

Manipulation des Interactions dans les Gaz Quantiques

Présentation en Français

David Papoular

29 juillet 2011

Ce document est une brève présentation de mon manuscrit de thèse. Il reprend en Français trois chapitres du manuscrit : l'avant-propos, ainsi que les chapitres introductifs 1 et 8.

L'obtention expérimentale de condensats de Bose–Einstein [1–3] a stimulé des développements importants en Physique atomique. Les atomes ultrafroids ont trouvé des applications en métrologie [4]. Ils sont utilisés dans des expériences de haute précision qui visent à mesurer les constantes physiques [5] ou à vérifier la validité des théories fondamentales [6]. Les gaz ultrafroids fournissent des éléments de base prometteurs pour l'information quantique [7]. Refroidis jusqu'au régime de dégénérescence quantique, ils sont utilisés pour simuler des systèmes de matière condensée [8] ou pour étudier des problèmes issus de l'astrophysique [9]. Des travaux reliés aux atomes froids ont même débouché sur des méthodes améliorées d'imagerie médicale [10].

Une caractéristique fondamentale des gaz atomiques ultrafroids réside dans la possibilité de régler à volonté les interactions entre les particules au sein du gaz. Pour réaliser ce contrôle des interactions, on exploite des résonances de diffusion qui se produisent lors de collisions à basse énergie entre deux atomes [11]. Le plus souvent, ces résonances de Fano–Feshbach sont obtenues à l'aide d'un champ magnétique statique externe [12]. Elles font des gaz atomiques ultrafroids un terrain d'exploration pour la recherche de nouvelles phases dans lesquelles la Physique quantique joue un rôle clef. Les condensats de Bose–Einstein comptent parmi ces nouvelles phases ; mentionnons également les condensats spineurs [13] et l'isolant de Mott [14]. On peut de plus contrôler la dimensionnalité effective du système en confinant fortement le gaz suivant une ou deux directions. De tels dispositifs expérimentaux ont permis d'étudier le gaz de Tonks–Girardeau [15, 16] dans le régime unidimensionnel, ainsi que la transition de Berezinskii–Kousterlitz–Thouless [17] dans le régime bidimensionnel.

Le travail présenté dans mon manuscrit de thèse s'inscrit dans le cadre de la recherche théorique de nouvelles phases encore inexplorées. Le manuscrit s'articule en deux parties :

- La première partie illustre l'utilisation du contrôle des interactions atomiques pour la recherche de nouvelles phases quantiques. Nous nous concentrons sur la phase cristalline d'un système bidimensionnel de bosons composites obtenus au sein d'un gaz de Fermi ultrafroid et hétéronucléaire [18]. Nous caractérisons la transition de phase gaz-cristal qui se produit dans ce système à température nulle [19]. Nos résultats sont prometteurs en vue d'une observation possible de ce système dans un mélange d'atomes de Lithium 6 et de Potassium 41.
- Dans la seconde partie, nous nous intéressons à la réalisation même du contrôle des interactions entre atomes. Nous proposons un nouveau type de résonance de Fano-Feshbach. Le couplage à l'origine de cette résonance est obtenu à l'aide d'un champ magnétique micro-onde [20]. Notre méthode est apparentée aux résonances de Feshbach optiques [21]. Elle s'applique à toutes les espèces atomiques dont l'état fondamental est clivé par l'interaction hyperfine. Les résonances de Feshbach en champ micro-onde que nous décrivons existent même lorsqu'aucune résonance de Feshbach en champ statique n'est disponible. Elles ne nécessitent pas la présence d'un champ magnétique statique, et elles seront donc utiles dans le cadre de la recherche de nouvelles phases dans les condensats spinaires [22]. Nos résultats ouvrent des perspectives optimistes en vue d'expériences avec le Sodium 23, le Potassium 41, le Rubidium 87 et le Césium 133.

1 Le cristal bidimensionnel de bosons composites

La première partie du manuscrit est consacrée au diagramme de phase, à température nulle, d'un système bidimensionnel de bosons composites obtenus au sein d'un mélange fermionique hétéronucléaire dans lequel les densités des deux espèces présentes sont les mêmes.

Nous considérons un gaz ultrafroid d'atomes fermioniques. Pour éviter la suppression des interactions entre atomes due au principe de Pauli, ce gaz contient deux types d'atomes. Ces atomes peuvent tous être de la même espèce, deux états internes étant représentés dans le mélange. On peut également envisager le cas où deux espèces fermioniques différentes, telles que le Lithium 6 et le Potassium 40, sont présentes dans le mélange.

Nous supposons que le gaz est suffisamment froid pour que les collisions en onde s soient prépondérantes [23]. La nature (répulsive ou attractive) et la force de l'interaction entre deux atomes discernables sont alors codées par un seul paramètre réel : la longueur de diffusion a . Cette interaction est modélisée par un potentiel effectif de contact [24] :

$$U_{\text{pseudo}}(r) = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a \delta(r) \quad , \quad (1)$$

où r est la distance entre les deux atomes.

Les interactions entre atomes dans ce gaz ultrafroid peuvent être réglées à l'aide d'une résonance de Fano–Feshbach. Une telle résonance est généralement obtenue à l'aide d'un champ magnétique statique externe [11]. Elle se produit pour une valeur fixée B_{res} du champ magnétique. Pour des champs B proches de B_{res} , la longueur de diffusion diverge de façon hyperbolique (Fig. 1), ce qui permet de régler sa valeur et son signe en ajustant la valeur du champ magnétique B . Nous reviendrons plus longuement sur les résonances en champ statique dans la section 2.

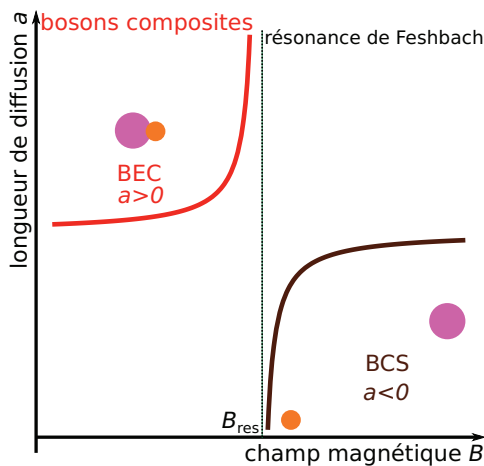


Figure 1: Résonance de Feshbach et régimes BEC et BCS. Les molécules hétéronucléaires (bosons composites) sont obtenues du côté BEC de la résonance ($a > 0$).

