HAL
open science

Étude des directions d'arrivée du rayonnement dans une chambre réverbérante

Kamel Nafkha

▶ To cite this version:

Kamel Nafkha. Étude des directions d'arrivée du rayonnement dans une chambre réverbérante. Autre. Université Paris-Est, 2009. Français. NNT : 2009PEST1039 . tel-00628411

HAL Id: tel-00628411

https://theses.hal.science/tel-00628411v1

Submitted on 3 Oct 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale : Mathématiques et STIC

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris Est

Spécialité :

Électronique, optronique et systèmes

Présentée et soutenue le 14/12/2009 par

Kamel NAFKHA

Étude des directions d'arrivée du rayonnement dans une chambre réverbérante

Study of radiation's directions of arrival in a reverberation chamber

Directeur de thèse

Odile PICON

Jury

Alain REINEIX	Directeur de recherche CNRS	Président et Rapporteur
Michel TERRE	Professeur au CNAM	Rapporteur
Ali GHARSALLAH	Professeur à la faculté des sciences de Tunis	Examinateur
Man-Faï WONG	Ingénieur Expert Senior à Orange Labs	Examinateur
Odile PICON	Professeur à l'université de Paris Est MLV	Directeur de thèse
Élodie RICAHLOT	Maître de conférences et HDR à l'université de Paris Est MLV	Examinateur
Stéphanie MENGUÉ	Maître de conférences à l'université de Paris Est MLV	Examinateur

A mes parents et à ma famille – Octobre 2009

Remerciements

J’exprime mes sincères remerciements à Mme Odile PICON, professeur à l’université Paris-Est et directrice du laboratoire ESYCOM de m’avoir accueilli et dirigé ma thèse. A Mme Élodie RICHALOT, HDR et maître de conférences à l’université de Paris-Est Marne La Vallée pour la pertinence et la richesse de ses remarques. A Mme Stéphanie MENGUÉ, maître de conférences à l’université de Paris-Est Marne La Vallée, pour ses constants encouragements. J’ai beaucoup apprécié votre rigueur scientifique et votre sens critique qui m’ont beaucoup apporté.

Je remercie vivement Mr. Alain REINEIX et Mr. Michel TERRE pour leurs points de vue constructifs en tant que rapporteurs. Je remercie également Mr. Ali GHARSALLAH et Mr. Man-Faï WONG pour leur travail d’examinateurs et leurs remarques fructueuses. Merci pour les discussions ainsi que pour l’intérêt que vous avez porté à mon travail.

Je tiens à remercier tous les membres de l’ESYCOM avec qui j’ai passé de bons moments. Un grand merci à mes collègues de bureau Hakim, Bérenger, Julien pour leurs écoutes attentives. Mes remerciements à Nasserdine, Faiz, Thierry pour leur bonne humeur et les riches discussions que nous avons eues. A Marjorie, Laurent, Benoît et David avec qui j’ai eu l’occasion de partager un parcours d’enseignant-chercheur pour leurs conseils et encouragements.

Je n’oublie pas de remercier Shermila pour son soutien, sa disponibilité et sa bonne humeur.

Que mon ami Dhaou trouve toute ma reconnaissance pour son soutien au quotidien, pour sa patience et surtout d’avoir supporté mon humeur pendant les moments difficiles.

A mes amis Ridha, Hédi, Houcine, Mosbah, M’hamed et à tous ceux que je n’ai pas cités, veuillez tous vous reconnaître dans ces remerciements.

Je voudrais enfin dédier ce travail à mes parents, mes frères et mes sœurs car malgré la distance qui nous séparait j’étais toujours présent dans leurs cœurs; ils n’ont pas cessé de me soutenir. Que ce travail soit une autre preuve de ma reconnaissance.

Résumé

Ce travail porte sur l'étude de l'environnement électromagnétique dans une chambre réverbérante à brassage mécanique de modes. Les chambres réverbérantes constituent un outil fondamental pour réaliser des mesures de compatibilité électromagnétique. Leur étude se focalise généralement sur les propriétés statistiques de la puissance du champ stationnaire. Cependant, d'autres études de ce champ stationnaire ont été faites sous un autre angle qui consiste à utiliser la décomposition en spectre d'ondes planes pour décrire ce champ.

Les méthodes d'estimation spectrale à haute résolution constituent un outil puissant pour identifier les directions d'arrivée d'ondes planes. Ces méthodes réputées puissantes sont paramétriques, elles requièrent la connaissance a priori du nombre d'ondes planes à séparer. Une méthode complète basée sur le critère MDL (Minimum Description Length) pour l'estimation d'ordre et de l'algorithme MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) a été codée pour l'estimation du nombre, des directions d'arrivée, des amplitudes et des phases des ondes planes.

L'adaptation de l'estimateur du spectre d'ondes planes à l'environnement de la chambre réverbérante, qui est un milieu à forte corrélation, nécessite l'utilisation de la technique de lissage spatial pour décorréler les fronts d'onde.

La simulation du fonctionnement de la chambre réverbérante par la méthode numérique FDTD (Finite Difference Time Domain) a permis d'avoir les cartographies du champ électrique pour réaliser l'étude de la variation du spectre angulaire par rotation du brasseur mettant en évidence l'effet du mouvement du brasseur sur les directions d'arrivée des ondes et sur leurs puissances respectives. Ce travail se termine par une étude statistique des directions d'arrivée et des amplitudes des ondes planes de la décomposition.

Mots clés : Chambre réverbérante à brassage mécanique de modes, FDTD, Root-MUSIC, MDL, lissage spatial, suivi de modes, spectre angulaire, statistiques des directions d'arrivée.

Abstract

This work deals with the study of electromagnetic environment in a mechanical stirred reverberation chamber. The reverberation chamber is a fundamental tool to perform measurements of electromagnetic compatibility. Its study is generally focused on the statistical properties of the stationary field power. However, other studies based on field decomposition on plane waves have been made to describe this environment.

High resolution spectral methods are powerful tools to estimate the directions of arrival of plane waves. These parametric methods require a priori the knowledge of the number of plane waves to separate. A complete method based on MDL (Minimum Description Length) criterion and MUSIC algorithm (MUltiple SIgnal Classification) is developed for plane waves number, directions of arrival (DOA), amplitudes and phases estimation.

To adapt the plane waves estimator to the environment of the reverberation chamber, which is a highly correlated medium, spatial smoothing technique is used for wavefronts decorrelation.

The reverberation chamber is simulated by the FDTD (Finite Difference Time Domain) numerical method to obtain the electric field cartographies. They are then used to study the stirrer rotation effect on plane wave directions of arrival and their respective powers. This work concludes with a statistical study on the plane wave DOA and amplitudes.

Keywords: Reverberation chamber with mechanical stirrer, FDTD, Root-MUSIC, MDL, spatial smoothing, mode tracking, angular spectrum, statistics on directions of arrival.

Table des matières

Table des matières

Introduction générale 17

Chapitre I 23

I.1. Présentation de la méthode FDTD 26
I.1.1. Le maillage de la structure étudiée 27
I.1.2. Les équations de Maxwell discrétisées 30
I.1.3. Critère de stabilité et dispersion numérique 31
I.2. Modélisation de la chambre réverbérante 33
I.2.1. La méthode FDTD-2D appliquée à la chambre bidimensionnelle 34
I.2.2. Modélisation du brasseur 37
I.2.3. Modélisation de la rotation du brasseur 38
I.2.4. Impulsion gaussienne et critère de stabilité 40
I.2.5. Le spectre fréquentiel de la chambre réverbérante 43
I.2.6. Calcul de la cartographie 46
I.3. Algorithme parallélisé de simulation 48
I.3.1. La norme Message Passing Interface 49
I.3.2. L'algorithme de simulation parallèle 50
I.4. Simulations et Résultats 54
I.4.1. Cavité vide 54
I.4.2. Cavité avec brasseur 57

Chapitre II 61

II.1. Décomposition du champ électrique stationnaire dans une chambre vide en une somme d'ondes planes 64
II.2. Définition de la surface de travail 66
II.3. Principe de localisation des sources 67

II.4. Estimation des directions d'arrivée des ondes planes par la Transformée Fourier .. 69
II.4.1. Étude des directions d'arrivée dans une chambre réverbérante vide 72
II.4.1.1. Spectre angulaire déterminé à partir d'un réseau linéaire de capteurs 73
II.4.1.2. Spectre angulaire déterminé à partir d'un réseau planaire de capteurs 75
II.4.2. Etude des directions d'arrivée dans une cavité munie d'un brasseur 76
II.4.3. Problèmes liés à la transformée de Fourier 83
II.4.4. Conclusion 84
II.5. Estimation des directions d'arrivée des ondes planes par l'algorithme MUSIC 85
II.5.1. Modélisation et formalisme 85
II.5.2. Estimation des directions d'arrivée 89
II.5.2.1. Matrice de corrélation 89
II.5.2.2. Algorithme MUSIC 90
II.5.3. Application de l'algorithme MUSIC pour l'estimation du spectre angulaire dans la chambre réverbérante 93

Chapitre III 95

III.1. Prétraitement de la matrice de corrélation 98
III.1.1. Problème de corrélation des sources 98
III.1.2. Equivalence sous réseau - observation 101
III.1.3. Lissage spatial (ou diversité d'espace) 103
III.1.4. La propriété de bidirectivité 106
III.2. Principe d'estimation de la fréquence spatiale par la recherche des zéros d'un polynôme…….. 108
III.3. Estimation du nombre d'ondes planes 110
III.4. Estimation des amplitudes des ondes planes 112
III.5. Organigramme de l'algorithme de caractérisation du spectre angulaire 114
III.6. Estimation du spectre angulaire à partir d'un réseau linéaire 115
III.6.1. Spectre angulaire de la cavité vide 115
III.6.2. Spectre angulaire de la cavité avec brasseur 118
III.6.3. Problème d'ambiguïté sur des ondes symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteurs 121
III.7. Effets de la position du point d'excitation 125

Chapitre IV 133

IV.1. Performances et limites de la méthode appliquée à l'estimation du spectre angulaire 134
IV.1.1. Performances du lissage spatial 134
IV.1.2. La bidirectivité 135
IV.1.3. L'ouverture du réseau de capteurs 135
IV.1.4. Le pouvoir séparateur de MUSIC 136
IV.1.5. Performance du critère MDL 137
IV.2. Optimisation des paramètres des réseaux de capteurs dédiés à l'estimation du spectre angulaire 138
IV.2.1. Optimisation de la position du réseau de capteurs 138

IV.2.2. Optimisation du nombre de capteurs par réseau 143
IV.2.3. Optimisation du nombre des colonnes nécessaires pour l'estimation des amplitudes des ondes planes 145
IV.3. Etude de l'effet de la géométrie du brasseur sur le spectre angulaire de la chambre réverbérante 146
IV.3.1. Chambre réverbérante vide 147
IV.3.1.1. Cartographie obtenue par calcul analytique 148
IV.3.1.2. Cartographie obtenue par simulation 150
IV.3.2. Chambre munie d'un petit brasseur 153
IV.3.3. Chambre munie de deux petits brasseurs 159
IV.3.4. Effet des extrémités du brasseur sur la perturbation du champ électrique..... 162
IV.3.5. Chambre munie d'un grand brasseur 166
IV.4. Etude de la variation du spectre angulaire de la chambre en fonction de la rotation du brasseur..... 168
IV.4.1. Suivi de la variation du spectre angulaire pour le mode bas 169
IV.4.1.1. Estimation des spectres angulaires avec des cartographies sans normalisations 173
IV.4.1.2. Estimation des spectres angulaires avec des cartographies normalisées 182
IV.4.2. Suivi de la variation du spectre angulaire pour le mode haut 190

Conclusion générale

Bibliographie

Publications

Annexes

Introduction générale

Introduction générale

Le développement accru de la technologie de communication sans fil et l'utilisation d'un large spectre fréquentiel n'est pas sans conséquences sur la pollution de l'environnement électromagnétique. Les appareils électroniques se trouvent soumis à différents niveaux de puissance sur des spectres plus ou moins larges. Cette interaction entre les agressions électromagnétiques et les appareils électroniques provoque une perturbation du fonctionnement de ces derniers. Il est ainsi nécessaire de quantifier cette perturbation en vu d'assurer le bon fonctionnement des appareils. On parle alors d'étude de compatibilité électromagnétique (CEM), qui consiste en une série de tests qui visent à mesurer les conditions extrêmes qui provoquent le disfonctionnement d'un appareil et ainsi définir les normes de bon fonctionnement. On cite la mesure d'immunité (ou susceptibilité) qui analyse et définit les seuils de perturbation du fonctionnement d'un appareil sous test dit aussi DUT (Device Under Test) suite à une illumination par des ondes électromagnétiques de puissances données. Les deux moyens de test les plus répandus sont la chambre anéchoïque et la chambre réverbérante.

Alors que la chambre anéchoïque permet de réaliser des mesures où l'on illumine le DUT par des ondes planes sous des angles précis, la chambre réverbérante permet de réaliser des tests pour toutes les directions d'incidence.

A la différence de la chambre anéchoïque où les murs sont absorbants, ceux de la chambre réverbérante sont de conductivité élevée pour favoriser le phénomène de réflexion. Il s'agit d'une cavité métallique dont l'atout majeur est l'obtention d'un champ stationnaire intense. Ce champ intense présente une topographie à l'intérieur de la cavité avec des variations importantes. Ainsi des techniques ont été proposées pour réduire cette variation en vu d'avoir un champ le plus homogène possible; on parle des chambres réverbérantes intrinsèques quand on utilise des murs vibrants. Celles-ci sont quelque fois associées à un brassage fréquentiel. Il

existe aussi des chambres à brassage mécanique de modes (CRBM) quand on introduit une pièce métallique mobile dite brasseur pour générer des conditions aux limites variables.

On s'intéresse dans notre étude à ce dernier type de chambre réverbérante dans lequel la rotation du brasseur permet de générer un champ statistiquement homogène dans un volume particulier où sera mis le DUT. Généralement, lors de l'étude de ce type de chambre, l'intérêt majeur est porté aux statistiques concernant l'amplitude du champ électromagnétique. Ce champ peut être aussi vu comme étant une somme d'ondes planes, le DUT étant alors illuminé par un ensemble d'ondes planes dont les angles d'arrivée sont supposées statistiquement équiprobables sur une rotation complète du brasseur. Le sujet de cette thèse concerne la décomposition du champ électromagnétique stationnaire à l'intérieur d'une chambre réverbérante en un spectre d'ondes planes et l'étude de l'effet de la rotation du brasseur sur ce spectre.

On commence dans le chapitre I par exposer la méthode retenue pour modéliser le fonctionnement de la chambre réverbérante, la méthode FDTD (Finite Difference Time Domain),ainsi que la géométrie de la CRBM bidimensionnelle étudiée. Après un bref rappel des bases de la méthode FDTD et une description de la technique de discrétisation du volume de calcul qui tient compte de la modélisation du brasseur et de sa rotation, on présente le code de simulation numérique développé et la technique de parallélisation du calcul sur plusieurs machines. Enfin, on a étudié la précision des résultats à travers les spectres fréquentiels et les cartographies du champ électrique.

Le chapitre II présente le concept de décomposition du champ stationnaire en un spectre d'ondes planes. Valable pour un champ stationnaire dans une cavité métallique vide, ce concept sera étendu au cas de la chambre munie d'un brasseur. En empruntant le principe des techniques de localisation pour l'appliquer au cas du champ stationnaire dans une CRBM, on a fait usage d'une méthode non paramétrique basée sur la transformée de Fourier. Cette dernière ne permettant pas d'avoir la résolution angulaire désirée, on a eu recours à une méthode de haute résolution basée sur l'algorithme MUSIC (Multiple SIgnal Classification) dont on expose le principe. Ce chapitre se termine par l'explication de la difficulté d'application de cette méthode au cas de la chambre réverbérante, et de la nécessité de son adaptation.

Le chapitre III traite des techniques d'adaptation de l'algorithme MUSIC au cas de la chambre réverbérante. Ces techniques sont basées essentiellement sur le prétraitement de la matrice de corrélation avec principalement la technique de lissage spatial et l'amélioration apportée à la résolution angulaire de cet algorithme par l'usage de sa variante Root-MUSIC.

Ensuite, on a présenté notre méthode complète pour déterminer le spectre angulaire y compris la technique d'estimation du nombre d'ondes planes par le critère MDL (Minimum Description Length) et la technique d'estimation des amplitudes des ondes planes. Enfin on a étudié la précision des résultats de notre méthode appliquée au cas de la chambre réverbérante munie d'un brasseur fixe.

Le chapitre IV présente l'étude du spectre angulaire dans quelques configurations particulières de la chambre réverbérante et l'effet de la rotation du brasseur sur ce spectre pour différentes fréquences.

Chapitre I

Modélisation de la chambre réverbérante à brassage mécanique des modes

Chapitre I
Modélisation de la chambre réverbérante à brassage mécanique des modes

Introduction

L'analyse du fonctionnement des chambres réverbérantes requiert une connaissance précise de ses caractéristiques telles que sa réponse impulsionnelle, la répartition spatiale du champ électromagnétique stationnaire, son facteur de qualité etc. Un tel acquis n'était pas possible avant l'émergence des méthodes numériques et du développement accru de la technologie de calcul.

Les méthodes numériques permettent de réaliser des expériences difficilement concevables en pratique, et d'accéder à des grandeurs physiques qui ne sont pas à la portée des appareils de mesure. L'utilisation des méthodes rigoureuses fournit des résultats précis mais est coûteux en termes de temps de calcul.

L'accès aux technologies de calcul massivement parallèles a permis de réduire la contrainte du temps de calcul et d'atteindre des précisions élevées.

Dans ce mémoire, la méthode numérique mise en oeuvre est basée sur les différences finies dans le domaine temporel (FDTD). Elle est utilisée conjointement avec le cluster de l'université Paris-Est Marne-la-vallée pour modéliser le comportement de la chambre réverbérante en large bande et en bande étroite.

I.1. Présentation de la méthode FDTD

La méthode des différences finies dans le domaine temporel, connue sous le sigle anglo-saxon FDTD (finite différence time domain), fait partie des méthodes de simulation les plus populaires pour sa compréhension facile et la simplicité de sa mise en œuvre. Comme il s'agit d'une méthode temporelle, la solution peut couvrir une vaste gamme de fréquences en une seule simulation.

Appliquée pour résoudre des problèmes en électromagnétisme, la méthode FDTD introduite par Yee [1] est basée sur la discrétisation des équations de Maxwell sous leurs formes différentielles en utilisant les approximations en différences finies des dérivées spatiales et temporelles du champ électromagnétique.

On rappelle les quatre équations de Maxwell dans le vide en l'absence de source et de charges, sous leurs formes locales :

L'équation de Maxwell – Faraday : $$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\mu_0 . \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \text{(I.1)}$$

L'équation de Maxwell – Ampère : $$\overrightarrow{rot}\,\vec{H} = \varepsilon_0 . \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \text{(I.2)}$$

L'équation de Maxwell – Gauss : $$div\,\vec{E} = 0 \qquad \text{(I.3)}$$

L'équation de conservation de flux : $$div\,\vec{B} = 0 \qquad \text{(I.4)}$$

Dans ces équations $\vec{B} = \mu_0 . \vec{H}$ est le champ magnétique, et $\vec{E}$ le champ électrique, ε_0 la permittivité diélectrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

L'espace étudié est défini par une base cartésienne $\left(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\right)$. Le champ électromagnétique est défini par ses six composantes (Ex, Ey, Ez, Hx, Hy, Hz). Ainsi, en faisant le

développement des expressions des rotationnels dans cette base, l'équation de Maxwell Faraday devient :

$$\frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial z}=-\mu_0\frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial t}=-\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial z}\right) \tag{I.5}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial x}=-\mu_0\frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial t}=-\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial x}\right) \tag{I.6}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial y}=-\mu_0\frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial \mathrm{t}}=-\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial \mathrm{x}}-\frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial \mathrm{y}}\right) \tag{I.7}$$

Et l'équation de Maxwell Ampère devient :

$$\frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial z}=\varepsilon_0\frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Ex}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial z}\right) \tag{I.8}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial x}=\varepsilon_0\frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Ey}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{Hz}}{\partial x}\right) \tag{I.9}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial y}=\varepsilon_0\frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathrm{Ez}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\partial \mathrm{Hy}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{Hx}}{\partial y}\right) \tag{I.10}$$

Ainsi on obtient six équations différentielles qui lient les dérivées spatiales et temporelles du champ électromagnétique. Ces dérivées sont appliquées à des variables continues, on explique au paragraphe suivant l'adaptation de ces dérivées aux variables discrètes de l'espace et du temps.

I.1.1. Le maillage de la structure étudiée

La structure étudiée est discrétisée en une grille de cellules parallélépipédiques de mêmes dimensions ou de dimensions différentes, on parle alors d'un maillage régulier ou graduel de la structure. Chaque parallélépipède a pour dimensions Δx, Δy, Δz et il possède les mêmes propriétés physiques que le matériau qu'il représente (conductivité électrique, permittivité électrique, perméabilité magnétique).

Chaque point M de coordonnées (x, y, z) situé à un nœud de la grille est définie par les trois indices (i, j, k) tels que $x=i.\Delta x$, $y=j.\Delta y$, et $z=k.\Delta z$ par rapport à l'origine du maillage.

L'axe du temps est échantillonné en des intervalles temporels égaux Δt repérés par un indice n, tel que $t=n.\Delta t$.

Toute composante du champ électromagnétique peut être modélisée par une fonction f de l'espace et du temps $f(i.\Delta x, j.\Delta y, k.\Delta z, n.\Delta t)$, elle sera notée $f^n(i, j, k)$.

Les dérivées partielles de la fonction f sont approchées par des différences finies centrées basées sur un développement au 2ième ordre. En effet si on effectue un développement de Taylor de $f(u_0)$ en un point u_0 de l'axe des abscisses, on trouve deux équations selon que l'on fait le développement à droite ou à gauche de u_0:

$$f(u_0+\frac{\Delta u}{2}) = f(u_0)+\frac{\Delta u}{2}.\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{u_0}+\left(\frac{\Delta u}{2}\right)^2.\left.\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}\right|_{u_0}+O\left(\left(\frac{\Delta u}{2}\right)^2\right) \qquad \text{(I.11)}$$

$$f(u_0-\frac{\Delta u}{2}) = f(u_0)-\frac{\Delta u}{2}.\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{u_0}+\left(-\frac{\Delta u}{2}\right)^2.\left.\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}\right|_{u_0}+O\left(\left(\frac{\Delta u}{2}\right)^2\right) \qquad \text{(I.12)}$$

En faisant la différence entre ces deux équations membre à membre, on obtient l'approximation de la dérivée par la différence finie centrée au 2ième ordre :

$$\frac{\partial f}{\partial u}(u_0) = \frac{f(u_0+\frac{\Delta u}{2})-f(u_0-\frac{\Delta u}{2})}{\Delta u}+O\left(\left(\frac{\Delta u}{2}\right)^2\right) \qquad \text{(I.13)}$$

On voit que l'erreur est une fonction de $(\Delta u/2)^2$, donc la précision de cette approximation est de second ordre.

Pour illustrer cette approximation dans le cas d'une dérivée spatiale de la fonction f en supposant qu'on dispose des valeurs de cette fonction en tout point de l'axe des abscisses:

$$\frac{\partial f^n(i,j,k)}{\partial x} = \frac{f^n(i+1/2,j,k)-f^n(i-1/2,j,k)}{\Delta x} \qquad \text{(I.14)}$$

Et dans le cas d'une dérivée temporelle de la fonction f :

$$\frac{\partial f^{n}(i,j,k)}{\partial t} = \frac{f^{n+1/2}(i,j,k) - f^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t} \tag{I.15}$$

En faisant les approximations des différences finies centrées de 2ieme ordre, Yee a proposé en 1966 [1] un schéma qui a permis de discrétiser les équations de Maxwell sur la grille régulière modélisant l'espace étudié (*cf.* Figure I.1).

On remarque le décalage spatial entre les arêtes sur lesquelles sont définies les composantes du champ électrique, et les centres des faces où sont définies les composantes du champ magnétique.

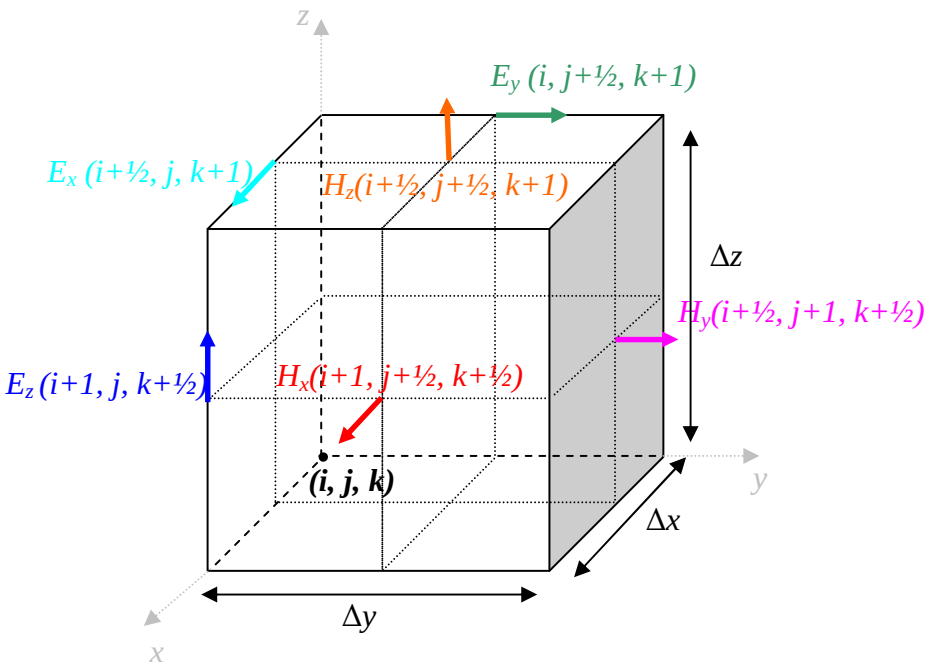


Figure I.1 – Cellule de Yee.

La dérivée par rapport au temps du champ magnétique approchée par une différence finie centrée à l'instant $n.\Delta t$ s'écrit :

$$\frac{\partial H^{n}}{\partial t} = \frac{H^{n+1/2} - H^{n-1/2}}{\Delta t} \tag{I.17}$$

De même la dérivée temporelle du champ électrique calculée à l'instant $(n+½).\Delta t$ s'écrit :

$$\frac{\partial E^{n+1/2}}{\partial t} = \frac{E^{n+1} - E^{n}}{\Delta t} \tag{I.18}$$

Les calculs des dérivées temporelles de champ électrique et du champ magnétique sont décalées d'un demi pas temporel.

Pour illustrer la dérivée spatiale, prenons le cas de la composante Ez du champ électrique, dérivée par rapport à la variable *x* :

$$\frac{\partial \mathrm{Ez}(i,j,k+\tfrac{1}{2})}{\partial x} = \frac{\mathrm{Ez}(i+1,j,k+\tfrac{1}{2}) - \mathrm{Ez}(i,j,k+\tfrac{1}{2})}{\Delta x} \tag{I.19}$$

Et celui de la dérivée spatiale de la composante Hx par rapport à *z :*

$$\frac{\partial \mathrm{Hx}(i,j+\tfrac{1}{2},k+\tfrac{1}{2})}{\partial z} = \frac{\mathrm{Hx}(i,j+\tfrac{1}{2},k+\tfrac{1}{2}) - \mathrm{Hx}(i,j+\tfrac{1}{2},k-\tfrac{1}{2})}{\Delta z} \tag{I.20}$$

On explique dans le paragraphe suivant le principe de discrétisation des équations de Maxwell sur la maille de Yee.

I.1.2. Les équations de Maxwell discrétisées

En faisant le calcul du flux du champ électrique à travers une surface de la cellule de YEE, on trouve qu'il est nul. De même pour le champ le magnétique. Ainsi la maille de Yee est à divergence nulle, c'est-à-dire que les divergences des champs électriques et magnétiques sont nulles, et les deux équations de Maxwell portant sur les divergences sont naturellement respectées. On va donc se limiter à l'étude des deux premières équations de Maxwell (Maxwell - Ampère et Maxwell - Faraday).

On obtient les six équations de Maxwell discrétisées :

$$\mathrm{Hx}^{n+1/2}(i,j+1/2,k+1/2) = \mathrm{Hx}^{n-1/2}(i,j+1/2,k+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Ez}^{n}(i,j+1,k+1/2) - \mathrm{Ez}^{n}(i,j,k+1/2)}{\Delta y}\right] - \left[\frac{\mathrm{Ey}^{n}(i,j+1/2,k+1) - \mathrm{Ey}^{n}(i,j+1/2,k)}{\Delta z}\right]\right\} \tag{I.21}$$

$$\mathrm{Hy}^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) = \mathrm{Hy}^{n-1/2}(i+1/2,j,k+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Ex}^{n}(i+1/2,j,k+1) - \mathrm{Ex}^{n}(i+1/2,j,k)}{\Delta z}\right] - \left[\frac{\mathrm{Ez}^{n}(i+1,j,k+1/2) - \mathrm{Ez}^{n}(i,j,k+1/2)}{\Delta x}\right]\right\} \tag{I.22}$$

$$\mathrm{Hz}^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) = \mathrm{Hz}^{n-1/2}(i+1/2,j+1/2,k) - \frac{\Delta t}{\mu_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Ey}^{n}(i+1,j+1/2,k) - \mathrm{Ey}^{n}(i,j+1/2,k)}{\Delta x}\right] - \left[\frac{\mathrm{Ex}^{n}(i+1/2,j+1,k) - \mathrm{Ex}^{n}(i+1/2,j,k)}{\Delta y}\right]\right\} \tag{I.23}$$

$$\mathrm{Ex}^{n+1}\left(i+1/2,j,k\right)=\mathrm{Ex}^{n}\left(i+1/2,j,k\right)+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Hz}^{n+1/2}\left(i+1/2,j+1/2,k\right)-\mathrm{Hz}^{n+1/2}\left(i+1/2,j-1/2,k\right)}{\Delta y}\right]-\left[\frac{\mathrm{Hy}^{n+1/2}\left(i+1/2,j,k+1/2\right)-\mathrm{Hy}^{n+1/2}\left(i+1/2,j,k-1/2\right)}{\Delta z}\right]\right\} \tag{I.24}$$

$$\mathrm{Ey}^{n+1}\left(i,j+1/2,k\right)=\mathrm{Ey}^{n}\left(i,j+1/2,k\right)+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Hx}^{n+1/2}\left(i,j+1/2,k+1/2\right)-\mathrm{Hx}^{n+1/2}\left(i,j+1/2,k-1/2\right)}{\Delta z}\right]-\left[\frac{\mathrm{Hz}^{n+1/2}\left(i+1/2,j+1/2,k\right)-\mathrm{Hz}^{n+1/2}\left(i-1/2,j+1/2,k\right)}{\Delta x}\right]\right\} \tag{I.25}$$

$$\mathrm{Ez}^{n+1}\left(i,j,k+1/2\right)=\mathrm{Ez}^{n}\left(i,j,k+1/2\right)+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Hy}^{n+1/2}\left(i+1/2,j,k+1/2\right)-\mathrm{Hy}^{n+1/2}\left(i-1/2,j,k+1/2\right)}{\Delta x}\right]-\left[\frac{\mathrm{Hx}^{n+1/2}\left(i,j+1/2,k+1/2\right)-\mathrm{Hx}^{n+1/2}\left(i,j-1/2,k+1/2\right)}{\Delta y}\right]\right\} \tag{I.26}$$

Après avoir défini le maillage de la structure, toutes les matrices relatives au champ électromagnétique sont initialisées à zéro. A chaque itération, l'algorithme de simulation consiste à mettre à jour toutes les composantes du champ électrique simultanément, suivi d'une mise à jour de toutes les composantes du champ magnétique. Cette séquence de calcul permet d'assurer le décalage d'un demi pas temporel entre les dérivées temporelles du champ électrique et magnétique. Il est facile de garantir cette condition en utilisant un langage de programmation séquentiel. Ainsi à la fin de chaque itération, l'algorithme de simulation avance d'un pas temporel. Le choix du nombre d'itérations dépend de la structure étudiée et de la précision souhaitée.

Pour assurer la convergence de l'algorithme de simulation, il faut que la condition reliant les pas de discrétisation de l'espace et du temps soient respectées : elle est dite critère de stabilité.

I.1.3. Critère de stabilité et dispersion numérique

D'après *le théorème d'équivalence de Lax* [2], pour qu'un algorithme consistant basé sur l'approximation des différences finies soit convergent il faut qu'il soit stable.

La consistance signifie que la solution discrète doit tendre vers la solution réelle lorsque les pas de discrétisation spatiale et temporelle tendent vers zéro ; ceci est garanti par l'approximation de différence centrée (I.13). La condition de stabilité signifie que la norme du

champ électromagnétique doit toujours rester bornée ; ceci est assuré si le pas du temps de calcul est inférieur au temps de propagation de l'onde à travers une maille. Il a été montré [3] dans le cas d'une structure tridimensionnelle que cette condition s'écrit :

$$\Delta t \leq \frac{1}{v.\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}+\frac{1}{(\Delta z)^2}}} \qquad \text{(I.27)}$$

Le respect de cette condition entraîne la convergence de l'algorithme vers une solution proche de la solution réelle, une légère différence avec l'onde réelle entraînant l'erreur introduite par la discrétisation.

Taflove [3] a calculé la relation de dispersion numérique pour l'approximation de différence finie de l'équation de propagation d'une onde dans le vide

$$\left[\frac{1}{\mathrm{v}.\Delta\mathrm{t}}\,sin(\frac{\omega.\Delta\mathrm{t}}{2})\right]^2=\left[\frac{1}{\Delta\mathrm{x}}\,sin(\frac{\tilde{\mathrm{k}}_{\mathrm{x}}.\Delta\mathrm{x}}{2})\right]^2+\left[\frac{1}{\Delta\mathrm{y}}\,sin(\frac{\tilde{\mathrm{k}}_{\mathrm{y}}.\Delta\mathrm{y}}{2})\right]^2+\left[\frac{1}{\Delta\mathrm{z}}\,sin(\frac{\tilde{\mathrm{k}}_{\mathrm{z}}.\Delta\mathrm{z}}{2})\right]^2 \qquad \text{(I.28)}$$

$\tilde{k}=\sqrt{k_x{}^2+k_y{}^2+k_z{}^2}$ et ω sont respectivement le vecteur d'onde et la pulsation de l'onde numérique se propageant dans la grille des mailles. v est la célérité de la lumière dans vide.

Dans le cas d'un maillage très fin c'est-à-dire lorsque les pas temporel Δt et spatial Δx tendent vers *0*, la relation *sin(x)* est approchée par *x*. L'équation (I.28) se réduit à :

$$\left[\frac{1}{v.\Delta t}\frac{\omega.\Delta t}{2}\right]^2=\left[\frac{1}{\Delta x}\frac{\tilde{k}_x.\Delta x}{2}\right]^2+\left[\frac{1}{\Delta y}\frac{\tilde{k}_y.\Delta y}{2}\right]^2+\left[\frac{1}{\Delta z}\frac{\tilde{k}_z.\Delta z}{2}\right]^2 \qquad \text{(I.29)}$$

On retrouve la relation de dispersion de l'onde physique ;

$$\frac{\omega}{v}=\tilde{k} \qquad \text{(I.30)}$$

Prenons le cas d'une onde se propageant selon l'axe *(OX)*. Pour un maillage $\Delta x=\Delta y=\Delta z=\Delta=\lambda/10$, la vitesse de phase de l'onde numérique est de 1,27% plus faible que la vitesse de l'onde réelle et elle est de 0,31% plus faible dans le cas où $\Delta=\lambda/20$, donc la vitesse de phase de l'onde numérique est variable avec la taille des cellules. Cela se traduit par le fait que l'onde numérique ne se propage pas avec la même vitesse dans toutes les directions d'une structure bidimensionnelle ou tridimensionnelle. Elle est maximale dans la direction 45° c'est-à-dire selon la diagonale des cellules [3], pour $\Delta x=\Delta y=\Delta z$.

Dans le paragraphe suivant, on présente la géométrie de la cavité à étudier, et l'adaptation de la FDTD au cas d'une cavité bidimensionnelle.

I.2. Modélisation de la chambre réverbérante

La chambre réverbérante étudiée est une cavité parallélépipédique de murs parfaitement conducteurs, de dimensions *a=3,105m*, *b=2,475m* et *c=3,067m*. Pour réaliser le brassage mécanique du champ électrique, des conditions aux limites variables sont créées à l'intérieur de la chambre ; elles sont assurées par l'introduction d'une pièce métallique mobile appelée brasseur. Dans notre cas, le brasseur est de forme rectangulaire et possède les mêmes propriétés électriques que les murs de la cavité, il est conçu pour tourner autour d'un axe passant par son centre et parallèle à l'axe (*Oz*). (*cf.* Figure I.2).

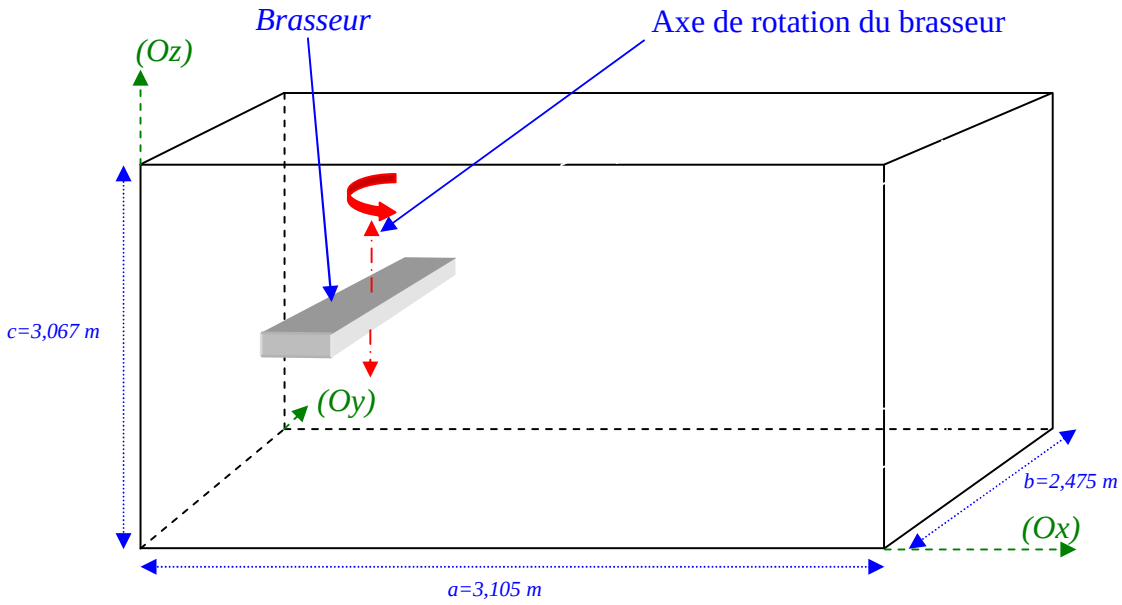


Figure I.2 – Chambre réverbérante

Dans le cas d'une cavité vide, la théorie de l'électromagnétisme (*cf.* annexe 1) permet de déterminer la répartition spatiale du champ électromagnétique à l'intérieur de la chambre réverbérante. Les formules générales des six composantes du champ électromagnétique sont :

$$\mathrm{Ex}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Ex}_0.cos(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{n\pi}{b}y).sin(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Ex_0})} \quad \text{(I.31)}$$

$$\mathrm{Ey}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Ey}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).cos(\frac{n\pi}{b}y).sin(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Ey_0})} \quad \text{(I.32)}$$

$$\mathrm{Ez}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Ez}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{n\pi}{b}y).cos(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Ez_0})} \quad \text{(I.33)}$$

$$\mathrm{Hx}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Hx}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).cos(\frac{n\pi}{b}y).cos(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Hx_0})} \quad \text{(I.34)}$$

$$\mathrm{Hy}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Hy}_0.cos(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{n\pi}{b}y).cos(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Hx_0})} \quad \text{(I.35)}$$

$$\mathrm{Hz}^{mnp}(x,y,z,t) = \mathrm{Hz}_0.cos(\frac{m\pi}{a}x).cos(\frac{n\pi}{b}y).sin(\frac{p\pi}{c}z).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\Phi_{Hz_0})} \quad \text{(I.36)}$$

Avec Ei_0, φ_{Ei0}, Hi_0, φ_{Hi0} respectivement les amplitudes initiales et phases initiales des composantes *Ei* et *Hi*.

Les trois entiers *m*, *n*, *p* sont trois entiers qui définissent l'ordre du mode qui est caractérisé par sa fréquence de résonance f_{mnp}, et par la répartition spatiale du champ électromagnétique dans la cavité, appelée cartographie du champ. La fréquence de résonance de chaque mode est définie par :

$$f_{mnp} = \frac{v}{2}.\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2 + (\frac{p}{c})^2} \quad \text{(I.37)}$$

Avec *v*: vitesse de propagation de la lumière dans le vide, étant donné que la chambre ne contient que de l'air.

Si on considère que la direction de référence est l'axe (*Oz*), en fonction des valeurs de ces entiers, les modes sont classés en trois groupes :

- $m.n.p \neq 0$; ce sont les modes TE_{mnp} ou TM_{mnp}. Ce sont des modes dégénérés ; ils ont la même fréquence de résonance.
- $m.n = 0$, $p \neq 0$; ce sont les modes TE_{0np} ou TE_{m0p}. Ce sont des modes n'ayant pas de composantes électriques suivant l'axe (*Oz*).
- $m.n \neq 0$, $p=0$; ce sont les modes TM_{mn0}. Ce sont des modes n'ayant pas de composantes magnétiques suivant l'axe (*Oz*).

On note que la plus faible fréquence de résonance s'appelle la fréquence fondamentale de la cavité.

I.2.1. La méthode FDTD-2D appliquée à la chambre bidimensionnelle

Dans le cas d'une cavité ayant la dimension suivant l'axe (*Oz*) très faible devant les deux autres, les répartitions du champ électromagnétique des modes de fréquences faibles (proches

de la fréquence fondamentale) sont indépendantes de cette dimension, ce qui signifie que les variations spatiales du champ stationnaire sont dépendantes de dimensions *a* et *b* de la cavité et constante par une translation suivant la dimension *c*. La même cartographie est obtenue par une simulation d'une cavité de dimension *a*, *b* et *c=0* (*cf.* Figure I.3) ; les seuls modes existants sont alors les modes TM_{mn0}, avec $m.n \neq 0$.

Lorsque la variation du champ électrique suivant une direction est connue analytiquement, l'utilisation de la FDTD bidimensionnelle devient possible ; c'est généralement le cas des ondes progressives où la constante de propagation est connue, ou dans le cas des ondes stationnaires où le champ est constant selon la troisième dimension.

L'utilisation de la FDTD avec un maillage bidimensionnel permet de gagner du temps de simulation et de l'espace mémoire nécessaire pour le stockage des données tout en gardant la même précision pour les résultats. C'est une méthode très intéressante pour la conception des circuits intégrés micro-ondes [4] [5].

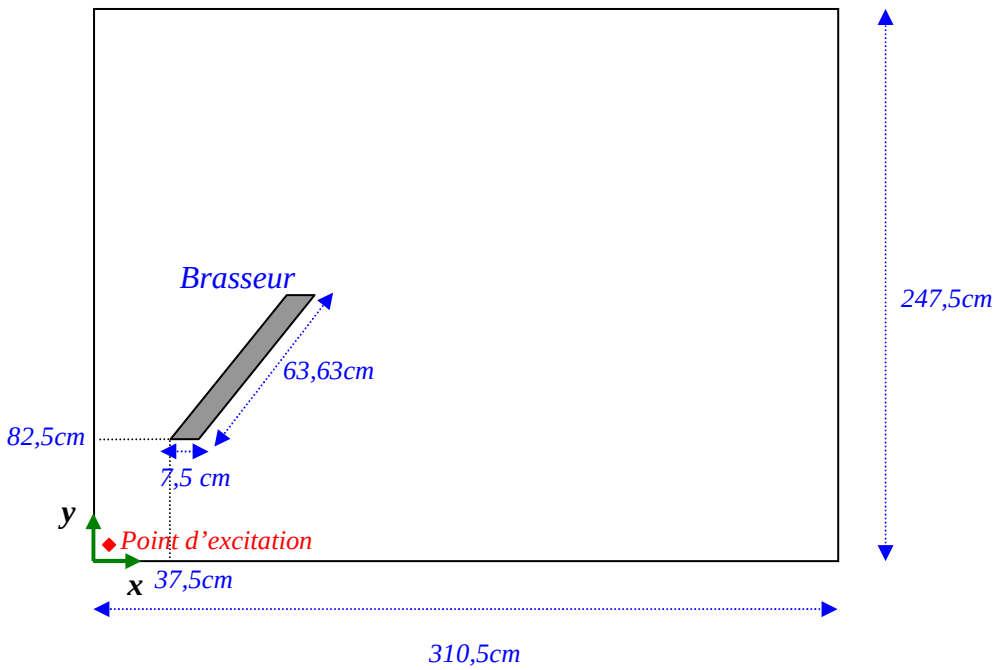


Figure I.3 – Géométrie de la chambre réverbérante bidimensionnelle.

Nous avons donc utilisé la méthode FDTD-2D. Il s'agit de réduire la maille tridimensionnelle de Yee à deux dimensions (*cf.* Figure I.4).

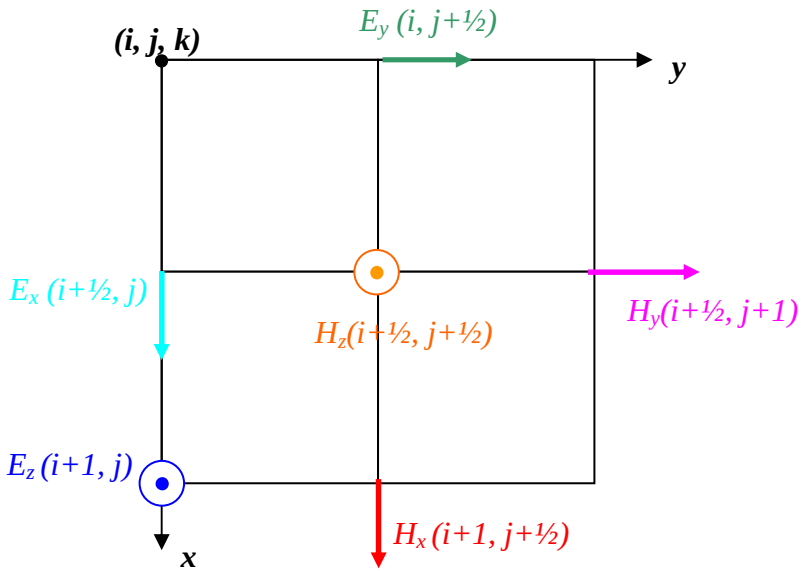


Figure I.4 – Maille de Yee réduite en deux dimensions.

Comme les conditions aux limites imposent un champ électrique normal aux parois de la cavité et un champ magnétique tangentiel, le champ électromagnétique à calculer possède alors uniquement trois composantes non nulles:

$$\mathrm{Ez}^{mnp}(x,y,t) = \mathrm{Ez}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{m\pi}{b}y).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\varphi_{Ez_0})} \tag{I.38}$$

$$\mathrm{Hx}^{mnp}(x,y,t) = \mathrm{Hx}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).cos(\frac{m\pi}{b}y).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\varphi_{Hx_0})} \tag{I.39}$$

$$\mathrm{Hy}^{mnp}(x,y,t) = \mathrm{Hy}_0.cos(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{m\pi}{b}y).e^{(j2\pi f_{mnp}t + j\varphi_{Hx_0})} \tag{I.40}$$

Les deux premières équations de Maxwell projetées sur la nouvelle maille de Yee bidimensionnelle deviennent :

$$\mathrm{Ez}^{n+1}(i,j) = \mathrm{Ez}^{n}(i,j) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{\mathrm{Hy}^{n+1/2}(i+1/2,j) - \mathrm{Hy}^{n+1/2}(i-1/2,j)}{\Delta x}\right] - \left[\frac{\mathrm{Hy}^{n+1/2}(i,j+1/2) - \mathrm{H}_{\mathrm{x}}^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right]\right\} \tag{I.41}$$

$$\mathrm{Hy}^{n+1/2}(i+1/2,j) = \mathrm{Hy}^{n-1/2}(i+1/2,j) + \frac{\Delta t}{\mu_0}\left\{\frac{\mathrm{Ez}^{n}(i+1,j) - \mathrm{Ez}^{n}(i,j)}{\Delta x}\right\} \tag{I.42}$$

$$Hx^{n+1/2}(i, j+1/2) = Hx^{n-1/2}(i, j+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu_0}\left\{\frac{Ez^n(i, j+1) - Ez^n(i, j)}{\Delta y}\right\} \quad (I.43)$$

Le calcul des champs magnétiques est décalé d'un demi pas de temps par rapport au champ électrique. Le calcul du champ électromagnétique se fait alors sur un pas temporel entier.

Le paragraphe suivant présente la technique de modélisation du brasseur par la méthode FDTD.

I.2.2. Modélisation du brasseur

Le maillage utilisé est un maillage carré régulier. Afin de modéliser précisément la cavité, les arêtes des cellules sont choisies parallèles aux murs de la cavité. Si le brasseur comporte des bords non parallèles aux murs, leur décomposition sur le maillage fera apparaître des irrégularités, à cause de la difficulté à modéliser par ce type de maillage une droite inclinée par rapport aux axes du repère. Ce cas de figure est incontournable lors de la rotation du brasseur.

La forme choisie de brasseur est parallélépipédique de dimensions 7,5cm×63,63cm (*cf.* Figure I.3), situé à *x=37,5cm* et *y=82,5cm*. On voit sur la figure I.5 un exemple de modélisation des cotés d'un brasseur incliné d'un angle de 45° par des droites en marche d'escalier.

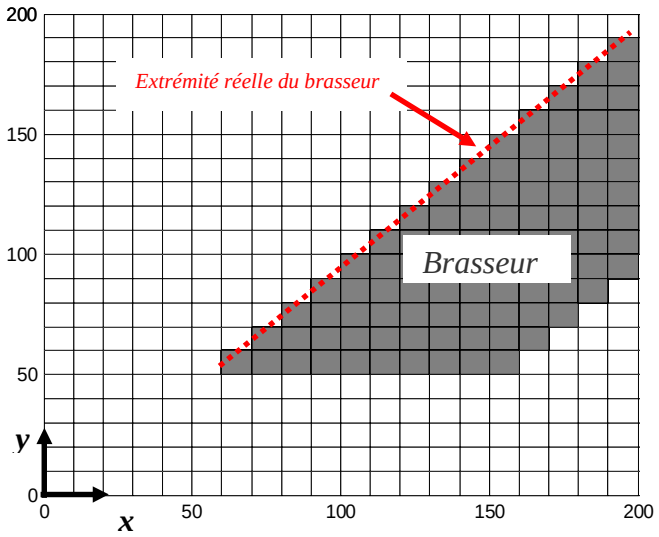


Figure I.5 – Une illustration du maillage du brasseur.

Petit [6] a étudié l'effet de la discrétisation du brasseur sur les caractéristiques de la chambre réverbérante. Il a montré que plus le maillage est fin, plus les fréquences de résonance des modes sont déterminées précisément.

On note donc que plus le maillage est fin, meilleure est la modélisation du brasseur, et ainsi plus précise est l'obtention des caractéristiques de la chambre.

Les conditions aux limites imposent un champ électrique nul ou orthogonal au niveau des surfaces métalliques ; le champ tangentiel y est toujours nul. Ainsi sur les parois de la cavité et sur les extrémités du brasseur, la seule composante étudiée du champ électrique dans la chambre bidimensionnelle est nulle.

Pour simplifier le calcul, on utilise un masque de calcul dans lequel on définit la géométrie de la cavité ainsi que la position et la géométrie du brasseur. Ce masque est une matrice de même dimension que la cavité dont les valeurs sont égales à l'unité sauf au niveau du métal où la valeur est nulle. On appelle *Geometrie* cette matrice.

L'équation du champ électrique dans la cavité devient :

$$\tilde{\mathrm{E}}\mathrm{z}^{n+1}(i,j) = \tilde{\mathrm{E}}\mathrm{z}^{n}(i,j) + Geometrie(i,j) \times \left\{ Coeff. \left\{ \left[\mathrm{Hy}^{n+1/2}(i+1/2,j) - \mathrm{Hy}^{n+1/2}(i-1/2,j) \right] - \left[\mathrm{Hx}^{n+1/2}(i,j+1/2) - \mathrm{Hx}^{n+1/2}(i,j-1/2) \right] \right\} \right\} \tag{I.44}$$

Coeff est une constante multiplicative qui est une fonction du pas temporel Δt, de la perméabilité magnétique μ_0 et de permittivité électrique ε_0.

Cette technique permet de faciliter l'étude de la rotation du brasseur, qui consiste à ne changer que la position du brasseur dans la matrice *Geometrie* sans toucher au reste du programme.

I.2.3. Modélisation de la rotation du brasseur

L'étude du brassage mécanique des modes dans la cavité nécessite la modélisation de la rotation du brasseur. La technique adoptée alors consiste à calculer, pour un angle donné, la nouvelle position du brasseur par rapport à une position initiale. Cette technique se fait en trois étapes :

- Générer la matrice du maillage de la chambre avec le brasseur dans une position initiale (position brasseur tourné de 0°), soit parallèle à l'axe des abscisses (Ox). Le masque de calcul *Geometrie* est appelé masque initial. (*cf.* Figure I.6)

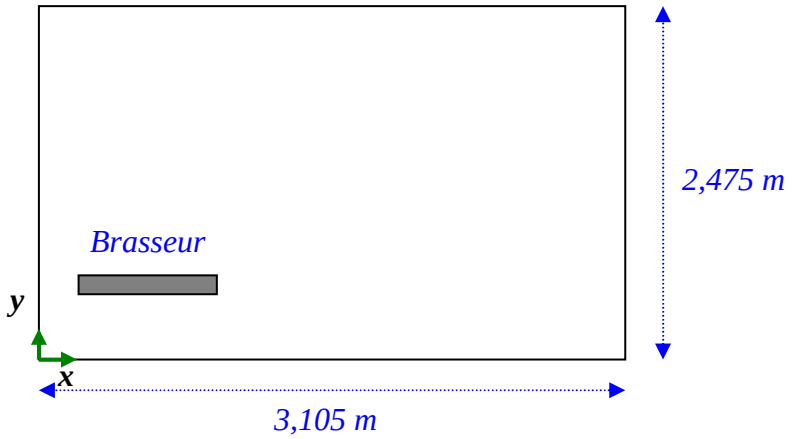


Figure I.6 – Brasseur dans la position initiale.

- Pour chaque point du brasseur du masque initial, on calcule ses nouvelles coordonnées par rotation de l'angle souhaité relativement au centre du brasseur, celui-ci étant conçu pour tourner autour de son axe. Ainsi on génère un nouveau masque du calcul pour la position désirée du brasseur.

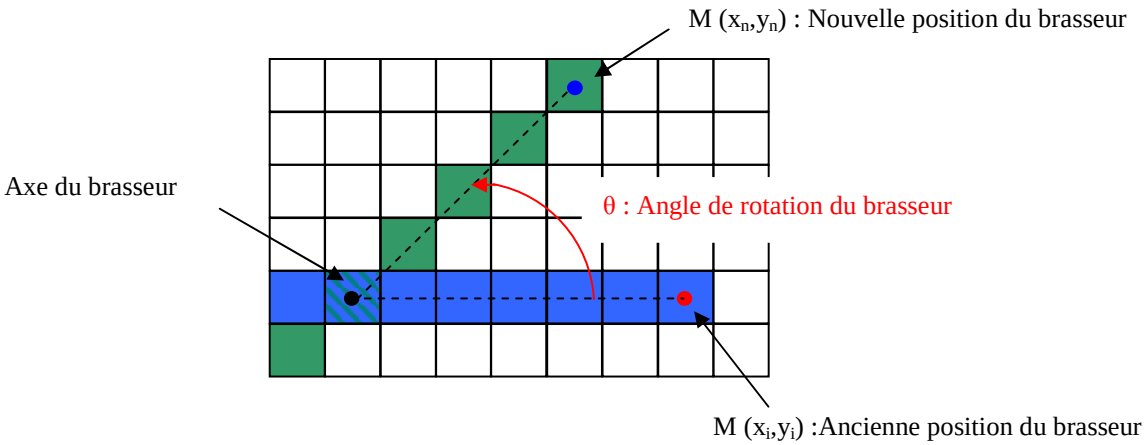


Figure I.7 – Rotation du brasseur.

- Appliquer ce masque à l'équation du champ électrique.

On cherche par la simulation du fonctionnement de la chambre à déterminer les cartographies du champ électrique des modes stationnaires. Comme la méthode FDTD est une méthode temporelle, cette tâche s'effectue en deux étapes, la première consiste à déterminer les fréquences de résonance des modes avant de calculer les cartographies proprement dites dans la deuxième étape. Concernant la première étape, la chambre réverbérante est considérée

comme une cavité résonante et le calcul de sa réponse impulsionnelle permet d'avoir le spectre fréquentiel contenant toutes les fréquences des modes.

Le spectre de la chambre réverbérante est obtenu par la transformée de Fourier de sa réponse impulsionnelle. Pour une cavité sans pertes, la réponse impulsionnelle est temporellement infinie alors que le temps d'observation est fini. Pour limiter les répercussions de ce fenêtrage sur la résolution spectrale, une excitation gaussienne a été choisie. La justification sera donnée au §I.2.4.

La chambre est donc excitée par une impulsion gaussienne. L'excitation se fait en appliquant la fonction gaussienne aux différentes composantes du champ électrique en un point particulier de la chambre ; ce point devient transparent après la fin de l'impulsion. Un autre point à l'intérieur de la chambre est choisi pour enregistrer les valeurs du champ électrique en fonction du temps c'est-à-dire au fur et à mesure que l'impulsion se propage dans le volume de la chambre.

Le signal temporel observé au point d'enregistrement constitue la réponse impulsionnelle de la chambre. En réalisant une transformée de Fourier de ce signal, on obtient le spectre fréquentiel de la chambre réverbérante.

A partir du spectre fréquentiel ainsi calculé, on identifie les modes par les fréquences de résonance. Dans le cas d'une chambre bidimensionnelle, il n'y a pas de dégénérescence de modes. La cartographie du champ électrique est obtenue par un filtrage sélectif réglé sur la fréquence du mode en chaque cellule du maillage.

I.2.4. Impulsion gaussienne et critère de stabilité

Le choix d'une gaussienne est justifié par la variation lisse que présentent ses fronts montants et descendants, ce qui évite de générer des erreurs de calcul dues à des composantes spectrales hautes fréquences artificielles. Elle a par ailleurs l'avantage d'avoir un spectre ajustable par la largeur de l'impulsion, son choix est conditionné par cette largeur qui définit la fréquence maximale excitée.

La fonction gaussienne choisie est de la forme [7]:

$$s(t) = S_0 . e^{-a_0^2 . (t - t_0)^2} \qquad \text{(I.45)}$$

Où S_0 est l'amplitude de la gaussienne, a_0 et t_0 sont des paramètres qui dépendent de σ la largeur à mi-hauteur de la gaussienne (*cf.* Figure I.8).

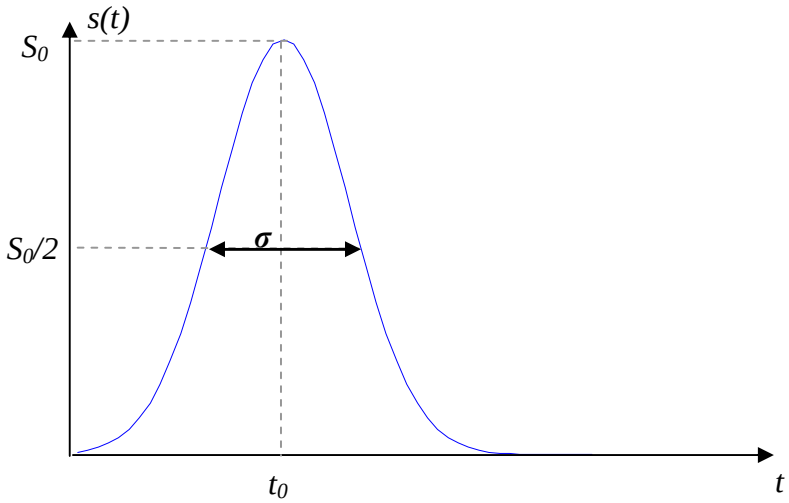


Figure I.8 – Courbe de la gaussienne.

Le paramètre a_0 est donné par : $a_0 = \frac{1{,}665}{\sigma}$

Pour avoir une variation assez lisse du front montant de la gaussienne, t_0 doit être :

$$t_0 = \frac{\sqrt{-ln(\frac{s(0)}{S_0})}}{a_0} \qquad \text{(I.46)}$$

Il est conseillé de prendre *s(0)* au moins 10^{-4} fois plus faible que S_0 [8].

La transformée de Fourier de la fonction gaussienne est une gaussienne de la forme :

$$S(f) = \frac{\sqrt{\pi}.S_0}{a_0} e^{\frac{-\pi^2.f^2}{a_0^2}} \qquad \text{(I.47)}$$

On voit bien que la largeur du spectre de la fonction gaussienne temporelle dépend uniquement de a_0 ou autrement dit de σ la largeur temporelle à mi-hauteur de l'impulsion.

On a choisi de prendre comme fréquence maximale la fréquence pour laquelle l'amplitude de *S(f)* a une valeur égale à 10% de l'amplitude obtenu à la fréquence nulle. Elle est approximativement de :

$$f_{\max} = \frac{a_0}{2} = \frac{0{,}8}{\sigma} \tag{I.48}$$

Ainsi l'amplitude du spectre aux fréquences supérieures à $f_{\max}$ est considérée comme négligeable.

Le maillage du volume de la chambre est caractérisé par le pas spatial uniforme Δ, ce pas est généralement référencé par rapport à la longueur d'onde du travail λ_g plutôt qu'aux dimensions de la structure, ainsi on parle d'un maillage en $\lambda_g/20$ quand $\Delta = \lambda_g/20$ dans le cas d'une étude en bande étroite. En revanche dans le cas d'une étude en large bande on se réfère à la longueur d'onde la plus petite c'est-à-dire la fréquence maximale, avec $\Delta \leq \lambda_{min}/20$ [8].

Les contraintes en nombre de mailles liées à la station de travail imposent la valeur du pas spatial du maillage. Ceci se traduit par une limitation de la fréquence maximale:

$$f_{\max} < \frac{c}{20 \times \Delta} \tag{I.49}$$

Ainsi en fonction des équations (I.48) et (I.49), on définit :

$$f_{\max} = \inf\left(\frac{0{,}8}{\sigma}, \frac{c}{20 \times \Delta}\right) \tag{I.50}$$

Le pas du maillage choisi est de *7,5 mm*, ce qui implique une valeur de f_{max} égale à 2 GHz. Ainsi on déduit la valeur de σ égale à $23{,}81 \times dt$ et la valeur de $t_0 = 43{,}39 \times dt$.

Dans le cas d'une structure bidimensionnelle, pour assurer la convergence de la simulation on a choisi une valeur du pas temporel telle que :

$$\Delta t = \frac{0{,}95}{c.\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}} \tag{I.51}$$

Spatialement, on a adopté un maillage carré tel que $\Delta x = \Delta y = \Delta = 7{,}5\ mm$, ainsi $\Delta t = 16{,}79\ ps$.

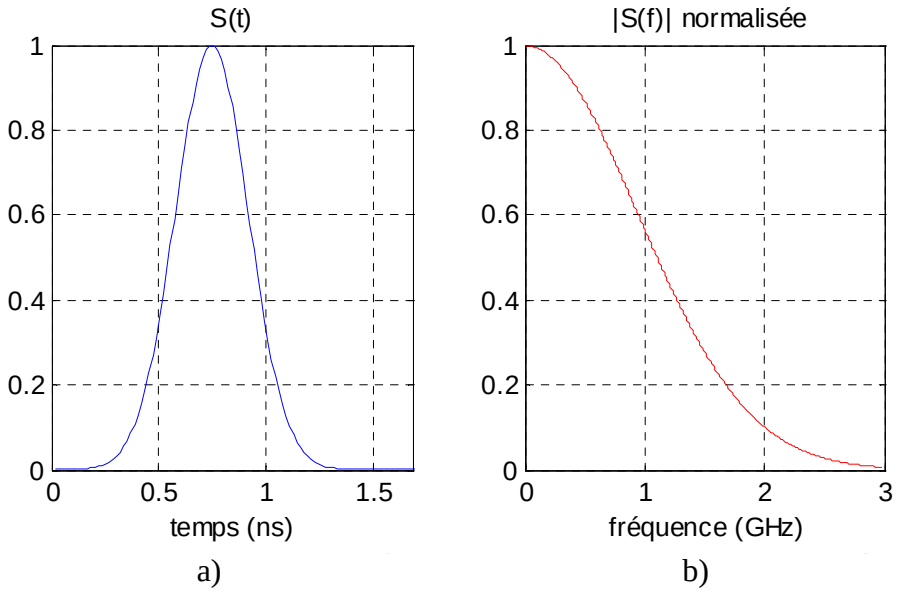


Figure I.9 – Courbes de la gaussienne

a) variation temporelle b) Spectre fréquentiel de la gaussienne

I.2.5. Le spectre fréquentiel de la chambre réverbérante

Le spectre fréquentiel est obtenu par calcul de la transformée de Fourier discrète (*TFD*) de la réponse impulsionnelle. Ce spectre contient les fréquences de résonance des différents modes stationnaires.

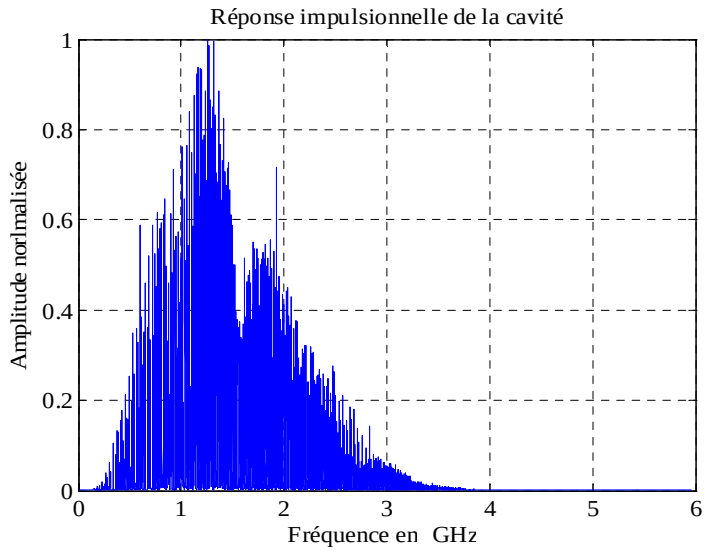


Figure I.10 – Spectre d'une chambre réverbérante

La résolution fréquentielle, qui caractérise la précision du spectre, dépend essentiellement de la longueur et de la forme de la fenêtre d'observation temporelle.

Les simulations étant nécessairement bornées dans le temps, on définit une fenêtre d'observation pendant laquelle le signal est observé. Nous allons étudier l'influence de la forme de cette fenêtre sur la résolution spectrale.

Prenons le cas de la cavité étudiée dans le paragraphe précédent, excitée par une impulsion gaussienne. La réponse impulsionnelle d'une composante du champ électromagnétique en un point d'enregistrement quelconque *M(x, y, z)* de la cavité est une somme de *p* sinusoïdes de fréquences f_i et d'amplitudes $A_i(M)$ et de phases φ_i. On étudie la composante E_z du champ électrique:

$$\mathrm{Ez}(M,t) = \sum_{i=1}^{p} \mathrm{A_i}(M).sin(2\pi.f_i.t + \phi_i) \qquad \text{(I.52)}$$

Dans le cas d'une fenêtre rectangulaire $rect_\tau$ de largeur τ et centrée sur l'origine de l'axe du temps, sa transformée de Fourier est un sinus cardinal :

$$\mathrm{TFD}(rect_\tau) = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} \mathrm{e}^{-j2\pi.f.t}.dt = \frac{sin(\frac{2\pi f.\tau}{2})}{\frac{2\pi f.\tau}{2}} = sinc(\pi\, f\, \tau) \qquad \text{(I.53)}$$

Sur un spectre fréquentiel, la meilleure résolution est obtenue avec une impulsion de Dirac. L'utilisation d'un fenêtrage rectangulaire entraîne l'existence de raies en forme de sinus cardinal et non pas des pics. Le sinus cardinal présente deux inconvénients principaux ; son lobe principal a une largeur inversement proportionnelle à la largeur de la fenêtre temporelle, ses lobes secondaires ont des amplitudes assez importantes.

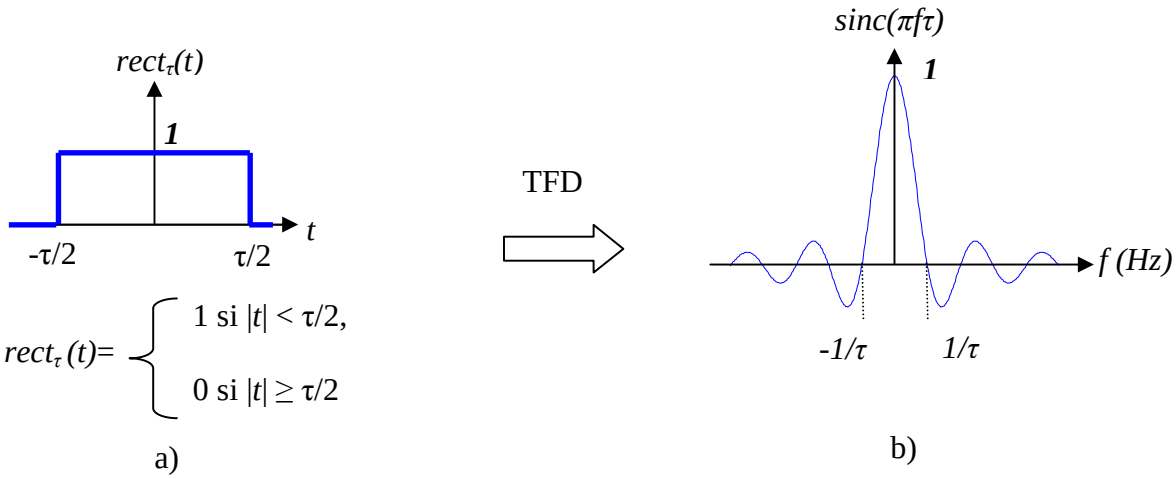
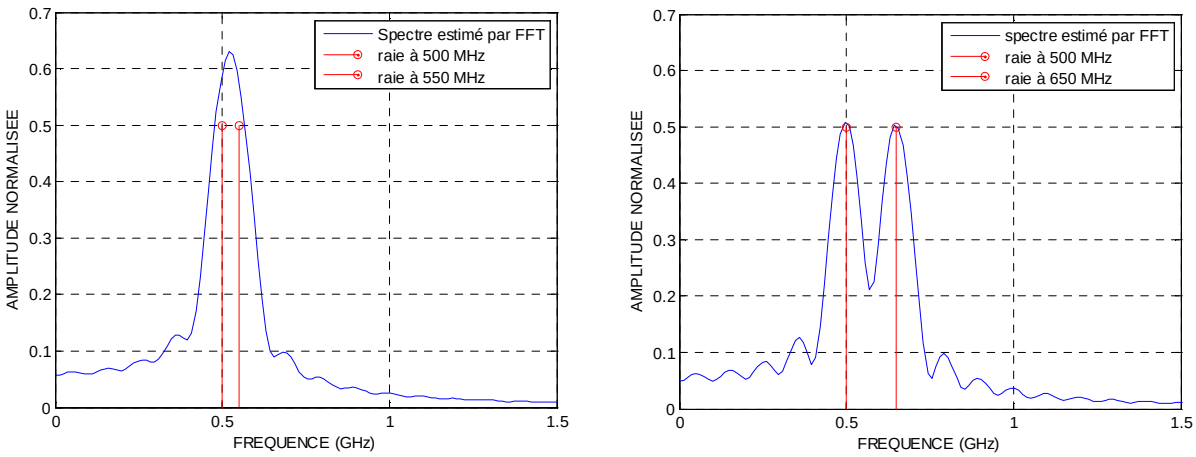


Figure I.11 – Courbes de la fenêtre rectangulaire :
a) variation temporelle b) Spectre fréquentiel.

