



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude et la modélisation du bruit à large bande à l'éjection des moteurs d'hélicoptères

Mélanie Lemoult

► **To cite this version:**

Mélanie Lemoult. Contribution à l'étude et la modélisation du bruit à large bande à l'éjection des moteurs d'hélicoptères. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Centrale de Lyon, 2010. Français. NNT : 2010ECDL0034 . tel-00625731

**HAL Id: tel-00625731**

**<https://theses.hal.science/tel-00625731>**

Submitted on 22 Sep 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée devant  
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir  
le titre de DOCTEUR  
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Mélanie LEMOULT

## **Contribution à l'étude et à la modélisation du bruit à large bande à l'échappement des turbomoteurs d'hélicoptères**

Soutenue le 22 novembre 2010 devant la Commission d'Examen

### JURY

Président : Pr. Francis LEBOEUF  
Examineurs : M. Eric BOUTY  
Pr. Franck NICOUD (Rapporteur)  
Pr. Michel ROGER (Directeur de thèse)  
Pr. Christophe SCHRAM (Rapporteur)



## Remerciement

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé tout d'abord au sein du groupe Acoustique de Turbomeca pendant quasiment 4 années (janvier 2005 – août 2008), puis à domicile pendant encore 2 années (septembre 2008 – novembre 2010).

Je tiens tout d'abord à remercier Pierre Baude, chef du groupe acoustique en 2005, pour avoir lancé ce projet ambitieux et m'avoir accueilli au sein de son équipe. C'est également à lui que je dois le financement, et donc la réalisation des essais, malgré son changement de poste. Je remercie également Hubert Vignau, expert en aérodynamique de Turbomeca qui est également à l'origine de son projet. Pendant les premiers temps, sa connaissance des moteurs de la société et de la concurrence, mais aussi sur l'historique des différents projets de Turbomeca menés depuis les années 1980 ont été une source d'information importante. Sur ce dernier point, la mémoire de Philippe Joubert, ancien chef du groupe acoustique de 1980 à 2000 a également été très utile.

Je remercie également Michel Roger, mon directeur de thèse, qui a encadré mon travail durant ces 6 années, et dont l'aide et les conseils ont été précieux, notamment durant les deux dernières années.

Je remercie Franck Nicoud et Christophe Schram pour avoir accepté d'être rapporteur de mon travail. L'intérêt qu'ils ont su montrer pour mon travail, aussi bien dans leurs rapports que par leurs questions, a été pour moi une véritable récompense. Je remercie Francis Lebœuf d'avoir accepté de présider le jury.

Je remercie Antoine Vallon, ingénieur acousticien à Turbomeca, avec qui se fut un plaisir de travailler. Ses compétences techniques ont été une aide importante. Je remercie également Jacques Demolis, chef du groupe Aérodynamique Turbine, et Claude Berat, chef du service Combustion, ainsi que leurs équipes pour leur disponibilité et leurs réponses lorsque j'avais des questions.

Je remercie Jean-Louis Champion, ingénieur essais à Turbomeca, dont le travail remarquable a permis aux essais de voir le jour et dont l'aide a été précieuse aussi bien pendant leur mise en place que lors de leur déroulement ou du dépouillement et de l'interprétation des résultats. Je remercie aussi toutes les autres personnes ayant contribué au bon déroulement de ces essais : Gérard Laborderie, pilote du banc d'essais turbine, et son équipe, les personnes du service des essais de Turbomeca, Emmanuel Jondeau et Pascal Souchotte de l'ECL, et toutes celles que j'oublie.

Je remercie Friedrich Bake et Ingo Röhle du DLR avec qui j'ai pu échanger sur le bruit d'entropie. Je remercie également Bernard Poiré, retraité, qui a pris le temps de s'investir dans les équations.

Je remercie Joelle Kreiss et Philippe Eyraud, gérants successifs de la bibliothèque du LMFA et qui ont toujours fait le nécessaire pour me procurer tous les articles dont j'ai pu avoir besoin malgré l'éloignement géographique.

Enfin, je tiens à remercier chaleureusement mon fiancé, mes parents, ma sœur et mes deux frères pour leur soutien sans faille durant ces 6 années, et plus particulièrement pendant les deux dernières, qui m'a permis d'aller au bout de ce projet. D'une part, leur relecture du manuscrit, leur

regard critique et leurs questions techniques sur le sujet m'ont aidé à synthétiser mes idées. Mais surtout, leur soutien sans faille a été un véritable pilier pour trouver la force nécessaire pour aller au bout de ce projet, et une aide précieuse lors des moments (très) difficiles que j'ai eu à traverser tout au long de ces 6 longues années.

## Résumé

Le travail réalisé au cours de cette thèse, suite à l'initiative de Turbomeca, est une contribution à l'étude du bruit à large bande à l'échappement d'un turbomoteur d'hélicoptère, portant plus précisément sur la gamme de fréquences qui s'étend de 100 à 5000 Hz. Contrairement au bruit à l'échappement des turboréacteurs d'avion sur lesquels le bruit de jet prédomine, ici ce dernier est négligeable en raison de la faible vitesse d'échappement des gaz. L'analyse des données disponibles à Turbomeca et une étude bibliographique approfondie ont permis de préciser la signature fréquentielle du bruit à large bande à l'échappement avec notamment trois contributions distinctes :

- le bruit de combustion direct généré au niveau de la chambre par la flamme (100-400 Hz),
- le bruit de combustion indirect généré par la turbine haute-pression (500-800 Hz),
- le bruit de combustion indirect généré par la turbine libre (1-3 kHz).

Le bruit de combustion indirect est issu de la déformation des perturbations tourbillonnaires et entropiques issues de la combustion lors de leur passage dans les turbines. Ce travail de thèse porte plus précisément sur ce mécanisme. Notamment, des essais sur une turbine industrielle ont été réalisés afin de mettre sa présence en évidence. En parallèle, un modèle analytique de type « disque d'action » (c'est-à-dire dans lequel la turbine est assimilée à une surface de discontinuité) a été développé. Ceci est justifié par le fait que les longueurs d'ondes (acoustique et aérodynamique) sont grandes devant les dimensions des aubes, notamment la corde axiale. On néglige ainsi la géométrie fine des aubes. Seule est prise en compte leur influence sur l'écoulement qui se traduit uniquement par l'accélération et/ou la déviation de ce dernier, et le changement des propriétés thermodynamiques correspondant. La difficulté de la modélisation réside dans l'écriture des relations de saut entre les grandeurs de l'écoulement en amont et en aval de la grille d'aubes.

## Abstract

This thesis work, carried out at the initiative of Turbomeca, focuses on the study of the turboshaft broadband exhaust noise. It aimed more specifically at the frequency range between 100 and 5000 Hz. Unlike turbojet exhaust noise, on which jet noise is the main contribution, jet noise is negligible in our case due to low speed of gas ejection. Turbomeca database analysis and extensive literature review helped to clarify the broadband exhaust noise signature, including three distinct contributions:

- direct combustion noise generated by the flame (100-400 Hz)
- indirect combustion noise generated by the high pressure turbine (500-800 Hz)
- indirect combustion noise generated the power turbine (1-3 kHz)

The indirect combustion noise generation mechanism is the deformation of vorticity and entropy combustion perturbations in turbine stages. This work aimed specifically at the understanding and modeling of this mechanism. In particular, tests were performed on an industrial turbine in order to demonstrate its presence. In parallel, we developed an "action disc" analytical model (in which the turbine is considered as a discontinuity surface). Indeed, acoustic and aerodynamic wavelengths are large compared to the blades dimensions and the axial cord, so the fine geometry of blades is negligible. The blade influence on the flow leads exclusively to flow acceleration or deviation, along with its thermodynamic property changes. The main difficulty of this modeling is the writing of jump relations between upstream and downstream flow parameters.



# TABLE DES MATIERES

<i>Introduction</i> .....	1
<b>PREMIERE PARTIE : ORIGINE DU BRUIT SUR UN TURBOMOTEUR</b> .....	3
<b>Chapitre I Généralités sur les turbomoteurs</b> .....	5
<b>I.1 Description rapide du fonctionnement</b> .....	5
I.1.1 Architecture d'un turbomoteur.....	5
I.1.2 Les turbines.....	8
I.1.3 La combustion.....	9
<b>I.2 Bruit des moteurs d'hélicoptères de Turbomeca</b> .....	11
I.2.1 Bruit rayonné par l'entrée d'air.....	12
I.2.2 Bruit rayonné par l'échappement.....	13
I.2.3 Autres sources de bruit.....	14
I.2.4 Importance relative des différentes sources de bruit.....	15
<b>I.3 Différences avec le bruit des turboréacteurs d'avion</b> .....	15
<b>Chapitre II Origine et modélisation du bruit à l'échappement d'une turbomachine</b> .....	17
<b>II.1 Mécanismes du bruit de raies des turbomachines</b> .....	18
II.1.1 Détermination des fréquences .....	19
II.1.2 Détermination du niveau de bruit .....	21
II.1.3 Condition de propagation du bruit d'un compresseur issu des chocs .....	22
<b>II.2 Bruit à large bande des profils : contexte des machines Turbomeca</b> .....	23
II.2.1 Impact de la turbulence sur un profil.....	23
II.2.2 Profil et couche limite associée .....	24
<b>II.3 La combustion, plusieurs mécanismes de génération de bruit</b> .....	24
II.3.1 Oscillations forcées .....	25
II.3.2 Bruit de la flamme .....	26
II.3.3 Bruit de turbulence et d'écoulement.....	29
II.3.4 Bruit d'entropie et de vortacité.....	30
<b>II.4 Importance relative des bruits de combustion direct et indirect sur les turboréacteurs</b> .....	32
II.4.1 Travaux préliminaires de Pratt & Whitney.....	32
II.4.2 Mathews & Rekos : bruit direct.....	33
II.4.3 Cumpsty & Marble : bruit d'entropie .....	34
II.4.4 Cumpsty : comparaison des niveaux prédit pour les 2 contributions .....	35
II.4.5 Strahle <i>et al.</i> : séparation expérimentale des deux contributions.....	36
II.4.6 Le DLR : études récentes sur le bruit d'entropie .....	39
II.4.7 Le CERFACS : simulations numériques du bruit de combustion .....	41
<b>II.5 Modélisations existantes pour les bruits de combustion</b> .....	41
II.5.1 Prédiction du bruit de la flamme .....	41
II.5.2 Modèles de bruit de combustion indirect.....	43
II.5.3 Lois empiriques concernant le bruit à large bande à l'échappement .....	44
<b>II.6 Bilan des sources potentielles de bruit à large bande</b> .....	45
<b>Chapitre III Etude expérimentale du bruit à l'échappement sur les moteurs Turbomeca</b> .....	46
<b>III.1 Description du banc d'Uzein</b> .....	47
<b>III.2 Etude des réflexions acoustiques sur le banc d'Uzein</b> .....	50
III.2.1 Etude théorique des réflexions acoustiques.....	50
III.2.2 Cepstre et identification des réflexions sur le banc d'Uzein.....	53
III.2.3 Réflexion sur le sol.....	56



III.2.4	Réflexion sur le robot .....	58
III.2.5	Filtrage des spectres mesurés .....	61
III.2.6	Bilan des réflexions acoustiques en vue de l'étude des spectres .....	63
<b>III.3</b>	<b>Tentative de localisation des sources de bruit par l'ONERA .....</b>	<b>65</b>
<b>III.4</b>	<b>Analyse de la base d'essais .....</b>	<b>67</b>
<b>III.5</b>	<b>Mesures sur le banc partiel combustion .....</b>	<b>67</b>
<b>III.6</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>68</b>
<b>DEUXIEME PARTIE : ETUDE DU BRUIT DE COMBUSTION INDIRECT .....</b>		<b>71</b>
<b>Chapitre IV Modélisation analytique du bruit de combustion indirect dans une turbine .....</b>		<b>73</b>
<b>IV.1</b>	<b>Principe de la modélisation : hypothèses et simplifications .....</b>	<b>74</b>
IV.1.1	Comparaison des longueurs d'onde et de la géométrie .....	75
IV.1.2	Description de la veine et de l'écoulement .....	76
IV.1.3	Description du champ acoustique .....	78
IV.1.4	Description des champs entropique et tourbillonnaire .....	82
IV.1.5	Absence de redistribution modale .....	87
IV.1.6	Bilan et problématique des équations de saut .....	89
<b>IV.2</b>	<b>Validation des hypothèses par simulation numérique .....</b>	<b>92</b>
IV.2.1	Transmission d'une onde acoustique à travers une grille plane .....	93
IV.2.2	Simulation du comportement acoustique d'un distributeur .....	93
IV.2.3	Validation des hypothèses de simplification du champ acoustique .....	96
IV.2.4	Influence des aubes .....	97
<b>IV.3</b>	<b>Equations de saut des modèles de la littérature .....</b>	<b>102</b>
IV.3.1	Modèle de Marble & Candel .....	103
IV.3.2	Modèle de Cumpsty & Marble .....	105
IV.3.3	Modèle de Pickett .....	106
IV.3.4	Conclusion .....	108
<b>IV.4</b>	<b>Equations de saut à partir de bilans intégraux .....</b>	<b>108</b>
IV.4.1	Discussion sur les différentes équations de saut .....	109
IV.4.2	Ecriture des équations de saut à partir des bilans intégraux .....	109
IV.4.3	Ecriture des équations locales avec saut .....	114
<b>IV.5</b>	<b>Puissance acoustique transmise par une grille d'aubes .....</b>	<b>115</b>
<b>IV.6</b>	<b>Puissance acoustique générée par une grille en fonction des niveaux de perturbations tourbillonnaires et entropiques .....</b>	<b>117</b>
IV.6.1	Modélisation statistique de la turbulence .....	118
IV.6.2	Modélisation statistique des perturbations entropiques .....	121
<b>IV.7</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>122</b>
<b>Chapitre V Mesures des grandeurs physiques instationnaires sur une turbine .....</b>		<b>125</b>
<b>V.1</b>	<b>Solutions techniques envisagées .....</b>	<b>126</b>
V.1.1	Essais sur banc moteur .....	127
V.1.2	Essais sur banc partiel .....	130
V.1.3	Essais en soufflerie .....	131
V.1.4	Génération des perturbations entropiques et tourbillonnaires .....	132
<b>V.2</b>	<b>Description des essais réalisés .....</b>	<b>137</b>
<b>V.3</b>	<b>Mesures de pressions (acoustiques et aérodynamiques) .....</b>	<b>141</b>
V.3.1	Mesures en amont par capteur Kulite .....	141
V.3.2	Mesures en aval par microphone : séparation du son et du pseudo-son par analyse de cohérence .....	141
V.3.3	Mesures en aval par microphone : étude de la phase de la densité spectrale croisée de puissance .....	145
V.3.4	Mesures en aval avec la sonde acoustique déportée .....	147
V.3.5	Conclusion sur les mesures acoustiques .....	148

<b>V.4</b>	<b>Mesures de température .....</b>	<b>148</b>
V.4.1	Etude des spectres en amont .....	148
V.4.2	Etude de la densité de probabilité en amont .....	150
V.4.3	Mesures à l'aval.....	151
<b>V.5</b>	<b>Mesures de vitesse.....</b>	<b>152</b>
V.5.1	Etalonnage des sondes à film chaud .....	152
V.5.2	Spectres de vitesse à l'amont sans eau .....	154
V.5.3	Spectres de vitesse à l'amont en présence d'eau .....	154
V.5.4	Spectres de vitesse à l'aval .....	158
<b>V.6</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>159</b>
<b>Chapitre VI</b>	<b>Prédiction du bruit de combustion indirect sur les turbomoteurs.....</b>	<b>161</b>
<b>VI.1</b>	<b>Données statistiques tourbillonnaire et entropique.....</b>	<b>161</b>
VI.1.1	Données statistiques pour la température issues de la littérature.....	161
VI.1.2	Données statistiques issues d'un calcul LES .....	163
VI.1.3	Données statistiques issues des mesures sur le banc partiel .....	165
VI.1.4	Conclusion et choix des amplitudes modales .....	165
<b>VI.2</b>	<b>Comparaison des différents modèles .....</b>	<b>165</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>169</b>	
<b>ANNEXES.....</b>	<b>173</b>	
<b>Annexe A</b>	<b>Outils mathématiques.....</b>	<b>175</b>
A.1	Distributions.....	175
A.2	Distribution de Dirac.....	176
A.3	Transformation de Fourier .....	178
A.4	Série de Fourier.....	179
A.5	Fonction définie sur un conduit annulaire (infiniment long) .....	180
<b>Annexe B</b>	<b>Réflexions acoustiques et interférences .....</b>	<b>185</b>
B.1	Spectre en bandes fines.....	185
B.2	Spectre en tiers d'octave : cas général .....	186
B.3	Spectre en tiers d'octave : cas particulier d'un bruit blanc .....	187
B.4	Absorption au niveau de la surface réfléchissante .....	188
<b>Annexe C</b>	<b>Notion d'ondes acoustiques, tourbillonnaires et entropiques .....</b>	<b>189</b>
C.1	Equations locales de la mécanique des fluides.....	189
C.2	Linéarisation des équations .....	191
C.3	Equations de propagation et de convection.....	192
C.4	Différents types d'ondes .....	193
<b>Annexe D</b>	<b>Modes acoustiques en conduit annulaire.....</b>	<b>195</b>
D.1	Décomposition par transformée de Fourier.....	195
D.2	Equation et conditions aux limites vérifiées par l'amplitude .....	195
D.3	Résolution de l'équation d'onde .....	197
D.4	Relation de dispersion.....	199
D.5	Notion de modes acoustiques.....	200
D.6	Ondes passantes et évanescentes.....	202
D.7	Sens de propagation des modes .....	204
D.8	Cas particulier d'un conduit infiniment mince.....	207
<b>Annexe E</b>	<b>Description statistique de la turbulence .....</b>	<b>213</b>
E.1	Tenseur des corrélations des composantes de la vitesse .....	213
E.2	Tenseur spectral d'une turbulence homogène.....	214
E.3	Spectre d'énergie .....	214
E.4	Spectres unidimensionnels.....	215
E.5	Hypothèse de Taylor .....	217
E.6	Modèles de turbulence homogène isotrope.....	219

***Bibliographie***..... ***221***

# NOMENCLATURE

a	vitesse du son [en m/s]
a <sub>0</sub>	vitesse du son totale [en m/s]
$\vec{A}$	vecteur défini par la relation (18) [sans dimension]
A <sub>x</sub>	composante axiale du vecteur précédent (cf. relation (19)) [sans dimension]
B	nombre d'aubes
c	corde des aubes [en m]
c <sub>x</sub>	projection selon la direction axiale de la corde [en m]
c <sub>θ</sub>	projection selon la direction azimutale de la corde [en m]
c <sub>p</sub>	capacité calorifique massique à pression constante [en J/K/kg]
c <sub>v</sub>	capacité calorifique massique à volume constant [en J/K/kg]
f	fréquence [en Hz]
f <sub>c</sub>	fréquence de coupure d'une onde acoustique [en Hz]
h	hauteur de la veine [en m]
$\vec{i}$	intensité acoustique [en W/m <sup>2</sup> ]
I <sub>i</sub>	vecteur défini par la relation (11) [sans dimension]
j	ordre modal radial d'une onde acoustique
J <sub>i</sub>	vecteur défini par la relation (11) [sans dimension]
k <sub>x</sub>	nombre d'onde axial [en m <sup>-1</sup> ]
$\hat{k}_x$	nombre d'onde axial adimensionalisé = a k <sub>x</sub> / ω
k <sub>y</sub>	nombre d'onde azimutal [en m <sup>-1</sup> ]
$\hat{k}_y$	nombre d'onde azimutal adimensionalisé = a k <sub>y</sub> / ω
k <sub>T</sub>	nombre d'onde transversal [en m <sup>-1</sup> ]
$\hat{k}_T$	nombre d'onde transversal adimensionalisé = k <sub>T</sub> R
$\hat{K}^{(\pm)}$	= $1 - \overline{M}_x \hat{k}_x^{(\pm)} - \overline{M}_\theta \hat{k}_y$
$\hat{K}^{(c)}$	= $\sqrt{\hat{k}_x^{(\pm)2} + \hat{k}_y^2}$
m	ordre modal azimutal d'une onde [sans dimension]
M	nombre de Mach
M <sub>x</sub>	nombre de Mach axial
M <sub>θ</sub>	nombre de Mach azimutal = Ω R
N	vitesse de rotation d'une roue [en tours/min]
N <sub>i</sub>	vitesse de rotation de l'arbre générateur sur une turbomachine [en tours/min]
p	pression d'un écoulement [en Pa]
P	puissance acoustique [en W]
r	coordonnée radiale [en m]
r	constante des gaz parfait = 287 J/K/kg
R	rayon moyen de la veine [en m]
R <sub>ext</sub>	rayon externe de la veine [en m]
R <sub>int</sub>	rayon interne de la veine [en m]
R	coefficient de réflexion (des ondes acoustiques) en amplitude
R <sub>int</sub>	coefficient de réflexion (des ondes acoustiques) en intensité
s	entropie d'un écoulement [en J/K]

## Nomenclature

---

S	section de la veine [en m <sup>2</sup> ]
T	température d'un écoulement [en K]
T <sub>0</sub>	température totale d'un écoulement [en K]
T	coefficient de transmission (des ondes acoustiques) en amplitude
T <sub>int</sub>	coefficient de transmission (des ondes acoustiques) en intensité
t	temps [en s]
u	vitesse axiale (fluctuante) de l'écoulement [en m/s]
$\bar{u}$	vitesse (fluctuante) d'un écoulement [en m/s]
U	vitesse (moyenne) d'un écoulement (en norme) [en m/s]
$\bar{U}$	vitesse (moyenne) d'un écoulement [en W/m <sup>2</sup> ]
U <sub>x</sub>	vitesse axiale (moyenne) d'un écoulement [en m/s]
U <sub>θ</sub>	vitesse azimutale (moyenne) d'un écoulement [en m/s]
v	vitesse azimutale (fluctuante) d'un écoulement [en m/s]
V <sub>e</sub>	vecteur d'entrée défini par la relation (10) [sans dimension]
V <sub>s</sub>	vecteur de sortie défini par la relation (10) [sans dimension]
$\tilde{V}_i$	vecteurs définis par la relation (11) [sans dimension]
x	coordonnée axiale [en m]
$\bar{x}$	vecteur de coordonnées (x,θ,r)
$\bar{X}$	partie moyenne de X [unité de X]
X'( $\bar{x}$ , t)	partie fluctuante de X [unité de X] (aussi notée X'(x,θ,r,t))
$\tilde{X}(m, \omega)$	amplitudes modales [unité de X/Hz] (aussi notée $\tilde{X}_m(\omega)$ ou $\tilde{X}$ )
y	= R θ [en m]
$\beta$	= $\sqrt{1 - M_x^2}$
γ	rapport des capacités calorifiques massiques = c <sub>p</sub> /c <sub>v</sub>
ρ	masse volumique d'un écoulement [en kg/m <sup>3</sup> ]
θ	coordonnée angulaire [en rad]
λ <sub>A</sub>	longueur d'onde acoustique [en m]
λ <sub>C</sub>	longueur d'onde aérodynamique [en m]
λ <sub>x</sub>	longueur d'onde acoustique selon la direction axiale [en m]
λ <sub>θ</sub>	longueur d'onde acoustique selon la direction azimutale [en m]
σ	rapport de moyeu = R <sub>int</sub> /R <sub>ext</sub>
φ	orientation des aubes par rapport à l'axe du conduit [en °]
Ω	vitesse de rotation de l'écoulement [en rad/min]
Ω <sub>r</sub>	vitesse de rotation d'une roue [en rad/min]
ω	pulsation [en rad/s]

## Exposant

- (c) se réfère à une onde convectée
- (+) se réfère à une onde acoustique se propageant vers l'aval
- (-) se réfère à une onde acoustique se propageant vers l'amont
- (±) se réfère à une onde acoustique
- (r) désigne la vitesse relative

- (a) désigne la vitesse absolue
- (x) composante axiale d'un vecteur
- ( $\theta$ ) composante azimutale d'un vecteur

Indice

- 1 se réfère à la zone à l'amont de la grille d'aube
- 2 se réfère à la zone à l'aval de la grille d'aube



# INTRODUCTION

L'hélicoptère est utilisé pour l'évacuation de blessés, la surveillance, la couverture médiatique ... Son utilisation en zone urbaine est toutefois encore faible, mais elle devrait augmenter notablement dans les prochaines années. Aujourd'hui, le niveau acoustique d'un hélicoptère est important (100-110 dB), même s'il est moindre que celui d'un avion au décollage (130-140 dB). Afin de limiter les nuisances sonores pour les habitants, les futures normes acoustiques devraient être plus sévères, ce qui oblige les hélicoptéristes et les motoristes à travailler sur une diminution du bruit de leurs appareils. Cependant, actuellement, aucun moteur produit en série n'est insonorisé.

L'étude présentée ici a été menée au sein de l'entreprise Turbomeca. Cette société, basée à Pau, est le leader mondial pour la conception et la fabrication des moteurs d'hélicoptères. On rencontre deux types de moteurs : les moteurs à piston, léger et adapté aux faibles puissances, et les moteurs à turbines (aussi appelés turbomoteurs) délivrant des puissances plus élevées. On ne s'intéresse ici qu'aux hélicoptères propulsés par des turbomoteurs.

Le bruit d'un hélicoptère provient essentiellement du rotor principal (interaction des tourbillons avec les aubes), du rotor de queue et des moteurs. La prédominance entre ces trois sources dépend des phases de vol [PHI02][JAN89]. A l'atterrissage, étant donné que le rotor principal traverse la turbulence générée par la cabine de l'hélicoptère, et que les moteurs tournent au ralenti, le rotor est la source principale de bruit. Inversement, au décollage, les moteurs étant à pleine puissance, leur bruit devient non négligeable.

Les turbomoteurs, comme toutes les turbines à gaz, produisent du bruit qui est rayonné soit par l'entrée d'air, soit par l'échappement. Le bruit rayonné par l'entrée d'air provient des compresseurs. Il est étudié depuis de nombreuses années à Turbomeca et a longtemps été considéré comme la source de bruit la plus importante sur les moteurs. Par contre, le bruit rayonné à l'échappement est méconnu. Il provient de la combustion et des turbines. Avec l'apparition de capotages autour de l'entrée d'air et l'intégration de celle-ci à l'intérieur de la cellule de l'hélicoptère, le bruit du compresseur est atténué. Sur certains hélicoptères, comme l'EC120 (Colibri) ou l'EC135, le bruit rayonné à l'échappement devient même prédominant.



Figure I-1 : intégration du moteur sur une Alouette (pas de capotage)



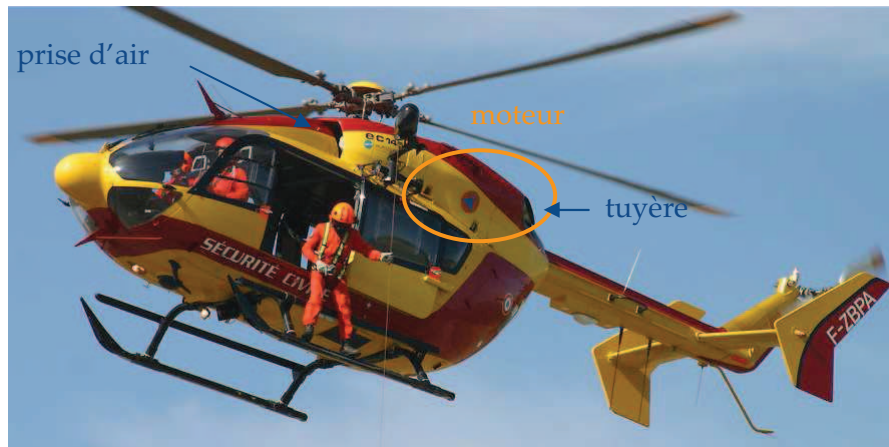


Figure I-2 : intégration du moteur sur un EC 145 (entrée d'air sous capot)

L'objectif de ce travail est d'identifier, comprendre et modéliser les sources de bruit rayonné à l'échappement. La diminution du bruit par installation de traitements acoustiques ou une reprise de la conception des composants ne fait pas partie de ce travail. Cependant, des tuyères traitées ont déjà été développées par Turbomeca. Des essais sur moteur ont eu lieu début 2005 dans le cadre du programme européen SILENCER. Un autre programme européen, FRIENDCOPTER, permettra prochainement de faire des essais en vol d'une tuyère et d'une entrée d'air insonorisées qui devraient aboutir à une insonorisation des hélicoptères EC135 de série.

Un code simplifié de prévision acoustique nommé CARPAT a été développé à Turbomeca au fil des années dans le but de prévoir le bruit lors de la conception d'un nouveau moteur alors que les détails de la géométrie ne sont pas totalement définis. C'est un code Fortran basé sur des lois empiriques obtenues à partir de la base d'essais. Il fait intervenir des paramètres géométriques et thermodynamiques. Les lois régissant le bruit du compresseur ont régulièrement évolué alors que celles régissant le bruit rayonné à l'aval datent encore des années 1980. Un des objectifs initiaux de cette étude est le remplacement de la loi empirique par un modèle analytique simplifié. En effet, les essais ne permettent pas d'obtenir de loi satisfaisante et une modélisation numérique serait encore trop lourde à utiliser en phase initiale de conception.

Après un premier chapitre d'introduction présentant le turbomoteur, son architecture, son fonctionnement ainsi que le bruit qu'il génère, le second chapitre de ce mémoire est consacré à la recherche bibliographique de l'origine du bruit rayonné à l'échappement. Il est suivi d'un troisième chapitre traitant de la recherche expérimentale de l'origine du bruit à partir des données disponibles à Turbomeca. En particulier, une étude systématique de tous les essais réalisés à Turbomeca depuis les années 1980 a été réalisée, notamment une étude des spectres en bandes fines qui n'avaient été que rarement regardés dans le passé. Cette étude permet de déterminer les caractéristiques du bruit à étudier, ainsi que l'influence des principaux paramètres du moteur. A l'issue de ces deux chapitres, une hypothèse est faite sur l'origine du bruit à l'échappement, permettant d'envisager une modélisation de la génération du bruit. Cette modélisation est présentée dans le quatrième chapitre. Afin de confirmer l'hypothèse émise sur l'origine du bruit et de valider le modèle analytique, des mesures ont été réalisées sur une turbine. Elles sont décrites dans le cinquième chapitre. Enfin, dans un sixième et dernier chapitre, on s'intéresse à l'utilisation du modèle développé et aux prédictions de bruit que l'on peut en tirer.

**PREMIERE PARTIE :**  
**ORIGINE DU BRUIT SUR UN**  
**TURBOMOTEUR**



# CHAPITRE I

## GENERALITES SUR LES TURBOMOTEURS

Ce premier chapitre permet de situer le contexte de l'étude. Notamment, on rappelle le fonctionnement d'un turbomoteur ainsi que ses caractéristiques acoustiques. Un parallèle avec les turboréacteurs utilisés sur les avions est également présenté.

### I.1 DESCRIPTION RAPIDE DU FONCTIONNEMENT

Un turbomoteur est composé de deux parties : une partie génératrice constituée d'une turbine à gaz, et une partie motrice transmettant la puissance mécanique sous forme d'énergie de rotation. Dans le cas d'un hélicoptère, cette énergie est transférée par une série d'engrenages au rotor principal et au rotor de queue. La différence fondamentale entre le turbomoteur (hélicoptère) et le turboréacteur (avion) est la présence de cette partie motrice. Sur un turboréacteur, la partie génératrice sert à accélérer le flux d'air en aval, et donc à propulser l'avion par réaction.

#### I.1.1 Architecture d'un turbomoteur

La Figure I-1 présente une coupe d'un turbomoteur typique tandis que la Figure I-2 montre une maquette du moteur Arrius 2B2. Ce moteur est le moins puissant de la gamme de turbomoteurs de Turbomeca.

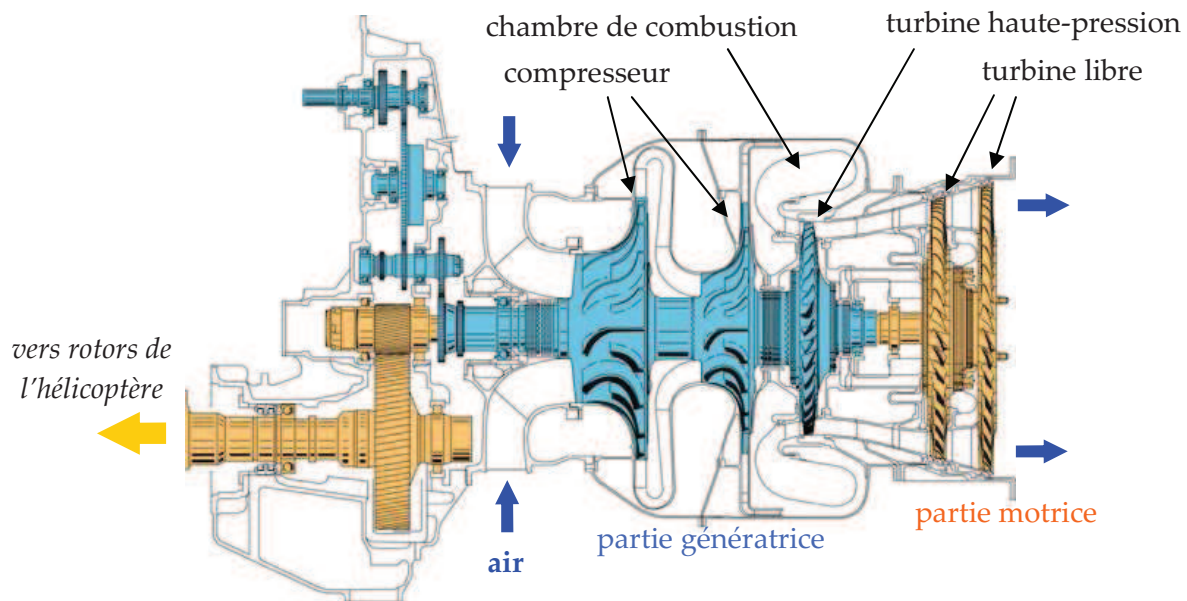


Figure I-1 : coupe d'un turbomoteur typique de Turbomeca

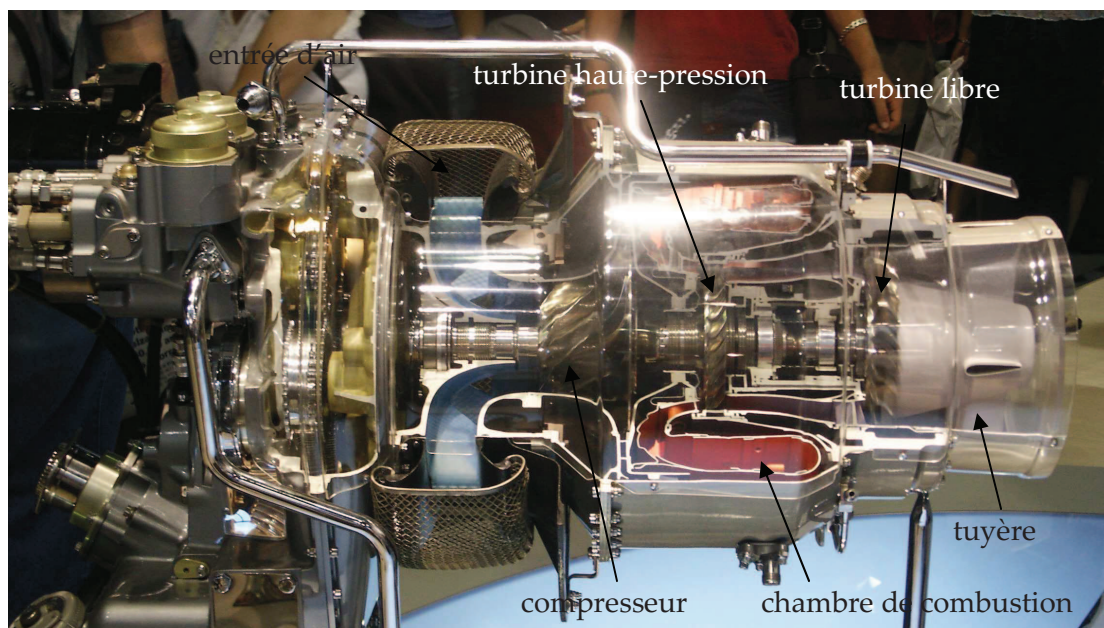


Figure I-2 : maquette d'un turbomoteur typique de Turbomeca (Arrius 2B2)

Le groupe générateur est constitué d'un compresseur, d'une chambre de combustion et d'une turbine. Le compresseur et la turbine sont souvent composés de plusieurs étages. La combustion du carburant est la source d'énergie. La turbine (dite haute-pression) récupère une partie de cette énergie pour entraîner le compresseur. Celui-ci utilise la puissance mécanique fournie par les turbines pour augmenter la pression et la température en entrée de la chambre afin de rendre la combustion possible.

La partie motrice est située en aval de ce générateur de gaz. Il s'agit d'une turbine dont le rôle est de transformer l'énergie cinétique de l'air sortant du générateur de gaz en énergie mécanique de rotation. En conséquence, la vitesse de l'écoulement en sortie du moteur est faible, quasiment toute l'énergie ayant été récupérée, ce qui constitue une différence notable avec les turbo-réacteurs. La turbine motrice entraîne l'arbre moteur. Un système de régulation permet de maintenir cet arbre à une vitesse de rotation constante. Aujourd'hui, cet arbre est distinct de l'arbre du générateur de gaz. On parle alors de turbine libre. On peut également préciser que pour des raisons historiques (changement imposé par l'hélicoptériste du sens de rotation de l'arbre moteur), la turbine haute-pression et la turbine libre sont contrarotatives. Toutefois, dans le passé, sur les premiers turbomoteurs, la turbine motrice était montée sur l'arbre générateur. On parle alors de turbine liée. Cette architecture a été abandonnée à cause de difficultés de régulation.

Le régime de fonctionnement du moteur est caractérisé par la vitesse de rotation de l'arbre générateur. Plus il est élevé, plus la puissance mécanique délivrée par le moteur est importante. Le moteur est conçu pour un régime appelé PMD (Puissance Maximale Décollage). Tout comme la puissance maximale, ce régime est une caractéristique du moteur. Il correspond à la puissance maximale pouvant être délivrée en fonctionnement continu du moteur sans risquer de l'endommager.

La partie de la veine d'air entre les deux turbines est appelée le canal inter-turbine. On y rencontre souvent des bras structuraux le traversant de part en part. Ils n'ont pas de profil particulier et ne jouent aucun rôle aérodynamique. Ils servent uniquement à faire passer des câbles ou des accessoires. Ils sont la plupart du temps positionnés juste en amont de la turbine motrice.

A l'aval des turbines, on trouve une tuyère divergente. Celle-ci finit de ralentir l'écoulement en sortie du moteur. Les formes des tuyères sont très variées ; une tuyère est rarement axisymétrique. Par exemple, sur certains moteurs pour lesquels la prise de puissance vers l'hélicoptère se situe à l'aval du moteur, elle est dessinée de façon à laisser passer l'arbre moteur. En outre, sur certaines versions de moteurs, elle est prolongée par un diffuseur. De l'air froid extérieur est ainsi aspiré entre la tuyère et le diffuseur par effet Venturi (le flux d'air aspire l'air extérieur) pour refroidir l'écoulement (cf. [Figure I-3](#)).

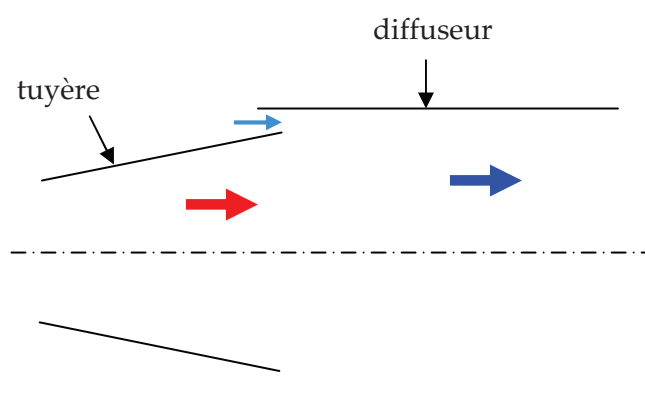


Figure I-3 : schéma de principe de l'effet Venturi induit par la présence d'un diffuseur en aval de la tuyère

Au niveau du compresseur, le dernier étage est toujours centrifuge sur les moteurs de Turbomeca. Ceci permet de réduire la longueur du moteur et donc l'encombrement. Il peut être précédé d'étages de compresseurs axiaux ou d'un autre compresseur centrifuge. Enfin, sur certains moteurs, il existe une vanne de décharge au niveau des compresseurs centrifuges. En effet, à forte puissance, le débit d'air est important. Il est alors nécessaire d'évacuer une partie du flux d'air pour éviter un fonctionnement instable du compresseur (pompage ou blocage aérodynamique). C'est le rôle de la vanne de décharge. Son ouverture est commandée par la pression en sortie du compresseur. En général, elle s'ouvre entre 90 et 100% de la vitesse maximale de rotation de l'arbre générateur.

### I.1.2 Les turbines

Un étage de turbine est constitué d'une grille d'aubes fixe appelée distributeur suivi d'une roue d'aubes mobile. Le distributeur sert à orienter l'écoulement et à l'accélérer : la vitesse axiale (dans le repère fixe) reste constante, mais la vitesse azimutale augmente. La roue mobile joue le rôle de turbine à proprement parler, c'est-à-dire qu'elle récupère l'énergie cinétique de l'écoulement et la transforme en énergie mécanique de rotation. La Figure I-4 présente un exemple de cartographie de l'écoulement dans une turbine d'un moteur de Turbomeca obtenu par simulation numérique.

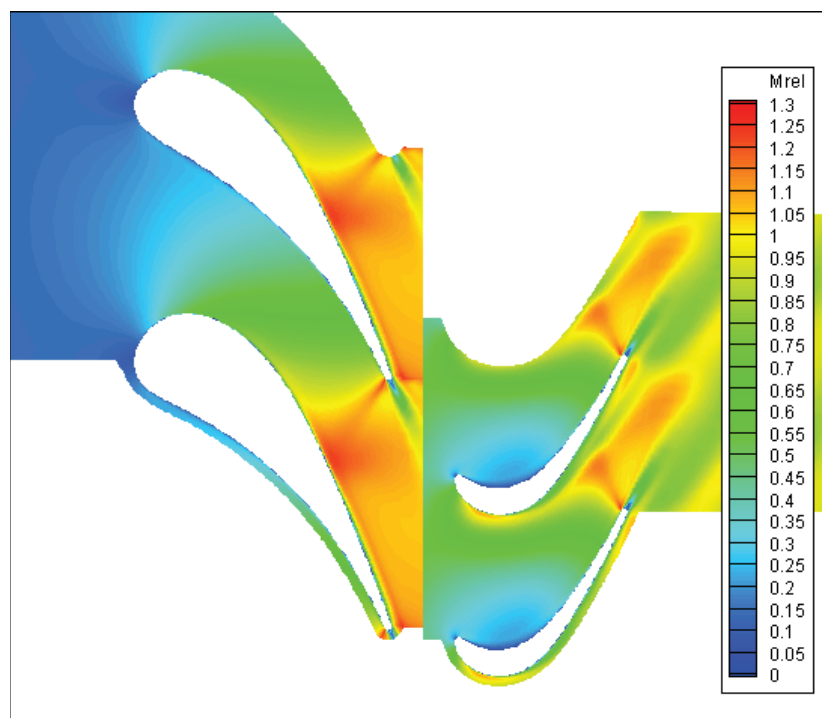


Figure I-4 : exemple de cartographie du nombre de Mach relatif dans un étage de turbine haute pression

Sauf aux régimes les plus faibles (démarrage du moteur, ralenti au sol, ...), l'écoulement est supersonique à la sortie des distributeurs (c'est-à-dire là où la section est minimale) limitant ainsi le débit d'air dans la turbine. C'est d'ailleurs le premier distributeur de la turbine haute-pression qui définit le débit d'air dans tout le turbomoteur. On remarque que le choc est plus important en pied d'aube.

De plus, en raison des forts taux de détente rencontrés aux régimes élevés, en particulier sur les turbines à un seul étage, les roues mobiles sont également choquées. Ce choc est plus important en tête d'aube.

CONFIDENTIEL

### I.1.3 La combustion

La combustion est une réaction chimique d'oxydoréduction exothermique (c'est-à-dire qui dégage de la chaleur) entre un combustible (appelé aussi carburant) et un comburant (souvent l'oxygène) [BOR00]. Lorsque la combustion est vive, elle se traduit par une flamme, voire une explosion. La flamme correspond à une zone de faible épaisseur où la réaction est confinée. Elle émet généralement de la lumière. On distingue les flammes de diffusion et les flammes de prémélange (cf. Figure I-5). Dans les premières, le combustible se situe au centre de la flamme et le comburant à l'extérieur, les deux venant en contact par diffusion. La réaction se déroule uniquement sur une mince couche de gaz qui sépare les deux réactants. De ce fait, elle est souvent incomplète, ces derniers ne se retrouvant pas dans les proportions idéales ou stœchiométriques. Il en résulte la production de gaz imbrûlés, de monoxyde de carbone, d'oxydes d'azote ainsi que de particules de suie qui, lorsqu'elles sont chauffées, donnent une couleur plutôt jaune ou rouge à ce type de flamme. Dans les flammes de prémélange, les réactants forment une phase homogène. La flamme, toujours une mince couche de gaz, sépare les gaz frais des gaz brûlés. La combustion étant plus complète, la flamme est plus bleutée, la couleur bleue étant due à l'échange d'électrons de niveau d'énergie supérieur lors de la réaction.

Le kérosène est un carburant liquide. Dans les chambres de combustion des turbomoteurs, il est pulvérisé directement sous forme de brouillard, la chaleur de la combustion servant à le vaporiser. La flamme dans ce type de chambre est une flamme de diffusion. Dans les nouvelles chambres, afin d'améliorer le rendement et diminuer les gaz imbrûlés, une partie du flux d'air passe dans les injecteurs afin d'être mélangé au kérosène avant son injection dans la chambre. On retrouvera plutôt une flamme de prémélange dans ce cas là.

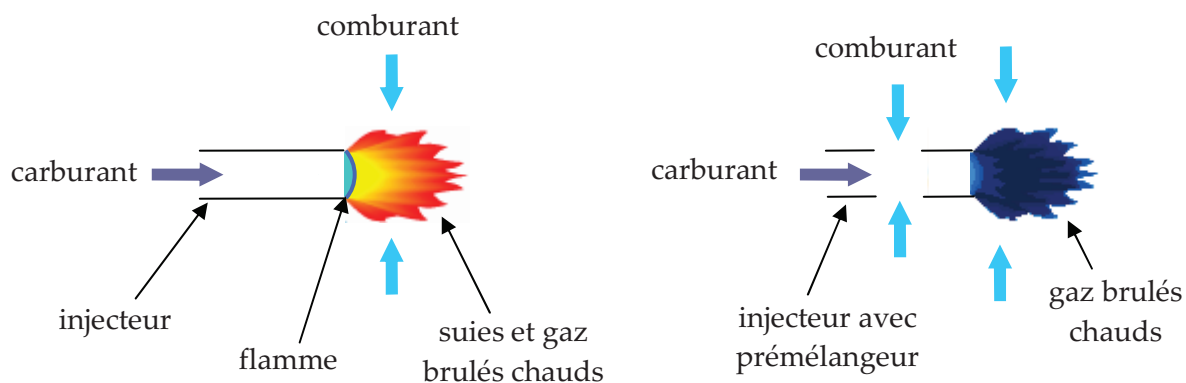


Figure I-5 : schéma d'une flamme de diffusion (à gauche) et d'une flamme de prémélange (à droite)

On distingue également les flammes laminaires et turbulentes. Une flamme est dite laminaire si elle progresse dans un milieu laminaire, et turbulente si le milieu ambiant est turbulent. Une



flamme turbulente peut être de diffusion ou de prémélange. Sur les turbomoteurs, les chambres sont actuellement dimensionnées pour avoir des flammes turbulentes [MAH91]. La turbulence augmente la surface de la flamme en la vrillant et favorise le mélange du carburant, de l'air et des gaz brûlés :

- ce qui rend la flamme plus compacte, diminuant la zone primaire de combustion (zone où a lieu la combustion)
- ce qui favorise une combustion plus complète, augmentant son rendement et diminuant la consommation de carburant ainsi que les gaz polluants émis.

La turbulence sert également à fixer la flamme dans une zone bien précise, permettant d'injecter de l'air de dilution juste après cette zone. Ceci uniformise le champ de température en entrée des turbines et de réduit la zone secondaire (la zone de mélange des gaz brûlés chauds avec l'écoulement). En outre, une flamme à l'origine laminaire devient turbulente dans les turbomoteurs. Arnold [ARN72] décrit le processus qui conduit à cela, notamment la propagation de la combustion des gaz brûlés aux nouveaux réactifs injectés. Dans un système de combustion avec un flux, la flamme doit être stabilisée et maintenue en position. Pour cela, on se sert de la turbulence. On utilise soit des petites pièces non profilées qui créent une petite zone de turbulence, soit une tôle perforée sur laquelle s'appuiera la flamme et qui réglera les échanges de chaleur. [ARN72].

Sur les turbomoteurs de Turbomeca, on rencontre deux types de chambre de combustion :

- les chambres dites centrifuges
- les chambres inversées

Ces deux types de chambre sont décrits sur la Figure I-6.

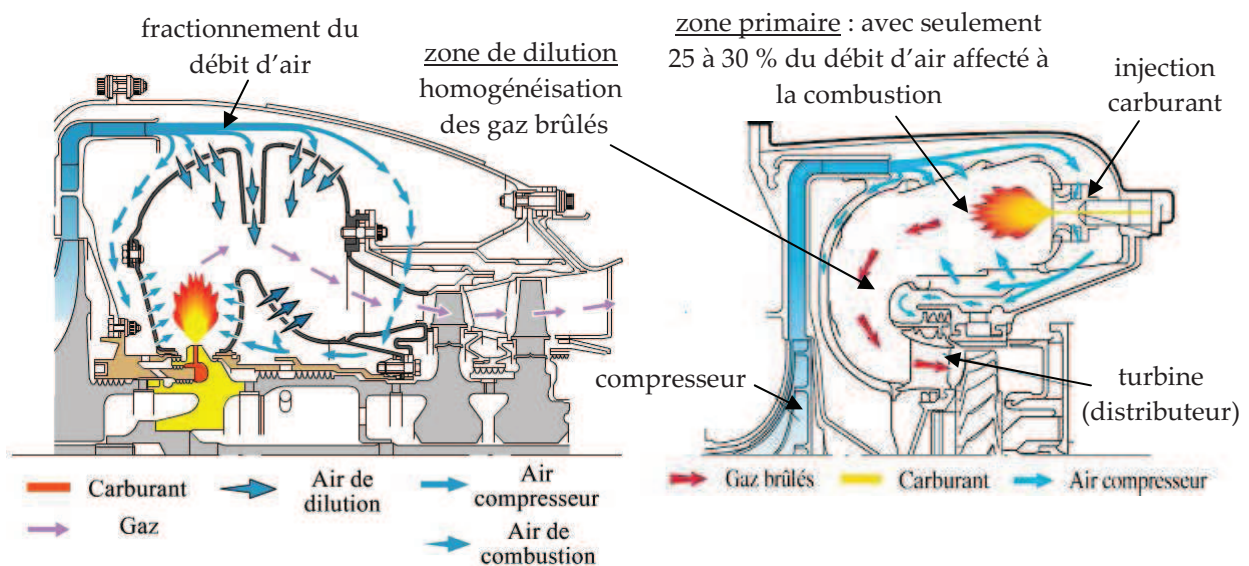


Figure I-6 : schéma de principe des deux types de chambres de combustion rencontrées sur les moteurs Turbomeca (chambre centrifuge à gauche et chambre inversée à droite)

Les chambres dites centrifuges tirent leur nom du fait que le carburant est injecté par force centrifuge par des petits trous percés dans l'arbre générateur. Actuellement, ce type de chambre disparaît au profit des chambres inversées. Sur ces dernières, l'injection de carburant est faite en

fond de chambre par des cannes pour les versions les plus anciennes et par des injecteurs aérodynamiques pour les versions les plus récentes.

## I.2 BRUIT DES MOTEURS D'HELICOPTERES DE TURBOMECA

Un turbomoteur en fonctionnement est une source intense de bruit. Ses nombreuses pièces mécaniques et ensembles tournants, son écoulement d'air instationnaire et la combustion du kérosène sont autant de facteurs responsables de cette génération de bruit. Le bruit peut être d'origine aérodynamique (i.e. dû aux écoulements instationnaires) ou mécanique (i.e. dû aux vibrations et contacts). L'étude de la première catégorie de bruit constitue l'aéroacoustique et la seconde la vibroacoustique. L'écoulement étant fortement instationnaire dans un turbomoteur, le bruit d'origine aérodynamique prédomine sur celui d'origine mécanique. Seule l'aéroacoustique sera considérée par la suite.

Chaque hélicoptère est soumis à une certification acoustique, lui imposant de ne pas dépasser des niveaux de bruit fixés par l'OACI (Organisation de l'Aviation Civile Internationale). Ces niveaux de bruit sont mesurés en vol sur des trajectoires bien définies. La certification est faite sur trois trajectoires dites d'approche, de survol et de décollage. A chacune de ces trajectoires correspond un régime du moteur. Un hélicoptère vendu avec deux motorisations différentes doit être certifié pour chacune des versions. Il n'existe pas de certification acoustique pour le moteur seul ; c'est l'ensemble constitué par l'hélicoptère et son moteur qui est certifié. Les mesures de certification sont réalisées par le constructeur de l'hélicoptère. Cette procédure étant lourde et coûteuse, dans le cas d'une nouvelle version d'un hélicoptère déjà certifié, il est possible de ne pas refaire d'essais acoustiques à condition de démontrer que le nouvel hélicoptère ne fait pas plus de bruit que l'ancien. Dans ce but, lors de la conception d'une nouvelle version d'un moteur, l'hélicoptériste impose au motoriste que cette nouvelle version ne fasse pas plus de bruit que l'ancienne. Dans certains cas, des essais peuvent être réalisés sur le banc acoustique de Turbomeca. Ce banc étant reconnu par l'EASA (European Aviation Safety Agency), ces essais sur le moteur seul permettent la certification finale de la nouvelle version de l'hélicoptère. Le banc est présenté plus en détail dans le paragraphe III.1.

Le bruit est généré à l'intérieur du turbomoteur au niveau des compresseurs, des turbines et de la chambre de combustion. Il se propage ensuite dans l'écoulement avant d'être rayonné à l'extérieur du moteur, principalement par l'entrée d'air et la tuyère, et dans une moindre mesure, par les carters ou autres prises et échappements d'air. Le bruit du compresseur est plutôt émis par l'entrée d'air alors que le bruit de la chambre de combustion et des turbines rayonne principalement par la tuyère. Du bruit dit « de jet » est également généré dans l'écoulement chaud et turbulent sortant de la tuyère. Son intensité varie en puissance 8 avec la vitesse de l'écoulement ; sur un turbomoteur, en raison des faibles vitesses d'éjection ( $< 150$  m/s), il est très faible et négligeable par rapport aux sources de bruit citées précédemment.

A Turbomeca, lors de certaines études concernant spécifiquement le bruit rayonné par l'amont, un silencieux a été placé sur le moteur au niveau de la tuyère. Inversement, afin d'étudier le bruit à l'échappement, certains essais ont été réalisés avec un silencieux sur l'entrée d'air. Très peu de campagnes comprennent aussi bien des mesures avec le silencieux sur l'entrée d'air que des

mesures avec le silencieux sur la tuyère. Et seulement un essai a été réalisé avec les deux silencieux en même temps. Toutefois, la distinction entre les bruits rayonnés à l'entrée d'air et à l'échappement est connue depuis longtemps à Turbomeca.

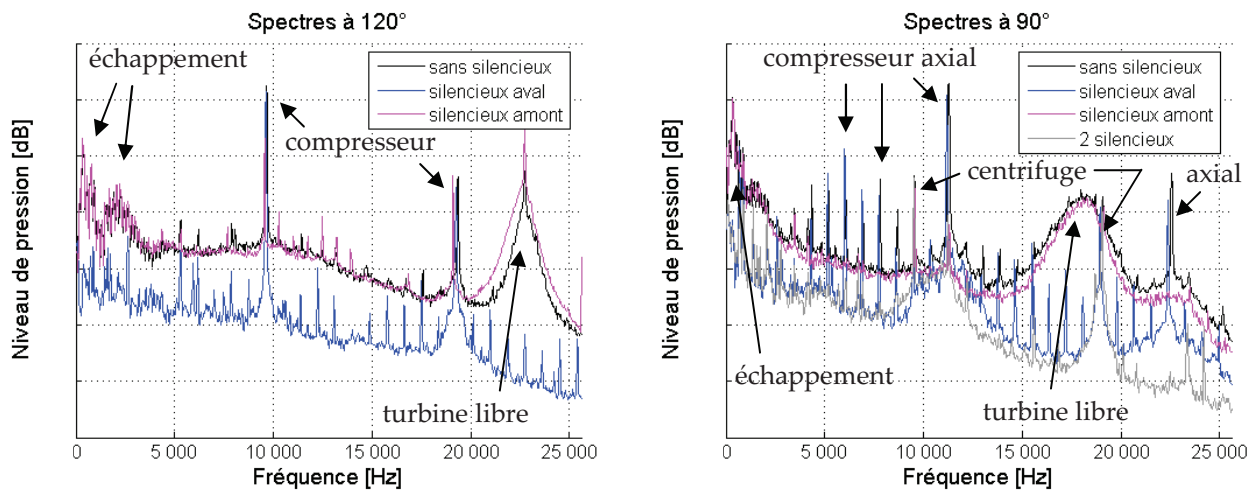


Figure I-7 : séparation du bruit rayonné par l'entrée d'air et la tuyère à l'aide de silencieux sur le moteur A à gauche (régime certification acoustique « décollage ») et le moteur B à droite (régime PMD) (spectres acquis en 32 Hz, sauf celui du moteur A avec le silencieux sur l'amont rééchantillonné de 8 à 32 Hz)

La comparaison des spectres mesurés avec et sans silencieux est présentée sur la Figure I-7 pour deux moteurs : le moteur A et le moteur B. Des courbes similaires sont obtenues avec les autres moteurs. A partir de cette figure, chacune des sources de bruit (bruit rayonné par l'entrée d'air, la tuyère ou les carters) est décrite dans les paragraphes suivants.

### I.2.1 Bruit rayonné par l'entrée d'air

Sur quasiment tous les moteurs et à tous les régimes, le niveau du bruit à large bande rayonné par l'entrée d'air est faible et bien inférieur au niveau du bruit à large bande rayonné par l'échappement.

CONFIDENTIEL

L'Arrius n'a qu'un seul compresseur qui est centrifuge. Sur ce moteur, le niveau de bruit à large bande rayonné par l'entrée d'air est plus important que sur les moteurs avec des compresseurs axiaux, mais le niveau reste faible.

Le bruit rayonné par l'entrée d'air est donc principalement un bruit de raies, c'est-à-dire qu'il est émis à un certain nombre de fréquences bien déterminées. Il provient essentiellement du compresseur du premier étage. Ces raies sont bien visibles sur la Figure I-7, aussi bien sur le moteur A que le moteur B ; il s'agit des deux raies les plus importantes vers 10 et 20 kHz. Sur certains moteurs, les raies correspondant aux compresseurs des étages suivants rayonnent à l'extérieur mais leur niveau est plus faible en raison de l'atténuation subie lors de la propagation à travers le premier étage. C'est pourquoi souvent seul le premier compresseur est considéré.

Les fréquences de ces raies correspondent aux multiples de la fréquence de passage des aubes :

$$f_0 = N_1 B / 60 \tag{1}$$

$N_1$  vitesse de rotation de l'arbre générateur [tours/min]

$B$  nombre d'aubes du compresseur

Cette fréquence se situe en fonction des moteurs entre 6 et 11 kHz et augmente avec le régime, comme le montre la Figure I-8. Le niveau de cette raie augmente aussi avec la puissance du moteur. Il émerge d'environ 20 à 30 dB du bruit à large bande total rayonné par le turbomoteur (courbes sans silencieux sur la Figure I-7), ce qui en fait une source de bruit prédominante. De ce fait, de nombreuses études sur son origine ont été menées par Turbomeca et cette source est relativement bien connue aujourd'hui. A noter que la directivité dépend fortement du type d'entrée d'air. De plus, en raison de leur fréquence élevée, les raies correspondant aux harmoniques sont généralement soit non audibles par l'oreille humaine, soit fortement atténuées par l'absorption atmosphérique qui est très importante à ces fréquences.

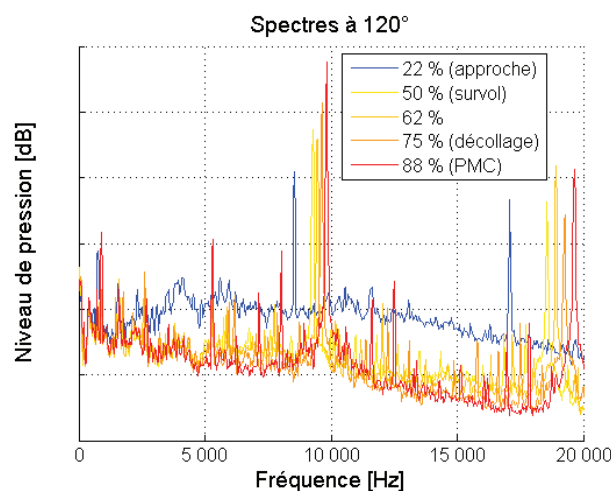


Figure I-8 : évolution du bruit à l'entrée d'air avec la puissance du moteur (moteur A)

Sur certains moteurs, d'autres raies sont présentes uniquement aux régimes de forte puissance. Elles sont liées à la rotation de l'arbre, d'où leur nom de FMR (fréquences multiples de rotation). Ces raies sont visibles sur le moteur B mais pas sur le moteur A (cf. Figure I-7). Elles ne sont présentes que lorsque le compresseur fonctionne en régime supersonique. Leur origine, tout comme celle des autres raies, est détaillée dans le paragraphe II.1.

## I.2.2 Bruit rayonné par l'échappement

La comparaison des mesures avec un silencieux sur l'entrée d'air et sans silencieux indiquent que le bruit rayonné à l'éjection est essentiellement un bruit à large bande. Il est important surtout à basse fréquence, i.e. jusqu'à 5 kHz, et aux très hautes fréquences, i.e. vers une vingtaine de kilohertz.

A haute fréquence, le bruit provient des mécanismes aérodynamiques périodiques se produisant sur les turbines. Ce n'est pas un pur bruit de raies comme pour les compresseurs. On observe plutôt des « bosses » centrées sur la fréquence de passage des aubes et ses harmoniques, comme par exemple sur la Figure I-7. Ces fréquences sont données par l'équation (1). L'étalement spectral des raies est dû à la propagation du bruit des turbines dans l'écoulement turbulent du jet en sortie de la tuyère. Cette dispersion fréquentielle s'explique par une variation de la phase de l'onde qui

résulte d'une part d'une variation locale de la température et donc de la vitesse du son, d'autre part de la convection et de la réfraction des ondes acoustiques par la turbulence présente dans le jet [KRA53][HOW73][RUD73][MAT74]. Actuellement, en raison d'une vitesse de rotation élevée et d'un nombre d'aubes important, les fréquences de raies associées aux turbines se situent au delà de 18 kHz, en dehors de la zone audible. Leur étude n'est donc pas une priorité pour le moment chez Turbomeca. Cependant, il n'est pas à exclure que ces fréquences baissent dans le futur suite à une réduction de la vitesse de rotation. Deux raisons peuvent être avancées :

- une demande de l'hélicoptériste au vu d'une diminution de la vitesse de rotation du rotor principal de l'hélicoptère pour des raisons acoustiques. On rappelle que c'est actuellement la source de bruit la plus importante sur un hélicoptère à l'atterrissage.
- une demande interne à Turbomeca afin d'améliorer les performances des turbines et de supprimer un des réducteurs pour alléger et simplifier le moteur.

CONFIDENTIEL

A basse fréquence, le niveau du bruit à large bande est important entre 0 et 6 kHz. Ce bruit était peu étudié à Turbomeca avant 2005, les efforts se concentrant sur la modélisation et la réduction du bruit du compresseur. C'est pourquoi son origine, méconnue, fait l'objet du présent travail.

Par le passé, le bruit à large bande en basse fréquence a été séparé de façon plus ou moins arbitraire en deux contributions :

- le bruit dit de combustion qui se présente sous la forme d'une bosse avec un maximum vers 400 Hz et un étalement inférieur à une centaine de hertz,
- le bruit dit interne qui correspond aux fréquences comprises entre celles de la combustion et le fondamental du compresseur.

Cette séparation se retrouve notamment dans le code CARPAT, code empirique de Turbomeca de prédiction de bruit en phase d'avant projet. Elle découle d'une conclusion tirée d'une étude expérimentale de l'ONERA sur le moteur X dans les années 1980 et généralisée par la suite sans essais complémentaires. En effet, les mesures montraient que le bruit provenait soit de la chambre de combustion, soit de la turbine haute pression. Ces essais sont présentés plus en détail au paragraphe III.3. Une étude approfondie des spectres des différents moteurs, notamment des spectres en bandes fines, montre que cette séparation n'est pas toujours évidente et que les spectres mesurés peuvent différer de ce gabarit idéal. Notamment, la première bosse ne se situe pas toujours à 400 Hz, mais plutôt entre 100 et 400 Hz. Par ailleurs, comme nous le verrons au Chapitre III, il n'est pas complètement démontré que la combustion soit à l'origine de cette bosse. Pour cette raison, les expressions « bruit basse fréquence » et « bruit moyenne fréquence » seront privilégiées dans ce manuscrit.

### I.2.3 Autres sources de bruit

On distingue également sur certains moteurs des sources de bruit qui ne rayonnent ni par l'entrée d'air, ni par la tuyère. Leur niveau étant bien inférieur à ceux rayonnés par l'entrée d'air et la tuyère, ils n'ont été que très peu étudiés à Turbomeca. Leur présence est juste relevée ici à titre informatif.

CONFIDENTIEL

### I.2.4 Importance relative des différentes sources de bruit

Une étude rapide sur les spectres en tiers d'octave permet de déterminer l'importance du bruit à l'échappement par rapport au bruit à l'entrée d'air. Le Tableau I-1 récapitule le niveau de puissance acoustique mesuré pour chaque gamme de fréquences sur deux moteurs :

- le moteur A à un régime d'environ 75 % de la puissance maximale (PMD),
- le moteur B à la puissance maximale (PMD).

Les niveaux donnés correspondent à la somme sur plusieurs tiers d'octave des niveaux mesurés avec l'un ou l'autre des silencieux. La gamme de fréquence est indiquée pour chaque source dans le tableau. Le niveau brut correspond au niveau de puissance acoustique en dB calculé à partir des niveaux de pression mesurés sur un demi-cercle. Dans le cas du moteur B, la tuyère n'étant pas axisymétrique (mais rayonnant dans l'axe), la puissance calculée n'est pas exacte mais fournit un ordre de grandeur.

Le deuxième niveau indiqué correspond au niveau de bruit ressenti par un observateur au sol lorsqu'un hélicoptère le survole. Il correspond à un niveau de puissance sonore calculé à partir des pressions acoustiques en  $dB_A$  relevées le long d'une droite parallèle à l'axe du moteur à une distance de 150 mètres, contrairement au niveau de puissance classique qui est obtenu en sommant les pressions sur un cercle autour du moteur. Les niveaux de pression à 150 mètres sont obtenus en corrigeant les niveaux mesurés sur le demi-cercle à 19,2 m du niveau acoustique absorbé par l'atmosphère lors de sa propagation. L'effet de la propagation est calculé selon les normes OACI et AC36-C. Cet indicateur du niveau de bruit ressenti vise à fournir une estimation de la gêne plutôt qu'à évaluer la puissance sonore réelle. Il est proche de celui utilisé lors des essais de certification acoustique. Le filtre A permet de tenir compte de la sensibilité de l'oreille humaine, en amplifiant les fréquences entre 1 et 6 kHz tout en diminuant les autres fréquences. L'absorption atmosphérique atténue les hautes fréquences.

#### TABLEAU CONFIDENTIEL

Tableau I-1 : niveau de puissance et gamme de fréquence pour chaque source de bruit pour le moteur A au décollage (entrée d'air annulaire et tuyère droite) et le moteur B à la PMD (entrée d'air coudée et tuyère courte)

En dB linéaire, le bruit du compresseur est largement prédominant. Mais si l'on considère les niveaux subjectifs, on se retrouve avec trois sources de bruit de niveau similaire : le compresseur, l'échappement à basse fréquence et l'échappement à moyenne fréquence. C'est l'installation du moteur sur l'hélicoptère qui détermine la source de bruit prédominante entre l'amont et l'aval. Par exemple, sur l'EC120 (Colibri) et l'EC135, l'entrée d'air étant complexe et ne rayonnant que peu à l'extérieur, le bruit à l'échappement devient la source prédominante.

## I.3 DIFFERENCES AVEC LE BRUIT DES TURBOREACTEURS D'AVION

Les premiers turboréacteurs pour avion étaient à simple flux, c'est-à-dire que tout l'air passait dans les turbines et la chambre de combustion, comme sur les turbomoteurs. La principale différence réside dans le fait que le turbomoteur possède une turbine supplémentaire qui permet de détendre les gaz d'échappement, de les ralentir, et ainsi de récupérer leur énergie cinétique pour la

transformer en énergie mécanique et entraîner le rotor. Sur les turboréacteurs, la vitesse d'éjection des gaz est importante, permettant à l'avion d'avancer par réaction. Par la suite, les turboréacteurs sont devenus à double flux, c'est-à-dire qu'une partie de l'air traversant le premier étage de compresseur, appelé soufflante, ne passe plus par les turbines et la chambre de combustion. La soufflante est le rotor de grand diamètre visible de l'extérieur. On désigne par flux primaire le flux passant à l'intérieur du moteur, et par flux secondaire celui passant seulement par la soufflante. Le taux de dilution indique la proportion d'air passant par le flux secondaire.

Dans les années 1970, les turboréacteurs d'avions étaient majoritairement à double flux avec un faible taux de dilution, la majorité de l'air ingéré passant par la chambre de combustion et les turbines. Sur de tels moteurs, le bruit à l'entrée d'air est généré principalement par la soufflante. Le bruit à l'échappement est quant à lui dominé par le bruit du jet dont l'intensité est théoriquement proportionnelle à la vitesse d'éjection à la puissance 8. Cependant, les mesures sur turboréacteurs à cette époque montrent qu'à faible vitesse, le bruit n'a pas une dépendance en puissance 8, mais plutôt en puissance 2 ou 3, suggérant la présence d'une autre contribution au bruit, appelée bruit interne (ou « *core noise* » en anglais). Ce terme désigne le bruit provenant de l'échappement qui n'est ni du bruit de jet, ni du bruit de soufflante, ni du bruit de raies des turbines. Cette définition du bruit interne, différente de celle de Turbomeca présentée au paragraphe I.2.2, est celle qui est utilisée dans la suite de ce manuscrit. En pratique, sur un turboréacteur, le bruit interne est obtenu à partir d'une mesure du bruit à l'échappement auquel on soustrait un bruit de jet théorique calculé avec la formule recommandée par la section aéronautique de la SAE (Society of Automotive Engineers) dans une publication régulièrement mise à jour [SAE94]. Ce bruit interne est maximum vers 400 Hz. Son étude est délicate du fait de la difficulté de le séparer du bruit de jet. Il pourrait s'apparenter au bruit à basse fréquence observé sur les turbomoteurs.

Sur les turboréacteurs à grand taux de dilution actuels, l'essentiel de la poussée est assuré par la soufflante, ce qui se traduit par un débit secondaire (à travers la soufflante) nettement supérieur au débit primaire (à travers les turbines). Cette configuration réduit la contribution relative du bruit de jet, mais favorise le rayonnement à l'échappement du bruit de la soufflante. Ainsi, sur les turboréacteurs modernes, la soufflante est la source de bruit la plus importante aussi bien à l'entrée d'air qu'à l'échappement. Cependant, avec les efforts consentis ces dernières années pour diminuer le bruit de la soufflante et le bruit de jet, le bruit interne pourrait devenir gênant, et il devient nécessaire pour les motoristes de s'en préoccuper.

## CHAPITRE II

# ORIGINE ET MODELISATION DU BRUIT A L'ECHAPPEMENT D'UNE TURBOMACHINE

Ce chapitre bibliographique relativement général est consacré aux différentes sources de bruit susceptibles de rayonner à l'échappement d'une turbomachine. Le but est d'identifier celles qui peuvent concerner spécifiquement les moteurs Turbomeca.

Le bruit de jet, qui est la principale contribution à l'échappement des turbovéhicules, n'est pas présenté ici. Il a été écarté dès le début en raison des faibles vitesses d'écoulement en sortie de la tuyère sur les turbomoteurs d'hélicoptères. Cela a été confirmé par les mesures réalisées par l'ONERA en sortie de tuyère et en champ lointain. Ces mesures seront décrites ultérieurement dans le paragraphe III.3. Ainsi, le bruit observé sur les moteurs d'hélicoptères provient de sources internes au moteur.

La première partie de ce chapitre est consacrée au bruit de raies des turbines. Ce bruit étant actuellement à très haute fréquence, il est inaudible. Mais en raison d'une éventuelle diminution future de la vitesse de rotation des turbines qui déplacerait ce bruit dans la zone audible, ce paragraphe décrit le mécanisme de génération de bruit et fournit les premières bases nécessaires à son étude. L'analogie avec le bruit de raies des compresseurs est faite. Dans la deuxième partie du chapitre, le bruit à large bande généré sur les profils d'aubes du fait de perturbations de vitesses incidentes est abordé. Il est notamment démontré que ce mécanisme de bruit est peu efficace *a priori* sur les turbines Turbomeca dans la gamme de fréquences de 0 à 4 kHz où le bruit à l'échappement est important. La troisième partie du chapitre traite du bruit consécutif à la combustion. Plusieurs mécanismes sont présentés. On distingue notamment deux mécanismes susceptibles de produire un niveau de bruit élevé dans la gamme de fréquence étudiée. Les travaux réalisés sur les turbovéhicules afin de déterminer l'importance relative de ces deux mécanismes sont présentés dans la quatrième partie. Enfin, la dernière partie du chapitre expose rapidement pour chacun des bruits issus de la combustion les modélisations qui ont été développées et mises en œuvre par le passé.



## II.1 MECANISMES DU BRUIT DE RAIES DES TURBOMACHINES

Les étages des compresseurs et des turbines génèrent en premier lieu un bruit de raies qui signe aux multiples de la fréquence de passage des aubes mobiles données par l'équation (1). Un bruit de raies est forcément lié à un phénomène périodique, ici principalement la charge aérodynamique sur les aubes, étant entendu qu'une charge constante peut être considérée comme un cas particulier de charge périodique.

Sur un compresseur, la charge instationnaire sur les aubes mobiles peut être liée à des distorsions aérodynamiques en amont. Il s'agit essentiellement des sillages engendrés par les bras-supports situés juste avant la roue mobile, ou de distorsions stationnaires dues à des coudes du conduit d'entrée d'air. La charge instationnaire peut également provenir d'une distorsion potentielle causée par un élément fixe situé en aval (souvent le redresseur) s'il est suffisamment proche. Dans tous les cas, la charge est périodique puisqu'une même aube voit le même sillage ou la même distorsion à chaque tour. Le bruit qui en découle est appelé « bruit d'interaction » et est généré à la fréquence de passage des aubes mobiles et à ses harmoniques. De la même manière, les sillages d'une roue mobile génèrent du bruit par impact sur un redresseur (situé en aval), la fréquence associée étant toujours liée au nombre et à la vitesse de rotation des aubes mobiles. Mais dans l'application présente, ce bruit ne rayonne pas à l'extérieur du moteur par l'entrée d'air en raison des chocs sur le compresseur. L'écoulement de ce dernier étant supersonique, la vitesse de convection des ondes acoustiques est plus importante que leur vitesse de propagation *a contrario* de l'écoulement.

Le bruit de raies d'un compresseur en régime supersonique peut aussi provenir de son écoulement propre indépendamment de toute distorsion. Il est alors dû aux chocs en tête d'aubes et on parle de « bruit de rotor isolé ». Il s'observe toujours à la fréquence de passage des aubes et à ses harmoniques. Le bruit de rotor isolé à l'entrée d'air est reconnu comme beaucoup plus important que le bruit d'interaction. L'écart est de l'ordre de 5 à 10 dB. Cependant, ce bruit ne se propage que dans certaines conditions qui seront explicitées dans le dernier paragraphe de cette partie (paragraphe II.1.3). Lorsqu'il se propage, comme sur le moteur B au régime maximal, c'est la source de bruit la plus intense. Dans le cas contraire, comme sur le moteur A, le bruit rayonné par le compresseur est généré par les interactions. Sur les compresseurs Turbomeca, à la puissance maximale de décollage, le bruit provient des interactions dans environ 30% des moteurs Turbomeca et des chocs pour les 70% restants. Ces derniers sont souvent des moteurs compacts délivrant de fortes puissances. Ce sont aussi les moteurs les plus bruyants. Dans ce dernier cas, des raies correspondant aux harmoniques de la fréquence de rotation de l'arbre ( $f = N_1/60$ ) apparaissent également (cf. Figure I-7). Elles sont appelées FMR (Fréquences Multiples de Rotation). Leur niveau, bien qu'inférieur à celui de la raie principale à la fréquence de passage des aubes, n'est pas négligeable.

On peut préciser qu'une turbulence très anisotrope, du fait d'un étirement prononcé, produit un bruit à bande étroite qui se concentre autour des fréquences des raies. En effet, puisque les échelles axiales de la turbulence sont très grandes au regard des dimensions des aubes, une même structure cohérente est interceptée par un nombre important d'aubes successives. Les mécanismes de bruit sont similaires à ceux du bruit de raies, mais ce n'en est pas. Notamment, la directivité est différente.

Sur les turbines, les mécanismes de bruit sont similaires à ceux du bruit d'interaction sur les compresseurs. Les charges instationnaires sur aubages résultent toujours de l'interaction (de sillages ou potentielle) entre un stator et un rotor. En revanche, les raies aux multiples de la fréquence de rotation (FMR) n'ont jamais été observées à l'échappement malgré la présence d'un écoulement supersonique dans les turbines [CUM77a]. La raison en est sans doute que les chocs se situent au niveau du bord de fuite et non au bord d'attaque comme pour les compresseurs. Par ailleurs les ondes sonores à l'éjection se propagent à travers un écoulement turbulent, ce qui induit aussi un élargissement spectral (cf. paragraphe I.2.2).

Le bruit de raies des turbines sur les moteurs actuels de Turbomeca est inaudible car émis à des fréquences trop élevées pour l'oreille humaine en raison des fortes vitesses de rotation. Mais il n'est pas à exclure qu'il devienne audible un jour suite à un ralentissement des turbines. Dans cette perspective, il est intéressant d'en décrire brièvement les principaux aspects. Les paragraphes qui suivent fournissent les notions de base et les prémices d'une modélisation du bruit de raies. Le parallèle est fait avec le bruit des compresseurs, très similaire.

### II.1.1 Détermination des fréquences

En régime stabilisé, l'influence des sillages d'éléments amont sur une aube mobile située en aval est identique à chaque tour. Ainsi, la charge aérodynamique  $F$  sur une aube est périodique avec la rotation. Elle peut être décomposée sous forme de série de Fourier (cf. Annexe A) :

$$F(k, t) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} F_s^{(k)} e^{i2\pi s \frac{N}{60} t}$$

avec :  $F(k, t)$  charge aérodynamique sur la  $k^{\text{ème}}$  aube en fonction du temps [en Newton]  
 $N$  vitesse de rotation [en tour/min]  
 $F_s^{(k)}$  harmoniques de charge sur la  $k^{\text{ème}}$  aube [en Newton]

La pression acoustique générée par une aube présente alors la même dépendance temporelle que la charge instationnaire qui l'engendre. Elle s'écrit à son tour sous la forme d'une série de Fourier :

$$p_{\text{aube}}(k, t) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} p_s^{(k)} e^{i2\pi s \frac{N}{60} t}$$

avec :  $p_s^{(k)}$  amplitude due à l'harmonique de charge  $F_s^{(k)}$  sur la  $k^{\text{ème}}$  aube [en Pa]

#### A. Fréquence de passage des aubes et harmoniques

Puisque toutes les aubes sont identiques et régulièrement espacées, les pressions acoustiques émises par deux aubes consécutives ont la même amplitude et sont uniquement déphasées. Toutes les amplitudes  $p_s^{(k)}$  peuvent s'exprimer en fonction de l'amplitude  $p_s^{(0)}$  sur une aube de référence. La pression acoustique générée par la  $k^{\text{ème}}$  aube s'écrit alors :

$$p_{\text{aube}}(k, t) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} p_s^{(0)} e^{i2\pi s \frac{N}{60}(t-kT)} \quad \text{avec} \quad T = \frac{60}{BN}$$

avec :  $p_{\text{aube}}(k, t)$  pression acoustique générée par la kème aube [en Pa]  
 $p_s^{(0)}$  amplitude due à l'harmonique de charge  $F_s$  sur l'aube de référence [en Pa]  
 $T$  déphasage temporel entre deux aubes [en s]  
 $N$  vitesse de rotation [en tour/min]  
 $B$  nombre d'aubes

Pour avoir le bruit global du rotor, il faut ajouter les pressions acoustiques émises par chacune des aubes. On obtient :

$$p_{\text{rotor}}(t) = \sum_{k=0}^{B-1} p_{\text{aube}}(k, t) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} p_s^{(0)} e^{i2\pi s \frac{N}{60} t} \sum_{k=0}^{B-1} \left( e^{-\frac{i2\pi s}{B}} \right)^k$$

avec :  $p_{\text{rotor}}(t)$  pression acoustique générée par le compresseur ou la turbine [en Pa]

La somme sur  $k$  peut être facilement calculée. C'est la somme des premiers termes d'une suite géométrique. Elle vaut  $B$  si  $s$  est un multiple de  $B$ , et elle est nulle dans les autres cas. On obtient alors la pression acoustique générée par le compresseur ou la turbine :

$$p_{\text{rotor}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n e^{i2\pi n \frac{NB}{60} t}$$

Finalement, en prenant la transformée de Fourier, on obtient le spectre acoustique généré par le compresseur ou la turbine dans le cas où la charge est identique sur chaque aube :

$$\tilde{p}_{\text{rotor}}(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n \delta\left(f - n \frac{NB}{60}\right)$$

On retrouve théoriquement les mêmes fréquences du bruit de raies que celles observées sur moteur, à savoir les multiples de la fréquence de passage des aubes.

### **B. Fréquences Multiples de la Rotation**

Dans le cas où ce sont des chocs qui sont à l'origine du bruit, la charge sur une aube donnée est constante au cours du temps et donc au cours de la rotation, mais elle varie d'une aube à l'autre en raison de l'amplification des défauts de périodicité de construction du rotor. On perd ainsi la périodicité spatiale d'aube à aube et on récupère une périodicité spatiale assurée seulement sur un tour. La charge ne change au cours du temps que si les ondes de choc se combinent avec une distorsion de l'écoulement amont.

Comme précédemment, pour avoir le bruit généré par le rotor, on somme les pressions acoustiques dues à chaque aube :

$$p_{\text{rotor}}(t) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} p_s e^{i2\pi s \frac{N}{60} t} \quad \text{avec} \quad p_s = \sum_{k=0}^{B-1} p_s^{(k)}$$

Il n'y a plus annulation du bruit aux fréquences telles que  $s$  n'est pas un multiple du nombre d'aubes. Toutes les raies correspondant à la fréquence de rotation de l'arbre sont présentes, comme vu sur la Figure I-7.

Les deux cas décrits peuvent être résumés en écrivant le spectre acoustique sous la forme :

$$\tilde{p}(f) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} p_l \delta\left(f - l \frac{N}{60}\right) \quad \text{avec} \quad p_l = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} F_s A_{l,s}(\bar{x})$$

et :  $A_{l,j}$  modes de propagation en champ libre  
 $l$  entier naturel multiple du nombre d'aubes  $B$  ( $l = nB$ ) pour les raies principales ( $f_n = nBN/60$ )  
ou entier naturel quelconque dans le cas des FMR ( $f_i = lN/60$ )

L'amplitude  $p_l$  est en fait la combinaison linéaire de structures fondamentales  $A_{l,j}$  appelées modes de propagation. Ils sont intégralement décrits par la géométrie et la cinématique de l'écoulement. Les coefficients de cette combinaison linéaire (les coefficients de Fourier  $F_s$ ) sont appelés les harmoniques de charge.

## II.1.2 Détermination du niveau de bruit

Les chocs sont principalement associés à une charge constante sur les aubes mobiles puisqu'ils y sont attachés, alors que par exemple les sillages de bras ou d'aubes directrices régulièrement espacées génèrent sur les aubes mobiles qui suivent une charge périodique avec un ordre de périodicité égal au nombre  $V$  de bras. Ceci implique que, dans un modèle général, la charge aérodynamique due aux chocs correspond à une seule composante de Fourier de la charge non nulle (pour  $s = 0$ ) alors que la charge due aux sillages est la somme de toutes les harmoniques multiples de  $V$ , c'est-à-dire telle que  $s = jV$  avec  $j$  entier.

Dans un turbomoteur, le bruit est engendré à l'intérieur de la veine d'air. Du coup, lors de sa propagation, les réflexions multiples sur les parois de la veine restructurent le champ acoustique qui est alors décrit par des modes acoustiques en conduit (cf. Annexe D). On peut montrer qu'à une fréquence donnée (i.e.  $l$  donné), l'harmonique de charge  $s$  génère uniquement le mode angulaire  $m = l - s$ . On a alors :

$$\tilde{p}(f) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} p_l \delta\left(f - l \frac{N}{60}\right) \quad \text{avec} \quad p_l = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=0}^{+\infty} F_s \left[ B_{l,s} P_{mj}(r) e^{-ik_{mj}x} \right]$$

$B_{l,s}$  modes de propagation en conduit  
 $l$  entier naturel multiple du nombre d'aubes  $B$  ( $l = nB$ ) dans le cas des raies principales ( $f_n = nBN/60$ )  
entier naturel quelconque dans le cas des FMR ( $f_i = lN/60$ )  
 $s$  numéro de l'harmonique de charge

$m$       *ordre azimutal du mode de propagation*  
 $m = nB - s$  dans le cas des raies principales ( $f_n = nBN/60$ )  
 $m = l - s$  dans le cas des FMR ( $f_l = lN/60$ )

Les chocs génèrent donc, à la fréquence  $f_l = lN/60$ , un seul mode angulaire  $m = l$ . Par contre, les sillages génèrent, à la fréquence  $f_n = nNB/60$ , tous les modes angulaires tels que  $m = nB - jV$ . Il y a donc en principe une infinité de modes générés mais en pratique tous ne se propagent pas du fait des propriétés de coupure (voir paragraphe II.1.3).

La détermination des harmoniques de charge et de la réponse d'une aube pour chaque amplitude modale  $P_{mj}$  n'est pas considérée dans ce manuscrit. Elle peut se faire par des modèles analytiques simplifiés, ou par un calcul numérique de l'écoulement instationnaire suivi d'un post-traitement acoustique. Une telle méthode a été mise en place à Turbomeca pour les compresseurs. Le niveau de bruit est alors prédit à partir d'un calcul avec le code elsA. Pour les turbines, puisque le bruit est actuellement hors du domaine audible, aucune méthode n'est mise en œuvre à Turbomeca. La modélisation analytique serait plus délicate que pour les compresseurs en raison des forts taux de détente et de la forte courbure des aubes.

Mathews [MAT75] et Cumpsty [CUM77a] ont fait le bilan des méthodes analytiques et empiriques existantes et des essais acoustiques réalisés sur des turbines. Plusieurs modèles empiriques ont été développés par les différents motoristes : Rolls Royce [SMI69], Pratt & Whitney, la NASA [KRE76] et General Electric [KAZ74][KAZ75]. Ces modèles sont obtenus par des corrélations entre le bruit mesuré et les paramètres aérodynamiques décrivant l'écoulement moyen. Les instationnarités à l'origine du bruit ne sont pas décrites explicitement mais approchées à partir des paramètres de l'écoulement moyen. Les modèles de Rolls Royce, Pratt & Whitney et la NASA distinguent deux lois, une pour le niveau de la raie et une pour le niveau du bruit à large bande (compris ici comme la contribution liée à l'étalement spectral de la raie), alors que le modèle de General Electric n'en considère qu'une englobant la raie et le large bande dans le tiers d'octave de la raie.