1.1 Obtention de dimères bosoniques dans un gaz de Fermi bipartite

La motivation initiale pour l'étude des mélanges de Fermi bipartites provient du crossover BEC–BCS [25, 26]. Lorsque la longueur de diffusion est négative ($a < 0$: partie de droite de la Fig. 1), les fermions s'associent en paires corrélées contenant chacune un fermion de chaque composante dont les impulsions sont opposées. Au contraire, si la longueur de diffusion est positive ($a > 0$: partie de gauche de la Fig. 1), il apparaît au sein du gaz des dimères bosoniques qui correspondent à des états faiblement liés de deux atomes appartenant à des composantes différentes. De tels dimères ont été observés dans des gaz de Fermi homonucléaires [27–29] ainsi que, plus récemment, dans des mélanges hétéronucléaires (Fig. 2 et [30, 31]). Ces dimères sont des bosons composites faiblement liés, et des condensats de Bose–Einstein de dimères homonucléaires Li_2 et K_2 ont été obtenus dans plusieurs expériences [32–34].

Nous nous concentrons sur le cas d'une longueur de diffusion a positive, et nous supposons en outre que a est bien plus grande que la portée R_e du potentiel d'interaction atomique. Les molécules diatomiques obtenues dans une telle situation (qu'il s'agisse de mélanges homonucléaires ou hétéronucléaires) présentent deux propriétés importantes :

- Il s'agit des molécules diatomiques les plus grandes obtenues jusqu'à présent. Leur taille est de l'ordre de a et atteint plusieurs milliers d'Angstroms dans les expériences actuelles. Ces molécules sont très faiblement liées (leur énergie de liaison est $\lesssim 10 \mu\text{K}$).
- Ces dimères sont très stables vis-à-vis de la relaxation collisionnelle. Leur durée de vie peut atteindre quelques secondes pour les densités usuelles (de l'ordre de 10^{13} atomes/ cm^3).

1.1.1 Relaxation collisionnelle

La longue durée de vie de ces dimères est due à la nature fermionique des atomes qui les constituent. C'est une conséquence de la réduction des interactions entre atomes identiques à cause du principe de Pauli.

L'explication de ce phénomène est la plus simple dans le cas des dimères homonucléaires [35, 36]. Pour qu'un dimère puisse relaxer vers un état fortement lié (dont

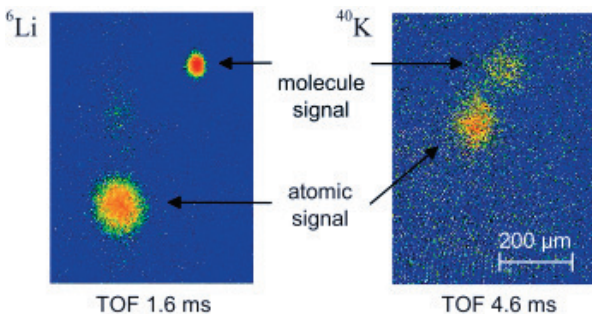


Figure 2: Imagerie par absorption d'un mélange hétéronucléaire de ${}^6\text{Li}$ et de ${}^{40}\text{K}$, dans lequel des molécules ont été créées en balayant le champ magnétique à travers la résonance, du côté ($a < 0$) au côté ($a > 0$). Ces images sont obtenues après un temps de vol durant lequel les atomes et les molécules ont été séparés à l'aide d'un champ magnétique. (Figure reproduite de la référence [30]).

la taille est de l'ordre de R_e), trois fermions au moins doivent s'approcher à une distance de l'ordre de R_e . Parmi ces trois atomes, deux sont dans le même état quantique. La taille des dimères est de l'ordre de a , par conséquent l'impulsion typique des atomes est $k \sim 1/a$, et la probabilité de cette rencontre à trois corps est donc atténuée par un facteur d'environ $(kR_e)^s \sim (R_e/a)^s \ll 1$, où le coefficient s est de l'ordre de 2.

Dans le cas des dimères hétéronucléaires, la situation est plus compliquée. Les molécules hétéronucléaires faiblement liées peuvent relaxer vers des états d'énergie plus faible suivant deux processus principaux [19] : (i) la relaxation vers des états dimères plus fortement liés et (ii) la formation de trimères.

La relaxation vers des états dimères plus profonds peut se produire si, lors d'une collision entre deux dimères, deux atomes légers et un atome lourd¹ se trouvent à une distance $\sim R_e$. Le taux de relaxation dépend à présent du rapport M/m entre la masse de l'espèce atomique lourde et celle de l'espèce légère, mais la suppression de la relaxation collisionnelle due au principe de Pauli a toujours lieu.

La formation d'un trimère nécessite que deux atomes légers et un atome lourd s'approchent à une distance $R \lesssim a$. A de telles distances, l'interaction effective transmise par l'atome léger est attractive [19]. Cette interaction attractive, proportionnelle à $-1/(mR^2)$, entre en compétition avec la répulsion de Pauli, qui se manifeste sous la forme d'une barrière centrifuge proportionnelle à $1/(MR^2)$. La physique du système dépend donc du rapport des masses M/m . Si $M/m \sim 1$, la répulsion de Pauli est prépondérante et les trimères sont absents. Si $M/m > 13.6$, c'est l'interaction attractive qui domine, et des états trimères d'Efimov peuvent apparaître [18]. Ces trimères ne peuvent pas être décrits à l'aide de la seule longueur de diffusion : un paramètre supplémentaire, décrivant la physique à trois corps, intervient également.

Les trimères d'Efimov mis à part, un atome léger et deux atomes lourds peuvent également former des états trimères "universels", qui peuvent être décrits dans l'approximation de portée nulle sans introduire le paramètre supplémentaire caractérisant la physique à trois corps [37]. Ces trimères existent pour le moment cinétique orbital $\ell = 1$ et pour des rapports massiques $M/m < 13.6$, pour lesquels les trimères d'Efimov sont absents. Un tel trimère universel apparaît par exemple pour $M/m \approx 8.1$. Ils existent également pour des rapports massiques supérieurs au rapport critique $M/m = 13.6$, mais pour de telles valeurs de M/m la formation de trimères d'Efimov pour de plus petites valeurs de ℓ est prépondérante.