Lorsque deux raies sont très proches, la largeur du lobe principal peut générer une erreur de détection conduisant à une sous-estimation du nombre de raies. Pour illustrer ce problème, on présente le spectre de deux sinusoïdes d'amplitudes égales à l'unité et de fréquences respectives 500 MHz et 550 MHz. La longueur de la fenêtre d'observation est de $100 \times dt$ avec $dt=0,1$ *ns*, (*cf.* Figure I.12). On remarque qu'on a un seul lobe (*cf.* Figure I.12.a) alors que théoriquement on doit avoir deux raies. Dans le cas de deux raies à 500 MHz et 650 MHz (*cf.* Figure I.12.b) on a deux lobes bien séparés, ainsi la détection est faite sans aucune ambiguïté.



a) b)

Figure I.12 – Détection des fréquences :
a) cas d'ambiguïté. b) cas de bonne détection

On remarque aussi que dans le cas de raies très proches (*cf.* Figure .I.12 a)), l'amplitude du lobe est plus importante que celle de raies séparées, ceci est dû au phénomène de recouvrement des modes [6].

Le deuxième problème que pose le sinus cardinal vient de la présence des lobes secondaires ; l'existence de ces lobes peut engendrer une mauvaise interprétation du spectre, avec une surestimation ou une sous-estimation du nombre des raies car un lobe secondaire peut aussi être interprété comme une raie d'amplitude plus faible. Pour palier certains inconvénients de la fenêtre rectangulaire d'autres types de fenêtres (Haming, Blackmann, etc..) peuvent être utilisées, mais ces fenêtres ont l'inconvénient d'élargir le lobe principal. F.J. Harris présente une étude détaillée des différentes formes des fenêtres [9]. On a choisi la fenêtre rectangulaire parce qu'elle présente le lobe principal le plus étroit ce qui permet de minimiser l'erreur de détection des fréquences des modes.

I.2.6. Calcul de la cartographie

Pour déterminer la cartographie du champ électrique, on s'est servi d'une opération de filtrage par la transformée de Fourier. En effet, l'excitation de la cavité par une impulsion gaussienne dont le spectre fréquentiel est continu et très large, revient à émettre simultanément dans la chambre toutes les sinusoïdes qui composent ce spectre, y compris les fréquences relatives aux modes propres de la cavité. Donc pour trouver la cartographie d'un mode particulier il faut réaliser une opération de filtrage sélectif centré sur la fréquence de ce mode.

Pour réaliser cette tâche, il faut calculer la transformée de Fourier discrète (TFD) du signal temporel correspondant à la composante étudiée du champ électrique en tout point de la cavité c'est-à-dire dans toutes les cellules du maillage. Vu le découplage du temps et de l'espace dans les équations du champ stationnaire, l'élimination de la variable temporelle par la transformée de Fourier permet d'obtenir la répartition spatiale du champ appelée cartographie.

Soit $\mathrm{ez}_{x,y}(t)$ la valeur du champ électrique à l'instant *t* au point de coordonnées *(x,y)*.

$\mathrm{Ez}_{x,y}(f)$ la valeur de la transformée de Fourier du champ électrique en *(x,y)* :

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(f) = \int \mathrm{ez}_{x,y}(t).e^{-j2\pi f\mathrm{t}}.dt \qquad \text{(I.54)}$$

On travaille avec la FDTD en temps discret alors $t = n.\Delta t$ et $f = \dfrac{k}{N.\Delta t}$ avec *N* le nombre d'itérations et $N.\Delta t$ la longueur de la fenêtre d'observation. La transformée de Fourier discrète s'écrit :

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(\frac{k}{N.\Delta t}) = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{N}-1} \mathrm{ez}_{x,y}(n.\Delta t).e^{-j2\pi\frac{k}{N.\Delta t}n.\Delta t} = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{N}-1} \mathrm{ez}_{x,y}(n.\Delta t).e^{-j2\pi\frac{k}{N}n} \qquad \text{(I.55)}$$

En omettant le pas de discrétisation temporel Δt, on retient la notation suivante :

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{N}-1} \mathrm{ez}_{x,y}(n).e^{-j2\pi\frac{k}{N}n} \qquad \text{(I.56)}$$

L'excitation est une impulsion gaussienne ; le champ dans la cavité s'écrit comme la superposition de *M* sinusoïdes, donc le champ temporel en tout point de coordonnées *(x, y)* de la chambre réverbérante s'écrit sous la forme suivante:

$$\mathrm{ez}_{x,y}(n) = \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . e^{j2\pi f_m n.\Delta t} \qquad \text{(I.57)}$$

avec $\bar{a}_m = a_m . e^{j\Phi_m}$ l'amplitude complexe de la sinusoïde d'indice m et f_m sa fréquence. L'excitation gaussienne ayant un étalement spectral limité, seuls les modes de fréquences comprises dans cette bande peuvent être excités. Ces modes ont des indices compris entre m_0 et M.

f_m peut être écrite sous la forme $f_m = \frac{x_m}{\Delta t}$, avec x_m est un réel. Compte tenu de cette hypothèse l'expression du champ électrique est réduite à :

$$\mathrm{ez}_{x,y}(n) = \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . e^{j2\pi . x_m . n} \qquad \text{(I.58)}$$

Alors :

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . e^{j2\pi . x_m . n} . e^{-j2\pi \frac{k}{N} n} \qquad \text{(I.59)}$$

Les deux sommes sur le temps et sur le nombre de sinusoïdes sont indépendantes donc on peut les permuter ;

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = \sum_{m=m0}^{M} \sum_{n=0}^{N-1} \bar{a}_m . e^{j2\pi . x_m . n} . e^{-j2\pi \frac{k}{N} n} = \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi . x_m . n} . e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}$$

$$= \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi . (x_m - \frac{k}{N})}$$

Or $\sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi . (x_m - \frac{k}{N})} = \begin{cases} 0 \text{ si } x_m \neq k/N \\ N \text{ si } x_m = k/N \end{cases}$

➔ $\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = \sum_{m=m0}^{M} \bar{a}_m . N . \delta_{x_m, \frac{k}{N}}$, où $\delta_{x_m, \frac{k}{N}} = \begin{cases} 0 \text{ si } x_m \neq k/N \\ 1 \text{ si } x_m = k/N \end{cases}$

Donc $$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = N.\mathrm{a_m}.e^{j\Phi_m} = N.\mathrm{a_m}.(cos\Phi_m + j.sin\Phi_m) \quad \text{(I.60)}$$

On montre dans la suite qu'en utilisant seulement une transformée en cosinus on arrive bien à déterminer la cartographie du champ électrique.

La valeur réelle du champ électrique à la maille *(x,y)* est donnée par :

$$\mathrm{ez}_{x,y}(n) = \sum_{\mathrm{m=m0}}^{\mathrm{M}} \mathrm{a_m}.cos(2\pi.x_m.n + \varphi_m) \quad \text{(I.61)}$$

On va utiliser la transformée en cosinus pour le calcul de $Ez_{x,y}(k)$.

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = \sum_{\mathrm{n=0}}^{\mathrm{N-1}} \sum_{\mathrm{m=m0}}^{\mathrm{M}} \mathrm{a_m}.cos(2\pi.x_m.n + \varphi_m).cos(2\pi \frac{k}{N} n) \quad \text{(I.62)}$$

$$= \sum_{\mathrm{n=0}}^{\mathrm{N-1}} \sum_{\mathrm{m=m0}}^{\mathrm{M}} \mathrm{a_m}.(\frac{e^{j(2\pi.x_m.n+\varphi_m)} + e^{-j(2\pi.x_m.n+\varphi_m)}}{2}).(\frac{e^{j2\pi\frac{k}{N}n} + e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}}{2})$$

$$= \sum_{\mathrm{m=m0}}^{\mathrm{M}} \frac{\mathrm{a_m}}{4} \sum_{\mathrm{n=0}}^{\mathrm{N-1}} (e^{j(2\pi.x_m.n+\varphi_m)} + e^{-j(2\pi.x_m.n+\varphi_m)}).(e^{j2\pi\frac{k}{N}n} + e^{-j2\pi\frac{k}{N}n})$$

On montre comme précédemment que $\mathrm{Ez}_{x,y}$ s'écrit :

$$\mathrm{Ez}_{x,y}(k) = N.\frac{\mathrm{a_m}}{2}.cos\Phi_m \quad \text{(I.63)}$$

Le terme $cos(\Phi_m)$ est la phase initiale de la sinusoïde au point considéré, par conséquent, elle est indépendante du temps mais elle traduit le déphasage spatial par rapport à l'origine du repère. Il suffit alors de faire une transformée en cosinus pour calculer la cartographie du champ électrique.

I.3. Algorithme parallélisé de simulation

Pour pouvoir réaliser des études en post-traitement précises, il faut avoir des résultats de simulation qui traduisent fidèlement la réalité physique dans la chambre réverbérante vis-à-vis des hypothèses physiques adoptées, d'où l'importance d'avoir des cartographies du champ électrique très précises. Pour atteindre cette précision, il faut avoir des longueurs importantes de la fenêtre d'observation. Une telle tâche requiert un temps de calcul très important pour

une simulation sur une seule machine. L'utilisation de codes parallèles permet de résoudre ce problème et d'avoir un gain important en temps de simulation.

Le calcul parallèle consiste en l'exécution d'un programme partitionné en tâches élémentaires adaptées et réparties entre plusieurs processeurs opérants simultanément en vue d'une exécution plus rapide qu'avec un unique processeur de la même technologie. Les tâches élémentaires appelées processus sont exécutées parallèlement et indépendamment sur des processeurs dédiés chacun à un processus. La communication entre les processus se fait par échange de messages en utilisant la norme MPI (*Message Passing Interface*).

Le calcul parallèle est donc une excellente solution pour des tâches exigeantes en calcul et/ou ayant des contraintes temporelles critiques.

I.3.1. La norme Message passing interface

MPI (Message Passing Interface) est une norme, conçue en 1993-94, définissant une bibliothèque de fonctions, utilisables avec les langages C et Fortran. Elle permet d'exploiter des ordinateurs distants ou multiprocesseurs par passage de messages. MPI a été écrit pour obtenir de bonnes performances aussi bien sur des machines massivement parallèles à mémoire partagée que sur des clusters d'ordinateurs hétérogènes à mémoire distribuée [10]. On va utiliser le MPICH qui est une implémentation du MPI, conçue pour les applications à mémoire distribuée.

On présente le vocabulaire utilisé par le standard MPICH :

Processus : exécution d'un programme parallèle, chaque processus est exécuté par un processeur.

Noeud : machine physique, elle contient un ou plusieurs processeurs.

Communicateur : Toutes les opérations effectuées par MPI portent sur des communicateurs. Le communicateur par défaut est MPI_COMM_WORLD qui comprend tous les processus actifs.

Message : liste de données circulant entre les processus.

Barrière : point de synchronisation des processus.

Ainsi paralléliser un programme c'est le diviser en *k* tranches séquentielles équivalentes. Chaque tranche est un processus séquentiel qui sera exécuté par un processeur situé sur un nœud donné. Tous les processus se trouvent dans le communicateur par défaut MPI_COMM_WORLD.

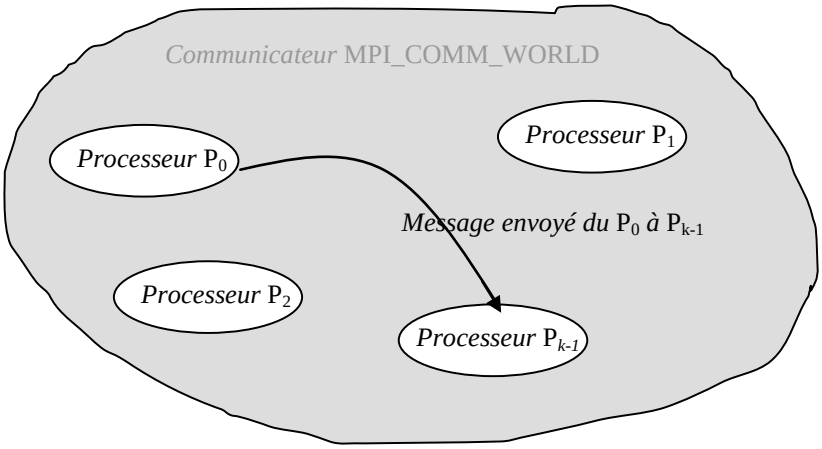


Figure I.13 – Communication point à point entre deux processus.

I.3.2. L'algorithme de simulation parallèle

Le masque de calcul correspondant à la chambre réverbérante bidimensionnelle de dimensions *3,105m×2,475m* sera réparti sur *8* processus. En effet, la surface globale de la chambre sera divisée en *8* petites surfaces adjacentes de dimensions *388,125mm × 2475 mm* chacune, et un processus sera affecté pour le calcul des valeurs du champ électromagnétique correspondant respectivement à chacune de ces surfaces (*cf.* Figure I.14).

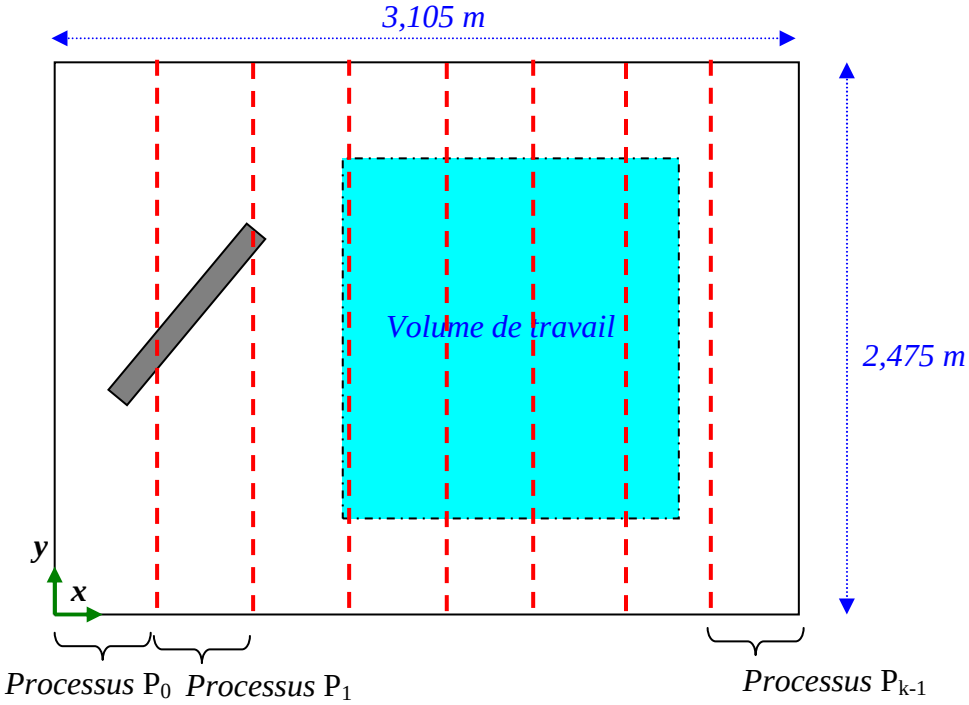


Figure I.14 – Schéma de parallélisation du programme.

L'utilisation des communications entre les processus permet de garantir l'échange des valeurs du champ électrique et magnétique sur les bords des surfaces élémentaires après chaque itération temporelle. L'exécution correcte du programme par tout processus impose le séquencement des opérations suivantes à chaque itération ;

- *La mise à jour des valeurs du champ électrique à partir des équations de Maxwell.*
- *L'échange des valeurs frontalières du champ électrique entre processus adjacents.*
- *La mise à jour des valeurs du champ magnétique à partir des équations de Maxwell.*
- *Échange des valeurs frontalières du champ magnétique entre processus adjacents.*

On a appelé les valeurs frontalières basses les valeurs du champ situées à la frontière avec le processus de rang inférieur et les valeurs frontalières hautes les valeurs situées à la frontière avec le processus de rang supérieur. Chaque processus doit envoyer les valeurs frontalières basses du champ électrique vers le processus de rang inférieur et les valeurs frontalières hautes du champ magnétique vers le processus de rang supérieur, et réciproquement il doit recevoir les valeurs frontalières hautes du champ magnétique relatives au processus de rang inférieur et les valeurs frontalières basses relatives au champ électrique du processus de rang supérieur (*cf.* Figure I.15). A la fin de chaque itération on met une barrière de synchronisation des processus où tous les processus doivent attendre avant d'entamer les calculs pour une nouvelle itération.

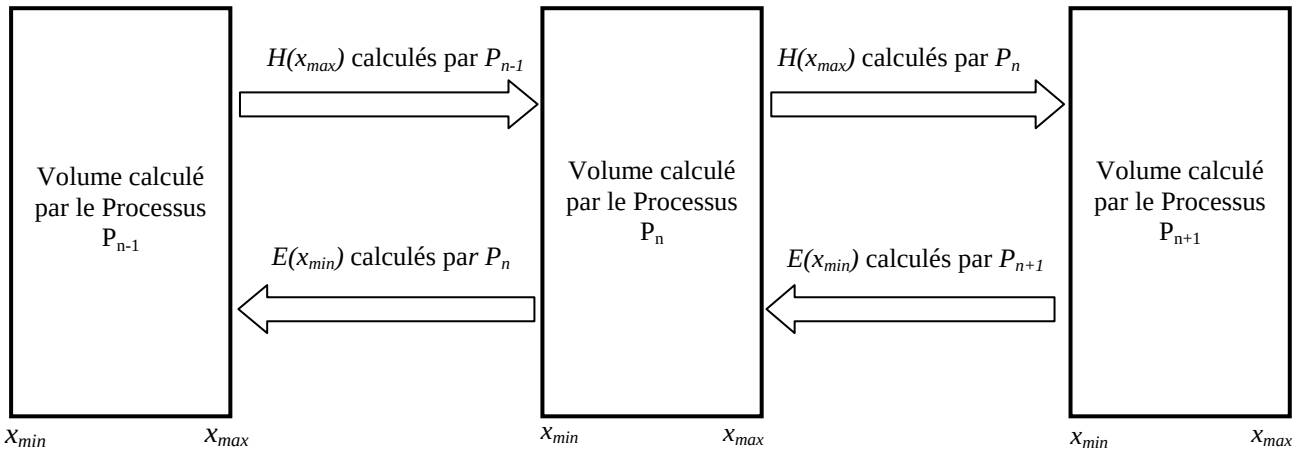


Figure I.15 – Echange des données entre processus.

Dans notre cas chaque nœud de calcul dispose de sa propre mémoire, on parle donc d'un parallélisme distribué.

D'une manière générale, tout processus est pénalisé en terme de vitesse moyenne par les passages des données entre processus adjacents où sa vitesse est minimale. Selon la loi d'Amdahl [11], on caractérise la vitesse d'un programme parallèle (speedup) par le rapport entre le temps d'exécution du même programme en version séquentielle sur un monoprocesseur par le temps d'exécution de ce programme en version parallélisé.

$$S = \frac{Ts}{Tp} = \frac{1}{Ps + \frac{Pp}{Np}} \tag{I.64}$$

Avec Pp : la partie parallèle du programme et Ps est sa partie séquentielle, telle que $Pp+Ps=1$.

Np est le nombre de processeurs utilisés.

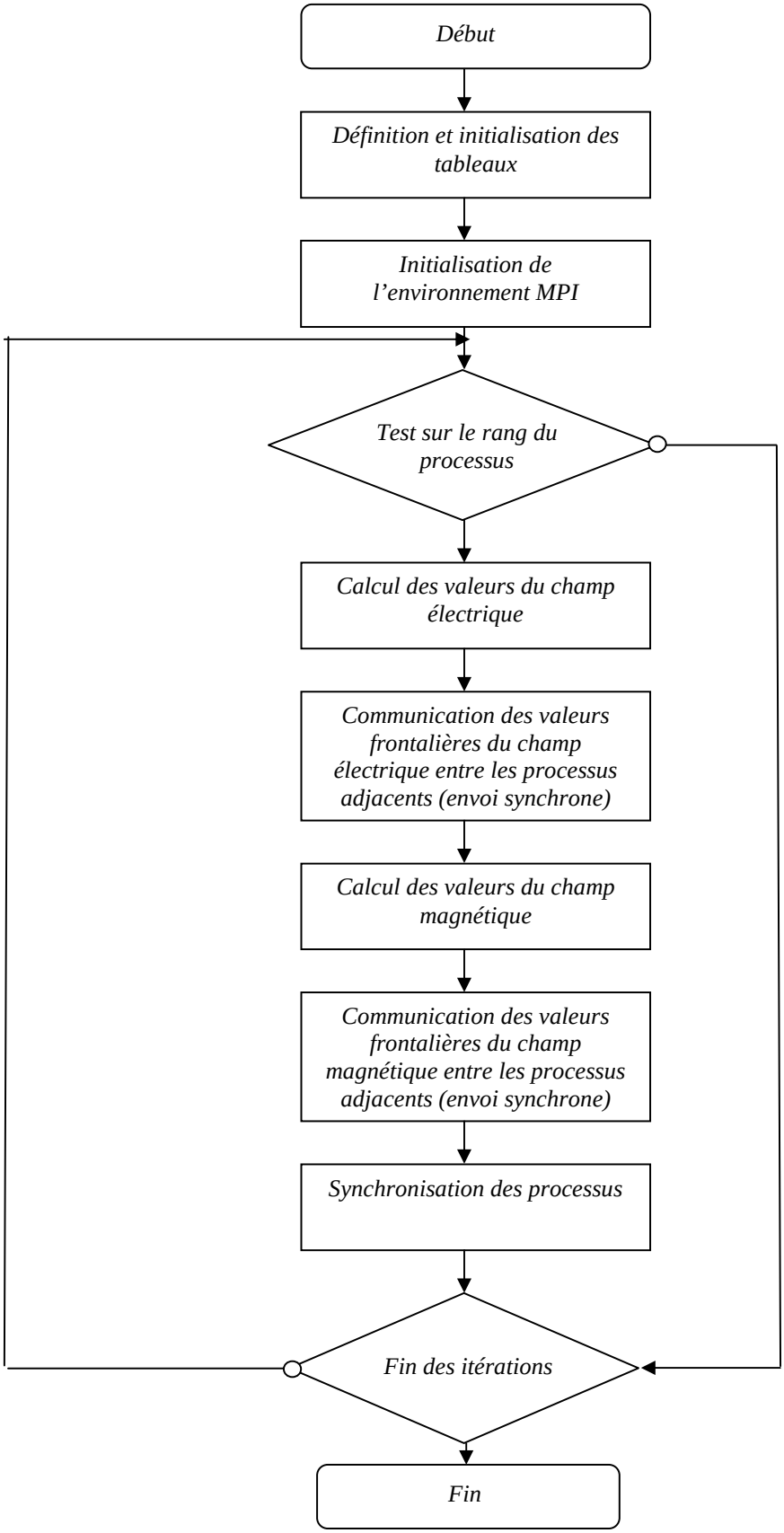
On voit que lorsque le nombre des processeurs est important la vitesse du programme est définie seulement par la partie séquentielle.

$$S \approx \frac{1}{Ps} \text{ Lorsque } Np \mapsto \infty \tag{I.65}$$

Ainsi pour réduire la vitesse du programme, on a intérêt à réduire la partie séquentielle et augmenter le nombre des processeurs utilisés. En raison des contraintes de partages des ressources informatiques entre plusieurs utilisateurs, on a décidé d'utiliser seulement 8 processeurs sur 82 pour chaque simulation.

Moses et *al.* ont étudié la variation de la vitesse d'un programme parallèle (speedup) en fonction du nombre de processeurs utilisés pour une taille de la partie séquentielle du programme variable [12]. Ils ont ainsi trouvé une augmentation de la vitesse d'un facteur 8 pour une taille de la partie séquentielle de l'ordre de 1%. Sachant que dans notre programme cette partie est limitée seulement à la génération de masques de calcul c'est-à-dire la géométrie de la chambre, elle représente moins de 1% du programme entier.

On présente l'organigramme de simulation parallèle :



La station de travail est le cluster de l'université Paris-Est Marne-La-Vallée. Il comporte 41 nœuds : un nœud maître ayant deux processeurs de 2,8 GHz, une mémoire vive de 2 GO et 4 disques de 73 GO, et 40 nœuds de calcul contenant chacun deux processeurs de fréquences égales à 2,8 GHz, une mémoire vive de 2020 MO et 1 disque de 120 GO. Ces nœuds sont gérés par le logiciel de clustering ALINKA. Les "jobs" - les programmes à exécuter - sont lancés sur le nœud maître via l'interface web du cluster.

Pour illustrer le gain de temps avec la parallèlisation du programme, on a simulé la chambre réverbérante bidimensionnelle avec un maillage de 7,5 mm c'est à dire 414×330 cellules et un nombre d'itérations égal à 500000 sur 8 processeurs similaires (4 noeuds) pour trouver un temps de simulation de 1,16 heures. Dans le cas du programme séquentiel exécuté sur une seule machine possédant un seul processeur de 3GHz et une mémoire vive de 3GO, on trouve un temps d'exécution égale à 18,86 heures, ainsi le temps d'exécution est à peu prés 16 fois plus faible avec un code parallèle (le processeur utilisé pour le code séquentiel fonctionne en partition de temps avec le système d'exploitation windows®).

I.4. Simulations et Résultats

Dans ce paragraphe on présente les résultats des simulations de la chambre réverbérante dans deux cas différents ; chambre vide et munie d'un brasseur.

On a décidé de choisir comme paramètres, pour réaliser les simulations de la chambre, un maillage de 414×*330 cellules carrées d'arête égale à 7,5 mm et un nombre d'itérations égal à 500 000. Le critère de stabilité (*cf.* §I.2.4) est choisi tel que :

$$\Delta t = \frac{0,95}{c.\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}}} < \frac{1}{c.\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}}} \qquad \text{(I.66)}$$

Le pas temporel est alors égal à *16,8 ps*.

I.4.1. Cavité vide

On présente la partie ''basses fréquences'' du spectre de la chambre vide, contenant les fréquences voisines de la fondamentale, estimée par la méthode *FDTD* ainsi que les fréquences de cette cavité connues théoriquement.

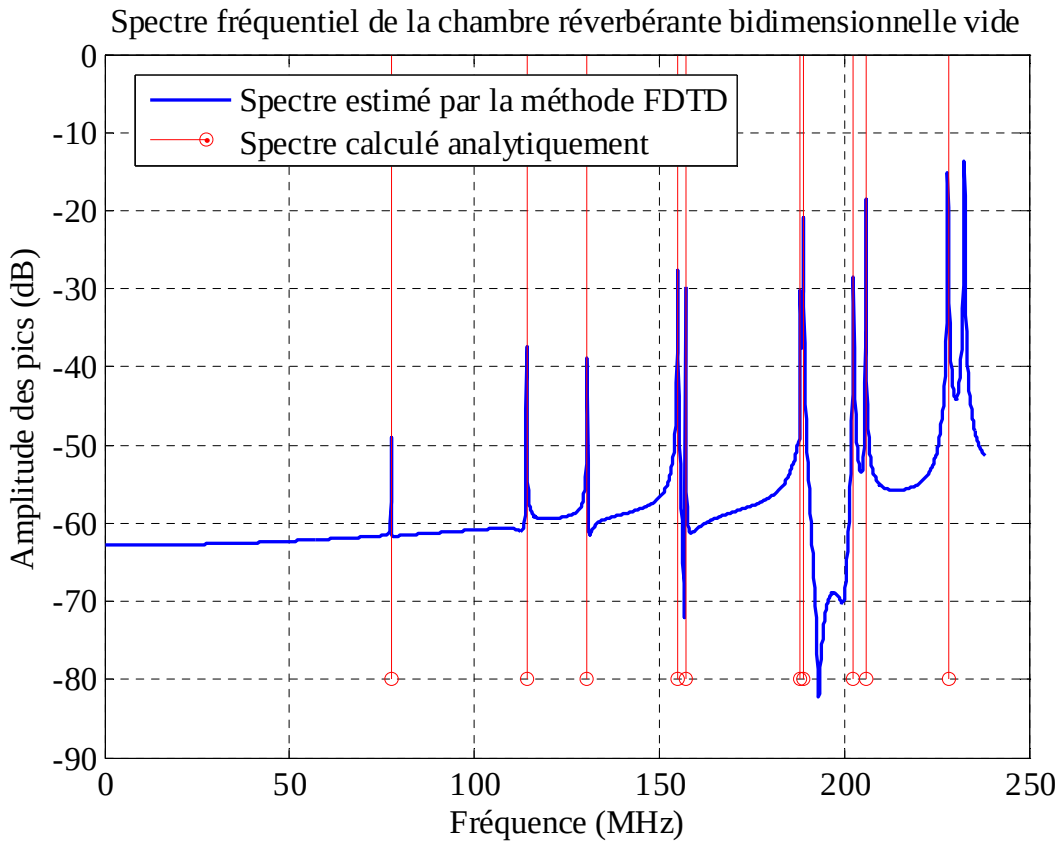


Figure I.16 – Spectre fréquentiel de la chambre réverbérante vide.

Le tableau I.1 contient la comparaison entre les fréquences estimées par simulation et les fréquences théoriques, ainsi que l'erreur.

Tableau I.1 *: Fréquences de résonance de la chambre réverbérante vide.*

Mode de résonance	**Fréquences théoriques (MHz)**	**Fréquences estimées par FDTD (MHz)**	**Erreur (%)**
TM_{110}	77,5	77,52	0,03
TM210	114,05	114,09	0,03
TM120	130,48	130,52	0,03
TM220	155	155,05	0,03
TM310	157,09	157,09	0,005
TM130	188,12	188,16	0,02
TM320	188,93	188,88	-0,03
TM410	202,51	202,57	0,03
TM230	205,89	205,9	0,007
TM420	228,1	228,06	-0,02%

On remarque que l'erreur reste généralement inférieure à 0,02%, ainsi on a considéré que les paramètres de simulation sont suffisants pour obtenir des résultats précis. Le temps de simulation moyen est de 1,16 heures.

On présente la cartographie (*cf.* Figure I.17) normalisée du mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz*, obtenue par simulation de la chambre réverbérante vide à l'aide du programme parallélisé sur 8 processeurs :

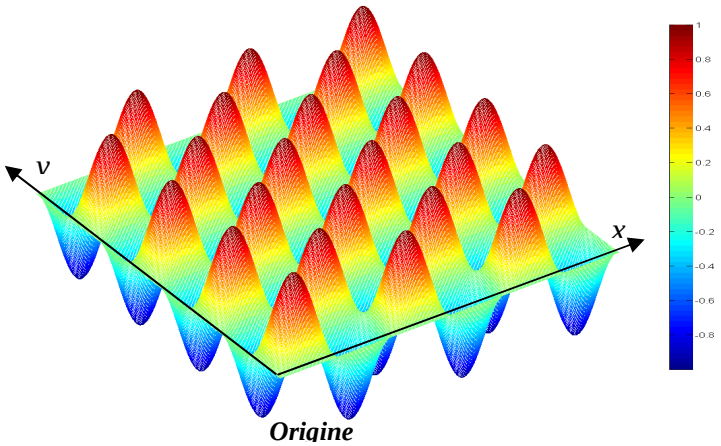


Figure I.17 – Cartographie normalisée du champ électrique du mode TM_{680}.

Pour mesurer la précision de cette cartographie par rapport à la cartographie obtenue analytiquement, on calcule la différence relative entre les deux cartographies (*cf.* Figure I.18) :

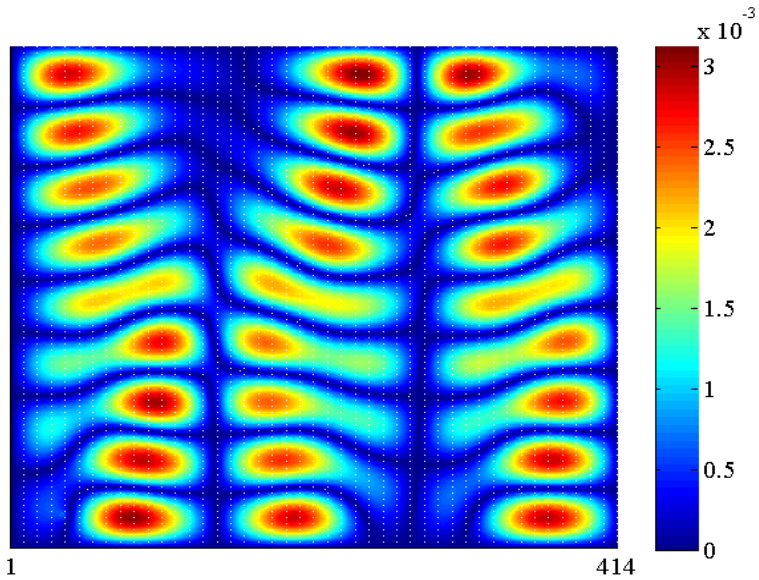


Figure I.18 – Cartographie de l'erreur absolue.

L'amplitude maximale du champ sur la surface étudiée étant égale à l'unité, l'erreur relative, définie comme étant l'erreur absolue normalisée par la moyenne de la valeur absolue du champ électrique sur toute la surface étudiée, reste inférieure à 0,32 %. L'erreur relative moyenne est de 0,1 %.

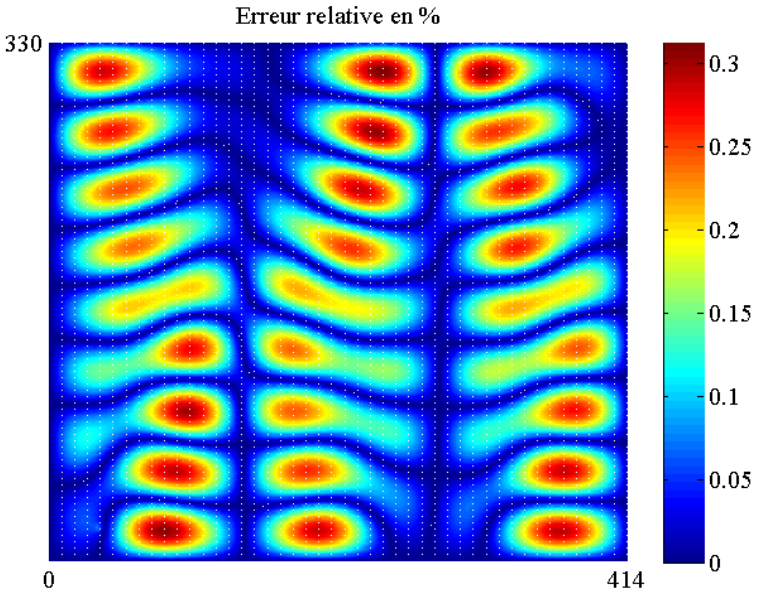


Figure I.19 – Cartographie de l'erreur relative.

Les très bonnes précisions obtenues permettent l'utilisation de la méthode FDTD pour calculer les cartographies du champ électrique dans une cavité munie d'un brasseur.

I.4.2. Cavité avec brasseur

On présente le spectre fréquentiel estimé par la méthode FDTD de la chambre munie d'un brasseur incliné de 45°, en utilisant un programme parallèle sur huit processeurs (*cf.* Figure I.20). Le facteur de qualité de la chambre réverbérante est infini puisqu'on a utilisé une conductivité infinie pour les murs et le brasseur, ainsi les pics de résonance sont théoriquement des pics de Dirac mais qui seront affectés par la longueur finie de la fenêtre d'observation dont la transformée de Fourier est un sinus cardinal.

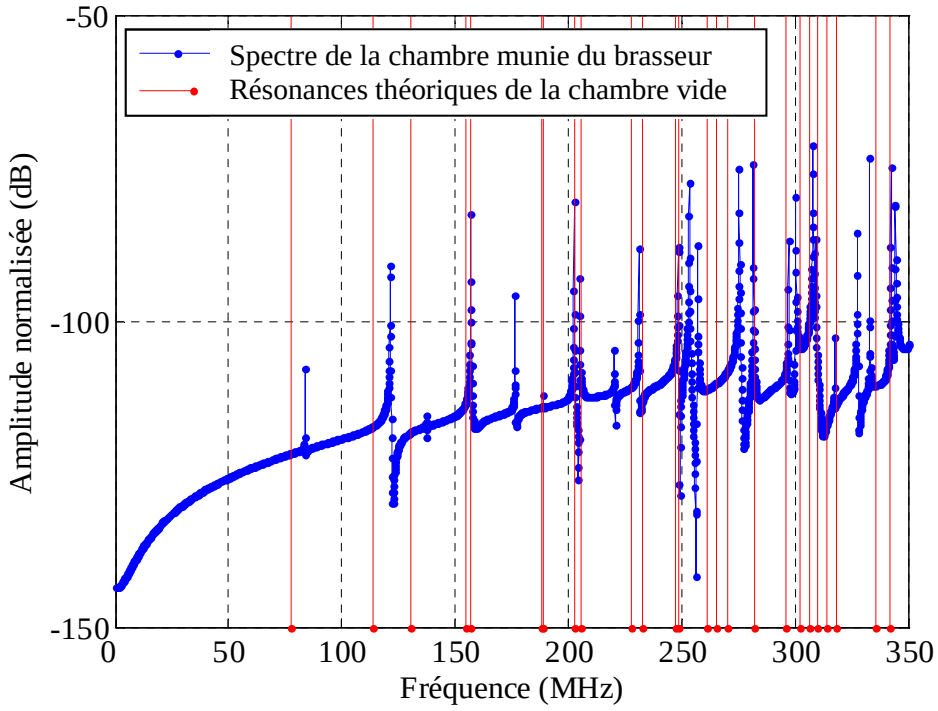


Figure I.20 – Spectre fréquentiel de la cavité avec brasseur.

On présente deux cartographies du champ électrique relatives à deux modes de fréquences différentes f_1*=327,5 MHz* et *f2=468,51 MHz*:

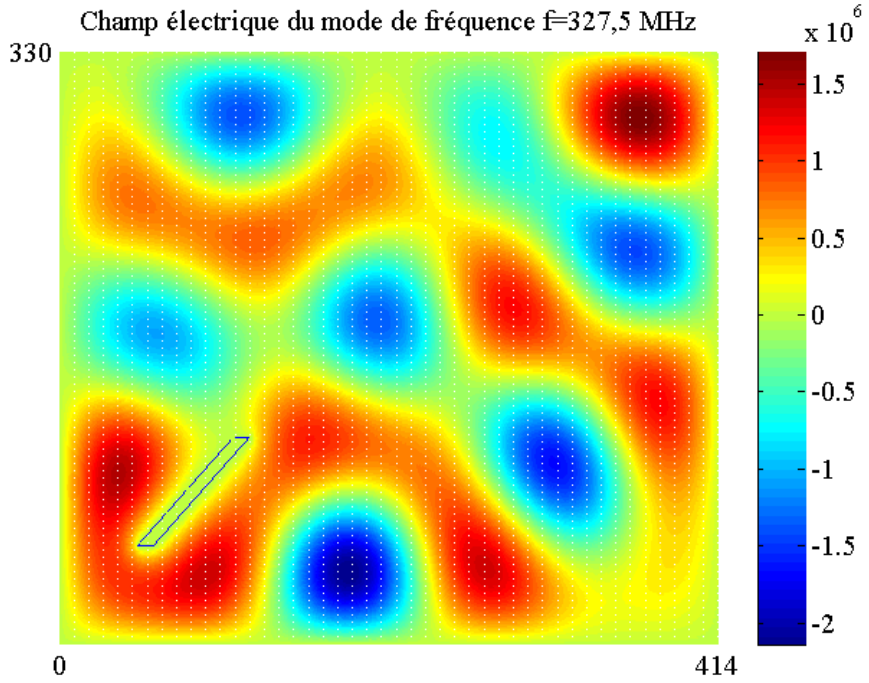


Figure I.21 – Cartographie du champ électrique (V/m) du mode de résonance de fréquence f=327,5 MHz.

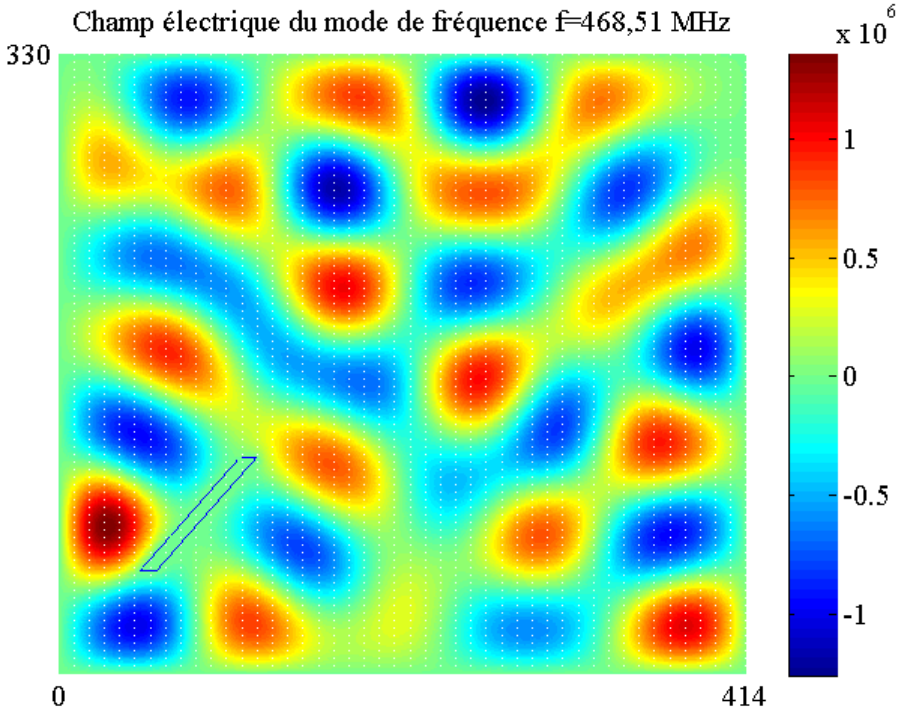


Figure I.22 – Cartographie du champ électrique (V/m) du mode de résonance de fréquence f=468,51 MHz.

Sur les deux cartographies, on voit que la répartition spatiale du champ électrique n'est plus régulière comme dans le cas de la chambre sans brasseur. Le rôle du brasseur est en effet de créer une perturbation qui génère un champ électrique de cartographie non ordonnée de sorte que, pour une rotation complète du brasseur, l'écart entre les valeurs extrêmes du champ soit réduit.

Conclusion

L'analyse des phénomènes électromagnétiques dans les chambres réverbérantes à brassage mécanique de modes est rendue possible grâce à la modélisation par des méthodes numériques. En particulier, la méthode de différences finies dans le domaine temporel utilisée dans le travail de cette thèse a été détaillée.

Dans un premier temps on a présenté la technique de modélisation de la chambre réverbérante qui consiste en maillage régulier bidimensionnel tenant compte de la géométrie du brasseur ainsi que de sa rotation. L'utilisation d'un masque de calcul a facilité l'implémentation de tout type de géométrie sur le même code, en vu de la modélisation de la rotation du brasseur.

La nécessité d'avoir des cartographies avec un maillage très fin a imposé l'utilisation de codes parallèles. L'utilisation de ces codes a permis d'avoir un gain de temps d'un facteur supérieur à 8 par rapport aux conditions de simulation d'un code séquentiel.

Les simulations de la chambre réverbérante sans brasseur, pour laquelle la solution est connue analytiquement, ont fourni des résultats très précis au niveau du spectre fréquentiel et des cartographies. La précision obtenue pour ce cas test a permis d’extrapoler la méthode FDTD dans les mêmes conditions de simulation au cas de la chambre avec un brasseur.

L'hypothèse de décomposition des cartographies du champ électrique en une somme d'ondes planes sera abordée au prochain chapitre en utilisant différentes méthodes spectrales.

Chapitre II

Méthodes d’estimation du spectre angulaire dans la chambre réverbérante

Chapitre II
Méthodes d'estimation du spectre angulaire dans la chambre réverbérante

Introduction

La décomposition du champ électromagnétique stationnaire à l'intérieur d'une chambre réverbérante a suscité beaucoup d'intérêt ; alors que la plupart des études existantes sont basées généralement sur des critères statistiques, la décomposition choisie ici permet de voir le champ électrique comme étant une somme finie d'ondes planes, ce qui constitue un outil déterministe puissant pour retrouver les valeurs du champ à l'intérieur de la chambre.

La caractérisation du spectre angulaire se fait à l'aide de méthodes spectrales qui se divisent en deux classes; les méthodes non paramétriques qui ne nécessitent aucune connaissance à priori sur les signaux à traiter et les méthodes paramétriques qui nécessitent la connaissance à priori de certains paramètres et qui exigent certaines hypothèses sur le modèle des signaux à traiter. Dans la première classe, on trouve la transformée de Fourier ou la méthode de Capon [13] [14] alors que dans la deuxième classe on trouve les méthodes dites à haute résolution comme MUSIC [15] [16] et ESPRIT [17] [18].

Les méthodes non paramétriques présentent l'avantage de la simplicité du concept et la mise en pratique, alors que les méthodes paramétriques ont l'avantage d'avoir une haute résolution spectrale. Pendant longtemps la limite incontournable des méthodes classiques en terme de résolution était la limite de Rayleigh [19]. Cette limite a été franchie par les méthodes à haute résolution et leurs pouvoirs de séparation ne sont limités que par le rapport signal à bruit des sources et du bruit [20].

Dans ce chapitre, on va étudier deux méthodes spectrales différentes, la transformée de Fourier (non paramétrique) et l'algorithme MUSIC (paramétrique) pour l'estimation du spectre angulaire dans une chambre réverbérante bidimensionnelle.

II.1. Décomposition du champ électrique stationnaire dans une chambre vide en une somme d'ondes planes

Le principe de la décomposition consiste à considérer le champ électrique en tout point de la chambre comme une somme d'ondes planes [21] [22]quelle que soit la forme de la chambre réverbérante. Par application des équations de Maxwell, et en tenant compte des conditions aux limites dans une cavité vide, on calcule l'expression du champ électromagnétique stationnaire dans une cavité rectangulaire (*cf.* annexe 1). On se limite à l'expression de la seule composante du champ électrique des modes transverses magnétiques TM_{mn0} :

$$\mathrm{Ez}^{mn0}(x,y) = \mathrm{Ez}_0.sin(\frac{m\pi}{a}x).sin(\frac{n\pi}{b}y) \qquad \text{(II.1)}$$

Mathématiquement la fonction sinus est la somme de deux exponentielles complexes de phases opposées :

$$sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \qquad \text{(II.2)}$$

En explicitant chacune de deux fonctions sinus qui composent l'équation (II.1) en deux exponentielles complexes, le champ électrique sera vu comme la somme de quatre ondes planes :

$$\mathrm{Ez}^{\mathrm{mn0}}(x,y) = -\frac{\mathrm{Ez}_0}{4}(e^{j(\frac{m\pi}{a}x+\frac{n\pi}{b}y)} - e^{j(\frac{m\pi}{a}x-\frac{n\pi}{b}y)} - e^{j(-\frac{m\pi}{a}x+\frac{n\pi}{b}y)} + e^{j(-\frac{m\pi}{a}x-\frac{n\pi}{b}y)}) \qquad \text{(II.3)}$$

Ainsi le champ électrique de tout mode stationnaire de la cavité peut être décomposé en une somme vectorielle de quatre ondes planes de vecteurs d'ondes et d'amplitudes respectives

Onde # 1 de vecteur d'onde $\vec{k}_1 = k_{1x}\vec{u}_x + k_{1y}\vec{u}_y = \frac{m\pi}{a}\vec{u}_x + \frac{n\pi}{b}\vec{u}_y$ et d'amplitude $-\frac{\mathrm{Ez}_0}{4}$.

Onde # 2 de vecteur d'onde $\vec{k}_2 = k_{2x}\vec{u}_x + k_{2y}\vec{u}_y = \frac{m\pi}{a}\vec{u}_x - \frac{n\pi}{b}\vec{u}_y$ et d'amplitude $\frac{Ez_0}{4}$.

Onde # 3 de vecteur d'onde $\vec{k}_3 = k_{3x}\vec{u}_x + k_{3y}\vec{u}_y = -\frac{m\pi}{a}\vec{u}_x + \frac{n\pi}{b}\vec{u}_y$ et d'amplitude $\frac{Ez_0}{4}$.

Onde # 4 de vecteur d'onde $\vec{k}_4 = k_{4x}\vec{u}_x + k_{4y}\vec{u}_y = -\frac{m\pi}{a}\vec{u}_x - \frac{n\pi}{b}\vec{u}_y$ et d'amplitude $-\frac{Ez_0}{4}$.

On note que le nombre d'ondes planes qui composent tout mode de la cavité vide est constant et ne varie pas avec la fréquence.

Cette décomposition en ondes planes est valable dans toute la cavité, donc, ainsi en tout point le champ électrique résulte de la superposition de quatre ondes planes de directions d'arrivée invariantes avec la position du point d'observation (*cf.* Figure II.1).

On extrapole la technique de décomposition en ondes planes au cas du champ électrique stationnaire à l'intérieur d'une chambre réverbérante munie d'un brasseur pour l'estimation du spectre angulaire.

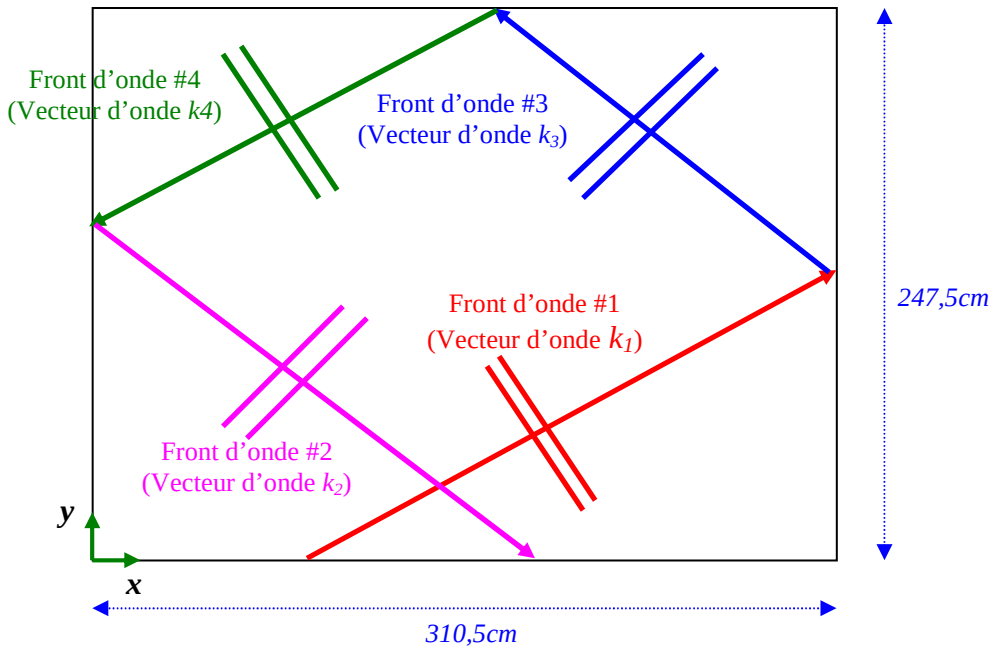


Figure II.1 – les quatre fronts d'ondes planes qui composent le champ électrique stationnaire dans une chambre réverbérante bidimensionnelle.

II.2. Définition de la surface de travail

Le but de l'étude des chambres réverbérantes consiste à valider l'hypothèse d'homogénéité statistique du champ électromagnétique dans un volume particulier de la chambre appelé volume de travail. Plusieurs travaux ont été réalisés pour définir les limites de ce volume ; la norme [23] prévoit une distance minimale aux parois de λ/4, λ étant la longueur d'onde du mode étudié. Des simulations numériques ont conduit Hoëppe [24] a proposé une distance minimale par rapport aux murs de λ/5. Dans notre cas d'étude on traite les modes à répartition bidimensionnelle (invariance de la répartition par translation selon la 3eme dimension) ce qui nous ramène à utiliser le vocabulaire "surface de travail" au lieu de "volume de travail". On choisit de délimiter cette surface d'un tiers de longueur d'onde - correspondante à la fréquence minimale d'utilisation - des trois murs de la chambre et de l'extrémité la plus proche du brasseur (*cf.* Figure II.2), ainsi on peut étudier les modes ayant des fréquences inférieures à f_{LUF} tout en descendant à des fréquences allant jusqu'à 250MHz tout en respectant la norme.

Pour garantir une densité des modes suffisante pour obtenir un champ statistiquement homogène, la fréquence minimale (*« Lowest Useable Frequency » ou LUF*) d'utilisation est comprise entre 4 à 6 fois la fréquence fondamentale [25] [26]. On a choisit de prendre pour fréquence LUF la valeur de 465 MHz c'est-à-dire 6 fois la fréquence fondamentale de la cavité vide.

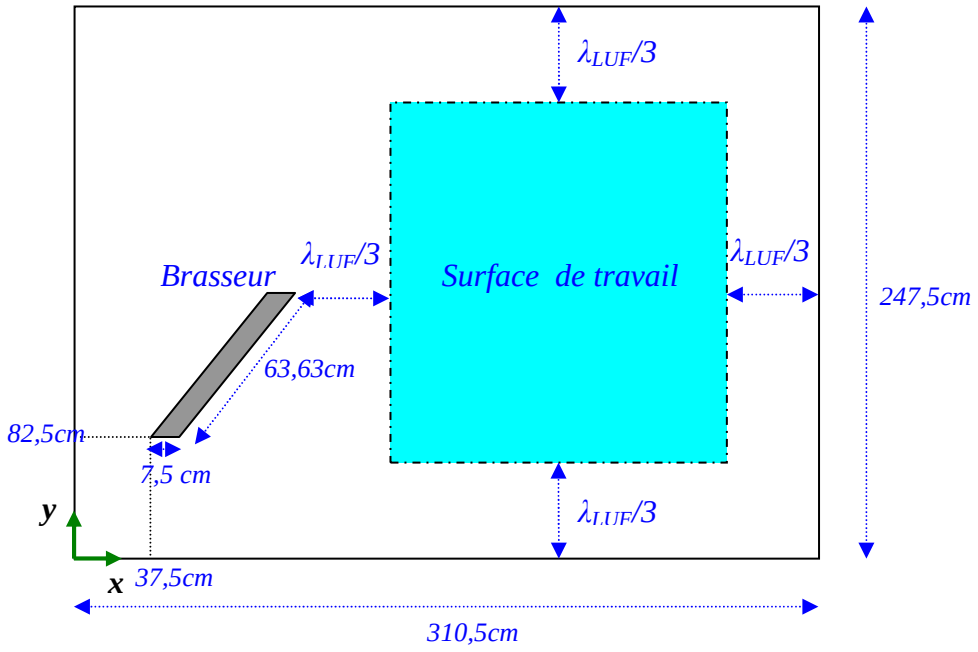


Figure II.2 – Chambre réverbérante bidimensionnelle.

II.3. Principe de localisation des sources

Le problème d'identification des directions d'arrivée des ondes planes se ramène à un problème de localisation de source. Le front d'onde émis par une source située très loin du point d'observation étant approximé par un plan infini, le déphasage entre les fronts reçus sur deux capteurs d'observation, espacés d'une distance *d*, est proportionnel à l'angle θ que fait la direction de propagation de l'onde avec la normale au réseau de capteurs (*cf.* Figure II.3).

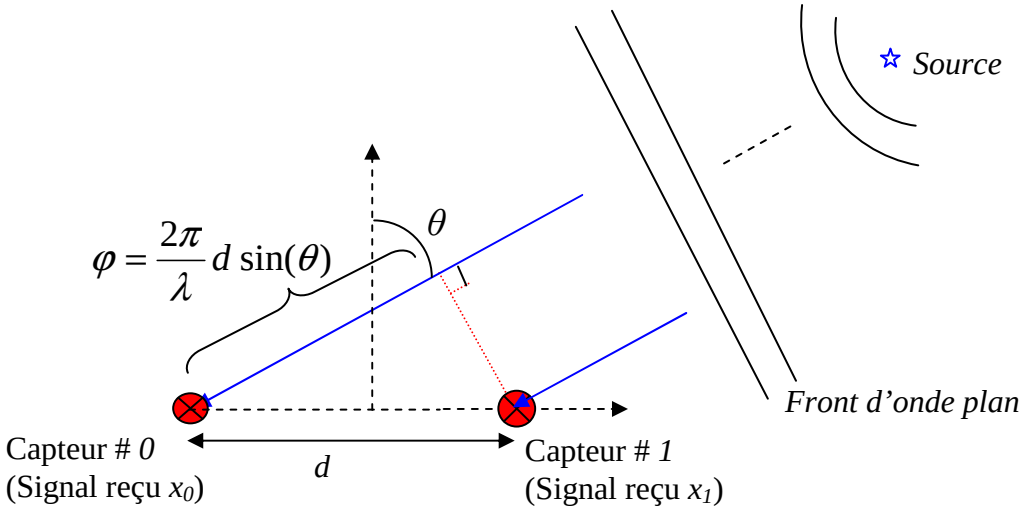


Figure II.3 – Lien entre le déphasage entre les signaux reçus sur les capteurs et la direction d'arrivée de l'onde.

L'étude du déphasage entre des signaux reçus sur un réseau de capteurs permet de remonter à la direction d'arrivée de l'onde et de localiser la position de la source.

Pour déterminer le spectre d'ondes planes (appelé aussi spectre angulaire) dans une chambre réverbérante on a utilisé des méthodes couramment utilisées dans les techniques de localisation des sources. Ces méthodes sont basées sur le traitement des signaux reçus sur un réseau linaire ou planaire de capteurs de champ, ce champ peut être une pression dans le cas du sonar [27] ou un champ électrique dans le cas du traitement des antennes.

Pour détailler le principe de localisation par réseau de capteurs, on considère un réseau linéaire de *N* capteurs équidistants d'une distance *d* (*cf.* Figure II.4). Ce réseau de capteurs est illuminé par un nombre *p* d'ondes planes ayant des directions d'arrivée respectives θ_i (où *i* varie de *1* à *p*). On rappelle que les angles sont définis par rapport à la normale au réseau de capteurs.

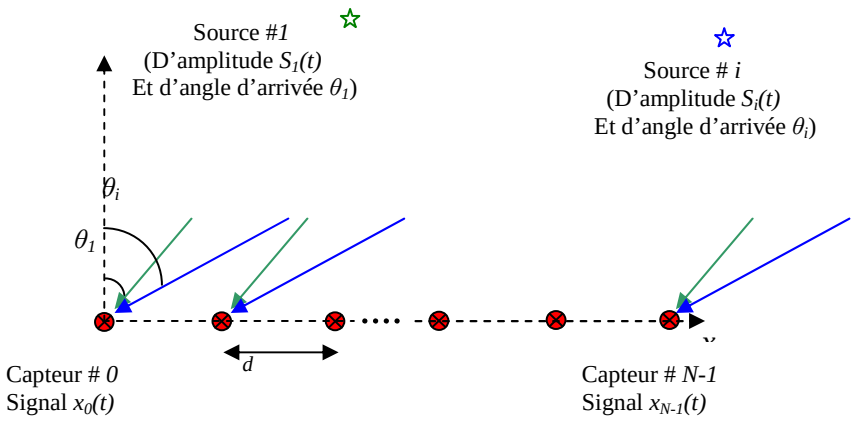


Figure II.4 – Réseau des capteurs à l'instant t.

Le signal reçu sur le capteur d'ordre *n* est $x_n(t)$.

On définit le vecteur $\vec{X}(t)$ comme étant le vecteur des signaux reçus sur le réseau des capteurs à l'instant *t*. Il s'écrit :

$$\vec{X}(t) = [\, x_0(t) \quad x_1(t) \quad .. \quad x_{N-1}(t)]^T \tag{II.4}$$

Le symbole $(.)^T$ désigne l'opérateur transposé.

Le signal vectoriel $\vec{X}(t)$ est la somme de la contribution de chacune des ondes planes, il peut donc être écrit :

$$\vec{X}(t) = \sum_{i=1}^{p} S_i(t).e^{-j.K.\sin(\theta_i).r_{i0}}.\vec{U}(\theta_i) \tag{II.5}$$

Les termes de cette expression sont :

- $S_i(t)$: amplitude complexe de l'onde qui arrive dans la direction θ_i, reçue sur le capteur #0.
- r_{i0} : distance qui sépare la source *i* du capteur *#0*.
- $\vec{U}(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-jK.sin(\theta_i).d} & .. & e^{-jK.sin(\theta_i).(N-1).d} \end{bmatrix}$: réponse du réseau des capteurs à une excitation par une onde plane d'amplitude égale à l'unité et de direction d'arrivée égale à θ_i.

On note $\bar{S}_i(t) = S_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).r_{i0}}$, ce qui réduit l'équation (II.5) à :

$$\vec{X}(t) = \sum_{i=1}^{p} \bar{S}_i(t)\vec{U}(\theta_i) \tag{II.6}$$

Les techniques de localisation consistent à retrouver les différentes directions d'arrivée θ_k et l'amplitude $\overline{S}_i(t)$ de chacune des ondes à partir du vecteur signal $\vec{X}(t)$.

La méthode de localisation basée sur la transformée de Fourier est une méthode non paramétrique. Le paragraphe suivant explique comment estimer les directions d'arrivée avec cette méthode.

II.4. Estimation des directions d'arrivée des ondes planes par la Transformée Fourier

La transformée de Fourier est la méthode la plus classique pour l'estimation du spectre angulaire. Elle ne requiert aucune connaissance au préalable sur les paramètres des ondes planes, l'avantage majeur de cette technique est la simplicité de son algorithme. Il s'agit de faire la projection du signal vectoriel $\vec{X}(t)$ sur une base de fonctions orthogonales qui sont des exponentielles complexes paramétrables contenant une information sur les directions d'arrivée des différentes ondes planes. Les coordonnées du signal vectoriel $\vec{X}(t)$ dans cette base sont les amplitudes complexes de chacune des *p* ondes planes.

$\vec{X}(t)$ étant le signal observé à l'instant *t* sur un réseau spatial de capteurs espacés de *d*, on applique une transformée de Fourier spatiale donc indépendante du temps. Dans les notations qui suivent on omet la variable du temps *t*.

Par définition la transformée de Fourier du signal vectoriel $\vec{X} = [x_0 \quad x_1 \quad .. \quad x_{N-1}]$ est :

$$X_{TFD}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n . e^{-jk.n.d} \text{ , avec } k \in \left\{0, \quad \frac{2\pi}{N.d}, \quad .. \quad \frac{2\pi(N-1)}{N.d}\right\} \qquad \text{(II.7)}$$

Or chaque signal élémentaire x_n est la superposition de *p* ondes planes d'amplitudes et de directions d'arrivée différentes telle que :

$$x_n = \sum_{i=1}^{P} \overline{S}_i(t).e^{-j.K.\sin(\theta_i).n.d} \qquad \text{(II.8)}$$

En remplaçant (II.8) dans (II.7) on trouve : $X_{TFD}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{P} \overline{S}_i(t).e^{-jK.\sin(\theta_i).n.d} .e^{-jk.n.d}$

Les deux sommes sont indépendantes donc on peut permuter l'ordre de la sommation :

$$X_{TFD}(k) = \sum_{i=1}^{P}\sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.\sin(\theta_i).n.d}.e^{-jk.n.d} \qquad \text{(II.9)}$$

En posant $k = -K.sin(\theta_1)$, alors (II.9) devient :

$$X_{TFD}(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_1(t).e^{-j.K.sin(\theta_1).n.d}e^{jK.sin(\theta_1).n.d} + \sum_{i=2}^{P}\sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).n.d}e^{jK.sin(\theta_1).n.d}$$

Donc :

$$X_{TFD}(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t) + \sum_{i=2}^{P}\sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).n.d}e^{jK.sin(\theta_1).n.d} \qquad \text{(II.10)}$$

Or toutes les fonctions de la base de décomposition sont orthogonales entre elles, c'est-à-dire que : $\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).n_x.d}.e^{jK.sin(\theta_j).n.d} = \begin{cases} 0 \text{ si } i \neq j \\ \overline{S}_i(t) \text{ si } i=j \end{cases}$

Ce qui implique que $\sum_{n=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).n.d}e^{jK.sin(\theta_1).n.d} = 0$, donc l'équation (II.10) se réduit à :

$$X_{TFD}(k) = N.\overline{S}_i(t) \qquad \text{(II.11)}$$

Pour trouver les amplitudes des ondes, il faut diviser l'équation (II.11) par *N*.

On normalise alors l'expression de la transformée de Fourier discrète par *N*:

$$X_{TFD}(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x_n.e^{-jk.n.d} \text{, avec } k \in \left\{0, \frac{2\pi}{N.d}, .. \frac{2\pi(N-1)}{N.d}\right\}. \qquad \text{(II.12)}$$

Dans le cas d'un réseau planaire de $N \times N$ capteurs, le signal reçu $\vec{X}(t) = \sum_{i=1}^{p}\overline{S}_i(t).\vec{U}(\theta_i)$ avec $\vec{U}(\theta_i)$ est une matrice rectangulaire de la forme :

$$\vec{U}(\theta_i) = \begin{pmatrix} 1 & e^{-j.K.\cos(\theta_i).d} & .. & e^{-j.K.\cos(\theta_i).(N-1).d} \\ e^{-j.K.\sin(\theta_i).d} & e^{-j.K.\sin(\theta_i).d}.e^{-j.K.\cos(\theta_i).d} & .. & e^{-j.K.\sin(\theta_i).d}.e^{-j.K.\cos(\theta_i).(N-1).d} \\ .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. \\ e^{-j.K.\sin(\theta_i).(N-1).d}. & e^{-j.K.\sin(\theta_i).d}.e^{-j.K.\cos(\theta_i).(N-1)d} & .. & e^{-j.K.\sin(\theta_i).(N-1).d}.e^{-j.K.\cos(\theta_i).(N-1).d} \end{pmatrix}$$

On utilise une transformée de Fourier discrète en deux dimensions pour retrouver les directions d'arrivée et les amplitudes complexes des *p* ondes planes.

Par définition la transformée de Fourier discrète du signal *X(t)* est :

$$X_{TFD}(kx,ky)=\frac{1}{N.N}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}x_{nx,ny}(t).e^{-jkx.nx.d}.e^{-jky.ny.d}\text{ , avec } kx,ky\in\left\{0,\ \frac{2\pi}{N.d},\ ..\ \frac{2\pi(N-1)}{N.d}\right\} \tag{II.13}$$

Le signal reçu sur le capteur d'indices *(nx, ny)* s'écrit :

$$x_{nx,ny}(t)=\sum_{i=1}^{P}\bar{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_i).ny.d} \tag{II.14}$$

En remplaçant (II.14) dans (II.13) on trouve :

$$X_{TFD}(kx,ky)=\frac{1}{N.N}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{P}\bar{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_i).ny.d}.e^{-jkx.nx.d}.e^{-jky.ny.d} \tag{II.15}$$

En faisant la permutation des deux sommes on obtient l'équation :

$$X_{TFD}(kx,ky)=\frac{1}{N.N}\sum_{i=1}^{P}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\bar{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_i).ny.d}.e^{-jkx.nx.d}.e^{-jky.ny.d} \tag{II.16}$$

On suppose que $k_x = -K.sin(\theta_1)$ et $k_y = -K.cos(\theta_1)$, alors (II.16) devient :

$$X_{TFD}(kx,ky)=\frac{1}{N.N}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\bar{S}_1(t).e^{-j.K.sin(\theta_1).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_1).ny.d}.e^{jK.sin(\theta_1).nx.d}.e^{jK.cos(\theta_1).ny.d}+$$
$$\frac{1}{N.N}.\sum_{i=2}^{P}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\bar{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_i).ny.d}.e^{jK.sin(\theta_1).nx.d}.e^{jK.cos(\theta_1).ny.d}$$

Ainsi on obtient :

$$X_{TFD}(kx,ky)=\bar{S}_1(t)+\frac{1}{N.N}\sum_{i=1}^{P}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\bar{S}_i(t).e^{-j.K.sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.cos(\theta_i).ny.d}.e^{jK.sin(\theta_1).nx.d}.e^{jK.cos(\theta_1).ny.d} \tag{II.17}$$

La base de décomposition est une base orthogonale c'est-à-dire que

$$\frac{1}{N}\sum_{nx=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.\sin(\theta_i).n_x.d}.e^{jK.\sin(\theta_j).n.d} = \begin{cases} 0 \text{ si } i \neq j \\ \overline{S}_i(t) \text{ si } i = j \end{cases}$$

$$\frac{1}{N}\sum_{ny=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-jK.\cos(\theta_i).n.d}e^{j.K.\cos(\theta_j).n_y.d} = \begin{cases} 0 \text{ si } i \neq j \\ \overline{S}_i(t) \text{ si } i = j \end{cases}$$

Donc

$$\frac{1}{N.N}\sum_{i=1}^{P}\sum_{ny=0}^{N-1}\sum_{nx=0}^{N-1}\overline{S}_i(t).e^{-j.K.\sin(\theta_i).nx.d}.e^{-j.K.\cos(\theta_i).ny.d}.e^{jK.\sin(\theta_1).nx.d}.e^{jK.\cos(\theta_1).ny.d} = 0 .$$

L'équation (II.17) devient donc :

$$X_{TFD}(kx,ky) = \overline{S}_1(t) \qquad \text{(II.18)}$$

On peut alors avec une transformée de Fourier discrète en deux dimensions détecter simultanément les amplitudes et les directions d'arrivée des ondes planes.

