



**HAL**  
open science

## Contribution à la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques par gestion des références

Boumedylen Boussaid

► **To cite this version:**

Boumedylen Boussaid. Contribution à la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques par gestion des références. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Henri Poincaré - Nancy I, 2011. Français. NNT: . tel-00624964

**HAL Id: tel-00624964**

**<https://theses.hal.science/tel-00624964>**

Submitted on 20 Sep 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès  
(Spécialité: Génie Électrique)

&

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1  
(Spécialité: Automatique, Traitement du Signal et Génie Informatique)

par

Boumedyen BOUSSAID

## Contribution à la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques par gestion des références

Soutenue le 09 Juillet 2011, devant le jury composé de

M. Ridha BEN ABDENNOUR	Professeur à l'Université de Gabès	Président
M. Nabil DERBEL	Professeur à l'Université de Sfax	Rapporteur
Mme. Mireille BAYART	Professeur à l'Université de Lille 1	Rapporteur
M. Dominique SAUTER	Professeur à l'UHP, Nancy 1	Examinateur
M. Christophe AUBRUN	Professeur à l'UHP, Nancy 1	Directeur de Thèse
M. Mohamed Naceur ABDELKRIM	Professeur à l'ENIG	Directeur de Thèse



*A mon adorable femme souma, pour son soutien infini*

*A mes enfants yassine, amine, meryem et hassene*

*A mes chers frères, soeur et parents*



# Remerciements

La présente thèse est inscrite dans le cadre d'une convention de cotutelle entre l'Université de Gabès en Tunisie et l'Université Henri Poincaré de Nancy 1 en France. Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été effectués en collaboration entre, coté français, le Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CNRS-UMR-7039) sous la direction du Professeur Alain Richard, au sein du groupe thématique "Sûreté de Fonctionnement et Diagnostic des Systèmes (SURFDIAG)" animé par le Professeur Didier Maquin, dans l'équipe "Systèmes Distribués et Embarqués Réactifs aux Défauts (SYDER)" sous la responsabilité du Professeur Dominique Sauter, et coté tunisien, l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès au sein de l'unité de recherche "Modélisation, Analyse et Commande des Systèmes (MACS)" (06 /UR/11-12/ ENIG) sous la direction du Professeur Mohamed Naceur Abdelkrim.

Je tiens à remercier vivement mon directeur de thèse Monsieur Christophe AUBRUN, Professeur à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1, pour ses directives scientifiques, pédagogiques et même personnelles pour lesquelles je lui suis hautement redevable. Ses compétences ont été un atout indéniable à la réussite de ces travaux. De même, je lui suis extrêmement reconnaissant pour son soutien humain et moral et son aide précieuse durant ces années de thèse.

Mes remerciements les plus sincères vont également à mon directeur de thèse Monsieur Mohamed Naceur ABDELKRIM, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès, pour son aide inestimable, sa patience et ses encouragements tout au long de ce travail. Ses compétences ont été un atout important à la réussite de ces travaux.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Nabil DERBEL, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, et à Madame Mireille BAYART, Professeur à l'Université de Lille 1, pour m'avoir fait l'honneur d'étudier mes travaux de thèse et de les avoir cautionnés en qualités de rapporteurs.

Je remercie Monsieur Ridha BEN ABDENNOUR, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès, de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je remercie également Monsieur Dominique Sauter, Professeur à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1, d'avoir accepté d'examiner mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier particulièrement mes deux compatriotes de galère Ahmed et Karim pour tous les va et vient entre Gabès et Nancy, sans oublier mes amis Algériens Kamel, Ahmed, Souleymen et Amine et les discussions de midi sur "*la révolution tunisienne du 14 Janvier*". Je remercie également mes collègues du 4-ième étage : Ghassane, Ahmed, Abdo et Tushair pour tous les moments qu'on a passé ensemble. Mes vifs remerciements s'adressent aussi à tous les membres permanents du Groupe "SURFDIAG", et surtout notre secrétaire administrative Sabine pour sa disponibilité et sa sympathie.

Je remercie l'ensemble des membres du MACS pour les fructueuses discussions que j'ai pu avoir avec eux, pour leurs conseils et leur soutien. Un grand bonjour pour Monsieur Slaheddine Najjar et son père El Hajj Habib Najjar, le premier qui m'a appris à lire et à écrire, qu'il trouve ici ma grande gratitude et mon plus profond respect.

Je tiens à remercier mes collègues de l'ISET de Gabès, mon directeur Monsieur Abdel Aziz Gannouni et surtout mes amis depuis toujours : Riadh, Chawki et Zouhaier.

Enfin je remercie tout spécialement ma famille, mon père, ma mère, ma soeur et mes trois frères par leur présence affectueuse et les nobles valeurs morales qu'ils n'ont cessé de me prodiguer et, surtout, mon adorable et chère femme, qui grâce à sa patience infinie, sa compréhension pertinente et sa tendresse m'a aidé à sortir de mon isolement. C'est à elle qu'appartient ce labeur, fruit de grands sacrifices.

# Table des matières

Remerciements	iv
Notations	xiii
Abréviations	xv
Glossaire	xvii
Introduction Générale	1
<b>1 Tolérance aux Défauts des Systèmes Dynamiques</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction à la tolérance aux défauts . . . . .	7
1.2 Classification des systèmes tolérants aux défauts . . . . .	8
1.2.1 Approche Passive . . . . .	8
1.2.2 Approche Active . . . . .	9
1.3 Systèmes de Commande Tolérants Actifs aux Défauts . . . . .	11
1.3.1 Classification des AFTCS . . . . .	12
1.3.2 Architecture d'un AFTCS . . . . .	13
1.4 Conclusion . . . . .	30
<b>2 Analyse de performances des systèmes : application à la commande tolérante aux défauts</b>	<b>33</b>
2.1 Introduction . . . . .	33
2.2 Analyse de performances dans un AFTCS . . . . .	35
2.2.1 Architecture . . . . .	35
2.2.2 Modes de fonctionnement des systèmes dynamiques . . . . .	36



2.2.3	Niveaux de performances de FTCS . . . . .	36
2.3	Intégration de la performance dans le problème de commande . . . . .	38
2.3.1	Formulation du problème de commande . . . . .	38
2.3.2	Problème de commande en présence de défauts . . . . .	39
2.3.3	Formulation d'un problème de commande tolérante aux défauts . . . . .	40
2.3.4	Dégradation de performance dans le problème de la commande tolérante aux défauts . . . . .	40
2.3.5	Domaine de couverture de performance . . . . .	40
2.3.6	Formulation du critère d'évaluation de performance . . . . .	43
2.4	Considération explicite de la dégradation des performances . . . . .	44
2.4.1	Définitions préliminaires . . . . .	45
2.4.2	Modélisation des défauts . . . . .	47
2.4.3	Mécanisme de Reconfiguration . . . . .	48
2.5	Application sur un système hydro-thermique . . . . .	51
2.6	conclusion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Gestion des références</b> . . . . .	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	59
3.2	Modification des références pour satisfaire les contraintes . . . . .	60
3.2.1	Gestion de Référence par LMI . . . . .	60
3.2.2	Synthèse de Gouverneur de Références par contraintes sur les sorties . . . . .	64
3.2.3	Gouverneur de Référence par l'approche prédictive . . . . .	69
3.2.4	Gouverneur de Référence avec Offset . . . . .	73
3.3	Modification des références pour accommoder les défauts . . . . .	77
3.3.1	Accommodation de défaut en régime permanent . . . . .	77
3.3.2	Sélection de la référence en ligne par optimisation quadratique . . . . .	79
3.4	Synthèse d'un GRO "post-défaut" pour accommoder les défauts . . . . .	80
3.4.1	Formulation mathématique . . . . .	80
3.4.2	Recherche de solution . . . . .	81
3.4.3	Analyse de stabilité . . . . .	82
3.5	Conclusion . . . . .	84

---

<b>4</b>	<b>Application et mise en œuvre</b>	<b>85</b>
4.1	Introduction . . . . .	85
4.2	Commande d'un aéronef . . . . .	85
4.2.1	La dynamique du vol . . . . .	85
4.2.2	Approximation et commande linéaire . . . . .	87
4.3	Le modèle ADMIRE . . . . .	87
4.3.1	Modèle linéaire . . . . .	89
4.3.2	Synthèse d'un FTCS multi-niveaux . . . . .	90
4.3.3	Simulation . . . . .	97
4.3.4	Synthèse d'un indice de sélection . . . . .	127
4.3.5	Synthèse d'un indice de performance . . . . .	127
4.4	Conclusion . . . . .	130
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>131</b>
	<b>Références Bibliographiques</b>	<b>135</b>
	<b>Liste des publications de l'auteur</b>	<b>149</b>
	<b>Annexe A</b>	
	<b>Observateur adaptatif rapide et robuste</b>	<b>151</b>
A.1	Formulation du problème . . . . .	151
A.2	Design classique d'une estimation adaptative de défaut . . . . .	152
A.3	Synthèse d'une estimation rapide de défaut actionneur . . . . .	153



# Table des figures

1	Principe de dégradation de performance en fonction de sévérité du défaut . . . . .	3
1.1	Décomposition hiérarchique d'un système PFTC . . . . .	9
1.2	Décomposition hiérarchique d'un système AFTC . . . . .	10
1.3	Classification des approches utilisées en AFTC . . . . .	12
1.4	Principe de la méthode par espace de parité . . . . .	15
1.5	Principe de la méthode par observateur . . . . .	17
1.6	Principe de la méthode estimation paramétrique . . . . .	18
1.7	Principe de la méthode estimation paramétrique . . . . .	18
1.8	Principe de la méthode PIM . . . . .	22
1.9	Principe de la méthode PMF . . . . .	24
1.10	Principe de la méthode AMF . . . . .	25
1.11	Principe de la méthode LQ . . . . .	27
1.12	Principe de la méthode de la commande prédictive . . . . .	30
1.13	Principe de dégradation des performances dans un système dynamique . . . . .	31
2.1	Décomposition hiérarchique d'un système AFTCS avec dégradation des performances . . . . .	35
2.2	Différentes régions de performance d'un système dynamique . . . . .	37
2.3	Domaine de couverture de performance dans le cas du mode de fonctionnement nominal . . . . .	42
2.4	Domaine de couverture de performance dans le cas du mode de fonctionnement défectueux . . . . .	42
2.5	Description du système d'étude . . . . .	51
2.6	Schéma fonctionnel du système d'étude . . . . .	53
2.7	Les sorties et les commandes du système nominal . . . . .	54

2.8	Les effets d'un défaut de faible amplitude . . . . .	55
2.9	Les effets d'un défaut de moyenne amplitude . . . . .	56
2.10	Les effets d'un défaut de grande amplitude . . . . .	57
2.11	Evolution de l'indice de performance . . . . .	58
3.1	Système sous contraintes en boucle fermée . . . . .	65
3.2	Schéma de principe d'un gouverneur de référence avec contraintes . . . . .	68
3.3	Principe du Gouverneur de Référence . . . . .	70
3.4	Principe du Gouverneur de Référence avec Offset . . . . .	74
4.1	Les angles d'orientation d'aéronef $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ , les angles aérodynamiques $\alpha$ et $\beta$ , et les vitesses angulaires $p$ , $q$ et $r$ . . . . .	86
4.2	La configuration de l'aéronef de chasse type delta-canard. . . . .	86
4.3	La configuration des surfaces de contrôle par ADMIRE. . . . .	88
4.4	Les sorties du système dans le cas nominal. . . . .	97
4.5	Les signaux de commande des surfaces de contrôle dans le cas nominal. . . . .	98
4.6	Les références et les offsets manipulés dans le cas nominal. . . . .	98
4.7	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : les sorties. . . . .	100
4.8	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : les signaux de commande. . . . .	100
4.9	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_1$ . . . . .	101
4.10	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_1$ . . . . .	101
4.11	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : les sorties. . . . .	102
4.12	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : les signaux de commande. . . . .	103
4.13	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_1$ . . . . .	103
4.14	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : estimation du coef. de perte $\hat{\gamma}_1$ . . . . .	104
4.15	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les sorties. . . . .	105
4.16	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les signaux de commande. . . . .	105
4.17	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_1$ . . . . .	106
4.18	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_1$ . . . . .	106
4.19	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les références modifiées. . . . .	107
4.20	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : les sorties. . . . .	107
4.21	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : les signaux de commande. . . . .	108

4.22	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_2$ .	108
4.23	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_2$ .	109
4.24	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : les sorties.	109
4.25	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : les signaux de commande.	110
4.26	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_2$ .	110
4.27	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_2$ .	111
4.28	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : les sorties.	111
4.29	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : les signaux de commande.	112
4.30	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_2$ .	112
4.31	Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_2$ .	113
4.32	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : les sorties.	113
4.33	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : les signaux de commande.	114
4.34	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_3$ .	114
4.35	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_3$ .	115
4.36	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : les sorties.	115
4.37	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : les signaux de commande.	116
4.38	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_3$ .	116
4.39	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_3$ .	117
4.40	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les sorties.	117
4.41	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les signaux de commande.	118
4.42	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_3$ .	118
4.43	Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_3$ .	119
4.44	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les références modifiées.	119
4.45	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : les sorties.	120
4.46	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : les signaux de commande.	120
4.47	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_4$ .	121
4.48	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_4$ .	121
4.49	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : les sorties.	122
4.50	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : les signaux de commande.	122
4.51	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_4$ .	123
4.52	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_4$ .	123

---

4.53	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les sorties. . . . .	124
4.54	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les signaux de commande. . . . .	124
4.55	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : estimation du défaut $\hat{f}_4$ . . . . .	125
4.56	Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : estimation de perte $\hat{\gamma}_4$ . . . . .	125
4.57	Défaut actionneur 1 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les références modifiées. . . . .	126
4.58	Le temps de calcul de la fonction "Gestion des Références". . . . .	126
4.59	Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 1, $\gamma_1$ . . . . .	128
4.60	Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 2, $\gamma_2$ . . . . .	129
4.61	Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 3, $\gamma_3$ . . . . .	129
4.62	Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 4, $\gamma_4$ . . . . .	130

# Notations

Les notations sont, dans la mesure du possible, les notations standards. Elles sont définies au fur et à mesure de leur utilisation dans le présent mémoire et sont conservées tout au long de celui-ci. Il nous a cependant paru utile de les rassembler ici.

- $\mathbb{N}$  : Ensemble des nombres naturels.
- $\mathbb{R}$  : Ensemble des nombres réels.
- $\mathbb{Z}$  : Ensemble des nombres entiers.
- $\mathbb{Z}_+$  : Ensemble des nombres entiers positifs.
- $\mathbb{R}^n$  : ensemble des vecteurs réels de dimension  $n$ .
- $\mathbb{R}^{n \times m}$  : Ensemble des matrices réelles de dimension  $n \times m$ .
- $M^T$  : Transposée de la matrice  $M$ .
- $M \succ 0$  :  $M$  Matrice définie positive.
- $M \succeq 0$  :  $M$  Matrice semi définie positive.
- $0_{a \times b}$  : Matrice nulle de dimension  $a \times b$ .
- $0_a$  : Matrice nulle de dimension  $a \times a$ .
- $I_{a \times b}$  : Matrice identité de dimension  $a \times b$ .
- $I_a$  : Matrice identité de dimension  $a \times a$ .
- $I$  : Matrice identité de taille appropriée.
- $diag_a\{\mathcal{A}\}$  : matrice de  $a$  blocs-diagonales, dont les blocs diagonaux sont les  $\mathcal{A}$ .
- $\|\chi\|_{\Lambda}^2 \triangleq \chi^T \Lambda \chi$ .
- $x(k)$  : Vecteur du signal échantillonné  $x$  à l'instant  $k$ .
- $u(k|h)$  : La valeur de  $u(k)$ , calculé à l'instant  $h$ .
- $X(k, m|h)$  : Vecteur colonne de dimension  $m$  composé de  $[x(k|h)^T, \dots, x(k+m-1|h)^T]^T$ .
- $\hat{x}(k|h)$  : Prédiction de la variable  $x$  à l'instant  $k+1$  à partir des valeurs connues jusqu'à l'instant  $h$ .
- $z$  : Variable de la transformation en  $\mathbb{Z}$ .
- $\bullet$  : Valeur estimée de la variable ou du paramètre  $\bullet$ .
- $\Delta u(k)$  : Incrément du signal  $u$ ,  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ .
- $\gamma_i(k)$  : Valeur du facteur de perdre de puissance sur le  $i$ -ème actionneur.





# Abréviations

<b>AFTC</b>	:	Active Fault Tolerant Control.
<b>AFTCS</b>	:	Active Fault Tolerant Control System.
<b>AMF</b>	:	Adaptative Model-Following
<b>ARE</b>	:	Algebraic Riccati Equation.
<b>CG</b>	:	Command Governor.
<b>CUSUM</b>	:	CUmulative SUM test.
<b>EA</b>	:	Eigenstructure Assignment.
<b>EAR</b>	:	Equation Algébrique de Riccati.
<b>FDD</b>	:	Fault Detection and Diagnosis.
<b>FDI</b>	:	Fault Detection and Isolation.
<b>FTC</b>	:	Fault Tolerant Control.
<b>FTCS</b>	:	Fault Tolerant Control System.
<b>GLR</b>	:	Generalized Likelihood Ratio.
<b>GR</b>	:	Gouverneur de Référence.
<b>GRO</b>	:	Gouverneur de Référence avec Offset.
<b>LQ</b>	:	Linear Quadratic.
<b>LMF</b>	:	Linear Model-Following.
<b>LMI</b>	:	Linear Matrix Inequalities.
<b>LTI</b>	:	Linear Time-Invariant.
<b>MF</b>	:	Model-Following.
<b>MPC</b>	:	Model Predictive Control.
<b>mpQP</b>	:	multi-parametric Quadratic Programming.
<b>PFTC</b>	:	Passive Fault Tolerant Control.
<b>PFTCS</b>	:	Passive Fault Tolerant Control System.
<b>PIM</b>	:	Pseudo Inverse Method.
<b>PMF</b>	:	Perfect Model-Following.
<b>QP</b>	:	Quadratic Programming.
<b>RG</b>	:	Reference Governor.
<b>ROG</b>	:	Reference-Offset Governor.
<b>SPRT</b>	:	Sequential Probability Ratio Test.



# Glossaire

**Une défaillance** : est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un dispositif à accomplir ses fonctions avec les performances définies dans les spécifications techniques. Le système est indisponible suite à la défaillance.

**Une dégradation** : correspond à une perte de performances d'une des fonctions assurées par l'ensemble ou un sous-ensemble. Lorsque ces performances sont en dessous d'un seuil d'arrêt, on parle de défaillance.

**Un défaut** : est un écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique de référence lorsque celui-ci est en dehors des spécifications.

**Un défaut mineur** : nuit au bon fonctionnement du système en causant des dommages négligeables au système lui-même ou à l'environnement. Ce type de défauts ne réduit pas l'aptitude du dispositif à accomplir sa fonction requise.

**Un défaut sévère** : risque de réduire l'aptitude du dispositif à accomplir sa fonction requise. Un défaut sévère peut être également appelé *défaut majeur*. Un défaut sévère est un défaut qui apparaît sur un élément "clé" de l'installation : quelle que soit la stratégie employée, il devient alors matériellement impossible de conserver les objectifs désirés.

**Un défaut critique** : entraîne la perte d'une fonction essentielle du dispositif avec un impact sur l'environnement, le système ou les personnes. Il apparaît brutalement et se caractérise par une variation discontinue de la dynamique du système. Sa structure peut même être modifiée dans certains cas tel un blocage ou une perte d'un capteur ou d'un actionneur.

**Un défaut catastrophique** : entraîne la perte d'une fonction essentielle d'un dispositif en causant des dommages importants au système, à l'environnement et aux personnes.

**La détection** : consiste à indiquer la présence d'un défaut.

**L'isolation** : permet de déterminer l'élément défaillant. Elle est appelée aussi *localisation*.

**Le diagnostic** : correspond à la détection, la localisation et l'identification du type et de la cause probable de la défaillance à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test.

**La reconfiguration** : consiste à modifier en ligne l'action de commande issue d'un contrôleur approprié dans le but de compenser l'effet d'un défaut paru sur le système. Elle est également équivalente au terme *accommodation* et *restructuration*.

**L'aéronef** : c'est un moyen de transport capable d'évoluer au sein de l'atmosphère terrestre. On distingue deux catégories d'aéronefs : l'aérostat et l'aérodynes. L'utilisation de ces appareils est l'aéronautique, ses adeptes sont les aviateurs et les aviatrices.

# Introduction Générale

Les systèmes industriels modernes s'appuient de plus en plus sur des techniques de commande avancées afin d'atteindre des niveaux de performances élevés et de répondre aux exigences de sécurité. Néanmoins, si un dysfonctionnement dans les actionneurs, les capteurs ou autres composants d'un tel système apparaît, une action de commande conventionnelle peut engendrer un niveau de performance insatisfaisant. Cette situation est particulièrement délicate dans le cas des systèmes à sécurité critique, tels que les avions, les engins spatiaux, les centrales nucléaires, les usines chimiques et de traitement des matières dangereuses. Dans ce cas, les conséquences d'un défaut mineur dans un composant du système peuvent être catastrophiques. Pour remédier à ces faiblesses, de nouvelles approches pour la conception de systèmes de commande ont été développées afin de tolérer les dysfonctionnements des éléments tout en maintenant un niveau de performances acceptable. Ces types de systèmes de commande sont qualifiés de "*commandes tolérantes aux défauts*" et sont regroupés dans la littérature sous l'acronyme anglo-saxon (FTCS pour Fault Tolerant Control Systems). Plus précisément, les FTCS sont les systèmes de commande permettant de maintenir la stabilité globale du système et une performance acceptable en cas d'apparition de défauts (Zhang et Jiang, 2003a).

La recherche sur les FTCS a été initiée dans le milieu des années 1980 par l'US Air Force dans le but de concevoir des systèmes de commandes de vol "d'autoréparation" et par l'industrie aérospatiale pour concevoir des systèmes de commande de vol "restructurables/reconfigurables" pour les avions commerciaux (Steinberg, 2005). L'objectif était de fournir aux appareils la capacité "d'autoréparation" afin d'assurer un atterrissage en toute sécurité en cas de défauts graves au niveau des instruments (Chandler, 1984; Eterno *et al.*, 1985). Un tel effort a été entrepris en partie à la suite de deux accidents d'avions commerciaux dans les années 1970, le vol 1080 de Delta Airline sur Lockheed L-1011 en 1977 et le vol 191 d'American Airlines sur un DC-10 en 1979.

La notion de performance est un critère important dans la conception de n'importe quel système technique. Afin de maintenir un certain niveau de performance en cas de défaillance des composants du système, celui-ci doit posséder un certain degré de redondances. Cependant, les performances d'un système de commande sont fortement liées à l'énergie (puissance) et à la manoeuvrabilité des actionneurs de commande existants. En

effet, si un défaut est présent sur un actionneur quelconque, cela exige de veiller à ne pas faire *sur-travailler* les actionneurs restants parce qu'ils pourraient très bien être le seul moyen de survie du système. En présence de défaut, les actionneurs qui sont encore sains devraient être intelligemment utilisés pour ramener le système à un état sûr, plutôt que de le forcer à remplir sa mission à tout prix (Jiang, 2005). Dans ce cas de figure, une solution viable consiste à réduire le niveau de performance exigé après l'apparition d'un défaut lorsque cela est possible. Ce passage de performance d'origine ou *nominale* vers une réduction du niveau de performance s'appelle *dégradation de performance* (Jiang et Zhang, 2006). Parallèlement, le régime de fonctionnement du système passe, lui aussi, du régime *nominal* à un autre régime nommé *dégradé*. En effet, pour un FTCS, on cherchera, à maintenir les performances initiales du système sain ou, le cas échéant, à l'amener à fonctionner en régime dégradé. Se pose à ce niveau de réflexion, le problème de la définition de ce qu'on appelle le "niveau de dégradation minimal acceptable" des performances. Bien sûr, les enjeux diffèrent suivant les systèmes considérés (Aubrun *et al.*, 2003; Blanke *et al.*, 2006).

En général, les performances considérées pour un système sont notamment : garantir la stabilité, réduire l'erreur statique en régime permanent et minimiser les transitoires. La prise en considération de ces performances pour le système "post-défaut" nous oblige à chercher un "compromis" entre les trois éléments suivants :

1. le niveau minimal acceptable de dégradation des performances ;
2. la gravité/sévérité du défaut se traduisant en termes d'impact sur les performances ;
3. la capacité du système à absorber l'effet du défaut qui dépend, entre autre, du degré de redondance des actionneurs, de la zone de fonctionnement des actionneurs (zone non saturée) ;

Dans l'industrie, les procédés de production sont souvent caractérisés par des contraintes sur les entrées de commande ainsi que sur les états et/ou les sorties. Ces contraintes sont dictées par des limitations physiques des actionneurs et par la nécessité de maintenir certaines variables de production dans des plages fonctionnelles fiables. En général, ces contraintes sont intégrées dans le calcul des dimensions des équipements du procédé et dans la conception des contrôleurs nominaux. Néanmoins, la relaxation des contraintes pour quelques défauts est souvent possible. Dans la pratique, une fois qu'un défaut se produit, le degré de redondance du système et le niveau de disponibilité des actionneurs peuvent être sensiblement réduits selon la gravité et l'amplitude du défaut. Dans les schémas classiques de commande tolérante aux défauts, le système de commande défectueux devrait retrouver les performances initiales du système ce qui est habituellement un objectif légitime mais très ambitieux. En effet, ces algorithmes classiques de tolérance aux défauts arrivent à accommoder quelques défauts en compensant les effets de ces derniers par des actions de commande spécifiques. Mais ces actions de commande

engendrent souvent des saturations des actionneurs compte tenu de la limitation de la disponibilité de ces derniers. En particulier lorsque le système est soumis à des défauts qualifiés de *sévères* ou *graves*. Les travaux présentés dans ce document portent sur le développement de systèmes de commande tolérants aux défauts pour lesquels l'impact sur les performances nécessite une modification des objectifs, nous proposons une solution basée sur une gestion à deux niveaux des effets des défauts. Notre tâche principale est de traiter le cas des défauts sévères qui engendrent la violation des contraintes et/ou la saturation des actionneurs.

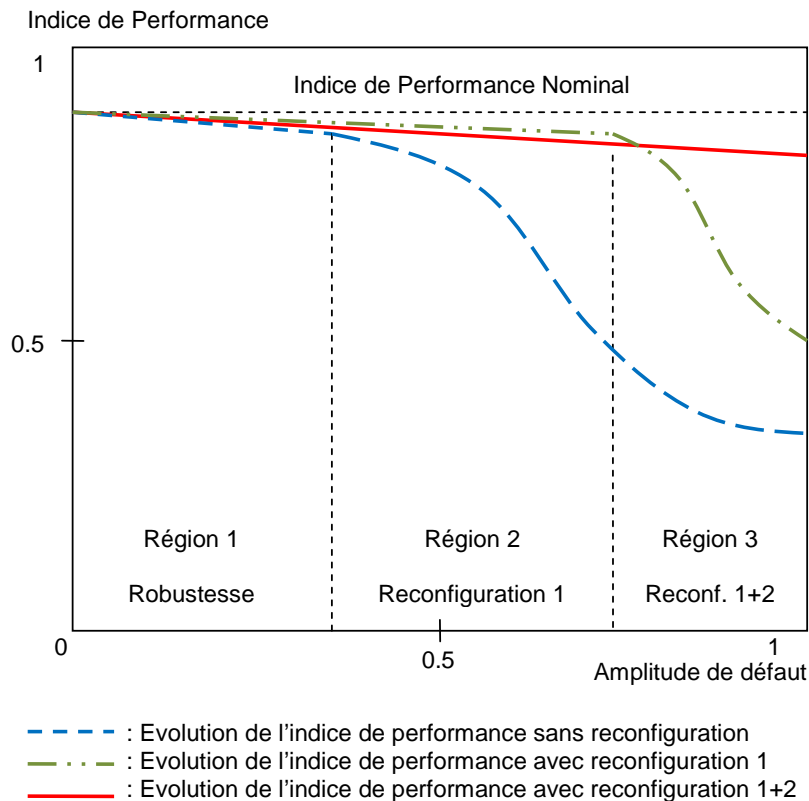


FIGURE 1 – Principe de dégradation de performance en fonction de sévérité du défaut

Afin d'illustrer notre approche, la figure 1 présente le concept de l'action progressive de la loi de commande reconfigurée en fonction de la sévérité du défaut survenu. Selon cette figure et en fonction de la sévérité du défaut, trois régions pourront être distinguées :

1. Région 1 : la robustesse intrinsèque du contrôleur nominal peut compenser l'effet des défauts de faibles grandeurs ou amplitudes sans avoir recours à une reconfiguration de la loi de commande.
2. Région 2 : la loi de commande doit être modifiée pour compenser l'effet du défaut. L'action de reconfiguration est obligatoire dans cette zone. Ce niveau de reconfiguration sera désigné par *Reconfiguration niveau 1*.
3. Région 3 : le défaut est plus sévère (par exemple, une perte importante de l'efficacité d'un actionneur). La reconfiguration seule de la loi de commande ou niveau 1



est insuffisante pour maintenir la stabilité du système ou éviter la saturation des actionneurs. On devrait donc dégrader les performances du système ce qui correspond à modifier les objectifs de commande et par conséquent les références. Cette modification des références sera réalisée par la *Reconfiguration niveau 2*.

Des approches particulières, de commandes tolérantes aux défauts, appelées "sensors masking" ont été développées dans le cas de défauts capteurs. Suivant ces approches, la mesure fournie par le capteur défectueux est remplacée par une estimation de la mesure. Dans les travaux présentés ici, seuls les défauts actionneurs seront traités. Par ailleurs, notre approche nécessite la connaissance du système "post-défaut" d'où le besoin d'utiliser un algorithme de détection et estimation de l'amplitude du défaut afin de l'exploiter dans la phase de reconfiguration niveau 1 et 2. Bien que l'objet de cette thèse concerne essentiellement la synthèse de système de commande tolérante aux défauts, un module de diagnostic des défauts sera développé pour notre application. Les travaux présentés dans ce mémoire s'appuient en partie sur l'approche dite *Reference Offset Governor* développée par (Casavola *et al.*, 2007b).

Ce présent mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

**Chapitre 1** : Ce chapitre sera consacré à la présentation d'un bref état de l'art sur les systèmes tolérants aux défauts à base de modèles. Cet état de l'art comporte un aperçu sur les principaux concepts de synthèse des systèmes de commande tolérants aux défauts et les deux principales classes de FTCS. La classe de AFTCS (acronyme anglo-saxon pour Active Fault Tolerant Control Systems) sera ensuite détaillée en présentant les principales approches développées dans la littérature.

**Chapitre 2** : Dans ce chapitre, la notion de performance pour les FTCS ainsi que la dégradation de performance et la prise en considération de cette dégradation dans la conception des systèmes tolérants aux défauts seront présentées. La formulation du problème de commande qui intègre le problème de la performance sera donnée avec la solution proposée avant d'être validée par une application numérique.

**Chapitre 3** : Ce chapitre aura pour objectif la présentation des travaux effectués dans le cadre de gestion des références dans le cas des systèmes sains ou défectueux. Ces travaux traitent des références constantes et des références variables dans le temps suivant des approches spécifiques. Parmi ces techniques ; on trouve les LMIs, le principe de l'ensemble de sortie maximale admissible et la commande prédictive. Dans la dernière partie de ce chapitre nous présentons une approche de gestion des références basées sur la méthode proposée par Casavola. Dans ce contexte, nous intéresserons essentiellement au cas des défauts actionneurs.

**Chapitre 4** : Enfin, le dernier chapitre aura pour objectif d'appliquer les différentes approches développées. Dans l'exemple étudié, le modèle dynamique d'un avion de chasse F-18 ainsi que les différentes approximations utilisées pour obtenir un

modèle dynamique linéaire seront présentés. La stratégie de commande tolérante aux défauts, reposant sur la mise en oeuvre de deux niveaux d'action de reconfiguration est appliquée à cet exemple en considérant plusieurs scénarios de défauts afin de mettre en évidence la contribution de notre approche.

Nous clôturons cette thèse par une conclusion générale qui réunit les différents résultats obtenus et qui ouvre des nouvelles perspectives pour d'autres travaux de recherche.



# Chapitre 1

## Tolérance aux Défauts des Systèmes Dynamiques

Ce chapitre est consacré à la présentation des approches existantes sur les systèmes dynamiques tolérants aux défauts. Notre attention se focalisera sur les approches actives en concordance avec l'objet de cette thèse, d'où une étude approfondie sur les principaux concepts de synthèse des systèmes de commande tolérante aux défauts actifs. Nous brosserons ensuite un panorama des méthodes de détection et de localisation de défauts. La caractérisation du défaut est une étape nécessaire dans la mise en oeuvre des méthodes des commandes tolérantes aux défauts. Cette présentation détaillée des méthodes existantes de commandes tolérantes aux défauts nous permettra d'étayer nos choix quant aux techniques à mettre en oeuvre dans le système global de traitement des défauts.

### 1.1 Introduction à la tolérance aux défauts

Par définition, un système tolérant aux défauts possède la capacité de maintenir les objectifs nominaux en dépit de l'occurrence d'un défaut et à s'en accommoder de manière automatique. Il permet notamment de garantir la stabilité du système et/ou des performances acceptables en présence de défauts ([Patton, 1997](#); [Zhang et Jiang, 2003a, 2008](#)).

En dépit du fait qu'un schéma classique de commande permet d'assurer la stabilité et les performances désirées du système dans le cas nominal, il s'avère très limité et peut amener le système vers des comportements non désirés, voire à l'instabilité, en présence d'un défaut. Pour pallier de telles insuffisances, des lois de commande particulières, prenant en compte l'effet du défaut, ont été développées dans le but précis de préserver les performances. Dans les applications industrielles critiques telles que l'aéronautique ou le

nucléaire, le problème de la tolérance aux défauts est souvent traité au moyen de la redondance matérielle. Cette stratégie est non seulement onéreuse mais elle requiert également un important dispositif de maintenance. Ainsi, la commande tolérante aux défauts abordée par des approches analytiques, permet d'éviter des coûts élevés d'investissement et d'entretien. Par conséquent, la tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure appropriée permettant de garantir la stabilité et les performances du système, non seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque un ou plusieurs composants sont défectueux.

Les travaux de recherches menés dans ce cadre depuis deux décennies sont nombreux. A titre d'exemple, nous citons quelques papiers de synthèse (Patton, 1997; Blanke *et al.*, 1997, 2000, 2001; Zhang et Jiang, 2003a; Jiang, 2005; Steinberg, 2005; Lunze et Richter, 2008; Zhang et Jiang, 2008; Jiang *et al.*, 2011), et quelques livres (Mahmoud *et al.*, 2003; Korbicz *et al.*, 2004; Steffen, 2005; Blanke *et al.*, 2006; Noura *et al.*, 2009) qui donnent un aperçu général sur la problématique de la commande tolérante aux défauts.

## 1.2 Classification des systèmes tolérants aux défauts

Dans la littérature, les méthodes de synthèse des lois de commande tolérantes aux défauts qu'on retrouve souvent sous l'acronyme anglo-saxon : FTCS pour Fault Tolerant Control Systems, sont regroupées en deux grandes familles basées sur deux approches distinctes : l'approche passive (acronyme : PFTC pour Passive Fault Tolerant Control) et l'approche active (acronyme : AFTC pour Active Fault Tolerant Control).

### 1.2.1 Approche Passive

Dans le cadre de l'approche passive, les contrôleurs sont synthétisés de façon à être robustes à certains défauts. L'idée principale est de faire en sorte que le système en boucle fermée soit robuste aux incertitudes et à quelques défauts spécifiques et sans l'utilisation en ligne d'information sur les défauts. Cette approche ne nécessite aucun schéma de détection de défauts ni aucune reconfiguration de la loi de commande mais sa capacité de tolérance intrinsèque reste restreinte à quelques défauts. Dans le cas passif, le système en défaut continue d'opérer avec le même contrôleur et la même structure du système : les objectifs et les performances restent les mêmes que ceux du système nominal.

Afin de mieux comprendre le principe de la tolérance aux défauts des systèmes dynamiques, nous procédons à la décomposition du système en couches ou niveaux. La figure 1.1 représente une décomposition hiérarchique d'un système de commande tolérant aux défauts passif. Dans cette figure, un système PFTC est décomposé en trois niveaux :

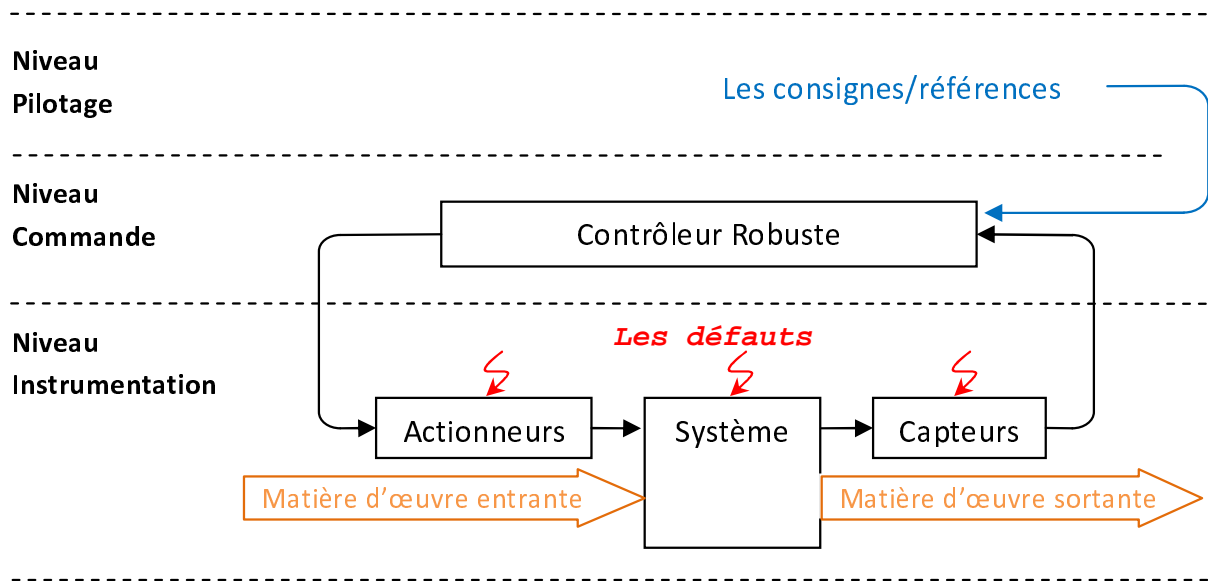


FIGURE 1.1 – Décomposition hiérarchique d'un système PFTC

- 1) *Niveau pilotage* qui gère les consignes/références nécessaires pour piloter l'activité en question,
- 2) *Niveau commande* qui contient le contrôleur robuste chargé de commander en temps réel l'activité,
- 3) *Niveau instrumentation* qui regroupe les instrumentations nécessaires pour la transformation de la matière d'œuvre à savoir les actionneurs, les capteurs et autres composants du système.

Le contrôleur reçoit les consignes/références de la couche supérieure (*niveau pilotage*) et les mesurements de la couche inférieure (*niveau instrumentation*) pour élaborer les signaux de commandes pour le système. Le *niveau commande* fonctionne en permanence pour assurer la poursuite de la référence et l'atténuation des perturbations et de quelques défauts prédéfinis.

Pour une vue globale des méthodes des commandes robustes ou fiables, le lecteur pourra se référer aux travaux de (Siljak, 1980; Veillette *et al.*, 1992; Veillette, 1995; Yang *et al.*, 1998; Zhao et Jiang, 1998; Jiang et Zhao, 2000; Liao *et al.*, 2002).

### 1.2.2 Approche Active

Contrairement à l'approche passive, l'approche active est amenée à réagir aux diverses défaillances du système en reconfigurant les lois de commandes en-ligne et en temps-réel tout en préservant la stabilité et les performances de celui-ci. Dans certaines circonstances, une dégradation des performances peut être acceptée.

Le principe fondamental des systèmes de commande tolérants actifs aux défauts (AFTCS pour Active Fault Tolerant Control Systems) repose sur l'utilisation d'un mécanisme de reconfiguration qui se trouve à un niveau dit de "surveillance" dans le schéma hiérarchique du système de commande tolérant (voir figure 1.2). Ce mécanisme agit sur un contrôleur reconfigurable qui doit être capable de s'adapter automatiquement au comportement du système "pré-" et "post-défaut". Le niveau *surveillance*, intercalé entre les niveaux *commande* et *pilotage*, a pour but de satisfaire, en boucle fermée, aux exigences de performance du système dans le cas sain ainsi que dans le cas défectueux. Ce niveau effectue les deux étapes conceptuelles de l'AFTC, qui sont le diagnostic de défauts et la reconfiguration de la loi de commande, habituellement réalisées séparément et dans cet ordre. La figure 1.2 montre en détail la décomposition hiérarchique du système AFTC avec les différents niveaux hiérarchiques allant du *niveau instrumentation* où figure les capteurs et les actionneurs jusqu'à le *niveau pilotage* où on fixe les consignes de pilotage de l'activité encours en passant par les niveaux de *commande* et de *surveillance*.

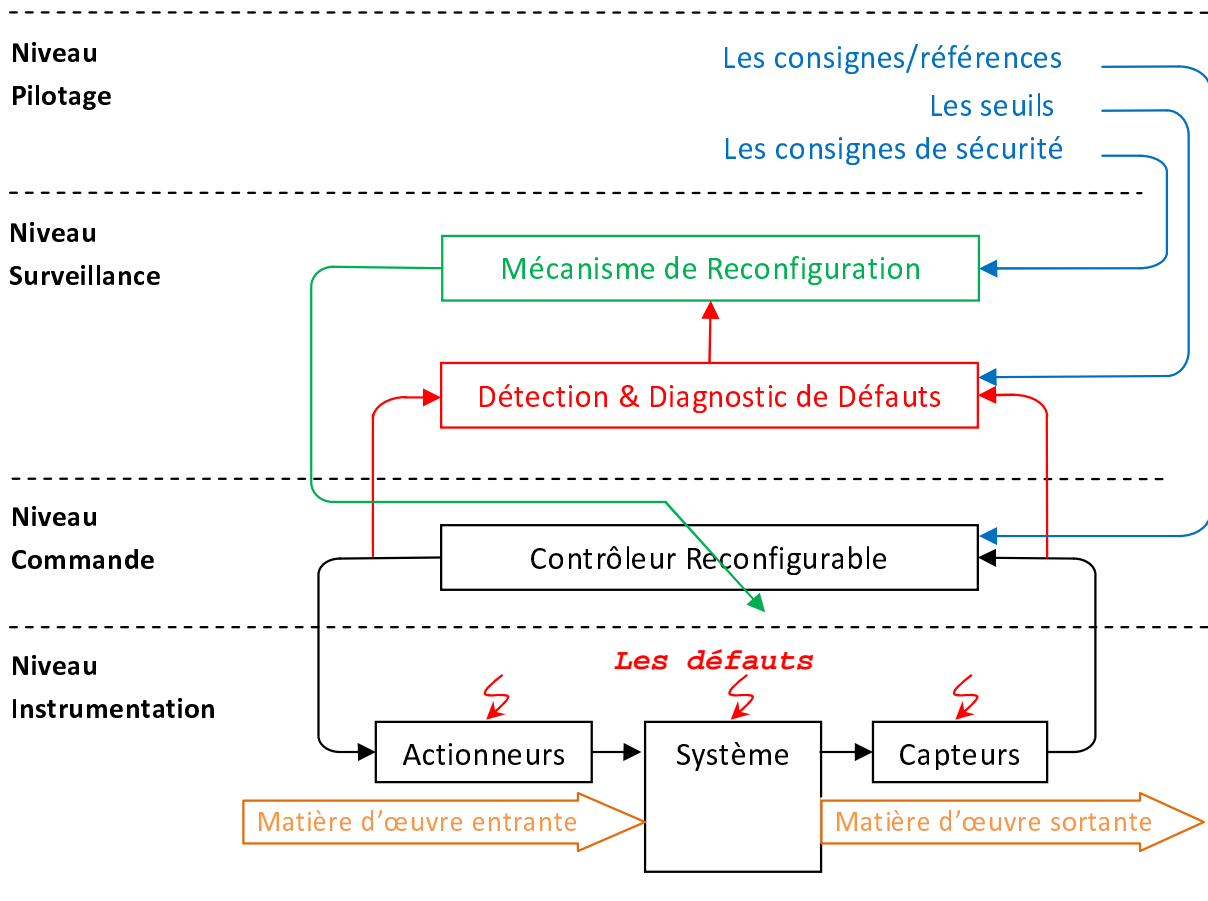


FIGURE 1.2 – Décomposition hiérarchique d'un système AFTC

Dans la littérature, il existe diverses dénominations de l'AFTCS. On y trouve notamment les termes suivants : "self-repairing systems" (Chandler, 1984), "systèmes reconfigurables" (Moerder *et al.*, 1989), "systèmes restructurables" (Eterno *et al.*, 1985), ou "self

design" (Monaco *et al.*, 1997). certains travaux sur les AFTCS s'appuient sur des étapes spécifiques dédiées au traitement des défauts comme des *systèmes de détection et d'identification/diagnostic* (Belcastro, 2001; Napolitano *et al.*, 1995; Polycarpou et Vemuri, 1995; Theilliol *et al.*, 2002; Yen et Ho, 2003). Dans ces lois de commande, le contrôleur compense les effets des défauts, soit en sélectionnant *une loi de commande pré-calculée* (Maybeck et Stevens, 1991; Rauch, 1995; Zhang et Jiang, 2001b), soit par synthèse d'*une nouvelle loi de commande en ligne* (Looze *et al.*, 1985).

Pour réaliser une reconfiguration performante du système de commande, les algorithmes de *détection et de diagnostic de défauts* (acronyme : FDD pour fault Detection and Diagnosis) doivent fournir en temps réel l'information exacte et la plus récente sur l'état réel du système. Il est important de remarquer que dans la littérature on trouve aussi le terme *détection et isolation de défauts* (acronyme : FDI pour Fault Detection and Isolation). Le terme *FDD* est celui qui sera adopté dans le présent document. De leur côté, (Blanke *et al.*, 2006) font une distinction entre les termes *accommodation*, *reconfiguration* et *restructuration*. Dans le cadre de ce mémoire, le terme de *reconfiguration* sera utilisé pour qualifier les actions réalisées afin d'assurer la tolérance aux défauts. Cependant, nous définissons deux niveaux de reconfiguration. Le premier agit sur la loi de commande et le second concerne la modification des références en fonction de l'ampleur du défaut sur les performances du système.

## 1.3 Systèmes de Commande Tolérants Actifs aux Défauts

Nos travaux de recherche se situent dans le cadre des approches actives de la FTC. Notre objectif est d'étudier le cas des défauts sévères, terme qui qualifie l'ensemble des défauts ayant un impact important sur les performances du système et nécessitant une modification profonde de sa structure. Dans ce contexte, nous allons donner dans la suite du document une vue d'ensemble sur les différentes approches développées dans le domaine de la tolérance active aux défauts. Sur la base de cette étude, nous proposerons une approche de commande tolérante aux défaut qui sera ensuite intégrée dans un schéma général que nous développons au chapitre 4. La synthèse du premier niveau de reconfiguration nécessite la connaissance du système "post-défaut". Ainsi, nous proposerons la mise en oeuvre d'un observateur permettant d'estimer le défaut. Les différentes techniques exploitées dans le domaine du diagnostic et de reconfiguration seront présentées dans cette section.



### 1.3.1 Classification des AFTCS

Initialement, la commande tolérante active aux défauts repose sur l'analyse de l'effet du défaut sur les performances du système. Cette approche nécessite la connaissance des caractéristiques du défaut pour ajuster en permanence les paramètres du contrôleur. La plupart des approches AFTCS sont fondées sur des modèles linéaires et appartiennent à l'une des approches suivantes (Lunze et Richter, 2008) :

- 1) *Projection* de la situation courante du défaut à un scénario connu,
- 2) Utilisation de *la commande par apprentissage* pour faire face à des défauts imprévus,
- 3) *Re-design* du contrôleur,
- 4) *Masquage du défaut* en respectant l'entrée et la sortie du contrôleur nominal.

La figure 1.3 regroupe ces différentes approches.

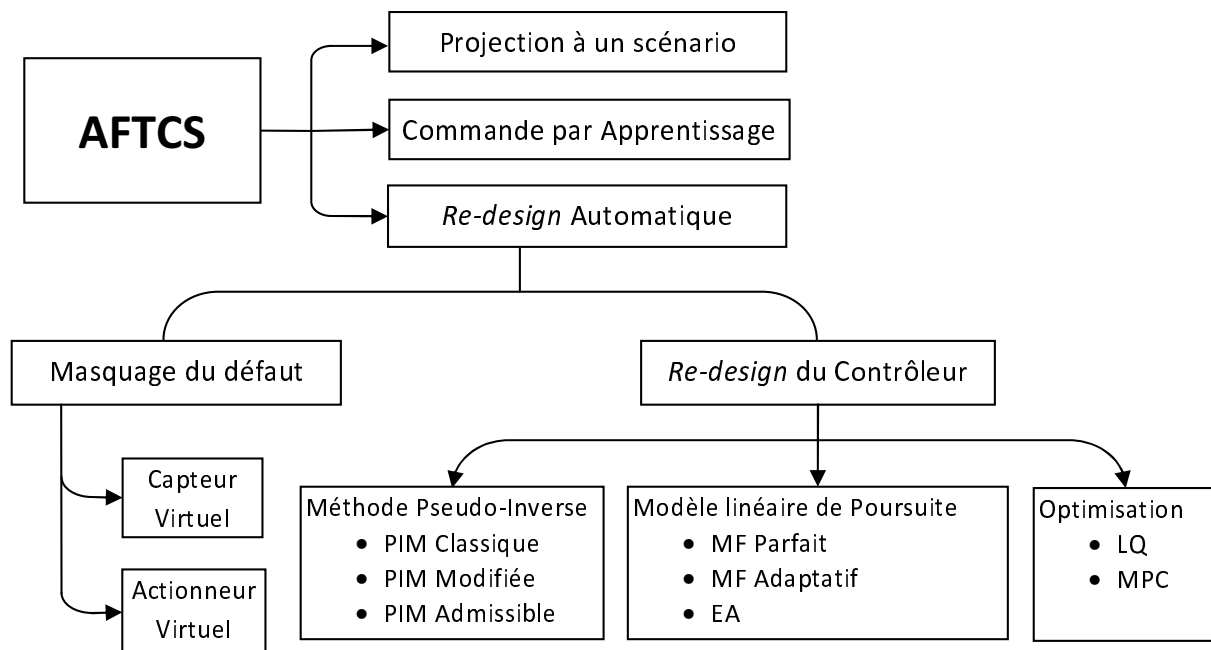


FIGURE 1.3 – Classification des approches utilisées en AFTC

#### *i) La Projection à un scénario connu*

Cette approche consiste à déterminer l'ensemble des contrôleurs correspondants au fonctionnement normal et défectueux du système et de les organiser dans un banc, à partir duquel le contrôleur qui est le mieux adapté au cas courant du défaut est sélectionné en ligne (Aravena et al., 2006). Chaque contrôleur prédéfini doit être robuste contre les incertitudes de modèle du défaut, puisque l'espace des défauts possibles est généralement un continuum, alors que seulement un nombre fini d'échantillons de défaut peut être considéré pour la conception du contrôleur. En cas de défaut, le cas résultant est sélectionné parmi l'un des scénarios pré-calculés, d'où le nom de "*projection*" pour ce type de re-configuration. Le concept est simple, mais implique des efforts considérables hors-ligne

pour la conception de différents contrôleurs ainsi que d'effort en-ligne pour la mise en oeuvre de tous ces contrôleurs. L'approche "*projection*" n'est pas considérée comme une reconfiguration en-ligne.

*ii) L'apprentissage d'un nouvel algorithme de commande*

Dans certains cas et en présence de défauts, le système évolue dans des zones de fonctionnement que l'on ne maîtrise pas et dans lesquelles, on ne dispose pas toujours de modèle mathématique pour caractériser son évolution. Dans ce cas, une approche heuristique permet d'apporter une solution au problème de la reconfiguration, en particulier en introduisant la notion d'apprentissage. Les techniques d'apprentissage utilisent les réseaux de neurones, les systèmes experts et les solveurs des problèmes généraux. Ce paradigme est un vaste sujet de recherche avec une forte implication des sciences informatiques, en particulier avec des algorithmes de l'intelligence artificielle. Pour plus de détails, le lecteur est renvoyé à (Garcia *et al.*, 1991; Stengel, 1991; Farrell *et al.*, 1993)

*iii) Le masquage du défaut*

Dans ce cas, le signal de commande envoyé au système défectueux est affranchi du défaut. En effet, le bloc reconfiguration est placé entre le contrôleur nominal et le système défectueux afin de cacher le défaut du contrôleur. Le système reconfiguré est composé du bloc de reconfiguration et du contrôleur nominal. Les techniques utilisées dans cette approche sont à base du capteur virtuel (Oosterom et BabuSka, 2000; Wu *et al.*, 2006) et d'actionneur virtuel (Richter *et al.*, 2007; Seron et De Dona, 2009).

*iv) Le re-design du contrôleur*

Ce paradigme effectue un *re-design* complet du contrôleur après la détection et l'identification d'un défaut. Pour faciliter l'automatisation de la conception, le comportement de la boucle désirée est représenté par un modèle de référence. Le contrôleur nominal est conçu afin de correspondre au comportement du système en boucle fermée sous contrainte du modèle de référence. En réponse à un défaut, la procédure de conception est identique à celle énoncée précédemment. Elle consiste à ramener le comportement du système reconfiguré en boucle fermée à celui qui est le plus proche du modèle de référence. La synthèse des contrôleurs reconfigurables est réalisée à l'aide des fonctions quadratiques dans le cas des régulateurs de type LQ ou commande prédictive, des valeurs propres, d'une structure propre complète, ou par un modèle d'espace d'état. Les redondances analytiques et physiques sont utilisables par ce paradigme. De plus, le coût de calcul varie selon la méthode spécifique utilisée.

### 1.3.2 Architecture d'un AFTCS

Les systèmes de commande tolérants aux défauts actifs se composent essentiellement de deux blocs : le bloc "*détection et diagnostic de défauts*", et le bloc "*reconfiguration*"

comme le montre la figure 1.2. Il faut noter que le contrôleur doit être reconfigurable, c'est à dire, capable de subir l'action de reconfiguration en-ligne et en temps-réel.

### 1.3.2.1 La détection et Diagnostic des défauts

Le processus de détection et diagnostic des défauts consiste à détecter, isoler, et estimer les défauts. Les techniques utilisées dans ce domaine sont souvent à base de modèles et reposent en général sur deux étapes distinctes : génération de résidu et évaluation du résidu ou prise de décision.

#### I) Génération du résidu

Le résidu est généré en comparant le comportement mesuré du système avec le comportement prévu de ce dernier, où le comportement prévu est obtenu en utilisant un modèle du système. Les méthodes de diagnostic à base du signal consistent à analyser les différents signaux mesurés. Les méthodes de génération de résidus peuvent être classées en trois groupes : à base de l'espace de parité, les observateurs et l'estimation de paramètres.

##### *i) Espace de parité*

Dans les approches par espace de parité, les résidus sont calculés comme étant la différence entre les sorties mesurées et les sorties estimées ainsi que leurs dérivées associées. Le résidu ainsi obtenu est pondéré par une matrice de transformation afin que ce dernier soit insensible aux perturbations affectant le système et en même temps accroître les capacités d'identification des défauts (Chow et Willsky, 1984; Gertler, 1997).

Considérons le modèle déterministe suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + F_1d(k) \\ y(k) = Cx(k) + F_2d(k) \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état inconnu,  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  et  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  sont les vecteurs des entrées et des sorties,  $d(k) \in \mathbb{R}^{n_d}$  est le vecteur des défauts. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont de dimensions appropriées.

Sur un horizon d'observation  $[k, k+h]$ , les équations du système (1.1) peuvent être regroupées sous la forme :

$$Y_{k,k+h} - T_h U_{k,k+h} = O_h D_{k,k+h} \quad (1.2)$$

où les vecteurs  $W_{k,k+h}$  avec  $W \in \{Y, U, D\}$  et la matrice  $O_h$  sont définis par :

$$W_{k,k+h} = \begin{pmatrix} w(k) \\ w(k+1) \\ \vdots \\ w(k+h) \end{pmatrix}, \quad O_h = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^h \end{pmatrix}$$

et avec les définitions suivantes :

$$T_h = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CB & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ CA^{h-1}B & CA^{h-1}B & \dots & CB & 0 \end{pmatrix}, \quad F_h = \begin{pmatrix} F_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CF_1 & F_2 & \dots & 0 & 0 \\ CAF_1 & CF_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & F_2 & 0 \\ CA^{h-1}F_1 & CA^{h-1}F_1 & \dots & CF_1 & F_2 \end{pmatrix}$$

supposons que le système (1.1) est observable, on multiplie l'équation (1.2) par une matrice  $W$ , appelée matrice de parité, orthogonale à  $O_h$  :

$$WO_h = 0 \quad (1.3)$$

Le vecteur de parité  $r(k)$  est alors exprimé en fonction des grandeurs connues :

$$r(k) = W(Y_{k,k+h} - T_h U_{k,k+h}) = WF_h D_{k,k+h} \quad (1.4)$$

Le vecteur  $r(k)$  a une valeur nulle (en l'absence de bruit de mesure) si aucun défaut n'est présent dans le système. En présence du défaut d'un capteur ou d'un actionneur, le vecteur de parité devient différent de zéro et s'oriente dans une direction privilégiée en fonction du défaut, dont l'ensemble des directions étant constitué des colonnes de la matrice  $WF_h$ . La figure 1.4 schématise le principe de cette technique.

