferlement correspond à une instabilité de l'onde transitoire et locale, et que l'on comprend bien de manière générale qu'une vague devient instable lorsque la vitesse ou l'accélération des particules qui composent une crête devient trop grande devant la vitesse de phase ou une fraction trop importante de la pesanteur, aucun critère ne semble permettre de fixer un seuil robuste pour prédire un déferlement, et plus particulièrement dans les états de mer complexes directionnels qui nous intéressent.

Des travaux ont néanmoins permis de mettre en évidence l'influence forte que pouvaient avoir le groupement des vagues et les instabilités non-linéaires (e.g. Donelan (1972)[27], ou Banner et al(2002)[11]). La directionnalité et le contenu spectral d'un état mer ont également un rôle non-négligeable sur les propriétés locales du déferlement, mais ces points sont encore l'objet de bon nombre de travaux de recherche.

L'influence des conditions extérieures telles que le vent ou le courant sur le déferlement en lui-même constitue également l'un des défis à relever. Au moins jusqu'aux vents modérés, il semble établi que le vent n'est pas directement corrélé au déferlement, mais plutôt qu'il y contribue indirectement en provoquant la croissance des vagues jusqu'à la saturation et donc au déferlement (voir par exemple Banner et al.(2000)[10] ou Babanin et al.(2010)[9]). En l'absence de courant moyen d'origine extérieure, comme dans nos hypothèses de travail, il subsiste néanmoins l'influence des courants lié au champ de vagues sur lui-même. Le courant apparent généré par le champ de vitesse lié aux vagues de grande longueur d'onde modifie en effet les conditions hydrodynamiques pour des vagues de longueur d'onde inférieure. De la même manière, l'interaction non-linéaire d'une onde avec elle-même est à l'origine d'un courant moyen, dit de Stokes. Ces modifications des « conditions hydrodynamiques » sont intrinsèquement prises en compte dans notre approche déterministe HOS, sans pour autant permettre la prise en compte d'un déferlement.

Ne pas avoir accès à un critère déterministe de déferlement n'empêche pas de se référer à des propriétés statistiques d'un état de mer. Lorsque l'on a une estimation locale d'une probabilité de déferlement, il reste encore à évaluer l'intensité du déferlement et la part d'énergie qu'il permet de dissiper, de la vague seule jusqu'à l'échelle du champ de vagues. Les principaux efforts ont été réalisés suivant une approche statistique. De ce point de vue, peu de changements théoriques sont intervenus depuis les hypothèses proposées par Hasselmann(1974)[43]. Les termes de dissipation énergétique qui en découlent supposent que l'écume exerce localement un travail sur la vague (i.e. elle perd de l'énergie par ce mécanisme), que les échelles de ces « patchs » de pression sont faibles en temps et en espace devant celles des vagues, et que l'ensemble de ces « patchs » est assimilable à une distribution aléatoire. Si Hasselman exprime son terme de dissipation du point de vue de la



densité spectrale d'énergie dans l'espace spectral sous la forme d'un terme puits comme on le verra au point 2.2.1. , il est équivalent de remonter, avec les mêmes hypothèses que pour le forçage par le vent, au terme de pression duquel il découle dans l'espace « physique » de l'élévation de surface :

$$\tilde{p}_{diss}(\mathbf{x}, t) = -i\mu_{diss} A_k^\eta(t) e^{ik \cdot \mathbf{x}} \quad (2.10)$$

Comme pour le terme de croissance due au vent, le terme de pression surfacique induit un coefficient de couplage paramétrique qu'il reste à déterminer. Cette question sera traitée par la suite, mais l'on peut remarquer dès maintenant que la formulation n'implique pas de savoir déterminer localement la présence de déferlement. Ceci représente a priori une limitation forte dans un modèle qui se voudrait « déterministe ». Il semble néanmoins intéressant de se pencher sur un tel terme dans une première étape de forçage et dissipation, car il doit permettre d'équilibrer de manière réaliste les bilans énergétiques.

### 2.1.3. Contexte bibliographique

Comme cela a été rappelé précédemment, l'essentiel de l'effort de représentation des processus de forçage et de dissipation des états de mer s'est porté sur un cadre stochastique de modélisation (i.e. statistique). Dans un but de modélisation opérationnelle et de prévision des états de mer, ces modèles permettent notamment de représenter efficacement l'évolution de la surface sous l'action des processus dominants sur des emprises géographiques de l'échelle du globe (e.g. Arduin et al.(2010)[7], ~10% sur l'erreur RMS normalisée de  $H_s$  sur le bassin Nord-Atlantique). On ne cherche pas ici à représenter les évolutions d'états de mer sur de telles échelles, mais à fournir des évolutions de surfaces de mer déterministes et donc dont les phases des ondes en présence sont résolues. Dans un tel cadre théorique, les travaux sont en nombre notablement plus réduit et très peu, sinon aucun, ne semblent fournir d'évolution de surface dans des conditions de forçage et de dissipation en conditions réalistes.

Bon nombre de formalismes déterministes spectraux adoptent des fonctions de dissipation qui permettent plus une stabilisation numérique des calculs qu'à proprement parler d'introduire la prise en compte d'une dissipation par moutonnement. Dans le cadre d'une modélisation HOS Onorato et al.(2002)[63] fournit par exemple explicitement un terme de dissipation hyper-visqueux de type :

$$Diss = \begin{cases} -\alpha(-\nabla^2)^n \varphi \\ -\alpha(-\nabla^2)^n \eta \end{cases}, \alpha = 3 \times 10^4, n = 8 \quad (2.11)$$

à injecter dans le système de CSL (Equations (1.8) et (1.9)). Dyachenko et al.(2004)[33] ou Korotkevitch et al.(2008)[51] fournissent eux aussi un terme visqueux, mais leur formulation est différente dans le cadre théorique Hamiltonien introduit par Zakharov. Comme Dommermuth & Yue(1987)[28] dans le formalisme HOS, ils lui attribuent néanmoins arbitrairement la capacité de représenter correctement les dissipations d'énergie associées au déferlement. Un terme de forçage pouvant représenter l'action du vent est également présenté dans Korotkevitch et al.[51], mais sans référence ni lien avec d'autres travaux le justifiant. On peut noter que la comparaison entre modèle déterministe et modèles statistiques (*WAM3 & 4*) qui est y réalisée par la suite et les conclusions qui en sont tirées doivent donc pouvoir être tempérées sensiblement du fait de la non-équivalence entre sources et puits dans les deux approches.

Plus récemment Liu et al.(2010)[57] ont présenté un couplage entre un modèle d'état de mer déterministe de type HOS et une simulation atmosphérique de type DNS (*Direct Numerical Simulation*) avec fermeture turbulente de type LES (*Large-Eddy Simulation*). Les résultats sont prometteurs mais les termes de couplage et surtout de dissipation restent encore les grandes

inconnues, et la croissance d'un état de mer réaliste est loin d'être réalisée, sans faire mention du coût calcul.

Ma & Yan(2006)[60] et leurs travaux ultérieurs adoptent une stratégie proche en couplant une approche potentielle pour la couche océanique à un solveur en volume fini (VOF) des équations Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) pour la couche atmosphérique. En plus des limitations évoquée pour le travail de Liu et al.[57], l'application semble ici limitée à des cas unidirectionnels de propagation de vagues, ou des cas bidirectionnels sur des temps courts, du fait des coûts de calcul importants.

Chalikov & Sheinin(2005)[20] puis Babanin et al(2010)[9] fournissent une approche innovante pour l'évolution des états de mer cambrés forcés et dissipés, même si elle est intrinsèquement limitée à une approche bidimensionnelle. Le coefficient de couplage est en outre ici particulièrement simplifié, et la dissipation réduite à un filtrage des trop fortes pentes suivant un critère géométrique. Cela permet néanmoins de faire un parallèle intéressant, non-déterministe, avec des données obtenues en veine d'essai.

Touboul et al.(2006)[82] se sont eux intéressés à l'influence du vent sur des cas de vagues extrêmes par focalisation spectrale et ont utilisé l'approche de Jeffreys ou Miles (Touboul & Kharif(2010)[81]) pour prendre en compte l'influence du vent dans une modélisation BIEM (*Boundary Integral Equation Method*). Pour une problématique assez proche, Leblanc(2007)[55] étudie l'influence d'un terme de forçage par le vent de type Miles sur les instabilités de type Benjamin-Feir, au sein d'une modélisation par l'équation de Schrödinger. Touboul&Kharif[81] étendent notamment ce travail à une modélisation HOS. Cependant, dans toutes ces approches le couplage est réalisé de manière simplifiée pour le forçage des ondes de gravité, et aucun de ces deux travaux bidimensionnels ne se penche sur l'influence d'un terme associé au moutonnement.

Aucune approche n'est finalement spécifiquement dédiée à l'étude de l'évolution d'états de mer réalistes tridimensionnels sous l'action du vent, et aucune ne semble généralisable à cette problématique, pour laquelle les bilans énergétiques liés au forçage et à la dissipation, en plus des transferts non-linéaires, doivent à minima être vérifiés.

## 2.2. Formalisme

### 2.2.1. Termes stochastiques et formalisme HOS

On se propose dans ce travail de tirer parti des importants efforts réalisés dans le cadre des approches stochastiques au cours des dernières années pour introduire une première étape de prise en compte de forçage et dissipation dans une formulation à phase résolue de type HOS. Les coefficients de couplage évoqués au point précédent apparaissant dans les termes source du bilan radiatif (Komen et al. (1984)[50]) :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{c}_g \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) E(k, \theta) = S_{in} + S_{diss} + S_{nl} \quad (2.12)$$

avec  $\mathbf{c}_g$  la vitesse de groupe d'une onde de nombre d'onde  $\mathbf{k}$ ,  $E(k, \theta)$  la densité spectrale d'énergie telle que définie paragraphe 1.3.2. (équation (1.27)),  $S_{in}$  le terme de forçage énergétique lié au vent,  $S_{diss}$  lié à la dissipation et  $S_{nl}$  aux transferts non-linéaires dans le spectre.

Ces termes ont subi de nombreuses refontes et réécritures au fur et à mesure des tests de performance et sensibilité de paramétrisation. Ils sont adaptés dans notre formulation pour réaliser un forçage équivalent sous la forme d'un terme surfacique de pression.

A partir de l'expression (2.2), dans le cadre de la théorie de Miles(1957) pour un état de mer en développement comme on l'a vu au paragraphe 2.1.1.2, le terme de pression surfacique appliqué à un état de mer complexe, superposition d'ondes de longueurs d'ondes différentes peut être écrit dans le cadre HOS tel que :

$$P_a^{in}(\mathbf{x}, t) = \rho_w F^{-1} \{ i \mu_{in} \times A^\eta(t) \}(\mathbf{x}) \quad (2.13)$$

avec  $F^{-1}$  la transformée inverse de Fourier. Ce terme est l'expression générale du forçage par le vent dans le bilan radiatif (2.12) donné par :

$$S_{in}(k, \theta) = \omega \mu_{in}(k, \theta) E(k, \theta) \quad (2.14)$$

Alors que (2.14) s'applique dans un cadre restreint dans lequel les ondes sont supposées linéaires et vérifiant la relation de dispersion associée, on peut noter que cette hypothèse réductrice n'est pas faite pour l'instant dans le cadre plus général de l'équation (2.13). Il est néanmoins nécessaire dans le cadre de (2.13) de faire une hypothèse d'homogénéité sur le champs de vitesse de vent. En effet, la décomposition spectrale dans la méthode HOS s'effectue dans l'espace des modes, en nombre d'onde, et il est nécessaire que  $\mu_{in}$  défini dans l'espace des modes soit indépendant d'une coordonnée spatiale.

De la même manière pour le terme dissipatif, à partir de (2.10) appliqué à un état de mer complexe, on peut écrire :

$$P_a^{diss}(\mathbf{x}, t) = \rho_w F^{-1} \{ -i \mu_{diss} \times A^\eta(t) \}(\mathbf{x}) \quad (2.15)$$

qui découle du terme de dissipation présent dans le bilan radiatif, sous la forme :

$$S_{diss}(k, \theta) = -\omega \mu_{diss}(k, \theta) E(k, \theta) \quad (2.16)$$

Il reste maintenant à se pencher sur les termes de couplage.

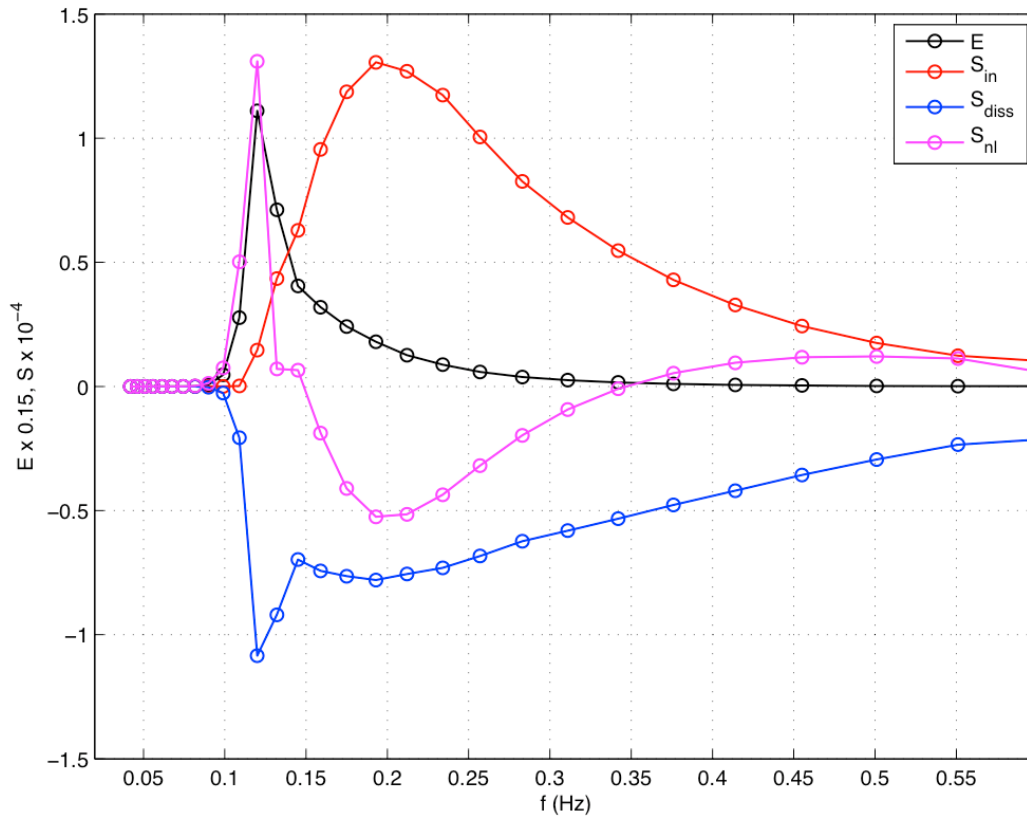
### 2.2.2. Choix de paramétrisations

Parmi l'ensemble des paramétrisations de  $\mu_{in}$  et  $\mu_{diss}$  disponibles, il nous faut choisir un exemple d'application. Le choix de ces paramètres est cependant interdépendant puisque les deux termes sont à l'équilibre avec les échanges non-linéaires tels qu'énoncé dans (2.12). Les trois termes forment un équilibre subtil, et l'on va chercher ici à s'inspirer d'un équilibre existant dans les modèles stochastiques pour en tirer les conclusions qui s'imposeront dans le modèle HOS.

Le choix s'est porté sur un couple de paramètres largement répandu et introduit par Bidlot et al.(2005)[13], noté BAJ par la suite. Ce paramétrage est en œuvre dans bon nombre de chaînes opérationnelles de prédiction de services océanographiques nationaux (NOAA, SHOM/Ifremer, etc), mais il faut bien remarquer que même si cet ensemble de termes de couplage est encore un des plus communément utilisé, il a été prouvé qu'il présentait dans certaines configurations des limitations notables (e.g. croissance erronée de mer du vent en présence de houle, Ardhuin et al.(2007)[5]). Il fournit néanmoins un cadre théorique commun à bon nombre d'auteurs, et il reste assez simple à mettre en œuvre. Il a donc semblé intéressant à confronter à notre approche pour une première étape d'application. On fournit Figure 2-3 un aperçu du bilan spectral dans un quasi équilibre après 48h de forçage par un vent  $U_{10}=10 \text{ m.s}^{-1}$  depuis un état de mer au repos.

Entre autres paramétrisations disponibles, celle d'Alves&Banner(2003)[3] avec une approche du terme de dissipation par saturation semblait prometteuse, mais l'interdépendance de la formulation à un terme de cambrure totale du spectre a notamment rendu des conclusions plus mitigées sur ses performances (Babanin & van der Westhuysen(2008)[8]). Les derniers développements tant sur les

termes sources que sur ceux de dissipation par Ardhuin et al.(2010)[7]) avec notamment une approche plus réaliste d'un point de vue physique introduite par Filipot et al (2010)[38] pourront sûrement, à l'avenir, être adaptés avec avantage à notre formulation.



**Figure 2-3 Equilibre spectral d'un état de mer forcé par une vent  $U_{10}=10 \text{ m.s}^{-1}$ , après ~48h de forçage, formulation BAJ et interactions non-linéaires DIA**

### 2.2.3. Formulation BAJ

La formulation BAJ complète fournie ici est issue d'une comparaison croisée entre les expressions fournies par Bidlot et al(2005)[13] dans leur mémo, la notice du modèle spectral WW3[83], et enfin celles utilisées dans le code source du modèle spectral WW3. Ces trois formulations n'étaient par ailleurs pas toutes consistantes. On détaille par la suite les étapes de validation qui ont permis de vérifier la véracité de la formulation présentée.

D'une manière générale, les termes de couplage sont fournis dans une base de coordonnées spectrales cylindriques par similitude avec leur expression dans les modèles stochastiques. Ils devront être adaptés comme on le verra par la suite à une formulation spectrale cartésienne, telle qu'utilisée dans le modèle déterministe.

### 2.2.3.1. Forçage par le vent

Il est nécessaire de noter ici que l'on doit maintenant faire une hypothèse de linéarité dans la formulation HOS pour le calcul des coefficients de couplage, afin de pouvoir utiliser une relation de dispersion entre  $\omega$  et  $k$ , et notamment pour pouvoir calculer la vitesse de phase  $C$  :

$$C = \frac{\omega}{k} \quad (2.17)$$

associée à une longueur d'onde  $k$ .

Pour le terme de forçage, ce coefficient de couplage s'exprime comme :

$$\mu_m^{BAJ}(k, \theta) = \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{\beta_{\max}}{\kappa^2} e^Z Z^4 \left( \frac{u_*}{C} + z_{\alpha} \right)^2 \max\{\cos(\theta - \theta_u), 0\}^2 \quad (2.18)$$

avec  $\theta_u$  la direction du vent, et les constantes suivantes :

$$\rho_a = 1.23 \text{ kg.m}^{-3}, \quad \rho_w = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}, \quad \beta_{\max} = 1.2, \quad \kappa = 0.4, \quad z_{\alpha} = 0.011 \quad (2.19)$$

et où :

$$Z = \min\left\{\log(kz_1) + \kappa \left[ \cos(\theta - \theta_u) \left( \frac{u_*}{C} + z_{\alpha} \right) \right], 0\right\} \quad (2.20)$$

Le couplage océan-atmosphère est réalisé selon la procédure initiée par Janssen(1991)[47] suivant laquelle une altitude critique  $z_1$ , comparable à une échelle de rugosité, associée à la vitesse de déplacement atmosphérique  $u_*$  à ce niveau, est atteinte après convergence des actions-rétroactions. Le profil de vent est supposé logarithmique et il vérifie :

$$u_* = \kappa U_{10} \log\left(\frac{z_1}{10}\right) \quad (2.21)$$

avec  $U_{10}$  la vitesse du vent à une altitude de référence  $z=10m$ , homogène sur le domaine dans notre cas.

La rétroaction est paramétrée par un terme de friction  $\tau_w$  dû aux vagues, qui intervient dans le calcul de la hauteur critique  $z_1$  tel que :

$$z_1 = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\tau}{\sqrt{1 - \tau_w/\tau}}, \quad \tau = u_*^2, \quad \alpha_0 = 0.0095 \quad (2.22)$$

où  $\tau$  représente la contrainte caractéristique due au vent. Le terme  $\tau_w$  de friction additionnelle supportée par les vagues est calculé en séparant en une partie résolue sur le domaine spectral du modèle et une partie haute fréquence suivant :

$$\tau_w = \left| \int_0^{k_{\max}} \int_0^{2\pi} \omega^2 \mu_{in} E(k, \theta) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} dk d\theta + \tau_{HF} \begin{pmatrix} \cos \theta_u \\ \sin \theta_u \end{pmatrix} \right| \quad (2.23)$$

Le terme de contrainte haute fréquence  $\tau_{HF}$  permet de tenir compte de la part de contrainte supportée par les vagues au dessus de la borne supérieure  $k_{\max}$  du modèle en nombre d'onde. Il est donné par :

$$\tau_{HF} = \frac{u_*^2}{g^2} \frac{\omega_{\max}^5}{C_g(k_{\max})} \int_0^{2\pi} E(k_{\max}, \theta) \max\{0, \cos(\theta - \theta_u)\}^3 d\theta \times \frac{\beta_{\max}}{\kappa^2} \int_{\omega_{\max}}^{0.05g/u_*} \frac{e^{Z_{HF}} Z_{HF}^4}{\omega} d\omega \quad (2.24)$$

avec  $Z_{HF}$  calculé comme :

$$Z_{HF}(k) = \log(kz_1) + \min\{\kappa/(u_* / C + z_\alpha), 20\} \quad (2.25)$$

La borne  $k_{\max}$  est quant à elle déterminée par la relation (Bidlot et al.(2005)[13]) :

$$k_{\max} = \min(k_{\max\_HOS}, \sqrt{2.5 g \bar{\omega}}) \quad (2.26)$$

Cette expression renvoie à l'évaluation d'un moment du spectre défini par :

$$\bar{\omega} = \frac{\iint \omega(k) E(k, \theta) dk d\theta}{\iint E(k, \theta) dk d\theta} \quad (2.27)$$

Dans la représentation de l'état de mer et sa résolution par méthode HOS comme dans celle par méthode stochastique, des restrictions numériques et des considérations de temps de calcul empêchent d'étendre à une valeur très élevée la borne supérieure en fréquence ou nombre d'onde. L'information à haute fréquence est cependant nécessaire puisqu'elle a une influence sur la rugosité induite par l'état de mer ou sur le moment de densité d'énergie. Une représentation analytique de la décroissance énergétique est donc utile pour prendre cette influence en compte. Il est donc postulé que la densité énergétique peut être écrite sous la forme :

$$E(f, \theta) = E(f_{\max}, \theta) \left( \frac{f}{f_{\max}} \right)^{-m}, f > f_{\max} \quad (2.28)$$

où  $m=5$  pour la formulation BAJ. On peut alors compléter le calcul des moments d'ordre 1 en  $\omega$  et  $k$  en prenant en compte l'intégration analytique sur la queue de spectre.

Comme on l'a rappelé en début de cette partie, il est nécessaire de faire dans les expressions (2.18) à (2.27) une hypothèse de linéarité. Comme on l'a évoqué dans la partie 2 de ce travail, le spectre non-linéaire est la superposition de modes libres qui vérifient une relation de dispersion, linéaire ou non-linéaire (i.e. si l'ordre de non-linéarité considéré est supérieur ou égal à 3), et de modes liés. A une longueur d'onde donnée, la vitesse de phase non-linéaire sera légèrement différente de celle donnée par la relation de dispersion linéaire, mais en ce qui concerne la vitesse de phase issue des modes liés, celle-ci prend la valeur de la vitesse de phase de la porteuse libre (i.e. celle d'une harmonique d'un ordre inférieur). Pour exemple, si l'on considère une nouvelle fois une houle de Stokes non-linéaire, le mode lié de la deuxième harmonique (i.e. à  $2k_p$ ) aura une vitesse de phase  $\omega_p/k_p$  supérieure à celle du mode libre à  $2k_p$  valant  $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\omega_p}{k_p}$ . On peut cependant difficilement

différencier dans notre approche les ondes liées des ondes libres, et l'on devra postuler par la suite que la croissance plus importante que l'on introduira en ne considérant que des ondes libres linéaires restera acceptable.

L'influence complémentaire de tous les termes interdépendants et implicitement liés à une relation de dispersion linéaire semble en outre difficile à qualifier. Une procédure d'extraction de la partie linéaire du spectre comme proposé par Elfouhaily et al.(2004)[34] pourrait constituer à l'avenir une ouverture intéressante.

L'allure du terme de couplage  $\mu_{in}$  est présentée Figure 2-1 tel qu'il est pris en compte dans la formulation HOS, pour un vent  $U_{10}$  de direction  $\mathbf{x}$ . Comme cela est exprimé en (2.18),  $\mu_{in}$  est lié à une

fonction de répartition angulaire en  $\cos^2$  et l'on peut noter ici son influence. Cela traduit le fait que la croissance est privilégiée pour les ondes dans une direction et un sens proches de ceux du vent, mais permet néanmoins une croissance non-négligeable dans des secteurs angulaires importants.

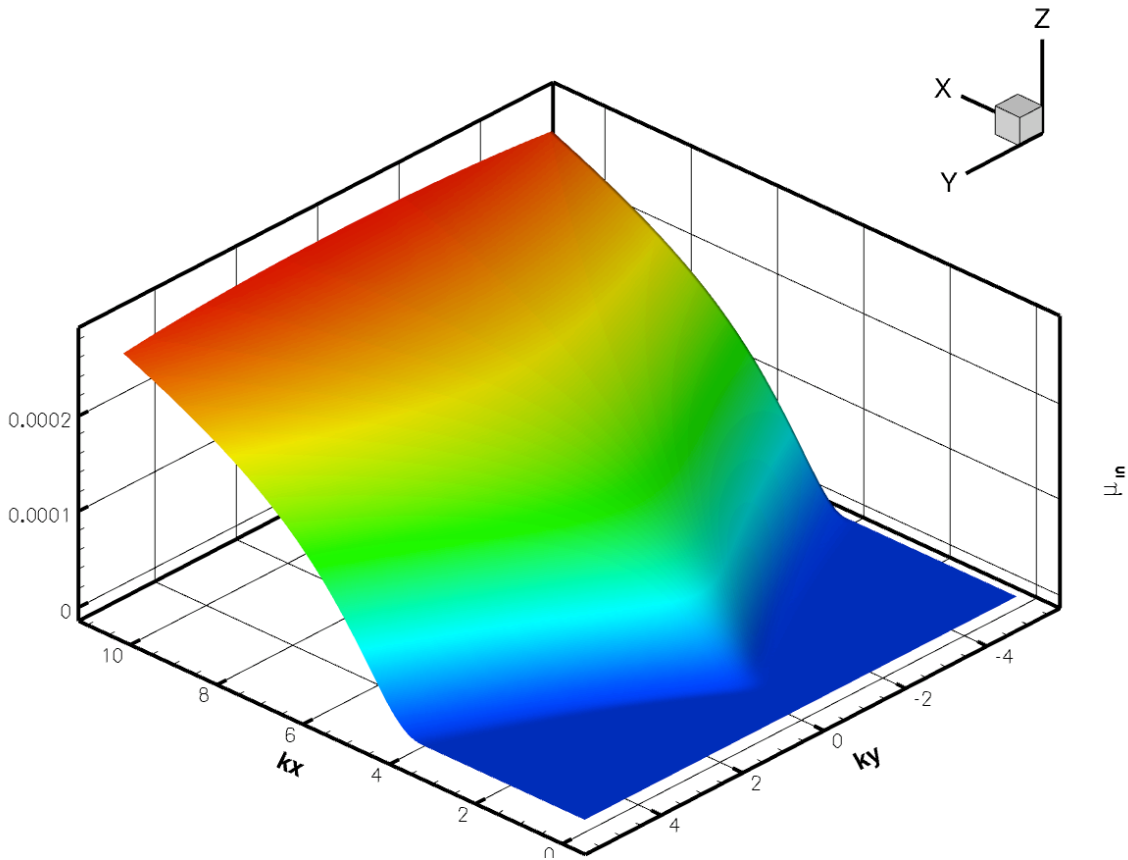


Figure 2-4 Allure du coefficient de couplage  $\mu_{in}$  associé à un spectre JONSWAP

### 2.2.3.2. Terme dissipatif

Dans la formulation BAJ, le terme de couplage dissipatif s'exprime quant à lui comme la fonction de :

$$\mu_{diss}^{BAJ}(k, \theta) = \frac{1}{\omega(k)} \times C_{ds} \bar{\alpha}^2 \bar{\omega} \left[ \delta_1 \frac{k}{\bar{k}} + \delta_2 \left( \frac{k}{\bar{k}} \right)^2 \right] \quad (2.29)$$

$$\text{avec } C_{ds} = 2.1, \quad \delta_1 = 0.4, \quad \delta_2 = 0.6, \quad \bar{\alpha} = E_{tot} \bar{k}^2$$

$\bar{\alpha}$  représente la cambrure moyenne de l'état de mer.