La cartographie du champ électrique dans la chambre réverbérante est obtenue par une simulation *FDTD* dans laquelle on a adopté un maillage régulier de tout le volume de calcul. Chaque cellule du maillage fournit une information sur l'amplitude et la phase du champ électrique, elle sera considérée comme un capteur du champ. Ainsi une ligne de cellules est considérée comme un réseau linaire de capteurs équidistants du pas de maillage *d*.

II.4.1. Étude des directions d'arrivée dans une chambre réverbérante vide

On a montré (*cf.* §II.1) que l'expression du champ électrique dans une chambre réverbérante bidimensionnelle peut être décomposé en une somme d'ondes planes :

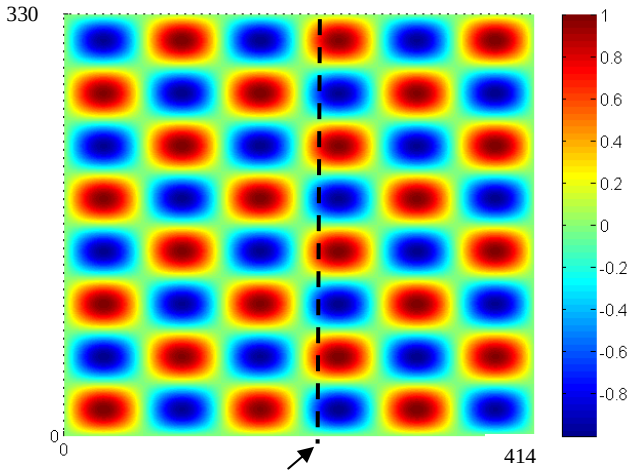
$$\mathrm{Ez}^{mn0}(x,y) = -\frac{\mathrm{Ez}_0}{4}\left(\boldsymbol{e}^{j(\frac{m\pi}{a}x+\frac{n\pi}{b}y)} - \boldsymbol{e}^{j(\frac{m\pi}{a}x-\frac{n\pi}{b}y)} - \boldsymbol{e}^{j(-\frac{m\pi}{a}x+\frac{n\pi}{b}y)} + \boldsymbol{e}^{j(-\frac{m\pi}{a}x-\frac{n\pi}{b}y)}\right) \qquad \text{(II.19)}$$

On a appliqué la méthode de la transformée de Fourier pour déterminer le spectre angulaire dans une chambre réverbérante, d'abord sur un signal observé sur un réseau linéaire de

capteurs puis sur un réseau planaire. Les spectres angulaires obtenus par la transformée de Fourier seront comparés aux spectres théoriques.

II.4.1.1. Spectre angulaire déterminé à partir d'un réseau linéaire de capteurs

Par la méthode FDTD, on a obtenu la cartographie du champ électrique relative au mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz*, ce mode est proche de la fréquence minimale d'utilisation (LUF = 465 MHz). Ce choix est justifié par la faible densité des modes à proximité de la *LUF* ce qui permet d'éviter le recouvrement des modes ainsi on peut faire l'étude d'un seul mode isolé. Sur la figure (*cf.* Figure II.5) on présente la cartographie normalisée du champ électrique de ce mode.



Colonne centrale d'abscisse 267×d

Figure II.5 – Cartographie normalisée du champ électrique à l'intérieur de la chambre réverbérante vide à la fréquence f=564,88 MHz

Théoriquement, en tout point de la chambre réverbérante, les directions d'arrivée des quatre ondes planes qui composent la cartographie sont respectivement :

$$\theta_1 = 59{,}13°,\ \theta_2 = -59{,}13°,\ \theta_3 = 120{,}87°,\ \theta_4 = -120{,}87°$$

On considère le champ électrique observé sur une ligne de capteurs qui correspond à la colonne centrale de la surface de travail d'abscisse égale à 267×d par rapport à l'origine (*cf.* Figure II.6). Elle contient 274 cellules. Chaque cellule de la cartographie contient une information sur la valeur du champ électrique, elle peut être considérée comme un capteur de champ électrique, ainsi la cartographie est équivalente à une image spatiale obtenue à partir d'un réseau planaire de 414*330 capteurs.

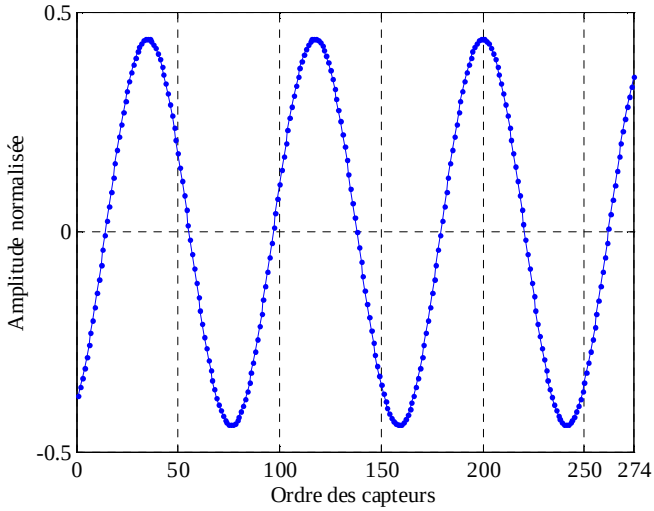


Figure II.6 – Variation du champ électrique sur les capteurs de la colonne centrale de la cartographie du mode TM_{68} de fréquence f=564,88 MHz.

En appliquant la transformée de Fourier au signal observé sur le réseau de 274 capteurs, on obtient une estimation du spectre angulaire de la cavité vu par un réseau linéaire de capteurs. Pour le calcul du spectre angulaire par *TFD* on a utilisé la technique de bourrage de zéros (zeros padding) qui consiste à ajouter des zéros pour augmenter le nombre des échantillons du signal à étudier et ainsi augmenter la taille de la fenêtre d'observation afin d'améliorer la résolution spectrale (*cf.* Figure II.7).

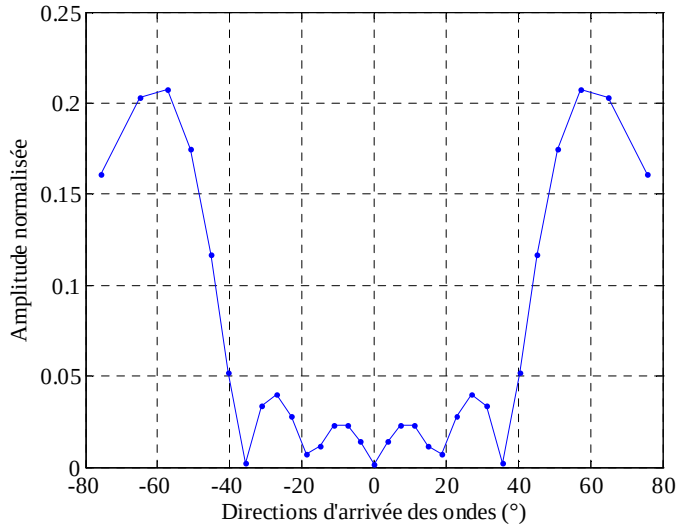


Figure II.7 – Directions d'arrivée des ondes illuminant les capteurs de la colonne centrale de la cartographie du mode TM_{68} de fréquence f=564,88

Les deux maxima de la courbe traduisent la présence de deux ondes planes d'amplitudes égales à 0,21 et de directions d'arrivée égale respectivement à -57,13° et -57,13°, ce qui

signifie une erreur sur l'amplitude de 5,55% par rapport à l'amplitude théorique de l'onde qui est de 0,22 et une erreur sur les angles d'arrivée de 3,5%.

On remarque qu'outre le manque de résolution angulaire dû à la taille limitée de la fenêtre d'observation, le réseau linéaire ne permet pas de distinguer les ondes de directions d'arrivée symétriques par rapport à son axe. Pour surmonter cet inconvénient, on a proposé d'appliquer la transformée de Fourier sur un réseau planaire de capteurs.

II.4.1.2. Spectre angulaire déterminé à partir d'un réseau planaire de capteurs

Pour l'estimation des différentes directions d'arrivée ainsi que leurs amplitudes, on applique la transformée de Fourier discrète en deux dimensions à la partie de la cartographie du champ électrique située au niveau de la surface de travail. Le résultat est présenté sur un diagramme polaire où les deux axes sont les deux composantes *kx* et *ky* du vecteur d'onde en coordonnées cartésiennes, et les contours en couleurs donnent les amplitudes des ondes (*cf.* Figure II.8).

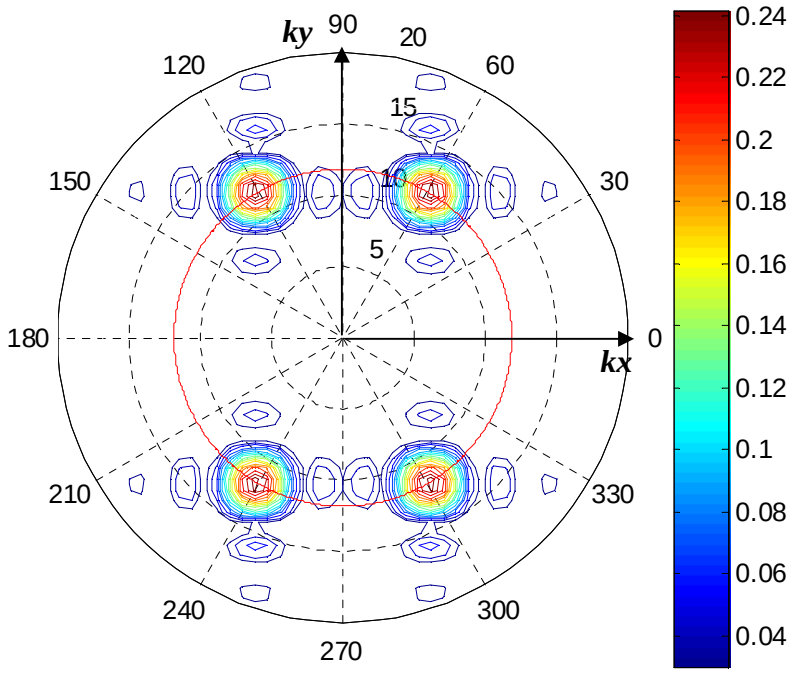


Figure II.8 – Spectre angulaire des ondes planes observées sur la surface du travail relatif à la cartographie du mode TM_{68} de fréquence f=564,88 MHz.

Sur le spectre angulaire on trouve bien quatre lobes ce qui est en parfaite adéquation avec la théorie. On peut ainsi déterminer les quatre directions d'arrivée estimées en identifiant chaque lobe à une direction, elles sont respectivement de:

θ_1 =60,94°, θ_2 = -60,94°, θ_3 =119,05°, θ_4 = -119,05° ce qui équivaut une erreur relative de l'ordre de 3% sur les angles d'arrivée. Chaque onde plane possède une amplitude de 0,249 (valeur normalisée) ce qui se traduit par une erreur de l'ordre de 0,4 % par rapport à l'amplitude théorique qui est égale à 0,25.

Cette technique, qui donne des résultats acceptables dans le cas de la cavité vide, sera extrapolée au cas de la cavité avec un brasseur fixe.

II.4.2. Etude des directions d'arrivée dans une cavité munie d'un brasseur

On considère le cas de la chambre réverbérante munie du brasseur incliné de 45° par rapport à l'axe (OX). L'absence d'une expression analytique du champ électromagnétique, nous amène à utiliser un autre moyen qui permet de mesurer la précision de l'estimateur des directions d'arrivée ; il s'agit de comparer la cartographie du champ électrique obtenue par simulation avec la cartographie reconstruite avec les directions d'arrivée estimées par la méthode de la transformée de Fourier.

On étudie la décomposition en ondes planes de la cartographie d'un mode TM de fréquence de résonance *f=492,44 MHz*, c'est un mode de fréquence proche de la LUF de la chambre bidimensionnelle (LUF = 465 MHz), on présente sur la Figure II.9 la cartographie normalisée du champ électrique.

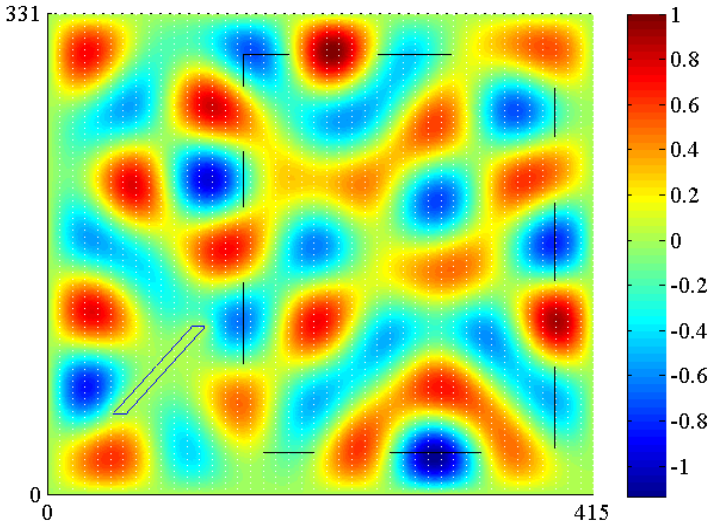


Figure II.9 – Cartographie normalisée du champ électrique à l'intérieure de la chambre réverbérante relative au mode de fréquence f=492,44 MHz.

En appliquant la transformée de Fourier en deux dimensions de la surface de travail on estime le spectre angulaire de la chambre réverbérante (*cf.* Figure II.10). Les directions d'arrivée sont les tangentes des rapports de ces deux composantes *kx* et *ky* du vecteur d'onde respectivement à chaque onde plane, les couleurs indiquent les amplitudes normalisées des ondes. Le centre du diagramme représente tout point appartenant à la surface de travail qui voit le champ électrique comme étant une somme d'ondes planes.

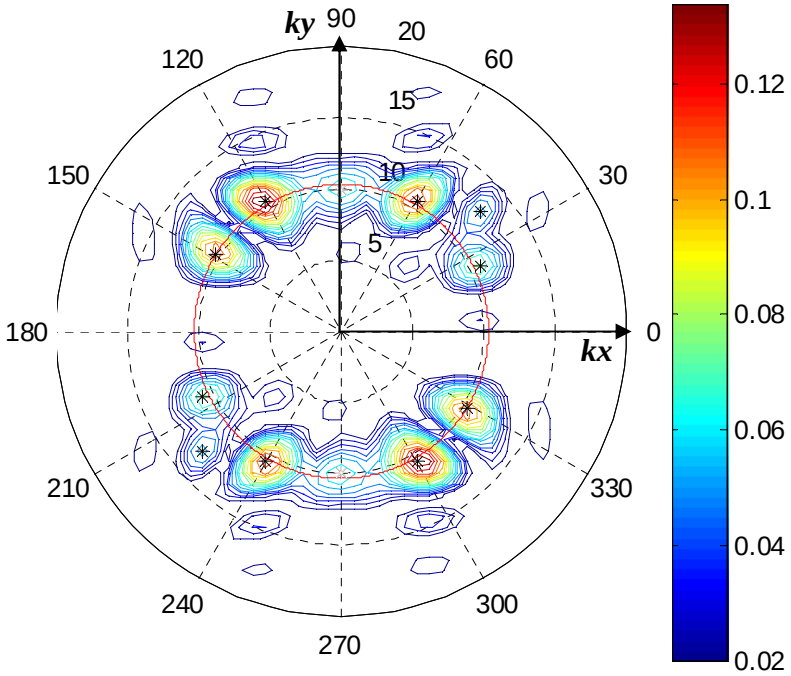


Figure II.10 – Spectre angulaire observé au niveau de la surface de travail du mode de f=492,44 MHz de la chambre réverbérante munie du brasseur incliné de 45°.

En identifiant chaque lobe à une direction d'arrivée, on constate qu'il y a certains vecteurs d'ondes qui ne sont pas situés sur le cercle des vecteurs d'ondes possibles du mode (cercle rouge sur Figure II.10). En faisant le rapport entre les deux composantes du vecteur d'onde (*kx*, *ky*) on arrive à calculer les différentes directions d'arrivée et on détermine leurs amplitudes à partir des niveaux des lobes correspondants. On trouve 10 ondes planes (*cf.* Tableau II.1).

Tableau II.1 : Tableau des ondes planes détectées relatives au mode de fréquence f=492,44 MHz.

DDA (°)	Amplitude (normalisée)	Phase (°)
40,85	0,06	-150,99
25,25	0,07	-55,45
59,96	0,12	-149,78
120,03	0,13	152,79
148,81	0,11	-1,32
-31,19	0,11	1,32
-59,97	0,13	-152,79
-139,14	0,06	150,99
-120,03	0,12	149,78
-154,74	0,07	55,45

On remarque que les ondes planes de directions d'arrivée symétriques par rapport au centre du diagramme ont des phases opposées ce qui génère effectivement les ondes stationnaires.

On reconstruit une cartographie du champ électrique à partir des ondes estimées sur la surface de travail (*cf.* Figure II.11).

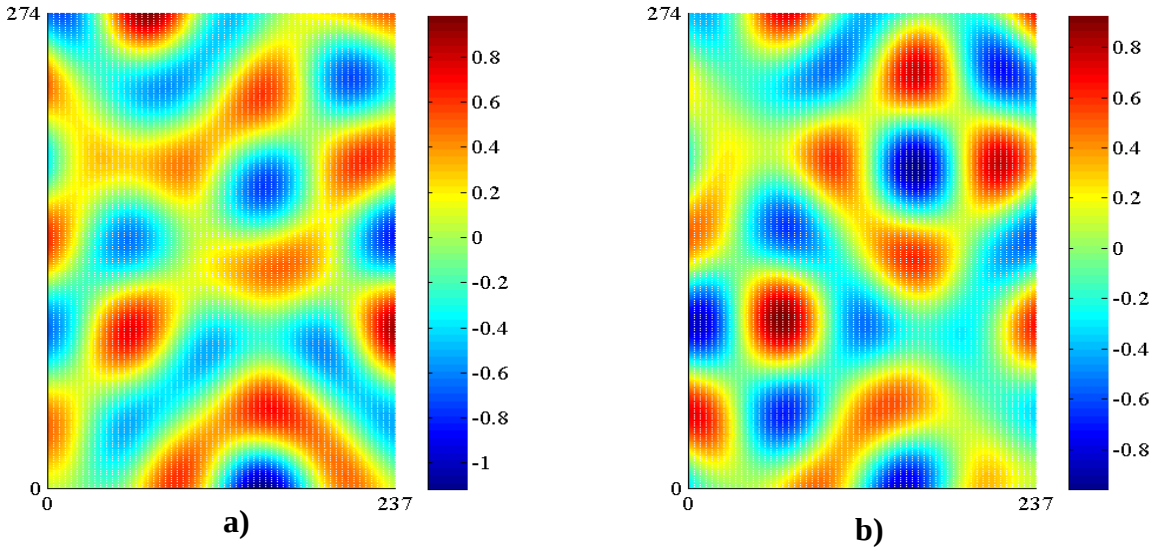


Figure II.11 – Cartographies du champ électrique du mode de fréquence f= 492,44 MHz sur la surface du travail a) cartographie initiale. b) cartographie reconstruite.

Par simple critère visuel, on observe qu'il y a une faible similitude entre les deux cartographies. Sachant que les cartographies sont des matrices à valeurs réelles, pour comparer la similitude des deux cartographies, on calcule les coefficients de corrélation entre les colonnes respectives de chaque matrice et les coefficients de corrélation entre les lignes

respectives de chacune de deux matrices (*cf.* Figure II.12) ; on trouve un coefficient de corrélation moyen de 0,81.

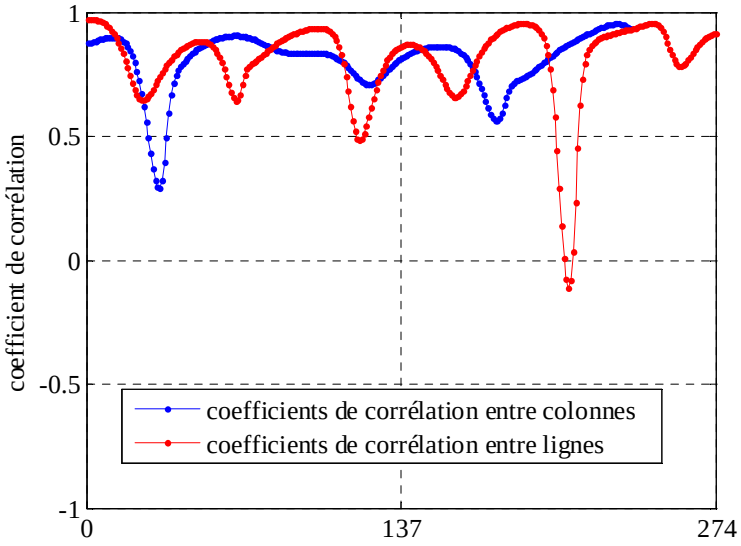


Figure II.12 – Courbes des coefficients de corrélation.

Un autre critère de comparaison consiste à mesurer l'erreur relative en faisant le calcul de l'erreur absolue qui est la valeur absolue de la différence entre les deux cartographies, normalisée par la moyenne des valeurs absolues du champ électrique sur toute la surface de travail relative au champ obtenue par simulation (*cf.* Figure II.13). Ce champ est appelé champ initial. On trouve une erreur relative maximale de 185% et une erreur relative moyenne de 58%.

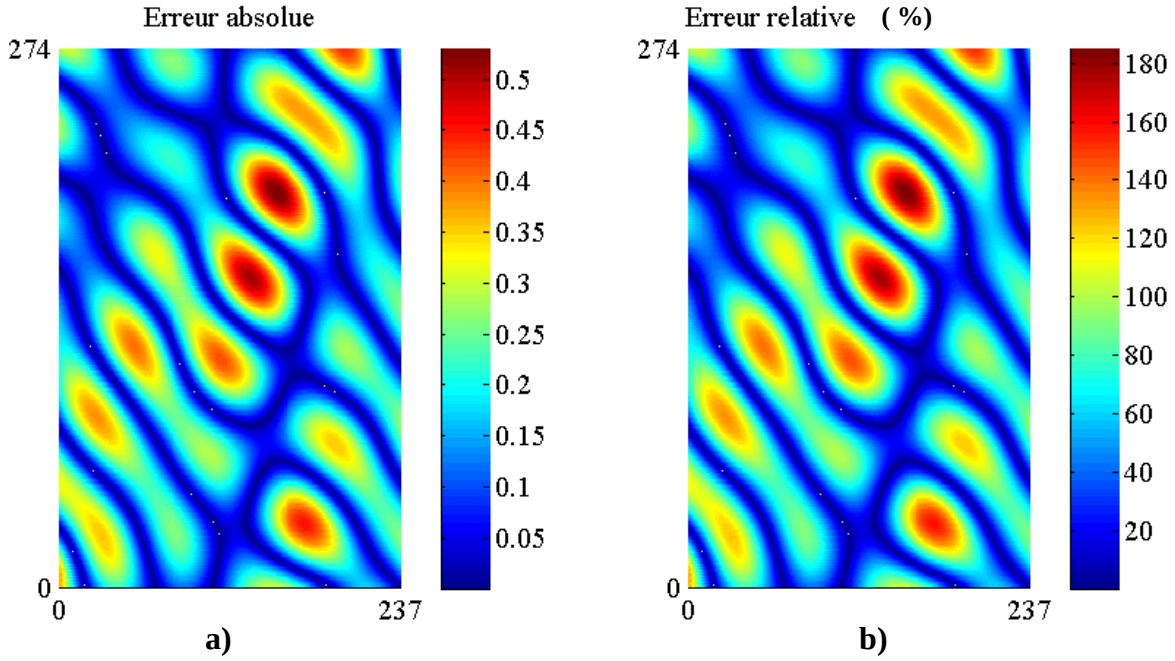


Figure II.13 – Cartographies des erreurs : a) erreur absolue. b) erreur relative.

On conclut que la somme d'ondes planes obtenue par transformée de Fourier ne convient pas du tout pour modéliser le champ électrique du moins à cette fréquence de résonance.

On a décidé de tester la méthode à une autre fréquence de résonance. On a fait la décomposition du champ électrique d'un mode de fréquence plus élevée *f=1,14GHz*, dont on présente la cartographie sur la figure (*cf.* Figure II.14).

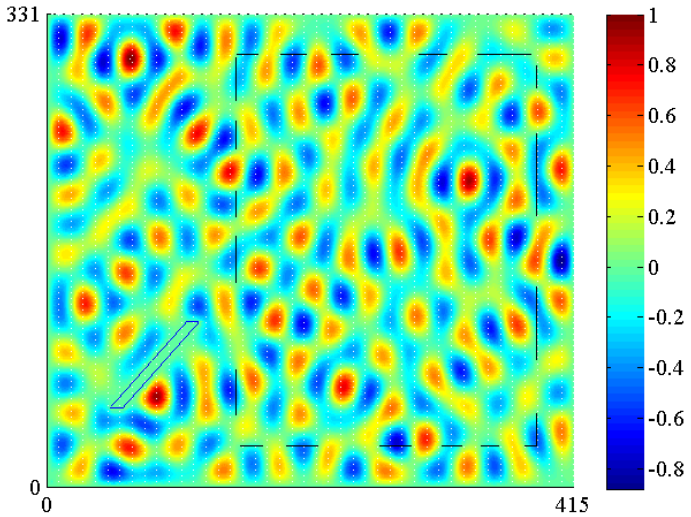


Figure II.14 – Cartographie normalisée du champ électrique du mode de fréquence de résonance f=1,14 GHz.

Ensuite on a calculé le spectre angulaire par la transformée de Fourier discrète en deux dimensions (*cf.* Figure II.15):

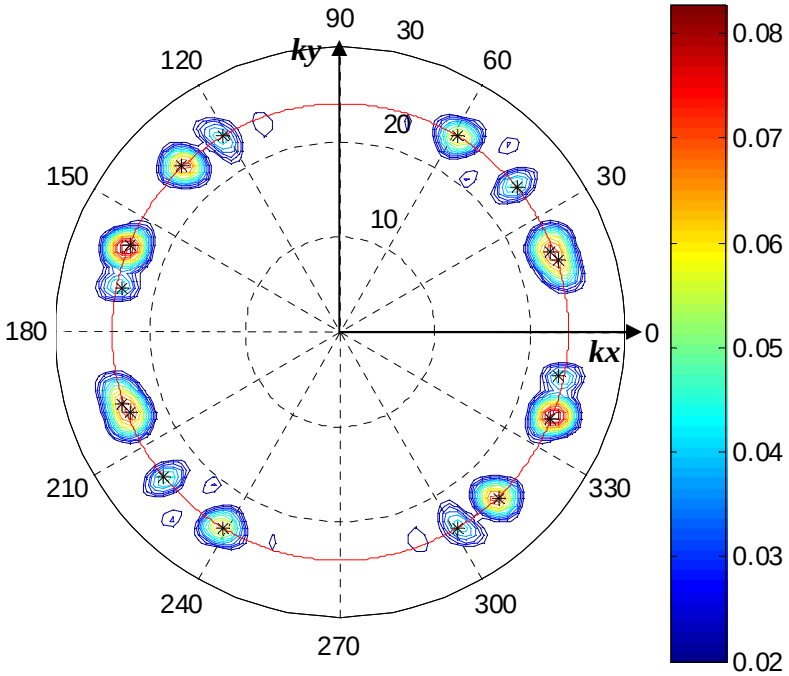


Figure II.15 – Spectre angulaire observé au niveau de la surface de travail du mode de f=1,14 GHz de la chambre réverbérante munie du brasseur incliné de 45°.

En identifiant chaque lobe à une direction d'arrivée, on voit que le spectre est composé de 16 ondes planes. Donc on constate que le nombre de directions d'arrivée augmente proportionnellement à l'augmentation de la fréquence, et on note aussi que les ondes n'ont pas les mêmes amplitudes. On rappelle que dans la chambre réverbérante vide, le nombre d'ondes planes est toujours égal à 4 quelque soit la fréquence du mode, et toutes les ondes planes sont de même amplitude.

On récapitule dans le tableau suivant (*cf.* Tableau II.2) les différentes ondes planes trouvées:

Tableau II.2 : Tableau des ondes planes détectées relatives au mode de fréquence f=1,14 GHz.

Ondes	Direction d'arrivée (°)	Amplitude (Normalisée)	Phase (°)
#1	18,40	0,07	94,46
#2	20,84	0,07	102,87
#3	39,48	0,05	-148,96
#4	59,06	0,06	-133,27
#5	120,94	0,04	58,43
#6	133,68	0,07	-56,96
#7	157,45	0,08	-81,16
#8	168,71	0,04	11,81
#9	-11,29	0,04	-11,81
#10	-22,55	0,08	81,16
#11	-46,32	0,07	56,61
#12	-59,06	0,04	-58,43
#13	-120,94	0,06	133,27
#14	-140,52	0,05	148,96
#15	-159,16	0,07	-102,87
#16	-161,60	0,07	-94,45

On reconstruit une cartographie pour le champ électrique à partir des ondes planes ainsi estimées (*cf.* Figure II.16). Pour étudier la précision de l'estimation on compare la cartographie reconstruite à la cartographie initiale en terme de coefficient de corrélation entre lignes et colonnes respectives (*cf.* Figure II.17) et en terme d'erreur relative (*cf.* Figure II.18).

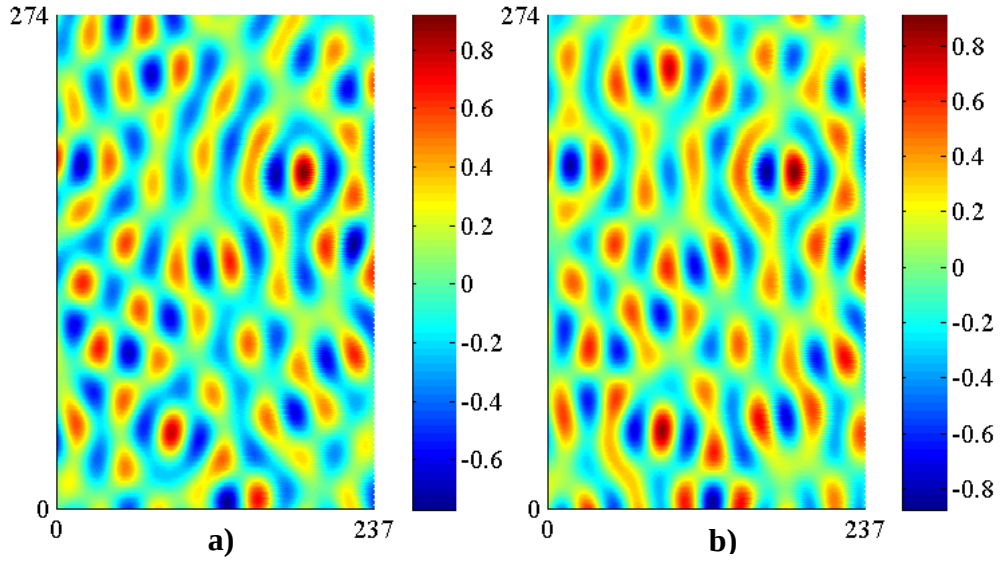


Figure II.16 – Cartographies du champ électrique du mode de fréquence f= 1,14 GHz sur la surface du travail a) cartographie initial. b) cartographie reconstruite.

Malgré la similitude observée visuellement entre les deux cartographies initiale et reconstruite du champ électrique, l'erreur relative moyenne est de 44,28% et le coefficient de corrélation moyen est de 0,88%. Ces résultats ne sont pas satisfaisants.

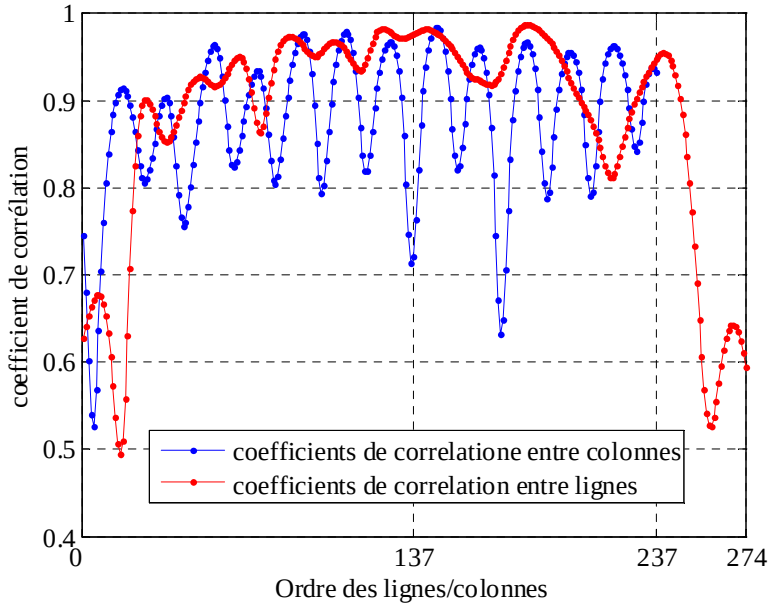


Figure II.17 – Coefficients de corrélation entre les lignes respectives de la cartographie initiale et reconstruite, et entre les colonnes respectives de la cartographie initial et reconstruite du mode de fréquence f=1,14 GHz.

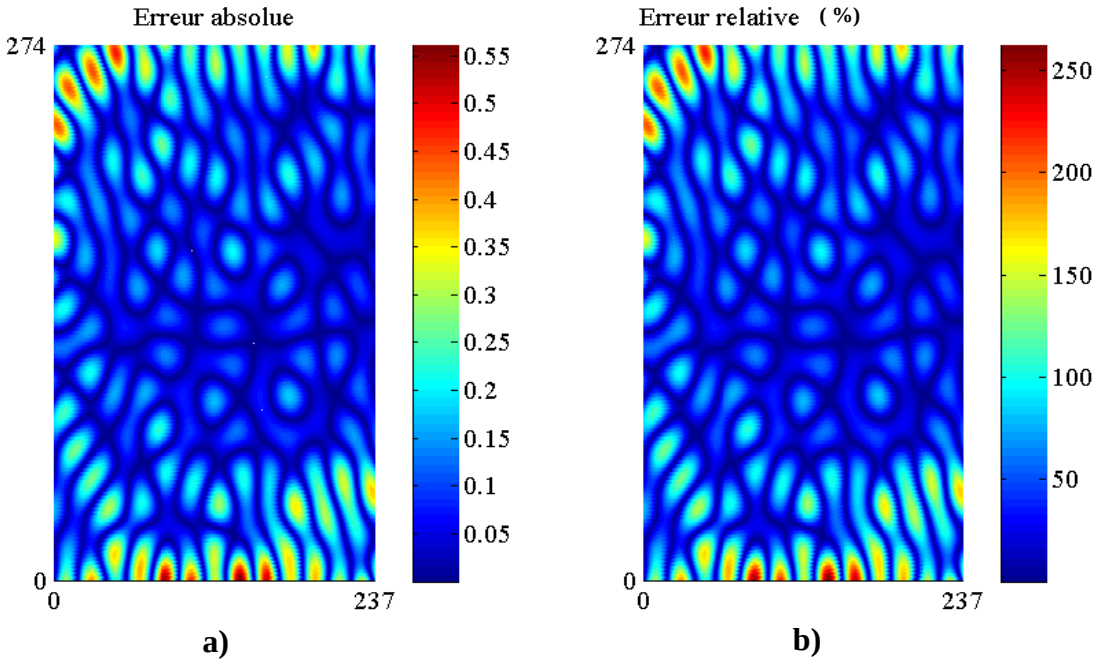


Figure II.18 – Cartographies des erreurs : a) erreur absolue. b) erreur relative.

II.4.3. Problèmes liés à la transformée de Fourier

Malgré les avantages que présente la méthode basée sur la transformée de Fourier pour l'estimation du spectre angulaire, la précision des résultats est conditionnée essentiellement par la longueur et la forme de la fenêtre d'observation dite aussi fenêtre de pondération.

Pour des contraintes liées aux conditions de l'expérience, on ne peut avoir qu'une partie du signal à analyser, cette partie, supposée de longueur *N*, est dite fenêtre d'observation.

Considérons un signal ayant une seule composante spectrale. Avec une fenêtre d'observation ayant une longueur *N* très importante, on observe sur son spectre fréquentiel une fonction qui tend vers un Dirac exactement au niveau de la composante spectrale, par contre dans le cas où *N* devient faible, cette fonction devient un lobe principal accompagné de lobes secondaires avoisinants la dite composante spectrale selon la forme de cette fenêtre de pondération.

La présence des lobes secondaires entraîne des problèmes de détection. Comme la transformée de Fourier discrète est une méthode non paramétrique, la connaissance au préalable du nombre d'ondes planes à séparer n'est pas une information importante, c'est en examinant le spectre angulaire obtenu que l'on décide du nombre d'ondes planes séparées en comptant les lobes se trouvant sur le spectre. La présence des lobes secondaires dus à la forme de la fenêtre d'observation introduit les problèmes de surestimation surtout dans le cas de la

chambre munie du brasseur où le nombre d'ondes planes à séparer n'est pas connu analytiquement.

La résolution caractérise le pouvoir de séparer deux angles d'arrivée proches, elle est fonction de la longueur de la fenêtre d'observation. La précision maximale atteinte au niveau de l'angle est de $\Phi = arccos(\frac{\lambda}{\Delta.N})$, avec Δ : pas d'échantillonnage spatial [19].

Un manque de résolution spatiale produit des lobes principaux larges qui peuvent masquer un ensemble de directions d'arrivée proches, donc l'amélioration de la résolution passe par l'affinement du maillage spatial de la cavité entière. Une telle opération est difficile à réaliser sachant que le maillage actuel est de $\lambda_{LUF}/86$, il s'agit d'une valeur qui a été optimisée en fonction des conditions de simulation.

Dans les deux cas de caractérisation du spectre angulaire de la chambre réverbérante munie d'un brasseur avec la méthode de transformée de Fourier, on a remarqué une erreur relative moyenne supérieure à 44%. Cette valeur hors norme (>10%) ne permet pas de classer cette méthode comme étant précise pour l'estimation du spectre angulaire de la cavité avec brasseur.

II.4.4. Conclusion

L'approche classique consistant à utiliser la transformée de Fourier montre une inefficacité en terme de précision angulaire puisque que la résolution correspondante ne dépasse pas la limite de Rayleigh [28].

Pendant des années cette limite était incontournable jusqu'à la découverte des méthodes hautes résolutions (HR) [29] qui sont basées sur une modélisation paramétrique des signaux prenant en compte l'étendue finie de l'observation et son caractère aléatoire. Selon la validité du modèle utilisé, la précision de l'estimation n'est plus limitée que par les erreurs statistiques pour une longueur d'observation donnée. Elles permettent de tirer beaucoup plus d'information en terme de résolution que la transformée de Fourier, tout en étant dans les mêmes conditions d'expérience.

Parmi ces méthodes HR on trouve l'algorithme MUSIC (Multiple Signal Classification), qui permet d'estimer le spectre d'un signal avec une précision asymptotiquement infinie si le modèle du signal bien défini.

II.5. Estimation des directions d'arrivée des ondes planes par l'algorithme MUSIC

L'algorithme MUSIC (abréviation de **MU**ltiple **SI**gnal **C**lassification) a été introduit au même temps par Schmidt [30] et Bienvenu et Kopp [31] dans le cadre des travaux sur les traitements d'antennes.

Il est classé parmi les méthodes des sous-espaces parce qu'il est basé sur la décomposition de la matrice de corrélation des observations en sous-espace signal et sous-espace bruit et qu'il exploite leurs orthogonalités [32].

II.5.1. Modélisation et formalisme

On considère une source ponctuelle, qui émet un signal d'amplitude S, située très loin d'un réseau linéaire de *N* capteurs équidistants de *d*, telle que le front d'onde reçu est un plan.

Le capteur n° *0* reçoit le front d'onde émis par la source avec un certain retard τ. Le signal reçu au niveau de ce capteur à l'instant *t* est $x_0(t) = S(t - \tau) = S(t).e^{-j\omega\tau}$. Ce retard τ est proportionnel à la distance entre la source et ce capteur, on va l'inclure dans la phase initiale ϕ_0 du signal x_0, on notera alors $x_0(t) = S(t).e^{j\phi_0}$.

Le capteur n°*1* reçoit ce même front d'onde avec la phase initiale ϕ_0 et un retard Δt lié à la différence de trajet entre la source S et le capteur n°*0* d'une part et la source S et le capteur #*1* d'autre part ; le signal $x_1(t) = S(t).e^{j\varphi_0}.e^{-j\omega\Delta t}$, or $\omega.\Delta t = 2\pi f\Delta t = 2\pi\frac{c}{\lambda}\Delta t = \frac{2\pi}{\lambda}c\Delta t$

On voit sur la Figure II.3 que le déphasage entre les signaux reçus sur deux capteurs successifs est proportionnel à $d.sin(\theta)$, on peut ainsi conclure que $c.\Delta t = d.sin(\theta)$, où *c* est la vitesse de phase de l'onde, *d* la distance inter capteurs et θ l'angle que fait le front d'onde avec la normale du réseau des capteurs (*cf.* Figure II.19).

On a donc $x_1(t) = S(t).e^{j\varphi_0}.e^{-j\omega\Delta t} = S(t).e^{j\varphi_0}.e^{-j\|\vec{K}\|d.sin(\theta)}$.

On remarque que $x_1(t) = x_0(t).e^{-j\frac{2\pi.d.sin(\theta)}{\lambda}}$.

De la même façon on montre que le signal reçu au niveau de $n^{ième}$ capteur est $x_n(t) = x_0(t).e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}n}$.

Soit $\overrightarrow{X(t)}$ le vecteur dont les composantes sont les différents signaux reçus sur les N capteurs :

$$\overrightarrow{X(t)} = (x_0(t) \quad x_1(t) \quad .. \quad x_n(t) \quad .. \quad x_{N-1}(t))^T \qquad \text{(II.20)}$$

$(.)^T$: l'opérateur transposé.

Le vecteur $\overrightarrow{X(t)}$ s'écrit aussi :

$$\overrightarrow{X(t)} = (x_0(t) \quad x_0(t).e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}} \quad .. \quad x_0(t)e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}n} \quad .. \quad x_0(t)e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}(N-1)})^T$$

En mettant $x_0(t)$ en facteur on obtient :

$$\overrightarrow{X(t)} = x_0(t).(1 \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}} \quad .. \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}n} \quad .. \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}(N-1)})^T$$

On définit le vecteur $\overrightarrow{a(\theta)} = (1 \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}} \quad .. \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}n} \quad .. \quad e^{-j\frac{2\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda}(N-1)})^T$

Le vecteur $\overrightarrow{X(t)}$ s'écrit alors $\overrightarrow{X(t)} = x_0(t).\overrightarrow{a(\theta)}$.

$\overrightarrow{X(t)}$ est l'échantillon de mesures réalisées sur les N capteurs à l'instant t, il est appelé l'observation à l'instant t. On note alors $\overrightarrow{X(t_0)}$ l'observation à l'instant t_0 et $\overrightarrow{X(t_m)}$ l'observation à l'instant t_m (*cf.* Figure II.19).

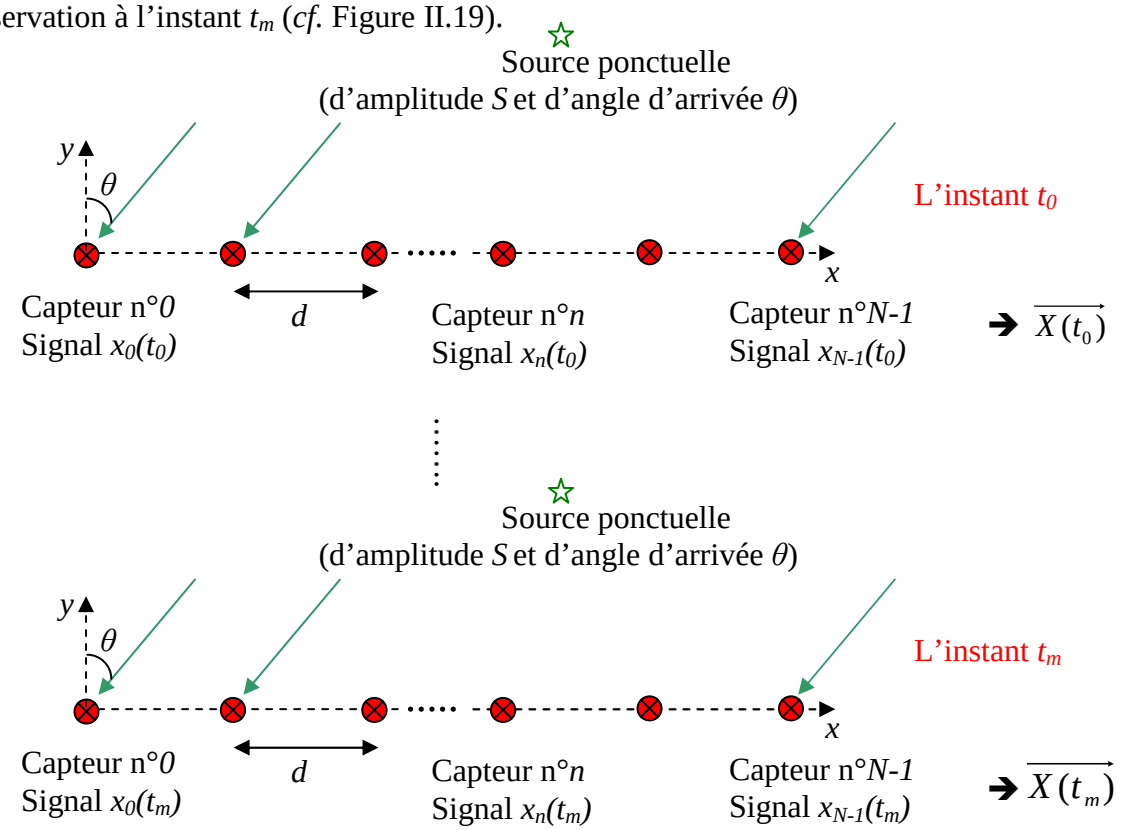


Figure II.19 – Le réseau de N capteurs avec les différentes observations dans le temps.

Les instants t_0 .. t_m sont les instants choisis pour mesurer des signaux $x_i(t)$ sur les N capteurs.

On s'intéresse à l'analyse du champ électrique observé sur un réseau de capteurs. Ce champ est la superposition d'un nombre p d'ondes planes supposées indépendantes, il s'agit de p signaux à bandes étroites, émis par des sources indépendantes, supposées ponctuelles, et d'un bruit b.

Le signal reçu sur le capteur n° n est :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{p} S_i(t).e^{-j2\pi f\tau_{n,i}} + b_n(t) \ , \ n=\{0,..,N-1\} \qquad \text{(II.21)}$$

Avec :

- $S_i\ (t)$: signal émis par la source n°i.
- $\tau_{n,i}$: retard lié à la propagation du front d'onde entre la source n°i et le capteur n°n.
- $b_n\ (t)$: bruit additif sur le capteur n°n. Il est supposé blanc, gaussien, et de variance σ^2.

Si on considère que le capteur n°0 est la référence pour les phases, le signal sur le capteur n°n peut être facilement écrit en fonction du signal reçu sur le capteur n°0 :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{p} S_i(t).e^{-j\varphi_{i0}}.e^{-j2\pi f\tau_{n,0}} + b_n(t),\ n=\{0..N-1\} \qquad \text{(II.22)}$$

- $S_i(t).e^{-j\phi_{i0}}$: signal reçu au capteur n°0.
- Φ_{0i} : déphasage entre la $i^{ème}$ source et le capteur n°0.
- $\tau_{n,0}$: retard lié à la différence de trajet entre la source i et le capteur n°0 d'une part et la source n°i et le capteur n°n d'autre part. Les fronts d'onde sont par hypothèse plans. Ce retard peut être écrit en fonction de la distance inter capteurs d et la vitesse de propagation c de l'onde :

$$\tau_{n,0} = \frac{d.\sin(\theta_i)}{c}$$

θ_i : angle entre la direction de propagation de l'onde émise par la source n°i et la droite normale au réseau de capteurs.

On obtient :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{p} \overline{S}_i(t).e^{-j\frac{2\pi\sin(\theta_i)}{\lambda}.nd} + b_n(t) \qquad \text{(II.23)}$$

- λ : longueur d'onde.
- $\overline{S}_i(t) = S_i(t).e^{-j\phi_{i0}}$: amplitude complexe de l'onde émise par la source n°i.

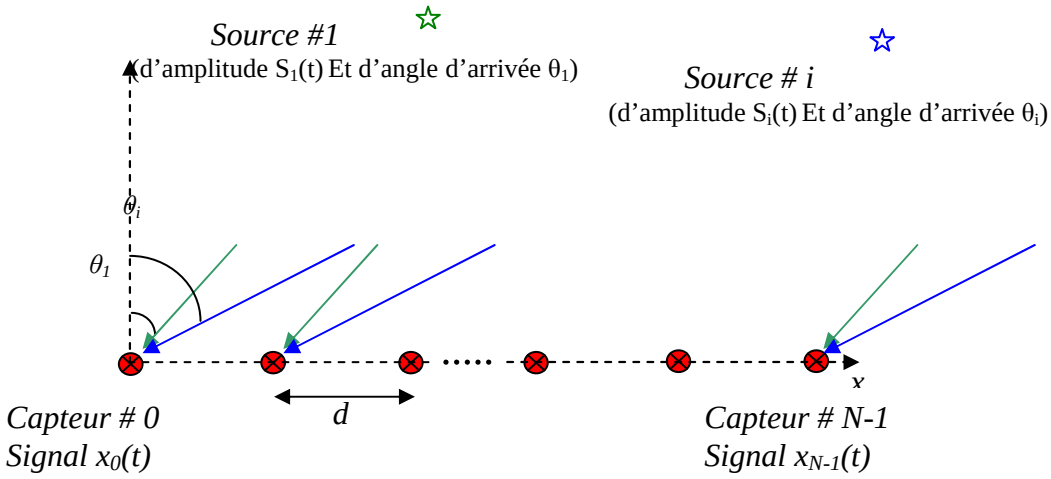


Figure II.20 – Signaux reçus sur le réseau des capteurs et signaux à l'instant t.

On appelle φ l'angle électrique relatif au front illuminant le réseau des capteurs dans la direction θ :

$$\varphi = \frac{2\pi d \sin(\theta)}{\lambda}$$

On définit le vecteur directionnel (steering vector) :

$$\overrightarrow{a(\varphi)} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-j\varphi} & .. & e^{-j(N-1)\varphi} \end{pmatrix}^T \qquad \text{(II.24)}$$

Dans le cas d'une seule source d'amplitude $\overline{S}(t)$, on écrit le vecteur d'observation $\overrightarrow{X(t)}$ en fonction du vecteur directionnel :

$$\overrightarrow{X(t)} = \overrightarrow{a(\varphi)}.\overline{S}(t) + B(t) \qquad \text{(II.25)}$$

Il est plus facile d'utiliser des notations matricielles, le vecteur $\overrightarrow{X(t)}$ s'écrit alors :

$$\overrightarrow{X(t)} = A.\overrightarrow{S(t)} + \overrightarrow{B(t)} \qquad \text{(II.26)}$$

- $\overrightarrow{S(t)} = (\overline{S}_1(t)\overline{S}_2(t) \;\; .. \;\; \overline{S}_i(t) \;\; .. \;\; \overline{S}_p(t))^T$: vecteur des amplitudes complexes des signaux émis par les p sources, relatif à l'observation réalisée à l'instant t.

- $A = (\vec{a}(\varphi_1)\ \vec{a}(\varphi_2)\ \ldots\ \vec{a}(\varphi_p))$: matrice des vecteurs directionnels ; $\varphi_1 .. \varphi_p$: angles électriques relatifs aux p signaux.
- $\overrightarrow{B(t)} = (b_0(t) .. b_{N-1}(t))^T$: vecteur bruit sur les N capteurs.

L'équation (II.26) peut être développée sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ .. \\ x_n(t) \\ .. \\ x_{N-1}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & .. & 1 & .. & 1 \\ e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_1)}{\lambda}d} & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_2)}{\lambda}d} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_i)}{\lambda}d} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_p)}{\lambda}d} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_1)}{\lambda}d(n-1)} & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_2)}{\lambda}d(n-1)} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_i)}{\lambda}d(n-1)} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_p)}{\lambda}d(n-1)} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_1)}{\lambda}d(N-1)} & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_2)}{\lambda}d(N-1)} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_i)}{\lambda}d(N-1)} & .. & e^{j\frac{2\pi\sin(\theta_p)}{\lambda}d(N-1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \overline{S_1(t)} \\ \overline{S_2(t)} \\ .. \\ \overline{S_i(t)} \\ .. \\ \overline{S_p(t)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_0(t) \\ b_1(t) \\ .. \\ b_n(t) \\ .. \\ b_{N-1}(t) \end{pmatrix}$$

La matrice A des vecteurs directionnels et le vecteur des amplitudes $\vec{S}$ sont les deux paramètres caractéristiques du modèle. On va présenter dans les paragraphes suivants les méthodes utilisées pour l'estimation de chacun de ces paramètres.

II.5.2. Estimation des directions d'arrivée

Les méthodes des sous espaces sont basées sur la décomposition en valeurs propres de la matrice de corrélation des observations. Etant donné que les observations sont obtenues par simulations ou mesures, elles restent toujours limitées en nombre, donc on ne peut avoir qu'une estimation de la matrice de corrélation.

II.5.2.1. Matrice de corrélation

Par définition la matrice de corrélation est $\overline{R_{xx}} = E(\overrightarrow{X}.\overrightarrow{X}^H)$, où $E(.)$ est l'opérateur espérance mathématique, mais en pratique la matrice de corrélation est estimée à partir d'un nombre fini M d'observations temporelles, elle est appelée matrice des échantillons :

$$\overline{R_{xx}} = \frac{1}{M} \sum_{t=t_0}^{t=t_{M-1}} \overrightarrow{X(t)}.\overrightarrow{X(t)}^H \qquad \text{(II.27)}$$

Dans cette expression, $\overrightarrow{X(t)}, t = t_0..t_{M-1}$ représente les différentes observations, et $(.)^H$ est l'opérateur transposé- conjugué.

Avec des signaux totalement décorrélés, la matrice de corrélation $\overline{R_{xx}}$ est hermitienne c'est-à-dire que l'on a l'égalité $\overline{R_{xx}}^T = \overline{R_{xx}}^*$ où $(.)^*$ désigne l'opérateur conjugué. On obtient alors $\overline{R_{xx}}^H = \overline{R_{xx}}$. La matrice de corrélation est normale puisqu'elle vérifie $\overline{R_{xx}}^H.\overline{R_{xx}} = \overline{R_{xx}}.\overline{R_{xx}}^H$.

Étant hermitienne, d'après le théorème spectral, la matrice $\overline{R_{xx}}$ est diagonalisable dans une base orthonormale de vecteurs propres et toutes ses valeurs propres sont réelles [33].

Une matrice diagonalisable peut s'écrire sous la forme :

$$\overline{R_{xx}} = E(\overrightarrow{X}.\overrightarrow{X}^H) = V.D.V^H \qquad \text{(II.28)}$$

Avec :

- D une matrice diagonale contenant les valeurs propres.
- V est une matrice unitaire dont les colonnes sont les vecteurs propres, qui vérifie la propriété $V^* = V^1$.

II.5.2.2. Algorithme MUSIC

Le goniomètre MUSIC permet de retrouver les angles d'arrivée des ondes planes sur un réseau linéaire de N capteurs.

Les signaux reçus sur les N capteurs constituent les N composantes d'un signal vectoriel $\overrightarrow{X}(t)$, résultant de la superposition des p signaux émis par p sources indépendantes supposées ponctuelles, et d'un bruit $b(t)$.

Les p signaux $S_i(t)$ sont supposés indépendants des bruits $b_n(t)$ sur chacun des capteurs, ce qui s'écrit :

$$\frac{1}{M}\sum_{t=t_0}^{t=t_{M-1}} S_i(t).b_n(t)^* = 0, \forall i = 1..p, \forall n = 0..N-1. \qquad \text{(II.29)}$$

Cela implique que :

$$E\left(A.\vec{S}(t).\vec{B}(t)^{*} \right) = 0 \text{ et } E\left(\left(A.\vec{S}(t)\right)^{H}.\vec{B}(t) \right) = 0 \qquad \text{(II.30)}$$

On calcule la matrice de corrélation :

$$\overline{R}_{xx} = E\left(\overrightarrow{X(t)}.\overrightarrow{X(t)}^{H} \right) = E\left((A.\overrightarrow{S(t)} + \overrightarrow{B(t)}).(A.\overrightarrow{S(t)} + \overrightarrow{B(t)})^{H} \right)$$

Or $\overrightarrow{X(t)}.\overrightarrow{X(t)}^{H} = A.\overrightarrow{S(t)}.(A.\overrightarrow{S(t)})^{H} + A.\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H} + \overrightarrow{B(t)}.(A.\overrightarrow{S(t)})^{H} + \overrightarrow{B(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H}$

Donc la matrice de corrélation s'écrit :

$$E\left(\overrightarrow{X(t)}.\overrightarrow{X(t)}^{H} \right) = A.E\left(\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{S(t)}^{H} \right) A^{H} + E\left(A.\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H} \right) + E\left(\overrightarrow{B(t)}.\overrightarrow{S(t)}^{H}.A^{H} \right) + E\left(\overrightarrow{B(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H} \right) \qquad \text{(II.31)}$$

On remplace (II.30) dans l'équation (II.31), et on obtient :

$$E(\overrightarrow{X(t)}.\overrightarrow{X(t)}^{H}) = A.E(\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{S(t)}^{H}).A^{H} + 0 + 0 + E(\overrightarrow{B(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H}) \qquad \text{(II.32)}$$

Or $E(\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{S(t)}^{H}) = A.S^{2}.A^{H}$.

La matrice $S^{2} = E(\overrightarrow{S(t)}.\overrightarrow{S(t)}^{H}) = \begin{pmatrix} S_1{}^2 & 0 & .. & 0 \\ 0 & S_2{}^2 & .. & .. \\ .. & .. & .. & 0 \\ 0 & .. & 0 & S_k{}^2 \end{pmatrix}$ est la matrice des puissances des signaux de dimensions *p*p*, c'est une matrice non singulière ce qui correspond à l'hypothèse que les sources ne sont pas totalement corrélées.

Et l'on a $E(\overrightarrow{B(t)}.\overrightarrow{B(t)}^{H}) = \sigma^{2}.I$, où σ^{2}est la variance d'un bruit blanc gaussien et I est la matrice identité *N*N*.

Donc :

$$\overline{R_{xx}} = A.S^{2}.A^{H} + \sigma^{2}.I \qquad \text{(II.33)}$$

En résumé, vu l'orthogonalité entre les signaux et le bruit on peut déduire qu'ils forment deux sous espaces vectoriels orthogonaux nommés respectivement l'espace signal et l'espace bruit

engendrés par les vecteurs propres de la matrice de corrélation. Par décomposition en éléments propres, on trouve :

$$\overline{R_{xx}} = E(\overrightarrow{X}.\overrightarrow{X}^H) = V.D.V^H = A.S^2.A^H + \sigma^2.I \qquad \text{(II.34)}$$

Généralement, les signaux ont plus d'énergie que le bruit, ainsi les *p* plus grandes valeurs propres de $\overline{R_{xx}}$ correspondent à l'espace signal et les *p* vecteurs propres correspondants à ces valeurs forment une base orthonormale engendrant l'espace signal. Les *N-p* valeurs propres restantes correspondent à l'espace bruit et par conséquences les *N-p* vecteurs propres forment une base orthonormale pour l'espace bruit.

Ainsi la plus petite valeur propre de R_{xx} est σ^2 et son ordre de multiplicité est *N-p* :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq .. \geq \lambda_p > \sigma^2 \qquad \text{et} \qquad \lambda_{p+1} = . . = \lambda_N = \sigma^2$$

On appelle *Vs* la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres $\overrightarrow{v_s}$ de l'espace signal et *Vb* la matrice formée des vecteurs propres de l'espace bruit nommés $\overrightarrow{v_b}$. Chaque vecteur $\overrightarrow{v_s}$ de la matrice *Vs* est orthogonal à tous les vecteurs $\overrightarrow{v_b}$ de la matrice *Vb*, $\overrightarrow{v_s}^H.\overrightarrow{v_b} = 0$ ➔ $(\overrightarrow{v_s}^H.\overrightarrow{v_b}).(\overrightarrow{v_s}^H.\overrightarrow{v_b})^H = 0$.

Les vecteurs $\overrightarrow{v_s}$ ne sont qu'une combinaison linéaire des vecteurs directionnels $\overrightarrow{a(\theta_i)}$, donc la procédure de recherche de ces vecteurs consiste à générer des vecteurs paramétrables $\overrightarrow{a(\varphi_i)} = \left(1 \quad e^{j\varphi_i} \quad .. \quad e^{j(N-1)\varphi_i}\right)^T$ en faisant varier l'angle électrique φ_i, et à retenir ceux qui sont orthogonaux à la base *Vb* de l'espace bruit.

Ainsi pour chaque valeur de l'angle électrique φ_i correspondant à une direction d'arrivée θ_i, le produit $(\overrightarrow{a(\varphi_i)}^H.\overrightarrow{v_b}).(\overrightarrow{a(\varphi_i)}^H.\overrightarrow{v_b})^H$ présente un minimum $\forall$ le vecteur $\overrightarrow{v_b} \in Vb$.

$$\overrightarrow{a(\varphi_i)}^H.Vb.Vb^H\overrightarrow{a(\varphi_i)}^H = 0 \qquad \text{(II.35)}$$

Le pseudo spectre music est défini comme l'inverse de l'expression (II.35) :

$$f(\varphi) = \frac{1}{\overrightarrow{a(\varphi)}^H.Vb.Vb^H.\overrightarrow{a(\varphi)}} \qquad \text{(II.36)}$$

II.5.3. Application de l'algorithme MUSIC pour l'estimation du spectre angulaire dans la chambre réverbérante

Chaque cellule du maillage de la chambre réverbérante est considérée comme un capteur. Les valeurs du champ électrique sur un ensemble de *N* cellules alignées sont équivalentes à une observation sur un réseau de *N* capteurs équidistants d'une distance *d=7,5 mm*.

La cartographie du champ électrique est ainsi vue comme un ensemble d'observations sur des réseaux de capteurs parallèles.

Dans le cas d'un mode stationnaire, toutes les observations sont fortement dépendantes, elles forment un ensemble de vecteurs colinéaires, et toutes les observations peuvent être obtenues à partir d'une seule observation. Soit x_0 l'abscisse d'une colonne donnée, le champ électrique de tout mode stationnaire TM_{mn0} observé sur cette colonne à un instant t_0 est :

$$\vec{X}(x_0,t_0) = E_z^{mn0}(x_0,y,t_0) = E_{z0}.e^{-j\omega t_0}.\sin(\frac{m\pi}{a}x_0)\sin(\frac{n\pi}{b}y) \qquad \text{(II.37)}$$

On considère une autre colonne d'abscisse x_1, le champ électrique du même mode observé sur cette colonne à un instant t_1 est :

$$\vec{X}(x_1,t_1) = E_z^{mn0}(x_1,y,t_1) = E_{z0}.e^{-j\omega t_1}.\sin(\frac{m\pi}{a}x_1)\sin(\frac{n\pi}{b}y) \qquad \text{(II.38)}$$

En faisant le rapport entre les deux observations $\vec{X}(x_0,t_0)$ et $\vec{X}(x_1,t_1)$ on trouve :

$$\frac{\vec{X}(x_0,t_0)}{\vec{X}(x_1,t_1)} = e^{-j\omega(t_0-t_1)}.\frac{\sin(\frac{m\pi}{a}x_0)}{\sin(\frac{m\pi}{a}x_1)} = \text{constante.} \qquad \text{(II.39)}$$

On conclut donc que toutes les observations possibles du champ électromagnétique d'un mode stationnaire sont totalement corrélées.

La matrice de corrélation est obtenue par l'auto-corrélation d'une seule observation, elle est de rang égal à l'unité. Avec un tel rang il n'est pas possible d'identifier les directions d'arrivée des ondes puisque l'algorithme MUSIC est basé sur la décomposition en éléments propres de celle-ci.

L'autre handicap que présente l'algorithme MUSIC pour estimer le spectre angulaire dans la chambre munie du brasseur c'est que l'on ne connaît pas analytiquement, le nombre d'ondes planes, et que cette information est nécessaire pour utiliser MUSIC.

Devant cette situation on est amené à utiliser d'autres techniques conjointement avec l'algorithme MUSIC pour résoudre les problèmes de manque d'observations et le problème de la connaissance du nombre d'ondes planes.

Conclusion

L'algorithme MUSIC a la propriété d'avoir une résolution angulaire bien meilleure que la méthode basée sur la transformée de Fourier discrète. Néanmoins, plusieurs problèmes empêchent l'utilisation de cet algorithme dans sa version de base. La connaissance a priori du nombre des ondes planes à détecter est un paramètre non disponible dans le cas de l'étude du spectre angulaire de la chambre réverbérante avec un brasseur. Le pseudo spectre MUSIC se limite seulement à l'identification des directions d'arrivée des ondes et ne permet pas d'estimer leurs amplitudes respectives.

En considérant que chaque colonne de capteurs de la surface de travail est équivalente à un réseau de capteurs de champ électrique, on constate que toutes les observations reçues sur ces réseaux parallèles sont fortement dépendantes puisqu'il s'agit d'un mode stationnaire, donc la matrice de corrélation est de rang égal à l'unité.

La chambre réverbérante étant un milieu où les signaux (les ondes planes) sont fortement corrélés à cause du phénomène des réflexions multiples, il est difficile de vérifier les hypothèses requises par l'algorithme MUSIC concernant l'indépendance des observations pour obtenir une matrice de corrélation à plein rang.

Dans un contexte d'adaptation de MUSIC à cet environnement à forte corrélation, on propose dans le chapitre suivant des techniques pour réduire la corrélation, augmenter le pouvoir séparateur et estimer le nombre et les amplitudes des différentes ondes planes.

Chapitre III

Adaptation de l’algorithme MUSIC à la chambre réverbérante pour l’estimation du spectre angulaire

Chapitre III
Adaptation du l'algorithme MUSIC à la chambre réverbérante pour l'estimation du spectre angulaire

Introduction

Un mode de résonance est interprété comme une manière d'emmagasiner l'énergie dans une cavité métallique; le champ stationnaire est obtenu par réflexions multiples sur les différents murs métalliques. Ainsi en tout point de la cavité le champ électromagnétique est la superposition d'une somme d'ondes planes issues de la même source mais arrivant au point d'observation par différents trajets. La corrélation entre ces signaux est forte ce qui contredit l'hypothèse d'indépendance des sources imposée par l'algorithme MUSIC pour réaliser la séparation, donc des techniques de décorrélation des ces signaux sont requises avant de réaliser l'estimation des angles d'arrivée.

Des travaux ultérieurs à ceux de Schmidt ont porté sur des variantes de l'algorithme MUSIC qui permettent d'améliorer la résolution, on trouve la version Root-MUSIC [34] qui réduit le problème d'estimation des directions d'arrivée à une recherche des racines d'un polynôme.

L'algorithme MUSIC est une méthode paramétrique, elle requiert la connaissance a priori du nombre des ondes planes à séparer. Cette information disponible dans le cas d'une chambre réverbérante vide sans brasseur, n'est pas connue en présence d'un brasseur dans la chambre. Des techniques basées sur le maximum de vraisemblance sont mises en œuvre pour retrouver cette information.

III.1. Prétraitement de la matrice de corrélation

La présence d'une forte corrélation entre certains ou tous les signaux reçus par le réseau de capteurs change les propriétés de la matrice de corrélation, essentiellement son rang ; en effet, deux signaux très corrélés sont vus comme un seul signal, et le rang de la matrice est égal au nombre des signaux indépendants. Pour une observation obtenue à partir d'un réseau linéaire de capteurs, on trouve, dans le cas de la chambre réverbérante où les ondes planes sont corrélées, une matrice de corrélation de rang égal à l'unité. Mathématiquement, cette matrice est construite à l'aide d'un seul vecteur, ainsi une seule direction d'arrivée pourra être calculée. On propose des techniques de pré traitement dédiées à restituer le rang total de la matrice de corrélation c'est-à-dire le nombre total des ondes planes à séparer. La technique de diversité d'espace ou lissage spatial permet de décorréler les signaux et de créer plusieurs observations à partir d'une seule. L'exploitation de la propriété directive du réseau de capteurs permet d'augmenter virtuellement le nombre de capteurs, et ainsi elle permet d'obtenir une ouverture du réseau de capteurs plus importante.

III.1.1. Problème de corrélation des sources

A l'aide d'un certain nombre *M* d'observations *X(t)* indépendantes dans le temps, on a estimé la matrice de corrélation à l'aide de l'expression suivante :

$$\overline{R_{xx}} = E(X(t).X(t)^H) = \overline{X(t).X(t)^H} \qquad \text{(III.1)}$$

X(t) est l'observation à l'instant *t*.

$(.)^H$: l'opérateur transposé - conjugué.

E (.) est l'espérance mathématique par rapport au temps *t* ; sachant que toutes les observations sont équiprobables, *E(.)* devient la moyenne temporelle sur les observations.

On rappelle l'expression d'un vecteur observation *X* à un instant *t* sur un réseau de *N* capteurs équidistants d'une distance *d* :

$$\overrightarrow{X(t)} = (x_0(t) \quad x_1(t) \quad .. \quad x_n(t) \quad .. \quad x_{N-1}(t))^T \qquad \text{(III.2)}$$

$(.)^T$: L'opérateur de transposition.

$x_i\ (t)$: le signal reçu sur le capteur d'ordre i à l'instant t.

En fait, les termes de la diagonale de la matrice $\overline{R_{xx}}$ expriment l'auto-corrélation du signal reçu sur chaque capteur :

$$r_{ii} = E(x_i(t)^*.x_i(t)) = \frac{1}{M}\sum_{t=t_0}^{t_{M-1}} x_i(t)^*.x_i(t) = \overline{x_i(t)^*.x_i(t)} \qquad \text{(III.3)}$$

avec $x_i(t)$ le signal reçu à l'instant t sur le capteur d'ordre i.

Les autres termes de la matrice expriment l'inter-corrélation des signaux reçus sur les différents capteurs :

$$r_{ij} = E(x_i(t)^*.x_j(t)) = \frac{1}{M}\sum_{t=t_0}^{t_{M-1}} x_i(t)^*.x_j(t) = \overline{x_i(t)^*.x_j(t)} \qquad \text{(III.4)}$$

avec $x_i(t)$ le signal reçu à l'instant t sur le capteur d'ordre i et $x_j(t)$ le signal reçu à l'instant t sur le capteur d'ordre j.

On rappelle que les sources sont supposées situées très loin des réseaux de sorte qu'un front d'onde reçu au niveau des capteurs soit plan. Ainsi $x_i(t)$ est le signal reçu sur le capteur n°i à l'instant t suite à son illumination par les fronts d'ondes issus des différentes sources.

