



Optimisation avec prise en compte des incertitudes dans la mise en forme par hydroformage

Mohamed Anis Ben Abdessalem

► To cite this version:

Mohamed Anis Ben Abdessalem. Optimisation avec prise en compte des incertitudes dans la mise en forme par hydroformage. Autre [cond-mat.other]. INSA de Rouen, 2011. Français. NNT : 2011ISAM0003 . tel-00625437

HAL Id: tel-00625437

<https://theses.hal.science/tel-00625437>

Submitted on 19 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE ROUEN

ÉCOLE DOCTORALE SPMII

Sciences Physiques, Mathématiques et de l'Information pour l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

Spécialité : MÉCANIQUE, GÉNIE MÉCANIQUE

Présentée et soutenue par

Mohamed Anis BEN ABDESSALEM

Optimisation avec prise en compte des incertitudes dans la mise en forme par hydroformage

Thèse dirigée par Abdelkhalak ELHAMI

préparée au Laboratoire de Mécanique de Rouen

soutenue le 8 Juin 2011

Jury :

<i>Rapporteurs :</i>	Abel CHEROUAT	-	Professeur, U.T de Troyes
	Bouchaib RADI	-	Professeur, FST, Maroc
<i>Examineurs :</i>	Jean-Louis BILLOET	-	Professeur, INSA ROUEN
	Jean Claude GELIN	-	Professeur, ENSMM, Besonçon
	Abdelghani SAOUAB	-	Professeur, Université du Havre
<i>Directeur :</i>	Abdelkhalak ELHAMI	-	Professeur, INSA ROUEN
<i>Co-encadrant :</i>	Emmanuel PAGNACCO	-	Maître de conférence, INSA ROUEN

Remerciements

Je souhaite tout d'abord exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse Monsieur **Abdelkhalak Elhami**, qui a su me laisser la liberté nécessaire à l'accomplissement de mes travaux, tout en y gardant un œil critique et avisé.

Je remercie également mon co-encadrant **Emmanuel Pagnacco** pour ses idées, pour la lecture de ce manuscrit et aussi pour sa patience. Sa manière bien à lui de pousser continuellement à la remise en question m'a été d'une aide précieuse.

Je tiens à adresser mes remerciements aux membres du jury qui ont accepté de juger ce travail. Je remercie **Abel Cherouat** et **Bouchaib Radi** de m'avoir fait l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse. Le regard critique, juste et avisé qu'ils ont porté sur mes travaux ne peut que m'encourager à être encore plus perspicace et engagé dans mes recherches.

Merci à **Jean-Claude Gelin**, **Jean-Louis Billoet** et **Abdelghani Saouab** d'avoir accepté de faire partie de mon jury. Leurs remarques et commentaires m'a permis de clarifier et d'approfondir certains points de ce manuscrit.

Merci aussi aux personnels du laboratoire LMR de l'INSA de Rouen.

Merci à tous mes collègues et amis de longue date du laboratoire qui se reconnaîtront ici. Je leur exprime ma profonde sympathie et leur souhaite beaucoup de bien.

Cela va de soi, je remercie évidemment ma famille pour son irremplaçable et inconditionnel soutien. Ils ont été présents tout au long de cette période qui a été parfois très difficile. Cette thèse est un peu la leur.

Le plus fort de mes remerciements est pour ma fiancée **Amal** qui m'a tenu la main jusqu'aux dernières lignes de ce mémoire et d'être là dans les moments de doute.

Que tous ceux qui m'ont soutenu ou qui, d'une manière ou d'une autre ont contribué à l'élaboration de ce travail trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Liste des abbréviations et des notations principales

NSGA	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
VEGA	Vector Evaluated Genetic Algorithm
MOGA	Multi-Objective Genetic Algorithm
FORM	First-Order Reliability Method
SORM	Second-Order Reliability Method
FLSD	Forming Limit Stress Diagram
SVM	Support Vector Machines
SQP	Sequential Quadratic Programming
LHS	Latin Hypercube Sampling
PSO	Particle Swarm Optimization
ACO	Aint Colony Optimization
CLF	Courbe Limite de Formage
DLF	Diagramme Limite de Formage
MO	Multi-Objectif
FP	Front de Pareto
PS	Pattern Search
$T(\cdot)$	transformation iso-probabiliste
u	variables normées
$\text{Var}(\cdot)$	variance d'une grandeur Mécanique
β	indice de fiabilité
$\varepsilon_2^w/\varepsilon_2^s$	déformation principale mineure de plissement/de striction
$\varepsilon_1^w/\varepsilon_1^s$	déformation principale majeure de plissement/de striction
ε_2^c	déformation principale mineure critique
ε_1^c	déformation principale majeure critique
$\eta(\cdot)$	courbe limite de striction
$\psi(\cdot)$	courbe limite de plissement
X	vecteur des variables aléatoires
d	vecteur des variables d'optimisation
x	réalisation des variables aléatoires X
α	vecteur unitaire normal à l'État limite au point de conception u^*
μ	moyenne d'une variable aléatoire
σ	écart-type d'une variable aléatoire
σ_v	contrainte vraie
ε_v	déformation vraie
ε_0	déformation initiale
$G_i(d)$	fonction de performance ou fonction d'état limite
$h(u)$	fonction d'état limite dans l'espace normé
$g_i(d)$	contrainte déterministe d'inégalité
$h_k(d)$	contrainte déterministe d'égalité
P_f	probabilité de défaillance d'un évènement
$P_a[\cdot]$	probabilité de défaillance admissible
ϱ	précision sur la probabilité de défaillance
(ω, λ)	paramètres de la loi de Weibull
$(\iota_i, \iota_j, \iota_k)$	paramètres de la loi de Student

$(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$	paramètres de la loi Gamma
$(\varsigma_1, \varsigma_2)$	paramètres de la loi Gumbel
$I[\cdot]$	estimateur de la probabilité de défaillance
$f_X(x)$	densité conjointe de probabilité dans l'espace physique
$f_U(u)$	densité conjointe de probabilité dans l'espace normé
κ	courbures principales de la fonction d'état limite au point u^*
C_Y	matrice de covariance
F_X	matrice Jacobienne
R^2	coefficient de détermination
R_{adj}^2	coefficient de détermination ajusté
$F_X(x)$	fonction de répartition de la variable aléatoire X
u_{max}	déplacement maximal
ε_{hp}	déformation plastique hors plan
δ	taux de perturbation
$f(\cdot)$	fonction objectif
u^*	point de défaillance le plus probable
$\Phi(\cdot)$	fonction de répartition Gaussienne centrée réduite
$\chi(u)$	fonction d'appartenance
α_i	composantes du gradient normalisé
δ	taux de perturbation
ρ	coefficient de corrélation
Ω	espace de recherche
Ω_f	domaine de défaillance
Ω_s	domaine de sûreté
s	coefficient de sécurité
k	module d'écrouissage
n	coefficient d'écrouissage
ϑ	coefficient de poisson
ν	coefficient de frottement
ρ	densité du matériau
E	module de Young
h_0	épaisseur initiale de la tôle
σ_y	limite élastique
P_i	points de contrôle de la pression interne appliquée
D_i	points de contrôle pour le déplacement axial
ε_{eq}	déformation plastique équivalente
ε_{max}^{eq}	déformation plastique équivalente maximale
$\bar{F}(\cdot)$	moyenne de la fonction objectif
δ_x	incertitude sur les variables d'optimisation
δ_e	incertitude sur les paramètres
P_t	population des parents
Q_t	population des enfants
p_m	probabilité de mutation
p_c	probabilité de croisement
p_r	probabilité de reproduction
ε	erreur associée au métamodèle
ρ_c	coefficient de corrélation

Table des matières

Liste des figures	viii
Liste des tableaux	xii
Introduction générale	1
1 Introduction au procédé d'hydroformage : État de l'art	5
1.1 Introduction	5
1.2 Mise en forme par hydroformage	6
1.2.1 L'hydroformage de tubes	7
1.2.2 L'hydroformage de tôles	8
1.3 Instabilités plastiques dans la mise en forme par hydroformage	8
1.3.1 Flambement de tube	9
1.3.2 Plissement	10
1.3.3 Striction	11
1.3.4 Retour élastique	12
1.4 Critères de défaillance	14
1.4.1 Critères de défaillance pour la striction	14
1.4.2 Critères de défaillance pour le plissement	14
1.5 Présentation de la courbe limite de formage	15
1.6 Méthodes de caractérisation du matériau pour l'hydroformage	16
1.6.1 Essai de traction	16
1.6.2 Essai d'expansion libre «Bulge test»	16
1.7 Optimisation déterministe du procédé d'hydroformage	18
1.7.1 Approche conventionnelle	19
1.7.2 Approche «self feeding»	19
1.7.3 Approche adaptative	19
1.7.4 Approche basée sur une technique d'optimisation	20
1.7.5 Limitations des approches déterministes	21
1.8 Conclusions	22
2 Propagation des incertitudes et méthodes fiabilistes	23
2.1 Introduction	23
2.2 Classification des incertitudes	24
2.2.1 Incertitudes sur les paramètres	24
2.2.2 Incertitudes sur le modèle	25
2.2.3 Incertitudes numériques	26
2.3 Intégration des incertitudes dans la mise en forme	26
2.4 Modélisation des incertitudes	27
2.4.1 Approche probabiliste	27

2.4.2	Arithmétique des intervalles	28
2.4.3	Modélisation convexe	29
2.4.4	Ensemble flous et logique flous	29
2.4.5	Approche non paramétrique	29
2.4.6	Approche non probabiliste ou possibiliste	30
2.5	Techniques de propagation des incertitudes	30
2.5.1	Décomposition en série de Taylor	30
2.5.2	Méthodes des éléments finis stochastiques	31
2.5.3	Polynômes de Chaos	31
2.5.4	Technique de krigeage	32
2.5.5	Réseaux de neurones	32
2.5.6	Technique de surface de réponse	32
2.6	Plan d'expérience numérique	33
2.6.1	Plan factoriel complet	33
2.6.2	Plan composite centré	34
2.6.3	Plan Box-Behnken	34
2.6.4	Plan Latin Hypercube	34
2.6.5	Analyse de la robustesse des métamodèles	35
2.7	Introduction à la fiabilité	36
2.7.1	Concept de base	36
2.7.2	Fonction de performance	39
2.8	Méthodes de calcul fiabiliste	39
2.8.1	Simulation de Monte Carlo	40
2.8.2	Simulation Monte Carlo avec tirage d'importance	41
2.8.3	Méthodes d'approximation FORM/SORM	42
2.8.4	Principe des machines à vecteur support	44
2.9	Couplage mécano-fiabiliste	44
2.9.1	Exemples de couplage mécano-fiabiliste	44
2.9.2	Difficultés liées au couplage mécano-fiabiliste	45
2.10	Optimisation avec prise en compte des incertitudes	46
2.10.1	Optimisation fiabiliste	46
2.10.2	Optimisation robuste	46
2.11	Conclusions	48
3	Estimation de la fiabilité dans la mise en forme	49
3.1	Introduction	49
3.2	Sources d'incertitudes dans la mise en forme	50
3.3	Stratégie d'évaluation de la probabilité de défaillance	51
3.3.1	Modèle éléments finis	52
3.3.2	Choix des paramètres incertains	53
3.3.3	Identification des modes de défaillance	55
3.3.4	Critères de défaillance et définition des états limites	56
3.3.5	Identification des éléments et des zones critiques	57
3.3.6	Trajets de déformation	59

3.3.7	Modélisation analytique de la CLF	60
3.4	Caractérisation probabiliste des déformations critiques	62
3.4.1	Choix du plan d'expérience numérique	62
3.4.2	Construction des métamodèles	63
3.4.3	Validation et analyse statistique des métamodèles	64
3.4.4	Ajustement des distributions	64
3.5	Étude probabiliste de la striction	69
3.6	Étude probabiliste de plissement	72
3.7	Effets des corrélations sur la probabilité de défaillance	73
3.8	Estimation spatiale de la probabilité de défaillance	74
3.9	Fiabilité et logique floue	74
3.10	Conclusions	77
4	Optimisation fiabiliste et robuste dans la mise en forme	79
4.1	Introduction	79
4.2	Approche probabiliste dans la mise en forme	80
4.3	Choix des fonctions objectif	81
4.4	Optimisation de la mise en forme d'un tube en T	82
4.4.1	Description du problème	82
4.4.2	Modèle éléments finis	82
4.4.3	Choix de la fonction objectif et définition des contraintes	83
4.4.4	Choix des paramètres incertains	84
4.4.5	Construction de la fonction objectif et des contraintes	85
4.4.6	Formulation déterministe du problème d'optimisation	86
4.4.7	Résultats et analyses	88
4.4.8	Formulation probabiliste du problème d'optimisation	88
4.4.9	Influence du point de départ sur la convergence	92
4.4.10	Sensibilité des optimums aux incertitudes	94
4.5	Optimisation d'un tube de forme complexe	95
4.5.1	Description du problème	95
4.5.2	Présentation du modèle géométrique	95
4.5.3	Modélisation des trajets de chargements	96
4.5.4	Définition de la fonction objectif	97
4.5.5	Définition des contraintes déterministes et probabilistes	98
4.5.6	Formulation déterministe et fiabiliste	99
4.5.7	Résultats et analyses	100
4.6	Optimisation fiabiliste de l'hydroformage d'une tôle circulaire	101
4.6.1	Description du problème	101
4.6.2	Choix des paramètres incertains	101
4.6.3	Construction de la fonction objectif et des contraintes	102
4.6.4	Diagramme des effets	102
4.6.5	Robustesse des métamodèles	103
4.6.6	Résolution déterministe du problème d'optimisation	104
4.6.7	Résolution fiabiliste du problème d'optimisation	105

4.6.8	Effet des incertitudes sur les optimums	108
4.7	Optimisation déterministe et robuste d'une plaque carré	109
4.7.1	Présentation du modèle éléments finis	111
4.7.2	Choix des variables d'optimisation	111
4.7.3	Définition de la fonction objectif et des contraintes	112
4.7.4	Construction de la fonction objectif et des contraintes	112
4.7.5	Résolution déterministe du problème d'optimisation	112
4.7.6	Résolution robuste du problème d'optimisation	113
4.8	Conclusions	115
5	Optimisation Multi-Objectif en présence d'incertitudes	117
5.1	Introduction	117
5.2	Optimisation Multi-Objectif dans la mise en forme	118
5.3	Notion de dominance et optimalité au sens de Pareto	119
5.4	Formulation d'un problème d'optimisation Multi-Objectif	120
5.4.1	Formulation déterministe	120
5.4.2	Formulation avec prise en compte des incertitudes	121
5.5	Algorithmes évolutionnaires	122
5.5.1	Généralités	122
5.5.2	Avantages d'un algorithme génétique	123
5.6	Implémentation d'un algorithme génétique	123
5.7	Principe de base de l'algorithme NSGA et NSGA-II	125
5.8	Exemple d'illustration	126
5.8.1	Effet des incertitudes sur le chemin de convergence	126
5.9	Optimisation Multi-Objectif d'un tube en T	127
5.9.1	Description du problème	127
5.9.2	Présentation du modèle éléments finis	128
5.9.3	Sélection des variables d'optimisation	128
5.9.4	Définition des fonctions objectif	129
5.9.5	Sélection du plan d'expérience et du métamodèle	131
5.9.6	Analyse statistique des métamodèles	131
5.9.7	Paramétrage de l'algorithme génétique	131
5.10	Résolution du problème d'optimisation MO déterministe	132
5.10.1	Identification du front de Pareto	132
5.10.2	Critère de classification des solutions	132
5.11	Effets des incertitudes sur le Front de Pareto	137
5.11.1	Prise en compte d'incertitudes sur les fonctions objectif	137
5.11.2	Prise en compte d'incertitudes sur les paramètres d'entrée	137
5.11.3	Effets des incertitudes définies par des lois de probabilité	140
5.12	Conclusions	142
	Conclusion générale	143
	Bibliographie	145

Table des figures

1.1	Exemple de pièces obtenues par hydroformage	6
1.2	Hydroformage de tube	7
1.3	Hydroformage de flans : emboutissage hydromécanique	9
1.4	Hydroformage de flans	9
1.5	Flambement de tube	10
1.6	Plissement de tube	11
1.7	Plissement de flan	11
1.8	Striction de tube	12
1.9	Striction de flan	13
1.10	Retour élastique	13
1.11	Échantillons pour essai de traction	17
1.12	Test de gonflage libre «Bulge Test»	18
1.13	Principe de l'approche «Self feeding»	20
1.14	Principe de l'approche adaptative	21
2.1	Propagation des incertitudes dans la mise en forme	25
2.2	Plan composite centré pour 3 variables	34
2.3	Plans de type Latins Hypercubes	35
2.4	Définition de la fonction d'état limite	37
2.5	Passage de l'espace physique à l'espace normé : transformation iso- probabiliste	37
2.6	Principe des simulations Monte-Carlo	40
2.7	Principe de la méthode FORM	42
2.8	Principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste	45
2.9	Comparaison entre l'optimisation déterministe, fiabiliste et robuste	47
3.1	Modèle éléments finis	53
3.2	Dimensions du tube et de la matrice	53
3.3	Trajet de chargement : Déplacement (mm) - Temps (s)	55
3.4	Trajet de chargement : Pression (MPa) - Temps(s)	56
3.5	Critères de défaillances : Courbes Limites de Formage CLF	57
3.6	Identification des éléments critiques	58
3.7	Répartition de la déformation principale majeure	58
3.8	Répartition de la déformation principale mineure	58
3.9	Localisation des éléments critiques	59
3.10	Identification de la zone critique de striction	59
3.11	Identification de la zone critique de plissement	60
3.12	Trajets de déformation des éléments critiques	60
3.13	Trajets de déformation des éléments critiques : plissement	61
3.14	Trajets de déformation des éléments critiques : striction	61

3.15	Effet des incertitudes sur la CLF	63
3.16	Niveaux de variations des paramètres incertains	64
3.17	Histogramme de la déformation majeure de striction	65
3.18	Histogramme de la déformation mineure de striction	65
3.19	Histogramme de la déformation majeure de plissement	65
3.20	Histogramme de la déformation mineure de plissement	65
3.21	Histogramme et densité de probabilité de la déformation majeure de striction	67
3.22	Histogramme et loi de probabilité de la déformation mineure de striction	68
3.23	Histogramme et loi de probabilité de la déformation majeure de plis- sement	69
3.24	Histogramme et loi de probabilité de la déformation mineure de plis- sement	70
3.25	PDF de la fonction d'état limite : striction	71
3.26	Simulation Monte Carlo pour la striction	72
3.27	Fonction d'état limite : plissement	73
3.28	Évolution spatiale de l'indice de fiabilité de plissement	75
3.29	Évolution spatiale de l'indice de fiabilité de striction	75
3.30	Choix de la fonction d'appartenance	76
3.31	Courbes limites de formage et diagrammes limites de formage	76
3.32	Évolution de la probabilité de défaillance de striction en fonction de la valeur d'appartenance	77
3.33	Évolution de la probabilité de défaillance de plissement en fonction de la valeur d'appartenance	77
4.1	Modèle éléments finis : vue éclatée	82
4.2	Maillage adapté du modèle	83
4.3	Localisation et valeur limite de la déformation plastique hors plan . .	84
4.4	Localisation de l'amincissement final	85
4.5	Trajets de chargements	86
4.6	Approximation du déplacement maximal	87
4.7	Approximation de la déformation plastique hors plan	87
4.8	Approximation de l'amincissement	87
4.9	Comparaison des trajets optimaux déterministes avec les trajets ini- tiaux	88
4.10	Hauteur maximale au dôme	88
4.11	Chemin de convergence pour l'algorithme SQP et l'algorithme PS . .	89
4.12	Comparaison des trajets optimaux obtenus avec les deux algorithmes	89
4.13	Hauteur maximale au dôme	89
4.14	Évolution de la fonction objectif durant les itérations	90
4.15	Comparaison des trajets optimaux : Déplacement axial (mm) - Temps (s)	91
4.16	Comparaison des trajets optimaux : Pression interne (MPa) - Temps (s)	91

4.17 Déplacement maximal : $\beta = 2$	91
4.18 Déplacement maximal : $\beta = 2,5$	91
4.19 Déplacement maximal : $\beta = 3$	91
4.20 Déplacement maximal : $\beta = 4$	91
4.21 Variation de l'épaisseur suivant la position axiale	92
4.22 Hauteur au dôme pour les différents optimums	93
4.23 Localisation des optimums dans l'espace de recherche	93
4.24 Sensibilité des optimums aux incertitudes	94
4.25 Effet d'une perturbation des optimums d'un taux de $\delta = 2\%$	95
4.26 Effet d'une perturbation des optimums d'un taux de $\delta = 5\%$	95
4.27 Modèle éléments finis	96
4.28 dimensions de la matrice (en mètre)	96
4.29 Trajet de chargement Déplacement (mm) - Temps (s)	97
4.30 Trajet de chargement Pression interne (MPa)-Temps (s)	97
4.31 Courbe Limite de Formage : critère de striction	98
4.32 Contraintes géométriques	99
4.33 Convergence de la fonction objectif	100
4.34 Trajets optimums : Déplacement axial (mm)- Temps (s)	100
4.35 Trajets optimums : pression (MPa)- Temps (s)	100
4.36 Répartition de l'épaisseur suivant la position axiale	101
4.37 Modèle éléments finis	102
4.38 distribution des paramètres dans l'espace de recherche	103
4.39 Approximation de la fonction objectif : déplacement au pôle	103
4.40 Approximation de la fonction contrainte : déformation plastique équivalente	103
4.41 Effet de la pression sur les réponses	104
4.42 Effet du module d'écrouissage sur les réponses	104
4.43 Effet du coefficient d'écrouissage sur les réponses	104
4.44 Effet du coefficient de frottement sur les réponses	104
4.45 Valeurs prédites-Valeurs approchées : déplacement au pôle	105
4.46 Valeurs prédites-Valeurs approchées : déformation plastique équivalente	105
4.47 Convergence de la fonction objectif	106
4.48 Isovaleurs du déplacement au pôle	106
4.49 Isovaleurs de la déformation plastique équivalente	106
4.50 Isovaleurs du déplacement au pôle	107
4.51 Isovaleurs de la déformation plastique équivalente	107
4.52 Convergence de la fonction objectif : optimisation fiabiliste	107
4.53 Localisation des variables optimales dans l'espace des paramètres incertains	108
4.54 Sensibilité des variables optimales à un niveau de perturbation de $\delta=2\%$	109
4.55 Sensibilité des variables optimales à un niveau de perturbation de $\delta=5\%$	109
4.56 Variation du déplacement au pôle en fonction de la pression	109
4.57 Courbes d'écrouissage pour les deux variables optimales	110
4.58 Variation de l'épaisseur suivant la position axiale	110

4.59	Modèle éléments finis de la plaque	111
4.60	Convergence de la fonction objectif	114
4.61	Répartition de la déformation plastique équivalente : cas déterministe	114
4.62	Répartition de la déformation plastique équivalente : cas fiabiliste	114
5.1	Notion de dominance au sens de Pareto	119
5.2	Effet des incertitudes sur la dominance	122
5.3	Localisation du point de départ et de l'optimum déterministe	127
5.4	Localisation du point de départ et de l'optimum après perturbation de la fonction objectif	127
5.5	Déformée de la pièce	128
5.6	Modèle géométrique	129
5.7	Modèle éléments finis : Forme en T	129
5.8	Définition des fonctions objectif à partir de la CLF	130
5.9	Valeurs exactes et valeurs approchées : Plissement	132
5.10	Valeurs exactes et valeurs approchées : Striction	132
5.11	Front de Pareto déterministe	133
5.12	Classification des solutions selon leurs probabilités de défaillance	134
5.13	Histogramme de plissement	134
5.14	Histogramme de striction	134
5.15	Trajets de chargements optimaux : Déplacement axial (mm)- Temps (s)	135
5.16	Trajets de chargements optimaux : Pression interne (MPa)- Temps (s)	135
5.17	Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,28 \times 10^{-4}$	135
5.18	Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,72 \times 10^{-4}$	135
5.19	Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,9 \times 10^{-4}$	135
5.20	Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=0,19\%$	135
5.21	Distribution de l'épaisseur pour différents niveaux de fiabilité	136
5.22	Effets des incertitudes sur le front de Pareto	137
5.23	Effet des incertitudes sur la position du front de Pareto	138
5.24	Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : Cas déter- ministe : $\delta = 0\%$	139
5.25	Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 5\%$	139
5.26	Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 10\%$	139
5.27	Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 15\%$	139
5.28	Effets des incertitudes sur le front de Pareto : Loi Normale	141
5.29	Effets des incertitudes sur le front de Pareto : Loi de Student	141
5.30	Effets de la loi de distribution sur le front de Pareto	141

Liste des tableaux

3.1	Dimensions du tube et de la matrice	53
3.2	Caractéristiques probabilistes des paramètres d'écrouissage	54
3.3	Paramètres matériaux pour l'acier DC04	54
3.4	Caractéristiques probabilistes de l'épaisseur et du coefficient du frottement	54
3.5	Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements	56
3.6	Variabilités associées à la CLF	62
3.7	paramètres de la loi Weibull	66
3.8	paramètres de la loi de Student	67
3.9	paramètres de la loi Gamma	67
3.10	paramètres de la loi Gumbel	68
3.11	Caractéristiques probabilistes de la première fonction d'état limite	70
3.12	Probabilité de défaillance et indice de fiabilité associé	71
3.13	Probabilité de défaillance et indice de fiabilité	73
3.14	Effet d'une corrélation entre les déformations sur la probabilité de défaillance de striction	74
3.15	Effet d'une corrélation entre les déformations sur la probabilité de défaillance de plissement	74
4.1	Coefficients du modèle d'écrouissage	83
4.2	Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements	85
4.3	Indicateurs statistiques	86
4.4	Influence du point de départ sur l'optimum fiabiliste	94
4.5	Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements	97
4.6	Caractéristiques probabilistes des variables d'optimisation	102
4.7	Indicateurs statistiques	104
4.8	Variables optimales déterministes	105
4.9	Variables optimales fiabilistes	107
4.10	Caractéristiques probabilistes des variables d'optimisation	112
4.11	Caractéristiques probabilistes des paramètres incertains	112
4.12	Valeurs optimales déterministes	113
4.13	Valeurs optimales déterministes	114
4.14	Caractéristique de la convergence	114
5.1	Valeurs initiales des variables d'optimisation	128
5.2	Moments statistiques des instabilités plastiques	136
5.3	Probabilité de défaillance suivant le niveau de perturbation	138

Introduction générale

La simulation numérique par éléments finis couplée à des techniques d'optimisation est un outil puissant et performant notamment dans la mise en forme par déformation plastique. Ces outils numériques nous permettent de déterminer le niveau des contraintes et des déformations et permet également un ajustement des paramètres opératoires pour le bon déroulement d'un tel procédé de fabrication. Cependant, la pertinence du modèle éléments finis et sa capacité de prédiction dépend fortement de la précision sur les paramètres d'entrée, à savoir les caractéristiques matériaux, les chargements et les conditions de lubrification. Ces paramètres sont considérés souvent comme déterministes alors qu'en réalité ils sont entachés d'incertitudes. Ces variabilités peuvent avoir des conséquences néfastes si elles ne sont pas prises en compte dès la phase de modélisation et d'optimisation. En effet, ces incertitudes se propagent et affectent la stabilité du procédé.

L'intégration et la prise en compte de ces incertitudes liées aux variables apparaît comme un critère réaliste d'évaluation de la fiabilité d'un procédé de mise en forme. De ce fait, les approches qui permettent leurs intégrations trouvent un succès fulgurant notamment l'optimisation fiabiliste ou probabiliste et l'optimisation robuste. Ces approches viennent remplacer les approches d'optimisation classiques. La prise en compte d'incertitudes assure un niveau de fiabilité acceptable et une stabilité au procédé, ce qui rentabilise le procédé et minimise le taux de pièces défectueuses. Malgré leurs atouts, ces approches présentent quelques inconvénients. En effet, la résolution de ce type de problème se fait généralement dans deux espaces différents : un espace physique pour l'optimisation des variables de conception et un espace normé pour l'évaluation de la fiabilité. Ajoutant à ceci les différents types de non linéarités qui sont associés à une opération de mise en forme. La résolution de ce type de problème pose souvent des difficultés de convergence avec un temps de calcul conséquent. Le problème se complexifie encore lorsque l'évaluation de la fonction objectif ou des contraintes fait appel à un code éléments finis. L'objectif de cette thèse est de proposer une alternative permettant de résoudre efficacement ce type de problème en contournant les difficultés citées précédemment.

Cette thèse s'articule sur trois axes principaux : le premier consiste en la prise en compte et l'intégration d'incertitudes pour l'évaluation de la probabilité de défaillance du procédé. Cette approche nous permet de statuer sur la fiabilité du procédé en identifiant les paramètres incertains et les modes de défaillances susceptible d'apparaître. Le deuxième axe est une contribution à l'optimisation avec prise en compte d'incertitudes notamment l'optimisation fiabiliste et l'optimisation robuste. Dans ce type de problème, la prise en compte d'incertitudes se fait en imposant des contraintes probabilistes qui portent sur une évaluation précise de la probabilité de défaillance. En s'appuyant sur quelques exemples de mise en forme

par hydroformage de tubes et de plaques, on montre l'intérêt de ces approches à donner une stabilité au déroulement du procédé. La dernière partie porte sur l'optimisation Multi-Objectif du procédé d'hydroformage avec prise en compte d'incertitudes. On s'intéresse plus particulièrement à l'étude de la sensibilité du front de Pareto par rapport aux variations qui peuvent affecter les fonctions objectif ou les paramètres d'entrée.

Le plan de ce manuscrit se décline comme suit :

Le premier chapitre de cette thèse consiste à présenter le procédé d'hydroformage ainsi que les principales difficultés liées à la modélisation et au contrôle du procédé. Le bon déroulement du procédé nécessite l'implémentation des critères permettant la détection des instabilités plastiques et de faire les corrections nécessaires. On présentera les principaux critères utilisés dans la littérature permettant de palier à ce problème. Une meilleure prédiction de l'état des contraintes et des déformations ainsi que de la forme finale de la pièce passera obligatoirement par une identification précise des paramètres d'entrée, d'où l'intérêt de la phase de caractérisation du matériau. A travers ce chapitre, on présentera quelques techniques qui ont été développées pour ce procédé. On clôturera ce chapitre par une présentation des principales techniques d'optimisation déterministes qui ont été présentées dans la littérature pour l'optimisation du procédé aussi bien que leurs limitations vis-à-vis de la reproductibilité et de la fiabilité du procédé. Ces techniques ne permettent pas d'intégrer les incertitudes sur les paramètres d'où leur principale limitation.

Le deuxième chapitre de cette thèse fait l'état de l'art sur la modélisation d'incertitudes et les techniques permettant leur propagation. Etant donné la complexité du problème, souvent des techniques qui se basent sur des approximations sont adaptées. On présentera tout au long de ce chapitre les principales techniques d'approximation utilisées pour des problèmes non linéaires. La deuxième partie se focalise sur les techniques de fiabilité permettant de statuer sur la probabilité de défaillance. L'estimation de cette probabilité passera par une identification des paramètres incertains et une identification des modes de défaillance qui sont les instabilités plastiques potentielles. Dans l'approche fiabiliste, les modes de défaillance ou les instabilités plastiques potentielles sont modélisés par des fonctions d'états limites qui séparent le domaine de sûreté du domaine de défaillance.

Le troisième chapitre présente une approche permettant de statuer sur la probabilité de défaillance dans le cas de la mise en forme par hydroformage d'un tube simple. L'approche proposée se base sur une identification des modes de défaillance probables et des paramètres incertains qui peuvent affecter la stabilité du procédé. L'estimation de la probabilité de défaillance s'intéresse qu'aux zones de localisation où l'instabilité plastique est susceptible d'apparaître afin de simplifier le problème. L'estimation de la probabilité de défaillance se fait par une technique

Monte Carlo couplée à une technique de surface de réponse en s'appuyant sur une caractérisation probabiliste des déformations principales critiques. L'approche proposée tire son intérêt de son indépendance vis-à-vis du code éléments finis utilisé et de sa généralisation pour n'importe quel procédé de mise en forme. Une technique simple permet de statuer sur la probabilité de défaillance, de déterminer le taux de pièces défectueuses et par la suite de valider ou non les paramètres fixés pour le lancement de la production. Cette approche permet d'apporter un élément de réponse sur la fiabilité du procédé et d'éviter le recours à des procédures de sur-dimensionnement ou l'application de coefficients de sécurité qui peuvent engendrer des coûts supplémentaires et minimiser l'étendue du domaine de formabilité admissible du matériau.

Le quatrième chapitre est une contribution à l'optimisation avec prise en compte d'incertitudes dans la mise en forme par hydroformage. Des exemples sont traités pour l'optimisation du procédé dans une approche fiabiliste et robuste. Les exemples traités dans ce chapitre sont résolus par des approches déterministes et par une approche probabiliste afin de comparer les deux. Une analyse fiabiliste sur les deux optima montre une nette amélioration du niveau de fiabilité du procédé. L'optimum déterministe est souvent caractérisé d'une importante probabilité de défaillance n'excluant pas l'apparition de certains types d'instabilités plastiques durant la mise en forme d'où l'intérêt des approches probabilistes et robustes.

Le dernier chapitre aborde l'optimisation Multi-Objectif (MO) du procédé d'hydroformage. L'optimisation d'une opération de mise en forme est un problème qui regroupe un ensemble de fonctions objectif ou fonctions de performance à maximiser ou à minimiser. L'optimisation MO fournit au concepteur un ensemble de solutions optimales qui représentent le front de Pareto. La prise en compte des incertitudes permet de voir l'effet de ces incertitudes sur la position et la forme de ce front. Les solutions qui se trouvent sur le front de Pareto sont tous pareils selon le critère d'optimalité de Pareto et le choix d'une solution en dépit d'une autre est un vrai problème pour l'industriel. Pour palier à ce problème, on propose un nouvel espace de classification qui consiste à associer des incertitudes à l'ensemble de ces solutions et à estimer leurs fiabilités selon un critère probabiliste. Ceci nous permet de passer dans un nouvel espace qu'on appelle espace probabiliste et qui permet une classification quantitative et qualitative de l'ensemble des solutions. Cet espace permet une identification de la solution optimale au sens probabiliste. Dans un contexte industriel, ce type de diagramme peut être très utile puisque il fournit une seule solution optimale qui assure une meilleure stabilité au procédé.

Enfin, les résultats importants de ces travaux seront synthétisés et diverses perspectives de développement seront présentées.

Introduction au procédé d'hydroformage : État de l'art

1.1 Introduction

Le secteur industriel s'est vu dans l'obligation de revoir ses méthodes et ses technologies de production pour pouvoir satisfaire aux nouvelles normes environnementales et répondre aux attentes d'une clientèle devenue de plus en plus exigeante. Dans ce cadre, s'inscrit le procédé d'hydroformage qu'on trouve principalement dans les industries de pointe notamment en automobile et en aéronautique. Le recours à ce procédé est justifié par l'ensemble des avantages qu'il présente par rapport aux procédés classiques tels que l'emboutissage, le pliage ou le soudage. En effet, le procédé offre un domaine de formabilité plus large en comparaison avec les procédés conventionnels de mise en forme. Il présente un champ de contraintes résiduelles moins important et gère mieux les problèmes de contact et de frottement grâce à l'utilisation de la pression exercée par le fluide. Ce dernier, permet aussi d'assurer une meilleure précision dimensionnelle et par conséquent moins de retour élastique et moins de problème dans la phase d'assemblage. La Figure 1.1 montre quelques pièces fabriquées par hydroformage dans l'industrie automobile. Plusieurs travaux se sont intéressés à la modélisation et l'optimisation du procédé dans ce secteur [Asnafi *et al.* 2003], [Oh *et al.* 2006], [Yuan *et al.* 2006b], [Lee *et al.* 2002]. A travers ces études, les auteurs montrent qu'avec la mise en forme par hydroformage le poids total de l'automobile est réduit et par conséquent la consommation de carburant. L'utilisation du procédé se généralise dans plusieurs secteurs industriels. Actuellement, on s'intéresse à l'hydroformage des matériaux composites qui peut avoir un apport considérable dans l'industrie aéronautique.

Le procédé d'hydroformage se divise principalement en deux grandes familles, on trouve l'hydroformage de tubes et l'hydroformage de flans ou de plaques. La difficulté majeure de ce procédé reste toujours dans la détermination des trajets de chargements qui dépendent des propriétés matériau, de la géométrie ainsi que d'autres paramètres. La simulation numérique seule reste insuffisante pour la mise au point du procédé. Souvent, un couplage avec une technique d'optimisation s'avère nécessaire pour une bonne estimation des paramètres opératoires. La méthode des éléments finis couplée à une technique d'optimisation déterministe est l'approche communément utilisée dans la littérature pour optimiser le procédé et d'obtenir une pièce sans défauts. Ceci passe aussi par le choix de critères adéquats permettant de

détecter les instabilités plastiques potentielles. L'approche déterministe ne tient pas en compte des variabilités qui peuvent entacher certains paramètres opératoires comme les propriétés matériaux, les chargements ainsi que d'autres paramètres. Une bonne prédiction de l'état final de la pièce dépend essentiellement de la précision sur ces paramètres qui présentent souvent des aléas. Ceci commence dès la phase de caractérisation du matériau où plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature. A travers ce chapitre, on présente les principales techniques de caractérisation de tubes.

Ce chapitre met en exergue aussi l'ensemble des techniques de mise en forme par hydroformage, les limitations du procédé ou les modes de défaillances et aussi les critères de plasticité permettant leurs détections. La dernière partie de ce chapitre présente les différentes techniques d'optimisation déterministes qui ont été citées dans la littérature permettant l'optimisation du procédé.



FIGURE 1.1 – Exemple de pièces obtenues par hydroformage
[Maki & Walter 2007]

1.2 Mise en forme par hydroformage

Les premiers travaux qui s'intéressaient à la mise en forme par hydroformage datent des années 1940. Ce procédé consiste à utiliser principalement la force motrice d'un fluide, généralement de l'huile ou de l'eau, pour déformer plastiquement une tôle afin qu'elle «épouse» bien la forme de la matrice. Le contrôle du procédé nécessite l'implémentation des critères permettant la prédiction des instabilités plastiques potentielles. Parmi les premiers travaux qui ont contribué à l'étude et à la modélisation analytique du procédé notamment l'hydroformage de tubes, on trouve [Asnafi 2003], [Kim & Kim 2002]. Ce procédé est utilisé souvent pour fabriquer des

formes tubulaires simples ou complexes et dans la mise en forme des tôles comme substituant au procédé d'emboutissage. En comparaison avec les procédés de mise en forme classiques, le fluide remplace la force exercée par le poinçon et permet de mieux gérer les problèmes de contact entre corps rigides et corps déformables. Cela permet de donner des bonnes propriétés mécaniques à la pièce. Dans la mise en forme par hydroformage, on distingue principalement : l'hydroformage de tubes et l'hydroformage de tôles ou de plaques.

1.2.1 L'hydroformage de tubes

L'hydroformage de tubes trouve de larges applications dans le secteur industriel. On le trouve particulièrement dans l'industrie automobile. Parmi les pièces fabriquées par ce procédé on trouve : les longerons, l'échappement moteur et les hayons. La Figure 1.2 résume les différentes étapes du déroulement du procédé. D'une manière générale ce type de procédé fait intervenir deux types de chargements : une pression interne générée par un fluide permettant de déformer plastiquement le tube par expansion et un effort axial de compression généré par deux vérins. Ceci permet un apport de la matière à la zone expansée afin de compenser l'amincissement du tube et améliorer sa formabilité. Un choix approprié de ces deux types de chargements permet d'éviter la striction et le plissement prématuré du tube et assurer une meilleure formabilité de la pièce. La complexité du procédé réside dans la détermination des trajets de chargements optimaux. Ce problème s'intensifie dans le cas des formes tubulaires complexes et dans le cas des tubes préformés. Le choix des chargements dépend fortement des caractéristiques géométriques de la pièce à fabriquer et aussi du matériau utilisé. Le succès du procédé nécessite une synchronisation entre la pression interne et le déplacement axial. Beaucoup de travaux se sont intéressés à l'optimisation des trajets de chargement pour des géométries simples et complexes [Aue-U-Lan *et al.* 2004], [Imaninejad *et al.* 2005], [Fann & Hsiao 2003], [Mohammadi & Mashadi 2009].

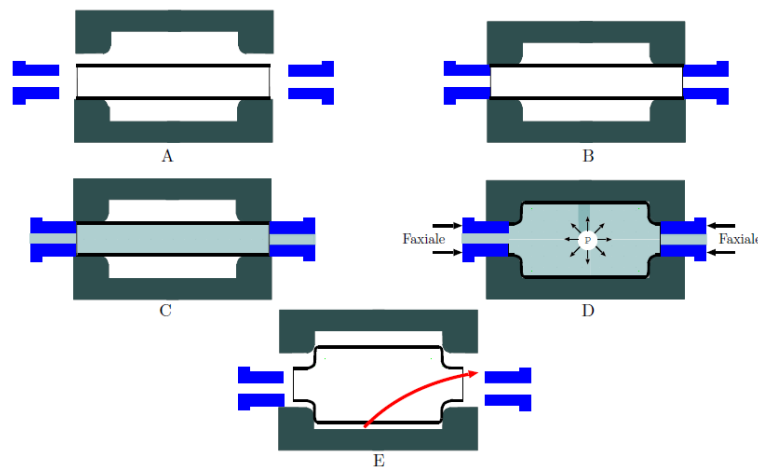


FIGURE 1.2 – Hydroformage de tube

1.2.2 L'hydroformage de tôles

Ce procédé est similaire à un procédé d'emboutissage classique. En effet, le fluide peut jouer le rôle du poinçon ou de la matrice. L'utilisation d'un fluide sous pression au lieu de l'effort exercé par le poinçon permet de mieux gérer les problèmes de contact entre les corps rigides et les corps déformables. Ceci permet d'élargir le domaine de formabilité du matériau et obtenir des pièces avec une meilleure distribution de l'épaisseur finale. L'hydroformage de flan représente une nouvelle alternative au procédé d'emboutissage classique dans lequel le poinçon ou la matrice est remplacé par un système permettant de générer une pression qui permet la mise en forme de la pièce. Le procédé d'hydroformage de flans est classé en deux familles : la première est connue sous le nom d'emboutissage hydromécanique (Figure 1.3) où le fluide remplace la matrice alors que dans la deuxième famille le fluide joue le rôle du poinçon (Figure 1.4). L'absence de la matrice ou du poinçon dans la mise en forme de flans est accompagnée d'une réduction de coût. Cependant, l'emboutissage hydromécanique est caractérisé par un temps de cycle lent par rapport au procédé d'emboutissage classique. Dans le cas d'une production massive ceci peut représenter un vrai problème.

[Kang *et al.* 2004] ont mené une étude comparative entre une opération d'emboutissage classique et l'hydroformage de flan pour la fabrication d'un réservoir d'essence d'une automobile. Ces derniers concluent qu'avec le procédé d'hydroformage le réservoir présente une meilleure répartition d'épaisseur dû à l'utilisation d'une pression hydrostatique. Ils trouvent que le taux d'amincissement est de 31,6% dans le cas de la mise en forme par hydroformage alors qu'il est de 41,6% pour la même pièce obtenue par emboutissage, d'où l'intérêt du procédé. L'hydroformage de flans sous ses différentes formes trouve des larges applications dans l'industrie automobile. Le constructeur Américain «General Motors» utilise ce procédé pour la fabrication de plusieurs pièces qui font partie de la carrosserie. A l'encontre du procédé d'emboutissage classique, l'emboutissage hydromécanique fait intervenir une pression au dessous de la tôle. Ceci engendre des contraintes de compression qui pourront retarder les instabilités plastiques de traction et réduire la formation de plissement dû aux efforts de frottement.

1.3 Instabilités plastiques dans la mise en forme par hydroformage

Lors d'une opération de mise en forme par hydroformage de tube, on distingue principalement trois modes de défaillance potentiels dû à des localisations de déformations : le flambement, le plissement et la striction [Koç & Altan 2002]. La détection de ces instabilités plastiques nécessite le recours à des critères de localisation des déformations. Ces instabilités plastiques apparaissent lorsque les contraintes et les déformations atteignent des valeurs critiques et que l'état d'équilibre n'est plus vérifié entre les efforts extérieurs appliqués et la résistance interne du matériau.

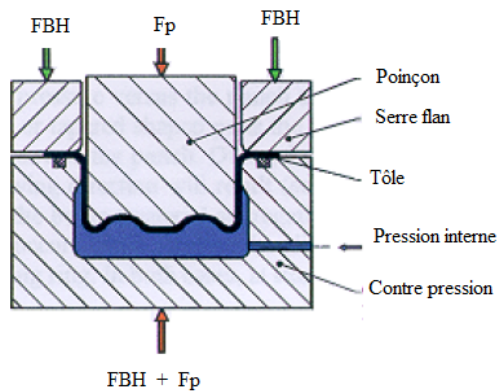


FIGURE 1.3 – Hydroformage de flans : emboutissage hydromécanique

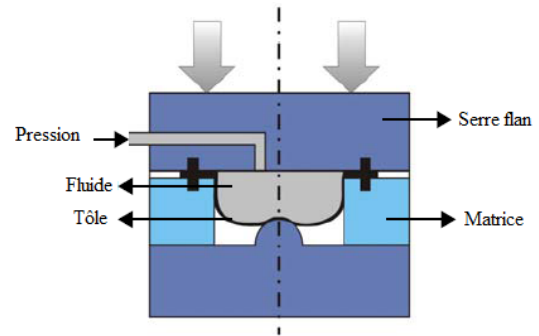


FIGURE 1.4 – Hydroformage de flans

L'obtention d'une pièce sans défauts nécessite une bonne synchronisation entre le déplacement axial et la pression interne dans le cas de tube, de même que pour l'hydroformage de flan, ceci nécessite de déterminer efficacement l'effort du poinçon, du contre pression et/ou de la pression. Ce compromis est souvent difficile à trouver et le recours à la méthode des éléments finis couplées avec différentes techniques d'optimisation est inévitable pour résoudre ce type de problème et obtenir une pièce sans défauts. Les paragraphes suivants détaillent les différents modes de défaillance susceptible d'apparaître. Par la suite, on présentera les principaux critères permettant de prédire et de localiser ces instabilités.

1.3.1 Flambement de tube

Ce type d'instabilité est spécifique à l'hydroformage de tubes. Il est généralement observé pour les longs tubes de faible épaisseur (i.e. faible rapport D/t , D le diamètre de tube et t son épaisseur). Le flambement est le résultat d'un déplacement axial excessif et se présente à l'échelle de la structure. Il survient le plus souvent au début du procédé lorsqu'on applique un fort déplacement axial. Géométriquement, ce type d'instabilité plastique se manifeste comme le montre la Figure 1.5. Cette tendance au flambage augmente avec l'augmentation de la longueur libre du tube dans la matrice. Si ce mode de défaillance apparaît, il n'est plus possible de maîtriser le procédé et la correction de cette instabilité par une variation de la pression ou du déplacement axial n'est plus possible. [Asnafi 2003] a fait une étude détaillée de ce phénomène et montre qu'il dépend essentiellement des paramètres géométriques de tube.



FIGURE 1.5 – Flambement de tube

1.3.2 Plissement

Le plissement est un cas particulier du flambement ou un flambement localisé. Ce mode de défaillance survient la plupart du temps au début du procédé. Géométriquement, il se manifeste par des ondulations ou des cloques sur la membrane de la surface. Les Figures 1.6-1.7 illustrent cette instabilité plastique dans le cas de la mise en forme de tubes et de plaques. Ce défaut de forme est dû essentiellement à une forte contrainte de compression. A l'encontre du phénomène de flambement, ce mode de défaillance s'il est détecté d'une manière précoce peut être corrigé par une légère augmentation de la pression interne. Le plissement se présente pour les tubes de longueurs faibles et moyennes (i.e. un ratio D/t important). Ce type d'instabilité plastique dépend fortement des caractéristiques géométriques de la matrice. Ce phénomène devient compliqué à étudier dans le cas par exemple des formes tubulaires complexes. [Asnafi 2003] a démontré l'intérêt de bien contrôler l'avancement des poinçons dans l'hydroformage de tube, car c'est le pilotage de piston qui a une influence importante sur l'apparition de plissement. [Yuan *et al.* 2006a] ont fait une étude plus détaillée sur le phénomène de plissement et distinguent trois sortes de plissement pour les tubes : un plissement bénéfique qui améliore la formabilité du matériau, un plissement de mort «dead wrinkles» et un plissement qui mène à l'éclatement de tube où la striction apparaît au niveau de l'ondulation.

Dans l'hydroformage de flans, le plissement est dû à une contre pression ou à un effort de serrage insuffisant. En effet, le plissement est d'autant plus prononcé que l'effort de serrage est faible. Le plissement survient au début de l'avance du poinçon lorsque les efforts de serre flan sont faibles. Certains auteurs se sont penchés sur la prédiction des instabilités plastiques dans le cas de l'hydroformage de flans. [Abderrabbo *et al.* 2005] s'intéressaient à l'optimisation du trajet de pression et de contre pression dans l'hydroformage de flan afin de contrôler le plissement de la tôle.



FIGURE 1.6 – Plissement de tube



FIGURE 1.7 – Plissement de flan
[Abderrabbo *et al.* 2005]

1.3.3 Striction

L'éclatement de tube ou de la tôle est le résultat d'une striction localisée. Dès que la striction commence, les déformations deviennent non uniformes dans la pièce. Les déformations sont par la suite concentrées dans une zone localisée suivi immédiatement par la rupture de tube ou de la plaque. Ceci survient lorsqu'on applique une forte pression généralement. La détermination de la pression optimale est une étape importante dans la mise en forme par hydroformage qui dépend du matériau utilisé ainsi que de la géométrie de la pièce à hydroformer. Pour des géométries simples certaines équations ont été proposées dans la littérature permettant d'estimer le niveau de pression nécessaire. Ces formulations sont en générales en fonction des caractéristiques matériaux et géométriques de la pièce. [Altan *et al.* 2001] proposent les niveaux de pression adéquats pour la mise en forme d'un tube axisymétrique qui sont en fonction des caractéristiques géométriques

12 Chapitre 1. Introduction au procédé d'hydroformage : État de l'art

du tube et des propriétés matériaux. Dans le cas des géométries complexes ces équations ne deviennent plus valides et le recours à des simulations numériques est indispensable afin de déterminer les niveaux de pression. Le phénomène de striction est un phénomène compliqué à prédire dans le cas de l'hydroformage vu que le procédé est récent et aussi à l'absence d'une théorie fondée. Les critères qui se basent sur l'amincissement sont aussi souvent utilisés en tolérant un amincissement de 15%, 25%, 30% pour les alliages d'aluminium, les aciers à faible taux de carbones et les aciers inoxydables respectivement.

Pour la striction localisée le critère de Hill n'est pas précis pour les tubes courts dû aux sollicitations biaxiales. Pour palier à ce problème, [Boumaiza *et al.* 2006] développe un critère où ils tiennent compte des caractéristiques géométriques de tubes. Pour les plaques, la striction survient à la fin du procédé quand les efforts générés par le serre flan sont importants et aussi dans le cas d'une forte pression. L'étude de la striction dans le cas de l'hydroformage et notamment dans le cas de l'hydroformage des tôles avec une pression interne est un problème délicat pour les industriels. La prédiction de la striction présente un vrai problème pour l'expansion d'une tôle parce qu'il n'y a pas de direction privilégiée pour la formation d'une bande de localisation. Souvent la fissure suit une direction quelconque. Les Figures 1.8-1.9 montrent la striction de tubes et de tôle.



FIGURE 1.8 – Striction de tube

1.3.4 Retour élastique

Pour l'hydroformage des formes tubulaires complexes, on est souvent amené à des opérations de préformage qui ont pour objectif de faciliter la mise en forme de tube. La Figure 1.10 montre le retour élastique dans une opération de préformage d'un tube. Il est dû principalement à une relaxation des contraintes après l'enlèvement des outils. En effet, le matériau a tendance à se relâcher pour revenir à un état précédent. Le retour élastique pose un problème sérieux lors de l'opération d'assemblage. Plusieurs études s'intéressent à l'étude du phénomène de retour élastique dans le cas de la mise en forme par hydroformage. Certains ont montré que ce problème est moins présent pour ce type de procédé par rapport par exemple à un procédé d'emboutissage classique notamment



FIGURE 1.9 – Striction de flan

dans l'hydroformage de plaque qui combine l'effort du poinçon et de contre pression.

Divers travaux montrent que le retour élastique est sensible à plusieurs paramètres qui peuvent être liés au procédé ou à la tôle. Les paramètres du procédé sont par exemple la synchronisation entre la pression interne et l'effort de serrage, la vitesse de déplacement du poinçon dans le cas de l'hydroformage de tôles, le type de contact entre la tôle et les outils ainsi que les paramètres géométriques, tels que les rayons de courbure des outils. Les paramètres de la tôle sont le matériau qui la compose notamment sa composition chimique ainsi que son épaisseur. Le retour élastique dépend aussi du matériau, en effet les matériaux à très haute résistance exhibent souvent un retour élastique plus élevé par rapport aux matériaux ductiles.

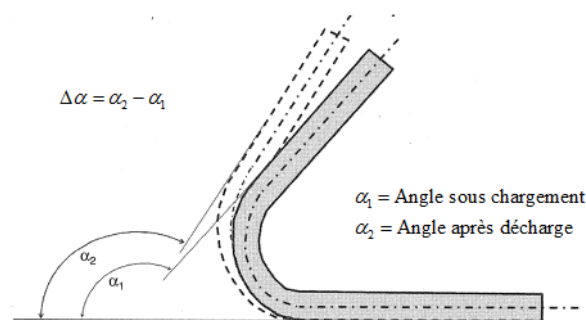


FIGURE 1.10 – Retour élastique

1.4 Critères de défaillance

Divers défauts peuvent apparaître lors de la mise en forme de tubes ou de tôles. La prédiction de ces défauts nécessite l'implémentation des critères adéquats pour chaque instabilité plastique. Malgré les progrès réalisées au niveau des logiciels de calcul par éléments finis, le procédé reste tout de même mal maîtrisé à cause des instabilités qui peuvent apparaître. La majorité des codes éléments finis actuels n'intègrent pas des critères adéquats permettant de détecter ou de prédire fidèlement l'occurrence de ces types d'instabilités. Le succès d'une opération de mise en forme par hydroformage nécessite l'implémentation des critères judicieux permettant de détecter ces instabilités plastiques. Ceci permet de réagir et de corriger le trajet de chargement soit par une augmentation ou par une diminution de la pression ou du déplacement axial. Ces deux paragraphes illustrent les principaux critères utilisés pour la détection de ces modes de défaillances dans le cas de tube et de plaque.