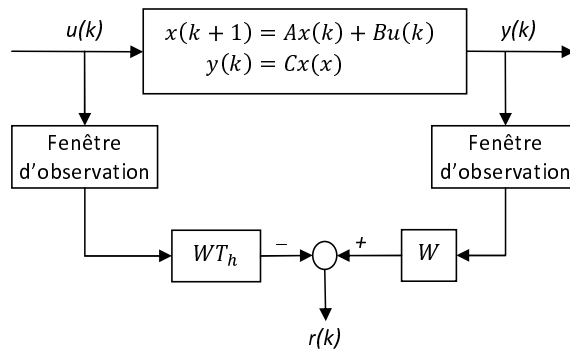


FIGURE 1.4 – Principe de la méthode par espace de parité

### ii) Observateurs

Le principe de base des approches basées sur les observateurs consiste à estimer les variables du système (vecteur d'états), en utilisant un observateur de Luenberger pour le cas déterministe ou un filtre de Kalman pour le cas stochastique et à utiliser l'erreur d'estimation comme résidu. Plusieurs méthodes de synthèse de gains d'observateurs ont été proposées dans la littérature : Placement de Structure Propre (Patton et Chen, 1991; Patton et Kangethe, 1989; Shen *et al.*, 1998), observateurs à entrées inconnues (Frank et Wunnenberg, 1989; Hou et Muller, 1994), forme canonique de Kronecker (Frank et Wunnenberg, 1989), filtres détecteurs (Douglas et Speyer, 1996), et

des méthodes d'optimisation dans le domaine fréquentiel basées sur la factorisation de la matrice de fonction de transfert du système (Frank et Ding, 1994). Des développements récentes dans l'application des filtres de Kalman au diagnostic peuvent être trouvés dans (Guasch *et al.*, 2000; Keller et Darouach, 1997; Nikoukhah, 1994; Wu *et al.*, 2000). Un banc d'observateurs ou de filtres de Kalman possédant des propriétés distinctes peut être utilisé en parallèle afin d'isoler les défauts affectant le système (Frank, 1996; Zhang et Li, 1998). Le nombre ainsi que la nature des défauts à détecter et à isoler nécessitent différentes structures d'observateurs (Dassanayake *et al.*, 2001; Frank, 1990).

Considérons l'observateur suivant pour un système nominal sans défaut dont les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  ainsi que les grandeurs  $u$  et  $y$  sont supposées connues :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + Ke(k) \\ e(k) = y(k) - C\hat{x}(k) \end{cases} \quad (1.5)$$

où  $\hat{x}(k)$  est l'estimation de l'état  $x(k)$  du système et  $e(k)$  est l'erreur de reconstruction de la sortie.

L'évolution de l'erreur d'estimation d'état est régie par les équations :

$$\begin{cases} e_x(k) = x(k) - \hat{x}(k) \\ e_x(k+1) = (A - KC)e_x(k) \end{cases} \quad (1.6)$$

Il faut choisir la matrice de gain  $K$  de tel sorte que la matrice  $(A - KC)$  soit stable et l'erreur d'estimation d'état tend asymptotiquement vers zéros :  $\lim_{k \rightarrow \infty} e_x(k) = 0$ .

En présence de défaut conformément au système (1.1), l'erreur d'estimation d'état et celle de reconstruction de la sortie deviennent :

$$\begin{cases} e_x(k+1) = (A - KC)e_x(k) + (F_1 - KF_2)d(k) \\ e(k) = Ce_x(k) + F_2d(k) \end{cases} \quad (1.7)$$

On constate qu'en présence du défaut et si la condition  $(F_1 - KF_2) \neq 0$  est vérifiée alors l'erreur d'estimation d'état et l'erreur de reconstruction de la sortie sont différentes de zéro. On peut donc choisir  $e(k)$  comme le signal de résidu. En présence de bruit, on peut utiliser un filtre de Kalman à la place d'observateurs classiques tel que celui présenté précédemment. La figure 1.5 schématise le principe de cette technique.

### *iii) Estimation des paramètres*

Les méthodes de diagnostic basées sur l'estimation des paramètres reposent essentiellement sur le principe suivant : les défauts affectent typiquement les paramètres physiques du système (Simani *et al.*, 2003). En estimant de manière continue les paramètres du système à surveiller, les résidus peuvent être assimilés à des erreurs d'estimation. Afin d'isoler de manière efficace les défauts affectant le système, la relation liant les coefficients du modèle du système aux paramètres physiques réels de ce dernier doit exister et être connue.

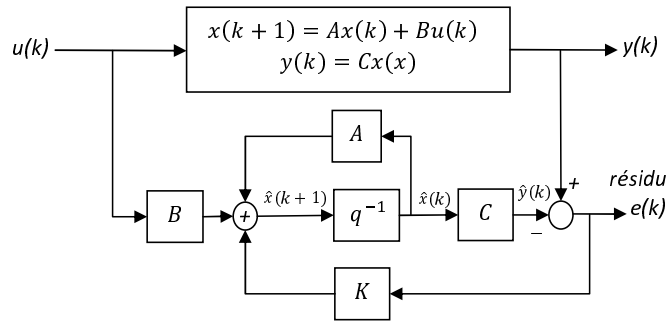


FIGURE 1.5 – Principe de la méthode par observateur

Plusieurs méthodes d'estimation de paramètres ont été proposées à des fins de diagnostic : estimation par minimisation de l'erreur d'équation, estimation par minimisation de l'erreur de sortie (Isermann, 1993, 1997), estimation par modes glissants (Hermans et Zarrop, 1997), approches heuristiques basées sur les réseaux de neurones (Han et Frank, 1997) et filtres de Kalman étendus (Walker et Huang, 1995).

Le principe de la méthode d'estimation paramétrique par minimisation de l'erreur d'équation se base sur les algorithmes de moindres carrés. Considérons un système d'étude dont le modèle est écrit sous la forme suivante :

$$y(k) = \Psi^T \Theta \quad (1.8)$$

où  $\Theta$  et  $\Psi$  désignent les vecteurs des paramètres et des régresseurs, tel que :

$$\Theta = [a_1 \ \dots \ a_n \ b_1 \ \dots \ b_m]^T, \quad \Psi = [y(k-1) \ \dots \ y(k-n) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-m)]^T.$$

Considérons la fonction du transfert discrète du système suivante :

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{i=1}^m b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} \quad (1.9)$$

Soit l'erreur d'équation  $e(k)$ , définie par :

$$e(z) = \hat{B}(z)u(z) - \hat{A}(z)y(z) \quad (1.10)$$

où  $\hat{A}(z)$  et  $\hat{B}(z)$  sont les estimations de  $A(z)$  et  $B(z)$ .

On peut donner une forme récursive de l'estimé  $\hat{\Theta}$  en utilisant l'algorithme des moindres carrés récursifs :

$$\hat{\Theta}(k+1) = \hat{\Theta}(k) + \gamma(k)e(k+1) \quad (1.11)$$

avec

$$\begin{cases} \gamma(k) = \frac{1}{1 + \Psi^T(k+1)P(k)\Psi(k+1)} P(k)\Psi(k+1) \\ P(k+1) = [I - \gamma(k)\Psi^T(k+1)]P(k) \\ e(k) = y(k) - \Psi^T \hat{\Theta}(k-1) \end{cases}$$

où  $I$  est la matrice d'identité. La figure 1.6 schématise le principe de cette technique.

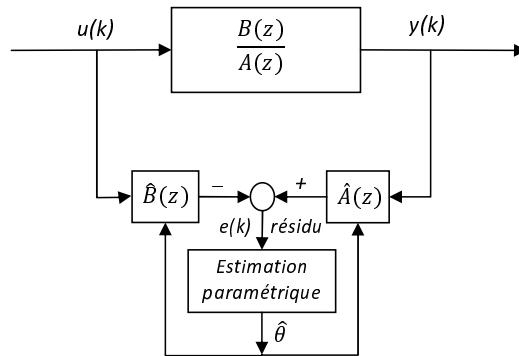


FIGURE 1.6 – Principe de la méthode estimation paramétrique

Concernant la méthode d'estimation paramétrique par minimisation de l'erreur de sortie, on évalue l'erreur de sortie au lieu de celle de l'équation. Cette erreur est donnée par l'équation suivante :

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(\Theta, k) \quad (1.12)$$

avec

$$\hat{y}(\Theta, z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} u(z) \quad (1.13)$$

est la sortie estimée du modèle.

On remarque que l'erreur de sortie  $e(k)$  est une fonction non linéaire des paramètres à estimer. Pour minimiser l'erreur  $e(k)$  par rapport aux paramètres  $\Theta$ , on a recours à des méthodes numériques d'optimisation. La figure 1.7 schématise le principe de cette technique.

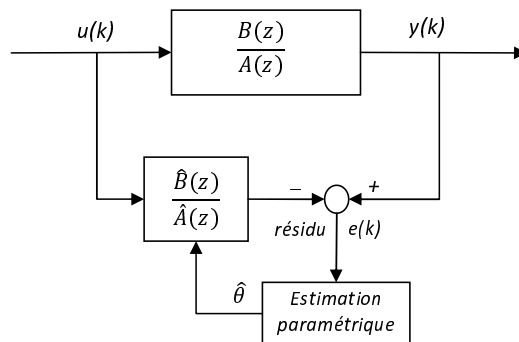


FIGURE 1.7 – Principe de la méthode estimation paramétrique

## II) Evaluation du résidu

Le rôle du module d'évaluation des résidus (prise de décision) est de détecter des changements significatifs affectant ces derniers. Le rôle de la fonction de décision est parfois délicat car elle doit être capable de fournir une information précise sur l'instant

d'apparition du défaut, et surtout d'éviter les fausses alarmes et les manques à la détection à partir des signaux bruités et souvent affectés par des perturbations autres que des défauts, afin de fournir une détection efficace. Plusieurs méthodes de prise de décision ont été utilisées dans la littérature. Citons par exemple, le cas des méthodes de décision binaire et les tests statistiques. Les tests binaires résultent de la comparaison du résidu avec un seuil fixe. Des seuils adaptatifs peuvent aussi être utilisés à des fins de robustesse (Emani-Naeini *et al.*, 1988). Un état de l'art des méthodes utilisant un seuil adaptatif est donné dans (Frank, 1996; Patton et Chen, 1991; Yoon et Mac Gregor, 2000). La théorie de la décision statistique offre aussi une variété de techniques de détection telles que les méthodes GLR (Generalized Likelihood Ratio), les méthodes SPRT (Sequential Probability Ratio Test), la méthode CUSUM (Cumulative Sum Test), etc. Pour un état de l'art de ces différentes méthodes, le lecteur pourra se référer à (Basseville, 1988, 1998; Yoon et Mac Gregor, 2001).

### 1.3.2.2 La Reconfiguration

La deuxième tâche importante dans les systèmes AFTC est la tâche de reconfiguration. Dans la littérature, on trouve plusieurs techniques exploitées dans la reconfiguration des lois de commande des systèmes dynamiques linéaires dont les plus citées seront présentées dans la suite. Cette liste n'est pas exhaustive et le lecteur pourra se référer, pour d'autres techniques, aux papiers de (Zhang et Jiang, 2003a, 2008; Lunze et Richter, 2008).

#### I) Systèmes dynamiques à base de modèles linéaires

On considère un système nominal (pré-défaut)  $\Sigma_n = (A, B, C)$ , linéaire et invariant dans le temps, dont la représentation d'état est la suivante :

$$\Sigma_n : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est l'entrée du système issue du contrôleur,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice du système,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice des entrées de commande, et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est la matrice des sorties.

Pour que la loi de commande soit reconfigurable, le modèle doit inclure toutes les entrées et les sorties disponibles. Cela signifie que le vecteur des entrées de commande ne doit pas contenir seulement les entrées nécessaires dans le cas de systèmes sans défaut, mais aussi les entrées qui peuvent être utilisées en présence de défaut.

Considérons une boucle de régulation dont l'entrée de référence (la consigne) est désignée par  $r(t)$ , une représentation générale d'un contrôleur linéaire  $\Sigma_c$  est la suivante :

$$\Sigma_c : \begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) - F_c y(t) + G_c r(t) \\ u(t) = C_c x_c(t) - K_c y(t) + V_c r(t) \end{cases} \quad (1.15)$$



Cette représentation est simplifiée dans le cas des contrôleurs de régulation de sortie, tels que

$$B_c := F_c = G_c, \quad (1.16)$$

$$D_c := K_c = V_c, \quad (1.17)$$

tandis que nous avons, pour les contrôleurs avec retour d'état statique ( $A_c = F_c = G_c = C_c = 0, C = I$ ), et pour les contrôleurs avec retour de sortie statique ( $A_c = F_c = G_c = C_c = 0$ ).

## II) Modélisation des défauts

La commande tolérante aux défauts est basée sur la connaissance du comportement du système "post-défaut". Par conséquent, l'information sur le défaut doit être intégrée dans le modèle du système (1.14). Généralement, les défauts sont décrits par des modèles additifs, multiplicatifs ou les deux (Isermann, 2006).

Les défauts multiplicatifs entraînent des variations des paramètres du modèle et, par conséquent, se produisent dans le modèle par des multiplications des matrices de paramètres avec les signaux du système pour donner le modèle défectueux  $\Sigma_f = (A_f, B_f, C_f)$  :

$$\Sigma_f : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_f x(t) + B_f u(t) \\ y(t) = C_f x(t) \end{cases} \quad (1.18)$$

où  $A_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_f \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C_f \in \mathbb{R}^{p \times n}$  sont les matrices du système, des entrées et des sorties, respectivement.

Pour les actionneurs et les capteurs, la défaillance d'un composant est exprimée par le remplacement de la  $k$ -ième colonne correspondante à l'actionneur défaillant dans  $B$  ou la  $l$ -ième ligne correspondante au capteur défaillant dans  $C$  par une colonne ou une ligne zéro, respectivement.

$$B_f = \begin{pmatrix} b_1 & \dots & b_{k-1} & 0 & b_{k+1} & \dots & b_m \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

$$C_f = \begin{pmatrix} c_1 & \dots & c_{l-1} & 0 & c_{l+1} & \dots & c_p \end{pmatrix}^T \quad (1.20)$$

Les défauts dans les composants internes du système sont représentés par la modification de la matrice du système  $A_f$ . Par exemple, une conduite partiellement bouchée reliant deux réservoirs dans un procédé industriel induit des changements dans les paramètres de la matrice  $A$ . D'autre part, le bouchage complet des tuyaux induirait une valeur nulle.

Le modèle (1.18) du système défectueux permet d'évaluer qualitativement les composants s'ils sont sains ou défectueux. La description quantitative

$$A_f = A(\theta), \quad B_f = B(\theta), \quad C_f = C(\theta), \quad (1.21)$$

est obtenue si les matrices sont représentées en fonction d'un vecteur de paramètres de défaut  $\theta \in \Omega$ , où  $\Omega$  désigne l'espace dans lequel  $\theta$  est défini. Cette forme du modèle est adéquate pour décrire les changements dans les caractéristiques des composants. Puisque la commande reconfigurable traite principalement les défauts de type multiplicatif, toutes les approches de reconfiguration de la loi de commande décrites ci-dessous utilisent ce modèle, où les paramètres du modèle sont donnés soit par (1.19) ou par (1.21).

### III) Méthode de la Pseudo-Inverse (PIM)

L'approche par le calcul de la matrice pseudo-inverse est l'une des méthodes les plus citées dans le domaine de la commande tolérante aux défauts active du fait de sa simplicité de calcul. La version de base de la méthode pseudo-inverse est évoquée par (Gao et Antsaklis, 1991). Une version modifiée ou révisée est proposée par (Staroswiecki, 2005).

Soit la loi de commande de type retour d'état, sous l'hypothèse d'accessibilité du vecteur d'état, donnée par :

$$u(t) = -Kx(t) + Vr(t) \quad (1.22)$$

où  $K$  et  $V$  sont les matrices des gains de retour d'état.

Supposons que  $K_f$  et  $V_f$  sont les matrices des gains de retour d'état après la reconfiguration du système. La nouvelle loi de commande reconfigurée est donnée par :

$$u(t) = -K_f x(t) + V_f r(t) \quad (1.23)$$

Le calcul de  $K_f$  et  $V_f$  est réalisé en minimisant la distance entre le modèle d'état du système en boucle fermée pré-défaut (nominal) et post-défaut (défectueux), i.e. :

$$\begin{aligned} K_f &= \arg \min_{K_f} \|(A - BK) - (A_f - B_f K_f)\|_F \\ &= B_f^+ (A_f - A + BK) \\ V_f &= \arg \min_{V_f} \|BV - B_f V_f\|_F \\ &= B_f^+ N \end{aligned} \quad (1.24)$$

où  $B_f^+$  est la pseudo-inverse de la matrice  $B_f$  et  $\|\cdot\|_F$  représente la norme de Frobenius. La figure 1.8 schématise le principe de cette technique.

Les avantages de cette approche résident dans le fait qu'elle est très appropriée pour une implémentation en ligne du fait de sa simplicité. Cependant, son principal inconvénient réside dans le fait que la loi de commande optimale calculée par (1.24) ne garantit pas toujours la stabilité du système défectueux en boucle fermée. Afin de remédier à ce problème, une méthode de pseudo-inverse modifiée a été développée par (Gao et Antsaklis, 1992) en ajoutant une contrainte supplémentaire sur la stabilité du système en boucle fermée mais cette solution augmente considérablement le temps de calcul. Une approche similaire a

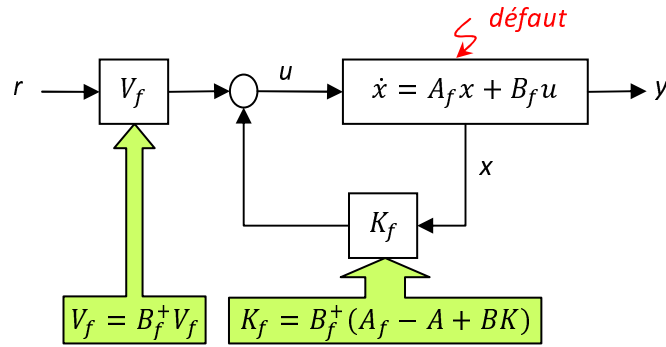


FIGURE 1.8 – Principe de la méthode PIM

été présentée par (Rauch, 1994) et (Liu, 1998) où une loi de commande reconfigurée est synthétisée à partir de la loi de commande nominale :  $u_r(t) = B_f^+ B u(t)$ . D'autres modifications ont été apportées à cette méthode afin de raffiner les calculs dans (Theilliol *et al.*, 1998; Noura *et al.*, 2000, 1999; Konstantopoulos et Antsaklis, 1999; Kanev et Verhaegen, 2000). Une forme modifiée de l'approche par la matrice pseudo inverse a été proposée par (Staroswiecki, 2005) en utilisant un ensemble de modèles admissibles plutôt qu'une recherche optimale ne garantissant pas une certaine dynamique du système lors de la présence d'un défaut.

Le problème de la stabilité est traité par le remplacement des problèmes d'optimisation sans contraintes (1.24) par des problèmes d'optimisation avec contraintes, où la matrice du système en boucle fermée devrait être stable. La contrainte de stabilité est formulée en terme de robustesse de la stabilité des systèmes linéaires avec une incertitude structurée. La méthode de pseudo-inverse ainsi modifiée atteint l'objectif de stabilisation, si possible, mais avec un calcul intensif ce qui rend son implémentation en ligne délicate.

Des restrictions supplémentaires sur l'ensemble des solutions admissibles ont été développées pour assurer que les contrôleurs trouvés satisfassent les limites de performances imposées. Par exemple, dans (Ciubotaru *et al.*, 2006) une approche de calcul simple basée sur un ensemble de modèles de référence admissibles est décrite en termes d'inégalités matricielle linéaires (LMI). L'ensemble admissible peut être choisi pour assurer l'adéquation et la robustesse de la stabilité. La reconfigurabilité d'une situation de défaut doit être établie par rapport à celle de l'ensemble admissible. Cette solution permet d'intégrer les objectifs de recouvrement de l'état et de la trajectoire par un choix approprié des modèles admissibles.

Dans cette approche, un ensemble de modèles admissibles est défini par :

$$\dot{x}(t) = Mx(t) + Nr(t) \quad (1.25)$$

tel que  $(M, N) \in \mathcal{M} \times \mathcal{N}$

avec les ensembles  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{N}$ , qui sont définies par LMI de la façon suivante :

$$\mathcal{M} = \{M \text{ tel que } \Phi(M) \preceq 0\} \quad (1.26)$$

$$\mathcal{N} = \{N \text{ tel que } \Psi(N) \preceq 0\} \quad (1.27)$$

Des conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence de solutions sont obtenues par l'optimisation sans contraintes. Les solutions sont uniques et efficacement calculables si les régions décrites par LMI sont convexes. Les problèmes de robustesse sont discutés dans (Staroswiecki, 2005).

#### IV) Méthodes de Modèle de Poursuite Linéaire (Linear Model-Following)

Trois approches par modèles de poursuites linéaires sont décrites dans ce paragraphe. Dans la première, le modèle de poursuite parfait, utilise la stabilisation de la rétroaction avec des compensateurs dynamiques. Dans la seconde, le modèle de poursuite adaptatif, applique un algorithme de commande adaptatif composé de retour d'état, un pré-filtre de référence et un terme affine au système défectueux. Dans la troisième, les valeurs propres et les vecteurs propres nominaux sont recouverts après l'apparition du défaut à l'aide de la technique de placement de structure propre.

##### i) Principe du Model-Matching

Le model-matching est basé sur un modèle de référence en boucle fermée

$$\Sigma_m : \begin{cases} \dot{x}_m(t) = Mx_m(t) + Nr(t) \\ y_m(t) = P^*x_m(t) \end{cases} \quad (1.28)$$

où  $r(t)$  est un signal d'entrée de référence, et  $N$  est introduite pour garantir un gain désiré à l'état d'équilibre. Le système en boucle fermée, formé par le système  $\Sigma_n$  (1.14) et un contrôleur par retour d'état

$$u(t) = -Kx(t) + Vr(t), \quad (1.29)$$

doit avoir la même dynamique que le modèle de référence (1.28). Lorsque l'approche du model-matching est utilisée dans un but de reconfiguration, une technique standard consiste à utiliser le modèle du système nominal en boucle fermée comme un modèle de référence.

##### ii) Modèle de Poursuite Parfait (Perfect Model-Following)

Un système en boucle fermée formé par le système (1.14) et le contrôleur (1.29) fournit un modèle de poursuite parfait à l'égard du modèle de référence, si et seulement si les relations

$$A - BK = M \quad (1.30)$$

$$BV = N \quad (1.31)$$

sont vérifiées.

Considérons l'entrée de commande

$$u(t) = k_e e(t) + k_m x_m(t) + k_r r(t) \quad (1.32)$$

où le gain  $k_e$  est choisi de manière à stabiliser la dynamique de l'erreur de sortie  $e(t)$ , et les gains  $k_m$  et  $k_r$  sont choisis pour découpler l'erreur de sortie par rapport à l'entrée. Supposons que la relation suivante est vérifiée :

$$C_f = P^* = I \quad (1.33)$$

Alors, la dynamique de l'erreur de sortie  $e = y_m - y$  est décrite par

$$\dot{e}(t) = (A_f - B_f k_e)e(t) + (M - A_f - B_f k_m)x_m(t) + (N - B_f k_r)r(t) \quad (1.34)$$

Ce modèle de l'erreur permet de choisir le gain du contrôleur  $k_e$  qui stabilise la matrice

$$A_f - B_f k_e \quad (1.35)$$

et les gains  $k_m$  et  $k_r$  doivent découpler la dynamique de l'erreur à partir l'état du modèle  $x_m$  et l'entrée de référence  $r$ , respectivement. Un modèle de poursuite parfait est obtenu par

$$\begin{aligned} k_m &= B_f^+(M - A_f) \\ k_r &= B_f^+ N \end{aligned} \quad (1.36)$$

La figure 1.9 schématise le principe de cette technique.

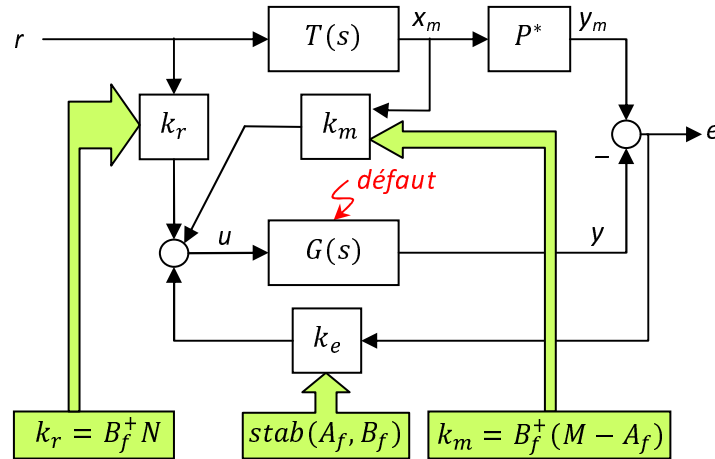


FIGURE 1.9 – Principe de la méthode PMF

### iii) Modèle de Poursuite Adaptatif (Adaptive Model-Following)

Dans la commande par modèle de poursuite adaptatif (Adaptive Model Following), le modèle de référence en boucle fermée est recouvert en utilisant une loi de commande de type :

$$\begin{aligned} u(t) &= K_1(t)x(t) + K_2(t)r(t) + k_3(t), \\ \dot{K}_{1,j}(t) &= -\Gamma_{1,j}x(t)e^T(t)Pb_j, \\ \dot{K}_{2,j}(t) &= -\Gamma_{2,j}x(t)e^T(t)Pb_j, \\ \dot{k}_{3,j}(t) &= -\gamma_{3,j}x(t)e^T(t)Pb_j, j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1.37)$$

où  $\Gamma_{1,j}$ ,  $\Gamma_{2,j}$  et  $\gamma_{3,j}$  sont des matrices constantes,  $e(t) = x(t) - x_m(t)$  est l'erreur de poursuite de l'état, et  $P$  est la solution de l'équation de Lyapunov

$$PM + M^T P + Q = 0,$$

où  $Q = Q^T \succ 0$  est une matrice symétrique définie positive.

L'utilisation des gains  $K_1(t)$ ,  $K_2(t)$  et  $k_3(t)$  dans un schéma adaptatif engendre la stabilisation du système en boucle fermée et la poursuite du signal de référence (Chen *et al.*, 2002). La figure 1.10 schématise le principe de cette technique.

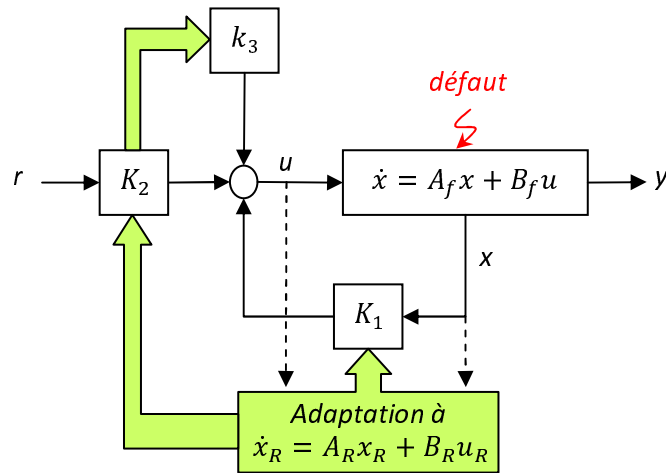


FIGURE 1.10 – Principe de la méthode AMF

Cependant, la détermination des matrices de pondération nécessaires à la conception de la loi de commande est souvent une tâche difficile et surtout pour le système "post-défaut" où des problèmes de convergence lors de l'estimation de paramètres peuvent apparaître.

#### iv) Placement de Structure Propre (EA)

La structure propre du système nominal en boucle fermée peut être considérée comme le facteur le plus important qui doit être rétabli après l'apparition d'un défaut (Patton et Chen, 1991; Jiang, 1994; Konstantopoulos et Antsaklis, 1996). Si on considère le cas de commande avec retour d'état (1.22), les valeurs propres du système nominal en boucle fermée sont entièrement recouverts par la loi de commande par retour d'état reconfigurée :

$$K_f = (S - A_1 V_f)(C_f V_f)^{-1} \quad (1.38)$$

où la matrice des vecteurs propres est définie par  $V_f = (v_f^1, v_f^2, \dots, v_f^{\max(p,m)})$ , et la matrice concernant les valeurs propres est  $S = (\lambda_f^1 s^1, \lambda_f^2 s^2, \dots, \lambda_f^{\max(p,m)} s^{\max(p,m)})$  avec les paramètres  $s^i$  sont définis dans (Jiang, 1994). La stabilité en boucle fermée peut être assurée, et par

conséquent les valeurs propres en boucle fermée satisfont l'équation :

$$\begin{aligned}\lambda_{f,i} &= \lambda(A_f - B_f K_f C_f) \\ &= \lambda_i = \lambda(A + BKC), \quad i = 1, \dots, \max(n_y, n_u)\end{aligned}\tag{1.39}$$

Les vecteurs propres en boucle fermée

$$v_{f,i} = (\lambda_{f,i} I - A_f)^{-1} B_f K_f C_f v_{f,i}\tag{1.40}$$

du système reconfiguré sont les plus proches possible de celles du système nominal.

Ainsi, la méthode par placement de structure semble garantir la stabilité du système en boucle fermée. La charge de calcul ne semble pas importante par le fait que l'optimisation en ligne n'est pas nécessaire. Le désavantage de cette technique réside dans le fait que les erreurs de modèles ainsi que les incertitudes relatives au processus de diagnostic ne sont pas aisément incorporables dans le calcul.

## V) Méthodes de la commande optimale

### i) Commande LQ

L'idée de base de la commande optimale quadratique linéaire ([Looze et al., 1985](#); [Anderson et Moore, 1989](#)) consiste à concevoir, hors-ligne, un contrôleur linéaire invariant dans le temps en utilisant la technique LQ-optimale en fonction de l'objectif d'optimisation

$$\min_K \int_0^\infty \left( x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) \right) dt\tag{1.41}$$

La matrice de pondération semi-définie positive  $Q$  pénalisant l'erreur sur l'état et la matrice de pondération définie positive  $R$  pénalisant l'énergie de commande sont stockées pour une réutilisation en ligne, plus tard. Après l'identification d'un défaut, une nouvelle loi de commande reconfigurable est conçue en recalculant la matrice du gain de retour d'état  $K_f$  en utilisant le modèle (1.18) du système en "post-défaut" et la valeur nominale pondérée de  $Q$  et  $R$ ,

$$K_f = R^{-1} B_f^T P_f\tag{1.42}$$

où  $P_f$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati

$$A_f^T P_f + P_f A_f - P_f B_f R^{-1} B_f^T P_f + Q = 0\tag{1.43}$$

Si le système défectueux est contrôlable, il existe un contrôleur LQ capable de stabiliser le système à partir des matrices de pondération initiales de façon optimale. Dans ce cas, les performances de poursuite des trajectoires ne sont plus assurées. La figure 1.11 schématise le principe de cette technique.

Le principal inconvénient de la méthode LQ réside dans le choix des matrices de pondération  $Q$  et  $R$ . Bien que certaines informations sur le cas nominal sont retenues dans

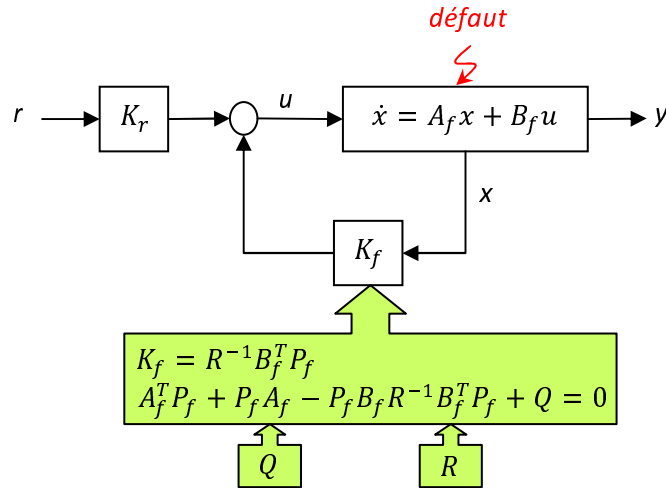


FIGURE 1.11 – Principe de la méthode LQ

le poids de  $Q$  et  $R$ , la relation entre ces poids nominaux et les performances reconfigurées de la boucle fermée est généralement délicate à définir.

### ii) Commande prédictive (MPC)

La commande prédictive (Model Predictive Control) est capable de résoudre le problème de reconfiguration avec un peu d'effort supplémentaire par rapport à la commande nominale (Rawlings, 2000; Maciejowski, 2002). L'algorithme d'une commande prédictive classique consiste à générer à chaque pas de temps discret une séquence optimale des entrées de commande  $u_{k\dots k+H_u}$  pour l'horizon de commande  $H_u$  par rapport à la trajectoire de l'erreur de sortie prédite. L'entrée est calculée en minimisant une fonction de coût

$$J(k) = \sum_{i=H_r}^{H_p} \|r(k+i) - y(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{H_u-1} \|\Delta u(k+i)\|_R^2 \quad (1.44)$$

soumise aux contraintes

$$\begin{aligned} \Gamma_1 \Delta u(k) &\preceq 0, \\ \Gamma_2 u(k) &\preceq 0, \\ \Gamma_3 y(k) &\preceq 0, \end{aligned} \quad (1.45)$$

où  $\|x\|_Q^2 = x^T Q x$ ,  $Q = Q^T \succ 0$ ,  $\|x\|_R^2 = x^T R x$ ,  $R = R^T \succ 0$  imposent des pondérations sur l'état et l'entrée, et le  $\Delta u$  décrit l'évolution de l'action de commande d'un instant à un autre.  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_3$  sont des matrices utilisées pour exprimer les contraintes sur le changement d'entrée  $\Delta u$ , l'amplitude absolue d'entrée  $u$  et les sorties  $y$  comme des inégalités linéaires. Concernant le sujet de l'horizon à temps fini pour la dynamique et les contraintes du système, la solution obtenue du problème d'optimisation est une séquence d'entrée de commande  $u_{k\dots k+H_u}$  minimisant cette erreur. Les horizons pour la pénalisation de l'entrée de commande,  $H_u$ , et de sortie,  $H_p$ , ne coïncident pas nécessairement, et la



sortie n'est pas souvent pénalisée dès le début, mais après un temps  $H_r$ . Seulement, la première composante de la séquence d'entrée de commande est appliquée au système, qui génère la prochaine mesure de sortie, et le processus de calcul se répète.

La robustesse des systèmes d'asservissement donne lieu à une tolérance implicite aux défauts. Les défauts qui se produisent dans un système de commande en boucle fermée sont souvent compensés par l'action de commande. La même chose s'applique lorsque la commande prédictive est utilisée comme loi de commande. Il a été en outre démontré que, même si la connaissance du défaut n'est pas disponible, et que si l'estimation des perturbations externes affectant la boucle est effectuée d'une manière appropriée et les variables d'entrée ont des contraintes dures, le contrôleur MPC compense automatiquement les effets du défaut en profitant de la redondance des actionneurs disponibles ([Maciejowski, 1998](#)).

D'autre part, il est possible d'augmenter la tolérance aux défauts en utilisant le formalisme de la commande prédictive si la connaissance des défauts est disponible et cela en modifiant les paramètres du problème d'optimisation à résoudre pour chaque échantillon. Les défauts qui affectent le modèle interne ou le système de contraintes peuvent dans ce cas être intégrés dans le contrôleur MPC de façon systématique. En outre, lorsque des défauts rendent inaccessibles les objectifs de contrôle, ils peuvent être largués par le problème d'optimisation ou dégradés en priorité. Par exemple, en changeant des contraintes dures par d'autres plus souples. Les informations sur le défaut peuvent être incluses dans la loi de commande prédictive de la façon suivante :

- Changer les contraintes afin de représenter certains types de défauts.
- Modifier le modèle interne utilisé par la commande prédictive afin de refléter l'influence du défaut sur le système.
- Assouplir les objectifs initiaux de contrôle afin de tenir compte des insuffisances du système "post-défaut".

Cependant, ces outils se reposent sur plusieurs hypothèses ([Maciejowski, 1999](#)) :

- La nature du défaut peut être localisée et ses effets modélisés.
- Le modèle interne du système peut être mis à jour, essentiellement de manière automatique.
- L'ensemble des objectifs de contrôle définis dans le processus de conception de la commande prédictive peut être changés après l'apparition du défaut.

Ces hypothèses fortes peuvent être traitées à l'aide d'un système de diagnostic fiable et en exploitant les avantages des technologies émergentes, non seulement pour la gestion du système, mais aussi pour l'interaction entre le concepteur/utilisateur et les systèmes complexes.

La considération de la commande prédictive comme loi de commande tolérante aux défaut a été évoquée dans la littérature au cours de ces dernières années. Les premières

mesures dans ce contexte ont été discutées dans (Maciejowski, 1997) et la théorie a été mise en oeuvre sur un système d'aéronef dans (Maciejowski et Jones, 2003). Les principaux résultats obtenus permettent de conclure, parmi autres approches, que la commande prédictive a un bon degré de tolérance aux défauts à quelques défauts, et en particulier les défauts actionneurs, sous certaines conditions, même si ces défauts ne sont pas détectés. Par la suite, la commande prédictive et ses avantages liés à la tolérance aux défauts ont inspiré d'autres contributions dans le domaine de la FTC (Patwardhan *et al.*, 2006; Abdel-Geliel *et al.*, 2006; Mendonca *et al.*, 2006), entre autres. Dans (Prakash *et al.*, 2005), les auteurs proposent un schéma où la tolérance aux défauts et la commande prédictive travaillent ensemble dans des applications dédiées aux procédés chimiques.

La forme explicite du contrôleur MPC, proposée par (Bemporad *et al.*, 2002) avec un algorithme basé sur une approche géométrique pour résoudre des problèmes de programmation quadratique multi-paramétrique (mpQP pour multi-parametric Quadratic Programming), fournit un aperçu supplémentaire pour mieux comprendre la politique de contrôle. En outre, cette méthode permet d'introduire les défauts comme des paramètres supplémentaires dans les algorithmes mpQP grâce aux informations fournies par un module de diagnostic. Par exemple, dans le cas d'un défaut affectant les limites des actionneurs, puisque l'entrée de commande maximale à un actionneur est souvent limitée dans la formulation du problème d'optimisation, cette contrainte peut être considérée comme un paramètre. Ainsi, si le fonctionnement d'un actionneur est altéré, la situation peut être manipulée en considérant l'entrée de commande correspondante nulle ou, en utilisant les informations disponibles sur le défaut, et en limitant l'entrée de commande liée à avoir des nouvelles gammes d'exploitation.

(Theilliol *et al.*, 2008) présente une application de FTC active à base de la commande prédictive et qui prend en compte la modification de l'entrée de référence. L'idée principale est de considérer le système reconfiguré en boucle ouverte, contrôlée par une stratégie MPC classique afin de concevoir des nouvelles entrées de référence en "une seule ligne". L'objectif était de réduire l'énergie dépensée pour obtenir la performance désirée en boucle fermée et par conséquent de maintenir le système stable.

En conclusion, le principe de la reconfiguration à base de la méthode de la commande prédictive est schématisé par la figure 1.12.

La commande prédictive n'est pas limitée aux systèmes linéaires. En principe, les systèmes non linéaires et même hybrides peuvent être traités, donc aussi reconfigurés par la commande prédictive. Les inconvénients majeurs concernent la grande puissance de calcul qui limite l'applicabilité de cette méthode pratiquement aux systèmes lents. De plus, l'exigence de connaître la trajectoire de référence à l'avance limite l'applicabilité de la commande prédictive à quelques domaines spécifiques dont la trajectoire de référence est connue à priori.

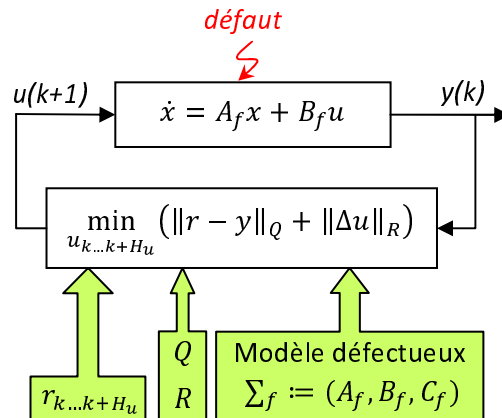


FIGURE 1.12 – Principe de la méthode de la commande prédictive

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales approches de synthèse de commandes tolérantes actives aux défauts. Les approches présentées reposent essentiellement sur une représentation à base de modèles linéaires. Ces approches sont classées en deux grandes catégories : des approches passives et des approches actives. On découvre que ces dernières approches sont les plus utilisées dans la pratique. Différents méthodes et outils exploités dans le diagnostic de défauts sont également présentés.

Il apparaît que la fonction de la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques est une tâche très complexe à mettre en oeuvre. Cette complexité tient en partie à la difficulté de détecter, isoler et estimer le défaut avec précision dans la mesure où la robustesse de commande tolérante "post-défaut" repose sur la qualité de cette information. Malgré les progrès réalisés dans le domaine de la détection et l'isolation des défauts, l'estimation de l'amplitude de défaut ainsi que le traitement des défauts multiples restent des domaines de recherche active.

Il faut également souligner que la plupart des méthodes de reconfiguration supposent que le recouvrement du système nominal est toujours possible et que les performances nominales sont toujours atteignables. Cette hypothèse est peu réaliste dans le domaine industriel à cause de plusieurs handicaps qui empêchent le système reconfiguré de restituer son mode de fonctionnement nominal. En effet, la réconfiguration des défauts consiste à compenser l'effet du défaut par une action de commande additionnelle ce qui est possible si aucune limitation sur l'action de commande n'est présente. Dans la pratique, le handicap majeur est l'ensemble des contraintes du système qui limitent le fonctionnement nominal du système à des plages fonctionnelles bien définies. Ces plages fonctionnelles se réduisent énormément après l'apparition de certains défauts dits *sévères* et qui touchent généralement les actionneurs ou le système lui-même. Par conséquent, cette hypothèse de recouvrement des performances nominales dans le cas de système sous contraintes li-

mite l'ensemble des défauts traités par ces méthodes classiques à quelques défauts dits *mineurs*. Le frein principal au développement de ces méthodes réside dans les marges de manoeuvres réduites des actionneurs. Il faut noter à ce niveau que nous devons faire face à deux effets antagonistes qui sont :

1. l'action de reconfiguration sera d'autant plus importante que le défaut sera sévère, ce qui nécessitera une modification profonde du fonctionnement du système donc de ses points de fonctionnement,
2. le défaut qui affecte l'actionneur limite sa marge de fonctionnement.

La considération de dégradation de performance et la prise en compte des contraintes fonctionnelles du système ainsi que la saturation des actionneurs feront l'objet de ce travail. L'objet de ce travail consiste à observer et à traiter différents scénarii de défauts actionneurs amenant le système à fonctionner dans des modes plus ou moins dégradés nécessitant ainsi l'activation des niveaux de reconfiguration évoqués précédemment. La dégradation de performance de système à des niveaux acceptables est une solution proposée dans cette thèse pour élargir le domaine des défauts traités ce qui permet d'assurer la continuité du fonctionnalité du système en dépit de présence de défauts graves ou sévères.

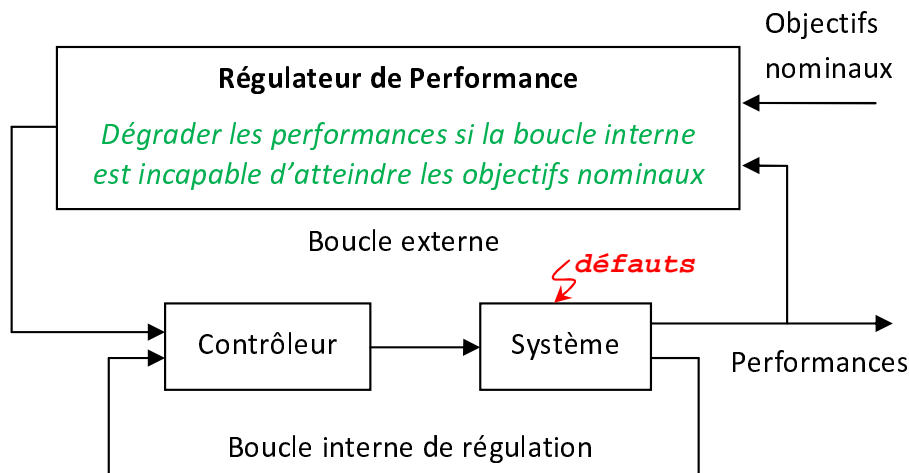


FIGURE 1.13 – Principe de dégradation des performances dans un système dynamique

Un dispositif de gestion ou modification des références est nécessaire pour moduler la dégradation de performance et tenir compte des contraintes prescrites du système. En effet, la notion de performance en tant que objectif de commande pourra être considéré dans une boucle de régulation externe (voir figure 1.13). Cette boucle intervient si la boucle primaire est incapable de poursuivre les objectifs nominaux (références, par exemple) suite à des limitations physiques dans les installations, apparitions des défauts, saturations des actionneurs, etc.

La notion de performance du système ainsi que la différenciation des différents modes de fonctionnement d'un système dynamique et surtout le cas où les performances nominales ne sont pas atteignables dont la dégradation des performances dans les limites admissibles des contraintes du système est possible, feront l'objet du prochain chapitre. Une première application avec dégradation des performances sera présentée dans le chapitre 2 avant de consacrer le chapitre 3 à l'étude des différentes approches exploitées dans le domaine de gestion des références.

# Chapitre 2

## Analyse de performances des systèmes : application à la commande tolérante aux défauts

La notion de performance est une notion fondamentale pour la synthèse des lois de commande. Elle revêt une importance tout particulière dans le cas de la mise en oeuvre des commandes tolérantes aux défauts. En effet, le concept de commande tolérantes aux défauts paraît indissociable de la notion de dégradation des performances. Dans ce chapitre, nous présentons en premier lieu des outils d'analyse et d'évaluation des performances dans un contexte général, puis nous étendrons cette notion au cas des systèmes tolérants aux défauts. L'observation de la dégradation des performances suite à l'apparition d'un défaut se fera par le biais d'un indice spécifiquement développé dans le cadre de notre étude. Ensuite, une formulation du problème de commande qui intègre le problème de la tolérance aux défauts, et par conséquent la dégradation des performances, est donnée. Une illustration du problème de l'évaluation des performances s'appuyant sur un exemple de système hydraulique est donné dans la dernière partie de ce chapitre. Les effets des modifications des trajectoires de références sur les performances du système sont mis en évidence au moyen de simulations pour trois scénarii de défauts.

### 2.1 Introduction

L'analyse et l'évaluation des performances a fait l'objet de nombreux travaux de recherche dans le contexte de la commande standard (Eun *et al.*, 2001; Goodwin *et al.*, 2001), ainsi que dans le cas de la commande tolérante aux défauts (Chen et Middleton, 2003; Zhang et Jiang, 2003b; Perez *et al.*, 2003; Zhang *et al.*, 2005; Jiang et Zhang, 2006). Par ailleurs, la tolérance aux défauts des systèmes dits "cri-

tiques" a également été largement traitée au cours des deux dernières décennies (Patton, 1997; Staroswiecki et Gehin, 2001; Chen et Middleton, 2003; Mahmoud *et al.*, 2003; Blanke *et al.*, 2006; Zhang et Jiang, 2008). Mais force est de constater que le problème de la conception des systèmes de commande tolérants aux défauts avec prise en compte explicite de la dégradation des performances possibles n'ont pas reçu, jusqu'à récemment, le même niveau d'attention (Jiang et Zhang, 2006; Pedro Aguiara *et al.*, 2008; Zhang *et al.*, 2008b). La plupart des travaux antérieurs sur la conception des FTCS sont axés sur le principe du recouvrement des performances nominales du système sain (Jiang *et al.*, 2006; Noura *et al.*, 2000; Patton, 1997; Zhang et Jiang, 2002). En pratique, après l'apparition d'une défaillance sur un actionneur, le degré de redondance du système et la disponibilité des actionneurs se trouvent généralement considérablement réduits. Si l'objectif de conception du système de commande est de maintenir les performances du système d'origine, il peut forcer les actionneurs restants à travailler au-delà de leurs plages fonctionnelles normales pour compenser l'impact du défaut. Cette situation n'est pas souhaitable dans la pratique du fait des limitations physiques des actionneurs. Afin d'éviter une dégradation des actionneurs, il est souhaitable de réaliser un compromis entre le niveau de performance fixé et la disponibilité des actionneurs valides.

Pour concevoir un système de commande, on doit tenir compte de deux facteurs principaux. Le premier prend en compte les objectifs les plus importants du système de commande. Le second est la méthode choisie pour synthétiser les lois de commande appropriées pour atteindre ces objectifs.

Les objectifs de la conception du contrôleur sont généralement donnés sous forme d'un ensemble de spécifications, qui décrivent les comportements désirés en termes de réponses désirées d'un système pour un type d'entrées de commande données. Ces spécifications sont généralement définies en fonction de trois objectifs (Zhang et Jiang, 2001a; Jiang et Zhang, 2002) :

1. garantir la stabilité,
2. produire une réponse transitoire désirée,
3. réduire l'erreur en régime permanent.

Pour être plus précis, on peut assigner des priorités parmi les objectifs de conception et les classer selon leur importance. Cette liste prioritaire peut être divisée en deux groupes : objectifs prioritaires (priorité supérieure), et objectifs secondaires (priorité inférieure). Les objectifs prioritaires se rapportent aux propriétés du système les plus critiques tandis que les objectifs secondaires correspondent à celles les moins critiques.

## 2.2 Analyse de performances dans un AFTCS

### 2.2.1 Architecture

L'architecture d'un système de commande tolérant aux défauts qui tient compte de la dégradation de performances se compose de 4 niveaux conformément à la figure 2.1. En comparaison avec la figure 1.2 et outre les niveaux "*instrumentation*" et "*commande*" qui restent inchangés, nous proposons les modifications d'architecture suivantes. La tâche "*reconfiguration*" dans le niveau "*surveillance*" s'exécute en deux étapes :

1. La première étape (niveau 1) représente les algorithmes classiques de la reconfiguration de la loi de commande (idem à la figure 1.2 en absence de défauts graves ou sévères).
2. La deuxième étape (niveau 2) gère le mécanisme de la reconfiguration de la référence.

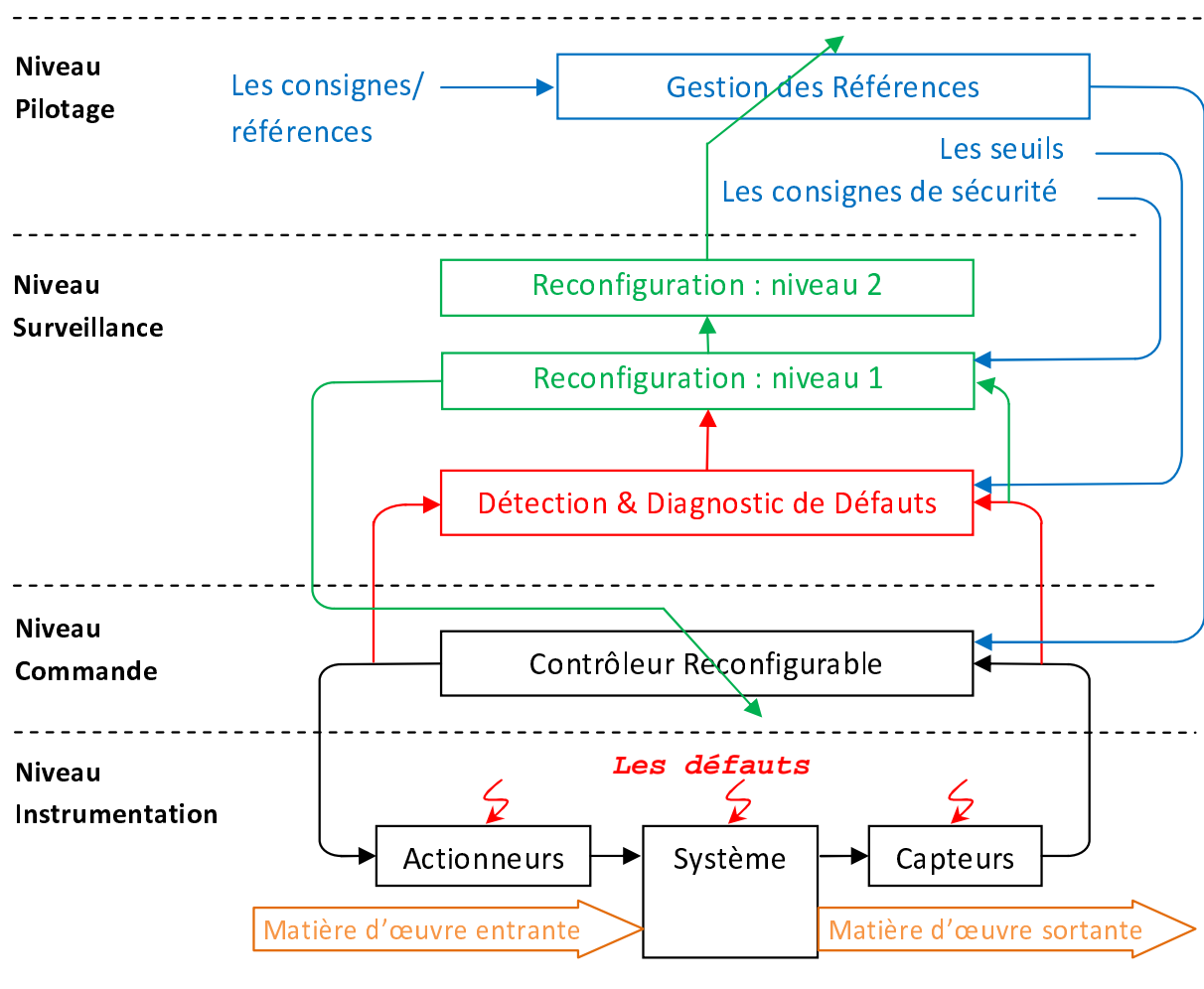


FIGURE 2.1 – Décomposition hiérarchique d'un système AFTCS avec dégradation des performances



Le module de gestion des références est supposé reconfigurable. Le niveau "*pilotage*" gère les références afin d'assurer la continuité de l'activité en dépit des défauts survenus. Ainsi, la modification des références engendre la dégradation des performances nominales du système (voir figure 1.13). Cette dégradation doit être acceptable en termes d'objectifs prioritaires. Les éléments de sécurité du système global ne sont concernés par le processus de dégradation.

## 2.2.2 Modes de fonctionnement des systèmes dynamiques

Un système dynamique tolérant aux défauts a généralement trois modes de fonctionnement distincts :

### i) Mode Nominal

Ce mode correspond aux caractéristiques de fonctionnement normal. Dans ce mode, tous les objectifs sont censés être atteints. Cela signifie que si un ensemble de signaux de commande nominaux est envoyé aux actionneurs, le système produira des performances nominales.

### ii) Mode Défectueux

Après l'apparition du défaut, le système passe à un mode de fonctionnement anormal qui est appelé "*mode défectueux*". Dans ces conditions, le système produira des performances défectueuses pour des signaux de commande nominaux. Le mode défectueux peut entraîner des comportements différents en fonction de la gravité du défaut.

### iii) Mode Dégradé

Ce mode est un mode de fonctionnement temporaire. Dans ce mode, le système continue à fonctionner avec des objectifs/performances acceptables. Ces performances sont considérées comme dégradées et les signaux de commande sont censés être admissibles.

L'objectif d'une commande tolérante aux défauts est d'établir une stratégie de commande qui a la propriété de limiter, voire annuler les effets d'un défaut sur les performances du système. Cette stratégie doit modifier la structure de commande en fonction de la gravité du défaut. Dans certaines situations, en particulier lorsque la dégradation de performances est critique, la tolérance aux défauts doit être réalisée en modifiant à la fois la consigne du procédé et les paramètres du contrôleur d'une manière à relâcher les contraintes sur les actionneurs les plus sollicités (Aubrun et Leick, 2005; Boussaid *et al.*, 2009b).

## 2.2.3 Niveaux de performances de FTCS

La notion de performances du système est un terme générique reflétant les sorties du système dynamique sous ses différents états et sous différents points de vue. Supposons

qu'on peut représenter la performance à partir d'un indice  $\pi$  et en fonction d'une variable  $v$  (cette variable contient implicitement les objectifs et les commandes). La figure 2.2 montre les différentes régions de fonctionnement d'un système qui s'exprime en termes de performances (Blanke *et al.*, 2006) :

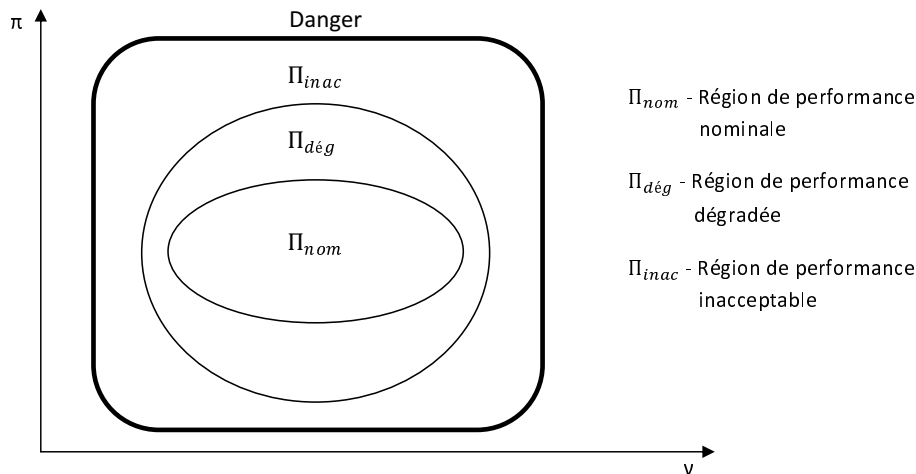


FIGURE 2.2 – Différentes régions de performance d'un système dynamique

Dans la région de performance nominale, le système remplit les tâches qui lui sont confiées. C'est dans cette région que le système devrait rester tout au long de son fonctionnement. Le contrôleur doit permettre au système nominal de rester dans cette région en dépit des perturbations et incertitudes du modèle utilisé lors de la conception du contrôleur. Le contrôleur peut même maintenir le système dans cette région si des défauts de faible gravité apparaissent, bien que ceci ne soit pas son but premier. Dans ce cas, le contrôleur "cache" l'effet des défauts, qui n'est pas sa mission attendue mais rend la tâche de diagnostic du défaut plus difficile.