On doit encore ici lier pulsation et nombre d'onde par la relation de dispersion linéaire. La pulsation moyenne est définie comme en (2.27) par le moment d'ordre un de la densité d'énergie. Le nombre d'onde moyen est défini de la même manière par :

$$\bar{k} = \left[ \frac{\iint \sqrt{k} E(k, \theta) dk d\theta}{\iint E(k, \theta) dk d\theta} \right]^2 \quad (2.30)$$

La même hypothèse (équation (2.28)) sur la distribution d'énergie au delà de la borne supérieure en nombre d'onde ou fréquence résolue par le modèle est utilisée ici pour le calcul des paramètres moyens du spectre en pulsation et nombre d'onde.

Comme on le voit dans (2.29) et sur la Figure 2-5, dans un repère cartésien, le coefficient de couplage est invariant suivant la direction de l'onde considérée. Le terme de dissipation est cependant bien directionnel puisque  $\mu_{diss}$  est appliqué à une amplitude modale  $A^n$ .

L'interdépendance des différents termes de (2.29) peut être problématique comme on l'a déjà évoqué. En présence de houle par exemple, le terme  $\bar{\alpha}$  de cambrure moyenne se trouve réduit puisque le nombre d'onde moyen diminue, ce qui a pour effet de diminuer la dissipation autour du pic spectral de la mer du vent, alors même que la queue de spectre est elle plus dissipée du fait des deux termes entre parenthèse qui deviennent importants à haute fréquence.

Les limitations de la formulation ont cependant un impact plus faible ici que dans les applications à but opérationnel, puisque l'on va simplement chercher à qualifier et comparer deux approches de modélisation entre elles.

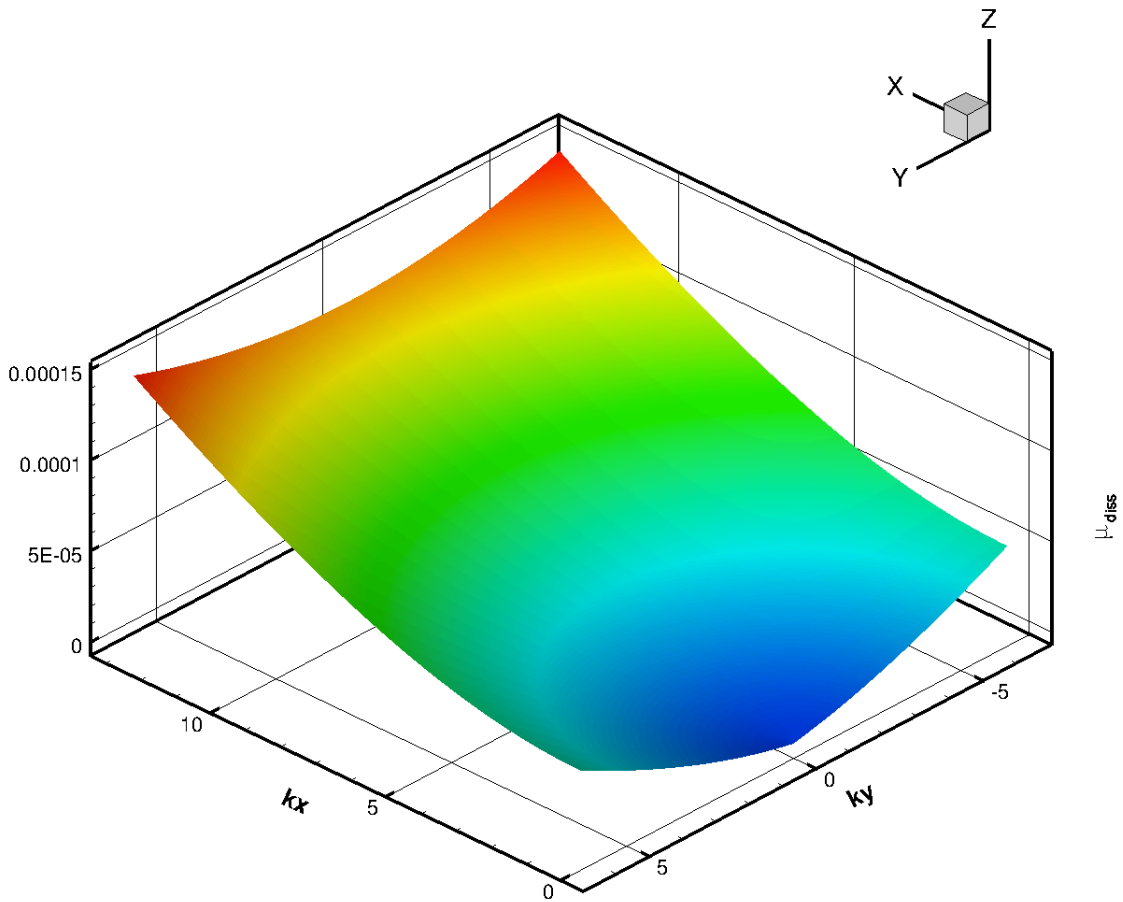


Figure 2-5 Allure du coefficient de couplage  $\mu_{diss}$  associé à un spectre JONSWAP



## 2.2.4. Aspects numériques

### 2.2.4.1. Avance en temps et non-linéarité du forçage

Comme on a pu le voir au Chapitre 2, la méthode HOS permet de résoudre le système des CSL jusqu'à un ordre  $M$  de non-linéarité. Afin d'optimiser la résolution numérique de l'avance en temps, on peut résoudre implicitement la partie linéaire du problème et avancer ensuite en temps les CSL à l'aide d'un schéma classique. Il s'est alors avéré intéressant de différencier dans ces CSL les termes linéaires des termes non-linéaires (Ducrozet(2007)[30]). D'un point de vue matriciel, le système peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} gA_{np}^\eta \\ \omega_{np} A_{np}^{\varphi_s} \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} gA_{np}^\eta \\ \omega_{np} A_{np}^{\varphi_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} gN_1 \\ \omega_{np} N_2 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{np} \\ \omega_{np} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

avec  $N_1$  et  $N_2$  les termes non-linéaires dans les CCSL et CDSL.

Dès lors que l'on considère une prise en compte du forçage dans (2.31), il est nécessaire d'évaluer son influence sur le système. Les termes de pression introduits pour le forçage par le vent ou la dissipation sont fonctions de  $A_{np}^\eta$ , et les termes de couplage  $\mu_{in}$  ou  $\mu_{diss}$  sont également dépendant de l'amplitude modale  $A_{np}^\eta$ . Le terme de forçage par le vent ou de dissipation est donc un terme non-linéaire et il apparaît dans  $N_2$ . Le système (2.31) forcé n'est jamais linéaire quel que soit l'ordre HOS considéré. Il faudra évaluer avec précaution sa stabilité en présence de forçage à  $M=1$ .

### 2.2.4.2. Développements séquentiels et parallèles

Comme on l'a évoqué précédemment, les termes de couplages sont le plus souvent exprimés dans un repère spectral cylindrique. La méthode HOS permettant elle d'avoir accès à l'évolution des amplitudes modales dans le repère cartésien  $(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$  des nombres d'onde, il convient d'opérer un changement de repère pour les densités spectrales associées (Figure 2-6). Dans un cadre linéaire, les relations (1.26) et (1.28) permettent de déduire la densité spectrale d'énergie en coordonnées cylindriques  $E(k, \theta)$  à partir de l'amplitude modale cartésienne  $E(k_x, k_y)$ . Une interpolation de  $E(k, \theta)$  sur une grille cylindrique régulière permet en outre de faciliter le calcul numérique des intégrales angulaires. L'interpolation est ici faite par pondération inverse distance exprimée comme :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^4 w_j(\mathbf{x})} \quad (2.33)$$

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|}$$

Comme cette interpolation est ici réalisée de grille régulière à grille régulière de résolution proche, on interpole les valeurs à partir des 4 points d'une grille, adjacents de la coordonnée de l'autre grille à laquelle on cherche la valeur de la fonction  $f$ . Du point de vue des performances numériques, cela permet de calculer et stocker une fois pour toutes quatre coefficients par point de grille, et de disposer d'une routine rapide et efficace pour des transformations de coordonnées sur des grilles spectrales de résolution proche.

On peut noter ici que les coefficients de couplage sont des fonctions « moyennes » d'un spectre, et donc que la grille spectrale sur laquelle sera définie la densité d'énergie pourra a priori être plus lâche que celle nécessaire dans le cadre de la méthode HOS. Cet aspect trouve son utilité lorsque l'on doit gérer une distribution parallèle des tableaux dans le code, et donc lorsque de multiples communications inter-processeurs sont nécessaires pour opérer une ré-interpolation grille à grille. On choisit ici de travailler sur une grille cylindrique de dimensions raisonnables afin qu'elle n'ait pas à être répartie sur plusieurs processeurs. Dans la version parallèle du code (Figure 2-6), une routine vient donc dans un premier temps calculer une densité spectrale cartésienne sur une grille cartésienne de résolution réduite. L'interpolation sur une grille cylindrique intervient ensuite comme dans le cas séquentiel, afin de calculer les différents coefficients de couplage. Ceux-ci sont finalement calculés par les différents processeurs suivant l'allocation parallèle sur la grille cartésienne HOS de référence.

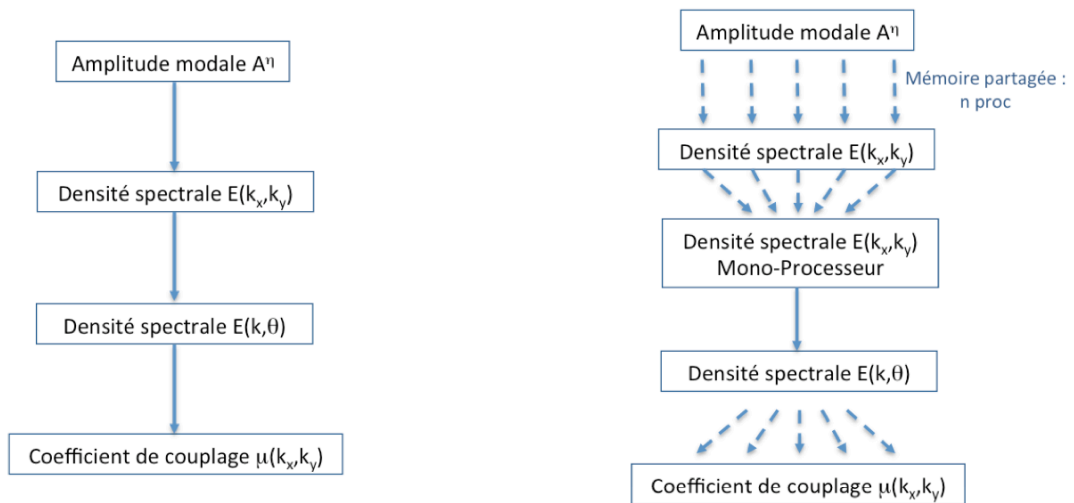


Figure 2-6 Traitement du calcul des termes de couplage en simulations séquentielles (gauche) et parallèles (droite)

## 2.3. Validation comparative avec modèle stochastique

### 2.3.1. Modèle stochastique

#### 2.3.1.1. Hypothèses et formulation

On choisit ici de se référer au modèle spectral d'états de mer *Wave Watch III<sup>TM</sup>* (WW3 par la suite), version 3.14, par H. Tolman[83] afin de comparer la prise en compte de l'évolution d'un état de mer par approche stochastique à l'évolution calculée par l'approche HOS. Le modèle est librement disponible à l'adresse <http://polar.ncep.noaa.gov/waves/wavewatch/>, après inscription (Open-Source Licence). Le développement de ce modèle est coordonné par le National Center for Environmental Prediction (NCEP, USA), et il est mondialement mis en oeuvre par divers organismes afin de fournir des paramètres d'états de mer réalistes pour une large variété d'applications.

En l'absence de courant, le modèle résout le bilan spectral exprimé en (2.12). C'est dans cette configuration qu'il est utilisé ici. Seuls le forçage par le vent et la dissipation associés à une formulation BAJ sont pris en compte dans l'évolution temporelle. Il reste néanmoins à considérer l'évolution non-linéaire du système, et pour ce faire on ne peut pas se contenter du terme utilisé par défaut. En effet, pour des raisons de performances de calcul, les modèles stochastiques résolvent usuellement les interactions non-linéaires simplifiées de type *discrete interactions approximation* (i.e. DIA, Hasselmann & Hasselmann(1985)[45]). Cette formulation permet de ne prendre en compte que certaines interactions dans le spectre, et plus particulièrement les interactions résonnantes à l'ordre 3 vérifiant un cas particulier donné par :

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 & (2.34) \\ \omega_2 &= \omega_1 \\ \omega_3 &= (1 + \lambda_{nl})\omega_1 \\ \omega_4 &= (1 - \lambda_{nl})\omega_1\end{aligned}$$

avec  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$  et  $\lambda_{nl} = 0.25$  en eau profonde.

Or on cherche ici à comparer les résultats d'un modèle stochastique à ceux d'un modèle complètement non-linéaire. La prise en compte partielle des interactions non-linéaires résonnantes introduirait un biais préjudiciable à la qualité des résultats de comparaison. On préfère donc se référer à la formulation complète de type Webb-Resio-Tracy (WRT, Webb(1978)[85], Tracy & Resio (1982)[84], Resio & Perrie(1991)[70]) implémentée dans *WW3* et qui permet, moyennant un coût calcul supplémentaire, de résoudre l'ensemble des contributions résonnantes, données par la formulation générale :

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 & (2.35) \\ \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3 + \omega_4\end{aligned}$$

Le détail des formulations concernant l'évolution non-linéaire de la densité spectrale d'énergie n'est pas reproduit ici, mais une synthèse peut notamment être trouvée dans la notice du code *WW3*[83].

On se place dans un cadre théorique dans lequel on étudie l'évolution en eau profonde d'un état de mer homogène spatialement. Cela revient à pouvoir négliger l'advection d'énergie et à considérer que le domaine peut être discrétisé en un seul point. D'un point de vue numérique dans le modèle *WW3* cela revient cependant à considérer un point de grille entouré de points frontières dans chaque direction, soit une grille de 9 points. Le calcul se fera sur des domaines de taille faible et sur des durées de simulations équivalents à celles HOS, et donc faibles du point de vue de l'approche stochastique *WW3*. Le surcoût calcul de la prise en compte des non-linéarités selon WRT sera

finalement loin d'être un facteur limitant comparé aux besoins requis par la méthode HOS. Dans ces configurations, les cadres théoriques des deux approches, modélisation déterministe HOS  $M=3$  et résolution du bilan radiatif ponctuel, sont finalement assez proches l'un de l'autre d'un point de vue stochastique.

On ne se réfère pas ici à la simulation stochastique comme à une référence absolue, mais plutôt comme à un estimateur de performance, en conservant un œil critique sur ses résultats du fait de la configuration théorique qui ne lui est pas forcément favorable du point de vue de la discrétisation, de l'équilibre des bilans énergétiques en chaque instant de simulation, ou encore des fréquences de données de sorties, relativement courtes pour une telle approche.

### 2.3.1.2. Validation de la formulation

Compte tenu des différences notables pour les mêmes expressions des termes de forçage et dissipation fournies par les différentes notices et références bibliographiques de la paramétrisation BAJ, une première étape de validation est passée par une vérification des expressions. Ainsi, pour une sortie WW3 donnée, de densité spectrale d'énergie et de termes sources associés, on recalcule dans un programme annexe les termes sources pour les comparer aux sorties et évaluer la véracité des expressions. Les Figure 2-7 et Figure 2-8 montrent les résultats de cette comparaison pour le terme de forçage et de dissipation, respectivement. On représente sur ces figures les termes sources  $S_{in}(f)$  et  $S_{diss}(f)$ , obtenus par intégration en direction, ainsi que l'erreur relative entre la sortie WW3 et le terme re-simulé. Les termes de forçage par le vent diffèrent au maximum de 5%, alors que l'erreur sur le terme de dissipation est de l'ordre de 2.5%, au maximum. Il est très certainement possible d'améliorer ces performances, au moins pour le terme de forçage par le vent, mais cela requiert une étude encore un peu plus approfondie des sources WW3. Comme un certain nombre de relations sont tabulées afin d'optimiser les performances de calcul, certaines expressions ne sont pas explicitées dans les sources, et donc pas aisément vérifiables.

De plus, la convergence à l'œuvre dans le calcul du terme de forçage semble pouvoir accepter différents critères. Comme cela n'était pas directement explicité dans les références bibliographiques le choix avait été fait d'adopter un critère sur la longueur caractéristique de rugosité  $z_1$ . Il est en suite apparu que le critère de convergence s'appliquait dans le code WW3 sur la valeur de stress additionnel  $\tau_w$  supporté par l'état de mer. Le programme annexe de vérification a permis de déterminer que la convergence sur l'un ou l'autre critère était équivalente du point de vue des termes sources calculés. Il est probable cependant que leurs performances numériques du point de vue du coût calcul soient différentes, et ce point devra être éclairci à l'avenir lorsque l'on souhaitera optimiser les performances du code. Les termes qui sont proposés ici fournissent néanmoins des résultats satisfaisants au regard des artefacts qui seront introduits par la suite, du fait des spécificités HOS. Les données issues de WW3 sont en outre définies à 1% près du fait du format d'écriture, et une telle erreur sur la densité spectrale d'énergie entraîne une erreur relative d'environ 3% sur les termes sources recalculés.

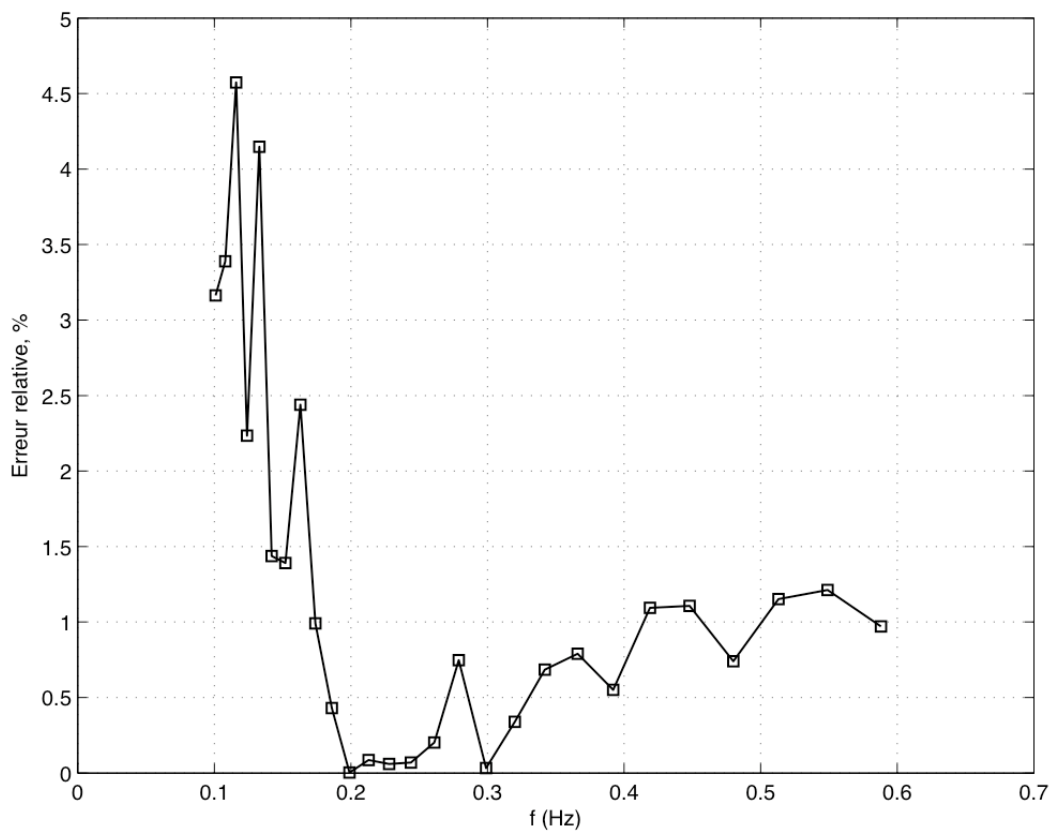
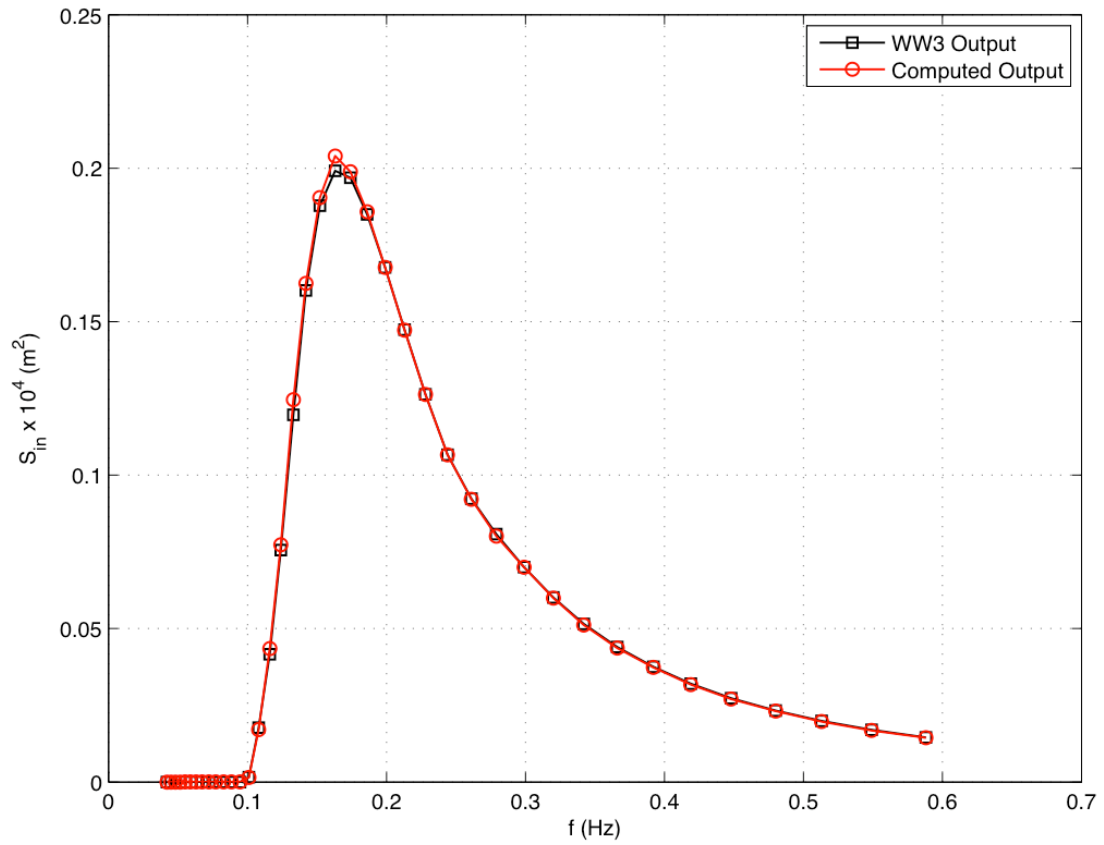
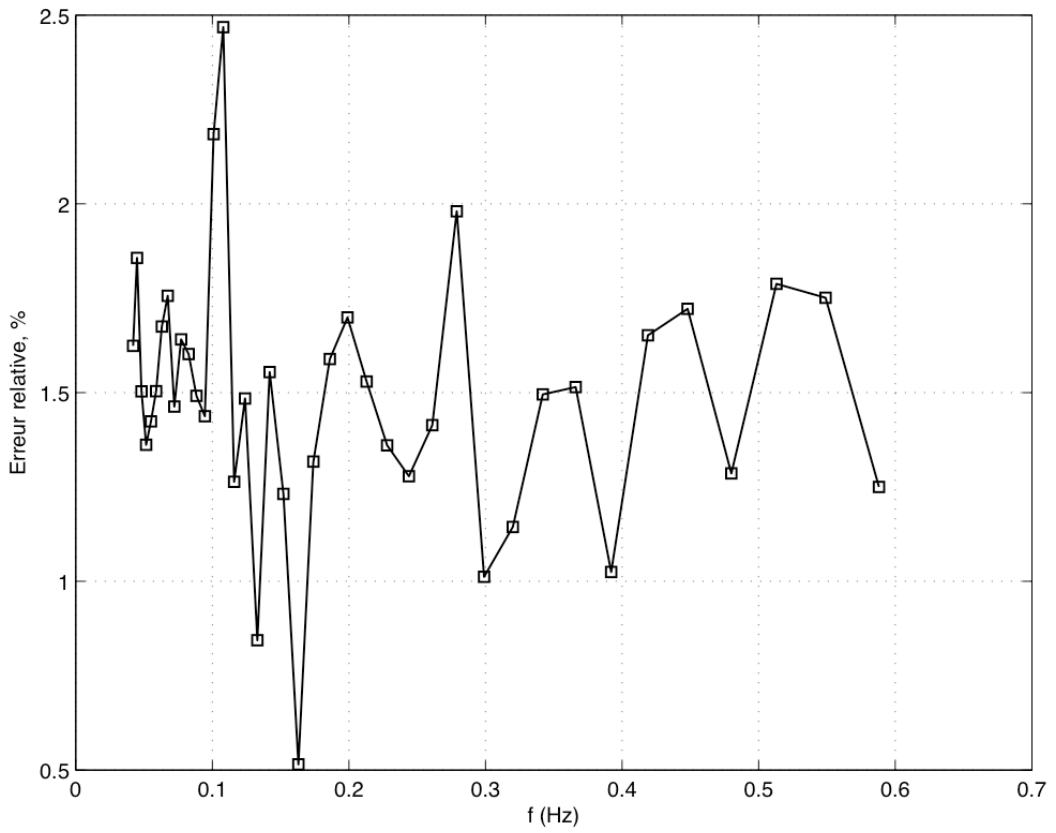
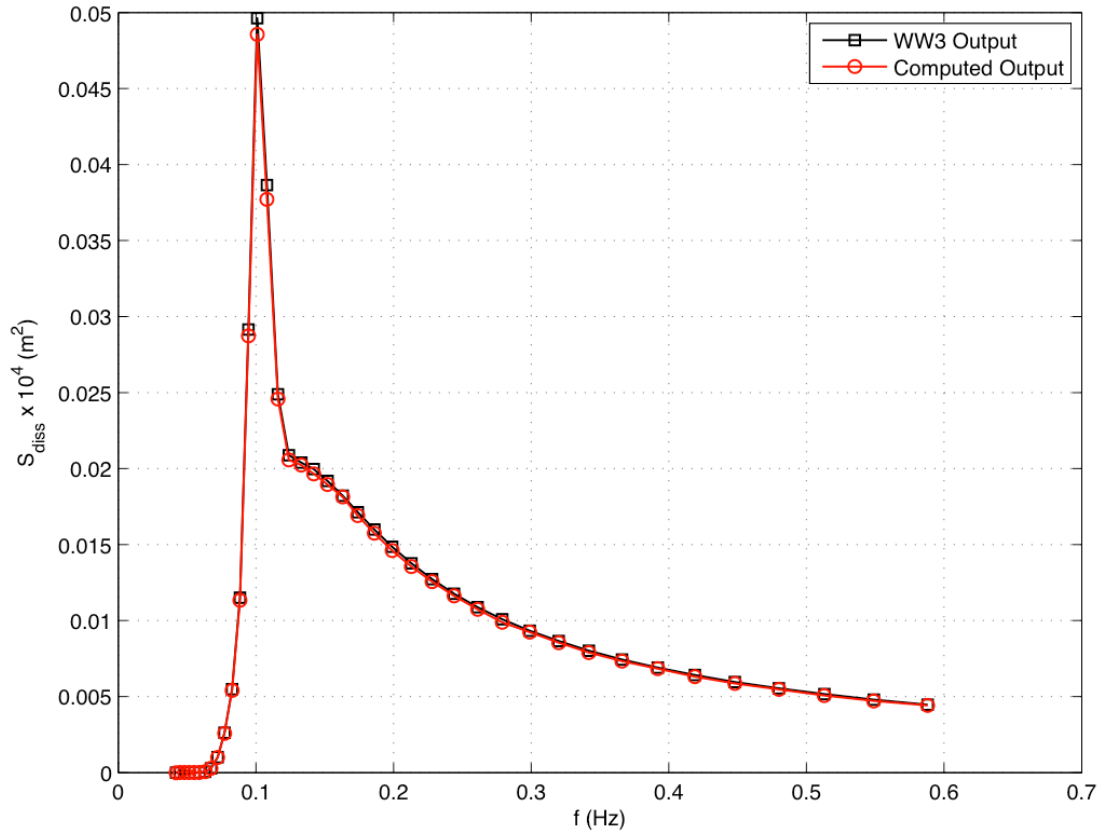