### II.1.3 Condition de propagation du bruit d'un compresseur issu des chocs

Le conduit dans lequel rayonnent les sources du bruit d'un compresseur entraîne des effets de coupure, c'est-à-dire qu'un mode acoustique donné ne se propagera que si la fréquence à laquelle il est forcé par les sources est supérieure à un seuil  $f_c$  appelé fréquence de coupure. Cette dernière augmente avec l'ordre modal  $m$ . De ce fait, plus on monte en fréquence, plus le nombre de modes se propageant est important. A la limite des très basses fréquences, seul le mode plan ( $m = 0, j = 0$ ) se propage.

Dans un conduit cylindrique avec un écoulement purement axial, la fréquence de coupure est donnée par la formule suivante (cf. Annexe D) :

$$f_c(m) = \sqrt{1 - M^2} \frac{\alpha \chi_m}{2\pi R}$$

avec :       $R$       *rayon du conduit cylindrique [en m]*  
                $a$       *vitesse du son [en m/s]*

$M$	<i>nombre de Mach débitant</i>
$M_R$	<i>nombre de Mach de rotation périphérique ; <math>M_R = 2\pi RN / a</math></i>
$M_{rel}$	<i>nombre de Mach relatif au bord d'attaque en bout d'aube ; <math>M_{rel}^2 = M^2 + M_R^2</math></i>
$\chi_m$	<i><math>m^{ième}</math> zéro de la fonction de Bessel de première espèce. On a <math>\chi_m &gt; m</math>. Au premier ordre, <math>\chi_m \approx m</math></i>

A la fréquence  $f_1 = IN/60$ , le mode  $m = 1$  ne se propage dans un conduit cylindrique que si :

$$\frac{IN}{60} > \sqrt{1-M^2} \frac{\alpha\chi_1}{2\pi R} \quad \text{soit} \quad \frac{\chi_1}{1} \leq \frac{M_R}{\sqrt{1-M^2}}$$

soit encore, puisque  $1 < \frac{\chi_1}{1}$ , si  $1 < M_R^2 + M^2$  i.e.  $M_{rel} > 1$ .

La charge moyenne du rotor et tout aspect aérodynamique qui l'accompagne ne peuvent donc constituer une source de bruit que dans un compresseur supersonique. Cette condition est nécessaire mais pas suffisante. De ce fait, le bruit généré par les chocs d'un compresseur ne se propage que sur certains moteurs aux régimes élevés, comme sur le moteur B.

Dans la suite, on recentre le propos sur le bruit à large bande.

## II.2 BRUIT A LARGE BANDE DES PROFILS : CONTEXTE DES MACHINES TURBOMECA

L'interaction entre la turbulence et une paroi rigide est généralement le mécanisme de génération de bruit à large bande d'origine aérodynamique le plus efficace. Ainsi, l'écoulement étant fortement turbulent dans un turbomoteur après la chambre de combustion, tous les corps profilés qui suivent sont des sources de bruit, que ce soit les aubes de turbines ou d'autres éléments de la veine d'air tels que les bras structuraux dans le canal inter-turbine et la tuyère. Deux mécanismes impliquant les profils sont généralement à l'origine d'un fort bruit à large bande :

- l'impact des turbulences présentes dans l'écoulement en amont sur un profil (aube ou bras)
- le passage de la turbulence générée dans les couches limites à l'endroit du bord de fuite d'un profil.

### II.2.1 Impact de la turbulence sur un profil

Le premier mécanisme, dit bruit d'impact de turbulence sur un profil, est décrit sur la Figure II-1. L'impact des structures turbulentes génère localement une charge aérodynamique non stationnaire sur le profil [AMI75]. Ce mécanisme est similaire à celui décrit dans le paragraphe II.1 pour la génération du bruit de raies, mais du fait du caractère aléatoire de la turbulence, il n'y a plus de périodicité particulière et le bruit est à large bande. Il s'agit par exemple de la contribution majeure du bruit à large bande des soufflantes sur les moteurs d'avions actuels.



Figure II-1 : schéma illustrant la génération de bruit par l'interaction de la turbulence avec un profil (d'après M. Roger – ECL)

Ce bruit a été largement étudié et plusieurs modèles en rendent compte dans la littérature. On peut notamment citer les travaux d'Amiet [AMI75] et de Hanson [HAN01a][HAN01b].

## II.2.2 Profil et couche limite associée

Le deuxième mécanisme, décrit sur la Figure II-2, est à l'origine de ce que l'on appelle le bruit de bord de fuite des profils. Les structures turbulentes générées dans la couche limite du profil, lorsqu'elles passent le bord de fuite, subissent de fortes modifications consécutives à la condition de Kutta [AMI76][HOW78][HOW99]. Une partie de l'énergie tourbillonnaire est alors convertie en énergie acoustique. Ce mécanisme intervient typiquement à haute fréquence, car il correspond à des structures turbulentes de petites dimensions, et il est par exemple important sur les éoliennes. La turbulence générée dans la couche limite d'une aube de turbine sur les moteurs Turbomeca ne peut avoir qu'une signature acoustique faible et à des fréquences très élevées. Ce mécanisme est donc à écarter dans notre cas.



Figure II-2 : schéma illustrant la génération du bruit propre des profils (d'après M. Roger – ECL)

## II.3 LA COMBUSTION, PLUSIEURS MECANISMES DE GENERATION DE BRUIT

Une autre source importante de bruit est la combustion, d'autant plus que les écoulements dans les chambres de turbomoteurs sont fortement turbulents. Plusieurs mécanismes conduisent à des bruits très variés. Bragg [BRA63], Putman [PUT76] puis Strahle [STR78] ont tenté de classifier les différentes sources de bruit liées à la combustion :

- les oscillations forcées, issues d'un couplage entre la combustion et l'acoustique, qui sont génératrice de bruit à des fréquences bien déterminées,
- le bruit de la flamme qui correspond au ronronnement à basse fréquence caractéristique que l'on entend parfois sur un bigourdan ou une chambre de combustion,
- le bruit généré par les écoulements et la turbulence indépendamment de la combustion,

- sur une turbomachine, les bruits d'entropie et de vorticité qui sont générés par interactions des perturbations entropiques et cinématiques issues de la combustion avec les aubes des turbines.

Chacune de ces sources de bruit est détaillée ci-dessous.

### II.3.1 Oscillations forcées

Dans certaines conditions, des oscillations se mettent en place dans la chambre de combustion à une fréquence bien définie [BRA63][PUT76][MAH91]. Ces oscillations naissent d'un couplage entre la combustion et l'acoustique et sont entretenues et amplifiées par rétroaction. La combustion génère des ondes acoustiques qui vont à leur tour agir sur la combustion, l'amplifiant ou l'étouffant suivant les cas. Ces ondes acoustiques, à des fréquences bien définies, peuvent parfois rayonner vers l'extérieur de la chambre. Le bruit de raie correspondant a été parfois appelé bruit de combustion indirect par le passé. Cette appellation peut prêter à confusion. En effet, ce terme a été abandonné et repris plus tard pour désigner un autre mécanisme. La fréquence des oscillations est déterminée soit par les propriétés acoustiques du système, soit par le processus de combustion lui-même et l'injection de carburant [BRA63].

Dans le premier cas, la pression acoustique est amplifiée par un phénomène purement acoustique. A certaines fréquences, les ondes réfléchies sur les parois se retrouvent en phase avec les ondes générées par la flamme, augmentant localement la pression acoustique. Cette dernière peut alors influencer la combustion, en général en modifiant le taux de mélange entre l'air et le fuel ou celui entre les combustibles frais et les produits de la combustion précédente. En effet, la pression n'agit pas de la même manière sur les gaz ayant des densités différentes, modifiant leur rapport. Si la quantité de fuel par rapport à l'air se rapproche du taux st ochiom trique ou si le taux de mélange des combustibles et produits augmente, la chaleur dégagée par la combustion augmentera tout comme la pression acoustique émise, entretenant ainsi les oscillations. Bragg [BRA63] donne deux exemples de ce type d'oscillations. Sur les moteurs de fusées, l'excitation des modes acoustiques transverses de la chambre augmente le mélange du combustible avec le comburant, améliorant le taux de combustion. Ceci est à l'origine d'un bruit de raie intense. Le deuxième exemple concerne la post-combustion sur les moteurs d'avion. Dans ce cas, les modes de la tuyère sont excités, modifiant l'angle de l'écoulement sur les stabilisateurs de la flamme. Ceci entraîne la formation d'allées de turbulence qui peuvent parfois accélérer le mélange et la combustion. Concernant les fourneaux et les chaudières industrielles, Putman [PUT76] donne quelques exemples d'oscillations entretenues du même type. Ce genre d'instabilité a également été observé sur certaines chambres des moteurs Turbomeca, dans des conditions d'utilisation particulières.

Mahan [MAH91] insiste sur le fait que les fréquences mises en jeu lors de tels phénomènes ne sont pas forcément celles des modes de résonance, mais des fréquences pour lesquelles le processus de combustion est amplifié. Un critère simple permettant de prévoir si la rétroaction amplifie la combustion a été énoncé par Rayleigh [RAY]. Keller [KEL95] et Oyediran [OYE95] proposent des revues assez détaillées comportant des exemples et des méthodes de prédiction sur ces oscillations issues d'un couplage entre la combustion et l'acoustique. Poinot aborde également le sujet dans son livre [POI01] et propose quelques outils théoriques. Selon Bragg, cette source acoustique se comporte comme des dipôles.



Dans d'autres cas, la fréquence n'est pas déterminée par l'acoustique. La pression acoustique est générée par une variation cyclique des écoulements d'entrée et de sortie. Crocco [CRO56] donne l'exemple des moteurs de fusée à propergol liquide pour lesquels le taux d'injection de combustible est piloté par la variation temporelle de pression dans les injecteurs. A cause du temps de mélange, d'évaporation, d'allumage et de brûlage du combustible, l'information pilotant les injecteurs (souvent une pression) arrive avec un certain délai. Il en résulte une oscillation périodique de la quantité de combustible injecté. D'autres exemples sont présentés par Bragg. Toujours d'après Bragg, dans ce cas, la source est plutôt de nature monopolaire.

Dans tous les cas, ces oscillations forcées, qu'elles soient pilotées par l'acoustique ou l'injection, sont dues à une conversion de l'énergie chimique ou thermique en énergie acoustique à une fréquence donnée par une rétroaction qui peut les amplifier et les entretenir. L'efficacité de cette conversion d'énergie est de l'ordre de  $10^{-4}$  [PUT76][STR78]. Les oscillations peuvent entraîner une diminution ou une augmentation de l'efficacité de la combustion. Par exemple, sur les moteurs de fusée, l'oscillation périodique de la quantité de carburant injecté diminue l'efficacité de la combustion, alors que l'oscillation intense due à l'excitation des modes de cavité l'augmente. Outre un niveau de bruit important, les oscillations produisent de nombreux effets non désirés comme la diminution par fatigue de la durée de vie des matériaux en raison des contraintes mécaniques fluctuantes. De ce fait, il est la plupart du temps nécessaire de les supprimer, même si l'efficacité de la combustion est augmentée. Pour cela, plusieurs méthodes sont possibles [PUT76], comme :

- agir sur la boucle de rétroaction en supprimant l'amplification,
- diminuer l'amplitude des ondes acoustiques en ouvrant la chambre à un endroit ou en déphasant l'onde acoustique réfléchi (utilisation de résonateurs de Helmholtz ou quart d'onde),
- ou utiliser des matériaux absorbants. Cette dernière méthode n'est pas toujours efficace car à faible fréquence, les matériaux absorbants classiques sont peu efficaces.

### II.3.2 Bruit de la flamme

Lors de la combustion, des gouttelettes de carburant se vaporisent, s'enflamment, brûlent puis se engendrent une dilatation des gaz. C'est cette dilatation brutale qui est à l'origine du bruit de la flamme. Les gaz dilatés poussent les gaz environnants, qui à leur tour déplacent les gaz brûlés adjacents, cela se répétant de proche en proche. Ainsi, une onde acoustique prend forme, se propageant de la zone de combustion vers l'extérieur. L'efficacité de la conversion d'énergie thermique en énergie acoustique par une flamme est de l'ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-5}$  [PUT76][STR78]. Bien qu'étant plus faible que dans le cas des oscillations forcées, le bruit rayonné au loin peut être important, voire gênant dans certains cas.

Thomas et Williams [THO66] se sont intéressés à la combustion d'une seule gouttelette, mélange gazeux de combustible et comburant. Ils ont décrit le mécanisme de génération d'une onde acoustique lors de sa combustion. Ils ont montré que la pression acoustique émise peut être reliée à la fluctuation temporelle de la variation de volume lors de la combustion. Cette variation de volume correspond à la dilatation des gaz brûlés et est directement proportionnelle à la masse de fuel consommée [BRA63] et au dégagement de chaleur produit par la combustion.

$$p \propto \frac{\partial(\Delta V)}{\partial t} ; p \propto \frac{\partial Q}{\partial t} ; p \propto \frac{\partial m_f}{\partial t} \quad (2)$$

avec :  $p$  pression acoustique [en Pa]  
 $\Delta V$  variation de volume des gaz brûlés [en  $m^3$ ]  
 $Q$  quantité de chaleur dégagée [en J]  
 $m_f$  masse de fuel brûlé [en kg]

Les gouttelettes se comportent comme des monopôles acoustiques. Thomas et Williams ont vérifié ce comportement expérimentalement sur des gouttelettes formées d'un mélange d'oxygène ( $O_2$ ), d'azote ( $N_2$ ) et d'un carburant gazeux pouvant être tour à tour de l'éthylène ( $C_2H_4$ ), de l'hydrogène ( $H_2$ ), du méthane ( $CH_4$ ) ou du propane ( $C_3H_8$ ). La variation du volume pouvant être reliée au diamètre des gouttelettes, c'est cette dernière grandeur qui a été mesurée à partir de photographies obtenues par strioscopie. Il s'agit d'une technique de visualisation optique basée sur la déviation d'un faisceau lumineux par les gradients de densité dans l'écoulement observé.

Une flamme turbulente peut être décrite de deux manières [STR71] : une collection de gouttelettes ou une flamme laminaire plissée par la turbulence. Hurle [HUR68] utilise la première description ; il décrit le bruit de la flamme comme le bruit rayonné par une multitude de monopôles acoustiques dans la zone de réaction, chacun d'eux correspondant au bruit émis par une gouttelette. Il généralise ainsi la théorie de Thomas et Williams. Cette approche n'est valable que pour les flammes turbulentes de prémélange. Les relations (2) du paragraphe précédent restent valables, mais la variation de volume des gaz ainsi que le dégagement de chaleur correspondent à ceux de la combustion complète et non d'une seule gouttelette. Hurle a repris le dispositif expérimental de Thomas & Williams mais seulement avec des flammes d'éthylène. La variation du volume ne pouvant être mesurée directement, il a eu l'idée de mesurer l'intensité lumineuse émise par certains radicaux libres ( $CH_3^{\cdot}$  et  $CHO^{\cdot}$  émettant dans le bleu,  $C_2H_5^{\cdot}$  et  $C_2H_3^{\cdot}$  dans le vert). Ces derniers sont en effet produits uniquement dans la zone de combustion avant d'être consommés quasi-instantanément [BOR00]. On peut supposer que leur nombre est proportionnel à la quantité de fuel consommé, et donc à la variation de volume. Les radicaux émettent de la lumière à une longueur d'onde bien précise et connue pour chaque espèce. Ainsi, l'intensité lumineuse mesurée à ces longueurs d'ondes est directement proportionnelle à la variation de volume lors de la combustion de la gouttelette et au dégagement de chaleur. Les mesures permettent de confirmer le lien exprimé dans la relation (2) entre la pression acoustique rayonnée par la flamme et le dégagement de chaleur dû à la combustion.

Au contraire, Bragg [BRA63] a utilisé l'autre description de la flamme turbulente, celle de la flamme plissée. Son raisonnement est valable aussi bien pour les flammes de prémélange que pour les flammes de diffusion. Il décrit le bruit de la flamme comme celui d'une répartition de monopôles, chacun correspondant à une petite portion élémentaire de flamme. La répartition est aléatoire et est liée à la turbulence. En effet, à cause de la turbulence, un point quelconque de la zone de combustion se retrouve tantôt dans la flamme, tantôt à l'extérieur, voyant ainsi fluctuer avec le temps la quantité de carburant consommée. Bragg, par des considérations physiques, fournit une expression analytique de la pression acoustique qui s'apparente à la relation (2) écrite précédemment, la quantité de fuel étant celle consommée par toute la flamme, et pas seulement par une gouttelette ou une petite portion de flamme.

Bien que les approches de Bragg et de Hurlé soient différentes, elles décrivent le même phénomène physique. Bragg relie le bruit à la masse de carburant consommé et Hurlé à l'expansion des gaz lors de la combustion. Mais dans les deux cas, le bruit d'une flamme turbulente peut être décrit par une superposition de monopôles dont l'amplitude est proportionnelle à la variation du dégagement de chaleur lors de la combustion. D'après Bragg, la combustion est un processus silencieux en l'absence de turbulence puisque cette dernière est à l'origine de la fluctuation temporelle de la consommation de carburant. Avec la description de Hurlé, l'influence de la turbulence dans la génération du bruit est moins évidente. Elle est précisée par Mahan [MAH91]. La turbulence est à l'origine de la formation des gouttelettes qui produisent du bruit comme décrit par Thomas et Williams. Lorsqu'une petite bulle gazeuse pénètre dans une région de gaz chauds, elle crée une gouttelette constituée d'une alternance de couches provenant de la bulle gazeuse et des gaz chauds. Deux scénarios sont envisageables pour la formation des gouttelettes. Dans le premier, la petite bulle est constituée uniquement de carburant vaporisé et pénètre dans l'air chaud qui servira de comburant. La flamme obtenue sera plutôt une flamme de diffusion. Dans le second, la petite bulle gazeuse contient un mélange de carburant vaporisé et d'air, et pénètre dans la zone de gaz brûlés chauds. La flamme sera plutôt dite de prémélange. Ces deux scénarios sont des modèles limites. En réalité, une situation intermédiaire est observée.

Arnold [ARN72] précise l'origine des fluctuations du dégagement de chaleur pour plusieurs systèmes de combustion. Il distingue les systèmes avec un combustible gazeux comme le bec Bunsen ou avec un combustible liquide comme les lampes à pétrole, le chalumeau ou les turbomachines. Dans le bec Bunsen, la combustion est la plupart du temps silencieuse, la flamme étant laminaire et fixe. Si le mélange de gaz est riche, c'est-à-dire que l'arrivée d'air est presque fermée, la flamme est une flamme de diffusion, l'air ambiant autour de la flamme étant consommé en plus de l'air prémélangé avec le gaz. Bien que laminaire et dépourvue de turbulence, la flamme est affectée par les flux d'air ambiants en direction de la flamme et des gaz brûlés s'en échappent. Ceci engendre une variation temporelle de sa position, et par conséquent du dégagement de chaleur ; la combustion devient alors bruyante. Sur une lampe à pétrole, la vaporisation du carburant, sa diffusion dans l'air et sa combustion complète consistent en un processus non turbulent, indépendant du temps et qui ne génère pas de bruit. Au contraire, sur les chalumeaux, la flamme de diffusion est turbulente à cause de la recirculation des gaz brûlés dans la zone de combustion qui engendre de petites fluctuations du dégagement de chaleur. Strahle [STR78] décrit le bruit engendré par la combustion dans un moteur à explosion. Dans les fours industriels [PUT76] avec carburant liquide ou dans les turbomachines, la combustion est fortement turbulente, ce qui la rend bruyante. Cependant, celle-ci ayant souvent lieu dans une chambre ou un foyer avec des parois métalliques, le bruit rayonné à l'extérieur est diminué. Lorsque la chambre ou le foyer fonctionne dans des conditions éloignées des conditions nominales, la combustion devient instable et souvent incomplète. Il s'en suit un fort taux de turbulence à l'origine d'un niveau accru de bruit. Putman évoque une augmentation pouvant atteindre 10 dB et parle alors de bruit de combustion super-turbulente bien que le mécanisme de génération soit le même que pour une flamme ordinaire.

Il existe dans la zone de combustion des gouttelettes de toutes tailles, correspondant aux différentes échelles de turbulence présentes dans l'écoulement. A cause de cette disparité de taille entre les gouttelettes, le bruit de la combustion est un bruit à large bande. La forme du spectre est le reflet de la répartition des différentes échelles de la turbulence intervenant dans la génération du bruit. Ce dernier est maximum aux fréquences faibles, inférieures à 2 kHz, puisque les structures

turbulentes de grandes tailles sont celles qui interviennent principalement dans la génération du bruit. En effet, la combustion étant souvent une réaction rapide, les structures turbulentes de petite taille, plutôt responsables des effets dissipatifs dans un écoulement, n'ont pas le temps d'agir sur la génération de bruit par la flamme [STR78][MAH91]. Le spectre d'une flamme à l'air libre est relativement plat avec un maximum vers quelques centaines de hertz. Ce maximum dépend de la réaction chimique mise en jeu et de la nature de la flamme obtenue : plutôt de diffusion ou de prémélange (le type de flamme jouant sur la structure turbulente de la zone de combustion). Par exemple, dans le cas de la combustion dans l'air de propane ou de gaz naturel, le spectre du bruit aura un maximum vers 250 Hz alors que pour une flamme d'éthylène, le maximum sera plutôt vers 800 Hz.

Sur les turbomachines ou dans les fours industriels, la combustion est confinée dans une chambre. Indépendamment de tout phénomène de rétroaction, ce confinement de la flamme affecte le bruit bien que le mécanisme de génération reste le même. D'une part, la structure même de la flamme et en particulier la turbulence sont modifiées, et d'autre part, l'impédance de rayonnement est différente. En effet, en raison des multiples réflexions sur les parois, une partie du bruit qui serait rayonné à l'extérieur sans confinement est réfléchi à l'intérieur de la chambre. Strahle [STR76a][STR78] précise que le spectre émis par une flamme confinée peut être obtenu en multipliant par  $1/\omega^2$  celui observé avec une flamme à l'air libre, indépendamment de l'amplification de certaines fréquences par la possibilité d'une excitation des modes de résonance de la cavité. Chiu [CHI73] *et. al.* ont montré expérimentalement que le spectre d'une flamme confinée peut présenter plusieurs maximums à des fréquences différentes. Dans certains cas, l'excitation de modes de cavité peut également modifier la structure de la flamme, la rendant souvent instable ou conduisant à des oscillations forcées comme décrites dans la partie précédente. Sur les turbomachines, il faut en plus tenir compte des turbines qui jouent le rôle d'écrans, atténuant et modifiant le bruit de la flamme.

Il a été dit que le bruit d'une flamme à l'air libre s'apparente à une source de type monopolaire, c'est-à-dire que le bruit émis est le même dans toutes les directions. Pour une flamme confinée, la directivité du bruit ne dépend pas uniquement de la source mais également de la géométrie de la chambre et de l'échappement [MAH91]. Le bruit étant plutôt émis à des fréquences faibles, généralement seul le mode plan se propage dans les conduits. Or ce mode plan rayonne à la sortie d'un conduit avec une directivité proche de celle d'un monopôle. Ainsi, le bruit généré par une flamme, même confinée, ne rayonne quasiment jamais dans une direction privilégiée, mais de manière uniforme dans tout l'espace.

### II.3.3 Bruit de turbulence et d'écoulement

Outre son importance sur le bruit de la flamme, la turbulence peut générer du bruit, même en l'absence de combustion. Le mécanisme est le même que dans les jets, où les structures turbulentes se comportent comme des sources quadripolaires [LIG54]. L'intensité de ce bruit est proportionnelle à la vitesse de l'écoulement à la puissance 8. Il faut distinguer la turbulence générée [BRA63] :

- par l'écoulement d'air et de fuel dans la chambre de combustion pour son alimentation et son refroidissement,
- par la flamme.

Le premier type de turbulence est à l'origine du bruit dit « bruit d'écoulement froid ». Bragg stipule qu'en raison des faibles vitesses d'écoulement dans une chambre de combustion, ce bruit est inférieur d'environ 20 dB au bruit de la flamme. Singh [SIN04] arrive au même résultat après mesure du bruit émis par une flamme et par un écoulement non réactif similaire. Même aux vitesses de jet les plus élevées, pour lesquelles le bruit de l'écoulement est maximum, le bruit de la flamme prédomine. Ceci peut être relié à l'efficacité de rayonnement beaucoup plus importante pour les monopôles.

Bragg précise que le taux de turbulence additionnelle apportée par la combustion est bien inférieur au taux de turbulence initialement présent dans l'écoulement. De ce fait, le bruit dû à cet apport de turbulence est la plupart du temps négligeable. Putman [PUT76] fait mention d'un cas où cette source de bruit aurait pu être mesurée, bien que partiellement masquée par le bruit de la flamme. En effet, bien que le bruit additionnel mesuré puisse être relié au nombre de Strouhal de l'écoulement, son niveau est supérieur au bruit d'un jet froid similaire ; ceci laisse penser à un apport de turbulence ou une modification du jet par la combustion.

Putman [PUT76] souligne également la présence dans certains cas d'autres sources de bruit liées aux écoulements. Notamment, il mentionne le cas des brûleurs avec prémélange du combustible et du comburant pour lesquels l'injection de carburant se fait tangentielle à l'injection d'air. L'écoulement issu du mélange a alors une forte composante azimutale (ou « *swirl* » en anglais) et il se forme un tourbillon. La précession de ce tourbillon, autrement dit sa rotation autour de son axe, est génératrice de bruit.

### II.3.4 Bruit d'entropie et de vorticité

La flamme est non seulement une source intense de bruit, mais elle génère également de nombreuses inhomogénéités cinématiques et thermiques. Sur les turbomachines, ces inhomogénéités produisent du bruit lors de leur passage dans les distributeurs et les turbines, comme décrit sur la Figure II-3. Le bruit lié aux inhomogénéités thermiques est appelé bruit d'entropie, alors que le bruit produit par les inhomogénéités cinétiques (turbulence) est appelé bruit de vorticité. Le terme de bruit d'entropie a été introduit par Strahle en 1975, bien que le mécanisme ait déjà été mentionné précédemment dans différents articles sur le bruit de combustion [HUF74][MAT74]. Etant donné que les sources de bruit ne se situent pas dans la zone de combustion mais au niveau des turbines, le terme de bruit de combustion indirect est employé. Il désigne indifféremment le bruit d'entropie et le bruit de vorticité. On retiendra cette terminologie pour la suite de l'étude. Toutefois, il faut noter que le terme de bruit indirect a été parfois utilisé pour désigner les oscillations forcées [STR71].

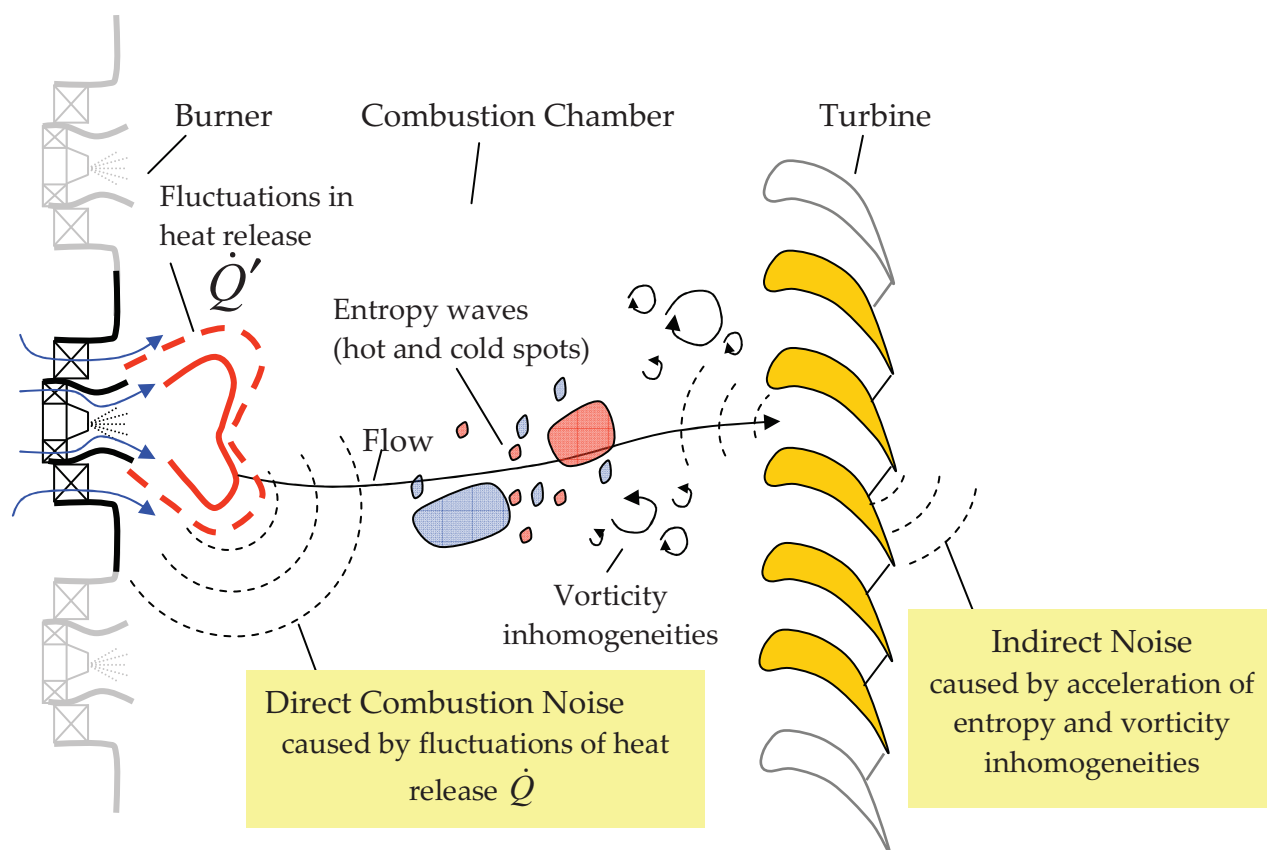


Figure II-3 : schéma illustrant les principaux mécanismes de génération de bruit liés à la combustion (d'après Ingo Röhle, DLR - reproduit avec autorisation)

Le bruit est dû ici à la déformation des inhomogénéités par la forte accélération de l'écoulement dans les turbines. Le principe est décrit par Chu et Kovaszny [CHU58]. Les inhomogénéités d'un écoulement peuvent être séparées en trois types : les ondes acoustiques, les perturbations tourbillonnaires et les perturbations entropiques. Dans un écoulement homogène, ces trois types d'instationnarités sont découplés au premier ordre. Mais en présence d'un gradient de vitesse ou de température dans l'écoulement ou au voisinage des parois, les trois modes sont couplés et de l'énergie peut être transférée d'un mode à l'autre. La combustion génère principalement des inhomogénéités entropiques. C'est pourquoi le bruit de combustion indirect est souvent confondu avec le bruit d'entropie alors que ce dernier n'en constitue qu'une partie. Cependant, la combustion dans les turbomoteurs étant fortement turbulente, le bruit de vorticité ne peut pas être négligé *a priori*.

On retrouve ces mêmes mécanismes de bruit dans la tuyère d'échappement des gaz d'une fusée. Dans ce cas, la déformation des inhomogénéités de combustion n'est pas liée aux gradients dans les turbines, mais à ceux dans la tuyère.

Le spectre du bruit d'entropie n'est pas bien connu aujourd'hui. Il serait important aux mêmes fréquences que le bruit de la flamme. Selon Mahan [MAH91], il ne dépendrait pas de la vitesse de convection dans les turbines, mais seulement de la taille de ces inhomogénéités. L'importance du bruit d'entropie est également mal connue de nos jours. D'après Cumpsty [CUM77c], le niveau du bruit indirect diminuerait avec le nombre d'étages.

## II.4 IMPORTANCE RELATIVE DES BRUITS DE COMBUSTION DIRECT ET INDIRECT SUR LES TURBOREACTEURS

Parmi les diverses sources de bruit citées précédemment, deux sont susceptibles de générer des niveaux de bruit importants sur les turbomoteurs et pourraient être à l'origine du bruit rayonné à l'échappement. Il s'agit du *bruit de combustion indirect* généré au niveau des turbines par les inhomogénéités produites lors de la combustion, et du bruit de la flamme. Par opposition, le bruit de la flamme est désigné par *bruit de combustion direct*. La Figure II-3 illustre ces deux mécanismes. S'ils sont bien connus et identifiés depuis les années 1970, leur importance relative a fait l'objet de nombreuses études et controverses.

Dans les années 1970, de nombreux travaux ont tenté d'expliquer l'origine du bruit interne sur les turboréacteurs à l'aide de l'un ou l'autre de ces mécanismes [STR78]. Sur ce type de moteur, le bruit interne est défini comme le bruit à large bande provenant de l'échappement qui n'est pas du bruit de jet. En pratique, le bruit interne est obtenu par une mesure du bruit à l'échappement à laquelle est soustrait un bruit de jet théorique calculé par la formule recommandée par la SAE [SAE94].

### II.4.1 Travaux préliminaires de Pratt & Whitney

Afin de déterminer l'origine du bruit interne sur les turboréacteurs, l'entreprise Pratt & Whitney a réalisé une série de mesures sur plusieurs de ses moteurs. Ces essais comportent aussi bien des mesures acoustiques à l'extérieur du moteur que des mesures de température dans la veine d'air. Mathews & Peracchio [MAT74] présentent les résultats obtenus sur le moteur JT3D. Pickett [PIC75] développe un modèle afin de prédire le bruit d'entropie à partir des mesures de température. Le bruit d'entropie prédit par ce modèle est proche du bruit interne mesuré. Cependant, faute de données sur le bruit de combustion direct, Mathews & Peracchio ne concluent pas sur l'origine du bruit interne sur le JT3D.

Sofrin [SOF77] présente les mesures réalisées sur plusieurs versions du moteur JT9D. Il utilise le modèle de Pickett afin de prédire le bruit d'entropie à partir des mesures de température. Le bruit prédit présente un spectre avec un maximum entre 1000 et 1250 Hz, alors que le bruit mesuré est maximum entre 300 et 600 Hz. De plus, les niveaux de bruit d'entropie prédits sont inférieurs d'environ 10 dB aux niveaux mesurés de bruit interne. Sofrin en conclut que sur le JT9D, contrairement au JT3D, le bruit d'entropie ne peut expliquer à lui seul le bruit interne. Dans le modèle théorique, la fréquence maximale du bruit d'entropie est liée à la longueur de cohérence des fluctuations de température selon l'axe du moteur ; les mesures sur le JT9D révèlent une longueur de cohérence axiale beaucoup plus faible que sur le JT3D qui serait à l'origine d'un bruit d'entropie à plus haute fréquence que sur les autres moteurs. Sofrin explique ceci par la différence de géométrie des chambres. Il manque toutefois une validation expérimentale du modèle de Pickett, ce dernier n'ayant été validé que par les mesures sur le JT3D avant son utilisation par Sofrin. Or, comme nous l'avons vu, un doute subsiste sur l'origine du bruit dans ces mesures de validation. D'autre part, un niveau du bruit de jet important et proche du niveau de bruit global à l'échappement engendre une forte incertitude sur le niveau du bruit interne obtenu par

soustraction. Cela rend délicate toute validation de modèles et comparaison entre modélisations et mesures.

## II.4.2 Mathews & Rekos : bruit direct

Un modèle semi-analytique, basé sur la théorie de Strahle, a été développé par Mathews & Rekos [MAT76] afin de prédire le bruit de combustion direct d'une chambre. Certains coefficients ont été déterminés empiriquement. Ce modèle fait intervenir plusieurs paramètres comme la température d'entrée, la pression et le débit massique d'air dans la chambre, ainsi que le nombre d'injecteurs ou encore la richesse du mélange air-carburant. Afin de confirmer l'influence de certains de ces paramètres (température, richesse, nombre d'injecteurs), une première série de mesures a été réalisée sur trois chambres de géométries différentes. La première est un prototype avec quatre injecteurs alors que les deux autres ne comportent qu'un seul injecteur. Ces chambres sont destinées à des versions différentes du moteur JT8D. Les mesures ont été réalisées sur une seule chambre, bien qu'un moteur JT8D soit composé de neuf chambres identiques disposées en anneau. L'ensemble de ces chambres simples constitue la chambre de combustion du moteur. Elle est dite à compartiments (« *can-type* » en anglais).

Le but de Mathews & Rekos était de prévoir le bruit de combustion direct sur un moteur d'avion afin de le comparer à des mesures de bruit interne sur les moteurs JT8D, JT9D et JT10D. Les deux derniers moteurs ont une chambre dite annulaire (« *annular-type* » en anglais), c'est-à-dire qu'il y a un seul compartiment avec des injecteurs répartis sur toute la circonférence, contrairement aux chambres à compartiments multiples du JT3D et JT8D. Pour prédire le bruit de combustion sur un moteur, le modèle de bruit d'une chambre décrit précédemment ne suffit pas. En effet, il faut tenir compte de l'atténuation du bruit lors de sa propagation jusqu'à la tuyère d'échappement des gaz. Ainsi, Mathews & Rekos expriment le bruit d'un moteur comme la somme du bruit calculé par le modèle d'une chambre et de deux termes décrivant l'atténuation du bruit :

$$N_{\text{moteur}} = N_{\text{chambre}} + TL_{\text{turb}} + TL_{\text{veine}}$$

avec :  $N_{\text{moteur}}$  niveau du bruit de combustion direct sur un moteur [en dB]  
 $N_{\text{chambre}}$  niveau du bruit de la chambre donné par un modèle semi-analytique [en dB]  
 $TL_{\text{turb}}$  atténuation lors de la propagation à travers les turbines [en dB]  
 $TL_{\text{veine}}$  atténuation au niveau de l'interface chambre / veine d'air [en dB]

L'atténuation liée aux turbines est prédite par une formule analytique très simplifiée faisant intervenir le rapport des impédances caractéristiques du milieu en amont et en aval des turbines. Pour les quatre moteurs étudiés (JT8D, deux versions du JT9D, JT10D), cette atténuation varie entre 1 et 4 dB. Par ailleurs, l'atténuation au niveau de l'interface entre la chambre et la veine d'air, due à la réflexion d'une partie du bruit à l'intérieur de la chambre, est exprimée en fonction d'une longueur déterminée expérimentalement à partir des mesures de bruit sur chambres décrites précédemment et de mesures de bruit interne sur un moteur JT8D. Avec cette valeur, qui a été utilisée par la suite pour la prévision du bruit sur les JT9D et JT10D, on obtient une atténuation de 6 dB. Il existe donc une incertitude importante, de l'ordre de quelques décibels, sur l'évaluation de l'atténuation du bruit en sortie de la chambre, et donc du niveau global.



Finalement, les niveaux prédits par ce modèle complet et les niveaux de bruit interne mesurés sur les quatre moteurs à différents régimes présentent une très bonne adéquation, avec un écart type de 1,7dB. Mathews & Rekos en ont conclu que le bruit interne sur un turboréacteur est principalement généré par la flamme. De plus, les calculs de bruit d'entropie qu'ils ont menés avec le modèle de Pickett donnent un niveau de bruit inférieur d'un facteur 10 au bruit de combustion direct [STR78]. Cependant, ces calculs supposent que le modèle de Pickett ait été validé auparavant, ce qui n'est *a priori* pas le cas.

En 1977, Matta, Sandusky & Doyle ont utilisé le modèle de Mathews & Rekos pour prédire le niveau de bruit interne sur les moteurs de General Electrics [STR80]. Mais les niveaux prédits ne recourent pas les niveaux mesurés, ce qui montre soit les limites du modèle, soit une différence de comportement entre les turboréacteurs de General Electrics et de Pratt & Whitney conduisant à une prédominance du bruit indirect pour les premiers et du bruit direct pour les seconds.

### II.4.3 Cumpsty & Marble : bruit d'entropie

Parallèlement, Cumpsty (université de Cambridge) et Marble (institut de technologie de Californie) ont mené des études sur le bruit d'entropie. Dans un premier temps, ils ont développé un modèle analytique [CUM77b]. Puis, dans une autre étude [CUM77c], tout comme Mathews & Rekos à partir de leur modèle de bruit direct, ils ont comparé les niveaux de bruit d'entropie prédits avec des mesures de bruit interne sur turboréacteurs. L'étude porte sur les moteurs Spey 512 (Rolls Royce), Olympus 593 (Rolls Royce - Snecma) et JT8D (Pratt & Whitney). Le modèle relie, pour chaque fréquence, le niveau de bruit au niveau de fluctuations de température. De ce fait, le niveau global de bruit (en sommant sur toutes les fréquences) dépend du spectre de la température. Celui-ci étant difficilement mesurable, ils ont utilisé soit un spectre blanc (i.e. avec un niveau identique sur toutes les fréquences) soit un spectre ayant la même forme que celui mesuré par Pickett sur le JT3D [PIC75]. Dans les deux cas, le niveau global des fluctuations de température a été pris égal à celui mesuré par Dils quelques années auparavant. Les autres grandeurs nécessaires ont bien été obtenues par des mesures sur les moteurs étudiés. Les niveaux de bruit globaux prédits à partir des deux spectres sont proches, même si la corrélation avec les niveaux de bruit interne mesurés est légèrement meilleure en utilisant le spectre expérimental de Pickett. Cumpsty & Marble estiment que les niveaux globaux prédits sont précis à 2 dB près, et que l'erreur provient principalement de la mauvaise estimation du spectre de température, que ce soit sa forme ou son amplitude. Pour les deux moteurs Rolls Royce, l'écart entre les niveaux globaux prédits et mesurés est de 2 dB, c'est-à-dire de l'ordre de l'incertitude de la modélisation. Pour le JT8D, cet écart sur les niveaux globaux se réduit à moins de 1 dB si on utilise le spectre obtenu sur le JT3D, moteur dont l'architecture de la chambre est proche de celle du JT8D. De plus, le spectre de bruit d'entropie prédit (à partir du spectre de température de Pickett) et le spectre de bruit interne mesuré correspondent parfaitement entre 100 et 700 Hz. Ainsi, Cumpsty & Marble concluent que le bruit d'entropie est la source de bruit dominante, aussi bien dans cette gamme de fréquences que sur le niveau global.

En résumé, d'un côté Mathews & Rekos ont montré que le bruit interne mesuré sur le turboréacteur JT8D est un bruit de combustion direct, et de l'autre, Cumpsty & Marble ont mis en évidence que ce même bruit est un bruit d'entropie. Dans les deux cas, la conclusion est obtenue en comparant les niveaux mesurés à des niveaux prédits à l'aide de modèles mi-analytiques et mi-

empiriques. Même en écartant les problèmes évoqués précédemment de validation des modèles et de détermination expérimentale du niveau de bruit interne, ces deux affirmations ne sont pas aussi contradictoires qu'il pourrait paraître de prime abord si l'on considère que les bruits direct et indirect ont des niveaux similaires. Dans ce cas, le niveau global issu de la somme des deux contributions de bruit serait supérieur de 3 dB au niveau d'une des sources prise individuellement. Cet écart étant dans l'incertitude de prédiction des modèles, cela explique les bonnes corrélations trouvées aussi bien par Mathews et Rekos que Cumpsty et Marble. De plus, un calcul simplifié mené par Cumpsty et Marble [CUM77c] montre que dans le cas d'une chambre de combustion avec un écoulement 1D (sans composante azimutale) et lent ( $M < 0,1$ ) accéléré en sortie par une tuyère compacte choquée, les niveaux des bruits de combustion direct et d'entropie sont du même ordre de grandeur, soit 3 dB en dessous du niveau du bruit global si l'on suppose qu'il n'existe pas d'autre source de bruit notable.

#### II.4.4 Cumpsty : comparaison des niveaux prédit pour les 2 contributions

A partir du constat précédent, Cumpsty a étudié plus précisément les niveaux relatifs des bruits de combustion et d'entropie [CUM79]. Pour cela, il est parti de son modèle de bruit d'entropie auquel il a ajouté un autre modèle analytique afin de déterminer le bruit de la flamme et les inhomogénéités (entropiques et tourbillonnaires) produites par la combustion à partir des fluctuations du dégagement de chaleur.

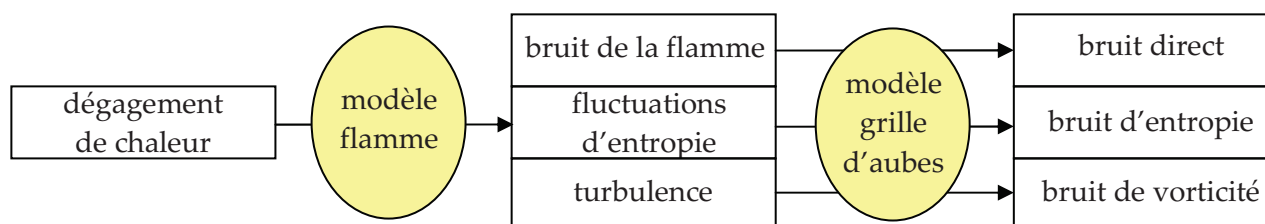


Figure II-4 : schéma décrivant les différentes étapes de calcul du bruit de combustion (direct et indirect) sur une turbomachine

La Figure II-4 montre les différentes étapes du calcul. Le modèle de la flamme est décrit en détail dans l'article de 1979 [CUM79]. Le modèle de grille d'aubes, développé avec Marble, permet d'évaluer le bruit d'entropie généré par la turbine ainsi que la transmission à travers celle-ci du bruit provenant de la flamme ou de la turbine précédente. Cumpsty suppose que l'effet de l'onde acoustique réfléchi par la première turbine sur le processus de combustion est faible, et n'en tient pas compte dans son modèle de flamme. Le modèle de grille d'aubes est utilisé autant de fois qu'il y a de roues de turbines ; entre deux roues successives, le bruit est supposé se propager dans un simple conduit. Le but étant de comparer les bruits de combustion direct et indirect sur le même moteur, la propagation dans le jet sortant de la tuyère est négligée, son influence étant la même sur les deux sources de bruit.

Cumpsty a ensuite utilisé ce modèle complet de prédiction du bruit direct et indirect à partir des fluctuations du dégagement de chaleur sur le cas du moteur Rolls Royce RB 211. Le calcul a été limité aux fluctuations et ondes acoustiques purement axiales. Ceci se justifie aux plus faibles fréquences pour lesquelles seul le mode plan se propage. De plus, le modèle a montré que la contribution des autres modes au bruit rayonné à l'extérieur est faible [CUM77b]. Les valeurs des

nombres de Mach axiaux et azimutaux nécessaires au modèle ont été fournies directement par le motoriste. Par contre, le spectre des fluctuations du dégagement de chaleur lors de la combustion n'étant pas connu, Cumpsty est parti d'un niveau équivalent sur toutes les fréquences. Malgré cela, le spectre de bruit n'est pas uniforme, en particulier à cause du déphasage engendré lors de la propagation d'ondes à des fréquences différentes entre les différents étages de turbines.

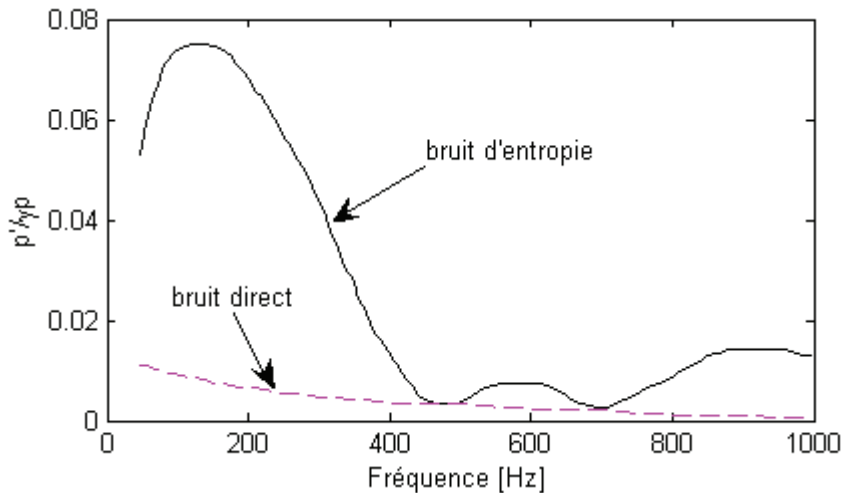


Figure II-5 : prédiction du bruit direct et d'entropie sur un RB211 pour une fluctuation de chaleur par unité de volume unitaire et un spectre de température blanc (d'après CUM79)

La Figure II-5 présente la comparaison des niveaux de bruit direct et de bruit d'entropie prédits par Cumpsty sur le RB 211. On constate que le bruit d'entropie prédomine largement sur ce moteur, notamment aux fréquences où le bruit interne est important et n'est pas totalement masqué par le bruit de jet (400 Hz). Il manque cependant une validation plus poussée des modèles développés par Cumpsty permettant de conforter ce résultat.

#### II.4.5 Strahle *et al.* : séparation expérimentale des deux contributions

Strahle & Muthukrishnan [STR80][MUT78] ont privilégié la piste expérimentale afin de séparer les bruits de combustion direct et indirect. Ils ont réalisé plusieurs séries de mesures de la pression et de la température à l'intérieur d'une chambre de combustion d'une part, et du bruit rayonné à l'extérieur de cette chambre d'autre part. La séparation entre les deux mécanismes de génération de bruit se base sur l'étude de la cohérence entre les signaux acquis à l'intérieur et à l'extérieur de la chambre. Les mesures ont été faites sur une chambre de combustion Boeing 502-7D. Elle comporte plusieurs compartiments, comme les chambres du JT3D et du JT8D. Trois campagnes ont eu lieu à la fin des années 1970.

Lors de la première campagne d'essais [STR80], l'écoulement débouchait à l'air libre en sortie de la chambre de combustion, sans être accéléré par une tuyère ou une turbine. Dans ces conditions, le bruit d'entropie ne se manifeste pas. L'instrumentation à l'intérieur de la chambre se limitait à un capteur mesurant les fluctuations de pression, tandis qu'à l'extérieur, le bruit était mesuré par deux microphones, l'un placé en champ proche et l'autre en champ lointain. Cependant, seul le microphone en champ proche a servi à l'étude de la cohérence entre les signaux acquis à l'intérieur et à l'extérieur de la chambre. En effet, la cohérence entre les signaux des deux microphones étant

proche de l'unité sur une bonne partie du spectre ( $< 1\text{kHz}$ ), on peut dire que ces deux microphones mesurent le même signal ; ceci traduit une faible influence des réflexions sur les mesures et l'absence de directivité marquée. Bien que le bruit d'entropie soit absent (puisqu'il la chambre débouche à l'air libre), on constate que la cohérence entre les fluctuations de pression à l'intérieur de la chambre et le bruit de la chambre n'est pas égale à 1 sur tout le spectre, mais uniquement aux fréquences supérieures à 200 Hz. Vers 150 Hz, la cohérence n'est plus que de 0,5, et elle tend vers 0 aux très basses fréquences. En réalité, les capteurs de pression mesurent à la fois les fluctuations de pression acoustique dans la chambre et les fluctuations de pression aérodynamique. Ces dernières sont principalement de fréquences faibles et sont désignées par le terme de pseudo-son ou bruit aérodynamique, bien qu'il ne s'agisse pas de son. Strahle & Muthukrishnan décrivent plus précisément ce phénomène et justifient par une étude théorique le spectre de la fonction de cohérence entre la pression dans la chambre et le bruit de combustion. Ainsi, à très faible fréquence ( $< 150\text{ Hz}$ ), l'utilisation de la cohérence ne suffit pas à elle-seule pour détecter une éventuelle source de bruit secondaire.

La première campagne de mesures a surtout permis de mettre en place la méthode et la suppression du pseudo-son, par un positionnement judicieux des capteurs de pression dans la chambre et un post-traitement des signaux. Lors de la deuxième campagne [MUT78], une tuyère convergente a été ajoutée à la sortie de la chambre de combustion, permettant d'accélérer l'écoulement et potentiellement de générer du bruit d'entropie. Deux tuyères avec des taux de contraction de 3 et 10,5 ont été utilisées. Le nombre de Mach en sortie de la tuyère est alors respectivement de 0,2 et 0,6/0,8, alors qu'il était de 0,05 sans tuyère. Il est important de noter que la tuyère ayant le plus fort taux de contraction est en réalité constituée de plusieurs orifices afin de conserver un bruit de jet faible. Concernant l'instrumentation, par rapport à la campagne précédente, deux thermocouples fins (type K –  $\varnothing 25\ \mu\text{m}$ ) permettant d'acquérir les fluctuations de température ont été ajoutés dans la chambre. Afin de permettre un bon suivi fréquentiel de ces thermocouples, la technique de compensation a été revue [STR76b]. Les deux microphones en champ proche et champ lointain étaient présents. Comme lors des premiers essais, l'étude de la cohérence entre les mesures internes et externes a été menée à partir des signaux fournis par le microphone en champ proche. En effet, en plus des raisons évoquées précédemment, la mesure effectuée par ce dernier est moins contaminée par le bruit de jet que celle obtenue avec le microphone en champ lointain. L'étude de la cohérence a été faite sur les fréquences inférieures à 2000 Hz. Une forte cohérence entre les signaux du capteur de pression instationnaire et le microphone indique une prédominance du bruit de combustion direct. Inversement, une cohérence proche de l'unité entre les signaux du thermocouple et du microphone est signe d'une prédominance du bruit d'entropie. L'étude montre que le bruit de combustion direct prédomine aux faibles vitesses d'éjection. En revanche, lorsque cette dernière augmente, le bruit d'entropie devient prépondérant, même si la cohérence entre les signaux des thermocouples et du microphone n'est jamais égale à 1. Ceci laisse supposer soit la présence d'une troisième source de bruit (par exemple le bruit de vorticité), soit une mauvaise évaluation des fluctuations de température. La cohérence entre les signaux des thermocouples et du microphone est maximale vers 500 Hz, fréquence à laquelle le bruit interne est également important. A noter que vers 100 Hz, la cohérence entre le microphone et le capteur de pression tout comme celle entre le microphone et les thermocouples sont proches de l'unité. Ceci s'explique par la présence dans la chambre, à cette fréquence, d'oscillations forcées causées par un couplage entre l'acoustique et l'injection de carburant. La cohérence entre les signaux de pression et de température dans la chambre confirme cela puisqu'elle est importante vers 100 Hz alors qu'elle est nulle aux fréquences

plus élevées. Ce dernier point traduit le découplage entre les deux mécanismes de génération du bruit direct et indirect, bien que ces deux bruits proviennent de la combustion.

Etant donné que sur la majorité des turbomachines, le distributeur de la première turbine haute pression est choqué à la plupart des régimes de fonctionnement, le bruit d'entropie devrait prédominer. Cependant, Mahan [MAH91] note deux limitations à une généralisation de ce résultat :

- les fluctuations de température mesurée sur la chambre Boeing 502-7D ont une amplitude six fois plus importante que sur les chambres plus récentes, ce qui fait que le bruit d'entropie sur les moteurs modernes est sûrement plus faible que celui mesuré sur la chambre Boeing.
- la pression totale dans la chambre instrumentée est égale à dix pourcents de la pression que l'on rencontre habituellement dans une chambre de turbomachine, ce qui engendre une sous estimation du bruit direct par Strahle & Muthukrishnan.

On peut également se poser des questions sur la validité des mesures de température jusqu'à 2000 Hz, même avec un thermocouple fin. La fréquence de coupure se situe généralement à plus basse fréquence pour ce type de capteur, vers 1 kHz.

Strahle & Muthukrishnan ont mené une troisième campagne de mesures [MUT80] dans le but de confirmer leurs résultats. Afin de limiter le bruit de jet, ils ont utilisé une tuyère de Laval en sortie de la chambre de combustion. Celle-ci est constituée d'une première partie convergente permettant d'obtenir un écoulement choqué, suivie d'une seconde partie divergente permettant de diminuer la vitesse d'échappement et le bruit de jet. Etant donné que l'écoulement est choqué, on s'attend à obtenir un bruit d'entropie important. Là encore, les mesures ont été réalisées avec trois tuyères ayant des taux de contraction différents. Au niveau de l'instrumentation, afin de lever les doutes des expériences précédentes sur les fluctuations de température, sept thermocouples fins ont été placés dans la chambre. Ils sont de même type que ceux utilisés lors de la campagne précédente, mais leur plus grand nombre permet de mieux caractériser l'évolution azimutale des fluctuations de température, c'est-à-dire la taille et la répartition des inhomogénéités de température issues de la combustion. Les signaux ont été acquis jusqu'à 2500 Hz. L'étude de la cohérence entre les signaux indique que le bruit d'entropie est important aux faibles fréquences (< 800 Hz), alors que le bruit direct prédomine aux autres fréquences. D'après Strahle & Muthukrishnan, ceci est dû à l'évolution de l'impédance acoustique de la tuyère avec la fréquence. Malgré la présence d'un choc, le bruit d'entropie n'est pas forcément la source prédominante, ce qui nuance les résultats de la campagne précédente. Cette étude souligne également qu'il n'y aurait pas de troisième source de bruit.

En conclusion, toute l'étude de Strahle & Muthukrishnan montre que la séparation des bruits direct et indirect n'est pas aisée. Les deux sources de bruit peuvent être importantes, et l'une ou l'autre peut prédominer en fonction du moteur, du régime et de la fréquence. Par la suite, peu d'études ont été menées sur le bruit de combustion. Mahan [MAH91] mentionne dans un bilan écrit en 1991 sur les travaux concernant le bruit de combustion menés à cette date que l'importance relative des bruits direct et indirect reste encore à être déterminée. D'après lui, les deux sources de bruit doivent être importantes, la prédominance de l'une ou de l'autre dépendant de la conception et de l'architecture des turbines et de la chambre.

## II.4.6 Le DLR : études récentes sur le bruit d'entropie

L'étude du bruit d'entropie a ensuite été abandonnée jusqu'aux années 2000, le bruit de combustion ou bruit interne n'étant pas la source principale de bruit sur les turboréacteurs. Avec la diminution importante du bruit de la soufflante et du bruit de jet, le bruit interne est redevenu depuis peu une préoccupation des motoristes. Une étude de la NASA réalisée en 2000 [GLI00] reprend le modèle de Cumpsty, dernier modèle analytique en date développé sur le bruit d'entropie, mais aucun travail n'a été mené pour déterminer l'importance relative des bruits de combustion direct et indirect. En Europe, le DLR a commencé à travailler sur le bruit d'entropie à la même époque. Pour cela, Bake *et. al.* [BAK07][BAK08][BAK09] ont mené plusieurs campagnes de mesures afin de :

- mettre au point une méthode de détection du bruit d'entropie
- déterminer les grandeurs maximisant le bruit par une étude paramétrique

En parallèle, Mühlbauer *et. al.* ont développé un code numérique par éléments finis capable de prédire le bruit d'entropie [MUH07].

Deux types d'essais ont été réalisés par le DLR :

- un essai sur une chambre de combustion (conçue par le DLR) équipée en sortie d'une tuyère convergente-divergente (modélisant la première turbine après la chambre sur un moteur). Le dispositif expérimental est schématisé sur la Figure II-6.

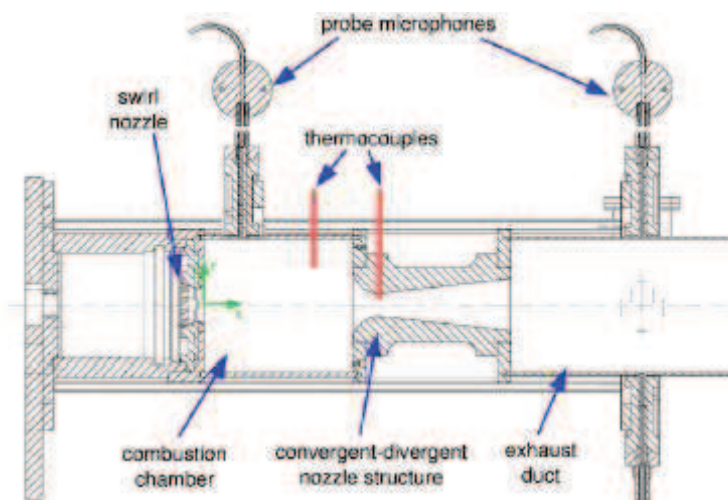


Figure II-6 : schéma d'un dispositif expérimental développé par le DLR pour étudier le bruit d'entropie : montage avec une chambre de combustion [BAK07]

- un essai en soufflerie avec un générateur de perturbations entropiques (toujours conçu par le DLR) placé en amont d'une tuyère convergente-divergente. Le dispositif expérimental est schématisé sur la Figure II-7. Le dispositif de génération d'ondes entropiques est décrit plus en détail au paragraphe V.1.4.

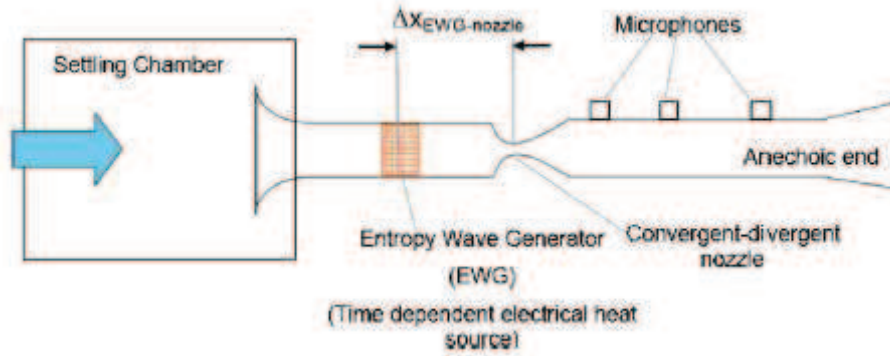


Figure II-7 : schéma d'un dispositif expérimental développé par le DLR pour étudier le bruit d'entropie : montage avec un générateur de perturbations [BAK07][BAK08][BAK09]

Sur le premier banc (avec la chambre de combustion), des mesures de bruit dans la chambre et après la tuyère ont été réalisées. La comparaison des spectres obtenus est reproduite sur la Figure II-8.

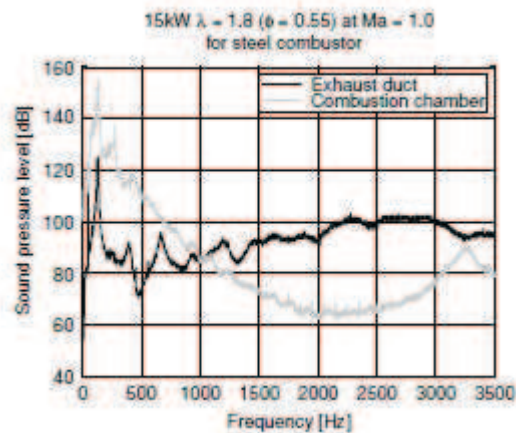


Figure II-8 : comparaison du bruit mesuré par le DLR sur son banc expérimental : dans la chambre de combustion et en aval de la tuyère convergente-divergente [BAK09]

Elle met en évidence une source de bruit au niveau de la tuyère. Cette source n'est pas présente lors des mesures avec un écoulement froid (en l'absence de combustion), ce qui indique qu'elle est liée à la combustion. On constate que ce bruit signe à des fréquences plus élevées (1 - 3 kHz) que le bruit de la flamme (200 - 300 Hz). L'étude de la phase de la densité spectrale de puissance croisée entre le signal d'un thermocouple dans la chambre et les signaux des microphones montre un lien de causalité entre les perturbations entropiques et le bruit généré. En effet, la phase est proportionnelle à la fréquence du signal.

Ce lien de causalité est confirmé par les mesures sur le banc avec le générateur de perturbations entropiques. En effet, dans un premier temps, une perturbation impulsionnelle est générée. Le signal acoustique alors mesuré en aval de la tuyère est également impulsionnel, mais retardé par rapport au signal de température. Ce retard, qui augmente lorsque la vitesse de l'écoulement diminue ou lorsque la distance entre le générateur et la tuyère augmente, correspond au temps de convection des perturbations entropiques de leur lieu de génération jusqu'à la tuyère. Dans un second temps, une perturbation évoluant de manière sinusoïdale avec le temps est imposée. La

fréquence de ce signal peut varier entre 85 et 145 Hz. Comme dans le cadre du premier essai (banc avec la chambre de combustion), l'étude de la phase confirme le lien de causalité entre les perturbations entropiques et le bruit en aval de la tuyère. De plus, le coefficient de proportionnalité entre la phase et la fréquence fournit la vitesse de propagation des perturbations. Après calcul, on trouve une vitesse de propagation proche de la vitesse de convection de l'écoulement. Ainsi, ces essais mettent en évidence la présence de bruit de combustion indirect, principalement aux moyennes fréquences.

Une étude paramétrique a été menée sur ce second banc (avec le générateur de perturbations entropiques) dans le cas d'une excitation impulsionnelle. On constate alors que l'amplitude de la réponse impulsionnelle sur les microphones augmente de manière linéaire avec l'amplitude des perturbations de température. De plus, elle augmente avec le nombre de Mach en sortie de la tuyère jusqu'à  $M = 0,7$ , avant de diminuer légèrement pour  $M > 0,8$ . Sur le premier banc (avec la chambre de combustion), la même tendance est observée ; le niveau du bruit généré au niveau de la tuyère augmente avec le nombre de Mach dans la tuyère. Ainsi, un fort nombre de Mach en sortie de la tuyère semble nécessaire pour un niveau élevé du bruit de combustion indirect.

Le modèle numérique du DLR [MUH07] a été comparé aux résultats obtenus sur le banc avec le générateur de perturbations entropiques dans le cas d'une excitation impulsionnelle. Il s'agit d'un calcul URANS compressible. Une très bonne adéquation est obtenue pour le signal temporel des microphones.

#### II.4.7 Le CERFACS : simulations numériques du bruit de combustion

Plus récemment, le CERFACS s'est intéressé au bruit de combustion indirect, mais uniquement du point de vue de la simulation numérique. On peut notamment citer les travaux de Leyko [LEY09] réalisés en collaboration avec SNECMA. Ces travaux sont basés sur le code AVBP, code LES (Large Eddy Simulation) de simulation de la combustion dans une chambre développée par le CERFACS. Leyko a également travaillé sur la détermination de l'importance relative des bruits de combustion direct et indirect. Pour cela, il a développé un modèle analytique de flamme mince similaire à celui de Cumpsty [CUM79] afin d'estimer le rapport entre les sources entropiques et acoustiques dans une chambre de combustion.

### II.5 MODELISATIONS EXISTANTES POUR LES BRUITS DE COMBUSTION

Après avoir présenté les différentes sources de bruit potentielles, on s'intéresse maintenant à quelques modélisations réalisées pour chacune d'elles. Ce résumé est loin d'être exhaustif mais s'intéresse principalement aux modèles analytiques ou empiriques pouvant facilement être mis en œuvre à Turbomeca en phase d'avant-projet.

#### II.5.1 Prédiction du bruit de la flamme

Quelques modèles analytiques ont été développés afin de prédire le bruit de la flamme. Mahan [MAH91] et l'ONERA [HUE07] fournissent des bilans assez complets des principaux modèles. Les



modèles analytiques reprennent l’analogie acoustique développée pour les jets non réactifs en intégrant le processus de combustion. Ceci suppose qu’il n’y a pas de rétroaction de l’acoustique sur la flamme, ce qui est la plupart du temps le cas pour le bruit de la flamme, contrairement aux oscillations forcées. Le premier modèle a été celui de Strahle [STR71][STR78]. Il se base sur l’analogie acoustique de Lighthill [LIG52]. Aux équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, on ajoute une équation de conservation de l’énergie :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\dot{Q}}{\rho T} = \frac{1}{\rho T} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (3)$$

avec :  $s$  entropie massique [en J/K/kg]  
 $Q$  dégagement de chaleur par unité de volume [en J/m<sup>3</sup>]  
 $\rho$  masse volumique [en kg/m<sup>3</sup>]  
 $T$  température [en K]

A partir de ces trois équations, Strahle obtient une équation de propagation pour la pression acoustique dont le second membre, proportionnel à la variation temporelle du dégagement de chaleur, correspond au terme source. Ainsi, Strahle montre que la pression acoustique en champ lointain est proportionnelle à l’intégrale des fluctuations du dégagement de chaleur sur le volume de la zone de combustion, autrement dit la flamme. Huff [HUF84] a également développé un modèle basé sur l’analogie de Lighthill. Il obtient trois termes source correspondant aux fluctuations du dégagement de chaleur, aux fluctuations d’entropie lors de la combustion et à la génération de bruit par la turbulence en dehors de toute combustion.

Chiu & Summerfield [CHI74] ont également développé un modèle analytique prédisant le bruit de combustion, mais ils se sont basés sur l’analogie acoustique de Phillips [PHI60]. Cette analogie tient compte d’un écoulement moyen inhomogène. Tout comme Strahle, ils ont rajouté à l’analogie acoustique classique l’équation (3) de conservation de l’énergie. Ce modèle fait apparaître d’autres termes sources en plus du bruit de la flamme, notamment le bruit de l’écoulement dû à la turbulence. Sous l’hypothèse que le processus de génération du bruit est lié principalement à la turbulence de grande taille, le bruit de la flamme est prépondérant sur les autres sources, conformément à ce qui avait été indiqué par Strahle. Là encore, la pression acoustique en champ lointain peut être exprimée comme l’intégration du terme source sur le volume de la combustion.

La résolution de l’intégrale de volume n’est pas possible directement dans le cas général. Strahle passe par un modèle de la flamme turbulente, pour parties analytique et expérimental. Plusieurs calculs sont réalisés pour différents types de flammes : des flammes de prémélange ou de diffusion, des flammes confinées ou à l’air libre. Huff s’intéresse à la combustion dans les turbomachines. Pour cela, il considère un cylindre infini. La flamme est droite et occupe une section de ce cylindre perpendiculaire à l’axe de révolution. Il néglige le bruit de l’écoulement et le terme source lié aux fluctuations d’entropie, et ne conserve que le bruit de la flamme. Après plusieurs simplifications et l’introduction de paramètres expérimentaux, comme le coefficient d’efficacité de la combustion, il arrive à une formulation de la puissance acoustique en fonction de quelques dimensions caractéristiques et paramètres thermodynamiques décrivant le fonctionnement de la combustion.

Plus récemment, les progrès des calculs numériques ont permis de résoudre numériquement cette intégrale, notamment à partir d'un calcul LES (Large Eddy Simulation) de la zone de combustion. Un premier calcul numérique permet de déterminer tous les paramètres aérodynamiques dans la zone de la flamme. Puis un second calcul aéroacoustique évalue l'intégrale et fournit la pression acoustique rayonnée en champ lointain. Ihme [IHM05] a réalisé des calculs LES pour une flamme turbulente laminaire d'éthylène et de dihydrogène, appelée flamme DLR-A, pour laquelle des mesures de vitesse, de température et de quantités des différentes espèces avaient été réalisées auparavant [BER98][MEI00][SCH03]. Le niveau acoustique de cette flamme ainsi que le spectre associé ont également été mesurés par Singh [SIN04]. La température et les quantités des principales espèces obtenues par le calcul LES sont proches de celles mesurées. Ihme a ensuite commencé l'évaluation des sources acoustiques en s'inspirant de l'analogie de Lighthill, mais aucune comparaison avec les mesures acoustiques de Singh n'est présentée. En France, le CERFACS a mis au point un code de calcul LES (le code AVBP) pour la simulation de l'écoulement dans une chambre de combustion. Mais aucun calcul aéroacoustique s'appuyant sur leur savoir faire en LES n'a été réalisé.

## II.5.2 Modèles de bruit de combustion indirect

En ce qui concerne le bruit de combustion indirect, il n'existe que peu de modélisations. La majorité des auteurs ayant travaillé sur le sujet ont déjà été présentés dans le paragraphe II.4 à propos de leurs travaux sur la séparation des bruits direct et indirect. Un bref résumé des différents modèles est fait ici en les distinguant par type.

### **A. Modèles de type « disque d'action »**

La plupart des modèles développés pour prédire le bruit d'entropie sont des modèles de type « disque d'action », c'est-à-dire que l'élément générateur de bruit est remplacé par une simple discontinuité agissant sur l'écoulement. On peut citer :

- le modèle de Kaji & Okazaki [KAJ70a] destiné à prédire la transmission d'une onde acoustique à travers une grille d'aubes en l'absence de fluctuations de température. C'est un modèle isentropique. La grille est représentée par deux discontinuités : une au bord d'attaque et une au bord de fuite. Entre les deux, on considère la propagation acoustique comme monodimensionnelle. De par son écriture, ce modèle peut être utilisé pour prédire le bruit de vorticité, mais pas celui d'entropie (qui est supposé nul). Il a été validé pour la transmission d'une onde acoustique par comparaison avec un autre modèle des mêmes auteurs [KAJ70b].
- le modèle 1D de Marble & Candel [MAR77] développé pour prédire le bruit d'entropie à l'origine d'instabilités sur la post-combustion des avions supersoniques et sur les fusées.
- le modèle de Cumpsty & Marble [CUM77b], généralisation à deux dimensions du modèle précédent. Il a été développé pour prédire le bruit d'entropie généré sur une turbine de turbomachine par les perturbations entropiques issues de la combustion, mais il permet également de prédire le bruit de vorticité généré par les perturbations tourbillonnaires.
- le modèle de Pickett [PIC75] développé pour prédire le bruit de combustion indirect sur une turbomachine.

La géométrie réelle de l'élément générateur de bruit n'intervenant pas dans la modélisation, chacun de ces modèles peut être utilisé pour une application différente de celle pour laquelle il a été développé. Les modèles de Marble & Candel, Cumpsty & Marble et Pickett seront décrits en

détail au Chapitre IV. On peut préciser que du fait de l'absence du détail de la géométrie, le bruit prédit par ces modèles englobe aussi bien le bruit de vorticité (lié à la déformation de la turbulence par l'écoulement) que le bruit lié à l'interaction de la turbulence avec les aubes. Il est très difficile de dissocier les deux mécanismes en réalité.

### **B. Autre modèle analytique du bruit d'entropie**

Lu [LU77] a développé un modèle afin de prédire le bruit d'entropie généré par une tuyère convergente de forme exponentielle dans laquelle l'écoulement reste subsonique. Ces restrictions lui ont permis de prendre en compte la géométrie réelle lors de l'écriture des équations de conservation et des bilans énergétiques. En fin de compte, son modèle relie le niveau de bruit d'entropie directement aux fonctions d'auto et d'inter-corrélation entre les grandeurs instationnaires (température, pression et vitesse) en amont du convergent. Ce modèle fournit un bruit maximum vers quelques kilohertz, mais n'a pas été validé expérimentalement.

### **C. Modélisation numérique du bruit d'entropie**

Pour ce qui est des modélisations numériques, on peut citer les travaux du CERFACS [LEY09] et du DLR [MUH07] qui ont chacun développé leur propre code de calcul, mais aucune autre étude n'a été menée à ce jour. Ces travaux portent sur la génération du bruit d'entropie dans une tuyère convergente. Les résultats obtenus ont été comparés au modèle analytique de Marble & Candel.

## II.5.3 Lois empiriques concernant le bruit à large bande à l'échappement

Dans un contexte industriel, il est nécessaire d'avoir des modèles simples pour dimensionner le moteur en phase d'avant-projet. Il s'agit généralement de lois obtenues empiriquement par la corrélation entre un certain nombre de paramètres et des niveaux de bruit mesurés. La qualité de la loi dépend directement du choix des paramètres. En effet, ceux-ci doivent être représentatifs de la source de bruit à modéliser, mais doivent également être connus en phase d'avant projet, lorsque le design complet du moteur n'est pas fig , ainsi que lors des mesures du niveau de bruit. On prend souvent des dimensions caractéristiques de la géométrie du moteur ou des paramètres du cycle thermodynamique.

Huff [HUF74] a fait un premier bilan des lois empiriques associées au bruit de combustion sur une chambre ou au bruit interne sur un turboréacteur. On retiendra ici deux lois développées par des motoristes autres que Turbomeca :

- la loi empirique de General Electric développée par Ho & Boyle [HO79],
- la loi semi-empirique de Pratt & Whitney développée par Mathews & Rekos [MAT76] et basée sur la théorie de Strahle [STR71][STR78].

Le niveau de bruit corrélé dans ces lois correspond au niveau obtenu par soustraction du bruit de jet théorique et du bruit de la soufflante au bruit réellement mesuré sur le moteur. L'origine du bruit a été associée à la combustion et les lois sont basées sur des paramètres la caractérisant. Cependant, la pertinence de ces lois reste soumise à une confirmation de l'origine de la source du bruit, point non résolu aujourd'hui.

Turbomeca a également développé ses propres lois concernant le bruit à l'échappement en 1987. Celles se rapportant au bruit à large bande n'ont jamais été actualisées depuis. Pour chacune des lois, un spectre moyen et une directivité issus des mesures sur moteur sont imposés. Seul le niveau de bruit maximum (angulairement et en fréquence) est recalculé en fonction d'un certain nombre de paramètres. Deux lois ont été distinguées afin de séparer :

- le bruit aux basses fréquences. Il a été associé à la combustion. Son spectre moyen est maximum à 400 Hz et son niveau de bruit maximum est calculé en fonction de deux paramètres : la puissance de la chambre de combustion et le débit du mélange air - carburant en sortie de la chambre.
- le bruit aux moyennes fréquences (dit bruit interne). Le spectre moyen est maximum à 2500 Hz avec un niveau important entre 1000 et 4000 Hz. Le niveau maximum est relié à la vitesse de l'écoulement dans une section bien définie du canal inter-turbine ainsi qu'à l'aire de cette section.

Cette séparation a été faite de manière plus ou moins arbitraire et n'est pas toujours en accord avec les spectres observés lors des diverses campagnes de mesures. On reviendra en détail sur ceci dans le Chapitre III. De plus, la question sur l'origine de chacun de ces bruits reste entière, et il ne semble pas possible d'établir une nouvelle loi sans cela. En outre, au vu des sources potentielles de bruit énoncées précédemment, le choix de paramètres caractérisant le canal inter-turbine plutôt que des paramètres associés aux turbines elles-mêmes ne semble pas judicieux.

## II.6 BILAN DES SOURCES POTENTIELLES DE BRUIT A LARGE BANDE

En résumé, deux sources de bruit sont susceptibles d'être à l'origine du bruit à large bande observé à l'échappement des turbomoteurs de Turbomeca. Elles sont toutes les deux liées à la combustion.

- la première regroupe les phénomènes générateurs de bruit à l'intérieur de la chambre. On y retrouve notamment la flamme et le processus même de combustion. Cette source de bruit est à l'origine de ce que l'on appelle le « bruit de combustion direct ». Ce bruit est ensuite transmis à travers les différentes turbines puis rayonne par la tuyère d'échappement.
- la seconde regroupe les phénomènes de conversion de l'énergie des perturbations générées par la combustion en énergie acoustique au niveau des turbines. Elle est à l'origine du « bruit de combustion indirect ». On distingue alors le « bruit d'entropie » lié aux perturbations entropiques (ou de température) et le « bruit de vortacité » lié aux perturbations tourbillonnaires. Cette dernière catégorie regroupe aussi bien les phénomènes de déformation de la turbulence par les forts gradients d'écoulement autour des aubes des turbines que les phénomènes d'interactions entre les aubes et la turbulence.

L'importance relative de ces deux sources de bruit est encore discutée aujourd'hui. Cependant, il semblerait que le bruit de combustion direct apparaisse à des fréquences plus faibles que le bruit de combustion indirect. De plus, un fort nombre de Mach en sortie des tuyères, comme c'est le cas sur les moteurs de Turbomeca, semble être favorable à un niveau élevé du bruit d'entropie.

## **CHAPITRE III**

### **ETUDE EXPERIMENTALE DU BRUIT A**

### **L'ECHAPPEMENT SUR LES MOTEURS TURBOMECA**

Dans le chapitre précédent consacré aux différents mécanismes de génération de bruit à l'échappement d'une turbomachine, deux mécanismes ont été identifiés comme pouvant être à l'origine du bruit sur les turbomoteurs. Il s'agit des bruits direct et indirect de combustion, le premier étant généré dans la chambre de combustion par la flamme et le second au niveau des turbines par les inhomogénéités thermiques et cinétiques provenant de la combustion. L'importance relative de ces deux bruits n'est pas claire et semble dépendre de la géométrie et de la conception de la turbomachine.

Ce chapitre traite plus particulièrement du cas des moteurs de Turbomeca. Il présente notamment l'analyse méthodique et approfondie des mesures faites au cours des trente dernières années sur les différents moteurs de la société. Le banc de mesure est décrit dans la première partie de ce chapitre. Les réflexions acoustiques qui sont une source d'erreur de mesures importante sont étudiées dans la deuxième partie du chapitre. En particulier, leur impact sur les spectres mesurés est détaillé. La troisième partie du chapitre est consacrée à une étude de l'ONERA réalisée dans les années 1980 et visant à déterminer l'origine du bruit à l'échappement sur quelques moteurs de Turbomeca. L'étude tentait notamment de séparer les contributions des turbines et de la chambre. C'est cette étude qui est à l'origine de la distinction entre le bruit dit de combustion et le bruit interne que l'on retrouve dans le code de prédiction du bruit en phase d'avant projet. L'analyse en elle-même de la base d'essais est détaillée dans la quatrième partie du chapitre. Elle s'attarde sur le contenu spectral du bruit rayonné à l'échappement. A partir de ce dernier, plusieurs sources de bruit sont identifiées, chacune d'elles émettant dans une plage de fréquences bien déterminée. L'influence des vitesses de rotation des arbres générateur et moteur est également abordée. Dans une cinquième partie, quelques mesures sur une chambre de combustion débouchant à l'air libre sont décrites et analysées. Ces mesures ont été réalisées sur le banc de recherche en combustion de Turbomeca. Elles fournissent une idée du bruit de la flamme et ont permis de déterminer sa

présence sur un moteur complet et son importance par rapport au bruit indirect. Enfin, la dernière partie du chapitre reprend le bilan des différentes sources de bruit susceptibles d'être présente.

### III.1 DESCRIPTION DU BANC D'UZEIN

Turbomeca dispose de nombreux bancs d'essais. Il existe des bancs dits moteurs et des bancs partiels. Les bancs partiels sont des bancs orientés recherche et sont destinés à étudier le comportement d'un compresseur, d'une turbine ou d'une chambre de combustion. Chaque banc est destiné à un composant particulier. Les bancs moteurs servent pour les premières rotations des moteurs neufs ou les essais de recherche sur un moteur complet. Le banc d'Uzein est le banc de recherche dédié à l'acoustique, même si ce banc sert parfois pour d'autres types d'essais (sans lien avec l'acoustique). C'est un banc moteur à l'air libre. En raison de la place nécessaire et des nuisances sonores liées à un tel banc, il ne se situe pas sur le site de Turbomeca mais à quelques kilomètres sur le site de la CGTM (filiale de Turbomeca) sur la commune d'Uzein (ville de la banlieue paloise). Il a été construit à la fin des années 1970.

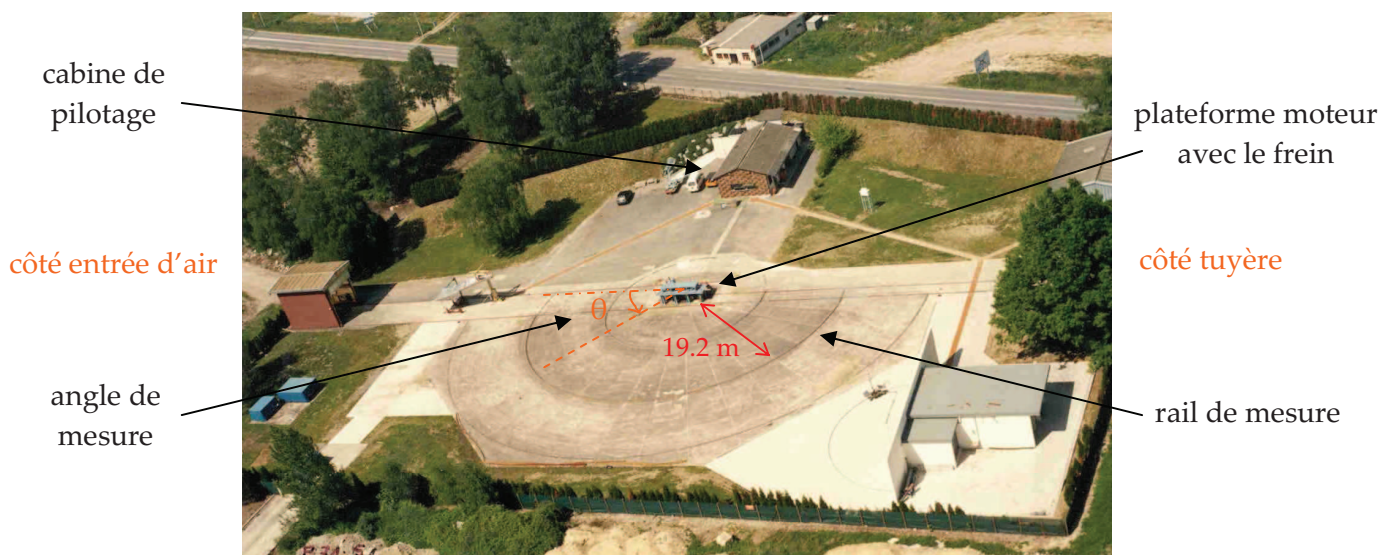


Figure III-1 : vue aérienne du banc d'essais d'Uzein

La Figure III-1 montre une vue aérienne du banc d'Uzein. Le moteur est placé au centre d'une grande aire bétonnée sur une plate-forme à 3 mètres de hauteur. Le moteur entraîne un frein simulant le couple résistant lié à l'entraînement des rotors sur un hélicoptère en vol. Un chariot équipé de trois microphones se déplace sur cette aire le long d'un rail circulaire à 19,5 mètres du moteur. Le robot commence son parcours du côté de l'entrée d'air ( $\theta = 0^\circ$ ) et le termine du côté de la tuyère ( $\theta = 180^\circ$ ). Lors d'une campagne d'essais classique, une mesure acoustique est réalisée tous les  $10^\circ$ . L'ensemble des mesures dure de 45 minutes à 1h30. Durant tout ce temps, le régime du moteur est stabilisé à une valeur prédéterminée, souvent l'un des trois régimes de certification (régimes « approche », « survol » et « décollage »). Ces régimes acoustiques sont différents d'un moteur à l'autre et sont déterminés par l'hélicoptériste.

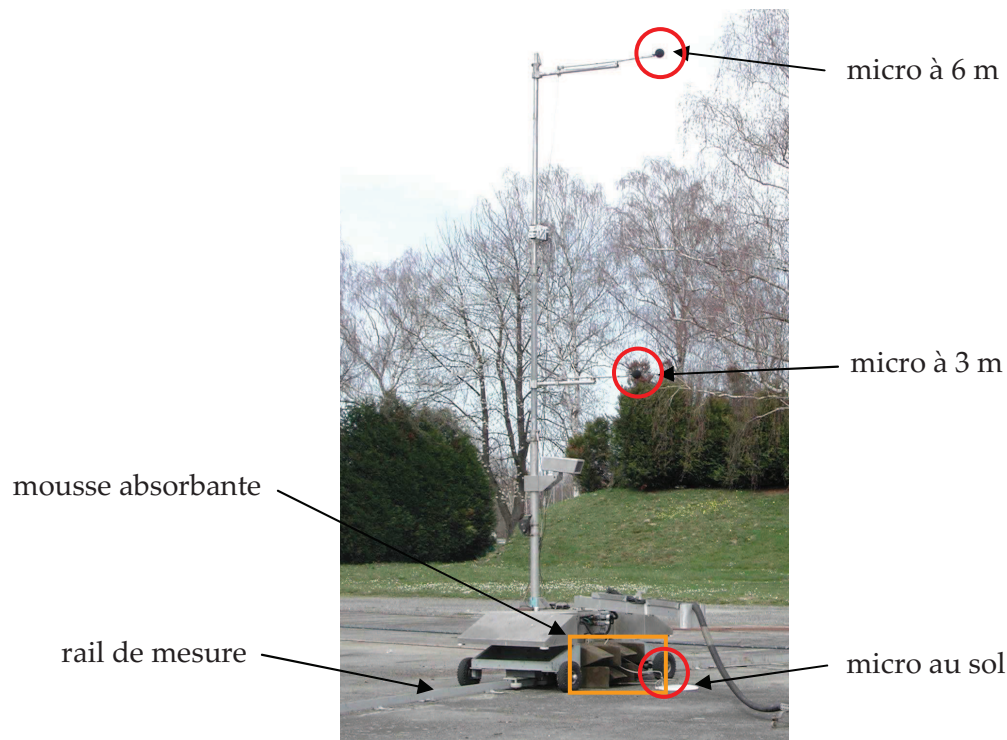


Figure III-2 : vue du robot soutenant les trois microphones

La Figure III-2 montre le robot supportant les trois microphones, datant du milieu des années 1980. Il est guidé par un rail. Les microphones sont fixés à des hauteurs différentes : le premier au niveau du sol, le deuxième à 3 mètres et le dernier à 6 mètres. Ils sont positionnés tous les trois à la même distance du centre du moteur : 19,2 mètres. Les deux microphones en l'air sont placés au bout d'une perche. Le microphone au sol est fixé sur un support amovible venant s'attacher sur le robot (cf. Figure III-3). Ce support comporte des dièdres de mousses venant recouvrir, lorsqu'il est en place, une partie de la face avant du robot. Le microphone est positionné à 7 mm au dessus d'une plaque circulaire, la partie sensible tournée vers le bas. Ce dispositif permet de minimiser la distance entre le microphone et le sol, ceci dans le but de supprimer l'effet du sol sur les mesures comme nous le verrons dans la prochaine partie. Le microphone est excentré sur la plaque afin de limiter un effet de diffraction lié au bord de la plaque.