La région de la performance dégradée exprime la région où les points de fonctionnement du système défectueux sont autorisés à se déplacer. Le contrôleur tolérant aux défauts enclenche des actions de commande qui permettent de ramener de nouveau le système dans la région de la performance nominale si possible ou empêcher une autre dégradation de la performance vers des régions inacceptables ou dangereuses. Dans cette région, le système de surveillance est appelé à diagnostiquer le défaut et ajuster le contrôleur compte tenu de la nouvelle situation du système.

La région de la performance inacceptable doit être évitée à l'aide du contrôleur tolérant aux défauts. Cette région se trouve entre la région de la performance acceptable dans laquelle le système pourrait fonctionner dans le cas le plus défavorable et la région dangereuse, que le système devrait ne jamais atteindre.

En cas d'un défaut très grave qui peut engendrer des dommages importants, un système de sécurité interrompt le fonctionnement du système global pour éviter la mise en

danger du système et de son environnement. Cette procédure est enclenchée si le niveau minimum acceptable de performance est atteint.

## 2.3 Intégration de la performance dans le problème de commande

### 2.3.1 Formulation du problème de commande

Comme indiqué par (Staroswiecki et Gehin, 2001; Blanke *et al.*, 2006), un problème de commande standard est d'abord posé à partir d'un objectif donné, un ensemble de contraintes et un ensemble de lois de commande admissibles. La commande standard vise à trouver une loi de commande dans un ensemble donné des lois de commande  $U$  tel que le système contrôlé atteigne les objectifs de commande  $O$ , tant que son comportement satisfait à un ensemble de contraintes  $C$ .

Ainsi, la solution du problème est complètement définie par le triplet

$$\langle O, C, U \rangle \tag{2.1}$$

avec :

- $U$  : Ensemble des lois de commande admissibles.
- $O$  : Ensemble des objectifs globaux du système.
- $C$  : Ensemble des contraintes du système (limites sur l'état, limites sur les actionneurs, ...).

L'ensemble des objectifs  $O$  définissent ce que le système devrait atteindre, si la loi de commande mentionnée ci-dessus lui est appliquée. Ils peuvent aller d'une déclaration très générale (par exemple, assurer la stabilité en boucle fermée) aux plus spécifiques (par exemple, atteindre un point donné, sur une orbite circulaire donnée autour de la terre, à un moment donné, pour un *rendez-vous* dans l'espace).

L'ensemble des lois de commande admissibles  $U$  définit les algorithmes qui peuvent être mises en oeuvre, par exemple commande en boucle ouverte (une cartographie du domaine temporel à l'espace de commande), commande en boucle fermée (une cartographie de l'espace de la sortie×référence à l'espace de commande), en utilisant des arguments de valeurs continues ou discrètes pour les variables, permettant des applications continues ou discontinues, différentielle ou non-différentielle, etc.

Les contraintes  $C$  sont des relations fonctionnelles que le comportement du système de commande doit satisfaire au fil du temps. Elles sont exprimées par des équations algébriques, différentielles, des différences, ou autres. Les contraintes d'inégalité expriment que certaines saturations agissent sur les solutions admissibles du système.

En absence de défaut, nous supposons que les objectifs globaux sont nominaux, notés  $O_n$ , et sont atteignables à l'aide d'une loi de commande nominale  $u_n \in U_n$  en respectant les contraintes nominales  $C_n$  résolvant ainsi le problème de commande  $\langle O_n, C_n, U_n \rangle$ .

### 2.3.2 Problème de commande en présence de défauts

La commande tolérante aux défauts est concernée par le contrôle des systèmes défectueux. Cela peut être fait en changeant la loi de commande sans modifier le système exploité (adaptation, accommodation, sont des termes fréquemment rencontrés dans la littérature), ou en changeant à la fois la commande et le système (dans ce cas, la reconfiguration est utilisée). Puisque l'algorithme de commande n'implémente que la solution d'un problème de commande pour un système donné, changer la commande ou le système signifie que le problème de commande a été changé à la suite du défaut. Afin de comprendre les différentes stratégies qui peuvent être appliquées à la conception de la commande tolérante aux défauts, voyons d'abord l'impact des défauts sur le problème de commande  $\langle O, C(\theta), U \rangle$ , où  $C(\theta)$  indique la dépendance de la contrainte  $C$  avec le paramètre  $\theta$ , qui dépend du défaut. Les différentes stratégies de la commande tolérante aux défauts seront ensuite présentées, comme une conséquence des connaissances disponibles.

#### - Les objectifs du système

L'apparition du défaut ne doit pas changer les objectifs du système. En effet, les objectifs sont affichés par les utilisateurs. Par conséquent, deux cas peuvent être envisagés :

- il y a toujours un moyen de réaliser les objectifs du système en présence des défauts. Le système est dit tolérant aux défauts par rapport à ces objectifs et à ces défauts.
- les objectifs ne peuvent pas être réalisés en présence des défauts considérés. le système n'est pas tolérant aux défauts par rapport à ces objectifs et à ces défauts. Toutefois, il n'est pas suffisant de se contenter de ce résultat. Puisque les objectifs actuels ne peuvent être atteints, le problème de commande se transforme en un problème qui consiste à trouver de nouveaux objectifs, et de concevoir la loi de commande qui est en mesure de les atteindre.

#### - Les contraintes du système

La présence de défauts peut évidemment changer les contraintes  $C(\theta)$  du problème de commande.

- Premièrement, les contraintes peuvent rester les mêmes, mais les paramètres peuvent changer, transformant ainsi le problème de commande  $\langle O, C(\theta_n), U \rangle$  en un problème  $\langle O, C(\theta_f), U \rangle$ , où  $\theta_n$  (respectivement  $\theta_f$ ) désigne les paramètres du système nominal (respectivement défectueux).
- Deuxièmement, les contraintes elles-mêmes peuvent changer, en transformant le problème de commande  $\langle O, C_n(\theta_n), U \rangle$  en problème  $\langle O, C_f(\theta_f), U \rangle$ , où  $C_n$

est l'ensemble des contraintes nominales, et  $C_f(\theta_f)$  est un ensemble de nouvelles contraintes avec de nouveaux paramètres associés.

Ces deux cas peuvent se résumer par le changement de  $C_n(\theta_n)$  en  $C_f(\theta_f)$ , en considérant le changement de paramètres comme un cas particulier décrit par  $C_f = C_n$ .

### 2.3.3 Formulation d'un problème de commande tolérante aux défauts

Dans les approches de commande tolérante active aux défauts, la loi de commande est modifiée en présence de défauts. Dans ce cas, les algorithmes engendrent une action spécifiquement définie pour chacune des situations (système sain ou système défectueux). Suite à l'apparition du défaut, la formulation du problème de commande dans le cas nominal  $\langle O, C_n(\theta_n), U_n \rangle$  est modifiée en

$$\langle O, C_f(\theta_f), U_f \rangle, f \in \mathfrak{F} \quad (2.2)$$

où  $\mathfrak{F}$  est l'ensemble des défauts possibles. Toutefois, pour que ce problème soit résolu, la connaissance de  $C_f(\theta_f)$  et  $U_f$  est nécessaire. Le rôle des algorithmes de détection et de diagnostic est de fournir ce type d'information.

### 2.3.4 Dégradation de performance dans le problème de la commande tolérante aux défauts

Chacun des problèmes de commande formulés, soit dans le cas nominal  $\langle O, C_n(\theta_n), U_n \rangle$  ou dans le cas du défaut  $\langle O, C_f(\theta_f), U_f \rangle$ , a sa propre solution spécifique permettant ainsi d'atteindre les objectifs prioritaires. Néanmoins, la résolution du problème (2.2) tout en maintenant les objectifs nominaux ne donne pas toujours de solution. En effet, la gravité des défauts  $f$  et la variation des paramètres  $\theta_f$  et des contraintes  $C_f$  rendent l'ensemble des solutions du problème (2.2) très réduit voire vide d'où la nécessité de dégrader les objectifs en restant dans une région acceptable. L'ensemble de ces objectifs dégradés est noté  $O_d \subseteq O$ .

Le mode de fonctionnement dégradé consiste à résoudre le problème de commande suivant :

$$\langle O_d, C_f(\theta_f), U_f \rangle, f \in \mathfrak{F} \quad (2.3)$$

### 2.3.5 Domaine de couverture de performance

La commande tolérante aux défauts a la capacité de réagir à l'apparition d'un défaut afin de réaliser les performances ainsi déclarées. En réalité, les systèmes de production

ont des divers objectifs à atteindre. Ces objectifs sont généralement exprimés en termes de qualité, de coût de l'énergie, des contraintes de temps, ... . D'autre part, les objectifs devraient être atteints même sous respect de certaines contraintes liées à :

- La stabilité,
- L'erreur entre le signal de référence et le signal de sortie qui a un impact, par exemple, sur la qualité du produit fini,
- La robustesse contre les perturbations ou des variations de paramètres,
- La tolérance aux défauts.

Les différentes régions de performances sont décrites à la figure 2.2.

**Définition 2.1** : (Boussaid et al., 2009a, 2011d)

Soit  $\Pi$ , l'ensemble de toutes les performances  $\pi$  en fonction du triplet  $\langle u, c, o \rangle$  noté  $v$

$$\Pi \triangleq \{\pi \text{ tel que } \langle u, c, o \rangle \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p\} \quad (2.4)$$

où,  $u$ ,  $c$  et  $o$  sont respectivement les vecteurs de commande, de contrainte et d'objectif,  $m$ ,  $n$  et  $p$  sont les dimensions de ces vecteurs respectivement.

Comme il a été précisé précédemment, le fonctionnement de n'importe quel système peut être décomposé en 3 modes de fonctionnement : mode nominal, mode défectueux et mode dégradé. Le principe de la dégradation des performances est illustré à la figure 2.2. Suite à l'apparition d'un défaut, le système défectueux s'éloigne de son point de fonctionnement nominal, défini par la paire  $(\pi_n, v_n)$ , à un point de fonctionnement défectueux  $(\pi_f, v_f)$ .

L'objectif de la procédure de reconfiguration est de déterminer une nouvelle loi de commande qui prend en compte les paramètres du système dégradé et conduit le système défectueux vers un nouveau point de fonctionnement  $(\pi_{deg}, v_{deg})$ , en respectant les contraintes du système.

Afin d'expliquer la différence entre chaque mode de fonctionnement, nous introduisons le "domaine de couverture de performance" pour un système contrôlable et stable en boucle fermée.

**Définition 2.2** : (Boussaid et al., 2009a, 2011d)

Le domaine de couverture de performance  $\mathcal{D}_C$  est défini par l'ensemble suivant :

$$\mathcal{D}_C \triangleq \{\pi \in \Pi \text{ tel que } \langle u, c, o \rangle \in \langle U, C, O \rangle\} \quad (2.5)$$

où  $U$ ,  $C$  et  $O$  sont les ensembles des commandes, contraintes et objectifs, respectivement.

La figure 2.3 représente la localisation du domaine de couverture de performance dans le cas nominal et montre bien que ce domaine est entièrement inclu dans la région de la

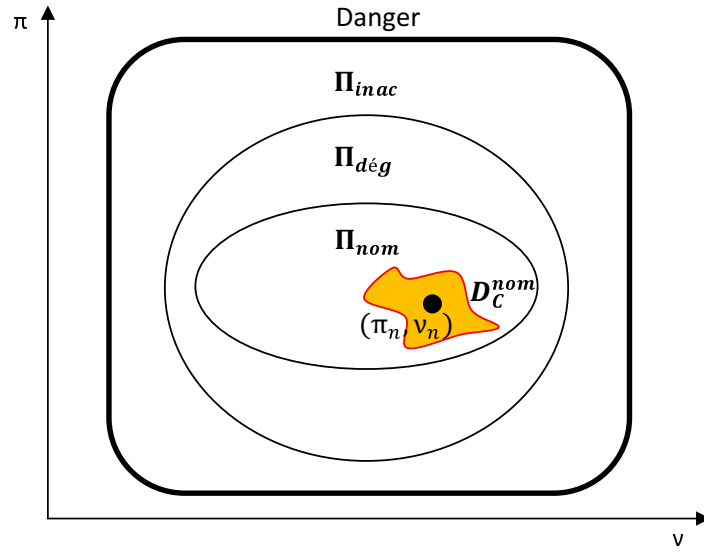


FIGURE 2.3 – Domaine de couverture de performance dans le cas du mode de fonctionnement nominal

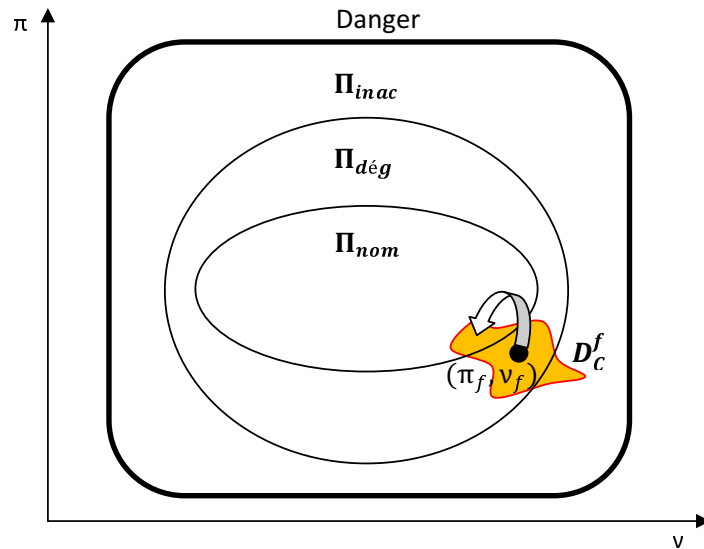


FIGURE 2.4 – Domaine de couverture de performance dans le cas du mode de fonctionnement défectueux

performance requise,  $\Pi_{nom}$ . Dans le cas défectueux (Figure 2.4), ce domaine s'éloigne de son point nominal en traversant la région de la performance dégradée et/ou la région de la performance inacceptable selon la gravité du défaut et le degré de redondance du système.

Considérons les ensembles suivants, dans le cas nominal et le cas défectueux, du système :

$$\mathcal{D}_C^{nom} \triangleq \{ \pi \in \Pi_{nom} : \langle u, c, o \rangle \in \langle U_n, C_n, O_n \rangle \} \quad (2.6)$$

$$\mathcal{D}_C^f \triangleq \{ \pi \in \Pi : \langle u, c, o \rangle \in \langle U_f, C_f, O_f \rangle \} \quad (2.7)$$

Pour une synthèse parfaite du contrôleur nominal, le domaine de couverture de performance devrait être totalement inclus dans la région du fonctionnement nominal :  $\mathcal{D}_C^{nom} \cap \Pi_{nom} = \mathcal{D}_C^{nom}$ .

Dans le cas défectueux, ce domaine peut être décomposé en trois domaines distincts :  $\mathcal{D}_C^{nom}$ ,  $\mathcal{D}_C^{deg}$  et  $\mathcal{D}_C^{inac}$  qui représentent le domaine de couverture de performance nominal, dégradé et inacceptable, respectivement.

$$\mathcal{D}_C^f = \mathcal{D}_C^{nom} \cup \mathcal{D}_C^{deg} \cup \mathcal{D}_C^{inac} \quad (2.8)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \mathcal{D}_C^{nom} = \mathcal{D}_C^f \cap \Pi_{nom} \\ \mathcal{D}_C^{deg} = \mathcal{D}_C^f \cap \Pi_{deg} \\ \mathcal{D}_C^{inac} = \mathcal{D}_C^f \cap \Pi_{inac} \end{cases}$$

Différents cas de figure peuvent se produire en fonction de la configuration du système :

- *Cas 1* :  $\mathcal{D}_C^{nom} \neq \emptyset$

Dans ce cas, le système est complètement reconfigurable et les objectifs nominaux sont atteignables.

- *Cas 2* :  $\mathcal{D}_C^{nom} = \emptyset$  et  $\mathcal{D}_C^{deg} \neq \emptyset$

Cela signifie que les objectifs nominaux ne sont pas réalisables. Seulement des objectifs dégradés peuvent être atteints s'ils sont acceptés par l'utilisateur.

- *Cas 3* :  $\mathcal{D}_C^{nom} = \emptyset$ ,  $\mathcal{D}_C^{deg} = \emptyset$  et  $\mathcal{D}_C^{inac} \neq \emptyset$

Dans ce cas, le défaut est grave et le système doit être arrêté. Ensuite, des opérations de maintenance devront être entamées pour remettre le système en bon état de fonctionnement.

### 2.3.6 Formulation du critère d'évaluation de performance

Dans la suite du chapitre, nous allons nous attacher à formuler le problème de l'évaluation de performances. Nous considérons ici le vecteur  $m$  des mesures disponibles sur le système, à partir desquelles l'indice de performances  $\varepsilon_\pi$  est établi de la façon suivante :

$$\varepsilon_\pi = \frac{\|m - o\|_2}{\|o\|_2} \quad (2.9)$$

où  $o$  représente l'objectif à atteindre par le système.  $\|\cdot\|_2$  désigne une norme  $l_2$ .

#### Remarque 2.1 :

Notons que  $o$  est un vecteur de grandeur physique tel que  $\|o\|_2 \neq 0$ .



Pour une évaluation instantanée de la performance du système,  $\varepsilon_\pi$  est calculée à chaque instant  $k$ . Pour cela, nous proposons ici d'utiliser une moyenne mobile pour exprimer la performance mesurée  $\bar{m}(k)$  sur un horizon glissant  $h$  à la place de  $m(k)$ .

- *Moyenne mobile simple* :

$$\bar{m}(k) = \frac{1}{h} \sum_{i=0}^{h-1} m(k-i) \quad (2.10)$$

- *Moyenne mobile pondérée* :

$$\bar{m}(k) = \sum_{i=0}^{h-1} \alpha_i m(k-i) \quad (2.11)$$

avec  $\sum_{i=0}^{h-1} \alpha_i = 1$  et  $\alpha_i > \alpha_{i-1}$ .

$\alpha_i$  peut être choisi comme une série géométrique de terme général :

$$\alpha_i = q_0 \cdot q^i \quad \text{avec} \quad 0 < q < 1 \quad \text{et} \quad q_0 = \frac{1-q}{1-q^h}$$

L'indice de performance (2.9) pourra être réécrit :

$$\varepsilon_\pi(k) = \frac{\|\bar{m}(k) - o(k)\|_2}{\|o(k)\|_2} \quad (2.12)$$

En utilisant les seuils suivants :  $\varepsilon_\pi^{nom}$ ,  $\varepsilon_\pi^{deg}$  et  $\varepsilon_\pi^d$ ; l'ensemble de performances pour chaque région peut être défini comme suit :

- $\Pi_{nom} \triangleq \{\pi \text{ tel que } 0 \leq \varepsilon_\pi \leq \varepsilon_\pi^{nom}\}$ ,
- $\Pi_{deg} \triangleq \{\pi \text{ tel que } \varepsilon_\pi^{nom} < \varepsilon_\pi \leq \varepsilon_\pi^{deg}\}$ ,
- $\Pi_{inac} \triangleq \{\pi \text{ tel que } \varepsilon_\pi^{deg} < \varepsilon_\pi\}$ .

En général, les seuils précédemment énoncés sont fixés hors ligne par l'opérateur conformément aux consignes de sécurité des installations, qualité de la production, l'énergie dépensée, etc ...

## 2.4 Considération explicite de la dégradation des performances

Ce paragraphe traite de la dégradation de performances en s'appuyant sur l'étude système dynamique soumis à des défauts actionneurs. Les défauts considérés sont exprimés en termes de pourcentages de perte d'efficacité des actionneurs. Cette analyse comporte la description du mécanisme de reconfiguration qui consiste à intégrer les défauts dans

les contraintes. Ainsi, la loi de commande permet de prendre en compte explicitement l'expression des défauts lors de sa synthèse. Pour cela, nous commençons par considérer un système LTI décrit par les représentations d'état discrètes suivantes,  $\Sigma_n = (A_n, B_n, C_n)$  dans le cas nominal et  $\Sigma_f = (A_f, B_f, C_f)$  dans le cas défectueux :

$$\Sigma_n : \begin{cases} x(k+1) = A_n x(k) + B_n u(k) \\ y(k) = C_n x(k) \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\Sigma_f : \begin{cases} x(k+1) = A_f x(k) + B_f u(k) \\ y(k) = C_f x(k) \end{cases} \quad (2.14)$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrées de commande, et  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sorties. Les matrices  $A, B, C, A_f, B_f,$  et  $C_f$  sont de dimensions appropriées. Nous supposons que le système  $\Sigma_f$  est détectable et contrôlable.

### 2.4.1 Définitions préliminaires

Tout d'abord, nous donnons quelques définitions préliminaires dont on verra l'utilité ultérieurement.

#### Définition 2.3 :

*Si on appelle l'ensemble des commandes nominales qui correspondent au mode de fonctionnement normal  $U_{nom}$  et l'ensemble des commandes défectueuses qui conduisent à un fonctionnement anormal  $U_f$ , alors ces deux ensembles peuvent être définis comme suit :*

$$U_{nom} \triangleq \{u^{nom} : u_{j,min}^{nom} \leq u_j^{nom} \leq u_{j,max}^{nom}; 1 \leq j \leq m; o \in O_n\} \quad (2.15)$$

$$U_f \triangleq \{u^f \in U_{nom} : u_{j,min}^f \leq u_j^f \leq u_{j,max}^f; 1 \leq j \leq m; o \in O_f\} \quad (2.16)$$

où :

- $m$  : le nombre des actionneurs,
- $(u_{j,min}^{nom}, u_{j,max}^{nom})$  : le couple des limites supérieure et inférieure de la commande  $u_j$  pour chaque actionneur  $j$  dans le mode nominal,
- $(u_{j,min}^f, u_{j,max}^f)$  : le couple des limites supérieure et inférieure de la commande  $u_j$  pour chaque actionneur  $j$  dans le mode défectueux,
- $O_{nom}$  : l'ensemble des objectifs dans le mode nominal,
- $O_f$  : l'ensemble des objectifs dans le mode défectueux.

Pour des raisons de simplification, seul le régime de fonctionnement permanent est considéré. Sans perte de généralité, lorsque ce régime est établi, nous supposons que  $y \approx y_{ref}$ , où  $y$  représente la trajectoire de sortie et  $y_{ref}$  représente la trajectoire de référence que le système est supposé capable de poursuivre. Dans la suite, la trajectoire de sortie exprime

explicitement un *niveau de performance* et la trajectoire de référence reflète l'*objectif* que le système doit atteindre.

Par analogie avec la définition 2.3, nous donnons la définition suivante.

**Définition 2.4 :**

*Les ensembles des trajectoires nominales (respectivement défectueuses) sont définies par :*

$$Y_{nom} \triangleq \{y^{nom} : u \in U_{nom}; y_j^{min} \leq y \leq y_j^{max}; 1 \leq j \leq p\} \quad (2.17)$$

$$Y_f \triangleq \{y^f : u \in U_f; y_j^{min} \leq y \leq y_j^{max}; 1 \leq j \leq p\} \quad (2.18)$$

Les ensembles des trajectoires des références, dans les modes nominaux et défectueux, seront construits en concordance avec (2.3) et (2.4). D'où la définition suivante.

**Définition 2.5 :**

*Les ensembles des trajectoires des références, dans les modes nominaux et défectueux, sont :*

$$Y_{ref}^{nom} \triangleq \{y_{ref}^{nom} : y_{ref} \in \mathcal{D}_C^{nom}\} \quad (2.19)$$

$$Y_{ref}^f \triangleq \{y_{ref}^f : y_{ref} \in \mathcal{D}_C^f\} \quad (2.20)$$

où  $y_{ref}^{nom}$  et  $y_{ref}^f$  désignent la trajectoire de référence dans le cas nominal et le cas défectueux, respectivement.  $\mathcal{D}_C^{nom}$  et  $\mathcal{D}_C^f$  représentent les domaines de couverture de performance dans les cas nominal et défectueux, respectivement.

Dans la suite de l'étude et pour des raisons de clarté, nous supposons que les défauts induisent un léger déplacement du domaine de couverture de la performance  $\mathcal{D}_C$  de telle sorte que  $\mathcal{D}_C^{nom}$  ou  $\mathcal{D}_C^{deg}$  soit non vide. En outre, il est supposé que les objectifs dégradés sont acceptés et les commandes correspondantes sont appelées "*commandes admissibles*". Les performances mesurées correspondantes sont également appelées "*performances dégradées*".

**Définition 2.6 :**

*L'ensemble des commandes admissibles,  $u^{adm} \in U_{adm}$ , qui satisfont les objectifs/sorties dégradés,  $y^{deg} \in Y_{deg}$ , peut être défini comme :*

$$U_{adm} \triangleq \{u^{adm} \in U_{nom} : u_{j,min}^{adm} \leq u_j^{adm} \leq u_{j,max}^{adm}; 1 \leq j \leq m; o \in O_{deg}\} \quad (2.21)$$

$$Y_{deg} \triangleq \{y^{deg} : u \in U_{adm}; y_j^{min} \leq y \leq y_j^{max}; 1 \leq j \leq p\} \quad (2.22)$$

où  $(u_{j,min}^{adm}, u_{j,max}^{adm})$  est le couple des limites supérieure et inférieure des commandes admissibles  $u_{adm}$ , pour chaque actionneur  $j$ , et  $O_{deg}$  est l'ensemble des objectifs dégradés.

Par conséquent, l'idée principale est de déterminer un ensemble de trajectoires des références qui permettent au système, dans des conditions du défaut, de fonctionner avec des performances limitées ou dégradées. Fondamentalement, les trajectoires des références doivent être incluses dans le domaine de couverture de performance dégradées afin d'assurer l'atteignabilité des objectifs/performances.

**Définition 2.7 :**

L'ensemble des trajectoires des références dégradées,  $y_{ref}^{deg} \in Y_{ref}^{deg}$  peut être défini comme suit :

$$Y_{ref}^{deg} \triangleq \left\{ y_{ref}^{deg} : y_{ref} \in \mathcal{D}_C^{deg} \right\} \quad (2.23)$$

### 2.4.2 Modélisation des défauts

Dans cette étude, seuls les défauts actionneurs avec perte d'efficacité sont pris en considération. En fait, un défaut actionneur peut être considéré comme un défaut paramétrique modulé par un coefficient  $\gamma$  compris entre 0 et 1.

$$u_j^f(k) = (1 - \gamma_j^k)u_j(k) \quad (2.24)$$

où  $\gamma_j^k \in [0, 1]$  et  $j$  est l'actionneur,  $j \in \{1, \dots, m\}$ . Dans (2.24), le composant additif de défaut qui désigne un offset constant apparaissant après un blocage d'actionneur est ignoré. Nous considérons seulement les défauts qui entraînent la perte d'efficacité de l'actionneur.

Soit,  $\Gamma^k \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$ , est la matrice de distribution des défauts actionneurs :

$$\Gamma^k = \begin{bmatrix} \gamma_1^k & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_j^k & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_m^k \end{bmatrix}$$

L'équation (2.24) peut être réécrite :  $u^f(k) = (I_m - \Gamma^k)u(k)$ .

On pose :  $B_f = B_n(I_m - \Gamma^k) = B_n - B_n\Gamma^k$ ,

On obtient :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_f x(k) + B_f u(k) \\ &= A_n x(k) + B_n u(k) - B_n \Gamma^k u(k) \\ &= A_n x(k) + B_n u(k) + f_k^\gamma \end{aligned}$$

où  $f_k^\gamma \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des défauts.

Le module de diagnostic doit estimer l'amplitude du défaut  $\hat{f}_k^\gamma$  et ensuite, on déduit le  $\hat{\gamma}_j^k$  pour chaque actionneur  $j$ .

**Remarque 2.2 :**

Il faut noter que le module de diagnostic n'est pas abordé dans ce paragraphe.

### 2.4.3 Mécanisme de Reconfiguration

Le module de reconfiguration doit déterminer le triplet  $\langle u, c, o \rangle$  qui ramène le système à fonctionner dans la région de performances nominales ou dans la région de performances dégradées si les performances nominales sont irréalisables. Il est clair que le mécanisme de reconfiguration doit agir sur le contrôleur pour fournir le signal de commande  $u$  et sur le module de gestion des références pour fournir l'objectif  $o$  approprié en tenant compte des contraintes  $c$  du système. Considérons le cas où, seules les performances dégradées pourraient être atteintes, et seules les contraintes  $c$  sur les signaux de commande sont prises en comptes. Cela signifie qu'on peut transposer ces contraintes  $C_f$  vers l'ensemble des commandes  $U_f$ . Cette transposition nous permettra de réduire le problème de commande tolérante aux défauts (2.3) de telle sorte que les contraintes restent transparentes. Ce qui implique qu'il existe un couple  $(u_{adm}, o_{deg})$  tel que  $\Pi_{deg}$  est non vide et  $c$  reste respectée. En fait,  $u_{adm} \in U_{adm}$  et  $o_{deg} \in O_{deg}$ . Donc, le problème de reconfiguration est réduit à déterminer  $u_{adm}$  et  $o_{deg}$  éléments appartenant aux deux ensembles  $U_{adm}$  et  $O_{deg}$ , respectivement.

#### 2.4.3.1 L'ensemble des commandes admissibles

Supposons que les contraintes  $c$  consistent à limiter les signaux de commande  $u_j$  pour un actionneur  $j$  aux valeurs minimum et maximum. Dans ce cas, la commande nominale pour un actionneur  $j$  vérifie :

$$u_{j,min}^{nom} \leq u_j^{nom} \leq u_{j,max}^{nom} \quad (2.25)$$

où les limites supérieure et inférieure de la commande nominale sont parfaitement connues après la phase de la conception du contrôleur nominal. Supposons aussi que le défaut se produise à l'instant  $k_f$ , et qu'il est détecté à l'instant  $k_d$  avec une estimation de son amplitude  $\hat{\gamma}^{k_d}$ . Ainsi, pour  $k > k_d$ ,

$$(1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,min}^{nom} \leq (1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_j^{nom} \leq (1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,max}^{nom} \quad (2.26)$$

où  $\hat{\gamma}_j^{k_d}$  est un nombre réel positif et  $\hat{\gamma}_j^{k_d} \in [0, 1]$  donc  $(1 - \hat{\gamma}_j^{k_d}) \in [0, 1]$ .

En fonction de (2.24) et (2.26), on obtient :

$$(1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,min}^{nom} \leq u_j \leq (1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,max}^{nom} \quad (2.27)$$

En utilisant les notations suivantes,

$$\begin{cases} u_{j,min}^{adm} = (1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,min}^{nom} \\ u_{j,max}^{adm} = (1 - \hat{\gamma}_j^{k_d})u_{j,max}^{nom} \end{cases}$$

l'équation (2.27) peut être réécrite

$$u_{j,min}^{adm} \leq u_j \leq u_{j,max}^{adm} \quad (2.28)$$

De plus, la commande admissible doit éviter la saturation des actionneurs, donc :

$$u_j^{adm} = \sigma_j(u_j) \text{ tel que } \sigma_j(u_j) = \begin{cases} u_{j,max}^{adm} & \text{si } u_j \geq u_{j,max}^{adm} \\ u_j & \text{si } u_{j,min}^{adm} \leq u_j \leq u_{j,max}^{adm} \\ u_{j,min}^{adm} & \text{si } u_j \leq u_{j,min}^{adm} \end{cases} \quad (2.29)$$

### 2.4.3.2 L'ensemble des Objectifs Dégradés

Par similitude avec (2.9), nous proposons l'indice suivant pour évaluer les objectifs du système où  $o$  représente l'objectif à atteindre et  $o_{nom}$  représente l'objectif nominal :

$$\varepsilon_o = \frac{\|o - o_{nom}\|_2}{\|o_{nom}\|_2} \quad (2.30)$$

Or nous avons supposé que seuls les objectifs dégradés sont atteignables, donc  $o \in O_{deg}$  ce qui signifie  $\varepsilon_o \leq \varepsilon_o^{deg}$  où  $\varepsilon_o^{deg}$  est un seuil fixé par l'opérateur. Dans notre cas, la valeur du seuil est donnée par  $\varepsilon_\pi^{deg}$ .

$\varepsilon_o \leq \varepsilon_\pi^{deg}$  conduit à l'encadrement suivant :

$$(1 - \varepsilon_\pi^{deg}) \|o_{nom}\|_2 \leq \|o\|_2 \leq (1 + \varepsilon_\pi^{deg}) \|o_{nom}\|_2 \quad (2.31)$$

Enfin, l'ensemble des objectifs dégradés,  $O_{deg}$ , est donné par :

$$O_{deg} \triangleq \{o_{deg} : (1 - \varepsilon_\pi^{deg}) \|o_{nom}\|_2 \leq \|o_{deg}\|_2 \leq (1 + \varepsilon_\pi^{deg}) \|o_{nom}\|_2\} \quad (2.32)$$

### 2.4.3.3 La Gestion des Références

Compte tenu de l'équation (2.32), l'objectif dégradé optimal devrait être aussi proche que possible de l'objectif nominal ou de la performance requise. Par conséquent, il peut être obtenu en minimisant la fonction quadratique suivante sous des contraintes sur la commande et l'objective (Boussaid *et al.*, 2011d).

$$o_{deg}^* = \arg \min_{\substack{u_{adm} \in U_{adm} \\ o_{deg} \in O_{deg}}} (\|o_{deg} - o_{nom}\|_2) \quad (2.33)$$

**Remarque 2.3 :**

Puisque nous avons exprimé explicitement l'*objectif* en tant que *trajectoire de référence*, l'*objectif dégradé optimal* n'est autre que notre *trajectoire de référence dégradée* en régime permanent.

Pour produire la trajectoire de référence dégradée  $y_{ref}^{deg}$ , après le diagnostic du défaut, avec douceur et sans engendrer des régime transitoires "brusques", nous proposons la fonction suivante :

$$y_{ref}^{deg}(k) = o_{deg}^*(k) - \tau \left( o_{deg}^*(k) - y_{ref}^{deg}(k-1) \right) \quad (2.34)$$

où  $o_{deg}^*$  est calculé par (2.33),  $y_{ref}^{deg}(0) = y_{ref}(k_d)$  désigne la condition initiale et  $\tau$  représente un paramètre de conception choisi pour adoucir les transitoires.  $\tau$  est un nombre réel positif tel que  $\tau \in [0, 1]$ .

**2.4.3.4 La mise à jour de la loi de commande**

Pour mettre en evidence notre approche, nous choisissons d'appliquer une commande prédictive comme une loi de commande reconfigurable. En effet, ce choix est justifié par la capacité de la commande prédictive à prendre en compte les contraintes et la référence lors de sa synthèse.

Le signal de commande délivré par le contrôleur MPC est calculé en minimisant la fonction coût  $J$  avec l'horizon de prédiction  $h_p$  :

$$J = \min_{u(k), \dots, u(k+h_p-1)} \sum_{i=0}^{h_p-1} \left[ (y_{ref}(k+i) - y(k+i))^T Q (y_{ref}(k+i) - y(k+i)) + u(k+i)^T R u(k+i) \right] \quad (2.35)$$

Sous les contraintes :

$$\begin{aligned} y_{min}(k+i) &\leq y(k+i) \leq y_{max}(k+i) \\ u_{min}(k+i) &\leq u(k+i) \leq u_{max}(k+i) \\ |\Delta u(k+i)| &\leq \Delta u_{max}(k+i) \end{aligned}$$

où, pour chaque instant  $(k+i)$ ,  $y(k+i)$  est la sortie,  $u(k+i)$  est la commande et  $\Delta u(k+i)$  est la variation de l'action de commande entre deux instants consécutifs. Les termes *max* et *min* se reportent aux limites supérieure et inférieure, respectivement. Les matrices de pondération  $Q$  ( $Q = Q^T$ ) et  $R$  ( $R = R^T$ ) de la fonction coût sont définies positives et elles sont utilisées pour ajuster la loi de commande prédictive.

Après la détection et estimation du défaut, le principe de réconfiguration de la loi de commande consiste à mettre à jour le modèle du système défectueux et minimiser la

fonction coût suivante :

$$J_{deg} = \min_{u_{adm}(k), \dots, u_{adm}(k+h_p-1)} \sum_{i=0}^{h_p-1} \left[ \left( y_{ref}^{deg}(k+i) - y(k+i) \right)^T Q \left( y_{ref}^{deg}(k+i) - y(k+i) \right) + u_{adm}(k+i)^T R u_{adm}(k+i) \right] \quad (2.36)$$

Sous les contraintes :

$$\begin{aligned} y_{min}(k+i) &\leq y(k+i) \leq y_{max}(k+i) \\ u_{min}^{adm}(k+i) &\leq u_{adm}(k+i) \leq u_{max}^{adm}(k+i) \\ |\Delta u(k+i)| &\leq \Delta u_{max}(k+i) \end{aligned} \quad (2.37)$$

## 2.5 Application sur un système hydro-thermique

Le système à étudier est un processus hydro-thermique qui se compose d'un réservoir de section  $S$ , avec soutirage naturel et d'un chauffage électrique (Toscano, 2005; Boussaid *et al.*, 2008, 2009b, 2011d). Dans ce processus, le fluide est introduit dans le réservoir avec un débit contrôlé  $q_e$ , en utilisant l'entrée de commande  $u_q$ . Le fluide est évacué avec le débit  $q_s$  par l'intermédiaire d'une vanne manuelle  $V_m$ . Le système de chauffage électrique permet l'augmentation de température du fluide ( $T_e$  est la température à l'entrée et  $T_s$  est la température à la sortie) en modulant le courant dans la résistance  $R$  à l'aide de la commande  $u_e$ . Un agitateur est utilisé pour homogénéiser la température du fluide dans le réservoir et un capteur est utilisé pour mesurer le niveau  $L$  du fluide dans le réservoir. Ce système est représenté sur la figure 2.5.

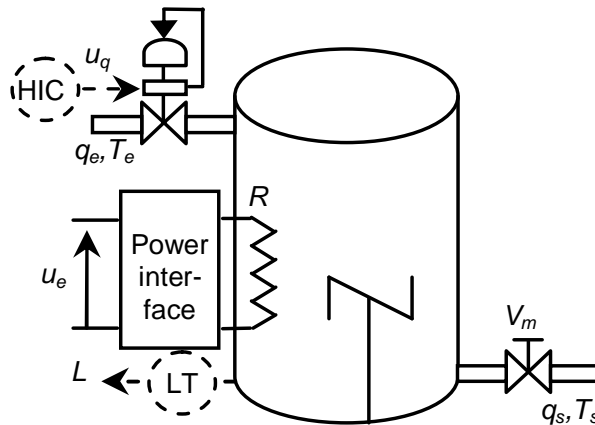


FIGURE 2.5 – Description du système d'étude

La modélisation du système est élaborée sous les hypothèses suivantes :

1. Le récipient est parfaitement calorifugé.
2. La température du fluide dans le réservoir est homogène.



3. Le temps de montée en température de la résistance est négligé devant celui du fluide.
4. La masse volumique  $\rho$  ainsi que sa chaleur massique  $m_c$  sont supposées constantes.
5. Le temps de réponse de l'interface de puissance et de l'électrovanne est négligeable.

Les lois de conservation de la masse et de l'énergie dans le réservoir sont données respectivement par les équations (2.38) et (2.39) :

$$\rho S \frac{dL}{dt} = \rho(q_e - q_s) \quad (2.38)$$

$$\frac{d}{dt}(M m_c T_s) = \rho q_e m_c T_e - \rho q_s m_c T_s + P_{ch} \quad (2.39)$$

où  $M$  représente la masse du fluide dans le récipient ( $M = \rho S L$ ) et  $P_{ch}$  la puissance thermique apportée par la résistance de chauffage. Cette puissance est exprimée par :

$$P_{ch} = \frac{U^2}{2\pi R} \left[ \frac{\pi}{5} u_c - \sin\left(\frac{\pi}{5} u_c\right) \right] \quad (2.40)$$

où  $U$  est la tension efficace du réseau électrique.

La vanne d'arrivée étant alimentée à pression constante, le débit d'entrée  $q_e$  est proportionnel à la commande  $u_{qe}$  :

$$q_e = K_e u_{qe} \quad (2.41)$$

avec  $K_e$  est le gain de l'électrovanne.

Dans la présente installation on a :  $q_e \in [0l.mn^{-1}, 20l.mn^{-1}]$  pour  $u_{qe} \in [0V, 10V]$ . De même, nous supposons que la vanne manuelle  $V_m$  est ouverte partiellement, en admettant que :

$$q_s = 0.2L \quad (2.42)$$

En reportant les relations (2.40), (2.41) et (2.42) dans les équations (2.38) et (2.39), on obtient la représentation mathématique suivante :

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = -\frac{0.2}{S}L + \frac{K_e}{S}u_{qe} \\ \frac{dT_s}{dt} = \frac{K_e(T_e - T_s)u_{qe}}{SL} + \frac{U^2}{2\pi R \rho c SL} \left[ \frac{\pi}{5} u_c - \sin\left(\frac{\pi}{5} u_c\right) \right] \end{cases} \quad (2.43)$$

Les caractéristiques de l'installation sont les suivantes :

- Le réservoir a une section  $S$  de 0.5 mètre carré ( $m^2$ ) ;
- La résistance  $R$  est de 2.42 Ohms( $\Omega$ ) ;
- Le capteur de niveau utilisé délivre 1 volt par mètre ( $V/m$ ) ;
- Le capteur de température utilisé délivre 10 milli-volt par degré Celsius ( $mV/^\circ C$ ) ;
- Le gain de l'électrovanne  $K_e$  est 2 litre par minute par volt ( $l/mn/V$ ) ;
- La vanne manuelle  $V_m$  est partiellement ouverte,  $q_s = 0.2L$  ;
- La période d'échantillonnage  $T_{ech}$  est 5 secondes ( $s$ ) ;
- La température d'entrée  $T_e$  est supposée constante, et égale à 25 degré Celsius ( $^\circ C$ ).

Finalement, on aboutit à un système MIMO à deux entrées et deux sorties (figure 2.6) donné par les fonctions de transfert suivantes :

$$H_1(p) = \frac{T_s(p)}{u_c(p)} = \frac{0.12}{1 + 1500p} \quad (2.44)$$

$$H_2(p) = \frac{T_s(p)}{u_{qe}(p)} = \frac{-0.06}{1 + 1500p} \quad (2.45)$$

$$H_3(p) = \frac{L(p)}{u_{qe}(p)} = \frac{(1.66)10^{-4}}{1 + 2.5p} \quad (2.46)$$

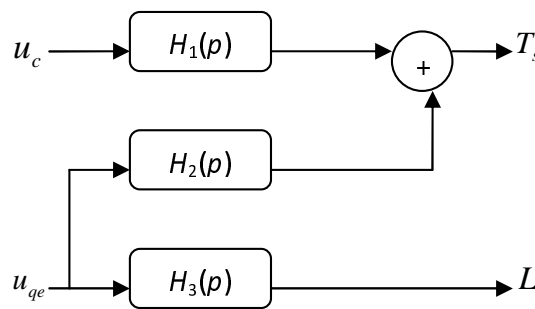


FIGURE 2.6 – Schéma fonctionnel du système d'étude

Le système nominal  $\Sigma_n : (A_n, B_n, C_n)$  est complètement décrit par les matrices suivantes :

$$A_n = \begin{bmatrix} 0.9967 & 0 \\ 0 & 0.1353 \end{bmatrix}, B_n = \begin{bmatrix} 0.0511 & -0.0256 \\ 0 & 0.0169 \end{bmatrix}, C_n = \begin{bmatrix} 0.0078 & 0 \\ 0 & 0.0085 \end{bmatrix}$$

Les vecteurs de commande et de sorties sont, respectivement :  $u = \begin{bmatrix} u_e & u_q \end{bmatrix}^T$  et  $y = \begin{bmatrix} T_s & L \end{bmatrix}^T$ . Le calcul des deux actions de commande  $u_e$  et  $u_q$  est réalisé par la loi de commande prédictive dont les paramètres sont :

- L'horizon de prédiction :  $h_p=1$

- Les contraintes sur les sorties :

$\{0 \leq T_s(k) \leq 80\}^\circ C$  et  $\{0 \leq L(k) \leq 10\}$  mètre

- Les contraintes sur les signaux de commande :

$\{0 \leq u_e(k) \leq 10\}$  Volt ,  $\{0 \leq u_q(k) \leq 10\}$  Volt et  $|\Delta u(k)| \leq 0.5$  Volt

- Les matrices de relaxation :

$$Q = 10^1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } R = 10^1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Les objectifs nominaux (performances requises) :

$\sigma_{T_s}^{nom} = 20^\circ C$  et  $\sigma_L^{nom} = 8m$ .

Afin de définir les différentes régions de performance, les seuils suivants des indices de performance sont considérés :

$$\varepsilon_{\pi}^{nom} = 5\% \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\pi}^{deg} = 20\%.$$

$$O_{nom} \triangleq \left\{ o^{nom} = \begin{bmatrix} o_{T_s}^{nom} & o_L^{nom} \end{bmatrix}^T : 19 \leq \|o_{T_s}^{nom}\|_2 \leq 21; 7.6 \leq \|o_L^{nom}\|_2 \leq 8.4 \right\}$$

$$O_{deg} \triangleq \left\{ o^{deg} = \begin{bmatrix} o_{T_s}^{deg} & o_L^{deg} \end{bmatrix}^T : 16 \leq \|o_{T_s}^{deg}\|_2 < 19; 21 < \|o_{T_s}^{deg}\|_2 \leq 24; \right. \\ \left. 6.4 \leq \|o_L^{deg}\|_2 < 7.6; 8.4 < \|o_L^{deg}\|_2 \leq 9.6 \right\}$$

$$O_{inac} \triangleq \left\{ o^{inac} = \begin{bmatrix} o_{T_s}^{inac} & o_L^{inac} \end{bmatrix}^T : \|o_{T_s}^{inac}\|_2 < 16; 24 < \|o_{T_s}^{inac}\|_2; \|o_L^{inac}\|_2 < 6.4; 9.6 < \|o_L^{inac}\|_2 \right\}$$

Les figures suivantes montrent les résultats des simulations faites avec MATLAB. La figure 2.7 présente la réponse du système dans le cas nominal (système sans défaut). Elle montre les deux sorties, la température du réservoir (en °C) et le niveau (en m), et leurs signaux de commande correspondants, les signaux de commande (en V) de la vanne électrique  $V_e$  et la résistance  $R$ .

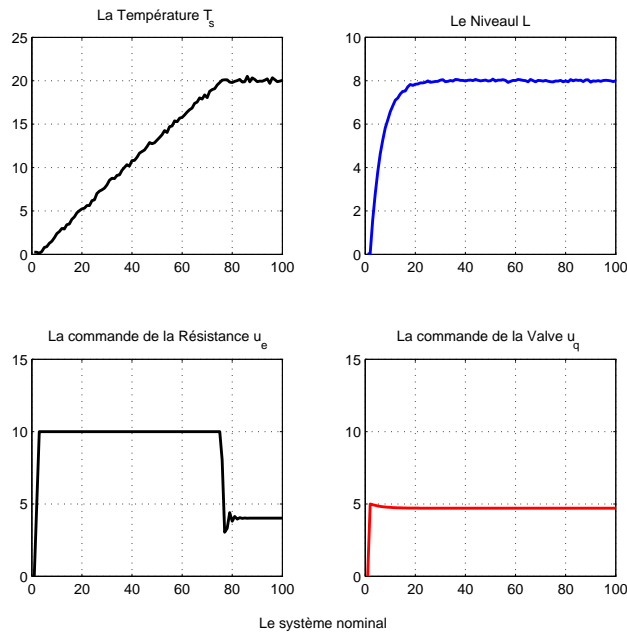


FIGURE 2.7 – Les sorties et les commandes du système nominal

Dans l'expérience, un défaut sur l'actionneur de commande de la vanne se produit à l'instant 50. Il est supposé que l'action de reconfiguration commence 3 secondes après l'apparition du défaut. Pour étudier l'impact du défaut sur les performances du système, 3 scénarii sont considérés :

- **Scénario 1** :  $\hat{\gamma}_1^k = 0$  pour tout  $k$  et  $\hat{\gamma}_2^k = \begin{cases} 0 & k < 50 \\ 0.16 & k \geq 50 \end{cases}$

L'ensemble des commandes admissibles est :

$$U_{adm} = \left\{ u_{adm} = \begin{bmatrix} u_e^{adm} & u_q^{adm} \end{bmatrix}^T : 0 \leq u_e^{adm} \leq 10; 0 \leq u_q^{adm} \leq 8,4 \right\}$$

Les objectifs dégradés sont :

$$o_T^{deg*} = \arg \min_{\substack{u_{adm} \in U_{adm} \\ o_T^{deg} \in O_{deg}}} \left( \|o_T^{deg} - 20\|_2 \right) = 20$$

$$o_L^{deg*} = \arg \min_{\substack{u_{adm} \in U_{adm} \\ o_L^{deg} \in O_{deg}}} \left( \|o_L^{deg} - 8\|_2 \right) = 8$$

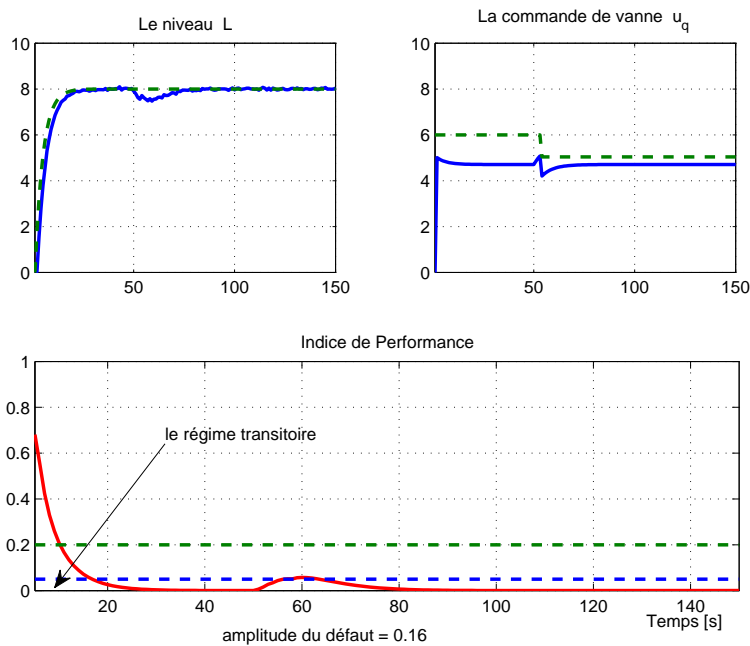


FIGURE 2.8 – Les effets d'un défaut de faible amplitude

Les effets du défaut sur les performances du système sont présentés sur la figure 2.8. Après l'apparition du défaut, la commande de la vanne reste dans les limites admissibles et l'indice de performance dévie légèrement et revient à sa valeur nominale. La valeur élevée de l'indice de performance entre l'instant 0 et l'instant 20 s traduit le régime transitoire du système.

- **Scénario 2** :  $\hat{\gamma}_1^k = 0$  pour tout  $k$  et  $\hat{\gamma}_2^k = \begin{cases} 0 & k < 50 \\ 0.27 & k \geq 50 \end{cases}$

L'ensemble des commandes admissibles est :

$$U_{adm} = \left\{ u_{adm} = \begin{bmatrix} u_e^{adm} & u_q^{adm} \end{bmatrix}^T : 0 \leq u_e^{adm} \leq 10; 0 \leq u_q^{adm} \leq 7.3 \right\}$$

Les objectifs dégradés sont :

$$o_L^{deg*} = \arg \min_{\substack{u_{adm} \in U_{adm} \\ o_L^{deg} \in O_{deg}}} \left( \left\| o_L^{deg} - 8 \right\|_2 \right) = 7.3$$

Dans ce cas, le défaut est plus grave que dans le cas 1. On peut remarquer que l'indice de performance (représenté sur la figure 2.9) ne retourne pas à la valeur nominale. Par conséquent, l'objectif nominal ne peut être atteint. Néanmoins, la nouvelle référence dégradée appliquée au système permet à la commande de la vanne de rester dans les limites admissibles et à la valeur du niveau de suivre le nouveau point de consigne.

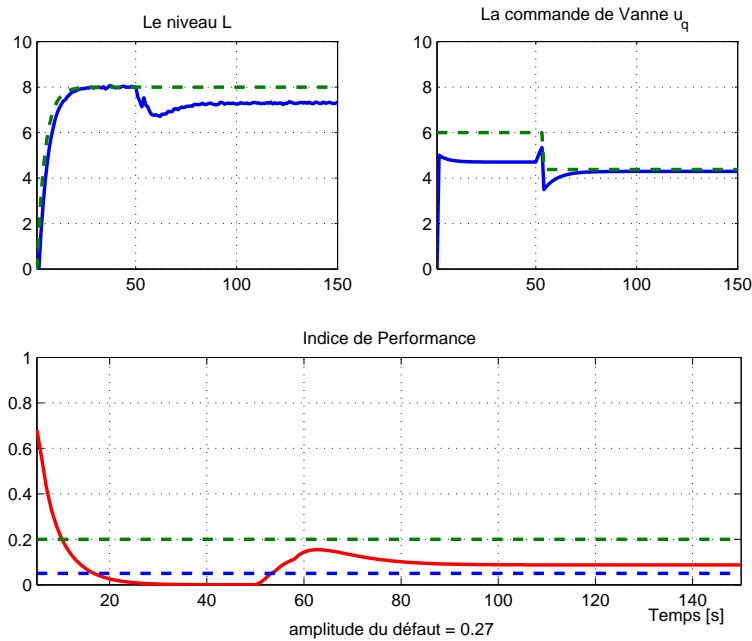


FIGURE 2.9 – Les effets d'un défaut de moyenne amplitude

- **Sénario 3** :  $\hat{\gamma}_1^k = 0$  for all  $k$  and  $\hat{\gamma}_2^k = \begin{cases} 0 & k < 50 \\ 0.43 & k \geq 50 \end{cases}$

L'ensemble des commandes admissibles est :

$$U_{adm} = \left\{ u_{adm} = \begin{bmatrix} u_e^{adm} & u_q^{adm} \end{bmatrix}^T : 0 \leq u_e^{adm} \leq 10; 0 \leq u_q^{adm} \leq 5.7 \right\}.$$

Les objectifs dégradés sont :

$$o_L^{deg*} = \arg \min_{\substack{u_{adm} \in U_{adm} \\ o_L^{deg} \in O_{deg}}} \left( \|o_L^{deg} - 8\|_2 \right) = 5.7$$

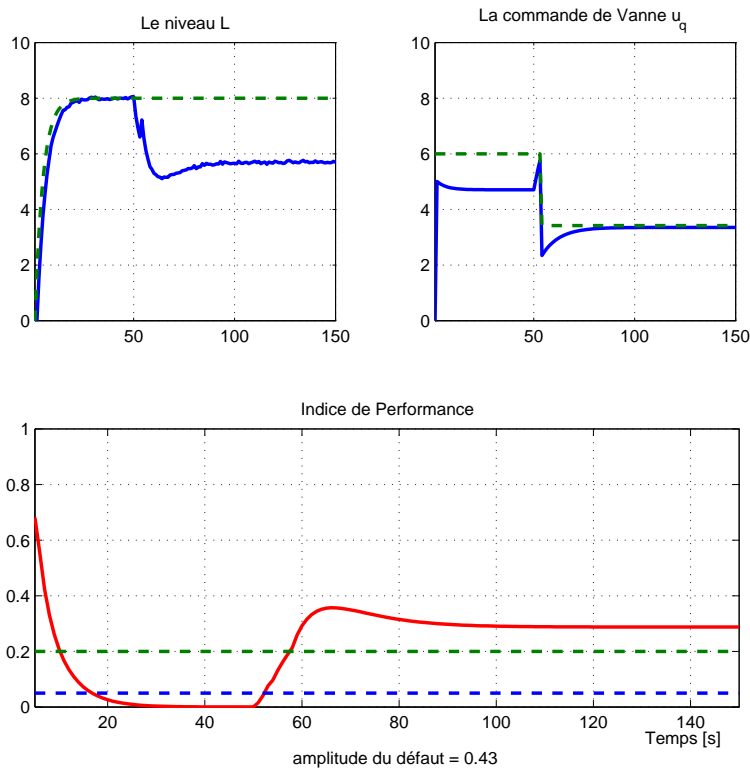


FIGURE 2.10 – Les effets d’un défaut de grande amplitude

L’observation de l’indice  $\varepsilon_\pi$ , illustré dans la figure 2.10, montre une dégradation critique des performances. Parallèlement, les valeurs des signaux de commande sont maintenues dans l’intervalle des valeurs admissibles.