1.2 Interaction effective entre bosons composites hétéronucléaires

Nous nous concentrons à présent sur le cas des dimères bosoniques obtenus dans un mélange de Fermi contenant deux espèces atomiques différentes, choisies telles que le rapport des masses M/m est grand. Ces dimères interagissent l'un avec l'autre par le biais d'une interaction d'échange transmise par les atomes légers [18, 38]. Nous avons

1. Les expériences portant sur les bosons composites seront probablement réalisées en présence d'un réseau optique. La probabilité du processus de relaxation faisant intervenir un atome léger et deux atomes lourds est très fortement diminuée par la présence du réseau, car ce processus nécessite que les deux atomes lourds occupent le même site du réseau.

étudié cette interaction du point de vue théorique dans les deux situations différentes suivantes :

1. Le mouvement des atomes lourds est bidimensionnel tandis que celui des atomes légers est tridimensionnel (situation 2×3);
2. Les atomes lourds comme les atomes légers ont tous un mouvement bidimensionnel (situation 2×2).

Dans le cas d'un système *dilué* (c'est à dire si la distance caractéristique entre les dimères est bien plus grande que la longueur de diffusion a de l'interaction entre atomes), cette interaction peut être modélisée par un potentiel effectif. L'expression précise de ce potentiel dépend de la situation considérée (2×3 ou 2×2), mais elle est toujours répulsive².

Dans chacun des deux cas considérés, une expression analytique du potentiel effectif a été obtenue à l'aide de l'approche de Born–Oppenheimer [19, 38]. Dans le cas 2×3 , le potentiel effectif $U_{3D}(R)$ est donné par :

$$U_{3D}(R) = 4 |\epsilon_0| (1 - (2\kappa_0 R)^{-1}) \frac{\exp(-2\kappa_0 R)}{\kappa_0 R} , \quad (2)$$

où la taille κ_0^{-1} d'un dimère s'exprime en termes de son énergie de liaison $|\epsilon_0|$:

$$|\epsilon_0| = \frac{\hbar^2 \kappa_0^2}{2m} , \quad (3)$$

la masse m étant celle du fermion léger. Dans le cas 2×3 , la taille κ_0^{-1} est égale à a .

Dans le cas 2×2 , le potentiel effectif $U_{2D}(r)$ s'exprime sous la forme suivante :

$$U_{2D}(R) = 4 |\epsilon_0| [\kappa_0 R K_0(\kappa_0 R) K_1(\kappa_0 R) - K_0^2(\kappa_0 R)] , \quad (4)$$

où K_0 et K_1 sont des fonctions de Bessel modifiées [39]. Dans ce régime, atteint en confinant le mouvement des atomes légers à des oscillations de point zéro d'amplitude l_0 , les états moléculaires existent pour des longueurs de diffusion négatives. Lorsque $|a| \ll l_0$, la taille des dimères est donnée par $\kappa_0^{-1} = \sqrt{\pi} l_0 \exp(-\sqrt{\pi/2} l_0/a)$ [19, 40].

Les potentiels $U_{3D}(r)$ et $U_{2D}(r)$ sont représentés sur la figure 3. La portée de ces potentiels est déterminée par la taille κ_0^{-1} des dimères. On peut donc rendre cette portée relativement longue en choisissant une valeur de a qui n'est pas beaucoup plus grande que la distance moyenne entre les dimères.

1.3 Diagramme de phase d'un système bidimensionnel de bosons composites à température nulle

L'interaction entre dimères décrite ci-dessus est *répulsive* et sa portée peut être rendue *longue*³. Ces deux propriétés laissent penser qu'un système bidimensionnel de bosons

2. Contrairement au cas où la distance entre deux atomes lourds est $R \lesssim a$, dans lequel l'interaction effective transmise par les atomes légers est attractive (Sec. 1.1.1)

3. La phase cristalline est également attendue pour de très faibles densités bidimensionnelles n . Dans cette limite, la distance moyenne entre les molécules est beaucoup plus grande que la taille des molécules, et le système se comporte comme un ensemble de disques durs bosoniques.

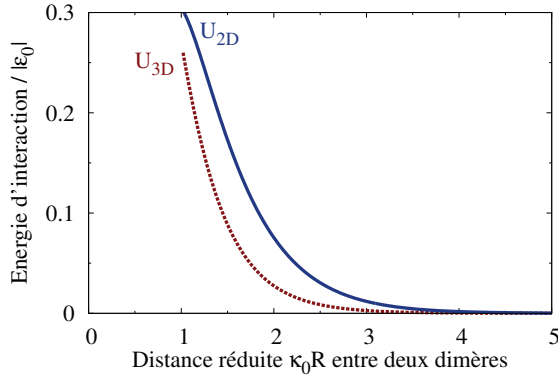


Figure 3: Potentiel effectif d'interaction entre deux bosons composites, dans le cas où le mouvement des atomes lourds est tridimensionnel (trait pointillé rouge) et dans le cas où il est bidimensionnel (trait plein bleu). L'unité de distance est la taille κ_0^{-1} d'une molécule et l'unité d'énergie est l'énergie de liaison $|\epsilon_0|$ d'une seule molécule.

composites peut présenter une phase cristalline. En effet, un réseau cristallin triangulaire maximise la distance entre molécules voisines, et minimise donc probablement l'énergie d'interaction, ce qui conduirait à un équilibre classique.

Du point de vue de la mécanique quantique, la phase (gazeuse ou cristalline) du système dans son état fondamental est déterminée par une compétition entre deux effets : (i) l'interaction répulsive entre paires de dimères, et (ii) l'énergie cinétique des dimères. La contribution à l'énergie totale du premier effet varie comme $1/m$ (à travers le facteur $|\epsilon_0|$ présent dans les équations 2 et 4), tandis que la contribution de l'énergie cinétique varie comme l'inverse de la masse totale d'un dimère, qui est proche de M pour de grands rapports massiques. Par conséquent, on peut régler l'importance relative de ces deux effets en ajustant la valeur du rapport M/m . D'autre part, les effets d'interaction sont d'autant plus importants que la densité bidimensionnelle n est élevée.

Les arguments ci-dessus motivent l'exploration du diagramme de phase du système à température nulle, en faisant varier à la fois la densité n et le rapport des masses M/m . Nous décrivons cette exploration dans la référence [19]. La phase du système est déterminée numériquement par des méthodes de type Monte Carlo Quantique pour plusieurs valeurs de la densité et du rapport des masses. Une transition de phase gaz-cristal à température nulle se produit dans les deux situations envisagées (2×3 et 2×2). Le système est dans sa phase gazeuse pour de faibles densités et de petits rapports des masses, pour lesquels les vibrations de point zéro sont prépondérantes. Il est dans sa phase cristalline pour de grandes densités et de grands rapports des masses, pour lesquels c'est l'effet des interactions qui domine. Les lignes de transition sont obtenues par des calculs numériques DMC [41]. Nous les calculons également à l'aide de deux approches plus simples dont les résultats sont en bon accord avec les prédictions de l'approche Monte Carlo Quantique.