Figure 2-7 Comparaison du terme source  $S_{in}$  en sortie de modèle WW3 et recalculé à partir des expressions validées



**Figure 2-8 Comparaison du terme source  $S_{diss}$  en sortie de modèle WW3 et recalculé à partir des expressions validées**

## 2.3.2. Etat initial

### 2.3.2.1. Initialisation Spectrale

Il est maintenant temps de se pencher sur les performances de l'introduction du forçage dans le modèle HOS. On compare dans un premier temps les termes sources issus de l'approche déterministe à ceux issus de l'approche stochastique, pour un spectre à un instant donné. Comme on l'a vu, les spécificités de la méthode HOS impliquent la prise en compte de quantités spectrales dans un repère cartésien, alors que les termes sources sont usuellement définis dans des repères cylindriques. Lorsque l'on souhaite initialiser le modèle HOS par une distribution spectrale telle que celles fournies en sortie de modèle stochastique, cela pose d'ores et déjà un problème d'adaptation. On remarque ici que la grille spectrale d'un modèle stochastique est de résolution modeste (Figure 2-9) avec 40 points en fréquence et 36 en direction, et que l'interpolation sur la grille cartésienne HOS plus raffinée nécessite une méthode d'interpolation plus efficace que la méthode bilinéaire à 4 points exposée précédemment (Figure 2-10). Une routine par interpolation bi-cubique plus coûteuse en temps calcul mais plus performante est utilisée pour obtenir une répartition initiale de densité spectrale d'énergie plus conforme à la distribution à reproduire (Figure 2-11) (i.e. nécessité de 16 points de grilles adjacents pour une distribution régulière, afin de calculer les dérivées locales de la surface à interpoler, ici Akima(1985)[2]). Lorsque la distribution initiale peut être décrite de manière analytique dans l'un et l'autre modèle (e.g. JONSWAP), l'interpolation de WW3 à HOS n'est évidemment pas nécessaire.

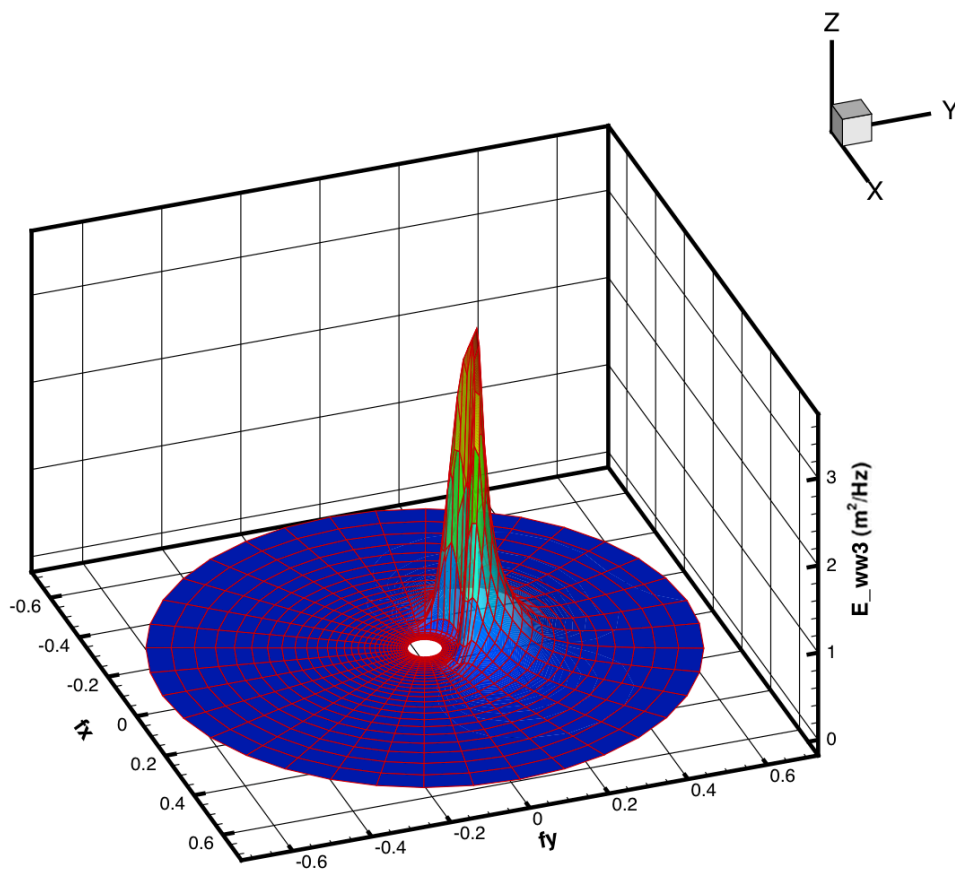


Figure 2-9 Allure de densité d'énergie sur une grille spectrale type pour le modèle WW3

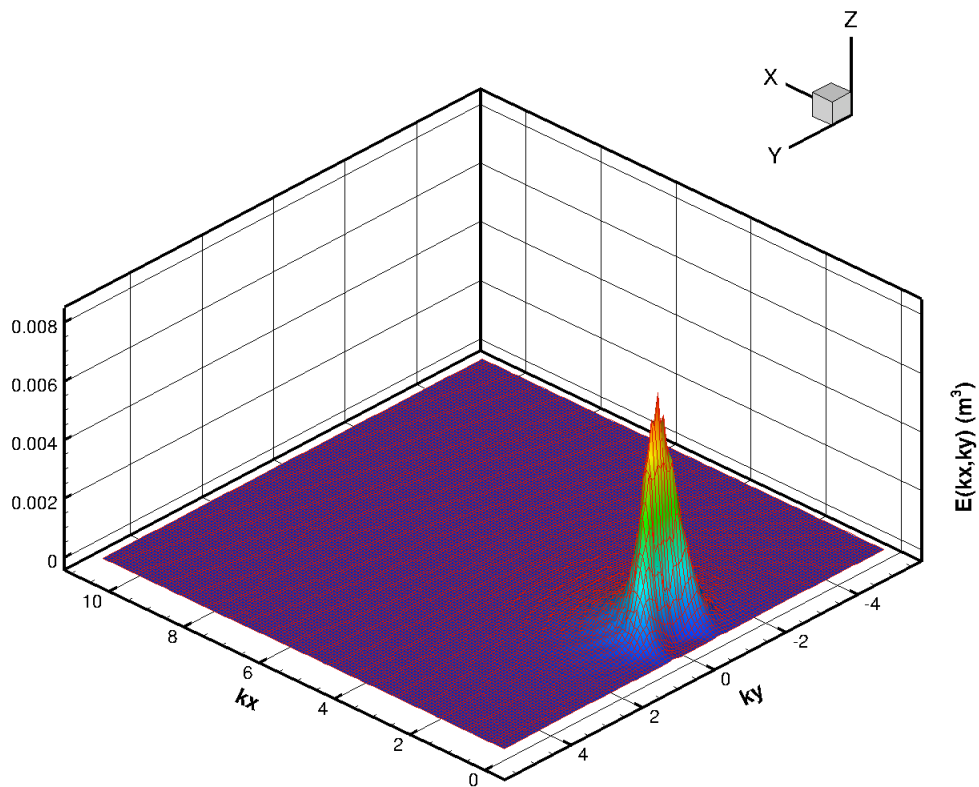


Figure 2-10 Allure de densité d'énergie associée par interpolation bilinéaire sur la grille spectrale HOS cartésienne

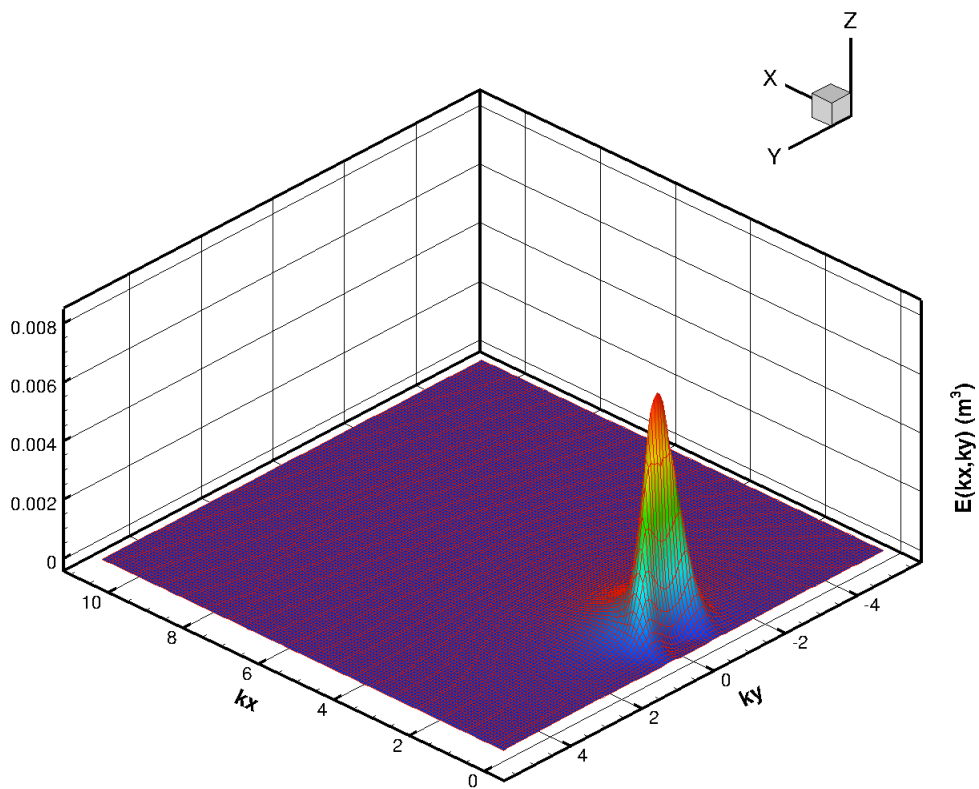


Figure 2-11 Allure de densité d'énergie associée par interpolation bi-cubique sur la grille spectrale HOS cartésienne



### 2.3.2.2. Termes sources initiaux

Qu'il ait fallu ou non interpoler la distribution initiale HOS à partir d'une sortie WW3, on peut maintenant comparer leurs termes de forçage respectifs. On initialise ici le modèle HOS à partir d'un spectre JONSWAP ré-interpolé à partir d'une sortie WW3. Les termes sources HOS  $S_{in}$  et  $S_{diss}$  équivalents ne sont pas explicités par nature mais peuvent aisément être calculés. L'usage est de comparer les termes sources en fréquence, intégrés en direction, et c'est ce que l'on va présenter ici.

Il faut cependant bien tenir compte des remarques suivantes :

- (a) l'intégration en direction issue d'un domaine spectral cartésien ne fournit pas des valeurs acceptables au delà de la borne supérieure en  $k_x$  ou  $k_y$  du domaine (Figure 2-12). La valeur de l'énergie à haute fréquence, pour  $|\mathbf{k}| > k_x$  ou  $k_y$ , sera en effet tronquée et présentera après intégration directionnelle une valeur inférieure à la valeur théorique obtenue pour une densité d'énergie définie en grille cylindrique. Cela constitue simplement un artefact dû au choix de représentation pour des domaines différents. L'effet est visible notamment Figure 2-13, et il sera détaillé ci-dessous.

En outre, la borne supérieure prise en compte pour le calcul des termes sources est fixée à  $k = \min(k_{x\ max}, k_{y\ max})$  pour ne pas que la troncature impacte trop fortement les valeurs de forçage.

- (b) la discrétisation dans les deux approches est différente, c'est à dire que l'on ne compare pas comme précédemment (section 2.3.1.2, Figure 2-7 par exemple) des termes fréquence à fréquence. Si l'on peut envisager à l'avenir de revoir l'implémentation pour modifier ce point, il faut néanmoins en tenir compte dans l'exploitation des figures actuelles.
- (c) le domaine HOS est défini, par nécessité, relativement à la longueur d'onde dominante  $\lambda_p$  et la grille spectrale associée est ainsi liée au nombre d'onde dominant  $k_p$  comme on l'évoque au Chapitre 2. La grille spectrale de l'approche stochastique est elle définie de manière absolue (i.e. bornes de fréquence/nombre d'onde indépendantes du spectre considéré). Si l'on conserve un critère de longueur de queue de spectre usuel  $k_{max} \sim 10 k_p$  pour la stabilité du calcul lors de l'avance en temps, il n'est pas alors évident que le domaine spectral résolu par méthode HOS puisse couvrir l'ensemble du domaine défini dans l'approche WW3. Pour exemple, lorsque le pic spectral sera fixé à une fréquence basse, les capacités HOS ne permettront pas forcément de couvrir l'ensemble du domaine spectral couvert par celui de WW3 et cela pourra dégrader le calcul des termes sources sur un tel domaine réduit. L'effet de ce point est par exemple visible Figure 2-14, ce qui va être décrit plus précisément ci après.

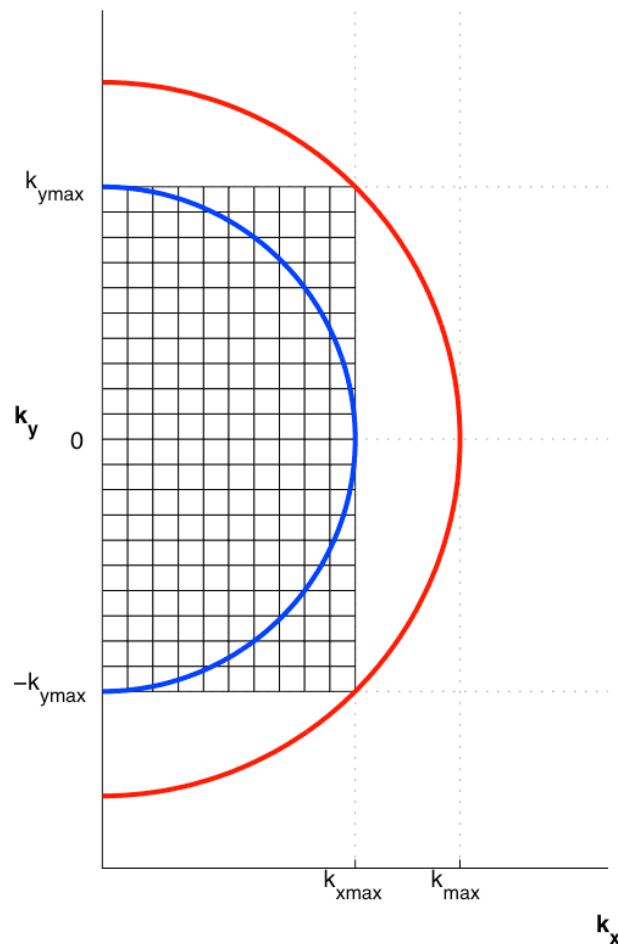
Dans tous les cas, il faut bien être conscient que certaines restrictions que l'on évoque ici impactent surtout l'illustration de la comparaison (*Points (a) et (b)*). Les termes sources HOS sont résolus dans la méthode sur des grilles cartésiennes particulièrement discrétisées et ils sont définis sur l'ensemble du domaine (Figure 2-12).

La Figure 2-13 présente un exemple de comparaison et illustre ces différents points. Ramenés à un repère fréquentiel par la relation de dispersion linéaire, les termes HOS équivalents  $E$ ,  $S_{in}$  et  $S_{diss}$  sont logiquement tronqués au delà de  $f=0.46\ Hz$  du fait de l'intégration directionnelle dans un repère cartésien (*Point (a)*). Les termes de forçage et dissipation sont d'allure proche entre les deux formulations, et les principales différences sont à mettre sur le compte des résolutions spectrales propres à chaque méthode (e.g. la différence la plus notable au pic de forçage vient en partie du décalage fréquentiel de quelques dixièmes de Hz entre les deux points de grille HOS et WW3 autour de  $0.2\ Hz$ ) (*Point (b)*). Cet exemple (Figure 2-13) fournit l'illustration d'un cas de recouvrement acceptable entre domaine spectral HOS et WW3, puisque la fréquence de pic reste faible (i.e.  $T_p=5s$ ) (*Point (c)*).

Le recouvrement des domaines spectraux est cependant moins acceptable lorsque le pic spectral se situe à plus basse fréquence (Figure 2-14,  $T_p=10s$ ). On remarque dans ce cas que le calcul du forçage est dégradé par rapport aux performances précédentes ( $\sim 10\%$  d'erreur relative au pic spectral) du fait de la taille réduite du domaine spectral HOS par rapport à celui de *WW3*. Le terme de dissipation reste quant à lui proche de la valeur calculée par l'approche stochastique. La prise en compte d'une queue de spectre paramétrique contribue ici à restreindre les différences dues au non recouvrement exact des deux domaines spectraux, et donc à réduire l'influence du *point (c)*.

Malgré ces quelques spécificités liées aux tailles de domaines spectraux, l'adaptation du forçage à une formulation spectrale cartésienne de type HOS semble produire des termes de croissance et dissipation acceptables pour des distribution énergétiques associées à des états de mers usuels, ici JONSWAP. Des comparaisons plus fines des paramètres intermédiaires (e.g. moments, altitude de rugosité, part énergétique de la queue de spectre analytique, etc.) pourra être nécessaire par la suite pour déterminer plus précisément l'origine des artéfacts en domaine cartésien.

Il reste maintenant à se pencher sur les performances de la méthode HOS pour la résolution des équations d'évolution.



**Figure 2-12 Schéma illustratif de l'influence de la répartition cartésienne de densité sur l'intégration directionnelle**

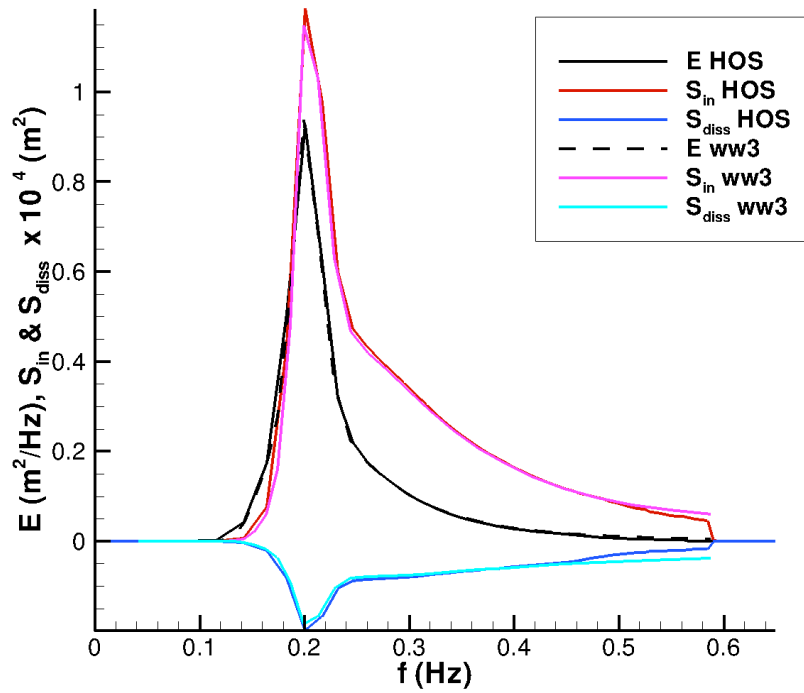


Figure 2-13 Comparatif des termes de forçage et dissipation intégrés en direction entre formulation HOS et formulation stochastique, pour un spectre JONSWAP de  $H_s=1m$  et  $T_p=5s$ ,  $U_{10}=10 m.s^{-1}$

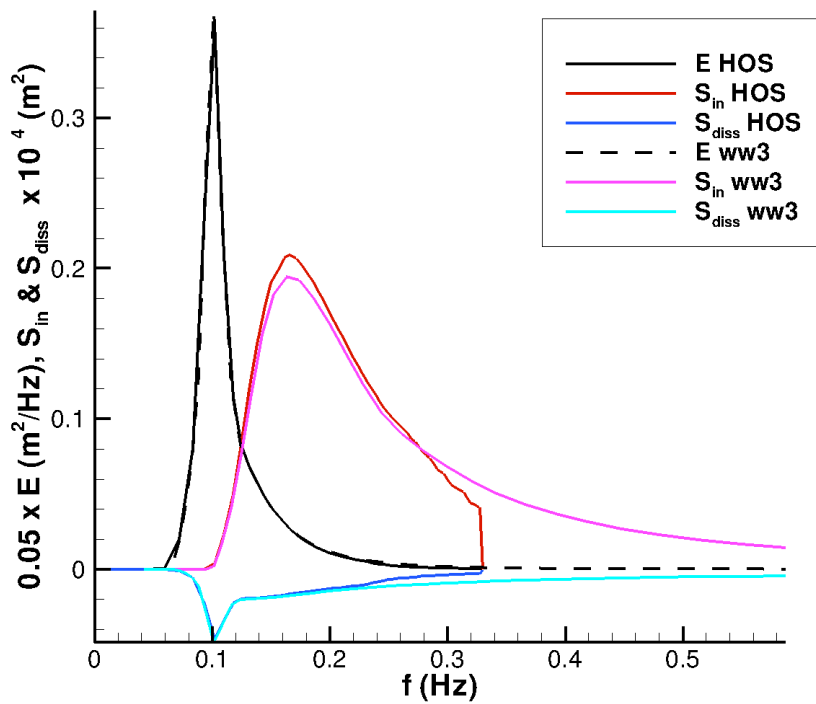


Figure 2-14 Comparatif des termes de forçage et dissipation intégrés en direction entre formulation HOS et formulation stochastique, pour un spectre JONSWAP de  $H_s=2m$  et  $T_p=10 s$ ,  $U_{10}=10 m.s^{-1}$ .

### 2.3.3. Evolution temporelle

#### 2.3.3.1. Evolution énergétique

On va maintenant se pencher sur les performances de l'approche déterministe HOS par rapport à l'approche stochastique dans WW3. On conserve les deux configurations spectrales présentées aux instants initiaux (section 2.3.2.2), c'est-à-dire un cas de spectre JONSWAP usuel de  $T_p=5s$ ,  $H_s=1m$  (noté BAJ5) et un autre  $T_p=10s$ ,  $H_s=2m$  (noté BAJ10), avec un vent,  $U_{10}=10 m.s^{-1}$  dans les deux cas. Cela revient à considérer respectivement un cas d'état de mer jeune en développement ( $U_{10}/C_{phase}>1$ ) et un cas de forçage du vent (i.e. création d'une mer du vent) sur une houle. Le domaine spatial considéré est de taille relative  $30 \lambda_p \times 30 \lambda_p$ , pour  $512 \times 256$  points de collocation. Ceci fixe dans notre formulation le pic spectral à la 30<sup>ème</sup> composante du spectre, sur  $512/2=256$  composantes dans la direction principale de propagation (le facteur  $\frac{1}{2}$  vient du fait de la symétrie hermitienne de la transformée de Fourier complexe d'un signal réel). La taille de queue de spectre se trouve donc déduite par la relation  $k_{max} \sim 8k_p$ . La fréquence de sortie est relative à la période initiale du pic spectral, et l'on choisit ici une sortie toutes les  $10 T_p$  simulées (i.e. toutes les  $50 s$  et  $100 s$  suivant les simulations).

Le modèle stochastique est configuré de manière usuelle, et sa grille spectrale est discrétisée sur  $40$  fréquences/nombres d'onde et  $36$  directions. Seul est activé le terme de forçage de croissance et dissipation de type BAJ, et les transferts non-linéaires quand ils sont pris en compte sont calculés par la méthode WRT. On définit une fréquence de sortie afin d'obtenir des données toutes les  $10$  minutes simulées.

On choisit d'évaluer comparativement les deux approches déterministes et stochastiques dans un mode de fonctionnement quasi-linéaire (HOS  $M = 1$  et WW3  $NL = 0$ ) puis dans un mode non-linéaire (HOS  $M = 3$  et WW3  $NL = WRT$ ). Dans le cas HOS  $M=1$  la présence des termes de forçage et dissipation rend néanmoins le système non-linéaire comme on a pu le voir précédemment. On compare l'évolution de la densité surfacique d'énergie dans la formulation HOS au moment d'ordre 0 du spectre dans WW3 (i.e. dans l'approche linéaire ces quantités sont égales).