L’évolution de l’indice de performance par rapport à l’amplitude de défaut actionneur, représenté sur la figure 2.11, est une information précieuse qui permet à l’opérateur de prendre la décision adéquate. Pour ce cas précis, la région des performances dégradées correspond à l’amplitude de défaut comprise entre 0.24 et 0.36.

## 2.6 conclusion

La notion de performance occupe une place importante dans la synthèse des systèmes de commande des procédés industriels. Nous avons étendu et appliqué le problème de

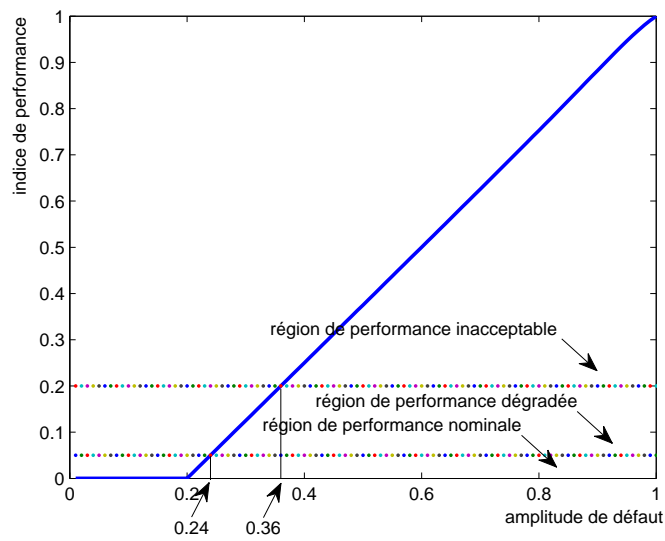


FIGURE 2.11 – Evolution de l'indice de performance

l'évaluation de performances au contexte des systèmes de commande tolérants aux défauts en nous intéressant particulièrement aux cas de la dégradation de la performance. Dans ce chapitre, nous avons proposé une formulation d'un indice de mesure de performances reposant sur les mesures disponibles ainsi que sur l'expression des objectifs à atteindre. Cette métrique simple permet d'évaluer l'impact du défaut sur les performances du système nominal mais également de juger de la qualité de la reconfiguration du système. L'observation de l'indice de performance permet de visualiser l'état de chacun des actionneurs à des fins de maintenance.

# Chapitre 3

## Gestion des références

Ce chapitre présente la problématique de la gestion des trajectoires de références. Dans un premier temps, les différentes méthodes existantes sont étudiées en détail. Certains travaux traitent du cas où les références sont supposées connues au préalable et constantes. D'autres méthodes de gestion de trajectoires de références ont été menées dans le cas où celles-ci sont supposées variables dans le temps. Ces approches, dans leur ensemble, font appel à des techniques telles que les inégalités matricielle linéaires (LMI pour Linear Matrices Inequalities), la commande prédictive, la méthode de l'ensemble de sortie maximale admissible. Dans la dernière partie de ce chapitre nous développons, dans le contexte des systèmes de commande tolérants aux défauts, une approche qui s'appuie sur le principe du gouverneur de références avec offset (GRO). Les différents degrés de liberté apportés par la structure GRO sont utilisés afin de modifier le vecteur des références appliqués au système soumis à des défauts d'actionneurs qualifiés de sévères.

### 3.1 Introduction

De nombreux travaux ont été menés depuis deux décennies dans le domaine de la gestion de trajectoires de références. ([Sugie et Yamamoto, 2001](#); [Hirata et Kogiso, 2001](#); [Ohta \*et al.\*, 2005](#); [Hatanaka et Takaba, 2005](#)) font état d'une approche qu'ils appellent Gestion de référence (RM pour Reference Management). De leur côté, ([Bemporad \*et al.\*, 1997](#); [Angeli et Mosca, 1999](#); [Angeli \*et al.\*, 1999](#); [Casavola \*et al.\*, 2000, 2006b](#)) développent le Gouverneur de commande, (CG pour Command Governor). Dans les travaux de ([Gilbert \*et al.\*, 1995](#); [Bemporad, 1998](#); [Gilbert et Kolmanovsky, 2002](#); [Kogiso et Hirata, 2003](#); [Oh \*et al.\*, 2008](#); [Borrelli \*et al.\*, 2009](#); [Guzman \*et al.\*, 2009](#)), nous trouvons le Gouverneur de Référence (RG pour Reference Governor). Certains travaux, comme ceux de ([Zhang et Jiang, 2003b](#)) ou ([Theilliol \*et al.\*, 2008, 2009](#)), traitent explicitement de méthodes prenant en compte l'effet du défaut dans le calcul des trajectoires de référence. Enfin, nous citons les travaux de ([Casavola \*et al.\*, 2007b](#)) qui ont donné lieu au Gouver-



neur de Référence avec Offset (ROG pour Reference-Offset Governor) et sur lesquels nous nous appuyons pour développer l'approche présentée dans ce mémoire.

## 3.2 Modification des références pour satisfaire les contraintes

L'objectif principal de la modification des références est de satisfaire les contraintes sur les entrées de commande et/ou les états dues aux limitations physiques sur les actionneurs et les composants du système.

### 3.2.1 Gestion de Référence par LMI

Cette méthode permet de générer des signaux de références modifiables pour des systèmes en boucle fermée afin de ne pas violer les contraintes sur les entrées et les états du système en utilisant les LMI. Cette technique, proposée par (Sugie et Yamamoto, 2001), est réalisée hors-ligne et elle suppose que les références soient constantes.

#### 3.2.1.1 Description d'un système avec contraintes

Considérons un système linéaire à temps discret en boucle fermée  $\Sigma$ , qui se compose d'un procédé  $\Sigma_p$  et un contrôleur  $\Sigma_c$  ( $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_p$ ) :

$$\Sigma : \begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Br(t) \\ y(t) = C_y(t) + D_y r(t) \\ z(t) = C_z(t) + D_z r(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du système en boucle fermée  $\Sigma$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie à contrôler, et  $r \in \mathbb{R}^p$  est la référence modifiable à retrouver. Le vecteur  $z(t) \in \mathbb{R}^l$  désigne la variable de contrainte.

Soient les hypothèses suivantes :

**Hypothèse 3.1** La condition initiale est fixée à zero.

**Hypothèse 3.2** Si  $r(t) = r_0$  (constante), alors  $y(t)$  converge à  $r_0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ .

**Hypothèse 3.3** Le vecteur  $z(t)$  doit satisfaire la contrainte suivante :

$$z(t) \in \mathcal{Z} = \{z : |z_j| < 1 \quad \forall j\}, \quad \forall t \in \mathbb{Z}_+ \quad (3.2)$$

où  $z_j(t)$  désigne la  $j$ -ième composante de  $z(t)$ .

Le but est de trouver une séquence de référence modifiable  $\{r(t)\}_{t=0,1,\dots}$  qui permettra à  $y(t)$  de poursuivre une référence donnée  $r_0$  le plus rapidement possible sous les contraintes résumées en (3.2).

### 3.2.1.2 Gestion des références dans le cas d'un horizon fini

Considérons le problème d'optimisation sur un horizon fini, suivant (Sugie et Yamamoto, 2001) :

#### Problème 3.1 :

Étant donnée la référence  $r_0$  pour le système en boucle fermée  $\Sigma$ , l'objectif est de trouver la séquence de référence modifiable  $\{r(t)\}_{t=0,1,\dots,N}$  qui minimise

$$J_1 = \sum_{t=0}^N \{\|r_0 - y(t)\|_2 + w\|r_0 - r(t)\|_2\} \quad (3.3)$$

$$\text{soumis à } z(t) \in \mathcal{Z}, \quad t = 0, 1, \dots, N \quad (3.4)$$

où  $w > 0$  est un coefficient de pondération et  $N$  correspond à l'instant terminal. Ces deux paramètres sont déterminés à l'avance lors de la conception de la commande.

Le problème 3.1 sera résolu à l'aide de LMI. A partir de (3.1),  $z(t)$  et  $y(t)$  peuvent être données par

$$z(t) = \sum_{j=0}^{t-1} C_z A^{t-j-1} B r(j) + D_z r(t) \quad (3.5)$$

$$y(t) = \sum_{j=0}^{t-1} C_y A^{t-j-1} B r(j) + D_y r(t) \quad (3.6)$$

Définissons les vecteurs  $Z$ ,  $Y$ ,  $R$  par

$$\begin{aligned} Z &= [z(0)^T \quad z(1)^T \quad \dots \quad z(N)^T]^T \\ Y &= [y(0)^T \quad y(1)^T \quad \dots \quad y(N)^T]^T \\ R &= [r(0)^T \quad r(1)^T \quad \dots \quad r(N)^T]^T \end{aligned}$$

Ensuite, les équations (3.5) et (3.6) peuvent être réécrites sous la forme

$$Z = M_z R \quad (3.7)$$

$$Y = M_y R \quad (3.8)$$

où  $M_z$  est le bloc inférieur de la matrice triangulaire de Toeplitz dont les blocs  $(i, j)$  sont donnés par

$$\begin{aligned} (M_z)_{ii} &= D_z, \quad (i = 1, \dots, N+1) \\ (M_z)_{ij} &= C_z A^{j-i-1} B, \quad (1 \leq i < j \leq N+1) \end{aligned}$$

La matrice  $M_y$  est définie de la même manière que  $M_z$  conformément à (3.6). En fonction des équations présentées précédemment, le critère  $J_1$  (3.3) est représenté par

$$\begin{aligned} J_1 &= (R_0 - M_y R)^T (R_0 - M_y R) + (R_0 - R)^T W (R_0 - R) \\ &= R_0^T (I + W) R_0 - R^T (M_y^T R_0 + W R_0) - (R_0^T M_y + R_0^T W) R + R^T (M_y^T M_y + W) R \end{aligned} \quad (3.9)$$

où  $W = wI$  et  $R_0 = [r_0^T \quad r_0^T \quad \dots \quad r_0^T]^T$ .

Soit  $\gamma$  une limite supérieure de  $J_1$ , alors nous avons l'inégalité matricielle suivante :

$$\gamma - R_0^T(I+W)R_0 + R^T(M_y^T R_0 + W R_0) + (R_0^T M_y + R_0^T W)R - R^T(M_y^T M_y + W)R > 0 \quad (3.10)$$

Comme  $M_y^T M_y + W > 0$  est vérifié, l'inégalité ci-dessus est réduite à l'inégalité LMI suivante via le complément de Schur :

$$F_1(\gamma, R) := \begin{pmatrix} \Theta_1 & R \\ R^T & \gamma - \Theta_2 + 2\Theta_3 R \end{pmatrix} > 0 \quad (3.11)$$

où  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  et  $\Theta_3$  sont définies par

$$\Theta_1 = (M_y^T M_y + W)^{-1}, \quad \Theta_2 = R_0^T(I+W)R_0, \quad \Theta_3 = (R_0^T M_y + R_0^T W)$$

En ce qui concerne les contraintes, (3.5) est réduite à un ensemble de LMI. En fait, comme  $Z = M_z R$  est vérifiée, (3.5) est égale à

$$Z_i^2 = (M_z R)_i^2 < 1 \quad \text{pour } i = 1, \dots, (N+1)l \quad (3.12)$$

où l'indice  $i$  désigne le  $i$ -ème élément du vecteur. Appliquant le complément de Schur, on obtient

$$F_2^i(R) := \begin{pmatrix} 1 & (M_z R)_i \\ (M_z R)_i^T & 1 \end{pmatrix} > 0, \quad \forall i \in [1, (N+1)l] \quad (3.13)$$

Par conséquent, le problème 3.1 peut être réduit au problème d'optimisation LMI suivant.

### Problème 3.2 :

Pour le système  $\Sigma$  décrit par (3.1), trouver un  $R$  qui minimise  $\gamma$  conformément à (3.11) et (3.13).

Une fois la solution  $R = [r^T(0), r^T(l), \dots, r^T(N)]^T$  est obtenue, nous adoptons la séquence de référence modifiable  $r(t)$  comme entrée au système en boucle fermée.

#### 3.2.1.3 Gestion des références dans le cas d'un horizon infini

Considérons le cas d'un horizon infini. Par conséquent, nous cherchons la séquence de  $r(t)$  qui minimise

$$J_2 = \sum_{t=0}^{\infty} \{\|r_0 - y(t)\|_2 + w\|r_0 - r(t)\|_2\} \quad (3.14)$$

soumis à la contrainte (3.2). Ici, nous supposons que

$$r(t) = r_0, \quad (t \geq N+1) \quad (3.15)$$

où  $N$  est un paramètre choisi par le concepteur à l'avance. Donc, nous obtenons

$$\begin{aligned} J_2 &= \sum_{t=0}^N \{\|r_0 - y(t)\|_2 + w\|r_0 - r(t)\|_2\} + \sum_{t=N+1}^{\infty} \{\|r_0 - y(t)\|_2\} \\ &= J_1 + J_3, \quad J_3 = \sum_{t=N+1}^{\infty} \{\|r_0 - y(t)\|_2\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

où  $J_1$  est donné par (3.3).

Soient  $x_s$  et  $z_s$  les valeurs de  $x$  et  $z$  en régime permanent de  $\Sigma$  pour une référence  $r(t) = r_0$ , c'est à dire

$$\begin{aligned} x_s &= Ax_s + Br_0 \\ r_0 &= C_y x_s + D_y r_0 \\ z_s &= C_z x_s + D_z r_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

et définissons le vecteur d'erreur suivant

$$e(t) = x(t) - x_s \quad (3.18)$$

Ensuite, notons que

$$e(N+k) = A^{k-1}e(N+1), \quad k \geq 1 \quad (3.19)$$

est vérifiée à l'aide de (3.15).

Par conséquent, on peut écrire

$$\begin{aligned} J_3 &= \sum_{k=1}^{\infty} \{\|C_y e(N+k)\|_2\} \\ &= e(N+1)^T V e(N+1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

où  $V$  est le grammien d'observabilité défini par

$$V = \sum_{k=1}^{\infty} (A^T)^{k-1} C_y^T C_y A^{k-1} \quad (3.21)$$

Il est connu que  $V$  est calculé en résolvant

$$V - A^T V A = C_y^T C_y \quad (3.22)$$

Quant à  $e(N+1)$ , on a

$$\begin{aligned} e(N+1) &= x(N+1) - x_s \\ &= GR - x_s \end{aligned} \quad (3.23)$$

où  $G$  est donnée par

$$G = [A^N B, A^{N-1} B, \dots, AB, B]$$

Par conséquent, on obtient

$$J_3 = (GR - x_s)^T V (GR - x_s) \quad (3.24)$$

Maintenant, nous considérons  $\gamma_3$  comme étant une borne supérieure de  $J_3$ , on a

$$\begin{pmatrix} -\gamma_3 & (GR - x_s)^T V \\ V(GR - x_s) & -V \end{pmatrix} < 0 \quad (3.25)$$

Concernant les contraintes, on obtient

$$\begin{aligned} z(N + k) &= C_z e(N + k) + z_s \\ &= C_z A^{k-1} (GR - x_s) + z_s \end{aligned} \quad (3.26)$$

Par conséquent, la contrainte  $z(N + k) \in \mathcal{Z} \quad \forall k \geq 1$  peut être représentée par un LMI en fonction de  $R$ , telle que

$$F_4^{i,k}(R) > 0 \quad \forall i \in [1, l], \quad \forall k \geq 1 \quad (3.27)$$

Pour résumer, le problème d'optimisation à horizon infini peut être exprimé par le problème suivant :

**Problème 3.3 :**

Pour le système  $\Sigma$  donné par (3.1), l'objectif est de trouver une matrice  $R$  qui minimise  $\gamma + \gamma_3$ , soumis à (3.11), (3.13), (3.25), et (3.27).

La résolution du problème 3.3 est possible à l'exception de (3.27). Néanmoins, il suffit de tenir compte d'un nombre fini de LMI qui concernent (3.27), parce que  $z(N + k)$  converge vers  $z_s$  lorsque  $k$  augmente.

### 3.2.2 Synthèse de Gouverneur de Références par contraintes sur les sorties

Cette technique consiste à construire un gouverneur de référence en se basant sur le concept de l'*Ensemble de sortie maximale admissible* (Hirata et Fujita, 1999; Hirata et Kogiso, 2001; Kogiso et Hirata, 2003; Oh-Hara et Kirata, 2003; Kogiso et Hirata, 2009). Le gouverneur de référence est conçu pour les systèmes linéaires sous contraintes avec des références variant dans le temps. La principale caractéristique de ce gouverneur de référence est de tenir compte simultanément des contraintes et la poursuite de performance par une gestion appropriée de la référence. Pour satisfaire les contraintes et évaluer la poursuite des performances, la gestion de référence est réduite à un problème de programmation quadratique convexe en utilisant le concept d'un ensemble de sortie maximale admissible. Le gouverneur de référence est finalement obtenu sous la forme d'une fonction affine par morceaux avec les variables d'état et de référence. Il est synthétisé en utilisant une approche basée sur un algorithme de programmation multi-paramétrique.

### 3.2.2.1 Description d'un système avec contraintes

Considérons un système linéaire à temps discret en boucle fermée  $\Sigma$  (voir la figure 3.1), qui se compose d'un procédé  $\Sigma_p$  et un contrôleur  $\Sigma_c$ ,

$$\Sigma : \begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bw(t) \\ z_0(t) = C_0x(t) + D_0w(t) \\ z_1(t) = C_1x(t) \end{cases} \quad (3.28)$$

où  $x = [x_p^T \ x_c^T]^T \in \mathbb{R}^n (n = n_p + n_c)$  est le vecteur d'état du système en boucle fermée  $\Sigma$ ,  $x_p \in \mathbb{R}^{n_p}$  et  $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$  sont respectivement les vecteurs d'état du processus  $\Sigma_p$  et du contrôleur  $\Sigma_c$ , et sont mesurables. Un état initial de  $\Sigma$  est donnée, tel que,  $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$ ,  $w \in \mathbb{R}^p$  est une référence et  $z_1 \in \mathbb{R}^p$  est une sortie contrôlée. En outre,  $z_0 \in \mathbb{R}^{p_0}$  est un vecteur qui doit être contraint dans un sous-ensemble prescrit  $\mathcal{Z} \subset \mathbb{R}^{p_0}$  tel que

$$z_0(t) \in \mathcal{Z}, \forall t \in \mathbb{Z}^+ \quad (3.29)$$

où  $\mathbb{Z}^+$  est l'ensemble des entiers positifs et  $\mathcal{Z} = \{z_0 \in \mathbb{R}^{p_0} : M_z z_0 \leq m_z\}$  comprend une origine, c'est-à-dire,  $m_z > 0$ , où  $M_z \in \mathbb{R}^{s_z \times p_0}$  et  $m_z \in \mathbb{R}^{s_z}$  sont, un vecteur et une matrice de dimension appropriée.

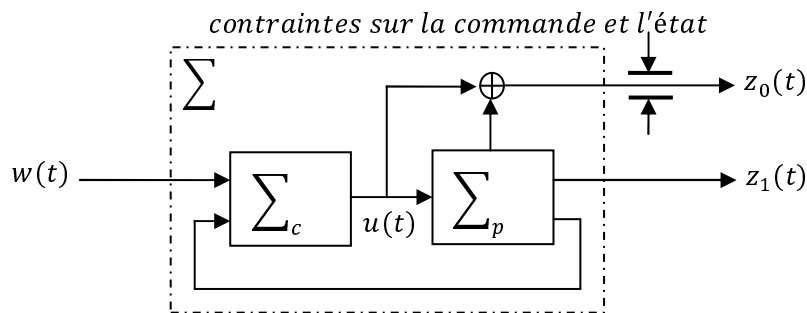


FIGURE 3.1 – Système sous contraintes en boucle fermée

Supposons que l'état spécifié sous la contrainte de commande atteint un état d'équilibre  $\bar{x}(\bar{w})$  correspondant à une référence constante externe  $\bar{w}$ . L'équilibre est donné par  $\bar{x}(\bar{w}) = (I - A)^{-1}B\bar{w}$ . Nous considérons un ensemble de références  $\bar{w}$  tel que la contrainte est satisfaite à l'état d'équilibre, c'est-à-dire,  $\bar{z}_0(\bar{w}) \in \mathcal{Z}$ , et soit l'hypothèse suivante :

**Hypothèse 3.4** Une référence constante  $\bar{w}$  à l'état d'équilibre satisfait

$$\begin{aligned} \bar{w} &\in \text{int}W, \quad \forall t \in \mathbb{Z}^+ \\ W &= \{\bar{w} \in \mathbb{R} : M_z(D_0 + C_0(I - A)^{-1}B)\bar{w} \leq m_z\} \end{aligned}$$

où  $\text{int}W$  est un intérieur d'un ensemble  $W$  supposé non vide.

L'objectif de commande pour les systèmes avec contraintes est que  $z_1$  poursuive  $w$  en satisfaisant les contraintes (3.29). Ici, le contrôleur  $\Sigma_c$  est supposé être déjà conçu en

utilisant la théorie de la commande linéaire, et en absence de contraintes spécifiées. Ainsi, le contrôleur  $\Sigma_c$  permet la poursuite de la performance désirée pour une référence variable dans le temps.

Certaines notations sont définies ci-dessous. En ce qui concerne les deux vecteurs de sortie et de référence :  $z_0$ ,  $z_1$ , et  $w$ , les vecteurs de ces séquences de signaux de l'instant 0 à  $k-1$  sont désignées respectivement par  $\hat{z}_0^k \in \mathbb{R}^{p_0 \times k}$ ,  $\hat{z}_1^k \in \mathbb{R}^k$  et  $\hat{w}^k \in \mathbb{R}^k$ . Par exemple, le vecteur  $\hat{z}_1^k$  s'écrit sous la forme  $\hat{z}_1^k = [z_1(0)^T \quad z_1(1)^T \quad \dots \quad z_1(k-1)^T]^T = Q_{11}^k x_0 + Q_{12}^k \hat{w}^k$  où  $Q_{11}^k \in \mathbb{R}^{k \times n}$  et  $Q_{12}^k \in \mathbb{R}^{k \times k}$ . Dans le cas où la référence est constante,  $w(t) = \bar{w} \quad \forall t \in \mathbb{Z}^+$ , nous désignons par  $\bar{w} \mathbf{1}_k$  comme un vecteur, où toutes les composantes du vecteur  $\mathbf{1}_k \in \mathbb{R}^k$  sont égales 1.

### 3.2.2.2 Satisfaction des contraintes

Pour déterminer la condition nécessaire pour satisfaire les contraintes sous une référence constante, nous nous appuyons sur le concept de *l'ensemble de sortie maximale admissible*. La définition de cette condition est indiquée dans la suite.

**Définition 3.1** (Ensemble de sortie maximale admissible)

Considérons  $z_0(t; x_0, \bar{w})$  qui désigne une sortie (3.28) de  $\Sigma$  pour un état initial  $x(0) = x_0$  et une entrée de référence constante  $\bar{w} \in \text{int}W$ . Nous définissons un ensemble de sortie maximale admissible (Gilbert et Tan, 1991; Hirata et Ohta, 2008) dépendant de  $\bar{w}$  de la façon suivante

$$O_\infty(\bar{w}) = \{x_0 \in \mathbb{R}^n : z_0(t; x_0, \bar{w}) \in \mathcal{Z} \quad \forall t \in \mathbb{Z}^+\} \quad (3.30)$$

En outre, supposons que la forme de  $O_\infty(0)$  soit la même que  $O_\infty(\bar{w})$  pour tout  $\bar{w} \in \text{int}W$ , et que les informations relatives à  $O_\infty(0)$  déplacée parallèlement par  $\bar{w} \in \text{int}W$  peuvent être utilisées comme un substitut à  $O_\infty(\bar{w})$ . Bien que cette hypothèse limite partiellement la variété de contraintes, elle conduit à un effet plus efficace pour réduire le nombre de données mises en oeuvre pour la synthèse du gouverneur de référence. Dans ce cas, celui-ci n'exige pas d'avoir les informations sur  $O_\infty(\bar{w})$  pour tous les  $\bar{w} \in \text{int}W$ . Nous pouvons alors poser l'hypothèse suivante (Oh-Hara et Kirata, 2003).

**Hypothèse 3.5** L'équation suivante est satisfaite :

$$\bar{z}_0(\bar{w}) = (D_0 + C_0(I - A)^{-1}B)\bar{w} = 0, \quad \forall \bar{w} \in \text{int}W$$

**Remarque 3.1 :**

La condition énoncée dans l'hypothèse 3.5 implique que les formes  $O_\infty(0)$  et  $O_\infty(\bar{w})$  soient égales pour tous  $\bar{w} \in \text{int}W$ . La définition de l'ensemble des références constantes admissibles, dans le cas où  $\bar{w} = 0$  est un cas trivial. Dans le cas où  $\bar{w} \neq 0$ , l'égalité  $(D_0 + C_0(I - A)^{-1}B)\bar{w} = 0$  doit être respectée pour que l'hypothèse 3.5 soit vérifiée. Par conséquent, l'égalité  $(D_0 + C_0(I - A)^{-1}B) = 0$  implique que la classe des références considérées est  $W = \mathbb{R}$ .

**Remarque 3.2 :**

Nous pouvons connaître l'ensemble des sorties maximales admissibles en vertu de la référence variable dans le temps, désigné par  $O_\infty$ . Toutefois, l'ensemble  $O_\infty$  a aucune utilité pratique ou réelle parce que  $O_\infty$  peut être vide si une plage spécifiée d'une référence employée est suffisamment grande (Oh-Hara et Kirata, 2003).

En vertu de la référence constante  $\bar{w}$ , une condition nécessaire et suffisante pour satisfaire les contraintes, est proposée dans (Hirata et Kogiso, 2001).

**Lemme 3.1** (Hirata et Kogiso, 2001)

Étant donnée une référence constante  $\bar{w} \in \text{int}W$  et un horizon  $h \in \mathbb{Z}^+$ , une inclusion  $z_0(t) \in \mathcal{Z} \quad \forall t \geq h$  est vérifiée si et seulement si une condition terminale  $x(h) \in O_\infty(\bar{w})$  est satisfaite.

D'après le lemme 3.1 dans le cas de  $x(0) \in O_\infty(\bar{w})$ , nous pouvons voir que le gouverneur de référence n'a pas besoin de modifier la référence  $\bar{w}$ , et  $\bar{w}$  peut être directement utilisé par le système en boucle fermée  $\Sigma$  sans provoquer la violation des contraintes. Toutefois, dans le cas où  $x(0) \notin O_\infty(\bar{w})$ , il est fondamental de trouver la séquence d'entrée  $\hat{r}^h \in \mathbb{R}^h$  soumise à la fois, à  $z_0(\tau) \in \mathcal{Z}, \tau = 0, 1, \dots, h-1$ , et à la condition terminale  $x(h) \in O_\infty(\bar{w})$  pour un horizon donné  $h \in \mathbb{Z}^+$  et  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ . Cette séquence devient un signal géré par le gouverneur de référence. Ici, l'existence d'un tel horizon  $h$  et d'une séquence de la référence  $\hat{r}^h$  sont supposés admis.

**Hypothèse 3.6** Sous les hypothèses 3.4 et 3.5, pour un état initial  $x_0$ , il existe un horizon  $h \in \mathbb{Z}^+$  et une séquence d'entrée  $\hat{r}^h \in \mathbb{R}^h$  telles que, à la fois, le respect des contraintes pour un temps fini,  $z_0(\tau) \in \mathcal{Z}, \tau = 0, 1, \dots, h-1$ , et la condition terminale,  $x(h) \in O_\infty(\bar{w})$ , sont vérifiés simultanément.

**Remarque 3.3 :**

Si l'hypothèse 3.6 est vérifiée, pour un  $x_0$  donné,  $\bar{w} \in \text{int}W$ , et  $O_\infty(\bar{w})$ , trouver un horizon  $h$  des séquences de l'entrée  $\hat{r}^h$  pour satisfaire les contraintes est possible (Kogiso et Hirata, 2003).

**3.2.2.3 Problème de gestion de référence**

Soit le signal résultant du gouverneur de référence en assurant le respect des contraintes,  $r$ , est l'entrée du système en boucle fermée, comme illustre la figure 3.2. Considérons l'état initial  $x_0$  et la référence variable dans le temps  $w \in \text{int}W$ , la méthode de gestion de  $w$  pour éviter la violation des contraintes peut être réduite au problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\hat{r}^\infty} (\|\hat{z}_1^\infty - \hat{w}^\infty\| + \|\hat{r}^\infty - \hat{w}^\infty\|), \quad (3.31)$$

soumis aux contraintes (3.29)

où  $\|x\|$  est une norme appropriée d'un vecteur  $x$ .  $z_1^\infty$  désigne une séquence infinie du vecteur  $z_1$ . L'optimisation (3.31) est difficile à résoudre, en général, à cause de la dimension



infinie de la variable de décision  $\hat{r}^\infty$  et le nombre infini des inégalités de contraintes (3.31). Cependant, avec la condition terminale énoncée dans le lemme 3.1, l'optimisation (3.31) peut être réduite à un problème avec une dimension finie de la variable de décision et les contraintes, sauf pour l'évaluation de la fonction objectif sur une partie de référence future de  $\hat{w}^\infty$ .

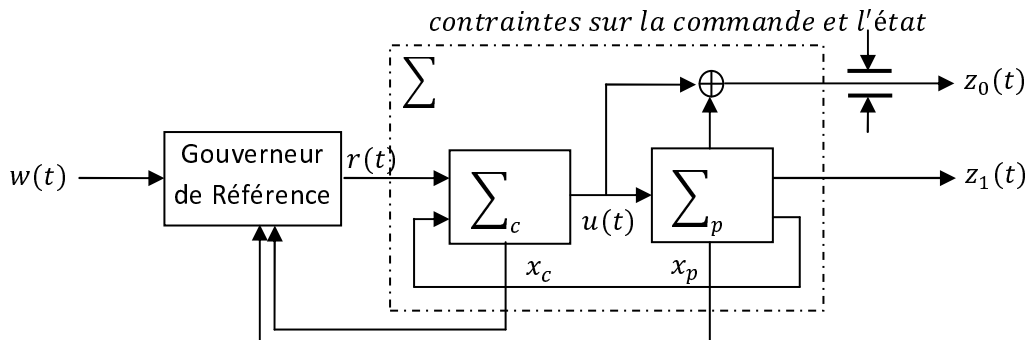


FIGURE 3.2 – Schéma de principe d'un gouverneur de référence avec contraintes

Puisque la prédiction exacte du comportement futur de la référence variable dans le temps est fondamentalement impossible, nous allons envisager une évaluation de l'objectif telle que la valeur de la référence  $w(t)$  à l'instant actuel  $t$  serait gardée au moins jusqu'à l'instant  $t+h$ . Étant donnée la référence  $w(t) \in \text{int}W$  et l'état  $x(t)$ , le problème de gestion des références peut être formalisé sous forme du problème de programmation quadratique convexe, suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\hat{r}^\infty} & \left( \|\hat{z}_1^h - w(t)\mathbf{1}_h\|_{2,P} + \|\hat{r}^h - w(t)\mathbf{1}_h\|_{2,Q} \right), \\ \text{objet à : } & x(t) \in O_\infty(w(t)), \\ & z_0(\tau) \in \mathcal{Z}, \quad \tau = 0, \dots, h-1 \end{aligned} \quad (3.32)$$

où  $P = P^T$  et  $Q = Q^T$  sont définies positives, une norme  $l_2$  d'un vecteur est désignée par  $\|x\|_{2,P} = x^T P x$ , et  $\hat{z}_1^h = Q_{11}^h x(t) + Q_{12}^h w(t)\mathbf{1}_h$ , dans laquelle la représentation de  $w(t)\mathbf{1}_h$  comprend la référence prédite. Le premier terme de la fonction objectif (3.32) tient compte de l'erreur entre la sortie contrôlée et la référence constante pénalisée par la matrice de pondération  $P$ . Le second terme est ajouté pour réduire les vibrations, afin d'éviter d'endommager les systèmes en boucle fermée sensibles aux signaux de vibration dans l'exploitation pratique. Le gouverneur de référence s'exécute en résolvant le problème d'optimisation (3.32) à chaque période d'échantillonnage et la première composante de la solution  $\hat{r}^h$ , notée par  $\hat{r}^h(1)$ , est appliquée au système contraint, soit :  $r(t) = \hat{r}^h(1)$ . En outre, si le signal de référence devient constant et l'état satisfait la condition terminale, alors le gouverneur de référence ne subit pas de modification.

Même si la référence varie, les contraintes à l'instant courant sont au moins nécessairement respectées sous la condition (3.32), où l'évaluation de (3.32) pourrait ne pas être

exacte. Lorsque la référence est constante, la contrainte sur un temps infini est vérifiée, de plus le respect des performances est assuré. Comme indiqué dans la Remarque 3.3, et sous l'hypothèse 3.6, l'horizon  $h$  objet des contraintes (3.32), est numériquement obtenu par (Kogiso et Hirata, 2003). Dans ce cas, le problème de gestion des références (3.32) est toujours possible. Ainsi, cette déclaration peut être résumée dans le théorème suivant.

**Theorème 3.1** (*Kogiso et Hirata, 2009*)

*Pour  $x_0$  et  $w \in \text{int}W$  donnés sous les hypothèses 3.4, 3.5 et 3.6, une séquence d'entrée  $r$  obtenue par un gouverneur de référence à chaque instant d'échantillonnage respecte les contraintes (3.29) conformément à la figure 3.2.*

**Démonstration 3.1 :**

La démonstration du théorème 3.1 est donnée dans (Kogiso et Hirata, 2009).

### 3.2.3 Gouverneur de Référence par l'approche prédictive

Cette technique vise à assurer la poursuite des références sous contraintes, dans laquelle la référence à poursuivre peut-être variable dans le temps. Un cadre approprié pour traiter des problèmes de poursuite sous contraintes en présence des références variables dans le temps est la méthode de commande prédictive (Bemporad *et al.*, 1997, 1998; Bemporad, 1998; Angeli *et al.*, 1999; Casavola *et al.*, 2000). En fait, en tenant compte de la valeur actuelle à la fois du vecteur d'état et de la référence, une évolution potentielle ou virtuelle de la référence peut être conçue en ligne de manière à générer les réponses liées à l'entrée et à l'état, et par conséquent, satisfaire les inégalités des contraintes à chaque instant.

Dans la plupart des cas, la résolution numérique de la commande prédictive engendre une charge de calcul tout à fait considérable. Afin d'alléger les calculs, il est important de fixer les conditions pour lesquelles il est possible d'emprunter le concept de la commande prédictive pour l'appliquer aux problèmes du calcul en ligne de la référence. Ceci afin de proposer des algorithmes de commande sous contraintes plus simple à implanter. L'objectif principal de la technique proposée est de répondre à cette question en fixant des orientations pour la synthèse des gouverneurs de références, basée sur le principe de la commande prédictive. Un Gouverneur de Référence (GR) est un dispositif non linéaire qui est ajouté à un système de commande compensé premièrement par un contrôleur nominal. Ce dernier, en l'absence du GR, est conçu de manière à fonctionner de façon satisfaisante en l'absence de contraintes. Chaque fois que ceci est nécessaire, le GR modifie l'entrée au système de contrôle primaire de manière à éviter la violation des contraintes.

### 3.2.3.1 Formulation du problème et design du GR

Considérons le système linéaire invariant dans le temps suivant :

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi x(t) + Gg(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c x(t) + Dg(t) \end{cases} \quad (3.33)$$

où  $t \in \mathbb{Z}_+ := \{0, 1, \dots\}$ ;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état;  $g(t) \in \mathbb{R}^p$  est l'entrée de commande manipulable qui, si aucune contrainte n'est présente, elle coïncide essentiellement avec la référence  $r(t) \in \mathbb{R}^p$ ;  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie; et  $c(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$  représente le vecteur des contraintes tel que

$$c(t) \in \mathcal{C}; \forall t \in \mathbb{Z}_+ \quad (3.34)$$

où  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^{n_c}$  est l'ensemble des contraintes prescrites.

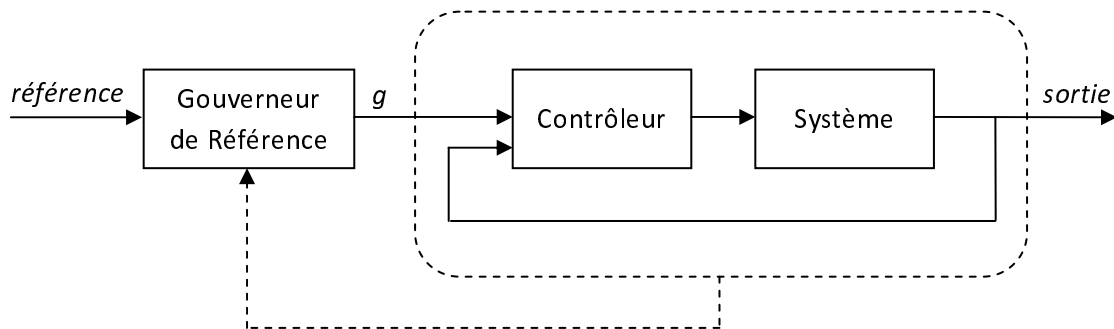


FIGURE 3.3 – Principe du Gouverneur de Référence

L'objectif du Gouverneur de Référence (voir figure 3.3) est de concevoir un dispositif sans mémoire

$$g(t) := \underline{g}(x(t), r(t)) \quad (3.35)$$

de telle sorte que, dans des conditions appropriées, les contraintes (3.34) sont respectées et probablement  $y(t) \approx r(t)$ .

Soient les hypothèses suivantes :

**Hypothèse 3.7**  $\Phi$  est une matrice de stabilité telles que toutes ses valeurs propres sont dans le disque unité ouvert ;

**Hypothèse 3.8** Le système (3.33) est offset-free, c-à-d,  $H_y(I_n - \Phi)^{-1}G = I_p$ .

Considérons une référence constante  $g(t) \equiv w$ , la solution à l'équilibre de (3.33) pour  $w$  est donnée par la suite avec les notations suivantes :

$$\begin{cases} x_w := (I_n - \Phi)^{-1}Gw \\ y_w := H_y x_w \\ c_w := H_c x_w + Dw = [H_c(I_n - \Phi)^{-1}G + D]w \end{cases} \quad (3.36)$$

Il est en outre supposé que

**Hypothèse 3.9**  $\mathcal{C}$  est bornée ;

**Hypothèse 3.10**  $\mathcal{C} = \{c \in \mathbb{R}^{n_c} : A_c c \preceq B_c, B_c \in \mathbb{R}^{n_q}\}$  ;

**Hypothèse 3.11**  $\mathcal{C}$  a un intérieur non vide .

Les hypothèses (3.9, 3.10 et 3.11) impliquent que  $\mathcal{C}$  est une région polytopique compacte et convexe.

Tout d'abord, on introduit les ensembles suivants, pour un réel  $\delta > 0$  donné

$$\mathcal{W}_\delta := \{w \in \mathbb{R}^p : \mathcal{B}_\delta(c_w) \in \mathcal{C}\} \quad (3.37)$$

$$\text{avec } \mathcal{B}_\delta(c) := \{\bar{c} \in \mathbb{R}^{n_c} : \|c - \bar{c}\| \preceq \delta\} \quad (3.38)$$

On suppose aussi que pour un réel suffisamment petit  $\delta > 0$

**Hypothèse 3.12**  $\mathcal{W}_\delta$  est non vide.

Considérons la séquence  $v$ , paramétrée par  $\theta$  :

$$v(k, \theta) := \gamma^k \mu + w, \quad \text{où } \theta := [\mu^T \quad w^T]^T \in \Theta := \mathbb{R}^p \times \mathcal{W}_\delta \quad (3.39)$$

où  $\gamma \in [0, 1]$ . Nous supposons temporairement que  $v(\cdot, \theta)$  est utilisée comme une entrée à l'équation (3.33) à partir de l'état  $x(t)$  à l'instant 0. Cette dernière sera désignée comme l'évènement  $(0, x(t))$ . Supposons que

$$c(\cdot, x(t), \theta) := \{v(k, x(t), \theta)\}_{k=0}^\infty \subset \mathcal{C} \quad (3.40)$$

Dans l'équation (3.40),  $c(k, x(t), \theta)$  désigne la réponse de  $c$  à l'instant  $k$  à  $v(\cdot, \theta)$  à partir de l'évènement  $(0, x(t))$ . Si l'inclusion dans (3.40) est vérifiée pour une valeur de  $\theta \in \Theta$ ,  $x(t)$  est admissible,  $(x(t), \theta)$  est une paire exécutable, et  $v(\cdot, \theta)$  est une séquence de commande virtuelle pour l'état  $x(t)$ . Notons que, **si**  $v(k+1, \theta) = v(k, [\gamma\mu^T \quad w^T]^T)$ ,  $(x(t), \theta)$  est exécutable, **alors**  $(x(t+1), [\gamma\mu^T \quad w^T]^T)$  est exécutable, montrant que  $x(t+1) = \Phi x(t) + Gv(0, \theta)$ . En outre,  $c(k+1, x(t), \theta) = c(k, x(t+1), [\gamma\mu^T \quad w^T]^T)$ . Ensuite, tout état est admissible tout au long la trajectoire correspondante à une séquence de commande virtuelle  $v(\cdot, \theta)$ . Par conséquent, la convergence de l'algorithme est assurée si le système (3.33) est conduit par une séquence de commandes virtuelles ou son entrée commute d'une séquence de commandes virtuelles à une autre.

**Proposition 3.1** (*Propriété de Viabilité*)

Considérons le système (3.33) avec la famille des séquences de commandes (3.39). Supposons que les hypothèses (3.7-3.12) sont vérifiées et la condition initiale  $x(0)$  de (3.33) est admissible. Donc, il existe une concaténation d'un nombre fini des séquences de commandes virtuelles  $v(\cdot, \theta_i)$ ,  $\theta_i = [\mu_i^T \quad w_i^T]^T$ ,  $\theta_i \in \Theta$ , avec un nombre fini de commutations, capables de ramener asymptotiquement l'état du système de  $x(0)$  à  $x_w$ , quelque soit  $w \in \mathcal{W}_\delta$ .

Pour comprendre comment on commute d'une séquence de commande virtuelle à une autre, on considère l'indice de sélection quadratique suivant :

$$J(x(t), r(t), \theta) := \|\mu\|_{\psi_\mu}^2 + \|w - r(t)\|_{\psi_w}^2 + \sum_{k=0}^{\infty} \|y(k, x(t), \theta) - w\|_{\psi_y}^2 \quad (3.41)$$

où  $\|x\|_{\psi}^2 := x^T \psi x$ ,  $\psi_\mu = \psi_\mu^T > 0$ ,  $\psi_w = \psi_w^T > 0$ ,  $\psi_y = \psi_y^T \geq 0$ , et  $y(k, x(t), \theta)$  est la réponse de sortie à l'instant  $k$  pour la commande  $v(k, \theta) = \gamma^k \mu + w$  à partir de l'évènement  $(0, x(t))$ .

Il est clair que (3.41) a un minimum unique non contraint  $\theta \in \mathbb{R}^{2p}$  pour tout  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  et  $r(t) \in \mathbb{R}^p$ . Soit  $\mathcal{V}$ , un ensemble de tout  $\theta \in \Theta$  tel que  $(x, \theta)$  est exécutable

$$\mathcal{V} := \{\theta \in \Theta : c(\cdot, x, \theta) \subset \mathcal{C}\} \quad (3.42)$$

Supposons que, pour tout  $t \in \mathbb{Z}_+$ ,  $\mathcal{V}(x(t))$  est non vide, fermée, et convexe. Ceci implique que le minimiseur suivant existe et la solution est unique

$$\theta(t) := \arg \min_{\theta \in \Theta} \{J(x(t), r(t), \theta) : c(\cdot, x, \theta) \subset \mathcal{C}\} = \arg \min_{\theta \in \mathcal{V}(x(t))} J(x(t), r(t), \theta) \quad (3.43)$$

La proposition 3.1 assure que  $\mathcal{V}(x(t))$  est non vide et implique que  $\mathcal{V}(x(t+1))$  est non vide aussi si  $(x(t), \theta)$  est exécutable et  $x(t+1) = \Phi x(t) + Gv(0, \theta)$ . En outre, le mécanisme de concaténation embarqué dans la propriété de viabilité dans la proposition 3.1 suggère qu'on peut sélectionner l'action GR réelle en fonction de la stratégie de commande à horizon glissant si  $\theta$  est déterminée par (3.43) :

$$g(t) = v(0, \theta(t)) = \begin{cases} \mu(t) + w(t), & \gamma \in ]0, 1] \\ w(t), & \gamma = 0 \end{cases} \quad (3.44)$$

### 3.2.3.2 Analyse de stabilité du GR

Pour étudier la stabilité d'une commande offset-free avec une action GR, on utilise la technique de Lyapunov standard. On a vu que la sortie du système commandé par GR converge vers une approximation admissible la plus proche de la référence. En particulier,

#### Proposition 3.2 (Bemporad et al., 1998)

Considérons le système (3.33) commandé par GR via (3.43) et (3.44). Supposons que les hypothèses (3.7 - 3.12) sont vérifiées. Soit la condition initiale  $x(0)$  de (3.33) admissible et  $\mathcal{V}(x(t))$  fermée et convexe pour chaque  $t \in \mathbb{Z}_+$ . Soit  $r(t) \equiv r, \forall t \geq t^* \in \mathbb{Z}_+$ . On vérifie que les contraintes prescrites sont satisfaites pour tout  $t \in \mathbb{Z}_+$ , et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = w_r \quad , \quad (3.45)$$

$$w_r := \arg \min_{w \in \mathcal{W}_\delta} \|w - r\|_{\psi_w}^2$$

**Démonstration 3.2 :**

La démonstration de (3.45) est donnée dans (Bemporad *et al.*, 1997).

L'existence et l'unicité du minimiseur (3.43) montre que la condition initiale de (3.33) est admissible. Pour une implémentation pratique, ces contraintes doivent être réduites à un nombre fini. En effet, il existe un entier fini  $i_0$ , déterminé hors-ligne, tel que

$$c(k, x, \theta) \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathbb{Z}_+ \Leftrightarrow c(k, x, \theta) \in \mathcal{C}, \forall k = 0, \dots, i_0 \quad (3.46)$$

pour tout  $x \in \mathbb{R}^n, \forall \theta \in \Theta$ . Ensuite, le problème d'optimisation initial ayant un nombre infini de contraintes est équivalent à un problème d'optimisation quadratique sous contraintes avec un nombre fini des contraintes linéaires, ce qui est résoluble avec des techniques de programmation quadratique.

**Theorème 3.2** (Bemporad *et al.*, 1998)

Soient les hypothèses (3.7-3.12) vérifiées. Considérons le système (3.33) avec l'action GR via (3.43) et (3.44), et soit  $x(0)$  admissible. On vérifie que :

1. La solution du minimiseur dans (3.43) existe et est unique pour chaque  $t \in \mathbb{Z}_+$  et peut être obtenue en résolvant un problème d'optimisation quadratique sous contraintes exprimé sous forme des inégalités linéaires,  $A_c c(i-1, x(t), \theta) \leq B_c$ , limité à un nombre fini des pas d'échantillons  $i_0$ , c-à-d pour  $i = 0, \dots, i_0$ ;
2. L'entier  $i_0$  peut être calculé hors-ligne ;
3. Le système global satisfait les contraintes et qu'il est asymptotiquement stable.

**Démonstration 3.3 :**

La démonstration du théorème 3.2 est donnée dans (Bemporad *et al.*, 1997).

**3.2.4 Gouverneur de Référence avec Offset**

Le Gouverneur de Référence avec Offset (GRO) est présenté dans (Casavola *et al.*, 2006a, 2007a,b, 2008). Le GRO est un dispositif qui permet de gérer la référence dont l'action est calculée en fonction de la référence réelle ; l'état actuel et les contraintes prescrites du système. Un schéma de principe du GRO, intégré dans un système en boucle fermée, est donné par la figure 3.4.

**3.2.4.1 Formulation mathématique**

Considérons le système LTI suivant, en boucle fermée

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi x(t) + G_g g(t) + G_\theta \theta(t) + G_d d(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c x(t) + L_g g(t) + L_\theta \theta(t) + L_d d(t) \end{cases} \quad (3.47)$$

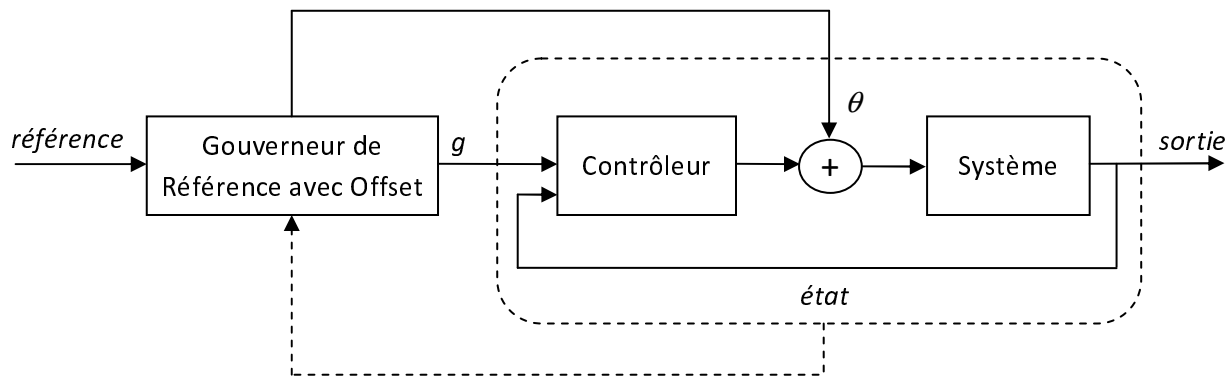


FIGURE 3.4 – Principe du Gouverneur de Référence avec Offset

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état (qui inclut les états du système et du contrôleur);  $g(t) \in \mathbb{R}^p$  est la référence modifiée qui, si aucune contrainte n'était présente, coïnciderait avec la référence  $r(t) \in \mathbb{R}^p$ ;  $\theta(t) \in \mathbb{R}^m$  est un offset ajustable sur la loi de commande nominale que nous supposons être choisi parmi un ensemble convexe et compact donné  $\Theta$ ,  $0_m \in \Theta$ ;  $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$  est une perturbation bornée exogène satisfaisant  $d(t) \in \mathcal{D}; \forall t \in \mathbb{Z}_+$ , avec  $\mathcal{D}$  est un ensemble convexe et compact spécifié tel que  $0_{n_d} \in \mathcal{D}$ ;  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie;  $c(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$  représente le vecteur des contraintes,  $c(t) \in \mathcal{C}; \forall t \in \mathbb{Z}_+$ ; avec  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^{n_c}$  est l'ensemble des contraintes prescrites.

Considérons les hypothèses suivantes :

**Hypothèse 3.13**  $\Phi$  est une matrice stabilisante ;

**Hypothèse 3.14** Le système (3.47) est offset-free à l'égard de  $g(t)$  c-à-d  $H_y(I_n - \Phi)^{-1}G_g = I_p$

On pose  $z(t) = [g(t)^T \theta^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{p+m}$ , la sortie du dispositif GRO. La description d'état du système (3.47) dévient

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi x(t) + Gz(t) + G_d d(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c x(t) + Lz(t) + L_d d(t) \end{cases} \quad (3.48)$$

où les matrices suivantes sont définies par  $G = [G_g \ G_\theta]$ ,  $L = [L_g \ L_\theta]$ .

Le problème de GRO revient donc à produire, à chaque instant  $t$ , le signal de commande  $z(t)$  en fonction de l'état actuel  $x(t)$  et de la référence  $r(t)$  :

$$z(t) := \bar{z}(x(t), r(t)) \quad (3.49)$$

de telle manière que, les contraintes soient satisfaites pour toutes les séquences de perturbations possibles  $d(t) \in \mathcal{D}$  et, éventuellement,  $y(t) \approx r(t)$ . En outre, il est nécessaire que :

1.  $g(t) \rightarrow \hat{r}$  lorsque  $r(t) \rightarrow r$ , avec  $\hat{r}$  la meilleure approximation possible de  $r$  et  $\theta(t) \rightarrow \hat{\theta}_m$  ;
2. le GRO a un temps de convergence fini, à savoir  $g(t) = \hat{r}$  et  $\theta(t) = \hat{\theta}_m$  pour un  $t$  peut être élevé mais fini lorsque la référence reste constante après un temps fini.

### 3.2.4.2 Recherche de solution

Tout d'abord, nous cherchons à séparer les effets des perturbations. Par linéarité, il est permis de séparer les effets des conditions initiales et des entrées de ceux des perturbations :

$$x(t) = \bar{x}(t) + \tilde{x}(t)$$

où  $\bar{x}(t)$  est la composante indépendante de perturbations et  $\tilde{x}(t)$  ne dépend que de perturbations.

Ensuite, en adoptant les notations suivantes pour les solutions sans perturbation de (3.48) à une commande constante  $z(t) = z$ , nous définissons

$$\begin{aligned}\bar{x}_z &:= (I_n - \Phi)^{-1}Gz \\ \bar{y}_z &:= H_y(I_n - \Phi)^{-1}Gz \\ \bar{c}_z &:= H_c(I_n - \Phi)^{-1}Gz + Lz\end{aligned}\tag{3.50}$$

où  $\bar{x}(t)$ ,  $\bar{y}(t)$  et  $\bar{c}(t)$  sont les composantes sans perturbations de  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $c(t)$  respectivement.

Nous construisons maintenant l'ensemble des restrictions de contraintes  $\mathcal{C}_k$  suivantes :

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_0 &:= \mathcal{C} \sim L_d\mathcal{D} \\ &\vdots \\ \mathcal{C}_k &:= \mathcal{C}_{k-1} \sim H_c\Phi^{k-1}G_d\mathcal{D} \\ &\vdots \\ \mathcal{C}_\infty &:= \bigcap_{k=0}^{\infty} \mathcal{C}_k\end{aligned}\tag{3.51}$$

où la relation  $\mathcal{A} \sim \mathcal{E}$  est définie comme suit :  $\{a \in \mathcal{A} \mid \forall e \in \mathcal{E}, a + e \in \mathcal{A}\}$ .

On peut démontrer que les ensembles  $\mathcal{C}_k$  sont des restrictions non conservatives de  $\mathcal{C}$  tel que  $\bar{c}(t) \in \mathcal{C}_\infty, \forall t \in \mathbb{Z}_+$ , implique que  $c(t) \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathbb{Z}_+$ .

Nous introduisons dans la suite les deux ensembles suivants, pour un réel donné  $\delta > 0$  ; (Bemporad *et al.*, 1997),

$$\mathcal{C}^\delta := \mathcal{C}_\infty \sim \mathcal{B}_\delta\tag{3.52}$$

$$\mathcal{W}_\delta := \{z \in \mathbb{R}^{p+m} : \bar{c}_z \in \mathcal{C}^\delta\}\tag{3.53}$$



où  $\mathcal{B}_\delta$  est une sphère de rayon  $\delta$  centrée à l'origine. Supposons qu'il existe un réel  $\delta > 0$  tel que  $\mathcal{W}_\delta$  est non vide. En particulier,  $\mathcal{W}_\delta$  est l'ensemble de toutes les commandes dont les solutions correspondantes à l'état d'équilibre satisfont les contraintes avec une marge de  $\delta$ . A partir des définitions et hypothèses précédentes, il s'ensuit que  $\mathcal{W}_\delta$  est fermé et convexe.

L'idée principale est de choisir à chaque pas de temps une commande virtuelle constante  $z(\cdot) \equiv z$ , avec  $z \in \mathcal{W}_\delta$  telle que l'évolution virtuelle correspondante réponde aux contraintes sur un horizon semi-défini. En outre, il est nécessaire que l'offset sur la loi de commande et la distance entre la référence manipulée  $g(t)$  et la référence constante  $r(t)$  soit minimale.

Permettons de définir l'ensemble  $\mathcal{V}(x(t))$  comme

$$\mathcal{V}(x(t)) = \{z \in \mathcal{W}_\delta : \bar{c}(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k, \forall k \in \mathbb{Z}_+\} \quad (3.54)$$

où

$$\bar{c}(k, x(t), z) = H_c \left( \Phi^k x(t) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi^{k-i-1} G z \right) + L z \quad (3.55)$$

doit être interprétée comme étant l'évolution virtuelle sans perturbations à l'instant  $k$  du vecteur des contraintes à partir de la condition initiale  $x(t)$  à l'instant zéro, sous la commande constante  $z(\cdot) \equiv z$ .

Par conséquent  $\mathcal{V}(x(t)) \subset \mathcal{W}_\delta$ , s'il est non vide, représente l'ensemble de toutes les séquences virtuelles constantes dans  $\mathcal{W}_\delta$  dont les évolutions partant de  $x(t)$  satisfont les contraintes même lors des transitoires. Il peut également être démontré que cet ensemble est complètement déterminé, c'est à dire qu'il existe un entier positif  $k_0$  tel que l'équation (3.54) est complètement caractérisée pour  $k \in \{0, \dots, k_0\}$ , avec  $k_0$  calculé hors ligne tel qu'il est décrit dans (Gilbert et Tan, 1991).

La sortie du GRO est basée sur la minimisation d'une fonction de coût en tenant compte des contraintes imposées par (3.54). Cette fonction de coût a la forme suivante

$$J(x(t), z(t), r) = \|g(t) - r\|_{\Psi_g}^2 + \|\theta(t)\|_{\Psi_\theta}^2 \quad (3.56)$$

où  $\Psi_g = \Psi_g^T > 0_m$ ,  $\Psi_\theta = \Psi_\theta^T > 0_m$  et  $\|v\|_{\Psi}^2 := v^T \Psi v$ . Ainsi, à chaque instant  $t \in \mathbb{Z}_+$ , la sortie du GRO est choisie en fonction de la solution du problème d'optimisation sous respect des contraintes suivant :

$$z(t) := \arg \min_{z \in \mathcal{V}(x(t))} J(x(t), z(t), r) \quad (3.57)$$

Les propriétés suivantes sont valables pour le GRO décrit ci-dessus.