Figure III-3 : vue du microphone au sol avec son support

Lors d'une mesure classique, les spectres en tiers d'octave et en bandes fines sont enregistrés pour chaque microphone et chaque angle. Une mesure des conditions atmosphériques (pression, température, vitesse et angle du vent) est réalisée en début et en fin de séance. Les données temporelles ne sont actuellement que rarement conservées. Les spectres en bandes fines sont

acquis et conservés systématiquement depuis la fin de l'année 1986. Durant les années 1985 et 1986, un seul spectre en bandes fines était conservé, celui du microphone proche du sol. Auparavant, le signal était également enregistré sur des bandes magnétiques, ce qui permettait de générer à nouveau un spectre si nécessaire. Cependant, même s'ils sont acquis, les spectres en bandes fines sont peu utilisés à Turbomeca et ne sont pas toujours dépouillés.

Un système d'acquisition Hewlett-Packard (HP) était utilisé jusqu'en 2005. Depuis, il a été remplacé par un système Oros. Le tableau ci-dessous donne les paramètres des spectres en bandes fines acquis avec chacun de ces deux systèmes (fréquence d'échantillonnage, nombre de points et fréquence maximale). Les spectres en tiers d'octave contiennent toujours trente deux valeurs (tous les tiers d'octave compris entre ceux centrés sur 16 Hz et 20 kHz), quel que soit le microphone considéré ou le système d'acquisition utilisé.

		micro au sol	micro 3 et 6 m
système HP (avant 2005)	largeur des bandes	8 Hz	32 Hz
	nombre de points	801	801
	fréquence maximale	6400 Hz	25600 Hz
système Oros (après 2005)	largeur des bandes	8 Hz	8 Hz
	nombre de points	3201	3201
	fréquence maximale	25600 Hz	25600 Hz

**Tableau III-1 : largeur des bandes, nombre de points et fréquence maximale des spectres en bandes fines acquis par chacun des systèmes d'acquisition**

Avec l'ancien système d'acquisition, la fréquence d'échantillonnage n'est pas la même pour les spectres en bandes fines mesurés par les microphones au sol et en l'air. Ainsi, pour comparer les spectres de ces microphones, il est nécessaire au préalable de rééchantillonner à 32 Hz le spectre acquis en 8 Hz. Il en est de même pour comparer deux spectres mesurés par un microphone en l'air acquis à plusieurs années d'intervalle avec des systèmes d'acquisition différents. En effet, le niveau d'un spectre acoustique dépend de la fréquence d'échantillonnage, à la différence du niveau global de bruit qui est obtenu en sommant le niveau sur toutes les fréquences. Par exemple, sur la Figure I-7, le spectre du moteur A avec le silencieux sur l'entrée d'air a dû être rééchantillonné puisqu'il a été acquis quelques années après les deux autres et que le système d'acquisition a changé entre temps. Malgré cela, les spectres sans silencieux (acquis avec le HP) et avec le silencieux sur l'entrée d'air (acquis avec l'Oros) sont très proches aux fréquences où le bruit à l'échappement prédomine, montrant peu de différences dans le calcul de la transformée de Fourier entre les deux systèmes d'acquisition.

Comme signalé auparavant, seuls les spectres en tiers d'octave sont utilisés couramment à Turbomeca. Théoriquement, les trois microphones devraient mesurer le même bruit, mais à cause d'erreurs de mesure, ce n'est pas le cas. L'erreur la plus importante est due à la réflexion du bruit sur l'aire bétonnée. Afin de corriger les spectres mesurés, une étude a été menée en 1987 [FAR86]. Une campagne d'essais sur le banc a notamment permis d'identifier l'effet des réflexions sur les spectres et de mettre en place une procédure de correction des spectres mesurés. Cette procédure est encore en vigueur aujourd'hui. Le spectre corrigé est égal :

- au spectre du microphone au sol pour les fréquences inférieures à 1000 Hz,



- à une moyenne pondérée des spectres des deux autres microphones pour les fréquences supérieures. Les coefficients de pondération ont été déterminés expérimentalement par comparaison de mesures simultanées en champ proche et en champ lointain.

## III.2 ETUDE DES REFLEXIONS ACOUSTIQUES SUR LE BANC D'UZEIN

La réflexion du bruit du moteur sur certaines surfaces de l'environnement du banc est à l'origine d'erreurs de mesures. Il en résulte une modulation en fréquence se traduisant par la présence d'arches sur les spectres mesurés. Avant d'étudier la base d'essais, il est important d'identifier les réflexions acoustiques présentes sur le banc d'Uzein afin de déterminer si les bosses observées sur les spectres proviennent d'un artefact de mesure ou correspondent réellement à une source de bruit.

### III.2.1 Etude théorique des réflexions acoustiques

Si lors d'une mesure acoustique, une surface plane se trouve à proximité de la source de bruit ou de la zone de mesure, le spectre mesuré par le microphone diffère légèrement du spectre réel de la source en raison des ondes réfléchies sur cette surface. La pression mesurée est en réalité la somme de la pression acoustique réellement émise par le moteur et de la pression de l'onde réfléchie. Ces deux pressions ne se propageant pas sur la même distance, elles sont déphasées. Dans ce manuscrit, la fonction d'interférence désigne la différence entre les spectres mesurés et effectivement émis. On parle de fonction d'interférence en bandes fines ou en tiers d'octave en fonction du type de spectre à partir duquel elle est obtenue.

#### A. Spectre en bandes fines

Dans le cas particulier d'une source de type monopolaire, c'est à dire ponctuelle et isotrope, la fonction d'interférence en bandes fines peut facilement être explicitée. Le calcul, inspiré de celui de Lewy [LEW00], est détaillé dans l'Annexe B. La fonction d'interférence s'écrit :

$$\Delta L(f) = L - L_i = 10 \log \left[ 1 + \left( \frac{r}{r'} g \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r'} g \right) \cos \left( 2\pi f \frac{\Delta r}{a} - \varphi \right) \right] \quad (4)$$

$L$	niveau acoustique mesuré [en dB/Hz]
$L_i$	niveau acoustique incident i.e. rayonné par le moteur [en dB/Hz]
$r$	distance parcourue par le rayonnement incident [en m]
$r'$	distance parcourue par le rayonnement réfléchi [en m]
$\Delta r$	$= r - r'$
$a$	vitesse du son [en m/s]
$G$	coefficient de réflexion de la surface considérée $= g e^{i\varphi}$

Dans un premier temps, nous supposons que le coefficient de réflexion  $g$  ne dépend pas de la fréquence. C'est par exemple le cas d'une surface parfaitement réfléchissante pour laquelle  $g = 1$ .

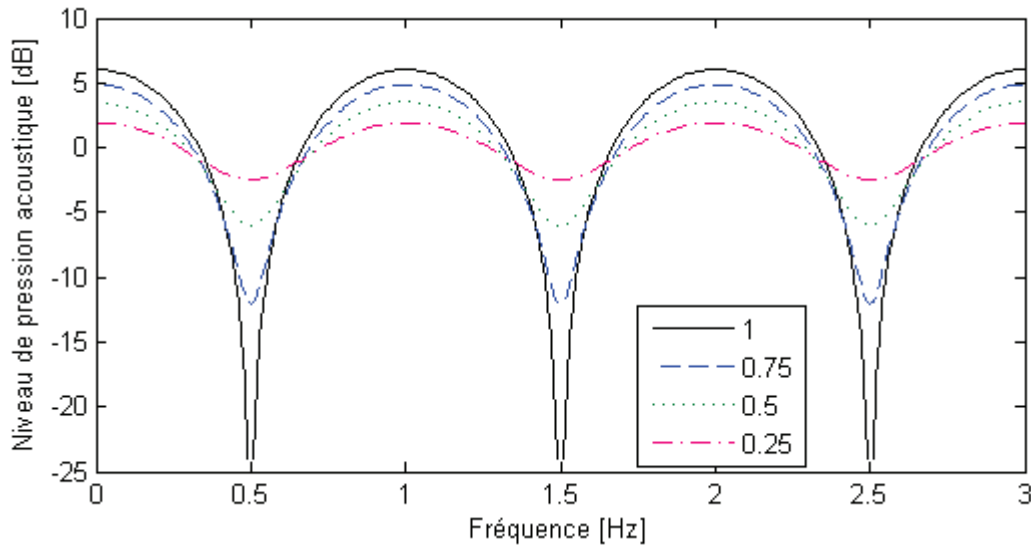


Figure III-4 : différence de niveau entre les mesures avec et sans réflexion pour différentes valeurs de  $(g*r/r')$

La Figure III-4 présente l'évolution de la fonction d'interférence en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du produit  $g*r/r'$ . Les réflexions génèrent une modulation en fréquence du signal mesuré. Le principe est le même que pour des interférences lumineuses : le spectre mesuré est alternativement amplifié et atténué. L'amplification maximale est au plus de 6 dB (dans le cas où  $g*r/r' = 1$ ). Elle correspond à des interférences constructives, c'est-à-dire que les deux pressions acoustiques perçues par le microphone, celle provenant directement du moteur et celle réfléchiée, sont en phase. Au contraire, l'atténuation maximale engendrée par les réflexions peut être très importante, allant jusqu'à plus de 20 dB dans certains cas. Elle est obtenue lorsque les deux pressions perçues par le microphone sont en opposition de phase. C'est cette atténuation très importante qui rend difficile la lecture des spectres.

On constate que la fonction d'interférence est périodique. La période peut être déterminée par un simple calcul géométrique de la différence de marche  $\Delta r$  entre les rayons incident et réfléchi :

$$\Delta f = \frac{a}{\Delta r}$$

L'expérience montre que ce calcul simplifié fournit une bonne estimation de la période, y compris dans les cas plus complexes où la source n'est pas strictement ponctuelle ou isotrope.

Cette fonction simplifiée montre également que le niveau des interférences est important si :

- le coefficient de réflexion  $g$  est proche de 1, soit si la surface est parfaitement réfléchissante.
- la différence de marche  $\Delta r$  est faible, c'est-à-dire que la surface réfléchissante est proche de la source ou du microphone.

En réalité, pour la majorité des matériaux, le coefficient de réflexion  $g$  dépend de la fréquence. Il est relié au coefficient de Sabine  $\alpha$  du matériau composant la surface réfléchissante :

$$g = \frac{r'}{r} \sqrt{1 - \alpha}$$

Le coefficient de Sabine est une grandeur caractéristique du matériau. Il ne dépend que de celui-ci et correspond à sa capacité à absorber l'énergie acoustique. S'il est égal à un, le matériau absorbe complètement les sons. Au contraire, s'il est égal à zéro, le matériau réfléchit tous les sons. Pour la plupart des matériaux usuels, le coefficient de Sabine augmente avec la fréquence, et par conséquent le coefficient de réflexion  $g$  diminue avec la fréquence. Ainsi, d'après la Figure III-4, les réflexions acoustiques sont gênantes principalement à basse fréquence.

### **B. Spectres en tiers d'octave**

La fonction d'interférence étant périodique, son écriture en tiers d'octave n'est pas forcément judicieuse car elle masque cette périodicité. Toutefois, le calcul peut être fait comme décrit dans l'Annexe B :

$$\Delta N(f_c) = 10 \log \left[ 1 + \left( \frac{r}{r'} g \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r'} g \right) \frac{\int_{f_1}^{f_2} p_i^2(f) \cos \left( \frac{2\pi f}{\Delta f} - \varphi \right) df}{\int_{f_1}^{f_2} p_i^2(f) df} \right]$$

où :  $\Delta N$  différence entre le niveau mesuré avec réflexion et le niveau réel dans le tiers d'octave [en dB]  
 $f_c$  fréquence centrale du tiers d'octave [en Hz]  
 $f_1$  fréquence minimale du tiers d'octave [en Hz]  
 $f_2$  fréquence maximale du tiers d'octave [en Hz]  
 $p_i(f)$  pression acoustique réelle de la source à la fréquence  $f$  [en Pa]

L'expression est similaire à celle obtenue en bandes fines. Seul le cosinus est remplacé par une fonction plus complexe dépendant de la pression à mesurer. En plus de la perte de la périodicité, cette dépendance rend l'étude des réflexions sur des spectres en tiers d'octave délicate, voire impossible.

Dans le cas particulier d'un bruit blanc (identique à toutes les fréquences), les intégrales peuvent être explicitées. La fonction d'interférence se résume alors à :

$$\Delta N(f_c) = 10 \log \left\{ 1 + \left( \frac{r}{r'} g \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r'} g \right) \operatorname{sinc} \left[ \frac{2\pi f_c}{\Delta f} \left( \frac{f_2 - f_1}{2f_c} \right) \right] \cos \left[ \frac{2\pi f_c}{\Delta f} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{f_2 - f_1}{2f_c} \right)^2} \right) \right] \right\}$$

Cette fonction est présente dans un rapport interne de Turbomeca datant de 1986 [FAR86]. Elle a servi de base à toute l'étude expérimentale de l'année 1987 sur les réflexions liées au sol. Elle n'est pas périodique à cause de la présence du sinus cardinal. De plus, une petite variation de la période  $\Delta f$  change complètement sa forme. Les tiers d'octave amplifiés par les réflexions ne sont plus les mêmes.

Comme mentionné à la fin de la description du banc (paragraphe III.1), il existe à Turbomeca une correction sur les spectres en tiers d'octave des réflexions liées au sol. La période a été identifiée une seule fois et la correction est identique pour tous les moteurs. Or, d'après la théorie, la correction devrait dépendre de la source de bruit à mesurer d'une part, et de la période d'autre

part. Or cette dernière dépend de la température ambiante (via la vitesse du son) mais aussi, comme nous le verrons plus tard, du moteur dont l'axe général n'est pas toujours tout à fait à la même hauteur. Dans la suite de ce manuscrit, sauf mention contraire, seuls les spectres en bandes fines sont utilisés.

### III.2.2 Cepstre et identification des réflexions sur le banc d'Uzein

Sur un spectre issu d'une mesure, la modulation en fréquence n'est pas toujours facilement repérable. Une technique consiste à faire une transformée de Fourier du spectre. Cette nouvelle fonction, transformée de Fourier du spectre, est appelée *cepstre* [BOG63]. On rappelle que le spectre donne le niveau acoustique en dB en fonction de la fréquence. Ainsi, le cepstre est fonction d'une grandeur homogène à un temps appelée *quéfrence*. Le niveau acoustique mesuré étant la somme du niveau du moteur et d'une fonction d'interférence, le cepstre du spectre mesuré sera la somme du cepstre de la pression acoustique du moteur et du cepstre de la fonction d'interférence. Cette dernière étant périodique (de périodicité  $\Delta f$ ), son cepstre est un peigne de Dirac aux quéfrences multiples de  $1/\Delta f$ . Ainsi, la présence de réflexions acoustiques se manifeste par l'apparition de raies sur le cepstre du signal mesuré, et la détermination des quéfrences associées à ces raies permet d'estimer la période  $\Delta f$  ainsi que la différence de marche  $\Delta r$ . A partir de cette dernière grandeur, on peut évaluer le lieu des réflexions.

Puisque le signal mesuré est échantillonné, son spectre l'est également. En conséquence, la lecture des quéfrences associées aux raies ne fournit que des valeurs discrètes de la période  $\Delta f$ . La précision sur  $\Delta f$  ainsi que la valeur maximale  $\Delta f_{\max}$  déterminable par cette méthode dépendent donc de la quéfrence maximale  $q_{\max}$  et de la période d'échantillonnage  $\Delta q$  du cepstre, c'est-à-dire de la manière de réaliser la transformation de Fourier.

Afin d'améliorer sa qualité, une transformée de Fourier est souvent calculée avec une fenêtre, généralement celle de Hanning, et sur plusieurs périodogrammes. Un périodogramme est une petite partie du signal initial contenant moins de points que le signal complet. L'ensemble des périodogrammes couvre le signal complet. Les périodogrammes peuvent être adjacents ou se recouvrir partiellement. Le calcul de transformée de Fourier est fait sur chacun des périodogrammes, puis ces différentes transformées partielles sont moyennées. Ce procédé permet d'augmenter la qualité de la transformée finale, mais se fait au détriment de la précision car le calcul est effectué sur un nombre de points inférieur au nombre total de points du signal initial. Quant à l'utilisation d'une fenêtre, par exemple celle de Hanning, elle a tendance à lisser la transformée et aplatir les raies.

Un cepstre servant à repérer des raies, une bonne qualité de la transformée de Fourier n'est pas nécessaire. Il est préférable de favoriser le nombre de points. Les calculs de cepstres présentés dans la suite de ce rapport ont été réalisés sans fenêtrage, sur un seul périodogramme et après avoir filtré la composante continue du spectre. Dans ces conditions, la précision et la valeur maximale de  $\Delta f$  sont déterminés par :

$$\text{précision sur } \Delta f : \frac{1}{q_{\max}} = f_{\text{éch}} ; \quad \Delta f_{\max} = \frac{1}{\Delta q} = \frac{Nf_{\text{éch}}}{2,56}$$

$f_{\text{éch}}$  fréquence d'échantillonnage [en Hz]  
 $N$  nombre de valeurs ou points du spectre

Les valeurs numériques sont données dans le tableau ci-dessous pour chacun des microphones et systèmes d'acquisition. Elles sont calculées à partir des données (fréquences d'échantillonnage et nombre de points) du Tableau III-1.

		micro au sol	micro 3 et 6 m
système HP (avant 2005)	précision sur $\Delta f$	8 Hz	32 Hz
	$\Delta f_{\text{max}}$ (spectre complet)	2500 Hz	10000 Hz
	$\Delta f_{\text{max}}$ (spectre 0-6kHz)	2300 Hz	2300 Hz
système Oros (après 2005)	précision sur $\Delta f$	8 Hz	8 Hz
	$\Delta f_{\text{max}}$ (spectre complet)	10000 Hz	10000 Hz
	$\Delta f_{\text{max}}$ (spectre 0-6kHz)	2300 Hz	2300 Hz

Tableau III-2 : précision et valeur maximale théoriques de la période  $\Delta f$  déterminable en utilisant le cepstre

En réalité, la précision est inférieure à cette précision théorique, notamment parce que la fonction d'interférence n'est pas complètement périodique, mais pseudo-périodique avec un amortissement à haute fréquence. En particulier, le cepstre ne permet pas de saisir les grandes périodicités. Les réflexions étant moins prononcées à haute fréquence, il est également préférable de réaliser le cepstre sur un spectre limité en fréquence présentant des interférences bien marquées.

Lors de l'étude des spectres des moteurs, l'étude a été limitée à la plage de fréquences 0 - 6 kHz. D'une part le bruit à large bande à étudier se situe dans cette plage de fréquences, et d'autre part les spectres acquis avec l'ancien système ne l'ont été que jusqu'à 6400 Hz. Deux exemples d'utilisation du cepstre à partir des mesures sur le moteur C et le moteur D sont présentés ici. Les spectres mesurés par les trois microphones ainsi que les cepstres calculés à partir de ces spectres sont tracés sur la Figure III-5 pour le moteur C et la Figure III-6 pour le moteur D.

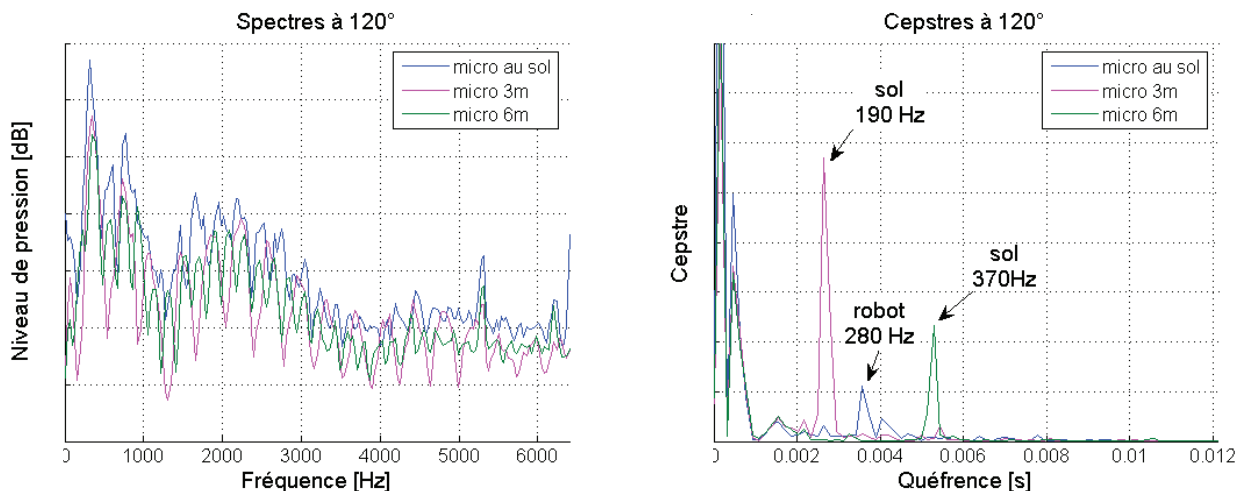


Figure III-5 : spectres mesurés par les 3 microphones sur un moteur C (régime décollage) et cepstres associés (spectre du micro au sol rééchantillonné à 32 Hz)

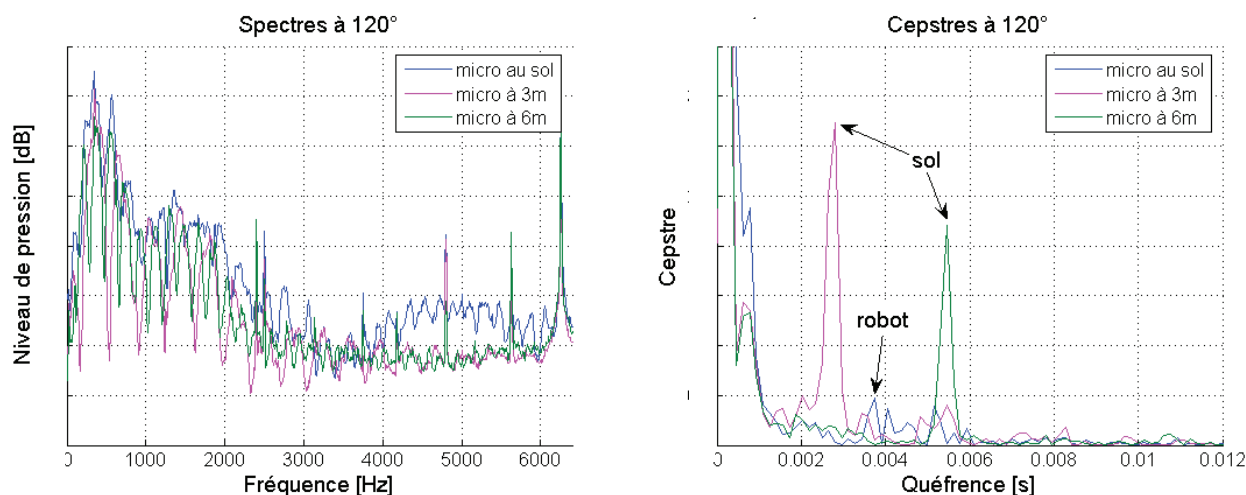


Figure III-6 : spectres mesurés par les 3 microphones sur un moteur D (régime PMU) et cepstres associés

L'étude de ces cepstres révèle deux pics importants : le premier sur le cepstre du microphone à 3 m correspondant à une période de 370 Hz, et le second sur le cepstre du microphone à 6 m correspondant à une période deux fois plus faible de 190 Hz. Ces raies se retrouvent lors de l'analyse des mesures à d'autres régimes et sur d'autres moteurs, à peu près aux mêmes quérences. L'écart sur les périodes estimées est de l'ordre de seulement 20 Hz. Dans tous les cas, l'amplitude de la raie associée au microphone à 3 m est deux fois plus importante que celle associée au microphone à 6 m. Ceci peut également être vu directement sur les spectres puisque l'amplitude des arches est plus importante sur celui du microphone à 3 m que sur celui à 6 m.

Une autre raie importante apparaît sur le cepstre du microphone au sol correspondant à une période d'environ 280 Hz. Son niveau est plus faible que celui des deux raies mentionnées précédemment, mais l'amplitude des arches associées reste conséquente et gênante pour une analyse directe du spectre. Sur beaucoup des cepstres obtenus à partir des autres moteurs, elle s'accompagne d'autres raies à proximité, avec une quérence comprise entre  $q = 0,0025$  et  $0,0050$ . Ceci correspond à des réflexions avec une périodicité comprise entre 200 et 400 Hz.

Une raie vers  $q = 0,004 / 0,005$ , correspondant à une période de 2 kHz, est observée sur les cepstres des trois microphones du moteur C. Elle est visible avec une amplitude moindre sur les cepstres du moteur D. Plus généralement, elle n'apparaît que sur les cepstres de certains moteurs. Une explication possible est que cette raie se situe à la limite de la plage de quérences identifiables par la méthode du cepstre. Cependant, cette périodicité semble plus liée à la forme du spectre du bruit du moteur qu'à une quelconque réflexion.

Bien qu'aucune autre raie ne figure sur les cepstres, la comparaison des spectres mesurés par les trois microphones révèle la présence d'arches sur le spectre du microphone au sol. Celles-ci sont observables aussi bien sur les spectres mesurés à l'entrée d'air qu'à l'échappement. Elles sont plus ou moins marquées selon les moteurs. Une bosse maximale à 5 kHz est présente sur les spectres de quasiment tous les moteurs. Elle est bien visible sur le spectre du moteur D. Une première bosse à 2 kHz est également visible sur certains spectres, notamment ceux du moteur E. Elle est difficile à repérer car elle se confond avec le spectre réel du moteur qui présente parfois un maximum vers cette fréquence. Les spectres acquis avec le nouveau système, autrement dit ceux pour lesquels la fréquence maximale est supérieure à 6400 Hz, présentent également des bosses à plus haute

fréquence, vers 8 et 11 kHz. Ainsi, ces arches ont une période d'environ 3 kHz. Cette période est trop grande pour être détectée sur les cepstres, ce qui explique l'absence de raies. De plus, ces arches semblent parfois apparaître sur les microphones à 3 et 6 mètres, mais avec une amplitude maximale de l'ordre de 1 ou 2 dB alors qu'elle atteint 5 à 10 dB sur les spectres du microphone au sol.

quéfrence	$\Delta f$ associée	micro affecté	moteurs	origine
0.0027 s	~ 370 Hz	micro à 3m	tous	sol
0.0052 s	~ 190 Hz	micro à 6m	tous	sol
0.0036 s	~ 280 Hz	micro au sol	tous	robot
non visible	~ 3 kHz	micro au sol	quasi tous	robot
0.0004 – 0.0005 s	~ 2000 - 2500 Hz	les trois	quelque uns	bruit moteur

Tableau III-3 : liste des quéfrences identifiées sur les cepstres et périodicité  $\Delta f$  associée pour chaque microphone

Le Tableau III-3 récapitule, pour chacune des raies identifiées sur les cepstres du moteur C et du moteur D, la quéfrence, la période correspondante, le microphone affecté, une indication de la fréquence à laquelle elle est rencontrée sur les autres moteurs, ainsi que l'origine de la réflexion associée. Cette dernière est expliquée et décrite dans les deux prochains paragraphes. L'argumentation se base principalement sur un calcul théorique de la période de la fonction d'interférence (i.e. la différence de marche) et de la comparaison de cette période avec celles observées. Des mesures avec et sans le robot permettent également de confirmer l'origine de certaines raies.

### III.2.3 Réflexion sur le sol

Le sol est la première source de réflexions sur le banc acoustique de Turbomeca. Elle est inévitable, et concerne a priori les trois microphones, d'où l'importance de bien l'identifier. L'aire de mesure est en béton et est souvent assimilée à une surface parfaitement réfléchissante.

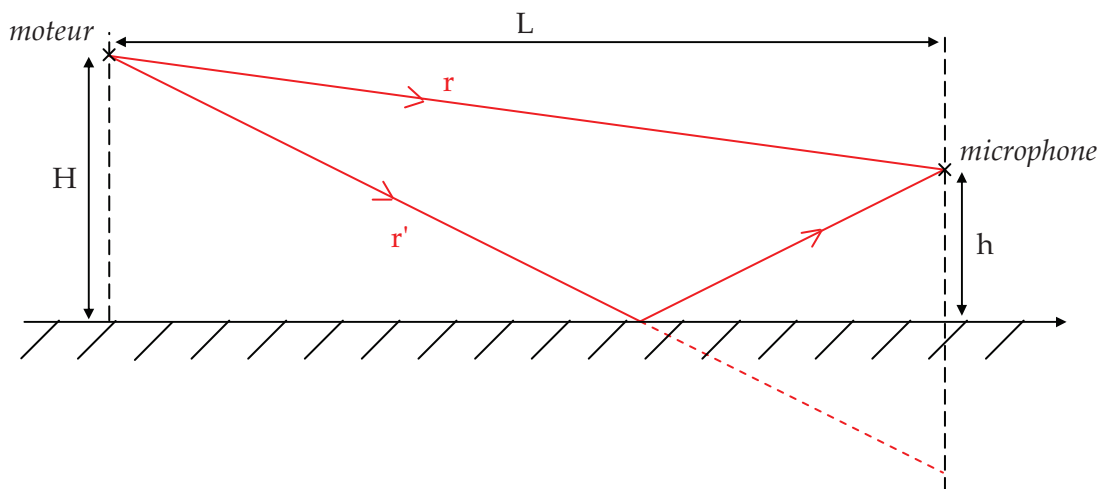


Figure III-7 : représentation schématique du banc de mesure et des réflexions acoustiques sur le sol

La différence de marche  $\Delta r$  est déterminée géométriquement en se basant sur la Figure III-7 :

$$\Delta r = -r + \sqrt{r^2 + 4Hh}$$

avec :  $L$  distance entre le microphone et le moteur, soit 19,2 m

$H$  hauteur du moteur, soit 3 mètres

$h$  hauteur du microphone, soit 7 mm, 3 m ou 6 m

Pour une vitesse du son dans l'atmosphère d'environ 340 m/s, les périodes d'interférences pour chaque microphone sont :

$h$	$\Delta f$
7 mm	157 000 Hz
3 m	375 Hz
6 m	192 Hz

Ces périodes peuvent légèrement varier d'un moteur à l'autre étant donné que l'axe du moteur n'est pas toujours à la même hauteur. Une variation de quelques centimètres de l'axe engendre une modification de la période de quelques dizaines de hertz et un décalage des arches.

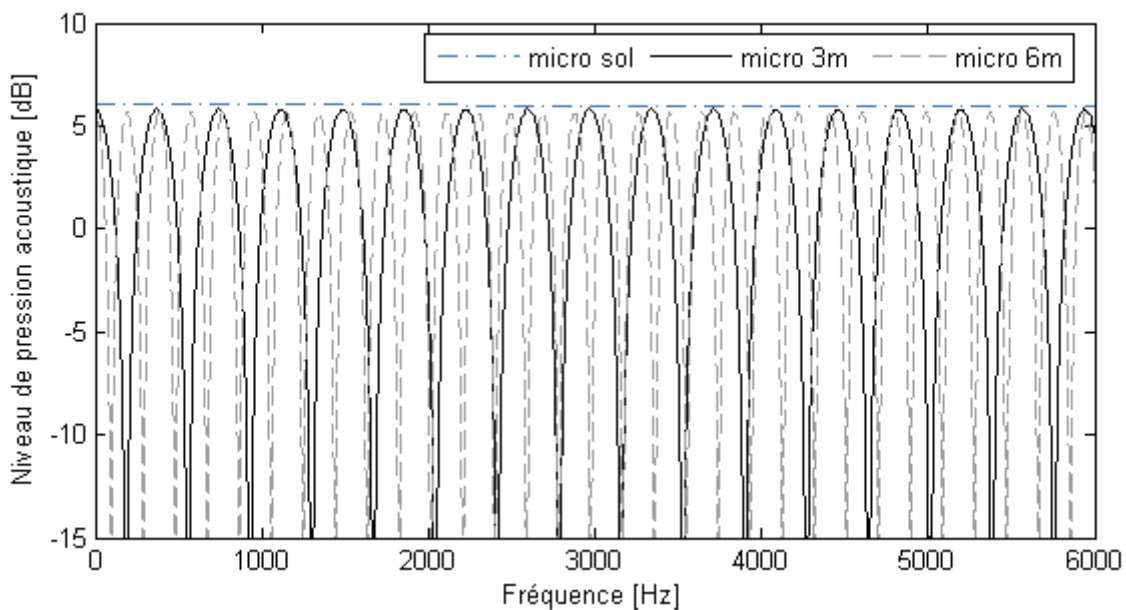


Figure III-8 : courbes d'interférences dues aux réflexions sur le sol pour les 3 microphones en supposant le sol parfaitement réfléchissant ( $g = 1$ )

La Figure III-8 représente pour les trois microphones, sur la plage de fréquences qui nous intéresse, la fonction d'interférence théorique obtenue en supposant un sol parfaitement réfléchissant ( $g = 1$ ). Pour le microphone au sol, les interférences dues au sol ne sont pas visibles sur cette plage de fréquences. Cela vient de sa position dite inversée, avec la partie sensible tournée vers le bas, qui permet de minimiser la distance entre le microphone et le sol (7 mm). Au contraire, pour les deux autres microphones, la période des interférences est faible, ce qui rend les mesures très perturbées sur la totalité du spectre.



En réalité, sur les spectres mesurés sur moteur (cf. Figure III-5 et Figure III-6), les réflexions dues au sol sont gênantes principalement aux basses fréquences. Une explication possible est l'absorption partielle du son par le sol à partir d'une certaine fréquence. Pour le béton, le coefficient de Sabine dépend de sa fabrication et de ses proportions. Cependant, un ordre de grandeur peut être donné afin d'évaluer l'effet de l'absorption du béton :

fréquence [Hz]	125	250	500	1000	2000	4000
coefficient de Sabine	0,02	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05

Tableau III-4 : coefficient de Sabine pour un béton moyen

Le coefficient  $g^*r/r'$  peut alors être évalué à partir de ces valeurs. Il varie peu avec la fréquence, de 0,99 vers 125 Hz à 0,98 vers 4000 Hz. En se basant sur ce résultat, l'absorption du béton serait négligeable et ne pourrait expliquer à elle seule l'atténuation à haute fréquence.

Vers 1500 Hz, l'amplitude des arches dues à la réflexion sur le sol est de 15 dB sur le microphone à 3 mètres et de 10 dB sur celui à 6 mètres. Ainsi, le spectre du microphone à mi-hauteur est plus perturbé que celui du microphone le plus haut. On retrouve ce qui était prévu par la théorie, à savoir que plus la surface réfléchissante, ici le sol, est proche du microphone, plus l'influence de la réflexion est importante.

### III.2.4 Réflexion sur le robot

Les réflexions sur les microphones à 3 et 6 mètres ont été expliquées par la présence du sol. Il ne reste plus qu'à expliquer celles affectant le microphone au sol. Deux périodes distinctes sont observées : la première de 280 Hz et la seconde d'environ 3 kHz. Le seul élément dans le voisinage du microphone au sol pouvant affecter ces mesures mais pas celles des deux autres microphones est le robot supportant tous les microphones, malgré la présence de mousse absorbante sur ce dernier ; en effet, la mousse ne présente pas une épaisseur suffisante pour absorber les basses fréquences, et ne recouvre pas toute la surface du robot.

Dans une première approche, le robot peut être considéré comme un rectangle situé à une distance  $d$  du microphone. La propagation des ondes sonores peut alors être schématisée comme sur la Figure III-9.

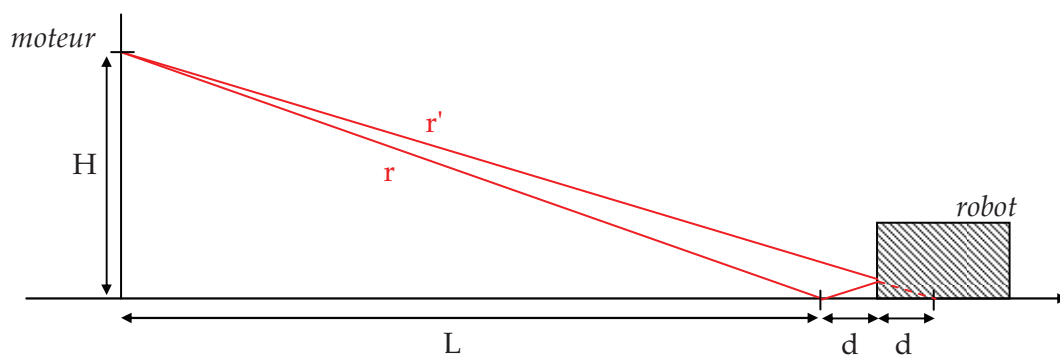


Figure III-9 : représentation schématique du banc de mesure et réflexion acoustique sur le robot

Comme précédemment, la différence de marche est obtenue par un simple calcul géométrique :

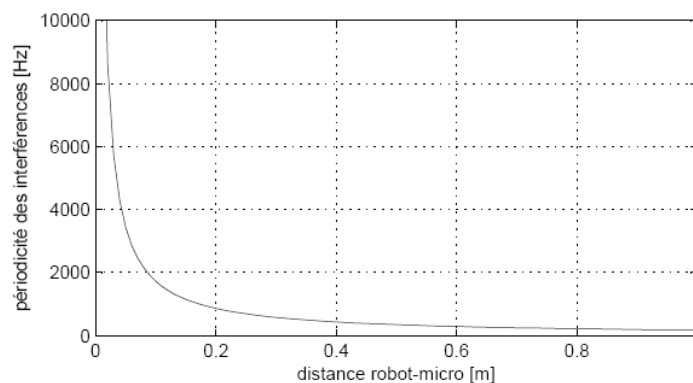
$$\Delta r = -r + \sqrt{r^2 + 4d(L + d)}$$

où:  $L$  distance entre le microphone et le moteur, soit 19,2 m

$H$  hauteur du moteur, soit 3 mètres

$d$  distance entre le microphone et le robot (en mètres)

La Figure III-10 présente l'évolution de la périodicité des interférences  $\Delta f$  avec la distance  $d$ . En effet, le robot n'étant pas un simple rectangle, plusieurs distances  $d$  entre le microphone et le robot peuvent être mesurées en fonction de l'endroit sur le robot que l'on considère : la face avant métallique, les roues, la mousse, ... La vitesse du son dans l'atmosphère est prise égale à 340 m/s.



**Figure III-10 : évolution de la périodicité des interférences dues à la réflexion sur le robot en fonction de la distance entre ce dernier et le microphone**

Une période de 280 Hz correspond à une distance entre le robot et le microphone d'environ 60 cm. Cette distance est compatible avec une réflexion sur la face avant du robot. Sur certains moteurs, le cepstre montre plusieurs périodes comprises entre 200 et 400 Hz. Elles correspondent à des distances comprises entre 40 et 80 cm, tout aussi plausibles. Par contre, la période de 3 kHz correspond à une distance d'environ 5 cm qui est bien inférieure à la distance réelle entre le microphone et le robot.

L'étude théorique ne s'avérant pas suffisante pour localiser les réflexions, des mesures ont été réalisées début 2008. Le moteur utilisé est le moteur D qui présente des arches sur les spectres mesurés par le microphone au sol avec des périodes de 280 Hz et 3 kHz. Les mesures sont faites à une seule position angulaire avec et sans le robot.

Deux configurations de mesures sans robot sont possibles en fonction de la position du support du microphone et des dièdres de mousse (qui sont solidaires du support) par rapport au rail et au moteur. Elles sont schématisées sur la Figure III-11. Dans la première configuration, le support est placé comme sur le robot. Dans la deuxième, le support est tourné de 90° par rapport à sa position habituelle. Suite aux premières mesures qui ont mis en évidence une réflexion sur le rail, ce dernier a été couvert de mousse.

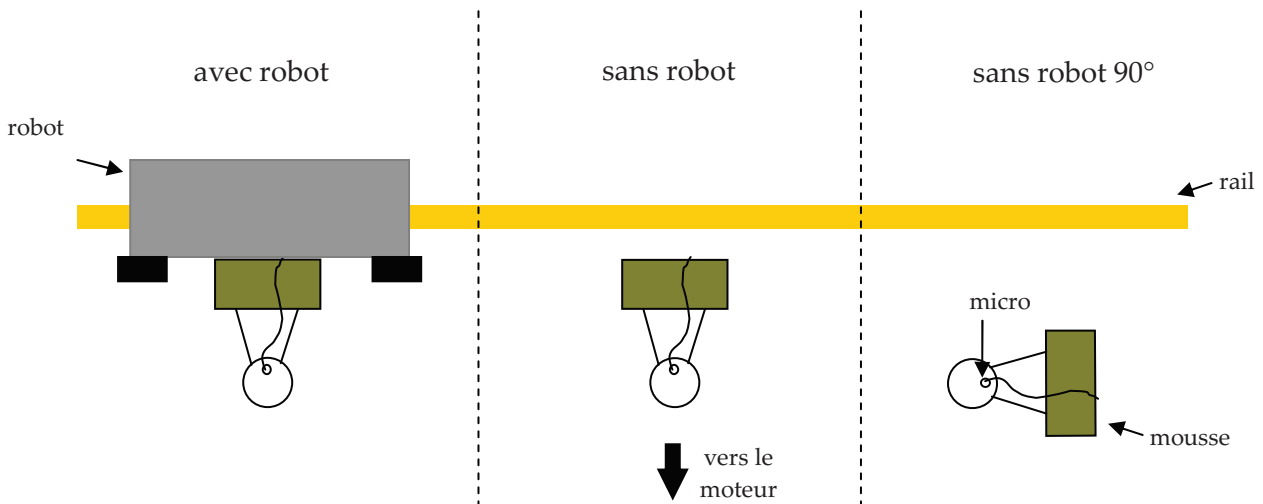


Figure III-11 : schéma du dispositif de mesure lors des essais avec et sans robot

Une première série de mesures a été faite sans silencieux au régime « approche ». A ce régime, le bruit à l'échappement prédomine aux fréquences inférieures à 1700 Hz alors que le bruit rayonné par l'entrée d'air prédomine au-delà. La Figure III-12 présente les spectres mesurés et les cepstres. Ces derniers sont calculés sur la plage de fréquences 0 - 10 kHz afin d'obtenir le pic correspondant à 3 kHz.

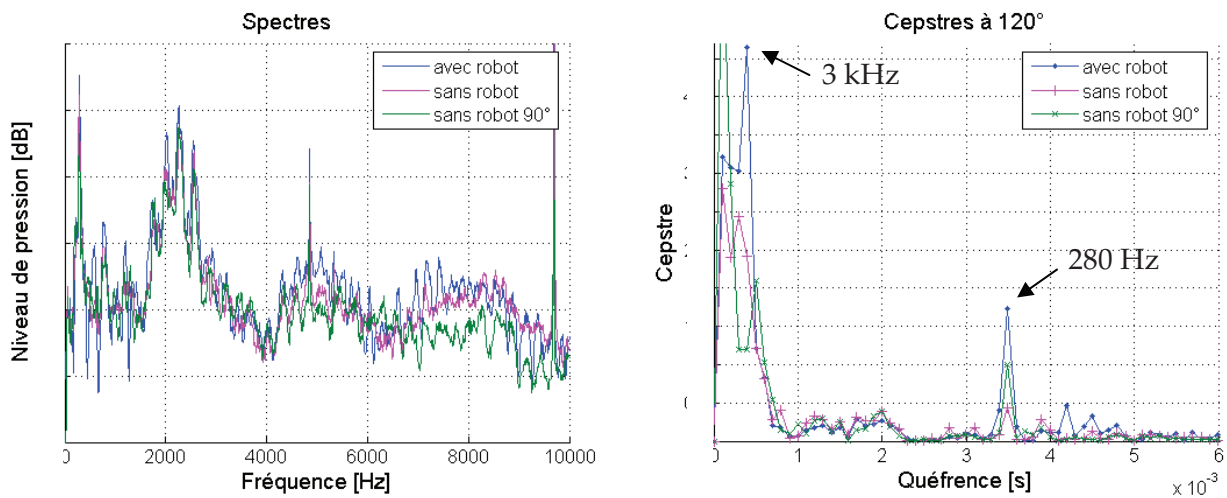


Figure III-12 : spectres mesurés par le microphone au sol avec et sans robot et cepstres associés (moteur D - régime approche - bruit moteur - tous les spectres sont échantillonnés à 8 Hz)

Une seconde série de mesures a été réalisée à différents régimes avec le silencieux sur l'entrée d'air. Les mesures sans robot ont été faites avec le support du microphone tourné de 90°. La Figure III-13 présente les spectres mesurés au régime PMU (Puissance Maxi d'Urgence : puissance maximale pouvant être délivrée pendant 30 secondes) ainsi que les cepstres calculés, comme précédemment, sur la plage de fréquences 0 - 10 kHz.

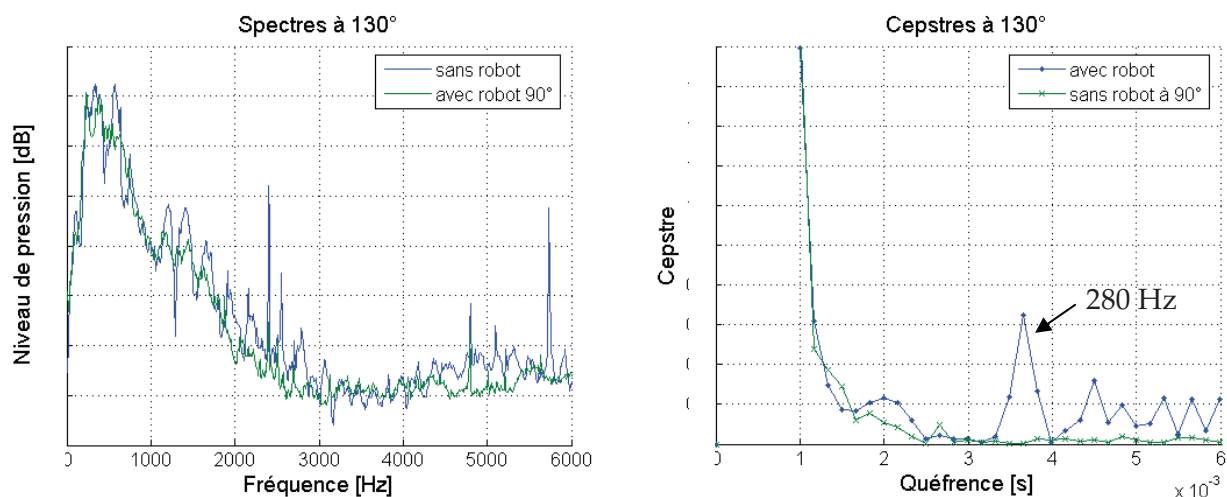


Figure III-13 : spectres mesurés par le microphone au sol avec et sans robot et cepstres associés (moteur D - régime PMU - bruit échappement - tous les spectres sont échantillonnés à 8 Hz)

Sur les deux figures ci-dessus, les raies correspondant à une période de 280 Hz sont fortement atténuées, voire supprimées, en l'absence du robot, et ce peu importe l'orientation du support et des dièdres de mousse. Ceci confirme la présence d'une réflexion sur le robot provoquant des arches d'une période de 280 Hz. De plus, d'après le calcul théorique de la période, on peut supposer que cette réflexion a lieu sur la face avant du robot.

La Figure III-12 montre que les arches de période 3 kHz disparaissent lorsque le support du microphone est tourné de 90°, mais pas lorsqu'il est positionné comme sur le robot. Cela laisse penser que la réflexion à l'origine de la période de 3 kHz a lieu sur le support, plus précisément sur les dièdres de mousse. La distance réelle entre ces dièdres et le microphone est bien supérieure à la distance théorique de 5 cm obtenue à partir de la période. Mais le calcul suppose une surface de réflexion plane, ce qui est loin d'être le cas des dièdres de mousse. Ceux-ci engendrent de multiples diffractions qui rendent le calcul inapproprié.

### III.2.5 Filtrage des spectres mesurés

Une fois les réflexions identifiées, l'étape suivante consiste à filtrer les anciens spectres déjà acquis afin de supprimer les arches. Pour cela, deux méthodes de filtrage ont été testées. Sur les spectres des microphones à 3 et 6 mètres, on cherche à enlever les arches liées aux réflexions sur le sol de périodes respectives 370 Hz et 190 Hz. Sur les spectres acquis par le microphone au sol, on souhaite ôter les arches de périodes 280 Hz et 3 kHz dues aux réflexions sur le robot.

La première méthode consiste à tracer le cepstre puis supprimer les raies sur celui-ci, avant de générer le spectre filtré par transformation de Fourier inverse. La suppression des raies est faite sur le module de la transformée de Fourier du spectre. La phase n'est pas altérée. Seules les raies correspondant au fondamental et au premier harmonique ont été enlevées. La fonction d'interférence n'étant pas un sinus, l'amplitude du premier harmonique n'est pas nulle. Mais son niveau est très faible, c'est pourquoi les autres raies harmoniques n'ont pas été touchées. La partie du cepstre correspondant à des quéfrencés négatives est également transformée, portant ainsi à quatre le nombre de raies modifiées.

A titre d'exemple, la Figure III-14 présente des spectres mesurés sur le moteur C avec les microphones au sol et à 6 mètres ainsi que les spectres filtrés correspondants obtenus par cette méthode.

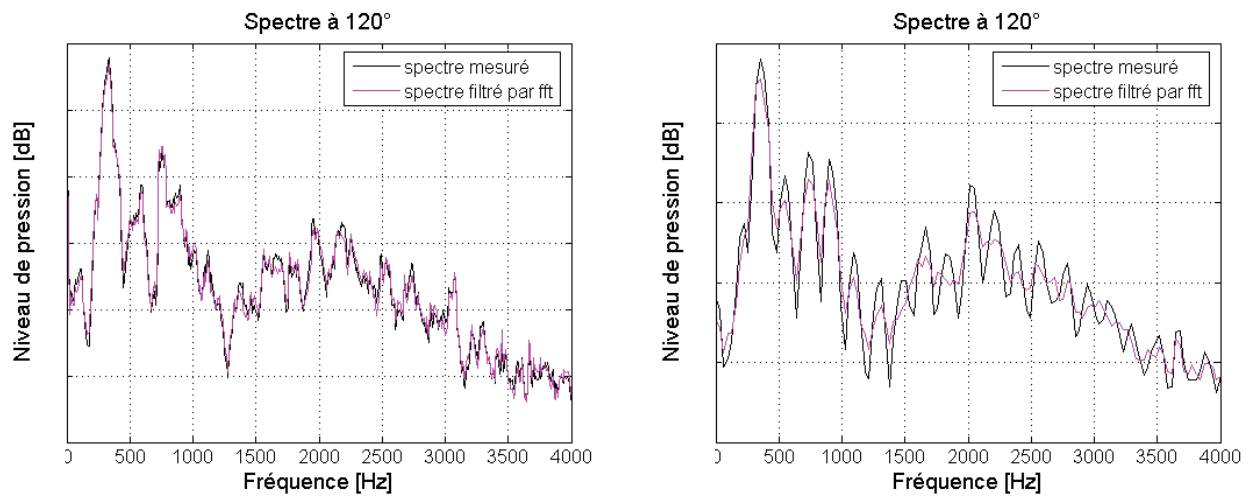


Figure III-14 : filtrage par transformée de Fourier inverse des spectres mesurés sur le moteur C (régime PMC) avec le microphone au sol (à gauche) et le microphone à 6 m (à droite)

Ce filtrage n'a quasiment aucune influence sur les spectres mesurés par le microphone au sol. Il est cependant plus efficace sur les spectres mesurés par le microphone à six mètres. Dans tous les cas, le filtrage reste partiel. Bien qu'il diminue l'amplitude des oscillations, ces dernières restent présentes. De plus, le filtrage a la même efficacité sur tout le spectre, améliorant aussi bien les basses fréquences que les hautes.

La deuxième méthode de filtrage consiste à retrancher du spectre mesuré la fonction d'interférence théorique décrite par l'équation (4). Cette fonction théorique dépend de deux paramètres : la période  $\Delta f$  et le coefficient de réflexion  $g$ . La période est obtenue par un tracé préalable du cepstre. Quant au coefficient de réflexion, il n'est pas connu pour l'aire de béton, et encore moins pour le robot. Pour pallier à ce manque, on procède par itérations. Dans un premier temps, le spectre filtré est tracé pour plusieurs valeurs de  $g$ . Celle permettant d'obtenir la meilleure courbe est repérée. Puis le spectre filtré est retracé avec de nouvelles valeurs de  $g$  proches de celle sélectionnée. Et ainsi de suite. L'appréciation des courbes filtrées reste subjective. En réalité, le coefficient  $g$  dépendant de la fréquence, le filtrage est efficace seulement dans une gamme de fréquences. Le coefficient  $g$  est choisi pour améliorer le spectre dans la zone donnée.

La Figure III-15 présente la comparaison entre les mêmes spectres mesurés que ceux de la figure précédente et les spectres filtrés par cette seconde méthode.

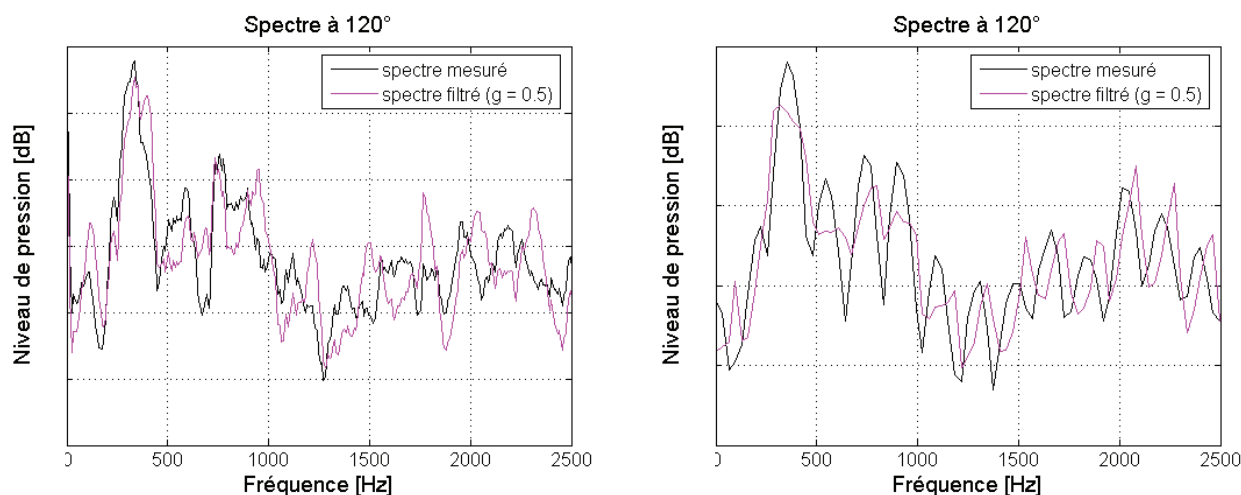


Figure III-15 : filtrage par soustraction des spectres mesurés sur le moteur C (régime PMC) avec le microphone au sol (à gauche) et le microphone à 6 m (à droite)

Ici, le coefficient  $g$  a été optimisé pour obtenir un filtrage correct vers 500 Hz. On constate que le filtrage n'est pas aussi efficace à toutes les fréquences. Vers 2000 Hz, la courbe filtrée est même de moins bonne qualité que le spectre mesuré. Contrairement au filtrage par transformation de Fourier inverse, la forme du spectre est légèrement modifiée. Notamment la position des maxima locaux est décalée, ce décalage pouvant atteindre 50 Hz.

La première méthode est facilement automatisable, mais elle n'est pas toujours efficace. Ceci est particulièrement vrai sur les spectres mesurés par le microphone au sol pour lesquels l'émergence sur le cepstre de la raie associée aux réflexions est plus faible que sur ceux des deux autres microphones. L'influence des réflexions reste visible, même après filtrage. Au contraire, la deuxième méthode nécessite l'intervention de l'utilisateur afin de régler le lissage de la courbe. Cette méthode n'est donc pas automatisable, et sa mise en œuvre sur un grand nombre de spectres à exploiter est un travail fastidieux qui présente un intérêt limité au vu de la qualité du résultat obtenu.

### III.2.6 Bilan des réflexions acoustiques en vue de l'étude des spectres

Les mesures acoustiques réalisées sur le banc d'Uzein sont polluées par des réflexions sur le sol et le robot. Celles-ci ont pour effet de modifier le spectre en amplifiant certaines fréquences au détriment des autres. Elles sont malheureusement inévitables, ce qui rend la lecture des spectres difficile et l'identification des sources par leur contenu fréquentiel délicate.

Plusieurs réflexions acoustiques ont pu être identifiées grâce à l'utilisation du cepstre. La réflexion sur le sol affecte fortement les deux microphones éloignés du sol. Elle se traduit par des arches d'une période de 190 Hz sur les spectres du microphone à six mètres et de 370 Hz pour celui à trois mètres. Ces arches ont une amplitude plus faible sur le microphone le plus éloigné du sol. Quant au microphone proche du sol, il n'est pas sensible à la réflexion sur le sol mais subit celles sur le robot supportant les microphones : la première a lieu sur la face avant du robot et engendre des interférences d'une période de 280 Hz. La seconde est à l'origine d'arches avec une période d'environ 3 kHz et aurait lieu sur les dièdres de mousse recouvrant le robot.

Seule une série de mesures sur le moteur D avec le microphone au sol sans le robot permet d'avoir une idée précise du spectre réel de ce moteur. Pour les autres mesures, des tentatives de filtrage des spectres mesurés ont été expérimentées, mais elles s'avèrent trop peu efficaces pour être utilisées lors du dépouillement systématique de toutes les mesures. Par la suite, les spectres sont étudiés sans filtrage.

Une idée du spectre réel de bruit peut être obtenue en ne considérant que les points situés aux maximums des arches une fois les périodes des interférences déterminées avec le cepstre. Ce spectre fictif est supérieur d'un peu moins de 6 dB au spectre réel. Cependant, la fréquence d'échantillonnage apparente de ce spectre (correspond à la période des arches) est nettement supérieure à la fréquence d'échantillonnage utilisée lors de l'acquisition et ne permet pas toujours une étude précise du bruit.

Sur les spectres acquis avec le microphone à trois mètres, l'amplitude des interférences est plus importante et la fréquence d'échantillonnage apparente est deux fois plus élevée que sur ceux du microphone à six mètres. De ce fait, ces spectres ne sont pas examinés. A basse fréquence (i.e. vers 100 - 500 Hz), l'utilisation des spectres acquis avec le microphone au sol est privilégiée. Bien que la fréquence d'échantillonnage apparente soit plus importante sur ces spectres que sur ceux du microphone à six mètres, l'amplitude des arches est plus faible à tel point qu'elle permet parfois une lecture directe du spectre mesuré. À moyenne fréquence (i.e. au-delà de 800 - 1000 Hz), la réflexion sur le robot amplifie le spectre du microphone au sol entre 2 et 5 kHz. Ceci le rend inexploitable, et seules les mesures du microphone à six mètres sont utilisées. Dans tous les cas, la détermination du spectre réel est complexe et une étude des deux microphones au sol et à six mètres est préférable.

Pour les essais les plus anciens, un seul microphone était utilisé (proche du sol, mais plus éloigné qu'actuellement). Le chariot le déplaçant ne présentait pas de surface pleine pouvant réfléchir le bruit. De ce fait, les spectres mesurés sont peu sujets aux réflexions, et présentent une bonne idée du bruit réel du moteur. Cela concerne notamment les mesures sur les toutes premières versions des moteurs.

Sur les spectres en tiers d'octave, l'influence des réflexions est plus difficile à appréhender. D'une part, la fonction d'interférence dépend du spectre réel du moteur. Et d'autre part, la période des interférences peut varier légèrement d'une mesure à l'autre, soit en raison d'une petite variation de la hauteur de l'axe du moteur, soit à cause d'une modification de la température atmosphérique. Une procédure est en place à Turbomeca pour supprimer les réflexions liées au sol, mais elle est incomplète et insuffisante. En effet, elle suppose que le bruit du moteur est un bruit blanc, et elle ne prend pas en compte les variations de la période d'interférence. En outre, rien n'est fait concernant les réflexions sur le robot impactant le microphone au sol. Les spectres en tiers d'octave n'ont été étudiés que dans un second temps afin de confirmer les conclusions découlant de l'étude des spectres en bandes fines. De plus, ces derniers, contrairement aux spectres en tiers d'octave, présentent l'avantage d'être directement comparables aux spectres fournis par les modèles analytiques.

### III.3 TENTATIVE DE LOCALISATION DES SOURCES DE BRUIT PAR L'ONERA

Avant de présenter l'analyse des mesures de bruit sur l'ensemble des moteurs Turbomeca, nous nous attardons dans ce paragraphe sur une étude menée par l'Onera sur quelques moteurs Turbomeca dans le but de localiser la source du bruit à l'échappement. Cette étude donne une piste pour interpréter les spectres des autres moteurs.

Le bruit rayonné à l'échappement peut provenir aussi bien de la chambre de combustion que des turbines. Il est difficile de situer la source du bruit car le bruit généré dans la chambre de combustion se propage à travers les turbines avant d'être rayonné à l'extérieur. Afin de localiser les sources de bruit, l'ONERA a réalisé plusieurs essais sur des moteurs Turbomeca entre 1984 et 1986. Le but était de mesurer la pression directement à l'intérieur du moteur, en amont et en aval des différents composants. Les premières mesures ont été réalisées sur le moteur F en 1984 [GUE84], suivies de mesures sur le moteur G en 1984 [GUE85] et 1986 [GUE86][GUE87]. Toutes ces mesures ont eu lieu sur le banc d'Uzein.

Lors des premiers essais, la pression été mesurée par des sondes placées en paroi. Mais au vu de la difficulté de mise en œuvre de telles sondes, notamment proche de la chambre de combustion, l'ONERA a ensuite déporté les mesures dans des tubes de cuivre de 6 mm de diamètre, partant de la veine d'air vers l'extérieur (cf. Figure III-16). Les mesures étaient réalisées dans les tubes à 8 cm de la veine d'air par des microphones B&K 1/4 '' classiques. Afin d'éviter que l'onde qui se réfléchit à la sortie du tube de cuivre ne fausse la mesure, les tubes s'enroulaient sur une longueur totale de 30 mètres.

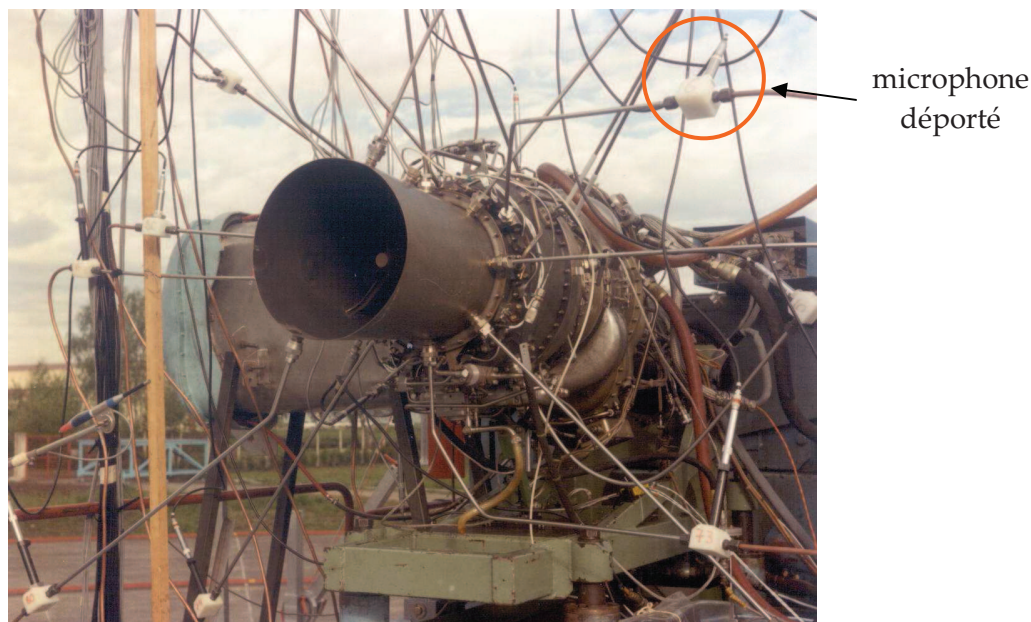


Figure III-16 : mesures de pression par des microphones déportés sur un moteur G

Un autre microphone (noté M) mesurait le bruit à l'extérieur du moteur en champ proche ou en champ lointain. C'est la mesure de référence à laquelle sont comparées les mesures de bruit en différents plans à l'intérieur du moteur. En s'approchant de la sortie, depuis la chambre de



combustion jusqu'à la tuyère, le microphone situé dans le moteur capte davantage de sources de bruit et son spectre de bruit ressemble de plus en plus au spectre de référence.

En réalité, le microphone à l'intérieur ne mesure pas que la pression acoustique liée aux ondes sonores, mais aussi la pression aérodynamique liée à la turbulence. Il est donc nécessaire de séparer ces deux contributions avant de comparer les spectres de bruit interne et externe. Pour cela, l'ONERA a utilisé une technique de cohérence à trois capteurs. Deux sondes (notées  $S_1$  et  $S_2$ ) mesurent la pression dans la même section du moteur. Elles sont suffisamment proches pour mesurer la même source de bruit et suffisamment éloignées pour que les pressions aérodynamiques, non propagatives, soient décorréliées. Une mesure de cohérence entre ces deux sondes permet ainsi d'éliminer la composante aérodynamique. A partir des mesures des deux sondes et du microphone à l'extérieur, on définit le spectre cohérent à 3 capteurs par :

$$S_{S_1-S_2/M}^{(C)}(f) = \frac{\gamma_{S_1-M}\gamma_{S_2-M}}{\gamma_{S_1-S_2}} S_M(f)$$

où  $\gamma_{S_1-M}$ ,  $\gamma_{S_2-M}$ ,  $\gamma_{S_1-S_2}$  sont les racines carrées des fonctions de cohérence entre les spectres pris deux à deux. Lorsque le spectre cohérent est proche du spectre du microphone de référence, on considère que les sondes  $S_1$  et  $S_2$  mesurent toutes les sources de bruit. Afin de localiser les sources de bruit, les mesures de cohérence sont réalisées dans différentes sections du moteur. De plus, l'étude de la phase des densités spectrales croisées permet de déterminer le sens de propagation des ondes.

Lors des premières mesures sur le moteur F, peu de sections avaient été instrumentées, ce qui ne permettait pas une localisation précise des sources de bruit. L'ONERA a constaté que jusqu'à 1000 Hz, le bruit est généré en majorité en amont de la sortie du canal inter-turbines. Il peut donc provenir de la combustion, de la turbine haute pression ou des bras dans le canal inter-turbines. Par la suite, pour les mesures sur le moteur G, plus de sections ont été instrumentées, notamment dans la chambre de combustion (dans la zone d'écoulement avant l'injection de carburant) et en sortie de la turbine haute pression. Les mesures ont été réalisées à trois régimes différents. La Figure III-17 reprend les spectres mesurés en champ lointain.

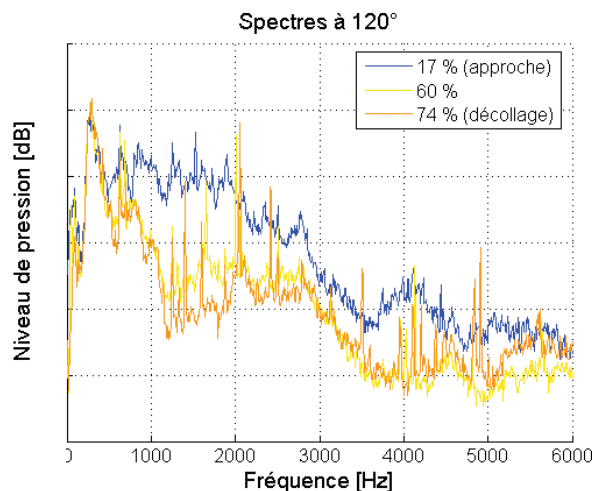


Figure III-17 : spectres mesurés à différents régimes sur le moteur G par le microphone au sol avec ancien chariot (entrée d'air annulaire et tuyère droite)

Les sondes dans la chambre ne mesurent pas le bruit vers 300 Hz. D'après les conclusions de l'ONERA, la combustion et la turbine haute pression seraient à l'origine du son entre 315 à 1000 Hz alors que la turbine libre ferait du bruit entre 1,8 et 2,8 kHz. La tuyère serait une source secondaire de bruit, les bras support générant du bruit vers 1600 Hz et entre 2 et 2,5 kHz. Le fait que le bruit soit plus important à l'approche qu'aux autres régimes proviendrait de la présence d'une source supplémentaire de bruit dans la tuyère à ce régime.

Pour les deux moteurs, les mesures confirment le fait que le bruit de jet est inexistant.

### III.4 ANALYSE DE LA BASE D'ESSAIS

*PARAGRAPHE CONFIDENTIEL*

### III.5 MESURES SUR LE BANC PARTIEL COMBUSTION

Afin d'évaluer le bruit de combustion, une série de mesures a été menée sur le « banc partiel combustion ». Ce banc est dédié à la recherche sur les chambres de combustion. Une conduite alimente en air une chambre de combustion. L'air est préalablement chauffé dans une chaudière. La sortie de la chambre se fait à l'air libre. Il n'y a ni tuyère, ni turbine. L'air se dirige ensuite vers une conduite d'échappement. Lors d'une campagne de développement d'une nouvelle chambre de combustion, quelques microphones ont été positionnés à proximité du banc, juste en sortie de la chambre. La pièce où se situe le banc étant un espace clos, les mesures acoustiques ne sont pas propres et sont sujettes à une multitude de réflexions. Cependant, elles permettent d'avoir une idée du spectre du bruit de combustion.

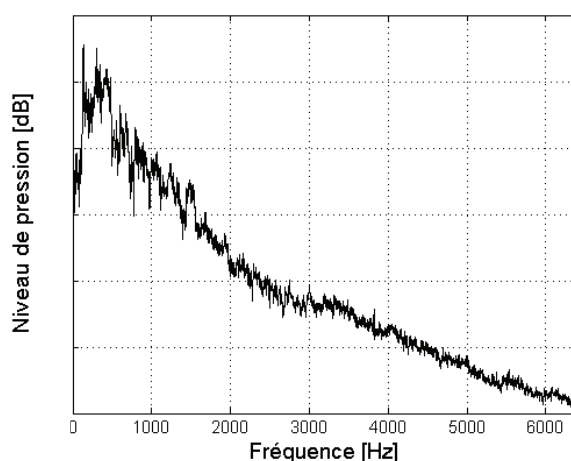


Figure III-18 : niveau de bruit mesuré en sortie de la chambre de combustion sur le « banc partiel combustion »

Un exemple de spectre mesuré est reproduit sur la Figure III-18. Il présente un niveau de bruit important aux basses fréquences, avec un maximum vers 300-400 Hz. Ce spectre de bruit est

similaire à ceux du bruit de flamme disponibles dans la littérature (cf. paragraphe II.3.2). Toutefois, ce spectre n'est pas complètement représentatif du bruit de combustion sur le moteur, la présence sur ce dernier d'une turbine ou d'un conduit pour fermer la chambre étant de nature à modifier le bruit : soit par la présence de résonances dans la chambre et de phénomènes de rétroaction, soit par la génération de bruit indirect.

### III.6 CONCLUSION

L'analyse de la base d'essais a permis de séparer le bruit à large bande à l'échappement en trois contributions :

- une raie ou une bosse avec un faible étalement spectral vers 100-400Hz. Son niveau augmente avec la puissance du moteur, et donc la quantité de carburant injectée. De plus, le contenu fréquentiel semble lié à la taille de la chambre (le bruit est d'autant plus grave que la chambre est volumineuse) et le nombre d'étages de la turbine haute-pression (le bruit diffère sur les versions 1 et 2 du moteur E).
- une bosse vers 500-800 Hz. Son niveau semble évoluer avec les vitesses de rotation des arbres (qui sont plutôt liées aux turbines qu'à la combustion). En outre, il est faible voire nul sur les moteurs en coopération pour lesquels les turbines sont plus lentes et de conception très différente.
- une bosse vers 1500-3000 Hz. Son niveau est très faible sur les moteurs en coopération et les turbines liées. Comme pour la contribution précédente, le niveau semble évoluer avec les vitesses de rotation des arbres.

D'après l'étude de l'ONERA, les deux premières contributions proviendraient de la chambre de combustion et de la turbine haute-pression tandis que la dernière proviendrait de la turbine libre.

Or, dans le chapitre précédent, on est arrivé à la conclusion que les deux sources de bruit pouvant potentiellement être à l'origine du bruit à large bande observé à l'échappement des turbomoteurs étaient le bruit de combustion direct et le bruit de combustion indirect. De plus, les mesures sur une chambre de combustion seule confirment que le bruit de la flamme est plutôt un bruit à basse fréquence. On en conclut que :

- le bruit de combustion direct correspond à la contribution vers 100-400 Hz.
- le bruit de combustion indirect généré par la turbine haute-pression signe vers 500-800 Hz
- le bruit de combustion indirect généré par la turbine libre est important vers 1-3 kHz.

Cette hypothèse est le point de départ de l'étude présentée par la suite. Ainsi, on s'est attaché à modéliser et mettre en évidence la génération de bruit de combustion indirect au niveau des turbines.

Aux faibles régimes, les moteurs avec une chambre inversée sont une source de bruit intense contrairement aux moteurs avec une chambre centrifuge qui sont quasiment silencieux. Cette

différence de comportement peut s'expliquer soit par un niveau plus important du bruit de combustion direct dans une chambre inversée lorsque la puissance est faible, soit par une production plus importante d'inhomogénéités entropiques ou tourbillonnaires qui augmenteraient le niveau du bruit indirect.



**DEUXIEME PARTIE :**  
**ETUDE DU BRUIT DE**  
**COMBUSTION INDIRECT**



## CHAPITRE IV

# MODELISATION ANALYTIQUE DU BRUIT DE COMBUSTION INDIRECT DANS UNE TURBINE

Ce chapitre est consacré à l'étude théorique du bruit de combustion indirect. Une modélisation analytique a été préférée à une simulation numérique. D'une part, une telle simulation paraissait lourde et non adaptée pour une première étude, le bruit de combustion, direct ou indirect, n'ayant jamais fait l'objet de prédictions antérieures à Turbomeca. D'autre part, la complexité de l'écoulement dans une turbine et les capacités de calculs actuelles limitent toute investigation numérique. Les calculs aérodynamiques dans les turbines les plus évolués chez Turbomeca sont actuellement réalisés avec le code elsA. Mais ce sont des calculs stationnaires destinés à prédire les performances et le rendement d'une turbine ; aucun calcul instationnaire n'est réalisé. Dernier point, et non des moindres, le modèle de bruit de combustion indirect doit permettre de prévoir le bruit généré dès la phase d'avant-projet. A ce stade de la conception d'un moteur, seuls l'architecture générale, les principales dimensions et le cycle thermodynamique moyen sont décidés. Le plan détaillé des pièces n'intervient que plus tard. Actuellement, un tel calcul est réalisé avec le code d'avant-projet existant (le code CARPAT) basé sur des lois empiriques. Le but est de substituer aux lois empiriques des modèles simples prenant en compte la physique. L'étude s'est donc orientée vers un modèle analytique simple, facile d'utilisation, demandant peu de paramètres et capable de s'exécuter rapidement.

La modélisation recherchée ici se destine à une seule grille d'aubes. Elle doit permettre de prévoir aussi bien la génération du bruit de combustion indirect que la transmission du bruit direct à travers cette rangée d'aubes. Pour prédire le bruit rayonné à l'échappement d'un turbomoteur, ce modèle n'est donc pas suffisant, mais il constitue le premier maillon d'une chaîne de calcul plus complexe à développer plus tard et reprenant le principe de l'approche décrite sur la Figure II-4. A terme, un calcul complet pourrait comprendre trois étapes :

- la détermination du niveau de bruit généré dans la chambre ainsi que du niveau de fluctuations de température et de turbulence,



- la propagation du bruit direct de combustion et la génération du bruit indirect dans les différents étages de turbines,
- la propagation du bruit en aval des turbines dans le jet de la tuyère, jusqu'aux points de mesures à quelques dizaines de mètres du moteur.

La dernière étape concerne uniquement de la propagation, étant entendu qu'en l'absence de bruit de jet, toutes les sources acoustiques susceptibles de rayonner à l'échappement sont présentes en sortie des turbines. Il est prévu que cette étape soit réalisée à l'aide du code numérique commercial ACTRAN. Une nouvelle version (ACTRAN DGM) développée dans le cadre du programme européen MESSIAEN servira ce but. Elle doit notamment répondre à la problématique de la propagation dans un écoulement complexe comme celui d'une tuyère d'hélicoptère, présentant à la fois des gradients de vitesse et de température importants. Elle se base sur une résolution numérique des équations d'Euler linéarisées contrairement à la version précédente (ACTRAN TM) qui s'appuie sur la résolution de l'équation du potentiel acoustique [FFT06]. Afin de répondre au besoin de prédiction du bruit en phase d'avant-projet, une loi simple pourra être développée, par exemple à partir d'une étude paramétrique sur une série de calculs numériques effectués sur des tuyères de référence.

La prédiction du bruit de combustion direct, bruit généré par la dynamique d'une flamme, n'entre pas dans les objectifs de ce travail de thèse. Les premières études dans ce sens sont réalisées dans le cadre du consortium français IROQUA entre organismes de recherche et constructeurs de l'aéronautique. En parallèle, des études sont développées depuis 2006 sur le bruit de combustion au CERFACS. Le but est de prévoir le bruit émis par une flamme à partir d'un calcul LES mené dans la chambre de combustion.

### IV.1 PRINCIPE DE LA MODELISATION : HYPOTHESES ET SIMPLIFICATIONS

Le bilan des méthodes existantes de prédiction du bruit de combustion réalisé au paragraphe II.5 indique que peu de ces modèles traitent de la génération de bruit indirect. Deux pistes présentent un intérêt particulier et semblent pertinentes pour le type de modélisation souhaité. Il s'agit des travaux de Pickett [PIC75] et de Cumpsty & Marble [CUM77b]. La base de leur modélisation est identique. Une roue de turbine  $y$  est représentée par un disque d'action, c'est-à-dire une simple zone de discontinuité du champ moyen qui agit sur les fluctuations de l'écoulement. Ce dernier est considéré dans son ensemble et son comportement local à proximité des aubes n'est pas détaillé. L'effet de la discontinuité est décrit au moyen d'une fonction de transfert entre les grandeurs fluctuantes en amont et celles en aval. Cette modélisation relève donc d'un problème aux perturbations linéarisé écrit dans le domaine fréquentiel. On remarque également qu'elle traite de manière globale les problématiques de transfert d'énergie entre les perturbations entropiques, tourbillonnaires et entropiques au niveau d'un étage de turbine. Elle ne se limite donc pas qu'à la prédiction du bruit de combustion indirect, mais elle inclut toute autre source de bruit liée à un transfert d'énergie comme l'interaction de la turbulence avec les profils des aubes.

Les deux modèles de Pickett et Cumpsty & Marble diffèrent par l'écriture de la fonction de transfert. Mais avant d'aborder l'obtention de cette fonction pour chacun des modèles, les différentes hypothèses qu'implique une telle modélisation ainsi que les simplifications effectuées

sont étayées puis discutées. Notamment, les variables du champ susceptibles d'être reliées par la fonction de transfert sont répertoriées.

La principale simplification faite est l'assimilation d'une roue de la turbine à une discontinuité. Cela suppose que l'on néglige le comportement local de l'écoulement et des ondes acoustiques à proximité des aubes, le déphasage des ondes entre l'entrée et la sortie des aubes, l'effet de la géométrie des aubes sur la génération et la propagation du bruit, ainsi que l'influence du nombre d'aubes et l'effet de réseau d'une grille d'aubes. Une seconde simplification est introduite en raison du faible rapport entre les rayons interne et externe (aussi appelé rapport de moyeu) de la veine d'air annulaire où se trouve la turbine. Le problème qui est initialement en trois dimensions est ainsi réduit à un problème dans un plan (à deux dimensions), la veine d'air étant assimilée à un cylindre d'épaisseur négligeable que l'on déroule.

En outre, dans un moteur réel, la section dans un plan méridien de la veine (conduit annulaire dans lequel se situent les turbines) varie au niveau d'une turbine le long de la direction axiale, ce qui a un effet divergent ou convergent sur la propagation des ondes acoustiques. Cette variation de la section résulte d'une part d'une augmentation de la hauteur de la veine, et d'autre part de la contraction entre les bords d'attaque et de fuite des canaux inter-aubes en raison de leur géométrie, en particulier leur courbure. Il est à noter que la hauteur de veine varie au niveau des aubes elles-mêmes (distributeur ou roue mobile) mais très peu en dehors. La variation de section liée à la contraction des canaux inter-aubes est prise en compte dans le modèle de disque d'action équivalent par l'intermédiaire de la différence des vitesses de l'écoulement moyen qu'elle induit entre l'amont et l'aval de la turbine. Par contre, la variation de la hauteur de veine n'est pas prise en compte dans les modèles de Cumpsty et Pickett. Il est cependant intéressant d'en tenir compte dans une nouvelle modélisation.

Enfin, on inclut dans l'étude tout apport de masse, quantité de mouvement ou énergie pouvant avoir lieu au niveau de la grille d'aubes, soit par sa rotation dans le cas d'une turbine, soit par un apport de fluide de refroidissement à cet endroit. On suppose connus ces apports par unité de longueur axiale (c'est-à-dire l'apport global de la turbine divisé par la corde).

### IV.1.1 Comparaison des longueurs d'onde et de la géométrie

Afin de justifier les deux principales hypothèses de modélisation, à savoir l'assimilation de la turbine à une discontinuité et de la veine d'air à un conduit annulaire infiniment mince, on peut comparer les longueurs d'onde des ondes avec les dimensions caractéristiques de la veine et de la turbine. Ces hypothèses ne sont justifiées que si la longueur d'onde acoustique et la taille de la turbulence et des inhomogénéités de température sont notablement supérieures à la corde  $c$  des aubes et à la hauteur de veine  $h$ . Toutefois, ces deux longueurs étant du même ordre de grandeur sur les moteurs de Turbomeca, une seule des deux conditions doit être vérifiée.

La longueur d'onde acoustique  $\lambda_A$  est définie comme le rapport de la vitesse du son par la fréquence. La taille des inhomogénéités convectées par l'écoulement peut être caractérisée par une longueur d'onde aérodynamique définie de manière similaire à la longueur d'onde acoustique en remplaçant la vitesse du son par la vitesse de convection. Les deux longueurs d'onde s'écrivent :

$$\lambda_A = \frac{a}{f}$$

$$\lambda_C = \frac{\bar{U}}{f} = \bar{M}\lambda_A$$

avec les notations suivantes :

- $f$  fréquence [en Hz]
- $a$  vitesse du son [en m/s]
- $\bar{U}$  vitesse de l'écoulement [en m/s]
- $\bar{M}$  nombre de Mach de l'écoulement

Ces deux échelles doivent donc satisfaire les conditions  $\lambda_A / c \ll 1$  et  $\lambda_C / c \ll 1$ . Pour évaluer ces deux conditions sur un moteur de Turbomeca, le choix s'est porté sur le moteur H, moteur typique dont l'architecture est la plus simple. Sur ce moteur, les aubes de turbines ont une corde de l'ordre de 2 à 3 cm. En raison des températures élevées dans les turbines, la vitesse du son varie entre 650 m/s au niveau du distributeur haute-pression et 500 m/s au niveau de la turbine libre. Le nombre de Mach est d'environ 0,2 en entrée des turbines. On s'intéresse aux fréquences pour lesquelles le bruit rayonné à l'échappement est important, c'est-à-dire les fréquences inférieures à 4 kHz. Ceci donne une longueur d'onde acoustique supérieure à 12 cm et une longueur d'onde aérodynamique supérieure à 2,5 cm. On constate ainsi que toutes les longueurs d'onde sont plus grandes que la corde. Au-delà de 4 kHz, cette dernière condition ne serait plus remplie puisqu'à cette fréquence la longueur d'onde aérodynamique est déjà de l'ordre de grandeur de la corde. Ainsi, pour la gamme de fréquences qui concerne le bruit de combustion indirect, on considérera en première instance que les ondes acoustiques et les hétérogénéités convectées passent à travers la rangée d'aubes sans voir le détail des aubes. Quelques simulations numériques ont été réalisées avec SYSNOISE et ACTRAN dans des cas simples afin de parfaire la validation de cette hypothèse. Les résultats sont présentés au paragraphe IV.2.

En outre, sur le moteur H, le rapport de moyeu varie de 0,9 au niveau du distributeur haute pression à 0,6 au niveau de la turbine libre. Bien que cette dernière valeur corresponde à une géométrie tridimensionnelle marquée, il est en partie justifié de négliger les variations radiales des grandeurs du champ en raison du rapport des longueurs d'onde radiale et de la hauteur de veine. Pour plus de rigueur, il faudrait faire cette comparaison. Ceci est fait dans les deux paragraphes consacrés aux perturbations.

### IV.1.2 Description de la veine et de l'écoulement

La veine d'air est modélisée par un conduit annulaire présumé infiniment long dont les parois sont supposées parfaitement réfléchissantes, c'est-à-dire sans traitement acoustique. Le système de coordonnées cylindrique utilisé est décrit sur la Figure IV-1 :

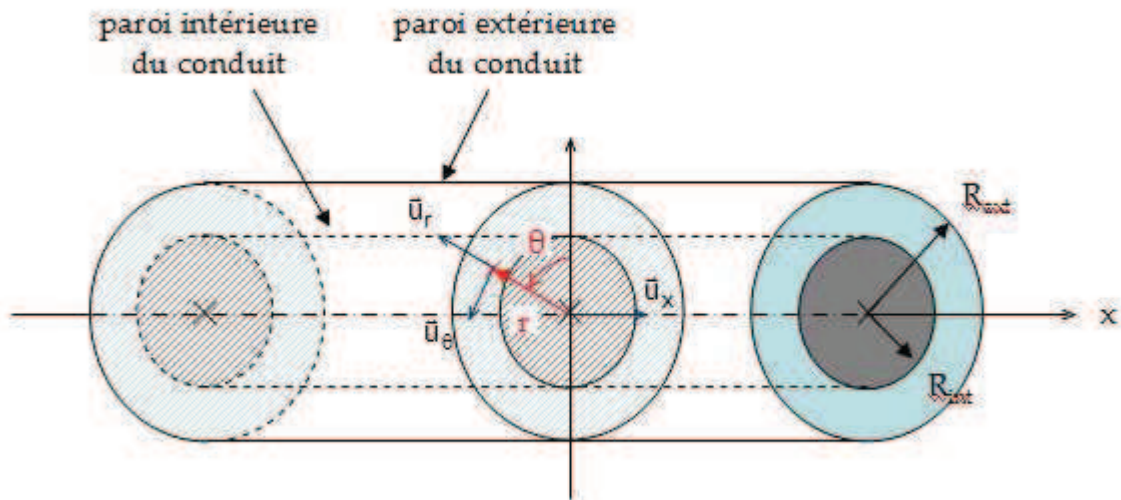


Figure IV-1 : définition des coordonnées cylindriques dans un conduit annulaire

L'axe  $\bar{u}_x$  correspond à l'axe du conduit. L'axe axial et l'axe azimutal sont orientés dans le sens de l'écoulement moyen. On note respectivement  $x$ ,  $\theta$  et  $r$  les coordonnées axiale, azimutale, et radiale du point  $\bar{x} = (x, \theta, r)$ .

L'écoulement réel s'écrivant comme la somme d'un écoulement moyen et de perturbations, toutes les grandeurs de l'écoulement seront écrites sous la forme :

$$X(t) = \bar{X} + X'(t)$$

où la partie moyenne (ordre 0) est notée avec une barre et les perturbations (ordre 1) avec un prime. Les notations utilisées sont regroupées dans la nomenclature.

En dehors de la grille d'aubes, l'écoulement moyen est assimilé à une rotation solide à vitesse angulaire  $\bar{\Omega}$  constante associée à un flux axial uniforme. Les axes sont orientés de sorte que  $\bar{U}_x$  et  $\bar{\Omega}$  soient positifs. L'écoulement radial est négligé en raison du faible rapport de moyeu. De plus, on suppose que l'écoulement moyen est stationnaire, isentropique et uniforme. Les effets visqueux et les échanges de chaleur sont négligés en raison des faibles distances considérées. En outre, sur un turbomoteur, la vitesse axiale de l'écoulement ne dépasse jamais la vitesse du son, soit  $M_x < 1$ , et ceci malgré la présence de chocs localement dans les roues de la machine. Les forts nombres de Mach rencontrés sont liés à une forte composante azimutale de l'écoulement en sortie de turbine due à la géométrie des aubes.