1.4.1 Critères de défaillance pour la striction

Quelques travaux se sont intéressés à la prédiction de la striction dans le cas de l'hydroformage en se basant sur les critères utilisés pour les tôles. Ceci semble peu fiable vu que les modes de déformations ou les sollicitations ne sont pas les mêmes. [Boumaiza *et al.* 2006] adaptent le critère de Swift utilisé dans le cas des tôles afin de le rendre utilisable dans le cas de tube. La prédiction de la localisation de l'amincissement peut être effectuée par plusieurs techniques. Parmi ces principaux critères, on peut citer à titre d'exemple celui de Considère ou de Swift. Certains ont utilisé la courbe limite de formage dans l'espace des déformations ou des contraintes principales pour détecter la localisation. Une attention particulière est accordée aux courbes limites de formage vu qu'elles seront utilisées majoritairement dans ces travaux de thèse. Autres les méthodes présentées précédemment, d'autres approches qui se basent sur la mécanique de l'endommagement [Cherouat *et al.* 2002] ou la mécanique de rupture ont été également utilisées dans la littérature.

1.4.2 Critères de défaillance pour le plissement

Plusieurs critères ont été développés dans la littérature permettant de détecter le plissement. On distingue principalement : les critères géométriques, les critères énergétiques, et les critères basés sur la théorie de bifurcation. L'estimation des contraintes dans la théorie de bifurcation fait intervenir les conditions aux limites et aussi les déplacements imposés qui peuvent induire le plissement. Ce type de critère présente quelques limitations vu sa complexité au niveau de la formulation et aussi nécessite parfois l'accès au code source.

Plusieurs auteurs [Cao & Krishnan 2003], [Thomas 1999], [Sheng *et al.* 2004], [Jirathearana 2004] ont utilisé avec succès des critères géométriques pour la détection du plissement dans le cas de l'emboutissage, de l'hydroformage de tubes et de flans. Pour les critères géométriques, l'évaluation du plissement est mesurée en comparant l'état actuel de la pièce par rapport à la position des outils supposés rigides.

Les critères géométriques sont souvent utilisés vu leurs simplicités au niveau de la formulation et aussi dans l'implémentation qui se base sur la mesure de l'ondulation par rapport au niveau de référence de la tôle. Plusieurs travaux cités dans la littérature imposent dans leurs problèmes d'optimisation à ce que la différence en terme de déformation ne subit pas un changement brusque entre deux éléments successifs, car ceci est synonyme d'une apparition de plissement. Autres critères qui se basent sur des approches énergétiques sont utilisés dans la littérature, cependant, ces critères sont compliqués dans leurs formulations aussi bien que dans leurs implémentations ou intégration. La courbe limite de formage (CLF) permet aussi de détecter s'il y a ou non de plissement dans la tôle. En superposant les niveaux de déformations principales à la fin du procédé sur la CLF, la présence des déformations en dessous de la droite de cisaillement pur (dans le plan des déformations principales) est synonyme d'une tendance au plissement ou d'épaississement important dans un procédé de mise en forme. Plusieurs auteurs ont utilisé ce critère dans leurs problèmes d'optimisation.

1.5 Présentation de la courbe limite de formage

La courbe limite de formage a été introduite par [Keeler 1963] et [Goodwin 1968] pour définir les limites supérieures de formabilité du matériau avant la striction. Il existe principalement quatre approches qui permettent la construction analytique des courbes limites de formage : la striction localisée de [Hill 1952], la striction diffuse de [Swift 1952], la bifurcation de [Storen & Rice 1975] et celle de [Marciniak & Kuczynski 1967] qui introduit la non homogénéité de la tôle. Cette courbe peut être obtenue soit d'une manière expérimentale ou par des simulations numériques. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature permettant de déterminer cette courbe.

Plusieurs travaux ont utilisé la CLF comme critère permettant de prédire la striction. L'utilisation de la CLF en particulier dans la mise en forme est souvent critiquée vu que cette dernière est valable pour des trajets de chargements proportionnels, ce qui n'est pas le cas pour ce type de problème. Cette courbe est obtenue expérimentalement et vu que le processus opératoire est souvent entaché de différents types d'incertitudes liées au matériau, à la machine et à l'environnement d'une manière générale. Ceci peut affecter la prédiction de la position de la CLF, ce qui la rend peu fiable pour une bonne prédiction. Malgré ces inconvénients, la CLF est souvent utilisée comme critère de localisation des déformations. Certains auteurs se sont inspirés aussi de la CLF afin de définir des fonctions objectif pour l'optimisation de certains procédés de mise en forme. Selon [Asnafi & Skogsgardh 2000] la CLF de tube doit être déterminée par des essais d'expansion libre pour que celle-ci soit utilisable pour la prédiction de la striction dans le cas de la mise en forme par hydroformage. En effet, plusieurs travaux ont montré expérimentalement la dépendance de la CLF aux chemins de

déformations. Un chemin de déformation non-linéaire peut changer la forme et la position de la CLF dans l'espace des déformations principales. Pour palier à ce problème, [Arrieux 1995] propose l'équivalent de la CLF mais dans l'espace des contraintes (FLSD : Forming Limit Stress Diagram) car elle est indépendante du trajet de chargement appliqué. Le passage d'une courbe à l'autre est possible par une formulation des contraintes en fonction des déformations.

1.6 Méthodes de caractérisation du matériau pour l'hydroformage

La caractérisation du matériau est une étape cruciale dans la mise en forme des métaux. Vu que la précision d'une simulation numérique dépend fortement des paramètres d'entrée, le choix de la technique la plus adaptée dépend des types de sollicitations. Plusieurs auteurs ont abordé cette thématique, certains découpent les échantillons depuis des tôles pour caractériser le matériau destinier à hydroformer des pièces tubulaires. Ceci présente des inconvénients majeurs vu que les modes de sollicitation ne sont pas les mêmes. [Song *et al.* 2007] ont fait une étude expérimentale permettant de caractériser un matériau avec des tests de traction et de gonflage numérique. Ils estiment que pour avoir une bonne prédiction des caractéristiques finales, une bonne caractérisation est nécessaire. A travers des simulations numériques d'un essai de gonflage, ils montrent que les données matériaux issues d'un essai de gonflage permettent une bonne prédiction par rapport aux données matériaux issues d'un essai de traction. La fiabilité des simulations numériques passe obligatoirement par un choix judicieux de la technique de caractérisation et celle-ci dépend fortement des types de sollicitations.

1.6.1 Essai de traction

Plusieurs tests ont été proposés dans la littérature pour caractériser le matériau utilisé dans la mise en forme par hydroformage de tubes. Le plus simple est l'essai de traction : les éprouvettes sont découpées dans les directions longitudinales et circonférentielles d'un tube suivant les différentes directions de laminage comme le montre la Figure 1.11. [Xing & Makinouchi 2001] comparent à travers une étude analytique et numérique le comportement de flan et de tube et montre que la zone de formabilité pour un tube est moins limitée par rapport à celle du flan. Ils démontrent aussi que l'instabilité plastique pour un tube est moins importante par rapport au flan car le coefficient d'anisotropie est beaucoup moins élevé d'où l'intérêt d'utiliser des échantillons découpés à partir d'un tube.

1.6.2 Essai d'expansion libre «Bulge test»

Le test d'expansion libre dit aussi «bulge test» a pour objectif de déterminer le comportement de tubes dans la direction longitudinale et circonférentielle. Il permet d'évaluer la formabilité du tube et aussi d'établir les courbes pression-expansion.

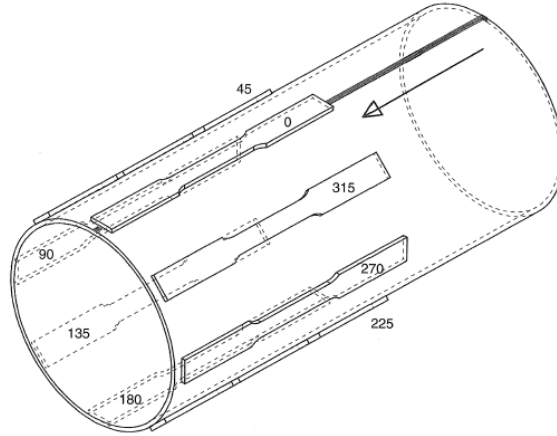


FIGURE 1.11 – Échantillons pour essai de traction

D'autres l'utilisent aussi pour évaluer l'intégrité du cordon de soudure. Plusieurs études s'intéressaient aux techniques expérimentales les mieux adaptées pour caractériser une tôle qui servira pour l'hydroformage. Certains auteurs utilisent les informations issues d'un essai de traction uniaxial pour simuler leurs procédés d'hydroformage alors que les types de sollicitations ne sont pas les mêmes. Pour élucider ce problème certains comparent même la courbe d'écrouissage pour un même matériau à travers un essai de traction simple et un essai de gonflage. Ils mettent en évidence la différence marquante qui peut exister entre les lois issues de ces deux types de caractérisation. Ils montrent qu'un essai de gonflage est plus judicieux dans le cas de la mise en forme par hydroformage.

Beaucoup de chercheurs [Chen *et al.* 2004], [koç *et al.* 2001] considèrent que le test d'expansion libre est plus représentatif par rapport à un test de traction simple. La Figure 1.12 représente la démarche à suivre pour caractériser un matériau par un test d'expansion libre. La pression d'éclatement dépend principalement des propriétés matériaux et de l'épaisseur initiale. Ce test permet de déterminer la pression d'éclatement et le déplacement maximal dans la zone expansée avant l'éclatement. D'autres tests combinent une pression interne et un déplacement axial, ceci permet d'aller plus loin dans le déplacement radial en changeant le ratio du déplacement axial et de la pression interne. Le mode de déformation peut varier de déformation plane et approximativement en traction uniaxiale. Les contraintes principales peuvent être déterminées à partir de la force axiale, la pression interne et la géométrie de la zone expansée. [Hwang & Lin 2002] évaluent la contrainte d'écoulement avec prise en compte de l'anisotropie, leur approche se base sur la théorie de Hill avec anisotropie orthogonale. La pression interne ainsi que le taux d'amincissement sont mesurés durant le test de gonflage. La courbe d'écoulement obtenue avec ce test permet d'avoir des résultats numériques fiables et précis.

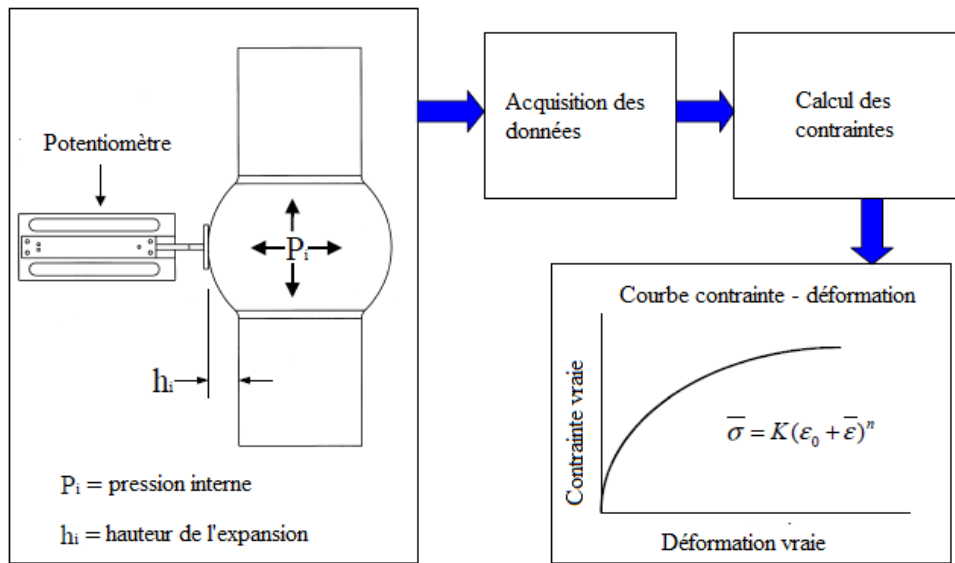


FIGURE 1.12 – Test de gonflage libre «Bulge Test»

1.7 Optimisation déterministe du procédé d'hydroformage

Le procédé de mise en forme par hydroformage fait intervenir plusieurs phénomènes complexes et présente plusieurs types de non linéarités (géométrique, matérielle, ...). Le perfectionnement d'une opération d'hydroformage nécessite beaucoup d'essais afin de déterminer d'une manière précise les trajets de chargements optimaux et obtenir une pièce sans défauts. Les progrès réalisés au niveau des outils numériques ont permis aux industriels de simuler et d'optimiser leurs moyens de production avant de lancer la fabrication dans le but de minimiser au maximum le taux des pièces défectueuses. Ceci est justifié par la multitude des paramètres à contrôler et aussi sur le coût exorbitant d'un essai réel. Plusieurs techniques ou méthodes d'optimisation déterministes ont été proposées ces dix dernières années afin de bien mener une opération de mise en forme. La majorité de ces techniques combinent la méthode des éléments finis et des techniques d'optimisation. Avec ces moyens, les industriels peuvent simuler virtuellement leurs procédés, ce qui permet d'apporter une réponse à certaines questions principalement sur la faisabilité de la pièce et aussi sur l'aptitude du trajet de chargement à bien former la pièce. Ce couplage permet souvent une nette amélioration. Cependant, il ne permet pas d'assurer la stabilité du procédé et n'exclut pas l'occurrence de certains types d'instabilités plastique lors de la fabrication vu qu'il y a plusieurs sources d'incertitudes liés au matériau, aux chargements, à la presse et aussi à l'opérateur.

Ce paragraphe fait l'état de l'art de principales techniques d'optimisation dé-

terministes proposées dans la littérature permettant d'optimiser des formes tubulaires simples et complexes et aussi dans le cas de l'hydroformage de flans. Il met en avant les plus intéressants travaux.

[Aydemir *et al.* 2005] classifient ces techniques en quatre grandes familles :

1.7.1 Approche conventionnelle

Dans les approches conventionnelles, les trajets de chargement sont déterminés à la base de certaines équations régissant l'écoulement de la matière. Ces modèles analytiques sont valables uniquement pour des formes tubulaires simples. Les limites de cette méthode est que les équations ne peuvent pas tenir compte de certains phénomènes physiques. Parmi les premiers travaux qui se sont basés sur des modèles analytiques, on peut citer les travaux de [Asnafi 2003]. Ce dernier a validé l'efficacité de cette approche par des simulations par éléments finis et aussi en confrontant ces résultats à des mesures expérimentales. Mais cette approche devient compliquée dans le cas des géométries complexes.

1.7.2 Approche «self feeding»

Cette approche est proposée par [Strano *et al.* 2001], elle consiste à faire des simulations numériques sans tenir compte des efforts axiaux ni du frottement jusqu'à obtenir la forme désirée. Dans une deuxième étape, on mesure le déplacement du nœud qui se trouve au bord de tube et suivant le taux d'amincissement dans la zone expansée, on ajuste le trajet de chargement en incluant le déplacement axial adéquat. Ceci permet d'éviter la localisation de l'amincissement visualisé et par la suite le phénomène de striction. Cette approche présente plusieurs inconvénients, elle consiste à effectuer plusieurs simulations pour un ajustement adéquat des différents paramètres et par conséquent un temps de calcul important et un coût élevé. La Figure 1.13 illustre cette approche, le déplacement mesuré est en réalité sans tenir compte des effets de frottement entre la matrice et le tube. Cette valeur est augmentée proportionnellement, après une nouvelle simulation est lancée en incluant les effets de contact entre la matrice et le tube. Cette approche semble inappropriée pour le cas de pièces non symétrique comme les formes en T ou en Y puisque le taux de déplacement n'est plus le même des deux cotés.

1.7.3 Approche adaptative

Le principe de cette approche consiste à implémenter un algorithme de contrôle permettant de détecter les types d'instabilités potentiels et de réagir au fur et à mesure afin de réajuster les paramètres d'entrée. Cette approche présente l'avantage de converger vers la solution optimale en une seule simulation. Elle présente un gain en temps de calcul par rapport aux autres techniques citées précédemment. Cette technique a été adaptée par plusieurs auteurs pour optimiser des formes tubulaires simples et complexes. L'approche adaptative se base sur son aptitude à détecter

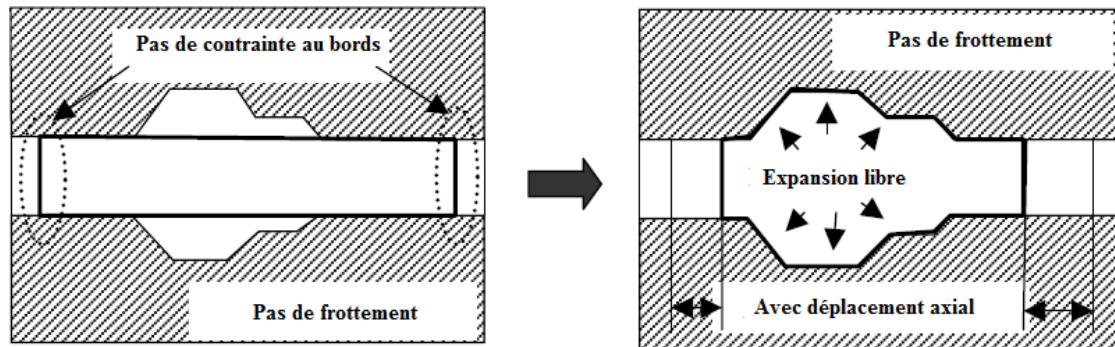


FIGURE 1.13 – Principe de l'approche «Self feeding»

le début de l'apparition des situations indésirables comme le flambement, le plissement et la striction suivie de l'éclatement. Suivant le type d'instabilité plastique détectée, l'algorithme réagit par une augmentation ou une diminution de la pression interne ou du déplacement axial. [Shu-hui *et al.* 2007] ont utilisé une approche adaptative en combinant celle-ci avec une technique basée sur la logique floue afin de prédire les trajets de chargement optimaux. Des critères pour chaque type d'instabilité plastique sont implémentés pour la détection du plissement et de la striction. Durant chaque incrément les valeurs de plissement et de striction sont évaluées et en fonction des valeurs trouvées, ils ajustent les nouveaux paramètres de pression et du déplacement axial. [Aydemir *et al.* 2005] utilisent aussi une approche adaptative : ils se basent sur d'autres types de critères pour la détection du plissement et de la striction. Pour le plissement, ils utilisent un critère énergétique basé sur la théorie de la bifurcation alors que pour la striction ils utilisent la CLF. En se basant sur ces deux critères, les paramètres sont ajustés au cours de la simulation à l'aide d'une technique basée sur la logique floue. [Jansson *et al.* 2007] proposent une méthode d'optimisation adaptative basée sur une technique de surface de réponse. L'approche adaptative peut être résumée par l'organigramme présenté sur la Figure 1.14.

1.7.4 Approche basée sur une technique d'optimisation

Cette approche consiste à définir une fonction objectif à minimiser ou à maximiser avec ou sans contraintes. Une attention particulière est attribuée à cette approche puisqu'elle sera adaptée dans cette thèse. Le critère à optimiser peut porter à titre d'exemple sur la distribution de l'épaisseur finale, sur le taux d'endommagement ou par exemple sur le degré de conformité de la pièce par rapport à la matrice. [Imaninejad *et al.* 2005] définissent une fonction objectif qui porte sur la variation de l'épaisseur en imposant des contraintes sur l'aspect final de la pièce et aussi sur la contrainte plastique équivalente maximale admissible. Plusieurs auteurs ont adaptés la même philosophie par le biais d'une fonction objectif et des contraintes. [Loukus *et al.* 2007] s'intéressent à des tubes en forme de T, ils optimisent le tra-

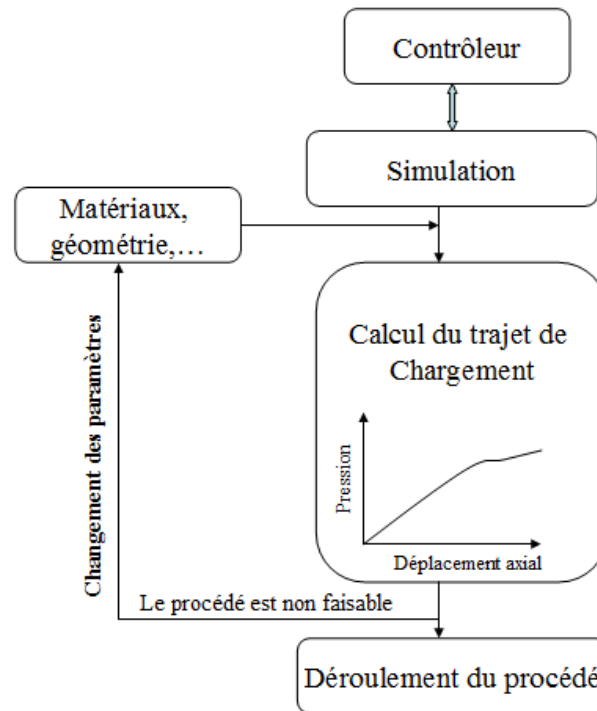


FIGURE 1.14 – Principe de l'approche adaptative

jet de chargement en imposant deux fonctions objectif. La première porte sur une minimisation entre le volume de la matrice et le volume final du tube alors que la deuxième assure une distribution uniforme de l'épaisseur finale. Dans leur problème, ils imposent une contrainte qui contrôle la contrainte équivalente dans chaque élément qui ne doit pas dépasser la contrainte ultime du matériau. [Fann & Hsiao 2003] utilisent la méthode du gradient conjugué pour optimiser un tube en forme de T. D'autres techniques ont été proposées comme celle de [Abedrabbo *et al.* 2008] qui couple la méthode des éléments finis avec une technique d'optimisation intelligente combinant une technique de recherche locale (surface de réponse ou méthode quadratique) et une technique de recherche globale (Algorithme génétique). Ces dernières années la méthode de surface de réponse a été largement utilisée pour l'optimisation des procédés de mise en forme. Celle-ci permet de palier le problème de temps de calcul tout en assurant une bonne précision sur le résultat final.

1.7.5 Limitations des approches déterministes

Les techniques d'optimisation déterministes présentées précédemment présentent quelques inconvénients vu qu'elles ne tiennent pas compte des variabilités liées au procédé. Ces variabilités peuvent avoir comme origine : les paramètres matériaux, la géométrie de la pièce, les paramètres de chargements, les conditions de lubrification ainsi que les facteurs extérieurs comme les effets de température ou d'humidité et l'usure des outils. Ne pas tenir compte de ces variabilités peut induire l'apparition

de certains types d'instabilités plastiques. L'approche déterministe ne garantit donc pas ni la stabilité ni la robustesse du procédé vis-à-vis des modes de défaillances susceptibles d'apparaître comme elle n'intègre pas les incertitudes de certains paramètres. Leur intégration dans le processus d'optimisation s'avère indispensable afin d'assurer un niveau acceptable de fiabilité. Ceci permet de diminuer d'une manière considérable le taux de pièces défectueuses. Dans le but de prendre en compte ces variabilités, de nouvelles approches ont été proposées qui permettent l'intégration de ces incertitudes comme l'approche fiabiliste et l'approche robuste.

Ces approches paraissent comme des alternatives prometteuses permettant à la fois d'optimiser le procédé et aussi de garantir un niveau de fiabilité acceptable. Cependant, la précision et la fiabilité de la méthode des éléments finis dépend fortement de la précision sur les paramètres d'entrée. En réalité, ces paramètres doivent être définis par leur moments statistiques et leur lois de probabilité. L'accès à ces informations est coûteux et nécessite une campagne d'essais pour la caractérisation du matériau ou sur la variabilité de la machine. Pour cette raison nos lois de probabilité ainsi que les coefficients de variation sont définis sous formes d'hypothèses.

1.8 Conclusions

Ce chapitre introductif nous a permis de présenter le procédé de mise en forme par hydroformage sous les deux aspects (Tube et plaque). Nous avons présenté les principales instabilités plastiques à savoir principalement le flambement, le plissement et la striction. Des critères convenables sont souvent nécessaires à implémenter pour prédire les modes de défaillances et ajuster les paramètres opératoires afin d'éviter leurs occurrences.

Ce premier chapitre, met en exergue aussi l'ensemble des techniques d'optimisation déterministes appliquées ces dix dernières années ainsi que les principaux algorithmes d'optimisation utilisés. Ces approches ne tiennent pas compte des incertitudes sur l'ensemble des paramètres liés au procédé. En réalité, les procédés de mise en forme présentent plusieurs sources de variabilités et les approches déterministes classiques ne permettent pas d'optimiser le procédé en tenant compte de ces incertitudes, ce qui ne permet pas d'assurer la stabilité d'une opération d'hydroformage. Afin de palier à ce problème, on fait appel aux approches probabilistes ou fiabilistes et à l'optimisation robuste qui permettent d'intégrer les incertitudes sur les paramètres et donnent une certaine stabilité au procédé. Ces deux approches permettent d'obtenir un procédé de mise en forme fiable et stable et diminue la sensibilité du procédé vis-à-vis des différentes incertitudes qui peuvent affecter le procédé.

Le prochain chapitre détaillera les techniques permettant le transport ou la propagation de ces incertitudes et aussi les méthodes de fiabilité permettant de statuer sur le niveau de fiabilité d'un procédé de mise en forme. Une attention particulière sera accordée pour le cas non linéaire et sur l'adaptation des techniques usuelles de fiabilité permettant de surmonter le problème des états limites implicites et des non linéarités du problème.

Techniques de propagation des incertitudes et méthodes fiabilistes

2.1 Introduction

L'optimisation des procédés de mise en forme ne cesse de jour en jour de se développer et les recherches qui visent la fiabilisation de ces procédés et leurs perfectionnements ne cessent de progresser. La simulation numérique basée sur la méthode des éléments finis est un outil puissant permettant de simuler virtuellement le procédé et permet la préparation à la phase de fabrication. Une bonne prédiction dépend essentiellement de la précision sur les paramètres d'entrée souvent entachés d'incertitudes. Ceci rend l'approche déterministe classique peu fiable à prédire correctement par exemple le niveau des contraintes ou des déformations ainsi que l'aspect final de la pièce. La prise en compte de ces incertitudes paraît incontournable pour une bonne prédiction des propriétés finales. Ceci permettrait aussi d'éviter l'occurrence de certains phénomènes indésirables ou d'instabilités plastiques potentielles. Une nouvelle alternative permettant de tenir compte de ces incertitudes est l'approche probabiliste ou fiabiliste. Un des principaux intérêts de cette approche est de proposer au concepteur une solution fiable qui reste insensible ou peu sensible aux différentes variations ou fluctuations qui peuvent affecter certains paramètres. Dans la mise en forme, ces variabilités peuvent provenir du matériau, des trajets de chargements, des problèmes de contact et de frottement entre corps rigides et corps déformables et aussi des paramètres d'environnement externes comme la température ou l'humidité. La prise en compte de ces incertitudes sur les paramètres d'entrée dans une opération de mise en forme nécessite de définir une technique permettant leurs propagations vers les spécifications de sortie qui peuvent porter sur les caractéristiques globales ou locales de la structure. Ceci nous permet d'avoir accès à la répartition des caractéristiques finales sous forme de densités de probabilité et d'associer une probabilité de défaillance pour chaque caractéristique. La Figure 2.1 permet d'illustrer la propagation des incertitudes des paramètres d'entrée vers les spécifications de sortie.

L'approche probabiliste se base essentiellement sur trois éléments principaux : une caractérisation probabiliste des paramètres incertains, la définition d'une fonction de performance ou fonction d'état limite et le choix d'une technique permettant d'évaluer cette probabilité. La caractérisation de ces paramètres est souvent inaccessible vu le coût élevé que peut engendrer une campagne d'essais. Souvent des

hypothèses sont définies concernant les types de distributions de chaque paramètre. Une autre alternative consiste à faire un nombre d'essai réduit puis d'essayer avec des moyens numériques et des tests statistiques d'identifier une densité de probabilité pour les données. Le deuxième point de l'approche probabiliste est la définition d'une fonction d'état limite. Cette dernière sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté. Souvent ces états limites sont de nature implicites en fonction des paramètres du problème. La dernière étape de l'approche probabiliste consiste à choisir une technique adéquate permettant d'évaluer la probabilité de défaillance et un algorithme pour l'optimisation. L'approche d'optimisation fiabiliste est souvent composée de deux boucles itératives. Une boucle externe permettant de chercher l'optimum et une boucle interne qui a pour rôle l'évaluation de la fiabilité de cet optimum. D'autres techniques séquentielles ont été proposées dans la littérature et qui consistent à chercher l'optimum et évaluer sa probabilité en une seule itération.

Ce chapitre fait l'état de l'art des techniques de modélisation et de propagation des incertitudes et aussi présente un florilège des principales techniques d'évaluation de la fiabilité d'une structure mécanique. Souvent, les techniques directes sont impraticables vu que le temps de calcul conséquent par éléments finis en grande déformation et aussi l'absence des états limites ou fonctions de performances implicites. Pour palier à ce problème, on introduit des métamodèles permettant d'approximer la fonction réelle. Le transport des incertitudes et l'estimation de la probabilité de défaillance à la base des métamodèles vont nous permettre par la suite l'optimisation fiabiliste ou probabiliste d'une opération de mise en forme par hydroformage.

2.2 Classification des incertitudes

Dans une opération de mise en forme, les incertitudes peuvent provenir des variations qui peuvent affecter certains paramètres (paramètres matériaux, chargements, lubrification, ...) mais aussi de l'environnement (la température, l'humidité, l'opérateur, ...). La loi de comportement peut présenter aussi certaines variations qui pour des raisons de simplification ou de méconnaissance peut ne pas être assez précise sur la description de certains aspects. La méthode des éléments finis utilisée pour simuler l'opération de mise en forme induit aussi des variabilités qu'on appelle incertitudes numériques. L'identification des différentes sources d'incertitudes et leurs quantifications est une étape cruciale dans un processus de fabrication.

2.2.1 Incertitudes sur les paramètres

Dans des problèmes de mise en forme, plusieurs paramètres sont mis en jeu. Ces paramètres portent principalement sur les paramètres matériaux (coefficient d'écrouissage, coefficient d'anisotropie, ...), les paramètres géométriques (épaisseur initiale, longueur, ...) et les paramètres liés au procédé (trajet de chargement, contact et frottement, ...). Le caractère aléatoire de certains paramètres interve-

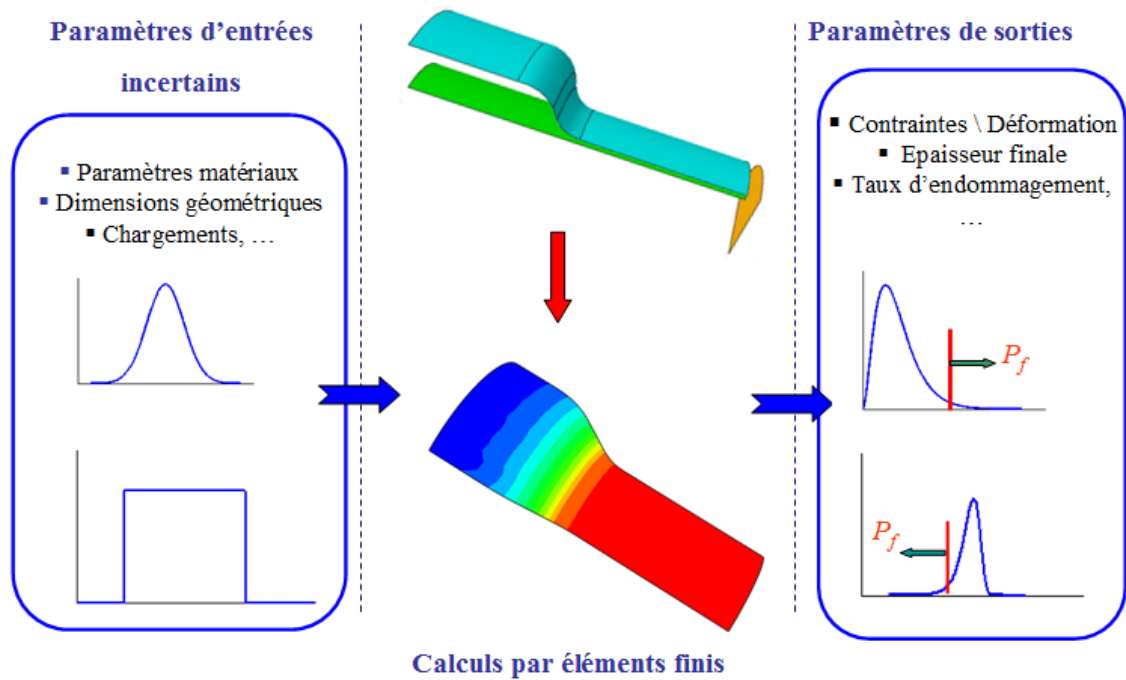


FIGURE 2.1 – Propagation des incertitudes dans la mise en forme

nant dans la mise en forme a été démontré dans plusieurs travaux de recherche qui vise la caractérisation de ces paramètres. Cependant, une détermination exacte de leurs lois de distribution par des moyens expérimentaux reste une tâche délicate et nécessite des coûts exorbitants. Souvent, un nombre d'essai limité est réalisé afin d'approximer par des moyens numériques une distribution adéquate qui peut décrire ces variations.

2.2.2 Incertitudes sur le modèle

Un modèle est par nature imparfait et ne constitue qu'une description approximative des aspects multi-physiques lors de la mise en forme des métaux. Ses prévisions peuvent donc être plus ou moins éloignées de la réalité suivant qu'il en est une représentation trop simplifiée (suppression de la variabilité temporelle ou spatiale d'un paramètre du modèle) ou trop erronée (hypothèses de base inadéquates, construction au moyen d'une forme mathématique inappropriée, ...). Afin de compenser les difficultés d'ajustement d'un modèle, une variabilité des paramètres plus grande que celle identifiée est souvent considérée par mesure de sécurité. Dans cette thèse, les variabilités liées au modèle ne sont pas prises en compte.

Dans le cas de la mise en forme, le modèle représente la loi de comportement, ceci peut ne pas bien décrire certains phénomènes, ce qui peut expliquer que les résultats prédits peuvent dès fois s'écarter de la réalité, ce qui met en question la fiabilité des outils numériques.

2.2.3 Incertitudes numériques

Ces incertitudes proviennent de la résolution numérique des équations et des formulations mathématiques. La méthode des éléments finis introduit de nouvelles sources d'incertitudes comme les paramètres numériques de résolution, la taille ou le type de l'élément, la qualité du maillage, le maillage adaptatif et la discrétisation temporelle (les paramètres de discrétisation et de résolution définis). La présence de tous ces types d'incertitudes peut être une réponse sur la mise en question de la fiabilité des codes éléments finis à prédire d'une manière fiable les caractéristiques finales d'une structure mécanique. Plusieurs sources d'erreurs sont présentes dans la simulation par éléments finis des procédés de mise en forme. [Tekkaya & Martins 2009] détaillent les sources de ces erreurs.

2.3 Intégration des incertitudes dans la mise en forme

Les méthodes employées pour la prise en compte des incertitudes peuvent être classées en deux catégories : les méthodes intrusives et les méthodes non intrusives. Les méthodes intrusives consistent à introduire les incertitudes dans le processus de calcul en les intégrant dans les matrices de rigidité et de masse. Les approches non intrusives consistent à post traiter les résultats après un ensemble de calculs qui évaluent la fonction de transfert pour plusieurs jeux de paramètres. L'intégration des incertitudes dans le processus de conception et de modélisation semble aujourd'hui incontournable si l'on cherche à obtenir des prédictions numériques fiables et exploitables dans un processus de conception et de prise de décision. Dans certains domaines comme l'industrie automobile ou aéronautique, l'effet de ces incertitudes peut avoir des conséquences lourdes et catastrophiques si on ne les maîtrise pas.

Ces dix dernières années, on a commencé à voir sur le marché les premiers codes éléments finis qui permettent de tenir compte des incertitudes sur les différents paramètres. Ces codes consistent à coupler la méthode des éléments finis avec des outils statistiques permettant d'effectuer une analyse de sensibilité du procédé vis-à-vis des différents paramètres mis en jeu et d'effectuer une prédiction sous forme de densité de probabilité des différentes sorties. A titre indicatif, on peut citer le module «AutoForm Sigma» qui inclut les caractéristiques statistiques des paramètres d'entrée et après un post traitement fournit les réponses sous forme de distributions permettant d'avoir une idée sur la répartition de la réponse et aussi une évaluation de la fiabilité du procédé. [Souza & Rolfe 2008] utilisent «AutoForm Sigma» dans le but de minimiser l'effet du retour élastique considéré comme un mode de défaillance. Ils concluent que le retour élastique est sensible vis-à-vis de la limite élastique du matériau et du coefficient d'écrouissage. [Ganter & Kuzman 2005] combinent la méthode des éléments finis avec une stratégie basée sur des simulations de Monte-Carlo. Ils appliquent leur stratégie pour l'emboutissage d'une plaque rectangulaire. Ils utilisent la courbe limite de formage (CLF) comme un critère de localisation pour l'amincissement et tolèrent

un amincissement de l'ordre de 20%. Pour le plissement, ils comparent la hauteur de plis par rapport à une valeur critique définie selon leurs expériences. Ces derniers définissent un procédé de mise en forme comme étant stable lorsque des légères variations qui peuvent affecter les paramètres matériaux, les conditions de lubrification et les paramètres de chargements ne conduisent pas à l'apparition des instabilités plastiques. Dans le même contexte, [Zhang & Shivpuri 2009] ont effectué une analyse probabiliste permettant de minimiser les probabilités d'occurrence du phénomène de rupture et de plissement dans le cas de l'emboutissage. Cette approche consiste à construire un indice de performance à maximiser.

les travaux cités précédemment montre que la prise en compte des incertitudes au cours du procédé permet d'assurer la stabilité du procédé. L'optimisation stochastique du problème requiert un grand nombre d'évaluations de la réponse du système, associé à un temps de calcul fastidieux. Pour contourner ce problème certains se basent sur des métamodèles générés avec une technique de surface de réponses ou d'autres techniques d'approximation. Par la suite des simulations Monte Carlo sont effectuées sur les modèles prédits pour estimer le niveau de fiabilité d'un tel procédé.

2.4 Modélisation des incertitudes

Dans ce paragraphe, on présente un panel des différentes méthodes développées permettant la modélisation des incertitudes dans des problèmes de mécanique linéaires et non linéaires. Suivant le problème traité, une méthode peut être mieux adaptée qu'une autre. En réalité, il existe une variété de méthodes permettant la modélisation et la propagation de ces incertitudes. Ces méthodes peuvent être classées en deux catégories : les méthodes probabilistes ou stochastiques et les méthodes non probabilistes comme la théorie des intervalles, la modélisation convexe et la logique floue. Dans la suite nous nous intéressons aux principales techniques utilisées par la communauté scientifique.

2.4.1 Approche probabiliste

L'approche probabiliste est couramment utilisée pour la modélisation d'incertitudes dans des problèmes d'optimisation des structures [Schueller 2001], [Doltsinis & Rodic 1999]. La densité de probabilité et la fonction de répartition sont utilisées pour définir l'occurrence de certaines quantités stochastiques incertaines par nature. La description statistique d'une variable aléatoire X peut être donnée soit par la fonction de répartition ou par la densité de probabilité (Équation 2.1).

$$P[X \leq x] = F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (2.1)$$

avec :

- $P[\cdot]$: la probabilité d'occurrence d'un évènement ;
- X : variable aléatoire de réalisations possibles x_i ;
- $F_X(x)$: fonction de répartition de la variable aléatoire X ;
- $f_X(x)$: densité de probabilité ;

La densité de probabilité de la variable aléatoire X peut être aussi caractérisée avec ses moments statistiques et plus particulièrement par ses deux premiers moments : la moyenne $\mu(X)$ ou $E(X)$ et la variance $Var(X)$ notée aussi par $\sigma^2(X)$.

Les deux premiers moments sont donnés par les équations suivantes :

$$\mu(X) = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.2)$$

$$\sigma^2(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu(X))^2 dF_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu(X))^2 f_X(x) dx \quad (2.3)$$

Plusieurs types de distributions sont utilisés pour représenter ces variabilités. Les lois usuelles largement adoptées pour modéliser ces quantités physiques dont la loi normale, lognormal et Weibull. Une bonne caractérisation d'une variable aléatoire nécessite un panel important d'informations et souvent d'effectuer une campagne d'essai assez coûteuse. Dans le cas de la mise en forme, une bonne caractérisation de ces distributions nécessite une base de donnée assez riche sur les paramètres matériaux ou sur les trajets de chargements. L'accès à ces informations pose souvent un vrai problème. Souvent des méthodes numériques ou des échantillons de taille réduite moyennant une technique d'ajustement sont la plupart du temps utilisés. En réalité, certains paramètres aléatoires ne peuvent pas être représentés par des lois de probabilité. Pour cette raison, on trouve les approches non probabilistes qui permettent une représentation plus judicieuse de ces variabilités. Ces techniques ne nécessitent pas de supposer une densité de probabilité pour la variable aléatoire.

2.4.2 Arithmétique des intervalles

L'arithmétique des intervalles est considérée comme la première approche non probabiliste. L'incertitude varie dans un intervalle défini par une valeur minimale et une valeur maximale (Équation 2.4).

$$\mathbf{X} = [x_{min}, x_{max}] = \{x \in \mathbb{R} | x_{min} \leq x \leq x_{max}\} \quad (2.4)$$

En connaissant les intervalles de variation des paramètres incertains, on peut déterminer facilement l'intervalle de variation des sorties. Cette approche nécessite moins d'information par rapport à l'approche probabiliste et ne s'intéresse qu'aux valeurs extrêmes. Cependant, elle présente quelques inconvénients : elle ne permet pas une bonne représentation de la façon dont les incertitudes évoluent. Elle ne permet pas

de déterminer le nombre d'occurrence de certaines variables. En plus, il est difficile de définir pour un paramètre incertain les limites de variations sans définir un intervalle de confiance.

2.4.3 Modélisation convexe

Cette méthode a été proposée afin de contourner le problème de manque d'information. Dans cette technique, les incertitudes varient dans un ellipsoïde ou un hyper cube multidimensionnel. Le modèle convexe peut être supposé comme une extension des arithmétiques des intervalles.

2.4.4 Ensemble flous et logique flous

La logique floue est une généralisation et une amélioration de la théorie des intervalles. Dans la théorie des intervalles les incertitudes sont caractérisées par un ensemble de réalisation qui se base sur une logique booléenne. Dans la logique floue, la notion d'intervalle est prolongée avec une nouvelle composante qui permet d'affecter une valeur entre $[0,1]$ à la valeur d'incertitude. Les valeurs de l'intervalle $x \in [x_{min}, x_{max}]$ sont calibrées avec une fonction d'appartenance $\mu_{\Omega}(x)$ qui varie sur l'intervalle $[0,1]$ et qui décrit le degré d'appartenance au domaine faisable Ω . La définition d'une fonction intermédiaire permet une modélisation plus riche en terme d'information ce qui lui permet une meilleure représentativité des sorties en comparaison à la théorie des intervalles.

Cette approche a été adaptée par [Kleiber *et al.* 2004] en considérant les incertitudes sur la courbe limite de formage afin d'estimer la probabilité de défaillance dans une opération d'emboutissage. Plusieurs travaux ont utilisés cette approche notamment dans des opérations de mise en forme [Garcia 2005], [De-Munck *et al.* 2008]. La logique floue a été utilisée dans de nombreux travaux de recherche pour la modélisation et la propagation des incertitudes dans des problèmes de mécanique. [Rao & Reddy 2006] ont utilisé cette théorie en calcul de structure en considérant les paramètres de chargement et les propriétés matériaux comme aléatoires.

2.4.5 Approche non paramétrique

Cette approche a été proposée par [Soize 2003] dans le cadre de la dynamique de structures. Elle permet d'inclure les incertitudes dans les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement intervenant dans les équations de la dynamique. Les densités de probabilité de ces matrices sont construites suivant le principe du maximum d'entropie [Soize 2000].

2.4.6 Approche non probabiliste ou possibiliste

Les approches non probabilistes ont été développées dans le cadre de l'optimisation des structures mécaniques où les densités de probabilité ne sont pas connues ou leurs déterminations nécessitent un coût élevé. Ces méthodes sont connues sous le nom des approches possibilistes [Beyer & Sendhoff 2007], [De-Munck *et al.* 2008]. Dans un contexte d'optimisation le recours à ces approches ne nécessite pas une connaissance à priori des lois de probabilité.

2.5 Techniques de propagation des incertitudes

2.5.1 Décomposition en série de Taylor

La propagation des incertitudes peut être effectuée à travers plusieurs techniques. La première approche proposée ici est la décomposition en série de Taylor. Cette méthode permet de déterminer les deux premiers moments. On considère une fonction de transfert notée par f . On définit un vecteur de variable aléatoire $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de n paramètres incertains. La décomposition en série de Taylor au voisinage de la moyenne $\mu(x) = (\mu_1, \mu_1, \dots, \mu_n)$ conduit à l'expression suivante :

$$f(X) = f(\mu_x) = \sum_{i=1}^n \partial f / \partial x_i(\mu_x)(x_i - \mu_i) + o(\|X - \mu_x\|) \quad (2.5)$$

A partir de l'équation (2.5), il est possible de déduire la moyenne μ_Y et l'écart type σ_Y pour la variable de sortie Y image de X à travers le processus $f(\cdot)$. En effet :

$$\mu_Y = E[Y] = E[f(\mu_x) + \sum_{i=1}^n (\partial f / \partial x_i(\mu_x))(x_i - \mu_i) + o(\|X - \mu_x\|)] \quad (2.6)$$

$$\approx f(\mu_x + \sum_{i=1}^n \partial f / \partial x_i|_{\mu_x}(E[x_i] - E[\mu_i])) \quad (2.7)$$

Du fait que $E[x_i] = \mu_i$ et $E[\mu_i] = \mu_i$, on obtient finalement l'équation suivante :

$$\mu_Y = f(\mu_x) \quad (2.8)$$

L'écart-type est donné par l'équation suivante :

$$\sigma_Y^2 = E[(Y - \mu_Y)^2] \approx E\left[\left(\sum_{i=1}^n a_i(x_i - \mu_i)\right)^2\right] \quad (2.9)$$

$$\approx E\left[\sum_{i=1}^n a_i^2(x_i - \mu_i)^2 + \sum_i \sum_j a_i a_j (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)\right] \quad (2.10)$$

avec : $a_k = \partial f / \partial x_k|_{\mu_x}$

L'identification dans cette expression des termes correspondants aux écart-types σ_i et aux covariances σ_{ij} des divers paramètres d'entrée conduit finalement à l'équation (2.11) :

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^n (\partial f / \partial x_i) \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\partial f / \partial x_i) (\partial f / \partial x_j) \sigma_{ij} \quad (2.11)$$

Dans le cas où les variables d'entrée sont indépendantes, l'expression se simplifie puisque $\sigma_{ij} = 0$. La généralisation de ces relations à plusieurs paramètres de sortie Y_k dont chacun est relié aux paramètres d'entrée x_i par un processus f_k , permet finalement d'obtenir la loi de propagation d'incertitudes s'exprimant sous la forme matricielle suivante :

$$C_Y = F_X \times C_x \times F_X^t \quad (2.12)$$

avec :

- C_Y : la matrice de covariance des paramètres de sortie de dimension $p \times p$;
- C_x : la matrice de covariance des paramètres d'entrée de dimension $n \times n$;
- F_X : la matrice jacobienne des processus f_k de dimension $p \times n$;

Cette approche a été utilisée par [Bing *et al.* 2007a] pour effectuer une estimation de la probabilité de défaillance dans le cas de la mise en forme par hydroformage d'un tube simple. Cette approche ne fournit que des informations sur les deux premiers moments statistiques de la distribution de sortie. Souvent ces deux paramètres ne permettent pas de bien caractériser le type de distribution de la variable de sortie sauf si on met l'hypothèse que celle-ci suit une loi normale.

2.5.2 Méthodes des éléments finis stochastiques

C'est au début des années 80 qu'apparaît les premiers travaux qui consistent à combiner les incertitudes dans un calcul par éléments finis connue avec la méthode des éléments finis stochastique. Les avancées au niveau des moyens numériques ont permis que cette approche soit viable. Elle consiste à inclure les incertitudes qui peuvent affecter les variables d'état, ce qui permet une analyse stochastique des sorties. Cette méthode repose sur des développements en série des quantités stochastiques comme la matrice de rigidité ou des déplacements nodaux qui dépendent des paramètres incertains comme les propriétés matériaux ou de chargements. Deux approches distinctes sont largement utilisées : une méthode classique dont les différentes formes emploient des développements en série de Taylor, une technique de perturbation ou un développement en série de Neumann. La deuxième est la méthode spectrale développée par [Ghanem & Spanos 2000] combinant le chaos polynomial et un développement de Kharunen-loeve.

2.5.3 Polynômes de Chaos

Plusieurs travaux ont fait appel aux polynômes de chaos pour des problèmes de transport d'incertitudes dans plusieurs domaines. Les représentations par chaos po-

polynôme des variables aléatoires non gaussiennes ou de processus aléatoires sont des séries infinies de polynômes d'Hermite multidimensionnels ψ_i de variables aléatoires gaussiennes $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$. L'approximation par chaos polynomial est donnée par l'équation :

$$Y = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \psi_i(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \quad (2.13)$$

Le principe de la méthode consiste à projeter la réponse considérée sur une base de polynôme orthogonaux. L'espace de travail considéré est un espace de Hilbert.

2.5.4 Technique de krigeage

Le krigeage est une technique d'interpolation qui permet de prédire les variables inconnues. En d'autres termes, le krigeage est une combinaison linéaire des différentes sorties moyennant un coefficient de pondération. Les valeurs de ces coefficients dépendent de la distance entre la valeur prédite et la valeur réelle. Plus les valeurs se rapprochent plus le coefficient est grand. La construction du modèle nécessite de choisir une fonction de corrélation, plusieurs types de fonction peuvent être utilisés. Suivant le type de la fonction de corrélation, celle-ci peut approximer plus ou moins bien les données réelles. Pour plus de détails concernant la technique de krigeage, le lecteur pourra se référer aux travaux suivants [Khodaparast *et al.* 2011], [Kleijnen 2009].

2.5.5 Réseaux de neurones

Les techniques de réseaux de neurone ont été utilisées pour la résolution de différents types de problèmes complexes et de grandes dimensions. Autre l'optimisation, la construction du réseau de neurone a été utilisé aussi notamment dans des études fiabilistes. [Papadrakakis & Lagaros 2002] combinent la technique de réseau de neurones avec des simulations de Monte Carlo dans des problèmes d'optimisation fiabiliste des structures.

2.5.6 Technique de surface de réponse

Vu le coût élevé d'un calcul réel, on est souvent contrarié à remplacer le modèle réel par un modèle approché ou métamodèle afin de pouvoir optimiser ou estimer la fiabilité d'une structure mécanique. Plus le phénomène est complexe et présente de fortes non linéarités plus la surface de réponse a tendance à s'écarter du modèle réel et à décrire d'une manière imprécise certaines formes locales. La présence des non linéarités nous pousse à modéliser la réponse par des modèles polynomiaux de degré supérieur ou égale à deux. Dans cette thèse, cette technique est choisie comme une méthode pour la propagation des incertitudes vu sa simplicité et son coût réduit. La construction de ces métamodèles nécessite la définition d'un plan d'expérience numérique permettant d'estimer la réponse pour chaque jeu de paramètres. La détermination des coefficients se fait par des techniques de régression multilinéaire.

Dans cette thèse l'utilisation des surfaces de réponse va être étendue aussi dans la construction des fonctions objectif et des contraintes utilisées par la suite dans le processus d'optimisation fiable dit aussi probabiliste et aussi pour l'optimisation robuste du procédé. Vu le coût élevé de l'estimation de la fonction objectif, le recours à la technique de surface de réponse peut être une alternative intéressante permettant de résoudre efficacement le problème d'optimisation fiable. Pour plus de détails sur les surfaces de réponse et sur la technique de plan d'expérience, le lecteur pourra se référer aux travaux de [Myers & Montgomery 1995]. En réalité plusieurs techniques ont été développées permettant de construire des plans d'expérience. Le choix du plan d'expérience dépend de la nature du problème et de la complexité du modèle à prédire. Dans ce qui suit nous présentons un florilège sur les principaux types de plans utilisés avec leurs avantages et leurs inconvénients.

2.6 Plan d'expérience numérique

La notion de plan d'expérience a été largement adoptée dans le cas où l'évaluation d'une fonction nécessite un temps fastidieux surtout dans un processus itératif d'optimisation où la convergence de l'algorithme nécessite un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif pour converger. La précision d'un métamodèle dépend du nombre de points définis et de leurs répartition dans l'espace de variations des paramètres incertains ou des variables d'optimisation.

La construction de la surface de réponse passe par la définition d'un plan d'expérience ajusté. Le choix du plan d'expérience précise le nombre de simulations déterministes nécessaires permettant l'ajustement de la surface de réponse. En réalité, il n'y a pas de critère précis afin de nous guider sur le type de plan à choisir ou sur la répartition de l'ensemble des points dans l'espace de définition. Une répartition assez uniforme permet d'accroître la précision du métamodèle et de mieux se rapprocher du modèle réel. Le nombre de points choisis doit être suffisant pour identifier l'ensemble des coefficients. On présentera dans la suite les principaux types de plans utilisés dans la littérature.

2.6.1 Plan factoriel complet

Le plan factoriel consiste à évaluer la réponse pour toutes les combinaisons des différents paramètres aux différents niveaux. Ce type de plan fournit un panel important d'information sur l'effet des différents paramètres et aussi sur les différentes interactions entre les différents paramètres. L'inconvénient majeur de ce type de plan est le nombre de simulations important qui augmente avec le nombre de variables. Pour cela il est peu adapté dans des problèmes industriels où plusieurs paramètres sont mis en jeu.