Dans le cas de sources complètement décorrélées, les coefficients d'inter-corrélation r_{ij} sont nuls alors que les coefficients de corrélation r_{ii} expriment la somme des puissances moyennes des signaux reçus sur les capteurs, issus de chaque source. Les mêmes fronts d'ondes planes tombent sur tous les capteurs mais à un déphasage près, ce qui signifie que les puissances moyennes des signaux reçus sur les différents capteurs sont égales, ainsi tous les termes de la diagonale de la matrice de corrélation sont égaux, elle est dite matrice de Toeplitz [35] (*cf.* annexe 2).

En étant de cette forme, la matrice de corrélation est de rang plein, ce qui veut dire que son rang est égal au nombre de sources à déterminer. Ainsi on réalise la détection du nombre des signaux (les fronts d'ondes planes dans notre cas) par le rang de la matrice de corrélation et on peut appliquer l'algorithme MUSIC pour calculer les directions d'arrivée de tous les signaux.

Or l'existence d'une corrélation entre certains fronts d'ondes entraîne un problème lors de la détection du nombre des sources ; pour expliciter le problème [36], on suppose qu'on dispose d'un réseau linéaire de N capteurs équidistants d'une distance d.

Ce réseau de capteurs est illuminé seulement par deux ondes planes d'amplitudes respectives $S_1(t)$ et $S_2(t)$ dont les projections des vecteurs d'ondes sur le plan des capteurs sont K_1 et K_2,

de telle sorte que le signal reçu au niveau d'un capteur d'ordre *i* par rapport à un capteur de référence (*i=0*), est de la forme :

$$x_i(t) = S_1(t).e^{-j.K_1.i.d} \; + \; S_2(t).e^{-j.K_2.i.d} \qquad \text{(III.5)}$$

En réalisant plusieurs observations du signal x_i dans le temps, on peut calculer l'auto-corrélation moyenne $\overline{r_{ii}}$ par l'expression suivante :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{x_i(t)^*.x_i(t)} = \frac{1}{M}\sum_{t=t_0}^{t_{M-1}} x_i(t)^*.x_i(t)$$

$$\overline{r_{ii}} = \overline{(S_1(t).e^{-j.K_1.i.d} + S_2(t).e^{-j.K_2.i.d})^*.(S_1(t).e^{-j.K_1.i.d} + S_2(t).e^{-j.K_2.i.d})}$$

$$= \overline{S_1(t)^2} + \overline{S_1(t)^* e^{j.K_1.i.d}.S_2(t).e^{-j.K_2.i.d}} + \overline{S_2(t)^* e^{j.K_2.i.d}.S_1(t).e^{-j.K_1.i.d}} + \overline{S_2(t)^2}$$

Enfin on obtient :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{S_1(t)^2} + \overline{S_1(t)^*.S_2(t)}e^{j.(K_1-K_2).i.d} + \overline{S_2(t)^*.S_1(t)}e^{j.(K_2-K_1).i.d} + \overline{S_2(t)^2} \qquad \text{(III.6)}$$

L'opérateur $\overline{(.)}$ signifie la moyenne sur plusieurs observations temporelles.

On remarque qu'il y a quatre termes ; le premier et le quatrième sont stationnaires par une translation sur la ligne des capteurs, c'est-à-dire qu'ils sont constants quelque soit l'ordre *i* du capteur sur le réseau, alors que les deux autres termes dépendent de la position du capteur et s'annulent quand les produits $\overline{S_1(t)^*.S_2(t)}$ et $\overline{S_2(t)^*.S_1(t)}$ sont nuls c'est-à-dire quand les deux signaux S_1 et S_2 sont complètement décorrélés. Alors, l'autocorrélation se réduit à la somme des puissances moyennes des deux signaux S_1et S_2 :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{|S_1(t)|^2} + \overline{|S_2(t)|^2} \qquad \text{(III.7)}$$

S'il existe plusieurs sources complètement décorrélés, tous les termes de la première diagonale de la matrice de corrélation deviennent égaux. Ainsi la matrice de corrélation a la propriété d'une matrice de Toeplitz et son rang est égal au nombre de signaux à séparer [37].

Dans le cas où ces deux signaux sont corrélés, on peut écrire $S_2(t) = \alpha.S_1(t)$ avec α le coefficient de corrélation en amplitude et phase. Le coefficient d'auto-corrélation s'écrit :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{|S_1(t)|^2} + \overline{|S_1(t)|^2}.\alpha.e^{j.(K_1\text{-}K_2).i.d} + \overline{|S_1(t)|^2}.\alpha*.e^{j.(K_2\text{-}K_1).i.d} + \alpha^2.\overline{|S_1(t)|^2} \qquad \text{(III.8)}$$

Les différents termes de la diagonale ne sont pas égaux, et le rang de la matrice sera égale au nombre de groupes de signaux complètement décorrélés [38]. Il est ainsi inférieur au nombre de sources : il sera toujours égal au nombre de sources complètement décorrélés et précisément égal au nombre de groupes d'ondes planes fortement corrélées entre elles. On désigne ici par groupe, un ensemble de sources fortement corrélées entre elles mais non corrélées ou peu corrélées avec les autres. Ainsi on conclut que pour certains signaux on n'arrivera pas à déterminer les angles d'arrivée.

On remarque que deux problèmes se posent lors de l'utilisation de MUSIC à l'intérieur de la chambre réverbérante : le premier est la forte corrélation des sources à cause du phénomène de réflexion (les trajets multiples), et le deuxième est le manque d'observations temporelles étant donné qu'on ne dispose que d'une seule observation temporelle *X* sur le réseau de capteurs (*cf.* §II.5.3).

On propose dans la suite une solution dite la diversité d'espace [28] connue aussi sous le nom de lissage spatial [39]. Cette technique consiste à diviser le réseau global de capteurs en des sous réseaux de même taille chevauchés et décalés d'un seul capteur. On explique dans le paragraphe suivant comment on résout le problème du manque d'observations par l'équivalence entre un sous réseau et une observation temporelle.

III.1.2. Equivalence sous réseau - observation

On considère un réseau linéaire de *N* capteurs équidistants illuminés par une onde plane issue d'une source *S(t)*.

Soient deux observations réalisées aux instants t_1 et t_n ; $X(t_1)$ et $X(t_n)$, telles que $x_0(t_0) = S(t_0).e^{j\Phi_0}$ et $x_0(t_n) = S(t_n).e^{j\Phi_0}$ sont les signaux reçus au niveau du premier capteur respectivement pour chacune de deux observations.

Φ_0 : la phase initiale du niveau du premier capteur.

Or la source a une variation temporelle de la forme $S(t) = S_0.e^{-j\omega t}$, avec S_0 l'amplitude et ω la pulsation, donc on peut écrire $S(t_n)$ en fonction de $S(t_0)$:

$$S(t_n) = S_0.e^{-j\omega t_n} = S_0.e^{-j\omega t_0}.e^{-j\omega(t_n - t_0)} = S(t_0).e^{-j\omega(t_n - t_0)} \qquad \text{(III.9)}$$

Ensuite $x_0(t_n) = S(t_n).e^{j\phi_0} = S(t_0).e^{-j\omega(t_n - t_0)}.e^{j\phi_0} = x_0(t_0).e^{-j\omega(t_n - t_0)}$,

Soit $\Delta t = t_n - t_0$, ce qui donne :

$$x_0(t_n) = x_0(t_0).e^{-j\omega\Delta t} \qquad \text{(III.10)}$$

On va diviser le réseau de *N* capteurs en *M* sous réseaux chevauchés de taille *P* chacun, c'est à dire que ces sous réseaux sont décalés entre eux deux à deux d'un seul capteur (*cf.* Figure III.1).

On considère le sous réseau formé des *P* premiers capteurs consécutifs, le signal reçu au niveau du premier capteur est $x_0(m=0) = S(m=0).e^{j\phi_0}$ avec Φ_0 la phase initiale et la variable *m* servant de référence à l'ordre du sous réseau. On suppose que $x_0(m) = S(m).e^{j\phi_0}$ est le signal reçu au niveau de premier capteur du $m^{ième}$ sous réseau avec $m \in \{0..M-1\}$.

Il s'agit d'une onde plane, ainsi la différence de trajets entre les premiers capteurs respectifs de deux sous réseaux n° *0* et n° *m* est $r_m - r_0$.

r_m et r_0 sont les distances séparant les dits capteurs de l'origine du repère, projetées sur la direction du vecteur d'onde $\vec{K} = K.\vec{u}_r$.

S(0) est l'amplitude de l'onde reçue au premier capteur du sous réseau d'ordre *m=0*.

S(m) est l'amplitude de l'onde reçue au premier capteur du sous réseau d'ordre *m*.

Il existe alors une relation entre *S(m)* et *S(0)* telle que :

$$S(m) = S(0).e^{-j\vec{K}(\vec{r_m} - \vec{r_0})} = S(0).e^{-jK.\vec{u}_r(r_m - r_0).\vec{u}_r} = S(0).e^{-jK.(r_m - r_0)}.$$

Or le vecteur d'onde *K* s'écrit $K = \frac{2\pi f}{c}$, ce qui donne $S(m) = S(0).e^{-j\frac{2\pi f}{c}.(r_m - r_0)}$.

Soit $\Delta t = \frac{r_m - r_0}{c}$ le retard lié à la différence de trajets r_m-r_0. La relation entre *S(m)* et *S(0)* devient :

$$S(m) = S(0).e^{-j2\pi f\Delta t} = S(0).e^{-j\omega\Delta t} \qquad \text{(III.11)}$$

Ainsi en multipliant chacun des membres de l'équation (III.11) par $e^{j\phi_0}$, on trouve une relation entre les signaux reçus sur les premiers capteurs respectifs des sous réseaux n° *0* et n° *m* :

$$x_0(m) = x_0(m=0).e^{-j2\pi f\Delta t} = x_0(m=0).e^{-j\omega\Delta t} \qquad \text{(III.12)}$$

D'après les équations (III.10) et (III.12)**,** on conclut qu'à partir d'un seul réseau avec une seule observation temporelle on peut générer des sous réseaux chevauchés tels que leurs observations respectives sont équivalentes à des observations temporelles différentes observées sur un même réseau de capteurs (*cf.* Figure III.1)

On remarque bien qu'on a créé M sous observations de tailles égales à P, $X(m), m \in \{0..M-1\}$ (m est l'ordre du sous réseau) à partir de l'observation principale X (de taille N), telle que $N=P+M-1$.

Par la suite on peut calculer la matrice de corrélation par l'expression :

$$\overline{R_{xx}} = E(\overrightarrow{X(m)}.\overrightarrow{X(m)}^H) = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\overrightarrow{X(m)}.\overrightarrow{X(m)}^H \qquad \text{(III.13)}$$

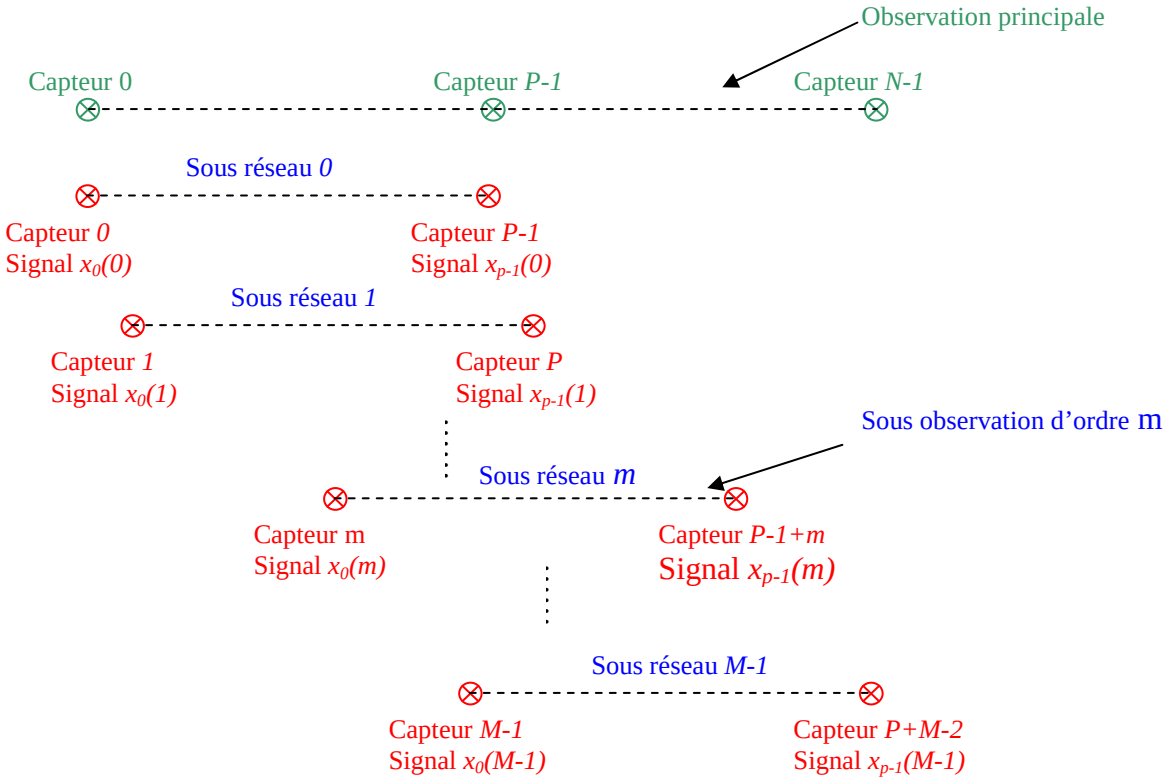


Figure III.1 – Division du réseau principal en des sous réseaux chevauchés.

III.1.3. Lissage spatial (ou diversité d'espace)

La décorrélation des sources par la technique de lissage spatial est une technique qui a été suggérée par Evans *et al.* [39] pour résoudre les problèmes rencontrés dans la localisation des

signaux fortement corrélés. Kailath *et al.* [40] présentent une analyse de cette technique qui consiste à subdiviser le réseau principal de taille *N* en *M* sous réseaux de taille *P* chacun, et de calculer la matrice $\overline{R_{xx}}$ moyennée sur *M* sous réseaux.

On considère le cas de deux ondes planes qui illuminent un réseau de *N* capteurs équidistants espacés d'une distance *d*.

Le signal au niveau du capteur *i* du $m^{ième}$ sous réseau est de la forme :

$$x_i(m) = S_1(m).e^{-j.K_1.i.d} + S_2(m).e^{-j.K_2.i.d} \qquad \text{(III.14)}$$

avec $S_1(m)$ et $S_2(m)$ les signaux reçus au niveau du premier capteur du $m^{ième}$ sous réseau.

On peut écrire les signaux reçus sur le premier capteur du $m^{ième}$ sous réseau en fonction de celui reçu sur le premier capteur du premier sous réseau :

$$S_1(m) = S_1(0).e^{-j.K_1.m.d} \text{ et } S_2(m) = S_2(0).e^{-j.K_2.m.d} \qquad \text{(III.15)}$$

Ainsi $x_i(m) = S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d}$ et l'auto corrélation de ce signal s'écrit :

$$r_{ii}(m) = x_i(m)^*.x_i(m) \qquad \text{(III.16)}$$

Le $i^{ième}$ terme de la diagonale de la matrice de corrélation $\overline{R_{xx}}$ est la moyenne des auto-corrélations des signaux reçus sur chacun des $i^{ièmes}$ capteurs respectifs de chacun des *m* sous réseaux :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{x_i(m)^*.x_i(m)} = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1} x_i(m)^*.x_i(m)$$

On développe l'expression du coefficient d'auto-corrélation :

$$\overline{r_{ii}} = \overline{(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})^*.(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})^*.(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(\left|S_1(0)\right|^2 + S_2(0)^*.e^{j.K_2.(m+i).d}.S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_1(0)^*.e^{j.K_1.(m+i).d}.S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d} + \left|S_2(0)\right|^2)$$

$$= \left|S_1(0)\right|^2 + \left|S_2(0)\right|^2 + \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(S_2(0)^*.S_1(0).e^{j.(K_2-K_1).(m+i).d} + S_1(0)^*.S_2(0).e^{j.(K_1-K_2).(m+i).d})$$

$$= \left|S_1(0)\right|^2 + \left|S_2(0)\right|^2 + S_2(0)^*.S_1(0).e^{j.(K_2-K_1).i.d}\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_2-K_1).m.d}) + S_1(0)^*.S_2(0).e^{j.(K_1-K_2).i.d}\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_1-K_2).m.d})$$

Les deux termes $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_2-K_1).m.d})$ et $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_1-K_2).m.d})$ sont la somme de M termes des deux suites géométriques de raisons respectifs $q = e^{j.(K_2-K_1).d}$ et $q = e^{j.(K_1-K_2).d}$;

En effet, $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_2-K_1).m.d}) = \frac{1-e^{j.(K_2-K_1).M.d}}{M(1-e^{j.(K_2-K_1).d})}$ et $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_1-K_2).m.d}) = \frac{1-e^{j.(K_1-K_2).M.d}}{M(1-e^{j.(K_1-K_2).d})}$

Or $\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.(K_2-K_1).M.d}}{M(1-e^{j.(K_2-K_1).d})} \to 0$ et $\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.(K_1-K_2).M.d}}{M(1-e^{j.(K_1-K_2).d})} \to 0$

Ainsi les deux termes $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_2-K_1).m.d})$ et $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(e^{j.(K_1-K_2).m.d})$ tendent vers 0 quand le nombre des sous réseaux M devient important, et on peut réduire l'expression des termes d'auto-corrélation à:

$$\overline{r_{ii}} \approx \left|S_1(0)\right|^2 + \left|S_2(0)\right|^2, \forall i \in \{0..P-1\} \qquad \text{(III.17)}$$

De la même façon on montre que les coefficients d'inter-corrélation sont faibles (*cf.* annexe 3):

$$\overline{r_{ij}} \approx 0, \forall i \neq j, \{i, j\} \in \{0 \quad .. \quad P-1\}$$

i,j sont les indices des capteurs dans le sous réseau d'ordre *m*.

Ainsi la technique de lissage spatial consiste à rendre la matrice de corrélation équivalente à une matrice de Toeplitz en faisant une moyenne de l'expression de r_{ii} sur plusieurs sous réseaux pour rendre égaux les termes de chaque diagonale, cette technique s'appelle aussi **diversité d'espace**. Elle exploite l'invariance des résultats au déplacement par translation d'un réseau de capteurs illuminé par des fronts d'ondes planes, ce qu'on appelle l'équivalence

translative. Cette équivalence n'est valide que pour des réseaux linéaires avec capteurs équidistant dit réseaux linéaires uniformes (**U**niform **L**inear **A**rray) [38].

La condition imposée par Kailath [40] est que le nombre P de capteurs par sous réseaux est supérieur ou égal au nombre de sources p plus 1 $(P \geq p+1)$, et que le nombre de sous réseaux M doit être supérieur ou égal au nombre de sources ($M>=p$), ce qui implique que le nombre total des capteurs $N=M+P-1$ doit être au moins égal au double du nombre de sources $N \geq 2*p$.

Dans le cas de plusieurs observations temporelles sans utiliser la technique de lissage spatial, le nombre de capteurs par le réseau entier devait être $N=p+1$, ainsi on remarque que la technique de lissage spatial réduit le nombre de sources pouvant être résolues, ce qui se traduit par une diminution de moitié de l'ouverture du réseau de capteurs. Mais cette technique reste nécessaire du fait de la cohérence des signaux.

Conclusion

On a conclut au §II.5.3 que toutes les observations obtenues à partir de la cartographie d'un champ électrique stationnaire dans la chambre réverbérante vide sont totalement corrélées, elles sont alors équivalentes à une seule observation. Des nombreuses sous-observations indépendantes sont créées à partir d'une seule observation sur un réseau linéaire de capteurs à l'aide de la technique de lissage spatial qui permet également de voir les fronts d'ondes comme étant moins corrélés. Néanmoins, l'ouverture du réseau de capteurs sera réduite de moitié.

On propose dans le paragraphe suivant d'utiliser une technique qui permet de corriger l'inconvénient du lissage spatial et augmenter l'ouverture du réseau de capteurs.

III.1.4. La propriété de bidirectivité

Dans le cas des réseaux linéaires uniformes (réseaux linéaires de capteurs équidistants) illuminés par des fronts d'ondes, l'inversement de l'ordre de capteurs n'affecte pas l'équivalence des résultats par rapport à l'ordre normal de ces capteurs dans le réseau : le capteur n°0 devient le capteur n°$N-1$ et la capteur n°$N-1$ devient le capteur n°0 et ainsi de suite. On obtient la même matrice de corrélation en considérant un sens ou l'autre de l'ordre de capteurs. Elle est appelée la propriété d'invariance rotationnelle des réseaux ou propriété de bidirectivité [41] [28].

On a vu au §III.1.3 que pour résoudre un nombre *p* de fronts d'onde, il nous faut un nombre de capteurs $N = 2*p$, en utilisant la technique de lissage spatial seulement. Alors qu'en utilisant la technique de lissage spatial conjointement avec l'exploitation de la propriété bidirective des sous réseaux de capteurs, le nombre total *N* de ces capteurs, nécessaires pour résoudre les *p* fronts d'onde, est égal $3*p/2$. En comparant les résultats des deux formes de la matrice de corrélation, c'est-à-dire la forme lissée estimée à partir d'une observation sur un réseau de $2*p$ capteurs et la forme lissée bidirective estimée à partir d'une observation sur un réseau de $3*p/2$ capteurs, on trouve que la précision est de même ordre dans les deux cas, il s'agit alors d'une augmentation virtuelle du nombre des capteurs [42] [38].

Cela se fait en moyennant les deux matrices de corrélation ; la matrice de corrélation R_F dite matrice forward obtenue en faisant la moyenne des matrices de corrélation élémentaires de chacun de sous-réseaux, et la matrice de corrélation R_B dite matrice backward obtenue en faisant la moyenne des matrices de corrélations élémentaires obtenues pour chacun des sous réseau mais en inversant l'ordre des capteurs à l'intérieur du sous-réseau, c'est-à-dire en numérotant les capteurs du dernier au premier plutôt que du premier au dernier. La matrice de covariance finale R_{FB} est la moyenne de deux matrices, elle s'écrit :

$$R_{FB} = \frac{1}{2}(R_F + R_B) \qquad \text{(III.18)}$$

La matrice R_B peut être écrite en fonction de la matrice R_F en utilisant la matrice d'échange *J*:

$$R_B = J.R_F^{\,H}.J \qquad \text{(III.19)}$$

La matrice d'échange *J* est une matrice de dimension $N \times \boldsymbol{N}$ contenant des zéros partout sauf sur l'antidiagonale dont les termes sont unitaires, elle a la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \iddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Plusieurs études ont été faites pour montrer les avantages que présente la matrice bidirective lissée R_{FB} par rapport à la matrice unitaire lissée R_F [28] [43] [44].

Dans le cas des signaux totalement décorrélés, la matrice de corrélation est hermitienne c'est-à-dire $\overline{R_{xx}}^T = \overline{R_{xx}}^C$ où $(.)^T$ désigne l'opérateur transposé et $(.)^C$ désigne l'opérateur conjugué.

Elle est aussi symétrique par rapport à sa première antidiagonale, et donc dite centro-hermitienne. Dans un tel cas la propriété de bidirectivité est évidente ; la matrice de corrélation vérifie $\overline{R_{xx}} = J.\overline{R_{xx}}^T.J$

Dans le cas où la propriété de bidirectivité n'est pas évidente, c'est-à-dire lorsque la forme de la matrice de corrélation n'est pas nécessairement centro-hermitienne due à l'existence d'une corrélation entre deux ou plusieurs fronts d'onde - ce qui se traduit par une différence entre les termes de la diagonale -, la matrice de corrélation est forcée à devenir centro-hermitienne [37] [45] par le calcul d'une matrice de corrélation lissée moyenne $\overline{R_{xx\,FB}}$ de la forme :

$$\overline{R_{xx\,FB}} = E\left(J.\left(\vec{X}.\vec{X}^H\right)^T.J\right) = \sum_{m=1}^{M-1} J.\left(\vec{X}(m).\vec{X}(m)^H\right)^T.J$$

où $\vec{X}(m)$ est l'observation sur le sous-réseau d'ordre m. Ainsi la matrice de corrélation bidirective lissée vérifie $\overline{R_{xx\,FB}} = J.\overline{R_{xx\,FB}}^T.J$

III.2. Principe d'estimation de la fréquence spatiale par la recherche des zéros d'un polynôme

Le pseudo spectre music est défini comme étant l'inverse du produit scalaire du vecteur directionnel paramétrable $a(\varphi)$ sur la base des vecteurs propres Vb du sous espace bruit (II.36) :

$$f(\varphi) = \frac{1}{\overrightarrow{a(\varphi)}^H.Vb.Vb^H.\overrightarrow{a(\varphi)}}$$

Les angles d'arrivée des ondes planes sont contenus dans les angles électriques φ qui maximisent la fonction $f(\varphi)$.

Dans le cas d'un réseau linéaire et uniforme, une autre méthode pour trouver les angles d'arrivée avec une meilleure précision consiste à calculer les racines du polynôme $P(\varphi) = \overrightarrow{a(\varphi)}^H.Vb.Vb^H.\overrightarrow{a(\varphi)} = 0$; les angles électriques φ sont les phases de ces racines.

Cette méthode est une variante de l'algorithme MUSIC qui s'appelle Root-MUSIC, en effet, d'après [34], le polynôme *P(φ)* peut s'écrire de la forme suivante :

$$P(\varphi) = \sum_{n_1=1}^{N}\sum_{n_2=1}^{N} e^{-j\varphi(n_1-1)}.G_{n_1n_2}.e^{j\varphi(n_2-1)} \qquad \text{(III.20)}$$

On rappelle que l'angle électrique est $\varphi = \dfrac{2.\pi.d.sin(\theta)}{\lambda}$ ce qui donne :

$$P(\theta) = \sum_{n_1=1}^{N}\sum_{n_2=1}^{N} e^{-j\frac{2\pi d\sin(\theta)}{\lambda}(n_1-1)}.G_{n_1n_2}.e^{j\frac{2\pi d\sin(\theta)}{\lambda}(n_2-1)}$$

Avec $G = Vb.Vb^H = \left\{G_{n_1n_2}\right\}_{n_1,n_2\in\{1..N\}}$

Et $P(\theta) = \sum_{l=-N+1}^{N+1} a_l.e^{-j\frac{2\pi d\sin(\theta)}{\lambda}l}$ avec a_l est la somme des termes de la $l^{iéme}$ diagonale de G c'est-à-dire $a_l = a_{n_1-n_2} = \sum_{n_1-n_2=l} G_{n_1n_2}$.

Soit $z = e^{\frac{-j2\pi d\sin(\theta)}{\lambda}}$, on définit le polynôme :

$$P(z) = \sum_{l=-N+1}^{N+1} a_l.z^{-l} \qquad \text{(III.21)}$$

Alors la recherche de la direction d'arrivée est réduite à une recherche des racines de *P(z)* dont les modules sont égaux à l'unité.

La recherche des angles électriques qui maximisent la fonction *f(φ)* consiste donc à trouver les racines z_i du polynôme *P(z)* dont les modules sont situés sur le cercle unitaire ; un zéro de *P(z)* à $z = e^{j\arg(z)}$ est équivalent à un maximum de la fonction *f(φ)* telle que *φ=arg(z)*, et les directions d'arrivée se trouvent bien entendu dans les phases de ces racines.

La matrice de corrélation calculée comme étant la moyenne d'un nombre fini d'observations (III.1) n'est qu'une estimation de la valeur réelle de la matrice, donc les racines du polynôme P(z) ne se trouvent pas exactement sur le cercle unitaire ; il faut alors utiliser les racines situées à l'intérieur du cercle unitaire et dont le module est très proche de l'unité [46].

Ces racines sont caractérisées par leurs modules et leurs phases. Dans notre travail, on a adopté deux critères pour la sélection des racines ; le premier consiste à garder les racines dont les modules sont très proches de l'unité, ainsi on a pris une fourchette située entre 0,9 et 1, et le second critère consiste à ne garder parmi les racines ainsi sélectionnées par le premier critère que celles dont les phases correspondent à des angles d'arrivée physiques c'est-à-dire à valeurs réelles et non complexes (*cf.* Figure III.2).

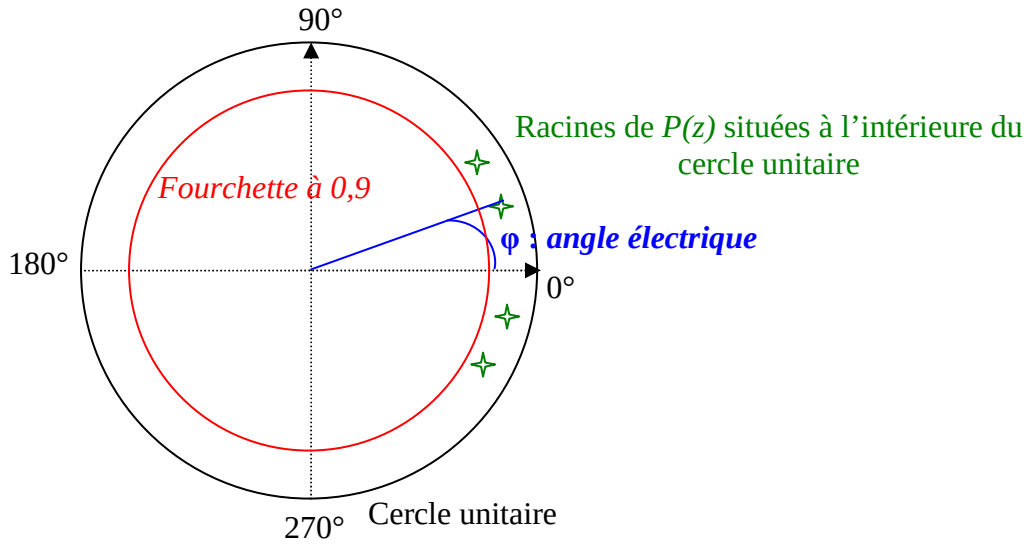


Figure III.2 – Sélection des racines du polynôme P(z).

III.3. Estimation du nombre d'ondes planes

On désigne par ordre du modèle, le paramètre requis par l'algorithme MUSIC pour estimer les directions d'arrivée, et qui est le nombre d'ondes planes reçues par le réseau de capteurs. Ce nombre n'est a priori pas connu dans notre étude du spectre angulaire de la chambre réverbérante avec brasseur.

On considère un réseau de N capteurs équidistants d'une distance d, illuminé par p ondes planes. Soit x_i le signal reçu sur le capteur d'indice i ($i \in \{0..N-1\}$), il est la superposition de p fronts d'onde plane telle que :

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^{p} S_k(t).e^{-j.\vec{K}_k.\vec{r}_i} \qquad \text{(III.22)}$$

$\overrightarrow{K_k}$: vecteur d'onde issu de la source d'indice k.

r_i : position du capteur n° i.

Lors de la décomposition en éléments propres de la matrice de corrélation, le nombre de sources peut être détecté en examinant l'écart entre les valeurs propres relatives à l'espace signal et celles relatives à l'espace bruit. En effet, dans le cas de la vraie matrice de corrélation de l'observation, les valeurs propres de l'espace signal sont plus importantes que celles du bruit, et ces dernières sont toutes constantes et égales à la variance du bruit, ainsi la

détection de la valeur propre la plus faible permet de déterminer la dimension de l'espace signal et celle de l'espace bruit [47].

Néanmoins certaines hypothèses imposées par l'algorithme MUSIC ne sont pas parfaitement respectées dans des cas pratiques. Tout d'abord la matrice de corrélation obtenue à partir d'un nombre limité d'observations est une approximation de la vraie matrice de corrélation. Ensuite, le bruit n'est pas parfaitement blanc. Ainsi, les valeurs propres relatives à l'espace bruit ne sont pas égales, et la technique de l'estimation du nombre des ondes planes basée sur la détection de la plus faible valeur propre n'est plus valable.

Les méthodes de sélection d'ordre, comme le critère d'Akaike (AIC) ou de Rissanen et Schwartz (MDL) ont été introduites pour être appliquées dans ces conditions. Elles ont l'avantage d'être simples et ont une probabilité de surestimation faible dans le cas d'un nombre important d'observations [19].

Wax et Kailath ont montré que le critère d'Akaike a une probabilité de surestimation asymptotiquement non nulle [48], c'est-à-dire que même pour un nombre d'observations infini il a tendance à surestimer le nombre de sources : il est dit inconsistant, alors que le critère MDL est un estimateur consistant. On retient donc ce dernier pour l'estimation du nombre des fronts d'onde plane illuminant le réseau de capteurs.

Le critère MDL (**M**inimum **D**escription **L**ength) a été proposé par J. Rissanen [49] et G. Schwartz [50], il est issu du critère d'Akaike (AIC).

Pour *M* observations temporelles *X(t)* décorrélées obtenues à partir d'un réseau de *N* capteurs équidistants, le critère *MDL* consiste à minimiser la quantité suivante par rapport au nombre *k* supposé des ondes planes [51]:

$$MDL(k) = -M.\log\left(\frac{\prod_{i=k+1}^{N}\hat{\lambda}_i}{\left(\frac{1}{N-k}.\sum_{i=k+1}^{N}\hat{\lambda}_i\right)^{N-k}}\right) + \frac{1}{2}.k.(2N-k).\log M \qquad \text{(III.23)}$$

$\hat{\lambda}$: les valeurs propres de la matrice de corrélation.

Le domaine de variation admissible de *k* est {0, ..., *N-1*}, avec *N* est le nombre de capteurs du réseau. La valeur de *k* qui minimise la fonction *MDL(k)* est le nombre réel *p* des ondes planes.

III.4. Estimation des amplitudes des ondes planes

Dans le contexte d'étude des directions d'arrivée du rayonnement à l'intérieur de la CRBM, on a besoin de caractériser les ondes planes qui composent le champ électromagnétique stationnaire en angles d'arrivée et en amplitudes.

L'algorithme Root-MUSIC sera utilisé uniquement pour estimer les angles d'arrivée des ondes planes. Pour retrouver les amplitudes, Bienvenu et Kopp [52] ont proposé une formule qui permet de déterminer les puissances de signaux en utilisant la décomposition en éléments propres de la matrice spectrale qui est la matrice de corrélation des transformées de Fourier des observations temporelles. De cette façon la formule ne permet pas l'accès aux phases des signaux.

On propose une formule qui permet de trouver les amplitudes complexes c'est-à-dire les modules et les phases initiales des ondes planes. En supposant que les hypothèses requises par l'algorithme Root-MUSIC qui consistent généralement à traiter des cas à fort rapport signal à bruit sont validées, on néglige l'amplitude du bruit devant le signal et ainsi l'expression de l'observation (II.26) se réduit à :

$$\overrightarrow{X} = A.\vec{S} \;\; car \;\; \vec{b} \approx \vec{0} \qquad \text{(III.24)}$$

Où A est la matrice des vecteurs directionnels construite avec les angles d'arrivée qui sont précédemment estimées par l'algorithme Root-MUSIC.

Cette matrice n'étant pas nécessairement carrée, on multiplie, pour pouvoir l'inverser, chaque membre de l'équation (III.24) par A^H , avec $(.)^H$ l'opérateur transposé conjugué :

$$A^H.\overrightarrow{X} = A^H.A.\vec{S} \qquad \text{(III.25)}$$

$A^H.A$ est une matrice carrée, elle est aussi inversible car tous les vecteurs directionnels sont orthogonaux, donc on obtient la matrice des amplitudes complexes des signaux (modules et phases initiales) :

$$\vec{S} = (A^H.A)^{-1}.A^H.\overrightarrow{X} \qquad \text{(III.26)}$$

Ainsi on détermine l'amplitude sans aucune ambiguïté sur la phase initiale.

On remarque que cette formule est valable uniquement pour une observation par un réseau linéaire de capteurs, et qu'elle n'est pas adaptée au cas d'un réseau planaire. On propose donc une technique d'adaptation des observations matricielles à cette formule inspirée des travaux de Li [53].

On considère un réseau planaire contenant $N \times L$ capteurs équidistants de d. Une observation $X(t)$ est une matrice de $N \times L$ éléments. On peut réduire la matrice $X(t)$ en un seul vecteur contenant NL composantes en enchaînant les N valeurs de chacune de L colonnes tout en respectant l'ordre des colonnes dans la matrice initiale $X(t)$. On obtient ainsi le vecteur observation correspondant $\vec{X}(t)$.

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_{11}(t) & x_{12}(t) & & x_{1L}(t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{N1}(t) & x_{N2}(t) & & x_{NL}(t) \end{pmatrix} \Longrightarrow \vec{X}(t) = \begin{pmatrix} x_{11}(t) \\ \vdots \\ x_{N1}(t) \\ x_{12}(t) \\ \vdots \\ x_{N2}(t) \\ \vdots \\ x_{1L}(t) \\ \vdots \\ x_{NL}(t) \end{pmatrix}$$

Pour chacune des directions d'arrivée θ_i, on considère une onde plane arrivant dans cette direction, d'amplitude égale à l'unité et de phase initiale nulle (la phase au niveau du capteur de référence), pour construire la réponse $A(\theta_i)$ d'un réseau contenant $N \times L$ capteurs illuminé par cette onde. On obtient ainsi un ensemble de p matrices $A(\theta_i)$, $i=\{1,..,p\}$.

Comme expliqué précédemment, chaque matrice $A(\theta_i)$ est transformée en un vecteur de dimension $NL \times p$, qui constituera une colonne d'une matrice $\mathcal{A}$. On se ramène ainsi à la même formule (III.24):

$$\vec{X} = \mathcal{A}.\vec{S}$$

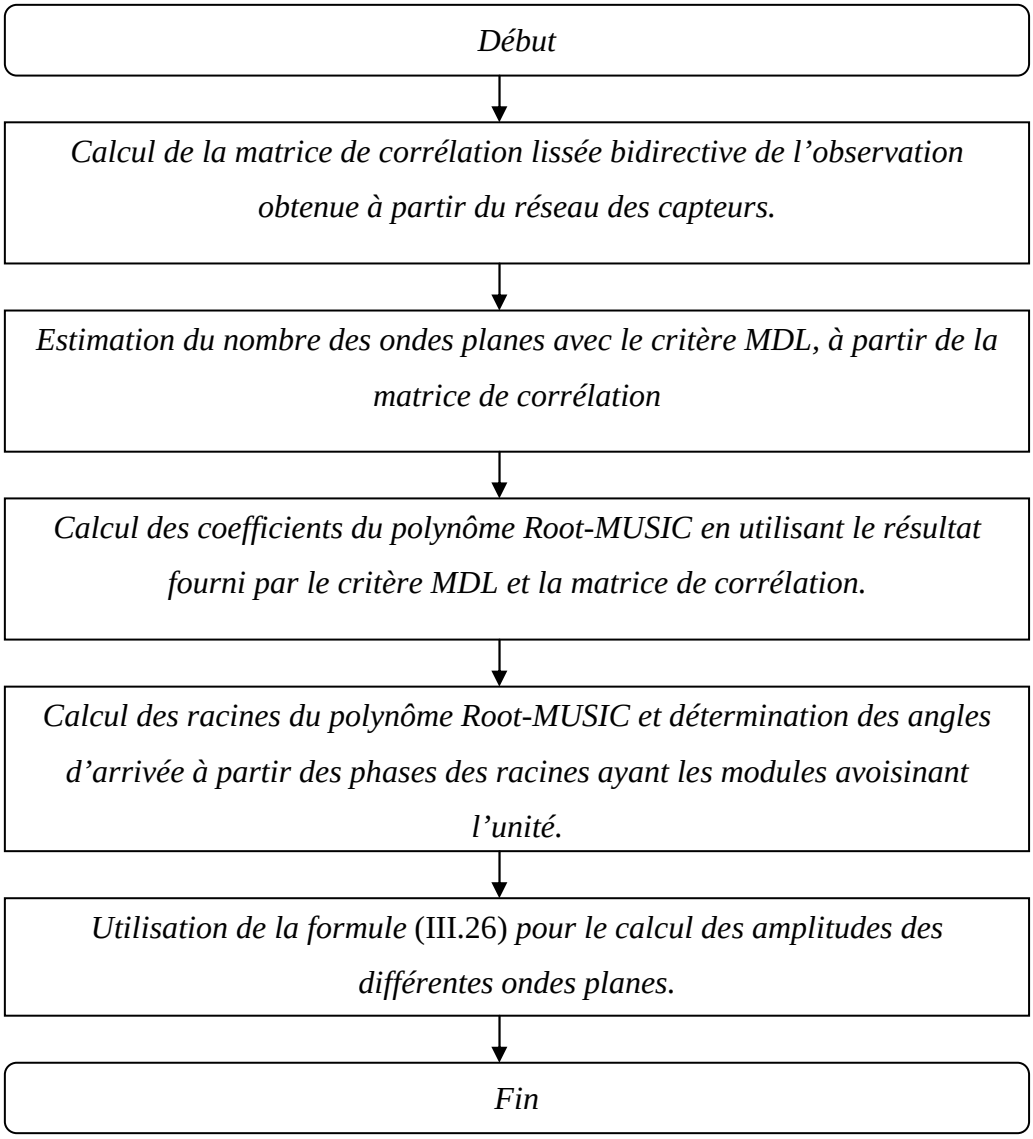
On a remarqué que la transformation des matrices $A(\theta_i)$ en des vecteurs garde la propriété d'orthogonalité entre ces matrices [53]. Ainsi la matrice $\mathcal{A}^H.\mathcal{A}$ est une matricé carrée et elle possède un déterminant non nul, elle est alors inversible, ce qui permet d'appliquer de nouveau la formule (III.26) pour l'estimation des amplitudes complexes des ondes :

$$\vec{S} = (\mathcal{A}^{H}.\mathcal{A})^{-1}.\mathcal{A}^{H}.\vec{X}$$

En exploitant toujours le principe d'orthogonalité entre les vecteurs directionnels, on peut aussi adapter cette formule au cas d'une observation *X(t)* à trois dimensions en suivant la même technique pour transformer les matrices en vecteurs.

III.5. Organigramme de l'algorithme de caractérisation du spectre angulaire

On présente un organigramme résumant la succession des étapes à faire pour caractériser le spectre angulaire à partir de la cartographie du champ électrique d'un mode donné.



III.6. Estimation du spectre angulaire à partir d'un réseau linéaire

La chambre réverbérante étudiée est une cavité rectangulaire, de murs parfaitement conducteurs, munie d'un brasseur incliné de 45° par rapport aux axes (Ox) et (Oy) de la cavité (*cf.* Figure III.3).

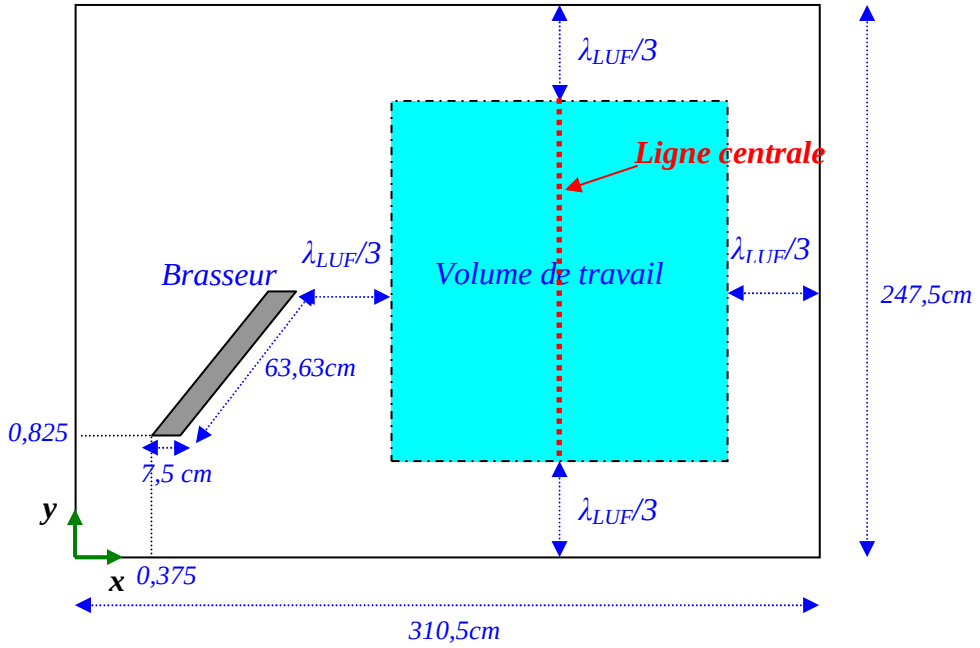


Figure III.3 – Géométrie de la chambre réverbérante étudiée.

On rappelle que le maillage retenu est de 440*330 cellules carrées de taille 7,5mm*7,5mm, le calcul du champ électromagnétique dans la chambre est réalisé par la méthode *FDTD* et le nombre optimal d'itérations est 500 000 (compromis entre précision et temps de simulation).
On se contente d'abord de vérifier la précision de notre algorithme dans le cas de la chambre réverbérante vide où le spectre angulaire est connu analytiquement.

III.6.1. Spectre angulaire de la cavité vide

On va montrer que notre algorithme (prétraitement de la matrice de corrélation + MDL + Root-MUSIC) a des bonnes performances dans le cas connu de la cavité vide où toutes les hypothèses concernant le spectre angulaire sont vérifiées : spectre angulaire discret (il n'est pas continu), les amplitudes des ondes planes sont constantes sur le réseau de capteurs dédié à la mesure (pas d'ondes planes amorties).

On a décidé d'étudier la cartographie du mode transverse magnétique TM_{680} de fréquence de résonance $f=564,88\ MHz$, il s'agit d'un mode de fréquence supérieure à la $f_{LUF}=465\ MHz$.
Dans le cas de la chambre réverbérante sans brasseur, il est connu que le spectre angulaire est invariant avec le point d'observation ce qui n'est pas encore vérifié quand on introduit le brasseur. On se limite à l'étude du spectre angulaire à la surface de travail en considérant le champ électrique reçu sur les capteurs de sa ligne centrale de la surface de travail qui est un réseau linéaire de 274 capteurs.
La technique de lissage spatial, qui permet de décorréler les signaux reçus sur le réseau de capteurs, consiste, dans un premier temps, à créer des sous réseaux de capteurs à partir du réseau global de 274 capteurs et à calculer une matrice de corrélation élémentaire bidirective relative à chacun des sous réseaux. La matrice de corrélation bidirective lissée qui est la moyenne des toutes ces matrices élémentaires est ensuite calculée. La taille des sous réseaux est choisie égale à la moitié de la taille du réseau global comme il a été conseillé par Kailath [40] pour la détection du maximum d'ondes planes. Ainsi on aura 138 réseaux de tailles égales à 137 capteurs chacun.
A partir de la cartographie du champ électrique, on retient les valeurs du champ sur la colonne centrale de la surface de travail (*cf.* Figure III.4).

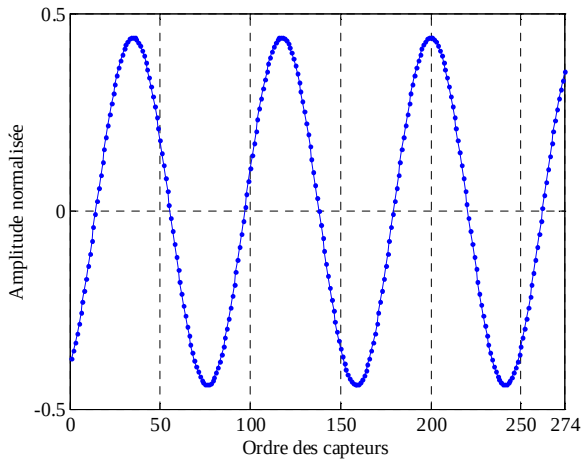


Figure III.4 – Signal observé sur la ligne centrale de la surface de travail de la chambre réverbérante vide.

En appliquant le critère MDL à la matrice de corrélation lissée, on trouve le graphe suivant qui fournit la variation des différentes valeurs de ce critère en fonction des nombres possibles des ondes planes (*cf.* Figure III.5).

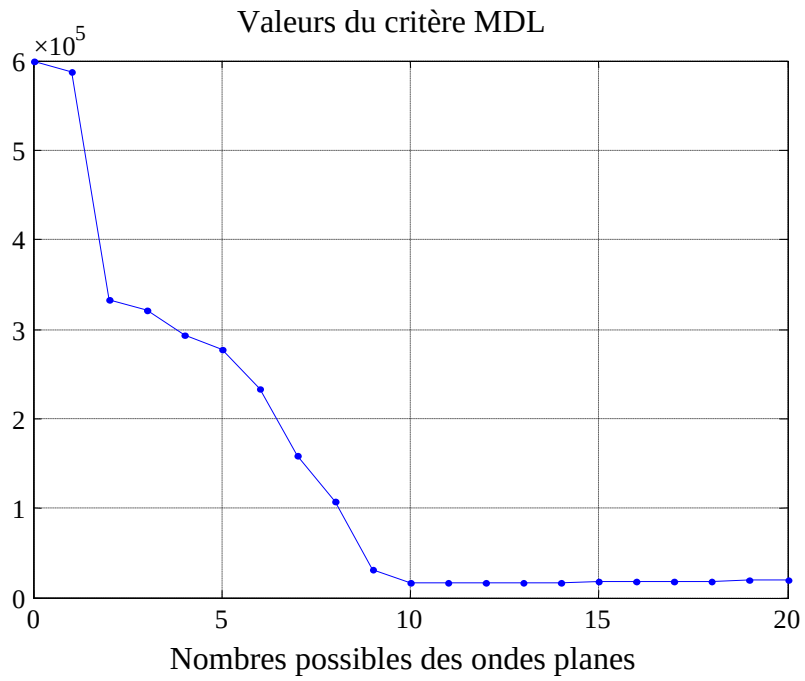


Figure III.5 – Variation des valeurs MDL en fonction du nombre des ondes planes dans le cas d'une cavité vide à la fréquence f=564,88 MHz.

Chaque sous réseau contient 137 capteurs, ainsi le domaine de variation possible du nombre des ondes planes est {0,..,136}. Sur la Figure III.5 on a limité l'affichage aux 20 premières valeurs possible du nombre des ondes planes (l'axe des abscisses).

On trouve que la valeur minimale du MDL correspond à un nombre d'ondes planes égal à 10, il sera choisi comme étant le nombre des ondes planes qui composent l'observation du champ électrique étudié, c'est la valeur nécessaire à Root-MUSIC pour déterminer les angles d'arrivée. Ainsi on détermine le spectre angulaire décrit dans le Tableau III.1.

Tableau III.1 : Les ondes planes estimées dans la chambre réverbérante vide.

	DDA (°)	Amplitude	Phases (°)
Onde #1	75,32	0,0002	-123,33
Onde #2	-75,32	0,0002	123,33
Onde #3	59,07	0,2196	-147,83
Onde #4	-59,07	0,2196	147,83
Onde #5	13,95	0,0000	-151,66
Onde #6	-13,95	0,0000	151,66
Onde #7	39,23	0,0003	29,35
Onde #8	-39,23	0,0003	-29,35
Onde #9	29,61	0,0001	-117,62
Onde #10	-29,61	0,0001	117,62

On remarque que le critère MDL surestime le nombre d'ondes planes, cette surestimation est due essentiellement à la présence du bruit vu que la cartographie est obtenue par simulation avec un nombre fini d'itérations. Le rapport entre la puissance des ondes qui composent l'observation et le bruit est de 57dB.

L'angle d'arrivée théorique est 59,13°, ainsi l'erreur est de l'ordre de 0,1% et l'erreur sur l'amplitude est de 0,05%.

On remarque que hormis la surestimation du nombre des ondes planes due à la présence du bruit, la méthode présente une bonne précision dans le cas d'étude du spectre angulaire d'une cavité vide. On rappelle qu'avec la transformée de Fourier (*cf.* §II.4.1.1) on a trouvé une erreur sur les directions d'arrivée de 3,5%.

III.6.2. Spectre angulaire de la cavité avec brasseur

On va étudier le spectre angulaire de la chambre réverbérante munie du brasseur, pour cela on considère la cartographie normalisée à l'unité d'un mode TM de fréquence de résonance *f=492,44 MHz*. C'est un mode de fréquence proche de la LUF de la chambre bidimensionnelle (LUF = 465 MHz).

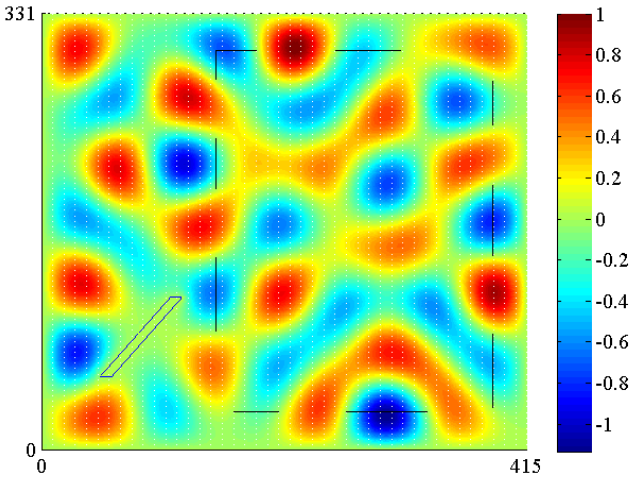


Figure III.6 – Cartographie normalisée à l'unité du champ électrique à l'intérieure de la chambre réverbérante relative au mode de fréquence f=492,44 MHz.

Pour caractériser le spectre angulaire au niveau de la surface de travail, on a considéré le champ électrique reçu sur les capteurs de la ligne centrale de la surface de travail, tout en

supposant que le spectre est constant sur toute la surface de travail et qu'ainsi un seul réseau de capteurs est suffisant pour le caractériser.

Lors de l'utilisation de la technique du lissage spatial, la taille des sous réseaux est de 137 capteurs ce qui donne 138 sous réseaux sur la ligne centrale entière.

On calcule la matrice de corrélation lissée bidirective à partir de laquelle on détermine les différentes valeurs du critère MDL. En examinant la courbe de variation des valeurs du critère MDL calculés respectivement pour chacun des nombres possibles d'ondes planes, on trouve que le minimum correspond à 12 ondes planes.

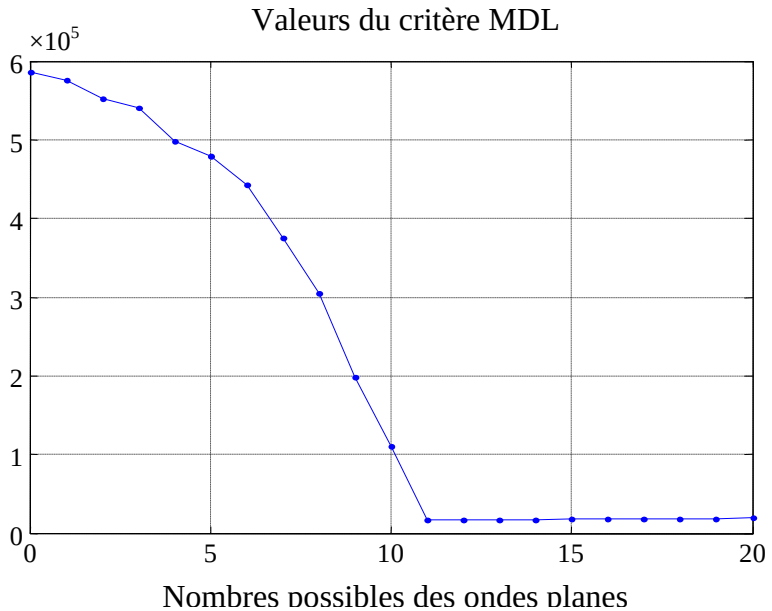


Figure III.7 – Variation des valeurs MDL en fonction du nombre des ondes planes dans le cas de la chambre avec le brasseur incliné à 45°, à la fréquence f=492,44 MHz.

On utilise le nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL qui est fourni à Root-MUSIC pour déterminer les différentes directions d'arrivée des ondes planes qui composent le champ électrique étudié (*cf.* Tableau III.2.).

Tableau III.2 : Les ondes planes estimées dans la chambre réverbérante munie d'un brasseur à la fréquence f=492,44 MHz avec un réseau linéaire de capteurs.

	DDA (°)	Amplitude	Phases (°)
Onde #1	79,66	0,1229	-112,74
Onde #2	-79,66	0,1229	112,74
Onde #3	59,76	0,3049	-164,32
Onde #4	-59,76	0,3049	164,32
Onde #5	46,76	0,2339	87,00
Onde #6	-46,76	0,2339	-87,00
Onde #7	34,17	0,1368	0,71
Onde #8	-34,17	0,1368	-0,71
Onde #9	26,17	0,0626	-42,42
Onde #10	-26,17	0,0626	42,42

On remarque qu'avec l'algorithme Root-MUSIC on ne trouve que 10 ondes planes alors que le critère MDL surestime ce nombre jusqu'à 12.

Un critère pour juger la précision du spectre angulaire estimé est de comparer l'observation du champ initial (issue de la simulation) et la courbe reconstruite du champ à partir des ondes planes discrètes estimées par MUSIC (*cf.* Figure III.8). Pour cela on a calculé le coefficient de corrélation de ces deux champs, défini par :

$$r_p = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x}).(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})}.\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{y})}} \qquad \text{(III.27)}$$

avec x_i, y_i sont les valeurs respectives du champ initial et du champ reconstruit sur les différents capteurs, et $\overline{x}$ et $\overline{y}$ leurs valeurs moyennes respectives.

En calculant le coefficient de corrélation entre ces deux signaux on trouve 0,9993.

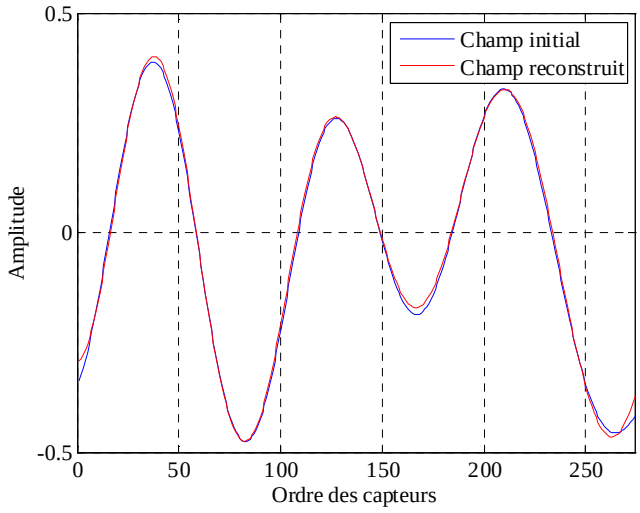


Figure III.8 – Courbes des champs (V/m): initial et reconstruit à partir des ondes planes vues par un réseau linéaire (f=492,44MHz).

III.6.3. Problème d'ambiguïté sur des ondes symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteurs

Un réseau linaire de capteurs ne détecte que les ondes dont les angles d'arrivée se trouvent entre -90° à +90°, ce qui implique que les ondes symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteurs sont vues comme une seule onde plane dont l'amplitude calculée est la somme vectorielle des amplitudes de ces deux ondes symétriques (*cf.* Figure III.9).

La solution proposée pour surmonter cette ambiguïté consiste à extrapoler par calcul les valeurs des angles d'arrivée ; en effet, avec un seul réseau linéaire de capteurs on a détecté seulement des directions d'arrivée comprises entre +90° et -90°, or ces directions d'arrivée peuvent correspondre à deux ondes symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteur, ainsi on va générer ces directions d'arrivée symétriques par calcul et on obtient un spectre angulaire allant de -180° jusqu'à 180°.

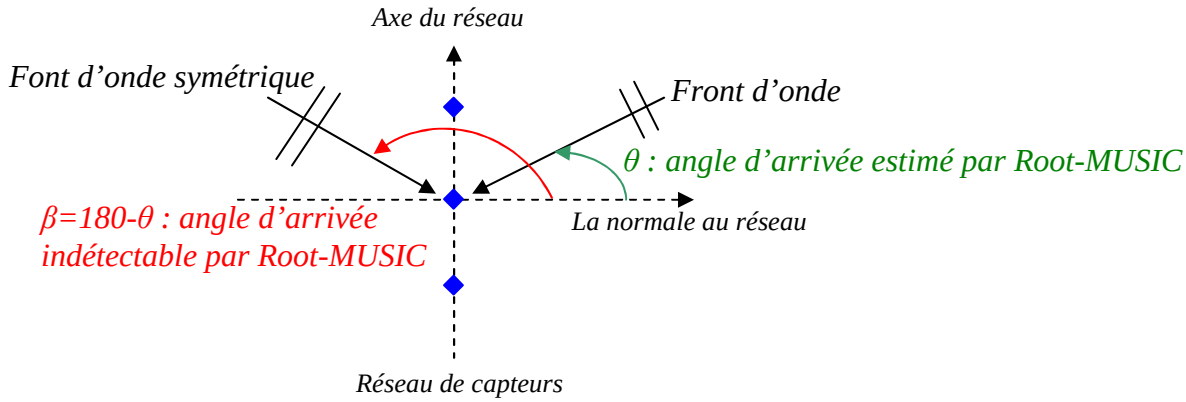


Figure III.9 – Les ondes planes symétriques par rapport au réseau de capteurs.

Cependant l'estimation des amplitudes de toutes ces ondes avec un seul réseau de capteurs n'est pas évidente parce que dans un tel cas une amplitude trouvée est la somme des amplitudes de chacune des ondes symétriques.

Pour résoudre ce problème on a besoin d'utiliser un ou plusieurs réseaux parallèles au réseau principal dédié à l'estimation des angles d'arrivée, et c'est en faisant appel à l'équation (III.26), adaptée au cas d'un réseau planaire de capteurs, qu'on peut caractériser les amplitudes de toutes les ondes planes.

On applique cette technique pour déterminer le spectre angulaire de la cartographie du champ électrique relatif au mode de fréquence $f=492{,}44\ MHz$ de la chambre réverbérante avec brasseur (*cf.* Tableau III.3) ; le spectre angulaire est estimée à partir de la ligne centrale de la surface de travail contenant 274 capteurs, et les amplitudes de ces ondes sont estimées à l'aide de toutes les lignes de la surface de travail en considérant que ces lignes sont équivalentes à des réseaux de capteurs parallèles équi-espacés d'une distance $d=7{,}5\ mm$.

Tableau III.3 : Les ondes planes estimées dans la chambre réverbérante munie d'un brasseur à la fréquence f=492,44 MHz avec un réseau planaire de capteurs.

	DDA (°)	Amplitude	Phases (°)
Onde #1	79,66	0,0593	96,40
Onde #2	-79,66	0,0539	28,20
Onde #3	-100,33	0,0593	-96,40
Onde #4	100,33	0,0539	-28,62
Onde #5	59,76	0,1388	-131,48
Onde #6	-59,76	0,1334	-163,72
Onde #7	-120,24	0,1388	131,48
Onde #8	120,24	0,1334	163,72
Onde #9	46,76	0,0397	25,76
Onde #10	-46,76	0,0120	39,12
Onde #11	-133,24	0,0397	-25,76
Onde #12	133,24	0,0120	-39,12
Onde #13	34,17	0,0276	29,97
Onde #14	-34,17	0,0999	42,61
Onde #15	-145,83	0,0276	-29,97
Onde #16	145,83	0,0999	-42,61
Onde #17	26,17	0,0709	-40,81
Onde #18	-26,17	0,0187	-86,39
Onde #19	-153,83	0,0709	40,81
Onde #20	153,83	0,0187	86,39

Avec ce spectre on reconstruit la cartographie du champ électrique sur la surface de travail pour comparer avec la cartographie initiale du champ électrique (*cf.* Figure III.10).

On rappelle que le critère retenu pour mesurer la précision du spectre estimé est le calcul de l'erreur relative moyenne qui consiste à normaliser la moyenne de l'erreur absolue (valeur absolue de la différence entre les deux cartographies) par la moyenne de la valeur absolue du champ électrique initial sur toute la surface de travail.

$$\overline{e_r} = \left\langle 100 \times \frac{Er - Ei}{\langle |Ei| \rangle} \right\rangle \qquad \text{(III.28)}$$

Er : champ reconstruit avec le spectre angulaire estimé.

Ei : champ initial issue de la simulation observé sur la surface de travail.

<.> : L'opérateur moyenne.

$\langle |Ei| \rangle$: Moyenne de le valeur absolue du champ initial *Ei*.

Pour étudier la précision on présente sur la figure III.11 la courbe de l'erreur absolue et l'erreur relative. On trouve une erreur relative maximale de 33% et une erreur relative moyenne de 6,36%.

Par comparaison aux résultats trouvées par la transformée de Fourier (*cf.* §II.4.2), on remarque que la précision est meilleure avec l'algorithme MUSIC ; une erreur moyenne de 6,36% contre 58% avec la transformée de Fourier.

On présenté aussi sur la figure III.12 la courbe du champ électrique observée sur les capteurs de ligne centrale de la cartographie initiale et la courbe de champ électrique observé sur la ligne centrale de la surface de travail du champ reconstruit. Le coefficient de corrélation trouvé est de 0,9996.

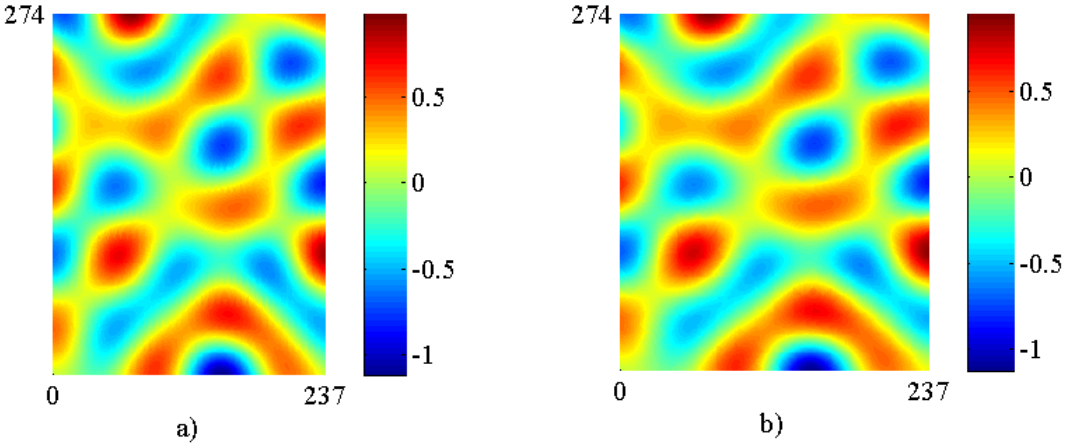


Figure III.10 – Cartographies du champ électrique à la fréquence f=492,44MHz

a) champ initial. b) Champ reconstruit.

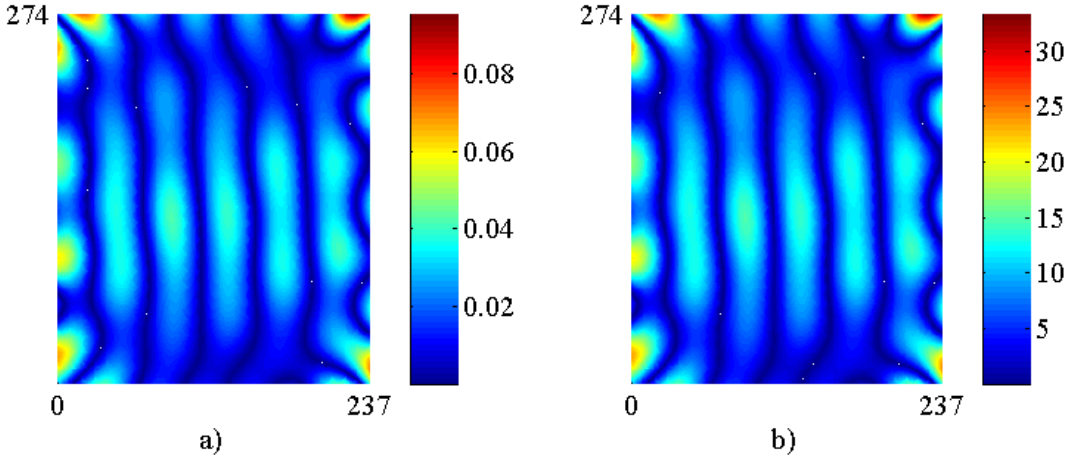


Figure III.11 – Cartographies des erreurs sur le champ électrique à la fréquence f=492,44MHz.

a) Erreur absolue. b) Erreur relative.

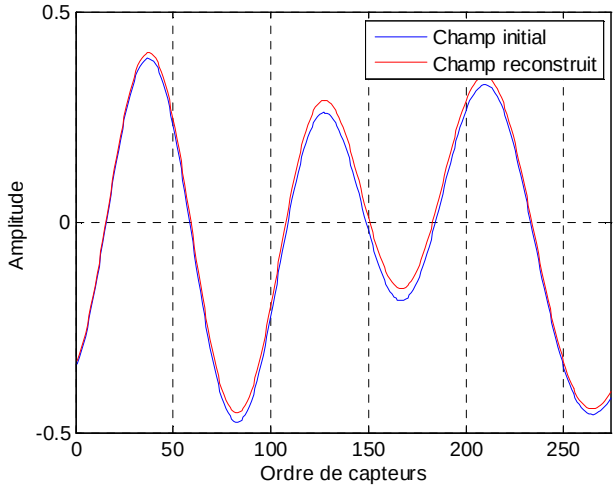


Figure III.12 – Courbes des champs : initial et reconstruit à partir des toutes les ondes planes du mode de fréquence f=492,44 MHz.

III.7. Effets de la position du point d'excitation

Pour étudier l'effet du point d'excitation de la chambre réverbérante sur l'amplitude du champ électrique obtenue par simulation, on a réalisé deux simulations de la chambre réverbérante vide avec un point d'excitation en deux emplacements différents : une fois dans un nœud de champ électrique et une autre fois dans un ventre où le champ est maximal, la répartition du champ étant connu analytiquement.

Le mode étudié est le mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz*. En examinant les cartographies du champ électrique de ce mode obtenues par les deux simulations (*cf.* Figure III.13) on remarque bien qu'elles sont déphasées (en opposition de phase) et que l'amplitude du champ électrique est 17 fois plus importante dans le cas d'une excitation placée en un ventre.