**Theorème 3.3** (*Casavola et al., 2006a*)

Si l'hypothèse 3.13 est vérifiée et si on considère le système (3.48) ainsi que la règle de sélection du GRO (3.57), et soit  $\mathcal{V}(x(0))$  non-vide. Alors :

1. La solution du minimiseur dans (3.57) existe et elle est unique à chaque  $t \in \mathbb{Z}_+$ . Elle peut être obtenue en résolvant un problème d'optimisation convexe sous contraintes. Dans ce cas,  $\mathcal{V}(x(0))$  est non vide implique que  $\mathcal{V}(x(t))$  est non vide tout au long des trajectoires générées par la commande GRO (3.57).
2. L'ensemble  $\mathcal{V}(x(t)), \forall x(t) \in \mathbb{R}^n$ , est complètement déterminé, c-à-d, il existe un entier  $k_0$  tel que si  $\bar{c}(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k, k \in \{0, 1, \dots, k_0\}$ , alors  $\bar{c}(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k \forall k \in \mathbb{Z}_+$ . Un tel paramètre  $k_0$  peut être déterminé hors-ligne.
3. Les contraintes sont respectées pour tout  $t \in \mathbb{Z}_+$ .
4. Le système global est asymptotiquement stable, en particulier, chaque fois que  $r(t) \equiv r, \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0_m$ , et  $g(t)$  converge soit à  $r$  ou à sa meilleure approximation admissible en état d'équilibre  $\hat{r}$ , avec

$$\hat{z}(t) := [\hat{r} \quad 0_m]^T := \arg \min_{z \in \mathcal{V}(x(t))} J(x(t), z(t), r) \quad (3.58)$$

**Remarque 3.4 :**

En conséquence du théorème 3.3, et à l'aide de la condition de l'offset-free dans l'hypothèse 3.14, on obtient :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = \hat{r}$$

où  $\bar{y}$  est la composante sans perturbation de  $y$ .

**Démonstration 3.4 :**

La démonstration du théorème 3.3 est donnée par (*Casavola et al., 2007b*).

## 3.3 Modification des références pour accommoder les défauts

Dans l'objectif de dégrader les performances d'un système dynamique sujet à un défaut actionneur dont l'algorithme de reconfiguration ne permet pas au système de retrouver les performances nominales, on peut modifier les références afin de continuer à faire fonctionner le système en mode dégradé au lieu de l'arrêter complètement ou endommager les actionneurs et/ou les installations.

### 3.3.1 Accommodation de défaut en régime permanent

Cette idée consiste à considérer la sortie du système en post-défaut en régime permanent comme sortie désirée (*Zhang et Jiang, 2003b*).

Considérons le système LTI dont la représentation d'état continue est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.59)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est la commande. Soit  $r(t) \in \mathbb{R}^p$ , est l'entrée de référence. Notons que l'entrée de référence désirée en cas de pré-défaut est  $r_n$ . Un défaut se produisant dans le  $i$ -ème actionneur conduit à une réduction de l'efficacité du commande par  $\gamma_i$  telle que

$$u_i^f(t) = (1 - \gamma_i(t))u_i(t), \quad \gamma_i(t) \neq 0, \quad t \geq t_f, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.60)$$

où  $t_f$  est l'instant de l'apparition du défaut et  $m$  est le nombre des actionneurs.

Pour éviter la saturation des actionneurs potentiels en régime permanent du système reconfiguré, les signaux de commande en boucle fermée des actionneurs devraient tous être maintenus dans les limites admissibles associées aux actionneurs. Normalement, un signal de commande plus petit au niveau du  $i$ -ème actionneur défaillant est interprété comme le résultat d'une entrée de référence réduite. Par conséquent, la redistribution de la commande pourrait être effectuée en attribuant un poids relativement plus important aux signaux de commande correspondants aux actionneurs encore sains. Pour mettre en oeuvre le principe énoncé ci-dessus, on peut trouver une relation entre les signaux de commande en boucle fermée  $u(t)$  et les entrées de référence associées  $r(t)$  en régime permanent. Il conviendra ensuite de traduire les limites des saturations des actionneurs en termes d'exigences souhaitées sur les entrées de références. D'après le modèle du système en boucle ouverte dans (3.59), on peut constater qu'une telle relation peut être représentée par

$$r_f = y_f = G_\infty W u_\infty \quad (3.61)$$

où  $u_\infty$  est le signal de commande en boucle fermée en régime permanent dans le cas de sans défaut.  $y_f$  est la sortie du système associé. Le gain du système en boucle ouverte en régime permanent  $G_\infty$  dans le cas nominal, peut être calculé par

$$G_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} C(Is - A)^{-1}B = -CA^{-1}B \quad (3.62)$$

La matrice de pondération  $W$  est utilisée pour attribuer des pondérations appropriées afin de réduire l'amplitude des signaux de commande en boucle fermée destinés aux actionneurs défectueux et de redistribuer l'énergie de commande disponible sur les autres actionneurs sains.

$$W = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_m \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

où  $0 < \rho_i \leq 1, i = 1, \dots, m$ , sont des coefficients de pondération. Pour caractériser la priorité entre les signaux de commande, on sélectionne des valeurs différentes de  $\rho_i$  où les plus grandes valeurs sont affectées aux actionneurs sains pour fournir des signaux de commande relativement plus importants.

### 3.3.2 Sélection de la référence en ligne par optimisation quadratique

Cette idée consiste à minimiser en ligne une fonction coût qui intègre la référence désirée en post-défaut (Theilliol *et al.*, 2008, 2009).

Considérons le système LTI dont la représentation d'état discrète est :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (3.64)$$

Afin d'assurer la poursuite, nous considérons la loi de commande suivante :

$$u(k) = -K_{forward}r(k) - K_{feedback}x(k) \quad (3.65)$$

où le gain  $K_{feedback}$  est synthétisé par une loi de commande optimale de type LQ et le gain  $K_{forward}$  est synthétisé selon le principe de model-following en boucle fermée.

Une autre technique pour poursuivre l'entrée de référence consiste à établir un système d'état augmenté à partir d'un comparateur et d'un intégrateur,  $z \in \mathbb{R}^p$ , qui satisfait (D'Azzo et Houpis, 1995) :

$$z(k+1) = z(k) + T_e(r(k) - Cx(k)) \quad (3.66)$$

Considérons un défaut actionneur et supposons que le défaut est détecté et estimé à  $t_f$  et que la matrice de défaut est notée  $B_f$ . Introduisons (3.65) dans (3.64) et en ajoutant (3.66), nous obtenons :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - B_f K_{feedback} & -B_f K_{forward} \\ -T_e C & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ z(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ T_e \end{pmatrix} r_f(k) \\ y(k) = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ z(k) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.67)$$

On pose l'état augmenté  $\tilde{x}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ z(k) \end{pmatrix}$  et la commande virtuelle  $\tilde{u}(k) = r_f(k)$ , le système d'équation (3.67) devient :

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) \\ y(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) \end{cases} \quad (3.68)$$

En se basant sur le système d'équation (3.68), l'objectif est de calculer en ligne une séquence de nouvelles entrées de références  $r_f(k) = \tilde{u}(k)$ , qui garantissent le respect d'un certain nombre de contraintes sur les entrées de commande virtuelles  $\tilde{u}$  et sur la sortie du système  $y$ . L'algorithme de calcul se base sur la minimisation de la fonction coût suivante :

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|y_{k+i/k} - r(k+i)\|_Q + \sum_{i=1}^{N_u} \|\tilde{u}(k+i)\|_R \quad (3.69)$$

où les entiers  $N_p$  (horizon de prédiction) et  $N_u$  (horizon de commande), ainsi que les matrices de pondération  $Q$  et  $R$  sont de dimensions appropriées.

### 3.4 Synthèse d'un GRO "post-défaut" pour accommoder les défauts

Dans cette section, nous reprenons les notions vues ci-dessus (§ 3.2.4) et nous étendons le principe de GRO dans le cas du défaut (Boussaid *et al.*, 2010a,b, 2011c). Ce choix est justifié par le fait que le GRO tient compte des contraintes du système ainsi que la poursuite des références variables dans le temps. Le GRO inclut une variable supplémentaire "l'offset" ce qui augmente le degré de liberté et améliore les performances de l'algorithme de gestion des références. Dans la suite, nous supposons qu'un défaut apparaît à l'instant  $t_f$  et que la nouvelle dynamique du système "post-défaut" est connue. En effet, le défaut peut affecter le modèle du système ainsi que ses contraintes.

#### 3.4.1 Formulation mathématique

Considérons la représentation d'état suivante d'un système "post-défaut"  $\Sigma_f$  :

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi_f x(t) + G_f z(t) + G_d d(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c^f x(t) + L_f z(t) + L_d d(t) \end{cases} \quad (3.70)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état ;  $z(t) \in \mathbb{R}^{p+m}$  est le vecteur sortie du module GRO et qui inclut  $g(t) \in \mathbb{R}^p$  la référence modifiée, et  $\theta(t) \in \mathbb{R}^m$  un offset ajustable sur la loi de commande que nous supposons être choisi parmi un ensemble convexe et compact donné  $\Theta$ ,  $0_m \in \Theta$  ;  $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$  est une perturbation bornée exogène satisfaisant  $d(t) \in \mathcal{D}$  ;  $\forall t \in \mathbb{Z}_+$ , avec  $\mathcal{D}$  est un ensemble convexe et compact spécifié tel que  $0_{n_d} \in \mathcal{D}$  ;  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est la sortie ;  $c(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$  représente le vecteur des contraintes,  $c(t) \in \mathcal{C}^f$  ;  $\forall t \in \mathbb{Z}_+$  ; avec  $\mathcal{C}^f \subset \mathbb{R}^{n_c}$  est l'ensemble des contraintes prescrites. Nous supposons que le système "post-défaut" est détectable et commandable et que son modèle est connu :  $\Phi_f, H_c^f, G_f = [G_g^f \ G_\theta^f]$  et  $L_f = [L_g^f \ L_\theta^f]$ .

De même, nous supposons que les deux hypothèses suivantes sont encore valables :

**Hypothèse 3.15**  $\Phi_f$  est une matrice stabilisante,

**Hypothèse 3.16** Le système (3.70) est offset-free à l'égard de  $g(t)$  c-à-d  $H_y(I_n - \Phi_f)^{-1}G_g^f = I_p$ .

Le problème de GRO revient maintenant à produire, à chaque instant  $t$ , le signal de commande  $z(t)$  en prenant compte des nouvelles dynamiques du système "post-défaut"  $\Sigma_f$ . Néanmoins, les objectifs de la commande doivent être atteints sous respect des contraintes,  $c(t) \in \mathcal{C}^f$ , et la poursuite de la référence,  $y(t) \approx r(t)$ . En outre, il est nécessaire que :

1.  $g(t) \rightarrow \hat{r}$  lorsque  $r(t) \rightarrow r$ , avec  $\hat{r}$  la meilleure approximation possible de  $r$  et  $\theta(t) \rightarrow \hat{\theta}_m$  ;
2. le GRO a un temps de convergence fini, à savoir  $g(t) = \hat{r}$  et  $\theta(t) = \hat{\theta}_m$  pour un  $t$  peut être élevé mais fini lorsque la référence reste constante après un temps fini.

### 3.4.2 Recherche de solution

Après l'apparition du défaut à  $t_f$ , l'évolution virtuelle sans perturbations à l'instant  $k$  du vecteur des contraintes à partir de la condition initiale  $x(t)$  à l'instant  $t_f$ , sous une commande constante  $z(\cdot) \equiv z$ ,  $\bar{c}_f(k, x(t), z)$  devient :

$$\bar{c}_f(k, x(t), z) = H_c^f \left( \Phi_f^k x(t) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_f^{k-i-1} G_f z \right) + L_f z \quad (3.71)$$

Par conséquent, l'évolution de l'ensemble des vecteurs de contraintes virtuelles, sans perturbation,  $\bar{c}_f(k, x(t), z)$ , après l'apparition du défaut,  $\mathcal{V}_f(x(t))$  est :

$$\mathcal{V}_f(x(t)) = \{z \in \mathcal{W}_\delta^f : \bar{c}_f(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k^f, \forall k \in \mathcal{Z}_+\} \quad (3.72)$$

où les deux ensembles ;  $\mathcal{W}_\delta^f$  et  $\mathcal{C}_f^\delta$  ; sont donnés par :

$$\mathcal{W}_\delta^f := \{z \in \mathbb{R}^{p+m} : \bar{c}_z \in \mathcal{C}_f^\delta\} \quad (3.73)$$

$$\mathcal{C}_f^\delta := \mathcal{C}_\infty^f \sim \mathcal{B}_\delta \quad (3.74)$$

Notons aussi que l'ensemble  $\mathcal{C}_\infty^f$  est construit à partir des ensembles récursifs  $\mathcal{C}_k^f$  :

$$\mathcal{C}_\infty^f := \bigcap_{k=0}^{k_0^f} \mathcal{C}_k^f \quad (3.75)$$

où les ensembles  $\mathcal{C}_k^f$  sont définis à partir  $k \in \{0, 1, \dots, k_0^f\}$  comme

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_0^f &:= \mathcal{C}^f \sim L_d \mathcal{D} \\ &\vdots \\ \mathcal{C}_k^f &:= \mathcal{C}_{k-1}^f \sim H_c^f \Phi_f^{k-1} G_d \mathcal{D} \end{aligned} \quad (3.76)$$

sachant que  $\mathcal{C}^f$  est l'ensemble des contraintes prescrites du système après l'apparition du défaut et  $k_0^f$  est un nombre entier constant pré-calculé.

Comme il a été précisé auparavant, les ensembles  $\mathcal{C}_k^f$  sont des restrictions de  $\mathcal{C}^f$ , et par conséquent, nous supposons que ces ensembles ne sont pas vides. Cette condition nous permettra de déduire que (3.72) est non vide. Donc, la solution de la fonction coût (3.56) existe :

$$z(t) := \arg \min_{z \in \mathcal{V}_f(x(t))} J(x(t), z(t), r) \quad (3.77)$$

Finalement, les propriétés suivantes sont valables pour le GRO ainsi défini dans le cas du système "post-défaut".

**Theorème 3.4 :**

Soit l'hypothèse 3.15 remplie. Considérons le système (3.70) ainsi que la règle de sélection de GRO (3.77), et soit  $\mathcal{V}_f(x(t_f))$  non vide. Alors :

1. La solution du minimiseur (3.77) existe et elle est unique à chaque instant  $t \in \mathbb{Z}_+$ . Elle peut être obtenue en résolvant un problème d'optimisation convexe sous contraintes, à savoir  $\mathcal{V}_f(x(0)) = \mathcal{V}_f(x(t_f))$  est non vide implique que  $\mathcal{V}_f(x(t))$  est non vide tout le long des trajectoires générées par la commande GRO (3.70). Le temps d'apparition du défaut  $t_f$  est déterminé par le module de diagnostic.
2. L'ensemble  $\mathcal{V}_f(x(t)), \forall x(t) \in \mathbb{R}^n$ , est complètement déterminé, cela signifie qu'il existe un entier  $k_0^f$  tel que si  $\bar{c}_f(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k^f, k \in \{0, 1, \dots, k_0^f\}$ , alors  $\bar{c}_f(k, x(t), z) \in \mathcal{C}_k^f \forall k \in \mathbb{Z}_+$ . Un tel horizon de contrainte  $k_0^f$  peut être déterminé hors-ligne.
3. Les contraintes sont respectées pour tout  $t \in \mathbb{Z}_+$ .

**Démonstration 3.5 :**

La démonstration du théorème 3.4 est similaire à celle dans le cas nominal donnée dans (Bemporad et al., 1997).

### 3.4.3 Analyse de stabilité

**Theorème 3.5 :**

Une fois que les points du théorème 3.4 sont vérifiés, le système global est asymptotiquement stable ; en particulier, chaque fois que  $r(t) \equiv r, \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0_m$ , et  $g(t)$  converge soit à  $r$  ou à sa meilleure approximation admissible en régime permanent  $\hat{r}$ , avec

$$\hat{z}(t) := \begin{pmatrix} \hat{r} \\ 0_m \end{pmatrix} := \arg \min_{z \in \mathcal{V}_f(x(t))} J(x(t), z(t), r) \quad (3.78)$$

Par conséquent, selon la condition offset-free dans l'hypothèse 3.16,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = \hat{r},$$

où  $\bar{y}$  est la composante sans perturbation de  $y$ .

**Démonstration 3.6 :**

Pour montrer la stabilité asymptotique du système global avec l'action du GRO, conformément au théorème 3.5, nous supposons que la référence  $r(t)$  reste constante  $r(t) \equiv r$ ,  $\forall t \geq t^*$ .

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(x(t)) := \min_{z \in \mathcal{V}_f(x(t))} J(z(t), r) \quad (3.79)$$

A l'instant  $t + 1$ ,  $z(t)$  est une solution admissible pour (3.77). En fait,  $z \in \mathcal{V}_f(x(t + 1))$  mais pas nécessairement est le minimum pour  $\min_{z \in \mathcal{V}_f(x(t+1))} J(z, r)$ . Donc, on déduit que

$$V(x(t + 1)) = \min_{z \in \mathcal{V}_f(x(t+1))} J(z, r) \leq J(z(t), r) = V(x(t)), \quad \forall t \geq t^* \quad (3.80)$$

D'où,  $V(x(t))$  est non négative et monotone décroissante, ce qui implique qu'une limite finie existe

$$V(x(\infty)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \|g(t) - r\|_{\psi_g}^2 + \|\theta(t)\|_{\psi_\theta}^2 \right] \geq 0. \quad (3.81)$$

Par conséquent,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\theta(t)\|_{\psi_\theta}^2 = 0$ . En effet, on suppose que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\theta(t)\|_{\psi_\theta}^2 = l_\theta > 0$ , avec  $l_\theta > 0$ . On note  $\theta^*(t)$  la valeur de l'offset optimal à l'instant  $t$ . Puisque  $0_m \in \text{int}\Theta$ , on suppose qu'il existe  $\epsilon > 0$  et suffisamment petite tel que

$$\hat{\theta}(t) := \theta^*(t) \frac{l_\theta}{l_\theta + \epsilon}$$

corresponde à une solution minimale de (3.56).

La solution de (3.77) dans les deux cas est  $\hat{z}(t) = \begin{pmatrix} g(t) \\ \hat{\theta}(t) \end{pmatrix}$  et  $z^*(t) = \begin{pmatrix} g(t) \\ \theta^*(t) \end{pmatrix}$  dont la différence des fonctions coûts est

$$\begin{aligned} J(\hat{z}(t), r) - J(z^*(t), r) &= (\hat{\theta} - \theta^*)^T \psi_\theta (\hat{\theta} - \theta^*) \\ &= -\epsilon \frac{\|\theta^*\|_{\psi_\theta}}{(l_\theta + \epsilon)^2} (2l_\theta + \epsilon) \end{aligned}$$

Par conséquent, pour  $l_\theta > 0$  et  $\epsilon > 0$ , on obtient

$$J(\hat{z}(t), r) < J(z^*(t), r)$$

ce qui contredit l'hypothèse que  $\theta^*(t)$  est l'offset optimal à l'instant  $t$ . Par conséquence,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0_m \quad (3.82)$$

et

$$V(x(\infty)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \|g(t) - r\|_{\psi_g} \quad (3.83)$$

A partir de (3.83), on remarque que  $g(t)$  converge à  $r$  si  $V(x(\infty)) = 0$  ou à sa meilleure approximation admissible en régime permanent  $\hat{r}$  si  $V(x(\infty)) > 0$ . En outre, d'après (3.82) et l'hypothèse 3.16, il résulte que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} g(t)$$



## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons souligné le fait qu'il existe deux catégories de méthodes : l'une regroupant celles qui considèrent les références constantes et l'autre pour laquelle les références sont supposées variables dans le temps. Nous avons vu aussi que les techniques qui modifient les références ont pour objectif, soit de satisfaire les contraintes sur l'état et/ou la commande, qui est souvent le cas, soit d'accommoder les défauts. Les méthodes qui exploitent le principe de gestion des trajectoires dans le contexte de la tolérance restent peu nombreuses. Nous avons proposé une approche de gestion des références qui tient comptes des défauts actionneurs et qui engendre des références variables dans le temps. Bien que cette approche évite la saturation des actionneurs en présence de défauts et assure la stabilité du système en boucle fermée, elle présente les inconvénients suivants :

1. elle nécessite la connaissance du modèle de système "post-défaut",
2. la charge de calcul est importante due à la résolution du problème d'optimisation,
3. la disponibilité de l'état du système.

Ces inconvénients peuvent être en partie surmontés grâce à l'évolution de la technologie.

# Chapitre 4

## Application et mise en œuvre

### 4.1 Introduction

Le cas d'étude que nous proposons d'utiliser afin d'illustrer l'approche proposée dans ce travail de thèse porte sur la structure de commande d'un aéronef de chasse de type F-18. Ce système est hautement sensible au problème de sécurité en particulier en réponse à des apparition de défauts d'actionneurs pendant les différentes manoeuvres.

Dans ce chapitre, nous étudions tout d'abord le modèle dynamique du système ainsi que les différentes approximations utilisées pour obtenir le modèle linéaire sur lequel portera l'étude. Ensuite, nous appliquons notre stratégie de commande tolérante aux défauts avec les deux niveaux de reconfiguration introduits aux chapitres précédents. Plusieurs scénarii de défauts seront exploités afin de mettre en évidence la contribution de notre approche.

### 4.2 Commande d'un aéronef

#### 4.2.1 La dynamique du vol

Afin de déterminer le modèle dynamique de l'aéronef, nous considérons d'abord le système comme étant un corps rigide en négligeant toutes flexibilités structurelles. La Terre est considérée comme plate, et comme un système inertiel où les lois de mouvements de Newton peuvent être appliquées.

##### 4.2.1.1 Le modèle physique

Les équations qui régissent le mouvement d'un aéronef sont présentées ci-après. Les équations de la force peuvent être exprimées en fonction des termes  $V_T$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\omega_w$

d'après (Stevens et Lewis, 1992). Enfin, les équations du mouvement longitudinal qui se traduisent par l'absence de mouvement latéral, c'est à dire quand  $p = r = \phi = \beta = 0$ .

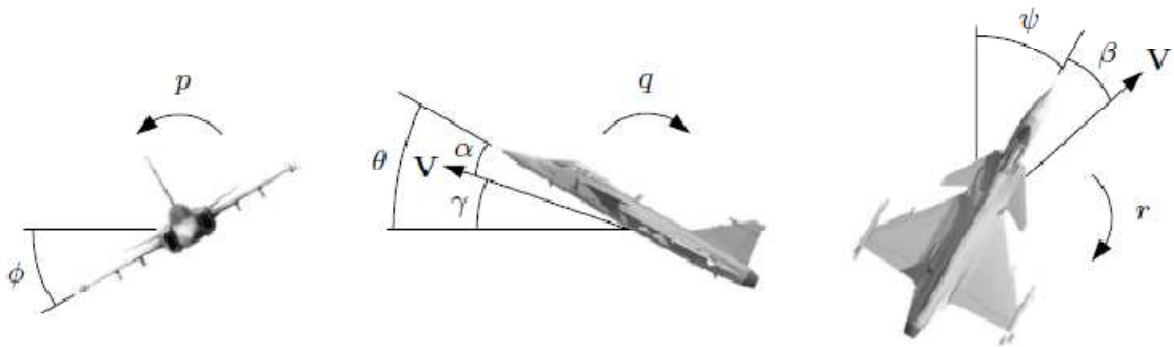


FIGURE 4.1 – Les angles d'orientation d'aéronef  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ , les angles aérodynamiques  $\alpha$  et  $\beta$ , et les vitesses angulaires  $p$ ,  $q$  et  $r$ .

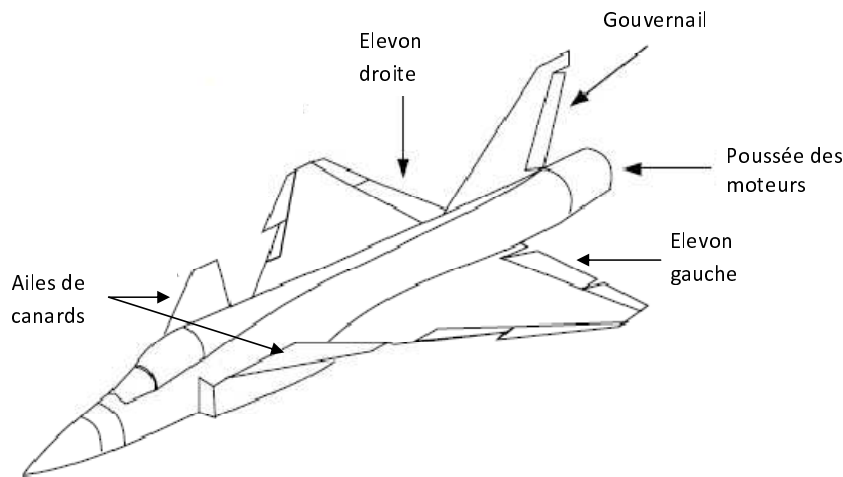


FIGURE 4.2 – La configuration de l'aéronef de chasse type delta-canard.

- Les équations des forces dans le système d'axes du corps-fixe

$$\begin{aligned} X + F_T - mg \sin \theta &= m(\dot{u} + qw - rv) \\ \bar{Y} + mg \sin \phi \cos \theta &= m(\dot{v} + ru - pv) \\ Z + mg \cos \phi \cos \theta &= m(\dot{w} + pv - qu) \end{aligned} \quad (4.1)$$

- Les équations des moments dans le système d'axes du corps-fixe

$$\begin{aligned} \bar{L} &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}pq \\ M + F_T z_{TP} &= I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ N &= I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr \end{aligned} \quad (4.2)$$

- Les équations des forces dans le système d'axes du vent

$$\begin{aligned} \dot{V}_T &= \frac{1}{m}(-D + F_T \cos \alpha \cos \beta + mg_1) \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{\cos \beta} \left( qw + \frac{1}{mV_T}(-L - F_T \sin \alpha + mg_3) \right) \\ \dot{\beta} &= -r_w + \frac{1}{mV_T}(Y - F_T \cos \alpha \sin \beta + mg_2) \end{aligned} \quad (4.3)$$

### - Les équations du mouvement longitudinal

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_T &= \frac{1}{m}(-D + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \\
 \dot{\alpha} &= q + \frac{1}{mV_T}(-L - F_T \sin \alpha + mg \cos \gamma) \\
 \dot{\gamma} &= \frac{1}{mV_T}(L + F_T \sin \alpha - mg \cos \gamma) \\
 \dot{\theta} &= q \\
 \dot{q} &= \frac{1}{I_y}(M + F_T z_{TP})
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

## 4.2.2 Approximation et commande linéaire

Les équations (4.1)-(4.4) ainsi que les expressions pour les forces et les moments aérodynamiques et la dynamique de servo qui ne sont pas présentées ici, constituent un modèle dynamique détaillé d'un aéronef. En fait, la plupart des méthodes de conception de contrôle nécessitent d'approximer ces équations avant de les appliquer.

Une première approximation consiste à considérer de petites variations de l'angle d'attaque  $\alpha$ . La linéarisation des équations du corps rigide comprend la linéarisation du produit  $\omega \times I\omega$ . En conséquence,  $(I_x - I_z)pr + I_{xx}(p^2 - r^2)$  dans (4.2) est considérée comme nulle et négligée dans la conception du contrôleur. Une valeur élevée de  $p$ , correspondant à une manoeuvre à grande vitesse, induit une accélération angulaire indésirable de tangage,  $q$ , qui se traduit au niveau des équations (4.1) à (4.4). Cet effet est connu sous le nom du couplage inertiel (Stevens et Lewis, 1992). Une autre approximation fréquemment considérée est la négligence des dynamiques des actionneurs, c'est à dire,  $\delta \simeq u$ .

## 4.3 Le modèle ADMIRE

Pour illustrer les outils de conception développés dans cette thèse, et d'évaluer leur utilité dans la conception des commandes de l'aéronef, nous utilisons le modèle ADMIRE d'aéronef (version ADMIRE 3.4h, 2003), implémenté sur MATLAB/Simulink et entretenu par le ministère des systèmes autonomes de l'Agence Suédoise de Recherche. Ce modèle correspond à celui d'un petit aéronef à un seul moteur de avec une configuration canard-delta et avec les caractéristiques suivantes :

- **Dynamique** : Le modèle dynamique est constitué des équations non linéaires du corps rigide ainsi que les équations correspondantes à la position et à l'orientation des surfaces de contrôle. Les dynamiques des actionneurs et des capteurs sont incluses dans le modèle.

- **Aérodynamique** : Le modèle Aerodata est basé sur le modèle générique Aerodata (GAM), développé par Saab AB (Backstrom, 1997), et a récemment été augmenté pour des angles d'attaque élevés.

Surface de contrôle	Angle minimum (deg)	Angle maximum (deg)
Canards	-55	25
Elevons	-30	30
Gouvernail	-30	30

TABLE 4.1 – Les limites de position des surfaces de contrôle du ADMIRE sous Mach=0.5

- **Les surfaces de contrôle** : L'ensemble des actionneurs se compose de canards (gauche et droite), des volets de pointe, des élevons (intérieur et extérieur, gauche et droite), d'un gouvernail, et de la poussée de guidage. Dans le modèle de commande proposé, les volets de pointe ne seront pas utilisés en raison de leur faible efficacité de manoeuvre. La vectorisation de poussée ne sera pas utilisée pour des raisons de simplification. Les autres actionneurs (les ailes des deux canards, les deux élevons, et le gouvernail) sont représentés dans la figure 4.3, où  $u$  et  $\delta$  désignent les signaux de commande des surfaces de contrôle.

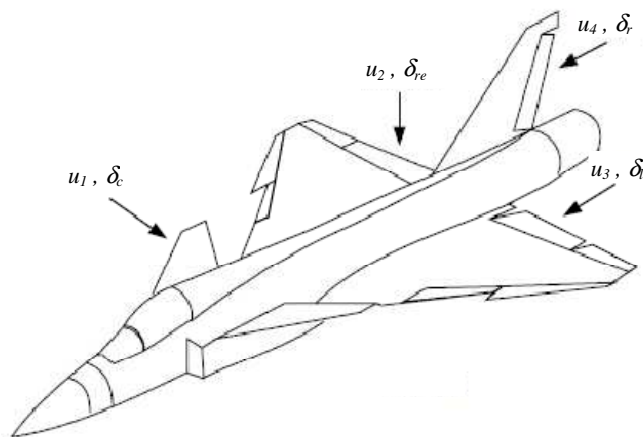


FIGURE 4.3 – La configuration des surfaces de contrôle par ADMIRE.

- **Les modèles d'actionneurs** : Les dynamiques des servos des surfaces de contrôle utilisées sont données par des systèmes du premier ordre avec une constante de temps de  $0,05(s)$ , correspondant à une bande passante de  $20(rad/s)$ . Les contraintes sur les positions et les vitesses des actionneurs sont également incluses dans le modèle, mais nous utiliserons ce modèle pour une plage de fonctionnement allant de 0 à 0.5 Mach. Les angles minima et maxima admissibles d'ouverture et de fermeture des surfaces de contrôle sont résumés dans le tableau 4.1.

- **l'enveloppe du vol** : L'enveloppe du vol varie jusqu'à Mach 1.2 et jusqu'à des altitudes de 6000 mètres. L'Aerodata longitudinal est disponible jusqu'à 90 degrés pour les angles d'attaque, mais l'Aerodata latéral n'existe que pour des angles d'attaque  $\alpha$  de 30 degrés.

### 4.3.1 Modèle linéaire

Comme nous l'avons précisé précédemment, notre système d'étude (aéronef de chasse F-18, modèle ADMIRE) pourra être modélisé par le modèle linéarisé suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.5)$$

où le vecteur d'état est  $x \in \mathbb{R}^n$  tel que  $n = 5$  et  $x = (\alpha \ \beta \ p \ q \ s)^T$ , le vecteur de commande des surfaces de contrôle est  $\delta \in \mathbb{R}^m$  tel que  $m = 4$  et  $\delta = (\delta_c \ \delta_{re} \ \delta_{le} \ \delta_r)^T$ , et le vecteur des sorties  $y \in \mathbb{R}^p$  tel que  $p = 3$  et  $y = (\alpha \ \beta \ p)^T$ . On rappelle que :

- $\alpha$  : l'angle d'attaque, en degré (*deg*).
- $\beta$  : l'angle de dérapage, en degré (*deg*).
- $p$  : la vitesse de roulis, en degré par seconde (*deg/s*).
- $q$  : la vitesse de tangage, en degré par seconde (*deg/s*).
- $s$  : la vitesse de lacet, en degré par seconde (*deg/s*).
- $\delta_c$  : la commande des ailes de canard, en degré (*deg*).
- $\delta_{re}$  : la commande de l'élevon droite, en degré (*deg*).
- $\delta_{le}$  : la commande de l'élevon gauche, en degré (*deg*).
- $\delta_r$  : la commande du gouvernail, en degré (*deg*).

Nous supposons que la dynamique des actionneurs est négligée et les contraintes sur les limites supérieures (*max*) et inférieures (*min*) des signaux de commande des actionneurs sont :

$$\delta_{min} = (-55^\circ \quad -30^\circ \quad -30^\circ \quad -30^\circ)^T \quad (4.6)$$

$$\delta_{max} = (25^\circ \quad 30^\circ \quad 30^\circ \quad 30^\circ)^T \quad (4.7)$$

Le modèle d'état du système est donné par les équations suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -0.5432 & 0.0137 & 0 & 0.9778 & 0 \\ 0 & -0.1179 & 0.2215 & 0 & -0.9661 \\ 0 & -10.5128 & -0.9967 & 0 & 0.6176 \\ 2.6221 & -0.0030 & 0 & -0.5057 & 0 \\ 0 & 0.7075 & -0.0939 & 0 & -0.2127 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.0069 & -0.0866 & -0.0866 & 0.0004 \\ 0 & 0.0119 & -0.0119 & 0.0287 \\ 0 & -4.2423 & 4.2423 & 1.4871 \\ 1.6532 & -1.2735 & -1.2735 & 0.0024 \\ 0 & -0.2805 & 0.2805 & -0.8823 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 4.3.2 Synthèse d'un FTCS multi-niveaux

Tout d'abord, nous supposons que le défaut apparaît à l'instant  $t_f$  et le système "post-défaut" est commandable. De plus, le modèle du système "post-défaut"  $\Sigma_f = (A_f, B_f, C_f, D_f)$  est supposé connu. Dans une première étape nous proposons une démarche de synthèse de la commande tolérante aux défaut dite "reconfiguration niveau 1". Cette démarche s'appuie sur la théorie de la commande optimale appliquée dans de la poursuite de référence. Les gains de commande sont adaptés en ligne afin de compenser l'effet du défaut. Dans une deuxième étape, la démarche permettant d'obtenir la "reconfiguration niveau 2" est présentée. elle repose sur le principe du "gouverneur de références avec offset". Suivant cette approche, les contraintes intègrent les paramètres du système défectueux les meilleures trajectoires de références possibles compte tenu de la présence de défauts considérés comme sévères sur les actionneurs. Enfin, les performances du système post-défaut sont évaluées au moyen de deux indices spécifiques.

#### 4.3.2.1 Reconfiguration niveau 1 : Le contrôleur reconfigurable

Nous rappelons ici le principe de la commande LQ (§ 1.3.2.2) pour un système LTI, avec retour d'état ( $u(t) = -Kx(t)$ ). La minimisation du critère (1.41) donne un gain  $K$  de la forme

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4.8)$$

où  $P$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0, \quad (4.9)$$

et,  $Q$  et  $R$  sont deux matrices de pondération positives semi-définies de dimensions appropriées.

Dans le cas de la poursuite de référence, l'objectif de commande est de faire en sorte que les sorties du système atteignent le vecteur des références. Si on considère un système LTI à l'équilibre, la résolution de l'équation (1.41) du chapitre 1, nous donne  $\tilde{x}$  et  $\tilde{u}$ , qui vérifient :

$$\begin{aligned} A\tilde{x} + B\tilde{u} &= 0 \\ C\tilde{x} &= r \end{aligned} \quad (4.10)$$

Introduisons les variables suivantes :  $x^* = x - \tilde{x}$  et  $u^* = u - \tilde{u}$ . La dynamique de  $x^*$  devient :

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= Ax^* + Bu^* \\ &= \dot{x} = Ax + Bu \end{aligned}$$

Considérons le critère suivant :

$$\min_K \int_0^\infty (x^{*T} Q x^* + u^{*T} R u^*) dt \quad (4.11)$$

En utilisant les résultats de la commande LQ et qui nous donne la loi de commande optimale suivante :

$$\begin{aligned} u^* &= -Kx^* \\ &= -Kx + K\tilde{x} \end{aligned}$$

avec  $K$  donné par (4.8). En revenant aux variables de départ, nous obtenons

$$\begin{aligned} u &= \tilde{u} + u^* = \tilde{u} + K\tilde{x} - Kx \\ &= u_r - Kx \end{aligned} \quad (4.12)$$

avec  $u_r = \tilde{u} + K\tilde{x}$ .

Sachant que notre objectif est la poursuite des références, nous devons obtenir à l'équilibre :  $\dot{x} = 0$  et  $y = r$ , ce qui implique :

$$\begin{aligned} x &= (BK - A)^{-1}Bu_r \\ C(BK - A)^{-1}Bu_r &= r \end{aligned} \quad (4.13)$$

à l'aide de (4.10).

En supposant que  $C(BK - A)^{-1}B \in \mathbb{R}^{p \times p}$  est inversible, il est clair que les variables  $u_r$  et  $x$  sont complètement déterminées par  $r$ . Par conséquent,  $x$  peut être extrait du critère de minimisation (4.11), et en insérant le terme (4.12) dans (4.11), le problème d'optimisation devient

$$\min_{u_r} \int_0^\infty (u_r - Kx)^T R (u_r - Kx) dt \quad (4.14)$$

**Lemme 4.1** *Le problème de moindre carrés suivant*

$$\begin{aligned} &\min_x \|W(x - x_0)\| \\ &\text{sujet à } Ax = y \end{aligned}$$

où  $W$  est inversible, est résolu par

$$\begin{aligned} x &= Fx_0 + Gy \\ F &= I - GA \\ G &= W^{-1}(AW^{-1})^+ \end{aligned}$$

D'après le Lemme 4.1, la résolution de (4.14) sous la condition (4.13) nous donne

$$\begin{aligned} u_r &= (I - R^{-1}(G_0R^{-1})^+G_0)Kx + R^{-1}(G_0R^{-1})^+r \\ G_0 &= C(BK - A)^{-1}B \end{aligned} \quad (4.15)$$

Comme le premier terme de  $u_r$  est nul, on peut réécrire  $u_r$  sous la forme  $u_r = K_r r$  avec  $K_r = R^{-1}(G_0R^{-1})^+$  où  $G_0$  est celui de (4.15).



Finalement, on déduit l'action de commande du contrôleur avec poursuite de référence :

$$\begin{aligned} u &= -Kx + K_r r \\ K &= R^{-1}B^T P \\ K_r &= R^{-1}(G_0 R^{-1})^+ \\ G_0 &= C(BK - A)^{-1}B \end{aligned} \quad (4.16)$$

où  $P$  est la solution de l'EAR (4.9).

La reconfiguration de la loi de commande, après la détection et le diagnostic du défaut, consiste à calculer l'action de commande reconfigurée de la forme

$$u = -K_f x + K_r^f r \quad (4.17)$$

où le gain  $K_f$  est donnée par (1.42) et le gain  $K_r^f$  par

$$\begin{aligned} K_r^f &= R^{-1}(G_0^f R^{-1})^+ \\ G_0^f &= C_f(B_f K_f - A_f)^{-1}B_f \end{aligned} \quad (4.18)$$

Les valeurs des matrices de pondérations  $Q$  et  $R$  sont :

$$Q = \text{diag}(1, 2, 1, 1, 3) \quad , \quad R = \text{diag}(5, 20, 12, 2)$$

Dans le cas nominal, et pour le modèle décrit par l'équation (4.5), les matrices de gains  $K$  et  $K_r$  sont donnés par :

$$K = \begin{pmatrix} 1.0610 & 0.0059 & 0.0003 & 0.6264 & -0.0012 \\ -0.9294 & 0.2306 & -0.2042 & -0.5348 & -0.1089 \\ -0.9275 & -0.2409 & 0.2037 & -0.5338 & 0.1110 \\ 0.0040 & 0.4245 & 0.1228 & 0.0021 & -1.1279 \end{pmatrix}$$

$$K_r = \begin{pmatrix} 0.8393 & -0.0049 & 0.0001 \\ -0.7818 & -0.7399 & -0.3450 \\ -0.7793 & 0.7481 & 0.3448 \\ 0.0054 & 1.9978 & -0.2161 \end{pmatrix}$$

#### 4.3.2.2 Module de détection et de diagnostic de défauts

Il est clair que l'algorithme de commande ainsi défini à la section (§ 4.3.2.1) requiert la connaissance des caractéristiques des défauts en ligne et en temps réel. Un module de détection et diagnostic de défauts est donc indispensable afin de détecter et d'estimer avec précision les défauts. Dans la suite, nous rappelons l'approche d'un observateur adaptatif et robuste (voir Annexe A § A.3) capable de détecter et d'estimer les défaut rapidement en se basant sur une approche de type LMI (Zhang *et al.*, 2008a).

Considérons le système linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef_a(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est vecteur état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur entrée,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur sortie et  $f_a(t) \in \mathbb{R}^r$  représente le défaut actionneur.  $A$ ,  $B$ ,  $E$  et  $C$  sont des matrices à constants réels connus de dimensions appropriées, la matrice  $E$  est de rang colonne complet et le pair  $(A, C)$  est observable.

L'observateur adaptatif proposé est de la forme

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\hat{f}(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.20)$$

où  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est vecteur état,  $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur sortie et  $\hat{f}(t) \in \mathbb{R}^r$  est une estimation du défaut actionneur  $f(t)$ . Comme il a été supposé que la paire  $(A, C)$  est observable, la matrice  $L$  du gain d'observateur peut être choisie de telle sorte que  $(A - LC)$  est une matrice stable.

On pose  $e_x$  est l'erreur sur l'état,  $e_y$  est l'erreur sur la sortie, et  $e_f$  est l'erreur sur le défaut, tels que

$$\begin{cases} e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t) \\ e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \\ e_f(t) = \hat{f}(t) - f(t) \end{cases} \quad (4.21)$$

Soient les deux hypothèses suivantes :

**Hypothèse 4.1** :  $\text{rang}(CE) = r$ .

**Hypothèse 4.2** : les zéros invariants de  $(A, E, C)$  se trouvent dans le demi-plan ouvert à gauche (Left Half Plane, LHP).

Puisque nous traitons les défauts variables dans le temps, la dérivée de  $e_f(t)$  par rapport au temps est

$$\dot{e}_f(t) = \dot{\hat{f}}(t) - \dot{f}(t) \quad (4.22)$$

La stabilité de la dynamique d'erreur est garantie par le théorème suivant.

**Théorème 4.1** (*Zhang et al., 2008a*) :

*Sous les hypothèses 4.1-4.2, soient les scalaires donnés  $\sigma, \mu > 0$ , s'il existe des matrices symétriques définies positives  $P \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{r \times r}$ , et des matrices  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $F \in \mathbb{R}^{r \times p}$  tel que (A.8) et la condition suivante est vérifiée*

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P - PLC - C^T L^T P^T & -\frac{1}{\sigma}(A^T P E - C^T L^T P^T E) \\ -\frac{1}{\sigma}(A^T P E - C^T L^T P^T E)^T & -2\frac{1}{\sigma}E^T P E + \frac{1}{\sigma\mu}G \end{bmatrix} < 0 \quad (4.23)$$

alors, l'algorithme

$$\dot{\hat{f}}(t) = -\Gamma F(\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \quad (4.24)$$

peut garantir que  $e_x(t)$  et  $e_f(t)$  sont uniformément bornées.

L'estimation du défaut est donnée par :

$$\hat{f}(t) = -\Gamma F(e_y(t) + \sigma \int_{t_f}^t e_y(\tau) d\tau) \quad (4.25)$$

Afin de vérifier les conditions imposées par le théorème 4.1, il est facile de résoudre l'inégalité (4.23) à l'aide de la boîte à outils LMI de Matlab. Concernant la résolution de l'équation (A.8) dans le théorème A.1, nous transformons (A.8) selon le problème d'optimisation suivant (Corless et Tu, 1998) :

Minimiser  $\eta$  soumis à

$$\begin{bmatrix} \eta I & E^T P - FC \\ (E^T P - FC)^T & \eta I \end{bmatrix} > 0 \quad (4.26)$$

solvable à l'aide de la boîte à outils LMI de Matlab :

Dans notre exemple d'application (4.5), nous fixons  $\sigma = 1$  et  $\mu = 1$ . La résolution de (4.23) et (4.26) par LMI nous donne les valeurs numériques suivantes :

$$\eta = 2.8804 \cdot 10^{-12}$$

$$P = 10^4 \begin{pmatrix} 1.1110 & -0.0132 & 0.0217 & -0.0240 & -0.0105 \\ -0.0132 & 0.8405 & 0.0808 & -0.0377 & 0.1151 \\ 0.0217 & 0.0808 & 0.0476 & -0.0004 & -0.0201 \\ -0.0240 & -0.0377 & -0.0004 & 0.2234 & 0.0002 \\ -0.0105 & 0.1151 & -0.0201 & 0.0002 & 0.9027 \end{pmatrix}$$

$$Y = 10^4 \begin{pmatrix} 1.1481 & -0.1086 & 0.0190 & 0.4345 & 0.0013 \\ -0.1086 & 1.7624 & -0.1073 & -0.0465 & 0.0582 \\ 0.0190 & -0.1073 & 0.0595 & 0.0050 & -0.0181 \\ 0.4345 & -0.0465 & 0.0050 & 0.3666 & 0.0028 \\ 0.0013 & 0.0582 & -0.0181 & 0.0028 & 0.7044 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1.0785 & 0.0817 & -0.0220 & 0.4311 & 0.0080 \\ -0.0183 & 2.8831 & -0.3117 & 0.0419 & -0.0393 \\ -0.0370 & -7.3738 & 1.8115 & -0.1485 & 0.0134 \\ 2.0581 & 0.2746 & -0.0295 & 1.6943 & 0.0063 \\ 0.0150 & -0.4661 & 0.0597 & -0.0008 & 0.7857 \end{pmatrix}$$

$$F = 10^3 \begin{pmatrix} -0.3201 & -0.6249 & -0.0052 & 3.6911 & 0.0024 \\ -1.5472 & -3.1582 & -1.9687 & -2.8115 & -1.6609 \\ 0.2342 & 4.1424 & 1.9416 & -2.8361 & 1.6742 \\ 0.4146 & 0.4262 & 0.9086 & -0.0133 & -8.2296 \end{pmatrix}$$

$$G = 10^3 \begin{pmatrix} 2.3945 & -2.0455 & -1.8871 & 0.0230 \\ -2.0455 & 5.2245 & -1.7369 & 0.2219 \\ -1.8871 & -1.7369 & 4.8477 & -0.2838 \\ 0.0230 & 0.2219 & -0.2838 & 4.9462 \end{pmatrix}$$

### 4.3.2.3 Reconfiguration niveau 2 : Module de gestion des références

Reprenons le modèle linéarisé (4.5) de notre application, et cherchons le modèle en boucle fermée en intégrant le contrôleur LQ et le module de gestion des références (GRO) dans notre schéma FTC (voir figure 2.1). La commande du système  $u(t)$  a la forme suivante

$$\begin{aligned} u(t) &= K_r g(t) + \theta(t) - Kx(t) \\ &= K_z z(t) - Kx(t) \end{aligned} \quad (4.27)$$

où  $K_z = \begin{pmatrix} K_r & I_m \end{pmatrix}$  et  $z(t) = \begin{pmatrix} g(t) \\ \theta(t) \end{pmatrix}$ .

Pour des raisons de commodité de programmation, le module de reconfiguration de niveau 2 est représenté sous sa forme discrète, où  $t$  représente le temps discret. En remplaçant (4.27) dans (4.5), on obtient :

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A_d - B_d K)x(t) + B_d K_z z(t) \\ &= \Phi x(t) + Gz(t) \\ y(t) &= H_y x(t) \end{aligned} \quad (4.28)$$

où  $\Phi = (A_d - B_d K)$ ,  $G = B_d K_z$ ,  $H_y = C_d$  et  $(A_d, B_d, C_d)$  est le modèle d'état discret du système continue  $(A, B, C)$  avec la période d'échantillonnage  $T_{ech}$ .

On considère que seules les contraintes (4.6) et (4.7) seront appliquées aux signaux d'entrée des surfaces de contrôle. Si on pose  $H_c = -K$  et  $L = K_z$ , on obtient le vecteur des contraintes suivant :

$$c(t) = H_c x(t) + Lz(t) \quad (4.29)$$

Donc, notre système (4.5) devient, en boucle fermée

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi x(t) + Gz(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c x(t) + Lz(t) \end{cases} \quad (4.30)$$

**Remarque 4.1 :**

Dans l'équation (4.30), les perturbations  $d(t)$  sont négligées.

Dans le cas de l'apparition des défauts, on suppose que les matrices  $A_f$  et  $B_f$  sont détectables et le système "post-défaut" est commandable. De plus on considère que  $(A_d^f, B_d^f)$  sont les matrices d'état et de commande du système défectueux discrétisés. Comme nous ne traitons que les défauts actionneurs, nous pouvons écrire

$$A_d^f = A_d \quad \text{et} \quad B_d^f = B_d(I_m - \Gamma)$$

où  $\Gamma$  est la matrice de distribution des défauts.

$$\Gamma = \text{diag}(\gamma_i) \tag{4.31}$$

avec  $\gamma_i \in [0; 1]$  est la perte de l'efficacité (ou amplitude de défaut) d'un actionneur  $i \in \{1, \dots, m\}$  et  $m$  désigne le nombre des actionneurs.

La représentation d'état du système (4.5), en boucle fermée, est

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A_d - B_d^f K_f)x(t) + B_d^f K_z^f z(t) \\ &= (A_d - B_d K_f + B_d \Gamma K_f)x(t) + (B_d K_z^f - B_d \Gamma K_z^f)z(t) \\ &= (\Phi + B_d \Gamma K_f)x(t) + (G - B_d \Gamma K_z^f)z(t) \end{aligned} \tag{4.32}$$

où  $K_f$  and  $K_z^f$  sont les gains reconfigurés du contrôleur LQ donnés par (1.42) et (4.18),  $\Phi_f$  et  $G_f$  représentent la dynamique du système (4.5) en boucle fermée après l'apparition du défaut. On pose :

$$\begin{aligned} \Phi_f &= \Phi + B_d \Gamma K_f \\ G_f &= G - B_d \Gamma K_z^f \\ H_c^f &= -K_f \\ L_f &= K_z^f \end{aligned}$$

Par conséquent, la représentation d'état du système global devient

$$\begin{cases} x(t+1) = \Phi_f x(t) + G_f z(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c^f x(t) + L_f z(t) \end{cases} \tag{4.33}$$

Les paramètres suivants ont été fixés arbitrairement aux valeurs suivantes :

- $\mathcal{C} = \{c : \delta_{min} \leq \|c\|_2 \leq \delta_{max}\}$ ,
- $\mathcal{B}_\delta = \{b : \|b\|_2 \leq 10^{-6}\}$ ,
- $\psi_g = I_3, \quad \psi_\theta = I_4, \quad k_0 = 15, \quad T_{ech} = 0.5$  secondes.

### 4.3.3 Simulation

Le système à simuler est un simulateur ADMIRE version 3.4h 2003. La simulation réalisée par Matlab/Simulink sous Windows Vista, processeur Pentium(R) Dual-Core CPU, T4200, 2.00GHz.

#### 4.3.3.1 Etude du cas nominal

Dans le cas nominal de fonctionnement (le système est considéré sain), nous allons simuler notre modèle ADMIRE pour poursuivre les consignes de références suivantes : 30 degrés pour l'angle d'attaque  $\alpha$ , 0 degré pour l'angle de dérapage  $\beta$  et 70 degrés par seconde ( $deg/s$ ) pour la vitesse de roulis,  $p$ . L'objectif est de faire en sorte que ces trois variables suivent au mieux les références fixées lors d'une séquence de manœuvre imposée. Nous supposons que la séquence de la manœuvre du chasseur commence à l'instant 5 secondes et dure 30 secondes avant de revenir à l'état initial. Le temps de simulation est de 40 secondes.

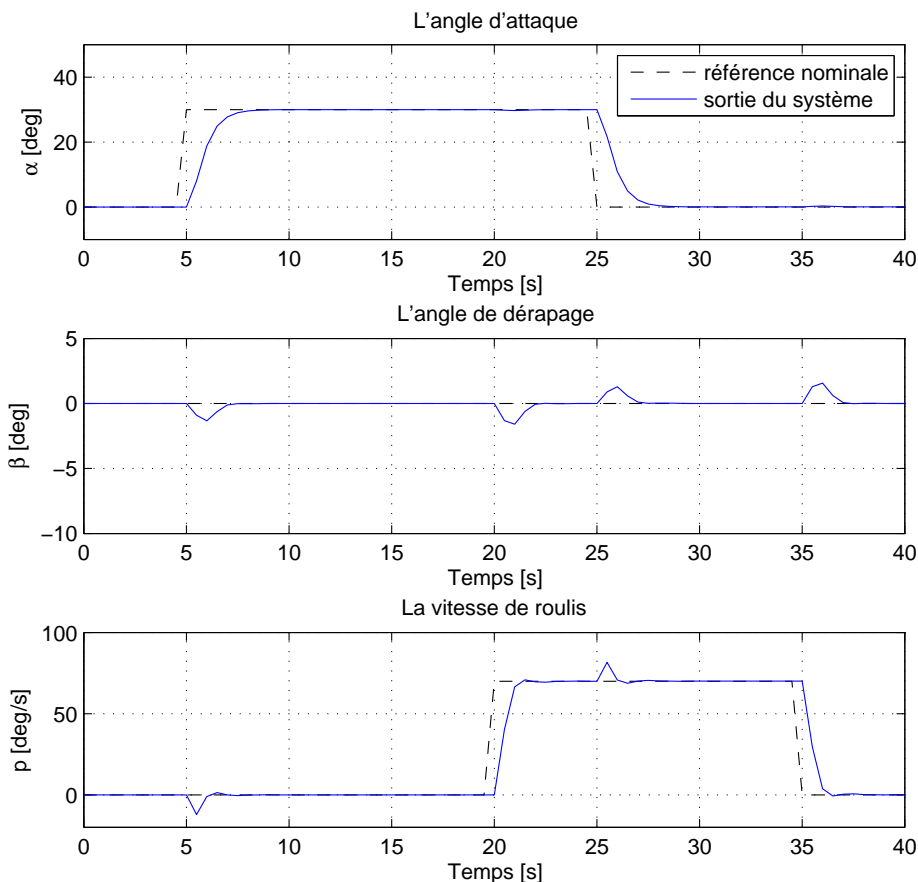


FIGURE 4.4 – Les sorties du système dans le cas nominal.

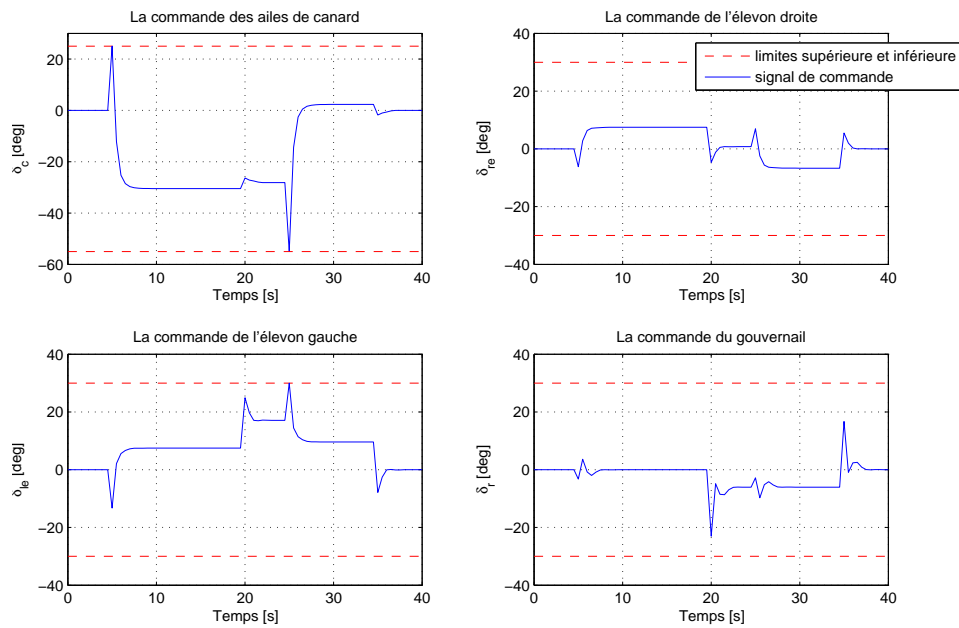


FIGURE 4.5 – Les signaux de commande des surfaces de contrôle dans le cas nominal.