2.6.2 Plan composite centré

Le plan composite centré est largement utilisé vu sa robustesse. Il assure une meilleure représentativité des données dans l'espace de conception, ce qui permet une bonne précision du modèle approximé. Ce type de plan nécessite $2^n + 2n + n_c$ points, n représente le nombre de paramètres, 2^n est le nombre de sommets, $2n$ points suivant les axes distant à une distance du centre et n_c points au centre. Le point au centre permet de donner le caractère quadratique. La Figure 2.2 représente trois types différents de plans composites centrés : circonscris, inscrits, et cubique.

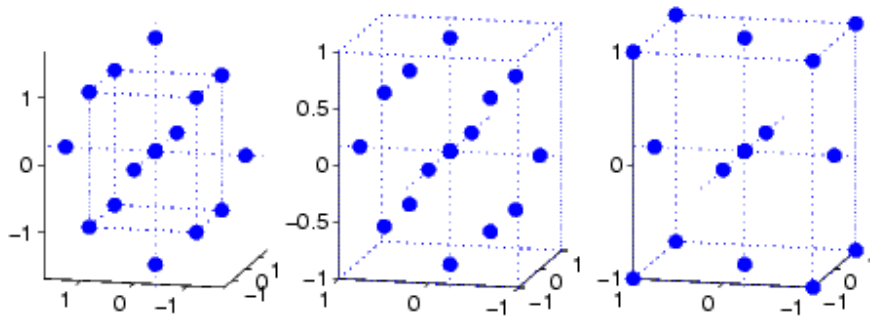


FIGURE 2.2 – Plan composite centré pour 3 variables

2.6.3 Plan Box-Behnken

Ce type de plan est largement utilisé dans la littérature. Il nécessite moins de calcul par rapport à un plan composite centré. Il consiste à définir les différents paramètres à trois niveaux pour construire une surface du second ordre. Ce type de plan existe juste pour un nombre de facteurs allant de 3 à 7. Les points se trouvent au milieu des arêtes de chacun des cotés de cube. Pour 3 facteurs ce type de plan comporte 12 expériences, auxquels on peut ajouter un ou plusieurs points centraux.

2.6.4 Plan Latin Hypercube

Ce type de plan assure une répartition régulière des points définis. Son principe consiste à subdiviser le domaine à des intervalles équiprobables et de sélectionner dans chaque sous domaine une valeur. Avec ce type de plan, on est certains de balayer l'ensemble du domaine. Il présente certains avantages comme plusieurs points et plusieurs combinaisons sont étudiés pour un même facteur. Il permet aux concepteurs de choisir d'une manière libre le nombre des essais ou de simulations à effectuer. Cependant, il présente comme même quelques inconvénients comme sa non reproductibilité vu le caractère aléatoire dont on génère les différentes réalisations et

moins on définit de points plus la probabilité de ne pas bien couvrir l'espace de recherche augmente. La Figure 2.3 montre deux configurations différentes d'un plan Latin Hypercube pour deux variables A et B.

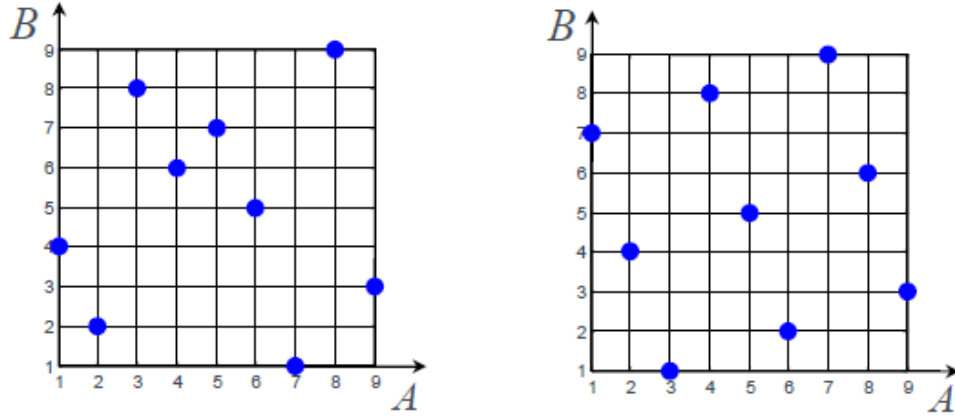


FIGURE 2.3 – Plans de type Latins Hypercubes

2.6.5 Analyse de la robustesse des métamodèles

Le modèle prédit ne représente qu'une approximation du modèle réel construit à partir d'un nombre finis de point dans l'espace de variation. Même, en définissant un grand nombre de points dans cet espace, le métamodèle n'arrive pas toujours à bien décrire d'une manière précise la surface réelle. Pour cette raison, on définit des indicateurs statistiques qui permettent d'évaluer ces métamodèles ainsi que leur robustesse basée sur une analyse de la variance. Souvent, on estime le coefficient de détermination et le coefficient de détermination ajusté définis par les équations suivantes pour estimer la robustesse des métamodèles.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.14)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2) \quad (2.15)$$

avec :

- y_i : la réponse réelle ;
- $\hat{y}_i$: la réponse prédite ;
- $\bar{y}$: la moyenne des réponses réelles ;
- n : le nombre total des simulations ;
- p : le nombre de paramètres du modèle ;

Une fois le modèle est validé statistiquement, des simulations de Monte Carlo peuvent être générées pour approximer la densité de probabilité. A partir de cette

densité, les moments statistiques peuvent être aussi déterminés. Cette étape de validation est cruciale, vu que la précision du résultat que ce soit dans une démarche d'évaluation de la probabilité de défaillance ou d'optimisation dépend fortement de niveaux de précision associé au métamodèle. Une erreur minime peut changer le chemin de convergence.

2.7 Introduction à la fiabilité

2.7.1 Concept de base

L'analyse fiabiliste d'un procédé de mise en forme porte sur deux aspects fondamentaux : une modélisation probabiliste pertinente des aléas obtenue soit à l'aide d'une campagne d'essais ou à l'aide des approches numériques et le développement de méthodes de calcul robustes pour leurs prises en compte.

Notons par $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}^T$ le vecteur des variables aléatoires. La probabilité de défaillance est calculée dans l'espace physique à l'aide de la densité conjointe de probabilité $f_X(x)$ des variables aléatoires. Dépendant des valeurs des variables aléatoires, le critère de défaillance est souvent exprimé par la fonction $G(X) = 0$ qui définit une hyper-surface (Figure 2.4) séparant le domaine de défaillance du domaine de sûreté. Cette surface divise l'espace en deux domaines distincts : le domaine de défaillance donné par $\{\Omega_f = X : G(X) \leq 0\}$ et le domaine de sûreté où le procédé se déroule sans apparition des instabilités plastiques données par $\{\Omega_s = X : G(X) > 0\}$.

Ainsi la probabilité de défaillance est calculée au moyen de cette intégrale :

$$P_f = P[X \in \Omega_f] = P[G(X) \leq 0] = \int_{\Omega_f} f_X(x) dx \quad (2.16)$$

Dans le cas où les paramètres aléatoires sont nombreux, le calcul ou l'estimation de cette intégrale pose une difficulté. Une intégration directe est presque impossible. Souvent, on a recours à des simulations de Monte Carlo directe ou combinée à des techniques de réduction de la variance. D'autres techniques comme les méthodes d'approximations peuvent être aussi appliquées après une approximation des états limites.

L'approche communément connue et appliquée par la communauté scientifique afin d'estimer cette probabilité de défaillance consiste à transformer le problème dans un espace normé à l'aide d'une transformation isoprobabiliste $U = T(x)$. Dans l'espace normé la probabilité de défaillance est donnée en fonction des densités conjointes de probabilité $f_U(u) = \prod_{i=1}^n \phi(u_i)$ qui est le produit de n densités de probabilité standards normales $U_i = T_i(x)$. Aussi la fonction d'état limite est transformée dans l'espace normé : $u, g(x) = 0 \rightarrow h(u) = g(T^{-1}(u)) = 0$.

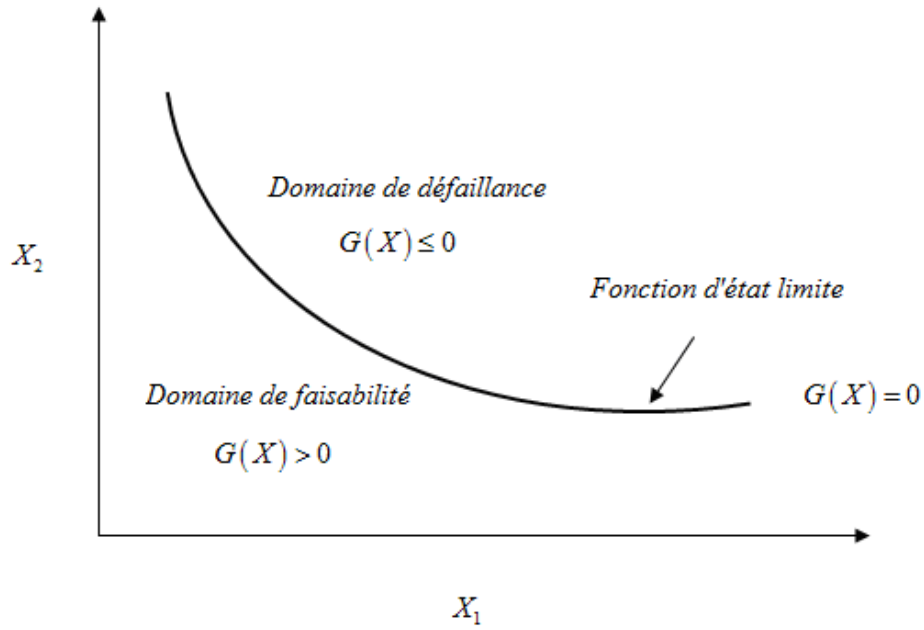


FIGURE 2.4 – Définition de la fonction d'état limite

Finalement la probabilité peut être calculée par la formule suivante :

$$P_f = P[h(U) \leq 0] = \int_{u: h(u) \leq 0} f_U(u) du \quad (2.17)$$

La symétrie axiale de la fonction conjointe de probabilité $f_U(u)$ assure que pour

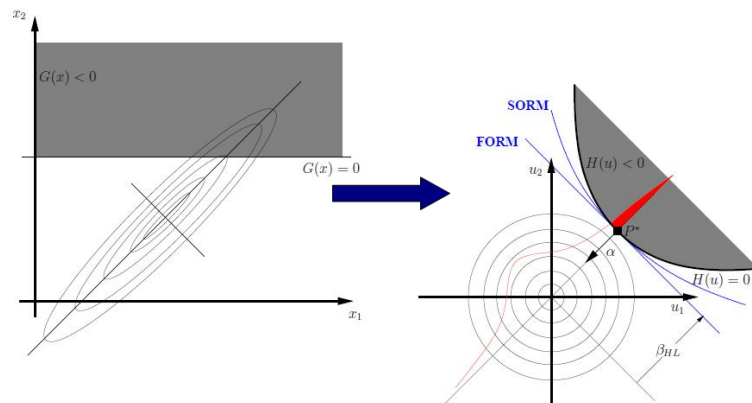


FIGURE 2.5 – Passage de l'espace physique à l'espace normé : transformation isoprobabiliste

une fonction linéaire $l(u) = \beta - \alpha^T u = 0$, l'expression suivante est vraie :

$$P_f = P[l(U) \leq 0] = \int_{u:l(u) \leq 0} f_U(u) du = \phi(-\beta) \quad (2.18)$$

$-\alpha, i = 1, 2, \dots, n$ sont les composantes du gradient normalisé de l'hyperplan $l(u) = 0$, i.e. $\alpha^T \alpha = 1$, $\beta = \text{sign}[l(0)]\delta$, δ est la distance entre l'hyperplan et l'origine de l'espace normé, et ϕ est la distribution normale standard.

Une estimation de la probabilité de défaillance passe par une approximation linéaire de la surface d'état limite $h(u) = 0$ au point de conception ou point de défaillance le plus probable noté u^* : le point le plus proche de l'origine. Cette approche est connue sous le nom de la méthode FORM (First-Order Reliability Method) avec β l'indice de fiabilité [Haldar & Mahadevan 2000]. Cette méthode est basée sur un problème d'optimisation consistant à chercher le point de conception u^* . Les coordonnées de ce point représentent en fait la pire combinaison des paramètres stochastiques synonyme d'une probabilité de défaillance importante.

Le problème d'optimisation peut être formulé de la manière suivante :

$$\begin{cases} \min \|u\| \\ \text{tel que : } h(u) \leq 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

La résolution de ce type de problème a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches. Deux programmes d'optimisation non linéaire sont la plupart du temps utilisés : l'algorithme de Rackwitz Fiessler et l'algorithme NLPQL. Puisque la fonction d'état limite est non différentiable dans la mise en forme, les algorithmes non linéaires basés sur le calcul du gradient ne peuvent pas être utilisés. Une méthode alternative permet de contourner ce problème est la technique de simulation de Monte-Carlo. Cette approche nécessite un nombre conséquent de simulations pour évaluer avec une bonne précision la probabilité de défaillance. L'utilisation directe de cette méthode est impossible dans le cas de la mise en forme. Pour cela on utilise une technique de surface de réponse : cette méthode se base sur une approximation non linéaire de la surface d'état limite reliant U et $h(U)$ pour n composantes données sous cette forme $[u_1, y_1 = h(u_1)], [u_2, y_2 = h(u_2)], \dots, [u_N, y_N = h(u_N)]$ qui peuvent être définies par l'équation suivante :

$$Y = AB + \varepsilon \quad (2.20)$$

avec :

- B : le vecteur des coefficients inconnus ;
- Y : le vecteur des valeurs de la fonction d'état limite ;
- ε : un vecteur d'erreur ;

L'approche de surface de réponse est basée sur la formule récursive de Rackwitz-Fiessler :

$$u^{(k+1)} = \frac{1}{\|\nabla h(u^{(k)})\|} [\nabla h^T(u^{(k)})u^{(k)} - h(u^{(k)})] \nabla h(u^{(k)}) \quad (2.21)$$

avec le critère de convergence suivant : $|u_i^{k+1} - u_i^k| \leq \varepsilon$ pour toutes les variables.

2.7.2 Fonction de performance

La fonction performance dite aussi fonction d'état limite sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté. Dans le cas où celle-ci est donnée sous une forme explicite, l'estimation de la probabilité de défaillance devient facile et directe, moyennant un nombre fini d'évaluations. Cependant, dans des problèmes non-linéaires comme la mise en forme, cette fonction est souvent implicite et fait appel à un code éléments finis pour son évaluation. Ceci complexifie le problème et engendre un coût de calcul exorbitant. Dans des situations similaires, on utilise souvent des techniques d'approximation afin de construire un modèle représentatif de la surface réelle. La complexité du problème peut s'intensifier dans le cas où plusieurs fonctions d'état limites sont imposées. Dans le cas de la mise en forme, ces états limites portent sur les modes de défaillance ou les types d'instabilités susceptible d'apparaître durant la mise en forme. Au long de ces travaux de thèse, on suppose que les modes de défaillance probables sont indépendants. Le but est de simplifier le problème, les fonctions objectif ainsi que les fonctions de performance ou (contraintes) sont approximées avec des modèles quadratiques.

2.8 Méthodes de calcul fiabiliste

Ce paragraphe fait l'état de l'art des méthodes de fiabilité les plus utilisées permettant de statuer d'une manière précise sur la probabilité de défaillance. Ces méthodes ont pour objectif de déterminer le niveau de confiance d'une structure, en choisissant a priori les paramètres incertains et en définissant une fonction d'état limite. Au fil des années, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature, permettant d'évaluer la fiabilité. Ces méthodes sont efficaces et robustes pour traiter des problèmes de calcul de structures simples. Parmi les méthodes les plus utilisées, on cite à titre indicatif : les simulations de Monte Carlo qui reste la méthode la plus simple et aussi la plus robuste. On trouve également les méthodes d'approximation (First Order Reliability Method/Second Order Reliability Method), ou les machines à vecteur support (SVM). Ces techniques présentent quelques limitations surtout lorsqu'il s'agit des problèmes non linéaires comme dans le cas de la mise en forme. L'adaptation de ces méthodes s'avère nécessaire pour leurs exploitations. Souvent un appel à la technique de surface de réponse ou d'autres techniques permettant d'approximer la fonction d'état limite est indispensable pour résoudre un problème de grand dimensions et ayant une multitude de paramètres incertains.

2.8.1 Simulation de Monte Carlo

Les simulations Monte Carlo sont largement utilisées pour estimer la fiabilité dans le domaine du génie civil et en calcul de structures. Les principaux avantages de cette méthode sont sa facilité de mise en œuvre et sa robustesse. Son principe est simple : elle consiste à effectuer des tirages aléatoires des variables de conception ou variables aléatoires puis à évaluer la réponse du système. L'évaluation de la probabilité de défaillance ne nécessite pas beaucoup de temps de calcul. Cependant, elle devient fastidieuse dans le cas où celle-ci est exprimée implicitement et lorsque des calculs par éléments finis sont mis en jeu tel que dans le cas de la mise en forme où une seule évaluation de la réponse peut prendre un temps de calcul important.

Dans ce genre de situation la méthode de Monte-Carlo sous sa forme classique devient impraticable et le recours à des techniques d'approximation est obligatoire. La Figure 2.6 résume la méthode de Monte Carlo. Notons par $G(X, d)$ la fonction d'état limite et qui sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté, avec X représente la vecteur des paramètres incertains et d le vecteur des paramètres d'optimisation. On génère par la suite une population de taille N et on évalue par la suite la probabilité de défaillance.

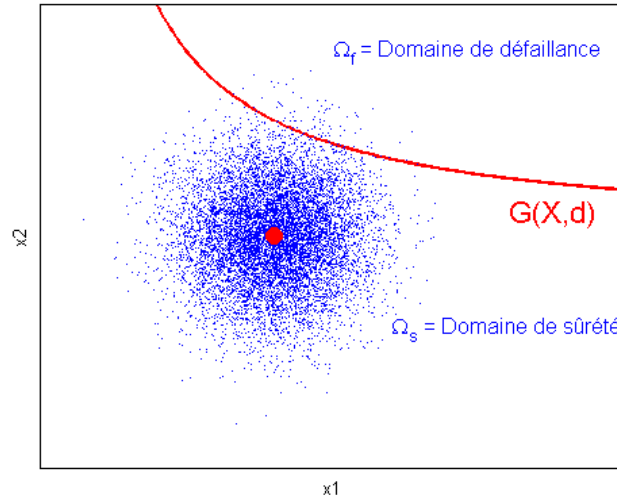


FIGURE 2.6 – Principe des simulations Monte-Carlo

Finalement l'estimation de la probabilité de défaillance par la méthode de Monte Carlo revient à évaluer l'expression suivante :

$$P_f = \int_{\Omega_f} I[g(x) \leq 0] f_x dx \equiv E_f I[\dots] \quad (2.22)$$

$$I[u] = \begin{cases} 1, & \text{si } u \in \Omega_f ; \\ 0, & \text{si } u \in \Omega_s ; \end{cases}$$

L'estimation de la précision de la probabilité de défaillance par la méthode de Monte-Carlo est donnée par la formule suivante :

$$\varrho = 2 \times \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \times P_f}} \quad (2.24)$$

avec :

- N : le nombre des simulations à effectuer ;
- P_f : la probabilité de défaillance estimée ;

Afin de rendre la méthode de Monte Carlo viable dans des problèmes gourmands en temps de calcul comme la mise en forme. Souvent la fonction d'état limite est remplacée par un métamodèle généré avec une technique d'approximation (surface de réponse, krigeage, ...), dès lors, la probabilité de défaillance devient facile. Cette approche est souvent critiquée puisque les métamodèles ne représentent qu'une approximation de la fonction réelle. Ce problème s'intensifie pour les faibles probabilités de défaillance. En effet, pour les faibles probabilités de défaillance un nombre faible de simulations peut totalement fausser le résultat. L'intérêt majeur de cette technique est qu'elle tient compte de la nature des distributions des paramètres aléatoires à l'encontre des techniques d'approximation détaillée ultérieurement.

2.8.2 Simulation Monte Carlo avec tirage d'importance

La taille de l'échantillon peut être réduite en adoptant des techniques d'échantillonnage permettant la réduction de la taille de l'échantillon tout en gardant une précision au niveau du résultat. Le concept d'échantillonnage connu sous le terme anglophone « importance sampling » découle d'une simple modification de l'équation (2.22) qui devient :

$$P_f = \int_{\Omega_f} I[g(x) \leq 0] \frac{f_x(x)}{h_x(x)} h_x dx \equiv E_h I[\dots] \frac{f_x}{h_x} \quad (2.25)$$

Avec la fonction $h(x)$ appelée «importance sampling distribution» dans l'équation (2.25). E_h dépend maintenant de la fonction h_X , l'estimation de Monte Carlo de l'équation revient maintenant à calculer :

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N N I[g(x_j)] \leq 0 \frac{f_x(x_j)}{h_x(x_j)} \quad (2.26)$$

Les x_j sont distribués selon h_X et non pas selon f_X . Dans ce cas la distribution de l'échantillon est découplée de la distribution des variables. Une stratégie d'échantillonnage est utilisée et le type de distribution h_X est choisi de telle sorte que les

échantillons seront concentrés dans la région qui permet de déterminer l'intégrale. La distribution de l'échantillon qui optimise l'efficacité peut être trouvée par :

$$h_X^{opt} = \frac{I[g(x) \leq 0]f_x(x)}{P_f} \quad (2.27)$$

qui est la distribution des variables X tronqué dans la région de défaillance Ω_f et échelonné par P_f . Ce choix paraît impossible puisque le domaine de défaillance n'est connu qu'implicitement, donc la probabilité de défaillance n'est pas connue. Plusieurs techniques d'échantillonnage ont été proposées. La plus connue consiste à translater la distribution f_X de l'échantillonnage adaptatif. La méthode de Monte Carlo comme on l'a vue précédemment nécessite un nombre assez important de simulations pour avoir une bonne précision sur la probabilité de défaillance. Pour surmonter cette difficulté, beaucoup de stratégies ont été proposées, comme le tirage d'importance ou le latin hyper-cube. Ces stratégies permettent de diminuer d'une manière drastique le nombre de simulations en appliquant une technique d'échantillonnage intelligente (réduction de la variance).

2.8.3 Méthodes d'approximation FORM/SORM

Les méthodes d'approximation FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method) nécessitent la définition d'un état limite ou fonction de performance notée souvent par G . Ces techniques nécessitent le développement de la fonction de performance au premier ordre et au second ordre respectivement. Elles consistent à calculer un indice de fiabilité noté la plupart du temps par β . Ces méthodes sont basées sur la recherche du point de défaillance le plus probable connu sous le nom «Most Probable Failure Point MPP». La Figure 2.7 illustre la méthode d'approximation au premier ordre FORM et au second ordre SORM.

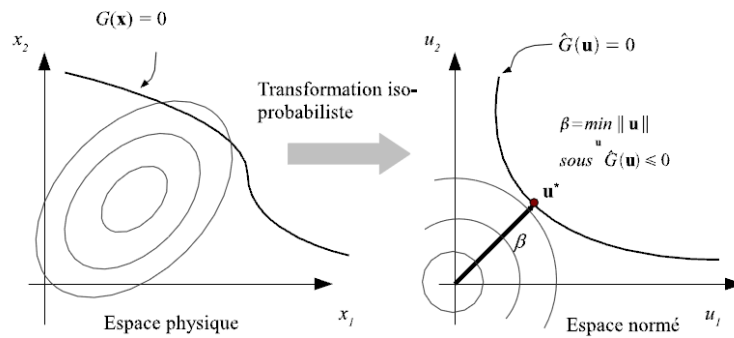


FIGURE 2.7 – Principe de la méthode FORM

La robustesse de ces méthodes a été démontrée dans plusieurs travaux notamment

lorsque la fonction d'état limite est définie d'une manière explicite et que le nombre de variables aléatoire est réduit. La recherche de ce point est menée dans l'espace normé des variables aléatoires, en identifiant le point le plus proche de l'origine où la fonction de performance est inférieure ou égale à zéro. Le problème de détermination du point de conception le plus probable peut être formulé comme un problème d'optimisation sous contrainte. Ainsi le point de conception est solution du problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \beta = \min \sqrt{u^t u} \\ \text{tel que : } G_U(u) = 0 \end{cases}$$

avec :

- β : représente l'indice de fiabilité au sens de [Hasofer & Lind 1974] ;
- $G_U(u)$: la fonction d'état limite dans l'espace normé ;
- U : variables aléatoires normées centrées ;

A l'aide de cette approximation, il est possible de donner une équation exprimant la probabilité de défaillance en fonction de l'indice de fiabilité avec laquelle la fonction Φ représente la fonction de répartition de la loi gaussienne centrée réduite :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (2.29)$$

Ce problème d'optimisation est résolu d'une manière générale par des algorithmes de programmation non linéaire. L'algorithme SQP résout efficacement ce type de problème. Le principe de l'approximation FORM est simple : elle consiste à remplacer l'état limite G par un hyperplan tangent au point de conception.

La deuxième méthode d'approximation SORM permet une meilleure précision sur la probabilité de défaillance, elle consiste à remplacer l'hyperplan par une hyper-surface quadratique tangente et ayant les mêmes courbures que la surface réelle au point de conception. Ainsi la probabilité de défaillance peut être donnée par la formule de Breitung :

$$P_f = \Phi(-\beta) \left(\prod_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{(\sqrt{1 + \beta \kappa_i})} \right) \right) \quad (2.30)$$

avec :

- β : l'indice de fiabilité estimé précédemment ;
- κ_i : courbures principales de la fonction G au point de défaillance ;

D'autres types d'approximation existe dans la littérature. A titre d'exemple on peut citer celle de Hohenbichler et Rackwitz. Souvent dans les problèmes de mise en forme la fonction d'état limite est implicite. L'estimation de la probabilité de défaillance nécessite la construction d'une approximation de cet état limite au voisinage du point de conception.

2.8.4 Principe des machines à vecteur support

Les machines à vecteur support ou (SVM : Support Vector Machines) est une méthode récente. Elle se base sur un algorithme de classification introduit par [Vapnik 1995]. Cette méthode a été utilisée pour plusieurs types de problèmes (linéaires et non linéaires). Le principe de base de cette méthode consiste à chercher une surface de décision optimale, déterminée par certains points de l'ensemble d'apprentissage appelés vecteurs supports, en projetant les données d'entrée non linéairement séparable dans un espace de plus grande dimensions appelé espace de caractéristiques. Cette surface peut être considérée comme un hyperplan optimal de décision et elle est obtenue par la résolution d'un problème de programmation quadratique sous contraintes.

2.9 Couplage mécano-fiabiliste

Le couplage mécano-fiabiliste a été abordé dans plusieurs travaux de recherche notamment en calcul de structures afin d'assurer une conception optimale et fiable. Plusieurs travaux présents dans la littérature ont réussi ce couplage entre la mécanique et la fiabilité. Ce couplage devient compliqué dans le cas de problèmes non linéaires où la plupart du temps les états limites sont définis d'une manière implicites en fonction des variables de conception. La résolution de ce type de problème se fait d'une manière générale dans deux espaces : l'espace physique des paramètres de conception et l'espace normé pour évaluer la probabilité de défaillance. Le passage de l'espace physique à l'espace normé se fait par une transformation iso-probabiliste.

Le couplage mécano-fiabiliste consiste à combiner des méthodes de calcul de structures comme la méthode des éléments finis avec des algorithmes de fiabilité et d'optimisation. Un problème d'optimisation fiabiliste est composé généralement de deux boucles itératives imbriquées. La boucle extérieure recherche les paramètres optimaux et la boucle intérieure vérifie la fiabilité des paramètres de conception. A chaque itération plusieurs analyses de fiabilité sont nécessaires pour trouver la direction de descente. Cette analyse de fiabilité fait appel à plusieurs évaluations du modèle mécanique, ce qui présente les difficultés de l'approche probabiliste dans des problèmes comme la mise en forme.

Selon [Lemaire 2005], les principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste sont résumés sur la Figure 2.8 :

2.9.1 Exemples de couplage mécano-fiabiliste

Le couplage mécano-fiabiliste permet d'assurer une conception optimale en comparaison des techniques classiques utilisées dans l'optimisation de structures mécaniques. Ce couplage a été testé dans plusieurs domaines et dans plusieurs disciplines

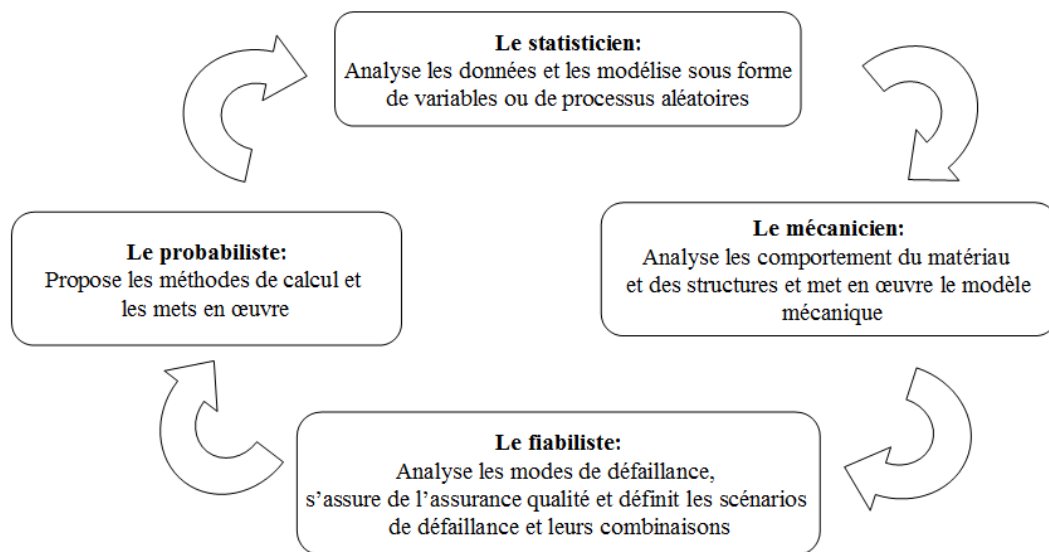


FIGURE 2.8 – Principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste

montrant qu'il permet un apport considérable dans la fiabilisation des systèmes mécaniques. Ce couplage a commencé dans le cas des structures mécaniques simples (poutre, treillis, ...) puis avec le développement des moyens de calcul, l'étendu d'application de cette approche a pu être élargi dans plusieurs domaines. Ce couplage devient difficile à réussir dans des problèmes fortement non linéaires comme la mise en forme et qui présente aussi des états limites implicites. Dans ce type de problème, on procède différemment afin de surmonter ces difficultés. Souvent les techniques d'approximation sont utilisées afin de remplacer le modèle coûteux par un métamodèle équivalent. La précision du résultat final dépend fortement du niveau de confiance sur les métamodèles. Une attention particulière est attribuée à la robustesse et la fiabilité des métamodèles à prédire les réponses dans ces travaux. Plusieurs travaux se sont apparus ces dernières années notamment dans l'industrie d'automobile, pour des tests de crash et encore en génie civil.

2.9.2 Difficultés liées au couplage mécano-fiabiliste

La complexité de l'optimisation robuste et fiabiliste est du principalement à la multitude des variables de conception. Les variables de conception peuvent être les paramètres de chargement, les propriétés mécaniques du matériau ou autres. Dans une opération de mise en forme par hydroformage différents types de non linéarités existe (non linéarités géométriques, non linéarités matérielles, ...). Ces différents types de non linéarités peuvent poser des problèmes de convergence. La résolution d'un problème d'optimisation fiabiliste nécessite des ressources de calcul énormes. Les avancées actuelles en termes d'outils numériques et de modélisation ont rendu possible le couplage mécano-fiabiliste. En réalité, ce couplage fait appel

à plusieurs outils de modélisation, de calcul et d'analyse : comme par exemple la méthode des éléments finis, des outils statistiques et des techniques d'estimation de la fiabilité.

2.10 Optimisation avec prise en compte des incertitudes

L'optimisation avec prise en compte d'incertitudes peut être décrite par deux approches. L'optimisation fiabiliste qui cherche la solution optimale qui satisfait un niveau de fiabilité cible et l'optimisation robuste qui d'une manière générale vise à optimiser la moyenne ou l'écart type sous des contraintes déterministes ou probabilistes. Les paragraphes suivants détaillent ces deux approches.

2.10.1 Optimisation fiabiliste

Les approches fiabilistes sont apparues au début dans le calcul des structures simples en mécanique et en génie civil. Au fil des années et avec le développement des outils numériques, le domaine d'application de ces approches est élargi aux problèmes complexes à grands échelles. Puisque les approches déterministes ne permettent pas de garantir la fiabilité de l'optimum et aussi sa stabilité pour une opération de mise en forme par exemple. Les approches probabilistes ou fiabilistes trouvent de jour en jour un succès fulgurant. Ces approches présentent quelques inconvénients : un temps de calcul fastidieux, nécessite une caractérisation des paramètres incertains et une définition de la fonction d'état limite souvent absente pour des raisons économiques. Le résultat obtenu est fortement lié au degré de précision sur les densités de probabilité des paramètres incertains, une mauvaise caractérisation permet de converger vers un «faux» optimum.

D'une manière générale, un problème d'optimisation fiabiliste est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(d) \\ \text{tel que : } P[g(d, x) \leq 0] \leq P_a \end{cases}$$

avec :

- d : le vecteur des variables de conception ;
- x : le vecteur des variables stochastique ;
- $P[\cdot]$: la probabilité de défaillance estimée ;
- $P_a[\cdot]$: la probabilité de défaillance admissible ;
- g : la fonction d'état limite ;

2.10.2 Optimisation robuste

L'optimisation robuste trouve beaucoup d'applications dans le domaine d'ingénierie. Pour des problèmes qui présente des sensibilités aux incertitudes, cette

approche permet s'assurer une haute performance. Les procédés de mise en forme sont sensibles aux incertitudes et celle-ci peut être une bonne alternative permettant de donner une stabilité au procédé.

Un problème d'optimisation robuste se formule souvent, en définissant une fonction objectif qui porte sur la moyenne ou l'écart-type de la réponse. La minimisation de la moyenne ou de l'écart-type permet de contrôler les propriétés finales qui porter à titre d'exemple pour des problèmes de mis en forme sur la minimisation de la variation de l'épaisseur finale, l'endommagement ou la déformation plastique équivalente. La minimisation de la variance ou de la moyenne permet de réduire la variance ou de déplacer la moyenne de la réponse vers une région plus stable. Cette approche permet en fait, de minimiser les fluctuations qui peuvent affecter les caractéristiques de sortie sans éliminer les incertitudes sur les paramètres d'entrée qui est impossible pratiquement.

La Figure 2.9 compare l'optimisation robuste et l'optimisation fiabiliste par rapport à la situation de référence.

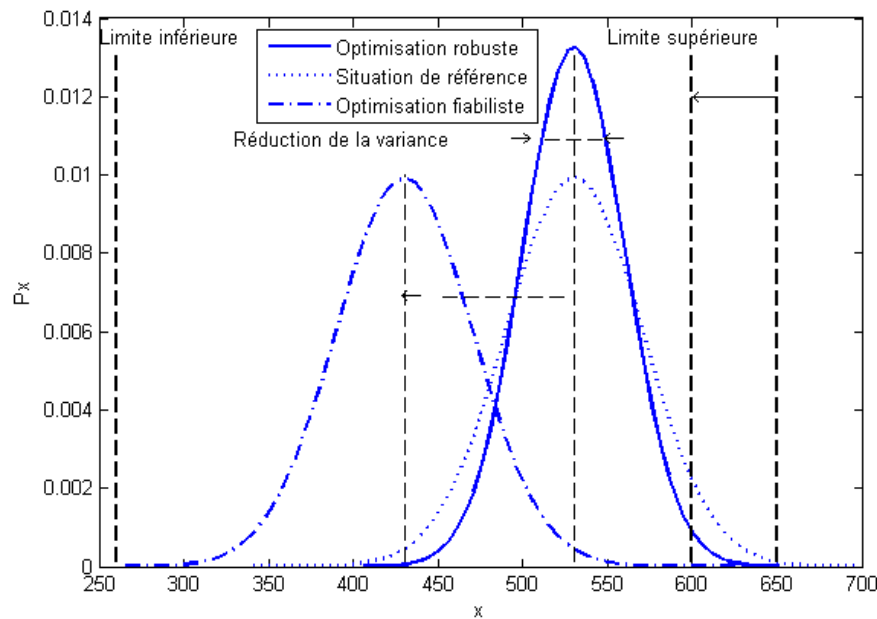


FIGURE 2.9 – Comparaison entre l'optimisation déterministe, fiabiliste et robuste

L'optimisation robuste présente quelques avantages par rapport à l'optimisation fiabiliste. Elle fournit des meilleurs résultats même si les densités de probabilité des paramètres incertains ne sont pas identifiées d'une manière précise et elle est aussi moins sensible par rapport aux erreurs liées au modèle. En terme de convergence l'optimisation robuste est meilleure par rapport à l'optimisation fiabiliste.

2.11 Conclusions

Différentes approches ont été proposées dans la littérature permettant une modélisation d'incertitudes. Le choix de la technique appropriée dépend essentiellement de la nature de ces incertitudes et aussi de la quantité d'informations disponibles. Afin de tenir compte de ces incertitudes, différentes techniques ont été proposées permettant le transport ou la propagation de ces incertitudes. En réalité, le problème de mise en forme présente plusieurs sources d'incertitudes et leurs prises en compte dès la phase de conception permet de réduire les variabilités au niveau des caractéristiques finales et par la suite la maîtrise du procédé et une réduction des pièces défectueuses.

La mise en forme par déformation plastique est un problème qui présente des forts non linéarités et coûteux en terme de temps de calcul. Ceci réduit le champ d'application des méthodes appliquées. Dans ces travaux de thèse une méthode basée sur la construction des métamodèles à la base des simulations numériques est utilisée pour la propagation d'incertitudes afin de surmonter le problème lié au temps de calcul. Dans ce chapitre, différentes stratégies permettant d'évaluer la probabilité de défaillance ont été présentées. Certaines de ces techniques ne peuvent pas être appliquées directement vu le temps de calcul énorme qu'elles nécessitent, d'autres alternatives permettent de contourner ce type de problème tel que la surface de réponse ou les tirages d'importance pour les simulations de Monte-Carlo permettent de réduire considérablement le temps de calcul. A travers ces méthodes l'accès à la probabilité de défaillance devient plus facile. L'application de ces différentes techniques dans la mise en forme par hydroformage sera détaillée dans les chapitres suivants avec des exemples bien illustrés dans le cas de l'hydroformage de plaques et de tubes.

Estimation de la fiabilité dans la mise en forme par hydroformage

3.1 Introduction

Les méthodes classiques de fiabilité (Monte Carlo, FORM, SORM, ...) permettent d'estimer avec une bonne précision le niveau de fiabilité dès qu'une caractérisation probabiliste des paramètres incertains et qu'une identification des états limites sont fournies. Le champ d'application de ces méthodes se restreint quand le problème présente des non linéarités (matériels, géométriques, ...) et aussi dans le cas où la fonction d'état limite est définie implicitement en fonction des paramètres incertains. Ces deux problèmes sont présents dans le cas de la mise en forme, ce qui la rend complexe et nécessite une réflexion sur les méthodes qui peuvent être appliquées et qui peuvent évaluer d'une manière précise la probabilité de défaillance. Pour ce type de problème, des techniques d'approximation ont souvent été utilisées afin de remplacer le modèle réel par un modèle approximatif ou métamodèle qui permet d'évaluer la réponse rapidement. Plusieurs techniques d'approximation ont été utilisées pour les problèmes de fiabilité, la plus utilisée est la méthode de surface de réponse. D'autres techniques comme le krigeage ou les réseaux de neurone ont été également utilisées avec succès.

A travers ce chapitre, une méthode originale est présentée permettant d'évaluer d'une manière précise la probabilité de défaillance dans une opération d'hydroformage appliquée dans le cas d'un tube simple. Quelques approches ont été proposées dans la littérature pour l'évaluation de la fiabilité dans la mise en forme [Kleiber *et al.* 2002], [Bing *et al.* 2007b], [Radi & El-Hami 2007]. Notre approche consiste à déterminer la probabilité de défaillance spatiale pour chaque élément de la zone critique. Celle-ci est définie en identifiant l'élément critique, ensuite un patch est défini autour de cet élément qui représente la zone de défaillance la plus probable. L'identification de l'élément critique pour chaque mode de défaillance est réalisé en reportant l'état de déformation sur la Courbe Limite de Formage (CLF) du matériau. L'accès à la probabilité de défaillance spatiale permet de donner une idée sur la stabilité du procédé et aussi de prédire efficacement la zone la plus probable où l'instabilité plastique peut apparaître.

Cette technique se base sur une caractérisation probabiliste des déformations principales (majeures et mineures) pour chaque mode de défaillance et pour

chaque élément. L'accès à cette probabilité de défaillance d'une manière directe est impossible vu la complexité du problème et le nombre gigantesque de calculs par éléments finis nécessaires. Pour palier à ce problème, on se base sur des simulations Monte Carlo couplées avec des surfaces de réponse. L'évaluation de la probabilité de défaillance nous permet d'avoir une idée sur la stabilité du procédé. Cette approche présente plusieurs avantages par rapport aux techniques présentées dans la littérature : elle peut être appliquée pour tous procédés de mise en forme et peut être intégrée avec n'importe quel code d'éléments finis et le temps de calcul reste dans les limites de raisonnable. Elle permet également d'accéder à la probabilité de défaillance spatiale vu que dès fois la localisation de l'instabilité plastique peut être aléatoire dans la région de défaillance probable.

3.2 Sources d'incertitudes dans la mise en forme

Dans une opération de mise en forme, plusieurs paramètres sont mis en jeu. Souvent, ces paramètres sont entachés d'incertitudes qui peuvent affecter la stabilité du procédé si elles ne sont pas prises en compte dès la phase de conception. Ces fluctuations peuvent provenir des paramètres matériaux, des paramètres géométriques et aussi des paramètres liés au procédé comme les chargements, les problèmes de contact et de frottement. D'autres types de variabilités peuvent aussi exister qui sont relatives à l'environnement comme la température, l'humidité et aussi les erreurs induites par l'opérateur.

Plusieurs travaux ont mis en évidence le caractère aléatoire d'une opération de mise en forme. Selon [Col 2003], ces incertitudes peuvent provenir des variabilités liées au matériau, la rugosité de la surface et l'épaisseur initiale de la tôle. Elles peuvent provenir aussi des outils qui peuvent subir des changements géométriques à cause du phénomène d'usure, des changements des propriétés mécaniques et de la variation de la température. Tous ces phénomènes peuvent influencer la qualité finale de la pièce, sans oublier les variations qui peuvent affecter les chargements, comme la force de serre flan ou l'avance du poinçon ainsi que la pression appliquée. La lubrification joue aussi un rôle important dans la mise en forme des métaux. Ce phénomène est difficile à contrôler, en effet, les conditions de lubrification peuvent changer d'une manière globale ou locale dû à la rugosité de la surface ou à la répartition de la température. Pour cette raison, leurs modélisations ainsi que leurs prise en compte reste souvent approximée d'une manière globale à l'échelle de la structure. D'autres types de variabilités peuvent exister comme un mauvais réglage de la machine ou un positionnement incorrect de la pièce ou des outils.

Certains auteurs ont procédé à des essais réels afin de quantifier le niveau de variation de certains paramètres. [Karthik *et al.* 2002] prélèvent plus de 45 échantillons d'un même matériau et montrent que la variabilité au niveau du coefficient d'écrouissage atteint les 14%. Ceci peut affecter considérablement le

taux d'amincissement final, et aussi le retour élastique final après mise en forme. [Ganter & Kuzman 2005] montrent que dans une opération de mise en forme, il y a 12 paramètres pour lesquels le procédé peut présenter une forte sensibilité. Parmi ces paramètres on trouve : les coefficients d'écrouissage, la contrainte d'écoulement, les coefficients d'anisotropie, l'épaisseur initiale du flan et les coefficients de frottement. [Cao & Krishnan 2003] montrent que lors d'une opération de pliage, le module d'écrouissage k peut varier de plus de 20%. Cette variation est de 16% pour le coefficient d'écrouissage n et atteint jusqu'au 65% pour le coefficient de frottement. [Majeske & Hammett 2003] montrent que dans un même processus de fabrication (i.e. la même matrice et les mêmes paramètres de modélisation), le taux de variation des propriétés géométriques d'une pièce à l'autre peut atteindre les 21%. Ceci se manifeste surtout dans le cas des pièces complexes et des tôles minces.

La prise en compte des aspects aléatoires ou de la variabilité spatiale sur les paramètres nous permet de mieux statuer sur la probabilité de défaillance du procédé et de sa stabilité. Une étude probabiliste du procédé nous permet de valider les paramètres d'entrée et d'avoir une idée sur sa stabilité. D'une manière générale, un procédé de mise en forme est considéré comme stable lorsque, même en présence des différentes fluctuations, la variance reste faible au niveau des caractéristiques finales de la pièce, que ce soit par exemple sur la répartition de l'épaisseur finale, le taux d'endommagement ou encore sur la forme finale de la pièce. Certains considèrent un procédé de mise en forme comme stable lorsque le taux de pièces défaillantes ne dépasse pas 1%.

3.3 Stratégie d'évaluation de la probabilité de défaillance

L'estimation de la probabilité de défaillance du procédé de mise en forme par hydroformage demeure une tâche difficile à résoudre. En effet, le problème présente plusieurs types de non linéarités, un grand nombre de paramètres incertains, absence des états limites explicites et aussi un temps de calcul prohibitif associé à un calcul par éléments finis. Tous ces éléments s'additionnent et laissent l'estimation de la probabilité de défaillance une tâche difficile à résoudre avec les méthodes classiques de fiabilité. Pour palier à ce problème, une stratégie est mise en place permettant d'estimer avec précision la probabilité de défaillance. L'exemple étudié dans ce chapitre porte sur l'hydroformage d'un tube de forme géométrique simple. Cette approche a été présentée par [Ben Abdesslem *et al.* 2009] pour l'évaluation de la probabilité de défaillance d'un tube.

L'estimation de la probabilité de défaillance nécessite une identification des paramètres incertains et de leurs caractéristiques probabilistes qui décrivent leurs variations (moments statistiques, densité de probabilité, ...) et aussi un critère de défaillance. Dans ce travail, on exploite la Courbe Limite de Formage (CLF)

du matériau fournie dans l'espace des déformations principales. L'exploitation de la CLF nous a permis d'identifier les zones critiques pour chaque mode de défaillance, à savoir la striction et le plissement en se basant sur l'élément critique. Cette approche consiste par la suite à déterminer les densités de probabilité des déformations principales critiques associées à chaque mode de défaillance et pour chaque élément. La quantification d'incertitudes sur les déformations principales nous permet par la suite d'accéder facilement à la probabilité de défaillance avec des simulations Monte Carlo. La précision sur le résultat dépend fortement de l'analyse des métamodèles et de leurs aptitudes à prédire d'une manière assez précise les réponses. Des analyses statistiques sont faites pour valider l'ensemble de ces métamodèles.

L'intérêt de cette approche est dans son accessibilité, sa simplicité de mise en oeuvre et aussi son application qui peut être généralisée pour n'importe quelle opération de mise en forme. De plus, la routine peut être implémentée indépendamment du code éléments finis. Le choix de cette approche permet de faciliter le problème et présente un outil efficace pour l'évaluation de la fiabilité du procédé.

Cette stratégie est résumée à travers les étapes suivantes :

- Identification et sélection des paramètres incertains ;
- Identification des éléments critiques pour les modes de défaillance potentiels à travers des calculs déterministes ;
- Définition de la taille de la zone de localisation ;
- Exploration de l'espace de recherche et choix du plan d'expérience numérique ;
- Évaluation des indicateurs de sortie ou critères de défaillance ;
- Construction des approximations locales ;
- Évaluation de la précision et de la robustesse des métamodèles ;
- Évaluation de la probabilité de défaillance ;

3.3.1 Modèle éléments finis

Le modèle géométrique ainsi que les dimensions du tube sont donnés par les Figures 3.1-3.2. Ce modèle est composé d'une matrice présentant la forme finale désirée, un poinçon permettant l'apport de la matière à la zone expansée et un tube d'épaisseur initiale de 1,5 mm. La matrice et le poinçon sont modélisés par des corps rigides et sont maillés avec des éléments de type R3D4. Le tube est modélisé par un corps déformable maillé avec des éléments coque de type S4R avec cinq points d'intégration dans l'épaisseur. Vu la symétrie du problème, on modélise le 1/4 du modèle. Le tube est maillé avec 2480 éléments. Le code éléments finis Abaqus [Manual 2005] est utilisé afin de mener l'ensemble des simulations numériques. Les dimensions de la matrice et du tube sont données dans le Tableau 3.1.

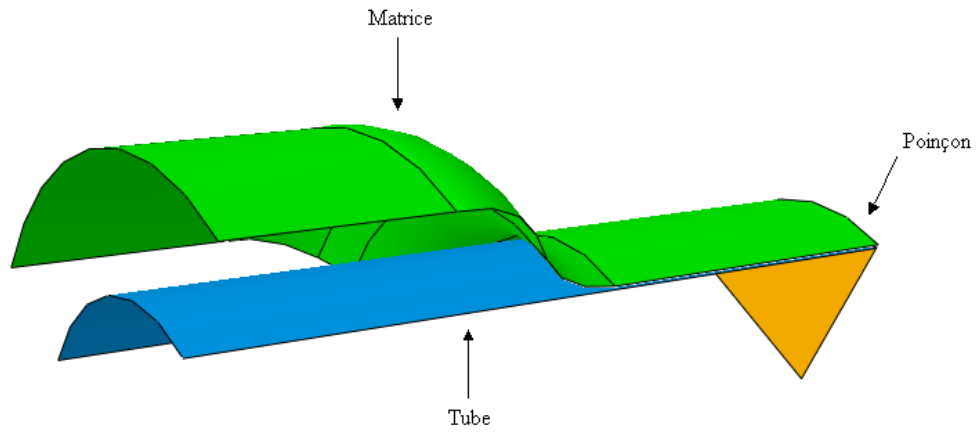


FIGURE 3.1 – Modèle éléments finis

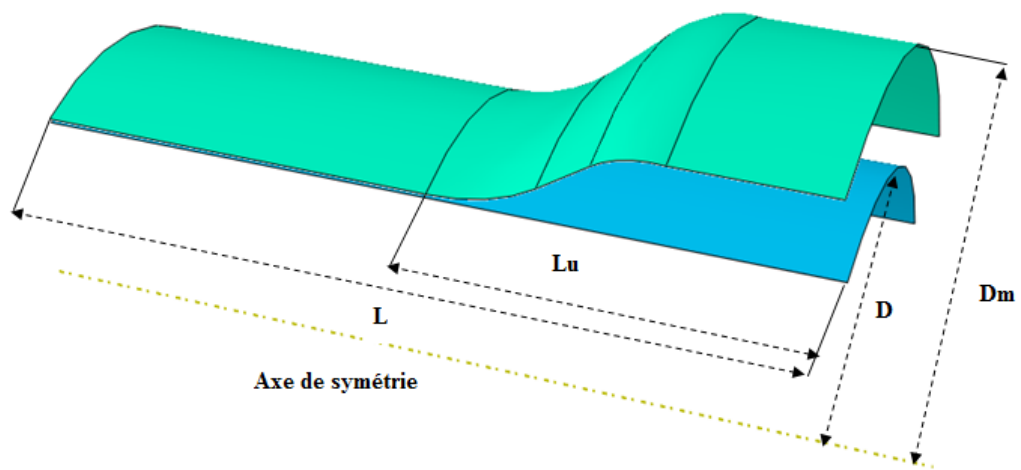


FIGURE 3.2 – Dimensions du tube et de la matrice

L	80 mm
Lu	35 mm
D	20 mm
Dm	33 mm

TABLE 3.1 – Dimensions du tube et de la matrice

3.3.2 Choix des paramètres incertains

Dans une opération de mise en forme plusieurs paramètres sont mis en jeu. La plupart de ces paramètres présentent un caractère incertain. Dans ce chapitre, on va

se limiter aux paramètres qui portent sur les propriétés matériaux, les chargements et le coefficient de frottement entre la matrice et le tube.

Le matériau est modélisé par une loi de Swift donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_v = k \times (\varepsilon_v + \varepsilon_0)^n \quad (3.1)$$

Les paramètres d'écrouissage (k, n) sont considérés comme aléatoires. Ils sont obtenus à partir d'un essai de gonflage libre [Ben-Taher 2005]. On suppose que ces paramètres présentent un coefficient de variation de 10% et qu'ils suivent des lois normales. Les caractéristiques probabilistes de ces paramètres sont données dans le Tableau 3.2.

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
$k(MPa)$	494	10	Normale
n	0,234	10	Normale

TABLE 3.2 – Caractéristiques probabilistes des paramètres d'écrouissage

Les autres paramètres matériaux de l'acier DC04 sont données dans le Tableau 3.3. Le module de Young, le coefficient de poisson et la densité sont considérés comme déterministes.

Pour les paramètres géométriques, on se limite à l'épaisseur initiale de tube consi-

Matériau	E(MPa)	ν	$\rho(kg/m^3)$
DC04	210000	0,3	7800

TABLE 3.3 – Paramètres matériaux pour l'acier DC04

dérée comme incertain. Le problème de contact et de frottement joue aussi un rôle important dans la mise en forme par hydroformage. Pour cette étude, le frottement est modélisé par une loi de Coulomb. Ce dernier dépend fortement de la température ainsi que de la pression de contact et sa variabilité doit être prise en compte.

Le Tableau 3.4 regroupe l'ensemble de ces paramètres avec leurs moyennes, leurs coefficients de variation ainsi que leurs lois de probabilité respectives.