L'analyse des perturbations repose sur la notion de types d'ondes introduite par Chu & Kovasznay [CHU58]. Celle-ci est décrite plus en détail dans l'Annexe C, ainsi que les hypothèses sous-jacentes. Les fluctuations de l'écoulement sont supposées faibles et toutes du même ordre de grandeur, ce qui permet de linéariser les équations de l'écoulement total et d'exprimer les inhomogénéités sous forme d'ondes acoustiques (progressives ou rétrogrades) et d'ondes tourbillonnaires ou entropiques (qui sont simplement convectées). Le terme d'ondes sera donc utilisé ici dans un sens étendu pour désigner tout type de fluctuations à moyenne nulle. Sauf

contre-indication, dans les notations utilisées ici, le terme de perturbations englobe toutes les ondes. Il est donc la somme des fluctuations liées à chaque mode.

Il est à noter que dans le cadre de l'analyse de Chu & Kovasznay, les ondes acoustiques sont identifiées aux ondes de pression puisque, du fait de la linéarisation, les fluctuations tourbillonnaires ne s'accompagnent pas de fluctuations de pression. Plus rigoureusement, le mouvement tourbillonnaire s'accompagne d'une signature en pression indépendamment des effets de compressibilité, ce qui donne à la pression une double nature : une partie est acoustique et l'autre, appelée pseudo-son, est une trace de l'inertie du mouvement tourbillonnaire.

### IV.1.3 Description du champ acoustique

Tout champ acoustique peut être décomposé sur les fréquences par transformation de Fourier :

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} p'_{\omega}(\vec{x}, t) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} p'_{\omega}(\vec{x}, t) d\omega = 2 \int_{f=0}^{\infty} p'_f(\vec{x}, t) df$$

Au vu des hypothèses faites sur l'écoulement et le conduit, on montre que pour chaque fréquence, la pression acoustique peut s'écrire comme la somme d'ondes élémentaires  $\hat{F}_{mj}^{(\pm)}$  appelées modes acoustiques (de propagation) :

$$p'_{\omega}(\vec{x}, t) = p'_{\omega}^{(+)}(\vec{x}, t) + p'_{\omega}^{(-)}(\vec{x}, t) \quad \text{où} \quad p'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{\substack{m=-\infty \\ n=|m|}}^{+\infty} \sum_{j=0}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(\omega) \underbrace{\hat{f}_{nj}(r) e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)}}_{\hat{F}_{mj}^{(\pm)}(\vec{x}, t, \omega)}$$

$$\text{et} \quad n = |m|, \quad \hat{f}_{nj}(r) = \frac{f_{nj}(r)}{\sqrt{\int_{r'=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} r' f_{nj}^2(r') dr'}}, \quad f_{nj}(r) = J_n(k_T r) + A_{nj} Y_n(k_T r)$$

Les coefficients  $\tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(\omega)$  sont appelés les amplitudes modales et dépendent des sources de bruit.

L'obtention de cette décomposition est présentée en détail dans l'Annexe D. Chaque mode diffère par son profil de pression dans l'espace. Il est caractérisé par deux nombres : le nombre d'onde azimutal  $m$  (entier relatif) et le nombre d'onde radial  $j$  (entier naturel). Une description rapide de chacun des modes ainsi que leur fréquence de coupure et leur sens de propagation sont inclus dans l'annexe.

A partir des dimensions des turbines, il est possible de réduire le nombre de modes à considérer en ne retenant pour chaque fréquence que ceux qui se propagent dans le conduit. En dehors des turbines, le nombre de Mach azimutal est suffisamment faible pour que l'on soit dans le cas classique où un mode acoustique  $(m, j)$  ne se propage qu'aux fréquences supérieures à la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{a}{2\pi} \frac{|\beta| \hat{k}_T + m \bar{M}_\theta^{(ext)}}{R_{ext}} \quad \text{avec} \quad \beta = \sqrt{1 - \bar{M}_x^2} \quad \text{et} \quad \bar{M}_\theta^{(ext)} = \frac{\bar{\Omega} R_{ext}}{a} \quad (5)$$

où :

- $R_{ext}$  rayon externe du conduit [m]
- $a$  vitesse du son [m/s]
- $\bar{M}_x$  nombre de Mach axial
- $\bar{M}_\theta^{(ext)}$  nombre de Mach azimuthal en périphérie
- $\bar{\Omega}$  vitesse de rotation de l'écoulement [rad/s]
- $\hat{k}_T$  nombre d'onde transversal adimensionnalisé par  $R_{ext}$

Le nombre d'onde transversal adimensionnalisé  $\hat{k}_T$  est déterminé numériquement. Pour  $m$  et  $j$  donnés, il dépend du rapport de moyeu  $\sigma$ . L'évolution avec ce paramètre dépend de  $m$  et  $j$ . Elle est présentée en annexe (Figure D-2). Mais globalement, si  $j > 0$ ,  $\hat{k}_T$  augmente légèrement ou reste à peu près constant avec  $\sigma$  puis augmente de manière exponentielle lorsque  $\sigma$  tend vers 1. En outre,  $\hat{k}_T$  augmente avec  $m$  et  $j$ . Finalement, on peut dire que pour un ordre modal azimuthal  $m$  donné, les fréquences de coupure augmentent avec l'ordre radial  $j$ , la vitesse du son  $a$ , et de manière exponentielle lorsque le rapport de moyeu  $\sigma$  tend vers 1. A l'inverse, elles diminuent avec le rayon extérieur  $R_{ext}$  et le nombre de Mach axial  $M_x$ .

Les fréquences de coupure sont maintenant évaluées dans le cas du moteur H. Sur ce moteur, le rayon externe est compris entre 8 et 10 cm et le rapport de moyeu varie de 0,9 au niveau du distributeur haute-pression à 0,6 au niveau de la turbine libre. Le nombre de Mach axial varie entre 0,2 et 0,4, la vitesse du son est supérieure à 500 m/s. D'après les conclusions précédentes, pour un écoulement azimuthal donné, les fréquences de coupure réelles sont supérieures aux fréquences calculées pour  $\sigma = 0,6$ ,  $R_{ext} = 10$  cm,  $a = 500$  m/s et  $M_x = 0,4$ . Les fréquences de coupure calculées dans le cas le plus défavorable en l'absence d'écoulement azimuthal sont données dans le Tableau IV-1 tandis que celles avec un écoulement azimuthal en périphérie de 0,75 (soit un nombre de Mach total élevé de 0,85) sont retranscrites dans le Tableau IV-2 pour  $m < 0$ . Celles pour  $m \geq 0$  sont supérieures ou égales à celles sans écoulement.

	$m = 0$	$m = \pm 1$	$m = \pm 2$	$m = \pm 3$	$m = \pm 4$	$m = \pm 5$
$j = 0$	0 Hz	920 Hz	1835 Hz	2738 Hz	3625 Hz	4492 Hz
$j = 1$	5784 Hz	5865 Hz	6102 Hz	6483 Hz	6989 Hz	7599 Hz
$j = 2$	11 485 Hz	11 524 Hz	11 641 Hz	11 834 Hz	12 100 Hz	12 434 Hz

Tableau IV-1 : fréquences de coupure des premiers modes acoustiques ( $m, j$ ) dans un conduit annulaire dont le rayon interne vaut 0,6 fois le rayon externe  
 $R_{ext} = 10$  cm ;  $a = 500$  m/s ;  $M_x = 0,4$  ;  $M_\theta = 0$

En l'absence d'écoulement azimuthal, les fréquences de coupure sont identiques pour  $m$  positif ou négatif, et elles augmentent avec  $|m|$ . Pour  $j > 0$ , elles sont donc toutes supérieures à la fréquence pour  $j = 1$  et  $m = 0$  donnée dans le Tableau IV-1.

	<b>m = -1</b>	<b>m = -2</b>	<b>m = -3</b>	<b>m = -4</b>	<b>m = -5</b>	<b>m = -6</b>
<b>j = 0</b>	324 Hz	641 Hz	947 Hz	1237 Hz	1508 Hz	1758 Hz
<b>j = 1</b>	5268 Hz	4909 Hz	4693 Hz	4601 Hz	4615 Hz	4713 Hz
<b>j = 2</b>	10 928 Hz	10 448 Hz	10 044 Hz	9712 Hz	9450 Hz	9252 Hz

**Tableau IV-2 : fréquences de coupure des premiers modes acoustiques (m,j)  
dans un conduit annulaire dont le rayon interne vaut 0,6 fois le rayon externe  
 $R_{ext} = 10 \text{ cm}$  ;  $a = 500 \text{ m/s}$  ;  $M_x = 0,4$  ;  $M_\theta = 0,75$  à la périphérie**

Dans un écoulement tournant, l'influence de l'ordre azimutal  $m$  sur les fréquences de coupure est plus difficile à appréhender. Plus  $m$  augmente, plus le terme de gauche dans la relation (5) tend à diminuer les fréquences calculées sans écoulement. Cependant, on constate que, à  $j$  fixé, même si la fréquence de coupure diminue pour des valeurs de  $m$  faibles, l'influence de la partie sans écoulement finit par prédominer pour des valeurs de  $m$  plus élevées et la fréquence de coupure augmente. En fait, d'après le Tableau IV-2, pour un nombre de Mach azimutal élevé, les fréquences de coupure des modes avec  $j = 1$  sont supérieures à 4,6 kHz. Pour  $j = 2$ , elles sont encore plus élevées.

Ainsi, aux fréquences étudiées, c'est-à-dire de 0 à 4 kHz, pour chaque ordre modal  $m$  et quel que soit l'écoulement, seul le premier mode radial ( $j = 0$ ) se propage en raison d'un rapport de moyeu important au niveau des turbines. Les modes radiaux d'ordres plus élevés sont coupés par le conduit. De plus, pour les modes avec  $j = 0$ , il apparaît que la pression acoustique ne dépend pas de la coordonnée radiale. Pour illustration, les profils de pression azimutaux et radiaux des premiers modes acoustiques sont tracés sur la Figure IV-2 pour un rapport de moyeu de 0,6. Ils ne dépendent pas de la vitesse de rotation de l'écoulement. Leur obtention est détaillée en Annexe D. La dépendance avec  $r$  pour les modes avec  $j = 0$  est encore plus faible pour un rapport de moyeu plus élevé.

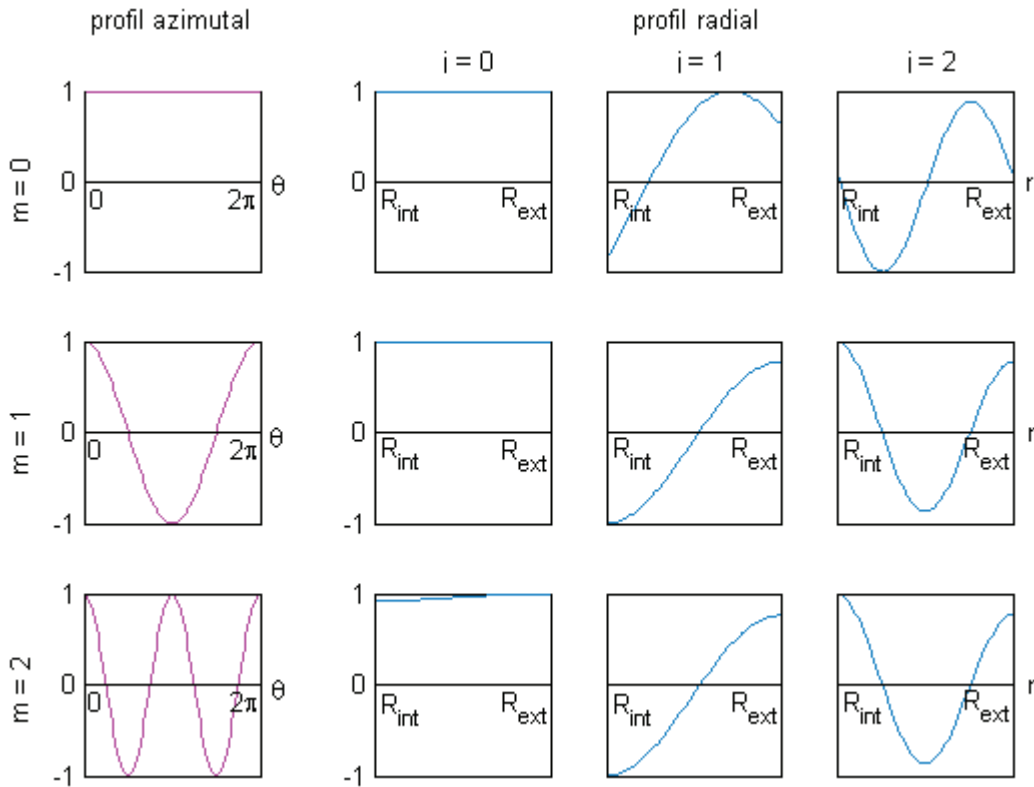


Figure IV-2 : profils radiaux et azimutaux des premiers modes acoustiques (m,j) dans un conduit annulaire dont le rayon interne vaut 0,6 fois le rayon externe

Finalement, la structuration et de la propagation des modes acoustiques dans un moteur peuvent être décrites par un modèle de propagation en conduit annulaire infiniment mince (cf. Annexe D). C'est un modèle bidimensionnel de la veine pouvant être exprimé soit en coordonnées annulaires, soit en coordonnées cartésiennes sur une coupe cylindrique développée. Dans ce dernier cas, la condition de périodicité dans la direction tangentielle doit être imposée explicitement. Ces deux représentations seront utilisées indifféremment par la suite. Le champ acoustique s'écrit alors :

$$p_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\tilde{p}_m^{(\pm)}(\omega)}_{P_m^{(\pm)}} e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)}$$

où  $y = R\theta$ ,  $k_y = \frac{m}{R}$ ,  $k_x^{(\pm)} = \frac{-M_x \left( \frac{\omega}{a} - k_y M_{\theta} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\omega}{a} - k_y M_{\theta} \right)^2 - (1 - M_x^2) k_y^2}}{1 - M_x^2}$

Les modes  $P_m^{(\pm)}$  sont orthogonaux entre eux, c'est-à-dire que l'on a :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} P_m^{(\pm)} P_{m'}^{(\pm)*} r d\theta = S \delta_{mm'} = \begin{cases} S_h & \text{si } m' = m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



Chaque mode correspond à une onde harmonique se propageant en ligne droite dans le plan  $(x,y)$ . La direction d'avancement des plans de phase est imposée par l'ordre modal  $m$ . Si  $m$  est nul,  $k_y$  l'est aussi, et donc l'onde se propage parallèlement à l'axe du conduit.

Sur les moteurs de Turbomeca, l'écoulement est subsonique hors des canaux entre les aubes, aussi bien en amont qu'en aval des turbines. Dans ce cas, pour un ordre modal donné et une fréquence supérieure à la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{a}{2\pi} |k_y| (\beta + \varepsilon \overline{M}_\theta) \quad \text{où } \varepsilon = \text{signe de } m$$

l'onde correspondant à  $k_x^{(-)}$  se propage vers l'amont et celle correspondant à  $k_x^{(+)}$  vers l'aval, même si pour cette dernière, les plans de phase avancent vers l'amont aux fréquences légèrement supérieures à la fréquence de coupure. En effet, en raison de l'effet de convection par l'écoulement, l'onde se propage malgré tout vers l'aval. On parle alors de mode amont inverse. Aux fréquences plus élevées, les plans de phase se dirigent bien vers l'aval. Pour plus de détail, on pourra se référer à l'Annexe D.

Jusqu'à présent, on ne s'est intéressé qu'à la pression. Toutes les autres grandeurs fluctuantes associées au champ acoustique peuvent s'écrire comme la somme des perturbations associées à chaque mode  $\mathbf{P}_m^{(\pm)}$ , soit (cf. Annexe D) :

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ v'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{v}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ s'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{s}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ \rho'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{\rho}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ T'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{T}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \end{array} \right. \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\tilde{u}_m^{(\pm)}(\omega)}{a} = \left( \frac{\hat{k}_x^{(\pm)}}{\hat{K}^{(\pm)}} \right) \frac{\tilde{p}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{p}} \\ \frac{\tilde{v}_m^{(\pm)}(\omega)}{a} = \left( \frac{k_y}{\hat{K}^{(\pm)}} \right) \frac{\tilde{p}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{p}} \\ \tilde{s}_m^{(\pm)} = 0 \\ \frac{\tilde{\rho}_m^{(\pm)}(\omega)}{\bar{\rho}} = \frac{\tilde{p}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{p}} \\ \frac{\tilde{T}_m^{(\pm)}(\omega)}{\bar{T}} = (\gamma - 1) \frac{\tilde{p}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{p}} \end{array} \right. \quad (6)$$

où les grandeurs adimensionnalisées suivantes ont été introduites :

$$\hat{k}_x^{(\pm)} = \frac{a k_x^{(\pm)}}{\omega}, \quad \hat{k}_y = \frac{a k_y}{\omega}, \quad \hat{K}^{(\pm)} = 1 - M_x \hat{k}_x^{(\pm)} - M_y \hat{k}_y$$

#### IV.1.4 Description des champs entropique et tourbillonnaire

Comme dans le cas du champ acoustique, on cherche à décomposer les champs tourbillonnaire et entropique en champs élémentaires. En premier lieu, on exprime la composante radiale du

rotationnel de la vitesse (notée  $\xi'$ ) ainsi que l'entropie dans l'espace de Fourier (cf. relation (A-5) démontrée en annexe) :

$$\xi'(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \xi'_{\omega}(\bar{x}, t) d\omega \quad \text{où} \quad \xi'_{\omega}(\bar{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{k_x} \tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)} dk_x$$

$$\text{et} \quad \tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega) = \iint_{k_r, k'_r} \tilde{\xi}(k_x, m, k'_r, \omega) e^{i(k_r - k'_r)R} \text{sinc}\left(\frac{(k_r - k'_r)h}{2}\right) e^{-ik_r r} dk_r dk'_r$$

$$s'(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} s'_{\omega}(\bar{x}, t) d\omega \quad \text{où} \quad s'_{\omega}(\bar{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{k_x} \tilde{s}(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)} dk_x$$

$$\text{et} \quad \tilde{s}(k_x, m, r, \omega) = \iint_{k_r, k'_r} \tilde{s}(k_x, m, k'_r, \omega) e^{i(k_r - k'_r)R} \text{sinc}\left(\frac{(k_r - k'_r)h}{2}\right) e^{-ik_r r} dk_r dk'_r$$

La présence d'un sinus cardinal provient du fait que la composante radiale est forcément comprise entre les rayons interne et externe, c'est-à-dire qu'elle est bornée.

#### A. Réduction à deux dimensions

Le rapport de moyeu est important au niveau des turbines, ce qui implique une hauteur de veine faible. On peut donc, comme dans le cas du champ acoustique, se ramener à un champ bidimensionnel. Pour cela, on fait tendre  $h$  vers 0 dans les formules précédentes. Cette démonstration est faite en annexe (paragraphe 0). On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega) &\xrightarrow{h \rightarrow 0} \tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega) \delta(r - R) \\ \frac{2\pi}{S_h} |\tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega)|^2 r &\xrightarrow{h \rightarrow 0} |\tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega)|^2 \delta(r - R) \end{aligned}$$

$$\text{avec :} \quad \tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega) = \int_{k_r} \tilde{\xi}(k_x, m, k_r, \omega) e^{-ik_r R} dk_r$$

où  $S_h$  est la section de la veine, ce qui signifie que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega) dr &= \tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega) \\ \frac{1}{S_h} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} |\tilde{\xi}(k_x, m, r, \omega)|^2 r dr &= |\tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega)|^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Ces expressions sont aussi valables pour l'entropie. Un champ bidimensionnel équivalent peut alors en être déduit en supposant que les fluctuations ne dépendent pas de la hauteur de veine et en prenant leur valeur au niveau du rayon moyen.

B. Equation de convection

Puisque le rotationnel de la vitesse turbulente vérifie l'équation de convection (cf. Annexe C) :

$$\frac{d\xi'}{dt}(\bar{x}, t) = 0,$$

on a, d'après la proposition (A-4) :

$$\forall(\omega, k_x, k_\theta, k_r) \quad \frac{d}{dt} \left[ \tilde{\xi}(k_x, k_\theta, R, \omega) e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)} \right] = 0$$

Ceci traduit le fait que chacun des champs élémentaires vérifie l'équation de convection. Pour que cette équation soit vérifiée, il faut que l'égalité suivante soit vraie :

$$\frac{\omega}{a} - \bar{M}_x k_x - \bar{M}_\theta k_y = 0 \quad \text{soit} \quad k_x^{(c)} = \frac{1}{\bar{M}_x} \left( \frac{\omega}{a} - \bar{M}_\theta k_y \right)$$

Cette relation est l'équivalent pour les champs convectés de la relation de dispersion obtenue pour le champ acoustique. Elle impose le nombre d'onde axial pour un ordre modal  $m$  et une fréquence donnés. Cependant, contrairement à la relation de dispersion du champ acoustique qui définissait deux ondes se propageant en sens opposés, il n'y a ici qu'un seul nombre d'onde. Ce dernier traduit la convection des perturbations avec l'écoulement. En effet, si l'on se place dans un repère lié à l'écoulement, le point  $(x, \theta, r)$  a pour coordonnées :

$$(x' = x - \bar{U}_x t, \theta' = \theta - \frac{\bar{U}_\theta t}{r}, r' = r).$$

Toute fluctuation élémentaire constituant le champ tourbillonnaire s'écrit alors :

$$\tilde{u}(k_x, m, k_r, \omega) e^{i(\omega t - k_x^{(c)} x - m\theta)} = \tilde{u}(k_x, m, k_r, \omega) e^{i(-k_x^{(c)} x' - m\theta')}$$

Le terme de phase ne dépend pas du temps et les perturbations tourbillonnaires se déplacent avec l'écoulement sans se déformer. On retrouve ici l'hypothèse de Taylor utilisée en théorie de la turbulence statistique (cf. annexe E.5), plus connue sous sa forme  $k_x = \omega / \bar{U}$  dans un écoulement non tournant. Même si ces fluctuations élémentaires ne se propagent pas, on parle ici d'ondes bien que le terme soit impropre. Ce résultat est également valable pour le champ entropique.

Ainsi, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}(k_x, m, R, \omega) &= \tilde{\xi}_m(\omega) \delta(k_x - k_x^{(c)}) \\ \tilde{s}(k_x, m, R, \omega) &= \tilde{s}_m(\omega) \delta(k_x - k_x^{(c)}) \end{aligned}$$

soit :

$$\xi'_\omega(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\tilde{\xi}_m(\omega) e^{i(\omega t - k_x^{(c)} x - m\theta)}}_{\Xi_{m,\omega}(\vec{x}, t)}$$

$$s'_\omega(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\tilde{s}_m(\omega) e^{i(\omega t - k_x^{(c)} x - m\theta)}}_{\mathbf{S}_{m,\omega}(\vec{x}, t)}$$

Finalement, les champs tourbillonnaire et entropique s'expriment bien comme la somme d'ondes harmoniques bidimensionnelles ( $\Xi_{m,\omega}$  et  $\mathbf{S}_{m,\omega}$ ) vérifiant l'équation de convection. Ces dernières sont désignées sous le nom générique de modes tourbillonnaire ou entropique. Comme pour les modes acoustiques, ces derniers sont orthogonaux entre eux, c'est-à-dire que :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} (\Xi_{m,\omega}) (\Xi_{m',\omega})^* r d\theta dr = |\tilde{\xi}_m(\omega)|^2 S_h \delta_{mm'}$$

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} (\mathbf{S}_{m,\omega}) (\mathbf{S}_{m',\omega})^* r d\theta dr = |\tilde{s}_m(\omega)|^2 S_h \delta_{mm'}$$

On appelle amplitudes modales (bidimensionnelles) les termes  $\tilde{\xi}_m(\omega)$  et  $\tilde{s}_m(\omega)$  et amplitudes modales tridimensionnelles les termes  $\tilde{\xi}(k_x^{(c)}, m, k_r, \omega)$  et  $\tilde{s}(k_x^{(c)}, m, k_r, \omega)$ .

### C. Autres grandeurs associées au champ tourbillonnaire

On part des relations démontrées dans l'Annexe C, à savoir :

$$\begin{cases} \text{div } \vec{u}'_\omega = 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{u}'_\omega = \xi'_\omega \vec{e}_r + \alpha'_\omega \vec{e}_x + \beta'_\omega \vec{e}_\theta \\ \rho'_\omega = s'_\omega = \rho'_\omega = T'_\omega = 0 \end{cases}$$

On peut montrer de manière analogue à ce qui a été fait pour le champ acoustique (cf. paragraphe D.8 en annexe) que toutes les grandeurs fluctuantes du champ tourbillonnaire se mettent sous la même forme que la vitesse, c'est-à-dire qu'elles sont la somme d'ondes élémentaires harmoniques dont l'amplitude ne dépend pas de  $r$ . Les propriétés de la transformée de Fourier assurent que :

$$\begin{cases} \text{div} \left[ \tilde{\vec{u}}_m(\omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = 0 \\ \vec{\text{rot}} \left[ \tilde{\vec{u}}_m(\omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = \left[ \tilde{\xi}_m \vec{e}_r + \tilde{\alpha}_m \vec{e}_x + \tilde{\beta}_m \vec{e}_\theta \right] e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \\ \tilde{\rho}_m(\omega) = \tilde{s}_m(\omega) = \tilde{\rho}_m(\omega) = \tilde{T}_m(\omega) = 0 \end{cases}$$

La pression, l'entropie, la masse volumique et la température liées à l'onde tourbillonnaire sont ainsi entièrement déterminées à partir de la vitesse. En outre, les conditions aux limites du conduit imposent une vitesse radiale nulle :

$$\tilde{w}_m(\omega) = 0$$

Il ne reste plus qu'à exprimer les deux autres composantes de la vitesse à partir de la divergence et de la composante radiale du rotationnel :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{u}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \tilde{v}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = 0 \\ \tilde{\alpha}_m = \tilde{\beta}_m = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \tilde{u}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{v}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = \tilde{\xi}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \end{cases}$$

Les dérivées sont aisément calculables. Après simplification, on obtient :

$$\begin{cases} k_x^{(c)} \frac{\tilde{u}_m}{a} + k_y \frac{\tilde{v}_m}{a} = 0 \\ k_y \frac{\tilde{u}_m}{a} - k_x \frac{\tilde{v}_m}{a} = \frac{i\tilde{\xi}_m}{a} \end{cases}$$

Il vient alors :

$$\begin{cases} \frac{\tilde{u}_m(\omega)}{a} = \left( \frac{\hat{k}_y}{\hat{K}^{(c)}} \right) \frac{i\tilde{\xi}_m}{aK^{(c)}} \\ \frac{\tilde{v}_m(\omega)}{a} = - \left( \frac{\hat{k}_x^{(c)}}{\hat{K}^{(c)}} \right) \frac{i\tilde{\xi}_m}{aK^{(c)}} \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\tilde{u}_m(\omega)}{a} = - \frac{\hat{k}_y}{\hat{k}_x^{(c)}} \frac{\tilde{v}_m(\omega)}{a} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \hat{k}_x^{(c)} = \frac{ak_x^{(c)}}{\omega} \\ \hat{k}_y = \frac{ak_y}{\omega} \\ \hat{K}^{(c)} = \sqrt{\hat{k}_x^{(c)2} + \hat{k}_y^2} \end{cases} \quad (8)$$

#### D. Autres grandeurs associées au champ entropique

On procède de la même façon que pour le champ tourbillonnaire. Les grandeurs fluctuantes sont liées entre elles par les relations suivantes (cf. Annexe C) :

$$\begin{cases} \text{div } \vec{u}'_\omega = 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{u}'_\omega = \vec{0} \\ p'_\omega = 0 \\ \frac{p'_\omega}{\bar{p}} = - \frac{s'_\omega}{c_p} \\ \frac{T'_\omega}{\bar{T}} = \frac{s'_\omega}{c_p} \end{cases}, \quad \text{soit} \quad \begin{cases} \text{div} \left[ \tilde{\vec{u}}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = 0 \\ \vec{\text{rot}} \left[ \tilde{\vec{u}}_m e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(c)} x)} \right] = \vec{0} \\ \tilde{p}_m(\omega) = 0 \\ \frac{\tilde{p}_m(\omega)}{\bar{p}} = - \frac{\tilde{s}_m(\omega)}{c_p} \\ \frac{\tilde{T}_m(\omega)}{\bar{T}} = \frac{\tilde{s}_m(\omega)}{c_p} \end{cases} \quad (9)$$

Les conditions aux parois imposent que la vitesse radiale soit nulle. Puis la divergence et le rotationnel imposent des vitesses radiale et azimutale nulles. Ainsi,  $\vec{u}_m(\omega) = \vec{0}$ .

### IV.1.5 Absence de redistribution modale

Pour un mode (acoustique, tourbillonnaire ou entropique) d'ordre azimutal  $m$  et d'ordre radial  $j$  incident sur une turbine, *a priori* plusieurs ondes avec différents ordres azimutaux et radiaux peuvent être transmises et réfléchies. L'onde transmise ou réfléchie portant la plus grande énergie n'est pas forcément celle d'ordres  $(m,j)$ . On appelle ce phénomène la redistribution (ou dispersion) modale. Dans le cas d'une turbine, elle peut provenir soit de l'effet de réseau de la grille d'aubes, soit d'une variation brutale de la hauteur de veine. L'effet de réseau provoque une redistribution modale azimutale tandis que la variation de hauteur de veine est à l'origine d'une redistribution modale radiale (c'est-à-dire que l'ordre azimutal reste inchangé car l'élargissement n'impose aucune contrainte dans la direction angulaire).

#### A. Effet de réseau d'une grille d'aubes

En théorie, lors de l'interaction avec une excitation périodique quelle qu'elle soit, la périodicité des aubes d'un rotor ou d'un stator engendre une dispersion modale qui s'accompagne dans le cas d'un rotor d'une dispersion fréquentielle. Ce phénomène est par exemple décrit par Hanson [HAN01a].

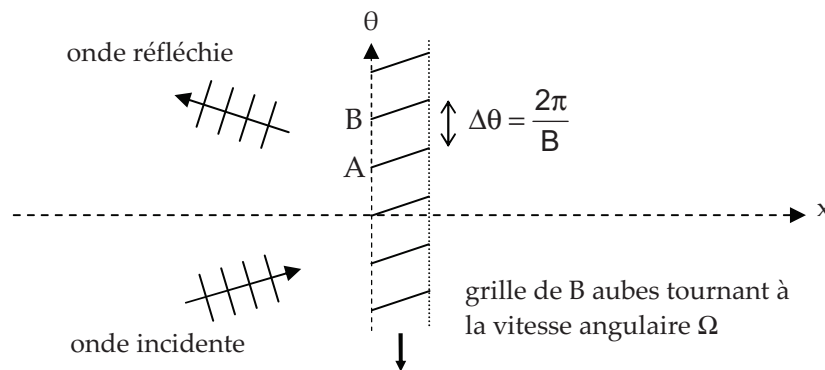


Figure IV-3 : effet de réseau d'une grille d'aubes

Afin de l'expliciter, on considère un mode incident d'ordre modal  $m_0$  et d'amplitude unitaire :

$$e^{i(\omega t - k_{x0}x - m_0\theta)}$$

Lorsque cette onde arrive sur une grille d'aubes, une partie de l'énergie est transmise à travers la grille et le reste est réfléchi. On raisonne ci-dessous sur une onde réfléchie mais le principe est le même pour une onde transmise. Plusieurs ondes réfléchies peuvent coexister, de la forme :

$$e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)}$$

où  $m$  est un nombre d'onde réfléchi, *a priori* quelconque.

Si l'on se place au niveau du bord d'attaque des aubes, en  $x = 0$ , les pressions incidentes sur deux aubes successives (points A et B de la Figure IV-3) ont la même amplitude, mais elles sont déphasées de  $e^{im_0\Delta\theta}$ . Ceci résulte de l'obliquité de l'onde incidente. Ce raisonnement est également valable pour toutes les ondes réfléchies. Ainsi, entre deux aubes successives, les ondes incidentes et réfléchies présentent le même déphasage, soit :

$$e^{i2\pi\frac{m_0}{B}} = e^{i2\pi\frac{m}{B}}$$

Le nombre d'onde azimutal réfléchi  $m$  n'est pas quelconque *a posteriori*. Il existe un entier  $s$  tel que :

$$m = m_0 + sB$$

Finalement, pour une onde incidente de nombre d'onde angulaire  $m_0$ , il existe plusieurs ondes réfléchies ou transmises de nombres d'onde angulaires  $m(s)$ . C'est la dispersion modale.

Cependant, sur les turbines de Turbomeca, on a vu que seuls quelques modes avec un ordre azimutal faible sont susceptibles de se propager. En raison du grand nombre d'aubes sur les distributeurs et les roues de turbines (par exemple entre 20 et 35 sur le moteur H), si un mode d'ordre azimutal  $m_0$  se propage, les modes d'ordre  $m_0 \pm B$  ne se propageront pas. Ainsi, la dispersion modale due à l'effet de réseau de la grille d'aubes est négligeable et on peut considérer sans erreur notable qu'une onde incidente de nombre d'onde angulaire  $m_0$  n'engendrera que des ondes réfléchi et transmise de même nombre d'onde angulaire  $m_0$ . Il n'existera qu'un seul mode réfléchi et un seul mode transmis.

On soulignera que, en toute rigueur, même un mode coupé est susceptible d'intervenir dans un bilan de raccordement modal si son amortissement exponentiel est lent au regard des paramètres du système étudié. Notamment, étant donné que la corde axiale de la turbine est faible devant la longueur d'onde, une onde évanescence générée au niveau du bord d'attaque n'est pas complètement amortie au niveau du bord de fuite. De plus, lorsque l'écoulement est supersonique, les modes tournant en sens inverse de l'écoulement se propagent quelle que soit la fréquence. Malgré cela, on supposera qu'il n'y a pas de redistribution modale due à la grille d'aubes.

### B. Variation de la hauteur de veine

La variation de la hauteur de veine ayant lieu sur une distance courte en regard de la longueur d'onde acoustique (corde axiale des aubes ou distance entre le distributeur et le rotor), elle est assimilable à un changement brusque de la section méridienne. Celui-ci peut également être une source de redistribution modale. Plusieurs ondes transmises et réfléchies peuvent *a priori* exister. Cette modification brutale de la hauteur de veine étant purement radiale, la seule redistribution modale qu'elle peut engendrer est une redistribution sur les modes radiaux. Or, comme vu précédemment, en raison d'un rapport de moyeu élevé, seul le premier mode radial de chaque mode azimutal  $m$  se propage. Ainsi, si l'on considère une onde incidente d'ordre azimutal  $m$  (et d'ordre radial 0), les ondes réfléchies et transmises seront également d'ordre  $m$ . Et puisque seul le premier mode radial se propage, il existera une seule onde réfléchi et une seule onde transmise.

### IV.1.6 Bilan et problématique des équations de saut

Finalement, lorsque la hauteur de veine est faible, toutes les grandeurs sont indépendantes de la coordonnée radiale. Ainsi, on peut restreindre l'étude du bruit dans une turbine à un cadre bidimensionnel. Dans ce paragraphe, il est décrit en coordonnées cartésiennes sur une coupe cylindrique développée ( $x$  étant la coordonnée axiale et  $y = R\theta$  la coordonnée transversale). Par commodité, les axes du repère sont positionnés de telle sorte que les bords d'attaque des aubes correspondent respectivement à  $x = -c/2$  et  $x = +c/2$  (où  $c$  est la corde). Lorsque la corde devient faible par rapport aux longueurs d'onde, la grille est assimilable à une discontinuité, située en  $x = 0$ , au niveau de laquelle se produit une modification brusque de toutes les grandeurs de l'écoulement, mais aussi de la section. De part et d'autre de cette discontinuité, l'écoulement est vu comme la somme d'un écoulement moyen supposé stationnaire, isentropique et uniforme et de perturbations. Ces dernières se partagent entre perturbations de nature acoustique se propageant vers l'amont ou vers l'aval, et perturbations convectées de nature tourbillonnaire ou entropique :

$$X(\bar{x}, t) = \bar{X} + X'^{(+)}(\bar{x}, t) + X'^{(-)}(\bar{x}, t) + X'^{(c)}(\bar{x}, t)$$

Les champs fluctuants sont exprimés dans l'espace des fréquences par transformée de Fourier :

$$X'(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} X'_{\omega}(\bar{x}, t) d\omega$$

A la fréquence  $\omega/(2\pi)$ , chaque perturbation s'écrit comme la somme d'ondes de la forme :

$$X'_{\omega}(\bar{x}, t) = \tilde{X}_m(\omega) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)}$$

Le nombre d'onde axial  $k_x$  est imposé par la relation de dispersion qui est issue de l'équation de propagation ou de convection. En l'absence de redistribution modale, toutes les ondes ont le même ordre azimutal  $m$  que l'onde incidente considérée. La Figure IV-4 récapitule les ondes acoustiques, tourbillonnaires et entropiques d'ordre azimutal  $m$  présentes dans l'écoulement, et donc à prendre en compte dans la modélisation. Les indices 1 et 2 désignent l'écoulement respectivement en amont et en aval de la turbine.



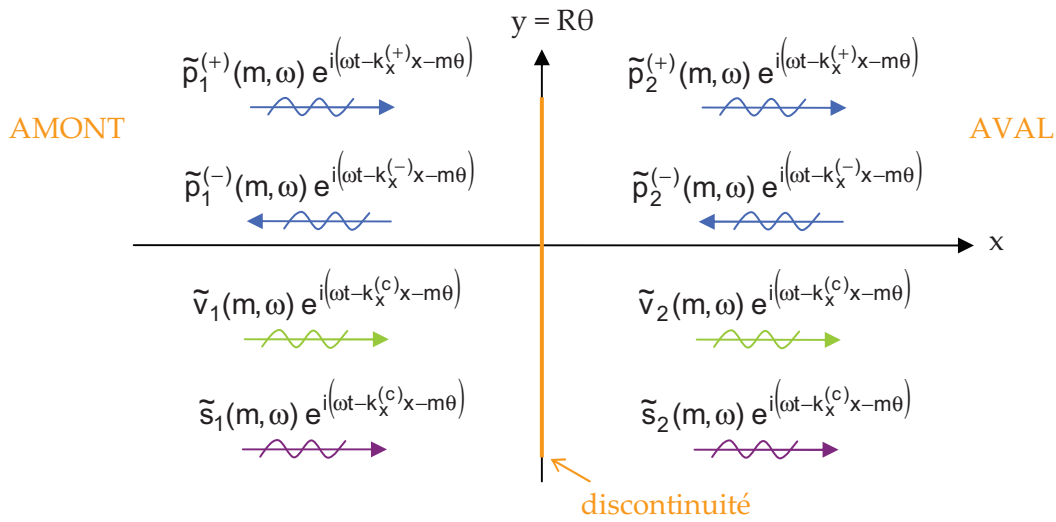


Figure IV-4 : bilan des ondes acoustiques, tourbillonnaires et entropiques à prendre en compte

Pour chaque type d'onde, il est possible d'exprimer toutes les grandeurs instationnaires en fonction d'une seule : la pression acoustique rayonnée pour les ondes acoustiques, l'entropie ou la vorticité (ou une des composantes de la vitesse tourbillonnaire) pour les ondes convectées. Finalement, toutes les grandeurs fluctuantes du problème peuvent être décrites à l'aide de huit paramètres, quatre pour les ondes en amont de la turbine et quatre pour celles en aval.

Tant que  $M_x < 1$ , ce qui est toujours le cas sur les turbomoteurs, quatre des ondes se propagent vers la grille d'aubes et quatre s'en éloignent. Ainsi, on peut définir un vecteur d'entrée  $V_e$  regroupant les grandeurs liées aux ondes arrivant sur la grille et un vecteur de sortie  $V_s$  avec les 4 autres :

$$V_e = \begin{Bmatrix} \frac{\tilde{p}_1^{(+)}}{\gamma \bar{p}_1} \\ \frac{\tilde{p}_2^{(-)}}{\gamma \bar{p}_2} \\ \frac{\tilde{v}_1^{(c)}}{a_1} \\ \frac{\tilde{s}_1}{c_p} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad V_s = \begin{Bmatrix} \frac{\tilde{p}_2^{(+)}}{\gamma \bar{p}_2} \\ \frac{\tilde{p}_1^{(-)}}{\gamma \bar{p}_1} \\ \frac{\tilde{v}_2^{(c)}}{a_2} \\ \frac{\tilde{s}_2}{c_p} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

où  $a_i$  est la vitesse du son dans chacun des milieux et  $\gamma$  le rapport des capacités calorifiques.

Puis on regroupe toutes les grandeurs fluctuantes en amont et en aval de la turbine dans deux vecteurs  $\tilde{V}_1$  et  $\tilde{V}_2$ . Le déphasage entre ces deux vecteurs est nul en vertu des hypothèses de modélisation puisque la taille des aubes de la turbine est petite devant la longueur d'onde. D'après les relations (6), (8) et (9), on peut les exprimer en fonction de  $V_e$  et  $V_s$  :

$$\begin{cases} \tilde{V}_1 = (I_1 V_e + J_1 V_s) e^{i(\omega t - m\theta)} \\ \tilde{V}_2 = (J_2 V_e + I_2 V_s) e^{i(\omega t - m\theta)} \end{cases}$$

$$\text{où : } \tilde{V}_i = \begin{pmatrix} \tilde{p}_i \\ \gamma \tilde{p}_i \\ \tilde{u}_i \\ a_i \\ \tilde{v}_i \\ a_i \\ \tilde{p}_i \\ \tilde{p}_i \\ \tilde{T}_i \\ \tilde{T}_i \\ \tilde{s}_i \\ c_p \end{pmatrix}, \quad I_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{k}_{xi}^{(+)} & 0 & -\hat{k}_{yi} & 0 \\ \hat{K}_i^{(+)} & 0 & -\hat{k}_{xi}^{(C)} & 0 \\ \hat{k}_{yi} & 0 & 1 & 0 \\ \hat{K}_i^{(+)} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ \gamma - 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{k}_{xi}^{(-)} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{K}_i^{(-)} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{k}_{yi} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{K}_i^{(-)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

et

$$\hat{K}^{(\pm)} = 1 - \hat{k}_x^{(\pm)} M_x - \hat{k}_y M_y$$

Les nombres d'ondes notés avec un accent circonflexe sont adimensionalisés par  $\omega/a_i$ .

Modéliser le comportement acoustique de la turbine se résume alors à trouver la matrice de transfert entre les grandeurs en amont et en aval de la discontinuité. Or, de façon générale, toutes les grandeurs du champ doivent être solutions des équations de conservation de la dynamique des gaz, écrites avec sauts à l'endroit de la discontinuité. Quatre de ces équations suffisent à déterminer la matrice de transfert.

Les modèles de Pickett et Cumpsty & Marble diffèrent à ce niveau. Ils n'utilisent pas les mêmes équations de conservation. Pickett utilise la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'entropie, alors que Cumpsty & Marble ont choisi la conservation de la masse, de l'enthalpie totale et de l'entropie. Cumpsty y ajoute une dernière équation issue d'une considération géométrique. Ces deux modèles seront détaillés par la suite. Ils fournissent des matrices de transfert différentes. Cependant, aucun des deux n'a jamais été réellement validé.

L'écriture des équations de saut fournit des relations de la forme :

$$A_2^{(k)} \tilde{V}_2 - A_1^{(k)} \tilde{V}_1 = V_a^{(k)} e^{i(\omega t - m\theta)}$$

où  $A_i^{(k)}$  sont des matrices de taille (1,6) et  $V_a^{(k)}$  un nombre correspondant à un apport. On forme alors deux matrices  $A_i$  de taille (4,6) dont chaque ligne est une des matrices  $A_i^{(k)}$ . Le vecteur de sortie est ensuite calculé par inversion de matrice :

$$V_s = (A_2 I_2 - A_1 J_1)^{-1} [(A_1 I_1 - A_2 J_2) V_e + V_a]$$

Pour obtenir la fonction de transfert d'un étage complet, il suffit de multiplier les fonctions de transfert obtenues pour le distributeur, le rotor et éventuellement le changement de section entre ces deux derniers (le modèle étant également valable pour une portion du conduit de petite dimension dépourvue de rangée d'aubes).

Toutefois, une légère adaptation est nécessaire dans le cas de la modélisation d'un rotor. Afin de faciliter l'écriture des équations de conservation, on se place dans le repère relatif au rotor. La démarche ci-dessus reste valable dans ce repère. Les nouvelles coordonnées sont :

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(r)} = \mathbf{x}^{(a)} \\ \theta^{(r)} = \theta^{(a)} + \Omega_r t \end{cases}$$

où :  $\Omega_r$  vitesse de rotation du rotor  
 (a) désigne les coordonnées dans le repère absolu, c'est-à-dire celui du moteur  
 (r) désigne les coordonnées dans le repère relatif au rotor

Les nombres de Mach sont également exprimés dans le repère relatif :

$$\begin{cases} M_x^{(r)} = M_x^{(a)} \\ M_\theta^{(r)} = M_\theta^{(a)} + \frac{\Omega_r R}{a} \end{cases}$$

Puisque le nombre d'onde azimuthal décrit la périodicité angulaire des ondes qui est indépendante du repère, il est le même dans les repères liés au moteur et au rotor. Par contre, la fréquence est différente dans ces deux repères puisque la phase des ondes doit rester identique, c'est-à-dire que :

$$e^{i(\omega^{(a)}t - m\theta^{(a)})} = e^{i(\omega^{(r)}t - m\theta^{(r)})}$$

Lors de la certification acoustique d'un hélicoptère, le bruit n'est mesuré qu'en régime stationnaire. On se limite donc au cas où la vitesse de rotation du rotor est constante, moyennant quoi :

$$\omega^{(r)} = \omega^{(a)} + \Omega_r m$$

## IV.2 VALIDATION DES HYPOTHESES PAR SIMULATION NUMERIQUE

Afin de valider les hypothèses exposées dans la partie précédente, en particulier l'absence d'influence de la géométrie des aubes, quelques simulations numériques ont été réalisées sur des cas simples.

### IV.2.1 Transmission d'une onde acoustique à travers une grille plane

Une première simulation de la transmission d'une onde acoustique à travers une grille d'aubes plane a été réalisée dans le cadre d'une collaboration interne au laboratoire LMFA de l'École Centrale de Lyon [SCH05]. Il s'agit d'une simulation de principe, les dimensions choisies ne correspondant à aucune réalité physique. Le problème est traité en deux dimensions dans un plan. Le calcul a été fait avec le code SYSNOISE, sans écoulement. La grille est représentée par une série de plaques planes parallèles. Une onde acoustique plane oblique est envoyée sur cette grille d'aubes et on visualise le champ acoustique. La Figure IV-5 présente le résultat pour deux longueurs d'onde différentes.

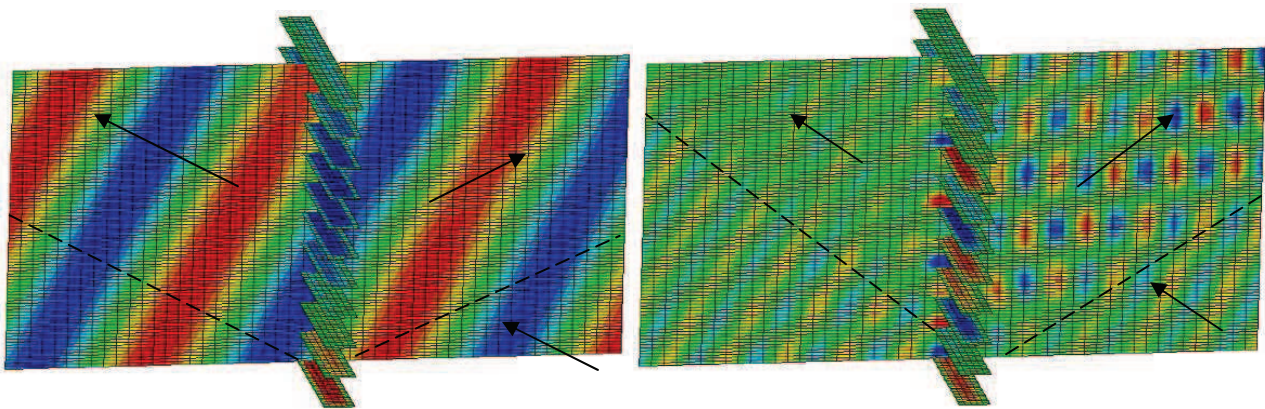


Figure IV-5 : champ de pression acoustique calculé par SYSNOISE pour une grille d'aubes plane pour deux longueurs d'ondes différentes

Pour une longueur d'onde nettement supérieure à la corde des aubes, on constate que la pression acoustique est transmise en quasi-totalité. L'onde n'est presque pas modifiée par la présence des aubes, à part une distorsion qui reste localisée dans leur voisinage immédiat. Par contre, lorsque la fréquence est plus élevée (la longueur d'onde est plus courte), une partie de l'onde incidente est réfléchi par la grille d'aubes. En effet, sur la Figure IV-5 de droite en amont des aubes, les fronts d'onde de l'onde incidente ne sont plus discernables. On visualise le champ de pression résultant de la somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchi. Par ailleurs, le nombre d'aubes maillées étant fini, sur le bas des images, on ne visualise que l'onde incidente. Ces deux calculs simplifiés confirment la transparence acoustique totale d'une grille d'aubes lorsque la longueur d'onde est grande devant la corde, et donc l'absence d'effet de la géométrie de la grille elle-même lorsque l'état moyen du fluide est identique de chaque côté. Cette observation va dans le sens de la modélisation de la grille par un disque d'action aux faibles fréquences dans un cadre plus général.

### IV.2.2 Simulation du comportement acoustique d'un distributeur

Par la suite, des calculs plus proches des géométries réelles rencontrées sur une turbine ont été menés à Turbomeca avec le code de propagation acoustique ACTRAN. Ce code ne prend en compte que les ondes acoustiques et ne permet pas de faire un calcul sur une géométrie en mouvement. Les simulations effectuées se limitent donc à la propagation acoustique à travers un distributeur de turbine. Le cas de référence étudié est celui du distributeur haute pression du moteur H. De même que pour les tests effectués avec SYSNOISE, il convient de considérer une simulation de ce type

comme un exemple de principe qui tend à conforter l'approche suivie dans cette thèse sans prétendre à une validation exacte.

### A. Géométrie utilisée

La géométrie maillée est constituée d'un conduit annulaire et de plaques planes représentant les aubes du distributeur. Elle est présentée sur la Figure IV-6.

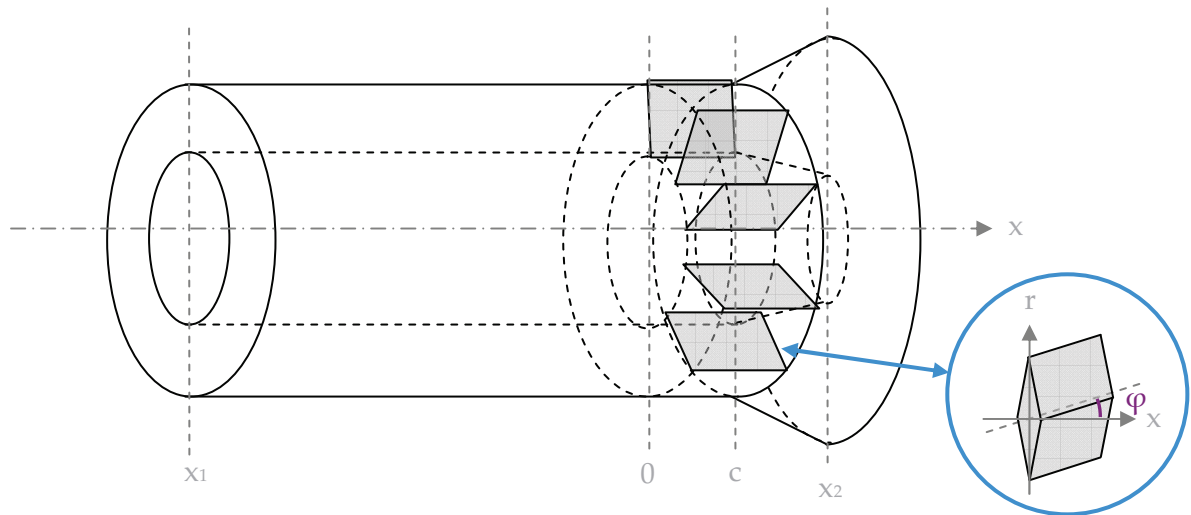


Figure IV-6 : géométrie utilisée pour les calculs sous Actran

On note  $x$  la coordonnée axiale, l'axe étant orienté dans le sens de l'écoulement. L'origine de cet axe se situe au niveau du bord d'attaque des aubes. Le plan de sortie, d'abscisse  $x_2$ , correspond au plan d'entrée du rotor. Le plan  $x_1$  est pris suffisamment loin du distributeur pour que l'onde incidente ait le temps de s'établir dans la simulation. Cependant, il ne correspond à aucun élément de moteur réel, sur lequel la veine serait beaucoup plus courte et coudée.

La section du conduit est constante en amont du bord de fuite des aubes. Par contre, elle augmente en aval du distributeur. L'évolution des rayons dans cette zone se fait linéairement. Les dimensions (rayons internes et externes hors du distributeur, corde axiale des aubes et distance entre les bords d'attaque du distributeur et du rotor) sont représentatives du moteur H.

Les plaques traversent le conduit perpendiculairement aux parois. Afin de s'approcher au mieux de la réalité tout en conservant une géométrie de maillage simple, elles ont été dessinées avec une section en forme de losange, ce qui leur donne une épaisseur nulle au niveau des parois et de quelques millimètres au centre. Elles sont équiréparties sur la circonférence du conduit. Leur nombre est égal au nombre réel d'aubes sur le distributeur. Plusieurs orientations de ces plaques par rapport à l'axe  $x$ , repérées par l'angle  $\varphi$ , ont été testées :  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $-45^\circ$ . Les plaques ont simplement été pivotées, leur corde restant la même. En conséquence, la corde axiale s'en trouve réduite et le bord de fuite ne coïncide pas forcément avec le début du changement de section.

## B. Éléments sur le code de calcul ACTRAN

Les simulations numériques ont été réalisées avec la version TM (pour turbomachine) du code de propagation acoustique ACTRAN [FFT06]. Dans cette version, la pression acoustique est calculée à partir de la résolution sur un maillage (dans l'espace) de l'équation de propagation du potentiel acoustique écrite dans le domaine fréquentiel. Un calcul est nécessaire pour chaque fréquence.

Pour une géométrie de révolution, l'utilisateur n'est pas obligé de réaliser le calcul sur la géométrie 3D complète. Il peut se contenter de mailler une coupe méridienne de cette géométrie et préciser au code ACTRAN de réaliser un calcul 2D axisymétrique. Ce type de calcul, plus rapide, a notamment été utilisé pour les simulations de propagation dans le conduit en l'absence d'aubes. Il a été vérifié qu'il fournit exactement les mêmes résultats qu'un calcul 3D.

L'utilisateur impose à chaque extrémité du conduit les conditions acoustiques au moyen d'une condition de réflexion ou d'une impédance. De plus, il existe à chacune des extrémités une petite zone tampon dans laquelle le code est capable de :

- déterminer la base modale, c'est-à-dire fournir la liste de tous les modes passants à la fréquence maximale de calcul à cet endroit du conduit ainsi que leurs fréquences de coupure.
- décomposer la pression acoustique selon cette base modale, c'est-à-dire calculer l'amplitude et la phase de la pression acoustique ainsi que l'intensité de chacun des modes (pour les modes évanescents, l'intensité est nulle mais pas l'amplitude ni la phase).

L'utilisateur définit également pour chacune de ces zones les modes acoustiques incidents qu'il souhaite injecter dans le calcul ainsi que la liste des modes qu'il souhaite récupérer. En dehors de ces zones, il n'existe aucune source de bruit dans la version TM.

Enfin, l'utilisateur définit l'écoulement par son champ de vitesse à chaque nœud du maillage. Il peut soit l'imposer directement, soit importer le résultat d'un calcul aérodynamique de type Fluent ou elsA. Il fixe également la vitesse du son  $a_0$  en l'absence d'écoulement. Toutes les autres grandeurs moyennes sont calculées par ACTRAN à partir de ce champ de vitesse et de la vitesse  $a_0$  en supposant l'écoulement isentropique. Cette hypothèse impose que la température d'arrêt  $T_0$  soit conservée dans tout l'écoulement et que l'on ait :

$$a_0^2 = \gamma T_0$$

La vitesse du son réelle est alors définie par :

$$a^2 = \gamma T = \gamma \left( T_0 - \frac{U^2}{2c_p} \right) = a_0^2 - \frac{\gamma - 1}{2} U^2 \quad (12)$$

où :  $T$       température statique [K]  
 $T_0$      température d'arrêt [K]  
 $U$       vitesse de l'écoulement [m/s]

L'obtention des autres grandeurs découle de l'application de la loi de Laplace.

### C. Paramètres de calcul

Dans les calculs réalisés, la vitesse du son  $a_0$  a été prise égale à 650 m/s, ce qui est proche de ce qui est rencontré sur le moteur H au niveau du distributeur haute pression. En effet, la température  $y$  dépasse les 1200 K en entrée et 1000 K en sortie et le rapport  $\gamma$  des capacités calorifiques est plus proche de 1,3 que 1,4 en raison de la présence des gaz brûlés.

Deux bases modales ont été définies aux deux extrémités du conduit ( $x = x_1$  et  $x = x_2$ ). En entrée, on injecte un mode incident d'amplitude unitaire, d'ordre radial nul et d'ordre azimutal  $m$  quelconque. En sortie du calcul, on récupère l'amplitude et l'intensité de toutes les ondes réfléchies (en  $x = x_1$ ) et transmises (en  $x = x_2$ ). Dans la majorité des calculs, les modes récupérés sont ceux qui se propagent à la fréquence maximale de calcul. Cependant, dans certaines simulations, le nombre de modes évanescents à considérer a été augmenté. Les calculs ont été faits pour une fréquence allant de 10 à 5000 Hz avec un pas de 10 Hz. Sur cette gamme de fréquences, les modes dont l'ordre azimutal est supérieur ou égal à 4 sont coupés en tout point du conduit. Ainsi, seuls les cas avec  $m$  égal à 0, 1, 2 ou 3 ont été testés.

En outre, afin de s'affranchir des réflexions des ondes acoustiques au niveau des deux extrémités du conduit, des conditions de non réflexion  $y$  ont été imposées. Autrement dit, on suppose que le conduit s'étend à l'infini de chaque côté avec une section constante sur  $x < x_1$  et  $x > x_2$ .

Enfin, le champ de vitesse au niveau de chaque nœud a été généré manuellement. De ce fait, l'écoulement imposé n'est pas forcément physique, mais est suffisant pour l'étude envisagée. De plus, les écoulements testés sont tous purement axiaux. Ceci vient du fait que la version d'Actran utilisée ne permet pas de faire la séparation modale en présence d'un écoulement tournant.

### IV.2.3 Validation des hypothèses de simplification du champ acoustique

Les premiers calculs ont permis de vérifier la validité de certaines hypothèses concernant le champ acoustique, notamment l'absence de redistribution modale et le fait de pouvoir se limiter à un champ acoustique bidimensionnel.

Tout d'abord, on a cherché à valider le fait d'assimiler la veine d'air à un conduit annulaire infiniment mince. Les fréquences de coupure fournies par Actran confirment que les modes radiaux  $j > 0$  sont bien coupés aux fréquences considérées. De plus, si on prend pour le rayon du conduit idéal la moyenne  $R$  des rayons interne et externe du conduit réel, les fréquences calculées analytiquement diffèrent de moins de 0,1 % des fréquences calculées par Actran. Par contre, si on prend le rayon égal au rayon extérieur, l'écart monte à 8 %. Tout ceci confirme la validité de l'hypothèse consistant à se limiter à un champ acoustique en deux dimensions et le fait de considérer la pression acoustique en  $r = R$ .

On a également vu précédemment que pour un mode incident d'ordre azimutal  $m$ , la grille d'aubes peut potentiellement générer tous les modes de même ordre radial et d'ordre azimutal  $m \pm sB$  où  $s$  est un entier quelconque et  $B$  le nombre d'aubes ; quant au changement de section, il peut générer tous les modes radiaux d'ordre azimutal  $m$ . Ainsi, *a priori* tous les modes d'ordre azimutal  $m \pm sB$  et d'ordre radial quelconque peuvent exister dans la géométrie simulée.

Cependant, en raison de leurs fréquences de coupure, ces modes ont une amplitude faible. Ceci est facilement vérifiable sur les amplitudes modales fournies par Actran lorsque les modes d'ordre  $m$  ne sont pas coupés. Le Tableau IV-3 retranscrit un exemple de résultats obtenus (cas sans écoulement avec  $m = 3$  et les aubes calées à  $0^\circ$ ).

	inc.	transmis					réfléchi			
ordre $m$	3	3	3	3+B	3-B	autres	3	3+B	3-B	autres
ordre $j$	0	0	1	0	0	autres	0	0	0	autres
$f_{\text{coup}}$ [kHz]	3.99	4.05	25.5	21.5	29.5		3.99	29.2	21.3	
amplitude	1	$8.10^{-1}$	$8.10^{-3}$	$7.10^{-3}$	$9.10^{-3}$	$\leq 10^{-7}$	$3.10^{-1}$	$1.10^{-2}$	$6.10^{-2}$	$\leq 10^{-7}$

Tableau IV-3 : amplitudes modales prédites par Actran pour un mode incident  $m = 3$  à 5 kHz en l'absence d'écoulement et avec les aubes orientés à  $0^\circ$

Quelque soit l'ordre azimutal de l'onde incidente, la configuration des aubes ou le nombre de modes (évanescents) considérés dans la simulation numérique, les résultats sont similaires. Les amplitudes réfléchi et transmise des premiers modes radiaux d'ordre  $m$  sont 10 à 100 fois plus grandes que celles des autres modes intervenant *a priori* dans la redistribution modale. Ces résultats numériques confirment donc l'absence de redistribution modale. Toutefois, on remarque que l'amplitude des modes  $m \pm sB$  est au moins 1000 fois plus grande que celle des autres modes évanescents.

## IV.2.4 Influence des aubes

En modélisant la grille d'aubes par une discontinuité, on suppose que la géométrie des aubes n'a pas d'influence. Ceci a été vérifié en comparant les résultats des calculs numériques dans le conduit avec ou sans les aubes. Cette comparaison a été faite pour trois écoulements différents :

- un champ de vitesse nul dans tout le conduit
- un champ de vitesse constant de 260 m/s, soit un Mach d'environ 0,4.
- un champ de vitesse de 130 m/s en amont de la grille et de 260 m/s en sortie.

### A. Sans écoulement

Plusieurs calculs ont été menés sans écoulement :

- un sans aubes
- un avec les aubes à  $0^\circ$  par rapport à l'axe de révolution
- un avec les aubes à  $45^\circ$
- un avec les aubes à  $-45^\circ$

Les résultats de ces différents calculs sont présentés pour le mode plan incident ( $m = 0$ ) sur la Figure IV-7 et un mode tournant ( $m = 1$ ) sur la Figure IV-8. Les cas avec  $m = 2$  ou 3 sont similaires au cas où  $m = 1$  si toutes les courbes sont tracées en fonction de  $f/m$ . De plus, seuls les modes  $m = 0$  et  $m = 1$  sont suspectés d'avoir une contribution sur le bruit rayonné à l'extérieur d'un turbomoteur réel. Dans le cas d'un mode non tournant, les géométries avec les aubes à  $45^\circ$  ou  $-45^\circ$  correspondent au même cas physique de par la symétrie du problème.



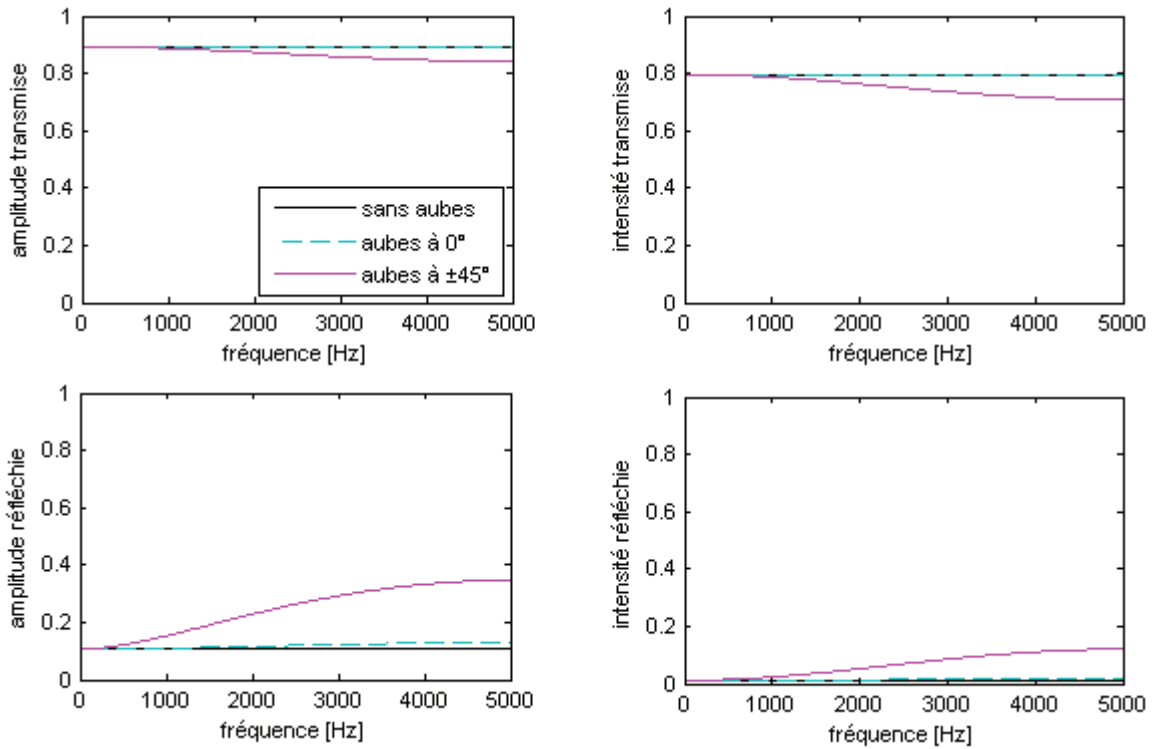


Figure IV-7 : comparaison des résultats des simulations numériques obtenus pour un mode incident  $m = 0$  dans un conduit annulaire sans écoulement pour différentes configurations des aubes

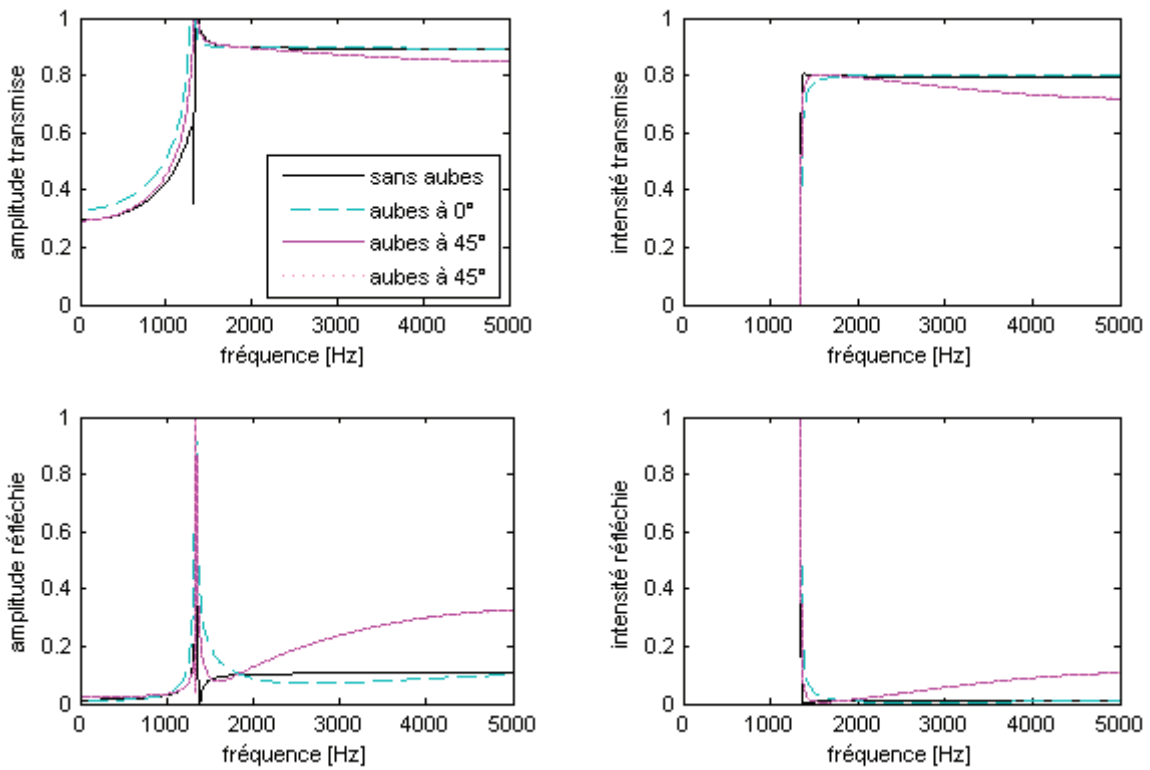


Figure IV-8 : comparaison des résultats des simulations numériques obtenus pour un mode incident  $m = 1$  dans un conduit annulaire sans écoulement pour différentes configurations des aubes

Dans le cas du conduit sans aubes, le coefficient de transmission n'est pas égal à 1 du fait du changement de section qui réfléchit une partie de l'énergie acoustique. Les graphes en intensité montrent bien que cette partie est faible, mais non nulle. La puissance incidente est bien égale à la somme des puissances transmise et réfléchie.

On constate que les résultats obtenus avec les aubes calées à  $0^\circ$  sont très proches de ceux sans aubes. Comme prévu, la grille d'aubes n'a que peu d'influence sur le champ de pression. On remarque juste une légère différence près de la fréquence de coupure. Sans aubes, l'amplitude de l'onde transmise tend vers l'infini à cette fréquence, bien que son intensité reste finie. En réalité, la résonance qui correspond à la coupure s'accompagne d'un amortissement. En présence d'aubes, cet amortissement est lié à une contribution très locale des modes coupés en leur voisinage et serait restituée implicitement par ACTRAN. On remarque que l'amortissement augmente avec l'ordre azimutal.

Les coefficients de réflexion et de transmission calculés avec les aubes calées à  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  sont strictement identiques, bien que le champ de pression acoustique diffère au voisinage immédiat des aubes comme le montre la Figure IV-9. Dans le cas où les fronts d'onde sont perpendiculaires aux aubes (c'est-à-dire que  $m$  et l'angle de calage sont de même signe), l'onde passe entre les aubes sans voir ces dernières. Dans le cas où les fronts d'onde sont parallèles aux aubes, l'onde se réfléchit sur ces dernières, mais le champ acoustique arrive à se recomposer à l'aval de la grille à l'identique de ce qu'il était à l'amont.

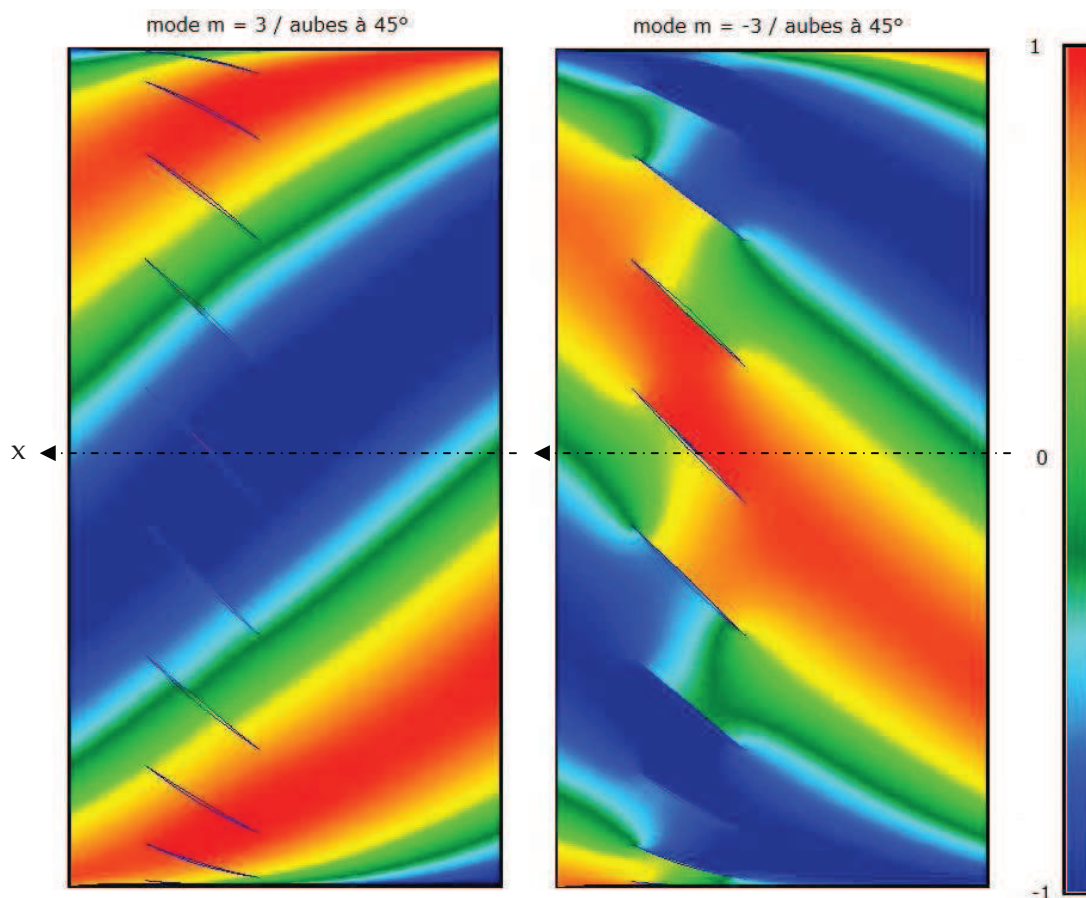


Figure IV-9 : pression acoustique dans le conduit sans écoulement pour un mode  $m$  et avec les aubes calées avec un angle de  $\varphi$  – à gauche :  $m = 3$ ,  $\varphi = 45^\circ$  – à droite :  $m = -3$ ,  $\varphi = 45^\circ$  (ce qui revient à  $m = 3$ ,  $\varphi = -45^\circ$ )

Ce comportement identique pour des angles de calage de  $\pm 45^\circ$  a été vérifié à plus haute fréquence. Une série de calculs a été effectuée de 1 kHz à 40 kHz avec un pas de 1 kHz. Le résultat est présenté sur la Figure IV-10. Les amplitudes des modes ayant les mêmes paramètres modaux que le mode incident sont les mêmes que les aubes soient positionnées à  $45^\circ$  ou  $-45^\circ$  tant que les autres modes pouvant être redistribués par la grille ou le changement de section ne se propagent pas. Le premier mode redistribué se propage à partir de 24 kHz.

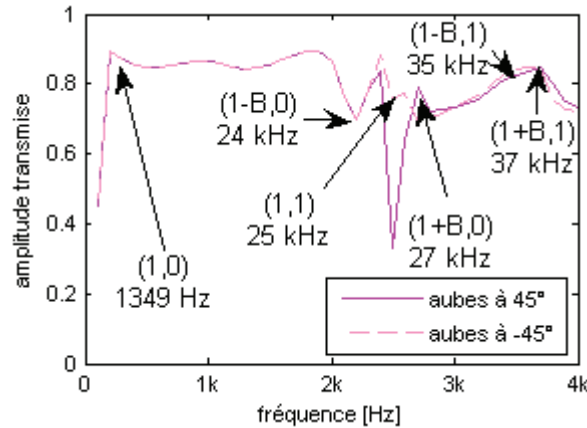


Figure IV-10 : amplitude transmise du mode  $m = 1, j = 0$  pour un mode incident  $m = 1, j = 0$  (calcul Actran dans un conduit annulaire avec des aubes à  $\pm 45^\circ$ )  
 Les flèches indiquent les fréquences de coupure des modes  $(m,j)$  pouvant être redistribués.

Par contre, les résultats obtenus lors des simulations avec les aubes à  $0^\circ$  ou  $\pm 45^\circ$  diffèrent. Avec les aubes orientées à  $\pm 45^\circ$ , le coefficient de transmission en amplitude diminue avec la fréquence, alors qu'il reste quasiment constant lorsque les aubes sont calées à  $0^\circ$ . Et ceci, quel que soit le mode incident, qu'il arrive avec les fronts d'onde parallèles ou inclinés par rapport aux aubes. Pour expliquer ce comportement, on calcule les deux rapports :

$$\frac{c_\theta}{\lambda_\theta} = \frac{mc \sin(\varphi)}{2\pi R} \quad \text{et} \quad \frac{c_x}{\lambda_x} = \frac{k_x \cos(\varphi)}{2\pi}$$

où  $c$ ,  $c_x$  et  $c_\theta$  sont respectivement la corde et ses projections selon les directions axiale et azimutale,  $\varphi$  l'angle des aubes par rapport à l'axe,  $\lambda_x$  et  $\lambda_\theta$  les longueurs d'onde axiale et azimutale. Quel que soit l'angle des aubes, le rapport  $c_x/\lambda_x$  est très inférieur à 1. La différence provient du rapport  $c_\theta/\lambda_\theta$ . Dans le cas des aubes à  $0^\circ$ , ce dernier est nul. Par contre, pour des aubes à  $\pm 45^\circ$  et un mode  $m = 3$ , il est de 0,1390. Bien que faible, il n'est pas complètement négligeable devant l'unité, ce qui explique les écarts.

### B. Ecoulement constant

La comparaison entre les simulations avec et sans aubes a également été faite en présence d'un écoulement. Tout d'abord, l'écoulement est supposé uniforme dans tout le conduit, malgré la présence du changement de section (bien qu'une telle hypothèse ne soit pas réaliste, elle peut néanmoins constituer un cas test). Seul le cas avec les aubes orientées le long de l'axe de révolution a été testé. Les mêmes conclusions que pour le cas sans écoulement sont retrouvées, à savoir que

les deux calculs avec et sans aubes sont très proches, les différences les plus importantes se situant au niveau de la fréquence de coupure.

### C. Écoulement variable purement axial

Un dernier cas de comparaison des simulations avec et sans aubes a été réalisé avec un écoulement plus complexe. La vitesse est uniforme en amont et en aval de la grille d'aubes, mais différente dans ces deux domaines. Elle est égale à 130 m/s en amont et 260 m/s en aval. L'écoulement évolue de manière linéaire entre les bords d'attaque et de fuite des aubes. Ces vitesses axiales sont proches de celles rencontrées sur le distributeur haute pression du moteur H. Cependant, contrairement au cas rencontré sur moteur, la vitesse ne présente pas de composante azimutale à cause des limites du code ACTRAN. Là encore, le champ de vitesse obtenu n'est donc pas réaliste.

Dans un tel cas, une partie de l'énergie acoustique est réfléchi au niveau de l'élargissement de la section, mais également par la grille d'aubes et le changement de la vitesse. Seules les simulations sans aubes et avec des aubes à  $0^\circ$  ont été réalisées. Les résultats sont présentés sur la Figure IV-11 pour un mode incident  $m = 0$  et la Figure IV-12 pour un mode  $m = 1$ .

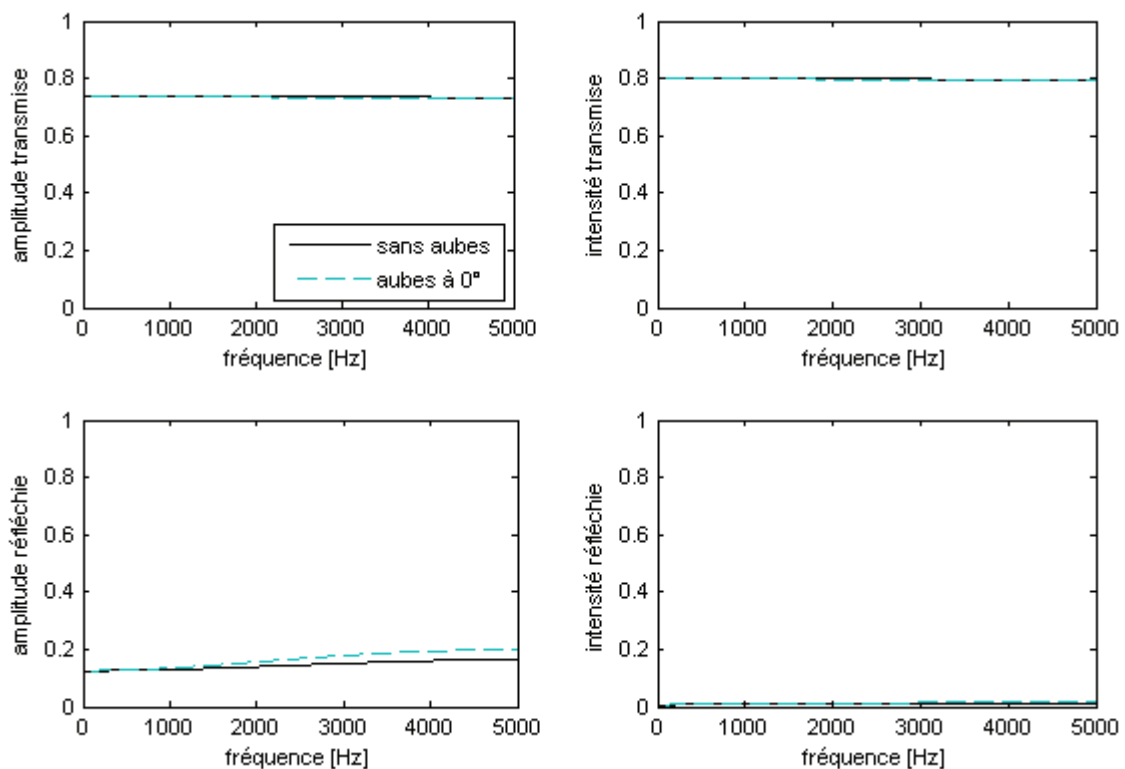


Figure IV-11 : comparaison des résultats des simulations numériques obtenus pour un mode incident  $m = 0$  dans un conduit annulaire avec un écoulement évolutif avec et sans aubes

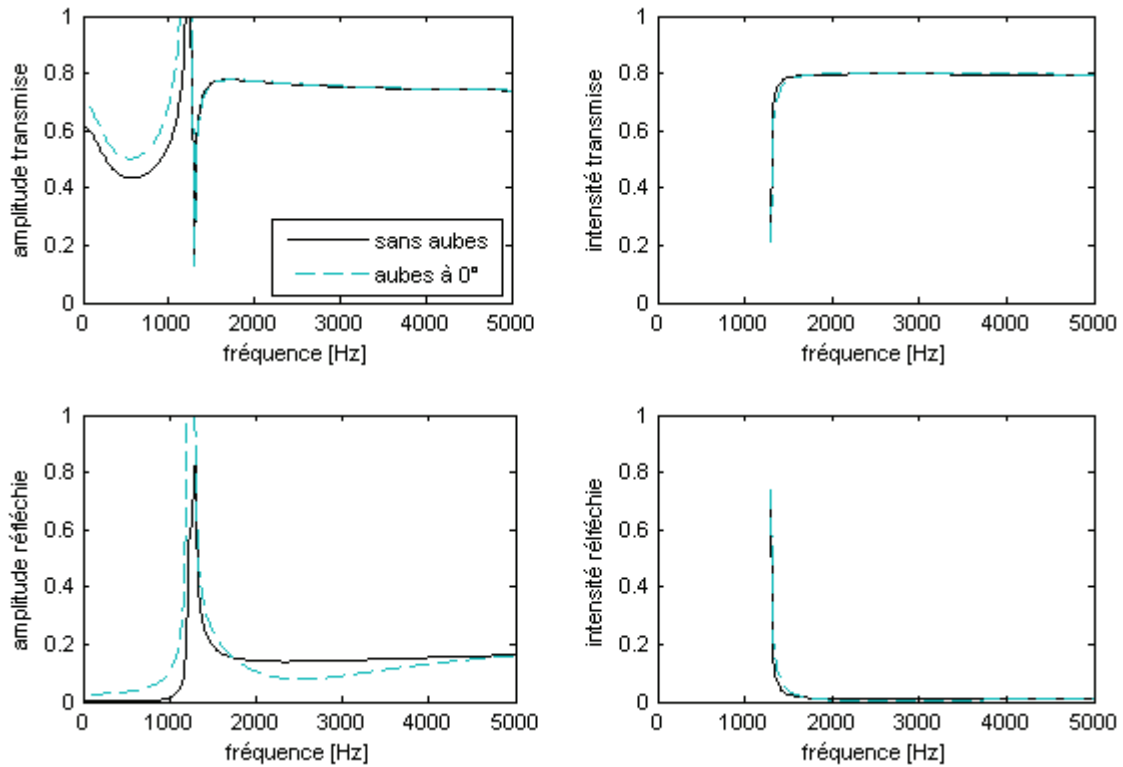


Figure IV-12 : comparaison des résultats des simulations numériques obtenus pour un mode incident  $m = 1$  dans un conduit annulaire avec un écoulement évolutif avec et sans aubes

#### D. Conclusion

En raison de la compacité des aubes de turbine vis-à-vis des ondes acoustiques, leur influence en tant que telles dans les phénomènes de transmission est négligeable. Tout au plus engendrent-elles engendrent une légère diminution de l'amplitude de l'onde transmise autour de la fréquence de coupure. De plus, l'angle d'orientation des aubes modifie également l'amplitude transmise : plus l'angle est important, plus l'amplitude est faible aux fréquences élevées. Ceci vient du fait que la corde azimutale n'est plus négligeable devant la longueur d'onde azimutale. Toutefois, l'influence des aubes reste suffisamment faible pour que la modélisation de la turbine par un disque d'action soit pertinente. Ce sont donc les différences des grandeurs moyennes de part et d'autre de la grille qui sont déterminantes.

### IV.3 EQUATIONS DE SAUT DES MODELES DE LA LITTERATURE

Dans cette partie, les équations de saut utilisées dans les différents modèles écrits dans les années 1970 sont explicitées, ainsi que les arguments qui ont conduit leurs auteurs à ces choix. Pour tous les modèles, les hypothèses de départ sont similaires à celles décrites dans la première partie (paragraphe IV.1), notamment concernant la décomposition du champ perturbé. On peut cependant préciser que la résolution matricielle avec l'introduction d'une fonction de transfert telle que présentée dans la première partie a été introduite par Cumpsty [CUM77b]. Les précédents auteurs ont préféré une résolution plus classique en ne considérant qu'une seule onde incidente à la fois, les autres étant supposées nulles ; pour chaque type d'ondes, ils calculent à partir des

relations de saut les ondes acoustiques transmises en aval de la discontinuité. Les deux méthodes de résolution sont équivalentes. Mais la forme matricielle a l'avantage de simplifier les calculs et de permettre le couplage de plusieurs discontinuités successives correspondant par exemple à un distributeur et une roue ou plusieurs étages de turbines. En outre, aucun des modèles présentés ci-dessous ne tient compte du changement de la section ni d'un apport de fluide, de travail ou de chaleur.

### IV.3.1 Modèle de Marble & Candel

Le premier modèle acoustique prenant en compte l'entropie a été développé par Marble & Candel au milieu des années 1970 [MAR77] pour modéliser le comportement acoustique d'une tuyère compacte. C'est un modèle à une seule dimension, aussi bien pour le champ moyen que pour le champ perturbé. Ainsi, l'écoulement moyen est supposé purement axial et seules les ondes planes (ordre azimutal nul) sont considérées. Il n'y a pas de perturbations tourbillonnaires. La séparation des perturbations acoustiques et entropiques est similaire à celle de Chu & Kovásznay [CHU58].

Afin de relier les grandeurs fluctuantes de part et d'autre de la discontinuité, le problème étant monodimensionnel, trois équations de saut suffisent. Marble & Candel ont utilisé les équations de la mécanique sous forme locale traduisant la conservation des trois grandeurs suivantes : la masse, l'entropie et la température d'arrêt. En réalité, la proportion entre l'air et les gaz brûlés ne variant pas en dehors de la zone de combustion, la capacité calorifique du fluide est constante dans la zone modélisée (tuyère ou turbine) et la conservation de la température d'arrêt traduit la conservation de l'enthalpie totale, autrement dit de l'énergie totale. Pour que les conservations de l'entropie et de l'énergie soient valables, il est supposé qu'il n'y a pas de choc et que les échanges de chaleur et les pertes de charge sont faibles dans la tuyère.