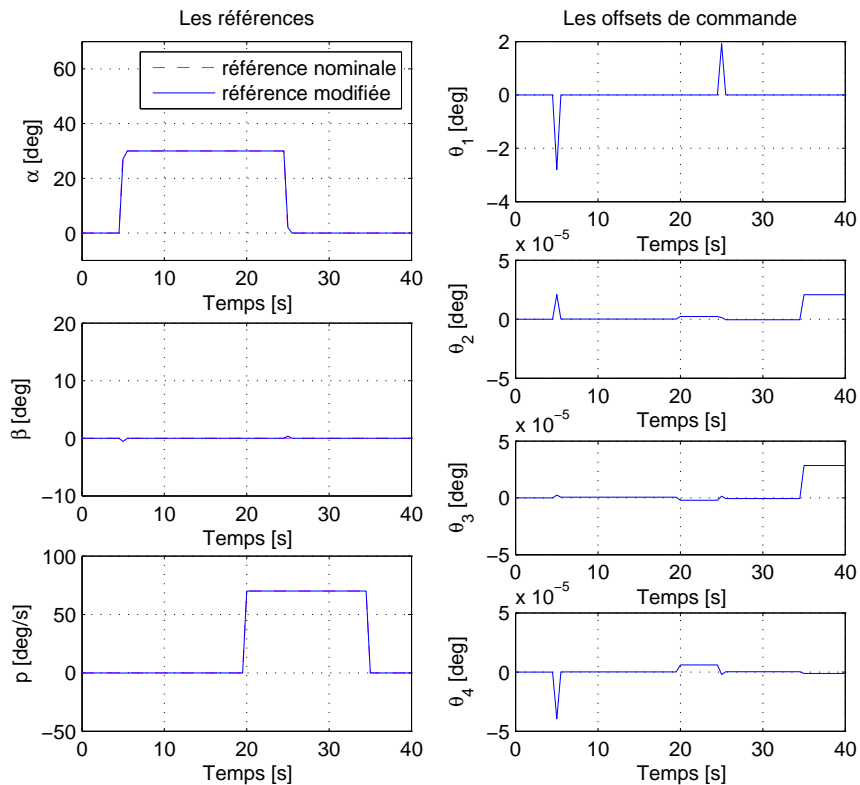


FIGURE 4.6 – Les références et les offsets manipulés dans le cas nominal.

La figure 4.4 montre les trajectoires à suivre ainsi que les mesures de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $p$ , les sorties du système. Il est clair que le contrôleur assure la poursuite des consignes de références. Ces consignes de références seront considérées comme des références nominales. Les signaux de commande appliqués aux différents actionneurs responsables du contrôle des surfaces associées, sont regroupés dans la figure 4.5. On constate que les contraintes sur la commande (les limites supérieures et inférieures) sont respectées.

La figure 4.6 montre les réponses du module de gestion des références dans le cas nominal. On remarque qu'aux instants 5 secondes et 25 secondes, la commande de l'actionneur 1 atteint les limites des contraintes (voir figure 4.5) ce qui entraîne une légère modification de la référence 2 et de l'offset 1 par l'activation du GRO afin de relâcher les contraintes sur les actionneurs 1 et 3 (voir figure 4.6).

#### 4.3.3.2 Les réponses du système dans le cas défectueux

Afin d'étudier l'effet des défauts sur le système, nous considérons, pour chaque actionneur, trois types de défauts :

- un défaut **faible** : une perte d'efficacité de 20% sur l'actionneur  $i$  de valeur  $\gamma_i = 0.2$  ;
  - un défaut **moyen** : une perte d'efficacité de 50% sur l'actionneur  $i$  de valeur  $\gamma_i = 0.5$  ;
  - un défaut **sévère** : une perte d'efficacité de 90% sur l'actionneur  $i$  de valeur  $\gamma_i = 0.9$ .
- où  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  est l'actionneur en question et  $\gamma_i \in \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4\}$  est la perte d'efficacité sur l'actionneur  $i$ .

Nous supposons que le défaut apparaît à l'instant  $t_f = 10$  secondes. Dans un objectif de comparaison, nous traitons plusieurs configurations des systèmes de commande :

- contrôleur nominal sans reconfiguration ;
- reconfiguration niveau 1 (reconfiguration du contrôleur) ;
- reconfiguration niveau 1 et 2 (reconfiguration du contrôleur et du module de gestion des références).

#### Remarque 4.2 :

Dans cette étude, nous considérons le cas d'un seul défaut qui affecte un seul actionneur à la fois.

#### I) Etudes des scénarii de défauts sur l'actionneur 1

##### i- Perte de 20% d'efficacité sur l'actionneur 1 :

La figure 4.7 regroupe les réponses du système en présence du défaut dans les différentes configurations du système de commande présentées ci-dessus. Il est clair que ce défaut affecte en grande partie la sortie  $\alpha$  tandis que les autres sorties sont peu affectées par le défaut. On constate que la commande ajuste son action afin de compenser l'effet



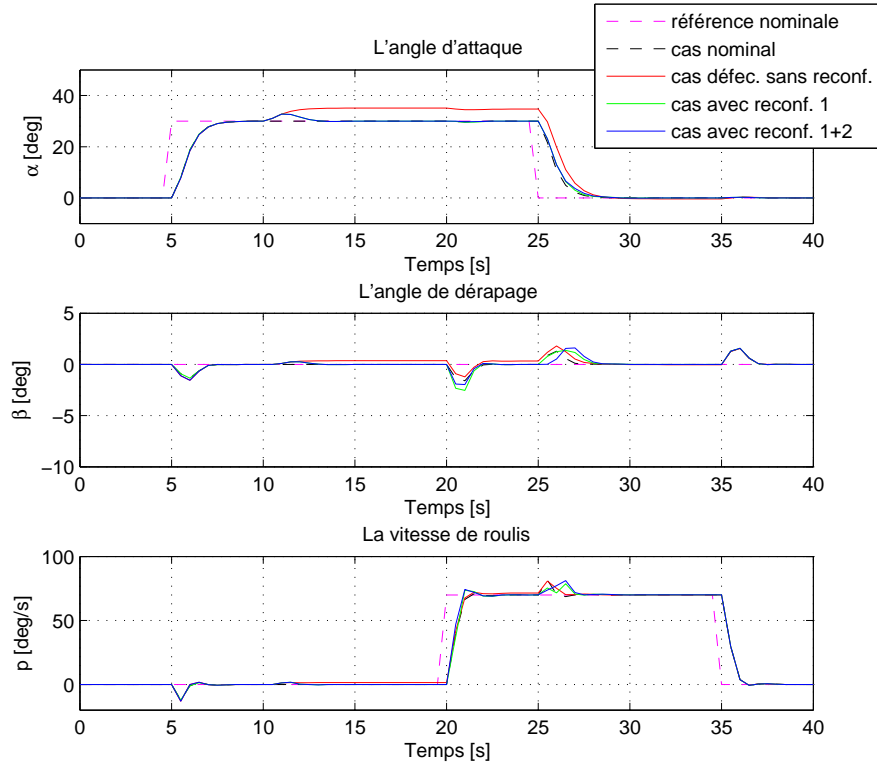


FIGURE 4.7 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : les sorties.

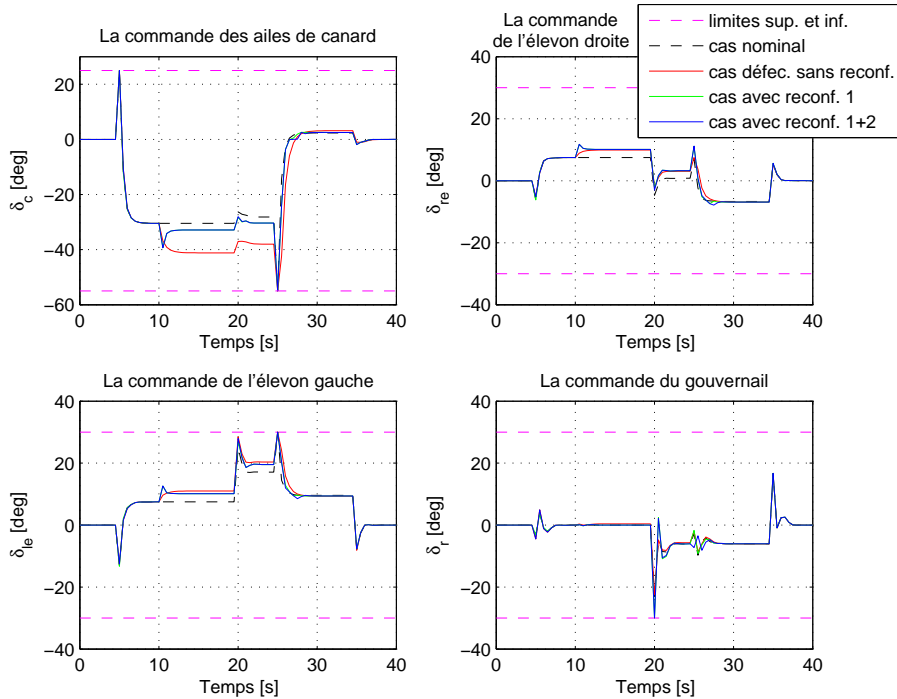


FIGURE 4.8 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : les signaux de commande.

du défaut. une erreur statique est visible sur les sorties  $\alpha$  et  $\beta$  malgré la sévérité limitée du défaut. Les actions de la reconfiguration (soit niveau 1 ou 1+2) parviennent à compenser parfaitement l'effet de défaut et à rétablir le comportement nominal du système. On remarque aussi qu'à l'instant 10 secondes (l'instant de l'apparition du défaut), la reconfiguration de la loi de commande n'est pas immédiate. Ce retard est dû à celui de la tâche de diagnostic.

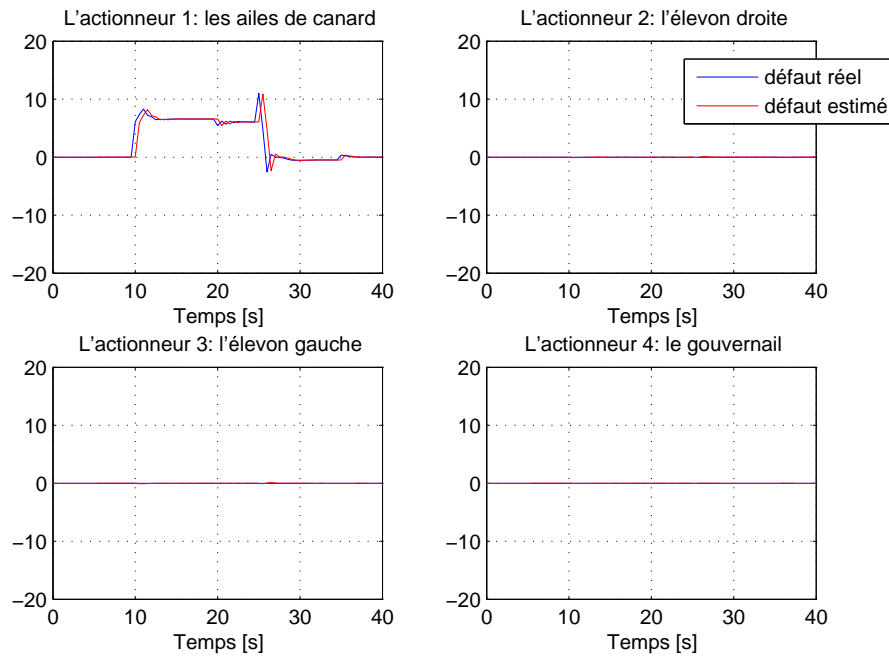


FIGURE 4.9 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_1$ .

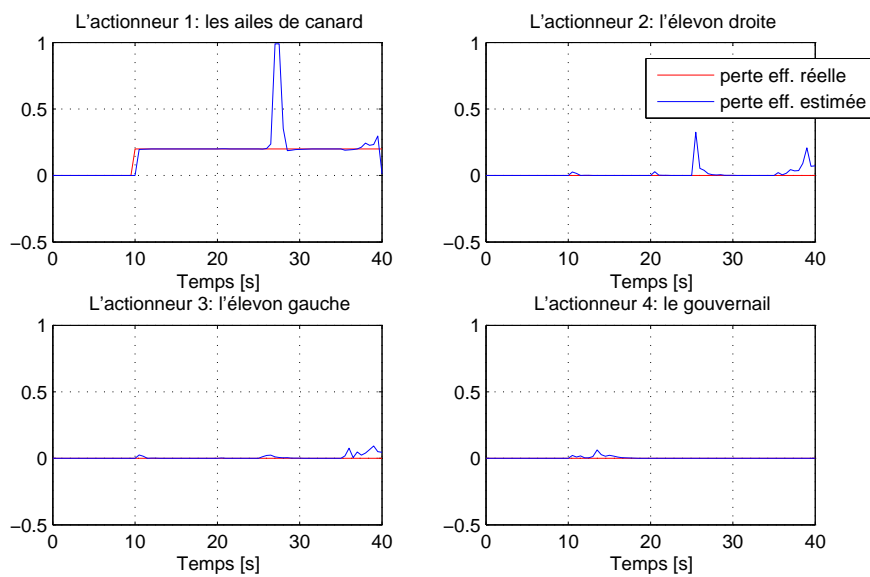


FIGURE 4.10 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.2$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_1$ .

La figure 4.8 montre les signaux de commande qui évoluent toujours dans les limites admissibles fixées par les contraintes. L'estimation du défaut est représentée dans la figure 4.9 où un retard lié au module de diagnostic est visible malgré la rapidité présumée de l'algorithme de diagnostic. La figure 4.10 montre la perte de l'efficacité du contrôleur 1, sujet de défaut,  $\hat{\gamma}_1$ . Cette estimation est très bonne bien qu'une erreur d'estimation apparaît à l'instant de changement de la référence de  $\alpha$ . Quant au module de gestion des références, les réponses ne sont pas représentées pour ce cas car l'impact du défaut en question est négligeable.

**ii- Perte de 50% d'efficacité sur l'actionneur 1 :** Ce scénario de défaut concerne une perte d'efficacité de 50 % sur le premier actionneur responsable du contrôle de la surface des ailes de canards. La figure 4.11 montre les réponses du système en présence du défaut avec/sans la reconfiguration niveau 1 et 2. On constate maintenant que le contrôleur nominal sans l'action de reconfiguration est incapable de poursuivre les références nominales et que le système est devenu instable tandis que la reconfiguration du contrôleur permet de rétablir le comportement nominal du système. On constate aussi que le module de gestion des références n'a pas un grand rôle à ce niveau, puisque la reconfiguration niveau 1 est suffisante.

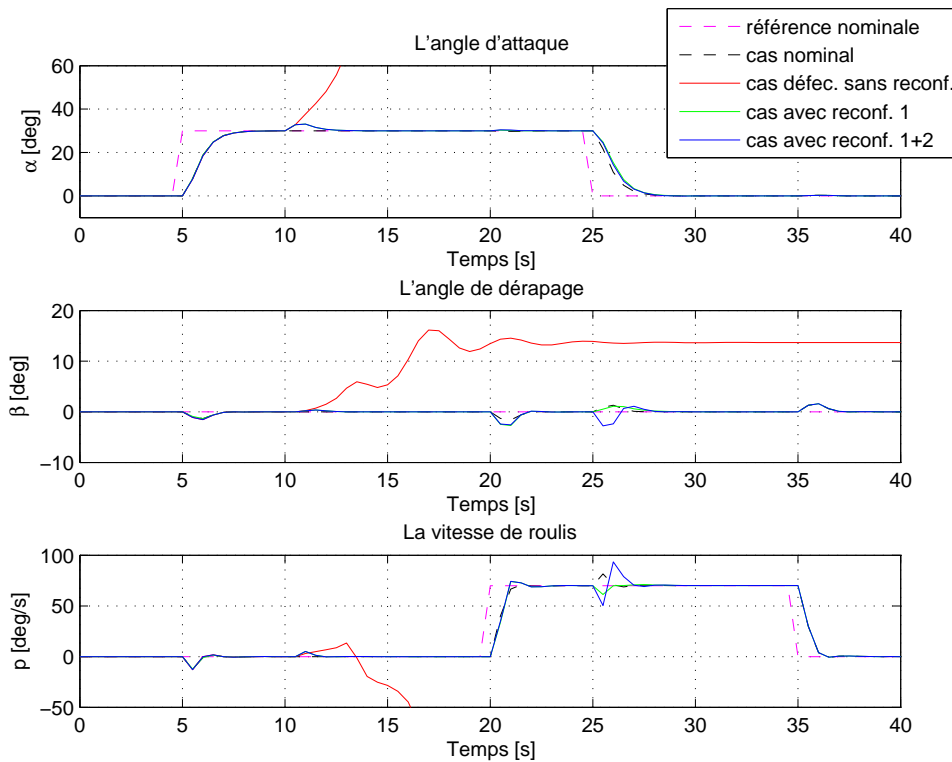


FIGURE 4.11 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : les sorties.

La figure 4.12 représente les signaux de commande dans les différentes configurations étudiées. Un simple aperçu sur cette figure montre que si le système n'est pas reconfiguré, et 2 secondes après l'apparition du défaut, l'actionneur 1 sature le premier suivi quelques secondes après par les autres actionneurs. Les saturations des actionneurs entraînent l'instabilité du système global en boucle fermée (voir figure 4.11).

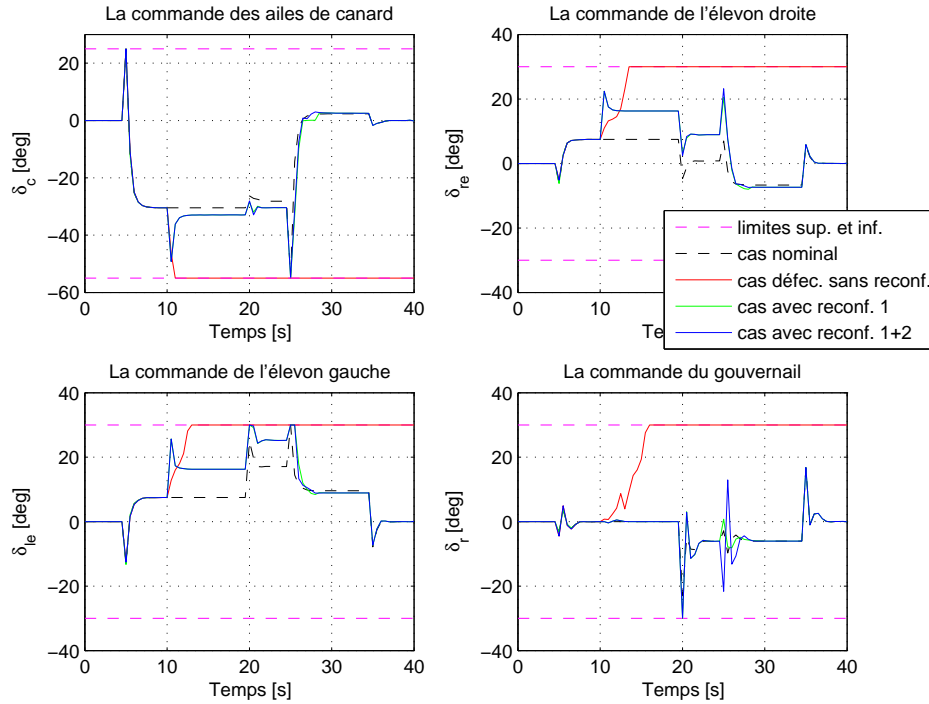


FIGURE 4.12 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : les signaux de commande.

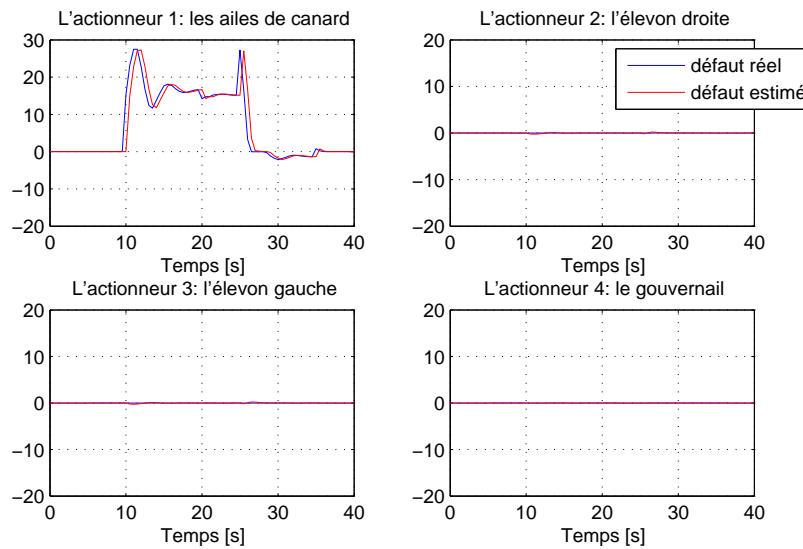


FIGURE 4.13 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_1$ .

Les estimations du défaut et du coefficient de perte d'efficacité d'actionneur sont représentées aux figures 4.13 et 4.14. Bien qu'un léger retard soit toujours présent dans le module de diagnostic sur l'estimation du défaut, les valeurs des estimées pour le défaut et le coefficient de perte d'efficacité sont très bonnes.

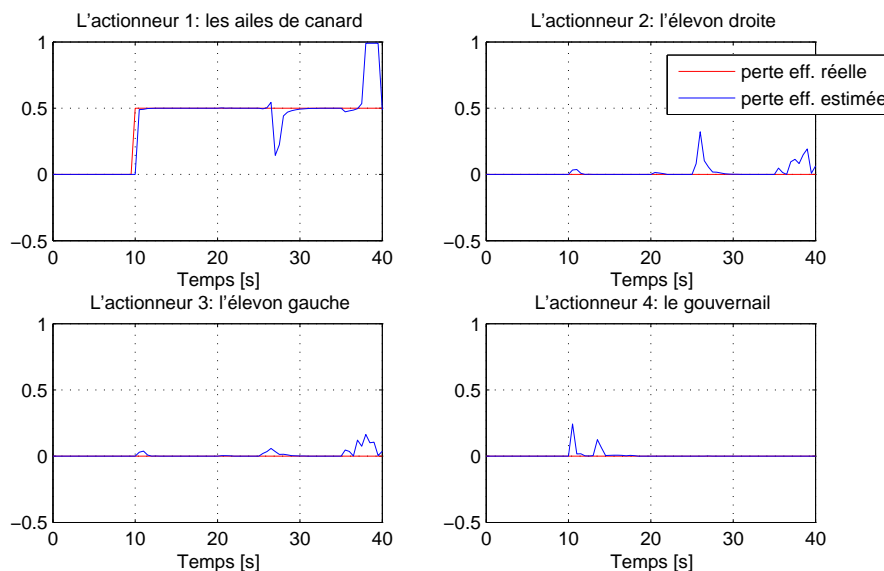


FIGURE 4.14 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.5$ ) : estimation du coef. de perte  $\hat{\gamma}_1$ .

### iii- Perte de 90% d'efficacité sur l'actionneur 1 :

Dans ce cas, l'amplitude du défaut  $\gamma_1$  est de 0.9. Ceci est équivalent à une perte d'efficacité de 90 % sur l'actionneur n° 1. Les réponses du système dans les différentes configurations des systèmes de commande sont rassemblées dans la figure 4.15. On remarque bien que la reconfiguration niveau 1 seule ne permet pas de rétablir le comportement nominal du système et par conséquent, le système devient instable à cause de la saturation des actionneurs quelques secondes après l'apparition du défaut (à l'instant 13 secondes, voir figure 4.16). Néanmoins, la reconfiguration niveau 2 permettra d'assurer la stabilité du système moyennant une dégradation des performances (les références nominales, voir figure 4.19) tout en respectant les contraintes du système.

Les signaux de commande des surfaces de contrôle de l'aéronef sont schématisés dans la figure 4.16. On voit bien maintenant que la reconfiguration niveau 1 ne permet pas d'éviter la saturation des actionneurs. Quant au signal de commande dans le cas de la reconfiguration niveau 1+2, on remarque que le système a sévèrement supporté l'intervalle de temps [20 ;27] secondes (voir figure 4.16). En effet, le travail de l'actionneur 3 dans la zone de limite supérieure de la position de l'élevon gauche a engendré une dégradation importante des performances (voir la référence de  $\beta$  dans la figure 4.19) afin d'éviter la saturation de cet actionneur. Les estimations des défauts et des coefficients de pertes d'efficacité pour ce défaut actionneur sont rassemblées dans les figures 4.17 et 4.18.

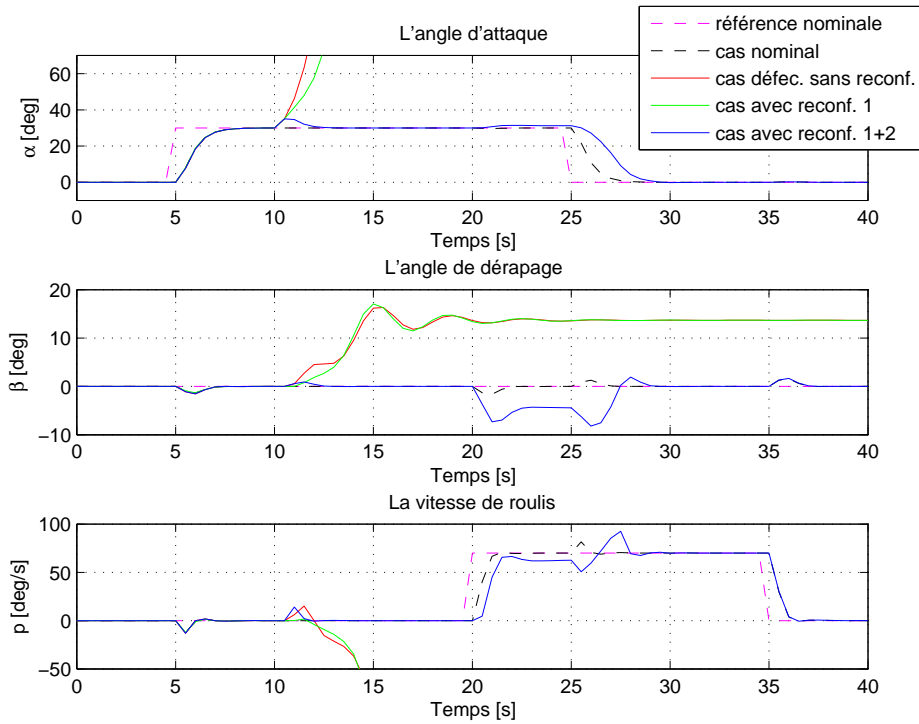


FIGURE 4.15 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les sorties.

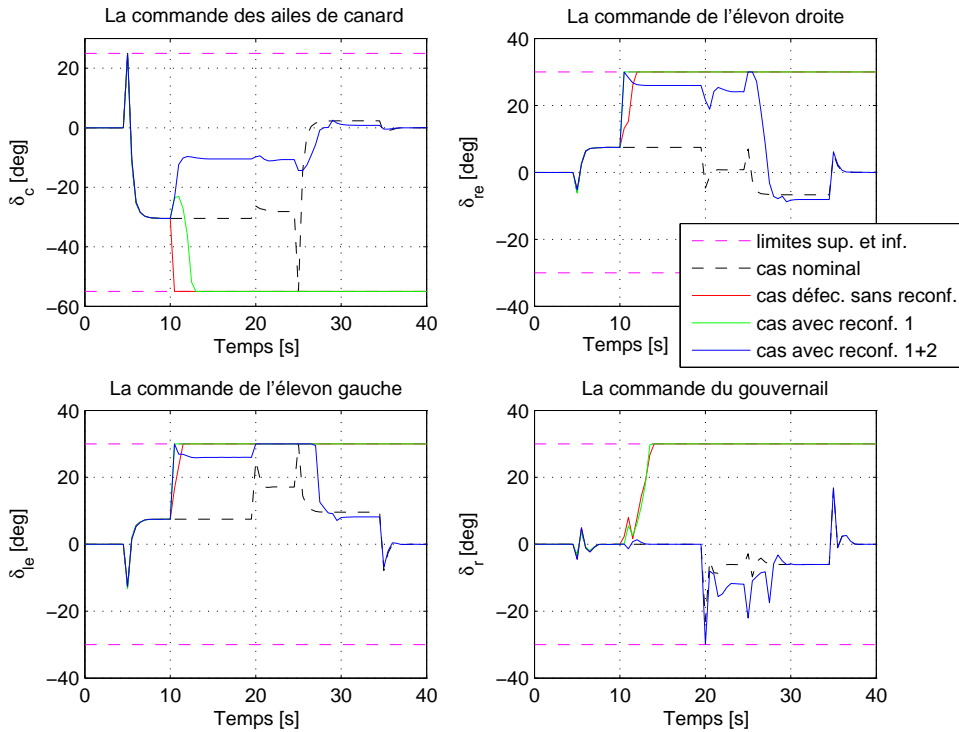


FIGURE 4.16 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les signaux de commande.

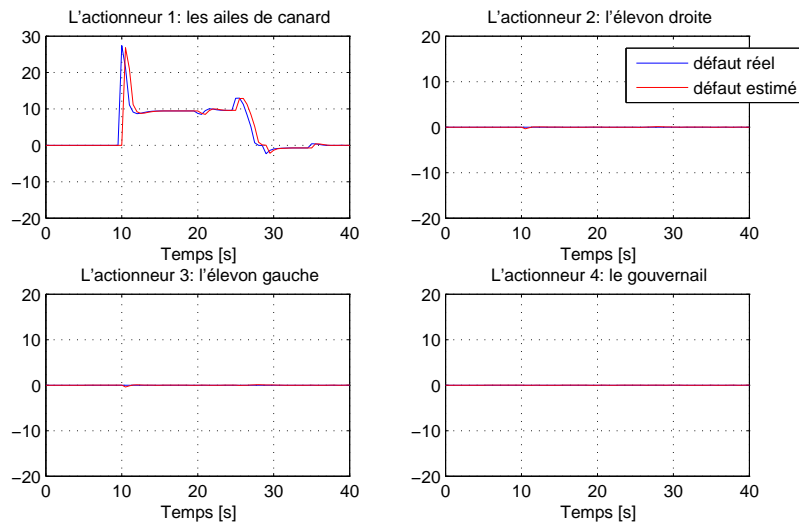


FIGURE 4.17 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_1$ .

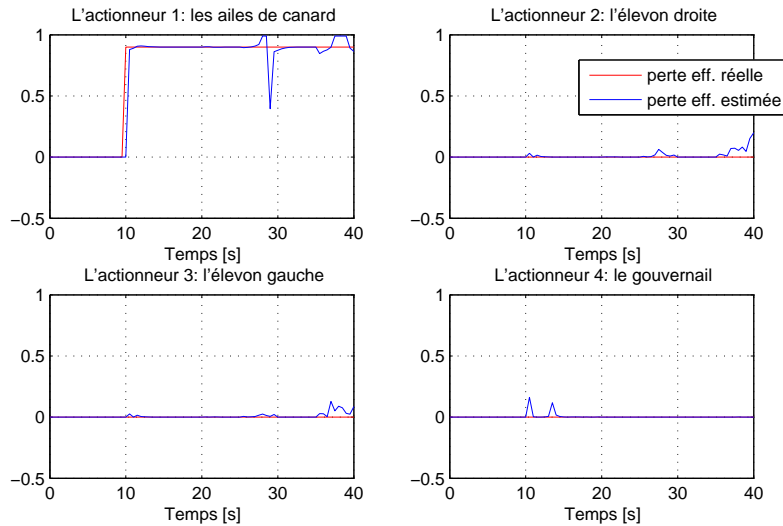


FIGURE 4.18 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : estimation de la perte  $\hat{\gamma}_1$ .

## II) Etudes des scénarii de défauts sur l'actionneur 2

Comme on a vu avec l'actionneur 1, trois types de défauts (les mêmes que ceux vus dans le paragraphe précédent) seront étudiés dans ce paragraphe.

### i- Perte de 20% d'efficacité sur l'actionneur 2 :

C'est un défaut faible qui affecte l'actionneur de l'élevon droite et qui consiste en une perte d'efficacité de 20 % sur cet actionneur à partir de l'instant  $t_f = 10$  secondes. La figure 4.20 montre les réponses du système dans les différentes configurations des systèmes de commande. Comme le défaut est considéré comme faible, les propriétés intrinsèques robustes du contrôleur LQ permettent de compenser le défaut sans avoir recours à une étape de reconfiguration.

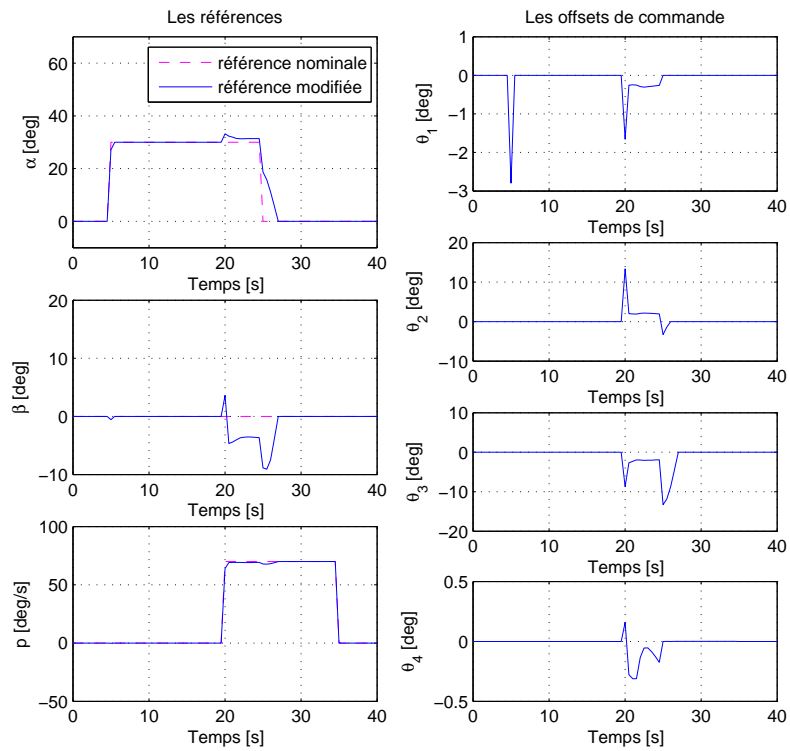


FIGURE 4.19 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_1 = 0.9$ ) : les références modifiées.

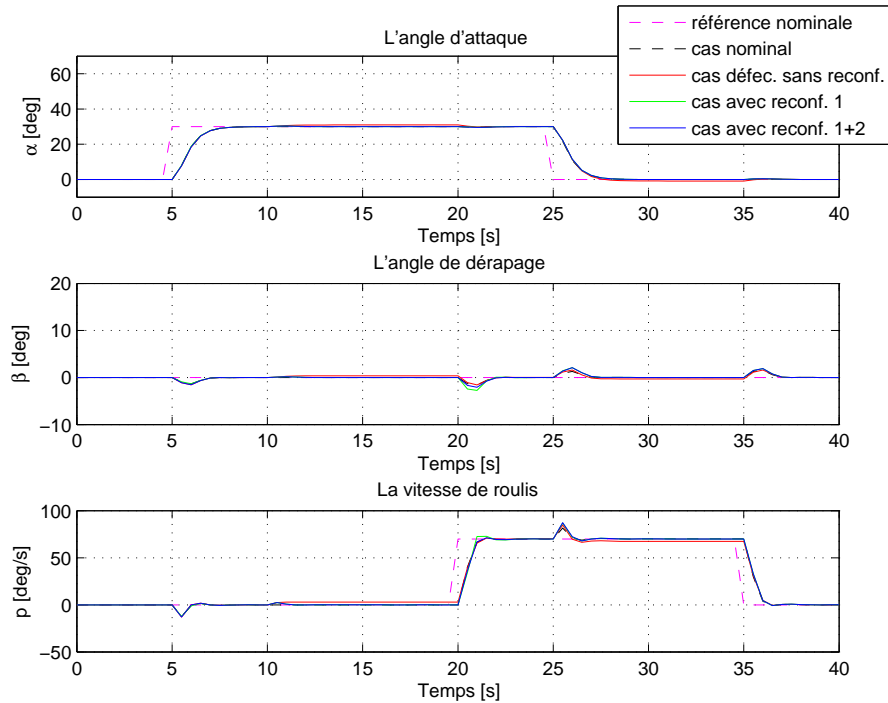


FIGURE 4.20 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : les sorties.



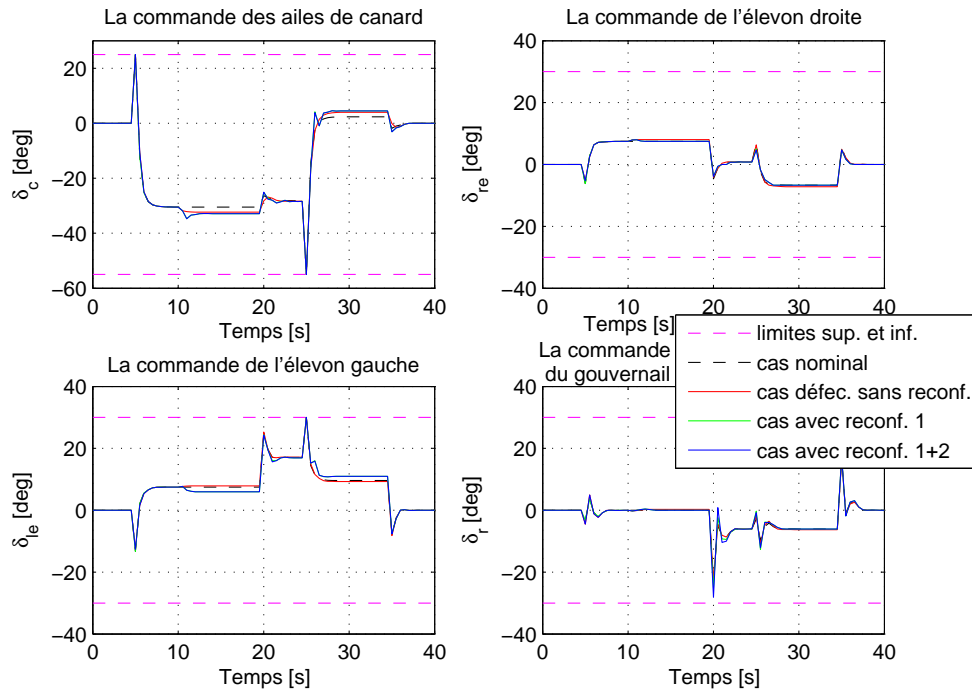


FIGURE 4.21 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : les signaux de commande.

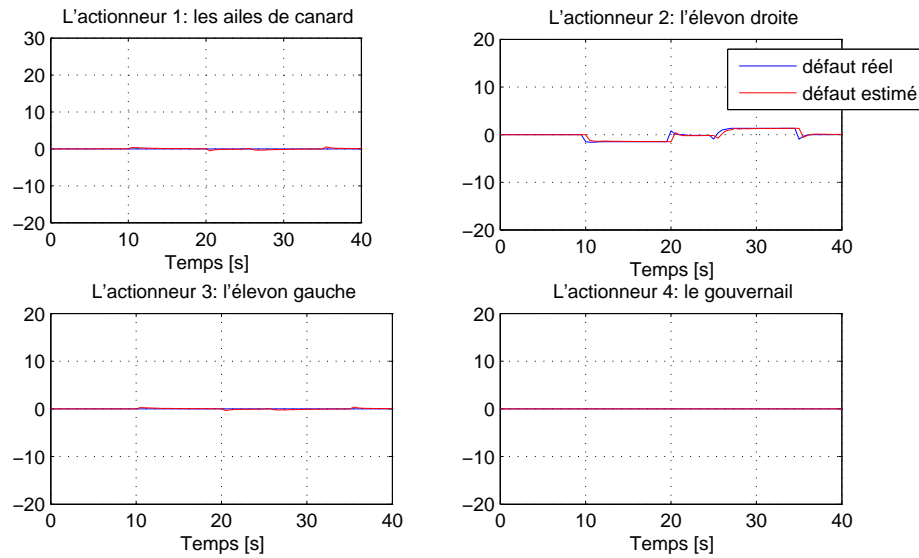


FIGURE 4.22 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_2$ .

La figure 4.21 représente les signaux de commande des actionneurs qui ont été légèrement modifiés après l'apparition du défaut à  $t_f$ . Quant à l'estimation du défaut et du coefficient de perte d'efficacité, les résultats obtenus dans les figures 4.22 et 4.23 sont convaincantes.

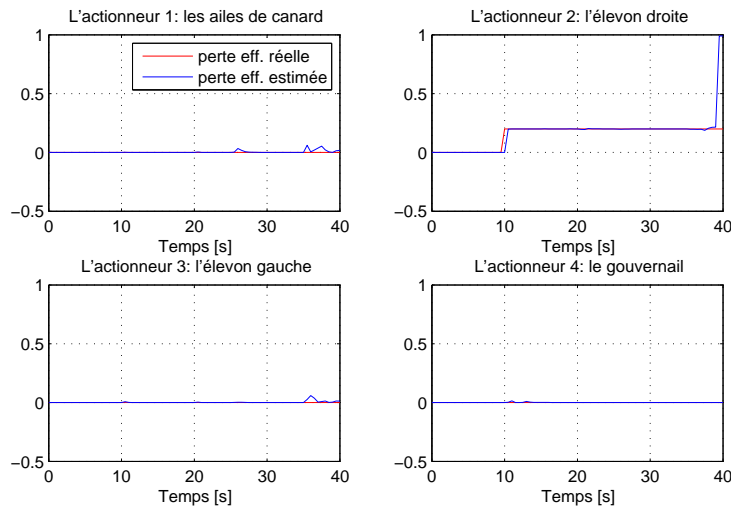


FIGURE 4.23 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.2$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_2$ .

### ii- Perte de 50% d'efficacité sur l'actionneur 2 :

Pour un défaut moyen (une perte d'efficacité de 50 %) sur le deuxième actionneur responsable du contrôle de la surface de l'élevon droite, les réponses du système sont regroupées dans la figure 4.24. On remarque que la reconfiguration de la loi de commande permet de recouvrir le fonctionnement nominal tandis que si on laisse le contrôleur nominal évoluer sans reconfiguration, l'erreur de sortie devient plus importante pour les trois variables de mesures  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $p$ .

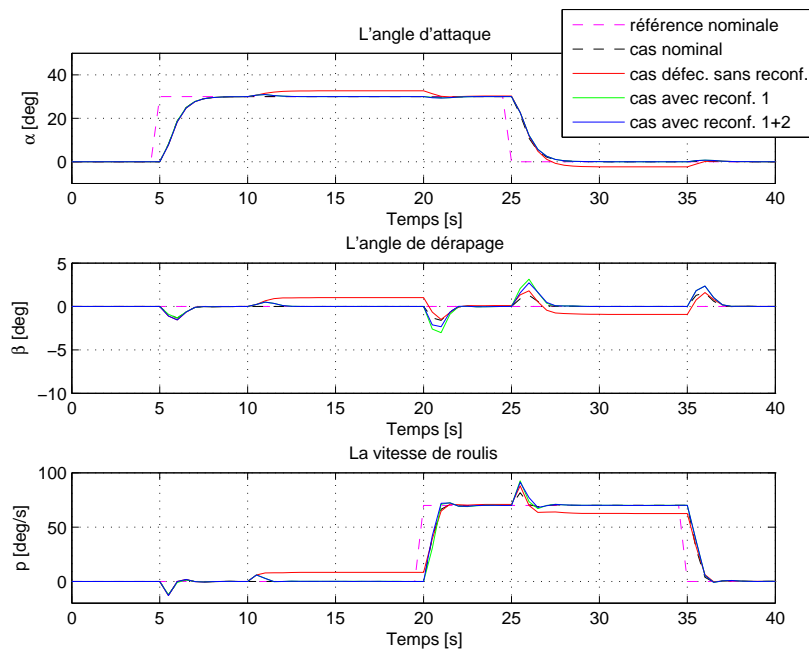


FIGURE 4.24 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : les sorties.

La figure 4.25 montre les signaux de commande des actionneurs pour les différentes configurations des systèmes de commande. Il est clair que l'impact de défaut est faible puisque les signaux de commande changent légèrement après l'apparition du défaut. Les figures 4.26 et 4.27 montrent bien que l'estimation du défaut ainsi que du coefficient de perte d'efficacité sont très bonnes.

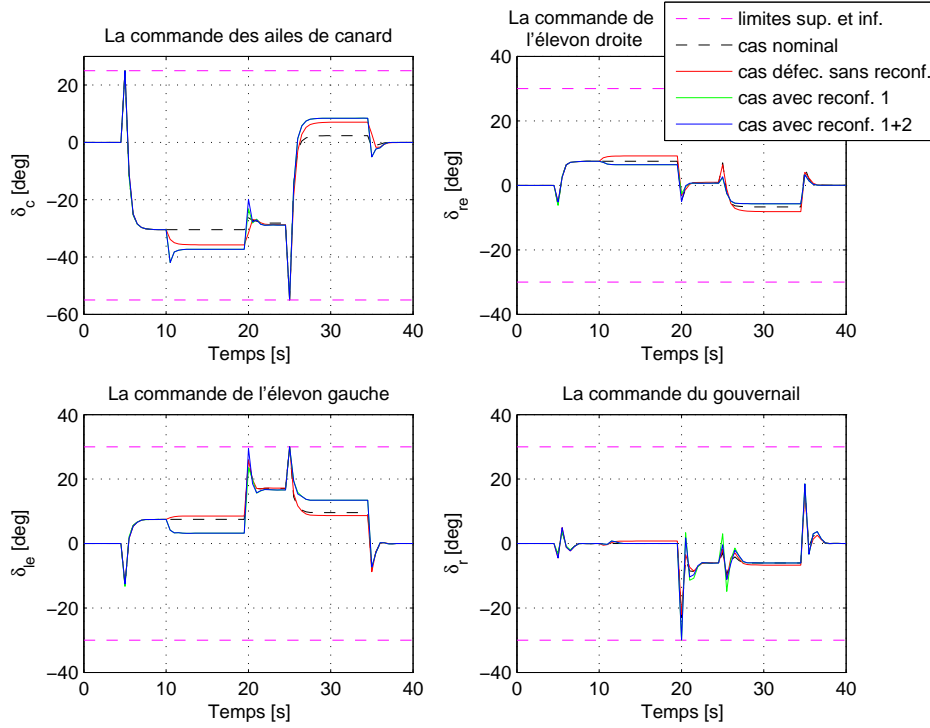


FIGURE 4.25 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : les signaux de commande.

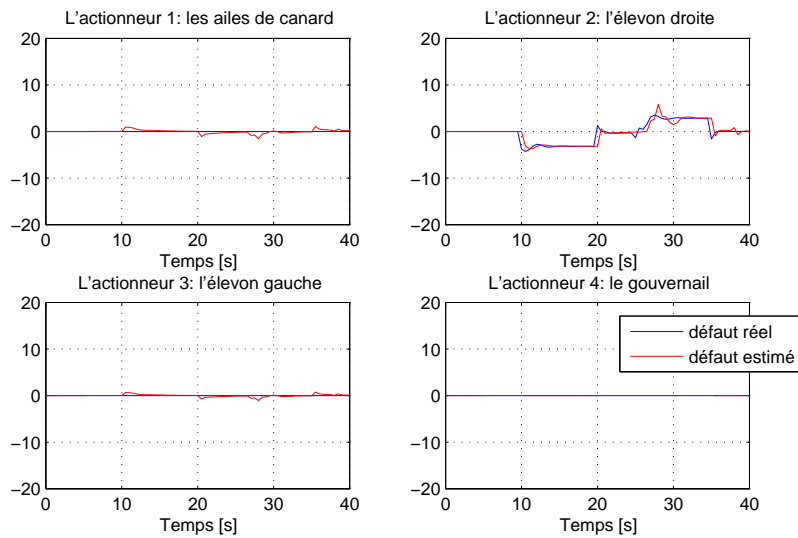


FIGURE 4.26 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_2$ .

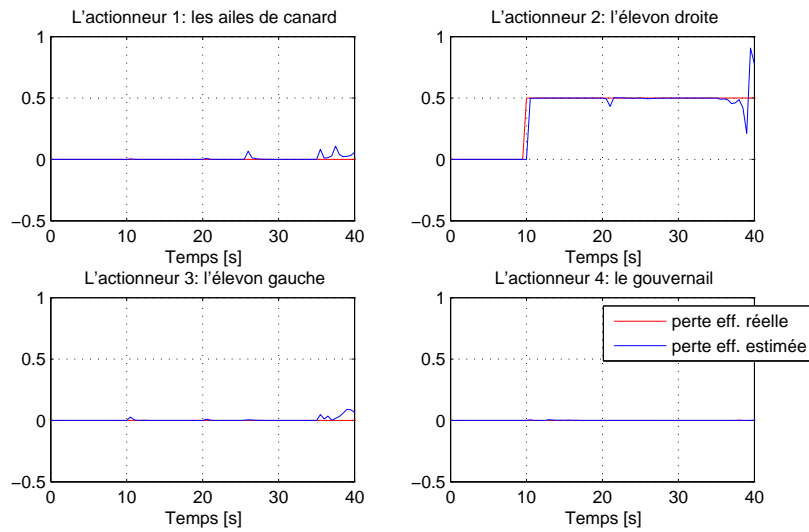


FIGURE 4.27 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.5$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_2$ .

### iii- Perte de 90% d'efficacité sur l'actionneur 2 :

Ce scénario du défaut concerne une perte d'efficacité de 90% sur le deuxième actionneur. En balayant les figures caractéristiques de ce défaut (figures 4.28, 4.29, 4.30 et 4.31), on constate que les allures des réponses sont proches à celles présentées dans le cas du défaut étudié précédemment (une perte de 50% d'efficacité sur l'actionneur 2). Néanmoins, l'erreur statique est plus importante dans cet essai.

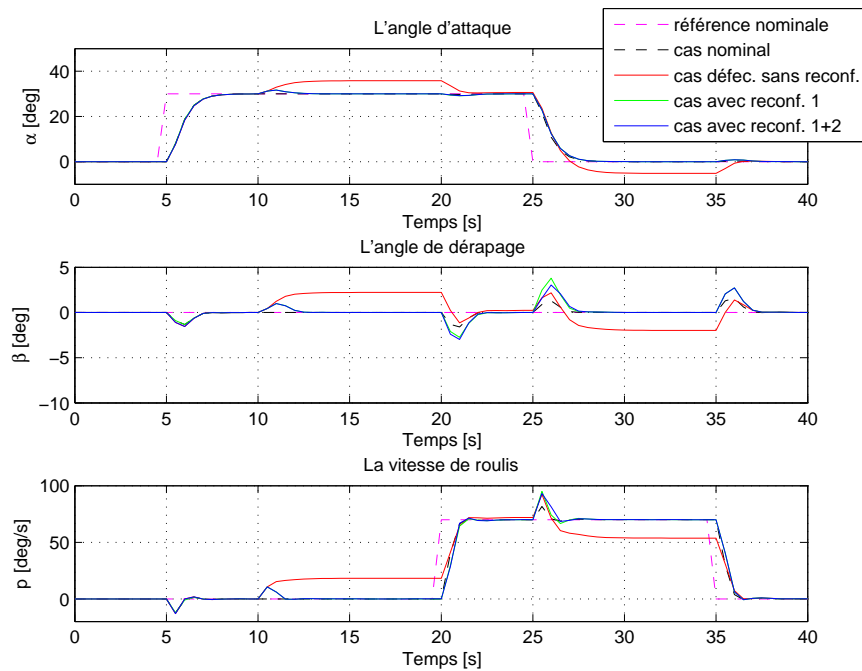


FIGURE 4.28 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : les sorties.

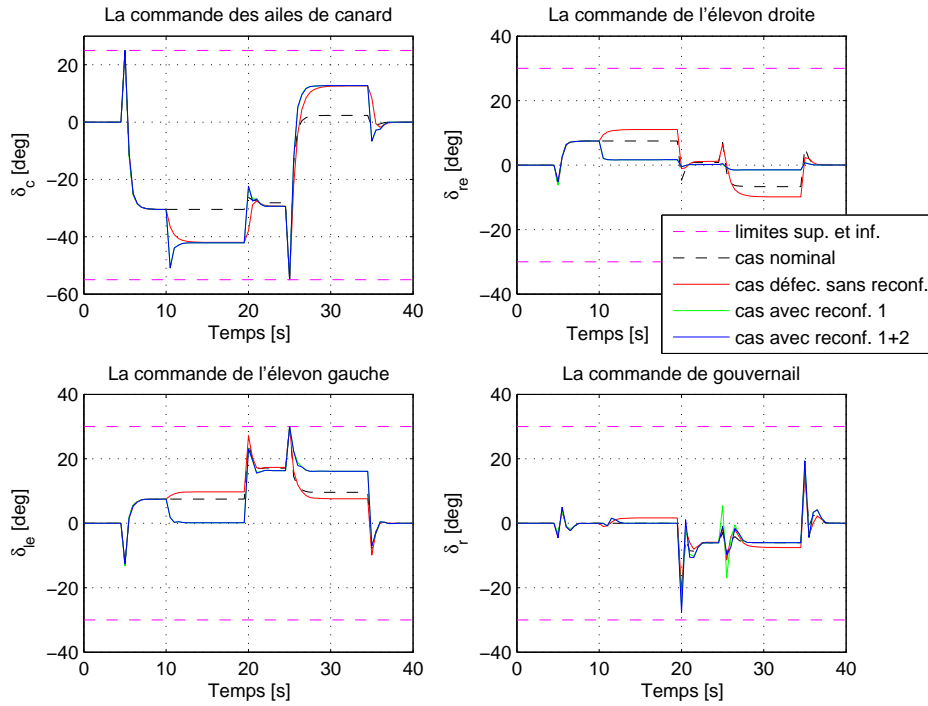


FIGURE 4.29 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : les signaux de commande.

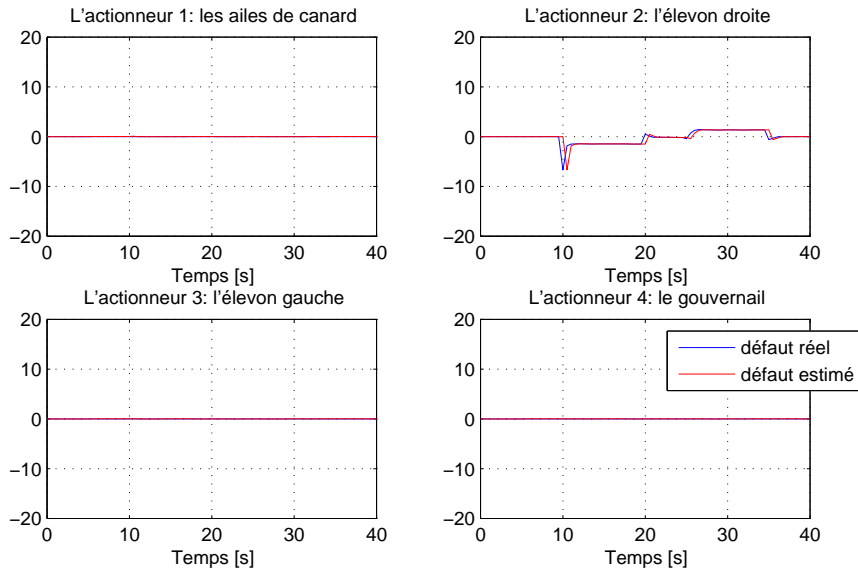


FIGURE 4.30 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_2$ .

### III) Etudes des senarii de défauts sur l'actionneur 3

#### i- Perte de 20% de l'efficacité sur l'actionneur 3 :

Concernant l'actionneur 3, responsable du contrôle de la surface de l'élevon gauche, un défaut faible d'une perte d'efficacité de 20% et qui apparaît à l'instant  $t_f$  conduit aux

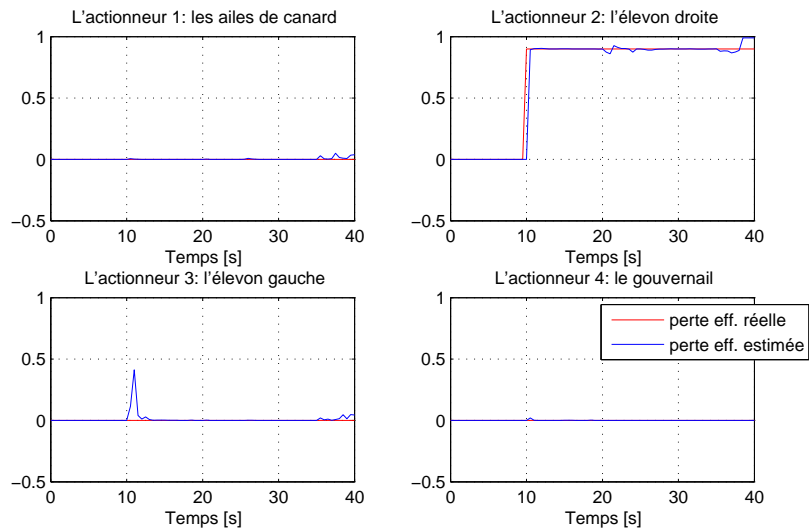


FIGURE 4.31 – Défaut actionneur 2 ( $\gamma_2 = 0.9$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_2$ .