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
$h(mm)$	1,5	8	Normale
ν	0,1	15	Normale

TABLE 3.4 – Caractéristiques probabilistes de l'épaisseur et du coefficient du frottement

L'hydroformage de tubes fait intervenir en général deux types de chargements : une pression interne et un déplacement axial. Plusieurs travaux ont montré la sensibilité du procédé vis-à-vis des paramètres de chargements. Une variation de ces paramètres peut affecter la stabilité du procédé et entraîner l'apparition de certaines instabilités plastiques. La prise en compte de ces variabilités nous permet de mieux évaluer la fiabilité du procédé.

Le trajet de chargement donnant le déplacement axial en fonction du temps est modélisé par une droite linéaire (Figure 3.3). La variation sur le déplacement axial est pris en compte à travers l'amplitude D . Le trajet de chargement donnant la variation de la pression interne en fonction du temps est modélisé par 3 points (P_1, P_2, P_3) (voir Figure 3.4). L'incertitude sur le trajet de chargement est pris en compte en considérant comme incertains ces points de contrôle.

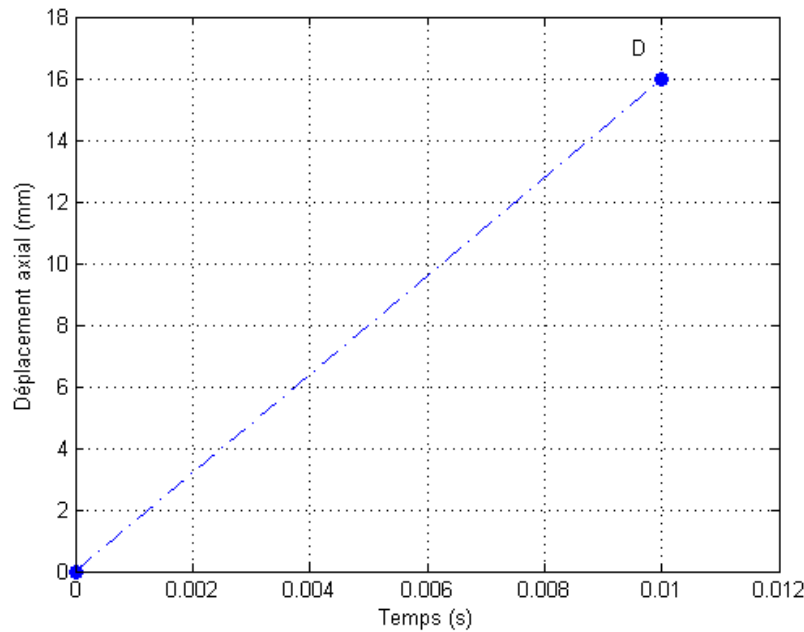


FIGURE 3.3 – Trajet de chargement : Déplacement (mm) - Temps (s)

Les caractéristiques probabilistes de ces paramètres sont résumées dans le Tableau 3.5.

3.3.3 Identification des modes de défaillance

Deux types d'instabilités plastiques sont susceptibles d'apparaître dans une opération d'hydroformage de tube. En effet, un déplacement excessif favorise le plis-

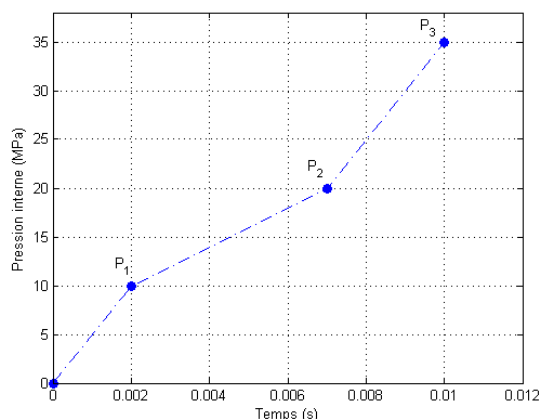


FIGURE 3.4 – Trajet de chargement : Pression (MPa) - Temps(s)

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
D	16	10	Normale
P_1	10	10	Normale
P_2	20	10	Normale
P_3	35	10	Normale

TABLE 3.5 – Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements

sement de tube alors qu'une pression importante peut provoquer l'éclatement de tube. L'obtention d'une pièce sans défauts nécessite le contrôle de ces paramètres. L'évaluation et le contrôle de ces instabilités nécessitent l'implémentation de critères adéquats permettant leurs prédictions et leurs évaluations.

3.3.4 Critères de défaillance et définition des états limites

La courbe limite de formage (CLF) dans le plan des déformations principales est choisie comme critère de défaillance pour l'évaluation de la probabilité de défaillance pour les deux modes de défaillance. Le choix de la CLF est justifié par sa simplicité et aussi par sa généralisation indépendamment du procédé et du type de sollicitation en comparaison à d'autres critères qui nécessitent un développement supplémentaire. Bien que critiquable, son utilisation est très répandue dans les milieux industriels et même aussi dans les travaux de recherche comme un critère permettant le contrôle des opérations de mise en forme et notamment dans l'hydroformage. En réalité, cette courbe malgré qu'elle soit souvent utilisée pour l'optimisation et la mise au point de certains procédés de mise en forme, présente principalement deux inconvénients majeurs : le premier est sa dépendance par rapport au trajet des déformations. En effet, elle est efficace pour des trajets proportionnels, ce qui n'est pas le cas dans la mise en forme où plusieurs types de non linéarités existe (non linéarités matérielle

et géométrique). Le deuxième inconvénient provient de la nature de la CLF, cette courbe est déterminée expérimentalement, d'où son caractère incertain. Dans notre étude, on tient compte de la variabilité que peut présenter la CLF en admettant qu'elle suit une loi de probabilité.

Dans le plan des déformations principales, on définit deux courbes ou fonctions d'états limites : la première représente la courbe limite de striction et la deuxième la courbe limite de plissement (Figure 3.5).

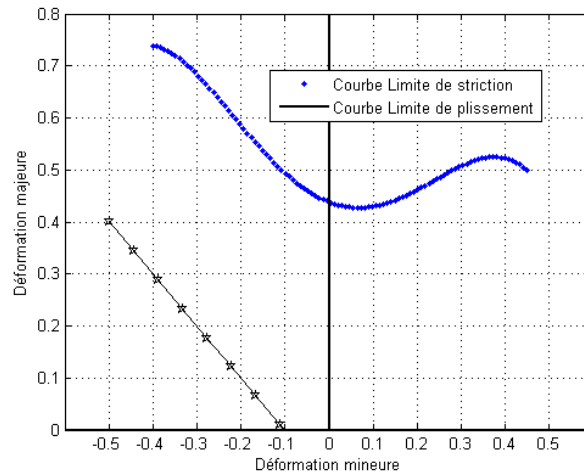


FIGURE 3.5 – Critères de défaillances : Courbes Limites de Formage CLF

3.3.5 Identification des éléments et des zones critiques

L'estimation de la probabilité de défaillance du procédé nécessite en réalité l'estimation de la probabilité de défaillance pour chaque élément de la structure. Pour des problèmes complexes comme la mise en forme ceci paraît impraticable et nécessite d'énormes ressources de calcul. Afin de palier à ce problème, on propose une approche qui se base sur l'élément le plus critique de la structure quand tous les paramètres sont fixés à leurs valeurs nominales. L'identification de l'élément critique nous permet par la suite de définir une zone critique autour de cet élément et qui représente en réalité une zone de localisation où les déformations principales atteignent des valeurs critiques. Par la suite, cette région présente un risque important de défaillance potentiel ce qui veut dire que la probabilité de défaillance atteint ses valeurs maximales dans cette zone. Cette technique permet une simplification drastique du problème en s'intéressant uniquement qu'à la zone critique et d'avoir en même temps une idée sur la répartition spatiale de la probabilité de défaillance. En reportant l'état des déformation prédit à la fin de la simulation sur la courbe limite de formage (Figure 3.6), on identifie les éléments critiques qui sont les plus proches par rapport à ces courbes limites pour chaque mode de défaillance. Les déformations principales majeures et mineures sont montrées sur les Figures 3.7-3.8

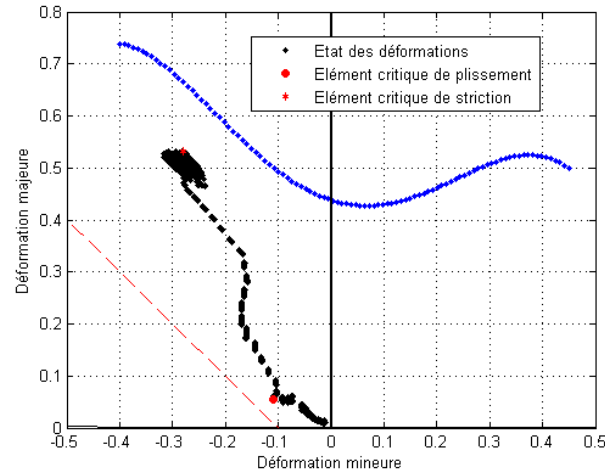


FIGURE 3.6 – Identification des éléments critiques

respectivement.

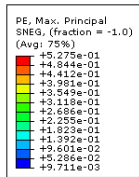


FIGURE 3.7 – Répartition de la déformation principale majeure

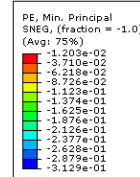


FIGURE 3.8 – Répartition de la déformation principale mineure

La Figure 3.9 montre la localisation de ces deux éléments sur la structure. Le plissement est localisé dans l'élément 696 au niveau de la zone de transition alors que la striction est localisée dans l'élément 2242 au niveau de la zone expansée. La zone critique où la probabilité de défaillance est maximale est définie par l'ensemble des éléments qui entourent l'élément critique pour chaque mode de défaillance. L'étendue de cette zone couvre les 25 éléments les plus proches de l'élément critique. En réalité ce choix revient au concepteur. La détermination spatiale de la probabilité de défaillance autour de l'élément critique est un critère plus rationnel pour l'évaluation de la probabilité de défaillance dans la mise en forme et permet d'avoir une idée sur le niveau de fiabilité d'une manière locale.

L'étendue de cette zone ainsi que les numéros des éléments pour les deux modes de

défaillance sont présentés sur les Figures 3.10 et 3.11.

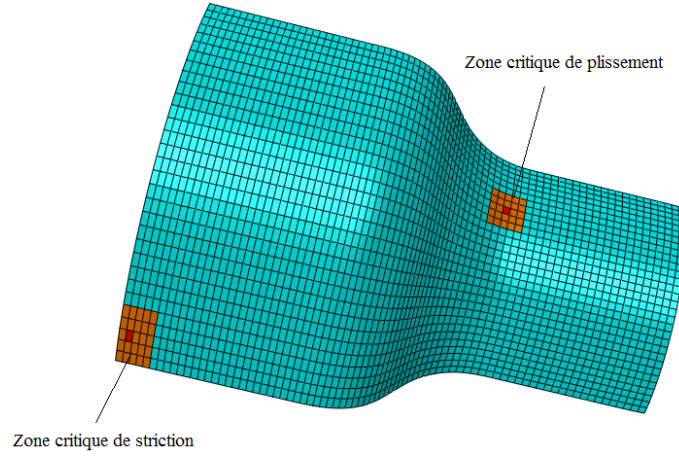


FIGURE 3.9 – Localisation des éléments critiques

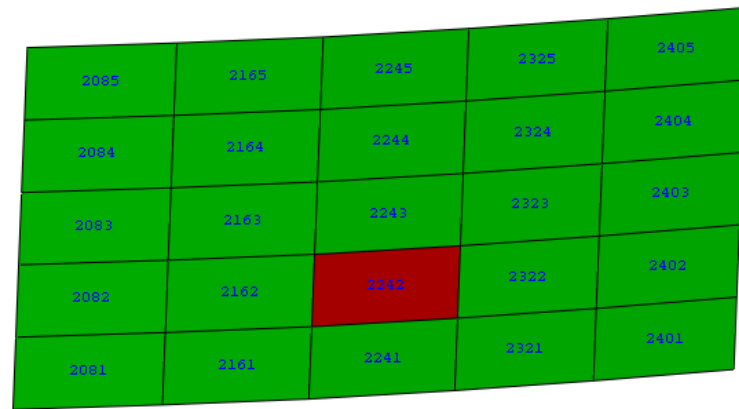


FIGURE 3.10 – Identification de la zone critique de striction

3.3.6 Trajets de déformation

Les trajets de déformation des éléments critiques sont représentés sur la Figure 3.12. Dans l'approche proposée, on se base sur une caractérisation probabiliste des déformations majeures et mineures critiques pour la striction et le plissement afin d'accéder à la probabilité de défaillance. Ces éléments critiques sont caractérisés par leurs déformations majeures et leurs déformations mineures notées par $(\varepsilon_1^s, \varepsilon_2^s)$ pour la striction et $(\varepsilon_1^w, \varepsilon_2^w)$ pour le plissement. Les Figures 3.13 et 3.14 représentent l'ensemble des trajets de déformations des éléments critiques pour le plissement et la striction respectivement.

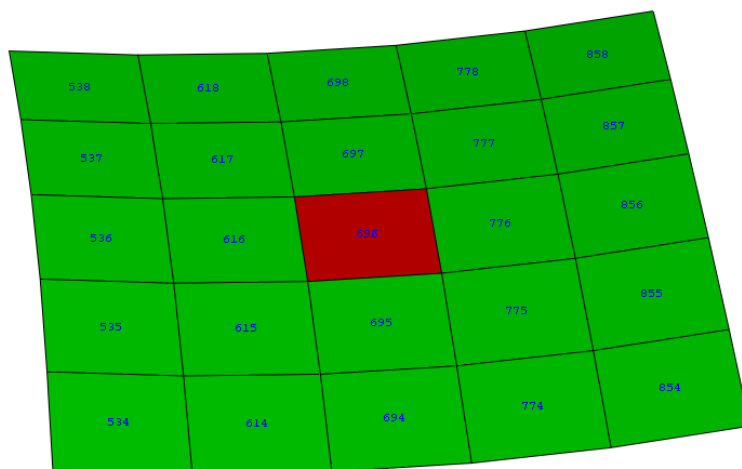


FIGURE 3.11 – Identification de la zone critique de plissement

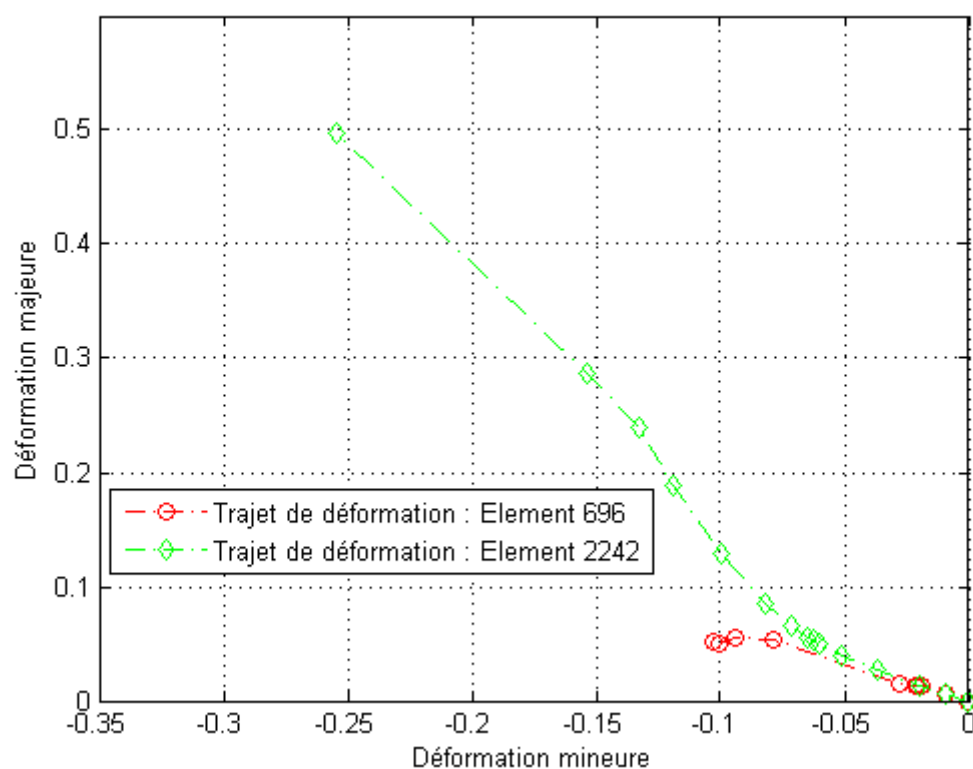


FIGURE 3.12 – Trajets de déformation des éléments critiques

3.3.7 Modélisation analytique de la CLF

En superposant les déformations mineures et majeures de chaque élément sur la courbe limite de formage, on remarque bien que les déformations sont du côté

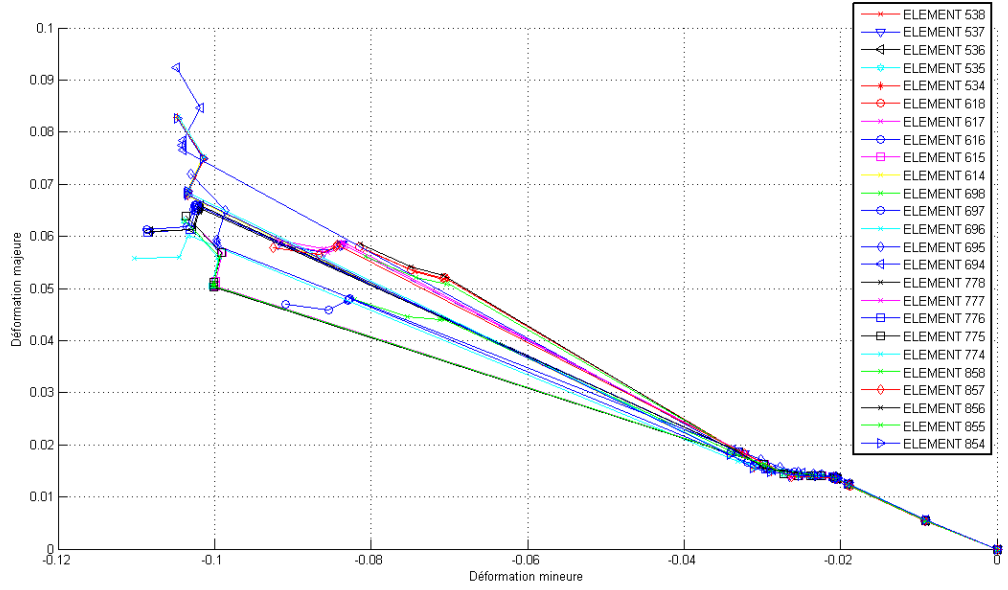


FIGURE 3.13 – Trajets de déformation des éléments critiques : plissement

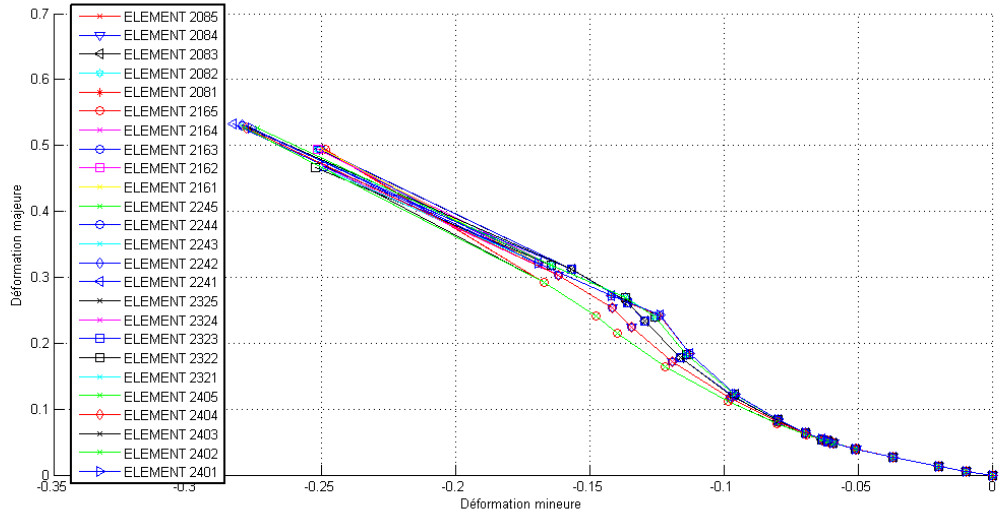


FIGURE 3.14 – Trajets de déformation des éléments critiques : striction

gauche de la CLF. Ainsi, ces deux courbes limites seront modélisées par des équations linéaires du premier ordre. Analytiquement les fonctions d'état limites s'expriment en fonction des déformations critiques et sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} G_w = \varepsilon_1^w + \varepsilon_2^w - s \\ G_s = \varepsilon_1^s + \alpha \varepsilon_2^s - \gamma \end{cases} \quad (3.2)$$

avec :

- $(\varepsilon_1^w, \varepsilon_2^w)$: la déformation principale majeure et mineure de plissement ;
- $(\varepsilon_1^s, \varepsilon_2^s)$: la déformation principale majeure et mineure de striction ;
- γ : la valeur à l'origine de la CLF de striction ;
- α : le coefficient directeur de la courbe limite de striction ;
- s : le coefficient de sécurité pour la courbe limite de plissement ;

La variabilité liée à la CLF est prise en compte par l'intermédiaire du paramètre α . On suppose que ce paramètre suit une loi normale dont les paramètres statistiques sont donnés dans le Tableau 3.6.

Dans le cas où on suppose que le paramètre α varie aléatoirement, on remarque

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
α	0,8241	10	Normale

TABLE 3.6 – Variabilités associées à la CLF

bien sur la Figure 3.15 l'impact de ces fluctuations sur la position et aussi sur la forme de la CLF par rapport à la CLF de référence, d'où l'intérêt d'introduire un terme qui tient compte de cette variabilité.

3.4 Caractérisation probabiliste des déformations critiques

La caractérisation probabiliste des déformations principales majeures et mineures nous permet de statuer sur la probabilité de défaillance en tenant compte des états limites définis précédemment. L'objectif de l'étape suivante est de déterminer les lois de probabilité que peuvent suivre ces déformations. A la base de ces caractéristiques probabilistes, l'accès à la probabilité de défaillance devient directe à l'aide des simulations Monte Carlo.

3.4.1 Choix du plan d'expérience numérique

Vu le nombre important des paramètres incertains, le choix de plan d'expérience adéquat nécessite une étude approfondie permettant de choisir un plan qui permet une distribution optimale assez uniforme des différentes réalisations dans l'espace de variation. Les plans Latins Hypercubes semblent être très performants dans le cas où plusieurs paramètres sont mis en jeu. Trois propriétés sont souvent souhaitables lors de la construction d'un plan Latin Hypercube : remplissage de l'espace qui revient à couvrir au maximum l'espace de définition, le deuxième point s'assurer de l'indépendance des facteurs et le dernier point consiste à assurer une distribution uniforme des différents points. Au finale le choix d'un plan optimal, revient à résoudre un problème d'optimisation suivant un critère à minimiser ou à maximiser. L'approche

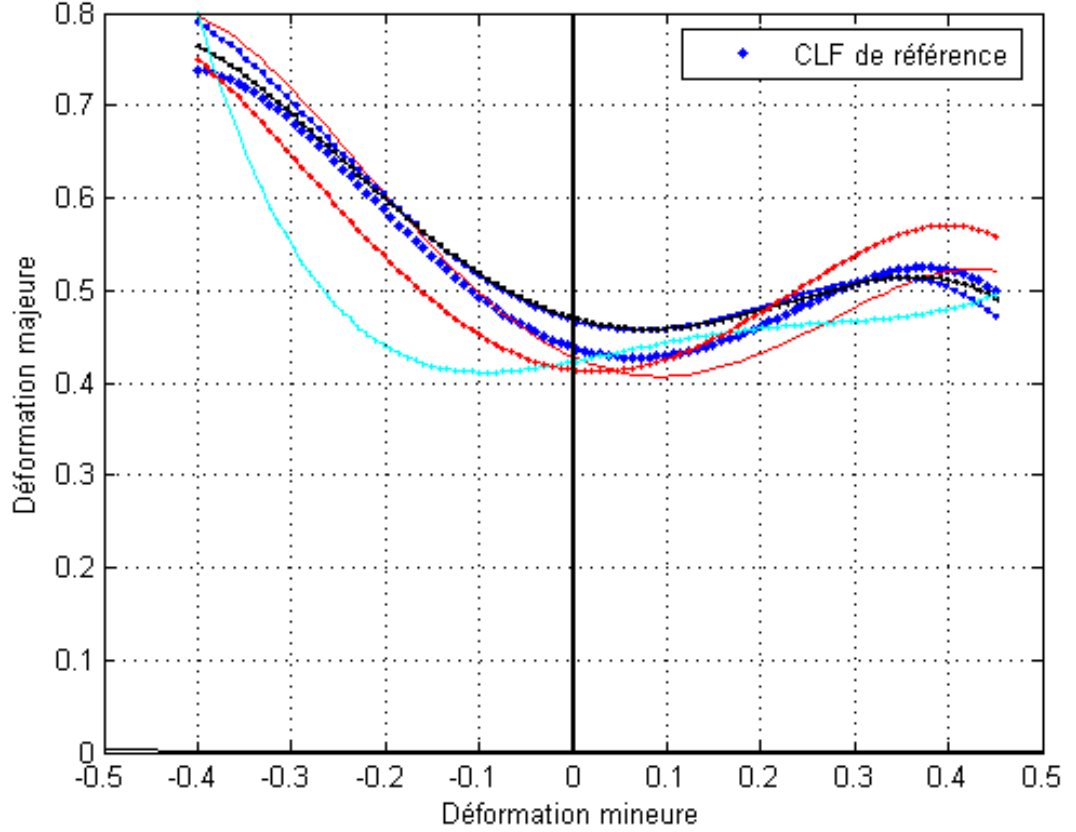


FIGURE 3.15 – Effet des incertitudes sur la CLF

adaptée dans cette thèse consiste à générer plusieurs plans Latins Hypercubes et d'en choisir le meilleur selon le critère d'optimalité choisi. Pour ce type de plan, on fixe le nombre de réalisation à 100. Après 5000 itérations, l'algorithme converge vers le plan d'expérience donné sur la Figure 3.16.

3.4.2 Construction des métamodèles

Le choix du modèle est une étape cruciale pour modéliser les réponses, surtout pour des problèmes fortement non linéaire. Cette étape nécessite des investigations supplémentaires afin de déterminer le modèle qui peut prédire les réponses avec un niveau de confiance acceptable. Vu les non linéarités associés à ce problème, on opte pour un polynôme quadratique donnant les réponses en fonctions des paramètres incertains. Ce modèle est donné par l'équation (3.3) :

$$y = \beta + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1, j \geq 1}^n \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3.3)$$

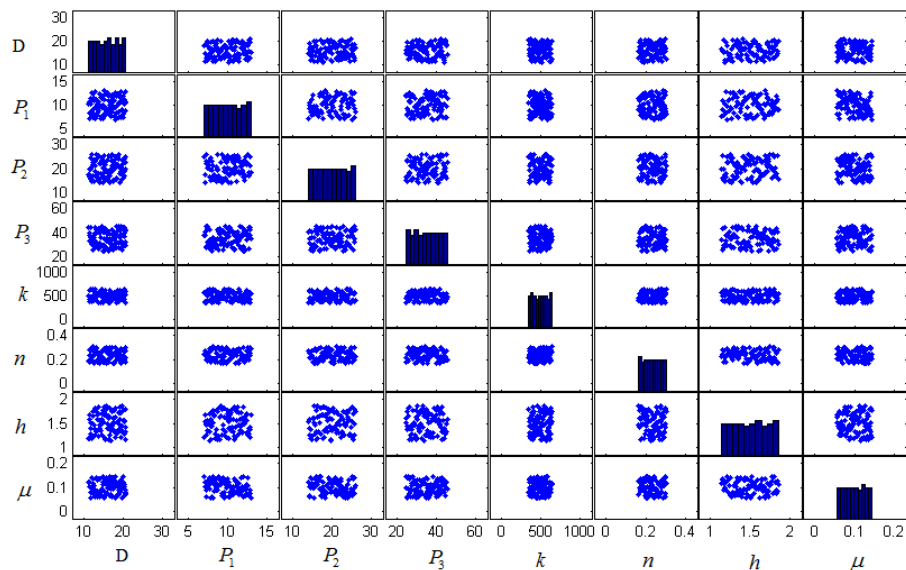


FIGURE 3.16 – Niveaux de variations des paramètres incertains

avec :

- y : les déformations principales critiques ;
- β : les coefficients du modèle ;
- n : le nombre des paramètres ;
- ε : l'erreur associée au modèle ;
- x : les paramètres du modèle ;

3.4.3 Validation et analyse statistique des métamodèles

Dans cette partie, on vise à s'assurer de la robustesse des métamodèles par des indicateurs statistiques permettant d'évaluer la robustesse de ces approximations. Cette étape est cruciale vu que la précision sur la probabilité de défaillance dépend fortement de la précision sur les métamodèles et de leurs aptitude à prédire d'une manière fidèle le niveau des réponses. Le premier test consiste à voir la tendance des valeurs exactes calculées par éléments finis et les valeurs prédites. Ceci nous permet d'accepter ou de rejeter les métamodèles. Dans le cas où ce dernier manque de précision, une première alternative consiste à augmenter le nombre de point dans l'espace de variation. Cette proposition ne garantit pas une meilleure prédiction, mais minimise l'erreur. Une analyse de variance est faite sur l'ensemble des métamodèles prédits confirme la robustesse de ces approximations à prédire avec un niveau de confiance acceptable les valeurs des déformations critiques.

3.4.4 Ajustement des distributions

L'ajustement des distributions est une étape assez délicate dans les approches probabilistes surtout dans le cas des faibles probabilités de défaillance. L'objectif

derrière cette étape est de rapprocher à l'ensemble des déformations principales des lois de probabilité usuelles (Normale, Log-Normale, Weibull, ...) en précisant ses moments statistiques (moyenne, écart-type, ...). Les Figures 3.17-3.18-3.19-3.20 représentent les histogrammes des déformations critiques de plissement et de striction. Ici on se limite à détailler l'étape d'ajustement uniquement pour les deux éléments critiques. La même démarche est appliquée pour l'ensembles des éléments.

D'après les histogrammes obtenus, on remarque bien que malgré que les paramètres incertains définis au départ suivent des lois normales, les sorties portant sur les déformations principales sont toutes de densité de probabilité différentes de ces lois d'entrées, ceci est dû à la non linéarité du problème.

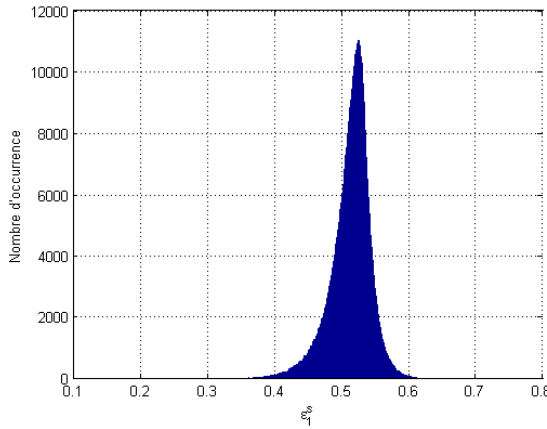


FIGURE 3.17 – Histogramme de la déformation majeure de striction

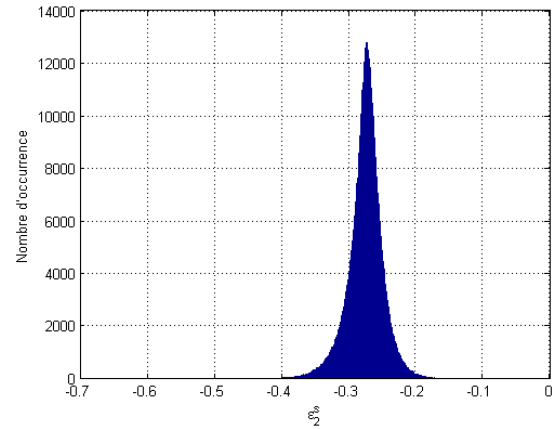


FIGURE 3.18 – Histogramme de la déformation mineure de striction

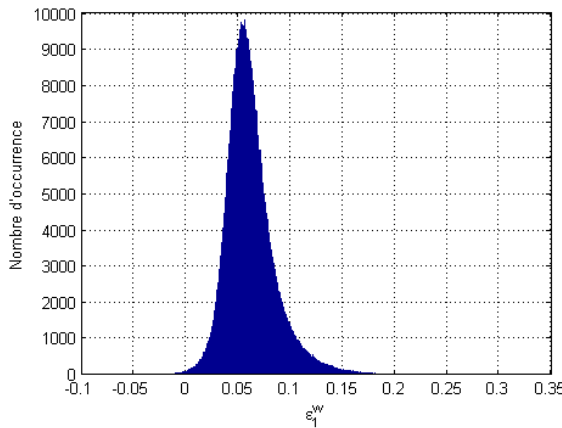


FIGURE 3.19 – Histogramme de la déformation majeure de plissement

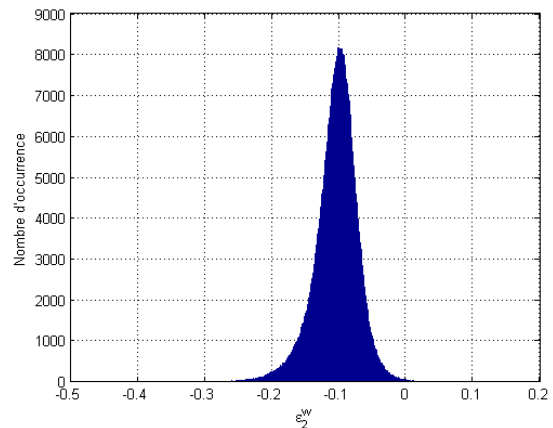


FIGURE 3.20 – Histogramme de la déformation mineure de plissement

Partant de ces histogrammes, la première chose à faire est une comparaison visuelle avec des lois de probabilité usuelles. Ceci doit être confirmé par des outils statistiques par la suite. Les principales méthodes qui permettent de tester si une densité de probabilité décrit bien l'ensemble des données, on trouve le test de chi-deux, kolmogorov-Smirnoff (K-S) et l'estimation du maximum de vraisemblance. L'estimation des faibles probabilités de défaillance nécessite un ajustement adéquat des densités de probabilité principalement au niveau des queues de distribution, afin de statuer d'une manière assez précise sur la probabilité de défaillance.

- Ajustement de la distribution de la déformation majeure de striction

Un test de maximum de vraisemblance montre que la déformation majeure de striction peut être approchée convenablement par une loi de Weibull. Cette loi est caractérisée par deux paramètres (ω, λ) . Le premier terme est un paramètre de forme et le deuxième est un paramètre d'échelle. La densité de probabilité ainsi que la fonction de répartition sont données par les équations 3.4 et 3.5 :

$$f(x, \omega, \lambda) = \frac{\omega}{\lambda} \frac{x}{\lambda} \exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^\omega\right) \quad (3.4)$$

$$F(x, \omega, \lambda) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^\omega\right) \quad (3.5)$$

Une estimation des paramètres (ω, λ) par maximum de vraisemblance est faite. La Figure 3.21 donnant la densité de probabilité montre qu'une loi de Weibull avec ces paramètres décrit bien la déformation majeure de striction. Les paramètres de cette loi sont donnés dans le Tableau 3.7.

Type de distribution	ω	λ
Weibull	0,5255	18,2584

TABLE 3.7 – paramètres de la loi Weibull

- Ajustement de la distribution de la déformation mineure de striction

Un test de maximum de vraisemblance prouve que les déformations mineures de striction proviennent d'une loi de Student. Cette loi est caractérisée par trois paramètres : un paramètre de localisation où la loi est centrée, un paramètre d'échelle et un paramètre de forme. Les valeurs de ces paramètres sont illustrées dans le Tableau 3.8.

La Figure 3.22 montre bien qu'une loi de Student avec les paramètres donnés ci-dessus décrit bien les données obtenues par des simulations Monte Carlo.

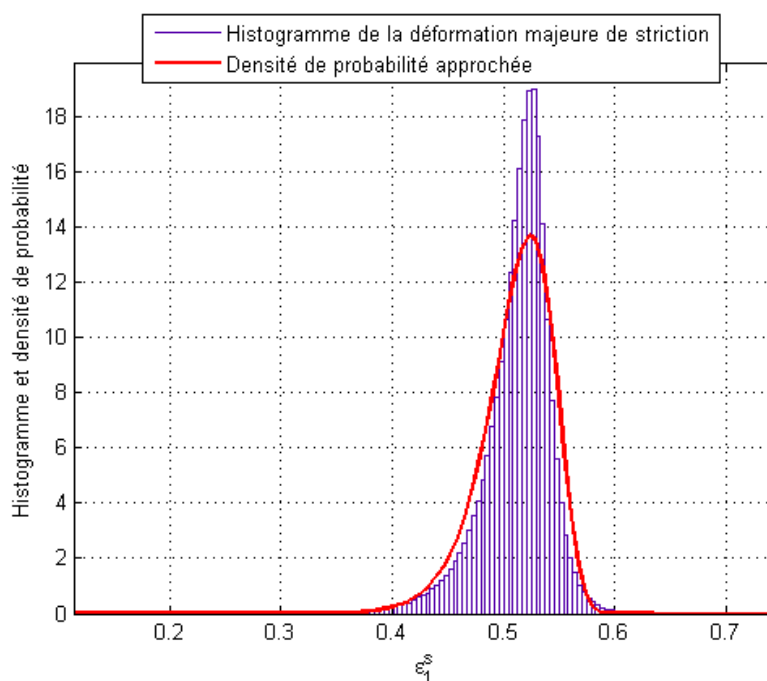


FIGURE 3.21 – Histogramme et densité de probabilité de la déformation majeure de striction

Type de distribution	ι_i	ι_k	ι_k
Student	-0,274294	0,0038	4,01315

TABLE 3.8 – paramètres de la loi de Student

- Ajustement de la distribution de la déformation majeure de plissement

Des analyses statistiques ont montré que la déformation majeure de plissement suit une loi Gamma à 3 paramètres. Cette loi est testée pour deux et trois paramètres, la densité de probabilité à trois paramètres se rapproche mieux à l'histogramme des déformations. Les paramètres caractérisant cette loi sont donnés dans le Tableau 3.9. L'histogramme et la densité de probabilité

Type de distribution	γ_1	γ_2	γ_3
Gamma	40,1444	0,0038	-0,0904

TABLE 3.9 – paramètres de la loi Gamma

de la déformation majeure de plissement sont représentés sur la Figure 3.24. On remarque bien que cette loi permet un rapprochement acceptable en

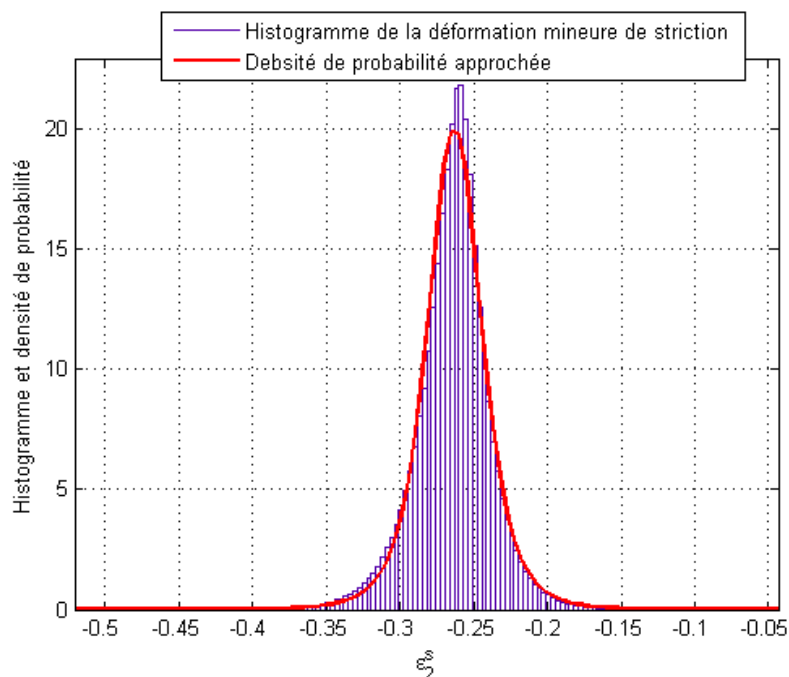


FIGURE 3.22 – Histogramme et loi de probabilité de la déformation mineure de striction

comparaison avec les données obtenues par des simulations de Monte Carlo surtout au niveau des queues de distribution.

- Ajustement de la distribution de la déformation mineure de plissement

A partir de l'histogramme tracé pour ces déformations, on estime les deux premiers moments de la distribution par la méthode de maximum de vraisemblance. Un rapprochement avec une loi de Gumbel décrit bien les données obtenues avec des simulations Monte Carlo à base du métamodèle. Les caractéristiques de la loi de Gumbel sont données dans le Tableau 3.10. Ces paramètres (a, b) représentent respectivement le paramètre d'échelle et le paramètre de forme.

Type de distribution	ς_1	ς_2
Gumbel	-0,089	0,0321

TABLE 3.10 – paramètres de la loi Gumbel

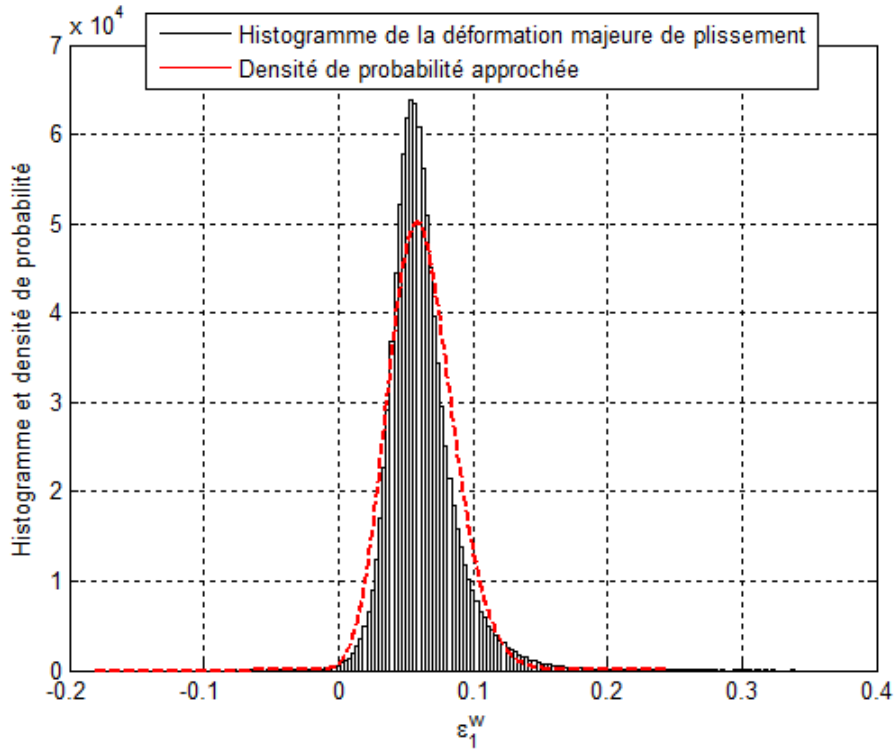


FIGURE 3.23 – Histogramme et loi de probabilité de la déformation majeure de plissement

3.5 Étude probabiliste de la striction

La fonction d'état limite qui sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté est donnée par l'équation suivante :

$$G(\varepsilon_2^s, \varepsilon_1^s) = \varepsilon_1^s + \alpha \times \varepsilon_2^s - \gamma \quad (3.6)$$

avec :

- ε_1^s : la déformation majeure de striction ;
- ε_2^s : la déformation mineure de striction ;
- α : la pente de la courbe limite de striction ;
- γ : la valeur à l'origine de la courbe limite de striction ;

L'estimation de la probabilité de défaillance revient en réalité à estimer numériquement l'intégrale donnée par l'équation 3.7. Ceci est maintenant possible puisque les déformations principales sont caractérisées avec des lois de probabilité.

$$P_f(G > 0) = P_f(\varepsilon_1^c + \alpha \varepsilon_2^c > \gamma) = 1 - P_f(\varepsilon_1^c + \alpha \varepsilon_2^c \leq \gamma) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} PDF ds \quad (3.7)$$

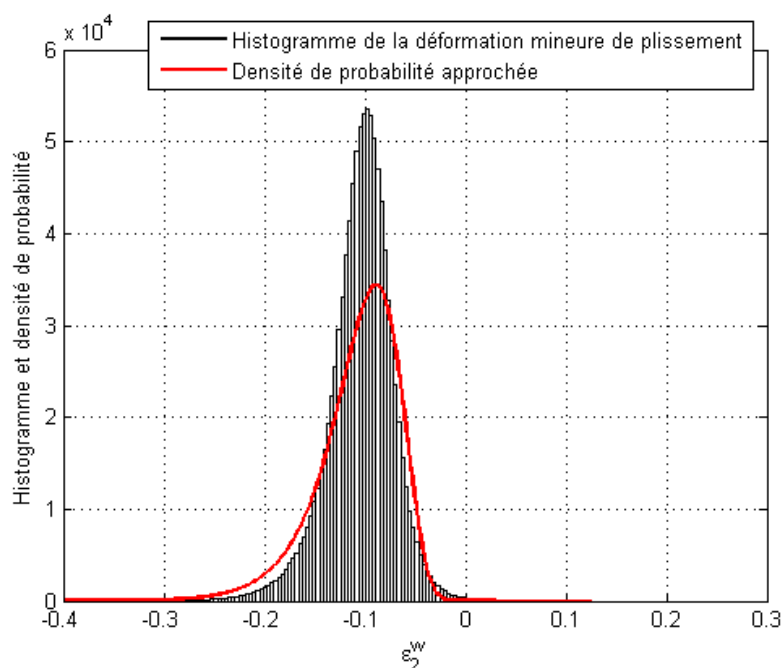


FIGURE 3.24 – Histogramme et loi de probabilité de la déformation mineure de plissement

Les déformations majeures et mineures étant caractérisées d'une manière probabiliste. Il est maintenant possible de statuer sur la probabilité de défaillance de striction et de plissement d'une manière directe. On suppose que déformations principales sont statistiquement indépendantes.

La fonction d'état limite qui sépare le domaine de défaillance du domaine admissible ou de faisabilité est donnée par l'équation 3.6. Des simulations Monte-Carlo nous ont permis de déterminer la densité de probabilité de la première fonction d'état limite. La densité de probabilité semble bien suivre une loi de Student dont les paramètres sont résumés sur le Tableau 3.11.

L'accès à la probabilité de défaillance devient maintenant direct. En premier

Type de distribution	ι_i	ι_j	ι_k
Student	-0,143291	0,03554	8,16939

TABLE 3.11 – Caractéristiques probabilistes de la première fonction d'état limite

lieu, on considère que la CLF est déterministe ce qui n'est pas vrai. Aussi, on définit souvent, tant dans l'industrie que dans les travaux parus dans la littérature une zone de sécurité qui consiste à décaler la CLF par rapport à sa position de référence. Cette courbe connue sous le nom de Diagramme Limite de Formage

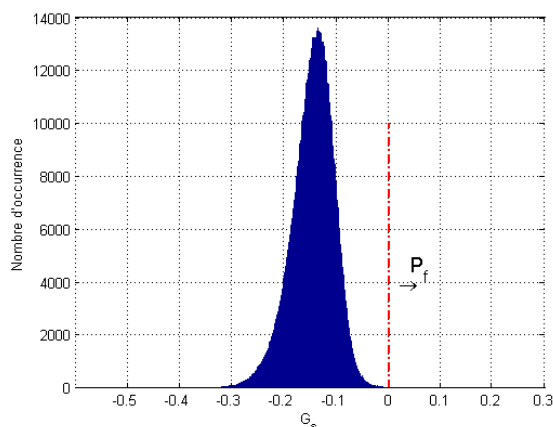


FIGURE 3.25 – PDF de la fonction d'état limite : striction

(DLF) est positionnée la plupart du temps de 5 à 10% par rapport à la courbe de référence. Ensuite, on suppose que la CLF varie suivant une loi normale ce qui peut nous donner une idée sur la variation de cette probabilité dans le cas où l'emplacement et la forme de la CLF présente un caractère aléatoire.

Mode de défaillance : striction	P_f	β
CLF déterministe	$8,49 \times 10^{-4}$	3,1388
CLF (s=5%)	0,0017	2,9329
CLF (s=10%)	0,0042	2,6387
CLF (aléatoire)	$9,61 \times 10^{-4}$	3,1023

TABLE 3.12 – Probabilité de défaillance et indice de fiabilité associé

D'après les résultats obtenus dans le Tableau 3.12, on remarque bien une différence nette sur les probabilités de défaillance pour chaque cas. Si on traduit ces probabilités en terme de nombre de pièces défaillantes dans un cycle de production ceci nous donne sur une cadence de 1000 pièces : 0,849 pièces pour le cas déterministe, 1,7 pièces pour une CLF décalée de 5%, 4,2 pièces défaillantes pour une CLF décalée de 10% et 0,961 pièces dans le cas où la CLF suit une loi normale. En réalité la définition d'une marge de sécurité ne se base sur aucun fondement et n'est pas justifiée.

C'est ce qu'on constate en observant que la différence de la probabilité de défaillance entre le cas déterministe et le cas où la CLF est aléatoire n'est que de 1,16%. Nous pouvons conclure que la définition des diagrammes limites de formage ne permet d'affecter la probabilité de défaillance réellement et que minimiser l'étendue de la zone admissible de formabilité n'a pas de sens fiabiliste. Avec cette approche on a pu statuer sur la fiabilité du procédé mais aussi sur la fiabilité de la CLF de référence à assurer un niveau de fiabilité acceptable ce qui nous permet de

gagner sur la zone admissible ou de faisabilité.

La Figure 3.26 présente la répartition des déformations principales générés suivant leurs lois de probabilité dans le cas où la courbe limite est considérée comme déterministe.

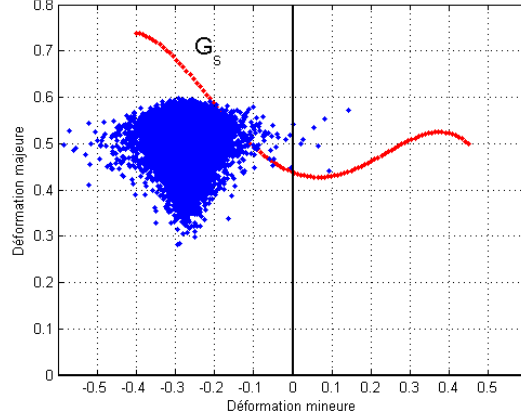


FIGURE 3.26 – Simulation Monte Carlo pour la striction

3.6 Étude probabiliste de plissement

L'estimation de la probabilité de défaillance de plissement est basée sur la courbe limite de plissement décalée de la courbe de cisaillement pur. Celle-ci est exprimée analytiquement selon l'équation suivante :

$$G(\varepsilon_2^w, \varepsilon_1^w) = \varepsilon_1^w + tg(45 + \theta) \times \varepsilon_2^w - s \quad (3.8)$$

avec :

- ε_1^w : la déformation majeure de plissement ;
- ε_2^w : la déformation mineure de plissement ;
- θ : l'angle d'inclinaison par rapport à la courbe limite de plissement ;
- s : le coefficient de sécurité ;

Dans le cas où θ est nul cette équation se ramène à :

$$G(\varepsilon_2^w, \varepsilon_1^w) = \varepsilon_1^w + \varepsilon_2^w - s \quad (3.9)$$

En se basant sur les caractéristiques probabilistes des déformations principales déterminées précédemment, on trace la densité de probabilité de cet état limite. La probabilité de défaillance est calculée aussi pour certaines valeurs de l'angle θ . En effet, l'angle θ est à déterminer par l'utilisateur, sa valeur est définie en fonction du niveau de qualité souhaitée par l'utilisateur. Celle-ci peut se traduire par la qualité

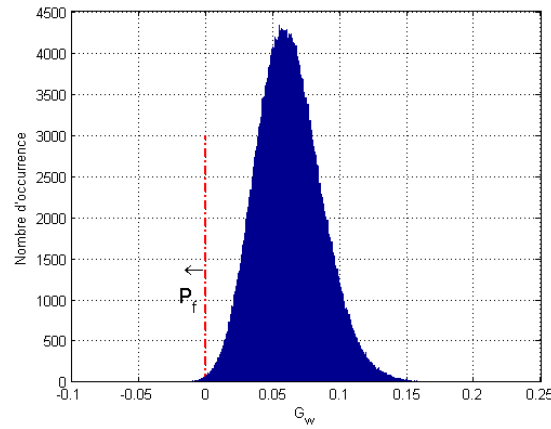


FIGURE 3.27 – Fonction d'état limite : plissement

de la surface. Plus on augmente θ , plus la qualité de la pièce finale est bonne et présente moins d'ondulations sur la membrane. Les niveaux de fiabilité pour quelques valeurs de θ sont donnés dans le Tableau 3.13 :

Mode de défaillance : plissement	P_f	β
$\theta = 0^\circ$	0,0012	3,029
$\theta = 5^\circ$	0,0060	2,5152
$\theta = 10^\circ$	0,0272	1,9233

TABLE 3.13 – Probabilité de défaillance et indice de fiabilité

3.7 Effets des corrélations sur la probabilité de défaillance

Dans cette section, on étudie le cas où on suppose que les déformations principales critiques de striction et de plissement sont corrélées. Le Tableau 3.14 présente l'évolution de la probabilité de défaillance pour différentes valeurs du coefficient de corrélation. D'après ces résultats, on remarque bien que le coefficient de corrélation affecte considérablement la probabilité de défaillance, celle-ci augmente pour une augmentation du coefficient de corrélation entre les déformations principales.