La conservation d'une grandeur se traduit par son égalité à l'entrée et à la sortie de la tuyère aussi bien à l'ordre 0 (champ moyen non perturbé) qu'à l'ordre 1 (perturbations). Afin d'obtenir des relations adimensionnelles, les équations obtenues à l'ordre 1 sont divisées par celles à l'ordre 0. On obtient :

$$\frac{1}{M_{x1}} \frac{u'_1}{a_1} + \frac{\rho'_1}{\bar{\rho}_1} = \frac{1}{M_{x2}} \frac{u'_2}{a_2} + \frac{\rho'_2}{\bar{\rho}_2}$$

$$\frac{s'_1}{c_p} = \frac{s'_2}{c_p} \quad (13)$$

$$\frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{x1}^2} \left[ \gamma \frac{\rho'_1}{\gamma \bar{p}_1} - \frac{\rho'_1}{\bar{\rho}_1} + (\gamma-1) M_{x1} \frac{u'_1}{a_1} \right] = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{x2}^2} \left[ \gamma \frac{\rho'_2}{\gamma \bar{p}_2} - \frac{\rho'_2}{\bar{\rho}_2} + (\gamma-1) M_{x2} \frac{u'_2}{a_2} \right]$$

Ainsi, les relations de saut utilisées dans le modèle tiennent compte des équations de conservation écrites pour l'écoulement moyen. Ces dernières sont toujours vérifiées sur un écoulement réel, mais pas forcément sur les écoulements non réalistes utilisés précédemment dans les calculs numériques avec le code ACTRAN. Cette remarque sera importante lorsque l'on voudra comparer une simulation numérique et un calcul analytique.

Les trois relations de saut (13) sont valables tant que les conditions de conservation de l'entropie et de l'énergie sont vérifiées, c'est-à-dire en l'absence de chocs et de pertes, que l'écoulement à la sortie de la tuyère soit subsonique ou supersonique. Seul le sens de propagation des ondes change avec la vitesse de l'écoulement. Si celui-ci est supersonique en sortie, les deux ondes acoustiques se propagent vers l'aval à des vitesses différentes. Dans le cas contraire, on retrouve une configuration classique avec une onde se propageant vers l'aval et l'autre vers l'amont.

Marble & Candel ont également traité le cas d'une tuyère avec un choc en sortie. Les indices 1, 2 et 3 se réfèrent maintenant aux grandeurs de champ respectivement en amont de la tuyère, juste avant le choc et juste après (c'est-à-dire en sortie de tuyère). Seul le cas avec un choc normal est traité, mais la démarche reste similaire dans les autres cas. Le principe consiste à considérer que les relations établies en l'absence de choc sont toujours valable entre l'écoulement en entrée de la tuyère (indiqué par 1) et l'écoulement juste avant le choc (indiqué par 2). Ce dernier étant supersonique, les deux ondes acoustiques générées dans cette partie de la tuyère se propagent vers l'aval. Après le choc, l'écoulement redevient subsonique, et une seule onde se propage vers l'aval. L'onde se propageant vers l'amont, c'est-à-dire vers le choc, est supposée nulle. Il ne reste plus qu'à établir une relation entre les deux ondes acoustiques et l'onde entropique en amont du choc et l'unique onde acoustique transmise après le choc. Pour cela, les relations de Rankine-Hugoniot à travers un choc droit ont été utilisées :

$$\frac{p_3}{p_2} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} [(M_2)^2 - 1]$$

$$\frac{U_3}{U_2} = 1 - \frac{2}{\gamma+1} \left[ 1 - \frac{1}{(M_2)^2} \right]$$

Ces deux relations sont ensuite linéarisées (développement limité à l'ordre 1). Pour cela, il faut prendre en compte les variations de la vitesse du son lors de la linéarisation du nombre de Mach.

$$M_2 = \frac{\bar{U}_2 + u'_2}{\bar{a}_2 + a'_2} \approx \bar{M}_2 \left( 1 - \frac{u'_s}{U_2} \right) \quad \text{avec} \quad \frac{u'_s}{U_2} = \frac{u'_2}{U_2} - \frac{a'_2}{\bar{a}_2}$$

La vitesse  $u'_s$  est ensuite supprimée en combinant les deux équations linéarisées. Enfin, l'expression de l'onde acoustique transmise après le choc peut être explicitée en fonction des deux ondes acoustiques arrivant sur le choc :

$$\frac{\tilde{p}'_3^{(+)}}{\gamma \bar{p}_3} = \left( \frac{1 + M_2^2 + 2M_2 M_3^2}{1 + M_2^2 + 2M_2^2 M_3} \right) \frac{\tilde{p}'_2^{(+)}}{\gamma \bar{p}_2} + \left( \frac{1 + M_2^2 - 2M_2 M_3^2}{1 + M_2^2 + 2M_2^2 M_3} \right) \frac{\tilde{p}'_2^{(-)}}{\gamma \bar{p}_2}$$

En réalité, le nombre de Mach en aval de la tuyère étant imposé par le choc pour un nombre de Mach en amont donné, l'onde acoustique en aval ne dépend que des conditions en amont du choc.

A propos du choix des équations de saut, plusieurs remarques peuvent être formulées. Les relations de Rankine-Hugoniot découlent de la conservation de la masse, de la quantité de

mouvement et de l'enthalpie totale à travers un choc. Ainsi, les équations de saut utilisées par Marble & Candel dans un écoulement non choqué et à travers un choc sont différentes. Dans le second cas, la conservation de la quantité de mouvement est utilisée puisque la conservation de l'entropie n'est pas vérifiée. Par contre, dans le premier cas cette dernière est préférée. Pourtant, la conservation de la quantité de mouvement serait *a priori* également valable.

### IV.3.2 Modèle de Cumpsty & Marble

Quelques années plus tard, Cumpsty & Marble [CUM77b], afin de prédire le bruit d'entropie produit par les turbines, proposent une généralisation du modèle de Marble & Candel au cas bidimensionnel. Le problème traité est celui décrit dans la première partie. L'analyse de Chu & Kovásznay est utilisée pour séparer les ondes et le problème est ramené à une représentation plane.

Les ondes tourbillonnaires sont également incluses dans le modèle, alors qu'elles n'étaient pas traitées par Marble & Candel puisqu'elles ne peuvent pas exister dans un cas monodimensionnel. La grandeur choisie pour exprimer les ondes tourbillonnaires est la composante non nulle du rotationnel, et non une des deux composantes de la vitesse tourbillonnaire. D'ailleurs, les vecteurs des vitesses moyennes et fluctuantes ne sont pas décrits par leurs composantes dans le plan, mais par leur module et leur angle par rapport à l'axe du conduit. Ceci ne change en rien le raisonnement, et le résultat final est identique.

Les mêmes relations de saut que pour le modèle unidimensionnel sont utilisées ici, à savoir la conservation de la masse, de l'entropie et de l'enthalpie totale. Une quatrième relation de saut est nécessaire puisque le modèle est maintenant à deux dimensions et que les ondes tourbillonnaires sont introduites. L'équation utilisée pour cette relation est différente dans les cas où l'écoulement en sortie est subsonique ou supersonique. En l'absence de choc, on choisit d'écrire que l'angle de propagation des ondes en sortie des aubes ne fluctue pas. Ceci est justifié par le fait qu'au niveau du bord de fuite, la direction de l'écoulement est fixée par la condition de Kutta qui est valable aussi bien pour l'écoulement moyen que l'écoulement perturbé. De plus, si le nombre d'aubes est important, tout point de la section de sortie de la turbine n'est jamais très éloigné d'un bord de fuite et subit cette condition. Ainsi, cette dernière impose en tout point de la section de sortie la direction de propagation des ondes. Finalement, les fluctuations de cet angle, et donc de l'angle  $\theta_2$  formé par l'axe du conduit et le vecteur vitesse de l'onde, sont nulles :

$$\theta'_2 = 0 \quad \text{soit} \quad M_{\theta_2} u'_2 - M_{x_2} v'_2 = 0$$

Dans le cas où l'écoulement est supersonique, des chocs se forment en sortie des canaux inter-aubes. Chaque canal se comporte comme une tuyère choquée. A cause de la présence de ces chocs, la condition de Kutta n'est plus valable. Une nouvelle relation est nécessaire. Selon Cumpsty & Marble, on écrit que le débit dans la turbine est bloqué et qu'il est fixé uniquement par l'écoulement en amont, soit :

$$\rho U_x = \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$



où :  $p_{01}$  pression d'arrêt en amont de la turbine [Pa]  
 $T_{01}$  température d'arrêt en amont de la turbine [K]  
 $M_1$  nombre de Mach en amont de la turbine

Après linéarisation et division par l'équation à l'ordre 0, on obtient la relation à l'ordre 1 suivante :

$$\frac{1}{M_{x1}} \frac{u'_1}{a_1} + \frac{\rho'_1}{\bar{\rho}_1} = \frac{\rho'_1}{\bar{\rho}_1} - \frac{1}{2} \frac{T'_1}{\bar{T}_1} + \frac{\gamma+1}{4 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{M}^2\right)} \left[ 2\bar{M}_x^2 \frac{u'_1}{\bar{u}_1} + 2\bar{M}_y^2 \frac{v'_1}{\bar{v}_1} - \bar{M}^2 \frac{T'_1}{\bar{T}_1} \right]$$

Cette approche suppose la conservation de l'entropie quel que soit l'écoulement, y compris lorsque la turbine est choquée. Or l'entropie ne se conserve pas à travers un choc. De plus, les équations de conservation sous forme locale ont été utilisées, malgré la présence d'une discontinuité. Elles ne tiennent pas compte de ce qui se passe au niveau de la discontinuité, c'est-à-dire au niveau de la variation de section et dans la turbine. Par exemple, la non-conservation de l'entropie correspondrait à l'existence d'un terme de création sous forme d'une distribution de Dirac dans l'équation correspondante. Si l'on ne tient pas compte de la discontinuité, ce terme n'apparaît pas. Toutefois, la conservation de la masse et de la quantité de mouvement reste valable à travers le choc sous leur forme locale sans Dirac. On reviendra sur ce point par la suite au paragraphe IV.4.

### IV.3.3 Modèle de Pickett

En parallèle, Pickett [PIC75] développe son propre modèle de prédiction du bruit d'entropie généré par une turbine. Il opte également pour une modélisation par une discontinuité (disque d'action) et utilise la décomposition de Chu & Kováczay pour séparer toutes les perturbations. Par contre, le modèle est cette fois directement développé en trois dimensions. Tout comme en deux dimensions, toutes les ondes acoustiques et entropiques peuvent être exprimées en fonction d'un seul paramètre : la pression pour les ondes acoustiques et la température pour les autres. Le choix de la température nécessite des précautions d'utilisation, car il s'agit uniquement de la température liée à l'entropie. Il faut penser à supprimer de la température instationnaire la température acoustique qui est faible mais pas nulle. Pour les ondes tourbillonnaires, on obtient une relation entre les trois composantes de la vitesse des perturbations. Celle-ci permet de ne faire apparaître que la vitesse axiale pour les ondes tourbillonnaires. Les autres grandeurs sont nulles.

Pour Cumpsty, les ondes tourbillonnaires sont juste une donnée nécessaire pour le calcul tandis que pour Pickett, elles constituent également une source potentielle de bruit. Cela revient à bien distinguer les deux origines du bruit de combustion indirect, à savoir les ondes entropiques et les ondes tourbillonnaires.

Pour les relations de saut, alors que Marble et Cumpsty sont partis des équations localisées, Pickett s'est intéressé aux équations sous forme intégrale. De plus, il n'a pas utilisé les mêmes équations de conservation, préférant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Son modèle étant tridimensionnel, il nécessite cinq équations de saut. Puisque la conservation de la quantité de mouvement est une équation vectorielle, les bilans sous forme intégrale fournissent quatre équations. Pour la dernière relation, Pickett a utilisé comme les autres la conservation de l'entropie sous forme locale.

On note  $x$  l'axe du conduit,  $y$  et  $z$  les deux directions transverses. La discontinuité correspond au plan  $x = 0$ . Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont intégrées selon l'axe  $x$  entre deux points situés de part et d'autre de la discontinuité en  $x = -\varepsilon/2$  et  $x = \varepsilon/2$ . Ensuite, la limite lorsque  $\varepsilon$  tend vers 0 est prise. Cette opération est réalisée sur les équations de conservation à l'ordre 0, puis sur les équations linéarisées à l'ordre 1. Pickett n'intègre pas les équations de conservation sur les axes transverses et ne retient de ces équations que les dérivées par rapport à  $x$ , justifiant son approche par le fait que l'écoulement est constant dans les directions transverses, la discontinuité étant uniquement selon l'axe du conduit. Pourtant, ceci est discutable pour les termes d'ordre 1 puisque les fluctuations dues aux ondes ont une dépendance en  $\cos(k_y y + k_z z)$ . Ce point sera approfondi par la suite au paragraphe IV.4.

De plus, l'intégration sur l'axe  $x$  nécessite la connaissance des grandeurs de l'écoulement en  $x = 0$ , c'est-à-dire au niveau de la discontinuité. Celles-ci n'étant pas clairement définies, la valeur moyenne des grandeurs en amont et en aval a été prise. Cependant, ce choix peut conduire à des solutions différentes en fonction de la manière d'intégrer. Pour illustrer ce problème, on considère la quantité  $A$  définie ci-dessous et qui apparaît dans l'intégration de la conservation de la quantité de mouvement à l'ordre 0 :

$$A = \int_{-\varepsilon/2}^{+\varepsilon/2} \bar{\rho} \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} dx$$

Puisque l'écoulement est supposé constant de part et d'autre de la discontinuité, Pickett écrit la vitesse axiale moyenne sous la forme :

$$\bar{U}_x(x) = \bar{U}_{x1} H(x) + \bar{U}_{x2} [1 - H(x)]$$

où  $H$  est la fonction de Heaviside et  $\bar{U}_{x1}$  et  $\bar{U}_{x2}$  les vitesses axiales moyennes en amont et en aval. En dérivant, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = \Delta \bar{U}_x \frac{\partial H}{\partial x} = \Delta \bar{U}_x \delta(x) \quad \text{où} \quad \Delta \bar{U}_x = \bar{U}_{x2} - \bar{U}_{x1}$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac. On en déduit alors facilement la quantité  $A$  :

$$A = \Delta \bar{U}_x \int_{-\varepsilon/2}^{+\varepsilon/2} \bar{\rho} \bar{U}_x \delta(x) dx = \Delta \bar{U}_x (\bar{\rho} \bar{U}_x)(x=0)$$

En prenant la définition exposée ci-dessus pour la valeur en  $x = 0$ , on obtient :

$$A = \Delta \bar{U}_x \frac{\bar{\rho}_1 \bar{U}_{x1} + \bar{\rho}_2 \bar{U}_{x2}}{2} \quad (14)$$

Or, on peut également réécrire la quantité  $A$  en constatant que :

$$\bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{U}_x^2)}{\partial x} \quad \text{soit} \quad A = \frac{1}{2} \int_{-\varepsilon/2}^{+\varepsilon/2} \bar{\rho} \frac{\partial (\bar{U}_x^2)}{\partial x} dx$$

Si l'on applique alors le même procédé en considérant  $\bar{U}_x^2$  au lieu de  $\bar{U}_x$ , on obtient :

$$A = \frac{\Delta(\bar{U}_x^2)}{2} \int_{-\varepsilon/2}^{+\varepsilon/2} \bar{\rho} \delta(x) dx = \frac{\bar{U}_{x2}^2 - \bar{U}_{x1}^2}{2} \frac{\bar{\rho}_1 + \bar{\rho}_2}{2}$$

puis, après simplification, l'expression suivante :

$$A = \Delta \bar{U}_x \frac{\bar{\rho}_1 + \bar{\rho}_2}{2} \frac{\bar{U}_{x1} + \bar{U}_{x2}}{2} \quad (15)$$

Comme en général la valeur moyenne d'un produit n'est pas égale au produit des valeurs moyennes, les deux expressions (14) et (15) obtenues pour la quantité A sont différentes. Ceci illustre bien toute la difficulté à intégrer des équations de conservation en présence d'une discontinuité. En réalité, la différence entre les deux résultats provient d'une ambiguïté liée aux distributions. Les valeurs en  $x = 0$  ne sont pas définies et la méthode de Pickett revient à multiplier une distribution de Dirac et une fonction non définie au même point. Or la multiplication de deux distributions n'est pas définie mathématiquement. Colombeau avait déjà mis en évidence ce problème de multiplication de distributions dans des modélisations similaires [COM90].

### IV.3.4 Conclusion

Finalement, cette partie montre la nécessité pour déterminer les équations de saut :

- soit d'écrire les équations de conservation localisées au sens des distributions,
- soit d'écrire les bilans de conservation sous forme intégrale pour le problème réel.

De plus, la pertinence de chacune des équations de saut utilisées doit être évaluée. En effet, un choix différent conduit à des résultats différents. Notamment, pour une même onde acoustique ou entropique incidente, les modèles de Cumpsty & Marble et Pickett donnent des amplitudes différentes pour l'onde acoustique transmise. Cela démontre que toutes les équations de conservation ne sont pas équivalentes en présence d'une discontinuité. Cependant, aucun des deux modèles n'a réellement été validé par comparaison avec des mesures.

## IV.4 EQUATIONS DE SAUT A PARTIR DE BILANS INTEGRAUX

Dans cette partie, on cherche dans un premier temps à évaluer la pertinence des diverses équations de saut utilisées par Pickett et Cumpsty & Marble. Ensuite, quatre équations de raccordement sont retenues afin de proposer un nouveau modèle.

### IV.4.1 Discussion sur les différentes équations de saut

La première équation de saut discutée est celle traduisant le fait que l'angle de sortie des ondes est imposé par l'écoulement. La prise en compte de cette équation de saut dans le modèle a une influence importante sur les résultats, notamment lorsque l'écoulement est identique en amont et en aval de la discontinuité. En effet, toutes les autres équations de saut étant symétriques (même forme en amont et en aval de la discontinuité), sans cette condition sur l'angle de sortie, il n'y a pas d'onde acoustique réfléchi. Par contre, avec cette condition sur l'angle, une petite partie de l'énergie acoustique est réfléchi. Or, au vu des hypothèses de modélisation, la géométrie des aubes n'a pas d'influence et leur absence ne devrait pas modifier le résultat. Ainsi, sans modification de l'écoulement, la réflexion d'une partie de l'énergie acoustique n'a pas lieu d'être. Ceci a été confirmé plus haut par les calculs de transparence effectués avec SYSNOISE et ACTRAN. On écarte donc l'utilisation de la condition sur l'angle de sortie.

Toutes les autres équations de saut sont issues de l'écriture d'équations de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie totale, énergie interne, enthalpie, entropie, ...). Seule leur validité en présence d'une discontinuité peut être discutée. Pour cela, on rappelle que toutes les équations de conservation sont obtenues à partir des trois équations de base de la mécanique des fluides, à savoir la conservation de la masse sur un volume donné, celle de la quantité de mouvement et celle de l'énergie interne. En l'absence de discontinuité, il est possible, grâce au théorème de localisation, d'écrire des équations locales valables en chaque point du volume initial. A partir de ces équations locales, il est possible d'écrire de nouveaux bilans comme celui de l'entropie. Cependant, en présence d'une discontinuité, ces équations locales ne sont plus valables qu'en dehors de la discontinuité, à moins d'y adjoindre une distribution de Dirac. Ainsi, la conservation de l'entropie sous forme locale et sans terme source sous forme de distribution de Dirac n'est pas valide, tout comme il n'y a pas conservation de l'entropie au travers d'un choc.

Finalement, on retient uniquement les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie interne. En écrivant ces trois équations (2 scalaires et 1 vectorielle) sur un volume de contrôle associé à la turbine, on peut en déduire quatre équations de saut.

### IV.4.2 Ecriture des équations de saut à partir des bilans intégraux

Dans cette partie, on cherche à réécrire les équations de saut. Pour cela, on écrit les équations de conservation sous forme intégrale, ce qui permet de faire disparaître les éventuelles distributions de Dirac qui seraient présentes dans les équations de conservation sous forme locale.

On suppose que l'épaisseur de l'aube est faible devant les longueurs d'onde mise en jeu. Ainsi, on peut représenter l'aube par son squelette, c'est-à-dire par sa courbure médiane d'équation  $\theta_0(x)$ . On note  $c$  la corde axiale de l'aube. Pour l'écriture des bilans intégraux, on considère le domaine  $D$  défini sur la Figure IV-13 :

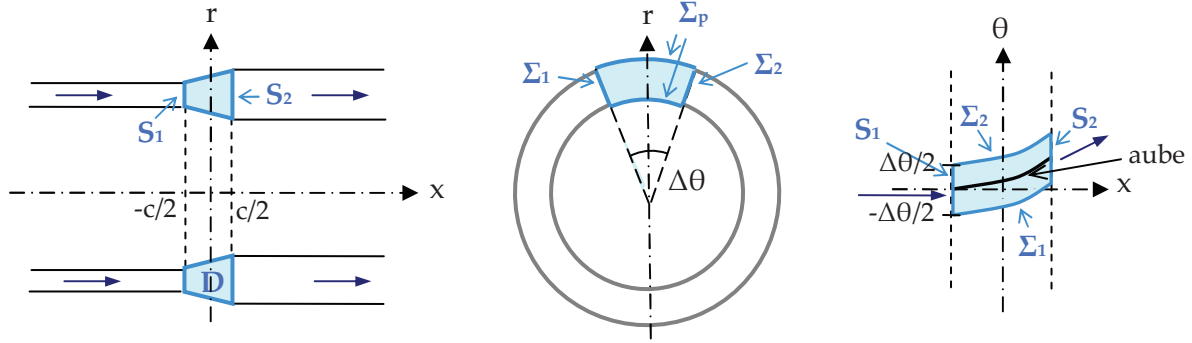


Figure IV-13 : domaine sur lequel sont réalisés les bilans intégraux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie totale

Ce domaine correspond à une tranche fine de la turbine contenant une aube. Il est délimité en entrée et sortie par les plans  $S_1$  et  $S_2$ , sur les côtés par les plans  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  et en hauteur par les parois. On traduit alors les échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie à travers ce domaine  $D$ . Pour cela, on tient compte de l'apport (masse, quantité de mouvement ou énergie) qui pourrait provenir de la turbine, c'est-à-dire de l'aube ou d'une arrivée d'air. Les trois équations bilans peuvent être condensées en une seule équation matricielle de la forme :

$$\int_{x=-c/2}^{c/2} \int_{\theta=-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \int_{r=-h/2}^{h/2} \frac{\partial F}{\partial t}(x, \theta - \theta_0, r) dx r d\theta dr + \iint_{\partial D} \vec{G}(x, \theta - \theta_0, r) \cdot d\vec{S} = \iiint_{x\theta r} P(x, \theta - \theta_0, r) dx r d\theta dr$$

$$\text{où : } F = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U_x \\ \rho U_\theta \\ \rho h_0 = \rho \left( c_v T + \frac{U_x^2 + U_\theta^2}{2} \right) \end{bmatrix}, \quad G^{(x)} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho U_x^2 + p \\ \rho U_x U_\theta \\ \rho h_0 U_x \end{bmatrix}, \quad G^{(\theta)} = \begin{bmatrix} \rho U_\theta \\ \rho U_x U_\theta \\ \rho U_\theta^2 + p \\ \rho h_0 U_\theta \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} \dot{m} \\ f_x \\ f_\theta \\ \vec{f} \cdot \vec{U} + \dot{q} \end{bmatrix}$$

$\dot{m}$ ,  $\dot{q}$ ,  $f_x$  et  $f_\theta$  désignent respectivement les apports de masse et chaleur par unité de volume ainsi que les composantes axiale et azimutale de la force volumique des aubes sur le fluide. De plus, les transferts de matière, de quantité de mouvement et d'énergie étant nuls au niveau des parois, l'intégrale sur le bord du domaine  $D$  se limite à quatre intégrales sur les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  et  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  :

$$\iiint_{x\theta r} \frac{\partial F}{\partial t} dx r d\theta dr + \left[ \iint_{\theta r} G^{(x)} r d\theta dr \right]_{-c/2}^{c/2} + \left[ \iint_{x r} G^{(\theta)} dx dr \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} = \iiint_{x\theta r} P dx r d\theta dr$$

Toutes les grandeurs de l'écoulement s'écrivant comme la somme d'un champ moyen et d'un champ fluctuant, il en est de même pour les matrices  $F$ ,  $G^{(x)}$ ,  $G^{(\theta)}$  et  $P$ .

$$F(x, \theta, r, t) = \bar{F} + F'(x, \theta, r, t)$$

L'équation de conservation peut donc être séparée en deux équations, la première concernant le champ moyen et l'autre portant sur le champ instationnaire :

$$\begin{aligned} \iiint_{x\theta r} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} dx r d\theta dr + \left[ \iint_{\theta r} \bar{G}^{(x)} r d\theta dr \right]_{-c/2}^{c/2} + \left[ \iint_{x r} \bar{G}^{(\theta)} dx dr \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} &= \iiint_{x\theta r} \bar{P} dx r d\theta dr \\ \iiint_{x\theta r} \frac{\partial F'}{\partial t} dx r d\theta dr + \left[ \iint_{\theta r} G'^{(x)} r d\theta dr \right]_{-c/2}^{c/2} + \left[ \iint_{x r} G'^{(\theta)} dx dr \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} &= \iiint_{x\theta r} P' dx r d\theta dr \end{aligned}$$

On s'intéresse à l'équation sur le champ perturbé. On se place alors dans l'espace de Fourier, c'est-à-dire que l'on écrit les matrices  $F$ ,  $G^{(x)}$  et  $G^{(\theta)}$  sous la forme (cf. équation (A-3)) :

$$F'(x, \theta, r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} F'_{\omega}(x, \theta, r, t) \quad \text{où} \quad F'_{\omega}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{F}_{\omega, m}(x, r) e^{i(\omega t - m\theta)}$$

L'équation matricielle se réduit donc à (cf. relation (A-4)) :

$$\begin{aligned} i\omega \sum_m \iiint_{x\theta r} \tilde{F}_{\omega, m}(x, r) e^{-im(\theta - \theta_0)} dx r d\theta dr + \left[ \sum_m \iint_{\theta r} \tilde{G}_{\omega, m}^{(x)}(x, r) e^{-im(\theta - \theta_0)} r d\theta dr \right]_{-c/2}^{c/2} \\ + \left[ \sum_m \iint_{x r} \tilde{G}_{\omega, m}^{(\theta)}(x, r) e^{-im(\theta - \theta_0)} dx dr \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} = \sum_m \iiint_{x\theta r} \tilde{P}_{\omega, m}(x, r) e^{-im(\theta - \theta_0)} dx r d\theta dr \end{aligned}$$

En raison de la faible hauteur de veine, on a supposé que l'écoulement moyen est indépendant de la coordonnée radiale. De plus, on a vu que les perturbations acoustiques, tourbillonnaires et entropiques peuvent être décrites par des ondes bidimensionnelles. Ainsi, les matrices  $\tilde{F}_{\omega, m}$ ,  $\tilde{G}_{\omega, m}^{(x)}$  et  $\tilde{G}_{\omega, m}^{(\theta)}$  ne dépendent pas de  $r$ . On obtient alors :

$$\begin{aligned} i\omega \sum_m \iint_{x\theta} \tilde{F}_{\omega, m}(x, R) e^{-im(\theta - \theta_0)} S(x) dx d\theta + \left[ \sum_m \int_{\theta} \tilde{G}_{\omega, m}^{(x)}(x, R) e^{-im(\theta - \theta_0)} S(x) d\theta \right]_{-c/2}^{c/2} \\ + 2\pi \left[ \sum_m e^{-im(\theta - \theta_0)} \int_r \tilde{G}_{\omega, m}^{(\theta)}(x, R) h(x) dx \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} = \sum_m \iiint_{x\theta r} \tilde{P}_{\omega, m}(x, r) e^{-im(\theta - \theta_0)} S(x) dx d\theta \end{aligned}$$

où  $S = 2\pi Rh$ ,  $h$  et  $R$  sont respectivement la section, la hauteur et le rayon moyen à l'abscisse  $x$ . On divise ensuite chaque membre de l'équation par  $\Delta\theta$ , puis on fait tendre  $\Delta\theta$  et  $c$  vers zéro. Vu que :

$$\frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta=-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} e^{-im\theta} d\theta = \text{sinc} \left( \frac{m\Delta\theta}{2} \right) \xrightarrow{\Delta\theta \rightarrow 0} 1$$

L'équation précédente devient :

$$i\omega \lim_{c \rightarrow 0} \left\{ \sum_m \int_x \tilde{F}_{\omega,m}(x) S(x) e^{im\theta_0(x)} dx \right\} + \lim_{c \rightarrow 0} \left[ \sum_m \tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x) S(x) e^{im\theta_0(x)} \right]_{-c/2}^{c/2}$$

$$+ \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \lim_{c \rightarrow 0} \left\{ \frac{2\pi}{\Delta\theta} \left[ \sum_m e^{-im(\theta-\theta_0)} \int_x \tilde{G}_{\omega,m}^{(\theta)}(x) h(x) dx \right]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \right\} = \lim_{c \rightarrow 0} \left\{ \sum_m \int_x \tilde{P}_{\omega,m}(x) S(x) e^{im\theta_0(x)} dx \right\}$$

On s'intéresse d'abord à l'intégrale contenant  $\tilde{F}_{\omega,m}$ . On borne cette dernière fonction par sa valeur maximale. Celle-ci est bien définie et est finie puisque  $\tilde{F}_{\omega,m}$  représente des grandeurs physiques.

Ainsi, on a :

$$\left| \omega \int_{x=-c/2}^{c/2} \tilde{F}_{\omega,m}(x) dx \right| \leq \omega \int_{x=-c/2}^{c/2} |\tilde{F}_{\omega,m}(x)| dx \leq (\omega c) \max |\tilde{F}_{\omega,m}(x)| \xrightarrow{c \rightarrow 0} 0$$

Pour l'intégrale sur  $\tilde{G}_{\omega,m}^{(\theta)}$ , on procède de même après avoir constaté que :

$$\frac{2\pi}{\Delta\theta} [f(x, \theta, R)]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} = \frac{2\pi}{\Delta\theta} \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta = -im \frac{2\pi}{\Delta\theta} \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} f d\theta \quad \text{où} \quad f(x, \theta, R) = e^{-im(\theta-\theta_0)} \int_x \tilde{G}_{\omega,m}^{(\theta)}(x, R) h(x) dx,$$

$$\left| \frac{2\pi}{\Delta\theta} [f(x, \theta, R)]_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \right| \leq \frac{2\pi|m|}{\Delta\theta} \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \int_{-c/2}^{c/2} |\tilde{G}_{\omega,m}^{(\theta)}(x, R) h(x)| dx d\theta \leq 2\pi|m|c \max |\tilde{G}_{\omega,m}^{(\theta)}(x, R) h(x)| \xrightarrow{c \rightarrow 0} 0$$

Enfin, on considère connu l'apport de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie divisé par la corde. Cela revient à dire que l'intégrale contenant  $P_{\omega,\theta}$  est connue :

$$\tilde{P}_{\omega,m}^{(c)} = \int_x \tilde{P}_{\omega,m}(x, R) S(x) e^{im\theta_0(x)} dx \quad (16)$$

Finalement, l'équation de saut se résume à :

$$\lim_{c \rightarrow 0} \left\{ \left[ \sum_m \tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x, R) S(x) e^{im\theta_0(x)} \right]_{-c/2}^{+c/2} \right\} = \left[ \sum_m \tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x, R) S(x) e^{im\theta_0(x)} \right]_1^2 = \sum_m \tilde{P}_{\omega,m}^{(c)}$$

En outre, en l'absence de redistribution modale, on peut supprimer la somme sur m. On obtient :

$$\forall(m, \omega) \quad \left[ \tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x, R) S(x) e^{im\theta_0(x)} \right]_1^2 = \tilde{P}_{\omega,m}^{(c)}$$

Enfin, on explicite la matrice  $\tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}$  en fonction des amplitudes modales des diverses ondes :

$$\tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x) = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}(x) + \tilde{\rho}(x) \bar{U}_x \\ \tilde{\rho}(x) \bar{U}_x^2 + 2\bar{\rho} \bar{U}_x \tilde{u}(x) + \tilde{\rho}(x) \\ \tilde{\rho}(x) \bar{U}_x \bar{U}_\theta + \bar{\rho} \tilde{u}(x) \bar{U}_\theta + \bar{\rho} \bar{U}_\theta \tilde{v}(x) \\ \left( c_v \bar{T} + \frac{\bar{U}^2}{2} \right) (\bar{\rho} \tilde{u}(x) + \tilde{\rho}(x) \bar{U}_x) + (c_v \bar{T}' + 2\bar{U}_x \tilde{u}(x) + 2\bar{U}_\theta \tilde{v}(x)) \bar{\rho} \bar{U}_x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \bar{\rho} a & 0 & \bar{\rho} a M_x & 0 & 0 \\ \bar{\rho} a^2 & 2\bar{\rho} a^2 M_x & 0 & \bar{\rho} a^2 M_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\rho} a^2 M_\theta & \bar{\rho} a^2 M_x & \bar{\rho} a^2 M_x M_\theta & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\rho} a^3 (\hat{h}_0 + 2M_x^2) & 2\bar{\rho} a^3 M_x M_y & \bar{\rho} a^3 \hat{h}_0 M_x & \frac{\bar{\rho} a^3 M_x}{\gamma(\gamma-1)} & 0 \end{bmatrix} X$$

où 
$$\tilde{u}(x) = \tilde{u}^{(+)}(\omega, m) e^{-ik_x^{(+)}(\omega, m)x} + \tilde{u}^{(-)}(\omega, m) e^{-ik_x^{(-)}(\omega, m)x} + \tilde{u}^{(c)}(\omega, m) e^{-ik_x^{(c)}(\omega, m)x} \quad (17)$$

On suppose dans cette étude qu'il n'y a pas d'apport de masse, liée par exemple à un apport d'air de refroidissement au niveau des aubes. On divise alors chaque terme de la relation précédente par l'équation de conservation de la masse à l'ordre 0, c'est-à-dire :

$$\bar{\rho}_1 \bar{U}_1 S_1 = \bar{\rho}_2 \bar{U}_2 S_2$$

On utilise également l'équation de conservation de la masse à l'ordre 1 pour simplifier les autres équations de saut à l'ordre 1. Ainsi, on obtient :

$$\frac{\tilde{G}_{\omega,m}^{(x)}(x)}{\bar{\rho} \bar{U} S} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{u}(x)}{\bar{U}_x} + \frac{\tilde{\rho}(x)}{\bar{\rho}} \\ \frac{\tilde{\rho}(x)}{\bar{\rho}} \bar{U}_x + 2\tilde{u}(x) + \frac{\tilde{\rho}(x)}{\bar{\rho} \bar{U}_x} \\ \left( \frac{\tilde{u}(x)}{\bar{U}_x} + \frac{\tilde{\rho}(x)}{\bar{\rho}} \right) \bar{U}_\theta + \tilde{v}(x) \\ \left( c_v \bar{T} + \frac{\bar{U}^2}{2} \right) \left( \frac{\tilde{u}(x)}{\bar{U}_x} + \frac{\tilde{\rho}(x)}{\bar{\rho}} \right) + c_v \bar{T}'(x) + 2\bar{U}_x \tilde{u}(x) + \bar{U}_x \tilde{v}(x) \end{bmatrix}$$

Les exponentielles complexes, intervenant dans les grandeurs fluctuantes (cf. équation (17)) et traduisant le déphasage des ondes entre l'entrée et la sortie de la grille d'aube, peuvent être approchées par 1 puisque la corde est supposée petite. Enfin, puisque l'étude numérique a montrée que la forme des aubes avait peu d'influence, on suppose que  $e^{im\theta_0}$  est égal à 1, c'est-à-dire que les aubes sont alignées avec l'axe du conduit.



En dernier lieu, on divise l'équation de saut par la conservation de la masse à l'ordre 0 et en introduisant les matrices  $\tilde{V}_1$  et  $\tilde{V}_2$  du paragraphe IV.1.6, on trouve :

$$B_2 \tilde{V}_2 S_2 - B_1 \tilde{V}_1 S_1 = V_a \quad \text{avec :}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M_{x_i}} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{a_i}{M_{x_i}} & 2a_i & 0 & M_{x_i} a_i & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M_{\theta_i}}{M_{x_i}} a_i & a_i & M_{\theta_i} a_i & 0 & 0 \\ \frac{\gamma a_i^2}{\gamma - 1} & a_i^2 \left( \frac{1}{(\gamma - 1) M_{x_i}} + \frac{3}{2} M_{x_i} \right) & 0 & \frac{(M_{x_i} a_i)^2}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad V_a = \frac{1}{\bar{\rho}_1 \bar{U}_{x_1} S_1} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{x_m}^{(c)}(\omega) \\ F_{\theta_m}^{(c)}(\omega) \\ \dot{E}_m^{(c)}(\omega) \end{bmatrix}$$

où  $\bar{F}_m^{(c)}(\omega)$  et  $\dot{E}_m^{(c)}(\omega)$  sont respectivement les apports de masse, quantité de mouvement et énergie divisés par la corde réelle. Le lien entre les différentes amplitudes modales (acoustiques, tourbillonnaires et entropiques) est alors obtenu par la méthode décrite dans ce même paragraphe IV.1.6.

#### IV.4.3 Ecriture des équations locales avec saut

A partir d'une équation sous forme intégrale et de l'équation de saut associée, on peut définir une équation sous forme locale avec des distributions. On connaît :

$$\iiint_{x\theta r} \left[ \frac{\partial \tilde{U}(x, m, R, \omega)}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{F}(x, m, R, \omega)}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}(x, m, R, \omega)}{\partial y} - \tilde{P}(x, m, R, \omega) \right] dx r d\theta dr = 0$$

$$\tilde{F}(x_2, m, R, \omega) - \tilde{F}(x_1, m, R, \omega) = C$$

D'après le principe de localisation, pour tout point en dehors de la discontinuité, on a :

$$\frac{\partial \tilde{U}(x, m, R, \omega)}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{F}(x, m, R, \omega)}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}(x, m, R, \omega)}{\partial y} - \tilde{P}(x, m, R, \omega) = 0$$

De plus, la fonction F est de la forme :

$$\tilde{F}(x, m, R, \omega) = \tilde{F}(x_2, m, R, \omega) H(x) - \tilde{F}(x_1, m, R, \omega) H(-x)$$

Sa dérivée partielle par rapport à x est donc un Dirac. Il existe donc une constante C' telle que :

$$\frac{\partial \tilde{F}(x, m, R, \omega)}{\partial x} = C' \delta(x)$$

où les dérivées sont prises au sens des distributions. En outre, d'après (16) et la proposition (A-1) :

$$\tilde{F}(x, m, R, \omega)(x) = \tilde{P}_{\omega, m}^{(c)} \delta(S(x))$$

On peut alors montrer que les constantes  $C$  et  $C'$  sont égales [POI08], c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} - P = \left[ \tilde{F}(x_2, m, R, \omega) - \tilde{F}(x_1, m, R, \omega) - \tilde{P}_{\omega, m}^{(c)} \right] \delta(x)$$

Cette équation locale contient donc les équations de saut. Cependant, il n'est pas possible d'obtenir une équation sur l'entropie en recombinaison ces équations locales puisque la multiplication de deux distributions n'est pas définie.

## IV.5 PUISSANCE ACOUSTIQUE TRANSMISE PAR UNE GRILLE D'AUBES

On s'intéresse dans cette partie à la transmission du bruit à travers une grille d'aube en l'absence de source de bruit entropique ou tourbillonnaire. Cela revient à négliger toutes les ondes convectées arrivant sur la grille. De plus, on suppose qu'il n'existe pas d'onde incidente à l'aval.

En reprenant les notations du paragraphe IV.1.6, les vecteurs  $V_e$  et  $V_s$  se réduisent à :

$$V_e = \begin{Bmatrix} \frac{\tilde{p}_1^{(+)}}{\gamma \bar{p}_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad V_s = \begin{Bmatrix} \frac{\tilde{p}_2^{(+)}}{\gamma \bar{p}_2} \\ \frac{\tilde{p}_1^{(-)}}{\gamma \bar{p}_1} \\ \frac{\tilde{v}_2^{(c)}}{a_2} \\ \frac{\tilde{s}_2}{c_p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} & x & x & x \\ R & x & x & x \\ x & x & x & x \\ x & x & x & x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\tilde{p}_1^{(+)}}{\gamma \bar{p}_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Les termes non importants pour ce paragraphe sont remplacés par des croix.

Finalement, pour chaque mode  $m$  et chaque fréquence  $\omega/2\pi$ , on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_2^{(+)}(\omega, m) &= T(\omega, m) \tilde{p}_1^{(+)}(\omega, m) \\ \tilde{p}_1^{(-)}(\omega, m) &= R(\omega, m) \tilde{p}_1^{(+)}(\omega, m) \end{aligned}$$

où  $T$  et  $R$  sont appelés respectivement les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude. Ces deux grandeurs sont fournies par un des modèles de grille d'aubes vus précédemment.

Pour chacune des deux ondes acoustiques émises par la grille d'aubes, on cherche à calculer la puissance acoustique traversant une section du conduit. Pour cela, on part de l'expression de l'intensité acoustique. En présence d'un écoulement uniforme, cette dernière s'écrit [MOR71] :

$$\bar{i}^{(\pm)}(\bar{x}, t) = \left( \frac{p'^{(\pm)}(\bar{x}, t)}{\bar{\rho}} + \bar{U}_x u'^{(\pm)}(\bar{x}, t) + \bar{U}_\theta v'^{(\pm)}(\bar{x}, t) \right) \left( \bar{\rho} \bar{u}'^{(\pm)}(\bar{x}, t) + \frac{p'^{(\pm)}(\bar{x}, t)}{a^2} \bar{U} \right)$$

On écrit ensuite la pression et la vitesse sous forme modale, comme vu au paragraphe IV.1.3 :

$$p'^{(\pm)}(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} p'_\omega^{(\pm)}(\bar{x}, t) d\omega \quad \text{avec} \quad p'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\tilde{p}^{(\pm)}(m, \omega)}_{P_m^{(\pm)}} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)}(n, j)x)}$$

$$\bar{u}'^{(\pm)}(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \bar{u}'_\omega^{(\pm)}(\bar{x}, t) d\omega \quad \text{avec} \quad \bar{u}'_\omega^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \frac{1}{\bar{\rho}a} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{k}^{(\pm)}(m, \omega)}{K^{(\pm)}(m, \omega)} P_m^{(\pm)}$$

La valeur moyenne de l'intensité acoustique s'exprime alors comme suit :

$$\langle \bar{i}(\bar{x}, t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} \langle \bar{i}_\omega(\bar{x}, t) \rangle d\omega \quad \text{avec :}$$

$$\langle \bar{i}_\omega^{(\pm)}(\bar{x}, t) \rangle = \left[ \frac{p'_\omega^{(\pm)}}{\bar{\rho}} + \bar{U}_x u'_\omega^{(\pm)} + \bar{U}_\theta v'_\omega^{(\pm)} \right] \left[ \bar{\rho} \bar{u}'_\omega^{(\pm)} + \frac{p'_\omega^{(\pm)}}{a^2} \bar{U} \right]^*$$

Après calcul, on aboutit à :

$$\langle \bar{i}_\omega^{(\pm)}(\bar{x}, t) \rangle = \frac{\pm 1}{\bar{\rho}a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \bar{A}^{(\pm)}(m, \omega) P_m^{(\pm)} P_{m'}^{(\pm)*} \quad \text{où :}$$

$$\bar{A}^{(\pm)}(m, \omega) = \pm \left[ \frac{\bar{k}^{(\pm)}(m, \omega)}{K^{(\pm)}(m, \omega)} + \bar{M} \right] \left[ 1 + \bar{M}_x \frac{k_x^{(\pm)}(m, \omega)}{K^{(\pm)}(m, \omega)} + \bar{M}_y \frac{k_y(m)}{K^{(\pm)}(m, \omega)} \right] \quad (18)$$

Finalement, on obtient la puissance acoustique en intégrant sur une section annulaire du conduit la moyenne temporelle du flux de l'intensité acoustique :

$$P^{(\pm)} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \langle \bar{i}^{(\pm)}(\bar{x}, t) \rangle \cdot \bar{n} \, r \, d\theta \, dr \quad \text{où} \quad \bar{n} = \pm \bar{u}_x$$

Soit :

$$P^{(\pm)} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} P_\omega^{(\pm)} d\omega \quad \text{avec} \quad P_\omega^{(\pm)} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \langle \bar{i}_\omega^{(\pm)}(\bar{x}, t) \rangle \cdot \bar{n} \, r \, d\theta \, dr$$

Après avoir introduit la moyenne temporelle de l'intensité acoustique obtenue ci-dessus, on a :

$$P_{\omega}^{(\pm)} = \frac{1}{\bar{\rho}a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=-\infty}^{\infty} A_x^{(\pm)} \underbrace{\left[ \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} P_{mj}^{(\pm)} P_{m'j'}^{(\pm)*} r \, d\theta \, dr \right]}_{S \delta_{mm'}}$$

Enfin, l'orthogonalité des modes acoustiques implique que la double intégrale est non nulle seulement si  $m$  et  $m'$  sont égaux. Ainsi :

$$P_{\omega}^{(\pm)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P^{(\pm)}(\omega, m) \quad \text{avec} \quad P^{(\pm)}(\omega, m) = \frac{S}{\bar{\rho}a} A_x^{(\pm)}(\omega, m) \left| \tilde{p}^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2$$

$$\text{où} \quad A_x^{(\pm)}(m, \omega) = \frac{\sqrt{(1 - \hat{k}_y M_{\theta})^2 - (1 - M_x^2) \hat{k}_y^2}}{\left[ \hat{K}^{(\pm)}(m, \omega) \right]^2} \quad (19)$$

Pour chaque mode (passant)  $m$  et chaque fréquence  $\omega/2\pi$ , on définit alors les coefficients de transmission et de réflexion en intensité par :

$$T_{\text{int}} = \frac{P_2^{(+)}(\omega, m) S_1}{P_1^{(+)}(\omega, m) S_2} = T^2 \frac{\bar{\rho}_1 a_1 A_{x_2}^{(+)}}{\bar{\rho}_2 a_2 A_{x_1}^{(+)}}$$

$$R_{\text{int}} = \frac{P_1^{(-)}(\omega, m)}{P_1^{(+)}(\omega, m)} = R^2 \frac{A_{x_1}^{(-)}}{A_{x_1}^{(+)}}$$

## IV.6 PUISSANCE ACOUSTIQUE GENEREE PAR UNE GRILLE EN FONCTION DES NIVEAUX DE PERTURBATIONS TOURBILLONNAIRES ET ENTROPIQUES

Dans cette partie, on s'intéresse uniquement à la génération du bruit indirect à travers une grille d'aube, c'est-à-dire à la génération de bruit liée aux perturbations entropiques et tourbillonnaires. Cela revient à négliger les ondes acoustiques incidentes sur la grille.

Ainsi, si l'on reprend les notations du paragraphe IV.1.6, les vecteurs  $V_e$  et  $V_s$  se réduisent à :

$$V_e = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{v}_1^{(c)} \\ a_1 \\ \tilde{s}_1 \\ c_p \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad V_s = \begin{Bmatrix} \tilde{p}_2^{(+)} \\ \gamma \bar{p}_2 \\ \tilde{p}_1^{(-)} \\ \gamma \bar{p}_1 \\ \tilde{v}_2^{(c)} \\ a_2 \\ \tilde{s}_2 \\ c_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x & | & H^{(+)} & K^{(+)} \\ x & x & | & H^{(-)} & K^{(-)} \\ \hline x & x & | & x & x \\ x & x & | & x & x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{v}_1^{(c)} \\ a_1 \\ \tilde{s}_1 \\ c_p \end{Bmatrix}$$

Finalement, on obtient pour chaque mode  $m$  et chaque pulsation  $\omega$  une relation entre la pression acoustique générée et les perturbations tourbillonnaires et entropiques incidentes :

$$\tilde{p}_j^{(\pm)}(m, \omega) = H^{(\pm)}(m, \omega) \tilde{u}_1(m, \omega) + K^{(\pm)}(m, \omega) \tilde{s}_1(m, \omega)$$

les fonctions de transfert  $H$  et  $K$  ayant été explicitées précédemment. L'indice  $j$  désigne le milieu de propagation, c'est-à-dire l'aval ( $j = 2$ ) pour l'onde  $+$  et l'amont ( $j = 1$ ) pour l'onde  $-$ . Par la suite, cet indice ne sera plus indiqué étant donné l'absence d'ambiguïté.

D'après la relation (19), la puissance acoustique s'écrit :

$$P_\omega^{(\pm)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P^{(\pm)}(\omega, m) \quad \text{avec} \quad P^{(\pm)}(\omega, m) = \frac{S}{\rho a} A_x^{(\pm)}(\omega, m) \left| \tilde{p}^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2$$

Ainsi, puisque les contributions dans la génération du bruit des perturbations tourbillonnaires et entropiques sont découplées au premier ordre, on a :

$$\left| \tilde{p}^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2 = \left| H^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2 \left| \tilde{u}_1(m, \omega) \right|^2 + \left| K^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2 \left| \tilde{s}_1(m, \omega) \right|^2$$

Finalement, la puissance acoustique générée par la grille d'aubes s'écrit :

$$P_\omega^{(\pm)} = \frac{S}{\rho a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_x^{(\pm)}(\omega, m) \left| H^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2 \left| \tilde{u}_1(m, \omega) \right|^2 + \frac{S}{\rho a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_x^{(\pm)}(\omega, m) \left| K^{(\pm)}(m, \omega) \right|^2 \left| \tilde{s}_1(m, \omega) \right|^2 \quad (20)$$

Il ne reste plus qu'à expliciter les deux grandeurs :  $\left| \tilde{u}_1(m, \omega) \right|^2$  et  $\left| \tilde{s}_1(m, \omega) \right|^2$ .

### IV.6.1 Modélisation statistique de la turbulence

Jusqu'à maintenant, les perturbations tourbillonnaires ont été décrites par l'approche de Chu et Kovásznay [CHU58] basée sur une linéarisation des grandeurs de l'écoulement avec séparation des grandeurs fluctuantes en trois champs distincts (acoustique, tourbillonnaire et entropique). C'est une approche ondulatoire, c'est-à-dire que la vitesse turbulente s'écrit comme la somme d'ondes harmoniques monochromatiques. C'est également une méthode déterministe si on s'intéresse directement à l'amplitude et la phase de chaque onde. Or, pour la turbulence, une approche statistique est nécessaire. Cette dernière est détaillée dans l'Annexe E. Néanmoins, il est possible de relier les amplitudes modales aux grandeurs statistiques.

#### A. Approche statistique

L'approche statistique est basée sur la connaissance du tenseur de corrélation des vitesses :

$$R_{ij}(\Delta \vec{x}) = \langle u'_i(\vec{x}, t)^* u'_j(\vec{x} + \Delta \vec{x}, t) \rangle$$

Ici,  $\langle \dots \rangle$  désigne la moyenne statistique, et la vitesse fluctuante utilisée est celle obtenue par la décomposition de Reynolds. Cependant, l'écoulement moyen étant supposé homogène et stationnaire, cette dernière est équivalente à une linéarisation, et  $u'_j$  désigne bien la vitesse fluctuante recherchée. De plus, la moyenne statistique est égale à une moyenne spatiale et le tenseur de corrélation ne dépend pas de la position des deux points considérés mais seulement de leur écartement  $\Delta\vec{x}$  (hypothèse de turbulence homogène).

Plutôt que le tenseur des corrélations, on utilise le tenseur spectral défini comme sa transformée de Fourier spatiale :

$$\Phi_{ij}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\Delta x=-\infty}^{\infty} \int_{\Delta y=-\infty}^{\infty} \int_{\Delta r=-\infty}^{\infty} R_{ij}(\Delta\vec{x}) e^{i(k_x\Delta x + k_y\Delta y + k_r\Delta r)} d(\Delta x) d(\Delta y) d(\Delta r)$$

Puisque le nombre d'onde radial  $k_r$  n'apparaît pas dans l'approche ondulatoire, on utilise ici le tenseur spectral bidimensionnel obtenu en intégrant le tenseur spectral sur  $k_r$ , soit :

$$\Phi_{ij}(k_x, k_y) = \int_{k_r=-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\vec{k}) dk_r = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Delta x=-\infty}^{\infty} \int_{\Delta y=-\infty}^{\infty} R_{ij}(\Delta x, \Delta y, 0) e^{i(k_x\Delta x + k_y\Delta y)} d(\Delta x) d(\Delta y)$$

Enfin, le conduit étant annulaire, les coordonnées cylindriques ( $y = r\theta$ ) sont substituées aux coordonnées cartésiennes. De plus, la fonction à intégrer est périodique avec  $\theta$ , soit :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{y=-\infty}^{\infty} f(y) e^{ik_y y} dy = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_y - \frac{m}{R}\right) \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} f(\theta) e^{im\theta} d\theta$$

Le spectre bidimensionnel s'écrit donc :

$$\Phi_{ij}(k_x, k_y) = \Phi_{ij}(k_x, m) \delta\left(k - \frac{m}{R}\right) \quad \text{avec}$$

$$\Phi_{ij}(k_x, m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Delta x=-\infty}^{+\infty} \int_{\Delta\theta=0}^{2\pi} \langle u'_j(\vec{x}, t)^* u'_j(\vec{x} + \Delta\vec{x}, t) \rangle e^{i(k_x\Delta x + m\Delta\theta)} d(\Delta x) d(\Delta\theta)$$

En partant de l'expression de la vitesse sous forme modale :

$$u'_j(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} u'_j(m, \omega, r) e^{i(\omega t - k_x^{(c)}x - m\theta)} d\omega$$

et en tenant compte du fait que :

$$\int_{\Delta x=-\infty}^{+\infty} \int_{\Delta\theta=0}^{2\pi} e^{i(k_x^{(c)} - k_x^{(c)})\theta} e^{i(m'-m)\theta} dx d\theta = 2\pi \delta(k_x^{(c)} - k_x^{(c)}) \times 2\pi \delta_{mm'} = (2\pi)^2 \bar{U}_x \delta(\omega' - \omega) \delta_{mm'}$$

on obtient après simplification :

$$\Phi_{jj}(k_x, m) = \bar{U}_x^2 \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} |\tilde{u}_j(m, \omega, r)|^2 r dr$$

Finalement, en utilisant la relation (7) entre les amplitudes modales bi et tridimensionnelles, on a :

$$\Phi_{jj}(k_x, m) = \bar{U}_x^2 S |\tilde{u}_j(m, \omega, R)|^2$$

Malheureusement, cette relation est difficilement utilisable en pratique au vu des difficultés expérimentales à mesurer le tenseur spectral. Toutefois, il existe des modèles de turbulence qui fournissent une expression pour le tenseur spectral à partir de quelques paramètres déterminables par des mesures ponctuelles.

### B. Modèle de turbulence homogène isotrope

On suppose qu'en plus d'être homogène, la turbulence est isotrope. Cette hypothèse d'isotropie s'avère suffisante dans de nombreux problèmes de turbulence où la turbulence est bien établie et convectée par un écoulement lui-même homogène. Dans ce cas, le spectre d'énergie ne dépend que de deux paramètres :

- la valeur RMS de la vitesse tourbillonnaire, identique dans toutes les directions,
- l'échelle intégrale  $\Lambda$  évaluant la taille des structures turbulentes les plus énergétiques.

De plus, il suffit à décrire l'état statistique de la turbulence. Toutes les autres grandeurs statistiques peuvent s'en déduire. En utilisant le modèle de Von Karman (cf. annexe E.6), on obtient :

$$\Phi_{22}(k_1, k_2) = \frac{4 \overline{u'^2}}{9\pi k_e^2} \frac{\left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{k_e}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{k_e}\right)^2\right]^{7/3}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k_e = \frac{\sqrt{\pi}}{\Lambda} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)} \bar{U}_y \\ k_1 = k_x \frac{\bar{U}_x}{\bar{U}} + k_y \frac{\bar{U}_y}{\bar{U}} \\ k_2 = -k_x \frac{\bar{U}_y}{\bar{U}} + k_y \frac{\bar{U}_x}{\bar{U}} \end{cases}$$

$k_1, k_2$  et  $k_3$  sont les coordonnées de  $\vec{k}$  dans le repère  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  tel que  $\vec{e}_1 = \vec{U} / \|\vec{U}\|$  et  $\vec{e}_3 = \vec{e}_r$ .

Dans ce repère, on a :

$$\tilde{u}_2 = \tilde{u} \frac{\bar{U}_x}{\bar{U}} + \tilde{v} \frac{\bar{U}_y}{\bar{U}}$$

Or, on a vu que  $\tilde{v}$  s'exprime en fonction de  $\tilde{u}$  (cf. l'équation (8)), ce qui donne :

$$|\tilde{u}(m, \omega, R)|^2 = \left| \frac{\bar{U}_x}{\bar{U}} + \frac{\hat{k}_x^{(c)}}{\hat{k}_y} \frac{\bar{U}_y}{\bar{U}} \right|^{-2} |\tilde{u}_2(m, \omega, R)|^2 = \left| \frac{\bar{U}_x}{\bar{U}} + \frac{\hat{k}_x^{(c)}}{\hat{k}_y} \frac{\bar{U}_y}{\bar{U}} \right|^{-2} \frac{\Phi_{22}(k_x, m)}{\bar{U}_x^2 S}$$

Finalement, l'amplitude modale tourbillonnaire est entièrement déterminée par l'écoulement, la section, la valeur efficace de la vitesse tourbillonnaire ainsi que l'échelle intégrale.

## IV.6.2 Modélisation statistique des perturbations entropiques

La description de la turbulence thermique, c'est-à-dire les perturbations de nature entropique, présente les mêmes difficultés que celle de la turbulence classique, à savoir qu'une description statistique est nécessaire en raison de son caractère aléatoire. Cependant, contrairement à la turbulence classique, peu d'études ont été menées sur la turbulence thermique et il n'existe pas de modèles pouvant être utilisés. Pickett [PIC75] puis Gliebe *et al.* [GLI00] ont tenté de construire de tels modèles lors de leurs études sur le bruit d'entropie dans un turboréacteur. Dans les deux cas, le point de départ est la fonction de corrélation de la température en deux points définie par :

$$R(\Delta\vec{x}) = \langle T'^*(\vec{x}, t) T'(\vec{x} + \Delta\vec{x}, t) \rangle$$

L'utilisation de la température comme variable de description de la turbulence thermique à la place de l'entropie est dictée par des raisons pratiques. En effet, il n'existe pas de capteurs mesurant l'entropie dans un écoulement. Cependant, ce choix est discutable puisque la température intervient aussi bien dans les champs acoustiques qu'entropiques (cf. Annexe C) et implique donc que la température acoustique soit faible devant la température liée aux fluctuations entropiques. Bien qu'il n'y ait aucun moyen de le vérifier, nous supposons cette hypothèse valable en sortie des chambres de combustion de Turbomeca.

Comme pour la turbulence classique, si l'écoulement est supposé homogène, l'amplitude modale s'exprime à partir de cette fonction de corrélation, ou plutôt à partir de sa transformée de Fourier spatiale selon les directions axiale et azimutale :

$$\Phi_{TT}(k_x, m) = \bar{U}_x^2 \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} |\tilde{T}(m, \omega, r)|^2 r dr = \bar{U}_x^2 S |\tilde{T}(m, \omega, R)|^2$$

avec

$$\Phi_{TT}(k_x, m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Delta x=-\infty}^{+\infty} \int_{\Delta\theta=0}^{2\pi} R(\Delta x, \Delta\theta, 0) e^{i(k_x \Delta x + m \Delta\theta)} d(\Delta x) d(\Delta\theta)$$

En l'absence de modèle de perturbation entropique, on doit imposer arbitrairement la fonction de corrélation. On suppose tout d'abord que les contributions des trois coordonnées spatiales sont indépendantes, c'est-à-dire que la fonction de corrélation est de la forme :

$$R(\vec{r}) = \overline{T'^2} R_x(\Delta x) R_\theta(\Delta\theta) R_r(\Delta r) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} R_x(0) = 1, & \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} (R_x(\Delta x)) = 0 \\ R_r(0) = 1, & \lim_{\Delta r \rightarrow \infty} (R_r(\Delta r)) = 0 \\ R_\theta(0) = 1, & R_\theta(\pi) = R_\theta(-\pi) \end{cases}$$

Les fonctions  $R_x$  et  $R_r$  sont définies entre 0 et l'infini, tandis que  $R_\theta$  est définie uniquement entre  $-\pi$  et  $\pi$  de part la périodicité du conduit. Dans le cadre d'une analyse bidimensionnelle comme supposée ici, on s'intéresse à la fonction de corrélation uniquement en  $\Delta r = 0$ , c'est-à-dire que la



connaissance de  $R_r$  n'est pas utile. Pour la fonction de corrélation axiale  $R_x$ , plusieurs formes ont été envisagées par Glikebe *et al.* :

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{gaussienne : } R_x(\Delta x) = e^{-\frac{\pi \Delta x^2}{4 \Lambda_1^2}} \\
 \text{exponentielle : } R_x(\Delta x) = e^{-\frac{|\Delta x|}{\Lambda_1}} \\
 \text{algébrique : } R_x(\Delta x) = \left[ 1 + \left( \frac{\pi \Delta x}{2 \Lambda_1} \right)^2 \right]^{-1}
 \end{array} \right\} \text{ avec } \Lambda_1 = \int_0^{+\infty} R_x(\Delta x) d(\Delta x)$$

$\Lambda_1$  est appelée l'échelle intégrale axiale. Mais aucun choix entre ces trois fonctions de corrélation n'est préconisé dans la référence. De son côté, Pickett a choisi une corrélation gaussienne. Quant à la fonction de corrélation azimutale, aussi bien Pickett que Glikebe *et al.* ont supposé une forme gaussienne :

$$R_\theta(\Delta\theta) = e^{-\frac{\pi \Delta\theta^2 R^2}{4 \Lambda_2^2}}$$

où  $\Lambda_2$  désigne l'échelle intégrale azimutale. Si  $\Lambda_2 \ll 2\pi R$ , on a  $\Lambda_2 = R \int_{-\pi}^{\pi} R_\theta(\Delta\theta) d(\Delta\theta)$ .

Finalement, avec des fonctions de corrélation axiale et azimutale gaussiennes, on obtient :

$$|\tilde{T}(m, \omega, R)|^2 = \frac{\Phi_{TT}(k_x, m)}{\bar{U}_x^2 S} = \frac{\overline{T'^2}}{\bar{U}_x^2 S} \frac{2\Lambda_1 \Lambda_2}{\pi^2} e^{-\frac{2}{\pi} \left( \Lambda_1^2 k_x^2 + \Lambda_2^2 \frac{m^2}{R^2} \right)} \quad (21)$$

Si on rajoute une hypothèse d'isotropie, alors les deux échelles intégrales sont égales.

## IV.7 CONCLUSION

On a vu dans ce chapitre la pertinence de l'utilisation d'un modèle de type « disque d'action » pour la modélisation de la génération du bruit de combustion indirect. La principale difficulté rencontrée lors de l'écriture d'un tel modèle réside dans l'écriture des équations de saut. Il a été montré que l'écriture des équations de la mécanique des fluides au sens des distributions n'est pas si aisée et rend non équivalentes certaines équations qui le sont au sens classique. Ainsi, le choix des équations influence le résultat final. Le modèle proposé ici doit encore être validé par comparaison sur des cas simples.

Le calcul de la puissance acoustique à partir de grandeurs simples caractérisant la turbulence et les inhomogénéités d'entropie a également été fait. L'application de ces formules à partir de grandeurs représentatives d'une turbine classique de Turbomeca sera faite au Chapitre VI. Notamment, on vérifiera la conservation de la puissance acoustique.



# CHAPITRE V

## MESURES DES GRANDEURS PHYSIQUES INSTATIONNAIRES SUR UNE TURBINE

Ce deuxième chapitre consacré au bruit de combustion indirect porte sur l'étude expérimentale réalisée dans le cadre de ce doctorat. Celle-ci s'est imposée au regard des conclusions du Chapitre III après l'étude des données expérimentales disponibles à Turbomeca : absence de certitudes quant à l'origine de la source de bruit, et faible nombre de données disponibles dans la littérature sur le bruit de combustion indirect.

Cette étude a été mise en place avec deux objectifs initiaux distincts :

- mettre en évidence la présence d'une source de bruit de nature entropique ou tourbillonnaire à l'échappement d'un turbomoteur,
- servir de référence éventuelle pour la validation et l'utilisation des modèles théoriques présentés dans le chapitre précédent.

Ainsi, il a été envisagé des essais au niveau d'une turbine sur laquelle des mesures des trois types de fluctuations (à savoir acoustiques, entropiques et tourbillonnaires) puissent être réalisées en amont et en aval des grilles d'aubes. Pour cela, il faut notamment être capable de générer des fluctuations entropiques et tourbillonnaires, et si possible de reproduire les caractéristiques qu'elles ont sur les turbomoteurs. Une absence de bruit sur les capteurs en aval de la turbine ou un niveau faible signifierait que la conversion de l'énergie de ces perturbations en énergie acoustique est faible, et donc que le mécanisme de bruit de combustion indirect n'est pas une source importante de bruit à l'échappement d'un turbomoteur. Au contraire, dans le cas où le niveau de bruit en aval serait significatif, la fonction de transfert entre les mesures en amont et en aval de la turbine pourrait être comparée aux modèles analytiques exposés dans le chapitre précédent.

Finalement, l'essai à réaliser consiste à mesurer en amont et en aval d'une ou plusieurs grilles d'aubes d'une turbine :

- l'écoulement moyen (pression, température, vitesse)

- une statistique de vitesse (intensité turbulente, longueur de cohérence temporelle)
- une statistique de température (intensité, longueur de cohérence temporelle)
- la pression acoustique

Ces différentes mesures sont récapitulées sur la Figure V-1.

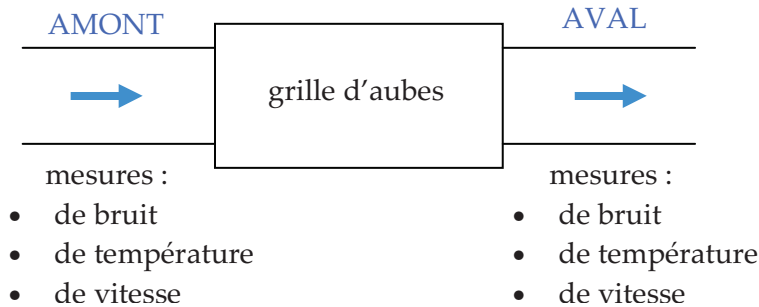


Figure V-1 : schéma de principe des essais

Ainsi, il sera possible d'obtenir une fonction de transfert expérimentale entre les fluctuations d'entropie (température) et de vitesse en amont de la turbine et le niveau de bruit généré par la turbine. Cette fonction de transfert sera ensuite comparée à celle prédite par le modèle analytique.

La première partie de ce chapitre décrit toute la mise en place des essais, avec notamment la recherche de sondes adaptées, d'un moteur ou d'une turbine permettant l'implémentation de tels capteurs ou bien d'une manière de générer les perturbations de nature entropique et tourbillonnaire. La deuxième partie du chapitre est plus descriptive et reprend tout le contexte des essais, les conditions dans lesquelles ils ont été réalisés : il décrira en particulier le banc et son environnement, l'implémentation des sondes ainsi que les capteurs utilisés, les chaînes d'acquisition et enfin le protocole d'essais. Les trois parties suivantes sont consacrées au dépouillement des mesures et aux résultats obtenus. Enfin, la dernière partie fournit un bilan des essais menés au cours de ces dernières années en mettant l'accent sur les leçons apprises et les erreurs à ne pas commettre dans l'éventualité de la mise en place d'essais complémentaires ou similaires.

## V.1 SOLUTIONS TECHNIQUES ENVISAGEES

L'objectif des essais est présenté en introduction. Cependant la nature des essais, le banc à utiliser ou les capteurs à implémenter pour arriver à cet objectif ne sont pas précisés. Plusieurs pistes avec des degrés de complexité technique ont été envisagées avant la mise en œuvre des essais :

- des essais au banc d'Uzein sur un moteur complet,
- des essais sur un étage de turbine seul sur un banc partiel appartenant à Turbomeca,
- des essais sur une roue fixe (rotor ou distributeur) placée dans un conduit en aval d'une soufflerie de laboratoire, hors des locaux de Turbomeca.

### V.1.1 Essais sur banc moteur

Le banc d'Uzein de Turbomeca dédié aux essais acoustiques est décrit au paragraphe III.1. Le moteur idéal pour de tels essais est un moteur J en raison de son architecture simple et proche des évolutions futures. En outre, ce moteur est celui pour lequel Turbomeca dispose du plus de mesures acoustiques antérieures permettant une bonne connaissance du bruit qu'il émet. De plus, sur ce moteur, le bruit entre 300 et 5000 Hz provient exclusivement de l'échappement. Enfin, il est possible d'équiper ce moteur d'une tuyère de banc axisymétrique qui permet de s'affranchir des effets tridimensionnels lors du rayonnement du bruit à l'extérieur, et donc de remonter à la puissance acoustique à partir des mesures de pression sur un demi-cercle autour du moteur.

En revanche, c'est aussi le moteur le plus petit de la gamme, et donc celui pour lequel l'espace disponible pour l'instrumentation est le plus restreint, rendant délicate toute installation de capteurs. A cela s'ajoute une température élevée, notamment en sortie de la chambre de combustion où elle avoisine les 1200 K, et un écoulement chargé de particules résiduelles de la combustion qui imposent une instrumentation spécifique souvent plus onéreuse qu'une instrumentation conventionnelle.

Des essais sur un moteur complet offrent la possibilité d'instrumenter aussi bien la turbine haute pression que la turbine libre afin d'évaluer le comportement acoustique des deux turbines, et notamment leurs différences. Il n'est cependant pas possible de placer des capteurs entre un distributeur et la roue de la turbine en raison du faible espace les séparant (de l'ordre de 5 mm), et donc d'évaluer indépendamment chaque grille d'aubes en vue d'une comparaison immédiate avec le modèle analytique développé. Ainsi, l'instrumentation requise se constitue au minimum :

- de mesures de vitesse et température instationnaires en amont des distributeurs,
- de mesures acoustiques en amont et en aval des deux turbines.

En outre, si l'espace disponible et le coût le permettent, des mesures de vitesse et température en aval, derrière les turbines, peuvent également être envisagées. Les mesures en amont de la turbine haute pression sont effectuées juste devant le distributeur même si la présence d'une chambre inversée complique fortement l'implémentation des capteurs. Par contre, pour la turbine libre, en raison de la présence de bras structuraux à une distance de l'ordre de 3 mm en amont du distributeur, les mesures en amont sont faites devant ces bras. Il est alors nécessaire d'en tenir compte dans la modélisation.

Enfin, des essais sur un moteur complet offrent la possibilité de faire un certain nombre de mesures complémentaires ayant pour but d'affiner la compréhension du bruit à l'échappement. Ainsi, le niveau du bruit généré par l'impact des turbulences sur les bras structuraux situés en amont de la turbine libre et dans la tuyère peut être évalué en implantant des prises de pression instationnaire sur ces obstacles. De même, à partir des mesures acoustiques en amont et en aval des turbines ainsi que des mesures classiques par microphone à l'extérieur du moteur sur un demi-cercle de rayon 19,2 m, il est possible de séparer les contributions des deux turbines dans le bruit émis en champ lointain en s'inspirant de la méthode de dépouillement utilisée par l'ONERA et présentée au paragraphe III.3. Cette méthode s'appuie sur la comparaison des interspectres entre une mesure en champ lointain et les différentes mesures dans le moteur.

A. Mesures de pression acoustique

On cherche à mesurer la pression acoustique jusqu'à 2,5 kHz. La précision souhaitée est de l'ordre de 100% sur les fluctuations, soit 6 dB. Afin de séparer les différents modes acoustiques, plusieurs mesures en deux sections différentes sont nécessaires. Etant donné qu'aux fréquences étudiées, seuls les premiers modes d'ordre azimutal 0, 1 et -1 se propagent, trois mesures équiréparties dans chaque section sont nécessaires pour séparer les contributions des différents modes. Les mesures de pression peuvent être faites en paroi ou déportées.

A.1. Mesures en paroi

Cette technique a des limites puisqu'en présence d'un écoulement, un microphone ne mesure pas uniquement la pression acoustique, mais également les variations de pression liées à la turbulence, appelées pseudo-son (cf. fin du paragraphe IV.1.2). Afin de séparer le son du pseudo-son, deux ou trois mesures équiréparties dans une section sont nécessaires. La méthode de séparation est vue au paragraphe V.3 traitant du dépouillement.

On peut disposer de microphones 1/2 pouce (B&K 4133) pouvant mesurer jusqu'à 160 dB et 40 kHz ainsi que de microphones 1/4 pouce (B&K 4135) pouvant mesurer jusqu'à 165/170 dB et 100 kHz. Malheureusement, ces microphones ne sont utilisables sans détérioration qu'entre -50°C et 150°C (à comparer aux 1200 K en entrée du distributeur haute pression).

Afin de réaliser des mesures à plus haute température, il a été envisagé d'utiliser des capteurs dynamiques de pression (Vibro-Meter CP103), même s'ils ont une moins bonne réponse que des microphones. Ces capteurs ont déjà été utilisés dans le cadre du projet SILENCER.

A.2. Mesures déportées

C'est la méthode utilisée par l'ONERA sur le moteur G en 1986 (cf. paragraphe III.3) et par le DLR en 2004/2005 lors d'une campagne de mesures en sortie d'une chambre de combustion [BAK07][BAK08][BAK09]. Des microphones (par exemple 1/4 de pouce) sont déportés à quelques centimètres de la paroi et montés latéralement sur des tubes étroits de 30 mètres de longueur. Le fait de prendre des tubes aussi longs supprime toute réflexion des ondes acoustiques internes à l'extrémité. Les deux montages sont présentés sur la Figure V-2.

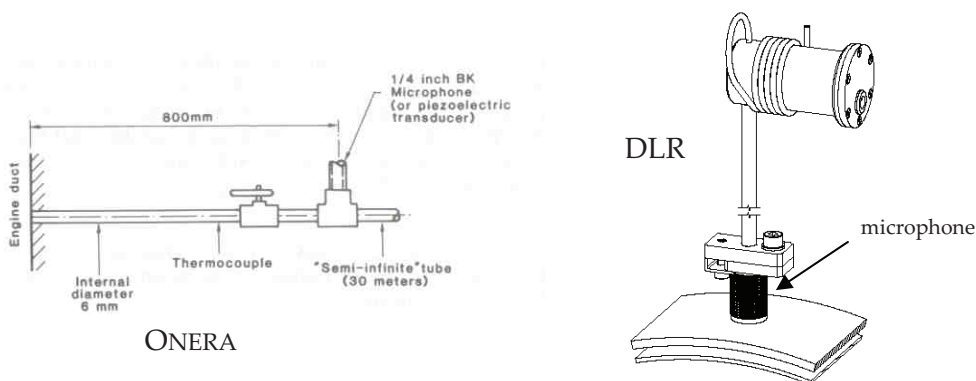


Figure V-2 : montages de microphones déportés réalisés par l'ONERA et le DLR

Les tubes utilisés dans ces expériences sont différents : tube en cuivre de 6 mm de diamètre pour l'ONERA et tube en acier de 2 mm de diamètre pour le DLR. Un tel montage a l'avantage de s'accorder avec l'utilisation de microphones classiques (utilisables à température ambiante). De plus, il permet de s'affranchir du pseudo-son. Par contre, c'est un montage encombrant et qui nécessite une calibration délicate dans le cas où le tube déporté présente des coudes.

Une autre solution est l'utilisation de sondes avec adaptation d'impédance, moins encombrantes que les montages ci-dessus. Malheureusement, ces sondes sont rares et coûteuses. En outre, la température au niveau de la paroi ne doit pas être trop élevée.

### B. Mesures de température

En raison des hautes températures et des fréquences souhaitées, ces mesures sont délicates. A 1200 K, l'utilisation de thermocouples de type B au lieu des thermocouples de type K habituels est nécessaire. Ces thermocouples requièrent des conditionneurs adaptés plus chers que les conditionneurs classiques.

Pour monter en fréquence, on doit utiliser des thermocouples plus fins donc plus fragiles. Il faut trouver un compromis entre la taille et la résistance. De plus, les micro-thermocouples nécessitent un étalonnage avant utilisation. Pour les thermocouples de type K, la gamme de fréquences utile peut aller jusqu'à 500 Hz, voire 1000 Hz pour les plus fins ( $\varnothing$  25 $\mu$ m) [PAN02], mais ces derniers sont limités en température (au maximum 860 K). Avec des thermocouples de type R, on monte à 2000 K, mais cette fois-ci, on est trop limité en fréquence. Le DLR [BAK08] n'a pu faire des mesures que jusqu'à 200 Hz avec des thermocouples de 25 $\mu$ m de diamètre, ce qui est largement insuffisant ici. Lors de ses mesures sur moteur, Sofrin a utilisé des thermocouples de type S à compensation électronique mesurant entre 0 et 1kHz [SOF77]. De leur côté, afin d'augmenter la plage de réponse, Strahle & Muthukrishnan ont développé une sonde à deux thermocouples [STR76a].

D'autres techniques de mesures existent :

- des mesures par fil froid [DEN97] réalisées par le VKI. Il s'agit d'une mesure de la variation de la résistance pour un courant constant. Cette technique permet de monter jusqu'à 9/10 kHz mais elle n'est pas envisageable en contexte industriel.
- une méthode optique [KIL02] basée sur la variation de l'indice de réfraction. Elle n'est pas suffisamment aboutie pour être utilisée sur moteur.
- une méthode par diffusion Raman [MAG86] développée par l'ONERA. Encore une fois, la mise en œuvre sur moteur est impossible.

### C. Mesures de vitesse

Il n'existe pas de mesure de vitesse non encombrante qui pourrait convenir. Cependant, on peut obtenir la vitesse à partir de deux mesures de pression instationnaires (pression pariétale et pression d'arrêt), les deux points de mesures devant être très proches si l'on veut remonter aux perturbations de vitesse. Cette technique n'a pas été testée. Par ailleurs les mesures optiques par technologie laser ne sont pas applicables sur un moteur.



## V.1.2 Essais sur banc partiel

Des essais sur le banc partiel de Turbomeca destiné à la recherche et au développement sur les turbines ont également été envisagés. C'est la solution finalement retenue. Il n'y a pas de chambre de combustion sur ce banc. La turbine est directement alimentée en air. La température de l'écoulement en sortie de la turbine est proche de la température ambiante. En entrée, elle atteint une centaine de degrés Celsius. Ainsi, les températures mises en jeu sont beaucoup plus faibles et moins contraignantes que sur moteur. L'absence de chambre de combustion facilite l'implantation des capteurs en amont de la turbine. Cependant, le banc partiel étant un banc industriel, l'environnement reste fortement contraint. Il est confiné dans une petite salle très bruyante à cause des moteurs assurant l'alimentation en air du banc. Cela rend les mesures acoustiques plus difficiles à réaliser que sur moteur. De plus, il n'est pas possible de réaliser des mesures en champ lointain ou à l'extérieur de la turbine. Par contre, la température étant seulement de 400 K au lieu de 1200 K, la vitesse du son est divisée par deux. De ce fait, pour obtenir la même longueur d'onde que sur moteur, une fréquence deux fois plus faible est suffisante. Ainsi, la gamme de fréquence visée se trouve réduite à 0-1000 Hz, rendant possible l'utilisation de thermocouples de type K.

On appelle module l'ensemble de la turbine testé sur le banc (distributeur, roue et éventuellement des bras structuraux) incluant la veine d'air avec sa tuyère d'échappement et ses carters. A cela s'ajoute parfois à l'amont une grille de pré-rotation qui permet d'orienter l'écoulement et ainsi de reproduire la rotation du flux d'air présent sur moteur en entrée de la turbine (et provenant de la chambre de combustion ou de la turbine précédente). Les bras du canal inter-turbine sont orientés lors de la conception pour prendre en compte la giration. Un écoulement axial engendrerait alors des décollements importants sur ces bras. La grille de prérotation en entrée du module est donc indispensable et ne peut pas être enlevée, ce qui limite la place disponible pour installer un système de génération des fluctuations. Enfin, le module contient également les accès pour fixer les capteurs.

L'alimentation en air du banc est assurée par deux moteurs à gaz (de conception Turbomeca) couplés et entraînant un compresseur. Ce dernier alimente la conduite d'air et le banc. Juste en amont de la turbine est placée une grille à maille carrée permettant d'homogénéiser l'écoulement. Puis l'air arrive dans un plénum alimentant le module. A l'aval, le module se fixe sur un conduit donnant dans une chambre d'homogénéisation et de tranquillisation débouchant à l'air libre. La turbine est reliée à un frein. Deux freins sont utilisables en fonction de la taille du module, l'un à régulation automatique et l'autre à régulation manuelle.

Au vu du budget disponible et des délais réduits, le choix s'est porté sur la modification d'un ancien module ayant déjà servi plutôt que sur la conception d'un nouveau module. Ceci a fortement restreint le nombre de turbines disponibles. Finalement, c'est un module adapté d'une turbine libre de moteur J qui a été retenu, d'une part parce que la turbine ne comporte qu'un seul étage, mais aussi parce que la géométrie de la veine ne présente que de faibles changements de section et de direction qui facilitent l'implantation des capteurs. Le frein utilisé avec ce module ne permet pas de stabiliser la vitesse de rotation avec une précision inférieure à  $\pm 300$  tours par minute ( $\approx 2\%$  de la vitesse nominale). Toutefois, cette précision a été jugée suffisante pour avoir des conditions aérodynamiques quasiment stationnaires. Enfin, la tuyère a été remplacée par un conduit cylindrique de rayon constant afin de faciliter les mesures acoustiques et la séparation des ondes incidentes et réfléchies, les microphones étant implantés en paroi sur cette nouvelle tuyère.

Les mesures envisagées sont similaires à celles définies pour les essais sur moteur : mesure de la température instationnaire, de la vitesse instationnaire et de la pression acoustique en amont et en aval de la turbine. Ainsi, les essais sur banc partiel permettent de caractériser au niveau d'une turbine le mécanisme de génération du bruit de combustion indirect dans des conditions de fonctionnement proches de celles sur moteur et avec une instrumentation plus facile à mettre en place. La géométrie étant celle d'une turbine réelle de moteur, il n'est pas possible de positionner des capteurs entre le distributeur et la roue, ce qui nécessite de tenir compte des deux grilles lors de la modélisation analytique. Toutefois, toutes les mesures complémentaires projetées lors des essais sur moteur ne sont pas réalisables sur le banc partiel.

Enfin, si l'absence de chambre de combustion est un atout pour l'implantation et le choix des capteurs, c'est aussi un inconvénient majeur dans ces essais puisqu'elle supprime les perturbations tourbillonnaires et entropiques suspectées être à l'origine du bruit de combustion indirect. Il devient alors nécessaire de générer ces fluctuations de façon artificielle. Plusieurs méthodes sont envisageables. Elles sont présentées au paragraphe suivant. Cependant, les caractéristiques des perturbations réelles sur moteur n'étant pas connues avec précision, il est impossible de les reproduire à l'identique.

Concernant l'instrumentation, deux méthodes de mesure de la vitesse ont été envisagées :

- Anémométrie par film chaud
- Anémométrie Doppler Laser

Les accès optiques existants étant limités et la création de nouveaux accès n'étant pas possible, les mesures par Anémométrie Doppler Laser n'ont pas été retenues. Pour les mesures acoustiques, l'utilisation de microphones déportés a été écartée en raison de l'encombrement.

### V.1.3 Essais en soufflerie

Un troisième type d'essais possible consiste à récupérer un distributeur ou une roue de turbine rebutée (c'est-à-dire non-conforme et ne pouvant pas être montée sur moteur à cause d'un léger défaut) et de la fixer dans un conduit annulaire positionné en aval d'une soufflerie anéchoïque (de telles souffleries sont disponibles dans des centres d'essai ou comme celles disponibles à l'Ecole Centrale de Lyon). Un dispositif générant des perturbations entropiques et tourbillonnaires doit alors être placé devant le distributeur dans ce conduit annulaire. Ces essais sont similaires à ceux réalisés par le DLR dans les années 2000 avec un générateur d'ondes entropiques [BAK07], à la différence près que le convergent compact serait remplacé par une grille d'aubes.

L'intérêt d'un tel essai est sa simplicité de mise en œuvre avec un coût et des délais réduits par rapport aux deux autres essais envisagés. On attendrait des résultats proches de ceux obtenus par le DLR, c'est-à-dire une mise en évidence de l'existence du bruit de combustion indirect mais avec une grille d'aubes de turbomoteur conçue par Turbomeca. La simplicité de la configuration permettrait également une comparaison directe avec le modèle analytique, les conditions d'essais étant très proches des hypothèses faites dans la modélisation.

Par contre, il est impossible avec de tels essais d'évaluer l'effet de la rotation sur le bruit émis, ni même de connaître le bruit d'une turbine, en raison de la grande difficulté qu'il y aurait à imposer

des conditions de température réalistes. Ils serviraient uniquement à la compréhension du mécanisme de génération de bruit au niveau d'une grille d'aubes par des perturbations entropiques ou tourbillonnaires, ce qui pourrait être insuffisant pour mieux comprendre le bruit à l'échappement d'un turbomoteur et d'en connaître les sources.

#### V.1.4 Génération des perturbations entropiques et tourbillonnaires

Les essais sur banc partiel et en soufflerie nécessitent la mise en place d'un dispositif générant des perturbations entropiques et tourbillonnaires pour simuler celles issues de la combustion sur moteur. En l'absence de données sur ces dernières, la seule contrainte est qu'elles aient un niveau suffisant pour être détectées par les sondes de température et de vitesse, mais également pour générer un niveau de bruit suffisant en aval de la turbine.

Plusieurs dispositifs peuvent être envisagés :

- une grille de turbulence chauffante
- un système d'injection d'un fluide comprimé

Dans tous les cas, le dispositif génère aussi bien des perturbations entropiques et tourbillonnaires. Il est difficile, voire impossible, de ne générer qu'un seul type de fluctuations.

##### A. Grille chauffante

Un tel dispositif a été utilisé par le DLR [BAK07]. Il s'agit d'un réseau de fils conducteurs très fins. D'une part, le réseau de fils se comporte comme une grille de turbulence générant des perturbations tourbillonnaires. D'autre part, la chaleur dégagée par effet Joule au passage d'un courant électrique dans les fils élève localement la température de l'écoulement, créant ainsi des perturbations thermiques.

Le dispositif du DLR se compose de six sections réparties sur une longueur de 48 mm traversées chacune par dix fils électriques de platine de 25  $\mu\text{m}$  de diamètre et 1,2 m de long. La puissance électrique parcourant ces fils peut atteindre 200 W. L'encombrement axial de ce dispositif n'est pas compatible avec la place disponible en amont de la turbine sur le banc partiel. Il est cependant possible de diminuer le nombre de sections, mais il est alors nécessaire d'augmenter l'intensité du courant traversant les fils afin d'obtenir une amplitude des perturbations suffisante. En outre, un tel système est trop fragile pour être utilisé sur un banc industriel. En effet, la présence de gouttes d'huiles ou de particules dans l'écoulement ne peut pas être évitée, et risque d'endommager et de rompre des fils électriques aussi fins.

Par contre, ce système est tout à fait envisageable pour un essai en soufflerie. Ce dispositif permet de fixer la taille des perturbations souhaitées en dimensionnant correctement le maillage de la grille. De plus, l'intensité des perturbations thermiques peut être contrôlée par l'intensité du courant débité. Enfin, un tel dispositif assure l'homogénéité des perturbations sur le conduit, comme supposé dans la modélisation analytique.

## B. Injection d'un fluide

Le second dispositif envisageable consiste en une série d'injecteurs pulvérisant dans l'écoulement un flux continu d'un fluide plus froid. Le refroidissement local résultant de l'échange de chaleur entre le fluide pulvérisé et l'écoulement alimentant le banc est à l'origine de perturbations entropiques. Le mélange génère également des perturbations tourbillonnaires. Un tel dispositif a été suggéré par le DLR afin de remplacer le système de grille chauffante par une injection d'azote liquide pulvérisé.

En pratique, ce dispositif est réalisé grâce à des injecteurs, similaires aux injecteurs de carburant utilisés sur moteur, fixés à intervalles réguliers sur un anneau. Les perturbations ainsi générées ne sont donc pas homogènes, mais font apparaître la périodicité des injecteurs. Ceci est sûrement plus proche de ce que l'on rencontre dans une chambre de combustion réelle que des perturbations homogènes, mais c'est plus éloigné des hypothèses de modélisation. De ce fait, ce dispositif n'est pas forcément intéressant pour les essais en soufflerie. Par contre, il est intéressant pour les essais sur banc partiel. Pour s'approcher au mieux des conditions sur moteur, le nombre d'injecteurs est pris égal au nombre d'injecteurs de carburant sur le moteur dont provient la turbine.