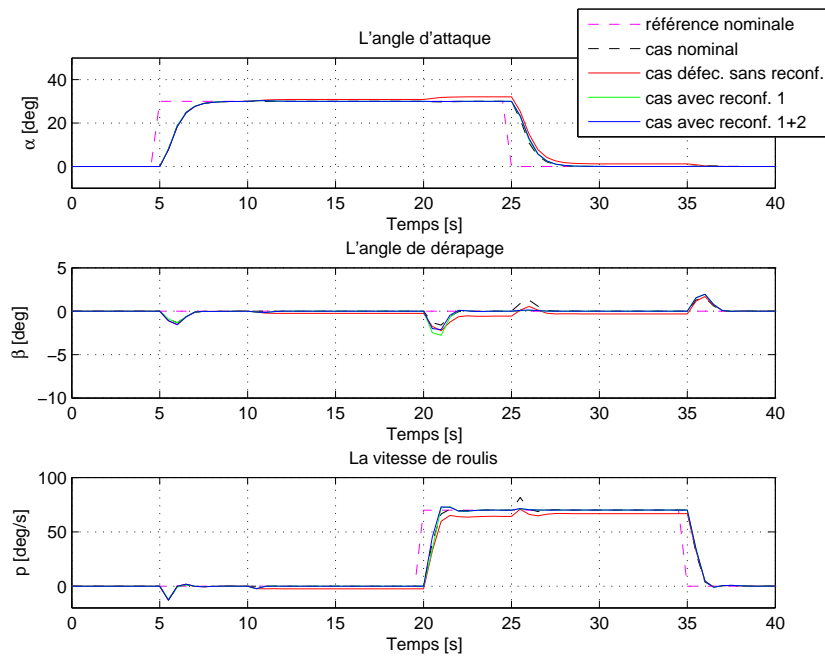


FIGURE 4.32 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : les sorties.

figures suivantes :

- La figure 4.32 qui représente les sorties du système dans les différentes configurations des systèmes de commande.
- La figure 4.33 qui montre les signaux de commande des surfaces de contrôle.
- La figure 4.34 qui contient l'estimation du défaut survenu sur l'actionneur 3.
- La figure 4.35 qui contient l'estimé du coefficient de perte d'efficacité de l'actionneur soumis au défaut.

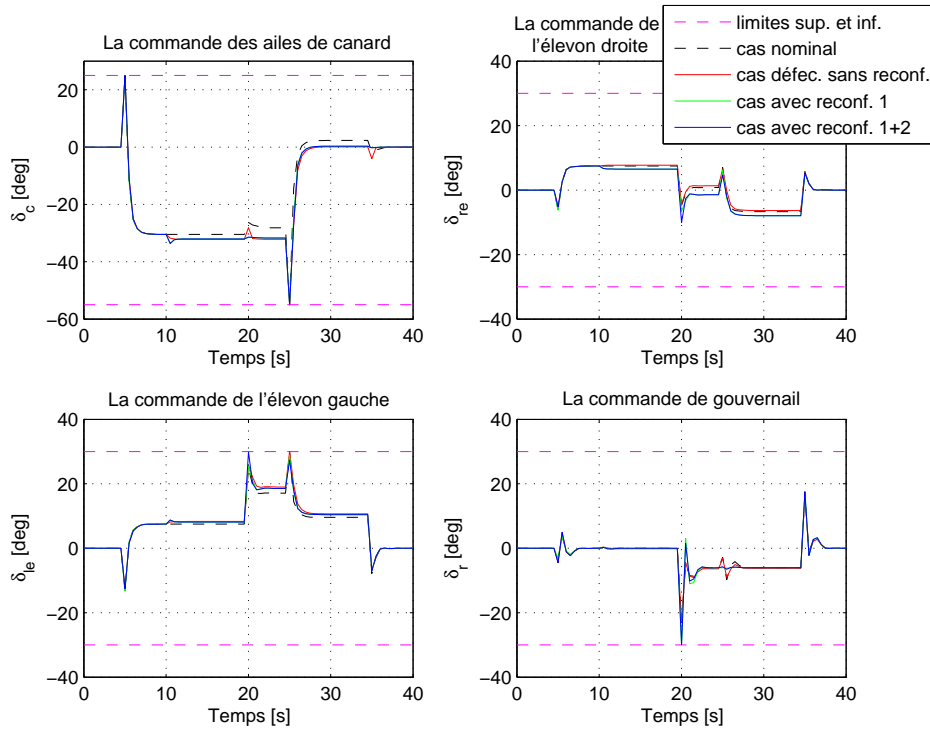


FIGURE 4.33 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : les signaux de commande.

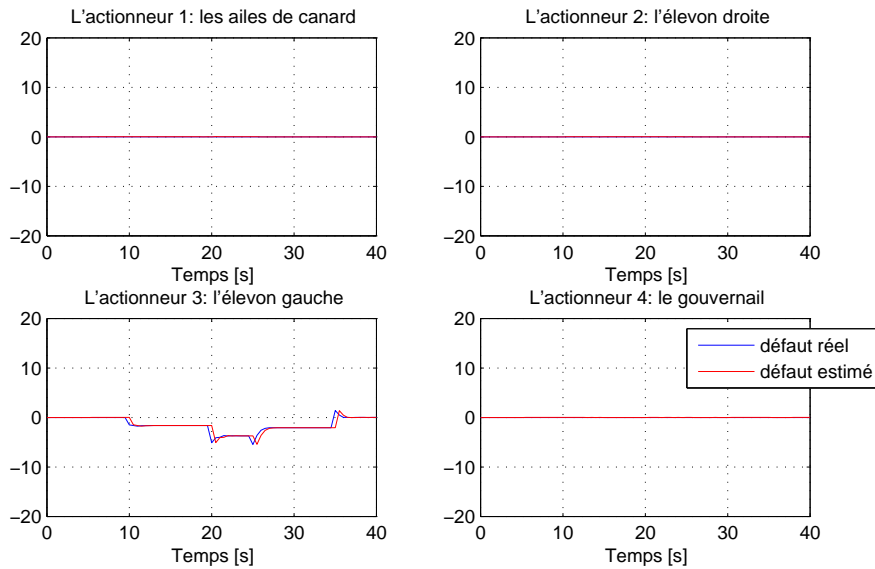


FIGURE 4.34 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_3$ .

Ce défaut est faible et il n'a pas un grand impact sur les sorties et les signaux de commande. Néanmoins, le module de diagnostic donne des très bonnes estimations du défaut et du coefficient de perte d'efficacité malgré le retard de détection.

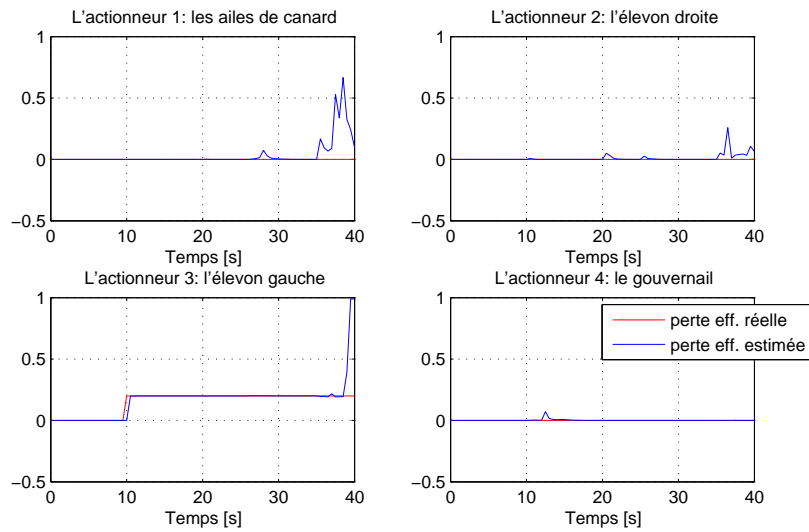


FIGURE 4.35 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.2$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_3$ .

### ii- Perte de 50% d'efficacité sur l'actionneur 3 :

Dans ce cas, l'actionneur 3 est soumis à un défaut moyen équivalent à une perte d'efficacité de 50%. L'impact du défaut sur les sorties (voir figure 4.36) est plus important et l'erreur est plus grande d'où le besoin de reconfigurer la loi de commande. La reconfiguration niveau 1 a permis de recouvrir le fonctionnement nominal.

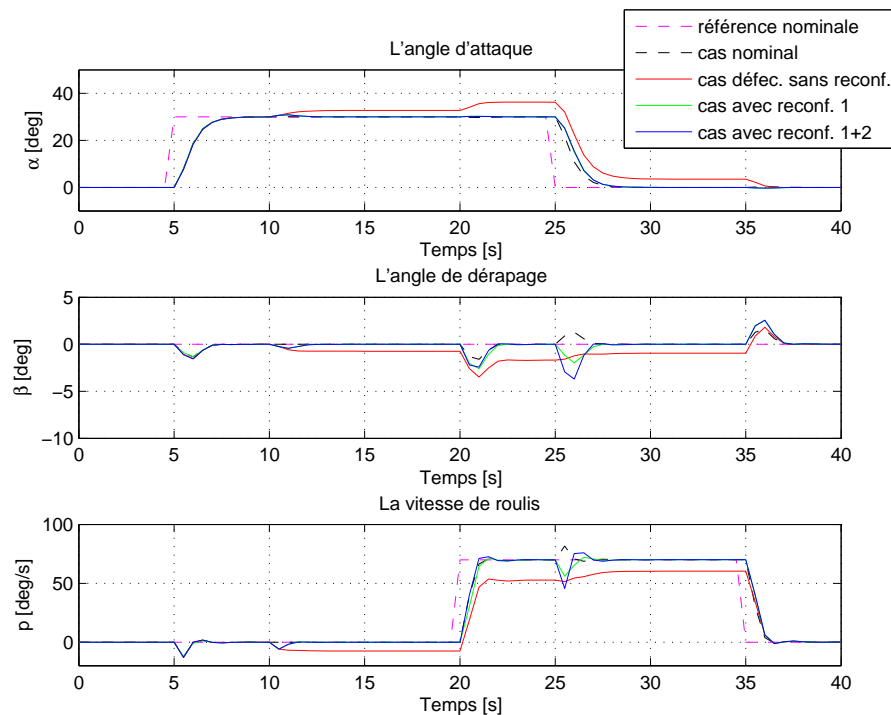


FIGURE 4.36 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : les sorties.



Concernant les signaux de commande des actionneurs (figure 4.37), les contraintes ne sont pas trop sollicitées ce qui implique que les actionneurs ont encore une marge de manoeuvre pour accommoder des défauts plus graves. L'efficacité de l'algorithme de la reconfiguration est due à la bonne estimation du coefficient de perte d'efficacité de l'actionneur (figure 4.39) ainsi que le défaut (figure 4.38).

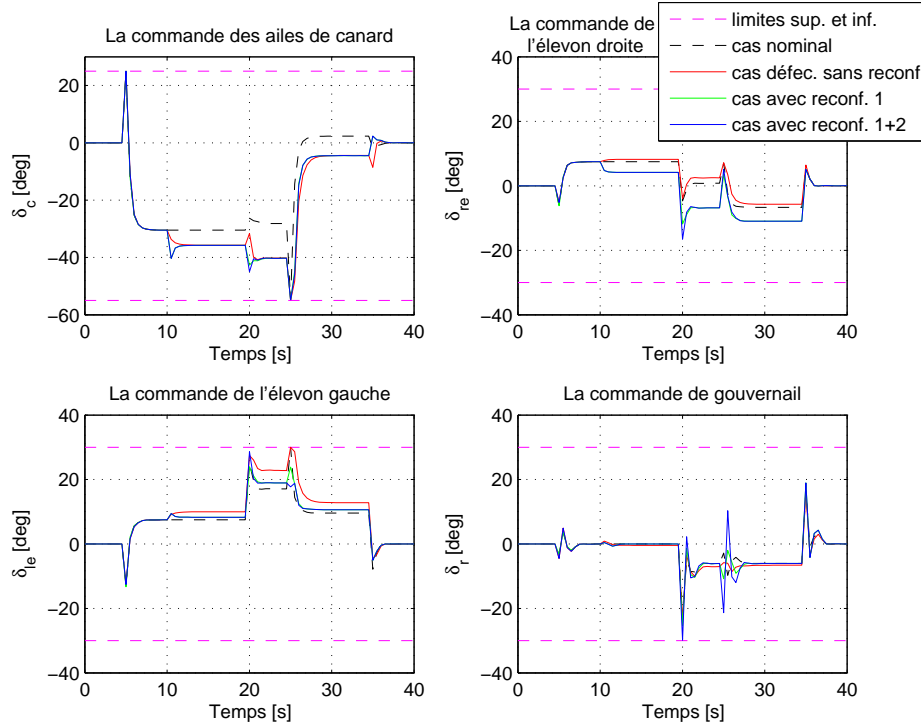


FIGURE 4.37 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : les signaux de commande.

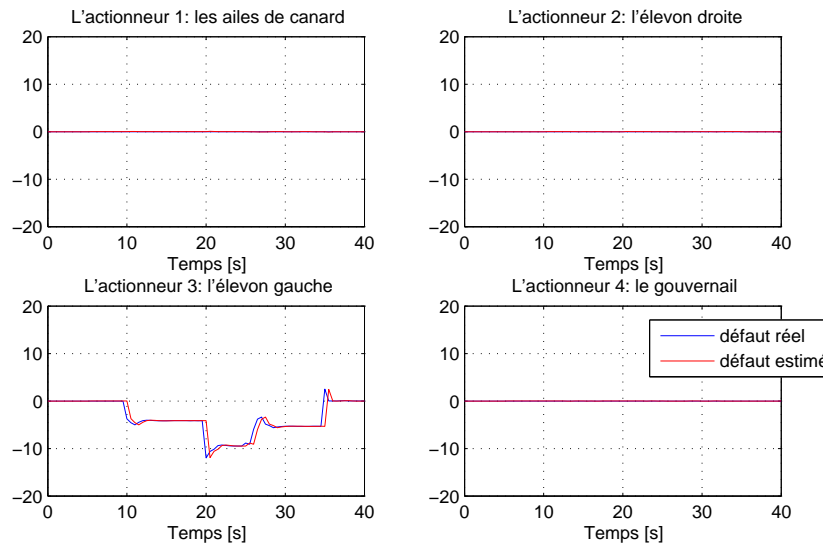


FIGURE 4.38 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_3$ .

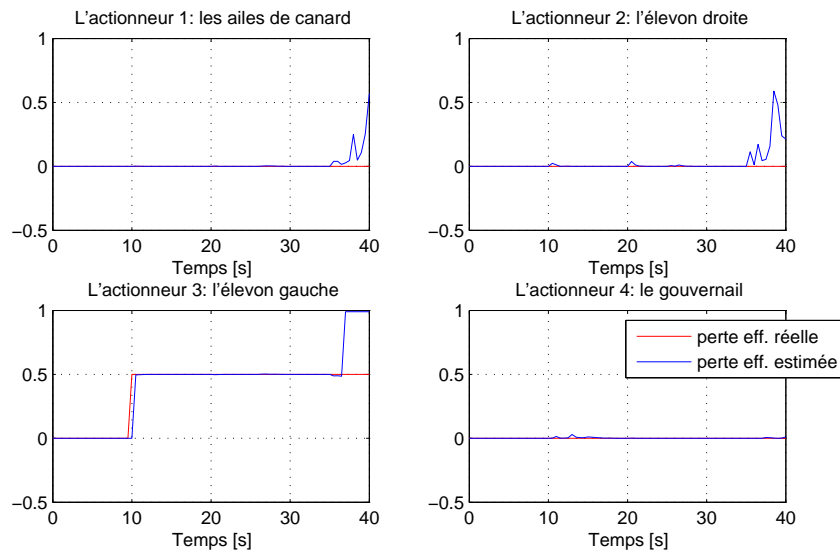


FIGURE 4.39 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.5$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_3$ .

### iii- Perte de 90% d'efficacité sur l'actionneur 3 :

L'actionneur 3 est soumis maintenant à un défaut plus grave qui consiste à perdre 50% de l'efficacité de l'action de commande. Ce défaut entraîne la perte de stabilité du système en boucle fermée (4.40) même en présence d'une action de reconfiguration "niveau 1".

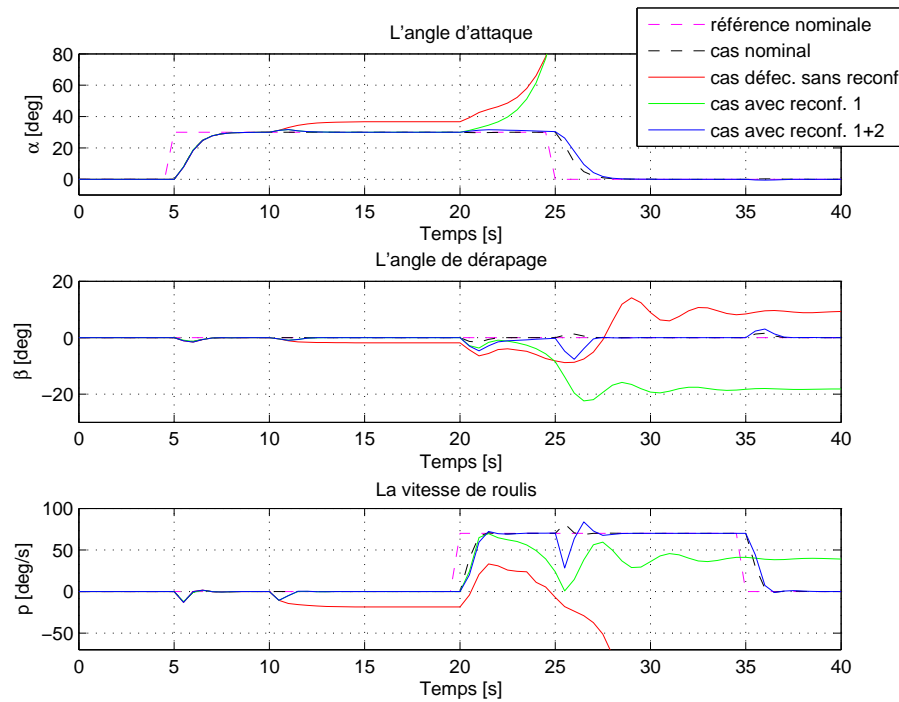


FIGURE 4.40 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les sorties.

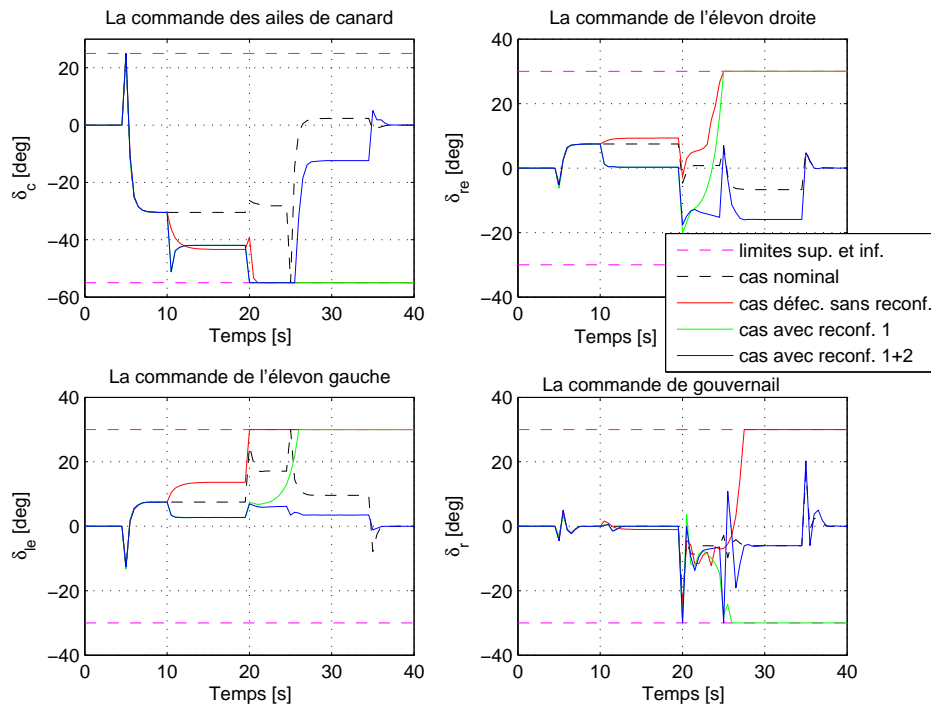


FIGURE 4.41 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les signaux de commande.

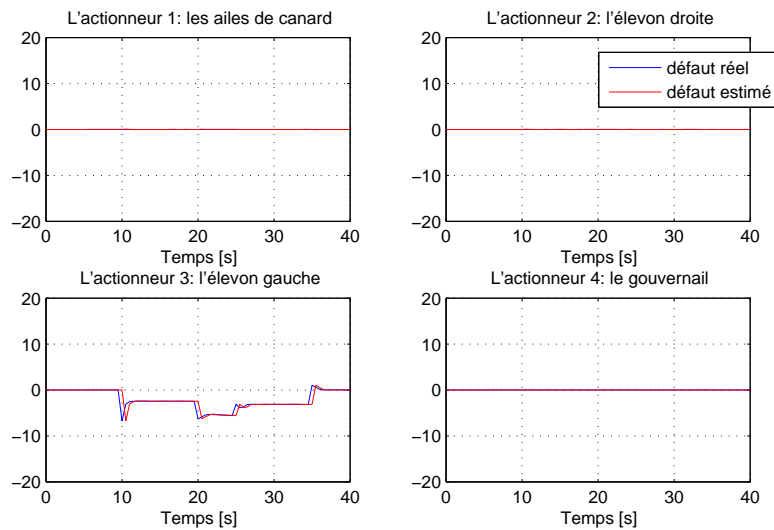


FIGURE 4.42 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_3$ .

La deuxième action de reconfiguration "niveau 2" est indispensable pour maintenir la stabilité en dépit de la dégradation des performances du système étudié (4.44). En effet, la reconfiguration "niveau 1" a pu compenser l'impact de ce défaut jusqu'à l'instant 20 secondes quand l'actionneur 1 se sature et déclenche la saturation des autres actionneurs successivement (4.41) bien que l'estimation du défaut (4.42) et du coefficient de perte d'efficacité (4.43) soient performantes.

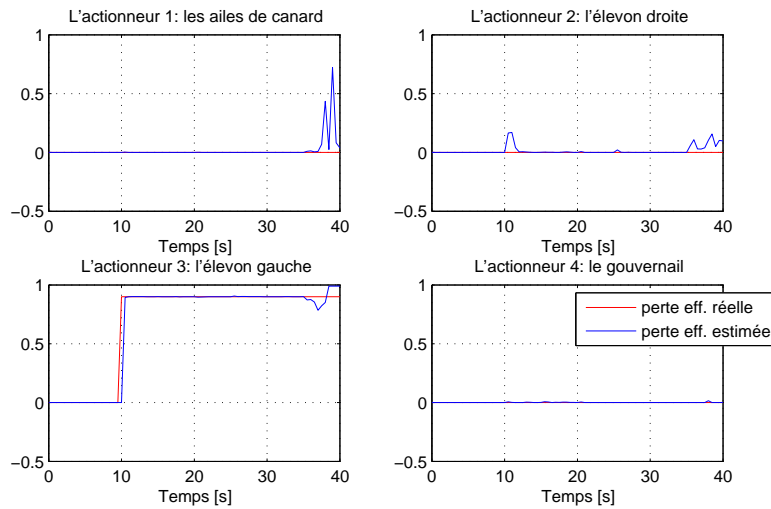


FIGURE 4.43 – Défaut actionneur 3 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_3$ .

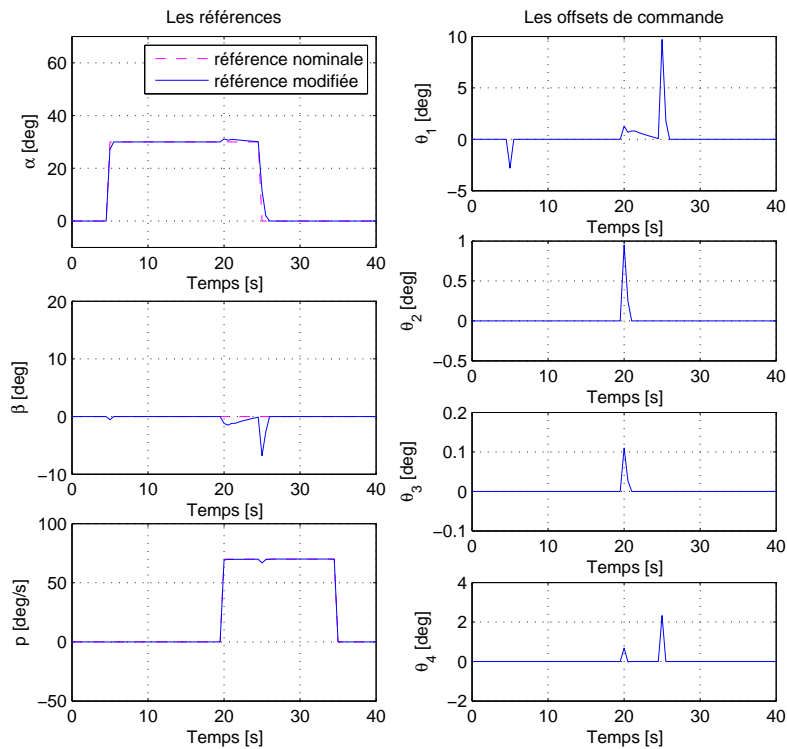


FIGURE 4.44 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_3 = 0.9$ ) : les références modifiées.

Les courbes présentées à la figure 4.44 représentent les références modifiées par le module de gestion des références ainsi que les signaux d'offset afin d'éviter la saturation des actionneurs provoquée par le défaut. La dégradation est apparue entre les instants 20 et 25 secondes. Entre ces instants, c'est l'actionneur 1 (les ailes de canard) qui est le plus sollicité (voir figure 4.41).

IV) Etudes des senarii de défauts sur l'actionneur 4

i- Perte de 20% de l'efficacité sur l'actionneur 4 :

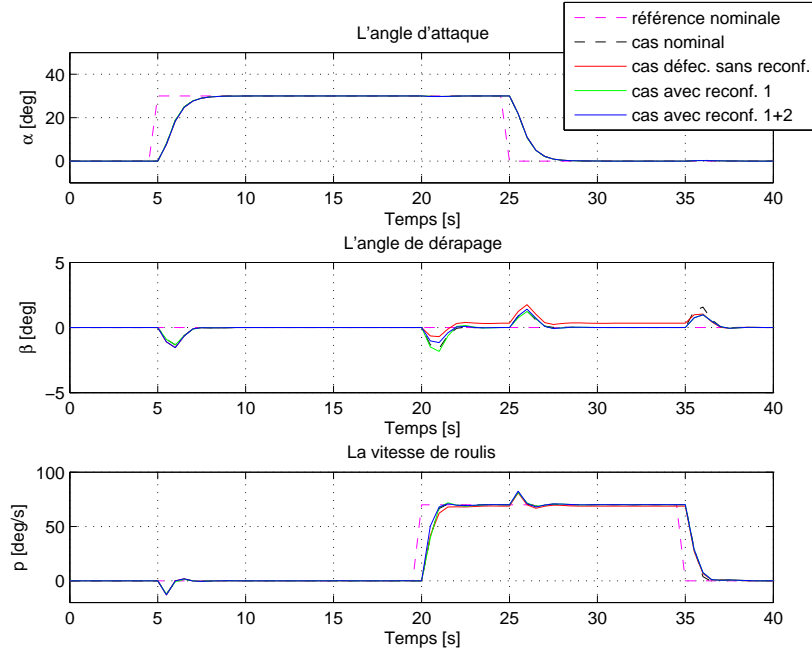


FIGURE 4.45 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : les sorties.

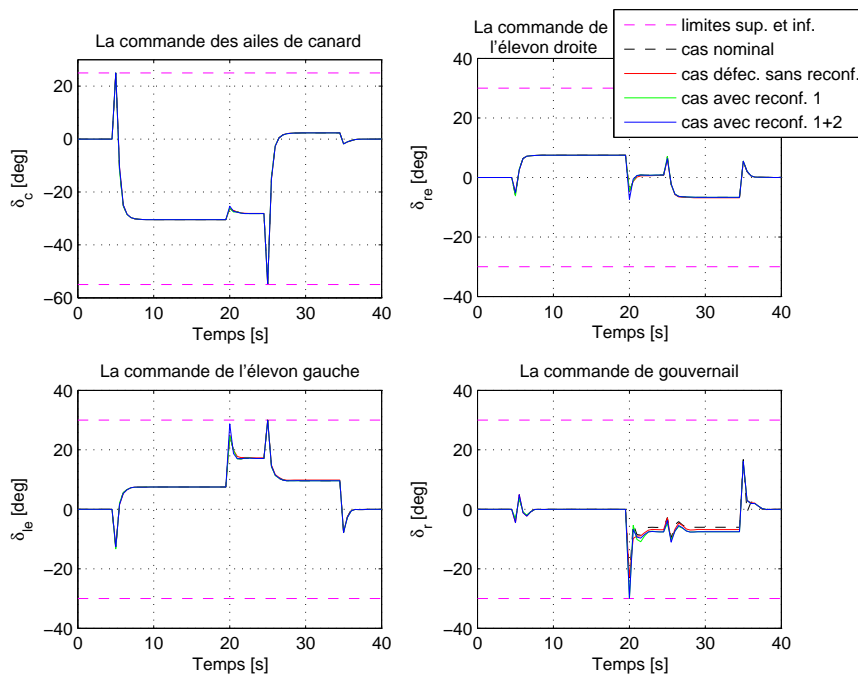


FIGURE 4.46 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : les signaux de commande.

Cet actionneur est le moins sollicité parmi les quatre pour atteindre les trajectoires désirées par le chasseur. Par conséquent, un défaut de faible perte d'efficacité (20%) sur cet actionneur n'a pratiquement aucun effet sur les sorties (figure 4.45) et les signaux de commande (figure 4.46). Cela justifie la capacité intrinsèque du contrôleur nominal de compenser le défaut sans faire recours à aucune reconfiguration. Les figures 4.47 et 4.48 montrent que la mauvaise qualité des estimés issus du module de détection et de diagnostic n'a pas un effet néfaste sur le système.

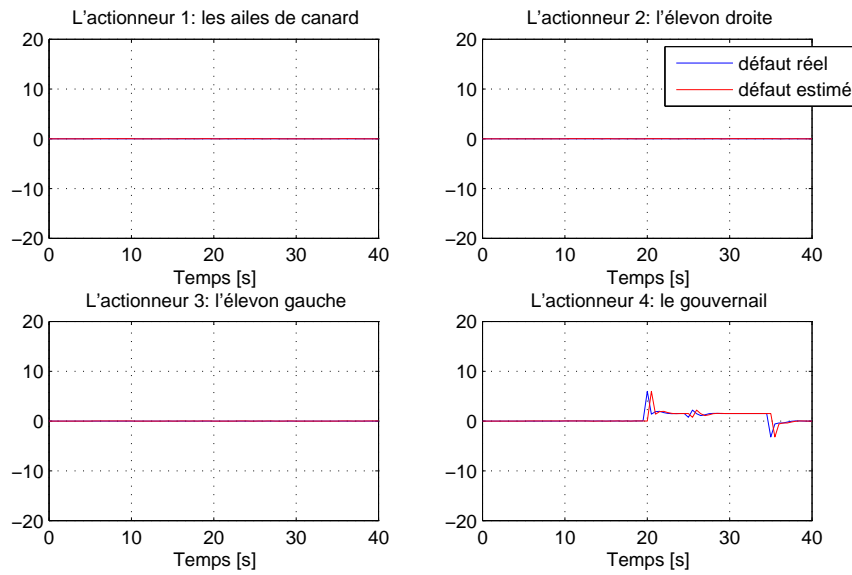


FIGURE 4.47 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_4$ .

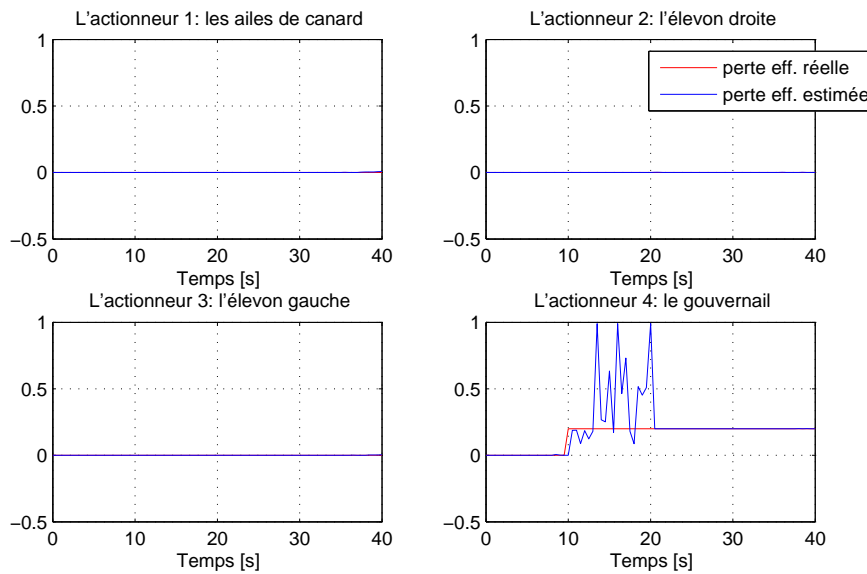


FIGURE 4.48 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.2$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_4$ .

ii- Perte de 50% d'efficacité sur l'actionneur 4 :

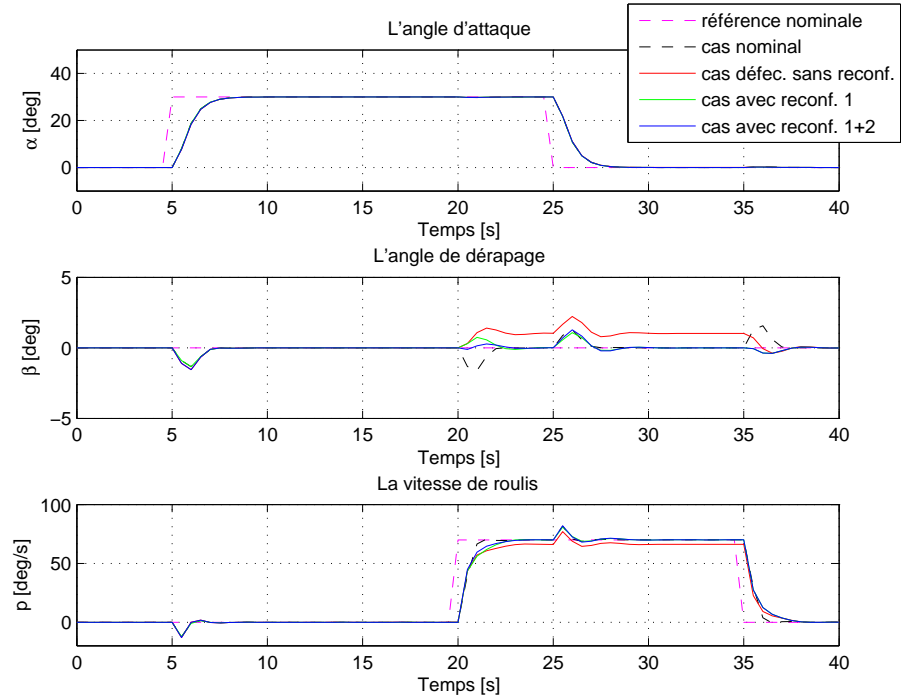


FIGURE 4.49 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : les sorties.

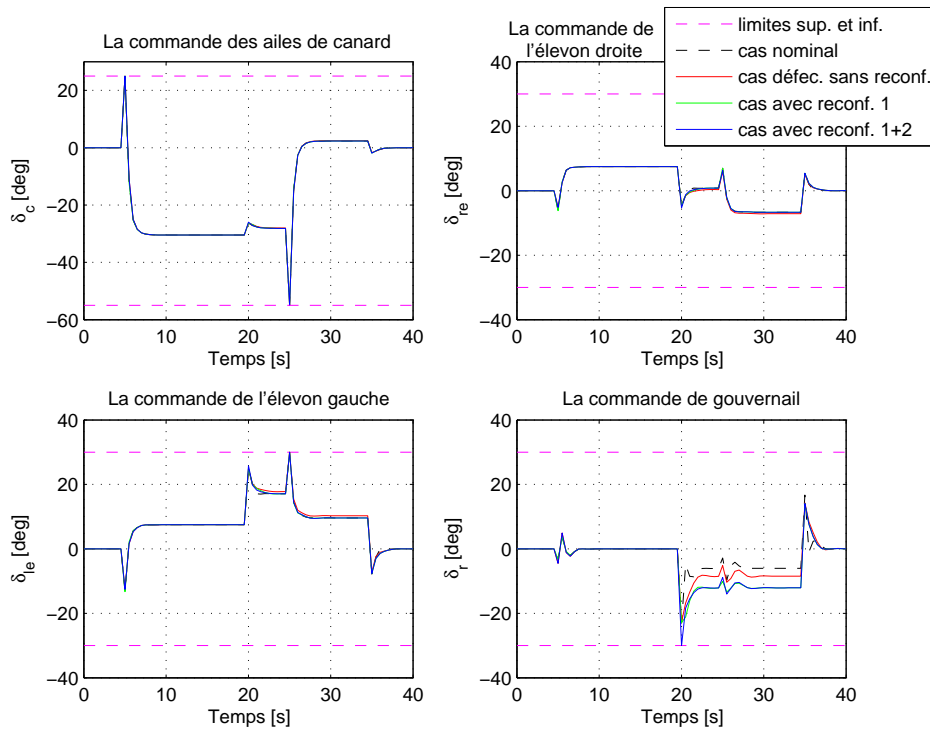


FIGURE 4.50 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : les signaux de commande.

Dans ce cas du défaut (perte de 50% de l'efficacité de l'actionneur), l'absence de la reconfiguration de la loi de commande engendre une erreur statique plus importante (figure 4.49) surtout pour l'angle  $\beta$  tandis que l'action de reconfiguration rétablit le régime nominal sans violer les contraintes du système (voir figure 4.50). Bien que l'estimation du défaut dans ce cas (4.51) soit bonne, l'estimation du facteur de perte d'efficacité (4.52) n'est bonne que pendant les 10 premières secondes après l'apparition du défaut ce qui est dû au décalage entre le signal du défaut réel et celui estimé.

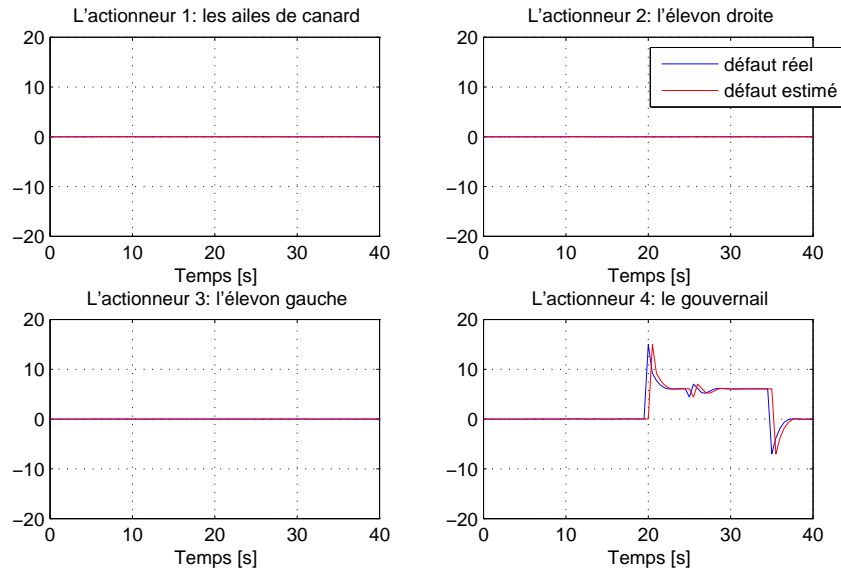


FIGURE 4.51 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_4$ .

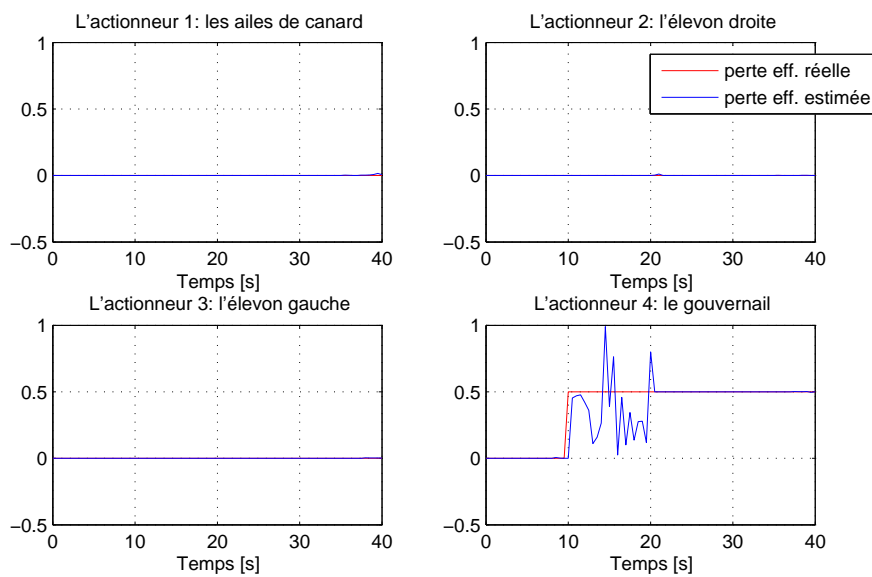


FIGURE 4.52 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.5$ ) : estimation de la perte  $\hat{\gamma}_4$ .



iii- Perte de 90% d'efficacité sur l'actionneur 4 :

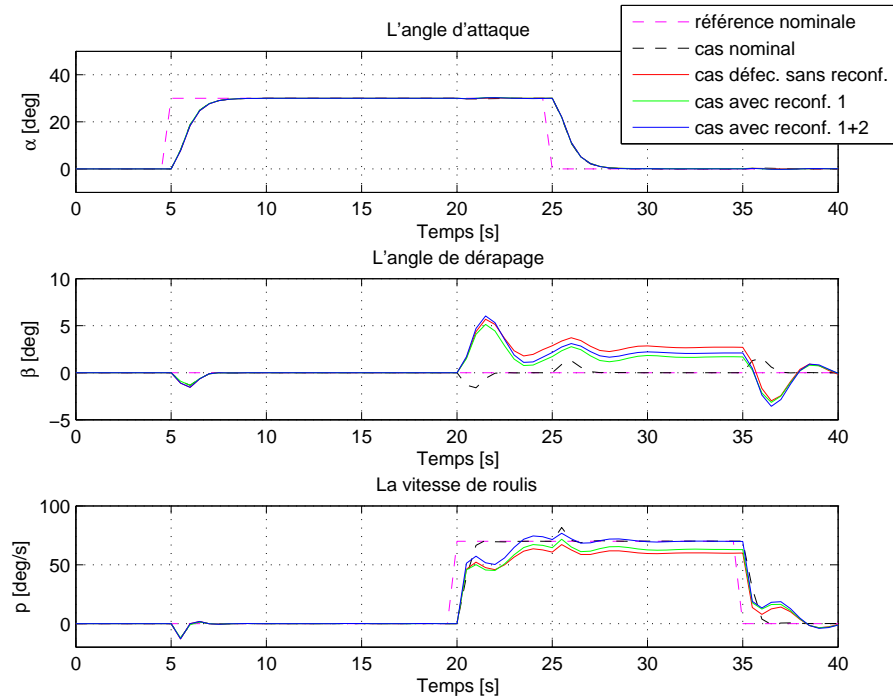


FIGURE 4.53 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les sorties.

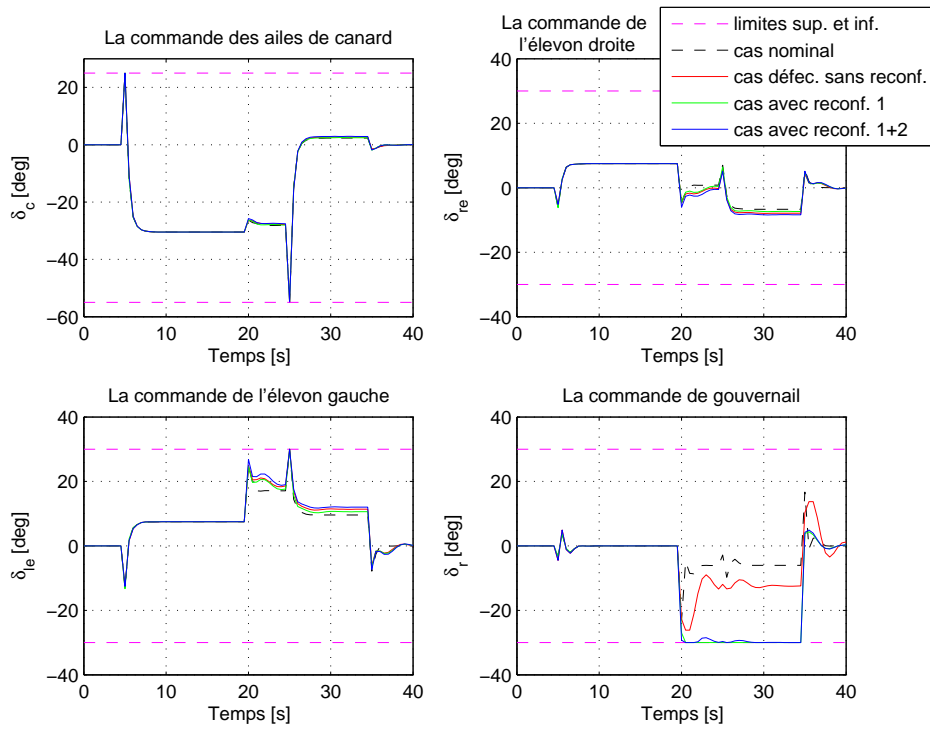


FIGURE 4.54 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les signaux de commande.

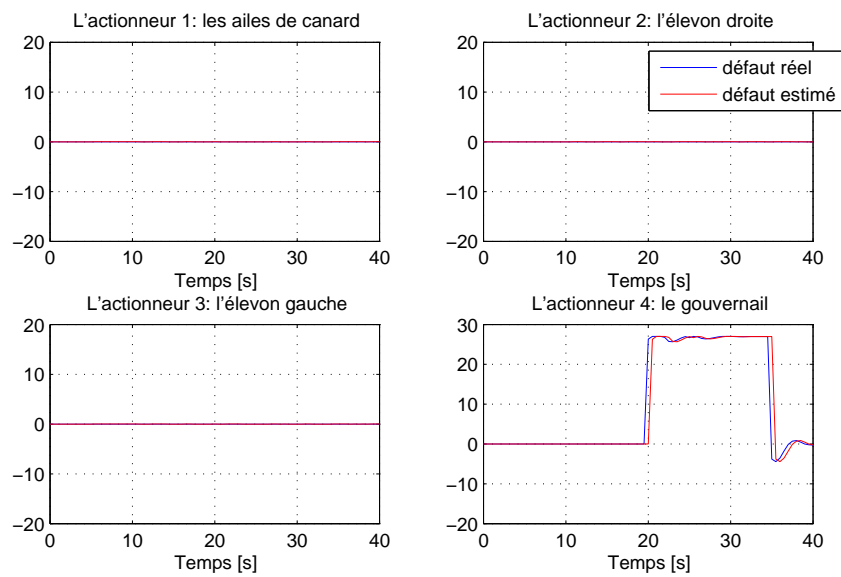


FIGURE 4.55 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : estimation du défaut  $\hat{f}_4$ .

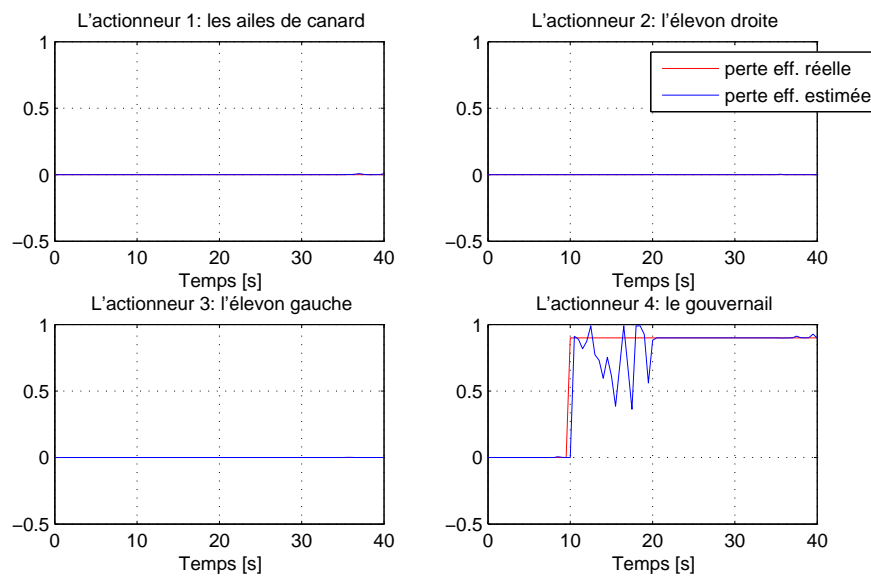


FIGURE 4.56 – Défaut actionneur 4 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : estimation de perte  $\hat{\gamma}_4$ .

La perte de 90% de l'efficacité d'un actionneur est toujours considérée comme un défaut un grave et c'est le cas pour l'actionneur 4. En effet, ce défaut se manifeste par une erreur importante sur les sorties (voir figure 4.53). Néanmoins, toutes les configurations des systèmes de commande (avec ou sans reconfiguration niveau 1 ou 2) donnent pratiquement les mêmes résultats. Si on focalise sur la sortie 3 (la vitesse de roulis,  $p$ ) dans la figure 4.53 et le signal de commande 4 (la commande du gouvernail) dans la figure 4.54, on remarque que l'actionneur 4 a travaillé dans la zone de saturation pendant 15 secondes ce qui entraîne une dégradation de performances en modifiant la référence de  $\beta$  et en

ajoutant un offset de 0.15 degré au signal de commande de l'actionneur en défaut (voir figure 4.57). Concernant les estimations du défaut dans la figure 4.55 et du coefficient de perte d'efficacité dans la figure 4.56, on remarque que les résultats de diagnostic sont meilleurs que dans les cas d'un défaut faible ou moyen.

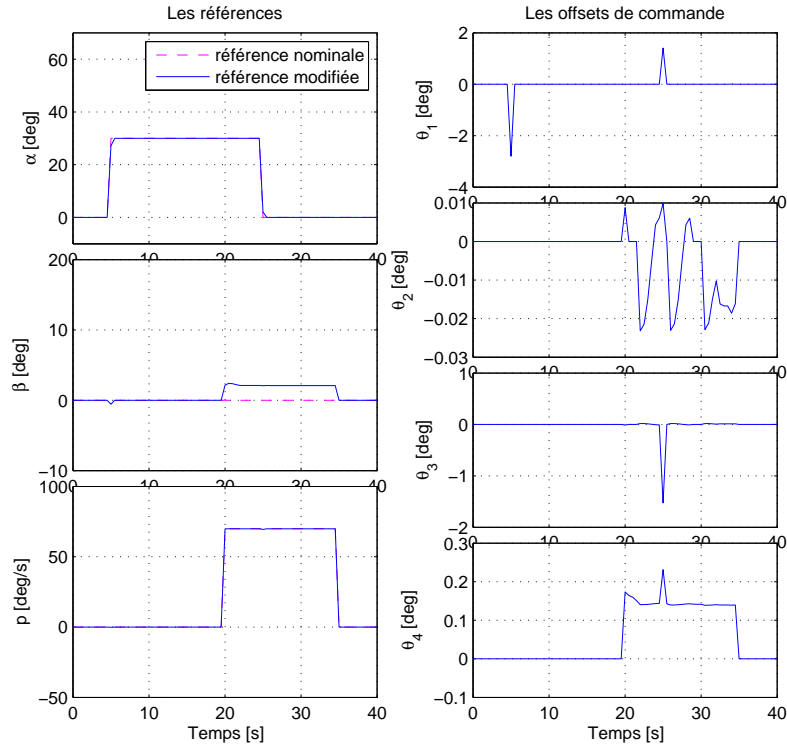


FIGURE 4.57 – Défaut actionneur 1 ( $\gamma_4 = 0.9$ ) : les références modifiées.

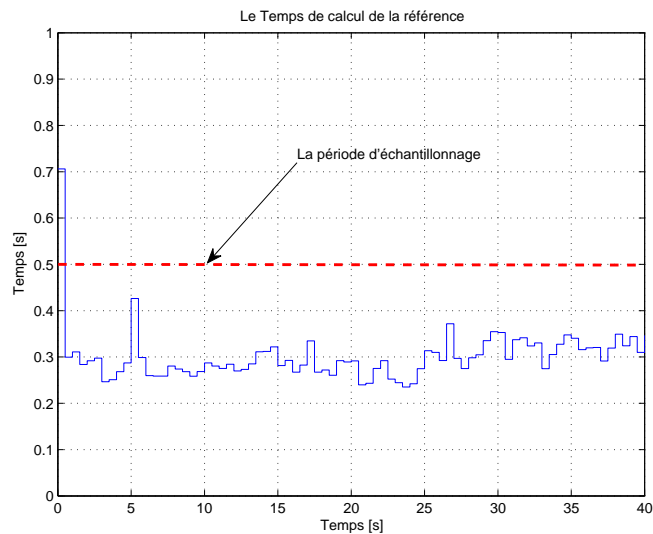


FIGURE 4.58 – Le temps de calcul de la fonction "Gestion des Références".

**Remarque 4.3** Il faut noter que le temps de calcul du module de gestion des références en utilisant un calculateur standard (voir les caractéristiques de l'environnement de simulation décrites dans le paragraphe § 4.3.3) est en moyenne de 0.3 secondes comme le montre la figure 4.58. Sachant que la période d'échantillonnage choisie est de 0.5 secondes, ce choix est adéquat à cette application puisque le temps de calcul du module de gestion des références est bien inférieur à celui de la période d'échantillonnage.

#### 4.3.4 Synthèse d'un indice de sélection

L'objectif de la réconfiguration de niveau 2 est d'agir sur les références, à partir du moment où les contraintes fixées par le système sont violées suite à une action mal conditionnée de la loi de commande. Ainsi, le facteur important dans la sélection de deuxième niveau de reconfiguration est la violation des contraintes, Cette constatation nous amène à utiliser l'indice de sélection suivant (Boussaid *et al.*, 2011b) :

$$\xi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } c(t) \in \mathcal{C}^f \text{ pour tout } t \in \mathbb{Z}_+ \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.34)$$

qui permettra de surveiller le vecteur des contraintes du système "post-défaut"  $c(t) \in \mathcal{C}^f$ .

En effet, une fois que la réconfiguration "niveau 1" est incapable de rétablir les performances nominales du système sans violer les contraintes, l'indice de sélection  $\xi$  bascule à 1 et la réconfiguration "niveau 2" intervient pour dégrader les performances en modifiant les références par l'action sur le gouverneur de référence avec offset présenté dans le paragraphe § 3.4 du chapitre 3.

**Remarque 4.4** Notons que  $\xi = 0$  signifie qu'il n'y a pas d'action sur le GRO et  $\xi = 1$  signifie que les références doivent être modifiées et les performances doivent être dégradées.

#### 4.3.5 Synthèse d'un indice de performance

Une re-formulation de l'indice (2.9) donné au chapitre 2, paragraphe § 2.3.6, est proposée dans la suite (Boussaid *et al.*, 2011a) :

$$\varepsilon_\pi = 1 - \frac{\|y - r\|_2}{\|r\|_2} \quad (4.35)$$

où  $y \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur de sortie et  $r \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur de référence.

Sachant que l'objectif principal de l'algorithme de commande est de poursuivre les références en boucle fermée, donc on peut assigner la perte de performance par l'erreur de sortie.

**Remarque 4.5** L'indice de performance  $\varepsilon_\pi = 1$  pour une dégradation nulle des performances. Tandis que,  $\varepsilon_\pi = 0$  pour une dégradation totale des performances.

Afin de mettre en évidence l'efficacité de l'approche proposée et en se basant sur le principe de action graduelle de la loi de commande reconfigurée en fonction de la sévérité du défaut évoquée dans l'introduction générale (voir figure 4.1), nous évaluons les performances du système à l'aide de l'indice de performance ainsi défini. L'évaluation portera sur chaque actionneur afin de déduire quels sont ceux qui sont les plus sensibles aux défauts.

En observant ces figures (4.59, 4.60, 4.61 et 4.62), nous pouvons faire les interprétations suivantes :

- **Figure 4.59** (Actionneur 1) : La valeur de l'indice de performance dans le cas nominal (système sain) est égale à 0,88. Le contrôleur nominal (sans reconfiguration) peut assurer la stabilité du système pour une perte d'efficacité inférieure à 37% environ malgré l'erreur statique importante. L'algorithme de reconfiguration niveau 1 peut accommoder les défauts de perte d'efficacité allant jusqu'à 71%. Pour les défauts sévères ( $\gamma_1 > 0.71$ ), il est clair que la reconfiguration niveau 2 est indispensable afin de garantir la stabilité même si l'erreur est grande (une dégradation de 8% dans l'indice de performance pour le cas le plus défavorable du défaut).
- **Figure 4.60** (Actionneur 2) : Le contrôleur nominal permet d'assurer la stabilité du système pour toute valeur de  $\gamma_2$ . Il est robuste pour des pertes d'efficacité inférieures à 40%. Cependant, la reconfiguration (niveau 1 et 2) permettra d'assurer une faible erreur statique.