De même aussi pour le plissement, on fait varier le coefficient de corrélation entre les déformations principales et on réévalue les probabilités de défaillance. Le Tableau 3.15 récapitule l'évolution de la probabilité de défaillance :

Coefficient de corrélation ρ_c	P_f	β
$\rho_c = 0$	$8,49 \times 10^{-4}$	3,1388
$\rho_c = 0,2$	$1,4 \times 10^{-3}$	2,9859
$\rho_c = 0,4$	$2,1 \times 10^{-3}$	2,8558
$\rho_c = 0,6$	$3,1 \times 10^{-3}$	2,7415
$\rho_c = 0,8$	$4,2 \times 10^{-3}$	2,6325
$\rho_c = 1$	$6,2 \times 10^{-3}$	2,5018

TABLE 3.14 – Effet d’une corrélation entre les déformations sur la probabilité de défaillance de striction

Coefficient de corrélation ρ_c	P_f	β
$\rho_c = 0$	$1,2 \times 10^{-3}$	3,029
$\rho_c = 0,2$	$1,8 \times 10^{-3}$	2,9144
$\rho_c = 0,4$	$2,6 \times 10^{-3}$	2,8009
$\rho_c = 0,6$	$3,3 \times 10^{-3}$	2,7216
$\rho_c = 0,8$	$3,8 \times 10^{-3}$	2,6681
$\rho_c = 1$	$3,9 \times 10^{-3}$	2,66

TABLE 3.15 – Effet d’une corrélation entre les déformations sur la probabilité de défaillance de plissement

3.8 Estimation spatiale de la probabilité de défaillance

Dans cette section, on s’intéresse à la variation spatiale de la probabilité de défaillance pour les deux modes de défaillance. En effet, dû aux incertitudes qui peuvent affecter certains paramètres, la localisation de la déformation ou de la contrainte peut changer d’un élément à un autre. Ceci est confirmé en visualisant la variation de l’indice de fiabilité dans tous les éléments. Les Figures 3.28-3.29 montrent bien que l’indice de fiabilité varie aléatoirement pour les deux modes de défaillance. Cette variation est plus importante pour le plissement que pour la striction. Ceci peut s’expliquer par le fait que le phénomène de plissement est plus sensible aux variations qui peuvent affecter le déroulement d’une opération d’hydroformage. Il apparaît que la striction du tube est moins sensible aux variations de ces paramètres, vu que l’indice ne varie pas d’une manière importante.

3.9 Estimation de la probabilité de défaillance par une technique de logique floue

L’estimation de la probabilité de défaillance en considérant des coefficients de sécurité ne permet pas de déterminer d’une manière assez précise la probabilité de défaillance. Dans cette partie, on introduit une technique originale permettant de mieux interpréter les incertitudes relatives à la CLF par une méthode de logique

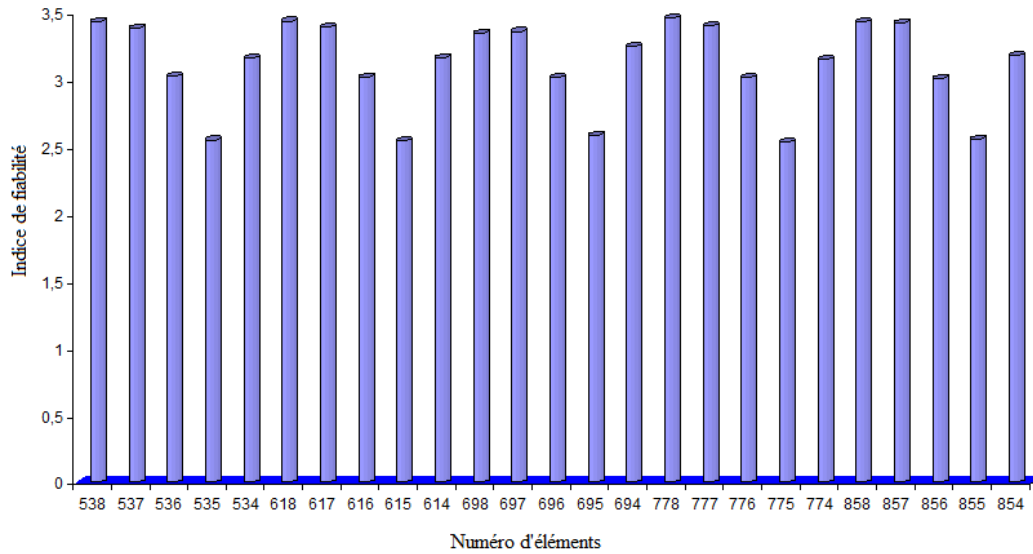


FIGURE 3.28 – Évolution spatiale de l'indice de fiabilité de plissement

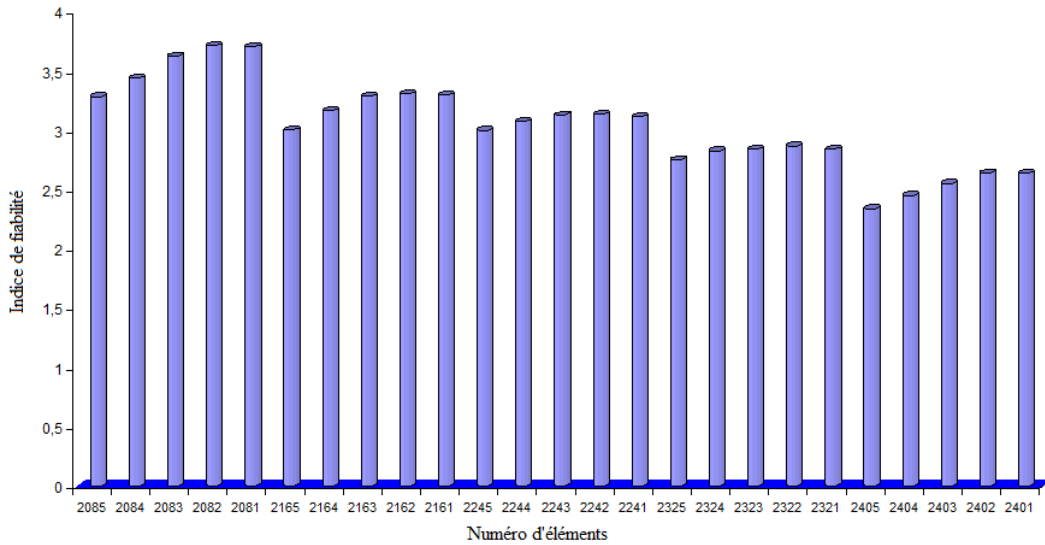


FIGURE 3.29 – Évolution spatiale de l'indice de fiabilité de striction

floue. Cette technique permet une meilleure analyse des incertitudes.

La logique floue a été introduite par [Zadeh 1965] et a été largement utilisée dans la littérature pour la modélisation des incertitudes. La technique de la logique floue se base sur la définition d'une fonction d'appartenance notée par χ . Pour l'estimation de la probabilité de défaillance, on utilise une fonction d'appartenance définie sur la Figure 3.30. Elle vaut 0 quand celle-ci coïncide avec le diagramme limite de formage (DLF), 1 quand celle-ci coïncide avec la courbe limite de formage (CLF) et prend une valeur entre $[0,1]$ quand elle se trouve entre le DLF et la CLF. Analytiquement, La fonction d'appartenance est définie comme suit :

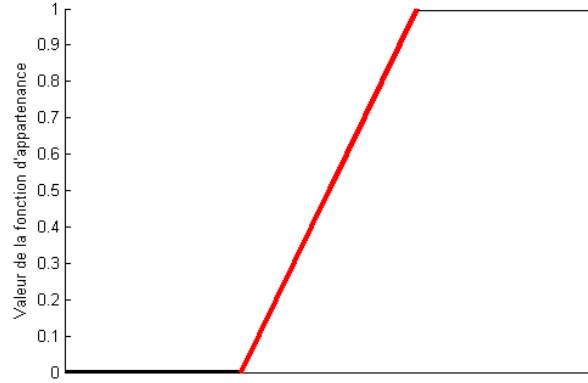


FIGURE 3.30 – Choix de la fonction d'appartenance

$$\chi(u) = \begin{cases} 1, & \text{si } u \in \Gamma_F ; \\ 0, & \text{si } u \in \Gamma_D ; \\]0, 1[, & \text{si } u \in \Gamma_S ; \end{cases}$$

avec :

- Γ_F : représente la courbe limite de formage de référence (CLF) ;
- Γ_D : représente le diagramme limite de formage (DLF) ;
- Γ_S : le domaine situé entre la CLF et le DLF ;

La Figure 3.31 présente les courbes limites de formage pour la striction et le plissement. Pour chaque courbe qui se trouve entre ces deux courbes, on attribue une valeur d'appartenance et on estime la probabilité de défaillance. L'évolution de

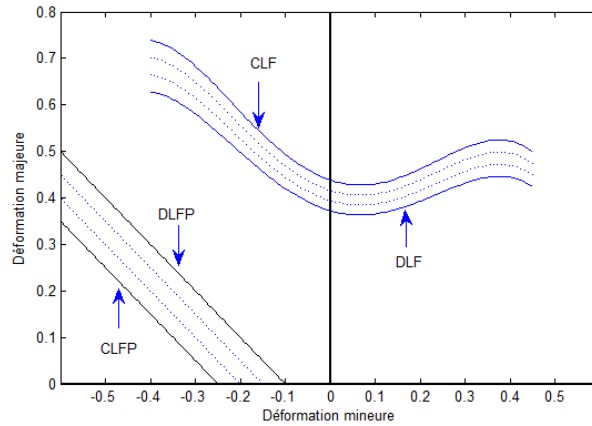


FIGURE 3.31 – Courbes limites de formage et diagrammes limites de formage

la probabilité de défaillance est illustrée sur les Figures 3.32-3.33 pour la striction

et le plissement respectivement.

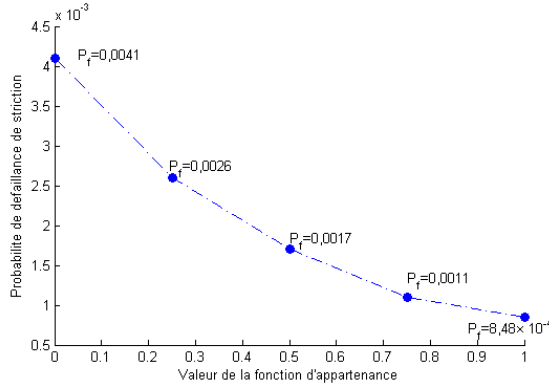


FIGURE 3.32 – Évolution de la probabilité de défaillance de striction en fonction de la valeur d'appartenance

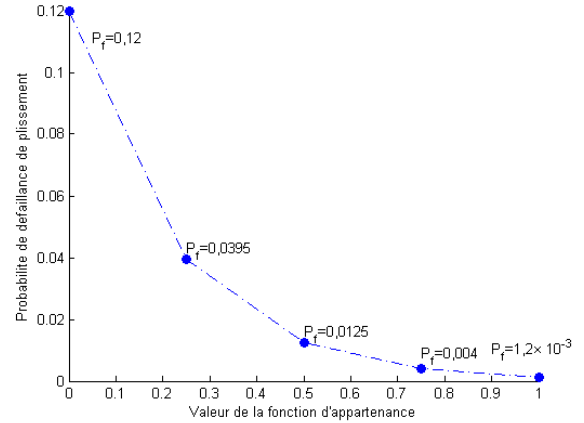


FIGURE 3.33 – Évolution de la probabilité de défaillance de plissement en fonction de la valeur d'appartenance

3.10 Conclusions

Dans ce chapitre, une stratégie est développée pour statuer sur la probabilité de défaillance d'une opération de mise en forme par hydroformage. Cette stratégie se base sur l'identification d'une zone critique où le risque d'occurrence de l'instabilité plastique est maximal. Cette stratégie permet de réduire la taille du problème et de ne s'intéresser qu'à la zone critique.

La courbe limite de formage du matériau a été utilisée dans le but de définir les fonctions d'états limites qui séparent la zone admissible ou zone de faisabilité du domaine de défaillance. A partir de cette courbe, deux courbes peuvent être définies, une courbe limite de striction et une courbe limite de plissement.

L'estimation de la probabilité de défaillance est faite à la base d'une caractérisation probabiliste des déformations principales pour chaque mode de défaillance. Cette étape est délicate vu que la précision sur la probabilité de défaillance se base sur un ajustement précis de ces densités de probabilité et surtout au niveau des queues de distributions car on s'intéresse aux faibles probabilités de défaillance.

Cette approche présente deux avantages principaux : sa simplicité et son indépendance par rapport au procédé de mise en forme. Son application nécessite une identification des modes de défaillance et la définition des états limites qui séparent le domaine de faisabilité du domaine de défaillance.

Contribution à l'optimisation fiabiliste et robuste du procédé d'hydroformage

4.1 Introduction

L'optimisation déterministe ne permet pas d'assurer un optimum fiable dû à la présence d'incertitudes. Ceci peut avoir des conséquences néfastes dans la mise en forme notamment dans le cas d'une production massive. Le pourcentage des pièces défectueuses peut être important, ce qui minimise la rentabilité du procédé. Dans l'objectif de surmonter ce problème, certains auteurs ont trouvé dans l'optimisation avec prise en compte d'incertitudes une alternative afin de mieux contrôler une opération de mise en forme. Deux approches ont été présentées dans la littérature pour permettre l'intégration d'incertitudes dans le cycle d'optimisation (1) l'optimisation fiabiliste et (2) l'optimisation robuste. Ces deux approches présentent un intérêt majeur pour la fiabilisation et la stabilisation du processus de fabrication. Cependant, leurs implémentations nécessitent des moyens numériques plus performants par rapport aux techniques déterministes classiques. Dans le cadre de ce chapitre, des problèmes de mise en forme de tubes et de plaques sont résolus avec les deux approches citées précédemment.

Dans le cas de la mise en forme, l'approche d'optimisation probabiliste ou fiabiliste consiste à définir une fonction objectif à minimiser ou à maximiser sous des contraintes probabilistes. L'application d'une telle approche nécessite l'identification des paramètres incertains et des modes de défaillances ainsi qu'un algorithme qui permet la recherche de l'optimum et de s'assurer de son niveau de fiabilité. La caractérisation probabiliste des paramètres incertains comme les paramètres matériaux, les paramètres géométriques ou les paramètres liés aux problèmes de contact et de frottement génèrent un coût élevé et l'accès à ces informations est souvent difficile. Dans la majorité des études qui s'intéressent à la caractérisation probabiliste des matériaux, on part souvent d'un échantillon de taille réduite et on essaye de rapprocher une distribution usuelle à un tel paramètre par des méthodes numériques. Afin de résoudre le problème d'optimisation fiabiliste, on est amené à définir une technique convenable permettant le transport d'incertitudes et aussi d'un algorithme qui permet de résoudre le problème d'optimisation fiabiliste ou robuste souvent lent de convergence.

L'optimisation fiabiliste et robuste d'une opération de mise en forme par hydroformage pose deux difficultés majeures : La première est liée à l'estimation de la probabilité de défaillance. Celle-ci nécessite d'une part une caractérisation probabiliste des différents paramètres mis en jeu et d'autre part la définition des états limites qui sont souvent implicites. Leurs évaluations passent par des simulations numériques. La deuxième difficulté est liée au choix de l'algorithme. En effet, ce type de problème nécessite un algorithme d'optimisation non-linéaire performant, vu les non-linéarités présentes. Le couplage entre la fiabilité et la mécanique complexifie le problème.

Dans ce chapitre, on propose d'apporter une contribution à l'optimisation fiabiliste et robuste du procédé d'hydroformage à travers quelques exemples. Différents types d'algorithmes sont testés afin de comparer leurs performances pour ce type de problème. Dans la plupart des cas traités, une analyse fiabiliste est faite sur l'optimum déterministe et fiabiliste pour étudier leur stabilité et voir leur sensibilité vis-à-vis des fluctuations.

4.2 Approche probabiliste dans la mise en forme

En réalité, peu d'études s'intéressent aux effets d'incertitudes dans la mise en forme et leurs impacts sur les propriétés finales de la pièce et sur la stabilité du procédé. La majorité des travaux présentés ces dernières années s'intéressent soit à l'optimisation déterministe du procédé ou à l'évaluation de la probabilité de défaillance. Quelques tentatives ont été présentées dans la littérature pour coupler ces deux aspects. À travers ce chapitre, on essaiera de détailler les deux aspects portant sur l'évaluation de la probabilité de défaillance et aussi l'optimisation afin d'élucider le problème et remédier aux principales difficultés.

Ce paragraphe fait l'état de l'art des principaux travaux apparus dans la littérature et qui prennent en compte les incertitudes dans le processus d'optimisation de certains procédés de mise en forme. [Ganter & Kuzman 2005] optimisent le procédé d'emboutissage avec une technique qui se résume en deux étapes : la première consiste à définir un plan d'expérience numérique et de récupérer en sortie des indicateurs liés aux modes de défaillance potentiels. Ces réponses représentent le danger d'occurrence de différentes instabilités plastiques en fonction des paramètres d'entrée. Ils évaluent le risque d'amincissement, de plissement et de localisation en fonction des paramètres aléatoires définis au départ. La deuxième étape consiste à déterminer à l'aide des simulations Monte Carlo un intervalle de variation de l'effort de flan assurant une probabilité de défaillance minimale. Un test expérimental est réalisé à l'appui pour prouver l'efficacité de cette méthode. [Zhang & Shivpuri 2009] tiennent compte des dispersions dans le cas de l'emboutissage pour minimiser le risque de plissement et de striction. Ils commencent par une quantification

d'incertitudes des paramètres incertains puis à l'aide d'une technique de surface de réponse, ils estiment un indice de qualité à maximiser. Ils définissent comme variable de conception l'effort de flan et le coefficient de frottement entre le flan et le serre flan et comme variables incertaines les paramètres matériaux. Selon les auteurs, cette approche probabiliste optimise l'indice de qualité par rapport à l'approche déterministe de 42%. [Kleiber *et al.* 2004] étudient les effets d'incertitudes dans le cas de l'emboutissage d'une boîte carré. Ils définissent comme variable de conception l'effort du poinçon ainsi que les coefficients de frottement. Ils utilisent le diagramme limite de formage (DLF) afin d'identifier la zone de faisabilité et utilisent une technique adaptative de Monte Carlo pour l'analyse de fiabilité.

Les approches probabilistes dans le cas de la mise en forme permettent d'inclure les incertitudes dans le processus d'optimisation. Elles permettent également de mieux comprendre leurs impacts sur les propriétés finales de la pièce et de minimiser au maximum le risque d'occurrence de certains types d'instabilités plastiques au cours de la fabrication. L'efficacité de ces approches passe par une caractérisation précise de ces incertitudes permettant de mener au mieux une opération de mise en forme et de minimiser tout risque d'occurrence des phénomènes indésirables ou modes de défaillance. L'introduction des approches probabilistes ou fiabilistes dans la mise en forme représente un vrai challenge. Cela permet de garantir la stabilité du procédé qui n'est pas assurée avec les approches déterministes classiques actuelles. La tendance vers cette approche commence à voir le jour et quelques codes éléments finis comme «AutoForm-Sigma» intègrent des outils statistiques permettant de prédire les réponses sous forme des densités de probabilité avec des intervalles de confiance.

4.3 Caractérisation des procédés de mise en forme par des fonctions objectif

L'optimisation des procédés de mise en forme se fait généralement par la définition des fonctions objectif et des fonctions contraintes. Ces fonctions permettent de contrôler le procédé et d'assurer une bonne qualité du produit final durant le procédé. Ils permettent aussi d'éviter l'apparition de certains modes de défaillance susceptible d'apparaître. Plusieurs travaux apparus dans la littérature se sont inspirés de la courbe limite de formage que ce soit dans le plan des contraintes ou des déformations principales pour définir leurs fonctions. Certains définissent des fonctions qui portent sur le degré de conformité par rapport à la matrice afin que la pièce prend la forme de la matrice. Autres types de fonctions peuvent être définies qui consistent à minimiser le taux d'endommagement dans la pièce. L'optimisation des procédés de mise en forme par le biais de certaines fonctions objectif avec ou sans contraintes déterministes est une approche largement utilisée. Cependant, elle est souvent critiquée vu qu'elle n'intègre pas les incertitudes sur les paramètres alors que ces aléas sont présents. A travers ce chapitre, nous optimisons le procédé d'hydro-

formage avec différents types de fonctions objectif en remplaçant les contraintes déterministes par des contraintes probabilistes. Nous discutons également le couplage entre les aspects mécaniques et les aspects probabilistes qui représentent le noyau de cette approche.

4.4 Optimisation de la mise en forme d'un tube en T

4.4.1 Description du problème

Cet exemple a été largement étudié dans la littérature mais dans un contexte d'optimisation déterministe. Le problème est résolu d'une manière déterministe ensuite avec une approche probabiliste afin de comparer les deux et souligner l'apport de l'approche probabiliste. La même méthodologie a été présentée dans [Ben Abdesslem *et al.* 2010c] et [Ben Abdesslem *et al.* 2010b] pour l'hydroformage de tubes. La formulation du problème d'optimisation peut être posée de différentes manières suivant les objectifs recherchés.

4.4.2 Modèle éléments finis

Un modèle éléments finis est défini pour effectuer l'ensemble des simulations numériques nécessaires. Ce modèle est composé d'une matrice qui sert à donner la forme au tube, d'un poinçon qui a pour rôle d'apporter de la matière à la zone expansée afin d'éviter la striction prématurée du tube. Ces deux corps sont modélisés par des corps rigides. Le tube est de longueur 121 mm, de diamètre 45,4 mm et d'épaisseur initiale de 1,2 mm. Le modèle éléments finis ainsi que le maillage sont donnés sur les Figures 4.1-4.2. Vu la symétrie du problème et dans le but de réduire le temps de calcul, on modélise le 1/4 du modèle.

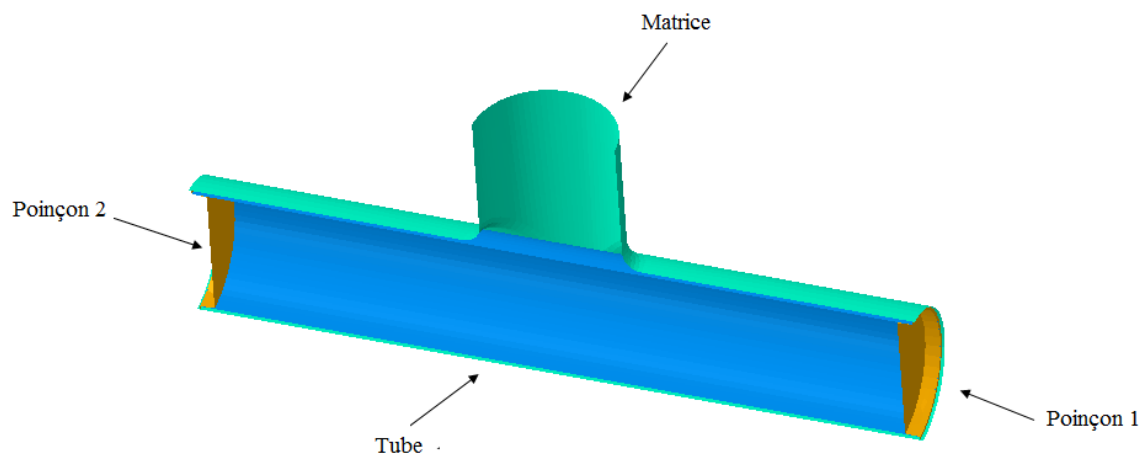


FIGURE 4.1 – Modèle éléments finis : vue éclatée

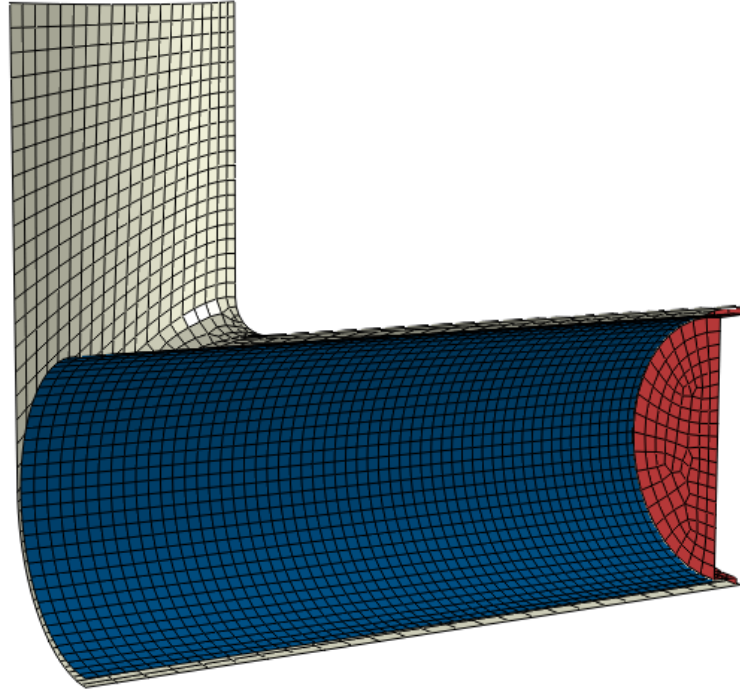


FIGURE 4.2 – Maillage adapté du modèle

Le matériau utilisé pour la mise en forme de ce tube est l'acier DC06. Un modèle d'écrouissage de Swift est choisi dont les propriétés mécaniques sont présentées dans le Tableau 4.1.

$k(MPa)$	n	ε_0
527	0,24	0,0024

TABLE 4.1 – Coefficients du modèle d'écrouissage

4.4.3 Choix de la fonction objectif et définition des contraintes

La résolution de ce type de problème peut être formulée de manière différentes. On peut fixer comme objectif par exemple d'assurer une uniformité au niveau de la répartition de l'épaisseur finale, une minimisation du taux d'endommagement ou autres. Ici, on s'intéresse à maximiser la hauteur du dôme, on note par u_{max} la hauteur maximale atteinte lors du procédé. Les contraintes du problème sont définies pour éviter les modes de défaillances probables durant le procédé.

L'hydroformage de tube présente souvent deux types d'instabilités plastiques à contrôler : le plissement et la striction. Pour éviter l'occurrence de ces deux modes de défaillances, deux critères sont définis. L'évaluation et le contrôle de ces deux instabilités plastiques permet d'obtenir une pièce sans défauts. Ces deux critères

sont illustrés comme suit :

- Critère de plissement

Pour la détection de plissement, on se base sur la déformation plastique critique hors plan. En effet, la valeur maximale de cette déformation est localisée au niveau de la zone de transition comme le montre la Figure 4.3. Une valeur élevée de cette déformation est synonyme de plissement. Cette valeur critique de déformation est équivalente à $\varepsilon_{hp}=0,6587$ déterminée à l'aide de quelques simulations déterministes.

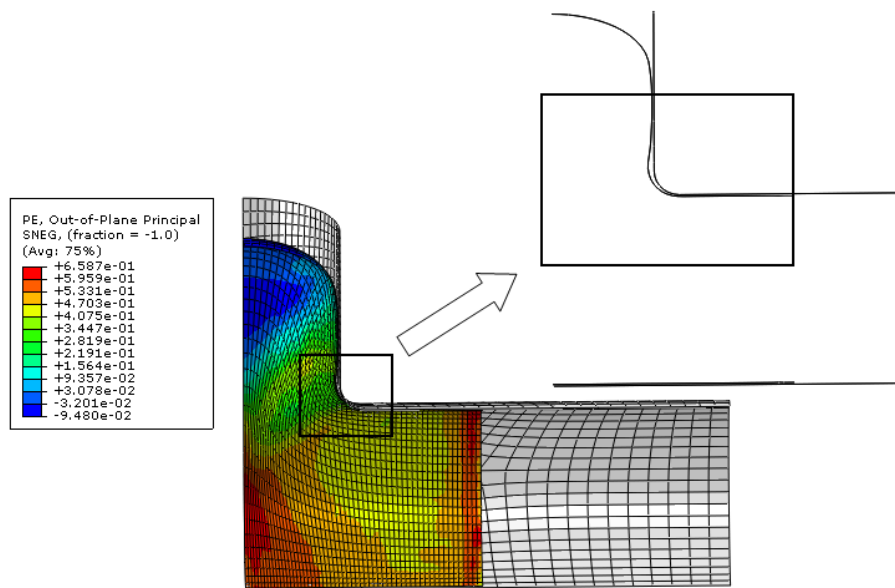


FIGURE 4.3 – Localisation et valeur limite de la déformation plastique hors plan

- Critère de striction

Pour la striction, on se base sur un critère simple qui consiste à définir un taux d'amincissement critique à ne pas dépasser. Ici on tolère un taux d'amincissement de l'ordre de 25%. La Figure 4.4 représente la localisation de l'amincissement critique au niveau du dôme.

4.4.4 Choix des paramètres incertains

Le choix des paramètres de chargements comme paramètres incertains est justifié par le fait que le procédé présente une certaine sensibilité vis-à-vis de ces paramètres. En effet, une légère variation de ces paramètres autour de leurs valeurs moyennes peut entraîner l'échec du procédé et l'occurrence des instabilités plastiques. La réussite de ce type de procédé nécessite une bonne synchronisation entre la pression interne et le déplacement axial appliqués. La prise en compte de ces incertitudes

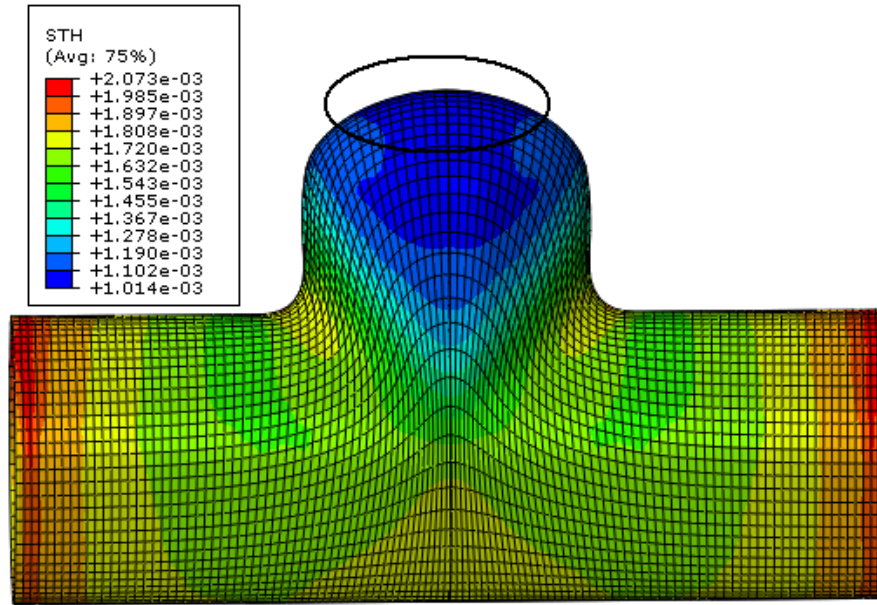


FIGURE 4.4 – Localisation de l'amincissement final

dans un contexte d'optimisation permet de mieux déterminer les trajets de chargements qui laissent le procédé insensible aux différentes variations.

Les paramètres matériaux ainsi que le coefficient de frottement entre la matrice et le tube sont considérés comme déterministes définis par leurs valeurs nominales.

Les trajets de chargements donnant la variation de la pression et du déplacement axial en fonction du temps sont illustrés sur la Figure 4.5. Ces paramètres de chargements sont donnés en fonction de leurs valeurs moyennes. Les caractéristiques probabilistes de ces paramètres sont présentées sur le Tableau 4.2.

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
P_1	25	5	Normale
P_2	45	5	Normale
D_1	10	5	Normale
D_2	20	5	Normale

TABLE 4.2 – Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements

4.4.5 Construction de la fonction objectif et des contraintes

La résolution du problème d'optimisation se base sur la construction des méta-modèles donnant la fonction objectif et les contraintes en fonction des paramètres

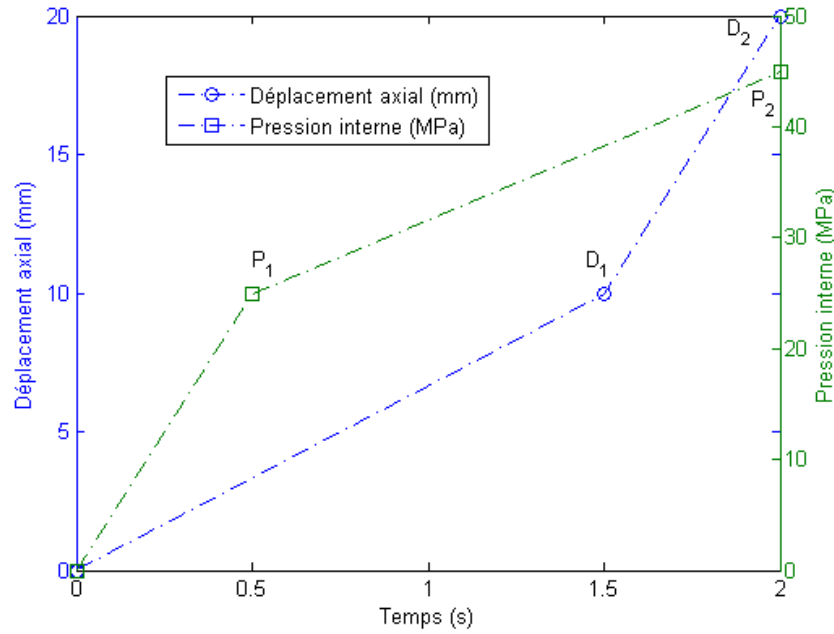


FIGURE 4.5 – Trajets de chargements

incertains. Un plan d'expérience de type composite centré est choisi pour effectuer l'ensemble des simulations nécessaires. Vu les non linéarités qui existent dans le problème, on choisit un modèle quadratique donné par l'équation (3.3) pour représenter l'ensemble de ces réponses. Les Figures 4.6-4.7-4.8 représentent respectivement : le déplacement maximal au dôme, la déformation plastique hors plan maximale et l'amincissement final au niveau du dôme. Une analyse statistique sur les métamodèles montre bien que ces derniers assure un niveau de précision assez acceptable pour prédire les réponses. Les coefficients de détermination sont présentés au Tableau 4.3.

Réponse	u_{max}	ε_{hp}	Amincissement
R^2	0,9970	0,9393	0,9954
R^2_{adj}	0,9856	0,7175	0,9780

TABLE 4.3 – Indicateurs statistiques

4.4.6 Formulation déterministe du problème d'optimisation

Le problème est résolu tout d'abord d'une manière déterministe. Deux types d'algorithmes d'optimisation non linéaire sont utilisés afin de déterminer l'optimum déterministe : un algorithme de type gradient et un algorithme à recherche directionnel «Pattern Search (PS)» qui se base sur une technique de grille pour la

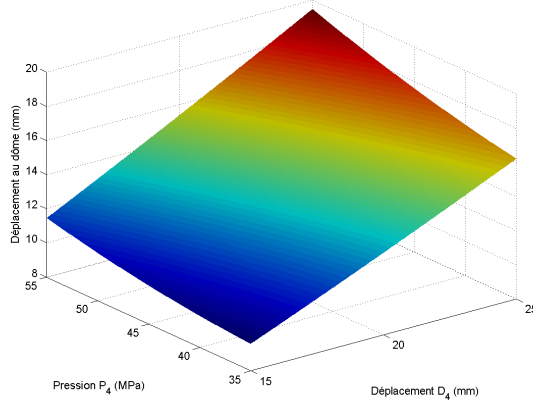


FIGURE 4.6 – Approximation du déplacement maximal

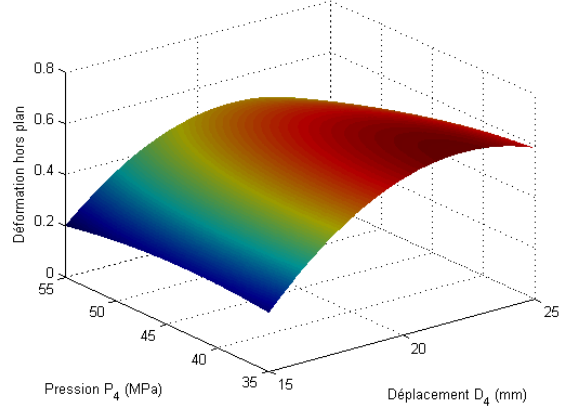


FIGURE 4.7 – Approximation de la déformation plastique hors plan

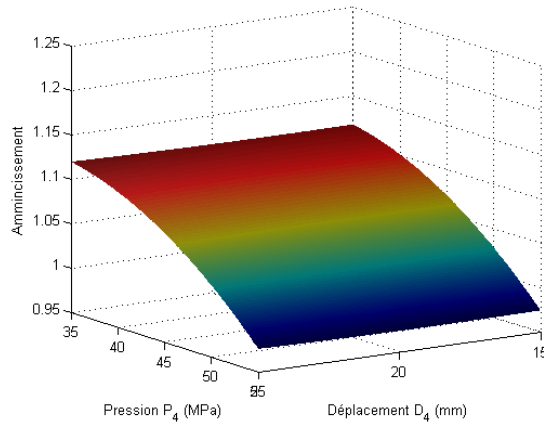


FIGURE 4.8 – Approximation de l'amincissement

recherche de l'optimum.

Mathématiquement, le problème d'optimisation déterministe peut être formulé comme suit :

$$\begin{cases} \text{Maximiser } u_{max}(d) \\ g_1(d) = \varepsilon_{hp} - 0,6587 \leq 0 \\ g_2(d) = 0,95 - h_{min} \leq 0 \\ d = (D_1, D_2, P_1, P_2) \end{cases} \quad (4.1)$$

Le problème d'optimisation consiste à maximiser la hauteur du dôme tout en assurant à ce que ni la striction ni le plissement n'apparaîtront pas durant la mise en forme. Pour la striction, on tolère un amincissement de l'ordre de 25%.

4.4.7 Résultats et analyses

La résolution du problème avec un algorithme de type SQP permet d'atteindre l'optimum déterministe au bout de 19 itérations. Les trajets de chargements optimaux obtenus dans le cas déterministe sont comparés avec les trajets de départ sur la Figure 4.9. On présente également la hauteur maximale du dôme dans le cas déterministe, celle-ci atteint une valeur maximale de 19,457 mm (Figure 4.10). Avec l'algorithme (PS), on converge au bout de 5 itérations et 643 évaluations de la fonction objectif. Le chemin de convergence de ces deux algorithmes sont donnés sur la Figure 4.11.

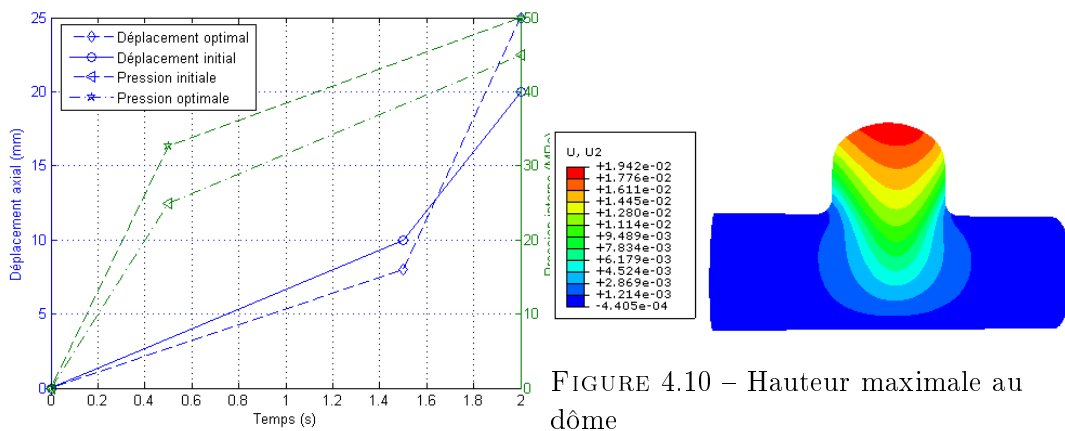


FIGURE 4.10 – Hauteur maximale au dôme

FIGURE 4.9 – Comparaison des trajets optimaux déterministes avec les trajets initiaux

Les trajets de chargements optimaux obtenus avec l'algorithme (PS) sont comparés avec ceux obtenus par algorithme (SQP). La hauteur maximale du dôme obtenue avec l'algorithme (PS) est inférieure avec celle obtenue avec l'algorithme (SQP) qui est de 19,3227 mm. La Figure 4.13 montre la répartition du déplacement pour ce deuxième cas. L'utilisation de ces deux types d'algorithmes montre que l'algorithme SQP converge vers une valeur plus faible, ce qui prouve son efficacité par rapport à l'algorithme (PS). Par contre ce dernier converge plus vite vers la solution optimale.

4.4.8 Formulation probabiliste du problème d'optimisation

Dans ce qui suit, le problème est résolu d'une manière fiable. Les contraintes déterministes formulées dans l'équation (4.1) sont transformées maintenant à des contraintes probabilistes qui portent sur l'évaluation de la probabilité qu'une de ces contraintes ne soit pas satisfaites. À noter également, qu'on suppose que ces deux modes de défaillances sont indépendants, ce qui signifie que l'occurrence de l'un

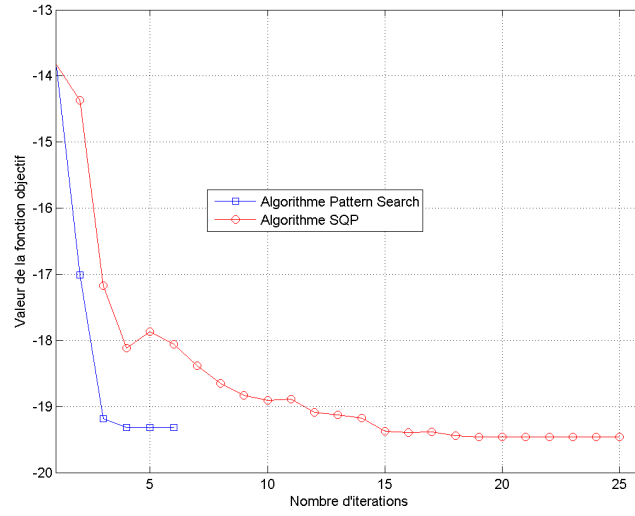


FIGURE 4.11 – Chemin de convergence pour l'algorithme SQP et l'algorithme PS

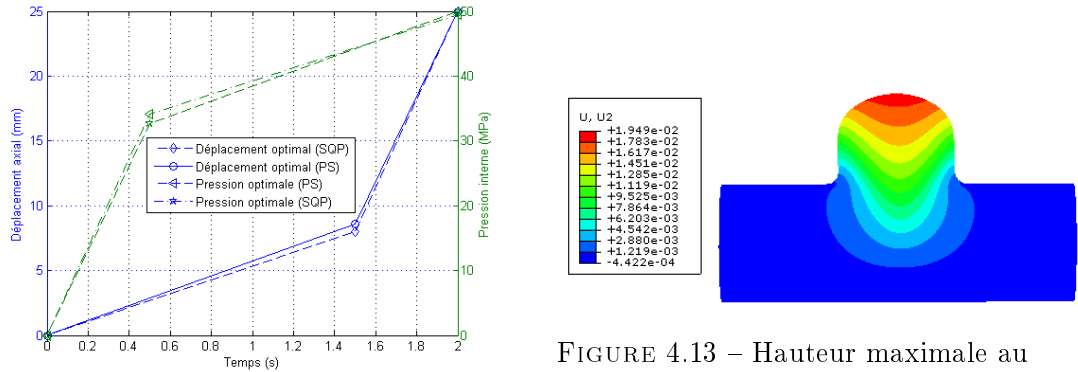


FIGURE 4.12 – Comparaison des tra-jets optimaux obtenus avec les deux algorithmes

ne dépend pas de l'autre. Dans un contexte fiabiliste, la contrainte est définie par une fonction d'état limite ou fonction de performance. Les deux fonctions d'états limites s'expriment en fonction des contraintes déterministes et elles sont données par le système d'équation (4.2) :

$$\begin{cases} G_1 = -g_1 \\ G_2 = -g_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

Le problème fiabiliste consiste à optimiser les valeurs moyennes des variables d'optimisation données par le vecteur $X = (\mu_{D_1}, \mu_{D_2}, \mu_{P_1}, \mu_{P_2})$.

Le problème d'optimisation fiabiliste est formulée comme suit :

$$\begin{cases} \text{Maximiser } u_{max}(X) \\ P[G_1(X) \leq 0] \leq P_a \\ P[G_2(X) \leq 0] \leq P_a \\ X = (\mu_{D_1}, \mu_{D_2}, \mu_{P_1}, \mu_{P_2}) \end{cases} \quad (4.3)$$

Les trajets de chargements optimums sont recherchés pour différents niveaux de fiabilité admissible : $P_a=2,28\%$; $P_a = 0,62\%$; $P_a=0,13\%$; et $P_a=3,1686 \times 10^{-3}\%$ et qui correspondent aux indices de fiabilité suivants : 2 ; 2,5 ; 3 et 4.

Pour l'optimisation fiabiliste, l'algorithme SQP est utilisé pour la résolution du problème. L'algorithme converge pour les différents niveaux de fiabilité. La convergence de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations pour ces différents cas sont présentées sur la Figure 4.14.

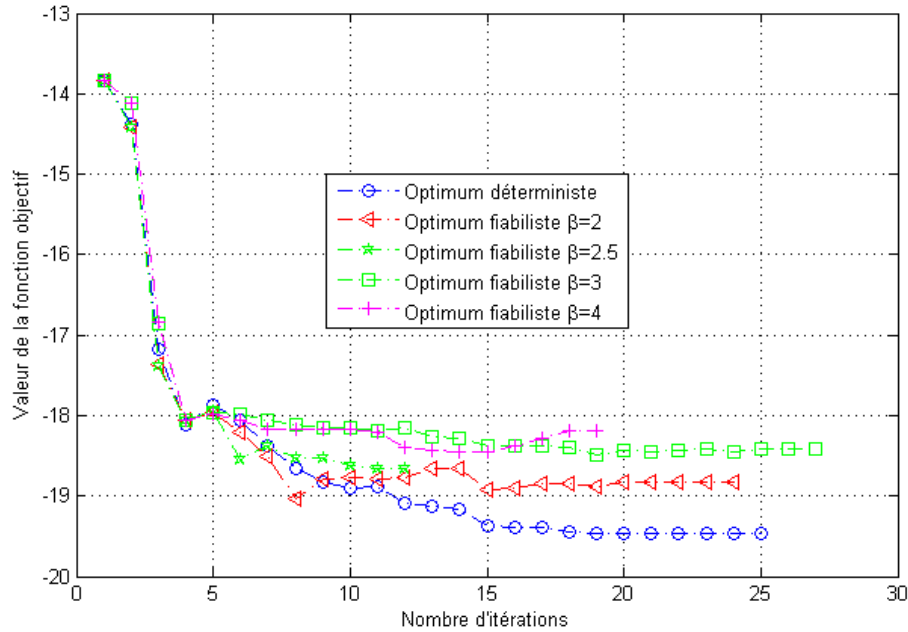


FIGURE 4.14 – Évolution de la fonction objectif durant les itérations

Les trajets de chargements obtenus pour les différents niveaux de fiabilités sont comparés avec les trajets de départ et les trajet optimaux déterministes donnés sur les Figures 4.15-4.16.

Le déplacement maximal au niveau du dôme pour les différents niveaux de fiabilité est donné sur les Figures 4.17-4.18-4.19-4.20. Plus le niveau de fiabilité est important, plus la hauteur du dôme est plus faible en comparaison avec le cas déterministe.

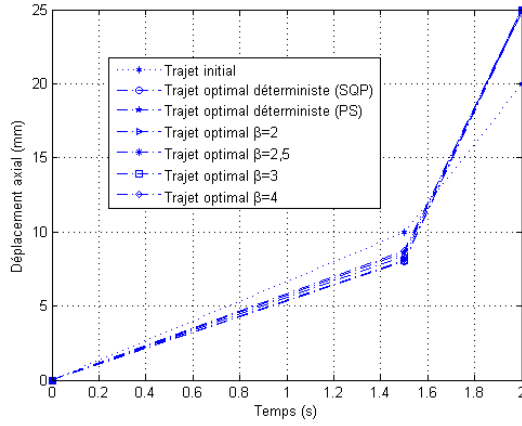


FIGURE 4.15 – Comparaison des trajets optimaux : Déplacement axial (mm) - Temps (s)

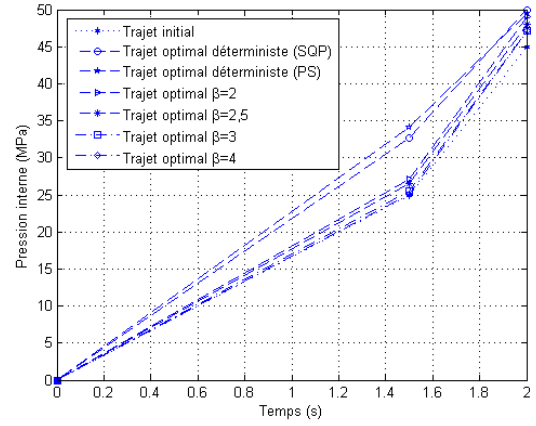


FIGURE 4.16 – Comparaison des trajets optimaux : Pression interne (MPa) - Temps (s)

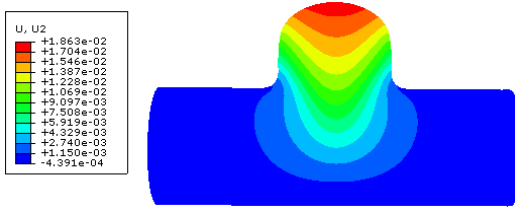


FIGURE 4.17 – Déplacement maximal : $\beta = 2$

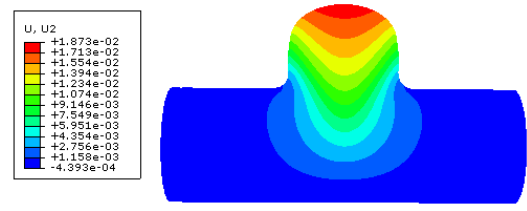


FIGURE 4.18 – Déplacement maximal : $\beta = 2,5$

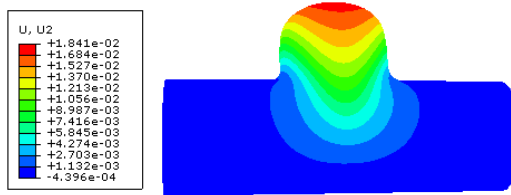


FIGURE 4.19 – Déplacement maximal : $\beta = 3$

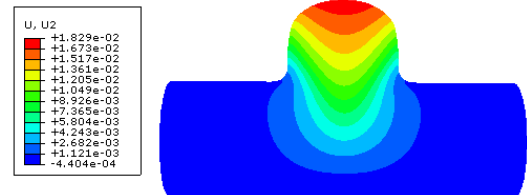


FIGURE 4.20 – Déplacement maximal : $\beta = 4$

La répartition de l'épaisseur pour l'optimum déterministe et les optimums fiabilistes est présentée sur la Figure 4.21.

La Figure 4.22 montre la hauteur au niveau du dôme. En comparaison avec la répartition de l'épaisseur donnée par la Figure 4.21. On remarque bien que plus la hauteur est du dôme est importante plus l'amincissement est important.

La localisation des optimums est donnée dans l'espace des paramètres qui ont une

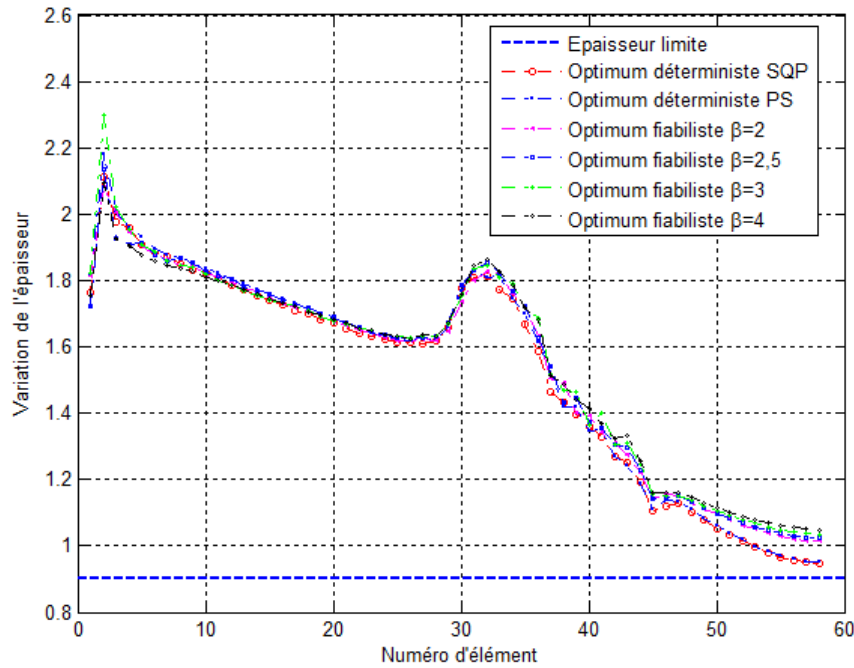


FIGURE 4.21 – Variation de l'épaisseur suivant la position axiale

grande influence à savoir (D_2, P_2) déterminés avec une analyse de sensibilité. Le contour de la fonction objectif et les contraintes sont reportés sur ce diagramme. L'intérêt de l'optimisation fiabiliste réside dans la recherche de l'optimum qui satisfait un niveau de fiabilité cible. En effet, comme le montre la Figure 4.23 l'optimum déterministe tend toujours vers les limites des contraintes. En tenant compte des incertitudes qui affecte certains paramètres ceci peut favoriser l'apparition des instabilités plastiques. L'intérêt de l'optimisation fiabiliste se prononce mieux dans cet exemple quant on augmente l'indice de fiabilité cible. On remarque bien par exemple que l'optimum qui assure un niveau de fiabilité équivalent à un indice de fiabilité $\beta=4$ est nettement plus loin de l'optimum déterministe et des limites des contraintes. Ainsi avec ce niveau de fiabilité, on s'éloigne de la zone à risque ce qui permet d'assurer une stabilité au procédé.

4.4.9 Influence du point de départ sur la convergence

Dans le but de faire des investigations supplémentaires sur l'influence du point de départ sur la convergence vers l'optimum fiabiliste. On cherche ce dernier pour différents points de départ, on s'intéresse uniquement dans la cas où l'indice de fiabilité est fixé à $\beta=3$.

Le Tableau 4.4 récapitule les optimums trouvés pour 6 points de départ différents et donne également le nombre d'itérations ainsi que la valeur de la fonction objectif.