Dans le cas BAJ5 pour lequel le recouvrement des domaines spectraux HOS et WW3 est bon (cf 2.3.2.2), l'allure de croissance énergétique est très proche sur le premier tiers de la simulation et l'erreur reste inférieure à  $5\%$  (Figure 2-15) jusqu'à  $240 T_p$ . A ce moment, la croissance simulée par le modèle stochastique avec prise en compte des non-linéarités WRT s'infléchit notablement, et l'erreur relative entre simulations HOS et WW3 non-linéaire devient plus importante ( $\sim 20\%$ ). Il est cependant étonnant de noter que les simulation WW3 linéaires et non-linéaires re-convergent hors de la durée de comparaison, après  $1200 T_p$  (Figure 2-16), et suivent ensuite des croissances très proches. Les tendances entre simulations linéaires et non-linéaires dans les deux approches HOS et WW3 sont néanmoins respectées sur la durée de comparaison. Il sera utile de tester dans quelle mesure le comportement étonnant de WW3 est dépendant de la discrétisation fréquentielle et angulaire.

Dans le cas BAJ10, plus délicat car le recouvrement n'est que partiel entre les domaines spectraux des deux approches, les comparaisons tendent à montrer les capacités de l'approche HOS non-linéaire à retranscrire les tendances observées dans WW3 (Figure 2-17), au moins d'un point de vue énergétique. Les écarts relatifs entre simulations non-linéaires restent très faibles sur une première partie de la simulation ( $\sim 2\%$  d'erreur jusqu'à  $650 T_p$ ), et cela semble confirmer que les faibles écarts observés Figure 2-14 sur les termes de forçage permettent de conserver des tendances proches. Les résultats sur le dernier tiers de simulation restent acceptables entre simulations non-linéaires, avec une erreur relative de l'ordre de  $\sim 10\%$ . On ne retrouve cependant pas ici les tendances caractéristiques de simulations linéaires et non-linéaires : le linéaire croît moins rapidement que le non-linéaire dans l'approche HOS, alors que la simulation linéaire WW3 croît beaucoup plus rapidement que celle non-linéaire et semble arriver à un état de saturation autour de  $600 T_p$ . L'extrémité du domaine spectral HOS, autour d'une fréquence équivalente de  $0.3Hz$  dans cette

simulation, ne doit pas y être étrangère. Il faut en effet remarquer qu'un forçage par un vent  $U_{10}=10 \text{ m.s}^{-1}$  va impacter principalement les ondes de période  $T$  inférieure ou égale à  $\sim 6\text{s}$  (i.e.  $U_{10}/C_{phase}>1$ , soit une fréquence linéaire équivalente  $f>0.16 \text{ Hz}$ ). La gamme de nombres d'onde/fréquences dans lequel la croissance énergétique va s'opérer se trouve en définitive considérablement tronquée par la position de la borne supérieure HOS, en nombre d'onde. On peut rappeler ici que l'effet est en outre particulièrement sensible puisque la relation est quadratique entre les domaines en nombre d'onde et les domaines en fréquences : une queue de spectre de  $f_{max} = \alpha.f_p$  nécessite  $k_{max} = \alpha^2.k_p$  du point de vue de taille de domaine spectral HOS. L'étude de l'évolution temporelle des termes de forçage devrait éclairer ces points.

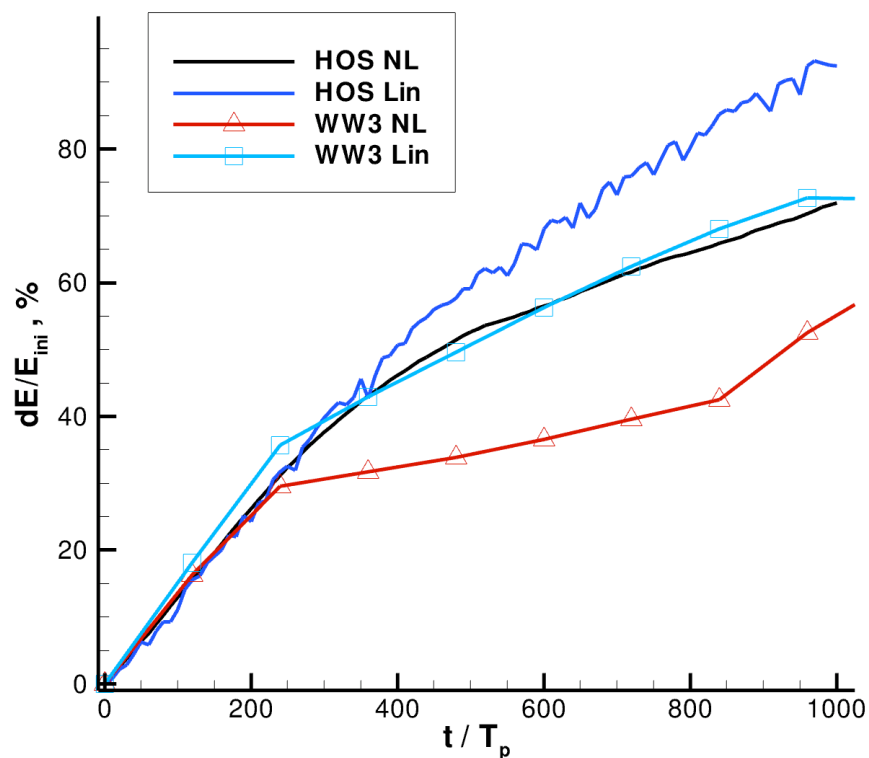


Figure 2-15 Comparaison de la croissance énergétique entre simulation HOS et WW3, pour un spectre JONSWAP de  $H_s=1\text{m}$  et  $T_p=5\text{s}$ ,  $U_{10}=10 \text{ m.s}^{-1}$ .

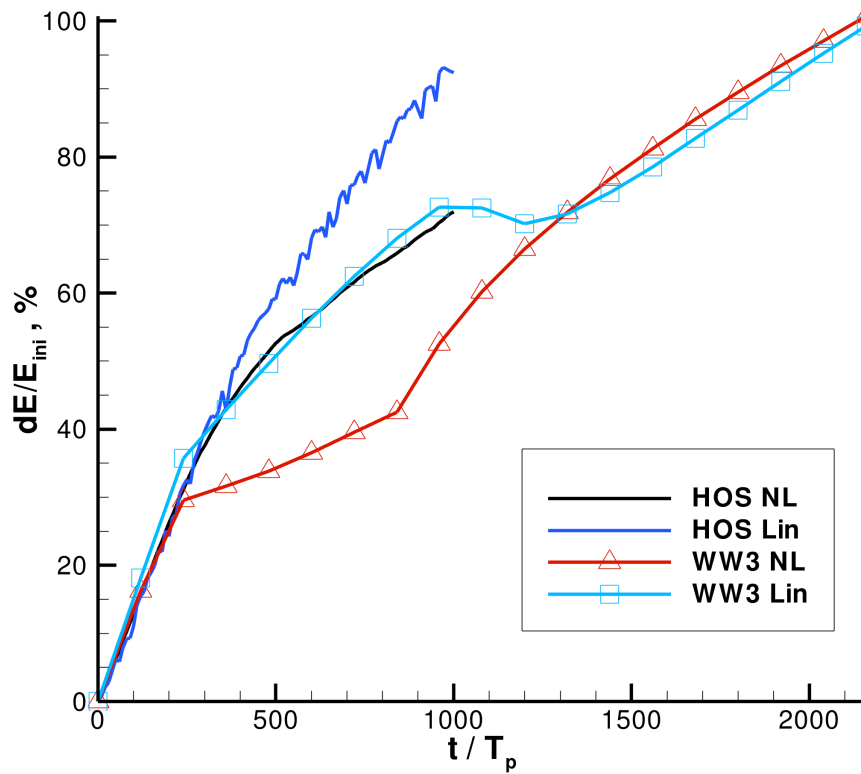


Figure 2-16 Comparaison de la croissance énergétique entre simulation HOS et WW3, cas BAJ5, mise en évidence d'une convergence entre simulations linéaires et non-linéaires dans WW3

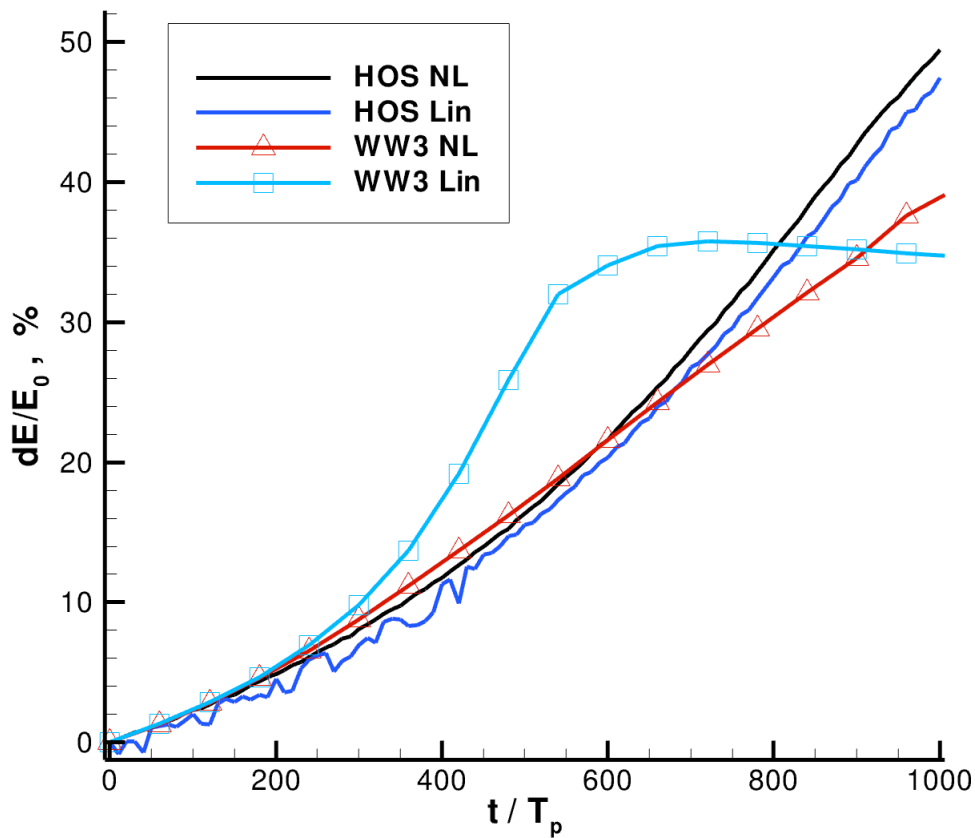


Figure 2-17 Comparaison de la croissance énergétique entre simulation HOS et WW3, pour un spectre JONSWAP de  $H_s=2m$  et  $T_p=10 s$ ,  $U_{10}=10 m.s^{-1}$ .

### 2.3.3.2. Analyse des termes de forçage

L'analyse de l'évolution de l'énergie surfacique du domaine constitue un premier élément de diagnostic, mais elle n'est évidemment pas suffisante pour caractériser les capacités de prise en compte de forçage dans la méthode HOS. On va se pencher ici sur l'évolution des termes de forçage et dissipation au cours du temps pour les mêmes cas test BAJ5 et BAJ10. Les spectres initiaux conservent leurs caractéristiques en  $H_s$  et  $T_p$  du paragraphe 2.3.2.2, mais l'étalement angulaire est ici défini par la fonction paramétrique (1.32) avec  $\beta=0.74$  (i.e. cette grandeur n'est pas paramétrable en entrée de WW3 et l'on fournit donc manuellement une distribution de densité spectrale adéquate). Cela a cependant pour effet de dégrader légèrement le calcul des termes sources comparés entre WW3 et HOS par rapport aux résultats présentés en 2.3.2.2. Cela est vraisemblablement dû à la discrétisation angulaire grossière dans le modèle stochastique WW3 qui impacte l'évaluation numérique des intégrations angulaires (Figure 2-18 à comparer à Figure 2-13 & Figure 2-23 à comparer à Figure 2-14). L'ensemble des figures de ce paragraphe conserve le même formalisme graphique, et les légendes sont portées une fois pour chaque cas test (Figure 2-18 et Figure 2-23) afin de ne pas surcharger les graphiques.

Si dans le cas BAJ5 les termes sources sont dans un bon accord à l'instant initial de la simulation (Figure 2-18), on se rend compte Figure 2-19 que l'erreur relative se creuse dès les premières comparaisons ( $t=10 \text{ min}$ , soit  $120 T_p$ ). Les différences observées sur les termes sources à  $t=0$  entraînent une évolution différente des spectres HOS et WW3 qui à son tour accentue les écarts des termes sources et ainsi de suite. L'allure reste proche, mais l'on note dans les simulations linéaires et non-linéaires que forçage et dissipation sont plus faibles à haute fréquence dans les simulations HOS. La dissipation est de plus bien inférieure à celle calculée par WW3 autour du pic spectral. L'évolution temporelle semble indiquer que la prise en compte des non-linéarités produit des simulations plus proches entre les deux approches. Après une durée simulée de  $20 \text{ min}$  Figure 2-20, soit  $240 T_p$ , les écarts se sont creusés un peu plus dans les deux approches linéaires et non-linéaires. Par la suite ces écarts HOS/WW3 continuent à se creuser pour le cas linéaire alors que l'erreur semble se stabiliser et régresser dans le cas non-linéaire jusqu'à  $1000 T_p$  (Figure 2-24 & Figure 2-25). Si l'on notait Figure 2-15 une inflexion de la croissance de l'énergie dans la modélisation WW3 non-linéaire à partir de  $240 T_p$ , cela semble surtout impacter la distribution d'énergie autour du pic spectral, sans que les termes sources n'en souffrent apparemment trop, lorsque les transferts non-linéaires sont pris en compte.

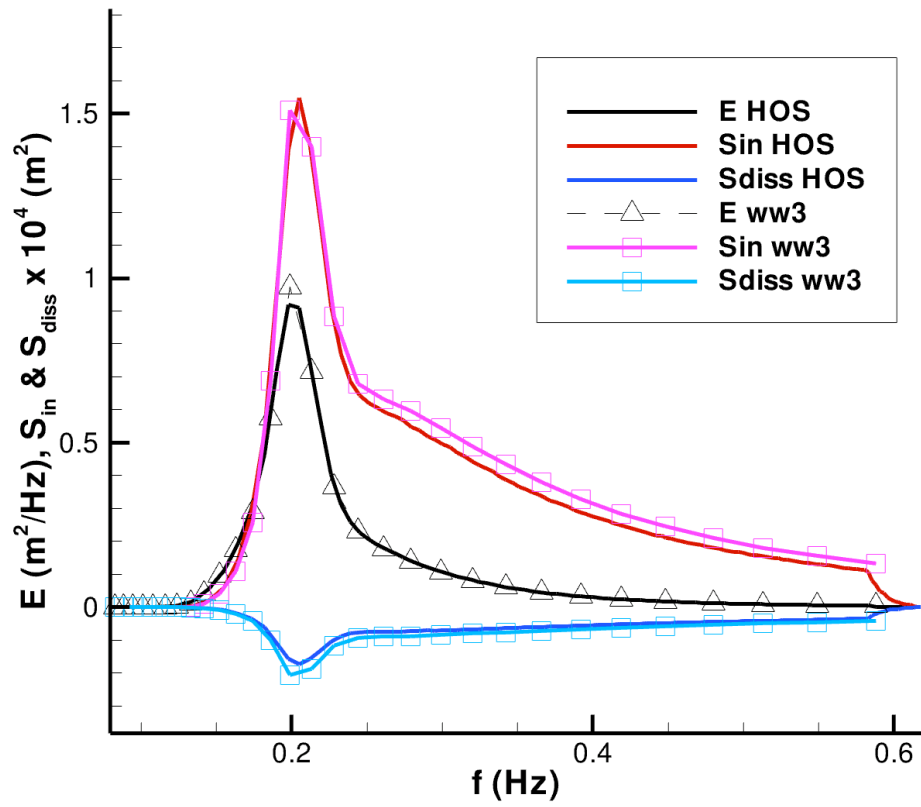


Figure 2-18 Termes sources HOS et WW3 initiaux, cas BAJ5,  $t=0T_p$

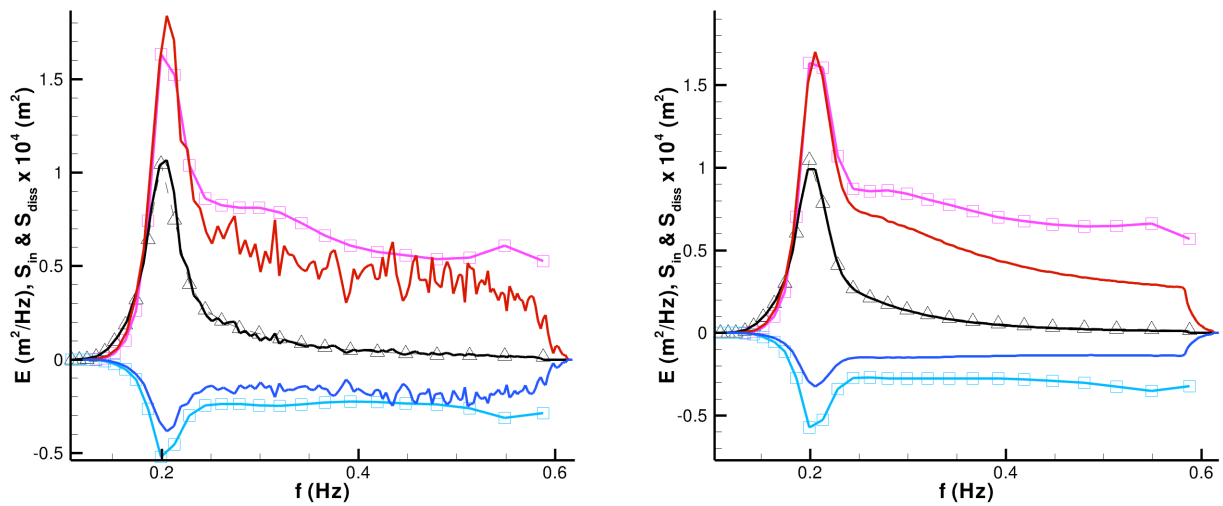


Figure 2-19 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ5,  $t=120T_p$ , non-linéaire (gauche) et linéaire (droite)



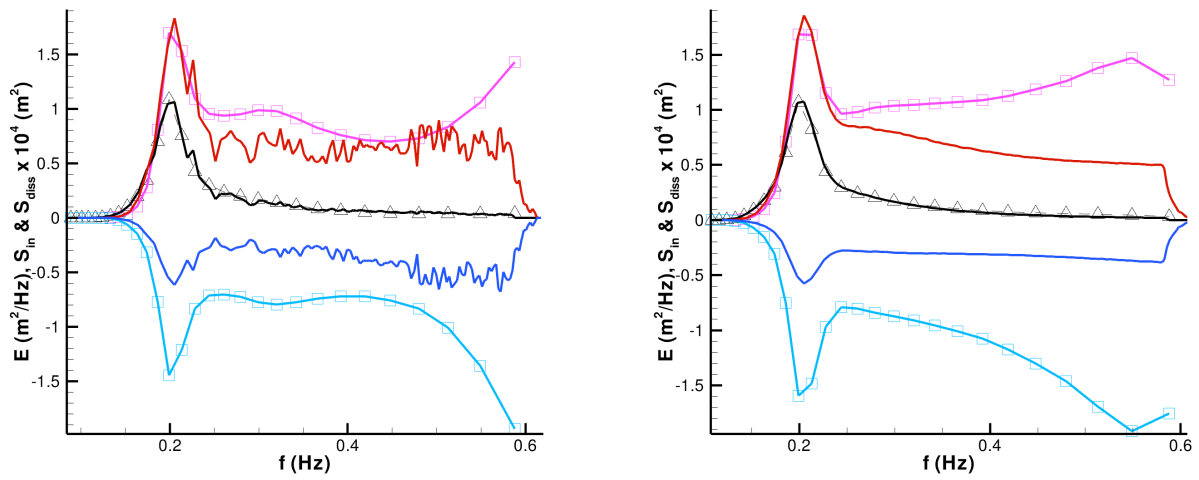


Figure 2-20 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ5,  $t=240T_p$ , non-linéaire (gauche) et linéaire (droite)

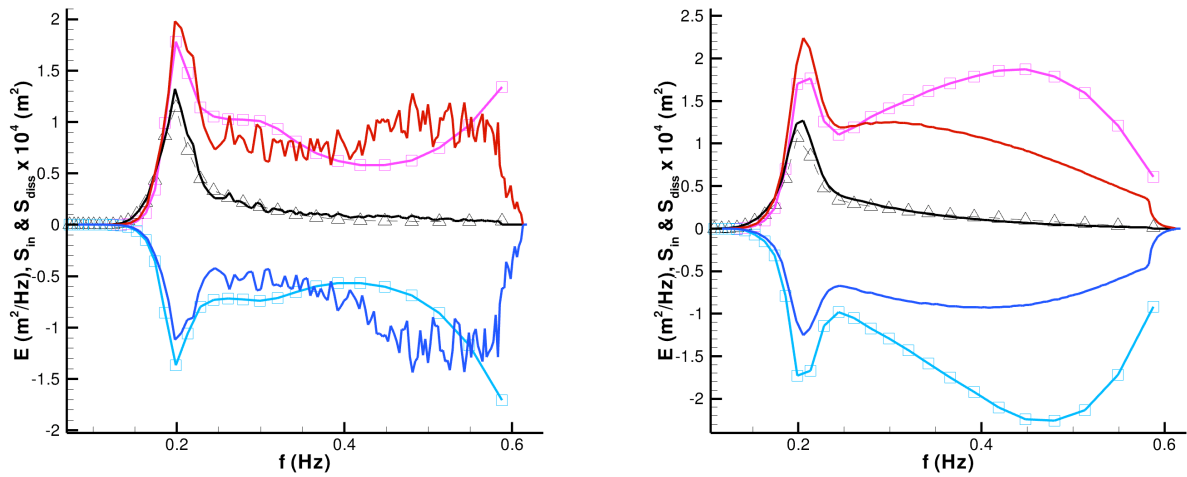


Figure 2-21 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ5,  $t=600 T_p$ , non-linéaire (gauche) et linéaire (droite)

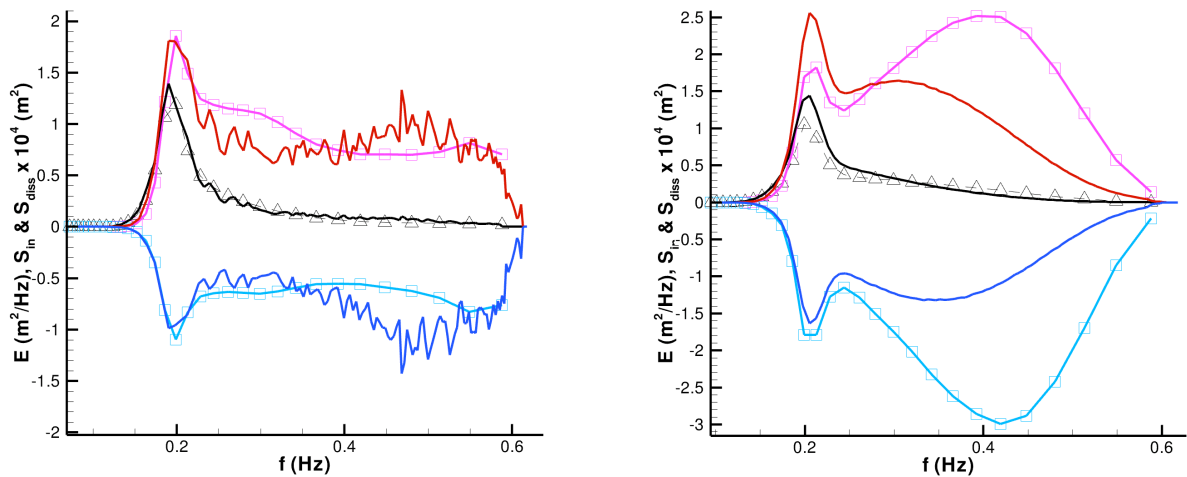


Figure 2-22 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ5,  $t=960 T_p$ , non-linéaire (gauche) et linéaire (droite)

Les tendances d'évolution sont assez similaires dans le cas BAJ10 (Figure 2-23 à  $t=0$ ). Jusqu'à  $\sim 600 T_p$  la comparaison des simulations linéaires et non-linéaires fournit des conclusions identiques au cas BAJ5 et l'allure des termes reste proche (Figure 2-24 & Figure 2-25). Le terme source dans le cas HOS non-linéaire apparaît plus bruité que dans le cas BAJ5 à une durée de simulation identique, mais cela est simplement dû au fait que le terme de couplage s'applique plus particulièrement dans la queue du spectre, zone dans laquelle l'amplitude des contributions non-linéaires se reportent ; leur amplitude y est alors non-négligeable devant celle des amplitudes de la fraction linéaire du spectre. L'effet de la troncature spectrale dans l'approche HOS ne semble en outre pas particulièrement dommageable jusque là. A partir de  $600 T_p$ , l'évolution devient par contre sensiblement impactée (Figure 2-26). On remarque autour de cette période de la simulation que la zone dans laquelle est réalisée la troncature devient prédominante du point de vue des termes de forçage, et que ne pas pouvoir la résoudre dans le cas HOS devient particulièrement préjudiciable.

L'approche HOS forcée et dissipée semble néanmoins fournir jusque-là un cadre d'étude acceptable du point de vue stochastique lorsque ses spécificités (e.g. troncature du domaine spectral et zone de forçage/dissipation prédominante) sont identifiées et prises en compte dans l'exploitation des résultats.