1.4 Plan de la première partie du manuscrit

La première partie du manuscrit est divisée en cinq chapitres :

- Le chapitre 2 présente deux approches simplifiées pour le calcul du diagramme de

phase du système bidimensionnel de bosons composites. Les résultats de ces approches sont en bon accord avec ceux de l'approche Monte Carlo Quantique.

- Dans le chapitre 3, nous justifions les expressions analytiques (2) et (4) qui représentent l'interaction effective entre bosons composites.
- Dans le chapitre 4, nous évaluons les taux de relaxation des bosons composites faiblement liés vers les états dimères plus fortement liés et les états trimères.
- Le chapitre 5 est consacré à une proposition pour une nouvelle expérience dont le but est l'observation de la phase cristalline des bosons composites.
- Le chapitre 6 reproduit notre article publié [19].

2 Résonances de Fano–Feshbach en champ micro-onde

Dans la seconde partie du manuscrit, nous présentons une nouvelle méthode, développée du point de vue théorique au cours de cette thèse, qui permettra de contrôler les interactions entre atomes à l’aide de champs magnétiques micro-onde.

La possibilité de contrôler la nature (répulsive ou attractive) et la force des interactions entre atomes dans les gaz atomiques ultrafroids constitue un atout important de ces systèmes. Elle fait des gaz ultrafroids un terrain d’exploration privilégié pour un grand nombre de phénomènes quantiques collectifs [25, 42]. Pour illustrer le caractère versatile des gaz ultrafroids, mentionnons dès à présent trois exemples.

Considérons tout d’abord un gaz ultrafroid d’atomes bosoniques dans un piège. Nous supposons que la température du système est inférieure à la température critique associée à la condensation de Bose–Einstein. Selon la nature des interactions entre atomes, le condensat obtenu dans le piège peut être stable ou instable [43, 44]. Si l’interaction entre atomes est répulsive, les grandes tailles de condensats sont favorisées du point de vue énergétique, ce qui compense l’effet du confinement dû au piège : le condensat de Bose–Einstein obtenu est donc stable. C’est le cas du condensat d’atomes de Rubidium observé en 1995 (voir la figure 4 et [1]). Au contraire, si l’interaction entre atomes est attractive, elle conduit à une augmentation de la densité du gaz au centre du piège ; les interactions ne compensent plus le confinement dû au piège et, si le nombre d’atomes est suffisamment grand, le condensat de Bose–Einstein s’effondre sur lui-même. En contrôlant la nature de l’interaction entre atomes, il est possible de passer d’un régime à l’autre. Par exemple, Cornell et Wieman ont utilisé une résonance de Fano–Feshbach [11] pour changer la nature de l’interaction entre atomes de Rubidium 85. En l’absence de champ magnétique, le condensat de Bose–Einstein obtenu avec ces atomes est stable ; en rendant les interactions entre atomes attractives à l’aide de la résonance de Feshbach, ils ont pu observer l’effondrement du condensat [45].

Nous nous tournons à présent vers les gaz de Fermi dégénérés. Afin d’éviter la suppression des interactions entre atomes due au principe de Pauli, nous considérons un

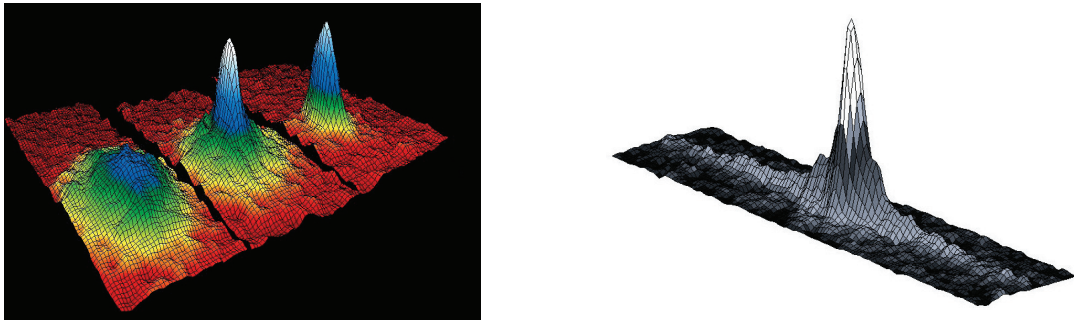


Figure 4: **A gauche :** Un condensat de Bose–Einstein stable obtenu dans un gaz ultrafroid d’atomes de Rubidium 87. **A droite :** Atomes restant dans le piège après l’“explosion” d’un condensat instable d’atomes de Rubidium 85 dont on a réglé la longueur de diffusion à une valeur négative. (Figures reproduites des références [1] et [45].)

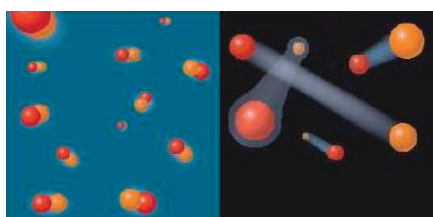


Figure 5: Vue d’artiste des deux régimes différents attendus dans un gaz de Fermi ultrafroid selon la nature des interactions. Si les interactions sont fortement attractives ($a < 0$, à droite), le système est dans le régime BCS, et son état fondamental est constitué de paires de Cooper. Au contraire, si les interactions sont fortement répulsives ($a > 0$, à gauche), des molécules diatomiques (bosoniques) apparaissent, et l’état fondamental est un condensat de Bose–Einstein de ces molécules.

mélange ultrafroid contenant deux types d’atomes. Ce mélange peut contenir une seule espèce atomique présente dans deux états internes différents [46] ou bien deux espèces atomiques différentes [25]. L’état fondamental de ce système dépend à nouveau de la nature de l’interaction entre atomes discernables [26] : si cette interaction est fortement répulsive, l’état fondamental est constitué de paires de Cooper diatomiques et à longue portée ; au contraire, si l’interaction est fortement attractive, des molécules diatomiques apparaissent (Fig. 5). A l’aide de résonances de Feshbach, il est possible de passer continûment d’un régime à l’autre [26].