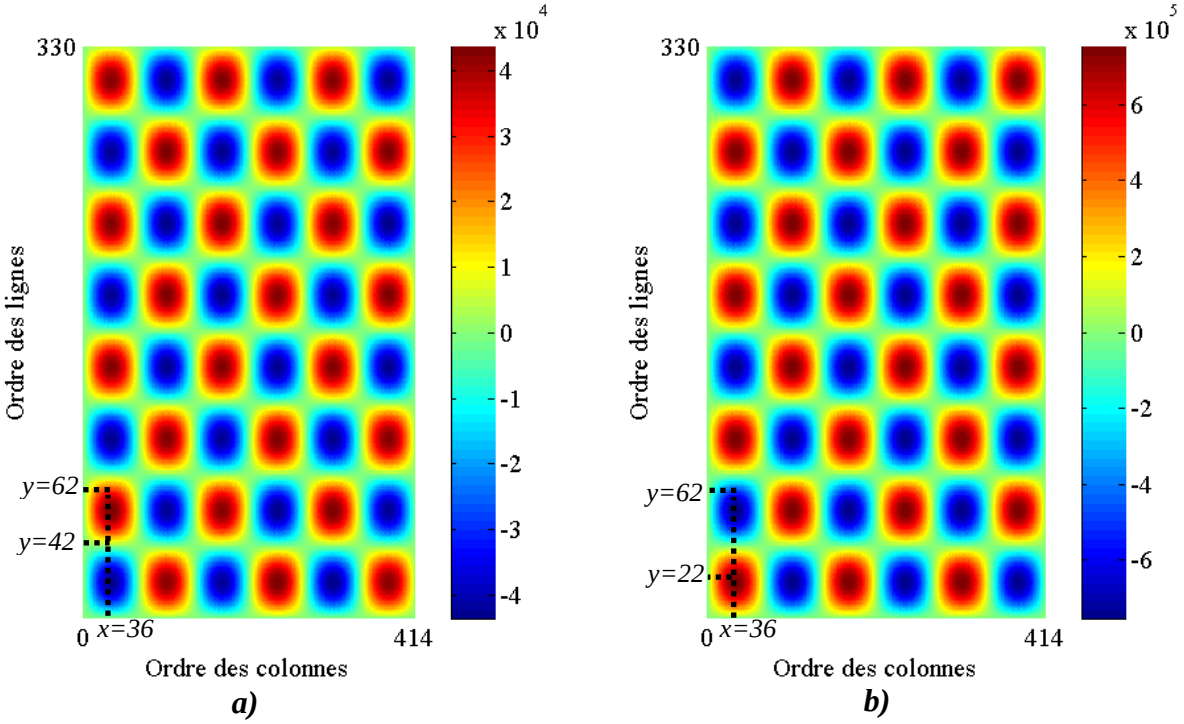


Figure III.13 – Cartographies du champ électrique (V/m) et positions des points d'excitation : a) dans un nœud du champ. b) dans un ventre champ.

Ainsi lorsque le point d'excitation est placé dans un ventre (de coordonnées $x_0=36$ et $y_0=22$), la valeur du champ électrique en un point de coordonnées ($x=36$, $y=62$) est de $-9{,}05.10^3$ *volts* donc de signe négatif.

Et quand le point d'excitation est placé dans un nœud (de coordonnées $x_0=36$ et $y_0=42$), la valeur du champ électrique en un point de coordonnées $(x=36, y=62)$ est de 10^3 donc de signe positif.

On vérifie sur la figure III.13 les signes du champ électrique en ce point dans les deux cas d'excitation du champ électrique.

Pour expliquer le déphasage, on rappelle l'expression analytique du champ électrique stationnaire dans une cavité vide :

$$E_z(x,y) = E_{z0}.\sin\left(\frac{m\pi}{a}.x\right).\sin\left(\frac{n\pi}{b}.y\right)$$

Où E_{z0} est un réel dont la valeur absolue est l'amplitude du champ.

Au point d'excitation (x_0,y_0), nous imposons un champ positif. Le signe de E_{z0} est alors imposé par le signe du produit $\sin\left(\frac{m\pi}{a}.x_0\right).\sin\left(\frac{n\pi}{b}.y_0\right)$. Un changement de signe de E_{z0} se traduit alors par un déphasage de π du champ.

On a vu que dans le cas analytique, il est facile de déterminer la position des nœuds et des ventres du champ électrique dans la chambre réverbérante, ce qui n'est pas évident dans le cas d'une chambre munie d'un brasseur. Pour remédier à l'inconvénient de ne pas avoir une bonne excitation de la chambre, on a multiplié le nombre des points d'excitation pour avoir 10 points au lieu d'un seul, placés sur deux colonnes parallèles à l'axe (OY) séparées de 10 cellules de maillage. En effet, durant toute l'étude des spectres angulaires des différents modes de résonance de la chambre, on s'est limité à des modes de fréquences inférieures à 500 MHz. La dimension *b* de la chambre fait 5 fois la longueur d'onde du mode ayant fréquence de résonance avoisinant cette valeur, ce qui fait qu'en plaçant 10 points d'excitation équi-espacés, on arrive à mettre un point par demi longueur d'onde pour respecter la condition d'échantillonnage spatial de Shannon.

On a placé ces points d'excitation sur deux colonnes très proches, séparées de 10 cellules, pour éviter qu'ils se trouvent sur une droite de nœuds de champ électrique : c'est un cas rencontré souvent dans la chambre réverbérante sans brasseur (*cf.* Figure III.14). Le champ électrique est alors plus important que celui estimé à l'aide d'une seule excitation placée dans un nœud (*cf.* Figure III.15).

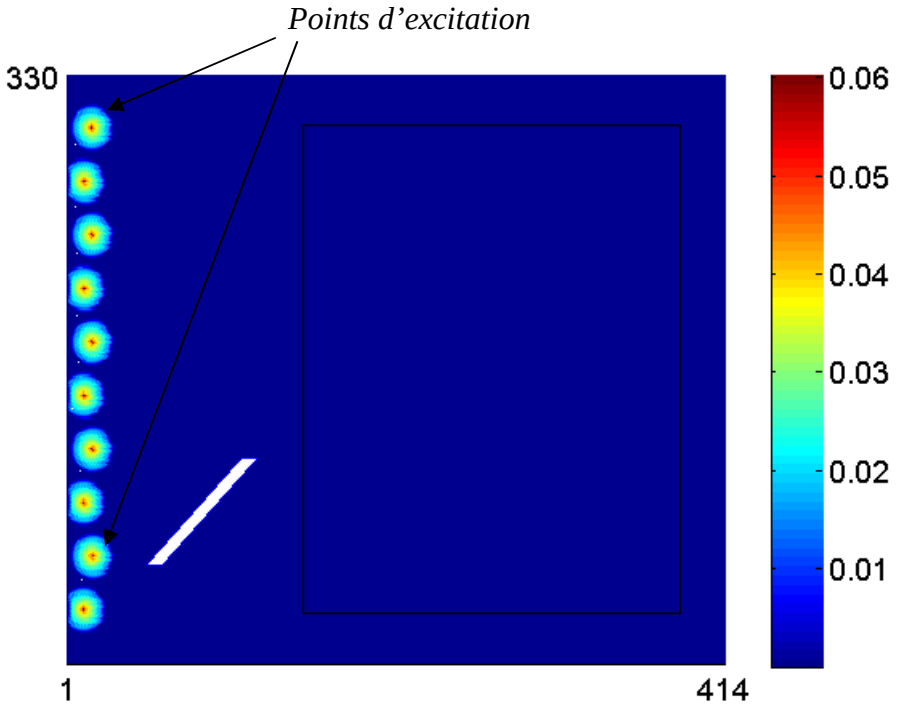


Figure III.14 – Positions des 10 points d'excitation (Champ electrique (V/m))

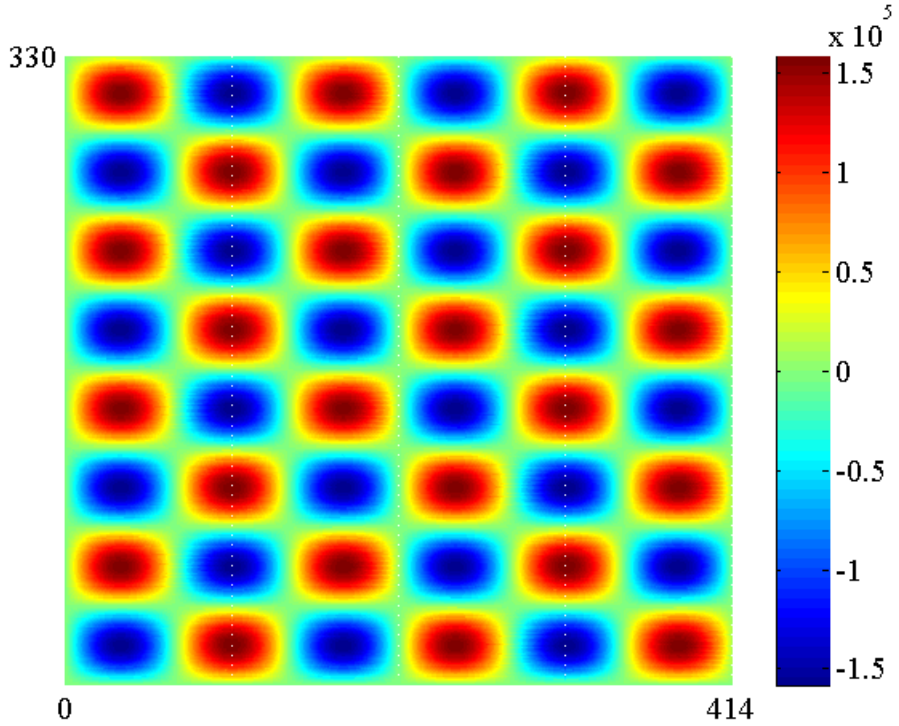


Figure III.15 – Cartographie du champ électrique (V/m) du mode de fréquence f=564,88MHz obtenue avec 10 points d'excitation, chambre à vide.

Conclusion

Le prétraitement de la matrice de corrélation en exploitant les propriétés d'équivalence translative et directive permet de donner une matrice bidirective lissée où les deux problèmes majeurs qui sont la forte corrélation entre les fronts d'ondes planes et le manque d'observations temporelles, sont résolus.

Le nombre d'ondes planes requis par l'algorithme Root-MUSIC pour calculer les différentes directions d'arrivée a été estimé par le critère de sélection d'ordre MDL. Malgré une surestimation du nombre d'ondes planes dans le cas de la chambre sans brasseur qui est dû probablement à la présence d'un bruit qui n'est pas parfaitement blanc, le nombre d'ondes planes estimées dans le cas de la chambre munie du brasseur (12 ondes planes) est proche du nombre trouvé réellement par l'estimateur des directions d'arrivée Root-MUSIC (10 ondes planes).

Les précisions au niveau de l'erreur relative moyenne reflète une meilleure précision de la méthode basée sur l'algorithme MUSIC par rapport aux résultats trouvés par la transformée de Fourier utilisée dans les mêmes conditions.

Ces bonnes performances de la méthode permettent de l'utiliser pour étudier le spectre angulaire de la chambre munie d'un brasseur qui tourne. Cependant certains paramètres ne sont pas encore optimisés, comme le nombre total des capteurs par réseau, la position du réseau de capteurs dédié à la détection des directions d'arrivée et le nombre de colonnes nécessaires à l'estimation des amplitudes des différentes ondes.

Dans le chapitre suivant, on présente une étude paramétrique permettant d'optimiser ces paramètres en vue de réaliser une étude de la variation du spectre angulaire en fonction de la rotation du brasseur.

Chapitre IV

Etude du spectre angulaire à l'intérieur de la chambre réverbérante bidimensionnelle

Chapitre IV

Etude du spectre angulaire à l'intérieur de la chambre réverbérante bidimensionnelle

Introduction

Après avoir adapté l'algorithme MUSIC à l'étude du spectre angulaire dans la chambre réverbérante, on présente les performances des différentes techniques et méthodes mises en œuvre lors de cette adaptation et on discute éventuellement leurs limites.

Une étude du spectre angulaire sur un réseau de capteurs parallèle aux murs et qui balaye toute la chambre permet d'observer l'existence de certaines positions optimales où l'estimation est plus précise, alors une étape d'optimisation est réalisée pour déterminer la meilleure position du réseau de capteurs dans la chambre ainsi que le nombre de capteurs par réseau.

Ces outils d'estimation optimisés seront utilisés pour déterminer le spectre angulaire dans certaines configurations de la géométrie du brasseur qui permettent de mettre en évidence l'effet du brasseur sur la répartition des ondes planes à l'intérieur de la chambre.

Enfin, on propose d'appliquer ces outils à l'étude de la variation du spectre angulaire en fonction de la rotation du brasseur. Deux modes sont choisis pour étudier deux contextes différents caractérisés par leur densité de modes : l'un à des fréquences inférieures à la fréquence minimale d'utilisation (LUF) et l'autre à des fréquences supérieures à la LUF.

IV.1. Performances et limites de la méthode appliquée à l'estimation du spectre angulaire

L'application de l'algorithme Root-MUSIC pour faire la décomposition en ondes planes du champ électrique stationnaire à l'intérieur de la chambre réverbérante nécessite la validation des hypothèses requises par cet algorithme ; ces hypothèses ne sont pas nécessairement vérifiées dans le milieu à forte corrélation qu'est la chambre réverbérante. On a présenté des techniques qui permettent de diminuer la corrélation entre les fronts d'ondes planes et d'augmenter le pouvoir séparateur (*cf.* §III.1), cependant les performances de notre méthode restent limitées par l'efficacité de ces techniques. On discute dans le paragraphe suivant les limites des techniques de prétraitement de la matrice de corrélation utilisées.

IV.1.1. Performances du lissage spatial

Le lissage spatial ou diversité d'espace est la technique proposée pour s'affranchir de la corrélation entre des sources. Pour garantir la décorrélation, certains auteurs [54] exigent que le nombre de sous réseaux soit égal au moins au nombre de sources et qu'il y ait autant de capteurs par sous réseau que de sources.

L'effet de la diversité d'espace reste toutefois limitée en termes de décorrélation ; tout d'abord cette méthode réduit considérablement le nombre de capteurs effectifs ensuite la décorrélation se fait lentement pour des sources voisines. C'est le dilemme : pour assurer la superrésolution, qui est l'attribut des méthodes haute résolution, il importe d'opérer avec plus de sous réseaux au détriment du nombre de capteurs effectifs.

Il existe plusieurs définitions de la limite de Rayleigh d'un réseau de capteurs, la plus courante est pratiquement la largeur à 3dB du lobe principal du diagramme de directivité [19]:

$$\Delta\omega = 2.\sqrt{\frac{6}{N^2-1}} \text{ avec } \omega = \frac{2.\pi.d.\sin(\theta)}{\lambda} \text{ : la pulsation spatiale} \qquad \text{(IV.1)}$$

d : le pas inter capteurs, λ : la longueur d'onde, θ : l'angle d'arrivée de l'onde et N le nombre des capteurs du réseau.

Lorsque les sources sont à l'intérieur de la limite de Rayleigh du réseau principal, la décorrélation atteinte est souvent trop faible pour assurer, en présence de bruit, une bonne

séparation des sources [28]. L'efficacité de cette technique se dégrade quand on dispose d'un faible nombre de capteurs.

IV.1.2. La bidirectivité

Cette technique suggère l'équivalence entre les réseaux par rotation complète de l'ordre des capteurs (le capteur # 1 devient le capteur # N et ainsi de suite . . .), le réseau direct (capteurs ordonnés dans le sens croissant) et le réseau 'inverse' (capteurs ordonnés dans le sens décroissant) donnent la même matrice de corrélation. La propriété directive, d'abord adaptée à la diversité d'espace par Williams et al. [55] augmente le nombre de capteurs effectifs car elle permet de diminuer le nombre de sous réseaux nécessaires. La technique de diversité d'espace seule requiert un nombre de capteurs égal au moins au double du nombre de sources [40] pour pouvoir réaliser correctement la décorrélation. La matrice de corrélation bidirective lissée devient régulière (ou inversible) lorsque le nombre de sous-réseaux atteint la moitié du nombre de sources corrélées donc deux fois moindre. Cette diminution est optimale dans le cas d'un seul groupe de fronts d'ondes fortement corrélés. Pillai et *al.* [42] montrent que le nombre de capteurs est réduit à 3K/2 – avec K est le nombre total de sources – dans le cas général.

IV.1.3. L'ouverture du réseau de capteurs

L'ouverture du réseau de capteurs est la distance entre les deux capteurs extrêmes du réseau. Concernant le nombre des capteurs par réseau, il a été a remarqué qu'il faut mettre au moins deux capteurs par longueur d'onde c'est à dire qu'il faut respecter la condition de Shannon d'échantillonnage spatial [56].

Kaveh et BARABELL dans leur étude du pouvoir séparateur de l'algorithme MUSIC [57] ont utilisé une expression de l'ouverture du réseau des capteurs définie comme étant le rapport entre la longueur d'onde et le nombre de capteurs.

Ainsi il faut utiliser un nombre minimal de capteurs qui respecte deux conditions : la condition d'échantillonnage spatial de Shannon et la condition imposée par le lissage spatial qui consiste à utiliser un nombre minimal de capteurs qui soit le double du nombre de signaux à séparer.

IV.1.4. Le pouvoir séparateur de MUSIC

La résolution des méthodes à haut pouvoir séparateur dépasse la limite de Rayleigh, cependant ce haut pouvoir séparateur est conditionné par la validation des hypothèses relatives aux statistiques du modèle utilisé liées essentiellement à la cohérence et l'indépendance des signaux d'une part et la connaissance des paramètres du bruit sur les capteurs d'autre part. Kailath [58] note que lorsque le nombre d'observations est important l'algorithme MUSIC donne des estimations non biaisées, cependant lorsque le nombre d'observations est limité et/ou avec un faible rapport signal à bruit, le comportement de l'algorithme n'est pas connu.

Il a été démontré que la résolution de MUSIC dépend du rapport signal à bruit, du nombre d'observations, de la géométrie du réseau des capteurs et de l'angle de séparation entre les directions d'arrivée des ondes [59]. Zhang [60] a développé une expression analytique de la probabilité de résolution comme étant une fonction de plusieurs paramètres, qui permet de prédire le comportement de MUSIC dans certains scénarios donnés.

Dans le cadre d'une caractérisation du pouvoir séparateur des méthodes à haute résolution, KAVEH et BARABELL [57] ont proposé une formule qui permet de déterminer la résolution maximale atteinte par l'algorithme MUSIC dans le cas de deux ondes planes symétriques par rapport à la normale au réseau de capteurs. Même s'ils ont traités un cas particulier, on présente cette équation pour mettre en lumière que le pouvoir séparateur de MUSIC dépend généralement de plusieurs paramètres tels que la configuration du réseau de capteurs (Nombre de capteurs (*N*) et nombre d'observations (*M*)), le rapport signal à bruit, la nature du bruit et le nombre des signaux à séparer.

$$M.SNR_{th} = c0.(1+\sqrt{1+c1.\hat{\Delta}_{th}^{2}})/\hat{\Delta}_{th}^{4} \qquad \text{(IV.2)}$$

Avec $c0 = \dfrac{180(N-2)}{\pi^4 N}$ et $c1 = \dfrac{\pi^2 M}{15(N-2)}$

N : le nombre de capteurs et M : le nombre d'observations.

$\hat{\Delta}_{th} = \dfrac{\frac{\sin(\theta 1)}{\lambda} - \frac{\sin(\theta 2)}{\lambda}}{BW}$: la résolution normalisée seuil.

$\dfrac{\sin(\theta)}{\lambda}$: la fréquence spatiale.

$BW = \frac{\lambda}{N.d}$, l'ouverture de l'antenne en terme de longueur d'onde.

Cette formule permet de déterminer le rapport signal à bruit seuil (en linéaire et non pas en dB) nécessaire pour pouvoir séparer deux ondes planes de directions d'arrivée θ_1 et θ_2 proches pour un nombre des capteurs égal à N et un nombre M d'observations.

Etant donné le rapport signal à bruit et la géométrie du réseau de capteurs (les nombres d'observations et de capteurs), on peut prédire la résolution minimale pour séparer deux ondes planes de même puissance et de directions d'arrivée très proches.

Une analyse des résultats de l'algorithme MUSIC appliqué à une matrice de corrélation lissée bidirective montre que l'estimation de deux angles d'arrivée relatifs à deux ondes planes de même puissance nécessite beaucoup plus d'observations dans le cas des sources corrélées que dans le cas des sources non corrélées [59].

IV.1.5. Performance du critère MDL

Le critère MDL est un critère consistant, c'est-à-dire qui converge vers le nombre exact des ondes planes p quand le nombre d'échantillons M est important.

$$MDL(k) = -M.\log\left(\frac{\prod_{i=k+1}^{N}\hat{\lambda}_i}{\left(\frac{1}{N-k}.\sum_{i=k+1}^{N}\hat{\lambda}_i\right)^{N-k}}\right) + \frac{1}{2}.k.(2N-k).\log M \qquad \text{(IV.3)}$$

k est un paramètre variable de $\{0,..,N-1\}$ où N est le nombre total de capteurs. Une bonne estimation du nombre d'ondes planes s'obtient en augmentant le nombre de capteurs.

En faisant une analyse des critères d'estimation d'ordre, IDIR et Latombe [51] ont constaté que le critère MDL donne d'une manière générale des meilleurs résultats que le critère AIC, cependant, lorsque les bruits sur les différents capteurs n'ont pas la même puissance ou que le rapport signal à bruit est faible (situations fréquentes avec des signaux réels), le critère MDL surestime le nombre de sources.

Il a été démontré dans [48] que l'adjonction du facteur de pénalité $\frac{1}{2}.\log(N)$ permet de régler la probabilité de surestimation asymptotique à zéro. En revanche, cette probabilité de

surestimation n'est pas nulle lorsque le nombre d'échantillons est faible. Ainsi avec un nombre limité de sous réseaux on risque d'avoir une surestimation du nombre d'ondes planes.

IV.2. Optimisation des paramètres des réseaux de capteurs dédiés à l'estimation du spectre angulaire

Toutes les cartographies du champ électrique contiennent 414×330 cellules. Ce maillage est vu comme étant un réseau planaire de 414*330 capteurs de champ électrique équidistants ; les 414 colonnes de ces cartographies sont assimilées à 414 observations différentes, plus ou moins corrélées, sur des réseaux linéaires de 330 capteurs parallèles à l'axe (*Oy*) et équidistants d'une distance égale au pas du maillage $d=7,5mm$. De la même façon, les lignes des cartographies peuvent être assimilées à 330 observations différentes sur des réseaux linéaires de 414 capteurs parallèles à l'axe des abscisses (*Ox*).

Or on a trouvé (*cf.* §II.5.3) que toutes les observations sur des réseaux parallèles sont totalement corrélées dans le cas de la chambre réverbérante vide : un seul réseau de capteurs suffit alors pour estimer le spectre angulaire de chaque mode. Cependant, le nombre de capteurs et la position de ce réseau n'ont pas été encore optimisés ; jusque là on a toujours estimé le spectre angulaire à l'aide de la colonne centrale de la surface de travail qui ne contient que *274* capteurs étant donné que la surface de travail est équivalente à un ensemble de 238 réseaux parallèles de 274 capteurs chacun. On propose alors d'optimiser le nombre de capteurs du réseau et sa position dans la chambre réverbérante.

L'estimation des amplitudes a été faite avec toutes les colonnes de la surface de travail, mais le nombre de ces colonnes est trop important pour pouvoir réaliser la mesure dans un cas réel. C'est pourquoi on va réduire le nombre de ces colonnes pour l'adapter aux conditions réelles de la mesure tout en garantissant une bonne précision des résultats.

IV.2.1. Optimisation de la position du réseau de capteurs

Le réseau de capteurs utilisé pour l'estimation du spectre angulaire au niveau de la surface de travail était jusqu'à présent la colonne située au milieu de cette surface.

On propose dans ce paragraphe d'optimiser cette position ; l'expérience consiste à estimer les spectres angulaires relatifs à chacune des colonnes de toute la cartographie du champ

électrique à l'intérieur de la chambre réverbérante, puis à reconstruire le champ électrique sur la surface de travail à partir de chacun de ces spectres, pour comparer ce champ reconstruit au champ initial observé sur cette surface. A travers les valeurs de l'erreur relative moyenne on déduit la position optimale qui permet d'estimer le spectre angulaire avec une erreur relative minimale.

Vu que les colonnes de la surface de travail ne contiennent que 274 cellules, on se limite à l'étude du champ observé sur les réseaux de 274 capteurs que constitue chacune des colonnes de la cartographie totale (*cf.* Figure IV.1).

On a utilisé la technique de lissage spatial pour générer des matrices de corrélation lissées relatives à chaque colonne de capteurs. En effet, chacune de ces colonnes est divisée en 119 sous réseaux de 118 capteurs chacun, et sa matrice de corrélation lissée est la moyenne des matrices de corrélation élémentaires obtenues à partir des observations sur les différents sous réseaux.

On détermine les directions d'arrivée à partir de chacune des colonnes de la cartographie en dehors de celles qui traversent le brasseur où la courbe de champ électrique ne correspond pas à une observation physique.

Les amplitudes des ondes planes sont en revanche estimées en utilisant toutes les observations correspondant aux colonnes de la surface de travail c'est-à-dire en utilisant le champ observé sur le réseau planaire de capteurs équivalent à la surface de travail.

On considère la cartographie du champ électrique d'un mode de fréquence de résonance $f=327{,}5MHz$, dans la chambre réverbérante munie d'un brasseur incliné de 45° (*cf.* Figure IV.1). On a choisi ce mode de fréquence inférieure à la LUF car on a estimé que la densité des modes est faible à cette fréquence ce qui facilite l'estimation correcte du spectre angulaire.

Après avoir déterminé les directions d'arrivée à partir d'une colonne de la cavité, puis les amplitudes à partir de la surface de travail, on reconstitue la cartographie du champ sur la surface de travail et la compare à la cartographie initiale.

En étudiant la courbe de l'erreur relative maximale et l'erreur relative moyenne entre les deux cartographies (*cf.* Figure IV.2), on remarque que les spectres angulaires estimés à partir des réseaux de capteurs situés loin du brasseur et au voisinage des murs permettent d'avoir l'erreur relative minimale.

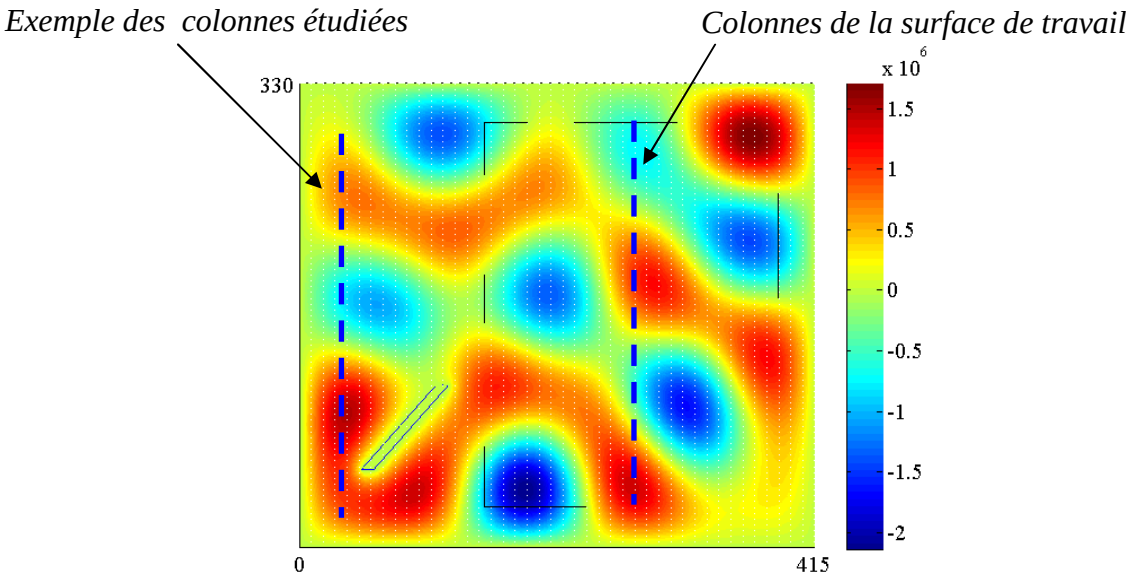


Figure IV.1 – Cartographie du champ électrique (V/m) du mode de fréquence f=327,5 MHz.

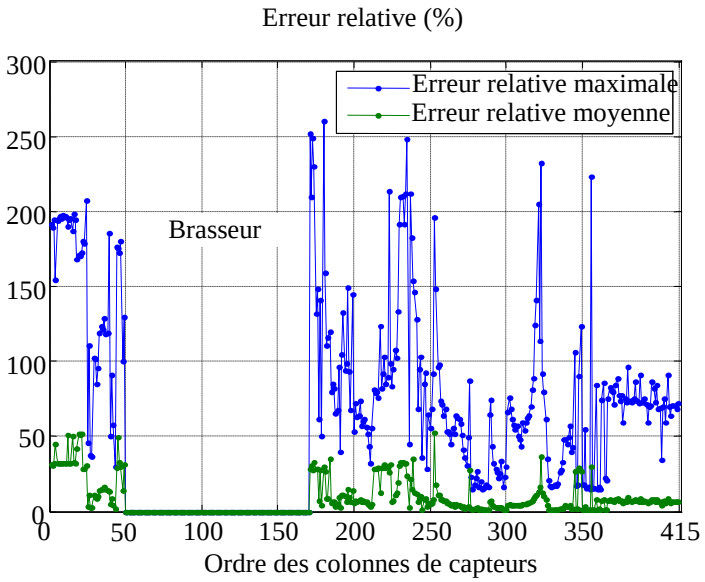


Figure IV.2 – Variation de l'erreur relative maximale et moyenne sur le champ électrique en fonction de l'ordre des colonnes de capteurs pour le mode de fréquence f=327,5 MHz.

Sur l'agrandissement des valeurs de l'erreur relative moyenne, on voit que l'erreur relative moyenne sur les colonnes proches du mur reste toujours inférieure à 10% (à partir de la colonne n°360) (*cf.* Figure IV.3).

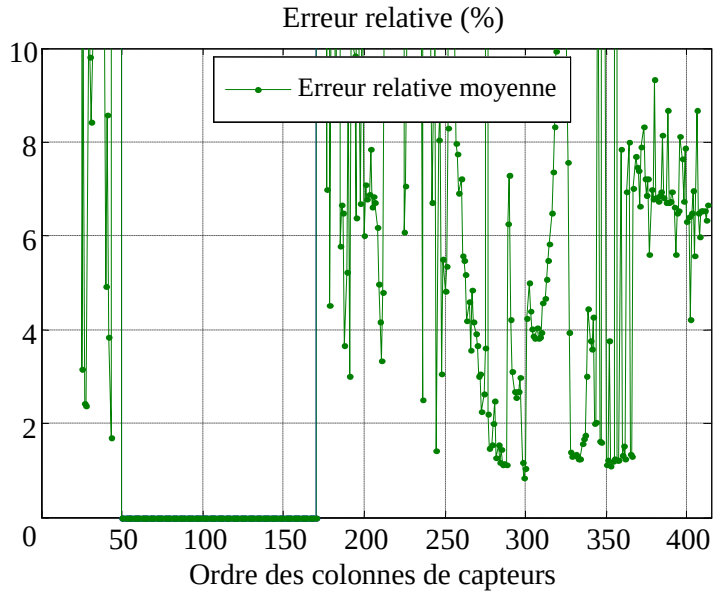


Figure IV.3 – Variation de l'erreur relative moyenne sur le champ électrique en fonction de l'ordre des colonnes de capteurs pour le mode de fréquence f=327,5 MHz.

Enfin, on remarque que plus on s'éloigne du brasseur mieux est estimé le spectre. Pour confirmer ceci on examine les résultats de l'estimation du nombre des ondes planes par deux critères différents qui sont le critère MDL et le rang de la matrice de corrélation pour les comparer au nombre effectif des ondes planes trouvées par notre méthode basée sur l'algorithme Root-MUSIC associé à MDL (*cf.* Figure IV.4).

On trouve alors que les deux critères de sélection d'ordre (MDL et rang de la matrice de corrélation) convergent vers le même résultat au voisinage des murs et tendent vers le nombre d'ondes planes réellement estimées par Root-MUSIC.

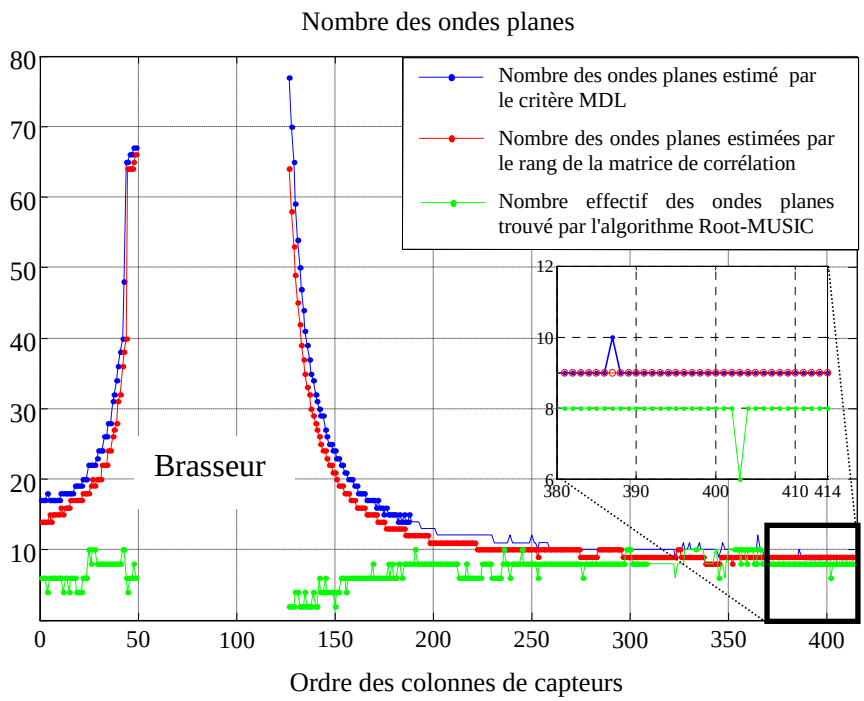


Figure IV.4 – Variation du nombre d'ondes planes estimées en fonction de l'ordre des colonnes de capteurs pour le mode de fréquence f=327,5 MHz (les observations sont faites sur 274 capteurs seulement)

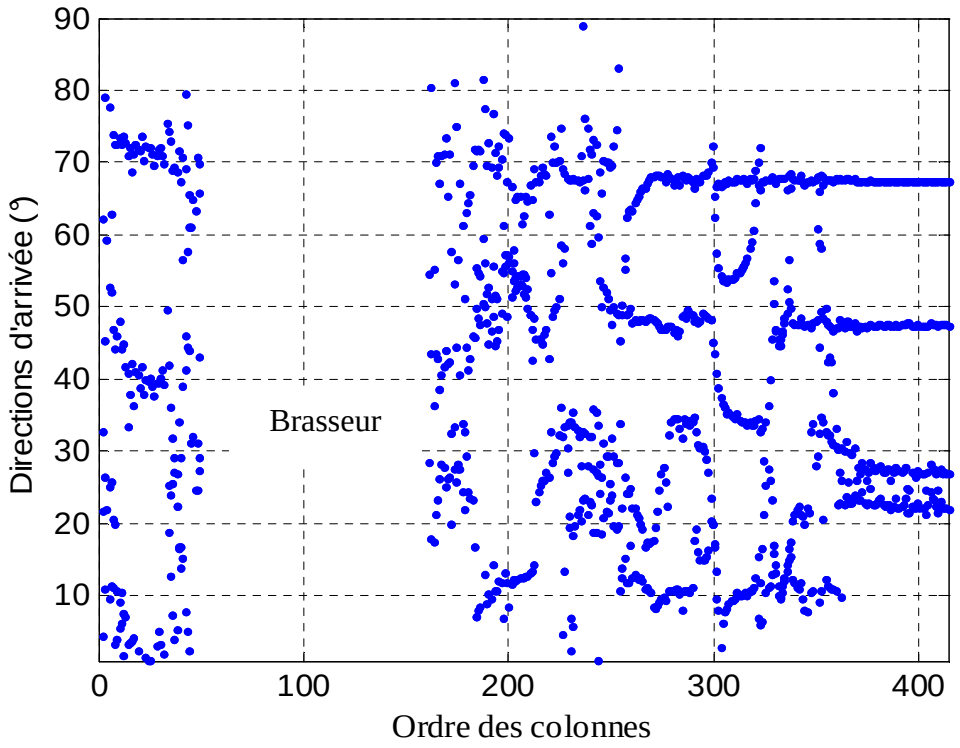


Figure IV.5 – Directions d'arrivée des ondes planes (°) estimées à partir des observations sur les 274 capteurs de chaque colonne (f=327,5 MHz)

Par examen du spectre angulaire estimé sur chacune des colonnes, on remarque qu'il est de moins en moins perturbé par le brasseur en s'éloignant de celui-ci, il tend à devenir plus stable sur les colonnes avoisinant les murs – loin du brasseur (*cf.* Figure IV.5).
En raison de la faible erreur relative sur les colonnes proches de murs, on conclut que le choix de la colonne n°*400* parait bien adapté pour caractériser le spectre d'ondes planes permettant de modéliser correctement le champ électrique au niveau de la surface de travail.

IV.2.2. Optimisation du nombre de capteurs par réseau

Durant toute l'expérience consistant à optimiser la position du réseau de mesure, l'ouverture du réseau était de 274 capteurs répartis sur une distance de $2{,}25\times\lambda_{mode}$ où λ_{mode} est la longueur d'onde du mode étudié. On propose d'optimiser l'ouverture du réseau de capteurs en faisant une étude comparative de la précision des spectres angulaires estimés dans deux cas différents ; dans le premier, on utilise seulement 274 capteurs de l'observation du champ électrique sur le colonne n°*400*, et dans le second cas, on utilise l'observation sur tous les capteurs de cette colonne c'est-à-dire 330 capteurs (*cf.* Figure IV.6).
On note que dans chacun des deux cas on utilise toutes les colonnes de la surface de travail pour estimer les amplitudes des différentes ondes planes.

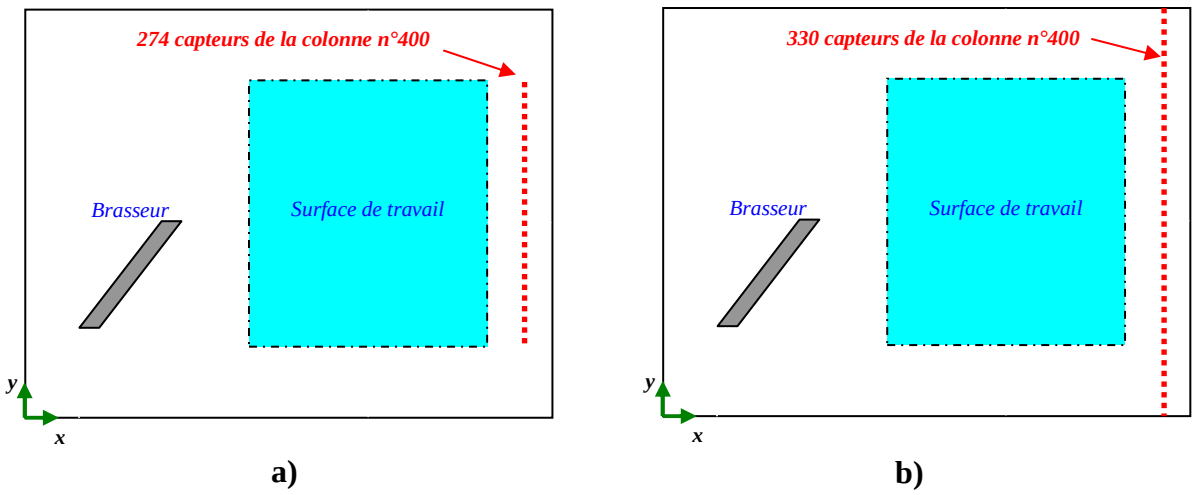


Figure IV.6 – Optimisation du nombre de capteurs.
a) 274 capteurs. b) 330 capteurs.

Une fois le spectre angulaire caractérisé, on reconstruit, dans les deux cas, le champ électrique sur toute la surface de travail et on compare avec le champ électrique initial (issue de la

simulation). La cartographie du champ électrique étudiée est celle du mode de fréquence de résonance *f=327,5 MHz* (*cf.* Figure IV.1).

On calcule l'erreur relative moyenne sur toute la surface de travail dans le deux cas ; on trouve 6,31% dans le cas d'un réseau contenant 274 capteurs et 1,41% dans le cas contenant 330 capteurs.

Pour pouvoir voir clairement l'effet de l'ouverture du réseau de capteurs sur le spectre d'ondes planes estimées, on a fait une étude comparative qui consiste à balayer toutes les colonnes qui composent la cartographie du champ électrique de ce mode pour déterminer les directions d'arrivée dans deux cas différents : le premier où toutes les colonnes étudiées ne contiennent que 274 capteurs et le deuxième où toute les colonnes contiennent 330 capteurs. On voit bien sur la figure IV.7 que le nombre d'ondes planes estimées à l'aide d'une ouverture de 330 capteurs est plus important et que leurs directions d'arrivée sont plus précises.

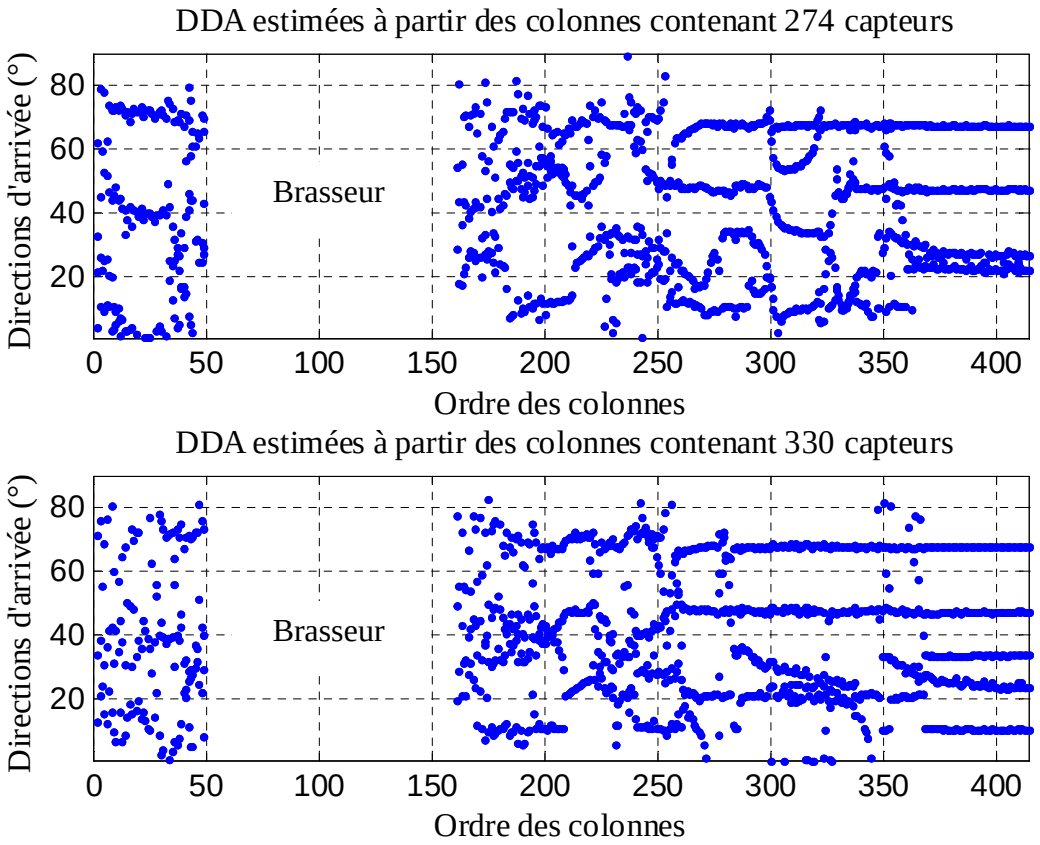


Figure IV.7 – Comparaison des directions d'arrivée estimées avec les colonnes contenant 274 capteurs et avec les colonnes contenant 330 capteurs pour le mode de fréquence f=327,5MHZ

On conclut qu'il faut retenir l'ouverture la plus importante possible pour estimer le spectre angulaire, cette conclusion converge vers les remarques faites au §IV.1.3 concernant la sensibilité de l'algorithme Root-MUSIC à l'ouverture du réseau de capteurs.

IV.2.3. Optimisation du nombre des colonnes nécessaires pour l'estimation des amplitudes des ondes planes

L'estimation des amplitudes des différentes ondes planes a été toujours faite à l'aide de toutes les colonnes de la surface de travail c'est-à-dire 238 colonnes ce qui n'est pas nécessaire et surtout très lourd. On propose de minimiser le nombre de ces colonnes pour trouver un nombre adapté au cas de la mesure dans une chambre réverbérante réelle.

Pour cela on considère l'expérience suivante qui consiste à déterminer les directions d'arrivée des ondes planes à partir de l'observation sur la colonne *n°400* (contenant 330 capteurs) de la cartographie du champ électrique du mode de fréquence *f=327,5 MHz*, puis d'estimer les amplitudes de ces ondes de quatre façons différentes :

*) en utilisant toutes les colonnes de la surface de travail.

*) en utilisant la colonne centrale de la surface de travail (n°267) et la colonne n°400.

*) en utilisant les colonnes n°400 et n° 405.

*) en utilisant la colonne centrale de la surface de travail (n°267) et les colonnes n°400 et n°405.

On rappelle que comme outil de mesure de la précision du spectre angulaire estimé on a proposé de calculer l'erreur relative moyenne entre la cartographie du champ électrique - de mêmes dimensions que la surface de travail - reconstruite avec ce spectre et celle issue de la simulation observée sur le réseau planaire de capteurs équivalent à la surface de travail.

Pour tableau IV.1 contient une comparaison de la précision de chacune des quatre façons d'estimer les amplitudes.

Tableau IV.1 : Erreur relative moyenne trouvée pour chaque configuration.

	Erreur relative moyenne (%)
Toutes les colonnes de la surface de travail	1,4
Colonne n° 267 et n°400	943,83
Colonne n°400 et n°405	2,64
les colonnes n°267, n°400 et n°405	2,77

On rappelle qu'un seul réseau de capteurs (une seule colonne de cellules) ne permet pas d'avoir séparément les amplitudes des ondes planes de directions d'arrivée symétriques par rapport à l'axe de ce réseau (cf. §III.6.3).

Sur les quatre méthodes d'estimation des amplitudes, on remarque que lorsque l'on prend au moins deux colonnes proches, les résultats sont précis, avec une erreur inférieure à 3%, alors que lorsqu'elles sont éloignées entre elles l'erreur devient importante.

Le cas du triplet de colonnes (n°267, n°400 et n°405) et le doublet (n°400 et n°405) présentent des erreurs de même ordre (<3%), alors on retient la configuration des deux colonnes n°400 et n°405 pour estimer les amplitudes des ondes planes sur la surface de travail en fonction de la rotation du brasseur (*cf.* §IV.4). Ce choix est justifié par plusieurs raisons : on a une bonne précision (<3%), le temps de calcul est plus faible qu'avec l'utilisation de toutes les colonnes de la surface de travail, et il s'agit d'une première étape d'optimisation pour la mesure.

Maintenant, on va étudier l'effet de la géométrie du brasseur sur le spectre angulaire des modes de résonance de la CRBM considérée.

IV.3. Etude de l'effet de la géométrie du brasseur sur le spectre angulaire de la chambre réverbérante

On a remarqué sur la figure IV.5 qu'au voisinage proche du brasseur, le spectre angulaire n'est pas correctement estimé. Par examen du nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL (*cf.* Figure IV.4), on remarque que le nombre d'ondes planes diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne du brasseur, c'est dû au phénomène de diffraction des ondes planes sur les extrémités du brasseur.

Pour étudier l'effet de la géométrie du brasseur sur la perturbation du spectre angulaire, on va étudier différentes configurations de la chambre réverbérante qui permettent d'établir une relation entre la taille et la forme du brasseur avec la perturbation du spectre angulaire. Tout d'abord on va étudier la chambre réverbérante vide de forme rectangulaire, puis la chambre réverbérante avec des brasseurs de dimensions très faibles devant ceux de la chambre, ensuite une chambre réverbérante vide de forme trapézoïdale, enfin on traite le cas d'une chambre munie d'un grand brasseur incliné.

Pour ce faire, on va balayer toutes les colonnes de la cartographie du champ électrique pour estimer le spectre angulaire sur chacune de celle-ci.

On considère que les colonnes du maillage parallèles à l'axe (Oy) sont des réseaux de capteurs équi-espacés d'une distance *d=7,5mm* qui est la taille des mailles *FDTD*. Ainsi la cartographie du champ électrique de taille *414×330* cellules est assimilée à un ensemble de *414* réseaux parallèles à l'axe (Oy) contenant *330* capteurs chacun. Les valeurs du champ électrique observé sur une colonne forment alors une observation $X_i = [x_0 .. xj .. x_{330}]$, $i=\{1..414\}$, telle que x_j est la valeur du champ électrique observé sur le capteur d'ordre *j*, $j=\{0,..,330\}$.

La division de chacune des colonnes en 165 sous réseaux chevauchés de 166 capteurs chacun revient à diviser les observations X_i en 165 sous observations sur de réseaux de 166 capteurs. A partir de ces sous observations on calcule des matrices de corrélation élémentaires dont la moyenne constitue la matrice de corrélation lissée de la dite colonne de capteurs.

L'application du critère MDL aux matrices de corrélation lissées bidirectives correspondantes aux différentes observations reçues sur les réseaux de capteurs permet de déterminer le nombre d'ondes planes qui illuminent séparément chacun de ces réseaux. Ensuite on utilise l'algorithme Root-MUSIC pour déterminer les différents angles d'arrivée.

Dans ce cas d'étude on s'intéresse au spectre angulaire estimé sur chaque réseau de capteurs indépendamment des autres. On rappelle qu'à l'aide d'un seul réseau de capteurs, les ondes de directions d'arrivée symétriques par rapport à l'axe du réseau sont indétectables, il ne permet d'estimer que les angles d'arrivée compris entre -90° et 90°. En se limitant à ces valeurs on n'aura pas besoin d'utiliser deux colonnes de capteurs pour estimer leurs amplitudes respectives mais seulement une colonne : ainsi chaque amplitude estimée est la somme vectorielle des amplitudes de deux ondes symétriques par rapport à l'axe du réseau.

IV.3.1. Chambre réverbérante vide

La cartographie du champ électrique d'un mode de résonance de la chambre réverbérante sans brasseur peut être obtenue analytiquement ou par simulation. On considère dans un premier temps la cartographie obtenue par calcul analytique du mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz*.

IV.3.1.1. Cartographie obtenue par calcul analytique

Cette cartographie est normalisée de façon à avoir une amplitude maximale du champ électrique égale à l'unité.

Après avoir calculé la matrice de corrélation relative à chaque observation élémentaire sur les colonnes de capteurs, on a utilisé deux estimateurs différents du nombre d'ondes planes illuminant chaque colonne qui sont le critère MDL et le rang de la matrice de corrélation dans le but d'étudier leurs comportements dans un cas connu analytiquement.

Sur la figure IV.8 on présente la variation du nombre d'ondes planes par les deux estimateurs ainsi que le nombre d'ondes planes effectivement trouvées par Root-MUSIC après usage des résultats du critère MDL comme estimateur du nombre d'ondes planes.

On observe que le rang de la matrice de corrélation donne exactement le nombre théorique d'ondes planes alors que le critère MDL surestime dans certains cas ce nombre. Deux raisons peuvent être derrière cette surestimation, d'une part le critère MDL a une probabilité de surestimation non nulle, et d'autre part le format limité des chiffres sur la machine de calcul peut introduire du bruit aux valeurs de la cartographie calculée analytiquement ce qui provoque une surestimation du nombre effectif des ondes planes qui composent cette cartographie.

Dans un souci de clarté, on a fait correspondre la même couleur de la direction d'arrivée de l'onde à sa puissance sur la figure IV.9 où on s'est limité à présenter les angles d'arrivée compris entre 0° et 90°.

Par examen des directions d'arrivée et des puissances des ondes planes estimées par Root-MUSIC sur chacune des colonnes, on observe qu'en plus de la courbe de puissance du signal utile (de couleur turquoise) il existe un bruit (courbe en couleur rouge) qui est la cause de la surestimation du nombre des ondes planes (*cf.* Figure IV.9). Ce bruit est d'une puissance inférieure à la puissance des ondes planes de 143 dB, il est probablement dû est la limitation des formats de nombre par la machine de calcul.

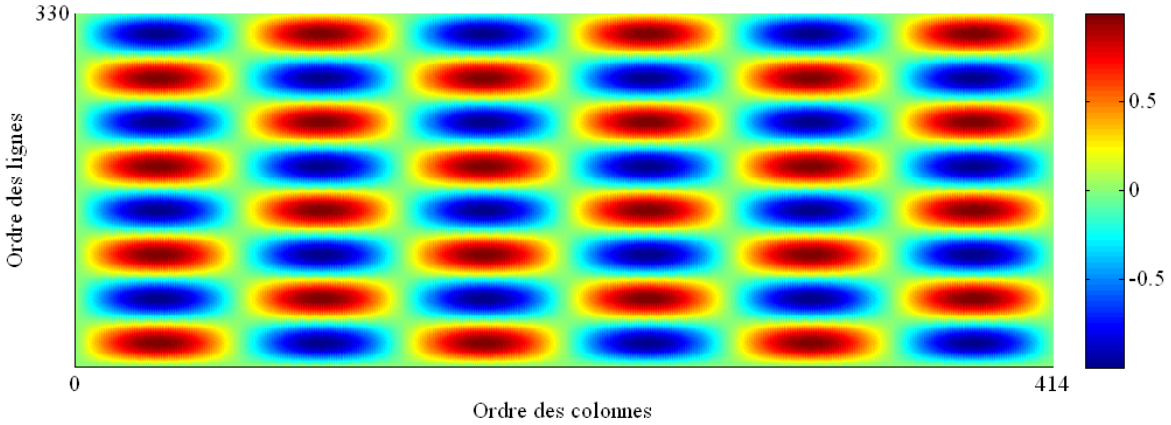
On rappelle que théoriquement cette cartographie est composée de 4 ondes planes de directions d'arrivée égales à $\theta_1 = 59{,}13°$, $\theta_2 = -59{,}13°$, $\theta_3 = 120{,}87°$ et $\theta_4 = -120{,}87°$ des puissances égales à -12,04dB chacune.

On voit que les deux ondes de directions d'arrivée θ_1 et θ_3 sont symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteurs et que les ondes de directions d'arrivée θ_2 *et* θ_4 sont aussi symétriques par rapport à l'axe du réseau de capteurs (parallèle à (Oy)).

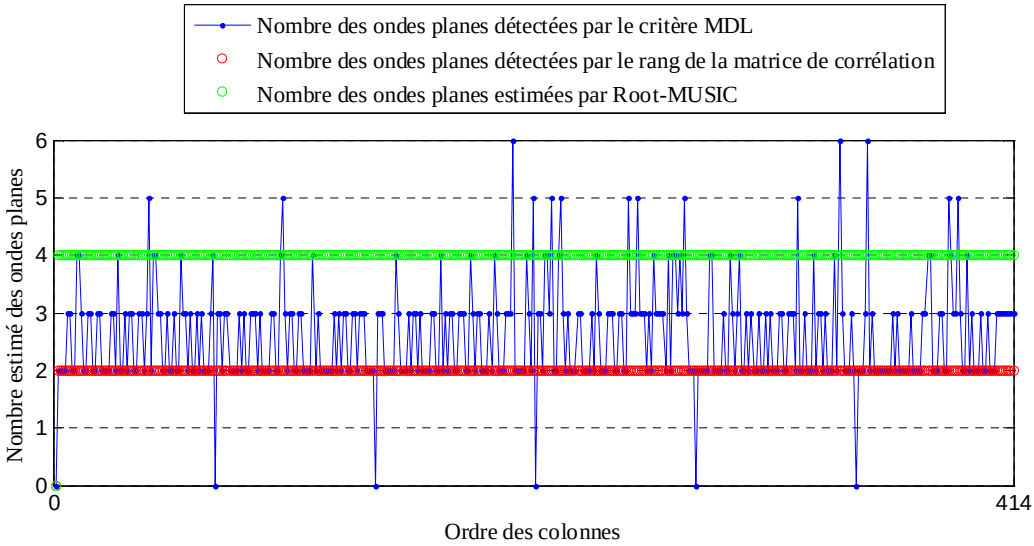
Ainsi tout réseau de capteurs parallèle à l'axe (Oy) voit les ondes planes arrivant des directions θ_1 et θ_3 comme étant une seule onde dont l'amplitude est la somme vectorielle de leurs amplitudes respectives, et c'est pareil pour les ondes arrivant des directions θ_2 *et* θ_4.

En raison de la visibilité limité d'un seul réseau de capteurs aux valeurs comprises entre -90° et 90°, seuls les angles θ_1 *et* θ_2 peuvent être détectés à partir d'une seule colonne.

Dans cette étude on s'intéresse aux observations sur chacune des colonnes à part, ainsi seuls les angles d'arrivée $\theta_1 = 59{,}13°$, $\theta_2 = -59{,}13°$ peuvent être vus. La puissance estimée de l'onde d'angle d'arrivée θ_1 est la somme des puissances de cette onde et de l'onde de direction θ_3, elle est égale à *-6,02 dB*. De même la puissance estimée de l'onde d'angle d'arrivée θ_2 est la somme des puissances de cette onde et de l'onde d'angle d'arrivée θ_4, elle est égale à -6,02dB aussi.



a) Cartographie du champ électrique (V/m)



b) Nombre estimé des ondes planes

Figure IV.8 – Courbes de variation du nombre estimé d'ondes planes sur les colonnes de la cartographie analytique du mode TM_{680} (564,88 MHz)

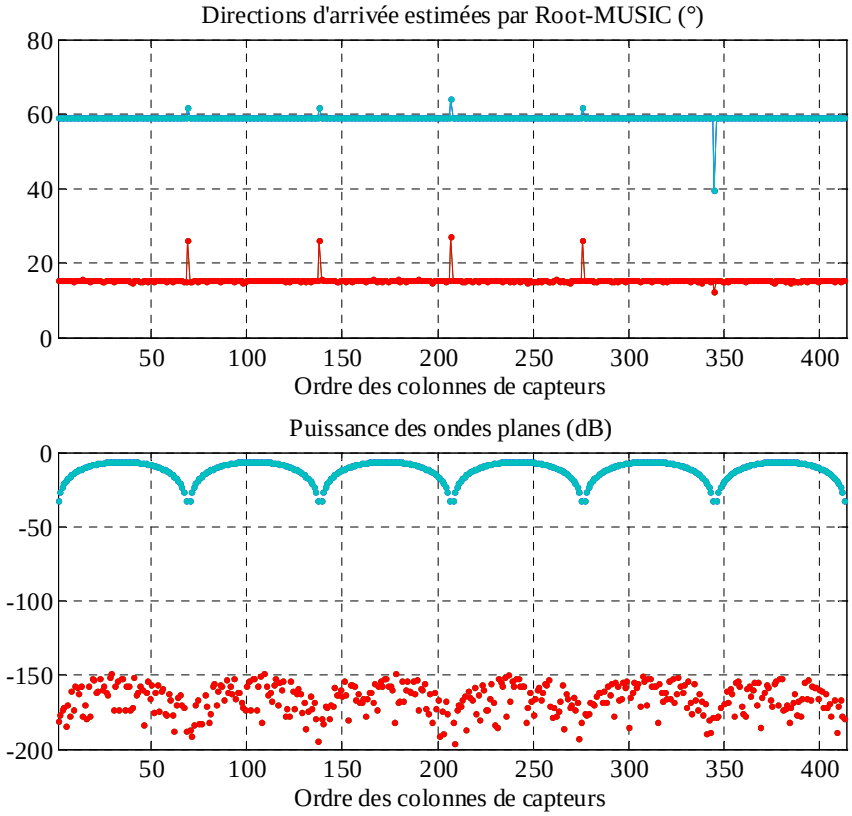


Figure IV.9 – Spectre angulaire estimé sur chaque colonne de capteurs de la cartographie du mode TM_{680} (f=564,88 MHz) calculée analytiquement.

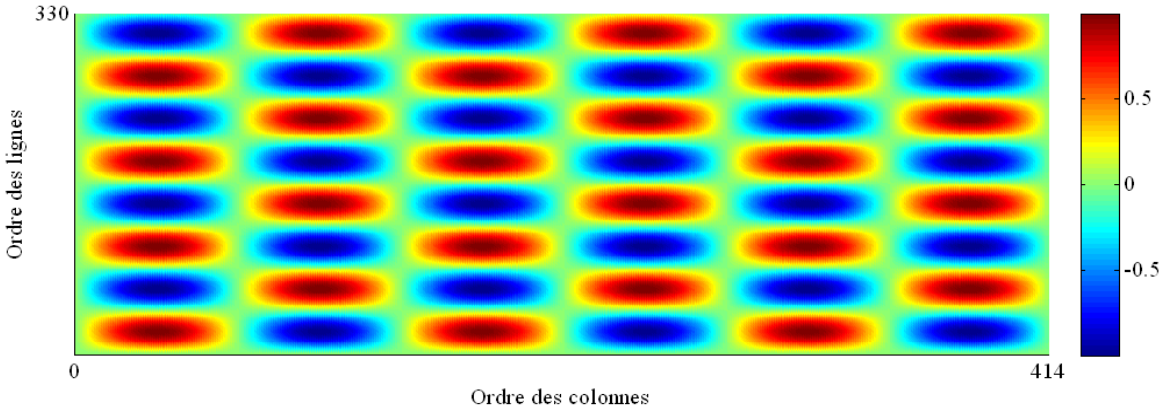
IV.3.1.2. Cartographie obtenue par simulation

On va maintenant étudier la cartographie de ce même mode issue de la simulation. En utilisant la méthode *FDTD* avec un pas de maillage d=7,5mm et un nombre d'itérations de 500 000, on a obtenu la cartographie du champ électrique dans la chambre réverbérante vide, relative au mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz* (*cf.* Figure IV.10.a).

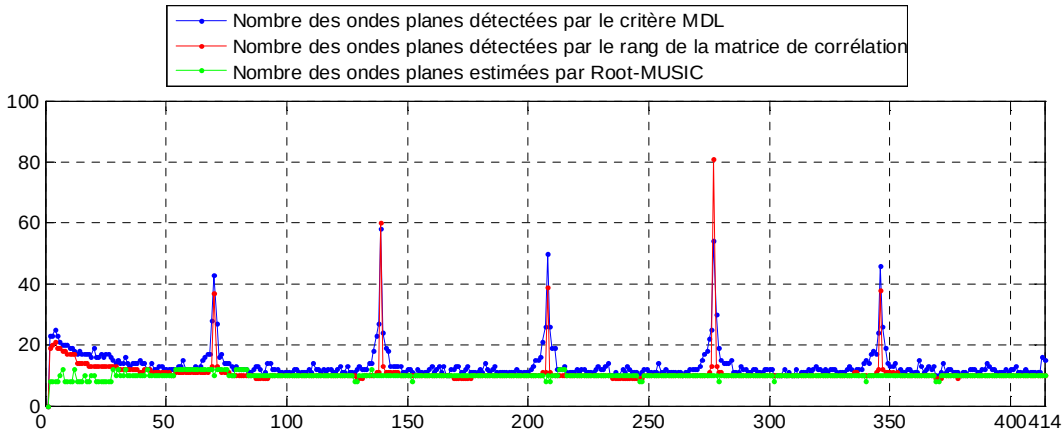
En examinant la variation du nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL (courbe de couleur bleu), par le rang de la matrice de corrélation (courbe en rouge) et les nombres effectivement estimés par l'algorithme Root-MUSIC après usage des résultats du critère MDL (courbe en vert) (*cf.* Figure IV.10.b), on remarque qu'il y a une surestimation par rapport au nombre théorique des ondes planes.

En examinant conjointement ces courbes et la cartographie du champ électrique, on trouve que les valeurs importantes de la surestimation correspondent aux nœuds du champ ; en effet le critère MDL, basé sur le calcul des valeurs propres de l'espace signal et de l'espace bruit

qui sont proportionnelles aux puissances de signaux, intègre certaines valeurs propres du bruit à l'espace des signaux utiles.



a) Cartographie du champ électrique (V/m)



b) Nombre estimé des ondes planes

Figure IV.10 – Courbes de variation du nombre estimé d'ondes planes sur les colonnes de la cartographie obtenue par simulation du mode TM_{680} (564,88 MHz)

Sur les figures IV.11.a et IV.11.b, on présente la variation des directions d'arrivée et des amplitudes des ondes planes calculées sur les différentes colonnes de la cartographie. On rappelle que les couleurs utilisées indiquent la correspondance des puissances à leurs directions d'arrivée respectives. La puissance du bruit est 500 fois plus faible que la puissance du signal ; le rapport signal à bruit est de 54 dB.

En considérant que la cartographie du champ électrique est équivalente à 330 réseaux de 414 capteurs, parallèles à l'axe (Ox), on cherche maintenant à déterminer le spectre d'ondes planes sur chacune de ces lignes (*cf.* Figure IV.11.c).

En comptant le nombre des maxima des amplitudes sur les colonnes et les lignes on peut identifier le mode correspondant. Pour le mode TM_{680} on trouve 6 maxima sur les colonnes et

8 maxima sur les lignes (*cf.* Figure IV.11.b et IV.11.d). Dans le niveau du bruit, on peut identifier le mode TM_{390}, il existe 3 maxima sur les colonnes d'un niveau de puissance de -60dB et 9 maxima sur les lignes ayant le même niveau de puissance. Il a pour fréquence de résonance *f=564,37 MHz*, il s'agit d'un mode voisin au mode étudié, mais il est difficile d'identifier les autres modes voisins. On rappelle que la chambre réverbérante est excitée par une sinusoïde calibrée exactement sur la fréquence du mode TM_{680} et que la *FDTD* a une équation de dispersion différente de l'équation de dispersion d'une onde plane dans le vide (*cf.* I.28).

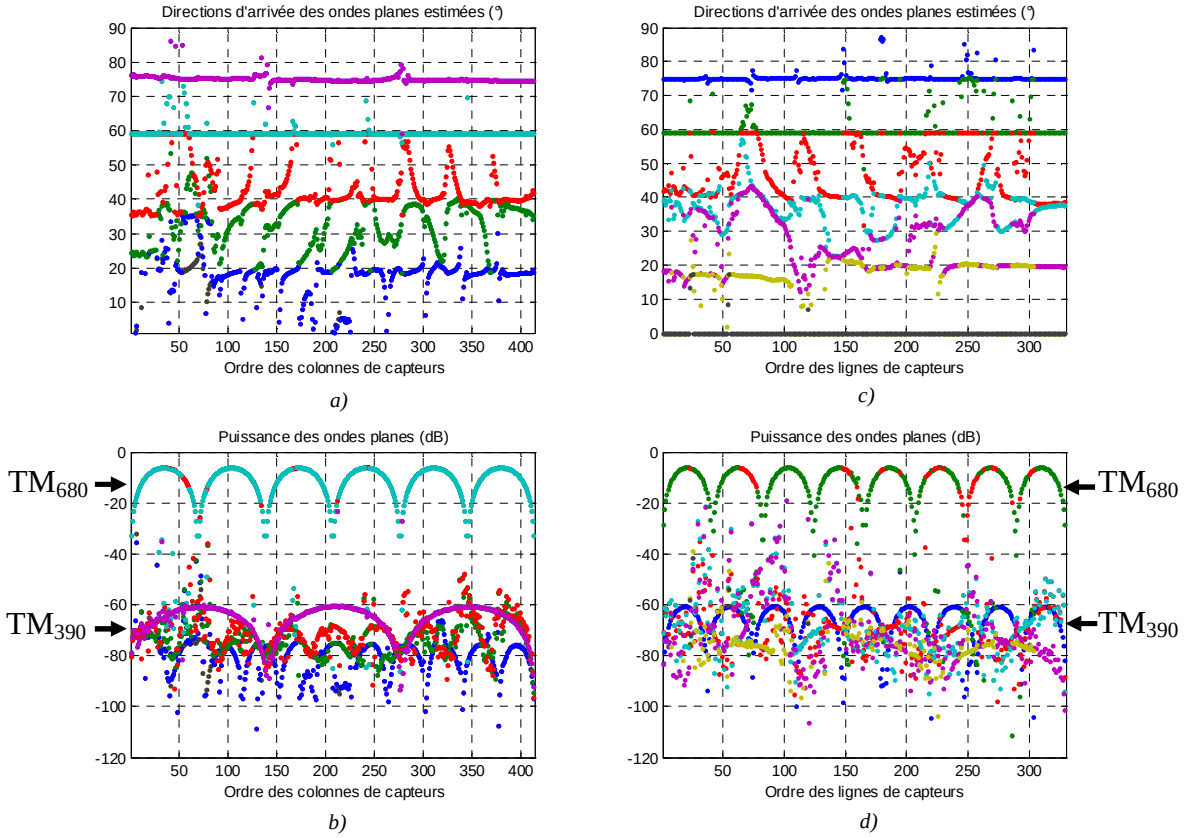


Figure IV.11 – Spectre angulaire du mode de résonance de fréquence f=564,88 MHz
a) Angles d'arrivée estimés sur les colonnes. b) Puissances des ondes estimées sur les colonnes.
c) Angles d'arrivée estimés sur les lignes. d) Puissances des ondes estimées sur les lignes.

Pour étudier la précision de notre méthode dans le cas de cavité vide, on a utilisé la colonne n°400 pour estimer le spectre angulaire. Ensuite le champ électrique observé sur les deux colonnes n°400 et n°405 a permis d'estimer les amplitudes de ces ondes. On a enfin reconstruit le champ électrique sur la surface de travail avec le spectre ainsi estimé pour le comparer avec le champ initial sur cette surface. On a trouvé une erreur

relative maximale de 3,44 % et une erreur relative moyenne de 0,85 % (*cf.* Figure IV.12).