Le principe de fonctionnement d'un tel dispositif, illustré sur la Figure V-3, résulte de l'échange de chaleur entre le fluide injecté à la température  $T_i$  (de débit massique  $\dot{m}_i$ ) et l'écoulement alimentant le banc à la température  $T_1$  (de débit  $\dot{m}_1$ ).

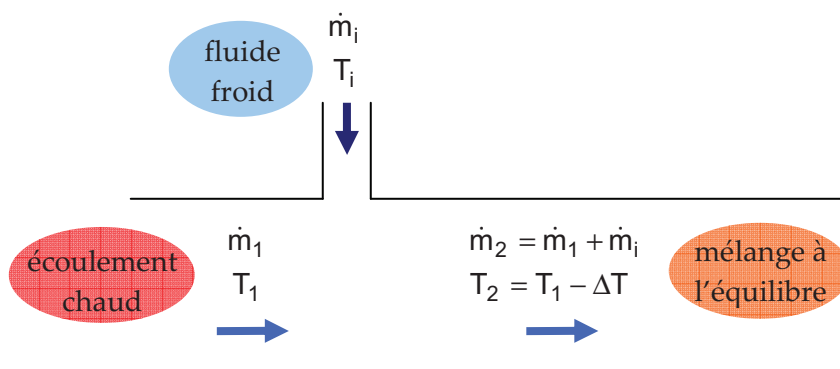


Figure V-3 : échange de chaleur lors de l'injection d'un fluide dans la veine d'air

Lors de l'injection, l'écoulement alimentant le banc est refroidi tandis que le fluide injecté utilise la chaleur libérée pour élever sa température, voire s'évaporer. On note  $\Delta T$  l'abaissement de température que subirait l'écoulement si le mélange était parfaitement homogène et  $T_2$  la température de l'écoulement à l'équilibre. En réalité, le caractère non ponctuel de l'injection, la présence de turbulence et la faible distance disponible pour que le mélange s'établisse font que ce dernier n'est pas complètement homogène, engendrant localement des perturbations thermiques. On peut toutefois supposer que la température de l'écoulement après injection est proche de  $T_2$  et que l'amplitude des fluctuations est de l'ordre de l'écart de température  $\Delta T$  de l'écoulement avant et après injection.

Il est alors possible de déterminer par un calcul thermodynamique la quantité de fluide à injecter dans la veine en fonction de l'écart de température  $\Delta T$  souhaité et de la température  $T_2$  imposée

par le banc. Pour chaque fluide envisagé, la variation de température visée est de  $\Delta T \approx 10^\circ\text{C}$  pour un écoulement alimentant le banc de l'ordre de  $T_2 \approx 120^\circ\text{C}$ .

Le calcul est basé sur la loi des mélanges, c'est-à-dire que la chaleur reçue par le fluide injecté est égale à la chaleur cédée par l'écoulement. De plus, si on néglige la pesanteur, c'est-à-dire qu'aucun travail extérieur ne s'applique sur les fluides, la chaleur dégagée s'écrit comme la variation d'enthalpie au cours du mélange. Enfin, si on suppose que le mélange s'effectue à pression constante, on peut exprimer la variation d'enthalpie en fonction de la variation de température du fluide, de sa capacité calorifique massique, de sa masse (liée au débit) et éventuellement des chaleurs latentes en cas de vaporisation du fluide injecté.

Concernant le fluide à utiliser, l'azote liquide, excellente source de froid (température de l'azote liquide  $\leq 77\text{ K}$ ), n'a pas été retenu en raison des difficultés de mise en œuvre et d'utilisation sur le banc partiel. Deux autres possibilités ont été étudiées : l'injection d'air comprimé et la pulvérisation d'eau liquide.

### B.1. Injection d'air comprimé

L'échange de chaleur a lieu entre deux masses d'air à des températures différentes. Avec les hypothèses présentées précédemment, la chaleur  $Q_1$  cédée par l'air alimentant le module et la chaleur  $Q_i$  reçue par l'air injecté, s'expriment comme suit :

$$Q_1 = \Delta h_{(1 \rightarrow 2)} = m_1 c_p^{(\text{air})} (T_2 - T_1) < 0$$

$$Q_i = \Delta h_{(i \rightarrow 2)} = m_i c_p^{(\text{air})} (T_2 - T_i) > 0$$

où  $c_p^{(\text{air})}$  est la capacité calorifique massique de l'air. L'égalité (en valeur absolue) de ces deux chaleurs conduit à la formule suivante pour la baisse de température de l'air :

$$\Delta T = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_1 + \dot{m}_i} (T_1 - T_i)$$

Cette baisse de température est tracée sur la Figure V-4 pour différente valeur de débit d'air injecté en fonction de la température  $T_1$  de l'air arrivant dans le banc. La température de l'air injecté est prise égale à  $20^\circ\text{C}$  tandis que le débit d'air  $\dot{m}_1$  entrant dans le conduit est de  $1\text{ kg/s}$ . Le débit d'air donné est celui de l'ensemble des injecteurs.

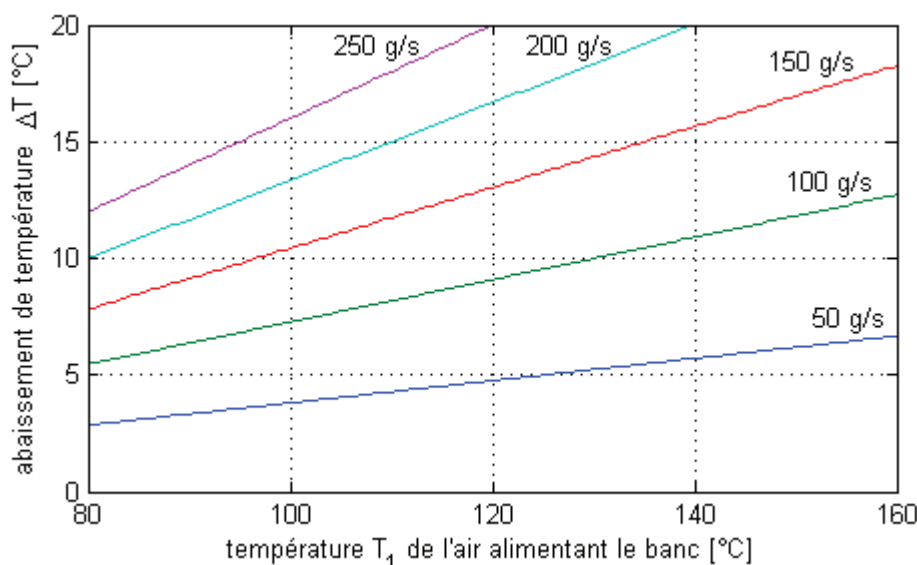


Figure V-4 : abaissement de température de l'air alimentant le banc induit par une injection d'air comprimé pour différents débits injectés

Ainsi, pour obtenir un abaissement de température de 10°C dans un écoulement de 120°C, il faut injecter environ 0,11 kg/s d'air comprimé, soit environ un dixième du débit d'air en entrée du banc.

### B.2. Pulvérisation d'eau liquide

L'eau est pulvérisée à une pression de 3 à 4 bars sous forme de gouttelettes afin d'homogénéiser le mélange avec l'air. L'expression de la chaleur  $Q_1$  cédée par l'air alimentant le banc est la même que précédemment. En fonction de la valeur numérique de cet apport de chaleur, l'eau liquide peut ou non se vaporiser et passer sous forme gazeuse.

Dans les essais envisagés, la pression dans la veine d'air en entrée de la turbine varie entre 140 et 230 kPa. A cette pression, la température de vaporisation de l'eau est comprise entre 110 et 125°C.

La chaleur  $Q_{\text{vap}}$  nécessaire pour chauffer l'eau liquide à la température de vaporisation est égale à :

$$Q_{\text{vap}} = \Delta h_{(i \rightarrow \text{vap})} = m_i c_p^{(\text{eau})} (T_{\text{vap}} - T_i)$$

Si cette chaleur est supérieure à la chaleur cédée par l'air ( $|Q_1| < Q_{\text{vap}}$ ), toute l'eau reste sous forme liquide. La chaleur reçue par l'eau liquide est alors égale à :

$$Q_i = \Delta h_{(i \rightarrow 2)} = m_i c_p^{(\text{eau})} (T_2 - T_i)$$

L'abaissement de température de l'air est donné en écrivant l'égalité des chaleurs  $|Q_1|$  et  $Q_i$  :

$$\Delta T = \frac{\dot{m}_i c_p^{(\text{eau})}}{\dot{m}_1 c_p^{(\text{air})} + \dot{m}_i c_p^{(\text{eau})}} (T_1 - T_i) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c_p^{(\text{eau})} = 4186 \text{ J/K/kg} \\ c_p^{(\text{air})} = 1005 \text{ J/K/kg} \end{cases}$$

Dans le cas où la chaleur cédée par l'air est suffisante pour amener l'eau liquide à la température de vaporisation, cette dernière passe à l'état gazeux. La vaporisation est totale si le surplus de chaleur cédée par l'air est supérieur au produit de la masse d'eau par la chaleur latente de vaporisation de l'eau ( $|Q_i| - Q_{vap} > m_i L_{vap}$ ). Cette dernière est de 2230 kJ/kg pour une pression de 140 kPa et de 2190 kJ/kg à 230 kPa. La chaleur reçue par l'eau est alors égale à :

$$Q_i = \Delta h_{(i \rightarrow 2)} = m_i c_P^{(eau)} (T_{vap} - T_i) + m_i L_{vap} + m_i c_P^{(vapeur)} (T_i - T_{vap})$$

tandis que l'abaissement de température vaut :

$$\Delta T = \frac{\dot{m}_i c_P^{(eau)} (T_{vap} - T_i) + \dot{m}_i L_{vap} + \dot{m}_i c_P^{(vapeur)} (T_i - T_{vap})}{\dot{m}_1 c_P^{(air)} + \dot{m}_i c_P^{(vapeur)}}$$

Dans le cas contraire, seule une partie de l'eau se retrouve sous forme de vapeur. La température  $T_2$  est alors égale à la température de vaporisation.

La baisse de température attendue est représentée sur la Figure V-5 pour différentes valeurs de débit d'eau injecté en fonction de la température  $T_1$  de l'air arrivant dans le banc. Les paramètres de l'air entrant sur le banc sont les mêmes que pour l'injection d'air. La température de l'eau est prise égale à 20°C. Aux températures élevées ( $T \geq 134^\circ\text{C}$  pour 20 g/s), l'eau est entièrement sous forme gazeuse. Sinon, elle reste sous forme liquide.

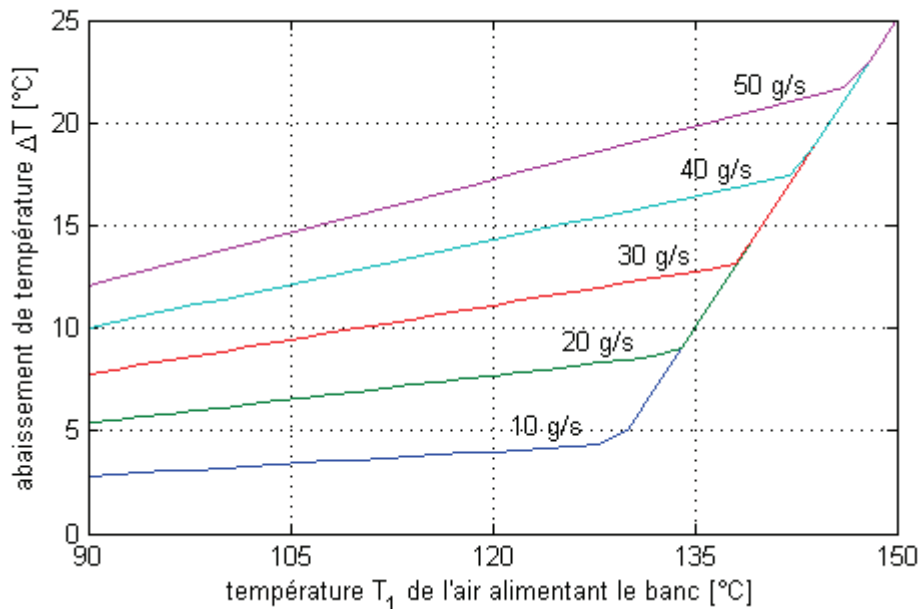


Figure V-5 : abaissement de température de l'air alimentant le banc induit par une pulvérisation d'eau pour différents débits injectés (230 kPa)

Ainsi, pour obtenir un abaissement de température de 10°C dans un écoulement de 120°C, il faut injecter environ 26 g/s d'eau, soit environ quatre fois moins que pour l'injection d'air. Ainsi, la pulvérisation d'eau sera préférée à l'injection d'air. Par contre, à cette température, l'eau reste sous forme de gouttelettes, ce qui peut gêner l'instrumentation. La condensation de l'eau en aval de la

turbine peut nuire au bon fonctionnement des sondes anémométriques. Ainsi, en cas d'injection d'eau, les conditions expérimentales devront être adaptées pour que la température à l'aval soit de l'ordre de 50 °C.

Au regard des faibles débits mis en jeu, il existe un risque de vaporisation à l'intérieur du système d'injection. Pour limiter ce risque, les injecteurs seront posés affleurant à la paroi. Cette disposition minimise par ailleurs le sillage aérodynamique.

## V.2 DESCRIPTION DES ESSAIS REALISES

En raison des contraintes techniques induites par les essais sur moteur qui imposaient des délais et des coûts supérieurs à ceux disponibles, il a été décidé de ne pas les réaliser dans le cadre de ce doctorat. Toutefois, ils n'ont pas été abandonnés pour autant et ont été intégrés au programme européen TEENI piloté par Turbomeca et portant sur le bruit à l'échappement des turbomachines, pouvant ainsi bénéficier du retour d'expérience des essais réalisés ici.

Les essais de principe en soufflerie ont été jugés par Turbomeca trop éloignés des problématiques industrielles. Aussi, le choix s'est porté sur la réalisation des essais sur banc partiel. Outre les avantages présentés dans la partie précédente, ces essais étaient l'occasion pour Turbomeca de mettre au point de nouvelles techniques de mesures et d'acquérir un savoir faire en interne concernant les thermocouples fins. Cependant, les mesures de vitesse ont été sous-traitées à l'Ecole Centrale de Lyon en raison de leur difficulté de mise en œuvre. L'injection d'eau a été retenue pour simuler la combustion. Les essais ont été réalisés sous financement européen (programme FRIENDCOPTER) et se sont déroulés en mai et juin 2008.

Les mesures ont été réalisées à trois vitesses de rotation de la turbine différentes correspondant aux trois régimes OACI (approche, survol et décollage) testés lors de la certification acoustique. Bien que le bruit sur moteur varie peu avec le régime, il est intéressant d'observer l'influence de ce dernier sur le bruit généré par le dispositif expérimental. En effet, une forte variation de ce bruit avec le régime serait une information importante puisqu'elle indiquerait que le bruit de combustion indirect ne peut pas être à l'origine du bruit observé sur un moteur. Les régimes sont calés afin d'obtenir les mêmes conditions aérodynamiques que sur moteur, c'est-à-dire le même taux de détente (totale à totale) et la même vitesse de rotation réduite (vitesse divisée par la racine carrée de la température). Sur le banc partiel, les conditions de sortie sont imposées (proche des conditions atmosphériques), alors que sur moteur, ce sont les conditions en amont qui sont imposées (correspondant aux conditions en sortie de chambre pour la turbine haute pression). La température en amont est fixe puisqu'elle est imposée par l'écoulement alimentant le banc. Pour se caler sur le bon régime sur moteur, on joue sur la température d'entrée (et donc le taux de carburant) pour une vitesse de rotation fixe, tandis que sur le banc partiel, on modifie la vitesse de rotation pour une température d'entrée fixe. Ainsi, sur le banc partiel, la pression totale en amont augmente avec le régime. La vitesse (et le débit) de l'écoulement est à peu près constante.

La Figure V-6 présente les modifications apportées au module ainsi que l'instrumentation réalisée. On remarque le remplacement de la tuyère par un conduit annulaire.



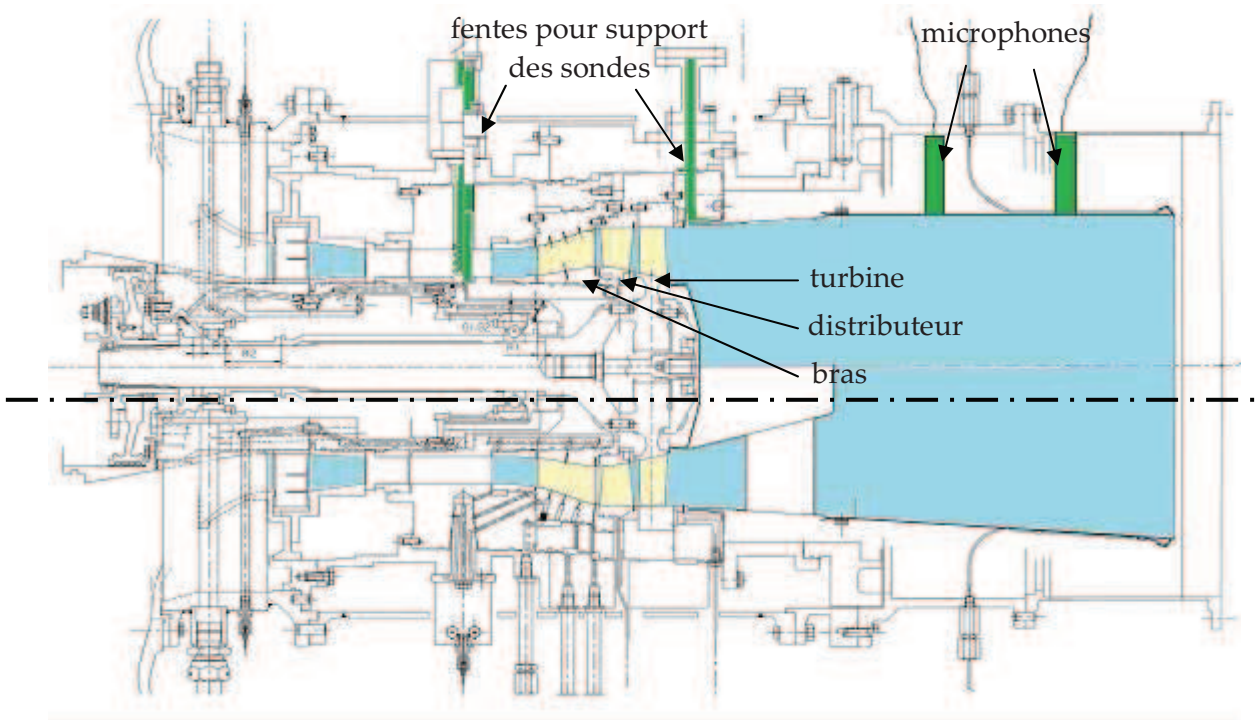


Figure V-6 : coupe du banc avec le module et l'instrumentation après (en haut) et avant (en bas) modification

La Figure V-7 montre le banc avec le module. Lors des mesures, une conduite vient se fixer sur la tuyère afin de canaliser l'écoulement à l'aval.

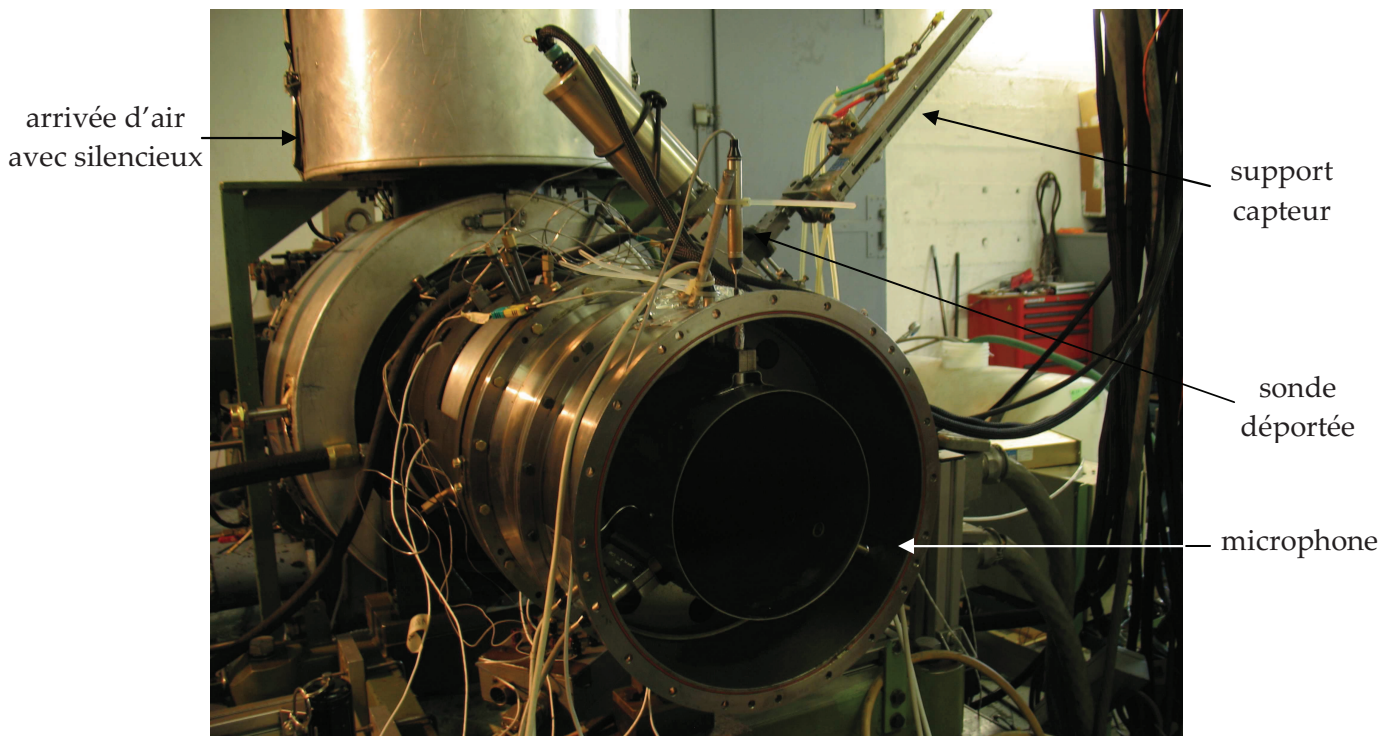


Figure V-7 : module au banc turbine froide de Turbomeca avec son instrumentation

Suite aux premières mesures, il a été décidé de mettre en place un silencieux (cf. Figure V-8) en amont de la grille à maille carrée d'homogénéisation (seul emplacement possible). Cependant, afin

d'assurer un fonctionnement correct de la turbine, la diminution de section engendrée par le silencieux ne devait pas excéder 25%. Ce silencieux s'est avéré avoir peu d'influence sur les niveaux de pression mesurés.



Figure V-8 : silencieux inséré en amont de la turbine

L'injection d'eau est réalisée par 10 injecteurs en amont de la grille de pré-rotation. Ce nombre correspond au nombre d'injecteurs sur une chambre de moteur J. Les tests préliminaires de l'anneau d'injection d'eau ont montré qu'on obtenait bien un brouillard et non de grosses gouttes.



Figure V-9 : système d'injection d'eau

Les mesures de température sont faites par un thermocouple de type K non gainé tandis que les mesures de vitesse sont faites avec des films chauds de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre. Ces sondes ont été conçues à l'ECL. Le thermocouple a été fabriqué par Turbomeca. Les mesures acoustiques en aval sont réalisées par des microphones  $\frac{1}{2}$  pouce. Au vu des résultats, un des microphones a été remplacé en cours d'essais par une sonde acoustique (B&K 4182). En revanche, ni des microphones en parois, ni des capteurs dynamiques de pression CP103, ni des capteurs déportés n'ont pu être montés en amont en raison de l'encombrement. Il a donc été décidé de placer des capteurs Kulite.

Les six microphones et six capteurs Kulite ainsi que le thermocouple fin sont gérés par un système d'acquisition Oros 16 voies. Les capteurs films chauds sont reliés à un système Texas Instruments.

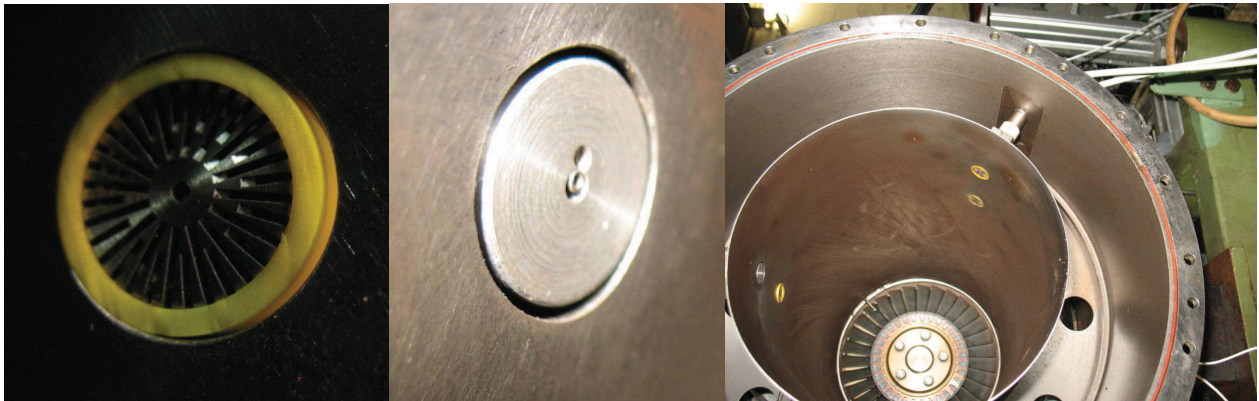


Figure V-10 : installation des microphones (à gauche) et de la sonde acoustique (au centre) sur la tuyère (à droite)

A cause de l'accessibilité limitée sur le module, les capteurs de température et de vitesse sont montés au même endroit avec le même support. Ainsi, les mesures ne peuvent avoir lieu simultanément. De plus, on ne dispose que d'un seul thermocouple, et d'un seul support amovible monté tantôt à l'amont, tantôt à l'aval. Ainsi, les mesures ont été faites d'abord sans sondes de température ou de vitesse, mais avec une sonde trois trous permettant de mesurer l'écoulement moyen. Les grandeurs acoustiques ont été mesurées sans aucune sonde dans la veine lors d'une deuxième série de mesure. Puis, lors d'une troisième série de mesures, la température a été mesurée par le thermocouple fin, d'abord à l'amont puis à l'aval. Enfin, les mesures par film chaud ont été faites lors d'une quatrième série de mesures. Pour chaque série, les mesures ont été effectuées à chaque régime d'abord sans eau puis avec eau. A l'amont, une seule position azimutale du capteur de température et de vitesse est accessible. Néanmoins, un balayage radial a été effectué dans chaque configuration. A l'aval, on dispose de mesures selon trois angles. Cependant, en raison de contraintes industrielles, beaucoup de mesures n'ont pu être réalisées qu'à une seule position azimutale.

L'ensemble de l'instrumentation est récapitulé sur la Figure V-11.

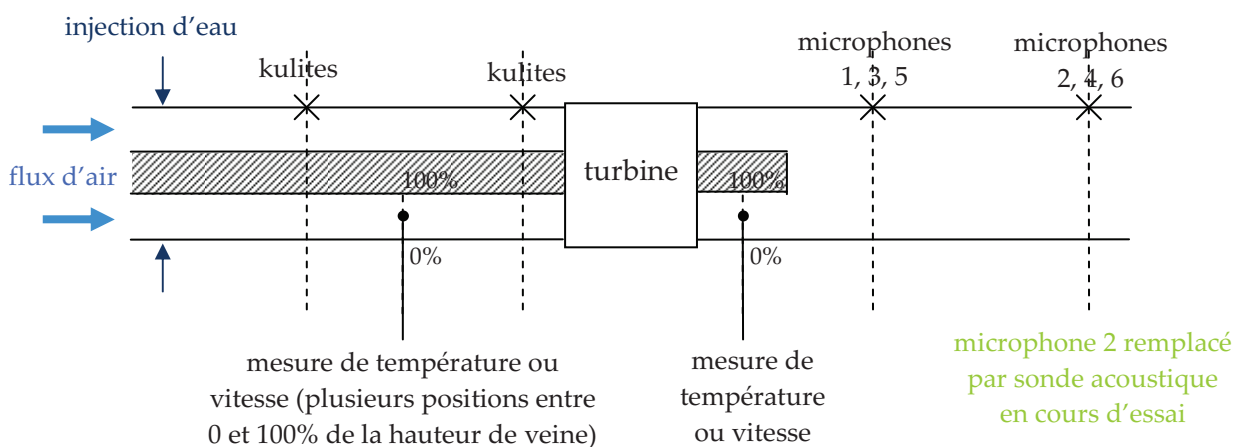


Figure V-11 : schéma de principe des essais sur banc partiel

### V.3 MESURES DE PRESSIONS (ACOUSTIQUES ET AERODYNAMIQUES)

Trois types de mesures ont été menés : les mesures de pression instationnaire (bruit ou pseudo-son), de température et de vitesse. Chacune d'elles fournit un type de fluctuations intervenant dans le modèle analytique. Dans un premier temps, on s'intéresse aux mesures *a priori* acoustiques.

#### V.3.1 Mesures en amont par capteur Kulite

En amont, les mesures par les capteurs Kulite ne sont pas exploitables, le signal mesuré étant trop faible. De plus, plusieurs de ces capteurs ont cassé en cours d'essais et n'ont pas pu être remplacés.

Il est impossible de déterminer le bruit généré par la turbine avec les seules mesures à l'aval, puisque l'on ne connaît pas la part de bruit provenant de l'amont du banc. La validation du modèle analytique n'est donc pas possible à partir de ce seul essai. Toutefois, l'analyse des autres données (bruit en aval, mesures de température et vitesse) est présentée dans les paragraphes suivants afin de valider l'instrumentation utilisée en vue d'un essai ultérieur.

#### V.3.2 Mesures en aval par microphone : séparation du son et du pseudo-son par analyse de cohérence

En écoulement, les microphones mesurent aussi bien le son que le pseudo-son. Pour séparer les deux contributions, on utilise une méthode de cohérence à 2 ou 3 microphones [BEN93][JAC00].

##### A. Méthode à 2 capteurs

Le problème est présenté sur la Figure V-12.

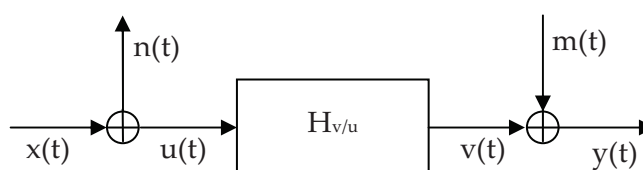


Figure V-12 : contributions acoustiques et aérodynamiques dans les mesures par microphone

Les signaux  $x(t)$  et  $y(t)$  désignent les grandeurs mesurées. Elles sont égales à la somme d'un signal acoustique ( $u$  et  $v$ ) et d'un signal aérodynamique ( $n$  et  $m$ ) :

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) + n(t) \\ y(t) &= u(t) + m(t) \end{aligned} \quad \text{soit} \quad \begin{aligned} G_{xx}(f) &= G_{uu}(f) + G_{nn}(f) & G_{un}(f) &= 0 \\ G_{yy}(f) &= G_{vv}(f) + G_{mm}(f) & G_{vm}(f) &= 0 \end{aligned}$$

De plus, on suppose que les capteurs sont positionnés suffisamment proches pour que les parties acoustiques soient cohérentes mais suffisamment éloignés pour que les parties aérodynamiques ne le soient pas. Ainsi, on a :

$$G_{nm}(f) = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_{uv}^2(f) = 1$$

On définit la COP (Coherent Output Power) de deux signaux  $x$  et  $y$  à partir de la cohérence par :

$$COP_{xy}(f) = \gamma_{xy}^2(f) G_{yy}(f)$$

On montre que :  $G_{vv}(f) = COP_{xy}(f) \left( 1 + \frac{1}{SN_x(f)} \right)$  où  $SN_x(f) = \frac{G_{xx}(f)}{G_{nn}(f)} = \frac{G_{uu}(f) + G_{nn}(f)}{G_{nn}(f)}$  (22)

$SN_x$  est appelé le rapport signal sur bruit. Il est par définition toujours supérieur ou égal à 1. Dans le cas où il est important, la mesure acoustique n'est pratiquement pas impactée par la pression aérodynamique et on a :

$$G_{vv}(f) \approx COP_{xy}(f)$$

Dans le cas contraire où il est proche de 1, la mesure de la pression aérodynamique est plus importante que celle de la pression acoustique et on a :

$$G_{vv}(f) \approx 2 COP_{xy}(f)$$

Ceci signifie que le spectre acoustique est inférieur de 3 dB au spectre cohérent. Dans le cas général, le spectre acoustique est compris entre ces deux courbes.

### B. Méthode à 3 capteurs

En pratique, on ne connaît pas la valeur du rapport signal sur bruit. On utilise alors une méthode à trois capteurs. On note  $y$  le signal du microphone de référence et  $x_1$  et  $x_2$  les signaux des deux autres capteurs. Comme précédemment, on suppose que les parties acoustiques sont cohérentes entre elles tandis que les parties aérodynamiques ne le sont pas. En pratique, on prend les trois microphones répartis à  $120^\circ$  dans une section du conduit.

A partir de la formule (22), on en déduit une expression liant  $SN_y$  et  $SN_{x_i}$  :

$$\left( 1 + \frac{1}{SN_{x_i}(f)} \right) \left( 1 + \frac{1}{SN_y(f)} \right) = \frac{1}{\gamma_{x_i y}^2(f)}$$

De même, on a :

$$\left( 1 + \frac{1}{SN_{x_1}(f)} \right) \left( 1 + \frac{1}{SN_{x_2}(f)} \right) = \frac{1}{\gamma_{x_1 x_2}^2(f)}$$

On peut alors exprimer à partir de ces trois expressions le rapport signal sur bruit :

$$1 + \frac{1}{SN_{x_i}(f)} = \frac{1}{\gamma_{x_i y}^2(f)} \left( 1 + \frac{1}{SN_y(f)} \right)^{-1} = \frac{\gamma_{x_1 x_2}(f)}{\gamma_{x_1 y}(f) \gamma_{x_2 y}(f)}$$

et le spectre acoustique :

$$G_{vv}(f) = \frac{\gamma_{x_1y}(f) \gamma_{x_2y}(f)}{\gamma_{x_1x_2}(f)} G_{yy}(f) \quad (23)$$

Cette expression du spectre acoustique, contrairement à la précédente, est entièrement déterminée par les signaux des capteurs.

### C. Calcul d'erreur

En réalité, seule une valeur approchée du spectre est connue, l'erreur provenant notamment du fait que la transformée de Fourier est réalisée sur un signal de durée finie. On note  $\tilde{G}_{vv}(f)$  la valeur approchée de  $G_{vv}(f)$ . Elle est obtenue en prenant la moyenne de  $N$  transformées de Fourier rapides réalisées sur  $N$  signaux de taille réduite (définis par un nombre de points fixe). L'erreur relative de biais et l'erreur relative statistique (cf. Annexe A) sont alors égales à [BEN93] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_b[\tilde{G}_{xx}(f)] &= 0 \\ \varepsilon_r[\tilde{G}_{xx}(f)] &= \frac{1}{N} \end{aligned}$$

De plus,  $\tilde{G}_{xx}(f)$  suit une loi normale centrée sur  $G_{xx}(f)$ . On a donc une probabilité de 95% que :

$$G_{vv}(f)(1 - 2\varepsilon_r) \leq \tilde{G}_{vv}(f) \leq G_{vv}(f)(1 + 2\varepsilon_r)$$

Cela implique également un intervalle d'erreur sur le spectre cohérent. On montre que [BEN93] :

$$\begin{cases} \varepsilon_b[\tilde{COP}_{xy}(f)] = 0 \\ \varepsilon_r[\tilde{COP}_{xy}(f)] = \frac{\sqrt{2 - \gamma_{xy}^2}}{|\gamma_{xy}| \sqrt{N}} \end{cases}$$

Ainsi, on a l'erreur statistique et le biais pour l'estimateur à 2 capteurs du spectre acoustique :

$$\begin{cases} \varepsilon_b[\tilde{G}_{vv}^{(2 \text{ capt})}(f)] = \frac{1}{1 + SN_x} \\ \varepsilon_r[\tilde{G}_{vv}^{(2 \text{ capt})}(f)] = \frac{\sqrt{2 - \gamma_{xy}^2}}{|\gamma_{xy}| \sqrt{N}} \end{cases} \quad \text{où} \quad \tilde{G}_{vv}^{(2 \text{ capt})}(f) = \tilde{COP}_{xy}(f)$$

De même, on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_b [\tilde{G}_{vv}^{(3 \text{ capt})}(f)] = 0 \\ \varepsilon_r [\tilde{G}_{vv}^{(3 \text{ capt})}(f)] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{2\gamma_{x_1x_2} - \gamma_{x_1y}\gamma_{x_2y}}{\gamma_{x_1y}\gamma_{x_2y}}} \end{cases}$$

où  $\tilde{G}_{vv}^{(3 \text{ capt})}(f)$  est donné par la relation (23).

#### D. Spectres acoustiques

Pour chaque configuration (régime et présence ou non d'eau), les mesures avec microphones ont été faites avec et sans thermocouple dans la veine. Cependant, on ne décèle pas d'influence de ce thermocouple sur les spectres et les interspectres. Ainsi, on décide de prendre le spectre moyenné en pondérant chacun des spectres initiaux  $(G_{xy})_j$  par son nombre de moyennes  $N_j$  :

$$\bar{G}_{xy} = \frac{\sum_{j=1}^n N_j (G_{xy})_j}{\sum_{j=1}^n N_j} = \frac{\sum_{j=1}^n N_j \left[ \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (G_{xy})_{i,j} \right]}{\sum_{j=1}^n N_j} = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{N_j} (G_{xy})_{i,j}}{\sum_{j=1}^n N_j}$$

Ceci revient à augmenter le nombre de moyennes dans le calcul initial du spectre. Il est à noter que le nombre de moyennes  $N_j$  n'est pas constant d'un essai à l'autre puisque la durée de signal enregistré dépend de la mémoire de l'appareil d'acquisition. En outre, les calculs de transformée de Fourier sont faits avec une fenêtre de Hanning et sans recouvrement des échantillons.

On considère le plan amont de microphones, c'est-à-dire celui sans la sonde acoustique. Les trois microphones sont positionnés à  $120^\circ$  l'un de l'autre. On peut alors calculer pour chacun d'entre eux le spectre acoustique à l'aide des signaux des deux autres capteurs. Les spectres acoustiques et mesurés bruts sont tracés sur la Figure V-13 pour le régime PMD sans eau. Les résultats obtenus aux autres régimes (avec ou sans eau) sont similaires.

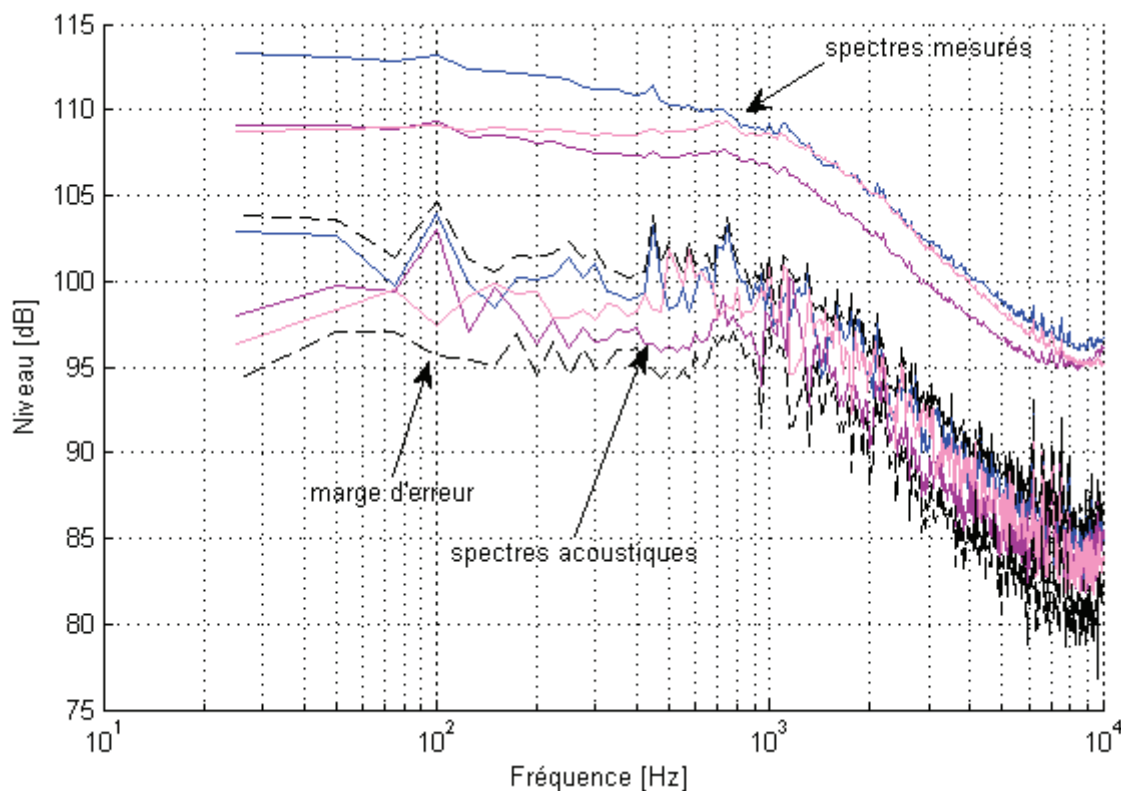


Figure V-13 : spectres acoustiques obtenus par cohérence à 3 capteurs pour le régime PMD sans injection d'eau

On constate que le rapport signal sur bruit est proche de 1, c'est-à-dire que le niveau du pseudo-son est beaucoup plus important que le son mesuré. En outre, on peut estimer les spectres acoustiques avec seulement deux des trois capteurs. Il a été vérifié que les spectres ainsi obtenus sont inférieurs de 3 dB aux spectres estimés avec trois capteurs.

On peut également calculer les spectres acoustiques dans le plan en aval (c'est-à-dire avec la sonde acoustique) en ne considérant que les deux microphones. Les résultats sont identiques.

### V.3.3 Mesures en aval par microphone : étude de la phase de la densité spectrale croisée de puissance

On s'intéresse maintenant à deux capteurs situés l'un derrière l'autre, c'est-à-dire positionnés à un même angle mais distants d'une longueur  $\Delta x$ . On note  $x$  le signal du capteur en amont et  $y$  celui du capteur en aval. On suppose que l'on a la relation suivante entre les deux signaux  $x$  et  $y$  :

$$y(\Delta x, t) = x(0, t - t_0) \quad \text{avec} \quad t_0 = \frac{\Delta x}{V} \quad (24)$$

où  $V$  est la vitesse de phase. En prenant la transformée de Fourier de cette expression et en la multipliant par son conjugué, on obtient :



$$G_{xy}(\omega) = |X(\omega)|^2 e^{i\omega t_0} = G_{xx}(\omega) e^{i\omega t_0}$$

Soit :

$$\varphi_{xy}(\omega) = \omega t_0 = \omega \frac{\Delta x}{V}$$

où  $\varphi_{xy}$  est la phase de la densité spectrale croisée de puissance des deux capteurs. Cette grandeur est proportionnelle à la fréquence et on peut en déduire la vitesse de phase et le sens de propagation ou de convection des perturbations.

Aux fréquences inférieures à la fréquence de coupure ( $\sim 700$  Hz ici), seul le mode plan se propage et donc l'hypothèse (24) est vérifiée pour l'acoustique,  $V$  étant la vitesse de propagation des ondes sonores composée avec celle de l'écoulement moyen, considérée dans la direction axiale. Pour les perturbations aérodynamiques ou entropiques, elle équivaut à l'hypothèse de Taylor et  $V$  est alors la vitesse de convection, égale à celle de l'écoulement. Aux fréquences plus élevées, en raison de la complexité du champ sonore due à la présence de nombreux modes, il est difficile de faire apparaître la relation (24) dans l'expression de la pression. En outre, l'hypothèse (24) tombe en défaut pour des perturbations convectées si la distance entre capteurs excède une certaine longueur de cohérence.

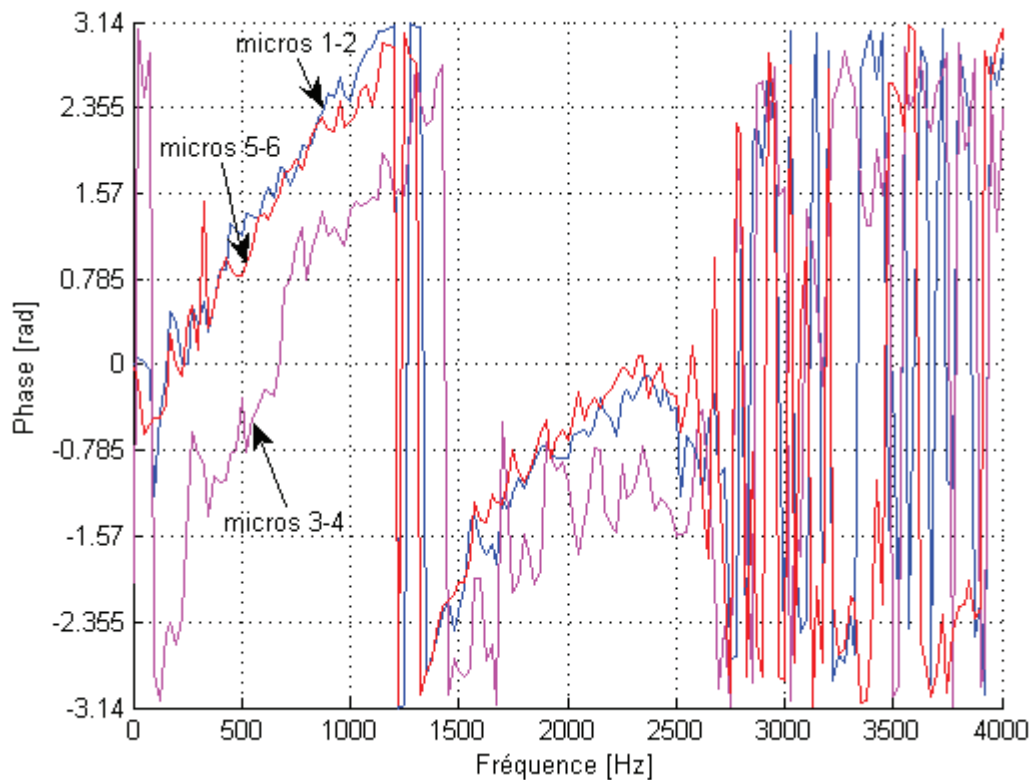


Figure V-14 : phase de la densité spectrale croisée de puissance entre deux microphones situés l'un derrière l'autre (les microphones 1, 3 et 5 sont situés dans le plan amont, et les microphones 2, 4, 6 dans le plan aval avec les mêmes positions azimutales)

Pour que la phase soit calculée avec une bonne précision, il faut un nombre élevé de moyennes, et donc une durée d'acquisition importante. De telles mesures ne sont disponibles que pour le régime

PMD pour lequel la durée d'acquisition a été augmentée à 30 secondes (soit plus de 500 moyennes). La phase de la densité spectrale croisée de puissance entre deux microphones situés l'un derrière l'autre est présentée sur la Figure V-14. On observe bien une variation quasi-linéaire à basse fréquence. La pente de la droite moyenne correspond à une vitesse comprise entre 300 et 370 m/s, sachant que la vitesse du son à cet endroit du conduit est de 340 m/s et la vitesse de l'écoulement est de 170 m/s. Ce résultat indique que le pseudo-son est négligeable par rapport aux niveaux de bruit mesurés. Ceci est en contradiction avec les conclusions obtenues par l'étude de la cohérence entre plusieurs capteurs d'un même plan, présentée au paragraphe précédent. Aucune explication n'a pu être avancée pour expliquer ces comportements.

### V.3.4 Mesures en aval avec la sonde acoustique déportée

En cours d'essai, un des microphones a été remplacé par une sonde acoustique déportée. Les densités spectrales mesurées avec un microphone ou la sonde sont comparées sur la Figure V-15.

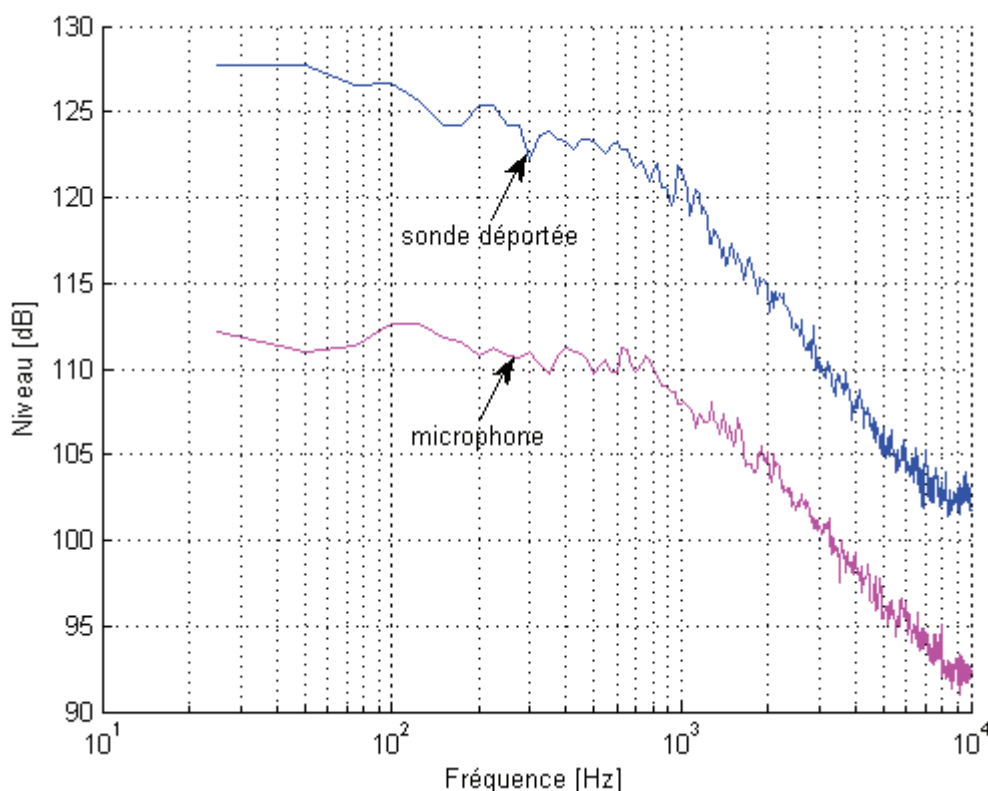


Figure V-15 : densités spectrales de puissance mesurées par un microphone et la sonde acoustique déportée au régime PMD

La densité spectrale mesurée par la sonde déportée est supérieure d'environ 15 dB à celle mesurée par le microphone. L'écart entre les deux mesures n'a pas été expliqué. Il tendrait à conclure que l'une des deux mesures n'est pas correcte, par exemple la mesure de pression par montage affleurant direct des microphones, en raison des conditions difficiles rencontrées sur le banc.

### V.3.5 Conclusion sur les mesures acoustiques

Les mesures en amont se sont avérées inexploitables, interdisant toute comparaison avec le modèle analytique. Les mesures en aval par microphone sont sujettes à caution à cause de la présence d'un fort pseudo-son. En effet, les résultats de l'étude de la cohérence entre plusieurs microphones dans le même plan et l'étude de la phase de la densité spectrale croisée entre deux microphones l'un derrière l'autre semblent contradictoires. En outre, les mesures avec la sonde déportée font état d'un niveau très élevé par rapport à celui des microphones affleurants, ce qui n'a pu être expliqué.

Enfin, quelle que soit la méthode utilisée pour déterminer le spectre acoustique (mesure par sonde déportée ou calcul du spectre cohérent), aucune élévation du niveau avec injection d'eau n'a été constatée. Ceci peut provenir :

- soit d'un niveau de bruit à l'amont très important qui masque le bruit de la turbine,
- soit de mesures acoustiques erronées,
- soit d'une inefficacité de l'injection d'eau à générer des perturbations entropiques et tourbillonnaires suffisamment élevées,
- soit, même si cela est moins probable, d'une absence de génération de bruit de combustion indirect par la turbine.

Les deux paragraphes suivants traitent des mesures de température et de vitesse, et tentent de caractériser les perturbations générées par l'injection d'eau.

## V.4 MESURES DE TEMPERATURE

Dans cette partie, on s'intéresse d'abord aux mesures de température en amont de la turbine puis à celles en aval. Pour chacun de ces deux cas, on regarde les spectres de température ainsi que la densité de probabilité de la température.

### V.4.1 Etude des spectres en amont

A partir des signaux de température provenant du thermocouple fin, on trace les densités spectrales de puissance. Les transformations de Fourier sont réalisées avec un fenêtrage de Hanning et un recouvrement de 50 %. Le nombre de moyennes est lié à la durée d'acquisition des signaux. Or, là encore, cette dernière varie d'une mesure à l'autre, étant donné qu'elle est fixée par la capacité de stockage du système d'acquisition.

La Figure V-16 présente les spectres obtenus au régime « décollage » avec et sans injection d'eau, et la Figure V-17 ceux obtenus aux deux autres régimes.

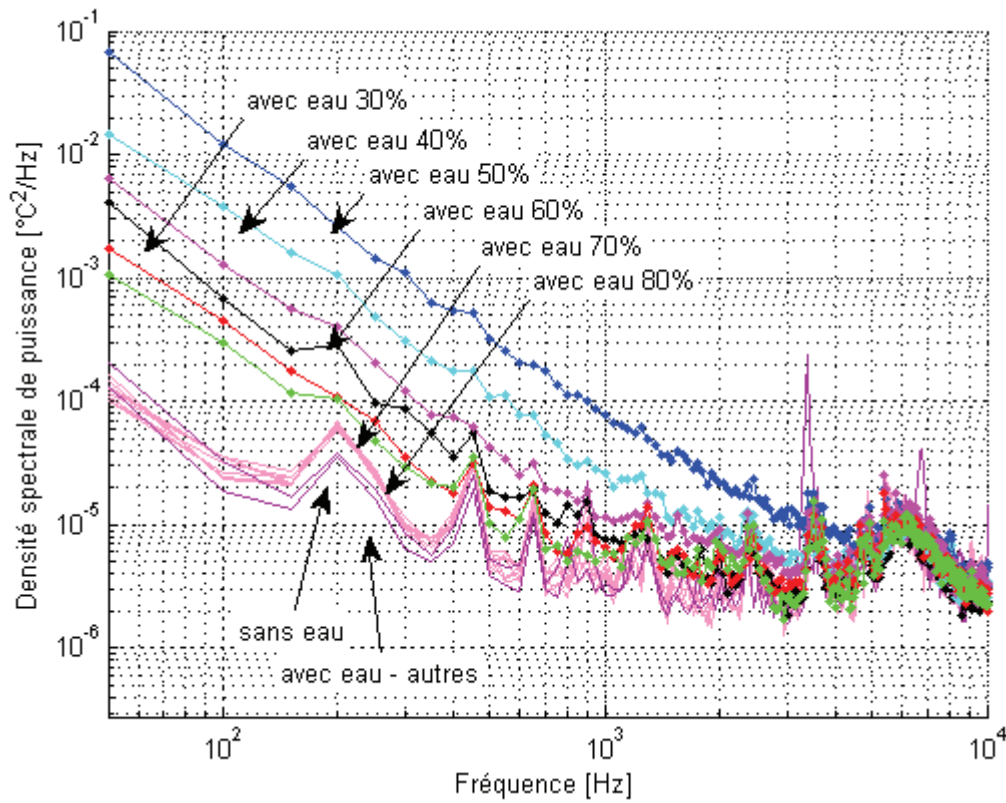


Figure V-16 : densités spectrales de puissance mesurées par le thermocouple fin en amont de la turbine au régime « décollage » pour différentes hauteurs de veine (0% correspond à la paroi externe)

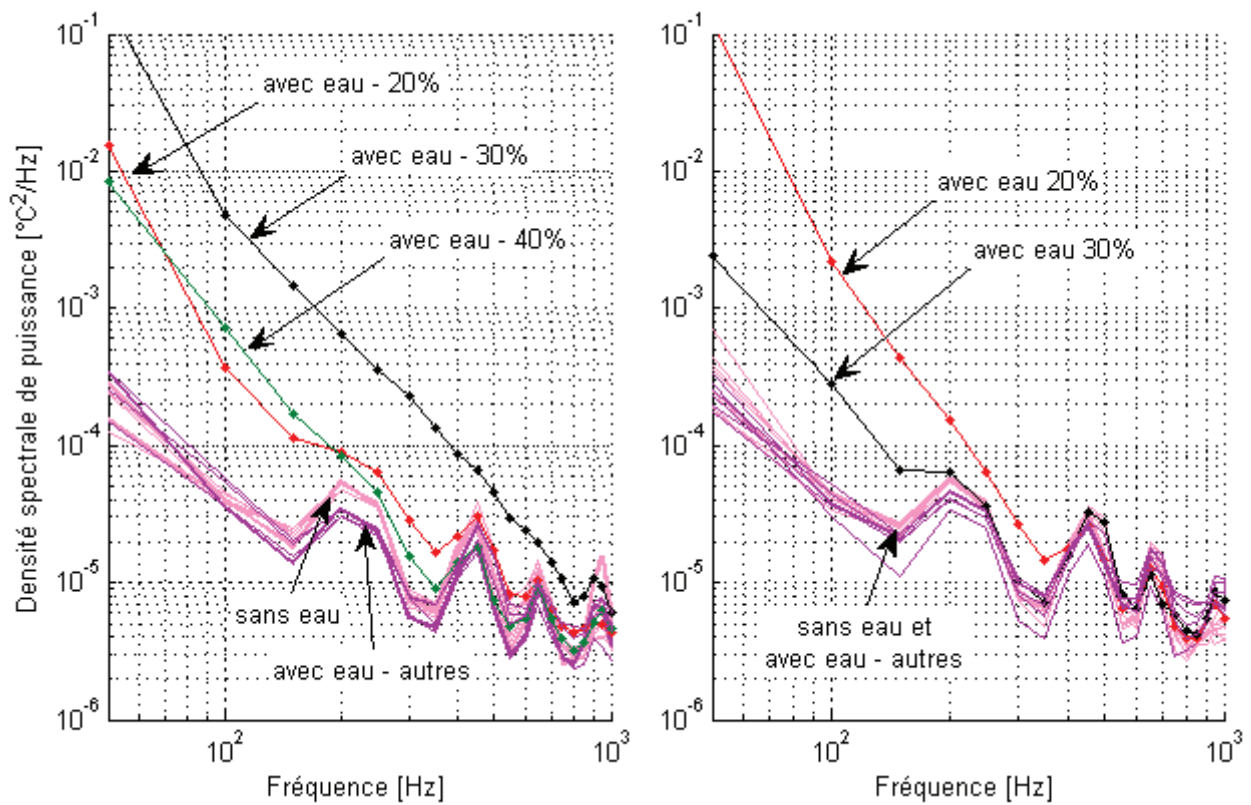


Figure V-17 : densités spectrales de puissance mesurées par le thermocouple fin en amont de la turbine aux régimes « survol » (gauche) et « approche » (droite) pour différentes hauteurs de veine

Le nombre de moyennes utilisé lors de la transformée de Fourier est compris entre 116 et 138. Cela donne une erreur statistique relative sur le calcul des densités spectrales de puissance inférieure à 10 %.

L'amplificateur utilisé avec le thermocouple filtre les fréquences supérieures à 10 kHz. Cependant, en raison de la taille du thermocouple, la fréquence de coupure physique du capteur est beaucoup plus faible, de l'ordre de 1000 Hz. Ceci se vérifie notamment sur les mesures avec injection d'eau pour lesquelles toutes les courbes sont similaires au-delà de 1 kHz et ne présentent plus les mêmes caractéristiques qu'à plus faible fréquence.

Sans injection d'eau, le spectre observé est identique à toutes les hauteurs de veine bien que la température moyenne évolue. De plus, il est identique à celui mesuré hors de la veine ainsi que celui mesuré en fin de séance d'essais (alimentation d'air non coupée mais turbine freinée à 0 tr/min). Ce spectre moyen correspond au niveau des fluctuations de température présentes dans l'écoulement d'alimentation du banc ainsi qu'au bruit de fond. On constate que ce niveau est homogène sur toute la hauteur de veine.

Avec injection d'eau, on distingue trois zones : deux zones proches des parois interne et externe où le spectre en présence d'eau est similaire à celui sans eau, et une zone intermédiaire où le spectre en échelles logarithmiques présente une décroissance linéaire avec une pente d'environ -2,2 à tous les régimes. Par contre, les hauteurs de veine correspondant aux limites entre ces zones dépendent du régime de la turbine. Au régime « décollage », la zone intermédiaire s'étend sur quasiment toute la hauteur de veine tandis qu'au régime « approche », elle est confinée entre 20 et 30 % de hauteur de veine.

### V.4.2 Étude de la densité de probabilité en amont

Outre l'étude des spectres, on peut étudier la densité de probabilité de la température, c'est-à-dire la proportion de particules fluides ayant une température donnée. Celle-ci est tracée sur la Figure V-18 pour le régime « survol ».

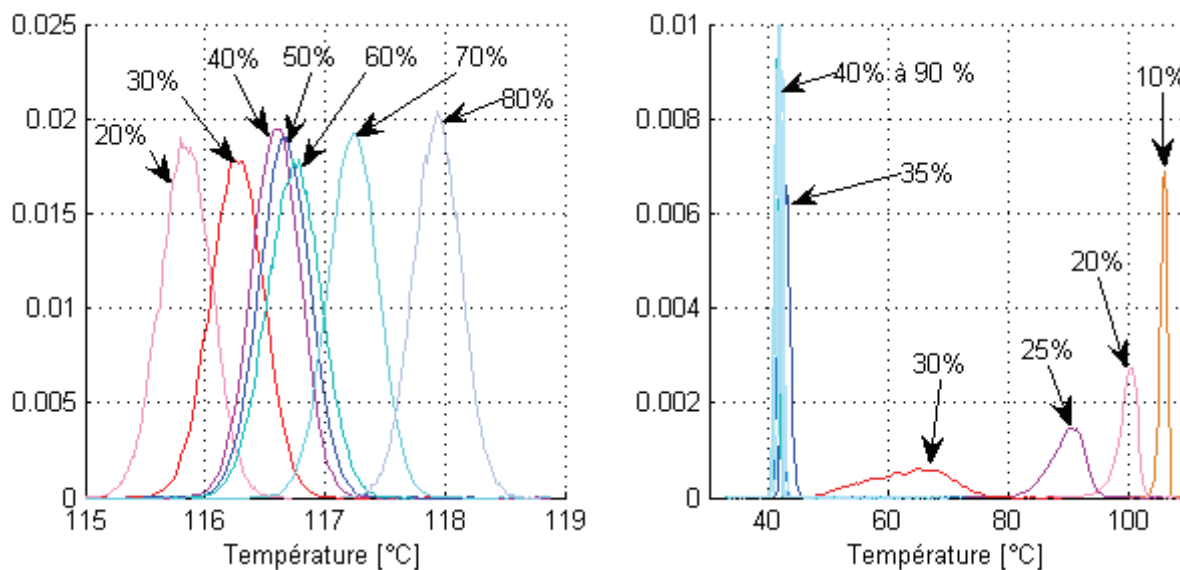


Figure V-18 : densité de probabilité de la température pour différentes hauteurs de veine sans eau (gauche) et avec eau (droite) au régime « survol »

On s'intéresse d'une part à l'évolution de la température moyenne, et d'autre part à l'évolution de la forme de la densité de probabilité. Sans injection d'eau, la température moyenne est constante et la densité de probabilité proche d'une gaussienne. Ceci a été vérifié par le calcul des moments d'ordre 3 (l'asymétrie, nulle pour une gaussienne) et d'ordre 4 (l'aplatissement, égal à 3).

Avec injection d'eau, on retrouve les trois zones définies lors de l'étude des spectres :

- de 0 à 10% où la température moyenne est de l'ordre de 110°C, c'est-à-dire de celle de l'air. La densité de probabilité a un étalement très faible. La valeur RMS de la température est d'environ 1°C.
- de 20 à 30% où la température moyenne varie fortement. La forme de la densité de probabilité montre un fort aplatissement traduisant une forte disparité de la température dans l'écoulement. A 30% la valeur efficace des fluctuations de température est d'environ 6,5°C, soit environ 2% de la température moyenne. Dans un repère log-log, la densité spectrale présente une décroissance en -2,2.
- de 35 à 90% où la température moyenne est de l'ordre de 40°C, c'est-à-dire de celle de l'eau. On retrouve un étalement très faible.

Les mesures donnent donc un pointage de la zone effectivement couverte par le panache d'injection, qui ne s'étend pas sur toute la hauteur de veine.

### V.4.3 Mesures à l'aval

La Figure V-19 présente les spectres mesurés à l'aval au régime « décollage » sans et avec injection d'eau à différentes hauteurs de veine.

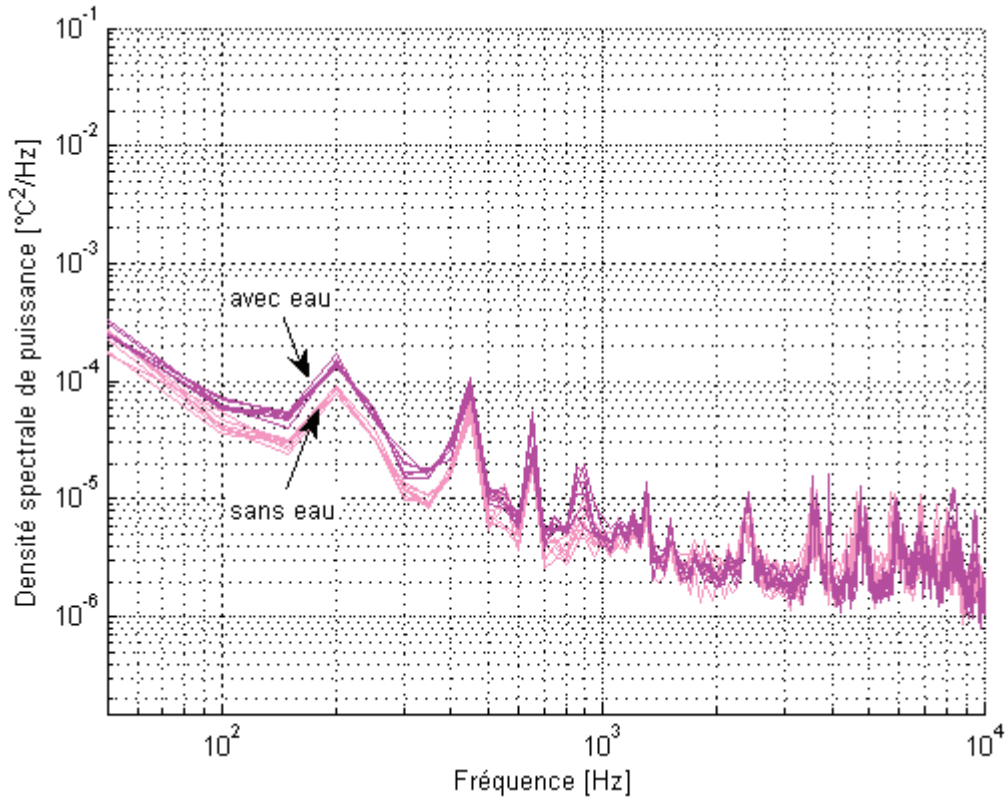


Figure V-19 : densités spectrales de puissance mesurées par le thermocouple fin en aval de la turbine au régime « décollage » pour différentes hauteurs de veine

Malgré un abaissement de la température moyenne en présence d'eau, on constate qu'il n'y a pas d'influence de l'injection d'eau sur les spectres. Les inhomogénéités de température ont été complètement redistribuées par la turbine et l'écoulement s'est homogénéisé.

## V.5 MESURES DE VITESSE

Les mesures de vitesse ont été réalisées avec des fils et films chauds. Les essais ont démontré la faisabilité de telles mesures en conditions industrielles, malgré des conditions physiques très agressives. Plusieurs sondes ont été utilisées : un fil chaud, un film chaud de 25  $\mu\text{m}$  et un film chaud de 50  $\mu\text{m}$ . Les deux premiers ont cassé dès les premières gouttes d'eau injectées. Le film le plus épais a tenu pendant toute la durée des mesures.

### V.5.1 Etalonnage des sondes à film chaud

L'étalonnage des films chauds a été réalisé préalablement sur la soufflerie de l'ECL. On en tire deux courbes : l'une donnant l'évolution de la tension avec la température à une vitesse donnée, et l'autre donnant son évolution avec la vitesse. Ces courbes sont présentées sur la Figure V-20.

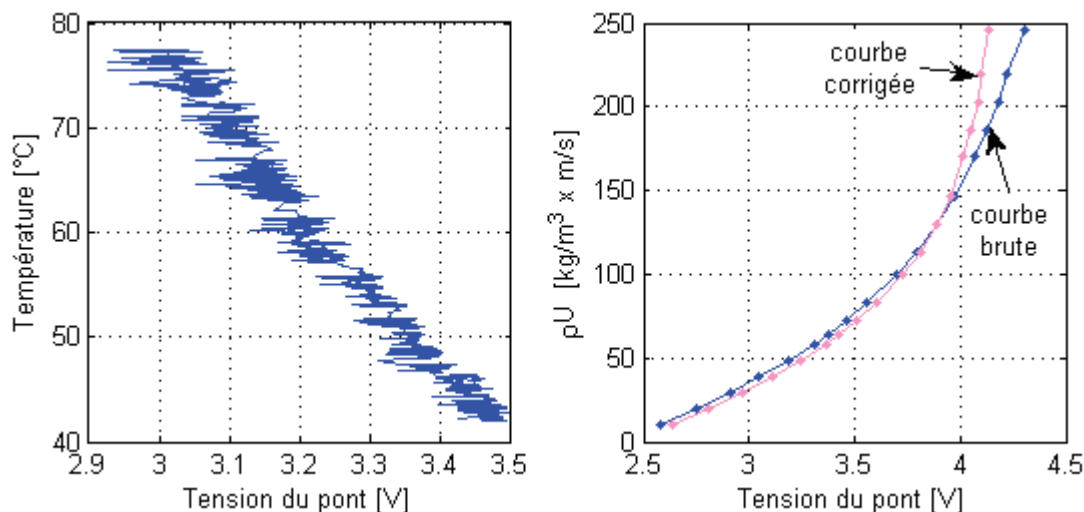


Figure V-20 : courbes d'étalonnage du film chaud

La première courbe est obtenue en mesurant de manière continue la tension du pont du film chaud pendant un refroidissement à vitesse constante de l'air de la soufflerie. On remarque que la tension varie de manière linéaire avec la température. Il a été vérifié que la pente de la droite ne dépend pas de la vitesse. Ainsi, on peut écrire la tension délivrée par le film chaud sous la forme :

$$E(\rho U, T) = E(\rho U, T_{\text{réf}}) + K(T - T_{\text{réf}}) = E_0(\rho U) + KT \quad \text{avec} \quad E_0 = E(\rho U, T_{\text{réf}}) - KT_{\text{réf}}$$

où  $E_0$  et  $K$  sont déterminés à partir des courbes ci-dessus.

La deuxième courbe d'étalonnage est obtenue en faisant varier la vitesse de l'écoulement. La température et la masse volumique sont mesurées en même temps que la tension du pont du film chaud. On en déduit alors la courbe  $E_0$  du produit de la vitesse et de la masse volumique en fonction de la tension du pont. Cependant, comme la température de l'écoulement varie lors de cette mesure d'étalonnage, il est nécessaire de corriger la courbe obtenue de cette variation de température grâce à la relation précédente.

Lors des essais sur banc partiel, une campagne préalable a permis de déterminer les grandeurs moyennes de l'écoulement (vitesse, température) à l'aide d'une sonde à trois trous et d'un thermocouple. Ces deux grandeurs sont nécessaires pour connaître la température et la masse volumique locale au niveau du point de mesure du film chaud, et ainsi déterminer une relation entre la tension du pont et la vitesse de l'écoulement.

Néanmoins, en présence de gouttes d'eau, cette méthode n'est plus valable en raison de la nature diphasique du fluide. La masse volumique à prendre en compte n'est plus celle de l'air, mais celle du mélange de l'air avec l'eau. Ainsi, pour les mesures avec injection d'eau, les courbes sont présentées en tension et non en vitesse.



### V.5.2 Spectres de vitesse à l'amont sans eau

La Figure V-21 présente les densités spectrales de puissance mesurées en amont de la turbine avec différents films chauds.

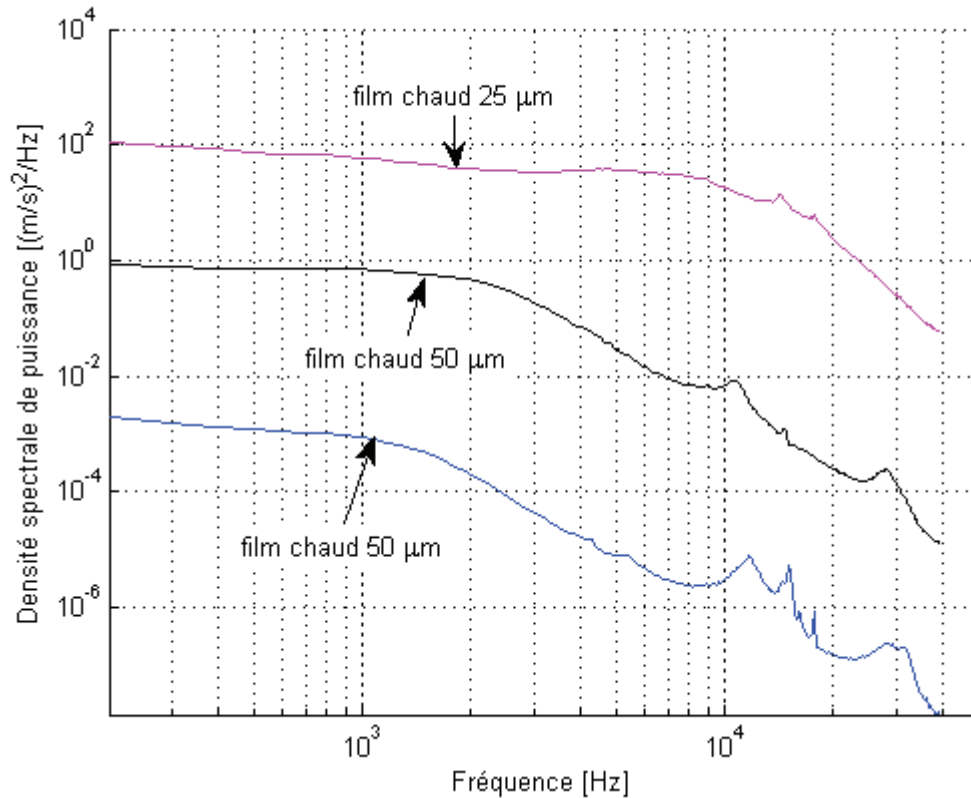


Figure V-21 : densités spectrales de puissance mesurées par différents films chauds en amont de la turbine au régime « décollage » sans eau à 20% de hauteur de veine

On constate que les spectres présentent tous une fréquence de rupture de pente. Plus le film est fin, plus cette fréquence est élevée. Elle semble correspondre à la fréquence de coupure du capteur, et donc la limite de validité des mesures. De plus, il a été vérifié que les spectres n'évoluent quasiment pas avec la hauteur de veine.

### V.5.3 Spectres de vitesse à l'amont en présence d'eau

Contrairement aux signaux de température, les signaux de vitesse mesurés à l'amont présentent des pics à chaque impact d'une gouttelette d'eau sur la sonde de mesure. De plus, le pont de Wheatstone s'est avéré saturer rapidement en présence d'eau (sauf proche de la paroi externe, jusqu'à 20%). Les mesures ont donc été faites par intermittence, entre deux réinitialisations du pont. La Figure V-22 montre un exemple de signal temporel obtenu.

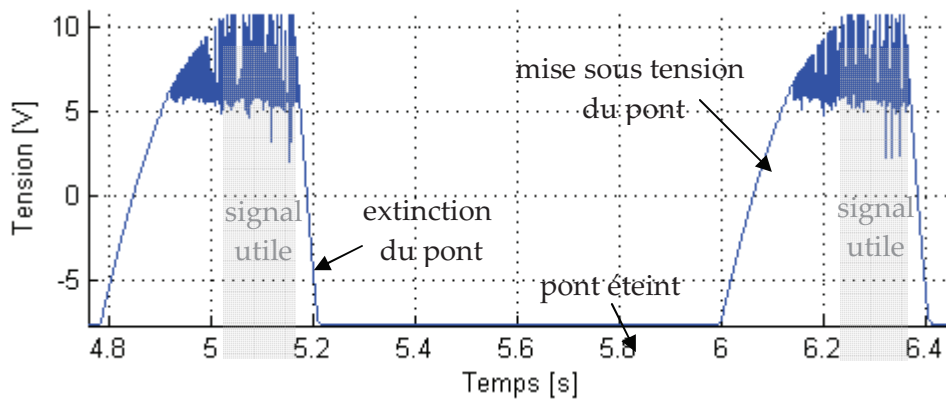


Figure V-22 : signal temporel acquis par le film chaud à l'amont en présence d'eau

On visualise bien la mise sous tension du pont ainsi que les impacts des gouttes d'eau. Par exemple, sur la Figure V-22, le pont de Wheatstone a été réinitialisé vers 4,8 s et vers 6 s. Entre 4,8 et 5 s, puis entre 6 et 6,2 s, on observe la mise sous tension du pont. Le pont se déconnecte tout seul vers 5,2 et 6,4 s. Finalement, seules les parties entre 5 et 5,2 s puis 6,2 et 6,4 s correspondent à une mesure de vitesse exploitable. On y remarque de très nombreux pics correspondant aux impacts des gouttelettes d'eau. On note que la valeur maximale de ces pics est écrêtée à une tension maximale légèrement supérieure à 10 V.

Pour obtenir le spectre de vitesse en présence d'eau, il n'est donc pas possible de procéder directement par transformée de Fourier. Il faut au préalable isoler les parties utiles du signal temporel. Chacun de ces signaux est divisé en une dizaine de périodogrammes sur lesquels sont calculés une transformée de Fourier avec un fenêtrage de Hanning. Enfin, le spectre du signal est obtenu en moyennant les spectres obtenus sur l'ensemble des extraits de ces signaux utiles.

Les pics sont liés à l'impact des gouttes d'eau qui refroidissent brutalement le film chaud. Ils n'ont donc *a priori* pas de sens dans l'exploitation visée des mesures et doivent être supprimés. C'est pourquoi, avant de réaliser la transformation de Fourier, les parties de signaux isolées précédemment sont traitées, soit par écrêtage de tous les pics à une valeur maximale prédéfinie, soit par suppression d'une partie des pics. Cette suppression étant faite de manière automatique, les pics ne sont pas toujours parfaitement bien supprimés, notamment ceux de faible amplitude. La Figure V-23 présente les densités spectrales de puissance calculées à partir du signal brut, du signal écrêté à 9 V, du signal écrêté à 8 V et du signal épuré des pics.

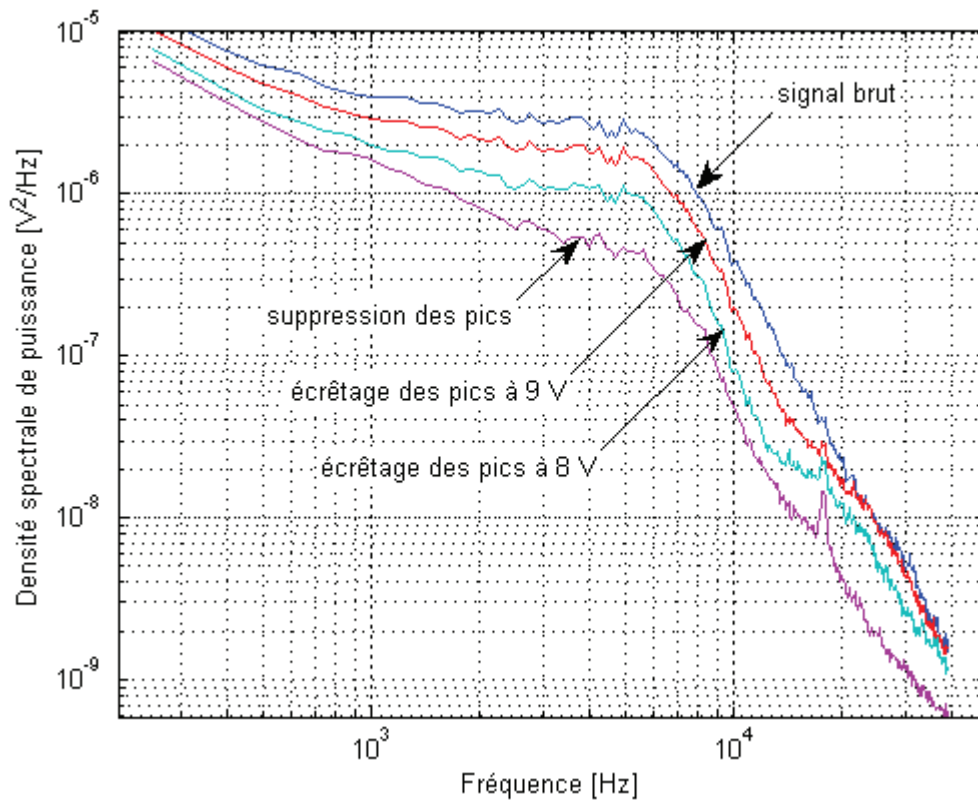


Figure V-23 : densités spectrales de puissance mesurées par un film chaud de 50 $\mu$ m en amont de la turbine au régime « décollage » avec eau à 50% de hauteur de veine

On constate que la méthode de suppression des pics influence le calcul de la densité de spectrale de puissance. Notamment, la pente à basse fréquence est modifiée. De façon générale, plus les pics sont importants, plus le niveau de la densité spectrale de puissance est élevé. Toutefois, la pente à haute fréquence reste constante quelle que soit la méthode utilisée. Par la suite, la suppression automatique des pics a été retenue. Ceci revient à ne considérer que l'impact de l'injection d'eau sur la dynamique tourbillonnaire du gaz, et à négliger l'effet des gouttelettes.

La comparaison sur la Figure V-24 des spectres avec et sans eau montre la forte augmentation des perturbations tourbillonnaires, notamment jusqu'à 2000 Hz, c'est-à-dire dans la gamme de fréquence où l'on souhaitait générer du bruit. L'injection d'eau a donc une influence sur les spectres de vitesse mesurés.

L'évolution du spectre avec la hauteur de veine est présentée sur la Figure V-25. Aucune tendance ne peut être déduite de ces mesures. On peut seulement s'assurer de la présence de gouttes d'eau sur toute la hauteur de la veine. On ne retrouve pas les zones observées avec le thermocouple.

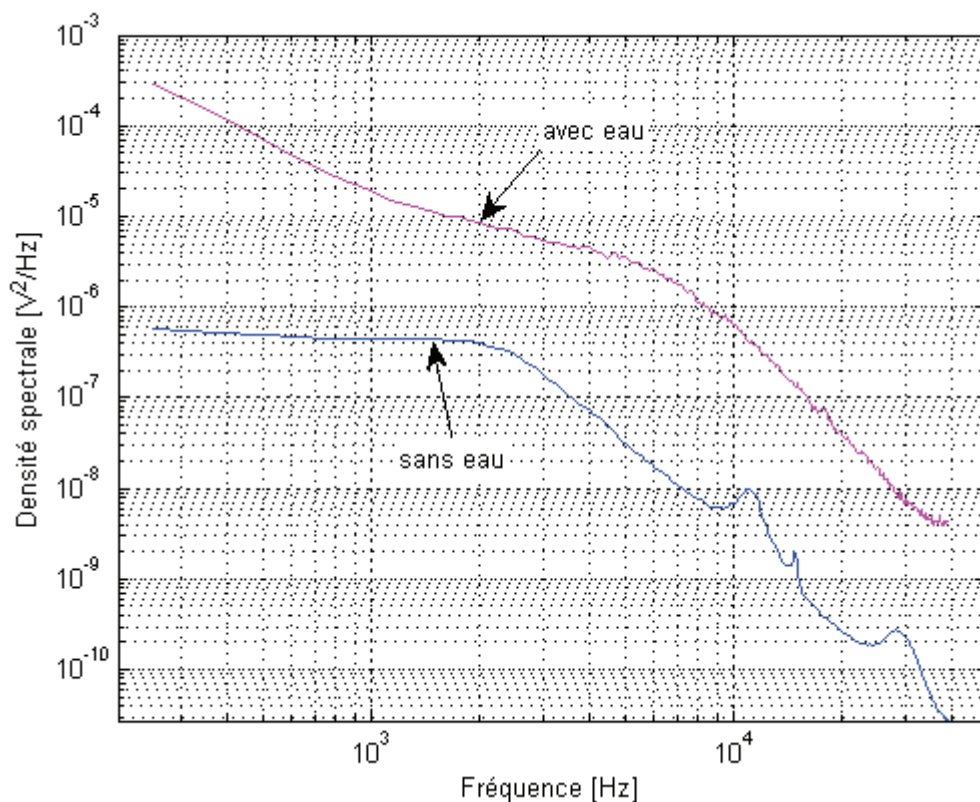


Figure V-24 : densités spectrales de puissance mesurées par un film chaud de 50 $\mu$ m en amont de la turbine au régime « survol » avec et sans eau à 50% de hauteur de veine

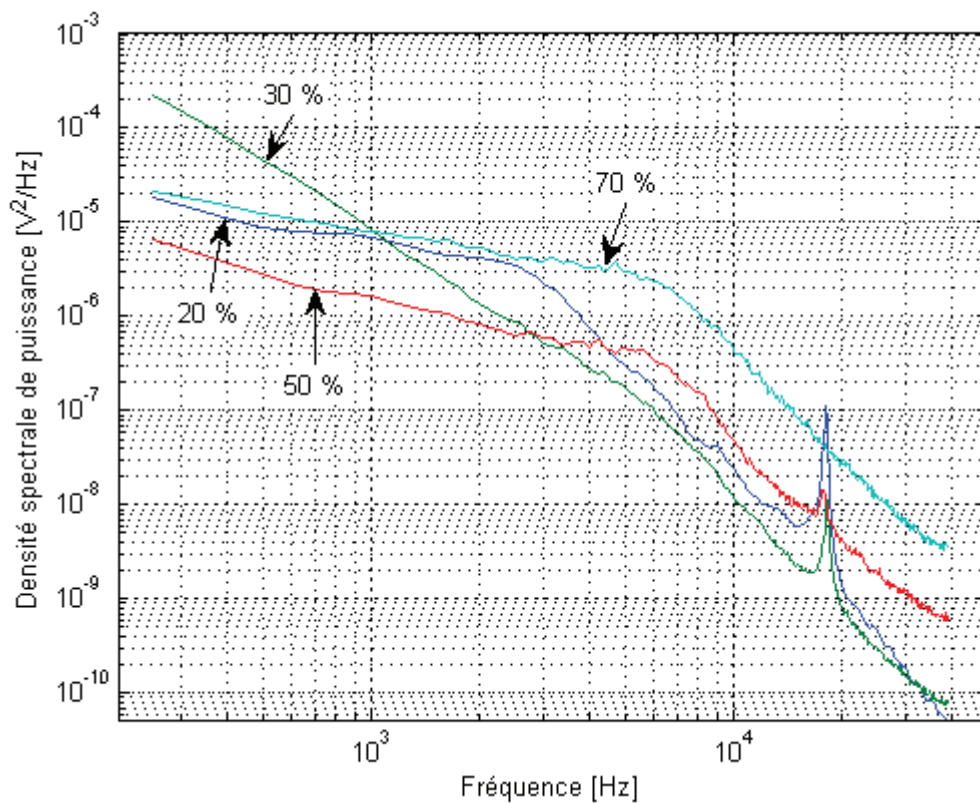


Figure V-25 : densités spectrales de puissance mesurées par un film chaud de 50 $\mu$ m en amont de la turbine au régime « décollage » avec et sans eau à 50% de hauteur de veine

### V.5.4 Spectres de vitesse à l'aval

A l'aval, les signaux temporels (cf. Figure V-26) montrent également la présence de pics attribués à des impacts de gouttelettes d'eau. Cependant, le pont de Wheatstone ne sature pas.