Nous abordons enfin notre troisième exemple, qui a trait à la métrologie. Les horloges atomiques, dont le fonctionnement repose sur des techniques d’interférométrie entre atomes ultrafroids, fournissent les mesures de durées et de fréquences les plus précises à l’heure actuelle, avec une incertitude de l’ordre de 10^{-16} [47]. Dans les fontaines atomiques au Césium, on sonde la fréquence d’oscillation entre deux états atomiques hyperfins par interférométrie de Ramsey avec un champ micro-onde dont la fréquence est proche de la fréquence de transition atomique (Fig. 6). Cependant, les collisions ultrafroides dans l’horloge provoquent une modification de la fréquence de transition hyperfine des atomes par rapport à celle d’un atome isolé. Cette modification de la fréquence de transition est appelée déplacement collisionnel ou *clock shift* [48] ; elle est très sensible aux paramètres de l’interaction et constitue une des limites les plus importantes sur la précision des horloges. Un contrôle précis des interactions entre atomes permettrait de réduire les fluctuations du déplacement collisionnel et donc d’améliorer la précision des horloges.

2.1 Résonances de Feshbach en champ magnétique statique

Dans les expériences actuelles, le contrôle des interactions atomiques est réalisé à l’aide de résonances de Fano–Feshbach. Ces résonances de diffusion sont en général obtenues à l’aide d’un champ magnétique statique externe (voir [11, 42] pour une revue des développements théoriques et des applications expérimentales associées aux résonances de Feshbach en champ statique).

Nous donnons à présent une description physique simplifiée des résonances de Feshbach qui se produisent en champ magnétique statique (partie gauche de la Fig. 7). Ces résonances sont dues au fait que le moment magnétique d’un atome dépend de l’état

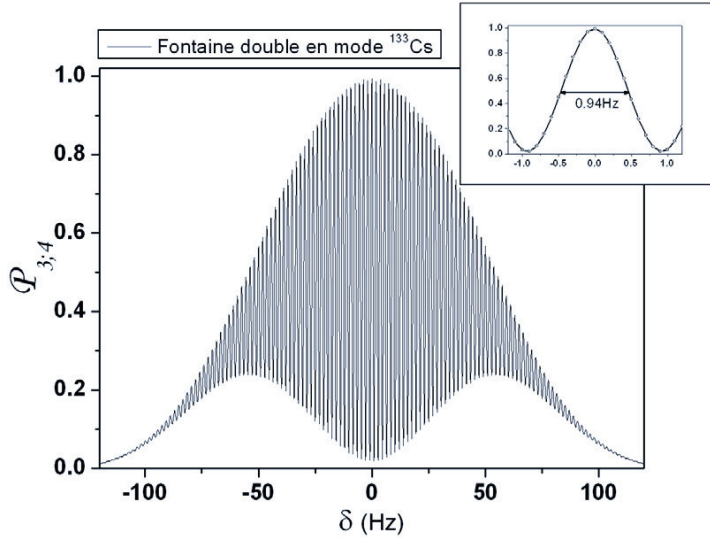


Figure 6: Franges de Ramsey obtenues avec la fontaine atomique au Césium 133 du SYRTE, qui permet des mesures de fréquences avec une précision de l'ordre de 10^{-16} . (Figure reproduite de la référence [49]).

interne dans lequel il se trouve. Nous considérons deux atomes qui entrent en collision à très faible énergie, dans un premier état interne diatomique, représenté en bleu sur la figure 7. Nous supposons qu'un autre état interne diatomique est accessible pour cette paire d'atomes, et qu'il existe un état très faiblement lié se rapportant à ce second état diatomique, représenté en rouge sur la figure 7. Les états bleu et rouge correspondent à des états internes diatomiques différents, donc les moments magnétiques associés à ces états ne sont pas les mêmes. Par conséquent, il est possible de régler la différence d'énergie entre les états diatomiques bleu et rouge en ajustant la valeur d'un champ magnétique statique externe. Si le champ magnétique est choisi tel que les états bleu et rouge ont des énergies voisines, une résonance de diffusion a lieu.

Cette résonance provoque une divergence de la longueur de diffusion $a(B_{\text{stat}})$. Au voisinage de la résonance, le comportement de la longueur de diffusion est le suivant :

$$a(B_{\text{stat}}) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta B}{B_{\text{stat}} - B_{\text{res}}} \right) . \quad (5)$$

Dans cette équation, B_{stat} est l'amplitude du champ magnétique statique, B_{res} est la valeur du champ pour laquelle la résonance se produit et a_{bg} ("background") est la longueur de diffusion loin de la résonance. Enfin, la largeur de résonance ΔB détermine la taille de l'intervalle des valeurs de B_{stat} pour lesquelles la longueur de diffusion a est affectée par la résonance. Les trois paramètres B_{res} , a_{bg} , et ΔB caractérisant la résonance sont représentés schématiquement sur la partie de droite de la figure 7. En ajustant la valeur de B_{stat} au voisinage de la valeur résonante B_{res} , la divergence hyperbolique représentée par l'équation (5) nous permet donc de choisir l'amplitude et le signe de la longueur de diffusion a . L'interaction effective entre atomes est répulsive si $a > 0$, tandis qu'elle est attractive si $a < 0$ [24].

Les résonances de Fano–Feshbach en champ magnétique statique se sont révélées être un outil précieux [25, 26, 42] pour contrôler les interactions dans le cas de plusieurs espèces atomiques, parmi lesquelles le Lithium 7, le Potassium 40, et le Césium 133.

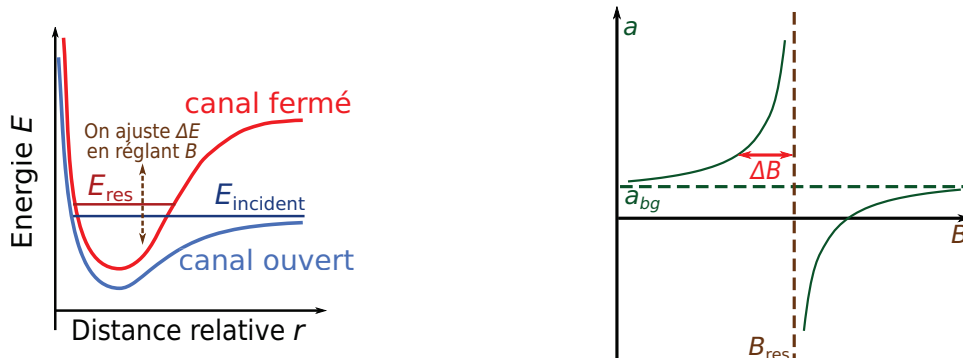


Figure 7 : Résonance de Fano–Feshbach induite par un champ magnétique statique (en l’absence de processus inélastiques). **A gauche :** Le champ magnétique statique engendre un couplage entre l’état de diffusion incident dans le canal ouvert et un état lié des deux atomes dans le canal fermé ; la résonance de diffusion se produit pour des valeurs du champ magnétique telles que l’état de diffusion et l’état lié ont des énergies voisines. **A droite :** Représentation schématique des paramètres qui caractérisent une résonance de Feshbach : a_{bg} est la longueur de diffusion loin de la résonance, ΔB est la largeur de la résonance, et B_{res} est la valeur résonnante du champ magnétique.