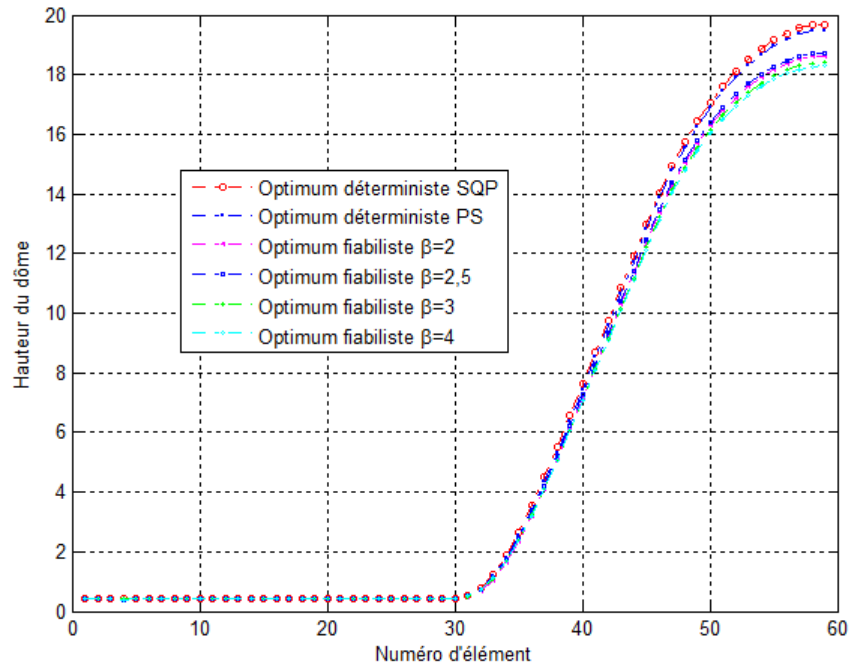


FIGURE 4.22 – Hauteur au dôme pour les différents optimums

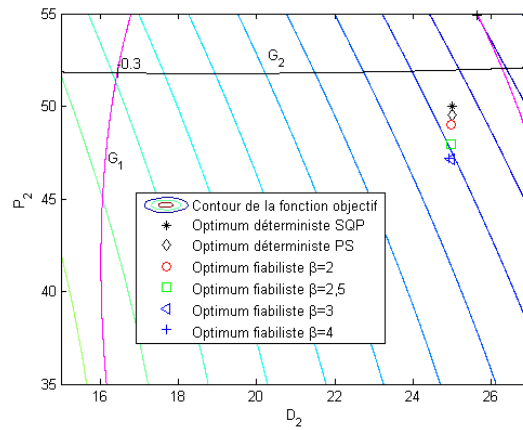


FIGURE 4.23 – Localisation des optimums dans l'espace de recherche

En effet, les problèmes de mise en forme sont fortement non-linéaire et converge vers différents optimums locaux en changeant le point initial. Dans ce type de problème souvent on essaye plusieurs points de départ et parmi tous ces optimums on choisit celui qui présente la valeur la plus faible de la fonction objectif.

Point de départ	Optimum fiabiliste	Nombre d'itérations	Valeur de la f_{obj}
[10 20 25 45]	[8,0975 24,9554 25,4502 47,1306]	27	-18,4156
[11 18 23 47]	[8,8524 24,8834 24,0497 48,2877]	10	-18,2946
[9 22 27 43]	[8,1810 24,9772 27,9570 46,2080]	20	-18,3882
[11 22 24 49]	[8,3457 24,9753 22,5515 48,5303]	26	-18,4612
[12 20 21 46]	[8,3496 24,9768 26,3377 47,9372]	34	-18,5818
[9 19 21 47]	[9,4633 24,9712 22,3960 49,8555]	20	-18,3760

TABLE 4.4 – Influence du point de départ sur l'optimum fiabiliste

4.4.10 Sensibilité des optimums aux incertitudes

Dans le but d'étudier la sensibilité de l'optimum déterministe et fiabiliste aux incertitudes, on perturbe ces deux optimums pour voir leurs étendues de variation. Pour l'optimum fiabiliste on choisit celui qui correspond à un indice de fiabilité $\beta=4$. Sur la Figure 4.24, on remarque bien que l'optimum fiabiliste ne franchit pas les limites imposées par les deux contraintes notées sur la Figure 4.24 par (G_1, G_2) et qui représentent respectivement à la contrainte portant sur la déformation plastique hors plan et sur l'amincissement final. Au contraire une variation de l'optimum déterministe pousse celui-ci vers le domaine de non faisabilité ce qui affecte la stabilité du procédé et n'exclut pas l'occurrence des instabilités plastiques durant le déroulement du procédé dû aux incertitudes instantanées. En effet, les propriétés mécaniques, les trajets de chargements appliqués ainsi que les conditions de lubrification peuvent changer de tube en tube ce qui laisse imprévisible la prédiction de l'état final de la pièce, laisse l'optimum déterministe souvent risqué et ne permet pas de garantir la stabilité du procédé. La région de variation occupée par l'optimum fiabiliste est beaucoup plus stable par rapport à celle occupée par l'optimum déterministe. Dans

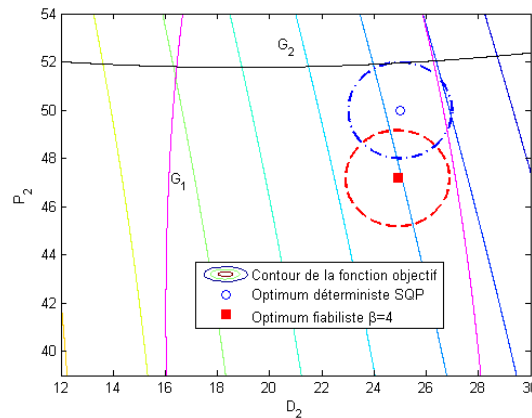


FIGURE 4.24 – Sensibilité des optimums aux incertitudes

le but d'étudier la sensibilité des optimums déterministes et fiabilistes aux incertitudes, on perturbe ces derniers avec un taux de variation définis et on regarde leurs variations dans l'espace de faisabilité. Pour deux niveaux de variation différents qui correspondent à ($\delta=2\%$ et $\delta=5\%$), on génère 1000 réalisations aléatoire avec une technique de Monte Carlo et on analyse leurs distributions. Les Figures 4.25-4.26 donnent la répartition de ces réalisations dans l'espace (D_2, P_2) et délimitant le domaine de faisabilité noté par Ω_s des domaines de défaillance notés par Ω_f . Pour le premier niveau d'incertitude, on remarque que seules les réalisations provenant d'une perturbation de l'optimum déterministe franchit les limites de faisabilité. Une augmentation du niveau de perturbation affecte beaucoup plus l'optimum déterministe que l'optimum fiabiliste. La plupart des réalisations issues d'une perturbation de l'optimum fiabiliste sont dans le domaine admissible.

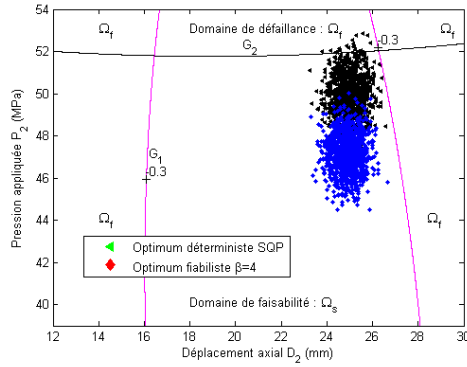


FIGURE 4.25 – Effet d'une perturbation des optimums d'un taux de $\delta = 2\%$

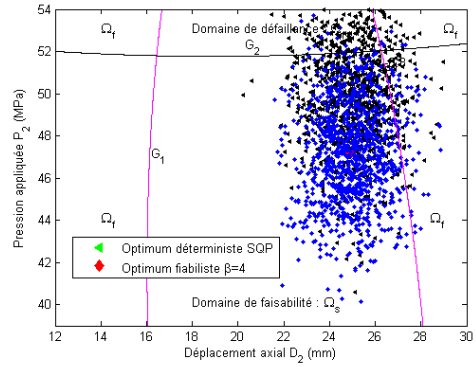


FIGURE 4.26 – Effet d'une perturbation des optimums d'un taux de $\delta = 5\%$

4.5 Optimisation déterministe et fiabiliste d'un tube avec deux zones d'expansion

4.5.1 Description du problème

Le deuxième exemple traité dans ce chapitre consiste à hydroformer un tube avec deux zones d'expansion de hauteur différentes. Le problème est résolu avec une méthode déterministe classique et une approche probabiliste afin de comparer les deux. Pour simplifier le problème, on ne considère que les paramètres de chargements comme incertains.

4.5.2 Présentation du modèle géométrique

Le modèle éléments finis est composé d'une matrice avec deux zones d'expansion, de deux poinçons qui assurent l'apport de la matière à la zone expansée modélisés

par des corps rigides. Le tube de diamètre de 45 mm et d'épaisseur initiale de 1,5 mm. Le modèle éléments finis est présenté sur la Figure 4.27. Les dimensions de la matrice sont illustrés sur la Figure 4.28, le tube a la même longueur que la matrice.

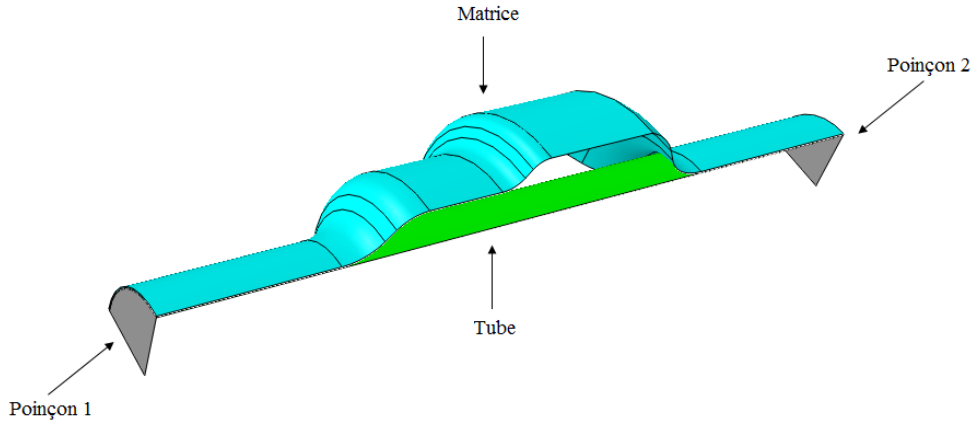


FIGURE 4.27 – Modèle éléments finis

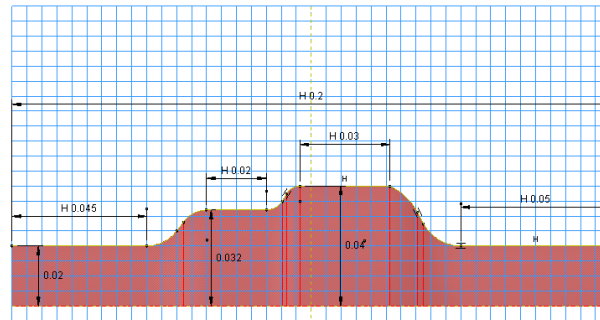


FIGURE 4.28 – dimensions de la matrice (en mètre)

Le matériau utilisé est un acier DC04 dont le propriétés élastoplastiques sont présentées dans le Tableau (3.2).

4.5.3 Modélisation des trajets de chargements

Les trajets de chargements utilisés sont présentés sur les Figures 4.29-4.30. Le but du problème est d'optimiser les trajets de chargement d'une manière déterministe et aussi fiable. Nous cherchons à contrôler les déplacements des deux poinçons et la pression interne. Dans ce problème, le déplacement axial est modélisé par les points D_1 pour le poinçon 1 et D_2 pour le poinçon 2. La pression interne est contrôlée par 3 niveaux de pression notés par (P_1, P_2, P_3) .

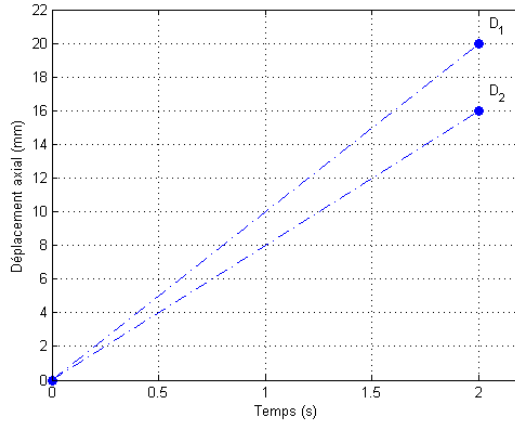


FIGURE 4.29 – Trajet de chargement
Déplacement (mm) - Temps (s)

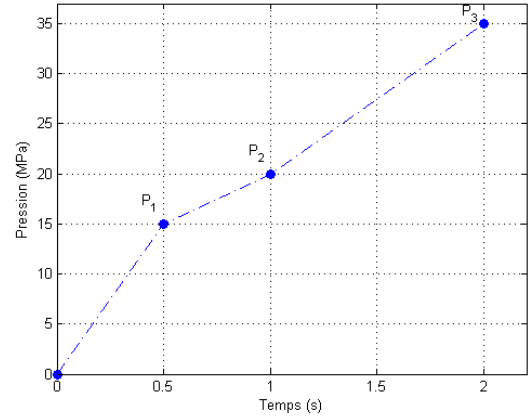


FIGURE 4.30 – Trajet de chargement
Pression interne (MPa)-Temps (s)

Le Tableau 4.5 représente ces variables avec leurs caractéristiques probabilistes. ces variables sont supposées statistiquement indépendantes.

Variable aléatoire	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
D_1	20	5	Normale
D_2	16	5	Normale
P_1	15	5	Normale
P_2	20	5	Normale
P_3	35	5	Normale

TABLE 4.5 – Caractéristiques probabilistes des paramètres de chargements

4.5.4 Définition de la fonction objectif

La fonction objectif définie porte sur une minimisation de la variation de l'épaisseur finale (Équation (4.4)). Elle permet d'assurer une distribution homogène de l'épaisseur finale. Le premier terme tient compte de l'amincissement excessive qui favorise l'apparition de la striction alors que le deuxième permet de contrôler l'épaississement de tube ce qui permet de contrôler la tendance au plissement. En d'autre terme elle assure à ce que ni l'amincissement ni l'épaississement ne prendraient des valeurs excessives. La fonction objectif est formulée de la manière suivante :

$$f(d) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{h_0 - h_i}{h_0} \right)^2 \right)^2 + \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{h_i - h_0}{h_0} \right)^2 \right)^2 \quad (4.4)$$

avec :

- $f(\cdot)$: la fonction objectif ;
- d : le vecteur des paramètres d'optimisation ;
- h_i : l'épaisseur de l'élément i ;
- h_0 : l'épaisseur initiale ;
- N : le nombre total d'éléments ;

4.5.5 Définition des contraintes déterministes et probabilistes

La définition des contraintes va porter sur les instabilités plastiques potentielles. Le plissement est pris en compte à travers la fonction objectif qui permet de contrôler l'épaississement de tube et aussi par l'intermédiaire des contraintes géométriques. Pour la striction, on se base sur la (CLF) du matériau afin de définir une contrainte permettant d'éviter l'occurrence de cette instabilité. Les déformations principales critiques sont utilisées comme le montre la Figure 4.31. D'autres critères notamment la courbe limite de formage dans l'espace des contraintes ont été utilisés dans des travaux précédents [Ben Abdesslem & Elhami 2011].

Des contraintes géométriques sont également définies qui permettent à ce que le tube «épouse» bien la forme de la matrice. Ces trois contraintes consistent à ce que la distance des nœuds au niveau des trois rayons soit minimale. La Figure 4.32 détaille ces types de contraintes.

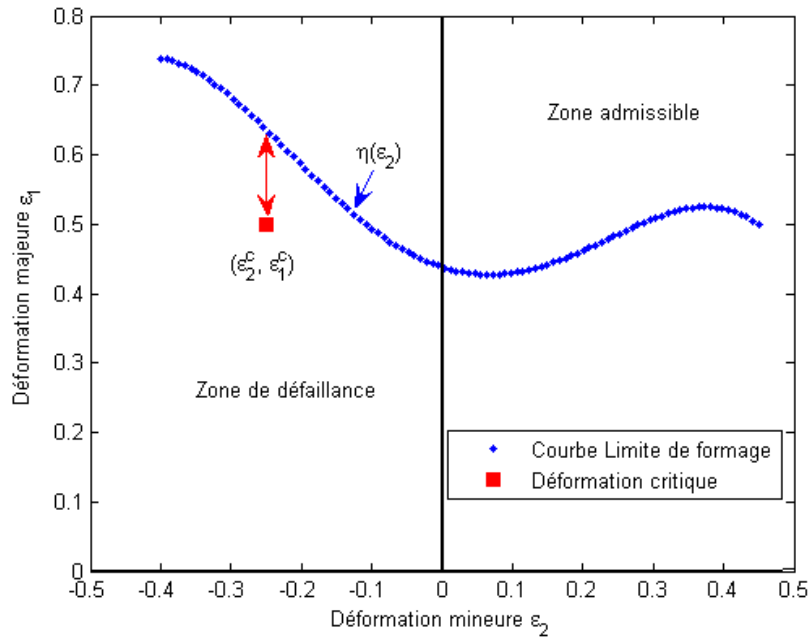


FIGURE 4.31 – Courbe Limite de Formage : critère de striction

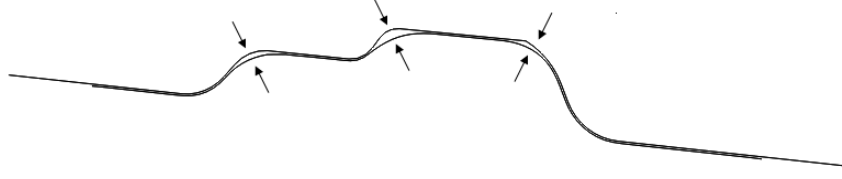


FIGURE 4.32 – Contraintes géométriques

4.5.6 Formulation déterministe et fiabiliste du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation déterministe s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(d) \\ g_1(d) = \varepsilon_1^c - \eta(\varepsilon_2^c) \leq 0 \\ g_i(d) = d_i - d_m \leq 0; \quad i = (2, 3, 4) \\ d = (D_1, D_2, P_1, P_2, P_3) \end{cases} \quad (4.5)$$

avec :

- $f(\cdot)$: représente la fonction objectif ;
- d : le vecteur des variables d'optimisation ;
- g_1 : la contrainte déterministe portant sur la striction du tube ;
- g_i : les contraintes géométriques, avec $i=(1, 2, 3)$;
- $\eta(\varepsilon_2)$: l'équation de la courbe limite de striction ;
- ε_1^c : la déformation majeure critique de striction ;

Pour la formulation fiabiliste du problème, on transforme la contrainte qui porte sur la striction de tube en une contrainte probabiliste. Les contraintes géométriques sont maintenues déterministes. Le problème d'optimisation fiabiliste est défini comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(\mu_d) \\ P[G_1(\mu_d) \leq 0] \leq P_a \\ g_i(\mu_d) = d_i - d_{m_i} \leq 0; \quad i = \{2, 3, 4\} \\ \mu_d = (\mu_{D_1}, \mu_{D_2}, \mu_{P_1}, \mu_{P_2}, \mu_{P_3}) \end{cases} \quad (4.6)$$

avec :

- $G_1 = -g_1$: représente la fonction d'état limite de striction ;
- $P[\cdot]$: la probabilité d'occurrence de l'instabilité plastique ;
- μ_d : le vecteur des moyennes des variables incertaines ;

4.5.7 Résultats et analyses

Le problème est résolu avec la même approche abordée pour l'exemple précédent. La convergence pour l'optimum déterministe et fiabiliste pour un $\beta = 3$ sont résumées sur la Figure 4.33. Les trajets de chargements optimaux sont résumés sur les

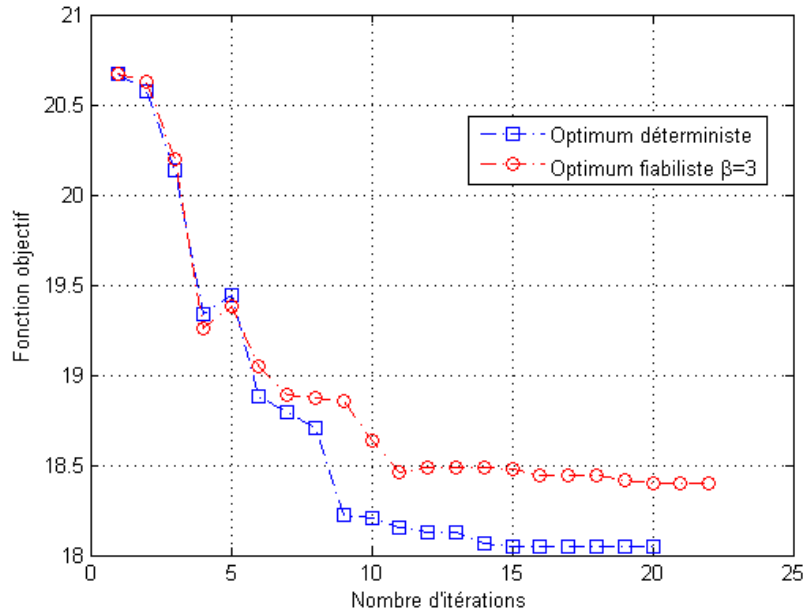


FIGURE 4.33 – Convergence de la fonction objectif

Figures 4.34-4.35 donnant la variation de la pression et du déplacement axial en fonction du temps. La répartition de l'épaisseur finale obtenue par l'approche dé-

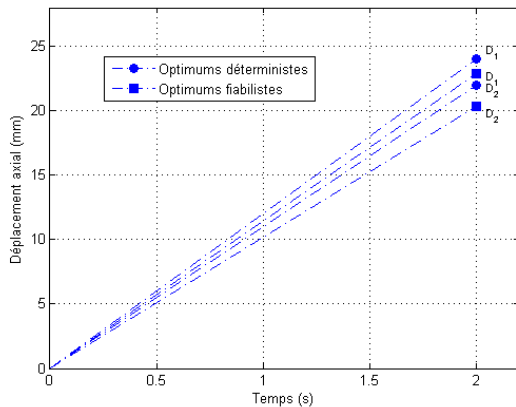


FIGURE 4.34 – Trajets optimaux : Déplacement axial (mm)- Temps (s)

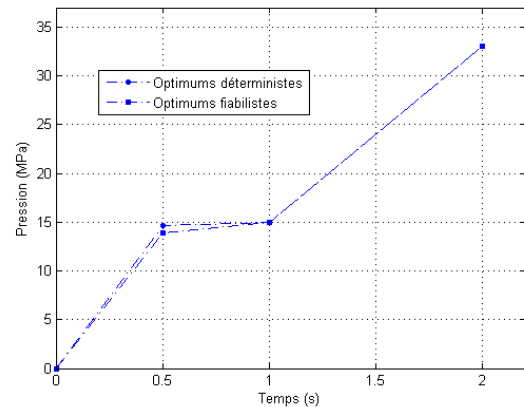


FIGURE 4.35 – Trajets optimaux : pression (MPa)- Temps (s)

terministe classique et l'approche probabiliste sont données sur la Figure 4.36. On remarque bien que l'approche fiabiliste permet une meilleure répartition de l'épaisseur et présente moins d'amincissement ce qui minimise l'occurrence de la striction.

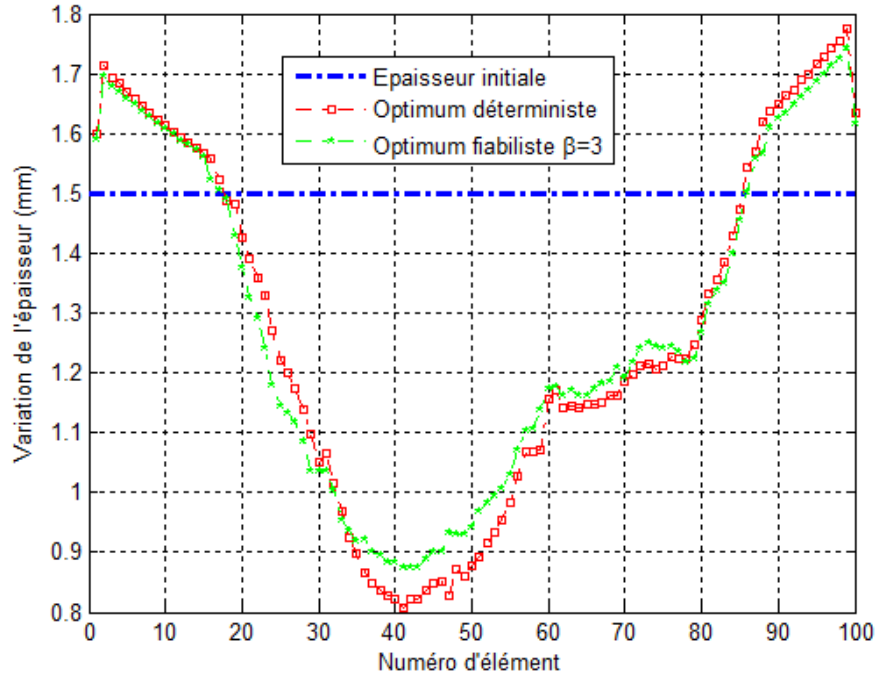


FIGURE 4.36 – Répartition de l'épaisseur suivant la position axiale

4.6 Optimisation fiabiliste de l'hydroformage d'une tôle circulaire

4.6.1 Description du problème

L'étude de cet exemple a pour objectif l'optimisation déterministe et fiabiliste de l'hydroformage d'une tôle circulaire. Le modèle éléments finis représentant la matrice et la tôle est donné par la Figure 4.37

4.6.2 Choix des paramètres incertains

Dans cet exemple, on tient compte des variabilités qui peuvent affecter la pression appliquée, les paramètres matériaux ainsi que le coefficient de frottement entre la tôle et la matrice. On suppose que le matériau est isotrope et modélisé par une loi de type Swift. Le frottement entre la tôle et la matrice est modélisé par une loi de Coulomb avec un coefficient $\nu=0,15$ qui représente la valeur moyenne. On

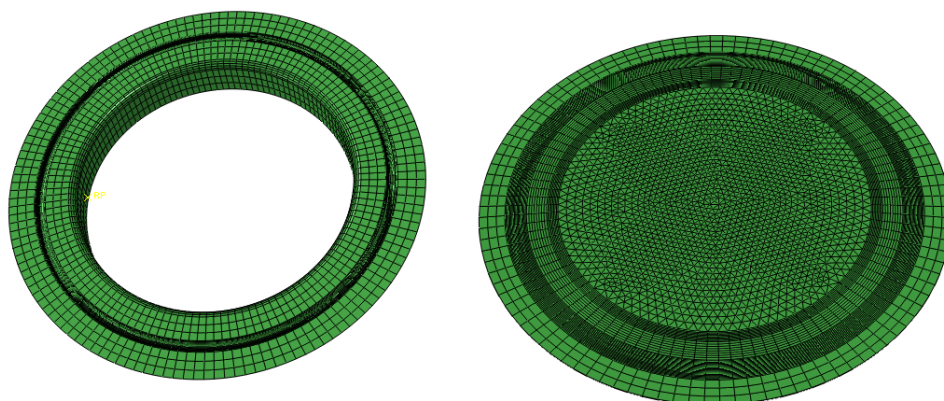


FIGURE 4.37 – Modèle éléments finis

suppose que l'ensemble de ces paramètres suivent une loi de type uniforme dont les limites inférieures et supérieures sont résumées dans le Tableau 4.6. Le vecteur des paramètres incertains est donné par $d=(P, k, n, \nu)$.

Variable	Limite inférieure	Limite supérieure	Type de distribution
P	4	6	Uniforme
k	1280	1732	Uniforme
n	0,4965	0,6718	Uniforme
ν	0,1	0,2	Uniforme

TABLE 4.6 – Caractéristiques probabilistes des variables d'optimisation

4.6.3 Construction de la fonction objectif et des contraintes

L'optimisation déterministe et fiable du procédé est réalisée à l'aide de métamodèles. Des modèles quadratiques sont utilisés pour représenter l'ensemble de ces fonctions. La construction de la fonction objectif et de la contrainte se fait moyennant un plan d'expérience numérique de type Latin Hypercube. La Figure 4.38 montre la distribution de ces paramètres dans l'espace de variation. Les approximations donnant la forme de la fonction objectif du déplacement au pôle et de la contrainte sur la déformation plastique équivalente sont présentées sur les Figures 4.39-4.40 en fonction de la pression interne P et du module d'écrouissage k .

4.6.4 Diagramme des effets

Dans le but de voir l'influence de chaque variable sur le procédé, on trace le diagramme des effets en faisant varier les paramètres entre les valeurs limites. On s'intéresse à voir l'impact sur la fonction objectif et la contrainte.

D'après le diagramme des effets, le coefficient de frottement n'affecte pas vraiment

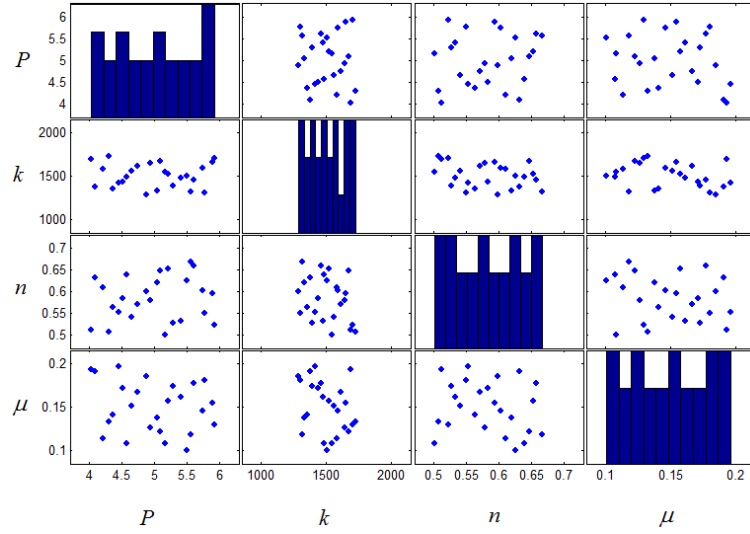


FIGURE 4.38 – distribution des paramètres dans l'espace de recherche

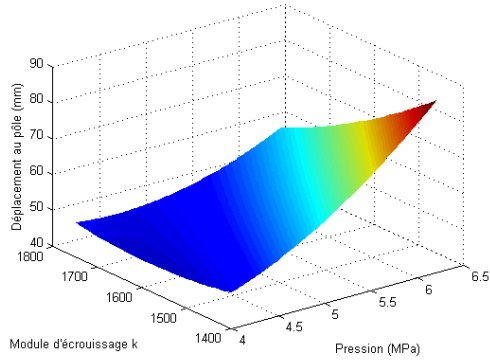


FIGURE 4.39 – Approximation de la fonction objectif : déplacement au pôle

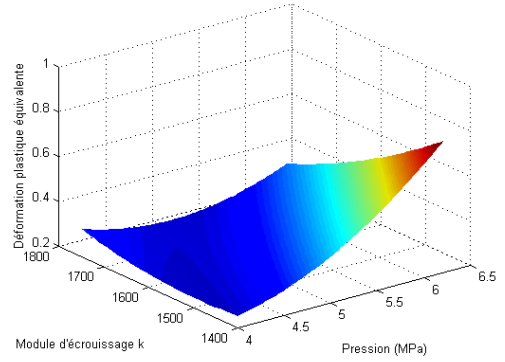


FIGURE 4.40 – Approximation de la fonction contrainte : déformation plastique équivalente

ni la fonction objectif ni la contrainte. Une variation de ce coefficient entre ses deux valeurs limites n'induit pas un changement important sur le déplacement au pôle ou la déformation plastique équivalente. Dans la suite, ce paramètre est considéré comme déterministe et représenté par sa valeur moyenne. Le vecteur des variables incertaines se réduit à $d=(P, k, n)$.

4.6.5 Robustesse des métamodèles

L'optimisation fiabiliste avec des métamodèles nécessite toujours de faire des tests statistiques afin de s'assurer de leurs robustesses et de voir leurs aptitudes à prédire fidèlement les niveaux de réponses. Les Figures 4.45 - 4.46 montrent bien

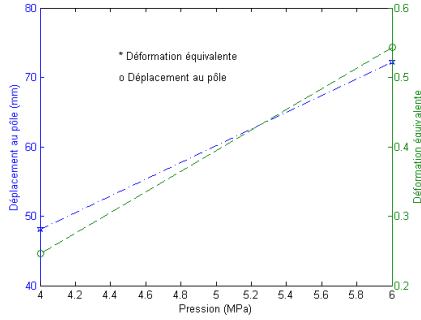


FIGURE 4.41 – Effet de la pression sur les réponses

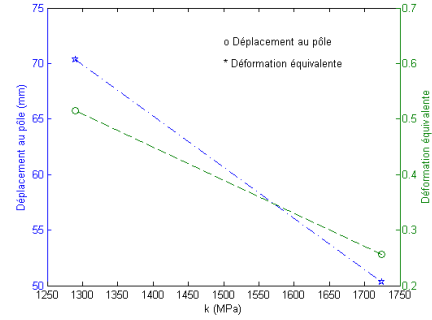


FIGURE 4.42 – Effet du module d'érouissage sur les réponses

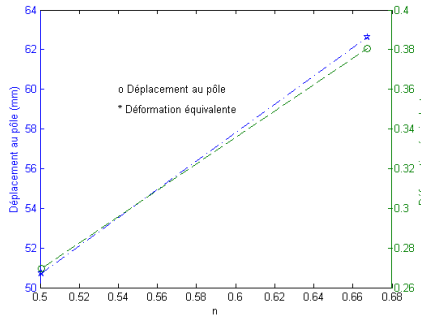


FIGURE 4.43 – Effet du coefficient d'érouissage sur les réponses

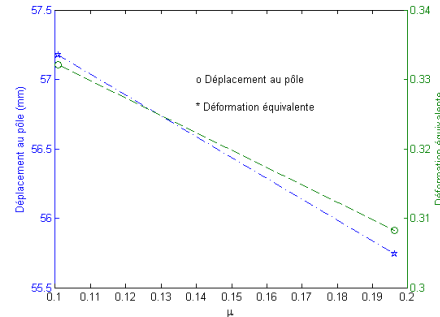


FIGURE 4.44 – Effet du coefficient de frottement sur les réponses

une bonne corrélation entre les valeurs approchées et les valeurs prédites. Les indicateurs statistiques donnant les coefficients de détermination et les coefficients de détermination ajustés sont donnés dans le Tableau 4.7 :

Réponse	R^2	R_{adj}^2
u_{max} : Déplacement au pôle	0,9911	0,9573
ε_{eq} : Déformation plastique équivalente	0,9797	0,9035

TABLE 4.7 – Indicateurs statistiques

4.6.6 Résolution déterministe du problème d'optimisation

Dans des applications industrielles sur l'hydroformage de plaque, il est souvent question de maximiser la hauteur au niveau du pôle. La contrainte consiste souvent à assurer que la déformation plastique, la contrainte maximale ou l'amincissement maximal n'excèdent pas une certaine valeur critique. Dans cette application, notre

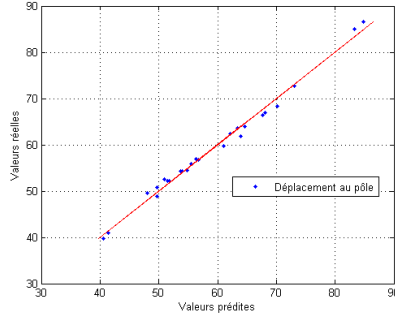


FIGURE 4.45 – Valeurs prédites-Valeurs approchées : déplacement au pôle

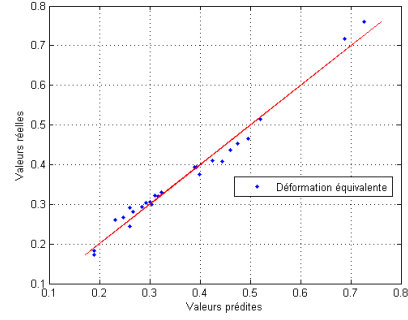


FIGURE 4.46 – Valeurs prédites-Valeurs approchées : déformation plastique équivalente

problème d'optimisation consiste à définir une fonction objectif qui permet de maximiser le déplacement au pôle et une contrainte qui assure que la déformation plastique équivalente ne dépasse pas une valeur critique fixée à $\varepsilon_{max}^{eq}=0,5$. Le problème d'optimisation déterministe peut être défini comme suit :

$$\begin{cases} \text{Maximiser } u(d) \\ g(d) = \varepsilon^{eq}(d) - \varepsilon_{max}^{eq} \\ d = (P, k, n); d_{min}^i \leq d \leq d_{max}^i \end{cases} \quad (4.7)$$

La résolution du problème est faite à l'aide d'un algorithme SQP. L'algorithme converge après 44 itérations et la fonction objectif est évaluée 176 fois. Les variables optimales déterministes sont données dans le Tableau 4.8. La convergence de la

$P(MPa)$	$k(MPa)$	n
5,49	1499	0,6674

TABLE 4.8 – Variables optimales déterministes

fonction objectif est donnée sur la Figure 4.47. Le déplacement maximal au pôle est de 70,0067 mm. Les isovaleurs du déplacement axial et de la déformation plastique équivalente sont données sur les Figures 4.48-4.49.

4.6.7 Résolution fiabiliste du problème d'optimisation

La résolution du problème d'optimisation fiabiliste consiste à convertir la contrainte déterministe en une contrainte probabiliste. La fonction d'état limite séparant le domaine de défaillance du domaine sécuritaire est donnée par :

$$G_1(P, k, n) = 0,5 - \tilde{\varepsilon}_{max}^{eq} \quad (4.8)$$

En tenant compte de cette équation d'état limite, le problème fiabiliste se formule comme suit :

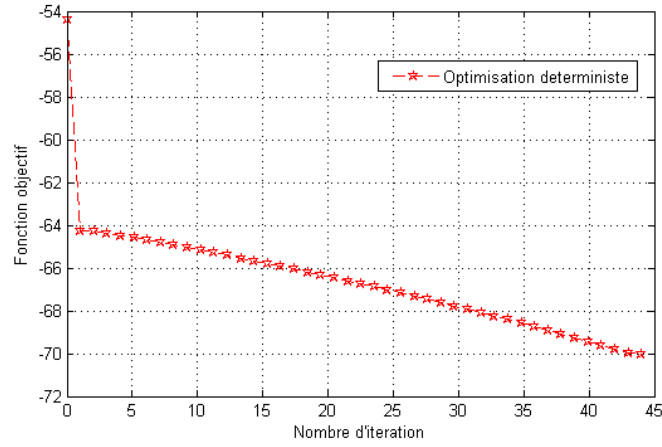


FIGURE 4.47 – Convergence de la fonction objectif

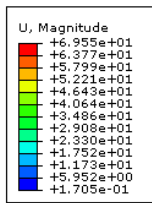


FIGURE 4.48 – Isovaleurs du déplacement au pôle

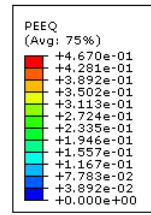


FIGURE 4.49 – Isovaleurs de la déformation plastique équivalente

$$\begin{cases} \text{Maximiser } u(P, k, n) \\ P[G_1(\mu_d) \leq 0] \leq P_a \\ \mu(d) = (\mu_P, \mu_k, \mu_n) \end{cases} \quad (4.9)$$

Le problème d'optimisation fiable est résolu pour deux niveaux de probabilité de défaillance admissible, $P_a=2,28\%$ et $P_a=0,13\%$ qui correspondent aux indices de fiabilité : $\beta=2$ et $\beta=3$.

Pour $\beta=2$, l'algorithme converge au bout de 12 itérations, les variables optimales sont données dans le Tableau 4.9. Pour $\beta=3$ l'algorithme diverge.

Les isovaleurs donnant le déplacement au pôle ainsi que la déformation plastique équivalente sont présentées sur les Figures 4.50 - 4.51.

La convergence de la fonction objectif dans le cas fiable est donnée sur

Indice de fiabilité	$P(MPa)$	$k(MPa)$	n
$\beta = 2$	5,4758	1605,487	0,667

TABLE 4.9 – Variables optimales fiabilistes

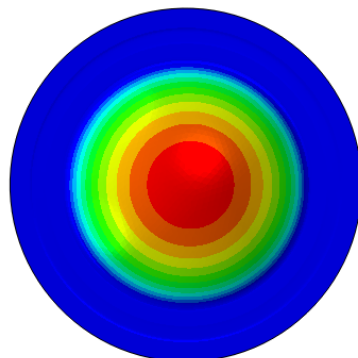
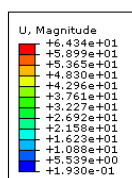


FIGURE 4.50 – Isovaleurs du déplacement au pôle

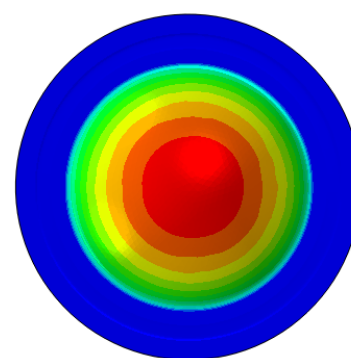
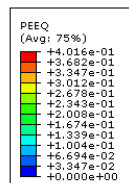


FIGURE 4.51 – Isovaleurs de la déformation plastique équivalente

la Figure 4.52. L'optimum fiabiliste est atteint au bout de 6 itérations alors que

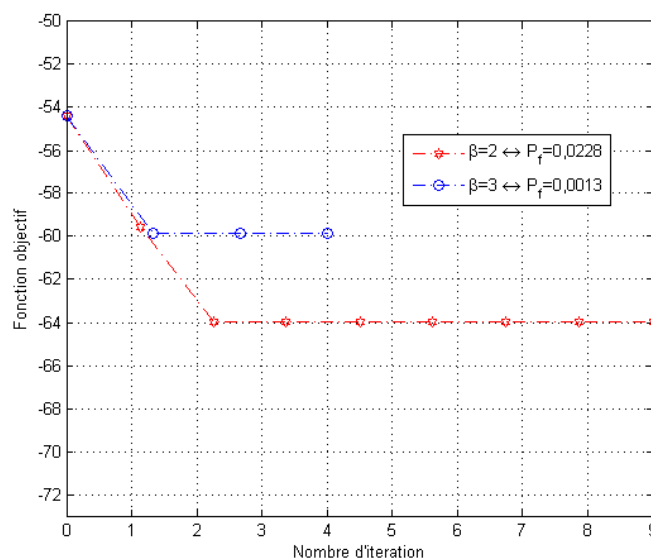


FIGURE 4.52 – Convergence de la fonction objectif : optimisation fiabiliste

l'optimum déterministe est atteint au bout de 44 itérations. Cependant, le nombre d'évaluations de la fonction objectif est beaucoup plus important dans le cas fiabiliste, comme pour le temps de calcul. Pour des niveaux de fiabilité supérieurs l'algorithme ne converge pas vers une solution faisable. Le contour de la fonction

objectif, la contrainte ainsi que les deux variables optimales sont tracées sur la Figure 4.53.

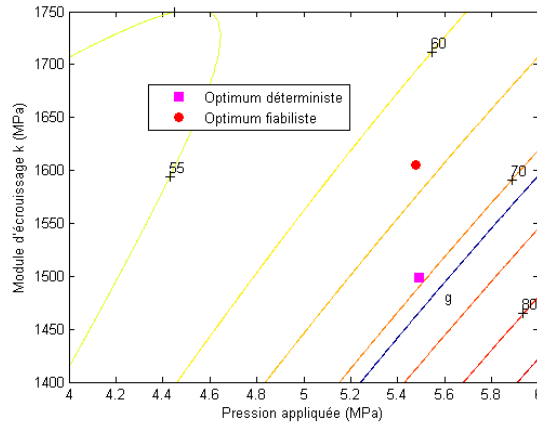


FIGURE 4.53 – Localisation des variables optimales dans l'espace des paramètres incertains

4.6.8 Effet des incertitudes sur les optimums

Le propos de cette section est de mettre en évidence la sensibilité de l'optimum déterministe et fiabiliste vis-à-vis des incertitudes. En perturbant ces optimums à deux niveaux différents définis à $\delta=2\%$ et $\delta=5\%$ puis en générant avec des simulations Monte Carlo 1000 réalisations. On remarque une différence nette sur le pourcentage des réalisations défaillantes entre ces deux optimums. L'optimisation fiabiliste présente un intérêt majeur permettant d'assurer la fiabilité et la stabilité du procédé. Les Figures 4.54-4.55 soulignent cette différence et montre l'apport de l'optimisation fiabiliste en comparant avec une approche d'optimisation déterministe classique. L'optimum fiabiliste est nettement moins sensible aux variations qui peuvent affecter les paramètres. Le trajet donnant le déplacement en fonction de la pression est illustré sur la Figure 4.56 pour l'optimum déterministe et l'optimum fiabiliste. On remarque bien que les deux trajets présente des similitudes sauf qu'à la fin l'optimum déterministe permet d'aller plus loin au niveau de l'amplitude finale. La courbe d'écroutissage obtenue pour les deux variables optimales est donnée sur la Figure 4.57. L'évolution de l'épaisseur suivant la position axiale de la tôle est donnée sur la Figure 4.58.

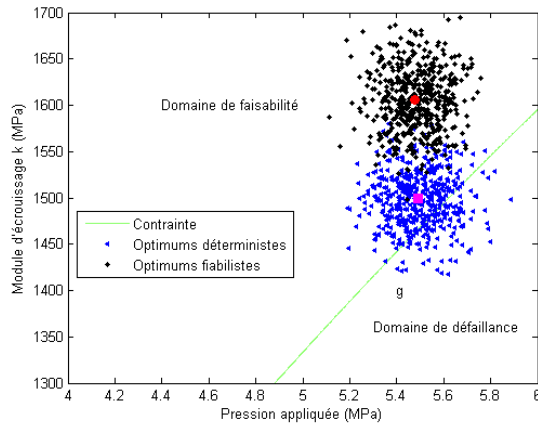


FIGURE 4.54 – Sensibilité des variables optimales à un niveau de perturbation de $\delta=2\%$

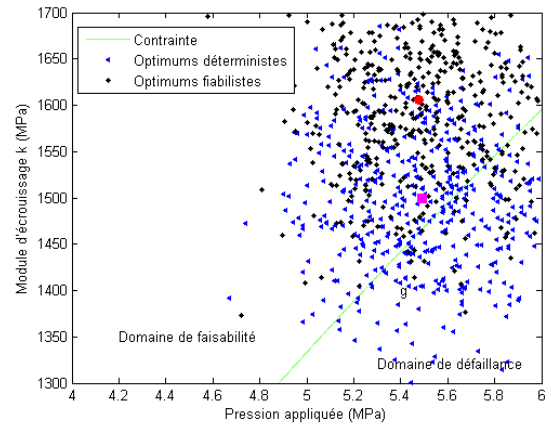


FIGURE 4.55 – Sensibilité des variables optimales à un niveau de perturbation de $\delta=5\%$

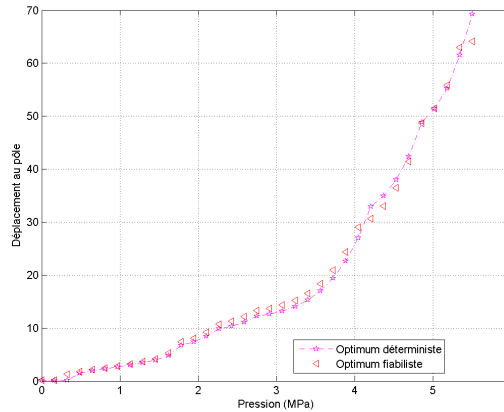


FIGURE 4.56 – Variation du déplacement au pôle en fonction de la pression

4.7 Optimisation déterministe et robuste d'une plaque carré

Dans ce dernier exemple, on résout le problème d'optimisation de la mise en forme d'une plaque carré avec deux manières différentes. Une optimisation déterministe classique et une optimisation robuste afin de comparer les deux.

Le déroulement du procédé consiste à appliquer une pression interne notée par P et d'appliquer une contre pression qui représente en réalité la force de serrage pour éviter le plissement de la tôle. Cette contre pression est fixée à 9 MPa est supposée déterministe. Ce procédé reste sensible aux fluctuations qui affectent la pression et aussi aux variations des paramètres matériaux ainsi qu'aux paramètres géométriques

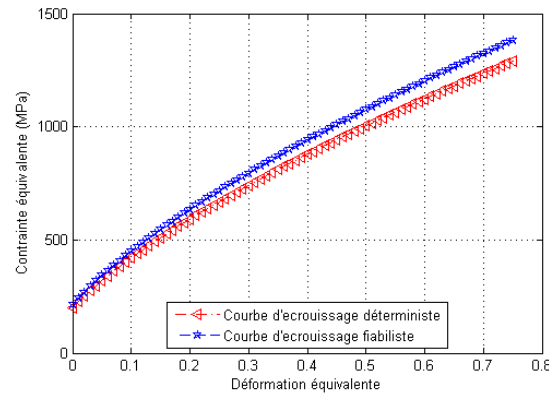


FIGURE 4.57 – Courbes d'écrouissage pour les deux variables optimales

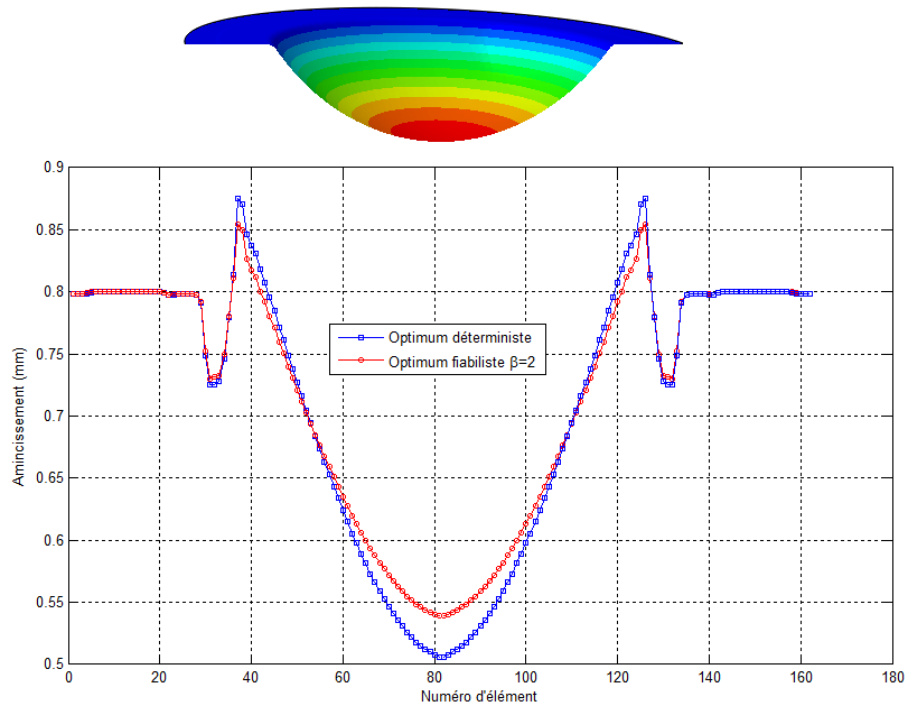


FIGURE 4.58 – Variation de l'épaisseur suivant la position axiale

de la plaque notamment son épaisseur initiale. Tenir compte de ces variabilités durant la phase d'optimisation peut apporter plus de robustesse au déroulement du procédé. Ces paramètres présentent des aléas et des variations assez importantes, ce qui affecte la stabilité du procédé et crée des écarts importants au niveau des caractéristiques mécaniques finales. Ceci peut aussi à l'origine de l'apparition des instabilités plastiques. La maîtrise du procédé passe par un ajustement des niveaux

de variation des différents paramètres ce qui permet de diminuer les variabilités spatiales et temporelles au niveau des réponses que ce soit globales ou locales.

4.7.1 Présentation du modèle éléments finis

Les dimensions de la plaque sont de 30×30 mm et d'épaisseur initiale de 1 mm. Le modèle éléments finis de la plaque est donné par la Figure 4.59. La plaque est maillée avec 1600 éléments quadrangulaire de type S4R et 1608 éléments triangulaire de type S3R de la bibliothèque Abaqus/Explicit.

Le procédé d'hydroformage de cette plaque consiste à appliquer une pression interne permettant l'expansion de la pièce. Les conditions aux limites de ce problème consistent à fixer les bords de la plaque et à appliquer une contre pression sur la partie maillée par des éléments triangulaires permettant la fixation de la plaque.

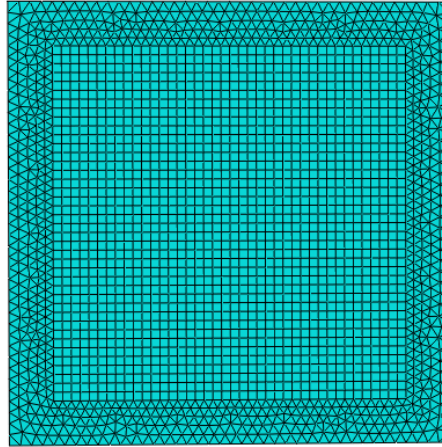


FIGURE 4.59 – Modèle éléments finis de la plaque

4.7.2 Choix des variables d'optimisation

Pour la mise en forme une pression interne est appliquée sur la plaque représentée par son amplitude D . La localisation de la déformation est souvent concentrée au niveau du pôle. La deuxième variable d'optimisation est l'épaisseur initiale de la plaque, le phénomène de striction est directement lié à l'épaisseur. Le couple (P, h) représente les variables d'optimisation.

Les caractéristiques probabilistes de ces deux paramètres sont illustrées dans le Tableau 4.10. En outre, on suppose que les paramètres matériaux sont incertains et suivent des lois normales (Tableau 4.11).