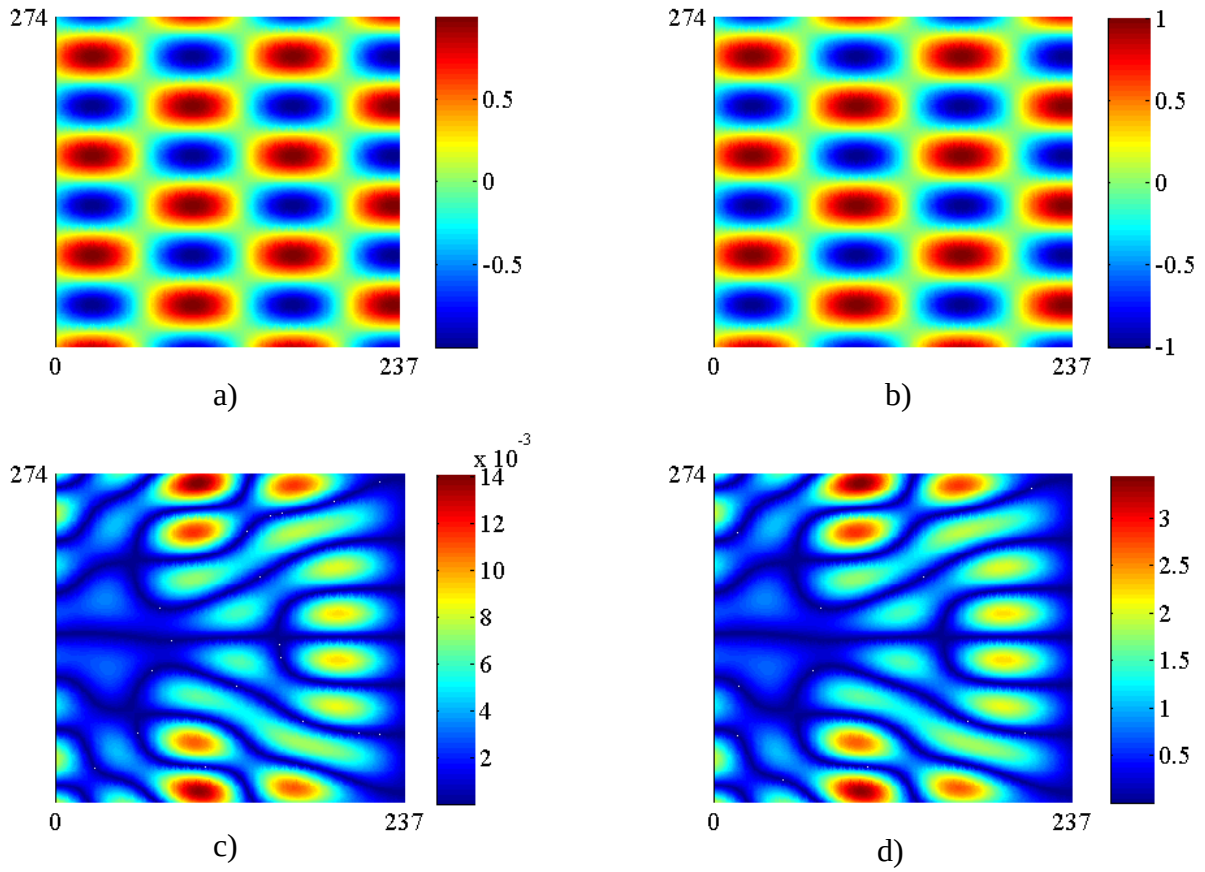


Figure IV.12 – Comparaison des cartographies initiale et reconstruite sur la surface de travail pour le mode de fréquence f=564,88 MHz

a) Champ initial (V/m). b) Champ reconstruit (V/m). c) Erreur absolue (V/m). d) Erreur relative (%).

IV.3.2. Chambre munie d'un petit brasseur

La taille du brasseur a un effet sur le niveau de perturbation apporté à la répartition du champ électromagnétique stationnaire à l'intérieur de la CRBM, on a alors décidé d'étudier l'effet d'un brasseur de taille très réduite devant les dimensions de la chambre réverbérante.

La chambre réverbérante est bidimensionnelle de dimensions *3,105m×2,475m*, soit un maillage de *414×330* cellules carrées de taille *d=7,5 mm*, dans laquelle on a placé un brasseur de forme carrée ayant une taille de *10.d×10.d* situé aux coordonnées *50.d* et *110.d*. La surface du brasseur est de 0,08% de la surface globale de la CR (*cf.* Figure IV.13).

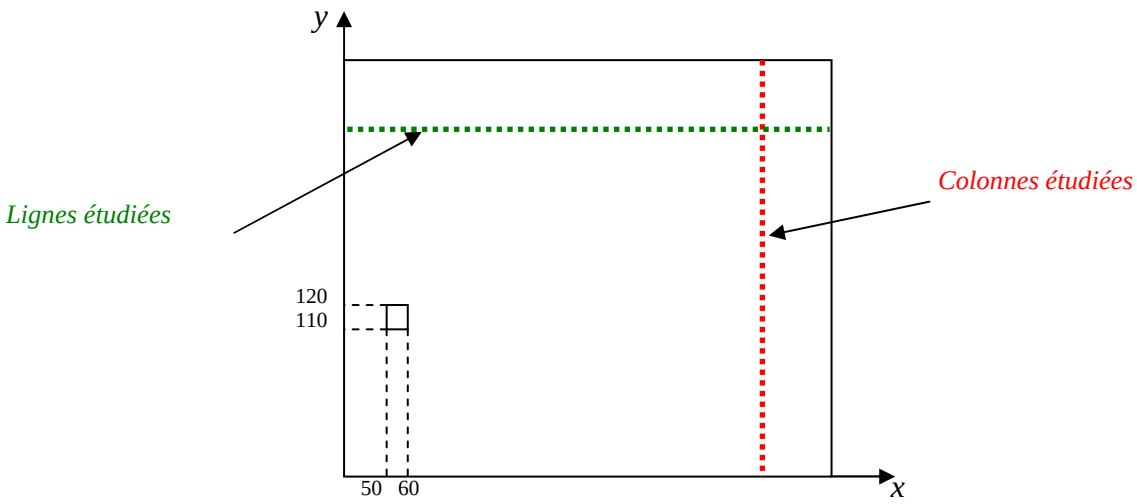


Figure IV.13 – Géométrie de la CR étudiée et position du petit brasseur.

La simulation de la chambre étudiée avec la méthode *FDTD* permet d'avoir la cartographie du champ électrique (composante E_z) relative à un mode de résonance, par exemple celui de fréquence de résonance *f=359,77MHz* (*cf.* Figure IV.14).

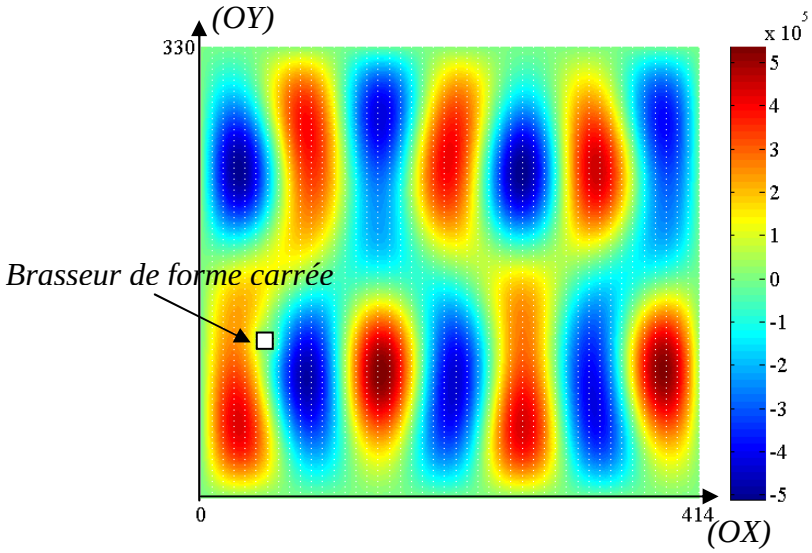


Figure IV.14 – Cartographie du champ électrique (V/m) dans la cavité avec petit brasseur à la fréquence f=359,77 MHz

De la même façon que précédemment, on considère que les colonnes du maillage parallèles à l'axe (Oy) sont des réseaux de capteurs équi-espacés de la distance *d=7,5mm*. On dispose alors d'un ensemble de *414* observations sur un réseau de *330* capteurs chacun.

On caractérise le spectre angulaire (angle d'arrivée et amplitude) relatif à chacune de ces observations.

Il a été constaté (cf. §IV.1.5) que le critère MDL a une probabilité de surestimation non nulle, il est alors possible de trouver un écart entre le nombre d'ondes planes estimées par ce critère et le nombre d'ondes trouvé réellement par l'algorithme Root-MUSIC. C'est ce qu'on remarque sur la figure IV.15 sur laquelle on voit la variation du nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL, le rang de la matrice de corrélation et par Root-MUSIC.

L'écart entre le nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL et le rang de la matrice de corrélation avec les nombres effectivement estimés par Root-MUSIC après utilisation des résultats du critère MDL est important lorsque les hypothèses de l'existence d'ondes planes dans un bruit blanc ne sont plus vérifiées (essentiellement au voisinage du brasseur).

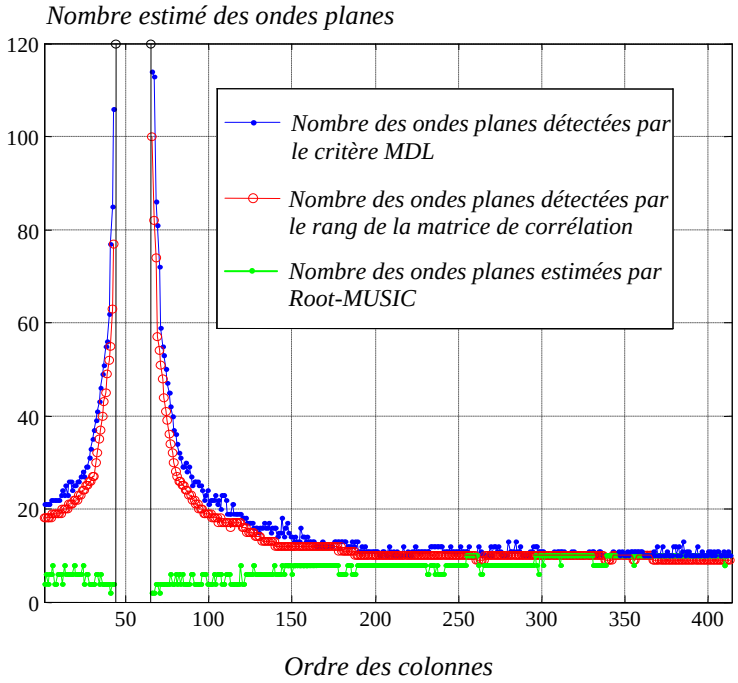


Figure IV.15 – Nombre des ondes planes estimées sur chaque colonne (f=359,77 MHz).

On rappelle que les courbes en couleurs bleue et rouge sont des résultats antérieurs à Root-MUSIC et que la courbe en couleur verte est un résultat post-Root-MUSIC.

On remarque que le nombre d'ondes planes estimé par MDL est très important au voisinage du brasseur et qu'il devient de plus en plus faible en s'éloignant de celui-ci. Ceci est dû à la présence des phénomènes de diffraction ; les ondes à coté du brasseur ne sont pas des ondes planes, ainsi l'application de notre méthode basée sur l'algorithme Root-MUSIC ne donne pas des résultats corrects. Ceci explique l'écart important entre les nombres d'ondes planes obtenus par MDL et ceux trouvés par Root-MUSIC.

De la même façon que pour les colonnes on considère que les lignes de la cartographie sont équivalentes à des réseaux de capteurs, ainsi la cartographie du champ électrique est équivalente à un ensemble de 330 réseaux parallèles contenant 414 capteurs chacun.

On estime par le critère MDL le nombre d'ondes planes qui composent chaque observation, ensuite, on détermine, par l'algorithme MUSIC, le nombre réel d'ondes planes trouvé.

Sur la figure IV.16 on voit la variation du nombre d'ondes planes en fonction de l'ordre du réseau de capteurs (l'ordonnée du réseau par rapport à l'axe (Oy)).

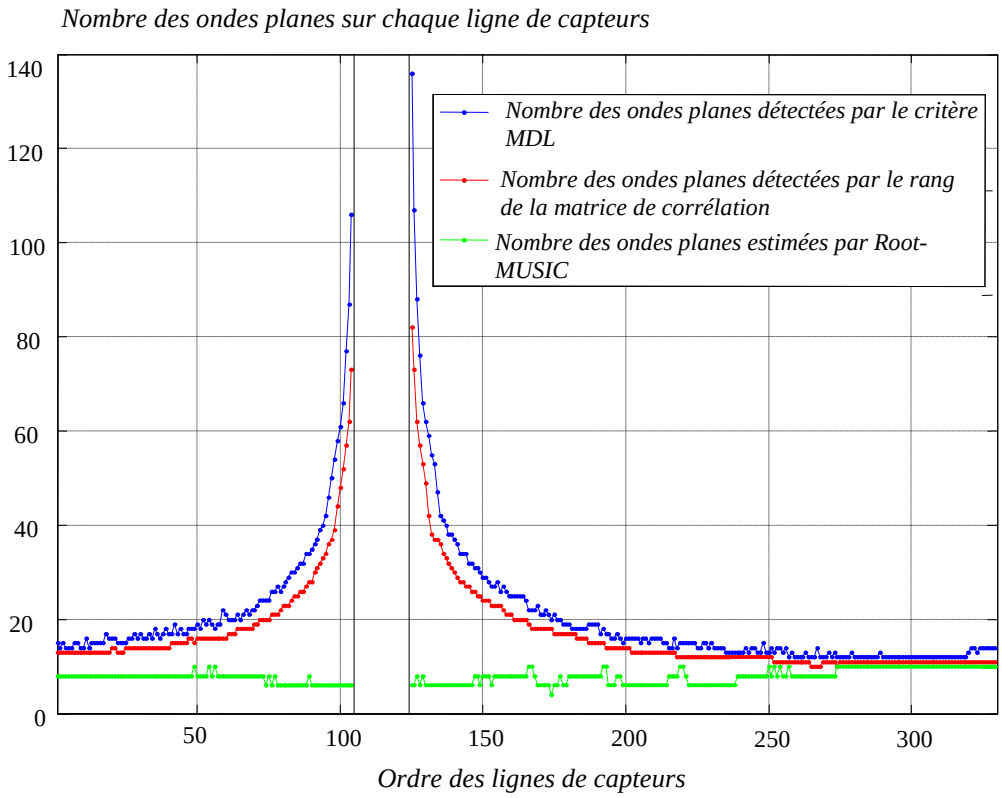


Figure IV.16 – Nombre des ondes planes estimées sur chaque ligne de capteurs (f=359,77 MHz).

On remarque qu'à cause du phénomène de diffraction des ondes sur le brasseur, le nombre d'ondes planes trouvé par MDL est important à coté du brasseur alors que loin de celui-ci leur nombre converge vers le nombre réel trouvé par l'algorithme Root-MUSIC.

On examine les angles d'arrivée des ondes planes estimées sur les colonnes et les lignes respectivement (*cf.* figure IV.17.a et IV.17.c) ; (les couleurs indiquent l'ordre d'apparition des valeurs propres lors de l'estimation des angles d'arrivée à l'aide de Root-MUSIC) on constate l'effet du brasseur sur la perturbation du spectre angulaire du champ électrique stationnaire, ce spectre au voisinage du brasseur est très perturbé alors qu'il parait constant loin de celui-ci.

Sur certains réseaux de capteurs on remarque que l'algorithme ne peut pas estimer le spectre correctement, ce problème est lié aux amplitudes de certaines ondes qui deviennent faibles, ce qui les rend indétectables par l'algorithme MUSIC.

On examine les puissances des ondes en fonction de l'ordre (respectivement abscisse ou ordonnée) du réseau de capteurs vertical ou horizontal (*cf.* Figure IV.17.b et IV.17.d). On rappelle que les couleurs sont utilisées pour faire correspondre les puissances des ondes à leurs directions d'arrivée.

On remarque que lorsque l'amplitude d'une onde plane est faible Root-MUSIC rencontre des problèmes d'estimation de son angle d'arrivée ; en effet une onde d'amplitude très faible sera interprétée par Root-MUSIC comme faisant partie de l'espace bruit.

On remarque que l'estimation du spectre angulaire est plus précise sur les lignes et les capteurs situés loin du brasseur.

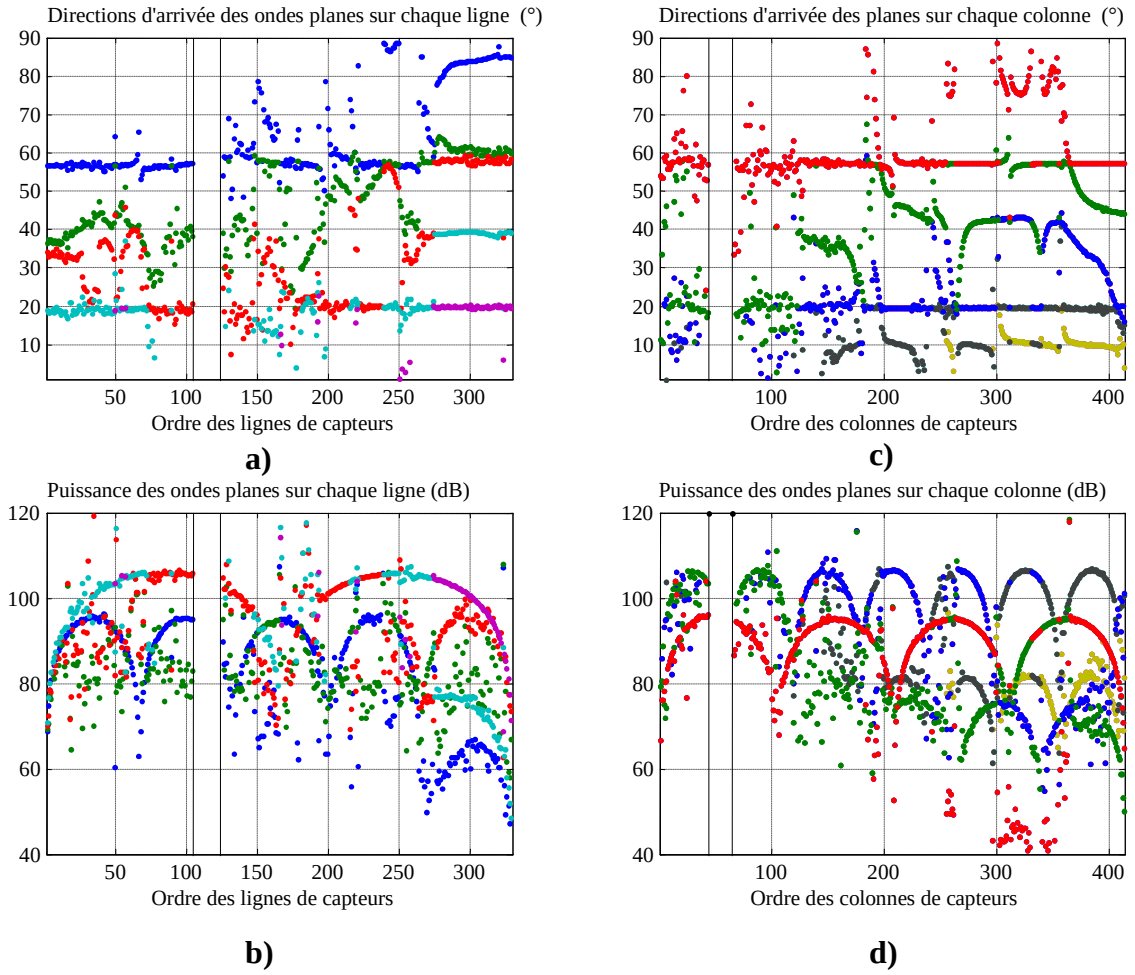


Figure IV.17 – Spectre angulaire du mode de résonance de fréquence f=359,77 MHz

a) Angles d'arrivée estimés sur les colonnes. b) Puissances des ondes estimées sur les colonnes.

c) Angles d'arrivée estimés sur les lignes. d) Puissances des ondes estimées sur les lignes.

Pour calculer l'erreur relative maximale et moyenne, on a utilisé la colonne n°400 pour l'estimation du spectre angulaire, ensuite le doublet des colonnes (n°400 et n°405) pour l'estimation des amplitudes des ondes planes qu'on récapitule dans le tableau IV.2.

Tableau IV.2 : Directions d'arrivée, amplitudes et phases estimées des ondes planes du mode de fréquence f=359,77 MHz.

	Direction d'arrivée (°)	Amplitudes (V/m)	Phases (°)
Onde #1	57,35	28773.36	-129,47
Onde #2	-57,35	28772,17	-102,957
Onde #3	-122,65	28773,37	129,47
Onde #4	122,65	28772,17	102,96
Onde #5	45,00	2704,99	-163,05
Onde #6	-45,00	2705,66	-85,75
Onde #7	-134,99	2704,99	163,05
Onde #8	134,99	2705,66	85,75
Onde #9	26,32	3446,03	-42,09
Onde #10	-26,32	3438,48	135,31
Onde #11	-153,68	3446,03	42,09
Onde #12	153,68	3438,48	-135,31
Onde #13	9,67	5350,86	-37,63
Onde #14	-9,67	5372,86	121,80
Onde #15	-170,32	5350,86	37,63
Onde #16	170,32	5372,86	-121,80
Onde #17	19,51	104451,78	-14,30
Onde #18	-19,51	104452,75	102,68
Onde #19	-160,49	104451,78	14,30
Onde #20	160,49	104452,75	-102,68

On a ensuite utilisé ce spectre angulaire pour reconstruire le champ électrique au niveau de la surface de travail et réaliser la comparaison avec le champ initial sur cette surface (Figure IV.18). On a trouvé une erreur relative maximale de 3,16% et une erreur relative moyenne de 0,57%.

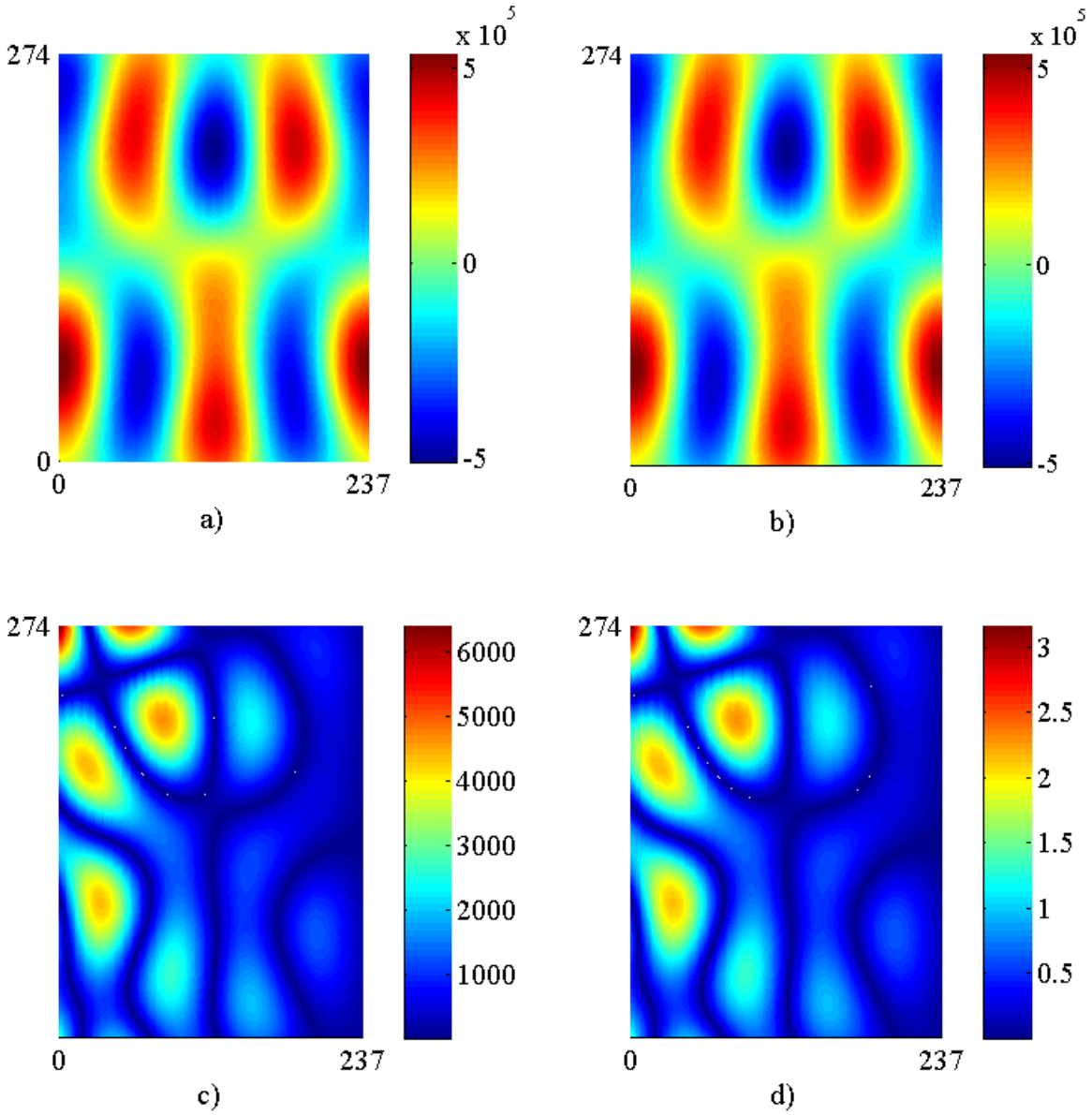


Figure IV.18 – Cartographies du champ électrique sur la surface de travail et cartographies des erreurs relatives au mode de fréquence f=359,77 MHz.
a) Champ initial (V/m). b) Champ reconstruit (V/m).
c) Erreur absolue (V/m). d) Erreur relative (%).

IV.3.3. Chambre munie de deux petits brasseurs

Dans le but de s'assurer de la corrélation entre la présence d'un petit brasseur (perturbateur) et l'augmentation du nombre d'ondes planes autour, on a ajouté un deuxième perturbateur de dimensions aussi réduites que le premier – de dimensions *10.d×10.d* – situé aux coordonnées (*x=300, y=150*). On note que, dans le souci de vérifier que ce phénomène est indépendant de

la fréquence, le mode étudié dans ce cas a une fréquence de résonance (*f = 429,8 MHz*) plus élevée que celle du mode étudié dans le cas de chambre avec un seul perturbateur (*f = 359,77 MHz*).

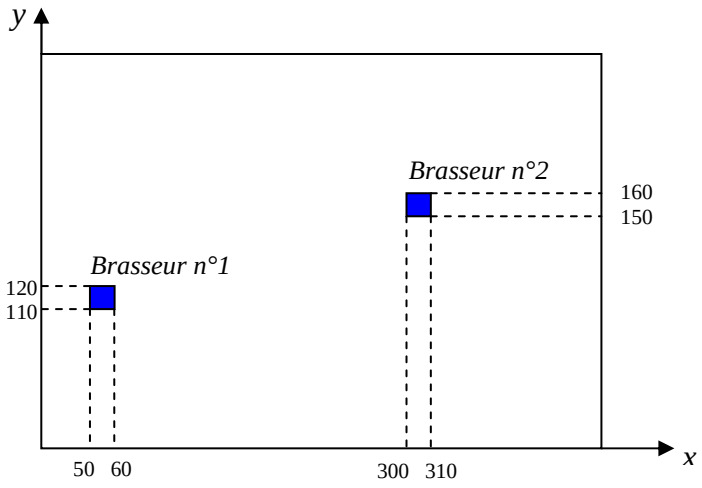


Figure IV.19 – Géométrie de la CR étudiée et position de deux brasseurs.

Par simulation avec la méthode FDTD, on obtient la cartographie du mode de fréquence *f=429,8MHz* (*cf.* Figure IV.20). Chacune des colonnes et des lignes est considérée comme un réseau de capteurs à partir duquel on détermine le spectre angulaire.

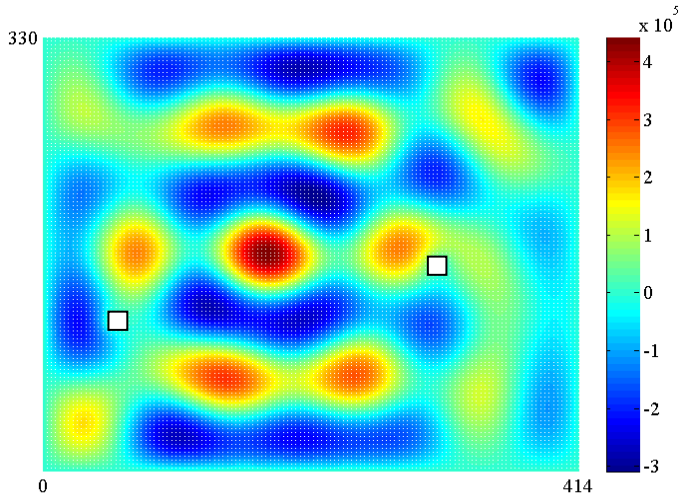
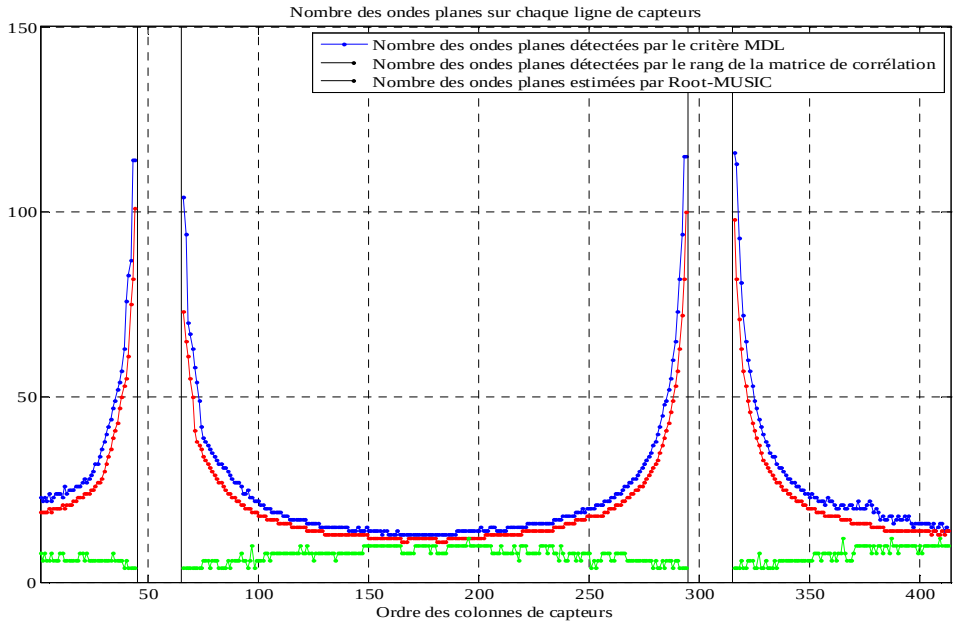


Figure IV.20 – Cartographie du champ électrique (V/m) à la fréquence f=429,8 MHz.

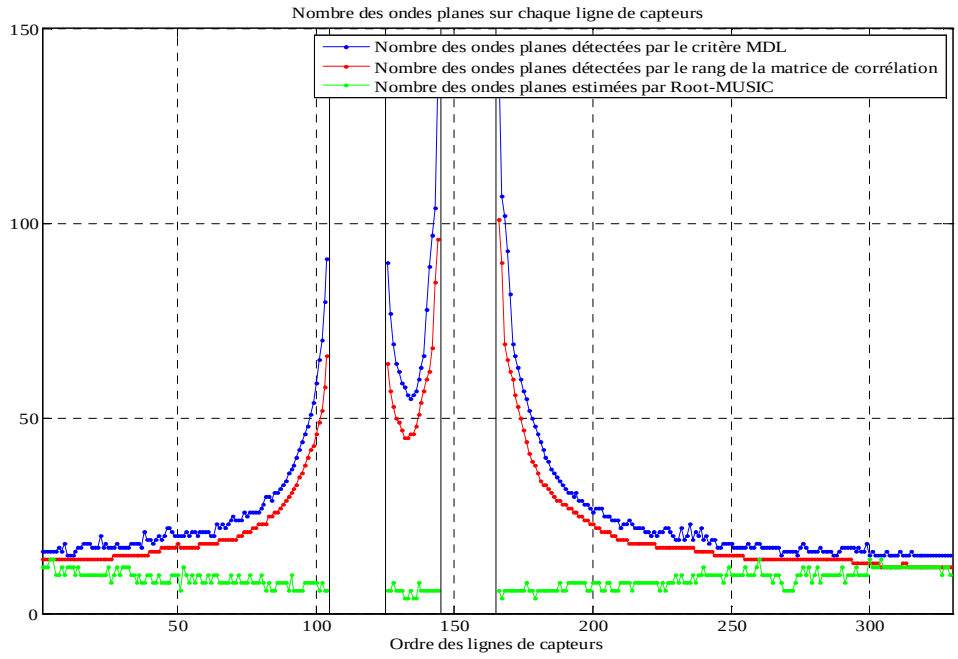
Sur la figure IV.21 on voit la variation du nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL et de celui estimé par Root-MUSIC en fonction de la position du réseau des capteurs sur les colonnes et sur les lignes.

Dans cette partie on ne fait pas une étude de la reconstruction du champ électrique car le deuxième perturbateur est situé à l'intérieure de la surface de travail, on se limite seulement à l'étude du nombre estimé d'ondes planes.

Le même phénomène est constaté au voisinage du deuxième brasseur. Nous l'interprétons par l'apparition d'ondes locales focalisées autour du brasseur et qui disparaissent en s'éloignant de celui-ci, elles sont dues à la diffraction des ondes planes sur les extrémités des brasseurs.



a)



b)

Figure IV.21 – Nombre des ondes planes estimées pour le mode de fréquence f=429,8 MHz a) Sur les colonnes des capteurs. b) Sur les lignes de capteurs.

IV.3.4. Effet des extrémités du brasseur sur la perturbation du champ électrique

Pour étudier l'effet de la diffraction sur la perturbation du champ électrique stationnaire dans une chambre réverbérante bidimensionnelle, on a décidé d'étudier le spectre angulaire du champ stationnaire dans une chambre de forme trapézoïdale c'est-à-dire contenant un mur incliné de 45° (*cf.* figure IV.22).

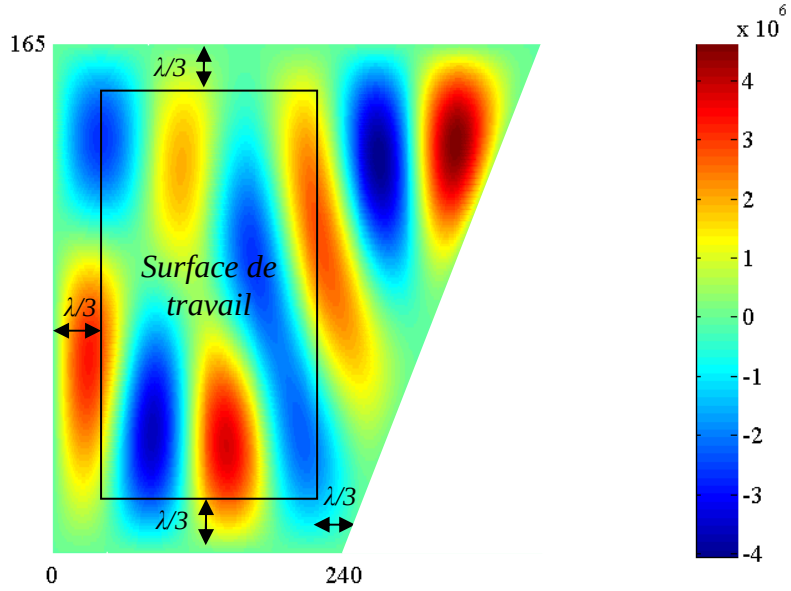


Figure IV.22 – Géométrie de la CR trapézoïdale et cartographie du champ électrique (V/m) du mode de fréquence f=417,77 MHz

Dans le cas de cette cavité, on a défini une surface de travail de forme rectangulaire éloignée des murs de la chambre d'une distance de *λ/3*, où *λ* est la longueur d'onde relative à la fréquence du mode étudié (*f=417,77 MHz*).

On considère que chacune des colonnes est équivalente à une observation sur un réseau de 102 capteurs (en tenant compte de la distance de λ/3 des murs de la chambre).

On s'intéresse aux colonnes d'ordres compris entre 1 et 244 et on détermine le nombre d'ondes planes qui illuminent séparément chacune de ces colonnes à l'aide du critère MDL, à l'aide du rang de la matrice de corrélation et on compte le nombre d'ondes planes effectivement estimées avec Root-MUSIC associé au critère MDL. (*cf.* Figure IV.23).

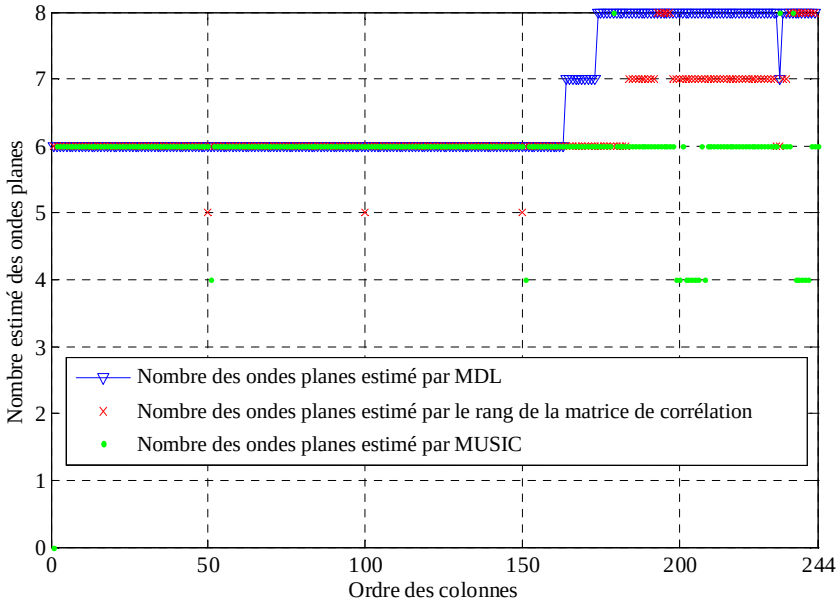


Figure IV.23 – Nombre estimé des ondes planes sur les colonnes n°1 à n°244 de la cartographie du mode de fréquence f=417,77 MHz

Le nombre d'ondes varie peu au milieu de la chambre et les trois estimateurs tendent vers les mêmes résultats, alors qu'au voisinage du mur incliné le nombre d'ondes planes est croissant que ce soit par le critère MDL ou le rang de la matrice de corrélation.

.

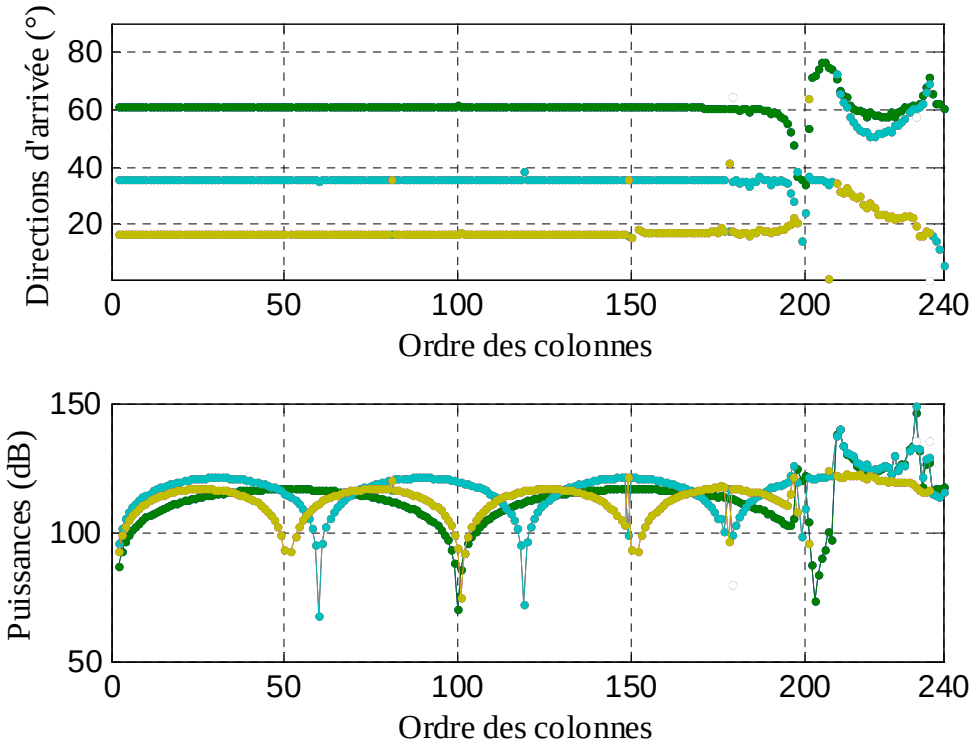


Figure IV.24 – Estimation des angles d'arrivée et des puissances des ondes sur les colonnes n°1 à n°244 de la cartographie du mode de résonance de fréquence f=417,77 MHz.

On remarque partout dans la chambre, loin du mur incliné, que le spectre angulaire est constant. Il devient moins stable au voisinage du mur, mais la perturbation est moins aigue qu'avec un brasseur présentant des pointes. On conclut que le niveau de perturbation du champ électrique est très lié à la présence des phénomènes de diffraction sur les extrémités du brasseur. Sur le graphe de variation des puissances des ondes, on remarque qu'elles sont perturbées à partir de la colonne n°196 qui est éloignée du mur incliné d'une distance de 33 cm ce qui correspond à 0,46×λ (où λ est la longueur d'onde correspondant à la fréquence de résonance du mode).

On a utilisé la colonne n°75 pour l'estimation des directions d'arrivée, car sur cette colonne les amplitudes des ondes planes sont approximativement de même ordre (*cf.* Figure IV.24). Ensuite, on a utilisé les colonnes n°75 et n°80, qui sont deux colonnes voisines de la surface de travail, pour l'estimation des amplitudes (Tableau IV.3).

Tableau IV.3. : Directions d'arrivée amplitudes et phases des ondes planes composant la cartographie du mode de fréquence f=417,77 MHz

	Directions d'arrivée (°)	Amplitudes (V/m)	Phases (°)
Onde #1	61,08	348275,55	-123,72
Onde #2	-61,08	34756,57	-147,78
Onde #3	-118,92	348275,55	123,72
Onde #4	118,92	347562,57	147,78
Onde #5	35,73	577181,73	113,77
Onde #6	-35,73	576431,79	158,05
Onde #7	-144,26	577181,73	-113,77
Onde #8	144,26	576431,79	-158,05
Onde #9	16,91	351972,78	120,53
Onde #10	-16,91	349851,46	-128,27
Onde #11	-163,09	351972,78	-120,53
Onde #12	163,09	349851,46	128,27

De même qu'au §IV.3.1.2 on a utilisé ce spectre pour la reconstruction du champ électrique au niveau de la surface de travail pour comparer avec le champ initial – issu de la simulation – (*cf.* Figure IV.25), on trouve alors une erreur relative maximale de 1,42% et une erreur relative moyenne de 0,3%.

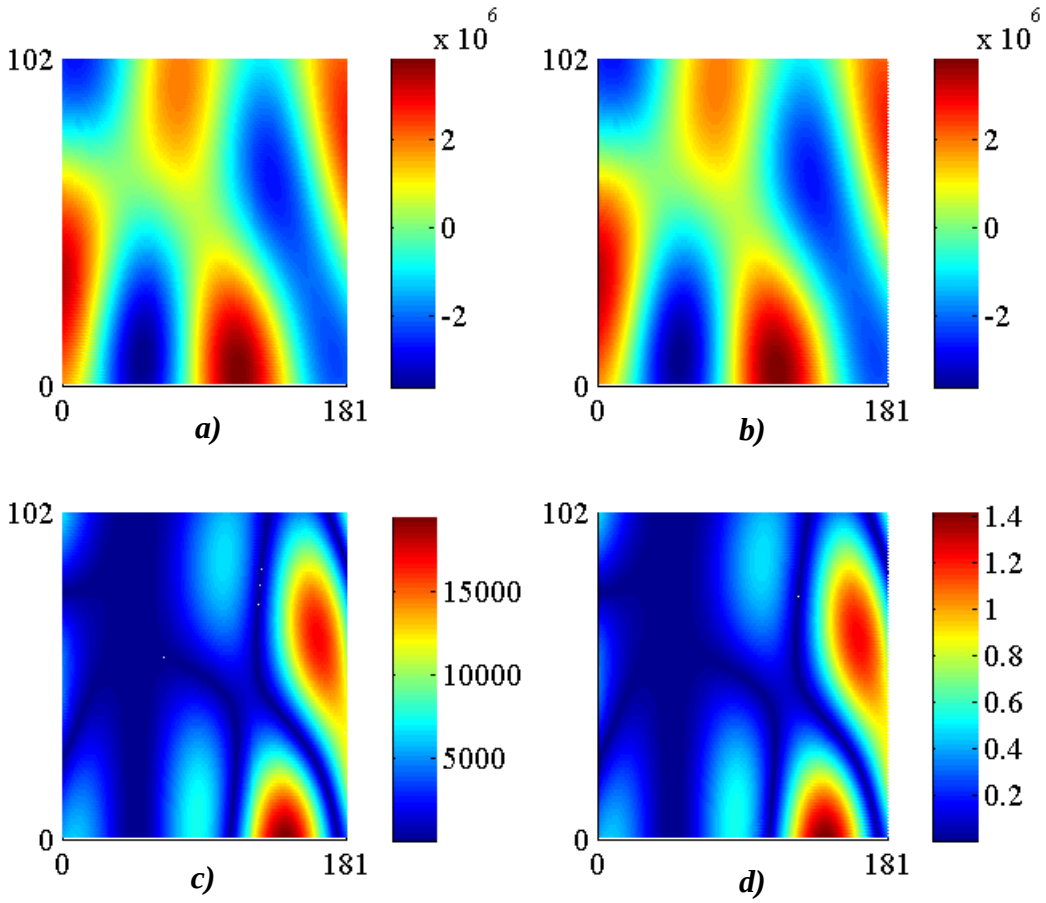


Figure IV.25 – Cartographies du champ électrique sur la surface de travail et cartographies des erreurs relatives au mode de fréquence f=417,77 MHz.

a) Champ initial (V/m). b) Champ reconstruit (V/m).

c) Erreur absolue (V/m). d) Erreur relative (%).

IV.3.5. Chambre munie d'un grand brasseur

On étudie le spectre angulaire du mode de fréquence de résonance *f=327,5MHz* (*cf.* Figure IV.1). On rappelle qu'on a utilisé *10* points d'excitation au lieu d'un seul pour éviter que l'amplitude maximale de la cartographie du champ électromagnétique soit corrélée à la position de ce point en cas où il se trouve dans un nœud de champ électrique.

La cartographie du champ électrique obtenue par simulation *FDTD* est assimilée à un ensemble de *414* réseaux de *330* capteurs chacun, parallèles à l'axe (Oy). On note que l'ouverture du réseau global est de 330 capteurs.

On rappelle que le critère MDL appliqué aux matrices de corrélation lissées bidirectives correspondant aux différentes observations reçues sur les réseaux de capteurs permet de déterminer le nombre d'ondes planes qui illuminent séparément chacun de ces réseaux. En parcourant les colonnes selon l'ordre croissant des abscisses, on présente la variation du nombre des ondes planes estimées par le critère MDL et le nombre réel des ondes planes trouvées par Root-MUSIC (*cf.* Figure IV.26).

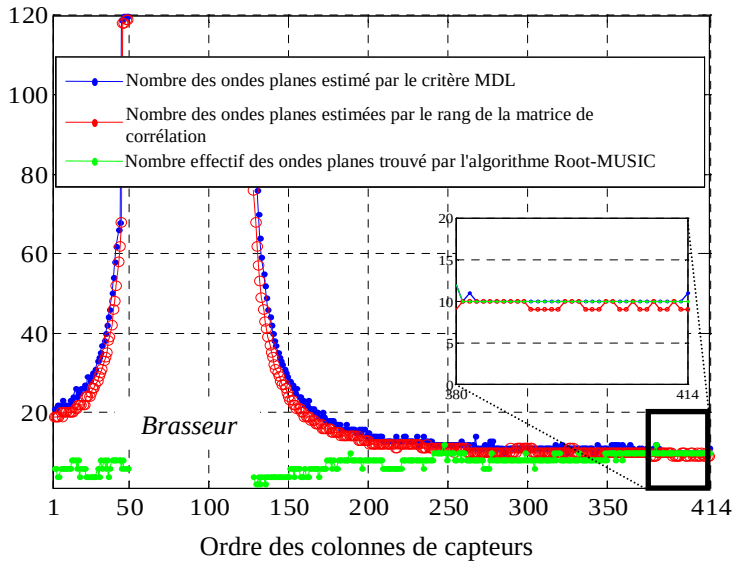


Figure IV.26 – Nombre estimé des ondes planes sur chaque colonne de la cartographie du mode de résonance de fréquence f=327,5 MHz

En comparant les courbes des figures IV.4 et IV.26, on remarque qu'on a plus d'ondes planes estimées avec l'algorithme Root-MUSIC dans le cas d'une ouverture de 330 capteurs que dans le cas d'une ouverture de 274 capteurs (respectivement 10 et 8 ondes planes).

Un examen des amplitudes conjointement avec les angles d'arrivée des ondes planes (*cf.* Figure IV.27) permet d'expliquer les problèmes de détections localisées essentiellement sur les réseaux de capteurs où les puissances des ondes sont faibles.

Le spectre est plus stable sur les colonnes loin du brasseur et proches du mur, en raison de l'absence de phénomènes de diffraction au niveau de ces colonnes d'une part et d'autre part des amplitudes des ondes planes qui sont toutes du même ordre de grandeur – aucune amplitude n'est négligeable devant les autres – ce qui facilite la détection de ces ondes avec Root-MUSIC.

On rappelle que l'étude de la précision au moyen de l'erreur relative moyenne a été faite au §IV.2.1 lors de l'étude de l'optimisation de la position du réseau de capteurs dédié à l'estimation des directions d'arrivée.

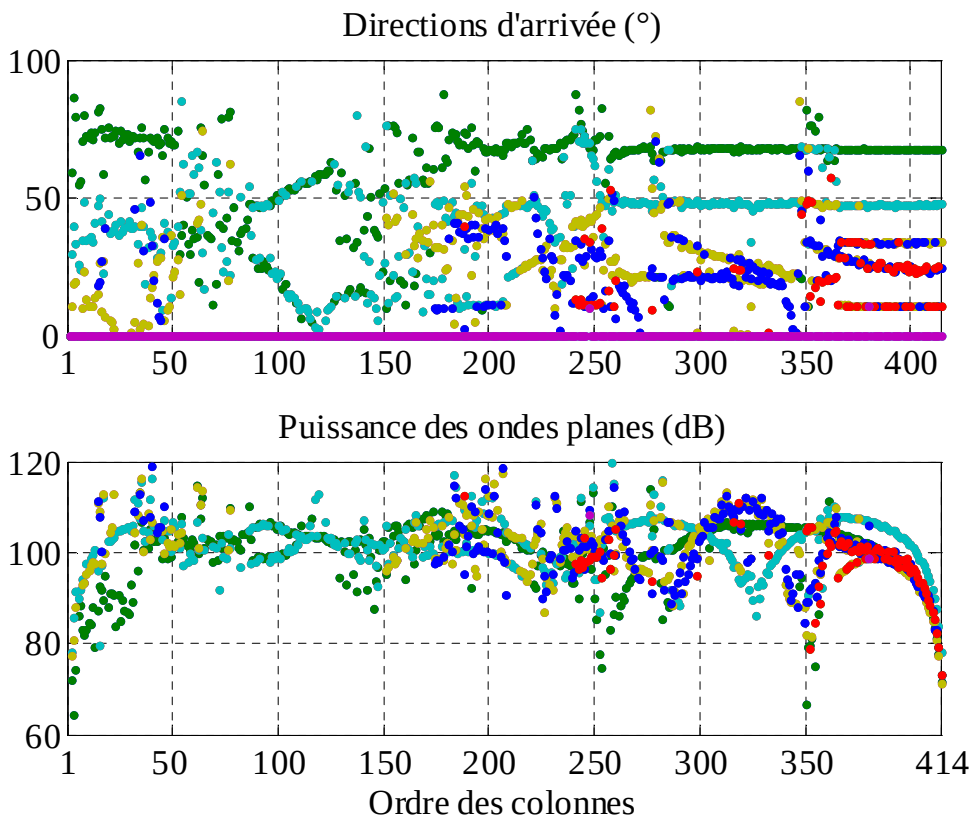


Figure IV.27 – Angles d'arrivée et puissances des ondes planes sur chaque colonne des capteurs de cartographie du mode de fréquence f=327,5 MHz.

IV.4. Etude de la variation du spectre angulaire de la chambre en fonction de la rotation du brasseur

Après avoir optimisé la position et l'ouverture du réseau des capteurs, on va étudier la variation du spectre angulaire tout en faisant tourner le brasseur autour de son axe orienté suivant l'axe (Oz) (*cf.* figure I.2).

Vu que le brasseur présente une symétrie par rapport à son axe, une rotation de 0° à 180° suffit pour retourner à la position initiale, on va alors faire tourner le brasseur par pas de 2,5° de 0° à 180° et déterminer le spectre fréquentiel pour chacune de ces positions.

En effet, l'expérience réalisée pour obtenir la variation des fréquences des résonances en fonction des différentes positions du brasseur, consiste à exciter la chambre réverbérante à travers le champ électrique par impulsion gaussienne pour chaque configuration (position du brasseur) et choisir un point d'enregistrement pour déterminer sa réponse impulsionnelle. Ainsi on obtient le spectre fréquentiel pour chaque position du brasseur.

Ce spectre contient les pics correspondant aux modes de résonance de la cavité avec la position donnée du brasseur. Etant donné qu'on dispose de 73 positions du brasseur, on obtient 73 spectres fréquentiels qu'on présente sur la figure IV.28 : on voit la variation des pics de résonance en fonction des fréquences et des positions du brasseur. L'axe des abscisses représente les fréquences (de 0 à 500MHz) et l'axe des ordonnées les positions du brasseur et les pics correspondant au mode de résonance sont représentés en couleur.

Le déplacement des pics en fonction de la position du brasseur donne la variation des fréquences de résonance d'un « mode » donné lors de la rotation du brasseur.

En examinant la variation des fréquences de résonance des modes entre plusieurs positions successives du brasseur, on remarque que cette variation est douce sans discontinuité. A certaines positions du brasseur, il y a croisement entre les courbes de variation de deux modes différents, il est ainsi difficile de suivre la variation de certains modes sur plusieurs positions du brasseur. Dans notre étude, on se limite au suivi de la variation de deux modes différents ; l'un est appelé 'le mode bas' a des fréquences de résonance toutes inférieures à la *LUF* et l'autre est appelé 'le mode haut' a des fréquences de résonance supérieures à la *LUF*.

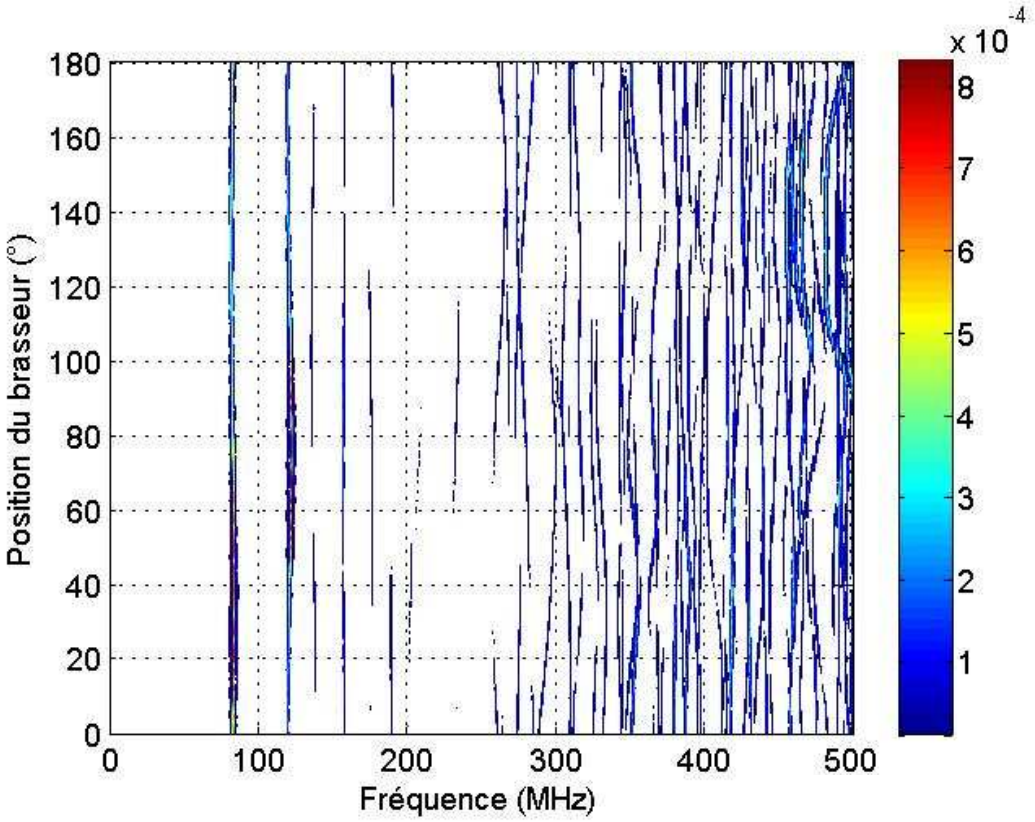


Figure IV.28 – Variation du spectre fréquentiel de la CR en fonction de la position du brasseur.

IV.4.1. Suivi de la variation du spectre angulaire pour le mode bas

Le mode, dit 'bas', a une variation des fréquences de résonance située dans la bande [323MHz-328 MHz]. La figure IV.29.a est issue de la figure IV.28 en limitant l'affichage à la variation des fréquences de résonance de ce mode et d'un mode voisin en fonction des angles de rotation du brasseur. On remarque que l'intensité des pics varie d'une position à l'autre du brasseur. Pour l'expliquer, on rappelle que la technique de calcul du spectre fréquentiel consiste à émettre un signal gaussien de la chambre pour chaque configuration du brasseur et à enregistrer le signal temporel en point d'observation pour déterminer la réponse impulsionnelle. L'amplitude du pic de résonance sur le spectre fréquentiel relatif à chaque position du brasseur dépend de la position du point d'observation. Quand la position du point d'observation correspond à un ventre de champ électrique on détecte un pic important et quand elle correspond à la position d'un nœud, le pic détecté est de faible amplitude.

Ce mode a été choisi car il ne présente pas de croisement avec d'autres modes ainsi il est facile de faire le suivi de ses fréquences de résonance (*cf.* Figure IV.29.b : les différentes fréquences sont représentées par des points en couleur rouge).

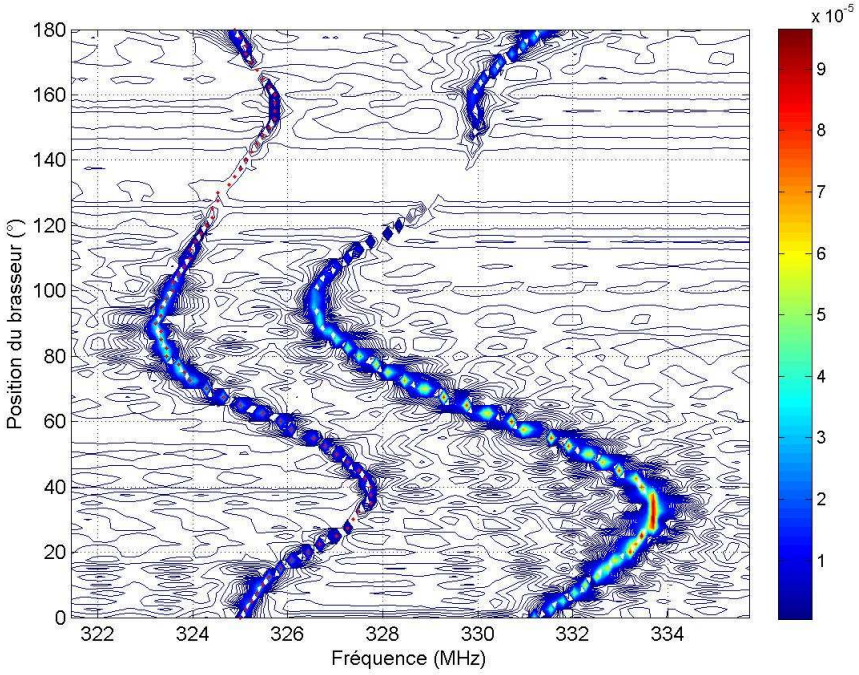


Figure IV.29.a – Spectres fréquentiels de la cavité pour les différentes positions du brasseur : le mode 'bas' avec un mode voisin.

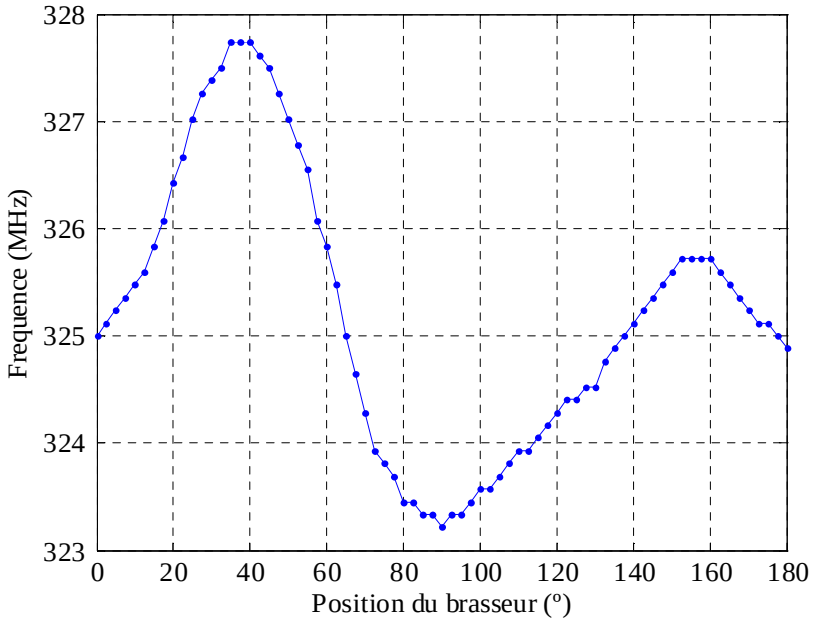


Figure IV.29.b – Variation des fréquences de résonance du mode 'bas' en fonction de la position du brasseur.

Pour l'estimation des spectres angulaires relatifs à chacune des positions, on a déterminé par simulation ses cartographies. Sur les figures IV.30 et IV.31 on présente les cartographies du champ électrique issues de la simulation pour les différentes positions du brasseur.

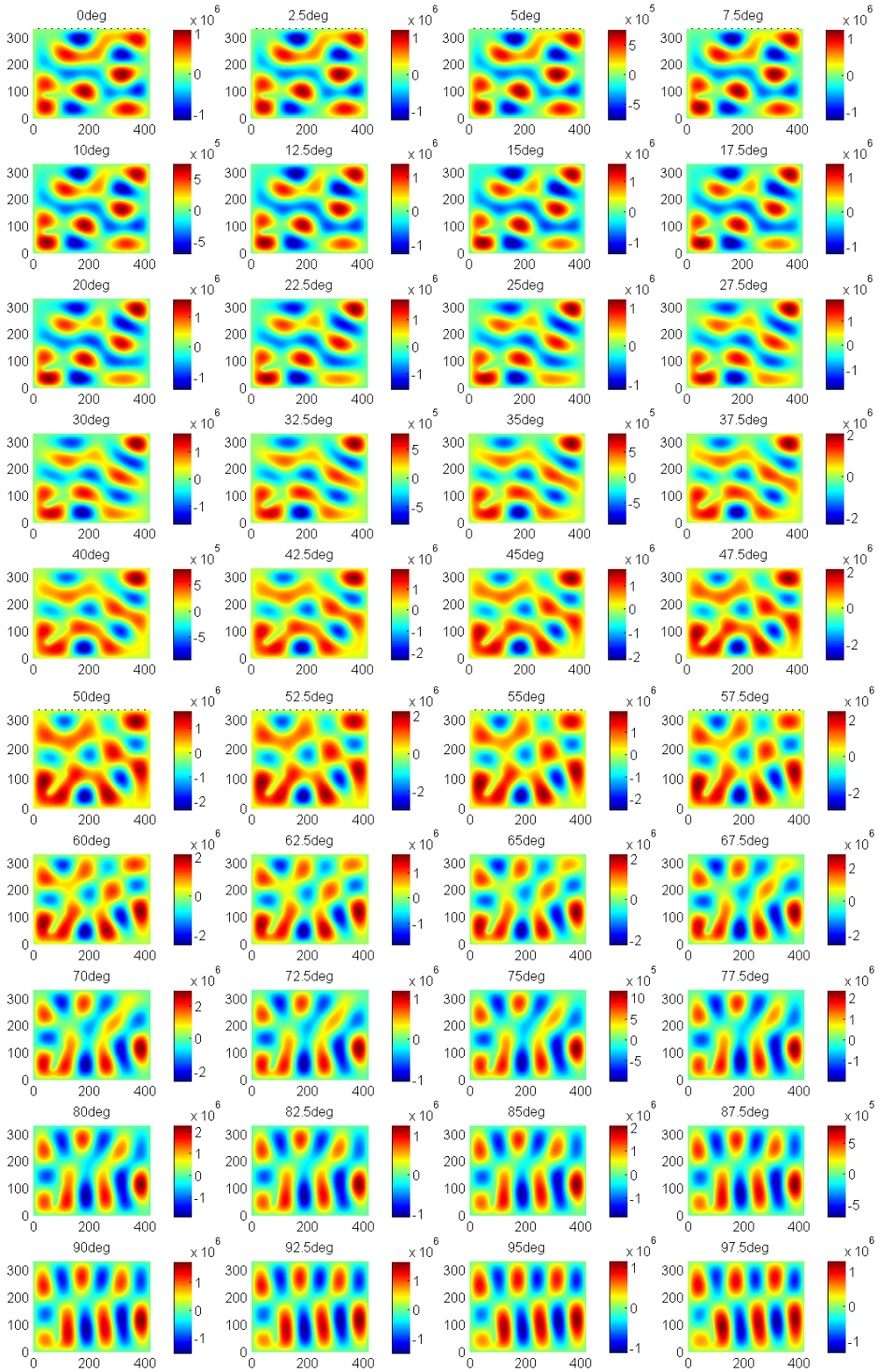


Figure IV.30 – Cartographies du champ électrique du mode 'bas' (en volts/m) en fonction des positions du brasseur de 0° à 97,5°.

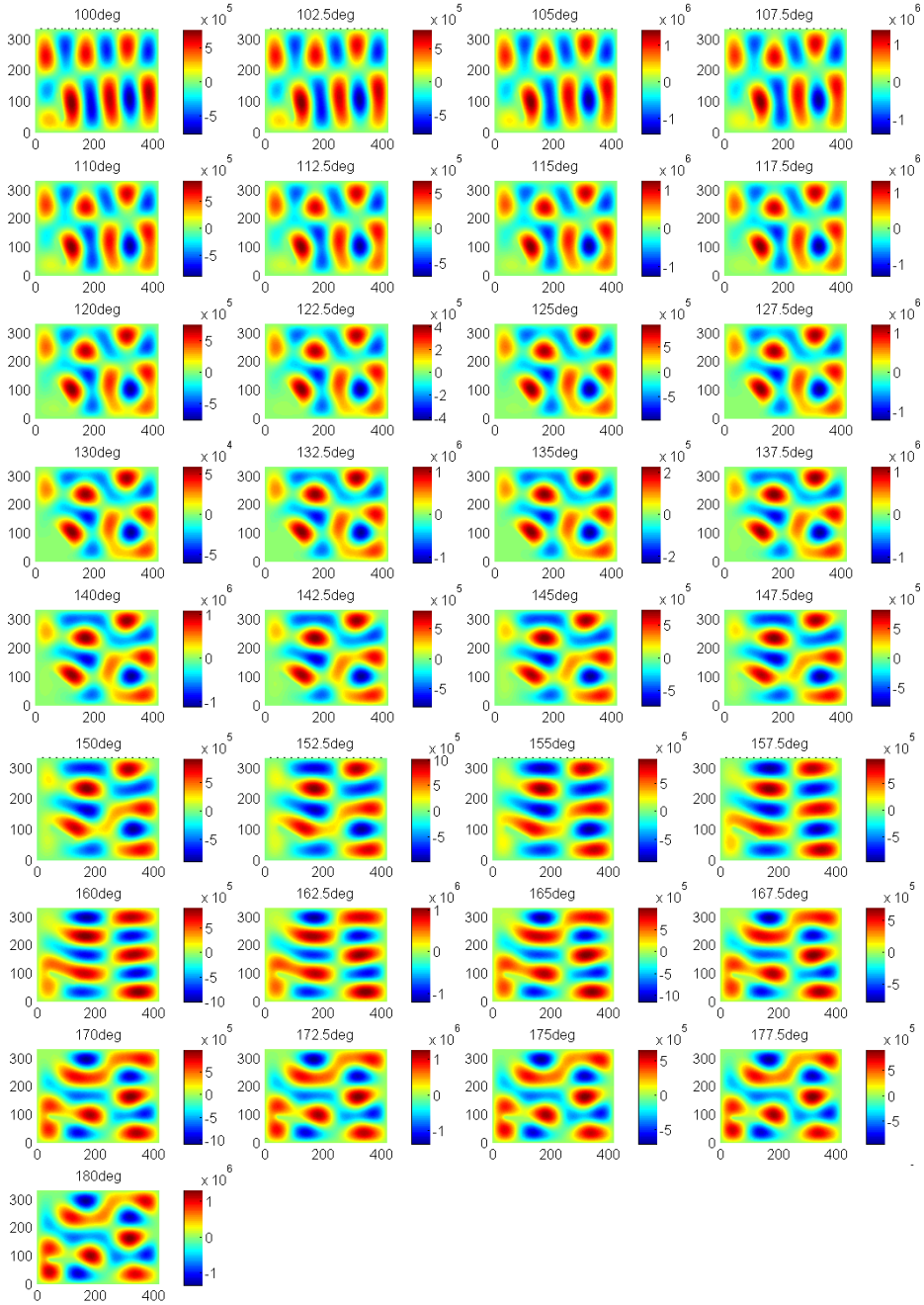


Figure IV.31 – Cartographies du champ électrique du mode 'bas' (en volts/m) en fonction des positions du brasseur de 100° à 180°.

On voit bien que la variation des cartographies du champ électrique entre les différentes positions est douce et ne présente pas de discontinuité. On conclut que le pas 2,5° est suffisant pour pouvoir suivre la variation des cartographies du mode en fonction de la rotation du brasseur.

On a calculé le champ moyen qui est la cartographie moyenne sur toutes les positions du brasseur qu'on présente sa valeur absolue sur la figure IV.32. Sa valeur maximale est de *1,03×10*^{6} *V/m*.

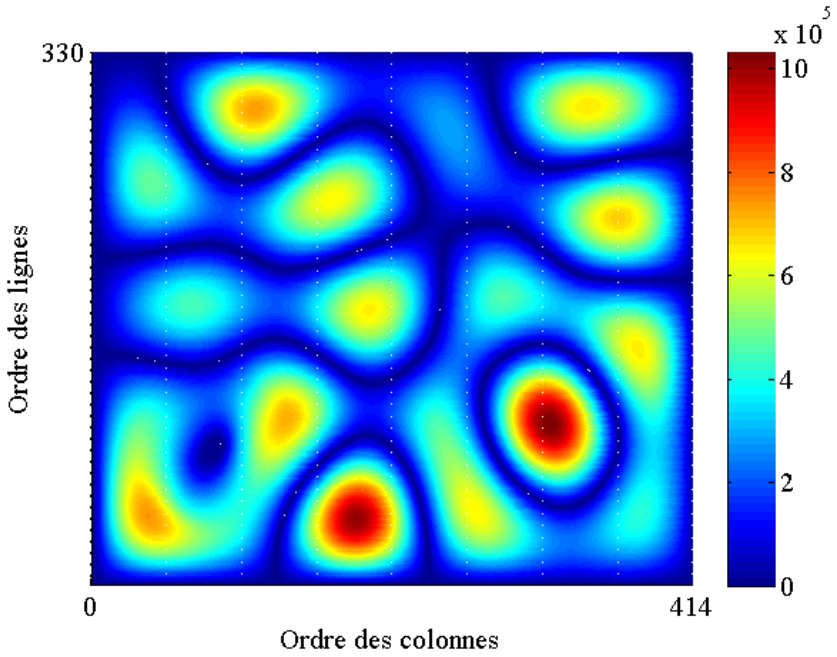


Figure IV.32 – Valeur absolue du champ moyen pour le mode bas (V/m)

Dans les deux paragraphes qui suivent on va estimer ces spectres à l'aide des cartographies issues de la simulation sans normalisation et dans un autre cas à l'aide des cartographies normalisées.