Pour qu’une résonance de Feshbach soit facilement exploitable dans les expériences, il faut qu’elle soit suffisamment large ($\Delta B \gtrsim 10$ G) pour permettre le contrôle de la longueur de diffusion à la précision requise malgré la présence de champs statiques parasites et l’élargissement dû aux interactions entre atomes. De telles résonances larges sont disponibles pour les trois espèces atomiques mentionnées ci-dessus (la référence [11] contient une table des principales résonances de Feshbach, et les trois atomes ci-dessus présentent des résonances dont la largeur est supérieure à 50 G).

Cependant, de telles résonances larges ne sont pas disponibles pour toutes les espèces atomiques. En outre, ces résonances se produisent pour des champs statiques souvent très grands. Par exemple, toutes les résonances répertoriées pour le Sodium 23 se produisent pour des champs magnétiques supérieurs à 850 G, et leurs largeurs sont inférieures à 1.5 G [50]. L’utilisation de résonances de Feshbach avec le Rubidium 87 est encore moins aisée : la résonance la plus large a une largeur inférieure à 200 mG et se produit pour un champ magnétique statique d’amplitude supérieure à 1000 G [51]. Ces résonances avec le Sodium et le Rubidium ont été observées expérimentalement. Cependant, cette observation nécessite des dispositifs expérimentaux élaborés comprenant de larges bobines parcourues par des courants forts stabilisés très précisément, ce qui rend ces résonances plus difficiles à utiliser comme outil dans des expériences plus complexes. Pour contrôler les interactions dans des gaz ultrafroids de Rubidium 87 ou de Sodium 23, de nouvelles techniques expérimentales doivent donc être développées.

2.2 Travaux précédents concernant les résonances de Feshbach en champ oscillant

Plusieurs possibilités ont été évoquées pour réaliser le contrôle des interactions dans les cas où aucune résonance de Feshbach en champ magnétique statique n'est accessible expérimentalement :

- **Marinescu et You** ([52], novembre 1998) ont proposé l'utilisation d'un *champ électrique DC* ;
- La méthode que nous proposons est apparentée aux *résonances de Feshbach optiques*, initialement proposées par **Fedichev, Kagan, Shlyapnikov et Walraven** ([21], septembre 1996). Ces résonances sont dues à un couplage entre l'état de diffusion et l'état lié résonnant obtenu à l'aide d'un *champ électrique oscillant* dont la fréquence est dans le domaine optique. Elles ont été observées expérimentalement [53, 54]. Cependant, les durées de vie des échantillons atomiques soumis à des résonances de Feshbach en champ optique sont très fortement limitées par les pertes dues à l'émission spontanée à partir de l'état lié résonnant, qui correspond à un état électronique excité.
- **Moerdijk, Verhaar et Nagtegaal** ([55], juin 1996) ont considéré des atomes de Sodium dans la multiplicité hyperfine de plus basse énergie ($f_1 = 1$, $f_2 = 1$) piégées à l'aide d'un champ magnétique statique. Ils ont justifié numériquement que l'utilisation d'un *champ magnétique radio-fréquence*, dont la fréquence est de l'ordre de l'écart énergétique Zeeman, peut provoquer des résonances de diffusion. Nous présentons une analyse détaillée de leur suggestion dans la section 11.4 du manuscrit ; nous y soulignons les points communs et les différences entre leurs résonances induites à l'aide d'un champ radio-fréquence et les résonances induites à l'aide d'un champ micro-onde que nous décrivons dans notre propre article publié [20].

2.3 Plan de la seconde partie du manuscrit

Dans la seconde partie du manuscrit, nous décrivons un nouveau type de résonance de Fano-Feshbach. Cette résonance est due à un couplage résonnant, à l'aide d'un champ magnétique micro-onde, de l'état de diffusion incident à un état faiblement lié qui se rapporte à un état interne diatomique différent. Tous les états internes qui interviennent dans cette résonance correspondent à l'état électronique fondamental des atomes. L'amplitude du champ micro-onde est maintenue fixe, et c'est sa fréquence que l'on ajuste pour atteindre la résonance.

Ces résonances de Feshbach en champ micro-onde se produisent même en l'absence d'un champ magnétique statique externe. Leurs caractéristiques ne sont pas directement reliées à celles des résonances de Feshbach en champ magnétique statique. Leurs largeurs sont proportionnelles au carré de l'amplitude du champ magnétique micro-onde utilisé.

Par souci de simplicité, nous nous concentrons sur le cas des atomes bosoniques alca-

lins, mais aucune de ces deux hypothèses n'est essentielle. Nous étudions les résonances de Feshbach en champ micro-onde qui se produisent avec le Lithium 7, le Sodium 23, le Potassium 41, le Rubidium 87 et le Césium 133. A l'exception du Lithium (pour lequel nous disposons d'une large résonance de Feshbach en champ magnétique statique [56]), nos résultats ouvrent des perspectives optimistes en vue de l'observation expérimentale de ces résonances avec tous les atomes considérés.

La seconde partie du manuscrit est divisée en sept chapitres.