Variable	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
$P(MPa)$	6	15	Normale
$h(mm)$	1	10	Normale

TABLE 4.10 – Caractéristiques probabilistes des variables d’optimisation

Paramètre	Valeur moyenne	Coef. de Var. (%)	Type de distribution
$k(MPa)$	988	5	Normale
n	0,182	5	Normale
$\sigma_y(MPa)$	200	5	Normale

TABLE 4.11 – Caractéristiques probabilistes des paramètres incertains

4.7.3 Définition de la fonction objectif et des contraintes

La fonction objectif utilisée pour la résolution de ce problème porte sur une minimisation de la variance de la déformation plastique équivalente. Pour ce type de problème trois contraintes déterministes sont définies, les deux premières permettent d’assurer que l’amincissement final ne dépasse pas 20% et que la contrainte principale maximale ne dépasse pas la contrainte de Von-mises. La troisième est une contrainte d’égalité pour assurer que l’amplitude au pôle soit égale à 55 mm.

4.7.4 Construction de la fonction objectif et des contraintes

La résolution du problème d’optimisation robuste nécessite un grand nombre d’évaluation de la fonction objectif et des contraintes. Ceci paraît impraticable vu que les simulations numériques nécessitent un temps de calcul important. Le recours à des métamodèles est inévitable afin de résoudre le problème. La construction de ces métamodèles nécessite le choix d’un plan d’expérience numérique et de récupérer les différentes réponses. Un plan de type Latin Hypercube est choisi et qui consiste à effectuer 50 calculs par éléments finis. Un modèle polynomial quadratique est utilisé pour représenter les différentes réponses données par l’équation (3.1).

L’analyse statistique consiste à évaluer les coefficients de détermination pour l’ensemble des modèles, elle présente un niveau de précision acceptable nous permettant de déterminer avec une précision les optimums déterministes et robustes.

4.7.5 Résolution déterministe du problème d’optimisation

Pour le cas déterministe, les paramètres matériaux sont définis par leurs valeurs moyennes données dans le Tableau 4.11. Ainsi la formulation du problème d’opti-

l'optimisation déterministe peut être définie comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } Var(\varepsilon_{eq}^-) = f(d) \\ g_1(d) = \tilde{h}_{min} - 0,8 \leq 0 \\ g_2(d) = \sigma_{max} - \sigma_{Von-Mises} \leq 0 \\ h(d) = \tilde{u}_{max} - 55 \approx 0 \\ d = (P, h); \end{cases} \quad (4.10)$$

L'algorithme SQP est utilisé afin de résoudre ce problème. Dans le cas déterministe les paramètres incertains sont fixés à leurs valeurs moyennes. La résolution du problème déterministe a convergé vers l'optimum donné dans le Tableau 4.12 après 13 itérations.

P(MPa)	h(mm)
6,212	0,978

TABLE 4.12 – Valeurs optimales déterministes

4.7.6 Résolution robuste du problème d'optimisation

La formulation d'un problème d'optimisation robuste ressemble à celle d'un problème d'optimisation fiable, sauf que la fonction objectif consiste à minimiser soit la variance soit la moyenne d'une grandeur mécanique. Comme pour un problème d'optimisation fiable, les contraintes déterministes sont transformées en des contraintes probabilistes. La formulation du problème d'optimisation robuste se pose comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } Var(\varepsilon_{eq}^-) = f(\mu_d) \\ P[G_1(\mu_d) \leq 0] \leq P_a \\ P[G_2(\mu_d) \leq 0] \leq P_a \\ h(\mu_d) = \tilde{u}_{max} - \tilde{u} \approx 0 \\ \mu_d = (P, h); \end{cases} \quad (4.11)$$

L'estimation de la fiabilité est effectuée avec des simulations Monte Carlo en se basant sur les métamodèles. En réalité, cette approche est faisable pour un nombre faible de contraintes probabilistes. Elle présente des problèmes de convergence et des problèmes de mémoire quand le nombre de contraintes probabilistes augmente. Dans cette application la probabilité de défaillance admissible est de 2,28%, équivalente à un indice de fiabilité de $\beta=2$.

Le Tableau 4.13 récapitule les valeurs optimales dans le cas fiable.

La Figure 4.60 montre la variation de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Pour l'optimisation robuste la fonction objectif présente une valeur plus importante que le cas déterministe, ce qui signifie qu'elle s'éloigne de la limite critique et par conséquent qu'elle est moins sensible que l'optimum déterministe.

P(MPa)	h(mm)
7	1,1082

TABLE 4.13 – Valeurs optimales déterministes

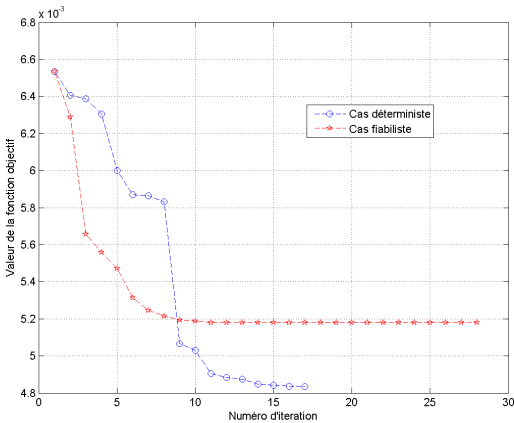


FIGURE 4.60 – Convergence de la fonction objectif

La répartition de la déformation plastique équivalente pour le cas déterministe et le cas robuste est présentée sur les Figures 4.61 - 4.62. Le Tableau 4.14 résume

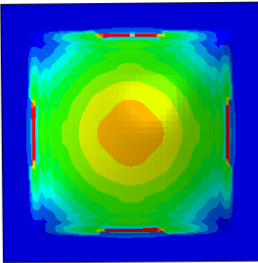
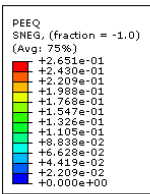


FIGURE 4.61 – Répartition de la déformation plastique équivalente : cas déterministe

FIGURE 4.62 – Répartition de la déformation plastique équivalente : cas fiable

le nombre d'itérations, le nombre d'évaluation de la fonction objectif ainsi que la valeur finale de la fonction objectif. L'approche adaptée pour résoudre le problème

	Nombre d'itération	Évaluation de la f_{obj}	Valeur de la f_{obj}
Cas déterministe	17	63	0,0048
Cas robuste	28	93	0,0052

TABLE 4.14 – Caractéristique de la convergence

d'une manière probabiliste dépend fortement du point initial. Pour certains points

le problème ne converge pas et pour un niveau de fiabilité plus important, $\beta=3$ par exemple l'algorithme ne converge pas.

4.8 Conclusions

A travers ce chapitre, on a pu montrer pour quelques exemples d'hydroformage de tubes et de plaques l'intérêt de l'optimisation fiabiliste et robuste pour assurer un niveau de fiabilité acceptable. L'optimisation déterministe converge souvent vers un optimum qui n'assure pas la stabilité du procédé et n'exclut pas l'apparition des instabilités plastiques. L'optimisation avec prise en compte d'incertitudes est une alternative intéressante permettant de palier à ce problème en convertissant le problème d'optimisation déterministe classique en un problème d'optimisation fiabiliste. Ceci se passe en transformant les contraintes déterministes en des contraintes probabilistes permettant de mieux contrôler le procédé et de diminuer sa sensibilité vis-à-vis de certaines fluctuations imprévisibles qui peuvent apparaître durant la production.

Le dernier exemple traité dans ce chapitre consiste à optimiser une plaque circulaire en maximisant le déplacement au pôle et en diminuant la déformation plastique équivalente. Ces deux fonctions sont en réalité contradictoire, en effet, l'augmentation du déplacement au pôle induit automatiquement une augmentation de la déformation plastique équivalente. Dans un problème d'optimisation classique on choisit l'une des fonctions comme fonction objectif et l'autre comme une contrainte. Le problème d'optimisation multi-objectif permet de mieux gérer ce conflit entre les fonctions objectif en proposant un ensemble de solutions qui assurent un compromis entre ces différents objectifs. Avec ce quatrième chapitre, on s'est intéressé uniquement à associer les incertitudes aux contraintes du problème, alors qu'en réalité les fonctions objectif elles mêmes peuvent être entachées d'incertitudes. Dans le dernier chapitre, on aborde ces aspects en intégrant les incertitudes sur l'ensemble des fonctions.

Optimisation Multi-Objectif avec prise en compte d'incertitudes dans la mise en forme

5.1 Introduction

Les problèmes d'optimisation Multi-Objectif (MO) avec ou sans contraintes existent dans tous les domaines. La mise en forme par déformation plastique est aussi un problème d'optimisation MO qui consiste à optimiser plusieurs performances simultanément. Dans un problème d'optimisation classique, on définit une de ces fonctions comme fonction objectif et les autres comme des contraintes. L'intérêt de l'optimisation MO est de proposer des solutions qui satisfont un compromis entre ces différentes performances. Les problèmes traités dans le chapitre précédant, sont en réalité des problèmes d'optimisation MO. En effet, on remarque qu'une minimisation de la fonction objectif induit la plupart du temps une maximisation de la contrainte et vice-versa. Dans le cas de l'hydroformage d'un tube en forme de T par exemple, souvent deux objectifs sont recherchés : atteindre une hauteur maximale et limiter au maximum l'amincissement. Ces deux fonctions sont totalement contradictoires. Souvent ces problèmes sont difficiles à résoudre et nécessitent des algorithmes robustes, bien adaptés et aussi des grandes performances au niveau des moyens de calcul. Les algorithmes évolutionnaires présentent plusieurs avantages par rapport aux algorithmes classiques à base de gradient. Ils assurent une meilleure exploration de l'espace de recherche et se caractérisent par leurs aptitudes à converger vers l'optimum global, ce qui n'est pas assuré avec les algorithmes à base de gradient.

La difficulté majeure d'un problème d'optimisation MO vient principalement du fait que l'ensemble de ces fonctions n'ont pas le même sens de variation. En effet, une minimisation d'une fonction peut engendrer la maximisation de l'autre et vice-versa. L'algorithme d'optimisation choisi doit être capable de trouver l'ensemble de ces solutions potentielles qui peuvent assurer un compromis entre ces différentes tendances. L'ensemble des solutions déterminées par l'algorithme constituent le front de Pareto. Ce front de Pareto optimal est obtenu sans considérations des incertitudes. Vu qu'une opération de mise en forme englobe plusieurs sources d'incertitudes, les solutions proposées peuvent alors avoir une probabilité de défaillance importante, ce qui affecte la stabilité du procédé. Dans ce chapitre, des

investigations sont réalisées pour étudier la sensibilité du front de Pareto optimal suite aux perturbations qui peuvent affecter les fonctions objectif ou les paramètres d'entrée et voir l'impact de cette variation sur le front de Pareto. Nous abordons ce chapitre par une revue de la littérature concernant les principaux travaux parus ces dernières années et qui optimisent un procédé de mise en forme dans un contexte d'optimisation multi-objectif.

5.2 Optimisation Multi-Objectif dans la mise en forme

Une opération de mise en forme regroupe souvent plusieurs fonctions à maximiser ou à minimiser. Ces fonctions peuvent être définies par exemple afin d'assurer une distribution homogène de l'épaisseur finale, une minimisation de l'endommagement ou du taux de retour élastique, aussi bien que des contraintes de forme. Dans cette section, on fait l'inventaire des principaux travaux qui se sont penchés sur l'optimisation MO des procédés de mise en forme. La majorité de ces travaux considère que les variables d'optimisation sont déterministes.

L'approche classique d'optimisation des procédés de mise en forme fait appel généralement à la méthode des éléments finis et une ou plusieurs techniques d'optimisation [Gelin & Ghouati 1999], [Guo *et al.* 2000], [Naceur *et al.* 2004], [Sun *et al.* 2004]. [Sun *et al.* 2010] s'intéressent à l'optimisation robuste d'une opération de mise en forme. Ils identifient deux modes de défaillance : le plissement et la striction. Pour construire leurs fonctions objectif, ils utilisent une technique de surface de réponse. Un algorithme évolutionnaire de type essaims particulaires est utilisé pour la résolution du problème. Dans leur approche, ils utilisent la CLF comme critère de défaillance afin de construire ces fonctions objectif portant sur la minimisation de la striction et du plissement. Ils définissent des modèles polynomiaux des zones délimitant la zone de défaillance de la zone de faisabilité. [Wei & Yuying 2008] combinent la méthode des éléments finis et un algorithme génétique pour optimiser la mise en forme d'une pièce complexe. Ils définissent quatre fonctions objectif en se basant sur la CLF. Ces fonctions sont définies pour contrôler : la striction, le plissement, le retour élastique et le taux d'amincissement. Les variables d'optimisation portent sur les efforts de serre flan et les efforts de serrage. [Ingarao *et al.* 2009] s'intéressent à l'optimisation d'un tube en forme de Y par une approche MO par le biais de trois fonctions objectif. Vu la complexité de la géométrie, une de ces fonctions porte sur le degré de conformité par rapport à la matrice. Dans ce problème les trajets de chargements sont définis comme des variables d'optimisation.

En réalité, dans un problème MO, la notion de solution optimale n'existe pas. En effet, suivant les conditions opératoires et les limitations techniques, une solution peut être préférée par rapport à une autre. L'ensemble des solutions fournies par l'algorithme constituent le front de Pareto optimal. A travers ce chapitre, nous proposons un nouvel espace de représentation des solutions optimales. Cet espace

permet de classer les solutions optimales selon leurs probabilités de défaillance. Le passage à ce nouvel espace se fait en associant des incertitudes sur l'ensemble des solutions proposées sur le front de Pareto et d'effectuer une étude probabiliste permettant de statuer sur la probabilité de défaillance de chaque solution et pour chaque mode de défaillance. Cet espace permet un tri des solutions en fonction de leurs probabilités de défaillance respectives et représente un outil d'aide pour le concepteur pour identifier la meilleure solution au sens fiabiliste.

5.3 Notion de dominance et optimalité au sens de Pareto

Dans un problème d'optimisation MO, les solutions sont classées suivant le concept de dominance défini par Pareto. Ce concept se prononce comme ceci :

Notons par S l'espace de décision, une solution faisable $x^* \in S$ est connue sous Pareto optimale dite aussi solution efficace ou solution non dominée, si et seulement si il n'existe pas une solution $x \in S$ tel que x domine x^* .

Une solution $y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$ domine une solution $z=(z_1, z_2, \dots, z_n)$ dans le cas d'une minimisation des fonctions objectif, si $\forall i \in [1, \dots, n], f_i(y) \leq f_i(z)$ et $\exists i \in [1, \dots, n]$ tel que $f_i(y) < f_i(z)$.

La Figure 5.1 illustre une représentation graphique de l'optimalité globale au sens de Pareto dans le cas d'une minimisation de deux fonctions objectif.

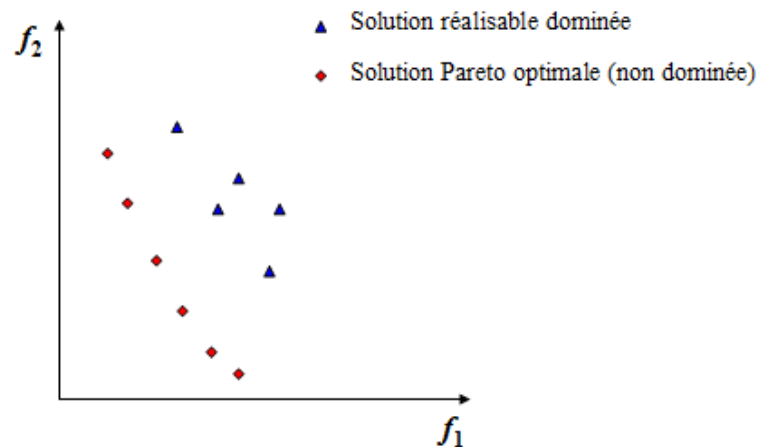


FIGURE 5.1 – Notion de dominance au sens de Pareto

5.4 Formulation d'un problème d'optimisation Multi-Objectif

5.4.1 Formulation déterministe

Un problème d'optimisation MO nécessite l'optimisation de plusieurs fonctions objectif avec ou sans contraintes. Ce problème peut être formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } y = F(d) = [F_1(d), F_2(d), \dots, F_N(d)]^T \\ g_j(d) \leq 0, j = 1, 2, \dots, M \\ h_k(d) = 0, k = 1, 2, \dots, l \\ d = (d_1, d_2, \dots, d_p) \in \Omega \end{array} \right. \quad (5.1)$$

avec :

- $F_1, F_2, \dots, F_N$: l'ensemble des fonctions objectif ;
- g_j : le vecteur des contraintes d'inégalité ;
- h_k : le vecteur des contraintes d'égalité ;
- d : variables d'optimisation dans l'espace de recherche Ω ;

La résolution d'un problème d'optimisation MO est nettement plus compliquée qu'un problème mono-objectif. Pour ce dernier l'algorithme converge vers une seule solution optimale alors que dans le cas de l'optimisation MO un ensemble de solutions est fourni qui constitue le front de Pareto. Dans ce paragraphe, on définit quelques termes relatifs à un problème d'optimisation MO. L'espace couvert par le vecteur objectif est appelé l'espace objectif, le sous espace du vecteur objectif qui satisfait aux contraintes est appelé espace de faisabilité, la solution utopique est la solution qui sera optimale à toutes les fonctions objectif définie par l'équation 5.2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_0 \in \Omega, F_i(d) \leq F_i(d) \\ \text{pour } i \in \{1, 2, \dots, k\} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Pour $k = 1$, le problème est réduit à un problème mono-objectif et dans ce cas la solution utopique est réduite à l'optimum global. Dans le cas d'un problème MO la solution utopique est inexistante d'une manière générale ou est difficile à trouver dû aux conflits entre les fonctions objectif. Une amélioration d'une fonction objectif induit d'une manière générale la détérioration d'une autre. Le problème MO essaye de résoudre le problème en trouvant une solution qui satisfait au mieux à l'ensemble de ces fonctions en respectant les contraintes du problème.

Afin de choisir les meilleures solutions ou la solution qui satisfait au mieux à l'ensemble de ces fonctions. Le concept de Pareto optimal est utilisé. Plusieurs

techniques ont été proposées dans la littérature permettant de résoudre ce problème. La plus utilisée consiste à ramener le problème d'optimisation MO en un problème d'optimisation mono objectif en attribuant un coefficient de pondération à chaque fonction. Suivant l'objectif recherché on peut favoriser une fonction par rapport à une autre.

5.4.2 Formulation avec prise en compte des incertitudes

L'optimisation MO vise à optimiser un ensemble de fonctions objectif à travers l'identification du front de Pareto optimal. Souvent, des incertitudes peuvent affecter certains paramètres ce qui peut changer la position ou la forme du front de Pareto optimal. L'optimisation MO avec prise en compte d'incertitudes dite aussi optimisation MO robuste vise à surmonter ce problème en introduisant ces incertitudes sur les paramètres incertains afin de prédire d'une manière assez précise la position et la forme réelle du front de Pareto. Les solutions qui se trouvent sur ce front de Pareto restent insensibles ou peu sensibles par rapport aux variations qui peuvent affecter certains paramètres. Dans le cas de la mise en forme, un procédé est considéré comme stable quand le taux de rejet est faible. Ceci prouve que même si les paramètres d'entrée fluctuent le procédé reste insensible vis-à-vis de ces variations.

Dans le cas où on tient compte de ces variabilités, la formulation d'un problème d'optimisation MO avec prise en compte des incertitudes se définit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } F(d) = [F_1(d, \delta_x, \delta_e), F_2(d, \delta_x, \delta_e), \dots, F_N(d, \delta_x, \delta_e)]^T \\ g_j(d, \delta_x, \delta_e) \leq 0, j = 1, 2, \dots, M \\ h_k(d, \delta_x, \delta_e) = 0, j = 1, 2, \dots, l \\ d = [d_1, d_2, \dots, d_p] \in \Omega \end{array} \right. \quad (5.3)$$

avec :

- $F_1, F_2, \dots, F_N$: l'ensemble des fonctions objectif ;
- g_j : le vecteur des contraintes d'inégalité ;
- h_k : le vecteur des contraintes d'égalité ;
- d : variables d'optimisation dans l'espace de recherche Ω ;
- δ_x : l'incertitude sur les variables d'optimisation ;
- δ_e : l'incertitude sur les paramètres ;

Dans l'optimisation MO robuste les incertitudes sont incorporées dans les fonctions objectif dans le but de diriger l'algorithme d'optimisation dans la zone la moins sensible aux variations. Ces dernières années plusieurs algorithmes ont été proposés dans la littérature permettant de résoudre des problèmes d'optimisation MO avec prise en compte d'incertitudes ou non. L'algorithme NSGA-II (Nondomi-

nated Sorting Genetic Algorithm) est parmi les algorithmes qui ont été largement utilisés dans la résolution de plusieurs types de problèmes.

La Figure 5.2 montre comment les incertitudes peuvent changer la notion de dominance au sens de Pareto. Dans un contexte d'optimisation MO déterministe, il est clair que A domine B. En présence d'incertitudes les points A et B peuvent avoir les positions suivantes définies par A' et B' . Avec ces nouveaux points la notion de dominance change et on remarque maintenant que B' domine A' . Ceci peut affecter certainement la position dans l'espace du front de Pareto mais aussi sa forme (convexe, concave, continu, discontinu).

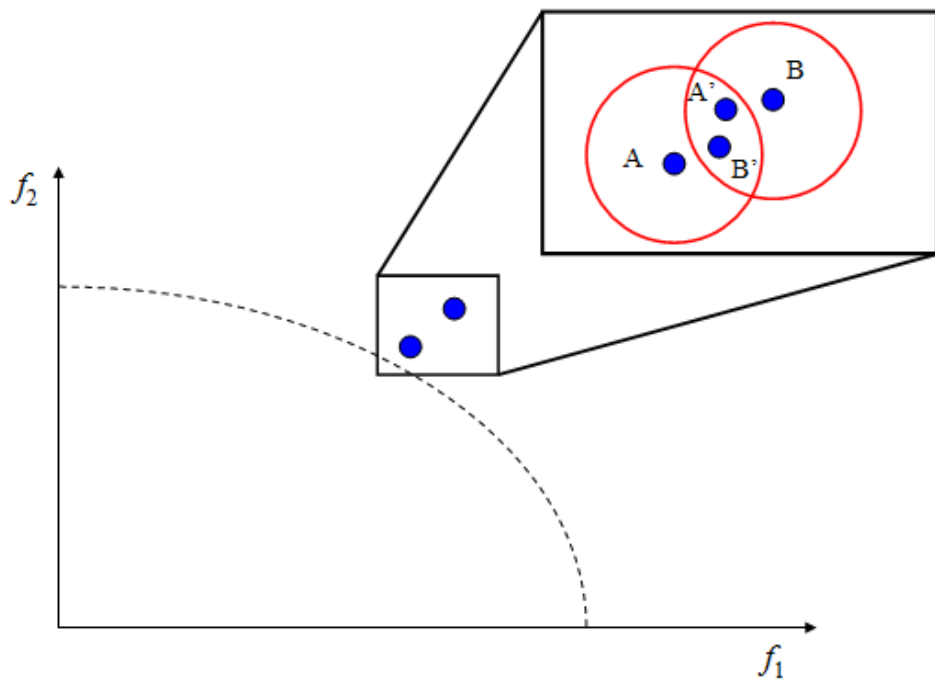


FIGURE 5.2 – Effet des incertitudes sur la dominance

5.5 Algorithmes évolutionnaires

5.5.1 Généralités

Ces dernières années plusieurs types d'algorithmes ont été développés permettant l'optimisation MO avec ou sans prise en compte des incertitudes. Ces algorithmes présentent plusieurs avantages et inconvénients. Selon le problème posé et la nature des fonctions objectif il faut choisir l'algorithme le mieux adapté car souvent des problèmes de convergence sont rencontrés. Dans le cadre de cette thèse, on se limite aux algorithmes évolutionnaires. Une variante de ces algorithmes a

été proposée dans la littérature, le premier algorithme multi objectif est VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithms) proposé par [Shaffer 1985]. Après celui là différents types d'algorithmes ont été proposés comme : MOGA (Multi Objective Genetic Algorithm) proposé par [Fonseca & Fleming 1993], (μ GA) référant à des algorithmes avec des petites populations proposé par [Jin *et al.* 2001] et NSGA (Nondominated Sorting Genetic Algorithm) proposé par [Srinivas & Deb 1994]. Dans ce dernier algorithme, le calcul de la fonction objectif se fait en séparant la population en plusieurs groupes, en fonction du degré de domination au sens de Pareto de chaque individu. L'algorithme se déroule par la suite comme un algorithme génétique classique. Il utilise une sélection basée sur le reste stochastique, mais cette méthode peut être utilisée avec d'autres heuristiques de sélection (roulette, pipée, etc.). L'algorithme utilisé pour la résolution du problème de mise en forme est une nouvelle version de l'algorithme NSGA, noté souvent par (NSGA-II) proposé par [Deb *et al.* 2000].

Dans le cadre de cette thèse, on se limite aux algorithmes génétiques. D'autres types d'algorithmes évolutionnaires ont été utilisés dans la littérature pour certains problèmes d'ingénierie comme l'essaim particulaire et la colonie de fourmi.

5.5.2 Avantages d'un algorithme génétique

L'algorithme génétique présente de grands avantages par rapport aux techniques d'optimisation classiques :

- **Adaptation** : L'algorithme génétique ne nécessite pas de formulation mathématique complexe ou de calculer des gradients pour trouver la direction de descente. Il peut manipuler n'importe quel type de fonctions objectif et n'importe quelles types de contraintes (linéaire ou non linéaire, continue ou discrète) ainsi que des espaces de recherches mixtes.
- **Robustesse** : L'utilisation des opérateurs d'évolutions laisse l'algorithme génétique faire une recherche globale. Il a été démontré à travers plusieurs études que l'algorithme génétique localise au mieux l'optimum global et réduit énormément le temps de calcul.
- **Flexibilité** : l'algorithme génétique présente une bonne flexibilité afin de le coupler avec des stratégies de recherche locale pour des problèmes complexes.

5.6 Implémentation d'un algorithme génétique

Pour l'implémentation de l'algorithme génétique, plusieurs considérations devront être prises en compte. La première des choses est la représentation génétique de la solution (le type de codage). En second lieu, la définition de la fonction objectif pour évaluer l'ensemble des individus, et après les opérateurs génétiques tels que :

les opérateurs de croisement, de mutation et de sélection. Ces 3 opérateurs sont détaillés ci-dessous :

- Croisement

c'est le principal opérateur pour un algorithme génétique. Il opère sur deux chromosomes et génère un troisième (enfant) en combinant les deux derniers. Une méthode simple pour faire le croisement est de coupler les chromosomes en définissant un point de coupe et de coller les deux morceaux. Cette méthode marche bien pour une représentation binaire des variables. La performance d'un algorithme génétique dépend fortement du type de croisement. La probabilité de croisement notée par p_c est définie comme la probabilité que des nouveaux individus surviennent dans chaque génération dans la population. Cette probabilité contrôle en fait le nombre attendu des chromosomes qui vont subir un croisement. Une probabilité de croisement importante permet de mieux explorer l'espace de recherche et réduit le risque de tomber sur un «faux» optimum. Dans le cas où cette probabilité est faible, ceci génère un temps de calcul conséquent et ne permet pas une bonne exploration de l'espace de recherche. De nombreux types de croisement ont été proposés dans la littérature dont les plus connus sont : conventionnel, arithmétique et stochastique.

- Mutation

La mutation est un opérateur basique qui produit des changements aléatoires au niveau des chromosomes. Une technique simple permet de générer des mutations est d'altérer des gènes d'une manière aléatoire. Pour les algorithmes génétiques les mutations jouent un rôle crucial, elles servent à remplacer les chromosomes perdus de l'ancienne population. La probabilité de mutation notée par p_m est définie comme le pourcentage du nombre total des gènes dans la population. La probabilité de mutation contrôle la probabilité avec laquelle un nouveau gène est introduit dans la population.

- Sélection

La sélection est le moteur de l'algorithme génétique. Différentes stratégies de sélection ont été proposées dans la littérature : «Roulette wheel selection, tournament selection, truncation selection, elitist selection». «Roulette wheel selection» est la meilleure stratégie de sélection d'après la littérature. L'idée de base consiste à déterminer la probabilité de sélection ou la probabilité de survie pour chaque chromosome, celle-ci est proportionnelle à sa valeur de fonction objectif. «Truncation selection» permet de choisir les individus à survivre d'une manière déterministe. Elle classe l'ensemble des

individus selon leur fitness et sélectionne les meilleurs comme les parents.

5.7 Principe de base de l'algorithme NSGA et NSGA-II

L'algorithme NSGA-II proposé par [Deb *et al.* 2000] est largement utilisé dans la résolution des problèmes d'optimisation MO. Cet algorithme est utilisé dans ce chapitre pour l'optimisation MO d'un tube en T. Le principe de base de cet algorithme consiste à classer l'ensemble des solutions pour chaque génération selon la notion de dominance de Pareto. L'ensemble de solutions de la population en cours sont rangées sous plusieurs classes. Les meilleures solutions sont sur le front de Pareto numéro 1, les individus qui sont sous le deuxième front appartiennent tous aux secondes meilleures solutions, etc. Deux valeurs sont attribuées aux membres de la population, c'est-à-dire que chaque individu est défini ou caractérisé par deux valeurs. Le premier est le rang de la solution à laquelle il appartient et qui représente la qualité de la solution en terme de convergence et le second est connu sous le nom de «crowding distance» qui consiste à estimer la densité entourant une valeur particulière de l'espace objectif et qui représente la qualité de la solution en terme de diversité. Une solution est dite meilleure qu'une autre si elle a un meilleur rang, en cas d'égalité, c'est celle qui a la meilleure «crowding distance».

Les algorithmes évolutionnaires modernes nécessitent trois composantes principales : (1) un mécanisme de choix des solutions non dominées au sens de Pareto, (2) un mécanisme pour maintenir la diversité afin d'assurer la convergence vers le front de Pareto entier et (3) un mécanisme d'élitisme qui assure que les solutions non dominées globales sont préservées lors de la recherche. D'autres techniques méta-heuristiques, autre que les algorithmes évolutionnaires ont été proposées dans la littérature afin de résoudre des problèmes d'optimisation multi objectif. Parmi ces approches on trouve : simulated annealing, recherche tabou, ACO (Aint Colony Optimization), PSO (Particle Swarm Optimization). L'utilisation des algorithmes hybrides trouve aussi un succès dans la résolution de ce type de problème. L'hybridation consiste à coupler un algorithme évolutionnaire avec une technique de recherche standard exacte. L'algorithme de recherche local est utilisé pour résoudre des sous problèmes du problème initial et qui peut aider l'algorithme évolutionnaire à mieux converger avec un nombre d'itérations moins important en comparaison avec l'algorithme génétique utilisé tout seul.

L'algorithme NSGA-II est basé sur une classification des individus en plusieurs niveaux. Il utilise une procédure de tri plus rapide que son prédécesseur (NSGA) basé sur la non dominance ou Pareto optimale. Une approche élitiste qui permet de préserver la diversité des populations en sauvegardant les meilleures solutions trouvées lors des générations précédentes, d'une part, et un opérateur de comparaison basé sur un calcul de la distance de Crowding d'autre part. Sa mise en œuvre ne nécessite aucun réglage des paramétrages.

Le principe de fonctionnement d'un algorithme NSGA-II classique peut se résumer dans les étapes suivantes :

- Création aléatoire de la première génération P_0 de taille N selon l'espace de recherche défini ;
- Sélection par tournoi basée sur la règle de préférence et application des opérateurs de modification pour créer un ensemble d'enfants Q_t de taille N ;
- Mélange de P_t et Q_t , $R_t = P_t \cup Q_t$;
- Calcul de toutes les frontières F_i de R_{t_i} et ajout dans P_{t+1} jusqu'à ce que la taille de P_{t+1} soit égale à N ;
- Et finalement Retour à sélection ;

5.8 Exemple d'illustration

Dans le chapitre précédant, les fonctions objectif définies pour optimiser le procédé d'hydroformage ont été considérées comme déterministes. Les incertitudes ont été prises en compte seulement sur les contraintes, alors que même ces fonctions peuvent être entachées d'incertitudes. La prise en compte d'incertitudes sur ces fonctions permet de changer la direction de descente et par conséquent l'optimum. Pour cette raison, leurs prises en compte est cruciale dans un problème d'optimisation permettant de donner une solution plus stable. Ceci est démontré avec un exemple analytique résolu avec une technique d'optimisation à base de gradient.

5.8.1 Effet des incertitudes sur le chemin de convergence

La Figure 5.3 représente la fonction objectif donnée en fonction de deux paramètres incertains notés par (x_1, x_2) . Ce problème est résolu dans un premier temps avec une approche déterministe classique. La même Figure montre le point initial ainsi que l'optimum déterministe trouvé avec une technique de descente. Dans un second temps, on perturbe f avec un taux de variation donné et on relance l'algorithme de nouveau afin de rechercher le nouvel optimum. La Figure 5.4 montre la localisation de ce nouvel optimum. On remarque comment la perturbation de la fonction objectif peut aussi affecter d'une part le chemin de convergence mais aussi la valeur finale de la fonction objectif d'autre part. L'introduction de l'optimisation MO avec prise en compte d'incertitudes sur ces paramètres aléatoires semble être le chemin idéal pour résoudre ce genre de problème et surmonter les difficultés liées à la présence d'incertitudes.

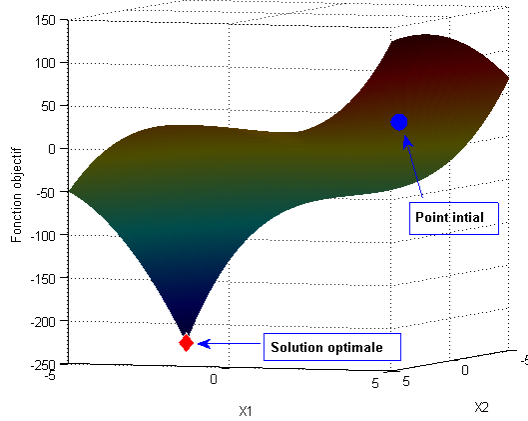


FIGURE 5.3 – Localisation du point de départ et de l'optimum déterministe

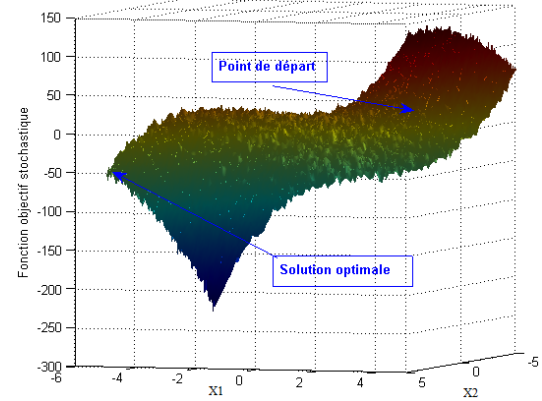


FIGURE 5.4 – Localisation du point de départ et de l'optimum après perturbation de la fonction objectif

5.9 Optimisation Multi-Objectif d'un tube en T

5.9.1 Description du problème

L'hydroformage d'un tube en T a fait l'objet de beaucoup de travaux de recherches. La complexité de la géométrie laisse le procédé très sensible aux variations qui peuvent affecter certains paramètres notamment les paramètres de chargements. Pour ce type de problème, souvent la pression interne, le déplacement axial ainsi que le temps d'application de ces chargements conditionnent la bonne mise en forme de la pièce. Une bonne synchronisation entre ces paramètres permet d'obtenir une pièce sans défauts.

Dans la littérature, la formulation du problème d'optimisation ainsi que les critères utilisés pour détecter les instabilités plastiques potentielles ont été posé de manières différentes. Certains formulent leur problème d'optimisation pour que le tube atteigne une hauteur maximale au niveau du dôme tout en assurant une bonne répartition d'épaisseur en limitant au maximum l'amincissement. Ces deux objectifs sont en réalité contradictoires parce que la maximisation de la hauteur au niveau du dôme induit automatiquement un amincissement important. Le problème présente alors deux fonctions objectif totalement contradictoire. Dans notre application la hauteur du dôme a été fixée à une hauteur de 13 mm (Figure 5.7) et le problème est résolu par la définition de deux fonctions objectif. La première consiste à contrôler le plissement alors que la deuxième porte sur l'amincissement du tube. Afin d'alléger le problème et aider l'algorithme à trouver efficacement l'optimum, on se limite aux variables de chargements comme variables d'optimisation et on suppose que les autres sont déterministes. Le problème est résolu de deux manière différentes : une optimisation déterministe classique et une optimisation avec prise en compte d'incertitudes, afin de voir la sensibilité du front de Pareto vis-à-vis de

ces fluctuations.

En réalité, l'optimisation MO fournit un panel de solutions qui assure un compromis entre les différentes tendances. Le choix d'une solution en dépit d'une autre est une étape un peu floue pour le décideur. Dans ces travaux, on propose un passage du front de Pareto classique à un diagramme qui classe les solutions selon leurs probabilités de défaillance. Une analyse probabiliste est effectuée afin de faciliter la tâche du décideur et de lui fournir l'optimum le plus fiable mais aussi le plus robuste.

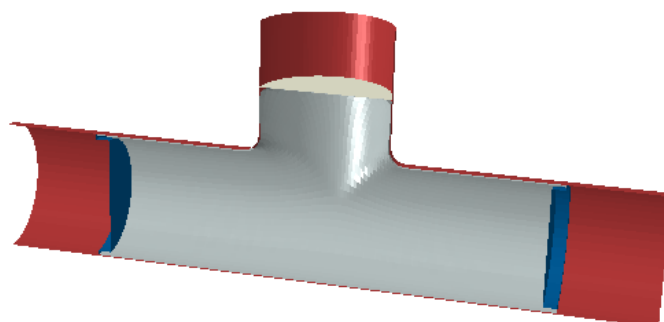


FIGURE 5.5 – Déformée de la pièce

5.9.2 Présentation du modèle éléments finis

Le modèle éléments finis est donné sur la Figure 5.6. Il est composé d'une matrice en T, un tube, un poinçon et d'un contre poinçon. Pour des raisons de symétrie on modélise 1/4 du modèle (Figure 5.7). Le tube est maillé avec 2030 éléments de type S4R avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur de la bibliothèque d'Abaqus.

5.9.3 Sélection des variables d'optimisation

Le choix des variables d'optimisation porte uniquement sur les variables de chargements : la pression interne et le déplacement axial. Dans cet exemple le contre poinçon a pour rôle d'améliorer la formabilité et aussi à donner la forme au tube. Les trajets de chargements sont modélisés par deux demi droites définies par (D_1, D_2) pour le déplacement axial et (P_1, P_2) pour la pression interne (Figure 4.4).

Les valeurs de ces paramètres sont données par le Tableau 5.1.

$P_1(MPa)$	$P_2(MPa)$	$D_1(mm)$	$D_2(mm)$
25	45	10	20

TABLE 5.1 – Valeurs initiales des variables d'optimisation

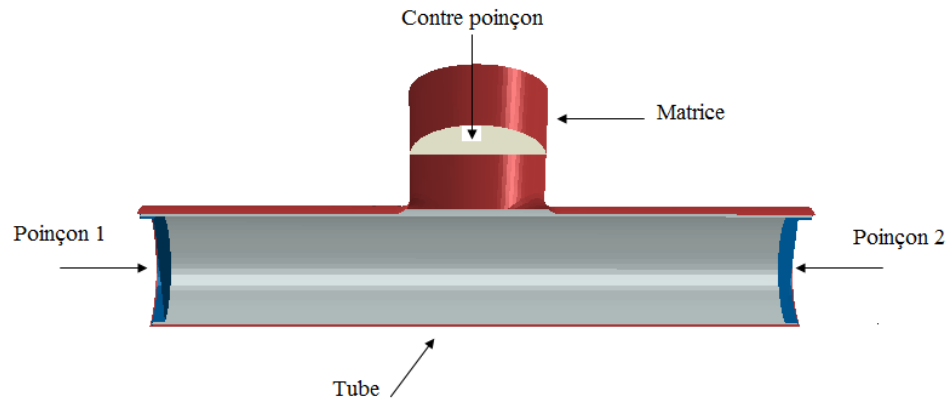


FIGURE 5.6 – Modèle géométrique

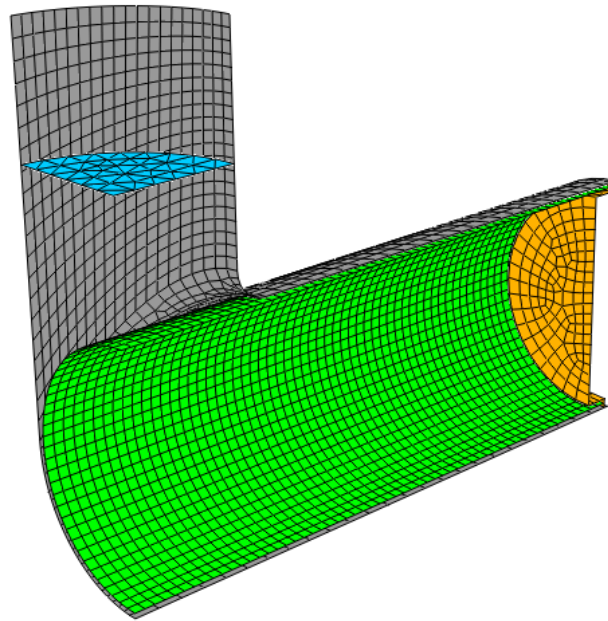


FIGURE 5.7 – Modèle éléments finis : Forme en T

5.9.4 Définition des fonctions objectif

Dans cette étude, on définit deux fonctions objectif en se basant sur la courbe limite de formage du matériau pour le contrôle de la striction et du plissement.

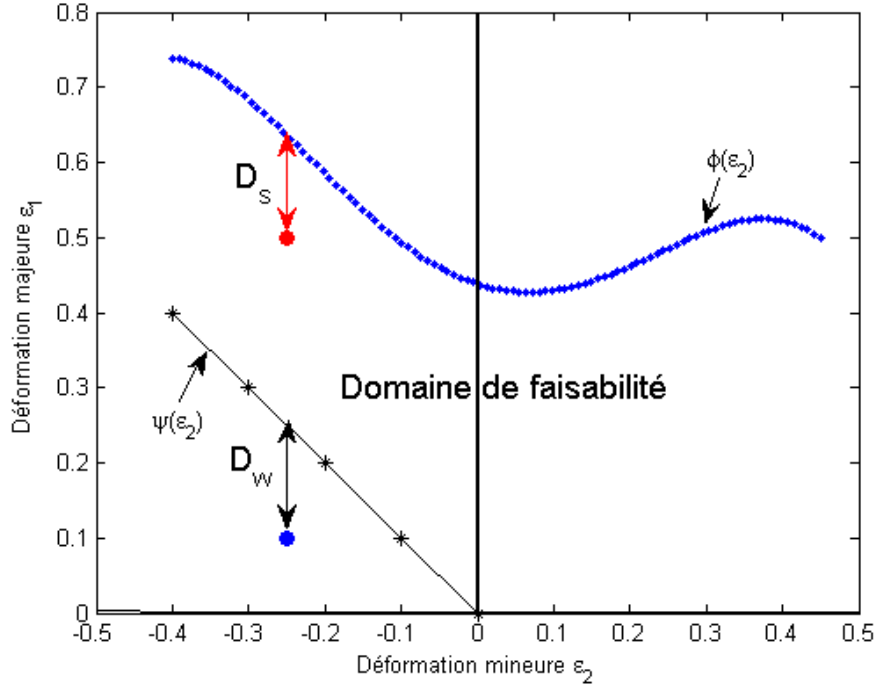


FIGURE 5.8 – Définition des fonctions objectif à partir de la CLF

- Contrôle de la striction

La première fonction objectif consiste à contrôler la striction en se basant sur les déformations principales. Elle consiste à mesurer la distance de tous les éléments par rapport à la courbe limite de striction notée par $\phi(\varepsilon_2)$ (représentée sur la Figure 5.8).

Cette fonction est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{cases} F_s = \sum_{i=1}^N (D_s^i)^2 = \sum_{i=1}^N (\varepsilon_1^i - \phi(\varepsilon_2^i))^2 & \text{si } \varepsilon_1^i > \phi(\varepsilon_2^i) \\ F_s = 0 & \text{si } \varepsilon_1^i \leq \phi(\varepsilon_2^i) \end{cases} \quad (5.4)$$

avec :

- ε_1^i : la déformation majeure de l'élément i ;
- ε_2^i : la déformation mineure de l'élément i ;
- N : le nombre total d'éléments ;
- $\phi(\cdot)$: la courbe limite de striction ;

- Contrôle de risque de plissement

La fonction objectif permettant de mesurer la tendance de tube au plissement est donnée par la mesure de la distance de tous les éléments qui sont au dessous de la courbe limite de plissement $\psi(\varepsilon_2)$ de cisaillement pur.

$$\begin{cases} F_w = \sum_{i=1}^N (D_w^i)^2 = \sum_{i=1}^N (\psi(\varepsilon_2^i) - \varepsilon_1^i)^2 & \text{si } \varepsilon_1^i < \psi(\varepsilon_2^i) \\ F_w = 0 & \text{si } \varepsilon_1^i \geq \psi(\varepsilon_2^i) \end{cases} \quad (5.5)$$

avec :

- ε_1^i : la déformation majeure de l'élément i ;
- ε_2^i : la déformation mineure de l'élément i ;
- N : le nombre total d'éléments ;
- $\psi(\cdot)$: la courbe limite de plissement ;

5.9.5 Sélection du plan d'expérience et du métamodèle

Un plan composite centré est choisi pour déterminer l'ensemble des fonctions objectif. Pour 4 variables, ce type de plan nécessite d'effectuer 25 calculs par éléments finis. Des modèles quadratiques sont par la suite générés par une technique de régression multi-linéaire pour exprimer les fonctions objectif en fonctions des variables d'optimisation incertaines.

5.9.6 Analyse statistique des métamodèles

Un premier critère, utilisé pour vérifier la robustesse des métamodèles prédits, est une confrontation des valeurs réelles données par les simulations numériques avec les valeurs prédites. les Figures 5.9 et 5.10 montrent une bonne corrélation entre les valeurs approchées et les valeurs prédites. En effet, la détection d'une erreur significative dès cette étape met en question quant à la robustesse et la fiabilité des métamodèles à prédire fidèlement les niveaux de réponses. Dans ce cas, on est amené à enrichir le plan d'expérience par d'autres points. Ceci minimise l'erreur mais ne garantit pas une meilleure performance du métamodèle.

Deux indices sont calculés pour les deux réponses : le coefficient de détermination et le coefficient de détermination ajusté. Une valeur proche de 1 est synonyme d'une bonne corrélation pour les valeurs réelles et les valeurs prédites. Ces valeurs sont données sur les mêmes Figures.

5.9.7 Paramétrage de l'algorithme génétique

L'algorithme NSGA-II est paramétré comme suit :

- Taille de la population : 200 ;

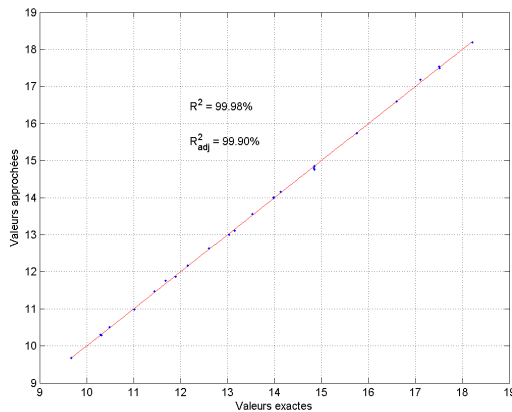


FIGURE 5.9 – Valeurs exactes et valeurs approchées : Plissement

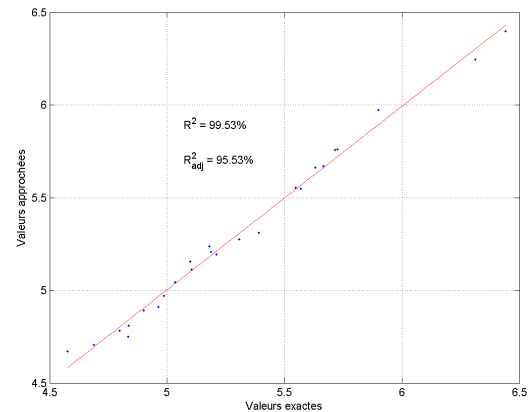


FIGURE 5.10 – Valeurs exactes et valeurs approchées : Striction

- Nombre de génération : 500 ;
- Type de reproduction : Uniform crossover ;
- Type de selection : Rank selection ;
- Probabilité de mutation $p_m=2\%$;
- Probabilité de reproduction $p_r=95\%$;

Pour la résolution du problème, on favorise un fort taux de croisement contre un faible taux de mutation.

5.10 Résolution du problème d'optimisation MO déterministe

5.10.1 Identification du front de Pareto

La Figure 5.11 représente le front de Pareto optimal déterministe dans l'espace de fonctions objectif. Le nombre des solutions optimales est de 70, ces solutions sont optimales au sens de Pareto mais ne représentent pas toutes le même niveau de fiabilité. La variation que peut présenter certains paramètres peut avoir un impact important sur le front de Pareto obtenu. Un critère fiabiliste est défini dans la section suivante permettant de faire une investigation sur la sensibilité des fonctions objectif par rapport aux variations qui peuvent affecter les solutions formant le front de Pareto.

5.10.2 Critère de classification des solutions

L'intérêt majeur de l'optimisation MO est de fournir un panel de solutions qui assurent un compromis entre les différentes performances. Le choix d'une solution en dépit d'une autre est en réalité un vrai problème pour le concepteur. Ce choix

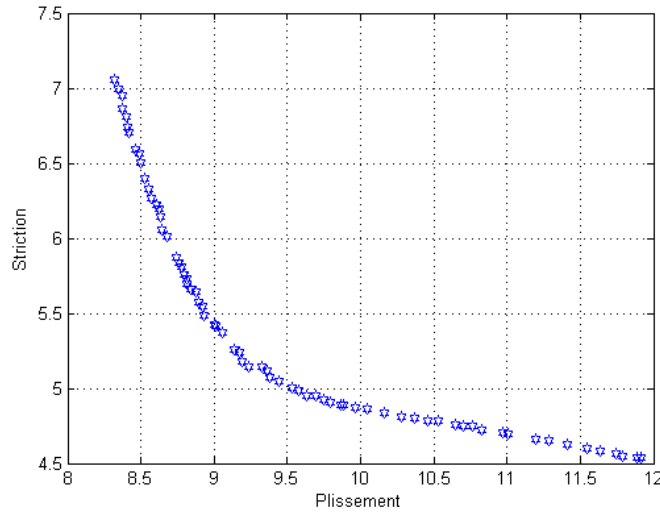


FIGURE 5.11 – Front de Pareto déterministe

est souvent hasardeux, ce qui n'empêche pas de choisir une solution qui peut être sensible aux variations des différents paramètres mis en jeu.

Des investigations supplémentaires sont nécessaires sur l'ensemble des solutions afin de les classer selon un critère qualitatif. Dans ce chapitre, nous proposons une analyse statistique qui se base sur des simulations de Monte Carlo afin de classer les différentes solutions suivant leurs probabilités de défaillance. Les deux modes de défaillance sont supposés indépendants. La probabilité de défaillance du procédé est alors donnée par la somme des deux probabilités de défaillance pour chaque mode de défaillance.

Les densités de probabilité pour chaque mode de défaillance sont déterminées avec des simulations de Monte Carlo en se basant sur les métamodèles. Pour chaque densité, on estime une moyenne μ et un écart-type σ et on suppose que les réalisations qui se trouvent au delà de $\pm 3 \times \sigma$ sont défaillantes. Ce critère d'optimalité permet de choisir les meilleures combinaisons de chargements en terme de pression interne et de déplacement axial. Avec cette analyse, on passe du diagramme de Pareto à un diagramme beaucoup plus réaliste et qualitatif, qui classifie les solutions suivant leurs probabilités de défaillance. Ce diagramme présente un outil d'aide et un guide pour le concepteur.

La Figure 5.12 montre la nouvelle classification et la meilleure solution. Les densités de probabilité de plissement et de la striction sont également représentées sur les Figures 5.15-5.16 pour la solution optimale suivant le nouveau critère d'optimalité qui se base sur la probabilité de défaillance la plus faible.

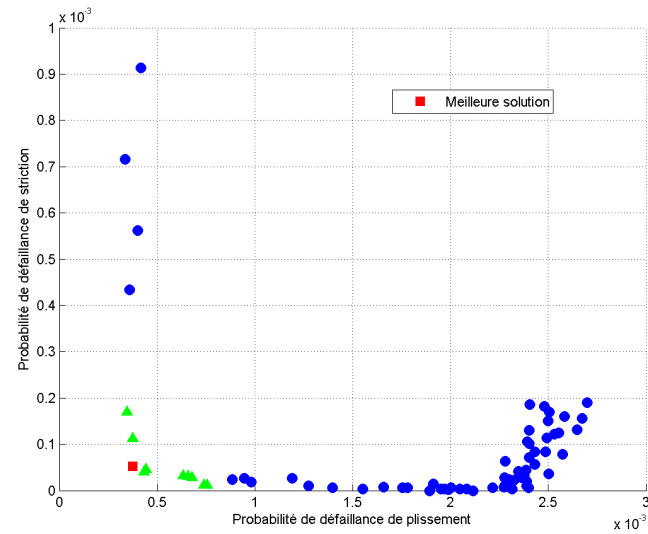


FIGURE 5.12 – Classification des solutions selon leurs probabilités de défaillance

Les trajets de chargements optimums donnant le déplacement axial en fonc-

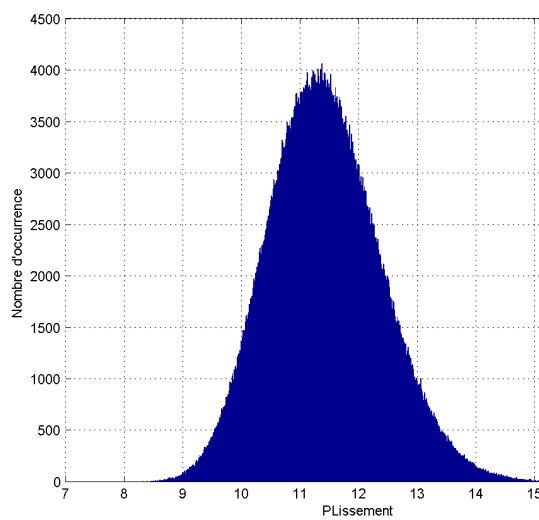


FIGURE 5.13 – Histogramme de plissement

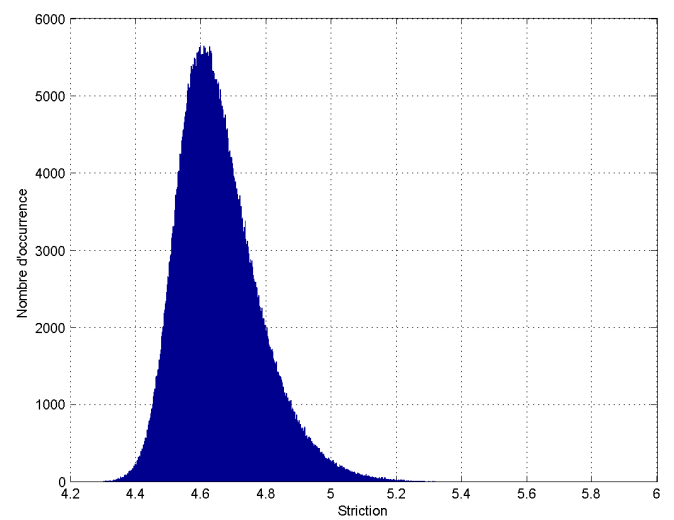


FIGURE 5.14 – Histogramme de striction

tion du temps et la pression en fonction du temps sont présentés sur les Figures 5.15 - 5.16 de même que le trajet de chargement initial pour différents niveaux de fiabilité.