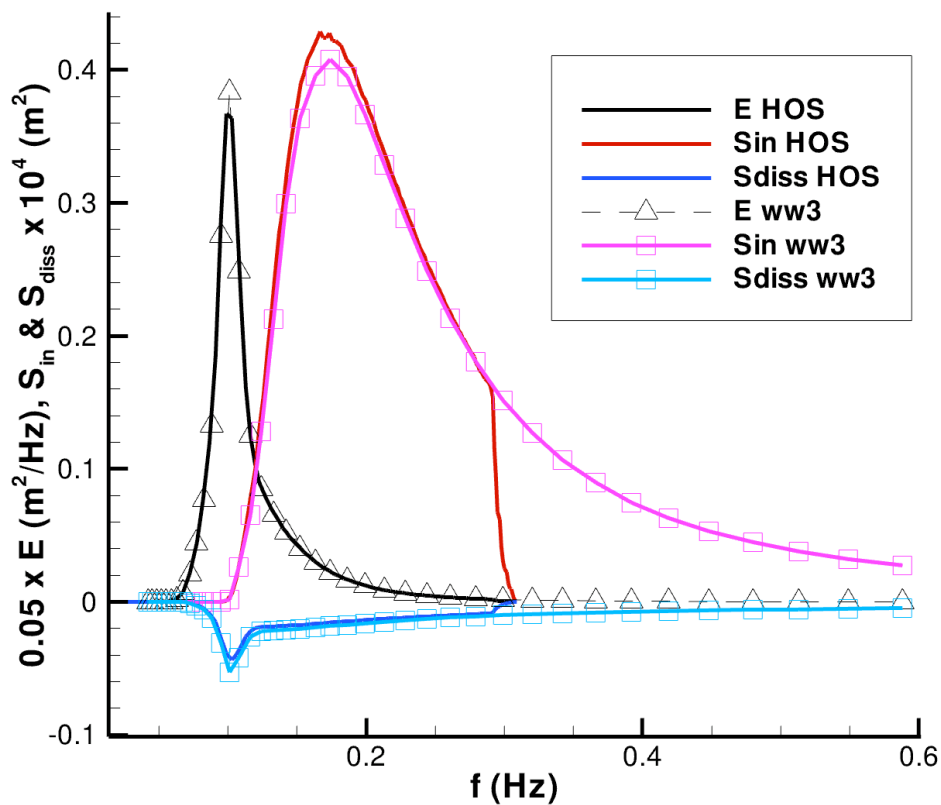


Figure 2-23 Termes sources HOS et WW3 initiaux, cas BAJ10,  $t=0T_p$

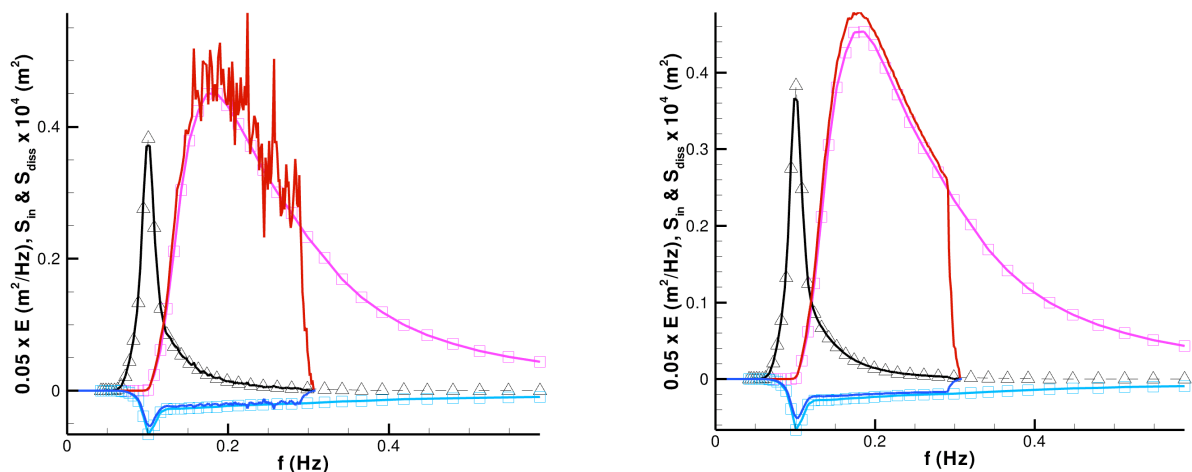


Figure 2-24 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ10,  $t=120 T_p$ , non-linéaire(gauche), linéaire(droite)

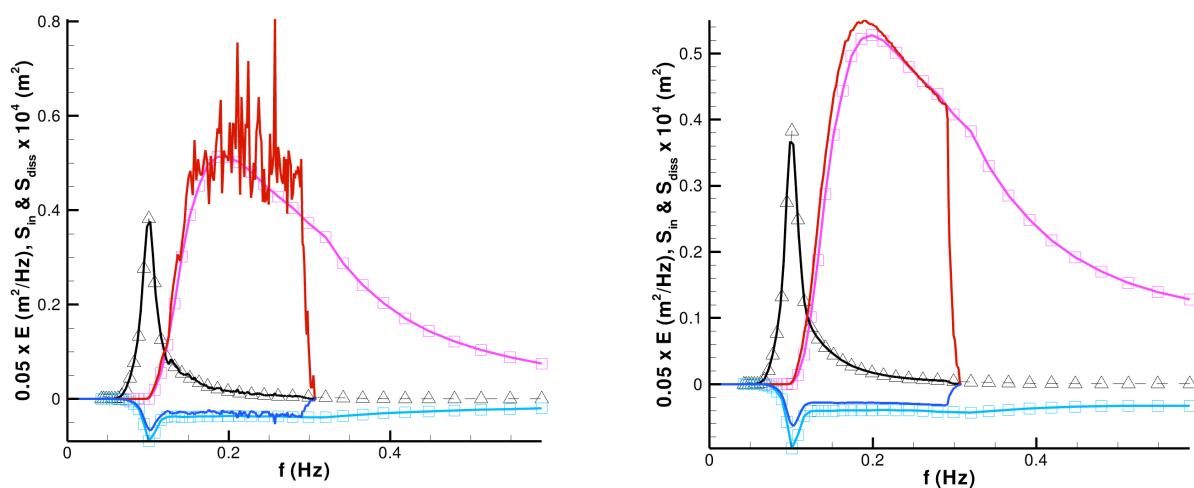


Figure 2-25 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ10,  $t=240 T_p$ , non-linéaire(gauche), linéaire(droite)

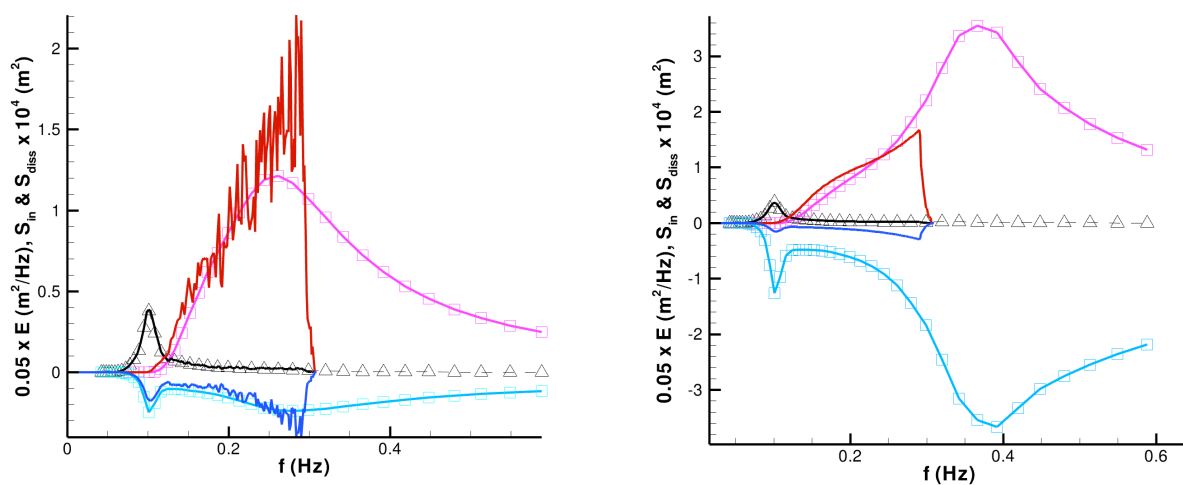


Figure 2-26 Termes sources HOS et WW3, cas BAJ10,  $t=600 T_p$ , non-linéaire(gauche), linéaire(droite)

### 2.3.3.3. Forçage et turbulence d'onde

Le forçage à l'étude dans les points précédents semble permettre de conditionner dans la formulation HOS une allure spectrale acceptable. De la même manière que cela avait été abordé au point 1.3.5.3 sans prise en compte de forçage, il semble intéressant de se pencher plus en détail sur le comportement de la répartition énergétique dans la partie haute fréquence du spectre. Dans un cadre théorique et expérimental, on s'attend à ce que la décroissance énergétique vérifie une loi de distribution en  $f^4$  puis  $f^5$  dans la partie haute fréquence, soit  $k^{-2}$  puis  $k^{-3}$  (Phillips(1958)[66]). Une décroissance en  $f^4$  pour les ondes courtes implique en effet à certaines longueurs d'onde des pentes critiques initiant du déferlement, et la décroissance en entre  $f^4$  et  $f^5$  constitue une limite stable.

On réalise ici un traitement identique à celui présenté dans la partie 1.3.5.3, appliqué ici au cas test BAJ5 pour lequel forçage et dissipation sont pris en compte sur un domaine spectral acceptable. On observe qu'en initiant un état de mer par une répartition initiale de type JONSWAP, dont la décroissance de densité spectrale  $E(k)$  peut s'exprimer analytiquement en une fonction de la forme  $k^{-3}$  (Figure 2-27) le forçage, la dissipation et les non-linéarités déséquilibrent rapidement cette distribution (Figure 2-28). Dans la partie terminale du spectre, on peut remarquer un nouveau plateau d'équilibre de décroissance proche d'une fonction en  $k^{-2.5}$ , stable sur de grandes durées de simulations (Figure 2-29 & Figure 2-30) alors qu'une accumulation de style « *bottleneck* » ne le serait pas. Il n'est cependant pas clair à ce stade que l'ensemble de la décroissance à partir du pic spectral soit acceptable. Cela restera un point à clarifier par la suite.

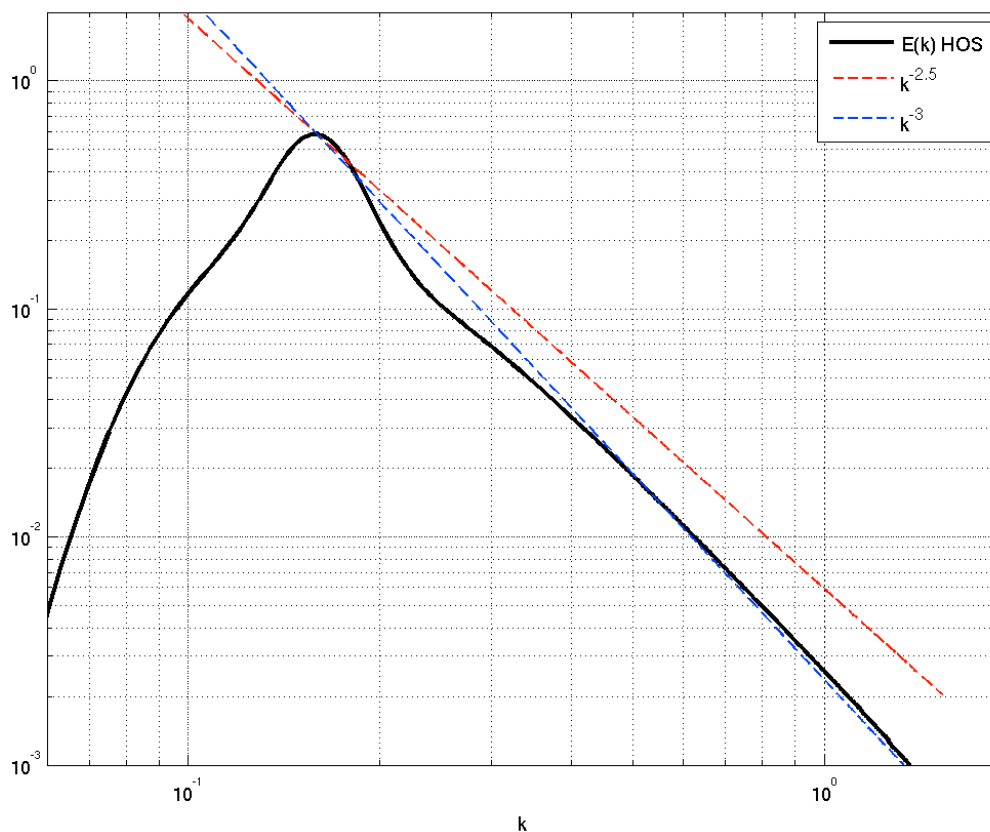


Figure 2-27 Décroissance de la densité spectrale d'énergie, simulation BAJ5,  $t = 0T_p$

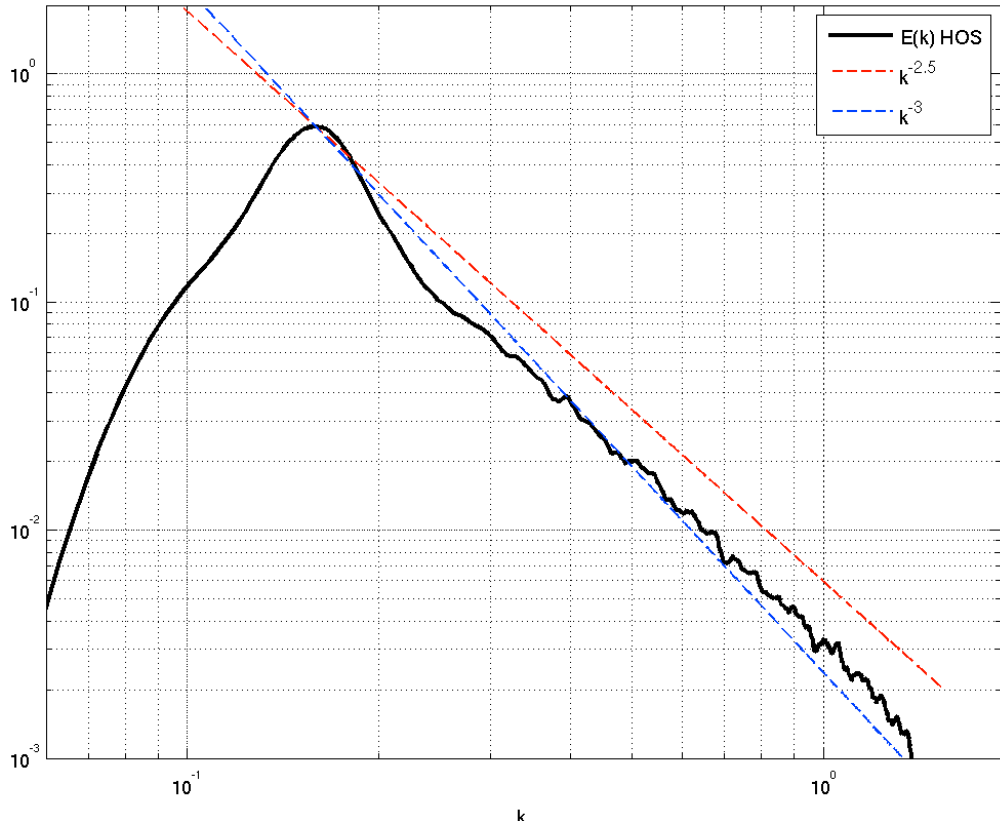


Figure 2-28 Décroissance de la densité spectrale d'énergie, simulation BAJ5,  $t = 20 T_p$ .

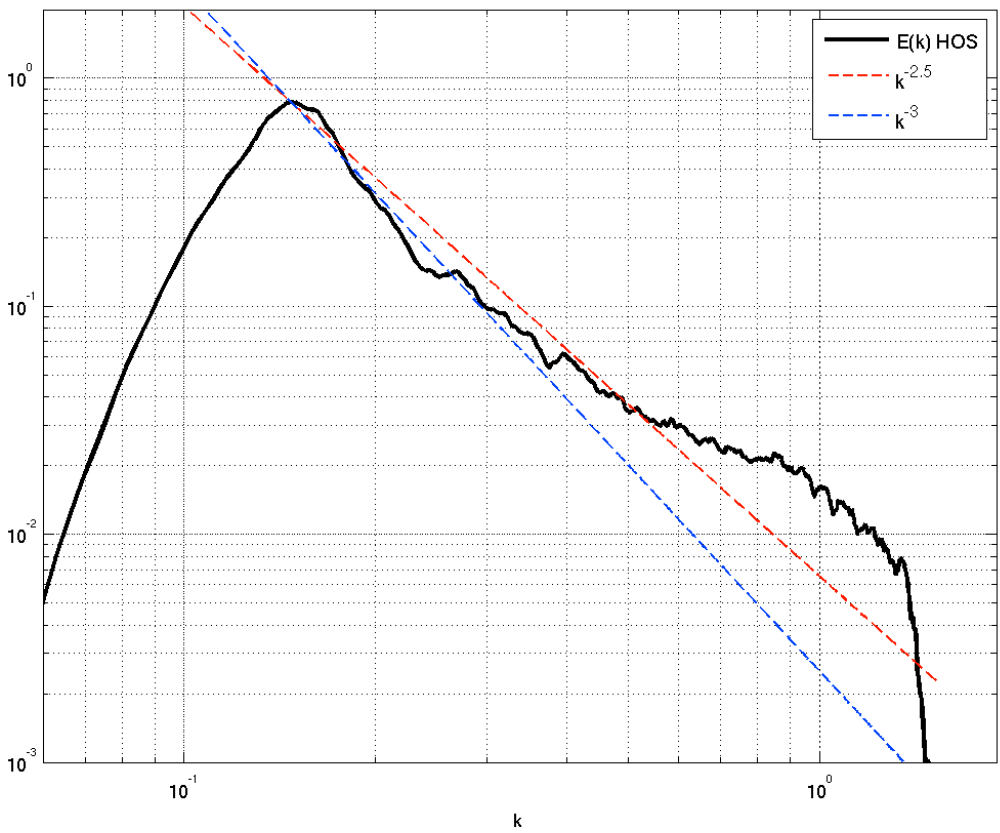


Figure 2-29 Décroissance de la densité spectrale d'énergie, simulation BAJ5,  $t = 600 T_p$ .

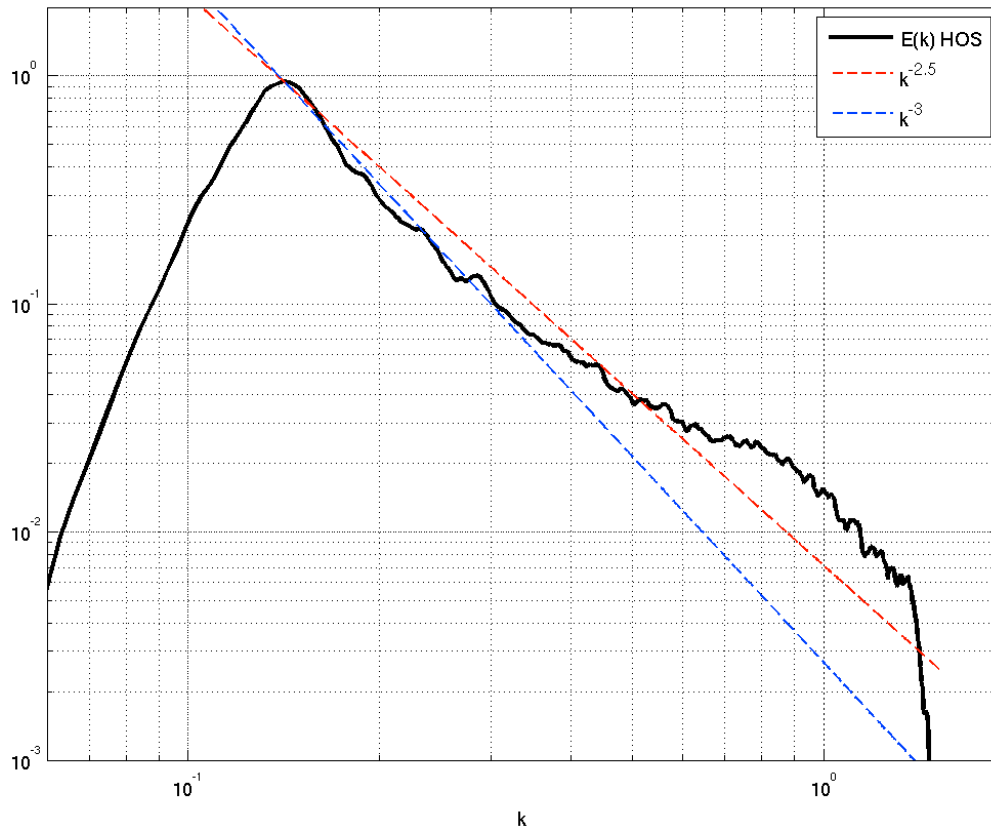


Figure 2-30 Décroissance de la densité spectrale d'énergie, simulation BAJ5,  $t = 960 T_p$ .

## 2.4. Limitations et perspectives

Comme on l'a évoqué dans la première partie introductive de ce chapitre, les approches de forçage et dissipation sont à l'origine formalisées d'un point de vue stochastique, mais étendues et appliquées ici à des problématiques déterministes. Une première étape de validation passait par la vérification de certaines propriétés stochastiques, et c'est ce qui a été réalisé aux points traités précédemment. On peut néanmoins à la suite de ce travail évoquer les implications déterministes, et comme on va le voir il est nécessaire de bien différencier forçage et dissipation.

### 2.4.1. Forçage

Du point de vue du forçage par le vent, il reste illusoire de vouloir évaluer les performances déterministes de l'approche sur une gamme de longueurs d'ondes très larges, et toute comparaison du point de vue du déterminisme ne peut être que qualitative. Comme cela est évoqué par Babanin et al.(2010)[9] par exemple, un modèle numérique reste une simplification de l'environnement physique, et l'on perd par exemple dans la modélisation numérique discrète la nature continue des modes, au réel. Toute la gamme de modes possède naturellement une part de bruit qu'un modèle numérique néglige en général, et dans l'environnement physique ce bruit naturel est à l'origine du développement prédominant des modes spectrales associées aux faibles longueurs d'ondes.

Pour des gammes de vents dont la vitesse caractéristique est de l'ordre de grandeur de la vitesse de phase des ondes considérées, l'allure du champ de pression considéré pour notre forçage semble néanmoins acceptable pour une formulation n'incluant qu'un terme de couplage paramétrique (e.g.

Grare et al.(2009)). Il pourra être utile dans la prolongation de ce travail de se pencher sur des variables liées au champ déterministe (e.g. dissymétries horizontale et verticale (Leykin et al.(1995)[56])) pour évaluer plus en amont la validité du terme de forçage sur les profils de surface. Dans tous les cas, le besoin en données déterministes d'évolution de surfaces de mer sous l'action du vent est indéniable et ce type de donnée sera d'une grande utilité dans la validation des approches évoquées.

### 2.4.2. Dissipation et déterminisme

La prise en compte de la dissipation pose, elle, un ensemble de questions bien spécifiques. A la différence du terme de forçage stochastique  $S_{in}$  dans l'espace spectral qui découlait d'une formulation « physique » d'un terme de pression dû au vent, le terme de dissipation  $S_{diss}$  introduit par Hasselmann(1974)[43] ne trouve pas à proprement parler de justification dans l'espace physique. On peut bien entendu conceptualiser le travail d'une force de pression sur la face avant des vagues qui interviendrait de manière dissipative, il n'en reste pas moins que le terme de pression  $S_{diss}$  de l'espace spectral est le pendant d'une pression sinusoïdale en quadrature de phase avec une surface sinusoïdale ; la force s'exerce donc autant sur la face avant (Figure 2-31) que celle arrière (Figure 2-32) d'une vague dissipée. Ce terme permet une dissipation stochastique, continue en temps et en espace dans l'espace réel, et c'est bien ce que l'on retrouve dans des bilans d'énergie comparables entre modélisation déterministe et modélisation stochastique. On visualise néanmoins bien sur ces deux figures où le travail de la pression dissipative est dominant, et superposé à la déformé de surface libre on remarque donc que les valeurs extrêmes interviennent comme on pouvait l'espérer dans les zones de forte pente.

Il reste néanmoins à évaluer dans quelle mesure un tel terme de dissipation permet de conserver les propriétés déterministes de la surface. Comme pour l'influence du terme de forçage par le vent, toute donnée déterministe d'évolution de surface de mer, moutonnante dans ce cas, trouverait son intérêt.

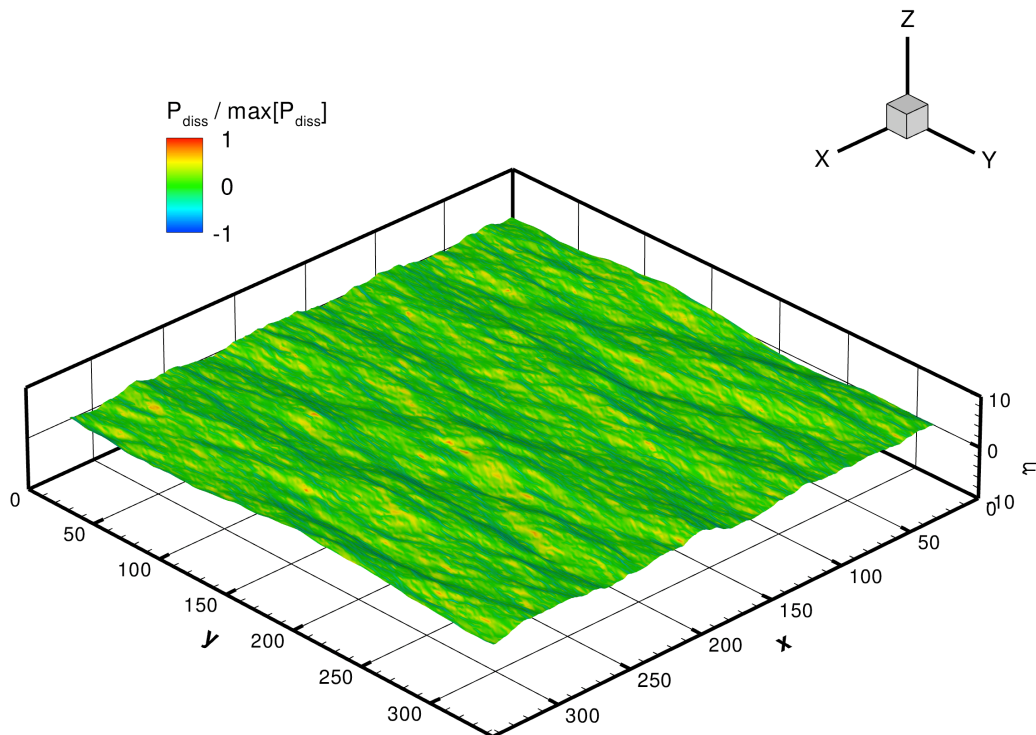
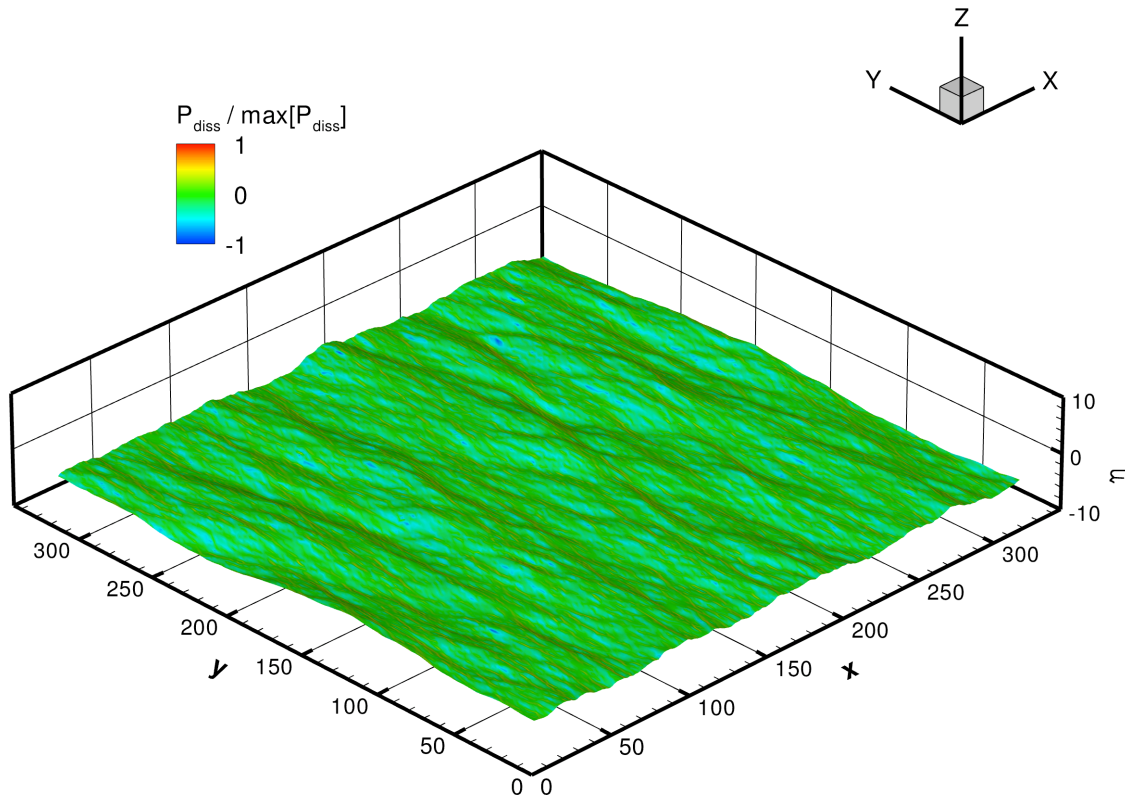


Figure 2-31 Allure du terme de pression associé à la dissipation, superposé à la déformé de surface libre. Vue de la face avant des vagues (propagation suivant les X positifs)



**Figure 2-32 Allure du terme de pression associé à la dissipation, superposé à la déformé de surface libre. Vue de la face arrière des vagues (propagation suivant les X positifs)**

## 2.5. Résumé et conclusions

On a pu dans ce chapitre se pencher sur la prise en compte réaliste du forçage par le vent et de la dissipation par moutonnement dans un modèle déterministe basé sur une méthode HOS. Le forçage et la dissipation ont été réalisés en adaptant une paramétrisation stochastique du couplage océan-atmosphère et du moutonnement à la formulation déterministe. On tire ici parti des progrès réalisés dans la définition des coefficients paramétriques spectraux, largement exploités dans les modèles météo-océaniques opérationnels, afin de forcer l'évolution déterministe de l'état de mer par un terme de surpression à la surface libre.