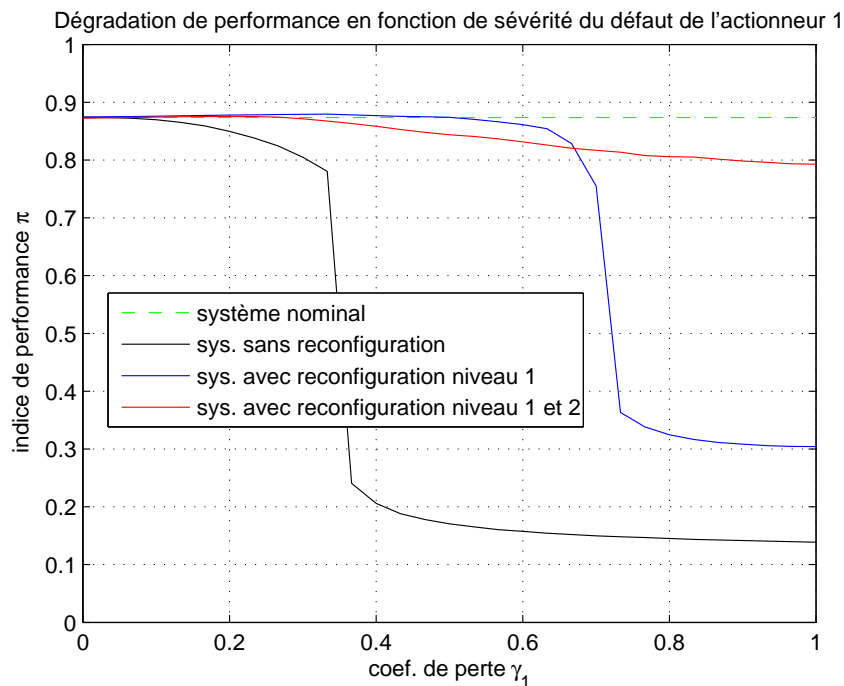


FIGURE 4.59 – Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 1,  $\gamma_1$ .

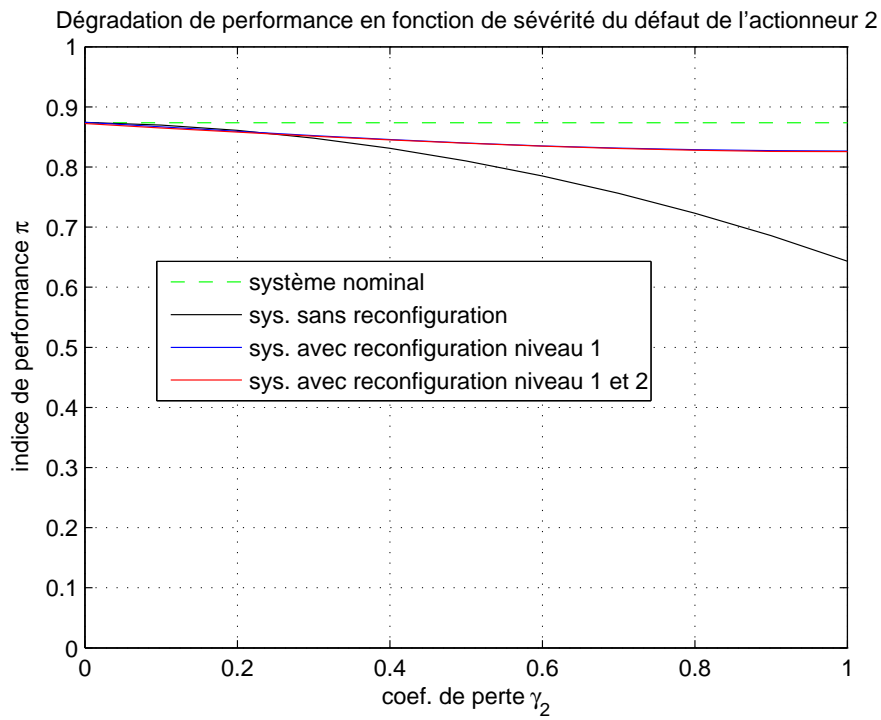


FIGURE 4.60 – Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 2,  $\gamma_2$ .

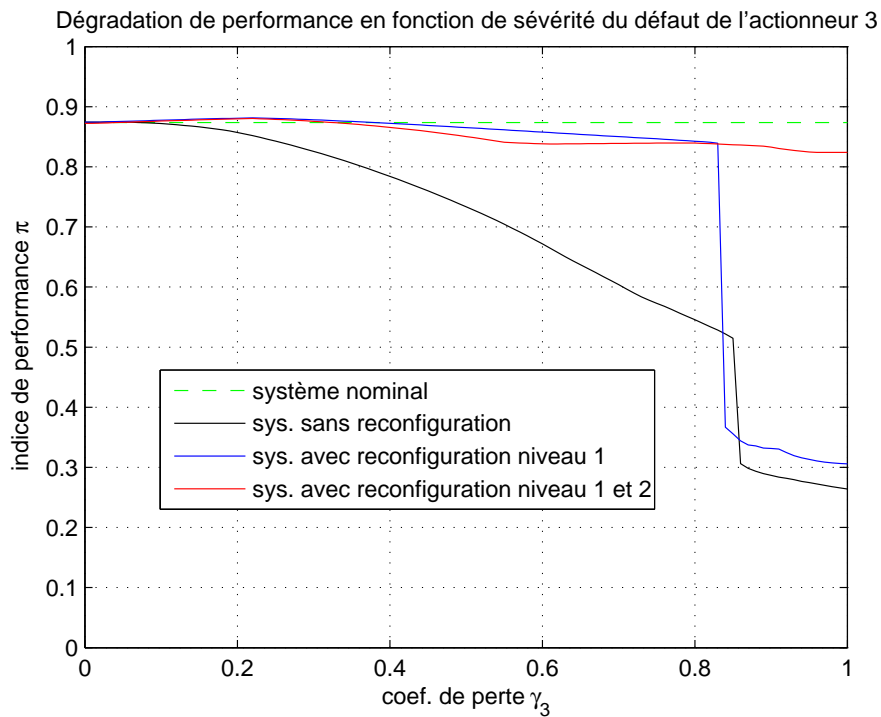


FIGURE 4.61 – Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 3,  $\gamma_3$ .

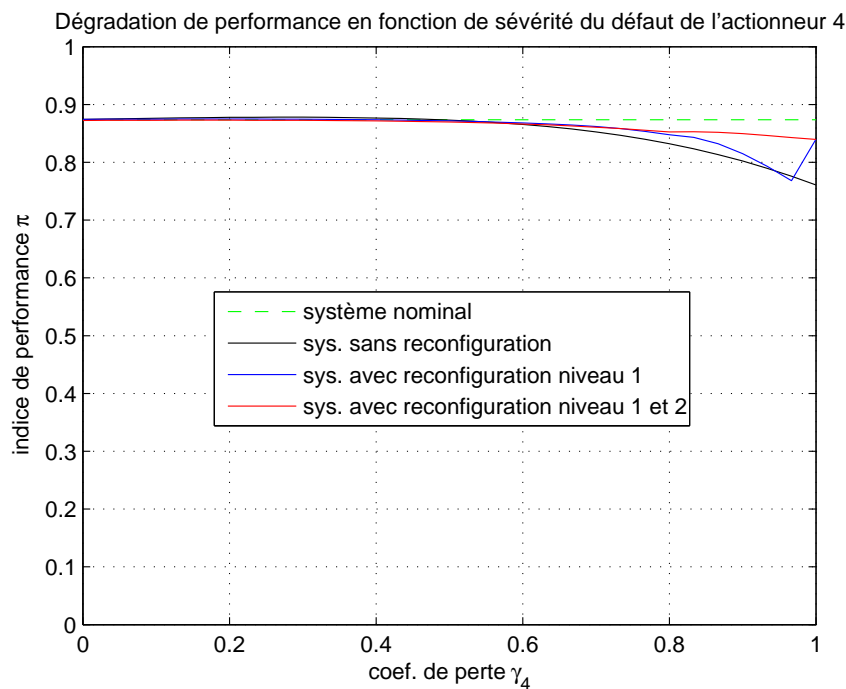


FIGURE 4.62 – Dégradation de performance en fonction de la sévérité du défaut de l'actionneur 4,  $\gamma_4$ .

- **Figure 4.61** (Actionneur 3) : Le contrôleur nominal permet de garantir la stabilité jusqu'à un défaut de perte d'efficacité de 84%. Néanmoins, l'erreur est plus importante dans ce cas. La reconfiguration de la loi de commande (reconfiguration niveau 1) permet d'accommoder les défauts dont la perte d'efficacité est inférieure à 83%. La reconfiguration niveau 2 assure parfaitement la stabilité pour toute valeur de perte d'efficacité, malgré une légère dégradation des performances.
- **Figure 4.62** (Actionneur 4) : Le contrôleur LQ est insensible aux défauts de type perte d'efficacité affectant l'actionneur 4.

Nous concluons que les actionneurs 1 et 3 sont les plus critiques et les plus sensibles aux défauts.

## 4.4 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre est de mettre en évidence les capacités de tolérance aux défauts de la méthode proposée. Pour cela différents scénarii de défauts sont étudiés et les simulations relatives à chaque cas de figure sont réalisées. Les défauts appliqués au système sont choisis en fonction de leur impact graduel sur les performances. Les simulations montrent que l'action de tolérance est adaptée à l'ampleur du défaut et que dans le cas le plus grave, la modification des trajectoires de références permet d'éviter la saturation des actionneurs pendant la phase d'accommodation.

# Conclusion Générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le cadre des systèmes tolérants aux défauts sous contraintes avec prise en considération de la dégradation de performances. L'approche proposée repose sur une structure hiérarchisée de traitement du défaut. Un premier niveau de traitement s'attache à accommoder le système sujet à des défauts dits mineurs et dont l'impact sur les performances reste limité. Le deuxième niveau de traitement a pour rôle de modifier les trajectoires de références appliquées au système dans le cas où l'impact du défaut provoque une saturation des actionneurs.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous nous attachons à montrer l'importance de la tâche de diagnostic dans un schéma global de tolérance aux défauts. Le schéma classique de synthèse des systèmes de commande tolérants actifs aux défauts exige la cohabitation du mécanisme de diagnostic de défauts et d'un mécanisme d'adaptation de la loi de commande. Le premier mécanisme doit fournir les informations nécessaires sur l'instant de l'apparition du défaut, son emplacement et son amplitude tandis que le second doit prévoir les actions de commande nécessaires pour compenser l'effet de ce défaut et ainsi de permettre au système de revenir à des performances proches des celles du fonctionnement initial. La connaissance à priori des informations relatives aux défauts dans la conception du système proposé, fait partie des hypothèses de départ.

L'étude bibliographique menée sur les approches de commande tolérante active aux défauts a montré que la plupart de ces méthodes supposent que le recouvrement du système nominal est toujours possible et que les performances nominales sont toujours atteignables. Cette condition est peu réaliste dans le cas de défauts sévères et ceci pour plusieurs raisons. En effet, la reconfiguration des lois de commande consiste à compenser l'effet du défaut par une action de commande reconfigurée ce qui est possible si aucune condition sur l'action de commande n'est présente. En pratique, le principal frein à la mise en oeuvre de ce type d'approches dans la conception de la loi de commande est l'ensemble des contraintes matérielles qui limitent le fonctionnement nominal du système à des plages fonctionnelles bien définies. Ces plages fonctionnelles se réduisent énormément après l'apparition de certains défauts sévères qui affectent généralement les actionneurs.



Par conséquent, l'hypothèse de recouvrement de performances nominales dans le cas du système "post-défaut" sous contraintes limite l'ensemble des défauts traités par ces méthodes classiques de tolérance aux défauts à quelques défauts de faible ampleur. L'un des effets immédiats du déplacement du point de fonctionnement nominal vers une zone de fonctionnement défectueuse est la saturation des actionneurs qui représente un phénomène non-linéaire commun dans la plupart des systèmes physiques. Or, des actionneurs saturés peuvent engendrer la dégradation des performances.

L'objectif principal du schéma FTC proposé est de traiter une large gamme de défauts en octroyant un certain degré de liberté au système "post-défaut" afin de lui permettre de supporter une dégradation minimale de ses performances. La dégradation des performances est d'autant plus grande que le défaut est grave. De fait, les contraintes qui s'exercent sur le système sont plus difficiles à respecter. Ainsi, suivant l'approche proposée, la dégradation des performances s'accompagne d'une réorganisation des objectifs à atteindre. Dans les travaux présentés dans ce manuscrit, la modification des objectifs est réalisée par l'ajustement des trajectoires de références. L'algorithme déployé dans ce but repose sur la synthèse d'un gouverneur de référence avec offset. Ce dernier modifie les références chaque fois que les contraintes prescrites du système risquent d'être violées.

L'architecture de réconfiguration proposée est organisée en deux niveaux : le premier repose sur un algorithme traditionnel de réconfiguration et le deuxième agit sur un module de gestion de références. Le contrôleur reconfigurable choisi est un contrôleur type LQ dont l'algorithme de réconfiguration consiste à assurer l'adaptation du gain de commande en fonction du défaut par la résolution de l'équation algébrique de Ricatti. La connaissance exacte du modèle de système "post-défaut" exige un processus de détection et de diagnostic de défauts qui permet de caractériser au mieux le défaut. Cela nous a amené à exploiter un observateur adaptatif d'estimation de défauts à base de LMI présenté à l'annexe A.

Afin d'assurer le séquençement des différentes tâches qui constituent le système de commande tolérant aux défauts, deux indices spécifiques ont été développés. Le premier indice concerne la condition de sélection du niveau 2 de la réconfiguration. Le deuxième indice consiste à évaluer les performances du système en vue de déterminer quels sont les actionneurs les plus sensibles aux défauts. L'intégration des fonctions de diagnostic et de tolérance aux défauts au sein d'une structure dont les éléments ont été introduits aux chapitres 2 et 3, fait l'objet du chapitre 4. Finalement, divers scénarii de défauts sont traités sur un exemple afin de mettre en évidence l'efficacité de l'approche.

## Perspectives

Les réflexions menées sur la commande tolérante aux défauts basée sur la gestion des trajectoires de référence ouvrent un ensemble de perspectives sur des développements futurs. En effet, le système de commande tolérant aux défauts proposé est composé de trois modules : un module de détection et de diagnostic de défauts, un module de reconfiguration à deux niveaux et un module de gestion de références. La solution ainsi proposée repose sur le fait que le défaut est parfaitement estimé par le module de détection et diagnostic de défauts ce qui est très idéaliste. L'intégration des incertitudes sur le coefficient de perte d'efficacité d'actionneur dans la conception du contrôleur reconfigurable augmentera la robustesse de la loi de commande vis à vis les erreurs du module de diagnostic de défauts.

La synthèse de commande proposée dans ce mémoire a été établie pour les systèmes linéaires. Or, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée et les systèmes dynamiques ont souvent un comportement non linéaire. Il est montré que certains problèmes de diagnostic non linéaires peuvent être résolus. Dans le même esprit, un axe intéressant pourrait être concerné l'extension de la commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires, de façon à prendre en compte une classe plus large de systèmes. Cette démarche implique une modification profonde du formalisme du gouverneur de référence proposée dans ces travaux.



# Références Bibliographiques

- ABDEL-GELIEL, A., BADREDDIN, E. et GAMBIER, A. (2006). Application of model predictive control for fault tolerant system using dynamic safety margin. *In Proc. of the IEEE American Control Conference*, June 14-16, 2006, Minneapolis, Minnesota, USA. [1.3.2.2](#)
- ANDERSON, B. et MOORE, J. (1989). *Optimal control - Linear quadratic methods*. Prentice Hall. [1.3.2.2](#)
- ANGELI, D., CASAVOLA, A. et MOSCA, E. (1999). Command governor for constrained nonlinear systems : Direct nonlinear vs. linearization-based strategies. *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 9:677–699. [3.1](#), [3.2.3](#)
- ANGELI, D. et MOSCA, E. (1999). Command governors for constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(4):816–820. [3.1](#)
- ARAVENA, J., ZHOU, K., LI, X. et CHOWDHURY, F. (2006). Fault-tolerant safe flight controller bank. *In Proc. of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (Safeprocess)*, Beijing, China, pages 859–864. [1.3.1](#)
- AUBRUN, C., DE CUYPERE, P. et SAUTER, D. (2003). Design of a supervised control system for sludge dewatering process. *Control Engineering Practice*, 11:27–37. [\(document\)](#)
- AUBRUN, C. et LEICK, C. (2005). Sensor fault accommodation : Application to an activated sludge process. *In IFAC World Congress*, volume 16. [2.2.2](#)
- BACKSTROM, H. (1997). Report on the usage of the generic aerodata model. Rapport technique, Technical report, Saab Aircraft AB. [4.3](#)
- BASSEVILLE, M. (1988). Detecting changes in signals and systems - a survey. *Automatica*, 24:309–326. [1.3.2.1](#)

- BASSEVILLE, M. (1998). On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. *Automatica*, 34:1391–1396. [1.3.2.1](#)
- BELCASTRO, C. (2001). Application of failure detection, identification, and accommodation methods for improved aircraft safety. In *Proc. of the 2001 American control conference*, volume 4 de 25 - 27 june 2001, Arlington, VA , USA, pages 2623–2624. [1.2.2](#)
- BEMPORAD, A. (1998). Reference governor for constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(3):415–419. [3.1](#), [3.2.3](#)
- BEMPORAD, A., CASAVOLA, A. et MOSCA, E. (1997). Nonlinear control of constrained linear systems via predictive reference management. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(3):340–349. [3.1](#), [3.2.3](#), [3.2](#), [3.3](#), [3.2.4.2](#), [3.5](#)
- BEMPORAD, A., CASAVOLA, A. et MOSCA, E. (1998). A predictive reference governor for constrained control systems. *Computers in Industry*, 36:55–64. [3.2.3](#), [3.2](#), [3.2](#)
- BEMPORAD, A., MORARI, M., DUA, V. et PISTIKOPOULOS, E. (2002). The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. *Automatica*, 38:3–20. [1.3.2.2](#)
- BLANKE, M., FREI, C., KRAUS, F. Patton, R. et STAROSWIECKI, M. (2000). What is fault-tolerant control? In *Proc. of the 4th IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical process*, Budapest, 14-16 June 2000, pages 40–51. [1.1](#)
- BLANKE, M., IZADI-ZAMANABADI, R., BORGH, R. et LUNAU, Z. (1997). Fault tolerant control systems - a holistic view. *Control Engineering Practice*, 5(5):693–702. [1.1](#)
- BLANKE, M., KINNAERT, M., LUNZE, J. et STAROSWIECKI, M. (2006). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Control Systems Series. Springer Verlag, Heidelberg, ISBN 3-540-35652-5, 2nd. édition. ([document](#)), [1.1](#), [1.2.2](#), [2.1](#), [2.2.3](#), [2.3.1](#)
- BLANKE, M., STAROSWIECKI, M. et WU, N. (2001). Concepts and methods in fault-tolerant control. In *Proc. of the 2001 American control conference*, pages 2606–2620. [1.1](#)
- BORRELLI, F., FALCONE, P., PEKAR, J. et STEWART, G. (2009). Reference governor for constrained piecewise affine systems. *Journal of Process Control*, 19:1229–1237. [3.1](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2009a). A design method for fault adaptation with actuators saturations avoidance. In *Proc. of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD'09)*, Zielona Gora, Poland, November 19-20, 2009. [2.1](#), [2.2](#)

- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2010a). Fault adaptation based on reference governor. *In Proc. of the IEEE Conference on Control and Fault Tolerant Systems, SysTol'10*, October 6-8, 2010, Nice, France. [3.4](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2010b). Set-point reconfiguration in case of severe actuator fault. *In Proc. of the 8th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Novembre,18-19, Ferrara, Italy. [3.4](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2011a). Active fault tolerant approach for wind turbines. *In Proc. of the 2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA'11)*, March 3-5, Hammamet, Tunisia. [4.3.5](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2011b). Selection index synthesis for 2-level afc design. *In Proc. of the 2011 Conférence Méditerranéenne sur l'Ingénierie Sûre des Systèmes Complexes (MISC'11)*. Agadir, Maroc, Mai 27-28, 2011. [4.3.4](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C. et ABDELKRIM, M. (2011c). Set-point reconfiguration approach for the ftc of wind turbines. *In Proc. of the 18th IFAC World Congress*, August 29-Sept. 2, Milano, Italy. [3.4](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C., ABDELKRIM, M. et BEN GAYED, M. (2011d). Performance evaluation based fault-tolerant control with actuator saturation avoidance. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 21(3). [2.1](#), [2.2](#), [2.4.3.3](#), [2.5](#)
- BOUSSAID, B., AUBRUN, C., BEN GAYED, K. et ABDELKRIM, M. (2009b). Ftc approach based on predictive governor. *In Proc. of 7th IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA 2009*, December 9 - 11, 2009, Christchurch, New Zealand, pages 2088–2093. [2.2.2](#), [2.5](#)
- BOUSSAID, B., HAMDAOUI, R., AUBRUN, C., BENGAYED, M. et ABDELKRIM, M. (2008). A fault tolerant predictive control applied to hydro-thermal system. *In Proc. of CI-FA'08*, september 3-5, Bucarest, Roumanie. [2.5](#)
- CASAVOLA, A., FAMULARO, D., FRANZE, G. et SORBARA, M. (2006a). A fault-tolerant supervision scheme for electrical power grids. *In 2nd International Workshop on Networked Control Systems : Tolerant to Fault*. [3.2.4](#), [3.3](#)
- CASAVOLA, A., FRANZE, G. et PATTON, R. (2008). Fault tolerance enhancement in distribution power grids : a voltage set-point reconfiguration approach. *In Proceedings of the 17th World Congress IFAC*, pages 13563–13568. [3.2.4](#)
- CASAVOLA, A., FRANZE, G. et SORBARA, M. (2007a). Fault tolerance enhancement in networked dynamical systems via coordination by constraints. *In Proc. of the European Control Conference*, pages 3701–3708. [3.2.4](#)

- CASAVOLA, A., FRANZE, G. et SORBARA, M. (2007b). Reference-offset governor approach for the supervision of constrained networked dynamical systems. *In Proc. of the European Control Conference*, pages 7–14. (document), 3.1, 3.2.4, 3.4
- CASAVOLA, A., MOSCA, E. et ANGELI, D. (2000). Robust command governors for constrained linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11):2071–2077. 3.1, 3.2.3
- CASAVOLA, A., PAPINI, M. et FRANZE, G. (2006b). Supervision of networked dynamical systems under coordination constraints. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 51(3):421–437. 3.1
- CHANDLER, P. (1984). Self-repairing flight control system reliability and maintainability program executive overview. *In Proc. of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference, Dayton, OH*, pages 586–590. (document), 1.2.2
- CHEN, J. et MIDDLETON, R. (2003). Special issues new developments and applications in performance limitation of feedback control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(8):1297. 2.1
- CHEN, S., TAO, G. et JOSHI, S. (2002). On matching conditions for adaptive state tracking control of systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(3):473–478. 1.3.2.2
- CHOW, E. et WILLSKY, A. (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(7):603–614. 1.3.2.1
- CIUBOTARU, B., STAROSWIECKI, M. et CHRISTOPHE, C. (2006). Fault tolerant control of the boeing 747 short-period mode using the admissible model matching technique. *In Proc. of 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS'06)*, Beijing, P.R. China. 1.3.2.2
- CORLESS, M. et TU, J. (1998). State and input estimation for a class of uncertain systems. *Automatica*, 34(6):757–764. 4.3.2.2, A.2, A.3
- DASSANAYAKE, H. P. B., ROBERTS, C. et GOODMAN, C. J. (2001). An architecture for system-wide fault detection and isolation. *Journal of Systems and Control Engineering*, 215:37–43. 1.3.2.1
- D'AZZO, J. et HOUPIS, C. (1995). *Linear Control System Analysis and Design, Conventional and Modern*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. 3.3.2
- DOUGLAS, R. et SPEYER, J. (1996). Robust fault detection filter design. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 19:214–218. 1.3.2.1

- EDWARDS, C. (2004). A comparison of sliding mode and unknown input observers for fault reconstruction,. *In Proc. of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*,, pages 5279–5284. [A.2](#)
- EMANI-NAEINI, A., HATHTER, M. et ROCK, S. M. (1988). Effect of model uncertainty on failure detection : The threshold selection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33:1106–1115. [1.3.2.1](#)
- ETERNO, J., WEISS, J., LOOZE, D. et WILLSKY, A. (1985). Design issues for fault tolerant-restructable aircraft control. *In Proc. of the 24th IEEE conference on decision and control*, pages 900–905. ([document](#)), [1.2.2](#)
- EUN, Y., GOKCEK, C., KABAMBA, P. et MEERKOV, S. (2001). Selecting the level of actuator saturation for small performance degradation of linear designs. *In Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, FL, pages 1769–1774. [2.1](#)
- FARRELL, J., BERGER, T. et APPLEBY, B. (1993). Using learning techniques to accommodate unanticipated faults. *IEEE Control Systems Magazine*, 13(3):40–49. [1.3.1](#)
- FRANK, P. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy- a survey and some new results. *Automatica*, 26:459–474. [1.3.2.1](#)
- FRANK, P. (1996). Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey and some new results. *European Journal of Control*, 2:6–28. [1.3.2.1](#), [1.3.2.1](#)
- FRANK, P. et DING, X. (1994). Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model-based fault diagnosis. *Automatica*, 30:789–804. [1.3.2.1](#)
- FRANK, P. et WUNNENBERG, J. (1989). *Robust Fault Diagnosis Using Unknown Input Observers Schemes in Fault Diagnosis in Dynamic Systems - Theory and Applications*. Prentice Hall International, New York. [1.3.2.1](#)
- GAO, Z. et ANTSAKLIS, P. (1991). Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control. *International Journal of Control*, 53:717–729. [1.3.2.2](#)
- GAO, Z. et ANTSAKLIS, P. (1992). Reconfigurable control system design via perfect model following. *International Journal of Control*, 56:783–798. [1.3.2.2](#)
- GARCIA, H., RAY, A. et EDWARDS, R. (1991). Reconfigurable control of power plants using learning automata. *IEEE Control Systems*, 11(1):85–92. [1.3.1](#)
- GERTLER, J. (1997). Fault detection and isolating using parity space. *Control Engineering Practice*, 5:653–661. [1.3.2.1](#)



- GILBERT, E., KALMANOVSKY, I. et TAN, K. (1995). Discrete-time reference governors and the nonlinear control of systems with state and control constraints. *Int. J. on Robust and Nonlinear Control*, 5:487–504. [3.1](#)
- GILBERT, E. et KOLMANOVSKY, I. (2002). Nonlinear tracking control in the presence of state and control constraints : a generalized reference governor. *Automatica*, 38:2063–2073. [3.1](#)
- GILBERT, E. et TAN, K. (1991). Linear systems with state and control constraints : The theory and application of maximal output admissible sets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(9):1008–1020. [3.1](#), [3.2.4.2](#)
- GOODWIN, G., GRAEBE, S. et SALGADO, M. E. (2001). *Control System Design*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. [2.1](#)
- GUASCH, A., QUEVEDO, J. et MILNE, R. (2000). Fault diagnosis for gas turbines based on the control systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25:477–483. [1.3.2.1](#)
- GUZMAN, J., ALAMO, T., BERENGUEL, M., DORMIDO, S. et CAMACHO, E. (2009). A robust constrained reference governor approach using linear matrix inequalities. *Journal of Process Control*, 19:773–784. [3.1](#)
- HAN, Z. et FRANK, P. (1997). Physical parameter estimation based fdi with neural networks. *In Proc. of the IFAC Symposium SAFEPROCESS'97*, Hull, UK. [1.3.2.1](#)
- HATANAKA, T. et TAKABA, K. (2005). Reference management using state observers. *International Journal of Control*, 78:566–576. [3.1](#)
- HERMANS, F. et ZARROP, M. (1997). Parameter estimation using sliding mode principles. *In Proc. of the IFAC Symposium SAFEPROCESS97*, Hull, UK. [1.3.2.1](#)
- HIRATA, K. et FUJITA, M. (1999). Set of admissible reference signals and control of systems with state and control constraints. *In Pro. of the 38th Conference on Decision and Control*, December 1999, Phoenix, Arizona USA. [3.2.2](#)
- HIRATA, K. et KOGISO, K. (2001). A performance improving off-line reference management for systems with state and control constraints. *In Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida USA. [3.1](#), [3.2.2](#), [3.2.2.2](#), [3.1](#)
- HIRATA, K. et OHTA, Y. (2008). Exact determinations of the maximal output admissible set for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 44:526–533. [3.1](#)
- HOU, M. et MULLER, P. (1994). Fault detection and isolation observers. *International Journal of Control*, 60:827–846. [1.3.2.1](#)

- ISERMANN, R. (1993). Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing. *Automatica*, 29:815–836. [1.3.2.1](#)
- ISERMANN, R. (1997). Supervision, fault detection and fault-diagnosis methods - an introduction. *Control Engineering Practice*, 5:639–652. [1.3.2.1](#)
- ISERMANN, R. (2006). *Fault Diagnosis Systems : An Introduction from Fault Detection to fault Tolerance*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg. [1.3.2.2](#)
- JIANG, B., STAROSWIECKI, M. et COCQUEMPOT, V. (2006). Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(9):1578–1583. [2.1](#), [A.1](#), [A.2](#)
- JIANG, B., WANG, J. et SOH, Y. (2002). An adaptive technique for robust diagnosis of faults with independent effects on system outputs. *International Journal of Control*, 75(11):792–802. [A.1](#), [A.1](#), [A.2](#)
- JIANG, B., YANG, H. et COCQUEMPOT, V. (2011). Results and perspectives on fault tolerant control for a class of hybrid systems. *International Journal of Control*, 84(2):396–411. [1.1](#)
- JIANG, J. (1994). Design of reconfigurable control systems using eigenstructure assignments. *International Journal of Control*, 59(2):395–410. [1.3.2.2](#), [1.3.2.2](#)
- JIANG, J. (2005). Fault tolerant control systems - an introductory overview. *Automatica SINCA*, 31(1):161–174. [\(document\)](#), [1.1](#)
- JIANG, J. et ZHANG, Y. (2002). Graceful performance degradation in active fault tolerant control systems. *In Proc. of the 15th IFAC World Congress b'02*, Barcelona, Spain. [2.1](#)
- JIANG, J. et ZHANG, Y. (2006). Accepting performance degradation in fault-tolerant control system design. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14:284–292. [\(document\)](#), [2.1](#)
- JIANG, J. et ZHAO, Q. (2000). Design of reliable control systems possessing actuator redundancies. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 23(4):709–718. [1.2.1](#)
- KANEV, S. et VERHAEGEN, M. (2000). A bank of reconfigurable lqg controllers for linear systems subjected to failures. *In Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. [1.3.2.2](#)
- KELLER, J. Y. et DAROUACH, M. (1997). A new estimator for dynamic stochastic systems with unknown inputs : Application to robust fault diagnosis. *In Proc. of the IFAC Symposium SAFEPROCESS'97*, Hull, UK. [1.3.2.1](#)

- KOGISO, K. et HIRATA, K. (2003). A reference governor in a piecewise state affine function. *In Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1447–1452. Maui, Hawaii USA. [3.1](#), [3.2.2](#), [3.3](#), [3.2.2.3](#)
- KOGISO, K. et HIRATA, K. (2009). Reference governor for constrained systems with time-varying references. *Robotics and Autonomous Systems*, 57:289–295. [3.2.2](#), [3.1](#), [3.1](#)
- KONSTANTOPOULOS, I. et ANTSAKLIS, P. (1996). Eigenstructure assignment in reconfigurable control systems. Rapport technique, University of Notre Dame. [1.3.2.2](#)
- KONSTANTOPOULOS, I. et ANTSAKLIS, P. J. (1999). An optimization approach to control reconfiguration. *Dynamics and Control*, 9:255–270. [1.3.2.2](#)
- KORBICZ, J., KOSCIELNY, J., KOWALCZUK, Z. et CHOLEVA, W. (2004). *Fault Diagnosis, Models Artificial Intelligence, Applications*. Springer-Verlag, ISBN 3-540-40767-7. [1.1](#)
- LIAO, F., WANG, J. et YANG, G. (2002). Reliable robust flight tracking control : An lmi approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(1):76–89. [1.2.1](#)
- LIU, W. (1998). An on-line expert system-based fault-tolerant control systems. *Expert Systems with Applications*, 11:59–64. [1.3.2.2](#)
- LOOZE, D., WEISS, J., ETERNO, J. et BARETT, N. (1985). An automatic redesign approach for restructurable control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 5:16–22. [1.2.2](#), [1.3.2.2](#)
- LUNZE, J. et RICHTER, J. (2008). Reconfigurable fault-tolerant control : A tutorial introduction. *European Journal of Control*, 5:359–386. [1.1](#), [1.3.1](#), [1.3.2.2](#)
- MACIEJOWSKI, J. (1997). Reconfigurable control using constrained optimization. *In Proc. of the European Control Conference ECC'97, Plenary Lectures and Mini-Courses*, Brussels, pages 107–130. [1.3.2.2](#)
- MACIEJOWSKI, J. (1998). The implicit daisy-chaining property of constrained predictive control. *Int. J. of Applied Mathematics and Computer Science*, 8:695–711. [1.3.2.2](#)
- MACIEJOWSKI, J. (1999). Fault-tolerant aspects of mpc. *In Proc. of the IEEE Workshop on Model Predictive Control : Techniques and Applications*. [1.3.2.2](#)
- MACIEJOWSKI, J. (2002). *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, ISBN 0-201-39823-0. [1.3.2.2](#)
- MACIEJOWSKI, J. et JONES (2003). Mpc fault-tolerant flight control case study : flight 1862. *In Proc. of the IFAC Safeprocess Conference*, Washington DC. [1.3.2.2](#)

- MAHMOUD, M., JIANG, J. et ZHANG, Y. (2003). *Active Fault Tolerant Control Systems : Stochastic Analysis and Synthesis*, volume 287 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer, Berlin, Germany. 1.1, 2.1
- MAYBECK, P. et STEVENS, R. (1991). Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, 27(3):470–479. 1.2.2
- MENDONCA, L., VIEIRA, S., SOUSA, J. et Sa da COSTA, J. (2006). Fault accommodation using fuzzy predictive control. *In Proc. of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. 1.3.2.2
- MOERDER, D., HALYO, N., BROUSSARD, J. et CAGLAYAN, A. (1989). Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraft flight control system. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 12(3):325–333. 1.2.2
- MONACO, J., WARD, D., BARRON, R. et BIRD, R. (1997). Implementation and flight test assessment of an adaptive reconfigurable flight control system. *In Proc. of the 1997 AIAA guidance, navigation and control conference*, pages 1443–1454. 1.2.2
- NAPOLITANO, M., NEPPACH, C., CASDORPH, V. et NAYLOR, S. (1995). Neural network based scheme for sensor failure detection, identification and accommodation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 18(6):1280–1286. 1.2.2
- NIKOUKHAH, R. (1994). Innovations generation in the presence of unknown inputs : Application to robust failure detection. *Automatica*, 30(12):1851–1868. 1.3.2.1
- NOURA, H., BASTOGNE, T. et DARDINIER-MARON, V. (1999). A general fault tolerant control approach : Application to a winding machine. *In Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. 1.3.2.2
- NOURA, H., SAUTER, D., HAMELIN, F. et THEILLIOL, D. (2000). Fault tolerant control in dynamic systems : Application to a winding machine. *IEEE Control Systems Magazine*, 20:33–49. 1.3.2.2, 2.1
- NOURA, H., THEILLIOL, D., PONSART, J. et CHAMSSSEDINE, A. (2009). *Fault-tolerant Control Systems : Design and Practical Applications*. Advances in Industrial Control. Springer-Verlag London, ISBN 978-1-84882-652-6. 1.1
- OH, J., KIM, H. et CHO, Y. (2008). Adaptive reference governor for constrained linear systems. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 22:61–69. 3.1
- OH-HARA, S. et KIRATA, K. (2003). Experimental evaluation of on-line reference governors for constrained systems. *In Proc. of the SICE Annual Conference in Fukui*. August 4-6,2003, Fukui University, Japan. 3.2.2, 3.2.2.2, 3.2

- OHTA, Y., MORI, K., YUKIMOTO, K. et MISHIO, R. (2005). On-line reference management for discrete-time servo systems under state and control constraints. *In Proc. of IECON, 2005.* 3.1
- OOSTEROM, M. et BABUSKA, R. (2000). Virtual sensor for fault detection and isolation in flight control systems - fuzzy modeling approach. *In Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia December, 2000.* 1.3.1
- PATTON, R. (1997). Fault-tolerant control systems : The 1997 situation. *In Proc. of the IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes, Hull, UK, pages 1033–1054.* 1.1, 2.1
- PATTON, R. et CHEN, J. (1991). Robust fault detection using eigenstructure assignment : A tutorial consideration and some new results. *In Proc. of the 30th IEEE Conference on Decision and Control.* 1.3.2.1, 1.3.2.1, 1.3.2.2
- PATTON, R. et KANGETHE, S. M. (1989). *Robust Fault Diagnosis Using Eigenstructure Assignment of Observers in Fault Diagnosis in Dynamic Systems - Theory and Applications.* Prentice Hall International, New York. 1.3.2.1
- PATWARDHAN, S., MANUJA, S., NARASIMHAN, S. et SHAH, S. (2006). From data to diagnosis and control using generalized orthonormal basis filters. part ii : Model predictive and fault tolerant control. *Journal of Process Control*, 16:157–175. 1.3.2.2
- PEDRO AGUIARA, A., HESPANHAB, J. et KOKOTOVIC, P. (2008). Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems. *Automatica*, 44:598–610. 2.1
- PEREZ, T., GOODWIN, G. et SERON, M. (2003). Performance degradation in feedback control due to constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(8):1381–1385. 2.1
- POLYCARPOU, M. et VEMURI, A. (1995). Learning methodology for failure detection and accommodation. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(3):16–24. 1.2.2
- PRAKASH, J., NARASIMHAN, S. et PATWARDHAN, S. (2005). Integrating model based fault diagnosis with model predictive control. *Industrial and engineering chemistry research*, 44:4344–4360. 1.3.2.2
- RAUCH, H. (1994). Intelligent fault diagnosis and control reconfiguration. *IEEE Control Systems Magazine*, 14:6–12. 1.3.2.2
- RAUCH, H. (1995). Autonomous control reconfiguration. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(6):37–48. 1.2.2

- RAWLINGS, J. (2000). Tutorial overview of model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(3):38–52. [1.3.2.2](#)
- RICHTER, J., SCHLAGE, T. et LUNZE, J. (2007). Control reconfiguration of a thermofluid process by means of a virtual actuator. *Control Theory & Applications, IET*, 1(6):1606–1620. [1.3.1](#)
- SERON, M. et DE DONA, J. (2009). Fault tolerant control using virtual actuators and invariant-set based fault detection and identification. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009 with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. 15-18 Dec. 2009, China*, pages 7801 – 7806. [1.3.1](#)
- SHEN, L., CHANG, S. et HSU, P. (1998). Robust fault detection and isolation with unstructured uncertainty using eigenstructure assignment. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 21:50–55. [1.3.2.1](#)
- SILJAK, D. (1980). Reliable control using multiple control systems. *International Journal of Control*, 31(2):303–329. [1.2.1](#)
- SIMANI, S., FANTUZZI, C. et PATTON, R. J. (2003). *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques*. Springer-Verlag, London, England. [1.3.2.1](#)
- STAROSWIECKI, M. (2005). Fault tolerant control : The pseudo-inverse method revisited. In *Proc. of the 16th Triennial IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic. [1.3.2.2](#), [1.3.2.2](#), [1.3.2.2](#)
- STAROSWIECKI, M. et GEHIN, A. (2001). From control to supervision. *Annual Reviews in Control*, 25:1–11. [2.1](#), [2.3.1](#)
- STEFFEN, T. (2005). *Control reconfiguration of dynamic systems : Linear approaches and structural tests. Lecture notes in control and information sciences*, volume 320. Springer, Berlin, Germany. [1.1](#)
- STEINBERG, M. (2005). Historical overview of research in reconfigurable flight control. *Journal of Aerospace Engineering*, 219:263–275. [\(document\)](#), [1.1](#)
- STENGEL, R. (1991). Intelligent failure-tolerant control. *IEEE Control Systems Magazine*, 11(4):14–23. [1.3.1](#)
- STEVENS, B. et LEWIS, F. (1992). *Aircraft Control and Simulation*. John Wiley & Sons. [4.2.1.1](#), [4.2.2](#)



- SUGIE, T. et YAMAMOTO, H. (2001). Reference management for closed loop systems with state and control constraints. *In Proc. of the American Control Conference*. June 25-27, 2001, Arlington, VA, USA. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.2.1.2](#)
- THEILLIOL, D., NOURA, H. et PONSART, J. (2002). Fault diagnosis and accommodation of a three tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions*, 41(3):365–382. [1.2.2](#)
- THEILLIOL, D., NOURA, H. et SAUTER, D. (1998). Fault tolerant control method for actuator and components faults. *In Proc. of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, December 1998, Tampa, Florida USA, pages 604–609. [1.3.2.2](#)
- THEILLIOL, D., ZHANG, Y. et PONSART, J. (2009). Fault tolerant control system against actuator failures based on re-configuring reference input. *In Proc. of the Conference on Advances in Computational Tools for Engineering Applications 2009*. [3.1](#), [3.3.2](#)
- THEILLIOL, D., ZHANG, Y., PONSART, J. et AUBRUN, C. (2008). Actuator fault tolerant control system with re-configuring reference input design based on mpc. *In Proc. of 23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis 2008*, pages 275–280. [1.3.2.2](#), [3.1](#), [3.3.2](#)
- TOSCANO, R. (2005). *Commande et diagnostic des systèmes dynamiques*. Ellipses Edition Marketing S.A, Paris. ISBN 2-7298-2038-8. [2.5](#)
- VEILLETTE, R. (1995). Reliable linear-quadratic state-feedback control. *Automatica*, 31(1):137–143. [1.2.1](#)
- VEILLETTE, R., MEDANIC, J. et PERKINS, W. (1992). Design of reliable control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(3):290–300. [1.2.1](#)
- WALKER, B. K. et HUANG, K. Y. (1995). Fdi by extended kalman filter parameter estimation for industrial actuator benchmark. *Control Engineering Practice*, 3(12): 1769–1774. [1.3.2.1](#)
- WANG, W. et DALEY, S. (1996). Actuator fault diagnosis : An adaptive observer-based technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(7):1073–1078. [A.1](#), [A.2](#)
- WU, N., THAVAMANI, S., ZHANG, Y. et BLANKE, M. (2006). Sensor fault masking of a ship propulsion system. *Control Engineering Practice*, 14:1337–1345. [1.3.1](#)
- WU, N., ZHANG, Y. et ZHOU, K. (2000). Detection, estimation and accommodation of loss control effectiveness. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 14(7):775–795. [1.3.2.1](#)

- YANG, G., ZHANG, S., LAM, J. et WANG, J. (1998). Reliable control using redundant controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(11):1588–1593. [1.2.1](#)
- YEN, G. et HO, L. (2003). Online multiple-model based fault diagnosis and accommodation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(2):296–312. [1.2.2](#)
- YOON, S. et MAC GREGOR, J. (2000). Statistical and causal model-based approaches to fault detection and isolation. *AIChE Journal*, 46(9):1813–1824. [1.3.2.1](#)
- YOON, S. et MAC GREGOR, J. F. (2001). Fault diagnosis with multivariable statistical model - part 1 : Using steady state fault signature. *Journal of Process Control*, 11(4):387–393. [1.3.2.1](#)
- ZHANG, K., JIANG, B. et COCQUEMPOT, V. (2008a). Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 6(3):320–326. [4.3.2.2](#), [4.1](#), [4.4](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2001a). Fault tolerant control systems design with consideration of performance degradation. In *Proc. of the American Control Conference*, June 25–27, Arlington, VA, USA, pages 2694–2699. [2.1](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2001b). Integrated active fault-tolerant control using imm approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 37(4):1221–1235. [1.2.2](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2002). An active fault-tolerant control system against partial actuator failures. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 149(1):95–104. [2.1](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2003a). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. In *Proc. of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and safety for Technical Processes*, June 9–11, Washington, D.C., USA, pages 265–276. [\(document\)](#), [1.1](#), [1.3.2.2](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2003b). Fault tolerant control system design with explicit consideration of performance degradation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 39(3):838–848. [2.1](#), [3.1](#), [3.3.1](#)
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32:229–252. [1.1](#), [1.3.2.2](#), [2.1](#)
- ZHANG, Y., JIANG, J. et THELLIOL, D. (2008b). Incorporating performance degradation in fault tolerant control system design with multiple actuator failures. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 6(3):327–338. [2.1](#)



- ZHANG, Y., JIANG, J., YANG, Z. et HUSSAIN, A. (2005). Managing performance degradation in fault tolerant control systems. *In Proc. of 16th IFAC World Congress*. Prague, Czech. 2.1
- ZHANG, Y. M. et LI, X. (1998). Detection and diagnosis of sensor and actuator failures using imm estimator. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(4): 1293–1313. 1.3.2.1
- ZHAO, Q. et JIANG, J. (1998). Reliable state feedback control systems design against actuator failures. *Automatica*, 34(10):1267–1272. 1.2.1

# Liste des publications de l'auteur

## Publication dans des revues internationales avec comité de lecture

1. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M.N. Abdelkrim, M.K. Ben Gayed (2011). Performance Evaluation Based Fault Tolerant Control with Actuator Saturation Avoidance. *The International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, 21(3).
2. P. Weber, **B. Boussaid**, A. Khelassi, D. Thelliol, C. Aubrun (2011). Reconfigurable Control Design with Integration of Reference Governor and Reliability Indicators. *The International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, sous la deuxième révision.

## Communications dans des conférences internationales avec comité de lecture

1. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2011). Set-point Reconfiguration Approach for the FTC of Wind Turbines. *In Proc. of the 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC)*, Milano, Italy, August 28-September 02, 2011.
2. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M.N. Abdelkrim (2011). Selection Index Synthesis for 2-level AFTC Design. *In Proc. of the 2011 Conférence Méditerranéenne sur l'Ingénierie Sûre des Systèmes Complexes (MISC'11)*. Agadir, Maroc, May 27-28, 2011.
3. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2011). Two-Level Active Fault Tolerant Control Approach. *In Proc. of Eighth International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD'11)*. Sousse, Tunisia, March 22-25, 2011, pages : 1-6.

4. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2011). Active Fault Tolerant Approach for Wind Turbines. *In Proc. of the 2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA'11)*. Hammamet, Tunisia, March 3-5, 2011.
5. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2010). Set-point reconfiguration in case of severe actuator fault. *In Proc. of the 8th Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD'10)*, Ferrara, Italy, November 18-19, 2010.
6. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2010). Fault Adaptation Based on Reference Governor. *In Proc. of the International Conference on Control and Fault Tolerant Systems (SysTol'10)*, October 6-8, 2010, Nice, France, pages : 257-262.
7. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M.K. Ben Gayed, M.N. Abdelkrim (2009). FTC approach based on predictive governor. *In Proc. of the 7th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA'09)*, Christchurch, New Zealand, December 9- 11, 2009, pages : 2088-2093.
8. **B. Boussaid**, C. Aubrun, M. N. Abdelkrim (2009). A design method for fault adaptation with actuators saturations avoidance. *In Proc. of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD'09)*, Zielona Gora, Poland, November 19-20, 2009.
9. **B. Boussaid**, R. Hamdaoui, C. Aubrun, M.K. Ben Gayed, M.N. Abdelkrim (2008). Une commande prédictive tolérante aux défauts appliquée à un système hydrothermique. *In Proc. of the Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA'08)*, Bucarest, Roumanie, September 3-5, 2008.

# Annexe A

## Observateur adaptatif rapide et robuste

Dans la suite, l'approche des observateurs sera exploitée pour développer un observateur adaptative capable d'estimer le défaut rapidement en se basant sur la technique LMI (Zhang *et al.*, 2008a). Cet algorithme est destiné pour les défauts actionneurs mais il peut être généralisé pour les défauts capteurs en augmentant l'état.

### A.1 Formulation du problème

Considérons le système linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef_a(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est vecteur état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur entrée,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur sortie et  $f_a(t) \in \mathbb{R}^r$  représente le défaut actionneur.  $A$ ,  $B$ ,  $E$  et  $C$  sont des matrices à constants réels connus de dimensions appropriées, la matrice  $E$  est de rang colonne complet et le pair  $(A, C)$  est observable.

Le défaut  $f_a$  est supposé apparu à l'instant  $t_f$ . Par conséquent,  $f_a(t)$  peut s'écrire sous la forme :

$$f_a(t) = \beta(t - t_f)f(t) \quad \text{où} \quad \beta(t - t_f) = \begin{cases} 0, & t \leq t_f \\ 1, & t > t_f \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

où  $t_f$  est l'instant de l'apparition du défaut. Cela signifie que  $f_a(t)$  est égale à zéro avant l'apparition du défaut à l'instant  $t_f$  ( $t \leq t_f$ ) et à  $f(t)$  après l'apparition du défaut ( $t > t_f$ ). Il est supposé que la norme de la dérivée de  $f(t)$  par rapport au temps est bornée à c-à-d,  $\|\dot{f}(t)\| \leq \sigma_f$ , avec  $0 \leq \sigma_f < \infty$ .

## A.2 Design classique d'une estimation adaptative de défaut

Un observateur adaptatif classique de diagnostic de défauts est construit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\hat{f}(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

où  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est vecteur état d'observateur,  $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur sortie d'observateur et  $\hat{f}(t) \in \mathbb{R}^r$  est une estimation du défaut actionneur  $f(t)$ . Comme il a été supposé que la paire  $(A, C)$  est observable, la matrice  $L$  du gain d'observateur peut être choisie de telle sorte que  $(A - LC)$  est une matrice stable.

On pose  $e_x$  est l'erreur sur l'état,  $e_y$  est l'erreur sur la sortie, et  $e_f$  est l'erreur sur le défaut, tels que

$$\begin{cases} e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t) \\ e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \\ e_f(t) = \hat{f}(t) - f(t) \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

alors la dynamique d'erreur est décrite par

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = (A - LC)e_x(t) + Ee_f(t) \\ e_y(t) = Ce_x(t) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

De manière générale, un défaut constant, c'est-à-dire ;  $\dot{f}(t) = 0$ , est considéré seulement dans le cas des algorithmes classiques. La dérivée de  $e_f(t)$  par rapport au temps peut être écrite comme

$$\dot{e}_f(t) = \dot{\hat{f}}(t) \quad (\text{A.6})$$

**Theorème A.1 :**

*S'il existe des matrices symétriques définies positives  $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , un gain d'observateur  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  et une matrice  $F \in \mathbb{R}^{r \times p}$  telles que les conditions suivantes soient vérifiées*

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P = -Q \quad (\text{A.7})$$

$$E^T P = FC \quad (\text{A.8})$$

alors l'algorithme d'estimation adaptative de défaut

$$\dot{\hat{f}}(t) = -\Gamma F e_y(t) \quad (\text{A.9})$$

peut réaliser  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = 0$ , où la matrice symétrique définie positive  $\Gamma \in \mathbb{R}^{r \times r}$  représente le taux d'apprentissage de l'algorithme.

**Démonstration A.1 :**

Pour avoir la démonstration du théorème A.1, le lecteur pourra consulter ([Wang et Daley, 1996](#); [Jiang et al., 2002, 2006](#)).

**Remarque A.1 :**

L'estimation de défaut actionneur en utilisant la méthode ci-dessus peut être obtenu

$$\hat{f}(t) = -\Gamma F \int_{t_f}^t e_y(\tau) d\tau \quad (\text{A.10})$$

En fait, cette méthode utilise un seul terme d'intégral pur. Bien qu'elle garantit que l'estimation d'un défaut constant est non biaisé, elle ne traite pas de défaut variable dans le temps. Par conséquent, nous sommes motivés pour améliorer l'algorithme classique d'adaptation afin que le défaut variable dans temps peut être considéré à l'aide d'un observateur adaptatif de diagnostic de défauts.

### A.3 Synthèse d'une estimation rapide de défaut actionneur

Tout d'abord, nous présentons les deux hypothèses et deux lemmes suivants.

**Hypothèse A.1 :**  $\text{rang}(CE) = r$ .

**Hypothèse A.2 :** les zéros invariants de  $(A, E, C)$  se trouvent dans le demi-plan ouvert à gauche (Left Half Plane, LHP).

**Lemme A.1 :** (*Jiang et al., 2002*)

Étant donné un scalaire  $\mu > 0$  et une matrice symétrique définie positive  $P$ , l'inégalité suivante est vérifiée :

$$2x^T y \leq \frac{1}{\mu} x^T P x + \mu y^T P^{-1} y \quad \text{avec } x, y \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.11})$$

**Lemme A.2 :** (*Corless et Tu, 1998; Edwards, 2004*)

Les conditions (A.7)-(A.8) sont vraies si et seulement si les hypothèses A.1-A.2 sont vérifiées.

**Remarque A.2 :**

La lemme A.2 peut être mise en place pour vérifier si l'observateur adaptatif de diagnostic de défaut existe, alors que les conditions d'existence ne sont pas mentionnés dans (*Wang et Daley, 1996; Jiang et al., 2002, 2006*).

Comme nous traitons les défauts variables dans le temps, en raison de  $\dot{f}(t) \neq 0$ , la dérivée de  $e_f(t)$  par rapport au temps est

$$\dot{e}_f(t) = \dot{\hat{f}}(t) - \dot{f}(t) \quad (\text{A.12})$$

Maintenant, pour améliorer les performances d'estimation des défauts variables dans le temps dont la rapidité, nous ajoutons un action proportionnel à l'équation de l'estimation

de  $f(t)$  dans (A.10). La stabilité de la dynamique d'erreur est garantie par le théorème suivant.

**Theorème A.2 :**

Sous les hypothèses A.1-A.2, soient les scalaires donnés  $\sigma, \mu > 0$ , s'il existe des matrices symétriques définies positives  $P \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{r \times r}$ , et des matrices  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $F \in \mathbb{R}^{r \times p}$  tel que (A.8) et la condition suivante est vérifiée

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P - PLC - C^T L^T P^T & -\frac{1}{\sigma}(A^T P E - C^T L^T P^T E) \\ -\frac{1}{\sigma}(A^T P E - C^T Y^T E)^T & -2\frac{1}{\sigma}E^T P E + \frac{1}{\sigma\mu}G \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A.13})$$

alors, l'algorithme

$$\dot{\hat{f}}(t) = -\Gamma F (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \quad (\text{A.14})$$

peut réaliser  $e_x(t)$  et  $e_f(t)$  uniformément bornées.

**Démonstration A.2 :**

Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V(t) = e_x^T(t) P e_x(t) + \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) \quad (\text{A.15})$$

A partir (A.5) et (A.15), sa dérivée par rapport au temps est

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{e}_x^T(t) P e_x(t) + e_x^T(t) P \dot{e}_x(t) + 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) \\ &= e_x^T(t) (P(A - LC) + (A - LC)^T P) e_x(t) + 2e_x^T(t) P E e_f(t) \\ &\quad - 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) F (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) - 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

à l'aide de (A.8), il est clair de montrer que

$$-2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) F (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) = -2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) E^T P (\dot{e}_x(t) + \sigma e_x(t)) \quad (\text{A.17})$$

En substituant (A.5) et (A.17) dans (A.16) donne

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e_x^T(t) (P(A - LC) + (A - LC)^T P) e_x(t) - 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) E^T P (A - LC) e_x(t) \\ &\quad - 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) E^T P E e_f(t) - 2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

De lemme A.1, on peut obtenir que

$$\begin{aligned} -2\frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) &\leq \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t) G e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} \Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \\ &\leq \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t) G e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} f_1^2 \lambda_{max} \Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

En substituant (A.19) dans (A.18), on peut obtenir en outre que

$$\dot{V}(t) \leq \xi^T(t) \Xi \xi(t) + \delta \quad (\text{A.20})$$

où

$$\Xi = \begin{bmatrix} P(A - LC) + (A - LC)^T P & -\frac{1}{\sigma}(A - LC)^T P E \\ -\frac{1}{\sigma} E^T P^T (A - LC) & -2\frac{1}{\sigma} E^T P E + \frac{1}{\sigma\mu} G \end{bmatrix},$$

avec

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix}, \quad \delta = \frac{\mu}{\sigma} f_1^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1})$$

Puisque  $E$  est de colonne complète, lorsque  $\Xi < 0$ , on peut obtenir que  $\dot{V}(t) < -\varepsilon \|\xi(t)\|^2 + \delta$ , où  $\varepsilon = \lambda_{min}$ . Il s'ensuit que  $\dot{V} < 0$ , pour  $\varepsilon \|\xi(t)\|^2 > \delta$ , ce qui signifie que  $(e_x(t), e_f(t))$  converge vers un petit ensemble selon la théorie de stabilité au sens de Lyapunov. Par conséquent, les erreurs d'estimation du défaut et de l'état sont uniformément bornées.

**Remarque A.3 :**

A partir de (A.20), on peut voir que si  $\dot{f}(t) = 0$ , c'est-à-dire  $\sigma_f = 0$ , l'algorithme adaptatif proposé peut atteindre une estimation asymptotique pour un défaut constant, ce qui indique que la caractéristique de l'algorithme classique de l'estimation adaptative de défaut est également conservée dans ce nouveau algorithme. En outre, il est facile de montrer que l'algorithme proposé combine un terme proportionnel avec le terme intégral. L'introduction du terme proportionnel joue un rôle majeur pour améliorer la rapidité de l'estimation du défaut.

$$\hat{f}(t) = -\Gamma F(e_y(t)) + \sigma \int_{t_f}^t e_y(\tau) d\tau \quad (\text{A.21})$$

Pour résoudre les conditions du Théorème A.2, il est facile de résoudre l'inégalité (A.13) à l'aide de la boîte à outils LMI de Matlab, mais la difficulté réside dans la résolution de l'équation (A.8). Pour cela, nous transformons (A.8) dans le théorème A.1 selon le problème d'optimisation suivant (Corless et Tu, 1998) :

*Minimiser  $\eta$  soumis à*

$$\begin{bmatrix} \eta I & E^T P - FC \\ (E^T P - FC)^T & \eta I \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{A.22})$$