IV.4.1.1. Estimation des spectres angulaires avec des cartographies sans normalisations

Pour chaque cartographie, on a estimé le spectre angulaire en utilisant l'observation sur la colonne n°400 pour l'estimation du nombre et des directions d'arrivée des ondes planes puis sur les deux colonnes 400 et 405 pour l'estimation des amplitudes de ces ondes. Une fois le spectre angulaire caractérisé, on l'utilise pour reconstruire le champ électrique sur la surface de travail et on calcule l'erreur relative entre la cartographie du champ initial sur la surface de travail –obtenu par simulation FDTD– et la cartographie reconstruite. On calcule enfin la valeur de l'erreur relative moyenne pour mesurer la précision du spectre angulaire estimé.

Les résultats de cette étude en termes de nombres d'ondes planes estimés et d'erreur relative moyenne sont présentés sur la figure IV.33. On remarque que pour certaines positions du

brasseur l'erreur relative moyenne présente des valeurs très élevées. En examinant la courbe de variation du nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL et le nombre d'ondes planes réellement trouvé par Root-MUSIC qu'on se rend compte de l'effet de l'écart entre ceux-ci sur l'erreur relative moyenne. En effet, les pics sur la courbe d'erreur correspondent à des positions pour lesquelles il n'y a pas égalité entre les nombres d'ondes planes issus des deux approches.

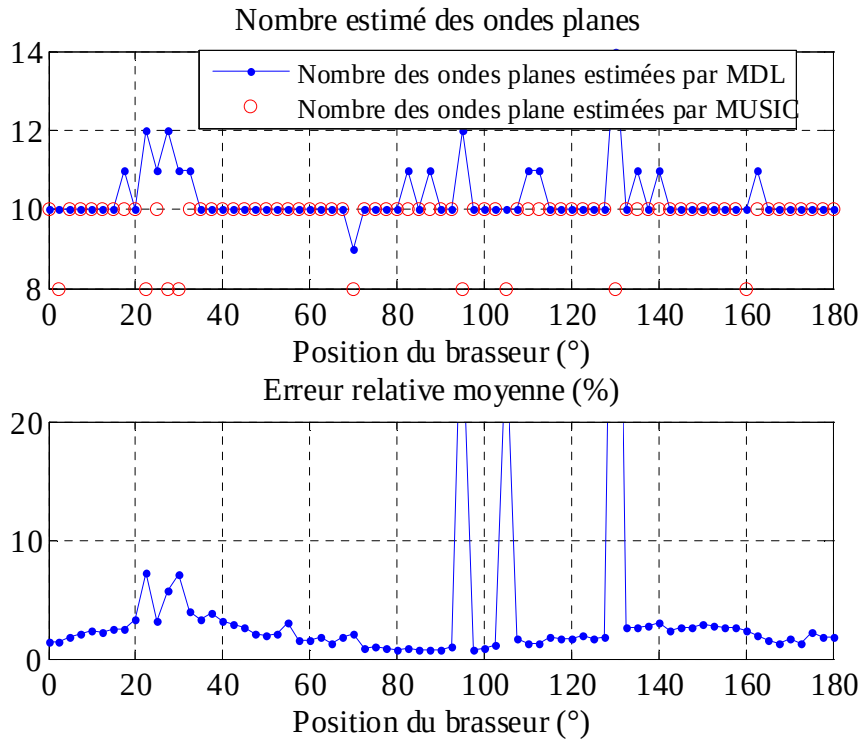


Figure IV.33 – Nombres estimés d'ondes planes et erreur relative moyenne pour les cartographies non normalisées du mode 'bas'.

On va traiter cas par cas les positions pour lesquelles l'erreur relative moyenne est importante : il s'agit des trois positions 95°, 105° et 130°.

Pour ces trois positions, la méthode adoptée est la suivante : une fois le nombre des ondes planes estimé par le critère MDL, on utilise l'algorithme Root-MUSIC pour le calcul des angles d'arrivée des ondes, en insérant dans l'algorithme le nombre d'ondes planes donné par le critère MDL. On compte le nombre d'angles réellement trouvé pour donner ce nombre comme nouveau paramètre d'entrée à Root-MUSIC. On trouve ainsi de nouveaux angles d'arrivée qui seront utilisés pour le calcul des valeurs de l'erreur relative moyenne. Sur la figure IV.34 on voit que l'erreur relative moyenne reste inférieure à 10% après cette correction des valeurs relatives aux positions 95°, 105° et 130°.

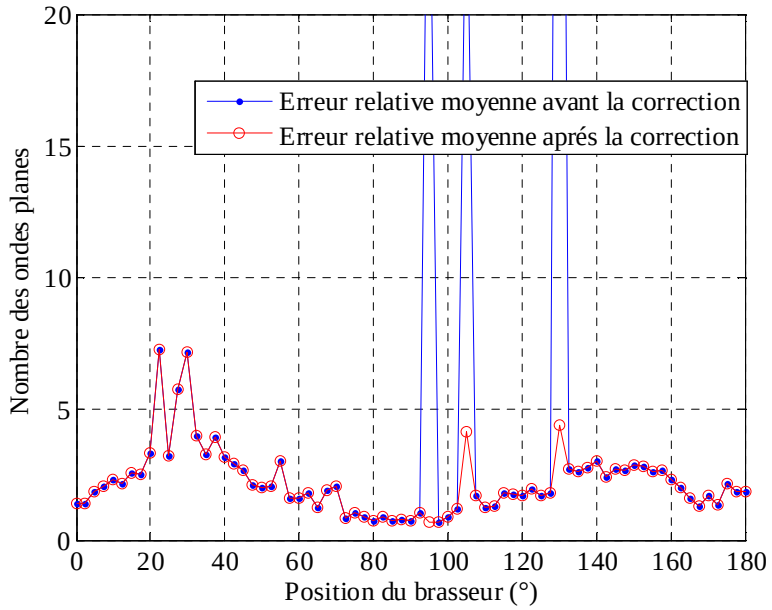


Figure IV.34 – Variation des erreurs relatives moyennes en fonction de la position du brasseur avant et après la correction.

On remarque que l'erreur relative moyenne présente des minima vers les positions où le brasseur est parallèle aux murs de la CR, et qu'elle augmente pour les autres positions pour atteindre des maxima vers les positions autour de 45° et 135°.

Le spectre des directions d'arrivée est quasi constant sur toutes les positions du brasseur : il s'agit de 20 ondes planes. On présente sur la figure IV.35 uniquement les 5 directions d'arrivée comprises entre 0° et 90°.

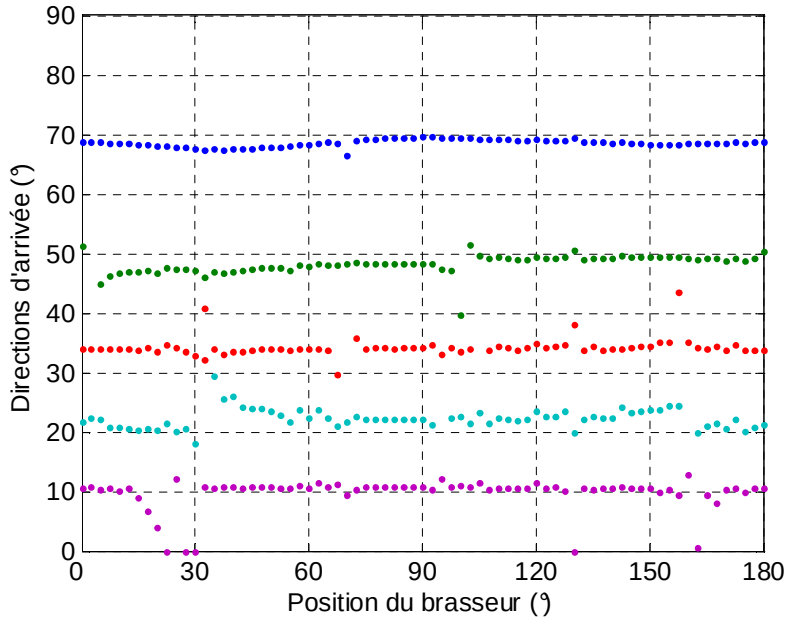


Figure IV.35 – Variation du spectre angulaire pour les différentes cartographies non normalisées du mode bas.

On récapitule dans le tableau IV.4 suivant les valeurs moyennes et l'écart type de chacune des 5 directions d'arrivée.

Tableau IV.4 : La valeur moyenne et l'écart type des 5 ondes planes comprises entre 0° et 90°

	Valeur moyenne de la direction d'arrivée (°)	Ecart type de la direction d'arrivée (°)
Onde #1	68,58	0,63
Onde #2	48,39	1,22
Onde #3	33,87	2,42
Onde #4	21,96	3,08
Onde #5	9,09	3,58

La figure IV.36 présente la variation des puissances des 5 ondes planes de directions d'arrivée comprises entre 0° et 90° et la puissance totale transportée par ces 5 ondes. Sur la figure IV.37 on a détaillé la variation de la puissance de chacune de ces 5 ondes en fonction de la position du brasseur. On a fait correspondre les couleurs des directions d'arrivée sur la figure IV.35 avec celles de leurs puissances sur les figures IV.36 et IV.37.

On rappelle que la valeur de la puissance de chaque onde est calculée comme étant le carré de l'amplitude du champ électrique. C'est en fait la définition de la densité de puissance. Etant donné que la puissance s s'obtient en intégrant la densité de puissance sur une surface donnée, on choisit cette surface de façon à ce que l'expression de la puissance soit le module au carré de l'amplitude de l'onde.

Ainsi la puissance totale est calculée par la somme des carrés des amplitudes des 5 ondes pour chaque position du brasseur.

Par examen de ces deux figures, on remarque que ces puissances subissent des variations importantes tout au long de la rotation du brasseur alors que les valeurs de la puissance totale sont moins sensibles à la position du brasseur, excepté autour de la position 130° pour laquelle le problème vient d'une surestimation du nombre des ondes planes par le critère MDL (essentiellement autour de la position 130°) (*cf.* Figure IV.33).

Pour la position du brasseur 130°, on constate que la puissance totale est faible. La chambre « répond » mal pour cette position. On retrouve sur la courbe de variation de la puissance totale en fonction du brasseur (*cf.* Figure IV.36) un trou pour cette position pour laquelle la puissance est faible.

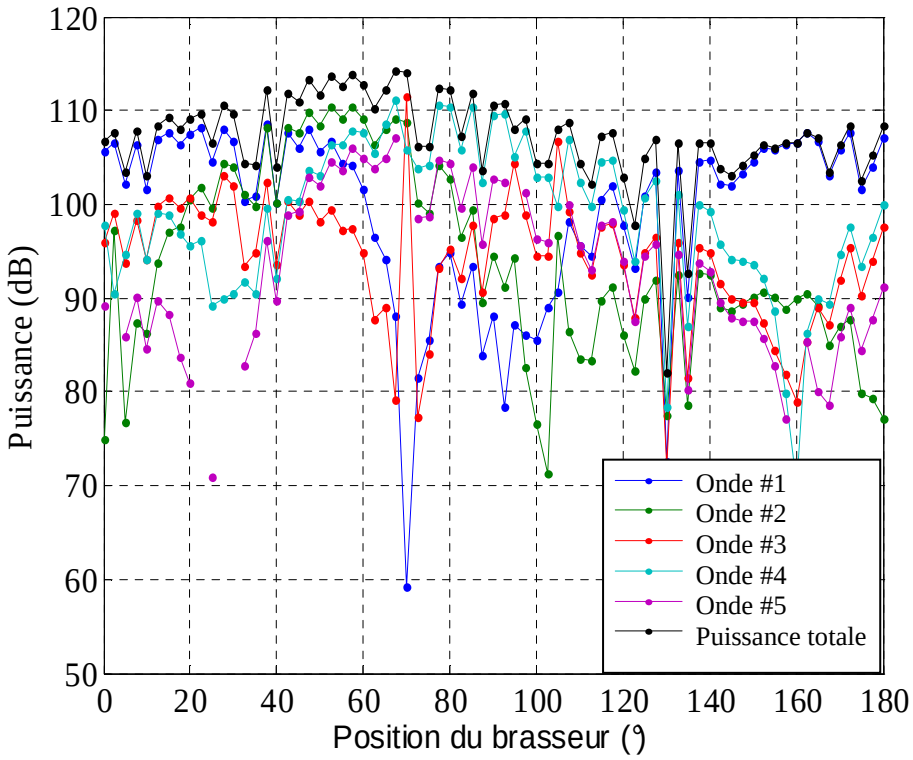


Figure IV.36 – Variation de la puissance totale et des puissances de chacune des ondes en fonction de la position du brasseur.

La rotation du brasseur a un effet important sur la variation des amplitudes des ondes planes et une légère influence sur la répartition des directions d'arrivée. Ceci est confirmé par l'analyse conjointe de la variation des directions d'arrivée des ondes planes et de leurs amplitudes respectives (en volts / m) en fonction de la rotation du brasseur (*cf.* Figure IV.38). Par le suivi de la variation de l'amplitude et de la direction d'arrivée de l'une des 5 ondes planes, on observe que la direction ne varie pas trop alors qu'il y a apparition des maxima et des minima locaux d'amplitudes lors de la rotation. Ces maxima et minima sont variables sur les différentes ondes et n'apparaissent pas toutes au même angle de rotation du brasseur.

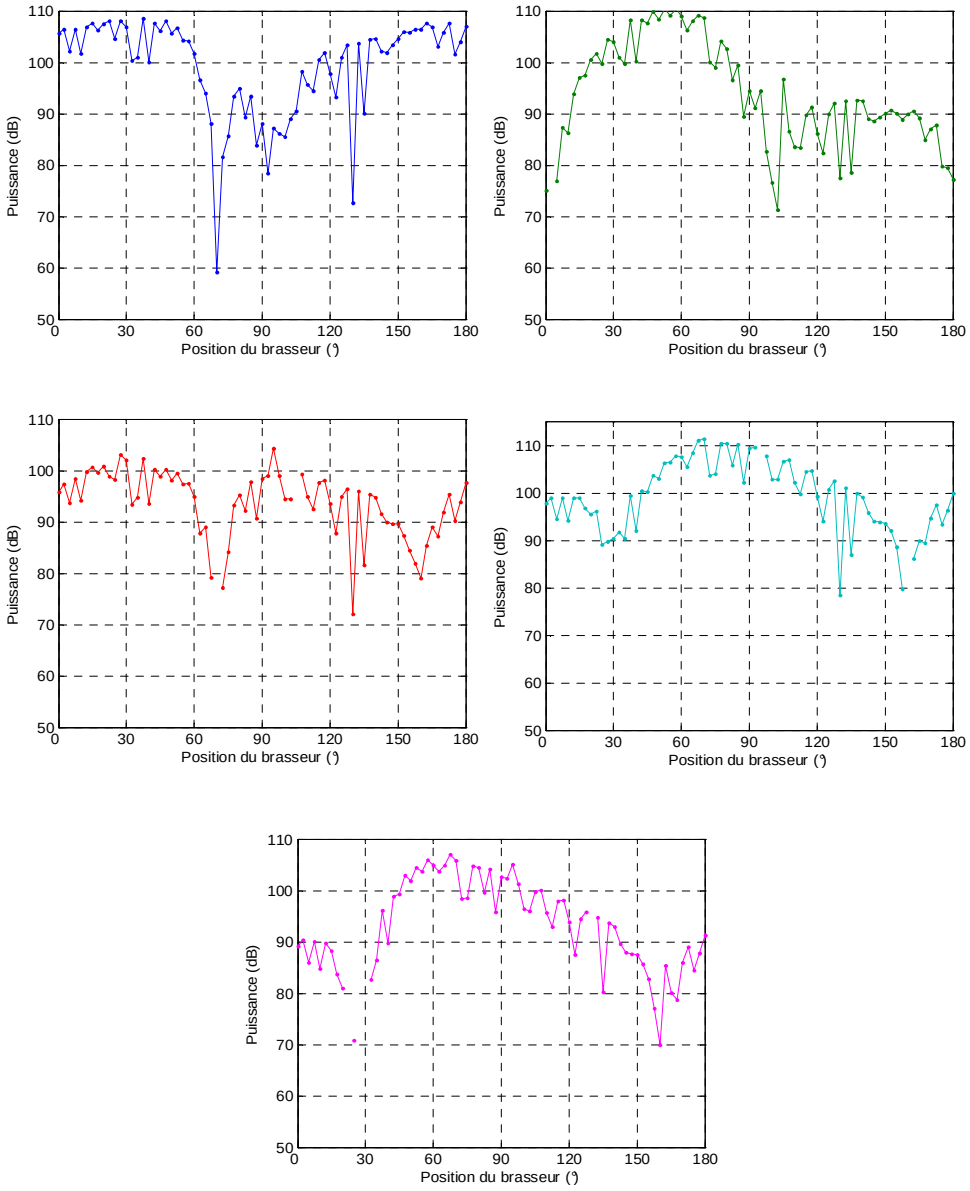


Figure IV.37 – Variations des puissances des ondes planes (dB) du mode 'bas' en fonction de la position du brasseur

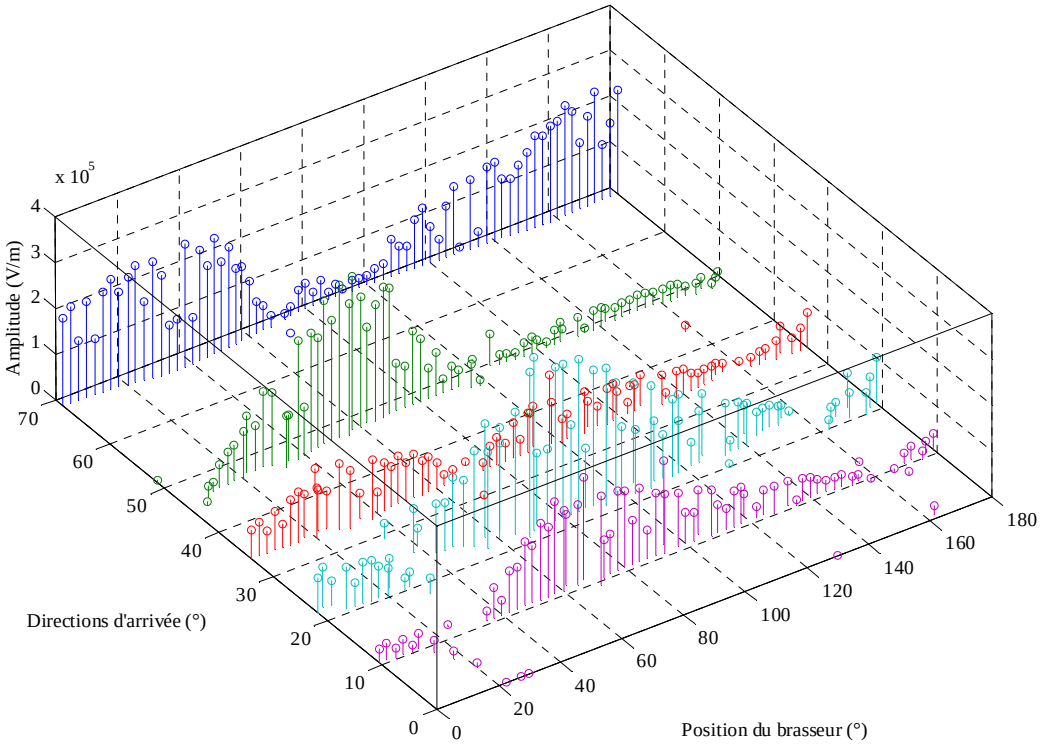


Figure IV.38 – Variation du spectre angulaire du mode 'bas' en fonction de la rotation du brasseur (amplitudes exprimées en Volts/m)

Disposant des deux paramètres caractérisant chaque onde plane qui sont la puissance et l'angle d'arrivée, on a présenté en coordonnées polaires (r, θ) les spectres angulaires pour toutes les positions du brasseur, où la puissance de l'onde et sa direction d'arrivée sont représentées respectivement par le rayon r et l'angle θ (*cf.* Figure IV.39). On remarque que les dispersions sur les valeurs des puissances sont importantes alors que celles sur les directions d'arrivée sont faibles. Le spectre des directions d'arrivée est moins affecté par la rotation du brasseur. Les directions semblent équi-réparties.

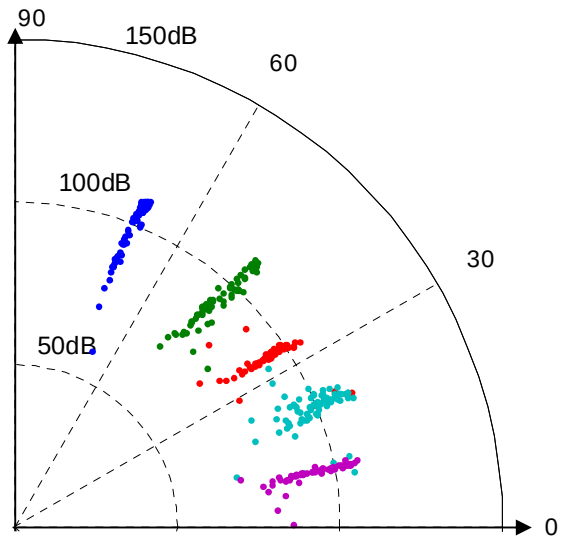


Figure IV.39 – Diagramme polaire des puissances et des directions d'arrivée de toutes les ondes planes du mode bas.

L'étude de l'histogramme des amplitudes des ondes planes pour toutes les positions du brasseur montre qu'elles possèdent une certaine densité de probabilité qui ressemble à une loi log-normale ou bien à une loi gamma (*cf.* Figure IV.40). Cette remarque est justifiée aussi par l'examen visuel de la ressemblance entre la fonction de répartition de ces deux lois et la courbe de la fonction de répartition des amplitudes (*cf.* Figure IV.41).

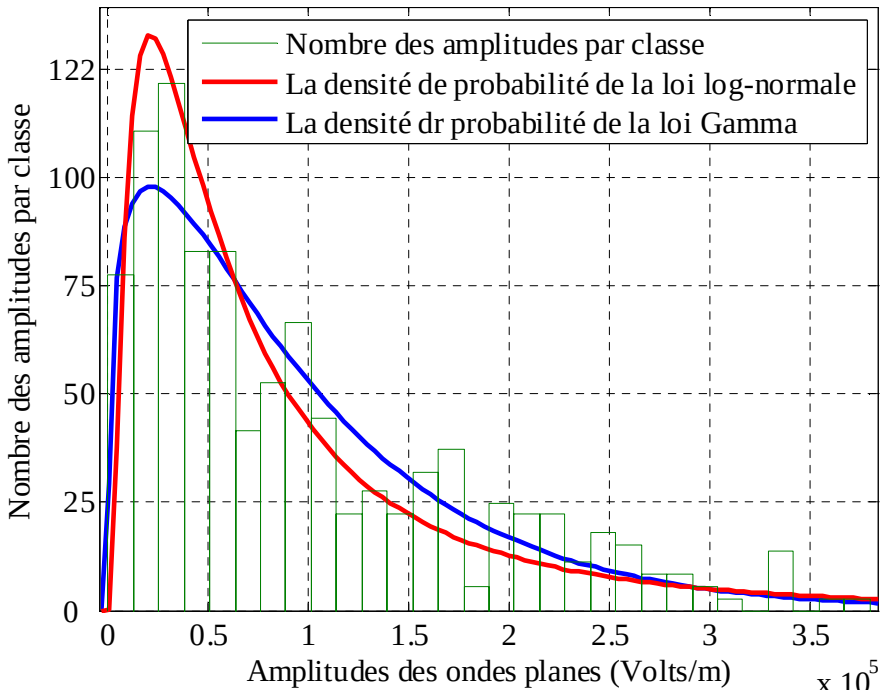


Figure IV.40 – Histogramme des amplitudes des ondes planes (en Volts/m) du mode 'bas' pour toutes les positions du brasseur et leurs densités de probabilités.

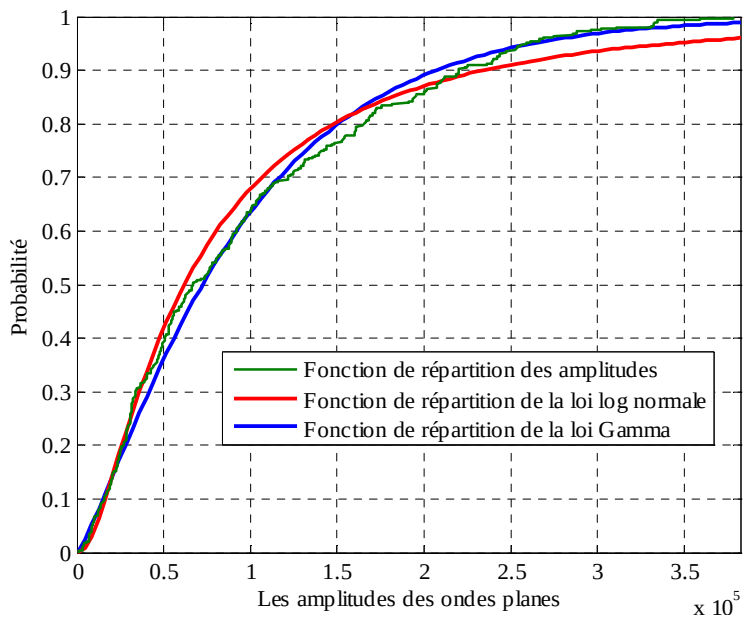


Figure IV.41 – Fonction de répartition des amplitudes des ondes planes (en volts/m) du mode 'bas' pour toutes les positions du brasseur

On a utilisé le test de Kolmogorov-Smirnov pour vérifier l'adaptation de ces deux lois à la répartition des amplitudes. C'est un test utilisé pour déterminer si des échantillons suivent bien une loi donnée connue par sa fonction de répartition. Avec un intervalle de confiance de 5%, le résultat du test était négatif. Le nombre des amplitudes obtenues pour toutes les positions du brasseur est de 1424 amplitudes. On a utilisé ce test avec d'autres intervalles de confiance allant de 5% jusqu'à 95% mais le test était toujours négatif.

La distance $D = \sup_x \left| F_n(x) - f(x) \right|$, où $F_n(x)$ est la fonction de distribution empirique des échantillons et $f(x)$ est la fonction de répartition d'une loi théorique, sert à quantifier l'écart maximal entre ces deux fonctions de répartitions. Il s'agit d'une valeur de probabilité qui se compare à l'unité, plus cette valeur est faible plus l'histogramme des amplitudes et la loi théorique proposée se ressemblent.

La distance maximale D entre la fonction de répartition des amplitudes et la fonction de répartition théorique est de 0,055 pour la loi log-normale et de 0,0583 pour la loi Gamma.

IV.4.1.2. Estimation des spectres angulaires avec des cartographies normalisées

On démontre que pour une même amplitude du champ, l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la cavité vide est la même quelque soit le mode étudié, elle est indépendante de la fréquence et de la répartition spatiale du mode considéré (*cf.* annexe IV).
Pour vérifier la validité de cette hypothèse dans le cas de la chambre munie d'un brasseur, on a utilisé la formule A4.7 pour calculer l'énergie totale stockée dans la chambre réverbérante pour chaque mode tout en remplaçant les intégrales par des sommes. D'après la figure IV.42, on remarque l'énergie totale stockée sur chaque mode varie avec la position du brasseur, on conclut qu'avec les conditions de simulations utilisées cette hypothèse n'est pas valide.

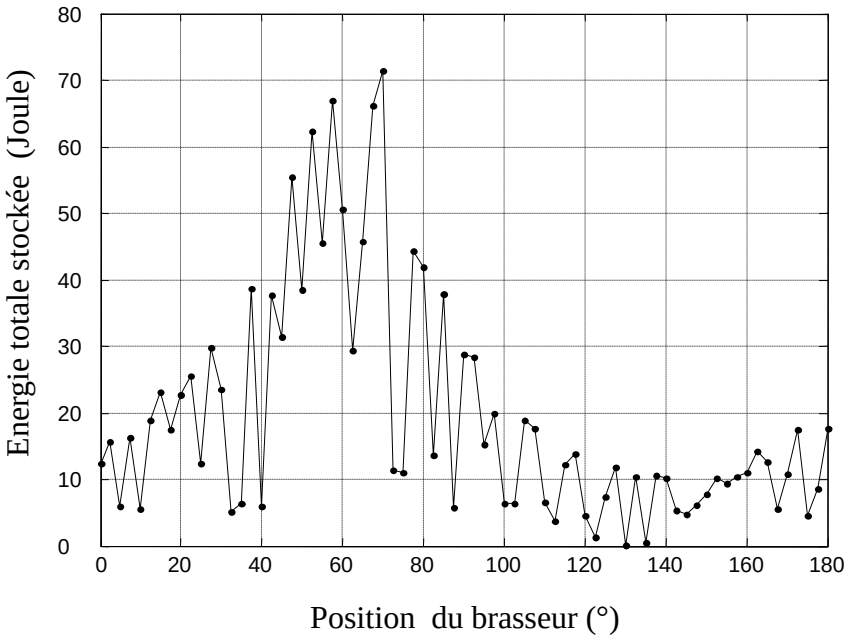


Figure IV.42 – Energie totale stockée sur chacun des modes de résonance lors de la rotation du brasseur.

En effet, cette variation de l'énergie peut être lié à la position des *10* points d'excitation par rapport aux nœuds et ventres du champ électrique, comme le mouvement du brasseur fait varier l'emplacement des nœuds et des ventres du champ à l'intérieur de la chambre, les énergies totales sur les modes de résonance relatifs aux différentes positions ne sont pas égales.

On suppose alors qu'on dispose de conditions de simulation (ou d'expérience) qui permettent d'avoir des cartographies de champ électrique pour chaque position du brasseur telles que les énergies totales stockées dans chacun de ces modes sont égales. Dans ce but, on a décidé de normaliser la cartographie de chaque mode par une constante. Cette constante est la racine carrée de l'énergie totale de ce mode calculée avant la normalisation de la cartographie.

Après avoir normalisé chacune des cartographies par la racine carrée de l'énergie emmagasinée par ce mode, on détermine le spectre d'ondes planes relatif à chaque position du brasseur.

On rappelle qu'on a utilisé l'observation sur la colonne n°400 pour estimer les angles d'arrivée et les observations sur les deux colonnes n°400 et n°405 pour estimer les amplitudes de toutes les ondes.

Une légère différence entre les spectres angulaires estimés à partir des cartographies normalisées et les cartographies sans normalisation est observée. Elle peut être due aux contraintes liées aux formats des chiffres sur la machine de calcul. Globalement, ces spectres sont les mêmes (*cf.* Figure IV.43).

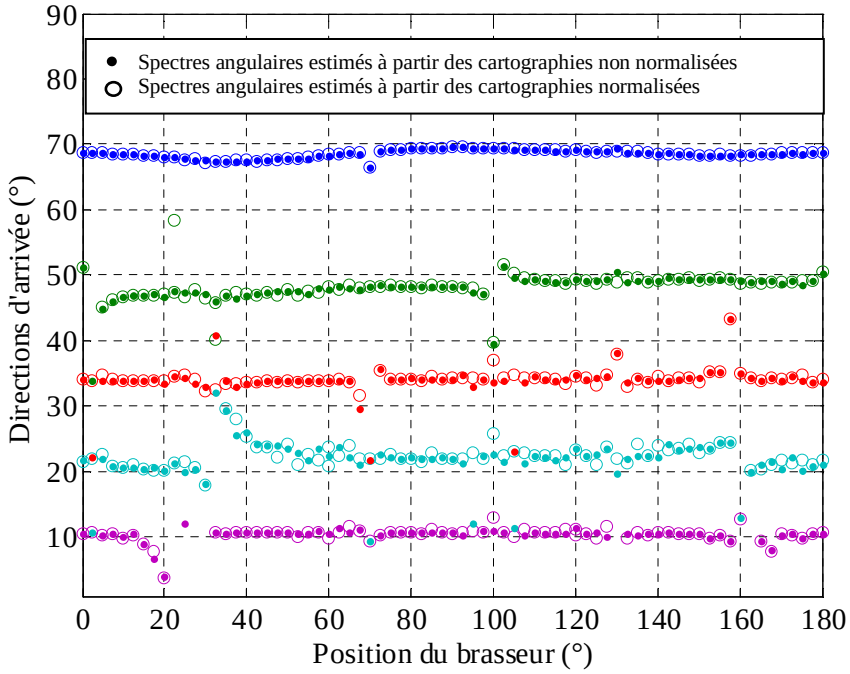


Figure IV.43 – Comparaison des spectres angulaires estimés à partir des cartographies normalisées et non normalisées du mode 'bas' en fonction des différentes positions du brasseur

On récapitule dans le tableau IV.5 Les valeurs moyennes et l'écart type des différentes directions d'arrivée estimées pour les cartographies normalisées.

Tableau IV.5 : Valeurs moyennes et écart type des angles d'arrivée compris entre 0°et 90°.

	Valeur moyenne de l'angle d'arrivée (°)	Ecart type de l'angle d'arrivée (°)
Onde #1	68,58	0,65
Onde #2	48,38	1,22
Onde #3	34,30	1,39
Onde #4	22,48	1,72
Onde #5	10,24	1,67

Par comparaison des écart-types sur les directions d'arrivée (tableau IV.4 et tableau IV.5), on remarque qu'ils deviennent plus faible après la normalisation des cartographies.

Sur la figure IV.45, on observe que l'erreur relative moyenne sur la cartographie du champ électrique sur la surface de travail reste généralement inférieure à 10% sauf dans certains cas où il y a une surestimation du nombre des ondes planes par le critère MDL : particulièrement certaines positions du brasseur voisines de 30° et 130° (*cf.* Figures IV.44).

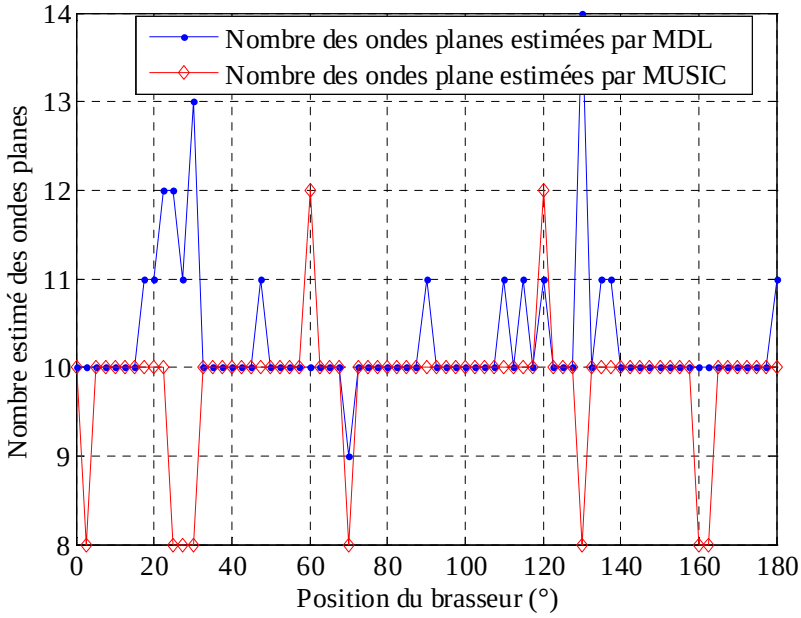


Figure IV.44 – Nombres estimés des ondes planes pour chaque cartographie normalisée du mode 'bas'

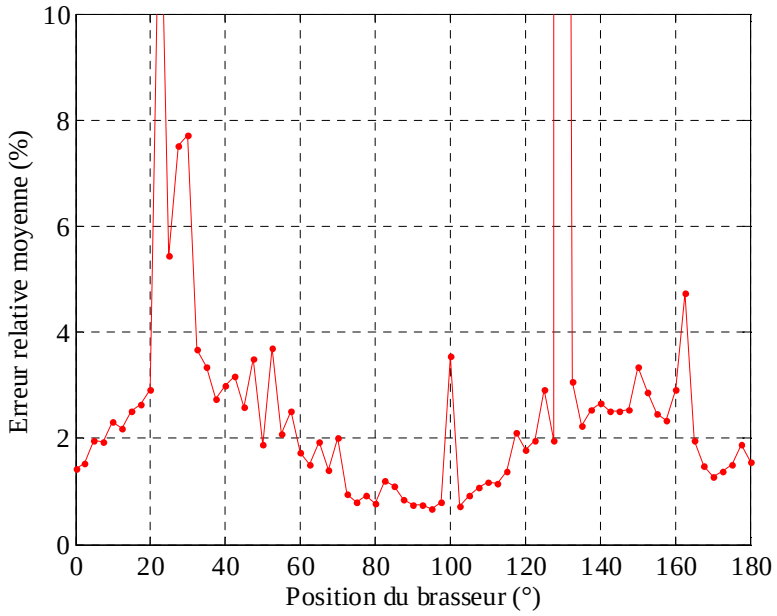


Figure IV.45 – Variation du l'erreur relative moyenne entre le champ reconstruit et le champ issue de la simulation pour les cartographies normalisées du mode 'bas'

En dehors de certains points qui échappent à l'allure de la courbe à cause du problème d'estimation du nombre des ondes planes (une surestimation ou une sous estimation), la courbe de variation de chacune des puissances est lisse et ne présente pas de discontinuités (*cf.* Figure IV.46).

Alors que les courbes des puissances de chacune des ondes planes présentent des maxima et des minima, la puissance totale est pratiquement constante (*cf.* Figure IV.47) ce qui était attendu puisque les cartographies sont normalisées.

Il y a des positions du brasseur où certaines ondes ont des puissances très faibles ; ça signifie que ces ondes disparaissent complètement du spectre angulaire pour les dites positions. Ce phénomène a des répercussions sur les résultats des estimateurs MDL et Root-MUSIC qui se trouvent dans des scénarios où les ondes planes n'existent pas ou elles sont de même niveau de puissance que le bruit, ainsi indétectables.

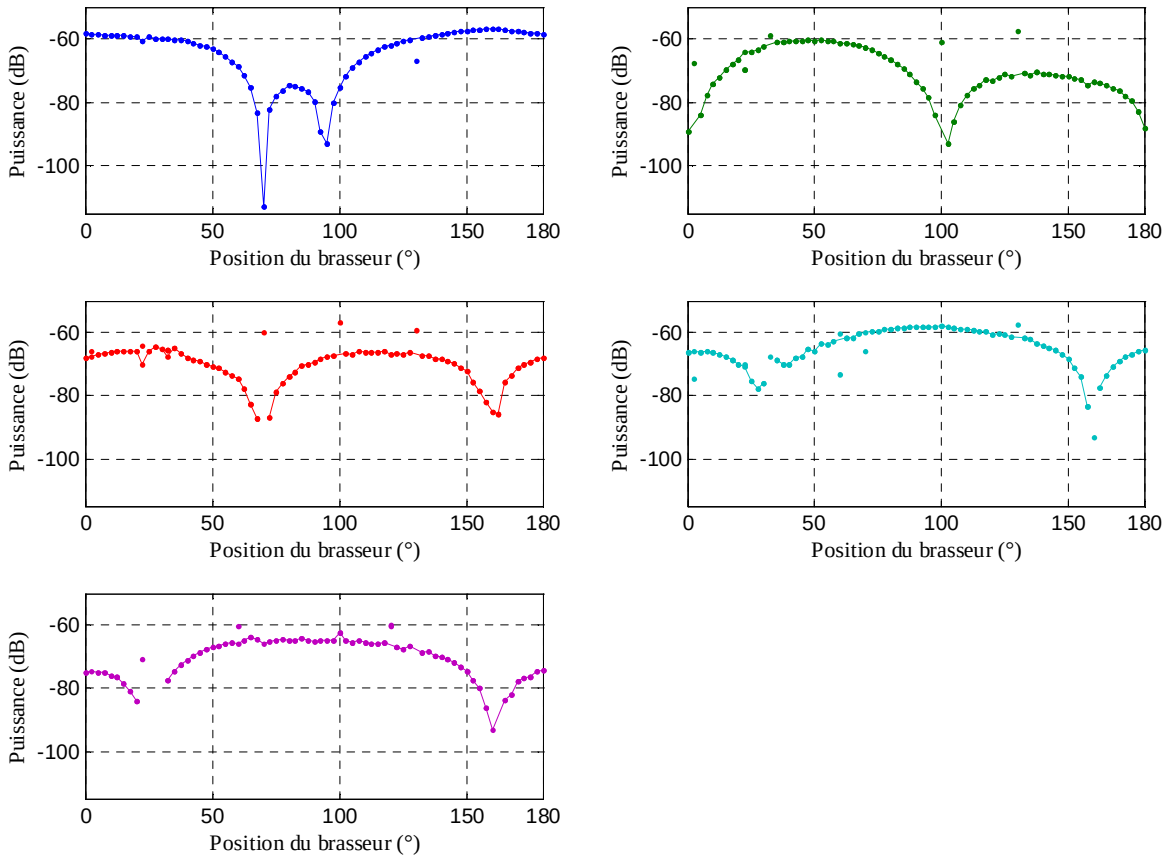


Figure IV.46 – Variation des puissances des ondes planes calculées à partir des cartographies normalisées en fonction de la rotation du brasseur.

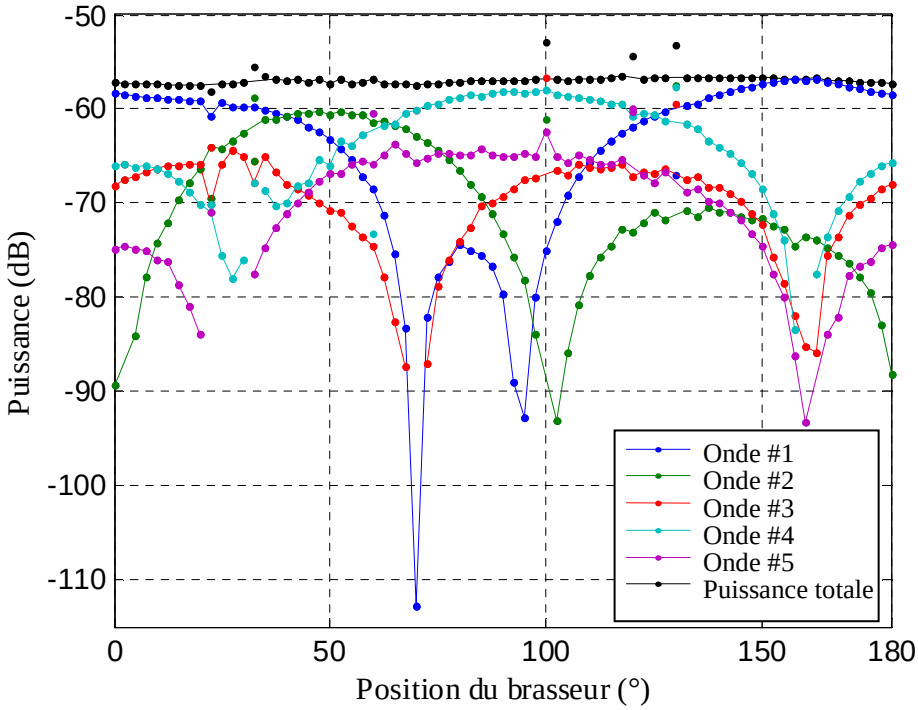


Figure IV.47 – Variation de la puissance totale et des puissances de chacune des ondes en fonction de la position du brasseur dans le cas des cartographies normalisées.

Un examen de la variation des angles d'arrivée et des puissances des ondes planes montre que par sa rotation, le brasseur assure le transfert de l'énergie entre les différentes ondes tout en gardant les mêmes directions d'arrivée (*cf.* Figure IV.48). Le diagramme polaire des puissances et des directions d'arrivée de toutes les ondes détectées pour toutes les positions du brasseur montre aussi que les dispersions au niveau des puissances sont importantes alors qu'elles sont faibles au niveau des angles (*cf.* Figure IV.49).

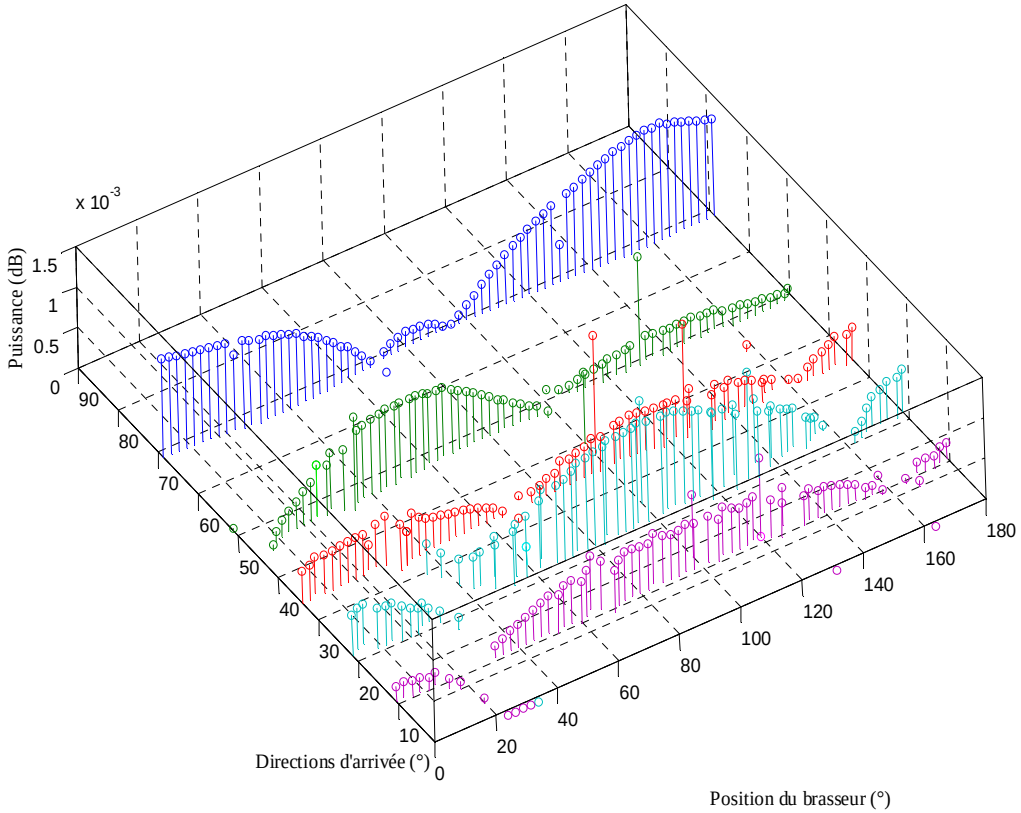


Figure IV.48 – Variation des angles d'arrivée et des amplitudes des différentes ondes planes calculées à partir des cartographies normalisées du mode bas.

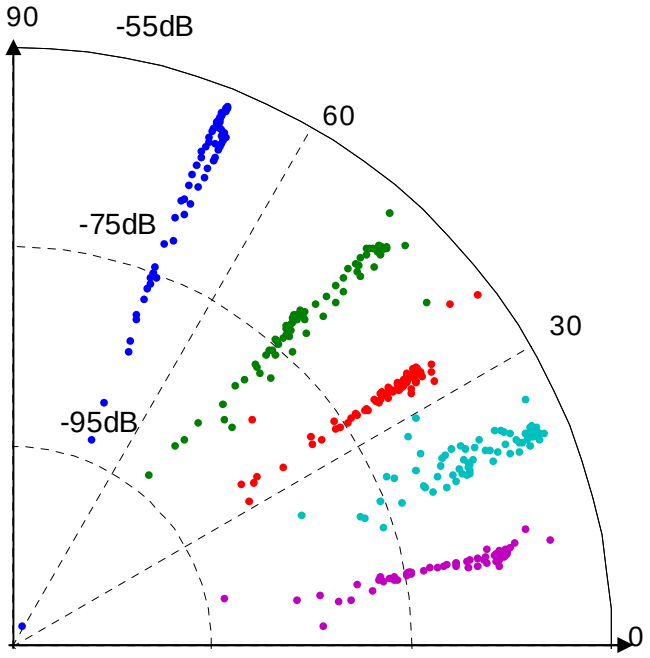


Figure IV.49 – Diagramme polaire des puissances et des directions d'arrivée de toutes les ondes planes du mode bas obtenues à partir des cartographies normalisées.

L'histogramme des amplitudes des différentes ondes planes obtenues pour toutes les positions du brasseur montre une présence importante des valeurs faibles que des valeurs élevées, mais il ne décrit pas une loi particulière connue. Pourtant on observe une similitude avec les mêmes lois que dans le cas des amplitudes des cartographies sans normalisations à savoir la loi log-normale et la loi Gamma (*cf.* Figure IV.50 et IV.51).

Le test de Kolmogorov-Smirov n'a pas confirmé ces observations même avec un intervalle de confiance de 5%. Cependant les distances maximale *D* (*cf.* §IV.4.1.1) entre les fonctions de répartition des lois théoriques et la fonction de répartition des amplitudes présentent des valeurs faibles : on trouve respectivement un écart maximal de 0,0796 avec la fonction de répartition de la loi log-normale et 0,0657 avec la fonction de répartition de la loi Gamma, ce qui confirme que les amplitudes des ondes planes sur une rotation complète du brasseur peuvent être décrites par ces lois.

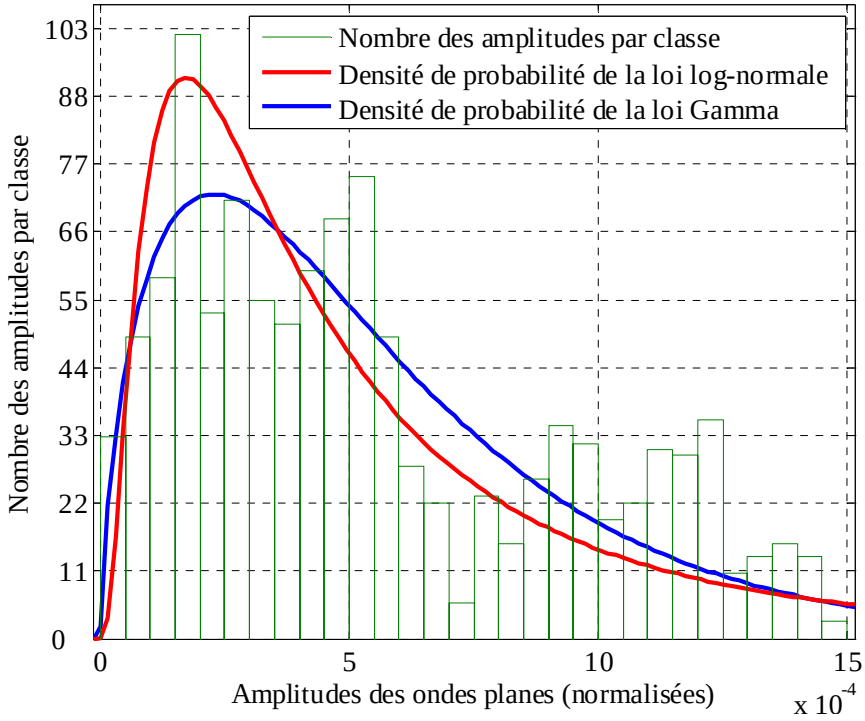


Figure IV.50 – Histogramme des amplitudes des ondes planes et densité de probabilité des lois Log-normale et Gamme dans le cas des cartographies normalisées.

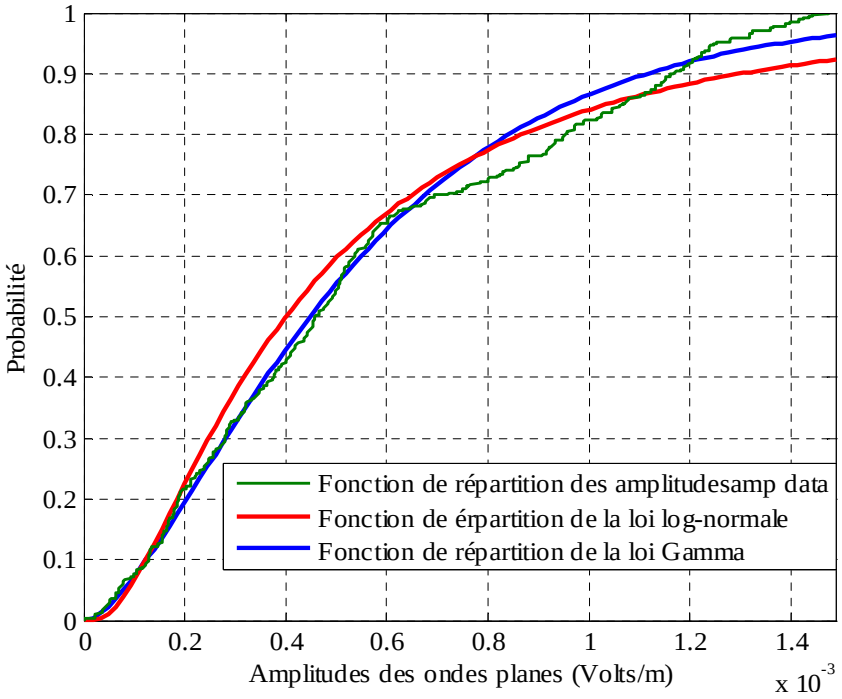
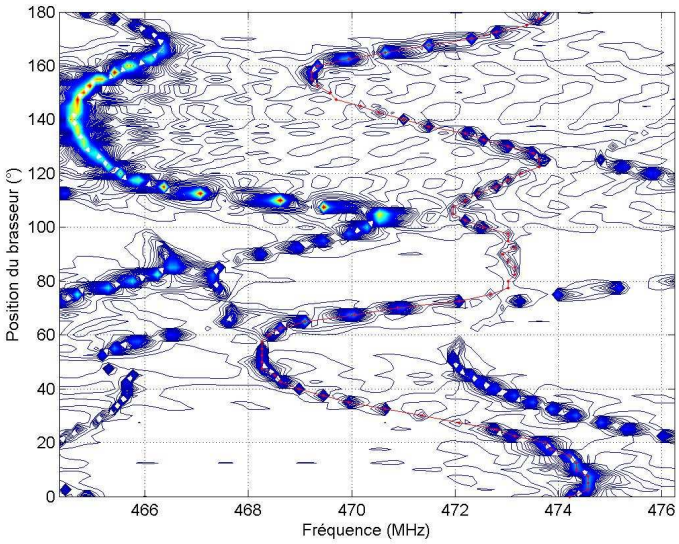


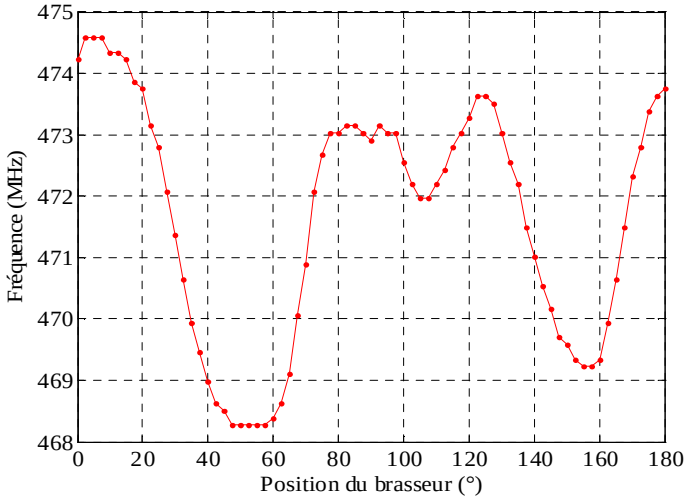
Figure IV.51 – Fonctions des répartitions des amplitudes et des lois théoriques dans le cas des cartographies normalisées.

IV.4.2. Suivi de la variation du spectre angulaire pour le mode haut

Passons maintenant à l'étude d'un autre mode dont la variation de la fréquence de résonance par rotation du brasseur reste toujours supérieure à la LUF. Ce mode, dit 'haut', a des fréquences de résonance qui varient sur la bande [468 MHz–475 MHZ]. Ce mode possède des fréquences de résonance proches de la LUF. La densité des modes étant plus élevée, le suivi d'un mode est perturbé par les croisements avec d'autres modes. Celui-ci est choisi pour éviter ce type de problème : les fréquences du mode sont désignées par des points rouges (*cf.* figure IV.52).



a)



b)

Figure IV.52 – Variation des fréquences de résonance du mode 'haut' en fonction de la position du brasseur :a) Courbes des fréquences du mode 'haut' avec des modes voisins. b) variation des fréquences du mode 'haut' seul.

Sur les figures IV.53 et IV.54 on présente les cartographies du champ électrique pour chaque position du brasseur qui tourne par pas de 2,5° de 0° à 180°.

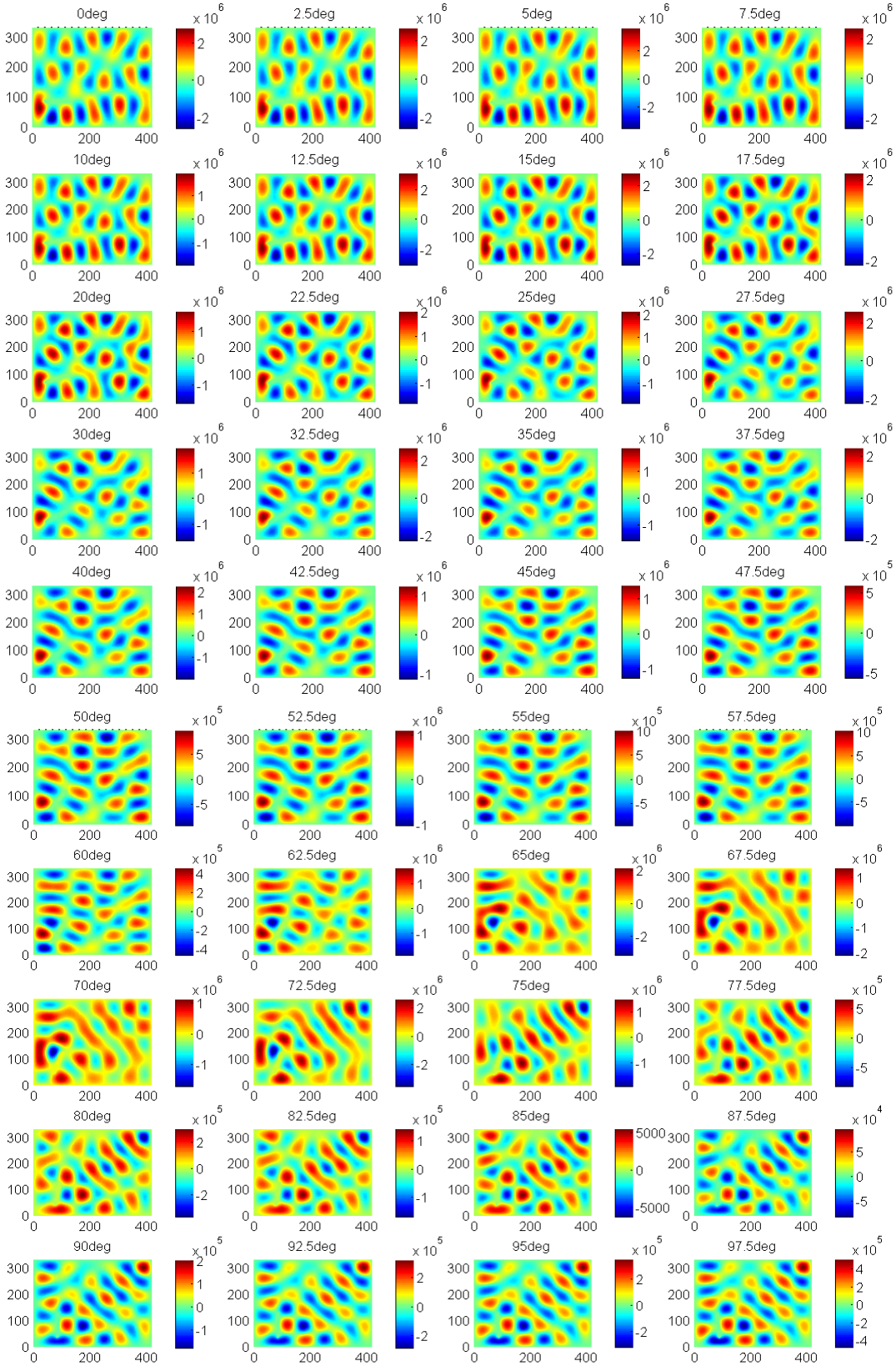


Figure IV.53 – Cartographies du champ électrique (Volts/m) du mode 'haut' en fonction des positions du brasseur de 0° à 97,5°.

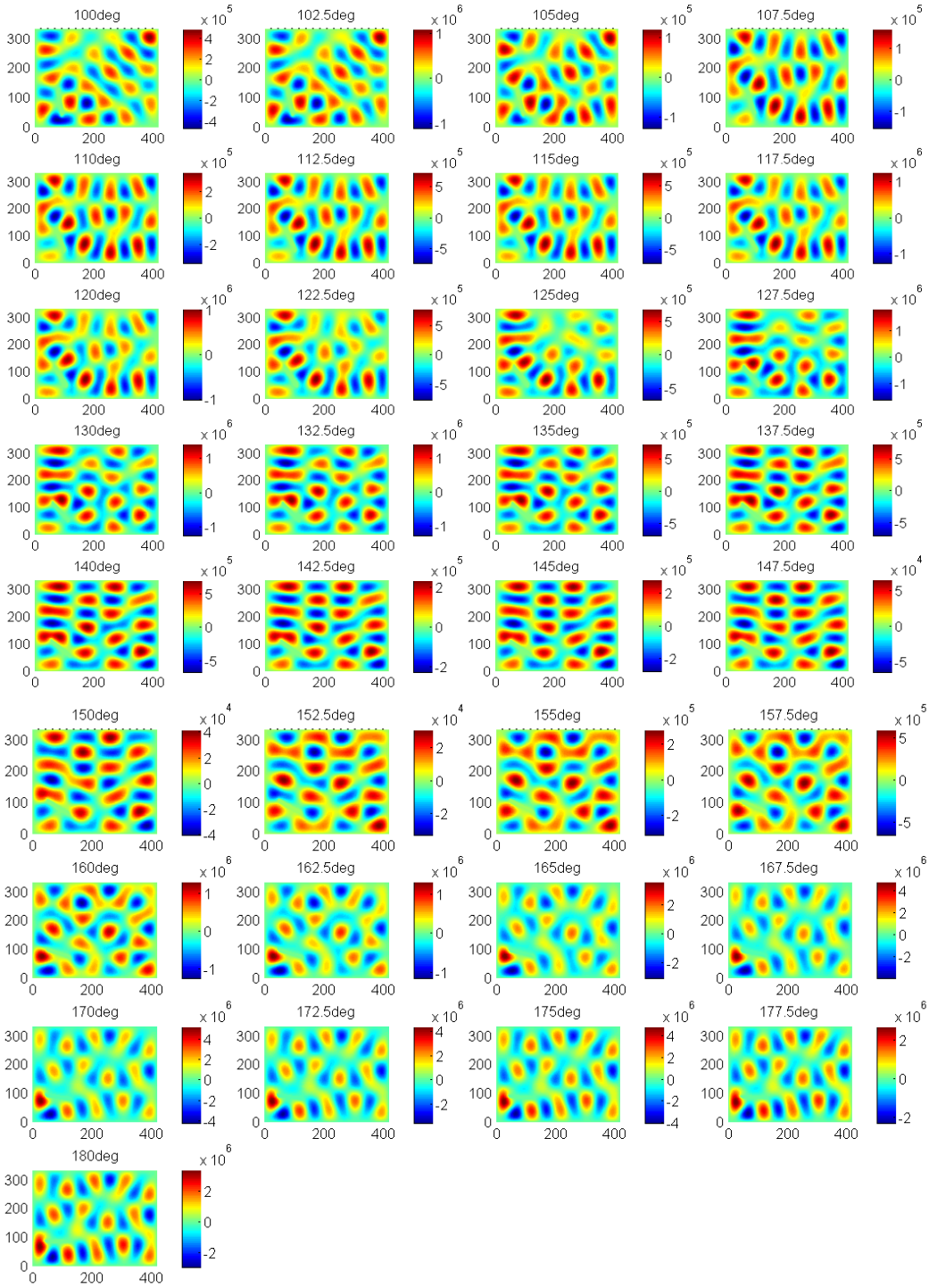


Figure IV.54 – Cartographies du champ électrique du mode 'haut' (en volts/m) en fonction des positions du brasseur de 100° à 180°.

En examinant les cartographies, on remarque un saut de phase entre les positions 150° et 152,5° du brasseur. Ce phénomène est dû à la position des points d'excitation par rapport aux noeuds et ventres du champ électrique.

On a calculé le champ moyen comme étant la cartographie moyenne sur toutes les positions du brasseur qu'on présente sa valeur absolue sur la Figure IV.55. Ce champ moyen possède une valeur maximale de $1{,}08\times10^{6}$ *V/m*.

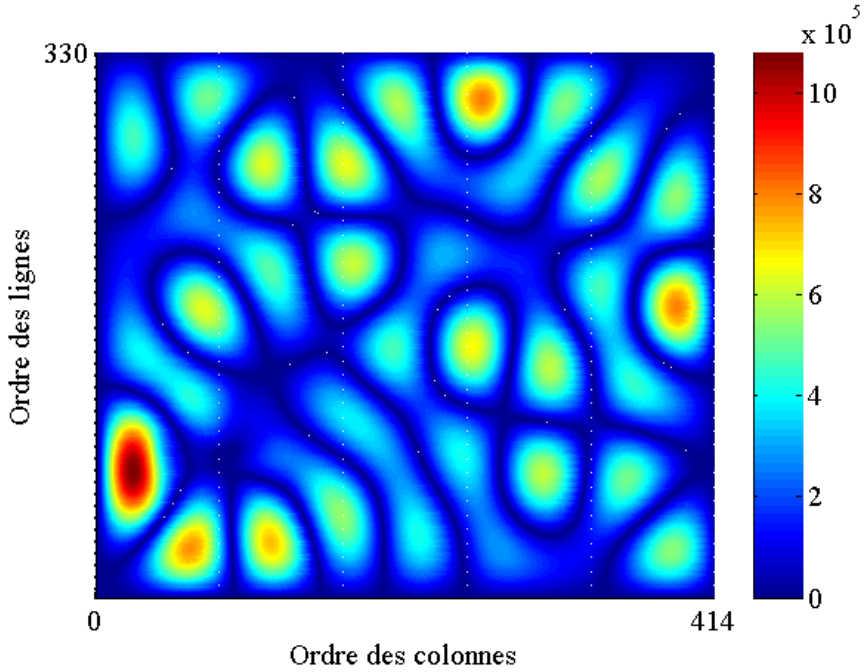


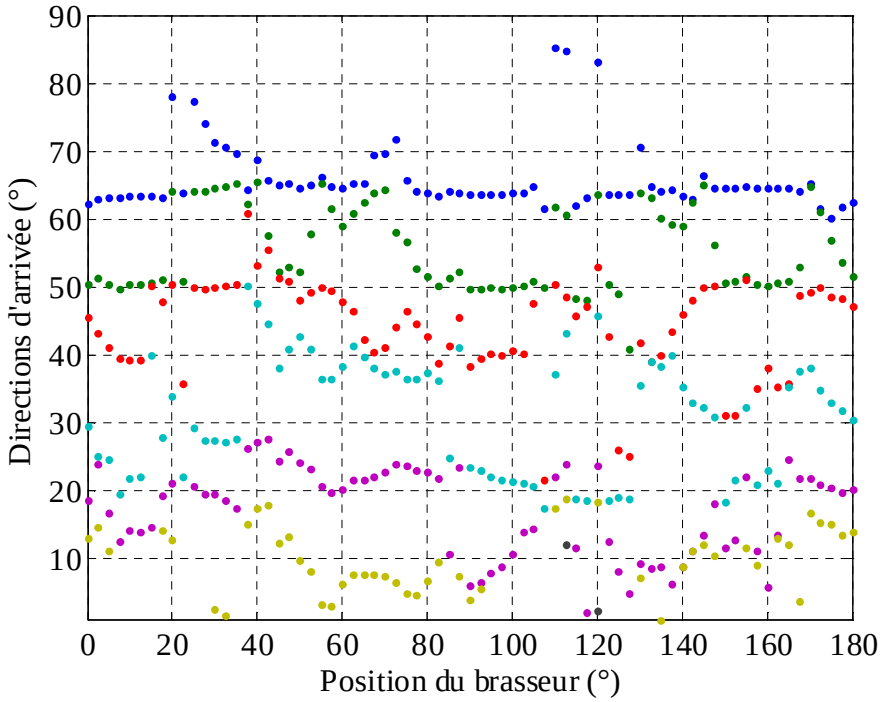
Figure IV.55 – Valeur absolue du champ moyen pour le mode haut (V/m)

Pour caractériser le spectre angulaire de chaque cartographie, on a utilisé, de la même manière que pour le mode 'bas', l'observation sur la colonne n°400 pour estimer les directions d'arrivée, puis les observations sur les colonnes n°400 et n°405 pour estimer les amplitudes des ondes planes qui composent chaque cartographie.

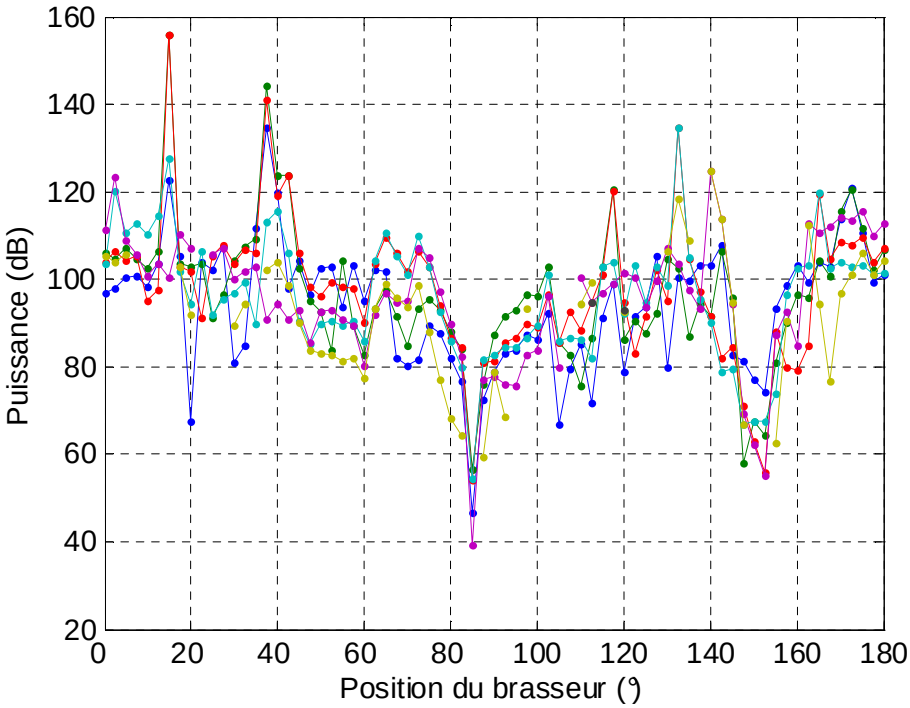
On a reconstruit avec chaque spectre angulaire ainsi estimé le champ électrique sur la surface de travail pour calculer l'erreur relative moyenne sur la surface de travail par rapport à la cartographie du champ électrique issue de la simulation.