Il a été choisi d'adapter ici la formulation stochastique de type BAJ (Bidlot et al.(2005)[13]). La formulation est dans un premier temps validée comparativement, du point de vue des sources WW3 comme de l'influence de l'adaptation HOS. On compare ensuite l'évolution de croissances d'état de mer sous l'action du vent dans le modèle déterministe HOS à celles calculées dans le modèle stochastique WaveWatch3, sur des durées simulées d'environ  $1000T_p$ . Les simulations non-linéaires HOS sont comparées à des simulations stochastiques WW3 avec prise en compte complète des non-linéarités à l'ordre 3 par l'intermédiaire de la méthode WRT. On met en évidence certaines spécificités de la formulation déterministe, notamment du point de vue des tailles de domaines spectraux, et l'on fournit deux cas de comparaison pour des états de mers différents : l'un, nommé BAJ5, dans une configuration favorable au modèle HOS avec recouvrement des domaines spectraux simulés entre modèle HOS et modèle WW3 ; l'autre, nommé BAJ10, dans une configuration défavorable pour laquelle le domaine spectral HOS est tronqué par rapport à la prise en compte WW3.

Dans le cas BAJ5, l'erreur sur la croissance de l'énergie entre les deux approches est très faible sur un premier quart de simulation. L'erreur croît ensuite pour atteindre un maximum de  $\sim 20\%$ ,



L'évolution des termes sources équivalents est relativement similaire entre les deux approches non-linéaires et les allures et tendances sont plutôt bien respectées tout au long de la simulation. Le comportement du modèle WW3-WRT soulève des questions de par l'écart brusque dans les tendances d'évolution qui s'opère au premier quart de la simulation, et la sensibilité de ce saut aux paramètres de discrétisation sera investiguée.

Dans le cas BAJ10, une première moitié de la simulation montre des différences faibles sur l'évolution de l'énergie surfacique du domaine, au moins pour les simulations linéaires. Les croissances divergent ensuite. L'analyse des termes sources équivalents révèle que la troncature de domaine spectral dans l'approche HOS est en grande partie à l'origine des divergences observées. Elle intervient dans une partie du spectre qui devient primordiale du point de vue de la croissance énergétique au cours de la simulation, et les performances de la méthode HOS dans ce cas en pâtissent énormément.

Etonnamment, les comparaisons de simulations linéaires ne donnent pas de bons résultats, dans l'ensemble des cas testés. Il semble que la prise en compte des non-linéarités permette en quelque sorte de stabiliser la croissance ou la dissipation suivant les zones spectrales considérées.

Une analyse de l'allure de décroissance énergétique du spectre en fonction de son nombre d'onde révèle finalement des tendances acceptables (ordre  $k^{-2.5}$ ) en queue de spectre pour les simulations HOS, et cela même après des durées de simulations considérées comme longues dans l'approche déterministe.

On note finalement que ces développements auront permis de vérifier les capacités d'un modèle déterministe à prendre en compte de manière acceptable des évolutions temporelles de distribution d'énergie. Une part importante de validation devra néanmoins passer à l'avenir par l'inter-comparaison des résultats d'un tel modèle numérique avec des données au réel sur des variables liées au caractère déterministe de l'état de mer. Il n'est en effet pas évident que la formulation des forçages considérés permette une prise en compte efficace des spécificités de l'évolution d'une surface de mer, forcée par le vent et moutonnante, au cours du temps.

## CHAPITRE 3. MODÈLE SIMPLIFIÉ

Comme on l'a vu dans les différents points précédents, la modélisation déterministe complètement non-linéaire peut vite nécessiter des connaissances et une expertise hydrodynamique pour une mise en œuvre efficace. Le coût calcul associé peut en outre être prohibitif dès lors que l'on souhaitera produire des états de mer réalistes pour des applications connexes. Dans le cadre de cette thèse, plus spécifiquement orientée vers des applications de télédétection et la production d'évolutions de surfaces de mer réalistes, la fourniture de données issues de modélisation HOS a notamment été réalisée. Il était cependant d'intérêt de fournir également un outil de modélisation déterministe réaliste, de moindre coût calcul et d'accessibilité plus grande tout en prenant en compte un certain nombre des spécificités non-linéaires des états de mer. On peut notamment noter l'importance de la prise en compte des non-linéarités pour l'évaluation des pentes forte ou des zones critiques du point de vue de la stabilité de crêtes puisque ces conditions au réel impactent très fortement les processus de rétrodiffusion électromagnétique à la surface océanique. Dans ces types de conditions, le signal rétrodiffusé présente des pics énergétiques appelés « *spikes* » qu'il serait intéressant de corrélérer plus directement aux conditions de mer, voire d'un point de vue déterministe aux événement déferlants. Comme on l'a vu, on ne peut pas du point de vue hydrodynamique résoudre ce type d'évolution déferlante dans notre approche, mais l'on peut néanmoins caractériser l'état de mer et les conditions l'ayant précédé.

L'exploitation des champs d'élévation surfacique du point de vue de la télédétection est facilitée si l'on associe à la grandeur élévation de surface  $\eta$  la vitesse orbitale des particules fluides ( $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$ ) à la surface, ou encore la pente de surface libre et la vitesse de phase des ondes en présence. La vitesse orbitale est notamment utile car c'est la grandeur qui conditionne, avec la vitesse de phase des vagues, le décalage Doppler d'un signal électromagnétique rétrodiffusé par les particules fluides des premiers centimètres de surface. L'évaluation de l'élévation seule ne sera donc pas suffisante pour ces besoins, et il faudra déterminer également un certain nombre de variables associées à l'état de mer.

### 3.1. Contexte bibliographique

Plusieurs approches et solutions techniques ont été analysées avant de se fixer sur un choix de méthode et sur la réalisation à proprement parler. Comme on l'a déjà évoqué en introduction de ce travail de thèse, nous nous proposons de nous pencher spécifiquement sur des approches déterministes dans lesquelles les étapes de validation peuvent reposer sur une comparaison fine des champs de vagues, entre différentes sources expérimentales ou numériques par exemple. On écarte dès lors toutes les approches « réalistes » au sens de la réalité virtuelle qui ne proposeraient pas une prise en compte de spécificités hydrodynamiques déterministes d'un champ d'ondes de gravité.

A la suite des discussions et réflexions qui avaient pu initier cette thèse, une solution évoquée consistait en une adaptation d'une approche de modélisation par noyau de Volterra, déjà employée avec succès dans un cadre de télédétection appliqué à une problématique océanographique (Inglada (2001)[46]). L'analyse détaillée de l'approche développée est fournie en annexe (Annexe A ) afin de ne pas surcharger cette introduction, mais il est apparu que la solution développée dans ce travail présentait des hypothèses par trop restrictives pour qu'une adaptation puisse être développée dans notre cas d'application. La méthode fait notamment des hypothèses de stationnarité temporelle et de linéarité de différents termes de forçage, y compris pour les termes de transferts non-linéaires. Ces hypothèses très fortement réductrices conditionnent significativement la résolution du problème déjà complexe, et notre cadre théorique en est malheureusement très éloigné.

On peut noter que la problématique ici est similaire à celles qui peuvent être rencontrées en hydrodynamique dans le cadre de la prévision déterministe à court terme des états de mer. Il a donc semblé intéressant de s'inspirer de résultats obtenus au sein du laboratoire sur cette thématique. Les performances de modèles opérationnels simplifiés ont pu être évalués à cette occasion (e.g. Blondel(2009)[14]) et le cadre théorique est donc apparu prometteur. On se réfère ici au développement non-linéaire au second ordre de perturbation déjà évoqué au chapitre 1.4.3. suivant des méthodes initiées par Miche(1944)[61], puis Phillips(1960)[65], Longuet-Higgins(1962) [59] ou Hasselmann(1962) [42], combiné à un développement à l'ordre 3 sur la relation de dispersion.

## 3.2. Formalisme

### 3.2.1. Hypothèses et problématiques

On se propose ici de mettre en œuvre un modèle d'état de mer, spectral, basé sur le principe de *mode coupling* ou développement en série de perturbation évoqué en introduction du Chapitre 1. Un tel modèle doit être capable de prendre en compte une partie de la non-linéarité des états de mer afin de produire des représentations synthétiques de surfaces de mer les plus réalistes possible, à moindre coût calcul.

Le cadre théorique est identique à celui nécessaire à la mise en œuvre de la méthode HOS ; on considère donc l'évolution d'un fluide parfait dans un domaine fluide périodique de dimensions finies, dans un repère cartésien défini par les axes  $(\mathbf{x}, \bar{z})$  avec  $\mathbf{x} = (\bar{x}, \bar{y})$ . Ses dimensions sont notées  $(L_x, L_y)$  dans plan horizontal, et  $h$  est sa profondeur, constante sur le domaine. Le niveau moyen est référencé à la cote  $z=0$ . Le fluide est supposé incompressible et parfait (i.e. non visqueux). En faisant l'hypothèse d'un mouvement irrotationnel, un potentiel de vitesse  $\varphi(\mathbf{x}, z, t)$  est défini dans le domaine tel que  $\mathbf{V}(\mathbf{x}, z, t) = \bar{\nabla}\varphi(\mathbf{x}, z, t)$ . De la même manière, on y définit la position de la surface libre par une fonction  $\eta(\mathbf{x}, t) = z$  et le potentiel surfacique  $\varphi_s$  est défini à cette élévation  $z=\eta$ . On se réfère ici au potentiel de surface et pas simplement au potentiel, pour qu'un parallélisme avec le modèle HOS soit pleinement exploitable. Cela n'entraîne pas de spécificité particulière du point de vue théorique.

On résout alors analytiquement les CSL exprimées en (1.8) et (1.9) par un développement en ordre de perturbation des quantité  $\eta$  et  $\varphi_s$  :

$$\eta = \eta^{(1)} + \eta^{(2)} + o(\varepsilon^3) \quad (3.1)$$

$$\varphi_s = \varphi_s^{(1)} + \varphi_s^{(2)} + o(\varepsilon^3) \quad (3.2)$$

### 3.2.2. Méthode spectrale

Le principe de la méthode consiste à décomposer les inconnues du problème dans une base spectrale afin de pouvoir avancer en temps chaque mode et pouvoir reconstituer à chaque instant de sortie les champs de variables. Les inconnues du problème sont donc exprimées de la même manière qu'en (1.19) et (1.20) dans une base spectrale cartésienne. Si l'on considère la partie linéaire des équations (3.1) et (3.2) précédentes, cela peut s'écrire :

$$\eta^{(1)}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P A_{np}^{LN}(t) e^{ik_x x_n} e^{ik_y y_p} \quad (3.3)$$

$$\varphi_s^{(1)}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P -\frac{i\omega_{np}}{g} A_{np}^{LN}(t) e^{ik_{x_n}} e^{ik_{y_p}} \quad (3.4)$$

où  $k_{x_n}$  et  $k_{y_p}$  sont définis par rapport au domaine fluide de manière identique, soit tels que :  $k_{x_n} = \frac{n2\pi}{L_x}$   
et  $k_{y_p} = \frac{p2\pi}{L_y}$ .

La différence notable ici est que l'on va exprimer explicitement l'amplitude modale en fonction du temps, telle que :

$$A_{np}^{LN}(t) = A_{np}^{LN}(t=0) \cdot e^{-i\omega_{np}t} \quad (3.5)$$

avec  $\omega_{np}$  vérifiant la relation de dispersion linéaire :

$$\omega_{np}^2 = gk_{np} \quad (3.6)$$

On peut maintenant se pencher sur l'ordre 2 du développement.

### 3.2.3. Interactions non-linéaires à l'ordre 2

On reprend ici la formulation spatiale non-linéaire au second ordre en élévation et potentiel surfacique, formulée précédemment au paragraphe 1.4.3. , et exprimée ici d'un point de vue spatio-temporel :

$$\eta^{(2)}(\mathbf{x}, t) = \eta^s(\mathbf{x}, t) + \eta^+(\mathbf{x}, t) + \eta^-(\mathbf{x}, t) \quad (3.7)$$

et :

$$\varphi_s^{(2)}(\mathbf{x}, t) = \varphi^+(\mathbf{x}, t) + \varphi^-(\mathbf{x}, t) + \eta^{(1)}(\mathbf{x}, t) \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) \quad (3.8)$$

Chacun des termes peut être exprimé au cours du temps d'après les équations spatiales des interactions non-linéaires en base spectrale fournies au paragraphe 1.4.3. telles que :

- pour le terme de Stokes de l'élévation :

$$\eta^s(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \frac{k_{np} (A_{np}^{LN}(t))^2}{2} e^{i2k_{x_n}} e^{i2k_{y_p}} \quad (3.9)$$

$$\text{avec} \quad (A_{np}^{LN}(t))^2 = (A_{np}^{LN})^2 \cdot e^{-i2\omega_{np}t}$$

- pour les termes additifs :

$$\eta^+(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P A_{np}^{LN}(t) A_{ij}^{LN}(t) B_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_{x_n} + k_{x_i})x} e^{i(k_{y_p} + k_{y_j})y} \quad (3.10)$$

$$\varphi^+(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P A_{np}^{LN}(t) A_{ij}^{LN}(t) A_+(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij}) e^{i(k_{x_n} + k_{x_i})x} e^{i(k_{y_p} + k_{y_j})y}$$

$$\text{avec } A_{np}^{LN}(t)A_{ij}^{LN}(t) = A_{np}^{LN}A_{ij}^{LN} \cdot e^{-i(\omega_{np}+\omega_{ij})t}$$

- pour les termes soustractifs :

$$\eta^-(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \bar{A}_{np}^{LN}(t)A_{ij}^{LN}(t)B_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij})e^{i(k_{xi}-k_{xn})x}e^{i(k_{yj}-k_{yp})y} \quad (3.11)$$

$$\varphi^-(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \bar{A}_{np}^{LN}(t)A_{ij}^{LN}(t)A_-(\mathbf{k}_{np}, \mathbf{k}_{ij})e^{i(k_{xi}-k_{xn})x}e^{i(k_{yj}-k_{yp})y}$$

$$\text{avec } \bar{A}_{np}^{LN}(t)A_{ij}^{LN}(t) = \bar{A}_{np}^{LN}A_{ij}^{LN} \cdot e^{-i(\omega_{ij}-\omega_{np})t}$$

L'avance en temps se fait sur l'amplitude modale, et une transformée inverse de Fourier, spatialement permet de retrouver le champ d'élévation et de potentiel de surface.

### 3.2.4. Correction de la vitesse de phase à l'ordre 3

On dispose ici d'un modèle d'état de mer à l'ordre 2, et l'on remarque déjà que le nombre d'interactions à prendre en compte est de l'ordre de  $\frac{n_1^2 \times n_2^2}{2}$  si la taille du domaine spectral cartésien est de  $n_1 \times n_2$  modes. Comme on souhaite avant tout conserver un faible coût calcul, un calcul complet à l'ordre 3 ne semble pas actuellement raisonnable. On peut néanmoins envisager une prise en compte partielle de la non-linéarité à l'ordre 3, en tenant compte de son influence sur la relation de dispersion. Parmi les interactions d'ordre 3, à 4 vagues, cela revient à ne prendre spécifiquement en compte que les interactions à 4 ondes, toutes égales (i.e.  $k_1=k_2=k_3=k_4$ , Stokes(1847)[77]) ou égales par paires (i.e.  $k_1=k_2, k_3=k_4$ , Longuet-Higgins & Phillips(1962)[59]). On constitue donc ici une extension du modèle à l'ordre 2, que l'on appellera « *ordre 2 étendu* » par la suite. Longuet-Higgins & Phillips fournissent la variation de vitesse de phase due à l'interaction de deux ondes à l'ordre 3 (une erreur d'écriture dans leur expression principale est corrigée par Cleaver (1980)[24]), que l'on peut étendre au cas d'un spectre discret, composante par composante sous la forme :

$$\Delta c_{ij} = \frac{K}{2|A_{ij}^{LN}|\omega_{ij}^2} \quad (3.12)$$

ou encore comme une fonction des pulsations linéaires  $\omega_{ij}^{LN}$  et  $\omega_{ij}^{NL}$  non-linéaires :

$$\omega_{ij}^{NL} = \omega_{ij}^{LN} + k_{ij} \left( \frac{K}{2|A_{ij}^{LN}|(\omega_{ij}^{LN})^2} \right) \quad (3.13)$$

avec K est une fonction de l'amplitude modale des différentes composantes, de leurs pulsations linéaires, longueurs d'onde et directions de propagation, donné par :

$$K = \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p=1 \\ np \neq ij}}^P |A_{np}^{LN}|^2 |A_{ij}^{LN}| \omega_{np} \omega_{ij} \left[ \begin{aligned} & (\omega_{np} - \omega_{ij}) |\mathbf{k}_{np} - \mathbf{k}_{ij}| \cos^3 \frac{1}{2} \theta \left\{ 1 + \frac{4\omega_{np} \omega_{ij} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha}{(\omega_{np} - \omega_{ij})^2 - g |\mathbf{k}_{np} - \mathbf{k}_{ij}|} \right\} \\ & + (\omega_{np} + \omega_{ij}) |\mathbf{k}_{np} + \mathbf{k}_{ij}| \sin^2 \frac{1}{2} \theta \left\{ 1 - \frac{4\omega_{np} \omega_{ij} \sin^2 \frac{1}{2} \beta}{(\omega_{np} + \omega_{ij})^2 - g |\mathbf{k}_{np} + \mathbf{k}_{ij}|} \right\} \\ & + \omega_{np} (k_{np} - k_{ij} + 2k_{ij} \cos^2 \frac{1}{2} \theta \sin^2 \frac{1}{2} \theta) + \omega_{ij} (k_{np} + k_{ij}) \cos \theta \end{aligned} \right] + k_{ij}^2 \omega_{ij}^3 |A_{ij}^{LN}|^2 \quad (3.14)$$

dont les relations angulaires sont définies Figure 3-1.

Ces relations traduisent l'influence de l'ensemble des composantes du spectre sur la variation non-linéaire de la pulsation  $\omega_{ij}$  linéaire. Ceci est valide à nombre d'onde invariant, c'est-à-dire que l'on calcule la variation de pulsation induite par la non-linéarité, pour une longueur d'onde donnée. Une relation équivalente peut être écrite en cherchant, à pulsation donnée, la variation de longueur d'onde induite par la non-linéarité. On choisit ici de considérer l'invariance de la longueur d'onde car celle-ci sert de grandeur absolue de référence pour la taille du domaine fluide (i.e.  $L_x = N \cdot \lambda_p$ ).

La pulsation non-linéaire  $\omega_{ij}^{NL}$  calculée permet finalement de déterminer explicitement l'avance en temps en fonction de cette dernière dans (3.5) et (3.9) à (3.11), et de retrouver de la même manière les grandeurs spatiales par transformée de Fourier inverse.

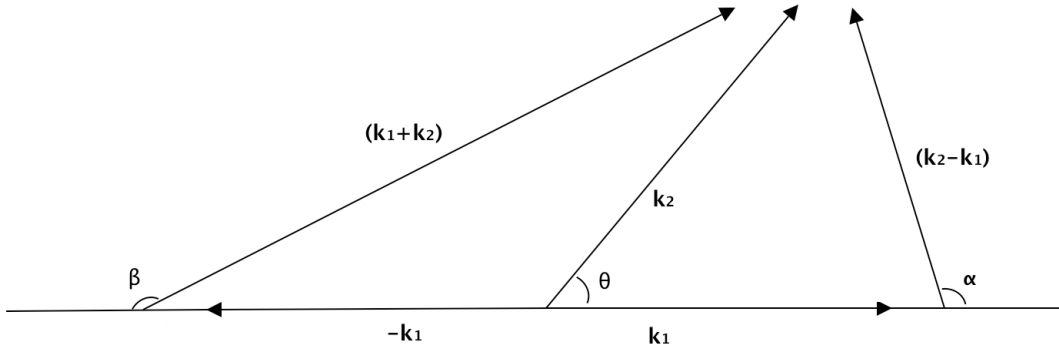


Figure 3-1 Définition des relations angulaires des interactions non-linéaires d'ordre 3

### 3.2.5. Paramètres caractéristiques du champ généré

Le calcul conjoint mais indépendant d'une élévation de surface  $\eta$  et de son potentiel surfacique de vitesse  $\varphi_s$  permet de déduire aisément certaines des grandeurs nécessaires à l'exploitation de l'état de mer du point de vue de la télédétection.

La dérivée du potentiel à la profondeur de référence ( $z=0$ ) qui apparaît dans l'ordre 2 du potentiel de surface est calculée grâce à l'expression du potentiel d'ordre 1 définie au Chapitre 1 :

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z, t) = F^{-1} \left[ k e^{kz} A_{\mathbf{k}}^{(1)}(t) \right] \quad (3.15)$$

$$\text{d'où } \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) = F^{-1} \left[ -\frac{igk}{\omega(k)} A_k^{LN}(t) \right]$$

avec  $F^{-1}$  la transformé de Fourier inverse.

De la même manière, on déduit simplement les pentes de la surface libre suivant  $x$  et  $y$  par dérivation selon ces axes dans l'espace modale puis transformé de Fourier inverse:

$$\frac{\partial \eta}{\partial x}(\mathbf{x}, t) = F^{-1} [ik_x A_k^\eta(t)] \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y}(\mathbf{x}, t) = F^{-1} [ik_y A_k^\eta(t)] \quad (3.17)$$

La vitesse verticale suivant  $z$ , non-linéaire, s'exprime comme :

$$W(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) + \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) + \eta^{(1)}(\mathbf{x}, t) \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial z^2}(\mathbf{x}, z=0, t) \quad (3.18)$$

Les vitesses orbitales horizontales  $U$  et  $V$  suivant  $x$  et  $y$  à l'interface sont elles déduites par les relations :

$$U(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \varphi_s}{\partial x}(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial x}(\mathbf{x}, t) \quad (3.19)$$

$$V(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \varphi_s}{\partial y}(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z}(\mathbf{x}, z=0, t) \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial y}(\mathbf{x}, t) \quad (3.20)$$

$\varphi_s$  résulte en effet de la composition de deux fonction, selon  $\varphi_s(\mathbf{x}, t) = \varphi(\mathbf{x}, z = \eta, t)$ .

### 3.3. Mise en œuvre

#### 3.3.1. Initialisation et caractéristiques du modèle

La formulation du problème d'initialisation est ici identique au point traité au 1.4.3. , et l'on se réfère aux expressions qui y sont développées pour la prise en compte initiale d'un état de mer linéaire relié à une distribution paramétrique de densité d'énergie (JONSWAP par exemple). De la même manière, un tirage aléatoire est réalisé pour la détermination des phases des modes du domaine spectral. Les contributions non-linéaires sont ensuite évaluées à partir de l'état linéaire. La propagation se fait explicitement à partir des expressions temporelles analytiques (3.6) à (3.11) fournies au paragraphe précédent.

Puisque l'on se propose de fournir l'évolution surfacique d'un domaine fluide dont les dimensions sont relatives à l'état de mer que l'on considère, il peut être utile de présenter quelques grandeurs caractéristiques en fonction de critères de discrétisation fixés. Elles sont ici fournies suivant la direction principale de propagation pour différents états de mers, c'est à dire pour différentes longueurs d'onde caractéristiques  $\lambda_p$ , reliées en eau profonde à la période caractéristique du pic spectral  $T_p$  par :

$$\lambda_p = \frac{T_p^2 g}{2\pi} \quad (3.21)$$

En fonction d'un pas spatial  $\Delta x$  on peut évaluer la longueur d'onde  $k_{max}$  associée à résoudre :

$$\Delta x = \frac{2\pi}{k_{max}} \quad (3.22)$$

et ainsi déterminer la longueur de la queue de spectre en fonction du nombre d'onde du pic spectral

$$k_{max} = \alpha k_p \quad (3.23)$$

Ensuite, en fonction de taille de grille spectrale ( $n_x$ , en nombre de points de grille), on détermine la taille  $L$  du domaine physique sur lequel on résoudra l'état de mer, elle même relative à un nombre  $n$  de longueurs d'onde caractéristiques :

$$L = n_x \cdot \Delta x \quad (3.24)$$

$$L = n \cdot \lambda_p$$

La période minimum  $T_{min}$  des vagues considérées est fournie à titre indicatif pour un domaine en eau profonde :

$$T_{min} = \frac{2\pi}{\sqrt{gk_{max}}} \quad (3.25)$$

Le tableau présenté Figure 3-2 fournit par exemple les valeurs de ces paramètres pour une gamme usuelle d'états de mer et des critères de discrétisation réalistes fixés.