- Le chapitre 9 est un chapitre introductif. Il présente une vue d'ensemble de notre analyse des résonances de Feshbach en champ micro-onde à l'aide d'un modèle simple qui fait intervenir deux puits carrés couplés. Il introduit et présente brièvement de nombreux concepts utilisés et décrits en détail dans les chapitres qui suivent.
- Le chapitre 10 présente l'Hamiltonien multi-canaux utilisé pour décrire la collision de deux atomes alcalins en présence d'un champ magnétique oscillant. Nous analysons sa structure en blocs, exploitée dans les chapitres suivants.
- Le chapitre 11 contient une description détaillée des approches que nous avons utilisées pour caractériser les résonances de Feshbach en champ micro-onde. Nous les illustrons sur l'exemple des résonances analysées dans notre article publié [20].
- Dans le chapitre 12, nous présentons notre propre implémentation des méthodes numériques que nous avons employées pour calculer les fonctions d'onde multi-canaux caractérisant les deux atomes en présence de champs magnétiques statiques et oscillants.
- Le chapitre 13 reproduit notre article publié [20].
- Le chapitre 14 est consacré à l'analyse de résonances de Feshbach en *champ magnétique statique*. Nous avons reproduit numériquement des résonances de Feshbach observées avec le Césium 133 en présence de très faibles champs statiques (SYRTE–Observatoire de Paris, 2004). A notre connaissance, aucune explication théorique n'avait encore été proposée pour ces résonances. Nous interprétons ces observations en termes de résonances en onde *s* qui font intervenir l'état dimère triplet le plus faiblement lié du Césium 133.
- Enfin, dans le chapitre 15, nous présentons des résultats numériques concernant des résonances de Feshbach en champ micro-onde pour des paramètres expérimentaux accessibles dans une fontaine atomique au Césium. La description de cette situation expérimentale réaliste nécessite un plus grand nombre de canaux couplés ainsi que la prise en compte des processus inélastiques.

Références

- [1] M. H. ANDERSON et al. “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”. Dans : *Science* 269.5221 (1995), p. 198–201. DOI : 10.1126/science.269.5221.198.
- [2] C. C. BRADLEY et al. “Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 75.9 (août 1995), p. 1687–1690. DOI : 10.1103/PhysRevLett.75.1687.
- [3] Kendall B. DAVIS et al. “Evaporative Cooling of Sodium Atoms”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 74.26 (juin 1995), p. 5202–5205. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.5202.
- [4] S. BIZE et al. “Cold atom clocks and applications”. Dans : *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 38.9 (2005), S449. DOI : 10.1088/0953-4075/38/9/002.
- [5] F. BIRABEN. “Spectroscopy of atomic hydrogen”. Dans : *The European Physical Journal-Special Topics* 172.1 (2009), p. 109–119. DOI : 10.1140/epjst/e2009-01045-3.
- [6] Keng-Yeow CHUNG et al. “Atom interferometry tests of local Lorentz invariance in gravity and electrodynamics”. Dans : *Phys. Rev. D* 80.1 (juil. 2009), p. 016002. DOI : 10.1103/PhysRevD.80.016002.
- [7] J.J. GARCÍA-RIPOLL, P. ZOLLER et J.I. CIRAC. “Quantum information processing with cold atoms and trapped ions”. Dans : *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 38 (2005), S567. DOI : 10.1088/0953-4075/38/9/008.
- [8] A. GEORGES. “Condensed-matter Physics with light and atoms”. Dans : *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi,” Course CLXIV, Varenna, 2006*. IOS Press, 2008.
- [9] Andrew G. TRUSCOTT et al. “Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms”. Dans : *Science* 291.5513 (2001), p. 2570–2572. DOI : 10.1126/science.1059318.
- [10] Michèle LEDUC et Pierre Jean NACHER. “Polarized Helium to Image the Lung”. Dans : *AIP Conference Proceedings* 770.1 (2005). Sous la dir. de Luis Gustavo MARCASSA, Kristian HELMERSON et Vanderlei Salvador BAGNATO, p. 381–389. DOI : 10.1063/1.1928872.
- [11] Cheng CHIN et al. “Feshbach resonances in ultracold gases”. Dans : *Rev. Mod. Phys.* 82.2 (avr. 2010), p. 1225–1286. DOI : 10.1103/RevModPhys.82.1225.
- [12] S. INOUE et al. “Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate”. Dans : *Nature* 392.6672 (1998), p. 151–154. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/32354.
- [13] J. STENGER et al. “Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates”. Dans : *Nature* 396 (1998), p. 345. DOI : 10.1038/24567.

- [14] M. GREINER et al. “Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms”. Dans : *Nature* 415 (2002), p. 39. DOI : 10.1038/415039a.
- [15] Toshiya KINOSHITA, Trevor WENGER et David S. WEISS. “Observation of a One-Dimensional Tonks-Girardeau Gas”. Dans : *Science* 305.5687 (2004), p. 1125–1128. DOI : 10.1126/science.1100700.
- [16] B. PAREDES et al. “Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice”. Dans : *Nature* 429 (2004), p. 277. DOI : 10.1038/nature02530.
- [17] Z. HADZIBABIC et al. “Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas”. Dans : *Nature* 441 (2006), p. 1118. DOI : 10.1038/nature04851.
- [18] D. S. PETROV, C. SALOMON et G. V. SHLYAPNIKOV. “Molecular regimes in ultracold Fermi gases”. Dans : *Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications*. CRC Press, 2009. Chap. 9. ISBN : 978-1-4200-5903-8.
- [19] D. S. PETROV et al. “Crystalline Phase of Strongly Interacting Fermi Mixtures”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 99.13 (sept. 2007), p. 130407. DOI : 10.1103/PhysRevLett.99.130407.
- [20] D. J. PAPOULAR, G. V. SHLYAPNIKOV et J. DALIBARD. “Microwave-induced Fano-Feshbach resonances”. Dans : *Phys. Rev. A* 81.4 (avr. 2010), p. 041603. DOI : 10.1103/PhysRevA.81.041603.
- [21] P. O. FEDICHEV et al. “Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 77.14 (sept. 1996), p. 2913–2916. DOI : 10.1103/PhysRevLett.77.2913.
- [22] Tin-Lun HO. “Spinor Bose Condensates in Optical Traps”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 81.4 (juil. 1998), p. 742–745. DOI : 10.1103/PhysRevLett.81.742.
- [23] J. DALIBARD. “Collisional dynamics of ultracold atomic gases”. Dans : *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL: Bose – Einstein condensation in gases*. Societa Italiana di Fisica, 1998. Chap. Collisional dynamics of ultracold atomic gases.
- [24] C. PETHICK et H. SMITH. *Bose-Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge University Press, 2002. ISBN : 0521665809.
- [25] Stefano GIORGINI, Lev P. PITAEVSKII et Sandro STRINGARI. “Theory of ultracold atomic Fermi gases”. Dans : *Rev. Mod. Phys.* 80.4 (oct. 2008), p. 1215–1274. DOI : 10.1103/RevModPhys.80.1215.
- [26] Immanuel BLOCH, Jean DALIBARD et Wilhelm ZWERGER. “Many-body physics with ultracold gases”. Dans : *Rev. Mod. Phys.* 80.3 (juil. 2008), p. 885–964. DOI : 10.1103/RevModPhys.80.885.
- [27] C. A. REGAL et al. “Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms”. Dans : *Nature* 424 (2003), p. 47. DOI : 10.1038/nature01738.