La figure IV.56 résume les résultats en termes de directions d'arrivée et de puissances des différentes ondes planes pour chaque position du brasseur.

En examinant les courbes des directions d'arrivée trouvées, on observe, malgré la perturbation du spectre, l'existence d'un nombre fini de directions d'arrivée qui composent toutes les cartographies. On remarque que le nombre des ondes planes estimées est plus élevé que celui trouvé dans le cas du suivi du mode de fréquences de résonance inférieures à la LUF. Ce plus grand nombre rend la détermination des caractéristiques des ondes par notre méthode basée sur le critère MDL et l'algorithme Root-MUSIC moins efficace, ce qui explique la perturbation observée du spectre angulaire.



a)



b)

Figure IV.56 – Directions d'arrivée et puissances des ondes planes estimées à partir des cartographies non normalisées du mode 'haut'.

a) Directions d'arrivée des ondes. b) Puissances des ondes (dB)

Sur la courbe de variation des puissances des ondes en fonction de la position du brasseur, on trouve des valeurs très faibles pour certaines positions du brasseur essentiellement les positions 85° et 150°. C'est en examinant la courbe de variation du champ absolu moyen (*cf.* Figure IV.55) qu'on remarque qu'il présente des valeurs minimales à ces positions, les ondes planes possèdent alors certainement des amplitudes faibles par rapport à celles correspondant aux autres positions du brasseur.

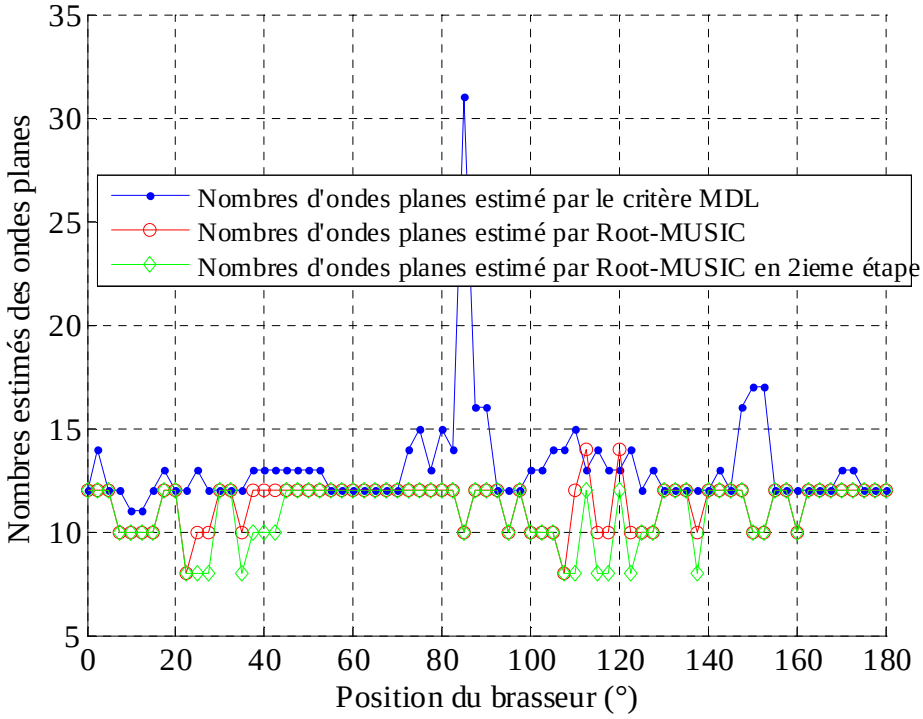
Etant donné la sensibilité des résultats de Root-MUSIC au nombre estimé d'ondes planes par le critère MDL, on a proposé d'utiliser cette technique en deux étapes : la première consiste à estimer le nombre d'onde planes par le critère MDL et appliquer ce résultat à l'algorithme Root-MUSIC pour caractériser les spectres angulaires de chaque position du brasseur, les résultats sont alors présentés sur la figure IV.56. La deuxième étape consiste à compter le nombre d'ondes planes estimées par Root-MUSIC lors de la première étape et insérer ce nombre comme nouveau paramètre d'entrée à Root-MUSIC pour caractériser une deuxième fois le spectre angulaire pour les différentes positions du brasseur. L'avantage de la dernière étape est qu'on dispose d'une connaissance plus précise du nombre d'ondes planes à caractériser.

Pour la position 85° du brasseur, à la 1^{ière} étape on trouve une erreur relative moyenne de 28% alors qu'à la deuxième étape cette erreur se réduit à moins de 5% (*cf.* Figure IV.57). La surestimation du nombre d'ondes planes par le critère MDL provoque une erreur au niveau du spectre angulaire ce qui influe sur la valeur de l'erreur relative moyenne.

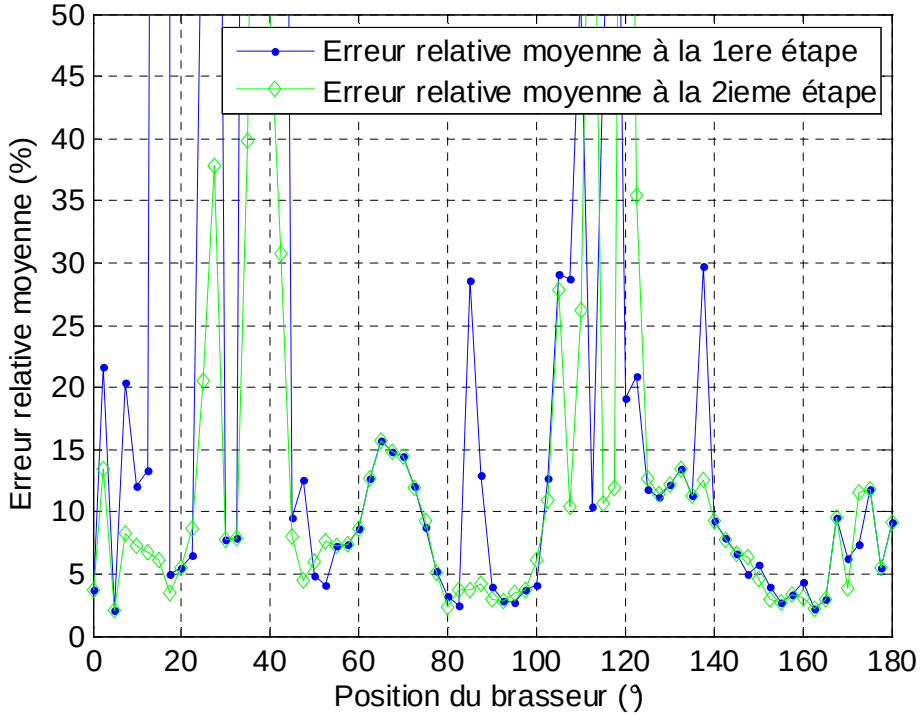
Par comparaison des directions d'arrivée estimées à la première et la deuxième étape (*cf.* Figure IV.58), on trouve que les résultats diffèrent pour quelques positions du brasseur malgré la correction du nombre d'ondes planes lors de la deuxième étape. Pour les positions où on a détecté à la 1^{ière} étape un écart entre le résultat du critère MDL et le nombre d'ondes planes estimé par Root-MUSIC, on trouve que le processus de correction des nombre d'ondes planes avec la technique des deux étapes a permis généralement de réduire l'erreur relative moyenne mais les angles d'arrivée ne coïncident pas exactement avec ceux trouvés à la première étape. Le problème de surestimation révèle tout simplement une disparition de certaines ondes planes du spectre angulaire lors de la rotation du brasseur ou plus concrètement une atténuation importante des puissances de ces ondes. Ces puissances se rapprochent du niveau de bruit ce qui perturbe le critère MDL.

Une mauvaise estimation des angles d'arrivée a certainement des conséquences directes sur l'estimation des puissances des ondes vu la chronologie des étapes dans la méthode de caractérisation du spectre angulaire (cf. §III.5). On voit sur la figure IV.59 que les puissances

des ondes estimées à la première étape et celles estimées à la deuxième étape sont pratiquement les mêmes en dehors d'une légère différence pour les positions du brasseur où on a détecté une surestimation.



a) Nombres estimés des ondes planes pour chaque position du brasseur



b) Erreur relative moyenne pour chaque position du brasseur

Figure IV.57 – Nombres d'ondes planes et erreur relative moyenne pour chaque position du brasseur du mode 'haut'.

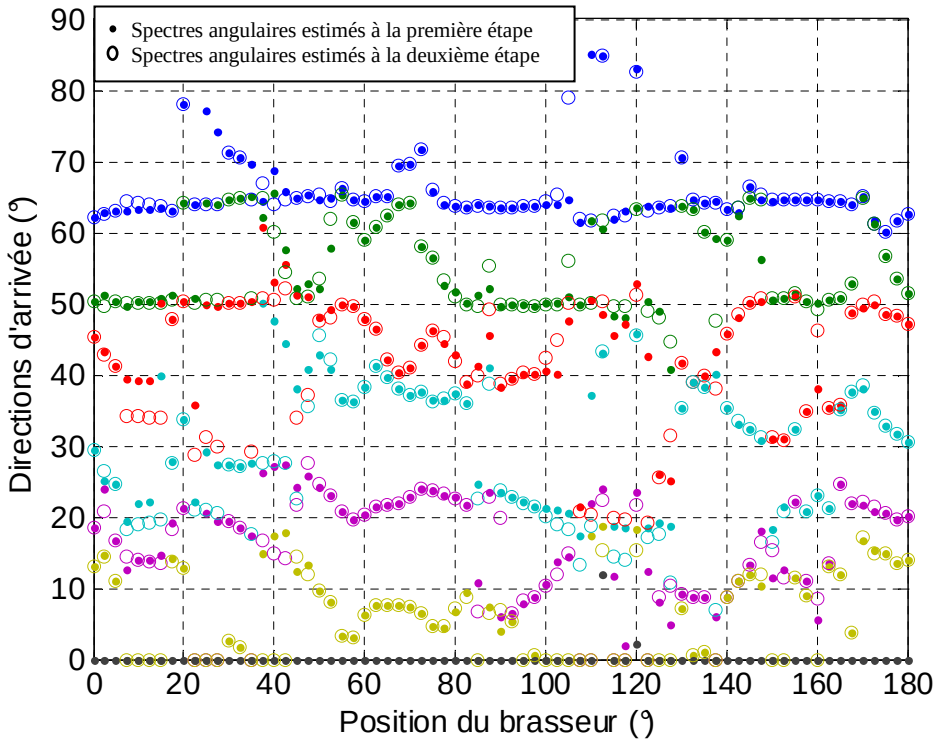


Figure IV.58 – Spectres angulaires estimés à la première et la deuxième étape pour les différentes cartographies non normalisées du mode 'haut'

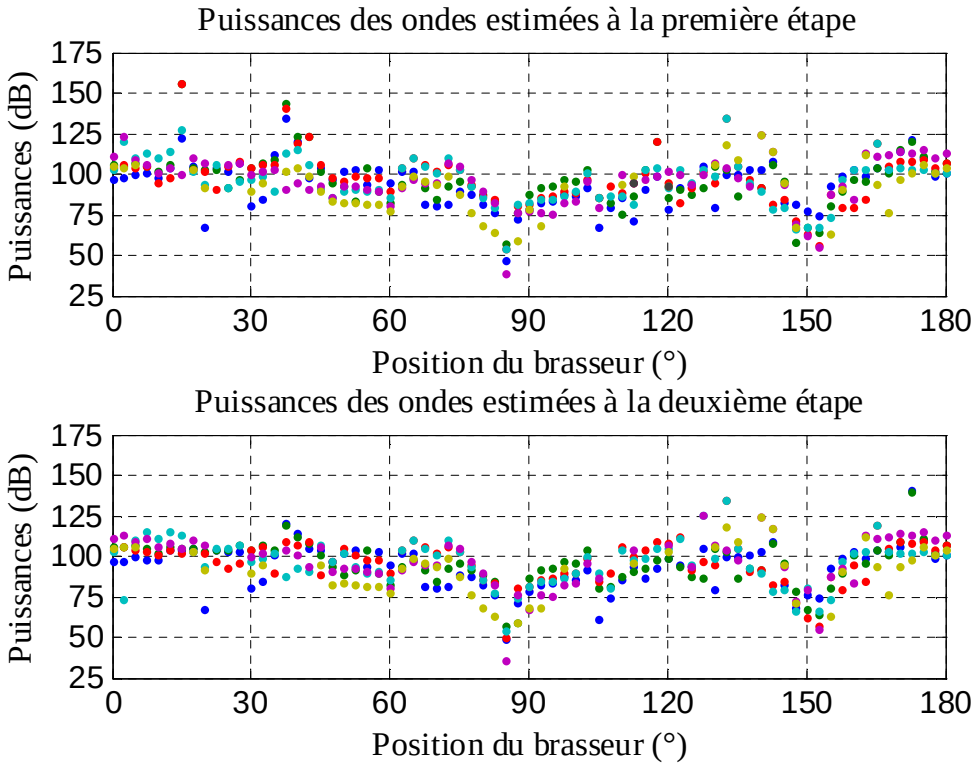


Figure IV.59 – Puissances estimées à la première et la deuxième étape pour les différentes cartographies non normalisées du mode 'haut'.

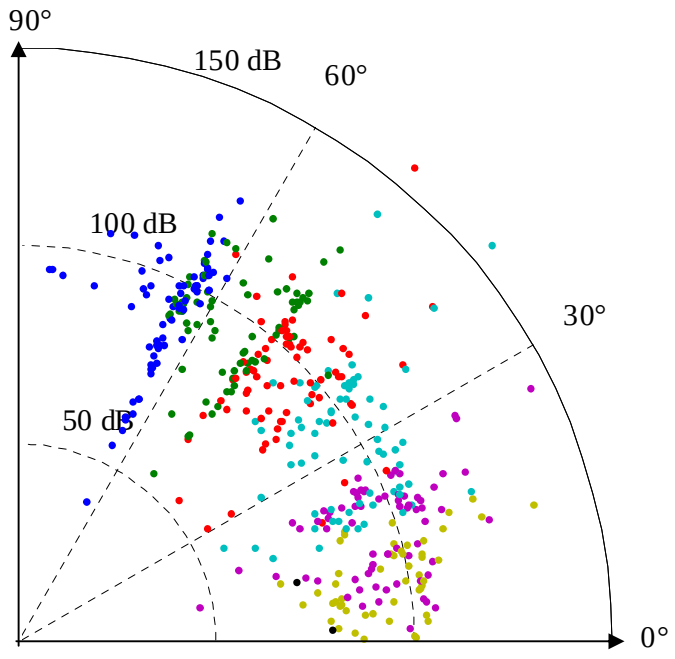


Figure IV.60 – Puissances et directions d'arrivée des ondes planes obtenues pour toutes les positions du brasseur à partir des cartographies du mode haut sans normalisation.

Etant donné la grande ressemblance entre les résultats obtenus à la 1^{ière} et la deuxième étape, on se limite dans ce qui suit à l'étude des données obtenues à la première étape seulement.

Sur le diagramme polaire de la figure IV.60, on a représenté les amplitudes et les angles d'arrivée de toutes les ondes obtenues sur une rotation complète du brasseur. On s'est limité aux ondes planes dont les directions d'arrivée sont comprises entre 0° et 90°. On remarque bien que le spectre n'est pas continu, et que certaines valeurs de directions d'arrivée se retrouvent dans toutes les positions du brasseur. On a une répartition des directions d'arrivée plus étalée que dans le cas du mode 'bas'. Il est possible qu'on ait un problème de précision avec les angles avoisinants 90°. La disparité au niveau des puissances est plus importante que celle des directions d'arrivée.

On note que l'estimation des spectres angulaires à partir des cartographies normalisées du mode haut a donné pratiquement les mêmes résultats qu'un traitement sans normalisation. On se contente alors de présenter les résultats de ce dernier traitement.

On étudie les histogrammes des amplitudes des ondes planes calculées pour toutes les positions du brasseur. Vu que la disparité des amplitudes est importante et pour avoir un histogramme avec suffisamment de classes, on s'est limité à afficher les valeurs des amplitudes allant jusqu'à $10^5 V/m$.

Pour mesurer la ressemblance entre la fonction de répartition empirique des amplitudes et les fonctions de répartition de deux lois théoriques, on a effectué le test de Kolmogorov-Smirnov qui a rejeté l'hypothèse de ressemblance avec des intervalles de confiance allant de 5% à 95% (*cf.* Figure IV.61).

La distance maximale *D* entre la fonction de répartition empirique des amplitudes et les fonctions de répartition des lois théoriques est de 0,1181 avec la loi log-normal et de 0,0738 avec la loi Gamma (*cf.* Figure IV.62).

On conclut que les lois théoriques proposées ne collent pas à l'histogramme des amplitudes.

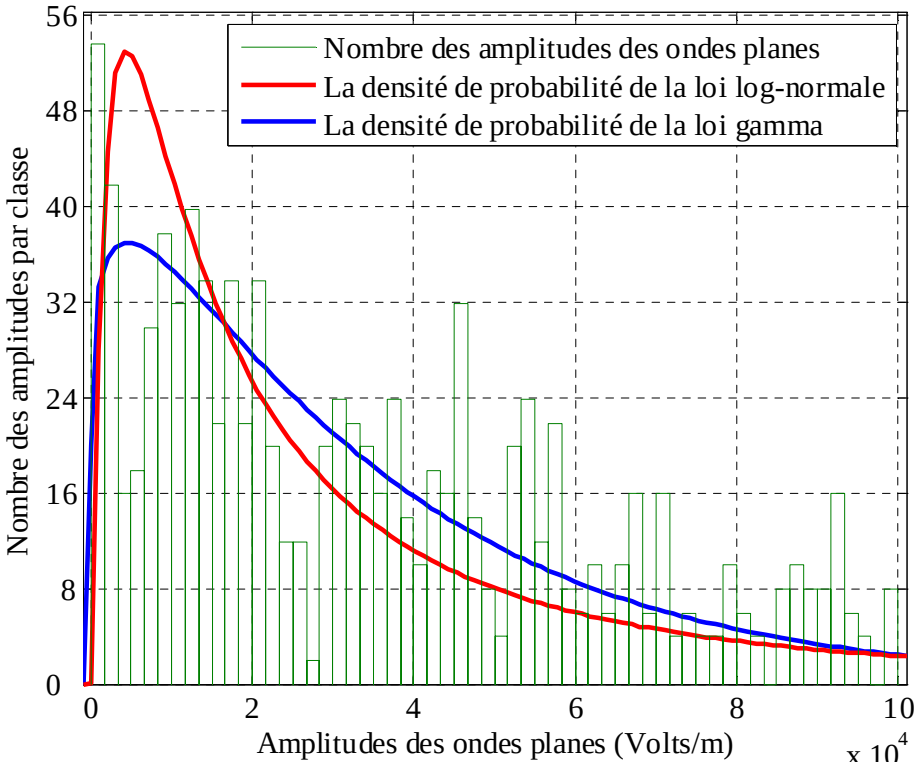


Figure IV.61 – Histogramme des amplitudes du mode haut

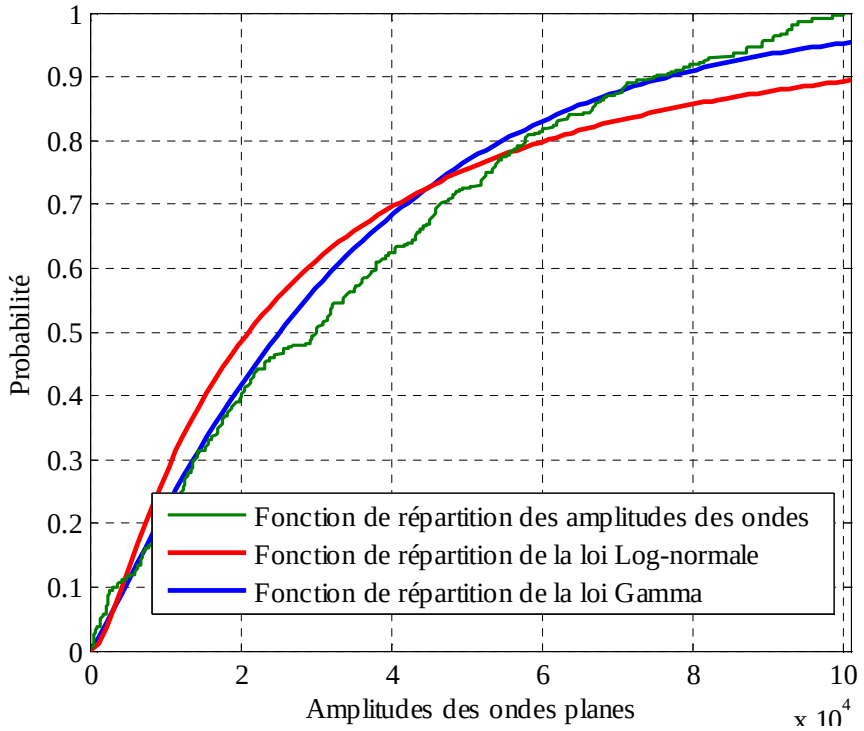


Figure IV.62 – Fonctions de répartition empirique des amplitudes des ondes

Conclusion :

La précision de notre méthode d'estimation du spectre angulaire basée sur le critère MDL pour le nombre d'ondes planes, Root-MUSIC pour l'estimation des angles d'arrivée des ondes, et l'estimation des amplitudes à l'aide des résultats de Root-MUSIC par une inversion matricielle, dépend des limites de chacune des techniques et de la validation des hypothèses nécessaires à leur utilisation. Cependant ses performances ont été prouvées dans des cas canoniques et aussi dans des contextes à forte corrélation.

L'effet d'un petit objet à l'intérieur de la chambre a été étudié, mettant en évidence le phénomène de diffraction des ondes planes sur les coins de l'objet. Ce phénomène a été observé aussi dans le cas de l'introduction d'un brasseur de dimensions plus importantes. En fonction de ces observations, une optimisation des caractéristiques du réseau de capteurs dédié à l'estimation du spectre à l'intérieur de la chambre réverbérante a été faite.

Lors de l'étude de l'effet de la rotation du brasseur sur le spectre angulaire pour des fréquences inférieures à la LUF (mode 'bas'), on a trouvé que le spectre des angles d'arrivée est plutôt discret mais faiblement affecté par la rotation du brasseur, en d'autres termes les directions d'arrivée des ondes planes sont indépendantes de la position du brasseur alors que ce sont les amplitudes qui varient.

A des fréquences plus élevées que la LUF, où la densité des modes est plus importante, le spectre des angles d'arrivée des ondes planes, semble être discret, mais il est plus dense en termes d'ondes planes. Les amplitudes subissent des variations importantes d'une position à l'autre du brasseur, d'une part à cause de l'effet du brassage sur le spectre angulaire qui a été observé pour les modes de fréquences inférieures à la LUF, et d'autre part à cause de la perturbation de notre méthode par un problème de surestimation du nombre d'ondes planes engendré par l'augmentation de la densité de ces ondes

Conclusion générale

Conclusion générale

En vu d'acquérir une meilleure maîtrise du fonctionnement des chambres réverbérantes à brassage de modes et de réaliser ainsi des tests de CEM plus précis, nous avons choisi comme outil d'analyse une décomposition du champ stationnaire à l'intérieur de la cavité en une somme d'ondes planes. Cette méthode a permis de mieux comprendre la répartition et la variation du spectre angulaire lors de la rotation du brasseur.

Le travail de cette thèse a consisté dans un premier temps à développer un logiciel de simulation du fonctionnement de la chambre réverbérante à l'aide de la méthode des différences finies puis à développer une méthode basée sur l'algorithme MUSIC pour la caractérisation et l'analyse du spectre angulaire.

La première partie de ce rapport a été consacrée à la modélisation de la chambre réverbérante en deux dimensions par la méthode FDTD pour l'obtention des cartographies du champ électrique. L'utilisation de la technique du masque de calcul a permis de générer un maillage paramétrable de la chambre prenant en compte la rotation du brasseur, et ainsi faciliter la parallélisation du code de calcul sur plusieurs machines. Une bonne précision a été obtenue avec une erreur relative moyenne entre les cartographies du champ électrique analytique et issue de la simulation inférieure à 0,1 % pour le mode TM_{680} de fréquence de résonance *f=564,88 MHz* d'une chambre réverbérante vide.

Le second chapitre présente une méthode spectrale classique basée sur la transformée de Fourier pour l'estimation du spectre angulaire. Il est facile d'estimer les spectres angulaires avec cette méthode, que ce soit sur un réseau linéaire ou un réseau planaire de capteurs. Malgré la simplicité de sa mise en code, l'inconvénient majeur de cette méthode est sa résolution spectrale réduite. Des problèmes d'ambiguïté sur le nombre d'ondes planes et les valeurs de leurs angles d'arrivée ont été rencontrés, à cause de la largeur trop importante des lobes correspondant aux différentes ondes planes sur le spectre angulaire. La finesse du maillage des cartographies du champ électrique pouvant difficilement être augmentée en raison de limitations en place mémoire, on a été amené à utiliser une méthode à haute résolution. L'algorithme MUSIC utilisé est une méthode paramétrique qui nécessite la

validation de certaines hypothèses concernant les propriétés des fronts d'onde à séparer, essentiellement leur indépendance statistique. Dans la chambre qui est un milieu très réverbérant, les fronts d'ondes planes sont fortement corrélés à cause du phénomène des réflexions multiples. Par ailleurs, la cavité étudiée résonnant à des fréquences discrètes, une analyse fréquentielle est utilisée, ce que nous prive de la multiplicité des observations temporelles. En vu d'adapter l'algorithme MUSIC à ces conditions, on a utilisé la technique de lissage spatial qui a considérablement réduit la corrélation et corrigé le problème de manque d'observations nécessaires pour le calcul de la matrice de corrélation. Cette technique a l'inconvénient de réduire le nombre de capteurs effectifs par réseau. Pour remédier à ceci, on a exploité la propriété de bidirectivité du réseau de capteurs pour augmenter virtuellement l'ouverture du réseau de capteurs. La nécessité de connaitre a priori le nombre des fronts d'ondes à séparer est résolue par l'utilisation du critère MDL. Ce critère est sensible aux puissances des ondes et au niveau du bruit ce qui génère des problèmes de sous estimation ou de surestimation. On a ainsi pu caractériser le spectre angulaire à l'aide d'au moins deux réseaux linéaires de capteurs proches. On a proposé un moyen de mesure de la précision de l'estimation qui consiste à utiliser le spectre angulaire estimé pour reconstruire le champ électrique sur la surface de travail et à le comparer au champ initial issu de la simulation en vu de déterminer l'erreur relative moyenne. L'erreur trouvée est inférieure à 10 % pour le mode de fréquence *f=327,5 MHz*. En se basant sur les valeurs de cette erreur et le nombre d'ondes planes estimé par le critère MDL on a mis en évidence la localisation des phénomènes de diffraction des ondes sur les extrémités du brasseur. A partir de cette observation, on a optimisé la position des réseaux de capteurs dédiés à la caractérisation du spectre angulaire à l'intérieur de la chambre : les positions situées loin du brasseur et près des murs sont les plus favorables et présentent un spectre moins perturbé.

En suivant la variation fréquentielle d'un mode de résonance donné en fonction de la rotation du brasseur, on a utilisé cet outil optimisé pour l'étude précise de l'effet du mouvement du brasseur sur la variation du spectre angulaire. Pour le mode dit 'bas' de fréquences de résonance inférieures à la *LUF*, on a remarqué que le spectre de directions d'arrivée est discret et presque constant en fonction de la rotation du brasseur alors que les amplitudes des ondes subissent des variations importantes. Les statistiques sur les amplitudes obtenues en fonction de la rotation du brasseur montrent qu'elles ont une densité de probabilité qui ressemble à la loi log-normale et la loi Gamma. Lors de l'étude du mode 'haut' de fréquences de résonance supérieures à la *LUF*, on a remarqué que le spectre des angles d'arrivée devient

plus dense par rapport à celui du mode ‘bas’ et que les amplitudes présentent une dispersion importante.

On remarque ainsi qu’avec une densité de modes plus élevée, on tend vers l’homogénéité statistique du spectre angulaire. Un DUT (Device Under Test) placé sur la surface de travail sera soumis à une forte densité d’incidences dont les variations de puissance sont commandées par la rotation du brasseur.

La méthode présentée dans ce travail, basée sur la FDTD pour simuler le fonctionnement de la CRBM et l’algorithme MUSIC associé au critère MDL pour étudier le spectre angulaire, a donné des résultats précis et a permis de mettre en évidence des phénomènes physiques difficilement accessibles par la mesure comme la diffraction ou la mesure des angles d’arrivée sans apporter des perturbations au fonctionnement de la CRBM par l’introduction des capteurs.

Bibliographie

Bibliographie

[1] K.S. Yee, *"Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media"*, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-14, pp.302-307, May 1966.

[2] G. H. Golub and J. M. Ortega, *"Scientific Computing and Differential Equations: An Introduction to Numerical Methods"*. Academic Press, 1992. London.

[3] A. Taflove, *"Computational Electrodynamics: the FDTD method"*. Artech House, 1995. Norwood.

[4] S. Xiao, R. Vahldiek and H. Jin, *"A Fast Two Dimensional FDTD Full-Wave Analyser with Adaptive Mesh Size"*. *Microwave Symposium Digest, 1992, IEEE MTT-S International.* Vol. 2, Issue 1-5, Jun 1992. pp 783 – 786.

[5] S. Xiao and R. Vahldiek, *"An Efficient 2-D FDTD Algorithm Using Real Variables" IEEE Microwave and Guided Wave Letters.* Vol. 3, n°5, 1993, pp. 127-129.

[6] F. Petit, *"Modélisation et simulation d'une chambre réverbérante a brassage de modes a l'aide de la méthode des différences finies dans le domaine temporel"*, Université de Marne-la-vallée, Décembre 2002. Thèse de 3ième cycle.

[7] S. Visan, *"Simulation électromagnétique 3D basée sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel, application à l'étude des structures planaires utilisées dans les circuits intégrés monolithiques microondes et millimétriques"* Thèse de 3ième cycle. Institut national polytechnique de Grenoble. 1994.

[8] S. Protat, ″*Modélisation de lignes microondes supraconductrices à haute température critique et de discontinuités associées à l'aide de la méthode des différences finies dans le domaine temporel*″
Thèse de 3ième cycle. Université de Marne-la-vallée, Juillet 1999.

[9] F.J. Harris, ″*On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*″. *Proceedings of the IEEE*.
Vol. 66, NO. 1, JAN. 1978. pp. 51-83.

[10] C. Vollaire, ″*Modélisation de phénomènes électromagnétiques hyperfréquences sur calculateurs parallèles*″
Thèse de 3ième cycle. L'école centrale de Lyon, septembre 1997.

[11] G. M. Amdahl, ″*Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large Scale Computing Capabilities*″. *AFIPS Conference Proceedings*, pp. 483-485, 1967.

[12] J. Moses, R. Illikkal, L. Zhao, S. M. and D. Newell, ″*Performance Effects of Locking and Synchronization on Future Large Scale CMP Platform*″.
9th Workshop on Computer Architecture Evaluation using Commercial Workloads (CAECW), along with HPCA-12, Austin, Texas, Feb 2006.

[13] F. Yildirim, N. S. Tezel, I. Erer and B. Yazgan, ″*A Comparison of Non -Parametric Spectral Estimators for SAR Imaging*″. *Recent Advances in Space Technologies, 2003. RAST '03. International Conference on.*
Nov. 2003, pp 369- 374.

[14] C. D. Richemond, ″*Cross Coherence And Joint PDF Of The Bartlett And Capon Power Spectral Estimates*″. *IEEE international conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2007. ICASSP 2007.*Vol. 2, pp: II 901- II904.

[15] D. Spielman, A. Paulraj and T. Kailath, ″*Performance Analysis of the MUSIC Algorithm*″. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '86.*
Vol. 11, April 1986, pp 1909- 1912.

[16] N. Laghmardi, F. Harabi and A. Gharsallah, ″*A Joint Space-Time Estimation Algorithm For Wideband Signals With High Resolution Capabilities*″. 6th international Multi-conference on Systems, Signals and devices, 2009. SSD'09. 23-26 March 2009. pp:1-9

[17] R. Roy and T. Kailath, ″*ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational*

*Invariance Techniques″. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing,*Vol. 37, Issue 7. pp 984 -995. July 1989.

[18] D. Yang, J. Shi and B. S. Liu, *″A New Near-Field Source Localization Algorithm Based on Generelized ESPRIT″. 4th IEEE conference on industrial Electronics and Applications, 2009, ICIEA 2009. 25-27 May 2009. pp: 1115-1120.*

[19] S. Marcos, *″Les méthodes à hautes résolutions, traitement d'antennes et analyse spectrale″*. Paris: HERMES, 1998.

[20] G. Bienvenu et L. Kopp, *″Méthodes haute résolution pour la localisation de sources rayonnantes″*

L'onde électrique. Vol. 64-N°4. Juillet - Août 1984.pp.28-36

[21] D. A. Hill, *″Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers″*

IEEE Trans. Electromagn. Compat.

Vol. 40, no. 3, pp. 209–217, Aug. 1998.

[22] F. Moglie and A. P. Pastore, *″FDTD analysis of plane wave superposition to simulate susceptibility tests in reverberation chambers″. Electromagnetic compatibility, IEEE transactions on.*

Vol. 48, NO.1, pp.195-202. February 2006.

[23] Compatibilité électromagnétique. Partie 4-21. Méthodes d'essai en chambre réverbérante, Standard CEI 61000-4-21, CEI 2003, Genève.

[24] F. HOËPPE, *″Analyse du comportement électromagnétique des chambres réverbérantes à brassage de modes par l'utilisation de simulations numériques″*.

Thèse de doctorat el électronique, Université de Lille, décembre 2001.

[25] International Electrotechnical Commission: Electromagnetic Compatibility (EMC) - Part 4: Testing and Measurement Techniques - Section 21: Reverberation Chamber Test Methods, 2001.

[26] A. K. Mitra and Thomas F. Trost, *″Statistical Simulations and Measurements Inside a Microwave Reverberation Chamber″. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility,*

Austin, Texas, USA, août 1997.

[27] M. Nii and T. Iwata, *"Consecutive application of the MUSIC and the DCMP Method for data obtained from Arrayed sonar receivers for optimizing the DOA pattern"*. *OCEANS '04, MTTS/IEEE TECHNO-OCEAN '04*. NOV. 2004. Vol. 3. PP: 1175-1180.

[28] D. Grenier, G. Y. Delisle et B. PHILIBERT, *"Identification superrésolutive de sources corrélées par décomposition de la base du sous-espace source estimé"*.

Traitement du signal.
Vol. 10, n°1, 1993, pp. 3-13.

[29] S. Marcos et J. Sanchez Araujo. *"Méthodes linéaires haute résolution pour l'estimation de directions d'arrivée de sources. Performances asymptotiques et complexité"* . *Traitement du signal*.
Vol. 14, n°2, 1997, pp. 99-116.

[30] R. O. Schmidt, *"A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation"* . Ph.D dissertation, Stanford University, 1981.

[31] G. BIENVENU and L. KOPP. *"Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach"*. *IEEE Trans, on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Vol. ASSP-31, no. 10, October 1983, pp. 1235-1247.

[32] B. D.Rao and K.V.S. Hari, *"Performance analysis of subspace based methods "* *Spectrum Estimation and Modeling, 1988, Fourth Annual ASSP Workshop on* 3-5 Aug. 1988. pp :92 – 97.

[33] P. Lascaux and R. Théodor. *"Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur"* . Paris : DUNOD, 2000.

[34] A.J. Barabell, *"Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms"*. *IEEE International Conference on ICASSP '83*.
Apr 1983, Vol.8, pp.336- 339.

[35] R. Foka, C.Le Chaffotec et J.L. Nicolas, *"Une nouvelle approche de la goniométrie en présence de trajets multiple"*. *Onzième Colloque GRETSI-Nice.* 1 au 5 juin 1987. pp. 415-418.

[36] W. D. White, *"Angular spectra in radar applications"*. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*.
VOL. AES-15, NO.6 November 1979.

[37] M. Pesavento, A. B. Gershman and M. Haardt, *"Unitary Root-MUSIC with a Real-Valued Eigendecomposition: A Theoretical and Experimental Performance Study"*

IEEE transactions on signal processing. Vol. 48, no. 5, may 2000. pp. 1306-1314.

[38] D. Grenier, *"Effective correlation factor after translational & rotational invariances processing: spatial smoothing & DEESE methods"*. *IEEE Seventh SP Workshop on Statistical Signal and Array Processing, 1994.*
Volume, Issue, 26-29 Jun 1994 Page(s):117 – 120.

[39] J. E. Evans, J. R. Johnson, and D. F. Sun, *"High resolution angular spectrum estimation techniques for terrain scattering analysis and angle of arrival estimation"* *Proc. 1st ASSP Workshop Spectral Estimation*, Hamilton, Ont., Canada, 1981, pp. 134-139

[40] T. J. Shan, M. Wax and T. Kailath, *"On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals"*. *IEEE transactions on ASSP*,
VOL. ASSP-3, NO.4, August 1985. pp. 806-811.

[41] C. Lagarde, *"Algorithmes rapides pour l'estimation angulaire de sources corrélées en mouvement par MUSIC avec diversité d'espace"*
Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures de l'université de Laval pour l'obtention du grade de maître ès sciences, décembre 1997.

[42] S.U. Pillai and B. H. Kwon, *"Forward/Backward Spatial Smoothing Techniques for Coherent Signal Identification"*. *IEEE transactions on ASSP*.
VOL. 37, NO.1, January 1989. pp. 8-15.

[43] M. Jansson and P. Stoica, *"Analysis of forward-only and forward-backward sample covariances"*. *Signal processing.*
1999, vol. 77, n°3, pp. 235-245.

[44] N. Phaisal-atsawasenee and R. Suleesathira, *"Improved angular resolution of beampsace MUSIC for finding directions of coherent sources"*. *Systems and control in Aerospace and astronautics, 2006. ISSCAA 2006. 1st international symposium on*. Jan 2006. pp: 51-56.

[45] M. Haardt and J. A. Nossek, *"Unitary ESPRIT: How to obtain increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden"*. *IEEE transactions on signal processing*. Vol. 43, no. *5, may* 1995. pp. 1232-1242.

[46] F. Castanié, *"Spectral Analysis Parametric and Non-Parametric Digital Methods"* *ISTE*, 2006.

[47] K. KONSTANTINIDES K. and K. YAO, *"Statistical analysis of effective singular values in matrix rank determination"*. *IEEE Trans. On ASSP*. Vol. 36, no. 5, p. 757-763, May 1988.

[48] M. Wax and T. Kailath, *"Detection of Signals by Information Theoretic Criteria"* *IEEE transactions on ASSP*. Vol. assp-33, no. 2, april 1985

[49] J. Rissanen, *"Modeling by shortest data description length"*. *Automatica* VOL.14, 1978, 465-471.

[50] G. Schwartz, *"Estimating the dimension of a model"*. *Annals of statistics no.6*, 1978, pp. 461-464.

[51] I. Tas and C. Latombe, *"Détection multiple par les valeurs propres de la matrice spectrale"*. *Traitement de signal.* VOL. 3, NO.2, 1986. pp. 79-90

[52] G. Bienvenu and L. Kopp, *"Source power estimation method associated with high resolution bearing estimator"*. *ASSP, IEEE International Conference on ICASSP'81*. Apr 1981, VOL.6, pp. 153- 156

[53] Y. Li , J. Fhzavilar and K. J. R. Liu, *"DMUSIC algorithm for 2D NMR signals"* *Engineering in Medicine and Biology Society, 1995, IEEE 17th Annual Conference***.** 20-25 Sep 1995, VOL.1, pp 477-478.

[54] T. J. SHAN and T. KAILATH, *"Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference"*. *IEEE Transactions On Acoustics, Speech, And Signal Processing.* VOL. 33, NO. 3, JUNE 1985. pp. 527-536.

[55] R . T. WILLIAMS, S . PRASAD, A. K. MAHALANABIS and L . H . SIBUL, *"An Improved Spatial Smoothing Technique for Bearing Estimation"***.** *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal proc.* VOL . ASSP-36, avril 1988, pp . 425-432

[56] G. De la Roche, *"Estimation bande étroite des angles d'arrivée d'un signal radio-mobile en environnement Indoor"* **.** Projet de fin d'études. Ecole Supérieure de chimie physique électronique de lyon. Lyon : Août 2003.

[57] M. Kaveh and A. Barabell, *"The statistical performance of the MUSIC and the Minimum-Norm algorithms in resolving plane waves in noise"*. *IEEE trans. Acousl.,Speech, Signal Processing*, VOL. 34, pp. 331-341, April 1986.

[58] D. Pielman, A. Paulraj and T. Kailath, *"Performance Analysis of the MUSIC Algorithm"***.** *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '86.*

VOL. 11, April 1986, pp.: 1909-1912.

[59] L. C. Godara, ″*Limitations and Capabilities of Directions-of-Arrival Estimation Techniques using an Array of Antennas: A Mobile Communications Perspective*″ **.** *Phased Array Systems and Technology, 1996. IEEE International Symposium on.* 15-18 Oct. 1996 pp.:327 - 333

[60] Q. T. Zhang , ″*Probability of resolution of MUSIC algorithm*″. *IEEE Trans. Signal Processing.* VOL. SP-43, pp. 978-987, 1995

Publications personnelles

Revues internationales

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Adaptation of the Root-MUSIC algorithm to the study of the angular plane wave spectrum in a 2D reverberation chamber at low frequencies’’, *Microwave and optical technology letters* (MOTL), submitted.

Congrès internationaux

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Angular plane wave spectrum analysis of TM modes in a 2d reverberation Chamber using a root-music based method’’. *European Conference on Antennas and Propagation* (Eucap), accepted, Barcelona, April 2010.

Congrès nationaux

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Etude des directions d’arrivée des champs dans une cavité bidimensionnelle par la méthode FDTD’’. *Association pour le Réseau Microondes de l’Île de France* (AREMIF), Paris, Mars 2007.

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Simulation des directions d’arrivée du rayonnement dans une chambre réverbérante bidimensionnelle par la méthode FDTD’’. *Journées Nationale des Microondes* (JNM), Toulouse, Mai 2007.

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Détermination du spectre d’ondes planes dans une chambre réverbérante bidimensionnelle à l’aide de l’algorithme MUSIC et du prétraitement adéquat’’. *Compatibilité Electromagnétique* (CEM), Paris, Mai, 2008.

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Etude du spectre d’ondes planes dans une chambre réverbérante à l’aide de l’algorithme MUSIC’’. *Journée thématique GDR ondes GT6 « Chambres réverbérantes : théories et applications »*, Paris, Septembre 2009.

- K. Nafkha, E. Richalot, S. Mengué, O. Picon, ‘‘Etude du spectre d’ondes planes à l’intérieur d’une chambre réverbérante’’. *Compatibilité Electromagnétique* (CEM), accepté, Limoges, Avril 2010.

Annexes

Annexe 1

Champ électromagnétique stationnaire dans une cavité métallique parallélépipédique

Soit une cavité, à parois parfaitement conductrices, en forme de parallélépipède rectangle de côtés *a*, *b* et *c*. Un sommet du parallélépipède est pris pour origine du repère de coordonnées cartésiennes rectangulaires. Les axes de ce repère suivent les directions des côtés.

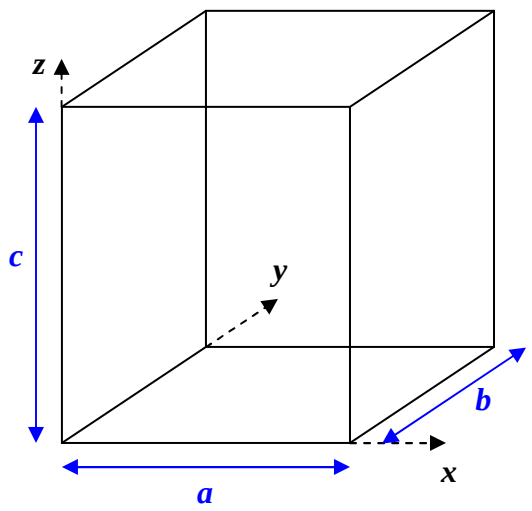


Figure A1 – Géométrie de la cavité

$\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont respectivement le champ électrique et magnétique. Ils doivent satisfaire l'équation d'Helmholtz. :

$$\Delta\vec{U} + \mu.\omega^2.\varepsilon.\vec{U} = \vec{0}\,,$$

$\vec{U}$ représente le champ électrique ou magnétique ($\vec{E}\,,\vec{H}$) et Δ est l'opérateur laplacien ($\Delta\vec{U} = \frac{\partial^2\vec{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{U}}{\partial x^2}$).

Et les conditions aux limites sur les parois de la cavité, telle que le champ électrique est normale aux surfaces métalliques et el champ magnétique y est tangentiel.

Les deux champ s'écrivent dans le repère $\left(\vec{e}_x,\ \vec{e}_y,\ \vec{e}_z\right)$, $\vec{E} = Ex.\vec{e}_x + Ey.\vec{e}_y + Ez.\vec{e}_z$ et

$\vec{H} = Hx.\vec{e}_x + Hy.\vec{e}_y + Hz.\vec{e}_z$

On pose $k^2 = \omega^2.\mu.\varepsilon$. L'équation d'Helmholtz appliquée au champ électrique devient :

$$\Delta\vec{E} + k^2.\vec{E} = \vec{0} \qquad \text{(A1.1)}$$

En remplaçant le champ électrique par ses trois composantes on obtient :

$$\Delta\left(Ex.\vec{e}_x + Ey.\vec{e}_y + Ez.\vec{e}_z\right) + k^2.\left(Ex.\vec{e}_x + Ey.\vec{e}_y + Ez.\vec{e}_z\right) = \vec{0}$$

Ce qui donne 3 équations selon les trois axes du repère :

$$\Delta Ex + k^2.Ex = 0 \qquad \text{(A1.2)}$$

$$\Delta Ey + k^2.Ey = 0 \qquad \text{(A1.3)}$$

$$\Delta Ez + k^2.Ez = 0 \qquad \text{(A1.4)}$$

De même pour le champ magnétique :

$$\Delta Hx + k^2.Hx = 0 \qquad \text{(A1.5)}$$

$$\Delta Hy + k^2.Hy = 0 \qquad \text{(A1.6)}$$

$$\Delta Hz + k^2.Hz = 0 \qquad \text{(A1.7)}$$

On propose de résoudre l'équation (A1.3) :

$$\Delta Ez(x,y,z) + k^2.Ez(x,y,z) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 Ez(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Ez(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Ez(x,y,z)}{\partial z^2} + k^2.Ez(x,y,z) = 0$$

On suppose que *Ez* est le produit de trois fonctions indépendantes *X(x)*, *Y(y)* et *Z(z)*.

$$Ez = X(x).Y(y).Z(z)$$

Alors on obtient :

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}.Y(y).Z(z) + \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}.X(x).Z(z) + \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2}.X(x).Y(y) + k^2.X(x).Y(y).Z(z) = 0 \qquad \text{(A1.8)}$$

On désigne par $X'' = \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$, $Y'' = \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}$ et $Z'' = \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2}$

On normalise l'équation (A1.8) par $Ez = X(x).Y(y).Z(z)$:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} + k^2 = 0 \qquad \text{(A1.9)}$$

Vu que k^2 est positif alors la quantité $\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z}$ est négative, alors on pose :

$\frac{X''}{X} = -\gamma_1^2$, $\frac{Y''}{Y} = -\gamma_2^2$ et $\frac{Z''}{Z} = -\gamma_3^2$

Ainsi $k^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2$

Les fonctions *X(x), Y(y)* et *Z(z)* sont des solutions à des équations de second degré de la forme :

$$X(x) = C_1.cos(\gamma_1.x) + C_2.sin(\gamma_1.x)$$

$$Y(y) = C_3.cos(\gamma_2.y) + C_4.sin(\gamma_2.y)$$

$$Z(z) = C_5.cos(\gamma_3.z) + C_6.sin(\gamma_3.z)$$

<u>Conditions aux limites :</u>

L'état électrique pour le champ *Ez(x,y,z)* au plan *z=0* et *z=c* est identique car les 2 faces sont identiques ➔ $|Ez(x,y,0)| = |Ez(x,y,z=c)| \quad \forall x,y$ ➔ $|Z(0)| = |Z(c)|$

Ainsi on obtient $C_5 = C_5.cos(\gamma_3.c) + C_6.sin(\gamma_3.c)$

➔ $cos(\gamma_3.c) = 1$ d'où $\gamma_3.c = p.\pi$ avec $p \in \mathbb{N}^*$ et $C_6.sin(\gamma_3.c) = 0$ ce qui signifie $C_6 = 0$.

Sur les autres parois la composante *Ez(x,y,z)* est nulle :

- paroi $x = 0$ et $x = a$:

$x = 0$ ➔ $X(0) = 0 \ \forall y, z$ ➔ $C_1=0$.

$x = a$ ➔ $X(x=a) = 0 \ \forall y, z$ ➔ $C_2.sin(\gamma_1.a) = 0$ avec $C_2 \neq 0$ ➔ $sin(\gamma_1.a) = 0$

➔ $\gamma_1.a = m.\pi$ avec $m \in \mathbb{N}^*$ ainsi $\gamma_1 = \frac{m.\pi}{a}$.

- paroi $y = 0$ et $y = b$:

$y = 0$ ➔ $Y(0) = 0 \ \forall x, z$ ➔ $C_3=0$.

$y = b$ ➔ $Y(y=b) = 0 \ \forall x, z$ ➔ $C_4.sin(\gamma_2.b) = 0$ avec $C_4 \neq 0$ ➔ $sin(\gamma_2.b) = 0$

➔ $\gamma_2.b = n.\pi$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ ainsi $\gamma_2 = \frac{n.\pi}{b}$.

On résume : $Ez = X(x).Y(y).Z(z) = C_2.C_4.C_5.sin(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{c}y).cos(\frac{p.\pi}{c}z)$

On pose $Ez_0 = C_2.C_4.C_5$ donc :

$$Ez = Ez_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).cos(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.10)}$$

De même on montre que : $$Ex = Ex_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).sin(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.11)}$$

$$Ey = Ey_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y).sin(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.12)}$$

On peut faire de même pour le champ magnétique en résolvant l'équation $\Delta\vec{H} + k^2.\vec{H} = \vec{0}$ tout en tenant compte des conditions aux limites. On obtient ainsi :

$$Hx = Hx_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y).cos(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.13)}$$

$$Hy = Hy_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).cos(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.14)}$$

$$Hz = Hz_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y).sin(\frac{p.\pi}{c}z) \qquad \text{(A1.15)}$$

$$k^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = \left(\frac{m.\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n.\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p.\pi}{c}\right)^2 = \omega^2.\mu.\varepsilon$$

On obtient alors l'expression de la pulsation propre de la cavité :

$$\omega_{m,n,p} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu.\varepsilon}}.\left(\left(\frac{m.\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n.\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p.\pi}{c}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(A1.16)}$$

Et la fréquence propre est $f_{m,n,p} = \frac{v}{2}.\sqrt{\left(\frac{m.\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n.\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p.\pi}{c}\right)^2}$ avec v est la vitesse de phase d'une onde électrique à l'intérieur de la cavité.

Dans un cas bidimensionnel ou la dimension *c* de la cavité est très faible ou nulle, On ne trouve que les modes TM^z_{mn0} : les modes transverses magnétiques selon la direction (Oz) c'est-à-dire n'ayant pas de composante magnétique selon l'axe (Oz) ($m \neq 0$, $n \neq 0$ et $p = 0$). Les expressions des amplitudes du champ électromagnétique deviennent :

$$Ez = Ez_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y) \qquad \text{(A1.17)}$$

$$Hx = Hx_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y) \qquad \text{(A1.18)}$$

$$Hy = Hy_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y) \qquad \text{(A1.19)}$$

Ainsi le champ électromagnétique stationnaire à l'intérieur d'une cavité bidimensionnelle vide s'écrit :

$$\vec{E} = Ez.\vec{e}_z = Ez_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_z \qquad \text{(A1.20)}$$

$$\vec{H} = Hx.\vec{e}_x + Hy.\vec{e}_y = Hx_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_x + Hy_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_y \qquad \text{(A1.21)}$$

Annexe 2

Calcul des coefficients de corrélation

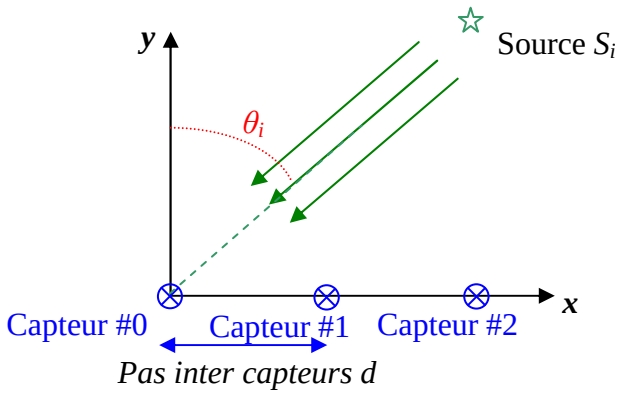


Figure A2 - réseau de capteurs étudiés

On considère un réseau de trois capteurs espacés régulièrement d'une distance *d*, illuminé par trois ondes planes issues de trois sources indépendantes $S_1(t)$, $S_2(t)$ et $S_3(t)$ de directions d'arrivée respectives θ_1, θ_2 et θ_3. et de constante de phase *K*.

Les signaux reçus respectivement sur les trois capteurs sont $x_1(t)$, $x_2(t)$ et $x_3(t)$, tels que :

$$x_1(t) = S_1(t) + S_2(t) + S_3(t) \qquad \text{(A2.1)}$$

$$x_2(t) = S_1(t).e^{j\varphi_1} + S_2(t).e^{j\varphi_2} + S_3(t).e^{j\varphi_3} \qquad \text{(A2.2)}$$

Avec $\varphi_1 = K.\sin(\theta_1).d$, $\varphi_2 = K.\sin(\theta_2).d$ et $\varphi_3 = K.\sin(\theta_3).d$

$$x_3(t) = S_1(t).e^{j\psi_1} + S_2(t).e^{j\psi_2} + S_3(t).e^{j\psi_3} \qquad \text{(A2.3)}$$

Avec $\psi_1 = 2.K.\sin(\theta_1).d$, $\psi_2 = 2.K.\sin(\theta_2).d$ et $\psi_3 = 2.K.\sin(\theta_3).d$

$X(t)=[x_1(t)\ x_2(t)\ x_3(t)]^T$ est l'observation à l'instant *t*.

La matrice de corrélation moyenne est :

$$\overline{R_{xx}} = \overline{X(t).X(t)^H} = E(X(t).X(t)^H) = \begin{pmatrix} \overline{x_1(t).x_1(t)^*} & \overline{x_1(t).x_2(t)^*} & \overline{x_1(t).x_3(t)^*} \\ \overline{x_2(t).x_1(t)^*} & \overline{x_2(t).x_2(t)^*} & \overline{x_2(t).x_3(t)^*} \\ \overline{x_3(t).x_1(t)^*} & \overline{x_3(t).x_2(t)^*} & \overline{x_3(t).x_3(t)^*} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{pmatrix}$$

Calculons le terme $r_{11} = \overline{x_1(t).x_1(t)^*} = \overline{(S_1(t)+S_2(t)+S_3(t)).(S_1(t)^*+S_2(t)^*+S_3(t)^*)}$

$r_{11} = \overline{S_1(t)S_1(t)^*} + \overline{S_1(t)S_2(t)^*} + \overline{S_1(t)S_3(t)^*} + \overline{S_2(t)S_1(t)^*} + \overline{S_2(t)S_2(t)^*} + \overline{S_2(t)S_3(t)^*} + \overline{S_3(t)S_1(t)^*} + \overline{S_3(t)S_2(t)^*} + \overline{S_3(t)S_3(t)^*}$

Or les sources sont temporellement indépendantes➔ $\overline{S_i(t)S_j(t)^*} = 0$ pour $i \neq j$.

➔ $r_{11} = \overline{S_1(t)S_1(t)^*} + \overline{S_2(t)S_2(t)^*} + \overline{S_3(t)S_3(t)^*} = \overline{S_1(t)^2} + \overline{S_2(t)^2} + \overline{S_3(t)^2}$

Le terme r_{22} s'écrit :

$$r_{22} = \overline{x_2(t).x_2(t)^*} = \overline{(S_1(t).e^{j\varphi_1} + S_2(t).e^{j\varphi_2} + S_3(t).e^{j\varphi_3}).(S_1(t)^*.e^{-j\varphi_1} + S_2(t)^*.e^{-j\varphi_2} + S_3(t)^*.e^{-j\varphi_3})}$$

Il est facile de montrer que $r_{22} = \overline{S_1(t)^2} + \overline{S_2(t)^2} + \overline{S_3(t)^2}$ (A2.4)

De même on montre que $r_{33} = \overline{S_1(t)^2} + \overline{S_2(t)^2} + \overline{S_3(t)^2}$ (A2.5)

On montre que le terme $r_{12} = \overline{x_1(t).x_2(t)^*}$ est égal à :

$$r_{12} = \overline{S_1(t)^2}.e^{-j\varphi_1} + \overline{S_2(t)^2}.e^{-j\varphi_2} + \overline{S_3(t)^2}.e^{-j\varphi_3}$$

et $r_{23} = \overline{S_1(t)^2}.e^{j(\varphi_1-\psi_1)} + \overline{S_2(t)^2}.e^{j(\varphi_2-\psi_2)} + \overline{S_3(t)^2}.e^{j(\varphi_3-\psi_3)}$

Sachant que $\varphi_1 - \psi_1 = -K.d.\sin(\theta_1) = -\varphi_1$, $\varphi_2 - \psi_2 = -K.d.\sin(\theta_2) = -\varphi_2$ et

$\varphi_3 - \psi_3 = -K.d.\sin(\theta_3) = -\varphi_3$, on trouve que :

$$r_{23} = \overline{S_1(t)^2}.e^{-j\varphi_1} + \overline{S_2(t)^2}.e^{-j\varphi_2} + \overline{S_3(t)^2}.e^{-j\varphi_3} = r_{12} \qquad \text{(A2.6)}$$

Par ailleurs, on note que $r_{ij}=r_{ji}^*$, donc $r_{32}=r_{21}$.

On conclut que tous les termes d'une même diagonale de la matrice de corrélation sont égaux.

La matrice de corrélation est TOEPLITZ.

Annexe 3

Calcul du coefficient d'inter-corrélation

Soit $x_i(m)$ le signal reçu au niveau du capteur n° i du $m^{ième}$ sous réseau et $x_l(m)$ le signal reçu au niveau du capteur n° l du $m^{ième}$ sous réseau, tels que :

$$x_i(m) = S_1(m).e^{-j.K_1.i.d} + S_2(m).e^{-j.K_2.i.d} \qquad \text{(A3.1)}$$

$$x_l(m) = S_1(m).e^{-j.K_1.l.d} + S_2(m).e^{-j.K_2.l.d} \qquad \text{(A3.2)}$$

Avec $S_1(m)$ et $S_2(m)$ sont les signaux reçus au niveau du premier capteur du $m^{ième}$ sous réseau. En écrivant les signaux reçus sur le premier capteur du $m^{ième}$ sous réseau en fonction de celui reçu sur le capteur du premier sous réseau :

$$S_1(m) = S_1(0).e^{-j.K_1.m.d} \text{ et } S_2(m) = S_2(0).e^{-j.K_2.m.d} \qquad \text{(A3.3)}$$

Ainsi $x_i(m) = S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d}$

et $x_l(m) = S_1(0).e^{-j.K_1.(m+l).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+l).d}$

L'inter-corrélation des signaux reçus sur les capteurs i et l du $m^{ième}$ sous réseau s'écrit :

$$r_{il}(m) = x_i(m)^*.x_l(m) \qquad \text{(A3.4)}$$

Le terme situé à ligne n° i et la colonne n° l de la matrice de corrélation $\overline{R_{xx}}$ est la moyenne des inter-corrélations des signaux reçus respectivement sur les $i^{ième}$ et $l^{ième}$ capteurs respectifs de chacun des m sous réseaux :

$$\overline{r_{il}} = \overline{x_i(m)^*.x_l(m)} = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1} x_i(m)^*.x_l(m) \qquad \text{(A3.5)}$$

On développe l'expression du coefficient d'auto-corrélation :

$$\overline{r_{il}} = \overline{(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})^*.(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+l).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+l).d})}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+i).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+i).d})^*.(S_1(0).e^{-j.K_1.(m+l).d} + S_2(0).e^{-j.K_2.(m+l).d})$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}(\left|S_1(0)\right|^2.e^{-j.K_1.m(l-i).d} + S_2(0)^*.S_1(0).e^{j.(K_2.i-K_1.l).m.d} + S_1(0)^*.S_2(0).e^{j.(K_1.l-K_2.i).m.d} + \left|S_2(0)\right|^2.e^{-j.K_2.m.(l-i).d})$$

On remarque que l'expression de $\overline{r_{il}}$ est formé de quatre termes différents :

$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left|S_1(0)\right|^2.e^{-j.K_1.m.(l-i).d}$, $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}S_2(0)^*.S_1(0).e^{j.(K_2.i-K_1.l).m.d}$, $\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}S_1(0)^*.S_2(0).e^{j.(K_1.l-K_2.i).m.d}$ et

$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left|S_2(0)\right|^2.e^{-j.K_2.m.(l-i).d}$

Chacun de ces quatre termes est la somme de M termes des deux suites géométriques de raisons respectifs $q = e^{j.K_1(l-i).d}$, $q = e^{j.(K_2.i-K_1.l).d}$, $q = e^{j.(K_1.l-K_2.i).d}$ et $q = e^{j.K_2.(l-i).d}$.

En effet ;

$$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left|S_1(0)\right|^2.e^{-j.K_1.m.(l-i).d} = \left|S_1(0)\right|^2.\frac{1-e^{j.K_1.(l-i).M.d}}{M(1-e^{j.K_1.(l-i).d})},$$

$$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}S_2(0)^*.S_1(0).e^{j.(K_2.i-K_1.l).m.d} = S_2(0)^*.S_1(0).\frac{1-e^{j.(K_2.i-K_1.l).M.d}}{M(1-e^{j.(K_2.i-K_1.l).d})},$$

$$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}S_1(0)^*.S_2(0).e^{j.(K_1.l-K_2.i).m.d} = S_1(0)^*.S_2(0).\frac{1-e^{j.(K_1.l-K_2.i).M.d}}{M(1-e^{j.(K_1.l-K_2.i).d})} \text{ et}$$

$$\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left|S_2(0)\right|^2.e^{-j.K_2.m.(l-i).d} = \left|S_2(0)\right|^2.\frac{1-e^{j.K_2.(l-i).M.d}}{M(1-e^{j.K_2.(l-i).d})}$$

Or $\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.K_1.(l-i).M.d}}{M(1-e^{j.K_1.(l-i).d})} \to 0$, $\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.(K_2.i-K_1.l).M.d}}{M(1-e^{j.(K_2.i-K_1.l).d})} \to 0$, $\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.(K_1.l-K_2.i).M.d}}{M(1-e^{j.(K_1.l-K_2.i).d})} \to 0$ et

$\lim_{M\to\infty}\frac{1-e^{j.K_2.(l-i).M.d}}{M(1-e^{j.K_2.(l-i).d})} \to 0$

Ainsi les quatre termes de l'expression du coefficient d'inter-corrélation tendent vers *0* quand le nombre des sous réseaux *M* devient important. On peut alors réduire cette expression à :

$$\overline{r_{il}} \approx 0, \forall i \neq l, \{i,l\} \in \{0 \quad .. \quad P-1\} \qquad \text{(A3.6)}$$

Annexe 4

Calcul de l'énergie stockée sur les modes stationnaires d'une cavité vide

On rappelle l'expression du champ électromagnétique stationnaire dans une chambre réverbérante vide :

$$\vec{\mathcal{E}} = Ez.\vec{e}_z = Ez_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_z \qquad \text{(A4.1)}$$

$$\vec{\mathcal{H}} = Hx.\vec{e}_x + Hy.\vec{e}_y = Hx_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_x + Hy_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y).\vec{e}_y$$

A l'aide de la méthode FDTD appliquée pour modéliser la chambre réverbérante et en utilisant un filtrage par transformée de Fourier, on a obtenu l'expression de la cartographie du champ électrique en tout point de coordonnées (x, y) dans la chambre réverbérante :

$$Ez(x,y) = Ez_0.sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right).sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \qquad \text{(A4.2)}$$

$$Hx(x,y) = Hx_0.sin(\frac{m.\pi}{a}x).cos(\frac{n.\pi}{b}y) \qquad \text{(A4.3)}$$

$$Hy(x,y) = Hy_0.cos(\frac{m.\pi}{a}x).sin(\frac{n.\pi}{b}y) \qquad \text{(A4.4)}$$

L'expression de la densité d'énergie d'un mode TM_{mn0}, emmagasinée dans une chambre réverbérante bidimensionnelle s'écrit :

$$W_{em} = W_e + W_m = \frac{1}{2}.\varepsilon_0.E^2 + \frac{1}{2}.\mu_0.H^2 \qquad \text{(A4.5)}$$

Les quantités $W_e = \frac{1}{2}.\varepsilon_0.E^2$ et $W_m = \frac{1}{2}.\mu_0.H^2$ représentent respectivement les densités d'énergie électrique et magnétique.

Les constantes ε_0, μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité de l'air contenu dans la chambre réverbérante.

Connaissant la répartition du champ dans la chambre pour le mode considéré, on peut calculer l'énergie totale emmagasinée.

$$U = \iint W_e + W_m .ds = \frac{1}{2}\iint \left(\varepsilon_0 .E^2 + \mu_0 .H^2\right).dx.dy \qquad \text{(A4.6)}$$

L'énergie totale emmagasinée est la somme de l'énergie électrique $Ue = \frac{1}{2}\iint \varepsilon_0 .E^2.dx.dy$ et de l'énergie magnétique $Um = \frac{1}{2}\iint \mu_0 .B^2.dx.dy$.

La cavité est bornée par des murs parfaitement conducteurs et le diélectrique qui la remplit est sans pertes, ce qui implique que l'énergie électrique est égale à l'énergie magnétique *Ue=Um* à la résonance.

Ainsi l'expression de l'énergie totale stockée dans la chambre réverbérante est :

$$U = \iint \varepsilon_0 .E^2.dx.dy \qquad \text{(A4.7)}$$

En faisant le calcul de l'énergie emmagasinée dans la chambre étudiée de dimensions *a=3,105m* et *b=2,475m*, on trouve :

$$U = \int_0^b \int_0^a \varepsilon_0 .E^2 dx.dy = \int_0^b \int_0^a \varepsilon_0 .Ez_0{}^2 .sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)^2 .sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)^2 .dx.dy$$

Ce qui donne $U = \varepsilon_0 .Ez_0{}^2 .\int_0^b \int_0^a sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)^2 .sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)^2 .dx.dy = \varepsilon_0 .Ez_0{}^2 \left(\frac{a.b}{4}\right)$ (A4.8)

Résumé

Ce travail porte sur l'étude de l'environnement électromagnétique dans une chambre réverbérante à brassage mécanique de modes. Les chambres réverbérantes constituent un outil fondamental pour réaliser des mesures de compatibilité électromagnétique. Leur étude se focalise généralement sur les propriétés statistiques de la puissance du champ stationnaire. Cependant, d'autres études de ce champ stationnaire ont été faites sous un autre angle qui consiste à utiliser la décomposition en spectre d'ondes planes pour décrire ce champ.
Les méthodes d'estimation spectrale à haute résolution constituent un outil puissant pour identifier les directions d'arrivée d'ondes planes. Ces méthodes réputées puissantes sont paramétriques, elles requièrent la connaissance a priori du nombre d'ondes planes à séparer. Une méthode complète basée sur le critère MDL (Minimum Description Length) pour l'estimation d'ordre et de l'algorithme MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) a été codée pour l'estimation du nombre, des directions d'arrivée, des amplitudes et des phases des ondes planes.
L'adaptation de l'estimateur du spectre d'ondes planes à l'environnement de la chambre réverbérante, qui est un milieu à forte corrélation, nécessite l'utilisation de la technique de lissage spatial pour décorréler les fronts d'onde.
La simulation du fonctionnement de la chambre réverbérante par la méthode numérique FDTD (Finite Difference Time Domain) a permis d'avoir les cartographies du champ électrique pour réaliser l'étude de la variation du spectre angulaire par rotation du brasseur mettant en évidence l'effet du mouvement du brasseur sur les directions d'arrivée des ondes et sur leurs puissances respectives. Ce travail se termine par une étude statistique des directions d'arrivée et des amplitudes des ondes planes de la décomposition.

Mots clés : Chambre réverbérante à brassage mécanique de modes, FDTD, Root-MUSIC, MDL, lissage spatial, suivi de modes, spectre angulaire, statistiques des directions d'arrivée.

Abstract

This work deals with the study of electromagnetic environment in a mechanical stirred reverberation chamber. The reverberation chamber is a fundamental tool to perform measurements of electromagnetic compatibility. Its study is generally focused on the statistical properties of the stationary field power. However, other studies based on field decomposition on plane waves have been made to describe this environment.
High resolution spectral methods are powerful tools to estimate the directions of arrival of plane waves. These parametric methods require a priori the knowledge of the number of plane waves to separate. A complete method based on MDL (Minimum Description Length) criterion and MUSIC algorithm (MUltiple SIgnal Classification) is developed for plane waves number, directions of arrival (DOA), amplitudes and phases estimation.
To adapt the plane waves estimator to the environment of the reverberation chamber, which is a highly correlated medium, spatial smoothing technique is used for wavefronts decorrelation.
The reverberation chamber is simulated by the FDTD (Finite Difference Time Domain) numerical method to obtain the electric field cartographies. They are then used to study the stirrer rotation effect on plane wave directions of arrival and their respective powers. This work concludes with a statistical study on the plane wave DOA and amplitudes.

Keywords: Reverberation chamber with mechanical stirrer, FDTD, Root-MUSIC, MDL, spatial smoothing, mode tracking, angular spectrum, statistics on directions of arrival.