$T_p$ (s)	$\lambda_p$ (m)	$\Delta x$ (m)	$n_x$	$\alpha$ ( $k_p$ )	$n$ ( $\lambda_p$ )	$L$ (m)	$T_{min}$ (s)
5,0	39	5,0	256	7	18	703	1,8
8,0	100	5,0	256	19	6	600	1,8
12,0	225	10,0	256	22	5	1124	2,5
17,0	451	10,0	512	45	5	2256	2,5

Figure 3-2 Grandeurs caractéristiques des simulations d'état de mer par modèle spectral

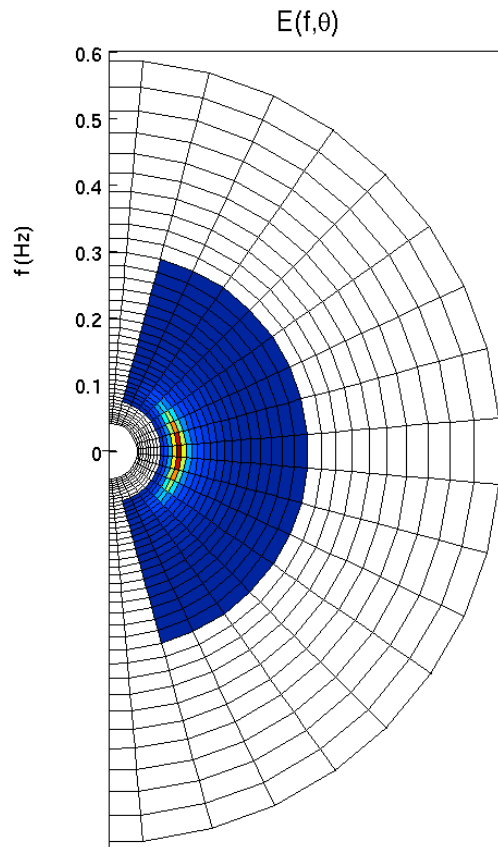
### 3.3.2. Convergence non-linéaire et optimisation

Du fait de la convergence lente de l'expansion non-linéaire pour le cas particulier des interactions ondes courtes - ondes longues (Chen(1994)[21]), il est souvent préférable d'avoir recours à une méthode de modulation d'amplitude pour les cas d'étude dans lesquels ces interactions seraient dominantes. Dans notre cas plus général avec des distributions usuelles de la densité d'énergie, une méthode acceptable consiste à tronquer le spectre de ses parties très basses et très hautes fréquences afin de réduire l'impact de la convergence lente des interactions ondes courtes/ondes longues. On se réfère ici aux différents résultats obtenus par Prevosto et al.(2001)[68] qui préconisent une troncature à un niveau relatif à l'énergie totale du spectre. Ce niveau est fixé à 1% de  $E_{tot}$  d'après différents tests de performance par comparaisons données/modèle second ordre, ce qui permet donc de ne pas prendre en compte les 1% d'énergie contenus à chaque extrémité du domaine spectral pour le calcul des interactions non-linéaires. On représente Figure 3-3 le domaine initial complet (maillage cylindrique) ainsi que le domaine optimisé (valeur de densité spectrale non nulle) sur lequel sont pris en compte les interactions non-linéaires. Pour des distributions de densité d'énergie associées à des états de mer usuels, ce type de traitement semble permettre de s'affranchir d'une grande part de l'erreur non-linéaire tout en permettant d'optimiser les temps de calcul.



Afin de limiter également le calcul, coûteux du point de vue CPU, des non-linéarités qui n'ont qu'un impact négligeable sur l'estimation de l'état de mer, on choisit de considérer une troncature angulaire à 1% de  $E_{tot}$  (Prevosto et al.(2001)[68]). De la même manière que pour le problème fréquentiel, cela permet d'éviter d'avoir à calculer les interactions avec les 1% d'énergie contenus aux extrémités angulaires du domaine spectral (Figure 3-3).

L'optimisation est significative d'un point de vue coût calcul : la prise en compte des non-linéarités sur un domaine réduit permet par exemple d'accélérer le calcul de près de 80% pour des simulations de 128x128 points de collocation avec une distribution initiale de densité d'énergie de type JONSWAP et une longueur de queue de spectre  $\alpha \sim 10$ .



**Figure 3-3 Exemple de troncature spectro-angulaire à 1% de  $E_{tot}$  dans chaque extrémité du domaine spectral pour la prise en compte des interactions non-linéaires à l'ordre 2.**

### 3.3.3. Stratégies algorithmiques

Afin de s'adapter à la capacité mémoire de la machine de calcul, il a semblé utile d'implémenter deux approches afin de permettre un ajustement d'utilisation des ressources de calcul.

Par défaut, et afin de privilégier la rapidité de calcul, les amplitudes complexes (3.5) et (3.9) à (3.11) issues des interactions non-linéaires, et associées à l'élévation de surface  $\eta$  et au potentiel surfacique de vitesse  $\phi_s$ , sont calculées une fois pour toute puis avancées en fonction du temps, à chaque pas de temps de sortie prescrit. Comme on l'a vu cette procédure nécessite de stocker des variables associées à de grandes tailles de tableaux. Lorsque la mémoire vive n'est plus suffisante et que l'outil de calcul passe en mode de fonctionnement *swap* en se déchargeant sur la partie mémoire dédiée au stockage, il devient plus judicieux de reporter une part de la charge mémoire sous forme de temps CPU, moyennant une perte de performance du code du point de vue de sa rapidité. Les

interactions non-linéaires ne sont alors plus stockées mais recalculées à chaque pas de temps. Comme on le voit au paragraphe 2.3.2.2, cela peut devenir nécessaire lorsque des états de mer sont liés à des longueurs d'onde  $\lambda_p$  importantes et que le critère de discrétisation spatiale  $\Delta x$  reste lui fixé par les impératifs d'application à la télédétection.

## 3.4. Etudes comparatives et performances

### 3.4.1. Mise en œuvre

Du fait de la formulation spectrale dans le modèle simplifié, on va pouvoir tirer parti des similitudes qui existent avec la formulation HOS afin de fournir des évolutions comparatives au cours du temps. On peut en effet dans les deux approches générer un état de mer sur un même nombre de points de collocation, à partir d'une même distribution paramétrique de densité d'énergie. En utilisant un même compilateur, le tirage aléatoire de phase initialisé par un paramètre égal dans les deux approches permet de générer des états de mer parfaitement identiques. De la même manière, la correction non-linéaire à l'ordre 2 appliquée à une distribution linéaire permet de constituer dans les deux approches un état de mer non-linéaire équivalent à l'instant initial.

La comparaison peut alors intervenir sur l'ensemble des paramètres accessibles pour évaluer les performances du modèle simplifié, avec ou sans optimisation du calcul des non-linéarités.

### 3.4.2. Exemples comparatifs

On présente ici quelques résultats de comparaison sur les grandeurs  $\eta$  et  $\varphi_s$  qui permettent le calcul de l'ensemble des autres variables définies au paragraphe 3.2.5. La comparaison va porter sur les champs de valeurs, et sur des estimateurs diagnostiques qui en sont déduits, tels que l'erreur maximum ou l'erreur quadratique définie, pour l'élévation de surface par exemple, par :

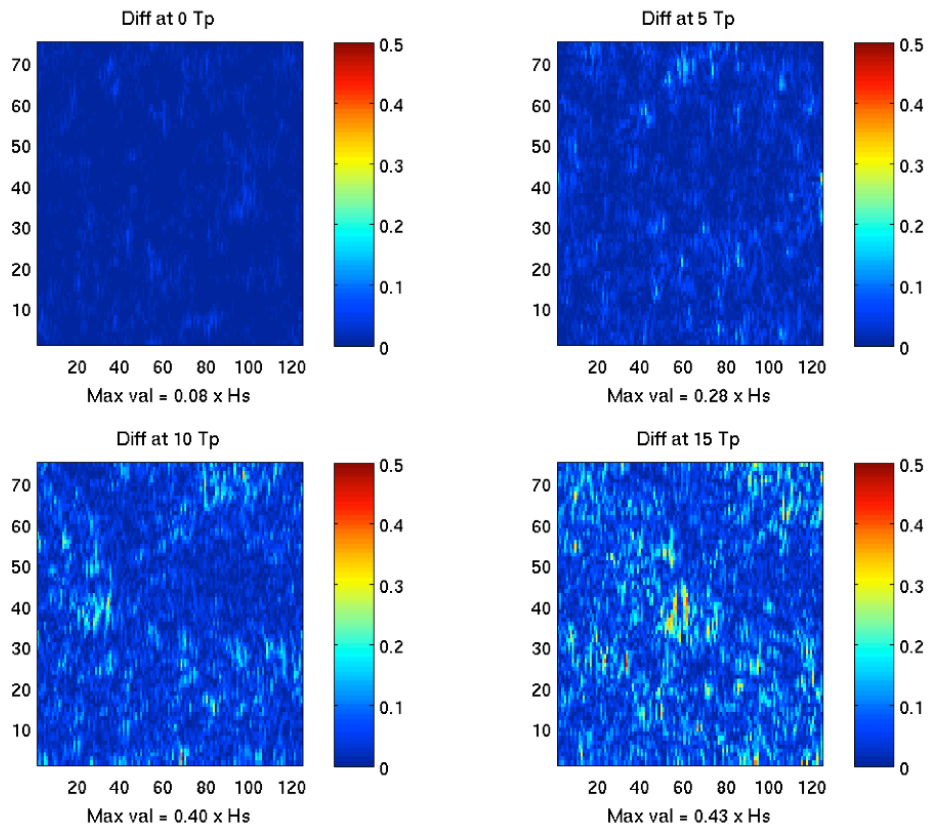
$$RSE(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\eta_{MS}(\mathbf{x}_{ij}, t) - \eta_{HOS}(\mathbf{x}_{ij}, t))^2}{M \times N}} \quad (3.26)$$

avec  $\eta_{MS}$  l'élévation de surface dans le modèle simplifié. Pour la lisibilité, on normalise cette erreur quadratique par la valeur de la hauteur significative.

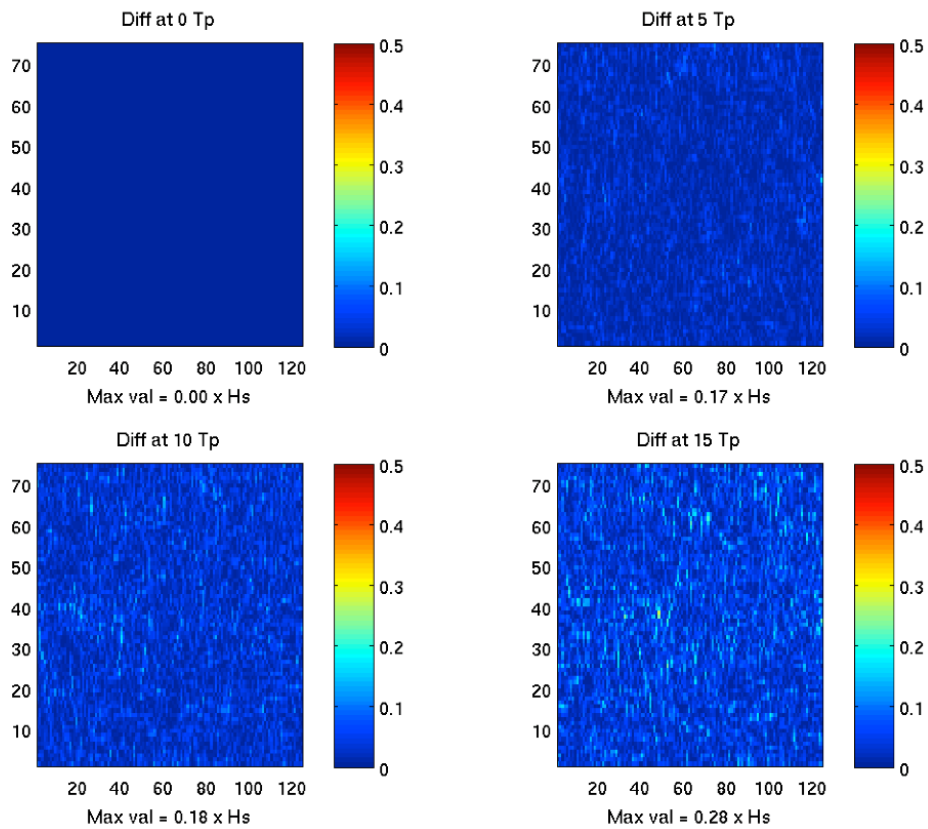
On s'intéresse ici à un état de mer de type *JONSWAP*, de  $H_s=3m$  et  $T_p=10s$  ( $\epsilon=k_p \cdot H_s/2 \sim 0.06$ ). La prise en compte des non-linéarités initiales à l'ordre 2 implique ici une différence relative maximale de 8%  $H_s$  par rapport à un champ linéaire (Figure 3-4). L'erreur relative maximale grandit ensuite rapidement du fait des déphasages occasionnés par des vitesses de phase différentes entre les deux approches. Le modèle linéaire semble finalement très rapidement défaillant.

Lorsque modèle HOS ordre  $M=3$  et modèle simplifié sont initialisés non-linéairement de manière identique, on voit de manière flagrante l'avantage de la prise en compte même partielle des non-linéarités (Figure 3-5). L'évolution temporelle de l'erreur quadratique relative ainsi que de l'erreur maximum sont également figurées (Figure 3-6 et Figure 3-7). L'avantage est bien visible tant du point de vue de la prise en compte des événements extrêmes que de la différence moyenne dans notre exemple puisque le modèle simplifié permet de réduire ces erreurs d'un facteur 2. On remarque cependant que les performances d'un modèle simplifié déterministe comparées à une référence n'ont pas une période de validité extensive. L'erreur entre le modèle simplifié et la simulation de référence considérée comme la plus réaliste possible croît en effet au cours du temps,

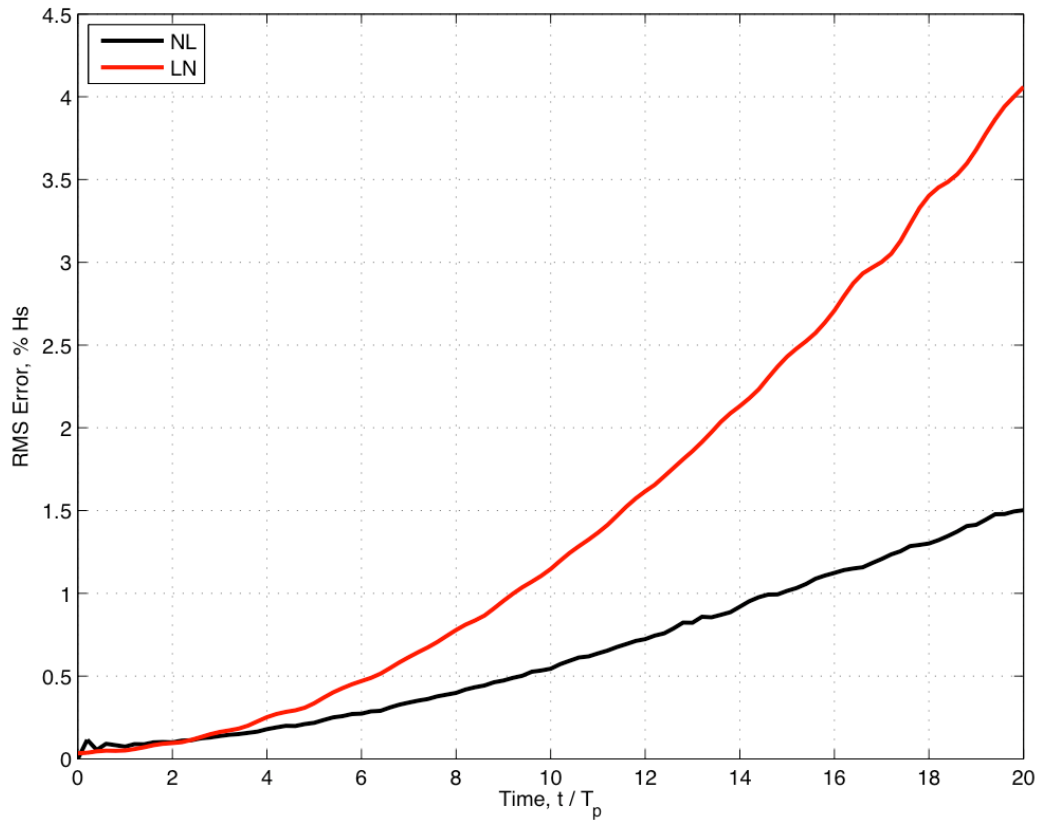
et l'on pourra définir une période de validité caractéristique à partir d'un critère sur l'erreur pour un état de mer à cambrure donnée.



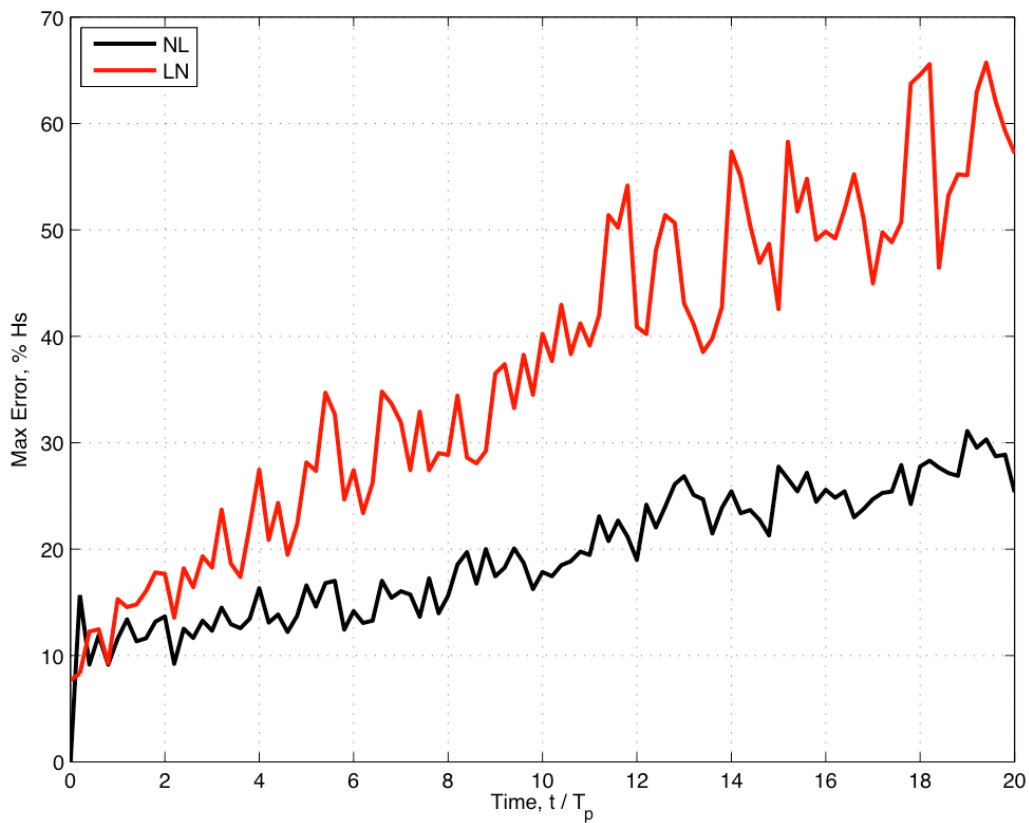
**Figure 3-4 Champ d'erreur relative entre simulation linéaire et simulation non-linéaire HOS à l'ordre  $M=3$**



**Figure 3-5 Champ d'erreur relative entre simulation non-linéaire HOS à l'ordre  $M=3$  et modèle simplifié à l'ordre 2 étendu.**



**Figure 3-6 Evolution de l'erreur quadratique relative entre simulations HOS à l'ordre  $M=3$  et modèle simplifié à l'ordre 2 étendu (NL), et entre simulation HOS  $M=3$  et simulation linéaire (LN).**

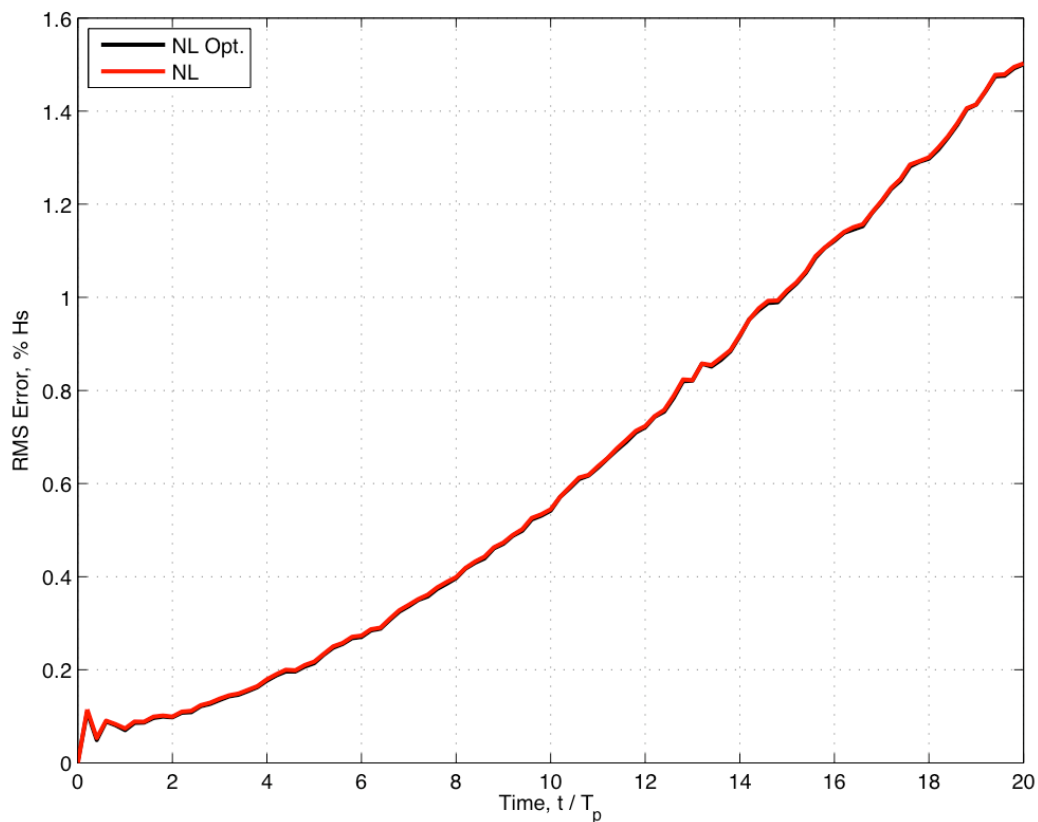


**Figure 3-7 Evolution de l'erreur maximum sur le domaine entre simulation HOS à l'ordre  $M=3$  et modèle simplifié à l'ordre 2 étendu (NL), et entre simulation HOS  $M=3$  et simulation linéaire (LN).**

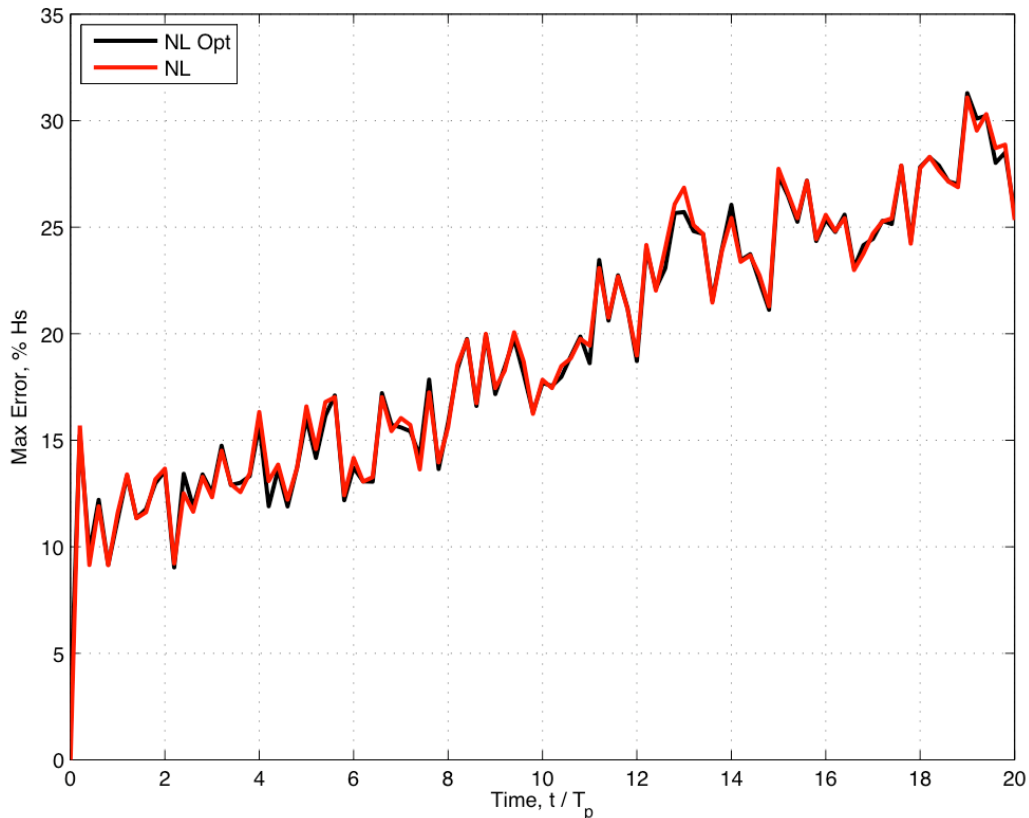
On repère dans les premiers instants de simulations de légères fluctuations au cours desquelles l'erreur entre simulation HOS et simulation linéaire est inférieure à l'erreur entre simulation HOS et modèle simplifié. Il est probable que l'on repère là un artéfact dû à la relaxation des non-linéarités de l'ordre 2 à l'ordre 3 dans l'approche HOS. Les ordres de grandeur sont identiques pour les erreurs significatives relatives maximales et quadratiques. Elles ne sont pas reproduites ici afin de ne pas surcharger les comparaisons.

Les comparaisons présentées jusque là sont réalisées sans la procédure d'optimisation dans le modèle non-linéaire simplifié. Il convient donc de s'assurer que l'erreur introduite par la réduction du domaine d'application des interactions non-linéaires n'est pas trop importante. On représente l'erreur relative quadratique (Figure 3-8) ou maximale (Figure 3-9) entre modèle simplifié et simulation HOS, avec ou sans optimisation, et l'on met en évidence que l'optimisation permet bien un gain de performance significatif pour une introduction d'erreur négligeable.

On peut finalement également remarquer que si la prise en compte de la non-linéarité permet de caractériser la dissymétrie verticale (i.e. crête/creux), la question de la dissymétrie horizontale (i.e. face avant/arrière) reste en suspend. Elle n'est pas du ressort des non-linéarités à l'ordre 2 considérées ici, et sa prise en compte semble complexe dans notre formulation.