- [28] J. CUBIZOLLES et al. “Production of Long-Lived Ultracold Li_2 Molecules from a Fermi Gas”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 91.24 (déc. 2003), p. 240401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.240401.
- [29] S. JOCHIM et al. “Pure Gas of Optically Trapped Molecules Created from Fermionic Atoms”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 91.24 (déc. 2003), p. 240402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.240402.
- [30] A.-C. VOIGT et al. “Ultracold Heteronuclear Fermi-Fermi Molecules”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 102.2 (jan. 2009), p. 020405. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.020405.
- [31] F. M. SPIEGELHALDER et al. “All-optical production of a degenerate mixture of 6Li and ^{40}K and creation of heteronuclear molecules”. Dans : *Phys. Rev. A* 81.4 (avr. 2010), p. 043637. DOI : 10.1103/PhysRevA.81.043637.
- [32] M. GREINER, C. REGAL et D. S. JIN. “Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas”. Dans : *Nature* 426 (2003). DOI : 10.1038/nature02199.
- [33] S. JOCHIM et al. “Bose-Einstein Condensation of Molecules”. Dans : *Science* 302.5653 (2003), p. 2101–2103. DOI : 10.1126/science.1093280.
- [34] M. W. ZWIERLEIN et al. “Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 91.25 (déc. 2003), p. 250401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.250401.
- [35] D. S. PETROV, C. SALOMON et G. V. SHLYAPNIKOV. “Weakly Bound Dimers of Fermionic Atoms”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 93.9 (août 2004), p. 090404. DOI : 10.1103/PhysRevLett.93.090404.
- [36] D. S. PETROV, C. SALOMON et G. V. SHLYAPNIKOV. “Scattering properties of weakly bound dimers of fermionic atoms”. Dans : *Phys. Rev. A* 71.1 (jan. 2005), p. 012708. DOI : 10.1103/PhysRevA.71.012708.
- [37] O I KARTAVTSEV et A V MALYKH. “Low-energy three-body dynamics in binary quantum gases”. Dans : *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 40.7 (2007), p. 1429. DOI : 10.1088/0953-4075/40/7/011.
- [38] D. S. PETROV, C. SALOMON et G. V. SHLYAPNIKOV. “Diatomic Molecules in Ultracold Fermi Gases — Novel Composite Bosons”. Dans : *Journal of Physics B* 38 (2005). DOI : 10.1088/0953-4075/38/9/014.
- [39] M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover publications, 1964.
- [40] D. S. PETROV et G. V. SHLYAPNIKOV. “Interatomic collisions in a tightly confined Bose gas”. Dans : *Phys. Rev. A* 64.1 (juin 2001), p. 012706. DOI : 10.1103/PhysRevA.64.012706.
- [41] J. BORONAT et J. CASULLERAS. “Monte Carlo analysis of an interatomic potential for He”. Dans : *Phys. Rev. B* 49.13 (avr. 1994), p. 8920–8930. DOI : 10.1103/PhysRevB.49.8920.

- [42] Thorsten KÖHLER, Krzysztof GÓRAL et Paul S. JULIENNE. “Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances”. Dans : *Rev. Mod. Phys.* 78.4 (déc. 2006), p. 1311–1361. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1311.
- [43] L. PITAEVSKII et S. STRINGARI. *Bose-Einstein condensation*. Clarendon Press, 2003. ISBN : 0198507194.
- [44] Franco DALFOVO et al. “Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases”. Dans : *Rev. Mod. Phys.* 71.3 (avr. 1999), p. 463–512. DOI : 10.1103/RevModPhys.71.463.
- [45] E.A. DONLEY et al. “Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates”. Dans : *Nature* 412.6844 (2001), p. 295–299. ISSN : 0028-0836. DOI : doi:10.1038/35085500.
- [46] T. BOURDEL et al. “Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 93.5 (juil. 2004), p. 050401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.93.050401.
- [47] Jocelyne GUÉNA et al. “Evaluation of Doppler Shifts to Improve the Accuracy of Primary Atomic Fountain Clocks”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 106.13 (avr. 2011), p.130801. DOI : 10.1103/PhysRevLett.106.130801.
- [48] Kurt GIBBLE. “Decoherence and Collisional Frequency Shifts of Trapped Bosons and Fermions”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 103.11 (sept. 2009), p. 113202. DOI : 10.1103/PhysRevLett.103.113202.
- [49] H MARION. “Contrôle des collisions froides du Césium 133. Tests de la variation de la constante de structure fine à l’aide d’une fontaine atomique double Rubidium-Césium”. Thèse de doct. Université Paris VI, 2005.
- [50] J. STENGER et al. “Strongly Enhanced Inelastic Collisions in a Bose-Einstein Condensate near Feshbach Resonances”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 82.12 (mar. 1999), p. 2422–2425. DOI : 10.1103/PhysRevLett.82.2422.
- [51] A. MARTE et al. “Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 89.28 (déc. 2002), p. 283202. DOI : 10.1103/PhysRevLett.89.283202.
- [52] M. MARINESCU et L. YOU. “Controlling Atom-Atom Interaction at Ultralow Temperatures by dc Electric Fields”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 81.21 (nov. 1998), p. 4596–4599. DOI : 10.1103/PhysRevLett.81.4596.
- [53] M. THEIS et al. “Tuning the Scattering Length with an Optically Induced Feshbach Resonance”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 93.12 (sept. 2004), p. 123001. DOI : 10.1103/PhysRevLett.93.123001.
- [54] K. ENOMOTO et al. “Optical Feshbach Resonance Using the Intercombination Transition”. Dans : *Phys. Rev. Lett.* 101.20 (nov. 2008), p. 203201. DOI : 10.1103/PhysRevLett.101.203201.

- [55] A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR et T. M. NAGTEGAAL. “Collisions of dressed ground-state atoms”. Dans : *Phys. Rev. A* 53.6 (juin 1996), p. 4343–4351. DOI : 10.1103/PhysRevA.53.4343.
- [56] K.E. STRECKER et al. “Formation and propagation of matter-wave soliton trains”. Dans : *Nature* 417.6885 (2002), p. 150–153. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/nature747.