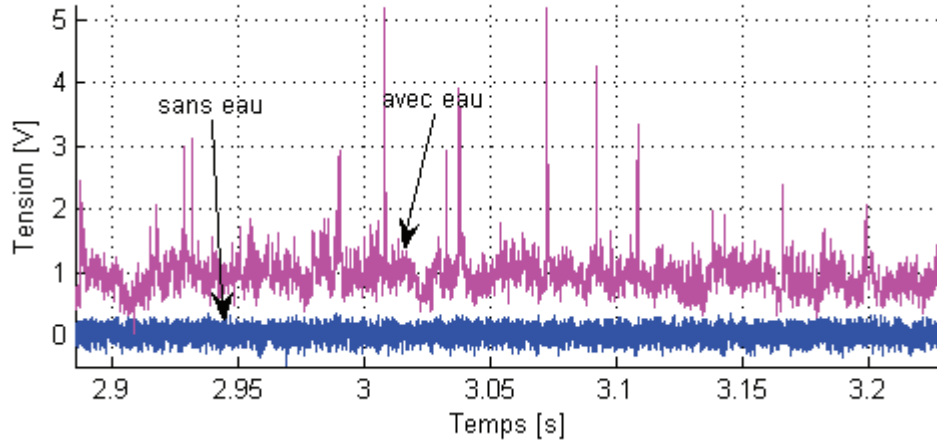


Figure V-26 : signaux temporels acquis par un film chaud à l'aval en présence d'eau

Les spectres correspondants sont reproduits sur la Figure V-27. On constate qu'à faible fréquence, l'eau modifie la forme du spectre, et ceci sur toute la hauteur de veine. Ceci démontre encore une fois l'impact de l'eau sur les perturbations tourbillonnaires en aval de la turbine. Les pics à haute fréquence, au-delà de 1000 Hz, correspondent à la vitesse de rotation de la turbine.

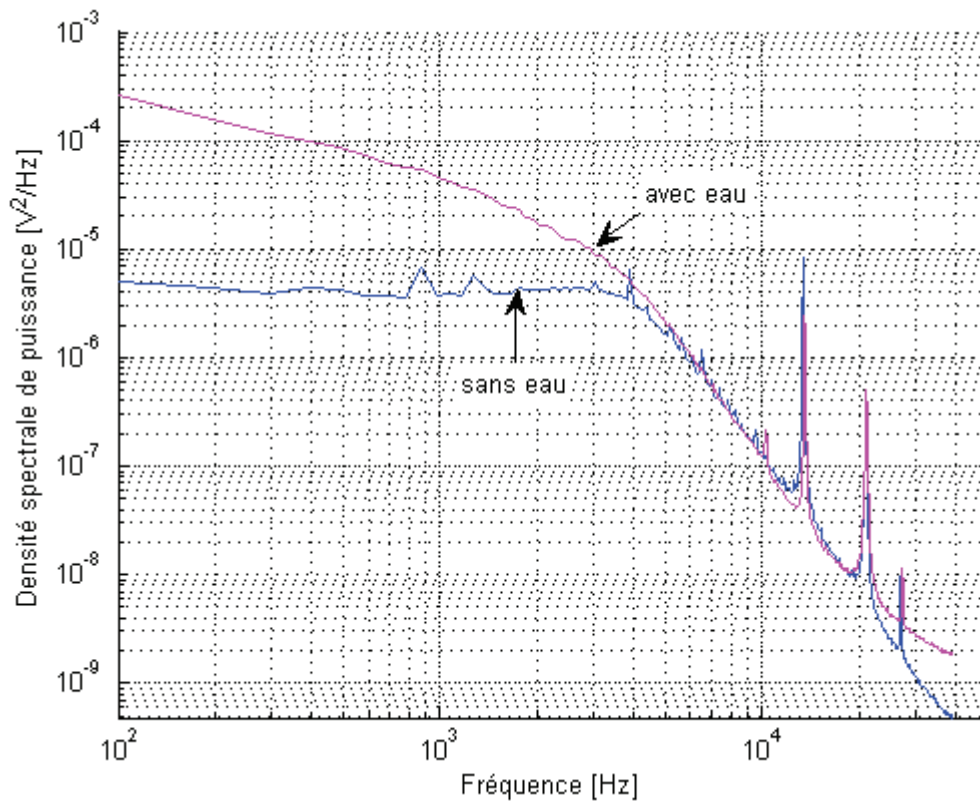


Figure V-27 : densités spectrales de puissance de mesurées par un film chaud de 50µm en aval de la turbine au régime « décollage » avec et sans eau à 50% de hauteur de veine

## V.6 CONCLUSION

Les essais réalisés dans cette thèse visaient initialement à valider le modèle analytique développé précédemment, avec le parti pris d'une situation de complexité industrielle. Pour cela, la température, la vitesse et la pression ont été mesurées en amont et en aval d'une turbine. Les essais ont été réalisés sur un banc partiel. Ce dernier comporte seulement une turbine mais pas de chambre de combustion. Il a été décidé d'introduire un système d'injection d'eau en amont de la turbine dans le but de générer des perturbations entropiques et tourbillonnaires. Les nombreux problèmes techniques rencontrés ont plutôt *a posteriori* fait de ces essais une étude de faisabilité de la métrologie en situation industrielle. En particulier, la comparaison du modèle aux données expérimentales n'a pas pu être menée à bien.

Les mesures de température et de vitesse semblent montrer la bonne aptitude du système d'injection d'eau à générer des perturbations tourbillonnaires et entropiques. Ce point reste toutefois à confirmer par une amélioration des capteurs. En effet, le thermocouple fin fournit de bons résultats facilement exploitables. Par contre, l'utilisation d'un film chaud est plus délicate, et plusieurs films ont cassé avant d'obtenir des mesures correctes. De plus, le caractère diphasique du fluide en présence de gouttes d'eau ne permet pas une calibration correcte de ces capteurs.

Indépendamment du contexte d'un banc industriel, il semblerait judicieux d'envisager des essais de principe simplifiés en soufflerie avec un distributeur rebuté afin de valider le modèle analytique, mais aussi d'améliorer l'instrumentation. Un essai complet sur moteur n'est pas envisageable en l'état. C'est une solution onéreuse qui passera nécessairement par une phase de développement d'une instrumentation spécifique.



## CHAPITRE VI

# PREDICTION DU BRUIT DE COMBUSTION INDIRECT SUR LES TURBOMOTEURS

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la prédiction pratique du bruit de combustion indirect. Notamment, les différents modèles, à savoir ceux de Cumpsty & Marble et Pickett ainsi que celui développé dans ce manuscrit sont comparés. Mais pour cela, il est nécessaire de connaître au préalable les données statistiques tourbillonnaire et entropique que l'on est susceptible de rencontrer sur un moteur réel. Enfin, dans une dernière partie, les prédictions ainsi faites sont comparées aux niveaux de bruit mesurés sur moteur, permettant d'évaluer la part du bruit de combustion indirect dans le bruit rayonné à l'échappement d'un turbomoteur.

### VI.1 DONNEES STATISTIQUES TOURBILLONNAIRE ET ENTROPIQUE

On s'intéresse ici à la recherche des données statistiques tourbillonnaire et entropique à utiliser dans le modèle afin de prévoir le bruit de combustion indirect sur un turbomoteur. Dans ce domaine même des ordres de grandeur sont difficilement disponibles, et en l'absence de mesures sur moteur, les données doivent être évaluées par d'autres méthodes.

#### VI.1.1 Données statistiques pour la température issues de la littérature

Dans un premier temps, on s'intéresse aux données sur les turboréacteurs disponibles dans la littérature. Plusieurs études expérimentales peuvent être signalées. Tout d'abord, en 1975, Pickett a réalisé des mesures sur un turboréacteur JT3D de Pratt & Whitney en parallèle à l'écriture de son modèle analytique. Un an plus tard, Sofrin & Riloff [SOF77] ont effectué des mesures similaires sur un turboréacteur JT9D dans le but d'estimer le bruit d'entropie à l'aide du modèle de Pickett. En 1978, afin de mettre en évidence le bruit d'entropie, Muthukrishnan *et al.* [MUT78] ont mesuré les



fluctuations de température en sortie d'une chambre de combustion. Les différentes grandeurs statistiques mesurées par ces auteurs sont regroupées dans le Tableau VI-1.

auteurs (moteur)	rapport valeurs RMS / moyenne	échelle intégrale axiale	échelle intégrale azimutale	échelle intégrale radiale
Pickett (JT3D)	3 à 7% (constant avec le régime)	~ 0,3 R à 0,4 R (augmente avec le régime)	~ 0,1 R (constant avec le régime)	~ 0,05 R (constant avec le régime)
Sofrin (JT9D - chambre H6)	20,5 % (ralenti) 6,2 % (approche) 3,9 % (décollage)	~ 0,09 R à 0,07 R (diminue avec le régime)	~ 0,02 R (diminue avec le régime)	~ 0,02 R (diminue avec le régime)
Sofrin (JT9D - chambre S23)	11,7 % (ralenti) 7,85 % (approche) 18,7 % (décollage)	~ 0,06/0,08 R	~ 0,02/0,03 R (diminue avec le régime)	~ 0,02/0,03 R (diminue avec le régime)
Muthukrishnan <i>et. al.</i> (chambre seule)	9 à 14 %			1,2 cm
Gliebe <i>et. al.</i> (réacteur GE avec chambre standard)		0,11 R	0,03 R	
Gliebe <i>et. al.</i> (réacteur GE avec chambre à faible NO <sub>x</sub> )		0,15 R	0,3 R	

**Tableau VI-1 : valeurs RMS et échelles intégrales des fluctuations de température mesurées en sortie d'une chambre de combustion (R est le rayon moyen des turbines)**

L'étude de Gliebe *et. al.* [GLI00] fournit également des données statistiques pour la température, mais obtenues cette fois par calcul numérique CFD (Computational Fluid Dynamics). Il s'agit de valeurs RMS. Par contre, les échelles intégrales déduites de la simulation n'ont pas été retenues par les auteurs car jugées peu fiables, à savoir de l'ordre de l'épaisseur des couches limites et dix fois plus faibles aux valeurs mesurées par Pickett. Les valeurs fournies par l'étude découlent d'une optimisation sur les échelles intégrales axiale et azimutale afin de minimiser l'écart entre les niveaux de bruit à l'échappement (intégrés sur tout le spectre) mesurés sur turboréacteur et les niveaux prédits par le modèle analytique de Cumpsty & Marble. Cependant, la forme de la fonction de corrélation axiale utilisée n'est pas précisée dans l'article. On note toutefois que ces valeurs n'ont fait l'objet d'aucune vérification expérimentale et que leur obtention suppose d'une part que le bruit mesuré soit bien du bruit d'entropie et d'autre part que le modèle de Cumpsty soit validé. Or les deux derniers points restent en suspens.

En outre, la loi empirique permettant de prédire l'échelle de corrélation azimutale à partir des simulations numériques et des valeurs de longueurs de cohérence trouvées par optimisation n'a jamais fait l'objet de vérification expérimentale. Elle est sujette à caution au vu du faible nombre de valeurs qui ont permis de l'établir, mais elle constitue une piste intéressante au vu du faible nombre de paramètres qu'elle fait intervenir et mérite d'être mentionnée. Elle est basée sur la dépendance avec l'azimut des fluctuations de température. Le profil azimutal de ces fluctuations obtenues par simulation CFD est tracé sur la Figure VI-1 pour deux chambres de combustion différentes.

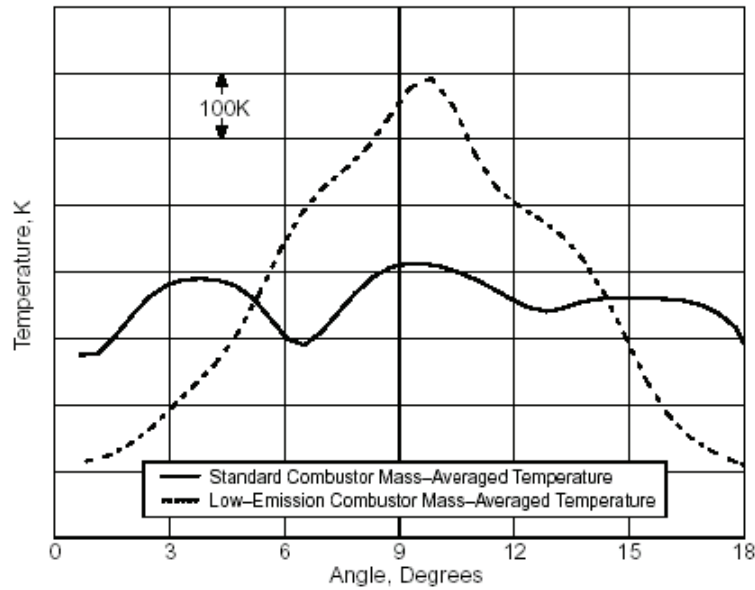


Figure VI-1 : profil azimutal de la température instationnaire prédit par un calcul numérique pour une chambre standard et une à faible émission polluante (figure 201 de Gliebe [GLI00])

La longueur de cohérence est alors reliée au nombre  $N_c$  de périodes visibles sur le profil azimutal dans un secteur angulaire correspondant à un seul injecteur et au nombre  $N_b$  d'injecteurs :

$$\Lambda'_2 = \left( \frac{1}{N_c} \right)^2 \frac{2\pi}{N_b}$$

On a  $N_c = 1$  sur la chambre de combustion standard et  $N_c = 3$  sur la chambre à faible émission de  $\text{NO}_x$ .

Finalement, on constate que dans la plupart des cas, l'échelle intégrale axiale est beaucoup plus grande que les deux autres. Ces échelles ne varient pas ou peu avec le régime. Il est toutefois difficile d'en tirer une valeur. Quant à la valeur RMS des perturbations de température, elle dépend peu du régime et varie d'un moteur à l'autre entre 5 et 15%.

### VI.1.2 Données statistiques issues d'un calcul LES

Une estimation des données statistiques sur moteur a pu être faite à partir d'un calcul LES réalisé par le CERFACS sur une chambre (inversée) de moteur K [BOU06][BOU07]. Le calcul est fait sur un secteur angulaire correspondant à un seul injecteur. La pression, la température et les trois composantes de la vitesse sont fournies en neuf points du plan correspondant à l'entrée du distributeur haute pression. Toutefois, ce distributeur n'est pas pris en compte explicitement dans la modélisation.



Figure VI-2 : points auxquels sont extraits la pression, la température et la vitesse lors de la simulation LES

Pour la détermination des données statistiques, on suit la démarche présentée au paragraphe IV.6.

Turbulence

On commence par calculer la valeur RMS à partir du signal temporel. Puis on s'intéresse à la densité spectrale de puissance  $S_{uu}(\omega)$  de la composante de la vitesse selon la direction de l'écoulement moyen. Celle-ci est tracée sur la Figure VI-3.

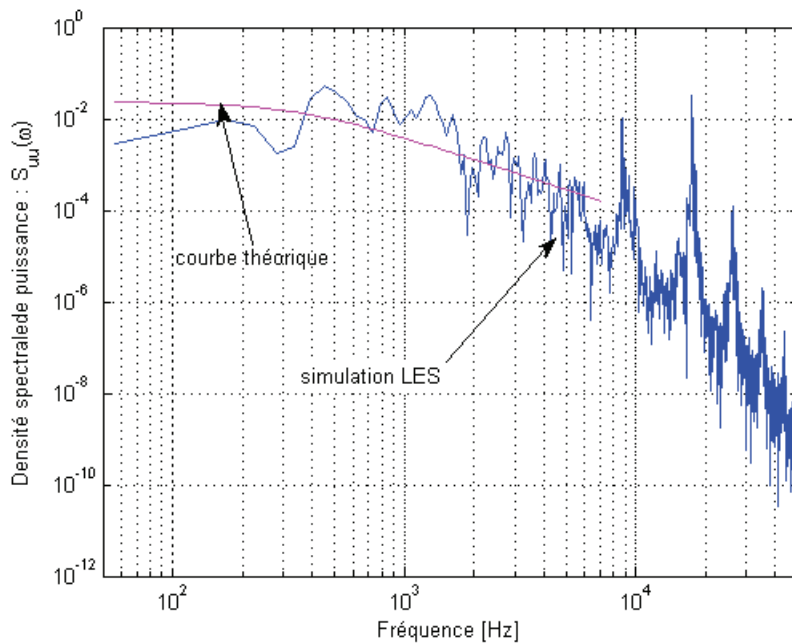


Figure VI-3 : densité spectrale de puissance de la composante de la vitesse selon la direction de l'écoulement moyen et recalage théorique

En supposant que la turbulence est homogène isotrope, on a une expression pour cette courbe en fonction de l'échelle intégrale et de la valeur RMS. La valeur de l'échelle intégrale est alors trouvée par minimisation des moindres carrées entre les valeurs théoriques et les valeurs simulées.

La Figure VI-3 indique que l'ajustement du modèle de turbulence homogène isotrope est irrecevable. En d'autres termes la turbulence observée dans les chambres de combustion, telle qu'elle est restituée par les calculs numériques, n'est pas conforme aux modèles de turbulence homogène et isotrope. Notamment, la pente de la décroissance du spectre en haute fréquence ne suit pas une loi en  $-5/3$  et on observe des pics.

### Température

Comme pour la turbulence, la valeur RMS est déterminée à partir du signal temporel. Les mêmes questions se posent quant à la détermination des données d'entrée du calcul acoustique.

### VI.1.3 Données statistiques issues des mesures sur le banc partiel

On peut également s'intéresser aux grandeurs statistiques obtenues lors des mesures sur la turbine avec injection d'eau. Rien ne garantit qu'elles soient proches des grandeurs sur moteur, mais à défaut, cela constitue une piste intéressante du point de vue phénoménologique. La démarche est la même que pour les simulations LES.

### VI.1.4 Conclusion et choix des amplitudes modales

On ne dispose pas de données très fiables sur les amplitudes modales. Notamment, pour les perturbations tourbillonnaires, le modèle de turbulence homogène isotrope se révèle inadapté. Il conviendrait alors de déterminer à partir des simulations numériques à la fois le gabarit spectral lissé (en ignorant les pics pour une utilisation dans les modèles de bruit à large bande), et une échelle intégrale en remontant à un traitement statistique des données en deux points.

Pour comparer les modèles, on décide donc de partir sur des spectres de perturbations gaussiens définis par l'équation (21). Ces spectres sont définis à partir de trois paramètres : une valeur efficace et deux échelles intégrales (axiale et azimutale). En se basant sur l'étude bibliographique des perturbations entropiques, on choisit une valeur RMS de l'ordre de 10% et des échelles intégrales de l'ordre de 0.1 fois le rayon. On prend les mêmes grandeurs pour les perturbations tourbillonnaires malgré l'absence d'informations. Les comparaisons ultérieures des différents modèles avec ces données n'auront qu'un caractère indicatif.

## VI.2 COMPARAISON DES DIFFERENTS MODELES

On s'intéresse à la puissance acoustique rayonnée en aval par des perturbations tourbillonnaires ou entropiques. Cette puissance est donnée par l'équation (20), sachant qu'on se limite aux modes  $m = 0, 1$  et  $-1$ . En effet, au vu des fréquences étudiées, les modes d'ordres supérieurs n'ont qu'une faible contribution ou sont coupés.

En raison de l'absence de données statistiques fiables, on considère dans un premier temps le calcul de la puissance sonore pour des amplitudes modales  $\tilde{u}_1(m, \omega)$  et  $\tilde{s}_1(m, \omega)$  unitaires à toutes les fréquences. Les données géométriques ainsi que les valeurs de l'écoulement moyen sont néanmoins représentatives du distributeur haute-pression d'un moteur réel (moteur K). La puissance ainsi calculée est tracée sur la Figure VI-4. Le calcul est réalisé successivement avec le modèle de Cumpsty, celui de Pickett et celui proposé dans cette thèse (cf. Chapitre IV).

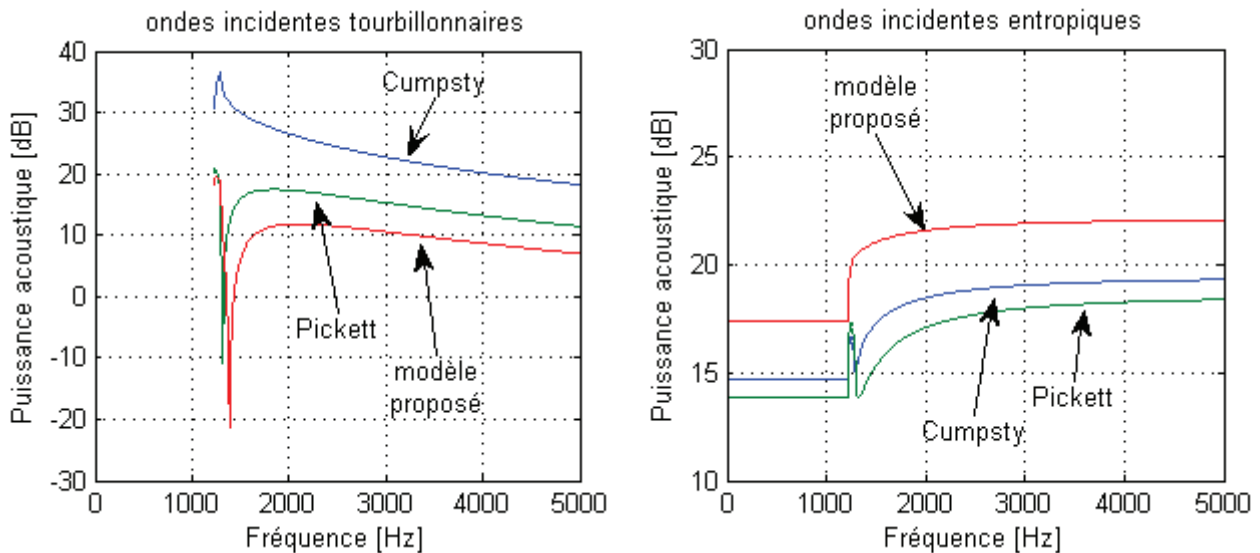


Figure VI-4 : spectre de puissance acoustique relative du bruit de combustion indirect, calculé par diverses méthodes pour des ondes incidentes tourbillonnaires ou entropiques. Excitation unitaire et uniforme.

La courbe présentée s'apparente plus à une fonction de transfert entre une statistique de source et la statistique du bruit qu'à un réel niveau de bruit. Elle traduit l'efficacité des sources acoustiques et suffit pour évaluer l'impact des choix faits lors de la modélisation sur des variations relatives des niveaux de bruit prédits.

On constate que le nouveau modèle maximise le bruit d'entropie. Cependant, l'écart entre les trois modélisations reste faible, de l'ordre de 3-4 dB. A l'inverse, le nouveau modèle minimise la réponse à des perturbations tourbillonnaires, en produisant des niveaux sonores inférieurs typiquement de 5 dB à 12 dB à ceux des modèles de Pickett et Cumpsty, respectivement.

On constate également que la contribution des ondes tourbillonnaires sur le mode plan est nulle quelque soit le modèle choisi. En effet aucune puissance sonore n'est prédite de ce fait en dessous de la fréquence de coupure (1,2 kHz), où seul le mode plan est susceptible de se propager. Ceci provient du fait que les ondes tourbillonnaires sont ramenées à des ondes bidimensionnelles dont la divergence est nulle. Or, dans la même gamme de fréquences, les modèles prévoient une contribution non nulle pour les perturbations entropiques, avec une réponse relative indépendante de la fréquence. Même si ce résultat est produit par un modèle rudimentaire, il tend à suggérer que ce sont les effets thermiques qui expliquent quasi intégralement le bruit indirect en basse fréquence.

Au delà de la fréquence de coupure du premier mode angulaire, et pour ce qui concerne donc les modes 1 et -1 cumulés, la réponse acoustique due aux excitations entropiques croît avec la

fréquence et tend à devenir uniforme, alors que celle qui résulte des excitations tourbillonnaires décroît. Ces tendances, valables hors du voisinage de la coupure, sont les mêmes dans les trois modèles testés. On s'attend donc à ce que la décroissance du spectre de bruit d'entropie soit identique à celle du spectre des perturbations incidentes et que la pente de décroissance du spectre de bruit de vorticité soit plus grande que celle du spectre d'excitation.

Dans un second temps, on impose un spectre de perturbations de type gaussien, à partir de l'équation (21). On impose ce type de spectre aussi bien pour les perturbations entropiques que tourbillonnaires. On reprend les mêmes grandeurs géométriques et d'écoulement moyen que précédemment. Les valeurs efficaces et échelles intégrales sont celles explicitées au paragraphe VI.1.4. Les puissances acoustiques ainsi calculées sont représentées sur la Figure VI-5.

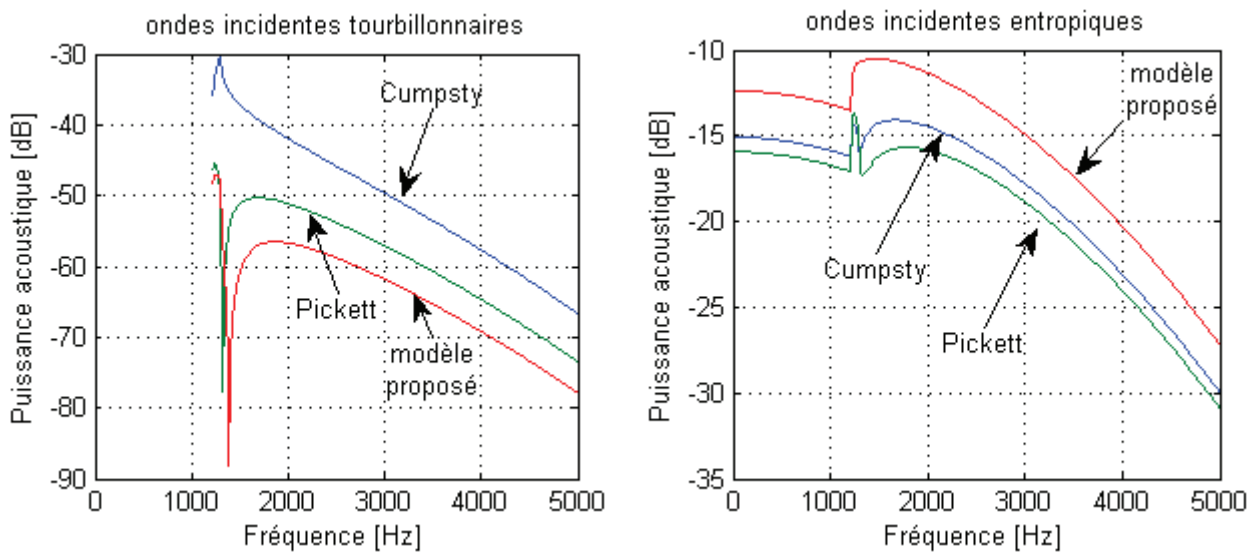


Figure VI-5 : spectre de puissance acoustique relative du bruit de combustion indirect, calculé par diverses méthodes pour des ondes incidentes tourbillonnaires ou entropiques. Excitation gaussienne.

De nouveau, on retrouve des spectres similaires avec les différents modèles. Seuls les niveaux relatifs diff rent. En dessous de la fréquence de coupure, seules les perturbations entropiques ont une contribution au bruit généré. Au dessus de la fréquence de coupure, les spectres présentent une décroissance importante. La forme de la décroissance est imposée par le spectre d'excitation gaussien.

Ces résultats préliminaires resteraient   compléter par le traitement de données réalistes, issues soit de mesures adaptées, soit de futures simulations numériques. Ils apportent néanmoins quelques éléments importants sur le bruit de combustion indirect. Notamment, il ressort qu'hormis au voisinage de la coupure, les trois modèles diff rent surtout par l'amplitude de leur réponse. Ils produiraient donc un gabarit spectral quasiment identique, avec des niveaux différents.



# CONCLUSION

Le travail réalisé au cours de cette thèse, suite à l'initiative de Turbomeca, est une contribution à l'étude du bruit à large bande à l'échappement d'un turbomoteur d'hélicoptère, portant plus précisément sur la gamme de fréquences qui s'étend de 100 à 5000 Hz. Ce sujet avait été peu abordé auparavant, aussi bien dans le milieu industriel que dans la communauté scientifique internationale. La plupart des références bibliographiques qui s'y rapportent remontent en effet aux années soixante dix. Pour ce qui concerne la partie modélisation, se ramènent principalement aux études de G.F. Pickett (Pratt & Whitney) et N.A. Cumpsty (université de Cambridge) & F.E. Marble (Institut de Technologie de Californie).

Dans une première étape, le travail a consisté en l'analyse des données disponibles à Turbomeca. Ceci a permis de préciser la signature fréquentielle du bruit à large bande à l'échappement avec notamment trois contributions distinctes :

- une pseudo-raie ou une bosse avec un faible étalement spectral vers 100 - 400Hz, dont le niveau augmente avec la puissance du moteur, et donc la quantité de carburant injectée. Le contenu fréquentiel semble lié à la taille de la chambre (le bruit est d'autant plus grave que la chambre est volumineuse) et le nombre d'étages de la turbine haute-pression (par exemple le bruit diffère sur les versions 1 et 2 du moteur E).
- une bosse vers 500 - 800 Hz, dont le niveau semble évoluer avec les vitesses de rotation des arbres, donc plutôt caractéristiques des turbines que liées à la combustion. En outre, cette part du bruit est faible voire nulle sur les moteurs conçus en coopération (avec les sociétés Rolls Royce et/ou MTU) pour lesquels les turbines sont de conception très différente (dessin, nombre d'aubes ...) et de vitesse de rotation plus lente.
- une bosse vers 1500 - 3000 Hz, de niveau très faible sur les moteurs conçus en coopération et les turbines liées (lorsque la turbine de puissance est sur le même arbre que la turbine génératrice). Comme pour la contribution précédente, le niveau semble évoluer avec les vitesses de rotation des arbres.

Notons qu'en parallèle, l'absence de bruit de jet à l'échappement des turbomoteurs d'hélicoptère, en raison des faibles vitesses d'échappement des gaz, a été confirmée, les distinguant ainsi des turboréacteurs d'avion pour lesquels le bruit de jet est une des sources dominantes à l'éjection.

Suite à une étude bibliographique de plusieurs mécanismes de génération du bruit à large bande, deux d'entre eux ont été identifiés comme étant à l'origine du bruit rayonné à l'échappement. Ces deux mécanismes sont liés à la combustion et sont à l'origine :

- du bruit de combustion direct généré au niveau de la chambre par la flamme,
- du bruit de combustion indirect généré au niveau des roues de turbines (fixes et mobiles) par les perturbations tourbillonnaires et entropiques issues de la combustion.



Au vu des quelques mesures effectuées sur un turbomoteur avec de l'instrumentation positionnée dans la veine d'air ainsi que des mesures réalisées en sortie d'une chambre de combustion seule, on peut avancer l'hypothèse que les trois contributions précédemment décrites, correspondent respectivement :

- au bruit de combustion direct (100-400 Hz),
- au bruit de combustion indirect généré par la turbine haute-pression (500-800 Hz),
- au bruit de combustion indirect généré par la turbine libre (1-3 kHz).

Cependant, cette hypothèse n'a pu être confirmée dans le cadre de cette étude. Par ailleurs la prédominance de l'un ou l'autre des bruits de combustion direct et indirect n'est pas à ce jour établie. Ceci constitue une piste intéressante à développer dans les études futures.

Dans une seconde étape, on s'est intéressé plus particulièrement au bruit de combustion indirect, et notamment à sa modélisation afin de prévoir le bruit à l'échappement dès la phase de conception/avant projet. L'étude a consisté en l'élaboration d'un modèle fondé sur les deux étapes suivantes :

- Première étape : le problème de la génération du bruit de combustion indirect a pu être réduit à une approche à deux dimensions justifiée par la faible extension radiale du conduit de turbine, ou hauteur de veine, au regard de ses autres dimensions. Ainsi, suite à une démonstration rigoureuse avec passage à la limite où la hauteur de veine tend vers 0, on a abouti à un modèle de la propagation du bruit dans un conduit annulaire infiniment étroit.
- Deuxième étape : la génération du bruit d'entropie a pu être évaluée par un modèle de « disque d'action » dans lequel la turbine est assimilée à une surface de discontinuité. Ceci est justifié par le fait que les longueurs d'ondes (acoustique et aérodynamique) sont grandes devant les dimensions des aubes (notamment la corde axiale). On néglige ainsi la géométrie fine des aubes. Seule est prise en compte leur influence sur l'écoulement qui se traduit uniquement par accélération et/ou une déviation de ce dernier, et le changement des propriétés thermodynamiques correspondant.

Ces simplifications ont été en partie validées par une série de simulations numériques réalisées avec le code ACTRAN. Toutefois, même si une faible influence du détail des aubes et des aspects tridimensionnels de la géométrie a été constatée, un léger effet de l'angle d'incidence des aubes a été mis en évidence. Cet effet a été négligé dans le modèle.

La difficulté de la modélisation par « disque d'action » réside dans l'écriture des relations de saut ou de continuité entre les grandeurs de l'écoulement en amont et en aval de la grille d'aubes. Le choix de ces relations détermine fortement les niveaux acoustiques prédits. Ainsi, les modèles de Pickett et Cumpsty & Marble, bien que similaires dans leur esprit, ne sont pas équivalents :

- on note un écart de l'ordre de quelques décibels dans un calcul typique de niveau de puissance acoustique rayonné par une turbine aux dimensions similaires à celles de Turbomeca ;

- en l'absence de variation de l'écoulement entre l'amont et l'aval d'une grille d'aubes, la réflexion d'une onde acoustique prédite par Cumpsty & Marble est non nulle alors que celle prédite par Pickett est nulle.

Le second point résulte de l'utilisation par Cumpsty & Marble d'une condition sur l'angle des ondes en sortie de la grille d'aubes, qui apparaît trop contraignante. L'onde réfléchi en l'absence de discontinuité d'écoulement est en effet en contradiction avec les simulations numériques réalisées. Par ailleurs, bien que les diverses équations de conservation utilisées (masse, quantité de mouvement, énergie totale, énergie interne, enthalpie, entropie, ...) soient équivalentes en général, les équations de saut qui en sont déduites après passage à la limite (c'est-à-dire lorsque la corde des aubes tend vers 0) ne sont pas équivalentes en raison de l'apparition de distributions. Aucun des deux modèles de la littérature n'ayant réellement été validé par comparaison avec des mesures, la pertinence de chacune des équations est difficile à évaluer.

Après une analyse critique des différentes équations de saut, une nouvelle modélisation a été proposée. Celle-ci a été établie à partir des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie interne. Notons que l'écriture rigoureuse des diverses équations de saut a été menée en tenant compte de l'angle d'incidence des aubes et d'un apport de masse, bien que ces paramètres aient été négligés à la fin de la modélisation en vue des applications pratiques. Quel que soit le modèle considéré, une fonction de transfert est établie, à partir de laquelle il est notamment possible d'évaluer les ondes sonores produites par l'impact de perturbations de température ou de vitesse. La densité spectrale de puissance de la puissance sonore correspondante en conduit en est déduite, en fonction d'une statistique de vitesse ou de température supposée connue. Un premier calcul de la puissance acoustique générée par des perturbations entropiques (bruit d'entropie) et tourbillonnaires (bruit de vorticité) unitaires a ainsi été mené pour des paramètres proches de ceux d'une turbine de Turbomeca. Il en résulte qu'en dessous de la fréquence de coupure (fréquences inférieures environ à 1,5 kHz), le bruit d'entropie est le seul à avoir une contribution non nulle du fait de la description bidimensionnelle des perturbations tourbillonnaires imposée par la géométrie étroite des conduits. Par ailleurs, le modèle proposé ici donne un niveau de bruit d'entropie plus élevé de 3 à 4 dB et un niveau de bruit de turbulence plus faible de 5 dB à 12 dB que ceux prédits par les modèles de Pickett et Cumpsty & Marble.

Dans de futures études, il serait intéressant d'approfondir la comparaison entre les trois modélisations, notamment en les confrontant à une base de données expérimentales. Le recueil de données expérimentales dédiées à la validation de modèles a été tenté dans cette étude, lors d'une campagne de mesures sur un banc d'essai de turbine industriel de Turbomeca. En particulier, des essais de mesures par thermocouple fin et par film chaud en contexte industriel ont été tentés. Cependant, pour diverses raisons liées à la complexité du banc et à l'environnement agressif qu'il représente pour ces moyens de mesures, les résultats ont été jugés trop peu probants pour être utilisés. L'étude permet néanmoins de préciser les pistes suivant lesquelles il conviendrait de redéfinir un protocole expérimental adapté. Notamment, une piste intéressante à exploiter serait celle de mesures sur un banc universitaire avec une grille d'aubes fixe comme un distributeur où les conditions sont mieux contrôlées et l'environnement moins pollués. De même, afin de faciliter les mesures par thermocouple et par film chaud et de s'affranchir de l'effet des gouttelettes, une génération des perturbations électrique semble préférable.

## Conclusion

---

En l'absence de données expérimentales un calcul indicatif du bruit nécessiterait des simulations numériques (typiquement de la LES), à partir desquelles les statistiques de sources nécessaires pourraient être déduites. Des corrélations expérimentales pourraient aussi servir ce but.

Ce travail est une contribution à la modélisation du bruit à large bande à l'échappement des moteurs d'hélicoptère et constitue une base théorique permettant une première évaluation du niveau de bruit en phase d'avant projet.

# ANNEXES



## ANNEXE A OUTILS MATHÉMATIQUES

Cette annexe regroupe quelques outils mathématiques utiles pour la lecture de ce manuscrit. Notamment, les notions de distribution et de transformation de Fourier sont décrites. Plusieurs résultats utiles à l'étude présentée dans ce rapport sont démontrés ici.

### A.1 DISTRIBUTIONS

Une distribution  $T$  est une application de  $D$  dans  $\mathbb{R}$  où  $D$  est l'ensemble des fonctions infiniment dérivables à support compact. On note :

$$\langle T \rangle : \varphi \mapsto \langle T, \varphi \rangle$$

On note  $D'$  l'espace des distributions. La fonction  $\varphi$  (appartenant à  $D$ ) est appelée fonction test.

#### Distributions régulières et singulières

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction localement sommable. La distribution :

$$\langle f \rangle : \varphi \mapsto \langle f, \varphi \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t)\varphi(t) dt$$

est dite régulière. Toute fonction peut donc être vue comme une distribution. Cependant, il faut noter que  $f$  est une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  alors que la distribution  $\langle f \rangle$  est une fonction de  $D$  dans  $\mathbb{R}$ . Toute distribution qui ne peut pas s'écrire sous cette forme est dite singulière.

En pratique, pour une distribution régulière, on a tendance à confondre la distribution et la fonction. En réalité, ce sont bien deux objets de natures différentes.

#### Dérivation

On appelle dérivée de  $T$  par rapport à la variable  $x$ , la distribution définie par :

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle : \varphi \mapsto \left\langle \frac{\partial T}{\partial x}, \varphi \right\rangle = \left\langle T, \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\rangle$$

Dans le cas d'une distribution régulière, si  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , la distribution dérivée est égale à la distribution régulière associée à la dérivée de la fonction  $f$  :

$$\left\langle \frac{\partial T_f}{\partial x} \right\rangle = \langle T_{\partial f / \partial x} \rangle$$

#### Convergence

On considère une suite de distributions  $T_n$ . On dit que cette suite converge vers la distribution  $T$  si la suite numérique  $\langle T_n, \varphi \rangle$  converge vers  $\langle T, \varphi \rangle$  quelle que soit la fonction  $\varphi$  prise dans  $D$ .

## A.2 DISTRIBUTION DE DIRAC

La distribution  $\delta_a$  de Dirac est la distribution définie par :

$$\langle \delta_a \rangle : \varphi \mapsto \langle \delta_a, \varphi \rangle = \varphi(a)$$

C'est une distribution singulière. Cependant, en pratique, on associe tout de même une « fonction »  $\delta$  de Dirac à la distribution comme si elle était régulière :

$$\int_{\mathbb{R}} \delta(t-a) \varphi(t) dt = \varphi(a)$$

Cette « fonction » n'est pas définie. Il s'agit uniquement d'une notation informelle permettant de s'affranchir de la notation lourde des distributions.

### Dérivée de la fonction de Heaviside

La fonction de Heaviside est définie par :

$$H_a : x \mapsto H_a(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < a \\ 1 & \text{si } t > a \end{cases}$$

La dérivée de la distribution  $T_{H_a}$  régulière associée à cette fonction est la distribution de Dirac :

$$\left\langle \frac{\partial T_{H_a}}{\partial x} \right\rangle = \langle \delta_a \rangle$$

De manière informelle, on note :  $H_a' = \delta_a$  où  $\delta$  est la « fonction » de Dirac.

### Suite de Dirac

On considère une fonction  $f^{(h)}$  définie sur un espace borné tel que :

$$\begin{array}{ccc} [L_1^{(h)}; L_2^{(h)}] & \rightarrow & \mathfrak{R} \\ x & \mapsto & f^{(h)}(x) \end{array} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L_1^{(h)} = L - \frac{h}{2} \\ L_2^{(h)} = L + \frac{h}{2} \end{cases}$$

où  $L$  est une valeur fixe. De plus, on suppose que, quelle que soit la valeur de  $h$  :

$$\frac{2}{h} \int_{x=L_1^{(h)}}^{L_2^{(h)}} f^{(h)}(x) dx = 1$$

On définit la fonction  $\widehat{f}^{(h)}$  sur tout l'espace en prolongeant  $f^{(h)}$  hors de son domaine de définition :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &\rightarrow \mathfrak{R} \\ x &\mapsto \widehat{f}^{(h)}(x) = \begin{cases} f^{(h)}(x) & \text{si } L_1^{(h)} \leq x \leq L_2^{(h)} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

ainsi que la distribution régulière  $T^{(h)}$  associée à la fonction  $(2/h) f^{(h)}$ . Lorsque  $h$  tend vers 0, cette dernière converge, au sens des distributions, vers la distribution de Dirac, c'est-à-dire :

$$\lim_{h \rightarrow 0} T^{(h)} = \delta_L$$

Soit en écriture informelle :  $\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{2}{h} f^{(h)}(x) \right] = \delta(x - L)$  (A-1)

On introduit la longueur  $\Delta L$ , puis on définit une suite de distribution  $T^{(h)}$  avec  $h = \Delta L/k$ . Celle-ci constitue ce que l'on appelle une suite de Dirac. [RAF]

En effet, pour toute fonction test  $\varphi$ , on a :

$$\langle T^{(h)}, \varphi \rangle = \frac{2}{h} \int_{x=-\infty}^{+\infty} \widehat{f}^{(h)}(x) \varphi(x) dx = \frac{2}{h} \int_{x=L_1^{(h)}}^{L_2^{(h)}} \widehat{f}^{(h)}(x) \varphi(x) dx = \int_{\xi=-1}^1 f^{(h)}\left(L + \frac{h}{2}\xi\right) \varphi\left(L + \frac{h}{2}\xi\right) d\xi$$

$$\text{où } \xi = \frac{2}{h}(x - L).$$

Or, comme :  $\varphi\left(L + \frac{h}{2}\xi\right) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} \varphi(L)$

On obtient :  $\langle T^{(h)}, \varphi \rangle \underset{h \rightarrow 0}{\sim} \varphi(L) \int_{\xi=-1}^1 f^{(h)}\left(L + \frac{h}{2}\xi\right) d\xi = \varphi(L) \underbrace{\frac{2}{h} \int_{x=L_1^{(h)}}^{L_2^{(h)}} f^{(h)}(x) dx}_1 = \varphi(L) = \langle \delta_L, \varphi \rangle$

Soit :  $\lim_{h \rightarrow 0} T^{(h)} = \delta_L$

Cette propriété importante est utilisée à plusieurs reprises dans ce manuscrit.



### A.3 TRANSFORMATION DE FOURIER

Pour toute fonction  $t \rightarrow X(t)$  intégrale sur  $\mathbb{R}$ , on définit la transformée de Fourier temporelle par :

$$\tilde{X}(\omega) = \text{TF}_t[X(t)] = \int_{t=-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt$$

De même, pour toute fonction  $x_j \rightarrow X(x_j)$  intégrale sur  $\mathbb{R}$  où  $x_j$  est une coordonnée spatiale, on définit la transformée de Fourier spatiale par :

$$\tilde{X}(k_j) = \text{TF}_{x_j}[X(x_j)] = \frac{1}{2\pi} \int_{x_j=-\infty}^{+\infty} X(x_j) e^{ik_j x_j} dx_j$$

Notons qu'ici, la définition de la transformée de Fourier spatiale n'est pas conventionnelle, mais elle permet de simplifier les écritures. L'opération qui permet de revenir à la fonction de départ est appelée transformation de Fourier inverse. On montre que :

$$X(t) = \text{TF}_t^{-1}[\tilde{X}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$X(x_j) = \text{TF}_{x_j}^{-1}[\tilde{X}(k_j)] = \int_{k_j=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}(k_j) e^{-ik_j x_j} dk_j$$

#### Transformation de Fourier d'une distribution

On introduit l'espace  $S$  défini comme un sous-ensemble de  $D$  qui permet d'assurer que pour chacun de ses éléments, sa transformée de Fourier appartient également à ce sous-ensemble. On note  $S'$  l'ensemble des distributions définies à partir de  $S$  au lieu de  $D$ . C'est un sous-ensemble de  $D'$  que l'on appelle l'ensemble des distributions tempérées.

On définit alors la transformée de Fourier de la distribution  $T$  (appartenant à  $S'$ ) par :

$$\langle \text{TF}[T] \rangle : \varphi \mapsto \langle \text{TF}[T], \varphi \rangle = \langle T, \text{TF}[\varphi] \rangle$$

Pour une distribution régulière  $T_f$  associée à une fonction  $f$ , la transformée de Fourier de  $T_f$  est égale à la distribution régulière associée à la transformée de Fourier de  $f$  :

$$\langle \text{TF}[T_f] \rangle = \langle T_{\text{TF}[f]} \rangle$$

#### Transformée de Fourier de la distribution de Dirac

La transformée de Fourier (spatiale) de la distribution de Dirac  $\delta_a$  est la distribution régulière associée à la fonction  $g_a : k \rightarrow e^{iak} / (2\pi)$ .

$$\langle \text{TF}[\delta_a], \varphi \rangle = \langle \delta_a, \text{TF}[\varphi] \rangle = \text{TF}[\varphi](a) = \frac{1}{2\pi} \int_{x=-\infty}^{+\infty} \varphi(x) e^{iax} dx = \int_{x=-\infty}^{+\infty} \varphi(x) g_a(x) dx = \langle T_{g_a}, \varphi \rangle$$

De même, la transformée de Fourier (spatiale) de la distribution régulière associée à la fonction  $g_{-a}$  est la distribution de Dirac  $\delta_a$  :

$$\langle \text{TF}[T_{g_{-a}}], \varphi \rangle = \langle T_{g_{-a}}, \text{TF}[\varphi] \rangle = \int_{k=-\infty}^{+\infty} g_{-a}(k) \text{TF}[\varphi](k) dk = \int_{k=-\infty}^{+\infty} \text{TF}[\varphi](k) e^{-ika} dk = \varphi(a) = \langle \delta_a, \varphi \rangle$$

Soit de manière informelle :

$$\int_{x=-\infty}^{\infty} e^{i(k-a)x} dx = 2\pi \delta(k-a)$$

## A.4 SERIE DE FOURIER

Toute fonction  $t \rightarrow X(t)$  périodique de période  $T$  s'écrit sous la forme :

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m e^{\frac{i2\pi mt}{T}} \quad \text{avec} \quad \tilde{X}_m = \frac{2\pi}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} X(t) e^{-\frac{i2\pi mt}{T}} dt$$

Cette décomposition est appelée série de Fourier.

De même, toute fonction  $x_j \rightarrow X(x_j)$  périodique de période  $2\pi R$  s'écrit :

$$X(x_j) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m e^{-\frac{im}{R}x_j} \quad \text{avec} \quad \tilde{X}_m = \frac{1}{2\pi R} \int_{x_j=-\pi R}^{\pi R} X(x_j) e^{\frac{im}{R}x_j} dx_j$$

### Lien avec la transformée de Fourier

La transformée de Fourier de la distribution régulière associée à la fonction  $X$  est alors égale à :

$$\text{TF}[T_X] = \text{TF} \left[ 2\pi \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m g_{-m/R} \right] = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m \text{TF}[T_{g_{-m/R}}] = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m \delta_{m/R}$$

où  $g_a$  est la fonction  $x \rightarrow e^{iax}$ . Ainsi, on obtient (en écriture informelle) :

$$\tilde{X}(k_j) = \text{TF}[X(x_j)] = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_m \delta \left( k_j - \frac{m}{R} \right)$$

## A.5 FONCTION DEFINIE SUR UN CONDUIT ANNULAIRE (INFINIMENT LONG)

Tout d'abord, on effectue une transformation de Fourier temporelle inverse de  $X$ , soit :

$$X(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} Y(\bar{x}, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \text{avec} \quad Y(\bar{x}, \omega) = \int_{t=-\infty}^{+\infty} X(\bar{x}, t) e^{-i\omega t} dt$$

On peut aussi écrire  $X$  sous la forme :

$$X(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} X_{\omega}(\bar{x}, t) d\omega = \int_{f=-\infty}^{+\infty} X_f(\bar{x}, t) df \quad \text{avec} \quad X_{\omega}(\bar{x}, t) = Y(\bar{x}, \omega) e^{i\omega t} \quad (\text{A-2})$$

On exprime ensuite la fonction  $Y$  à l'aide de la transformée spatiale inverse selon  $x$ , soit :

$$Y(x, \theta, r, \omega) = \int_{k_x=-\infty}^{+\infty} Z(k_x, \theta, r, \omega) e^{-ik_x x} dk_x \quad \text{avec} \quad Z(k_x, \theta, r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{x=-\infty}^{+\infty} Y(x, \theta, r, \omega) e^{ik_x x} dx$$

Cette transformation de Fourier n'est possible que parce que l'on a supposé le conduit infiniment long, c'est-à-dire que la fonction  $X$  est définie pour  $x$  compris entre  $-\infty$  et  $+\infty$ . De plus, le conduit étant annulaire, les fonctions  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont périodiques selon  $\theta$ . Ceci permet d'écrire ces fonctions sous la forme de série de Fourier. On a alors :

$$Z(k_x, \theta, r, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}(k_x, m, r, \omega) e^{-im\theta} \quad \text{avec} \quad \tilde{X}(k_x, m, r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=-\pi}^{\pi} Z(k_x, \theta, r, \omega) e^{im\theta} d\theta$$

Enfin, la combinaison des deux équations ci-dessus donne :

$$X_{\omega}(x, \theta, r, t) = \sum_m \int_{k_x=-\infty}^{+\infty} \tilde{X}(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} dk_x \quad (\text{A-3})$$

avec

$$\tilde{X}(k_x, m, r, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{t=-\infty}^{+\infty} \int_{x=-\infty}^{+\infty} \int_{\theta=-\pi}^{\pi} X(x, \theta, r, t) e^{-i(\omega t - k_x x - m\theta)} dt dx d\theta$$

### Résolution d'une équation dans l'espace de Fourier

Les équations suivantes sont équivalentes :

$$X(x, \theta, r, t) = 0 \Leftrightarrow Y(x, \theta, r, \omega) = 0 \Leftrightarrow \tilde{X}(k_x, m, r, \omega) = 0 \quad (\text{A-4})$$

C'est-à-dire que l'équation peut être résolue aussi bien dans l'espace réel que dans l'espace de Fourier.

### Cas d'un conduit annulaire infiniment mince

On part de l'équation (A-3) :

$$X_{\omega}(x, \theta, r, t) = \sum_m \int_{k_x=-\infty}^{+\infty} F(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} dk_x$$

La fonction  $F$ , tout comme  $X$ , est définie pour un rayon  $r$  compris entre deux valeurs  $R_{\text{int}}$  et  $R_{\text{ext}}$  correspondant aux rayons interne et externe du conduit annulaire. On considère le prolongement de la fonction  $F$  défini sur tout l'espace par :

$$\bar{F}(k_x, m, r, \omega) = F(k_x, m, r, \omega) \Pi(r, R, h)$$

$$\text{où } \Pi(r, R, h) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_{\text{int}} \leq r \leq R_{\text{ext}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} R = (R_{\text{int}} + R_{\text{ext}})/2 \\ h = R_{\text{ext}} - R_{\text{int}} \end{cases}$$

Cette fonction peut alors être exprimée en fonction de sa transformée de Fourier selon  $r$ , soit :

$$\bar{F}(k_x, m, r, \omega) = \int_{k_r=-\infty}^{+\infty} \bar{\tilde{F}}(k_x, m, k_r, \omega) e^{-ik_r r} dk_r = \int_{k_r=-\infty}^{+\infty} [\tilde{F}(k_x, m, k_r, \omega) * \tilde{\Pi}(k_r, R, h)] e^{-ik_r r} dk_r$$

où  $*$  est le produit de convolution. La transformée de Fourier de la fonction porte  $\Pi$  peut alors être calculée. Finalement, on a :

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\omega}(x, \theta, r, t) &= \sum_m \int_{k_x=-\infty}^{+\infty} \bar{F}(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} dk_x & (A-5) \\ \text{avec } \bar{F}(k_x, m, r, \omega) &= h \int_{k_r=-\infty}^{+\infty} \left[ \tilde{F}(k_x, m, k_r, \omega) * \left( e^{ik_r R} \text{sinc}\left(\frac{k_r h}{2}\right) \right) \right] e^{-ik_r r} dk_r \end{aligned}$$

En développant le produit de convolution, on a :

$$\bar{F}(k_x, m, r, \omega) = h \int_{k_r=-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{k_r'=-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(k_x, m, k_r', \omega) e^{i(k_r - k_r')R} \text{sinc}\left(\frac{(k_r - k_r')h}{2}\right) dk_r' \right] e^{-ik_r r} dk_r$$

On s'intéresse maintenant à l'expression de cette fonction  $\bar{F}$  lorsque la hauteur  $h$  tend vers 0. Cette limite n'est pas définie au sens conventionnel des fonctions. On utilise donc la définition de la convergence au sens des distributions, c'est-à-dire que l'on calcule la limite de la grandeur :

$$\langle T_{\bar{F}/h}, \varphi \rangle = \frac{1}{h} \int_{r=-\infty}^{+\infty} \bar{F}(k_x, m, r, \omega) \varphi(r) dr = \frac{1}{h} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} F(k_x, m, r, \omega) \varphi(r) dr$$

En introduisant la formule de F trouvée précédemment et en développant, on obtient :

$$\langle T_{\bar{F}/h}, \varphi \rangle = \int_{k_r} \left[ \int_r e^{-ik_r r} \varphi(r) dr \right] e^{ik_r R} \int_{k'_r} \tilde{F}(k_x, m, k'_r, \omega) e^{-ik'_r R} \underbrace{\operatorname{sinc}\left(\frac{(k_r - k'_r)h}{2}\right)}_{\rightarrow 1} dk'_r dk_r$$

Lorsque h tend vers 0, le sinus cardinal tend vers 1. Ainsi, on a :

$$\langle T_{\bar{F}/h}, \varphi \rangle \xrightarrow{h \rightarrow 0} \underbrace{\left[ \int_{k'_r} \tilde{F}(k_x, m, k'_r, \omega) e^{-ik'_r R} dk'_r \right]}_{F(k_x, m, R, \omega)} \underbrace{\left[ \int_{k_r} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_r \varphi(r) e^{ik_r r} dr \right] e^{-ik_r R} dk_r \right]}_{\varphi(r)}$$

Soit :  $\langle T_{\bar{F}/h}, \varphi \rangle \xrightarrow{h \rightarrow 0} F(k_x, m, R, \omega) \langle \delta_R, \varphi \rangle$

De manière informelle, cela se traduit par l'une ou l'autre des expressions suivantes :

$$\int_{R_{int}}^{R_{ext}} F(k_x, m, r, \omega) dr \underset{h \rightarrow 0}{\sim} h F(k_x, m, R, \omega)$$

$$\frac{1}{h} F(k_x, m, r, \omega) \xrightarrow{h \rightarrow 0} F(k_x, m, R, \omega) \delta(r - R)$$

De même, on s'intéresse à la limite lorsque la hauteur tend vers 0 de la fonction g définie par :

$$g(k_x, m, r, \omega) = \frac{2\pi}{S^{(h)}} |F(k_x, m, r, \omega)|^2 r \quad \text{où} \quad S^{(h)} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} r d\theta dr = 2\pi R h \quad \text{section de la veine}$$

Après calcul, on obtient :  $\langle T_g, \varphi \rangle \xrightarrow{h \rightarrow 0} |\tilde{F}(k_x, m, R, \omega)|^2 \langle \delta_R, \varphi \rangle$

Soit en écriture informelle :

$$2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} |F(k_x, m, r, \omega)|^2 r dr \underset{h \rightarrow 0}{\sim} S^{(h)} |F(k_x, m, R, \omega)|^2$$

$$\frac{2\pi}{S_h} |F(k_x, m, r, \omega)|^2 r \xrightarrow{h \rightarrow 0} |F(k_x, m, R, \omega)|^2 \delta(r - R)$$

Cette dernière égalité permet d'écrire :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} [F(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)}] [F(k_x, m', r, \omega) e^{i(\omega t - m'\theta - k'_x x)}]^* r d\theta dr \sim S |\tilde{F}(k_x, m, R, \omega)|^2 \delta_{mm'}$$

où  $S$  est la section de la veine et  $\delta_{mm'}$  le symbole de Kronecker (égal à 1 si  $m = m'$ , 0 sinon). Cette équation traduit l'orthogonalité entre elles des fonctions  $(k_x, m) \rightarrow F(k_x, m, r, \omega)$ .



## ANNEXE B REFLEXIONS ACOUSTIQUES ET INTERFERENCES

Cette annexe présente le calcul de l'erreur de mesure liée à la présence d'un plan réfléchissant près d'un microphone, d'après Lewy [LEW00].

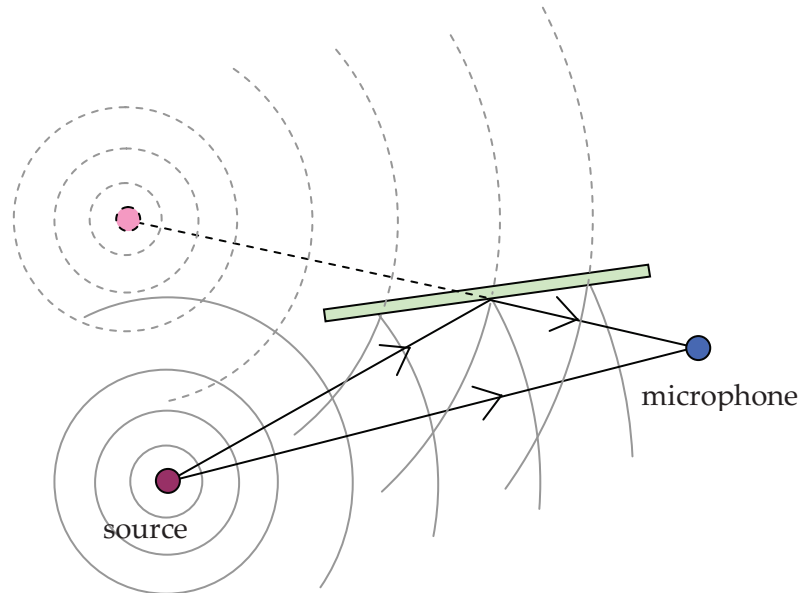


Figure B-1 : réflexion acoustique due à une surface réfléchissante

En présence d'une surface réfléchissante, le microphone mesure non seulement la pression acoustique  $p_i(t)$  émise par la source, mais également la pression acoustique  $p_r(t)$  réfléchiée par le plan. Cette dernière peut être vue comme la pression acoustique provenant d'une source virtuelle placée de l'autre côté de la surface réfléchissante (cf Figure B-1). La réflexion se produit en pratique pour des surfaces planes de dimensions suffisantes au regard de la longueur d'onde ; il s'y ajoute des phénomènes de diffraction dans les autres cas. Si la dimension d'un objet est très petite devant la longueur d'onde, il n'affecte pas la propagation sauf en son voisinage immédiat.

### B.1 SPECTRE EN BANDES FINES

Pour simplifier les calculs, on suppose que la source de bruit est harmonique et de type monopolaire. Mais le raisonnement serait le même avec une source quelconque et il suffirait d'introduire sa directivité.

Les pressions acoustiques dues aux deux sources au niveau du microphone peuvent alors s'écrire sous la forme d'ondes sphériques :

$$p_i(t) = \frac{A}{r} e^{i2\pi f \left( t - \frac{r}{a} \right)}$$
$$p_r(t) = \frac{AG}{r'} e^{i2\pi f \left( t - \frac{r'}{a} \right)}$$



avec :  $A$  amplitude de la source (en Pa.m)  
 $f$  fréquence de la source (en Hz)  
 $a$  vitesse du son (en m/s)  
 $r$  distance entre la source et le microphone (en m)  
 $r'$  distance entre la source virtuelle et le microphone (en m)  
 $G$  coefficient de réflexion de la surface  $G = ge^{i\varphi}$

On peut exprimer la pression acoustique  $p(t)$  mesurée par le microphone en présence d'une surface réfléchissante en fonction de la pression acoustique  $p_i(t)$  mesurée sans réflexion :

$$p(t) = p_i(t) + p_r(t) = p_i(t) \left[ 1 + \frac{r}{r'} G e^{-\frac{2i\pi f}{\Delta f}} \right] \quad \text{où} \quad \Delta f = \frac{a}{r' - r} = \frac{a}{\Delta r}$$

En réalité, on ne s'intéresse pas à la pression acoustique, mais plutôt à son spectre en décibels. Une transformation de Fourier de la relation précédent donne :

$$p(f) = p_i(f) \left[ 1 + \frac{r}{r'} G e^{-\frac{2i\pi f}{\Delta f}} \right]$$

En multipliant par le complexe conjugué, on obtient une relation sur les densités spectrales de puissance :

$$p^2(f) = p_i^2(f) \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{r'} g \right) \cos \left( \frac{2\pi f}{\Delta f} - \varphi \right) + \left( \frac{r}{r'} g \right)^2 \right]$$

On en déduit une expression pour la différence de niveau acoustique engendrée par la surface réfléchissante :

$$\Delta L(f) = L(f) - L_i(f) = 10 \log \left[ 1 + \left( \frac{r}{r'} g \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r'} g \right) \cos \left( \frac{2\pi f}{\Delta f} - \varphi \right) \right]$$

## B.2 SPECTRE EN TIERS D'OCTAVE : CAS GENERAL

La relation ci-dessus dépend de la fréquence. Elle permet de corriger un spectre en bandes fines. Cependant, les spectres en tiers d'octave sont plus couramment utilisés dans l'industrie. Une relation similaire à la précédente peut être démontrée afin de corriger les niveaux acoustiques en tiers d'octave. On rappelle ici la définition du niveau acoustique dans le tiers d'octave centré sur la fréquence  $f_c$  :

$$N(f_c) = 10 \log \left[ \int_{f_1}^{f_2} \frac{p^2(f)}{p_0^2} df \right]$$

- avec :  $f_1$  fréquence inférieure du tiers d'octave (en Hz)  
 $f_2$  fréquence supérieure du tiers d'octave telle que  $f_2 = 2^{1/3} f_1$  (en Hz)  
 $f_c$  fréquence centrale du tiers d'octave telle que  $f_c = \sqrt{f_1 f_2}$  (en Hz)  
 $p(f)$  pression acoustique à la fréquence  $f$  (en Pa)  
 $p_0$  pression de référence (2E-5Pa)

Les fréquences  $f_c$ ,  $f_1$  et  $f_2$  sont normalisées. On peut alors exprimer la différence de niveau acoustique dans le tiers d'octave centré sur  $f_c$  à partir de la pression acoustique mesurée avec réflexion  $p(f)$  et de la pression acoustique incidente  $p_i(f)$  :

$$\Delta N(f_c) = N(f_c) - N_i(f_c) = 10 \log \left[ \frac{\int_{f_1}^{f_2} p^2(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} p_i^2(f) df} \right]$$

On introduit alors la relation obtenue au paragraphe précédent entre les pressions avec et sans réflexions. Après simplification, on obtient :

$$\Delta N(f_c) = 10 \log \left[ 1 + \left( \frac{r}{r', g} \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r', g} \right) \frac{\int_{f_1}^{f_2} p_i^2(f) \cos \left( \frac{2\pi f}{\Delta f} - \varphi \right) df}{\int_{f_1}^{f_2} p_i^2(f) df} \right]$$

Cette expression est similaire à celle obtenue en bandes fines. Seul le cosinus est remplacé par une fonction plus complexe dépendant de la pression à mesurer. A cause de cette dépendance, l'étude des réflexions sur des spectres en tiers d'octave n'est pas judicieuse.

### B.3 SPECTRE EN TIERS D'OCTAVE : CAS PARTICULIER D'UN BRUIT BLANC

Dans le cas particulier d'un bruit blanc, i.e. d'amplitude identique sur toutes les fréquences, le calcul des intégrales peut être explicité. Il vient :

$$\Delta N(f_c) = 10 \log \left\{ 1 + \left( \frac{r}{r', g} \right)^2 + 2 \left( \frac{r}{r', g} \right) \operatorname{sinc} \left[ \frac{2\pi f_c}{\Delta f} \left( \frac{f_2 - f_1}{2f_c} \right) \right] \cos \left[ \frac{2\pi f_c}{\Delta f} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{f_2 - f_1}{2f_c} \right)^2} \right) \right] \right\}$$

On constate que l'effet des réflexions n'est pas périodique avec la fréquence centrale des tiers d'octaves  $f_c$  à cause de la présence du sinus cardinal, contrairement au cas en bandes fines.

## B.4 ABSORPTION AU NIVEAU DE LA SURFACE REFLECHISSANTE

Le matériau utilisé pour la surface réfléchissante peut être caractérisé par son coefficient de Sabine  $\alpha(f)$ , i.e. son coefficient d'absorption en énergie. Ce dernier dépend de la fréquence.

$$\alpha = \frac{E_{abs}}{E_{inc}} = 1 - \frac{E_{réf}}{E_{inc}}$$

avec :  $E_{abs}$  énergie acoustique absorbée  
 $E_{inc}$  énergie acoustique incidente  
 $E_{réf}$  énergie acoustique réfléchie

Pour une onde sphérique, l'énergie acoustique peut facilement être obtenue en calculant la vitesse acoustique à partir de l'expression de la pression. On obtient :

$$E_{inc} = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 a^2} \left( \frac{A}{r} \right)^2$$

$$E_{réf} = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 a^2} \left( \frac{Ag}{r'} \right)^2$$

De là est déduite l'expression du coefficient de réflexion  $g$  en fonction du coefficient de Sabine :

$$\frac{r}{r'} g = \sqrt{1 - \alpha(f)}$$

## ANNEXE C NOTION D'ONDES ACOUSTIQUES, TOURBILLONNAIRES ET ENTROPIQUES

Chu & Kovásznyai [CHU58] ont proposé en 1958 une analyse unifiée des perturbations d'un écoulement, y compris celles qui ne se propagent pas mais sont simplement convectées comme la turbulence. Le terme d'onde désigne alors tout type de fluctuation à moyenne nulle. Cette annexe est consacrée à leur analyse.

### C.1 EQUATIONS LOCALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

Chu & Kovásznyai sont partis des équations locales de la mécanique des fluides, rappelées ci-dessous.

#### Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{U}) = m$$

où :  $m$  est l'apport de masse

#### Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} + \overrightarrow{\text{grad}}(p) - \text{div}(\overline{\overline{\tau}}) = \overline{\overline{F}}$$

où :  $\overline{\overline{F}} = \rho \overline{\overline{f}}$  avec  $\overline{\overline{f}}$  la force extérieure s'exerçant sur le fluide (par les aubages par exemple)  
 $\overline{\overline{\tau}}$  est le tenseur des contraintes. Dans le cas d'un fluide newtonien :

$$\overline{\overline{\tau}} = -\frac{2}{3}\mu (\text{div} \vec{U}) \overline{\overline{I}} + 2\mu \overline{\overline{D}} \quad \text{avec} \quad \overline{\overline{D}} = \frac{1}{2} \left[ \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{U}) + {}^t \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{U}) \right]$$

#### Conservation de l'énergie totale

- avec l'énergie totale

$$\rho \frac{de_0}{dt} = \overline{\overline{F}} \cdot \vec{u} + \text{div}(\overline{\overline{\tau}} \cdot \vec{u}) - \text{div}(\vec{q}) + Q - \vec{U} \overrightarrow{\text{grad}}(p) - \rho p \frac{d(1/\rho)}{dt}$$

où :  $e$  est l'énergie interne

$e_0 = e + U^2/2$  est l'énergie totale

$\vec{q}$  est le flux de chaleur. Il est donné par la loi de Fourier :  $\vec{q} = -\kappa_0 \overrightarrow{\text{grad}} T$

$Q = \rho q^*$  avec  $q^*$  source de chaleur

- avec l'enthalpie totale

$$\rho \frac{dh_0}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \overline{\overline{F}} \cdot \vec{U} + \text{div}(\overline{\overline{\tau}} \cdot \vec{U}) - \text{div}(\vec{q}) + Q$$

où :  $h$  est l'enthalpie :  $h = e + p/\rho$

$h_0$  est l'enthalpie totale :  $h_0 = h + U^2/2$

<b><u>Conservation de l'énergie cinétique</u></b>	$\frac{dp}{dt} + \rho \frac{d}{dt} \left( \frac{U^2}{2} \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \bar{\bar{F}} \cdot \bar{U} + \text{div}(\bar{\tau} \cdot \bar{U}) - \bar{\tau} : \bar{\bar{D}}$
<b><u>Conservation de l'énergie interne</u></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avec l'énergie interne <math>\rho \frac{de}{dt} = -p \text{div} \bar{U} + \bar{\tau} : \bar{\bar{D}} - \text{div}(\bar{q}) + Q</math></li> <li>• avec l'enthalpie <math>\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} + \bar{\tau} : \bar{\bar{D}} - \text{div}(\bar{q}) + Q</math></li> <li>• avec l'entropie <math>\rho T \frac{ds}{dt} = \bar{\tau} : \bar{\bar{D}} - \text{div}(\bar{q}) + Q</math></li> </ul>
<b><u>Relation de Gibbs</u></b>	$s - s_{\text{réf}} = c_v \log \left[ \frac{p}{p_{\text{réf}}} \left( \frac{\rho_{\text{réf}}}{\rho} \right)^\gamma \right]$
<b><u>Equation des gaz parfaits</u></b>	$p = \rho r T$

La dérivée particulaire est utilisée ici afin de simplifier l'écriture des équations. Elle est définie par :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}$$

En l'absence d'apport de masse, la conservation de la masse permet d'établir la relation suivante :

$$\rho \frac{dX}{dt} = \frac{\partial(\rho X)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho X u_i)}{\partial x_i}$$

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement ainsi que de l'énergie totale sont obtenues à partir des bilans de ces mêmes grandeurs sous forme intégrale. En l'absence de discontinuité ou de paroi, on peut utiliser une équation locale en tout point du fluide puisque le bilan est valable quel que soit le domaine considéré.

La conservation de l'énergie cinétique est ensuite obtenue à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement en la multipliant par le vecteur vitesse  $\bar{U}$ . Puis, l'équation de conservation de l'énergie interne est obtenue en soustrayant l'équation de l'énergie cinétique à celle de l'énergie totale.

Ensuite, on introduit la relation de Gibbs :

$$\frac{dh}{dt} = T \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt}$$

En l'injectant dans l'équation de conservation de l'énergie interne, on obtient l'équation régissant l'entropie. La relation de Gibbs peut également être intégrée pour obtenir une relation entre l'entropie, la pression et la masse volumique.

Pour finir, on écrit l'équation d'état du fluide. Dans le cas des turbomoteurs, le fluide à considérer est un mélange d'air et de gaz brûlés et imbrûlés qui peut être assimilé à un gaz parfait.

## C.2 LINEARISATION DES EQUATIONS

Toutes les perturbations, que ce soit celles de pression, vitesse, masse volumique, ... sont supposées faibles et du même ordre de grandeur relatif, de sorte qu'elles puissent être séparées de l'écoulement moyen et explicitées par linéarisation des grandeurs totales de l'écoulement. L'écoulement moyen correspond aux termes d'ordre 0 et les perturbations aux termes d'ordre 1. Les termes d'ordre plus élevés sont négligés ici. Les grandeurs moyennes sont notées avec une barre dessus et les perturbations en minuscules avec un prime :

$$X = \bar{X} + x'$$

On se limite ici, comme Chu & Kováznay [CHU58], à un écoulement moyen stationnaire et uniforme (c'est-à-dire que les dérivées des valeurs moyennes sont nulles).

Après linéarisation des équations du paragraphe précédent et soustraction des termes d'ordre 0, on obtient les équations aux perturbations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp'}{dt} + \bar{\rho} \operatorname{div}(\bar{u}') = m' \quad (\text{masse}) \\ \bar{\rho} \frac{d\bar{u}'}{dt} + \overrightarrow{\operatorname{grad}} p' - \frac{1}{3} \mu_0 \Delta \bar{u}' - \mu_0 \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\operatorname{div} \bar{u}') = \bar{F}' \quad (\text{quantité de mouvement}) \\ \frac{\bar{\rho}}{r} \frac{ds'}{dt} - \kappa_0 \Delta T' = Q' \quad (\text{énergie interne}) \\ \frac{p'}{\bar{p}} = \frac{\rho'}{\bar{\rho}} + \frac{T'}{\bar{T}} \quad (\text{gaz parfaits}) \\ \frac{s'}{c_p} = \frac{p'}{\gamma \bar{p}} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \quad (\text{relation de Gibbs}) \end{array} \right.$$

Dans ces équations, la dérivée particulaire est définie uniquement à partir de la vitesse moyenne :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$

$\Delta$  désigne l'opérateur Laplacien,  $\mu_0$  la viscosité dynamique et  $\kappa_0$  la conductivité thermique. Dans le cas de l'air, la conductivité et la viscosité sont reliées par la relation suivante :

$$\frac{\kappa_0}{\bar{\rho} c_p} = \frac{4}{3} \nu_0 \quad \text{où} \quad \nu_0 = \frac{\mu_0}{\bar{\rho}} \text{ est la viscosité cinématique.}$$

### C.3 EQUATIONS DE PROPAGATION ET DE CONVECTION

La relation de Gibbs ainsi que les équations de la masse et des gaz parfaits peuvent être combinées et réécrites afin d'exprimer la masse volumique, la température et la divergence de la vitesse en fonction uniquement de la pression et de l'entropie :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = \frac{p'}{\gamma \bar{p}} - \frac{s'}{c_p} \quad (\text{Gibbs}) \\ \frac{T'}{\bar{T}} = \frac{s'}{c_p} + (\gamma - 1) \frac{p'}{\gamma \bar{p}} \quad (\text{Gibbs + gaz parfaits}) \\ \text{div}(\vec{u}') = \frac{m'}{\bar{\rho}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \right) = \frac{m'}{\bar{\rho}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{p'}{\bar{p}} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{s'}{c_p} \right) \quad (\text{masse}) \end{array} \right.$$

Ensuite on introduit l'expression de la température dans l'équation de l'énergie, ce qui donne :

$$\left( \frac{d}{dt} - \frac{\kappa_0}{\bar{\rho} c_p} \Delta \right) s' - \frac{(\gamma - 1) \kappa_0}{\bar{\rho} \gamma \bar{p}} \Delta p' = \frac{Q'}{\bar{\rho} \bar{T}}$$

Pour déterminer la pression et l'entropie, il faut une deuxième équation. Elle est obtenue à partir de la conservation de la quantité de mouvement en remplaçant la divergence de la vitesse et la masse volumique par leur expression ci-dessus. L'entropie est ensuite supprimée à l'aide de l'équation précédente. Finalement, en tenant compte de la relation pour l'air entre la viscosité et la conductivité thermique, on obtient l'équation suivante :

$$\left[ \frac{1}{a_0^2} \frac{d^2}{dt^2} - \Delta - \frac{4\gamma}{3} \frac{v_0}{a_0^2} \frac{d}{dt} \Delta \right] p' = \left[ \frac{d}{dt} - \frac{4}{3} v_0 \Delta \right] m' - \text{div} \vec{F}' + \frac{d}{dt} \left( \frac{Q'}{c_p \bar{T}} \right)$$

où  $a_0$  est la vitesse du son. Il ne reste plus qu'à trouver une équation pour la vitesse. Plutôt que de rechercher ce vecteur directement, on introduit son rotationnel :  $\vec{\Omega}' = \text{rot} \vec{u}'$ . En effet, on peut remonter à la vitesse à partir de son rotationnel et de sa divergence. Or on dispose déjà d'une expression de cette dernière. Comme le rotationnel d'un gradient est nul, il vient :

$$\left( \frac{d}{dt} - v_0 \Delta \right) \vec{\Omega}' = \frac{1}{\bar{\rho}} \text{rot} \vec{F}'$$

Au regard des faibles distances de parcours des perturbations que l'on considère dans les moteurs, on supposera pour la suite que la viscosité et les échanges de chaleur sont négligeables. On obtient alors trois équations découplées pour la pression, l'entropie et la vorticité (rotationnel de la vitesse) :

$$\left( \frac{1}{a_0^2} \frac{d^2}{dt^2} - \Delta \right) p' = \frac{dm'}{dt} - \text{div} \vec{F}' + \frac{d}{dt} \left( \frac{Q'}{c_p \bar{T}} \right)$$

$$\frac{ds'}{dt} = \frac{Q'}{\bar{\rho}T}$$

$$\frac{d\vec{\Omega}'}{dt} = \frac{1}{\bar{\rho}} \text{rot} \vec{F}'$$

La première équation traduit la propagation des ondes de pression. Les trois termes de droite décrivent les sources acoustiques liées à un apport fluctuant de masse, une force oscillante ou un apport de chaleur instationnaire. Les deux autres équations traduisent la convection de l'entropie et de la turbulence. Les fluctuations d'entropie sont générées par les sources de chaleur instationnaire et la vorticité par les forces oscillantes. Ce découplage fondamental entre les trois types de fluctuations reconnu par Chu & Kovasznay tombe en défaut, en principe, dès qu'on est en présence de gradients moyens, ou bien près d'une paroi.

#### C.4 DIFFERENTS TYPES D'ONDES

Au vu des équations précédentes, le champ perturbé peut être vu comme la somme de trois champs distincts et découplés :

- un champ dont l'entropie et la vorticité sont nulles et dont la pression  $p'_A$  vérifie l'équation de propagation des ondes. Ce sont les ondes acoustiques.
- un champ dont la pression et la vorticité sont nulles et l'entropie  $s'_E$  vérifie l'équation de convection
- un champ dont la pression et l'entropie sont nulles et la vorticité  $\vec{\Omega}'_V$  vérifie l'équation de convection

Pour les deux derniers champs, on parle d'ondes entropiques et tourbillonnaires bien que ces perturbations ne se propagent pas. Elles sont simplement convectées par l'écoulement. L'onde tourbillonnaire correspond à la convection de la turbulence.

Les grandeurs associées à chacun de ces trois champs sont notées respectivement avec les indices A, E et V. En l'absence de sources de masse ou de chaleur et de forces extérieures, on a :

	onde acoustique	onde entropique	onde tourbillonnaire
$p'$	$\left( \frac{1}{a_0^2} \frac{d^2}{dt^2} - \Delta \right) p'_A = 0$	$p'_E = 0$	$p'_V = 0$
$s'$	$s'_A = 0$	$\frac{ds'_E}{dt} = 0$	$s'_V = 0$
$\vec{\Omega}' = \text{rot} \vec{u}'$	$\vec{\Omega}'_A = \vec{0}$	$\vec{\Omega}'_E = 0$	$\frac{d\vec{\Omega}'_V}{dt} = 0$
$\rho'$	$\frac{\rho'_A}{\bar{\rho}} = \frac{p'_A}{\gamma \bar{p}}$	$\frac{\rho'_E}{\bar{\rho}} = -\frac{s'_E}{c_p}$	$\rho'_V = 0$



$T'$	$\frac{T'}{\bar{T}} = (\gamma - 1) \frac{p'_A}{\gamma \bar{p}}$	$\frac{T'_E}{\bar{T}} = \frac{s'_E}{c_p}$	$T'_V = 0$
$\text{div } \vec{u}'$	$\text{div } \vec{u}'_A = -\frac{d}{dt} \left( \frac{p'_A}{\gamma \bar{p}} \right)$	$\text{div } \vec{u}'_E = 0$	$\text{div } \vec{u}'_V = 0$

Finalement, toutes les grandeurs fluctuantes peuvent être exprimées en fonction de la pression acoustique, de l'entropie et de la vorticité. Pour les ondes acoustiques, on retiendra également la relation suivante issue de l'écriture de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\bar{\rho} \frac{d\vec{u}'}{dt} + \overrightarrow{\text{grad}} p' = \vec{0} \quad (\text{C-1})$$

Celle-ci est très utile pour relier directement la vitesse acoustique à la pression.

Il est à noter que si les trois types d'ondes sont découplés pour un écoulement moyen stationnaire et uniforme, cela n'est plus le cas pour un écoulement plus complexe. Dans ce cas, il y a transfert d'énergie entre les trois types d'ondes.

## ANNEXE D MODES ACOUSTIQUES EN CONDUIT ANNULAIRE

On s'intéresse à la propagation des ondes acoustiques dans un conduit annulaire. Dans un conduit, à cause des réflexions sur les parois, de multiples ondes acoustiques se superposent et se recomposent. Il est difficile d'exprimer la pression acoustique à un endroit donné comme la somme des pressions liées aux multiples ondes réfléchies. On cherche plutôt à décomposer le champ de pression acoustique dans ce conduit en une somme de plusieurs ondes simples vérifiant l'équation de propagation et prenant en compte l'effet des parois [LEW00][HAR71][TYL62].

Quelques hypothèses, dont l'utilité sera justifiée par la suite, sont faites dans cette annexe :

- le conduit est présumé infiniment long,
- les parois du conduit n'ont pas de traitement acoustique et sont parfaitement réfléchissantes,
- la composante giratoire de l'écoulement est assimilée à une rotation solide à la vitesse angulaire  $\Omega$  constante. Elle se combine avec un flux axial  $U_x$  uniforme. La composante radiale est considérée nulle.

On utilise le système de coordonnées cylindriques décrit sur la Figure IV-1. L'axe  $\bar{u}_x$  correspond à l'axe du conduit et est dirigé dans le sens de l'écoulement et l'axe  $\bar{u}_\theta$  est pris dans le même sens que l'écoulement azimutal, de sorte que  $U_x$  et  $\Omega$  soient positifs. On note respectivement  $x$ ,  $\theta$  et  $r$  les coordonnées axiale, azimutale et radiale du point  $\vec{r} = (x, \theta, r)$ .

### D.1 DECOMPOSITION PAR TRANSFORMEE DE FOURIER

Le passage dans l'espace de Fourier est une solution simple pour exprimer la pression acoustique comme une somme (ou une intégrale). Quelques propriétés sur les transformées de Fourier sont rappelées dans l'annexe A.1. Ainsi, en utilisant les relations (A-2) et (A-3), la pression acoustique s'écrit comme la somme d'ondes élémentaires  $P'(\vec{x}, t)$  :

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} p'_\omega(\vec{x}, t) d\omega$$

avec : 
$$p'_\omega(x, \theta, r, t) = p'(x, \theta, r, \omega) e^{i\omega t} = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_m \int_{k_x=-\infty}^{+\infty} \underbrace{P'(k_x, m, r, \omega) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)}}_{P'(\vec{x}, t)} dk_x$$

Chacune des ondes  $P'$  est définie par trois paramètres : la fréquence  $\omega/2\pi$ , le nombre d'onde axial  $k_x$  et l'ordre modal azimutal  $m$ . Elle se propage dans le même sens que l'écoulement lorsque  $k_x$  et  $m$  sont positifs. En général, l'amplitude  $P'$  présente une dépendance radiale.

### D.2 EQUATION ET CONDITIONS AUX LIMITES VERIFIEES PAR L'AMPLITUDE

La pression acoustique doit vérifier l'équation de propagation obtenue dans l'annexe précédente :

$$f'(x, \theta, r, t) = \Delta p'(x, \theta, r, t) - \frac{1}{a^2} \frac{d^2 p'(x, \theta, r, t)}{dt^2} = 0$$

où :  $\Delta$      *opérateur Laplacien*  
 $d/dt$    *dérivée particulière*  
 $a$        *vitesse du son [m/s]*

En principe une équation de propagation des ondes de pression dans un écoulement tournant ne peut être écrite sous cette forme. Elle est plus compliquée du fait du couplage entre les ondes acoustiques et des modes de fluctuation dits inertiels. Cependant, les hypothèses faites au départ sur l'écoulement assurent la pertinence de l'utilisation de cette équation de propagation sous réserve de l'hypothèse d'un écoulement dans un canal axial de rapport de moyeu proche de 1 ou d'un écoulement azimuthal nul.

D'après la relation (A-4), cette équation doit également être satisfaite dans l'espace de Fourier :

$$F'(k_x, m, r, \omega) = \iiint_{t \ x \ \theta} f'(x, \theta, r, t) e^{-i(\omega t - m\theta - k_x x)} dt dx d\theta = 0$$

Le Laplacien et la dérivée particulière étant des opérateurs linéaires, on a :

$$F'(k_x, m, r, \omega) = \Delta \left[ P' e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} \right] - \frac{1}{a^2} \frac{d^2 \left[ P' e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} \right]}{dt^2} = 0 \quad \forall (k_x, m, \omega)$$

Puis, en explicitant les opérateurs en coordonnées cylindriques, on aboutit à :

$$F'(k_x, m, r, \omega) = \frac{\partial^2 F'(k_x, m, r, \omega)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F'(k_x, m, r, \omega)}{\partial r} + \left( k_T^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) F'(k_x, m, r, \omega) = 0 \quad \forall (k_x, m, \omega) \quad (D-1)$$

$$k_\theta = \frac{m}{r}, \quad M_\theta = \frac{\Omega r}{a}, \quad k_T = \sqrt{\left( \frac{\omega}{a} - k_x M_x - k_\theta M_\theta \right)^2 - (k_x)^2}$$

$k_T$  est appelé le nombre d'onde transversal. Pour des valeurs de  $k_x$ ,  $m$  et  $\omega$  imposées,  $k_T$  est une constante. On reviendra sur cette propriété ainsi que ses conséquences au paragraphe D.4.

Finalement, pour chaque onde élémentaire, l'amplitude est une fonction de  $r$ . Elle doit vérifier l'équation différentielle (D-1) ci-dessus. Cependant, pour déterminer complètement l'amplitude, il faut en plus imposer des conditions aux limites. Dans un conduit sans traitement acoustique, les parois sont parfaitement réfléchissantes, c'est-à-dire que la vitesse radiale acoustique y est nulle. D'après l'équation (C-1), ceci implique que :

$$g'(x, \theta, R, t) = \frac{\partial p'}{\partial r}(x, \theta, R, t) = 0 \quad \text{pour } R = R_{\text{ext}} \text{ ou } R_{\text{int}}$$

Comme précédemment, cette relation doit être vérifiée dans l'espace de Fourier, soit :

$$G'(k_x, m, R, \omega) = \frac{\partial P'}{\partial r}(k_x, m, R, \omega) = 0 \quad \text{pour } R = R_{\text{ext}} \text{ ou } R_{\text{int}} \quad (D-2)$$

Dans le cas particulier d'un conduit annulaire, la condition sur la paroi interne ( $R_{int} = 0$ ) n'a pas de sens. Elle est remplacée par une condition d'existence de  $p'$ , c'est-à-dire que  $p'$  doit avoir une valeur finie en 0. Ceci se traduit par le fait que  $P'$  soit également fini en 0.

### D.3 RESOLUTION DE L'EQUATION D'ONDE

On se place à  $k_x$ ,  $m$  et  $\omega$  fixés. Si  $k_T = 0$ , alors  $m$  est également nul et  $P'$  ne dépend pas de  $r$ . Sinon, on cherche à résoudre l'équation d'onde (D-1) en imposant les conditions aux limites (D-2) explicitées au paragraphe précédent. Cette résolution permet de préciser l'amplitude  $P'(k_x, m, r, \omega)$  sous la forme d'une somme infinie.

Avant de résoudre l'équation d'onde, on effectue le changement de variable  $\hat{r} = k_T r$ . On a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 P'}{\partial \hat{r}^2} + \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial P'}{\partial \hat{r}} + \left( 1 - \frac{m^2}{\hat{r}^2} \right) P' = 0 \\ \frac{\partial P'}{\partial r}(R_{ext}) = \frac{\partial P'}{\partial r}(R_{int}) = 0 \end{array} \right.$$

C'est une équation différentielle de Bessel. Les solutions d'une telle équation sont connues et s'expriment à l'aide des fonctions de Bessel de première espèce  $J_n$  et de seconde espèce  $Y_n$ .

$$P'(k_x, m, r, \omega) = \sum_{j=0}^{+\infty} C_j f_{nj}(r) \quad \text{où} \quad f_{nj}(r) = J_n(k_T r) + A_{nj} Y_n(k_T r) \quad \text{avec} \quad n = |m|$$

$C_j$  est une constante dépendant de  $k_x$ ,  $m$  et  $\omega$ . Les deux conditions aux limites deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} J'_n(\hat{k}_T) + A_{nj} Y'_n(\hat{k}_T) = 0 \\ J'_n(\hat{k}_T \sigma) + A_{nj} Y'_n(\hat{k}_T \sigma) = 0 \end{array} \right.$$

où :  $\sigma$  rapport des rayons =  $R_{int}/R_{ext}$   
 $\hat{k}_T$  nombre d'onde transversal réduit =  $k_T R_{ext}$

Elles imposent  $A_{nj}$ , mais aussi  $k_T$ . Dans un premier temps, on élimine  $A_{nj}$ . Pour cela, on somme les deux conditions après avoir multiplié la première par  $Y'_n(\hat{k}_T \sigma)$  et la seconde par  $Y'_n(\hat{k}_T)$  :

$$H_{n,\sigma}(\hat{k}_T) = J'_n(\hat{k}_T) Y'_n(\hat{k}_T \sigma) - J'_n(\hat{k}_T \sigma) Y'_n(\hat{k}_T) = 0$$

La fonction  $H_{n,\sigma}$  est tracée sur la Figure D-1 pour quelques valeurs de  $m$  et  $\sigma$ .