**Figure 3-8 Evolution de l'erreur quadratique relative entre modèle simplifié optimisé (NL Opt) ou non (NL) et simulation HOS  $M=3$ .**



**Figure 3-9 Evolution de l'erreur maximum relative entre modèle simplifié optimisé (NL Opt) ou non (NL) et simulation HOS M=3.**

### 3.5. Résumé et conclusions

On s'est penché dans ce dernier chapitre sur la modélisation des états de mer par des approches simplifiées, afin de produire rapidement des évolutions synthétiques mais néanmoins réalistes de surfaces de mer. On y a présenté une méthode spectrale basée sur une décomposition en ordres de non-linéarité, ce qui permet de rendre en compte de l'évolution d'un état de mer non-linéaire à l'ordre deux avec extension à l'ordre 3 du point de vue de la relation de dispersion des ondes en présence et donc de leur vitesse de phase, avec des coûts de calcul acceptables. Une méthode d'optimisation basée sur une réduction du domaine de calcul des non-linéarités permet de négliger des contributions non-linéaires faibles à l'état de mer mais coûteuses en terme de temps calcul. De par un formalisme proche de la méthode HOS complètement non-linéaire exploitée par ailleurs, la comparaison des performances du modèle simplifié implémenté est particulièrement facilitée.

On met en évidence que les simulations simplifiées ne peuvent être considérées comme réalistes par rapport à une donnée de référence que sur une durée de simulation caractéristique. En fonction de l'erreur acceptable du point de vue de l'application considérée et de la non-linéarité de l'état de mer à l'étude, cette durée devra être adaptée. Du fait de la non-prise en compte des transferts non-linéaires à l'ordre 3, la durée caractéristique acceptable pour un état de mer réaliste peut cependant être estimée de l'ordre d'une dizaine de fois la période de pic. Pour les applications électromagnétiques de rétrodiffusion radar qui nous intéressent, cela ne semble néanmoins pas limitant. A la lumière des comparaisons, la méthode d'optimisation se révèle particulièrement performante en permettant d'accélérer d'environ 80% le calcul en n'impactant que très faiblement sur les performances de modélisation. Des comparaisons ultérieures pourront être nécessaires, une

fois qu'un cahier des charges précis aura été défini du point de vue des états de mer à considérer et de leur durée de simulation requise pour les applications ciblées de télédétection.

## CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

On se proposait dans ce sujet de thèse de travailler de manière générale à l'amélioration de la modélisation déterministe des états de mer et de fournir dans un cadre applicatif des évolutions de surfaces de mer synthétiques et réalistes pour des problématiques soulevées par la rétrodiffusion de surfaces océaniques.

A cet effet, le travail initié à l'ECN sur la méthode spectrale HOS a été poursuivi, ce qui a permis de mettre en lumière un ensemble de critères utiles à la bonne mise en œuvre de cette méthode en conditions océaniques. On a plus particulièrement mis en évidence une problématique liée à des besoins de conditions de références dès les premiers instants d'une modélisation non-linéaire de l'évolution d'états de mer en domaine libre. L'intérêt et les performances d'une méthode d'initialisation non-linéaire à l'ordre 2 pour des simulations d'ordre de non-linéarité supérieur ou égal à 2 ont alors été étudiés. Une telle méthode semble permettre de s'affranchir de la majeure partie des ondes parasites qui apparaissent lors d'initialisation linéaire, et l'étude menée fournit un cadre formel pour des problématiques d'assimilation et prévision à court terme d'évolutions d'états de mer directionnels.

On a pu également se pencher au cours de ce travail sur la prise en compte de l'influence du forçage par le vent et de dissipation afin de rapprocher le cadre théorique du modèle HOS océanique aux conditions du réel. On tire partie des avancées réalisées dans des approches stochastiques météo-océaniques sur les paramétrisations du couplage dynamique océan-atmosphère, pour les adapter au cadre déterministe de l'approche HOS. Une formulation récente d'un jeu de paramètres de couplage pour le forçage par le vent et la dissipation (BAJ [13]) a été incluse et testée dans notre approche. L'implémentation séquentielle et surtout parallèle, nécessitée par le coût en ressources de calcul d'une telle méthode, a été réalisée. Une évaluation des capacités et performances a ensuite été menée, comparativement avec des simulations stochastiques non-linéaires (modèle WaveWatch3) d'états de mer équivalents. La prise en compte du forçage et de la dissipation dans l'approche HOS apparaît finalement capable de simuler des évolutions énergétiques correctes lorsque les spécificités de la méthode sont bien prises en compte. Ce travail semble pouvoir ouvrir la voie à un ensemble d'études directement reliées aux problématiques d'évolution déterministe de surfaces de mer forcées. Dans le cadre de l'hydrodynamique, l'étude de l'influence d'un tel forçage sur des événements extrêmes au sein d'états de mer complexes serait par exemple d'un grand intérêt aux vues des efforts employés actuellement sur ces questions. On peut également espérer que ce travail fournisse des outils utiles pour l'amélioration de la prise en compte des phénomènes de forçage et de dissipation dans les applications météo-océanique ; le parallèle théorique qu'il constitue entre l'approche déterministe développée ici et les formulations stochastiques usuellement à l'œuvre en prévision des états de mer pourra notamment trouver son intérêt.

On aborde finalement dans une troisième partie une problématique de développement applicatif d'une méthode non-linéaire simplifiée capable de produire à moindre coût calcul des évolutions de surface de mer plus réalistes et déterministes que par des approches linéaires. Basée sur un formalisme proche de la méthode HOS, la méthode présentée considère un développement non-linéaire en ordre, appliqué à l'ordre 2 ici avec une extension à l'ordre 3 sur la relation de dispersion. Un processus d'optimisation est ensuite considéré afin de réduire le calcul des interactions non-linéaires à celles prédominantes du point de vue de l'état de mer. Les performances de l'approche sont ensuite évaluées par une étude comparative avec des simulations HOS prises comme référence. On montre l'existence d'une durée simulée au delà de laquelle des critères de validités ne sont plus vérifiés. L'approche semble néanmoins capable de répondre aux besoins exprimés de produire rapidement des surfaces de mer réalistes sur des échelles de temps courtes du point de vue des états de mer.



En définitive, on pense pouvoir estimer que les principaux objectifs à l'origine de cette thèse ont été atteints. Ce travail dote l'approche HOS d'une capacité nouvelle de prise en compte d'un forçage par le vent et d'une dissipation, et il apporte une expertise hydrodynamique à la prise en compte des états de mer dans le domaine de la télédétection.

Bon nombre de pistes ont pu être évoquées ou abordées au cours de ce travail, mais toutes n'auront pas pu être suivies ou menées à leur terme. Au nombre de celles-ci, on peut notamment évoquer l'intérêt de disposer conjointement à l'ECN de moyens numériques et expérimentaux pour l'évaluation fine des processus hydrodynamiques non-linéaires précédant les déferlements par moutonnement en eau profonde. Avec le développement des capacités de représentations d'évolutions déterministes de surfaces de mer se pose également le besoin nouveau en mesures adaptées. Les problématiques d'assimilation de données, de prévision à court terme, ou plus généralement de modélisation déterministe avec ou sans forçage gagneront indéniablement en performances et capacités si des moyens de mesure directionnels permettent de les confronter à des données d'évolution au réel.

Au vue de la variété des champs applicatifs qu'elle recouvre on peut finalement espérer que cette thèse ouvre de nouvelles perspectives à des travaux d'hydrodynamique océanique.

## Annexe A MODÈLE SIMPLIFIÉ

### ANALYSE D'UNE MÉTHODE PAR NOYAU DE VOLTERRA

Suite aux précédentes discussions, la formulation d'une décomposition en noyaux de Volterra est à l'étude, sur la base des travaux de thèse de J. Inglada(2001)[46].

L'intérêt est dans ce travail de lier analytiquement l'influence d'un courant sur un spectre d'état de mer, et d'en déduire ensuite par une méthode d'inversion par noyau de Volterra le courant à partir des modifications induites sur l'état de mer. Des simplifications majeures ont permis de poser ce problème efficacement d'un point de vue mathématique, mais ces simplifications sont très fortement restrictives du point de vue de la physique du phénomène. Il est en effet supposé que le bilan radiatif de la densité spectrale de l'énergie (« action » dans ce cas  $N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) = \frac{E(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\omega(|\mathbf{k}|)}$ ) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + (\mathbf{c}_g(\mathbf{k}) + \mathbf{U}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{k}} = Q(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$$

avec  $N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$  la densité spectrale d'action,  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  le vecteur courant, et  $Q(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$  une fonction de relaxation censée représenter l'influence du vent, de la dissipation, des termes non linéaires, etc.  $Q(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$  est typiquement supposé de la forme :

$$Q(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) = -\mu(k)(N(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) - N_0(\mathbf{k}))$$

avec  $\mu(k)$  un terme de relaxation spectrale. Une autre version de cette fonction est également étudiée (quadratique), mais elle reste bien éloignée de ce qu'il nous faudrait résoudre.

La variable temporelle est éliminée dans la suite du problème en supposant le courant stationnaire, mais même si cela n'est pas précisé explicitement, cela suppose également la stationnarité des conditions de mer sur la zone. Cela revient donc à résoudre :

$$(\mathbf{c}_g(\mathbf{k}) + \mathbf{U}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial N(\mathbf{k}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial N(\mathbf{k}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{k}} = -\mu(k)(N(\mathbf{k}, \mathbf{x}) - N_0(\mathbf{k}))$$

en exprimant  $N(\mathbf{k}, \mathbf{x})$  en fonction de  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  à l'aide d'une décomposition en noyau de Volterra du type :

$$N(k, x) = N_0(k) + \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\mathcal{D}^i} h_i(\tau, k) \prod_{j=1}^i U(x - \tau_j) \delta \tau$$

pour un cas monodimensionnel.

Les  $h_i$  sont les noyaux d'ordre  $i$  du développement. Un développement de Volterra consiste donc en une généralisation d'un développement de Taylor, en y intégrant de la mémoire et de l'anticipation, spatialement. On étudie en quelque sorte ici une décomposition autour d'un état d'équilibre perturbé par un courant.

Ce type de développement intervient donc à la manière d'un filtre dont on peut déterminer la version spectrale en substituant  $N(k, x)$  par sa décomposition dans l'équation de conservation de l'action. Il est alors possible d'identifier chaque ordre du développement et d'en extraire la version spectrale de chaque « filtre ». L'intérêt de ces développements est enfin de pouvoir inverser la relation de Volterra pour déterminer le courant en fonction du spectre d'action.

D'un point de vue déterministe dans notre problème, le temps est une variable primordiale et doit être considéré. Si le courant n'est pour l'instant pas essentiel pour nous, il nous faut considérer l'évolution temporelle des variables élévation de surface et potentiel en fonction des termes non linéaires et de forçage et dissipation négligés ici. La formulation à l'étude ici fournit donc un exemple d'application mais n'est pas appropriée dans notre cas d'étude.

Malgré les simplifications effectuées, l'expression analytique du problème à l'aide des noyaux de Volterra dans le travail de J. Inglada a nécessité de nombreux développements en vue d'une résolution numérique. La prise en compte de l'évolution temporelle des deux variables (i.e.  $\eta$  et  $\varphi_s$ ) avec leurs interactions non linéaires (i.e. CSL) constitue donc un problème radicalement différent et autrement plus complexe.

L'expression des équations de propagations d'ondes de gravité en projection sur des bases de fonctions propres comme dans le cas HOS (Dommermuth & Yue(1987)[28] ou West et al(1987)[86]) ou Hamiltonien (Dyachenko et al (2004)[33] par exemple) pour la prise en compte des non linéarités a d'ores et déjà permis de modéliser de manière déterministe l'évolution d'une surface de mer à moindre coût calcul par rapport à des approches en différences finies, et avec une grande précision. Il reste cependant difficile à estimer a priori si l'expression de ce problème dans une base de noyaux de Volterra pourrait améliorer les performances de calcul par rapport aux codes existants déjà éprouvés et optimisés dans une base de Fourier.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Airy, G. (1841). Tides and waves. Dans *Encyclopedia metropolitana (1817-1845)*. London: H. J. Rose et al., editor.
- [2] Akima, H. (1970 ). A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures . *J. ACM* , 17 (4), 589-602.
- [3] Alves, J., Banner, M., & Young, I. R. (2003). Revisiting the Pierson-Moskowitz asymptotic limits for fully developed wind waves. *J. Phys. Oceanogr.* ( 33), 1301–1323.
- [4] Annenkov, S., & Shrira, V. (2001). Numerical modelling of water-wave evolution based on the Zakharov equation. *J. Fluid Mech.* , 449, 341–371.
- [5] Ardhuin, F., Herbers, T., Van Vledder, G., Watts, K. P., Jensen, R., & H.C., G. (2007). Swell and Slanting-Fetch Effects on Wind Wave Growth. *J. Phys. Oceanogr.* , 37 (4), 908-931.
- [6] Ardhuin, F., & Bonneton, P. (2008). *Vagues: Hydrodynamique et télédétection*. SHOM.
- [7] Ardhuin, F., Rogers, E., Babanin, A. V., Filipot, J.-F., Magne, R., Roland, A., et al. (2010). Semi-empirical Dissipation Source Functions for Ocean Waves. Part I: Definition, Calibration, and Validation. *J. Phys. Oceanogr.* , 40 (9), 1917-1941.
- [8] Babanin, A. V., & Van der Westhuysen, A. (2008). Physics of “Saturation-Based” Dissipation Functions Proposed for Wave Forecast Models. *J. Phys. Oceanogr.* (38), 1831-1841.
- [9] Babanin, A., Chalikov, D., Young, I., & Savelyev, I. (2010). Numerical and laboratory investigation of breaking of steep two dimensional waves in deep water. *J. Fluid Mech.* (644), 433-463.
- [10] Banner, M. L., Babanin, A. V., & Young, I. R. (2000). Breaking probability for dominant waves on the sea surface. *J. Phys. Oceanogr.* (30), 3145–3160.
- [11] Banner, M. L., Gemmrich, J. R., & Farmer, D. M. (2002). Multiscale measurement of ocean wave breaking probability. *J. Phys. Oceanogr.* (32), 3364–3374.
- [12] Benjamin, T. B., & Feir, J. (1967). The disintegration of wave trains on deep water. Part 1. Theory. *J. Fluid Mech.* (27), 417– 430.
- [13] Bidlot, J., Abdalla, S., & Janssen, P. (2005). *A revised formulation for ocean wave dissipation in CY25R1*. Technical Report Memorandum, ECMWF, Research Department.
- [14] Blondel, E. (2009). *Reconstruction et prévision déterministe de houle à partir de données mesurées*. Thèse de Doctorat, ECN.
- [15] Blondel, E., Bonnefoy, F., & Ferrant, P. (2009). Deterministic Non-Linear Wave Prediction using Probe Data. *Ocean Engineering.* (37), 10:913-926.
- [16] Bonnefoy, F. (2005). *Modélisation expérimentale et numérique des états de mer complexes*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [17] Bonnefoy, F., Ducrozet, G., Le Touzé, D., & Ferrant, P. (2010). Time-Domain Simulation of Nonlinear Water Waves Using Spectral Methods. Dans Q. Ma, *Advances in numerical simulations of nonlinear water waves*. London, UK: City University.

- [18] Bonnefoy, F., Roux de Reilhac, P., Le Touzé, D., & Ferrant, P. (2005). High-order spectral numerical modeling of a 3D wave basin compared to experiments. *Proc. 5th Int. Symp. on Ocean Wave Measurement and Analysis*. Madrid, Spain.
- [19] Brandini, C. (2001). *Non-linear Interaction Processes in Extreme Waves Dynamics*. Thèse de doctorat, Univ. of Firenze.
- [20] Chalikov, D., & Sheinin, D. (2005). Modeling extreme waves based on equations of potential flow with a free surface. *J. Comp. Phys.* (210), 247-273.
- [21] Chen, L., & Zhang, J. (1994). *On interaction between intermediate-depth long waves and deep-water short waves*. Report no. A5575, Offshore Technol. Res. Center.
- [22] Chern, M. J., Borthwick, A., & Eatock Taylor, R. (1999). A pseudospectral  $\sigma$  transformation model of 2D non-linear waves. *J. Fluids and Struct.* (13), 607-630.
- [23] Clamond, D., & Grue, J. (2001). A fast method for fully non-linear water-wave computations. *J. Fluid Mech.* (447), 337-355.
- [24] Cleaver, R. (1980). *Instabilities of surface gravity waves*. Ph.D. Thesis, University of Cambridge.
- [25] Craig, W., & Sulem, C. (1993). Numerical simulation of gravity waves. *J. Comp. Phys.* (108), 73-83.
- [26] Dalzell, J. (1999). A note on finite depth second-order wave-wave interactions. *Applied Ocean Research*, 21 (3), 105-111.
- [27] Donelan, M., Longuet-Higgins, M. S., & Turner, J. S. (1972). Periodicity in whitecaps. *Nature* (239), 449-451.
- [28] Dommermuth, D., & Yue, D. (1987). A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *J. Fluid Mech.* (184), 267-288.
- [29] Dommermuth, D. (2000). The initialization of nonlinear waves using an adjustment scheme. *Wave Motion* (32), 307 - 317.
- [30] Ducrozet, G. (2007). *Modélisation des processus non-linéaires de génération et de propagation d'états de mer par une approche spectrale*. Thèse de Doctorat, ECN.
- [31] Ducrozet, G., Bonnefoy, F., Le Touzé, D., & Ferrant, P. (2007). 3-D HOS simulations of extreme waves in open seas. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* (7), 109-122.
- [32] Ducrozet, G., Bonnefoy, F., Le Touzé, D., & Ferrant, P. (2006). Implementation and validation of non-linear wave maker models in a HOS numerical wave tank. *Int. J. Offshore and Polar Engng.* (16), 161-167.
- [33] Dyachenko, A. I., Korotkevich, A. O., & Zakharov, V. E. (2004). Weak turbulent Kolmogorov spectrum for surface gravity waves. *Phys. Rev. Lett.*
- [34] Elfouhaily, T. M., & Guérin, C.-A. (2004). A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random Media* (14), 1-40.
- [35] Fehlberg, E. (1969). *Low-order classical Runge-Kutta formulas with step size control and their application to some heat transfer problems*. NASA Technical Report 315.
- [36] Fenton, J., & Rienecker, M. (1982). A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems: application to solitary-wave interactions. *J. Fluid Mech.* (118), 411-443.

- [37] Ferrant, P. *Tenue à la mer*. Cours ECN, option Hydrodynamique et Génie Océanique.
- [38] Filipot, J., Ardhuin, F., & Babanin, A. (2010). A unified deep-to-shallow water wave-breaking probability. *J. Geophys. Res.*, 115 (C4), C04022.
- [39] Fornberg, B. (1995). *A practical guide to pseudospectral methods*. Cambridge, Royaume-Uni: Cambridge Univ. Press.
- [40] Fructus, D., Clamond, D., Grue, J., & Kristiansen, Ø. (2005). An efficient model for three-dimensional surface wave simulations. Part 1: Free space problems. *J. Comp. Phys.* (205), 665-685.
- [41] Grare, L., Giovanangeli, J., & Branger, H. (2009). Description fine de la couche limite aéroienne à proximité immédiate de l'interface air-mer. *AMA*. Toulouse.
- [42] Hasselmann, K. (1962). On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 1. General theory. *J. Fluid Mech.* (12), 481-500.
- [43] Hasselmann, K. (1974). On the spectral dissipation of ocean waves due to white capping. *Boundary-Layer Meteorol.* (6), 107-127.
- [44] Hasselmann, K., Barnett, T., Bouws, E., H., C., Cartwright, D., Enke, K., et al. (1973). Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project. *Deut. Hydrogr. Z.* (12), 1-95.
- [45] Hasselmann, S., & Hasselmann, K. (1985). Computation and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part I: a new method for efficient computations of the exact nonlinear transfer. *J. Phys. Oceanogr.* (15), 1369-1377.
- [46] Inglada, J. (2000). *Etude des signatures radar de la topographie sous-marine à la surface de l'océan*. Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1.
- [47] Janssen, P. (1991). Quasi-linear Theory of Wind-Wave Generation Applied to Wave Forecasting. *J. Phys. Oceanography*, 21 (11), 1631-1642.
- [48] Jeffreys, H. (1925). On the formation of water waves by wind. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A (107), 189-206.
- [49] Kartashova, E. (2009). Discrete wave turbulence. *Euro. Physic. Letters*, 87 (4).
- [50] Komen, G. J., Hasselmann, K., & Hasselmann, S. (1984). On the existence of a fully developed windsea spectrum. *J. Phys. Oceanogr.* (14), 1271-1285.
- [51] Korotkevich, A. O., Pushkarev, A., D., R., & Zakharov, V. E. (2008). Numerical verification of the weak turbulent model for swell evolution. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 27 (4), 361-387.
- [52] L'vov, Y. V., Nazarenko, S., & Pokorni, B. (2006). Discreteness and its effect on water-wave turbulence. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 218 (1), 24-35.
- [53] L'vov, V., & Nazarenko, S. (2010). Discrete and mesoscopic regimes of finite-size wave turbulence. *Phys. Rev. E.*, 82 (5), 056322.
- [54] Le Touzé, D. (2003). *Méthodes spectrales pour la modélisation non-linéaire d'écoulements à surface libre instationnaires*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [55] Leblanc, S. (2007). Amplification of nonlinear surface waves by wind. *Physics of Fluids* (19), 101705.

- [56] Leykin, I., Donelan, M., Melen, R., & McLaughlin, D. (1995). Asymmetry of wind waves studied in a laboratory tank. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2, 280-289.
- [57] Liu, Y., Yang, D., Guo, X., & Shen, L. (2010). Numerical study of pressure forcing of wind on dynamically evolving water waves. *Physics of Fluids*, 22 (4), 4.
- [58] Longuet-Higgins, M. S. (1952). On the statistical distributions of sea waves. *J. Mar. Res.*, 11 (3), 245-265.
- [59] Longuet-Higgins, M. (1962). Resonant interactions between two trains of gravity waves. *J. Fluid Mech.* (12), 321-332.
- [60] Ma, Q., & Yan, S. (2006). Quasi ALE finite element method for non-linear water waves. *J. Comput. Phys.*, 212, 52-72.
- [61] Miche, A. (1944). Mouvements ondulatoire de la mer en profondeur croissante ou décroissante. *Annales des Ponts et Chaussées*, 114, 131-164.
- [62] Miles, J. W. (1957). On the generation of surface waves by shear flows. *J. Fluid Mech.* (3), 185-204.
- [63] Onorato, M., Osborne, A. R., Serio, M., Resio, D., Pushkarev, A., Zakharov, V. E., et al. (2002). Freely Decaying Weak Turbulence for Sea Surface Gravity Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 144501.
- [64] Parenthoën, M. (2004). *Animation phénoménologique de la mer : une approche énaactive*. Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale.
- [65] Phillips, O. M. (1960). On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 1. The elementary interactions. *J. Fluid Mech.* (9), 193-217.
- [66] Phillips, O. M. (1958). The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.* (4), 426-433.
- [67] Phillips, O. (1957). On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.* (2), 415-417.
- [68] Prevosto, M., Van Iseghem, S., Moreau, B., & Forristall, G. Z. (2001). *Wave Crest Sensor Intercomparison Study*. Technical Report, Ifremer - Shell.
- [69] Pushkarev, A. (1999). On the Kolmogorov and frozen turbulence in numerical simulation of capillary waves. *Eur. J. Mech. - B/Fluids* (18), 345.
- [70] Resio, D., & Perrie, W. (1991). A numerical study of nonlinear energy fluxes due to wave-wave interactions. part i: methodology and basic results. *J. Fluid Mech.*, 223, 209-229.
- [71] Sverdrup, H., & Munk, W. (1947). *Wind, sea and swell : theory of relations for forecasting*. Technical report 601, U. S. Hydrographic Office.
- [72] Schäffer, H. (2007). Comparison of Dirichlet-Neumann operator expansions for non-linear surface gravity waves. *J. Fluid Mech.*
- [73] Snyder, R. L., Dobson, F. W., Elliot, J. A., & Long, R. B. (1981). Array measurement of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves. *J. Fluid Mech.* (102), 1-59.
- [74] Socquet-Juglard H, Dysthe K, Trulsen K, Krogstad HE, Liu J. Probability distributions of surface gravity waves during spectral changes. *J. Fluid Mech.* 2005(542):195-216.

- [75] Sobey, R. (2002). *Irregular waves and their generation*. Berkeley Univ.
- [76] Stansell, P., & MacFarlane, C. (2002). Experimental investigation of wave breaking criteria based on wave phase speeds. *J. Phys. Oceanogr.*, 32, 1269-1283.
- [77] Stokes, G. (1847). On the theory of oscillatory waves. *Trans. Camb. Phil. Soc.* (8), 441-455.
- [78] Tayfun, A. (1980). Narrow-band non-linear sea waves. *J. Geophys. Res.*, 85 ((C3)), 1543-1552.
- [79] Tanaka, M. (2001). Verification of Hasselmann's energy transfer among surface gravity waves by direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.* (444), 199-221.
- [80] Tanaka, M., & Yokoyama, N. (2004). Effect of discretization of the spectrum in water-wave turbulence. *Fluid Dyn. Res.* (34), 199-216.
- [81] Touboul, J., & Kharif, C. (2010). Nonlinear evolution of the modulational instability under weak forcing and damping. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* (10), 2589-2597.
- [82] Touboul, J., J.P., G., Kharif, C., & Pelinovsky, E. (2006). Freak waves under the action of wind: experiment and simulations. *Eur. J. Mech. B Fluid*, 25, 662-676.
- [83] Tolman, H. (2009). *User Manual and system documentation of WAVEWATCH III version 3.14*. Technical Note, NOAA, Marine Modeling and Analysis Branch.
- [84] Tracy, B. A., & Resio, D. T. (1982). *Theory and calculation of the nonlinear energy transfer between sea waves in deep water*. Technical Report 11, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, U.S.A.
- [85] Webb, D. J. (1978). Nonlinear transfer between sea waves. *Deep Sea Res.* (25), 279-298.
- [86] West, B., Brueckner, K., Janda, R., Milder, M., & Milton, R. (1987). A new numerical method for surface hydrodynamics. *J. Geophys. Res.* (92), 11803-11824.
- [87] Young IR, Van Vledder GP. A review of the central role of nonlinear interactions in wind-wave evolution.. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1993;342(1666):505-524.
- [88] Zakharov, V. E., & Filonenko, N. N. (1967). Weak turbulence of capillary waves. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* (4), 506-515.
- [89] Zakharov, V. E., Korotkevich, A. O., Pushkarev, A. N., & Dyachenko, A. I. (2005). Mesoscopic wave turbulence. *JETP Letters*, 82 (8), 487-491.
- [90] Zakharov, V. (1968). Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 190-194.



## ACTES ET COMMUNICATIONS ASSOCIÉS

- [91] Perignon, Y., Bonnefoy, F., Ferrant, P., & Ducrozet, G. (2010). Non-Linear Initialization in Three-Dimensional High Order Spectra Deterministic Sea State Modeling. *ASME Conf. Proc.* , 525-532.
- [92] Perignon, Y., Bonnefoy, F., Ducrozet, G., & Ferrant, P. Wind forcing and dissipation in a High Order Spectral deterministic wave model. ISOPE 2011, accepté.
- [93] European Geophysical Union (EGU), Vienne (2010). Présentation Orale. Perignon, Bonnefoy, Ducrozet, Ferrant. *Wind forcing and dissipation in three-dimensional High order spectral deterministic sea state modeling*.
- [94] Wave in Shallow water Environment (WISE), Brest, 2010. Poster. Wind forcing and dissipation in three-dimensional High order spectral deterministic sea state modeling.
- [95] Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA), Toulouse, Janvier 2009. Présentation Orale