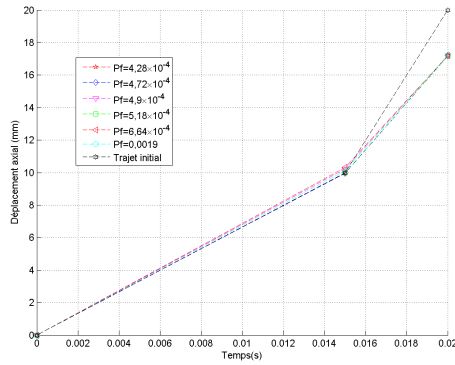


FIGURE 5.15 – Trajets de charge-ments optimums : Déplacement axial (mm)- Temps (s)

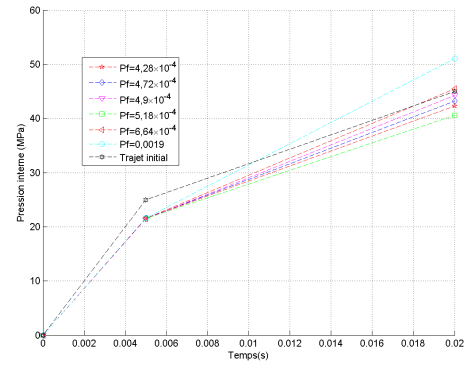


FIGURE 5.16 – Trajets de charge-ments optimums : Pression interne (MPa)- Temps (s)

Des simulations numériques sont effectuées pour visualiser la répartition de l'épaisseur pour différents niveaux de fiabilité (représentés sur les Figures 5.23 - 5.18 - 5.19 - 5.20).

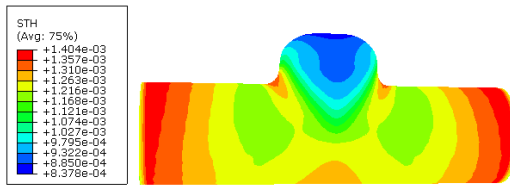


FIGURE 5.17 – Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,28 \times 10^{-4}$

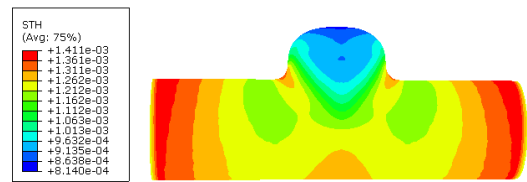


FIGURE 5.18 – Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,72 \times 10^{-4}$

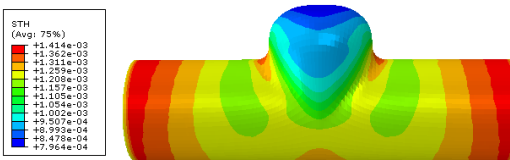


FIGURE 5.19 – Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=4,9 \times 10^{-4}$

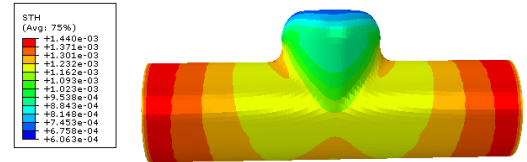


FIGURE 5.20 – Distribution de l'épaisseur de la solution optimale $P_f=0,19\%$

La Figure 5.21 représente la distribution de l'épaisseur pour le tube pour différents niveaux de fiabilité. On remarque que plus la probabilité de défaillance est impor-

tante, moins la répartition de l'épaisseur est bonne. On trace aussi la répartition de l'épaisseur de l'une des solutions qui présente une probabilité de défaillance de $P_f=0,19\%$.

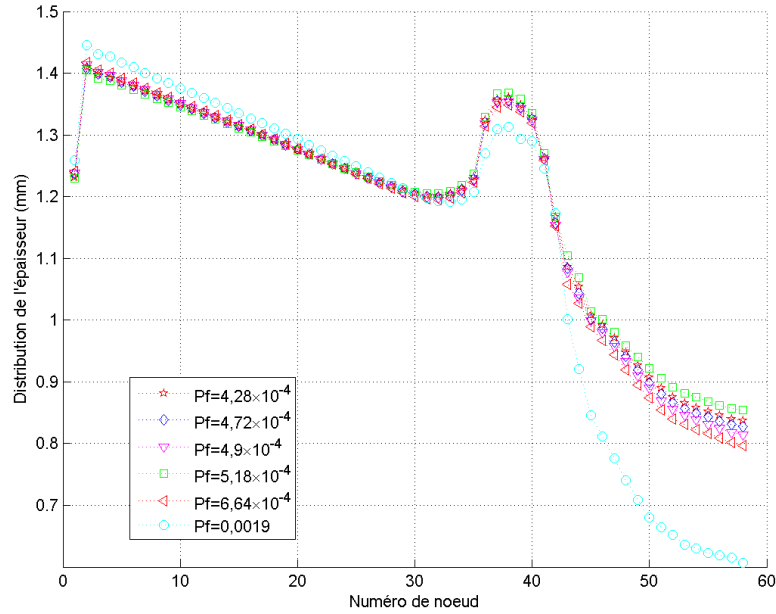


FIGURE 5.21 – Distribution de l'épaisseur pour différents niveaux de fiabilité

La solution optimale permet d'assurer la stabilité du procédé. Un calcul de la variance et de la moyenne pour l'ensemble de ces solutions est donné dans le Tableau 5.2. Les solutions notées par S_i sont ordonnées selon leurs probabilités de défaillance.

Solution	μ_{pli}	σ_{pli}	$\mu_{striction}$	$\sigma_{striction}$	P_f
S_1	11,4233	0,9568	4,6569	0,1271	$4,28 \times 10^{-4}$
S_2	11,2934	0,9519	4,678	0,1329	$4,72 \times 10^{-4}$
S_3	11,5614	0,9606	4,6246	0,1174	$4,9 \times 10^{-4}$
S_4	11,2027	0,9543	4,6876	0,1286	$5,18 \times 10^{-4}$
S_5	11,6506	0,9676	4,6058	0,1104	$6,64 \times 10^{-4}$
S_6	11,0103	0,9577	4,7265	0,1373	0,0019

TABLE 5.2 – Moments statistiques des instabilités plastiques

5.11 Effets des incertitudes sur le Front de Pareto

5.11.1 Prise en compte d'incertitudes sur les fonctions objectif

Dans cette section, on s'intéresse à une perturbation qui peut affecter les fonctions objectif. On perturbe ces fonctions avec 3 niveaux différents dans le but de voir l'effet sur le front de Pareto. Ces 3 niveaux de perturbation sont définis à ($\delta = 5\%$, $\delta = 10\%$, $\delta = 15\%$).

La Figure 5.22 montre l'effet d'incertitudes sur le front de Pareto optimal selon le taux de perturbation. En effet, on remarque une translation proportionnelle suivant le niveau de perturbation du front de Pareto déterministe. Plus le niveau d'incertitudes est important, plus le front de Pareto a tendance de s'éloigner du front de Pareto déterministe. Ce résultat vient confirmer les résultats trouvés précédemment dans [Ben Abdesslem *et al.* 2010a] pour l'hydroformage d'un tube de forme complexe. Une quantification d'incertitudes sur les fonctions objectif semble primordiale pour pouvoir converger vers le front de Pareto optimal.

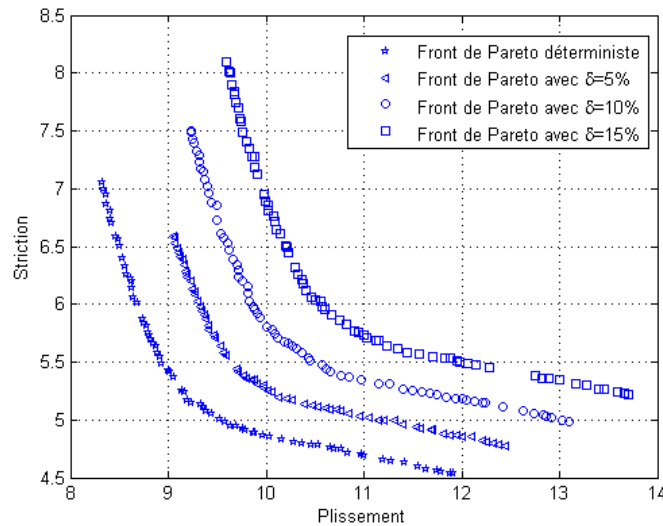


FIGURE 5.22 – Effets des incertitudes sur le front de Pareto

5.11.2 Prise en compte d'incertitudes sur les paramètres d'entrée

Dans cette section, on vise à étudier l'impact d'incertitudes que peut présenter les paramètres d'entrée sur le front de Pareto. En effet, on introduit une perturbation sur ces paramètres pour trois niveaux différents définis à $\delta = (5\%, 10\%, 15\%)$. On reconstruit à nouveaux les modèles représentatifs de l'ensemble des fonctions objectif et on résout le problème. Le front de Pareto déterministe est confronté à l'ensemble des fronts de Pareto obtenus pour chaque niveau de perturbation. Comme le montre la Figure 5.23, on remarque l'effet important des incertitudes sur

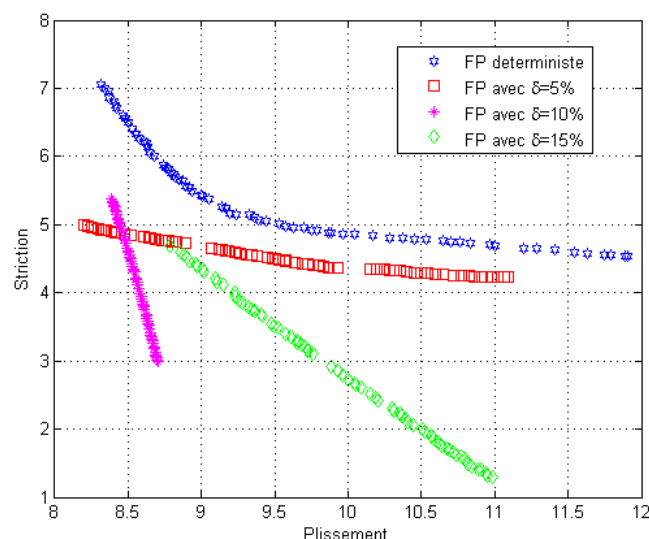


FIGURE 5.23 – Effet des incertitudes sur la position du front de Pareto

la position du front de Pareto. En effet, on ne trouve pas un lien direct entre le taux de variation et le changement du front de Pareto comme pour l'exemple précédent. Ce dernier varie aléatoirement d'un niveau de variation à un autre. Les variations sont marquées au niveau de la forme et de la position. Sur quelques fronts, on remarque même la présence de zones de discontinuité. Cette analyse montre que la position finale du front de Pareto est très sensible et très dépendante aux paramètres d'entrée et de la précision associée à ces paramètres. Pour cela, avant tout processus d'optimisation, une bonne quantification des niveaux d'incertitudes est primordiale pour des prédictions fiables et robustes.

Une analyse fiabiliste est effectuée sur chaque front de Pareto afin de déterminer la solution la plus fiable parmi les solutions proposées sur le front de Pareto. Le Tableau 5.3 récapitule l'ensemble de ces solutions :

On propose maintenant de projeter les solutions se trouvant sur le front de Pareto

Niveau de perturbation	$P_{\text{plissement}}$	$P_{\text{striction}}$
$\delta = 0\%$	$3,76 \times 10^{-4}$	$5,2 \times 10^{-5}$
$\delta = 5\%$	0,0021	0,0014
$\delta = 10\%$	0,0039	0,0045
$\delta = 15\%$	$9,5 \times 10^{-4}$	0,0057

TABLE 5.3 – Probabilité de défaillance suivant le niveau de perturbation

sur un diagramme de fiabilité. L'abscisse représente la probabilité de défaillance de plissement et l'ordonnée la probabilité de défaillance de striction. La solution qui

présente le taux de défaillance le moins faible est représentée par un carré.

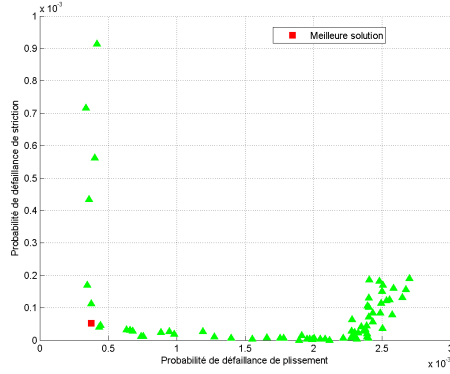


FIGURE 5.24 – Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : Cas déterministe : $\delta = 0\%$

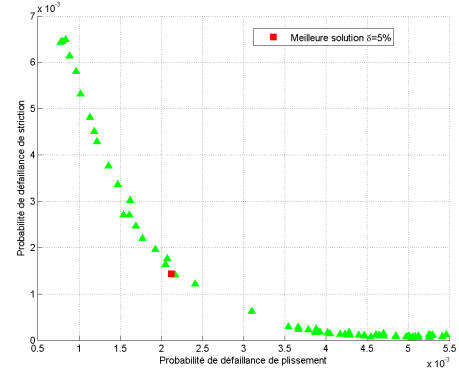


FIGURE 5.25 – Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 5\%$

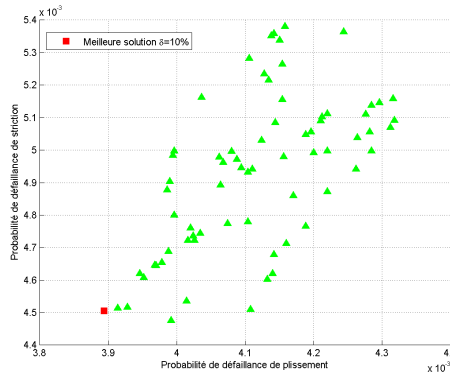


FIGURE 5.26 – Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 10\%$

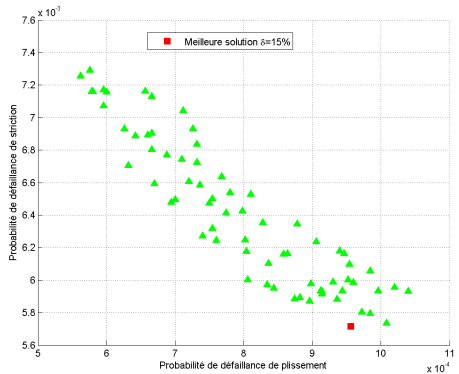


FIGURE 5.27 – Classification des solutions dans le diagramme fiabiliste : $\delta = 15\%$

Le niveau de variation affecte d'une manière considérable la probabilité de défaillance. Seule une bonne caractérisation des paramètres d'entrée permet de statuer d'une manière assez précise sur cette probabilité. Dans notre cas d'étude, on suppose que l'ensemble des paramètres incertains sont supposés suivre des lois normales. Le passage du Front de Pareto au diagramme fiabiliste permet une meilleure interprétation des optima obtenus. Cette classification est plus représentative et aide l'opérateur dans la démarche de choix. Sur ce type de diagramme la notion de solution optimale existe à l'encontre du front de Pareto classique.

5.11.3 Effets des incertitudes définies par des lois de probabilité

Dans cette dernière partie, on s'intéresse à étudier l'évolution du front de Pareto quand les incertitudes sont définies par des lois de probabilité. Deux types de lois vont être testées afin de voir l'impact de la loi de probabilité sur la variation du front de Pareto et aussi l'influence du taux de perturbation.

Dans ce qui suit le problème d'optimisation peut être défini comme suit :

$$\text{Minimiser } F(d) = [F_1(d) + \delta_1, F_2(d) + \delta_2, \dots, F_N(d) + \delta_N] \quad (5.6)$$

avec :

- $\delta_i, i=\{1, \dots, N\}$: l'incertitude associée selon la loi de probabilité ;
- $F(\cdot)$: le vecteur des fonctions objectif ;
- d : le vecteur des variables d'optimisation ;

La résolution d'un problème d'optimisation MO avec prise en compte d'incertitudes est influencée par le modèle défini pour leurs prise en compte. En effet, suivant le modèle choisi des changements considérables peuvent affecter le front du Pareto optimal (position et forme). La majorité des études qui ont été effectuées auparavant modélisent ces incertitudes par des gaussiennes. [Arnold & Beyer 2002] modélisent ces incertitudes par différents types de lois (Gaussienne, Cauchy et χ^2) dans un contexte d'optimisation mono-objectif et soulignent une différence nette au niveau de la solution finale.

Dans le cas où on suppose que les incertitudes sont modélisées par des gaussiennes, la nouvelle fonction objectif s'écrit comme suit :

$$\bar{F}(d) = F(d) + Normal(0, \sigma^2) \quad (5.7)$$

avec :

- $\bar{F}$: la moyenne de la fonction objectif perturbée ;
- $F(\cdot)$: la fonction objectif ;
- σ^2 : le taux de perturbation donné par la variance ;

Finalement, on résout le problème d'optimisation avec différents niveaux de perturbation et avec deux types de lois différentes : une loi Normale et une loi de Student. La perturbation supposée de moyenne nulle et de variance σ^2 . La résolution du problème est faite pour les variances suivantes : $\sigma^2=(0,2\%, 0,5\%, 1\%, 5\%, 10\%, 15\%)$.

Les Figures 5.28-5.29 montrent l'évolution du front de Pareto suivant le niveau de perturbation. On remarque une différence marquante tout en augmentant le niveau

d'incertitudes avec la présence des discontinuités.

Au final, on compare l'effet des incertitudes sur le front de Pareto. Sur la Figure

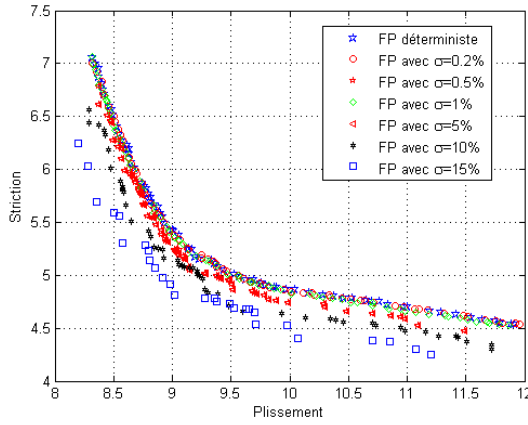


FIGURE 5.28 – Effets des incertitudes sur le front de Pareto : Loi Normale

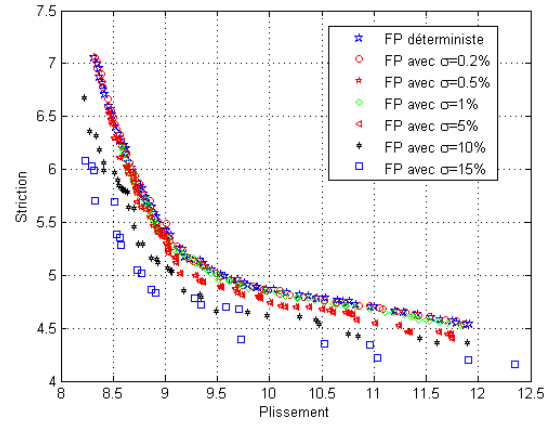


FIGURE 5.29 – Effets des incertitudes sur le front de Pareto : Loi de Student

5.30, on superpose les deux fronts de Pareto pour une variance de $\sigma^2=15\%$ avec le front de Pareto déterministe. On remarque l'effet du type de distribution sur les fonctions objectif et sur la continuité du front de Pareto. Ce dernier présente des discontinuités dues à la présence d'incertitudes. La prise en compte des incertitudes

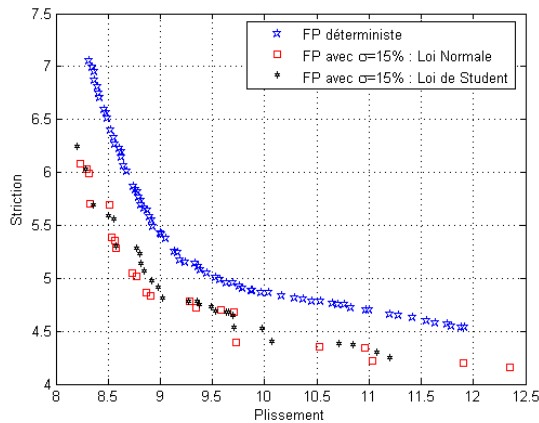


FIGURE 5.30 – Effets de la loi de distribution sur le front de Pareto

dans des problèmes d'optimisation multiobjectif est cruciale. Ces variations peuvent affecter considérablement la position mais aussi la forme du front de Pareto. La détermination des solutions optimales nécessite une quantification de ces incertitudes et une détermination exacte des leurs lois de probabilité. Pour l'exemple étudié, bien que la loi Normale et la loi de Student présentent des similitudes au niveau de

la forme, on remarque que le front de Pareto n'est plus le même.

5.12 Conclusions

Ce chapitre vient compléter le chapitre 4 sur la prise en compte d'incertitudes dans la mise en forme par hydroformage. En effet, dans ce chapitre on intègre les incertitudes sur l'ensemble des fonctions objectif. Les problèmes de mise en forme sont de nature Multi-Objectif et l'intégration d'incertitudes paraît réaliste pour l'optimisation et la fiabilisation de ces procédés. Les conclusions importantes tirées de ce chapitre montre la sensibilité du front de Pareto aux incertitudes. En effet, la prise en compte d'incertitudes directe sur les fonctions objectif affecte d'une manière proportionnelle la position du front de Pareto. Ceci n'est pas vrai dans le cas où ces incertitudes sont intégrées sur les paramètres d'entrée ou quand ils suivent des lois de probabilité. En fait, pour ces derniers cas on remarque un changement aléatoire du front de Pareto avec parfois des discontinuités qui apparaissent. La représentation des solutions optimales au sens de Pareto ont été traitées d'une manière probabiliste afin de les classer dans un nouvel espace appelé espace probabiliste, ce qui permet de classer ces solutions suivant leurs probabilités de défaillance. Ce type de diagramme est plus représentatif et permet une classification qualitative et quantitative des diverses solutions et représente aussi un outil d'aide à la prise de décision.

Conclusion générale

Dans la mise en forme, la prise en compte des incertitudes se fait souvent par la définition des coefficients de sécurité. Ceci engendre des coûts supplémentaires et n'assure ni la fiabilité ni la stabilité du procédé. La raison principale qui explique le recours à ce concept intuitif est l'absence d'une stratégie claire permettant d'accéder à l'évaluation de la probabilité de défaillance du procédé. L'évaluation de la fiabilité du procédé est souvent difficile compte tenu des non-linéarités du problème, des états limites implicites et de l'absence d'une caractérisation probabiliste des paramètres incertains. Dans ces travaux de thèse, une stratégie simple a été proposée et qui permet d'évaluer la probabilité de défaillance pour chaque mode de défaillance et qui ne dépend pas du type du procédé ni du code éléments finis. Elle permet de contourner les difficultés liées aux coefficients de sécurité et d'exploiter le domaine de formabilité ou de faisabilité sans considération d'une marge de sécurité. Au long du troisième chapitre, on a pu aussi mettre en évidence le caractère imprévisible des densités de probabilité des différentes sorties. En effet, le caractère non linéaire du problème produit des densités de probabilité en sortie de nature différentes de celles des entrées. Cette stratégie nous a permis également de statuer sur la probabilité de défaillance spatiale. Nous avons montré qu'à cause des incertitudes la localisation de l'instabilité plastique varie aléatoirement. Les incertitudes laissent la localisation de l'instabilité plastique aléatoire et dépendante de la précision sur les paramètres d'entrées. Finalement, ce chapitre nous a montré que la marge de sécurité appliquée dans la mise en forme n'a pas un sens fiabiliste puisque même la CLF de référence permet d'assurer un niveau de fiabilité acceptable.

Le deuxième volet de cette thèse, nous a permis d'optimiser le procédé d'hydroformage avec une approche fiabiliste et robuste permettant l'intégration d'incertitudes. Ces incertitudes ont été prises en compte sur les contraintes du problème (chapitre 4) mais aussi sur les fonctions objectif (chapitre 5). Ceci, nous a permis d'assurer un niveau de fiabilité admissible et de minimiser le taux de rejets. La résolution de ce type de problème pose souvent des problèmes de convergence liés aux non linéarités du problème. Ce couplage est souvent difficile à réaliser puisqu'il consiste à gérer deux problèmes complexes : la recherche de l'optimum et l'analyse fiabiliste de cet optimum. Pour contourner ces problèmes, une technique de surface de réponse est utilisée pour approximer les fonctions objectif ainsi que les contraintes. La résolution du problème est réalisé d'une manière séquentielle qui consiste à chercher l'optimum et à estimer sa fiabilité en une seule itération. A travers quelques exemples illustratifs qui portent sur la mise en forme de tubes et de plaques, on a pu éclaircir certains aspects liés à l'influence des incertitudes sur le déroulement du procédé et sur les variabilités qui peuvent affecter les optima déterministes et fiabilistes. Ces approches permettent, en effet de donner une stabilité

au procédé et de minimiser le risque d'apparition de certaines instabilités plastiques.

La dernière partie de cette thèse porte sur l'optimisation Multi-Objectif (MO) du procédé d'hydroformage et vient compléter le quatrième chapitre où certains aspects n'ont pas été élucidés comme la prise en compte des incertitudes sur la fonction objectif. En effet, l'identification du front de Pareto optimal présente une sensibilité vis-à-vis des incertitudes. La prédiction exacte de ce front nécessite une quantification exacte de ces incertitudes. Un procédé de mise en forme est un problème d'optimisation MO qui consiste à optimiser simultanément plusieurs fonctions objectif ou performances souvent contradictoires. A travers ce chapitre, une nouvelle approche a été proposée qui permet d'une part de gérer ce conflit et de tenir compte de ces incertitudes dans une démarche d'optimisation d'autre part. L'identification du front de Pareto par une approche d'optimisation MO permet d'identifier un ensemble de solutions optimales selon le critère d'optimalité de Pareto. Ceci présente un problème puisque on ne connaît pas la meilleure solution au sens fiabiliste. Afin de résoudre ce problème, on associe des incertitudes aux différentes solutions pour les transposer dans un nouvel espace de probabilité où on évalue la fiabilité de chaque solution et pour chaque mode de défaillance. Cette approche permet de classer ces solutions suivant leurs probabilités de défaillance et permet une classification plus robuste permettant d'identifier la meilleure solution au sens probabiliste.

Lors de cette thèse, plusieurs aspects ont été abordés sur l'évaluation de la probabilité de défaillance et l'optimisation avec prise en compte des incertitudes. Ces incertitudes ont plusieurs sources et leurs quantification ainsi que leurs prises en compte paraît incontournable pour assurer une stabilité du procédé et de minimiser le risque d'occurrence des instabilités plastiques. Quelques points n'ont pas été évoqués lors de cette thèse et qui peuvent faire l'objectif de travaux futurs. La modélisation des incertitudes par une approche probabiliste semble pertinente, d'autres techniques peuvent être aussi testées comme la théorie des intervalles ou la logique floue. Dans ces travaux, les paramètres incertains étaient souvent les paramètres de chargements ou les propriétés matériaux. Cependant, les caractéristiques géométriques peuvent aussi fluctuer et leurs prises en compte dans une démarche d'évaluation de la probabilité de défaillance ou d'optimisation suscite l'intérêt. La prise en compte des incertitudes sur le facteur temps est également un problème qui nécessite plus d'investigations. En effet, dans la mise en forme par hydroformage, on a besoin de déterminer les niveaux de chargements en terme de pression interne et du déplacement axial mais aussi le temps convenable de leurs application. Tous ces aspects permettent de mieux contrôler un procédé de mise en forme et de minimiser le risque d'occurrence des instabilités plastiques probables.

Bibliographie

- [Abderrabbo *et al.* 2005] N. Abderrabbo, M. A. Zampaloni et F. Pourboghrat. *Wrinkling control in aluminum sheet hydroforming*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 47, pages 333–358, 2005. (Cité en pages 10 et 11.)
- [Abedrabbo *et al.* 2008] N. Abedrabbo, M. Worswick, R. Mayer et I. Van-Riemsdijk. *Optimization methods for the tube hydroforming process applied to advanced high-strength steels with experimental verification*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 209, pages 110–123, 2008. (Cité en page 21.)
- [Altan *et al.* 2001] T. Altan, M. Jirathearanat, M. Strano et S. G. Shr. *Adaptive FEM process simulations for hydroforming tubes*. In in :Proceeding of the International Conference on Hydroforming, November 2001. (Cité en page 11.)
- [Arnold & Beyer 2002] D. V. Arnold et H. G. Beyer. *Local performance of the (1+1)-ES in a noisy environment*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, pages 30–41, 2002. (Cité en page 140.)
- [Arrieux 1995] R. Arrieux. *Determination of the forming limit stress diagrams in sheet metal forming*. Journal of material processing technology, vol. 53, pages 47–56, 1995. (Cité en page 16.)
- [Asnafi & Skogsgardh 2000] N. Asnafi et A. Skogsgardh. *Theoretical and experimental analysis of stroke-controlled tube hydroforming*. Journal of materials Sciences and Engineering, vol. 279, pages 95–110, 2000. (Cité en page 15.)
- [Asnafi *et al.* 2003] N. Asnafi, T. Nilsson et G. Lassi. *Tubular hydroforming of automotive side members with extruded aluminium profiles*. Journal of materials processing technology, vol. 142, pages 93–101, 2003. (Cité en page 5.)
- [Asnafi 2003] N. Asnafi. *Analytical modelling of tube hydroforming*. Thin-walled structures, vol. 34, pages 295–330, 2003. (Cité en pages 6, 9, 10 et 19.)
- [Aue-U-Lan *et al.* 2004] Y. Aue-U-Lan, G. Ngaile et T. Altan. *Optimizing tube hydroforming using process simulation and experimental verification*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 146, pages 137–143, 2004. (Cité en page 7.)
- [Aydemir *et al.* 2005] A. Aydemir, J. H. P. de Vree, W. A. M. Brekelmans, M. G. D. Geers, W. H. Sillekens et R. J. Werkhoven. *An adaptive simulation approach designed for tube hydroforming processes*. Journal of material processing technology, vol. 159, pages 303–310, 2005. (Cité en pages 19 et 20.)
- [Ben Abdesslem & Elhami 2011] A. Ben Abdesslem et A. Elhami. *Optimization of Tube Hydroforming Process Using Probabilistic Constraints on Failure Modes*. Journal of Applied Mechanics and Materials, vol. 62, pages 21–35, 2011. (Cité en page 98.)

- [Ben Abdessalem *et al.* 2009] A. Ben Abdessalem, E. Pagnacco, A. Elhami et A. Cherouat. *Estimation de la probabilité de défaillance de la mise en forme par hydroformage*. In 19e Congrès français de mécanique, Marseille 2009. (Cité en page 51.)
- [Ben Abdessalem *et al.* 2010a] A. Ben Abdessalem, A. Elhami et A. Cherouat. *Multi-objective optimization of tube hydroforming process by genetic algorithms*. In 2nd International Conference On Engineering Optimization, Lisbon 6 -9 September 2010. (Cité en page 137.)
- [Ben Abdessalem *et al.* 2010b] A. Ben Abdessalem, A. Elhami et A. Cherouat. *Optimization of hydroforming process under uncertainty*. In 2nd International Conference On Engineering Optimization, Lisbon 6-9 September 2010. (Cité en page 82.)
- [Ben Abdessalem *et al.* 2010c] A. Ben Abdessalem, A. Elhami et A. Cherouat. *Optimization of the Tube Hydroforming Process using Probabilistic Constraints on Failure Modes*. In Proceedings of the Tenth International Conference on Computational Structures Technology, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Valencia 2010. (Cité en page 82.)
- [Ben-Taher 2005] M. Ben-Taher. *Contributions à l'étude et la simulation du procédé d'hydroformage*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2005. (Cité en page 54.)
- [Beyer & Sendhoff 2007] H. G. Beyer et B. Sendhoff. *Robust optimization - A comprehensive survey*. Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007. (Cité en page 30.)
- [Bing *et al.* 2007a] L. Bing, T. J. Nye et D. R. Metzger. *Reliability Analysis of the Tube Hydroforming Process Based on Forming Limit Diagram*. Journal of Pressure Vessel Technology, 2007. (Cité en page 31.)
- [Bing *et al.* 2007b] L. Bing, T. J. Nye et Don R. Metzger. *Improving the reliability of the tube-hydroforming process by the Taguchi Method*. ASME, 2007. (Cité en page 49.)
- [Boumaiza *et al.* 2006] S. Boumaiza, J. B. Cordebois et G. Nefussi. *Analytical and numerical study on plastic instabilities for axisymmetric tube bulging*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 48, pages 674–682, 2006. (Cité en pages 12 et 14.)
- [Cao & Krishnan 2003] J. Cao et N. Krishnan. *Estimation of optimal blank holder force trajectories in segmented binders using ARMA model*. Journal of manufacturing science and engineering, vol. 125, pages 763–770, 2003. (Cité en pages 14 et 51.)
- [Chen *et al.* 2004] K. K. Chen, R.J. Soldaat et R. M. Moses. *Free expansion bulge testing of tubes for automotive hydroform applications*. SAE Technical Paper No. 2004-01-0832., vol. 41, pages 761–772, 2004. (Cité en page 17.)

- [Cherouat *et al.* 2002] A. Cherouat, k. Saanouni et Y. Hammi. *Numerical improvement of thin tubes hydroforming with respect to ductile damage*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 44, pages 2427–2446, 2002. (Cité en page 14.)
- [Col 2003] A. Col. *Investigation on press forming scatter origin*. In In : proceeding on the Sixth International ESAFORM Conference on Material Forming, 2003. (Cité en page 50.)
- [De-Munck *et al.* 2008] M. De-Munck, D. Moens, W. Desmet et D. Vandepitte. *A response surface based optimisation algorithm for the calculation of fuzzy envelope FRFs of models with uncertain properties*. Journal of Computers and Structures, 2008. (Cité en pages 29 et 30.)
- [Deb *et al.* 2000] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap et T. Meyarivan. *A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : NSGA-II*. Parallel Problem Solving from Nature (PPSN VI), pages 849–858, 2000. (Cité en pages 123 et 125.)
- [Doltsinis & Rodic 1999] I. Doltsinis et T. Rodic. *Process design and sensitivity analysis in metal forming*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999. (Cité en page 27.)
- [Fann & Hsiao 2003] K. J. Fann et P. Y. Hsiao. *Optimization of loading conditions for tube hydroforming*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 140, pages 520–524, 2003. (Cité en pages 7 et 21.)
- [Fonseca & Fleming 1993] C. M. Fonseca et P. J. Fleming. *Multiobjective genetic algorithms*. In In : IEE Colloquium on Genetic Algorithms for Control Systems Engineering (Digest No. 1993/130), LNCS, pages 1–6. IEE, 1993. (Cité en page 123.)
- [Ganter & Kuzman 2005] G. Ganter et K. Kuzman. *Optimization of stamping processes aiming at maximal process stability*. Journal of Materials Processing Technology, 2005. (Cité en pages 26, 51 et 80.)
- [Garcia 2005] C. Garcia. *Artificial intelligence applied to automatic supervision, diagnosis and control in sheet metal stamping processes*. Journal of Materials Processing Technology, pages 164–165 :1351â1357, 2005. (Cité en page 29.)
- [Gelin & Ghouati 1999] J. C Gelin et O. Ghouati. *Recent progresses in optimal design of metal forming progresses through numerical simulation*. In in :Proceeding of the Sixth ICTP, pages 2055–2060, 1999. (Cité en page 118.)
- [Ghanem & Spanos 2000] R. G. Ghanem et D. Spanos. *Stochastic finite element : A spectral approach*. Dover Publications, 2000. (Cité en page 31.)
- [Goodwin 1968] G. M. Goodwin. *Application of strain analysis to sheet metal forming in the press shop*. SAE Technical paper No. 680093, vol. 56, pages 25–48, 1968. (Cité en page 15.)
- [Guo *et al.* 2000] Y. Q. Guo, J. Batoz, H. Naceur, S. Bouabdallah, D. Mercier et O. Barlet. *Recent developments on the analysis and optimum design of sheet*

- metal forming parts using a simplified inverse approach*. 2000. (Cité en page 118.)
- [Haldar & Mahadevan 2000] A. Haldar et S. Mahadevan. *Reliability Assessment using Stochastic Finite Element Analysis*. John Wiley and Sons, Inc, 2000. (Cité en page 38.)
- [Hasofer & Lind 1974] A. M Hasofer et N. C. Lind. *An exact and invariant first order reliability format*. J Engineering Mechanics Division, vol. 100, pages 111–121, 1974. (Cité en page 43.)
- [Hill 1952] R. Hill. *On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets*. J. Mech. Phys. Solids 1 (1), pages 19–30, 1952. (Cité en page 15.)
- [Hwang & Lin 2002] Y. M. Hwang et Y. k. Lin. *Analysis and finite element simulations of the tube bulge hydroforming process*. Journal of material processing technology, vol. 1, pages 821–825, 2002. (Cité en page 17.)
- [Imaninejad et al. 2005] M. Imaninejad, G. Subhash et A. Loukus. *Loading path optimization of tube hydroforming process*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 45, pages 1504–1515, 2005. (Cité en pages 7 et 20.)
- [Ingarao et al. 2009] G. Ingarao, R. Di-Lorenzo et F. Micari. *Internal pressure and counterpunch action design in Y-shaped tube hydroforming processes : A multi-objective optimisation approach*. Computers and Structures, 2009. (Cité en page 118.)
- [Jansson et al. 2007] M. Jansson, L. Nilsson et K. Simonsson. *On process parameter estimation for the tube hydroforming process*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 190, pages 1–11, 2007. (Cité en page 20.)
- [Jin et al. 2001] Y. Jin, T. Okabe et B. Sendhoff. *Adapting Weighted Aggregation for Multiobjective Evolution Strategies*. In In : Proceedings of the First Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, pages 96–110, November 2001. (Cité en page 123.)
- [Jirathearana 2004] S. Jirathearana. *Advanced methods for finite element simulation for process design in tube hydroforming*. PhD thesis, The Ohio State University, 2004. (Cité en page 14.)
- [Kang et al. 2004] B. S. Kang, B. M. Son et J. Kim. *A comparative study of stamping hydroforming processes for an automobile fuel tank using FEM*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 44, pages 87–94, 2004. (Cité en page 8.)
- [Karthik et al. 2002] V. Karthik, R. J Comstock, D. L Hershberger et R. H Wagoner. *Variability of sheet formability and formability testing*. journal of Materials Processing Technology, 2002. (Cité en page 50.)
- [Keeler 1963] S. P. Keeler. *Forming Limit Curve*. Trans ASME, vol. 56, pages 25–48, 1963. (Cité en page 15.)

- [Khodaparast *et al.* 2011] H. H. Khodaparast, J. E. Mottershead et K. J. Badcock. *Interval model updating with irreducible uncertainty using the kriging predictor*. Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, 2011. (Cité en page 32.)
- [Kim & Kim 2002] S. Kim et Y. Kim. *Analytical study for tube hydroforming*. Journal of materials processing technology, vol. 128, pages 232–239, 2002. (Cité en page 6.)
- [Kleiber *et al.* 2002] M. Kleiber, J. Rojek et R. Stocki. *Reliability assessment for sheet metal forming operations*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002. (Cité en page 49.)
- [Kleiber *et al.* 2004] M. Kleiber, J. Knabel et J. Rojek. *Response surface method for probabilistic assessment of metal forming failures*. International journal for numerical methods in engineering, 2004. (Cité en pages 29 et 81.)
- [Kleijnen 2009] J. P. C. Kleijnen. *Kriging metamodeling in simulation : A review*. European Journal of Operational Research, 2009. (Cité en page 32.)
- [Koç & Altan 2002] M. Koç et T. Altan. *Prediction of forming limits and parameter in the tube hydroforming process*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 42, pages 123–138, 2002. (Cité en page 8.)
- [koç *et al.* 2001] M. koç, Y. Aue-U-Ian et T. Altan. *On the characteristics of tubular materials for hydroforming experimentation and analysis*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, pages 761–772, 2001. (Cité en page 17.)
- [Lee *et al.* 2002] M. H. Lee, S. M. Sohn, C. Y. Kang et S. Y. Lee. *Study on the hydroforming process for automobile radiator support members*. Journal of materials processing technology, vol. 130-131, pages 115–120, 2002. (Cité en page 5.)
- [Lemaire 2005] M. Lemaire. Fiabilité des structures couplage mécano-fiabiliste statique. Hermes, 2005. (Cité en page 44.)
- [Loukus *et al.* 2007] A. Loukus, G. Subhash et M. Imaninejad. *An Optimization of material properties and process parameters for tube hydroforming of aluminum extrusions*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 129, pages 233–241, 2007. (Cité en page 20.)
- [Majeske & Hammett 2003] K. D. Majeske et P. C. Hammett. *Identifying sources of variation in sheet metal stamping*. Int J Flexible Manuf Syst, 2003. (Cité en page 51.)
- [Maki & Walter 2007] T. Maki et C. Walter. *Liquid curves à Sheet hydroforming helps the sporty Solstice standout*. Stamping Journal, pages 32–37, 2007. (Cité en page 6.)
- [Manual 2005] ABAQUS/Explicit User's Manual. ABAQUS Inc. Version 6.5, 2005. (Cité en page 52.)

- [Marciniak & Kuczynski 1967] Z. Marciniak et K. Kuczynski. *Limit strains in the processes of stretch-forming sheet steel*. J. Mech. Phys. Solids, vol. 1, pages 609–620, 1967. (Cité en page 15.)
- [Mohammadi & Mashadi 2009] F. Mohammadi et M. M. Mashadi. *Determination of the loading path for tube hydroforming process of a copper joint using a fuzzy controller*. Int J Adv Manuf Techno, vol. 43, pages 1–10, 2009. (Cité en page 7.)
- [Myers & Montgomery 1995] R. H. Myers et D. C. Montgomery. Response surface methodology : process and product optimization using designed experiments. John Wiley and sons, 1995. 2nd ed. USA. . ISBN 0-471-41255-4. (Cité en page 33.)
- [Naceur *et al.* 2004] H. Naceur, A. Delameziere, J. L. Batoz, Y. Q. Guo et C. Knopf-Lenor. *Some improvements on the optimum process design in deep drawing using the inverse approach*. Journal of Materials Processing Technology, 2004. (Cité en page 118.)
- [Oh *et al.* 2006] S. I. Oh, B. H. Jeon, H. Y. Kim et J. B. Yang. *Applications of hydroforming processes to automobile parts*. Journal of materials processing technology, vol. 174, pages 42–55, 2006. (Cité en page 5.)
- [Papadrakakis & Lagaros 2002] M. Papadrakakis et N. D. Lagaros. *Reliability-based structural optimization using neural networks and Monte Carlo simulation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002. (Cité en page 32.)
- [Radi & El-Hami 2007] B. Radi et A. El-Hami. *Reliability analysis of the metal forming process*. Mathematical and Computer Modelling, 2007. (Cité en page 49.)
- [Rao & Reddy 2006] M. V. R. Rao et R. R. Reddy. *Fuzzy finite element analysis of structures with uncertainty in load and material properties*. Journal of structural Engineering, 2006. (Cité en page 29.)
- [Schueller 2001] G. I. Schueller. *Computational stochastic mechanics - recent advances*. Computers and Structures, 2001. (Cité en page 27.)
- [Shaffer 1985] J. D. Shaffer. *Multiple Objective optimization with vector evaluated genetic algorithms*. In In : Proceedings of International Conference on Genetic Algorithm and their applications, pages 93–100, 1985. (Cité en page 123.)
- [Sheng *et al.* 2004] Z. Q. Sheng, S. Jirathearanat et T. Altan. *Adaptive FEM simulation for prediction of variable blank holder force in conical cup drawing*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 44, pages 487–494, 2004. (Cité en page 14.)
- [Shivpuri & Zhang 2009] R. Shivpuri et W. Zhang. *Robust design of spatially distributed friction for reduced wrinkling and thinning failure in sheet drawing*. Materials and Design, 2009. (Non cité.)

- [Shu-hui *et al.* 2007] L. Shu-hui, Y. Bing, Z. Wei-Gang et L. Zhong-Qin. *Loading path prediction for tube hydroforming process using a fuzzy control strategy*. Materials and design, 2007. (Cité en page 20.)
- [Soize 2000] C. Soize. *A nonparametric model of random uncertainties for reduced matrix models in structural dynamics*. Probabilistic Engineering Mechanics, 2000. (Cité en page 29.)
- [Soize 2003] C. Soize. *Random matrix theory and non-parametric model of random uncertainties in vibration analysis*. Journal of Sound and Vibration, 2003. (Cité en page 29.)
- [Song *et al.* 2007] W. J. Song, J. Kim et B. S. Kang. *Experimental and analytical evaluation on flow stress of tubular material for tube hydroforming simulation*. Journal of material processing technology, vol. 191, pages 368–371, 2007. (Cité en page 16.)
- [Souza & Rolfe 2008] T. Souza et B. F. Rolfe. *Accuracy and precision assesment of stochastic simulation tools for springback variation*. In NUMISHEET 2008, 2008. (Cité en page 26.)
- [Srinivas & Deb 1994] N. Srinivas et k. Deb. *Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms*. Evolutionary Computation, 1994. (Cité en page 123.)
- [Storen & Rice 1975] S. Storen et J. R. Rice. *Application of strain analysis to sheet metal forming in the press shop*. J. Mech. Phys. Solids, vol. 23, pages 421–441, 1975. (Cité en page 15.)
- [Strano *et al.* 2001] M. Strano, S. Jirathearanat et T. Altan. *Adaptive FEM Simulation for Tube Hydroforming : a Geometry-Based Approach for Wrinkle Detection*. Manufacturing Technology, vol. 50, pages 185–190, 2001. (Cité en page 19.)
- [Sun *et al.* 2004] Z. C. Sun, K. Debray, Y. M. Li et Y. Q. Guo. *Design-modelling-optimization of addendum surface in deep drawing*. In in :Proceeding of the First International Conference of New Forming Technology, pages 271–276, 2004. (Cité en page 118.)
- [Sun *et al.* 2010] G. Sun, G. Li, E. Gong, X. Cui, X. Yang et Q. Li. *Multiobjective robust optimization method for drawbead design in sheet metal forming*. Materials and Design, 2010. (Cité en page 118.)
- [Swift 1952] H. W. Swift. *Plastic instability under plane stress*. J. Mech. Phys. Solids 1, pages 1–18, 1952. (Cité en page 15.)
- [Tekkaya & Martins 2009] A. E. Tekkaya et P. A. F. Martins. *Accuracy, reliability and validity of finite element analysis in metal forming : a user’s perspective*. International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, 2009. (Cité en page 26.)
- [Thomas 1999] W. Thomas. *Product, Tool and Process design methodology for deep drawing and stamping of sheet materials*. PhD thesis, The Ohio State University, 1999. (Cité en page 14.)

- [Vapnik 1995] V. N. Vapnik. The nature of statistical learning theory. Springer-Verlag, 1995. (Cité en page 44.)
- [Wei & Yuying 2008] L. Wei et Y. Yuying. *Multi-objective optimisation of sheet metal forming process using Preto-based genetic algorithm*. Journal of Materials Processing Technology, 2008. (Cité en page 118.)
- [Xing & Makinouchi 2001] H. L. Xing et A. Makinouchi. *Numerical analysis and design for tubular hydroforming*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 43, pages 1009–1026, 2001. (Cité en page 16.)
- [Yuan *et al.* 2006a] S. Yuan, W. Yuan et X. Wang. *Effect of wrinkling behavior on formability and thickness distribution in tube hydroforming*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 177, pages 668–671, 2006. (Cité en page 10.)
- [Yuan *et al.* 2006b] S. J. Yuan, C. Han et X. S. Wang. *Hydroforming of automotive structural components with rectangular-sections*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 46, pages 1201–1206, 2006. (Cité en page 5.)
- [Zadeh 1965] L. A. Zadeh. *Fuzzy sets*. Journal of materials processing technology, vol. 8, pages 338–353, 1965. (Cité en page 75.)
- [Zhang & Shivpuri 2009] W. Zhang et R. Shivpuri. *Probabilistic design of aluminum sheet drawing for reduced risk of wrinkling next term and fracture*. Reliability Engineering and System Safety, 2009. (Cité en pages 27 et 80.)

Résumé : Le procédé d'hydroformage est largement utilisé dans l'industrie automobile et aéronautique. L'optimisation déterministe a été utilisée pour le contrôle et l'optimisation du procédé durant la dernière décennie. Cependant, dans les conditions réelles, différents paramètres comme les propriétés matériaux, les dimensions géométriques, et les chargements présentent des aléas qui peuvent affecter la stabilité et la fiabilité du procédé. Il est donc écessaire d'introduire ces incertitudes dès la phase de conception. L'objectif principal de cette thèse est l'évaluation de la fiabilité et l'optimisation du procédé d'hydroformage en présence d'incertitudes.

La première partie de cette thèse consiste à proposer une approche générale pour évaluer la probabilité de défaillance spatiale du procédé d'hydroformage, principalement dans les régions critiques. Avec cette approche, il est possible de statuer sur la pertinence des paramètres d'entrée et d'éviter les instabilités plastiques durant la mise en forme par hydroformage. Cette méthode est basée sur des simulations de Monte Carlo couplée avec des métamodèles. La courbe limite de formage est utilisée comme critère de défaillance pour les instabilités plastiques potentielles.

La seconde partie de cette thèse porte sur l'optimisation avec prise en compte d'incertitudes dans le procédé d'hydroformage. En utilisant des exemples illustratifs, on montre que l'approche probabiliste est une méthode efficace pour l'optimisation du procédé pour diminuer la probabilité de défaillance et laisser le procédé insensible ou peu sensible aux sources d'incertitudes. La difficulté est liée à la considération des contraintes fiabilistes qui nécessitent d'énormes efforts de calcul et impliquent des problèmes numériques classiques comme la convergence, la précision et la stabilité. Pour contourner ce problème, la méthode de surface de réponse couplée a des simulations Monte Carlo est utilisée pour évaluer les contraintes probabilistes. L'approche probabiliste permet d'assurer la stabilité, la fiabilité du procédé et de minimiser considérablement le pourcentage des pièces défectueuses. Principalement, deux approches sont utilisées : l'optimisation fiabiliste et l'optimisation robuste.

La dernière partie consiste à optimiser le procédé d'hydroformage avec une stratégie Multi-Objectif (MO) avec prise en compte d'incertitudes. Le procédé d'hydroformage est un problème MO qui consiste à optimiser plus d'une performance simultanément. L'objectif principal est d'étudier la sensibilité du front de Pareto lorsque les incertitudes affectent les fonctions objectif ou les paramètres. Dans cette partie, on propose une nouvelle méthodologie qui présente les solutions dans un nouvel espace et les classe suivant leurs probabilités de défaillance. Cette classification permet d'identifier la meilleure solution et fournit une idée sur la fiabilité de chaque solution.

Mots clés : Hydroformage, Fiabilité, Incertitudes, Instabilités plastiques, Surface de réponse, Front de Pareto, Optimisation Multiobjectif

Abstract : Hydroforming process is widely used in automotive and aerospace industry. Deterministic design optimization have been used to control and optimize this process in the last decade. However, under realistic conditions, different parameters such as material properties, geometric dimensions, and load exhibits unavoidable scatter that can affect the stability and the reliability of the process. It is interesting to introduce the uncertainties in parameter and to consider their variability. The main objective of this thesis is to evaluate the reliability and to optimize hydroforming process in the presence of uncertainties.

The first part of this thesis proposes a general approach to evaluate the spatial probability of failure in hydroforming process mainly in the critical region. With the proposed approach it is possible to avoid failure during hydroforming process. This method is based on Monte Carlo simulation coupled with metamodels, the forming limit curve is used as failure criteria for potential plastic instabilities.

The second part of this thesis is the optimisation of the hydroforming process under uncertainties. Using illustrative examples, it is shown that probabilistic approach is an efficient method to optimize the process, to decrease the probability of failure and make the process insensitive or less sensitive to sources of variability. The difficulty lies in the considerations of the reliability constraints, which require a large computational effort and involve classical numerical problems, such as convergence, accuracy and stability. To overcome this problem, response surface method with Monte Carlo simulations were used to evaluate the probabilistic constraints. Probabilistic approach can ensure a stable and reliable process and decrease the percentage of defects parts significantly. Through this part, two methods were used : Reliability-Based Design Optimization and robust optimization.

The last part consists of optimizing the process with Multi-Objective (MO) strategy taking account of the uncertainty. Metal forming process is MO problem that consists of optimizing more than one performance simultaneously. The main goal is to study the evolution of the Pareto front when some uncertainties can affect the objective functions or the parameters. In this part, a new methodology is proposed which presents the solutions in a new space and classify the whole solution with their probability of failure. This classification allows to identify the best solution and can provide an idea about the reliability of each solution.

Keywords : Hydroforming, Reliability, Uncertainties, Plastic instabilities, Response surface, Pareto front, Multiobjective optimisation