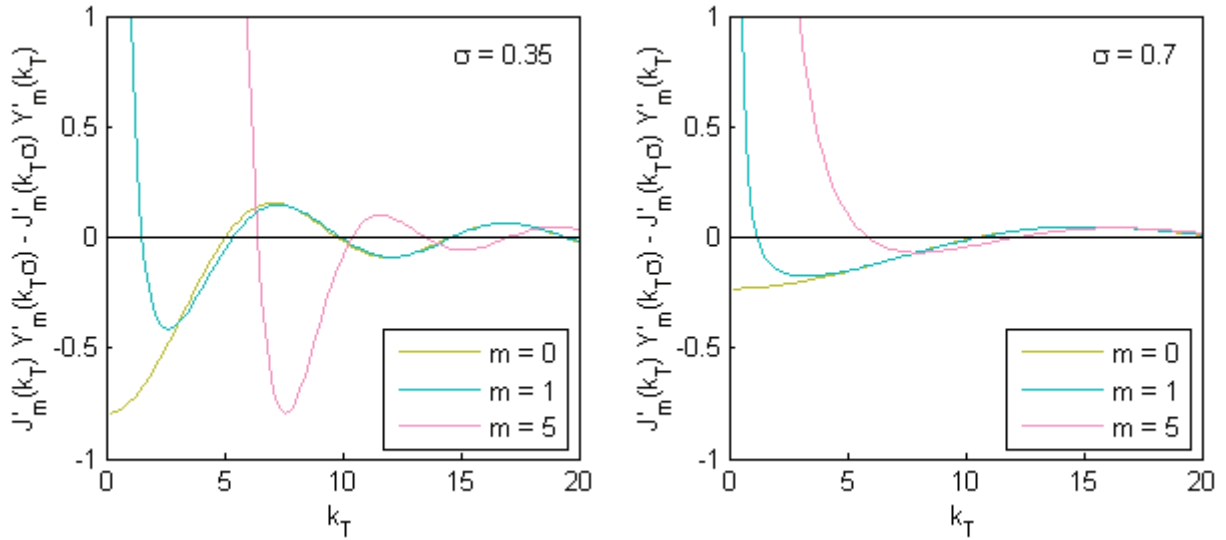


Figure D-1 : fonction  $\hat{k}_T \mapsto J'_m(\hat{k}_T) Y'_m(\hat{k}_T \sigma) - J'_m(\hat{k}_T \sigma) Y'_m(\hat{k}_T)$  pour quelques valeurs de  $m$  et  $\sigma$

Cette fonction présente une infinité de zéros, chacun correspondant à une valeur de  $\hat{k}_T$ , et donc à une fonction  $f_{nj}$ . Pour  $n > 0$ , la  $j^{\text{ème}}$  valeur de  $\hat{k}_T$  correspond au  $(j+1)^{\text{ème}}$  zéro ( $j \geq 0$ ). Pour  $n = 0$ , la  $j^{\text{ème}}$  valeur de  $\hat{k}_T$  correspond au  $j^{\text{ème}}$  zéro ( $j \geq 1$ ) et à l'indice  $j = 0$  au cas où  $\hat{k}_T = 0$ .

L'évolution de  $\hat{k}_T$  avec  $\sigma$  pour différentes valeurs de  $n$  et  $j$  est tracée sur la Figure D-2. Les valeurs de  $\hat{k}_T$  ont été obtenues numériquement par programmation sous Matlab et sont corroborées par celles données dans [TYL62].

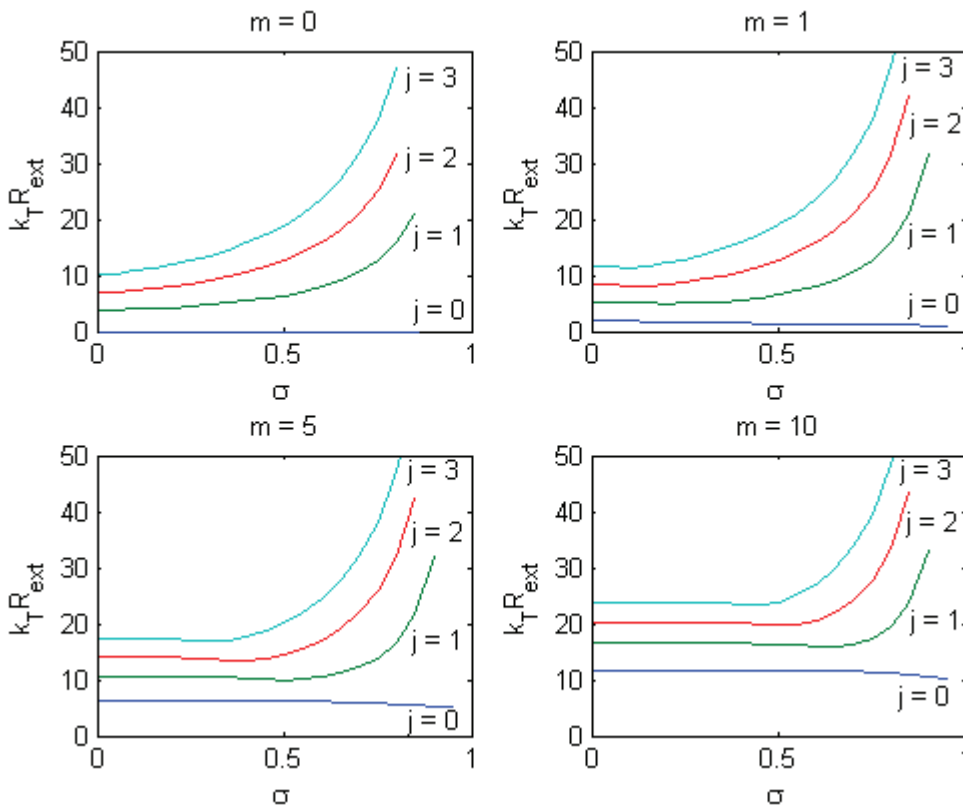


Figure D-2 : évolution de  $\hat{k}_T$  en fonction du rapport de moyeu pour différents modes  $(m, j)$

On constate que  $\hat{k}_T$  augmente avec  $n$ . Pour chaque onde  $n$ , la première valeur ( $j = 0$ ) diminue légèrement avec  $\sigma$ , sauf pour le mode plan pour lequel  $\hat{k}_T$  est déjà nul. Les autres valeurs ( $j > 0$ ) deviennent très grandes lorsque  $\sigma$  est proche de 1.

Une fois  $\hat{k}_T$  déterminé, la constante  $A_{nj}$  peut être calculée à partir d'une des deux conditions aux limites. Elle dépend également de  $\sigma$ ,  $n$  et  $j$ .

Dans le cas d'un conduit cylindrique, la condition en  $R_{int} = 0$  est que la pression acoustique  $y$  soit finie. Or, puisque les fonctions de Bessel de seconde espèce  $Y_n$  tendent vers  $-\infty$  en 0, le seul moyen d'assurer cela est d'avoir  $A_{nj} = 0$ . La condition au niveau de la paroi extérieure reste la même. Elle impose :

$$J'_n(\hat{k}_T) = 0, \quad \text{soit} \quad k_{Tn,j} = \frac{\chi_{nj}}{R_{ext}}$$

où  $\chi_{nj}$  est le  $(j+1)^{\text{ème}}$  zéro de la dérivée de la fonction de Bessel d'ordre  $n$ .

Finalement, la pression acoustique s'écrit :

$$p'_\omega(x, \theta, r, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=0}^{+\infty} \int_{k_x} \tilde{p}_j(k_x, m, \omega) \hat{f}_{nj}(r) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} dk_x$$

$$\text{avec :} \quad f_{nj}(r) = J_n(k_T r) + A_{nj} Y_n(k_T r), \quad S_{nj} = \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} r f_{nj}^{(h)}(r)^2 dr, \quad \hat{f}_{nj}^{(h)} = f_{nj}^{(h)} \sqrt{\frac{S^{(h)}}{2\pi S_{nj}^{(h)}}}$$

Les constantes  $k_T$  et  $A_{nj}$  sont intégralement déterminées par les conditions aux limites. Elles ne dépendent que de  $n$ ,  $j$  et du rapport de moyeu  $\sigma$ .

$$\text{On peut montrer que :} \quad \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} \hat{f}_{nj}^{(h)} \hat{f}_{nj'}^{(h)*} r dr = \frac{S}{2\pi} \delta_{jj'} = \begin{cases} S/(2\pi) & \text{si } j' = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cela traduit l'orthogonalité entre elles des fonctions  $f_{nj}$ . La décomposition de l'amplitude  $P'(k_x, m, r, \omega)$  obtenue ici est dite décomposition en série de Fourier-Bessel.

## D.4 RELATION DE DISPERSION

On a montré que le nombre d'onde transversal  $k_T$  est une constante imposée par les conditions aux limites. Or si l'on revient à sa définition, cela se traduit par la relation suivante entre le nombre d'onde axial  $k_x$ ,  $m$  et la fréquence  $\omega/2\pi$  :

$$k_x^2 + k_T^2 = \left( \frac{\omega}{a} - k_x M_x - k_\theta M_\theta \right)^2$$

Cette équation est appelée relation de dispersion. Sauf dans le cas particulier où  $M_x = 1$ , c'est une équation de degré 2 en  $k_x$  de discriminant :

$$\Delta = 4 \left[ \left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right)^2 - \beta^2 k_T^2 \right] \quad \text{où} \quad \beta = \sqrt{1 - M_x^2}$$

Ainsi le nombre d'onde axial  $k_x$  n'est pas quelconque, mais ne peut prendre que deux valeurs notées  $k_x^{(+)}$  et  $k_x^{(-)}$ . Celles-ci dépendent de  $\omega$ ,  $m$  et  $j$ . Finalement, cela revient à dire que :

$$\tilde{p}_j(k_x, m, \omega) = \tilde{p}_{mj}^{(+)}(\omega) \delta(k_x - k_x^{(+)}) + \tilde{p}_{mj}^{(-)}(\omega) \delta(k_x - k_x^{(-)})$$

Et donc que la pression acoustique à une fréquence donnée  $\omega/(2\pi)$  se met sous la forme :

$$p'_\omega(\vec{x}, t) = p'_\omega^{(+)}(\vec{x}, t) + p'_\omega^{(-)}(\vec{x}, t) \quad \text{où} \quad p'_\omega^{(\pm)}(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{j=0 \\ n=|m|}}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(\omega) \hat{f}_{nj}(r) e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)}x)}$$

En fonction de la fréquence, le discriminant peut être positif ou négatif. Dans le premier cas, les deux valeurs de  $k_x$  sont réelles et définies par :

$$k_x^{(\pm)} = \frac{-M_x \left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right)^2 - (1 - M_x^2) k_T^2}}{1 - M_x^2}$$

Dans le cas contraire, elles sont imaginaires conjuguées :

$$k_x^{(\pm)} = k_x^{(0)} \pm i\alpha \quad \text{avec} \quad k_x^{(0)} = -\frac{M_x}{\beta^2} \left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right) \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{\beta^2} > 0$$

On a alors :

$$p'_\omega^{(\pm)}(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{j=0 \\ n=|m|}}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(\omega) \hat{f}_{nj}(r) e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(0)}x)}$$

## D.5 NOTION DE MODES ACOUSTIQUES

Mathématiquement, tout champ acoustique  $p_f$  à une fréquence  $f$  donnée est une fonction définie en chaque point de l'espace (ici le conduit) et à chaque instant :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} \times [0 : 2\pi] \times [R_{\text{int}} : R_{\text{ext}}] \times \mathfrak{R} &\rightarrow \mathfrak{R} \\ (x, \theta, r, t) &\mapsto p'_f(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

et qui vérifie l'équation de propagation ainsi que les conditions aux limites.

On appelle mode acoustique (de propagation) en conduit l'onde élémentaire définie par :

$$\hat{F}_{mj}^{(\pm)}(\bar{x}, t, \omega) = \hat{f}_{nj}(r) e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)}x)}$$

Il ne doit pas être confondu avec un mode (de résonance) de cavité. Chaque mode est caractérisé par deux nombres entiers : l'ordre modal angulaire  $m$  (entier relatif) et l'ordre modal radial  $j$  (entier naturel  $\geq 0$ ). En résumé, on a vu que :

- tout champ acoustique  $p_f$  s'écrit comme une combinaison linéaire des modes acoustiques :

$$p_f^{(\pm)}(x, \theta, r, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{j=0 \\ n=|m|}}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(f) \hat{F}_{mj}^{(\pm)}(\bar{x}, t, f)$$

- les modes sont orthogonaux entre eux, c'est-à-dire que :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \hat{F}_{mj}^{(\pm)} \hat{F}_{m'j'}^{(\pm)*} r \, d\theta \, dr = 2\pi \delta_{mm'} \delta_{jj'} = \begin{cases} S & \text{si } m' = m \text{ et } j' = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi, ils forment une base de l'ensemble des champs acoustiques pouvant exister dans le conduit. Cette base est appelée la base modale. Les coefficients  $\tilde{p}_{mj}^{(\pm)}(f)$  sont désignés par le terme d'amplitude modale. Ils caractérisent la répartition de l'énergie acoustique entre les différents modes.

### Description des modes

Pour les fréquences où le discriminant est positif (c'est-à-dire  $k_x$  réel), le mode est dit passant. Il correspond à une onde se propageant le long de l'axe du conduit. Pour  $m = 0$ , l'onde se propage parallèlement à l'axe. Sinon, il se propage en tournant autour de l'axe du conduit, un peu à la manière d'un tire-bouchon. Le signe de  $m$  indique le sens de rotation. De plus, l'onde est convectée par l'écoulement. En réalité, l'expression de  $k_x$  contient un terme lié à la propagation ( $\pm \sqrt{\Delta}/\beta^2$ ) ainsi qu'une partie liée à la convection ( $k_x^{(0)}$ ).

Au contraire, aux fréquences où le discriminant est négatif ( $k_x$  imaginaire), l'onde ne se propage pas. L'amplitude de l'onde décroît de manière exponentielle avec la distance lorsqu'on se déplace le long de l'axe du conduit ( $x \rightarrow \pm\infty$ ). Rapidement, l'amplitude de l'onde devient nulle. Il reste cependant le terme de convection. On parle de mode évanescence ou de mode coupé par le conduit.

Intéressons-nous maintenant au profil de l'onde dans une section. C'est ce « motif » qui est propagé, avec une rotation ou non, le long du conduit. Si  $m \neq 0$ , dans une section donnée ( $x$  fixé), le motif va tourner sur lui-même. De plus, il contient  $m$  diamètres (répartis tous les  $2\pi/m$  radians) le long desquels la pression acoustique est toujours nulle (nœuds acoustiques). Le profil azimutal ( $x$  et  $r$  fixés) est représenté pour les premiers modes sur la Figure D-3 (à gauche). Il ne dépend pas des rayons interne et externe, ni de l'ordre radial  $j$ . Le long d'un rayon ( $\theta$  et  $x$  donnés), la pression



acoustique s'annule j fois. La forme de l'onde est donnée par les fonctions de Bessel. Elle dépend des nombres d'onde m et j, mais aussi du rapport des rayons  $\sigma$ . Elle est représentée sur la Figure D-3 (à droite) pour les premiers modes dans le cas particulier d'un conduit cylindrique ( $\sigma = 0$ ). Sur chaque courbe, la pression maximale est prise égale à 1.

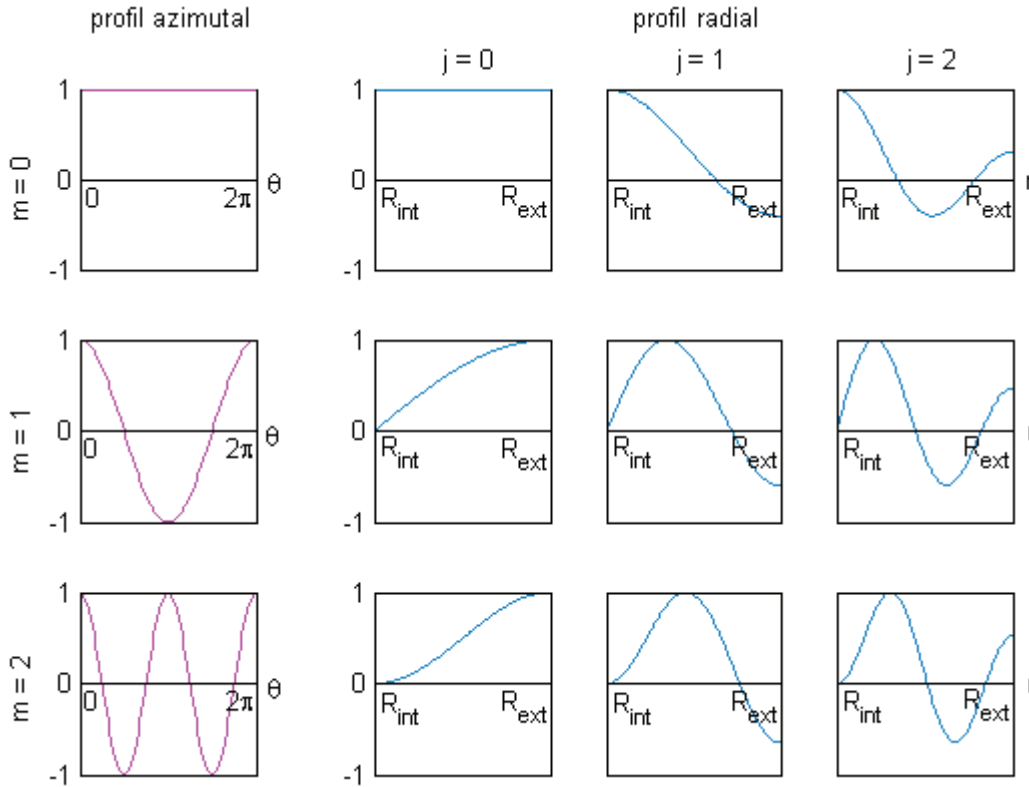


Figure D-3 : profils radiaux et azimuthaux des premiers modes acoustiques (m,j) dans un conduit cylindrique

Le mode correspondant à  $m = j = 0$  est appelé mode plan. Dans ce cas, la pression acoustique est identique en tout point d'une même section.

### D.6 ONDES PASSANTES ET EVANESCENTES

Rappelons le discriminant de la relation de dispersion :

$$\Delta = 4 \left[ \left( \frac{\omega}{a} - k_{\theta} M_{\theta} \right)^2 - \beta^2 k_T^2 \right] \quad \text{où} \quad \beta = \sqrt{1 - M_x^2}$$

Dans le cas du mode plan, on a vu que  $k_T = 0$ . Le discriminant se réduit alors à  $4(\omega/a - k_{\theta} M_{\theta})^2$ . Il est donc toujours positif. Ainsi, le mode plan est toujours passant, quelle que soit la fréquence.

Pour tous les autres modes,  $k_T$  est non nul. Si l'on trace le discriminant en fonction de  $\omega/a$ , on obtient une parabole convexe avec un minimum négatif égal à  $-4(\beta k_T)^2$  en  $\omega/a = k_{\theta} M_{\theta}$  et qui s'annule aux points d'abscisses  $\omega/a = k_{\theta} M_{\theta} \pm |\beta| k_T$ . La pulsation  $\omega$  est toujours considérée positive. Ainsi, en fonction du signe des valeurs annulant le discriminant, on distingue plusieurs cas. Ceux-ci sont illustrés sur la Figure D-4. On rappelle que  $k_{\theta} M_{\theta} = m\Omega/a$  et que les axes du conduit ont été

définis de manière à ce que  $\Omega$  soit positif. Un nombre d'onde  $m$  positif signifie que l'onde acoustique tourne dans le même sens que l'écoulement. Inversement, un nombre d'onde négatif signifie que l'onde tourne dans l'autre sens.

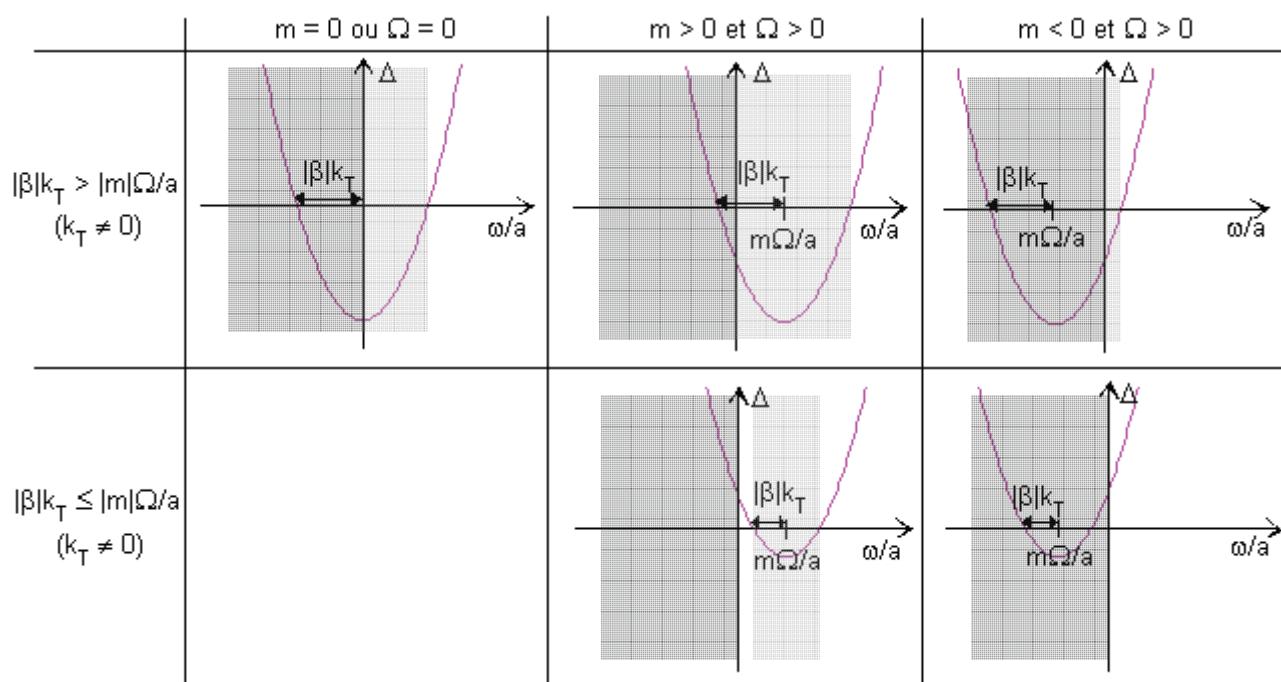


Figure D-4 : tracés du discriminant de la relation de dispersion en fonction de la fréquence

Si  $|\beta|k_T > |m|\Omega/a$

Quelle que soit la valeur de  $m$  (nulle, positive ou négative), il existe pour chaque mode  $(m,j)$  une seule fréquence positive qui annule le déterminant :

$$f_c = \frac{|\beta|\hat{k}_T}{2\pi} \frac{a}{R_{\text{ext}}} + \frac{m\Omega}{2\pi}$$

Si la fréquence de l'onde est supérieure à cette fréquence, alors elle se propage et le mode est passant. Sinon, le mode est coupé. Cette fréquence  $f_c$  est appelée fréquence de coupure du mode  $(m,j)$ . On pourra remarquer que cette expression est également valable pour le mode plan pour lequel la fréquence de coupure est nulle.

De plus, tout comme  $\hat{k}_T$ , la fréquence de coupure augmente avec les ordres modaux  $m$  et  $j$ . Ainsi, aux basses fréquences, seul le mode plan se propage. Plus la fréquence augmente et plus le nombre de modes qui se propagent augmente.

Si  $|\beta|k_T \leq |m|\Omega/a$  (avec  $k_T \neq 0$ )

Cette condition n'est pas réalisable en l'absence d'écoulement azimuthal ( $\Omega = 0$ ) ou pour un mode qui ne tourne pas ( $m = 0$ ). En présence d'un écoulement azimuthal, si le mode acoustique tourne

dans le sens inverse de l'écoulement, il est toujours passant. En effet, les deux valeurs annulant le discriminant sont négatives. Si le mode tourne dans le sens de l'écoulement, il se propage aux basses et hautes fréquences, mais est coupé aux moyennes fréquences.

On peut reformuler la condition  $|\beta|k_T \leq |m|\Omega/a$  sous la forme :

$$\frac{\hat{k}_T}{|m|} \leq \frac{M_\theta}{\sqrt{|1-M_x^2|}}$$

Le membre de droite ne dépend que de l'écoulement, et celui de gauche de l'onde. Etant donné que  $\bar{k}_T$  est toujours supérieur ou égal à  $|m|$ , c'est-à-dire sa valeur pour  $j=0$  et  $\sigma$  qui tend vers 1 (cf. Figure D-2), une condition nécessaire pour que ce cas se produise est :

$$\begin{cases} \text{si } M_x < 1, & M \geq 1 \text{ avec } M = \sqrt{M_x^2 + M_\theta^2} \\ \text{si } M_x > 1, & M_\theta^2 \geq M_x^2 - 1 \end{cases}$$

Ceci implique un écoulement fortement tournant. Cependant, cette condition n'est pas suffisante, hormis pour  $\sigma = 1$ .

## D.7 SENS DE PROPAGATION DES MODES

Afin de déterminer le sens de propagation des modes, on s'intéresse à la vitesse de phase et à la vitesse de groupe. Ces deux notions sont décrites en détail par Harel et Perulli dans le cas d'un écoulement non tournant [HAR71]. Ce paragraphe s'inspire de leur article. Ces deux vitesses sont obtenues à partir de la relation de dispersion. La vitesse de phase est définie comme le rapport de la pulsation par le nombre d'onde axial :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k_x}$$

Elle correspond à la vitesse d'avancement de la phase, c'est-à-dire des plans successifs constitués de points ayant la même phase. Si la vitesse de phase est positive, la phase avance vers l'aval. Inversement, si elle est négative, la phase va vers l'amont. La vitesse de groupe est définie par :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_x}$$

Elle caractérise la vitesse de propagation de l'énergie de l'onde. Si la vitesse de groupe est positive, l'énergie acoustique se propage vers l'aval. Inversement, si elle est négative, l'énergie se propage vers l'amont.

En raison de l'écoulement, le milieu perd son caractère isotrope vis-à-vis de la propagation. Généralement, les vitesses de phase et de groupe sont différentes. Parfois, elles peuvent même être

de signe opposé. Dans ce cas, l'énergie va dans le sens opposé de la phase. On définit les notions de modes direct et inverse par :

$$\text{mode direct : } v_\phi v_g > 0 \quad \begin{cases} \text{aval : } v_\phi > 0 \\ \text{amont : } v_\phi < 0 \end{cases}$$

$$\text{mode inverse : } v_\phi v_g < 0 \quad \begin{cases} \text{aval : } v_\phi > 0 \\ \text{amont : } v_\phi < 0 \end{cases}$$

Le mode est dit direct lorsque la phase et l'énergie se propagent dans le même sens. Il est dit inverse lorsque l'énergie se propage d'un côté, mais que la phase avance de l'autre. Bien que la phase avance dans un sens, l'effet de la convection de l'onde par l'écoulement fait que l'énergie se propage dans l'autre.

Ces deux vitesses peuvent également être visualisées sur la courbe  $k_x$  en fonction de  $\omega/a$ . On définit pour chaque point de la courbe les deux angles suivants :

- $\phi$  entre l'axe des ordonnées et la droite reliant l'origine et le point de la courbe
- $\theta$  entre l'axe des ordonnées et la droite tangente à la courbe en ce point

On a alors :

$$\frac{v_\phi}{a} = \tan(\phi) \quad \text{et} \quad \frac{v_g}{a} = \tan(\theta)$$

Les signes des vitesses de phase et de groupe sont identiques aux signes des angles  $\phi$  et  $\theta$ .

La courbe  $k_x(\omega/a)$  est une hyperbole de centre de symétrie S :

$$\left( \frac{\omega}{a}, k_x \right) = \left( m \frac{\Omega}{a}, 0 \right)$$

et d'axe focal :

$$\begin{cases} k_x = 0 & \text{si } M_x = 0 \\ k_x = \left( \frac{\omega}{a} - m \frac{\Omega}{a} \right) \tan(\alpha) & \text{où } \tan(\alpha) = \frac{2 - M_x^2 - \sqrt{M_x^4 + 4}}{2M_x} < 0 & \text{si } M_x \neq 0 \end{cases}$$

L'axe focal a un coefficient directeur négatif en présence d'un écoulement axial et est donc orienté vers le bas. Les deux asymptotes de l'hyperbole ont pour équation :

$$k_x = \left( \frac{\omega}{a} - m \frac{\Omega}{a} \right) \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon M_x} \quad \text{où } \varepsilon = \pm 1$$

A partir de maintenant, on se limite ici au cas où  $M_x < 1$ . En effet, sur un turbomoteur, la vitesse axiale de l'écoulement ne dépasse jamais la vitesse du son. L'écoulement est supersonique en sortie des turbines à cause d'une forte composante azimutale de la vitesse. Sous cette hypothèse, les deux asymptotes ont des pentes de signes opposés.

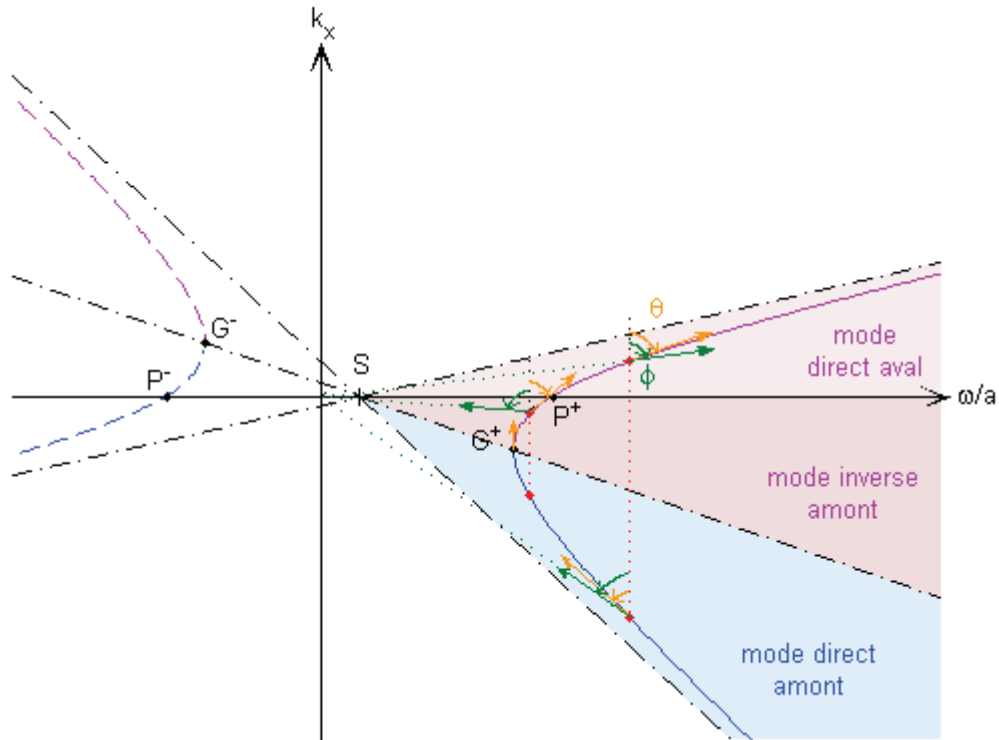


Figure D-5 : tracé du nombre d'onde axial en fonction de la fréquence

L'écoulement angulaire a pour effet de translater selon l'axe des abscisses l'hyperbole sans en modifier la forme. La courbe  $k_x(\omega/a)$  est tracée sur la Figure D-5 dans le cas où les fréquences positives correspondent à une seule branche de l'hyperbole, c'est-à-dire que  $|m|\Omega/a < |\beta|k_T$ .

On note  $G^+$  et  $G^-$  les deux points où la courbe a une dérivée infinie. La vitesse de groupe change de signe en ces deux points. Ils ont pour coordonnées :

$$\left(\frac{\omega}{a}, k_x\right) = \left(m \frac{\Omega}{a} \pm \beta k_T, -\frac{M_x k_T}{\pm \beta}\right)$$

Ces points correspondent aux valeurs de la fréquence qui annulent le discriminant. La courbe en dessous de ces deux points est obtenue avec l'expression de  $k_x^{(-)}$  et celle au dessus avec l'expression de  $k_x^{(+)}$ . De plus, on note  $P^+$  et  $P^-$  les deux points où la courbe croise l'axe des abscisses. La vitesse de phase change de signe en ces deux points. Ils ont pour coordonnées :

$$\left(\frac{\omega}{a}, k_x\right) = \left(m \frac{\Omega}{a} \pm k_T, 0\right)$$

Si la vitesse axiale est nulle, alors les points  $P$  et  $G$  sont confondus. Dans tous les autres cas, ces deux points sont distincts ( $|$ abscisse de  $G| < |$ abscisse de  $P|$ ) et il existe des modes inverses.

Dans le cas tracé, l'abscisse du point  $G^+$  coïncide avec la fréquence de coupure. Au dessus de cette fréquence, on a bien deux valeurs de  $k_x$  pour une même fréquence. Ces deux valeurs correspondent à deux ondes dont les énergies se propagent dans des sens opposés. L'onde dont la vitesse de groupe est négative (associée à  $k_x^{(-)}$ ) a toujours une vitesse de phase négative. Ainsi, c'est

un mode direct amont quelle que soit la fréquence. Par contre, la vitesse de phase de l'autre onde (associée à  $k_x^{(+)}$ ) est négative pour une fréquence inférieure à l'abscisse de  $P^+$  et positive pour une fréquence supérieure. Ainsi, on a un mode amont inverse aux faibles fréquences et un mode direct aval aux fréquences plus élevées. En résumé, à chaque fréquence, il coexiste deux ondes se propageant pour la première vers l'amont et pour la seconde vers l'aval. En fonction de la fréquence, cette dernière est soit un mode direct aval, soit un mode inverse amont.

## D.8 CAS PARTICULIER D'UN CONDUIT INFINIMENT MINCE

On s'intéresse maintenant au cas d'un conduit annulaire infiniment étroit ( $\sigma \rightarrow 1$ ). Pour cela, on considère un conduit annulaire cylindrique de rayon moyen  $R$  et de hauteur  $h$ , soit :

$$\begin{aligned} R_{\text{int}}^{(h)} &= R - \frac{h}{2} \\ R_{\text{ext}}^{(h)} &= R + \frac{h}{2} \end{aligned}$$

On a vu précédemment que le champ acoustique à l'intérieur de ce conduit s'écrit :

$$p_{\omega}^{(h)}(x, \theta, r, t) = \sum_{\substack{m=-\infty \\ n=|m|}}^{+\infty} \sum_{j=0}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}^{(h)}(f) \hat{F}_{mj}^{(h)}(\bar{x}, t, f)$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } f_{nj}^{(h)}(r) &= J_n(k_T^{(h)} r) + A_{nj}^{(h)} Y_n(k_T^{(h)} r), & S_{nj}^{(h)} &= \int_{r=R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} r f_{nj}^{(h)}(r)^2 dr, \\ \hat{f}_{nj}^{(h)} &= f_{nj}^{(h)} \sqrt{\frac{S^{(h)}}{2\pi S_{nj}^{(h)}}}, & \hat{F}_{mj}^{(h)}(\bar{x}, t, \omega) &= \hat{f}_{nj}^{(h)}(r) e^{i(\omega t - m\theta - k_x x)} \end{aligned}$$

De plus, l'orthogonalité des modes impose :

$$\int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{f}_{nj}^{(h)} \hat{f}_{n'j'}^{(h)*} r dr = S/(2\pi) \delta_{jj'} = \begin{cases} S^{(h)}/(2\pi) & \text{si } j' = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le champ acoustique dans un conduit infiniment étroit est obtenu en faisant tendre  $h$  vers zéro.

### A. Expression du champ acoustique

La limite de la fonction  $f_{nj}^{(h)}/h$  lorsque  $h$  tend vers zéro n'est définie que dans l'espace des distributions. Pour le montrer, on calcule la limite de l'intégrale suivante où  $\varphi$  est une fonction test :

$$\langle T_{f_{nj}^{(h)}/h}, \varphi \rangle = \frac{1}{h} \int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} f_{nj}^{(h)}(r) \varphi(r) dr = \frac{1}{2} \int_{\xi=-1}^1 f_{nj}^{(h)}\left(R + \frac{h}{2}\xi\right) \varphi\left(R + \frac{h}{2}\xi\right) d\xi \quad \text{où } \xi = \frac{2}{h}(r - R)$$

soit :  $\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \langle T_{\hat{f}_{nj}^{(h)}/h}, \varphi \rangle \right] = \varphi(R) f_{nj}(R) = \langle f_{nj}(R) \delta_R, \varphi \rangle$  avec  $f_{nj}(R) = \lim_{h \rightarrow 0} f_{nj}^{(h)}(R)$

ou encore :  $\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{f_{nj}^{(h)}}{h} \right] = f_{nj}(R) \delta_R$

Il ne reste plus qu'à calculer la limite lorsque  $h$  tend vers 0 de la valeur en  $r = R$  de  $f_{nj}^{(h)}$ .

La forme des fonctions  $f_{nj}^{(h)}$  est déterminée intégralement à partir des deux paramètres  $k_T^{(h)}$  et  $A_{nj}^{(h)}$  qui dépendent uniquement du rapport de moyeu (et donc  $h$ ) et de l'écoulement. Le comportement de  $k_T^{(h)}$  avec le rapport de moyeu est donné par la Figure D-2. En particulier, lorsqu'il se rapproche de 1, c'est-à-dire que la hauteur de veine  $h$  tend vers zéro, on constate que :

$$\lim_{h \rightarrow 0} k_T^{(h)} = \begin{cases} n/R & \text{si } j = 0 \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

Enfin, puisque les fonctions de Bessel sont nulles à l'infini, on a :

$$f_{nj}(R) = \begin{cases} J_n(n) + A_n Y_n(n) & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $A_n$  est déterminé par les conditions aux limites.

De même, on peut montrer que la limite de la fonction  $\hat{f}_{nj}^{(h)}/h$  est une distribution de Dirac. On calcule d'abord :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{S_{nj}^{(h)}}{S^{(h)}} \right] = \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{\int_{r=R_{int}^{(h)}}^{R_{ext}^{(h)}} |f_{nj}^{(h)}(r)|^2 r dr}{\int_{r=R_{int}^{(h)}}^{R_{ext}^{(h)}} r dr} \right] = \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{\int_{\xi=-1}^1 |f_{nj}^{(h)}\left(R + \frac{h}{2}\xi\right)|^2 \left(R + \frac{h}{2}\xi\right) d\xi}{\int_{\xi=-1}^1 \left(R + \frac{h}{2}\xi\right) d\xi} \right] = |f_{nj}(R)|^2$$

$$\text{Puis : } \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \langle T_{\hat{f}_{nj}^{(h)}/h}, \varphi \rangle \right] = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \sqrt{\frac{S^{(h)}}{2\pi S_{nj}^{(h)}}} \frac{1}{h} \int_{r=R_{int}^{(h)}}^{R_{ext}^{(h)}} f_{nj}^{(h)}(r) \varphi(r) dr \right] = \varphi(R) = \langle \delta_R, \varphi \rangle & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

soit :  $\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{\hat{f}_{nj}^{(h)}}{h} \right] = \begin{cases} \delta_R & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Finalement, lorsque la hauteur de veine tend vers 0, le champ acoustique à la fréquence  $\omega/2\pi$  s'écrit :

$$p'_\omega(\pm)(x, \theta, r, t) = \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{p}_{mj}(\pm)(f) e^{i(\omega t - m\theta - k_x(\pm)x)} \quad \text{avec} \quad k_T = \frac{|m|}{R} = |k_\theta|$$

$$\text{et} \quad k_x(\pm) = \frac{-M_x \left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\omega}{a} - k_\theta M_\theta \right)^2 - (1 - M_x^2) k_\theta^2}}{1 - M_x^2}$$

### B. Orthogonalité des modes

On pose :

$$\hat{g}_{njj'}^{(h)}(r) = \frac{1}{2Rh} \hat{f}_{nj}^{(h)}(r) \hat{f}_{nj'}^{(h)*}(r) r$$

Du fait de l'orthogonalité des modes entre eux, on a :

$$\int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{g}_{njj'}^{(h)} dr = \frac{1}{2Rh} \int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{f}_{nj}^{(h)}(r) \hat{f}_{nj'}^{(h)*}(r) r dr = \frac{1}{2Rh} \frac{S^{(h)}}{2\pi} \delta_{jj'} = \delta_{jj'}$$

D'après la proposition (A-1), il vient alors pour j non nul :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{h} \int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{g}_{njj}^{(h)}(r) \varphi(r) dr \right] = \varphi(R) = \langle \delta_R, \varphi \rangle$$

soit :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{h} \int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{f}_{nj}^{(h)}(r) \hat{f}_{nj'}^{(h)*}(r) r dr \right] = 2Rh \delta_{jj'} = \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{S^{(h)}}{2\pi h} \right] \delta_{jj'}$$

Finalement, on retrouve l'orthogonalité des modes dans le cas où h tend vers 0 :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=R_{\text{int}}^{(h)}}^{R_{\text{ext}}^{(h)}} \hat{f}_{nj}^{(h)}(r) \hat{f}_{nj'}^{(h)*}(r) r dr \underset{h \rightarrow 0}{\sim} S^{(h)} \delta_{mm'} = \begin{cases} S^{(h)} & \text{si } m' = m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cela revient à dire que le champ acoustique est constant selon r.

### C. Conditions de propagation des modes

Pour statuer sur les conditions de propagation des modes acoustiques, on suppose ici que la vitesse axiale de l'écoulement reste inférieure à la vitesse du son, soit  $M_x < 1$ . D'après les



paragraphes D.6 et D.7, deux cas sont distingués en fonction du rapport entre  $|\beta|k_T$  et  $|m|\Omega/a$ . En introduisant la valeur de  $k_T$ , on a l'équivalence suivante :

$$|\beta|k_T > |m|\frac{\Omega}{a} \Leftrightarrow M^2 < 1$$

Ainsi, les cas d'un écoulement subsonique et supersonique doivent être traités indépendamment.

### Écoulement subsonique

Pour un ordre modal  $m$  donné, il existe deux ondes définies par les valeurs de  $k_x^{(+)}$  et  $k_x^{(-)}$ . Elles ne se propagent qu'aux fréquences supérieures à la fréquence de coupure  $f_c$  définie par :

$$f_c = \frac{a}{2\pi}|k_\theta|(\beta + \varepsilon M_\theta) \quad \text{où } \varepsilon = \text{signe de } m$$

Aux fréquences où ces ondes sont passantes, celle associée à  $k_x^{(-)}$  se propage toujours vers l'amont (sous forme de mode direct amont) tandis que l'autre se propage toujours vers l'aval :

- sous forme de mode direct aval pour  $f > f_0$  où :

$$f_0 = \frac{a}{2\pi}|k_\theta|(1 + M_\theta) > f_c,$$

- sous forme de mode inverse amont pour  $f < f_0$ .

### Écoulement supersonique

Puisqu'on a supposé  $M_x < 1$ , un écoulement supersonique signifie qu'il est fortement tournant.

Pour un ordre modal  $m$  positif, on retrouve ce qui a été énoncé dans le cas subsonique pour les fréquences supérieures à la fréquence de coupure  $f_c$ . Cependant, les ondes sont également passantes pour les fréquences inférieures à :

$$f'_c = \frac{a}{2\pi}|k_\theta|(M_\theta - \beta) > 0$$

Cette fois ci, c'est l'onde associée à  $k_x^{(+)}$  qui se propage vers l'amont (sous forme de mode direct amont) alors que celle associée à  $k_x^{(-)}$  se propage vers l'aval. Si  $M_\theta$  est compris entre  $\beta$  et 1, alors cette dernière onde est un mode direct aval pour  $f > f'_0$  où :

$$f'_0 = \frac{a}{2\pi}|k_\theta|(M_\theta - 1) > 0,$$

et un mode inverse amont pour  $f < f'_0$ . Par contre, si  $M_\theta \geq 1$ , alors il n'existe plus de mode direct aval et l'onde se propageant vers l'aval est un mode inverse amont quelle que soit la fréquence.

Pour un ordre modal  $m$  négatif, les deux ondes associées à  $k_x^{(+)}$  et  $k_x^{(-)}$  sont passantes à toutes les fréquences. Ces ondes tournent en sens inverse de l'écoulement. L'onde allant vers l'amont est toujours un mode direct amont. Si  $M_\theta > 1$ , celle se dirigeant vers l'aval est toujours un mode direct aval. Par contre, si  $\beta < M_\theta < 1$ , alors c'est un mode inverse amont aux fréquences inférieures à :

$$f_0 = \frac{a}{2\pi} |k_\theta| (1 - M_\theta)$$

et un mode direct aval aux autres fréquences.

#### D. Autres grandeurs acoustiques

Jusqu'ici, on ne s'est intéressé qu'à la pression acoustique. Toutes les autres grandeurs fluctuantes associées à l'onde acoustique sont reliées à la pression par les équations suivantes (cf. Annexe C) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{u}'_{\omega}^{(\pm)} = -\frac{d}{dt} \left( \frac{p'_{\omega}^{(\pm)}}{\gamma \bar{p}} \right) \\ \operatorname{rot} \vec{u}'_{\omega}^{(\pm)} = \vec{0} \\ s'_{\omega}^{(\pm)} = 0 \\ \frac{\rho'_{\omega}^{(\pm)}}{\bar{\rho}} = \frac{p'_{\omega}^{(\pm)}}{\gamma \bar{p}} \quad \text{avec} \quad \frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}} = a^2 \\ \frac{T'_{\omega}^{(\pm)}}{\bar{T}} = (\gamma - 1) \frac{p'_{\omega}^{(\pm)}}{\gamma \bar{p}} \end{array} \right. \quad (\text{D-3})$$

De plus, comme pour la pression, il est possible de les exprimer comme une somme de fluctuations élémentaires. Dans un conduit infiniment étroit, leur amplitude ne dépend pas de  $r$  :

$$\begin{aligned} u'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) &= \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ v'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) &= \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{v}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ s'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) &= \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{s}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ \rho'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) &= \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{\rho}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \\ T'_{\omega}^{(\pm)}(x, \theta, r, t) &= \delta(r - R) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{T}_m^{(\pm)}(\omega) e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \end{aligned}$$

En introduisant ces expressions dans les relations (D-3), puis en prenant la transformée de Fourier selon  $\theta$ , on obtient pour tout  $m$  le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\operatorname{div} \left[ \tilde{\mathbf{u}}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \right] = -\frac{1}{\gamma \bar{\rho}} \frac{d}{dt} \left[ \tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \right] \\
\overrightarrow{\operatorname{rot}} \left[ \tilde{\mathbf{u}}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - k_y y - k_x^{(\pm)} x)} \right] = \vec{0} \\
\tilde{\mathbf{s}}_m^{(\pm)} = 0 \\
\frac{\tilde{\rho}_m^{(\pm)}}{\bar{\rho}} = \frac{\tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)}}{\gamma \bar{\rho}} \quad \text{avec} \quad \frac{\gamma \bar{\rho}}{\bar{\rho}} = a^2 \\
\frac{\tilde{T}_m^{(\pm)}}{\bar{T}} = (\gamma - 1) \frac{\tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)}}{\gamma \bar{\rho}}
\end{array} \right. \quad (\text{D-4})$$

L'entropie, la température et la masse volumique liées à l'onde acoustique sont ainsi entièrement déterminées à partir de la pression. En outre, les conditions aux limites du conduit imposent une vitesse radiale nulle :

$$\tilde{w}_m^{(\pm)} = 0$$

Il ne reste plus qu'à exprimer les deux autres composantes de la vitesse à partir de la divergence et de la composante radiale du rotationnel dont les valeurs sont données par les équations (D-4) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{u}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \tilde{v}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)} \right] = -\frac{1}{\gamma \bar{\rho}} \frac{d}{dt} \left[ \tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)} \right] \\
\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \tilde{u}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{v}_m^{(\pm)} e^{i(\omega t - m\theta - k_x^{(\pm)} x)} \right] = 0
\end{array} \right.$$

Les dérivées sont aisément calculables. Après simplification, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\hat{k}_x^{(\pm)} \frac{\tilde{u}_m^{(\pm)}}{a} + \hat{k}_y \frac{\tilde{v}_m^{(\pm)}}{a} = \hat{K}^{(\pm)} \frac{\tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)}}{\gamma \bar{\rho}} \\
\hat{k}_y \frac{\tilde{u}_m^{(\pm)}}{a} - \hat{k}_x^{(\pm)} \frac{\tilde{v}_m^{(\pm)}}{a} = 0
\end{array} \right.$$

où les grandeurs sans dimension suivantes ont été introduites :

$$\hat{k}_x^{(\pm)} = \frac{a k_x^{(\pm)}}{\omega}, \quad \hat{k}_y = \frac{a k_y}{\omega}, \quad \hat{K}^{(\pm)} = 1 - M_x \hat{k}_x^{(\pm)} - M_y \hat{k}_y$$

Après résolution, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\tilde{u}_m^{(\pm)}(\omega)}{a} = \left( \frac{\hat{k}_x^{(\pm)}}{\hat{K}^{(\pm)}} \right) \frac{\tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{\rho}} \\
\frac{\tilde{v}_m^{(\pm)}(\omega)}{a} = \left( \frac{k_y}{\hat{K}^{(\pm)}} \right) \frac{\tilde{\mathbf{p}}_m^{(\pm)}(\omega)}{\gamma \bar{\rho}}
\end{array} \right.$$

## ANNEXE E DESCRIPTION STATISTIQUE DE LA TURBULENCE

La turbulence est un phénomène non linéaire aléatoire qu'il n'est possible de décrire que par une approche statistique. La vitesse est considérée comme une variable aléatoire. On définit sa moyenne d'ensemble par :

$$\langle \bar{U} \rangle (\bar{x}, t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{U}^{(j)}(\bar{x}, t)$$

où  $\bar{U}^{(j)}$  désigne une réalisation de la variable  $\bar{U}(\bar{x}, t)$ .

Cette moyenne est utilisée pour séparer les parties moyenne et fluctuante du champ turbulent :

$$U(\bar{x}, t) = \langle U \rangle (\bar{x}, t) + u'(\bar{x}, t)$$

Cette décomposition est appelée décomposition de Reynolds. Elle implique que la moyenne de la partie fluctuante est nulle. Ainsi, la turbulence est ramenée à une fluctuation autour d'un état moyen.

La moyenne d'ensemble étant un opérateur linéaire, il peut être interverti avec les dérivations temporelles et spatiales. De ce fait, il est possible de décrire le comportement du champ moyen en prenant la moyenne d'ensemble des équations localisées de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Ces équations du champ moyen sont appelées équations de Reynolds. Elles font intervenir les moyennes d'ensemble des différentes composantes de la vitesse et de la pression, mais aussi le tenseur défini par :

$$R_{ij}(\bar{x}, t) = \langle u'_i(\bar{x}, t) u'_j(\bar{x}, t) \rangle$$

appelé tenseur de Reynolds. Les équations régissant les grandeurs fluctuantes peuvent ensuite être déduites en soustrayant les équations du champ moyen aux équations instantanées. La turbulence intervient dans ces équations par l'intermédiaire de grandeurs statistiques d'ordre deux des variables aléatoires comme le tenseur de Reynolds.

### E.1 TENSEUR DES CORRELATIONS DES COMPOSANTES DE LA VITESSE

Afin de décrire l'état statistique de la turbulence, on s'intéresse à la corrélation statistique entre deux composantes de la vitesse fluctuante définie par :

$$R_{ij}(\bar{x}, \bar{x} + \bar{r}) = \langle u'_i(\bar{x}, t) u'_j(\bar{x} + \bar{r}, t) \rangle$$

Le tenseur ainsi défini est appelé tenseur des corrélations. Il contient toute l'information relative à la structure statistique d'ordre deux en deux points du champ fluctuant.

La turbulence est dite statistiquement stationnaire si les variables statistiques turbulentes sont indépendantes du temps. En particulier, pour une telle turbulence, le tenseur des corrélations ne dépend pas du temps. En outre, la moyenne statistique est égale à la moyenne temporelle (principe d'ergodicité).

Par ailleurs, la turbulence est dite statistiquement homogène dans une ou plusieurs directions de l'espace si les grandeurs statistiques turbulentes sont invariantes par translation dans ces directions. Notamment, dans ce cas, le tenseur des corrélations ne dépend plus que de la distance et de la direction séparant les deux points (vecteur  $\vec{r}$ ). En outre, la moyenne statistique devient égale à une moyenne spatiale selon la direction d'homogénéité. La turbulence est homogène selon une direction si les gradients de l'écoulement moyen sont uniformes dans cette direction. En particulier, dans un écoulement uniforme, c'est-à-dire dont les grandeurs moyennes sont constantes dans tout l'espace, la turbulence est statistiquement homogène. Si en plus les grandeurs statistiques sont invariantes par rotation dans l'espace, la turbulence est dite isotrope. Dans ce cas, le tenseur des corrélations ne dépend plus que de la distance entre les deux points et devient indépendant de la direction.

## E.2 TENSEUR SPECTRAL D'UNE TURBULENCE HOMOGENE

Dans le cas d'une turbulence homogène, plutôt que de traiter le problème dans l'espace physique, on s'intéresse à la turbulence dans l'espace de Fourier associé. On définit alors le tenseur spectral des corrélations doubles de la vitesse comme étant la transformée de Fourier spatiale (dans les 3 directions) du tenseur des corrélations, soit :

$$\begin{aligned}\phi_{ij}(\vec{k}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\mathbb{R}^3} R_{ij}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r} \\ R_{ij}(\vec{r}) &= \iiint_{\mathbb{R}^3} \phi_{ij}(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{k}\end{aligned}$$

Ce tenseur spectral contient exactement la même information sur la turbulence que le tenseur des corrélations. Ainsi, sa détermination suffit à caractériser la turbulence d'un point de vue statistique. Contrairement au tenseur des corrélations qui fournit l'information turbulente en un point donné de l'espace, le tenseur spectral la détermine en fonction de nombres d'ondes, ces derniers pouvant être interprétés comme une échelle de grandeur de la taille des structures turbulentes.

## E.3 SPECTRE D'ENERGIE

L'énergie cinétique turbulente définie par :

$$\kappa = \frac{1}{2} \langle \vec{u}'^2 \rangle$$

peut s'exprimer en fonction du tenseur de corrélation ou du tenseur spectral :

$$\kappa = \frac{1}{2} R_{ii}(0) = \frac{1}{2} \iiint \phi_{ii}(\vec{k}) d\vec{k}$$

On définit alors le spectre d'énergie de telle sorte que :

$$\kappa = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E(k) dk$$

Il caractérise l'énergie cinétique contenue dans les structures turbulentes de taille  $2\pi/k$ . Par comparaison avec l'expression précédente de l'énergie cinétique, on peut l'écrire comme l'intégrale du tenseur spectral sur le module du vecteur d'onde  $\vec{k}$  :

$$E(k) = \frac{1}{2} \int_{k=|\vec{k}|} \phi_{ii}(\vec{k}) dk$$

### Turbulence homogène isotrope

Le spectre d'énergie est très utile pour décrire une turbulence homogène isotrope. En effet, dans ce cas particulier, il contient toute l'information turbulente et permet d'exprimer le tenseur spectral du fait de l'invariance par translation et rotation de ce dernier. On a :

$$\phi_{ij}(\vec{k}) = \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left[ \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right]$$

Cela traduit le fait que l'énergie n'est pas polarisée et qu'elle est distribuée de manière uniforme sur tous les vecteurs d'onde de même module  $k$ .

## E.4 SPECTRES UNIDIMENSIONNELS

En pratique, il est difficile de connaître expérimentalement le tenseur spectral. En effet, pour pouvoir effectuer les transformations de Fourier, il faudrait faire des mesures sur un grand nombre de points, ce qui est impossible. Une solution est de se limiter à l'information turbulente dans une direction donnée (désignée ici par l'indice  $\alpha$ ). Le tenseur des corrélations se réduit alors à :

$$R_{ij}(r_\alpha \vec{e}_\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\vec{k}) e^{-ik_\alpha r_\alpha} dk_\alpha dk_\beta dk_\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\vec{k}) dk_\beta dk_\gamma \right] e^{-ik_\alpha r_\alpha} dk_\alpha$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  désignent les trois directions de l'espace et  $\vec{e}_\alpha$  un vecteur unitaire dans la direction  $\alpha$ .

On définit les spectres unidimensionnels comme l'intégrale des composantes du tenseur spectral sur deux des trois composantes de  $\vec{k}$  :

$$E_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k}_\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\vec{\mathbf{k}}) d\mathbf{k}_\beta d\mathbf{k}_\gamma$$

Le tenseur des corrélations dans la direction  $\alpha$  peut alors être exprimé comme la transformée de Fourier dans une seule direction d'un spectre unidimensionnel :

$$R_{ij}(r_\alpha \vec{\mathbf{e}}_\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k}_\alpha) e^{-ik_\alpha r_\alpha} d\mathbf{k}_\alpha$$

Réciproquement, par transformation de Fourier inverse, on a :

$$E_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k}_\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(r_\alpha \vec{\mathbf{e}}_\alpha) e^{ik_\alpha r_\alpha} dr_\alpha$$

L'obtention expérimentale de ces spectres unidimensionnels ne nécessite des mesures que le long d'une seule direction. Ainsi, le nombre de points de mesure est donc réduit par rapport à celui nécessaire pour connaître le tenseur spectral complet. L'information turbulente contenue dans ces spectres unidimensionnels, bien que partielle, s'avère souvent suffisante. Par exemple, le tenseur de Reynolds est obtenu par l'intégration de ces spectres sur la dernière composante de  $\vec{\mathbf{k}}$  :

$$R_{ij}(\vec{\mathbf{0}}) = \langle u'_i u'_j \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} E_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k}_\alpha) d\mathbf{k}_\alpha$$

### Turbulence homogène isotrope

Dans le cas particulier de la turbulence homogène isotrope, on peut exprimer les spectres unidimensionnels en fonction du spectre d'énergie  $E(k)$ .

On considère ici  $\alpha = 1$  mais le raisonnement est le même pour  $\alpha = 2$  ou  $3$  en permutant les indices. L'intégrale double sur  $k_2$  et  $k_3$  peut être remplacée par une intégrale sur  $k_0$  et  $\theta$  tels que  $k_2 = k_0 \cos \theta$  et  $k_3 = k_0 \sin \theta$ . L'intégrale sur  $\theta$  est alors facilement calculable. Il ne reste plus que celle sur  $k_0$  qui peut être ramenée par changement de variable à une intégrale sur  $k$ . Après calcul, on a :

$$E_{11}(k_1) = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{+\infty} \frac{E(\kappa)}{\kappa} \left( 1 - \frac{k_1^2}{\kappa^2} \right) d\kappa$$

$$E_{22}(k_1) = E_{33}(k_1) = \frac{1}{4} \int_{k_1}^{+\infty} \frac{E(\kappa)}{\kappa} \left( 1 + \frac{k_1^2}{\kappa^2} \right) d\kappa$$

## E.5 HYPOTHESE DE TAYLOR

En réalité, on ne dispose souvent que d'une mesure de la vitesse en un unique point. Dans ce cas, ni le tenseur spectral, ni les spectres unidimensionnels ne sont accessibles directement. On peut alors supposer que la turbulence est « gelée », c'est-à-dire qu'elle ne se déforme pas au cours du temps mais qu'elle est simplement convectée par l'écoulement du point de vue du point de mesure. Cette hypothèse est appelée hypothèse de Taylor. Si le repère est orienté de manière à ce que l'écoulement moyen soit aligné selon la première direction, elle implique que :

$$\bar{u}'(\bar{x} + r_1 \bar{e}_1, t) = \bar{u}'(\bar{x}, t - \tau) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{r_1}{U}$$

On définit aussi le tenseur de corrélation temporelle de la vitesse en un point :

$$\hat{R}_{ij}(\tau) = \langle u'_i(\bar{x}, t)^* u'_j(\bar{x}, t + \tau) \rangle$$

Pour une turbulence stationnaire, il ne dépend que de  $\tau$  et pas de  $t$ . Contrairement au tenseur de corrélation spatial qui exprime la corrélation au même instant des vitesses en deux points distincts, le tenseur de corrélation temporelle exprime la corrélation en un unique point entre la vitesse à deux instants différents. De ce fait, il est mesurable avec une seule sonde.

Grâce à l'hypothèse de Taylor, on peut relier les tenseurs de corrélations temporelle et spatiale :

$$R_{ij}(r_1 \bar{e}_1) = \langle u'_i(\bar{x}, t)^* u'_j(\bar{x} + r_1 \bar{e}_1, t) \rangle = \langle u'_i(\bar{x}, t)^* u'_j(\bar{x}, t - \tau) \rangle = \hat{R}_{ij}(\tau)$$

On ne considère plus le tenseur de corrélation temporelle, mais sa transformée de Fourier :

$$S_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}_{ij}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

La transformée temporelle est facilement calculable à partir d'un seul point de mesure. Ce spectre peut alors être relié aux spectres unidimensionnels précédemment définis :

$$S_{ij}(\omega) = \frac{1}{U} E_{ij}^{(1)}(k_1) \quad \text{avec} \quad k_1 = \frac{\omega}{U}$$

En pratique, on s'intéresse surtout aux deux spectres  $S_{uu}$  ( $l=j=1$ ) et  $S_{ww}$  ( $l=j=3$ ) correspondant respectivement aux densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse perpendiculaires et parallèles au flux moyen.

### Longueur de corrélation

On s'intéresse maintenant à un nouveau tenseur de corrélation faisant intervenir aussi bien la corrélation temporelle que la corrélation spatiale :



$$\widehat{R}_{ij}(\vec{r}, \tau) = \langle u'_i(\vec{x}, t)^* u'_j(\vec{x} + \vec{r}, t + \tau) \rangle$$

On prend la transformée de Fourier temporelle de ce tenseur et on se limite à  $r_1 = r_3 = 0$  :

$$S_{ij}(r_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \widehat{R}_{ij}(r_2 \vec{e}_2, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

Comme précédemment, il est possible de relier ce nouveau spectre au tenseur de corrélation classique grâce à l'hypothèse de Taylor :

$$\begin{aligned} R_{ww}(r_1 \vec{e}_1 + r_2 \vec{e}_2) &= \widehat{R}_{ww}(r_2 \vec{e}_2, \tau) \\ S_{ww}(r_2, \omega) &= \frac{1}{2\pi U} \int_{r_1=-\infty}^{\infty} R_{ww}(r_1 \vec{e}_1 + r_2 \vec{e}_2) e^{ik_1 r_1} dr_1 \end{aligned}$$

On définit alors à partir de ce spectre la longueur de corrélation transversale des fluctuations de vitesse perpendiculaires à l'écoulement moyen comme suit :

$$l_y(\omega) = \frac{1}{S_{ww}(0, \omega)} \int_{r_2=0}^{\infty} S_{ww}(r_2, \omega) dr_2$$

L'intégrale sur  $r_2$  peut alors être explicitée à l'aide du tenseur spectral bidimensionnel :

$$\begin{aligned} \int_{r_2=0}^{\infty} S_{ww}(r_2, \omega) dr_2 &= \frac{1}{2} \int_{r_2=-\infty}^{\infty} S_{ww}(r_2, \omega) dr_2 = \frac{\pi}{U} \phi_{ww}(k_1, 0) \\ \text{avec } \phi_{ww}(k_1, k_2) &= \int_{k_3=-\infty}^{+\infty} \phi_{ww}(k_1, k_2, k_3) dk_3 \end{aligned}$$

Finalement, la longueur de corrélation  $l_y$  se met sous la forme :

$$l_y(\omega) = \frac{\pi \phi_{ww}(k_1, 0)}{U S_{ww}(\omega)} = \frac{\pi \phi_{ww}(k_1, 0)}{E_{33}^{(1)}(k_1)}$$

### Turbulence homogène isotrope

Dans le cas de la turbulence homogène isotrope, tout comme pour les spectres unidimensionnels, il est possible d'exprimer les densités spectrales  $S_{uu}$  et  $S_{ww}$  en fonction du spectre d'énergie  $E(k)$  :

$$S_{uu}(\omega) = \frac{1}{2U} \int_{k_1}^{+\infty} \frac{E(k)}{k} \left( 1 - \frac{k_1^2}{k^2} \right) dk$$

$$S_{ww}(\omega) = \frac{1}{4\bar{U}} \int_{k_1}^{+\infty} \frac{E(\kappa)}{\kappa} \left(1 + \frac{k_1^2}{\kappa^2}\right) d\kappa$$

## E.6 MODELES DE TURBULENCE HOMOGENE ISOTROPE

La turbulence homogène isotrope a été largement étudiée. On a vu précédemment que pour une telle turbulence, toutes les grandeurs statistiques découlent du spectre d'énergie. De plus, ce spectre peut être exprimé à l'aide de seulement deux paramètres :

- la valeur RMS de la vitesse turbulente, identique dans les 3 directions en raison de l'isotropie. De plus, la turbulence est également supposée stationnaire. De ce fait, les moyennes d'ensemble peuvent être ramenées à des moyennes temporelles :

$$\langle u_1'^2 \rangle = \langle u_2'^2 \rangle = \langle u_3'^2 \rangle = \overline{u'^2}$$

- l'échelle intégrale de la turbulence  $\Lambda$ , également identique dans toutes les directions. Cette longueur est une estimation de la taille des tourbillons les plus énergétiques. Elle est égale à :

$$\Lambda = \frac{1}{\langle u_j' \rangle} \int_0^{\infty} R_{jj}(r_\alpha \bar{e}_\alpha) dr_\alpha$$

Plusieurs modèles ont été établis pour décrire ce spectre. Deux sont présentés ci-dessous.

### A. Modèle de Von Karman

Le spectre d'énergie s'écrit :

$$E(\kappa) = \frac{55\sqrt{\pi} \overline{u'^2}}{9 k_e} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)} \frac{\left(\frac{\kappa}{k_e}\right)^4}{\left[1 + \left(\frac{\kappa}{k_e}\right)^2\right]^{17/6}} \quad \text{avec} \quad k_e = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(5/6)}{\Lambda \Gamma(1/3)}$$

où  $\Gamma$  est la fonction gamma. On en déduit les expressions des autres grandeurs décrites plus haut :

$$\phi_{ww}(k_1, k_2) = \frac{4 \overline{u'^2}}{9\pi k_e^2} \frac{\left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{k_e}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{k_e}\right)^2\right]^{7/3}} \quad S_{uu}(\omega) = \frac{\overline{u'^2} \Lambda}{\pi \bar{U}} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2\right]^{5/6}}$$

$$I_y(\omega) = \frac{8 \Lambda}{3} \left( \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(5/6)} \right)^2 \frac{\left( \frac{k_1}{k_e} \right)^2}{\left[ 3 + 8 \left( \frac{k_1}{k_e} \right)^2 \right] \sqrt{1 + \left( \frac{k_1}{k_e} \right)^2}} \quad S_{ww}(\omega) = \frac{\overline{u'^2} \Lambda}{6\pi\bar{U}} \frac{3 + 8 \left( \frac{k_1}{k_e} \right)^2}{\left[ 1 + \left( \frac{k_1}{k_e} \right)^2 \right]^{11/6}}$$

### B. Modèle de Liepman

Le spectre d'énergie s'écrit :

$$E(k) = \frac{8 \overline{u'^2} \Lambda}{\pi} \frac{(k\Lambda)^4}{\left[ 1 + (k\Lambda)^2 \right]^3}$$

On en déduit les expressions des autres grandeurs :

$$\begin{aligned} \phi_{ww}(k_1, k_2) &= \frac{3 \overline{u'^2} \Lambda^2}{4\pi} \frac{k_1^2 \Lambda^2 + k_2^2 \Lambda^2}{\left[ 1 + k_1^2 \Lambda^2 + k_2^2 \Lambda^2 \right]^{5/2}} & S_{uu}(\omega) &= \frac{\overline{u'^2} \Lambda}{\pi\bar{U}} \frac{1}{1 + k_1^2 \Lambda^2} \\ I_y(\omega) &= \frac{3\pi \Lambda}{2\sqrt{1 + k_1^2 \Lambda^2}} \frac{k_1^2 \Lambda^2}{1 + 3k_1^2 \Lambda^2} & S_{ww}(\omega) &= \frac{\overline{u'^2} \Lambda}{2\pi\bar{U}} \frac{1 + 3k_1^2 \Lambda^2}{\left[ 1 + k_1^2 \Lambda^2 \right]^2} \end{aligned}$$

# BIBLIOGRAPHIE

- [AMI75] AMIET R.K. Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent flow. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 41 (4), 407-420
- [AMI76] AMIET R.K. Noise due to turbulent flow past a trailing edge. *Journal of Sound and Vibration*, 1976, 47 (3), 387-393
- [ARN72] ARNOLD J.S. Generation of Combustion Noise. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1972, 52 (1), 5-12
- [BAK07] BAKE F., MICHEL U., ROEHLE I. Investigation of Entropy Noise in Aero-Engine Combustors. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, avril 2007, 129, 370-376
- [BAK08] BAKE F., KINGS N., ROEHLE I. Fundamental Mechanism of Entropy Noise in Aero-Engines: Experimental Investigation. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, janvier 2008, 130
- [BAK09] BAKE F. *et al.* Experimental investigation of the entropy noise mechanism in aero-engines. *Aeroacoustics*, 2009, 8 (1 & 2), 125-142
- [BEN93] BENDAT J.S., PIERSOL A.G. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. Second edition. New York : John Wiley & Sons Inc., 1993, 472 p. (ISBN : 0-471-57055-9)
- [BER98] BERGMANN V. *et al.* Application of spontaneous Raman and Rayleigh scattering and 2D LIF for the characterization of a turbulent CH<sub>4</sub>/H<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> jet diffusion flame. *Appl. Phys. B*, 1998, 66, 489-502
- [BOG63] BOGERT B.P., HEALY M.J.R., TUKEY J.W. Chapter 15: The Quefrency Analysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, pseudo-Autocovariance, Cross-Cepstrum, and Saphe-Crackin. In : ROSENBLATT M. *Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis*. New York : Wiley, 1963, p. 209-243
- [BOR00] BORGHI R., CHAMPION M. *Modélisation et théorie des flammes*. Paris : éditions TECHNIP, 2000, 402 p. (ISBN : 2-7108-0758-0)
- [BOU06] BOUDIER Guillaume. Communication personnelle.
- [BOU07] BOUDIER G. *Application de la méthode LES à la combustion instationnaire dans les foyers d'hélicoptère*. Th : Dynamique des fluides. Toulouse : Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007
- [BRA63] BRAGG S.L. Combustion Noise. *Journal of the Institute of Fuel*, 1963, 36, 12-16
- [CHI73] CHIU H.H., PLETT E.G., SUMMERFIELD M. Noise generation by duct combustion. In: *AIAA Aeroacoustics Conference, 1973, Seattle, Washington, USA*
- [CHI74] CHIU H.H., SUMMERFIELD M. Theory of combustion noise. *Acta Astronautica*, 1974, 1, 967-984
- [CHU58] CHU B.T., KOVASZNY L.S.G. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 1958, 3, 494-514
- [COM90] COLOMBEAU J.F. *Multiplication of distributions*. Bulletin of the American Mathematical Society, 1990, 23 (2), 251-268
- [CRO56] CROCCO L., CHENG SIN-I. *Theory of combustion instability in Liquid Propellant Rocket Motors*. London : Butterworths Scientific Publications, 1956, 200 p. (ISBN : 1-1240-9150-5)
- [CUM77a] CUMPSTY N.A. A critical review of turbomachinery noise. *Transactions of the ASME, Journal of fluids engineering*, 1977, 99, 278-293
- [CUM77b] CUMPSTY N.A., MARBLE F.E. The interaction of entropy fluctuation with turbine blade rows; a mechanism of turbojet engine noise. *Proceedings of the Royal Society London A*, 1977, 357, 323-344

## Bibliographie

---

- [CUM77c] CUMPSTY N.A., MARBLE F.E. Core noise from gas turbine exhausts. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, 54 (2), 297-309
- [CUM79] CUMPSTY N.A. Jet engine combustion noise: pressure, entropy and vorticity perturbations produced by unsteady combustion or heat addition. *Journal of Sound and Vibration*, 1979, 66 (4), 527-544
- [DEN97] DENOS R., SIEVERDING C.H. Assessment of the Cold-Wire Resistance Thermometer for High-Speed Turbomachinery Applications. *Journal of Turbomachinery*, janvier 1997, 119, 140-148
- [FAR86] FARRANDO A., JOUBERT P. Bilan des programmes SPAÉ et EGC (Études Générales Civiles) pour l'année 1986. Rapport interne Turbomeca, 1986
- [FFT06] Free Field Technologies. ACTRAN – Aeroacoustics solutions – User's Manual. 2006
- [GLI00] GLIEBE P., MANI R. *et al.* *Aeroacoustic prediction codes*. NASA, 2000 (Contractor Report 2000-210244)
- [GUE84] GUEDEL A., FARRANDO A. Turboshaft engine noise study. In : *14<sup>th</sup> congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS)*, September 10-14, 1984, Toulouse, France
- [GUE85] GUEDEL A. Rapport de synthèse n°25/5139 : assistance technique de l'Onéra au marché STPA-Turbomeca relatif au bruit des turbomachines. octobre 1985
- [GUE86] GUEDEL A., FARRANDO A. Experimental study of turboshaft engine core noise. *Journal of aircraft*, 1986, 23 (10), 763
- [GUE87] GUEDEL A. Rapport final n°29/5139Y : assistance technique de l'Onéra au marché STPA-Turboméca relatif au bruit des turbomachines. septembre 1987
- [HAN01a] HANSON D.B. *Broadband noise of fans with unsteady coupling theory to account for rotor and stator reflection/transmission effects*. NASA, 2001 (Contractor Report 2001-211136 Rev1)
- [HAN01b] HANSON D.B. *Theory for broadband noise of rotor and stator cascades with inhomogeneous inflow turbulence including effects of lean and sweep*. NASA, 2001 (Contractor Report 2001-210762)
- [HO79] HO P.Y., DOYLE V.L. Combustion noise prediction update . In : *5th AIAA Aeroacoustics Conference, March 12-14, 1979, Seattle, Washington, USA*
- [HOW73] HOWE M.S. Multiple scattering of sound by turbulence and other inhomogeneities. *Journal of Sound and Vibration*, 1973, 27 (4), 455-476
- [HOW78] HOWE M.S. A review of the theory of trailing edge noise. *Journal of Sound and Vibration*, 1978, 61 (3), 437-465
- [HOW99] HOWE M.S. Trailing edge noise at low mach numbers. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 225 (2), 211-238
- [HUE07] HUET M., DAX A. Bruit de combustion : étude bibliographique, recherche de formulations acoustiques et de cas test. Rapport Technique n° RT 6/10886 DSN dans le cadre du PRC AITEC, 2007
- [HUF74] HUFF R.G., CLARK B.J., DORSCH R.G. *Interim prediction method for low frequency core engine noise*. NASA, 1974 (Technical Memorandum X-71627)
- [HUF84] HUFF R.G. *Simplified combustion noise theory yielding a prediction of fluctuating pressure level*. NASA, 1984 (Technical Paper 2237)
- [HUR68] HURLE I.R. *et al.* Sound emission from open turbulent premixed flames. *Proceedings of the Royal Society London A*, 1968, 303, 409-427
- [IHM05] IHME M., BODONY D., PITTSCH H. *Towards the prediction of combustion-generated noise in non-premixed turbulent flames using large-eddy simulation*. Center for Turbulence Research, 2005 (Annual Research Briefs)
- [JAC00] JACOB M.C., ROBERT G., FREMION N., GUERRAND S. In-flow acoustic measurements on high speed trains. In : *AIAA/CEAS meeting, June 12-14, 2000, Lahaina, Hawaii*, AIAA paper n° 2000-20116

- [JAN89] JANAKIRAN R.D., SMITH M.J., TADGHIGHI H. Importance of engine as a source of helicopter external noise. In : *12<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, 1989, San Antonio*
- [KAJ70a] KAJI S., OKAZAKI T. Propagation of sound waves through a blade row - I. Analysis based on the semi-actuator disk theory. *Journal of Sound and Vibration*, 1970, 11 (3), 339-353
- [KAJ70b] KAJI S., OKAZAKI T. Propagation of sound waves through a blade row - II. Analysis based on the acceleration potential method. *Journal of Sound and Vibration*, 1970, 11 (3), 355-375
- [KAZ74] KAZIN S.B. *Core engine noise control program - vol 3: prediction methods*. Federal Aviation Administration, may 1974 (report n°DOT-FA72WA-3023)
- [KAZ75] KAZIN S.B., MATTA R.K. Turbine noise generation, reduction and prediction. In : *2<sup>nd</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, March 24-26, 1975, Hampton, Va., USA*
- [KEL95] KELLER J.J. Thermoacoustic oscillations in combustion chambers of gas turbines. *AIAA Journal*, 1995, 33 (12), 2280-2287
- [KIL02] KILPATRICK J. M. *et al.* Measurement of unsteady gas temperature with optical fibre Fabry-Perot microsensors. *Measurement science & technology*, 2002, vol. 13, n°5, pp. 706-712
- [KRA53] KRAICHNAN R.H. The scattering of sound in a turbulent medium. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1953, 25 (6), 1096-1104
- [KRE76] KREJSA E.A., VALERINO M.F. *Interim prediction method for turbine noise*. NASA, 1976 (Technical Memorandum 73566)
- [LEW00] LEWY S. *Acoustique Industrielle Et Aéroacoustique*. Paris : Hermes Science Publications, 2001, 556 p. (Acoustique) (ISBN : 2-7462-0163-1)
- [LEY09] LEYKO M., NICOUD F., POINSOT T. Comparison of direct and indirect combustion noise. *AIAA journal*, 2009, 47 (11)
- [LIG52] LIDTHILL M. J. On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1952, 211, 564-587
- [LIG54] LIDTHILL M. J. On Sound Generated Aerodynamically. II. Turbulence as a Source of Sound. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1954, 222, 1-32
- [LU77] LU H.Y. An analytical model for entropy noise of subsonic nozzle flow. In : *4<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, Oct 3-5, 1977, Atlanta, Georgia, USA*
- [MAG86] MAGRE P. *et al.* Application de la méthode DRASC à la mesure de la température dans une flamme turbulente. *AGARD Conference Proceedings*, 1986, 399, 5.1-5.12. In : *Propulsion and energetics panel symposium n°67, 1986, Philadelphia*.
- [MAH91] MAHAN J.R., KARCHMER A. Chap 9 : Combustion and core noise. In : HUBBARD H.H. *Aeroacoustics of flight vehicles: theory and practice - volume 1 : noise sources*. Langley : NASA Langley Research Center, 1991, p 483-517
- [MAR77] MARBLE F.E., CANDEL S.M. Acoustic disturbance from gas non-uniformities convected through a nozzle. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, 55 (2), 225-243
- [MAT74] MATHEWS D.C., PERACCHIO A.A. Progress in core engine and turbine noise technology. In : *AIAA, Aircraft Design, Flight Test and Operations Meeting, Aug 12-14, 1974, Los Angeles, California*
- [MAT75] MATHEWS D.C., NAGEL R.T., KESTER J.D. Review of theory and methods for turbine noise prediction. In : *2<sup>nd</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, March 24-26, 1975, Hampton, Va., USA*
- [MAT76] MATHEWS D.C., REKOS N.F. Jr. Direct combustion generated noise in turbopropulsion systems – prediction and measurement . In : *3<sup>rd</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, July 20-23, 1976, Palo Alto, California, USA*

## Bibliographie

---

- [MEI00] MEIER W. *et al.* Raman/Rayleigh/LIF measurements in a turbulent CH<sub>4</sub>/H<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> jet diffusion flame: experimental techniques and turbulence-chemistry interaction. *Combustion & Flame*, 2000, 123, 326-343
- [MOR71] MORFEY C.L. Acoustic energy in non uniform flows. *Journal of Sound and Vibration*, 1971, 14 (2), 159-170
- [MUH07] MÜHLBAUER B. *et al.* Fundamental Mechanism of Entropy Noise in Aero-Engines: Numerical Simulation. In : *ASME Turbo Expo 2007 : Power for Land, Sea, and Air, May 14–17, 2007, Montreal, Canada*
- [MUT78] MUTHUKRISHNAN M., STRAHLE W.C., NEALE D.H. Separation of hydrodynamic, entropy and combustion noise in a gas turbine combustor. *AIAA journal*, 1978, 16 (4), 320-327
- [MUT80] MUTHUKRISHNAN M., STRAHLE W.C., NEALE D.H. Estimation of noise source strengths in a gas turbine combustor . In : *18th AIAA Aerospace Sciences Meeting, January 14-16, 1980, Pasadena, California, USA*
- [OYE95] OYEDIRAN A., DARLING D., RADHAKRISHNAN K. *Review of combustion-acoustic instabilities*. NASA, 1995 (Technical Memorandum 107020)
- [PAN02] PANIAGUA G., DENOS R., OROPESA M. Thermocouple probes for accurate temperature measurements in short duration facilities. In : *ASME TURBO EXPO 2002, June 3-6, 2002, Amsterdam, The Netherlands*
- [PHI02] PHILIPPE J.-J. Le bruit des hélicoptères. In : *38ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée AAAF, 7-8 octobre, 2002, Arcachon, France*
- [PHI60] Phillips O.M. On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1960, 9 (1), 1-28.
- [PIC75] PICKETT G.F. Core engine noise due to temperature fluctuations convecting through turbine blade rows. In : *2nd AIAA Aeroacoustics Conference, March 24-26, 1975, Hampton, Va., USA*
- [POI01] POINSOT T., VEYNANTE D. Chap 8: Flame/acoustics interactions. In : *Theoretical and numerical combustion*. Philadelphia : R.T. Edwards, 2001, p. 375-430
- [POI08] POIRÉ Bernard. Communication personnelle, 2008
- [PUT76] PUTMAN A.A. Combustion Noise in Industrial Burners. *Noise Control Engineering Journal*, 1976, 7 (1), 24-34
- [RAF] RAPHAEL Elie. Cours sur les distributions. Espci.
- [RAY] Lord Rayleigh. The explanation of certain acoustical phenomena. *Nature*, 1878, 18 (455), 319–321
- [RUD73] RUDD M.J. A note on the scattering of sound in jets and the wind. *Journal of Sound and Vibration*, 1973, 26 (4), 551-560
- [SAE94] SAE Technical Standards. *Gas turbine jet exhaust noise prediction*. Aerospace Recommended Practice, n°876 revision number D, 1994
- [SCH03] SCHNEIDER C. *et al.* Flow field measurements of stable and locally extinguishing hydrocarbon-fuelled jet flames. *Combustion & Flame*, 2003, 135, 185-190
- [SCH05] SCHRAM Christophe. Communication personnelle, 2005
- [SIN04] SINGH K.K., FRANKEL S.H., GORE J.P. Study of spectral noise emissions from standard turbulent nonpremixed flames. *AIAA Journal*, 2004, 42 (5), 931-936
- [SMI69] SMITH M.J.T., BUSHHELL K.W. *Turbine noise: it's significance in the civil aircraft noise problem*. ASME publication, 1969 (n°69-WA/GT-12)
- [SOF77] SOFRIN T.G., RILOFF N. *Experimental clean combustor program - noise study*. NASA, 1997 (Contractor Report 1977-135106)

- 
- [STR71] STRAHLE W.C. On combustion generated noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 49 (2), 399-414
- [STR76a] STRAHLE W.C., MUTHUKRISHNAN M. Combustion generated noise in gas turbine combustors. *Transactions of the ASME, Journal of engineering for gas turbine and power*, 1976, 98, 242-246
- [STR76a] STRAHLE W.C., MUTHUKRISHNAN M. Thermocouple time constant measurement by cross power spectra. *AIAA journal*, 1976, 14 (11), 1642-1644
- [STR76b] STRAHLE W.C., SHIVASHANKARA B.N. Thermocouple time constant measurement by cross power spectra. *AIAA journal*, 1976, 14 (11), 1642-1644
- [STR78] STRAHLE W.C. Combustion noise. *Progress in Energy and Combustion Science*, 1978, 4, 157-176
- [STR80] STRAHLE W.C., MUTHUKRISHNAN M. Correlation of combustor rig sound power data and theoretical basis of results. *AIAA journal*, 1980, 18 (3), 269-274
- [THO66] THOMAS A., WILLIAMS G.T. Flame noise: sound emission from spark-ignited bubbles of combustible gas. *Proceedings of the Royal Society London A*, 1966, 294, 449-466
- [TYL62] TYLER J.M., SOFRIN T.G. Axial flow compressor noise. *Trans. Soc. Automotive Engineers*, 1962, 70, 309-332





**ECOLE CENTRALE DE LYON**  
**DIRECTION DE LA RECHERCHE**

**Liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon**

Nom-Prénom	Corps grade	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
AURIOL Philippe	professeur	AMPERE	ECL
BEROUAL Abderrahmane	professeur	AMPERE	ECL
BURET François	maître de conférences	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
MARTELET Claude	professeur	AMPERE	ECL
NICOLAS Alain	professeur	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	chargé de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	professeur	AMPERE	ECL
VOLLAIRE Christian	maître de conférences	AMPERE	ECL

**Nbre Ampère 11**

HELLOUIN Yves	maître de conférences	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	professeur	DER EEA	ECL

**Nbre DER EEA 2**

GUIRALDENQ Pierre	professeur émérite	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	professeur	DER STMS	ECL

**Nbre DER STMS 2**

LOHEAC Jean-Pierre	maître de conférences	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	professeur émérite	ICJ	ECL
MARION Martine	professeur	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	professeur	ICJ	ECL
MUSY François	maître de conférences	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	professeur	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	maître de conférences	ICJ	ECL

**Nbre ICJ 7**

DAVID Bertrand	professeur	ICTT	ECL
----------------	------------	------	-----

**Nbre ICTT 1**

CALLARD Anne-Ségolène	maître de conférences	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	maître de conférences	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	professeur	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	maître de conférences	INL	ECL
GARRIGUES Michel	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL

JOSEPH Jacques	professeur	INL	ECL
KRAWCZYK Stanislas	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	professeur émérite	INL	ECL
O'CONNOR Ian	maître de conférences	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	professeur	INL	ECL
ROBACH Yves	professeur	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL

**Nbre INL 20**

CHEN Liming	professeur	LIRIS	ECL
-------------	------------	-------	-----

**Nbre LIRIS 1**

BAILLY Christophe	professeur	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	professeur émérite	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT genevièvre	professeur émérite	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	maître de conférences	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	professeur	LMFA	ECL
HENRY Daniel	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	professeur	LMFA	ECL
JUVE Daniel	professeur	LMFA	ECL
LE RIBAUT Catherine	chargée de recherche	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	professeur	LMFA	ECL
PERKINS Richard	professeur	LMFA	ECL
ROGER Michel	professeur	LMFA	ECL
SCOTT Julian	professeur	LMFA	ECL
SHAO Liang	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	maître de conférences	LMFA	ECL

**Nbre LMFA 23**

BENAYOUN Stéphane	professeur	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	professeur	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	maître de conférences	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	maître de conférences	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfried	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	professeur émérite	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	past	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	maître de conférences	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	professeur	LTDS	ECL
JUVE Denyse	ingénieur de recherche	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL

LOUBET Jean-Luc	<i>directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	<i>directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	<i>maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	<i>maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SIDOROFF François	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
SINOUE Jean-Jacques	<i>maître de conférences</i>	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	<i>professeur émérite</i>	LTDS	ECL

**Nbre LTDS 25**

Total HdR ECL

91

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur M. ROGER

et les rapports de

Monsieur F. NICOUD  
Professeur - Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier - Université Montpellier 2  
Case courrier 051 - Place Eugène Bataillon - 34095 MONTPELLIER cedex

Et de

Monsieur C. SCHRAM  
Professeur - Von Karman Institute - 72 chaussée de Waterloo - 1640 RHODE-ST-GENESE - Belgique

**Mademoiselle LEMOULT Mélanie**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)**

Fait à Ecully, le 19 novembre 2010

P/Le Directeur de l'E.C.L.  
La Directrice des Etudes

